UBND TỈNH BÌNH PHƯỚC
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 06 trang)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2024 LẦN 1
MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút
(50 câu trắc nghiệm)

Mã đề thi 469

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Câu 1: Nếu $\int_{2}^{-1} f(x)\mathrm{d}x = -3$ thì $\int_{-1}^{2} \frac{1}{3} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(3;-1;2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{BA}$ là

A. $(1;-1;2)$. **B.** $(2;-2;4)$. **C.** $(-2;2;-4)$. **D.** $(2;0;0)$.

Câu 3: Hàm số $F(x) = \sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f_2(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x$. **B.** $f_1(x) = \cos 2x$. **C.** $f_4(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$. **D.** $f_3(x) = 2\cos 2x$.

Câu 4: Cho $\int_1^2 \left[3f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x = 10$ và $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Khi đó $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 17. **B.** -1. **C.** -4. **D.** 1.

Câu 5: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_{2^3} a^{\frac{3}{2}}$ bằng

A. $\frac{1}{2}\log_2 a$. **B.** $\frac{2}{3}\log_2 a$. **C.** $\frac{3}{2}\log_2 a$. **D.** $3\log_2 a$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính $R = 5$. Phương trình của (S) là

A. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5$. **B.** $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$.

C. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$. **D.** $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = 2x - 6x^5$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x - x^6 + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x^2 - x^6 + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^2 - 6x^6 + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^6 + C$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = x^2(x-1)$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-6}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1} = (4;2;-6)$. **B.** $\overrightarrow{u_4} = (1;0;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (2;1;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_2} = (1;0;-2)$.

Câu 10: Cho số phức $z = 1 - i$, phần thực của số phức $(1-i)\overline{z}$ bằng

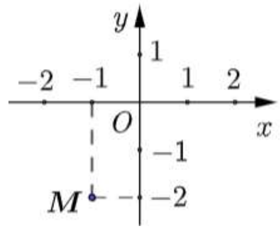
A. -2. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 11: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=-x^3-3x-1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^4-3x^2-2$.

Câu 12: Điểm M trong hình sau là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



A. $2-i$. **B.** $-1+2i$. **C.** $2+i$. **D.** $-1-2i$.

Câu 13: Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao h và độ dài đường sinh l. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $h=\sqrt{l^2-r^2}$. **B.** $h=\sqrt{l-r}$. **C.** $h=l^2+r^2$. **D.** $h=lr$.

Câu 14: Số phức $z=5i-4$ thì số phức $\overline{z}$ có phần ảo bằng

A. $5i$. **B.** -5. **C.** -4. **D.** 4.

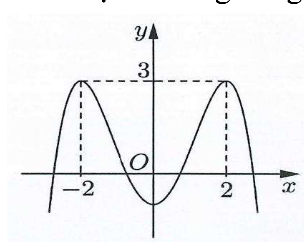
Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz)?

A. $\vec{i}=(1;0;0)$. **B.** $\vec{k}=(0;0;1)$. **C.** $\vec{j}=(0;1;0)$. **D.** $\vec{n}=(1;1;0)$.

Câu 16: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $[-1;1]$. Tính $M+m$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 17: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 18: Có bao nhiêu cách xếp 3 học sinh ngồi vào một bàn dài gồm 4 chiếc ghế sao cho mỗi chiếc ghế có đúng một học sinh ngồi?

A. $3!$. **B.** A_4^3. **C.** C_4^3. **D.** $3.4!$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

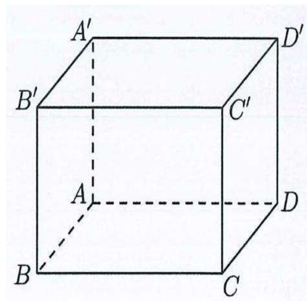
Câu 20: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 8. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 16. **B.** 32. **C.** 48. **D.** 63.

Câu 21: Một tổ có 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên hai người. Tính xác suất sao cho trong hai người được chọn có ít nhất một người là nữ.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{2}{15}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Câu 22: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và $A'D$ bằng



A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Câu 23: Cho hai số phức $z_1 = -1-3i$ và $z_2 = i$. Số phức $z_1.z_2$ bằng

A. $3-i$. **B.** $3+i$. **C.** $-3-i$. **D.** $-3+i$.

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y=(1-x)^{\sqrt{2024}}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 25: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $4\sqrt{3}\,a^3$.

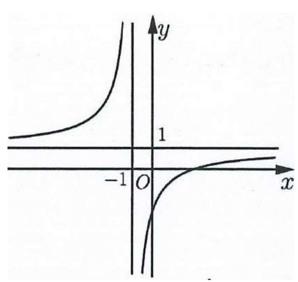
Câu 26: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = -5$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** 2. **D.** 8.

Câu 27: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{14}}{4}$. **B.** $a\sqrt{14}$. **C.** $\frac{a\sqrt{14}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{14}}{3}$.

Câu 28: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}, (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình sau:



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với các trục tọa độ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 29: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_3 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** -2. **D.** -4.

Câu 30: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = e^x$. **B.** $y = 2^x$. **C.** $y = \left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)^x$. **D.** $y = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$.

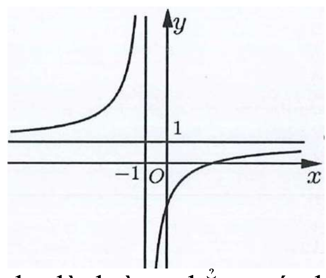
Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x < 5$ là

A. $[\log_5 2; +\infty)$. **B.** $(-\log_2 5; +\infty)$. **C.** $(\log_5 2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; \log_2 5)$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 33: Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}, (a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 0$.

Câu 34: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng r và thể tích bằng V. Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{V}{2\pi r^2}$. **B.** $\dfrac{V}{3\pi r^2}$. **C.** $\dfrac{3V}{\pi r^2}$. **D.** $\dfrac{V}{\pi r^2}$.

Câu 35: Tập nghiệm của phương trình $\log_3(16 - x^2) = 2$ là

A. $\{-7; 7\}$. **B.** $\{-\sqrt{7}\}$. **C.** $\{\sqrt{7}\}$. **D.** $\{-\sqrt{7}; \sqrt{7}\}$.

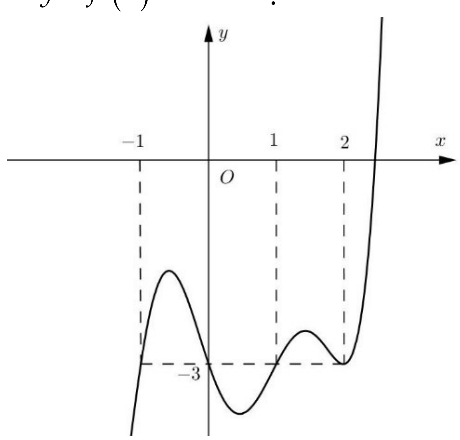
Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ và điểm $A(2;3;4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho AM luôn tiếp xúc với (S), điểm M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $2x + 2y + 2z - 15 = 0$. **B.** $2x + 2y + 2z + 15 = 0$. **C.** $x + y + z - 7 = 0$. **D.** $x + y + z + 7 = 0$.

