

Câu 1: (2 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (1)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1)
- 2) Tìm trên đồ thị hàm số (1) các điểm M có hoành độ âm sao cho M cùng với hai điểm $A(1;0)$, $B(3;1)$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{5}{2}$.

Câu 2: (1 điểm)

- 1) Giải phương trình: $\log_2 3 \cdot \log_3 (2x-1) = 1$

- 2) Giải bất phương trình: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} > 2^{-2x}$

Câu 3: (1 điểm) Tính tích phân: $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x\sqrt{x^2+1}} dx$

Câu 4: (1 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a ; $\widehat{ASC} = 90^\circ$ và hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn AC sao cho $AH = \frac{AC}{4}$. Tính theo a thể tích của khối chóp và khoảng cách giữa đường thẳng CD với mặt phẳng (SAB) .

Câu 5: (1 điểm) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-1)$, $B(-1;1;3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB và tìm điểm C trên đường thẳng d sao cho CAB là tam giác cân tại C .

Câu 6: (1 điểm)

- 1) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm trên tập số phức của phương trình: $x^2 + 2x + 5 = 0$. Tính $|x_1| + |x_2|$
- 2) Giải phương trình: $1 + \sin 2x = \cos 2x$

Câu 7: (1 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 2x + y - 1 = 0$ và điểm $A(-1; 2)$. Gọi M là giao điểm của Δ với trục hoành. Tìm hai điểm B, C sao cho M là trung điểm AB và trung điểm N của đoạn AC nằm trên đường thẳng Δ , đồng thời diện tích tam giác ABC bằng 4.

Câu 8: (1 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x+4} = \sqrt{y-1} + \sqrt{y-3} + \sqrt{y-5} \\ x + y + x^2 + y^2 = 44 \end{cases}$$

Câu 9: (1 điểm) Cho ba số thực dương x, y, z . Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{4}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 4}} - \frac{9}{(x+y)\sqrt{(x+2z)(y+2z)}}$$

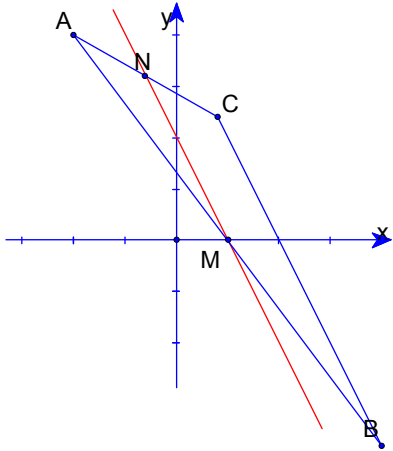
—Hết—

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN THI THỬ THPT QUỐC GIA 03

Câu	Gợi ý nội dung	Điểm
1.1 (1điểm)	Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (1)	
	1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1)	
	Txd	0,25
	Sự biến thiên	0,25
1.2 (1điểm)	BBT	0,25
	Đồ thị (qua các điểm đặc biệt)	0,25
	2) Tìm trên đồ thị hàm số (1) các điểm M có hoành độ âm sao cho M cùng với hai điểm $A(1;0)$, $B(3;1)$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{5}{2}$.	
	$\overline{AB} = (2;1)$, $AB = \sqrt{5}$, phương trình đường thẳng AB : $x - 2y - 1 = 0$	0,25
1.2 (1điểm)	$M\left(x; \frac{x+1}{x-1}\right)$ là điểm cần tìm, ta có $S_{MAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(M; (AB))$	0,25
	$\Leftrightarrow S_{MAB} = \frac{1}{2} \sqrt{5} \frac{\left x - 2 \frac{x+1}{x-1} - 1\right }{\sqrt{5}} \Leftrightarrow 5 = \left \frac{x^2 - 4x - 1}{x-1}\right \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 9x + 4 = 0 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow x = -3$ (vì $x < 0$)	
	ĐS: $M\left(-3; \frac{1}{2}\right)$	0,25
2 (1điểm)	1) Giải phương trình: $\log_2 3 \cdot \log_3 (2x-1) = 1$	
	1) pt $\Leftrightarrow \log_2 (2x-1) = 1 \Leftrightarrow 2x-1 = 2 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$	0,50
	2) Giải bất phương trình: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} > 2^{-2x}$	
	2) bpt $\Leftrightarrow 2^{-x-1} > 2^{-2x} \Leftrightarrow -x-1 > -2x \Leftrightarrow x > 1$	0,50
3 (1điểm)	Tính tích phân: $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x\sqrt{x^2+1}} dx$	
	$I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x\sqrt{x^2+1}} dx = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{x}{x^2\sqrt{x^2+1}} dx$	0,25
	Đặt $u = \sqrt{x^2+1} \Rightarrow u^2 = x^2+1 \Rightarrow udu = xdx, \Rightarrow x^2 = u^2-1$	0,25
	$I = \int_{\sqrt{2}}^2 \frac{u}{(u^2-1)u} du = \frac{1}{2} \int_{\sqrt{2}}^2 \frac{u+1-(u-1)}{(u-1)(u+1)} du = \frac{1}{2} \int_{\sqrt{2}}^2 \left(\frac{1}{u-1} - \frac{1}{u+1}\right) du = \frac{1}{2} \ln \left \frac{u-1}{u+1}\right _{\sqrt{2}}^2$	0,25
	$= -\frac{1}{2} \ln 3(3-2\sqrt{2})$	0,25

