

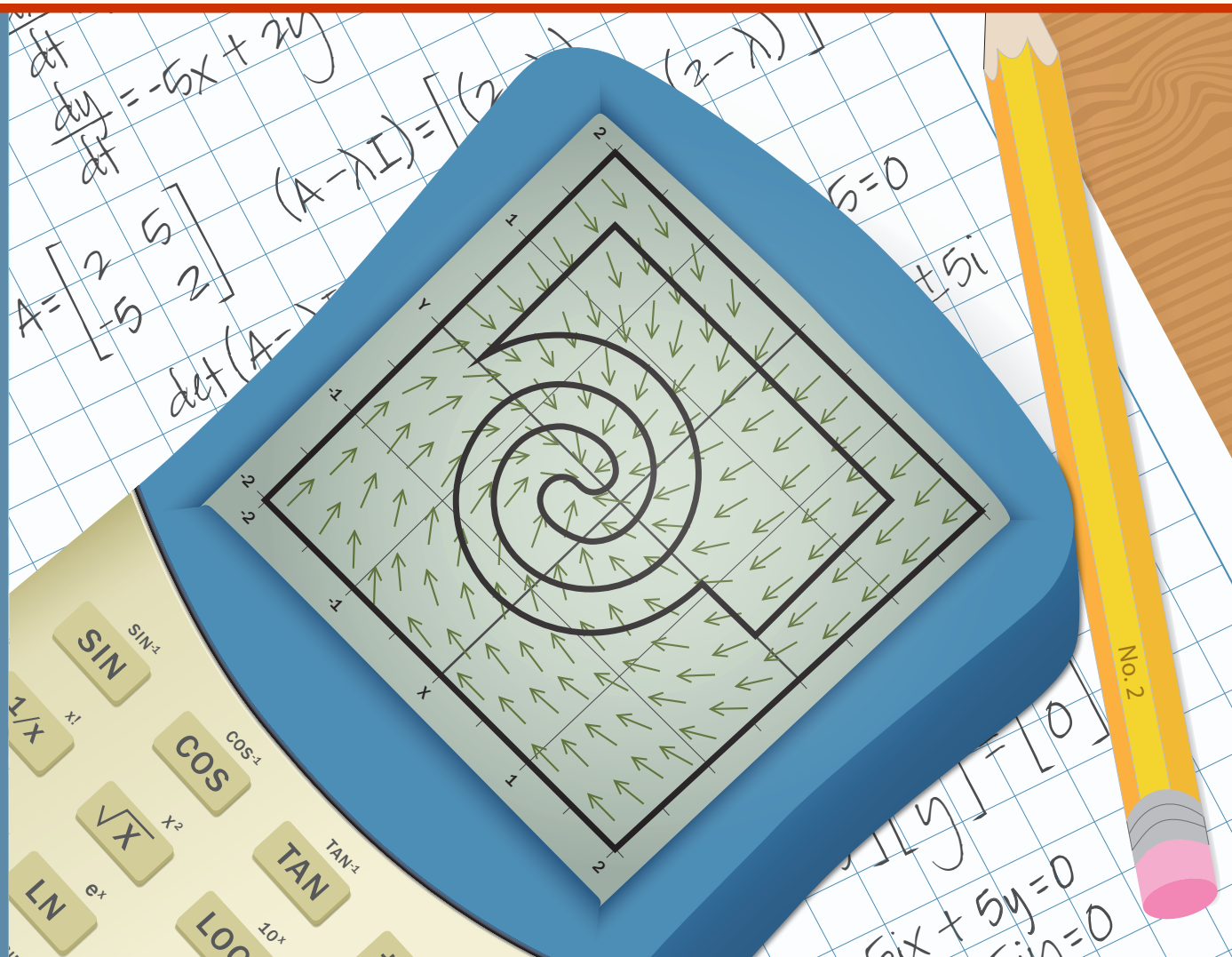
PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN TRẮC NGHIỆM

GIẢI TÍCH

12

Chương 4

SỐ PHỨC



MATHEMATICS

MỤC LỤC

CHƯƠNG 4	SỐ PHỨC	TRANG	3
1	Số phức và các phép toán trên tập số phức		3
2	Phương trình trên tập số phức		10
3	Biểu diễn hình học của số phức		23
4	Bài toán quỹ tích		27
5	Cực trị trong số phức		38



Thầy NGUYỄN NGỌC DŨNG - THPT TẠ QUANG BỬU



CHỦ ĐỀ 1 : SỐ PHỨC VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP SỐ PHỨC

- + Số phức là số có dạng $z = a + bi$, với $i^2 = -1$.
- + a được gọi là *phần thực*, b được gọi là *phần ảo*, i được gọi là *đơn vị ảo*.
- + Tập hợp các số phức được kí hiệu là $\mathbb{C}$.
- + Mỗi số thực a được gọi là một số phức với phần ảo bằng 0, nghĩa là $a = a + 0i$.
- + **Số thuần ảo** là số có phần thực bằng 0.
- + $a + bi = c + di \Leftrightarrow a = c$ và $b = d$.
- + $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$.
- + $\bar{z} = \overline{a + bi} = a - bi$.
- + $\overline{\bar{z}} = z$.
- + $|\bar{z}| = |z|$.

Công thức mô-đun số phức:

a) $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$.

b) $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$.

c) $|z|^2 = |z^2|$;

d) $|z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$ (Công thức trung tuyến).

!

Công thức số phức liên hợp:

a) $z = \bar{\bar{z}}$;

b) $\overline{z^{-1}} = (\bar{z})^{-1}, \forall z \neq 0$;

c) $z \cdot \bar{z} = |z|^2$;

d) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$;

e) $\overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z}_1 \pm \bar{z}_2$;

f) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2} \right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}, z_2 \neq 0$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho số phức $z = 1 - i + i^3$. Tìm phần thực a và phần ảo b của z .

- A. $a = 0, b = 1$. B. $a = -2, b = 1$. C. $a = 1, b = 0$. D. $a = 1, b = -2$.

Câu 2. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $3 - 2\sqrt{2}i$. Tìm a, b .

- A. $a = 3; b = 2$. B. $a = 3; b = 2\sqrt{2}$. C. $a = 3; b = \sqrt{2}$. D. $a = 3; b = -2\sqrt{2}$.

Câu 3. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

- A. $z = -i + 2017$. B. $z = -2 - 3i$. C. $z = 2$. D. $z = 2017i$.

Câu 4. Cho số phức $z = 4 - 5i$. Xác định phần thực, phần ảo của z .

- A. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng -5 . B. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng $5i$.
C. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng $-5i$. D. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng 5.

Câu 5. Cho số phức $z = m^3 - 3m + 2 + (m + 2)i$. Tìm tất cả các giá trị m để số phức z là số thuần ảo.

- A. $m = 1; m = -2$. B. $m = 1$.
C. $m = -2$. D. $m = 0; m = 1; m = 2$.

Câu 6. Tìm phần thực của số phức $z = -3i$.

- A. 3. B. 0. C. -3 . D. i .

Câu 7. Cho số phức $z = a + bi$, trong đó a, b là các số thực. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. z là số thuần ảo $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$. B. z là số thuần ảo $\Leftrightarrow a = 0$.
C. z là số thực $\Leftrightarrow b = 0$. D. z là số thuần ảo $\Leftrightarrow \bar{z}$ là số thuần ảo.

Câu 8. Với x, y là các số thực thì số phức $z = x - 1 + (y + 2)i$ là số ảo khi

- A. $x \neq 1, y = -2$. B. $x = 1$. C. $y = -2$. D. $x = 1, y \neq -2$.

Câu 9. Tính mô-đun của số phức $z = 3 - 8i$.

- A. $|z| = \sqrt{73}$. B. $|z| = 3$. C. $|z| = 8$. D. $|z| = 73$.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của a sao cho số phức $w = a + 1 + ai$ có mô-đun bằng 1.

- A. $a = 0, a = 1$. B. $a = 0, a = -1$. C. $a = 1$. D. $a = -1$.

Câu 11. Tính mô-đun của số phức $z = -2 + 5i$.

- A. 29. B. 3. C. $\sqrt{21}$. D. $\sqrt{29}$.

Câu 12. Tìm phần ảo của số phức $z = m + (3m + 2)i$ (m là tham số thực âm), biết rằng $|z| = 2$.

- A. 0. B. $-\frac{6}{5}$. C. $-\frac{8}{5}$. D. 2.

Câu 13. Cho số phức $z = (m - 1) + (m - 2)i$ với ($m \in \mathbb{R}$). Để $|z| \leq \sqrt{5}$ thì

- A. $-3 \leq m \leq 0$. B. $0 \leq m \leq 3$. C. $\begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \leq -6 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

Câu 14. Trong các kết luận sau, kết luận nào là sai?

- A. Mô-đun của số phức z là một số ảo.
- B. Mô-đun của số phức $z \neq 0$ là một số thực dương.
- C. Mô-đun của số phức z là một số thực không âm.
- D. Mô-đun của số phức $z = 0$ là 0.

Câu 15. Tìm số thực a để số phức $z = a + (a - 1)i$ có $|z| = 1$.

- A. $a = \frac{3}{2}$.
- B. $a = 0$ hoặc $a = 1$.
- C. $a = \frac{1}{2}$.
- D. $|a| = 1$.

Câu 16. Số đối của số phức $z = 2 + 5i$ là

- A. $\frac{2}{29} - \frac{5}{29}i$.
- B. $-2 + 5i$.
- C. $-2 - 5i$.
- D. $2 - 5i$.

Câu 17. Cho số phức $z = -1 + 3i$. Phần ảo của số phức liên hợp của z là

- A. $3i$.
- B. 1.
- C. 3.
- D. -3 .

Câu 18. Cho số phức $z = 2 + 3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -3 .
- B. Phần thực bằng -2 và phần ảo bằng 3.
- C. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $-3i$.
- D. Phần thực bằng -2 và phần ảo bằng $3i$.

Câu 19. Cho số phức $z = -5 + 2i$. Phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ là

- A. Phần thực bằng $2i$ và phần ảo bằng -5 .
- B. Phần thực bằng -5 và phần ảo bằng $2i$.
- C. Phần thực bằng -5 và phần ảo bằng -2 .
- D. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -5 .

Câu 20. Cho số phức $z = a + bi$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Phần thực, phần ảo của z lần lượt là b, a .
- B. Số phức liên hợp của z là $a - bi$.
- C. Số đối của z là $-a - bi$.
- D. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 21. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + 3i$ là

- A. $\bar{z} = 3 - 2i$.
- B. $\bar{z} = -2 - 3i$.
- C. $\bar{z} = 2 - 3i$.
- D. $\bar{z} = -2 + 3i$.

Câu 22. Cho số phức $z = 7 - i\sqrt{5}$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. Phần thực bằng 7 và phần ảo bằng $\sqrt{5}$.
- B. Phần thực bằng -7 và phần ảo bằng $\sqrt{5}$.
- C. Phần thực bằng 7 và phần ảo bằng $i\sqrt{5}$.
- D. Phần thực bằng 7 và phần ảo bằng $-\sqrt{5}$.

Câu 23. Cho số phức $\bar{z} = 2016 - 2017i$. Tìm phần thực phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực bằng 2016 và phần ảo bằng $-2017i$.
- B. Phần thực bằng 2016 và phần ảo bằng -2017 .

C. Phần thực bằng 2017 và phần ảo bằng $-2016i$.

D. Phần thực bằng 2016 và phần ảo bằng 2017.

Câu 24. Cho số phức $z = -1 - \sqrt{2}i$. Phần thực, phần ảo của số phức liên hợp của số phức z là?

A. Phần thực là -1 và phần ảo $-\sqrt{2}i$.

B. Phần thực là -1 và phần ảo $\sqrt{2}i$.

C. Phần thực là -1 và phần ảo $-\sqrt{2}$.

D. Phần thực là -1 và phần ảo $\sqrt{2}$.

Câu 25. Cho số phức $z = 5 - 7i$. Xác định phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $-7i$. B. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -7 .

C. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng 7. D. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $7i$.

Câu 26. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 2i$.

A. $\bar{z} = 2 + 3i$.

B. $\bar{z} = 3 + 2i$.

C. $\bar{z} = -3 - 2i$.

D. $\bar{z} = -3 + 2i$.

Câu 27. Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $z = 7 - 4i$.

B. $z = 2 + 5i$.

C. $z = -2 + 5i$.

D. $z = 3 - 10i$.

Câu 28. Phần thực và phần ảo của số phức $z = \left(\frac{7-i}{4+3i} - 2 \right)^2$ lần lượt là

A. 0 và 2.

B. 1 và 2.

C. 0 và -2 .

D. 1 và -2 .

Câu 29. Môđun của số phức $z = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^2}{1+i} + i \frac{(1 - \sqrt{3}i)^2}{1-i}$ bằng

A. $3\sqrt{5}$.

B. 5.

C. $1 + 2\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{6}$.

Câu 30. Số nào trong các số phức sau là số thực?

A. $(\sqrt{3} + 2i) - (\sqrt{3} - 2i)$.

B. $(3 + 2i) + (3 - 2i)$.

C. $(5 + 2i) - (\sqrt{5} - 2i)$.

D. $(1 + 2i) + (-1 + 2i)$.

Câu 31. Số phức nghịch đảo của số phức $z = 1 + 3i$ là

A. $\frac{1}{10}(1 + 3i)$.

B. $\frac{1}{10}(1 - 3i)$.

C. $1 - 3i$.

D. $\frac{1}{\sqrt{10}}(1 + 3i)$.

Câu 32. Tìm giá trị của số thực m sao cho số phức $z = \frac{2-i}{1+mi}$ là một số thuần ảo.

A. Không tồn tại m . B. $m = -\frac{1}{2}$.

C. $m = -2$.

D. $m = 2$.

Câu 33. Cho số phức $z = 1 - 3i$. Tính môđun của số phức $w = z^2 - i\bar{z}$.

A. $|w| = 0$.

B. $|w| = 50$.

C. $|w| = 5\sqrt{2}$.

D. $|w| = 10$.

Câu 34. Tìm môđun của số phức z biết $\bar{z} = \frac{2+i}{1-2i}$.

A. $\sqrt{5}$.

B. 5.

C. 1.

D. 3.

Câu 35. Cho i là đơn vị ảo. Tính giá trị của biểu thức $z = (i^5 + i^4 + i^3 + i^2 + i + 1)^{20}$.

