

TRƯỜNG THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ 2

NĂM HỌC 2019 - 2020

Môn thi: TOÁN - Lớp: 12

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm 05 trang - 50 câu trắc nghiệm



Họ và tên: SBD:

- Câu 1.** Tìm số phức z thỏa mãn $\bar{z} + 3 - 2i = 1 + 3i$.
A. $z = -2 - 5i$. **B.** $z = 2 + 5i$. **C.** $z = 2 - 5i$. **D.** $z = -2 + 5i$.
- Câu 2.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x}$.
A. $\int f(x)dx = e^x + C$. **B.** $\int f(x)dx = -e^x + C$.
C. $\int f(x)dx = -e^{-x} + C$. **D.** $\int f(x)dx = e^{-x} + C$.
- Câu 3.** Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 3 + 4i$. Phần thực của số phức $\bar{z}_1 + z_2$ bằng
A. -2 . **B.** 4 . **C.** 2 . **D.** -6 .
- Câu 4.** Gọi z_1 là nghiệm có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $A = |(z_1 - i)^2|$
A. 2 . **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 2 . **D.** $\sqrt{2}$.
- Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 4z + 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) ?
A. $\vec{n}_1 = (2; -3; 4)$. **B.** $\vec{n}_3 = (2; -3; 1)$. **C.** $\vec{n}_4 = (-3; 4; 1)$. **D.** $\vec{n}_2 = (2; 3; -4)$.
- Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Véc-tơ nào dưới đây vuông góc với véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ ?
A. $\vec{u}_3 = (2; -3; 4)$. **B.** $\vec{u}_4 = (2; 3; -4)$. **C.** $\vec{u}_1 = (2; 3; 4)$. **D.** $\vec{u}_2 = (-2; 3; 4)$.
- Câu 7.** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x).f'(x) = 3x^5 + 6x^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$, biết rằng $f(0) = 1$. Tính $f^2(1)$.
A. $f^2(1) = 100$. **B.** $f^2(1) = 3$. **C.** $f^2(1) = 81$. **D.** $f^2(1) = 6$.
- Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z + 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?
A. $(0; 0; -5)$. **B.** $(0; 5; 0)$. **C.** $(0; 0; 5)$. **D.** $(5; 0; 0)$.
- Câu 9.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$.
A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \cdot \ln(2x+1) + C$. **B.** $\int f(x)dx = \ln|2x+1| + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{-2}{(2x+1)^2} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C.$

Câu 10. Biết $\int_0^1 f(x)dx = 10$ và $\int_0^1 g(x)dx = 30$, khi đó $\int_0^1 [g(x) - f(x)]dx$ bằng

A. 20.

B. -20.

C. -40.

D. 40.

Câu 11. Môđun của số phức $3+4i$ bằng

A. 7.

B. 8.

C. 6.

D. 5.

Câu 12. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$. Giá trị $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. -2.

B. 10.

C. 2.

D. -4.

Câu 13. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 5$ và $\int_1^2 f(x)dx = 2$ thì $\int_2^3 f(x)dx$ bằng

A. 7.

B. -3.

C. 3.

D. -7.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 11$. Tính tích phân $\int_1^2 f'(x)dx$.

A. -10.

B. 12.

C. 9.

D. 10.

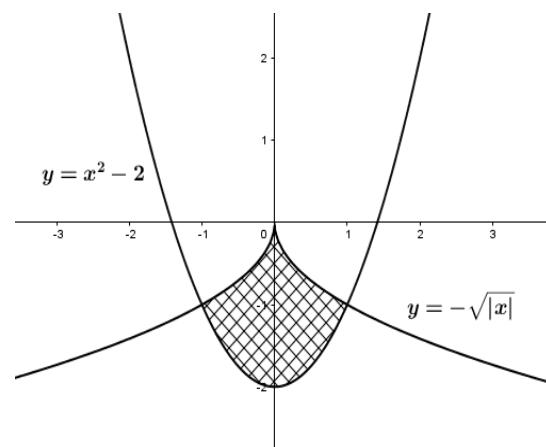
Câu 15. Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây

A. $S = 2 \int_0^1 (-x^2 + 2 - \sqrt{|x|})dx.$

B. $S = 2 \int_0^1 (-x^2 + 2 + \sqrt{|x|})dx. T = -1.$

C. $S = 2 \int_0^1 (x^2 + 2 + \sqrt{|x|})dx. T = 8.$

D. $S = 2 \int_0^1 (x^2 + 2 - \sqrt{|x|})dx.$



Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 3z + 5 = 0$ và $(Q): y + z - 1 = 0$. Tính góc giữa (P) và (Q) .

