

# PHÂN DẠNG ĐỂ NHỚ VÀ KỸ THUẬT GIẢI NHANH

## CHỦ ĐỀ 1: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM KHẢO SÁT HÀM SỐ

### BÀI TOÁN 1

Tìm khoảng ĐB - NB của hàm số.

Đồng biến trên D  $\Rightarrow y' \geq 0, \forall x \in D$

Nghịch biến trên D  $\Rightarrow y' \leq 0, \forall x \in D$

**Chú ý:** Hàm phân thức  $\frac{ax+b}{cx+d}$

★ Đồng biến:  $y' > 0$       ★ Nghịch biến:  $y' < 0$

**P<sup>2</sup> 1:** Lập bảng biến thiên

★ Tính  $y'$

★ (Xét dấu  $y'$ )

**PP xét dấu: Hàm thường gặp:**

★  $y = ax + b$ : Phải cùng, trái khác

★  $y = ax^2 + bx + c$ :

|                         |                                            |
|-------------------------|--------------------------------------------|
| <b>2 nghiệm</b>         | Trong trái, ngoài cùng                     |
| <b>1 hoặc vô nghiệm</b> | Cùng dấu với a, $\forall x \in \mathbb{R}$ |

★  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ :

|                 |                                         |
|-----------------|-----------------------------------------|
| <b>3 nghiệm</b> | Phải cùng, tiếp theo xen dấu            |
| <b>2 nghiệm</b> | Xét dấu nghiệm đơn (nghiệm $x_1$ casio) |
| <b>1 nghiệm</b> | Phải cùng, trái khác                    |

**P<sup>2</sup> 2: Casio: Dừng Mode 7**

Nhập hàm  $f(x) = ? \rightarrow$  Start: ... End ... là khoảng trong đáp án A, B, C, D.

Kiểm tra giá trị  $f(x)$  trong máy tính.

☞ Nếu  $f(x)$  tăng thì đồng biến

☞ Nếu  $f(x)$  giảm thì nghịch biến

### BÀI TOÁN 3

Tìm điểm cực trị của đồ thị hàm số

**ĐK cần:** Cực trị là nghiệm của  $y' = 0$  hoặc  $y'$  không xác định.

**ĐK đủ:**

**Dấu hiệu 1:** Xét dấu  $y''$

$\begin{array}{c} - \quad a \quad + \\ \hline a \text{ là cực tiểu} \end{array} \quad \begin{array}{c} + \quad a \quad - \\ \hline a \text{ là cực đại} \end{array}$

### BÀI TOÁN 2

Tìm m để hàm số ĐB -NB trên khoảng  $(a;b)$

**Loại ①**  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

★ ĐB trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \quad \star \text{NB trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

**Loại ②**  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

★ ĐB trên TXĐ  $\Leftrightarrow a.d - b.c > 0$

★ NB trên TXĐ  $\Leftrightarrow a.d - b.c > 0$

**Loại ③**  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

★ ĐB trên  $(a;b) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (a;b)$

★ NB trên  $(a;b) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (a;b)$

**PP Cô lập m:**  $\begin{cases} m \geq g(x), \forall x \in (a;b) \Rightarrow m = \text{Ming}(x) \\ m \leq g(x), \forall x \in (a;b) \Rightarrow m = \text{Max}g(x) \end{cases}$

**Loại ④**  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

★ ĐB trên  $(\alpha; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} a.d - b.c > 0 \\ -\frac{d}{c} \leq \alpha \end{cases}$

★ NB trên  $(-\infty; \alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} a.d - b.c < 0 \\ -\frac{d}{c} \geq \alpha \end{cases}$

**Dấu hiệu 2:**  $\begin{cases} y''(a) < 0 \Rightarrow a = \text{CD} \\ y''(a) > 0 \Rightarrow a = \text{CT} \end{cases}$

**BÀI TOÁN 5****Tìm GTLN – GTNN của hàm số****Loại 1:** Trên  $[a; b]$  :**B<sub>1</sub>:** Tìm  $x_i \in [a; b]$  và  $f'(x_i) = 0$ 

$$\text{Min} = \min \{ f(a); f(b); f(x_i) \}$$

**B<sub>2</sub>:**

$$\text{Max} = \max \{ f(a); f(b); f(x_i) \}$$

**P<sup>2</sup> 2: Casio: Mode 7****Loại 2:** Trên khoảng  $(a; b)$  hoặc  $\mathbb{R}$ : Lập bảng biến thiên.**Chú ý:** Hàm  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ★  $y' > 0$  trên  $(a; b)$ :  $\text{Min} = f(a), \text{Max} = f(b)$ ★  $y' < 0$  trên  $(a; b)$ :  $\text{Min} = f(b), \text{Max} = f(a)$ **BÀI TOÁN 6****Ứng dụng GTLN – GTNN vào bài toán thực tế****Ý tưởng:****B<sub>1</sub>:** Dựa vào giả thuyết lập hàm số  $y = f(x)$ .**B<sub>2</sub>:** Tìm Min – Max của  $f(x)$ *Đây là bài tập Vận dụng và vận dụng cao. Yêu cầu các em phải liên kết được các giả thuyết của bài toán***BÀI TOÁN 7****Tìm tiệm cận của hàm số**

- ★ Nếu  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = a$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = b$   
thì hàm số 2 tiệm cận ngang.  $y = a$  và  $y = b$
- ★ Nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} y = \pm\infty$  hoặc  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} y = \pm\infty$   
(Chỉ cần thỏa một trong 4 kết quả trên là ok)  
thì hàm số có tiệm cận đứng là:  $x = x_0$

**Chú ý:**  $y = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a_1x^m + \dots}{b_1x^n + \dots}$ ★ Bậc tử = bậc mẫu  $\Rightarrow$  TCN  $y = \frac{a_1}{b_1}$ ★ Bậc tử < bậc mẫu  $\Rightarrow$  TCN  $y = 0$ ★ Bậc tử > bậc mẫu  $\Rightarrow$  Ko có tiệm cận ngang.**BÀI TOÁN 4****Bài toán cực trị có chứa tham số m****Loại 1: Tìm m biết trước CĐ hoặc CT**

$$\star x_0 \text{ là CĐ} \Leftrightarrow \begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) < 0 \end{cases}$$

$$\star x_0 \text{ là CT} \Leftrightarrow \begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) > 0 \end{cases}$$

**Loại 2: Tìm m để HS có 1 – 2 – 3 cực trị**

①  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

★ 2 cực trị  $\Leftrightarrow y' = 0$  có 2 nghiệm phân biệt★ Ko có cực trị khi  $y' = 0$  có 1 nghiệm hoặc vô N<sub>0</sub>

②  $y = ax^4 + bx^2 + c$

★ có 3 cực trị khi  $a.b < 0$ ★ có 1 cực trị khi  $a.b \geq 0$ **Loại 3: Tìm m  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có 2 CT thỏa YC**

$$\star y' = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$$

$$\text{Áp dụng Viet: } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

**Loại 4: Tìm m để  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có 3 cực trị thỏa tính chất tam giác.****Chú ý:** Ba điểm  $A(0; c), B(x_1; y_1), C(x_2; y_2)$  luôn có tính chất cân tại A.**Loại 5: Phương trình qua các điểm cực trị**

①  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

**P<sup>2</sup> 1:**  $y' = 0$  tìm 2 điểm  $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ 

$$\text{Viết pt đường thẳng AB có } \begin{cases} \text{vtpt: } \vec{n} \perp \overline{AB} \\ \text{qua: } A \end{cases}$$

**P<sup>2</sup> 2: Dùng Casio****B<sub>1</sub>:** vào CMPLX**B<sub>2</sub>:** Nhập công thức:  $y - \frac{y' \cdot y''}{18a}$ **B<sub>3</sub>:** CALC với X = i, Y = 1000

### BÀI TOÁN 8

#### Bài toán tiệm cận có chứa tham số m

##### Loại 1: Tìm m để HS có tiệm cận đứng

★ Hàm  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$  (Xét  $x_0$  là nghiệm của mẫu)

Để  $x = x_0$  là TCD khi  $\begin{cases} g(x_0) = 0 \\ f(x_0) \neq 0 \end{cases}$  hoặc  $g(x_0) = 0$  và

$x_0$  thỏa điều kiện của hàm số.

