

CHƯƠNG I, II-HÌNH HỌC 12 TRONG CÁC ĐỀ THI THỬ THQG VÀ ĐỀ KIỂM TRA

Mục lục

1	Mức độ nhận biết	3
2	Mức độ thông hiểu	234
3	Mức độ vận dụng thấp	871
4	Mức độ vận dụng cao	1495

NỘI DUNG CÂU HỎI

1 Mức độ nhận biết

Câu 1. Mỗi đỉnh của hình lập phương là đỉnh chung của đúng mấy mặt?

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 5.

Lời giải.

Mỗi đỉnh của hình lập phương là đỉnh chung của đúng 3 mặt.

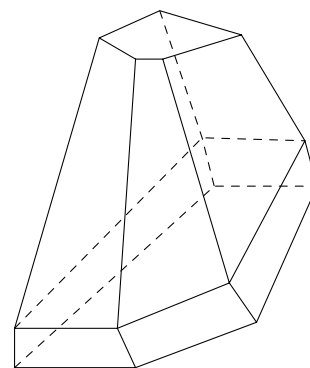
Chọn đáp án **A**



Câu 2.

Hình đa diện sau có bao nhiêu mặt?

- A. 12. B. 20. C. 11. D. 10.



Lời giải.

Hình đa diện trên có 12 mặt.

Chọn đáp án **A**

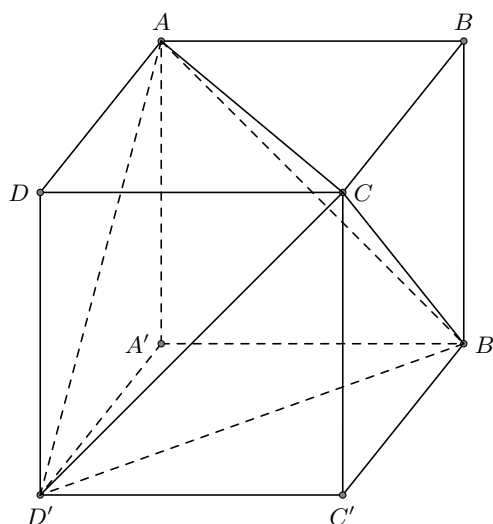


Câu 3. Nếu không sử dụng thêm điểm nào khác ngoài các đỉnh của hình lập phương thì ta có thể chia hình lập phương thành

- A. 4 tứ diện đều và 1 hình chóp tam giác đều.
B. 5 tứ diện đều.
C. 1 tứ diện đều và 4 hình chóp tam giác đều.
D. 5 hình chóp tam giác đều, không có tứ diện đều.

Lời giải.

Hình vẽ minh họa



Bốn hình chóp tam giác đều: $DACD'$, $BACB'$, $A'AB'D'$, $C'B'D'C$ và một tứ diện đều $CAB'D'$.

Chọn đáp án **C**



Câu 4. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

- A. Bốn mặt. B. Năm mặt. C. Hai mặt. D. Ba mặt.

Lời giải.

Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

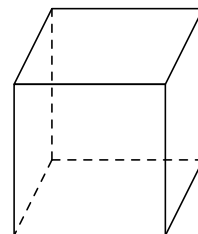
Chọn đáp án **(D)**



Câu 5.

Tìm số đỉnh của hình đa diện bên.

- A. 6. B. 12. C. 8. D. 4.



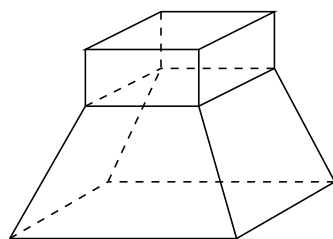
Lời giải.

Hình hộp có số đỉnh là 8.

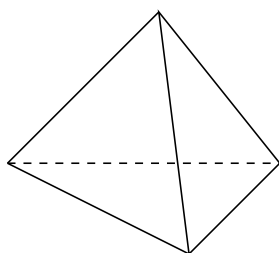
Chọn đáp án **(C)**



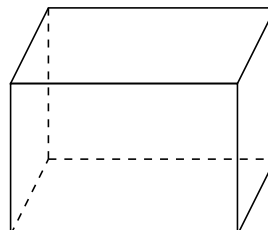
Câu 6. Mỗi hình sau đây gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình nào sau đây không phải là hình đa diện?



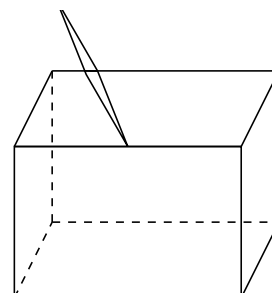
Hình (a)



Hình (b)



Hình (c)



Hình (d)

- A. Hình (c). B. Hình (d). C. Hình (a). D. Hình (b).

Lời giải.

Hình (d) vì mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của đúng 2 đa giác.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 7. Cho khối chóp có 20 cạnh. Số mặt của khối chóp đó bằng bao nhiêu?

- A. 12. B. 10. C. 13. D. 11.

Lời giải.

Khối chóp có số cạnh đáy bằng số cạnh bên. Khối chóp có 20 cạnh, suy ra số cạnh của mặt đáy bằng 10.

Do đó khối chóp có 10 mặt bên và 1 mặt đáy.

Vậy số mặt của khối chóp bằng 11.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 8.

Lắp ghép hai khối đa diện (H_1) , (H_2) để tạo thành khối đa diện (H) , trong đó (H_1) là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a , (H_2) là khối tứ diện đều cạnh a sao cho một mặt của (H_1) trùng với một mặt của (H_2) như hình vẽ.

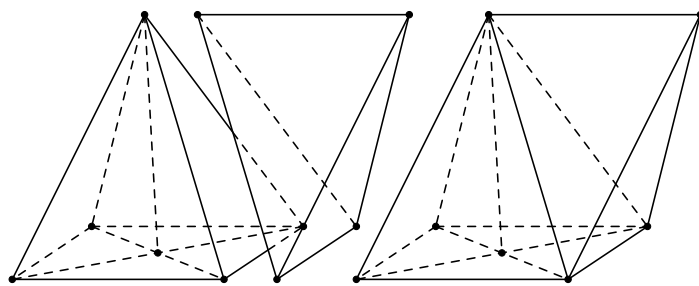
Hỏi khối đa diện (H) có tất cả bao nhiêu mặt?

A. 7.

B. 9.

C. 5.

D. 8.



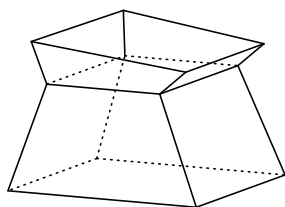
Lời giải.

Hình (H_1) có 5 mặt, hình (H_2) có 4 mặt. Khi ghép lại một mặt của (H_1) trùng lên một mặt của (H_2) nên hình mới có $5 + 4 - 2 = 7$ mặt.

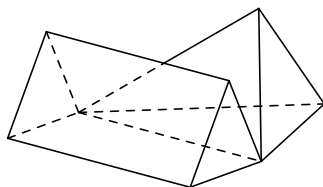
Chọn đáp án **A**

□

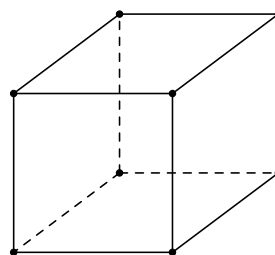
Câu 9. Cho các hình vẽ sau



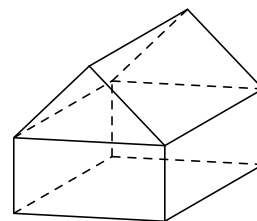
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số hình đa diện là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Các hình đa diện: hình 1, hình 3, hình 4.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 10.

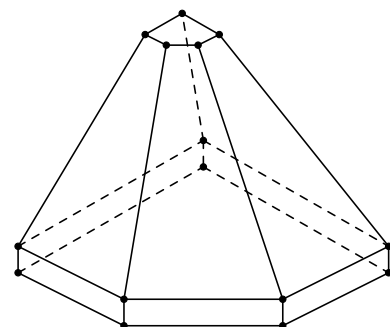
Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

A. 11.

B. 12.

C. 13.

D. 14.



Lời giải.

Hình đa diện bên gồm 2 mặt đáy, 5 mặt bên nghiêng, 5 mặt bên đứng (gần đáy) nên tổng cộng có 12 mặt.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 11. Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

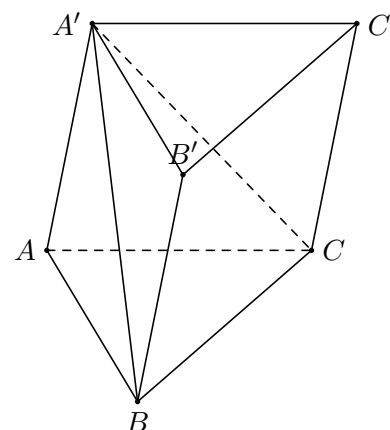
B. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

C. Hai khối chóp tam giác.

D. Hai khối chóp tứ giác.

Lời giải.

Mặt phẳng $(A'BC)$ khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối chóp là khối chóp $A'.ABC$ và $A'.BCC'B'$.



Chọn đáp án **A**

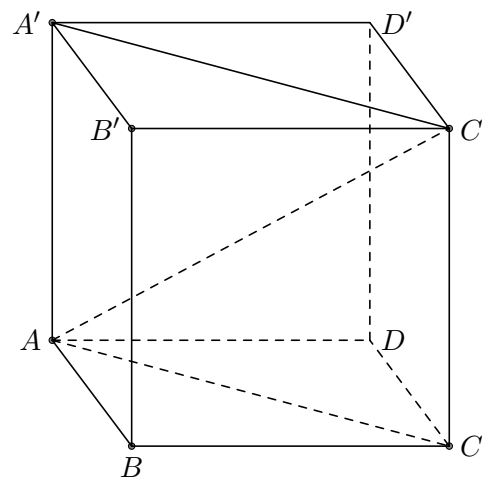
□

Câu 12. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (ACC') chia khối lập phương trên thành những khối đa diện nào?

- A. Hai khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ và $ACD.A'C'D'$.
- B. Hai khối chóp tam giác $C'.ABC$ và $C'.ACD$.
- C. Hai khối chóp tứ giác $C'.ABCD$ và $C'.ABB'A'$.
- D. Hai khối lăng trụ tứ giác $ABC.A'B'C'$ và $ACD.A'C'D'$.

Lời giải.

Do giả thiết suy ra mặt phẳng (ACC') cắt khối lập phương theo thiết diện là hình chữ nhật $AA'C'C$. Nên mặt phẳng (ACC') chia khối lập phương thành hai khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ và $ACD.A'C'D'$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 13. Khối hai mươi mặt đều có bao nhiêu cạnh?

- A. 30.
- B. 20.
- C. 12.
- D. 24.

Lời giải.

Số cạnh là 30 cạnh.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 14. Hình nào trong các hình sau **không** phải là hình đa diện?

- A. Hình chóp.
- B. Hình lăng trụ.
- C. Hình lập phương.
- D. Hình tam giác.

Lời giải.

Theo định nghĩa, hình tam giác không phải là hình đa diện.

Chọn đáp án **D**

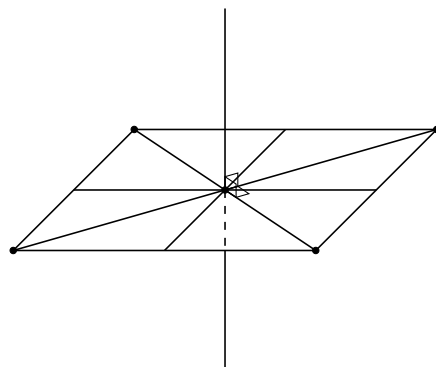
□

Câu 15. Trong không gian, hình vuông có bao nhiêu trục đối xứng?

- A. 4. B. 5. C. 2. D. Vô số.

Lời giải.

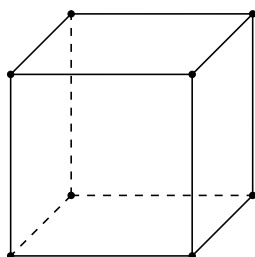
Trong không gian, hình vuông có 5 trục đối xứng như hình vẽ.



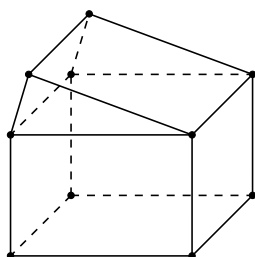
Chọn đáp án **B**



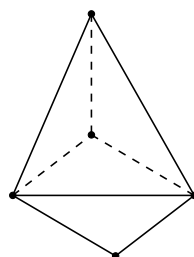
Câu 16. Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?



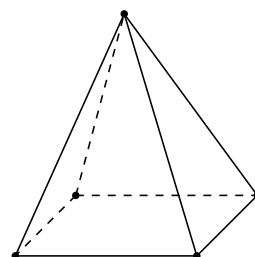
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Lời giải.

Hình đa diện gồm một số hữu hạn đa giác phẳng thỏa mãn hai điều kiện sau:

- Hai đa giác bất kỳ hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.
- Mỗi cạnh của một đa giác là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Vậy hình số 3 không phải là hình đa diện.

Chọn đáp án **C**



Câu 17. Khối lăng trụ ngũ giác có bao nhiêu mặt?

- A. 7 mặt. B. 9 mặt. C. 6 mặt. D. 5 mặt.

Lời giải.

Lăng trụ ngũ giác có 5 mặt bên và 2 mặt đáy nên có tất cả 7 mặt.

Chọn đáp án **A**



Câu 18. Trong một hình đa diện, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt. B. Hai mặt bất kỳ có ít nhất một cạnh chung.
C. Hai cạnh bất kỳ có ít nhất một điểm chung. D. Hai mặt bất kỳ có ít nhất một điểm chung.

Lời giải.

Khẳng định đúng là “Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt”.

Chọn đáp án **A**



Câu 19. Hình bát diện đều có bao nhiêu đỉnh?

A. 10.

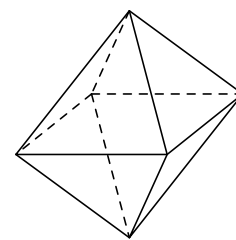
B. 8.

C. 6.

D. 12.

Lời giải.

Hình bát diện đều có 6 đỉnh.



Chọn đáp án **C**



Câu 20.

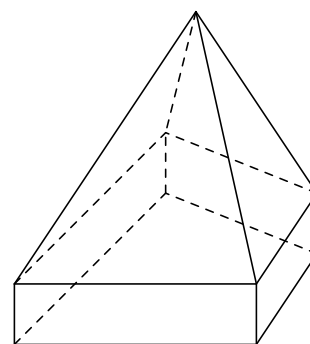
Hình đa diện sau có bao nhiêu cạnh?

A. 15.

B. 12.

C. 20.

D. 16.



Lời giải.

Quan sát hình vẽ ta thấy hình đa diện trên có 16 cạnh.

Chọn đáp án **D**



Câu 21. Số đỉnh của hình bát diện đều là bao nhiêu?

A. 12.

B. 6.

C. 8.

D. 10.

Lời giải.

Hình bát diện đều có 6 đỉnh, 12 cạnh và 8 mặt.

Chọn đáp án **B**



Câu 22. Mỗi cạnh của một khối đa diện là cạnh chung của bao nhiêu mặt của khối đa diện?

A. Bốn mặt.

B. Hai mặt.

C. Ba mặt.

D. Năm mặt.

Lời giải.

Hình đa diện có tính chất: Mỗi cạnh thuộc một mặt là cạnh chung của đúng hai mặt.

Chọn đáp án **B**



Câu 23. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

A. Hai mặt.

B. Ba mặt.

C. Bốn mặt.

D. Năm mặt.

Lời giải.

Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Chọn đáp án **B**



Câu 24. Số cạnh của một khối chóp bất kì luôn là

A. một số chẵn lớn hơn hoặc bằng 4.

B. một số lẻ.

C. một số chẵn lớn hơn hoặc bằng 6.

D. một số lẻ lớn hơn hoặc bằng 5.

Lời giải.

Giả sử đáy của khối chóp là đa giác n cạnh, n đỉnh. Khi đó, khối chóp có n cạnh bên nối từ đỉnh khối chóp đến mỗi đỉnh của đáy. Do đó, khối chóp có $2n$ cạnh (số cạnh là số chẵn).

Mặt khác, đáy của khối chóp phải có ít nhất 3 cạnh (trường hợp tứ diện).

Vậy số cạnh của một khối chóp bất kì luôn là một số chẵn lớn hơn hoặc bằng 6.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 25. Cho hình chóp có 20 cạnh. Tính số mặt của hình chóp đó.

A. 20.

B. 10.

C. 12.

D. 11.

Lời giải.

Giả sử đa giác đáy có n cạnh ($n \in \mathbb{N}^*$). Khi đó tổng số cạnh của hình chóp là $2n$.

Ta có $2n = 20 \Rightarrow n = 10$, nên hình chóp có 10 mặt bên.

Vậy hình chóp đó có tất cả 11 mặt.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 26. Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây?

A. 2015.

B. 2018.

C. 2017.

D. 2019.

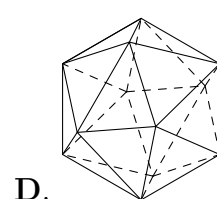
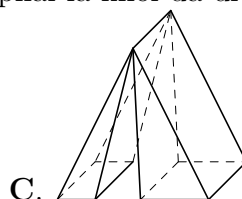
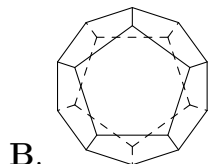
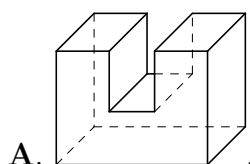
Lời giải.

Số đỉnh của đa giác đáy lăng trụ bằng số cạnh của đa giác đáy lăng trụ và cũng bằng số cạnh bên của lăng trụ. Do hình lăng trụ có 2 đáy nên số cạnh của hình lăng trụ chắc chắn là một số chia hết cho 3.

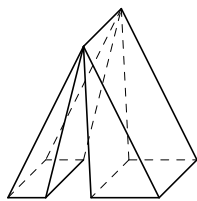
Chọn đáp án **D**

□

Câu 27. Vật thể nào trong các vật thể sau không phải là khối đa diện.



Lời giải.



Theo lý thuyết, vật thể không phải là khối đa diện.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 28.

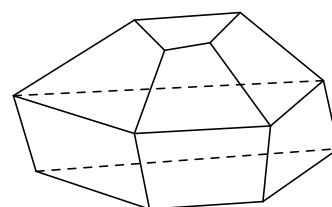
Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu cạnh?

A. 20.

B. 8.

C. 12.

D. 16.



Lời giải.

Hình đa diện trong hình vẽ có 20 cạnh.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 29. Chọn khẳng định **sai**.

Trong một khối đa diện

A. mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.

- B. mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.
- C. hai mặt bất kì luôn có ít nhất một điểm chung.
- D. mỗi cạnh của một khối đa diện là cạnh chung của đúng 2 mặt.

Lời giải.

Trong một khối đa diện thì hai mặt có thể không có điểm chung nào.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 30. Cho một hình đa diện. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.
- B. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.
- C. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.
- D. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

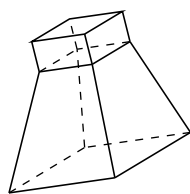
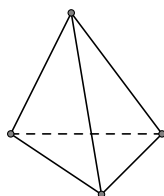
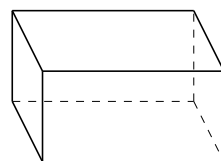
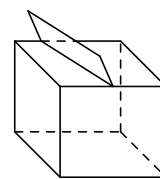
Lời giải.

Khẳng định sai là “Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt” vì theo định nghĩa hình đa diện “Mỗi cạnh là cạnh chung của đúng 2 mặt”.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 31. Mỗi hình sau đây gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình sao sau đây **không** phải là hình đa diện?

**Hình 1****Hình 2****Hình 3****Hình 4**

A. Hình 4.

B. Hình 3.

C. Hình 2.

D. Hình 1.

Lời giải.

Quan sát ta thấy hình (4) không phải là hình đa diện do có cạnh là cạnh chung của 1 đa giác. Các hình còn lại đều thỏa mãn khái niệm hình đa diện.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 32. Tổng số đỉnh, cạnh, mặt của hình lập phương là

A. 26.

B. 14.

C. 24.

D. 28.

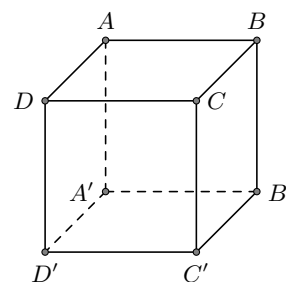
Lời giải.

Số mặt của hình lập phương là 6.

Số cạnh của hình lập phương là 12.

Số đỉnh của hình lập phương là 8.

Do đó tổng số đỉnh, cạnh, mặt của hình lập phương là 26.



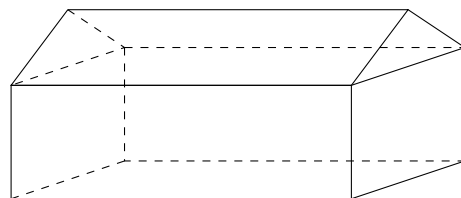
Chọn đáp án **A**

□

Câu 33.

Số đỉnh của đa diện trong hình vẽ là

- A. 8. B. 9. C. 10. D. 11.



Lời giải.

Bằng cách đếm ta có số đỉnh của đa diện là 10.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 34. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Lời giải.

Mỗi đỉnh của một khối đa diện đương nhiên không thể là đỉnh của chỉ một mặt hay hai mặt, vì như thế không tạo ra được khối đa diện. Mỗi đỉnh của hình đa diện có thể là đỉnh chung của 3 mặt, chẳng hạn là khối tứ diện. Như vậy, mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.

Chọn đáp án **A**

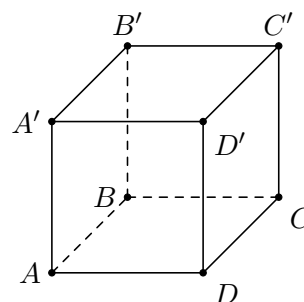
□

Câu 35. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$. Ảnh của đoạn thẳng AB qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{CC'}$ là

- A. đoạn thẳng $C'D'$. B. đoạn thẳng DD' . C. đoạn thẳng CD . D. đoạn thẳng $A'B'$.

Lời giải.

Ta có ảnh của đoạn thẳng AB qua phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{CC'}$ là đoạn thẳng $A'B'$.



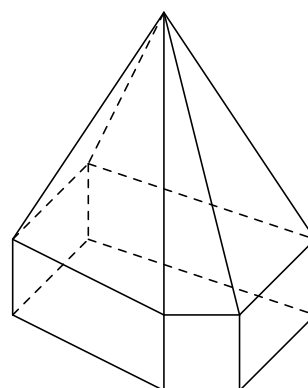
Chọn đáp án **D**

□

Câu 36.

Hỏi hình đa diện ở hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

- A. $m = 10$. B. $m = 12$. C. $m = 11$. D. $m = 20$.



Lời giải.

Hình đa diện có tất cả 11 mặt.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 37. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Tứ diện là một hình đa diện.
B. Mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của ít nhất hai mặt.

C. Hình chóp có số cạnh bên bằng số cạnh đáy.

D. Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên đều là hình bình hành.

Lời giải.

Mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của đúng hai mặt.

Chọn đáp án **B**



Câu 38.

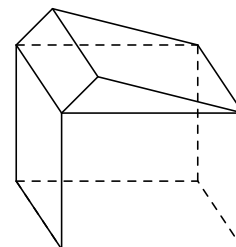
Hình đa diện ở hình bên có bao nhiêu cạnh?

A. 16.

B. 14.

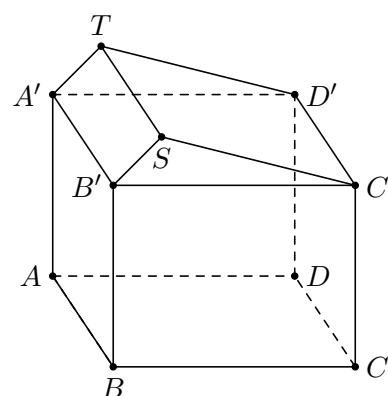
C. 10.

D. 17.



Lời giải.

Khối đa diện trên có tổng cộng 17 cạnh gồm: $AB, BC, CD, DA, AA', BB', CC', DD', A'B', B'C', C'D', D'A', A'T, B'S, TS, SC', TD'$.



Chọn đáp án **D**



Câu 39.

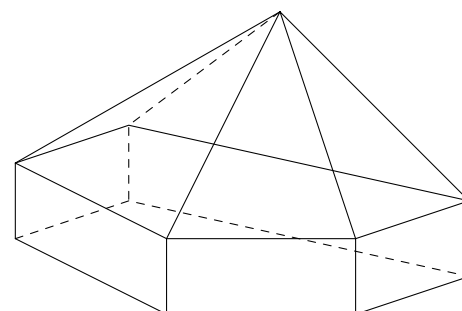
Khối đa diện sau có bao nhiêu mặt?

A. 11.

B. 20.

C. 12.

D. 10.



Lời giải.

Khối đa diện này có thể chia thành hai khối là hình chóp ngũ giác và hình lăng trụ ngũ giác.

Mỗi hình này có 5 mặt bên, nên khối cần xét có 10 mặt bên và 1 mặt đáy.

Vậy có 11 mặt.

Chọn đáp án **A**



Câu 40. Số đỉnh của bát diện đều là.

A. 12.

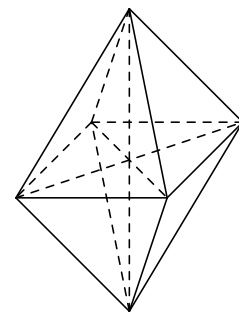
B. 14.

C. 8.

D. 6.

Lời giải.

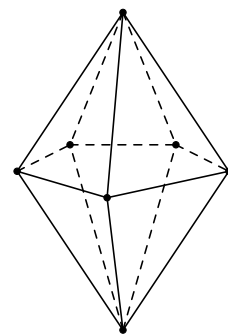
Bát diện đều được tạo thành bởi hai chóp tứ giác đều.



Chọn đáp án **D**

Câu 41. Hình đa diện ở hình vẽ bên có tất cả bao nhiêu mặt?

- A. 8.
- B. 12.
- C. 10.
- D. 11.

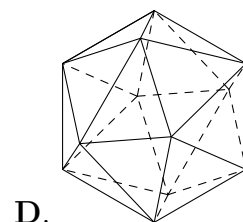
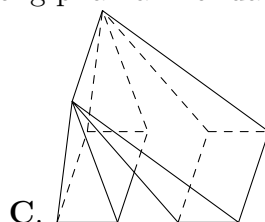
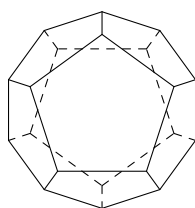
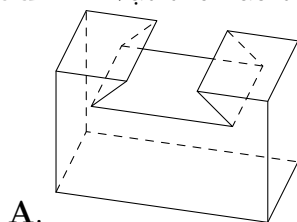


Lời giải.

Hình đa diện có tất cả 10 mặt.

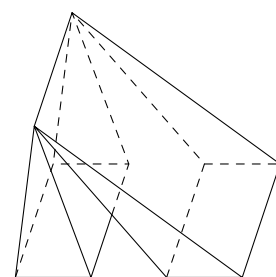
Chọn đáp án **C**

Câu 42. Vật thể nào trong các vật thể sau đây không phải là khối đa diện?



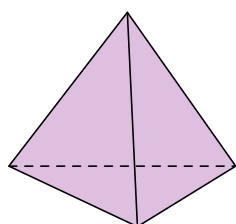
Lời giải.

Trong các vật thể đã cho, vật thể hình bên không phải là khối đa diện do có một cạnh là cạnh chung của 4 mặt, trong khi khối đa diện, mỗi cạnh chỉ là cạnh chung của đúng 2 mặt.

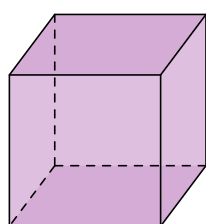


Chọn đáp án **C**

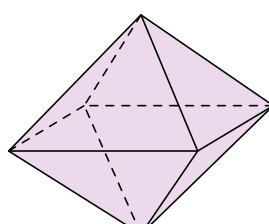
Câu 43. Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều như hình vẽ



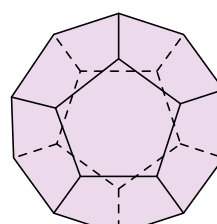
Khối tứ diện đều



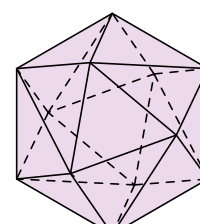
Khối lập phương



Khối bát diện đều



Khối 12 mặt đều



Khối 20 mặt đều

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.
 B. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.
 C. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.
 D. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.

Lời giải.

- Khối lập phương có 6 mặt. Do đó, mệnh đề “Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4” sai.
 — Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh là 12. Do đó, mệnh đề “Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh” đúng.
 — Khối tứ diện đều không có tâm đối xứng. Do đó, mệnh đề “Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng” sai.
 — Khối 12 mặt đều có 20 đỉnh. Khối 20 mặt đều có 12 đỉnh. Do đó, mệnh đề “Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh” sai.

Chọn đáp án **(B)**

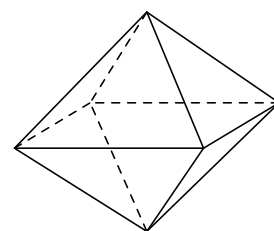
□

Câu 44. Tìm tổng số đỉnh và cạnh của hình bát diện đều.

- A. 14. B. 20. C. 18. D. 26.

Lời giải.

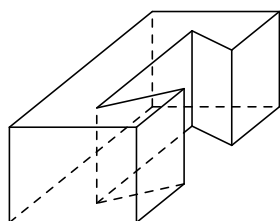
Hình bát diện đều có số đỉnh là 6, số cạnh là 12. Vậy tổng số đỉnh và cạnh của hình bát diện đều là 18.



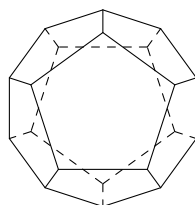
Chọn đáp án **(C)**

□

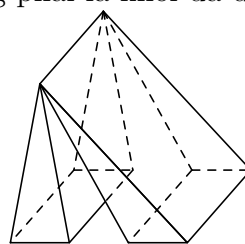
Câu 45. Vật thể nào trong các vật thể sau không phải là khối đa diện?



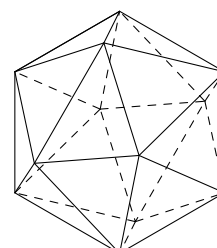
Vật thể 1.



Vật thể 2.



Vật thể 3.

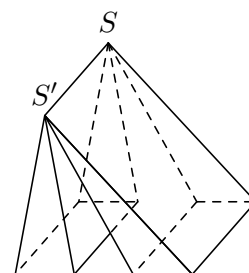


Vật thể 4.

- A. Vật thể 1. B. Vật thể 2. C. Vật thể 3. D. Vật thể 4.

Lời giải.

Vật thể 3 có cạnh SS' vi phạm tính chất: “Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác”. Vậy vật thể 3 không phải là khối đa diện.



Vật thể 3.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 46. Lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

A. 6.

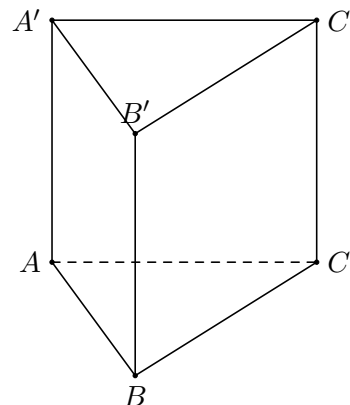
B. 3.

C. 9.

D. 5.

Lời giải.

Lăng trụ tam giác có 5 mặt.



Chọn đáp án **D**



Câu 47.

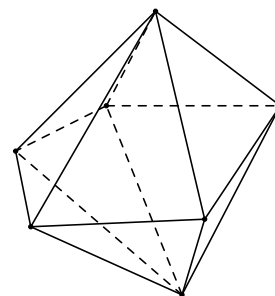
Hình đa diện bên dưới có bao nhiêu mặt

A. 11.

B. 10.

C. 7.

D. 12.



Lời giải.

Nhìn vào hình vẽ, ta đếm được có 10 mặt.

Chọn đáp án **B**



Câu 48. Lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

A. 6.

B. 3.

C. 9.

D. 5.

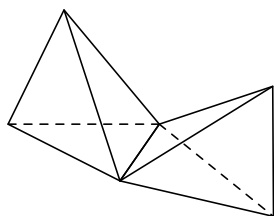
Lời giải.

Lăng trụ tam giác có 5 mặt.

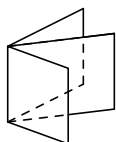
Chọn đáp án **D**



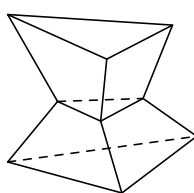
Câu 49. Trong các hình dưới đây, hình nào là hình đa diện?



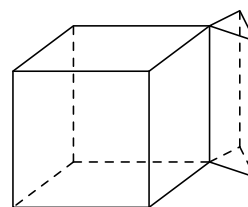
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 4.

B. Hình 2.

C. Hình 1.

D. Hình 3.

Lời giải.

Hình 1, Hình 2, Hình 4 không phải hình đa diện vì nó vi phạm tính chất: “mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt”.

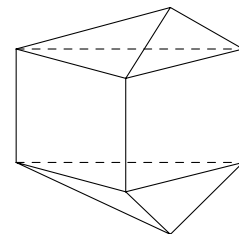
Chọn đáp án **D**



Câu 50.

Tìm số mặt của hình đa diện ở hình vẽ bên?

- A. 11. B. 10. C. 12. D. 9.



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ trên, tổng các mặt của hình đa diện đã cho là $3 + 3 + 3 = 9$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 51. Mỗi đỉnh của hình lập phương là đỉnh chung của đúng mấy mặt?

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 5.

Lời giải.

Mỗi đỉnh của hình lập phương là đỉnh chung của đúng 3 mặt.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 52. Hình lập phương có bao nhiêu cạnh?

- A. 20. B. 8. C. 6. D. 12.

Lời giải.

Hình lập phương có 12 cạnh.

Chọn đáp án **(D)**

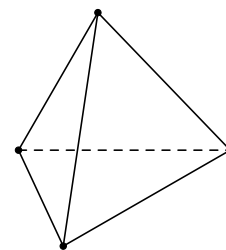
□

Câu 53. Số cạnh của một hình tứ diện là

- A. 12. B. 6. C. 4. D. 8.

Lời giải.

Số cạnh của một hình tứ diện là 6.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 6 = 0$. Xác định bán kính R của mặt cầu.

- A. $R = \sqrt{42}$. B. $R = \sqrt{3}$. C. $R = \sqrt{15}$. D. $R = \sqrt{30}$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu là $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2 - 6} = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 55. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Tồn tại hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.
B. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn bằng nhau.
C. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
D. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.

Lời giải.

— Tồn tại hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau. Đúng vì hình tứ diện thỏa mãn.

- Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn bằng nhau. Sai vì hình lập phương không thỏa mãn.
- Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau. Sai vì tất cả hình đa diện có số cạnh và số mặt không bằng nhau.
- Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh. Sai vì tất cả hình đa diện có số cạnh khác số đỉnh.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 56. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Phép đối xứng qua mặt phẳng $(ABC'D')$ biến khối tứ diện $BCDD'$ thành khối tứ diện nào sau đây?

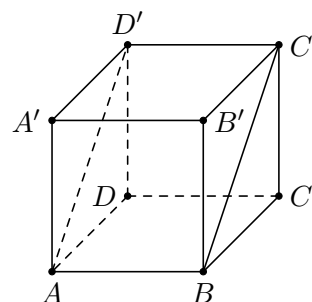
- A. $BCA'D'$. B. $BB'A'D'$. C. $B'BC'A'$. D. $BC'D'A'$.

Lời giải.

Ký hiệu $\mathcal{D}$ là phép đối xứng qua mặt phẳng $(ABC'D')$.

Ta có $\mathcal{D}(B) = B$, $\mathcal{D}(C) = B'$, $\mathcal{D}(D) = A'$, $\mathcal{D}(D') = D'$.

Vậy phép đối xứng qua mặt phẳng $ABC'D'$ biến khối tứ diện $BCDD'$ thành khối tứ diện $BB'A'D'$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 57. Một khối hộp chữ nhật có bao nhiêu đỉnh?

- A. 12. B. 8. C. 10. D. 6.

Lời giải.

Một khối hộp chữ nhật có 8 đỉnh.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 58. Trong các mệnh đề sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Lắp ghép hai khối hộp sẽ được một khối đa diện lồi.
 B. Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.
 C. Khối lập phương là khối đa diện lồi.
 D. Khối hộp là khối đa diện lồi.

Lời giải.

Các khối lăng trụ tam giác, khối hộp, khối lập phương là khối đa diện lồi, nên mệnh đề “Lắp ghép hai khối hộp sẽ được một khối đa diện lồi” **sai**.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 59. Số cạnh của hình bát diện đều là

- A. 8. B. 12. C. 6. D. 10.

Lời giải.

Số cạnh của hình bát diện đều là 12 cạnh.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 60.

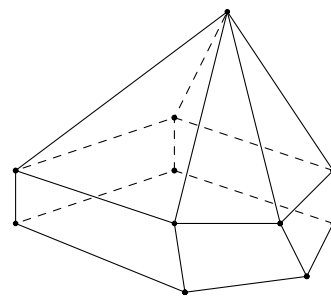
Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

A. 11.

B. 6.

C. 12.

D. 10.



Lời giải.

Hình đa diện đã cho có 11 mặt.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 61. Số cạnh của khối bát diện đều là

A. 11.

B. 12.

C. 10.

D. 9.

Lời giải.

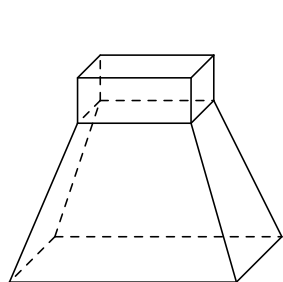
Bát diện đều có 8 mặt, mỗi mặt là một tam giác đều. Vì mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt.

Do đó số cạnh là $c = \frac{8 \times 3}{2} = 12$.

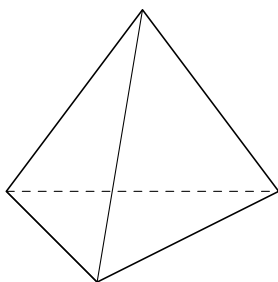
Chọn đáp án **(B)**

□

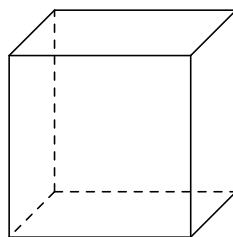
Câu 62. Trong các hình dưới đây hình nào **không** phải là đa diện?



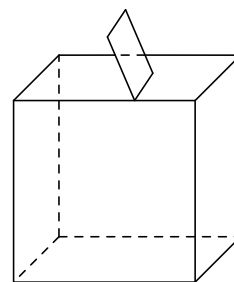
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 4.

C. Hình 2.

D. Hình 3.

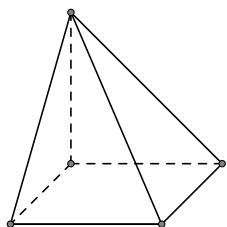
Lời giải.

Hình 4 **không** phải là đa diện.

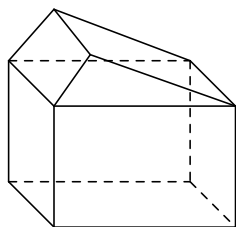
Chọn đáp án **(B)**

□

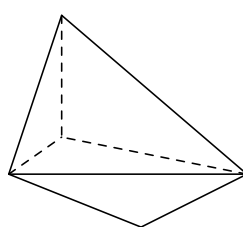
Câu 63. Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?



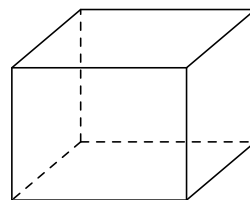
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 4.

B. Hình 1.

C. Hình 2.

D. Hình 3.

Lời giải.

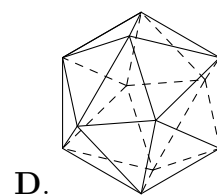
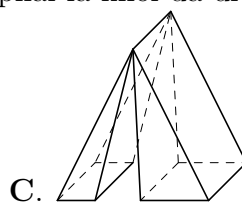
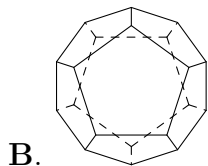
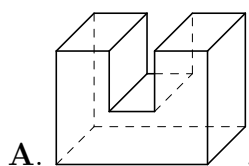
Hình 3 không phải là hình đa diện vì vi phạm tính chất: "Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh

chung của đúng hai đa giác".

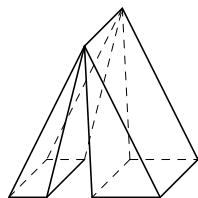
Chọn đáp án **D**

□

Câu 64. Vật thể nào trong các vật thể sau không phải là khối đa diện.



Lời giải.



Theo lý thuyết, vật thể không phải là khối đa diện.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 65. Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 16.

B. 15.

C. 8.

D. 12.

Lời giải.

Hình bát diện đều có 12 cạnh.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 66. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$, mặt phẳng $(ACC'A')$ chia khối lăng trụ đã cho thành hai khối đa diện, tổng số mặt của hai khối đa diện này bằng

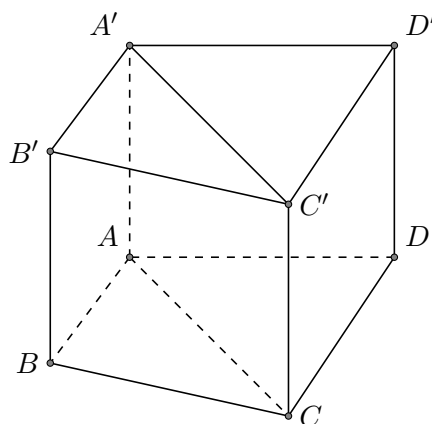
A. 11.

B. 9.

C. 10.

D. 8.

Lời giải.



Mặt phẳng $(ACC'A')$ chia khối lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ và $ACD.A'C'D'$, mỗi khối có 5 mặt. Vậy tổng số mặt của hai khối được tạo thành là 10.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 67. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4 mặt phẳng.

B. 1 mặt phẳng.

C. 2 mặt phẳng.

D. 3 mặt phẳng.

Lời giải.

Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng: 3 mặt phẳng đi qua các đường trung tuyến của tam giác hai mặt đáy và 1 mặt phẳng trung trực của cạnh bên.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 68. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

- A. Năm mặt. B. Ba mặt. C. Bốn mặt. D. Hai mặt.

Lời giải.

Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 69. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

- A. Năm mặt. B. Hai mặt. C. Bốn mặt. D. Ba mặt.

Lời giải.

Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 70. Cho hình chóp có n đỉnh (với $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 4$). Số cạnh của hình chóp là

- A. $2n - 2$. B. $2n$. C. $n + 1$. D. $2n + 1$.

Lời giải.

Với hình chóp có n đỉnh (với $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 4$) thì mặt đáy là đa giác có $(n - 1)$ cạnh, suy ra số cạnh bên cũng là $(n - 1)$ cạnh.

Vì vậy số cạnh của hình chóp có n đỉnh (với $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 4$) là $2n - 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 71. Một hình chóp có tất cả 2018 mặt. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu đỉnh?

- A. 1009. B. 2018. C. 2017. D. 1008.

Lời giải.

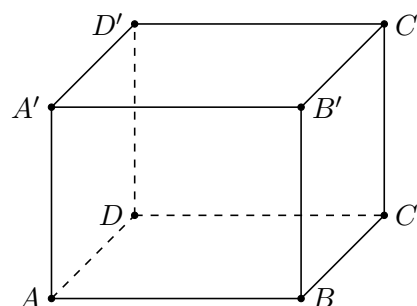
Do hình chóp có số mặt bằng số đỉnh nên số đỉnh của hình chóp là 2018.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 72.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{DC}$ biến điểm A' thành điểm B' .
 B. Phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{AB'}$ biến điểm A' thành điểm C' .
 C. Phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{AC}$ biến điểm A' thành điểm D' .
 D. Phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{AA'}$ biến điểm A' thành điểm B' .



Lời giải.

Vì $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{A'B'}$ nên phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{DC}$ biến điểm A' thành điểm B' .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 73. Số đỉnh của hình bát diện đều bằng

- A. 6. B. 12. C. 8. D. 5.

Lời giải.

Số đỉnh của hình bát diện đều bằng 6.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 74. Gọi D, M, C lần lượt là tổng số đỉnh, tổng số mặt và tổng số cạnh của một hình lăng trụ tam giác. Biểu thức $D + C - 3M$ có giá trị bằng

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Ta có hình lăng trụ tam giác có tổng số đỉnh là 6, tổng số mặt là 5 và tổng số cạnh là 9.

Do đó $D + C - 3M = 6 + 9 - 3 \cdot 5 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 75. Hình nào **không phải** là hình đa diện đều trong các hình dưới đây?

- A. Hình tứ diện đều.
B. Hình hộp chữ nhật có diện tích các mặt bằng nhau.
C. Hình lập phương.
D. Hình chóp tam giác đều.

Lời giải.

Hình chóp tam giác đều chỉ biết mặt đáy là tam giác đều nhưng các mặt bên chưa chắc là tam giác đều.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 76. Trong các mệnh đề sau, hãy chọn mệnh đề **đúng**. Trong một khối đa diện thì

- A. hai mặt bất kì có ít nhất một cạnh chung. B. hai cạnh bất kì có ít nhất một điểm chung.
C. hai mặt bất kì có ít nhất một điểm chung. D. mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Lời giải.

Trong khối đa diện thì mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh nên nó là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 77. Tổng độ dài l của tất cả các cạnh của một hình lập phương cạnh a .

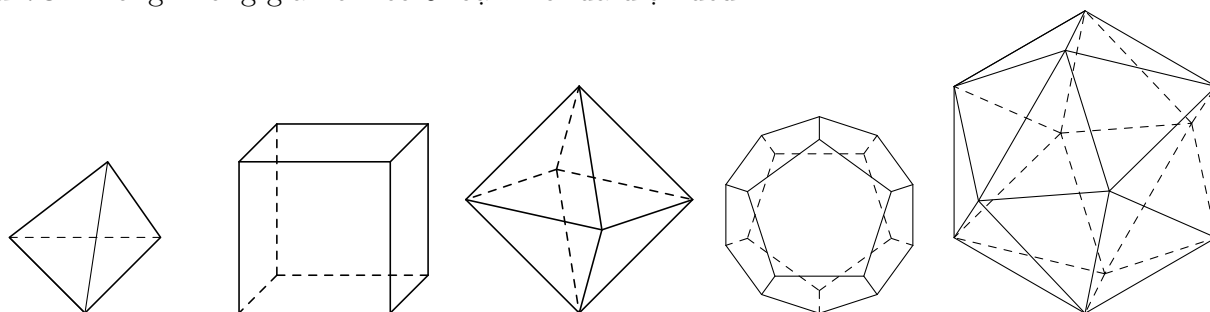
- A. $l = 6a$. B. $l = 12a$. C. $l = 6$. D. $l = 12$.

Lời giải.

Hình lập phương có tất cả 12 cạnh nên $l = 12a$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 78. Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều.



Khối tứ diện đều

Khối lập phương

Khối bát diện đều

Khối 12 mặt đều

Khối 20 mặt đều

Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.
B. Khối mười hai mặt đều và khối 20 mặt đều có cùng số đỉnh.
C. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.
D. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.

Lời giải.

Quan sát hình minh họa các khối đa diện đều ta thấy khối lập phương và khối bát diện đều cùng có 12 cạnh.

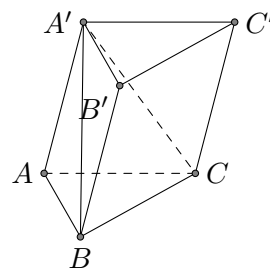
Chọn đáp án **(A)** □

Câu 79. Khẳng định nào sau đây đúng? Cắt khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bởi mp($A'BC$) ta được

- A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
- B. Hai khối chóp tứ giác.
- C. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
- D. Hai khối chóp tam giác.

Lời giải.

Mặt phẳng ($A'BC$) chia khối lăng trụ thành một khối chóp tam giác $A'.ABC$ và một khối chóp tứ giác $A'.BCC'B'$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 80. Mỗi đỉnh của một đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

- A. Ba mặt.
- B. Hai mặt.
- C. Bốn mặt.
- D. Năm mặt.

Lời giải.

Theo định nghĩa của đa diện, mỗi đỉnh của đa diện là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 81. Hình bát diện đều có số cạnh là

- A. 20.
- B. 6.
- C. 8.
- D. 12.

Lời giải.

Hình bát diện đều có 12 cạnh.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 82. Chọn khẳng định **sai**. Trong một khối đa diện,

- A. mỗi mặt có ít nhất 3 cạnh.
- B. hai mặt bất kì luôn có ít nhất một điểm chung.
- C. mỗi cạnh của khối đa diện là cạnh chung của đúng 2 mặt.
- D. mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.

Lời giải.

Trong hình hộp chữ nhật, hai mặt đối diện không có điểm chung. Cho nên, hai mặt bất kì trong khối đa diện chưa chắc đã có điểm chung.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 83. Số cạnh của một tứ diện là

- A. 5 cạnh.
- B. 8 cạnh.
- C. 4 cạnh.
- D. 6 cạnh.

Lời giải.

Hình tứ diện có 6 cạnh.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 84. Mỗi đỉnh của đa diện là đỉnh chung của ít nhất

- A. bốn cạnh. B. năm cạnh. C. ba cạnh. D. hai cạnh.

Lời giải.

Mỗi đỉnh của đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 85. Khối lăng trụ ngũ giác có bao nhiêu mặt?

- A. 7 mặt. B. 9 mặt. C. 6 mặt. D. 5 mặt.

Lời giải.

Khối lăng trụ ngũ giác có 7 mặt trong đó có 5 mặt bên và 2 mặt đáy.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 86. Cho hình lăng trụ đứng, mỗi mặt bên của nó là một hình vuông có diện tích bằng a^2 ($a > 0$). Tính chiều cao của hình lăng trụ đó.

- A. a . B. $3a$. C. a^2 . D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải.

Hình lăng trụ đứng là lăng trụ có cạnh bên vuông góc với mặt đáy. Do đó chiều cao của lăng trụ đứng bằng độ dài cạnh bên. Theo giả thiết mỗi mặt bên là hình vuông có diện tích bằng a^2 ($a > 0$) suy ra cạnh bên và cạnh đáy của lăng trụ bằng nhau và bằng a .

Chọn đáp án **A**

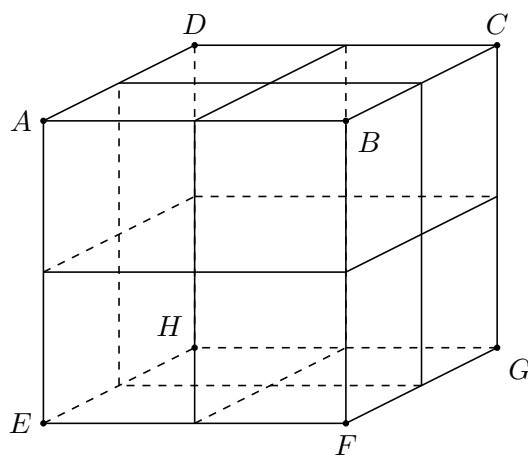
□

Câu 87. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 6 mặt phẳng. B. 3 mặt phẳng. C. 9 mặt phẳng. D. 4 mặt phẳng.

Lời giải.

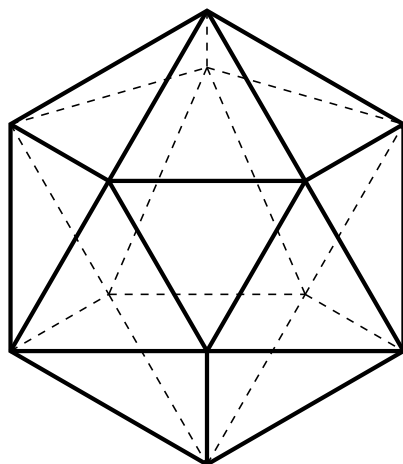
Hình hộp chữ nhật có 3 mặt phẳng đối xứng như hình vẽ.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 88. Khối đa diện bên dưới có bao nhiêu đỉnh?



A. 9.

B. 3.

C. 11.

D. 12.

Lời giải.

Hình trên có 12 đỉnh.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 89. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

A. Năm mặt.

B. Ba mặt.

C. Bốn mặt.

D. Hai mặt.

Câu 90. Tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là

A. 16.

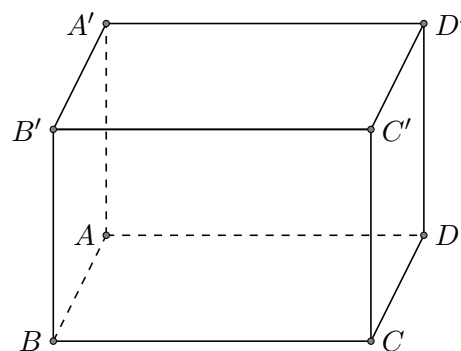
B. 26.

C. 8.

D. 24.

Lời giải.

Hình lập phương có 8 đỉnh, 12 cạnh, 6 mặt. Do đó, tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là $8 + 12 + 6 = 26$.



Chọn đáp án **(B)**



Câu 91. Tổng số mặt, số cạnh và số đỉnh của một hình lập phương là

A. 26.

B. 30.

C. 22.

D. 24.

Lời giải.

Hình lập phương có 6 mặt, 12 cạnh và 8 đỉnh. Suy ra tổng số mặt, số cạnh và số đỉnh của một hình lập phương là 26.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 92. Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 20.

B. 25.

C. 10.

D. 15.

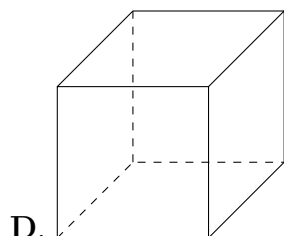
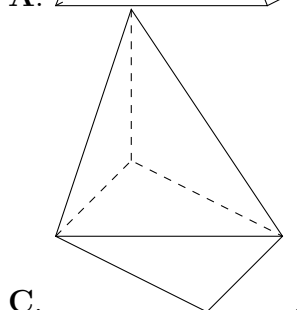
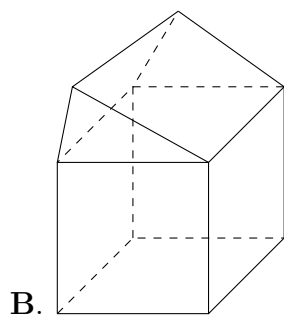
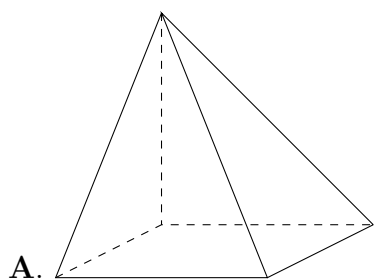
Lời giải.

Khối lăng trụ ngũ giác có 2 đáy, mỗi đáy 5 cạnh và 5 cạnh bên. Vậy nó có tất cả 15 cạnh.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 93. Hình nào dưới đây **không** phải là hình đa diện?



Câu 94. Cho hình chóp có 20 cạnh. Tính số mặt của hình chóp đó.

A. 20.

B. 11.

C. 12.

D. 10.

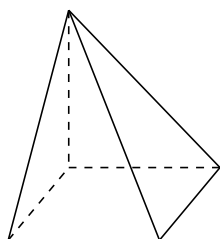
Lời giải.

Trong hình chóp, số cạnh bên bằng số cạnh đáy. Do đó, số cạnh đáy bằng 10. Suy ra số mặt bên bằng 10. Vậy hình chóp có tất cả 11 mặt.

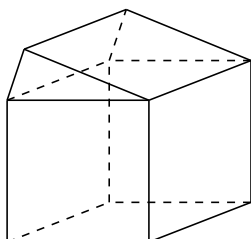
Chọn đáp án **B**

□

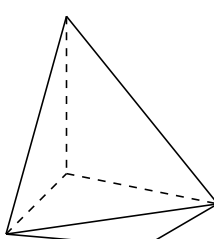
Câu 95. Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?



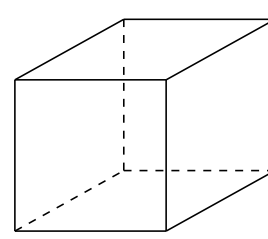
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 4.

D. Hình 3.

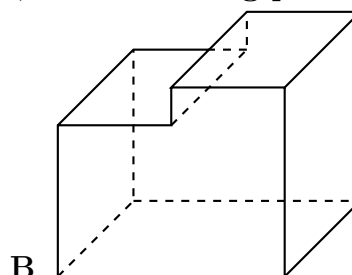
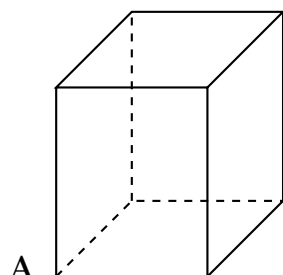
Lời giải.

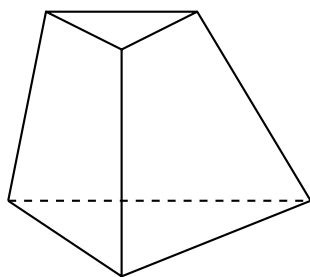
Hình 3 không phải là hình đa diện vì có một cạnh là cạnh chung của ba mặt.

Chọn đáp án **D**

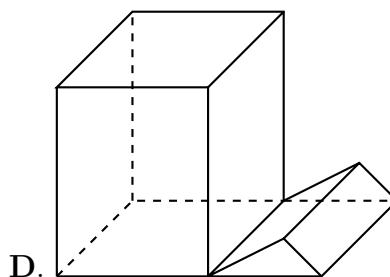
□

Câu 96. Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác, tìm hình **không phải** là hình đa diện.





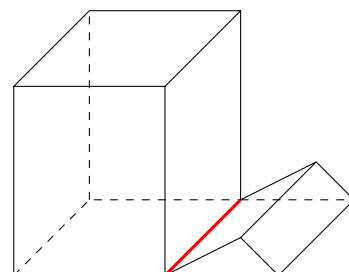
C.



D.

Lời giải.

Hình D không là hình đa diện vì có một cạnh là cạnh của nhiều hơn 2 mặt (xem hình bên).



Chọn đáp án **D**



Câu 97. Khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $3a$ có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 9.

Lời giải.

Khối chóp tam giác đều có 3 mặt phẳng đối xứng là các mặt phẳng chứa 1 cạnh bên của hình chóp và đi qua trung điểm của cạnh đáy đối diện.

Chọn đáp án **A**



Câu 98.

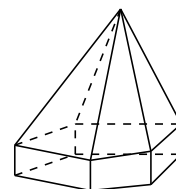
Hình đa diện bên có tất cả bao nhiêu mặt?

A. 11.

B. 20.

C. 12.

D. 10.



Lời giải.

Hình đa diện đã cho có 5 mặt là hình tam giác, 5 mặt hình tứ giác và 1 mặt là ngũ giác. Nó có tất cả 11 mặt.

Chọn đáp án **A**



Câu 99. Số đỉnh của hình hai mươi mặt đều là

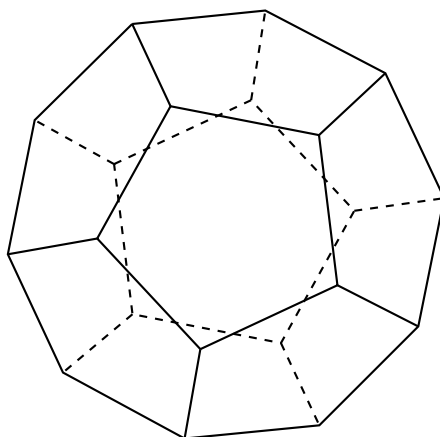
A. 12.

B. 20.

C. 30.

D. 16.

Lời giải.



Chọn đáp án **(A)**

Câu 100. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Khối tứ diện là khối đa diện lồi.
- B. Lắp ghép hai khối hộp sẽ được một khối đa diện lồi.
- C. Khối lập phương là khối đa diện lồi.
- D. Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.

Lời giải.

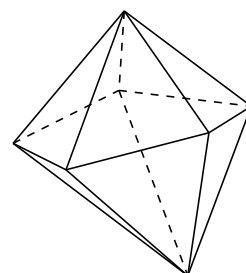
Lắp ghép hai khối hộp chưa chắc được một khối đa diện lồi.

 Chọn đáp án **(B)**

Câu 101.

Hình đa diện bên có bao nhiêu mặt?

- A. 11.
- B. 12.
- C. 10.
- D. 7.


Lời giải.

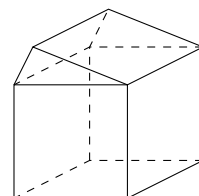
Hình đa diện bên có 10 mặt.

 Chọn đáp án **(C)**

Câu 102.

Hình bên có bao nhiêu mặt?

- A. 10.
- B. 7.
- C. 9.
- D. 4.


Lời giải.

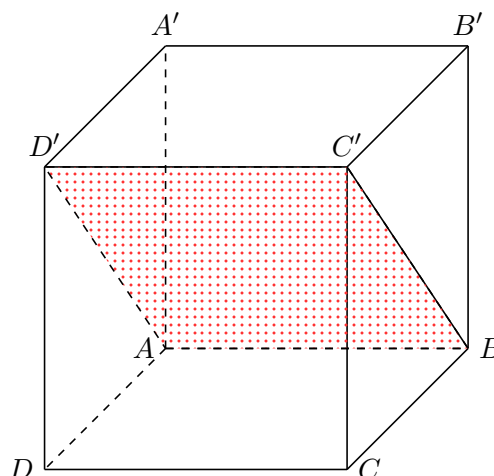
Hình bên có 9 mặt.

 Chọn đáp án **(C)**

Câu 103. Mặt phẳng nào sau đây chia khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối lăng trụ?

- A. $(A'BC')$.
- B. (ABC') .
- C. $(AB'C)$.
- D. $(A'BD)$.

Lời giải.

 Mặt phẳng (ABC') chia khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối lăng trụ $BB'C'.AA'D'$ và $BCC'.ADD'$.


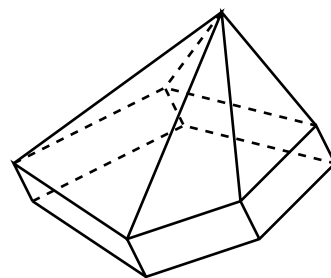
Chọn đáp án (B)



Câu 104.

Hình đa diện sau có bao nhiêu mặt?

- A. 12.
- B. 10.
- C. 6.
- D. 11.



Lời giải.

Hình đa diện đã cho được tạo nên bởi 1 mặt đáy, 5 mặt bên ở giữa, 5 mặt bên ở trên.

Vậy hình đa diện có 11 mặt.

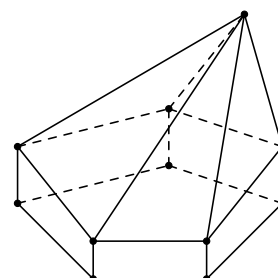
Chọn đáp án (D)



Câu 105.

Hình đa diện trong hình vẽ bên dưới có bao nhiêu mặt?

- A. 11.
- B. 6.
- C. 12.
- D. 10.



Lời giải.

Nhìn vào hình vẽ ta đếm được hình đa diện đã cho có 11 mặt.

Chọn đáp án (A)



Câu 106. Khối lập phương là khối đa diện đều loại

- A. $\{5; 3\}$.
- B. $\{3; 4\}$.
- C. $\{4; 3\}$.
- D. $\{3; 5\}$.

Lời giải.

Vì khối lập phương có mỗi mặt là hình vuông, mỗi đỉnh là đỉnh chung của 3 mặt nên khối lập phương là khối đa diện đều loại $\{4; 3\}$.

Chọn đáp án (C)



Câu 107. Khối đa diện đều nào sau đây có mặt không phải là tam giác đều?

- A. mười hai mặt đều.
- B. hai mươi mặt đều.
- C. bát diện đều.
- D. tứ diện đều.

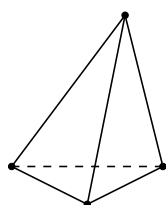
Lời giải.

Vì khối mười hai mặt đều là khối đa diện đều có mỗi mặt là một ngũ giác đều nên mặt của khối mười hai mặt đều không phải là tam giác đều.

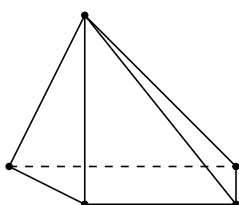
Chọn đáp án (A)



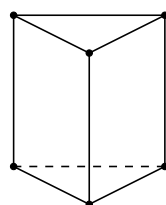
Câu 108. Trong các hình dưới đây, hình nào không phải là đa diện lồi



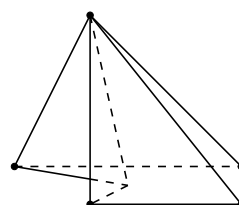
Hình (I)



Hình (II)



Hình (III)



Hình (IV)

A. Hình (VI).

B. Hình (III).

C. Hình (II).

D. Hình (I).

Lời giải.

Hình (IV) không là đa diện lồi.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 109. Khối đa diện đều có bao nhiêu loại?

A. 2.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Có 5 khối đa diện đều là khối tứ diện đều, khối lập phương, khối bát diện đều, khối 12 mặt đều và khối 20 mặt đều.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 110. Khối đa diện (H) được gọi là khối đa diện lồi nếuA. Đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của (H) nằm về hai phía đối với (H).B. Đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của (H) không thuộc (H).

C. Miền trong của nó luôn nằm về hai phía đối với mỗi mặt phẳng chứa một mặt của nó.

D. Đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của (H) luôn thuộc (H).**Lời giải.**Theo định nghĩa khối đa diện lồi là đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của (H) luôn thuộc (H).Chọn đáp án **D**

□

Câu 111. Khối đa diện đều loại $\{4; 3\}$ là khối đa diện nào sau đây?

A. Tứ diện đều.

B. Khối mười hai mặt đều.

C. Khối lập phương.

D. Khối bát diện đều.

Lời giải.Khối đa diện loại $\{4; 3\}$ là khối lập phương.Chọn đáp án **C**

□

Câu 112. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.

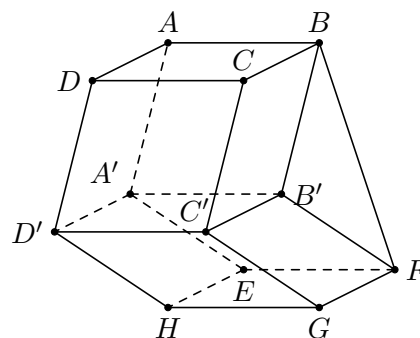
B. Lắp ghép hai khối hộp sẽ được một khối đa diện lồi.

C. Khối tứ diện là khối đa diện lồi.

D. Khối hộp là khối đa diện lồi.

Lời giải.

Mệnh đề sai là: “Lắp ghép hai khối hộp sẽ được một khối đa diện lồi”.

Vì như hình vẽ bên, khi nối B với F ta được đoạn thẳng BF không nằm trong khối lắp ghép.Chọn đáp án **B**

□

Câu 113. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. Hình bát diện đều có 8 đỉnh.

B. Hình bát diện đều có các mặt là bát giác đều.

C. Hình bát diện đều có các mặt là hình vuông.

D. Hình bát diện đều là đa diện đều loại $\{3; 4\}$.

Lời giải.

Vì hình bát diện đều có mỗi mặt là một tam giác đều và mỗi đỉnh (có 6 đỉnh) là đỉnh chung của 4 cạnh nên nó là đa diện đều loại $\{3; 4\}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 114. Khối đa diện đều loại $\{4; 3\}$ có bao nhiêu đỉnh?

A. 10.

B. 6.

C. 8.

D. 4.

Lời giải.

Khối đa diện đều loại $\{4; 3\}$ chính là hình lập phương nên có số đỉnh là 8.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 115. Một hình hộp đứng đáy là hình chữ nhật có số mặt phẳng đối xứng là

A. 1.

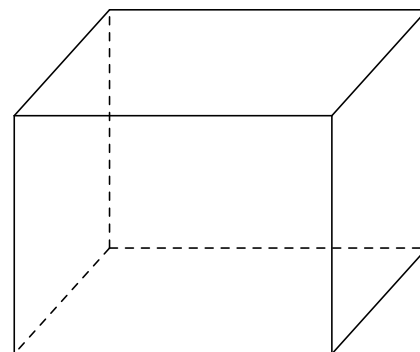
B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Dựa vào hình vẽ ta thấy số mặt phẳng đối xứng là 3 mặt phẳng.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 116. Khối lập phương là khối đa diện đều loại nào?

A. $\{3; 3\}$.

B. $\{4; 3\}$.

C. $\{3; 4\}$.

D. $\{5; 3\}$.

Lời giải.

Khối lập phương là khối đa diện đều loại $\{4; 3\}$, vì mỗi mặt của hình lập phương là một hình vuông có 4 cạnh, mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng 3 mặt.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 117. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

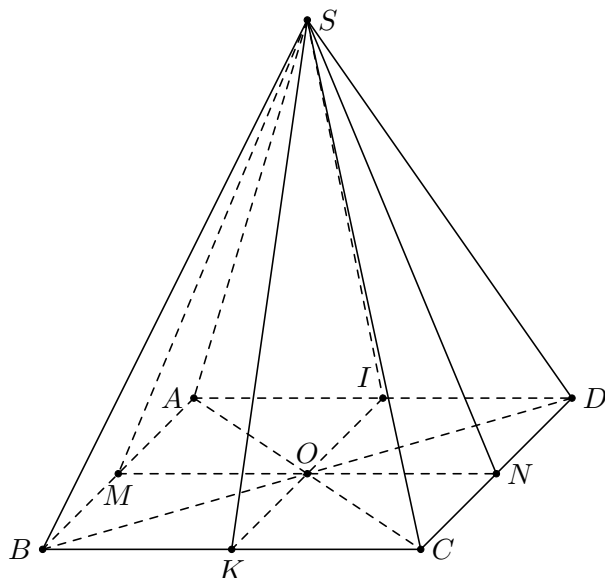
A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.



Các mặt phẳng đối xứng là (SAC) , (SBD) , (SIK) , (SMN) .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 118. Trong các hình đa diện đều sau, hình nào có số đỉnh nhỏ hơn số mặt?

- A. Hình tứ diện đều. B. Hình 20 mặt đều. C. Hình lập phương. D. Hình 12 mặt đều.

Lời giải.

Hình tứ diện đều có 4 đỉnh, 4 mặt.

Hình 20 mặt đều có 12 đỉnh, 20 mặt.

Hình lập phương có 8 đỉnh, 6 mặt.

Hình 12 mặt đều có 20 đỉnh, 12 mặt.

Vậy hình 20 mặt đều có số đỉnh nhỏ hơn số mặt.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 119. Cho khối đa diện đều. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Số đỉnh của khối lập phương bằng 8. B. Số mặt của khối tứ diện đều bằng 4.
C. Khối bát diện đều là loại $\{4; 3\}$. D. Số cạnh của khối bát diện đều bằng 12.

Lời giải.

Khối bát diện đều là loại $\{3; 4\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 120. Khối đa diện đều nào sau đây có mặt không phải là tam giác đều?

- A. Tứ diện đều. B. Hai mươi mặt đều.
C. Bát diện đều. D. Mười hai mặt đều.

Lời giải.

Khối tứ diện đều, khối bát diện đều, khối hai mươi mặt đều lần lượt là khối đa diện đều loại $\{3; 3\}$, $\{3; 4\}$ và $\{3; 5\}$. Do đó, mỗi mặt của nó là một đa giác đều 3 cạnh hay là tam giác đều.

Khối mười hai mặt đều là khối đa diện đều loại $\{5; 3\}$ nên có mỗi mặt là ngũ giác đều.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 121. Hình mười hai mặt đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

- A. $\{3; 5\}$. B. $\{3; 3\}$. C. $\{5; 3\}$. D. $\{4; 3\}$.

Lời giải.

Hình mười hai mặt đều là khối đa diện đều loại $\{5; 3\}$ (mỗi mặt của nó là một ngũ giác đều và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng 3 mặt).

Chọn đáp án **C**

□

Câu 122. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều?

A. 1.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Một khối đa diện lồi được gọi là khối đa diện đều loại $\{p, q\}$ nếu mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.

Ta có năm loại khối đa diện đều, đó là các khối đa diện đều loại $\{3, 3\}$, loại $\{4, 3\}$, loại $\{3, 4\}$, loại $\{5, 3\}$ và loại $\{3, 5\}$. Do vậy, có 3 loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 123. Một hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 2.

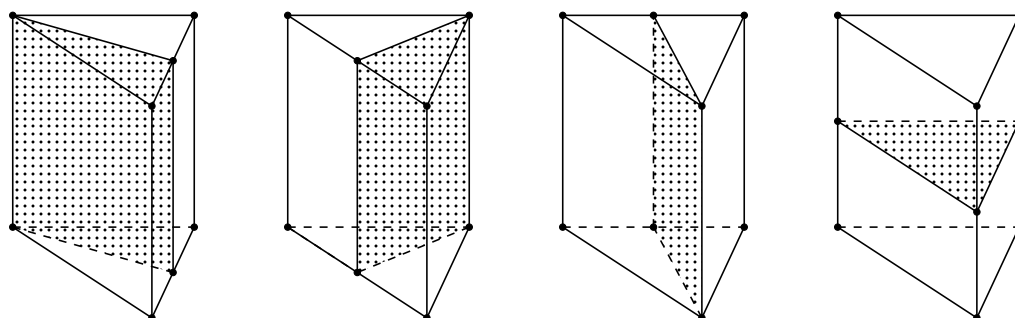
B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Một hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 124. Khối 20 mặt đều có tất cả bao nhiêu cạnh?

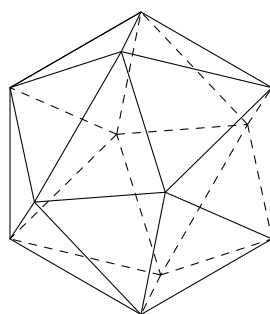
A. 30.

B. 20.

C. 12.

D. 60.

Lời giải.



Khối 20 mặt đều có tất cả 30 cạnh.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 125. Hình mười hai mặt đều thuộc loại khối đa diện nào sau đây?

A. $\{5; 3\}$.

B. $\{3; 2\}$.

C. $\{4; 3\}$.

D. $\{3; 5\}$.

Lời giải.

Hình mười hai mặt đều là khối đa diện loại $\{5, 3\}$.

Chọn đáp án **A**

□

D. khối hai mươi mặt đều.

7

D. 5.

7

D. Số canh bằng 12.

☐

D. Khối bát diện đều.

7

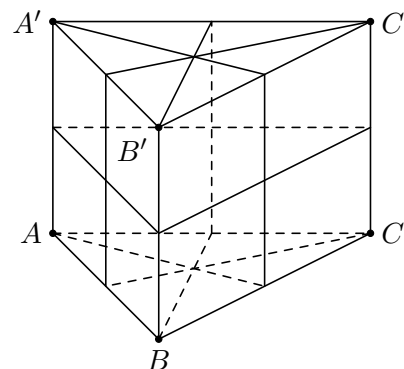
D. $\{3; 5\}$.

7

D. 4.

33 <https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/>

Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt đối xứng.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 132. Khối đa diện đều loại $\{4, 3\}$ có bao nhiêu mặt?

A. 6.

B. 20.

C. 12.

D. 8.

Lời giải.

Khối đa diện đều loại $\{4, 3\}$ là hình lập phương. Do đó số mặt là 6.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 133. Cho một khối đa diện lồi có 10 đỉnh, 7 mặt. Hỏi khối đa diện này có mấy cạnh?

A. 20.

B. 18.

C. 15.

D. 12.

Lời giải.

Ta có $d + m - c = 2 \Rightarrow c = 15$

Vậy khối đa diện có 15 cạnh.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 134. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Chỉ có năm loại khối đa diện đều.

B. Mỗi khối đa diện đều là một khối đa diện lồi.

C. Mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của đúng hai mặt.

D. Hình chóp tam giác đều là hình chóp có bốn mặt là các tam giác đều.

Lời giải.

Hình chóp tam giác đều là hình chóp có đáy là tam giác đều và các cạnh bên bằng nhau.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 135. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Khối tứ diện là khối đa diện lồi.

B. Khối hộp là khối đa diện lồi.

C. Lắp ghép hai khối hộp bất kì thì được một khối đa diện lồi.

D. Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.

Lời giải.

Theo định nghĩa khối đa diện lồi thì:

— Khối tứ diện là khối đa diện lồi.

— Khối hộp là khối đa diện lồi.

— Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.

Lắp ghép hai khối hộp bất kì thì không phải lúc nào cũng được một khối đa diện lồi, nên mệnh đề này **sai**.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 136. Khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$ có số đỉnh, số cạnh và số mặt tương ứng là

- A. 6, 12, 8. B. 4, 6, 4. C. 8, 12, 6. D. 8, 12, 8.

Lời giải.

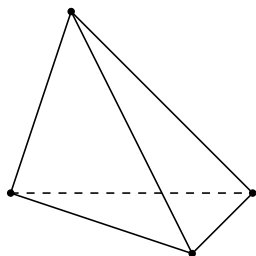
Khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$ chính là khối bát diện đều.

Nên có số đỉnh là 6, số cạnh 12, số mặt là 8.

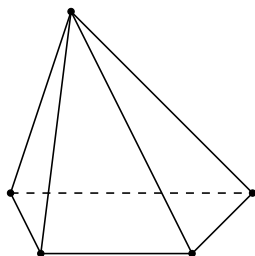
Chọn đáp án **A**

□

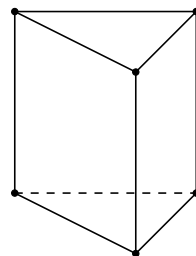
Câu 137. Trong các hình dưới đây hình nào không phải đa diện lồi?



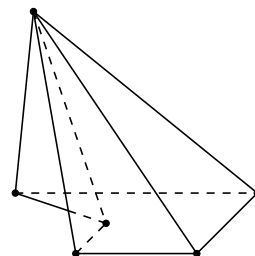
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Lời giải.

Hình số 4 không phải là hình đa diện lồi vì tồn tại hai điểm ở mặt đáy nối lại được đoạn thẳng không thuộc hình đa diện.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 138. Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại nào?

- A. $\{4; 3\}$. B. $\{5; 3\}$. C. $\{3; 5\}$. D. $\{3; 4\}$.

Lời giải.

Khối bát diện đều có mỗi mặt là một tam giác đều, mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng 4 mặt nên khối bát diện đều là khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$.

Chọn đáp án **D**

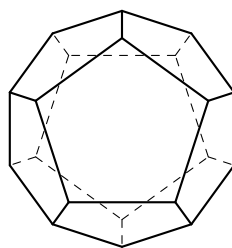
□

Câu 139. Khối đa diện đều loại $\{5, 3\}$ có tên gọi nào dưới đây?

- A. Khối mười hai mặt đều. B. Khối lập phương.
C. Khối hai mươi mặt đều. D. Khối tứ diện đều.

Lời giải.

Khối đa diện đều loại $\{5, 3\}$ có các mặt là hình ngũ giác đều (5 cạnh) và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng 3 mặt. Đó chính là khối mười hai mặt đều.



Chọn đáp án **A**

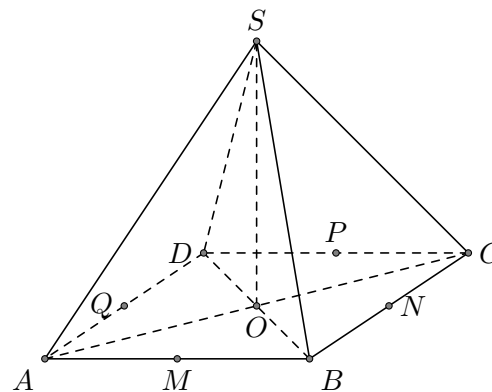
□

Câu 140. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 2. B. 3. C. 6. D. 4.

Lời giải.

Gọi hình chóp tứ giác đều là $S.ABCD$. Gọi trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt là M, N, P, Q . Khi đó các mặt phẳng cần tìm là (SAC) , (SBD) , (SMP) và (SNQ) .



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 141. Số cạnh của hình mười hai mặt đều là

- A. Mười sáu. B. Ba mươi. C. Ba mươi. D. Mười hai.

Lời giải.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 142. Hình bát diện đều có tất cả bao nhiêu cạnh?

- A. 8. B. 12. C. 30. D. 16.

Lời giải.

Số cạnh của hình bát diện đều là 12 cạnh.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 143. Khối tám mặt đều có tất cả bao nhiêu đỉnh?

- A. 12. B. 10. C. 6. D. 8.

Lời giải.

Khối tám mặt đều có 6 đỉnh.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 144. Hình đa diện nào sau đây không có tâm đối xứng?

- A. Tứ diện đều. B. Bát diện đều.
C. Lăng trụ lục giác đều. D. Hình lập phương.

Lời giải.

Tứ diện đều chỉ có trục đối xứng mà không có tâm đối xứng.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 145. Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện nào sau đây?

- A. $\{5; 3\}$. B. $\{4; 3\}$. C. $\{3; 3\}$. D. $\{3; 4\}$.

Lời giải.

Mỗi mặt của hình bát diện đều là tam giác đều nên $p = 3$.

Mỗi đỉnh của hình bát diện đều là đỉnh chung của đúng 4 mặt.

Vậy hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện $\{3; 4\}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 146. Đa diện đều loại $\{5, 3\}$ có tên gọi nào dưới đây?

- A. Tứ diện đều. B. Lập phương.
C. Hai mươi mặt đều. D. Mười hai mặt đều.

Lời giải.

Khối đa diện đều loại $\{5, 3\}$ là khối mười hai mặt đều.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 147. Cho khối hai mươi mặt đều (H). Biết mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh, mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt. Ta có $(p; q)$ nhận giá trị nào sau đây?

A. $p = 5; q = 3$.

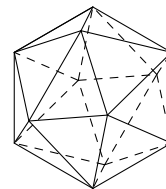
B. $p = 4; q = 3$.

C. $p = 3; q = 4$.

D. $p = 3; q = 5$.

Lời giải.

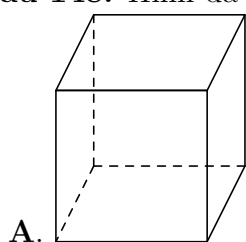
Khối hai mươi mặt đều (H) có mỗi mặt là một tam giác đều, mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng 5 mặt. Do đó $(p; q) = (3; 5)$.



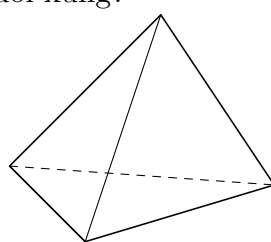
Chọn đáp án **(D)**

□

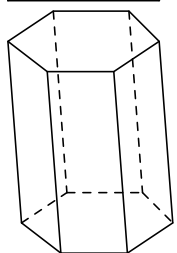
Câu 148. Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?



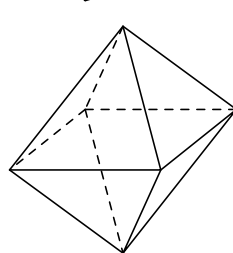
A. Hình lập phương.



B. Tứ diện đều.



C. Lăng trụ lục giác đều.



D. Bát diện đều.

Lời giải.

Nhìn hình vẽ ta nhận thấy tứ diện đều không có tâm đối xứng.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 149. Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại nào?

A. $\{3; 4\}$.

B. $\{3; 5\}$.

C. $\{5; 3\}$.

D. $\{4; 3\}$.

Lời giải.

Khối bát diện đều là khối đa diện đều có:

- mỗi mặt là tam giác đều ($p = 3$).
- mỗi đỉnh là đỉnh chung của 4 mặt ($q = 4$).

Vậy khối bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều $\{3; 4\}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 150. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước là 3, 3, 4. Số mặt phẳng đối xứng của hình hộp chữ nhật đó là

A. 4.

B. 6.

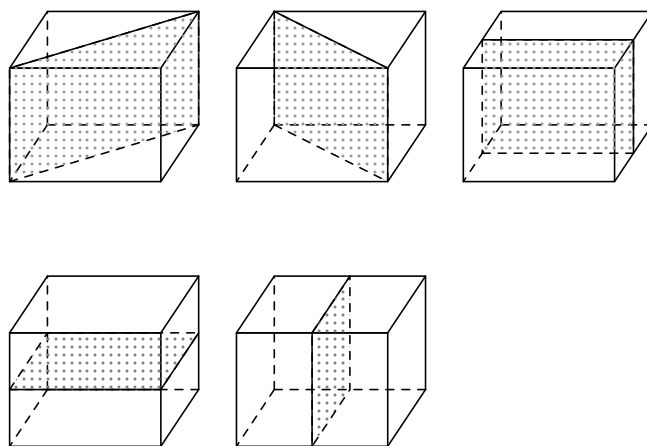
C. 5.

D. 9.

Lời giải.

Số mặt phẳng đối xứng của hình hộp chữ nhật đó là 5, gồm:

- 3 mặt phẳng đi qua trung điểm của 4 cạnh song song với nhau.
- 2 mặt phẳng chứa đường chéo của hình vuông cạnh 3.



Chọn đáp án **C**



Câu 151. Khối đa diện đều nào sau đây có các mặt không phải là tam giác đều?

- A. Bát diện đều. B. Tứ diện đều. C. Nhị thập diện đều. D. Thập nhị diện đều.

Lời giải.

Khối thập nhị diện đều có các mặt là ngũ giác đều.

Chọn đáp án **D**



Câu 152. Số đỉnh của hình bát diện đều là

- A. 10. B. 7. C. 8. D. 6.

Lời giải.

Số đỉnh của hình bát diện đều là 6.

Chọn đáp án **D**

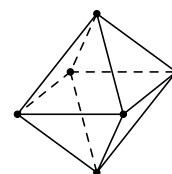


Câu 153. Số đỉnh của hình bát diện đều là

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 12.

Lời giải.

Số đỉnh của hình bát diện đều là 6.



Chọn đáp án **B**



Câu 154. Số đỉnh của hình 12 mặt đều là

- A. 30. B. 16. C. 12. D. 20.

Lời giải.

Theo lý thuyết.

Chọn đáp án **D**



Câu 155. Hình đa diện hai mươi mặt đều có bao nhiêu cạnh?

- A. 24 cạnh. B. 30 cạnh. C. 36 cạnh. D. 40 cạnh.

Lời giải.

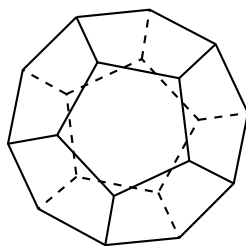
Chọn đáp án **B**



Câu 156. Số đỉnh của hình 12 mặt đều là

- A. Ba mươi. B. Mười sáu. C. Mười hai. D. Hai mươi.

Lời giải.



Hình mười hai mặt đều có số đỉnh là 20.

Chọn đáp án **A**



Câu 157. Số đỉnh của hình 12 mặt đều là

- A. Ba mươi. B. Mười sáu. C. Mười hai. D. Hai mươi.

Lời giải.

Hình mười hai mặt đều có số đỉnh là 20.

Chọn đáp án **A**



Câu 158. Số đỉnh của khối bát diện đều bằng

- A. 8. B. 12. C. 20. D. 6.

Lời giải.

Số đỉnh của khối bát diện đều là 6.

Chọn đáp án **D**



Câu 159. Khối lập phương là khối đa diện đều loại nào?

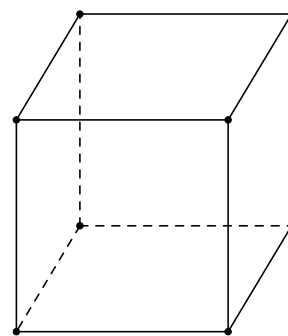
- A. $\{4; 3\}$. B. $\{3; 5\}$. C. $\{3; 3\}$. D. $\{3; 4\}$.

Lời giải.

Ta có:

- Mỗi mặt của khối lập phương là một đa giác đều 4 cạnh nên $p = 4$.
- Mỗi đỉnh của khối lập phương là đỉnh chung của đúng 3 mặt nên $q = 3$.

Vậy khối lập phương là khối đa diện đều loại $\{4; 3\}$.



Chọn đáp án **A**



Câu 160. Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại nào?

- A. $\{4; 3\}$. B. $\{3; 3\}$. C. $\{3; 4\}$. D. $\{3; 5\}$.

Lời giải.

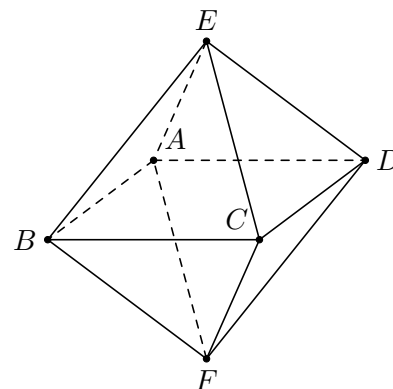
Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$.

Chọn đáp án **C**



Câu 161.

Cho khối bát diện đều $ABCDEF$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A. Mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với mặt phẳng (CEF) .
- B. Mặt phẳng $(EBFD)$ là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AC .
- C. Các điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt phẳng.
- D. Các điểm E, B, C, D cùng thuộc một mặt phẳng.

Lời giải.

Khẳng định “Các điểm E, B, C, D cùng thuộc một mặt phẳng” sai do điểm E không thuộc mặt phẳng (BCD) .

Chọn đáp án **D**

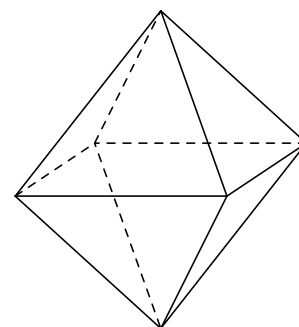
□

Câu 162. Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

- A. $\{3, 4\}$.
- B. $\{3, 3\}$.
- C. $\{5, 3\}$.
- D. $\{4, 3\}$.

Lời giải.

Hình bát diện đều mỗi mặt có 3 cạnh và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng bốn mặt nên nó thuộc loại $\{3, 4\}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 163. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số mặt.
- B. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh gấp đôi số mặt.
- C. Số đỉnh của một hình đa diện bất kỳ luôn lớn hơn hoặc bằng 4.
- D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh bằng số mặt.

Lời giải.

- Không tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số mặt vì ta có công thức euler $D + M = C + 2$ với D, M, C lần lượt là số đỉnh, số mặt và số cạnh của một hình đa diện.
Nếu số cạnh bằng số mặt thì $C = M \Rightarrow D = 2$ do đó không tồn tại hình đa diện có số đỉnh bằng 2.
- Tồn tại một hình đa diện có số cạnh gấp đôi số mặt là hình lập phương.
- Số đỉnh của một hình đa diện bất kỳ luôn lớn hơn hoặc bằng 4 vì đa diện có số đỉnh nhỏ nhất là 4 đỉnh.
- Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh bằng số mặt đó là hình tứ diện đều.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 164. Hình bát diện đều có bao nhiêu đỉnh?

- A. 10.
- B. 6.
- C. 8.
- D. 12.

Lời giải.

Hình bát diện đều có 6 đỉnh.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 165. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3.

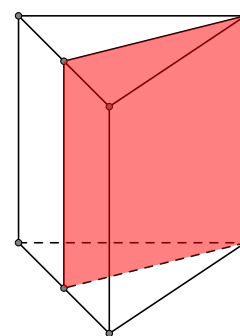
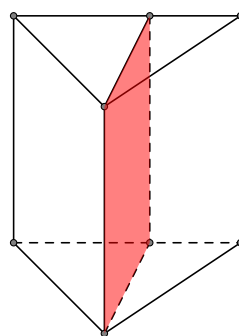
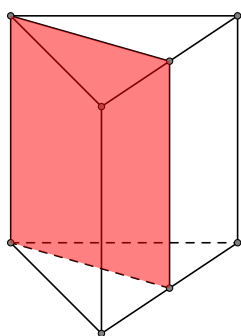
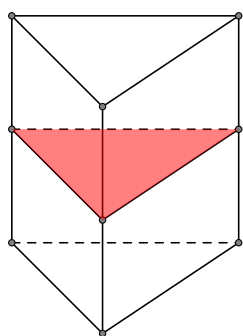
B. 9.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng.



Chọn đáp án **(D)**



Câu 166. Khối tứ diện đều là khối đa diện đều loại

A. $\{4; 3\}$.

B. $\{3; 4\}$.

C. $\{3; 3\}$.

D. $\{3; 5\}$.

Lời giải.

Khối tứ diện đều có mỗi mặt một là tam giác đều và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng 3 cạnh nên là loại $\{3; 3\}$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 167. Cho các mệnh đề sau

I) Số cạnh của một khối đa diện lồi luôn lớn hơn hoặc bằng 6.

II) Số mặt của khối đa diện lồi luôn lớn hơn hoặc bằng 5.

III) Số đỉnh của khối đa diện lồi luôn lớn hơn 4.

Trong các mệnh đề trên, những mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A. II và III.

B. I và II.

C. Chỉ I.

D. Chỉ II.

Lời giải.

Trong 3 mệnh đề đã cho, chỉ có mệnh đề I) đúng.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 168. Số đỉnh của một bát diện đều là

A. 12.

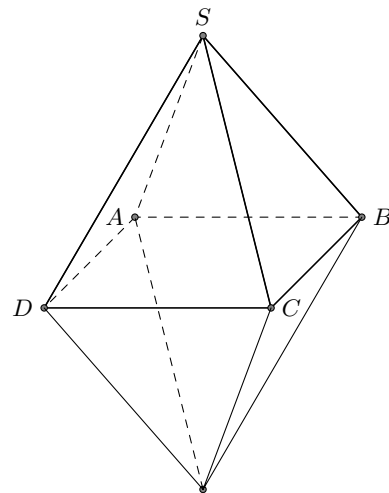
B. 10.

C. 8.

D. 6.

Lời giải.

Có 6 đỉnh.



Chọn đáp án **D**



Câu 169. Số cạnh của một hình bát diện đều là

A. 8.

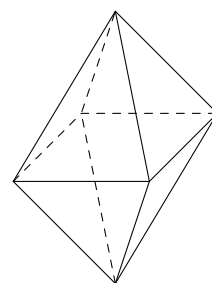
B. 12.

C. 10.

D. 14.

Lời giải.

Hình bát diện đều có 12 cạnh.



Chọn đáp án **B**



Câu 170. Trung điểm các cạnh của tứ diện đều tạo thành

A. Các đỉnh của một hình mười hai mặt đều.

B. Các đỉnh của một hình hai mươi mặt đều.

C. Các đỉnh của một hình tứ diện đều.

D. Các đỉnh của một hình bát diện đều.

Lời giải.

Tứ diện đều có 6 cạnh nên có 6 trung điểm và chúng là các đỉnh của một hình bát diện đều.

Chọn đáp án **D**



Câu 171. Hình hộp chữ nhật có kích thước lần lượt là $2a, 3a, 5a$ ($a > 0$) có bao nhiêu trục đối xứng?

A. 3.

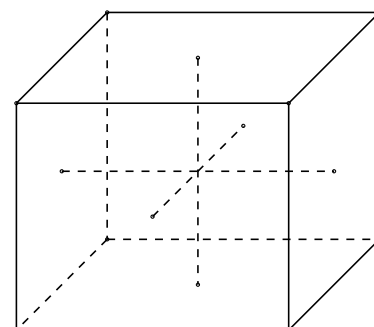
B. 7.

C. 13.

D. 10.

Lời giải.

Có 3 trục đối xứng là ba đường thẳng đi qua các tâm của các mặt đối của hình hộp chữ nhật.



Chọn đáp án **A**



Câu 172. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều?

A. 1.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Một khối đa diện lồi được gọi là khối đa diện đều loại $\{p, q\}$ nếu mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.

Ta có năm loại khối đa diện đều, đó là các khối đa diện đều loại $\{3, 3\}$, loại $\{4, 3\}$, loại $\{3, 4\}$, loại $\{5, 3\}$ và loại $\{3, 5\}$. Do vậy, có 3 loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 173. Một hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 2.

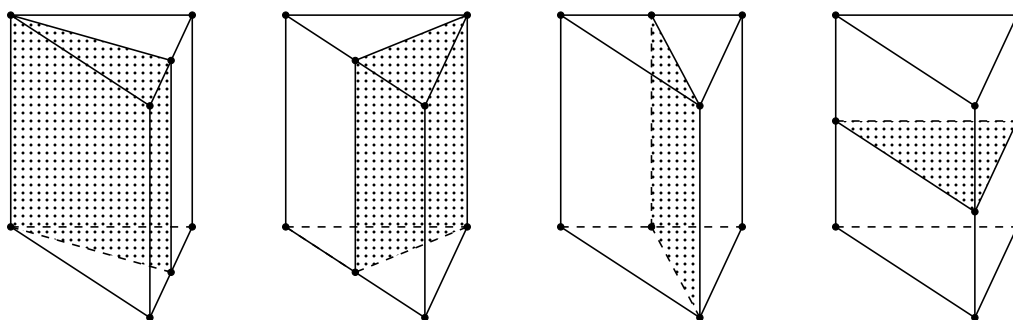
B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Một hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 174. Hình tứ diện đều có bao nhiêu tâm đối xứng?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Tứ diện đều không có tâm đối xứng.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 175. Khối bát diện đều thuộc loại

A. $\{5; 3\}$.B. $\{3; 3\}$.C. $\{4; 3\}$.D. $\{3; 4\}$.**Lời giải.**

Khối bát diện đều thuộc loại $\{3; 4\}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 176. Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 8.

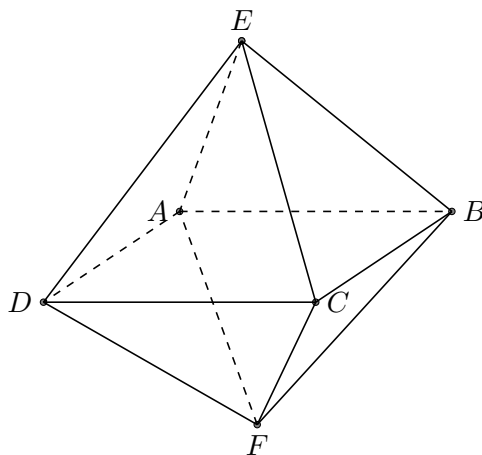
B. 9.

C. 11.

D. 12.

Lời giải.

Hình bát diện đều có 12 cạnh.



Chọn đáp án **(D)**

☐

Câu 177. Số cạnh của khối 12 mặt đều là bao nhiêu?

- A. 14. B. 20. C. 30. D. 16.

Lời giải.

Số cạnh của khối 12 mặt đều là 30.

Chọn đáp án **(C)**

☐

Câu 178. Khối đa diện đều nào thuộc loại $\{5; 3\}$

- A. Khối bát diện đều. B. Khối 20 mặt đều.
C. Khối 12 mặt đều. D. Khối lập phương.

Lời giải.

Khối 12 mặt đều có mỗi mặt là ngũ giác đều và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng ba cạnh, nên thuộc loại $\{5; 3\}$.

Chọn đáp án **(C)**

☐

Câu 179. Trong tất cả các loại hình đa diện đều sau đây, hình nào có số mặt nhiều nhất?

- A. Loại $\{3; 4\}$. B. Loại $\{5; 3\}$. C. Loại $\{4; 3\}$. D. Loại $\{3; 5\}$.

Lời giải.

Hình đa diện đều loại $\{3; 5\}$ có 20 mặt, là hình đa diện đều có số mặt nhiều nhất.

Chọn đáp án **(D)**

☐

Câu 180. Khối tám mặt đều có tất cả bao nhiêu đỉnh?

- A. 8. B. 6. C. 12. D. 10.

Lời giải.

Khối tám mặt đều có 6 đỉnh.

Chọn đáp án **(B)**

☐

Câu 181. Khối mười hai mặt đều là khối đa diện loại nào?

- A. $\{4; 3\}$. B. $\{3; 5\}$. C. $\{3; 4\}$. D. $\{5; 3\}$.

Lời giải.

Khối mười hai mặt đều mỗi mặt có 5 cạnh và mỗi đỉnh là chung của 3 mặt nên là loại $\{5; 3\}$.

Chọn đáp án **(D)**

☐

Câu 182. Hình tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4. B. 6. C. 3. D. 1.

Lời giải.

Có 6 mặt phẳng đối xứng đối xứng của tứ diện đều, gồm các mặt chứa một cạnh và đi qua trung điểm của cạnh đối diện.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 183. Gọi M, C, D theo thứ tự là số mặt, số cạnh, số đỉnh của hình bát diện đều. Khi đó $S = M + C + D$ bằng

A. $S = 24$.

B. $S = 26$.

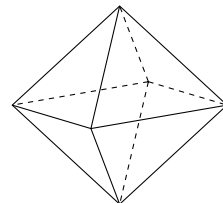
C. $S = 30$.

D. $S = 14$.

Lời giải.

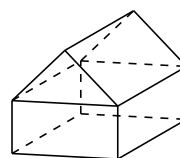
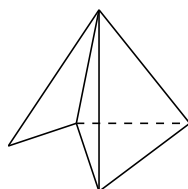
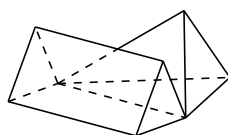
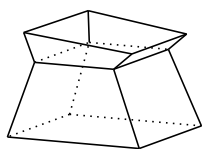
Bát diện đều là khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$. Khi đó $C = 12; D = 6; M = 8$.

Vậy $S = 26$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 184. Số hình đa diện lồi trong các hình dưới đây là



A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Dựa vào các hình đã cho ta có số hình đa diện lồi là 1.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 185. Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?

A. Hình lăng trụ tứ giác đều.

B. Hình bát diện đều.

C. Hình tứ diện đều.

D. Hình lập phương.

Lời giải.

Trong các hình đa diện đã cho chỉ có tứ diện đều là không có tâm đối xứng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 186. Khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$ là khối đa diện nào sau đây?

A. Khối mười hai mặt đều.

B. Khối lập phương.

C. Khối bát diện đều.

D. Khối hai mươi mặt đều.

Lời giải.

Dựa vào lý thuyết các khối đa diện đều.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 187. Hình bát diện đều có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 8.

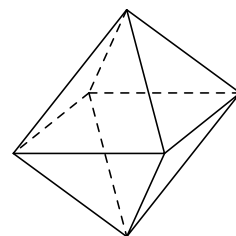
B. 12.

C. 16.

D. 30.

Lời giải.

Hình bát diện ở bên có 12 cạnh.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 188. Trong các khối đa diện đều sau, khối đa diện đều nào là khối đa diện đều loại $\{4; 3\}$?

- A. Khối lập phương. B. Khối hai mươi mặt đều.
C. Khối tứ diện đều. D. Khối bát diện đều.

Lời giải.

Khối đa diện đều loại $\{p, q\}$ là khối đa diện mà

- Mỗi mặt của đa diện có p cạnh.
- Mỗi đỉnh của đa diện là đỉnh chung của q mặt.