A. $-1024i$.

B. -1024 .

C. 1024 .

D. $1024i$.

Câu 36. Cho số phức $z = a + bi$. Khi đó, số phức $w = \frac{1}{2}(z + \bar{z})$ là

A. 2.

B. i .

C. một số thuần ảo.

D. một số thực.

Câu 37. Số nào trong các số sau là số thuần ảo?

- A. $(\sqrt{2} + 3i)(\sqrt{2} - 3i)$.
 B. $\frac{2 + 3i}{2 - 3i}$.
 C. $(2 + 2i)^2$.
 D. $(\sqrt{2} + 3i) + (\sqrt{2} - 3i)$.

Câu 38. Số nào trong các số sau là số thực?

- A. $(2 + i\sqrt{5}) + (2 - i\sqrt{5})$.
 B. $(\sqrt{3} + 2i) - (\sqrt{3} - 2i)$.
 C. $(1 + i\sqrt{3})^2$.
 D. $\frac{\sqrt{2} + i}{\sqrt{2} - i}$.

Câu 39. Tính mô-đun của số phức z biết $\bar{z} + 1 = \frac{2 - 3i}{1 + i}$.

- A. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{2}$.
 B. $|z| = \sqrt{34}$.
 C. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{4}$.
 D. $|z| = \frac{\sqrt{26}}{2}$.

Câu 40. Cho hai số phức $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$, $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$. Tìm phần thực của số phức $z_1 + 2z_2$.

- A. $2bd$.
 B. $2ac$.
 C. $a + 2c$.
 D. $b + 2d$.

Câu 41. Cho số phức $z = \frac{a + bi}{i}$, $(a, b \in \mathbb{R})$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. $a^2 + b^2$.
 B. $b - a$.
 C. $a + b$.
 D. $a - b$.

Câu 42. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 1 - 2i$. Tìm mô-đun của số phức $w = \frac{z_1^{2016}}{z_2^{2017}}$.

- A. $|w| = 5$.
 B. $|w| = \sqrt{3}$.
 C. $|w| = 3$.
 D. $|w| = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 43. Cho số phức $z = \frac{1 - i}{1 + i}$. Khi đó giá trị $|4z^{2017} + 3i|$ bằng

- A. 1.
 B. 4.
 C. 5.
 D. 3.

Câu 44. Cho số phức $z = \frac{1 - i}{1 + i}$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z^{2017} .

- A. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 0.
 B. Phần thực bằng 0 và phần ảo bằng -1 .
 C. Phần thực bằng 0 và phần ảo bằng $-i$.
 D. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -1 .

Câu 45. Nếu số phức z có số phức nghịch đảo và số phức liên hợp bằng nhau thì

- A. $|z| = 1$.
 B. z là số ảo.
 C. z là số thực.
 D. $z = 1$.

Câu 46. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w = (1 + i)z - \frac{|z|^2}{z}$.

- A. $\bar{w} = 3 - 4i$.
 B. $\bar{w} = 3 + 4i$.
 C. $\bar{w} = 4 + 3i$.
 D. $\bar{w} = 4 - 3i$.

Câu 47. Cho z_1, z_2 là các số phức thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Tính $P = \left| \frac{1}{4}z_1 + \frac{1}{4}z_2 \right|$.

- A. $P = \frac{\sqrt{3}}{4}$.
 B. $P = \frac{\sqrt{13}}{4}$.
 C. $P = \frac{3}{16}$.
 D. $P = \frac{13}{16}$.

Câu 48. Cho hai số phức z_1, z_2 khác 0, thỏa mãn $z_1 + z_2 \neq 0$ và $\frac{1}{z_1 + z_2} = \frac{1}{z_1} + \frac{2}{z_2}$. Tính giá trị của $\left| \frac{z_1}{z_2} \right|$.

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 49. Cho số thực $a \in (-4; 4)$ và z, w là các số phức thỏa mãn $z + \frac{7}{z} = a, w + \frac{7}{w} = a + 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $|z| = |w| + \frac{1}{4}$. B. $|z| = |w| + \frac{1}{2}$. C. $|z| = |w| + 1$. D. $|z| = |w|$.

Câu 50. Với z_1, z_2 là hai số phức bất kỳ, giá trị của biểu thức $a = \frac{|z_1|^2 + |z_2|^2}{|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2}$ bằng

- A. $a = 2$. B. $a = \frac{1}{2}$. C. $a = 1$. D. $a = \frac{3}{2}$.

Câu 51. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa $|z_1| = 1, |z_2| = 1, |z_1 + z_2| = \sqrt{3}$. Khi đó, $|z_1 - z_2|$ bằng

- A. 2. B. $\sqrt{3}$. C. $2 - \sqrt{3}$. D. 1.

Câu 52. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2| = 3$. Tính $|z_1 + z_2|$.

- A. 3. B. $3\sqrt{3}$. C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. 6.

Câu 53. Cho z_1, z_2 là các số phức thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$. Tính $P = \left| \frac{1}{2}z_1 + \frac{1}{2}z_2 \right|$.

- A. $P = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $P = \frac{1}{2}$. C. $P = \frac{\sqrt{2}}{4}$. D. $P = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 54. Cho các số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2| = 1$. Tính $|z_1 + z_2|$.

- A. 1. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 55. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$ và $w = \frac{z^2 - 1}{z}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $w = 0$. B. w là số thuần ảo. C. w là số thực. D. $|w| = 1$.

Câu 56. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}, |z_1| = |z_2| = 1$. Tính $z_1 \cdot \overline{z_2} + \overline{z_1} \cdot z_2$.

- A. $z_1 \cdot \overline{z_2} + \overline{z_1} \cdot z_2 = 0$. B. $z_1 \cdot \overline{z_2} + \overline{z_1} \cdot z_2 = 1$.
C. $z_1 \cdot \overline{z_2} + \overline{z_1} \cdot z_2 = 2$. D. $z_1 \cdot \overline{z_2} + \overline{z_1} \cdot z_2 = -1$.

Câu 57. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2| = 3$. Mô-đun của số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. 3. B. $3\sqrt{3}$. C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. 6.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. D	4. A	5. A	6. B	7. A	8. B	9. A	10. B
11. D	12. C	13. B	14. A	15. B	16. C	17. D	18. A	19. C	20. A
21. C	22. A	23. D	24. D	25. C	26. B	27. A	28. A	29. D	30. B

31. B	32. D	33. C	34. C	35. B	36. D	37. C	38. A	39. A	40. C
41. B	42. D	43. A	44. B	45. A	46. B	47. B	48. A	49. D	50. B
51. D	52. B	53. A	54. B	55. B	56. B	57. B			

❖❖❖ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Bài 1. Ta có $z = 1 - i + i^3 = 1 - 2i$. Vậy phần thực của z là 1, phần ảo của z là -2 .

Chọn đáp án **(D)**

Bài 12. Ta có $|z| = 2 \iff m^2 + (3m + 2)^2 = 4 \iff 10m^2 + 12m = 0 \iff \begin{cases} m = -\frac{6}{5} \\ m = 0 \text{ (loại)} \end{cases}$.

Suy ra $3m + 2 = -\frac{8}{5}$.

Chọn đáp án **(C)**

Bài 25. Có $\bar{z} = 5 + 7i$.

Chọn đáp án **(C)**

Bài 27. $z = z_1 + z_2 = (5 - 7i) + (2 + 3i) = 7 - 4i$.

Chọn đáp án **(A)**

Bài 35. $z = (i + 1)^{20} = (2i)^{10} = -1024$.

Chọn đáp án **(B)**

Bài 42. $w = \frac{z_1^{2016}}{z_2^{2017}} = \frac{z_1^{2016}}{z_2^{2016} \cdot z_2} = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2016} \cdot \frac{1}{z_2}$.

Mà $\frac{z_1}{z_2} = \frac{2+i}{1-2i} = i$, nên $w = i^{2016} \cdot \frac{1}{1-2i} = \frac{1}{1-2i}$. Suy ra: $|w| = \left|\frac{1}{1-2i}\right| = \frac{1}{|1-2i|} = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Chọn đáp án **(D)**

Bài 47. Chọn $z_1 = 2$, tìm $z_2 = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) sao cho:

$$\begin{cases} |z_2|^2 = a^2 + b^2 = 4 \\ |2 - z_2|^2 = (2 - a)^2 + b^2 = 3 \end{cases} \implies z_2 = \frac{5}{4} + \frac{\sqrt{39}}{4}i \implies P = \frac{\sqrt{13}}{4}$$

Chọn đáp án **(B)**

Bài 53. Chọn $z_1 = 1$, tìm $z_2 = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) sao cho:

$$\begin{cases} |z_2|^2 = a^2 + b^2 = 1 \\ |1 - z_2|^2 = (1 - a)^2 + b^2 = 1 \end{cases} \implies z_2 = i \implies P = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Chọn đáp án **(A)**

Bài 56. Ta có

$$\begin{aligned} |z_1 + z_2|^2 &= (z_1 + z_2)(\bar{z}_1 + \bar{z}_2) = |z_1|^2 + |z_2|^2 + z_1\bar{z}_2 + z_2\bar{z}_1 \\ \implies 3 &= 2 + z_1\bar{z}_2 + z_2\bar{z}_1 \\ \implies z_1\bar{z}_2 + z_2\bar{z}_1 &= 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

Bài 57. Áp dụng công thức $|z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$ ta tính được $|z_1 + z_2|^2 = 27$.

Từ đó có $|z_1 + z_2| = 3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

CHỦ ĐỀ 2: PHƯƠNG TRÌNH TRÊN TẬP SỐ PHỨC

a) $(1 + i)^2 = 2i$;

b) $(1 - i)^2 = -2i$;

c) $i^n + i^{n+2} = 0$;

d) $z \cdot \bar{z} = |z|^2 = a^2 + b^2$;

e) $i^n = \begin{cases} 1 & \text{nếu } n = 4k \\ i & \text{nếu } n = 4k + 1 \\ -1 & \text{nếu } n = 4k + 2 \\ -i & \text{nếu } n = 4k + 3 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

f) “**Nhị thức Newton**”: Cho $z = a + bi \in \mathbb{C}$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $n \in \mathbb{N}$. Khi đó ta có:

$$z^n = (a + bi)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} (bi)^k = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k i^k.$$

▢ Dạng 1. Phương trình bậc nhất

✦✦✦ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ✦✦✦

Câu 1. Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn $(2 - i)z - 2 = 2 + 3i$.

- A. $|z| = 5$. B. $|z| = \frac{5\sqrt{3}}{3}$. C. $|z| = \frac{5\sqrt{5}}{3}$. D. $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 2. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Tìm phần ảo của số phức $\omega = (1 + z)\bar{z}$.

- A. -2 . B. 0 . C. -1 . D. $-i$.

Câu 3. Tìm số phức liên hợp của số phức z biết $z = i \cdot z + 2$.

- A. $1 - i$. B. $1 + i$. C. $-1 + i$. D. $-1 - i$.

Câu 4. Phần ảo của số phức z thỏa mãn $(1 + i)^2(2 - i)z = 8 + i + (1 + 2i)z$ là

- A. -2 . B. -3 . C. 2 . D. 3 .

Câu 5. Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn

$$\frac{(1 + 2i)z}{3 - i} = \frac{1}{2}(1 + i)^2.$$

- A. $|z| = \sqrt{2}$. B. $|z| = \sqrt{3}$. C. $|z| = 2$. D. $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 6. Phần thực của số phức z thỏa mãn $(1 + i)^2(2 - i)z = 8 + i + (1 + 2i)z$ là

- A. 2. B. -3. C. -6. D. -1.

Câu 7. Xác định số phức liên hợp của số phức z biết $\frac{(i-1)z+2}{1-2i} = 2+3i$.

A. $\bar{z} = \frac{7}{2} + \frac{5}{2}i$. B. $\bar{z} = -\frac{7}{2} - \frac{5}{2}i$. C. $\bar{z} = -\frac{7}{2} + \frac{5}{2}i$. D. $\bar{z} = \frac{7}{2} - \frac{5}{2}i$.

Câu 8. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{Z}$) thỏa mãn $i(\bar{z} - 2 + 3i) = 1 + 2i$. Tính $P = a + b$.

A. $P = 4$. B. $P = 0$. C. $P = 8$. D. $P = -8$.

Câu 9. Trong tập hợp số phức $\mathbb{C}$, số phức z thỏa mãn $\frac{4+3i}{1-i} - (4+i)z = (3-i)^3 - z$. Tìm số phức đối của số phức z .

A. $-\frac{23}{10} - \frac{53}{5}i$. B. $\frac{23}{10} - \frac{53}{5}i$. C. $\frac{23}{10} + \frac{53}{5}i$. D. $-\frac{23}{10} + \frac{53}{5}i$.

Câu 10. Biết $z = a + bi$ là nghiệm của phương trình $(1+i)z + 10 + 4i = \frac{12+8i}{1-i}$. Tìm $S = a + b$.

A. $S = 6$. B. $S = -6$. C. $S = 8$. D. $S = -8$.

Câu 11. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7+8i$. Tính môđun của số phức $\omega = z + 1 + i$.

A. 3. B. 5. C. 4. D. 8.

Câu 12. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)^2\bar{z} + 4 - 5i = -1 + 6i$. Tính $S = a + b$.

A. $S = -3$. B. $S = 8$. C. $S = 6$. D. $S = 3$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D 2. C 3. A 4. B 5. A 6. A 7. C 8. C 9. B 10. A
11. B 12. D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Dạng 2. Giải phương trình bằng cách đưa về hệ

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tìm các số thực x và y thỏa mãn $x - 2y + 4\pi i = \pi(x + 2y)i$.

- A. $x \in \mathbb{R}, y = \frac{x}{2}$. B. $x \in \mathbb{R}, y = \frac{4-x}{2}$. C. $x = 2, y = 1$. D. $x \in \mathbb{R}, y = \frac{x}{2}$.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị thực x, y sao cho $x^2 - 1 + yi = -1 + 2i$.

- A. $x = -\sqrt{2}, y = 2$. B. $x = \sqrt{2}, y = 2$. C. $x = 0, y = 2$. D. $x = \sqrt{2}, y = -2$.

Câu 3. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x + y - 7 = (3x - 4y - 7)i$. Tính giá trị của biểu thức $S = x + 2y$.

- A. $S = 1$. B. $S = 12$. C. $S = -9$. D. $S = 9$.