##### Loại 2: Tìm m để HS có tiệm cận ngang

★ Bậc tử phải nhỏ hơn hoặc bằng bậc mẫu

### BÀI TOÁN 10

#### Bài toán đồ thị của hàm $f'(x)$

##### Loại 1: Khoảng ĐB – NB của hàm hợp $y = f(u)$

B<sub>1</sub>: Tính đạo hàm:  $y' = u' \cdot f'(u)$

B<sub>2</sub>: Lập bảng xét dấu:

|                       |   |   |   |
|-----------------------|---|---|---|
| $u'$                  | + | - | + |
| $f'(u)$               | - | - | + |
| $y' = u' \cdot f'(u)$ | - | + | + |

##### Loại 2: Tìm cực trị của hàm hợp $y = f(u)$

B<sub>1</sub>: Tính  $y' = u' \cdot f'(u)$  và tìm nghiệm  $u' \cdot f'(u) = 0$

B<sub>2</sub>: Dựa vào dấu hiệu kiểm tra điểm cực trị

##### Loại 3: Tìm GTLN - GTNN của hàm $y = f(u)$

Ý tưởng: Từ đồ thị hàm  $f'(x)$  ta biết được các khoảng (a, b) mà  $f'(x) > 0 \rightarrow f(a) > f(b)$

### BÀI TOÁN 11

#### Tìm tọa độ giao điểm thỏa yêu cầu bài toán

Tìm tọa độ giao điểm của  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$

B<sub>1</sub>: Pt hoành độ giao điểm:  $f(x) = g(x)$

B<sub>2</sub>: Thay  $x_1$  vào một trong hai hàm số ta được  $y_1$

### BÀI TOÁN 9

#### Nhận dạng đồ thị hàm số

$$\textcircled{1} y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

| A hướng                                                                      | B Điểm uốn                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| ★ $a > 0$ : Đi lên<br>★ $a < 0$ : Đi xuống                                   | ★ $a.b < 0$ Lệch phải<br>★ $a.b > 0$ Lệch trái<br>★ $b = 0$ trùng gốc O          |
| C cực trị                                                                    | D giao Oy                                                                        |
| ★ $a.c < 0$ hai phía Oy<br>★ $a.c > 0$ cùng phía Oy<br>★ $c = 0$ CT thuộc Oy | ★ $d > 0$ : phía trên Oy.<br>★ $d < 0$ : phía dưới Oy<br>★ $d = 0$ : trùng gốc O |

$$\textcircled{2} y = ax^4 + bx^2 + c$$

| A hướng               | B                                                                                                            | C                                                       |
|-----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| ★ $a > 0$<br>Đi lên   | ★ $a.b < 0$<br>Hình dạng chữ W hoặc M                                                                        | ★ $c > 0$<br>phía trên Oy.<br>★ $c < 0$<br>phía dưới Oy |
| ★ $a < 0$<br>Đi xuống | ★ $a.b > 0$<br>Hình dạng  | ★ $c = 0$<br>trùng gốc O                                |

$$\textcircled{3} y = \frac{ax+b}{cx+d}$$

B<sub>1</sub>: Tính  $y' = \frac{a.d - b.c}{(cx+d)^2}$  và xem hàm số ĐB hay NB

B<sub>2</sub>: Xét tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

B<sub>3</sub>: Xét giao điểm của đồ thị với Ox, Oy.

### BÀI TOÁN 12

#### Bài toán tương giao có chứa tham số m

##### Loại 1: Biện luận nghiệm PT: $f(x) = m$ (1)

B<sub>1</sub>: Chuyển tham số về bên phải PT (1)

B<sub>2</sub>: Dựa vào đồ thị hàm  $y = f(x)$ . Biện luận số nghiệm phương trình bằng số giao điểm của đồ thị  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = m$

##### Loại 2: Biện luận số giao điểm của đồ thị $y = |f(x)|$

Cách vẽ đồ thị:

B<sub>1</sub>: Giữ nguyên phần đồ thị  $y = f(x)$  bên dưới Oy

B<sub>2</sub>: Lấy đối xứng phần đồ thị  $y = f(x)$  bên dưới lên trên Oy

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p style="text-align: center;"><b>BÀI TOÁN 13</b><br/><b>Viết phương trình tiếp tuyến</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>Phương trình tiếp tuyến của đồ thị <math>y = f(x)</math><br/>         Tại <math>M(x_0; y_0): y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0)</math><br/>         Trong đó: ★ Hệ số góc k: <math>f'(x_0) = k</math><br/>         ★ <math>M(x_0; y_0)</math> là tọa độ tiếp điểm</p> </div> <p><b>PP chung:</b> Muốn viết PT tiếp tuyến ta cần tìm điểm <math>M(x_0; y_0)</math></p> <p><b>Chú ý:</b> <math>d_1: y = a_1x + b</math><br/>         ★ Nếu <math>d_2 // d_1</math> thì <math>d_2: y = a_1x + c, (c \neq b_1)</math><br/>         ★ Nếu <math>d_2 \perp d_1</math> thì <math>d_2: y = -\frac{1}{a_1}x + c</math></p> | <p style="text-align: center;"><b>BÀI TOÁN 14</b><br/><b>Bài toán tiếp tuyến có chứa m</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p><b>Điều kiện tiếp xúc</b><br/> <math>y = f(x)</math> và <math>y = g(x)</math> tiếp xúc<br/> <math>\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f'(x) = g'(x) \end{cases}</math></p> </div> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**CHỦ ĐỀ 1: TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ****BÀI TOÁN 1: TÌM KHOẢNG ĐỒNG BIẾN – NGHỊCH BIẾN****Loại 1: Hàm bậc 3**

1. Hàm số  $y = -x^3 + x^2 + x$  có khoảng đồng biến là

- A.  $(1;3)$                       B.  $\left(-\frac{1}{3};1\right)$                       C.  $(-\infty;-\frac{1}{3}) \cup (1;+\infty)$                       D.  $(-1;3)$

2. Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$

- A.  $(0;2)$                       B.  $(-\infty;2)$                       C.  $(-\infty;0)$  và  $(2;+\infty)$                       D.  $(0;+\infty)$

3. Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + x - 3$

- A.  $(0;1)$                       B.  $(0;+\infty)$                       C.  $\mathbb{R}$                       D.  $(-\infty;0)$

4. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$

- A.  $(-\infty;0)$  và  $(2;+\infty)$                       B.  $(-\infty;+\infty)$                       C.  $(2;+\infty)$                       D.  $(-\infty;2)$

**Loại 2: Hàm bậc 4**

5. Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 1$

- A.  $(-1;0)$  và  $(1;+\infty)$                       B.  $(-1;0)$                       C.  $(-1;1)$                       D.  $(-1;+\infty)$

6. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số  $y = -x^4 - 2x^2 + 5$

- A.  $(0;+\infty)$                       B.  $(-\infty;0)$                       C.  $\mathbb{R}$                       D.  $(-1;1)$

7. Hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 3x + 2018$  nghịch biến trên khoảng nào

- A.  $(0;3)$                       B.  $(0;+\infty)$                       C.  $(3;+\infty)$                       D.  $(1;3)$