4 (1điểm)	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a ; $\widehat{ASC} = 90^\circ$ và hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn AC sao cho $AH = \frac{AC}{4}$. Tính theo a thể tích của khối chóp và khoảng cách giữa đường thẳng CD với mặt phẳng (SAB) .	
	$AH = \frac{a\sqrt{2}}{4}, CH = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$	
	ΔSAC vuông tại S : $SH^2 = AH \cdot CH = \frac{3a^2}{8}, V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$	0,25
	$CD \parallel (SAB) \Rightarrow d(CD; (SAB)) = d(C; (SAB)) = 4d(H; (SAB))$	0,25
	Trong $(ABCD)$, kẻ $HK \perp AB \Rightarrow AB \perp (SHK) \Rightarrow (SAB) \perp (SHK)$	
	Trong (SHK) , kẻ $HI \perp SK \Rightarrow HI \perp (SAB)$	0,25
5 (1điểm)	$HK = \frac{a}{4}, \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HK^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{16}{a^2} + \frac{8}{3a^2} = \frac{56}{3a^2} \Rightarrow HI^2 = \frac{3a^2}{56}$	0,25
	$d(CD; (SAB)) = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{14}}$	
	Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -1), B(-1; 1; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB và tìm điểm C trên đường thẳng d sao cho CAB là tam giác cân tại C .	
	Tọa độ trung điểm M của đoạn AB : $M(0; 2; 1), \overrightarrow{AB} = (-2; -2; 4)$	
	Mặt phẳng trung trực (P) của đoạn AB đi qua M , nhận $\vec{n} = (1; 1; -2)$ làm VTPT nên có phương trình: $x + y - 2 - 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2z = 0$	0,25
	ΔCAB cân tại $C \Leftrightarrow CA = CB \Leftrightarrow C \in (P)$ Vậy C là giao điểm của d với (P) , tọa độ C là nghiệm: $\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1} \\ x + y - 2z = 0 \end{cases} \Rightarrow C(-6; 4; -1)$	0,50
6 (1điểm)	1) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm trên tập số phức của phương trình: $x^2 + 2x + 5 = 0$. Tính $ x_1 + x_2 $	
	$\Delta' = -4 = 4i^2,$	0,25
	$x_1 = -1 + 2i, x_2 = -1 - 2i, x_1 + x_2 = 2\sqrt{5}$	0,25
	2) Giải phương trình: $1 + \sin 2x = \cos 2x$	
	$1 + \sin 2x = \cos 2x \Leftrightarrow 2 \sin x \cos x = -2 \sin^2 x \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\sin x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$	0,25
		0,25