Câu 4. Tìm tất cả các cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện $(2x - 1) + (3y + 2)i = 5 - i$.

- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; -1)$. C. $(3; 1)$. D. $(3; -1)$.

Câu 5. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Số phức có môđun bằng 0 khi có phần thực bằng 0.
B. Số phức có môđun bằng 0 khi có phần ảo bằng 0.
C. Hai số phức có cùng môđun thì bằng nhau.
D. Hai số phức bằng nhau thì có cùng môđun.

Câu 6. Số phức $z_1 = m^2 + 2i$ bằng số phức $z_2 = 1 + 2i$ khi và chỉ khi

- A. $m = 1$. B. $m = \pm\sqrt{2}$. C. $m = \pm 1$. D. $m = -1$.

Câu 7. Tìm các số thực x, y thỏa mãn $3x + 2yi = 3y + 2 + (1 - x)i$.

- A. $x = 1, y = 2$. B. $x = -\frac{7}{9}, y = -\frac{1}{9}$. C. $x = \frac{7}{9}, y = \frac{1}{9}$. D. Đáp án khác.

Câu 8. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = x - 4 + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Tìm cặp số thực $(x; y)$ để $z_2 = 2\overline{z_1}$.

- A. $(x; y) = (6; -4)$. B. $(x; y) = (6; 4)$. C. $(x; y) = (2; 4)$. D. $(x; y) = (2; -4)$.

Câu 9. Tìm các số thực x và y thỏa mãn điều kiện $(2x + 1) + (3y - 2)i = (x + 2) + (y + 4)i$.

- A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$.

Câu 10. Cho x, y là hai số thực thỏa mãn $(2x + y) + (x - 3y + 1)i = -3 - 4i$. Khi đó giá trị của $4x - 5y$ là

- A. -13 . B. -8 . C. 3 . D. -5 .

Câu 11. Bộ số thực $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức $(3 + x) + (1 + y)i = 1 + 3i$ là

- A. $(2; -2)$. B. $(-2; -2)$. C. $(2; 2)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 12. Tìm tất cả các cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn $(x^2 - 3x) + (5y^2 + y + 1)i = (2x - 6) + (y^2 + 2y + 6)i$.

- A. $(2; -1), \left(2; \frac{5}{4}\right), (3; -1)$. B. $(2; -1), \left(2; \frac{5}{4}\right), (3; -1), \left(3; \frac{5}{4}\right)$.
C. $(2; -1), \left(2; \frac{5}{4}\right)$. D. $(2; -1), \left(3; \frac{5}{4}\right), (3; -1)$.

Câu 13. Số phức z thỏa mãn $z - (2 + 3i)\overline{z} = 1 - 9i$ là

- A. $z = -2 + i$. B. $z = -2 - i$. C. $z = 2 - i$. D. $z = 2 + i$.

Câu 14. Cho số phức z thỏa mãn $|z| + z = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Phần thực của z là số âm. B. z là số thuần ảo.
C. z là số thực nhỏ hơn hoặc bằng 0. D. $|z| = 1$.

Câu 15. Tìm số phức z , biết $z + |z| = 4 + 2\sqrt{2}i$.

- A. $z = 1 - 2\sqrt{2}i$. B. $z = 1 + 2\sqrt{2}i$. C. $z = 4 - 2\sqrt{2}i$. D. $z = -1 + 2\sqrt{2}i$.

Câu 16. Cho số phức z có mô-đun bằng 2. Tính mô-đun của số phức $z' = (3 - 4i)z$.

- A. $|z'| = 10$. B. $|z'| = 7$. C. $|z'| = \frac{5}{2}$. D. $|z'| = 3$.

Câu 17. Cho số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(1 + i)(2z - 1) + (\bar{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i$.
Tính $P = a + b$.

- A. $P = 0$. B. $P = 1$. C. $P = -1$. D. $P = -\frac{1}{3}$.

Câu 18. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z + \bar{z} = 3 + i$. Tính $A = |iz + 2i + 1|$.

- A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. 3. D. $\sqrt{5}$.

Câu 19. Số phức z thỏa mãn $z\bar{z} + 3(z - \bar{z}) = 13 + 18i$ là

- A. $3 \pm 2i$. B. $\pm 2 - 3i$. C. $2 \pm 3i$. D. $\pm 2 + 3i$.

Câu 20. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\frac{1 + 5i}{1 + i}z + \bar{z} = 10 - 4i$. Tính mô-đun của số phức $w = 1 + iz + z^2$.

- A. $|w| = \sqrt{41}$. B. $|w| = \sqrt{47}$. C. $|w| = \sqrt{6}$. D. $|w| = \sqrt{5}$.

Câu 21. Cho số phức $z = a + bi$, trong đó $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $(3 - 4i)\bar{z} + z = 4 + i$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = \frac{2}{3}$. B. $S = -4$. C. $S = -\frac{2}{3}$. D. $S = 1$.

Câu 22. Số phức z thỏa $2z - 3i\bar{z} + 6 + i = 0$ có phần ảo là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 23. Cho số phức $z = a + bi$ (trong đó, a, b là các số thực) thỏa mãn $3z - (4 + 5i)\bar{z} = -17 + 11i$. Tính ab .

- A. $ab = -6$. B. $ab = -3$. C. $ab = 3$. D. $ab = 6$.

Câu 24. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z + 1}{z - 1}$ là số thuần ảo. Tìm $|z|$.

- A. $|z| = 2$. B. $|z| = 1$. C. $|z| = \frac{1}{2}$. D. $|z| = 4$.

Câu 25. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, b > 0$) thỏa mãn $z^2 + \bar{z} = 0$. Tính mô-đun của số phức $2z + 1$.

- A. $\sqrt{7}$. B. 3. C. 2. D. $\sqrt{5}$.

Câu 26. Cho số phức z thỏa mãn $z + 3\bar{z} = 16 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng i . B. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng i .
C. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 1. D. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng 1.

Câu 27. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)z + (4 - i)\bar{z} = (5 + 2i)^2 - 2i + 9$. Tổng phần thực và phần ảo của z là

- A. 3. B. -2 . C. 8. D. 2.

Câu 28. Cho số phức z thỏa mãn $(2 - 3i)z + (4 + i)\bar{z} = -(1 + 3i)^2$. Xác định phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực là -2 , phần ảo là $5i$.
 B. Phần thực là -2 , phần ảo là 5 .
 C. Phần thực là -2 , phần ảo là 3 .
 D. Phần thực là -3 , phần ảo là $5i$.

Câu 29. Cho số phức z thỏa mãn $(2 - 3i)z + (4 + i)\bar{z} = -(1 + 3i)^2$. Xác định phần thực và phần ảo của z .

- A. Phần thực -2 , phần ảo $5i$.
 B. Phần thực -2 , phần ảo 5 .
 C. Phần thực -2 , phần ảo 3 .
 D. Phần thực -3 , phần ảo $5i$.

Câu 30. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $2(z + 1) = 3\bar{z} + i(5 - i)$. Tính $a + 2b$.

- A. $a + 2b = 1$.
 B. $a + 2b = -3$.
 C. $a + 2b = 3$.
 D. $a + 2b = -1$.

Câu 31. Tìm số phức z thỏa $(3 + i)z = (3 + \bar{z})i$.

- A. $z = 1 + \frac{3}{2}i$.
 B. $z = \frac{2}{3} + i$.
 C. $z = \frac{3}{2} + i$.
 D. $z = 1 + \frac{2}{3}i$.

Câu 32. Trong tập hợp số phức $\mathbb{C}$, cho số phức z thỏa mãn $z + (1 - 2i)\bar{z} = 2 - 4i$. Tìm mô-đun của số phức $w = z^2 - z$.

- A. 5 .
 B. $\sqrt{5}$.
 C. 10 .
 D. $\sqrt{10}$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$. Tính tích phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. -1 .
 B. 2 .
 C. -2 .
 D. 1 .

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - i)z + 2i\bar{z} = 5 + 3i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = z + 2\bar{z}$.

- A. 3 .
 B. 4 .
 C. 6 .
 D. 5 .

Câu 35. Số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)^2 z + \bar{z} = 4i - 20$ thì

- A. $|z| = 4$.
 B. $|z| = 7$.
 C. $|z| = 25$.
 D. $|z| = 5$.

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{5(\bar{z} + i)}{z + 1} = 2 - i$. Tìm mô-đun của số phức $w = 1 + z + 2\bar{z}^2$.

- A. $|w| = 3\sqrt{5}$.
 B. $|w| = \sqrt{29}$.
 C. $|w| = \sqrt{5}$.
 D. $|w| = \sqrt{13}$.

Câu 37. Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = 2\sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo?

- A. 4 .
 B. 1 .
 C. 3 .
 D. 2 .

Câu 38. Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn điều kiện $z + \frac{\bar{z}(6 - 2i)}{(1 + 3i)(1 + i)} + 4i = 0$. Tính tích $P = a.b$.

- A. $P = 0$.
 B. $P = 1$.
 C. $P = 2$.
 D. $P = 3$.

Câu 39. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i)z + (3 - i)\bar{z} = 2 - 6i$. Tính mô-đun của z .

- A. $|z| = \sqrt{13}$.
 B. $|z| = \sqrt{3}$.
 C. $|z| = \sqrt{5}$.
 D. $|z| = \sqrt{15}$.

Câu 40. Cho số phức z thỏa mãn $(3 - 2i)\bar{z} - 4(1 - i) = (2 + i)z$. Tính mô-đun của số phức z .

- A. $|z| = 4\sqrt{5}$.
 B. $|z| = 2\sqrt{2}$.
 C. $|z| = \sqrt{10}$.
 D. $|z| = 2\sqrt{10}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. D	4. D	5. D	6. C	7. C	8. B	9. D	10. A
11. D	12. B	13. C	14. A	15. B	16. A	17. A	18. C	19. D	20. A
21. A	22. A	23. D	24. B	25. A	26. C	27. B	28. B	29. B	30. C
31. B	32. D	33. C	34. D	35. D	36. D	37. A	38. A	39. A	40. C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. PT $\Leftrightarrow (x-2y)+4\pi i = 0+\pi(x+2y)i \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=0 \\ 4\pi=\pi(x+2y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=0 \\ x+2y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.

Chọn đáp án **C**

Bài 2. Có $x^2-1+yi = -1+2i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-1=-1 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases}$

Chọn đáp án **C**

Bài 9. Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2x+1=x+2 \\ 3y-2=y+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$

Chọn đáp án **D**

Bài 25. Ta có: $z^2+\bar{z}=0 \Leftrightarrow a^2-b^2+a+(2ab-b)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-b^2+a=0 \\ b(2a-1)=0 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4}-b^2+\frac{1}{2}=0 \\ a=\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\frac{\sqrt{3}}{2} \\ a=\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow z=\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 2z+1=2+i\sqrt{3} \Leftrightarrow |2z+1|=\sqrt{7}$.

Chọn đáp án **A**

Bài 27. Chú ý: $az+b\bar{z}=c$ với $a, b, c \in \mathbb{C}$ và $|a|^2-|b|^2 \neq 0$ có nghiệm duy nhất là $z = \frac{\bar{a}.c-b.\bar{c}}{|a|^2-|b|^2}$. Theo giả thiết $a=1+2i, b=4-i, c=30+18i$ ta được $z = \frac{(1-2i)(30+18i)-(4-i)(30-i)}{-12} = \frac{30-18-120+36-120+30+30-12}{-12} = \frac{-120}{-12} = 10$.

Chọn đáp án **B**

Bài 33. Đặt $z=x+yi \Rightarrow \bar{z}=x-yi$.

Thay vào biểu thức trên ta được $(-x-3y)+(-3x+3y)i=1-9i$, giải phương trình này ta được $x=2; y=-1$.

Chọn đáp án **C**

Bài 34. Đặt $z=x+yi \Rightarrow \bar{z}=x-yi$.

Thay vào biểu thức trên ta được $(x+3y)+(x+y)i=5+3i$, suy ra $z=2+i$.

Vậy $w=6-i$.

Chọn đáp án **D**

Bài 37. Gọi $z = x + yi$, khi đó $|z| = 2\sqrt{2} \iff x^2 + y^2 = 8$.

Mặt khác ta có $z^2 = x^2 - y^2 - 2xyi$, nên ta được $x^2 - y^2 = 0$.

Giải hệ hai phương trình trên ta được $\begin{cases} x^2 = 4 \\ y^2 = 4 \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = \pm 2 \end{cases}$.

Chọn đáp án **A**

□

▢ Dạng 3. Phương trình bậc hai

Cho số phức w . Mỗi số phức z thỏa mãn $z^2 = w$ được gọi là một căn bậc hai của w .

1. Nếu w là số thực thì

- $w = 0$: căn bậc hai của w là 0;
- $w > 0$: căn bậc hai của w là $\sqrt{w}$ và $-\sqrt{w}$;
- $w < 0$: căn bậc hai của w là $\sqrt{-w}i$ và $-\sqrt{-w}i$.

2. Nếu $w = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), $b \neq 0$:

$z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là căn bậc hai của w khi và chỉ khi $z^2 = w$, nghĩa là

$$(x + yi)^2 = a + bi \iff x^2 - y^2 + 2xyi = a + bi \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b. \end{cases}$$

Xét phương trình bậc hai hệ số phức $Ax^2 + Bx + C = 0$, ($A \neq 0$) (1)

với thức $\Delta = B^2 - 4AC$. Khi đó

- Nếu $\Delta \neq 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$z_1 = \frac{-B + \delta}{2A}, z_2 = \frac{-B - \delta}{2A}.$$

trong đó δ là một căn bậc hai của Δ .

- Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình (1) có nghiệm kép

$$z_1 = z_2 = -\frac{B}{2A}.$$

Định lý Vi-ét:

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -\frac{B}{A} \\ z_1 z_2 = \frac{C}{A}. \end{cases}$$

❖❖❖ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ❖❖❖

Câu 1. Căn bậc hai của số phức $3 + 4i$ có phần thực dương là

A. $3 + 5i$.

B. $3 + 2i$.

C. $2 + i$.

D. $2 + 3i$.

Câu 2. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

- A. $P = \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $P = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $P = \frac{2}{3}$. D. $P = \frac{\sqrt{14}}{3}$.

Câu 3. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 8z + 5 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. $\sqrt{5}$.