**Loại 3: Hàm phân thức.**

8. Hàm số  $y = \frac{2x+3}{x-1}$  nghịch biến trên khoảng nào

- A.  $\mathbb{R}$                       B.  $(1;+\infty)$                       C.  $(-\infty;1)$  và  $(1;+\infty)$                       D.  $(-\infty;1)$

9. Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$

- A.  $(-2;0)$                       B.  $(-2;+\infty)$                       C.  $(-\infty;-2)$  và  $(0;+\infty)$                       D.  $(-\infty;0)$

**Loại 4: Hàm số khác.**

10. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số  $y = x + \frac{4}{x}$

- A.  $(-2;2)$                       B.  $(2;+\infty)$                       C.  $(-2;0)$  và  $(0;2)$                       D.  $(-\infty;2)$

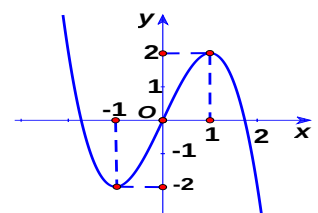
11. Tìm khoảng nghịch biến của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{25 - x^2}$

- A.  $(-5;0)$                       B.  $(0;5)$                       C.  $(-5;5)$                       D.  $(0;+\infty)$

**Loại 5: Dựa vào đồ thị và bảng biến thiên**

12. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Chọn mệnh đề đúng.

- A. Hàm số tăng trên khoảng  $(0;+\infty)$   
 B. Hàm số tăng trên khoảng  $(-2;2)$   
 C. Hàm số tăng trên khoảng  $(-1;1)$   
 D. Hàm số tăng trên khoảng  $(-2;1)$



13. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^{2017}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(1; 2)$  và  $(3; +\infty)$ .
- B. Hàm số có ba điểm cực trị.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; 3)$ .
- D. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 2$  và đạt cực tiểu tại  $x = 1$  và  $x = 3$ .

14. Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$
- C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(0; 3)$
- D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ .

|      |           |   |   |           |
|------|-----------|---|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 1 | 2 | $+\infty$ |
| $y'$ | +         | 0 | - | +         |
| $y$  | $-\infty$ | 3 | 0 | $+\infty$ |

### BÀI TOÁN 2: TÌM M ĐỂ HÀM SỐ ĐỒNG BIẾN – NGHỊCH BIẾN TRÊN (A; B)

**DẠNG 1: HÀM BẬC BA**  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ĐỒNG BIẾN – NGHỊCH BIẾN TRÊN  $\mathbb{R}$ .

15. Hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 - (m+1)x + 1$  đồng biến trên tập xác định của nó khi :

- A.  $m > -1$
- B.  $-2 \leq m \leq -1$
- C.  $-2 < m < -1$
- D.  $m < -2$

16. Cho hàm số  $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$  có bao nhiêu giá trị nguyên  $m$  để hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$

- A. 7
- B. 4
- C. 6
- D. 5

**DẠNG 2: HÀM PHÂN THỨC ĐB – NB TRÊN TẬP XÁC ĐỊNH**

17. Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{mx+7m-8}{x-m}$  đồng biến trên từng khoảng xác định.

- A.  $-8 < m < 1$ .
- B.  $-8 \leq m \leq 1$ .
- C.  $-4 < m < 1$ .
- D.  $-4 \leq m \leq 1$ .

18. Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+m}{x-2}$  nghịch biến trên từng khoảng xác định.

- A.  $m < -2$ .
- B.  $m \leq -2$ .
- C.  $m > -2$ .
- D.  $m \geq -2$ .

**DẠNG 3: HÀM ĐA THỨC ĐỒNG BIẾN – NGHỊCH BIẾN TRÊN (A; B)**

19. Tập hợp giá trị của  $m$  để hàm số  $y = mx^3 - x^2 + 3x + m - 2$  đồng biến trên khoảng  $(-3; 0)$

- A.  $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$
- B.  $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$
- C.  $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$
- D.  $\left[-\frac{1}{3}; 0\right)$

20. Tìm tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

- A.  $m \leq 0$ .
- B.  $m \leq 3$ .
- C.  $m \geq 3$ .
- D.  $m \geq 0$ .

21. Tìm giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3$  nghịch biến trên  $(0;1)$

- A.  $[-1; +\infty)$       B.  $(-\infty; 0]$       C.  $[0; 1]$       D.  $[-1; 0]$

**DẠNG 4: HÀM PHÂN THỨC ĐỒNG BIẾN – NGHỊCH BIẾN TRÊN (A; B).**

22. Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x}{x-m}$  đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .

- A.  $m < 0$ .      B.  $m \leq 0$ .      C.  $m < 2$ .      D.  $m \leq 2$ .

23. Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số  $y = \frac{(m+1)x + 2m + 2}{x + m}$  đồng biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$

- A.  $m < 1$       B.  $m > 2$       C.  $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$       D.  $1 \leq m < 2$

24. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{mx + 10}{2x + m}$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ ?

- A. 4      B. 5      C. 6      D. 9

=====★HẾT CHUYÊN ĐỀ 1★=====

**CHUYÊN ĐỀ 2: CỰC TRỊ**

**BÀI TOÁN 3: TÌM CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ.**

**DẠNG 1: TÌM ĐIỂM CỰC TRỊ.**

25. Tìm giá trị cực đại  $y_{CD}$  của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 3x + 2$ .

- A.  $-3 + 4\sqrt{2}$  .      B.  $3 - 4\sqrt{2}$  .      C.  $3 + 4\sqrt{2}$  .      D.  $-3 - 4\sqrt{2}$  .

26. Tìm giá trị cực tiểu  $y_{CT}$  của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .

- A.  $y_{CT} = 2$  .      B.  $y_{CT} = -1$  .      C.  $y_{CT} = 1$  .      D.  $y_{CT} = 0$  .

27. Tìm điểm cực đại của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x-3} - \sqrt{6-x}$

- A.  $x_{CD} = 3$       B.  $x_{CD} = 6$       C.  $x_{CD} = \sqrt{6}$       D. Không có

28. Khoảng cách giữa hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2$  bằng

- A. 2      B.  $2\sqrt{5}$       C. 4      D.  $4\sqrt{5}$

29. Tính khoảng cách  $d$  giữa hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 4x^2 + 1$ .

- A.  $d = 2\sqrt{2}$  .      B.  $d = \sqrt{3}$  .      C.  $d = \sqrt{2}$  .      D.  $d = 1$  .

30. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

|         |           |      |     |     |      |     |     |           |     |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|------|-----|-----|-----------|-----|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ |     | $2$  |     | $4$ | $+\infty$ |     |     |
| $f'(x)$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $  $ | $+$ | $0$ | $-$       | $0$ | $+$ |

Hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4.      B. 1.      C. 2.      D. 3.

31. Hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

|      |           |   |   |           |  |           |
|------|-----------|---|---|-----------|--|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 1 | 2 | $+\infty$ |  |           |
| $y'$ |           | + | 0 | -         |  | +         |
| $y$  |           |   | 3 |           |  | $+\infty$ |
|      | $-\infty$ |   |   | 0         |  |           |

- A. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.      B. Hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị.  
C. Hàm số đã cho không có giá trị cực tiểu.      D. Hàm số đã cho không có giá trị cực đại.

32. Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

|      |           |      |      |      |           |     |
|------|-----------|------|------|------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$  | $1$  | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$  | $+$  | $0$       | $-$ |
| $y$  | $-\infty$ | $2$  | $-1$ | $-1$ | $3$       | $2$ |

- A. Có một điểm      B. Có ba điểm      C. Có hai điểm      D. Có bốn điểm



**BÀI TOÁN 4: BÀI TOÁN CỰC TRỊ CHỨA THAM SỐ M****DẠNG 2: ĐƯỜNG THẲNG QUA HAI ĐIỂM CỰC TRỊ.**

33. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 4x^2 - x + 1$  là

A.  $y = -\frac{38}{9}x + \frac{5}{9}$       B.  $y = \frac{38}{9}x + \frac{5}{9}$       C.  $y = \frac{38}{9}x - \frac{5}{9}$       ☐ Đáp án khác

34. Đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$  có hai điểm cực trị A, B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB.