Câu 37: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z - 1 + 2i| + |z + 3 - i| = 5$ và $|z - \mathrm{w}| \le 2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|\mathrm{w} - 4 + 2i|$. Khi đó $M^2 - m^2$ bằng

A. $61 + 2\sqrt{58}$. **B.** $4\sqrt{58}$ **C.** $\sqrt{58}$. **D.** $61 + 4\sqrt{58}$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



Hỏi hàm số $g(x) = f(2x^2 - x) + 6x^2 - 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $\left(-\frac{1}{4};0\right)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $\left(\frac{1}{4};1\right)$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-1=0$. Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+4)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=4$.

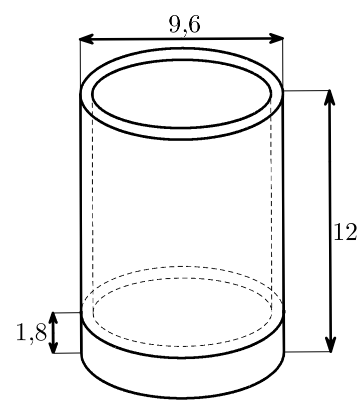
Câu 40: Cho hai số thực dương x,y thỏa mãn $(x+y)^3+2xy+\log_2\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)=8(1-xy)^3-x-y+3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+3y$.

A. $\frac{3+2\sqrt{15}}{6}$. **B.** $\frac{1+\sqrt{15}}{2}$. **C.** $\sqrt{15}-2$. **D.** $\frac{3+\sqrt{15}}{2}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 2024 để hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+x^2-mx+1$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 2023. **B.** 2024. **C.** 2025. **D.** 2022.

Câu 42: Tính thể tích của thuỷ tinh để làm một chiếc cốc hình trụ có chiều cao bằng 12 cm, đường kính đáy bằng 9,6cm (tính từ mép ngoài cốc), đáy cốc dày 1,8cm, thành xung quanh cốc dày 0,24cm (tính gần đúng đến hai chữ số thập phân)?



A. $202,27\text{ cm}^3$. **B.** $64,39\text{ cm}^3$. **C.** $212,31\text{ cm}^3$. **D.** $666,97\text{ cm}^3$.

Câu 43: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD=a, AA'=2a$, $AB=AC=AC'=AB'$. Biết góc giữa $(ADD'A')$ và (ABC) bằng $60°$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $6\sqrt{3}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 44: Giả sử ta có hệ thức $a^2+b^2=7ab$, $(a,b>0)$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $4\log_2\frac{a+b}{6}=\log_2 a+\log_2 b$. **B.** $2\log_2\frac{a+b}{3}=\log_2 a+\log_2 b$.

C. $\log_2\frac{a+b}{3}=2(\log_2 a+\log_2 b)$. **D.** $2\log_2(a+b)=\log_2 a+\log_2 b$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Phương trình của mặt phẳng đi qua A và vuông góc BC là

A. $x-2y-5z=0$. **B.** $2x-y+5z-5=0$. **C.** $x-2y-5z-5=0$. **D.** $x-2y-5z+5=0$.

Câu 46: Cho các số thực dương a,b và $a\neq 1$. Biểu thức $\log_a(a^2b)$ bằng

A. $2(1+\log_a b)$. **B.** $2+\log_a b$. **C.** $2\log_a b$. **D.** $1+\log_a b$.

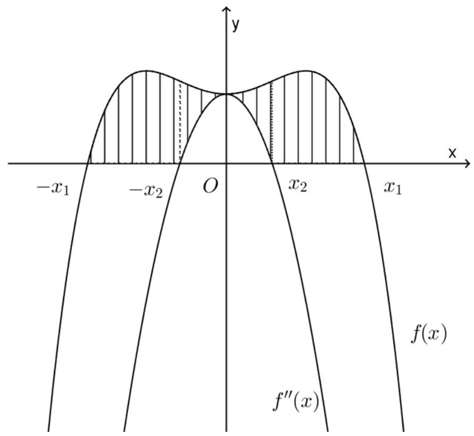
Câu 47: Có bao nhiêu giá trị dương của số thực a sao cho phương trình $z^2+\sqrt{3}z+a^2-2a=0$ có nghiệm phức z_0 thỏa $|z_0|=\sqrt{3}$.

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;0;2)$, $B(3,4,5)$. Xét điểm M thay đổi thỏa mãn các điều kiện khoảng cách từ A đến đường thẳng OM bằng $\frac{6}{5}$ và độ dài đoạn thẳng $OM=5$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MB. Khi đó $M+m$ bằng

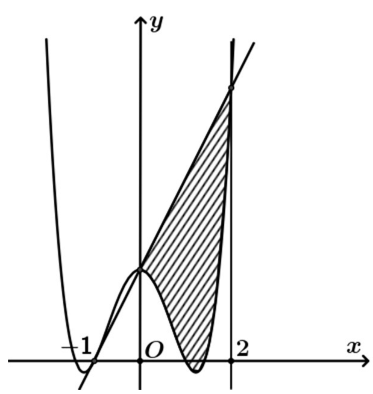
A. $\sqrt{5}+5\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{130}+5\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{130}+2\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{130}+\sqrt{5}$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+1,(a\neq 0;a,b\in\mathbb{R})$ mà đồ thị hàm số $f''(x)$ và đồ thị hàm số $f(x)$ có một điểm chung duy nhất và nằm trên Oy (hình vẽ bên dưới), trong đó $\pm x_1$ là nghiệm của $f(x)$ và $\pm x_2$ là nghiệm của $f''(x)$ $(x_1>0;x_2>0)$. Biết $x_1=3x_2$, tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $f(x)$; $f''(x)$ và trục Ox.



A. $\frac{73}{45}$. **B.** $\frac{152}{15}$. **C.** $\frac{152}{45}$. **D.** $\frac{73}{15}$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị (C), biết rằng (C) đi qua điểm $A(-1;0)$, tiếp tuyến d tại A của (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Khi diện tích hình phẳng giới hạn bởi d, đồ thị (C) và hai đường thẳng $x=0$; $x=2$ có diện tích bằng $\frac{28}{5}$ (phần gạch sọc) thì $\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$ bằng



A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{6}{5}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

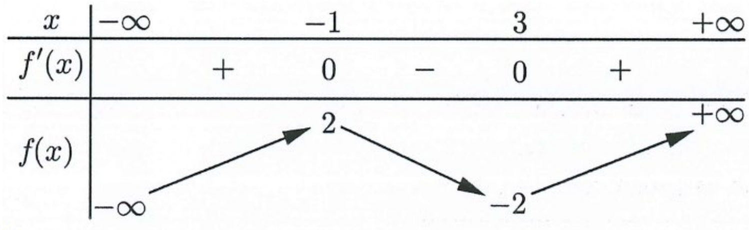
Hết

SỞ GD & ĐT BÌNH PHƯỚC **ĐỀ THI THỬ KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024**

MÔN: TOÁN HỌC

THỜI GIAN: 90 phút.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần nên hàm số có 2 cực trị.