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{6}$

Câu 17. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 1010$ thì $\int_0^1 2f(x)dx$ bằng

A. 4040.

B. 3030.

C. 1010.

D. 2020.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(5; 0; 0), B(0; -4; 0), C(0; 0; 6)$. Mặt phẳng qua ba điểm A, B, C có phương trình

A. $5x - 4y + 6z = 0.$

B. $5x - 4y + 6z = 1.$

C. $\frac{x}{5} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{6} = 0.$

D. $\frac{x}{5} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{6} = 1.$

- Câu 19.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 6x$ là
- A. $F(x) = -\cos x - 3x^2 + C$. B. $F(x) = -\cos x + C$.
- C. $F(x) = -\cos x - 6x^2 + C$. D. $F(x) = \cos x - 3x^2 + C$.
- Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) chứa trục Ox và đi qua điểm $A(2; -5; 7)$ có phương trình là:
- A. $7y - 5z = 0$. B. $7y + 5z = 0$. C. $5y - 7z = 0$. D. $5y + 7z = 0$.
- Câu 21.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là:
- A. $F(x) = x - 3\ln(x+1) + C$. B. $F(x) = x + \frac{3}{(x+1)^2} + C$.
- C. $F(x) = x + 3\ln(x+1) + C$. D. $F(x) = x - \frac{3}{(x+1)^2} + C$.
- Câu 22.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; 0), B(0; 3; 4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là
- A. $2x + 3y - 4z + 4 = 0$. B. $2x - 3y - 4z + 4 = 0$.
- C. $2x - 3y - 4z - 4 = 0$. D. $x + y + 2z - 5 = 0$.
- Câu 23.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 0; 2), B(0; 2; 0)$. Gọi (S) là mặt cầu nhận AB làm đường kính. Diện tích của mặt cầu (S) bằng
- A. 36π . B. 8π . C. 16π . D. 12π .
- Câu 24.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1 - 2i)^2$ là điểm nào dưới đây
- A. $K(-3; -4)$. B. $I(5; -4)$. C. $E(-4; 5)$. D. $N(-3; 4)$.
- Câu 25.** Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 + 5\sin x$ và $f(0) = 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $f(x) = 3x - 5\cos x - 6$. B. $f(x) = 3x - 5\cos x + 6$.
- C. $f(x) = 3x + 5\cos x - 6$. D. $f(x) = 3x + 5\cos x + 6$.
- Câu 26.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (1; 0; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 2; 5)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ bằng
- A. -3 . B. 23 . C. 9 . D. -5 .
- Câu 27.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng (d) ?
- A. $P(1; -2; 3)$. B. $N(1; 2; 3)$. C. $M(-1; 2; -3)$. D. $Q(-1; 2; 3)$.
- Câu 28.** Cho số phức $z = 2 - i$. Tính $\left| \frac{1}{z} \right|$.

- A. 5. B. $\sqrt{5}$. C. 3. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là

- A. $x+y+z-3=0$. B. $3x-2y-z=0$.
C. $3x+2y+z-6=0$. D. $x+2y+3z-6=0$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;0)$ và đi qua điểm $M(0;0;1)$. Phương trình của (S) là

- A. $(S): (x+1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{2}$. B. $(S): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{2}$.
C. $(S): (x+1)^2 + y^2 + z^2 = 2$. D. $(S): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 2$.

Câu 31. Cho $\int_0^9 f(x)dx = 9$. Tính $I = \int_0^3 f(3x)dx$.

- A. 27. B. 9. C. 6. D. 3.

Câu 32. Số phức liên hợp của số phức $z = (3+i)(2-3i)$ là

- A. $\bar{z} = 6+7i$. B. $\bar{z} = 9-7i$. C. $\bar{z} = 9+7i$. D. $\bar{z} = 6-7i$.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(1;2;0)$. B. $(1;0;3)$. C. $(1;0;0)$. D. $(0;2;3)$.

Câu 34. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

- A. $\int f(x)dx = 2\sin 2x + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sin 2x + C$.
C. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\sin 2x + C$. D. $\int f(x)dx = -2\sin 2x + C$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1;2;-3)$ trên trục Oy có tọa độ là

- A. $Q(-1;0;0)$. B. $N(0;0;-3)$. C. $E(0;2;0)$. D. $P(-1;2;0)$.

Câu 36. Số phức đối của số phức $3+4i$ là:

- A. $4+3i$. B. $3-4i$. C. $-3-4i$. D. $-3+4i$.

Câu 37. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2020}}$.

- A. $\int f(x)dx = \ln(x^2+2020) + C$. B. $\int f(x)dx = \ln(\sqrt{x^2+2020}) + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 2020} + C.$

D. $\int f(x)dx = \sqrt{x^2 + 2020} + C.$

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + 5 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{19}$.

B. 3.

C. 9.

D. 19.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(1;1;1)$.

B. $(1;1;-1)$.

C. $(1;-1;1)$.

D. $(-1;1;1)$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(0;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 3y + z - 5 = 0$.

A. $x + 3y - z - 3 = 0$.

B. $\begin{cases} x = t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = t \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.

D. $x - 3y + z + 3 = 0$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $E(-1;-2;3)$. Gọi E' là hình chiếu vuông góc của E lên mặt phẳng (Oxz) . Khoảng cách từ E' đến trục Oy bằng

A. $\sqrt{13}$.

B. $\sqrt{14}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. $\sqrt{5}$.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $E(-2;3;-1)$ và $F(2;-1;3)$?