Câu 4. Gọi z_1, z_2 lần lượt là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 2z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $A = |z_1 - 1|^2 + |z_2 - 1|^2$ bằng

- A. 5. B. $\sqrt{5}$. C. 25. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 5. Giải phương trình sau trên tập số phức $2z^2 - z + 3 = 0$.

- A. Phương trình vô nghiệm. B. $z_1 = \frac{1 + \sqrt{23}i}{4}; z_2 = \frac{1 - \sqrt{23}i}{4}$.
C. $z_1 = \frac{-1 + \sqrt{23}i}{4}; z_2 = \frac{-1 - \sqrt{23}i}{4}$. D. $z_1 = \frac{1 + \sqrt{23}i}{2}; z_2 = \frac{1 - \sqrt{23}i}{2}$.

Câu 6. Cho số phức $z = 3 + 4i$, hãy tìm một căn bậc 2 của z .

- A. $2 + i$. B. $1 + 2i$. C. $1 - 2i$. D. $2 - i$.

Câu 7. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 9 = 0$. Tìm $S = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $S = 18$. B. $S = 9$. C. $S = 6$. D. $S = 3$.

Câu 8. Phương trình $z^2 - 3z + 2m = 0$ không có nghiệm thực khi và chỉ khi

- A. $m > \frac{9}{8}$. B. $m < \frac{9}{8}$. C. $m \geq \frac{9}{8}$. D. $m \leq \frac{9}{8}$.

Câu 9. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 17 = 0$. M, N lần lượt là điểm biểu diễn z_1, z_2 . Độ dài đoạn MN bằng

- A. 4. B. $\sqrt{2}$. C. 8. D. 2.

Câu 10. Cho số phức w , biết rằng $z_1 = w - 2i$ và $z_2 = 2w - 4$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$ (với a, b là các số thực). Tính $T = |z_1| + |z_2|$.

- A. $T = \frac{8\sqrt{10}}{3}$. B. $T = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $T = 5$. D. $T = \frac{2\sqrt{37}}{3}$.

Câu 11. Trên tập số phức $\mathbb{C}$, cho phương trình $az^2 + bz + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$). Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Tổng hai nghiệm của phương trình bằng $-\frac{b}{a}$.
B. $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ thì phương trình vô nghiệm.
C. Phương trình luôn có nghiệm.
D. Tích hai nghiệm của phương trình là $\frac{c}{a}$.

Câu 12. Trong tập phức, phương trình $(z + 1)^2 + (z + 2)^2 + (z + 3)^2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 13. Các nghiệm phức của phương trình $z^2 + (1 + i)z + 5i = 0$ là

A. $x = -1 + 2i$ hoặc $x = 2 - i$.

B. $x = 1 - 2i$ hoặc $x = -2 + i$.

C. $x = -1 - 2i$ hoặc $x = 2 + i$.

D. $x = 1 + 2i$ hoặc $x = -2 - i$.

Câu 14. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ nhận số phức $z = 1 + i$ làm nghiệm. Tính tổng $S = 2a^2 + 3b^2$.

A. 10.

B. 20.

C. 40.

D. 12.

Câu 15. Cho số phức z là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = z^{2012} + \frac{1}{z^{2012}}$.

A. $P = -\frac{16^{503} + 1}{4^{503}}$.

B. $P = \frac{16^{503} - 1}{4^{503}}$.

C. $P = \frac{16^{503} + 1}{4^{503}}$.

D. $P = \frac{-16^{503} + 1}{4^{503}}$.

Câu 16. Cho i là đơn vị ảo. Tìm các số thực a, b để $1 - i$ là nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$.

A. $a = -2, b = 2$.

B. $a = 2, b = -2$.

C. $a = 2, b = 2$.

D. $a = -2, b = -2$.

Câu 17. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Đặt $w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100}$. Khi đó

A. $w = -2^{51}i$.

B. $w = -2^{51}$.

C. $w = 2^{51}$.

D. $w = -2^{50}i$.

Câu 18. Cho $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0, b^2 - 4ac < 0$. Tìm số nghiệm phức của phương trình $az^2 + bz + c = 0$ (với ẩn là z).

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 19. Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $1 + \sqrt{2}i$ và $1 - \sqrt{2}i$ là nghiệm?

A. $z^2 + 2z + 3 = 0$.

B. $z^2 - 2z - 3 = 0$.

C. $z^2 - 2z + 3 = 0$.

D. $z^2 + 2z - 3 = 0$.

Câu 20. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 6 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.

A. $P = \frac{1}{6}$.

B. $P = \frac{1}{12}$.

C. $P = -\frac{1}{6}$.

D. $P = 6$.

Câu 21. Cho số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 1 - 2i$. Hỏi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình phức nào sau đây?

A. $z^2 + 2z + 5 = 0$.

B. $z^2 + 2z - 5 = 0$.

C. $z^2 - 2z - 5 = 0$.

D. $z^2 - 2z + 5 = 0$.

Câu 22. Giả sử z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2\sqrt{2}z + 8 = 0$. Giá trị của $A = z_1^2 z_2 + z_1 z_2^2$ bằng

A. $-16\sqrt{2}$.

B. $16\sqrt{2}$.

C. $8\sqrt{2}$.

D. $-8\sqrt{2}$.

Câu 23. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = z_1^2 z_2 + z_1 z_2^2$.

A. $P = 10$.

B. $P = 20$.

C. $P = -20$.

D. $P = 8$.

Câu 24. Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = |(z_1 + z_2)i + z_1 z_2|$.

A. $P = \sqrt{153}$.

B. $P = 3$.

C. $P = \sqrt{17}$.

D. $P = \sqrt{185}$.

- Câu 25.** Tìm tất cả các số phức m để phương trình $x^2 + mx + 2i = 0$ có tổng bình phương các nghiệm bằng 3.
- A. $m = 2 + i; m = -2 - i$. B. $m = 2 + i$.
C. $m = 2 - i; m = -2 + i$. D. $m = 2 - i$.
- Câu 26.** Tìm hai số phức z_1, z_2 biết tổng của chúng là -2 và tích của chúng bằng 5 (số phức z_1 có phần ảo âm).
- A. $z_1 = -1 + 2i, z_2 = -1 - 2i$. B. $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 1 + 2i$.
C. $z_1 = -1 - 2i, z_2 = -1 + 2i$. D. $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 1 - 2i$.
- Câu 27.** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2\sqrt{2}z + 8 = 0$. Tính $A = z_1^2 z_2 + z_1 z_2^2$.
- A. $A = -16\sqrt{2}$. B. $A = 16\sqrt{2}$. C. $A = 8\sqrt{2}$. D. $A = -8\sqrt{2}$.
- Câu 28.** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 9 = 0$. Tìm phần ảo của $z_1 + z_2$.
- A. -9 . B. 2 . C. -2 . D. 0 .
- Câu 29.** Gọi z_1 và z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $P = z_1^4 + z_2^4$.
- A. $P = -14$. B. $P = 14i$. C. $P = 14$. D. $P = -14i$.
- Câu 30.** Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 6 = 0$. Tính $\frac{z_1^2 + z_2^2}{(z_1 + z_2)^{2017}}$.
- A. $-\frac{1}{2^{2014}}$. B. $\frac{8}{2^{2017}}$. C. $\frac{1}{2^{4032}}$. D. $\frac{28}{2^{2017}}$.
- Câu 31.** Phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 . Tính giá trị của biểu thức $P = z_1^2 + z_2^2$.
- A. $P = 2$. B. $P = -2$. C. $P = 10$. D. $P = \frac{3}{2}$.
- Câu 32.** Giả sử z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + (1 - 2i)z - 1 - i = 0$ khi đó $|z_1 - z_2|$ bằng
- A. 3 . B. 4 . C. 2 . D. 1 .
- Câu 33.** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 + z + 2017 = 0$. Tìm phần ảo của số phức $z_1 + z_2$.
- A. 4 . B. 0 . C. 25 . D. 15 .
- Câu 34.** Trong tập các số phức $\mathbb{C}$, phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 . Tính $S = z_1 + z_2$.
- A. $S = -3$. B. $S = 2$. C. $S = -2$. D. $S = 3$.
- Câu 35.** Kí hiệu n là số các giá trị của tham số thực a sao cho phương trình $z^2 + az + 3 = 0$ (với ẩn z) có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1^2 + z_2^2 = -5$. Tìm n .
- A. $n = 0$. B. $n = 1$. C. $n = 2$. D. $n = 3$.

Câu 36. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức phân biệt của phương trình $z^2 + 3z + 7 = 0$. Tính $z_1 z_2 (z_1 + z_2)$.

- A. -21. B. -10. C. 21. D. 10.

Câu 37. Trong tập số phức $\mathbb{C}$, gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z + \frac{1}{z} = -1$. Tính giá trị của $P = z_1^3 + z_2^3$.

- A. $P = 0$. B. $P = 1$. C. $P = 2$. D. $P = 3$.

Câu 38. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Tính giá trị của $P = z_1^2 + z_2^2 + z_1 z_2$.

- A. $P = 1$. B. $P = 2$. C. $P = -1$. D. $P = 0$.

Câu 39. Phương trình bậc hai $z^2 + Mz + i = 0$ có tổng bình phương hai nghiệm bằng $10i$. Khi đó trên tập $\mathbb{C}$, tìm giá trị của M .

- A. $\begin{cases} M = -\sqrt{6} + \sqrt{6}i \\ M = -\sqrt{6} - \sqrt{6}i \end{cases}$ B. $\begin{cases} M = \sqrt{6} + \sqrt{6}i \\ M = -\sqrt{6} - \sqrt{6}i \end{cases}$
C. $\begin{cases} M = -\sqrt{6} - \sqrt{6}i \\ M = \sqrt{6} - \sqrt{6}i \end{cases}$ D. $\begin{cases} M = \sqrt{6} - \sqrt{6}i \\ M = -\sqrt{6} + \sqrt{6}i \end{cases}$

Câu 40. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- A. $T = 4$. B. $T = 2\sqrt{3}$. C. $T = 2\sqrt{3} + 4$. D. $T = 2\sqrt{3} + 2$.

Câu 41. Số nghiệm của phương trình $z^4 + 2z^2 - 3 = 0$ trên tập hợp số phức là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 0.

Câu 42. Cho phương trình $z^3 + 8 = 0$ có ba nghiệm z_1, z_2, z_3 trên tập số phức. Tính tổng $M = |z_1| + |z_2| + |z_3|$.

- A. $M = 6$. B. $M = 2 + 2\sqrt{5}$. C. $M = 2 + \sqrt{10}$. D. $M = 2 + 2\sqrt{2}$.

Câu 43. Phương trình $z^4 = -4$ có mấy nghiệm trong tập số phức?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 44. Trên tập số phức $\mathbb{C}$, số nghiệm của phương trình $z^4 = 1$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 45. Cho phương trình $z^4 + 2z^2 - 8 = 0$ có các nghiệm trên tập số phức là z_1, z_2, z_3, z_4 . Tính giá trị biểu thức $F = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + z_4^2$.

- A. $F = -4$. B. $F = 4$. C. $F = 2$. D. $F = -2$.

Câu 46. Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), với $x > 0$ thỏa mãn $z^3 = 18 + 26i$. Tính $T = (z - 2)^2 + (4 - z)^2$.

- A. 2. B. 4. C. 0. D. 1.

Câu 47. Tập nghiệm của phương trình $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$ là

- A. $\{\pm 2; \pm 4i\}$. B. $\{\pm \sqrt{2}; \pm 2i\}$. C. $\{\pm \sqrt{2}i; \pm 2\}$. D. $\{\pm 2i; \pm 4i\}$.

Câu 48. Trên tập số phức, ký hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 lần lượt là bốn nghiệm của phương trình $z^4 - z^3 - 2z^2 + 6z - 4 = 0$. Tính tổng $T = \frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2} + \frac{1}{z_3^2} + \frac{1}{z_4^2}$.

- A. $T = \frac{9}{4}$. B. $T = \frac{5}{4}$. C. $T = \frac{3}{4}$. D. $T = \frac{7}{4}$.

Câu 49. Gọi z_1, z_2, z_3 là các nghiệm của phương trình $z^3 - 8 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2| + |z_3|$.

- A. $P = 2$. B. $P = 6$. C. $P = 4$. D. $P = 5$.

Câu 50. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $z^4 - 3z^2 - 4 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- A. $T = 3$. B. $T = 6$. C. $T = 5$. D. $T = 4$.

Câu 51. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- A. 5. B. $5\sqrt{2}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 52. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0$. Tổng $T = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2$ bằng

- A. 5. B. $3\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. $5\sqrt{2}$.

Câu 53. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $(2z + i)^4 = (z - i)^4$. Tính giá trị của biểu thức $(z_1^2 + 1)(z_2^2 + 1)(z_3^2 + 1)(z_4^2 + 1)$.

- A. 1215. B. 3. C. $-\frac{27}{5}$. D. -81.

Câu 54. Trong $\mathbb{C}$, tìm tập hợp nghiệm của phương trình $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$.

- A. $\{\pm 2; \pm 4i\}$. B. $\{\pm 4; \pm 2i\}$. C. $\{\pm \sqrt{2}; \pm 2i\}$. D. $\{\pm \sqrt{2}i; \pm 2\}$.

Câu 55. Trong tập các số phức $\mathbb{C}$, biết phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có nghiệm là i và $2 - i$, tìm c .

- A. $c = -5$. B. $c = -3$. C. $c = 3$. D. $c = 5$.

Câu 56. Cho các số thực a, b, c sao cho phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ nhận $z = 1 + i$ và $z = 2$ là nghiệm của phương trình. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 4$. B. $S = 2$. C. $S = -2$. D. $S = -4$.

Câu 57. Giả sử phương trình $z^4 + 5z^2 + 4 = 0$ có 4 nghiệm z_1, z_2, z_3, z_4 . Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- A. $A = 6$. B. $A = 5$. C. $A = 4$. D. $A = 0$.

Câu 58. Cho phương trình $z^3 + z^2 + 3z + 3 = 0$ có 3 nghiệm phức là z_1, z_2, z_3 . Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2$.

- A. $P = 1$. B. $P = 5$. C. $P = 6$. D. $P = 7$.

Câu 59. Tìm tập nghiệm của phương trình $z^3 - 8 = 0$ trong tập các số phức $\mathbb{C}$.

- A. $\{-2; \pm 1 + i\sqrt{3}\}$. B. $\{2; 1 \pm i\sqrt{3}\}$. C. $\{2; -1 \pm i\sqrt{3}\}$. D. 2.