Chọn đáp án C.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = 2x - 6x^5$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x - x^6 + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x^2 - x^6 + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^2 - 6x^6 + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^6 + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int\left(2x - 6x^5\right)dx = 2.\frac{x^2}{2} - 6.\frac{x^6}{6} + C = x^2 - x^6 + C$

Chọn đáp án B.

Câu 3: Tập nghiệm của phương trình $\log_3\left(16 - x^2\right) = 2$ là

A. $\left\{-\sqrt{7};\sqrt{7}\right\}$. **B.** $\left\{\sqrt{7}\right\}$. **C.** $\left\{-\sqrt{7}\right\}$. **D.** $\{-7;7\}$.

Lời giải

Điều kiện: $16 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -4 < x < 4$.

Ta có: $\log_3\left(16 - x^2\right) = 2 \Leftrightarrow 16 - x^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 - 7 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{7} \\ x = -\sqrt{7} \end{array}\right.$ (nhận)

Chọn đáp án A.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(3;-1;2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{BA}$ là

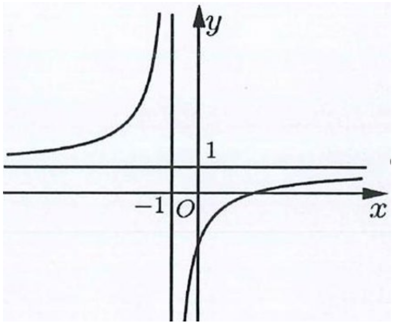
A. $(2;-2;4)$. **B.** $(2;0;0)$. **C.** $(1;-1;2)$. **D.** $(-2;2;-4)$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính tọa độ vectơ theo tọa độ điểm ta có: $\overrightarrow{BA} = \left(x_A - x_B; y_A - y_B; z_A - z_B\right) = (-2;2;-4)$.

Chọn đáp án D.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình sau. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là



A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=+\infty,\ \lim\limits_{x\to(-1)^+} y=-\infty$ nên $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án C.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=-x^3-3x-1$. **B.** $y=x^4-3x^2-2$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy đây là hàm số bậc ba nên loại được đáp án B, D. Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số bậc phải có hệ số của bâc ba là số dương nên ta loại được đáp án A.

Chọn đáp án C.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=(1-x)^{\sqrt{2024}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Lời giải

Vì $\sqrt{2004}$ không nguyên nên điều kiện xác định là $1-x>0 \Leftrightarrow x<1$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;1)$.

Chọn đáp án C.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+2}{-6}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

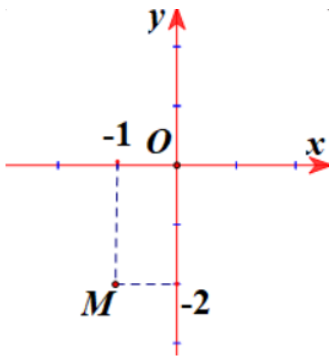
A. $\overrightarrow{u_2}=(1;0;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(4;2;-6)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;1;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;0;2)$.

Lời giải

Dựa vào phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+2}{-6}$ ta có VTCP của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_d}=(4;2;-6)$.

Chọn đáp án B.

Câu 9: Điểm M trong hình sau là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



A. $2+i$. **B.** $-1+2i$. **C.** $2-i$. **D.** $-1-2i$.

Lời giải

Ta thấy $M(-1;-2)$ biểu diễn số phức $z=-1-2i$.

Chọn đáp án D.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính $R=5$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$. **B.** $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$.

C. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=5$.

Lời giải

Theo đề mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính $R=5$ nên có phương trình $(x-0)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25 \Leftrightarrow x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$.

Chọn đáp án A.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_{2^3} a^{\frac{3}{2}}$ bằng

A. $\frac{3}{2}\log_2 a$. **B.** $3\log_2 a$. **C.** $\frac{1}{2}\log_2 a$. **D.** $\frac{2}{3}\log_2 a$.

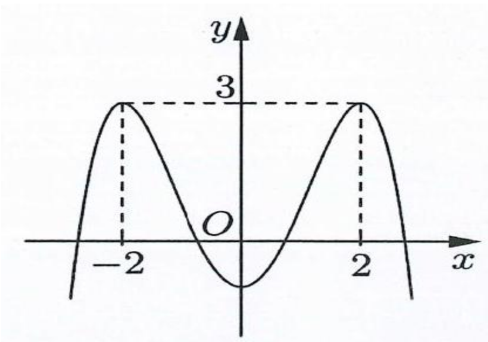
Lời giải

Ta có: $\log_{2^3} a^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}.\frac{1}{3}.\log_2 a = \frac{1}{2}\log_2 a$.

Chọn đáp án C.

Câu 12: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.



Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có 2 khoảng nghịch biến $(-2;0),(2;+\infty)$.

Chọn đáp án B.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $4\sqrt{3}\,a^3$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính thể tích của khối lăng trụ $V = B.h = \frac{a^2.\sqrt{3}}{4}.4a = \sqrt{3}a^3$.

Chọn đáp án D.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 5$ là

A. $(-\infty;\log_2 5)$. **B.** $(-\log_2 5;+\infty)$. **C.** $[\log_5 2;+\infty)$. **D.** $(\log_5 2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có cơ số $0 < a = \frac{1}{2} < 1$ nên $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 5 \Leftrightarrow x > \log_{\frac{1}{2}} 5 \Leftrightarrow x > -\log_2 5$.

Vậy tập nghiệm của BPT là $(-\log_2 5;+\infty)$

Chọn đáp án B.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = e^x$. **B.** $y = 2^x$. **C.** $y = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^x$. **D.** $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$.

Lời giải

Các hàm số có dạng $y = a^x$. Do đó cơ số $0 < a < 1$ thì hàm số nghịch biến.

Chọn đáp án D.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz)?

A. $\vec{n} = (1;1;0)$. **B.** $\vec{j} = (0;1;0)$. **C.** $\vec{i} = (1;0;0)$. **D.** $\vec{k} = (0;0;1)$.

Lời giải

Mặt phẳng (Oxz) vuông góc với trục Oy nên vectơ đơn vị $\vec{j} = (0;1;0)$ của Oy vuông góc với mặt phẳng (Oxz). Vậy $\vec{j} = (0;1;0)$ là một VTPT của (Oxz).

Chọn đáp án B.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $f'(x) = (x+1)(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$. Nhưng $(x-1)^2 \geq 0$ nên $f'(x)$ chỉ phụ thuộc vào dấu của $x+1$. Vậy hàm số chỉ có 1 cực trị.

Chọn đáp án A.

Câu 18: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = -5$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 8. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 3-5=-2$

Chọn đáp án A.

