

Họ, tên thí sinh:.....SBD.....

Câu 1. Điều kiện của m để phương trình $\sin 2022x + \cos 2022x = m$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m \geq \sqrt{2} \\ m \leq -\sqrt{2} \end{cases}$ C. $-1 \leq m \leq 1$. D. $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$.

Câu 2. Hàm số $y = \frac{2 \sin x + 1}{1 - \cos x}$ xác định khi

- A. $x \neq k\pi; k \in \mathbb{Z}$ B. $x \neq \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$ C. $x \neq \frac{-\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$ D. $x \neq k2\pi; k \in \mathbb{Z}$

Câu 3. Từ các chữ số 0;1;2;3;4;5;6 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số?

- A. 13. B. 49. C. 36. D. 42.

Câu 4. Có bao nhiêu cách xếp 3 học sinh vào một bàn dài có 8 ghế ?

- A. C_8^3 . B. A_8^3 . C. $3!$. D. $8.7.6$.

Câu 5. Cho dãy số u_n biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng tổng quát của dãy số (u_n) là

- A. $u_n = 3^n$. B. $u_n = 3^{n+1}$. C. $u_n = 3^{n-1}$. D. $u_n = n^{n+1}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ với bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$			-	0	+	0	+	0	-

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 7. Kí hiệu m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+3}{2x-1}$ trên đoạn $[1;4]$. Giá trị biểu thức $d = M - m$ là

- A. $d = 4$. B. $d = 2$. C. $d = 3$. D. $d = 5$.

Câu 8. Khối mười hai mặt đều thuộc loại đa diện đều nào?

- A. $\{4;3\}$ B. $\{3;4\}$ C. $\{3;3\}$ D. $\{5;3\}$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. Tam giác ABC vuông cân tại B , biết $SA = AC = 2a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{2}{3}a^3$. B. $\frac{1}{3}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. D. $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 10: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = 2a$. Thể tích của khối trụ đó bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 11. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 4 tấm thẻ từ hộp đó. Gọi P là xác suất để tổng các số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng

A. $\frac{1}{12}$

B. $\frac{16}{33}$

C. $\frac{10}{33}$

D. $\frac{2}{11}$

Câu 12: Hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$ thành đa thức là

A. 80.

B. 3240.

C. 3320.

D. 259200.

Câu 13: Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$. Số -19 là số hạng thứ mấy của dãy?

A. 5.

B. 7.

C. 6.

D. 4.

Câu 14: Cho $f(x)$ là một đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-16}{x-1} = 24$. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-16}{(x-1)(\sqrt{2f(x)+4}+6)}$.

A. 24.

B. $+\infty$.

C. 2.

D. 0.

Câu 15: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2a$, $AD = AA' = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và DC' bằng

A. $\frac{2a}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{3a}{2}$.

Câu 16: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , $AC = 2a$, $BC = a$, $SB = 2a\sqrt{3}$. Góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) là

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 17: Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		+		+	
y	-1		$+\infty$		-1

A. $f(x) = \frac{-x+2}{x-1}$.

B. $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$.

C. $f(x) = \frac{-x-2}{x-1}$.

D. $f(x) = \frac{-x+2}{x+1}$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$								$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f^2(x) + 5f(x) = 0$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 19: Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$ là:

A. (0;1).

B. (1;2).

C. (-1;6).

D. (2;3).

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 + 2x)^3(x^2 - \sqrt{2}) \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là

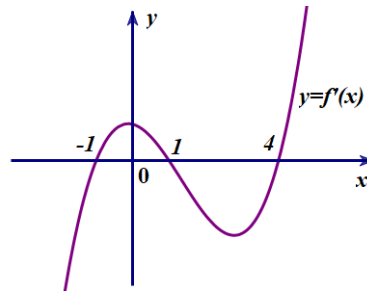
A. 4

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$. B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$.
 C. Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$. D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

Câu 22. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 2. B. 6. C. 8. D. 4.

Câu 23. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

Câu 24. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng 6. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $36\sqrt{3}$. B. $54\sqrt{3}$. C. 6^3 . D. $\frac{6^3}{3}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh bằng $4a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $24\sqrt{3}a^3$. B. $16\sqrt{3}a^3$. C. $4\sqrt{3}a^3$. D. $48\sqrt{3}a^3$.

Câu 26: Cho phương trình $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + 5(\sqrt{3} \sin x - \cos x) - 6 = 0$. Tổng giữa nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của phương trình là

- A. $\frac{\pi}{3}$. B. $-\frac{\pi}{2}$. C. $-\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 27. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 3x - \cos 2x + 9 \sin x - 4 = 0$ trên khoảng $(0; 3\pi)$ là

- A. 5π . B. $\frac{11\pi}{3}$. C. $\frac{25\pi}{6}$. D. 6π .

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ đáy $ABCD$ là hình thang vuông có $\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$ và $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$; $SA = a\sqrt{3}$. Tính $\sin \alpha$ biết α là góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SCD)

- A. $\frac{\sqrt{30}}{20}$ B. $\frac{\sqrt{30}}{10}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{30}$ D. $\frac{\sqrt{20}}{30}$.

Câu 29. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của BC . Khi đó $\cos$ in của góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	-1		0		1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-3	2	$-\infty$		

Hàm số $y = f(1-2x)+1$ đồng biến trên khoảng

- A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-m}{x+2}$ (m là tham số). Để $\min_{x \in [-1; 1]} f(x) = \frac{1}{3}$ thì

$m = \frac{a}{b}, (a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, b > 0)$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tổng $a+b$ bằng

- A. -10 . B. 10 . C. 4 . D. -4 .

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	$\frac{3}{2}$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x)-1}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

- A. 3 . B. 0 . C. 2 . D. 1 .

Câu 33: Cho hàm số $y = \frac{x^2+mx-1}{x-1}$ có đồ thị là (C) (m là tham số thực). Tổng bình phương các giá trị

của m để đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B sao cho $OA \perp OB$ bằng

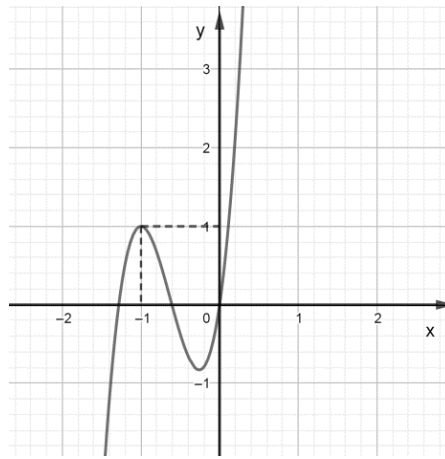
- A. 3 . B. 12 . C. 5 . D. 4 .

Câu 34: Gọi A, B là hai điểm di động và thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$. Độ dài đoạn AB bé nhất là

- A. $\sqrt{10}$. B. $2\sqrt{10}$. C. $\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f\left(f\left(\sqrt{f(x)}\right) + f(x) + 2\sqrt{f(x)}\right) - f(1) = 0$ là

- A. 2 . B. 3 . C. 1 . D. 0 .



Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Biết $f(-2) = -5$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$							

Tìm m để phương trình $f(x^2 - 2) = 2m - x^2$ có nghiệm thuộc $[0; 1)$

- A. $\frac{-5}{2} < m < \frac{-1}{2}$. B. $\frac{-5}{2} \leq m \leq \frac{-1}{2}$. C. $\frac{-5}{2} \leq m < \frac{-1}{2}$. D. $\begin{cases} m < \frac{-5}{2} \\ m \geq \frac{-1}{2} \end{cases}$.

Câu 37. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (3m^2 + 4m + 5)x + 2022$ và

$g(x) = (m^2 + 2m + 5)x^3 - (2m^2 + 4m + 9)x^2 - 3x + 2$ (với m là tham số). Phương trình $g(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 9. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 38: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm cạnh BB' . Mặt phẳng $(MA'D)$ cắt cạnh BC tại K . Thể tích khối đa diện lồi $A'B'C'D'MKCD$ bằng

- A. $\frac{7}{24}$. B. $\frac{7}{17}$. C. $\frac{1}{24}$. D. $\frac{17}{24}$.

Câu 39. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh AB , góc giữa AA' và mặt đáy của hình lăng trụ đã cho bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $A'.BCC'B'$ bằng

- A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{a^3}{8}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{3a^3}{8}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, tam giác ABC vuông cân tại A và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD . Biết $AB = a$, khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a}{4}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{3a^3}{\sqrt{46}}$. B. $\frac{a^3}{\sqrt{46}}$. C. $\frac{2a^3}{3\sqrt{46}}$. D. $\frac{2a^3}{\sqrt{46}}$.