Câu 60. Trên tập số phức, cho phương trình $az^3 + az^2 + bz - 5 = 0$. Biết $z_1 = -1 + 2i$ là một nghiệm của phương trình, tìm các nghiệm còn lại.

- A. $z_2 = -1$ và $z_3 = -1 - 2i$.
 B. $z_2 = 2$ và $z_3 = -1 - 2i$.
 C. $z_2 = 1$ và $z_3 = -1 - 2i$.
 D. $z_2 = 2$ và $z_3 = 1 + 2i$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. A	4. A	5. B	6. A	7. A	8. B	9. C	10. A
11. B	12. C	13. B	14. B	15. A	16. A	17. B	18. B	19. C	20. A
21. D	22. B	23. C	24. D	25. A	26. C	27. B	28. B	29. A	30. C
31. B	32. D	33. B	34. B	35. C	36. A	37. C	38. D	39. B	40. C
41. C	42. A	43. D	44. D	45. A	46. C	47. C	48. B	49. B	50. B
51. C	52. A	53. C	54. D	55. A	56. C	57. A	58. D	59. C	60. C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 2. Phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$ có nghiệm $z_{1,2} = \frac{1 \pm i\sqrt{11}}{6}$.

Do đó $|z_1| = |z_2| = \frac{\sqrt{1+11}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Vậy $P = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

Bài 16.

Chọn đáp án **(A)**

Bài 18. Theo công thức nghiệm của phương trình bậc hai.

Chọn đáp án **(B)**

Bài 19. Áp dụng định lý Vi-et ta có tổng hai số phức là 2 và tích của chúng là 3 $\Rightarrow$ hai số phức là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(C)**

Bài 20. Phương trình $z^2 - z + 6 = 0$ có nghiệm $\begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{23}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{23}}{2}i \end{cases} \Rightarrow P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{6}$

Chọn đáp án **(A)**

Bài 31. Ta có $(z - z_1)(z - z_2) = 0 \Leftrightarrow z^2 - (z_1 + z_2)z + z_1z_2 = 0 \Rightarrow z_1 + z_2 = -2, z_1z_2 = 3$.

Do đó $P = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = 4 - 6 = -2$.

Chọn đáp án **(B)**

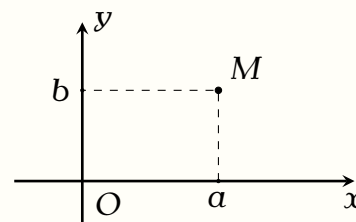
Bài 35. Có $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = a^2 - 6$.

Suy ra $a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$.

Chọn đáp án **(C)**

CHỦ ĐỀ 3: BIỂU DIỄN HÌNH HỌC CỦA SỐ PHỨC

Điểm $M(a; b)$ là **điểm biểu diễn số phức** $z = a + bi$.



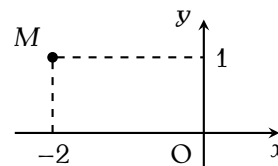
❖❖❖ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ❖❖❖

Câu 1. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Điểm nào dưới đây là biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

- A. $Q(1; 2)$. B. $N(2; 1)$. C. $M(1; -2)$. D. $P(-2; 1)$.

Câu 2.

Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên?



- A. $z_4 = 2 + i$. B. $z_2 = 1 + 2i$.
C. $z_3 = -2 + i$. D. $z_1 = 1 - 2i$.

Câu 3. Cho số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = -3 + i$. Tìm điểm biểu diễn số phức $z = z_1 + z_2$ trên mặt phẳng tọa độ.

- A. $N(4; -3)$. B. $M(2; -5)$. C. $P(-2; -1)$. D. $Q(-1; 7)$.

Câu 4. Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn các số phức $z_1 = \frac{4i}{-1+i}$, $z_2 = (1-i)(1+2i)$, $z_3 = \frac{2+6i}{3-i}$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây.

- A. A, B, C thẳng hàng. B. $\triangle ABC$ là tam giác tù.
C. $\triangle ABC$ là tam giác đều. D. $\triangle ABC$ là tam giác vuông cân.

Câu 5. Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa điều kiện $|z_1| = |z_2| = |z_3|$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Tam giác ABC là tam giác đều.
B. Tam giác ABC nhận gốc tọa độ làm trọng tâm.
C. Tam giác ABC nhận gốc tọa độ làm tâm đường tròn ngoại tiếp.
D. Tam giác ABC nhận gốc tọa độ làm trực tâm.

Câu 6. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Điểm biểu diễn của số phức $w = (1 + 2i)z - 15 + 7i$ có tọa độ là

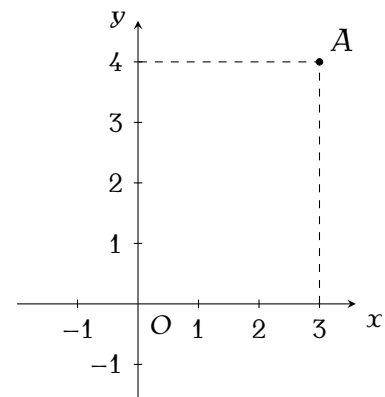
- A. $(7; 8)$. B. $(-7; 8)$. C. $(8; 7)$. D. $(8; -7)$.

Câu 7. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z + (i - 2)z = 2 + 3i$. Gọi M là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. B. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. C. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. D. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$.

Câu 8.

Điểm A trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?



- A. $|z| = 5$.
B. $z - \bar{z} = 6$.
C. z có phần thực bằng 3.
D. $\bar{z} = 3 - 4i$.

Câu 9. Cho số phức $z = (i - 3)^2 - 2(1 + 2i)^2$. Điểm M biểu diễn số phức z nằm trên đường thẳng

- A. $2x - y = 0$. B. $x - y = 0$. C. $x + y + 1 = 0$. D. $x + y = 0$.

Câu 10. Cho ba số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 4i$, $z_3 = 2 + i$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z_1 , z_2 , z_3 trong mặt phẳng phức. Tìm số phức z_4 được biểu diễn bởi điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành.

- A. $z_4 = 4 - 6i$. B. $z_4 = -4 - 6i$. C. $z_4 = -4 + 6i$. D. $z_4 = 4 + 6i$.

Câu 11. Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 3 - 2i$, $z_3 = -3 - 2i$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

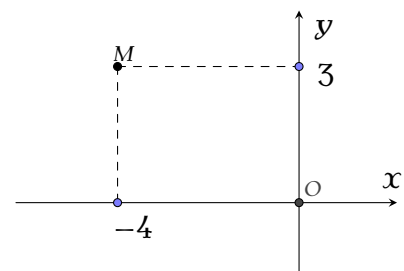
- A. B và C đối xứng nhau qua trục tung.
B. Trọng tâm của tam giác ABC là điểm $G\left(1; \frac{2}{3}\right)$.
C. A và B đối xứng nhau qua trục hoành.
D. A, B và C nằm trên đường tròn có tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng $\sqrt{3}$.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{1}{2 - 3i}$.

- A. $\left(\frac{-2}{13}; \frac{3}{13}\right)$. B. $\left(\frac{2}{13}; \frac{-3}{13}\right)$. C. $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$. D. $\left(\frac{-2}{13}; \frac{-3}{13}\right)$.

Câu 13.

Cho điểm M là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



- A. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.
B. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.
C. Phần thực là -4 và phần ảo là 3 .
D. Phần thực là 3 và phần ảo là -4 .

Câu 14. Trong mặt phẳng phức, gọi M là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$). M' là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M' đối xứng với M qua đường thẳng $y = x$.

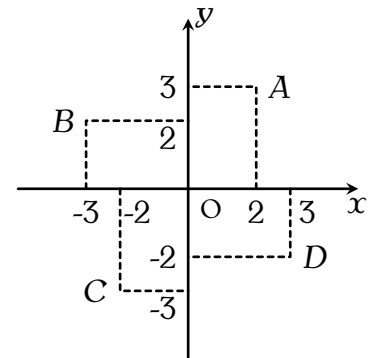
- B. M' đối xứng với M qua trục Ox .
 C. M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O .
 D. M' đối xứng với M qua trục Oy .

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , các điểm M, N, P lần lượt biểu diễn cho các số phức $1 - i, 2 + i, -1$. Hỏi ba điểm M, N, P trên tạo thành tam giác gì? Hãy chọn phương án đúng và đầy đủ nhất trong 4 phương án **A, B, C, D** cho dưới đây.

- A. Cân tại M . B. Vuông cân tại M . C. Vuông tại M . D. Đều.

Câu 16. Trên hệ trục tọa độ Oxy , cho các điểm A, B, C, D có tọa độ như hình vẽ. Trong các điểm đó, điểm nào biểu diễn số phức $z = 3 - 2i$?

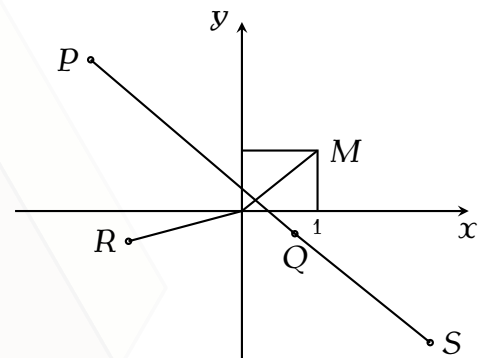
- A. Điểm C.
 B. Điểm D.
 C. Điểm A.
 D. Điểm B.



Câu 17.

Cho số phức z có điểm biểu diễn là M . Biết rằng số phức $\omega = \frac{1}{z}$ được biểu diễn bởi một trong bốn điểm P, Q, R, S như hình vẽ bên. Hỏi điểm biểu diễn của ω là điểm nào?

- A. P .
 B. S .
 C. R .
 D. Q .



Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ, ký hiệu A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1 = -4, z_2 = 4i, z_3 = m + 3i$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để ba điểm A, B, C thẳng hàng.

- A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Câu 19. Cho A, B, C tương ứng là các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức $z_1 = -1 - 2i, z_2 = 2 - 5i$ và $z_3 = -2 - 4i$. Tìm số phức z biểu diễn bởi điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $1 - 7i$. B. $-5 - i$. C. $-1 - 5i$. D. $-3 - 5i$.

Câu 20. A, B, C là các điểm trong mặt phẳng theo thứ tự biểu diễn số phức $2 + 3i, 3 + i, 1 + 2i$. Trọng tâm G của tam giác ABC biểu diễn số phức z . Tìm z .

- A. $z = 1 + i$. B. $z = 2 - 2i$. C. $z = 1 - i$. D. $z = 2 + 2i$.

Câu 21. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1 = -1 + 3i, z_2 = -3 - 2i$,

$z_3 = 4 + i$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Hãy chọn kết luận đúng nhất.

- A. Tam giác ABC vuông cân. B. Tam giác ABC cân.
C. Tam giác ABC vuông. D. Tam giác ABC đều.

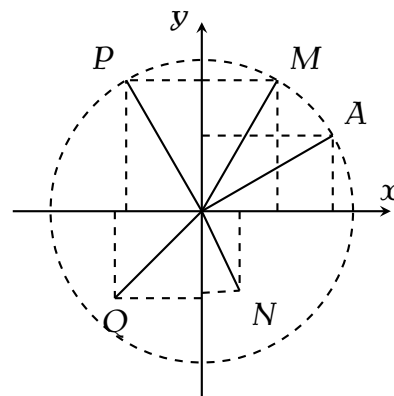
Câu 22. Xét ba điểm A, B, C theo thứ tự trong mặt phẳng phức biểu diễn ba số phức phân biệt thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_3|$ và $z_1 + z_2 + z_3 = 0$. Tam giác ABC có tính chất gì?

- A. Tù. B. Vuông (không cân).
C. Vuông cân. D. Đều.

Câu 23.

Cho số phức z có $|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ và điểm A trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của z . Tìm điểm biểu diễn của số phức $w = \frac{i}{2z}$ biết điểm đó là một trong bốn điểm M, N, P, Q .

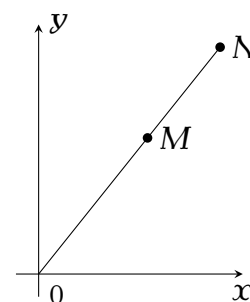
- A. M . B. N . C. P . D. Q .



Câu 24.

Trên mặt phẳng tọa độ, số phức z có điểm biểu diễn là M và $w = 2z + a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn là N như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. $a > 0, b > 0$. B. $a > 0, b < 0$.
C. $a < 0, b > 0$. D. $a < 0, b < 0$.

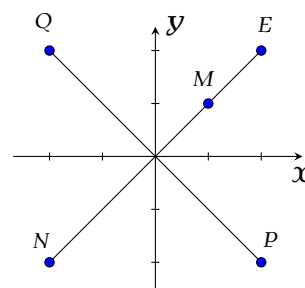


Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ, cho số phức z có điểm biểu diễn là M , biết điểm M không thuộc hai trục tọa độ. Gọi N là điểm đối xứng với M qua trục Oy , số phức nào sau đây có điểm biểu diễn là N ?

- A. $-z$. B. $-\bar{z}$. C. $\bar{z}$. D. $\frac{1}{z}$.

Câu 26. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z (như hình vẽ bên). Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $2z$?

- A. Điểm N .
B. Điểm Q .
C. Điểm E .
D. Điểm P .



BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. C	4. D	5. C	6. B	7. D	8. B	9. D	10. A
11. B	12. C	13. C	14. B	15. B	16. B	17. D	18. A	19. B	20. D
21. A	22. D	23. A	24. A	25. B	26. C				

❖❖❖ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Bài 1. Ta có: $w = iz = i(1 - 2i) = 2 + i \Rightarrow$ điểm biểu diễn w là $N(2; 1)$.

Chọn đáp án **(B)**

Bài 2. Điểm M có tọa độ là $(-2, 1)$ do đó M biểu diễn số phức $z_3 = -2 + i$.

Chọn đáp án **(C)**

Bài 3. Ta có $z = z_1 + z_2 = -2 - i$.