Vậy khối đa diện đều loại $\{4, 3\}$ là khối có mặt là tứ giác và mỗi đỉnh là đỉnh chung của ba mặt, nên là khối lập phương.

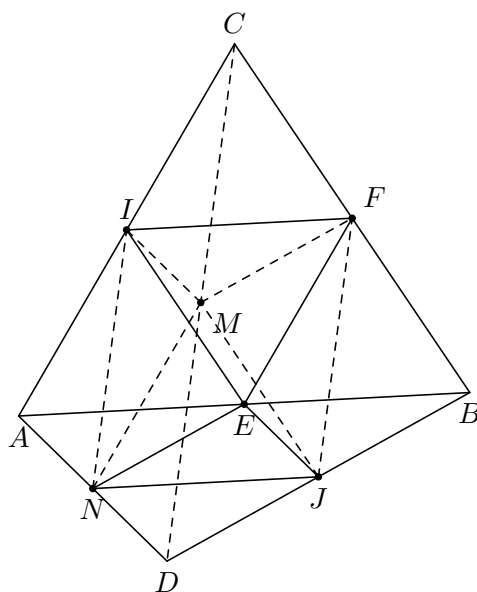
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 189. Trung điểm của tất cả các cạnh của hình tứ diện đều là các đỉnh của khối đa diện nào?

- A. Hình hộp chữ nhật. B. Hình bát diện đều.
C. Hình lập phương. D. Hình tứ diện đều.

Lời giải.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 190. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Hình chóp đều có tất cả các cạnh bằng nhau.
B. Hình chóp đều có các cạnh đáy bằng nhau.
C. Hình chóp đều có các cạnh bên bằng nhau.
D. Tứ diện đều là một hình chóp tam giác đều.

Lời giải.

Khẳng định A sai vì hình chóp đều có các mặt bên là các tam giác cân.

Chọn đáp án **(A)**

□

- Câu 191.** Khối đa diện có mười hai mặt đều có số đỉnh, số cạnh, số mặt lần lượt là
- A. 30, 20, 12. B. 20, 12, 30. C. 12, 30, 20. D. 20, 30, 12.

Lời giải.

Khối đa diện có mười hai mặt đều có số đỉnh, số cạnh, số mặt lần lượt là 20, 30, 12.

Chọn đáp án **D** ☐

- Câu 192.** Khối đa diện đều có 12 mặt thì có số cạnh là

A. 60. B. 30. C. 12. D. 24.

Lời giải.

Khối đa diện đều có 12 mặt thì có số cạnh là 30.

Chọn đáp án **B** ☐

- Câu 193.** Một hình chóp ngũ giác đều có bao nhiêu mặt và bao nhiêu cạnh?

A. 6 mặt và 8 cạnh. B. 5 mặt và 8 cạnh. C. 5 mặt và 10 cạnh. D. 6 mặt và 10 cạnh.

Lời giải.

Một hình chóp ngũ giác đều có 6 mặt và 10 cạnh.

Chọn đáp án **D** ☐

- Câu 194.** Để vẽ biểu diễn một hình chóp tứ giác đều trên giấy cần tối thiểu bao nhiêu nét khuất?

A. Hai nét khuất. B. Ba nét khuất.
C. Không cần nét khuất. D. Một nét khuất.

Lời giải.

Chọn đáp án **C** ☐

- Câu 195.** Có bao nhiêu loại khối đa diện đều?

A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Năm loại khối đa diện đều là tứ diện đều, lục diện đều, bát diện đều, thập nhị diện đều, nhị thập diện đều.

Chọn đáp án **A** ☐

- Câu 196.** Số đỉnh của khối đa diện đều loại $\{5; 3\}$ là

A. 30. B. 15. C. 12. D. 20.

Lời giải.

Khối đa diện đều loại $\{5; 3\}$ là khối mười hai mặt đều có 20 đỉnh.

Chọn đáp án **D** ☐

- Câu 197.** Khối lập phương là khối đa diện đều loại nào?

A. $\{3; 4\}$. B. $\{4; 3\}$. C. $\{5; 3\}$. D. $\{3; 5\}$.

Lời giải.

Khối lập phương là khối đa diện đều loại $\{4; 3\}$, trong đó

- 4 là số cạnh trên một mặt;
- 3 là số mặt chung của một đỉnh.

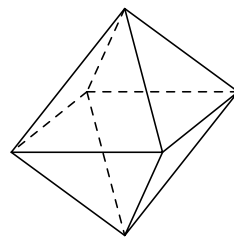
Chọn đáp án **B** ☐

- Câu 198.** Số cạnh của hình bát diện đều là

A. 12. B. 14. C. 8. D. 16.

Lời giải.

Quan sát hình ta thấy có 12 cạnh.



Chọn đáp án **A**

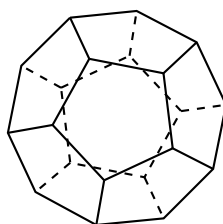


Câu 199. Hình đa diện đều nào dưới đây có tất cả các mặt **không** phải là tam giác đều?

- A. Bát diện đều. B. Hình 20 mặt đều. C. Hình 12 mặt đều. D. Tứ diện đều.

Lời giải.

Hình 12 mặt đều có 12 mặt là các ngũ giác đều.



Chọn đáp án **C**



Câu 200. Trong các khối đa diện đều sau, khối đa diện đều nào là khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$?

- A. Khối hai mươi mặt đều. B. Khối lập phương.
C. Khối tứ diện đều. D. Khối bát diện đều.

Lời giải.

Khối đa diện cần tìm có mỗi mặt là một đa giác đều 3 cạnh, mỗi đỉnh là đỉnh chung của 4 mặt.

Chọn đáp án **D**

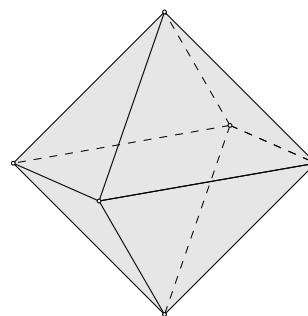


Câu 201. Số cạnh của hình bát diện đều là

- A. 8. B. 6. C. 10. D. 12.

Lời giải.

Hình bát diện đều có 12 cạnh.



Chọn đáp án **D**

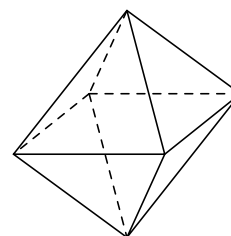


Câu 202. Số cạnh của hình bát diện đều là

- A. 8. B. 6. C. 10. D. 12.

Lời giải.

Hình bát diện đều có 12 cạnh.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 203. Cho các mệnh đề sau:

I. Số cạnh của một khối đa diện lồi luôn lớn hơn hoặc bằng 6.

II. Số mặt của khối đa diện lồi luôn lớn hơn hoặc bằng 5.

III. Số đỉnh của khối đa diện lồi luôn lớn hơn 4.

Trong các mệnh đề trên, những mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A. *II* và *III*.

B. *I* và *II*.

C. Chỉ *I*.

D. Chỉ *II*.

Lời giải.

Khối tứ diện có 4 mặt, 4 đỉnh và 6 cạnh nên khẳng định *II* và *III* sai, khẳng định *I* đúng.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 204. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = 3a^3$.

B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{a^3}{4}$.

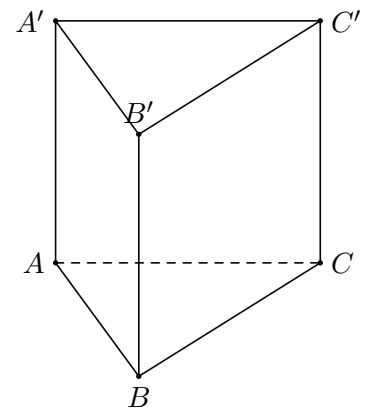
D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

Diện tích đáy $S_{ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Do đó thể tích khối lăng trụ tam giác đều là

$$V = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot a^2\sqrt{3} = 3a^3.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 205. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

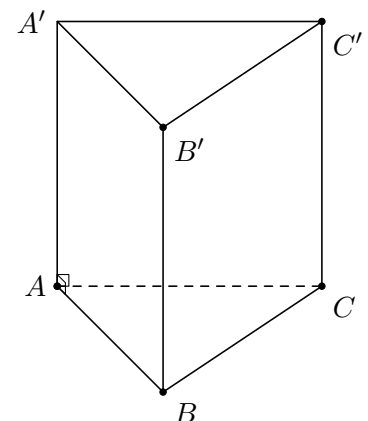
C. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi khối lăng trụ tam giác đều đó là $ABC.A'B'C'$ ta có

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = 3 \cdot \frac{3^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 206. Tính thể tích của khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh a và chiều cao của khối chóp bằng $3a$.

- A. a^3 . B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 3a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 207. Tính thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B .

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = \frac{1}{6}Bh$. C. $V = Bh$. D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ là $V = Bh$.

Chọn đáp án **C** □

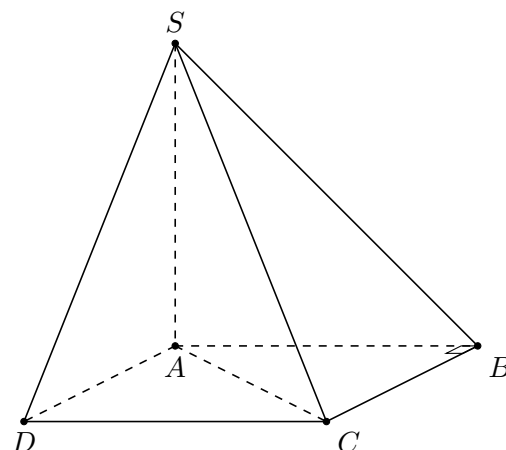
Câu 208. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $2a^3\sqrt{3}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\triangle ABC$ vuông tại B
nên $S_{ABC} = \frac{1}{2}BA \cdot BC = \frac{1}{2}BA \cdot AD = a^2$.

Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **D** □

Câu 209. Tìm diện tích hình vuông $ABCD$ có cạnh $2a$.

- A. $S = a^2$. B. $S = 2a^2$. C. $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. D. $S = 4a^2$.

Lời giải.

Diện tích hình vuông $ABCD$ bằng $AB^2 = 4a^2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 210. Tính thể tích khối lập phương có cạnh $a\sqrt{3}$.

- A. $3a^3$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $a^3\sqrt{27}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối lập phương cạnh $a\sqrt{3}$ là $(a\sqrt{3})^3 = a^3\sqrt{27}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 211. Tính thể tích của khối chóp biết diện tích đáy là $a^2\sqrt{2}$ và chiều cao là $a\sqrt{3}$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $a^3\sqrt{2}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $a^3\sqrt{6}$.

Lời giải.

Ta có công thức tính thể tích khối chóp là

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot B = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 212. Khối chóp có diện tích đáy là S và chiều cao là h thì thể tích của khối chóp đó là

- A. $\frac{1}{2}S \cdot h$. B. $\frac{1}{3}S \cdot h$. C. $S \cdot h$. D. $\frac{1}{6}S \cdot h$.

Lời giải.

Ta có công thức tính thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 213. Tính thể tích của khối lăng trụ biết diện tích đáy là $2a^2$ và chiều cao là $3a$.

- A. $V = \frac{2}{3}a^3$. B. $3a^3$. C. $2a^3$. D. $6a^3$.

Lời giải.

Công thức tính thể tích khối lăng trụ là

$$V = S \cdot h = 2a^2 \cdot 3a = 6a^3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 214. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là S và chiều cao là h thì thể tích của khối lăng trụ đó là

- A. $S \cdot h$. B. $\frac{1}{3}S \cdot h$. C. $\frac{1}{2}S \cdot h$. D. $\frac{1}{2}S \cdot h$.

Lời giải.

Ta có công thức tính thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 215. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy $ABCD$ và $SD = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $V = a^3\sqrt{3}$. B. $3a^3$. C. a^3 . D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

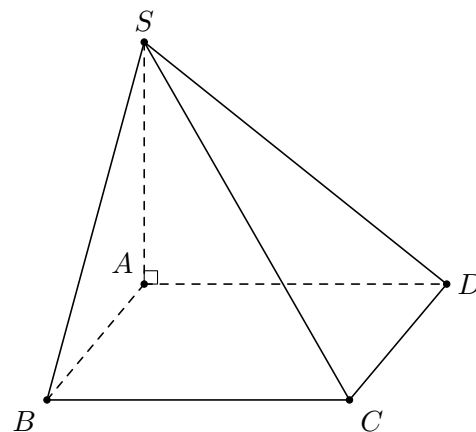
Lời giải.

Xét $\triangle SAD$ vuông tại D , ta có

$$SA = \sqrt{SD^2 - AD^2} = a\sqrt{3}.$$

Thể tích khối chóp là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 216. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a ($a > 0$), tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, AD . Tính diện tích đáy $MNDC$ của khối chóp $S.MNDC$.

A. $\frac{a^2}{8}$.

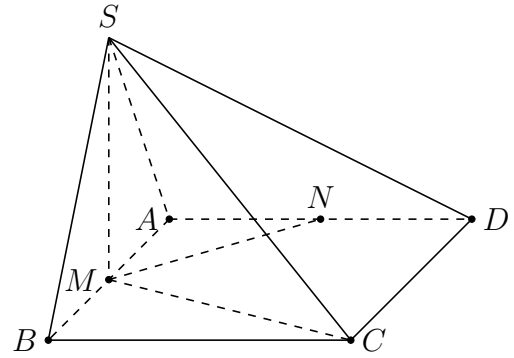
B. $\frac{a^2}{2}$.

C. $\frac{5a^2}{8}$.

D. $\frac{a^2}{4}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} S_{MNDC} &= S_{ABCD} - S_{AMN} - S_{BCM} \\ &= a^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{5a^2}{8}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 217. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Gọi N là trung điểm của AB . Đường cao của khối chóp $S.ABCD$ là

A. SN .

B. SI .

C. SA .

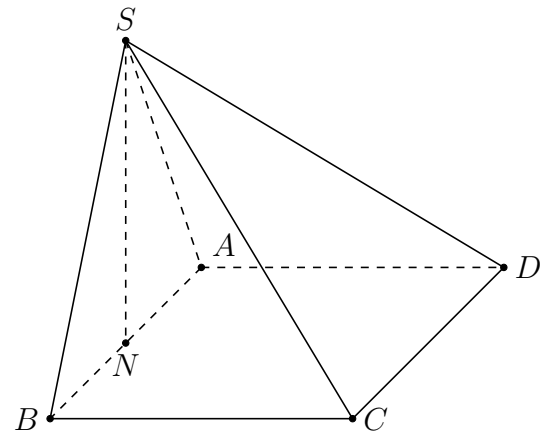
D. SM .

Lời giải.

Tam giác SAB đều và N là trung điểm của AB nên

$SN \perp AB$.

$$\text{Vì } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SN \perp (ABCD). \\ SN \subset (SAB), SN \perp AB \end{cases}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 218. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của $\triangle ABC$, góc giữa AA' và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\widehat{A'AG}$.

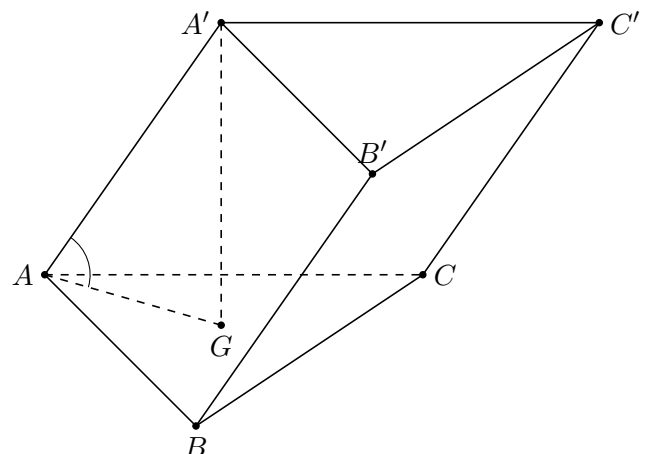
B. $\widehat{A'AC}$.

C. $\widehat{A'GA}$.

D. $\widehat{A'AB}$.

Lời giải.

Từ $A'G \perp (ABC) \Rightarrow AG$ là hình chiếu vuông góc của AA' lên mặt phẳng (ABC) , suy ra $(AA', (ABC)) = \widehat{(AA', AG)} = \widehat{A'AG}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 219. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $SA = AC = a$ ($a > 0$) và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính diện tích tam giác ABC .

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

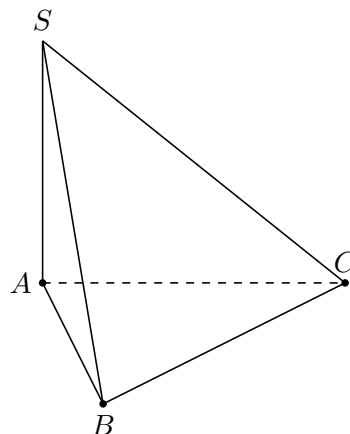
D. $\frac{a^2}{8}$.

Lời giải.

Trong $\triangle ABC$, $\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lại có: $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \frac{a}{2}$.

Vậy $S_{ABC} = \frac{1}{2}BA \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 220. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , có $AB = AD = a$, $CD = 2a$ ($a > 0$). Gọi I, K lần lượt là trung điểm AD và AB , các mặt phẳng (SCI) và (SBI) cùng vuông góc với mặt đáy. Đường cao của khối chóp $S.ABCD$ là

A. SD .

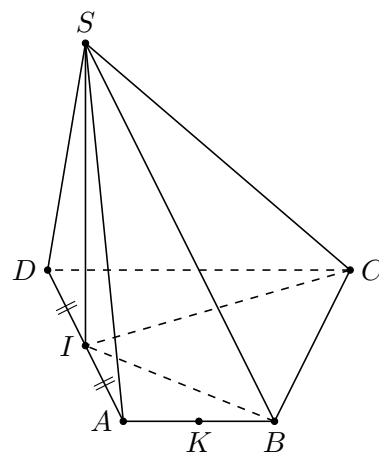
B. SK .

C. SI .

D. SA .

Lời giải.

$$\text{Từ } \begin{cases} (SCI) \perp (ABCD) \\ (SBI) \perp (ABCD) \\ (SCI) \cap (SBI) = SI \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD).$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 221. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật $AD = 2a$, $AB = a$ ($a > 0$), có (SAB) và (SAD) vuông góc đáy và góc SC và đáy bằng 30° . Thể tích khối chóp là

A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{9}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

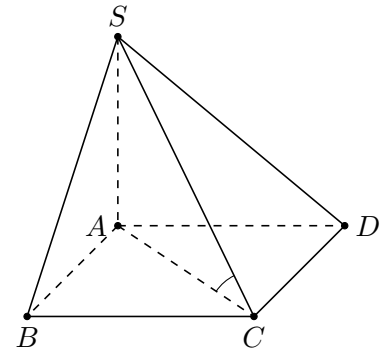
$$\text{Từ } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$$

Suy ra AC là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$. Hay $(SC, (ABCD)) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA} = 30^\circ$.

$$\text{Ta có } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{5}.$$

$$\text{Trong } \triangle SAC \text{ có } \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{3}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{3} \cdot 2a^2 = \frac{2a^3\sqrt{15}}{9}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 222. Cho khối chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông cân tại C , $CA = a$, (SAB) vuông góc với (ABC) và diện tích tam giác SAB bằng $\frac{a^2}{2}$. Tính độ dài đường cao SH của khối chóp $S.ABC$.

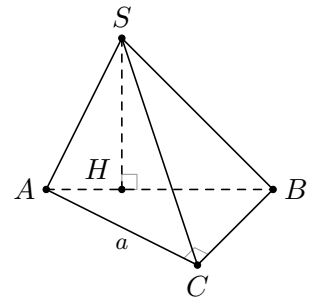
A. a .B. $2a$.C. $a\sqrt{2}$.D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Vì ABC là tam giác vuông cân tại C nên $AB = a\sqrt{2}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên AB , vì $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

$$\text{Ta có } S_{SAB} = \frac{1}{2} SH \cdot AB = \frac{a^2}{2} \Rightarrow SH = \frac{a^2}{AB} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

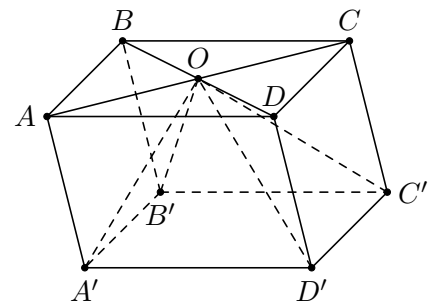
Câu 223. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Tính tỉ số thể tích của khối chóp $O.A'B'C'D'$ và khối hộp đã cho.

A. $\frac{1}{3}$.B. $\frac{1}{6}$.C. $\frac{1}{2}$.D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Khối chóp $O.A'B'C'D'$ và khối hộp đã cho có cùng đáy là tứ giác $A'B'C'D'$ và cùng chiều cao là khoảng cách từ O đến $(A'B'C'D')$

$$\text{nên } V_{O.A'B'C'D'} = \frac{1}{3} V_{ABCD.A'B'C'D'}. \text{ Vậy } \frac{V_{O.A'B'C'D'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 224. Tính thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng a .

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.

Xét khối tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a .

Gọi M, H lần lượt là trung điểm của CD , trọng tâm $\triangle BCD$.

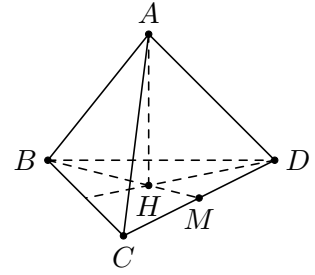
$$\text{Khi đó } \begin{cases} AH \perp (BCD) \\ \triangle BCD \text{ đều} \Rightarrow BM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, BH = \frac{a\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

$$\text{Do đó, } AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}, S_{BCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{BCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□



Câu 225. Cho khối tứ diện $ABCD$ có $DB = DC = BC = CA = a$. Hai mặt (ABC) và (ADC) cùng vuông góc với mặt (DBC) . Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

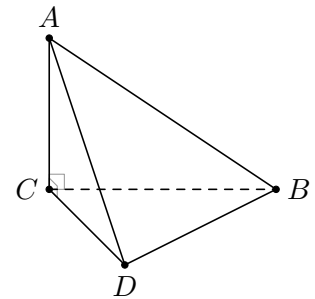
Vì hai mặt (ABC) và (ADC) cùng vuông góc với mặt (DBC) nên $AC \perp (BCD)$.

$$\text{Lại có } \triangle BCD \text{ là tam giác đều nên } S_{BCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AC \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 226. Tính thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

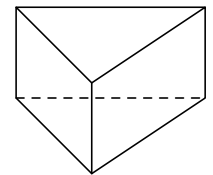
Lời giải.

Đây là khối lăng trụ đứng có chiều cao $h = a$ và đáy là tam giác đều cạnh a .

$$\text{Vậy } V = h \cdot S_{\text{đáy}} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3.$$

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 227. Cho khối chóp $S.ABC$. Gọi A', B' lần lượt là trung điểm SA và SB . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'$ và $S.ABC$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

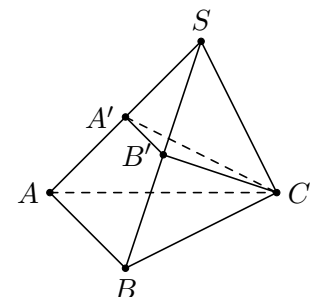
D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□



Câu 228. Ba kích thước của một hình hộp chữ nhật lần lượt là x cm, $2x$ cm, $4x$ cm, với $x > 0$. Thể tích của khối hộp đã cho là 512 cm^3 . Khi đó x bằng

A. 6 cm.

B. 3 cm.

C. 2 cm.

D. 4 cm.

Lời giải.

Ta có $V = x \cdot 2x \cdot 4x = 8x^3$.

Từ giả thiết, ta được: $8x^3 = 512 \Leftrightarrow x = 4$ cm.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 229. Cho khối chóp tam giác có chiều cao 10 dm, diện tích đáy 300 dm^2 . Tính thể tích khối chóp đó.

A. 1 m^3 .B. 3000 dm^3 .C. 1000 dm^2 .D. 3000 dm^2 .

Lời giải.

Gọi V là thể tích khối chóp, h là chiều cao và S là diện tích đáy.

Khi đó $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S \Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 300 \Leftrightarrow V = 1000 \text{ (dm}^3\text{)}$.

Do đó $V = 1 \text{ (m}^3\text{)}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 230. Thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết đáy là ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$ và biết cạnh bên của lăng trụ bằng a .

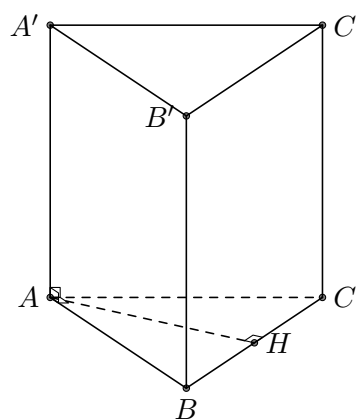
A. $4a^3$.B. $\frac{a^3}{3}$.C. $\frac{4a^3}{3}$.D. a^3 .

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC , do giả thiết suy ra $AH \perp BC$ và $AH = \frac{BC}{2}$. Suy ra $AH = a$.

Gọi V là thể tích lăng trụ suy ra

$$\begin{aligned} V &= AA' \cdot S_{\triangle ABC} \\ &= \frac{1}{2} \cdot AA' \cdot AH \cdot BC \\ &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot 2a = a^3. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 231. Tính thể tích khối lập phương biết độ dài đường chéo bằng a .

A. a^3 .B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{27}$.C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{8}$.

Lời giải.

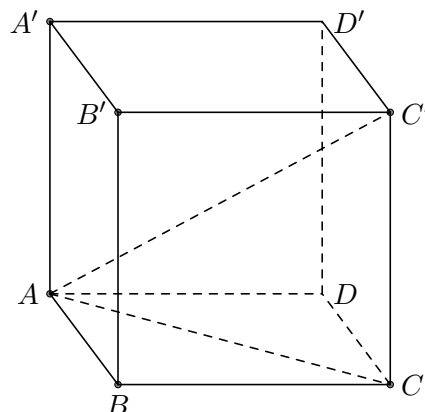
Giả sử cạnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài là x (với $x > 0$). Khi đó $AC' = x\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông ACC' ta có

$$AC'^2 = AC^2 + CC'^2 \Leftrightarrow a^2 = 2x^2 + x^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Gọi V là thể tích của khối lập phương khi đó

$$V = x^3 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 232. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng a^3 . Tính chiều cao của khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{3}{a}$.

B. $3a$.

C. a .

D. $\frac{a}{3}$.

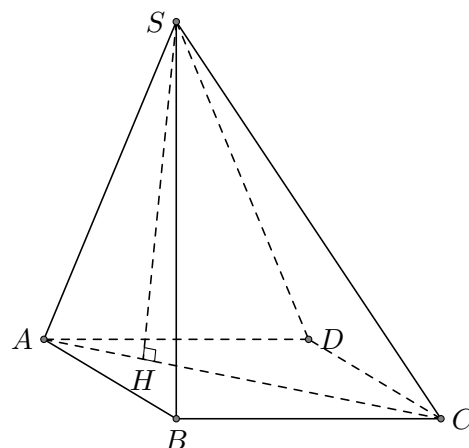
Lời giải.

Trong mặt phẳng (SAC) kẻ $SH \perp AC$ ($H \in AC$).

Vì $(SAC) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$ hay SH là chiều cao khối chóp $S.ABC$.

Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$ suy ra $V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_d$.

Do giả thiết suy ra $a^3 = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot a^2 \Leftrightarrow SH = 3a$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 233. Một viên gạch dạng khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 3 cm, 10 cm, 20 cm. Tính thể tích viên gạch đó.

A. 300 cm^3 .

B. 200 cm^3 .

C. 600 cm^3 .

D. 1200 cm^3 .

Lời giải.

Gọi a, b, c là ba kích thước của khối hộp chữ nhật và V là thể tích.

Khi đó $V = a \cdot b \cdot c$ suy ra $V = 3 \cdot 10 \cdot 20 = 600 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 234. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$, $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $V = \frac{a^3}{4}$.

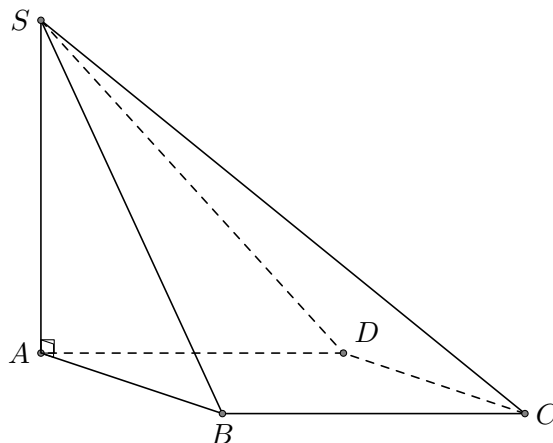
C. $V = \sqrt{3}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Lời giải.

Gọi V là thể tích khối chóp, do $SA \perp (ABCD)$ suy ra

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_d = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3}a \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 235. Tính thể tích khối rubic lập phương có cạnh bằng 8 cm (Bỏ các khe hở của khối rubic, xem thể tích của khe hở không đáng kể).

A. 24 cm^3 .

B. 8 cm^3 .

C. 512 cm^3 .

D. $\frac{512}{3} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Gọi V là thể tích khối rubic ta có $V = 8^3 = 512 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 236. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = \sqrt{3}a$, ABC là tam giác đều cạnh a . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$.

B. $V = \frac{3a^3}{4}$.

C. $V = \frac{a^2}{4}$.

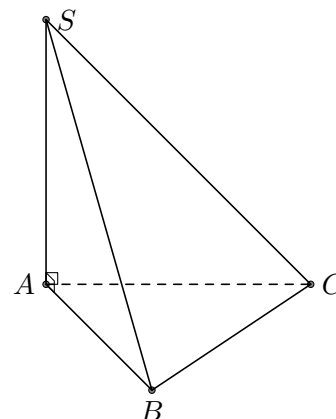
D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi V là thể tích khối chóp.

Do $SA \perp (ABC)$ suy ra

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{3}a \cdot a^2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^3}{4}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 237. Tính thể tích V của khối lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{2}$.

A. $V = 2a^3$.

B. $V = a^3\sqrt{2}$.

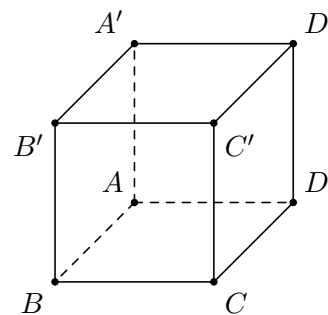
C. $V = 2a^3\sqrt{2}$.

D. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = (a\sqrt{2})^3 = 2a^3\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 238. Tính chiều cao h của một khối chóp có thể tích $\frac{2a^3}{9}$ và diện tích đáy $2a^2$.

A. $h = \frac{2a}{3}$.

B. $h = \frac{a}{3}$.

C. $h = \frac{a}{9}$.

D. $h = \frac{4a}{3}$.

Lời giải.

Ta có $V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{\text{đáy}}$.

$$\Rightarrow h = \frac{3V_{\text{chóp}}}{S_{\text{đáy}}} = \frac{3 \cdot \frac{2a^3}{9}}{2a^2} = \frac{a}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 239. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{3}$.

B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{2a^3}{3}$.

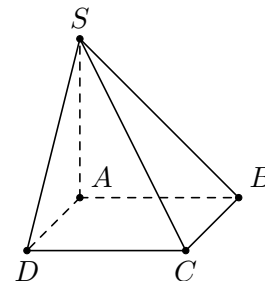
D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S = a^2$.

Thể tích khối chóp đã cho là

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a = \frac{a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 240. Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 24 cm^2 , chiều cao bằng 3 cm thì có thể tích bằng

A. 24 cm^3 .

B. 72 cm^3 .

C. 8 cm^3 .

D. 126 cm^3 .

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ cần tìm là $V = 24 \cdot 3 = 72 (\text{cm}^3)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 241. Nếu ba kích thước của một khối hộp chữ nhật tăng lên 3 lần thì thể tích của nó tăng lên bao nhiêu lần?

A. 3 lần.

B. 9 lần.

C. 18 lần.

D. 27 lần.

Lời giải.

Gọi a, b, c lần lượt là ba kích thước của khối hộp chữ nhật. Thể tích khối hộp chữ nhật là $V_0 = abc$. Ba kích thước của khối hộp tăng lên 3 lần suy ra $V = (3a) \cdot (3b) \cdot (3c) = 27abc = 27V_0$. Vậy thể tích khối hộp tăng lên 27 lần.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 242. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $8a^3$. B. $\frac{16a^3}{3}$. C. $4a^3$. D. $16a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ là $V = B \cdot h$.

Với $B = (a\sqrt{2})^2 = 2a^2$. Vậy $V = 2a^2 \cdot 4a = 8a^3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 243. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = 2a^3\sqrt{2}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{3}{4}a^3$. D. $S = \frac{1}{2}a^3$.

Lời giải.

Ta có thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4a^2 = a^3$

Chọn đáp án (B) □

Câu 244. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích V của khối chóp đã cho là

- A. $V = 4a^3$. B. $V = \frac{2}{3}a^3$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{4}{3}a^3$.

Lời giải.

$V = \frac{1}{3}S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3}a^2 \cdot 2a = \frac{2}{3}a^3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 245. Cho khối tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = a, OB = b, OC = c$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $V = \frac{1}{6}abc$. B. $V = \frac{1}{3}abc$. C. $V = \frac{1}{2}abc$. D. $V = 3abc$.

Lời giải.

Ta có $V = V_{A.OBC} = \frac{1}{3}S_{\triangle OBC} \cdot AO = \frac{1}{6}abc$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 246. Khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh lần lượt là $2a, 3a$ và $4a$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

- A. $V = 20a^3$. B. $V = 24a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 18a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = 2a \cdot 3a \cdot 4a = 24a^3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 247. Khối đa diện nào sau đây có công thức tính thể tích là $V = \frac{1}{3}B \cdot h$ (với B là diện tích đáy, h là chiều cao)?

- A. Khối lăng trụ. B. Khối chóp.
C. Khối lập phương. D. Khối hộp chữ nhật.

Lời giải.

Với B là diện tích đáy, h là chiều cao ta có thể tích của khối lăng trụ là $V = B \cdot h$, thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3}B \cdot h$.

Thể tích của khối lập phương có cạnh a là $V = a^3$.

Thể tích của khối hộp chữ nhật với ba kích thước a, b, c là $V = a \cdot b \cdot c$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 248. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

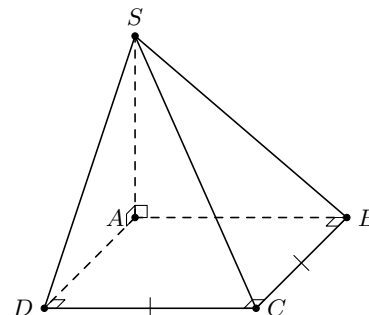
C. $a^3\sqrt{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp là

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA \\ &= \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} \\ &= \frac{a^3\sqrt{2}}{3}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án (D)

□

Câu 249. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC = a\sqrt{3}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

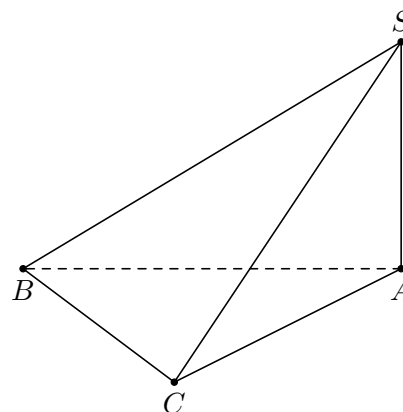
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Ta có $(SAB) \perp (ABC), (SAC) \perp (ABC)$ nên $SA \perp (ABC)$.

Mà $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a\sqrt{2}$ nên suy ra

$$V_{S.ABC} = \frac{S_{ABC} \cdot SA}{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$



Chọn đáp án (A)

□

Câu 250. Thể tích khối lăng trụ có diện tích bằng B và chiều cao bằng h là

A. $V = \frac{1}{3}Bh$.

B. $V = \frac{1}{2}Bh$.

C. $V = Bh$.

D. $V = \frac{4}{3}Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ có diện tích bằng B và chiều cao bằng h là $V = Bh$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 251. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a, SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD), SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

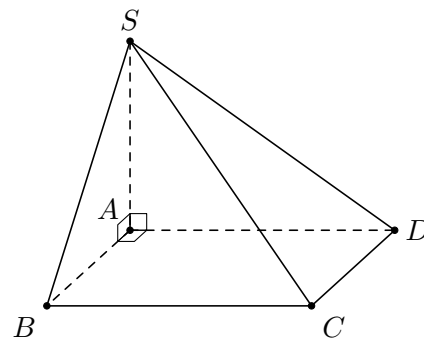
B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 2a^2$.
 Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 252. Gọi S là diện tích đáy, h là chiều cao. Thể tích khối lăng trụ là

A. $V = \frac{1}{3}S \cdot h$. B. $V = \frac{1}{6}S \cdot h$. C. $V = S \cdot h$. D. $V = \frac{1}{2}S \cdot h$.

Lời giải.

Theo lý thuyết, thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h , diện tích đáy S là $V = S \cdot h$.

Chọn đáp án **C**

□

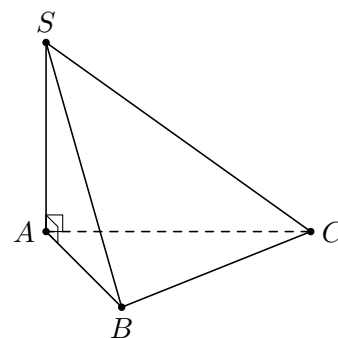
Câu 253. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ với ABC là tam giác đều cạnh a . $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{a^3}{4}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 254. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

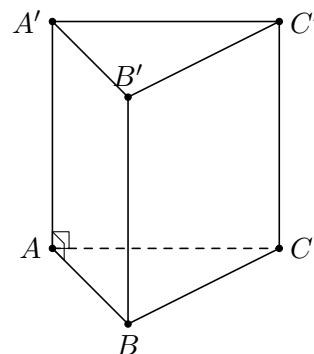
A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 255. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích bằng B là

A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{6}Bh$. C. $V = \frac{1}{3}Bh$. D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải.

Theo lý thuyết, thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy B là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 256. Tính diện tích toàn phần của hình lập phương có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{12}$.

A. 18.

B. 24.

C. 12.

D. 16.

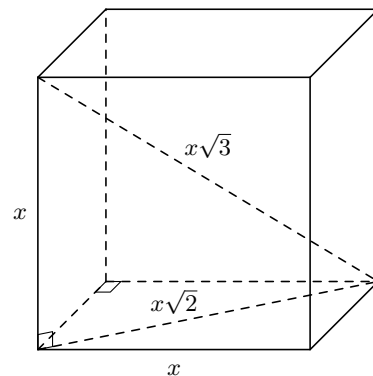
Lời giải.

Gọi độ dài cạnh của hình lập phương là x .

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Độ dài đường chéo là } x\sqrt{3} \\ \text{Diện tích toàn phần của hình lập phương là } 6x^2. \end{cases}$$

Do đó, $x\sqrt{3} = \sqrt{12} \Rightarrow x = 2$.

$\Rightarrow$ Diện tích toàn phần của hình lập phương là $6 \cdot 2^2 = 24$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 257. Tính thể tích V của khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh bằng 6 và chiều cao bằng 5.

A. $V = 180$.B. $V = 150$.C. $V = 60$.D. $V = 50$.**Lời giải.**

Ta có $V = B \cdot h$ với $h = 5$ và $B = 6^2 = 36$. Do đó $V = 180$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 258. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Biết rằng thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính độ dài cạnh đáy của khối chóp $S.ABC$.

A. $2a\sqrt{3}$.B. $3a\sqrt{3}$.C. $2a$.D. $2a\sqrt{2}$.**Lời giải.**

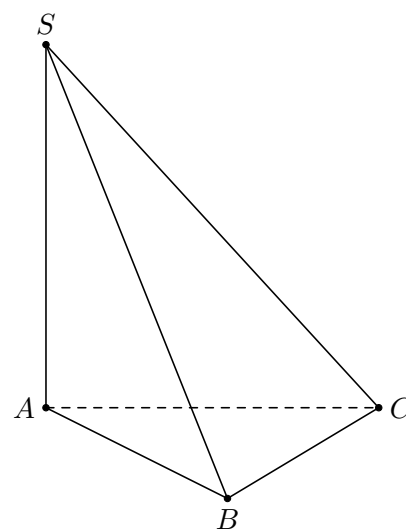
Ta có

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABC}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{3V_{S.ABC}}{SA} = 3\sqrt{3}a^2$$

$$\Rightarrow \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}a^2$$

$$\Rightarrow AB = 2a\sqrt{3} = BC = AC.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 259. Tính thể tích V của khối lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng 1 và cạnh bên bằng 2.

- A. $V = 1$. B. $V = 2$. C. $V = \frac{\sqrt{14}}{6}$. D. $V = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h = 1 \cdot 1 \cdot 2 = 2.$$

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 260. Tính tổng diện tích các mặt của một khối hai mươi mặt đều cạnh 2.

- A. $10\sqrt{3}$. B. 10. C. $20\sqrt{3}$. D. 20.

Lời giải.

$$\text{Tổng diện tích cần tìm là } 20 \cdot \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = 20\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 261. Nếu ba kích thước của một khối chữ nhật đều tăng lên 4 lần thì thể tích của nó tăng lên

- A. 4 lần. B. 64 lần. C. 16 lần. D. 192 lần.

Lời giải.

Sau khi thay đổi kích thước, thể tích của khối hộp chữ nhật tăng lên $4^3 = 64$ lần.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 262. Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

- A. $V = \frac{1}{2}Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{3}Bh$. D. $V = 3Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 263. Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

- A. $8a^3$. B. $2a^3$. C. a^3 . D. $6a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng $(2a)^3 = 8a^3$.

Chọn đáp án (A) ☐

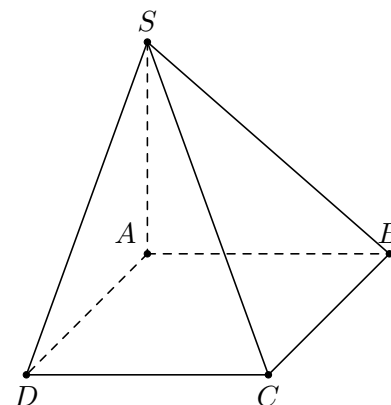
Câu 264. Cho hình khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = 3a$ và vuông góc với đáy. Khi đó thể tích khối chóp là

- A. a^3 . B. $\frac{a^3}{3}$. C. $3a^3$. D. $6a^3$.

Lời giải.

Diện tích đáy là $B = a^2$.

$$\text{Thể tích } V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 3a = a^3.$$



Chọn đáp án (A) ☐

Câu 265. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = 4a$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

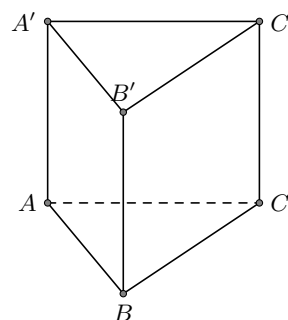
- A. a^3 . B. $2\sqrt{3}a^3$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

Do lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng $\Rightarrow AA' \perp (ABC)$, suy ra $AA' = 4a$ là chiều cao của lăng trụ đã cho.

Do $\triangle ABC$ đều, suy ra diện tích đáy $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ $V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = 4a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = a^3\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 266. Khối lăng trụ có diện tích đáy là S và chiều cao là h thì thể tích của khối lăng trụ đó là

- A. $\frac{1}{3} \cdot S \cdot h$. B. $\frac{1}{2} S \cdot h$. C. $S \cdot h$. D. $\frac{1}{6} S \cdot h$.

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích khối lăng trụ là $V = S \cdot h$.

Chọn đáp án **C**

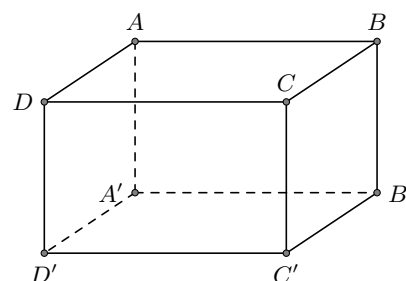
□

Câu 267. Thể tích khối hộp chữ nhật có chiều dài ba kích thước là 2 cm, 3 cm, 4 cm là

- A. 24 cm^3 . B. 9 cm^3 . C. 18 cm^3 . D. 30 cm^3 .

Lời giải.

Thể tích khối hộp chữ nhật là $V = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^3$.



Chọn đáp án **A**

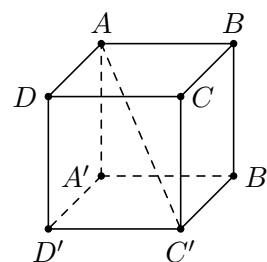
□

Câu 268. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC' = 2a\sqrt{3}$.

- A. $V = 8a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. D. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Gọi $x > 0$ là độ dài cạnh của hình lập phương. Ta có đường chéo hình lập phương $AC' = x\sqrt{3} = 2a\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 2a$. Vậy thể tích hình lập phương là $V = x^3 = 8a^3$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 269. Viết công thức tính thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao có độ dài là h .

A. $V = B^2h$.

B. $V = Bh$.

C. $V = \frac{1}{3}Bh$.

D. $V = 3Bh$.

Lời giải.Chọn đáp án (B) □

Câu 270. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 2a$, tam giác ABC vuông tại B có $AB = a$, $BC = 2a$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $2a^3$.

B. $\frac{2a^3}{3}$.

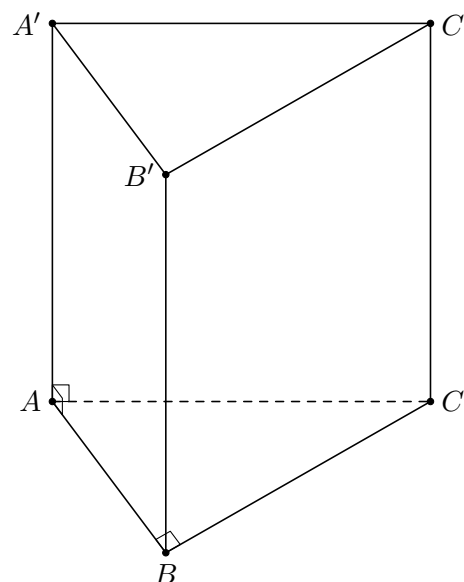
C. $\frac{4a^3}{3}$.

D. $4a^3$.

Lời giải.

Do giả thiết $AA' \perp (ABC)$ và gọi V là thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ ta có

$$V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AA' \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a \cdot 2a = 2a^3.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 271. Hình chóp $S.ABC$ có chiều cao $h = a$, diện tích tam giác ABC là $3a^2$. Tính thể tích hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. a^3 .

C. $\frac{3a^3}{2}$.

D. $3a^3$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích khối chóp } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 3a^2 = a^3.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 272. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều. Nếu tăng độ dài cạnh đáy lên 2 lần và độ dài đường cao không đổi thì thể tích $S.ABC$ tăng lên bao nhiêu lần?

A. 3.

B. 4.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 2.

Lời giải.

Nếu tăng độ dài cạnh đáy lên 2 lần thì diện tích đáy tăng lên 4 lần, mà chiều cao có độ dài không đổi nên thể tích $S.ABC$ tăng lên 4 lần.

Chọn đáp án (B) □

Câu 273. Thể tích của khối chóp có diện tích mặt đáy bằng B , chiều cao bằng h được tính bởi công thức

A. $V = \frac{1}{3}Bh$.

B. $V = Bh$.

C. $V = \frac{1}{2}Bh$.

D. $V = 3Bh$.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp có diện tích mặt đáy bằng B , chiều cao bằng h được tính bởi công thức

$$V = \frac{1}{3}Bh.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 274. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = a, OB = b, OC = c$. Tính thể tích của khối tứ diện $OABC$.

A. $V = \frac{abc}{3}$.

B. $V = abc$.

C. $V = \frac{abc}{6}$.

D. $V = \frac{abc}{2}$.

Lời giải.

Do $\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC) \Rightarrow d(A, (OBC)) = OA$.

Suy ra thể tích khối chóp $A.OBC$ là

$$V_{O.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_D \cdot h = \frac{1}{3} S_{\triangle OBC} \cdot OA \quad (1).$$

Do $\triangle OBC$ vuông tại $O \Rightarrow$ diện tích $\triangle OBC$ là

$$S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{2} a \cdot a = \frac{a^2}{4} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V_{OABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{6}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 275. Hình chóp $S.ABC$ có chiều cao $h = a$, diện tích tam giác ABC là $3a^2$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. a^3 .

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{3a^3}{2}$.

D. $3a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3a^2 \cdot a = a^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 276. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{3} Bh$.

B. $V = \frac{1}{2} Bh$.

C. $V = \frac{1}{6} Bh$.

D. $V = Bh$.

Lời giải.

Công thức thể tích khối lăng trụ $V = Bh$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 277. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết $AB = a, BC = 2a, AA' = 2a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = 4a^3\sqrt{3}$.

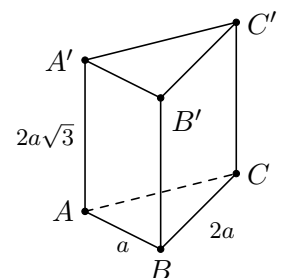
C. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} V &= S_{ABC} \cdot AA' \\ &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot 2a\sqrt{3} \\ &= 2a^3\sqrt{3}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 278. Thể tích khối chóp có độ dài đường cao bằng 6, diện tích đáy bằng 8 là

A. 12.

B. 48.

C. 16.

D. 24.

Lời giải.

Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 6 = 16$.

Chọn đáp án **C**

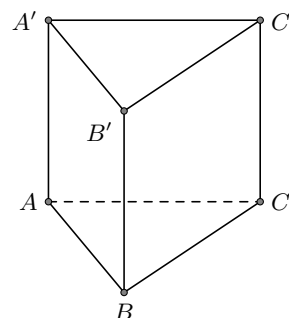
□

Câu 279. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng $3a$ bằng

A. $\frac{27\sqrt{3}a^3}{4}$.B. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{4}$.C. $\frac{27\sqrt{3}a^3}{2}$.D. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{2}$.**Lời giải.**

Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều là

$$V = B \cdot h = 3a \cdot \frac{(3a)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}a^3}{4} \text{ (đvtt)}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 280. Hình tứ diện đều có bao nhiêu trục đối xứng?

A. 0.

B. 1.

C. 3.

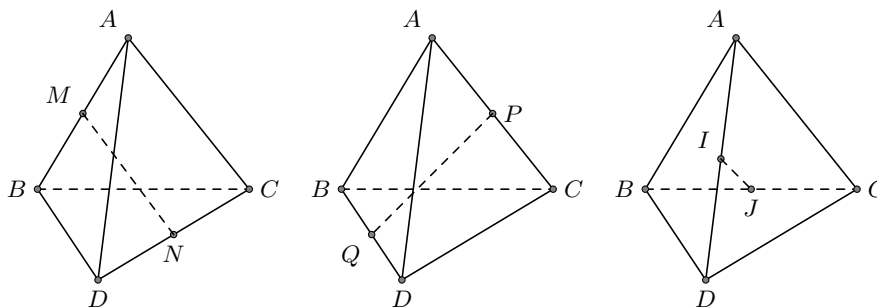
D. 2.

Lời giải.

Gọi S là tập hợp các đỉnh của khối tứ diện đều $ABCD$.

Giả sử d là trục đối xứng của tứ diện đã cho, phép đối xứng trục d biến S thành chính S nên d phải là trung trục của ít nhất một đoạn thẳng nối hai đỉnh bất kỳ của tứ diện.

Vậy tứ diện đều có 3 trục đối xứng là các đường thẳng nối trung điểm của các cặp cạnh đối diện.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 281. Tính thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $\frac{a^3}{2}$.B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.**Lời giải.**

Khối lăng trụ tam giác đều là khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều. Mà tất cả các cạnh của lăng trụ bằng a nên thể tích khối lăng trụ là $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 282. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

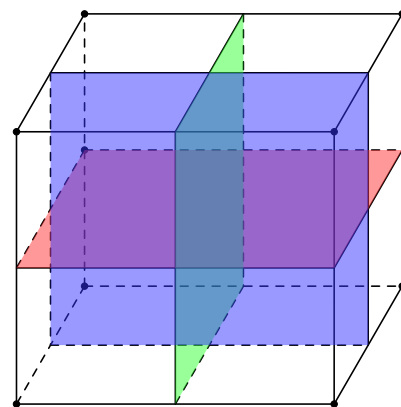
B. 9.

C. 3.

D. 6.

Lời giải.

Có 3 mặt phẳng đối xứng như hình vẽ.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 283. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

- A. $V = 3\sqrt{2}a^3$. B. $V = \sqrt{2}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{4}$.

Lời giải.

Gọi h , S lần lượt là chiều cao và diện tích đáy của hình lăng trụ.

Ta có $V = h \cdot S = a\sqrt{6} \cdot a^2\sqrt{3} = 3\sqrt{2}a^3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 284. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = \frac{1}{6}Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = Bh$.

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích khối lăng trụ là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 285. Khi tăng độ dài tất cả các cạnh của một khối hộp chữ nhật lên gấp 3 thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ

- A. tăng 6 lần. B. tăng 18 lần. C. tăng 9 lần. D. tăng 27 lần.

Lời giải.

Gọi a, b, c là 3 kích thước ban đầu của hình hộp chữ nhật.

Ta có thể tích ban đầu của khối hộp $V = abc$.

Khi tăng tất cả các cạnh lên 3 lần, ta có thể tích lúc sau $V' = (3a)(3b)(3c) = 27V$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 286. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Hai khối đa diện có thể tích bằng nhau thì bằng nhau.
 B. Hai khối đa diện có chiều cao bằng nhau thì thể tích bằng nhau.
 C. Hai khối chóp có hai đáy là hai tam giác đều bằng nhau thì thể tích bằng nhau.
 D. Hai khối đa diện bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

Lời giải.

Hai khối đa diện bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 287. Một khối lăng trụ thể tích V , diện tích đáy S . Tính chiều cao h của khối lăng trụ đó.

- A. $h = \frac{V}{6S}$. B. $h = \frac{V}{3S}$. C. $h = \frac{V}{S}$. D. $h = \frac{3V}{S}$.

Lời giải.

Gọi thể tích là V , diện tích đáy là S , chiều cao là h .

Ta có thể tích khối lăng trụ là $V = hS \Rightarrow h = \frac{V}{S}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 288. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **không đúng**?

A. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy là S và chiều cao h là $V = Sh$.

B. Khối hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c có thể tích là $V = abc$.

C. Khối lập phương có cạnh bằng a có thể tích là $V = a^3$.

D. Thể tích khối chóp có diện tích đáy là S và chiều cao h là $V = Sh$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp có diện tích đáy là S và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}Sh$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 289. Nếu ba kích thước của một khối hộp chữ nhật tăng lên k lần thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ

A. tăng k^2 lần.

B. tăng k lần.

C. tăng k^3 lần.

D. tăng $3k^3$ lần.

Lời giải.

Gọi V, V' lần lượt là thể tích khối hộp chữ nhật trước và sau khi tăng.

Độ dài ba cạnh lần lượt là a, b, c .

Khi đó $V = abc$ và $V' = (ka)(kb)(kc) = k^3V$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 290. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 5a, AB = 3a, AC = 4a, \widehat{BAC} = 60^\circ, SA$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Thể tích khối chóp $S.ABC$ tính theo a là

A. $\frac{15\sqrt{3}a^3}{4}$.

B. $5\sqrt{3}a^3$.

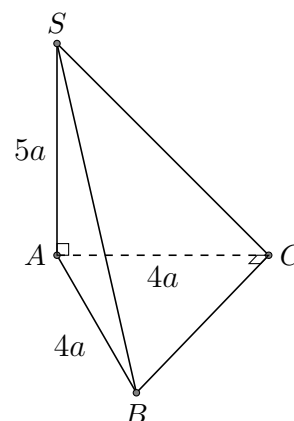
C. $3\sqrt{3}a^3$.

D. $15\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot 5a \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 4a \cdot \sin 60^\circ = 5\sqrt{3}a^3.$$



Chọn đáp án **B** □

Câu 291. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{3}$.

B. $V = \frac{3a^3}{2}$.

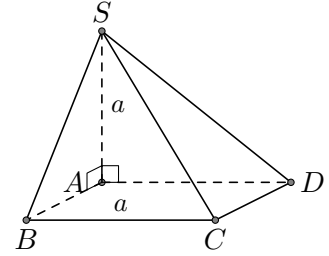
C. $V = \frac{a^3}{6}$.

D. $V = a^3$.

Lời giải.

Diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3}a^3$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 292. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính và chiều cao đều bằng 3.

- A. $V = 9\pi$. B. $V = 12\pi$. C. $V = 3\pi$. D. $V = 27\pi$.

Lời giải.

Công thức thể tích khối trụ $V = Bh = \pi R^2 h = \pi 3^2 \cdot 3 = 27\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 293. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy, thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $\frac{2}{3}a^3$. Tính theo a cạnh của hình vuông $ABCD$.

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $2a$. D. a .

Lời giải.

Do $SA \perp (ABCD)$ nên SA là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$.

Có $S_{ABCD} = \frac{3V_{S.ABCD}}{SA} \Leftrightarrow AB^2 = a^2 \Leftrightarrow AB = a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 294. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $30a^2$ và thể tích là $150a^3$. Tính theo a khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy của khối lăng trụ đã cho.

- A. $h = 5$. B. $h = 5a$. C. $h = \frac{a}{5}$. D. $h = 15a$.

Lời giải.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy của khối lăng trụ chính là chiều cao của nó.

Ta có $h = \frac{V}{S_{\text{đáy}}} = \frac{150a^3}{30a^2} = 5a$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 295. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 3a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

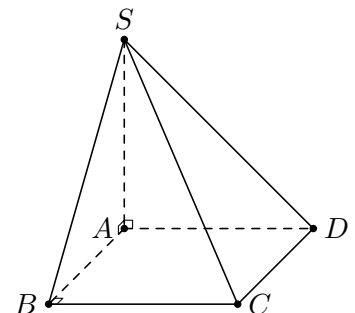
- A. $6a^3$. B. $3a^3$. C. $2a^3$. D. a^3 .

Lời giải.

Diện tích hình chữ nhật $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 3a^2$.

Chiều cao khối chóp là $SA = 2a$.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = 2a^3$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 296. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là

A. $V = \frac{1}{2}Sh.$

B. $V = \frac{1}{3}Sh.$

C. $V = Sh.$

D. $V = 2Sh.$

Lời giải.

Vì khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h nên thể tích được tính theo công thức $V = \frac{1}{3}Sh.$

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 297. Khối lập phương cạnh $2a$ có thể tích là

A. $V = a^3.$

B. $V = 6a^3.$

C. $V = 2a^3.$

D. $V = 8a^3.$

Lời giải.

Khối lập phương cạnh $2a$ có thể tích là $V = (2a)^3 = 8a^3.$

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 298. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích S và chiều cao h là

A. $V = 3Sh.$

B. $V = 2Sh.$

C. $V = \frac{1}{3}Sh.$

D. $V = Sh.$

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ có diện tích S và chiều cao h là $V = Sh.$

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 299. Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước $a, 2a, 3a$ là

A. $V = 6a^3.$

B. $V = 3a^3.$

C. $V = a^3.$

D. $V = 2a^3.$

Lời giải.

Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước $a, 2a, 3a$ là $V = a \cdot 2a \cdot 3a = 6a^3.$

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 300. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng a và đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $V = \frac{a^3}{2}.$

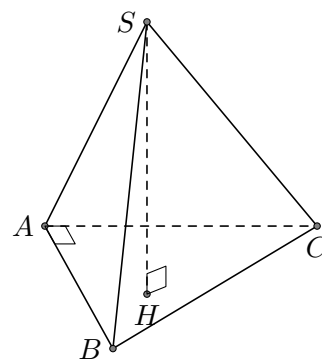
B. $V = \frac{a^3}{3}.$

C. $V = a^3.$

D. $V = \frac{a^3}{6}.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3}a \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}a \cdot \frac{1}{2}a^2 = \frac{a^3}{6}.$$



Chọn đáp án (D) ☐

Câu 301. Tính thể tích của một hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao lần lượt là 3 m, 1 m, 3 m.

A. 9.

B. $3 \text{ m}^3.$

C. $7 \text{ m}^3.$

D. $9 \text{ m}^3.$

Lời giải.

Thể tích của hình hộp chữ nhật là $V = abc = 3 \cdot 1 \cdot 3 = 9 \text{ (m}^3\text{)}.$

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 302. Với B là diện tích đáy, h là chiều cao tương ứng với diện tích đáy và a là độ dài một cạnh. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3}Bh$. B. Thể tích của khối lăng trụ là $V = Bh$.
 C. Thể tích của khối lập phương là $V = a^3$. D. Thể tích của khối tứ diện là $V = \frac{1}{6}Bh$.

Lời giải.

- Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao tương ứng h là $V = \frac{1}{3}Bh$.
- Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao tương ứng h là $V = Bh$.
- Thể tích của khối lập phương có độ dài cạnh a là $V = a^3$.
- Khối tứ diện cũng là một khối chóp nên thể tích của nó cũng là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 303. Thể tích của một khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao h là

- A. Bh . B. $3Bh$. C. $\frac{1}{2}Bh$. D. $\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 304. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng a và diện tích đáy bằng $3a^2$ là

- A. $V = \frac{1}{3}a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = 3a^3$. D. $V = \frac{1}{6}a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng a và diện tích đáy bằng $3a^2$ là $V = \frac{1}{3} \cdot 3a^2 \cdot a = a^3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 305. Thể tích khối lập phương có cạnh bằng a là

- A. $V = 3a$. B. $V = a^3$. C. $V = a^2$. D. $V = 12a$.

Lời giải.

$V = a \cdot a \cdot a = a^3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 306. Nếu một khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao h thì thể tích V của nó được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $V = Bh$. B. $V = 3Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 307. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{2}$. D. $V = 3Bh$.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 308. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = a^2\sqrt{2}$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích V của khối chóp là

- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{9}$. C. $V = 2a^3\sqrt{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Thể tích $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

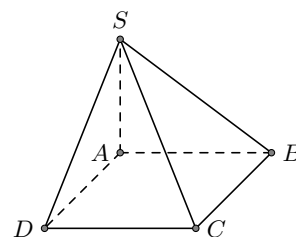
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 309.

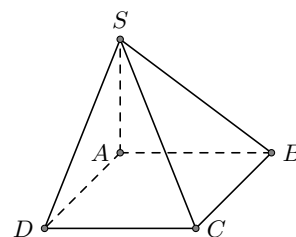
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3}{6}$.



Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

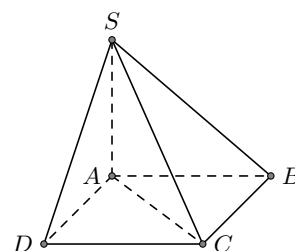
□

Câu 310. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a \cdot \sqrt{6}$.
Do đó $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 311. Một hình lập phương có độ dài cạnh bằng 2. Thể tích của hình lập phương đó là bao nhiêu?

- A. 6. B. 8. C. $\frac{8}{3}$. D. 2.

Lời giải.

Thể tích hình lập phương là $V = 2^3 = 8$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 312. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = \frac{1}{6}Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = Bh$.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 313. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a ; $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Gọi $S_{\text{đáy}}$ là diện tích đáy của hình chóp thì $S_{\text{đáy}} = a^2$.

Có $SA \perp (ABCD)$ nên đường cao $h = SA = a$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{a^3}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 314. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{2}Bh$. C. $V = 3Bh$. D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải.

Theo lý thuyết.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 315. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'BC'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$.

Thể tích của khối lăng trụ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra $V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

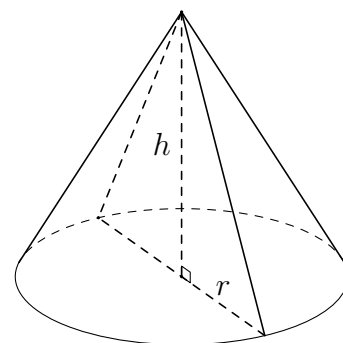
Chọn đáp án **(D)** □

Câu 316. Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

- A. $V = 18\pi$. B. $V = 54\pi$. C. $V = 108\pi$. D. $V = 36\pi$.

Lời giải.

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}hB = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \pi \cdot 3^2 = 18\pi$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 317. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = 4\pi$. B. $V = 16\pi\sqrt{3}$. C. $V = 12\pi$. D. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \pi r^2 = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \pi \cdot (\sqrt{3})^2$ (đvtt).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 318. Một hình trụ có bán kính đáy $r = a$, độ dài đường sinh $l = 2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ này là

- A. $2\pi a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $6\pi a^2$. D. $5\pi a^2$.

Lời giải.

Diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 6\pi a^2.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 319. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$, $AD = 2$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD , BC . Tính diện tích toàn phần của hình trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục MN .

A. $S_{tp} = 2\pi$.

B. $S_{tp} = 4\pi$.

C. $S_{tp} = 6\pi$.

D. $S_{tp} = 8\pi$.

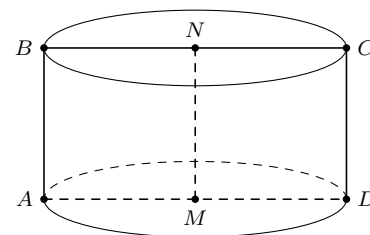
Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là

$$S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot \frac{AD}{2} \cdot AB = 2\pi.$$

Diện tích hai đáy là $S_{\text{đáy}} = 2\pi r^2 = 2\pi$.

Diện tích toàn phần $S = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = 2\pi + 2\pi = 4\pi$.



Chọn đáp án **B** □

Câu 320. Cho đường thẳng d_2 cố định, đường thẳng d_1 song song và cách d_2 một khoảng cách không đổi. Khi d_1 quay quanh d_2 ta được

A. một hình tròn.

B. một khối trụ.

C. một hình trụ.

D. một mặt trụ.

Lời giải.

Khi d_1 quay quanh d_2 ta được một mặt trụ.

Chọn đáp án **D** □

Câu 321. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a . Tính độ dài đường cao h của hình trụ đó.

A. a .

B. $2a$.

C. $3a$.

D. $4a$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy a và chiều cao h là:

$$S_{xq} = 2\pi ah \Leftrightarrow h = \frac{S_{xq}}{2\pi a} = \frac{4\pi a^2}{2\pi a} = 2a.$$

Vậy độ dài đường cao của hình trụ đó là $h = 2a$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 322. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = 16\pi\sqrt{3}$.

B. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = 12\pi$.

D. $V = 4\pi$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 4\pi$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 323. Một hình trụ có bán kính đáy bằng r và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó.

A. $4\pi r^2$.

B. $6\pi r^2$.

C. $8\pi r^2$.

D. $2\pi r^2$.

Lời giải.

Vì thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông nên $h = l = 2r$. Do đó diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 6\pi r^2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 324. Một khối trụ có thể tích bằng 16π . Nếu chiều cao khối trụ tăng lên hai lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được khối trụ mới có diện tích xung quanh bằng 16π . Bán kính đáy của khối trụ ban đầu là?

A. $r = 8$.

B. $r = 1$.

C. $r = 4$.

D. $r = 3$.

Lời giải.

Ta có $V = \pi r^2 h = 16\pi \Rightarrow r^2 h = 16$.

Với $h' = 2h$ và $r' = r$ ta có $S'_{xq} = 2\pi r' h' = 16\pi \Rightarrow r' h' = 8 \Rightarrow rh = 4$.

Vậy ta suy ra $r = 4$, $h = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 325. Cho hình nón có bán kính đáy bằng $4a$, chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình nón là

A. $40\pi a^2$.

B. $20\pi a^2$.

C. $12\pi a^2$.

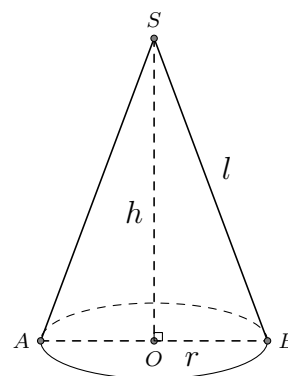
D. $24\pi a^2$.

Lời giải.

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = \sqrt{r^2 + h^2} = 5a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là

$S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 4a \cdot 5a = 40\pi a^2$ (đvdt).



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 326. Gọi h , r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Thể tích của khối trụ là

A. $V = \pi rh$.

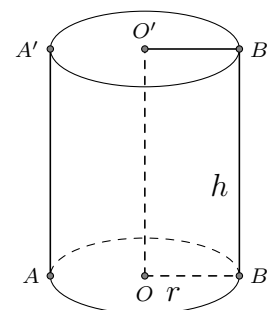
B. $V = \frac{1}{3}\pi rh$.

C. $V = \pi rh$.

D. $V = \pi r^2 h$.

Lời giải.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h$ (đvtt).



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 327. Mặt phẳng đi qua trục của hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng a . Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $\frac{\pi a^2}{2}$.

B. $2\pi a^2$.

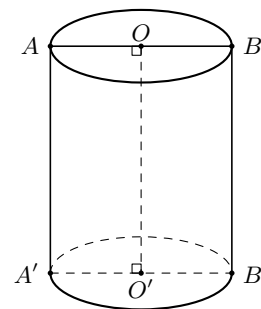
C. πa^2 .

D. a^2 .

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra bán kính của mặt đáy hình trụ $R = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$ và chiều cao $OO' = BB' = a$.

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot l = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \pi a^2$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 328. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 1. Khi quay hình vuông $ABCD$ quanh cạnh AB ta được một hình trụ, hỏi hình trụ này có diện tích toàn phần bằng bao nhiêu?

A. 3π .

B. 2π .

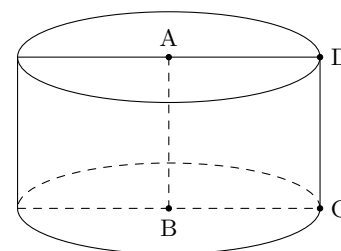
C. $2\pi + 2$.

D. 4π .

Lời giải.

Khi quay hình vuông $ABCD$ quanh AB ta được hình trụ có bán kính $r = AD = 1$, chiều cao $h = AB = 1$.

Do đó, $S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi + 2\pi = 4\pi$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 329. Cho hình nón có đường sinh $l = 5$, bán kính đáy $r = 3$. Diện tích toàn phần của hình nón là

A. $S_{tp} = 24\pi$.

B. $S_{tp} = 15\pi$.

C. $S_{tp} = 20\pi$.

D. $S_{tp} = 22\pi$.

Lời giải.

Diện tích toàn phần của hình nón là

$$S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = \pi 3 \cdot 5 + \pi 3^2 = 24\pi.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 330. Cho hình trụ có bán kính của đường tròn đáy là r và độ dài đường sinh gấp hai lần bán kính. Diện tích toàn phần của khối trụ là

A. $S_{tp} = 2\pi r^2$.

B. $S_{tp} = 18\pi r^2$.

C. $S_{tp} = 3\pi r^2$.

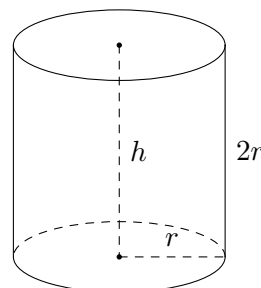
D. $S_{tp} = 6\pi r^2$.

Lời giải.

Gọi l là độ dài đường sinh, ta có $l = 2r$.

Gọi diện tích một đáy là S_d , diện tích xung quanh là S_{xq} .

Khi đó $S_d = \pi r^2$, $S_{xq} = 2\pi rl = 4\pi r^2 \Rightarrow S_{tp} = 2S_d + S_{xq} = 6\pi r^2$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 331. Cho hình trụ (T) có chiều cao h và hình tròn đáy có bán kính R . Khi đó diện tích xung quanh của (T) là

A. $2\pi Rh$.

B. $4\pi Rh$.

C. $3\pi Rh$.

D. πRh .

Lời giải.

Chu vi đường tròn đáy của hình trụ (T) là $C = 2\pi R$.

Vậy diện tích xung quanh của (T) là $S_{xq} = h \cdot C = 2\pi Rh$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 332. Thể tích của khối nón tròn xoay có diện tích đáy B và chiều cao h là

- A. $V = \frac{Bh}{3}$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{Bh}{2}$. D. $V = 3Bh$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón tròn xoay có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = \frac{Bh}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 333. Cho khối nón (N) có thể tích bằng 3π và có bán kính của đáy bằng 3. Tính chiều cao của hình nón (N).

- A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Theo giả thiết ta có $V_{\text{nón}} = 3\pi$, $R = 3$ nên $3\pi = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot h \Leftrightarrow h = 1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 334. Cho hình nón (N) có diện tích toàn phần gấp 3 lần diện tích đáy. Tính góc ở đỉnh của (N).

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải.

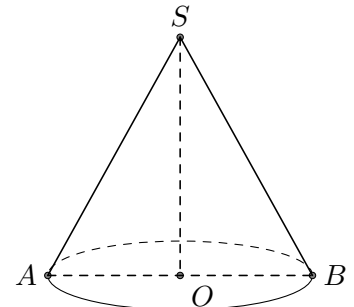
Ta có $S_{\text{đáy}} = \pi R^2$, $S_{\text{toàn phần}} = \pi Rl + \pi R^2$.

Do $S_{\text{toàn phần}} = 3S_{\text{đáy}}$ nên $\pi Rl + \pi R^2 = 3\pi R^2 \Leftrightarrow l = 2R$.

Ta có $\sin \widehat{OSB} = \frac{OB}{SB} = \frac{R}{l} = \frac{1}{2}$.

Suy ra $\widehat{OSB} = 30^\circ$.

Do vậy góc ở đỉnh là $\widehat{ASB} = 2\widehat{OSB} = 60^\circ$.



Chọn đáp án (C) □

Câu 335. Cho hình trụ có chiều cao bằng 1, diện tích đáy bằng 3. Tính thể tích khối trụ đó.

- A. 3π . B. 3. C. 1. D. π .

Lời giải.

Ta có $V_{\text{khối trụ}} = S_{\text{đáy}} \cdot h = 3 \cdot 1 = 3$ (đvtt).

Chọn đáp án (B) □

Câu 336. Cắt mặt xung quanh của một hình nón tròn xoay theo một đường sinh rồi trải ra trên một mặt phẳng ta được hình gì trong các hình sau đây?

- A. Hình tam giác. B. Hình quạt. C. Hình tròn. D. Hình đa giác.

Lời giải.

Cắt mặt xung quanh của một hình nón tròn xoay theo một đường sinh rồi trải ra trên một mặt phẳng ta được hình quạt.

Chọn đáp án (B) □

Câu 337. Cho tam giác ABC vuông tại A . Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB thì hình tròn xoay được tạo thành là

- A. hình cầu. B. hình trụ. C. hình nón. D. khối nón.

Lời giải.

Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB thì hình tròn xoay được tạo thành là một hình nón.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 338. Tính diện tích xung quanh của một hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng l và có độ dài bán kính đáy bằng r .

- A. $\frac{1}{3}\pi rl$. B. $\pi r^2 l$. C. $2\pi rl$. D. πrl .

Lời giải.

Theo công thức tính diện tích xung quanh của một hình trụ tròn xoay đường sinh l , bán kính đáy bằng r là $S_{xq} = 2\pi rl$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 339. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

- A. $V = 4\pi$. B. $V = 12\pi$. C. $V = 16\pi$. D. $V = 8\pi$.

Lời giải.

$$V = \pi r^2 h = \pi 2^2 \cdot 2 = 8\pi.$$

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 340. Cho tam giác ABC vuông tại A . Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB thì đường gấp khúc BCA tạo thành hình

- A. Hình cầu. B. Hình trụ. C. Hình chóp. D. Hình nón.

Lời giải.

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 341. Cho khối nón tròn xoay có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = 16\pi\sqrt{3}$. B. $V = 12\pi$. C. $V = 4$. D. $V = 4\pi$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3}\pi (\sqrt{3})^2 \cdot 4 = 4\pi.$$

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 342. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. $2\pi a^2$. B. $2a^2$. C. $3\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Lời giải.

$$\text{Diện tích xung quanh của hình nón là } S_{xq} = \pi rl = \pi a \cdot 2a = 2\pi a^2.$$

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 343. Cho khối nón tròn xoay có chiều cao h , đường sinh l và bán kính đường tròn đáy bằng R . Diện tích toàn phần của khối nón là

- A. $S_{tp} = \pi R(l + R)$. B. $S_{tp} = \pi R(l + 2R)$. C. $S_{tp} = 2\pi R(l + R)$. D. $S_{tp} = \pi R(2l + R)$.

Lời giải.

$$S_{tp} = S_d + S_{xq} = \pi R^2 + \pi Rl = \pi R(l + R).$$

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 344. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và có bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- A. $2a\sqrt{2}$. B. $3a$. C. $2a$. D. $\frac{3a}{2}$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh hình nón $S_{xq} = \pi r l \Leftrightarrow \pi \cdot a \cdot l = 3\pi a^2 \Leftrightarrow l = 3a$.

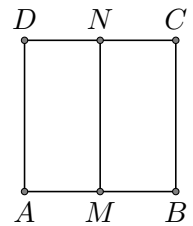
Chọn đáp án **(B)** □

Câu 345. Quay hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 4 quanh trục là đường thẳng chứa cạnh MN (M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD) được hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- A. 32π . B. 24π . C. 8π . D. 16π .

Lời giải.

Khi quay hình vuông trên quanh trục là đường thẳng chứa cạnh MN ta được một hình trụ có đường sinh $l = 4$ và bán kính đáy $r = 2$. Do đó diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi r l = 16\pi$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 346. Cho một khối trụ có độ dài đường sinh là l và bán kính đường tròn đáy là r . Diện tích toàn phần của khối trụ là

- A. $S_{tp} = \pi r(l + r)$. B. $S_{tp} = 2\pi r(l + 2r)$. C. $S_{tp} = \pi r(2l + r)$. D. $S_{tp} = 2\pi r(l + r)$.

Lời giải.

Diện tích toàn phần của khối trụ là

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{2 \text{ đáy}} = 2\pi r l + 2\pi r^2 = 2\pi r(l + r).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 347. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

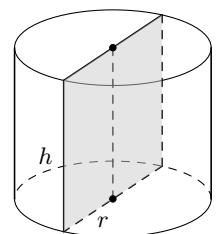
- A. πa^3 . B. $5\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. $3\pi a^3$.

Lời giải.

Chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$ nên

$$2(2r + h) = 10a \Leftrightarrow 2a + h = 5a \Leftrightarrow h = 3a.$$

Vậy thể tích khối trụ đã cho là $V = \pi r^2 h = \pi a^2 3a = 3\pi a^3$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 348. Cho một khối trụ có độ dài đường sinh là l và bán kính đường tròn đáy là r . Diện tích toàn phần của khối trụ là

- A. $S_{tp} = \pi r(l + r)$. B. $S_{tp} = 2\pi r(l + 2r)$. C. $S_{tp} = \pi r(2l + r)$. D. $S_{tp} = 2\pi r(l + r)$.

Lời giải.

Diện tích toàn phần của khối trụ là $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 2\pi r l + 2\pi r^2 = 2\pi r(l + r)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 349. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $3\pi a^2$.

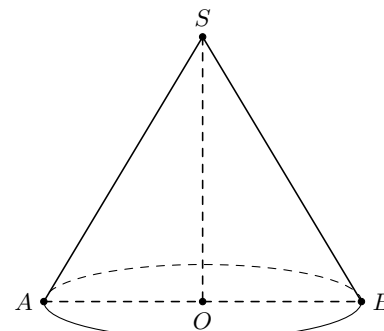
B. $2a^2$.

C. $4\pi a^2$.

D. $2\pi a^2$.

Lời giải.

Ta có $S = \pi r l = \pi a \cdot 2a = 2\pi a^2$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 350. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

A. $V = 4\pi$.

B. $V = 2\pi$.

C. $V = 6\pi$.

D. $V = 8\pi$.

Lời giải.

Thể tích khối trụ $V = \pi r h^2 = \pi \cdot 2^2 \cdot 2 = 8\pi$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 351. Hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

A. $2a$.

B. $\frac{2}{3}a$.

C. $3a$.

D. $\frac{3}{2}a$.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của hình trụ, R là bán kính đáy.

Khi đó ta có: $S_{xq} = 2\pi R h = 2\pi a h = 3\pi a^2 \Rightarrow h = \frac{3}{2}a$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 352. Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .

A. $V = 36\pi$.

B. $V = 48\pi$.

C. $V = 16\pi$.

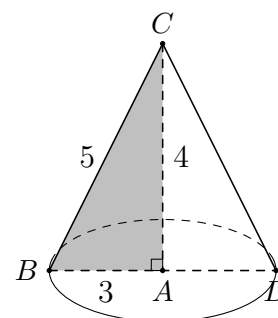
D. $V = 12\pi$.

Lời giải.

Ta có: $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A .

Do đó khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta được khối nón tròn xoay có độ dài đường cao là $AC = 4$, bán kính đáy bằng $AB = 3$.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot AB^2 \cdot AC = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 4 = 12\pi$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 353. Hình trụ có bán kính đáy bằng a và thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh hình trụ đó bằng

A. $\frac{\pi a^2}{2}$.

B. $4\pi a^2$.

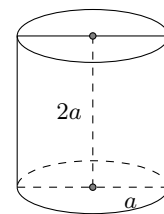
C. πa^2 .

D. $3\pi a^2$.

Lời giải.

Chiều cao hình chóp là $h = 2a$.

Diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi a \cdot 2a = 4\pi a^2$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 354. Khối trụ tròn xoay có đường kính đáy là $2a$, chiều cao là $h = 2a$ có thể tích là

- A. $V = 2\pi a^2$. B. $V = 2\pi a^3$. C. $V = 2\pi a^2 h$. D. $V = \pi a^3$.

Lời giải.

Khối trụ tròn xoay có đường kính đáy là $2a$, chiều cao là $h = 2a$ có thể tích là

$$V = hS = 2a \cdot \pi a^2 = 2\pi a^3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 355. Gọi l , h , r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón.

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

- A. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $S_{xq} = \pi r h$. C. $S_{xq} = 2\pi r l$. D. $S_{xq} = \pi r l$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 356. Mặt tiền của một ngôi biệt thự có 8 cây cột hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao 4,2m. Trong số các cây đó có hai cây cột trước đại sảnh đường kính bằng 40 cm, sáu cây cột còn lại phân bố đều hai bên đại sảnh và chúng đều có đường kính 26cm. Chủ nhà thuê nhân công để sơn các cây cột bằng một loại sơn giả đá, biết giá thuê là 380000/1m² (kể cả vật liệu sơn và thi công). Hỏi người chủ nhà phải chi trả ít nhất bao nhiêu tiền để sơn hết các cây cột nhà đó (đơn vị đồng)? (lấy $\pi = 3,14159$)

- A. 15642000. B. 12521000. C. 10400000. D. 11833000.

Lời giải.

Ta có diện tích xung quanh của 8 cây cột là

$$S_{xq} = 2\pi \cdot 0,4 \cdot 4,2 + 6\pi \cdot 0,26 \cdot 4,2 \approx 31,13944 \text{ (m}^2\text{)}$$

Số tiền người chủ nhà cần trả là

$$31,13944 \cdot 380000 \approx 11832987 \approx 11833000 \text{ (đồng)}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 357. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Một khối nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Kết quả tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối nón đó có dạng bằng $\frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{b} + c)$ với b và c là hai số nguyên dương và $b > 1$. Tính bc .

- A. $bc = 7$. B. $bc = 15$. C. $bc = 8$. D. $bc = 5$.

Lời giải.

Khối nón có chiều cao là $h = a$ và bán kính đáy $R = \frac{a}{2}$. Suy ra đường sinh

$$l = \sqrt{h^2 + R^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Nên

$$S_{\text{tp}} = \pi R^2 + \pi Rl = \frac{\pi a^2}{4} + \frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{4} = \frac{\pi a^2}{4} (\sqrt{5} + 1).$$

Suy ra $b = 5$, $c = 1$. Vậy $bc = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 358. Cho khối nón ($\mathcal{N}$) có bán kính bằng r , chiều cao bằng h và đường sinh bằng l . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\frac{1}{l^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{r^2}.$

B. $h^2 = l^2 + r^2.$

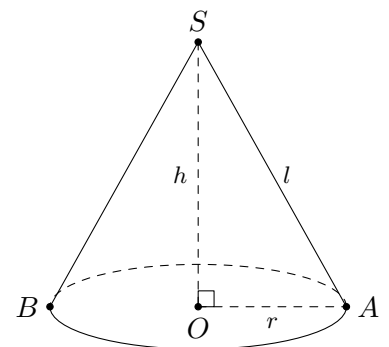
C. $r^2 = h^2 + l^2.$

D. $l^2 = h^2 + r^2.$

Lời giải.

Xét tam giác OAS vuông tại A , ta có

$$AS^2 = OA^2 + OS^2 \Leftrightarrow l^2 = r^2 + h^2.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 359. Cho hình nón tròn xoay có đường cao $h = 30$ cm, bán kính đáy $r = 40$ cm. Tính độ dài đường sinh l của hình nón.

A. $l = 50$ cm.

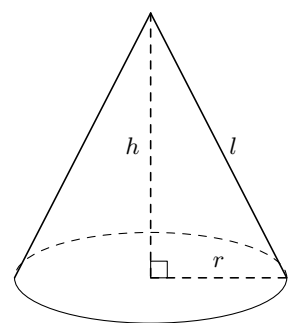
B. $l = 50\sqrt{2}$ cm.

C. $l = 40$ cm.

D. $l = 52$ cm.

Lời giải.

Ta có $l^2 = h^2 + r^2 \Leftrightarrow l^2 = 30^2 + 40^2 \Leftrightarrow l = 50$ cm.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 360. Một khối trụ có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy $3a$ thì có thể tích bằng

A. $18\pi a^3.$

B. $12\pi a^3.$

C. $2\pi a^3.$

D. $6\pi a^3.$

Lời giải.

Thể tích khối trụ đó là $V = 2a \cdot \pi \cdot (3a)^2 = 18\pi a^3.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 361. Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó theo l, h, r .

A. $S_{\text{xq}} = 2\pi rl.$

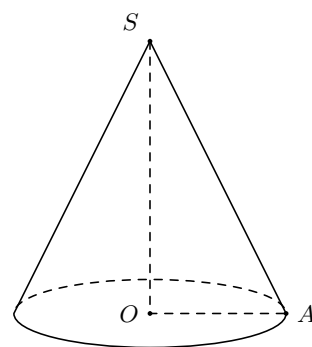
B. $S_{\text{xq}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h.$

C. $S_{\text{xq}} = \pi rh.$

D. $S_{\text{xq}} = \pi rl.$

Lời giải.

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi rl$.



Chọn đáp án **(D)**

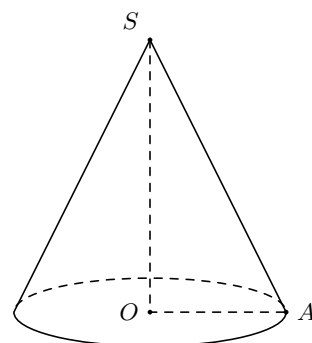
□

Câu 362. Cho khối nón có bán kính $r = 3$, chiều cao $h = \sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón.

- A. $V = \frac{3\pi\sqrt{2}}{3}$. B. $V = 3\pi\sqrt{11}$. C. $V = \frac{9\pi\sqrt{2}}{3}$. D. $V = 9\pi\sqrt{2}$.

Lời giải.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}h\pi r^2 = \frac{1}{3}\sqrt{2}\pi 3^2 = \frac{9\pi\sqrt{2}}{3}$ (đvtt).



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 363. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') chiều cao $R\sqrt{3}$ và bán kính R . Một hình nón đỉnh O' và đáy là hình tròn $(O; R)$. Tỷ lệ thể tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng.

- A. 3. B. $\sqrt{2}$. C. 2. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có diện tích xung quanh hình trụ là:

$$S_1 = 2\pi R \cdot R\sqrt{3} = 2\pi R^2\sqrt{3}.$$

Ta có diện tích xung quanh hình nón là:

$$S_2 = \pi R \sqrt{(R\sqrt{3})^2 + R^2} = 2\pi R^2.$$

Suy ra $\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 364. Cho đường thẳng Δ . Xét một đường thẳng l cắt Δ tại một điểm. Mặt tròn xoay được sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh đường thẳng Δ được gọi là

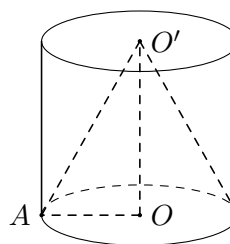
- A. hình trụ. B. hình nón. C. mặt trụ. D. mặt nón.

Lời giải.

Mặt tròn xoay được sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh đường thẳng Δ được gọi là mặt nón.

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 365. Gọi R, l, h lần lượt là bán kính đáy, độ dài đường sinh, chiều cao của hình nón (N). Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

- A. $S_{xq} = \pi Rh$. B. $S_{xq} = 2\pi Rh$. C. $S_{xq} = 2\pi Rl$. D. $S_{xq} = \pi Rl$.

Lời giải.

Công thức tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là $S_{xq} = 2\pi Rl$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 366. Cho hình nón có chiều cao bằng 8 cm, bán kính đáy bằng 6 cm. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

- A. $116\pi \text{ cm}^2$. B. $84\pi \text{ cm}^2$. C. $96\pi \text{ cm}^2$. D. $132\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Đường sinh của hình nón cần tìm là $l = \sqrt{h^2 + R^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$. Diện tích toàn phần của hình nón $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = \pi \cdot R \cdot l + \pi \cdot R^2 = 60\pi + 36\pi = 96\pi \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 367. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

- A. $V = 8\pi$. B. $V = 16\pi$. C. $V = 4\pi$. D. $V = 12\pi$.

Lời giải.

Thể tích khối trụ $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi R^2 \cdot h = \pi \cdot 2^2 \cdot 2 = 8\pi$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 368. Cho khối nón có bán kính đáy bằng r , chiều cao h . Thể tích V của khối nón là

- A. $V = \frac{1}{3}r^2h$. B. $V = r^2h$. C. $V = \pi r^2h$. D. $V = \frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải.

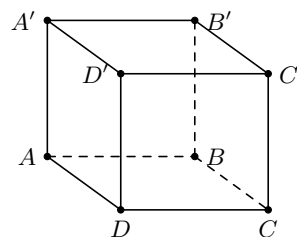
Ta có $V = \frac{1}{3}\pi r^2h$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 369.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Có bao nhiêu mặt trụ tròn xoay đi qua sáu đỉnh của khối lập phương?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.



Lời giải.

Có 4 mặt trụ tròn xoay đi qua 6 đỉnh của hình lập phương.

Chọn đáp án **D** □

Câu 370. Thể tích khối nón có bán kính đáy R và chiều cao h là

- A. $V = \pi R^2h$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^2h$. C. $V = \frac{1}{3}\pi R^2h$. D. $V = \frac{1}{3}\pi R^3h$.

Lời giải.

Thể tích khối nón có bán kính đáy R và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}\pi R^2h$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 371. Trong không gian, cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Khi quay hình vuông đó xung quanh trục AB ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ

- A. $S_{xq} = 2\pi a^2$. B. $S_{xq} = \pi a^2$. C. $S_{xq} = 2\sqrt{2}\pi a^2$. D. $S_{xq} = 4\pi a^2$.

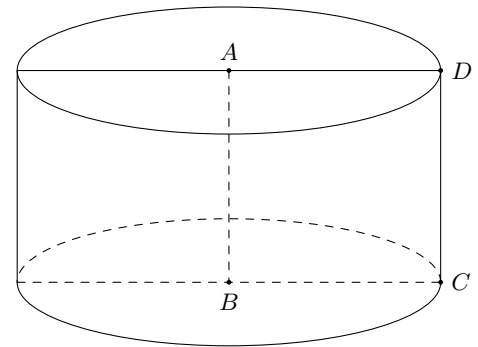
Lời giải.

Theo đề bài, hình trụ có

- Bán kính $r = BC = a$.
- Chiều dài đường sinh $l = CD = a$.

Do đó, diện tích xung quanh của hình trụ

$$S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi a^2.$$



Chọn đáp án **A**

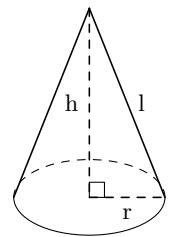


Câu 372. Tính diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy bằng 5 và chiều cao bằng 12.

- A. 90π . B. 65π . C. 60π . D. 65.

Lời giải.

Hình nón có độ dài đường sinh là $l = \sqrt{r^2 + h^2} = 13$, do đó $S_{xq} = \pi r l = 65\pi$.



Chọn đáp án **B**



Câu 373. Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh là l . Thể tích khối trụ là

- A. $V = \frac{\pi r l^2}{3}$. B. $V = \pi r l^2$. C. $V = \pi r^2 l$. D. $V = \frac{\pi r^2 l}{3}$.

Lời giải.

Chiều cao của khối trụ là $h = l$.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi r^2 l$.

Chọn đáp án **C**



Câu 374. Trong các lăng trụ sau, lăng trụ nào nội tiếp được trong một mặt cầu?

- A. Lăng trụ có đáy là hình chữ nhật. B. Lăng trụ có đáy là hình vuông.
C. Lăng trụ đứng có đáy là hình thoi. D. Lăng trụ đứng có đáy là hình thang cân.

Lời giải.

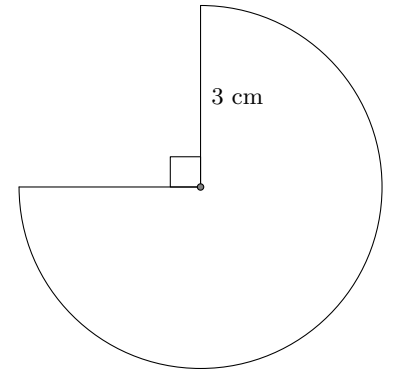
Hình lăng trụ nội tiếp được một mặt cầu nếu nó là lăng trụ đứng, có đáy là một đa giác nội tiếp được đường tròn. Vậy chỉ có phương án “Lăng trụ đứng có đáy là hình thang cân” là thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**



Câu 375.

Trải mặt xung quanh của một hình nón lên một mặt phẳng ta được hình quạt (xem hình bên) là phần của hình tròn có bán kính bằng 3 cm. Bán kính đáy r của hình nón ban đầu gần nhất với số nào dưới đây?



- A. 2,23. B. 2,24. C. 2,25. D. 2,26.

Lời giải.

Phần hình quạt (như hình trên) có chu vi là: $\frac{3}{4} \cdot 2\pi \cdot 3 = \frac{9\pi}{2}$ (cm).

Và chu vi hình quạt này chính là chu vi của đường tròn đáy của hình nón nên ta có

$$2\pi r = \frac{9\pi}{2} \Leftrightarrow r = \frac{9}{4} \text{ (cm)}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 376. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2a$, một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là một hình vuông. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

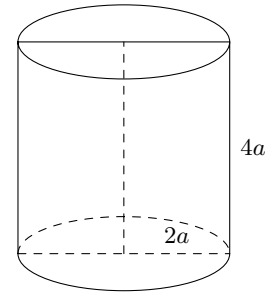
- A. $V = 18\pi a^3$. B. $V = 4\pi a^3$. C. $V = 8\pi a^3$. D. $V = 16\pi a^3$.

Lời giải.

Chiều cao của hình trụ có độ dài $h = 2r = 4a$.

Thể tích của hình trụ là

$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi \cdot 4a^2 \cdot 4a = 16\pi a^3.$$



Chọn đáp án **D** □

Câu 377. Công thức tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đường sinh l , bán kính đáy r là

- A. $S_{xq} = 2\pi rl$. B. $S_{xq} = 3\pi rl$. C. $S_{xq} = 4\pi rl$. D. $S_{xq} = \pi rl$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón được xác định theo công thức: $S_{xq} = \pi rl$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 378. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $V = 12\pi$. B. $V = 4\pi$. C. $V = 4$. D. $V = 12$.

Lời giải.

Thể tích khối nón $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 12\pi$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 379. Cho hình khối trụ có bán kính $a\sqrt{3}$ và chiều cao $2a\sqrt{3}$. Thể tích của khối trụ là

- A. $9\pi a^3\sqrt{3}$. B. $4\pi a^3\sqrt{3}$. C. $6\pi a^3\sqrt{3}$. D. $12\pi a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi \cdot (a\sqrt{3})^2 \cdot 2a\sqrt{3} = 6\pi a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 380. Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4 là

- A. 12π . B. 42π . C. 24π . D. 36π .

Lời giải.

$$S_{xq} = 2\pi rl = 24\pi.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 381. Thể tích của khối nón tròn xoay có đường kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5 là

- A. 60π . B. 45π . C. 180π . D. 15π .

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 15\pi.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 382. Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích xung quanh hình nón bằng

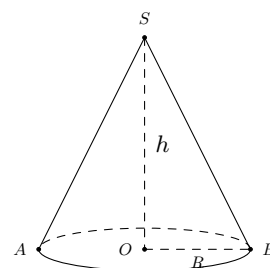
- A. $12\pi a^2$. B. $40\pi a^2$. C. $24\pi a^2$. D. $20\pi a^2$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi Rl$.

Ta có $R = 4a, l = \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{(4a)^2 + (3a)^2} = 5a$.

Do đó $S_{xq} = \pi Rl = \pi \times 4a \times 5a = 20\pi a^2$.



Chọn đáp án **D** □

Câu 383. Cho một hình trụ có bán kính đáy là r , chiều cao là h , độ dài đường sinh là l . Công thức nào sau đây đúng?

- A. $S_{xq} = \pi rl$. B. $S_{xq} = 2\pi rl$. C. $S_{xq} = \pi r^2 h$. D. $S_{xq} = 2\pi rl + 2\pi r^2$.

Lời giải.

Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl$.

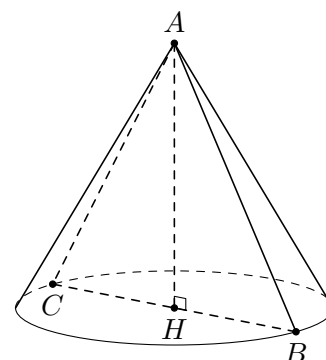
Chọn đáp án **B** □

Câu 384. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a và đường cao AH . Tính diện tích xung quanh của hình nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh trục AH .

- A. $2\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\frac{3}{4}\pi a^2$. D. $\frac{1}{2}\pi a^2$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón bằng $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{1}{2}\pi a^2$.



Chọn đáp án **D** □

Câu 385. Thể tích của khối trụ có đường cao bằng $4a$, đường kính đáy bằng a là

A. $\frac{\pi a^3}{3}$.

B. $4\pi a^3$.

C. πa^3 .

D. $2\pi a^3$.

Lời giải.

$$V = h \cdot S_{\text{đáy}} = 4a \cdot \frac{\pi a^2}{4} = \pi a^3.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 386. Thể tích khối trụ có đường cao a và bán kính đáy $2a$ bằng

A. $4\pi a^3$.

B. $4a^3$.

C. $2\pi a^3$.

D. $8\pi a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối trụ có đường cao a và bán kính đáy $2a$ bằng $\pi(2a)^2 \cdot a = 4\pi a^3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 387. Cho hình chữ nhật $ABCD$, hình tròn xoay khi quay đường gấp khúc $ABCD$ quanh cạnh AB trong không gian là hình nào dưới đây?

A. Mặt trụ.

B. Hình nón.

C. Mặt nón.

D. Hình trụ.

Lời giải.

Hình tròn xoay khi quay đường gấp khúc $ABCD$ quanh cạnh AB trong không gian là hình trụ.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 388. Khối trụ có bán kính đáy bằng a , chiều cao bằng $2a$ có thể tích bằng

A. $\frac{2}{3}\pi a^3$.

B. $2\pi a^3$.

C. πa^3 .

D. $\frac{1}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 389. Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 4a$ và bán kính đáy $r = \sqrt{3}a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $8\sqrt{3}\pi a^2$.

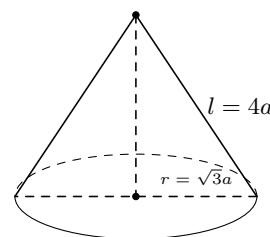
B. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^2}{3}$.

C. $4\sqrt{3}\pi a^2$.

D. $2\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{\text{xq}} = \pi r l = \pi \cdot \sqrt{3}a \cdot 4a = 4\sqrt{3}\pi a^2$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 390. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 3$, chiều cao $h = \sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón.

A. $V = 9\pi\sqrt{2}$.

B. $V = 3\pi\sqrt{11}$.

C. $V = 3\pi\sqrt{2}$.

D. $V = \pi\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{\text{khối nón}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 3\pi\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 391. Cho hình nón có thể tích bằng $V = 36\pi a^3$ và bán kính bằng $3a$. Tính độ dài đường cao h của hình nón đã cho.

A. $h = 4a$.

B. $h = 2a$.

C. $h = 5a$.

D. $h = 12a$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3}Bh \Leftrightarrow 36\pi a^3 = \frac{1}{3}\pi(3a)^2h \Leftrightarrow h = 12a.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 392. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 3$ và đường sinh $l = 6$ bằng

A. 36π .

B. 108π .

C. 54π .

D. 18π .

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{xq} = 2\pi Rl = 36\pi.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 393. Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho.

A. $S = 8\sqrt{3}\pi$.

B. $S = 24\pi$.

C. $S = 16\sqrt{3}\pi$.

D. $S = 4\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S = \pi rl = 4\sqrt{3}\pi.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 394. Diện tích xung quanh của một mặt nón tròn xoay có bán kính r , đường cao h , đường sinh l được tính theo công thức

A. $S_{xq} = 2\pi rl$.

B. $S_{xq} = \pi rl$.

C. $S_{xq} = \pi rh$.

D. $S_{xq} = 2\pi rh$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của một mặt nón tròn xoay có bán kính r , đường sinh l được tính theo công thức $S_{xq} = \pi rl$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 395. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối lăng trụ đó bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Gọi V là thể tích hình lăng trụ. Khi đó

$$V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 396. Tính theo a diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $3a$.

A. $6\pi a^2$.

B. $8\pi a^2$.

C. $7\pi a^2$.

D. $4\pi a^2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{tp} = 2\pi Rh + \pi R^2 = 2\pi \cdot a \cdot 3a + \pi \cdot a^2 = 7a^2\pi.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 397. Khối nón có bán kính đáy $r = 3$, chiều cao $h = \sqrt{2}$ có thể tích bằng

A. $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$.

B. $3\pi\sqrt{11}$.

C. $9\pi\sqrt{2}$.

D. $3\pi\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot \sqrt{2} = 3\pi\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 398. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh bằng 3 và bán kính đáy bằng 2 là

- A. 4π . B. 6π . C. 12π . D. 5π .