Câu 41: Trong một lần dạo chơi, An vô tình lạc vào một mê cung là một đa giác lồi có 33 cạnh. Để thoát khỏi mê cung thì An phải đi đúng 2 lần với cùng quy luật sau: “Với L là tập hợp các tam giác tạo từ ba đỉnh của đa giác, từ hai tam giác bất kì trong L , An phải đi theo một tam giác có đúng một cạnh là cạnh của đa giác và một tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác (không phân biệt thứ tự đi)”. Giả sử tất cả các lần đi của An đều đúng thì xác suất thoát khỏi mê cung của An xấp xỉ là bao nhiêu?

- A. 0,0456. B. 0,1243. C. 0,2872. D. 0,0825.

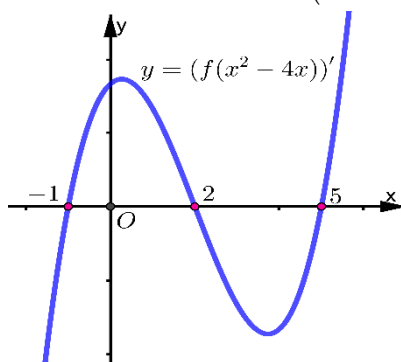
Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2a$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MS} = -2\overrightarrow{MD}$ và $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AB}$. Biết góc tạo bởi đường thẳng SN với mặt phẳng (SCD) bằng 30° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SN và CM bằng

- A. $\frac{a\sqrt{51}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{33}}{4}$. C. $\frac{4a}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 43. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a , góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

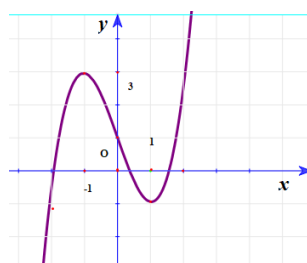
- A. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f(x^2 - 4x)$ có đồ thị của đạo hàm như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^4 - 6|x|^3 + 5x^2 + 12|x|)$ bằng



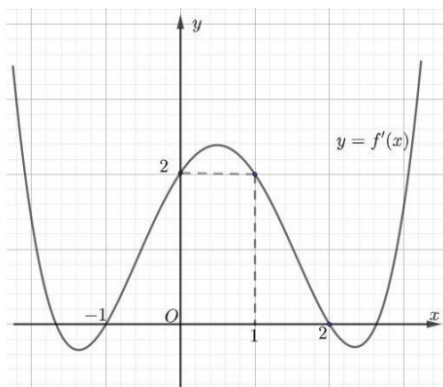
- A. 11. B. 15. C. 7. D. 9.

Câu 45: Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = [xf(x-1)]^2$ là



- A. 9. B. 7. C. 6. D. 5.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số tham số m nguyên thuộc đoạn $[-20; 20]$ để hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$ biết $g(x) = 3f(-x^3 - 3x + m) + (x^3 + 3x - m)^2(-2x^3 - 6x + 2m - 6)$.



A. 23.

B. 21.

C. 5.

D. 17.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(f(x) + 2m) + 1 = f(x) + 2m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt trên $[-1; 1]$ là

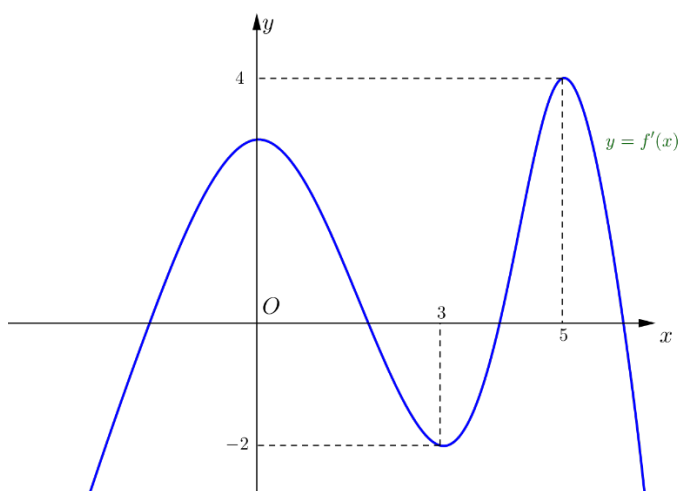
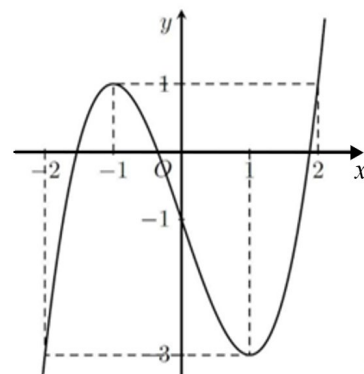
A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-20; 20]$ để hàm số $y = f(9 - 2x) + \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + (m + 3)x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?



A. 22.

B. 13.

C. 14.

D. 12.

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên có độ dài bằng $2a$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, B'C'$ và DD' . Thể tích của khối tứ diện $MNPC'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

D. $\frac{a^3}{8}$.

Câu 50. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AB và $B'C$ bằng $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$, khoảng cách giữa 2 đường thẳng BC và AB' bằng $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AC và BD' bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $4a^3$.

B. $2a^3$.

C. $6a^3$.

D. $8a^3$.

- HẾT -

Ngày thi:

MÔN TOÁN LỚP 12

NĂM HỌC 2022- 2023

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Đề thi gồm có 6 trang

Mã đề thi 720

Họ, tên thí sinh:.....SBD.....

1-D	2-D	3-D	4-B	5-A	6-D	7-C	8-D	9-A	10-A
11-B	12-C	13-A	14-C	15-A	16-B	17-C	18-D	19-B	20-D
21-C	22-D	23-C	24-B	25-B	26-C	27-D	28-A	29-D	30-B
31-D	32-C	33-A	34-B	35-B	36-C	37-D	38-D	39-A	40-B
41-D	42-C	43-B	44-A	45-B	46-A	47-A	48-D	49-C	50-B

Câu 1: Điều kiện của m để phương trình $\sin 2022x + \cos 2022x = m$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m \geq \sqrt{2} \\ m \leq -\sqrt{2} \end{cases}$ C. $-1 \leq m \leq 1$ D. $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$

Lời giải

Điều kiện $1^2 + 1^2 \geq m^2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$.

Câu 2. Hàm số $y = \frac{2 \sin x + 1}{1 - \cos x}$ xác định khi

- A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$ B. $x \neq k\pi$ C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ D. $x \neq k2\pi$

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $1 - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3. Từ các chữ số 0;1;2;3;4;5;6 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số?

- A. 13. B. 49. C. 36. D. 42.

Lời giải

Gọi số cần lập có dạng $\overline{ab}$. Để lập được số có 2 chữ số ta cần thực hiện liên tiếp hai hành động.

Chọn một chữ số khác 0 vào vị trí a có 6 cách.

Ứng với mỗi cách chọn một số vào vị trí a có 7 cách chọn một số vào vị trí b .

Theo quy tắc nhân ta có số các số có 2 chữ số lập được là $6 \cdot 7 = 42$ số.

Câu 4. Có bao nhiêu cách xếp 3 học sinh vào một bàn dài có 8 ghế?

- A. C_8^3 . B. A_8^3 . C. $3!$. D. $5!$.

Lời giải

Chọn 3 ghế trong 8 ghế và sắp xếp 3 học sinh vào ngồi có $C_8^3 \cdot 3! = A_8^3$ (cách)

Câu 5. Cho dãy số u_n biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng tổng quát của dãy số (u_n) là

- A. $u_n = 3^n$. B. $u_n = 3^{n+1}$. C. $u_n = 3^{n-1}$. D. $u_n = n^{n+1}$.

Lời giải

Ta có $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 3$. Do đó dãy số (u_n) là một cấp số nhân với $u_1 = 3$, công bội $q = 3$.

Vậy số hạng tổng quát của cấp số nhân là: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ với bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+	0	-

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

Ta có y' đổi dấu khi đi qua $x = -3$ và qua $x = 2$ nên số điểm cực trị là 2.

- Câu 7.** Kí hiệu m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+3}{2x-1}$ trên đoạn $[1;4]$. Giá trị biểu thức $d = M - m$ bằng
- A. $d = 4$. B. $d = 2$. C. $d = 3$. D. $d = 5$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}; \frac{1}{2} \notin [1;4]$.

Ta có $y(1) = \frac{1+3}{2 \cdot 1 - 1} = 4; y(4) = \frac{4+3}{2 \cdot 4 - 1} = 1$. Suy ra $d = M - m = 4 - 1 = 3$.

- Câu 8.** Khối mười hai mặt đều thuộc loại đa diện đều nào?
- A. $\{4;3\}$ B. $\{3;4\}$ C. $\{3;3\}$ D. $\{5;3\}$

Lời giải

Mỗi mặt là một ngũ giác đều và mỗi đỉnh là đỉnh chung của ba mặt.

- Câu 9:** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. Tam giác ABC vuông cân tại B , biết $SA = AC = 2a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là
- A. $\frac{2}{3}a^3$. B. $\frac{1}{3}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. D. $\frac{4}{3}a^3$.