A. $\vec{u}_4 = (1;-1;1)$.

B. $\vec{u}_3 = (1;-1;-1)$.

C. $\vec{u}_2 = (0;1;1)$.

D. $\vec{u}_1 = (1;1;1)$.

Câu 43. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cos x$ và $F(0) = 1$. Tính $F(\pi)$.

A. $F(\pi) = \frac{\pi}{2}$.

B. $F(\pi) = 1$.

C. $F(\pi) = -1$.

D. $F(\pi) = -\frac{\pi}{2}$.

Câu 44. Cho hàm số $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x}dx = x - x^2 + C$.

B. $\int f'(x)e^{2x}dx = x^2 - x + C$.

C. $\int f'(x)e^{2x}dx = 2x - 2x^2 + C$.

D. $\int f'(x)e^{2x}dx = 2x^2 - 2x + C$.

Câu 45. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2020^x$.

A. $\int 2020^x dx = \frac{2020^{x+1}}{x+1} + C$.

B. $\int 2020^x dx = 2020^x \ln x + C$.

C. $\int 2020^x dx = \frac{2020^x}{\ln 2020} + C$.

D. $\int 2020^x dx = 2020^{x-1} + C$.

Câu 46. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A. 2020.

B. $\sqrt{2} - i$.

C. $2020i$.

D. $1 + \sqrt{3}i$.

Câu 47. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ nhận số phức $z = 1 + i$ là nghiệm. Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = 4$.

B. $S = -2$.

C. $S = 0$.

D. $S = -4$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;6;0)$, $C(0;0;5)$ và điểm N sao cho $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$. Một mặt phẳng (P) thay đổi cắt các đoạn thẳng OA, OB, OC, ON lần lượt tại các điểm A_1, B_1, C_1, N_1 thỏa mãn $\frac{OA}{OA_1} + \frac{OB}{OB_1} + \frac{OC}{OC_1} = 2020$ và $N_1(x_0; y_0; z_0)$. Khi đó

A. $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{7}{2020}$.

B. $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{9}{2020}$.

C. $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{11}{2020}$.

D. $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{13}{2020}$.

Câu 49. Biết $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x (1 + \sin x)^2}{e^{\frac{\cos^2 x}{\sin x}}} dx = a - \frac{1}{b.e^{\frac{m}{n}}}$ trong đó a, b, m, n là các số nguyên dương, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + m + n$.

A. $S = 9$.

B. $S = 12$.

C. $S = 10$.

D. $S = 11$.

Câu 50. Cho $f(x)$ là một nguyên hàm của $g(x)$ trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} xg(x) dx = \frac{1}{2}$ và

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = a + b\pi$, trong đó a, b là các số hữu tỉ. Tính $P = a + 2b$.

A. $P = \frac{1}{2}$.

B. $P = 0$.

C. $P = 1$.

D. $P = -\frac{1}{2}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.B	4.A	5.A	6.C	7.D	8.A	9.D	10.A
11.D	12.A	13.C	14.D	15.A	16.A	17.D	18.D	19.A	20.B
21.A	22.D	23.D	24.A	25.B	26.A	27.C	28.D	29.C	30.D
31.D	32.C	33.A	34.B	35.C	36.C	37.D	38.B	39.B	40.B
41.C	42.A	43.C	44.C	45.C	46.C	47.C	48.D	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tìm số phức z thỏa mãn $\bar{z} + 3 - 2i = 1 + 3i$.

A. $z = -2 - 5i$.

B. $z = 2 + 5i$.

C. $z = 2 - 5i$.

D. $z = -2 + 5i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\bar{z} + 3 - 2i = 1 + 3i \Leftrightarrow \bar{z} = -2 + 5i \Rightarrow z = -2 - 5i$.

Câu 2. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x}$.

A. $\int f(x) dx = e^x + C$.

B. $\int f(x) dx = -e^x + C$.

C. $\int f(x) dx = -e^{-x} + C$.

D. $\int f(x) dx = e^{-x} + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x) dx = \int e^{-x} dx = -\int e^{-x} d(-x) = -e^{-x} + C$.

Câu 3. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 3 + 4i$. Phần thực của số phức $\bar{z}_1 + z_2$ bằng

A. -2 .

B. 4 .

C. 2 .

D. -6 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\bar{z}_1 + z_2 = \overline{1 + 2i} + (3 + 4i) = 1 - 2i + 3 + 4i = 4 + 2i$

Suy ra: Phần thực của số phức $\bar{z}_1 + z_2$ bằng 4 .

Câu 4. Gọi z_1 là nghiệm có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $A = |(z_1 - i)^2|$

A. 2 .

B. $\sqrt{10}$.

C. 2 .

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 2z + 1 = -4 \Leftrightarrow (z - 1)^2 = (2i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z - 1 = 2i \\ z - 1 = -2i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + 2i \\ z = 1 - 2i \end{cases}$

Vì z_1 là nghiệm có phần ảo dương nên: $z_1 = 1 + 2i$.