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 2 \cdot 3 = 6\pi$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 399. Một hình nón có bán kính đáy là $5a$, độ dài đường sinh là $13a$ thì đường cao h của hình nón là

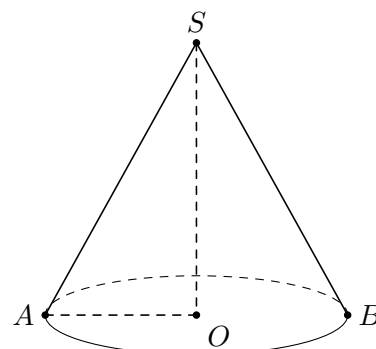
- A. $7a\sqrt{6}$. B. $12a$. C. $17a$. D. $8a$.

Lời giải.

Giả sử hình nón đã cho như hình vẽ. Khi đó, $AO = 5a$, $SA = 13a$.

Suy ra $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{13^2a^2 - 25a^2} = 12a$.

Vậy chiều cao của hình nón là $h = SO = 12a$.



Chọn đáp án (B) □

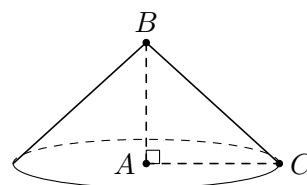
Câu 400. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 4$ cm, $AC = 4\sqrt{6}$ cm. Cho tam giác ABC quay xung quanh trục AB thu được khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. 68π cm³. B. 204π cm³. C. 128π cm³. D. 384π cm³.

Lời giải.

Cho tam giác ABC quay xung quanh trục AB thu được khối nón có chiều cao là AB và bán kính đáy là AC .

Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot AC^2 \cdot AB = 128\pi$ cm³.



Chọn đáp án (C) □

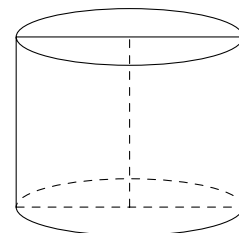
Câu 401. Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Tính theo a thể tích khối trụ đó.

- A. πa^3 . B. $2\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. $\frac{2}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Theo đề bài, hình trụ có độ dài chiều cao $h = 2a$, bán kính đáy $r = a$.

Khi đó thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 402. Tính thể tích V của khối nón có bán kính bằng 3 và chiều cao bằng 6.

- A. $V = 108\pi$. B. $V = 54\pi$. C. $V = 36\pi$. D. $V = 18\pi$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 18\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 403. Hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ bằng

- A. $2\pi a^2(\sqrt{3} - 1)$. B. $\pi a^2(1 + \sqrt{3})$. C. $\pi a^2\sqrt{3}$. D. $2\pi a^2(1 + \sqrt{3})$.

Lời giải.

Ta có

$$S_{tp} = 2 \cdot S_{\text{đáy}} + S_{xq} = 2\pi a^2 + 2\pi a \cdot a\sqrt{3} = 2a^2(1 + \sqrt{3}).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 404. Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$, đường cao AH . Quay tam giác ABC quanh trục AH ta được hình nón tròn xoay. Diện tích xung quanh hình nón tròn xoay vừa tạo ra có giá trị bằng

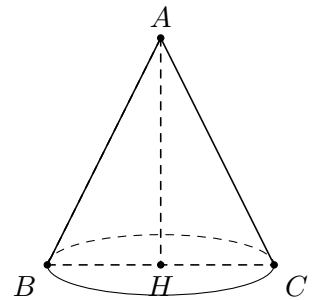
- A. $S = \frac{a^2\pi}{2}$. B. $S = a^2\pi$. C. $S = 4a^2\pi$. D. $S = 2a^2\pi$.

Lời giải.

Hình nón nhận được có bán kính đáy là $r = \frac{BC}{2} = a$, độ dài đường sinh là $\ell = AB = 2a$.

Vậy diện tích xung quanh hình nón tròn xoay nhận được là

$$S = 2\pi r\ell = 4a^2\pi.$$



Chọn đáp án **(C)** □

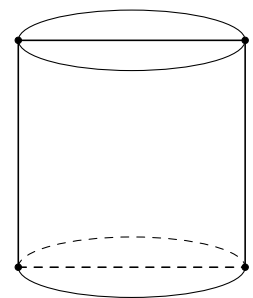
Câu 405. Một hình trụ có bán kính đáy bằng r có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

- A. πr^2 . B. $4\pi r^2$. C. $2\pi r^2$. D. $8\pi r^2$.

Lời giải.

Thiết diện qua trục hình trụ là hình vuông có cạnh bằng đường kính đáy của hình trụ nên chiều cao hình trụ là $h = 2r$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh = 4\pi r^2$.



Chọn đáp án **(B)** □

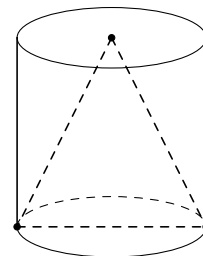
Câu 406. Từ một khúc gỗ có dạng khối trụ, người ta tiến hành sản xuất vật dụng có dạng một khối nón có đáy là một đáy của khối trụ và đỉnh là tâm đáy còn lại của khối trụ. Gọi V_1 là thể tích khối trụ ban đầu, V_2 là thể tích lượng gỗ bị cắt bỏ. Tỷ số $\frac{V_2}{V_1}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi R, h, V lần lượt là bán kính đáy, chiều cao và thể tích khối nón còn lại.

Ta có $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{V_1}{3}$ nên $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_1 - V}{V_1} = \frac{2}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 407. Cho khối trụ có thể tích V , bán kính đáy R . Chiều cao khối trụ đã cho bằng

A. $\frac{V}{3R^2}$.

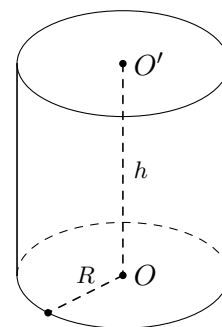
B. $\frac{V}{\pi R^2}$.

C. $\frac{V}{3\pi R^2}$.

D. $\frac{V}{R^2}$.

Lời giải.

Ta có $V = \pi \cdot R^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 408. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

A. $V = 12\pi$.

B. $V = 8\pi$.

C. $V = 16\pi$.

D. $V = 4\pi$.

Lời giải.

Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2 là

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 2 = 8\pi.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 409. Một khối nón có thể tích bằng 4π và chiều cao bằng 3. Bán kính đường tròn đáy bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Gọi r, h, V lần lượt là bán kính đường tròn đáy, chiều cao và thể tích của khối nón đã cho. Ta có

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow 4\pi = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot 3 \Rightarrow r = 2.$$

Vậy, bán kính đường tròn đáy $r = 2$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 410. Khi quay một tam giác vuông (kể cả các điểm trong của tam giác vuông đó) quanh đường thẳng chứa một cạnh góc vuông ta được

A. Hình trụ.

B. Khối trụ.

C. Hình nón.

D. Khối nón.

Lời giải.

Khi quay một tam giác vuông (kể cả các điểm trong của tam giác vuông đó) quanh đường thẳng chứa một cạnh góc vuông ta được “Khối nón”.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 411. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 24π . B. 12π . C. 36π . D. 8π .

Lời giải.

Ta có $r = 3$, $h = 4$.

Diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 3 \cdot 4 = 24\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 412. Công thức tính thể tích khối trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng h là

- A. $V = \pi R^2 h$. B. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$. C. $V = \pi R h^2$. D. $V = \pi R h$.

Lời giải.

Thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 413. Thể tích khối trụ có bán kính đáy bằng R và đường cao bằng h là

- A. $\frac{4}{3}\pi R^2 h$. B. $\pi R^2 h$. C. $\frac{1}{3}\pi R^2 h$. D. $\frac{1}{3}R^2 h$.

Lời giải.

$V = \pi R^2 h$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 414. Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính r , chiều cao h bằng

- A. $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$. B. $V = 3\pi r^2 h$. C. $V = \pi r^2 h$. D. $V = 2\pi r^2 h$.

Lời giải.

Thể tích khối trụ tròn xoay được tính theo công thức $V = \pi r^2 h$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 415. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $l = 2a$ và chiều cao bằng $h = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối nón đã cho

- A. $\frac{\pi a^3}{3}$. B. $\frac{2\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi r là bán kính của đáy hình nón. Ta có $r = \sqrt{l^2 - h^2} = a$.

Thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi a^3 \sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

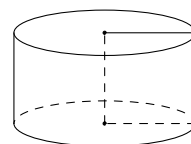
Câu 416. Cho hình trụ có chiều cao bằng a và đường kính đáy bằng $2a$. Tính thể tích V của khối trụ tương ứng.

- A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. B. $V = \pi a^3$. C. $V = 2\pi a^3$. D. $V = 4\pi a^3$.

Lời giải.

Bán kính của hình trụ là $r = a$.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot a^2 \cdot a = \pi a^3$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 417. Cho khối nón và khối trụ có cùng chiều cao và cùng bán kính đường tròn đáy. Gọi V_1 ; V_2 lần lượt là thể tích của khối nón và khối trụ. Biểu thức $\frac{V_1}{V_2}$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{\pi}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi bán kính đường tròn đáy của khối nón và khối trụ là R .

Chiều cao của khối nón và khối trụ là h .

Khi đó thể tích khối nón là $V_1 = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h$ và thể tích khối trụ là $V_2 = \pi R^2 \cdot h$.

$$\text{Do vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h}{\pi R^2 \cdot h} = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 418. Cho khối trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a . Thể tích khối trụ là

A. $\frac{\pi a^3}{4}$.

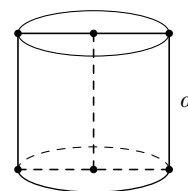
B. $\frac{\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3}{12}$.

D. πa^3 .

Lời giải.

$$\text{Thể tích khối trụ } V = h \cdot S = a \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^3}{4}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 419. Cho khối nón có chiều cao $h = a$ độ dài đường sinh $l = 2a$. Thể tích khối nón là

A. πa^3 .

B. $\frac{\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3}{2}$.

D. $2\pi a^3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } l^2 = r^2 + h^2 \text{ nên } r^2 = l^2 - h^2 = 4a^2 - a^2 = 3a^2.$$

$$\text{Suy ra } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi a^3.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 420. Gọi ℓ , h , r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón.

Thể tích của khối nón là

A. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \ell$.

B. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

C. $V = 2\pi r \ell$.

D. $V = \pi r \ell$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích của khối nón là } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 421. Cho hình trụ có đường cao bằng 5 và đường kính bằng 8. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. 40π .

B. 20π .

C. 80π .

D. 160π .

Lời giải.

$$\text{Ta có } h = 5, r = 4. \text{ Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là } S_{xq} = 2\pi r h = 40\pi.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 422. Khối trụ có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

A. $V = 12\pi$.

B. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = 16\pi\sqrt{3}$.

D. $V = 4\pi$.

Lời giải.

Ta có $V = \pi r^2 h = \pi \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot 4 = 12\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 423. Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh bằng a . Thể tích khối trụ bằng

A. $\frac{\pi a^3}{4}$.

B. $\frac{\pi a^3}{2}$.

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. πa^3 .

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra chiều cao và bán kính của hình trụ là $h = a$, $r = \frac{a}{2}$. Thể tích của khối trụ là

$$V = \pi h r^2 = \frac{\pi a^3}{4}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 424. Một khối trụ có bán kính đường tròn đáy bằng r và chiều cao bằng h thì có thể tích bằng

A. $\frac{1}{3}r^2h$.

B. πr^2h .

C. $\frac{1}{3}\pi r^2h$.

D. r^2h .

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích khối trụ ta chọn $V = \pi r^2h$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 425. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2BC = 2a$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng $ABCD$ quanh trục AD .

A. $4\pi a^3$.

B. $2\pi a^3$.

C. $8\pi a^3$.

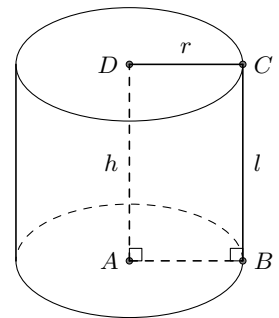
D. πa^3 .

Lời giải.

Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục AD ta được khối tròn xoay có đường cao $h = AD = a$, bán kính $r = AB = 2a$.

Vậy thể tích khối tròn xoay được tạo thành là

$$V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot (2a)^2 \cdot a = 4\pi a^3.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 426. Cho đường thẳng l cắt và không vuông góc với Δ quay quanh Δ thì ta được

A. Mặt nón tròn xoay.

B. Khối nón tròn xoay.

C. Mặt trụ tròn xoay.

D. Hình nón tròn xoay.

Lời giải.

Theo định nghĩa của mặt nón tròn xoay ta được đáp án A.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 427. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp bát diện đều có cạnh bằng a là

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Mặt cầu ngoại tiếp hình bát diện đều có bán kính là $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối cầu bằng $V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 428. Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 200 dm, chu vi đáy bằng 5 m.

- A. $100\pi \text{ m}^2$. B. 100 m^2 . C. 1000 m^2 . D. $50\pi \text{ m}^2$.

Lời giải.

Ta có chu vi đáy $C = 2\pi R = 5$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rl = 5 \cdot 20 = 100 \text{ m}^2$.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 429. Thể tích của khối nón bán kính đáy r và chiều cao h bằng

- A. $\frac{2}{3}\pi rh$. B. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. C. $\frac{2}{3}\pi r^2 h$. D. $\pi r^2 h$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón bán kính đáy r và chiều cao h là $V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h$.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 430. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính $r = 4$ và chiều cao $h = 4$.

- A. $V = 64\pi$. B. $V = 128\pi$. C. $V = 32\pi$. D. $V = 16\pi$.

Lời giải.

Thể tích khối trụ là: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 64\pi$.

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 431. Tính thể tích V của khối trụ có chu vi đáy bằng 2π và chiều cao bằng $\sqrt{2}$.

- A. $V = \sqrt{2}\pi$. B. $V = 2\pi$. C. $V = \frac{\sqrt{2}\pi}{3}$. D. $V = \frac{2\pi}{3}$.

Lời giải.

Bán kính của đáy là $r = 1$.

Do đó thể tích $V = B \cdot h = \pi \cdot 1^2 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2}\pi$.

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 432. Cho hình nón có bán kính $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $\ell = 4$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho.

- A. $S = 8\sqrt{3}\pi$. B. $S = 24\pi$. C. $S = 16\sqrt{3}\pi$. D. $S = 4\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

Ta có $S = \pi r \ell = \pi \cdot \sqrt{3} \cdot 4 = 4\sqrt{3}\pi$.

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 433. Cho hình trụ T có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng a . Tính diện tích toàn phần S của hình trụ.

- A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = \frac{\pi a^2}{2}$. C. $S = \frac{3\pi a^2}{2}$. D. $S = \pi a^2$.

Lời giải.

Ta có $S_{tp} = 2\pi \cdot R(R + h) = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{a}{2} + a\right) = \frac{3}{2}\pi a^2$.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 434. Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

- A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $2\pi r h$. C. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. D. $\pi r^2 h$.

Lời giải.

Công thức tính thể tích khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là $V = \pi r^2 h$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 435. Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l bằng

- A. $\pi r l$. B. $4\pi r l$. C. $2\pi r l$. D. $\frac{4}{3}\pi r l$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay $S_{xq} = 2\pi r l$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 436. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $AC = 2a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục AB .

- A. $l = a\sqrt{2}$. B. $l = 2a$. C. $l = a\sqrt{3}$. D. $l = a\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 437. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2a$, một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là một hình vuông. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

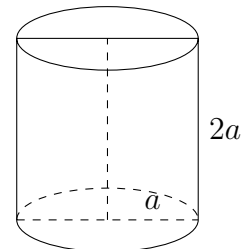
- A. $V = 18\pi a^3$. B. $V = 4\pi a^3$. C. $V = 8\pi a^3$. D. $V = 16\pi a^3$.

Lời giải.

Chiều cao của hình trụ có độ dài $h = 2r = 4a$.

Thể tích của hình trụ là

$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi \cdot 4a^2 \cdot 4a = 16\pi a^3.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 438. Cho hình cầu có diện tích toàn phần S và bán kính R . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $S = \frac{4}{3}\pi R^3$. B. $S = 2\pi R^2$. C. $S = \pi R^2$. D. $S = 4\pi R^2$.

Lời giải.

Theo lý thuyết, ta có $S = 4\pi R^2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 439. Tính chiều cao h của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và thể tích bằng 36π .

- A. $h = 18$. B. $h = 12$. C. $h = 6$. D. $h = 4$.

Lời giải.

Ta có $36\pi = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot h \Rightarrow h = 12$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 440. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy bằng $2a$. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- A. $2\sqrt{2}a$. B. $3a$. C. $2a$. D. $\frac{3a}{2}$.

Lời giải.

$$S_{xq} = \pi r l \Leftrightarrow 4\pi a^2 = \pi \cdot 2a \cdot l \Leftrightarrow l = 2a.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 441. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ. Giá trị của $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{4}{5}$.

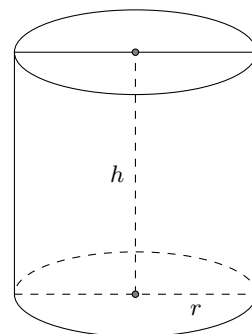
Lời giải.

Gọi a là độ dài cạnh hình vuông, ta có

$$— S_1 = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \pi a^2.$$

$$— S_2 = S_1 + 2\pi r^2 = S_1 + 2\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{2}\pi.$$

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{3}$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 442. Cho hình nón (N) có chiều cao h , bán kính đáy R và độ dài đường sinh là l . Công thức tính diện tích xung quanh S của (N) là

A. $S = \frac{1}{3}\pi Rl$.

B. $S = \pi Rl$.

C. $S = 4\pi R^2$.

D. $S = 2\pi Rh$.

Lời giải.

Công thức tính diện tích xung quanh S của (N) là $S = \pi Rl$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 443. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC . Khi đó tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{16}{9}$.

D. $\frac{9}{16}$.

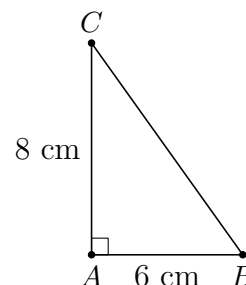
Lời giải.

Thể tích V_1 là $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 8^2 \cdot 6 = 128\pi$.

Thể tích V_2 là $V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi$.

Do đó

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 444. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình nón là

A. $3\pi a^2$.

B. $2\pi a^2$.

C. πa^2 .

D. $\frac{3}{2}\pi a^2$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot a \cdot 3a = 3\pi a^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 445. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 3$ và đường sinh $l = 6$ bằng

- A. 54π . B. 18π . C. 108π . D. 36π .

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 3 \cdot 6 = 36\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 446. Cho hình trụ có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

- A. $2a^2$. B. $2\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. πa^2 .

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

$$S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi a \cdot 2a = 4\pi a^2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 447. Cho đường thẳng Δ cố định, một đường thẳng d cắt Δ và tạo với Δ một góc α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Quay đường thẳng d quanh trục Δ sao cho d luôn cắt Δ tại một điểm cố định và góc α không đổi thì tạo ra một mặt tròn xoay là mặt gì?

- A. Mặt nón. B. Mặt trụ. C. Mặt cầu. D. Mặt phẳng.

Lời giải.

Theo định nghĩa mặt nón tròn xoay.

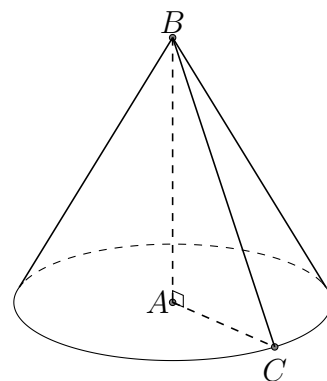
Chọn đáp án **(A)** □

Câu 448. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = a$, $AC = 2a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục AB .

- A. $l = a\sqrt{2}$. B. $l = 2a$. C. $l = a\sqrt{3}$. D. $l = a\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có: $l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{5}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 449. Gọi l , h , R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của một khối nón. Thể tích V của khối nón đó là

- A. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$. B. $V = \pi R^2 h$. C. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 l$. D. $V = \pi R^2 l$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón được tính bởi công thức

$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}\pi R^2 h.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 450. Cho hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy r , chiều cao h và đường sinh l . Kết luận nào sau đây **sai**

- A. $S_{xq} = \pi r l$. B. $S_{tp} = \pi r l + \pi r^2$. C. $h^2 = r^2 + l^2$. D. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Lời giải.

Với hình nón ta có $l^2 = h^2 + r^2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 451. Cho hình trụ có thể tích bằng πa^3 và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình trụ đã cho bằng

- A. a . B. $2a$. C. $3a$. D. $2\sqrt{2}a$.

Lời giải.

Thể tích hình trụ $V = S \cdot h \Leftrightarrow \pi a^3 = \pi a^2 \cdot h \Leftrightarrow h = a$.

Vậy độ dài đường sinh hình trụ bằng a .

Chọn đáp án **A** □

Câu 452. Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng h là

- A. $\pi R \sqrt{h^2 + 4R^2}$. B. $\pi R \sqrt{h^2 + 4R^2} + \pi R^2$.
C. $\pi R \sqrt{h^2 + R^2} + \pi R^2$. D. $\pi R \sqrt{h^2 + R^2}$.

Lời giải.

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = \sqrt{h^2 + R^2} \Rightarrow$ diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi R l = \pi R \sqrt{h^2 + R^2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 453. Cho một khối trụ có độ dài đường sinh là l và bán kính của đường tròn đáy là r . Diện tích toàn phần của khối trụ là

- A. $S_{tp} = \pi r (l + r)$. B. $S_{tp} = 2\pi r (l + 2r)$. C. $S_{tp} = \pi r (2l + r)$. D. $S_{tp} = 2\pi r (l + r)$.

Lời giải.

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi r l + 2\pi r^2 = 2\pi r (l + r)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 454. Cho hình nón (N) có bán kính đường tròn đáy bằng 2 và độ dài đường sinh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N).

- A. $S_{xq} = 4\pi$. B. $S_{xq} = 8\pi$. C. $S_{xq} = 16\pi$. D. $S_{xq} = 8$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 2 \cdot 4 = 8\pi$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 455. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $BC = b$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Thể tích hình trụ thu được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục MN là

- A. $V = \frac{a^2 b}{4} \pi$ đvtt. B. $V = a^2 b \pi$ đvtt. C. $V = \frac{a^2 b}{12} \pi$ đvtt. D. $V = \frac{a^2 b}{3} \pi$ đvtt.

Lời giải.

Hình trụ có bán kính đáy $\frac{a}{2}$ và chiều cao b nên có thể tích là $V = \pi r^2 h = \frac{\pi a^2 b}{4}$ (đvtt).

Chọn đáp án **A** □

Câu 456. Một khối trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao h thì có thể tích bằng

- A. $4\pi R^2 h$. B. $2\pi R h$. C. $\frac{\pi R^2 h}{3}$. D. $\pi R^2 h$.

Lời giải.

Thể tích của khối trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao h là $V = \pi R^2 h$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 457. Cho khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 8 cm và độ dài đường sinh bằng 10 cm. Thể tích của khối nón là

- A. $124\pi \text{ cm}^3$. B. $128\pi \text{ cm}^3$. C. $140\pi \text{ cm}^3$. D. $96\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}B \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot (10^2 - 8^2) \cdot 8 = 96\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 458. Một hình trụ có đường kính đáy 12 cm, chiều cao 10 cm. Thể tích khối trụ này là

- A. $1440\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. B. $360\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. C. $480\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. D. $1440 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Lời giải.

Bán kính đáy của hình trụ $r = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6 \text{ (cm)}$.

Thể tích của hình trụ là: $\pi r^2 h = \pi \cdot 6^2 \cdot 10 = 360\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 459. Tính thể tích của khối trụ có bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $a\sqrt{3}$.

- A. $\pi a^3 \sqrt{3}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $3\pi a^3$. D. $\pi a^2 \sqrt{3}$.

Lời giải.

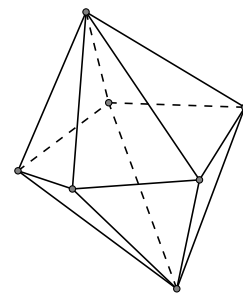
Ta có $V = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \pi a^3 \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 460.

Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

- A. 10. B. 8. C. 11. D. 12.

**Lời giải.**

Hình đa diện trên có tất cả 10 mặt.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 461. Gọi l , h , R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón (N). Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) là

- A. $S_{xq} = \pi Rl$. B. $S_{xq} = \pi Rh$. C. $S_{xq} = 2\pi Rl$. D. $S_{xq} = \pi R^2 h$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi Rl$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 462. Cho khối trụ có thể tích bằng $12\pi a^3$ và khoảng cách giữa hai đáy của khối trụ bằng $3a$. Tính bán kính đáy của khối trụ đó.

- A. $4a$. B. $3a$. C. a . D. $2a$.

Lời giải.

Ta có $V = \pi \cdot R^2 \cdot h \Leftrightarrow R^2 = \frac{V}{\pi \cdot h} = \frac{12\pi a^3}{\pi \cdot 3a} = 4a^2 \Leftrightarrow R = 2a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 463. Khối cầu có bán kính R có thể tích là

- A. $4\pi R^2$. B. πR^3 . C. $\frac{4}{3}\pi R^2$. D. $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Lời giải.

Công thức tính thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 464. Cho hình nón có chiều cao $h = a\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng a . Diện tích toàn phần của hình nón đã cho là

- A. $3\pi a^2$. B. $\pi a^2\sqrt{3}$. C. $\pi(1 + \sqrt{2})a^2$. D. πa^2 .

Lời giải.

Độ dài đường xiên của hình nón là $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a$.

Khi đó, diện tích toàn phần của hình nón là $S_{\text{toàn phần}} = \pi r l + \pi r^2 = 3\pi a^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

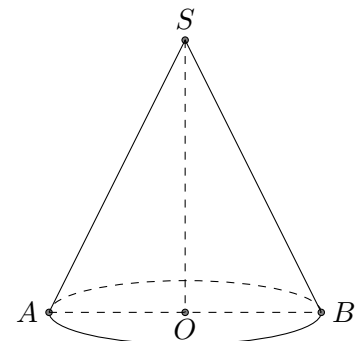
Câu 465. Cho hình nón đỉnh S , đáy là đường tròn tâm O và thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. Chiều cao h của khối nón là

- A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $h = a$. C. $h = \frac{a}{2}$. D. $h = \frac{3a}{2}$.

Lời giải.

Giả sử thiết diện qua trục SO của hình nón là tam giác đều SAB cạnh bằng $a\sqrt{3}$.

Chiều cao của hình nón là $h = SO = \frac{3a}{2}$.



Chọn đáp án **(D)** □

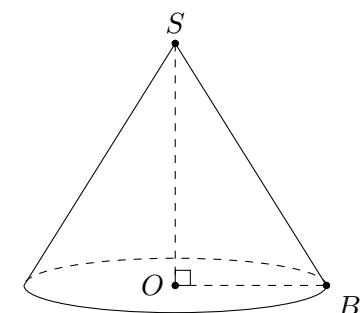
Câu 466. Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. $24\pi a^2$. B. $12\pi a^2$. C. $40\pi a^2$. D. $20\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi l độ dài đường sinh của hình nón. Khi đó $l = \sqrt{(3a)^2 + (4a)^2} = 5a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S = \pi \cdot 4a \cdot 5a = 20\pi a^2$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 467. Nếu tăng bán kính đáy của hình nón lên 4 lần và giảm chiều cao của hình nón đi 8 lần, thì thể tích khối nón tăng hay giảm bao nhiêu lần?

- A. Tăng 2 lần. B. Tăng 16 lần. C. Giảm 16 lần. D. Giảm 2 lần.

Lời giải.

Gọi V là thể tích của hình nón, h là chiều cao và R là bán kính đường tròn đáy. Khi đó $V = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 h$.

Gọi V_1 là thể tích hình nón khi thay đổi theo yêu cầu bài toán.

$$\text{Suy ra } V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi (4R)^2 \frac{h}{8} = \frac{2}{3} \cdot \pi R^2 h = 2V.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 468. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính chiều cao h của hình trụ đã cho.

- A. $h = 3a$. B. $h = 2a$. C. $h = \frac{3}{2}a$. D. $h = \frac{2}{3}a$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} S_{xq} &= 2\pi r l \\ \Leftrightarrow 3\pi a^2 &= 2\pi a l \\ \Leftrightarrow l &= \frac{3}{2}a. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } h = l = \frac{3}{2}a.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 469. Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.

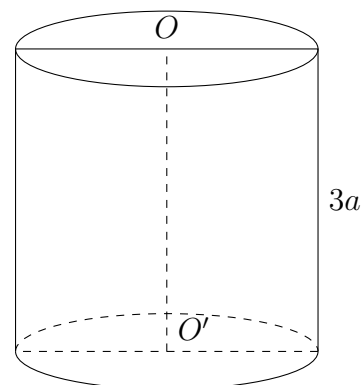
- A. $\frac{27\pi a^2}{2}$. B. $9\pi a^2$. C. $\frac{45\pi a^2}{4}$. D. $\frac{9\pi a^2}{2}$.

Lời giải.

Bán kính đáy của hình trụ là $R = \frac{3a}{2}$, chiều cao của hình trụ là $h = 3a$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S_{tp} = 2\pi R h + 2\pi R^2 = 2\pi \cdot \frac{3a}{2} \cdot 3a + 2\pi \cdot \left(\frac{3a}{2}\right)^2 = \frac{27\pi a^2}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

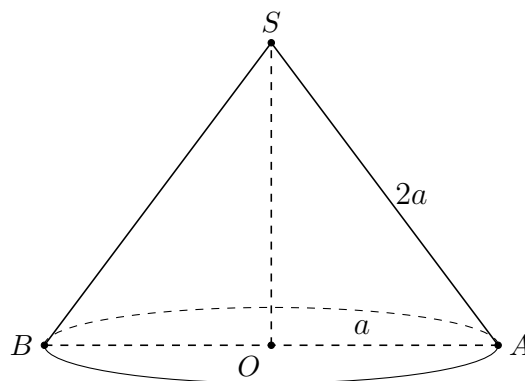
Câu 470. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a , độ dài đường sinh bằng $2a$. Góc ở đỉnh của hình nón bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 120° . D. 60° .

Lời giải.

Kí hiệu các điểm của hình nón như hình vẽ.

Ta có $AS = BS = AB = 2a$ nên tam giác SAB đều, suy ra góc ở đỉnh của hình nón là $\widehat{ASB} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 471. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6$, $AC = 8$. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC . Khi đó tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{9}{16}$.

B. $\frac{3}{4}$.

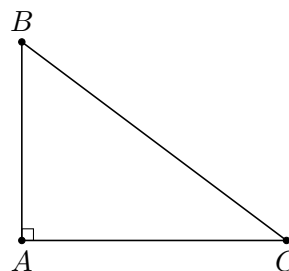
C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{16}{9}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot AC^2 \cdot AB, V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot AB^2 \cdot AC$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 472. Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng R và có chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ lần lượt có giá trị là

A. $2(\sqrt{3} + 1)\pi R^2$ và $2\sqrt{3}\pi R^2$.

B. $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2(\sqrt{3} + 1)\pi R^2$.

C. $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\pi R^2$.

D. $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\sqrt{3}\pi R^2 + R^2$.

Lời giải.

$$\text{Diện tích xung quanh của hình trụ } S_{xq} = 2\pi R \cdot R\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\pi R^2 \text{ (đvdt).}$$

$$\text{Diện tích toàn phần của hình trụ } S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 2\sqrt{3}\pi R^2 + 2\pi R^2 = 2(\sqrt{3} + 1)\pi R^2 \text{ (đvdt).}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 473. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6a$, $AC = 8a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

A. $l = 10a$.

B. $l = 12a$.

C. $l = 100a$.

D. $l = 14a$.

Lời giải.

$$l = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 10a.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 474. Tính thể tích V của khối nón có diện tích hình tròn đáy là S và chiều cao là h .

A. $V = \frac{4}{3}Sh$.

B. $V = \frac{1}{3}Sh^2$.

C. $V = Sh$.

D. $V = \frac{1}{3}Sh$.

Lời giải.

$$\text{Ta có công thức tính thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3}Sh.$$

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 475. Cho khối trụ (T) có chiều cao và đường kính đáy cùng bằng $2a$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của (T).

- A. $S_{tp} = 5\pi a^2$. B. $S_{tp} = 6\pi a^2$. C. $S_{tp} = 4\pi a^2$. D. $S_{tp} = 3\pi a^2$.

Lời giải.

Ta có $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 4\pi a^2 + 2\pi a^2 = 6\pi a^2$.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 476. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 2$ và đường sinh $l = 3$ bằng

- A. 6π . B. 4π . C. 12π . D. 24π .

Lời giải.

Diện tích xung quanh của khối trụ bằng

$$S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi \cdot 2 \cdot 3 = 12\pi.$$

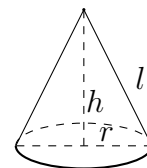
Chọn đáp án (C) ☐

Câu 477. Một hình nón có bán kính đáy là $5a$, độ dài đường sinh là $13a$ thì đường cao h của hình nón là

- A. $12a$. B. $7\sqrt{6}a$. C. $17a$. D. $8a$.

Lời giải.

Ta có $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{(13a)^2 - (5a)^2} = 12a$.



Chọn đáp án (A) ☐

Câu 478. Cho một hình trụ có chiều cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 6π . B. 18π . C. 15π . D. 9π .

Lời giải.

Khối trụ có chiều cao h , bán kính đáy r có thể tích là $V = \pi r^2 h$.

Nên thể tích khối trụ đã cho bằng $\pi \cdot 3^2 \cdot 2 = 18\pi$.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 479. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm và khoảng cách giữa hai đáy bằng 8 cm. Diện tích xung quanh của hình trụ là

- A. $40\pi \text{ cm}^2$. B. $144\pi \text{ cm}^2$. C. $72\pi \text{ cm}^2$. D. $80\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi \cdot r \cdot h = 80\pi \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án (D) ☐

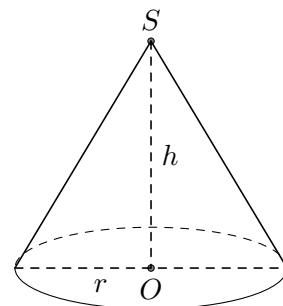
Câu 480. Thể tích của khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $r = 4$ bằng bao nhiêu?

- A. $V = 32\pi$. B. $V = 96\pi$. C. $V = 16\pi$. D. $V = 48\pi$.

Lời giải.

Thể tích khối nón

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{\text{đáy}} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \pi r^2 \\ &= \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \pi \cdot 4^2 = 32\pi. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 481. Cho hình trụ (T) có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r . Ký hiệu S_{xq} là diện tích xung quanh của (T) . Công thức nào sau đây là đúng?

- A. $S_{xq} = 2\pi rl$. B. $S_{xq} = \pi rh$. C. $S_{xq} = \pi rl$. D. $S_{xq} = 2\pi r^2 h$.

Lời giải.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 482. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 5 cm chiều cao bằng 4 cm. Tính thể tích của khối trụ

- A. $90\pi \text{ cm}^3$. B. $100\pi \text{ cm}^3$. C. $92\pi \text{ cm}^3$. D. $96\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Thể tích khối trụ là $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 100\pi \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 483. Cho hình trụ có độ dài đường sinh là l , bán kính đáy hình trụ bằng r . Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

- A. $S_{xq} = 2\pi rl$. B. $S_{xq} = 2\pi r^2 l$. C. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi rl$. D. $S_{xq} = \pi rl$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 484. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $2\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình trụ đó bằng

- A. $2a$. B. $\frac{a}{2}$. C. a . D. $\sqrt{2}a$.

Lời giải.

Với hình trụ, ta có $S_{xq} = 2\pi rl \Leftrightarrow 2\pi al = 2\pi a^2 \Leftrightarrow l = a$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 485. Thể tích của khối nón có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng R là

- A. $V = \pi R^2 h$. B. $V = \frac{1}{3}\pi Rh$. C. $V = \frac{1}{3}2\pi Rh$. D. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 486. Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

- A. $V = 108\pi$. B. $V = 54\pi$. C. $V = 36\pi$. D. $V = 18\pi$.

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot \pi \cdot 6 = 18\pi.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 487. Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy $r = 50$ cm và có chiều cao $h = 50$ cm. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

- A. $2500\pi \text{ cm}^2$. B. $5000\pi \text{ cm}^2$. C. $2500\pi \text{ cm}^2$. D. $5000\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ bằng $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 50 \cdot 50 = 5000\pi \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 488. Tính thể tích của khối nón có bán kính đáy R , chiều cao h .

- A. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$. B. $V = \frac{1}{3}\pi R h^2$. C. $V = \pi^2 R h$. D. $V = \pi R h$.

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích khối nón ta có $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 489. Thể tích V của khối nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy bằng r và chiều cao bằng h là

- A. $V = \frac{1}{6}\pi r^2 h$. B. $V = \pi r^2 h$. C. $V = \frac{1}{2}\pi r^2 h$. D. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón tròn xoay $V = \frac{1}{3}h\pi r^2$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 490. Gọi r là bán kính đường tròn đáy và l là độ dài đường sinh của hình trụ. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ là

- A. $S_{xq} = 2\pi r^2 l$. B. $S_{xq} = \pi r l$. C. $S_{xq} = 2\pi l r$. D. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r l$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ.

Chọn đáp án (C) □

Câu 491. Thể tích khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{6}Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là $V = Bh$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 492. Bán kính đáy hình trụ bằng 4 cm, chiều cao bằng 6 cm. Độ dài đường chéo của thiết diện qua trục bằng

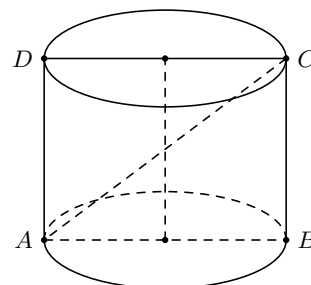
- A. 5 cm. B. 10 cm. C. 6 cm. D. 8 cm.

Lời giải.

Thiết diện qua trục là hình chữ nhật $ABCD$.

Ta có $r = 4, h = 6 \Rightarrow AB = 2r = 8, BC = h = 6$.

$$\Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10.$$



Chọn đáp án (B) □

Câu 493. Cho hình nón có bán kính đáy là $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $\ell = 2$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho.

A. $S = 8\sqrt{3}\pi$.

B. $S = 24\pi$.

C. $S = 4\sqrt{3}\pi$.

D. $S = 2\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $S = \pi r \ell = 2\sqrt{3}\pi$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 494. Tính diện tích xung quanh S của hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4.

A. $S = 12\pi$.

B. $S = 42\pi$.

C. $S = 36\pi$.

D. $S = 24\pi$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 3 \cdot 4 = 24\pi$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 495. Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh a . Thể tích của khối trụ đó bằng bao nhiêu?

A. πa^3 .

B. $\frac{\pi a^3}{2}$.

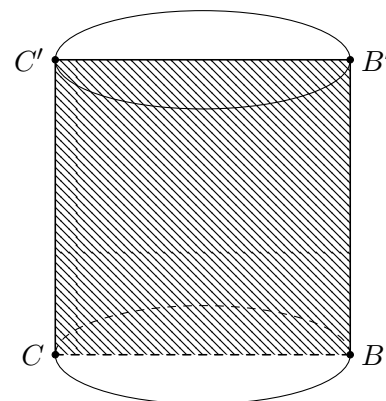
C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Lời giải.

Khối trụ có chiều cao $h = a$, bán kính đáy bằng $r = \frac{a}{2}$.

Vậy $V = \pi r^2 h = \pi \cdot \frac{a^2}{4} \cdot a = \frac{\pi a^3}{4}$.



Chọn đáp án (D) □

Câu 496. Cho hình nón có chiều cao bằng 3 cm, góc giữa trục và đường sinh bằng 60° . Thể tích của khối nón là:

A. $V = 9\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

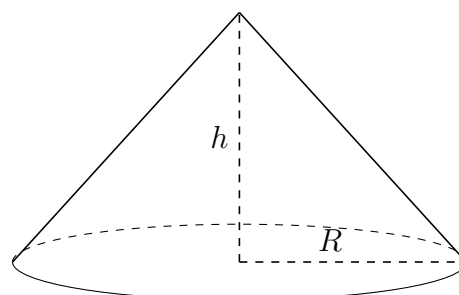
B. $V = 54\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

C. $V = 27\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

D. $V = 18\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Lời giải.

Vì chiều cao bằng 3 cm và góc giữa trục và đường sinh bằng 60° nên bán kính đáy là $R = h \tan 60^\circ = 3\sqrt{3}$ cm. Suy ra thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = 27\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.



Chọn đáp án (C) □

Câu 497. Cho hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy R . Công thức tính thể tích khối trụ đó là

- A. πRh^2 . B. πR^2h . C. $\frac{1}{3}\pi Rh^2$. D. $\frac{1}{3}\pi R^2h$.

Lời giải.

Ta có công thức tính thể tích khối trụ $V = \pi R^2h$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 498. Một khối trụ có độ dài đường sinh bằng 10, biết thể tích của khối trụ bằng 90π . Tính diện tích xung quanh của khối trụ.

- A. 60π . B. 78π . C. 81π . D. 90π .

Lời giải.

Gọi R, l lần lượt là bán kính và độ dài đường sinh của khối trụ. Chiều cao của khối trụ cũng bằng độ dài đường sinh của khối trụ.

Thể tích V của khối trụ là $V = \pi R^2l$. Suy ra $R = \sqrt{\frac{V}{\pi l}} = \sqrt{\frac{90\pi}{10\pi}} = 3$.

Diện tích xung quanh của khối trụ là $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi \cdot 3 \cdot 10 = 60\pi$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 499. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh của hình nón đã cho.

- A. $a\sqrt{5}$. B. $3\sqrt{2}a$. C. $3a$. D. $5a$.

Lời giải.

Ta có diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi r \times l = \pi a \times l = 5\pi a^2 \Leftrightarrow l = 5a$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 500. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $16\pi a^2$ và độ dài đường sinh bằng $2a$. Tính bán kính r của đường tròn đáy của hình trụ đã cho.

- A. $r = 4\pi$. B. $r = 4a$. C. $r = 8a$. D. $r = 6a$.

Lời giải.

Ta có: $S_{xq} = 2\pi rl \Rightarrow r = \frac{S_{xq}}{2\pi l} = \frac{16\pi a^2}{2\pi \cdot 2a} = 4a$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 501. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính r là

- A. $V = \pi r^2h$. B. $V = 2\pi r^2h$. C. $V = \frac{1}{6}\pi r^2h$. D. $V = \frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải.

$V = \frac{1}{3}S \cdot h = \frac{1}{3}\pi r^2h$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 502. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T). Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ (T) là

- A. $S_{xq} = \pi Rl$. B. $S_{xq} = \pi Rh$. C. $S_{xq} = 2\pi Rl$. D. $S_{xq} = \pi R^2h$.

Lời giải.

Công thức $S_{xq} = 2\pi Rl$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 503. Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 5$, bán kính đáy $r = 3$. Diện tích toàn phần của hình nón đó là

A. $S_{tp} = 15\pi$.

B. $S_{tp} = 20\pi$.

C. $S_{tp} = 22\pi$.

D. $S_{tp} = 24\pi$.

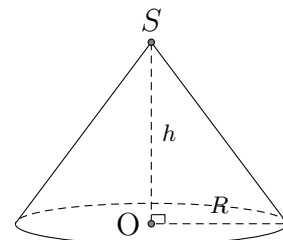
Lời giải.Diện tích toàn phần của hình nón là $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = \pi \times 3 \times 5 + \pi \times 3^2 = 24\pi$.Chọn đáp án (D) □**Câu 504.** Cho hình nón đỉnh (S) có đáy là đường tròn tâm (O) bán kính R . Biết $SO = h$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. $\sqrt{h^2 - R^2}$.

B. $\sqrt{h^2 + R^2}$.

C. $2\sqrt{h^2 - R^2}$.

D. $2\sqrt{h^2 + R^2}$.

Lời giải.Ta có đường sinh $l = \sqrt{h^2 + R^2}$.Chọn đáp án (B) □**Câu 505.** Một hình nón tròn xoay có đường cao h , bán kính đáy r và đường sinh l . Biểu thức nào sau đây dùng để tính diện tích xung quanh của hình nón?

A. $S_{xq} = \pi rl$.

B. $S_{xq} = 2\pi rl$.

C. $S_{xq} = \pi rh$.

D. $S_{xq} = 2\pi rh$.

Lời giải.Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl$.Chọn đáp án (A) □**Câu 506.** Tính diện tích xung quanh của một hình nón tròn xoay có đường cao là 1 và đường kính đáy là 1.

A. π .

B. $\frac{\pi\sqrt{5}}{8}$.

C. 2π .

D. $\frac{\pi\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải.Ta có $S_{xq} = \pi rl = \pi r\sqrt{h^2 + r^2} = \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\pi\sqrt{5}}{4}$ (đvdt).Chọn đáp án (D) □**Câu 507.** Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Đẳng thức nào dưới đây là đúng?

A. $R^2 = h^2 + l^2$.

B. $l = h$.

C. $l^2 = h^2 + R^2$.

D. $R = h$.

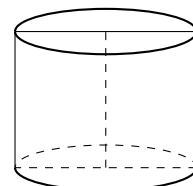
Lời giải.Theo tính chất hình trụ ta có $l = h$.Chọn đáp án (B) □**Câu 508.** Khối trụ tròn xoay có đường cao và bán kính đáy cùng bằng 1 thì thể tích bằng

A. $\frac{\pi}{3}$.

B. π^2 .

C. 2π .

D. π .

Lời giải.Thể tích khối trụ là $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1^2 \cdot 1 = \pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 509. Gọi l , h và R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Đẳng thức luôn đúng là

- A. $l = h$. B. $r = h$. C. $l^2 = h^2 + R^2$. D. $R^2 = h^2 + l^2$.

Lời giải.

Trong hình trụ thì chiều cao và độ dài đường sinh luôn bằng nhau.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 510. Tính thể tích V của khối nón tròn xoay có chiều cao h và đáy là hình tròn bán kính r .

- A. $V = \pi r h$. B. $V = \frac{2}{3} \pi r h$. C. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$. D. $V = \pi r^2 h$.

Lời giải.

Thể tích khối nón bằng $\frac{1}{3}$ diện tích đáy nhân chiều cao $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Chọn đáp án **(C)** □

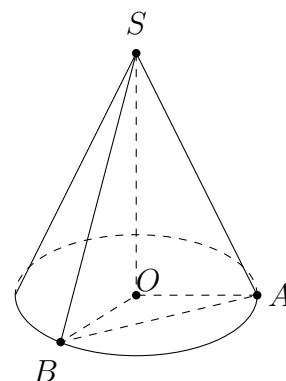
Câu 511. Cho hình nón có đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O , bán kính $R = 3$ cm, góc ở đỉnh của hình nón là $\varphi = 120^\circ$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh S tạo thành tam giác đều SAB , trong đó A, B thuộc đường tròn đáy. Diện tích của tam giác SAB bằng

- A. $3\sqrt{3}$ cm². B. $6\sqrt{3}$ cm². C. 6 cm². D. 3 cm².

Lời giải.

Xét tam giác SAO vuông tại O , ta có
 $\sin \widehat{ASO} = \frac{OA}{SA} \Rightarrow SA = \frac{R}{\sin 60^\circ} = 2\sqrt{3}$ cm.

$$S_{SAB} = \frac{SA^2 \sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$



Chọn đáp án **(A)** □

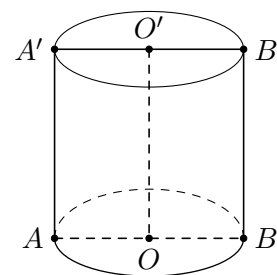
Câu 512. Một hình trụ có bán kính đáy a , có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính theo a diện tích xung quanh của hình trụ.

- A. πa^2 . B. $2\pi a^2$. C. $3\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Lời giải.

Thiết diện qua trục là một hình vuông nên hình trụ có đường sinh bằng đường kính đáy: $l = 2a$.

Vậy diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi r l = 4\pi a^2$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 513. Một hình nón tròn xoay có độ dài đường cao là h và bán kính đường tròn đáy là r . Thể tích khối nón tròn xoay được giới hạn bởi hình nón đó là

A. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h.$

B. $V = \pi r^2 h.$

C. $V = \frac{1}{3}\pi r h.$

D. $V = \frac{2}{3}\pi r^2 h.$

Lời giải.

Theo công thức về thể tích khối nón tròn xoay.

Chọn đáp án (A) ☐**Câu 514.** Cho hình trụ có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $\pi a^2.$

B. $2a^2.$

C. $2\pi a^2.$

D. $4\pi a^2.$

Lời giải.Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot h = 4\pi a^2.$ Chọn đáp án (D) ☐**Câu 515.** Một hình nón có độ dài đường sinh là 5 cm, đường cao bằng 4 cm. Thể tích V của khối nón đó là

A. $V = 15\pi \text{ cm}^3.$

B. $V = 20\pi \text{ cm}^3.$

C. $V = 36\pi \text{ cm}^3.$

D. $V = 12\pi \text{ cm}^3.$

Lời giải.Ta có bán kính đáy nón $r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{25 - 16} = 3.$ Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi.$ Chọn đáp án (D) ☐**Câu 516.** Cho hình nón có bán kính đáy là $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho.

A. $S = 8\sqrt{3}\pi.$

B. $S = 24\pi.$

C. $S = 16\sqrt{3}\pi.$

D. $S = 4\sqrt{3}\pi.$

Lời giải. $S_{xq} = \pi R l = 4\sqrt{3}\pi \text{ (đvdt)}.$ Chọn đáp án (D) ☐**Câu 517.** Công thức tính thể tích khối trụ có bán kính đáy R và chiều cao bằng h là

A. $V = \pi R h.$

B. $V = \pi R^2 h.$

C. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h.$

D. $V = \pi R h^2.$

Lời giải.Gọi S là diện tích đáy của khối trụ, khi đó $V = Sh = \pi R^2 h.$ Chọn đáp án (B) ☐**Câu 518.** Tính thể tích khối trụ có bán kính $R = 3$, chiều cao $h = 5$.

A. $V = 45\pi.$

B. $V = 45.$

C. $V = 15\pi.$

D. $V = 90\pi.$

Lời giải.Thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = 45\pi.$ Chọn đáp án (A) ☐**Câu 519.** Viết công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h bán kính đáy là R .

A. $S_{xq} = 2\pi R h.$

B. $S_{xq} = \pi^2 R h.$

C. $S_{xq} = \pi R h.$

D. $S_{xq} = 4\pi R h.$

Lời giải.Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi R h.$ Chọn đáp án (A) ☐

Câu 520. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4, diện tích xung quanh bằng 48π . Thể tích của khối trụ bằng

- A. 24π . B. 96π . C. 32π . D. 72π .

Lời giải.

Gọi hình trụ có bán kính và chiều cao lần lượt là R, h .

Theo giả thiết $R = 4$ và $S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot h = 48\pi$ nên $h = 6$.

Do đó thể tích khối trụ $V = \pi \cdot R^2 \cdot h = 96\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 521. Cho tam giác ABC vuông tại A . Khi quay tam giác ABC (kể cả các điểm trong) quanh cạnh AC ta được

- A. Mặt nón. B. Khối nón. C. Khối trụ. D. Khối cầu.

Lời giải.

Khi quay quanh cạnh góc vuông AC thì tam giác và cả phần trong sẽ tạo thành khối nón tròn xoay.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 522. Tính thể tích khối trụ biết bán kính đáy $r = 4$ cm và chiều cao $h = 6$ cm.

- A. $32\pi \text{ cm}^3$. B. $24\pi \text{ cm}^3$. C. $48\pi \text{ cm}^3$. D. $96\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Thể tích khối trụ là $V = h \cdot S_{\text{đáy}} = 6 \cdot \pi \cdot 4^2 = 96\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 523. Mặt cầu bán kính R nội tiếp trong một hình lập phương. Hãy tính thể tích V của hình lập phương đó.

- A. $V = \frac{8\pi R^3}{3}$. B. $V = \frac{16\pi R^3}{3}$. C. $V = 16R^3$. D. $V = 8R^3$.

Lời giải.

Vì mặt cầu bán kính R nội tiếp trong một hình lập phương nên độ dài một cạnh hình lập phương bằng $2R$. Thể tích khối lập phương $V = (2R)^3 = 8R^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 524. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 8, diện tích đáy bằng diện tích mặt cầu có bán kính bằng 2. Tính thể tích V của khối trụ đó.

- A. $V = 32$. B. $V = 64$. C. $V = 16$. D. $V = 24$.

Lời giải.

Gọi r, S_{xq}, S_d lần lượt là bán kính, diện tích xung quanh và diện tích đáy của hình trụ.

Gọi S_{mc} là diện tích mặt cầu.

Ta có:

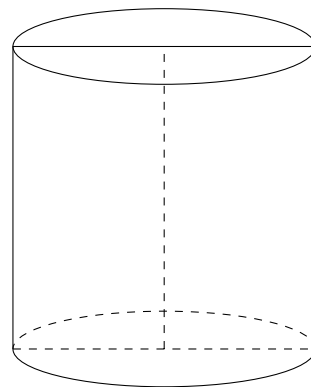
$$S_d = S_{mc} \Leftrightarrow \pi r^2 = 4\pi \cdot 2^2 \Leftrightarrow r = 4.$$

Thể tích của khối trụ:

$$V = S_d \cdot h = \pi r^2 h = \frac{2\pi r h \cdot r}{2} = \frac{S_{xq} \cdot r}{2} = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16.$$

(với h là đường cao của hình trụ).

Chọn đáp án **(C)** □



Câu 525. Cho một khối trụ có đường kính của đáy bằng với chiều cao và có thể tích bằng 2π . Tính chiều cao h của khối trụ.

A. $h = 2$.

B. $h = \sqrt[3]{24}$.

C. $h = \sqrt{2}$.

D. $h = \sqrt[3]{4}$.

Lời giải.Thể tích của khối trụ $V = 2\pi$. Theo giả thiết, suy ra:

$$\pi \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2 \cdot h = 2\pi \Leftrightarrow h^3 = 8 \Leftrightarrow h = 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 526.** Một nón lá có đường kính của vành nón là 50 cm, chiều cao bằng 25 cm. Hỏi diện tích xung quanh của cái nón lá đó bằng bao nhiêu?

A. 625 cm^2 .

B. $625\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$.

C. $625\sqrt{2}\pi^2 \text{ cm}^2$.

D. $625\pi \text{ cm}$.

Lời giải.

$$\text{Độ dài đường sinh là } l = \sqrt{25^2 + 25^2} = 25\sqrt{2}.$$

Diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq} = \pi \cdot 25 \cdot 25\sqrt{2} = 625\pi\sqrt{2} \text{ cm}^2.$$

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 527.** Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 10 \text{ cm}$ và chiều cao $h = 6 \text{ cm}$.

A. $V = 120\pi \text{ cm}^3$.

B. $V = 360\pi \text{ cm}^3$.

C. $V = 200\pi \text{ cm}^3$.

D. $V = 600\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } V = \pi R^2 h = \pi \cdot 10^2 \cdot 6 = 600\pi \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 528.** Gọi r, h, l, S_{xq} lần lượt là bán kính đáy, chiều cao, độ dài đường sinh và diện tích xung quanh của một hình nón. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S_{xq} = \pi r h$.

B. $S_{xq} = \pi r l$.

C. $S_{xq} = 2\pi r l$.

D. $S_{xq} = \pi r^2 h$.

Lời giải.Theo công thức tính diện tích xung quanh ta có: $S_{xq} = \pi r l$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 529.** Công thức thể tích V của khối nón tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h được cho bởi công thức nào sau đây?

A. $V = \frac{4}{3}\pi r h^2$.

B. $V = \frac{1}{3}\pi r h^2$.

C. $V = \frac{4}{3}\pi r^2 h$.

D. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải.

$$\text{Theo công thức lý thuyết, ta có } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 530.** Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ (T) là

A. $S_{tp} = \pi R l + 2\pi R^2$.

B. $S_{tp} = \pi R h + \pi R^2$.

C. $S_{tp} = \pi R l + \pi R^2$.

D. $S_{tp} = 2\pi R l + 2\pi R^2$.

Lời giải.

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 2\pi R l + 2\pi R^2.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 531.** Hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 3a$, bán kính đường tròn đáy $r = a$. Thể tích khối nón bằng

A. $3\pi a^3$.

B. $\frac{\pi a^3}{9}$.

C. πa^3 .

D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối nón $V = \frac{2}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot a^2 \cdot 3a = \pi a^3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 532. Công thức nào sau đây là công thức tính thể tích V của khối trụ có diện tích đáy là B , chiều cao h ?

- A. $V = hB$. B. $V = \frac{1}{3}hB$. C. $V = \frac{4}{3}hB$. D. $V = 2hB$.

Lời giải.

Công thức thể tích khối trụ là $V = hB$.

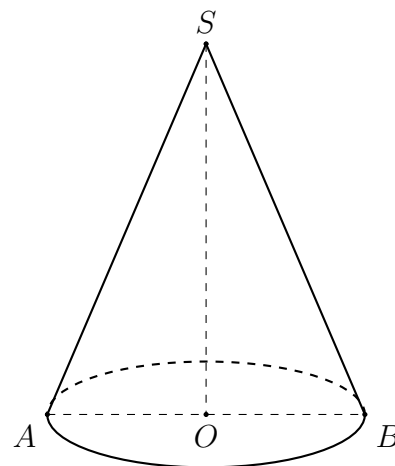
Chọn đáp án **A** □

Câu 533. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$, chiều cao $h = 5$. Tính thể tích V của khối nón đó.

- A. $V = 10\pi$. B. $V = 20\pi$. C. $V = \frac{20\pi}{3}$. D. $V = \frac{10\pi}{3}$.

Lời giải.

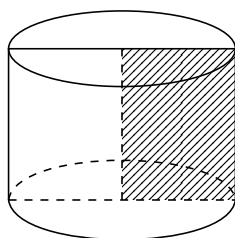
$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{20\pi}{3}.$$



Chọn đáp án **C** □

Câu 534. Khối tròn xoay được sinh ra khi quay một hình chữ nhật quanh một cạnh của nó là

- A. Khối chóp. B. Khối trụ. C. Khối cầu. D. Khối nón.

Lời giải.

Chọn đáp án **B** □

Câu 535. Diện tích toàn phần của một hình trụ có bán kính đáy bằng 10 cm và khoảng cách giữa hai đáy bằng 5 cm là

- A. $200\pi \text{ cm}^2$. B. $300\pi \text{ cm}^2$. C. $250\pi \text{ cm}^2$. D. $100\pi \text{ cm}^2$.

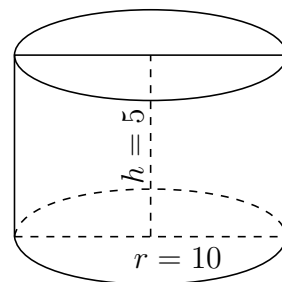
Lời giải.

Bán kính đáy $r = 10$ cm; khoảng cách giữa hai đáy bằng 5 cm

$\Rightarrow$ chiều cao hay đường sinh $h = l = 5$ cm.

Diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 10 \cdot 5 + 2\pi \cdot 10^2 = 300\pi \text{ cm}^2.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 536. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh bằng 3 và bán kính đáy bằng 2 là

A. 4π .

B. 6π .

C. 12π .

D. 5π .

Lời giải.

Ta có: $S_{xq} = \pi Rl = 6\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 537. Gọi l , h , r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Thể tích của khối nón là

A. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 l$.

B. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

C. $V = 2\pi r l$.

D. $V = \pi r l$.

Lời giải.

Theo công thức SGK thì $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 538. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $V = 6\pi$.

B. $V = 6$.

C. $V = 18$.

D. $V = 18\pi$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (\sqrt{3})^2 6 = 6\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 539. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và diện tích toàn phần bằng $5\pi a^2$. Độ dài đường sinh l của hình nón bằng

A. $l = 4a$.

B. $l = 3a$.

C. $l = a\sqrt{3}$.

D. $l = 2a$.

Lời giải.

Ta có: $S_{TP} = \pi R^2 + \pi Rl \Leftrightarrow 5\pi a^2 = \pi \cdot a^2 + \pi \cdot a \cdot l \Leftrightarrow l = 4a$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 540. Cho khối nón và khối trụ có cùng chiều cao và cùng bán kính đường tròn đáy. Gọi V_1 , V_2 lần lượt là thể tích của khối nón và khối trụ. Biểu thức $\frac{V_1}{V_2}$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{\pi}$.

B. 1.

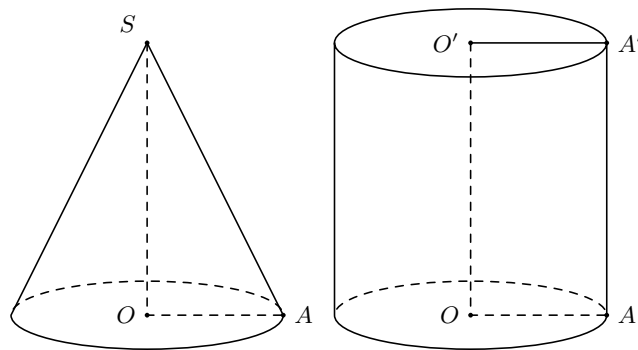
C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi chiều cao và bán kính đường tròn đáy của khối nón và khối trụ lần lượt là h và R .

- Thể tích của khối nón $V_1 = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.
- Thể tích của khối trụ $V_2 = \pi R^2 h$.
- Vậy ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 541. Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh bằng a . Thể tích khối trụ bằng

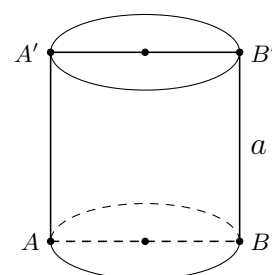
- A. $\frac{\pi a^3}{4}$. B. $\frac{2\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. πa^3 .

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh bằng a .

Do đó, chiều cao của chóp $h = a$ và bán kính đường tròn đáy $R = \frac{a}{2}$

Từ đây ta suy ra thể tích khối trụ $V = \pi R^2 h = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{4}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

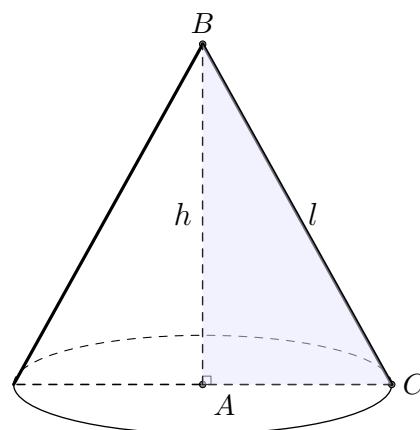
Câu 542. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 4$; $AC = 5$. Tính thể tích của khối nón sinh ra khi tam giác ABC quay xung quanh cạnh AB.

- A. 36π . B. 16π . C. $\frac{100\pi}{3}$. D. 12π .

Lời giải.

Ta có AB bán kính đường tròn đáy và AC và đường cao của hình nón

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{100\pi}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 543. Số mặt cầu chứa một đường tròn cho trước là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. vô số.

Lời giải.

Có vô số mặt cầu có tâm trùng với tâm của đường tròn cho trước, bán kính là bán kính của đường tròn cho trước.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 544. Thể tích khối cầu bán kính a bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

B. $4\pi a^3$.

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. $2\pi a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu bán kính a là $V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 545. Diện tích S của một mặt cầu có bán kính R bằng

A. $S = 4\pi R$.

B. $S = 4\pi R^2$.

C. $S = 4\pi^2 R^2$.

D. $S = 4R^2$.

Lời giải.

Theo công thức tính diện tích mặt cầu ta có: $S = 4\pi R^2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 546. Khối cầu bán kính $R = 2a$ có thể tích là

A. $\frac{32\pi a^3}{3}$.

B. $6\pi a^3$.

C. $16\pi a^2$.

D. $\frac{8\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32}{3}\pi a^3.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 547. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Mọi hình lăng trụ luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Mọi hình chóp luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Mọi hình lăng trụ đứng luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Mọi hình tứ diện luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải.

Điều kiện để một lăng trụ có mặt cầu ngoại tiếp là: Lăng trụ đứng, có đáy là đa giác nội tiếp được đường tròn.

Điều kiện để một hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp là: Đáy của hình chóp là đa giác nội tiếp được đường tròn.

Do đó, ta suy ra mọi tứ diện luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 548. Cho mặt cầu có bán kính là $2a$. Tính diện tích của mặt cầu.

A. $16\pi a^2$.

B. $\frac{3}{4}\pi a^2$.

C. $4\pi a^2$.

D. $8\pi a^2$.

Lời giải.

$$S = 4\pi R^2 = 16\pi a^2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 549. Với B là diện tích đáy, h là chiều cao và R là bán kính. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Thể tích của khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

B. Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi Rh$.

C. Diện tích của mặt cầu là $S = 4\pi R^2$.

D. Thể tích của khối trụ là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải.

— Thể tích của khối cầu có bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

— Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính R và chiều cao h là $S = 2\pi Rh$.

— Diện tích của mặt cầu có bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

— Thể tích của khối trụ có bán kính R và chiều cao h là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 550. Cho khối cầu có thể tích $V = 4\pi \cdot a^3$, ($a > 0$). Tính theo a bán kính của khối cầu.

A. $R = a$.

B. $R = a\sqrt[3]{3}$.

C. $R = a\sqrt[3]{4}$.

D. $R = a\sqrt[3]{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 4\pi a^3 \Rightarrow R^3 = 3a^3 \Rightarrow R = a\sqrt[3]{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 551. Cho một mặt cầu có diện tích là S , thể tích khối cầu đó là V . Tính bán kính R của mặt cầu.

A. $R = \frac{3V}{S}$.

B. $R = \frac{S}{3V}$.

C. $R = \frac{4V}{S}$.

D. $R = \frac{V}{3S}$.

Lời giải.

$$\text{Diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu là } S = 4\pi R^2; V = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

$$\Rightarrow R = \frac{3V}{S}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 552. Cho khối cầu có thể tích $V = 4\pi a^3$ ($a > 0$). Tính theo a bán kính R của khối cầu.

A. $R = a$.

B. $R = a\sqrt[3]{3}$.

C. $R = a\sqrt[3]{4}$.

D. $R = a\sqrt[3]{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$V = 4\pi a^3 \Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = 4\pi a^3 \Leftrightarrow R^3 = 3a^3 \Leftrightarrow R = a\sqrt[3]{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 553. Thể tích khối cầu đường kính $2a$ bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

B. $4\pi a^3$.

C. $2\pi a^3$.

D. $\frac{3\pi a^3}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Khối cầu có bán kính } R = \frac{2a}{2} = a. \text{ Vậy thể tích khối cầu là } V = \frac{4\pi a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 554. Cho hình lập phương có thể tích bằng $64a^3$. Thể tích của khối cầu nội tiếp của hình lập phương đó bằng

A. $V = \frac{64\pi a^3}{3}$.

B. $V = \frac{8\pi a^3}{3}$.

C. $V = \frac{32\pi a^3}{3}$.

D. $V = \frac{16\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi x là độ dài cạnh của hình lập phương. Theo giả thiết, ta có

$$V_{\text{lập phương}} = 64a^3 \Leftrightarrow x^3 = 64a^3 \Leftrightarrow x = 4a.$$

$$\text{Suy ra bán kính khối cầu nội tiếp của hình lập phương là } r = \frac{4a}{2} = 2a.$$

Do đó, thể tích của khối cầu là

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (2a)^3 = \frac{32\pi a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 555. Tính diện tích S của mặt cầu có bán kính bằng $2a$.

- A. $S = 16\pi a^2$. B. $S = 4\pi a^2$. C. $S = \frac{32}{3}\pi a^3$. D. $S = \frac{16}{3}\pi a^2$.

Lời giải.

Ta có $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot (2a)^2 = 16\pi a^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 556. Cho khối cầu (T) tâm O bán kính R . Gọi S và V lần lượt là diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. $S = 2\pi R^2$. B. $V = 4\pi R^3$. C. $S = \pi R^2$. D. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Lời giải.

Ta có diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2$ và thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 557. Diện tích của mặt cầu bán kính $2a$ là

- A. $4\pi a^2$. B. $16\pi a^2$. C. $16a^2$. D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Diện tích của mặt cầu bán kính $2a$ là $S = 4\pi R^2 = 16\pi a^2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 558. Mặt cầu bán kính a có diện tích bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi a^2$. B. πa^2 . C. $4\pi a^2$. D. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi r^2 = 4\pi a^2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 559. Tập hợp điểm M trong không gian cách đều đường thẳng Δ cố định một khoảng R không đổi ($R > 0$) là

- A. hai đường thẳng song song. B. một mặt cầu.
C. một mặt nón. D. một mặt trụ.

Lời giải.

Tập hợp điểm M trong không gian cách đều đường thẳng Δ cố định một khoảng R không đổi ($R > 0$) là một mặt trụ.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 560. Mặt cầu có bán kính a thì có diện tích xung quanh bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $2\pi a$. D. πa^2 .

Lời giải.

Diện tích xung quanh mặt cầu là

$$S_{xq} = 4\pi R^2 = 4\pi a^2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 561. Thể tích của khối cầu bán kính R bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi R^3$. B. $4\pi R^3$. C. $2\pi R^3$. D. $\frac{3}{4}\pi R^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối cầu bán kính R bằng $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 562. Tập hợp tâm các mặt cầu đi qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng là

- A. một mặt phẳng. B. một đường thẳng. C. một mặt trụ. D. một mặt cầu.

Lời giải.

Gọi I là tâm mặt cầu đi qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng A, B, C . Suy ra $IA = IB = IC$, do đó I nằm trên trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 563. Thể tích V của khối cầu bán kính 6cm là

- A. $V = 216\pi(\text{cm}^3)$. B. $V = 288\pi(\text{cm}^3)$. C. $V = 432\pi(\text{cm}^3)$. D. $V = 864\pi(\text{cm}^3)$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu bán kính 6cm là $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 288\pi(\text{cm}^3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 564. Một mặt cầu đường kính bằng 6 cm. Khi đó mặt cầu có diện tích là

- A. $36\pi \text{ cm}^2$. B. $144\pi \text{ cm}^2$. C. $9\pi \text{ cm}^2$. D. $12\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu là 3 cm. Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi (\text{cm}^2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 565. Tính diện tích của mặt cầu có bán kính $R = 2$.

- A. 16π . B. $\frac{32\pi}{3}$. C. 8π . D. 32π .

Lời giải.

Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 2^2 = 16\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 566. Khối cầu có bán kính R có thể tích là

- A. $\frac{4}{3}\pi R^3$. B. $\frac{4}{3}\pi R^2$. C. πR^3 . D. $4\pi R^2$.

Lời giải.

Khối cầu có bán kính R có thể tích là $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 567. Mặt cầu có bán kính a có diện tích bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi a^2$. B. $\frac{4}{3}\pi a^3$. C. $4\pi a^2$. D. πa^2 .

Lời giải.

Ta có diện tích của mặt cầu là $S = 4\pi r^2$, với $r = a$.

Suy ra $S = 4\pi a^2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 568. Thể tích của khối cầu có bán kính bằng 4 là

- A. $\frac{256\pi}{3}$. B. 64π . C. 256π . D. $\frac{64\pi}{3}$.

Lời giải.

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{256\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 569. Tính diện tích S của mặt cầu và thể tích V của khối cầu có bán kính bằng 3 cm.

- A. $S = 36\pi$ (cm²) và $V = 36\pi$ (cm³). B. $S = 18\pi$ (cm²) và $V = 108\pi$ (cm³).
C. $S = 36\pi$ (cm²) và $V = 108\pi$ (cm³). D. $S = 18\pi$ (cm²) và $V = 36\pi$ (cm³).

Lời giải.

Ta có $S = 4\pi r^2 = 36\pi$ (cm²) và $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi$ (cm³).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 570. Thể tích của khối cầu có bán kính R là

- A. $\frac{4\pi R^3}{3}$. B. πR^3 . C. $\frac{\pi R^3}{3}$. D. $2\pi R^3$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{4\pi R^3}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 571. Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là

- A. $S = \frac{4}{3}\pi R^3$. B. $S = \pi R^2$. C. $S = \frac{3}{4}\pi R^2$. D. $S = 4\pi R^2$.

Lời giải.

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 572. Một mặt cầu có bán kính bằng 2 có diện tích bằng

- A. 16π . B. $\frac{16\pi}{3}$. C. 64π . D. $\frac{64\pi}{3}$.

Lời giải.

Diện tích của mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 16\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 573. Diện tích mặt cầu có bán kính a bằng

- A. $4\pi a^2$. B. πa^2 . C. $2\pi a^2$. D. $\frac{4}{3}\pi a^2$.

Lời giải.

Ta có $S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 574. Tính thể tích khối cầu có bán kính bằng a .

- A. $V = \pi a^3$. B. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. C. $V = 4\pi a^3$. D. $V = 2\pi a^3$.

Lời giải.

Theo lý thuyết, $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi a^3}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 575. Cho mặt cầu (S_1) có bán kính R_1 , mặt cầu (S_2) có bán kính $R_2 = 2R_1$. Tính tỉ số diện tích của mặt cầu (S_2) và (S_1) .

- A. $\frac{1}{2}$. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải.

Gọi S_1, S_2 là diện tích của mặt cầu $(S_1), (S_2)$.

Ta có: $\frac{S_2}{S_1} = \frac{4\pi R_2^2}{4\pi R_1^2} = \frac{4\pi(2R_1)^2}{4\pi R_1^2} = \frac{4 \cdot 4\pi R_1^2}{4\pi R_1^2} = 4$.

Vậy $\frac{S_2}{S_1} = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 576. Hình đa diện **không** luôn luôn nội tiếp được trong một mặt cầu là

- A. Hình chóp tứ giác. B. Hình hộp chữ nhật.
C. Hình chóp tam giác. D. Hình chóp ngũ giác đều.

Lời giải.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 577. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

- A. Diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h , bán kính đáy r là $S_{xq} = \pi rh$.
B. Thể tích khối trụ có chiều cao h , bán kính đáy r là $V = \pi r^2 h$.
C. Thể tích khối cầu bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
D. Thể tích khối nón có chiều cao h , bán kính đáy r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải.

Ý đầu sai vì diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h , bán kính đáy r là $S_{xq} = 2\pi rh$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 578. Hình cầu có đường kính bằng 2 thì thể tích bằng

- A. $\frac{32}{3}\pi$. B. $\frac{4}{3}\pi$. C. 4π . D. 16π .

Lời giải.

Hình cầu có đường kính bằng 2 nên bán kính của nó là $R = 1$.

Thể tích của khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1^3 = \frac{4}{3}\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 579. Biết rằng diện tích mặt cầu có bán kính r được tính theo công thức $S = 4\pi r^2$. Tính diện tích mặt cầu có bán kính bằng 3.

- A. 9π . B. 12π . C. 4π . D. 36π .

Lời giải.

Diện tích mặt cầu có bán kính bằng 3 là $S = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 580. Thể tích khối cầu bán kính $\frac{3}{2}a$ bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi a^3$. B. $4\pi a^3$. C. $\frac{9}{2}\pi a^3$. D. $\frac{9}{8}\pi a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{3}{2}a\right)^3 = \frac{9}{2}\pi a^3$.

Chọn đáp án **(C)** □

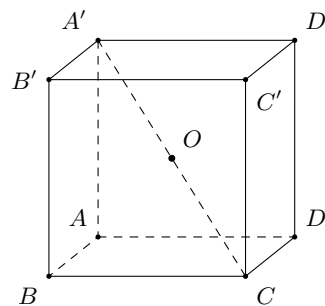
Câu 581. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng 1 là

- A. $\pi\sqrt{3}$. B. $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$. D. $3\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

Khối cầu ngoại tiếp hình lập phương có tâm O là giao điểm các đường chéo của hình lập phương và có bán kính $R = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}$. Vậy thể tích cần tìm là

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}\pi}{2}.$$



Chọn đáp án **C** ☐

Câu 582. Tính diện tích S của mặt cầu có bán kính bằng a .

A. $S = \frac{4}{3}\pi a^2$.

B. $S = \pi a^2$.

C. $S = 4\pi a^2$.

D. $S = \frac{\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Diện tích của mặt cầu có bán kính bằng a là $S = 4\pi a^2$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 583. Bán kính r của khối cầu có thể tích $V = 36\pi$ (cm³) là

A. $r = 3$ (cm).

B. $r = 6$ (cm).

C. $r = 4$ (cm).

D. $r = 9$ (cm).

Lời giải.

Theo đề bài ta có $\frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi \Leftrightarrow r^3 = 27 \Leftrightarrow r = 3$.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 584. Gọi R là bán kính, S là diện tích mặt cầu và V là thể tích của khối cầu. Công thức nào sau đây **sai**?

A. $S = \pi R^2$.

B. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

C. $S = 4\pi R^2$.

D. $3V = SR$.

Lời giải.

Ta có các công thức $S = 4\pi R^2$, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. Suy ra $3V = SR$.

Công thức sai là $S = \pi R^2$.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 585. Khối cầu có bán kính $R = 6$ có thể tích bằng bao nhiêu?

A. 144π .

B. 288π .

C. 48π .

D. 72π .

Lời giải.

Thể tích của khối cầu có bán kính $R = 6$ là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 288\pi$.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 586. Tính diện tích S của mặt cầu có đường kính bằng $2a$.

A. $S = 2\pi a^2$.

B. $S = 16\pi a^2$.

C. $S = \pi a^2$.

D. $S = 4\pi a^2$.

Lời giải.

Mặt cầu có đường kính bằng $2a$ nên có bán kính $R = a$.

Vậy diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2$.

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 587. Diện tích của mặt cầu bán kính $R = 3$ bằng

A. 36π .

B. 18π .

C. 12π .

D. 6π .

Lời giải.

Diện tích của mặt cầu đã cho là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 588. Tính diện tích S của mặt cầu có bán kính bằng $2a$.

- A. $S = 16\pi a^2$. B. $S = 4\pi a^2$. C. $S = \frac{32}{3}\pi a^2$. D. $S = \frac{16}{3}\pi a^2$.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu bán kính $R = 2a$ là $S = 4\pi R^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 589. Tính diện tích S của mặt cầu có đường kính bằng 6.

- A. $S = 12\pi$. B. $S = 36\pi$. C. $S = 48\pi$. D. $S = 144\pi$.

Lời giải.

— Bán kính mặt cầu là $R = 3$.

— Diện tích của mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 590.

Một hộp đựng mỹ phẩm được thiết kế (tham khảo hình vẽ) có thân hộp là hình trụ có bán kính hình tròn đáy $r = 5\text{cm}$, chiều cao $h = 6\text{cm}$ và nắp hộp là một nửa hình cầu. Người ta sơn mặt ngoài của cái hộp đó (không sơn đáy) thì diện tích S cần sơn là

- A. $S = 110\pi \text{ cm}^2$. B. $S = 130\pi \text{ cm}^2$.
C. $S = 160\pi \text{ cm}^2$. D. $S = 80\pi \text{ cm}^2$.

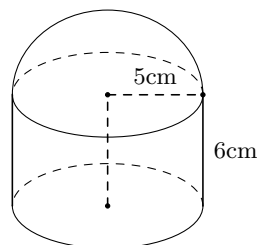
Lời giải.

Diện tích nửa hình cầu (nắp hộp) là $S_1 = 2\pi r^2 = 50\pi \text{ cm}^2$.

Diện tích thân hộp là $S_2 = 2\pi r \cdot h = 2\pi \cdot 5 \cdot 6 = 60\pi \text{ cm}^2$.

Diện tích S cần sơn là $S = S_1 + S_2 = 110\pi \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 591. Mặt cầu bán kính R có diện tích là

- A. $\frac{4}{3}\pi R^2$. B. $2\pi R^2$. C. $4\pi R^2$. D. πR^2 .

Lời giải.

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là $\frac{4}{3}\pi R^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 592. Diện tích mặt cầu bán kính a bằng

- A. $4\pi a^3$. B. $\frac{4\pi a^2}{3}$. C. $4\pi a^2$. D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu bán kính bằng a là $S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 593. Một quả bóng chuyền có mặt ngoài là mặt cầu có đường kính 20 cm. Diện tích mặt ngoài quả bóng chuyền là

- A. 1600 cm^2 . B. $1,6\pi \text{ m}^2$. C. $400\pi \text{ cm}^2$. D. 16 dm^2 .

Lời giải.

Bán kính mặt ngoài của quả bóng chuyền là $r = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$.

Do đó diện tích mặt ngoài quả bóng chuyền là $S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 10^2 = 400\pi \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 594. Diện tích của mặt cầu có bán kính 3 (m) là

- A. 9π (m²). B. 36π (m²). C. 3π (m²). D. 12π (m²).

Lời giải.

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4 \cdot \pi \cdot 3^2 = 36\pi$ (m²).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 595. Thể tích của khối cầu bán kính $R = 2a$ bằng

- A. $\frac{32\pi a^3}{3}$. B. $6\pi a^3$. C. $\frac{8\pi a^3}{3}$. D. $16\pi a^2$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu bán kính $R = 2a$ là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32\pi a^3}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 596. Bán kính r của khối cầu có thể tích $V = 36\pi$ (cm³) là

- A. $r = 3$ (cm). B. $r = 6$ (cm). C. $r = 4$ (cm). D. $r = 9$ (cm).

Lời giải.

Theo đề bài ta có $\frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi \Leftrightarrow r^3 = 27 \Leftrightarrow r = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 597. Diện tích mặt cầu bán kính R bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi R^2$. B. $2\pi R^2$. C. $4\pi R^2$. D. πR^2 .

Lời giải.

Diện tích mặt cầu bán kính R bằng $4\pi R^2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 598. Thể tích khối cầu bán kính R bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi R^3$. B. $4\pi R^3$. C. $2\pi R^3$. D. $\frac{3}{4}\pi R^3$.

Lời giải.

Công thức tính thể tích khối cầu có bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 599. Thể tích của một khối cầu có bán kính R là

- A. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^2$. C. $V = \frac{1}{3}\pi R^3$. D. $V = 4\pi R^3$.

Lời giải.

Thể tích của một khối cầu có bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 600. Khối cầu có thể tích bằng 36π cm³. Tính bán kính R của khối cầu.

- A. $R = 6$ cm. B. $R = 3$ cm. C. $R = 9$ cm. D. $R = \sqrt{6}$ cm.

Lời giải.

Ta có thể tích khối cầu bằng 36π cm³ $\Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi \Leftrightarrow R = 3$ cm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 601. Công thức tính thể tích khối cầu bán kính R là

- A. $V = 4\pi R^3$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. C. $V = \frac{1}{3}\pi R^3$. D. $V = \pi R^3$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án **(B)** ☐

Câu 602. Diện tích của mặt cầu bán kính R là

A. $S = 4\pi R^2$.

B. $S = 3\pi R^2$.

C. $S = \frac{4\pi R^2}{3}$.

D. $S = \pi R^2$.

Lời giải.

Câu hỏi lý thuyết.

Chọn đáp án **(A)** ☐

Câu 603. Cho hình cầu có diện tích S , bán kính R . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $S = \frac{4}{3}\pi R^3$.

B. $S = 2\pi R^2$.

C. $S = \pi R^2$.

D. $S = 4\pi R^2$.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Chọn đáp án **(D)** ☐

Câu 604. Một mặt cầu đường kính bằng 6 cm. Khi đó mặt cầu có diện tích là

A. $36\pi \text{ cm}^2$.

B. $144\pi \text{ cm}^2$.

C. $9\pi \text{ cm}^2$.

D. $12\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu là 3 cm. Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.

Chọn đáp án **(A)** ☐

Câu 605. Cho hình nón có bán kính đáy bằng $\sqrt{2}$ và độ dài đường sinh bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

A. $S_{xq} = 2\pi$.

B. $S_{xq} = 6\pi$.

C. $S_{xq} = 3\pi\sqrt{2}$.

D. $S_{xq} = 6\pi\sqrt{2}$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l = 3\pi\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(C)** ☐

Câu 606. Cho khối cầu có thể tích $V = 4\pi a^3$ ($a > 0$). Tính theo a bán kính R của khối cầu.

A. $R = a\sqrt[3]{3}$.

B. $R = a\sqrt[3]{2}$.

C. $R = a\sqrt[3]{4}$.

D. $R = a$.

Lời giải.

Ta có thể tích khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 4\pi a^3 \Leftrightarrow R = a\sqrt[3]{3}$.

Chọn đáp án **(A)** ☐

Câu 607. Mặt cầu có bán kính bằng 1 thì diện tích bằng

A. 4π .

B. 16π .

C. $\frac{4}{3}\pi$.

D. 2π .

Lời giải.

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 1^2 = 4\pi$.

Chọn đáp án **(A)** ☐

Câu 608. Khối cầu bán kính $R = 2a$ có thể tích là

A. $\frac{8\pi a^3}{3}$.

B. $16\pi a^2$.

C. $\frac{32\pi a^3}{3}$.

D. $6\pi a^3$.

Lời giải.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32\pi a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** ☐

Câu 609. Tính bán kính mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của một hình lập phương cạnh a .

A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

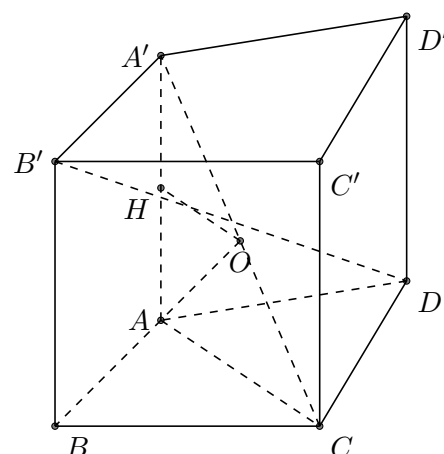
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của các đường chéo hình lập phương, H là trung điểm AA' khi đó bán kính mặt cầu tiếp xúc tất cả các cạnh của hình lập phương là $R = OH = \frac{AC}{2} = a\frac{\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 610. Cho hình trụ bán kính đáy $R = a$, mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Diện tích xung quanh và thể tích khối trụ là

A. $8\pi a^2, 4\pi a^3$.

B. $6\pi a^2, 6\pi a^3$.

C. $16\pi a^2, 16\pi a^3$.

D. $6\pi a^2, 3\pi a^3$.

Lời giải.

Chiều cao của hình trụ là $h = \frac{8a^2}{2R} = 4a$. Diện tích xung quanh của khối trụ là $S = 2\pi Rh = 8\pi a^2$, thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = 4\pi a^3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 611. Tính diện tích mặt cầu bán kính $r = 1$.

A. $S = \pi$.

B. $S = 4\pi$.

C. $S = 4\pi^2$.

D. $S = \frac{4\pi}{3}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính diện tích mặt cầu bán kính r , ta có $S = 4\pi r^2 = 4\pi$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 612. Công thức tính thể tích V của khối cầu có bán kính bằng R là

A. $V = 4\pi R^2$.

B. $V = \frac{4}{3}\pi R^2$.

C. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

D. $V = \pi R^3$.

Lời giải.

Câu hỏi lý thuyết.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 613. Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng

A. $2\pi R^2$.

B. πR^2 .

C. $4\pi R^2$.

D. $2\pi R$.

Lời giải.

Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng $4\pi R^2$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 614. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. 12π .

B. 9π .

C. 30π .

D. 15π .

Lời giải.

Độ dài đường sinh của hình nón là $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi$.

Chọn đáp án **(D)**

□

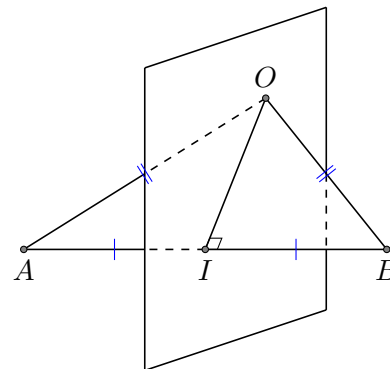
Câu 615. Tập hợp tâm các mặt cầu luôn đi qua hai điểm cố định A và B cho trước là

- A. Một đường thẳng. B. Một mặt phẳng. C. Một điểm. D. Một đoạn thẳng.

Lời giải.

Gọi O là tâm mặt cầu đi qua hai điểm A và B , khi đó $OA = OB$.

Do vậy tập hợp các tâm mặt cầu luôn đi qua hai điểm cố định A và B là mặt phẳng trung trực của đoạn AB .



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 616. Nếu điểm M trong không gian luôn nhìn đoạn thẳng AB cố định dưới một góc vuông thì M thuộc

- A. Một mặt cầu cố định. B. Một khối cầu cố định.
C. Một đường tròn cố định. D. Một hình tròn cố định.

Lời giải.

Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng AB . Do tam giác AMB vuông tại M nên $MO = \frac{1}{2}AB = \text{const.}$ Vậy tập hợp các điểm M nhìn AB dưới một góc vuông nằm trên mặt cầu đường kính AB , đây là một mặt cầu cố định.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 617. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$. B. $\frac{2\sqrt{6}a}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}a}{12}$. D. $\frac{\sqrt{6}a}{4}$.

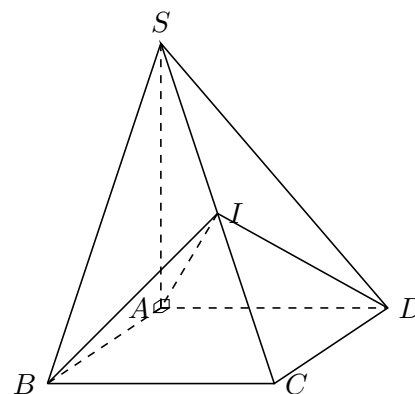
Lời giải.

Ta có $\triangle SBC, \triangle SDC, \triangle SAC$ là các tam giác vuông chung cạnh huyền SC .

Gọi I là trung điểm SC khi đó ta có $IS = IC = IB = ID = IA$.

Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$$\text{Ta có } R_{\text{cầu}} = \frac{SC}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 618. Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R .

- A. $S = \frac{4\pi R^3}{3}$. B. $S = \pi R^2$. C. $S = \frac{3\pi R^2}{4}$. D. $S = 4\pi R^2$.

Lời giải.

Theo công thức tính diện tích của mặt cầu. bán kính R .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 619. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Tính bán kính r của mặt cầu.

A. $r = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $r = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $r = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu đã cho là $4\pi r^2 = \frac{8\pi a^2}{3}$. Suy ra $r = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 620. Trong các hình đa diện sau đây, hình đa diện nào **không** nội tiếp được một mặt cầu?

A. Hình tứ diện.

B. Hình hộp chữ nhật.

C. Hình chóp ngũ giác đều.

D. Hình chóp có đáy là hình thang vuông.

Lời giải.

Hình chóp nội tiếp được một mặt cầu thì đáy là đa giác nội tiếp được đường tròn. Mà hình thang vuông không nội tiếp được đường tròn nên hình chóp có đáy là hình thang vuông không nội tiếp được một mặt cầu.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 621. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBD .

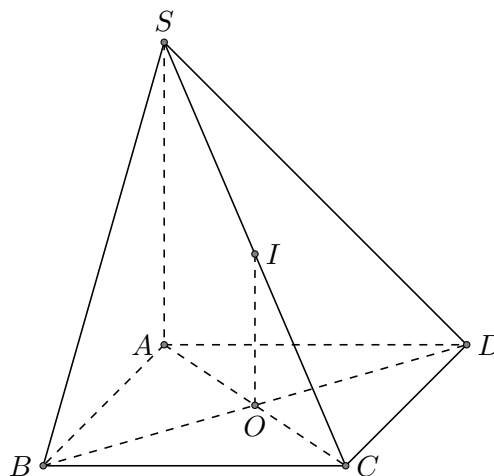
B. I là trung điểm SC .

C. I là giao điểm của AC và BD .

D. I là trung điểm SA .

Lời giải.

Ta có tam giác SBC , SCD vuông. Gọi I là trung điểm SC , khi đó $IC = IS = ID = IB = IA$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 622. Tính thể tích V của khối cầu có đường kính bằng 3 cm.

A. $V = 36\pi \text{ cm}^3$.

B. $V = \frac{9\pi}{8} \text{ cm}^3$.

C. $V = \frac{9\pi}{2} \text{ cm}^3$.

D. $V = 9\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Bán kính của khối cầu đó là: $R = \frac{3}{2}$. Từ đó ta có: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{9\pi}{2} \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 623. Tính diện tích S của mặt cầu có đường kính bằng $2a$.

- A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = 2\pi a^2$. C. $S = \pi a^2$. D. $S = 16\pi a^2$.

Lời giải.

Do mặt cầu có đường kính là $2a$ nên bán kính $R = a$, vậy $S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 624. Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp của hình hộp chữ nhật đó bằng

- A. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{3}$. B. $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. C. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$. D. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Lời giải.

Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật là trung điểm đường chéo.

Đường chéo của hình hộp chữ nhật có độ dài $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật là $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 625. Công thức tính diện tích mặt cầu là

- A. $S = 3\pi R^2$. B. $S = \frac{4}{3}\pi R^3$. C. $S = \pi R^2$. D. $S = 4\pi R^2$.

Lời giải.

Công thức tính diện tích mặt cầu có bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 626. Thể tích của khối cầu có bán kính R là

- A. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. B. $V = \frac{3}{4}\pi R^3$. C. $V = 4\pi R^3$. D. $V = \frac{1}{3}\pi R^3$.

Lời giải.

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$ là công thức tính thể tích khối cầu bán kính R .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 627. Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng $2a$. Tính thể tích V của mặt cầu (S) theo a .

- A. $V = 16\pi a^3$. B. $V = 8\pi a^3$. C. $V = \frac{32}{3}\pi a^3$. D. $V = \frac{22}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính mặt cầu (S) thì ta có $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32}{3}\pi a^3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 628. Tính diện tích S của mặt cầu có đường kính bằng 6.

- A. $S = 12\pi$. B. $S = 36\pi$. C. $S = 48\pi$. D. $S = 144\pi$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu là $R = \frac{6}{2} = 3$.

Diện tích S của mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 36\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 629. Thể tích của khối cầu bán kính bằng a là

- A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. B. $4\pi a^3$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $2\pi a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối cầu bán kính $r = a$ là $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4\pi a^3}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 630. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp của một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $R = a$.

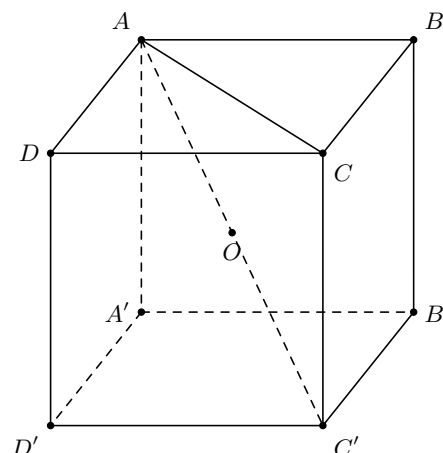
C. $R = 2a\sqrt{3}$.

D. $R = a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Hình lập phương có cạnh bằng $2a$ nên có đường chéo là $d = 2a\sqrt{3}$.

Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp của một hình lập phương đã cho là $R = \frac{d}{2} = a\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 631. Hình cầu có đường kính bằng 2 thì thể tích bằng:

A. $\frac{32\pi}{3}$.

B. $\frac{4\pi}{3}$.

C. 4π .

D. 16π .

Lời giải.

Bán kính khối cầu là $R = 1 \Rightarrow$ Thể tích khối cầu là $V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 632. Khối cầu bán kính R có thể tích là

A. $2\pi R^3$.

B. $\frac{1}{3}\pi R^3$.

C. $\frac{4}{3}\pi R^3$.

D. $4\pi R^3$.

Lời giải.

Khối cầu bán kính R có thể tích là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 633. Mặt cầu đi qua tất cả các đỉnh của một hình lập phương cạnh a có bán kính bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{6}a}{4}$.

Lời giải.

Ta có mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương nhận đường chéo hình lập phương làm đường kính. Vậy bán kính mặt cầu đi qua các đỉnh một hình lập phương cạnh a là $R = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 634. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, gọi I là giao điểm của AC và BD . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của đoạn BI . Góc giữa SC và $ABCD$ bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{39}}{48}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{39}}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{39}}{24}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{39}}{12}$.

Lời giải.

Ta có $\triangle BAD$ là tam giác đều nên

$$BD = a, AI = CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$CH = \sqrt{IC^2 + IH^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{4}.$$

$$\widehat{SC, (ABCD)} = (\widehat{SC, HC}) = \widehat{SCH} = 45^\circ.$$

$$\triangle SHC \text{ vuông cân tại } H \text{ nên suy ra } SH = HC = \frac{a\sqrt{13}}{4}.$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}BD \cdot AC = \frac{1}{2}a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{13}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{39}}{24}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 635. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}abc$.

B. $3abc$.

C. abc .

D. $\frac{1}{2}abc$.

Lời giải.

Thể tích khối hộp chữ nhật là $V = abc$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 636. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , độ dài cạnh $AB = BC = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = a^3$.

B. $V = \frac{a^3}{2}$.

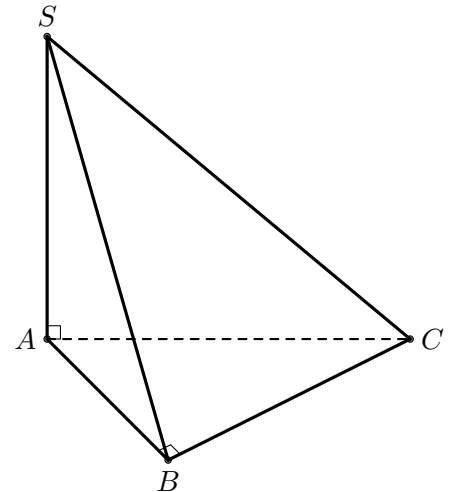
C. $V = \frac{a^3}{6}$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Diện tích } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 637. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}Bh$.

B. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = Bh$.

C. Thể tích của một khối hộp chữ nhật bằng tích ba kích thước của nó.

D. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = 3Bh$.

Lời giải.

$$\text{Dựa vào công thức thể tích khối chóp } V = \frac{1}{3}Bh.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 638. Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.

- A. $V = 27\sqrt{3}a^3$. B. $V = 24\sqrt{3}a^3$. C. $V = 36\sqrt{3}a^3$. D. $V = 81\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông $\Rightarrow h = 2R$. Ta lại có

$$S_{xq} = 2\pi Rh = 4\pi R^2 = 36\pi a^2 \Rightarrow R = 3a \Rightarrow h = 6a.$$

Diện tích lục giác đều là

$$S = 6 \cdot \frac{(3a)^2 \sqrt{3}}{3} = \frac{27\sqrt{3}a^2}{2}.$$

Thể tích khối lăng trụ là

$$V = Sh = 81\sqrt{3}a^3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 639. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 3, 4, 5.

- A. 20. B. 60. C. 15. D. 30.

Lời giải.

Thể tích hình hộp chữ nhật $V = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$.

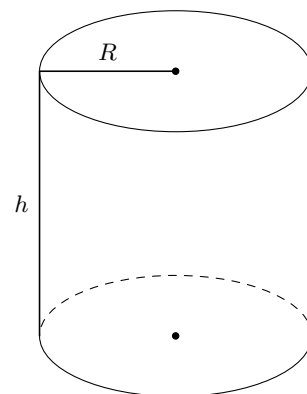
Chọn đáp án **(B)** □

Câu 640. Tính thể tích V của khối trụ có diện tích đáy bằng $2a^2$ và chiều cao bằng $2a$.

- A. $V = \frac{4a^3}{3}$. B. $V = \frac{4a^2}{3}$. C. $V = 4a^3$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có $V = S \cdot h = 2a^2 \cdot 2a = 4a^3$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 641. Thể tích của khối hình hộp chữ nhật có các cạnh lần lượt là a , $2a$, $3a$ bằng

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $6a^3$. D. $2a^3$.

Lời giải.

Ta có $V = a \cdot 2a \cdot 3a = 6a^3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 642. Một khối chóp có chiều cao $3a$, diện tích đáy $2a^2$ thì có thể tích bằng

- A. $2a^3$. B. $18a^3$. C. a^3 . D. $6a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp đó là $V = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot 2a^2 = 2a^3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 643. Cho khối hộp có chiều cao h và diện tích đáy là B . Khi đó thể tích V khối hộp là

- A. $V = B^2 \cdot h$. B. $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$. C. $V = \frac{1}{2} \cdot B \cdot h$. D. $V = B \cdot h$.

Lời giải.

Khối hộp có chiều cao h và diện tích đáy là B . Khi đó thể tích khối hộp là $V = B \cdot h$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 644. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$.

Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{3}{4}a^3$. B. $\frac{3}{2}a^3$. C. $\frac{1}{4}a^3$. D. $\frac{1}{2}a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

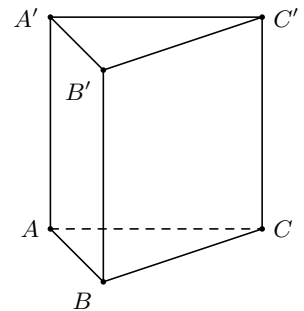
Câu 645. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AA' = \sqrt{3}a$. Tính thể tích của khối chóp $ABC.A'B'C'$ theo a .

- A. $V = a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = \frac{a^3}{4}$. D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

Diện tích tam giác đều ABC có cạnh $2a$ là $S = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}a^2$.

Suy ra thể tích của khối lăng trụ là $V = B \cdot h = \sqrt{3}a^2 \cdot \sqrt{3}a = 3a^3$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 646. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SB = a\sqrt{2}$. Hai mặt bên (SAD) và (SAB) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S_{ABCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. B. $SC = a\sqrt{3}$. C. $(SAC) \perp (SBD)$. D. $V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Ta có:
$$\begin{cases} (SAB) \cap (SAD) = SA \\ (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp$$

BD .

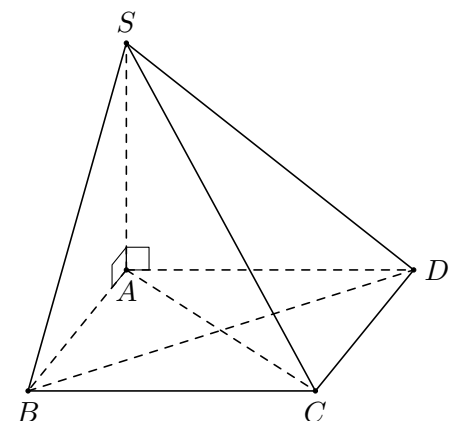
(1)

Vì $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$.

(2)

Từ (1) và (2) ta có: $BD \perp (SAC)$.

Mà $BD \subset (SBD) \Rightarrow (SAC) \perp (SBD)$.



Chọn đáp án **C**

□

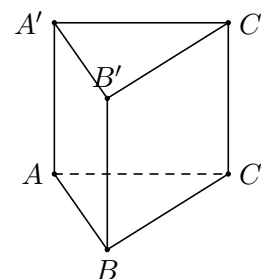
Câu 647. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A với $AB = a$, $AC = 2a\sqrt{3}$, cạnh bên $AA' = 2a$. Thể tích khối lăng trụ bằng bao nhiêu?

A. a^3 .B. $a^3\sqrt{3}$.C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.D. $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có: $V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = AA' \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a\sqrt{3} \cdot 2a = 2a^3\sqrt{3}$.

Vậy $V = 2a^3\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 648. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy ABC bằng S và chiều cao bằng h . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2Sh$.B. $\frac{1}{3}Sh$.C. $\frac{2}{3}Sh$.D. Sh .