Lời giải

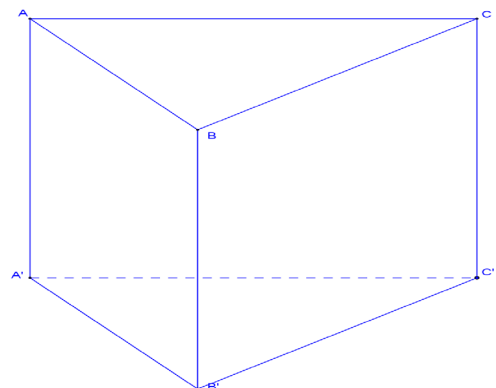
Ta có $AB = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{2a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}AB^2 \cdot SA = \frac{1}{6} \cdot (a\sqrt{2})^2 \cdot 2a = \frac{2}{3}a^3$.

- Câu 10:** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = 2a$. Thể tích của khối trụ đó bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



$$V = AA'.S_{ABC} = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$$

Câu 11. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 4 tấm thẻ từ hộp đó. Gọi P là xác suất để tổng các số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{16}{33}$ C. $\frac{10}{33}$ D. $\frac{2}{11}$

Lời giải

Không gian mẫu $C_4^{11} = 330$

+ Số cách chọn 1 thẻ mang số lẻ và 3 thẻ mang số chẵn là: $C_1^6.C_3^5 = 60$

+ Số cách chọn 3 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn là: $C_3^6.C_1^5 = 100$.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{16}{33}$

Câu 12: Hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$ thành đa thức là

- A. 80. B. 3240. C. 3320. D. 259200.

Lời giải

Theo khai triển nhị thức Niu-ton, ta có $x(1-2x)^5 = x \cdot \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot (-2x)^{5-k} = \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot (-2)^{5-k} \cdot x^{6-k}$

→ số hạng chứa x^5 tương ứng với $6-k=5 \Leftrightarrow k=1$.

Tương tự, ta có $x^2(1+3x)^{10} = x^2 \cdot \sum_{l=0}^{10} C_{10}^l \cdot (3x)^{10-l} = \sum_{l=0}^{10} C_{10}^l \cdot 3^{10-l} \cdot x^{12-l}$

→ số hạng chứa x^5 tương ứng với $12-l=5 \Leftrightarrow l=7$.

Vậy hệ số của x^5 cần tìm $P(x)$ là $C_5^1 \cdot (-2)^4 + C_{10}^7 \cdot 3^3 = 3320$. Chọn C.

Câu 13. Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$. Số -19 là số hạng thứ mấy của dãy?

- A. 5. B. 7. C. 6. D. 4.

Lời giải

Giả sử $u_n = -19$, $(n \in \mathbb{N}^*)$. Suy ra $-n^2 + n + 1 = -19$

$\Leftrightarrow -n^2 + n + 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=5 \\ n=-4 \end{cases} (l)$. Vậy số -19 là số hạng thứ 5 của dãy.

Câu 14. Cho $f(x)$ là một đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-16}{x-1} = 24$. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-16}{(x-1)(\sqrt{2f(x)+4}+6)}$.

- A. 24. B. $+\infty$. C. 2. D. 0.

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-16}{x-1} = 24$ nên $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x)-16) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 16 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{2f(x)+4}+6} = \frac{1}{12}$.

Khi đó $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-16}{(x-1)(\sqrt{2f(x)+4}+6)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-16}{(x-1)} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{2f(x)+4}+6} = 2$.

Câu 15. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2a$, $AD = AA' = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và DC' bằng

- A. $\frac{2a}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{3a}{2}$.

Lời giải

$$f(x) = \frac{-x+2}{x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{-3}{(x+1)^2} \text{ nên loại A}$$

$$f(x) = \frac{-x+2}{x-1} \Rightarrow f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2} \text{ nên loại D}$$

$$f(x) = \frac{x-2}{x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2} \text{ nhưng } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1 \text{ nên loại B}$$

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$								$+\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$
 -3 -3

Số nghiệm thực của phương trình $f^2(x) + 5f(x) = 0$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Ta có phương trình $f^2(x) + 5f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x)[f(x) + 5] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = -5 \end{cases}$.

Số nghiệm của phương trình chính là tổng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và hai đường thẳng $y = 0$ và $y = -5$ (song song với trục hoành).

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 0$ tại 2 điểm phân biệt, và không cắt đường thẳng $y = -5$. Suy ra phương trình $f^2(x) + 5f(x) = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 19. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$ là:

- A. (0;1). B. (1;2). C. (-1;6). D. (2;3).

Lời giải

$$y' = -6x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$			1		2	$-\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số là (1;2).

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 + 2x)^3(x^2 - \sqrt{2}) \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là

- A. 4 B. 1 C. 2 D. 3

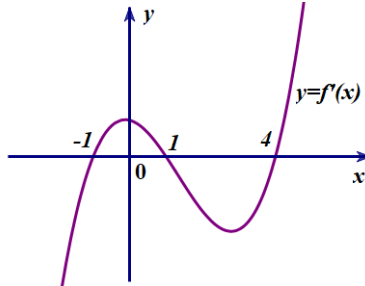
Lời giải

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	$-\sqrt[4]{2}$	0	$\sqrt[4]{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

$f'(x)$ đổi dấu 3 lần qua $x = -2, x = -\sqrt[4]{2}, x = \sqrt[4]{2}$. suy ra hàm số có 3 cực trị.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$		
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f'(x)$							

Vậy hàm số đồng biến trên $(-1;1)$

Câu 22. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 2.

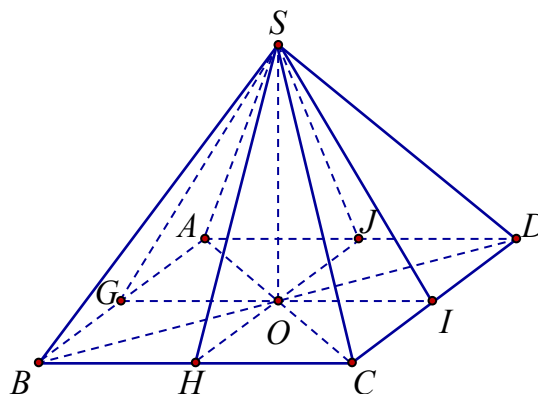
B. 6.

C. 8.

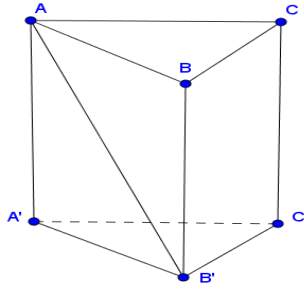
D. 4.

Lời giải

Đó là các mặt phẳng (SAC) , (SBD) , (SHJ) , (SGI) với G, H, I, J là các trung điểm của các cạnh AB, CB, CD, AD (hình vẽ bên dưới).



Câu 23. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , $AB' = 2a$ (minh họa như hình dưới). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

C. $V = \frac{3a^3}{4}$.

D. $\frac{a^3}{12}$.

Lời giải

Diện tích đáy là: $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}.a^2}{4}$.

Tam giác $AA'B'$ vuông tại A' nên ta có: $AA' = \sqrt{AB'^2 - A'B'^2} = a.\sqrt{3}$.

Thể tích lăng trụ là: $V = B.h = AA'.S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 24. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng 6. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $36\sqrt{3}$.

B. $54\sqrt{3}$.

C. 6^3 .

D. $\frac{6^3}{3}$.

Lời giải

Diện tích tam giác đều ở đáy lăng trụ là $\frac{6^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$.

Áp dụng công thức thể tích lăng trụ ta có $V = Bh = 54\sqrt{3}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh bằng $4a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $24\sqrt{3}a^3$.

B. $16\sqrt{3}a^3$.

C. $4\sqrt{3}a^3$.

D. $48\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khi đó $AH \perp (ABCD)$, suy ra $BC \perp (SKH)$, nên $\widehat{SKH} = (\widehat{SB, (ABC)}) = 30^\circ$.

Có $SH = \frac{AD.\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}a \Rightarrow HK = SH.\cot 30^\circ = 6a$. Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SH.AD.HK = 16\sqrt{3}a^3$.

Câu 26: Cho phương trình $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + 5(\sqrt{3} \sin x - \cos x) - 6 = 0$. Tính tổng nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của phương trình.

A. $\frac{\pi}{3}$.

B. $-\frac{\pi}{2}$.

C. $-\frac{2\pi}{3}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

$\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + 5(\sqrt{3} \sin x - \cos x) - 6 = 0$

Đặt: $t = \sqrt{3} \sin x - \cos x = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$, $|t| \leq 2$

$\Rightarrow t^2 = 3 \sin^2 x + \cos^2 x - \sqrt{3} \sin 2x = 2 - (\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x) \Rightarrow \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x = 2 - t^2$.