7 (1điểm)	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: 2x + y - 1 = 0$ và điểm $A(-1; 2)$. Gọi M là giao điểm của Δ với trục hoành. Tìm hai điểm B, C sao cho M là trung điểm AB và trung điểm N của đoạn AC nằm trên đường thẳng Δ, đồng thời diện tích tam giác ABC bằng 4.	
	 Tọa độ M: $\begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ Giả sử $B(x; y)$, M là trung điểm AB nên $\begin{cases} x - 1 = 1 \\ y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow B(2; -2)$ Giả sử $C(x; y)$, ta có: $\begin{cases} N \in \Delta \\ S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot 2d(A; \Delta) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \frac{x-1}{2} + \frac{y+2}{2} - 1 = 0 \\ 4 = \sqrt{(x-2)^2 + (y+2)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 2 \\ (x-2)^2 + (y+2)^2 = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 2 \\ 5x^2 - 20x - 60 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -2 \end{cases}$ ĐS: $B(2; -2)$, $C(6; -10)$ hoặc $C(-2; 6)$	0,25 0,25 0,25 0,25
8 (1điểm)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x+4} = \sqrt{y-1} + \sqrt{y-3} + \sqrt{y-5} & (1) \\ x + y + x^2 + y^2 = 44 & (2) \end{cases}$	
	Xét hàm số $f(t) = \sqrt{t} + \sqrt{t+2} + \sqrt{t+4}$ trên $[0; +\infty)$, có $f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + \frac{1}{2\sqrt{t+2}} + \frac{1}{2\sqrt{t+4}} > 0, \forall t \in (0; +\infty)$ Nên (1) $\Leftrightarrow \sqrt{x} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x+4} = \sqrt{(y-5)+4} + \sqrt{(y-5)+2} + \sqrt{y-5}$ $\Leftrightarrow x = y - 5 (*)$ Thay (*) vào (2): $\sqrt{y+3} - \sqrt{y-2} = 1$ (3) Nhân (3) với lượng liên hợp: $5 = \sqrt{y+3} + \sqrt{y-2}$ (4) (3), (4) $\Rightarrow \sqrt{y+3} = 3 \Leftrightarrow y = 6$ ĐS: (1; 6)	0,25 0,25 0,25 0,25

	Cho ba số thực dương x, y, z . Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:													
	$P = \frac{4}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 4}} - \frac{9}{(x + y)\sqrt{(x + 2z)(y + 2z)}}$													
9 (1điểm)	$\begin{aligned} * x^2 + y^2 + z^2 + 4 &= \frac{1}{2} \left[(x^2 + y^2) + (x^2 + y^2) + (z^2 + 4) + (z^2 + 4) \right] \\ &\geq \frac{1}{2} \left[(x^2 + y^2) + 2xy + (z^2 + 2^2) + 2z \right] = \frac{1}{2} \left[(x + y)^2 + (z + 2)^2 \right] \\ &\geq \frac{1}{4} \left[(x + y)^2 + (z + 2)^2 + 2(x + y)(z + 2) \right] \geq \frac{1}{4} (x + y + z + 2)^2 \end{aligned}$	0,25												
	$* (x + y)\sqrt{(x + 2z)(y + 2z)} \leq (x + y)\frac{1}{2}(x + y + 4z) = \frac{1}{6}(3x + 3y)(x + y + 4z) \quad (1)$													
	$\text{Vì } \sqrt{(3x + 3y)(x + y + 4z)} \leq \frac{1}{2}(3x + 3y + x + y + 4z) = 2(x + y + z) \text{ nên}$													
	$(1) \Leftrightarrow (x + y)\sqrt{(x + 2z)(y + 2z)} \leq \frac{4}{6}(x + y + z)^2$		0,25											
	$\text{Vậy } P \leq \frac{8}{x + y + z + 2} - \frac{27}{2(x + y + z)^2}$													
	$\text{Đặt } t = x + y + z, \text{ xét hàm số } f(t) = \frac{8}{t + 2} - \frac{27}{2t^2} \text{ với } t > 0$													
	$\text{Ta có } f'(t) = -\frac{8}{(t + 2)^2} + \frac{27}{t^3} \quad f'(t) = \frac{-8t^3 + 2t^2 + 108t + 108}{t^3(t + 2)^2},$	0,25												
	$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6 \Rightarrow f(6) = \frac{5}{8}$													
	<table><tr><td>t</td><td>0</td><td>6</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td></td><td></td><td>–</td></tr></table>	t	0	6	$+\infty$	$f'(t)$		+	0	$f(t)$			–	
t	0	6	$+\infty$											
$f'(t)$		+	0											
$f(t)$			–											
	$\text{Vậy } P \leq \frac{5}{8}. \text{ Suy ra } \max P = \frac{5}{8} \text{ khi } \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x = y = z \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 2.$	0,25												

Mọi cách giải đúng khác đều đạt điểm tối đa