Lời giải.

Thể tích của lăng trụ $V = Sh$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 649. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc, $AB = 4$ cm, $AC = 5$ cm, $AD = 3$ cm. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

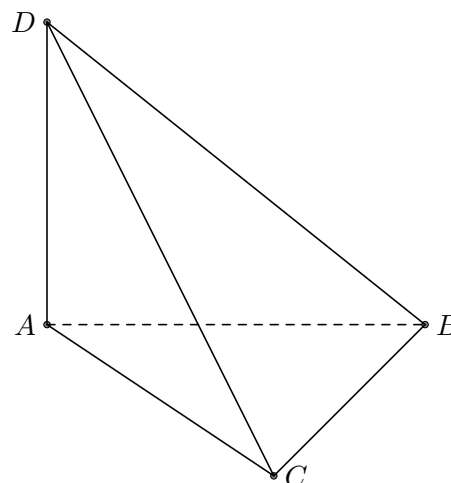
A. 15 cm^3 .B. 10 cm^3 .C. 60 cm^3 .D. 20 cm^3 .

Lời giải.

Vì tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc nên có thể tích là

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot AB \cdot AC \cdot AD = 10.$$

Vậy thể tích tứ diện $ABCD$ là 10 cm^3 .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 650. Cho khối chóp có thể tích bằng 32 cm^3 và diện tích đáy bằng 16 cm^2 . Chiều cao của khối chóp đó là

A. 4 cm.B. 6 cm.C. 3 cm.D. 2 cm.

Lời giải.

Từ công thức tính thể tích khối chóp ta suy ra chiều cao của khối chóp là

$$h = \frac{3V}{S_{\text{đáy}}} = \frac{3 \cdot 32}{16} = 6.$$

Vậy chiều cao của khối chóp cần tìm là 6 cm.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 651. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Tìm thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3}{12}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

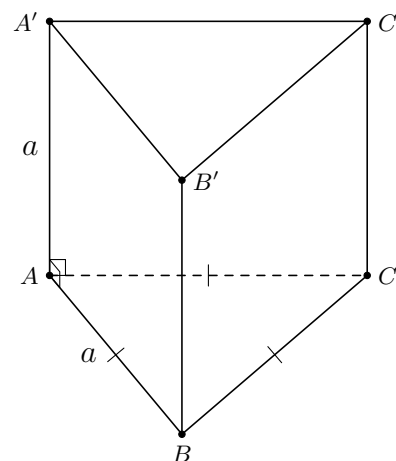
D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Diện tích tam giác đáy $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Chiều cao $h = AA' = a$.

Vậy $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.



Chọn đáp án (C)

□

Câu 652. Tìm thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$.

A. $V = 2a^3$.

B. $V = 3a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = 6a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = AB \cdot AD \cdot AA' = 6a^3$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 653. Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $8a$.

B. $8a^3$.

C. a^3 .

D. $6a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng $V = (2a)^3 = 8a^3$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 654. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4}{3}a^3$.

B. $\frac{16}{3}a^3$.

C. $4a^3$.

D. $16a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp bằng $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 4a = \frac{4}{3}a^3$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 655. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = a^3$.

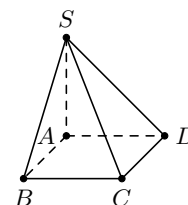
B. $V = \frac{1}{3}a^3$.

C. $V = 2a^3$.

D. $V = 3a^3$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a^2 = a^3$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 656. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi và $AA' = 4a$, $AC = 2a$, $BD = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V = \frac{8}{3}a^3$.

B. $V = 2a^3$.

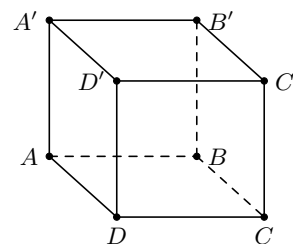
C. $V = 4a^3$.

D. $V = 8a^3$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = a^2$.

Suy ra $V = a^2 \cdot 4a = 4a^3$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 657. Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy $a^2\sqrt{2}$ và chiều cao $3a$ là

A. $V = 9a^3\sqrt{2}$.

B. $V = a^2\sqrt{2}$.

C. $V = 3a^3\sqrt{2}$.

D. $V = a^3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3}a^2\sqrt{2} \cdot 3a = a^3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 658. Biết thể tích một khối lập phương bằng $16\sqrt{2}a^3$, vậy cạnh của khối lập phương đã cho bằng bao nhiêu?

A. $8a\sqrt{2}$.

B. $2a\sqrt{2}$.

C. $4a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Vì khối lập phương có thể tích bằng $16\sqrt{2}a^3$ nên khối lập phương có cạnh là $\sqrt[3]{16\sqrt{2}a^3} = 2a\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 659. Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước là $AB = x$, $BC = 2x$ và $CC' = 3x$. Tính thể tích của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $3x^3$.

B. $2x^3$.

C. $6x^3$.

D. x^3 .

Lời giải.

Thể tích của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = AB \cdot BC \cdot CC' = 6x^3$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 660. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy $a = 3$. Biết $\triangle A'BA$ có diện tích bằng 6. Thể tích tứ diện $ABB'C'$ bằng

A. $3\sqrt{3}$.

B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

C. $6\sqrt{3}$.

D. $9\sqrt{3}$.

Lời giải.

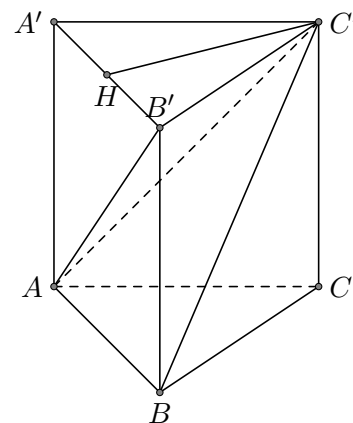
Ta có $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều nên tứ giác $ABB'A'$ là hình chữ nhật và $AA' \perp (ABC)$.

Ta có $S_{\triangle A'AB} = S_{\triangle B'AB} = 6$.

Gọi H là trung điểm $A'B'$

$$\Rightarrow \begin{cases} C'H \perp A'B' \\ C'H \perp AA' \end{cases} \Rightarrow C'H \perp (ABB'A') \text{ và } C'H = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Do đó } V_{ABB'C'} = V_{C'ABB'} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABB'} \cdot C'H = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 661. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là 3, 4, 5 bằng

A. 20.

B. 30.

C. 10.

D. 60.

Lời giải.

Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt a, b, c là $abc \Rightarrow V = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ (đvtt).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 662. Trong không gian, cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài $AB = 1$ m, $AA' = 3$ m và $BC = 2$ m. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$?

A. $V = 6 \text{ m}^3$.

B. $V = \sqrt{5} \text{ m}^3$.

C. $V = 3 \text{ m}^3$.

D. $V = 3\sqrt{5} \text{ m}^3$.

Lời giải.

Thể tích khối hộp chữ nhật là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot AB \cdot AD = AA' \cdot AB \cdot BC = 3 \cdot 1 \cdot 2 = 6 \text{ m}^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 663. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng a^2 và chiều cao bằng $3a$ là

A. a^3 .

B. $3a^3$.

C. $3\pi a^3$.

D. πa^3 .

Lời giải.

$V = B \cdot h = 3a^3$ (B là diện tích đáy, h là chiều cao).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 664. Tính thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao là $3a$.

A. $V = 4a^3$.

B. $V = 2a^3$.

C. $V = 12a^3$.

D. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp, ta có $V = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot (2a)^2 = 4a^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 665. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $\frac{V}{2}$.

B. $\frac{V}{4}$.

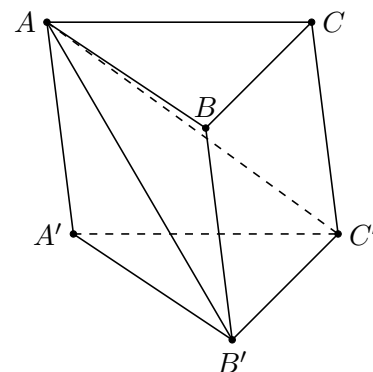
C. $\frac{3V}{4}$.

D. $\frac{2V}{3}$.

Lời giải.

Ta có $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}V$.

Mà $V_{A.A'B'C'} + V_{A.BCB'C'} = V \Rightarrow V_{A.BCB'C'} = \frac{2}{3}V$.



Chọn đáp án **(D)**

□

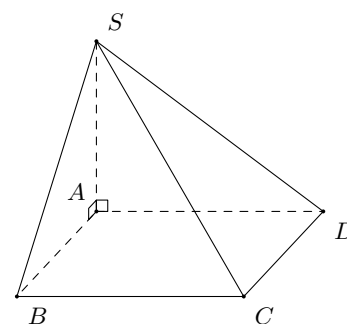
Câu 666. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = a^3\sqrt{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Ta có diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

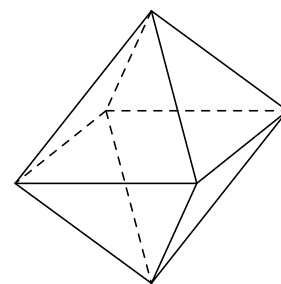
Câu 667. Diện tích toàn phần của khối bát diện đều cạnh $3a$ bằng

- A. $2a^2\sqrt{3}$. B. $9a^2\sqrt{3}$. C. $4a^2\sqrt{3}$. D. $18a^2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Khối bát diện đều có tám mặt là tám tam giác đều cạnh $3a$.

Diện tích toàn phần khối bát diện đều là $S_{tp} = 8 \cdot \frac{(3a)^2\sqrt{3}}{4} = 18a^2\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 668. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy ABC bằng S và chiều cao bằng h . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. Sh . B. $\frac{1}{3}Sh$. C. $\frac{2}{3}Sh$. D. $2Sh$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính thể tích khối lăng trụ suy ra thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V = Sh$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 669. Cho khối chóp tứ giác đều có thể tích bằng 16 cm^3 và cạnh đáy bằng 4 cm , chiều cao của khối chóp đó bằng

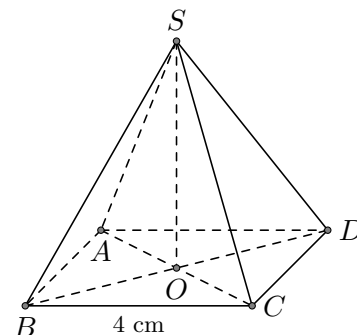
- A. $3\sqrt{2} \text{ cm}$. B. 4 cm . C. 3 cm . D. $2\sqrt{3} \text{ cm}$.

Lời giải.

Đáy là hình vuông cạnh bằng 4 cm có diện tích bằng

$$S = 4^2 = 16 \text{ cm}^2.$$

$$V = \frac{1}{3}S \cdot h \Rightarrow h = \frac{3V}{S} = 3 \text{ cm}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 670. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 12$. Thể tích khối hộp đó bằng

A. 144.

B. 60.

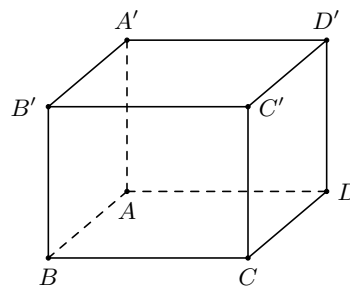
C. 624.

D. 156.

Lời giải.

Thể tích khối hộp chữ nhật là

$$V = AB \cdot AD \cdot AA' = 3 \cdot 4 \cdot 12 = 144.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 671. Thể tích của khối hộp chữ nhật có các kích thước 3, 4, 5 là

A. 60.

B. 20.

C. 30.

D. 10.

Lời giải.

$$V = abc = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 672. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 4 là

A. 4.

B. 24.

C. 12.

D. 8.

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3}Sh = 8.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 673. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 10 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 12 là

A. 120.

B. 40.

C. 60.

D. 20.

Lời giải.

$$V = Sh = 10 \cdot 12 = 120.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 674. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V = \frac{1}{3}Bh$.B. $V = \frac{1}{2}Bh$.C. $V = 2Bh$.D. $V = Bh$.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ được tính theo công thức $V = Bh$.

Trong đó B là diện tích của đáy, h là chiều cao của lăng trụ.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 675. Thể tích của khối lập phương cạnh $3a$ bằng

A. $9a^3$.

B. $3a^3$.

C. a^3 .

D. $27a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ là $V = (3a)^3 = 27a^3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 676. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính độ dài cạnh bên SA .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

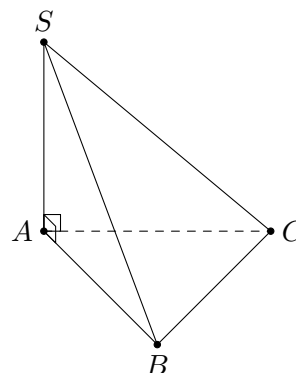
C. $a\sqrt{3}$.

D. $2a\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA$$

$$\Rightarrow SA = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{4}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = a\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 677. Thể tích của khối hộp chữ nhật có các cạnh 1 cm, 2 cm, 3 cm là

A. 3 cm^3 .

B. 2 cm^3 .

C. 6 cm^3 .

D. 12 cm^3 .

Lời giải.

Gọi độ dài ba cạnh của khối hộp lần lượt là a, b, c . Khi đó $V = abc = 6 \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 678. Khối hộp chữ nhật với ba kích thước $a, 2a, 3a$ có thể tích bằng

A. $6a^3$.

B. $2a^3$.

C. a^3 .

D. $5a^3$.

Lời giải.

Thể tích bằng $V = a \cdot 2a \cdot 3a = 6a^3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 679. Một khối chóp tứ giác có tất cả các cạnh đều bằng a thì chiều cao của khối chóp đó bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Vì $SA = SB = SC = SD$ nên hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$ trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCD$, do vậy $ABCD$ là hình vuông.

Gọi H là trung điểm AC .

Ta được $SH \perp (ABCD)$.

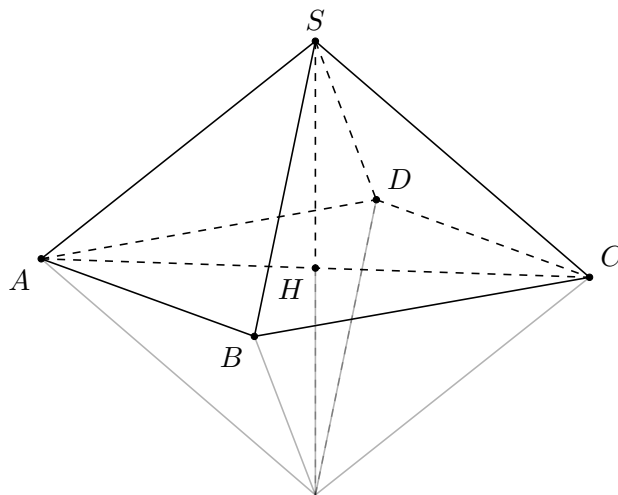
Ta thấy $\triangle SBD = \triangle SAC = \triangle ABD$.

Do vậy $\widehat{BSD} = 90^\circ \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Cách khác:

Tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là một nửa của bát diện đều.

Do vậy chiều cao khối chóp bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 680. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $6a^3$.

B. a^3 .

C. $3a^3$.

D. $2a^3$.

Lời giải.

Hình lăng trụ đứng có độ dài đường cao bằng cạnh bên nên $h = 2a$, diện tích đáy là $B = 3a^2$. Ta có thể tích khối lăng trụ bằng $V = Bh = 6a^3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 681. Cho lăng trụ tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh a , chiều cao $2a$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. a^3 .

B. $\frac{4a^3}{3}$.

C. $2a^3$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ là $V = a^2 \cdot 2a = 2a^3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 682. Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h tương ứng được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $V = S \cdot h$.

B. $V = 3S \cdot h$.

C. $V = \frac{1}{3}S \cdot h$.

D. $V = \frac{1}{2}S \cdot h$.

Lời giải.

Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}S \cdot h$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 683. Thể tích của khối hình hộp chữ nhật có các kích thước là $2a$, $3a$, $5a$ là

A. $15a^3$.

B. $10a^3$.

C. $30a^3$.

D. $6a^3$.

Lời giải.

$V = 2a \cdot 3a \cdot 5a = 30a^3$

Chọn đáp án **C** □

Câu 684. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

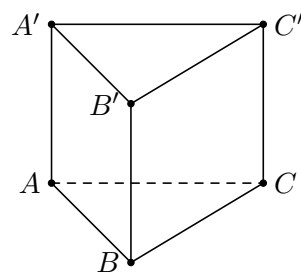
C. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ đã cho là

$$V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{3^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 685. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

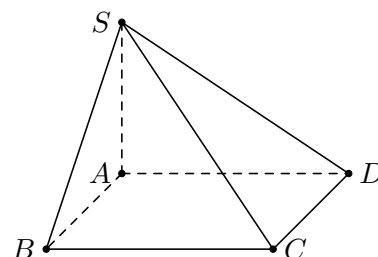
C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 686. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 10 và độ dài chiều cao bằng 3 là

A. 10.

B. 30.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}S_d \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 3 = 10$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 687. Khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$, chiều cao a có thể tích bằng

A. $\frac{3a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. a^3 .

D. $3a^3$.

Lời giải.

Ta có $V = Bh = 3a^2 \cdot a = 3a^3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 688. Cho một hình lăng trụ có diện tích mặt đáy là B , chiều cao bằng h , thể tích bằng V . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V = \sqrt{Bh}$.

B. $V = \frac{1}{3}Bh$.

C. $V = 3Bh$.

D. $V = Bh$.

Lời giải.

Theo lý thuyết, thể tích lăng trụ là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 689. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau tại O và $OA = 2, OB = 4, OC = 6$. Tính thể tích khối tứ diện đã cho.

A. 16.

B. 8.

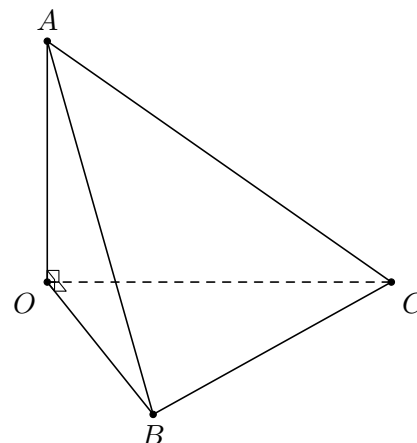
C. 48.

D. 24.

Lời giải.

$OABC$ là tứ diện vuông tại O nên ta có

$$V = \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 = 8.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 690. Khối chóp có chiều cao h và diện tích đáy S thì thể tích bằng

- A. $\frac{1}{2}Sh$. B. $\frac{1}{3}Sh$. C. Sh . D. $\frac{1}{6}Sh$.

Lời giải.

Khối chóp có chiều cao h và diện tích đáy S thì thể tích bằng $\frac{1}{3}Sh$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 691. Một khối chóp có diện tích đáy là B , chiều cao là h thì có thể tích là

- A. $V = \frac{B}{3h}$. B. $V = 3Bh$. C. $V = Bh$. D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 692. Hình hộp chữ nhật có số đo chiều rộng, chiều dài và chiều cao lần lượt là 3 cm, 4 cm, 10 cm có thể tích bằng?

- A. 27 cm³. B. 120 cm³. C. 64 cm³. D. 100 cm³.

Lời giải.

Thể tích hình hộp chữ nhật là $3 \cdot 4 \cdot 10 = 120 \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 693. Hình lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy là S thì thể tích bằng

- A. $\frac{1}{6}Sh$. B. $\frac{1}{3}Sh$. C. $\frac{1}{2}Sh$. D. Sh .

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy S là $V = Sh$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 694. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = AB = 2a$, $BC = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

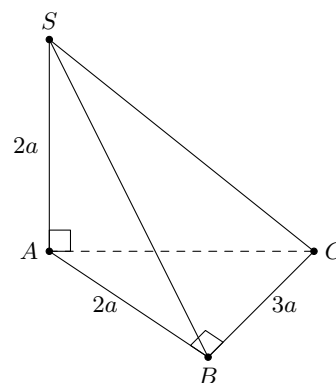
- A. $3a^3$. B. $4a^3$. C. $2a^3$. D. a^3 .

Lời giải.

Tam giác ABC vuông tại B nên $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 3a = 3a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot 3a^2 = 2a^3.$$



Chọn đáp án **C** □

Câu 695. Tính thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao là $3a$.

- A. $V = 4a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = 12a^3$. D. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot 3a = 4a^3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 696. Tính thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng 4 và chiều cao bằng 3.

- A. 12. B. 36. C. 4. D. 16.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 4 = 4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 697. Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = a$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 698. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = \frac{1}{2}Bh$. C. $V = Bh$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}Bh$.

Lời giải.

Chọn đáp án **C** □

Câu 699. Cho khối chóp $S.ABC$ có diện tích đáy bằng $2a^2$, đường cao $SH = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

- A. a^3 . B. $2a^3$. C. $3a^3$. D. $\frac{3a^3}{2}$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot 3a = 2a^3$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 700. Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V = \frac{1}{3}Bh.$

B. $V = B^2h.$

C. $V = 3Bh.$

D. $V = Bh.$

Lời giải.

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}Bh.$

Chọn đáp án (A) □

Câu 701. Khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a , đường cao bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng

A. $a^3\sqrt{3}.$

B. $2a^3\sqrt{3}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ là $V = Bh = a^2 \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}.$

Chọn đáp án (A) □

Câu 702. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước $a, 2a, 3a$ có thể tích bằng

A. $2a^3.$

B. $6a^3.$

C. $12a^3.$

D. $3a^3.$

Lời giải.

Thể tích hình hộp chữ nhật là $V = a \cdot 2a \cdot 3a = 6a^3.$

Chọn đáp án (B) □

Câu 703. Thể tích của khối hộp chữ nhật cạnh $a, 2a, 3a$ là

A. $6a^2.$

B. $6a^3.$

C. $2a^2.$

D. $2a^3.$

Lời giải.

Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng $a \cdot 2a \cdot 3a = 6a^3.$

Chọn đáp án (B) □

Câu 704. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác AB vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $6a^3.$

B. $a^3.$

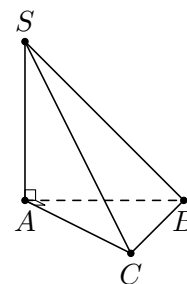
C. $3a^3.$

D. $2a^3.$

Lời giải.

Ta có

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = a^3.$$



Chọn đáp án (B) □

Câu 705. Một khối lập phương có thể tích bằng $2\sqrt{2}a^3$. Cạnh của hình lập phương đó bằng

A. $2\sqrt{2}a.$

B. $\sqrt{2}a.$

C. $2a.$

D. $\sqrt{3}a.$

Lời giải.

Giả sử cạnh hình lập phương có độ dài là $x \Rightarrow$ thể tích của hình lập phương là

$$V = x^3 = 2\sqrt{2}a^3.$$

Suy ra $x = \sqrt[3]{2\sqrt{2}a^3} = \sqrt{2}a.$

Vậy cạnh của hình lập phương bằng $\sqrt{2}a.$

Chọn đáp án (B) □

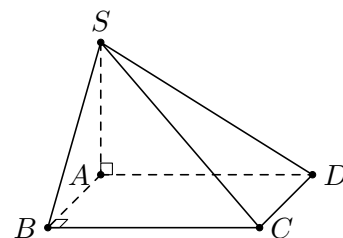
Câu 706. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $2a^3\sqrt{3}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$, ta có

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot AB \cdot AD = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 707. Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{6}Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = Bh$. D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 708. Diện tích đáy của khối chóp có chiều cao h và thể tích bằng V là

- A. $B = \frac{6V}{h}$. B. $B = \frac{3V}{h}$. C. $B = \frac{2V}{h}$. D. $B = \frac{V}{h}$.

Lời giải.

Từ công thức tính thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}Bh$ suy ra diện tích đáy của khối chóp là $B = \frac{3V}{h}$.

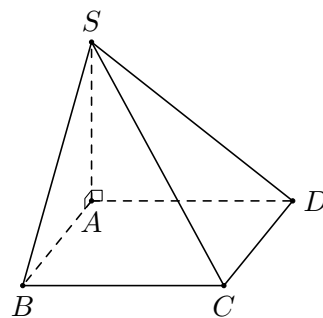
Chọn đáp án **(B)** □

Câu 709. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $3a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 710. Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng

- A. $9a^3$. B. $2a^3$. C. a^3 . D. $27a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng $(3a)^3 = 27a^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 711. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $8a^3$. Khi đó độ dài cạnh hình lập phương đã cho bằng

A. $2a\sqrt{3}$.

B. $3a$.

C. a .

D. $2a$.

Lời giải.Hình lập phương cạnh x có thể tích x^3 , do đó độ dài cạnh hình lập phương đã cho bằng $\sqrt[3]{8a^3} = 2a$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 712.** Khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a , chiều cao h có thể tích bằng

A. $V = \frac{1}{3}a^2 \cdot h$.

B. $V = a \cdot h$.

C. $V = \frac{a^2}{h}$.

D. $V = a^2 \cdot h$.

Lời giải.Áp dụng công thức thể tích khối lăng trụ ta có $V = a^2 \cdot h$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 713.** Cho khối lăng trụ có thể tích V , diện tích đáy là B và chiều cao là h . Tìm khẳng định đúng.

A. $V = \frac{1}{3}B \cdot h$.

B. $V = \sqrt{B \cdot h}$.

C. $V = B \cdot h$.

D. $V = 3B \cdot h$.

Lời giải.Khối lăng trụ có thể tích V , diện tích đáy là B và chiều cao là h . Khi đó $V = B \cdot h$ Chọn đáp án **(C)** □**Câu 714.** Thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông có cạnh bằng 3 và chiều cao bằng 4 là

A. $V = 16$.

B. $V = 48$.

C. $V = 12$.

D. $V = 36$.

Lời giải.Thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông có cạnh bằng 3 và chiều cao bằng 4 là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 4 = 12.$$

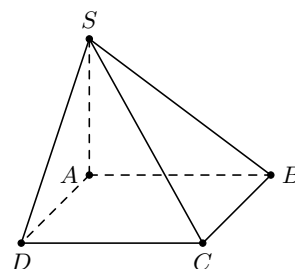
Chọn đáp án **(C)** □**Câu 715.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$ và $SA = a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 2a^3$.

B. $V = \frac{4a^3}{3}$.

C. $V = 4a^3$.

D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Lời giải.Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2$.Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot a = \frac{4a^3}{3}$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 716.** Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt a , $2a$, $3a$ bằng

A. $2a^3$.

B. $8a^3$.

C. $4a^3$.

D. $6a^3$.

Lời giải.Thể tích khối hộp chữ nhật là $V = a \cdot 2a \cdot 3a = 6a^3$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 717.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, đường thẳng SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi V là thể tích của khối chóp. Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$\text{A. } V = \frac{1}{3} \cdot SC \cdot AB \cdot AC.$$

$$\text{C. } V = \frac{1}{3} \cdot SC \cdot AD \cdot AC.$$

$$\text{B. } V = \frac{1}{3} \cdot SC \cdot AB^2.$$

$$\text{D. } V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot AB^2.$$

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} h = \frac{1}{3} \cdot SC \cdot AB^2.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 718. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

$$\text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}.$$

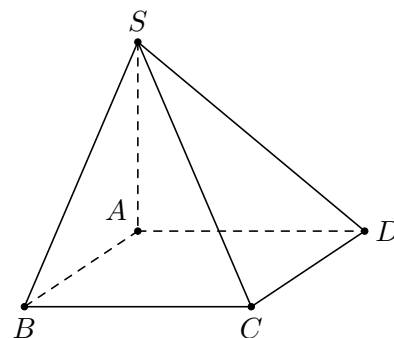
$$\text{C. } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{D. } V = a^3\sqrt{2}.$$

Lời giải.

Ta có

$$V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 719. Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2 là

$$\text{A. } 8.$$

$$\text{B. } 4.$$

$$\text{C. } \frac{8}{3}.$$

$$\text{D. } 6.$$

Lời giải.

Thể tích khối lập phương cạnh bằng 2 là $V = 2^3 = 8.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 720. Nếu một khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h thì có thể tích được tính theo công thức

$$\text{A. } V = \pi Bh.$$

$$\text{B. } V = \frac{1}{3} Bh.$$

$$\text{C. } V = Bh.$$

$$\text{D. } V = \frac{1}{3} \pi Bh.$$

Lời giải.

Thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là $V = \frac{1}{3} Bh.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 721. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng $3h$ là

$$\text{A. } V = \frac{4}{3} Bh.$$

$$\text{B. } V = \frac{1}{3} Bh.$$

$$\text{C. } V = Bh.$$

$$\text{D. } V = \frac{1}{2} Bh.$$

Lời giải.

Thể tích của khối chóp được tính theo công thức $V = \frac{B \cdot 3h}{3} = Bh.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 722. Tính thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

$$\text{A. } \frac{a^3}{2}.$$

$$\text{B. } \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{C. } \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

$$\text{D. } \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Lời giải.

Ta có $S_{\text{đáy}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và chiều cao $h = a$ nên suy ra $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 723. Diện tích toàn phần của hình lập phương cạnh $3a$ là

- A. $9a^2$. B. $72a^2$. C. $54a^2$. D. $36a^2$.

Lời giải.

Diện tích toàn phần của hình lập phương cạnh $3a$ là $S_{tp} = 6 \times (3a)^2 = 54a^2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 724. Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = a$ và $OB = OC = 2a$. Thể tích tứ diện đã cho bằng

- A. $2a^3$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $4a^3$. D. $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải.

Thể tích của tứ diện $OABC$ là $V_{OABC} = \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot a \cdot 2a \cdot 2a = \frac{2a^3}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 725. Khối lăng trụ có chiều cao bằng h , diện tích đáy bằng B có thể tích là

- A. $V = \frac{1}{6}Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{3}Bh$. D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 726. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. a^3 . B. $\frac{3}{2}a^3$. C. $3a^3$. D. $9a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối trụ đã cho là $V = Bh = a^2 \cdot 3a = 3a^3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 727. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

- A. $h = \frac{\sqrt{3}a}{6}$. B. $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. C. $h = \frac{\sqrt{3}a}{3}$. D. $h = \sqrt{3}a$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABC} = (2a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Mặt khác, $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = \frac{3a^3}{a^2\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 728. Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng

- A. $27a^3$. B. $9a^3$. C. $8a^3$. D. $3a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ là $V = (3a)^3 = 27a^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 729. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh $AB = AD = a$, $AA' = b$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. $4ab$. B. a^2b . C. $\frac{4ab}{3}$. D. $\frac{a^2b}{3}$.

Lời giải.

Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB \cdot AD \cdot AA' = a^2b$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 730. Thể tích của khối nón có đường cao h và diện tích đáy B là

- A. $V = B^2h$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = Bh$. D. $V = \frac{1}{3}B^2h$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}Bh$.

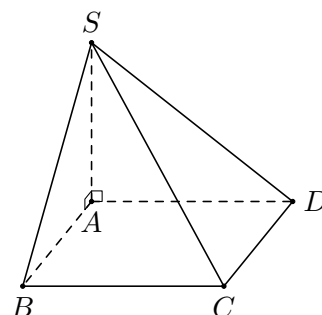
Chọn đáp án (B) □

Câu 731. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $3a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án (B) □

Câu 732. Cho khối chóp có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $4a^3$. B. $\frac{2}{3}a^3$. C. $2a^3$. D. a .

Lời giải.

Diện tích đáy của hình chóp là $S_{\text{đáy}} = a^2$.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}S_{\text{đáy}} \times h = \frac{1}{3}a^2 \times 2a = \frac{2}{3}a^3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 733. Cho khối chóp có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{4}{3}a^3$. B. $\frac{16}{3}a^3$. C. $4a^3$. D. $16a^3$.

Lời giải.

Diện tích đáy là $S = a^2$.

Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 4a = \frac{4a^3}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 734. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $4a^3$. B. $\frac{16}{3}a^3$. C. $\frac{4}{3}a^3$. D. $16a^3$.

Lời giải.

Mặt đáy của lăng trụ là hình vuông cạnh a nên có diện tích $S_{\text{đáy}} = a^2$.

Và do lăng trụ có chiều cao $h = 4a$ nên có thể tích $V = S_{\text{đáy}} \times h = a^2 \times 4a = 4a^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 735. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{2}{3}a^3$. B. $\frac{4}{3}a^3$. C. $2a^3$. D. $4a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ $V = B \cdot h = a^2 \cdot 2a = 2a^3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 736. Tính thể tích V của khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh bằng 6 và chiều cao bằng 5.

- A. $V = 180$. B. $V = 150$. C. $V = 60$. D. $V = 50$.

Lời giải.

Ta có $V = B \cdot h$ với $h = 5$ và $B = 6^2 = 36$. Do đó $V = 180$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 737. Cho khối lập phương cạnh bằng a có thể tích V . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $V = a^2$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 738. Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{6}Bh$. D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải.

Công thức tính thể tích khối lăng trụ: $V = Bh$.

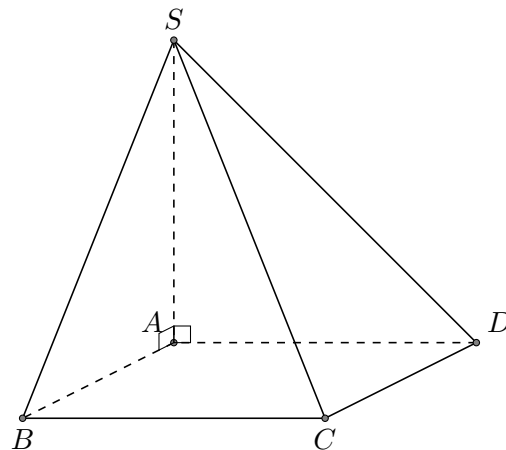
Chọn đáp án **(B)** □

Câu 739. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{1}{6}a^3$. C. $V = \frac{1}{2}a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Lời giải.

Theo giả thiết thì $SA = a$ là đường cao của chóp và $S_{ABCD} = a^2$ là diện tích đáy của chóp. Do đó thể tích chóp là $V = \frac{a^3}{3}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 740. Tính thể tích V của khối hộp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B .

A. $V = \frac{1}{3}B \cdot h$.

B. $V = B \cdot h$.

C. $V = \frac{1}{2}B \cdot h$.

D. $V = \frac{1}{6}B \cdot h$.

Lời giải.

Thể tích khối hộp là $V = B \cdot h$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 741. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao $h = 6$ cm và diện tích đáy $B = 10$ cm² là

A. $V = 20$ cm³.

B. $V = 60$ cm³.

C. $V = 360$ cm³.

D. $V = 16$ cm³.

Lời giải.

Áp dụng công thức $V = B \cdot h = 10 \cdot 6 = 60$ cm³.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 742. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{3}Bh$.

B. $V = Bh$.

C. $V = \frac{1}{6}Bh$.

D. $V = 3Bh$.

Lời giải.

Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 743. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng h^2 là

A. $V = \frac{1}{3}h^3$.

B. $V = h^3$.

C. $V = \frac{1}{2}h^3$.

D. $V = \frac{1}{6}h^3$.

Lời giải.

$$V = h \cdot S_{\text{đáy}} = h \cdot h^2 = h^3.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 744. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V = \frac{4}{3}Bh$.

B. $V = \frac{1}{3}Bh$.

C. $V = \frac{1}{6}Bh$.

D. $V = Bh$.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao h là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 745. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

B. $V = \frac{a^3}{6}$.

C. $V = \frac{a^3}{3}$.

D. $V = a^3$.

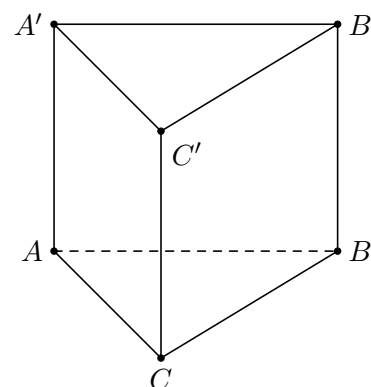
Lời giải.

Diện tích tam giác ABC là

$$S = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{a^2}{2}.$$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = AA' \cdot S = a \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{2}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 746. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng h^2 là

- A. $V = h^3$. B. $V = \frac{1}{6}h^3$. C. $v = \frac{1}{3}h^3$. D. $v = \frac{1}{2}h^3$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ là $V = B \cdot h = h^2 \cdot h = h^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 747. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Biết rằng thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính độ dài cạnh đáy của khối chóp $S.ABC$.

- A. $2a\sqrt{3}$. B. $3a\sqrt{3}$. C. $2a$. D. $2a\sqrt{2}$.

Lời giải.

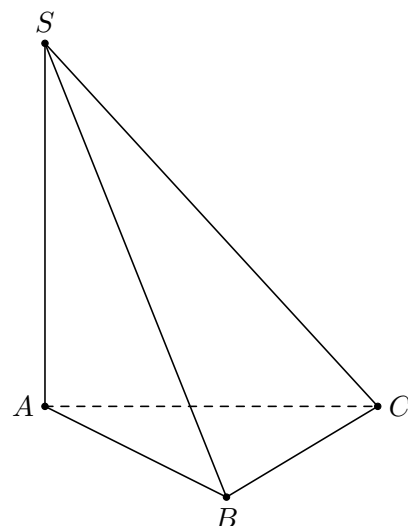
Ta có

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{3V_{S.ABC}}{SA} = 3\sqrt{3}a^2$$

$$\Rightarrow \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}a^2$$

$$\Rightarrow AB = 2a\sqrt{3} = BC = AC.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 748. Khối lăng trụ có thể tích V và chiều cao bằng h . Diện tích đáy B là

- A. $B = \frac{V}{h}$. B. $B = \frac{V}{3h}$. C. $B = Vh$. D. $B = \frac{1}{3}Vh$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ là $V = Bh$ nên $B = \frac{V}{h}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 749. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy S , chiều cao h được tính theo công thức

- A. $V = \frac{1}{3}Sh$. B. $V = \frac{1}{2}Sh$. C. $V = Sh$. D. $V = \frac{1}{6}Sh$.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy S , chiều cao h được tính theo công thức $V = Sh$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 750. Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$, chiều cao bằng a có thể tích bằng

- A. $3a^3$. B. $\frac{3}{2}a^3$. C. $\frac{1}{2}a^3$. D. a^3 .

Lời giải.

Thể tích lăng trụ $V = B \cdot h = 3a^2 \cdot a = 3a^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 751. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Biết thể tích khối chóp bằng $\frac{a^3}{3}$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích của khối chóp $S.ABC$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot d(S, (ABC)).$$

$$\text{Suy ra } d(S, (ABC)) = \frac{3 \cdot V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{3}}{\frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 752. Thể tích của khối lập phương có độ dài cạnh bằng $2a$ là

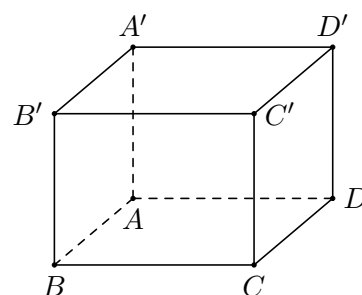
- A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{8a^3}{3}$. D. $V = 8a^3$.

Lời giải.

Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = 2a$ như hình vẽ.

Thể tích của khối lập phương có độ dài cạnh bằng $2a$ là

$$V = (2a)^3 = 8a^3.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 753. Hình lập phương có cạnh bằng a thì thể tích bằng

- A. a^2 . B. a^3 . C. $\frac{1}{2}a^3$. D. $2a^3$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $V = a^3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 754. Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

- A. $V = 3\sqrt{3}a^3$. B. $V = 27a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 3a^3$.

Lời giải.

$$\text{Có } AB = \frac{AC'}{\sqrt{3}} = a \Rightarrow V = a^3.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 755. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a , góc giữa mặt phẳng $(D'AB)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

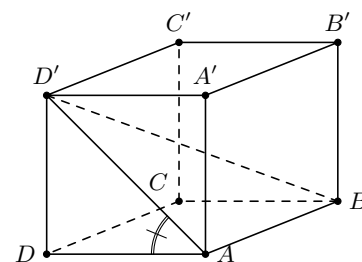
Lời giải.

Góc giữa mặt phẳng $(D'AB)$ và mặt phẳng $(ABCD)$

là $\widehat{D'AD} = 30^\circ$.

$$\Rightarrow D'D = AD \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot D'D = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 756. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{6}Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải.

Theo công thức trong sách giáo khoa, thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = Bh$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 757. Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{6}Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = Bh$.

Lời giải.

Theo công thức thể tích khối lăng trụ thì $V = Bh$.

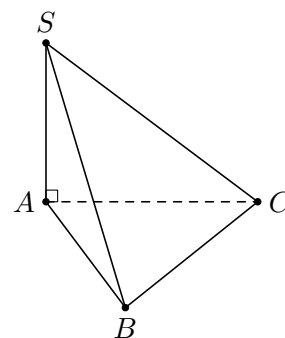
Chọn đáp án (D) □

Câu 758. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án (B) □

Câu 759. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính tan của góc giữa đường thẳng SC và mặt đáy.

- A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{15}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. 1.

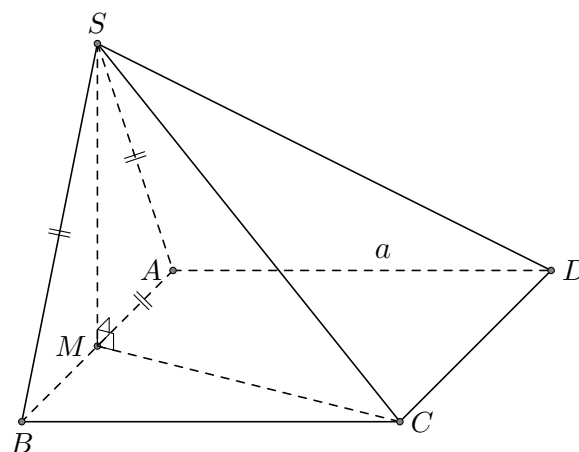
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AB . Do $\triangle SAB$ đều nên $SM \perp AB$. Lại có $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SM \perp (ABCD)$. Suy ra hình chiếu của SC lên mặt phẳng đáy là đường thẳng CM .

Ta được $\widehat{SCM}$ là góc giữa đường thẳng SC và mặt đáy.

SM là đường cao của tam giác đều SAB có cạnh bằng a nên $SM = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Trong tam giác vuông BMC , ta có



$$CM = \sqrt{BC^2 + BM^2} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}a \Rightarrow \tan \widehat{SCM} = \frac{SM}{CM} = \frac{\sqrt{15}}{5}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 760. Tính diện tích toàn phần của hình lập phương có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{12}$.

A. 18.

B. 24.

C. 12.

D. 16.

Lời giải.

Gọi độ dài cạnh của hình lập phương là x .

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Độ dài đường chéo là } x\sqrt{3} \\ \text{Diện tích toàn phần của hình lập phương là } 6x^2. \end{cases}$$

Do đó, $x\sqrt{3} = \sqrt{12} \Rightarrow x = 2$.

$\Rightarrow$ Diện tích toàn phần của hình lập phương là $6 \cdot 2^2 = 24$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 761. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 3a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 6a^3$.B. $V = 3a^3$.C. $V = 2a^3$.D. $V = a^3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a \cdot 3a = 2a^3.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 762. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều. Nếu tăng độ dài cạnh đáy lên 2 lần và độ dài đường cao không đổi thì thể tích $S.ABC$ tăng lên bao nhiêu lần?

A. $\frac{1}{2}$.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

$$\text{Gọi } \begin{cases} h \text{ là chiều cao của khối chóp} \\ a \text{ là cạnh đáy} \end{cases}. \text{ Khi đó ta có } \begin{cases} V_{\text{ban đầu}} = \frac{a^2 h \sqrt{3}}{12} \\ V_{\text{sau}} = \frac{a^2 h \sqrt{3}}{3} \end{cases} \Rightarrow V_{\text{sau}} = 4V_{\text{ban đầu}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 763. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \frac{1}{3}Bh$.B. $V = 3Bh$.C. $V = Bh$.D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải.

Công thức tính thể tích khối lăng trụ $V = Bh$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 764. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = B^2h$.B. $V = Bh$.C. $V = \frac{1}{3}Bh$.D. $V = \pi Bh$.

Lời giải.

Công thức tính thể tích khối lăng trụ là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 765. Thể tích khối hộp chữ nhật có các kích thước a , b , c là

A. $\frac{1}{2}abc$.B. abc .C. $\frac{1}{6}abc$.D. $\frac{1}{3}abc$.

Lời giải.

Thể tích khối hộp chữ nhật là $V = abc$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 766. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = b$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^2b}{3}$. B. $\frac{a^2b}{12}$. C. $\frac{a^2b}{4}$. D. $\frac{ab^2}{12}$.

Lời giải.

Thể tích hình chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}b \cdot a^2 = \frac{a^2b}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 767. Cho khối lăng trụ có thể tích bằng V . Biết diện tích đáy của lăng trụ là B , tính chiều cao h của khối lăng trụ đã cho.

- A. $h = \frac{V}{3B}$. B. $h = \frac{2V}{B}$. C. $h = \frac{3V}{B}$. D. $h = \frac{V}{B}$.

Lời giải.

Ta có $V = B \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V}{B}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 768. Công thức tính thể tích khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy R là

- A. $\frac{1}{3}hR^2$. B. πhR^2 . C. hR^2 . D. $\frac{1}{3}\pi hR^2$.

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích khối trụ.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 769. Khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy S thì thể tích bằng bao nhiêu?

- A. Sh . B. $\frac{1}{6}Sh$. C. $\frac{1}{3}Sh$. D. $\frac{1}{2}Sh$.

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích khối lăng trụ.

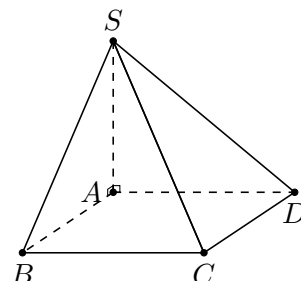
Chọn đáp án **(A)** □

Câu 770. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 4a^3\sqrt{3}$. B. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{4a^3}{3}$.

Lời giải.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot (2a)^2 = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 771. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{2}Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \frac{1}{6}Bh$. D. $V = Bh$.

Lời giải.

Áp dụng công thức thể tích của khối lăng trụ.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 772. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = a, OB = 2a, OC = 3a$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

- A. $V = 2a^3$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = a^3$.

Lời giải.

Vì OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau nên ta có: $V_{OABC} = \frac{1}{3}OA \cdot \frac{OB \cdot OC}{2} = a^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

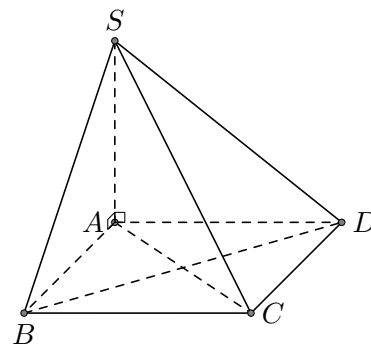
Câu 773. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, BC = 2a$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $2a^3$. B. $3a^3$. C. $6a^3$. D. a^3 .

Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 2a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 2a \cdot 3a = 2a^3$.



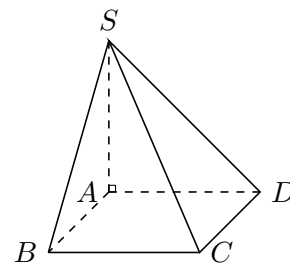
Chọn đáp án **(A)** □

Câu 774. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. a^3 . B. $\frac{a^3}{9}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $3a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 3a = a^3$.



Chọn đáp án **(A)** □

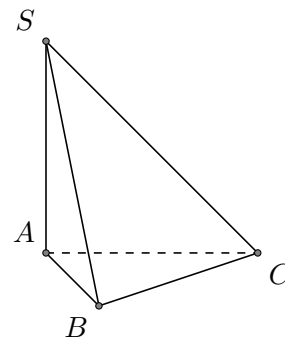
Câu 775. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $SA = AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{3a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot a = \frac{a^3}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 776. Nếu một khối chóp có thể tích và diện tích mặt đáy lần lượt bằng a^3 và a^2 thì chiều cao của nó bằng

A. $\frac{a}{3}$.

B. $3a$.

C. a .

D. $2a$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3} S \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{3V}{S} = 3a$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 777. Thể tích của khối lăng trụ đứng có diện tích đáy là S và cạnh bên bằng h là

A. $\frac{1}{3}Sh$.

B. Sh .

C. $\frac{1}{4}Sh$.

D. $\frac{1}{2}Sh$.

Lời giải.

Khối lăng trụ đứng có độ dài cạnh bên đồng thời là chiều cao nên $V = Sh$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 778. Tính thể tích V của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng $3B$.

A. $V = 3Bh$.

B. $V = \frac{1}{3}Bh$.

C. $V = \frac{1}{6}Bh$.

D. $V = Bh$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot 3B \cdot h = Bh$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 779. Thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và độ dài đường cao bằng 4 là

A. $V = 12$.

B. $V = 8$.

C. $V = 4$.

D. $V = 6$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ là $V = B \cdot h = 3 \cdot 4 = 12$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 780. Thể tích của khối tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = 2a, OB = 3a, OC = 4a$ là

A. $4a^3$.

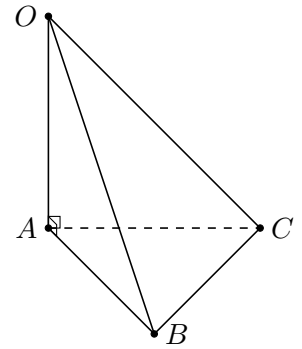
B. $12a^3$.

C. $24a^3$.

D. $2a^3$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
 V_{O.ABC} &= \frac{1}{3} \cdot OA \cdot S_{OBC} \\
 &= \frac{1}{3} \cdot OA \cdot \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC \\
 &= \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC \\
 &= 4a^3.
 \end{aligned}$$



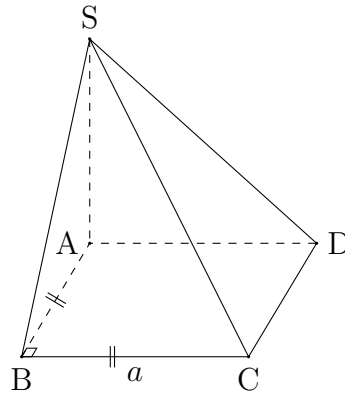
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 781. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $V = a^3\sqrt{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.



$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

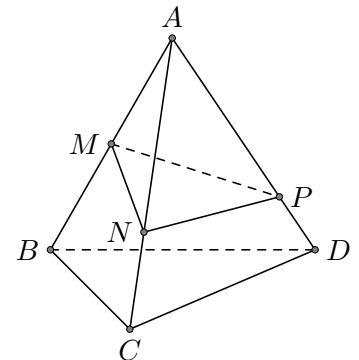
□

Câu 782. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, AD sao cho $MA = MB, NA = 2NC, PA = 3PD$. Biết thể tích khối tứ diện $AMNP$ bằng V thì khối tứ diện $ABCD$ tính theo V có giá trị là

A. $4V$. B. $6V$. C. $12V$. D. $8V$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có } \frac{V_{AMNP}}{V_{ABCD}} &= \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} \cdot \frac{AP}{AD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}. \\
 \Rightarrow V_{ABCD} &= 4V_{AMNP} = 4V.
 \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 783. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

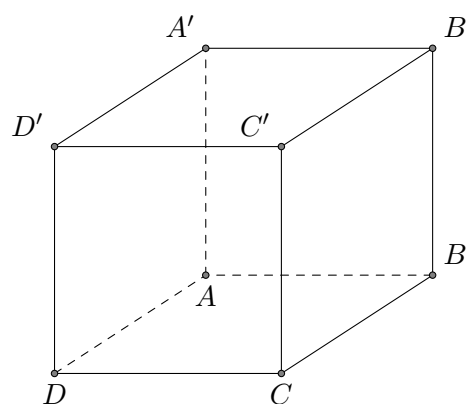
A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \frac{1}{6}Bh$. D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải.Chọn đáp án (A) ☐**Câu 784.** Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = \frac{1}{6}Bh$. C. $V = Bh$. D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải.Theo lý thuyết $V = Bh$.Chọn đáp án (C) ☐**Câu 785.** Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước là $AB = x$, $BC = 2x$ và $CC' = 3x$. Tính thể tích của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $3x^3$. B. x^3 . C. $2x^3$. D. $6x^3$.

Lời giải.Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = CC' \cdot S_{ABCD} = 6x^3$.Chọn đáp án (D) ☐**Câu 786.** Khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a , đường cao bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $2a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.Thể tích khối lăng trụ là $V = Bh$.Trong đó, đáy là hình vuông cạnh a nên $B = a^2$, chiều cao $h = a\sqrt{3}$.Suy ra thể tích khối lăng trụ là $V = a^2 \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$.Chọn đáp án (A) ☐**Câu 787.** Tính thể tích V của khối trụ có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng R .

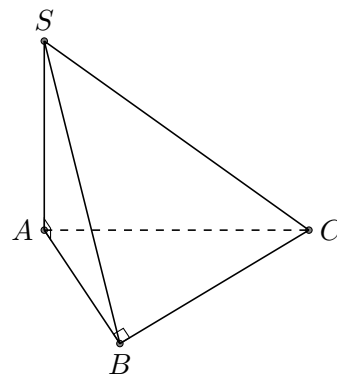
- A. $V = R^2h$. B. $V = \pi R^2h$. C. $V = \pi Rh$. D. $V = 2\pi Rh$.

Lời giải.Khối trụ có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng R có thể tích là $V = \pi R^2h$.Chọn đáp án (B) ☐**Câu 788.** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , độ dài cạnh $AB = BC = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{3}a^3.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 789. Một khối lập phương có độ dài cạnh bằng 5, thể tích khối lập phương đã cho bằng

A. 243.

B. 25.

C. 81.

D. 125.

Lời giải.

Khối lập phương có cạnh bằng a có thể tích bằng a^3 .

Nên thể tích khối lập phương đã cho là $5^3 = 125$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 790. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = 3$, $AD = 4$ và $AA' = 5$ là

A. $V = 30$.

B. $V = 60$.

C. $V = 10$.

D. $V = 20$.

Lời giải.

Thể tích $V = AB \cdot AD \cdot AA' = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 791. Tính thể tích khối tứ diện đều có cạnh a .

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. a^3 .

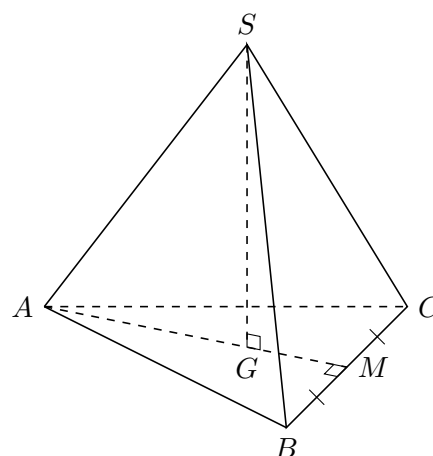
Lời giải.

Gọi tứ diện đều $S.ABC$ có G là trọng tâm tam giác ABC .

$$\text{Ta có } SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Thể tích khối tứ diện

$$V = \frac{1}{3}SG \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 792. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = \frac{2a^3}{3}$.

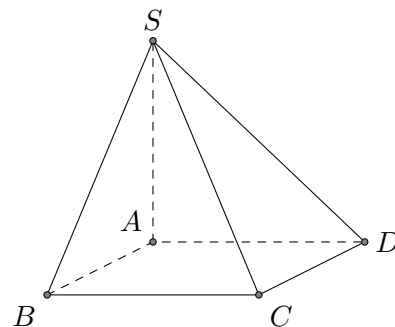
B. $V = 2a^3$.

C. $V = \frac{a^3}{6}$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a \cdot 2a = \frac{2a^3}{3}.$$



Chọn đáp án (A)

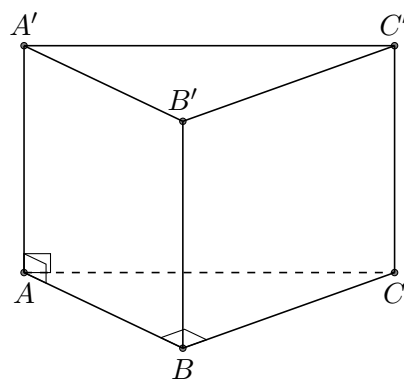
□

Câu 793. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết $AB = a$, $BC = 2a$, $AA' = 2a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

A. $V = 2\sqrt{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. D. $V = 4\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2}a \cdot 2a \cdot 2\sqrt{3}a = 2\sqrt{3}a^3.$$



Chọn đáp án (A)

□

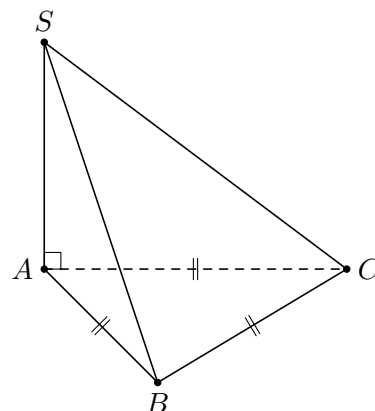
Câu 794. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Cạnh bên SA vuông góc mặt đáy và thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính độ dài đoạn thẳng SA .

A. $\frac{a}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{4a}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có diện tích tam giác } ABC \text{ là } S_{ABC} = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA \Rightarrow SA = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{a^3}{4}}{a^2\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 795. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao $2h$ là

A. $V = 2Bh$. B. $V = 3Bh$. C. $V = \frac{1}{3}Bh$. D. $V = Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao $2h$ là $V = 2Bh$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 796. Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = \frac{1}{6}Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 797. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{6}Bh$. D. $V = \frac{1}{4}Bh$.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 798. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 6 và chiều cao bằng 5.

- A. $V = 60$. B. $V = 180$. C. $V = 50$. D. $V = 150$.

Lời giải.

Thể tích cần tìm là $V = 6 \cdot 6 \cdot 5 = 180$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 799. Chiều cao của khối chóp có diện tích đáy bằng B và thể tích bằng V là

- A. $h = \frac{2V}{B}$. B. $h = \frac{V}{B}$. C. $h = \frac{6V}{B}$. D. $h = \frac{3V}{B}$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}hB \Rightarrow h = \frac{3V}{B}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 800. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{2}Bh$. B. $V = \frac{1}{6}Bh$. C. $V = \frac{1}{3}Bh$. D. $V = Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ $V = B \cdot h$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 801. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên SA bằng $2a$ và vuông góc với đáy. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 802. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao là h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = Bh$. B. $V = 3Bh$. C. $V = \frac{1}{6}Bh$. D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải.

Chọn đáp án **(A)** □

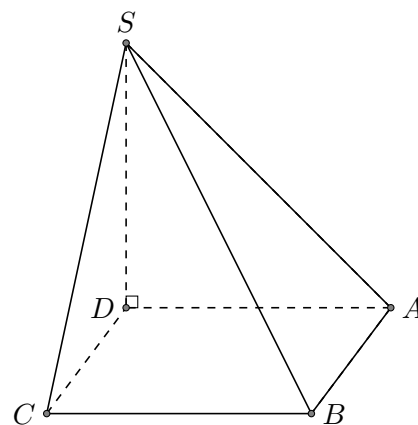
Câu 803. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy hình vuông cạnh a . Cạnh bên SD vuông góc với mặt phẳng đáy, $SD = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $2a^3$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SD = \frac{1}{3} a^2 \cdot 2a = \frac{2a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 804. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{6}Bh$. D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích khối lăng trụ $V = Bh$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 805. Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 2 là

- A. 2. B. 6. C. 4. D. 8.

Lời giải.

Thể tích của khối lập phương là $V = (\text{cạnh})^3 = 2^3 = 8$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 806. Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $24 \text{ (cm}^2\text{)}$, chiều cao bằng 3 (cm) thì có thể tích bằng

- A. $72 \text{ (cm}^3\text{)}$. B. $126 \text{ (cm}^3\text{)}$. C. $24 \text{ (cm}^3\text{)}$. D. $8 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ là $V = 3 \cdot 24 = 72 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 807. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy và $SA = BC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

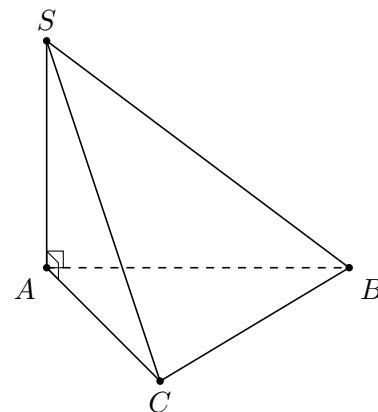
- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. C. $V = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

Lời giải.

Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên $AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$,

$$\text{suy ra: } S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{3a^2}{4}.$$

$$\text{Đến tới: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{3a^2}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 808. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$. Biết $SA = 6a$ và SA vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $12\sqrt{3}a^3$. B. $24a^3$. C. $8a^3$. D. $6\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 6a \cdot (2a)^2 = 8a^3.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 809. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy là tam giác ABC có diện tích bằng 2, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 4$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

- A. 8. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{16}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 4 = \frac{8}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

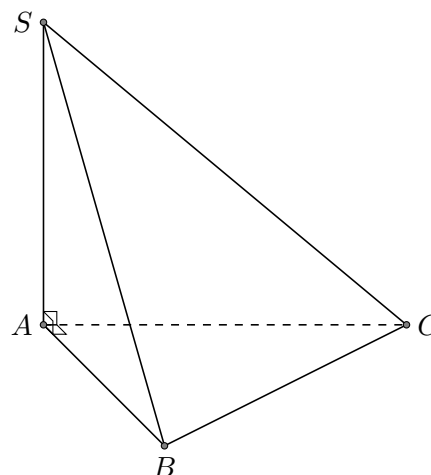
Câu 810. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SA = 2a$ và tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3a$, $AC = 4a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a .

- A. $12a^3$. B. $6a^3$. C. $8a^3$. D. $4a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 4a = 4a^3.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 811. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = Bh.$ B. $V = \frac{1}{2}Bh.$ C. $V = \frac{1}{3}Bh.$ D. $V = \frac{1}{6}Bh.$

Lời giải.

Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = Bh.$

Chọn đáp án (A) □

Câu 812. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$ ($a, b, c > 0$) và SA, SB, SC đôi một vuông góc.

A. $abc.$ B. $\frac{1}{3}abc.$ C. $\frac{1}{2}abc.$ D. $\frac{1}{6}abc.$

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle SBC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2}bc = \frac{1}{6}abc.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 813. Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V = \frac{4}{3}Bh.$ B. $V = \frac{1}{3}Bh.$ C. $V = Bh.$ D. $V = \frac{1}{2}Bh.$

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích khối chóp ta có $V = \frac{1}{3}Bh.$

Chọn đáp án (B) □

Câu 814. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA' = h$ và diện tích của tam giác ABC bằng S . Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $V = \frac{1}{3}Sh.$ B. $V = \frac{2}{3}Sh.$ C. $V = Sh.$ D. $V = 2Sh.$

Lời giải.

Vì $S_{ABC} = S$ nên suy ra $S_{ABCD} = 2S.$

Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA' = 2Sh.$

Chọn đáp án (D) □

Câu 815. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ này bằng

A. $2a^3.$ B. $a^3.$ C. $3a^3.$ D. $6a^3.$

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ $V_{LT} = Sh = 3a^2 \cdot 2a = 6a^3.$

Chọn đáp án (D) □

Câu 816. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = Bh.$ B. $V = \frac{1}{2}Bh.$ C. $V = \frac{1}{3}Bh.$ D. $V = \frac{1}{6}Bh.$

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ: $V = Bh.$

Chọn đáp án (A) □

Câu 817. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích 48. Trên các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt lấy các điểm A', B', C' và D' sao cho $\frac{SA'}{SA} = \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3}$ và $\frac{SB'}{SB} = \frac{SD'}{SD} = \frac{3}{4}$. Tính thể tích V của khối đa diện $S.A'B'C'D'$.

A. $V = 4.$ B. $V = 9.$ C. $V = \frac{3}{2}.$ D. $V = 6.$

Lời giải.

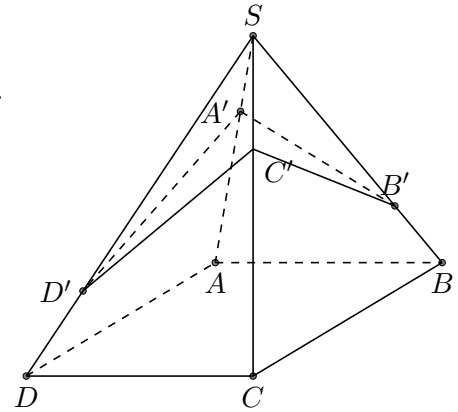
Ta có

$$\frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{3}{16} \Rightarrow V_{S.A'B'D'} = \frac{3}{32} V_{S.ABCD} = \frac{9}{2}.$$

Tương tự $V_{S.B'C'D'} = \frac{9}{2}$.

Suy ra thể tích cần tính

$$V = V_{S.A'B'D'} + V_{S.B'C'D'} = 9.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 818. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , chiều cao h . Khi đó thể tích khối lăng trụ là

- A. $\frac{a^2 h \sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^2 h \sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^2 h}{4}$. D. $\frac{a^2 h \sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

ABC là tam giác đều nên có diện tích là $S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = S_{ABC} \cdot h = \frac{a^2 h \sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 819. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

- A. abc . B. $\frac{1}{2}abc$. C. $\frac{1}{3}abc$. D. $3abc$.

Lời giải.

Thể tích của khối hộp chữ nhật là $V = abc$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 820. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = \frac{1}{6}Bh$.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 821. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SB = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $V = a^3 \sqrt{2}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$. C. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

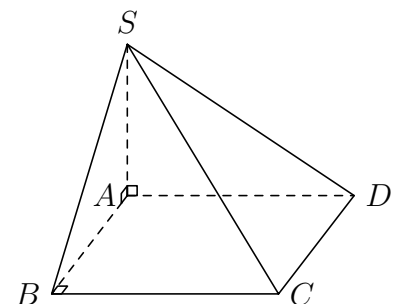
Lời giải.

Tam giác SAB vuông tại A nên

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 822. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{2}Bh$. B. $V = \frac{1}{6}Bh$. C. $V = \frac{1}{3}Bh$. D. $V = Bh$.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 823. Khối chóp có chiều cao bằng $3a$, ($a > 0$) và diện tích đáy bằng a^2 . Tính thể tích V của khối chóp đó.

- A. $V = a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = 9a^3$. D. $V = \frac{2}{3}a^3$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a^2 = a^3$.

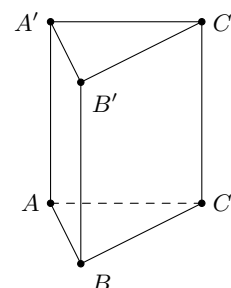
Chọn đáp án **(A)** □

Câu 824. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{1}{6}AB \cdot AC \cdot AA' = \frac{a^3}{6}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 825. Tính thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2.

- A. 4. B. $\frac{8}{3}$. C. 6. D. 8.

Lời giải.

Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2 là $V = 2^3 = 8$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 826. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{2} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 827. Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Hỏi thể tích khối lăng trụ bằng bao nhiêu?

- A. 100. B. 20. C. 64. D. 80.

Lời giải.

Lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5 nên có chiều cao $h = 5$.

Thể tích khối lăng trụ là: $V = S_{ABCD} \cdot h = 4^2 \cdot 5 = 80$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 828. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hai khối lập phương có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.
- B. Hai khối hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.
- C. Thể tích của hai khối chóp có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau là bằng nhau.
- D. Thể tích của khối lăng trụ bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.

Lời giải.

Xét khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 1, 1, $\frac{5}{2}$ và khối lập phương cạnh 1. Dễ thấy chúng có cùng diện tích toàn phần nhưng thể tích khác nhau.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 829. Một khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2 và có chiều cao bằng 4. Tính thể tích của khối chóp đó.

- A. 4.
- B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.
- C. $2\sqrt{3}$.
- D. 2.

Lời giải.

Thể tích khối chóp là $\frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

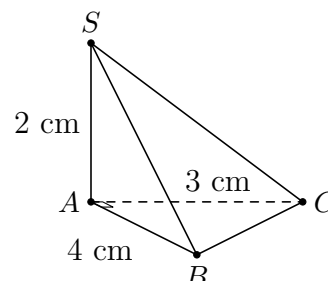
□

Câu 830. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy, tam giác ABC vuông tại A , $SA = 2$ cm, $AB = 4$ cm, $AC = 3$ cm. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. 4 cm^3 .
- B. 6 cm^3 .
- C. 8 cm^3 .
- D. 24 cm^3 .

Lời giải.

$V = \frac{1}{6} \cdot AS \cdot AC \cdot AB = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 4 \text{ (cm}^3\text{)}.$



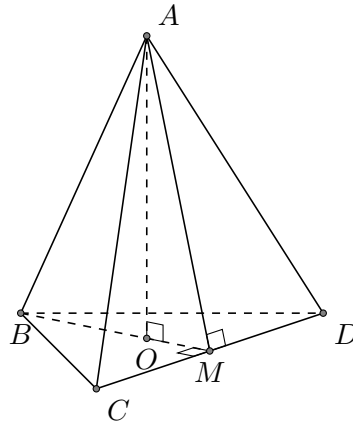
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 831. Tính thể tích khối tứ diện đều cạnh $2a$.

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.
- B. $2\sqrt{2}a^3$.
- C. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.
- D. $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$.

Lời giải.



$\triangle BCD$ đều cạnh $2a$ suy ra $S_{\triangle BCD} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}$; $BM = \frac{2a \sqrt{3}}{2} = a \sqrt{3}$.

$$BO = \frac{2}{3} BM = \frac{2}{3} a \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3} a.$$

$$AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} a\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3} a.$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \sqrt{3} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3} a = \frac{2\sqrt{2}}{3} a^3.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 832. Thể tích khối bát diện đều cạnh a là

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

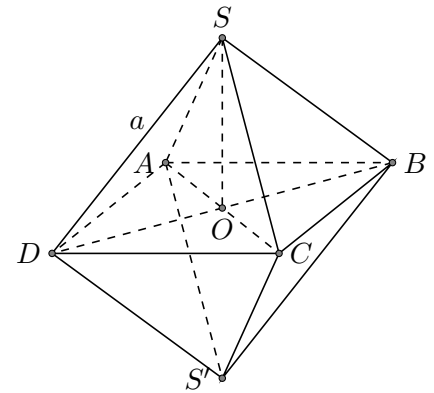
B. $\sqrt{2}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Lời giải.

Gọi hình bát diện đều $SS'.ABCD$ như hình vẽ. Thể tích khối bát diện đều sẽ bằng $2V_{S.ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{3} SO \cdot S_{S.ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ (vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a và SO là đường cao trong tam giác vuông cân tại S với cạnh góc vuông bằng a).



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 833. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 2a$, $BC = a$, $AA' = 2a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

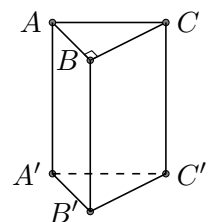
B. $\frac{2a^3 \sqrt{3}}{3}$.

C. $4a^3 \sqrt{3}$.

D. $2a^3 \sqrt{3}$.

Lời giải.

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot \frac{1}{2} BA \cdot BC = 2a^3 \sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 834. Tính thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao là $3a$.

A. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

B. $V = 2a^3$.

C. $V = 12a^2$.

D. $V = 4a^3$.

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot (2a)^2 = 4a^3.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 835. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $6a^3$.

B. a^3 .

C. $3a^3$.

D. $2a^3$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot SA = a^3.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 836. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

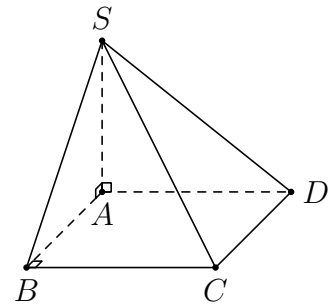
B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 837. Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ biết tất cả các cạnh của lăng trụ đều bằng a .

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. a^3 .

C. $\frac{a^3}{3}$.

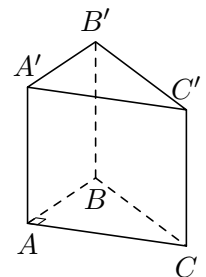
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA'.$$

$$\text{Mà } S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, \text{ và } AA' = a.$$

$$\text{Nên } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 838. Khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 3a$, $SA \perp (ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $6a^3$.

B. a^3 .

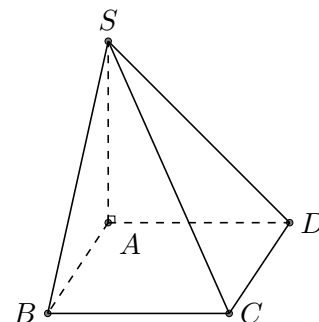
C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $3a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 3a = a^3.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 839. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O, O' lần lượt là tâm các hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của cạnh $B'C'$ và CD . Tính thể tích khối tứ diện $OO'MN$.

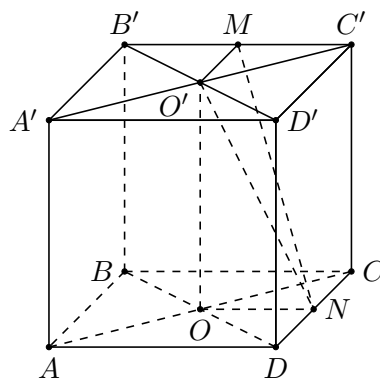
A. $\frac{a^3}{8}$.

B. a^3 .

C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{24}$.

Lời giải.



Dễ thấy $MO' \perp (OO'N)$ nên $V_{OO'MN} = \frac{1}{3} \cdot O'M \cdot S_{OO'N} = \frac{1}{3} \cdot O'M \cdot \frac{1}{2} \cdot OO' \cdot ON = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3}{24}$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 840. Tính thể tích V của khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a .

A. $V = 3a^3$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $V = a^3$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Khối lăng trụ tứ giác đều là khối lập phương.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^3$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 841. Cho khối chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $V = AB \cdot BC \cdot AA'$.

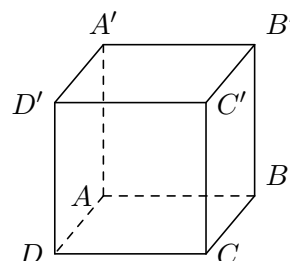
B. $V = \frac{1}{3}AB \cdot BC \cdot AA'$.

C. $V = AB \cdot AC \cdot AD$.

D. $V = AB \cdot AC \cdot AA'$.

Lời giải.

Ta có $V = AB \cdot BC \cdot AA'$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 842. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 36 cm^3 . Gọi M là điểm bất kì thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối $M.A'B'C'D'$.

- A. $V = 12 \text{ cm}^3$. B. $V = 24 \text{ cm}^3$. C. $V = 16 \text{ cm}^3$. D. $V = 18 \text{ cm}^3$.

Lời giải.

$$V_{M.A'B'C'D'} = \frac{1}{3} \cdot V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{36}{3} = 12 \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 843. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và có diện tích là m , hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{1}{3}m \cdot SB$. B. $V = \frac{1}{3}m \cdot SC$. C. $V = \frac{1}{3}m \cdot SA$. D. $V = \frac{1}{3}m \cdot SD$.

Lời giải.

Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy nên SA vuông góc với đáy.

Do đó thể tích cần tìm là $V = \frac{1}{3}m \cdot SA$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 844. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = a, OB = b, OC = c$. Tính thể tích khối tứ diện $OABC$.

- A. abc . B. $\frac{abc}{3}$. C. $\frac{abc}{2}$. D. $\frac{abc}{6}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta thấy $OA \perp (OBC)$ và OBC là tam giác vuông nên thể tích cần tìm

$$V_{OABC} = \frac{1}{3}OA \cdot S_{OBC} = \frac{1}{6}OA \cdot OB \cdot OC = \frac{abc}{6}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

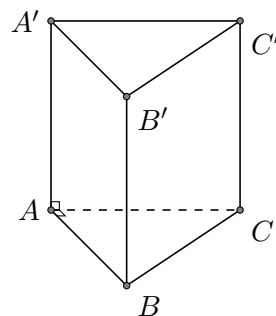
Câu 845. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = AA' = a, AC = 2a$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. a^3 . D. $2a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ cần tìm

$$V = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AA' \cdot AB \cdot AC = a^3.$$



Chọn đáp án **(C)** □

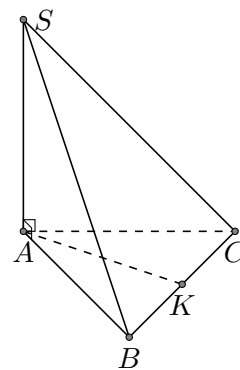
Câu 846. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng a , SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Lời giải.

Diện tích tam giác ABC đều cạnh a là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối chóp cần tìm $V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{4}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 847. Cho khối lăng trụ có thể tích V , diện tích đáy là B và chiều cao h . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V = \frac{1}{3}Bh$.

B. $V = \sqrt{Bh}$.

C. $V = Bh$.

D. $V = 3Bh$.

Lời giải.

Khối lăng trụ có thể tích V , diện tích đáy là B và chiều cao h thì $V = Bh$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 848. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết $SC = 5$, $AB = 1$, $AD = 2$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{2\sqrt{5}}{3}$.

B. $V = 2\sqrt{5}$.

C. $V = \frac{4\sqrt{5}}{3}$.

D. $V = 4\sqrt{5}$.

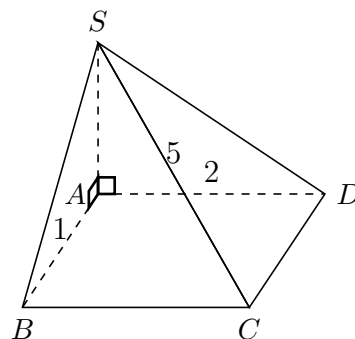
Lời giải.

Ta có: $SC^2 = SA^2 + AB^2 + AD^2$

$$\Rightarrow SA = \sqrt{SC^2 - AB^2 - AD^2} = \sqrt{5^2 - 1^2 - 2^2} = 2\sqrt{5}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot AD \cdot SA \\ &= \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{5} = \frac{4\sqrt{5}}{3}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 849. Một hình lập phương có thể tích bằng 3. Tính tổng diện tích S các mặt của hình lập phương đó.

A. $S = 12\sqrt{3}$.

B. $S = 6\sqrt{3}$.

C. $S = 18$.

D. $S = 6\sqrt{9}$.

Lời giải.

Gọi x (với $x > 0$) là độ dài một cạnh hình lập phương.

$$\text{Ta có: } x^3 = 3 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{3}.$$

Do đó tổng diện tích các mặt của hình lập phương đó là $S = 6 \cdot (\sqrt[3]{3})^2 = 6\sqrt[3]{9}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 850. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc nhau. Biết độ dài ba cạnh SA, AB, AC lần lượt là 3; 4; 5. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 60$.

B. $V = 20$.

C. $V = 30$.

D. $V = 10$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

$$V = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot AB \cdot AC$$

$$= \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 10.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 851. Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải.

Diện tích đáy: $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Suy ra $V = 3a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 852. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 853. Một hình chóp tam giác có đường cao bằng 100 cm và đáy là tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt bằng 20 cm và 21 cm. Thể tích khối chóp đó bằng

A. $7000\sqrt{2} \text{ cm}^3$. B. 6000 cm^3 . C. 7000 cm^3 . D. 6213 cm^3 .

Lời giải.

$$\text{Thể tích khối chóp } V = \frac{1}{3}hS_{\text{đáy}} = \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 21 = 7000 \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 854. Khối chóp có diện tích đáy là S và chiều cao là h thì có thể tích là

A. $V = Sh$. B. $V = 9Sh$. C. $V = \frac{1}{3}Sh$. D. $V = 3Sh$.

Lời giải.

Theo lý thuyết ta có $V = \frac{1}{3}Sh$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 855. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Chiều cao của hình chóp bằng bao nhiêu nếu thể tích khối chóp bằng a^3 ?

A. $\frac{a}{3}$. B. a . C. $3a$. D. $2a$.

Lời giải.

Diện tích đáy bằng a^2 . Suy ra chiều cao của hình chóp bằng $\frac{3a^3}{a^2} = 3a$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 856. Thể tích khối lăng trụ được tính bởi công thức

A. $V = B^2h$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = Bh$. D. $V = \frac{4}{3}Bh$.

Lời giải.

Công thức tính thể tích khối lăng trụ là $V = Bh$, trong đó B là diện tích đáy của lăng trụ và h là chiều cao của lăng trụ.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 857. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy 156 cm^2 và chiều cao $h = 0,3 \text{ m}$ bằng

- A. $\frac{234}{5} \text{ cm}^3$. B. $\frac{78}{5} \text{ cm}^3$. C. 1560 cm^3 . D. 156 cm^3 .

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3} \cdot 156 \cdot 30 = 1560 \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 858. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy 256 cm^2 và chiều cao $h = 15 \text{ cm}$ bằng

- A. 11520 cm^3 . B. 384 cm^3 . C. 3840 cm^3 . D. 1280 cm^3 .

Lời giải.

$$\text{Thể tích lăng trụ } V = B \cdot h = 256 \cdot 15 = 3840.$$

Chọn đáp án **C**

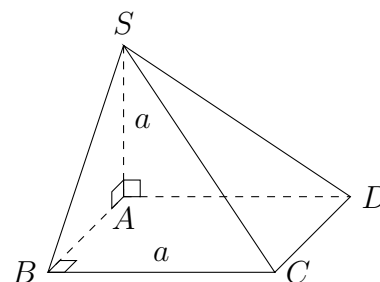
□

Câu 859. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $3a^3$. C. a^3 . D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 860. Thể tích của một khối chóp có diện tích đáy bằng 4 dm^2 và chiều cao bằng 6 dm là

- A. 4 dm^3 . B. 24 dm^3 . C. 12 dm^3 . D. 8 dm^3 .

Lời giải.

$$\text{Ta có thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} B \cdot h = \frac{1}{3} 4 \cdot 6 = 8 \text{ dm}^3.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 861. Thể tích của một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là

- A. $V = 3Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = Bh$. D. $V = \frac{1}{6}Bh$.

Câu 862. Tính thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng 3 và chiều cao bằng 4 .

- A. $V = 16$. B. $V = 48$. C. $V = 12$. D. $V = 36$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích của khối chóp là: } V = \frac{1}{3} hS = \frac{1}{3} 4 \cdot 3^2 = 12 \text{ (đvtt)}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 863. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $V = a^3\sqrt{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = AB^2 = a^2$.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 864. Hình lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy S thì thể tích bằng

- A. $\frac{1}{6}S \cdot h$. B. $\frac{1}{3}S \cdot h$. C. $\frac{1}{2}S \cdot h$. D. $S \cdot h$.

Lời giải.

Hình lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy S thì thể tích bằng Sh .

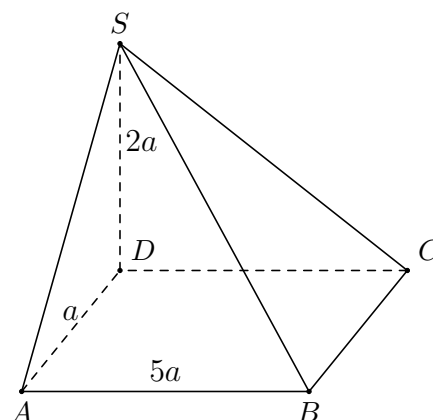
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 865.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 5a$, $BC = a$, cạnh $SD = 2a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{2}{3}a^3$. B. $3a^3$. C. a^3 . D. $\frac{10}{3}a^3$.



Lời giải.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SD = \frac{1}{3} \cdot 5a \cdot a \cdot 2a = \frac{10a^3}{3} \text{ (đvtt)}.$$

Chọn đáp án **(D)**

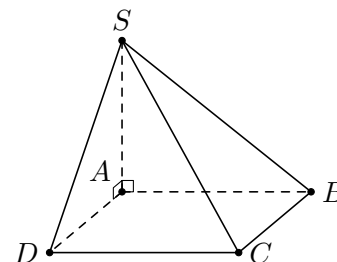
□

Câu 866. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = a^3\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 867. Thể tích khối lập phương tăng tăng lên bao nhiêu lần nếu độ dài cạnh của nó tăng lên gấp đôi?

- A. 8. B. 7. C. 1. D. 4.

Lời giải.

Gọi cạnh của khối lập phương là a , khi đó thể tích của khối lập phương bằng $V = a^3$, suy ra khi cạnh của khối lập phương tăng lên gấp đôi thì thể tích của khối lập phương tăng lên 8 lần.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 868. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $8a^3$. B. $2\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải.

$$V = B \cdot h = \frac{(2a)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 2a = 2\sqrt{3}a^3.$$

Chọn đáp án **(B)**

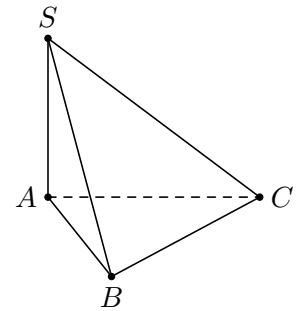
□

Câu 869. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{3} \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

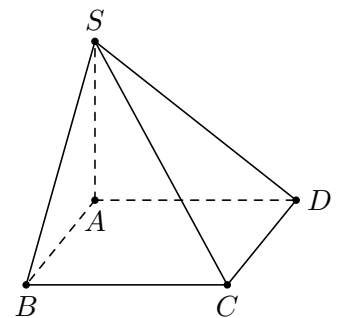
Câu 870. Cho khối chóp $S.ABCD$ cạnh bên SA vuông góc với đáy, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $6a^3$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $2a^3$. D. a^3 .

Lời giải.

Theo giả thiết $ABCD$ là hình chữ nhật nên thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a \cdot 2a = 2a^3.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 871. Hình bát diện đều có số cạnh là

- A. 6. B. 10. C. 12. D. 8.

Lời giải.

Hình bát diện đều có 12 cạnh.

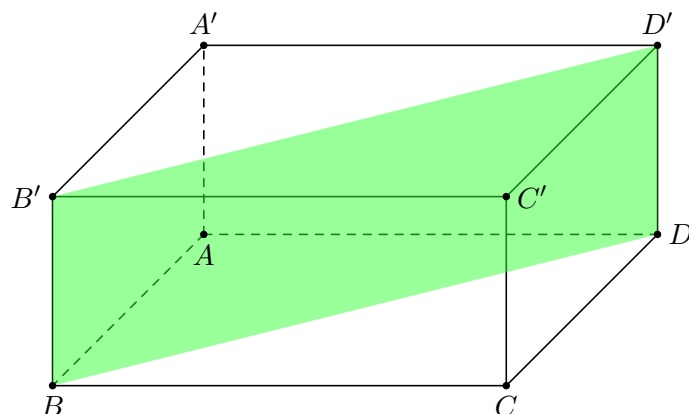
Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 872. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(BDD'B')$ chia khối lập phương thành

- A. Hai khối lăng trụ tam giác. B. Hai khối tứ diện.
C. Hai khối lăng trụ tứ giác. D. Hai khối chóp tứ giác.

Lời giải.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 873. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a , đường cao SO . Biết $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

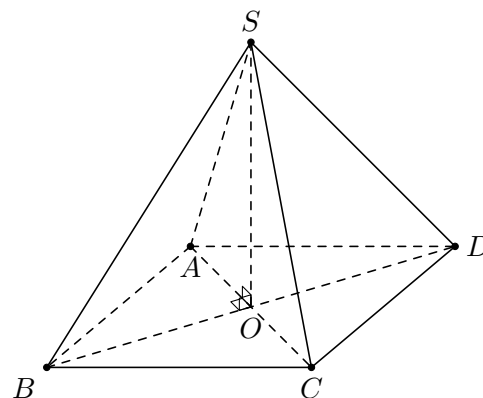
C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = a^2$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 874. Thể tích của khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

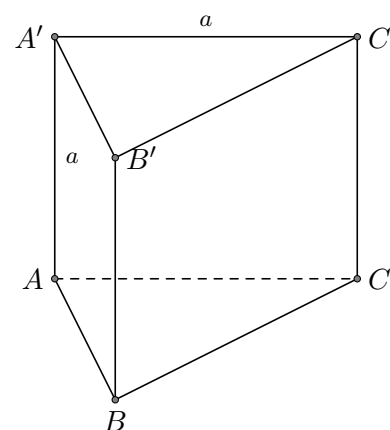
B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V = h \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 875. Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây?

A. 3000.

B. 3001.

C. 3005.

D. 3007.

Lời giải.

Hình lăng trụ có đáy là đa giác n cạnh thì sẽ có số cạnh là $3n$. Vậy số cạnh của hình lăng trụ phải là một số chia hết cho 3.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 876. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$ theo V .

A. $\frac{3V}{4}$.

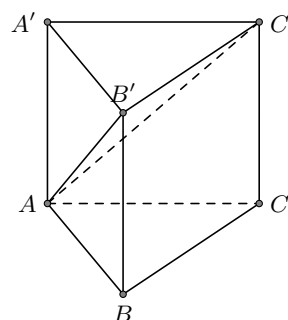
B. $\frac{2V}{3}$.

C. $\frac{V}{2}$.

D. $\frac{V}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}V \Rightarrow V_{ABCB'C'} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2V}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 877. Hình bát diện đều kí hiệu là:

A. $\{3; 5\}$.

B. $\{5; 3\}$.

C. $\{3; 4\}$.

D. $\{4; 3\}$.

Lời giải.

Khối bát diện đều hay khối tám mặt đều.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 878. Hình chóp $S.ABC$ có chiều cao $h = a$, diện tích tam giác ABC là $3a^2$. Tính thể tích hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. a^3 .

C. $\frac{3}{2}a^3$.

D. $3a^3$.

Lời giải.

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}h \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 3a^2 = a^3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 879. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . $SA \perp (ABCD)$ và $SB = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

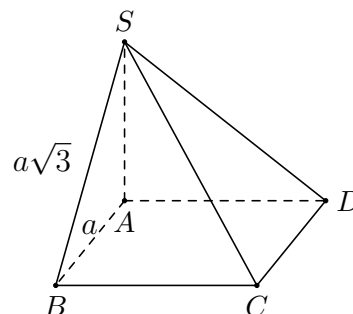
C. $a^3\sqrt{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } S_{ABCD} = a^2, SA^2 = SB^2 - AB^2 = 3a^2 - a^2 = 2a^2 \Rightarrow SA = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Do đó } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3}a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 880. Gọi S là diện tích đáy, h là chiều cao của khối lăng trụ. Thể tích khối lăng trụ đó là:

A. $V = \frac{1}{3}Sh.$

B. $V = \frac{1}{6}Sh.$

C. $V = Sh.$

D. $V = \frac{1}{2}Sh.$

Lời giải.Theo công thức sách giáo khoa ta có $V = Sh.$ Chọn đáp án **C**

□

Câu 881. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là:

A. $\frac{a^3}{3}.$

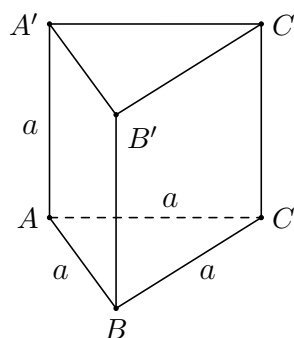
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}.$

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}.$

Lời giải.Theo giả thiết mặt đáy của lăng trụ là tam giác đều cạnh a nên đáy có diện tích $B = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$ Lăng trụ đứng chiều cao $h = a$, do vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là

$$V = B \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 882. Khối đa diện đều có 12 mặt thì có số cạnh là:

A. 30.

B. 60.

C. 12.

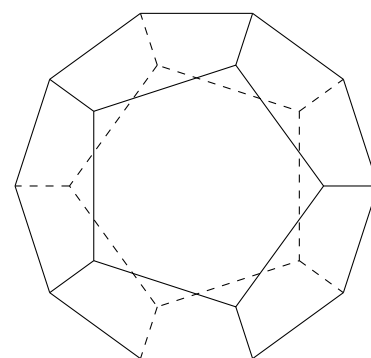
D. 24.

Lời giải.

Khối đa diện đều có 12 mặt

là khối đa diện đều loại $\{5; 3\}$

thì có số cạnh là 30

Chọn đáp án **A**

□

Câu 883. Cho tứ diện $S.ABC$. Gọi $A'; B'; C'$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $SA; SB; SC$. Tỷ số thể tích $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}$ bằng

A. $\frac{1}{3}.$

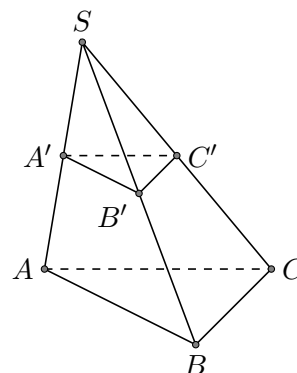
B. $\frac{1}{4}.$

C. $\frac{1}{6}.$

D. $\frac{1}{8}.$

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 884. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$. D. $V = a^3\sqrt{\frac{3}{2}}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm BC .

Theo giả thiết, $A'H$ là đường cao hình lăng trụ và $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy, thể tích khối lăng trụ là $V = S_{\Delta ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 885. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) . Biết $AB = 2a$ và $SB = 2\sqrt{2}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$?

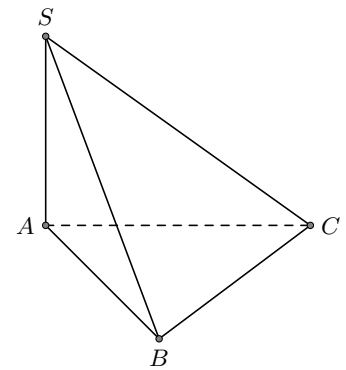
- A. $V = \frac{8a^3}{3}$. B. $V = \frac{4a^3}{3}$. C. $V = 4a^3$. D. $V = 8a^3$.

Lời giải.

ΔSAB vuông tại A có $SA^2 = SB^2 - AB^2 = 4a^2$ nên $SA = 2a$.

Có $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = 2a^2$.

Có $V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}2a \cdot 2a^2 = \frac{4}{3}a^3$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 886. Viết công thức tính thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy là B (đvdt) và chiều cao có độ dài là h .

- A. $V = B^2h$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{3}Bh$. D. $V = 3Bh$.

Lời giải.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 887. Cho lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng a và khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $4a$. Tính thể tích V của lăng trụ đã cho?

- A. $V = 9\sqrt{3}a^3$. B. $V = 6\sqrt{3}a^3$. C. $V = 2\sqrt{3}a^3$. D. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Diện tích đáy: $S = 6 \cdot S_{\Delta AOB} = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$.

Khi đó thể tích của khối lăng trụ là: $V = S \cdot h = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} \cdot 4a = 6\sqrt{3}a^3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 888. Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ bằng

- A. $8a^3$. B. $2a^3$. C. a^3 . D. $6a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ là $V = (2a)^3 = 8a^3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 889. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2$, tam giác ABC vuông cân tại A và $AB = 1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{1}{6}$.

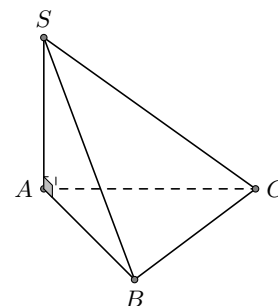
B. $\frac{1}{3}$.

C. 1.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 890. Khối bát diện đều là khối đa diện loại nào?

A. $\{3; 4\}$.

B. $\{3; 5\}$.

C. $\{5; 3\}$.

D. $\{4; 3\}$.

Lời giải.

Khối bát diện đều là khối đa diện loại $\{3; 4\}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 891.

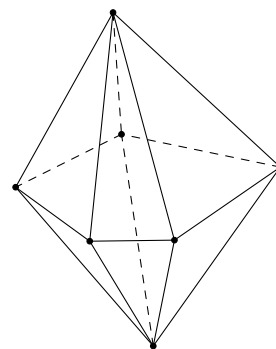
Hình đa diện ở hình bên có bao nhiêu mặt?

A. 8.

B. 12.

C. 10.

D. 11.



Lời giải.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 892. Hình lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy S thì thể tích bằng

A. $\frac{1}{6}Sh$.

B. $\frac{1}{3}Sh$.

C. $\frac{1}{2}Sh$.

D. Sh .

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ là $V = Sh$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 893. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối chóp $D'.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$.

B. $V = \frac{a^3}{6}$.

C. $V = \frac{a^3}{3}$.

D. $V = a^3$.

Lời giải.

Diện tích đáy $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$, chiều cao $D'D = a$.

$$\text{Do đó } V_{D'.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot D'D = \frac{1}{3} a^2 \cdot a = \frac{a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 894. Cho lăng trụ tam giác đều, có độ dài tất cả các cạnh bằng 2. Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V = 2\sqrt{3}$.

B. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.

D. $V = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Diện tích đáy tam giác đều cạnh 2 là $S = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$.

Thể tích của khối lăng trụ là $V = S \cdot h = \sqrt{3} \cdot 2 = 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 895. Cho lăng trụ tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh a , chiều cao $2a$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. $\frac{4a^3}{3}$.

C. a^3 .

D. $2a^3$.

Lời giải.

Đáy của lăng trụ tứ giác đều là hình vuông cạnh a nên diện tích đáy $S = a^2$. Khi đó thể tích lăng trụ là: $V = S \cdot h = a^2 \cdot 2a = 2a^3$.

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 896. Hình bát diện đều có bao nhiêu đỉnh?

A. 10.

B. 8.

C. 6.

D. 12.

Lời giải.

Hình bát diện đều có 6 đỉnh.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 897.

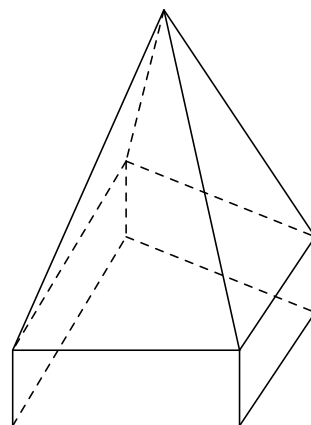
Hình đa diện bên có bao nhiêu cạnh?

A. 15.

B. 12.

C. 20.

D. 16.



Lời giải.

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 898. Tính thể tích khối hộp chữ nhật có độ dài 3 cạnh xuất phát từ một đỉnh là $2a$, $3a$, $4a$.

A. a^3 .

B. $9a^3$.

C. $24a$.

D. $24a^3$.

Lời giải.

Gọi x, y, z là 3 cạnh của hình hộp chữ nhật.

Ta có: $V = x \cdot y \cdot z = 2a \cdot 3a \cdot 4a = 24a^3$.

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 899. Diện tích đáy của khối chóp có chiều cao bằng h và thể tích bằng V là

A. $B = \frac{6V}{h}$.

B. $B = \frac{3V}{h}$.

C. $B = \frac{2V}{h}$.

D. $B = \frac{V}{h}$.

Lời giải.

Ta có: $V = \frac{1}{3}Bh \Rightarrow B = \frac{3V}{h}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 900. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $3a^3$.

B. $9a^3$.

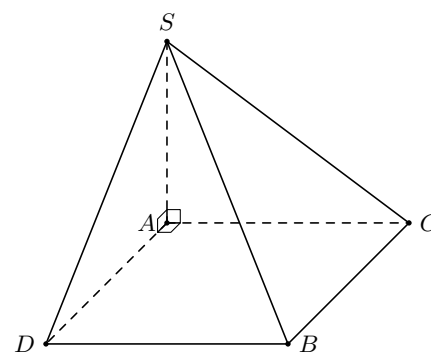
C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a^2 = a^3.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 901. Số đỉnh của hình bát diện đều là bao nhiêu?

A. 12.

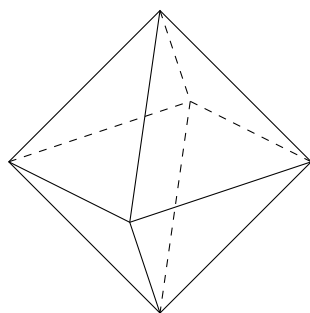
B. 6.

C. 8.

D. 10.

Lời giải.

Bát diện đều có 8 đỉnh.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 902. Mỗi cạnh của một khối đa diện là cạnh chung của bao nhiêu mặt của khối đa diện?

A. Bốn mặt.

B. Hai mặt.

C. Ba mặt.

D. Năm mặt.

Lời giải.

Hình đa diện phải thỏa mãn tính chất: mỗi cạnh là cạnh chung của đúng 2 mặt.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 903. Cho khối chóp tam giác có đường cao bằng 100 cm và cạnh đáy bằng 20 cm, 21 cm, 29 cm. Tính thể tích khối chóp này.

A. $7000\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

B. 6000 cm^3 .

C. 6213 cm^3 .

D. 7000 cm^3 .

Lời giải.

Diện tích đáy

$$S = \sqrt{\frac{20+21+29}{2} \left(\frac{20+21+29}{2} - 20 \right) \left(\frac{20+21+29}{2} - 21 \right) \left(\frac{20+21+29}{2} - 29 \right)} = 210 \text{ cm}^2.$$

Thể tích khối chóp

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 210 \cdot 100 = 7000 \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 904. Cho hình 20 mặt đều có cạnh bằng 2. Gọi S là tổng diện tích của tất cả các mặt đa diện. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = 20\sqrt{3}$.

B. $S = 20$.

C. $S = 10\sqrt{3}$.

D. $S = 10$.

Lời giải.

Tổng diện tích tất cả các mặt đa diện

$$S = 20 \cdot \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = 20\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 905. Hình lập phương có đường chéo của mặt bên bằng 4 cm. Tính thể tích khối lập phương đó.

A. $8\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

B. $16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

C. 8 cm^3 .

D. $2\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Độ dài các cạnh hình lập phương là $\frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$.

Thể tích khối lập phương là $V = (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 906. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2 \text{ cm}$; $AD = 5 \text{ cm}$; $AA' = 3 \text{ cm}$. Tính thể tích khối chóp $A.A'B'D'$

A. 5 cm^3 .

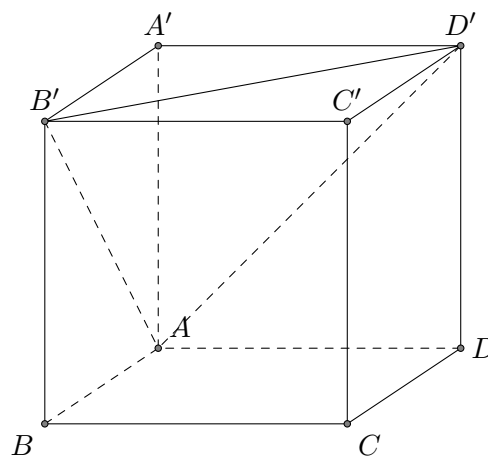
B. 10 cm^3 .

C. 20 cm^3 .

D. 15 cm^3 .

Lời giải.

Ta có $V_{A.A'B'D'} = \frac{1}{3} \cdot AA' \cdot \frac{1}{2} \cdot A'B' \cdot A'D' = 5 \text{ cm}^3$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 907. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt đối xứng?

A. 1.

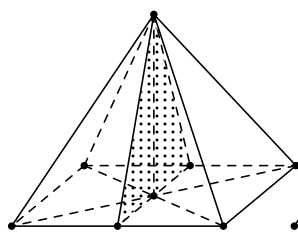
B. 2.