Chọn đáp án **(C)**

Bài 12. $z = \frac{2 + 3i}{13}$

Chọn đáp án **(C)**

CHỦ ĐỀ 4: BÀI TOÁN QUỸ TÍCH

CÁC TẬP HỢP ĐIỂM QUAN TRỌNG

- $|z - (a + bi)| = r$: Đường tròn tâm $I(a, b)$ bán kính r .
 - $|z - (a_1 + b_1i)| = |z - (a_2 + b_2i)|$: Đường trung trực của AB với $A(a_1, b_1)$, $B(a_2, b_2)$.
 - $|z - (a_1 + b_1i)| + |z - (a_2 + b_2i)| = 2a$:
 - Đoạn thẳng AB với $A(a_1, b_1)$, $B(a_2, b_2)$ nếu $2a = AB$.
 - Elip (E) nhận A, B làm hai tiêu điểm với độ dài trục lớn là $2a$ nếu $2a > AB$.
- Đặc biệt $|z + c| + |z - c| = 2a$: Elip $(E) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $b = \sqrt{a^2 - c^2}$.

MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH QUAN TRỌNG

- $ax + by + c = 0$: Phương trình đường thẳng nhận (a, b) làm vtcp.
- $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$: Phương trình đường tròn tâm (x_0, y_0) , bán kính R .
- $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$: Phương trình Elip với độ dài trục lớn $2a$ và độ dài trục nhỏ $2b$.

MỘT SỐ CÔNG THỨC QUAN TRỌNG

- a) $|z+a+bi| = |\bar{z}+a-bi|$; b) $\overline{z^{-1}} = (\bar{z})^{-1}, \forall z \neq 0$; c) $z \cdot \bar{z} = |z|^2$;
 d) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$; e) $\overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z}_1 \pm \bar{z}_2$; f) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}, z_2 \neq 0$;
 g) $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$; h) $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$; i) $|z|^2 = |\bar{z}|^2$.

❖❖❖ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ❖❖❖

Câu 1. Trong mặt phẳng phức, xác định tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho $\frac{1}{z-i}$ là số thuần ảo.

- A. Trục tung, bỏ điểm có tọa độ $(0;1)$.
 B. Trục tung.
 C. Đường thẳng $y = 1$, bỏ điểm có tọa độ $(0;1)$.
 D. Đường thẳng $y = 1$.

Câu 2. Cho số phức $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $\frac{i+z}{i-z}$ là một số thực âm. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng Oxy là

- A. Các điểm trên trục tung với $-1 < y < 1$.
 B. Các điểm trên trục tung với $y < -1$ hoặc $y > 1$.
 C. Các điểm bên trong đường tròn tâm O bán kính bằng 1.
 D. Các điểm bên ngoài đường tròn tâm O bán kính 1.

Câu 3. Xác định tập hợp tất cả những điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z sao cho $z^2 = (\bar{z})^2$.

- A. $\{(x;0), x \in \mathbb{R}\} \cup \{(0;y), y \in \mathbb{R}\}$. B. $\{(x;y), x+y=0\}$.
 C. $\{(0;y), y \in \mathbb{R}\}$. D. $\{(x;0), x \in \mathbb{R}\}$.

Câu 4. Xác định tập hợp tất cả những điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức z sao cho z^2 là số thực âm.

- A. $\{(0;y), y \in \mathbb{R}\}$. B. $\{(x;0), x \in \mathbb{R}\}$. C. $\{(0;y), y \neq 0\}$. D. $\{(x;0), x < 0\}$.

Câu 5. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho $\frac{1}{z-4}$ là số thuần ảo.

- A. Đường thẳng $y = 4$. B. Đường thẳng $y = 4$ bỏ đi điểm $(0;4)$.
 C. Đường thẳng $x = 4$. D. Đường thẳng $x = 4$ bỏ đi điểm $(4;0)$.

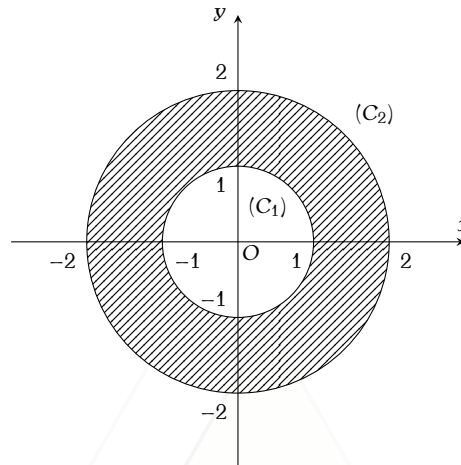
Câu 6. Trong mặt phẳng hệ trục tọa độ Oxy tập T các điểm biểu diễn các số phức z thỏa $|z| = 10$ và phần ảo của z bằng 6.

- A. T là đường tròn tâm O bán kính $R = 10$.
 B. $T = \{(8;6), (-8;6)\}$.

C. T là đường tròn tâm O bán kính $R = 6$.

D. $T = \{(6; 8), (6; -8)\}$.

Câu 7. Số phức $z = x + iy$ thỏa điều kiện nào của x, y sau đây để tập hợp các điểm biểu diễn của z là hình vành khăn nằm giữa hai đường tròn (C_1) , (C_2) , kể cả hai đường tròn (C_1) , (C_2) ?



- A. $1 \leq x^2 + y^2 \leq 2$. B. $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 2 \end{cases}$. C. $1 < x^2 + y^2 < 4$. D. $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$.

Câu 8. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z trong mặt phẳng phức thỏa mãn điều kiện $(2 - z)(i + \bar{z})$ là số thực.

- A. Đường thẳng $x + y - 2 = 0$.
 B. Đường tròn tâm $I\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.
 C. Đường tròn $x^2 + y^2 - 2x - y = 0$.
 D. Đường thẳng $x + 2y - 2 = 0$.

Câu 9. Trong mặt phẳng phức, cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Tìm tập hợp các điểm biểu diễn của z sao cho $\frac{z + i}{z - 2i}$ là một số thực âm.

- A. Các điểm trên trục tung, với $-1 \leq y \leq 2$.
 B. Các điểm trên trục tung, với $y > 2$.
 C. Các điểm trên trục tung, với $-1 < y < 2$.
 D. Các điểm trên trục hoành, với $x < 0$.

Câu 10. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3 + 4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 4$. B. $r = 5$. C. $r = 20$. D. $r = 22$.

Câu 11. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 4i| \leq 2$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 2z + 1 - i$ là hình tròn có diện tích bằng

- A. $S = 9\pi$. B. $S = 12\pi$. C. $S = 16\pi$. D. $S = 25\pi$.

Câu 12. Cho số phức z thay đổi luôn có $|z| = 2$. Khi đó tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = (1 - 2i)\bar{z} + 3i$ là:

- A. Đường tròn $x^2 + (y - 3)^2 = 20$.
 B. Đường tròn $x^2 + (y - 3)^2 = 2\sqrt{5}$.
 C. Đường tròn $x^2 + (y + 3)^2 = 20$.
 D. Đường tròn $(x - 3)^2 + y^2 = 2\sqrt{5}$.

Câu 13. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 2| + |z - 2| = 5$ là

- A. đường thẳng. B. đường tròn. C. elip. D. hypebol.

Câu 14. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 4$. Tập hợp các điểm biểu diễn của z là

- A. một đường tròn. B. một đường thẳng.
 C. một hình tròn. D. một đoạn thẳng.

Câu 15. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 4i| = |\bar{z} - i|$ là một đường thẳng có phương trình

- A. $x + 2y - 3 = 0$. B. $x - y - 4 = 0$. C. $3x - y - 4 = 0$. D. $2x + 3y - 2 = 0$.

Câu 16. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3 + 4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 4$. B. $r = 5$. C. $r = 22$. D. $r = 20$.

Câu 17. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2 + i| = |\bar{z} - 3i|$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ nằm trên đường thẳng có phương trình là

- A. $y = -x + 1$. B. $y = x - 1$. C. $y = -x - 1$. D. $y = x + 1$.

Câu 18. Gọi (H) là tập hợp tất cả các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $a^2 + b^2 \leq 1 \leq a - b$. Tính diện tích của hình (H) .

- A. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$. B. $\frac{3\pi}{4} + \frac{1}{2}$. C. 1. D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 19. Cho số phức $w = (1 + i)z + 2$, biết $|1 + iz| = |z - 2i|$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức w trên mặt phẳng phức là một đường tròn.
 B. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức w trên mặt phẳng phức là một đường elip.
 C. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức w trên mặt phẳng phức là hai điểm.
 D. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức w trên mặt phẳng phức là một đường thẳng.

Câu 20. Cho số phức z có $|z| = 5$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (2 + 3i)z - 5$ trong mặt phẳng tọa độ là một đường tròn. Xác định tọa độ tâm của đường tròn đó.

- A. $I(5; 0)$. B. $I(3; 1)$. C. $I(0; 0)$. D. $I(-5; 0)$.

Câu 21. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 3$.

- A. Đường tròn tâm $I(2; -1)$, bán kính $R = 1$.
 B. Đường tròn tâm $I(-2; 1)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.

C. Đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$.

D. Đường tròn tâm $I(-2; 1)$, bán kính $R = 3$.

Câu 22. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2| + |z + 2| = 10$.

A. Đường tròn $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 100$. B. Elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$.

C. Đường tròn $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 10$. D. Elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$.

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |z - 2i|$.

A. Đường tròn có phương trình $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 3$.

B. Đường tròn có phương trình $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 3$.

C. Đường thẳng có phương trình $x + 3y - 1 = 0$.

D. Đường thẳng có phương trình $x - 3y + 1 = 0$.

Câu 24. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (3 - 4i)z - 1 + 2i$ là đường tròn tâm I , bán kính R . Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.

A. $I(-1; 5)$, $R = \sqrt{5}$. B. $I(1; -2)$, $R = 5$. C. $I(1; 2)$, $R = 5$. D. $I(-1; 2)$, $R = 5$.

Câu 25. Cho số phức z thỏa mãn $|5z + i| = |5 - iz|$, biết rằng tập hợp điểm biểu diễn cho số phức w thỏa mãn $w(1 - i) = (6 - 8i)z + 3i + 2$ là một đường tròn. Xác định tọa độ tâm I của đường tròn đó.

A. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. B. $I(-1; 5)$. C. $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. D. $I(1; -5)$.

Câu 26. Cho số phức z thỏa $|2 + z| = |1 - i|$. Chọn phát biểu **đúng**.

A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường thẳng.

B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường parabol.

C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn.

D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường elip.

Câu 27. Cho số phức z và w thỏa mãn $|z| = 3$, $i\bar{w} = (3 + 4i)z - 2i$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức w là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 15$. B. $r = 2$. C. $r = 10$. D. $r = 5$.

Câu 28. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 4i| \leq 2$. Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w = 3z + 1 - i$ là hình tròn có tâm và bán kính là

A. $I(-10; 13)$, $R = 6$.

B. $I(-10; 13)$, $R = 2$.

C. $I(10; -13)$, $R = 6$.

D. $I(10; -13)$, $R = 2$.

Câu 29. Xác định tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn hệ thức $2|z - 1| = |z - \bar{z} + 2|$.

- A. Đường tròn (C) tâm $I(1;0)$, bán kính $R = 1$.
 B. Đường thẳng $x = 2$.
 C. Đường thẳng $y = x + 2$.
 D. Đường thẳng $x = 0; x = 2$.

Câu 30. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = (1 + i\sqrt{3})z + 2$ trên mặt phẳng tọa độ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 16$. B. $r = 4$. C. $r = 25$. D. $r = 9$.

Câu 31. Gọi (H) là hình biểu diễn của tập hợp các số phức z trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , biết z thỏa mãn $|3z - 2\bar{z}| \leq 5$ và số phức z có phần thực không âm. Tính diện tích S của hình (H).

- A. $S = \frac{5\pi}{4}$. B. $S = \frac{5\pi}{2}$. C. $S = \frac{5\pi}{4}$. D. $S = \frac{3\pi}{2}$.

Câu 32. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 3| = |2i - z|$.

- A. Đường thẳng $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{4}$. B. Đường thẳng $y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{4}$.
 C. Đường thẳng $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{4}$. D. Đường thẳng $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{4}$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $|z + i| = 3$. Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = (3 + 4i)z - 2i$ là một đường tròn. Tính bán kính R của đường tròn đó.

- A. $R = 9$. B. $R = 15$. C. $R = 12$. D. $R = 20$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $|\bar{z} - i| = 5$. Tập hợp các điểm M biểu diễn hình học của số phức z là đường tròn có phương trình

- A. $x^2 + (y + 1)^2 = 5$. B. $x^2 + (y - 1)^2 = 25$.
 C. $x^2 + (y + 1)^2 = 25$. D. $x^2 + (y - 1)^2 = 5$.

Câu 35. Gọi (H) là hình gồm các điểm M là biểu diễn hình học của số phức z thỏa mãn $|z + 3|^2 + |z - 3|^2 = 50$. Tính diện tích S của hình (H).

- A. $S = 16\pi$. B. $S = 15\pi$. C. $S = 20\pi$. D. $S = 8\pi$.

Câu 36. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + \bar{z} + 3| = 4$ là

- A. đường tròn có tâm $I(1;2)$ bán kính $R = 6$.
 B. đường thẳng $x = -\frac{1}{2}$ và $x = -\frac{7}{2}$.
 C. đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ và $x = -\frac{7}{2}$.
 D. đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ và $x = \frac{7}{2}$.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 2| + |z - 2| = 8$. Trong mặt phẳng phức tập hợp những điểm biểu diễn cho số phức z là

A. $(E) : \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1.$

B. $(E) : \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1.$

C. $(C) : (x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 64.$

D. $(C) : (x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 8.$

Câu 38. Trong mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp những điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2i| = |\bar{z} + 1|$ là một đường thẳng. Viết phương trình đường thẳng đó.

A. $-2x + 4y + 3 = 0.$

B. $2x + 4y - 3 = 0.$

C. $2x - 4y + 3 = 0.$

D. $2x + 4y + 3 = 0.$

Câu 39. Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn $|z + 2i| = \sqrt{5}$ và điểm biểu diễn của z trong mặt phẳng tọa độ thuộc đường thẳng $d : 2x + y - 3 = 0$.

A. $z = -2 + i.$

B. $z = 2 + i.$

C. $z = -2 - i.$

D. $z = 2 - i.$

Câu 40. Tập hợp các điểm nằm trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn số phức z thỏa $\left| \frac{z + 1 - 2i}{5 - i\bar{z}} \right| = 1$ là

A. Một đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 + x + 3y - 15 = 0.$

B. Đường thẳng có phương trình $x - 7y - 10 = 0.$

C. Một đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 + x - 7y - 15 = 0.$

D. Đường thẳng có phương trình $x + 3y - 10 = 0.$

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{(2 - i)z - 3i - 1}{z - i} \right| = 4$. Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = \frac{1}{iz + 1}$ trên mặt phẳng tọa độ là một đường tròn. Tìm bán kính R của đường tròn đó.