A.  $P(1;0)$       B.  $M(0;-1)$       C.  $N(1;-10)$       ☐  $(-1;10)$

35. Cho hàm số  $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$ . Tìm m để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hàm số (1) song song với đường thẳng  $y = -4x + 1$

A.  $\begin{cases} m=1 \\ m=5 \end{cases}$       B.  $m=1$       C.  $m=5$       ☐  $m=3$

**DẠNG 3: TÌM M BIẾT HÀM SỐ CÓ 1 CỰC TRỊ CHO TRƯỚC.**

36. Tìm giá trị của m để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$  đạt cực đại tại  $x = 1$

A.  $m = -2$       B.  $m = -1$       C.  $m = 2$       ☐  $m = 1$

37. Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số  $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + 1}$  đạt cực tiểu tại  $x = 0$

A.  $m = -1$       B.  $m = 1$       C.  $m = \pm 1$       ☐ Không có m

**DẠNG 4: TÌM M ĐỂ  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  KHÔNG CÓ HOẶC 2 CỰC TRỊ.**

38. Hàm số  $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx + m$ . Tìm m để hàm số có cực đại và cực tiểu.

A.  $m \in (-3;1) \setminus \{-2\}$ .      B.  $m \in (-3;1)$ .  
C.  $m \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$ .      D.  $m > -3$ .

**DẠNG 5: TÌM M ĐỂ  $y = ax^4 + bx^2 + c$  CÓ 1 HOẶC 3 CỰC TRỊ.**

39. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số  $y = mx^4 - (m+1)x^2 + 2m - 1$  có 3 điểm cực trị?

A.  $m > -1$       B.  $m < -1$       C.  $-1 < m < 0$       D.  $\begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$

40. Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số  $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$  chỉ có một cực trị

A.  $m \geq 0$       B.  $m \leq 0$       C.  $0 \leq m \leq 1$       D.  $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$

41. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số  $y = mx^4 + (2m-1)x^2 + m - 2$  chỉ có cực đại và không có cực tiểu.

A.  $m \leq 1$       B.  $m \leq 0$       C.  $m \geq 0$       D.  $m \geq 1$

42. Tìm m để đồ thị hàm số  $y = (m+1)x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$  chỉ có cực tiểu mà không có cực đại

A.  $m = 0$       B.  $-1 \leq m < 0$       C.  $-1 < m < 0$       D.  $m = -1$

**DẠNG 6: TÌM M ĐỂ  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  CÓ 2 CỰC TRỊ THỎA ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC.**

43. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$  có 2 cực trị  $x_1, x_2$

thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 = 2$

A.  $m = \pm 3$

B.  $m = 2$

C.  $m = 0$

D.  $m = \pm 1$

44. Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 + m - 1)x + 1$  đạt cực trị tại hai điểm  $x_1; x_2$  thỏa  $|x_1 + x_2| = 4$

A.  $m = \pm 2$

B.  $m = -2$

C. Không tồn tại  $m$

D.  $m = 2$

45. Mẫu Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ . Tìm  $m$  để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$  sao cho  $AB = \sqrt{20}$ .

A.  $m = \pm 1$ .

B.  $m = \pm 2$ .

C.  $m = 1; m = 2$ .

D.  $m = 1$ .

46. Tìm  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 8m^2x^2 + 1$  có 3 điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ

A.  $m = \pm 1$

B.  $m = \pm \frac{1}{2}$

C.  $m = \frac{1}{2}$

D.  $m = -\frac{1}{2}$

### DẠNG 7: TÌM M ĐỂ $y = ax^4 + bx^2 + c$ CÓ 3 CỰC TRỊ THỎA ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC.

47. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$  có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân.

A.  $m = 1$

B.  $m \in \{-1; 1\}$

C.  $m \in \{-1; 0; 1\}$

D.  $m \in \{0; 1\}$

48. Tìm  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + m^4 + 2m$  có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

A.  $m = 1$

B.  $m = 3$

C.  $m = \sqrt{3}$

D.  $m = \sqrt[3]{3}$ .

49. Tìm  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + 2$  có 3 cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1

A.  $m = 1$

B.  $m = 2$

C.  $m = 3$

D.  $m = 4$

### DẠNG 8: TÍNH CHẤT CỰC TRỊ HÀM SỐ.

50. Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x+1)^2(x+2)^3(2x-3)$ . Tìm số điểm cực trị của  $f(x)$ .

A. 3

B. 2

C. 0

D. 1

51. Biết hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  đạt cực tiểu tại điểm  $x = 1$ ,  $f(1) = -3$  và đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tính giá trị của hàm số tại  $x = 3$ .

A.  $f(3) = 81$

B.  $f(3) = 27$

C.  $f(3) = 29$

D.  $f(3) = -29$

52. Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - ax + b}{x - 1}$ . Đặt  $A = a - b, B = a + 2b$ . Để hàm số đạt cực đại tại điểm  $A(0; -1)$  thì tổng giá trị của  $A + 2B$  bằng

A. 6

B. 1

C. 3

D. 0

### DẠNG 9: TÌM SỐ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ.

53. Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

Đồ thị của hàm số  $y = |f(x)|$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4

B. 2

C. 3

D. 5

|    |           |     |     |             |           |
|----|-----------|-----|-----|-------------|-----------|
| x  | $-\infty$ | -1  |     | 3           | $+\infty$ |
| y' | +         | 0   | -   | 0           | +         |
| y  | $-\infty$ | ↗ 5 | ↘ 1 | ↗ $+\infty$ |           |

=====★HẾT CHUYÊN ĐỀ 2★=====

## CHUYÊN ĐỀ 3: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ.

## BÀI TOÁN 5: TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – NHỎ NHẤT

## DẠNG 1: TÌM GTLN – GTNN

54. Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$  trên đoạn  $[-4; 0]$ . Tính tổng  $M + m$ .

- A.  $-\frac{28}{3}$ .      B.  $\frac{28}{3}$ .      C.  $\pm \frac{28}{3}$ .      D.  $-35$ .

55. Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = \frac{3x-1}{x-3}$  trên đoạn  $[0; 2]$ .

- A.  $M = \frac{-1}{3}$ .      B.  $M = -5$ .      C.  $M = 5$ .      D.  $M = \frac{1}{3}$ .

56. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = -x^3 + 3x + 1$  trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .

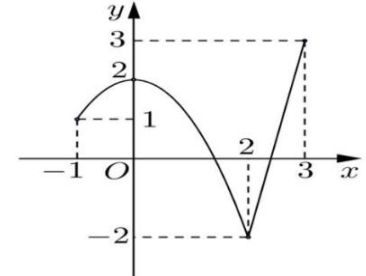
- A.  $\min_{(-\infty; 1)} y = 3$ .      B.  $\min_{(-\infty; 1)} y = -1$ .      C.  $\min_{(-\infty; 1)} y = 2$ .      D.  $\min_{(-\infty; 1)} y = -3$ .

57. Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = 1 + \sqrt{4x - x^2}$  trên đoạn  $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$  là:

- A.  $1 + \sqrt{5}$       B.  $1 + \sqrt{3}$       C.  $1 + 2\sqrt{3}$       D. **3**

58. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 3]$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-1; 3]$ . Giá trị của  $M - m$  bằng

- A. 0      B. 1  
C. 4      D. **5**



## BÀI TOÁN 6: BÀI TOÁN GTLN – GTNN CHỨA THAM SỐ M

## DẠNG 2: TÌM M ĐỂ HÀM SỐ CÓ GTLN – GTNN.

59. Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = -x^2 + 4x - m$  trên đoạn  $[-1; 3]$  là 10. Khi đó giá trị của  $m$  bằng bao nhiêu?