C. 3.

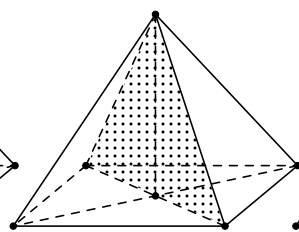
D. 4.

Lời giải.

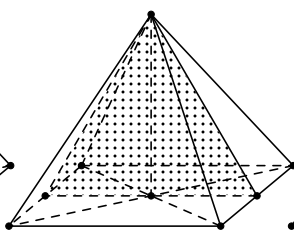
Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng.



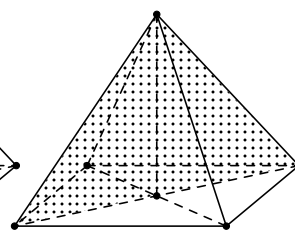
Hình 1.



Hình 2.



Hình 3.



Hình 4.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 908. Cho (H) là khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính thể tích của (H) .

A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

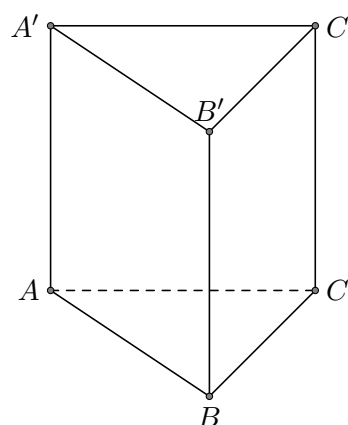
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a

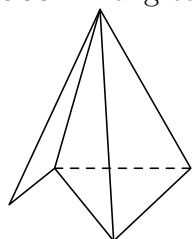
$$\text{là } V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



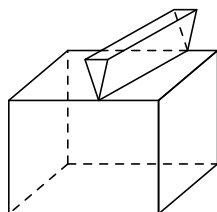
Chọn đáp án **(C)**

□

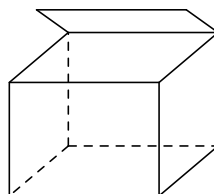
Câu 909. Trong các vật thể sau đây, vật thể nào là hình đa diện?



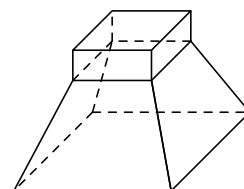
A.



B.



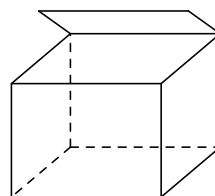
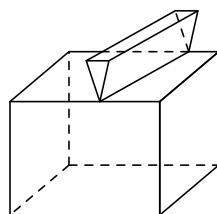
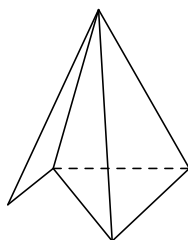
C.



D.

Lời giải.

Các hình vi phạm khái niệm hình đa diện là



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 910. Cho khối chóp có thể tích $V = 36 \text{ cm}^3$ và diện tích mặt đáy $B = 6 \text{ cm}^2$. Tính chiều cao của khối chóp.

A. $h = 18 \text{ cm}$.

B. $h = \frac{1}{2} \text{ cm}$.

C. $h = 6 \text{ cm}$.

D. $h = 72 \text{ cm}$.

Lời giải.

Từ công thức thể tích khối chóp, ta suy ra $h = \frac{3V}{S} = \frac{3 \cdot 36}{6} = 18 \text{ cm}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 911. Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = a, OB = b, OC = c$.
Tính thể tích khối tứ diện $O.ABC$.

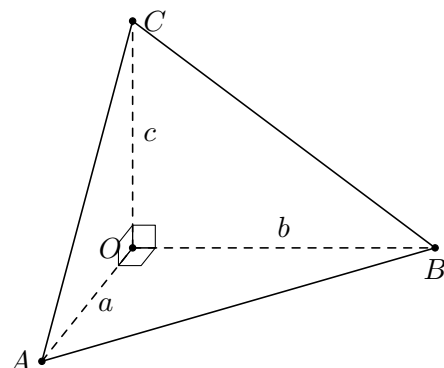
A. $\frac{abc}{3}$.

B. $\frac{abc}{4}$.

C. $\frac{abc}{6}$.

D. $\frac{abc}{2}$.

Lời giải.



Ta có: $V_{O.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle BOC} \cdot OA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} bca = \frac{1}{6} abc$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 912. Cho khối lăng trụ đứng có diện tích đáy bằng $2a^2$ và cạnh bên bằng $3a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3$.

B. $3a^3$.

C. $18a^3$.

D. $6a^3$.

Lời giải.

$V = S_{\text{đáy}} h = 2a^2 \cdot 3a = 6a^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 913. Cho khối lăng trụ đứng có diện tích đáy bằng $2a^2$ và cạnh bên bằng $3a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3$.

B. $3a^3$.

C. $18a^3$.

D. $6a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ đứng $V = 2a^2 \cdot 3a = 6a^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 914.

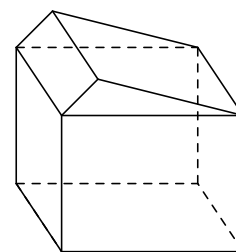
Số đỉnh của hình đa diện dưới đây là

A. 8.

B. 9.

C. 10.

D. 11.



Lời giải.

Hình đa diện đã cho có số đỉnh là 10.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 915. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 2a$, tam giác ABC vuông tại B có $AB = a, BC = 2a$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $2a^3$.

B. $\frac{2a^3}{3}$.

C. $\frac{4a^3}{3}$.

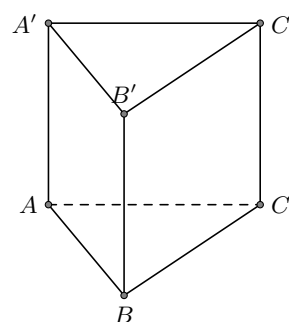
D. $4a^3$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = a^2$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

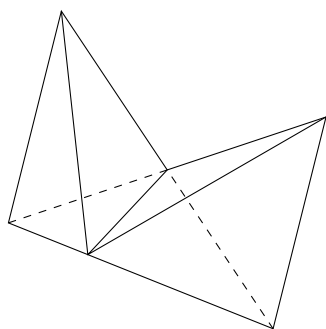
$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 2a^3.$$



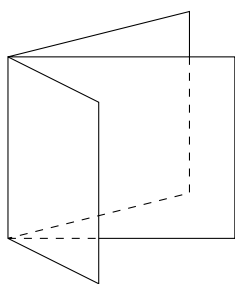
Chọn đáp án **A**

□

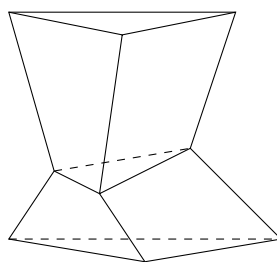
Câu 916. Trong các hình dưới đây, hình nào là hình đa diện?



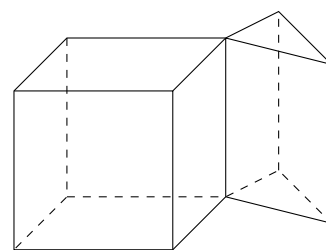
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 4.

B. Hình 2.

C. Hình 1.

D. Hình 3.

Lời giải.

Hình 3 là hình đa diện.

Hình 2 có 1 cạnh là cạnh chung của 3 mặt nên không phải là hình đa diện.

Hình 1, Hình 4 có 1 cạnh là cạnh chung của 4 mặt nên không phải là hình đa diện.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 917. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A với $AB = a$, $AC = 2a\sqrt{3}$, cạnh bên $AA' = 2a$. Thể tích khối lăng trụ bằng bao nhiêu?

A. a^3 .

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $V = AA' \cdot S_{ABC} = 2a \cdot \frac{a \cdot 2a\sqrt{3}}{2} = 2a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 918. Mỗi đỉnh của một hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất

A. Bốn cạnh.

B. Năm cạnh.

C. Hai cạnh.

D. Ba cạnh.

Lời giải.

Mỗi đỉnh của một hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất 3 cạnh.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 919. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}abc$.

B. $3abc$.

C. abc .

D. $\frac{1}{2}abc$.

Lời giải.

Thể tích khối hộp chữ nhật bằng tích của ba kích thước. Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB \cdot AD \cdot AA' = abc$.

Nhận xét: Bài này đề gốc cho $AC = c$ nên không có phương án đúng. Tôi sửa đề thành $AA' = c$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 920. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $A'A = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

- A. $V = \frac{3a^3}{4}$. B. $V = a^3$. C. $V = 3a^3$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = 3a^3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 921. Thể tích của khối chóp có diện tích mặt đáy bằng B , chiều cao bằng h được tính bởi công thức

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = 3Bh$.

Lời giải.

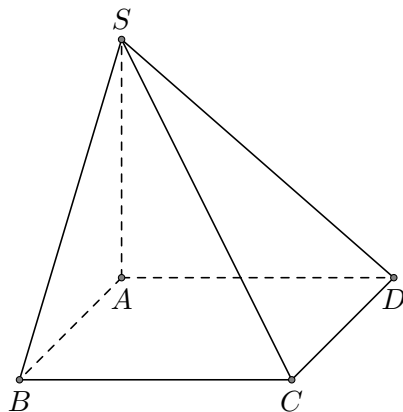
Công thức tính thể tích chóp.

Chọn đáp án **A** □

Câu 922. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Khi đó, thể tích của khối chóp bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.



$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \times SA \times S_{ABCD} = \frac{1}{3} \times a\sqrt{3} \times a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 923. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Khối tứ diện là khối đa diện lồi.
 B. Khối hộp là khối đa diện lồi.
 C. Lắp ghép hai khối hộp bất kì thì được một khối đa diện lồi.
 D. Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.

Lời giải.

Theo định nghĩa khối đa diện lồi:

Khối tứ diện là khối đa diện lồi nên đáp án A đúng.

Khối hộp là khối đa diện lồi nên đáp án B đúng.

Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi nên đáp án D đúng.

Lắp ghép hai khối hộp bất kì thì không phải lúc nào cũng được một khối đa diện lồi, nên đáp án C là đáp án sai.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 924. Khối đa diện loại $\{3; 4\}$ có số đỉnh, số cạnh và số mặt tương ứng là

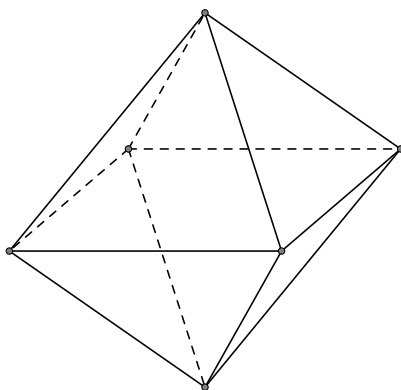
A. 6, 12, 8.

B. 4, 6, 4.

C. 8, 12, 6.

D. 8, 6, 12.

Lời giải.



Khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$ chính là khối bát diện đều. Do đó có số đỉnh là 6, số cạnh là 12, số mặt là 8.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 925. Khối tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 9.

Lời giải.

Mỗi mặt phẳng đối xứng của tứ diện đều là mặt phẳng đi qua trung điểm 1 cạnh và chứa cạnh đối diện của tứ diện đều. Tứ diện đều có 6 cạnh nên số mặt phẳng đối xứng là 6.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 926. Hãy chọn cụm từ (hoặc từ) cho dưới đây để sau khi điền nó vào chỗ trống của mệnh đề sau trở thành mệnh đề đúng.

“Số cạnh của một hình đa diện luôn số mặt của hình đa diện ấy.”

A. bằng.

B. nhỏ hơn hoặc bằng.

C. nhỏ hơn.

D. lớn hơn.

Lời giải.

Số cạnh của một hình đa diện luôn **lớn hơn** số mặt của hình đa diện ấy.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 927. Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 10.

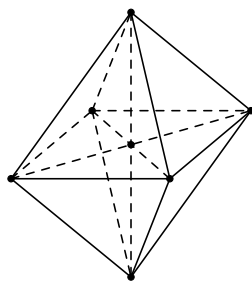
B. 12.

C. 8.

D. 20.

Lời giải.

Hình bát diện đều có 12 cạnh.



Chọn đáp án **(B)**



Câu 928. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = 3a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $2a^3$.

B. $6a^3$.

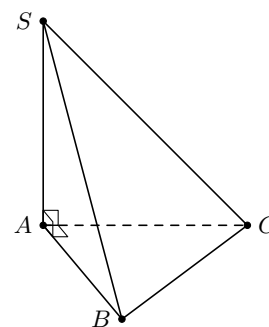
C. $3a^3$.

D. a^3 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2}2a \cdot 3a = 3a^2.$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 3a^2 \cdot a = a^3.$$



Chọn đáp án **(D)**



Câu 929. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là

A. $V = \frac{1}{3}Bh$.

B. $V = \frac{1}{6}Bh$.

C. $V = \frac{1}{2}Bh$.

D. $V = Bh$.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 930. Khối tám mặt đều có tất cả bao nhiêu đỉnh?

A. 12.

B. 10.

C. 6.

D. 8.

Lời giải.

$$\text{Số cạnh } C \text{ của khối bát diện là } C = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12.$$

Số mặt M của khối bát diện đều là 8.

$$\text{Theo công thức Ô-le : } D + M = C + 2 \Rightarrow D = C + 2 - M = 12 + 2 - 8 = 6.$$

Chọn đáp án **(C)**



Câu 931. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $3a^3$.

B. a^3 .

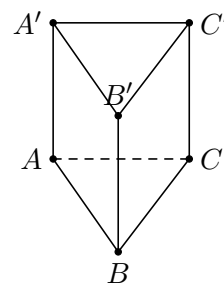
C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2a)^2 = \sqrt{3}a^2$.

Do đó $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} AA' = \sqrt{3}a^2 \cdot a\sqrt{3} = a^3$.



□

Câu 932. Nếu cạnh của một hình lập phương tăng lên gấp 3 lần thì thể tích của hình lập phương đó tăng lên bao nhiêu lần?

A. 27.

B. 9.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

$$V' = (3a)^3 = 3^3 \cdot a^3 = 27V.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 933. Cho khối chóp $S.ABC$. Trên các đoạn SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{2}SA, SB' = \frac{1}{3}SB, SC' = \frac{1}{4}SC$. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'$ và $S.ABC$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.B. $\frac{1}{12}$.C. $\frac{1}{24}$.D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

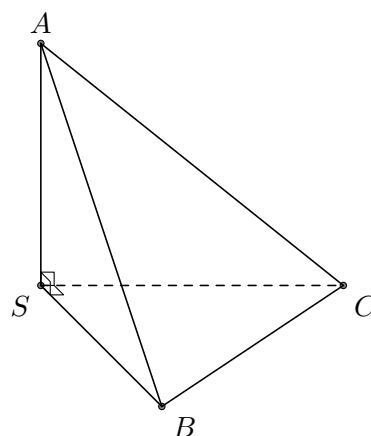
Câu 934. Cho tứ diện $SABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA = 3a, SB = 4a, SC = 5a$. Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $SABC$.

A. $V = 20a^3$.B. $V = 10a^3$.C. $V = \frac{5a^3}{2}$.D. $V = 5a^3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} SA \perp SC \\ SA \perp SB \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC).$$

$$\text{Nên } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle SBC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot SB \cdot SC = 10a^3.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 935. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Tứ diện có bốn cạnh bằng nhau là tứ diện đều.

B. Hình chóp tam giác đều là tứ diện đều.

C. Tứ diện có bốn mặt là bốn tam giác đều là tứ diện đều.

D. Tứ diện có đáy là tam giác đều là tứ diện đều.

Lời giải.

Theo định nghĩa.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 936. Cho hình chóp $S.ABC$ có A', B' lần lượt là trung điểm của SA, SB . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối chóp $S.A'B'C'$ và $S.ABC$. Tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{1}{8}$.

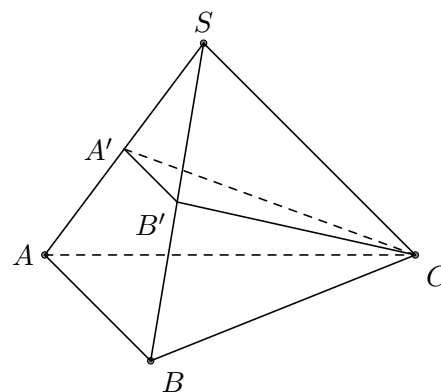
B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 937. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA = 2a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{a^3}{3}$.

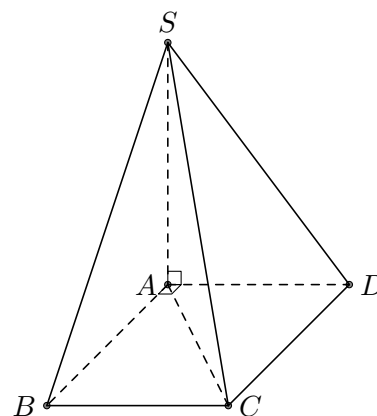
B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{2a^3}{5}$.

Lời giải.

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot 2a = \frac{a^3}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 938. Hình hộp chữ nhật đứng đáy là hình thoi có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

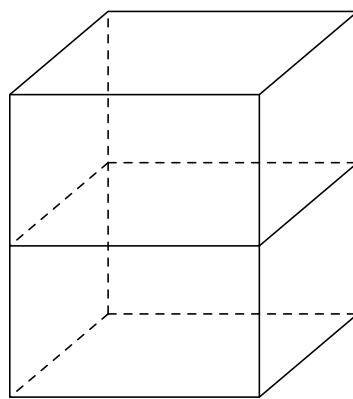
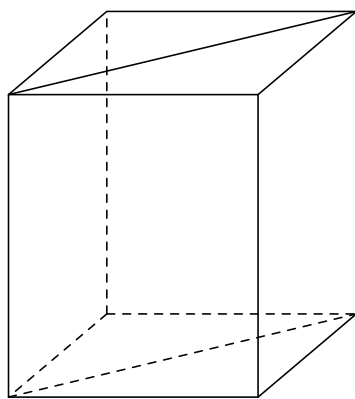
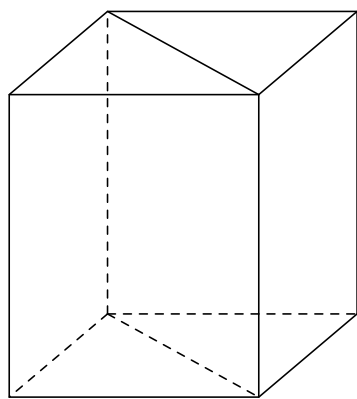
Lời giải.

Phương pháp:

Dựa vào lý thuyết các khối đa diện đều.

Cách giải:

Có 3 mặt phẳng đối xứng như trong hình vẽ dưới đây:



Chọn đáp án **C**

□

Câu 939. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích bằng B là

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{6}Bh$. C. $V = \frac{1}{3}Bh$. D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải.

Ta có $V = hB$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 940. Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c . Thể tích V của khối hộp chữ nhật đó là

- A. $V = (a + b)c$. B. $V = \frac{1}{3}abc$. C. $V = abc$. D. $V = (a + c)b$.

Lời giải.

Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho là: $V = abc$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 941. Cho khối tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = 2OB = 3OC = 3a$. Thể tích của khối tứ diện đã cho bằng

- A. $6a^3$. B. $\frac{4a^3}{3}$. C. $9a^3$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

Ta có $OA = 3a, OB = \frac{3a}{2}, OC = a \Rightarrow V = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} \cdot OC = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}OA \cdot OB \cdot OC = \frac{3a^3}{4}$.

Chọn đáp án **D**

□

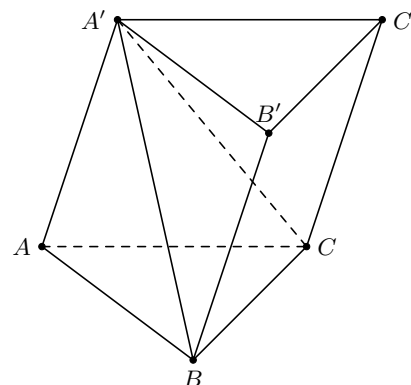
Câu 942. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 1 và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng 2. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 1. B. 6. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta có $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{A'BC} \cdot d(A, (A'BC)) = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 2 = \frac{2}{3}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{A'.ABC} = 2$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 943. Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là:

A. 3.

B. 5.

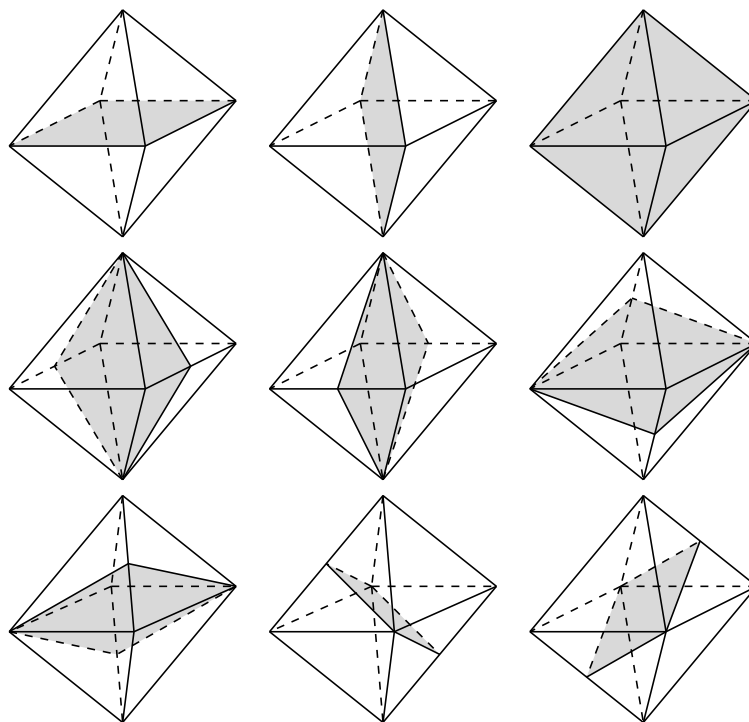
C. 7.

D. 9.

Lời giải.

Phương pháp: Sử dụng lý thuyết khối đa diện để làm bài toán.

Cách giải:



Hình bát diện đều có 9 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 944. Thể tích của một khối lăng trụ có đường cao bằng $3a$ diện tích mặt đáy bằng $4a^2$ là

A. $12a^3$.B. $4a^3$.C. $4a^2$.D. $12a^2$.

Lời giải.

Phương pháp: Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy là S và chiều cao h là $V = S \cdot h$.

Cách giải: Thể tích của khối lăng trụ đó là: $V = S \cdot h = 4a^2 \cdot 3a = 12a^3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 945. Khối đa diện đều nào sau đây có mặt **không** phải tam giác đều?

A. Bát diện đều.

B. Khối hai mươi mặt đều.

C. Khối mười hai mặt đều.

D. Tứ diện đều.

Lời giải.

Khối mười hai mặt đều có các mặt là ngũ giác đều, không phải tam giác đều.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 946. Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a .

A. $\frac{a^3}{3}$.B. $\frac{a^3}{2}$.C. a^3 .D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a là: a^3 .

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 947. Hình tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6.

B. 4.

C. 9.

D. 3.

Lời giải.

Dễ thấy rằng mỗi mặt phẳng đối xứng của tứ diện đều luôn chứa một cạnh của tứ diện và đi qua trung điểm cạnh đối diện.

Suy ra tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 948. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = a$, cạnh bên $SD = 2a$ và SD vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. a^3 .B. $2a^3$.C. $6a^3$.D. $3a^3$.**Lời giải.**

Ta có thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SD \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot 3a \cdot a = 3a^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 949. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3.

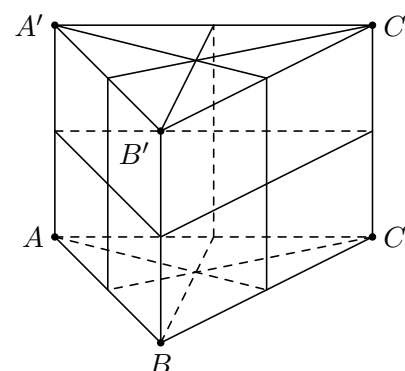
B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt đối xứng.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 950. Khối đa diện đều loại $\{4, 3\}$ có bao nhiêu mặt?

A. 6.

B. 20.

C. 12.

D. 8.

Lời giải.

Khối đa diện đều loại $\{4, 3\}$ là hình lập phương. Do đó số mặt là 6.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 951. Cho một khối đa diện lồi có 10 đỉnh, 7 mặt. Hỏi khối đa diện này có mấy cạnh?

A. 20.

B. 18.

C. 15.

D. 12.

Lời giải.

Ta có $d + m - c = 2 \Rightarrow c = 15$

Vậy khối đa diện có 15 cạnh.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 952. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.

B. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ đều.

C. Hình lăng trụ có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.

D. Hình lăng trụ tứ giác đều là hình lập phương.

Lời giải.

Chọn đáp án **(A)** □

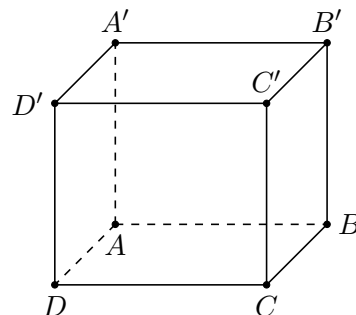
Câu 953. Trong không gian, cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1$ m, $AA' = 3$ m và $BC = 2$ m. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật đó.

- A. $V = \sqrt{5} \text{ m}^3$. B. $V = 6 \text{ m}^3$. C. $V = 3 \text{ m}^3$. D. $V = 3\sqrt{5} \text{ m}^3$.

Lời giải.

Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là

$$V = AB \cdot AD \cdot AA' = AB \cdot BC \cdot AA' = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6 \text{ m}^3.$$

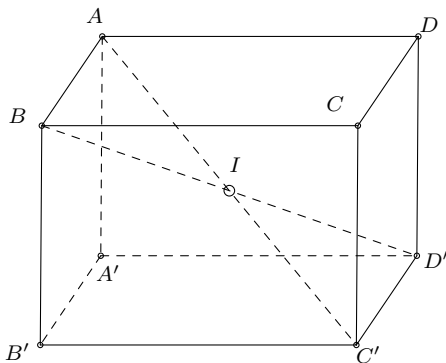


Chọn đáp án (B)

□

Câu 954. Hình đa diện nào sau đây có tâm đối xứng?

- A. Hình hộp chữ nhật. B. Hình tứ diện đều.
C. Hình chóp tứ giác đều. D. Hình lăng trụ tam giác.



Lời giải.

Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm đối xứng là trung điểm của đường chéo chính AC' .

Chọn đáp án (A)

□

Câu 955. Thể tích khối hộp có 3 kích thước bằng a, b, c là

- A. $2abc$. B. $\frac{1}{6}abc$. C. abc . D. $\frac{1}{3}abc$.

Lời giải.

Thể tích khối hộp có 3 kích thước bằng a, b, c là abc .

Chọn đáp án (C)

□

Câu 956. Giá trị $|p - q|$ của khối đa diện lồi, đều loại $\{p; q\}$ không thể bằng

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải.

Có 5 loại khối đa diện lồi, đều là $\{3; 3\}$, $\{3; 4\}$, $\{4; 3\}$, $\{3; 5\}$, $\{5; 3\}$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 957. Khối mười hai mặt đều là khối đa diện đều loại

- A. $\{5; 3\}$. B. $\{4; 3\}$. C. $\{2; 4\}$. D. $\{3; 5\}$.

Lời giải.

Vì mỗi mặt của khối mười hai mặt đều có 5 cạnh và mỗi đỉnh là giao điểm của 3 cạnh nên khối mười hai mặt đều thuộc loại $\{5; 3\}$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 958. Số đỉnh của hình bát diện đều bằng

A. 6.

B. 12.

C. 8.

D. 5.

Lời giải.

Số đỉnh của hình bát diện đều bằng 6.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 959. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

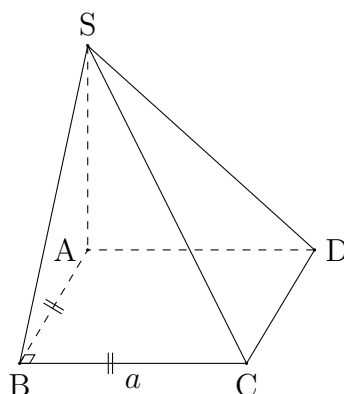
A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

C. $V = a^3\sqrt{2}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.



$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

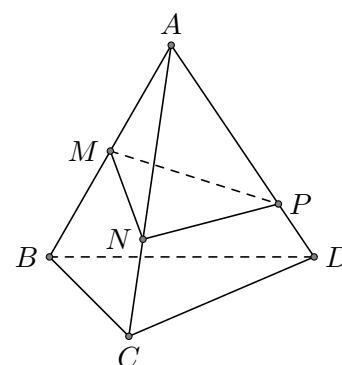
Câu 960. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, AD sao cho $MA = MB, NA = 2NC, PA = 3PD$. Biết thể tích khối tứ diện $AMNP$ bằng V thì khối tứ diện $ABCD$ tính theo V có giá trị là

A. $4V$.B. $6V$.C. $12V$.D. $8V$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{V_{AMNP}}{V_{ABCD}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} \cdot \frac{AP}{AD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}.$$

$$\Rightarrow V_{ABCD} = 4V_{AMNP} = 4V.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 961. Gọi D, M, C lần lượt là tổng số đỉnh, tổng số mặt và tổng số cạnh của một hình lăng trụ tam giác. Biểu thức $D + C - 3M$ có giá trị bằng

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Ta có hình lăng trụ tam giác có tổng số đỉnh là 6, tổng số mặt là 5 và tổng số cạnh là 9.

Do đó $D + C - 3M = 6 + 9 - 3 \cdot 5 = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 962. Hình nào **không phải** là hình đa diện đều trong các hình dưới đây?

- A. Hình tứ diện đều.
- B. Hình hộp chữ nhật có diện tích các mặt bằng nhau.
- C. Hình lập phương.
- D. Hình chóp tam giác đều.

Lời giải.

Hình chóp tam giác đều chỉ biết mặt đáy là tam giác đều nhưng các mặt bên chưa chắc là tam giác đều.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 963. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = Bh$.
- B. $V = \frac{1}{3}Bh$.
- C. $V = \frac{1}{6}Bh$.
- D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 964. Trong các mệnh đề sau, hãy chọn mệnh đề **đúng**. Trong một khối đa diện thì

- A. hai mặt bất kì có ít nhất một cạnh chung.
- B. hai cạnh bất kì có ít nhất một điểm chung.
- C. hai mặt bất kì có ít nhất một điểm chung.
- D. mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Lời giải.

Trong khối đa diện thì mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh nên nó là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 965. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$.
- B. $V = \frac{1}{6}Bh$.
- C. $V = Bh$.
- D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải.

Theo lý thuyết $V = Bh$.

Chọn đáp án **(C)**

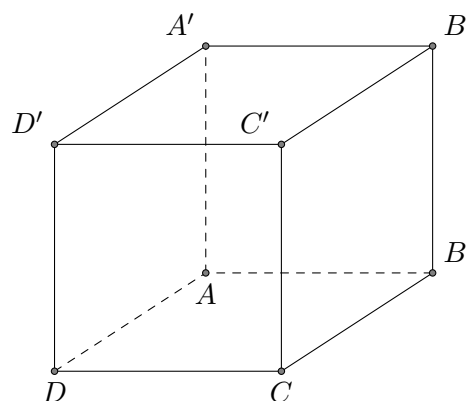
□

Câu 966. Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước là $AB = x$, $BC = 2x$ và $CC' = 3x$. Tính thể tích của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $3x^3$.
- B. x^3 .
- C. $2x^3$.
- D. $6x^3$.

Lời giải.

Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = CC' \cdot S_{ABCD} = 6x^3$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 967. Khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a , đường cao bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng

- A. $a^3\sqrt{3}$.
- B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.
- C. $2a^3\sqrt{3}$.
- D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ là $V = Bh$.

Trong đó, đáy là hình vuông cạnh a nên $B = a^2$, chiều cao $h = a\sqrt{3}$.

Suy ra thể tích khối lăng trụ là $V = a^2 \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 968. Tính thể tích V của khối trụ có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng R .

A. $V = R^2h$.

B. $V = \pi R^2h$.

C. $V = \pi Rh$.

D. $V = 2\pi Rh$.

Lời giải.

Khối trụ có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng R có thể tích là $V = \pi R^2h$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 969. Tổng độ dài l của tất cả các cạnh của một hình lập phương cạnh a .

A. $l = 6a$.

B. $l = 12a$.

C. $l = 6$.

D. $l = 12$.

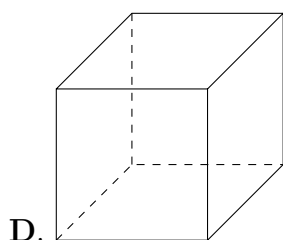
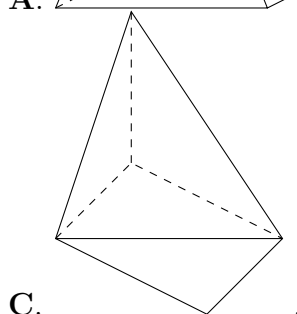
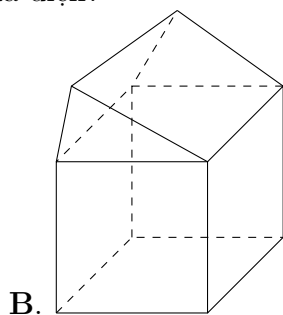
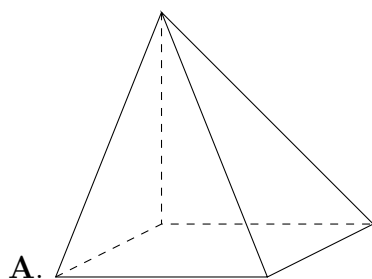
Lời giải.

Hình lập phương có tất cả 12 cạnh nên $l = 12a$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 970. Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?

**Lời giải.**

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 971. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = Bh$.

B. $V = \frac{1}{3}Bh$.

C. $V = \frac{1}{2}Bh$.

D. $V = \frac{1}{6}Bh$.

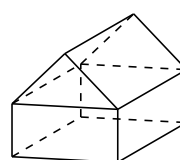
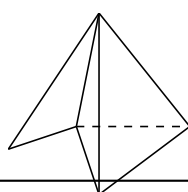
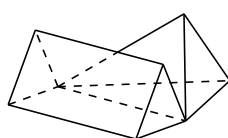
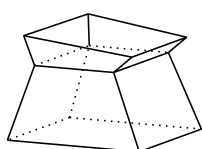
Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 972. Cho các hình vẽ sau:



Số các hình đa diện trong các hình trên là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Dựa vào các hình đã cho ta có số hình đa diện là 1.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 973. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SB = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = a^3\sqrt{2}$.B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

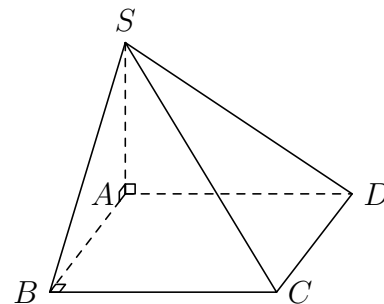
Lời giải.

Tam giác SAB vuông tại A nên

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 974. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.B. $a^3\sqrt{3}$.C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.D. $a^2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Chiều cao hình chóp là $SA = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ cạnh a là $S_{ABCD} = a^2$.

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 975. Thể tích khối hộp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{6}Bh$.B. $V = \frac{1}{2}Bh$.C. $V = \frac{1}{3}Bh$.D. $V = Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối hộp là $V = Bh$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 976. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{2}Bh$.B. $V = \frac{1}{6}Bh$.C. $V = \frac{1}{3}Bh$.D. $V = Bh$.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là $V = Bh$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 977. Khối chóp có chiều cao bằng $3a$, ($a > 0$) và diện tích đáy bằng a^2 . Tính thể tích V của khối chóp đó.

A. $V = a^3$.B. $V = 3a^3$.C. $V = 9a^3$.D. $V = \frac{2}{3}a^3$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a^2 = a^3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 978. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

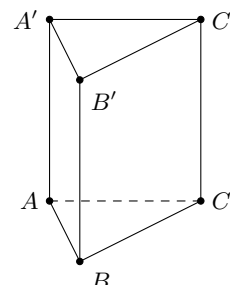
B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{a^3}{3}$.

D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AA' = \frac{a^3}{6}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 979. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

A. Năm mặt.

B. Ba mặt.

C. Bốn mặt.

D. Hai mặt.

Câu 980. Công thức tính thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao h là:

A. $V = \frac{1}{2} Bh$.

B. $V = \frac{1}{3} Bh$.

C. $V = Bh$.

D. $V = \frac{2}{3} Bh$.

Lời giải.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 981. Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh 3, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Khi đó thể tích khối lăng trụ là

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{27}{4}$.

D. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Câu 982. Hình tứ diện có bao nhiêu cạnh?

A. 5 cạnh.

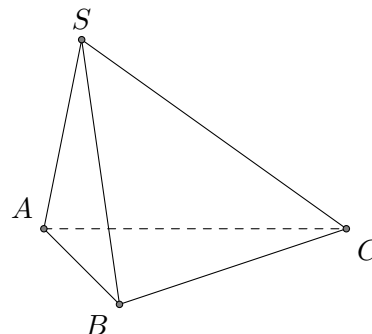
B. 3 cạnh.

C. 4 cạnh.

D. 6 cạnh.

Lời giải.

Hình minh họa



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 983. Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là

A. $V = \frac{1}{3} Sh$.

B. $V = 3Sh$.

C. $V = Sh$.

D. $V = \frac{1}{2} Sh$.

Lời giải.

Theo lý thuyết thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là $V = \frac{1}{3} Sh$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 984. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA' = h$ và diện tích của tam giác ABC bằng S . Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

- A. $V = \frac{1}{3}Sh$. B. $V = \frac{2}{3}Sh$. C. $V = Sh$. D. $V = 2Sh$.

Lời giải.

Vì $S_{ABC} = S$ nên suy ra $S_{ABCD} = 2S$.

Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA' = 2Sh$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 985. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ này bằng

- A. $2a^3$. B. a^3 . C. $3a^3$. D. $6a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ $V_{LT} = Sh = 3a^2 \cdot 2a = 6a^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 986. Trong tất cả các loại hình đa diện đều sau đây, hình nào có số mặt nhiều nhất?

- A. Loại $\{3; 4\}$. B. Loại $\{5; 3\}$. C. Loại $\{4; 3\}$. D. Loại $\{3; 5\}$.

Lời giải.

Hình đa diện đều loại $\{3; 5\}$ có 20 mặt, là hình đa diện đều có số mặt nhiều nhất.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 987. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{2}Bh$. C. $V = \frac{1}{6}Bh$. D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải.

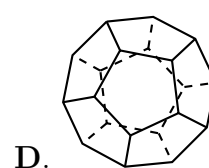
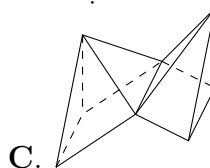
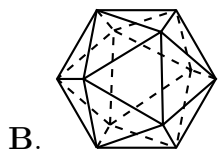
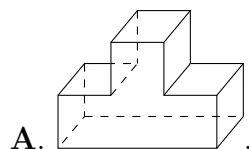
Thể tích khối lăng trụ: $V = Bh$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 988. Gọi n là số cạnh của hình chóp có 101 đỉnh. Tìm n .

- A. $n = 202$. B. $n = 200$. C. $n = 101$. D. $n = 203$.

Câu 989. Vật thể nào dưới đây không phải là khối đa diện?



Câu 990. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = a, OB = b, OC = c$. Thể tích tứ diện $OABC$ là

- A. $V = \frac{abc}{12}$. B. $V = \frac{abc}{4}$. C. $V = \frac{abc}{3}$. D. $V = \frac{abc}{6}$.

Lời giải.

Thể tích tứ diện $OABC$ là $V = \frac{1}{6}OA \cdot OB \cdot OC = \frac{abc}{6}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 991. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \frac{1}{6}Bh$. D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

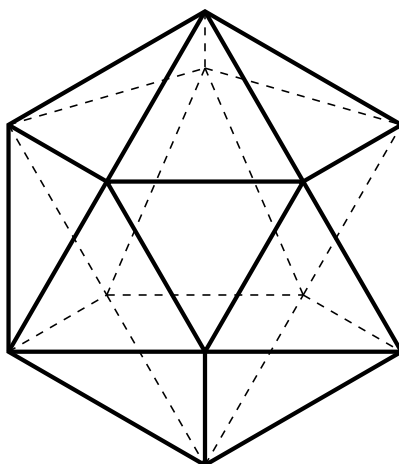
Lời giải.

Câu hỏi lý thuyết cơ bản.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 992. Khối đa diện bên dưới có bao nhiêu đỉnh?



A. 9.

B. 3.

C. 11.

D. 12.

Lời giải.

Hình trên có 12 đỉnh.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 993. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích 48. Trên các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt lấy các điểm A', B', C' và D' sao cho $\frac{SA'}{SA} = \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3}$ và $\frac{SB'}{SB} = \frac{SD'}{SD} = \frac{3}{4}$. Tính thể tích V của khối đa diện $S.A'B'C'D'$.

A. $V = 4$.

B. $V = 9$.

C. $V = \frac{3}{2}$.

D. $V = 6$.

Lời giải.

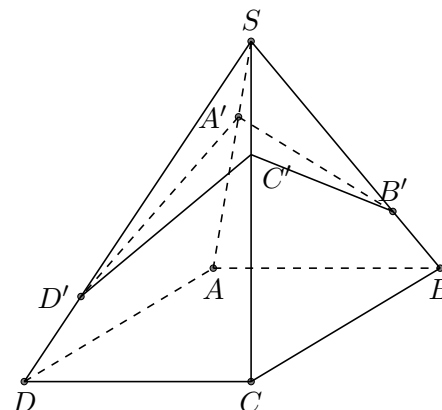
Ta có

$$\frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.A'B'D'} = \frac{1}{4} V_{S.ABD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{1}{8} V_{S.ABCD} = \frac{1}{8} \cdot 48 = 6.$$

Tương tự $V_{S.B'C'D'} = \frac{9}{2}$.

Suy ra thể tích cần tính

$$V = V_{S.A'B'D'} + V_{S.B'C'D'} = 9.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 994. Mỗi đỉnh của một đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

A. Ba mặt.

B. Hai mặt.

C. Bốn mặt.

D. Năm mặt.

Lời giải.

Theo định nghĩa của đa diện, mỗi đỉnh của đa diện là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 995. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{3a^3}{2}$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 996. Cho một hình đa diện. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.
- B. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.
- C. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.
- D. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.

Lời giải.

Hình đa diện có tính chất: Mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 997. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$.
- B. $V = Bh$.
- C. $V = \frac{1}{6}Bh$.
- D. $V = \frac{1}{4}Bh$.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = Bh$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 998. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 6 và chiều cao bằng 5.

- A. $V = 60$.
- B. $V = 180$.
- C. $V = 50$.
- D. $V = 150$.

Lời giải.

Thể tích cần tìm là $V = 6 \cdot 6 \cdot 5 = 180$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 999. Hình bát diện đều có số cạnh là

- A. 20.
- B. 6.
- C. 8.
- D. 12.

Lời giải.

Hình bát diện đều có 12 cạnh.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1000. Chiều cao của khối chóp có diện tích đáy bằng B và thể tích bằng V là

- A. $h = \frac{2V}{B}$.
- B. $h = \frac{V}{B}$.
- C. $h = \frac{6V}{B}$.
- D. $h = \frac{3V}{B}$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}hB \Rightarrow h = \frac{3V}{B}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1001. Chọn khẳng định **sai**. Trong một khối đa diện,

- A. mỗi mặt có ít nhất 3 cạnh.
- B. hai mặt bất kì luôn có ít nhất một điểm chung.
- C. mỗi cạnh của khối đa diện là cạnh chung của đúng 2 mặt.
- D. mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.

Lời giải.

Trong hình hộp chữ nhật, hai mặt đối diện không có điểm chung. Cho nên, hai mặt bất kì trong khối đa diện chưa chắc đã có điểm chung.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1002. Số cạnh của một tứ diện là

- A. 5 cạnh.
- B. 8 cạnh.
- C. 4 cạnh.
- D. 6 cạnh.

Lời giải.

Hình tứ diện có 6 cạnh.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1003. Thể tích khối lăng trụ đều có tất cả các cạnh bằng a là

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Câu 1004. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{2}Bh$. B. $V = \frac{1}{6}Bh$. C. $V = \frac{1}{3}Bh$. D. $V = Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ $V = B \cdot h$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1005. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = b$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^2b}{3}$. B. $\frac{a^2b}{12}$. C. $\frac{a^2b}{4}$. D. $\frac{ab^2}{12}$.

Lời giải.

Thể tích hình chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}b \cdot a^2 = \frac{a^2b}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1006. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên SA bằng $2a$ và vuông góc với đáy. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1007. Cho khối lăng trụ có thể tích bằng V . Biết diện tích đáy của lăng trụ là B , tính chiều cao h của khối lăng trụ đã cho.

- A. $h = \frac{V}{3B}$. B. $h = \frac{2V}{B}$. C. $h = \frac{3V}{B}$. D. $h = \frac{V}{B}$.

Lời giải.

Ta có $V = B \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V}{B}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1008. Công thức tính thể tích khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy R là

- A. $\frac{1}{3}hR^2$. B. πhR^2 . C. hR^2 . D. $\frac{1}{3}\pi hR^2$.

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích khối trụ.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1009. Hình tứ diện đều có bao nhiêu tâm đối xứng?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Tứ diện đều không có tâm đối xứng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1010. Khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy S thì thể tích bằng bao nhiêu?

- A. Sh . B. $\frac{1}{6}Sh$. C. $\frac{1}{3}Sh$. D. $\frac{1}{2}Sh$.

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích khối lăng trụ.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1011. Khối đa diện đều nào sau đây có số đỉnh nhiều nhất?

- A. Khối tứ diện đều. B. Khối nhị thập diện đều.
C. Khối bát diện đều. D. Khối thập nhị diện đều.

Câu 1012. Trong các khẳng định sau khẳng định nào là đúng?

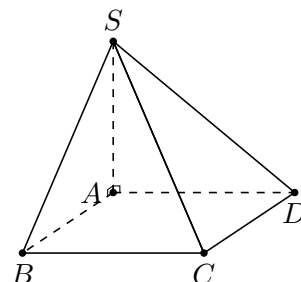
- A. Khối đa diện đều loại $\{p; q\}$ là khối đa diện đều có p mặt, q đỉnh.
B. Khối đa diện đều loại $\{p; q\}$ là khối đa diện lồi thỏa mãn mỗi mặt của nó là đa giác đều p cạnh và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.
C. Khối đa diện đều loại $\{p; q\}$ là khối đa diện đều có p cạnh, q mặt.
D. Khối đa diện đều loại $\{p; q\}$ là khối đa diện lồi thỏa mãn mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng p mặt và mỗi mặt của nó là một đa giác đều q cạnh.

Câu 1013. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 4a^3\sqrt{3}$. B. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{4a^3}{3}$.

Lời giải.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot (2a)^2 = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1014. Cho hình chóp có n đỉnh (với $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 4$). Số cạnh của hình chóp là

- A. $2n - 2$. B. $2n$. C. $n + 1$. D. $2n + 1$.

Lời giải.

Với hình chóp có n đỉnh (với $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 4$) thì mặt đáy là đa giác có $(n - 1)$ cạnh, suy ra số cạnh bên cũng là $(n - 1)$ cạnh.

Vì vậy số cạnh của hình chóp có n đỉnh (với $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 4$) là $2n - 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1015. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{2}Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \frac{1}{6}Bh$. D. $V = Bh$.

Lời giải.

Áp dụng công thức thể tích của khối lăng trụ.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1016. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = a$, $OB = 2a$, $OC = 3a$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

- A. $V = 2a^3$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = a^3$.

Lời giải.

Vì OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau nên ta có: $V_{OABC} = \frac{1}{3}OA \cdot \frac{OB \cdot OC}{2} = a^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

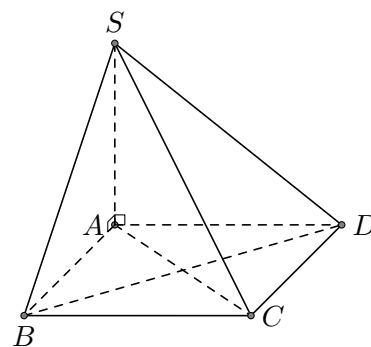
Câu 1017. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $2a^3$. B. $3a^3$. C. $6a^3$. D. a^3 .

Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 2a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 2a \cdot 3a = 2a^3$.



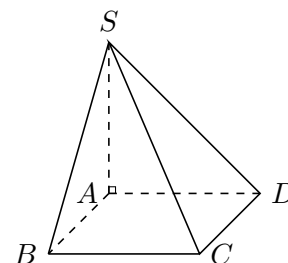
Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1018. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. a^3 . B. $\frac{a^3}{9}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $3a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 3a = a^3$.



Chọn đáp án **(A)** □

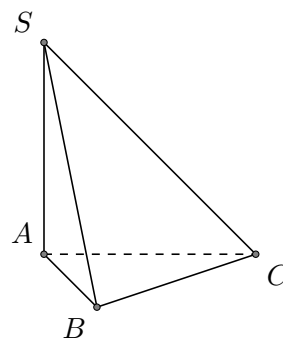
Câu 1019. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $SA = AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{3a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot a = \frac{a^3}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1020. Nếu một khối chóp có thể tích và diện tích mặt đáy lần lượt bằng a^3 và a^2 thì chiều cao của nó bằng

A. $\frac{a}{3}$.

B. $3a$.

C. a .

D. $2a$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3}S \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{3V}{S} = 3a.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1021. Khối chóp $S.ABCD$ có A, B, C, D cố định và S chạy trên đường thẳng song song với AC . Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ sẽ.

A. Giảm phân nửa.

B. Giữ nguyên.

C. Tăng gấp đôi.

D. Tăng gấp bốn.

Lời giải.

Ta có S nằm trên đường thẳng d song song với $AC \Rightarrow d \parallel (ABCD)$

Khoảng cách từ mọi điểm nằm trên d đến mặt đáy đều bằng nhau do đó thể tích khối chóp không thay đổi.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1022. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có chiều rộng $2a$ và chiều dài $3a$. Chiều cao của khối chóp là $4a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ tính theo a là

A. $V = 24a^3$.

B. $V = 9a^3$.

C. $V = 40a^3$.

D. $V = 8a^3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot 2a \cdot 4a = 8a^3.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 1023. Một hình chóp có tất cả 2018 mặt. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu đỉnh?

A. 1009.

B. 2018.

C. 2017.

D. 1008.

Lời giải.

Do hình chóp có số mặt bằng số đỉnh nên số đỉnh của hình chóp là 2018.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1024. Thể tích của khối lăng trụ đứng có diện tích đáy là S và cạnh bên bằng h là

A. $\frac{1}{3}Sh$.

B. Sh .

C. $\frac{1}{4}Sh$.

D. $\frac{1}{2}Sh$.

Lời giải.

Khối lăng trụ đứng có độ dài cạnh bên đồng thời là chiều cao nên $V = Sh$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1025. Tính thể tích V của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng $3B$.

A. $V = 3Bh$.

B. $V = \frac{1}{3}Bh$.

C. $V = \frac{1}{6}Bh$.

D. $V = Bh$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} \cdot 3B \cdot h = Bh.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 1026. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $\frac{abc}{6}$.

B. abc .

C. $\frac{abc}{3}$.

D. $\frac{abc}{4}$.

Lời giải.

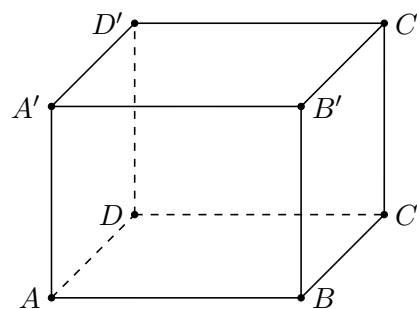
Áp dụng công thức thể tích khối hộp chữ nhật ta có thể tích của khối hộp đã cho bằng abc .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1027.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{DC}$ biến điểm A' thành điểm B' .
- B. Phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{AB'}$ biến điểm A' thành điểm C' .
- C. Phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{AC}$ biến điểm A' thành điểm D' .
- D. Phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{AA'}$ biến điểm A' thành điểm B' .



Lời giải.

Vì $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{A'B'}$ nên phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{DC}$ biến điểm A' thành điểm B' .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1028. Thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và độ dài đường cao bằng 4 là

- A. $V = 12$.
- B. $V = 8$.
- C. $V = 4$.
- D. $V = 6$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ là $V = B \cdot h = 3 \cdot 4 = 12$.

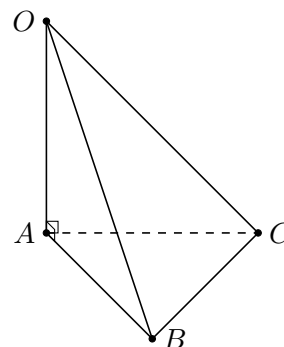
Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1029. Thể tích của khối tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = 2a, OB = 3a, OC = 4a$ là

- A. $4a^3$.
- B. $12a^3$.
- C. $24a^3$.
- D. $2a^3$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} V_{O.ABC} &= \frac{1}{3} \cdot OA \cdot S_{OBC} \\ &= \frac{1}{3} \cdot OA \cdot \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC \\ &= \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC \\ &= 4a^3. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1030. Thể tích khối cầu có bán kính bằng $\frac{a}{2}$ là

- A. $\frac{\pi a^3}{2}$.
- B. $\frac{\pi a^2}{4}$.
- C. $\frac{\pi a^3}{6}$.
- D. πa^2 .

Lời giải.

Phương pháp: Công thức tính thể tích khối cầu có bán kính r là: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Cách giải: Thể tích khối cầu có bán kính bằng $\frac{a}{2}$ là: $V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3}{6}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1031. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = 12\pi$.
- B. $V = 4\pi$.
- C. $V = 4$.
- D. $V = 12$.

Lời giải.

Thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi(\sqrt{3})^2 \cdot 4 = 4\pi.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1032. Cho khối trụ có thể tích V và bán kính đáy R . Chiều cao của khối trụ đã cho bằng

A. $\frac{V}{\pi R^2}.$

B. $\frac{V}{3\pi R^2}.$

C. $\frac{V}{R^2}.$

D. $\frac{V}{3R^2}.$

Lời giải.

Ta có $V = \pi R^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1033. Thể tích của khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $R = 4$ bằng

A. $V = 32\pi.$

B. $V = 96\pi.$

C. $V = 16\pi.$

D. $V = 48\pi.$

Lời giải.

Thể tích của khối nón $V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 32\pi$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1034. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh bằng 3 và bán kính đáy bằng 2 là

A. $4\pi.$

B. $6\pi.$

C. $12\pi.$

D. $5\pi.$

Lời giải.

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 2 \cdot 3 = 6\pi.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1035. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 4$ và diện tích xung quanh bằng 20π . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $4\pi.$

B. $16\pi.$

C. $\frac{16}{3}\pi.$

D. $\frac{80}{3}\pi.$

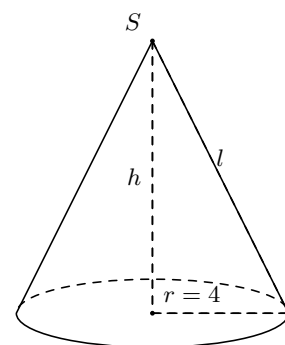
Lời giải.

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón ta có

$$S_{xq} = \pi r l \Rightarrow 20\pi = \pi \cdot 4 \cdot l \Rightarrow l = 5.$$

Vì $h = \sqrt{l^2 - r^2}$ nên $h = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3.$

Khối nón có thể tích là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi.$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1036. Cho khối trụ có đường sinh bằng 5 và thể tích bằng 45π . Diện tích toàn phần của hình trụ là

A. $48\pi.$

B. $36\pi.$

C. $12\pi.$

D. $24\pi.$

Lời giải.

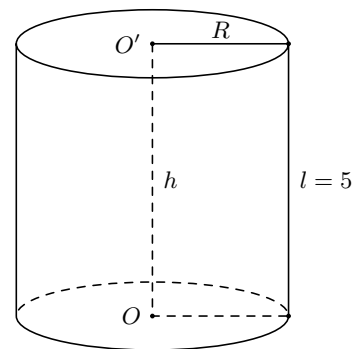
Vì hình trụ có đường cao bằng đường sinh nên $h = l = 5$.

Áp dụng công thức tính thể tích khối trụ ta có

$$V = \pi R^2 h \Rightarrow 45\pi = \pi \cdot R^2 \cdot 5 \Rightarrow R^2 = 9 \Rightarrow R = 3.$$

Diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S_{tp} = 2\pi R h + 2\pi R^2 = 2\pi \cdot 3 \cdot 5 + 2\pi \cdot 3^2 = 30\pi + 18\pi = 48\pi.$$



Chọn đáp án **A** ☐

Câu 1037. Một mặt cầu có đường kính bằng a có diện tích S bằng bao nhiêu?

A. $S = \frac{4\pi a^2}{3}$.

B. $S = \frac{\pi a^2}{3}$.

C. $S = \pi a^2$.

D. $S = 4\pi a^2$.

Lời giải.

Vì đường kính mặt cầu bằng a nên bán kính mặt cầu là $r = \frac{a}{2}$.

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \pi a^2$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 1038. Thể tích của khối cầu có bán kính R là

A. πR^3 .

B. $\frac{4\pi R^3}{3}$.

C. $2\pi R^3$.

D. $\frac{\pi R^3}{3}$.

Lời giải.

Thể tích của khối cầu có bán kính R là $V = \frac{4\pi R^3}{3}$.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 1039. Tính theo a thể tích của một khối trụ có bán kính đáy là a , chiều cao bằng $2a$.

A. $2\pi a^3$.

B. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. πa^3 .

Lời giải.

Phương pháp:

Công thức tính thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h$.

Cách giải:

Ta có $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi \cdot a^3$.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 1040. Một mặt cầu có diện tích xung quanh là π thì có bán kính bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải.

Phương pháp:

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi \cdot R^2$.

Cách giải:

Ta có: $S = \pi = 4\pi \cdot R^2 \Leftrightarrow R^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow R = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 1041. Cho hình nón có đường cao $h = a$, bán kính $r = a$. Diện tích xung quanh hình nón là

A. $4\pi a^2$.

B. $2\pi a^2$.

C. $2\sqrt{2}\pi a^2$.

D. $\sqrt{2}\pi a^2$.

Lời giải.

Độ dài đường sinh của hình nón trên là $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot a\sqrt{2} \cdot a = \sqrt{2}\pi a^2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1042. Khối cầu có bán kính $R = 6$ có thể tích bằng bao nhiêu?

A. 144π .

B. 288π .

C. 48π .

D. 72π .

Lời giải.

Ta có công thức tính thể tích khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Từ đó suy ra thể tích khối cầu đã cho là $V = \frac{4}{3}\pi 6^3 = 288\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1043. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

A. $V = 12\pi$.

B. $V = 8\pi$.

C. $V = 16\pi$.

D. $V = 4\pi$.

Lời giải.

Theo đề bài ta có bán kính đáy $R = 2$, chiều cao khối trụ $h = 2$.

Do đó $V = \pi R^2 \cdot h = \pi \cdot 2^2 \cdot 2 = 8\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1044. Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 4a$, bán kính đáy bằng $R = \sqrt{3}a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $8\sqrt{3}\pi a^2$.

B. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^2}{3}$.

C. $4\sqrt{3}\pi a^2$.

D. $2\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh hình nón là: $S_{xq} = \pi Rl = \pi a\sqrt{3}4a = 4\sqrt{3}\pi a^2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1045. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 5 và chiều cao bằng 7. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{175\pi}{3}$.

B. 175π .

C. 70π .

D. 35π .

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 5 \cdot 7 = 70\pi$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1046. Khối trụ tròn xoay có đường kính bằng $2a$, chiều cao $h = 2a$ có thể tích là

A. $V = 2\pi a^2$.

B. $V = 2\pi a^3$.

C. $V = 2\pi a^2 h$.

D. $V = \pi a^3$.

Lời giải.

Khối trụ tròn xoay có bán kính bằng $\frac{2a}{2} = a$ nên có thể tích là $V = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1047. Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

A. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

B. $S_{xq} = \pi r h$.

C. $S_{xq} = 2\pi r l$.

D. $S_{xq} = \pi r l$.

Lời giải.

Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1048. Hình bát diện đều có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 8.

B. 12.

C. 30.

D. 16.

Lời giải.

$$\text{Số cạnh} = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12.$$

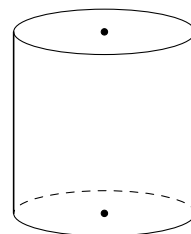
Chọn đáp án (B) □**Câu 1049.** Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.A. $V = 18\pi$.B. $V = 54\pi$.C. $V = 108\pi$.D. $V = 36\pi$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 18\pi.$$

Chọn đáp án (A) □**Câu 1050.** Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng S , diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính a . Khi đó thể tích của hình trụ bằngA. Sa .B. $\frac{1}{2}Sa$.C. $\frac{1}{3}Sa$.D. $\frac{1}{4}Sa$.**Lời giải.**Gọi r là bán kính đáy của hình trụ, h là chiều cao của hình trụ.

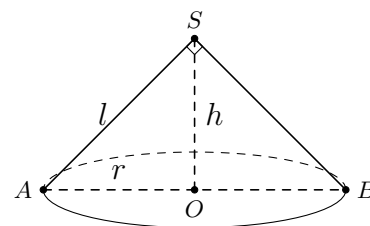
$$\text{Theo bài ra ta có } \begin{cases} S = 2\pi r h \\ \pi r^2 = 4\pi a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = 2a \\ h = \frac{S}{4\pi a} \end{cases}.$$

$$\text{Thể tích khối trụ là } V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4a^2 \cdot \frac{S}{4\pi a} = Sa.$$

Chọn đáp án (A) □**Câu 1051.** Cho hình nón có chiều cao h và góc ở đỉnh bằng 90° . Thể tích của khối nón xác định bởi hình nón trên:A. $\frac{2\pi}{3}$.B. $\frac{\sqrt{6}\pi}{3}$.C. $\frac{\pi}{3}$.D. 2π .**Lời giải.**Từ giả thiết suy ra bán kính nón $r = h$.

Vậy thể tích khối nón tương ứng là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi h^3}{3}.$$

Chọn đáp án (C) □**Câu 1052.** Một hình trụ có bán kính đáy, $r = a$ độ dài đường sinh $l = 2a$ Diện tích toàn phần của hình trụ này làA. $2\pi a^2$.B. $4\pi a^2$.C. $6\pi a^2$.D. $5\pi a^2$.**Lời giải.**

$$S_{tp} = 2S_d + S_{xq} = 2\pi a^2 + 2\pi a \cdot 2a = 6\pi a^2.$$

Chọn đáp án (C) □**Câu 1053.** Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối trụ đã cho bằngA. πa^3 .B. $2\pi a^3$.C. $\frac{\pi a^3}{3}$.D. $\frac{\pi a^3}{6}$.**Lời giải.**

Dựa vào công thức tính thể tích khối trụ ta có $V = \pi r^2 h = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1054. Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$ là

- A. $V = 32\pi$. B. $V = 32\sqrt{2}\pi$. C. $V = 64\sqrt{2}\pi$. D. $V = 128\pi$.

Lời giải.

Phương pháp: Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là $V = \pi r^2 h$.

Cách giải: Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 4\sqrt{2} = 64\sqrt{2}\pi$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1055. Thể tích của khối nón có đường sinh bằng 10 và bán kính đáy bằng 6 là:

- A. 196π . B. 48π . C. 96π . D. 60π .

Lời giải.

Phương pháp: Thể tích của khối nón có đường cao bằng h và bán kính đáy bằng r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Cách giải: Độ dài đường cao của khối nón: $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.

Thể tích của khối nón đó là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1056. Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$.

- A. $V = 4\pi$. B. $V = 12\pi$. C. $V = 16\pi\sqrt{3}$. D. $V = 4$.

Lời giải.

Thể tích V của khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$ là $V = \frac{1}{3}\pi (\sqrt{3})^2 \cdot 4 = 4\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1057. Thể tích của khối trụ có bán kính $R = 3$, chiều cao $h = 5$ là

- A. $V = 90\pi$. B. $V = 45$. C. $V = 45\pi$. D. $V = 15\pi$.

Lời giải.

Thể tích của khối trụ: $V = \pi \cdot R^2 \cdot h = 45\pi$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1058. Tính diện tích của mặt cầu có bán kính $r = 2$.

- A. $\frac{32}{3}\pi$. B. 8π . C. 32π . D. 16π .

Lời giải.

Phương pháp

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Cách giải

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính $r = 2$ là $S = 4\pi r^2 = 16\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1059. Công thức tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đường sinh l , bán kính đáy r là

- A. $S_{xq} = 4\pi rl$. B. $S_{xq} = \pi rl$. C. $S_{xq} = \pi rl$. D. $S_{xq} = 3\pi rl$.

Lời giải.

Công thức tính diện tích xung quanh hình nón có bán kính đáy r , chiều cao h và đường sinh l là $S_{xq} = \pi rl$.

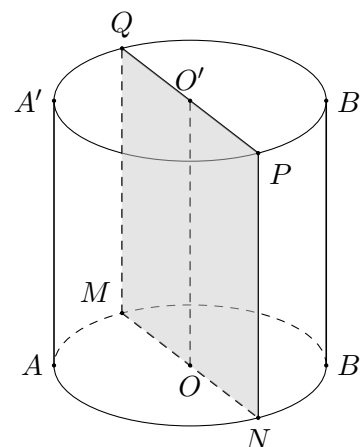
Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1060. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 2cm và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ là

- A. $8\pi\text{cm}^2$. B. $4\pi\text{cm}^2$. C. $32\pi\text{cm}^2$. D. $16\pi\text{cm}^2$.

Lời giải.

Vì thiết diện qua trục là hình vuông nên ta có $h = 2r = 4\text{cm} \Rightarrow S_{xq} = 2\pi r h = 2\pi \cdot 2 \cdot 4 = 16\pi\text{cm}^2$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1061. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ bằng

- A. $6a^3$. B. a^3 . C. $3a^3$. D. $2a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ là $V = B \cdot h$ với B là diện tích đáy, h là chiều cao của lăng trụ.

Lăng trụ đã cho là lăng trụ đứng suy ra đường cao là một cạnh bên nên $h = 2a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V = 3a^2 \cdot 2a = 6a^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1062. Tính thể tích của khối nón có chiều cao bằng 4 và độ dài đường sinh bằng 5.

- A. 12π . B. 36π . C. 16π . D. 48π .

Lời giải.

Bán kính đường tròn đáy của khối nón là $r = \sqrt{l^2 - h^2} = 3$.

Vậy thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 12\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1063. Cho khối nón có đường cao h và bán kính đáy r . Tính thể tích của khối nón.

- A. $2\pi r\sqrt{h^2 + r^2}$. B. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. C. $\pi r\sqrt{h^2 + r^2}$. D. $\pi r^2 h$.

Lời giải.

Theo công thức thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1064. Một khối trụ có bán kính đáy bằng 5 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7. Thể tích khối trụ bằng

- A. 35π . B. 125π . C. 175π . D. 70π .

Lời giải.

$r = 5, h = 7 \Rightarrow V = \pi \cdot h \cdot r^2 = 175\pi$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1065. Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng R và có chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ lần lượt có giá trị là

- A. $2(\sqrt{3} + 1)\pi R^2$ và $2\sqrt{3}\pi R^2$.
 B. $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2(\sqrt{3} + 1)\pi R^2$.
 C. $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\pi R^2$.
 D. $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\sqrt{3}\pi R^2 + R^2$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi R \cdot R\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\pi R^2$ (đvdt).

Diện tích toàn phần của hình trụ $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 2\sqrt{3}\pi R^2 + 2\pi R^2 = 2(\sqrt{3} + 1)\pi R^2$ (đvdt).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1066. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6a$, $AC = 8a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

- A. $l = 10a$.
 B. $l = 12a$.
 C. $l = 100a$.
 D. $l = 14a$.

Lời giải.

$$l = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 10a.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1067. Tính thể tích V của khối nón có diện tích hình tròn đáy là S và chiều cao là h .

- A. $V = \frac{4}{3}Sh$.
 B. $V = \frac{1}{3}Sh^2$.
 C. $V = Sh$.
 D. $V = \frac{1}{3}Sh$.

Lời giải.

Ta có công thức tính thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}Sh$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1068. Cho khối trụ (T) có chiều cao và đường kính đáy cùng bằng $2a$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của (T).

- A. $S_{tp} = 5\pi a^2$.
 B. $S_{tp} = 6\pi a^2$.
 C. $S_{tp} = 4\pi a^2$.
 D. $S_{tp} = 3\pi a^2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 4\pi a^2 + 2\pi a^2 = 6\pi a^2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1069. Hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh của hình trụ đó.

- A. $\frac{3a}{2}$.
 B. $2\sqrt{2}a$.
 C. $3a$.
 D. $2a$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi a l = 3\pi a^2 \Rightarrow l = \frac{3}{2}a.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1070. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 2$ và đường sinh $l = 3$ bằng

- A. 6π .
 B. 4π .
 C. 12π .
 D. 24π .

Lời giải.

Diện tích xung quanh của khối trụ bằng

$$S_{xq} = 2\pi R l = 2\pi \cdot 2 \cdot 3 = 12\pi.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1071. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của khối trụ T . Thể tích V của khối trụ T là

- A. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 l$.
 B. $V = \pi R^2 h$.
 C. $V = \frac{4}{3}\pi R^2 h$.
 D. $V = 4\pi R^3$.

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích khối trụ.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1072. Một hình nón tròn xoay có đường cao h , bán kính đáy r và đường sinh l . Biểu thức nào sau đây dùng để tính diện tích xung quanh của hình nón?

- A. $S_{xq} = \pi rl$. B. $S_{xq} = 2\pi rl$. C. $S_{xq} = \pi rh$. D. $S_{xq} = 2\pi rh$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1073. Thể tích của khối trụ có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng R là

- A. $V = R^2h$. B. $V = \pi R^2h$. C. $V = \pi Rh$. D. $V = 2\pi Rh$.

Lời giải.

Thể tích của khối trụ có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng R là $V = \pi R^2 \cdot h$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1074. Cho khối trụ có bán kính hình tròn đáy bằng r và chiều cao bằng h . Hỏi nếu tăng chiều cao lên 2 lần và tăng bán kính đáy lên 3 lần thì thể tích của khối trụ sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

- A. 18 lần. B. 12 lần. C. 6 lần. D. 36 lần.

Lời giải.

Ta có $V_{\text{trụ}} = B \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$.

Nếu tăng chiều cao lên 2 lần và tăng bán kính đáy lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới $V'_{\text{trụ}} = B' \cdot h' = \pi \cdot (3r)^2 \cdot (2h) = 18 \cdot B \cdot h$.

Vậy $\frac{V'_{\text{trụ}}}{V_{\text{trụ}}} = 18$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1075. Một hình nón có diện tích xung quanh bằng $2\pi \text{ cm}^2$ và bán kính đáy $r = \frac{1}{2} \text{ cm}$. Khi đó độ dài đường sinh của hình nón là

- A. 1 cm. B. 3 cm. C. 4 cm. D. 2 cm.

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l \Rightarrow 2\pi = \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot l \Rightarrow l = 4 \text{ cm}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1076. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $16\pi a^2$ và độ dài đường sinh bằng $2a$. Tính bán kính r của đường tròn đáy của hình trụ đã cho.

- A. $r = 4\pi$. B. $r = 4a$. C. $r = 8a$. D. $r = 6a$.

Lời giải.

Ta có: $S_{xq} = 2\pi rl \Rightarrow r = \frac{S_{xq}}{2\pi l} = \frac{16\pi a^2}{2\pi \cdot 2a} = 4a$.

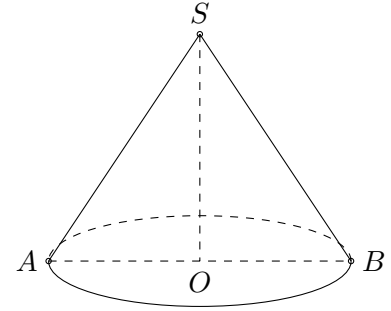
Chọn đáp án (B) □

Câu 1077. Diện tích xung quanh S của hình nón có chiều cao bằng 16 và bán kính đáy bằng 12 là bao nhiêu?

- A. $S = 120\pi$. B. $S = 2304\pi$. C. $S = 240\pi$. D. $S = 192\pi$.

Lời giải.

Ta có $SB = \sqrt{SO^2 + OB^2} = 20$. Vậy $S = \pi \cdot OB \cdot SB = 240\pi$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 1078. Công thức tính thể tích V của khối cầu có bán kính bằng R là

- A. $V = 4\pi R^2$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^2$. C. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. D. $V = \pi R^3$.

Lời giải.

Câu hỏi lý thuyết.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1079. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính r là

- A. $V = \pi r^2 h$. B. $V = 2\pi r^2 h$. C. $V = \frac{1}{6}\pi r^2 h$. D. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3}S \cdot h = \frac{1}{3}\pi r^2 h.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1080. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T) .

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ (T) là

- A. $S_{xq} = \pi Rl$. B. $S_{xq} = \pi Rh$. C. $S_{xq} = 2\pi Rl$. D. $S_{xq} = \pi R^2 h$.

Lời giải.

Công thức $S_{xq} = 2\pi Rl$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1081. Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 5$, bán kính đáy $r = 3$. Diện tích toàn phần của hình nón đó là

- A. $S_{tp} = 15\pi$. B. $S_{tp} = 20\pi$. C. $S_{tp} = 22\pi$. D. $S_{tp} = 24\pi$.

Lời giải.

Diện tích toàn phần của hình nón là $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = \pi \times 3 \times 5 + \pi \times 3^2 = 24\pi$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1082. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $2\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình trụ đó bằng

- A. $2a$. B. $\frac{a}{2}$. C. a . D. $\sqrt{2}a$.

Lời giải.

Với hình trụ, ta có $S_{xq} = 2\pi rl \Leftrightarrow 2\pi al = 2\pi a^2 \Leftrightarrow l = a$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1083. Thể tích của khối nón có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng R là

- A. $V = \pi R^2 h$. B. $V = \frac{1}{3}\pi Rh$. C. $V = \frac{1}{3}2\pi Rh$. D. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1084. Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

A. $V = 108\pi$.

B. $V = 54\pi$.

C. $V = 36\pi$.

D. $V = 18\pi$.

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot \pi \cdot 6 = 18\pi.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1085. Tính thể tích của khối nón có bán kính đáy R , chiều cao h .

A. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

B. $V = \frac{1}{3}\pi R h^2$.

C. $V = \pi^2 R h$.

D. $V = \pi R h$.

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích khối nón ta có $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1086. Thể tích V của khối nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy bằng r và chiều cao bằng h là

A. $V = \frac{1}{6}\pi r^2 h$.

B. $V = \pi r^2 h$.

C. $V = \frac{1}{2}\pi r^2 h$.

D. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón tròn xoay $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1087. Gọi r là bán kính đường tròn đáy và l là độ dài đường sinh của hình trụ. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ là

A. $S_{xq} = 2\pi r^2 l$.

B. $S_{xq} = \pi r l$.

C. $S_{xq} = 2\pi l r$.

D. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r l$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1088. Cho hình nón có chiều cao là h , bán kính đáy là r , đường sinh là l . Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\frac{1}{r^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{l^2}$.

B. $h^2 = r^2 + l^2$.

C. $r^2 = h^2 + l^2$.

D. $l^2 = h^2 + r^2$.

Lời giải.

Ta có $l^2 = h^2 + r^2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1089. Cho hình nón có chiều cao $h = a\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng a . Diện tích toàn phần của hình nón đã cho là

A. $3\pi a^2$.

B. $\pi a^2 \sqrt{3}$.

C. $\pi(1 + \sqrt{2})a^2$.

D. πa^2 .

Lời giải.

Độ dài đường xiên của hình nón là $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a$.

Khi đó, diện tích toàn phần của hình nón là $S_{\text{toàn phần}} = \pi r l + \pi r^2 = 3\pi a^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1090. Công thức tính thể tích khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h là

A. $V = 2\pi r h$.

B. $V = \pi r h$.

C. $V = \pi r^2 h$.

D. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải.

Công thức tính thể tích khối trụ $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi r^2 h$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1091. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7 cm. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $35\pi \text{ cm}^2$.

B. $70\pi \text{ cm}^2$.

C. $120\pi \text{ cm}^2$.

D. $60\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi r h = 70\pi \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1092. Thể tích khối nón có chiều cao bằng h và có bán kính đáy bằng R là

A. $V = \frac{1}{3}2\pi R h$.

B. $V = \pi R^2 h$.

C. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

D. $V = \frac{1}{3}\pi R h$.

Lời giải.

$$V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi R^2 h.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1093. Cho hình nón đỉnh S , đáy là đường tròn tâm O và thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. Chiều cao h của khối nón là

A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $h = a$.

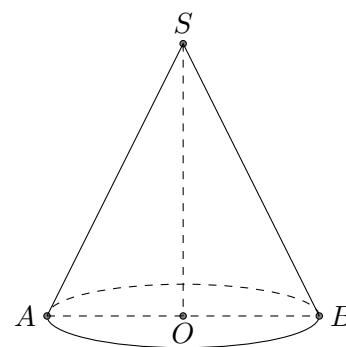
C. $h = \frac{a}{2}$.

D. $h = \frac{3a}{2}$.

Lời giải.

Giả sử thiết diện qua trục SO của hình nón là tam giác đều SAB cạnh bằng $a\sqrt{3}$.

Chiều cao của hình nón là $h = SO = \frac{3a}{2}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1094. Mặt cầu có bán kính bằng 1 thì diện tích bằng

A. 4π .

B. 16π .

C. $\frac{4}{3}\pi$.

D. 2π .

Lời giải.

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 1^2 = 4\pi$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1095. Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $24\pi a^2$.

B. $12\pi a^2$.

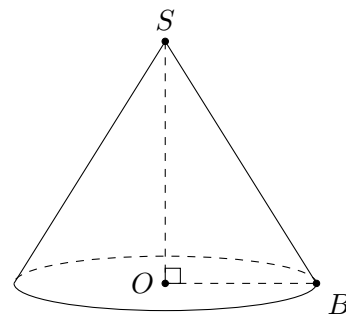
C. $40\pi a^2$.

D. $20\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi l độ dài đường sinh của hình nón. Khi đó $l = \sqrt{(3a)^2 + (4a)^2} = 5a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S = \pi \cdot 4a \cdot 5a = 20\pi a^2$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1096. Khối cầu bán kính $R = 2a$ có thể tích là

A. $\frac{8\pi a^3}{3}$.

B. $16\pi a^2$.

C. $\frac{32\pi a^3}{3}$.

D. $6\pi a^3$.

Lời giải.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32\pi a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1097. Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

A. $R = a$.

B. $R = 2a\sqrt{3}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $R = a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có tâm là tâm của khối lập phương và đường kính là đường chéo của hình lập phương.

Ta có độ dài đường chéo hình lập phương là $d = \sqrt{4a^2 + 4a^2 + 4a^2} = 2a\sqrt{3} \Rightarrow R = a\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1098. Nếu tăng bán kính đáy của hình nón lên 4 lần và giảm chiều cao của hình nón đi 8 lần, thì thể tích khối nón tăng hay giảm bao nhiêu lần?

A. Tăng 2 lần.

B. Tăng 16 lần.

C. Giảm 16 lần.

D. Giảm 2 lần.

Lời giải.

Gọi V là thể tích của hình nón, h là chiều cao và R là bán kính đường tròn đáy. Khi đó $V = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 h$.

Gọi V_1 là thể tích hình nón khi thay đổi theo yêu cầu bài toán.

$$\text{Suy ra } V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi (4R)^2 \frac{h}{8} = \frac{2}{3} \cdot \pi R^2 h = 2V.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1099. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính chiều cao h của hình trụ đã cho.

A. $h = 3a$.

B. $h = 2a$.

C. $h = \frac{3}{2}a$.

D. $h = \frac{2}{3}a$.

Lời giải.

Ta có

$$S_{xq} = 2\pi r l$$

$$\Leftrightarrow 3\pi a^2 = 2\pi a l$$

$$\Leftrightarrow l = \frac{3}{2}a.$$

$$\text{Vậy } h = l = \frac{3}{2}a.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1100. Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.

A. $\frac{27\pi a^2}{2}$.

B. $9\pi a^2$.

C. $\frac{45\pi a^2}{4}$.

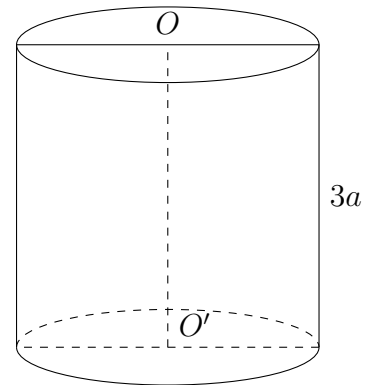
D. $\frac{9\pi a^2}{2}$.

Lời giải.

Bán kính đáy của hình trụ là $R = \frac{3a}{2}$, chiều cao của hình trụ là $h = 3a$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi \cdot \frac{3a}{2} \cdot 3a + 2\pi \cdot \left(\frac{3a}{2}\right)^2 = \frac{27\pi a^2}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1101. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a , độ dài đường sinh bằng $2a$. Góc ở đỉnh của hình nón bằng

A. 30° .

B. 90° .

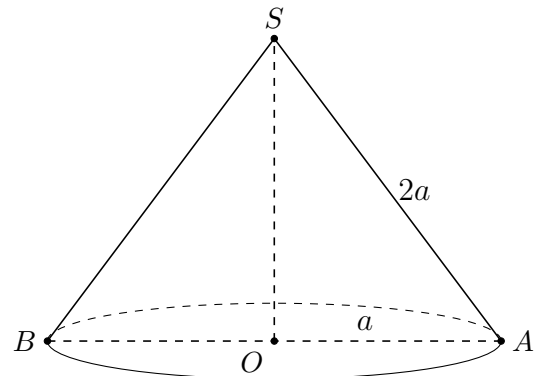
C. 120° .

D. 60° .

Lời giải.

Kí hiệu các điểm của hình nón như hình vẽ.

Ta có $AS = BS = AB = 2a$ nên tam giác SAB đều, suy ra góc ở đỉnh của hình nón là $\widehat{ASB} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1102. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6$, $AC = 8$. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC . Khi đó tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{9}{16}$.

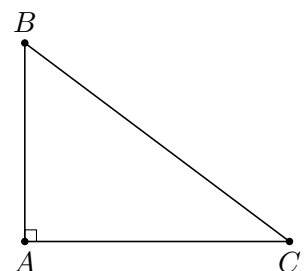
B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{16}{9}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } V_1 &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot AC^2 \cdot AB, V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot AB^2 \cdot AC \\ \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} &= \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1103. Cho hình nón (N) có chiều cao $h = 4$, bán kính đường tròn đáy $r = 3$. Diện tích xung quanh của hình nón (N) bằng

A. 12π .B. 20π .C. 15π .D. 30π .

Lời giải.

Độ dài đường sinh $l = \sqrt{r^2 + h^2} = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng $\pi \cdot r \cdot l = 15\pi$.

Chọn đáp án 

□

ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. C	4. D	5. C	6. B	7. D	8. A	9. C	10. B
11. A	12. A	13. A	14. D	15. B	16. C	17. A	18. A	19. C	20. D
21. B	22. B	23. B	24. C	25. D	26. D	27. C	28. A	29. C	30. A
31. A	32. A	33. C	34. A	35. D	36. C	37. B	38. D	39. A	40. D
41. C	42. C	43. B	44. C	45. C	46. D	47. B	48. D	49. D	50. D
51. A	52. D	53. B	54. B	55. A	56. B	57. B	58. A	59. B	60. A
61. B	62. B	63. D	64. C	65. D	66. C	67. A	68. B	69. D	70. A
71. B	72. A	73. A	74. D	75. D	76. D	77. B	78. A	79. C	80. A
81. D	82. B	83. D	84. C	85. A	86. A	87. B	88. D	89. B	90. B
91. A	92. D	93. C	94. B	95. D	96. D	97. A	98. A	99. A	100. B
101. C	102. C	103. B	104. D	105. A	106. C	107. A	108. A	109. B	110. D
111. C	112. B	113. D	114. C	115. C	116. B	117. C	118. B	119. C	120. D
121. C	122. D	123. C	124. A	125. A	126. A	127. D	128. A	129. A	130. B
131. D	132. A	133. C	134. D	135. C	136. A	137. D	138. D	139. A	140. D
141. C	142. B	143. C	144. A	145. D	146. D	147. D	148. B	149. A	150. C
151. D	152. D	153. B	154. D	155. B	156. A	157. A	158. D	159. A	160. C
161. D	162. A	163. A	164. B	165. D	166. C	167. C	168. D	169. B	170. D
171. A	172. D	173. C	174. D	175. D	176. D	177. C	178. C	179. D	180. B
181. D	182. B	183. B	184. C	185. C	186. C	187. B	188. A	189. B	190. A
191. D	192. B	193. D	194. C	195. A	196. D	197. B	198. A	199. C	200. D
201. D	202. D	203. C	204. A	205. A	206. C	207. C	208. D	209. D	210. C
211. A	212. B	213. D	214. B	215. B	216. C	217. A	218. A	219. A	220. C
221. B	222. D	223. A	224. A	225. B	226. D	227. A	228. D	229. A	230. D
231. C	232. B	233. C	234. A	235. C	236. A	237. C	238. B	239. A	240. B
241. D	242. A	243. B	244. B	245. A	246. B	247. B	248. D	249. A	250. C
251. C	252. C	253. C	254. B	255. A	256. B	257. A	258. A	259. B	260. C
261. B	262. C	263. A	264. A	265. C	266. C	267. A	268. A	269. B	270. A
271. B	272. B	273. A	274. C	275. A	276. D	277. D	278. C	279. A	280. C
281. B	282. C	283. A	284. D	285. D	286. D	287. C	288. D	289. C	290. B
291. A	292. D	293. D	294. B	295. C	296. B	297. D	298. D	299. A	300. D
301. D	302. D	303. A	304. B	305. B	306. A	307. B	308. A	309. B	310. C
311. B	312. A	313. B	314. A	315. D	316. A	317. A	318. C	319. B	320. D
321. B	322. D	323. B	324. C	325. B	326. D	327. C	328. D	329. A	330. D
331. A	332. A	333. C	334. C	335. B	336. B	337. C	338. C	339. D	340. D
341. D	342. A	343. A	344. B	345. D	346. D	347. D	348. D	349. D	350. D
351. D	352. D	353. B	354. B	355. D	356. D	357. D	358. D	359. A	360. A
361. D	362. C	363. D	364. D	365. C	366. C	367. A	368. D	369. D	370. C
371. A	372. B	373. C	374. D	375. C	376. D	377. D	378. A	379. C	380. C
381. D	382. D	383. B	384. D	385. C	386. A	387. D	388. B	389. C	390. C
391. D	392. A	393. D	394. B	395. C	396. C	397. D	398. B	399. B	400. C
401. B	402. D	403. D	404. C	405. B	406. C	407. B	408. B	409. D	410. D

411. A	412. A	413. B	414. C	415. D	416. B	417. D	418. A	419. A	420. B
421. A	422. A	423. A	424. B	425. A	426. A	427. A	428. B	429. B	430. A
431. A	432. D	433. C	434. D	435. C	436. D	437. D	438. D	439. B	440. C
441. B	442. B	443. B	444. A	445. D	446. C	447. A	448. D	449. A	450. C
451. A	452. D	453. D	454. B	455. A	456. D	457. D	458. B	459. A	460. A
461. A	462. D	463. D	464. A	465. D	466. D	467. A	468. C	469. A	470. D
471. C	472. B	473. A	474. D	475. B	476. C	477. A	478. B	479. D	480. A
481. A	482. B	483. A	484. C	485. D	486. D	487. B	488. A	489. D	490. C
491. A	492. B	493. D	494. D	495. D	496. C	497. B	498. A	499. D	500. B
501. D	502. C	503. D	504. B	505. A	506. D	507. B	508. D	509. A	510. C
511. A	512. D	513. A	514. D	515. D	516. D	517. B	518. A	519. A	520. B
521. B	522. D	523. D	524. C	525. A	526. C	527. D	528. B	529. D	530. D
531. C	532. A	533. C	534. B	535. B	536. B	537. B	538. A	539. A	540. D
541. A	542. C	543. D	544. A	545. B	546. A	547. D	548. A	549. D	550. B
551. A	552. B	553. A	554. C	555. A	556. D	557. B	558. C	559. D	560. B
561. A	562. B	563. B	564. A	565. A	566. A	567. C	568. A	569. A	570. A
571. D	572. A	573. A	574. B	575. C	576. A	577. A	578. B	579. D	580. C
581. C	582. C	583. A	584. A	585. B	586. D	587. A	588. A	589. B	590. A
591. A	592. C	593. C	594. B	595. A	596. A	597. C	598. A	599. A	600. B
601. B	602. A	603. D	604. A	605. C	606. A	607. A	608. C	609. D	610. A
611. B	612. C	613. C	614. D	615. B	616. A	617. A	618. D	619. A	620. D
621. B	622. C	623. A	624. C	625. D	626. A	627. C	628. B	629. A	630. D
631. B	632. C	633. C	634. C	635. C	636. D	637. D	638. D	639. B	640. C
641. C	642. A	643. D	644. C	645. B	646. C	647. D	648. D	649. B	650. B
651. C	652. D	653. B	654. A	655. A	656. C	657. D	658. B	659. C	660. A
661. D	662. A	663. B	664. A	665. D	666. A	667. D	668. A	669. C	670. A
671. A	672. D	673. A	674. D	675. D	676. C	677. C	678. A	679. C	680. A
681. C	682. C	683. C	684. D	685. D	686. A	687. D	688. D	689. B	690. B
691. D	692. B	693. D	694. C	695. A	696. C	697. A	698. C	699. B	700. A
701. A	702. B	703. B	704. B	705. B	706. D	707. C	708. B	709. B	710. D
711. D	712. D	713. C	714. C	715. B	716. D	717. B	718. C	719. A	720. B
721. C	722. D	723. C	724. D	725. B	726. C	727. D	728. A	729. B	730. B
731. B	732. B	733. A	734. A	735. C	736. A	737. D	738. B	739. D	740. B
741. B	742. B	743. B	744. D	745. A	746. A	747. A	748. A	749. C	750. A
751. D	752. D	753. B	754. C	755. C	756. B	757. D	758. B	759. A	760. B
761. C	762. B	763. C	764. B	765. B	766. A	767. D	768. B	769. A	770. C
771. D	772. D	773. A	774. A	775. D	776. B	777. B	778. D	779. A	780. A
781. D	782. A	783. A	784. C	785. D	786. A	787. B	788. B	789. D	790. B
791. B	792. A	793. A	794. B	795. A	796. B	797. B	798. B	799. D	800. D
801. D	802. A	803. B	804. B	805. D	806. A	807. D	808. C	809. D	810. D
811. A	812. D	813. B	814. D	815. D	816. A	817. B	818. A	819. A	820. A
821. C	822. D	823. A	824. D	825. D	826. B	827. D	828. B	829. B	830. A
831. A	832. C	833. D	834. D	835. B	836. D	837. D	838. B	839. D	840. C

841. A	842. A	843. C	844. D	845. C	846. A	847. C	848. C	849. D	850. D
851. D	852. D	853. C	854. C	855. C	856. C	857. C	858. C	859. A	860. D
861. C	862. C	863. D	864. D	865. D	866. C	867. A	868. B	869. D	870. C
871. C	872. A	873. A	874. C	875. A	876. B	877. C	878. B	879. D	880. C
881. B	882. A	883. D	884. C	885. B	886. B	887. B	888. A	889. B	890. A
891. C	892. D	893. C	894. A	895. D	896. C	897. D	898. D	899. B	900. C
901. C	902. B	903. D	904. A	905. B	906. A	907. D	908. C	909. D	910. A
911. C	912. D	913. D	914. C	915. A	916. D	917. D	918. D	919. C	920. C
921. A	922. A	923. C	924. A	925. C	926. D	927. B	928. D	929. D	930. C
932. A	933. C	934. B	935. C	936. B	937. A	938. C	939. A	940. C	941. D
942. C	943. D	944. A	945. C	946. C	947. A	948. D	949. D	950. A	951. C
952. A	953. B	954. A	955. C	956. D	957. A	958. A	959. D	960. A	961. D
962. D	963. A	964. D	965. C	966. D	967. A	968. B	969. B	970. C	971. A
972. C	973. C	974. A	975. D	976. D	977. A	978. D	979. B	980. B	981. C
982. D	983. A	984. D	985. D	986. D	987. A	988. B	989. C	990. D	991. A
992. D	993. B	994. A	995. B	996. D	997. B	998. B	999. D	1000.D	1001.B
1002.D	1003.C	1004.D	1005.A	1006.D	1007.D	1008.B	1009.D	1010.A	1011.D
1012.B	1013.C	1014.A	1015.D	1016.D	1017.A	1018.A	1019.D	1020.B	1021.B
1022.D	1023.B	1024.B	1025.D	1026.B	1027.A	1028.A	1029.A	1030.C	1031.B
1032.A	1033.A	1034.B	1035.B	1036.A	1037.C	1038.B	1039.A	1040.C	1041.D
1042.B	1043.B	1044.C	1045.C	1046.B	1047.D	1048.B	1049.A	1050.A	1051.C
1052.C	1053.B	1054.C	1055.C	1056.A	1057.C	1058.D	1059.C	1060.D	1061.A
1062.A	1063.B	1064.C	1065.B	1066.A	1067.D	1068.B	1069.A	1070.C	1071.B
1072.A	1073.B	1074.A	1075.C	1076.B	1077.C	1078.C	1079.D	1080.C	1081.D
1082.C	1083.D	1084.D	1085.A	1086.D	1087.C	1088.D	1089.A	1090.C	1091.B
1092.C	1093.D	1094.A	1095.D	1096.C	1097.D	1098.A	1099.C	1100.A	1101.D
1102.C	1103.C								

NỘI DUNG CÂU HỎI

2 Mức độ thông hiểu

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$, G là trọng tâm tam giác ABC . Các điểm A', B', C' lần lượt là ảnh của A, B, C qua phép vị tự tâm G tỉ số $k = -\frac{1}{2}$. Tính $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{S_{\triangle A'B'C'}}{S_{\triangle ABC}} = |k|^2 = \frac{1}{4}$, suy ra $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SH \cdot S_{\triangle A'B'C'}}{SH \cdot S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2.

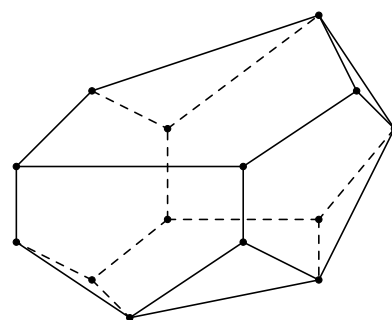
Hình đa diện bên có bao nhiêu mặt?

A. 10.

B. 11.

C. 12.

D. 13.



Lời giải.

Theo hình vẽ, ta thấy hình đã cho có 11 mặt.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 3. Cho khối tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD . Hai mặt phẳng (MCD) và (NAB) chia khối tứ diện đã cho thành bao nhiêu khối tứ diện?

A. 2.

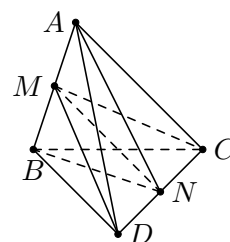
B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Theo hình vẽ, hai mặt phẳng (MCD) và (NAB) chia khối tứ diện đã cho thành 4 khối tứ diện là $MBND$, $AMND$, $AMNC$ và $MBNC$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 4. Khối bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 12.

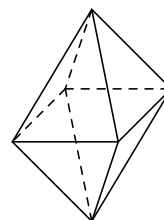
B. 10.

C. 8.

D. 9.

Lời giải.

Theo hình vẽ, khối bát diện đều có 12 cạnh.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 5. Khối đa diện đều loại $\{3; 5\}$ có tên gọi là gì?

- A. Lập phương. B. Bát diện đều. C. Mười hai mặt đều. D. Hai mươi mặt đều.

Lời giải.

Khối đa diện đều loại $\{3; 5\}$ là khối đa diện có mỗi mặt là đa giác đều 3 cạnh, mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của 5 mặt. Vậy khối đa diện đều thỏa mãn là hai mươi mặt đều.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 6. Cho một hình đa diện. Tìm các mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

- A. Hai cạnh bất kì có ít nhất một điểm chung.
 B. Ba mặt bất kì luôn có ít nhất một đỉnh chung.
 C. Hai mặt bất kì có ít nhất một điểm chung.
 D. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Lời giải.

Hai cạnh bất kì có thể không có điểm chung.

Hai mặt bất kì có thể không có điểm chung.

Ba mặt bất kì có thể không có điểm chung.

Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 7. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Hai khối lập phương lần lượt có cạnh là 4 cm và 8 cm là hai khối đa diện đồng dạng.
 B. Khối chóp tam giác đều là khối chóp có đáy là tam giác đều.
 C. Hai khối tứ diện đều lần lượt có diện tích mỗi mặt là 3 m^2 và 12 m^2 là hai khối đa diện đều.
 D. Khối lăng trụ tứ giác đều và khối hộp chữ nhật là hai khối đa diện đồng dạng.

Lời giải.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 8. Một hình chóp có 100 cạnh có bao nhiêu mặt?

- A. 53. B. 51. C. 50. D. 52.

Lời giải.

Gọi n là số cạnh đáy của hình chóp, khi đó số cạnh của hình chóp là $2n$, số mặt là $n + 1$, số đỉnh là $n + 1$.

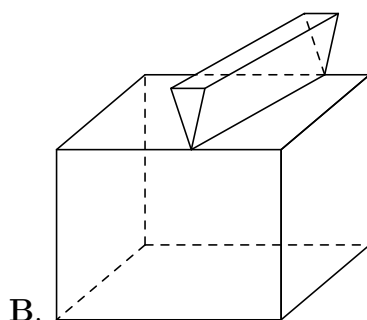
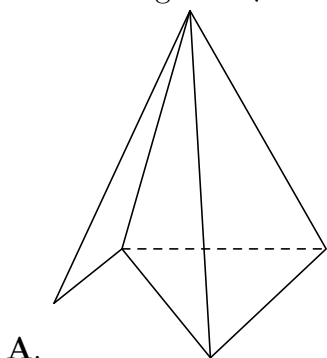
Khi đó theo giả thiết ta có: $2n = 100 \Leftrightarrow n = 50$.

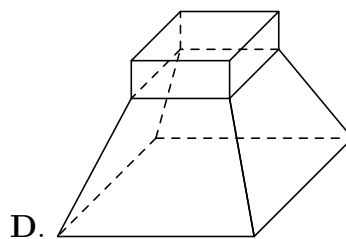
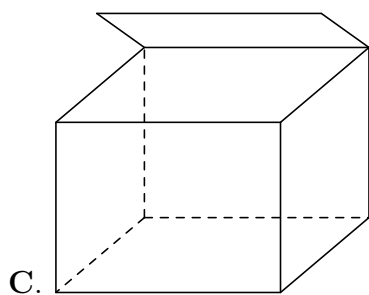
Vậy số mặt của hình chóp có 100 cạnh là: $n + 1 = 50 + 1 = 51$.

Chọn đáp án **B**

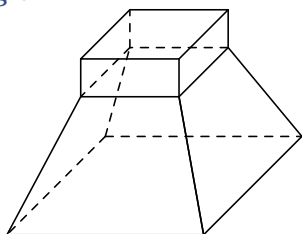
□

Câu 9. Trong các vật thể sau đây, vật thể nào là hình đa diện?





Lời giải.



Hình là khối đa diện, các hình còn lại vì phạm có cạnh không là cạnh chung của đúng hai mặt.

Chọn đáp án **(D)**

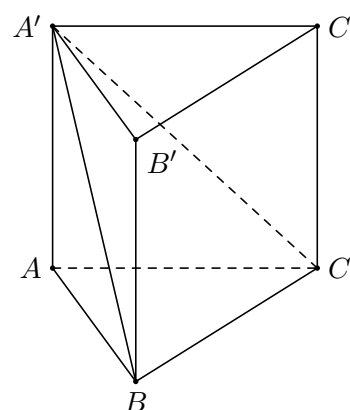
□

Câu 10. Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

- A. Hai khối chóp tam giác.
- B. Hai khối chóp tứ giác.
- C. Một khối chóp tứ giác và một khối chóp tam giác.
- D. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

Lời giải.

Mặt phẳng $A'BC$ chia khối lăng trụ đã cho thành khối chóp tam giác $A'.ABC$ và khối chóp tứ giác $A'.BCC'B'$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 11. Hình lập phương có mấy mặt phẳng đối xứng?

- A. 6.
- B. 8.
- C. 9.
- D. 7.

Lời giải.

Hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 12. Gọi a, b lần lượt là số cạnh và số mặt của hình chóp tứ giác. Tính hiệu $T = a - b$.

- A. $T = 7$.
- B. $T = 4$.
- C. $T = 5$.
- D. $T = 3$.

Lời giải.

- a là số cạnh của hình chóp tứ giác nên $a = 8$.
- b là số mặt của hình chóp tứ giác nên $b = 5$.

Vậy suy ra $T = a - b = 8 - 5 = 3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 13. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.
- B. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ đều.
- C. Hình lăng trụ có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.
- D. Hình lăng trụ tứ giác đều là hình lập phương.

Lời giải.

Mệnh đề đúng là “Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều”.

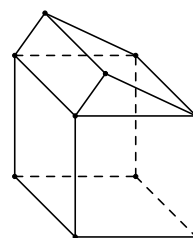
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 14.

Khối đa diện sau có bao nhiêu mặt?

- A. 8.
- B. 9.
- C. 6.
- D. 10.



Lời giải.

Khối đa diện trên hình vẽ có tất cả 9 mặt.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 15. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Tồn tại khối đa diện mà có cạnh là cạnh chung của ba mặt.
- B. Trong một khối đa diện, mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt.
- C. Trong một khối đa diện, số mặt luôn bằng số đỉnh.
- D. Trong một khối đa diện, số đỉnh luôn lớn hơn số cạnh.

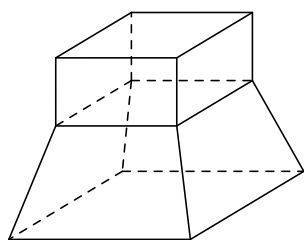
Lời giải.

Trong một khối đa diện, mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt.

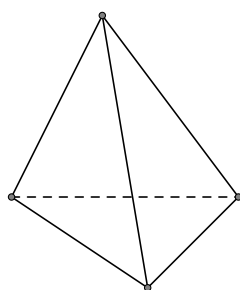
Chọn đáp án **(B)**

□

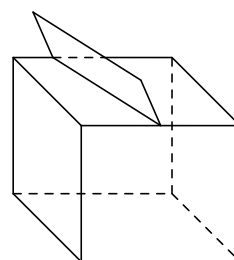
Câu 16. Mỗi hình sau đây gồm một số hữu hạn đa giác phẳng.