A. $R = 4.$

B. $R = 4\sqrt{5}.$

C. $R = 8.$

D. $R = 2\sqrt{2}.$

Câu 42. Số phức z thỏa điều kiện nào sau đây thì có tập hợp các điểm biểu diễn nó là đường tròn tâm $I(0; 1)$, bán kính $R = 2$?

A. $|z - i| = \sqrt{2}.$

B. $|z + 1| = \sqrt{2}.$

C. $|z - 1| = 2.$

D. $|z - i| = 2.$

Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $3 \leq |z - 3i + 1| \leq 5$. Tập hợp các điểm biểu diễn của z tạo thành một hình phẳng. Tính diện tích S của hình phẳng đó.

A. $S = 25\pi.$

B. $S = 8\pi.$

C. $S = 4\pi.$

D. $S = 16\pi.$

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 2; w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn, tìm bán kính đường tròn đó.

A. $R = 3.$

B. $R = 2.$

C. $R = 4.$

D. $R = 5.$

Câu 45. Cho số phức z có $|z| = 4$. Tập hợp các điểm M trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn số phức $w = \bar{z} + 3i$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

A. 4.

B. $\frac{4}{3}.$

C. 3.

D. $4\sqrt{2}.$

Câu 46. Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2| = |i - z|$ là đường thẳng Δ có phương trình

A. $2x + 4y + 13 = 0$.

B. $4x + 2y + 3 = 0$.

C. $-2x + 4y - 13 = 0$.

D. $4x - 2y + 3 = 0$.

Câu 47. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (3 - 4i)z - 1 + 2i$ là đường tròn tâm I , bán kính R . Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.

A. $I(-1; 5), R = \sqrt{5}$.

B. $I(1; -2), R = 5$.

C. $I(1; 2), R = 5$.

D. $I(-1; 2), R = 5$.

Câu 48. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , biết S là tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z+2}{z+2i} \right| = 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. S là đường thẳng $x - y = 0$.

B. S là trục Ox .

C. S là trục Oy .

D. S là đường tròn có tâm $I(-2; 2)$, bán kính $R = 1$.

Câu 49. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 1 + i| = 1$. Biết rằng tập hợp biểu diễn các số phức $w = \bar{z} - 1 - 2i$ là một đường tròn tâm I . Tọa độ điểm I trong mặt phẳng Oxy là

A. $I(1; 2)$.

B. $I(-2; -1)$.

C. $I(2; 1)$.

D. $I(-1; -2)$.

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (z + i)(2 + i)$ là một đường tròn có bán kính bằng r . Tìm r .

A. $r = 4\sqrt{5}$.

B. $r = 2\sqrt{5}$.

C. $r = 3\sqrt{5}$.

D. $r = \sqrt{5}$.

Câu 51. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z-i}{z+i} \right| = 1$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức là

A. đường tròn.

B. trục thực.

C. trục ảo.

D. một điểm.

Câu 52. Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - i| = |(1 + i)z|$ là một đường tròn. Phương trình đường tròn đó là

A. $x^2 + (y - 1)^2 = 2$.

B. $(x - 1)^2 + y^2 = 2$.

C. $x^2 + (y + 1)^2 = 2$.

D. $(x + 1)^2 + y^2 = 2$.

Câu 53. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = (1 - 2i)\bar{z} + 3i$.

A. Đường tròn $x^2 + (y - 3)^2 = 2\sqrt{5}$.

B. Đường tròn $x^2 + (y + 3)^2 = 20$.

C. Đường tròn $x^2 + (y - 3)^2 = 20$.

D. Đường tròn $(x - 3)^2 + y^2 = 2\sqrt{5}$.

Câu 54. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3| - |2i + 3 + \bar{z}| = 0$. Tập hợp điểm biểu diễn của z là

A. đường elip có trục lớn bằng 4.

B. đường thẳng có phương trình $3x - y + 1 = 0$.

C. điểm có tọa độ $(0; 1)$.

D. đường tròn có tọa độ tâm $(3; 2)$.

Câu 55. Tập hợp các số phức $w = (1 + i)z + 1$ với z là số phức thỏa mãn $|z - 1| \leq 1$ là hình tròn. Tính diện tích hình tròn đó.

- A. 4π . B. 2π . C. 3π . D. π .

Câu 56. Trong mặt phẳng Oxy , tìm tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z + 2 - 2i| = |2\bar{z} + 1 - 3i|$.

- A. đường parabol. B. đường thẳng. C. đường elip. D. đường tròn.

Câu 57. Biết tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |z + 2|$ là một đường thẳng. Viết phương trình của đường thẳng đó.

- A. $x + y - 1 = 0$. B. $-x - y - 1 = 0$. C. $x - y + 1 = 0$. D. $x - y - 1 = 0$.

Câu 58. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|zi - (2 + i)| = 2$.

- A. Đường thẳng $x + 2y - 1 = 0$. B. Đường thẳng $3x + 4y - 2 = 0$.
C. Đường tròn $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$. D. Đường tròn $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

Câu 59. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 2| = |z - 2i + 1|$. Tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường thẳng có phương trình là

- A. $2x - 4y - 1 = 0$. B. $2x + 4y + 1 = 0$.
C. $2x + 4y - 1 = 0$. D. $-2x + 4y + 1 = 0$.

Câu 60. Cho số phức z thỏa mãn $|iz + 5 - 3i| = 2$, biết rằng tập hợp điểm biểu diễn các số phức w thỏa mãn điều kiện $w = (2 + i)z + 2 - 3i$ là một đường tròn. Tìm tâm I của đường tròn đó.

- A. $I(-3; -10)$. B. $I(3; -10)$. C. $I(3; 10)$. D. $I(-3; 10)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. A	4. C	5. D	6. B	7. D	8. D	9. C	10. C
11. C	12. A	13. C	14. A	15. B	16. C	17. B	18. A	19. D	20. D
21. D	22. D	23. D	24. D	25. A	26. C	27. A	28. C	29. D	30. B
31. B	32. B	33. B	34. C	35. A	36. C	37. A	38. A	39. D	40. D
41. A	42. D	43. D	44. C	45. A	46. B	47. D	48. A	49. B	50. C
51. B	52. C	53. C	54. B	55. B	56. D	57. C	58. C	59. C	60. C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 8. Gọi $z = x + yi$, ta có $(2 - z)(i + \bar{z}) = (2 - x - yi)(x + (1 - y)i)$ phần ảo bằng $-x - 2y + 2 = 0$, từ đó ta suy ra tập hợp điểm biểu diễn là đường thẳng $x + 2y - 2 = 0$.

Chọn đáp án **D**

Bài 9. Chú ý : $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1}{\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2} = \frac{r_1}{r_2} (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$. Để $\frac{z_1}{z_2}$ là số thực thì $\sin(\varphi_1 - \varphi_2) = 0$ kéo theo biểu diễn của z_1, z_2 và O thẳng hàng.

Dễ thấy biểu diễn của $z + i$ và $z - 2i$ thẳng hàng khi và chỉ khi biểu diễn của z thuộc trục tung, $z = iy$. Ta có $\frac{i(y+1)}{i(y-2)} < 0 \Leftrightarrow -1 < y < 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Bài 10. Ta có: $|w - i| = |(3 + 4i)z| = |3 + 4i||z| = 5 \cdot 4 = 20$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn w là đường tròn bán kính $r = 20$.

Chọn đáp án **(C)** □

Bài 11. Ta có: $|w - (7 - 9i)| = |2z - 6 + 8i| = 2|z - 3 + 4i| \leq 2 \cdot 2 = 4$.

Suy ra tập hợp biểu diễn w là đường tròn bán kính $r = 4$.

Vậy diện tích đường tròn đó là $S = \pi r^2 = 16\pi$.

Chọn đáp án **(C)** □

Bài 12. Ta có: $|w - 3i| = |(1 - 2i)\bar{z}| = |1 - 2i||\bar{z}| = 2\sqrt{5}$.

Suy ra tập hợp biểu diễn w là đường tròn tâm $(0, 3)$ bán kính $r = 2\sqrt{5}$.

Vậy tập hợp biểu diễn w là $x^2 + (y - 3)^2 = 20$.

Chọn đáp án **(A)** □

Bài 25. Gọi $z = x + iy, x, y \in \mathbb{R}$. Có: $|5z + i| = |5 - iz| \Leftrightarrow 25x^2 + (5y + 1)^2 = x^2 + (5y + 1)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$.

Mà $w(1 - i) = (6 - 8i)z + 3i + 2 \Leftrightarrow w = (7 - i)z - \frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$

$\Rightarrow \left| w - \left(-\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i \right) \right| = |7 - i||z| = \sqrt{50} \Rightarrow$ tâm I của đường tròn cần tìm là $\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2} \right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Bài 27. Từ giả thiết ta có $\bar{w} = -i(3 + 4i)z - 2$, bán kính của đường tròn cần tìm là $r = 3 \times |-i(3 + 4i)| = 15$

Chọn đáp án **(A)** □

Bài 32. Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có: $|z + 3| = |2i - z| \Leftrightarrow y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Bài 34. Gọi $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$. Ta có $|\bar{z} - i| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (-y - 1)^2} = 5 \Leftrightarrow x^2 + (y + 1)^2 = 25$.

Chọn đáp án **(C)** □

Bài 35. Gọi $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$ có điểm biểu diễn là $M(x, y)$. Khi đó $|z + 3|^2 + |z - 3|^2 = 50 \Leftrightarrow (x + 3)^2 + y^2 + (x - 3)^2 + y^2 = 50 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 16$ hay M thuộc đường tròn (H) tâm $I(0; 0)$ bán kính $R = 4$. Diện tích $S_{(H)} = \pi R^2 = 16\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Bài 36. Giả sử $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$) ta có $|z + \bar{z} + 3| = 4 \Leftrightarrow |2x + 3| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{7}{2} \end{cases}$ Từ đó ta chọn phương án C.

Chọn đáp án **C**

□

Bài 37. Ta có $|z + 2| + |z - 2| = 8 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y + 2)^2} + \sqrt{x^2 + (y - 2)^2} = 8$.

Gọi $M(x; y)$, $F_1(-2; 0)$, $F_2(2; 0)$ suy ra $MF_1 + MF_2 = 8$.

Suy ra điểm M nằm trên elip (E) có $2a = 8 \Leftrightarrow a = 4$, ta có $F_1F_2 = 2c \Leftrightarrow 4 = 2c \Leftrightarrow c = 2$.

Ta có $b^2 = a^2 - c^2 = 16 - 4 = 12$. Vậy tập hợp các điểm M là elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Bài 41. $\left| \frac{(2-i)z - 3i - 1}{z - i} \right| = 4 \Leftrightarrow \left| \frac{(z-i)(2-i) - i}{z - i} \right| = 4 \Leftrightarrow \left| 2 - i - \frac{i}{z - i} \right| = 4 \Leftrightarrow \left| 2 - i - \frac{-1}{iz + i} \right| = 4 \Leftrightarrow |2 - i + w| = 4$. Suy ra tập hợp điểm biểu diễn các số phức w là đường tròn có bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **A**

□

Bài 44. • Ta viết lại $w = (1 + \sqrt{3}i)(z - 1) + 3 + i\sqrt{3} \Leftrightarrow w - 3 - i\sqrt{3} = (1 + \sqrt{3}i)(z - 1)$.

• Lấy môđun hai vế ta được

$$\left| w - 3 - i\sqrt{3} \right| = \left| (1 + \sqrt{3}i)(z - 1) \right| \Leftrightarrow \left| w - 3 - i\sqrt{3} \right| = 4 (*)$$

• Tập hợp các điểm biểu diễn số phức w thỏa mãn phương trình $(*)$ là đường tròn tâm $I(3; \sqrt{3})$ và bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **C**

□

Bài 48. Có $\left| \frac{z + 2}{z + 2i} \right| = 1 \Leftrightarrow |z + 2| = |z + 2i| \Leftrightarrow (x + 2)^2 + y^2 = x^2 + (y + 2)^2 \Leftrightarrow x = y$ hay $x - y = 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Bài 49. Gọi $z = x + yi$, ta có $w = \bar{z} - 1 - 2i = x - 1 + (-y - 2)i \Rightarrow M(x - 1; -y - 2)$ là điểm biểu diễn của w .

Mà $|z + 1 + i| = 1 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 1 \Leftrightarrow ((x - 1) + 2)^2 + ((-y - 2) + 1)^2 = 1$.

Vậy tâm $I(-2; -1)$.

Chọn đáp án **B**

□

Bài 50. Ta có $w = (z - 2)(2 + i) + (2 + i)^2 \Rightarrow w - 3 - 4i = (z - 2)(2 + i)$.

Suy ra $|w - 3 - 4i| = |z - 2| \cdot |2 + i| = 3\sqrt{5}$. Vậy $r = 3\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C**

□

CHỦ ĐỀ 5: CỰC TRỊ TRONG SỐ PHỨC

a) Bất đẳng thức tam giác:

i) $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$, dấu "=" xảy ra khi $z_1 = kz_2$ với $k \geq 0$.

ii) $|z_1 - z_2| \leq |z_1| + |z_2|$, dấu "=" xảy ra khi $z_1 = kz_2$ với $k \leq 0$.

iii) $|z_1 + z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$, dấu "=" xảy ra khi $z_1 = kz_2$ với $k \leq 0$.

iv) $|z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$, dấu "=" xảy ra khi $z_1 = kz_2$ với $k \geq 0$.

b) Công thức trung tuyến: $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$

c) Tập hợp điểm:

i) $|z - (a + bi)| = r$: Đường tròn tâm $I(a; b)$ bán kính r .

ii) $|z - (a_1 + b_1i)| = |z - (a_2 + b_2i)|$: Đường trung trực của AB với $A(a_1; b_1)$, $B(a_2; b_2)$.

iii) $|z - (a_1 + b_1i)| + |z - (a_2 + b_2i)| = 2a$:

- Đoạn thẳng AB với $A(a_1; b_1)$, $B(a_2; b_2)$ nếu $2a = AB$.

- Elip (E) nhận A, B làm hai tiêu điểm với độ dài trục lớn là $2a$ nếu $2a > AB$.

Đặc biệt $|z + c| + |z - c| = 2a$: Elip (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $b = \sqrt{a^2 - c^2}$.