- A. 3      B. -15      C. -6      D. -7

60. Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{mx+5}{x-m}$  đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[0; 1]$  bằng -7

- A.  $m \in (-1; 0)$       B.  $m \in (0; 2)$       C.  $m \in (1; 3)$       D.  $m \in (2; 4)$

61. Cho hàm số  $y = \frac{x-m}{x+2}$  thỏa mãn  $\min_{[0;1]} y + \max_{[0;1]} y = \frac{7}{6}$ .  $m$  thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A.  $(-\infty; -1)$       B.  **$(-2; 0)$**       C.  $(0; 2)$       D.  $(2; +\infty)$

## DẠNG 3: BÀI TOÁN THỰC TẾ.

=====★HẾT CHUYÊN ĐỀ 3★=====

## CHUYÊN ĐỀ 4: ĐƯỜNG TIỆM CẬN

## BÀI TOÁN 7: TÌM ĐƯỜNG TIỆM CẬN

## DẠNG 1: TÌM ĐƯỜNG TIỆM CẬN.

62. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$

A.  $y = 1$

B.  $y = -1$

C.  $y = \pm 1$

D. Không có

63. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{-x+7}{x+7}$

A.  $x = -1$

B.  $y = -1$

C.  $x = -7$

D.  $x = 7$

64. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2+2x+3}{x+1}$

A. Không có

B.  $y = -1$

C.  $y = -2$

D.  $x = -1$

65. Hàm số  $y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$  có mấy tiệm cận đứng

A. Không có

B. 1

C. 2

D. 3

66. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{2x-1}+1}{x+1}$

A.  $x = \frac{1}{2}$

B.  $y = -1$

C.  $x = -1$

D. Không có

67. Đồ thị hàm số  $y = \frac{-x}{\sqrt{x^2-5x+6}}$  có mấy tiệm cận?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

68. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2+x+1}{3-2x-5x^2}$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

## DẠNG 2: DỰA VÀO BẢNG BIẾN THIÊN TÌM TIỆM CẬN.

69. Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên

| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $2$ | $+\infty$ |   |
|---------|-----------|------|-----|-----------|---|
| $f'(x)$ | 2         | −    | +   | 0         | − |
| $f(x)$  |           |      | 5   |           |   |

Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4

B. 2

C. 3

D. 1

70. Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|        |           |           |           |
|--------|-----------|-----------|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | $1$       | $+\infty$ |
| $f(x)$ | $2$       | $+\infty$ | $5$       |

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

### BÀI TOÁN 8: BÀI TOÁN TIỆM CẬN CÓ CHỨA THAM SỐ M

#### DẠNG 3: TÌM M ĐỂ HÀM SỐ CÓ TIỆM CẬN ĐỨNG.

71. Cho hàm số  $y = \frac{mx^2 - 3x}{x - 1}$  với giá trị nào của  $m$  thì  $x = 1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

A.  $m \neq 3$ B.  $m \neq -3$ C.  $m = 3$ D.  $m \neq \pm 3$ 

72. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x^2+x-m}$  có hai đường tiệm cận đứng.

A.  $m \in \mathbb{R}$ .B.  $\begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 2 \end{cases}$ C.  $\begin{cases} m \geq -\frac{1}{4} \\ m \neq 2 \end{cases}$ D.  $m \neq 2$ .

73. Cho hàm số  $y = \frac{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}{x - m}$  với giá trị nào của  $m$  thì hàm số có tiệm cận đứng?

A.  $m = -1$ B.  $-1 < m < 3$ C.  $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases}$ D.  $m = 3$ 

74. Cho hàm số  $y = \frac{2x^2 - 2x}{x - m}$  có đồ thị (C). Tìm tất cả giá trị của  $m$  để (C) không có tiệm cận đứng.

A.  $m = 0$ B.  $m = 1$ C.  $m = 0$  hoặc  $m = 1$ D.  $m = 2$ 

#### DẠNG 4: TÌM M ĐỂ HÀM SỐ CÓ TIỆM CẬN NGANG.

75. Tìm tất cả giá trị thực của  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{mx^4 + 3}}$  có một tiệm cận ngang

A.  $m = 0$ B.  $m < 0$ C.  $m > 0$ D.  $m > 3$ 

76. Tìm Tất cả giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{2x + \sqrt{mx^2 + 4}}$  có đúng một tiệm cận ngang là

A.  $m = 0$ B.  $\begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}$ C.  $m = 4$ D.  $0 \leq m \leq 4$ 

=====★HẾT CHUYÊN ĐỀ 4★=====

## CHỦ ĐỀ 5: ĐỒ THỊ HÀM SỐ

## BÀI TOÁN 9: NHẬN DẠNG ĐỒ THỊ

**DẠNG 1: NHẬN DẠNG ĐỒ THỊ HÀM**  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 

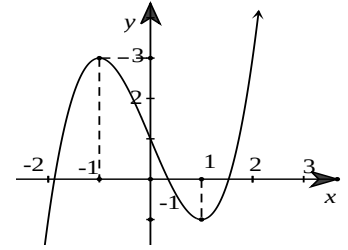
77. Đồ thị như hình bên là của hàm số nào sau đây?

A.  $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x + 1$

B.  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$

C.  $y = x^3 - 3x + 1$

D.  $y = \frac{1}{3}x^3 - x + 1$



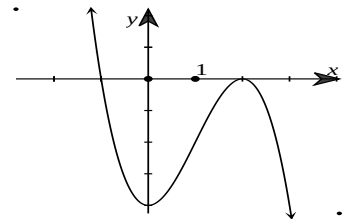
78. Đồ thị sau đây là của hàm số nào? Chọn câu đúng.

A.  $y = -x^3 - 3x^2 - 4$

B.  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$

C.  $y = x^3 - 3x - 4$

D.  $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 4$

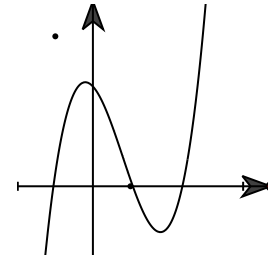
79. Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$   $a \neq 0$  có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A.  $a > 0; d > 0; b < 0; c < 0$ .

B.  $a < 0; b < 0; c < 0; d > 0$ .

C.  $a > 0; c > 0; d > 0; b < 0$ .

D.  $a > 0; b > 0; d > 0; c < 0$

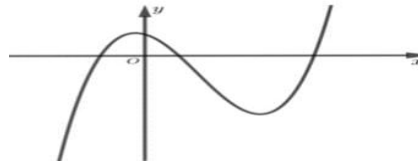
80. Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình bên. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A.  $ab < 0, bc > 0, cd < 0$ .

B.  $ab < 0, bc < 0, cd > 0$ .

C.  $ab > 0, bc > 0, cd < 0$ .

D.  $ab > 0, bc > 0, cd > 0$ .



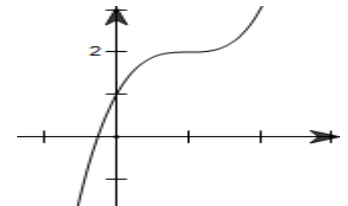
81. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A.  $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ .

B.  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ .

C.  $y = x^3 - 3x + 1$ .

D.  $y = -x^3 - 3x^2 - 1$ .

**DẠNG 2: NHẬN DẠNG ĐỒ THỊ HÀM**  $y = ax^4 + bx^2 + c$ 

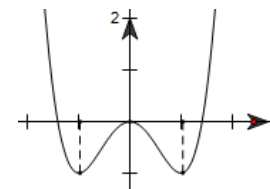
82. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A.  $y = x^4 + 2x^2$

B.  $y = x^4 - 2x^2$

C.  $y = x^4 - 3x^2 + 1$

D.  $y = -x^4 - 2x^2$



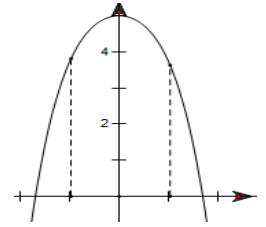
83. Đồ thị hình bên là của một trong 4 đồ thị của các hàm số ở các phương án A, B, C, D dưới đây.  
Hãy chọn phương án đúng.

A.  $y = x^4 + x^2 + 5$ .

B.  $y = \frac{-1}{4}x^4 - x^2 + 5$ .

C.  $y = \frac{-1}{4}x^4 + 5$ .

D.  $y = \frac{-1}{4}x^4 + 2x^2 + 7$ .



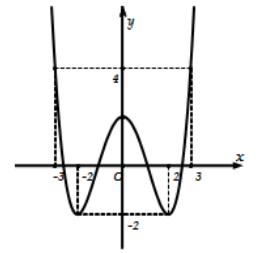
84. Hãy xác định a, b, c của hàm số  $y = ax^4 - bx^2 - c$  có đồ thị như hình vẽ

A.  $a = 4; b = -2; c = 2$

B.  $a = \frac{1}{4}; b = -2; c = 2$

C.  $a = 4; b = 2; c = 2$

D.  $a = \frac{1}{4}; b = -2; c > 0$



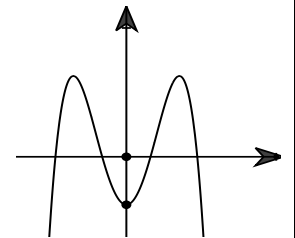
85. Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $a > 0, b < 0, c > 0$

B.  $a < 0, b > 0, c < 0$

C.  $a < 0, b < 0, c < 0$

D.  $a > 0, b < 0, c < 0$



### DẠNG 3: NHẬN DẠNG ĐỒ THỊ HÀM PHÂN THỨC.

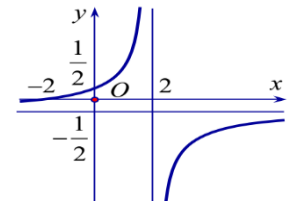
86. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A.  $y = \frac{x+2}{-2x+4}$

B.  $y = \frac{-x+1}{x-2}$

C.  $y = \frac{2x-3}{x+2}$

D.  $y = \frac{-x+3}{2x-4}$



87. Bảng biến thiên trong hình dưới là của hàm số nào trong các hàm số đã cho?

| x    | $-\infty$ | 1         | $+\infty$ |
|------|-----------|-----------|-----------|
| $y'$ | —         |           | —         |
| y    | -1        | $+\infty$ | -1        |

A.  $y = \frac{-x-3}{x-1}$

B.  $y = \frac{-x+3}{x-1}$

C.  $y = \frac{x+3}{x-1}$

D.  $y = \frac{-x-2}{x-1}$

88. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

|    |                                       |    |                                       |
|----|---------------------------------------|----|---------------------------------------|
| x  | $-\infty$                             | -1 | $+\infty$                             |
| y' | +                                     |    | +                                     |
| y  | $\nearrow$<br>$2 \rightarrow +\infty$ |    | $\nearrow$<br>$-\infty \rightarrow 2$ |

A.  $y = \frac{x+2}{1+x}$

B.  $y = \frac{x-1}{2x+1}$

C.  $y = \frac{2x+1}{x-1}$

D.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$

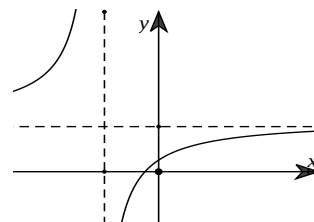
89. Cho hàm số  $y = \frac{ax+1}{x-b}$  khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $a < 0 < b$

B.  $a < b < 0$

C.  $a > 0 > b$

D.  $a > b > 0$



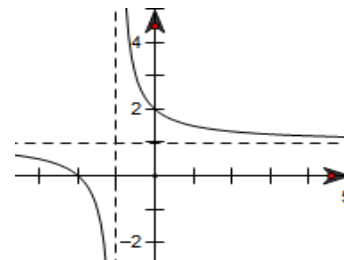
90. Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{x+1}$  có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A.  $a < b < 0$

B.  $b < 0 < a$

C.  $0 < b < a$

D.  $0 < a < b$



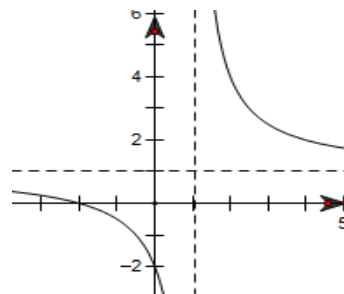
91. Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $a > 0$  có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $b > 0, c > 0, d < 0$

B.  $b > 0, c < 0, d < 0$

C.  $b < 0, c > 0, d < 0$

D.  $b < 0, c < 0, d < 0$



#### DẠNG 4: NHẬN DẠNG ĐỒ THỊ HÀM TRỊ TUYỆT ĐỐI

92. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  như hình vẽ:

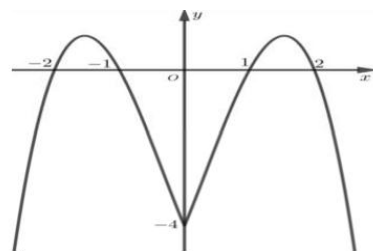
Chọn kết luận **đúng** trong các kết luận sau:

A.  $f(x) = -x^3 + x^2 + 4x + 4$

B.  $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

C.  $f(x) = -x^3 - x^2 + 4x + 4$

D.  $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$





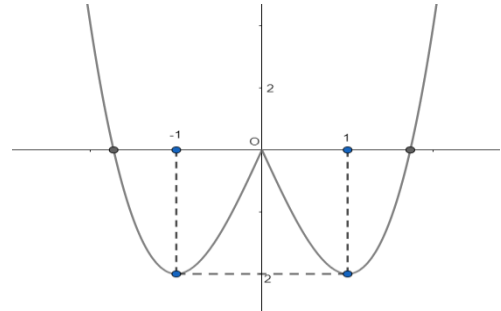
93. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

A.  $y = |x^3 - 3x|$

B.  $y = |x^3 + 3x|$

C.  $y = |x^3 - 3x|$

D.  $y = |x|^3 + 3|x|$



**DẠNG 10: BÀI TOÁN 10 HÀM ẨN  $f'(x)$**

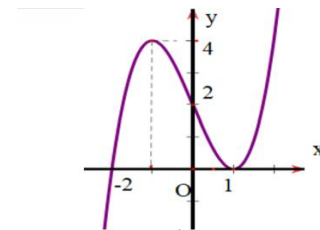
94. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Khẳng định sau đây là **sai**?

A. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$

B. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-2; -1)$

C. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$

D. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$



95. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Xét hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2)$ .

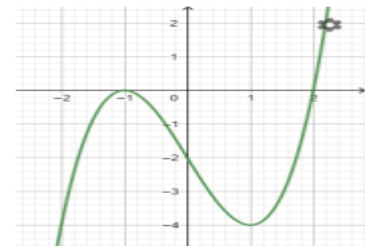
Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(0; 2)$ .

B. Hàm số  $g(x)$  đồng biến trên  $(2; +\infty)$

C. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(-\infty; -2)$

D. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(-1; 0)$ .



96. Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có bảng xét dấu như sau:

| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $1$ | $3$ | $+\infty$ |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$ | $-$       |

Hàm số  $y = f(x^2 + 2x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(0; 1)$

B.  $(-2; -1)$

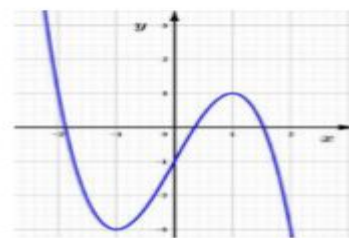
C.  $(-2; 1)$

D.  $(-4; -3)$

97. Cho hàm số  $y = f(x)$ , có đạo hàm là  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và hàm số  $f'(x)$  có đồ thị như hình dưới đây.

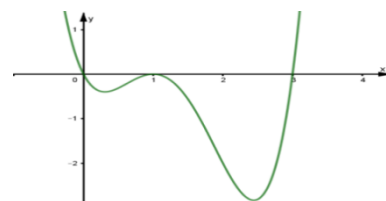
Hỏi hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu cực trị?

- A. 1. B. 0.  
C. 3. D. 2.



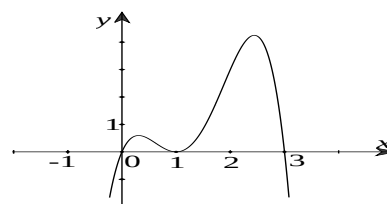
98. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị của hàm số  $y = f^2(x)$  có bao nhiêu điểm cực đại, cực tiểu?

- A. 1 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.  
B. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.  
C. 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.  
D. 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.



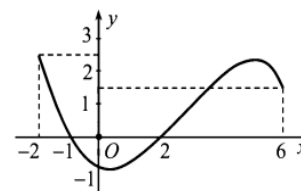
99. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số  $y = f(x)^2$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 5 B. 3  
C. 4 D. 5



100. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $y = f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị của hàm số  $f'(x)$  trên đoạn  $[-2; 6]$  như hình vẽ bên. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

- A.  $\max_{[-2;6]} f(x) = f(-2)$  B.  $\max_{[-2;6]} f(x) = f(6)$   
C.  $\max_{[-2;6]} f(x) = \max\{f(-1), f(6)\}$  D.  $\max_{[-2;6]} f(x) = f(-1)$



=====★HẾT CHUYÊN ĐỀ 5★=====

**CHỦ ĐỀ 6: SỰ TƯƠNG GIAO CỦA HAI ĐỒ THỊ****BÀI TOÁN 11: TỌA ĐỘ GIAO ĐIỂM****DẠNG 1: TÌM TỌA ĐỘ GIAO ĐIỂM.**

- 101.** Gọi  $M, N$  là giao điểm của đường thẳng  $y = x + 1$  và đường cong  $y = \frac{2x+4}{x-1}$ . Khi đó hoành độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $MN$  bằng
- A.  $-\frac{5}{2}$                       B. 1                      C. 2                      D.  $\frac{5}{2}$
- 102.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d): y = x + m - 1$  cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho  $AB = 2\sqrt{3}$ .
- A.  $m = 4 \pm \sqrt{10}$                       B.  $m = 4 \pm \sqrt{3}$                       C.  $m = 2 \pm \sqrt{10}$                       D.  $m = 2 \pm \sqrt{3}$
- 103.** Tìm tất cả giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 2(m-1)x^2 + 4x$  cắt trục Ox tại điểm có hoành độ  $x = 2$
- A.  $m = 2$                       B.  $m = 3$                       C.  $m = -1$                       D.  $m = 4$

**BÀI TOÁN 12: BÀI TOÁN TƯƠNG GIAO CÓ CHỨA THAM SỐ M****DẠNG 2: BIỆN LUẬN SỐ GIAO ĐIỂM CỦA HAI ĐỒ THỊ**

- 104.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 3$  tại bốn điểm phân biệt.
- A.  $-1 < m < 1$ .                      B.  $2 < m < 3$ .                      C.  $0 < m < 1$ .                      D.  $-1 < m < 0$ .
- 105.** Tìm tất cả giá trị của  $m$  để phương trình  $x^3 - 3x + m = 0$  có 3 nghiệm phân biệt
- A.  $-2 < m < 2$                       B.  $-2 < m < 3$                       C.  $-1 < m < 3$                       D.  $-1 < m < 2$

**DẠNG 3: TÌM M ĐỂ HÀM SỐ CÓ SỐ GIAO ĐIỂM CHO TRƯỚC**

- 106.** Xác định  $m$  để đường thẳng  $(d): y = x + m$  cắt đồ thị  $(H): y = \frac{x-2}{x-1}$  tại hai điểm phân biệt.
- A.  $-2 < m < 2$                       B.  $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$                       D.  $0 < m < 2$
- 107.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 + mx^2 + mx + 4$  cắt đường thẳng  $y = x + 4$  tại ba điểm phân biệt.
- A.  $m \in (-1; 1)$ .                      B.  $m \in (1; 3)$ .                      C.  $m \in (3; 5)$ .                      D.  $m \in (4; 6)$ .
- 108.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $(C_m): y = x^4 - mx^2 + m - 1$  cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt.
- A.  $\begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$ .                      B. Không có  $m$ .                      C.  $m > 1$ .                      D.  $m \neq 2$ .
- 109.** Cho hàm số  $(C): y = \frac{x+2}{x+1}$  và đường thẳng  $d: y = -\frac{1}{2}x + m$ . Tìm  $m$  để  $d$  cắt  $(C)$  tại 2 điểm nằm về 2 phía đối với trục tung:
- A.  $m > 1$                       B.  $m > 2$                       C.  $m < 3$                       D.  $m < 4$

**DẠNG 4: TÌM SỐ GIAO ĐIỂM CỦA HÀM TRỊ TUYỆT ĐỐI.**

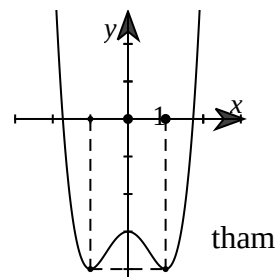
**110.** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định tất cả giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $|f(x)| = m$  có 6 nghiệm phân biệt

A.  $m > 4$

B.  $0 < m < 4$

C.  $3 < m < 4$

D.  $0 < m < 3$



**111.** Hình bên dưới là đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x$ . Tìm tất cả giá trị thực của

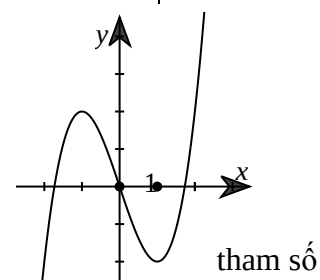
số  $m$  để phương trình  $|x^3 - 3x| = m^2$  có năm nghiệm phân biệt.

A.  $m \in (-\sqrt{2}; 0) \cup (0; \sqrt{2})$ .

B.  $m \in (0; \sqrt{2})$ .

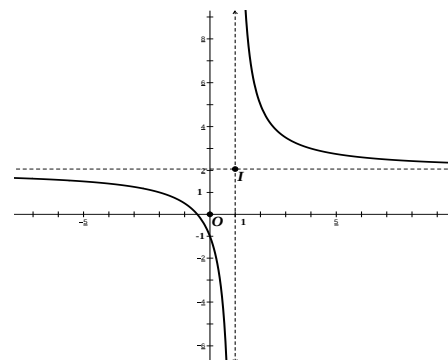
C.  $m \in (-2; 0) \cup (0; 2)$ .

D.  $m \in (0; 2)$ .



**112.** Hình bên là đồ thị của hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ . Tìm tất cả các giá trị thực của

$m$  để phương trình  $\left| \frac{2x+1}{x-1} \right| = 2m$  có hai nghiệm phân biệt.