Hình (1)



Hình (2)



Hình (3)

Số hình **không phải** hình đa diện là

- A. 1.
- B. 0.
- C. 3.
- D. 2.

Lời giải.

- Hình 1 là hình đa diện.
- Hình 2 là hình đa diện.
- Hình 3 không là hình đa diện, vì có những cạnh chỉ thuộc một mặt duy nhất.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 17. Hình chóp có 2020 cạnh thì có bao nhiêu đỉnh?

A. 1010.

B. 1011.

C. 2021.

D. 2020.

Lời giải.

Nhận xét: Hình chóp có $2n$ cạnh thì có $n + 1$ đỉnh.

Ta có: $2n = 2020 \Leftrightarrow n = 1010$. Suy ra hình chóp có $n + 1 = 1011$ đỉnh.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 18. Khối bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

A. $\{3; 5\}$.B. $\{4; 3\}$.C. $\{3; 4\}$.D. $\{5; 3\}$.**Lời giải.**

Khối bát diện đều có mỗi mặt là một tam giác và mỗi đỉnh là đỉnh chung của 4 mặt nên thuộc loại $\{3; 4\}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 19. Một hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì hình lăng trụ đó có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 33.

B. 31.

C. 30.

D. 22.

Lời giải.

Hình lăng trụ có 11 cạnh bên nên có đáy là đa giác 11 cạnh.

Vậy hình lăng trụ có tất cả 33 cạnh.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 20. Cho một khối chóp có đáy là đa giác lồi n cạnh. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Số mặt và số đỉnh bằng nhau.

B. Số đỉnh của khối chóp bằng $2n + 1$.C. Số mặt của khối chóp bằng $2n$.D. Số cạnh của khối chóp bằng $n + 1$.**Lời giải.**

Khối chóp có đáy là đa giác lồi n cạnh có $n + 1$ đỉnh, $n + 1$ mặt và $2n$ cạnh.

Vậy khối chóp có đáy là đa giác lồi n cạnh có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 21. Mỗi hình đa diện có ít nhất

A. 3 cạnh .

B. 6 cạnh.

C. 5 cạnh.

D. 4 cạnh.

Lời giải.

Mỗi hình đa diện phải có ít nhất 6 cạnh.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 22.

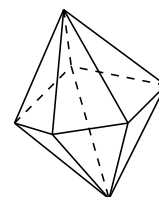
Hình đa diện bên có bao nhiêu mặt?

A. 11.

B. 12.

C. 10.

D. 7.

**Lời giải.**

Hình đa diện bên có 10 mặt.

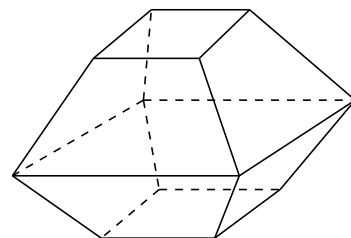
Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 23.

Hình đa diện như hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

- A. 12. B. 8. C. 11. D. 10.



Lời giải.

Hình đa diện có 10 mặt.

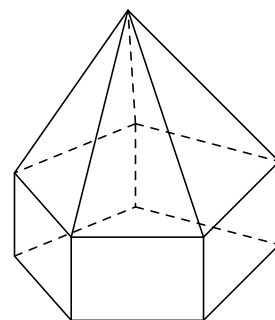
Chọn đáp án **(D)**



Câu 24.

Khối đa diện ở hình bên có bao nhiêu mặt?

- A. 11. B. 12. C. 9. D. 10.



Lời giải.

Nhìn vào hình vẽ bên có tổng cộng 11 mặt.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 25. Một hình chóp có 2018 cạnh. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu mặt?

- A. 1010. B. 1009. C. 2017. D. 1011.

Lời giải.

Hình chóp có đáy là n - giác sẽ có số cạnh là $2n$ và số mặt là $n + 1$.

Theo giả thiết ta có $2n = 2018 \Leftrightarrow n = 1009$.

Do đó hình chóp đã cho có $n + 1 = 1009 + 1 = 1010$ mặt.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 26. Cho hình chóp có số cạnh bằng 26. Tính số mặt của hình chóp.

- A. 13. B. 14. C. 26. D. 27.

Lời giải.

Giả sử hình chóp là đáy là đa giác n cạnh. Khi đó hình chóp có n mặt bên, 1 mặt đáy và $2n$ cạnh.

Ta có $2n = 26 \Leftrightarrow n = 13$. Vậy hình chóp này có tất cả $13 + 1 = 14$ mặt.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 27. Cho khối đa diện. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Số cạnh của lăng trụ không thể là 2019.
B. Số cạnh của lăng trụ có thể là 2018.
C. Số cạnh của một khối chóp bất kì có thể là một số lẻ lớn hơn hoặc bằng 5.
D. Số cạnh của một khối chóp bất kì luôn là một số chẵn lớn hơn hoặc bằng 6.

Lời giải.

Gọi n là số cạnh của đa giác đáy.

— Hình lăng trụ có số cạnh là $T = 3n$.

Do đó, khi $n = 673 \Rightarrow T = 2019$ và số cạnh của lăng trụ không thể là 2018.

— Hình chóp có số cạnh là $C = 2n$.

Do đó, số cạnh của khối chóp bất kì luôn là một số chẵn lớn hơn hoặc bằng 6.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 28. Cho một hình chóp có số đỉnh là 2018, số cạnh của hình chóp đó là

A. 4036.

B. 2019.

C. 1019.

D. 4034.

Lời giải.

Ta có một hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ có $n + 1$ đỉnh, $2n$ cạnh.

Do đó hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ có số đỉnh là 2018 thì $n + 1 = 2018 \Leftrightarrow n = 2017$ nên số cạnh của hình chóp là $2n = 2 \cdot 2017 = 4034$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 29. Hình lập phương có bao nhiêu mặt đối xứng?

A. 7.

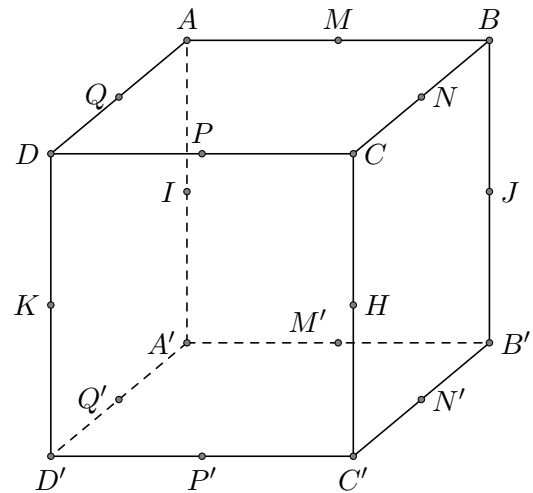
B. 9.

C. 3.

D. 6.

Lời giải.

Gọi $M, N, P, Q, M', N', P', Q', I, J, H, K$ là trung điểm các cạnh tương ứng như hình vẽ bên. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả 9 mặt đối xứng là các mặt phẳng sau: $(QNN'Q')$, $(MM'P'P)$, $(IJHK)$, $(ACC'A')$, $(BB'D'D)$, $(ABC'D')$, $(BCD'A')$, $(CDA'B')$, $(DAB'C')$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 30. Một hình nón có bán kính đáy bằng 5 cm và diện tích xung quanh bằng $30\pi \text{ cm}^2$. Tính thể tích V của khối nón đó.

A. $V = \frac{25\pi\sqrt{39}}{3}(\text{cm}^3)$.

B. $V = \frac{25\pi\sqrt{11}}{3}(\text{cm}^3)$.

C. $V = \frac{25\pi\sqrt{61}}{3}(\text{cm}^3)$.

D. $V = \frac{25\pi\sqrt{34}}{3}(\text{cm}^3)$.

Lời giải.

Gọi l (cm) là độ dài đường sinh của hình nón.

Ta có $S_{xq} = \pi Rl \Rightarrow 30\pi = \pi \cdot 5 \cdot l \Rightarrow l = 6$ (cm).

Khi đó chiều cao h của hình nón là $h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}$ (cm).

Vậy thể tích của hình nón là $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot \sqrt{11} = \frac{25\pi\sqrt{11}}{3} (\text{cm}^3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 31. Một đa diện đều có số cạnh bằng 30, số mặt bằng 12, đa diện này có số đỉnh là

A. 20.

B. 18.

C. 40.

D. 22.

Lời giải.

Gọi số cạnh, số đỉnh, mặt của khối đa diện lần lượt là D, C, M .

Khi đó áp dụng công thức Euler ta có $D + M = C + 2 \Rightarrow D = 30 + 2 - 12 = 20$ mặt.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 32. Trong tất cả các loại hình đa diện đều sau, loại nào có số mặt nhiều nhất?

- A. Loại $\{3; 5\}$. B. Loại $\{5; 3\}$. C. Loại $\{4; 3\}$. D. Loại $\{3; 4\}$.

Lời giải.

Số mặt của các hình đa diện đều

- Loại $\{3; 5\}$ là khối 20 mặt đều: có 20 mặt.
- Loại $\{5; 3\}$ là khối 12 mặt đều: có 12 mặt.
- Loại $\{3; 4\}$ là khối bát diện đều: có 8 mặt.
- Loại $\{4; 3\}$ là khối lập phương: có 6 mặt.

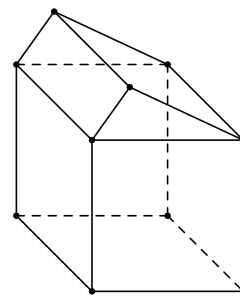
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 33.

Khối đa diện sau có bao nhiêu mặt?

- A. 8. B. 9. C. 7. D. 10.



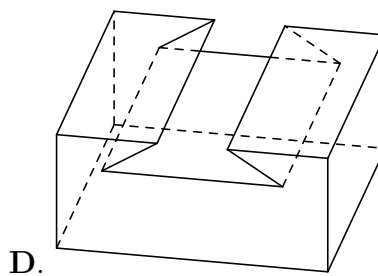
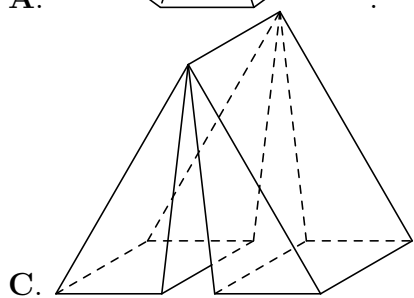
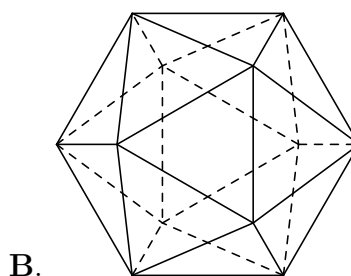
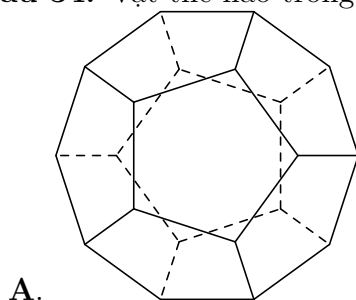
Lời giải.

Khối đa diện trên hình vẽ có tất cả 9 mặt.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 34. Vật thể nào trong các vật thể sau không phải là khối đa diện?



Lời giải.

Hình C có một cạnh là cạnh chung của 4 đa giác.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 35. Số đỉnh của hình hai mươi mặt đều là

- A. 20. B. 12. C. 16. D. 30.

Lời giải.

Ta có $D - C + M = 2 \Rightarrow D = 2 + \frac{3 \cdot 20}{2} - 20 = 12$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 36. Hình lăng trụ tứ giác có tối đa bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 9.

B. 8.

C. 6.

D. 10.

Lời giải.

Hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **A**



Câu 37. Khối 20 mặt đều có bao nhiêu cạnh?

A. 28.

B. 40.

C. 24.

D. 30.

Lời giải.

Khối 20 mặt đều có 30 cạnh.

Chọn đáp án **D**



Câu 38. Khối đa diện có tất cả các mặt là hình vuông có bao nhiêu đỉnh?

A. 8.

B. 4.

C. 16.

D. 20.

Lời giải.

Khối đa diện có tất cả các mặt là hình vuông là hình lập phương, có 8 đỉnh.

Chọn đáp án **A**



Câu 39.

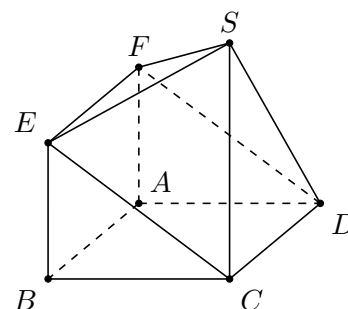
Khối đa diện lồi như hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

A. 8.

B. 5.

C. 6.

D. 9.



Lời giải.

Khối đa diện lồi đã cho có 4 mặt nhìn thấy và 4 mặt che khuất. Vậy nó có tất cả 8 mặt.

Chọn đáp án **A**



Câu 40. Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

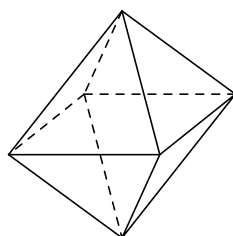
A. 10.

B. 8.

C. 12.

D. 20.

Lời giải.



Chọn đáp án **C**



Câu 41. Có thể dùng ít nhất bao nhiêu khối tứ diện để ghép thành một hình hộp chữ nhật?

A. 4.

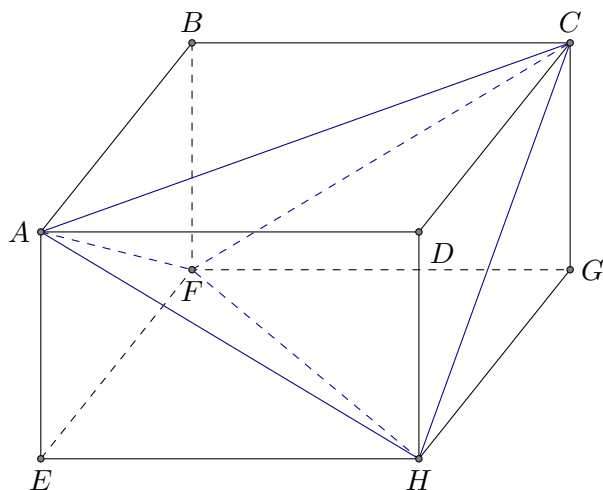
B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ được tạo bởi ít nhất 5 khối tứ diện là: $ACFH$, $AEFH$, $FABC$, $CFGH$ và $DACH$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 42. Khối hai mươi mặt đều thuộc khối đa diện loại nào?

- A. loại $\{3; 5\}$. B. loại $\{5; 3\}$. C. loại $\{3; 4\}$. D. loại $\{4; 3\}$.

Lời giải.

Khối 20 mặt đều có các mặt là những tam giác và mỗi đỉnh là đỉnh chung của 5 cạnh nên nó thuộc loại $\{3; 5\}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 43. Trong các loại hình sau: Tứ diện đều, hình chóp tứ giác đều, hình lăng trụ tam giác đều, hình hộp chữ nhật, loại hình nào có ít mặt phẳng đối xứng nhất?

- A. Tứ diện đều. B. Hình chóp tứ giác đều.
C. Hình lăng trụ tam giác đều. D. Hình hộp chữ nhật.

Lời giải.

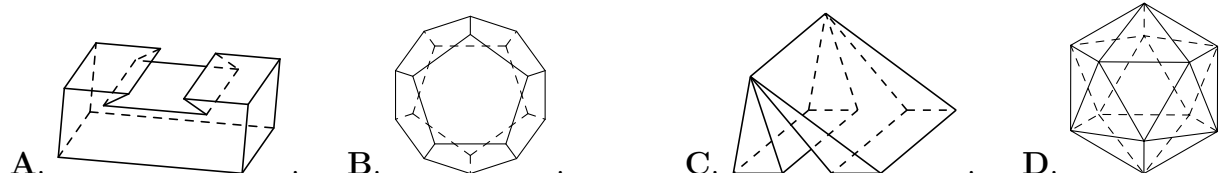
Ta có:

- Tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng là các mặt phẳng đi qua một cạnh và trung điểm của cạnh đối.
- Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng, trong đó 2 mặt phẳng đối xứng là những mặt phẳng đi qua đỉnh và đường chéo của mặt đáy, 2 mặt phẳng đối xứng là những mặt phẳng đi qua đỉnh và đường thẳng nối trung điểm của hai cạnh đáy.
- Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng, trong đó 3 mặt phẳng đối xứng là những mặt phẳng đi qua hai trung điểm của hai cạnh đáy song song và cạnh bên không đồng phẳng với hai cạnh đáy đó, 1 mặt đối xứng đi qua trung điểm của 3 cạnh bên.
- Hình hộp chữ nhật có 3 mặt đối xứng là các mặt phẳng đi qua các trung điểm của 4 cạnh song song.

Chọn đáp án **D**

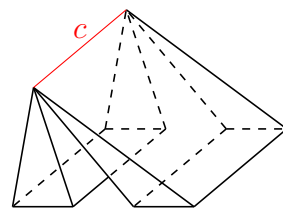
□

Câu 44. Vật thể nào trong các hình sau đây **không** phải là khối đa diện?



Lời giải.

Cạnh c là cạnh chung của 4 tứ giác, do đó hình này không phải là hình đa diện.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Hình chóp này có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

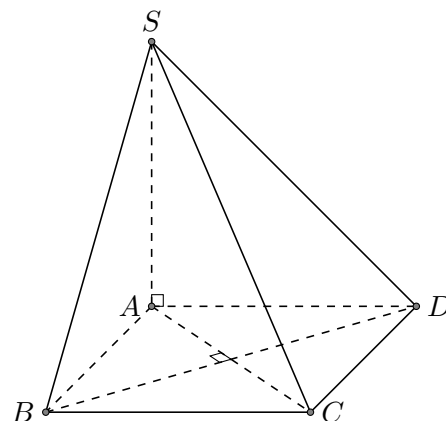
B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

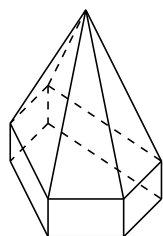
Hình chóp $S.ABCD$ có 1 mặt phẳng đối xứng (SAC) .



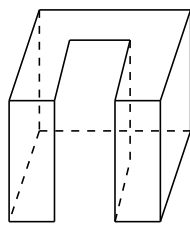
Chọn đáp án **B**

□

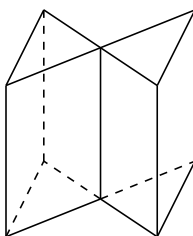
Câu 46. Trong các hình sau, hình nào không là khối đa diện



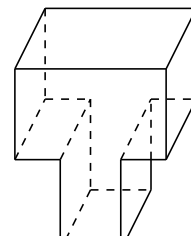
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 2.

B. Hình 2 và Hình 4.

C. Hình 4.

D. Hình 3.

Lời giải.

Hình 3 có một cạnh là cạnh chung của bốn mặt nên hình 3 không phải khối đa diện.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 47. Mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của đúng

A. Bốn mặt.

B. Năm mặt.

C. Hai mặt.

D. Ba mặt.

Lời giải.

Theo lý thuyết hình đa diện, mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của đúng hai mặt.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 48. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.

B. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn luôn bằng nhau.

C. Tồn tại hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.

D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Lời giải.

Xét hình tứ diện, có 4 mặt và 4 đỉnh nên nó có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 49. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Phép đối xứng qua mặt phẳng $(ABC'D')$ biến khối tứ diện $BCDD'$ thành khối tứ diện nào sau đây?

A. $BCA'D'$.

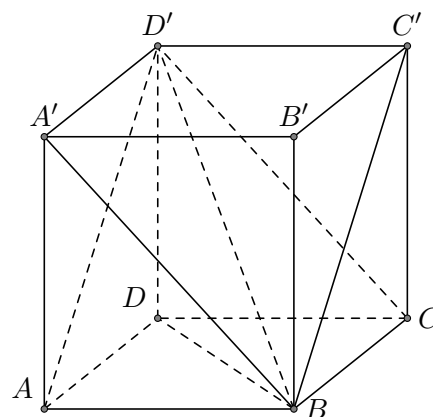
B. $BB'A'D'$.

C. $B'BC'A'$.

D. $BC'D'A'$.

Lời giải.

Ta có phép đối xứng qua mặt phẳng $(ABC'D')$ biến khối tứ diện $BCDD'$ thành khối tứ diện $BB'A'D'$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 50. Công ty X định làm một téc nước hình trụ bằng inox (gồm cả nắp) có dung tích 1 m^3 . Để tiết kiệm chi phí công ty X chọn loại téc nước có diện tích toàn phần nhỏ nhất. Hỏi diện tích toàn phần của téc nước nhỏ nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến 2 chữ số sau dấu phẩy)?

A. $5,59 \text{ m}^2$.

B. $5,54 \text{ m}^2$.

C. $5,57 \text{ m}^2$.

D. $5,52 \text{ m}^2$.

Lời giải.

Ta có: $V_{\text{Khối trụ}} = \pi \cdot R^2 \cdot h = 1 \Rightarrow l = h = \frac{1}{\pi R^2}$.

Mà $S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2 = 2\pi R \cdot \frac{1}{\pi R^2} + 2\pi R^2 = \frac{2}{R} + 2\pi R^2$.

Xét hàm số: $f(R) = \frac{2}{R} + 2\pi R^2$ trên $(0; +\infty)$.

$\Rightarrow f'(R) = -\frac{2}{R^2} + 4\pi R = \frac{-2 + 4\pi R^3}{R^2}$; $f'(R) = 0 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$.

x	0	$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$	$+\infty$
$f'(R)$	+	0	-
$f(R)$	$f\left(\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}\right)$		

Từ đó ta có: $\max_{(0;+\infty)} f(R) = f\left(\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}\right) = 3 \cdot \sqrt[3]{2\pi} \approx 5,54$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 51. Hình lăng trụ tam giác đều có số mặt phẳng đối xứng là

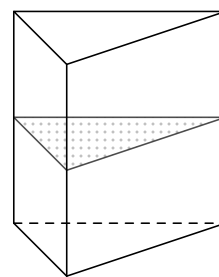
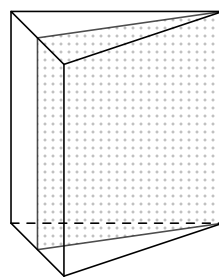
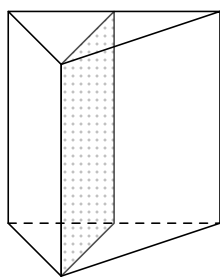
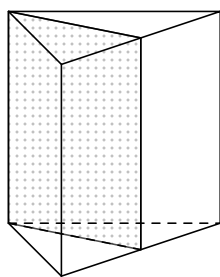
A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.



Hình lăng trụ tam giác đều có tất cả 4 mặt phẳng đối xứng.

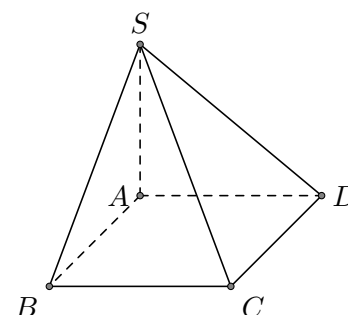
Chọn đáp án **A**



Câu 52.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$. Phép đối xứng qua mặt phẳng (SAC) biến khối chóp $S.ABC$ thành khối chóp nào?

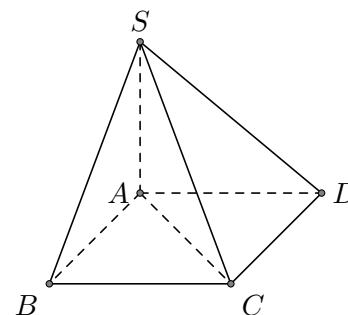
- A. $S.CBD$. B. $S.ABC$. C. $S.ADC$. D. $S.ABD$.



Lời giải.

B đối xứng qua mặt (SAC) là D .

Do đó phép đối xứng qua mặt phẳng (SAC) biến khối chóp $S.ABC$ thành khối chóp $S.ADC$.



Chọn đáp án **C**



Câu 53. Hình lập phương có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 8. B. 7. C. 9. D. 6.

Lời giải.

Mỗi mặt phẳng đi qua 2 cạnh đối của hình lập phương (gọi là mặt chéo) là một mặt phẳng đối xứng. Có 6 mặt chéo như vậy.

Mỗi mặt phẳng đi qua các trung điểm của các cạnh song song và bằng nhau là một mặt phẳng đối xứng. Có 3 mặt phẳng như vậy.

Vậy hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **C**

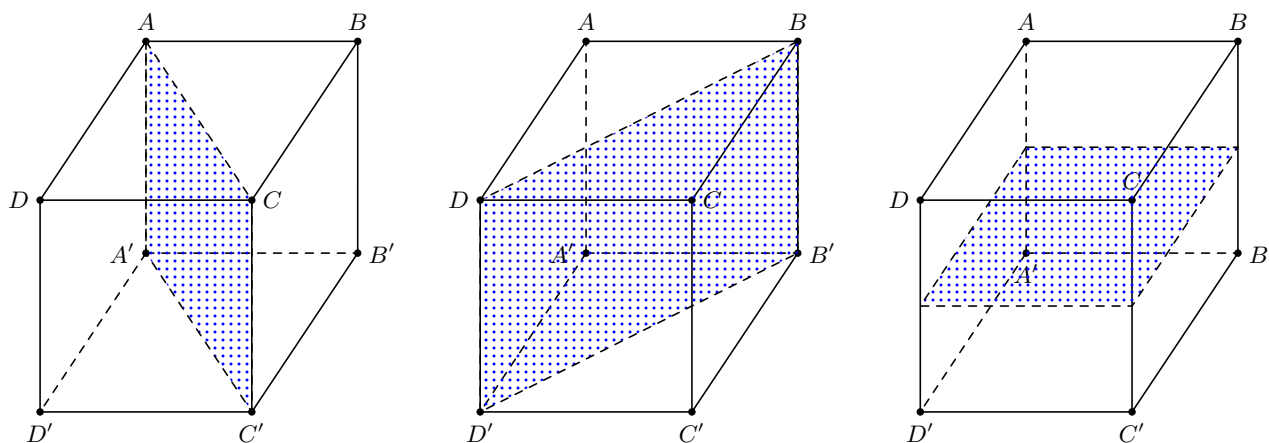


Câu 54. Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi (không phải là hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 3 mặt phẳng. B. 2 mặt phẳng. C. 1 mặt phẳng. D. 4 mặt phẳng.

Lời giải.

Có 3 mặt phẳng đối xứng.



Chọn đáp án **A**

□

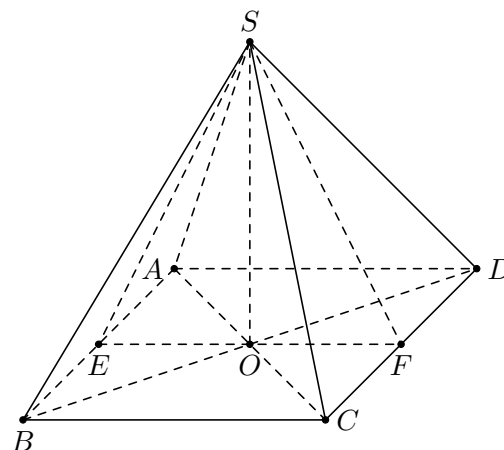
Câu 55. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 9.

Lời giải.

Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng. Đó là

- Mặt phẳng đi qua đỉnh S và một đường chéo của đáy (ví dụ mặt phẳng (SAC)). Có 2 mặt phẳng như vậy.
- Mặt phẳng đi qua đỉnh S và đoạn thẳng nối trung điểm của hai cạnh đối nhau ở đáy (ví dụ mặt phẳng (SEF)). Có 2 mặt phẳng như vậy.



Chọn đáp án **B**

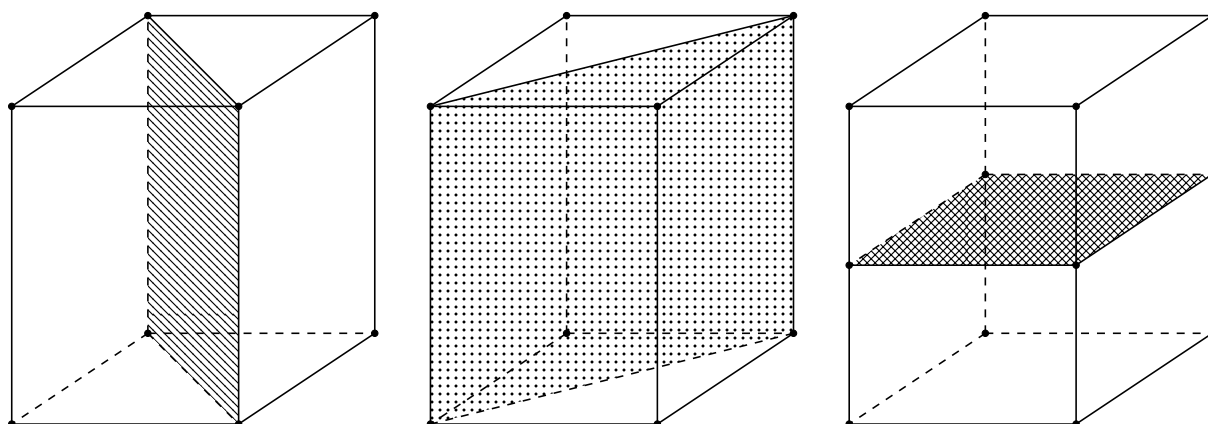
□

Câu 56. Lăng trụ đứng có đáy là hình thoi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 9. B. 2. C. 5. D. 3.

Lời giải.

Có 3 mặt phẳng đối xứng như hình vẽ.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 57. Trung điểm các cạnh của hình tứ diện đều là đỉnh của hình nào?

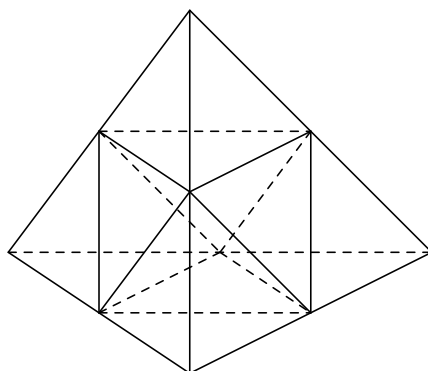
A. Hình lập phương.

B. Hình tứ diện đều.

C. Hình lăng trụ tam giác.

D. Hình bát diện đều.

Lời giải.



Chọn đáp án **D**



Câu 58. Số mặt đối xứng của hình lập phương là

A. 6.

B. 8.

C. 3.

D. 9.

Lời giải.

Hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **D**



Câu 59. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt đối xứng?

A. 1.

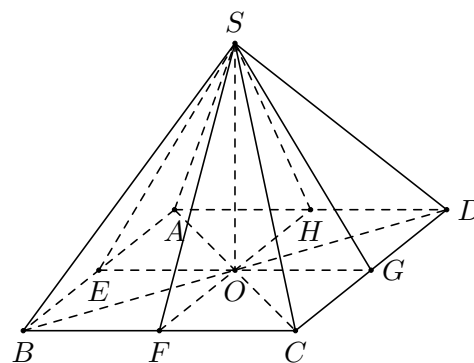
B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt đối xứng: Có hai mặt là mặt trung trực các cặp cạnh đối $mp(SEG)$ và $mp(SHF)$; có hai mặt là mặt trung trực các đường chéo hình vuông đáy là $mp(SAC)$ và $mp(SBD)$.



Chọn đáp án **D**



Câu 60. Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

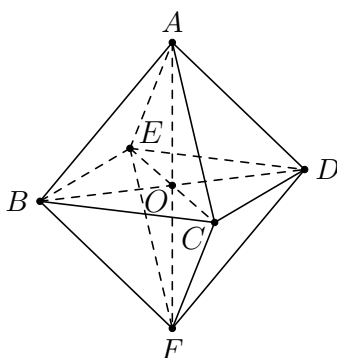
A. 12.

B. 8.

C. 16.

D. 24.

Lời giải.



Số cạnh của bát diện đều là 12 cạnh.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 61. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Khối tứ diện là khối đa diện lồi.
- B. Khối hộp là khối đa diện lồi.
- C. Lắp ghép hai khối hộp sẽ được một khối đa diện lồi.
- D. Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.

Lời giải.

- Khối tứ diện là khối đa diện lồi.
- Khối hộp là khối đa diện lồi.
- Lắp ghép hai khối hộp không được một khối đa diện lồi: Ghép hai khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và $EFGH.E'F'G'H'$ bởi cạnh AB và EF trùng nhau ta không thu được khối đa diện lồi.
- Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 62. Khối mười hai mặt đều thuộc loại đa diện đều nào?

- A. $\{4; 3\}$.
- B. $\{3; 4\}$.
- C. $\{3; 3\}$.
- D. $\{5; 3\}$.

Lời giải.

Theo lý thuyết, khối đa diện mười hai mặt đều thuộc loại $\{5; 3\}$.

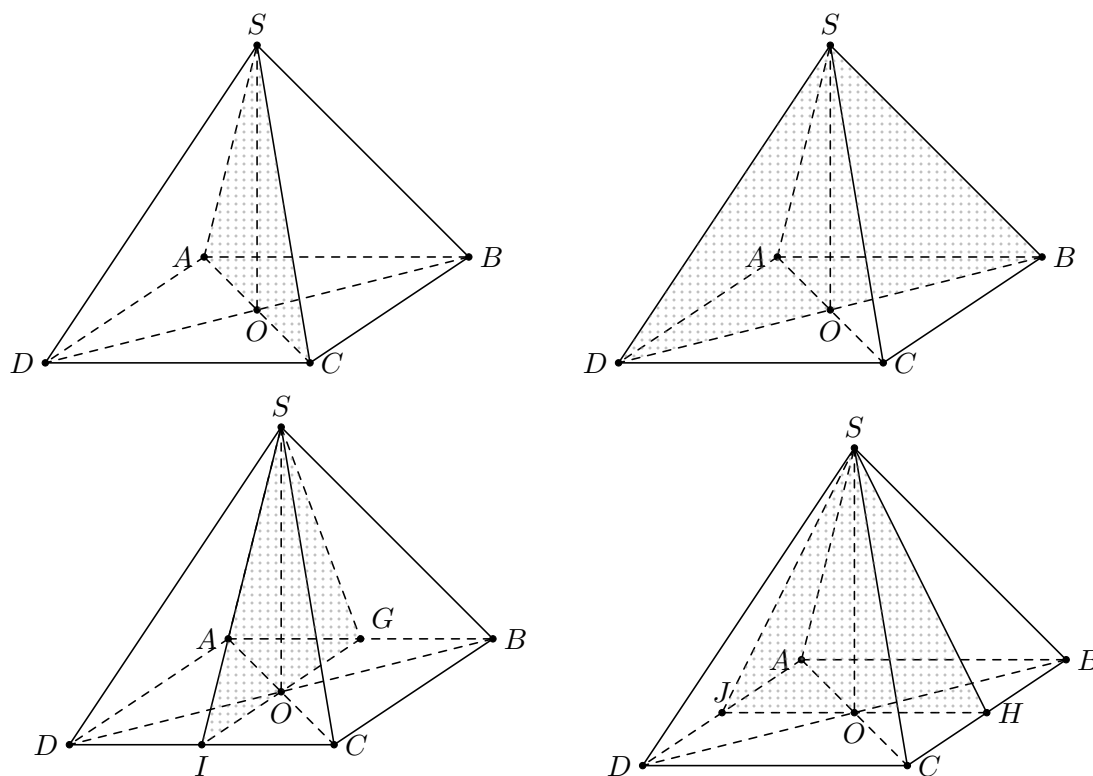
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 63. Số mặt phẳng đối xứng của hình chóp đều $S.ABCD$ là

- A. 2.
- B. 4.
- C. 7.
- D. 6.

Lời giải.



Gọi G, H, I, J lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Các mặt phẳng đối xứng của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ là $(SAC), (SBD), (SGI), (SHJ)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 64. Hình đa diện có các đỉnh là tâm các mặt của một hình bát diện đều là một hình

- A. nhị thập diện đều. B. tứ diện đều. C. bát diện đều. D. lập phương.

Lời giải.

Hình đa diện có các đỉnh là tâm các mặt của một hình bát diện đều là một hình lập phương.

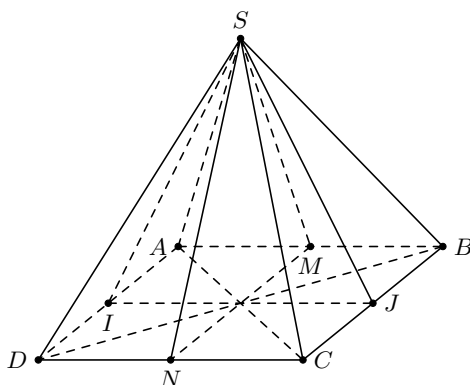
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 65. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Lời giải.



Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có bốn mặt phẳng đối xứng là (SAC) , (SBD) , (SMN) và (SIJ) với M, N, I, J lần lượt là trung điểm AB, CD, AD, BC .

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 66. Khối lập phương là khối đa diện đều loại

- A. $\{3; 4\}$. B. $\{3; 5\}$. C. $\{5; 3\}$. D. $\{4; 3\}$.

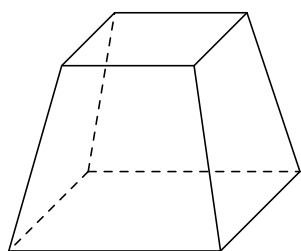
Lời giải.

Khối lập phương là khối đa diện đều loại $\{4; 3\}$.

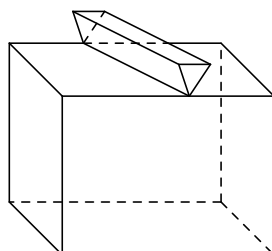
Chọn đáp án **(D)**

□

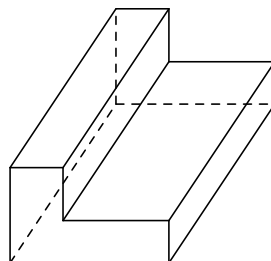
Câu 67. Cho các khối hình sau:



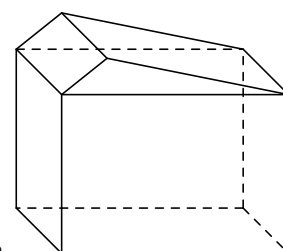
Hình 1



Hình 2



3



Hình

Hình 4

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số đa diện lồi là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải.

Theo định nghĩa đa diện lồi, chỉ có duy nhất hình 1 là đa diện lồi.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 68. Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

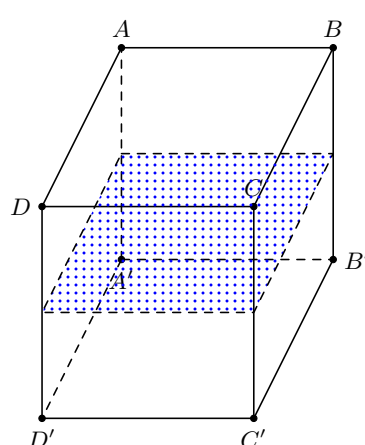
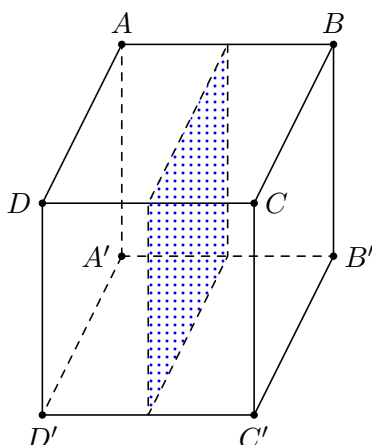
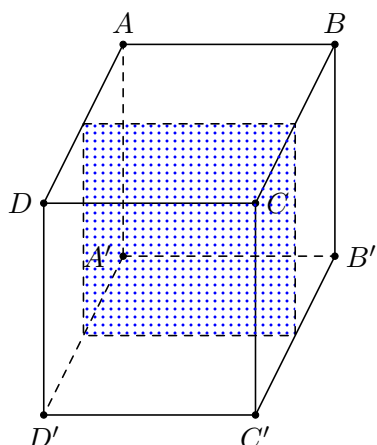
B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Có 3 mặt phẳng đối xứng.



Chọn đáp án **C**



Câu 69. Khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$ có số cạnh là

A. 10.

B. 12.

C. 14.

D. 8.

Lời giải.

Khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$ có số cạnh là 12.

Chọn đáp án **B**



Câu 70. Có tất cả bao nhiêu khối đa diện đều?

A. 7.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Có 5 khối đa diện đều là khối tứ diện đều, khối lập phương, khối bát diện đều, khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều.

Chọn đáp án **C**



Câu 71. Hình bát diện đều là hình đa diện đều thuộc loại nào sau đây?

A. $\{3; 5\}$.

B. $\{5; 3\}$.

C. $\{3; 4\}$.

D. $\{4; 3\}$.

Lời giải.

Hình bát diện đều là hình đa diện đều loại $\{3; 4\}$, mỗi mặt là một tam giác có 3 cạnh, và mỗi đỉnh là đỉnh chung của 4 mặt.

Chọn đáp án **C**



Câu 72. Số mặt phẳng cách đều tất cả các đỉnh của một hình lăng trụ tam giác là

A. 3.

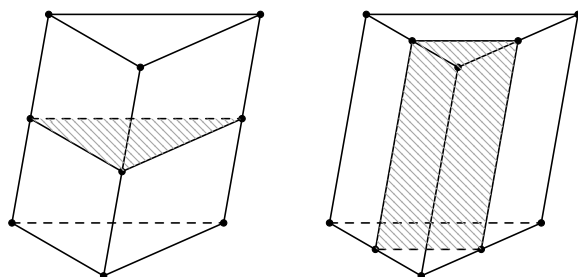
B. 2.

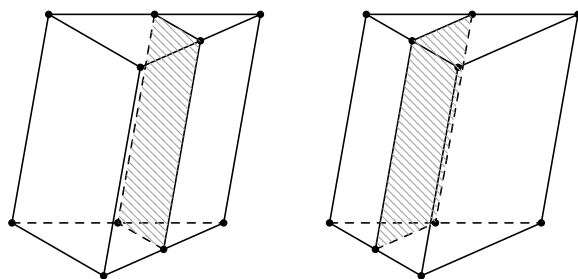
C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán là mặt phẳng qua các trung điểm của các cặp cạnh như hình vẽ





Chọn đáp án **C**



Câu 73. Khối tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3.

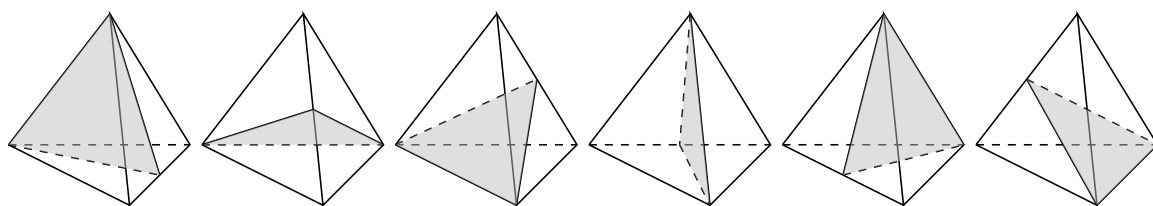
B. 4.

C. 6.

D. 9.

Lời giải.

Mặt phẳng đối xứng của hình tứ diện đều là mặt phẳng đi qua trung điểm của 1 cạnh và chứa cạnh đối diện. Có 6 mặt phẳng như vậy (Quan sát hình vẽ dưới).



Chọn đáp án **C**



Câu 74. Khối tứ diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

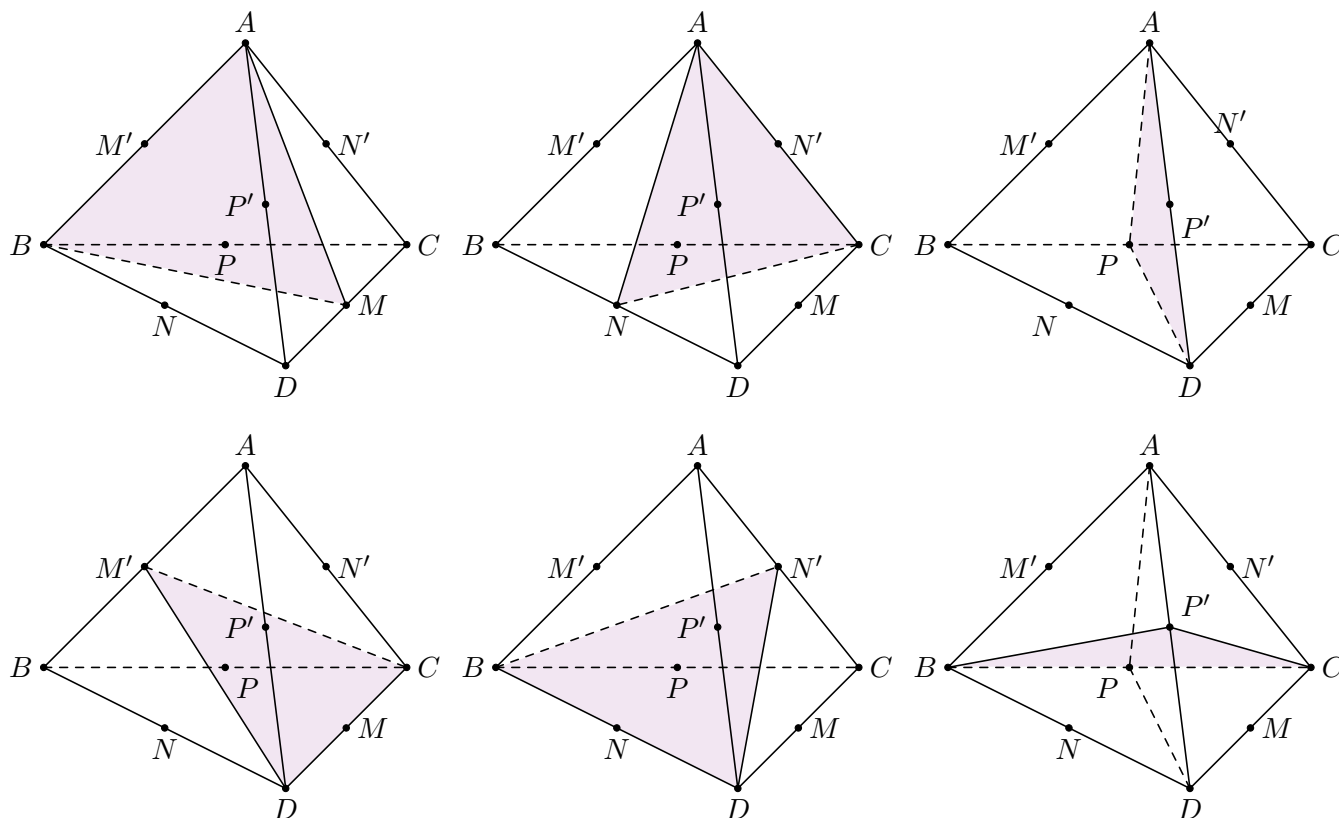
A. 5.

B. 6.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.



Chọn đáp án **B**



Câu 75. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $SA = SB = SC = SD$ thì số mặt phẳng đối xứng của hình chóp đó là

A. 1.

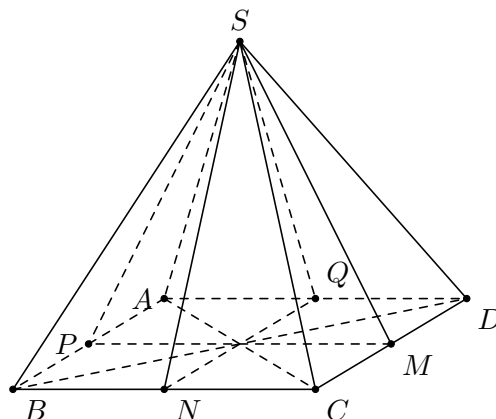
B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Hình chóp có 2 mặt phẳng đối xứng gồm: (SMP) , (SNQ) .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 76. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

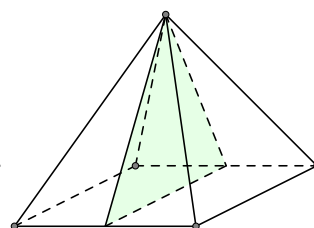
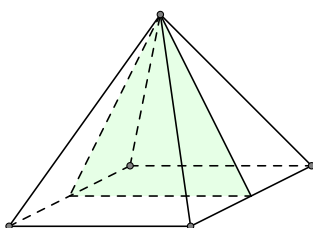
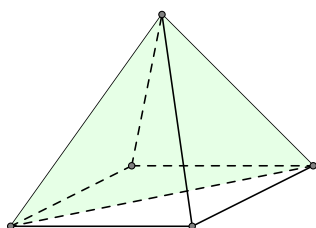
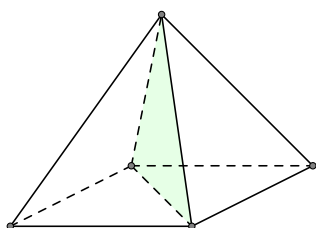
A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 77. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

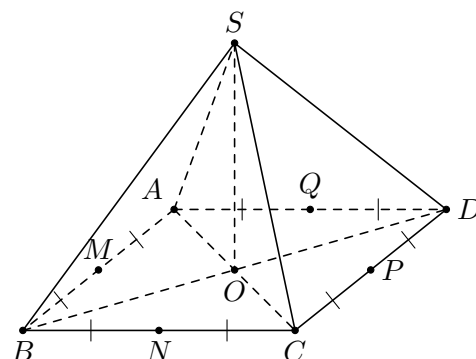
B. 3.

C. 2.

D. 6.

Lời giải.

Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ với tâm O là giao điểm hai đường chéo. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA . Như vậy các mặt phẳng đối xứng là (SAC) , (SBD) , (SMP) , (SNQ) .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 78. Có bao nhiêu mặt phẳng cách đều tất cả các đỉnh của khối lăng trụ tam giác đều?

A. 1.

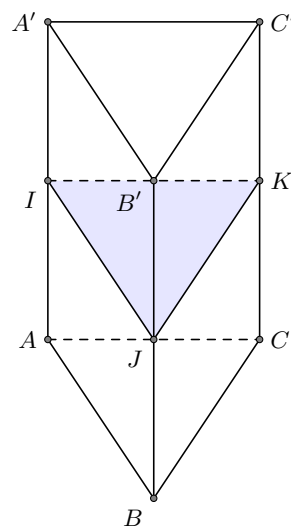
B. 2.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

Có 1 mặt phẳng cách đều tất cả các đỉnh của khối lăng trụ tam giác đều là mặt phẳng (IJK) với I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh AA', BB', CC' .



Chọn đáp án **A**



Câu 79. Khối đa diện đều loại $\{5; 3\}$ có tên gọi là

A. Khối hai mươi mặt đều.

B. Khối mười hai mặt đều.

C. Khối lập phương.

D. Khối bát diện đều.

Lời giải.

Mỗi mặt là đa giác đều 5 cạnh và mỗi đỉnh là đỉnh chung của 3 cạnh, đó là khối 12 mặt đều.

Chọn đáp án **B**



Câu 80. Hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh 1 và chiều cao bằng 2 có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3 mặt phẳng.

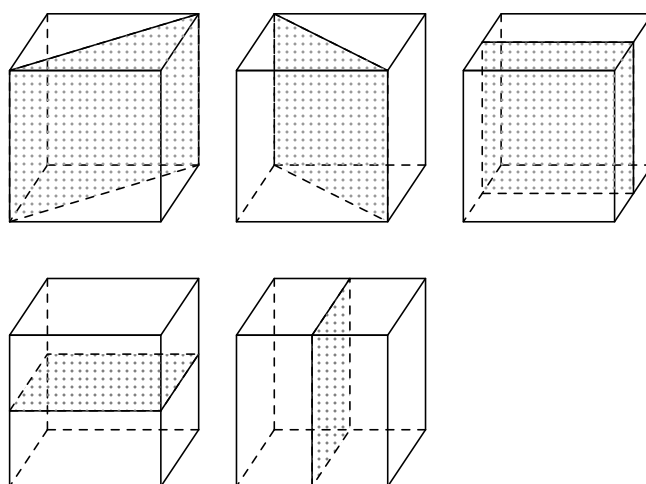
B. 9 mặt phẳng.

C. 5 mặt phẳng.

D. 4 mặt phẳng.

Lời giải.

Có 5 mặt phẳng đối xứng. Hình vẽ minh họa như sau:



Chọn đáp án **C**



Câu 81. Khối bát diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

B. 6.

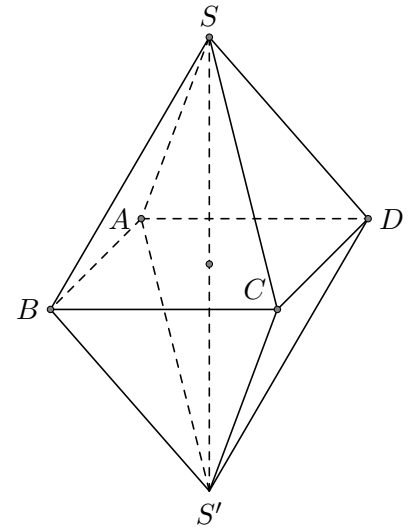
C. 8.

D. 9.

Lời giải.

Gọi bát diện đều là $SABCD S'$ có S và S' đối xứng qua tâm của hình vuông $ABCD$.

- ① Từ S kẻ được 4 mặt phẳng đối xứng là mặt phẳng chứa hai đường thẳng SA, SC ; mặt phẳng chứa SB, SD ; mặt phẳng chứa hai trung tuyến kẻ từ S xuống AD, BC ; mặt phẳng chứa hai trung tuyến kẻ từ S xuống AB, CD
- ② Tương tự, từ B kẻ được 4 mặt phẳng trùng với 4 mặt phẳng từ D , nhưng có một mặt phẳng trùng với một mặt phẳng chứa S và S' là $(SBS'D)$. Như vậy từ B có thêm 3 mặt phẳng đối xứng
- ③ Từ C ta cũng có 4 mặt, nhưng có 2 mặt trùng với 2 trong 7 mặt phẳng nói trên là $(SCS'A)$ và $(ABCD)$. Vậy từ C có thêm 2 mặt phẳng đối xứng.



Vậy số mặt phẳng đối xứng của bát diện là $4 + 3 + 2 = 9$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 82. Số mặt phẳng cách đều tất cả các đỉnh của một hình lăng trụ tam giác là

A. 2.

B. 3.

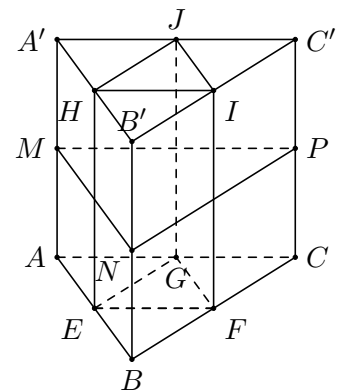
C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Gọi $M, N, P, E, F, G, H, I, J$ lần lượt là trung điểm của $AA', BB', CC', AB, BC, CA, A'B', B'C', A'C'$.

Có 4 mặt phẳng cách đều tất cả các đỉnh của lăng trụ tam giác là $(MNP), (EFIH), (IJGF), (EGJH)$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 83. Hình nào dưới đây có nhiều mặt phẳng đối xứng nhất?

A. Hình tứ diện đều.

B. Hình lăng trụ tam giác đều.

C. Hình lập phương.

D. Hình chóp tứ giác đều.

Lời giải.

Ta có

- Hình tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng.
- Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng.
- Hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng.
- Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng.

Do vậy hình lập phương có nhiều mặt phẳng đối xứng nhất.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 84. Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 2 .

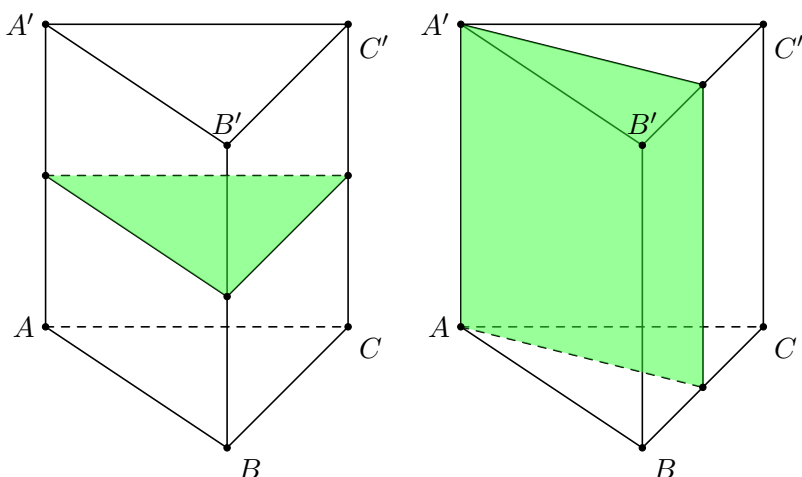
B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Có hai mặt phẳng đối xứng như hình minh họa bên dưới: (giả sử $\triangle ABC$ cân tại A , không đều)



Chọn đáp án **A**



Câu 85. Tổng số mặt và số đỉnh của khối bát diện đều bằng

A. 14.

B. 16.

C. 15.

D. 13.

Lời giải.

Khối bát diện đều có 8 mặt và 6 đỉnh, do đó tổng số mặt và số đỉnh của khối bát diện đều bằng 14.

Chọn đáp án **A**



Câu 86. Khối bát diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

B. 8.

C. 6.

D. 9.

Lời giải.

Khối bát diện đều có 9 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **D**



Câu 87. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4 mặt phẳng.

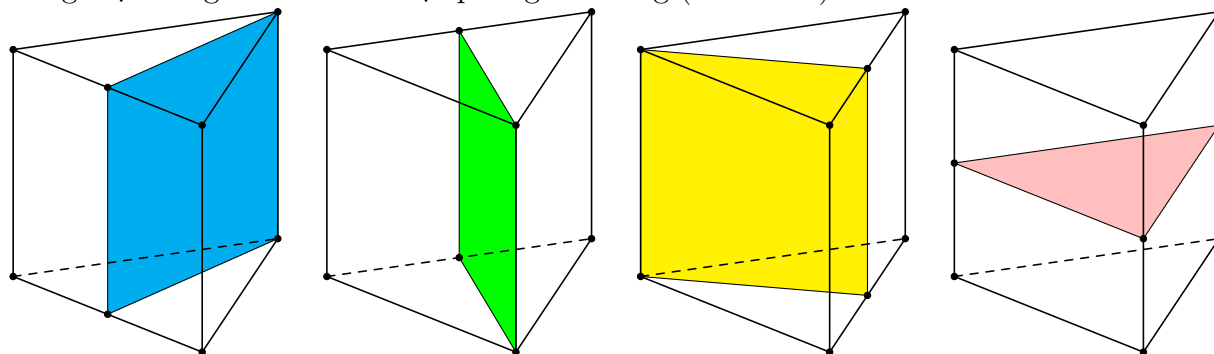
B. 1 mặt phẳng.

C. 2 mặt phẳng.

D. 3 mặt phẳng.

Lời giải.

Lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng (xem hình)



Chọn đáp án **A**



Câu 88. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

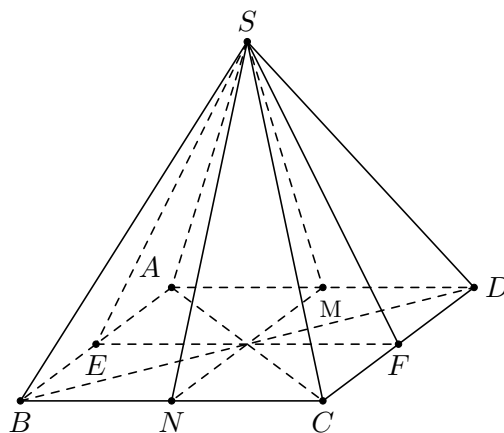
B. 8.

C. 6.

D. 2.

Lời giải.

Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có 4 mặt phẳng đối xứng là (SAC) , (SBD) , (SEF) và (SMN) với E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD và M, N lần lượt là trung điểm AD, BC .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 89. Cho khối đa diện đều có số mặt là M , số cạnh là C . Tìm số đỉnh của khối đa diện đều, biết rằng $3M^4 - 2C^3 = 432$.

A. 8.

B. 12.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

Ta chỉ có 5 khối đa diện đều là

Khối	Số đỉnh (Đ)	Số cạnh (C)	Số mặt (M)
Tứ diện đều	4	6	4
Hình lập phương	8	12	6
Bát diện đều	6	12	8
Mười hai mặt đều	20	30	12
Hai mươi mặt đều	12	30	20

Biểu thức $3M^4 - 2C^3 = 432$ được thỏa mãn khi khối đa diện là hình lập phương, khi đó

$$3M^4 - 2C^3 = 3 \cdot 6^4 - 2 \cdot 12^3 = 432.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 90. Cho hình lăng trụ lục giác đều (H) . Hỏi (H) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 8.

B. 7.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là tâm của đường tròn ngoại tiếp 2 lục giác đáy. Khi đó hình (H) có các loại mặt phẳng đối xứng như sau:

3 mặt phẳng qua trục OO' và 2 cạnh bên đối diện nhau.

3 mặt phẳng qua trục OO' và các trung điểm của các cạnh đáy đối diện nhau.

1 mặt phẳng qua tất cả các trung điểm của các cạnh bên.

Vậy có 7 mặt phẳng đối xứng cần tìm.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 91. Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là

A. 7.

B. 5.

C. 9.

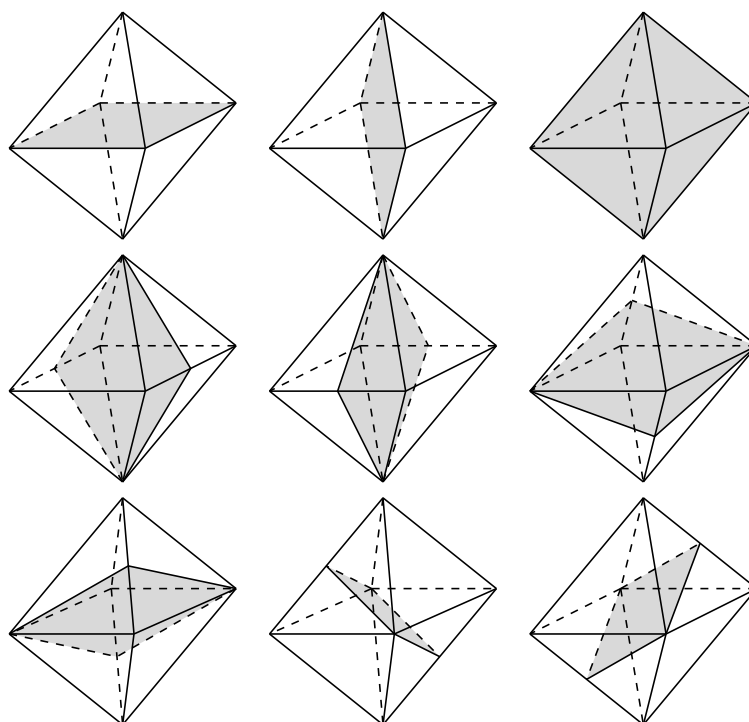
D. 3.

Lời giải.

Gọi bát diện đều là $SABCD S'$ có S và S' đối xứng qua tâm của hình vuông $ABCD$.

— Có 2 mặt phẳng đối xứng qua hai điểm SS' và 2 điểm đối diện của hình vuông tại thành một mặt phẳng đối xứng.

- Qua 4 điểm $ABCD$ tạo thành một mặt phẳng đối xứng.
- Từ SS' kẻ được 6 mặt phẳng đối xứng là các mặt phẳng chứa SS' và 2 trung điểm của các cặp cạnh đối diện.



Vậy số mặt phẳng đối xứng của một bát diện đều là $2 + 1 + 6 = 9$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 92. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có O là giao điểm của hai đường chéo AC' và $A'C$. Xác định ảnh của tứ diện $AB'C'D'$ qua phép đối xứng tâm O .

- A. Tứ diện $ABCD'$. B. Tứ diện $ABC'D$. C. Tứ diện $AB'CD$. D. Tứ diện $A'BCD$.

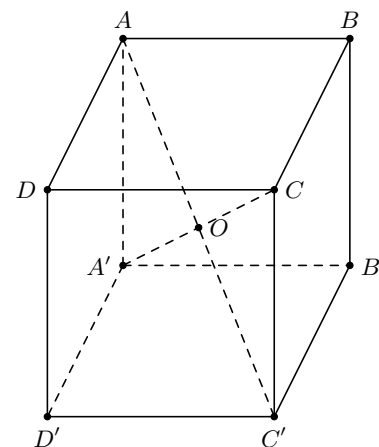
Lời giải.

Do O là giao điểm của AC' và $A'C$ nên O là tâm của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Do đó qua phép đối xứng tâm O thì

- Điểm A biến thành điểm C' .
- Điểm B' biến thành điểm D .
- Điểm C' biến thành điểm A .
- Điểm D' biến thành điểm B .

Vậy ảnh của tứ diện $AB'C'D'$ qua phép đối xứng tâm O là tứ diện $ABC'D$.



Chọn đáp án **B**

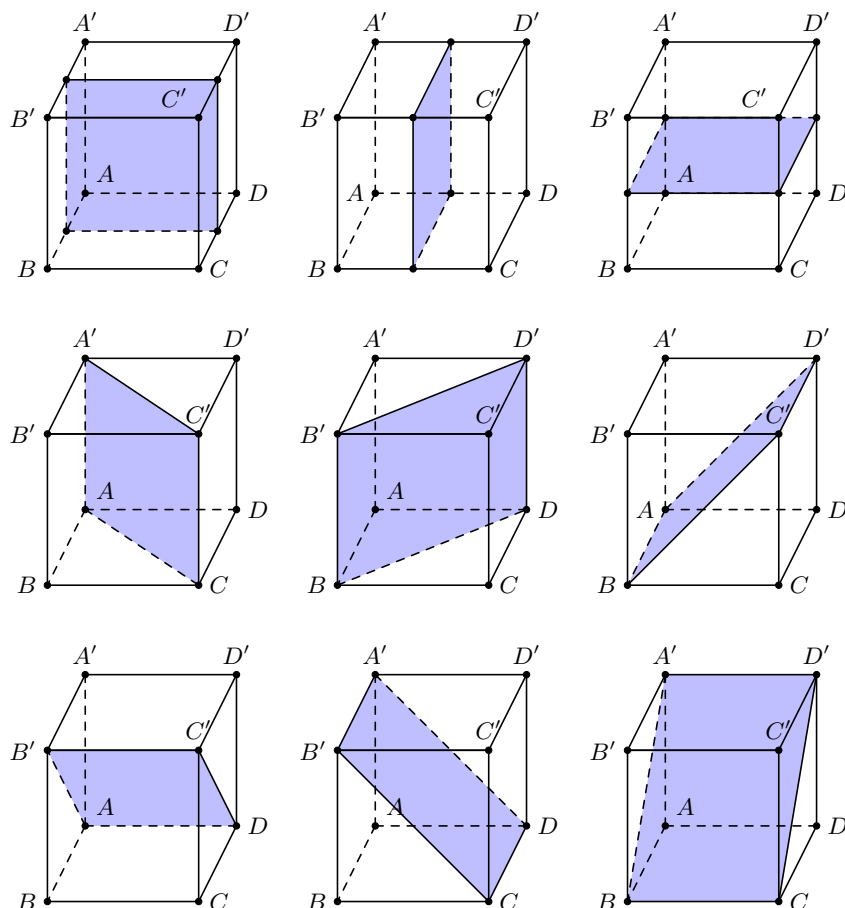
□

Câu 93. Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 15. B. 9. C. 6. D. 12.

Lời giải.

Hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng là



Chọn đáp án (B)

□

Câu 94. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hình tạo bởi hai tứ diện đều ghép với nhau là một đa diện lồi.
- B. Hình lập phương là đa diện lồi.
- C. Tứ diện là đa diện lồi.
- D. Hình hộp là đa diện lồi.

Lời giải.

Hình tạo bởi hai tứ diện đều ghép lại có thể không là đa diện lồi.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 95. Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

- A. 9.
- B. 12.
- C. 8.
- D. 6.

Lời giải.

Hình bát diện có 12 cạnh.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 96. Tổng số mặt và số đỉnh của khối bát diện đều bằng

- A. 14.
- B. 16.
- C. 15.
- D. 13.

Lời giải.

Khối bát diện đều có 8 mặt và 6 đỉnh, do đó tổng số mặt và số đỉnh của khối bát diện đều bằng 14.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 97. Hình đa diện có các đỉnh là tâm các mặt của một hình bát diện đều là một hình

- A. nhị thập diện đều.
- B. tứ diện đều.
- C. bát diện đều.
- D. lập phương.

Lời giải.

Hình đa diện có các đỉnh là tâm các mặt của một hình bát diện đều là một hình lập phương.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 98. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Số mặt của khối tứ diện đều bằng 4.
- B. Số đỉnh của khối lập phương bằng 8.
- C. Số cạnh của khối bát diện đều bằng 12.
- D. Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại $\{4; 3\}$.

Lời giải.

Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$.

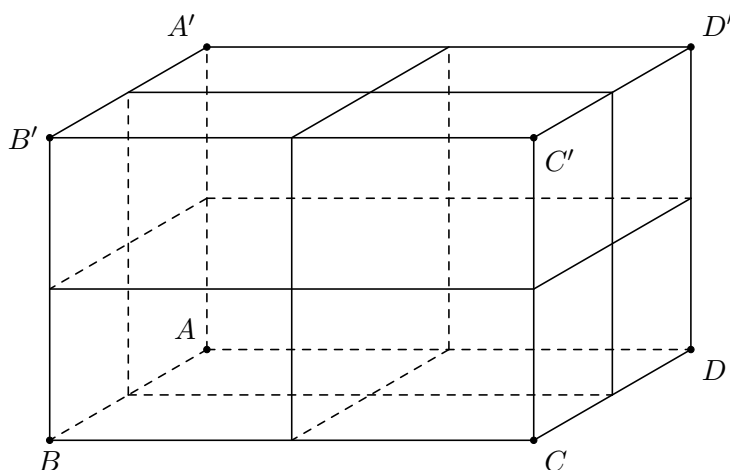
Chọn đáp án (D)

□

Câu 99. Hình hộp chữ nhật có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 5.
- B. 4.
- C. 6.
- D. 3.

Lời giải.



Chọn đáp án (D)

□

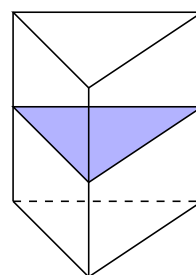
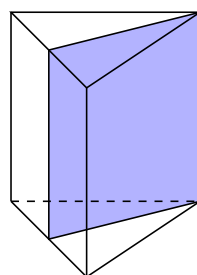
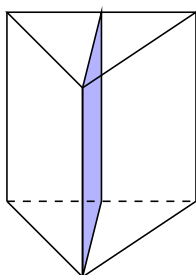
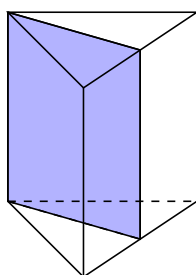
Câu 100. Hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 6.
- B. 4.
- C. 3.
- D. 5.

Lời giải.

Các mặt phẳng đối xứng của hình lăng trụ là:

- Mặt phẳng trung trực của các cạnh đáy: 3 mặt phẳng.
- Mặt phẳng trung trực của cạnh bên: 1 mặt phẳng.



Vậy hình đã cho có tất cả 4 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 101. Hình tứ diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Mỗi mặt của hình tứ diện đều chứa 1 cạnh của tứ diện và đi qua trung điểm của cạnh đối diện. Do đó, hình tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **A**



Câu 102. Khối 20 mặt đều có bao nhiêu cạnh?

A. 30.

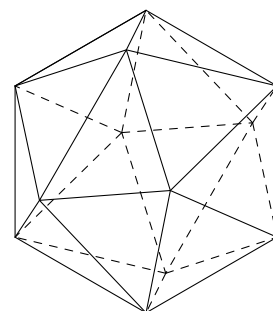
B. 40.

C. 24.

D. 28.

Lời giải.

Khối 20 mặt đều có 30 cạnh.



Chọn đáp án **A**



Câu 103. Hình lăng trụ tứ giác có tối đa bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 8.

B. 9.

C. 10.

D. 6.

Lời giải.

Hình lăng trụ tứ giác có nhiều mặt phẳng đối xứng nhất là hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **B**



Câu 104. Số mặt phẳng cách đều tất cả các đỉnh của một hình lăng trụ tam giác là

A. 1.

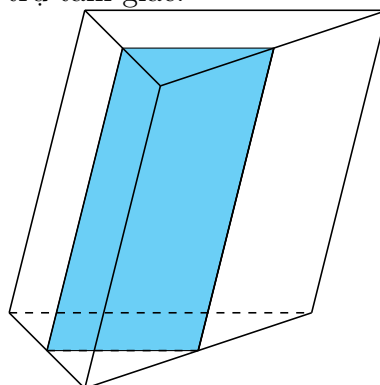
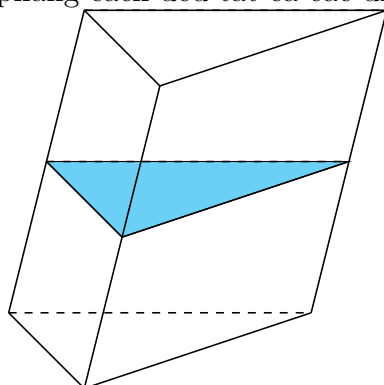
B. 2.

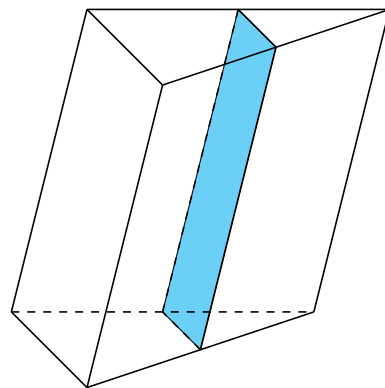
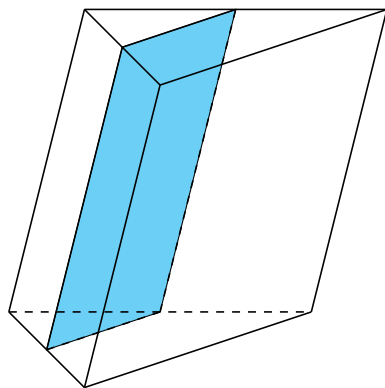
C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Có 4 mặt phẳng cách đều tất cả các đỉnh của một hình lăng trụ tam giác.





Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 105. Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại nào?

A. {5; 3}.

B. {3; 5}.

C. {4; 3}.

D. {3; 4}.

Lời giải.

Khối bát diện đều có các mặt là các tam giác đều (3 cạnh), mỗi đỉnh có 4 cạnh đi qua. Do đó khối bát diện đều là khối đa diện đều loại {3; 4}.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 106. Hình trụ có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. Vô số.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Do các mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và mặt phẳng vuông góc với trục của hình trụ tại trung điểm của trục đều là mặt phẳng đối xứng của hình trụ. Do đó hình trụ có vô số mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 107. Một người thợ thủ công làm mô hình đèn lồng hình bát diện đều, mỗi cạnh của bát diện đó được làm từ các que tre có độ dài 8 cm. Hỏi người đó cần bao nhiêu mét que tre để làm 100 cái đèn (giả sử mỗi nối giữa các que tre có độ dài không đáng kể)?

A. 96 m.

B. 960 m.

C. 192 m.

D. 128 m.

Lời giải.

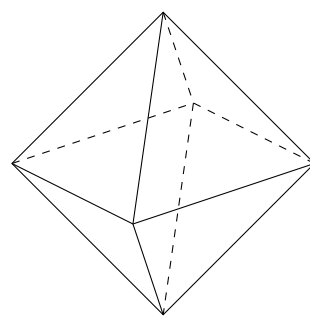
Mỗi bát diện đều có 12 cạnh và tất cả các cạnh bằng nhau.

Từ đó suy ra số que tre để người đó làm 100 cái đèn lồng là

$$100 \cdot 12 = 1200 \text{ (que)}.$$

Vì mỗi que tre có độ dài 8 cm = 0,08 m, nên người đó cần dùng

$$1200 \times 0,08 = 96 \text{ m (que tre)}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 108. Số mặt phẳng đối xứng của tứ diện đều là

A. 6.

B. 9.

C. 12.

D. 4.

Lời giải.

Mặt phẳng đối xứng của tứ diện đều là mặt phẳng chứa một cạnh và đi qua trung điểm cạnh đối diện.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 109. Khối đa diện đều loại (3, 4) có bao nhiêu cạnh?

A. 20.

B. 6.

C. 30.

D. 12.

Lời giải.

Khối đa diện đều loại $(3, 4)$ là bát diện đều và có số cạnh bằng 12.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 110. Khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Có bao nhiêu mặt phẳng cách đều cả 5 điểm S, A, B, C, D ?

A. 5.

B. 11.

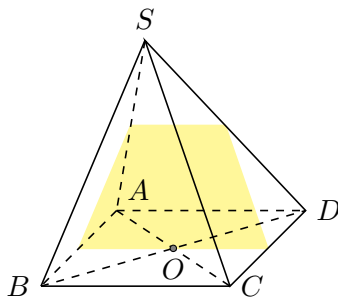
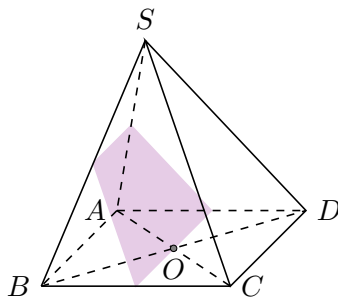
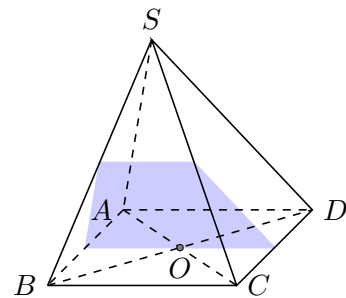
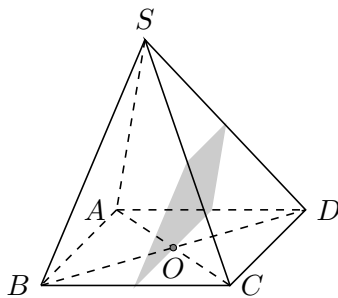
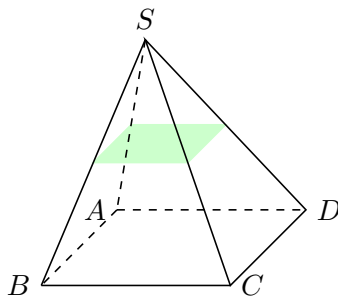
C. 9.

D. 3.

Lời giải.

Có 5 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán:

- ① Mặt phẳng qua trung điểm của AC và BD đồng thời song song với (SAD) hoặc (SBC) .
- ② Tương tự có 2 mặt phẳng qua trung điểm của AD và BC đồng thời song song với (SAC) hoặc (SBD) .
- ③ Mặt phẳng đi qua trung điểm của SA, SB, SC, SD .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 111. Khối bát diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6.

B. 8.

C. 4.

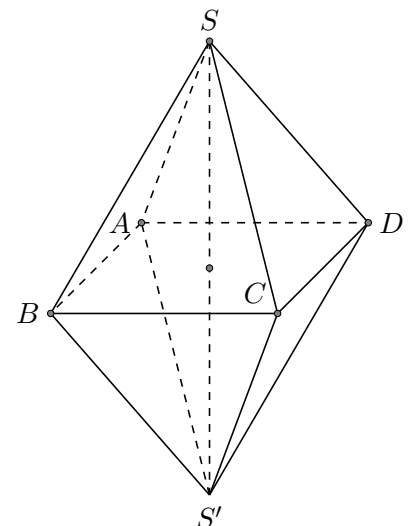
D. 9.

Lời giải.

Gọi bát diện đều là $SABCD S'$ có S và S' đối xứng qua tâm của hình vuông $ABCD$.

- ① Từ S kẻ được 4 mặt phẳng đối xứng là mặt phẳng chứa hai đường thẳng SA, SC ; mặt phẳng chứa SB, SD ; mặt phẳng chứa hai trung tuyến kẻ từ S xuống AD, BC ; mặt phẳng chứa hai trung tuyến kẻ từ S xuống AB, CD
- ② Tương tự, từ B kẻ được 4 mặt phẳng trùng với 4 mặt phẳng từ D , nhưng có một mặt phẳng trùng với một mặt phẳng chứa S và S' là $SBS'D$. Như vậy từ B có thêm 3 mặt phẳng đối xứng
- ③ Từ C ta cũng có 4 mặt, nhưng có 2 mặt trùng với 2 trong 7 mặt phẳng nói trên là $SCS'A$ và $ABCD$. Vậy từ C có thêm 2 mặt phẳng đối xứng.

Vậy số mặt phẳng đối xứng của bát diện là $4 + 3 + 2 = 9$.



Chọn đáp án **(D)**



Câu 112. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều?

A. 3.

B. 1.

C. 5.

D. 2.

Lời giải.

Có 3 loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là tam giác đều: Tứ diện đều; Bát diện đều; Nhị thập diện đều (khối 20 mặt đều).

Chọn đáp án **(A)**



Câu 113. Khối tứ diện đều có mấy mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

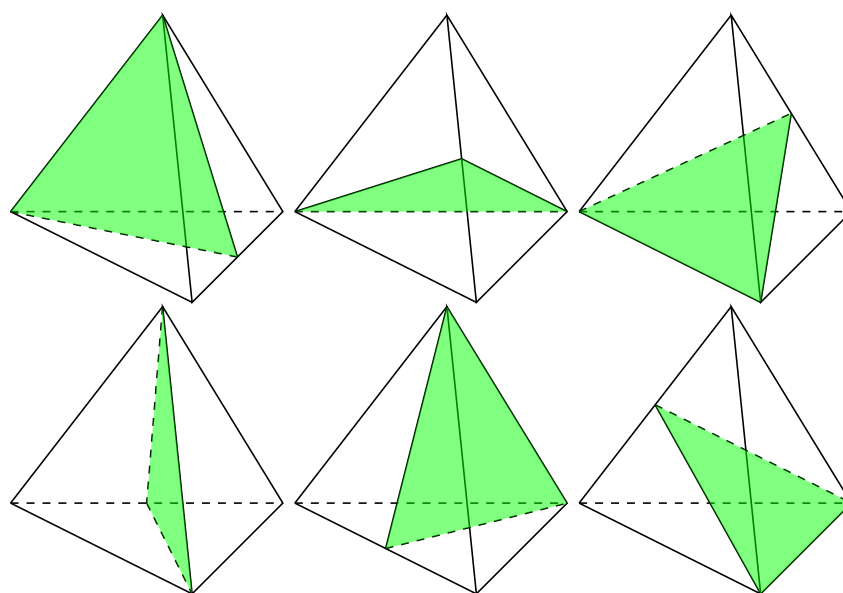
B. 3.

C. 6.

D. 5.

Lời giải.

Mặt phẳng đối xứng của hình tứ diện đều là mặt phẳng đi qua trung điểm của 1 cạnh và chứa cạnh đối diện. Có 6 mặt phẳng như vậy (Quan sát hình vẽ dưới).



Chọn đáp án **(C)**



Câu 114. Cho khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$. Tổng các góc phẳng tại 1 đỉnh của khối đa diện bằng

A. 180° .

B. 240° .

C. 324° .

D. 360° .

Lời giải.

Khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$ là khối bát diện đều, mỗi mặt là một tam giác đều và tại mỗi đỉnh có 4 tam giác đều nên tổng các góc tại 1 đỉnh bằng 240° .

Chọn đáp án **(B)**



Câu 115. Hình bát diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

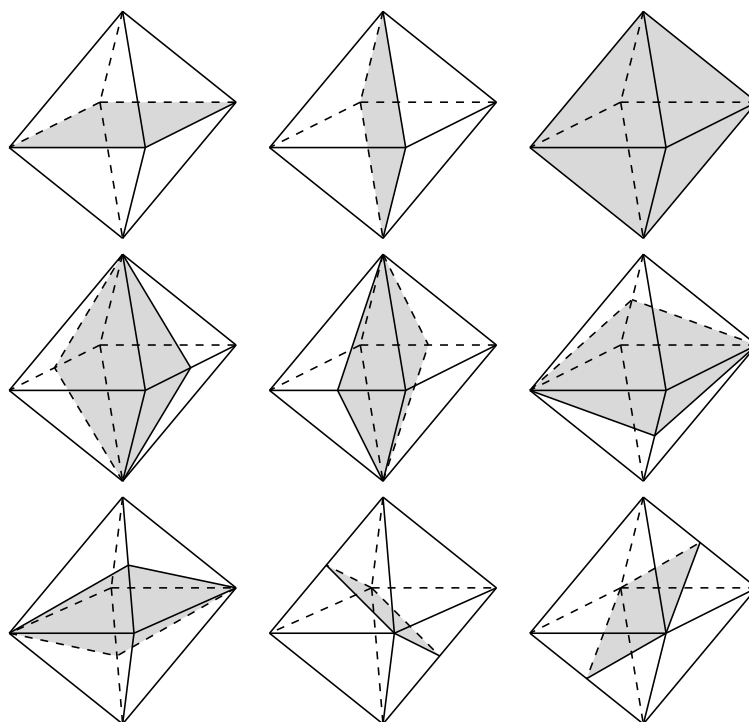
A. 5.

B. 6.

C. 9.

D. 8.

Lời giải.



Chọn đáp án **C**



Câu 116. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều?

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải.

Có đúng 5 loại khối đa diện đều là: tứ diện đều, khối lập phương, khối bát diện (tám mặt đều), khối mười hai mặt đều, khối hai mươi mặt đều.

Chọn đáp án **B**



Câu 117. Khối lập phương là khối đa diện đều thuộc loại nào sau đây?

A. $\{3; 3\}$.

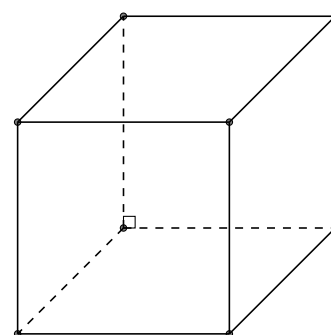
B. $\{5; 3\}$.

C. $\{4; 3\}$.

D. $\{3; 4\}$.

Lời giải.

Mỗi một mặt của khối lập phương có 4 cạnh. Mỗi một đỉnh của khối lập phương là đỉnh chung của đúng 3 mặt. Vậy khối lập phương là khối đa diện đều loại $\{4; 3\}$.



Chọn đáp án **C**



Câu 118. Hình lập phương thuộc loại khối đa diện nào?

A. $\{5; 3\}$.

B. $\{3; 4\}$.

C. $\{4; 3\}$.

D. $\{3; 5\}$.

Lời giải.

Hình lập phương là đa diện đều có các mặt là tứ giác đều, mỗi đỉnh là đỉnh chung của 3 cạnh nên nó thuộc loại $\{4; 3\}$.

Chọn đáp án **C**



Câu 119. Trong các khối đa diện đều sau, khối đa diện nào có số cạnh gấp đôi số đỉnh?

A. Khối hai mươi mặt đều.

B. Khối lập phương.

C. Khối mười hai mặt đều.

D. Khối bát diện đều.

Lời giải.

Khối bát diện đều có số đỉnh bằng 6, số cạnh bằng 12.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 120. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Hình chóp đều có các cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy các góc bằng nhau.

B. Hình chóp đều có các cạnh bằng nhau.

C. Một hình chóp có đáy là một đa giác đều và có chân đường cao trùng với tâm của đa giác đáy thì đó là hình chóp đều.

D. Hình chóp đều có các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau.

Lời giải.Dựa vào tính chất, khẳng định: “Hình chóp đều có các cạnh bằng nhau” là khẳng định **sai**.Chọn đáp án **B**

□

Câu 121. Hình lăng trụ lục giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6.

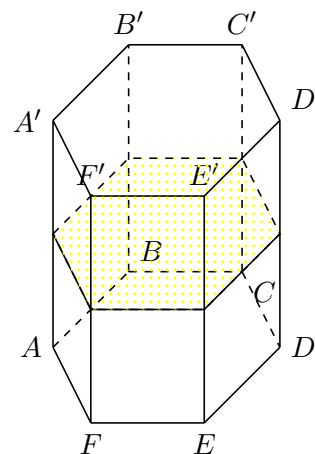
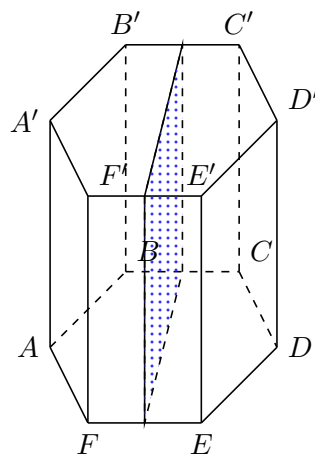
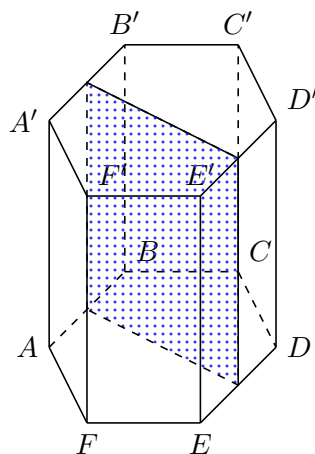
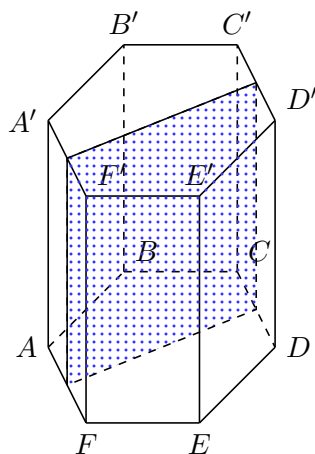
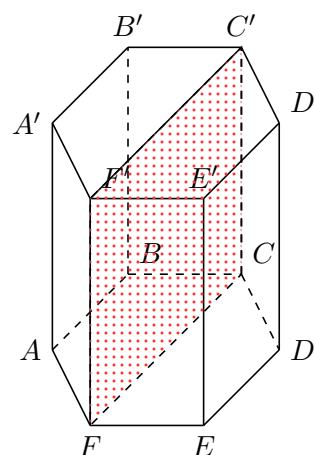
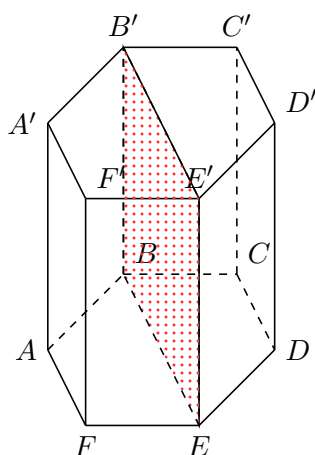
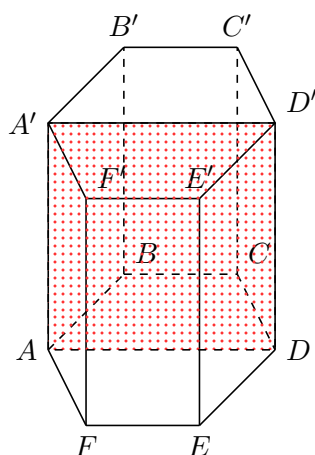
B. 4.

C. 3.

D. 7.

Lời giải.

Có tất cả 7 mặt phẳng đối xứng của lăng trụ lục giác đều.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 122. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

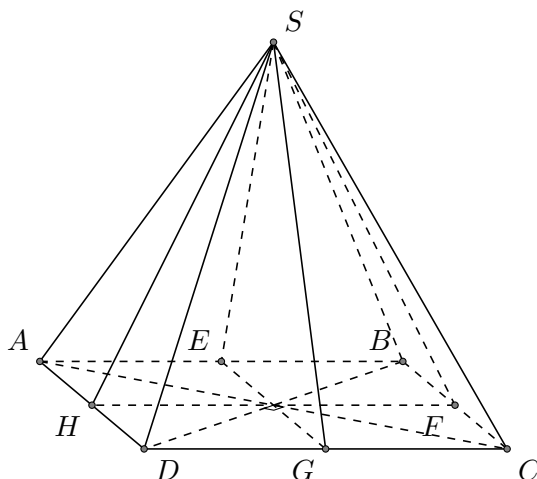
A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.



Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA .

Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng là $(SAC), (SBD), (SGE), (SHF)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 123. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều có mỗi mặt là một tam giác đều?

A. 5.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Có ba loại khối đa diện đều mà mỗi mặt là một tam giác đều, đó là loại $\{3; 3\}$ (khối tứ diện đều), loại $\{3; 4\}$ (khối bát diện đều hay khối tám mặt đều), loại $\{3; 5\}$ (khối hai mươi mặt đều).

Chọn đáp án **D**

□

Câu 124. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **sai**?

A. Khối tứ diện là khối đa diện lồi.

B. Khối chóp tam giác có tất cả các cạnh bằng nhau là khối đa diện đều.

C. Khối chóp tứ giác có tất cả các cạnh bằng nhau là khối đa diện đều.

D. Khối lập phương là khối đa diện đều.

Lời giải.

Khối đa diện đều có các mặt có cùng số cạnh. Chóp tứ giác có mặt đáy và mặt bên không cùng số cạnh, nên không phải là khối đa diện đều.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 125. Khối đa diện đều loại $\{5; 3\}$ có bao nhiêu mặt?

A. 12 mặt.

B. 6 mặt.

C. 10 mặt.

D. 8 mặt.

Lời giải.

Khối đa diện đều loại $\{5; 3\}$ có 12 mặt đều.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 126. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\widehat{ACB} = 45^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SB hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3}{4\sqrt{3}}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Lời giải.

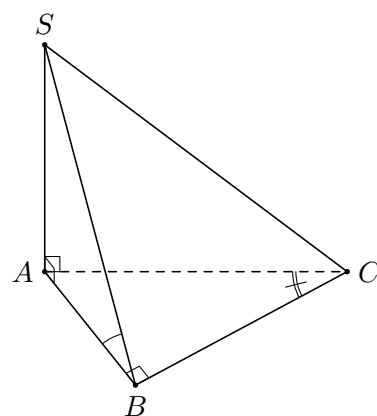
Do SA vuông góc với đáy (ABC) , suy ra AB là hình chiếu của SB trên đáy (ABC) , từ đó suy ra $\widehat{SBA}$ là góc tạo bởi SB và đáy (ABC) .

Tam giác SAB vuông tại A , có $\widehat{SBA} = 60^\circ$ nên $SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{a^2}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp là

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3}a \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 127. Nếu cạnh của một hình lập phương tăng lên gấp 3 lần thì thể tích của hình lập phương đó tăng lên bao nhiêu lần?

A. 27.

B. 9.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

Gọi hình lập phương ban đầu có cạnh a suy ra nó có thể tích $V = a^3$.

Khi tăng mỗi cạnh hình lập phương lên 3 lần ta được hình lập phương mới có cạnh bằng $3a$, suy ra thể tích hình lập phương mới là $V' = (3a)^3 = 27a^3 = 27V$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 128. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước là a, b, c . Thể tích của khối hộp đó được tính theo công thức nào sau đây?

A. $V = \frac{1}{3}abc$.

B. $V = abc$.

C. $V = 3abc$.

D. $V = \frac{1}{6}abc$.

Lời giải.

Ta có $V = abc$.

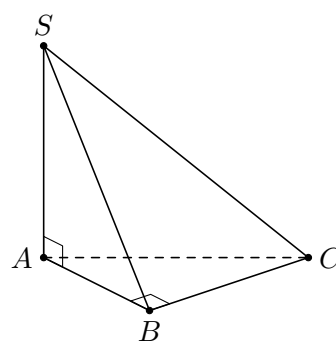
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 129.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ biết cạnh bên SB tạo với đáy một góc bằng 30° .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

**Lời giải.**

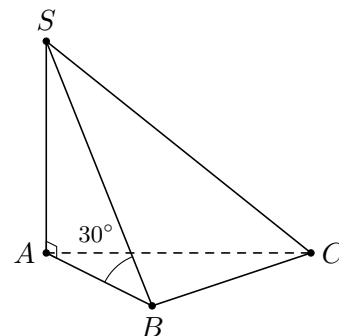
Ta có $SA \perp (ABC)$ suy ra

$$(SB, (ABC)) = (SB, AB) = \widehat{SBA} = 30^\circ.$$

Ta có $SA = AB \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Thể tích khối chóp

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA \\ &= \frac{1}{6} AB^2 \cdot SA \\ &= \frac{1}{6} \cdot 2a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 130. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 1. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Mặt phẳng (P) thay đổi nhưng luôn đi qua AG cắt BC , BD lần lượt tại I , K . Tính thể tích nhỏ nhất $V_{\min}$ của khối tứ diện $ABIK$.

A. $V_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{27}$.

B. $V_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{18}$.

C. $V_{\min} = \frac{4}{9}$.

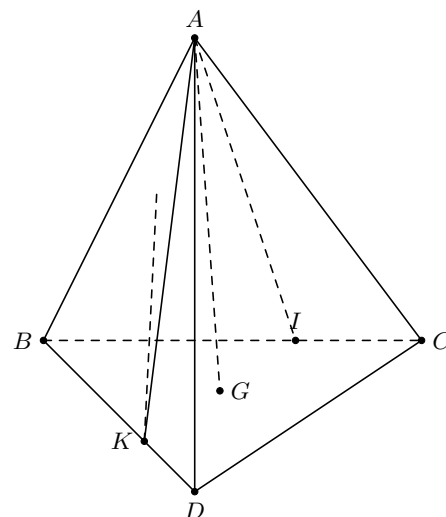
D. $V_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{36}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm CD . Ta có

$$\frac{V_{ABIK}}{V_{ABCD}} = \frac{S_{BIK}}{S_{BCD}} = \frac{d(B, IK) \cdot IK}{d(B, CD) \cdot CD} \geq \frac{BM \cdot IK}{BG \cdot CD} = \frac{4}{9}.$$

Vậy $\min V_{ABIK} = \frac{4}{9} V_{ABCD} = \frac{4}{9} \cdot \frac{\sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{2}}{27}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 131. Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AB , AC lần lượt lấy hai điểm M , N sao cho $AM = 2MB$, $AN = \frac{1}{3}AC$. Gọi V_1 , V_2 lần lượt là thể tích của tứ diện $ABCD$ và $AMND$. Khi đó

A. $V_2 = \frac{2}{9}V_1$.

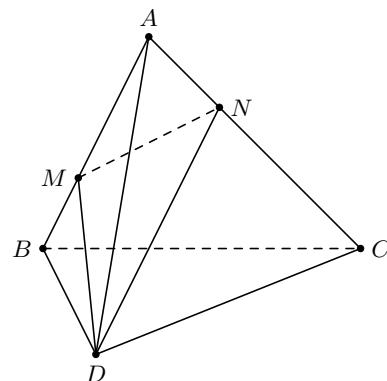
B. $V_2 = 2V_1$.

C. $V_2 = \frac{2}{3}V_1$.

D. $V_2 = \frac{1}{9}V_1$.

Lời giải.

Ta có $\frac{V_{AMND}}{V_{ABCD}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$. Vậy $V_2 = \frac{2}{9}V_1$.



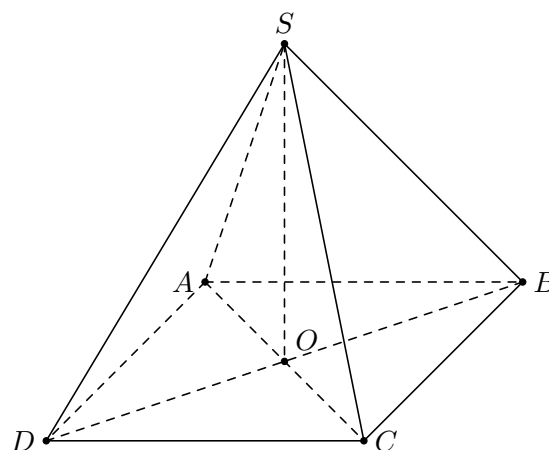
Chọn đáp án **A**

□

Câu 132.

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $4a^3\sqrt{3}$.

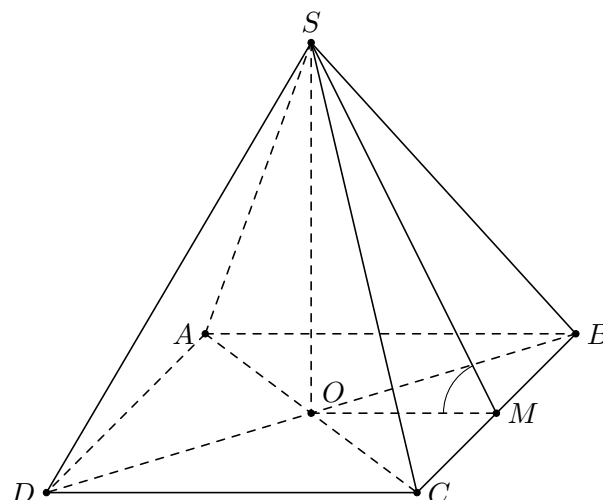


Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC , ta có $\begin{cases} OM \perp BC \\ SO \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp SM$.

Ta có

$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ SM \perp BC \\ OM \perp BC \end{cases} \Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (SM, OM) = \widehat{SMO} = 60^\circ.$$



Ta có $SO = OM \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot (2a)^2 = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

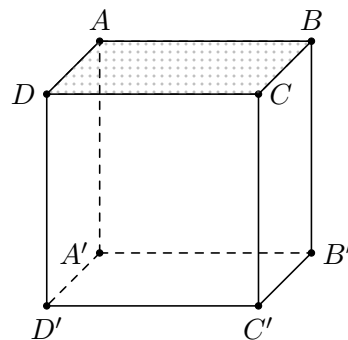
Chọn đáp án **B**

□

Câu 133.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích một mặt bằng $2a^2$. Thể tích khối lập phương đó bằng

- A. $4a^3\sqrt{2}$. B. $2a^3\sqrt{2}$. C. $8a^3$. D. $4a^3$.



Lời giải.

Độ dài cạnh hình lập phương bằng $a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối lập phương là $2a^3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

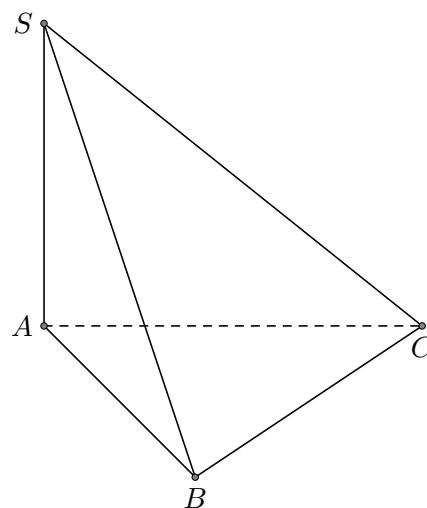
Câu 134. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy là tam giác vuông tại B , cạnh $SA \perp (ABC)$. Biết $SA = 3a$, $AB = 2a$, $BC = a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

- A. $V = a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = 3a^3$. D. $V = 4a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot SA \\ &= \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot a \cdot 3a = a^3. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 135. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$. B. $V = 4\sqrt{7}a^3$. C. $V = \frac{4a^3}{3}$. D. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Lời giải.