Phương trình trở thành

$$-t^2 + 5t - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1(N) \\ t = 4(L) \end{cases} \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k_1 2\pi \\ x - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + k_2 2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k_1 2\pi \\ x = \pi + k_2 2\pi \end{cases} (k_1, k_2 \in \mathbb{Z})$$

Nghiệm dương nhỏ nhất là $x_1 = \frac{\pi}{3}$ ứng với $k_1 = 0$. Nghiệm âm lớn nhất là $x_2 = -\pi$ ứng với $k_2 = -1$

$$\text{Do đó: } x_1 + x_2 = \frac{\pi}{3} - \pi = -\frac{2\pi}{3}$$

Câu 27. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 3x - \cos 2x + 9 \sin x - 4 = 0$ trên khoảng $(0; 3\pi)$ là

- A. 5π . B. $\frac{11\pi}{3}$. C. $\frac{25\pi}{6}$. D. 6π .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos 3x - \cos 2x + 9 \sin x - 4 = 0 \Leftrightarrow 4 \cos^3 x - 3 \cos x - (1 - 2 \sin^2 x) + 9 \sin x - 4 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \cos x (4(1 - \sin^2 x) - 3) + 2 \sin^2 x + 9 \sin x - 5 = 0.$$

$$\Leftrightarrow -\cos x (2 \sin x - 1)(2 \sin x + 1) + (2 \sin x - 1)(\sin x + 5) = 0.$$

$$\Leftrightarrow (2 \sin x - 1)(-2 \sin x \cos x - \cos x + \sin x + 5) = 0 \quad (*).$$

$$\text{Do } \sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \geq -\sqrt{2}; \quad -2 \sin x \cos x = -\sin 2x \geq -1.$$

$$\text{nên: } -2 \sin x \cos x - \cos x + \sin x + 5 = \sin x - \cos x - \sin 2x + 5 \geq 4 - \sqrt{2} > 0.$$

$$(*) \Leftrightarrow 2 \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k 2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k 2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Với } x = \frac{\pi}{6} + k 2\pi, \quad x \in (0; 3\pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k 2\pi < 3\pi \Leftrightarrow \frac{-1}{12} < k < \frac{17}{12}.$$

$$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1\} \Rightarrow x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}\right\}.$$

$$\text{Với } x = \frac{5\pi}{6} + k 2\pi, \quad x \in (0; 3\pi) \Rightarrow 0 < \frac{5\pi}{6} + k 2\pi < 3\pi \Leftrightarrow \frac{-5}{12} < k < \frac{13}{12}.$$

$$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1\} \Rightarrow x \in \left\{\frac{5\pi}{6}; \frac{17\pi}{6}\right\}.$$

$$\text{Tập nghiệm của phương trình đã cho là: } S = \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}; \frac{17\pi}{6}\right\}.$$

Tổng tất cả các nghiệm là 6π .

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ đáy $ABCD$ là hình thang vuông

có $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$ và $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$; $SA = a\sqrt{3}$. Tính $\sin \alpha$ biết α là góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SCD)

- A. $\frac{\sqrt{30}}{20}$ B. $\frac{\sqrt{30}}{10}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{30}$. D. $\frac{\sqrt{20}}{30}$.

Lời giải

$$\text{Vì } \begin{cases} AA' // BB' \\ B'C' // BC \end{cases} \Rightarrow \widehat{(AA', B'C')} = \widehat{(BB', BC)}$$

$$\text{Ta có } AH = \frac{1}{2}BC = a \Rightarrow A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = a\sqrt{3}$$

$$\text{Vì } A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp (A'B'C') \Rightarrow A'H \perp A'B' \Rightarrow B'H = \sqrt{A'H^2 + A'B'^2} = 2a$$

$$\cos \widehat{B'BH} = \frac{BB'^2 + BH^2 - B'H^2}{2BB' \cdot BH} = \frac{4a^2 + a^2 - 4a^2}{2 \cdot 2a \cdot a} = \frac{1}{4}$$

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-3	2	$-\infty$

Hàm số $y = f(1-2x)+1$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Ta có: $y' = -2f'(1-2x)$.

Hàm số đồng biến khi $y' > 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 1-2x < 0 \\ 1 < 1-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < x < 1 \\ x < 0 \end{cases}$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ và $(-\infty; 0)$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-m}{x+2}$ (m là tham số). Để $\min_{x \in [-1; 1]} f(x) = \frac{1}{3}$ thì $m = \frac{a}{b}$, ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, b > 0$) và $\frac{a}{b}$

là phân số tối giản. Tổng $a+b$ bằng

A. -10 .

B. 10 .

C. 4 .

D. -4 .

Lời giải

+Ta có $f'(x) = \frac{4+m}{(x+2)^2}$.

+ Trường hợp 1: Với $m < -4$ thì $f'(x) < 0$

Khi đó $\min_{x \in [-1; 1]} f(x) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow f(1) = \frac{2-m}{3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m = 1$ (loại).

+ Trường hợp 2: Với $m = -4$. Khi đó $f(x) = 2$ là hàm không đổi (không thỏa đề bài).

+ Trường hợp 3: Với $m > -4$ thì $f'(x) > 0$.

Khi đó $\min_{x \in [-1; 1]} f(x) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow f(-1) = -2-m = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m = -\frac{7}{3}$

+Theo đề bài suy ra $a = -7, b = 3$. Vậy $a + b = -4$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	$\frac{3}{2}$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x)-1}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Xét phương trình $f^2(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f^2(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = -1 \end{cases}$.

Phương trình $f(x) = 1$ có một nghiệm $x = a$ với $a > -\frac{1}{2}$.

Phương trình $f(x) = -1$ có một nghiệm $x = b$ với $b < -\frac{1}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x)-1}$ có đường 2 đường tiệm cận đứng.

Câu 33: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C) (m là tham số thực). Tổng bình phương các giá trị của

m để đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B sao cho $OA \perp OB$ bằng

A. 3.

B. 12.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

+Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là

$$\frac{x^2 + mx - 1}{x - 1} = m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 + mx - 1 = mx - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ g(x) = x^2 + m - 1 = 0 \end{cases}$$

+ Đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt $A, B \Leftrightarrow g(x) = 0$ có hai nghiệm

phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 - m > 0 \\ g(1) = m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 1) \setminus \{0\}$.

+ Gọi $A(x_1; m), B(x_2; m)$. Khi đó x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$.

$$\text{Khi đó } OA \perp OB \Leftrightarrow x_1 x_2 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ m = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn}).$$

Vậy tổng bình phương các giá trị của m để đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm

$$A, B \text{ sao cho } OA \perp OB \text{ bằng } \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 3.$$

- Câu 34:** Gọi A, B là hai điểm di động và thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$. Độ dài đoạn AB bé nhất là
- A. $\sqrt{10}$. B. $2\sqrt{10}$. C. $\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Vì A, B thuộc hai nhánh của đồ thị $y = \frac{2x-1}{x+2}$ nên $A\left(a; 2 - \frac{5}{a+2}\right), B\left(b; 2 - \frac{5}{b+2}\right)$ với $a > -2, b < -2$.

$$\text{Khi đó } AB^2 = (a-b)^2 \cdot \left[1 + \frac{25}{(a+2)^2(b+2)^2}\right] = [(a+2) + (-b-2)]^2 \cdot \left[1 + \frac{25}{(a+2)^2(-b-2)^2}\right].$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

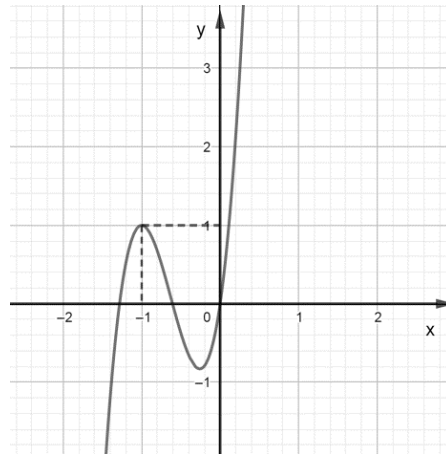
$$[(a+2) + (-b-2)]^2 \geq 4(a+2)(-b-2) \quad (1)$$

$$1 + \frac{25}{(a+2)^2 \cdot (-b-2)^2} \geq \frac{10}{(a+2)(-b-2)} \quad (2). \text{ Từ (1) và (2) suy ra } AB^2 \geq 40 \Rightarrow AB \geq 2\sqrt{10}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} a+2 = -2-b \\ 1 = \frac{25}{(a+2)^2(-b-2)^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{5}-2 \\ b = -2-\sqrt{5} \end{cases}. \text{ Vậy } AB_{\min} = 2\sqrt{10}.$$

- Câu 35:** Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f\left(f\left(\sqrt{f(x)}\right) + f(x) + 2\sqrt{f(x)}\right) - f(1) = 0$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.