$\Rightarrow A = |(z_1 - i)^2| = |(1 + 2i - i)^2| = |(1 + i)^2| = |2i| = \sqrt{0^2 + 2^2} = 2$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 4z + 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; -3; 4)$. B. $\vec{n}_3 = (2; -3; 1)$. C. $\vec{n}_4 = (-3; 4; 1)$. D. $\vec{n}_2 = (2; 3; -4)$.

Lời giải

Chọn A

(α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; -3; 4)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Véc-tơ nào dưới đây vuông góc với véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ ?

- A. $\vec{u}_3 = (2; -3; 4)$. B. $\vec{u}_4 = (2; 3; -4)$. C. $\vec{u}_1 = (2; 3; 4)$. D. $\vec{u}_2 = (-2; 3; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; -1)$.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{u}_1 = (-1) \cdot 2 + 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 4 = 0 \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{u}_1$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) \cdot f'(x) = 3x^5 + 6x^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$, biết rằng $f(0) = 1$. Tính $f^2(1)$.

- A. $f^2(1) = 100$. B. $f^2(1) = 3$. C. $f^2(1) = 81$. D. $f^2(1) = 6$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int_0^1 f(x) \cdot f'(x) dx = \int_0^1 (3x^5 + 6x^2) dx = \frac{5}{2}.$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} = \int_0^1 f(x) \cdot f'(x) dx = \int_0^1 f(x) \cdot d(f(x)) = \frac{1}{2} f^2(x) \Big|_0^1 = \frac{1}{2} f^2(1) - \frac{1}{2} f^2(0).$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} f^2(1) = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} f^2(0) = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = 3 \Rightarrow f^2(1) = 6.$$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z + 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $(0; 0; -5)$. B. $(0; 5; 0)$. C. $(0; 0; 5)$. D. $(5; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $0 + 0 - 5 + 5 = 0 \Rightarrow (0; 0; -5)$ thuộc (P) .

Câu 9. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \cdot \ln(2x+1) + C.$

B. $\int f(x)dx = \ln|2x+1| + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{-2}{(2x+1)^2} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C.$

Câu 10. Biết $\int_0^1 f(x)dx = 10$ và $\int_0^1 g(x)dx = 30$, khi đó $\int_0^1 [g(x) - f(x)]dx$ bằng

A. 20.

B. -20.

C. -40.

D. 40.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^1 [g(x) - f(x)]dx = \int_0^1 g(x)dx - \int_0^1 f(x)dx = 30 - 10 = 20.$

Câu 11. Môđun của số phức $3+4i$ bằng

A. 7.

B. 8.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $|3+4i| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$

Câu 12. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$. Giá trị $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. -2.

B. 10.

C. 2.

D. -4.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý Viét ta có: $z_1 + z_2 = 2$ và $z_1 z_2 = 3.$

$\Rightarrow z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = -2.$

Câu 13. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 5$ và $\int_1^2 f(x)dx = 2$ thì $\int_2^3 f(x)dx$ bằng

A. 7.

B. -3.

C. 3.

D. -7.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_2^3 f(x)dx = \int_1^3 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx = 5 - 2 = 3.$

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 11$. Tính tích phân $\int_1^2 f'(x) dx$.

A. -10.

B. 12.

C. 9.

D. 10.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_1^2 = f(2) - f(1) = 11 - 1 = 10$.

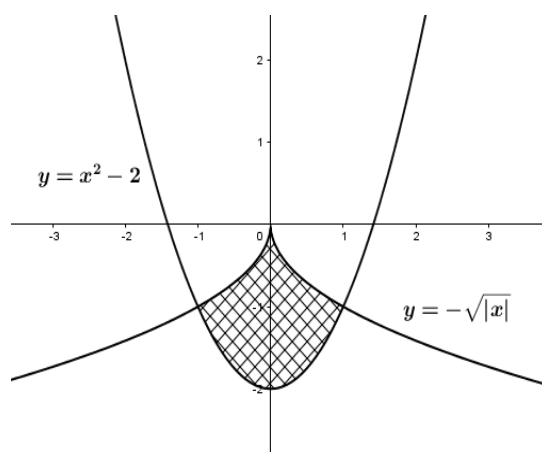
Câu 15. Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây

A. $S = 2 \int_0^1 (-x^2 + 2 - \sqrt{|x|}) dx$.

B. $S = 2 \int_0^1 (-x^2 + 2 + \sqrt{|x|}) dx$. $T = -1$.

C. $S = 2 \int_0^1 (x^2 + 2 + \sqrt{|x|}) dx$. $T = 8$.

D. $S = 2 \int_0^1 (x^2 + 2 - \sqrt{|x|}) dx$.



Lời giải

Chọn A

Ta có $S = 2 \int_0^1 [-\sqrt{|x|} - (x^2 - 2)] dx = 2 \int_0^1 (-x^2 + 2 - \sqrt{|x|}) dx$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 3z + 5 = 0$ và $(Q): y + z - 1 = 0$. Tính góc giữa (P) và (Q) .