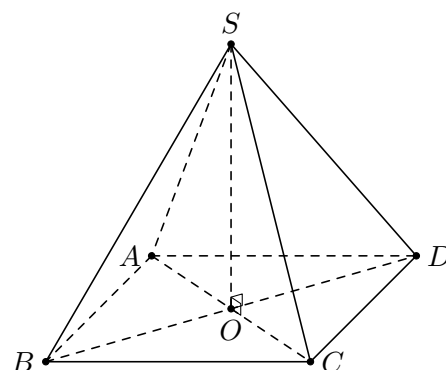
Gọi O là tâm của đáy, do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên

$$SO \perp (ABCD) \text{ do đó } V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD}.$$

$$S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2;$$

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{9a^2 - (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{7}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{7} \cdot 4a^2 = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 136. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$.

A. $\frac{a^3\sqrt{14}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

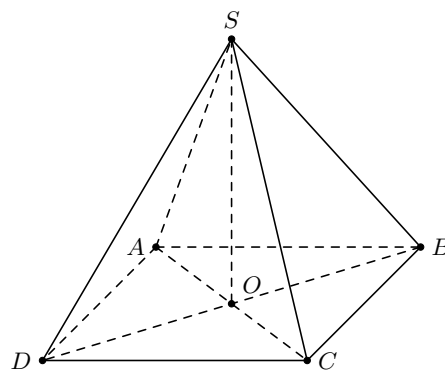
C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{14}}{6}$.

Lời giải.

Ta có $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Vậy $V = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{14}}{6}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 137. Tính thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC' = 3a\sqrt{3}$.

A. $27a^3$.

B. a^3 .

C. $9a^3$.

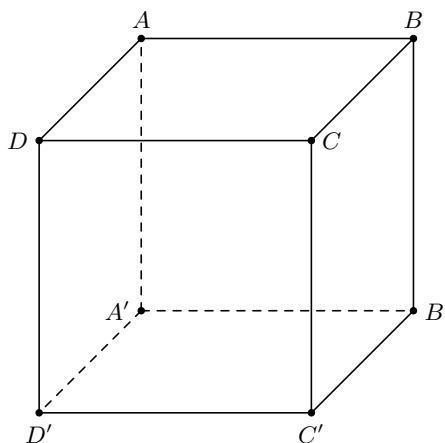
D. $81a^3$.

Lời giải.

Đặt cạnh hình lập phương là x , khi đó $AC' = x\sqrt{3} = 3a\sqrt{3}$.

Vậy $x = 3a$.

Thể tích $V = (3a)^3 = 27a^3$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 138. Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2a$, $AD = 4a$, $AA' = 6a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của CB , CD , DD' . Tính thể tích khối tứ diện $AMNP$.

A. $3a^3$.

B. a^3 .

C. $2a^3$.

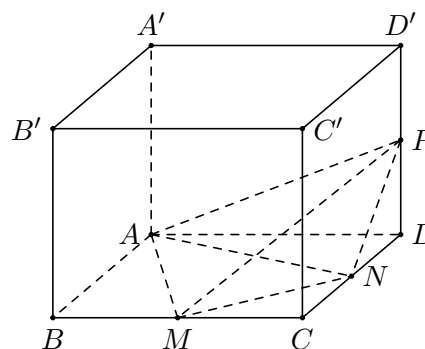
D. $4a^3$.

Lời giải.

Ta có $S_{\triangle AMN} = S_{ABCD} - S_{ABM} - S_{CMN} - S_{ADN} = 3a^2$.

Mặt khác $PD \perp (AMN)$ và $PD = 3a$.

Suy ra $V_{AMNP} = \frac{1}{3} \cdot PD \cdot S_{AMN} = 3a^3$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 139. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A , $SA = SB = SC = BC = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

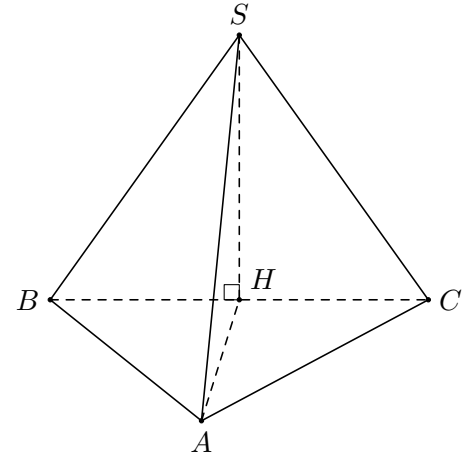
Lời giải.

Kẻ $SH \perp (ABC)$ tại H , ta có $\triangle SHA = \triangle SHB = \triangle SHC$ (c.g.c), suy ra $HA = HB = HC$ mà $\triangle ABC$ vuông tại A , suy ra H là trung điểm của BC .

Do $\triangle ABC$ vuông tại A , suy ra $AH = \frac{1}{2}BC = a$.

Xét tam giác vuông SHA , ta có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a\sqrt{3}$.

Suy ra $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 140. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc của SB và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $SABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

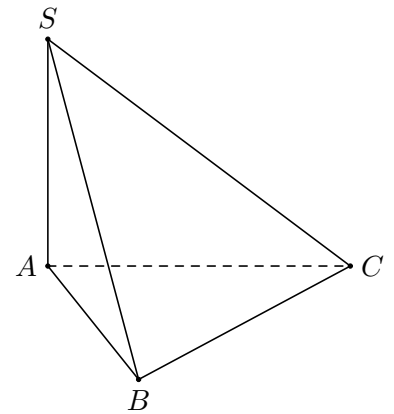
C. $\sqrt{3}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{(SB, (ABC))} = \widehat{(SB, AB)} = \widehat{SBA} = 60^\circ$.

$$\Rightarrow SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3} \Rightarrow V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 141. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a và có góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Đường thẳng SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là

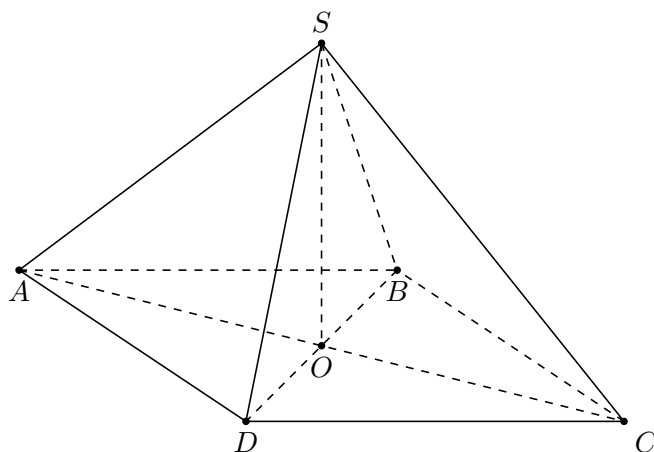
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{3a}{2}$.

C. $\frac{2a}{3}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải.



Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Tam giác SBC là tam giác có $BC = a$, $SB = \sqrt{SO^2 + OB^2} = \sqrt{\left(\frac{3a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{4}$ và

$SC = \sqrt{OC^2 + OS^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{4}$.

Do đó $S_{SBC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{SBC}} = \frac{3a}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 142. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a\sqrt{2}$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

B. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

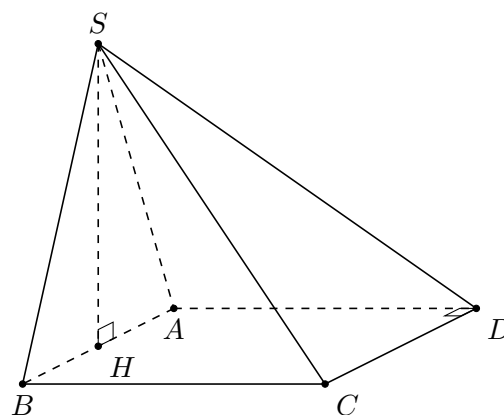
D. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Vì $\triangle ABS$ đều nên $SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Ngoài ra do (SAB) vuông góc với đáy nên $SH \perp (ABCD)$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{2}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot AB \cdot AD = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 143. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$, $A'B = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là V . Khi đó $\frac{a^3}{V}$ có giá trị bao nhiêu?

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

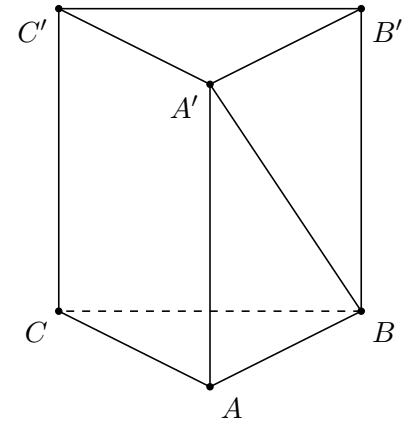
D. 2.

Lời giải.

Ta có $BC = 2a \Rightarrow AB = AC = a\sqrt{2}$ và $S_{ABC} = a^2$.

Ta có $AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = a$.

Do đó $V = AA' \cdot S_{ABC} = a^3$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 144. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng $3a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{6}$.

B. $V = \frac{\sqrt{7}a^3}{3}$.

C. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{2}$.

D. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Lời giải.

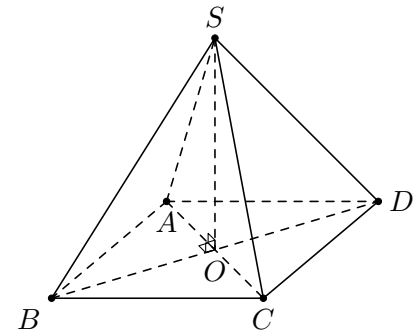
Gọi O là tâm của mặt đáy $ABCD$ thì $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{(3a)^2 - (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{7}$.

Diện tích mặt đáy: $S_{ABCD} = AB^2 = (2a)^2 = 4a^2$.

Vậy thể tích khối chóp:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot a\sqrt{7} = \frac{4a^3\sqrt{7}}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 145. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B . Biết $AB = 3$ cm, góc giữa BC' và mặt đáy là 60° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $\frac{27}{2} (cm^3)$.

B. $\frac{27\sqrt{3}}{2} (cm^3)$.

C. $\frac{27}{4} (cm^3)$.

D. $\frac{27}{8} (cm^3)$.

Lời giải.

$C'C \perp (ABC)$ nên BC là hình chiếu của BC' trên (ABC) .

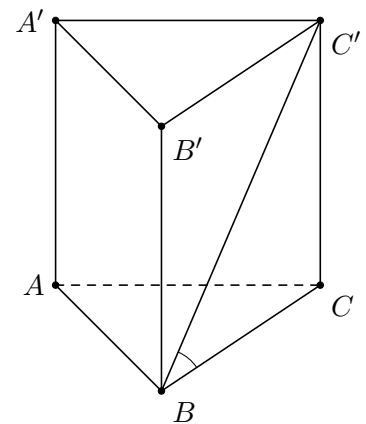
Do đó $(BC', (ABC)) = (BC', BC) = \widehat{C'BC} = 60^\circ$.

Xét $\triangle C'BC$ vuông tại C , $C'C = BC \times \tan 60^\circ = 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB^2 = \frac{9}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ là

$$V_{lt} = CC' \cdot S_{ABC} = 3\sqrt{3} \cdot \frac{9}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 146. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = a^3\sqrt{6}$.

B. $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $4a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

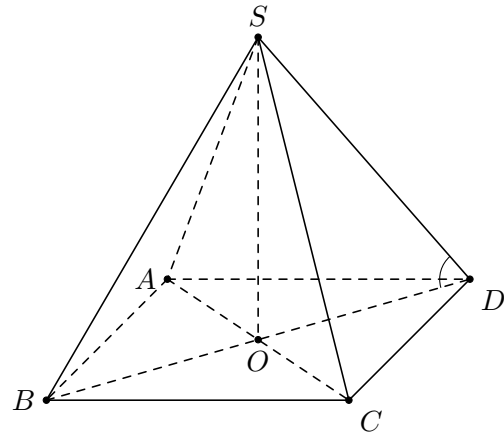
Gọi O là giao điểm của AC và BD . Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Suy ra OD là hình chiếu vuông góc của SD trên $(ABCD)$. Do đó

$$(\widehat{SD, (ABCD)}) = (\widehat{SD, OD}) = \widehat{SDO}.$$

Đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ nên

$$OD = 2a \times \frac{\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}.$$



Xét $\triangle SOD$ vuông tại O , ta có $\tan 60^\circ = \frac{SO}{OD} \Rightarrow SO = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = a\sqrt{6}$.

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot 4a^2 = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 147. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = a$, $AD = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng $ABCD$, cạnh $SC = 3a$. Tính chiều cao của khối $S.ABCD$.

A. $a\sqrt{3}$.

B. $3a$.

C. $a\sqrt{5}$.

D. $2a$.

Lời giải.

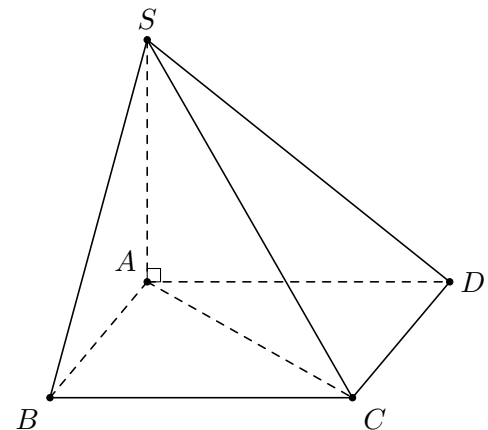
Xét $\triangle ABC$ vuông tại B , ta có

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}.$$

Xét $\triangle SAC$ vuông tại A , ta có

$$SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{9a^2 - 5a^2} = 2a.$$

Vậy chiều cao của khối chóp $SA = 2a$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 148. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, mặt phẳng SBC hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $\frac{3a^3}{8}$.

B. $3a^3$.

C. $\frac{3a^3}{4}$.

D. $\frac{a^3}{8}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S trên (ABC) , suy ra H là trọng tâm $\triangle ABC$.

Gọi I là trung điểm của BC .

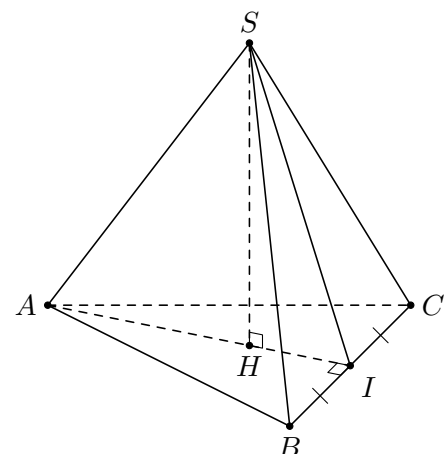
$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp SI.$$

$$\text{Do đó } ((SBC), (ABC)) = (SI, AI) = \widehat{SIH}.$$

$\triangle ABC$ đều cạnh $a\sqrt{3}$

$$\text{Nên } S_{ABC} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}, AI = \frac{3a}{2}, HI = \frac{AI}{3} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle SHI \text{ vuông tại } H, \text{ ta có } SH = HI \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Thể tích khối chóp là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{8}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 149. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) và $SC = 2a$. Gọi M là trung điểm của SB , N là điểm trên cạnh SC sao cho $2SN = NC$. Tính thể tích V của khối chóp $S.AMN$ theo a .

- A. $V = \frac{a^3}{24}$. B. $\frac{a^3}{16}$. C. $\frac{a^3}{8}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Tam giác SAC vuông tại A nên $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a\sqrt{3}$.

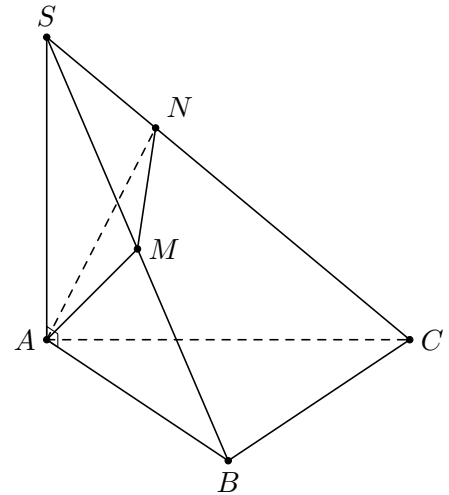
$\triangle ABC$ đều cạnh a nên $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{S.ABC} = \frac{a^3}{4}$.

Áp dụng công thức tỉ số thể tích, ta có

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

Suy ra $V_{S.AMN} = \frac{V_{S.ABC}}{6} = \frac{a^3}{24}$.



Chọn đáp án **A** □

Câu 150. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Khi đó, tỉ số thể tích $\frac{V_{ABCNM}}{V_{S.ABC}}$ bằng bao nhiêu?

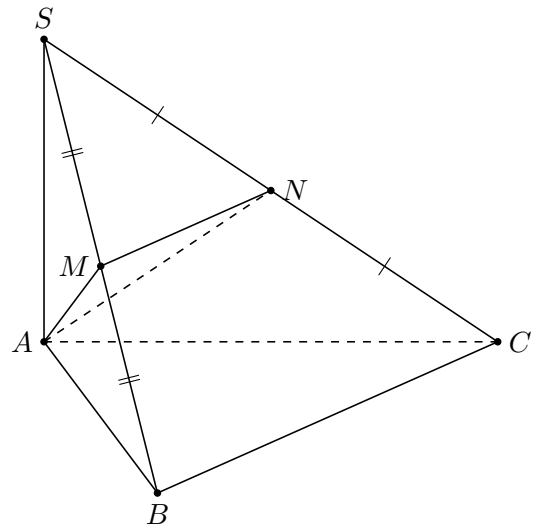
- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải.

Đặt $V = V_{S.ABC}$. Ta có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Khi đó $V_{S.AMN} = \frac{1}{4}V \Rightarrow V_{ABCNM} = V - \frac{V}{4} = \frac{3V}{4}$.

Vậy $\frac{V_{ABCNM}}{V_{S.ABC}} = \frac{3}{4}$



Chọn đáp án **C** □

Câu 151. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc mặt đáy. Gọi M là trung điểm BC . Khi đó tỉ số $\frac{V_{S.ABCD}}{V_{S.AMCD}}$ bằng

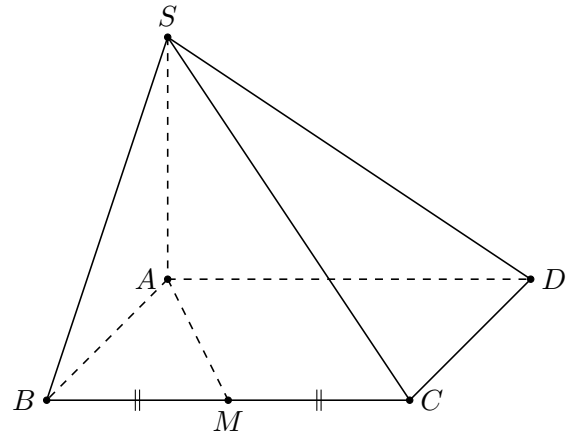
- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.

Lời giải.

Gọi cạnh đáy của hình vuông là a . Ta có

$$S_{ABCD} = a^2, S_{AMCD} = S_{ABCD} - S_{ABM} = \frac{3a^2}{4}.$$

$$\text{Như vậy } \frac{V_{S.ABCD}}{V_{S.AMCD}} = \frac{\frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD}}{\frac{1}{3}SA \cdot S_{AMCD}} = \frac{a^2}{\frac{3}{4}a^2} = \frac{4}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 152. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, H là trọng tâm tam giác ABC , $SH = a$ ($a > 0$), cạnh bên hợp với mặt phẳng đáy một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

- A. $\frac{9a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{7a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

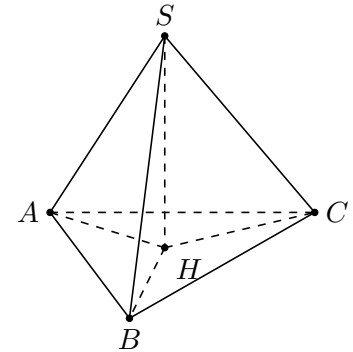
Vì $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SH \perp (ABC)$.

Ta có AH là hình chiếu vuông góc của SA lên mặt phẳng (ABC) , do đó $(SA, (ABC)) = \widehat{SAH} = 30^\circ$.

$$\text{Suy ra } AH = \frac{SH}{\tan \widehat{SAH}} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Mặt khác } HA = HB = HC = R = \frac{BC}{2 \sin \widehat{BAC}} = \frac{BC}{\sqrt{3}} \Rightarrow BC = 3a.$$

$$\text{Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{(3a)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 153. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) là

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ nên $SO \perp (ABCD)$.

Kẻ $SM \perp CD \Rightarrow OM \perp CD$. Kẻ $OH \perp SM$.

$$\text{Từ } \begin{cases} CD \perp SM \\ SO \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM) \Rightarrow CD \perp OH,$$

mà $OH \perp SM$ nên $OH \perp (SCD) \Rightarrow OH = d(O, (SCD))$.

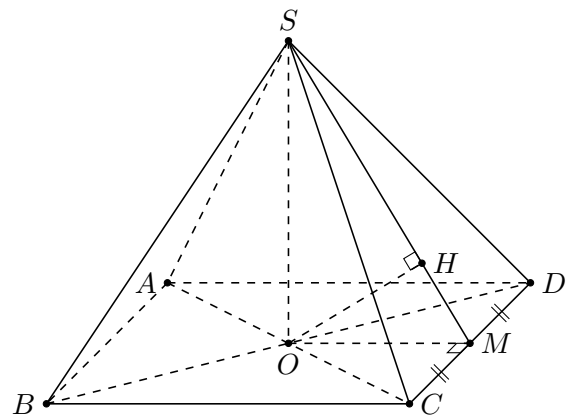
$$\text{Ta có } OC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Trong tam giác } SOM \text{ có } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OM^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Ta lại có } d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD)) = 2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□



Câu 154. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có O là tâm hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$ ($a > 0$), $SD = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$. Khi đó $\tan \alpha$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 2.

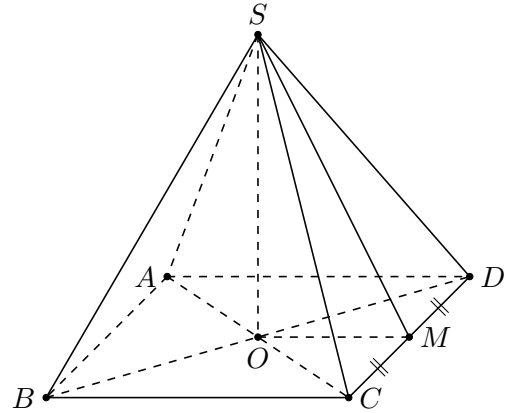
Lời giải.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$. Kẻ $OM \perp CD$.

Vì $OC = OD$ nên $\triangle OCD$ cân tại O , mà $OM \perp CD$ nên M là trung điểm của CD .

Mặt khác $\begin{cases} CD \perp OM \\ SO \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM)$, do đó

$((SCD), (ABCD)) = \widehat{SMO}$. Ta có $MD = \frac{CD}{2} = a$,
 $SM = \sqrt{SD^2 - DM^2} = a\sqrt{2}$.



Trong $\triangle SMO$, $\cos \alpha = \cos \widehat{SMO} = \frac{OM}{SM} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ \Rightarrow \tan \alpha = 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 155. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của AB , biết $AA' = a$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy (ABC) bằng

A. 30° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

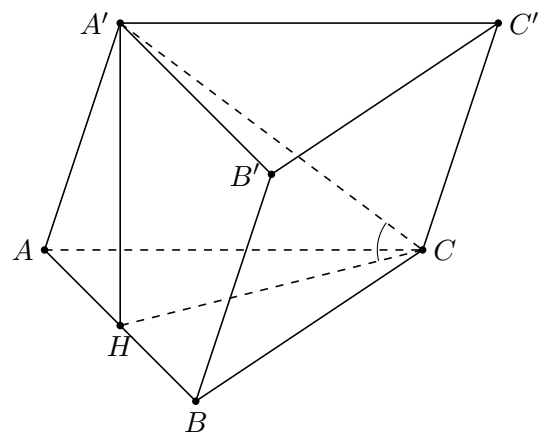
Lời giải.

Vì $A'H \perp (ABC)$ nên HC là hình chiếu vuông góc của $A'C$ lên $(ABC) \Rightarrow (A'C, (ABC)) = \widehat{(A'C, HC)} = \widehat{A'CH}$.

Ta có $HA = HB = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.

Xét $\triangle A'AH$ có $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $HC = AC \cos 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} = A'H \Rightarrow \triangle A'HC$ vuông cân tại $H \Rightarrow \widehat{A'CH} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 156. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông, cạnh SD vuông góc đáy, góc giữa (SBC) và đáy $(ABCD)$ là

A. $\widehat{SCA}$.

B. $\widehat{SDA}$.

C. $\widehat{SBA}$.

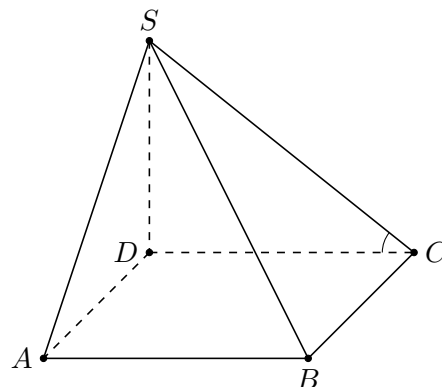
D. $\widehat{SCD}$.

Lời giải.

$$\text{Từ } \begin{cases} BC \perp DC \\ BC \perp SD \end{cases} \Rightarrow BC \perp SC.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ DC \perp BC, DC \subset (ABCD) \\ SC \perp BC \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = \widehat{(SC, DC)} = \widehat{SCD}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 157. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{6}$ ($a > 0$). H là điểm thuộc cạnh SC sao cho $HC = 3SH$. Tính độ dài đường cao h của khối chóp $H.ABC$.

A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

B. $h = \frac{3a\sqrt{6}}{4}$.

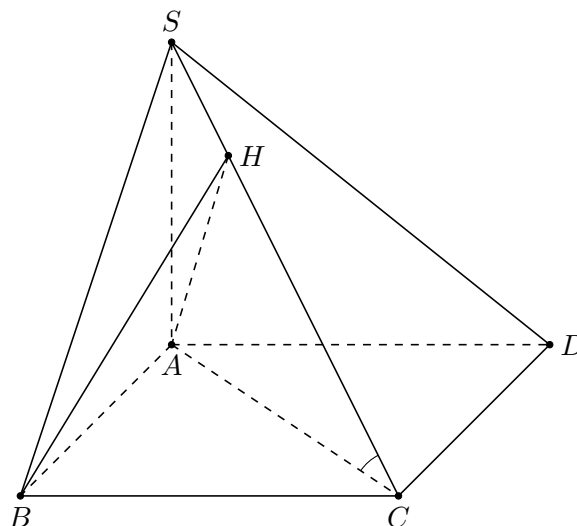
C. $h = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

D. $h = \frac{3a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{d(H, (ABCD))}{d(S, (ABCD))} = \frac{HC}{SC} = \frac{3}{4}.$$

$$\Rightarrow d(H, (ABC)) = \frac{3}{4}d(S, (ABCD)) = \frac{3a\sqrt{6}}{4}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 158. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a ($a > 0$), $A'C$ hợp với đáy một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

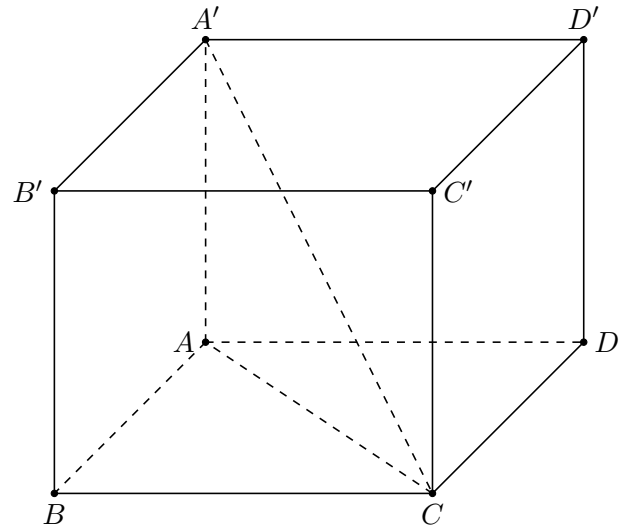
Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$.

AC là hình chiếu vuông góc của $A'C$ lên $(ABCD)$

nên $(A'C, (ABCD)) = (A'C, AC) = \widehat{A'CA} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông $A'AC$ có $\tan \widehat{A'CA} = \frac{AA'}{AC} \Rightarrow AA' = AC \cdot \tan \widehat{A'CA} = a\sqrt{6}$.

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 159. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Tính theo a thể tích khối chóp $S.BMDN$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $a^3\sqrt{3}$.

D. a^3 .

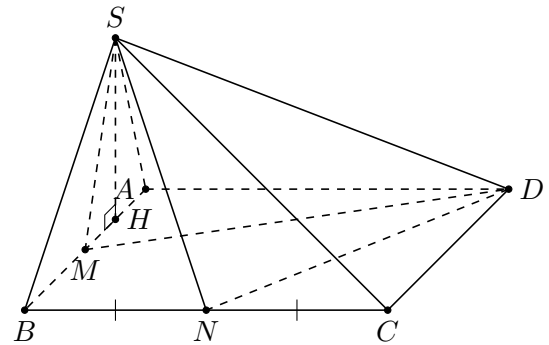
Lời giải.

Kẻ $SH \perp AB$.

$$\text{Từ } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD). \\ SH \subset (SAB), SH \perp AB \end{cases}$$

Ta có $SA^2 + SB^2 = 4a^2 = AB^2 \Rightarrow \triangle SAB$ vuông tại $S \Rightarrow SH = \frac{SA \cdot SB}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Có $S_{BMDN} = S_{ABCD} - S_{AMD} - S_{NCD} = 4a^2 - a^2 - a^2 = 2a^2$.

$$V_{S.BMDN} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{BMDN} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 160. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a$, cạnh SB vuông góc đáy, $SC = a\sqrt{5}$ ($a > 0$). Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

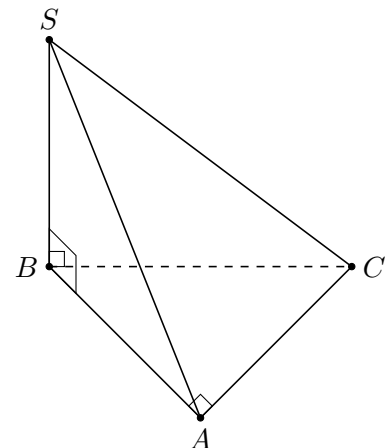
D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

Trong tam giác vuông ABC : $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông SBC có: $SB = \sqrt{SC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$.

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SB \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} SB \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án 

□

Câu 161. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a$ ($a > 0$). Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm I của AB , SC tạo với đáy một góc 30° . Độ dài đường cao của hình chóp bằng

A. $a\sqrt{6}$.

B. $2a$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$..

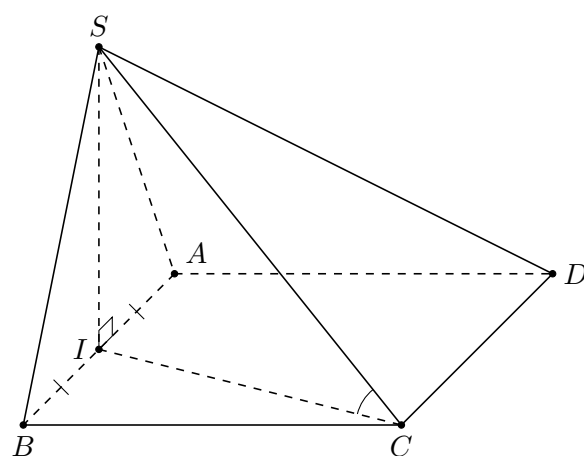
D. a .

Lời giải.

Vì $SI \perp (ABCD)$ nên IC là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$. Do đó $(SC, (ABCD)) = (\widehat{SC, IC}) = \widehat{SCI} = 30^\circ$.

Tam giác BIC vuông tại B nên $IC = \sqrt{BI^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$.

Trong tam giác SIC vuông tại I : $\tan \widehat{SCI} = \frac{SI}{IC} \Rightarrow SI = IC \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{3}$



Chọn đáp án 

□

Câu 162. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có diện tích hình bình hành $ABB'A'$ bằng 24 và khoảng cách từ C đến mặt $(ABB'A')$ bằng 5. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. 180.

B. 120.

C. 60.

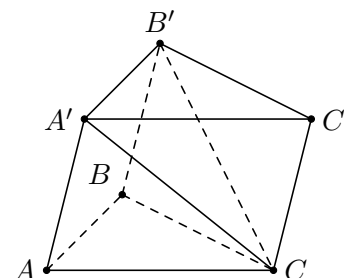
D. 240.

Lời giải.

Ta có $V_{C.ABB'A'} = \frac{1}{3} \cdot d(C, (ABB'A')) \cdot S_{ABB'A'} = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 24 = 40$.

Mà $V_{C.A'B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'}$ nên $V_{C.ABB'A'} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{2} V_{C.ABB'A'} = \frac{3}{2} 40 = 60$.



Chọn đáp án 

□

Câu 163. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh bên bằng a . Góc ở đáy của mặt bên là 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. a^3 .

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

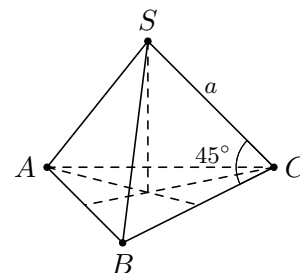
D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Các mặt bên của khối chóp đều là tam giác cân tại S . Kết hợp góc ở đáy của mặt bên là 45° ta được các mặt bên là tam giác vuông cân tại S .

$\Rightarrow S.ABC$ là tứ diện vuông đỉnh S có 3 cạnh $SA = SB = SC = a$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{a^3}{6}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 164. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$, $AC = 2a$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M , N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB , SC . Tính tỉ số $\frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}}$.

A. $\frac{1}{14}$.

B. $\frac{3}{14}$.

C. $\frac{5}{14}$.

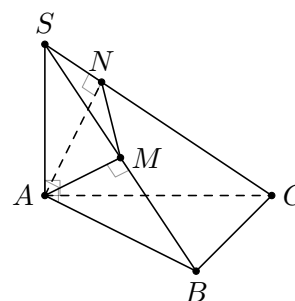
D. $\frac{9}{14}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{SA^2}{SB^2} \cdot \frac{SA^2}{SC^2}.$$

$$\text{Mặt khác } SB^2 = SA^2 + AB^2 = 6a^2, \quad SC^2 = SA^2 + AC^2 = 7a^2.$$

$$\text{Do đó } \frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}} = \frac{3a^2}{6a^2} \cdot \frac{3a^2}{7a^2} = \frac{3}{14}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 165. Cho khối lăng trụ đứng tam giác có các cạnh đáy lần lượt là 37, 13, 30; diện tích xung quanh là 480. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. 1080.

B. 2010.

C. 1010.

D. 2040.

Lời giải.

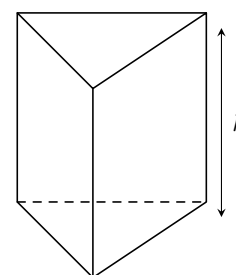
Gọi p là nửa chu vi đáy của lăng trụ. Ta có $2p = 37 + 13 + 30 = 80 \Rightarrow p = 40$.

Gọi S là diện tích đáy của lăng trụ.

$$\text{Ta có } S = \sqrt{40 \cdot (40 - 37) \cdot (40 - 13) \cdot (40 - 30)} = 180.$$

Gọi h là chiều cao của lăng trụ. Ta có $h \cdot 2p = 480 \Leftrightarrow h = 6$.

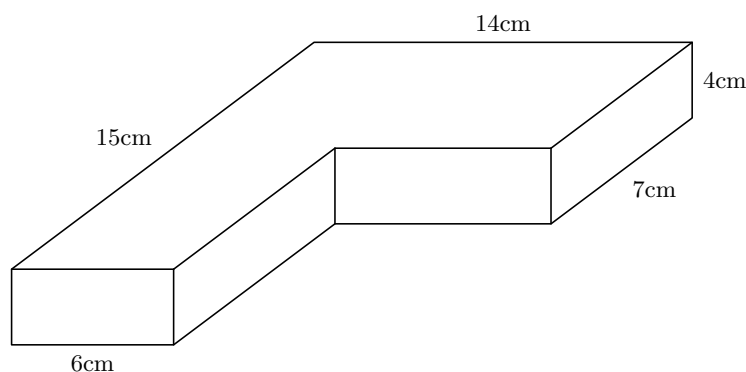
$$\text{Vậy } V = h \cdot S = 6 \cdot 180 = 1080.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 166. Tính thể tích của khối gỗ có hình dạng dưới đây



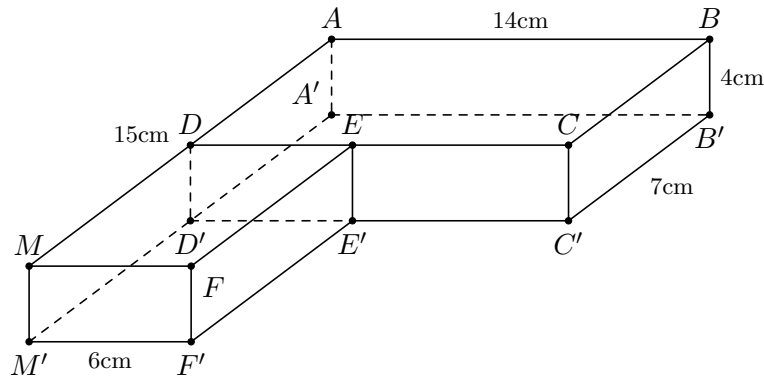
A. 328 cm³.

B. 456 cm³.

C. 584 cm³.

D. 712 cm³.

Lời giải.



Chia khối gỗ thành hai khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ và $DEFM.D'E'F'M'$. Gọi V_1 , V_2 lần lượt là thể tích của chúng. Khi đó:

Khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước là 14 cm, 4 cm, 7 cm nên có thể tích là $V_1 = 14 \cdot 4 \cdot 7 = 392 \text{ cm}^3$;

Khối hộp chữ nhật $DEFM.D'E'F'M'$ có ba kích thước là 8 cm, 4 cm, 6 cm nên có thể tích là $V_2 = 8 \cdot 4 \cdot 6 = 192 \text{ cm}^3$.

Vậy thể tích khối gỗ là $V = V_1 + V_2 = 584 \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 167. Tính thể tích khối bát diện đều có cạnh bằng a .

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

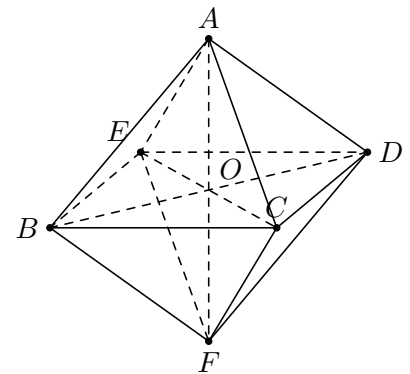
Lời giải.

Xét khối bát diện đều $ABCDEF$.

Gọi O là tâm của hình vuông $BCDE$.

Vì mp($BCDE$) chia khối bát diện đều thành hai phần bằng nhau

$$\begin{aligned} \text{nên } V_{ABCDEF} &= 2 \cdot V_{A.BCDE} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot S_{BCDE} \cdot AO \\ &= 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 168. Cho khối chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 6$, $AD = 8$, các tam giác SAC và SBD là các tam giác vuông cân tại S . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. 60.

B. 120.

C. 240.

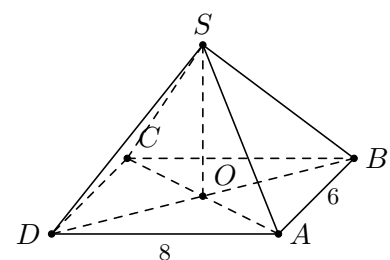
D. 80.

Lời giải.

Vì $AB = 6$, $AD = 8 \Rightarrow AC = BD = 10$.

Gọi $O = AC \cap BD$. Vì $\triangle SAC$ và $\triangle SBD$ là các tam giác vuông cân tại S nên $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{1}{2}AC = 5$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 6 \cdot 8 = 80.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 169. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$, $SC = a$ và SC hợp với mặt phẳng $ABCD$ một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{48}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Lời giải.

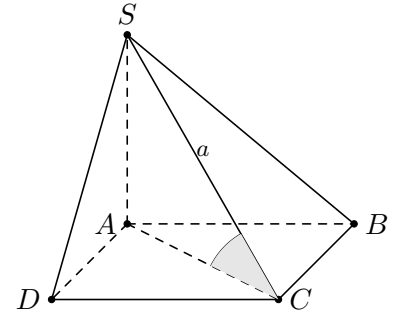
Vì AC là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$ nên $(\widehat{SC, (ABCD)}) = \widehat{SCA} = 60^\circ$.

$$\Rightarrow AC = SC \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2}, SA = SC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Lại có } AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow S_{ABCD} = AB^2 = \frac{a^2}{8}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2}{8} = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}.$$

Chọn đáp án **(D)**



Câu 170. Ba mặt phẳng cùng đi qua một đỉnh của một hình hộp chữ nhật có diện tích lần lượt là 12 cm^2 , 18 cm^2 , 24 cm^2 . Thể tích của khối hộp chữ nhật là

- A. 72 cm^3 . B. 36 cm^3 . C. 52 cm^3 . D. 48 cm^3 .

Lời giải.

Gọi x, y, z cm là độ dài tương ứng các chiều dài, rộng, cao của hình hộp chữ nhật.

Diện tích ba mặt phẳng cũng qua một đỉnh lần lượt là: xy, yz, xz .

$$\text{Ta có: } xy yz zx = 12 \cdot 18 \cdot 24 \Leftrightarrow x^2 y^2 z^2 = 5184 \Leftrightarrow xyz = 72.$$

$$\text{Vậy } V = 72 \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 171. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB = a\sqrt{2}$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{\sqrt{3}a^2}{2}.$$

Xét tam giác ABC ta có:

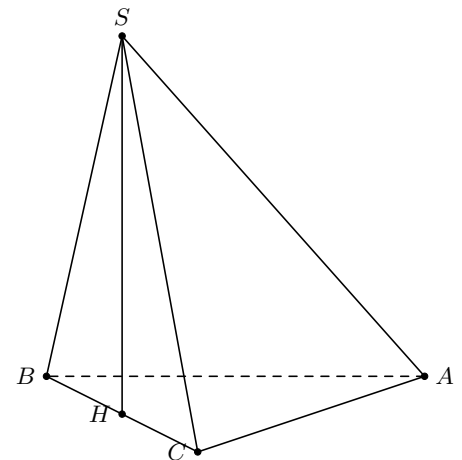
$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a.$$

Trong tam giác vuông SHB , ta có:

$$\begin{aligned} SH &= \sqrt{SB^2 - HB^2} \\ &= \sqrt{SB^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{SB^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = a. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án **(B)**



Câu 172. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, $SA = \frac{3\sqrt{2}}{2}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a^3$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. C. $\frac{2}{3}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

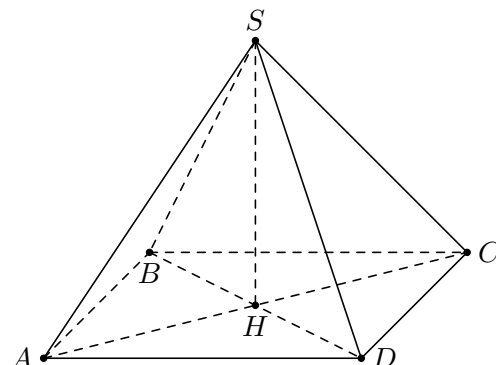
Lời giải.

Cạnh đáy $AB = a$ suy ra diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$.

Đường chéo $AC = a\sqrt{2}$ suy ra $HA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Cạnh bên $SA = \frac{3\sqrt{2}}{2}a$ suy ra $SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = 2a$.

Vậy thể tích $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 2a = \frac{2}{3}a^3$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 173. Các đường chéo của các mặt một hình lập phương bằng 5. Thể tích khối lập phương là

- A. $\frac{343}{3\sqrt{3}}$. B. $\frac{125}{2\sqrt{2}}$. C. $\frac{343}{2\sqrt{2}}$. D. $\frac{125}{3\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Cạnh của hình lập phương là $a = \frac{5}{\sqrt{2}}$.

Thể tích của khối lập phương là $V = a^3 = \left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{125}{2\sqrt{2}}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 174. Cho (H) là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $x = 3$. Thể tích của (H) bằng

- A. $36\sqrt{2}$. B. $\frac{32\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$.

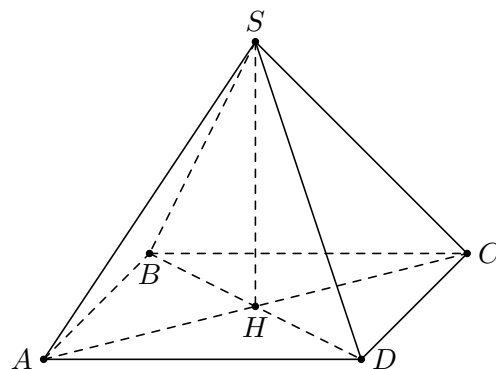
Lời giải.

Cạnh đáy $AB = 3$ suy ra diện tích đáy $S_{ABCD} = 3^2 = 9$.

Đường chéo $AC = 3\sqrt{2}$ suy ra $HA = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Cạnh bên $SA = 3$ suy ra $SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích $V = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **D** □

Câu 175. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2a$, $AD = CD = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $a^3\sqrt{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

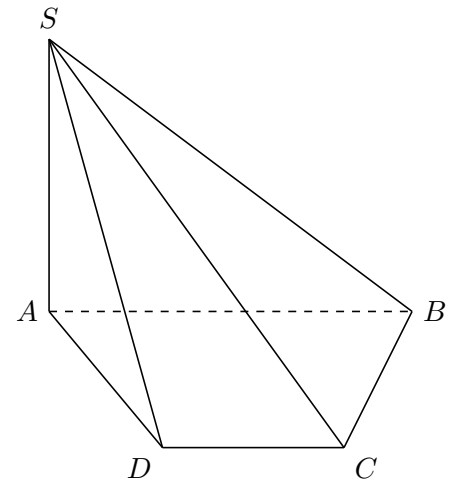
Lời giải.

$ABCD$ là hình thang vuông tại A và D nên có diện tích là

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + DC)AD = \frac{3a^2}{2}.$$

Do $SA \perp (ABCD)$ nên thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^2}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 176. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB , AC và AD đôi một vuông góc với nhau. Biết $AB = 3a$, $AC = 5a$ và $AD = 8a$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. $60a^3$.

B. $40a^3$.

C. $120a^3$.

D. $20a^3$.

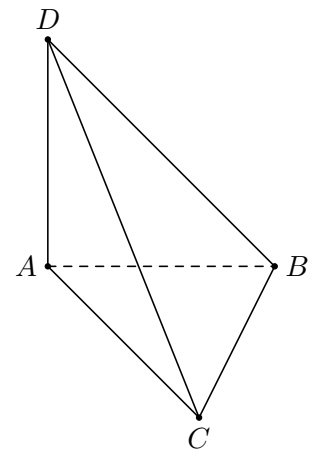
Lời giải.

Diện tích tam giác vuông ABC là

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 5a = \frac{15}{2}a^2.$$

Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AD \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 8a \cdot \frac{15}{2}a^2 = 20a^3.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 177. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ là

A. a^3 .

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

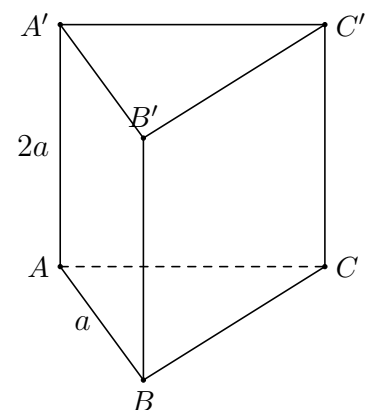
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$.

Thể tích khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 178. Nếu một lăng trụ đều có cạnh đáy tăng lên k lần và cạnh bên giảm k lần thì thể tích

A. tăng lên $(k - 1)$ lần.

B. tăng lên k lần.

C. không thay đổi.

D. giảm đi k lần.

Lời giải.

Giả sử cạnh đáy của lăng trụ đều bằng a và cạnh bên bằng b .

Khi đó thể tích khối lăng trụ đều là $V_1 = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2b$.

Nếu cạnh đáy tăng lên k lần thì diện tích tam giác đáy là

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2k^2.$$

Nếu cạnh bên giảm đi k lần thì độ dài cạnh bên là $\frac{b}{k}$.

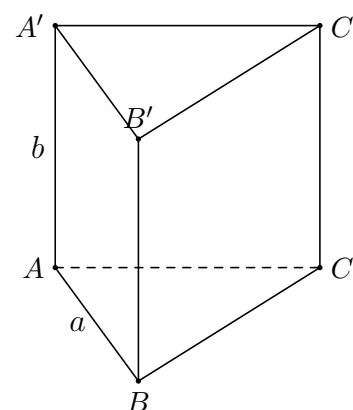
Thể tích khối lăng trụ đều sau khi tăng cạnh đáy lên k lần và giảm

cạnh bên đi k lần là $V_2 = \frac{b}{k} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2k^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2bk = kV_1$.

Vậy thể tích tăng lên k lần.

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 179. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh bằng a , các mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy, cạnh bên SC tạo với mặt đáy góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Lời giải.

Vì (SAD) và (SAB) cùng vuông góc với đáy

nên $SA \perp (ABCD)$ suy ra SA là chiều cao của khối chóp.

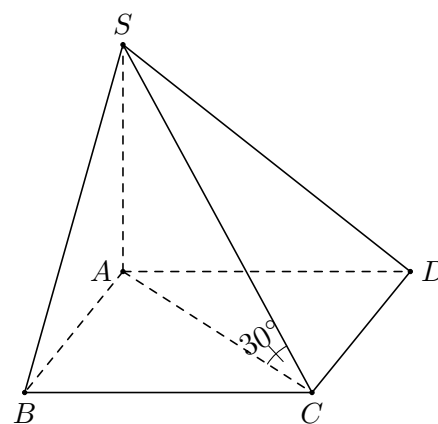
Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Tam giác SAC vuông tại A nên

$$\tan 30^\circ = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC \tan 30^\circ = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3}a.$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}a \cdot a^2 = \frac{\sqrt{6}}{9}a^3.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 180. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$.

Lời giải.

Gọi H là trọng tâm của tam giác ABC suy ra $SH \perp (ABC)$.

Khi đó góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SAH}$. Do giả thiết suy ra $\widehat{SAH} = 30^\circ$.

Do giả thiết ta có $AF = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ suy ra

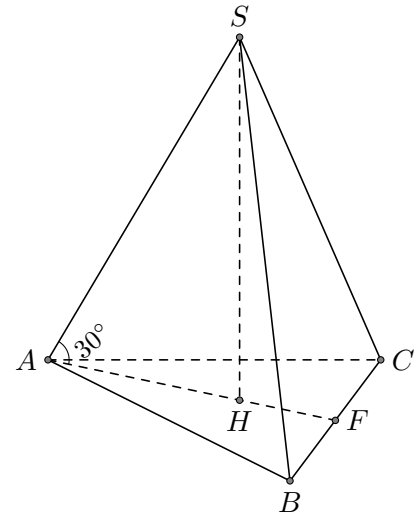
$$AH = \frac{2}{3} \cdot AF = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Xét tam giác vuông SAH ta có

$$SH = AH \cdot \tan \widehat{SAH} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Gọi V là thể tích khối chóp ta có

$$V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$$



Chọn đáp án (B) □

Câu 181. Tính thể tích khối lập phương biết tổng diện tích tất cả các mặt bằng 18.

A. 8.

B. 27.

C. 9.

D. $3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi a là độ dài các cạnh của hình lập phương. Khi đó diện tích toàn phần của hình lập phương là $6 \cdot a^2$. Do giả thiết suy ra $6 \cdot a^2 = 18 \Leftrightarrow a^2 = 3 \Leftrightarrow a = \sqrt{3}$.

Gọi V là thể tích khối lập phương ta có $V = a^3 \Leftrightarrow V = (\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 182. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường chéo và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối hộp chữ nhật trên.

A. $2a^3$.

B. $\sqrt{3}a^3$.

C. $3a^3$.

D. $6a^3$.

Lời giải.

Do giả thiết $CC' \perp (ABCD)$.

Khi đó góc giữa AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{C'AC}$. Do giả thiết suy ra $\widehat{C'AC} = 60^\circ$.

Xét tam giác vuông ACC' ta có

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ \Leftrightarrow AC^2 &= a^2 + 3a^2 \\ \Leftrightarrow AC^2 &= 4a^2 \Leftrightarrow AC = 2a \end{aligned}$$

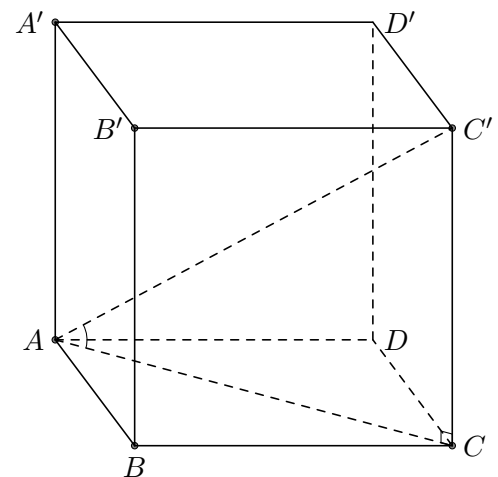
Xét tam giác vuông ACC' ta có

$$CC' = AC \cdot \tan \widehat{C'AC} = 2a \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3}a.$$

Gọi V là thể tích hộp chữ nhật ta có

$$V = CC' \cdot S_d = 2\sqrt{3}a \cdot a^2\sqrt{3} = 6a^3.$$

Chọn đáp án (D) □



Câu 183. Kim tự tháp Kê-ốp ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước Công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng $\sqrt{48059}$ m, cạnh đáy dài 230 m. Tính thể tích khối kim tự tháp đó.

A. 2529100 m^3 .

B. 2592100 m^3 .

C. 3888150 m^3 .

D. 7776300 m^3 .

Lời giải.

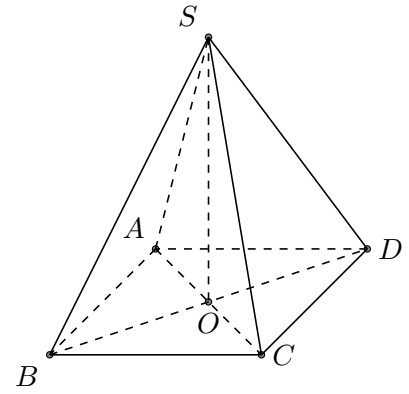
Giả sử kim tự tháp là khối chóp đều $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Từ giả thiết suy ra $SB = \sqrt{48059}$ m và $BC = 230$ m.

Khi đó ta có $BD = BC\sqrt{2}$ suy ra $OB = \frac{BC\sqrt{2}}{2}$.

Do $SO \perp (ABCD)$ suy ra $SO \perp OB$.

Trong tam giác vuông OSB ta có

$$\begin{aligned} SO^2 &= SB^2 - OB^2 \Leftrightarrow SO^2 = SB^2 - \frac{BC^2}{2} \\ \Leftrightarrow SO^2 &= 48059 - \frac{230^2}{2} \Leftrightarrow SO^2 = 21609 \Leftrightarrow SO = 147 \text{ (m)}. \end{aligned}$$



Gọi V là thể tích hình chóp ta có

$$V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_d = \frac{1}{3} \cdot 147 \cdot 230^2 = 2592100 \text{ (m}^3\text{)}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 184. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $\frac{3a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Lời giải.

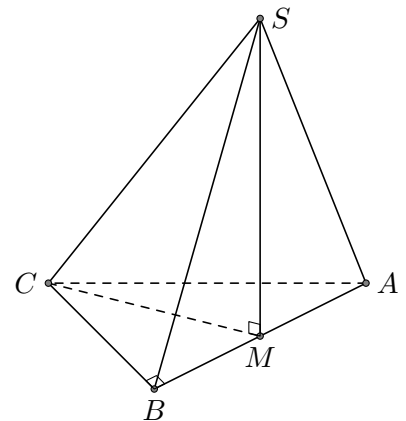
Gọi M là trung điểm của AB , do tam giác SAB đều nên $SM \perp AB$.

Mặt khác do giả thiết $(SAB) \perp (ABC)$ suy ra $SM \perp (ABC)$.

Khi đó $SM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi V là thể tích khối chóp ta có

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot SM \cdot S_{\triangle ABC} \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 185. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$, $SC = \sqrt{3}a$ và SC hợp với đáy một góc 30° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

B. $\frac{9a^3}{32}$.

C. $\frac{\sqrt{7}a^3}{4}$.

D. $\frac{2\sqrt{5}a^3}{3}$.

Lời giải.

Do $SA \perp (ABC)$ suy ra $SA \perp AC$. Do đó góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SCA}$. Từ giả thiết suy ra $\widehat{SCA} = 30^\circ$.

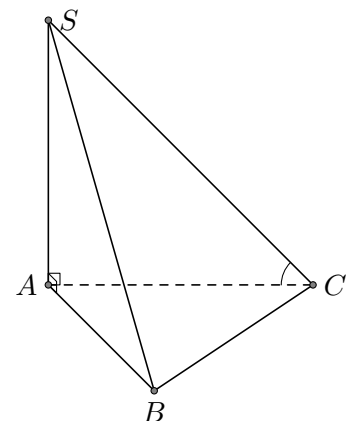
Xét tam giác vuông SAC ta có

$$SA = SC \cdot \sin \widehat{SCA} = \sqrt{3}a \cdot \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}a}{2}.$$

$$\text{Tương tự ta có } AC = SC \cdot \cos \widehat{SCA} = \sqrt{3}a \cdot \cos 30^\circ = \frac{3a}{2}.$$

Gọi V là thể tích khối chóp ta có

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6} \cdot \frac{\sqrt{3}a}{2} \cdot \left(\frac{3a}{2}\right)^2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{9a^3}{32}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 186. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng 1.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $V = \frac{3}{4}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

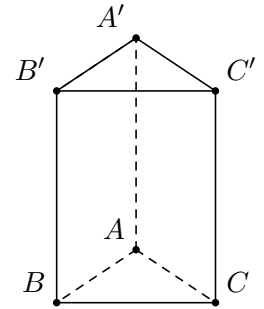
Lời giải.

Theo giả thiết, ABC là tam giác đều cạnh bằng 1.

Khi đó, $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ là

$$V = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 187. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có I là trung điểm của $B'C'$ và $AI = 30$ cm. Tính thể tích V của khối lập phương đã cho.

A. $V = 6000 \text{ cm}^3$.

B. $V = 9000 \text{ cm}^3$.

C. $V = 8000 \text{ cm}^3$.

D. $V = 1000 \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Gọi độ dài cạnh hình lập phương là a cm ($a > 0$).

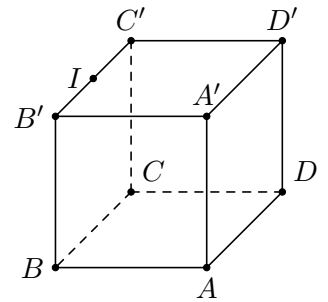
Khi đó, ta có $B'I = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$, $AB' = \sqrt{2} \cdot AB = a\sqrt{2}$.

Ta có $B'C' \perp (ABB'A')$ (do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương).

$\Rightarrow B'C' \perp AB' \Rightarrow \triangle B'IA$ vuông tại B' .

$\Rightarrow AI^2 = B'I^2 + B'A^2 \Leftrightarrow 30^2 = \frac{a^2}{4} + 4a^2 \Leftrightarrow a = 20$ cm.

Thể tích khối lập phương đã cho là $V = a^3 = 20^3 = 8000 \text{ cm}^3$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 188. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và đáy bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$.

B. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$.

C. $V = \frac{4a^3\sqrt{6}}{9}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm hai đường chéo.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Do đó góc giữa cạnh bên SA và đáy là $\widehat{SAO} = 30^\circ$.

Ta có $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $2a$.

$\Rightarrow AC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AO = a\sqrt{2}$.

$\triangle SAO$ vuông tại O có $\widehat{SAO} = 30^\circ$

$\Rightarrow SO = AO \cdot \tan \widehat{SAO} = AO \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Thể tích khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot (2a)^2 = \frac{4a^3\sqrt{6}}{9}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 189. Một mặt cầu có thể tích $\frac{4}{3}\pi$ ngoại tiếp một hình lập phương thì thể tích khối lập phương là

A. $\frac{8\sqrt{3}}{9}$.

B. $\frac{8}{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. 1.

Lời giải.

Gọi R là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương và a là độ dài cạnh của hình lập phương.

Ta có $\frac{4}{3}\pi = \frac{4}{3}\pi R^3 \Leftrightarrow R^3 = 1 \Leftrightarrow R = 1$.

Mặt khác, $R = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow a = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Thể tích khối lập phương là $a^3 = \frac{8\sqrt{3}}{9}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 190. Gọi V là thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ và V' là thể tích khối tứ diện $A'.ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $V = 4V'$.

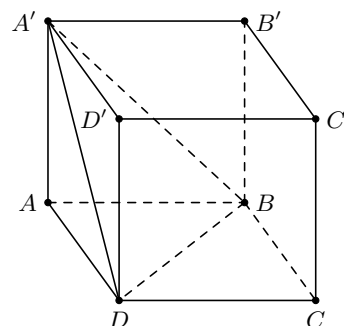
B. $V = 8V'$.

C. $V = 6V'$.

D. $V = 2V'$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABD} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$ nên $V' = \frac{AA' \cdot S_{ABD}}{3} = \frac{V}{6}$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 191. Cho khối chóp tam giác đều. Nếu tăng cạnh đáy lên 4 lần và giảm chiều cao đi 2 lần thì thể tích của hình chóp sẽ

A. tăng lên tám lần.

B. tăng lên hai lần.

C. giảm hai lần.

D. không đổi.

Lời giải.

Gọi cạnh đáy của hình chóp tam giác đều là a và đường cao là h . Khi

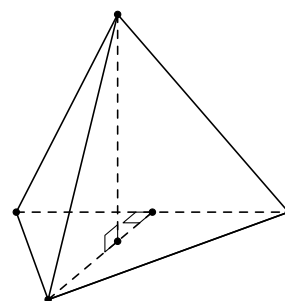
đó diện tích đáy là $S_d = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow$ thể tích hình chóp là $V = \frac{a^2h\sqrt{3}}{12}$.

Khi tăng cạnh đáy lên 4 lần thì diện tích đáy là

$$S'_d = \frac{(4a)^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}a^2.$$

Nếu giảm chiều cao đi hai lần thì chiều cao mới của hình chóp là $h' = \frac{h}{2}$, khi đó thể tích hình chóp là

$$V' = \frac{1}{3} \cdot S'_d \cdot h' = \frac{2\sqrt{3}a^2h}{3} = 8V.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 192. Diện tích một mặt của một hình lập phương là 9. Thể tích khối lập phương đó bằng

A. 729.

B. 81.

C. 27.

D. 9.

Lời giải.

Gọi a là độ dài một cạnh của hình lập phương. Ta có $a^2 = 9$ nên $a = 3$.

Vậy thể tích khối lập phương là $V = 3^3 = 27$ đvtt.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 193. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$, góc giữa SC và đáy bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3\sqrt{2}a^3$.

B. $\sqrt{6}a^3$.

C. $3a^3$.

D. $\sqrt{2}a^3$.

Lời giải.

Ta có AC là hình chiếu vuông góc của SC xuống $(ABCD)$ nên góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng góc giữa SC và AC chính là $\widehat{SCA} = 60^\circ$.

Lại có $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$.

Trong tam giác SAC vuông tại A ta có

$$SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 3a.$$

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $a \cdot a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot a^2\sqrt{2} \cdot 3a = \sqrt{2}a^3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 194. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, $A'B = 3a$. Thể tích khối lăng trụ là

A. $\frac{9a^3\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{7a^3}{2}$.

C. $6a^3$.

D. $7a^3$.

Lời giải.

Ta có $AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{9a^2 - 3a^2} = a\sqrt{6}$.

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{(a\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{6} = \frac{9a^3\sqrt{2}}{4}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 195. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V , thể tích của khối chóp $C'.ABC$ là

A. $2V$.

B. $\frac{1}{3}V$.

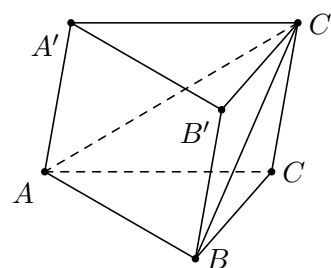
C. $\frac{1}{2}V$.

D. $\frac{1}{6}V$.

Lời giải.

Ta có

$$V_{C'.ABC} = \frac{1}{3}d[C', (ABC)] \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}V.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 196. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A và $AB = AA' = a$, $AC = 2a$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. a^3 .

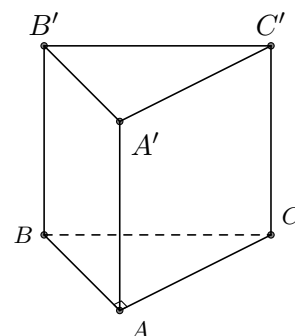
C. $2a^3$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ là

$$V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot AA' = a^3.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 197. Tính thể tích của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$, $AA' = 3$.

A. 12.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Thể tích hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = AB \cdot AD \cdot AA' = 12$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 198. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính tỉ số thể tích của khối hộp đó và khối tứ diện $ACB'D'$.

A. 3.

B. $\frac{7}{3}$.

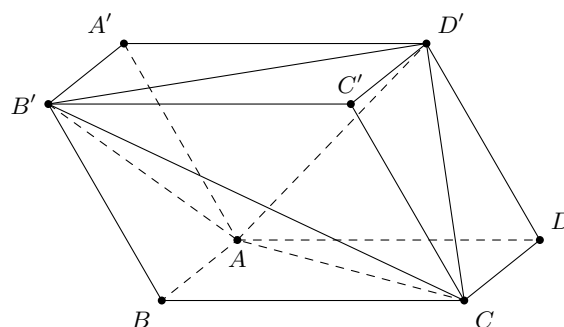
C. 2.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải.

Gọi thể tích khối hộp là V , thể tích khối tứ diện $ACB'D'$ là V_1 . Ta có

$$V_1 = V - 4 \cdot V_{B'.ABC} = V - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} V = \frac{1}{3} V \Rightarrow \frac{V}{V_1} = 3.$$



Chọn đáp án (A)

□

Câu 199. Khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài AD, AD', AC' lần lượt là 1, 2, 3. Tính thể tích V của khối chóp $A.A'B'C'D'$.

A. $V = 2\sqrt{15}$.

B. $V = 3\sqrt{15}$.

C. $V = \frac{\sqrt{15}}{3}$.

D. $V = \sqrt{15}$.

Lời giải.

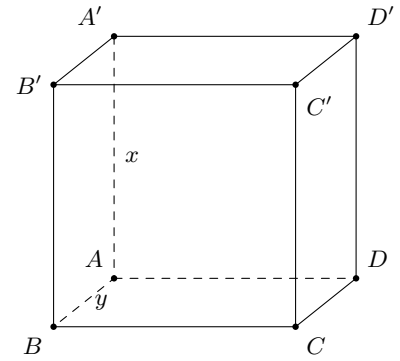
Gọi $AA' = x$, $AB = y$ với $x > 0, y > 0$, ta có

$$AD'^2 = AD^2 + DD'^2 \Rightarrow DD'^2 = AD'^2 - AD^2 = 2^2 - 1^2 = 3$$

$$\Rightarrow x^2 = AA'^2 = DD'^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3}.$$

Mặt khác, lại có $AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2 \Rightarrow y = \sqrt{5}$.

Thể tích khối chóp $A.A'B'C'D'$ là $V = \frac{1}{3}AA' \cdot A'B' \cdot A'D' = \frac{\sqrt{15}}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 200. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB . Do $\triangle SAB$ cân tại S nên $SH \perp AB$.

Lại có $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{SCH}$ là góc giữa SC và $(ABCD)$.

Xét $\triangle BCH$ vuông tại B có

$$CH = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\triangle HSC \text{ vuông cân tại } H \Rightarrow SH = HC = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 201. Một khối lập phương cạnh bằng a cm. Khi tăng kích thước mỗi cạnh thêm 2 cm thì thể tích khối tăng thêm 98 cm^3 . Giá trị của a bằng

A. 6 cm.

B. 5 cm.

C. 4 cm.

D. 3 cm.

Lời giải.

Thể tích khối lập phương ban đầu là $a^3 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Thể tích khối lập phương sau khi tăng kích thước mỗi cạnh thêm 2 (cm) là $(a+2)^3 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Theo bài ra, ta có phương trình $(a+2)^3 - a^3 = 98 \Leftrightarrow 6a^2 + 12a - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \text{ (nhận)} \\ a = -5 \text{ (loại)}. \end{cases}$

Vậy $a = 3 \text{ (cm)}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 202. Cho hình chóp $S.ABCDE$ có đáy là hình ngũ giác và có thể tích là V . Nếu tăng chiều cao của chóp lên 3 lần đồng thời giảm cạnh đáy đi 3 lần ta được khối chóp mới $S'.A'B'C'D'E'$ có thể tích là V' . Tỷ số thể tích $\frac{V'}{V}$ là

A. 3.

B. $\frac{1}{5}$.

C. 1.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi h và S lần lượt là chiều cao và diện tích đáy của hình chóp ban đầu $\Rightarrow V = \frac{1}{3}h \cdot S$.

Nếu tăng chiều cao của hình chóp lên 3 lần đồng thời giảm cạnh đáy đi 3 lần thì đường cao sẽ là

$$h' = 3h \text{ và diện tích đáy là } S' = \frac{S}{9} \Rightarrow V' = \frac{1}{3}h' \cdot S' = \frac{1}{3}3h \cdot \frac{S}{9} = \frac{1}{3}V.$$

$$\text{Vậy } \frac{V'}{V} = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 203. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$ và $A'B = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

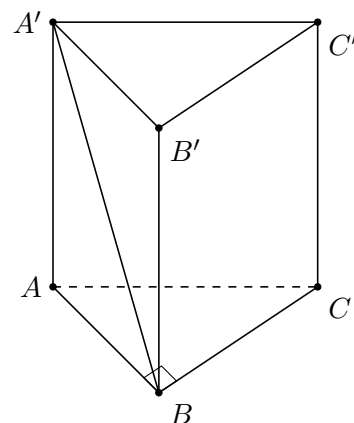
D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Tam giác ABA' vuông tại A , ta có $AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}a^2$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 204. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

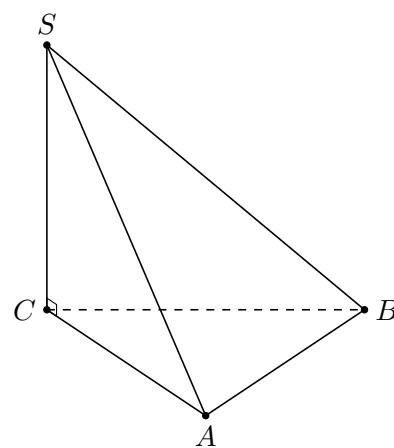
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Đáy ABC là tam giác đều nên diện tích là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối chóp là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SC \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 205. Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

C. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $V = 3a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 206. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12, đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Tính thể tích khối chóp $A'.BCO$.

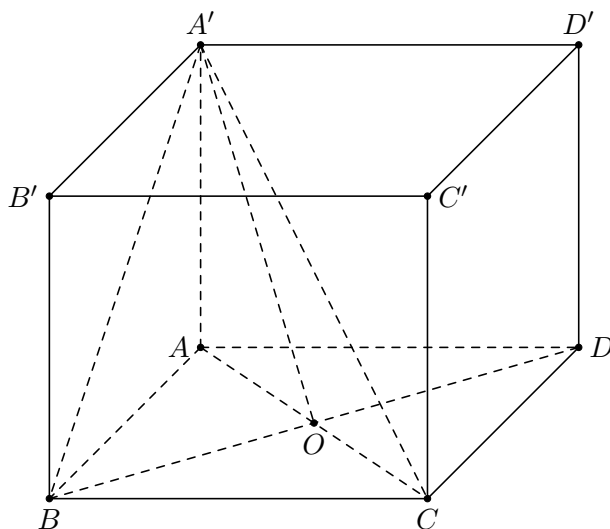
A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.



Dễ thấy

$$V_{A'.BCO} = \frac{1}{12} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{12}{12} = 1.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 207. Cho hình bát diện đều cạnh a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều đó. Hãy tính S .

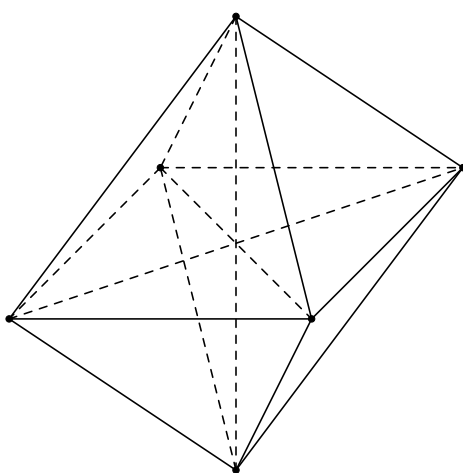
A. $S = 4a^2\sqrt{3}$.

B. $S = a^2\sqrt{3}$.

C. $S = 8a^2$.

D. $S = 2a^2\sqrt{3}$.

Lời giải.



Dễ thấy $S = 8 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 2a^2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 208. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của A' lên (ABC) là trung điểm của BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$.

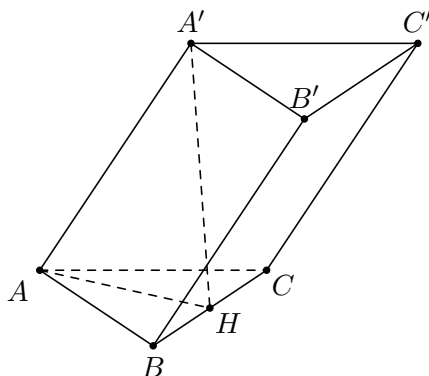
A. $V = \frac{a^3\sqrt{39}}{12}$.

B. $V = a^3\sqrt{3}$.

C. $V = 3a^3\sqrt{3}$.

D. $V = \frac{3a^3}{2}$.

Lời giải.



Ta có $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$. Suy ra

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}a \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 209. Cho khối chóp tam giác có đường cao bằng 100 cm và các cạnh đáy bằng 20 cm, 21 cm, 29 cm. Tính thể tích của khối chóp tam giác này.

- A. $7000\sqrt{2} \text{ cm}^3$. B. $6000\sqrt{2} \text{ cm}^3$. C. 6213 cm^3 . D. 7000 cm^3 .

Lời giải.

Gọi S_d là diện tích của tam giác đáy và $p = \frac{20 + 29 + 21}{2} = 35$ (cm).

Khi đó $S_d = \sqrt{35 \cdot (35 - 20) \cdot (35 - 21) \cdot (35 - 29)} = 210$ (cm²).

Gọi V là thể tích khối chóp, ta có $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_d = \frac{1}{3} \cdot 210 \cdot 100 = 7000$ (cm³)

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 210. Cho hình 20 mặt đều có cạnh bằng 2. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = 20\sqrt{3}$. B. $S = 20$. C. $S = 10\sqrt{3}$. D. $S = 10$.

Lời giải.

Do giả thiết 20 của đa diện là tam giác đều và cạnh bằng 2.

Nên $S = 20 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 211. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA = 3a$ và SA vuông góc với đáy, SB tạo với mặt đáy góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{9a^3}{2}$. B. $27a^3$. C. $9a^3$. D. $\frac{3a^3}{2}$.

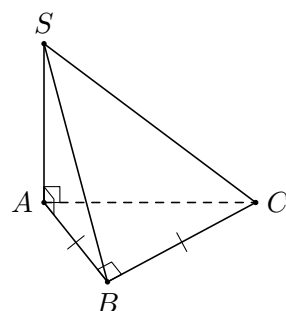
Lời giải.

Góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SBA} = 60^\circ$.

Xét tam giác SAB vuông tại A có $SA = 3a$, $\widehat{SBA} = 60^\circ$

nên $AB = \frac{SA}{\tan 60^\circ} = a\sqrt{3}$.

Khi đó $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BA \cdot BC = \frac{3a^2}{2}$ nên $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{3a^3}{2}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 212. Hình lập phương có đường chéo của mặt bên bằng 4 cm. Tính thể tích khối lập phương đó.

- A. $8\sqrt{2} \text{ cm}^3$. B. $16\sqrt{2} \text{ cm}^3$. C. 8 cm^3 . D. $2\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Gọi a là độ dài cạnh của hình lập phương, ta có $a = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$.

Thể tích khối lập phương là $V = a^3 = (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

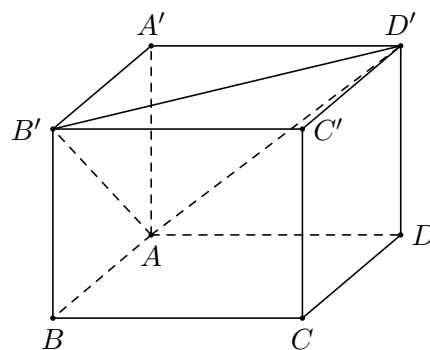
Chọn đáp án **(B)** □

Câu 213. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2 \text{ cm}$; $AD = 5 \text{ cm}$ và $AA' = 3 \text{ cm}$. Tính thể tích của khối chóp $A.A'B'D'$.

- A. 5 cm^3 . B. 10 cm^3 . C. 20 cm^3 . D. 15 cm^3 .

Lời giải.

Ta có $V_{A.A'B'D'} = \frac{1}{3} \cdot AA' \cdot \frac{1}{2} \cdot A'B' \cdot A'D' = 5 \text{ cm}^3$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 214. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.

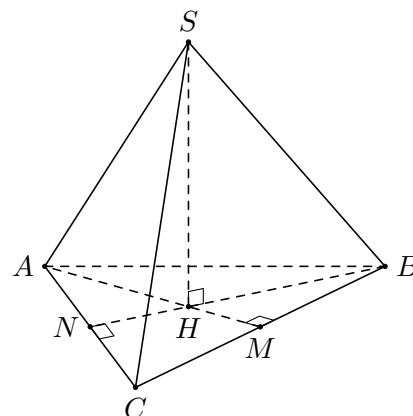
Gọi N là trung điểm của AC và H là tâm của $\triangle ABC$

$$\Rightarrow BN = \frac{2}{3}BN = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Có $SH \perp (ABC) \Rightarrow \triangle SHB$ vuông tại H , nên ta có

$$SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{\frac{21a^2}{36} - \frac{a^2}{3}} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 215. Cho (H) là khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Tính thể tích của (H) .

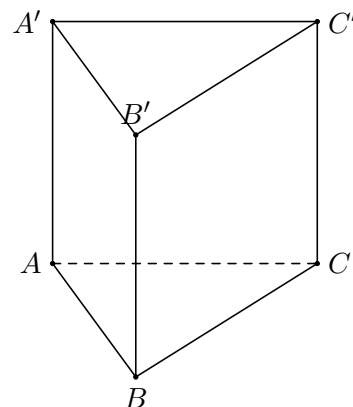
- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Gọi (H) là lăng trụ đứng tam giác đều $ABC.A'B'C'$.

Ta có thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 216. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và tổng diện tích các mặt bên bằng $3a^2$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$

Lời giải.

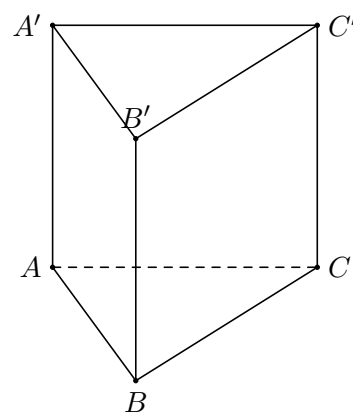
Gọi tên lăng trụ đứng tam giác đều là $ABC.A'B'C'$.

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$

Theo bài ta có: $3S_{ABB'A'} = 3a^2 \Leftrightarrow AB \cdot AA' = a^2 \Leftrightarrow AA' = a.$

Vậy thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 217. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AB = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$

B. $V = \frac{a^3}{3}.$

C. $V = \frac{2a^3}{3}.$

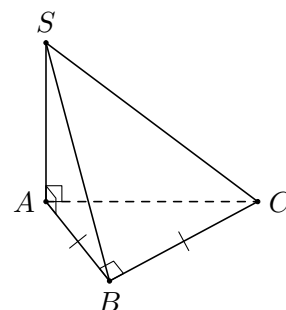
D. $V = a^3.$

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC}.$

Vì $\triangle ABC$ vuông tại B , nên $S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2}{2}.$

Vậy $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{3}.$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 218. Cho khối chóp có thể tích $V = 36 \text{ (cm}^3\text{)}$ và diện tích mặt đáy $B = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$. Tính chiều cao h của khối chóp.

A. $h = 18 \text{ (cm)}.$

B. $h = \frac{1}{2} \text{ (cm)}.$

C. $h = 6 \text{ (cm)}.$

D. $h = 72 \text{ (cm)}.$

Lời giải.

Áp dụng công thức tính thể tích của khối chóp: $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$ ta có $h = 18$ (cm).

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 219. Tính thể tích V của khối tứ diện đều cạnh a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC , G là trọng tâm tam giác ABC .

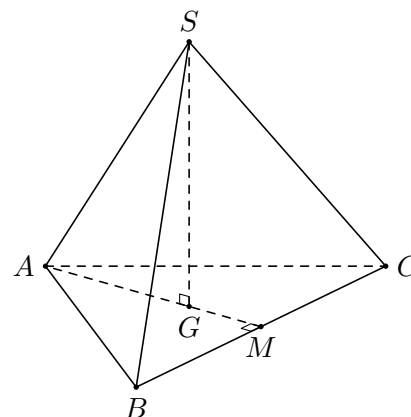
Thể tích khối tứ diện đều $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SG$.

Mà $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Xét tam giác SGA vuông tại G : $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy thể tích khối tứ diện đều $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 220. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{4}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC , G là trọng tâm tam giác ABC .

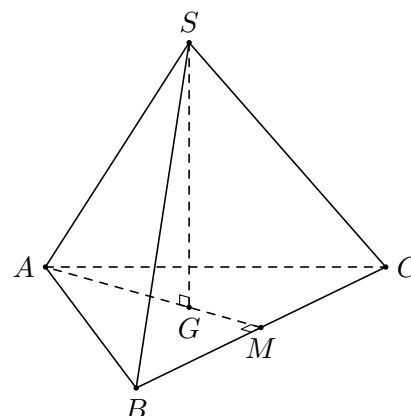
Thể tích khối tứ diện đều $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SG$.

Mà $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Xét tam giác SGA vuông tại G : $SG = \sqrt{SA^2 - BG^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}$.

Vậy thể tích khối tứ diện đều $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{33}}{3} = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 221. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $SB = 2a$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải.

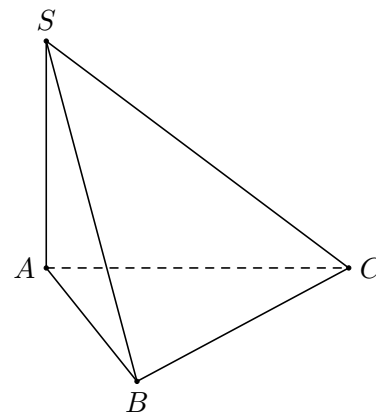
Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA$.

$$\text{Mà } S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Xét tam giác vuông SAB , có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 222. Cho một khối lập phương có diện tích toàn phần bằng 96 cm^2 . Tính thể tích khối lập phương đã cho.

A. $\frac{32}{3} \text{ cm}^3$.

B. 64 cm^3 .

C. $48\sqrt{6} \text{ cm}^3$.

D. 96 cm^3 .

Lời giải.

Diện tích một mặt của hình lập phương đã cho là $S = \frac{96}{6} = 16 \text{ cm}^2$.

Suy ra cạnh của hình lập phương đó là $x = 4 \text{ cm}$.

Vậy thể tích của khối lập phương đã cho là $V = 4^3 = 64 \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 223. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

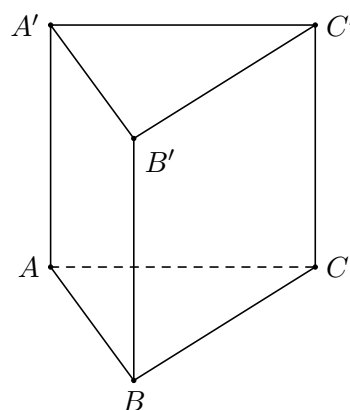
D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ là $V = S_{ABC} \cdot AA'$.

$$\text{Mà } S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án (D)

□

Câu 224. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 2a$. Tam giác SBC đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

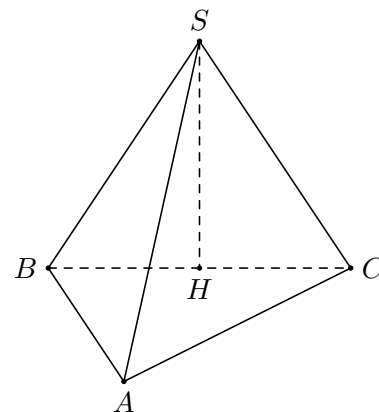
Gọi H là trung điểm BC .

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH$.

Mà $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB^2 = 2a^2$ và $SH = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 225. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng V . Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, G và song song với BC . Mặt phẳng (α) cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại các điểm M và N . Thể tích khối chóp $S.AMN$ bằng

A. $\frac{V}{2}$.

B. $\frac{V}{4}$.

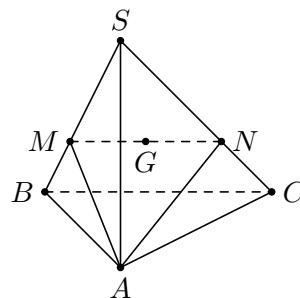
C. $\frac{4V}{9}$.

D. $\frac{V}{9}$.

Lời giải.

Theo tỉ lệ của trọng tâm suy ra $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$.

$$\text{Vậy } V_{S.AMN} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} \cdot V_{S.ABC} = \frac{4V}{9}.$$



Chọn đáp án (C)

□

Câu 226. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu của A' xuống (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

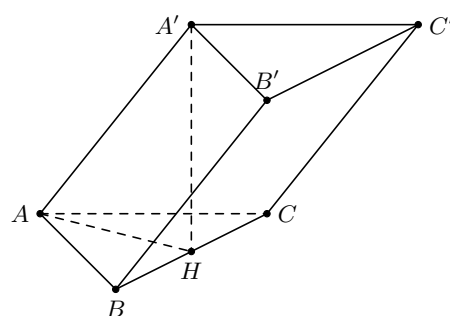
Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC , do tam giác ABC đều cạnh a

$$\text{nên } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Từ giả thiết, ta có } \widehat{A'AH} = 30^\circ \Rightarrow A'H = AH \tan 30^\circ = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$



Chọn đáp án (D)

□

Câu 227. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $AB = a$, góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

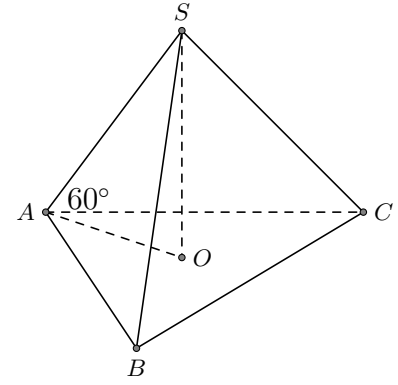
Lời giải.

Hình chóp có đáy là tam giác ABC đều cạnh bằng a , suy ra độ dài đường cao của tam giác đáy là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi O là tâm của đáy, suy ra

$$SO \perp (ABC), \text{ từ đây ta suy ra } OA = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Lại có góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) là 60° , suy ra độ dài của đường cao hình chóp là $SO = OA \cdot \sqrt{3} = a$.

$$\text{Thể tích của khối chóp là } V = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 228. Cho một hình lăng trụ đứng tam giác, nếu tăng gấp đôi độ dài tất cả các cạnh của lăng trụ đó thì được một lăng trụ đứng mới có thể tích gấp thể tích hình lăng trụ ban đầu bao nhiêu lần?

A. 8.

B. 2.

C. 4.

D. 16.

Lời giải.

Gọi a, b, h lần lượt là hai cạnh của tam giác đáy và chiều cao của hình lăng trụ ban đầu, α là góc giữa hai cạnh của tam giác đáy, a', b', h' lần lượt là hai cạnh của tam giác đáy và chiều của hình lăng trụ sau khi tăng các cạnh gấp đôi.

$$\text{Khi đó ta có: } \begin{cases} h' = 2h \\ a' = 2a \\ b' = 2b. \end{cases}$$

Khi đó tỉ lệ thể tích của hình lăng trụ lúc đầu và lúc sau là

$$\frac{V}{V'} = \frac{\frac{1}{2}abh \sin \alpha}{\frac{1}{2}a'b'h' \sin \alpha} = \frac{abh}{2a \cdot 2b \cdot 2h} = \frac{1}{8}.$$

Như vậy, thể tích lúc sau gấp 8 lần thể tích lăng trụ ban đầu.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 229. Cho hình lập phương có cạnh bằng a . Tính thể tích khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của tất cả các cạnh hình lập phương đã cho.

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{5a^3}{6}$.

Lời giải.

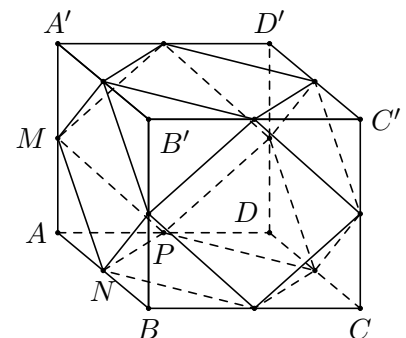
Ta có thể tích của hình lập phương là $V = a^3$.

Gọi V_1 là thể tích khối đa diện cần tìm và M, N, P lần lượt là trung điểm của AA', AB, AD .

Ta thấy $V_1 = V - 8 \cdot V_{MANP}$.

$$\text{Mà } V_{MANP} = \frac{1}{3} MA \cdot \frac{1}{2} AN \cdot AP = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{a^3}{48}.$$

$$\text{Vậy } V_1 = a^3 - 8 \cdot \frac{a^3}{48} = \frac{5a^3}{6}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 230. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a$. Hình chiếu H của S trên mặt phẳng (ABC) thuộc cạnh AB sao cho $AH = 2HB$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{13}}{36}$. B. $\frac{a^3\sqrt{26}}{72}$. C. $\frac{a^3\sqrt{26}}{24}$. D. $\frac{a^3\sqrt{26}}{36}$.

Lời giải.

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{2AB^2} = AB\sqrt{2} \text{ (do } AB = AC).$$

$$\Rightarrow AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{a^2}{4}.$$

$$\text{Từ giả thiết, ta có } AH = 2HB \Rightarrow AH = \frac{2}{3}AB = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

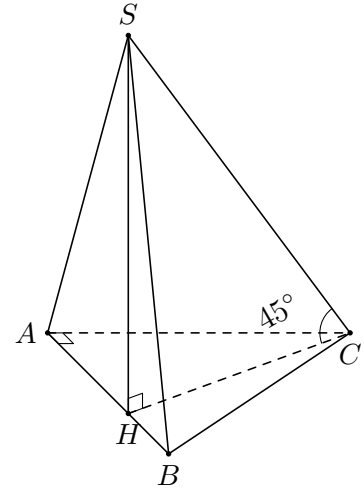
$$\text{Xét } \triangle AHC \text{ vuông tại } A, \text{ ta có } CH = \sqrt{AH^2 + AC^2} = \frac{a\sqrt{26}}{6}.$$

Ta có $SH \perp (ABC)$ và HC là hình chiếu của SC lên (ABC) .

Do đó $(SC, (ABC)) = \widehat{SCH} = 45^\circ$.

$$\text{Suy ra } \triangle SHC \text{ vuông cân tại } H \Rightarrow HS = HC = \frac{a\sqrt{26}}{6}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{26}}{72}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 231. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$

$$\Rightarrow SO \perp (ABCD).$$

OA là hình chiếu vuông góc của SA trên $ABCD$

$$\Rightarrow (SA, (ABCD)) = (SA, OA) = \widehat{SAO} = 60^\circ.$$

$$ABCD \text{ là hình vuông cạnh } a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SOA \text{ ta có } \frac{SO}{AO} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow SO = AO\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

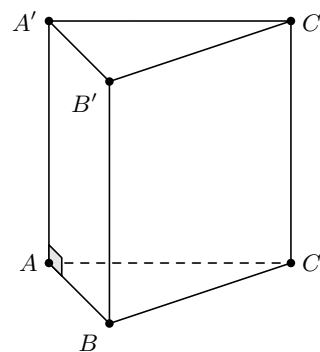
Câu 232. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết $AB = a$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích V khối lăng trụ là

- A. $V = \frac{3a^3}{2}$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.

$\triangle ABC$ vuông tại B có $\frac{BC}{AB} = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} V &= S_{\triangle ABC} \cdot AA' \\ &= \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot AA' \\ &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} \\ &= \frac{3a^3}{2}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 233. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và diện tích tam giác SAB, SBC, SCA lần lượt là 3, 4, 6. Thể tích V khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $V = 5$. B. $V = 9$. C. $V = 4$. D. $V = 6$.

Lời giải.

Vì SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau nên ta có

$$S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2}SA \cdot SB = 3 \Rightarrow SA \cdot SB = 6 \quad (1)$$

$$S_{\triangle SBC} = \frac{1}{2}SB \cdot SC = 4 \Rightarrow SB \cdot SC = 8 \quad (2)$$

$$S_{\triangle SAC} = \frac{1}{2}SA \cdot SC = 6 \Rightarrow SA \cdot SC = 12 \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) ta có

$$(SA \cdot SB \cdot SC)^2 = 6 \cdot 8 \cdot 12 = 576$$

Suy ra $SA \cdot SB \cdot SC = 24$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot SB \cdot SC = \frac{24}{6} = 4.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 234. Cho hình lập phương có diện tích toàn phần bằng 12. Thể tích V khối lập phương đó là

- A. $V = 2\sqrt{2}$. B. $V = 4$. C. $V = 12$. D. $V = 3\sqrt{2}$.

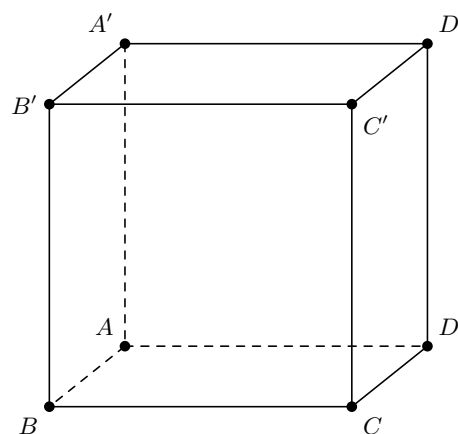
Lời giải.

Hình lập phương có 6 mặt có diện tích toàn phần bằng 12

$\Rightarrow$ Một mặt của hình lập phương có diện tích bằng $\frac{12}{6} = 2$

$\Rightarrow$ Cạnh của hình lập phương bằng $\sqrt{2}$

Vậy thể tích khối lập phương là $V = (\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 235. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tỉ lệ chiều rộng, chiều cao là $5 : 3 : 1$ và đường chéo $AC' = \sqrt{35}$. Thể tích khối hộp chữ nhật là

A. 5.

B. 10.

C. 20.

D. 15.

Lời giải.

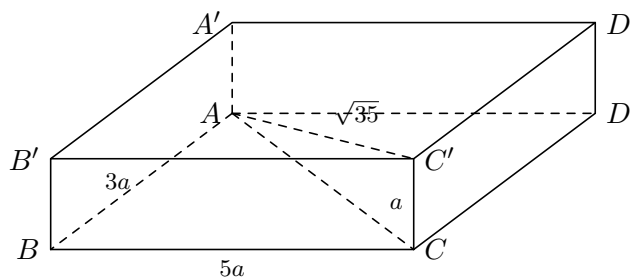
Gọi các kích thước như hình vẽ.

Ta có

$$AC' = \sqrt{a^2 + (3a)^2 + (5a)^2} = \sqrt{35} \Rightarrow a = 1.$$

Vậy $V = 1 \cdot 3 \cdot 5 = 15$ (đvtt).Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 236. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a và có thể tích $V = 16\sqrt{3}$ (dm³). Tính giá trị của a .

A. $a = 2$ (dm).B. $a = 2\sqrt{2}$ (dm).C. $a = 4$ (dm).D. $a = 1$ (dm).**Lời giải.**

Ta có: $V = S_d \cdot h \Leftrightarrow 16\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a \Leftrightarrow a^3 = 64 \Leftrightarrow a = 4.$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 237. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = a$, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy là 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{24}.$

B. $V = \frac{a^3}{8}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}.$

Lời giải.Gọi M là trung điểm đoạn BC .

Do ABC vuông cân tại A nên $AM = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}.$

Góc giữa mặt phẳng (SBC) và đáy bằng góc $\widehat{SMA} = 45^\circ$, nên suy ra $\triangle SAM$ vuông cân ở A .

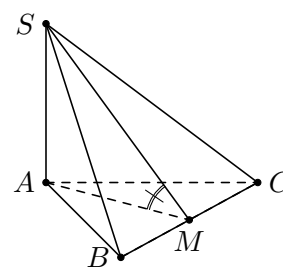
Do đó ta có $SA = AM = \frac{a}{2}.$

Thể tích cần tìm là

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AM \cdot BC = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{a^3}{24}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□



Câu 238. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V = a^3.$

B. $V = \frac{2a^3}{3}.$

C. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}.$

D. $a^3\sqrt{\frac{3}{2}}.$

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC .

Đáy ABC là tam giác đều cạnh a nên AM là chiều cao.

Độ dài $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và diện tích $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của hình lăng trụ là $A'M$, trong đó

$$A'M = \sqrt{A'A^2 - AM^2} = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Thể tích của khối lăng trụ bằng

$$V = B \cdot h = S_{ABC} \cdot A'M = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 239. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Lời giải.

Tam giác ABC đều cạnh a nên có diện tích $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 240. Thể tích của khối lăng trụ có khoảng cách giữa một đường thẳng bất kì của đáy này tới một đường thẳng bất kì của đáy kia bằng h và diện tích của đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{6}Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = Bh$.

Lời giải.

Vì hai đáy của khối lăng trụ nằm trong hai mặt phẳng song song với nhau nên khoảng cách giữa một đường thẳng bất kì của đáy này tới một đường thẳng bất kì của đáy kia chính bằng chiều cao của khối lăng trụ.

Do đó thể tích của khối lăng trụ là $V = Bh$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 241. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích V . Nếu giữ nguyên chiều cao và tăng các cạnh đáy lên 3 lần thì thể tích khối chóp thu được là

A. $3V$. B. $6V$. C. $9V$. D. $12V$.

Lời giải.

Khi tăng các cạnh đáy lên 3 lần thì ta được một tam giác mới đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số 3 nên diện tích đáy tăng lên 9. Do đó thể tích cũng tăng lên 9 lần.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 242. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$; cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

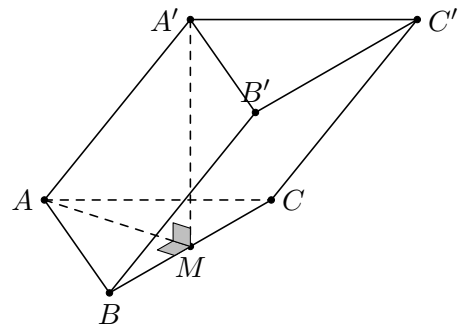
A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = 2a^3\sqrt{2}$. D. $V = a^3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3}a \cdot 2a \cdot a\sqrt{2} = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án **B**

□



Câu 243. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 3 cm. Cạnh bên tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích (cm^3) của khối chóp đó là

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{9\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

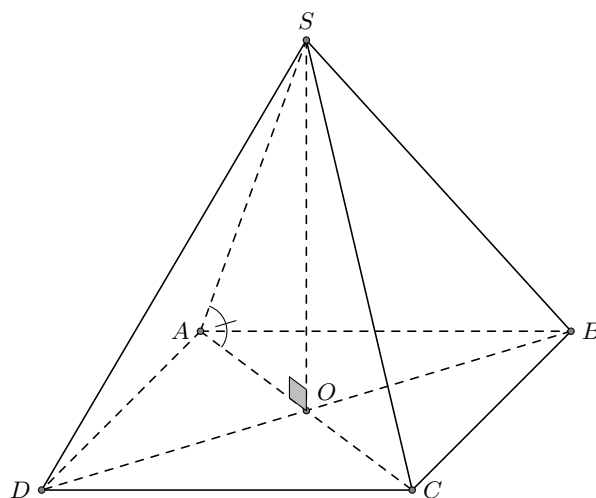
Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$
thì $SO \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có } AB = 3 \Rightarrow OA = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Do đó } SO = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{3\sqrt{6}}{2}.$$

Khi đó

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{6}}{2} \cdot 9 = \frac{9\sqrt{6}}{2} (\text{cm}^3)$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 244. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy cạnh bằng a , cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

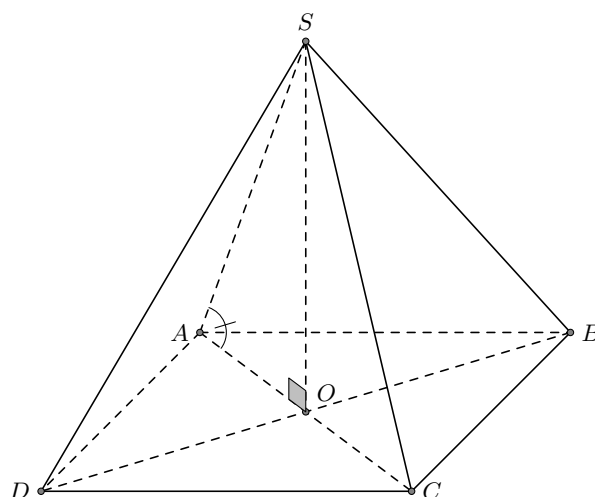
Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$
thì $SO \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có } AB = a \Rightarrow OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Do đó } SO = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Khi đó

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 245. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy $\triangle ABC$ vuông tại B , $AB = a$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối lăng trụ là

A. $V = \frac{3a^3}{2}$.

B. $V = \frac{2a^3}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

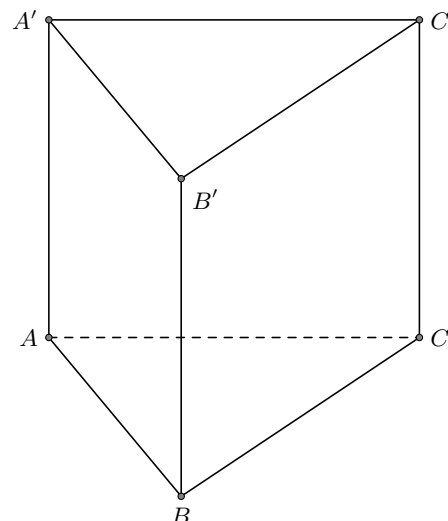
D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.