Câu 19: Nếu $\int_2^{-1} f(x)\mathrm{d}x = -3$ thì $\int_{-1}^{2} \frac{1}{3} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Ta có: $\int_{-1}^{2} \frac{1}{3} f(x)\mathrm{d}x = -\frac{1}{3}\int_2^{-1} f(x)\mathrm{d}x = 1$

Chọn đáp án C.

Câu 20: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 8. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 48. **B.** 16. **C.** 32. **D.** 63.

Lời giải

Áp dụng công thức tính thể tích của khối chóp $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}.6.8 = 16$ (đvtt).

Chọn đáp án B.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = -1-3i$ và $z_2 = i$. Số phức $z_1.z_2$ bằng

A. $-3-i$. **B.** $-3+i$. **C.** $3-i$. **D.** $3+i$.

Lời giải

Ta có $z_1.z_2 = (-1-3i)i = -i-3i^2 = 3-i$.

Chọn đáp án C.

Câu 22: Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao h và độ dài đường sinh l. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $h=\sqrt{l-r}$. **B.** $h=\sqrt{l^2-r^2}$. **C.** $h=lr$. **D.** $h=l^2+r^2$.

Lời giải

Áp dụng công thức $l^2=h^2+r^2 \Rightarrow h=\sqrt{l^2-r^2}$.

Chọn đáp án B.

Câu 23: Có bao nhiêu cách xếp 3 học sinh ngồi vào một bàn dài gồm 4 chiếc ghế sao cho mỗi chiếc ghế có đúng một học sinh ngồi?

A. 3!. **B.** 4!. **C.** A_4^3. **D.** C_4^3.

Lời giải

Mỗi cách xếp học sinh ngồi là một chỉnh hợp chập 3 của 4 phần tử, do đó số cách xếp là A_4^3.

Chọn đáp án C.

Câu 24: Hàm số $F(x)=\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f_4(x)=\frac{1}{2}\sin 2x$. **B.** $f_1(x)=\cos 2x$. **C.** $f_2(x)=-\frac{1}{2}\cos 2x$. **D.** $f_3(x)=2\cos 2x$.

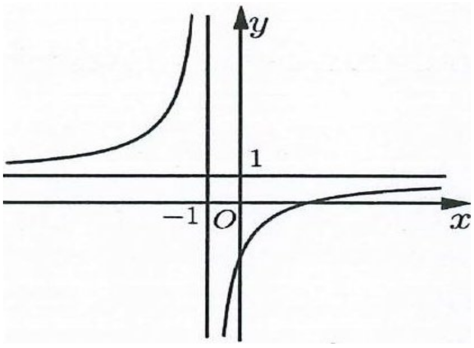
Lời giải

Ta có $[F(x)]' = (\sin 2x)' = 2\cos 2x = f_3(x)$.

Chọn đáp án D.

Câu 25: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình sau. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với các trục tọa độ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.



Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại một điểm và trục tung tại một điểm. Vậy đồ thị cắt các trục tọa độ tại 2 điểm.

Chọn đáp án A.

Câu 26: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng r và thể tích bằng V. Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{V}{2\pi r^2}$. **B.** $\frac{V}{\pi r^2}$. **C.** $\frac{3V}{\pi r^2}$. **D.** $\frac{V}{3\pi r^2}$.

Lời giải

Ta có thể tích của hình trụ là $V=\pi r^2 h \Leftrightarrow h=\frac{V}{\pi r^2}$ (h là chiều cao của hình trụ).

Chọn đáp án B.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_3=7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $u_3=u_1+2d \Leftrightarrow d=\frac{u_3-u_1}{2}=2$.

Chọn đáp án A.

Câu 28: Số phức $z=5i-4$ thì số phức $\overline{z}$ có phần ảo bằng

A. –5. **B.** –4. **C.** $5i$. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $z=5i-4 \Rightarrow \overline{z}=-4-5i$ do đó $\overline{z}$ có phần ảo là -5.

Chọn đáp án A.

Câu 29: Cho số phức $z=1-i$, phần thực của số phức $(1-i)\overline{z}$ bằng

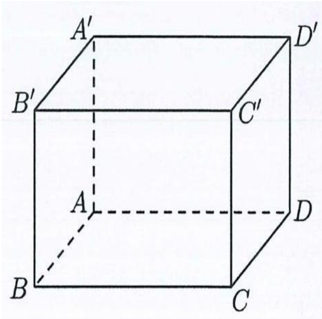
A. 4. **B.** 2. **C.** –4. **D.** -2.

Lời giải

Ta có $(1-i)\overline{z}=(1-i)(1+i)=1-i^2=2$ do đó $(1-i)\overline{z}$ có phần thực là 2.

Chọn đáp án B.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình sau). Góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và $A'D$ bằng



A. 90°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Lời giải

Ta có $A'D//B'C$

Nên $(B'D',A'D)=(B'D',B'C)=\widehat{D'B'C}$.

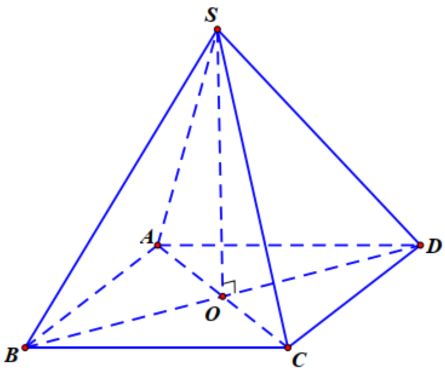
Mà tam giác $D'B'C$ là tam giác đều nên $\widehat{D'B'C}=60^0$.

Chọn đáp án B.

Câu 31: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{14}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{14}}{4}$. **C.** $a\sqrt{14}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$.

Lời giải



Gọi $O=AC\cap DB$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông.

Ta có: $\dfrac{d(A,(SCD))}{d(O,(SCD))}=\dfrac{AC}{OC}=2\Rightarrow d(A,(SCD))=2d(O,(SCD))$.

Tam giác ΔACD vuông tại D có: $AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=2a\sqrt{2}\Rightarrow OD=OC=a\sqrt{2}$.

Tam giác ΔSCO vuông tại O có: $SO=\sqrt{SC^2-OC^2}=a\sqrt{7}$.

Do SO,OC,OD đôi một vuông góc nên gọi $h=d(O,(SCD))$ thì $\dfrac{1}{h^2}=\dfrac{1}{OS^2}+\dfrac{1}{OD^2}+\dfrac{1}{OC^2}=\dfrac{8}{7a^2}\Rightarrow h=\dfrac{a\sqrt{14}}{4}$.

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$.

Chọn đáp án **D**.

Câu 32: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'\left(x\right)=x^2\left(x-1\right)$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;+\infty\right)$. **C.** $\left(0;1\right)$. **D.** $\left(-\infty;1\right)$.

Lời giải

Ta có $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x^2\left(x-1\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

Chọn đáp án A.

Câu 33: Một tổ có 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên hai người. Tính xác suất sao cho trong hai người được chọn có ít nhất một người là nữ.