Lời giải

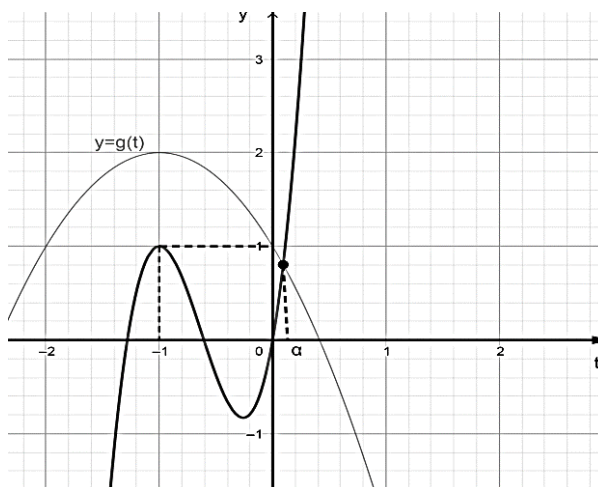
Đặt $t = \sqrt{f(x)}, t \geq 0$. Ta có: $f(f(t) + t^2 + 2t) - f(1) = 0$ (*).

Với $t \geq 0$: $f(t) \geq 0$ và $f(t) + t^2 + 2t \geq 0$. Theo đồ thị, hàm $f(u)$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.

Do đó, $(*) \Leftrightarrow f(f(t) + t^2 + 2t) = f(1) \Leftrightarrow f(t) + t^2 + 2t = 1$

$\Leftrightarrow f(t) = 1 - t^2 - 2t \Leftrightarrow f(t) = g(t) (**)$ (với $g(t) = 1 - t^2 - 2t, t \geq 0$)

Vì hàm $f(t)$ đồng biến và $g(t)$ nghịch biến trên $[0; +\infty)$ và $f(1) > 0, g(1) < 0$ nên phương trình $(**)$ có nghiệm duy nhất $t = \alpha \in (0; 1)$



Khi đó, $t = \alpha \Leftrightarrow f(x) = \alpha^2, \alpha^2 \in (0; 1)$ $(***)$.

Vì đồ thị hàm $f(x)$ cắt đường thẳng $y = \alpha^2$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $(***)$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Biết $f(-2) = -5$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$							

Tìm m để phương trình $f(x^2 - 2) = 2m - x^2$ có nghiệm thuộc $[0; 1)$

A. $\frac{-5}{2} < m < \frac{-1}{2}$.
B. $\frac{-5}{2} \leq m \leq \frac{-1}{2}$.
C. $\frac{-5}{2} \leq m < \frac{-1}{2}$.
D. $\begin{cases} m < \frac{-5}{2} \\ m \geq \frac{-1}{2} \end{cases}$

Lời giải

Ta có: $f(x^2 - 2) = 2m - x^2 \Leftrightarrow f(x^2 - 2) + x^2 - 2 = 2m - 2$ (1).

Đặt $t = x^2 - 2$. Vì $x \in [0; 1)$ nên $t \in [-2; -1)$.

Phương trình (1) trở thành: $f(t) + t = 2m - 2$ (2).

Phương trình (1) có nghiệm $x \in [0; 1) \Leftrightarrow$ phương trình (2) có nghiệm $t \in [-2; -1)$.

Xét hàm số $g(t) = f(t) + t \Rightarrow g'(t) = f'(t) + 1 \geq 0 \forall t \in [-2; -1)$

Bảng biến thiên:

t	-2	-1
$g'(t)$	$+$	
$g(t)$		

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình (2) có nghiệm $t \in [-2; -1] \Leftrightarrow g(-2) \leq 2m - 2 < g(-1)$
 $\Leftrightarrow f(-2) - 2 \leq 2m - 2 < f(-1) - 1 \Leftrightarrow -7 \leq 2m - 2 < -3 \Leftrightarrow \frac{-5}{2} \leq m < \frac{-1}{2}.$

Câu 37. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (3m^2 + 4m + 5)x + 2022$ và

$g(x) = (m^2 + 2m + 5)x^3 - (2m^2 + 4m + 9)x^2 - 3x + 2$ (với m là tham số). Hỏi phương trình $g(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 9.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Có $f'(x) = x^2 - 2(m+1)x + 3m^2 + 4m + 5 = (x - m - 1)^2 + (m+1)^2 + m^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}, \forall m \in \mathbb{R}$ mà $f(x)$ là hàm bậc ba nên phương trình $f(x) = a$ luôn có nghiệm duy nhất $\forall a \in \mathbb{R}$ (1).

$$\text{Có } g(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)[(m^2 + 2m + 5)x^2 + x - 1] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ (m^2 + 2m + 5)x^2 + x - 1 = 0(2). \end{cases}$$

Vì $-1 \cdot (m^2 + 2m + 5) < 0$ nên phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $x_1, x_2 \neq 2$ do đó phương trình $g(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt: $2, x_1, x_2$. Vậy:

$$g(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ f(x) = x_1 \\ f(x) = x_2 \end{cases}$$

Kết hợp với (1) suy ra phương trình $g(f(x)) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 38: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm cạnh BB' . Mặt phẳng $(MA'D)$ cắt cạnh BC tại K . Thể tích khối đa diện lồi $A'B'C'D'MKCD$ bằng

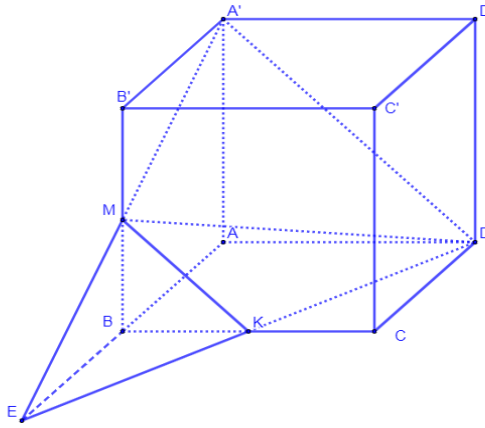
A. $\frac{7}{24}$.

B. $\frac{7}{17}$.

C. $\frac{1}{24}$.

D. $\frac{17}{24}$.

Lời giải



Kéo dài $A'M$ và AB cắt nhau tại E . Suy ra $K = DE \cap BC$.

Dễ thấy B là trung điểm EA và K là trung điểm BC

$$\text{Có } V_{A'B'C'D'MKCD} = V - V_{A'ADMBK} = V - (V_{A'.ADE} - V_{M.BEK}) = 1 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{24} \right) = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}.$$

Câu 39. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh AB , góc giữa AA' và mặt đáy của hình lăng trụ đã cho bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $A'.BCC'B'$ bằng

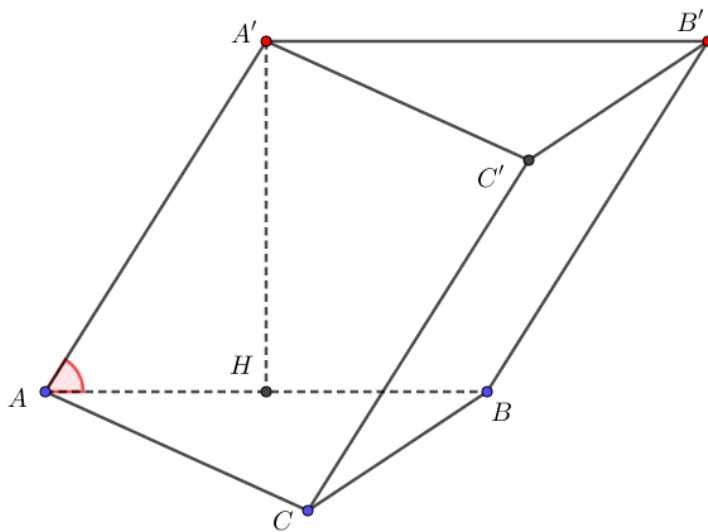
A. $V = \frac{a^3}{4}$.

B. $V = \frac{a^3}{8}$.

C. $V = \frac{3a^3}{4}$.

D. $V = \frac{3a^3}{8}$.

Lời giải



$$\text{Ta có: } (\widehat{AA'}, (\widehat{ABC})) = (\widehat{AA'}, AH) = \widehat{A'AH} = 60^\circ \Rightarrow A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}.$$

$$\Rightarrow V_{A'.BCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A'.ABC} = V_{ABC.A'B'C'} - \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3}{4}. \text{ Vậy } V = \frac{a^3}{4}.$$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, tam giác ABC vuông cân tại A và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD . Biết $AB = a$, khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a}{4}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

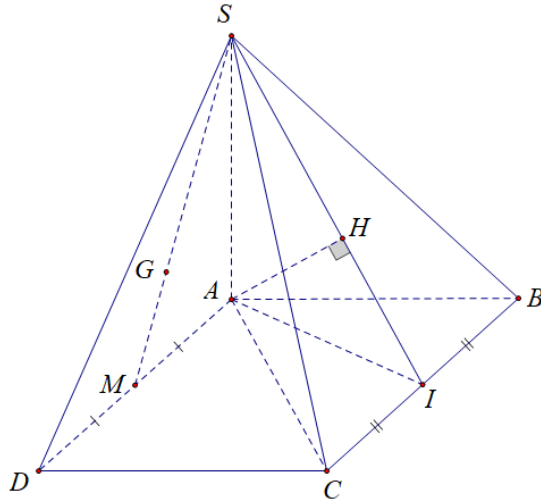
A. $\frac{3a^3}{\sqrt{46}}$.