A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

Lời giải

Chọn A

$$\vec{n}_p = (2; 3; -3), \vec{n}_q = (0; 1; 1) \Rightarrow \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_p \cdot \vec{n}_q|}{|\vec{n}_p| \cdot |\vec{n}_q|} = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$$

Câu 17. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 1010$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng

A. 4040.

B. 3030.

C. 1010.

D. 2020.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^1 2f(x)dx = 2 \int_0^1 f(x)dx = 2.1010 = 2020$

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(5;0;0), B(0;-4;0), C(0;0;6)$. Mặt phẳng qua ba điểm A, B, C có phương trình

A. $5x - 4y + 6z = 0$. **B.** $5x - 4y + 6z = 1$. **C.** $\frac{x}{5} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{6} = 0$. **D.** $\frac{x}{5} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{6} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là: $\frac{x}{5} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{6} = 1$

Câu 19. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 6x$ là

A. $F(x) = -\cos x - 3x^2 + C$. **B.** $F(x) = -\cos x + C$.
C. $F(x) = -\cos x - 6x^2 + C$. **D.** $F(x) = \cos x - 3x^2 + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)dx = \int (\sin x - 6x)dx = -\cos x - 3x^2 + C$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) chứa trục Ox và đi qua điểm $A(2;-5;7)$ có phương trình là:

A. $7y - 5z = 0$. **B.** $7y + 5z = 0$. **C.** $5y - 7z = 0$. **D.** $5y + 7z = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có mặt phẳng (α) chứa trục Ox và đi qua điểm $A(2;-5;7)$ nên suy ra

$\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{i}; \vec{OA}] = (0; -7; -5)$. Khi đó $(\alpha): -7y - 5z = 0 \Leftrightarrow (\alpha): 7y + 5z = 0$

Câu 21. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là:

A. $F(x) = x - 3\ln(x+1) + C$. **B.** $F(x) = x + \frac{3}{(x+1)^2} + C$.
C. $F(x) = x + 3\ln(x+1) + C$. **D.** $F(x) = x - \frac{3}{(x+1)^2} + C$.

Lời giải

Chọn A

$\int \frac{x-2}{x+1} dx = \int \left(1 - \frac{3}{x+1}\right) dx = x - 3\ln|x+1| + C$

Do $x \in (-1; +\infty)$ nên $x - 3\ln|x+1| + C = x - 3\ln(x+1) + C$.

Vậy $F(x) = x - 3\ln(x+1) + C$ với mọi $x \in (-1; +\infty)$

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;0), B(0;3;4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+3y-4z+4=0$.

B. $2x-3y-4z+4=0$.

C. $2x-3y-4z-4=0$.

D. $x+y+2z-5=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm của AB là $I(-1;2;2)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB} = (2;2;4)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là:

$$2(x+1)+2(y-2)+4(z-2)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-5=0.$$

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;2), B(0;2;0)$. Gọi (S) là mặt cầu nhận AB làm đường kính. Diện tích của mặt cầu (S) bằng

A. 36π .

B. 8π .

C. 16π .

D. 12π .

Lời giải

Chọn D

Vì mặt cầu có đường kính AB nên bán kính $R = \frac{AB}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 12\pi$.

Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1-2i)^2$ là điểm nào dưới đây

A. $K(-3;-4)$.

B. $I(5;-4)$.

C. $E(-4;5)$.

D. $N(-3;4)$.

Lời giải

Chọn A

$$z = (1-2i)^2 = -3-4i.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức z là $K(-3;-4)$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3+5\sin x$ và $f(0) = 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = 3x - 5\cos x - 6$.

B. $f(x) = 3x - 5\cos x + 6$.

C. $f(x) = 3x + 5\cos x - 6$.

D. $f(x) = 3x + 5\cos x + 6$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f(x) = \int f'(x)dx = \int (3+5\sin x)dx = 3x - 5\cos x + C.$$

Mặt khác: $f(0)=1 \Rightarrow C=6 \Rightarrow f(x)=3x-5\cos x+6$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=(1;0;3)$ và $\vec{b}=(-2;2;5)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{a}-\vec{b})$ bằng

- A.** -3. **B.** 23. **C.** 9. **D.** -5.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{a}-\vec{b}=(3;-2;-2) \Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{a}-\vec{b})=3+0-6=-3$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng (d) ?

- A.** $P(1;-2;3)$. **B.** $N(1;2;3)$. **C.** $M(-1;2;-3)$. **D.** $Q(-1;2;3)$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 28. Cho số phức $z=2-i$. Tính $\left| \frac{1}{z} \right|$.

- A.** 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 3. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\left| \frac{1}{z} \right| = \frac{1}{|z|} = \frac{1}{|2-i|} = \frac{1}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là

- A.** $x+y+z-3=0$. **B.** $3x-2y-z=0$.
C. $3x+2y+z-6=0$. **D.** $x+2y+3z-6=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta}=(3;2;1)$.