▢ Dạng 1. Cực trị liên quan đến đường tròn và elip

✦✦✦ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ✦✦✦

Câu 1. Cho số phức z thay đổi thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 3i| = 3$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $|z + 3 + 2i|$. Tính $S = M^2 + m^2$.

- A. $S = 36$. B. $S = 18$. C. $S = 5$. D. $S = 118$.

Câu 2. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất $|z|_{\max}$ của $|z|$.

- A. $|z|_{\max} = 1 + \sqrt{13}$. B. $|z|_{\max} = \sqrt{13}$. C. $|z|_{\max} = 2 + \sqrt{13}$. D. $|z|_{\max} = \sqrt{13} - 1$.

Câu 3. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = 4$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $|z + 2 + i|$. Tính $S = M^2 + m^2$.

- A. 34. B. 82. C. 68. D. 36.

Câu 4. Cho số phức z thỏa $|z - 3 + 4i| = 2$ và $w = 2z + 1 - i$. Khi đó $|w|$ có giá trị lớn nhất là

- A. $16 + \sqrt{74}$. B. $16 + \sqrt{130}$. C. $4 + \sqrt{74}$. D. $4 + \sqrt{130}$.

Câu 5. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

- A. $\sqrt{2}$. B. 1. C. 2. D. $\sqrt{5} - 1$.

Câu 6. Gọi z_1, z_2 lần lượt là các số phức có môđun lớn nhất và môđun nhỏ nhất trong các số phức z thỏa mãn $|z + 2 + 4i| = 2$. Tính tổng phần ảo của các số phức z_1 và z_2 .

- A. $8i$. B. 4. C. -8 . D. 8.

Câu 7. Với các số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.

- A. $\max |z| = 7$. B. $\max |z| = 6$. C. $\max |z| = 5$. D. $\max |z| = 4$.

Câu 8. Số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 3i| = 1$. Phần thực của số phức z có môđun nhỏ nhất là

- A. $\frac{26 + \sqrt{52}}{13}$. B. $\frac{52 + \sqrt{52}}{13}$. C. $\frac{52 - \sqrt{52}}{13}$. D. $\frac{26 - \sqrt{52}}{13}$.

Câu 9. Trong các số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 2i| = 1$. Gọi z_0 là số phức có môđun nhỏ nhất. Tính $|z_0|$.

- A. $|z_0| = \sqrt{5} - 1$. B. $|z_0| = \sqrt{5} - 2$. C. $|z_0| = \sqrt{5}$. D. $|z_0| = \sqrt{5} - 4$.

Câu 10. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 3| + |z - 3| = 10$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 11. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2| + |z + 2| = 6$. Đặt $m = \min |z|$; $M = \max |z|$. Tính giá trị biểu thức $T = M^2 + 3m^2$.

- A. $T = 17$. B. $T = 32$. C. $T = 21$. D. $T = 24$.

Câu 12. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3| = 2|z|$ và giá trị lớn nhất của $|z - 1 + 2i|$ bằng $a + b\sqrt{2}$ với a, b là các số hữu tỷ. Tính $a + b$.

- A. 4. B. $4\sqrt{2}$. C. 3. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 13. Cho số phức $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + 3 - 4i| = 4$ và z có môđun lớn nhất. Tính $x + y$.

- A. $x + y = -\frac{9}{5}$. B. $x + y = \frac{9}{5}$. C. $x + y = \frac{1}{5}$. D. $x + y = -\frac{1}{5}$.

Câu 14. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z + 2 - i}{z + 1 - i} \right| = \sqrt{2}$. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z|$. Tính $S = \frac{m + M}{2}$.

- A. $S = 2\sqrt{2}$. B. $S = 2$. C. $S = \sqrt{2}$. D. $S = \sqrt{2} + 1$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. C	4. D	5. D	6. C	7. B	8. D	9. A	10. B
11. D	12. A	13. B	14. C						

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. Ta có $P = |z + 3 + 2i| = |(z - 2 - 3i) + (5 + 5i)|$. Áp dụng bất đẳng thức $||z| - |b|| \leq |z + b| \leq |z| + |b|$, với mọi $z, b \in \mathbb{C}$ ta được

$$||z - 2 - 3i| - |5 + 5i|| \leq |(z - 2 - 3i) + (5 + 5i)| \leq |z - 2 - 3i| + |(5 + 5i)| \Leftrightarrow 5\sqrt{2} - 3 \leq P \leq 5\sqrt{2} + 3.$$

Khi đó, $M = 5\sqrt{2} + 3$, $m = 5\sqrt{2} - 3$ và suy ra $S = M^2 + n^2 = 118$.

Chọn đáp án **D**

□

Bài 2. Ta có $1 = |z - 2 - 3i| \geq ||z| - |2 + 3i|| \Rightarrow |z| \leq 1 + \sqrt{13}$.

Đẳng thức xảy ra khi $z = 2 + \frac{2\sqrt{13}}{13} + \left(3 + \frac{3\sqrt{13}}{13}\right) \cdot i$. Vậy $|z|_{\max} = 1 + \sqrt{13}$.

Chọn đáp án **A**

□

Bài 3. Gọi ý. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = 4$ là một đường tròn, gọi là (C) . Đặt $|z + 2 + i| = f$, ta suy ra điểm biểu diễn của z cũng phải nằm trên một đường tròn khác, gọi là (C_f) . Từ điều kiện có điểm chung của hai đường tròn (C) và (C_f) , ta suy ra GTLN và GTNN của f .

Chọn đáp án **C**

□

Bài 4. Ta có $2z = w - 1 + i$. Khi đó $|2z - 6 + 8i| = 4 = |w - 7 + 9i| = 4$.

Gọi $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn $(x - 7)^2 + (y + 9)^2 = 16$, có tâm $I(7; -9)$, bán kính $R = 4$. Giá trị lớn nhất của $|w|$ là $R + OI = 4 + \sqrt{130}$

Chọn đáp án **D**

□

Bài 11. - Tập hợp số phức z thỏa mãn yêu cầu bài ra là đường elip với hai tiêu điểm $F_1(-2; 0), F_2(2; 0)$ và trục lớn $2a = 6$. Từ đó suy ra $M = \max |z| = a = 3, m = \min |z| = b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{5}$.

- Vậy $T = 3^2 + 3 \cdot (\sqrt{5})^2 = 24$.

Chọn đáp án **D**

□

Bài 12. • Đặt $z = x + yi$. Từ giả thiết ta có $\sqrt{(x - 3)^2 + y^2} = 2\sqrt{x^2 + y^2} \Leftrightarrow \sqrt{(x + 1)^2 + y^2} = 2 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + y^2 = 4$ (C_1). Có (C_1) là đường tròn tâm $I(-1; 0)$ bán kính $R_1 = 2$.

• Có $|z - 1 + 2i| = \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 2)^2} \Rightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = R^2$ (C_2) với $R = |z - 1 + 2i|$.

• Có (C_2) là đường tròn tâm $J(1; -2)$ bán kính R .

• Để hai đường tròn (C_1) và (C_2) cắt nhau thì $|R - 2| \leq IJ \leq R + 2 \Leftrightarrow 2\sqrt{2} - 2 \leq R \leq 2 + 2\sqrt{2}$.

• Khi đó $\max |z - 1 + 2i| = 2 + 2\sqrt{2}$. Suy ra $a = b = 2$ và $a + b = 4$.

Chọn đáp án **A**

□

□ **Dạng 2. Cực trị giải bằng phương pháp đại số**

❖❖❖ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ❖❖❖

Câu 1. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của $P = |z - (1 + 2i)| + |2z + 3(1 + 2i)|$.

Câu 2. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1| = \sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của $T = |z + i| + |z - 2 - i|$.

- A. $T_{\max} = 8\sqrt{2}$. B. $T_{\max} = 4$. C. $T_{\max} = 4\sqrt{2}$. D. $T_{\max} = 8$.

Câu 3. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 1$ và $|z_1 + z_2| = 3$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z_1| + |z_2|$.

- A. $T = 8$. B. $T = 10$. C. $T = 4$. D. $T = \sqrt{10}$.

Câu 4. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa $|z_1 - 4| = 1$ và $|iz_2 - 2| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$.

- A. $2\sqrt{5} - 2$. B. $2\sqrt{5}$. C. 3. D. $4 - \sqrt{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

2. B 3. D 4. A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. Đặt $z_1 = 1 + 2i$ suy ra $|z_1| = \sqrt{5}$

$$P = |z - z_1| + |2z + 3z_1|, \text{ suy ra } P^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{6}|z - z_1| + |2z + 3z_1| \right)^2$$

Áp dụng Bunhia ta có:

$$P^2 \leq \left(\frac{1}{6} + 1 \right) (6|z - z_1|^2 + |2z + 3z_1|^2) = \frac{7}{6} (10|z|^2 + 15|z_1|^2) \Leftrightarrow P^2 \leq \frac{7}{6} (10|z|^2 + 15|z_1|^2) = \frac{7}{6} (10.1 + 15.5)$$

$$\text{Suy ra } P \leq \sqrt{\frac{595}{6}}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $|z - z_1| = |2z + 3z_1|$.

Bài 3. Sử dụng công thức $|z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$ ta có $|z_1|^2 + |z_2|^2 = \frac{1}{2}(1^2 + 3^2) = 5$.

Áp dụng bất đẳng thức $(a + b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$, ta có $T^2 \leq 2(|z_1|^2 + |z_2|^2) = 10$.

Do đó $T \leq \sqrt{10}$.

Khi $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$, $z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ thì $|z_1 - z_2| = 1$, $|z_1 + z_2| = 3$ và $T = \sqrt{10}$. Vậy giá trị lớn nhất của T bằng $\sqrt{10}$.

Chọn đáp án **D**

Dạng 3. Cực trị liên quan đến đường thẳng

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

- A. 4. B. $2\sqrt{2}$. C. 10. D. 8.

Câu 2. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $(z - 1)(\bar{z} + 2i)$ là số thực. Hãy tìm số phức z có mô-đun nhỏ nhất.

- A. $z = \frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$. B. $z = \frac{2}{5} - \frac{4}{5}i$. C. $z = -\frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$. D. $z = \frac{4}{5} + \frac{2}{5}i$.

Câu 3. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1| = |(1 + i)z|$. Đặt $m = |z|$, tìm giá trị lớn nhất $m_{\max}$ của m .

- A. $m_{\max} = \sqrt{2} + 1$. B. $m_{\max} = 1$. C. $m_{\max} = \sqrt{2} - 1$. D. $m_{\max} = \sqrt{2}$.

Câu 4. Gọi z là số phức có mô-đun nhỏ nhất thỏa mãn $|z + 1 - 4i| = |\bar{z} + 5 - 2i|$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức z đó.

- A. $\frac{15}{13}$. B. $\frac{3}{13}$. C. $-\frac{15}{13}$. D. $-\frac{3}{13}$.

Câu 5. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1 + 2i| = |z - i|$, tìm số phức z có mô-đun nhỏ nhất.

- A. $z = \frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$. B. $z = -\frac{3}{5} + \frac{1}{5}i$. C. $z = \frac{2}{5} + \frac{16}{5}i$. D. $z = \frac{16}{5} + \frac{2}{5}i$.

Câu 6. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = |z - 2 + i|$. Đặt $w = z + 2 - 3i$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|w|$.

- A. $\frac{11}{10}$. B. $\sqrt{10}$. C. $\frac{121}{10}$. D. $\frac{11}{\sqrt{10}}$.

Câu 7. Trong tập hợp số phức $\mathbb{C}$, tìm số phức z có mô-đun nhỏ nhất biết $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$.

- A. $z = 2 - 2i$. B. $z = 1 + i$. C. $z = 2 + 2i$. D. $z = 1 - i$.

Câu 8. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = |z + 5i|$, $w = iz + 20$. Giá trị nhỏ nhất của $|w|$ là

- A. $\frac{3\sqrt{10}}{2}$. B. $7\sqrt{10}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$. D. $2\sqrt{10}$.

Câu 9. Xét các số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $|z - 1 + i|$. Tính $P = m + M$.

- A. $P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$. B. $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$. C. $P = 5\sqrt{2} + \sqrt{73}$. D. $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B 2. D 3. A 4. C 5. A 6. D 7. C 8. B 9. B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. Đặt $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có: $|z - 2 - 4i| = |z - 2i| \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = x^2 + (y - 2)^2 \Leftrightarrow x + y - 4 = 0$.

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $d : x + y - 4 = 0$. Do đó giá trị nhỏ nhất của $|z|$ chính là khoảng cách từ gốc tọa độ O đến d .

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z|$ là: $d(O, d) = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Bài 2. Đặt $z = a + bi$, (với $a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó, $(z - 1)(\bar{z} + 2i) = (a^2 - a + b^2 - 2b) + i(2a + b - 2)$.

Theo giả thiết ta được $2a + b - 2 = 0 \Leftrightarrow b = 2 - 2a$. Khi đó:

$$|z| = \sqrt{a^2 + (2a - 2)^2} = \sqrt{5a^2 - 8a + 4} = \sqrt{5\left(a - \frac{4}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}} \geq \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Do đó, $|z|$ nhỏ nhất khi $a = \frac{4}{5}$, từ đó suy ra $b = \frac{2}{5}$ và $z = \frac{4}{5} + \frac{2}{5}i$.

Chọn đáp án **(D)**

Bài 3. Ta có $|z - 1| = |(1 + i)z| \Leftrightarrow |z - 1| = \sqrt{2}|z| \Rightarrow \sqrt{2}|z| \leq |z| + 1 \Rightarrow |z| \leq \sqrt{2} + 1$. Lại có $z = \sqrt{2} + 1$ thỏa mãn $|z - 1| = |(1 + i)z|$. Vậy $m_{\max} = \sqrt{2} + 1$.

Chọn đáp án **(A)**

Bài 6. Xét số phức $z = x + yi$ với $(x, y \in \mathbb{R})$.

Từ giả thiết $|z - 1 - 2i| = |z - 2 + i| \Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + (y - 2)^2} = \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 1)^2} \Leftrightarrow x = 3y$.

Ta có $|w| = \sqrt{(x + 2)^2 + (y - 3)^2} = \sqrt{10y^2 + 6y + 13} = \sqrt{10\left(y + \frac{3}{10}\right)^2 + \frac{121}{10}} \geq \frac{11}{\sqrt{10}}$.

Chọn đáp án **(D)**