B. $\frac{a^3}{\sqrt{46}}$.

C. $\frac{2a^3}{3\sqrt{46}}$.

D. $\frac{2a^3}{\sqrt{46}}$.

Lời giải



Gọi I, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BC và SI , ta có

$$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AI \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BC \perp (SAI) \\ AH \subset (SAI) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SI \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH \quad (1)$$

Gọi M là trung điểm AD , G là trọng tâm $\triangle SAD$, ta có:

$$MS = \frac{3}{2}GS \Rightarrow d(M, (SBC)) = \frac{3}{2}d(G, (SBC)) = \frac{3}{2} \cdot \frac{a}{4} = \frac{3a}{8}.$$

$$\text{Mà } AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{3a}{8} \quad (2). \text{ Từ (1) và (2) suy ra } AH = \frac{3a}{8}.$$

$$\text{Mặt khác tam giác } ABC \text{ vuông cân tại } A \text{ và } AB = a \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SAI \text{ có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AI^2} \Rightarrow SA = \frac{3a}{\sqrt{46}}.$$

$$\text{Diện tích đáy } S_{ABCD} = 2.S_{ABC} = a^2. \text{ Suy ra } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{\sqrt{46}}.$$

Câu 41: Trong một lần dạo chơi, An vô tình lạc vào một mê cung là một đa giác lồi có 33 cạnh. Để thoát khỏi mê cung thì An phải đi đúng 2 lần với cùng quy luật sau: “Với L là tập hợp các tam giác tạo từ ba đỉnh của đa giác, từ hai tam giác bất kì trong L , An phải đi theo một tam giác có đúng một cạnh là cạnh của đa giác và một tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác (không phân biệt thứ tự đi)”. Giả sử tất cả các lần đi của An đều đúng thì xác suất thoát khỏi mê cung của An xấp xỉ là bao nhiêu?

A. 0,0456.

B. 0,1243.

C. 0,2872.

D. 0,0825.

Lời giải

Đa giác lồi có 33 cạnh nên có 33 đỉnh.

Số tam giác có 3 đỉnh là ba đỉnh của đa giác là: $C_{33}^3 = 5456$.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{5456}^2 = 14881240$.

Số tam giác có hai cạnh là hai cạnh của đa giác là: 33.

Số tam giác có đúng 1 cạnh là cạnh của đa giác là: $33 \cdot 29 = 957$.

Số tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác là: $5456 - 33 - 957 = 4466$.

Gọi A là biến cố “hai tam giác được chọn có một tam giác có một cạnh là cạnh của đa giác và một tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác”.

Số phần tử của A là: $n(A) = C_{957}^1 C_{4466}^1 = 4273962$.

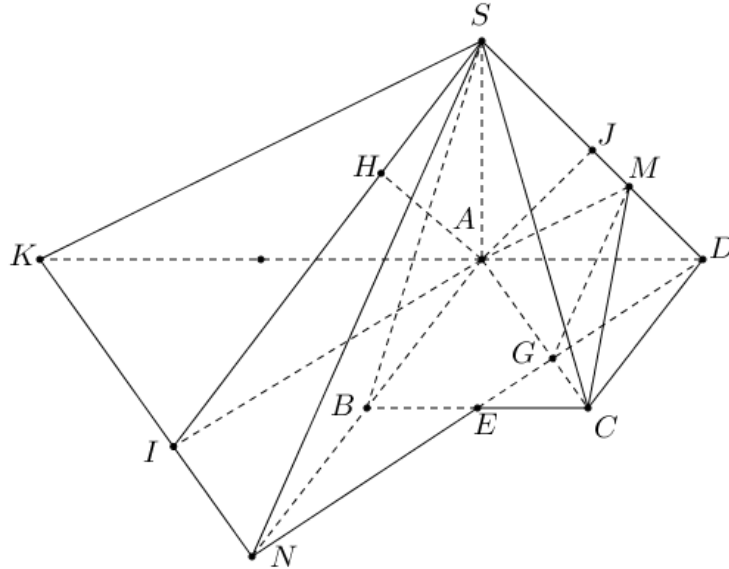
$$\text{Suy ra xác suất của biến cố } A \text{ là: } p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4273962}{14881240} \approx 0,2872.$$

Vậy xác suất để An thoát khỏi mê cung là: $0,2872^2 \approx 0,0825$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2a$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MS} = -2\overrightarrow{MD}$ và $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AB}$. Biết góc tạo bởi đường thẳng SN với mặt phẳng (SCD) bằng 30° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SN và CM là

- A. $\frac{a\sqrt{51}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{33}}{4}$. C. $\frac{4a}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải



Từ giả thiết ta có M thuộc đoạn SD và $MD = \frac{1}{3}DS$; B là trung điểm của đoạn AN .

Gọi E, G lần lượt là giao điểm của đường thẳng ND với BC và AC , khi đó E là trung điểm của đoạn BC . Dễ thấy E là trung điểm của đoạn ND và G thỏa mãn hệ thức $DG = \frac{2}{3}DE = \frac{1}{3}DN$.

Do $\left. \begin{array}{l} DC \perp AD \\ DC \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow DC \perp (SAD)$. Kẻ $AJ \perp SD$ tại J .

Vì tam giác SAD vuông cân tại A nên J là trung điểm của đoạn SD .

Do $AJ \perp DC$ (vì $AJ \subset (SAD)$ và $DC \perp (SAD)$) nên $AJ \perp (SDC)$

Suy ra $AJ = d(A, (SCD)) = \frac{SD}{2} = a\sqrt{2}$.

Do góc tạo bởi SN với (SCD) bằng 30° nên $\sin 30^\circ = \frac{d(N, (SCD))}{SN} = \frac{d(A, (SCD))}{SN} = \frac{AJ}{SN}$

(do $AN \parallel CD \Rightarrow AN \parallel (SCD)$) $\Rightarrow SN = 2a\sqrt{2}$ và $AN = 2a$.

Trong mặt phẳng (SND) do $\frac{DM}{DS} = \frac{DG}{DN} = \frac{1}{3}$, theo định lý Ta-lét ta được $MG \parallel SN$ (1).

Gọi K là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{DK} = 3\overrightarrow{DA}$, khi đó $DK = 3DA = 6a \Rightarrow AK = 4a$.

Trong mặt phẳng (SDK) có $\frac{DM}{DS} = \frac{DA}{DK} = \frac{1}{3}$, theo định lý Ta-lét ta được $AM \parallel SK$ (2). Từ (1), (2) suy ra

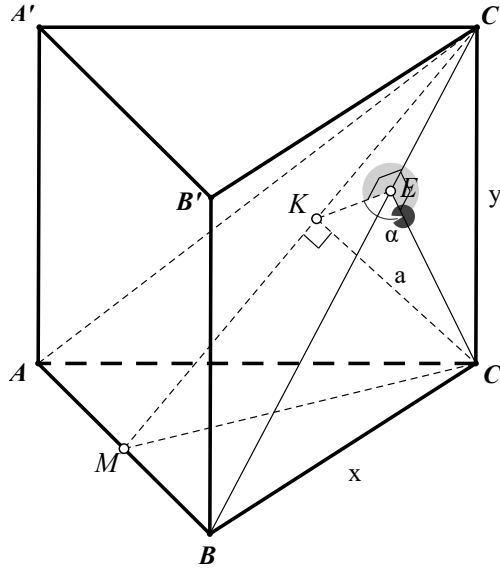
$(AMC) \parallel (SNK) \Rightarrow d(CM, SN) = d((AMC), (SNK)) = d(A, (SNK)) = d$.

Do SA, AK, AN đôi một vuông góc tại A nên

$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{16a^2} = \frac{9}{16a^2}$ suy ra $d = \frac{4a}{3}$. Vậy $d(CM, SN) = \frac{4a}{3}$.