Mặt phẳng vuông góc với Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;2;1)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua $M(1;1;1)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;2;1)$ là

$$3(x-1)+2(y-1)+z-1=0 \Leftrightarrow 3x+2y+z-6=0.$$

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;0)$ và đi qua điểm $M(0;0;1)$. Phương trình của (S) là

A. $(S):(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{2}$.

B. $(S):(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{2}$.

C. $(S):(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 2$.

D. $(S):(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{IM} = (-1; 0; 1) \Rightarrow IM = \sqrt{2}$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; 0)$ và đi qua $M(0; 0; 1)$ suy ra $R = IM = \sqrt{2}$.

Phương trình mặt cầu $(S):(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 2$.

Câu 31. Cho $\int_0^9 f(x) dx = 9$. Tính $I = \int_0^3 f(3x) dx$.

A. 27.

B. 9.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I = \int_0^3 f(3x) dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(3x) d(3x) = \frac{1}{3} \int_0^9 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^9 f(x) dx = 3$.

Câu 32. Số phức liên hợp của số phức $z = (3+i)(2-3i)$ là

A. $\bar{z} = 6+7i$.

B. $\bar{z} = 9-7i$.

C. $\bar{z} = 9+7i$.

D. $\bar{z} = 6-7i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = (3+i)(2-3i) = 6-9i+2i+3 = 9-7i$.

Vậy $\bar{z} = 9+7i$.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(1; 2; 0)$.

B. $(1; 0; 3)$.

C. $(1; 0; 0)$.

D. $(0; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oxy) là $H(1; 2; 0)$.

Câu 34. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

A. $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1; 2; -3)$ trên trục Oy có tọa độ là

- A. $Q(-1; 0; 0)$. B. $N(0; 0; -3)$. C. $E(0; 2; 0)$. D. $P(-1; 2; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1; 2; -3)$ trên trục Oy có tọa độ là $E(0; 2; 0)$.

Câu 36. Số phức đối của số phức $3+4i$ là:

- A. $4+3i$. B. $3-4i$. C. $-3-4i$. D. $-3+4i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức đối của số phức $3+4i$ là $-3-4i$

Câu 37. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2020}}$.

- A. $\int f(x)dx = \ln(x^2 + 2020) + C$. B. $\int f(x)dx = \ln(\sqrt{x^2 + 2020}) + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 2020} + C$. D. $\int f(x)dx = \sqrt{x^2 + 2020} + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\int f(x)dx = \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2020}} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2020}} d(x^2 + 2020) = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{x^2 + 2020} + C = \sqrt{x^2 + 2020} + C$$

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + 5 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\sqrt{19}$. B. 3. C. 9. D. 19.

Lời giải

Chọn B

Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

Có $a = 2, b = 1, c = 3, d = 5$.

Suy ra bán kính của mặt cầu (S) bằng $r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2 - 5} = 3$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(1;1;1)$. B. $(1;1;-1)$. C. $(1;-1;1)$. D. $(-1;1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$ suy ra tọa độ tâm của (S) là $I(1;1;-1)$ bán kính $R=3$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(0;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-3y+z-5=0$.

- A. $x+3y-z-3=0$. B. $\begin{cases} x=t \\ y=2-3t \\ z=3+t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=t \\ y=-3+2t \\ z=1+3t \end{cases}$. D. $x-3y+z+3=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(P): x-3y+z-5=0$ có vector pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-3;1)$.

Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(0;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-3y+z-5=0$

nhận vector $\vec{n}=(1;-3;1)$ là vector chỉ phương có phương trình là $\begin{cases} x=t \\ y=2-3t \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $E(-1;-2;3)$. Gọi E' là hình chiếu vuông góc của E lên mặt phẳng (Oxz) . Khoảng cách từ E' đến trục Oy bằng

- A. $\sqrt{13}$. B. $\sqrt{14}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

Vì E' là hình chiếu vuông góc của E lên mặt phẳng (Oxz) nên $E'(-1;0;3)$.

$\Rightarrow d(E', Oy) = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $E(-2;3;-1)$ và $F(2;-1;3)$?

- A. $\vec{u}_4=(1;-1;1)$. B. $\vec{u}_3=(1;-1;-1)$. C. $\vec{u}_2=(0;1;1)$. D. $\vec{u}_1=(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có đường thẳng EF có véc tơ chỉ phương là $\vec{EF}=(4;-4;4)=4\vec{u}_4$.

Câu 43. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\cos x$ và $F(0)=1$. Tính $F(\pi)$.