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{2}{15}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là số cách chọn 2 người trong 10 người $n\left(\Omega\right)=C_{10}^2$.

Gọi A là biến cố hai người có ít nhất một người là nữ.

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố cả hai người là nam.

Ta có $n\left(\overline{A}\right)=C_6^2$.

Do đó xác suất $P\left(A\right)=1-\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{3}$.

Chọn đáp án B.

Câu 34: Cho $\int\limits_1^2\left[3f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=10$ và $\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$. Khi đó $\int\limits_1^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. -4. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 17.

Lời giải

Ta có $\int\limits_1^2\left[3f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=10\Leftrightarrow 3\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_1^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=10$

$\Leftrightarrow 3.3-\int\limits_1^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=10\Leftrightarrow \int\limits_1^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-1$.

Chọn đáp án B.

Câu 35: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$. Tính $M+m$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có:

$y' = 3x^2 - 6x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-1;1] \\ x = 2 \notin [-1;1] \end{array}\right.$.

Ta có: $y(0) = 2, y(1) = 0, y(-1) = -2$

Do đó $M = 2,\ m = -2$.

Vậy $M + m = 0$.

Chọn đáp án B.

Câu 36: Cho các số thực dương a, b và $a \neq 1$. Biểu thức $\log_a(a^2 b)$ bằng

A. $1 + \log_a b$. **B.** $2(1 + \log_a b)$. **C.** $2\log_a b$. **D.** $2 + \log_a b$.

Lời giải

Ta có: $\log_a a^2 b = \log_a a^2 + \log_a b = 2\log_a a + \log_a b = 2 + \log_a b$.

Chọn đáp án D.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 1 = 0$. Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 4$. **B.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 9$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 4$.

Lời giải

Bán kính của mặt cầu là $R = d(I;(P)) = \dfrac{|2.1 + 2.2 + 4 - 1|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 3$.

Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9.$$

Chọn đáp án B.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Phương trình của mặt phẳng đi qua A và vuông góc BC là

A. $x - 2y - 5z - 5 = 0$. **B.** $x - 2y - 5z + 5 = 0$. **C.** $2x - y + 5z - 5 = 0$. **D.** $x - 2y - 5z = 0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng qua $A(2;1;-1)$ nhận $\overrightarrow{BC} = (1;-2-5)$ làm VTPT:

$x - 2 - 2(y-1) - 5(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 5z - 5 = 0$.

Chọn đáp án A.

Câu 39: Giả sử ta có hệ thức $a^2 + b^2 = 7ab$, $(a, b > 0)$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $4\log_2 \dfrac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$. **B.** $2\log_2(a+b) = \log_2 a + \log_2 b$.

C. $\log_2 \dfrac{a+b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b)$. **D.** $2\log_2 \dfrac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$.

Lời giải

Ta có $a^2+b^2=7ab \Leftrightarrow (a+b)^2=9ab \Leftrightarrow \left(\dfrac{a+b}{3}\right)^2=ab$. Lấy logarit hai vế theo cơ số 2 ta được:

$$\log_2\left(\frac{a+b}{3}\right)^2=\log_2(ab) \Leftrightarrow 2\log_2\frac{a+b}{3}=\log_2 a+\log_2 b.$$

Chọn đáp án D.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 2024 để hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3+x^2-mx+1$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 2023. **B.** 2025. **C.** 2022. **D.** 2024.

Lời giải

Hàm số $y=-\dfrac{x^3}{3}+x^2-mx+1$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi $y'\le 0, \forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow -x^2+2x-m\le 0,\ \forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow m\ge -x^2+2x, \forall x\in(0;+\infty)$

Xét $g(x)=-x^2+2x$ trên khoảng $(0;+\infty)$

$g'(x)=-2x+2$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$

Bảng biến thiên

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	|	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

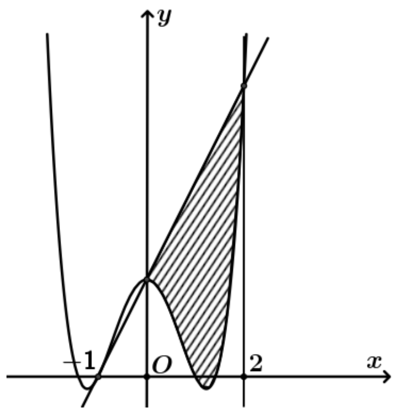
Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m\ge g(x)\ ,\forall x\in(0;+\infty) \Leftrightarrow m\ge 1$

Ta có: $\begin{cases}1\le m<2024\\ m\in Z\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}1\le m\le 2023\\ m\in Z\end{cases}$

Vậy có 2023 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị (C), biết rằng (C) đi qua điểm $A(-1;0)$, tiếp tuyến d tại A của (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Khi diện tích hình phẳng giới hạn bởi d, đồ thị (C) và hai đường thẳng $x=0$; $x=2$ có diện tích bằng $\dfrac{28}{5}$ (phần gạch sọc) thì $\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$ bằng



A. $\dfrac{2}{5}$.　　**B.** $\dfrac{1}{4}$.　　**C.** $\dfrac{2}{9}$.　　**D.** $\dfrac{6}{5}$.

Lời giải

Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx \Rightarrow d : y = (-4a - 2b)(x+1)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là: $(-4a - 2b)(x+1) = ax^4 + bx^2 + c\,(1)$.

Phương trình (1) phải cho 2 nghiệm là $x = 0$, $x = 2$.

$$\Rightarrow \begin{cases} -4a - 2b = c \\ -12a - 6b = 16a + 4b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a - 2b - c = 0\,(2) \\ 28a + 10b + c = 0\,(3) \end{cases}.$$

Mặt khác, diện tích phần tô màu là $\dfrac{28}{5} = \displaystyle\int_0^2 \left[(-4a-2b)(x+1) - ax^4 - bx^2 - c\right]\mathrm{d}x$

$$\Leftrightarrow \frac{28}{5} = 4(-4a - 2b) - \frac{32}{5}a - \frac{8}{3}b - 2c \Leftrightarrow \frac{112}{5}a + \frac{32}{3}b + 2c = -\frac{28}{5}\,(4).$$

Giải hệ 3 phương trình (2), (3) và (4) ta được $a = 1$, $b = -3$, $c = 2$.

Khi đó, $y = f(x) = x^4 - 3x^2 + 2$, $d : y = 2(x+1)$ nên $\displaystyle\int_{-1}^{0} \left(x^4 - 3x^2 + 2\right)\mathrm{d}x = \frac{6}{5}$

Chọn đáp án D.

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị dương của số thực a sao cho phương trình $z^2 + \sqrt{3}z + a^2 - 2a = 0$ có nghiệm phức z_0 thỏa $|z_0| = \sqrt{3}$.

A. 4.　　**B.** 3.　　**C.** 2.　　**D.** 1.

Lời giải

Phương trình $z^2 + \sqrt{3}z + a^2 - 2a = 0$ có $\Delta = -4a^2 + 8a + 3$.