- Câu 43.** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a , góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng
- A. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC

$$\text{Do } \begin{cases} AB \perp CC' \\ AB \perp CM \end{cases} \Rightarrow AB \perp (MCC') \Rightarrow (ABC') \perp (MCC').$$

Kẻ CK vuông góc với CM tại K thì ta được $CK \perp (ABC')$, do đó $CK = d(C; (ABC')) = a$.

$$\text{Đặt } BC = x, CC' = y, (x > 0, y > 0), \text{ ta được: } CM = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

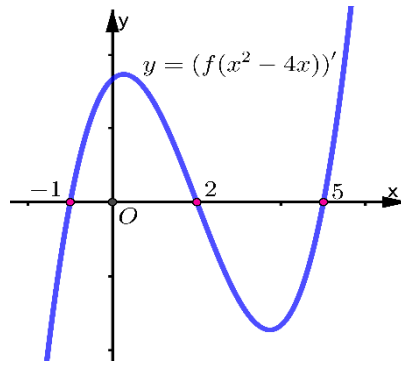
$$\frac{1}{CM^2} + \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CK^2} \Leftrightarrow \frac{4}{3x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{a^2} \quad (1).$$

$$\text{Kẻ } CE \perp BC' \text{ tại } E, \text{ ta được } \widehat{KEC} = \alpha, EC = \frac{KC}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sqrt{1 - \frac{1}{12}}} = a\sqrt{\frac{12}{11}}.$$

$$\text{Lại có } \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{CE^2} = \frac{11}{12a^2} \quad (2). \text{ Giải (1), (2) ta được } x = 2a, y = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là: } V = y \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$$

- Câu 44:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f(x^2 - 4x)$ có đồ thị của đạo hàm như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^4 - 6|x|^3 + 5x^2 + 12|x|)$ bằng



A. 11.

B. 15.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

Đặt $h(x) = f(x^2 - 4x)$, khi đó $h'(x) = (f(x^2 - 4x))' = (2x - 4)f'(x^2 - 4x)$. Ta có: $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$.

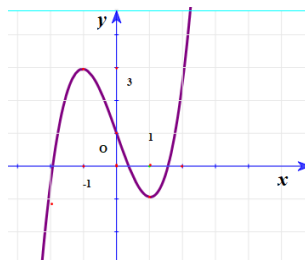
Đặt $g(x) = f(x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 12x)$, khi đó $g(|x|) = f(x^4 - 6|x|^3 + 5x^2 + 12|x|)$ và $g(|x|)$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$. Ta có $g(x) = f(x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 12x) = f((x^2 - 3x)^2 - 4(x^2 - 3x)) = h(x^2 - 3x)$.

Suy ra $g'(x) = (h(x^2 - 3x))' = (2x - 3)h'(x^2 - 3x)$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ h'(x^2 - 3x) = 0 \end{cases}$.

Ta có $h'(x^2 - 3x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x = 5 \\ x^2 - 3x = 2 \\ x^2 - 3x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x - 5 = 0 \\ x^2 - 3x - 2 = 0 \\ x^2 - 3x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2} \\ x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$.

Do đó phương trình $g'(x) = 0$ có 5 nghiệm dương bội lẻ, suy ra hàm số $g(|x|)$ có 11 điểm cực trị.

Câu 45: Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = [xf(x-1)]^2$ là



A. 9.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

♦ Đặt: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Ta có: đồ thị giao với trục Oy tại điểm $(0; 1) \Rightarrow d = 1$.

♦ Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là $(-1; 3)$; $(1; -1)$ nên

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a - 2b + c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ a + b + c + 1 = -1 \\ -a + b - c + 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = 1 \\ c = -3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x + 1.$$

$$\Rightarrow f(x-1) = (x-1)^3 - 3(x-1) + 1 = x^3 - 3x^2 + 3 \Rightarrow f'(x-1) = 3x^2 - 6x.$$

$$\diamond g(x) = [xf'(x-1)]^2 \Rightarrow g'(x) = 2xf'(x-1)[f'(x-1) + xf''(x-1)].$$

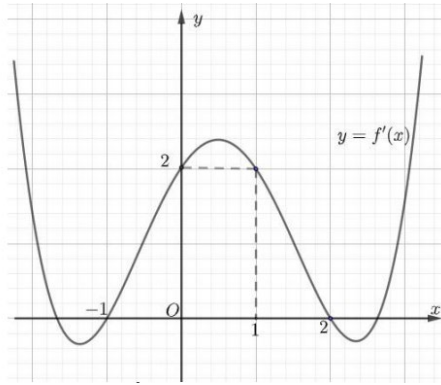
$$\Rightarrow g'(x) = 2x(x^3 - 3x^2 + 3)(4x^3 - 9x^2 + 3).$$

$$\text{Suy ra } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^3 - 3x^2 + 3 = 0 \\ 4x^3 - 9x^2 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x \approx 2,532 \\ x \approx 1,347 \\ x \approx -0,879 \\ x \approx 2,076 \\ x \approx 0,694 \\ x \approx -0,52 \end{cases}$$

$g'(x)$ là phương trình bậc 7 và có 7 nghiệm phân biệt nên hàm số $g(x)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số tham số m nguyên thuộc đoạn $[-20; 20]$ để hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$ biết

$$g(x) = 3f(-x^3 - 3x + m) + (x^3 + 3x - m)^2(-2x^3 - 6x + 2m - 6).$$



A. 23.

B. 21.

C. 5.

D. 17.

Lời giải

$$g(x) = 3f(-x^3 - 3x + m) + 2(-x^3 - 3x + m)^2(-x^3 - 3x + m - 3)$$

$$= 3f(-x^3 - 3x + m) + 2(-x^3 - 3x + m)^3 - 6(-x^3 - 3x + m)^2$$

Ta có

$$g'(x) = -9(x^2 + 1)f'(-x^3 - 3x + m) - 18(x^2 + 1)(-x^3 - 3x + m)^2 + 36(x^2 + 1)(-x^3 - 3x + m)$$

Để hàm số nghịch biến trên $(-1; 2)$

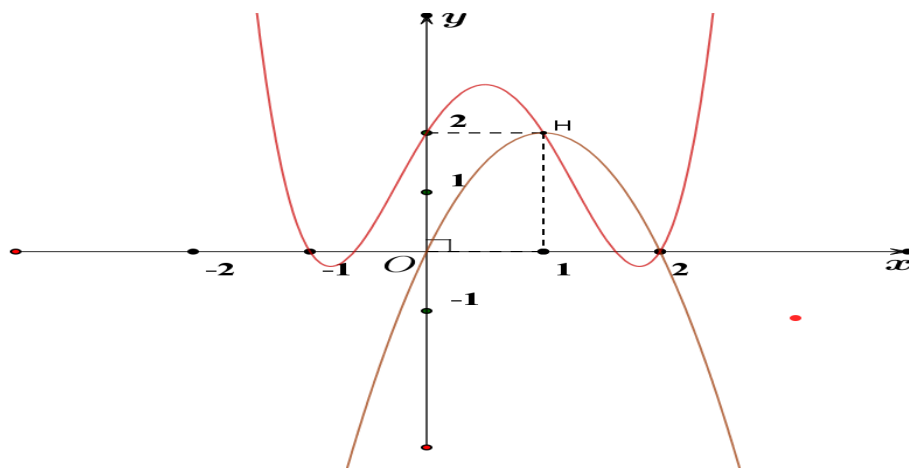
$$g'(x) \leq 0 \forall x \in (-1; 2) \Leftrightarrow f'(-x^3 - 3x + m) + 2(-x^3 - 3x + m)^2 - 4(-x^3 - 3x + m) \geq 0 \forall x \in (-1; 2)$$

$$\Leftrightarrow f'(-x^3 - 3x + m) \geq -2(-x^3 - 3x + m)^2 + 4(-x^3 - 3x + m) \forall x \in (-1; 2)$$

Đặt $t = -x^3 - 3x + m$. Với $x \in (-1; 2)$ ta có $t' = -3x^2 - 3 < 0 \forall x \in (-1; 2) \Rightarrow t \in (m - 14; m + 4)$

Xét bất phương trình (1) $f'(t) \geq -2t^2 + 4t$ (1)

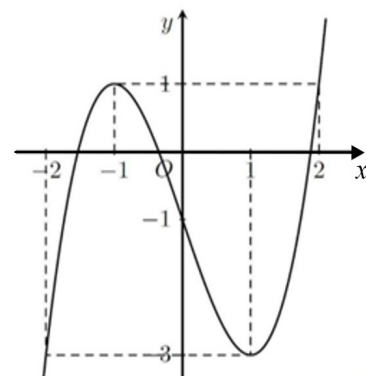
Đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = -2t^2 + 4t$ trên cùng hệ trục tọa độ



$$\text{Đề (1) luôn đúng} \Leftrightarrow \begin{cases} t \in (m-14, m+4) \\ t \leq 1 \\ t \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \in (m-14, m+4) \\ t \leq 1 \\ t \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+4 \leq 1 \\ m-14 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 16 \end{cases}.$$

Do $m \in [-20; 20]$ nên số giá trị của m là $(-3+20)+1+(20-16)+1 = 23$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(f(x) + 2m) + 1 = f(x) + 2m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt trên $[-1; 1]$ là