- A. $F(\pi)=\frac{\pi}{2}$. B. $F(\pi)=1$. C. $F(\pi)=-1$. D. $F(\pi)=-\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } F(\pi) - F(0) = \int_0^{\pi} x \cos x dx = \int_0^{\pi} x d(\sin x) = x \sin x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \sin x dx = \cos x \Big|_0^{\pi} = -2.$$

$$\text{Mà } F(0) = 1, \text{ suy ra } F(\pi) = -2 + F(0) = -1.$$

Câu 44. Cho hàm số $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x} dx = x - x^2 + C.$

B. $\int f'(x)e^{2x} dx = x^2 - x + C.$

C. $\int f'(x)e^{2x} dx = 2x - 2x^2 + C.$

D. $\int f'(x)e^{2x} dx = 2x^2 - 2x + C.$

Lời giải**Chọn C**

Vì hàm số $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$ nên $F'(x) = 2x = f(x)e^{2x}$ suy ra $f(x) = \frac{2x}{e^{2x}}$. Có $f'(x) = \frac{2e^{2x} - 4xe^{2x}}{e^{4x}}$.

$$\text{Vậy nên } \int f'(x)e^{2x} dx = \int \frac{2e^{2x} - 4xe^{2x}}{e^{4x}} \cdot e^{2x} dx = \int \frac{2e^{2x} - 4xe^{2x}}{e^{2x}} dx = \int (2 - 4x) dx = 2x - 2x^2 + C.$$

Cách 2. Dùng nguyên hàm từng phần

Vì hàm số $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$ nên $F'(x) = 2x = f(x)e^{2x}$ suy ra $f(x) = \frac{2x}{e^{2x}}$.

$$\text{Có } \int f'(x)e^{2x} dx = \int e^{2x} d(f(x)) = f(x)e^{2x} - 2 \int f(x)e^{2x} dx = \frac{2x}{e^{2x}} \cdot e^{2x} - 2x^2 + C = 2x - 2x^2 + C.$$

Câu 45. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2020^x$.

A. $\int 2020^x dx = \frac{2020^{x+1}}{x+1} + C.$

B. $\int 2020^x dx = 2020^x \ln x + C.$

C. $\int 2020^x dx = \frac{2020^x}{\ln 2020} + C.$

D. $\int 2020^x dx = 2020^{x-1} + C.$

Lời giải**Chọn C**

Câu 46. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A. 2020.

B. $\sqrt{2} - i.$

C. $2020i.$

D. $1 + \sqrt{3}i.$

Lời giải**Chọn C**

Câu 47. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ nhận số phức $z = 1 + i$ là nghiệm. Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = 4$.

B. $S = -2$.

C. $S = 0$.

D. $S = -4$.

Lời giải

Chọn C.

• **Cách 1**

Ta có số phức $z = 1 + i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$

$$\Leftrightarrow (1+i)^2 + a(1+i) + b = 0 \Leftrightarrow (a+b) + (a+2)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ a+2=0 \end{cases} \Rightarrow S = a+b=0$$

Vậy ta có: $S = a+b=0$.

• **Cách 2**

Ta có: $z = 1 + i \Leftrightarrow z - 1 = i \Rightarrow (z-1)^2 = i^2 \Leftrightarrow z^2 - 2z + 2 = 0$ (1).

Mặt khác z là nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$ (2).

Từ (1) và (2), ta có: $\begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow S = a+b=0$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;6;0)$, $C(0;0;5)$ và điểm N sao cho $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$. Một mặt phẳng (P) thay đổi cắt các đoạn thẳng OA, OB, OC, ON lần lượt tại các điểm A_1, B_1, C_1, N_1 thỏa mãn $\frac{OA}{OA_1} + \frac{OB}{OB_1} + \frac{OC}{OC_1} = 2020$ và $N_1(x_0; y_0; z_0)$. Khi đó

A. $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{7}{2020}$.

B. $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{9}{2020}$.

C. $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{11}{2020}$.

D. $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{13}{2020}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = (2; 6; 5) \Rightarrow N(2; 6; 5)$.

Ta thấy $OA = 2; OB = 6; OC = 5$.

Gọi $A_1(a; 0; 0)$, $B_1(0; b; 0)$, $C_1(0; 0; c)$ lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (P) với các đoạn thẳng OA, OB, OC . Ta có: $0 < a \leq 2$; $0 < b \leq 6$; $0 < c \leq 5$.

Như vậy ta có: $OA_1 = a$, $OB_1 = b$, $OC_1 = c$.

Mặt phẳng (P) đi qua A_1, B_1, C_1 nên có phương trình $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Theo đề ta có: $\frac{OA}{OA_1} + \frac{OB}{OB_1} + \frac{OC}{OC_1} = 2020 \Leftrightarrow \frac{2}{a} + \frac{6}{b} + \frac{5}{c} = 2020 \Leftrightarrow \frac{2}{2020a} + \frac{6}{2020b} + \frac{5}{2020c} = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{1010a} + \frac{3}{1010b} + \frac{5}{2020c} = 1 \Rightarrow (P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \text{ đi qua điểm } N'\left(\frac{1}{1010}; \frac{3}{1010}; \frac{5}{2020}\right).$$

Ta thấy $\overrightarrow{ON'} = \left(\frac{1}{1010}; \frac{3}{1010}; \frac{5}{2020} \right) = \frac{1}{2020} \overrightarrow{ON} \Rightarrow N'$ thuộc đoạn ON .

Ta có $N' \in (P)$, $N' \in ON$ nên N' là giao điểm của (P) với đoạn ON .