Xét 2 trường hợp:

TH1. $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow -4a^2 + 8a + 3 \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{2-\sqrt{7}}{2} \leq a \leq \dfrac{2+\sqrt{7}}{2}$.

Khi đó, phương trình có nghiệm z_0 thì $z_0 \in \mathbb{R}$.

Theo đề bài: $|z_0| = \sqrt{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_0 = \sqrt{3} \\ z_0 = -\sqrt{3} \end{array}\right.$.

* $z_0 = -\sqrt{3}$, thay vào phương trình ta được $a^2 - 2a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = 2 \end{array}\right.$.

* $z_0 = \sqrt{3}$, thay vào phương trình ta được $a^2 - 2a + 6 = 0$, phương trình vô nghiệm.

Kết hợp điều kiện $a>0$ và điều kiện suy ra $a=2$.

TH2. $\Delta<0 \Leftrightarrow -4a^2+8a+3<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a<\dfrac{2-\sqrt{7}}{2} \\ a>\dfrac{2+\sqrt{7}}{2} \end{array}\right.$.

Khi đó, phương trình có nghiệm phức z_0 thì $\overline{z_0}$ cũng là một nghiệm của phương trình.

Ta có $z_0.\overline{z_0}=a^2-2a \Leftrightarrow |z_0|^2=a^2-2a \Leftrightarrow a^2-2a-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-1 \\ a=3 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện $a>0$ và điều kiện suy ra $a=3$.

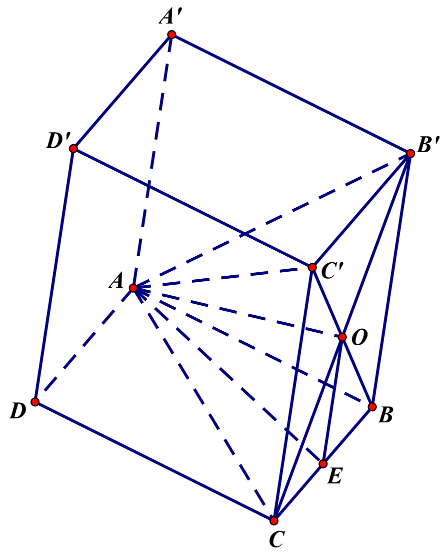
Vậy có 2 giá trị a dương thỏa mãn là $a=2$; $a=3$.

Chọn đáp án C.

Câu 43: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD=a, AA'=2a$, $AB=AC=AC'=AB'$. Biết góc giữa $(ADD'A')$ và (ABC) bằng $60°$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $6\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $ABCD$ và $BCC'B'$ là các hình bình hành.

Hạ $AO\perp(BCC'B')$, theo giả thiết: $AB=AC=AC'=AB'$ nên $OB=OC=OC'=OB'$ do đó hình bình hành $BCC'B'$ nội tiếp đường tròn $(O;OB)$ suy ra $BCC'B'$ là hình chữ nhật.

Gọi E là trung điểm BC, ta có

$OE\perp BC \Rightarrow \left(\widehat{(ADD'A'),(ABCD)}\right)=\left(\widehat{(BCC'B'),(ABCD)}\right)=\widehat{OEA}=60°$

Vì $OE=\dfrac{1}{2}CC'=\dfrac{1}{2}.2a=a \Rightarrow \tan 60°=\dfrac{A'O}{OE}=\sqrt{3} \Rightarrow A'O=a\sqrt{3}$.

Khi đó: $V_{ABCD.A'B'C'D'}=3V_{A.BCC'B'}=3.\dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.a.2a=2\sqrt{3}a^3$.

Chọn đáp án C.

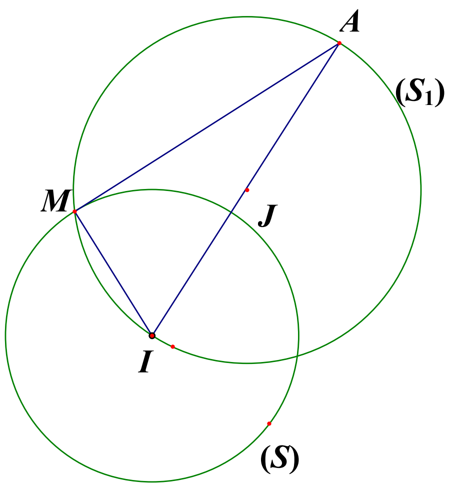
Câu 44: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$ và điểm $A(2;3;4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho AM luôn tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $x+y+z+7=0$. **B.** $x+y+z-7=0$. **C.** $2x+2y+2z-15=0$. **D.** $2x+2y+2z+15=0$.

Lời giải

Ta có mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$ có tâm $I(1;2;3), R=1$

Suy ra $\overrightarrow{IA}=(1;1;1)$, $\left|\overrightarrow{IA}\right|=\sqrt{3}>R$. Vậy điểm A nằm ngoài mặt cầu (S)



Vì $AM\perp IM$ nên tập hợp các điểm M thuộc mặt cầu đường kính AI có phương trình là

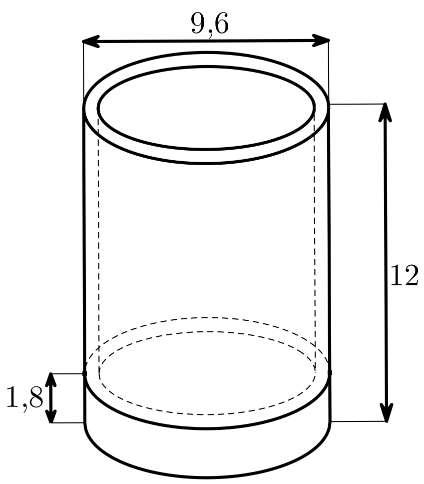
$$(S_1):\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{5}{2}\right)^2+\left(z-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{3}{4}.$$

Vậy tập hợp các điểm M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1\\(S_1):\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{5}{2}\right)^2+\left(z-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{3}{4}\end{cases}\Rightarrow x+y+z-7=0$$

Chọn đáp án B.

Câu 45: Tính thể tích của thuỷ tinh để làm một chiếc cốc hình trụ có chiều cao bằng 12 cm, đường kính đáy bằng $9,6\,\text{cm}$ (tính từ mép ngoài cốc), đáy cốc dày $1,8\,\text{cm}$, thành xung quanh cốc dày $0,24\,\text{cm}$ (tính gần đúng đến hai chữ số thập phân)?



A. $64,39\text{ cm}^3$. **B.** $202,27\text{ cm}^3$. **C.** $212,31\text{ cm}^3$. **D.** $666,97\text{ cm}^3$.

Lời giải

Gọi $V_1;V_2$ lần lượt là thể tích của chiếc cốc thuỷ tinh và thể tích của khối lượng chất lỏng mà cốc có thể đựng.