A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Ta có $f(f(x) + 2m) + 1 = f(x) + 2m \Leftrightarrow f(t) = t - 1$

Với $t = f(x) + 2m$

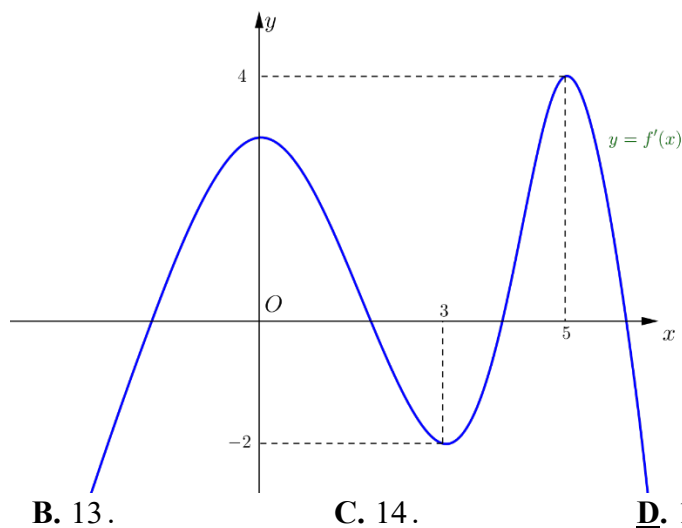
$$\text{Dựa vào đồ thị ta có } f(t) = t - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 0 \\ t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -2m - 2 \\ f(x) = -2m \\ f(x) = -2m + 2 \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị trên $[-1; 1]$, phương trình $f(f(x) + 2m) + 1 = f(x) + 2m \Leftrightarrow f(t) = t - 1$ có đúng 3 nghiệm phân biệt khi

$$\begin{cases} -3 \leq -2m - 2 \leq 1 \\ -3 \leq -2m \leq 1 \\ -3 \leq -2m + 2 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 2m \leq 1 \\ -1 \leq 2m \leq 3 \\ 1 \leq 2m \leq 5 \end{cases} \Rightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Vậy không có giá trị nguyên nào của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-20; 20]$ để hàm số $y = f(9 - 2x) + \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + (m + 3)x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?



A. 22.

B. 13.

C. 14.

D. 12.

Lời giải

Xét hàm số: $y = g(x) = f(9-2x) + \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + (m+3)x + 1$.

Đạo hàm: $g'(x) = -2f'(9-2x) + x^2 - 4x + m + 3$.

Để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên R thì ta phải có: $g'(x) = -2f'(9-2x) + x^2 - 4x + m + 3 \geq 0$ với $\forall x \in R \Leftrightarrow m \geq 2f'(9-2x) - x^2 + 4x - 3$ với $\forall x \in R$.

Ta biến đổi: $\Leftrightarrow m \geq 2f'(9-2x) - (x-2)^2 + 1$ với $\forall x \in R$.

Suy ra: $\Leftrightarrow m \geq \max_{x \in R} \{2f'(9-2x) - (x-2)^2 + 1\}$.

Để thấy được: $f'(9-2x) \leq 4$ và dấu "=" xảy ra khi: $(9-2x) = 5 \Leftrightarrow x = 2$.

Suy ra: $2f'(9-2x) - (x-2)^2 + 1 \leq 2 \cdot 4 - 0 + 1 = 9$; dấu "=" xảy ra khi: $x = 2$.

Suy ra: $m \geq \left[\max_{x \in R} \{2f'(9-2x) - (x-2)^2 + 1\} = 9 \right] \xrightarrow{m \in [-20; 20]} m = \{9; 10; \dots; 20\}$.

Vậy có 12 giá trị nguyên thỏa mãn.

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên có độ dài bằng $2a$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, B'C'$ và DD' . Thể tích của khối tứ diện $MNPC'$ bằng

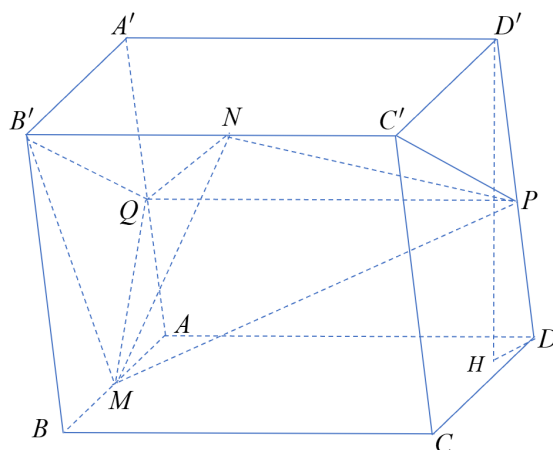
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

D. $\frac{a^3}{8}$.

Lời giải



+ Gọi Q là trung điểm của AA' thì $B'QPC'$ là hình bình hành nên diện tích tam giác NPC' bằng diện tích tam giác NQB' . Từ đó suy ra $V_{M.NPC'} = V_{M.NQB'}$.

+ Mặt khác: $S_{\triangle MQB'} = S_{\triangle ABB'A'} - S_{\triangle BMB'} - S_{\triangle MAQ} - S_{\triangle QA'B'}$

$$= S_{ABB'A'} - \frac{1}{4}S_{ABB'A'} - \frac{1}{8}S_{ABB'A'} - \frac{1}{4}S_{ABB'A'} = \frac{3}{8}S_{ABB'A'} \text{ và } \frac{d(N, (ABB'A'))}{d(C', (ABB'A'))} = \frac{1}{2}$$

$$+ \text{Do đó: } \frac{V_{N.MQB'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot S_{\triangle B'QM} \cdot d(N, (ABB'A'))}{S_{ABB'A'} \cdot d(C', (ABB'A'))} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

$$+ \text{Kẻ } D'H \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{D'DH} = 60^\circ \Rightarrow D'H = D'D \cdot \sin 60^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^2 \cdot a\sqrt{3} = \sqrt{3}a^3. \text{ Vậy } V_{M.NPC'} = \frac{\sqrt{3}a^3}{16}.$$

Câu 50. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AB và $B'C$ bằng $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$, khoảng cách giữa 2 đường thẳng BC và AB' bằng $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AC và BD' bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích khối hộp chữ nhật đã cho.

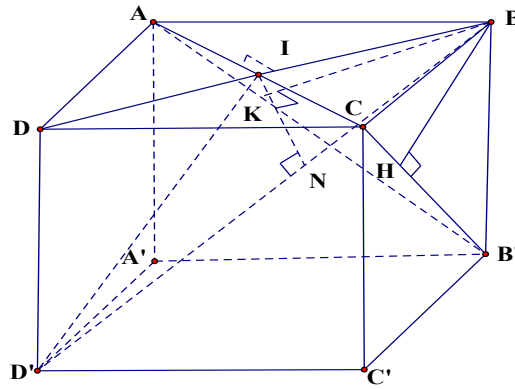
A. $4a^3$.

B. $2a^3$.

C. $6a^3$.

D. $8a^3$.

Lời giải



$$\text{Kẻ } BH \perp B'C = \{H\}; BK \perp AB' = \{K\}.$$

Do DB là hình chiếu vuông góc của BD' trên mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi $I = DB \cap AC$, kẻ $IN \perp BD' = \{N\}$.

Khi đó BH, BK lần lượt là đường vuông góc chung của các cặp đường thẳng: AB và $B'C$, BC và AB' .

$$\text{Suy ra } BH = BK = \frac{2a\sqrt{5}}{5} \text{ suy ra } AB = BC \text{ nên tứ giác } ABCD \text{ là hình vuông. Ta có}$$

$$AC \perp (BDD'B') \Rightarrow AC \perp IN \text{ nên } IN \text{ là đoạn vuông góc chung của } AC \text{ và } BD'.$$

$$\text{Suy ra } IN = \frac{a\sqrt{3}}{3}. \text{ Đặt } AB = AD = x, AA' = y \text{ (} x, y > 0 \text{)}.$$

$$BD'^2 = 2x^2 + y^2; S_{\triangle ID'B} = S_{\triangle BDD'} - S_{\triangle DID'} = S_{DD'I} = \frac{1}{2}y \cdot \frac{\sqrt{x^2 + x^2}}{2} = \frac{xy\sqrt{2}}{4}.$$

$$IN = \frac{2S_{\triangle ID'B}}{BD'} = \frac{xy\sqrt{2}}{2\sqrt{2x^2 + y^2}}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{5}{4a^2} \\ \frac{xy\sqrt{2}}{2\sqrt{2x^2 + y^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{4a^2 y^2}{5y^2 - 4a^2} \\ y^2 - 4a^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{4a^2 y^2}{5y^2 - 4a^2} \\ y = 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ y = 2a \end{cases}.$$

$$\Rightarrow V = x^2 y = 2a^3.$$