Suy ra $N' \equiv N_1(x_0; y_0; z_0) \Rightarrow x_0 = \frac{1}{1010}; y_0 = \frac{3}{1010}; z_0 = \frac{5}{2020}$.

$$\Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = \frac{13}{2020}.$$

Câu 49. Biết $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x (1 + \sin x)^2}{e^{\frac{\cos^2 x}{\sin x}}} dx = a - \frac{1}{b.e^{\frac{m}{n}}}$ trong đó a, b, m, n là các số nguyên dương, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + m + n$.

A. $S = 9$.

B. $S = 12$.

C. $S = 10$.

D. $S = 11$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x (1 + \sin x)^2}{e^{\frac{\cos^2 x}{\sin x}}} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x (1 + \sin x)^2}{e^{\frac{1 - \sin^2 x}{\sin x}}} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x (1 + \sin x)^2}{e^{\frac{1}{\sin x} - \sin x}} dx$$

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$

x	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$
t	$\frac{1}{2}$	1

$$I = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{(1+t)^2}{e^{\frac{1-t}{t}}} dt = \int_{\frac{1}{2}}^1 (1+t)^2 \cdot e^{\frac{t-1}{t}} dt = \int_{\frac{1}{2}}^1 (1+t^2) \cdot e^{\frac{t-1}{t}} dt + \int_{\frac{1}{2}}^1 2t \cdot e^{\frac{t-1}{t}} dt.$$

$$= \int_{\frac{1}{2}}^1 t^2 \left(1 + \frac{1}{t^2} \right) \cdot e^{\frac{t-1}{t}} dt + \int_{\frac{1}{2}}^1 2t \cdot e^{\frac{t-1}{t}} dt = A + B.$$

$$\text{Xét tích phân: } A = \int_{\frac{1}{2}}^1 t^2 \left(1 + \frac{1}{t^2} \right) \cdot e^{\frac{t-1}{t}} dt$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = t^2 \\ dv = \left(1 + \frac{1}{t^2} \right) \cdot e^{\frac{t-1}{t}} dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2t dt \\ v = e^{\frac{t-1}{t}} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow A = t^2 \cdot e^{t-\frac{1}{t}} \left| \frac{1}{\frac{1}{2}} - \int_{\frac{1}{2}}^1 2t \cdot e^{t-\frac{1}{t}} dt = 1 - \frac{1}{4e^2} - B. \right.$$

$$\Rightarrow I = A + B = 1 - \frac{1}{4e^2} = a - \frac{1}{b \cdot e^{\frac{m}{n}}} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \\ m = 3 \\ n = 2 \end{cases}.$$

Vậy $S = a + b + m + n = 10$.

***Cách khác**

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$.

Đổi cận: $x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{2}$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow I &= \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{(t+1)^2}{e^{\frac{1-t^2}{t}}} dt = \int_{\frac{1}{2}}^1 (t+1)^2 e^{\frac{t^2-1}{t}} dt = \int_{\frac{1}{2}}^1 t^2 \left(1 + \frac{1}{t^2} + \frac{2}{t} \right) e^{\frac{t^2-1}{t}} dt = \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(1 + \frac{1}{t^2} + \frac{2}{t} \right) \cdot e^{\frac{t^2-1}{t}} \cdot e^{\ln(t^2)} dt \\ &= \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(1 + \frac{1}{t^2} + \frac{2}{t} \right) \cdot e^{\frac{t^2-1}{t} + \ln(t^2)} dt. \end{aligned}$$

Đặt $u = t - \frac{1}{t} + \ln(t^2) \Rightarrow du = \left(1 + \frac{1}{t^2} + \frac{2}{t} \right) dt$.

Đổi cận: $t = \frac{1}{2} \Rightarrow u = -\frac{3}{2} - 2\ln 2$; $t = 1 \Rightarrow u = 0$.

$$\Rightarrow I = \int_{-\frac{3}{2}-2\ln 2}^0 e^u du = e^u \left|_{-\frac{3}{2}-2\ln 2}^0 = 1 - e^{-\frac{3}{2}-2\ln 2} = 1 - \frac{e^{-\frac{3}{2}}}{4} = 1 - \frac{1}{4e^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \\ m = 3 \\ n = 2 \end{cases}.$$

Vậy $S = a + b + m + n = 10$.

Câu 50. Cho $f(x)$ là một nguyên hàm của $g(x)$ trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} xg(x) dx = \frac{1}{2}$ và

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = a + b\pi$, trong đó a, b là các số hữu tỉ. Tính $P = a + 2b$.

A. $P = \frac{1}{2}$.

B. $P = 0$.

C. $P = 1$.

D. $P = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Do $f(x)$ là một nguyên hàm của $g(x)$ nên $f'(x) = g(x)$.

$$\text{Khi đó: } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} xg(x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf'(x)dx = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I = x.f(x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = \frac{\pi}{2} \cdot f\left(\frac{\pi}{2}\right) - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = \frac{\pi}{4} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = \frac{1}{2}.$$

$$\Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = -\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{Ta có: } a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{4} \Rightarrow P = a + 2b = 0.$$

----- HẾT -----