Ta có: $V_1 = 12.\pi.4,8^2 = \dfrac{6912}{25}\pi\left(\text{cm}^3\right)$

$V_2 = (12-1,8).\pi.\left(\dfrac{9,6-2.0,24}{2}\right)^2 \approx 666,32\left(\text{cm}^3\right)$

Vậy khối lượng thuỷ tinh cần sử dụng là: $\dfrac{6912}{25}\pi - 666,32 \approx 202,27\left(\text{cm}^3\right)$.

Chọn đáp án B.

Câu 46: Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $(x+y)^3 + 2xy + \log_2\left(\dfrac{x+y}{1-xy}\right) = 8(1-xy)^3 - x - y + 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 3y$.

A. $\dfrac{1+\sqrt{15}}{2}$. **B.** $\dfrac{3+\sqrt{15}}{2}$. **C.** $\sqrt{15}-2$. **D.** $\dfrac{3+2\sqrt{15}}{6}$.

Lời giải

Để $\log_2\left(\dfrac{x+y}{1-xy}\right)$ có nghĩa thì $\dfrac{x+y}{1-xy} > 0$ mà $x > 0, y > 0$ nên $x+y > 0 \Rightarrow 1 - xy > 0$.

Ta có giả thiết $(x+y)^3 + 2xy + \log_2\left(\dfrac{x+y}{1-xy}\right) = 8(1-xy)^3 - x - y + 3$

$\Leftrightarrow (x+y)^3 + x + y + \log_2(x+y) = \left[2(1-xy)\right]^3 + 2(1-xy) + \log_2\left[2(1-xy)\right] \quad (1)$

Xét hàm $f(t) = t^3 + t + \log_2 t$, với $t > 0$ ta có $f'(t) = 3t^2 + 1 + \dfrac{1}{t\ln 2} > 0, \forall t > 0 \Rightarrow$ hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$. Do đó $(1) \Rightarrow x + y = 2(1-xy) \Leftrightarrow y = \dfrac{2-x}{2x+1}$, $(0 < x < 2)$.

Khi đó $P = x + 3y = x + \dfrac{3(2-x)}{2x+1} = g(x)$, $x \in (0;2)$.

Lập bảng biến thiên của hàm $y = g(x)$ trên khoảng $(0;2)$ thì được $P_{\min} = \sqrt{15} - 2$.

Chọn đáp án C.

Câu 47: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z-1+2i| + |z+3-i| = 5$ và $|z-\text{w}| \le 2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|\text{w}-4+2i|$. Khi đó $M^2 - m^2$ bằng

A. $61+4\sqrt{58}$. **B.** $61+2\sqrt{58}$. **C.** $\sqrt{58}$. **D.** $4\sqrt{58}$

Lời giải

Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn cho số phức z, w, $A(1;-2)$ là điểm biểu diễn số phức $1-2i$, $B(-3;1)$ là điểm biểu diễn cho số phức $-3+i$ và $C(4;-2)$ là điểm biểu diễn cho số phức $4-2i$.

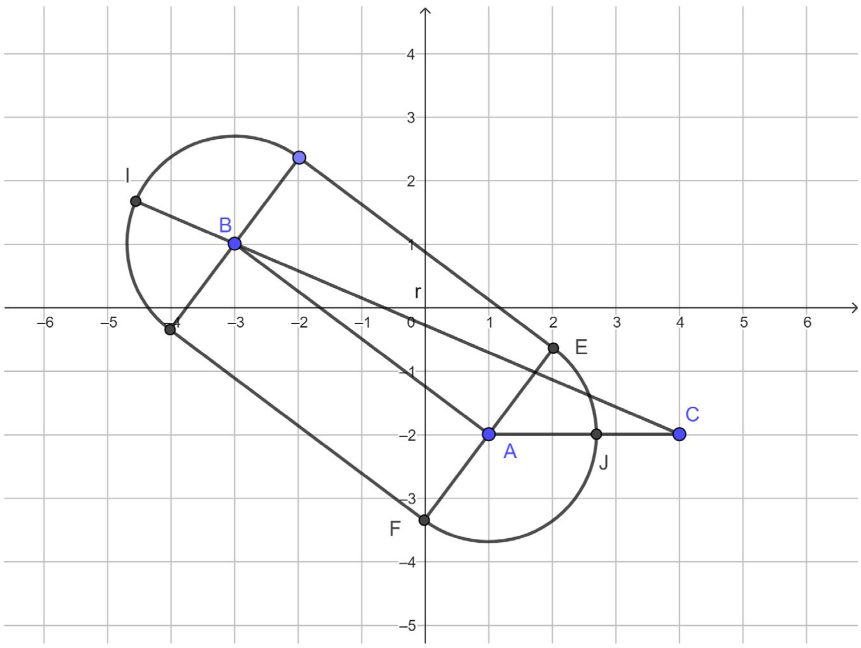
- $|z-1+2i|+|z+3-i|=5 \Leftrightarrow MA+MB=5=AB$ vậy M là những điểm nằm trên đoạn thẳng AB.

- $|z-\text{w}|\le 2 \Leftrightarrow MN\le 2$ khi đó N là những điểm nằm trong hình như hình vẽ dưới đây tính cả biên.

- $|\text{w}-4+2i|=NC$.

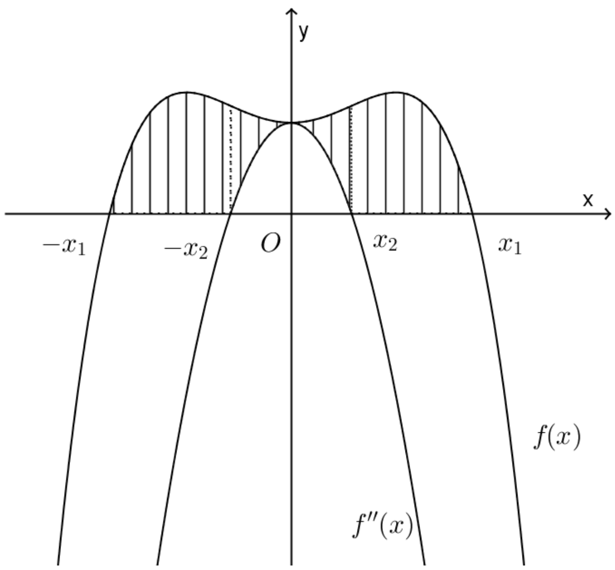
Vậy NC nhỏ nhất bằng $CJ=CA-2=3-2=1 \Rightarrow m=1$. và NC lớn nhất bằng $NI=CB+2=\sqrt{58}+2 \Rightarrow M=\sqrt{58}+2.$

Suy ra $M^2-m^2=\left(\sqrt{58}+2\right)^2-1=61+4\sqrt{58}$



Chọn đáp án A.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+1,\left(a\ne 0;a,b\in\mathbb{R}\right)$ mà đồ thị hàm số $f''(x)$ và đồ thị hàm số $f(x)$ có một điểm chung duy nhất và nằm trên Oy (hình vẽ), trong đó $\pm x_1$ là nghiệm của $f(x)$ và $\pm x_2$ là nghiệm của $f''(x)$ $\left(x_1>0;x_2>0\right)$. Biết $x_1=3x_2$, tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $f(x)$; $f''(x)$ và trục Ox.