A. Với mọi  $m$ .B. Không có giá trị của  $m$ .C.  $m > 0$ .D.  $m \in (0; +\infty) \setminus \{1\}$ .**DẠNG 5: TÌM SỐ GIAO ĐIỂM CỦA HÀM ẨN.**

**113.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2; 2]$  và có đồ thị như hình vẽ:

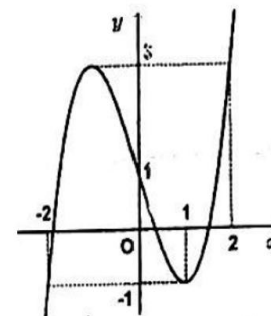
Số nghiệm của phương trình  $3f(x+2) - 4 = 0$  trên đoạn  $[-2; 2]$  là?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.





**CHỦ ĐỀ 7: ĐƯỜNG TIẾP TUYẾN****BÀI TOÁN 13: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN****DẠNG 1: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN.**

- 116.** Cho hàm số  $y = x^3 + x^2 - 5x + 1$ , phương trình tiếp tuyến tại điểm trên đồ thị có hoành độ  $x = 2$   
**A.**  $y = 10x + 9$       **B.**  $y = 11x - 19$       **C.**  $y = 11x + 10$       **D.**  $y = 10x + 8$
- 117.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{x-1}$  song song với đường thẳng  $y = -3x - 2$  có phương trình là:  
**A.**  $y = 3x + 10$       **B.**  $y = -3x - 2; y = -3x + 10$   
**C.**  $y = -3x + 10$       **D.**  $y = -3x - 2$
- 118.** Cho hàm số  $y = -x^4 - x^2 + 6$  có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), Biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{6}x - 1$ .  
**A.**  $y = -6x + 6$       **B.**  $y = -6x + 8$       **C.**  $y = -6x + 10$       **D.**  $y = -6x + 12$
- 119.** Cho hàm số  $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$  có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết rằng tiếp tuyến đi qua điểm  $M(-1; -9)$   
**A.**  $y = 24x + 25; y = \frac{15}{4}x - \frac{21}{24}$       **B.**  $y = 24x + 15; y = \frac{15}{4}x - \frac{21}{4}$   
**C.**  $y = 24x + 5; y = \frac{15}{4}x - \frac{21}{24}$       **D.**  $y = 24x + 25; y = \frac{15}{4}x - \frac{21}{4}$
- 120.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  có đồ thị (C). Gọi M là điểm thuộc (C) có tung độ bằng 5. Tiếp tuyến của (C) tại điểm M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A và B. Tính diện tích tam giác  $S_{\Delta OAB}$   
**A.**  $\frac{112}{6}$       **B.**  $\frac{121}{6}$       **C.**  $\frac{122}{6}$       **D.**  $\frac{113}{6}$

**BÀI TOÁN 14: BÀI TOÁN TIẾP TUYẾN CHỨA THAM SỐ M****DẠNG 2: TÌM M ĐỒ THỊ CÓ TIẾP TUYẾN THỎA ĐK CHO TRƯỚC**

- 121.** Cho hàm số  $y = -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$  (Cm). Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị (Cm) tại hai điểm  $A(1;0), B(-1;0)$  vuông góc với nhau.  
**A.**  $m = \frac{5}{4}; m = \frac{3}{4}$       **B.**  $m = -\frac{5}{4}; m = -\frac{3}{4}$   
**C.**  $m = -\frac{5}{4}; m = \frac{3}{4}$       **D.**  $m = \frac{5}{4}; m = -\frac{3}{4}$
- 122.** Cho hàm số  $y = \frac{x+b}{ax-2}$  có đồ thị (C). Biết rằng a, b là các giá trị thực sao cho tiếp tuyến của (C) tại điểm  $M(1; -2)$  song song với đường thẳng  $d: 3x + y - 4 = 0$ . Khi đó giá trị của  $a + b$  bằng  
**A.** 0      **B.** -1      **C.** 2      **D.** 1
- 123.** Cho hàm số  $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m + 2$  có đồ thị (C). Gọi A là điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ bằng 1. Với giá trị nào của m thì tiếp tuyến của đồ thị (C) tại A vuông góc với đường thẳng  $\Delta: x - 2y - 4 = 0$   
**A.**  $m \in (-3; 0)$       **B.**  $m \in (-2; 2)$       **C.**  $m \in (2; 5)$       **D.**  $m \in (5; 9)$

**DẠNG 3: ĐIỀU KIỆN TIẾP XÚC**

**124.** Biết rằng đồ thị các hàm số  $y = x^3 + \frac{5}{4}x - 2$  và  $y = x^2 + x - 2$  tiếp xúc nhau tại điểm  $M(x_0; y_0)$ .

Tìm  $x_0$ .

A.  $x_0 = \frac{1}{2}$ .

B.  $x_0 = -\frac{5}{2}$ .

C.  $x_0 = \frac{3}{4}$ .

D.  $x_0 = \frac{3}{2}$ .

**125.** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để qua điểm  $M(2; m)$  kẻ được ba tiếp tuyến phân biệt đến đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2$  là

A.  $m \in (4; 5)$

B.  $m \in (-2; 3)$

C.  $m \in (-5; -4)$

D.  $m \in (-5; 4)$

=====★HẾT CHUYÊN ĐỀ 7★=====

**ĐÁP ÁN 125 CÂU TRẮC NGHIỆM**

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | 11  | 12  | 13  | 14  | 15  |
| B   | C   | C   | B   | A   | A   | C   | C   | C   | C   | B   | C   | C   | C   | B   |
| 16  | 17  | 18  | 19  | 20  | 21  | 22  | 23  | 24  | 25  | 26  | 27  | 28  | 29  | 30  |
| D   | A   | C   | A   | C   | D   | A   | B   | C   | A   | D   | D   | B   | A   | A   |
| 31  | 32  | 33  | 34  | 35  | 36  | 37  | 38  | 39  | 40  | 41  | 42  | 43  | 44  | 45  |
| A   | C   | A   | C   | A   | C   | B   | A   | D   | D   | B   | B   | D   | B   | A   |
| 46  | 47  | 48  | 49  | 50  | 51  | 52  | 53  | 54  | 55  | 56  | 57  | 58  | 59  | 60  |
| B   | B   | D   | A   | B   | C   | A   | C   | A   | D   | B   | D   | D   | C   | C   |
| 61  | 62  | 63  | 64  | 65  | 66  | 67  | 68  | 69  | 70  | 71  | 72  | 73  | 74  | 75  |
| B   | C   | B   | A   | B   | D   | D   | C   | B   | C   | A   | B   | C   | C   | C   |
| 76  | 77  | 78  | 79  | 80  | 81  | 82  | 83  | 84  | 85  | 86  | 87  | 88  | 89  | 90  |
| B   | C   | B   | D   | A   | A   | B   | B   | B   | B   | A   | B   | D   | C   | D   |
| 91  | 92  | 93  | 94  | 95  | 96  | 97  | 98  | 99  | 100 | 101 | 102 | 103 | 104 | 105 |
| A   | A   | A   | C   | D   | B   | C   | B   | D   | C   | B   | A   | B   | B   | A   |
| 106 | 107 | 108 | 109 | 110 | 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 |
| B   | C   | A   | B   | C   | A   | D   | D   | D   | D   | B   | C   | C   | B   | B   |
| 121 | 122 | 123 | 124 | 125 |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
| A   | D   | A   | A   | C   |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |

Mua file Word: **Giá 100K.**

**Nhằm ủng hộ cho Team có kinh phí để biên soạn nhiều tài liệu chất lượng hơn - giúp giáo viên tiết kiệm thời gian soạn tài liệu và học sinh dễ ôn tập nhé.**

Liên hệ: Di động: 0349.686.263 – Thầy Hiền – Nhóm luyện thi MPEC tại Đà Nẵng.