A. $\frac{73}{45}$. **B.** $\frac{73}{15}$. **C.** $\frac{152}{45}$. **D.** $\frac{152}{15}$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=4ax^4+2bx$; $f''(x)=12ax^2+2b$

Do đồ thị hàm số $f''(x)$ và đồ thị hàm số $f(x)$ có một điểm chung duy nhất và nằm trên Oy nên $f(0)=f''(0)\Leftrightarrow b=\frac{1}{2}$

Khi đó $f''(x)=12ax^2+1$.

Mà $\pm x_2$ là nghiệm của $f''(x)$ nên $f''(x_2)=0\Leftrightarrow x_2^2=-\frac{1}{12a}$ $(a<0)$

Lại có: $x_1=3x_2$ nên $x_1^2=-\frac{3}{4a}$

Do $\pm x_1$ là nghiệm của $f(x)$ nên $f(x_1)=0\Leftrightarrow ax_1^4+\frac{1}{2}x_1^2+1=0\Leftrightarrow a=-\frac{3}{16}$

$\Rightarrow f(x)=-\frac{3}{16}x^4+\frac{1}{2}x^2+1$; $f''(x)=-\frac{9}{4}x^2+1$

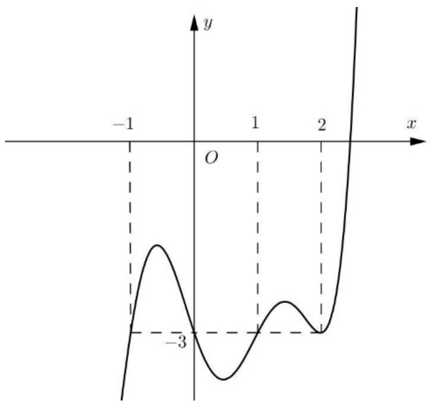
Từ gt$\Rightarrow x_1=2$; $x_2=\frac{2}{3}$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $f(x)$; $f''(x)$ và trục Ox là:

$$S=2\int_0^{\frac{2}{3}}\left(-\frac{3}{16}x^4+\frac{11}{4}x^2\right)dx+2\int_{\frac{2}{3}}^{2}\left(-\frac{3}{16}x^4+\frac{1}{2}x^2+1\right)dx=\frac{152}{45}.$$

Chọn đáp án C.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình sau.



Hỏi hàm số $g(x)=f(2x^2-x)+6x^2-3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\frac{1}{4};0\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{4};1\right)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Ta có: $g(x)=f(2x^2-x)+6x^2-3x$

$\Rightarrow g'(x)=(4x-1)f'(2x^2-x)+12x-3=(4x-1)\left[f'(2x^2-x)+3\right]$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x-1=0 \\ f'(2x^2-x)=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{4} \\ 2x^2-x=-1(vo\ nghiem) \\ 2x^2-x=1 \\ 2x^2-x=0 \\ 2x^2-x=2(nghiem\ kep) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{4} \\ x=1 \\ x=-\frac{1}{2} \\ x=0 \\ x=\frac{1}{2} \\ x=\frac{1+\sqrt{17}}{4}(nghiem\ kep) \\ x=\frac{1-\sqrt{17}}{4}(nghiem\ kep) \end{array}\right..$$

Ta có : $g'(-2)=-9\left(f'(10)+3\right)$ dựa vào đồ thì $f'(x)$ ta thấy $f'(10)>-3 \Rightarrow f'(10)+3>0$

$\Rightarrow g'(-2)<0$.

Ta có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{17}}{4}$		$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$		1		$\frac{1+\sqrt{17}}{4}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Xét dấu $g'(x)$ ta được $g'(x)>0, \forall x \in \left(-\frac{1}{2};0\right) \cup \left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right) \cup \left(1;\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{17}}{4};+\infty\right)$.

Suy ra $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\frac{1}{2};0\right)$ và $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$ và $\left(1;\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)$ và $\left(\frac{1+\sqrt{17}}{4};+\infty\right)$.

Mà $\left(-\frac{1}{4};0\right) \subset \left(-\frac{1}{2};0\right)$ nên hàm số $g(x)=f(2x^2-x)+6x^2-3x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{4};0\right)$

Chọn đáp án A.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;0;2)$, $B(3,4,5)$. Xét điểm M thay đổi thỏa mãn các điều kiện khoảng cách từ A đến đường thẳng OM bằng $\frac{6}{5}$ và độ dài đoạn thẳng $OM=5$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MB. Khi đó $M+m$ bằng

A. $\sqrt{130}+5\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{5}+5\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{130}+\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{130}+2\sqrt{5}$

Lời giải

Dễ thấy M là những điểm nằm trên hai đường tròn giao tuyến của mặt cầu $(O;5)$ và hình nón tâm O và đường sinh cách A một khoảng $\frac{6}{5}$

Dựng AK vuông góc với đường sinh của hình nón như hình vẽ ta tính được $OI=4$ và bán kính các đường tròn giao tuyến bằng 3.

Mặt phẳng (α) chứa (I) có phương trình: $z-4=0$

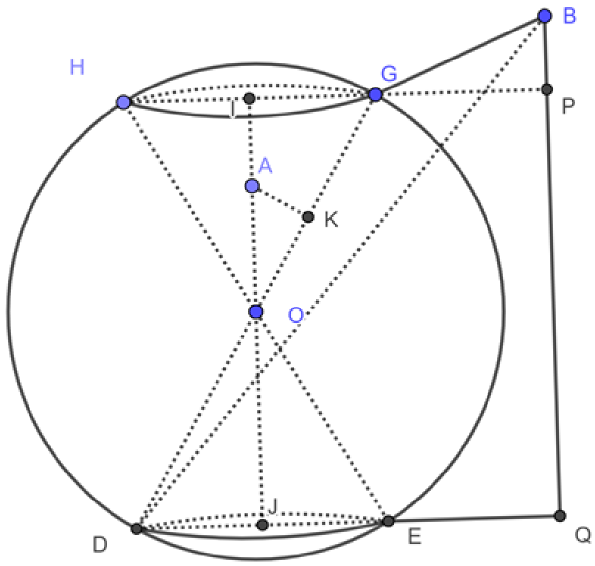
Mặt phẳng (β) chứa (J) có phương trình: $z+4=0$

Gọi P,Q lần lượt là hình chiếu của B lên (α) và (β) ta có $P(3;4;4);Q(3;4;-4)$

Khi đó khoảng cách MB ngắn nhất chính là $BG=\sqrt{(PI-IG)^2+BP^2}=\sqrt{(5-3)^2+1^2}=\sqrt{5}$

Khoảng cách MB lớn nhất chính là $BD=\sqrt{(QJ+JD)^2+BQ^2}=\sqrt{(5+2)^2+9^2}=\sqrt{130}$

Vậy $M+m=\sqrt{130}+\sqrt{5}$.



Chọn đáp án C.

Hết