Do $\triangle ABC$ vuông tại B nên $BC = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{1}{2}a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 246. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BCD} = 120^\circ$, $AA' = \frac{7a}{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD . Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $3a^3$.

B. $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $2a^3$.

D. $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

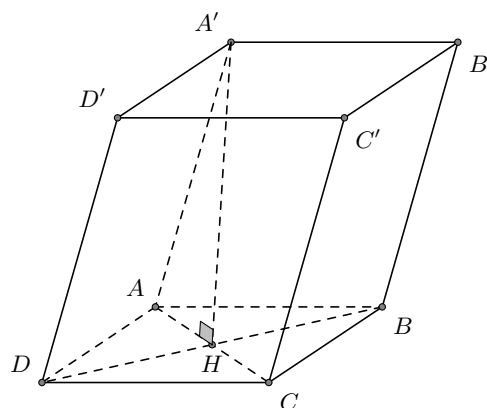
Gọi H là giao điểm của AC và BD .

Xét $\triangle ABC$ có $AB = BC = a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$ (do $\widehat{BCD} = 120^\circ$) nên $\triangle ABC$ đều.

Ta có $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Và $AH = \frac{1}{2}AC = \frac{a}{2}$.

Nên $A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{49a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = 2\sqrt{3}a$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'H \cdot S_{ABCD} = 2\sqrt{3}a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = 3a^3$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 247. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của các cạnh MN, MP, MQ .

Tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng

A. $\frac{1}{4}$.

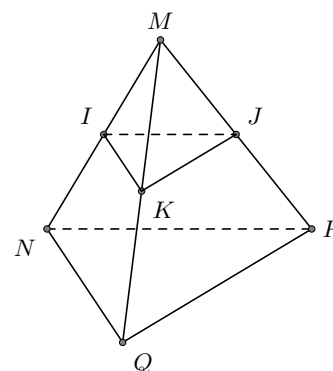
B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 248. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích V của lăng trụ đó.

A. $V = \frac{2a^3}{3}$.

B. $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$.

C. $V = a^3\sqrt{\frac{3}{2}}$.

D. $V = \frac{\sqrt{6}}{4}a^3$.

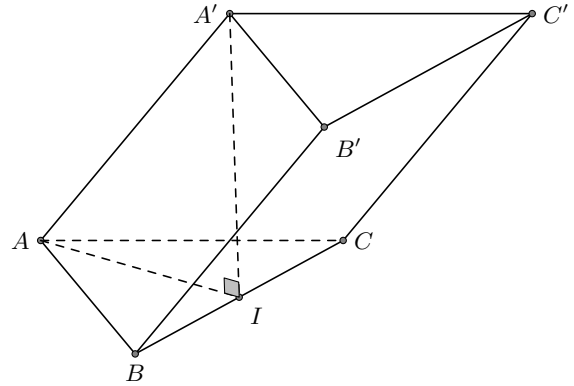
Lời giải.

Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Và $A'I = \sqrt{AA'^2 - AI^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Khi đó

$V_{ABC.A'B'C'} = A'I \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 249. Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng 54. Thể tích của khối lập phương là

A. 15.

B. 27.

C. 18.

D. 21.

Lời giải.

Gọi cạnh của hình lập phương là a , theo đề bài ta có: $6a^2 = 54 \Rightarrow a = 3$. Do đó $V = a^3 = 27$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 250. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $V = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Khi đó $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 251. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

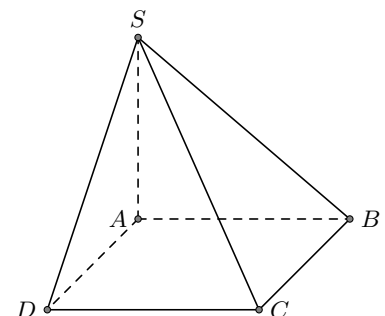
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Diện tích đáy $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích hình chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 252. Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng 96 cm^2 . Thể tích của khối lập phương đó là

- A. 84 cm^3 . B. 16 cm^3 . C. 48 cm^3 . D. 64 cm^3 .

Lời giải.

Giả sử cạnh của hình lập phương có độ dài là a ($a > 0$). Hình lập phương có 6 mặt là hình vuông, mỗi mặt có diện tích là $S = a^2$.

Theo giả thiết ta có $6 \cdot a^2 = 96 \Leftrightarrow a = 4$.

Vậy thể tích của khối lập phương là $V = a^3 = 64$.

Chọn đáp án **(D)**

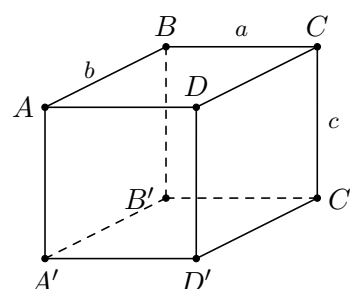
□

Câu 253. Một chiếc bể inox có hình dạng khối hộp chữ nhật có thể tích 4 m^3 . Nếu tăng 3 kích thước của chiếc bể đó lên 4 lần thì chiếc bể đó sẽ chứa được nhiều nhất bao nhiêu lít nước?

- A. 256 lít. B. 12 lít. C. 256000 lít. D. 12000 lít.

Lời giải.

Gọi 3 kích thước của chiếc bể inox lần lượt là a, b, c . Thể tích của chiếc bể trước khi tăng kích thước là $V_1 = abc = 4 \text{ m}^3$. Thể tích của nó sau khi tăng 3 kích thước lên 4 lần là $V_2 = (4a)(4b)(4c) = 4^3 abc = 4^3 V_1 = 256 \text{ m}^3 = 256000 \text{ dm}^3 = 256000 \text{ lít}$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 254. Một lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Khi đó thể tích khối lăng trụ là

- A. $\frac{9}{4}$. B. $\frac{27}{4}$. C. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

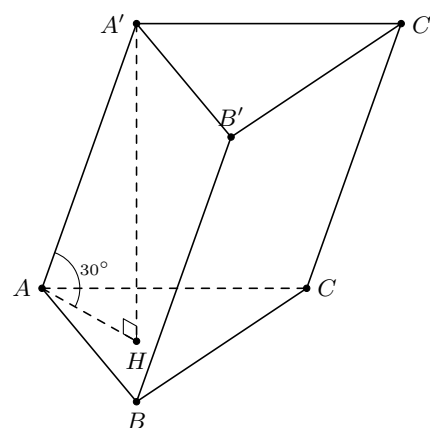
Gọi H là hình chiếu của A' trên (ABC) , khi đó AH là đường cao và $\widehat{A'AH} = 30^\circ$. Tam giác $A'AH$ vuông tại H nên

$$A'H = A'A \cdot \sin \widehat{A'AH} = 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3}.$$

Đáy ABC là tam giác đều cạnh 3 nên $S_{\triangle ABC} = \frac{3^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là

$$V = A'H \cdot S_{\triangle ABC} = \sqrt{3} \cdot \frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{27}{4}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 255. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $h = \frac{4}{3}a$. B. $h = \frac{3}{2}a$. C. $h = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$. D. $h = \frac{\sqrt{6}a}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AD , khi đó theo giả thiết ta có $SH \perp (ABCD)$.

Do $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$ từ đó ta có

$$d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(H, (SCD))$$

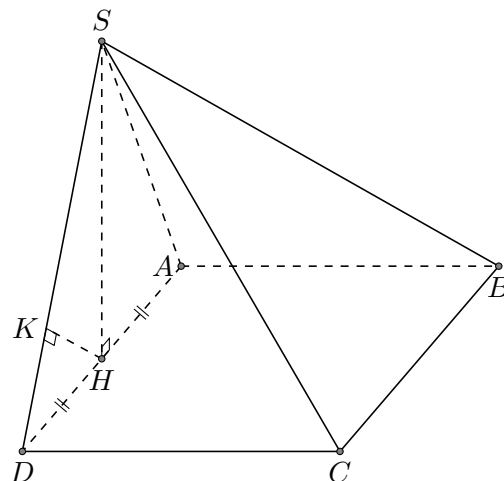
Kẻ $HK \perp SD$ với $K \in SD \Rightarrow HK \perp (SCD)$, do đó

$$d(H, (SCD)) = HK \text{ hay } h = 2HK.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} \Rightarrow SH = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}} = 2a.$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HD^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2}.$$

$$\Rightarrow HK = \frac{2a}{3} \Rightarrow h = \frac{4}{3}a.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 256. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $8\sqrt{3}$.

B. 8.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $8\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm BC .

$$\text{Đặt } AB = a \ (a > 0) \text{ thì ta có } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Ta có $AH \perp BC, AA' \perp BC \Rightarrow A'H \perp BC$ nên

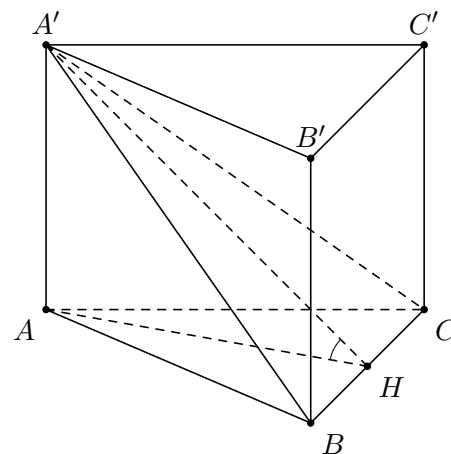
$$((A'BC), (ABC)) = (A'H, AH) = \widehat{A'HA} \text{ hay } \widehat{A'HA} = 30^\circ.$$

$$\text{Khi đó } AA' = AH \tan 30^\circ = \frac{a}{2}, A'H = \frac{AA'}{\cos 30^\circ} = a.$$

$$\text{Suy ra } 8 = S_{A'BC} = \frac{A'H \cdot BC}{2} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow a = 4 \text{ (vì } a > 0).$$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = AA' \cdot S_{ABC} = 2 \cdot \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 8\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 257. Cho một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3}{12}$.

C. $\frac{a^3}{36}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Lời giải.

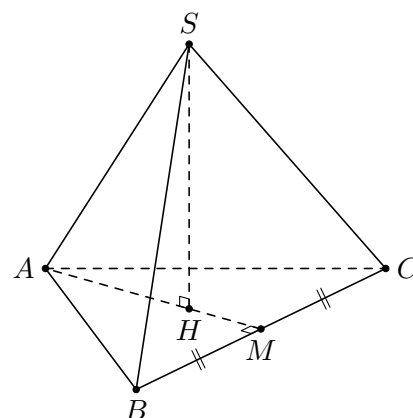
Gọi hình chóp đó là $S.ABC$ với tam giác ABC là tam giác đều cạnh a .

Gọi M là trung điểm của BC , H là trọng tâm của tam giác ABC

$$\text{thì } SH \perp (ABC), \text{ ở đó } AH = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Theo bài ra } \widehat{SAH} = 45^\circ \Rightarrow SH = AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Do đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{a^3}{12}.$$



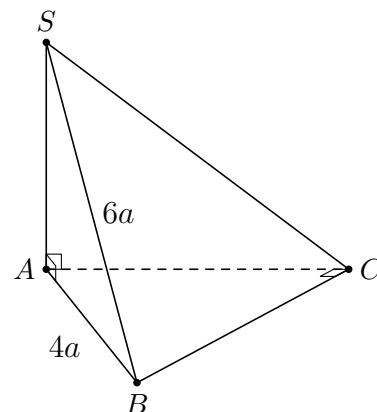
Chọn đáp án (B) □

Câu 258. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, biết $AB = 4a$, $SB = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V , hãy tính tỷ số $\frac{a^3}{3V}$.

- A. $\frac{\sqrt{5}}{80}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{40}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{20}$. D. $\frac{3\sqrt{5}}{80}$.

Lời giải.

Ta có $AC = CB = \frac{\sqrt{AB}}{2} = 2a\sqrt{2}$ và
 $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a\sqrt{5}$ nên ta có
 $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{5}a \cdot \frac{1}{2} \cdot (2\sqrt{2}a)^2 = \frac{8\sqrt{5}}{3}a^3$
 $\Rightarrow \frac{a^3}{3V} = \frac{1}{8\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{40}$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 259. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a}{4}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{a^3}{4}$. D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

Có tam giác ABC đều nên $S_{ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.
 Có $SA \perp (ABC)$ nên $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 260. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Tính độ dài đường cao h của khối chóp đó.

- A. $h = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $h = 3a\sqrt{3}$. C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $h = a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Do $ABCD$ là hình vuông nên $S_{ABCD} = a^2$.

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{ABCD} \Leftrightarrow h = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{3}}{S_{ABCD}} = \frac{a^3\sqrt{3}}{a^2} = a\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 261. Khi tăng độ dài tất cả các cạnh của một khối hộp chữ nhật lên gấp đôi thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

- A. 8 lần. B. 4 lần. C. 6 lần. D. 2 lần.

Lời giải.

Gọi a, b, c là ba kích thước của hình hộp chữ nhật ban đầu. Thể tích của khối hộp là $V_1 = abc$.

Theo giả thiết, ba kích thước của khối hộp lúc sau là $2a, 2b, 2c$. Khi đó, thể tích của khối hộp lúc sau là $V_2 = 8abc$.

Vậy thể tích khối hộp tăng lên 8 lần khi thay đổi độ dài cạnh như đề bài yêu cầu.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 262. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Mặt phẳng (α) đi qua AG (G là trọng tâm tam giác SBC) và song song với BC cắt SB , SC lần lượt tại M và N . Tính thể tích khối chóp $S.AMN$.

A. $\frac{2a^3}{27}$.

B. $\frac{4a^3}{9}$.

C. $\frac{a^3}{9}$.

D. $\frac{4a^3}{27}$.

Lời giải.

Ta có $(\alpha) \cap (SBC) = MN$ mà $BC \parallel (\alpha)$ suy ra $MN \parallel BC$.

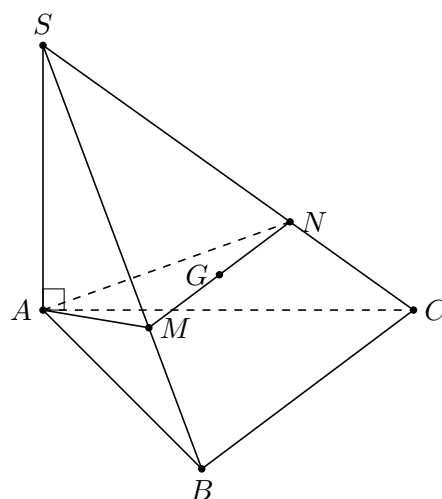
Do $MN \parallel BC$ nên $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$.

Ta có

$$\frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{4}{9}.$$

$$\text{Mà } V_{SABC} = \frac{1}{3}SA \cdot \frac{1}{2}AB^2 = \frac{a^3}{6}.$$

$$\text{Suy ra } V_{SAMN} = \frac{2a^3}{27}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 263. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SB = \sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $a^3\sqrt{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

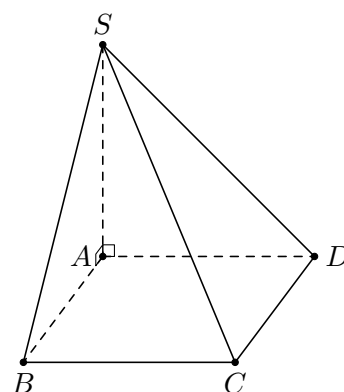
Lời giải.

Áp dụng định lý Pytago trong $\triangle SAB$ vuông tại A ta được $SA^2 + AB^2 = SB^2 \Leftrightarrow SA^2 = SB^2 - AB^2 = (\sqrt{3}a)^2 - a^2 = 2a^2$.

Suy ra $SA = \sqrt{2}a$.

Ta có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $S_{ABCD} = a^2$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2}a \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 264. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Biết góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3\sqrt{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

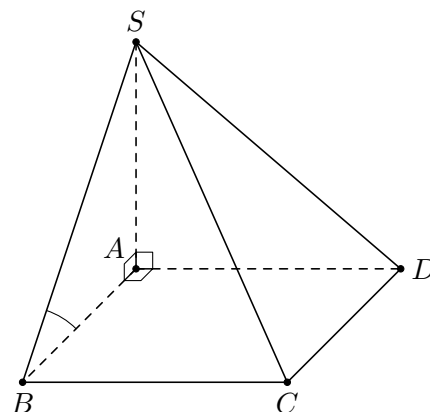
Lời giải.

Góc giữa mặt (SBC) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SBA} = 60^\circ$.

Ta có $SA = AB \cdot \tan \widehat{SBA} = a\sqrt{3}$.

Diện tích đáy là $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 265. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

B. $V = 4\sqrt{7}a^3$.

C. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$.

D. $V = \frac{4a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của hai đường thẳng AC và BD .

Do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều

nên $\begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ ABCD \text{ là hình vuông} \end{cases}$.

Xét tam giác ADC vuông tại D :

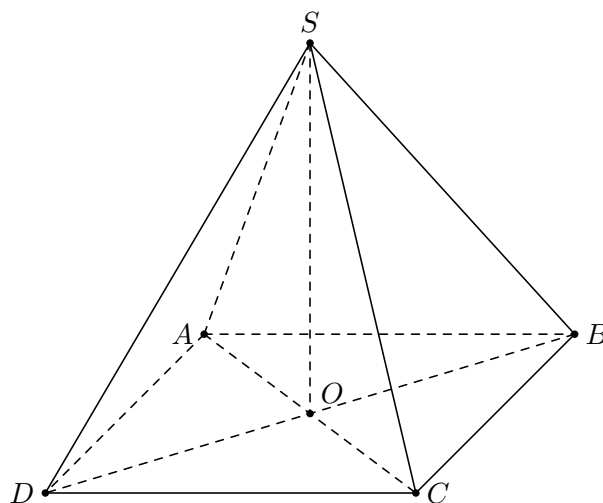
$$AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = 2\sqrt{2}a$$

$$\Rightarrow OC = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2}.$$

Xét tam giác SOC vuông tại O :

$$SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = a\sqrt{7}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{7} \cdot (2a)^2 = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 266. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 1 và $\triangle BCD$ đều cạnh bằng 1. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (BCD) .

A. $d = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

B. $d = 3$.

C. $d = 4\sqrt{3}$.

D. $d = 1$.

Lời giải.

Ta có $S_{BCD} = \frac{\sqrt{3}}{4}$. Lại có $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot d(A, (BCD)) \cdot S_{BCD}$ nên $d = \frac{V_{ABCD}}{S_{BCD}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 267. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng 1 và $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

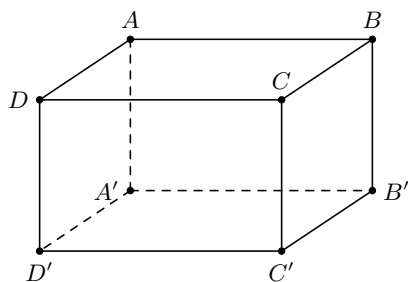
A. $S_{tp} = 4 + \sqrt{3}$.

B. $S_{tp} = 4$.

C. $S_{tp} = \frac{16 + \sqrt{3}}{4}$.

D. $S_{tp} = \frac{8 + \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.



Diện tích mặt đáy (hình thoi) là $S_{ABCD} = 1 \cdot 1 \cdot \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích mặt bên (hình chữ nhật) là $S_{ABB'A'} = 1 \cdot 1 = 1$.

Do đó $S_{tp} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 4 \cdot 1 = 4 + \sqrt{3}$.

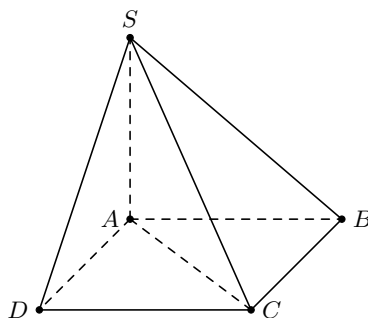
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 268. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = AC$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \sqrt{2} \cdot a^3$. B. $V = \frac{1}{3} \cdot a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{6} a^3$.

Lời giải.



Ta có $SA = AC = a\sqrt{2}$. Mà (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$ nên $SA \perp (ABCD)$.

Do đó $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 269. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB = 3$, $AC = 4$; cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = 3$. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB và SC . Tính thể tích V của khối chóp $S.AHK$.

- A. $V = \frac{27}{25}$. B. $V = 6$. C. $V = \frac{81}{25}$. D. $V = \frac{9}{5}$.

Lời giải.

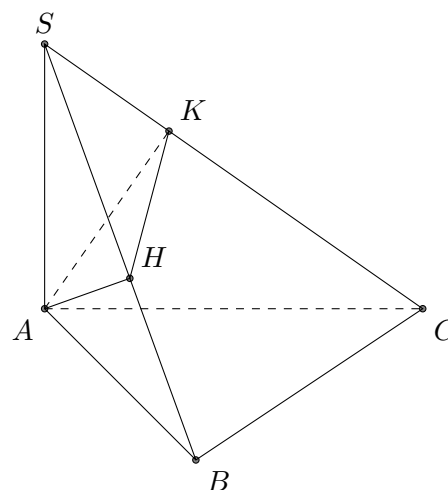
Ta có $\frac{V_{S.AHK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SH}{SB} \cdot \frac{SK}{SC}$. Trong đó

$$\frac{SH}{SB} = \frac{SH \cdot SB}{SB^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AB^2} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2},$$

$$\frac{SK}{SC} = \frac{SA^2}{SA^2 + AC^2} = \frac{9}{25},$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 6 = 6.$$

$$\text{Vậy } V_{S.AHK} = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{25} \cdot 6 = \frac{27}{25}.$$



Chọn đáp án **A**



Câu 270. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $AB = a$ và $SA = SB = SC = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{14}}{4}a^3$.

B. $V = \frac{1}{6}a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{14}}{12}a^3$.

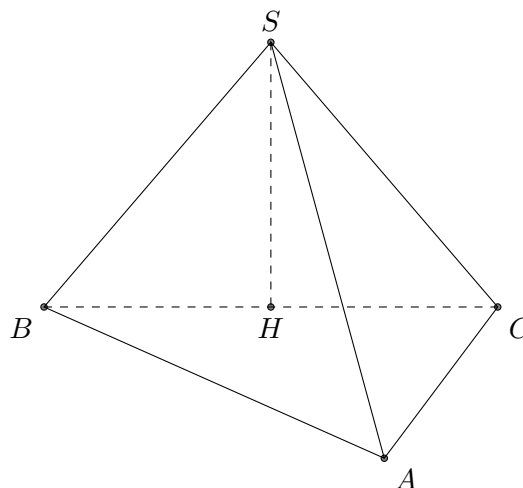
D. $V = \frac{\sqrt{14}}{36}a^3$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S trên (ABC) . Vì $SA = SB = SC$ nên $HA = HB = HC$ và do ABC là tam giác vuông cân tại A nên H là trung điểm của BC .

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB^2 = \frac{a^2}{2}$, $SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{14}}{12}$.



Chọn đáp án **C**



Câu 271. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Tính thể tích V_1 của khối đa diện $BCA'B'C'$ theo V .

A. $V_1 = \frac{2}{3}V$.

B. $V_1 = \frac{1}{3}V$.

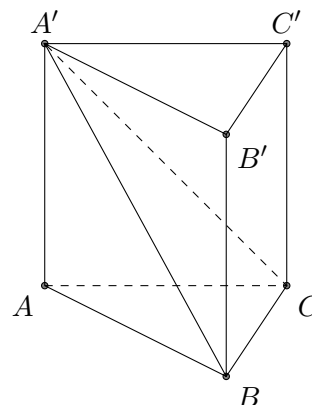
C. $V_1 = \frac{1}{2}V$.

D. $V_1 = \frac{1}{4}V$.

Lời giải.

Ta có

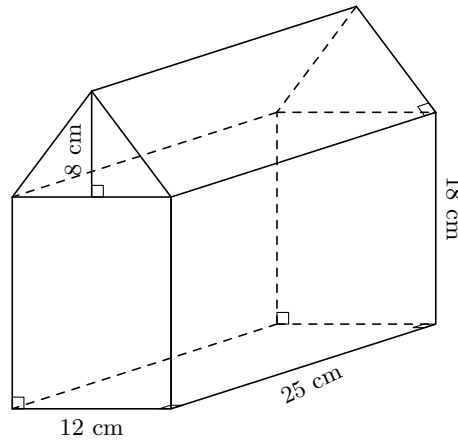
$$V_1 = V - V_{A.A'B'C} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V.$$



Chọn đáp án **A**



Câu 272. Tính thể tích V của vật thể với các kích thước được cho trong hình vẽ dưới đây?



- A. $V = 6400 \text{ cm}^3$. B. $V = 5700 \text{ cm}^3$. C. $V = 7800 \text{ cm}^3$. D. $V = 6600 \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Thể tích vật thể đã cho là

$$V = 12 \cdot 25 \cdot 18 + 25 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 = 6600 \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 273. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

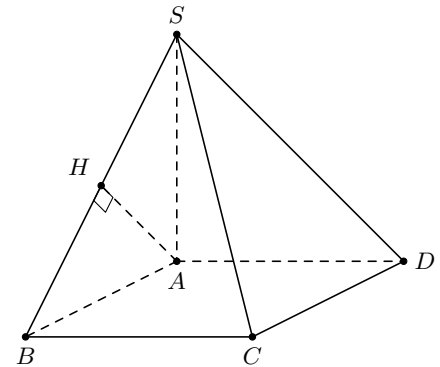
- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $V = a^3$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A trên SB . Ta có $BC \perp (SAB)$ nên $BC \perp AH$, suy ra $AH \perp (SBC)$, hay $AH = d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Do đó

$$SA = \frac{AH \cdot AB}{\sqrt{AB^2 - AH^2}} = a.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 274. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

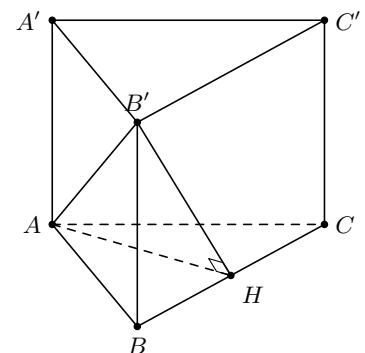
Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC . Khi đó $AH \perp (BCC'B')$, suy ra $\widehat{AB'H} = 30^\circ$. Do đó

$$B'H = AH \cot 30^\circ = \frac{3a}{2},$$

$$BB' = \sqrt{B'H^2 - BH^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Suy ra } V_{ABC.A'B'C'} = \cdot BB' \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 275. Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết $AB = a$, $SA = a$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

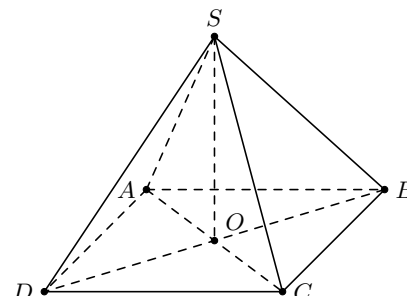
D. a^3 .

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khi đó $OA = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Suy ra

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 276. Cho hình chóp đều $S.ABCD$, $SA = a$ và hợp với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3}{12}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

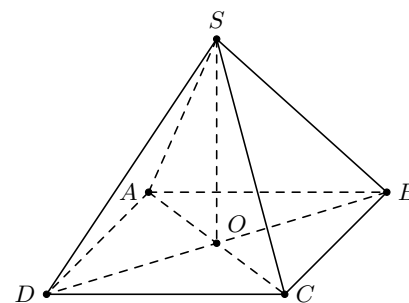
Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khi đó $SO \perp (ABCD)$

nên $\widehat{SAO} = (\widehat{SA, (ABCD)}) = 60^\circ$. Suy ra

$$SO = SA \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2},$$

$$AO = SA \cos 60^\circ = \frac{a}{2},$$

$$AB = AO\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 277. Cho hình 20 mặt đều có các cạnh bằng 2. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = 20\sqrt{3}$.

B. $S = 10$.

C. $S = 20$.

D. $S = 10\sqrt{3}$.

Lời giải.

Mỗi mặt của hình 20 mặt đều có các cạnh bằng 2 là một tam giác đều có cạnh bằng 2.

Nên tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đó là $S = 20 \cdot \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = 20\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 278. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AC = 17\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$. $SA \perp (ABCD)$ và SC tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $680\sqrt{3}\text{cm}^3$.

B. $1360\sqrt{3}\text{cm}^3$.

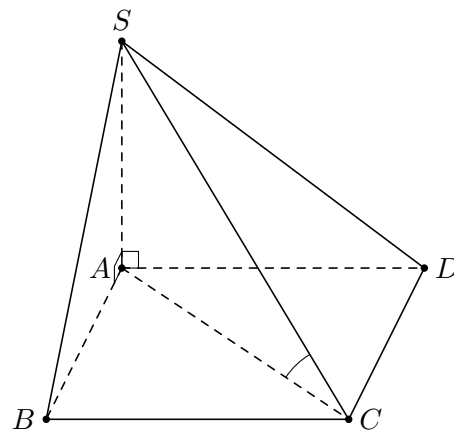
C. $2040\sqrt{3}\text{cm}^3$.

D. $340\sqrt{3}\text{cm}^3$.

Lời giải.

Từ $SA \perp (ABCD)$ suy ra góc giữa SC với mặt đáy $(ABCD)$ là góc giữa SC với AC , bằng góc $\widehat{SCA}$. Suy ra $\widehat{SCA} = 60^\circ$.
Ta có $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15(\text{cm})$.
 $SA = AC \tan \widehat{SCA} = 17 \cdot \tan 60^\circ = 17\sqrt{3}(\text{cm})$.
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot BC \cdot SA \\ &= \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 8 \cdot 17\sqrt{3} = 680\sqrt{3}(\text{cm}^3). \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 279. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $BC = a\sqrt{5}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. a^3 .

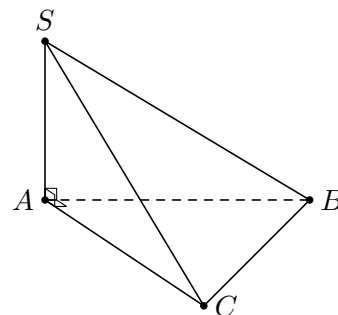
Lời giải.

Ta có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - a^2} = 2a$.

Diện tích của $\triangle ABC$ là $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = a^2$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a = \frac{a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 280. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $AB = 3a$, $BC = 4a$, tam giác SAC cân. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 4a^3$. B. $V = 16a^3$. C. $V = 20a^3$. D. $V = 12a^3$.

Lời giải.

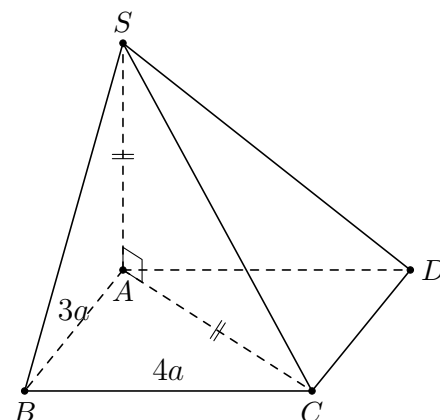
Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC = 3a \cdot 4a = 12a^2.$$

Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$ mà SAC là tam giác cân nên ta suy ra SAC vuông cân tại A . Do đó $SA = AC$ mà $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{9a^2 + 16a^2} = 5a$ nên $SA = 5a$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 5a \cdot 12a^2 = 20a^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 281. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , SA vuông góc với (ABC) , $AB = a$, $AC = 3a$, góc giữa SB và (ABC) bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Lời giải.

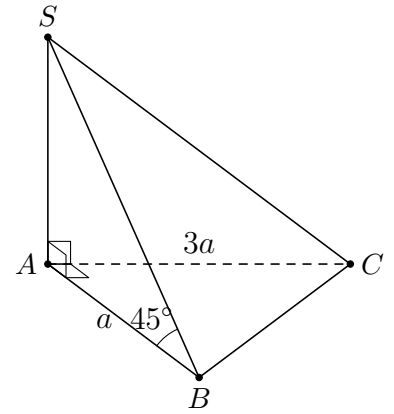
Diện tích tam giác vuông ABC là

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 3a = \frac{3}{2}a^2.$$

Vì AB là hình chiếu của SB lên (ABC) nên góc giữa SB và (ABC) là $\widehat{SBA} = 45^\circ$. Suy ra SAB là tam giác vuông cân tại A nên $SA = AB = a$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{3}{2}a^2 = \frac{a^3}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 282. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính thể tích V của khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

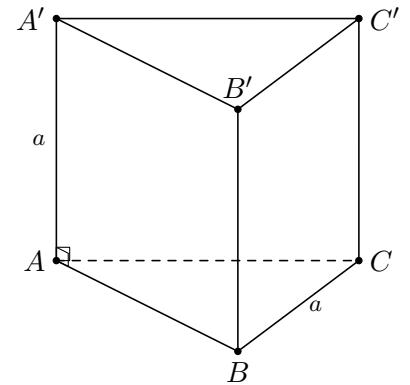
Lời giải.

Vì $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đều nên có đáy ABC là tam giác đều và chiều cao là $AA' = a$.

Diện tích của tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ là

$$V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 283. Hình chóp đều $S.ABC$ có $AB = a$, góc giữa $mp(SAB)$ và $mp(ABC)$ bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp đều $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{24}$.

B. $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$.

C. $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AB và G là trọng tâm của tam giác đều ABC .

Khi đó, SG là đường cao của hình chóp đều $S.ABC$.

Góc giữa $mp(SAB)$ và $mp(ABC)$ là $\widehat{SMG} = 60^\circ$.

Ta tính được $GM = \frac{CM}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ và $SG = GM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích của khối chóp đều $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 284. Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC , khối tứ diện $B'CMN$ có thể tích V_1 . Tính tỉ số $k = \frac{V_1}{V}$.

A. $k = \frac{1}{8}$.

B. $k = \frac{1}{6}$.

C. $k = \frac{1}{24}$.

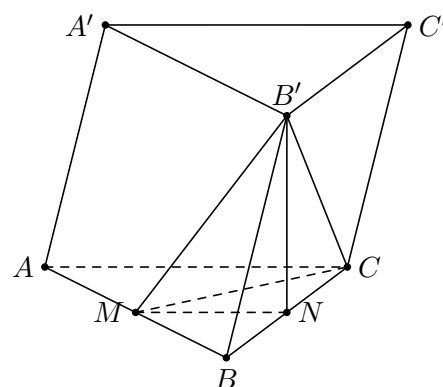
D. $k = \frac{1}{12}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{CMN} = \frac{1}{2}S_{CMB} = \frac{1}{4}S_{ABC}.$$

$$\text{Do đó, } V_1 = \frac{1}{4}V_{B'.ABC} = \frac{1}{12}V.$$

$$\text{Vậy } k = \frac{V_1}{V} = \frac{1}{12}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 285. Cho $S.ABCD$ là hình chóp đều. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết $AB = a, SA = a$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm hai đường chéo của hình vuông $ABCD$.

Mà $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

$ABCD$ là hình vuông có $AB = a$ suy ra $AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vì $SO \perp (ABCD)$ nên $SO \perp OA$.

Do đó $\triangle SAO$ vuông tại O .

$$\text{Do vậy } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 286. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

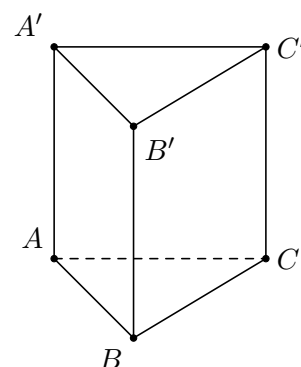
Gọi $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

Suy ra $A'A \perp (ABC)$.

$$\text{Do } \triangle ABC \text{ là tam giác đều cạnh } a \text{ nên } S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = A'A \cdot S_{\triangle ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

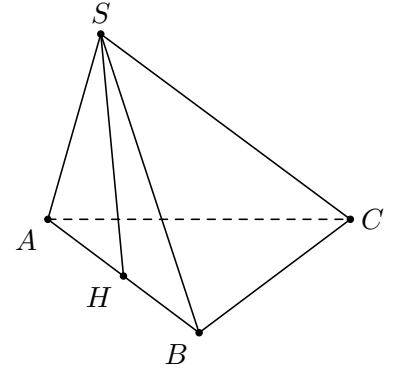
Câu 287. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết $\triangle SAB$ là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $AB = a, AC = a\sqrt{3}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.Gọi H là trung điểm của AB .Do $\triangle SAB$ đều nên $SH \perp AB$.Mà $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.Vì $\triangle SAB$ đều có cạnh $AB = a$ nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.Ta có $\triangle ABC$ vuông tại B .Suy ra $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.Diện tích $\triangle ABC$ là $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{1}{2}a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.Chọn đáp án **A**

□

Câu 288. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2a$; cạnh bên $AA' = \sqrt{2}a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh AC . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3}{3}$.

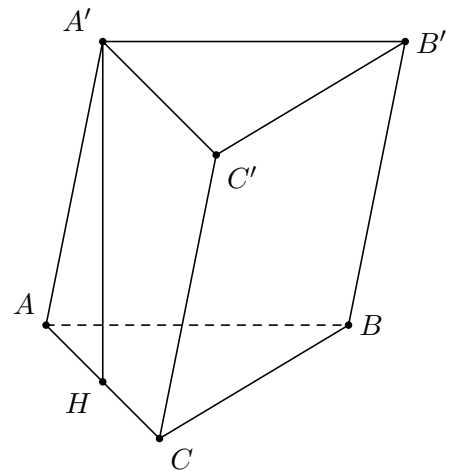
B. $V = \frac{a^3}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $V = a^3$.

Lời giải.Gọi H là trung điểm của AC .Từ giả thiết ta có $A'H \perp (ABC)$.Suy ra $A'H \perp AH$. Do đó $\triangle A'AH$ vuông tại H .Ta có $AC = 2a \Rightarrow AH = a$.Vì $\triangle A'AH$ vuông tại H nên

$$A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a.$$

Ta có $\triangle ABC$ vuông cân tại B có $AC = 2a$.Suy ra $AB = BC = a\sqrt{2}$.Diện tích $\triangle ABC$ là $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(a\sqrt{2})^2 = a^2$.Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = A'H \cdot S_{\triangle ABC} = a \cdot a^2 = a^3$.Chọn đáp án **D**

□

Câu 289. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, $AB = a$, $AD = 2a$. Góc giữa SB và đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SB và đáy là $\widehat{SBA}$.

Kết hợp giả thiết suy ra $\widehat{SBA} = 45^\circ$.

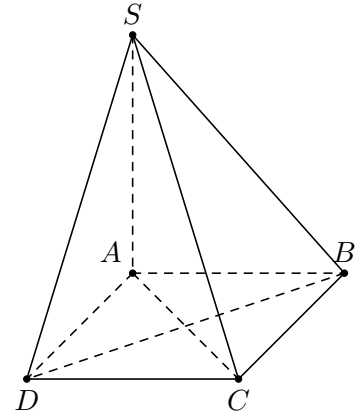
Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp AB$.

Suy ra $\triangle SAB$ vuông tại A .

Do đó $SA = AB \cdot \tan \widehat{SBA} = a \cdot \tan 45^\circ = a$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a \cdot 2a = \frac{2a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 290. Tính thể tích khối tứ diện đều cạnh a .

A. $\frac{a^3}{6}$.

B. a^3 .

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Gọi $ABCD$ là tứ diện đều cạnh a .

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$; M là trung điểm của CD .

Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên $AO \perp (BCD)$.

Suy ra $AO \perp BO$. Do đó $\triangle AOB$ vuông tại O .

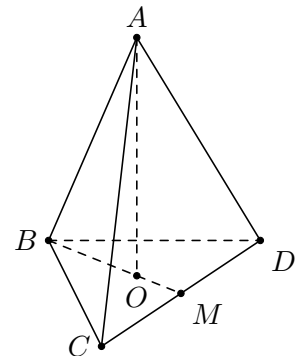
$$\text{Ta có } BO = \frac{2}{3} BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Ta có } AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vì } \triangle BCD \text{ là tam giác đều cạnh } a \text{ nên } S_{\triangle BCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot AO \cdot S_{\triangle BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 291. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$, có $ABCD$ là hình thoi. Hình chiếu của A' lên $(ABCD)$ là trọng tâm tam giác ABD . Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB = a$, $AA' = a$ và góc $ABC = 120^\circ$.

A. $a^3\sqrt{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trọng tâm của tam giác ABD

$$\Rightarrow AH \perp (ABCD) \Rightarrow AH \perp (ABCD).$$

Gọi O là tâm hình thoi $ABCD$.

$$\text{Ta có: } \widehat{BAD} = 180^\circ - \widehat{ABC} = 60^\circ.$$

Tam giác ABD cân có $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên tam giác ABD đều.

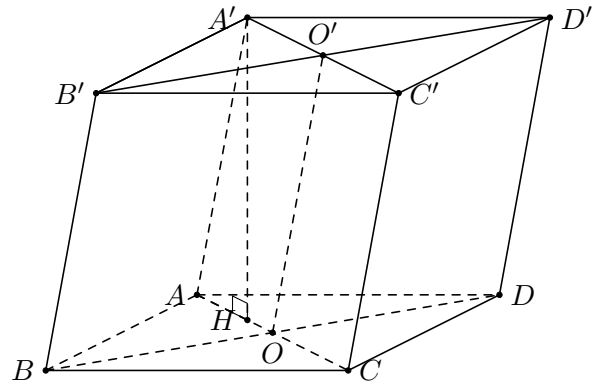
$$\text{Tam giác } ABD \text{ là tam giác đều cạnh } a \text{ nên } AO = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \text{ suy ra } AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Tam giác $A'AH$ vuông tại H

$$\Rightarrow A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V = A'H \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 292. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích khối lăng trụ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$.

A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $3a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{3a^3}{2}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

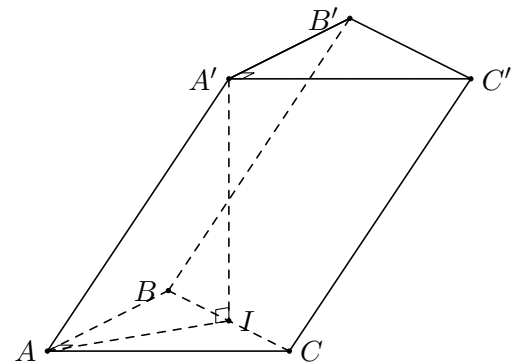
Gọi I là trung điểm BC .

Ta có, trong tam giác vuông ABC

$$AI = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{4a^2}}{2} = a.$$

$$\Rightarrow A'I = \sqrt{AA'^2 - AI^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy, } V = \frac{1}{3}A'I \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}a \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

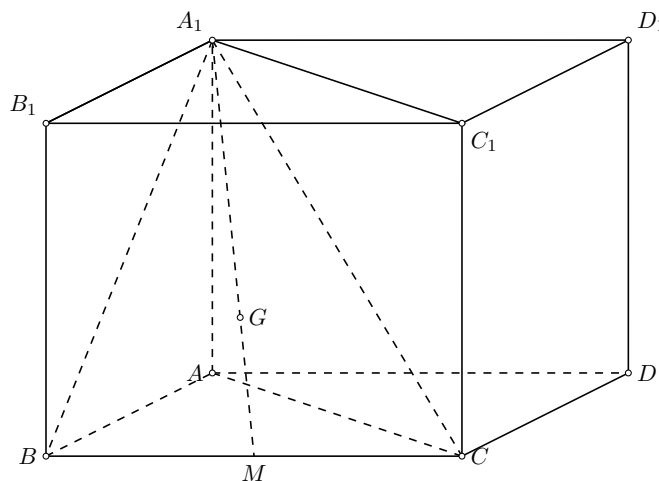
□

Câu 293. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, góc giữa A_1C và (ABC) bằng 45° . Gọi G là trọng tâm $\triangle A_1BC$.

① Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ theo a .

② Tính thể tích khối chóp $G.ABC$ theo a .

Lời giải.



- ① Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ theo a .

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$ và góc giữa A_1C và (ABC) bằng 45° , nên tam giác AA_1C là tam giác vuông cân, suy ra $AA_1 = 2a$.

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} = AA_1 \cdot AB \cdot BC = 2a \cdot a \cdot a \cdot \sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3}.$$

- ② Tính thể tích khối chóp $G.ABC$ theo a .

Gọi M là trung điểm BC .

$$\frac{d[G, (ABC)]}{d[A_1, (ABC)]} = \frac{GM}{AM} = \frac{1}{3},$$

$$\text{suy ra } d[G, (ABC)] = \frac{1}{3} \cdot AA_1 = \frac{2a}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{G.ABC} = \frac{1}{3} d[G, (ABC)] \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}.$$

□

Câu 294. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA = 3a$, SA vuông góc với đáy. Trên cạnh SB , SC ta lần lượt lấy các điểm E , F sao cho $SE = \frac{1}{3}SB$, $SF = \frac{1}{5}SC$. Tính thể tích khối chóp $S.AEF$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{60}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{45}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{60}$.

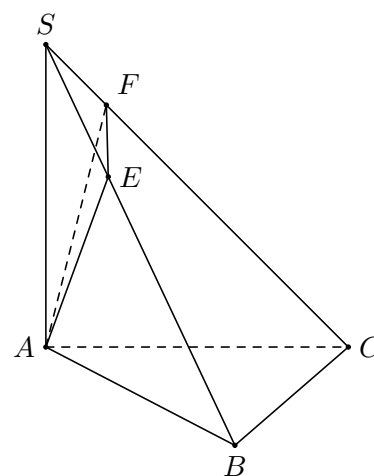
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{30}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Theo công thức tỉ số thể tích ta có:

$$\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SF}{SC} = \frac{1}{15} \Rightarrow V_{S.AEF} = \frac{1}{15}V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{60}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 295. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a , gọi K là trung điểm của DD' . Tính tỉ số thể tích của khối chóp $K.ABCD$ và khối lập phương.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{1}{12}$.

Lời giải.

Ta có thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.

Khối chóp $K.ABCD$ có chiều cao $KD = \frac{1}{2}DD' = \frac{a}{2}$, diện tích đáy

$$S_{ABCD} = a^2 \text{ nên có thể tích } V_{K.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot a^2 = \frac{1}{6}a^3 = \frac{V}{6}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{K.ABCD}}{V} = \frac{1}{6}.$$

Có thể tính trực tiếp tỉ số thể tích như sau

$$V_{K.ABCD} = \frac{1}{3}KD \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}DD' \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 296. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , cạnh bên $BC = a\sqrt{2}$. Biết $A'B = 3a$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $a^3\sqrt{2}$.

B. $\frac{3a^3}{2}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

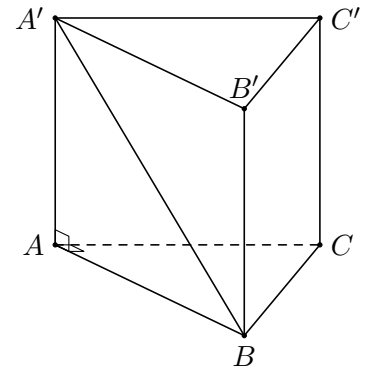
Tam giác ABC vuông cân tại A , có $BC = a\sqrt{2}$ nên $AB = AC = a$ và

$$S_{ABC} = \frac{a^2}{2}.$$

$ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên tam giác $A'AB$ vuông tại A , có

$$A'B = 3a \text{ nên } AA' = 2a\sqrt{2}.$$

$$\text{Do đó: } V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2}{2} \cdot 2a\sqrt{2} = a^3\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 297. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $BC = 2a$, cạnh BC bằng hai lần cạnh CD . Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{12}}{3}$.

Lời giải.

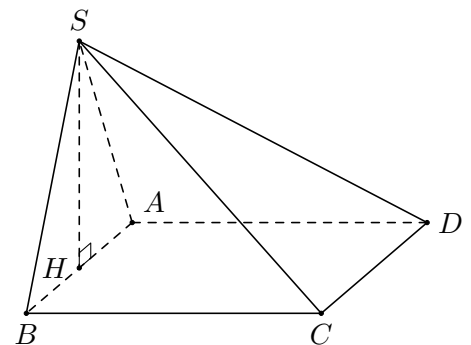
Đáy $ABCD$ có $BC = 2a$, $AB = CD = a$.

Diện tích đáy $S_{ABCD} = 2a^2$.

Gọi H là trung điểm của AB . Do tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SH \perp (ABCD)$, $SH =$

$$\frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Do đó: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 298. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với đáy và SB hợp với đáy một góc bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$.

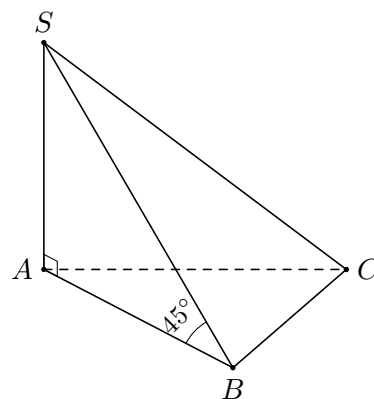
Lời giải.

Tam giác ABC đều cạnh a có diện tích $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$SA \perp (ABC)$ nên hình chiếu vuông góc của đường thẳng SB trên (ABC) là đường thẳng AB .

Do đó $(SB, (ABC)) = (SB, AB) = \widehat{SBA} = 45^\circ$.

$$\Rightarrow SA = a \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 299. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Biết $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$ và góc giữa SB với đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $a^3\sqrt{3}$.

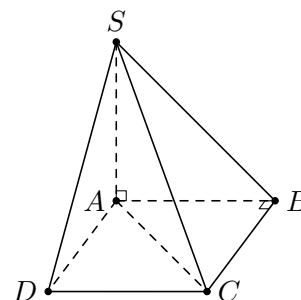
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $(SB, (ABCD)) = \widehat{SBA} = 45^\circ$.

Suy ra $SA = AB \cdot \tan 45^\circ = a$.

Khi đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 300. Ông An muốn xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật trên một miếng đất hình chữ nhật có chiều dài 0,8 m và chiều rộng 0,5 m. Để thể tích của bể nước là 2 m^3 thì ông phải xây bể với chiều cao bằng

A. 0,5 m.

B. 5 m.

C. 0,2 m.

D. 8 m.

Lời giải.

Gọi chiều cao của bể là x . Khi đó thể tích khối hộp chữ nhật bằng $0,5 \cdot 0,8 \cdot x$.

Theo đề bài, ta có $0,5 \cdot 0,8 \cdot x = 2 \Leftrightarrow x = 5$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 301. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và cạnh bên $AA' = a\sqrt{10}$. Hình chiếu của A' xuống đáy (ABC) trùng với trung điểm I của cạnh AB . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $3a^3\sqrt{3}$.

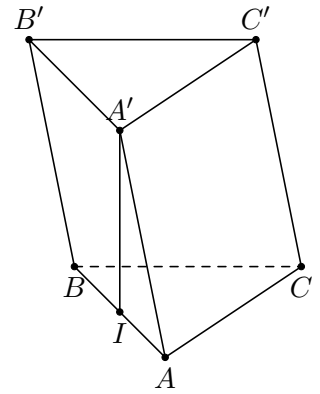
B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $a^3\sqrt{33}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{33}}{33}$.

Lời giải.

- I là trung điểm của AB nên $AI = \frac{AB}{2} = a$.
- Tam giác $A'IA$ vuông tại I nên $A'I = \sqrt{AA'^2 - AI^2} = 3a$.
- $V_{ABC.A'B'C'} = A'I \cdot S_{ABC} = 3a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}(2a)^2 = 3\sqrt{3}a^3$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 302. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

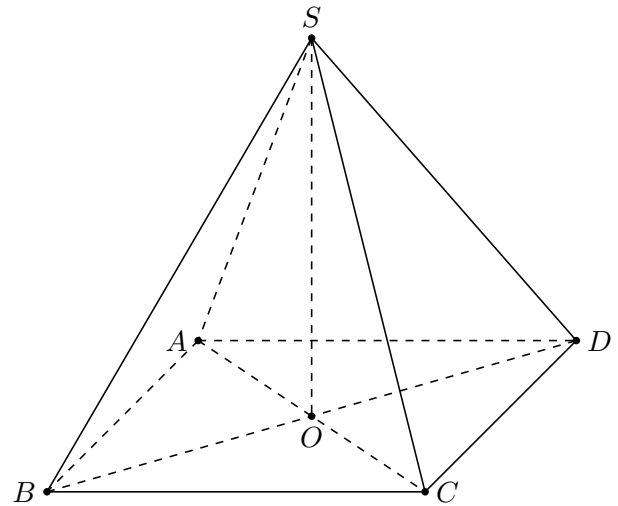
- A. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\frac{8a^3}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm hai đường chéo. Do chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $AC = BD = 2a\sqrt{2}$. Suy ra $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = \sqrt{2}a$.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}4a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.



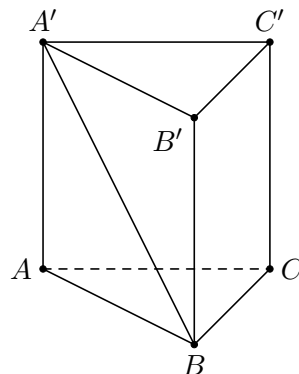
Chọn đáp án **A**

□

Câu 303. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ cạnh đáy bằng $2a$. Đường thẳng $A'B$ tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích của khối lăng trụ.

- A. $2a^3$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $2a^3\sqrt{3}$. D. $6a^3$.

Lời giải.



Đường thẳng $A'B$ tạo với đáy góc $60^\circ \Rightarrow \widehat{A'BA} = 60^\circ$.

Ta có $AA' = AB \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$, $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 2a\sqrt{3} \cdot a^2\sqrt{3} = 6a^3$.

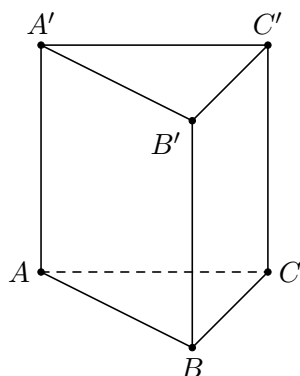
Chọn đáp án **D**

□

Câu 304. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A với $AB = a$, $AC = 2a\sqrt{3}$, cạnh bên $AA' = 2a$. Tính thể tích khối lăng trụ.

- A. a^3 . B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.



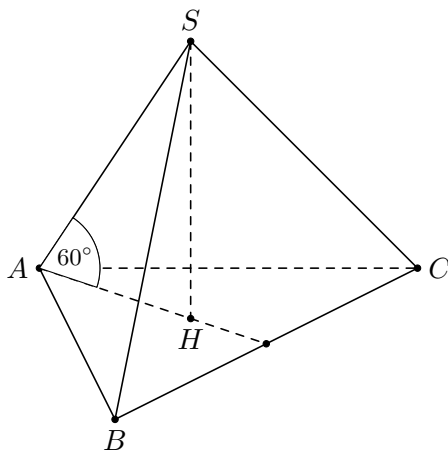
Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = AA' \cdot \frac{1}{2}AB \cdot AC = 2a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 305. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.



Gọi H là trọng tâm giác ABC , hình chóp $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SH \perp (ABC)$, góc giữa cạnh bên và đáy bằng góc $\widehat{SAH} = 60^\circ$. Suy ra $SH = AH \tan 60^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = 2a$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}2a \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 306. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hai mặt bên (SAD) và (SAB) cùng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Cạnh $SB = a\sqrt{2}$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

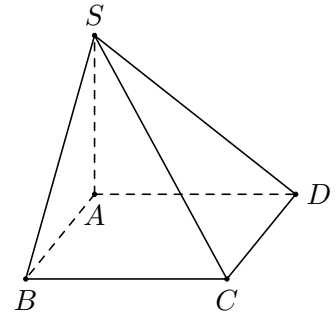
- A. $S_{ABCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. B. $SC = a\sqrt{2}$. C. $(SAC) \perp (SBD)$. D. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2 \cdot \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2},$$

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12} \text{ sai.}$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 307. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết $SC = a\sqrt{7}$ và mặt phẳng (SDC) tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $3a^3$.

B. a^3 .

C. $a^3\sqrt{6}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

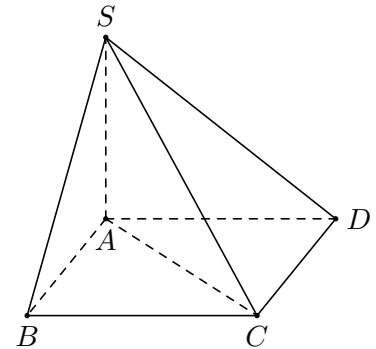
Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SDC) \cap (ABCD) = DC \\ AD \subset (ABCD), AD \perp DC \\ SD \subset (SDC), SD \perp DC \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((ABCD), (SDC)) = \widehat{SDA} = 30^\circ.$$

$$\text{Gọi cạnh hình vuông là } x \Rightarrow SA = x \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}x \text{ và } AC = \sqrt{2}x.$$

$$\text{Lại có } SC^2 = SA^2 + AC^2 \text{ hay } (a\sqrt{7})^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}x\right)^2 + (\sqrt{2}x)^2.$$



Từ đó ta có $x = \sqrt{3}a$. Do đó $SA = a$.

$$\text{Thể tích khối chóp cần tìm là } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot (\sqrt{3}a)^2 = a^3.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 308. Tính thể tích của lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3.

A. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Do đáy là tam giác đều nên có diện tích là } S = 3^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Do lăng trụ đứng nên chiều cao } h = 3. \text{ Vậy } V = h \cdot S = \frac{27\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 309. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

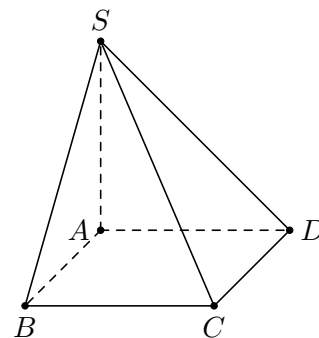
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp là

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 310. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $AB = 2AC = 2a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác SAD vuông cân tại S , hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$ vuông góc nhau. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{4}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

C. $2a^3$.

D. $\frac{1}{2}a^3$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AD , vì $\triangle SAD$ vuông cân tại S nên $SH \perp AD$, kết hợp $(SAD) \perp (ABCD)$ suy ra $SH \perp (ABCD)$ và $SH = \frac{1}{2}AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét $\triangle ABC$ có $AB = 2AC = 2a$, $BC = a\sqrt{3}$, ta có nửa chu vi của nó và diện tích của nó lần lượt là

$$p = \frac{1}{2}(AB + AC + BC) = \frac{1}{2}(2a + a + a\sqrt{3}) = \frac{a(3 + \sqrt{3})}{2},$$

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = \sqrt{p(p-2a)(p-a)(p-a\sqrt{3})} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Do đó $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = a^2\sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{1}{2}a^3.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 311. Một Bác nông dân cần xây dựng một hố ga không có nắp dạng hình hộp chữ nhật có thể tích 3200 cm^3 , tỉ số giữa chiều cao của hố và chiều rộng của đáy bằng 2. Hãy xác định diện tích của đáy hố ga để khi xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

A. 1600 cm^2 .

B. 1200 cm^2 .

C. 120 cm^2 .

D. 160 cm^2 .

Lời giải.

Gọi 3 kích thước của hố ga không có nắp dạng hình hộp chữ nhật lần lượt là a, b, c (với $a, b, c > 0$). Theo giả thiết, ta có

$$c = 2a \text{ và } V = abc = 3200 \Leftrightarrow ab2a = 3200 \Leftrightarrow b = \frac{1600}{a^2}.$$

Khi đó, diện tích toàn phần của hố ga không có nắp là

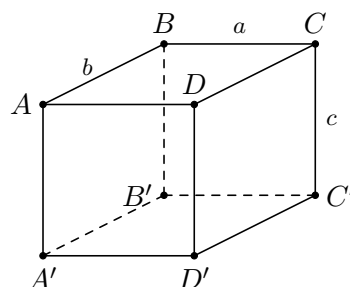
$$S_{\text{tp}} = ab + 2ac + 2bc = \frac{1600}{a} + 4a^2 + 2 \frac{1600}{a^2} 2a = \frac{8000}{a} + 4a^2.$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow S_{\text{tp}}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Mặt khác, áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta được

$$\frac{8000}{a} + 4a^2 = \frac{4000}{a} + \frac{4000}{a} + 4a^2 \geq \sqrt[3]{\frac{4000}{a} \cdot \frac{4000}{a} \cdot 4a^2} = 400.$$

$$\text{Do đó } S_{\text{tp}} \text{ đạt giá trị nhỏ nhất } \Leftrightarrow \frac{4000}{a} = 4a^2 \Leftrightarrow a = 10.$$



Vậy diện tích của hồ ga để khi xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất là $S = ab = a \frac{1600}{a^2} = \frac{1600}{a} = 160$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 312. Khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$ có thể tích V là

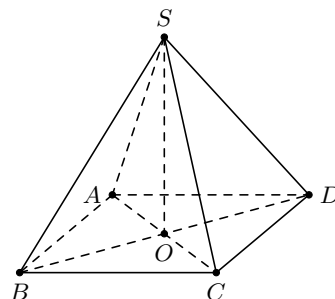
A. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = 4a^2$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , khi đó $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $AO = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a\sqrt{2}$.

Do vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 313. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, đường chéo $AC = 2\sqrt{2}a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. a^3 . B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

Hạ đường cao SH của tam giác SAB .

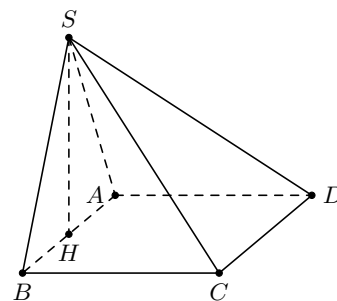
Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Xét hình vuông $ABCD$ có $AC = 2\sqrt{2}a \Rightarrow AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = 2a$,

suy ra $S_{ABCD} = 4a^2$.

Trong tam giác đều SAB có $SH = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AB = a\sqrt{3}$.

Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot 4a^2 = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 314. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

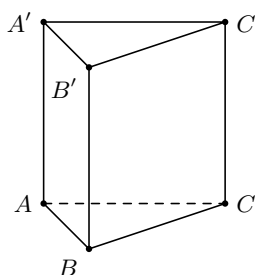
A. $V = \frac{1}{3}a^3$. B. $V = 6a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{2}{3}a^3$.

Lời giải.

Tam giác ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a \Rightarrow BA = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

Diện tích của tam giác ABC : $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = a^2$.

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = BB' \cdot S_{\triangle ABC} = a \cdot a^2 = a^3$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 315. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các mặt bên là hình vuông $\sqrt{2}a$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{2}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$. D. $V = \frac{\sqrt{6}a^2}{6}$.

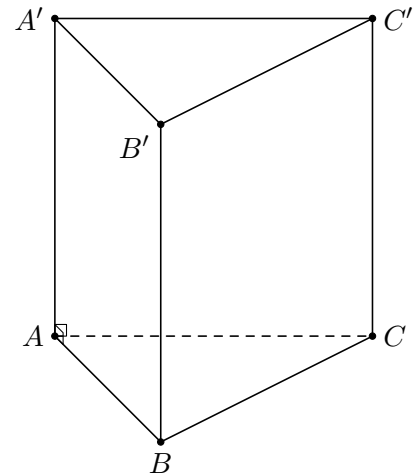
Lời giải.

Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các mặt bên là hình vuông nên tam giác ABC là tam giác đều và

$$\begin{cases} AA' \perp AC \\ AA' \perp AB \end{cases} \Rightarrow AA' \perp (ABC).$$

Khi đó

$$\begin{aligned} V &= AA' \cdot S_{\triangle ABC} = AA' \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot AB^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (\sqrt{2}a)^3 = \frac{\sqrt{6}a^3}{2}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(A)**

□

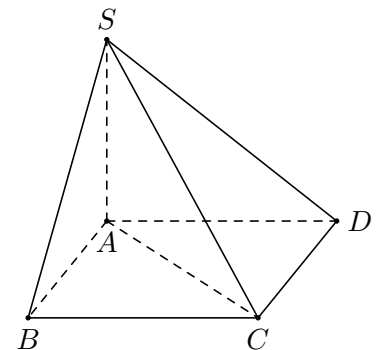
Câu 316. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = \sqrt{2}a$ và vuông góc với $(ABCD)$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. B. $V = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $V = \sqrt{2}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$V = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2}a \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 317. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) . Biết $AB = 2a$ và $SB = 2\sqrt{2}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$?

A. $V = \frac{8a^3}{3}$. B. $V = \frac{4a^3}{3}$. C. $V = 4a^3$. D. $V = 8a^3$.

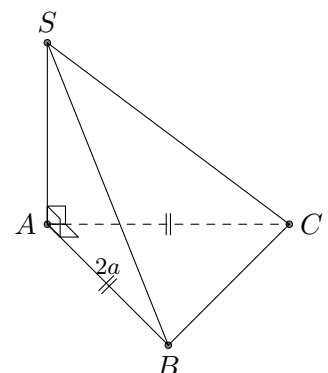
Lời giải.

Ta có $\triangle SAB$ vuông tại A nên

$$SA^2 = SB^2 - AB^2 = 4a^2 \Rightarrow SA = 2a.$$

$$\text{Có } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = 2a^2.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}2a \cdot 2a^2 = \frac{4}{3}a^3.$$



Chọn đáp án (B) □

Câu 318. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$?

- A. $V = 9a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = 3a^3$. D. $V = 6a^3$.

Lời giải.

Ta có hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6}$

$$\Rightarrow AB = BC = CD = AD = a\sqrt{6}.$$

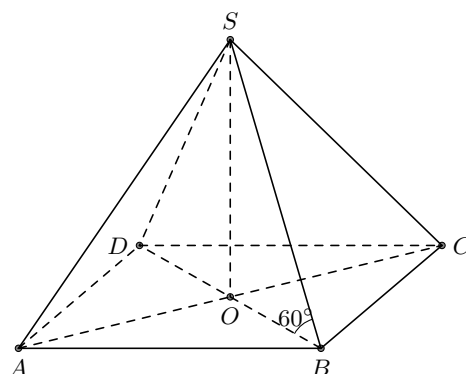
$$\text{Ta có } BD = \sqrt{DC^2 + CB^2} = 2\sqrt{3}a \Rightarrow OB = \frac{BD}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Diện tích } \triangle ABC \text{ là } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = 3a^2.$$

Vì góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60^\circ \Rightarrow \widehat{SBO} = 60^\circ$. Ta có $SO = OB \cdot \tan \widehat{SBO} = 3a$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot 3a^2 = 3a^3.$$



Chọn đáp án (C) □

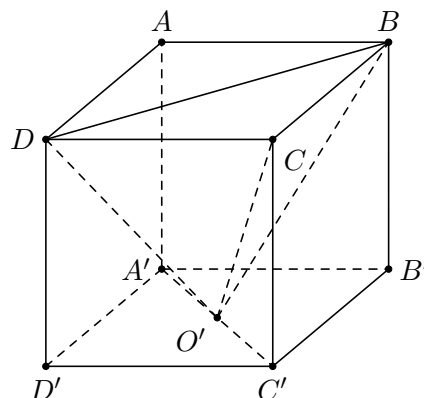
Câu 319. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$. Biết rằng tứ diện $O'BCD$ có thể tích bằng $6a^3$. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $V = 18a^3$. B. $V = 54a^3$. C. $V = 12a^3$. D. $V = 36a^3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } V = AA' \cdot S_{ABCD} = d(O', (ABCD)) \cdot 2 \cdot S_{BCD}.$$

$$\text{nên } V = 6 \cdot V_{O'BCD} = 36a^3.$$



Chọn đáp án (D) □

Câu 320. Cho hình lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng a và khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $4a$. Tính thể tích V của lăng trụ đã cho.

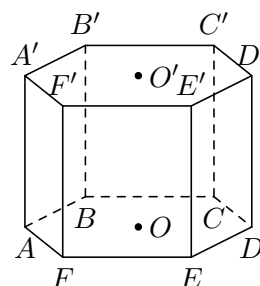
- A. $V = 9\sqrt{3}a^3$. B. $V = 6\sqrt{3}a^3$. C. $V = 2\sqrt{3}a^3$. D. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Xét lăng trụ lục giác đều $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ có O, O' lần lượt là tâm của hai mặt đáy như hình vẽ.

$$\text{Diện tích đáy: } S = 6S_{\triangle AOB} = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}.$$

$$\text{Thể tích của khối lăng trụ là: } V = Sh = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} \cdot 4a = 6\sqrt{3}a^3.$$



Chọn đáp án (B) □

Câu 321. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a, AA' = 2a$. Lấy M là trung điểm của CC' . Tính thể tích khối tứ diện $M.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

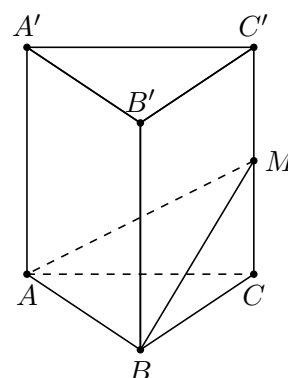
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
 V_{M.ABC} &= \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot MC \\
 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a \\
 &= \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.
 \end{aligned}$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 322. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AB = AA' = a$ và $AC = a\sqrt{5}$.

A. $V = a^3\sqrt{5}$.

B. $V = \frac{2a^3}{3}$.

C. $V = a^3$.

D. $V = 2a^3$.

Lời giải.

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - a^2} = 2a;$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB \cdot BC \cdot AA' = a \cdot 2a \cdot a = 2a^3.$$

Chọn đáp án (D)

□

Câu 323. Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có $BB' = 6a$ và $A'C = 10a$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $48a^3$.

B. $96a^3$.

C. $192a^3$.

D. $64a^3$.

Lời giải.Gọi x là cạnh của hình vuông.

$$AC = x\sqrt{2}.$$

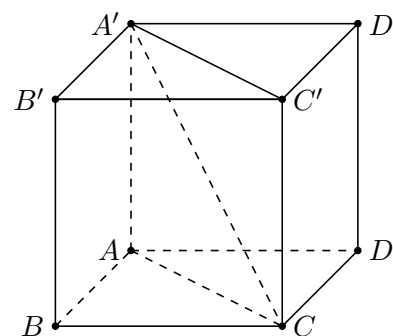
Xét hình chữ nhật $ACC'A'$ có:

$$AA'^2 + AC^2 = A'C^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = A'C^2 - AA'^2 = (10a)^2 - (6a)^2 = 64a^2$$

$$AC = 8a \Rightarrow x = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{8a}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}a.$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = x^2 \cdot BB' = (4\sqrt{2}a)^2 \cdot 6a = 192a^3.$$



Chọn đáp án (C)

□

Câu 324. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 3a$, $AC = 5a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SB tạo với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $36a^3$.

B. $24a^3$.

C. $12a^3$.

D. $15a^3$.

Lời giải.

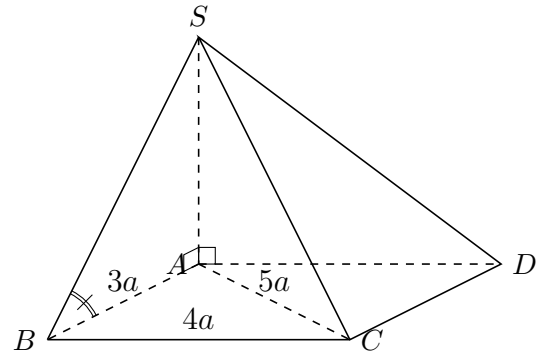
$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 4a$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC = 3a \cdot 4a = 12a^2.$$

$$\widehat{(SB; (ABCD))} = 45^\circ.$$

$$\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = 3a \cdot \tan 45^\circ = 3a.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot 12a^2 = 12a^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 325. Cho hình chóp $S.ABC$ có góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° , ABC và SBC là các tam giác đều cạnh a . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{16}.$

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}.$

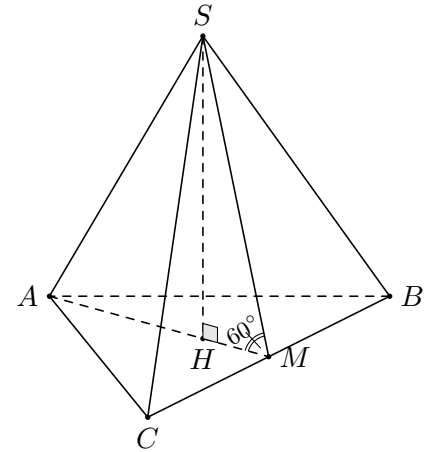
C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{16}.$

D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{32}.$

Lời giải.

Do tam giác ABC và tam giác SBC đều cạnh a nên gọi M là trung điểm của BC thì $SM = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và góc của hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $\widehat{SMH} = 60^\circ$ nên $SH = SM \sin 60^\circ = \frac{3a}{2}$.
Vậy thể tích cần tìm là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 326. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SB tạo với mặt phẳng (SAD) một góc bằng 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}.$

B. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}.$

C. $V = \sqrt{3}a^3.$

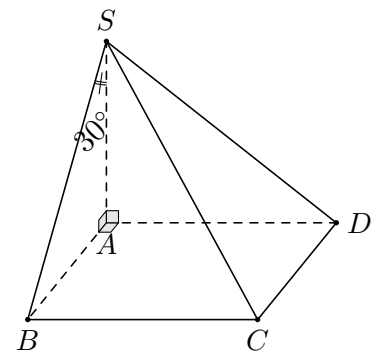
D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$

Lời giải.

Ta có, góc của SB và (SAD) bằng $\widehat{ASB} = 30^\circ$ nên $SA = AB \cot 30^\circ = \sqrt{3}a$.

Vậy thể tích bằng

$$V = \frac{1}{3} a^2 \sqrt{3}a = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 327. Thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$

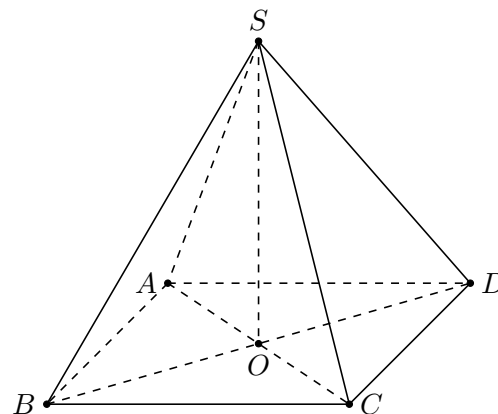
D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$

Lời giải.

Gọi O là giao điểm hai đường chéo. Do chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $AC = BD = a\sqrt{2}$. Suy ra $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 328. Khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = a, BC = 2a, A'C = a\sqrt{21}$ có thể tích bằng

A. $4a^3$.

B. $\frac{8a^3}{3}$.

C. $8a^3$.

D. $\frac{4a^3}{3}$.

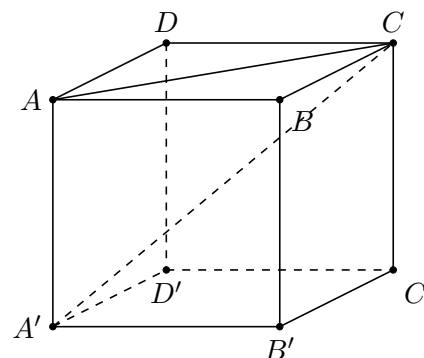
Lời giải.

Ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 5a^2$,

suy ra $AA' = \sqrt{A'C^2 - AC^2} = \sqrt{21a^2 - 5a^2} = 4a$.

Thể tích khối hộp chữ nhật là

$$V = AB \cdot BC \cdot AA' = a \cdot 2a \cdot 4a = 8a^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 329. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của AD , M là trung điểm của CD ; cạnh bên SB hợp với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABM$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$.

Lời giải.

Do $SH \perp (ABCD)$ nên $SH \perp HB$. Do đó góc giữa SB và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SBH}$.

Xét tam giác vuông AHB ta có

$$HB = \sqrt{AB^2 + HA^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

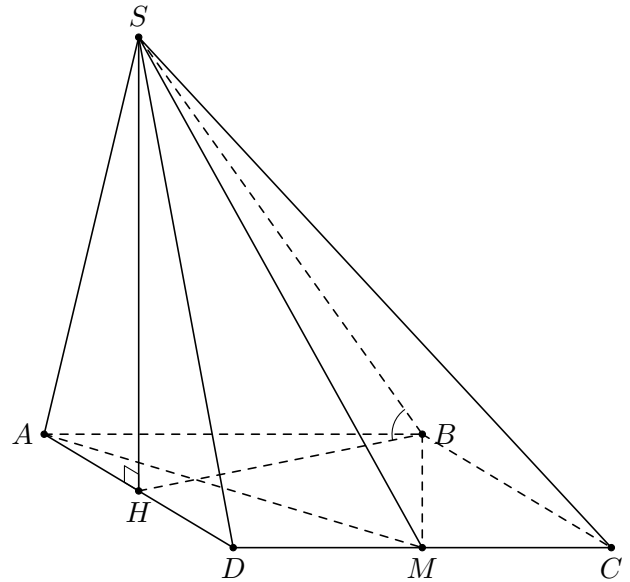
Khi đó trong tam giác vuông SHB ta có $SH = HB \cdot \tan \widehat{SBH}$.

Do giả thiết $\widehat{SBH} = 60^\circ$,

$$\text{suy ra } SH = \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot \tan 60^\circ \Leftrightarrow SH = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABM$ ta có

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABM} \\ &= \frac{1}{6} DA \cdot AB \cdot SH = \frac{1}{6} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} = \frac{a^3\sqrt{15}}{12} \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 330. Cho hình chóp $S.ABC$ có $(SAB) \perp (ABC)$, tam giác ABC đều cạnh $2a$, tam giác SAB vuông cân tại S . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

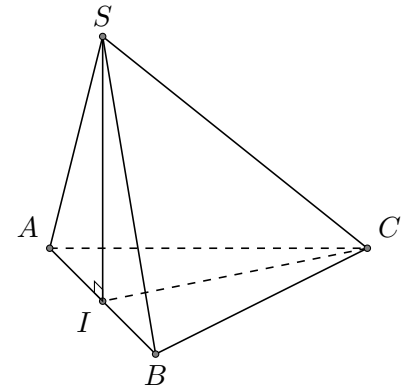
Gọi I là trung điểm của BC , do SAB cân tại S nên $SI \perp AB$.

Có $(SAB) \perp (ABC)$ theo giao tuyến AB nên $SI \perp (ABC)$.

$$\text{Có } SI = \frac{1}{2}AB = a, S_{ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}.$$

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 331. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AC = a\sqrt{5}$, $SC = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

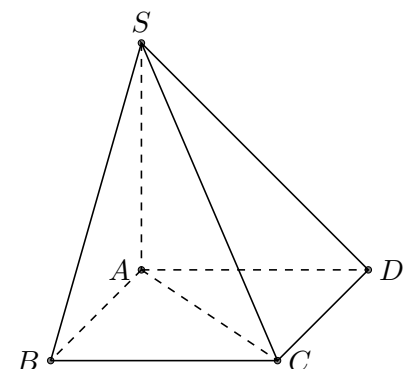
A. $4a^3$. B. $\frac{4}{3}a^3$. C. $\frac{2}{3}a^3$. D. $\frac{1}{3}a^3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } AD = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a.$$

$$SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{9a^2 - 5a^2} = 2a.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}2a \cdot a \cdot 2a = \frac{4}{3}a^3.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 332. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có hình chiếu A' lên mp($ABCD$) là trung điểm AB , $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, BB' tạo với đáy một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{2a^3}{3}$.

C. $2a^3$.

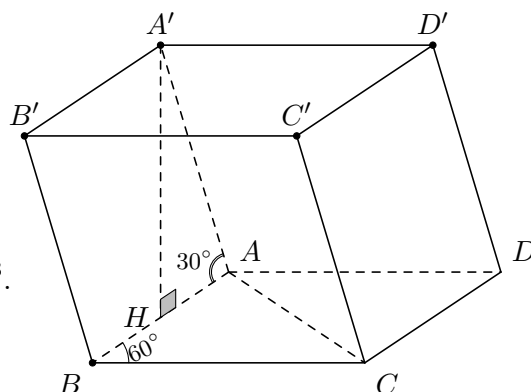
D. a^3 .

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB . Theo giả thiết ta thấy tam giác ABC đều cạnh $2a$.

Ta có

$$\begin{aligned}\widehat{A'AH} = 30^\circ &\Rightarrow A'H = HA \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}} \\ \Rightarrow V_{lt} = A'H \cdot S_{ABCD} &= \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot (2a)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = a^3.\end{aligned}$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 333. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Tính tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$.

A. $\frac{1}{2}$.

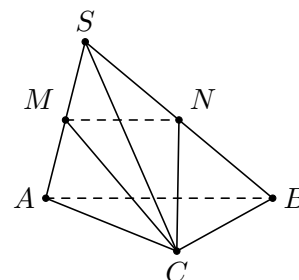
B. $\frac{1}{4}$.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}} = 4.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 334. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh SB vuông góc với đáy và mặt phẳng (SAD) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

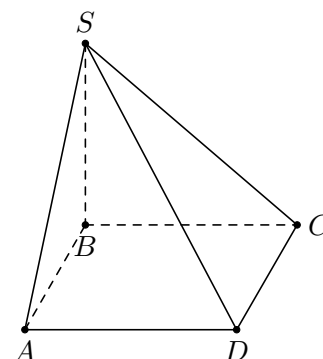
D. $V = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có góc tạo bởi mặt phẳng (SAD) và đáy là góc $\widehat{SAB} = 60^\circ$.

$$SB = \tan 60^\circ \cdot AB = 2a\sqrt{3}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SB \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{3} \cdot 4a^2 = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 335. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối chóp bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

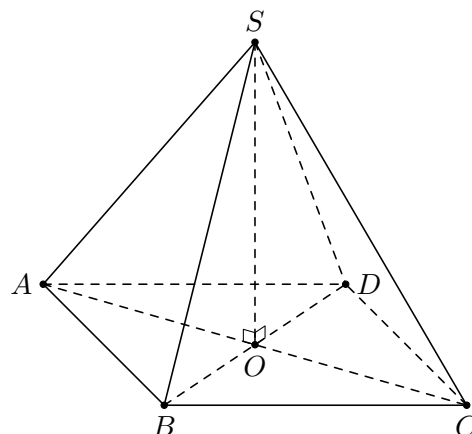
Do $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a nên

$$S_{ABCD} = a^2 \text{ và } AO = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Trong tam giác vuông SOA , ta có

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 \\ &= \frac{a^3\sqrt{2}}{6}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 336. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

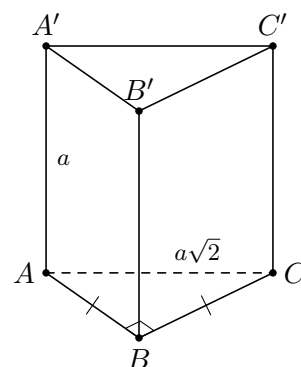
- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$ nên $AB = BC = a$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = S_{ABC} \cdot BB' = \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{2}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 337. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Khi đó, thể tích của khối chóp bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Ta có, diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$.

$$\text{Khi đó } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 338. Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V thì thể tích khối đa diện $ABCB'C'$ là

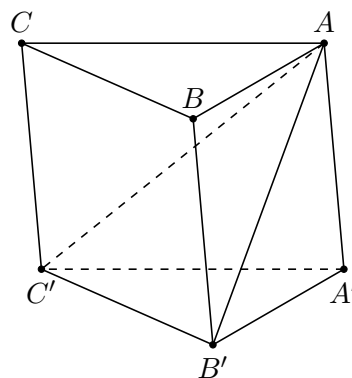
- A. $\frac{3V}{4}$. B. $\frac{2V}{3}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{3V}{2}$.

Lời giải.

Gọi h, S lần lượt là chiều cao khối lăng trụ và diện tích đáy tam giác $A'B'C'$.

$$\text{Ta có } V = V_{A.A'B'C'} + V_{ABCB'C'} = \frac{1}{3}hS + V_{ABCB'C'}.$$

$$\Rightarrow V_{ABCB'C'} = \frac{2V}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 339. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , $SA = a$ và SA vuông góc với mặt (ABC) . Gọi M và N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các đường thẳng SB và SC . Tỷ số thể tích của khối chóp $S.AMN$ và $S.ABC$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{4}$.

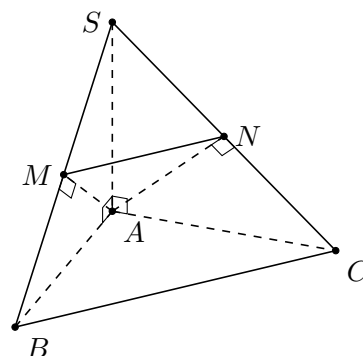
Lời giải.

Ta có $\triangle SAB$ và $\triangle SAC$ là các tam giác vuông cân tại S .

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SC .

Ta được $AM \perp SB$ và $AN \perp SC$.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{4}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 340. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , góc $\widehat{BAD} = 120^\circ$, $AB = a$, SO vuông góc với đáy $(ABCD)$ và cạnh bên SB tạo với đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

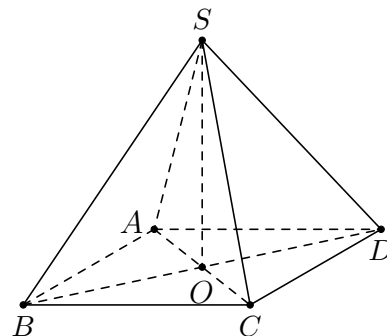
Lời giải.

Ta có $SO \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{SBO} = 60^\circ \Rightarrow \triangle SBD$ đều.

Ta có $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD} = 120^\circ$

$$\Rightarrow \triangle ABC \text{ đều} \Rightarrow \begin{cases} S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \\ BD = a\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow SO = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 341. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , mặt bên (SAB) là tam giác cân tại S , hai mặt phẳng (SAB) với (ABC) vuông góc với nhau và góc giữa SC với (ABC) bằng 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3a^3}{8}$.

B. $\frac{a^3}{12}$.

C. $\frac{a^3}{8}$.

D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC).$$

Ta được $\widehat{SCH} = 45^\circ \Rightarrow SH = CH$.

$$\text{Ta có } \triangle ABC \text{ đều cạnh bằng } a \Rightarrow \begin{cases} CH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3}{8}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 342. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a , đường chéo AC' tạo với mặt bên $(BCC'B')$ một góc α ($0 < \alpha < 45^\circ$). Thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $a^3\sqrt{1 + \cot^2 \alpha}$.

B. $a^3\sqrt{\cot^2 \alpha - 1}$.

C. $a^3\sqrt{\cos 2\alpha}$.

D. $a^3\sqrt{\tan^2 \alpha - 1}$.

Lời giải.

Ta có $AB \perp (BCC'B')$ nên

$$\widehat{AC'B} = (\angle AC', (BCC'B')) = \alpha.$$

Suy ra $BC' = a \cot \alpha$ và $BB' = \sqrt{B'C'^2 - C'B^2} = a\sqrt{\cot^2 \alpha - 1}$.

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot BB' = a^3\sqrt{\cot^2 \alpha - 1}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 343. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a\sqrt{2}$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích V của hình chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB , suy ra $SH \perp AB$.

Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Mặt khác tam giác SAB đều cạnh bằng $2a$ nên $SH = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S = 2a \cdot a\sqrt{2} = 2a^2\sqrt{2}$.

Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 2a^2\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 344. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với O' là tâm hình vuông $A'B'C'D'$. Biết rằng tứ diện $O'BCD$ có thể tích bằng $6a^3$. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = 12a^3$.

B. $V = 36a^3$.

C. $V = 54a^3$.

D. $V = 18a^3$.

Lời giải.

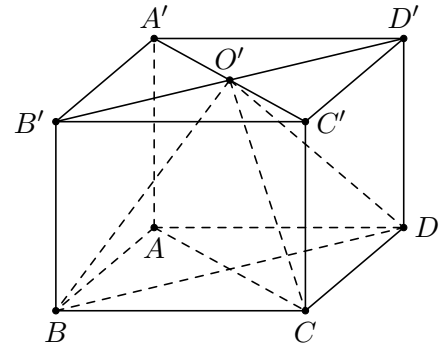
Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ và x là cạnh của hình lập phương.

Thể tích khối tứ diện $O'BCD$ là

$$V_{O'BCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle BCD} \cdot OO' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot x^2 \cdot x = \frac{x^3}{6}.$$

Theo giả thiết suy ra $\frac{x^3}{6} = 6a^3 \Leftrightarrow x^3 = 36a^3$.

Thể tích khối lập phương là $V = x^3 = 36a^3$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 345. Cho lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng a và khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $4a$. Tính thể tích V của lăng trụ đã cho?

A. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

B. $V = 6\sqrt{3}a^3$.

C. $V = 2\sqrt{3}a^3$.

D. $V = 9\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Diện tích đáy là $S = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vì khoảng cách giữa hai đáy bằng $4a$ nên $h = 4a$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = S \cdot h = 6a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 346. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $AB = a$, $AD = 2a$. Góc giữa cạnh bên SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích của hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{18}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

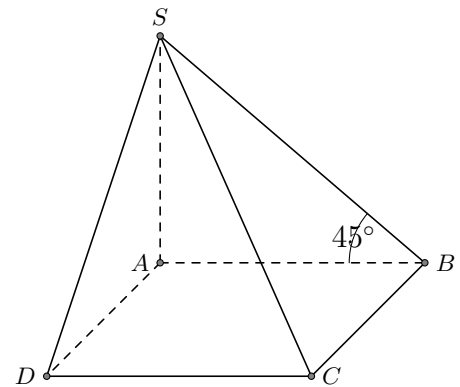
Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = a \cdot 2a = 2a^2$.

Góc giữa cạnh bên và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SBA} = 45^\circ$.

Do tam giác SAB vuông cân tại A nên $SA = SB = a$.

Vậy $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot a = \frac{2a^3}{3}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 347. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a . Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BCD')$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích hình hộp theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = a^3\sqrt{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{21}}{7}$.

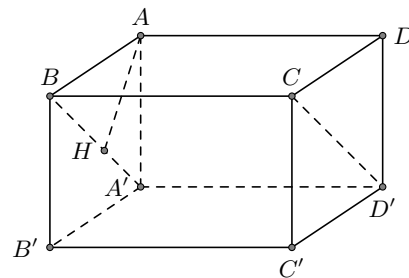
D. $V = a^3$.

Lời giải.

Kẻ $AH \perp BA'$. Ta có $d(A, (A'BCD')) = AH$.

Suy ra $\frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AB^2} = \frac{4}{3a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{3a^2}$ nên $AA' = a\sqrt{3}$.

Vậy $V = a^3\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 348. Cho khối chóp $S.ABC$. Trên các đoạn SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{2}SA; SB' = \frac{1}{3}SB; SC' = \frac{1}{4}SC$. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'$ và $S.ABC$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

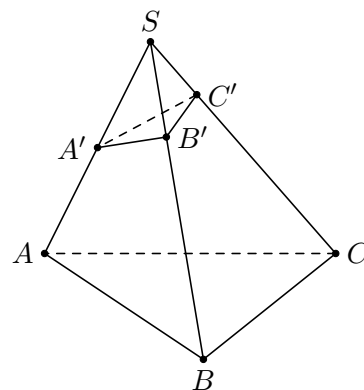
B. $\frac{1}{12}$.

C. $\frac{1}{24}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 349. Một gia đình cần xây một bể nước hình hộp chữ nhật để chứa 10 m^3 nước. Biết mặt đáy có kích thước chiều dài là $2,5 \text{ m}$ và chiều rộng là 2 m . Khi đó chiều cao h của bể nước là

A. $h = 3 \text{ m}$.

B. $h = 1 \text{ m}$.

C. $h = 1,5 \text{ m}$.

D. $h = 2 \text{ m}$.

Lời giải.

Ta có thể tích của bể nước là $V = 2,5 \cdot 2 \cdot h = 10 \Leftrightarrow h = \frac{10}{2 \cdot 2,5} = 2 \text{ m}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 350. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, biết $OA = 3, OB = 4$ và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng 6 . Khi đó khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{41}}{12}$.

B. $\frac{144}{\sqrt{41}}$.

C. $\frac{12}{\sqrt{41}}$.

D. 3 .

Lời giải.

Ta có $V_{OABC} = \frac{1}{3}OA \cdot S_{OBC} = \frac{1}{6}OA \cdot OB \cdot OC$.

$\Rightarrow OC = \frac{6V_{OABC}}{OA \cdot OB} = \frac{6 \cdot 6}{3 \cdot 4} = 3$.

Trong $\triangle OBC$ kẻ $OH \perp BC$ tại $H \Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp OH \\ BC \perp OA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AOH) \Rightarrow (ABC) \perp (AOH)$.

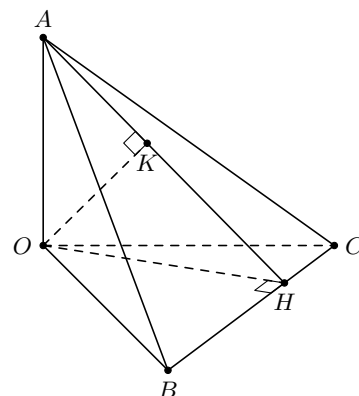
$(ABC) \cap (AOH) = AH$.

Trong $\triangle AOH$ kẻ $OK \perp AH$ tại $K \Rightarrow OK \perp (ABC)$.

$\Rightarrow d(O; (ABC)) = OK$.

Ta có $\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}$.

$\Rightarrow d(O; (ABC)) = OK = \frac{12}{\sqrt{41}}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 351. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

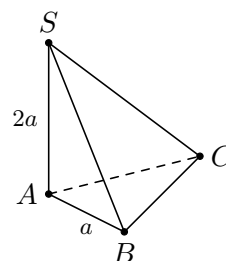
C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a \\ &= \frac{a^3\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 352. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V , thể tích khối chóp $A.CC'D'D$ bằng

A. $\frac{V}{6}$.

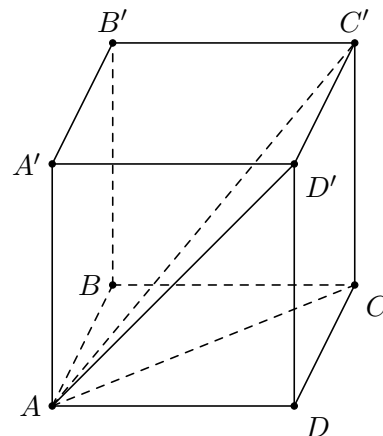
B. $\frac{V}{3}$.

C. $\frac{V}{4}$.

D. $\frac{2V}{3}$.

Lời giải.

Ta có $V_{ACC'D'D} = \frac{1}{3}S_{CC'D'D} \cdot d(A, (CC'D'D)) = \frac{1}{3}V = \frac{V}{3}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 353. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông với $AB = AC = a$, góc giữa BC' và (ABC) bằng 45° . Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. a^3 .

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải.

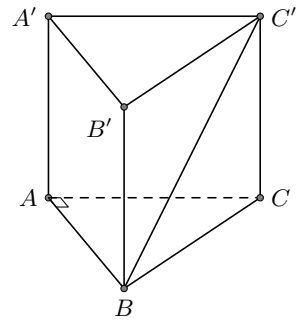
Do $\triangle ABC$ vuông và $AB = AC = a$ nên $\hat{A} = 90^\circ$ và $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2}{2}$ (đvdt).

Do BC là hình chiếu của BC' trên (ABC) nên góc giữa BC' và (ABC) là góc giữa đường thẳng BC' và $BC \Rightarrow \widehat{CBC'} = 45^\circ$.

Xét $\triangle CBC'$ ta có: $CC' = BC = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

$$V = S_{\triangle ABC} \cdot CC' = \frac{a^2}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2} \text{ (đvtt)}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 354. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SA = 2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ tính theo a là

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

B. $\frac{2a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$.

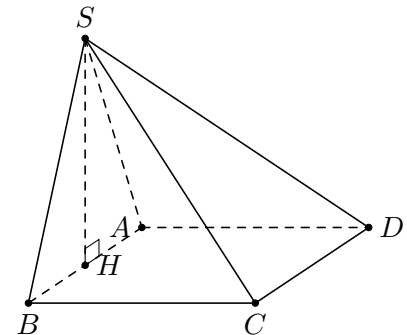
D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB . Khi đó $SH \perp (ABCD)$ và

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

$$\text{Do đó } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 355. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy. Tam giác ABC vuông tại B . Biết $SA = AB = 3a$; $BC = 2a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $9a^3$.

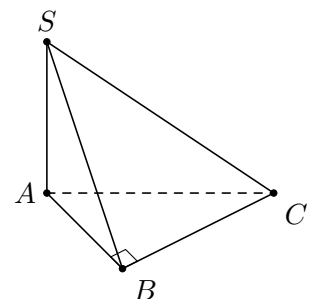
B. $6a^3$.

C. a^3 .

D. $3a^3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 2a \cdot 3a = 3a^3.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 356. Cho khối chóp $S.ABC$, gọi M là điểm trên đoạn SB sao cho $3SM = MB$, N là điểm trên đoạn AC sao cho $AN = 2NC$. Tỷ số thể tích khối chóp $M.ABN$ và $S.ABC$ bằng

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{2}{9}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
 V_{M.ABN} &= \frac{1}{3} \cdot S_{ABN} \cdot d(M; (ABC)) \\
 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AN \cdot AB \cdot \sin A \cdot d(M; (ABC)) \\
 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot AC \cdot AB \cdot \sin A \cdot \frac{3}{4} d(S; (ABC)) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB \sin A \cdot d(S; (ABC)) \\
 &= \frac{1}{2} V_{SABC}.
 \end{aligned}$$

Do đó $\frac{V_{M.ABN}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 357. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và $A'B = 3a$. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ theo a .

A. $V = 4\sqrt{5}a^3$.

B. $V = 12a^3$.

C. $V = 2\sqrt{5}a^3$.

D. $V = \frac{4\sqrt{5}a^3}{3}$.

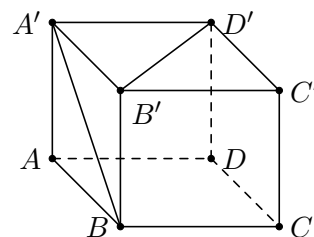
Lời giải.

Xét $\triangle ABA'$ vuông tại A , có

$$AA'^2 = BA'^2 - BA^2 = 9a^2 - 4a^2 = 5a^2.$$

Suy ra $AA' = a\sqrt{5}$.

Khi đó $V = AB \cdot AD \cdot AA' = 2a \cdot 2a \cdot a\sqrt{5} = 4\sqrt{5}a^3$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 358. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 2a$, góc giữa (SBC) và đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $a^3\sqrt{2}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC , suy ra $BC \perp (SOM)$

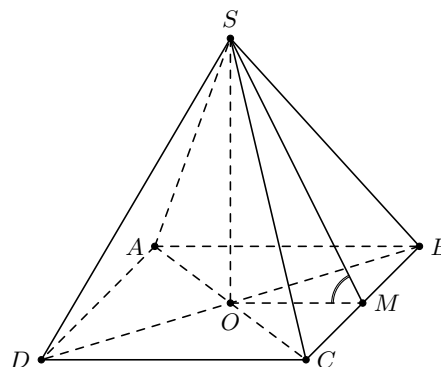
và góc giữa (SBC) với đáy là góc $\widehat{SMO} = 45^\circ$.

Lại có $AC = 2a$

$$\Rightarrow AB = a\sqrt{2}, SO = OM = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Thể tích $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{s\sqrt{2}}{2} \cdot (a\sqrt{2})^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 359. Cho hình đa diện đều loại $\{4; 3\}$ cạnh a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = 6a^2$.

B. $S = 4a^2$.

C. $S = 8a^2$.

D. $S = 10a^2$.

Lời giải.

Hình đa diện đều loại $\{4; 3\}$ là hình lập phương, do đó nên tổng diện tích các mặt của hình đa diện đó là $S = 6a^2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 360. Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh 3 cm, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ cm tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Khi đó thể tích V của khối lăng trụ là

A. $V = \frac{9}{4} \text{ cm}^3$. B. $V = \frac{27\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^3$. C. $V = \frac{27}{4} \text{ cm}^3$. D. $V = \frac{9\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

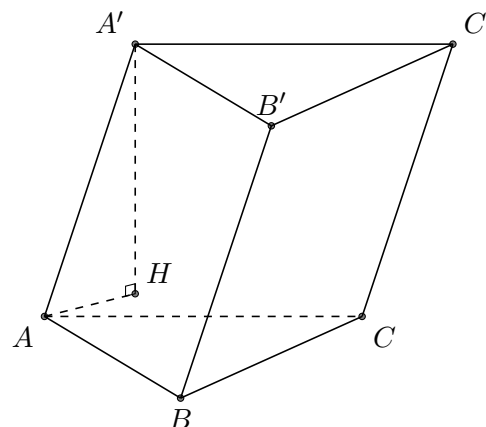
Gọi $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đang xét, H là hình chiếu của A' lên (ABC) .

Từ giả thiết ta có $\widehat{A'AH} = 30^\circ$.

Ta có $\sin 30^\circ = \frac{A'H}{AA'} \Rightarrow A'H = AA' \cdot \sin 30^\circ = 3 \text{ cm}$.

Thể tích khối lăng trụ là

$$V = AA' \cdot S_{ABC} = 3 \cdot \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^3.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 361. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy là hình thang $ABCD$ vuông tại A và B có $AB = a$, $AD = 3a$, $BC = a$. Biết $SA = a\sqrt{3}$, tính thể tích V khối chóp $S.BCD$ theo a .

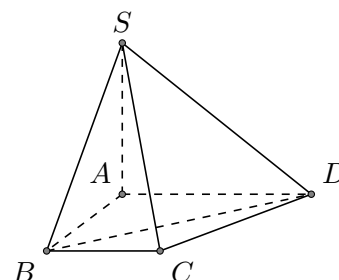
A. $V = 2a^3\sqrt{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Diện tích đáy BCD là $S_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{a^2}{2}$.

Do $SA \perp (ABCD)$ nên thể tích khối chóp $S.BCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 362. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết rằng mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° .

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AD , suy ra $SI \perp AD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAD) \perp (ABCD) = AD \\ SI \perp AD \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD).$$

Gọi M là trung điểm của BC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} IM \perp BC \\ SI \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SIM).$$

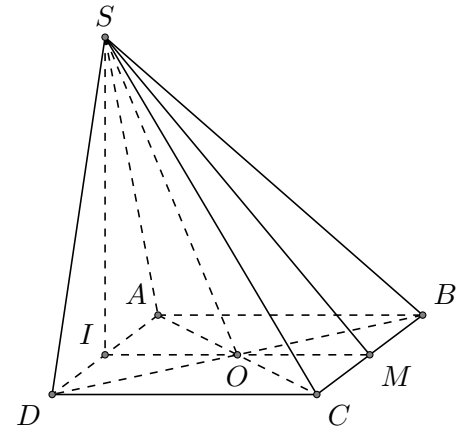
Vậy góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ là $\widehat{SMI} = 30^\circ$.

$$\text{Ta có } SI = \frac{AD\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$AB = IM = \frac{SI}{\tan 30^\circ} = 3a.$$

$$\text{Thể tích của khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot 3a = 2a^3\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 363. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình thoi. Hình chiếu của A' lên $(ABCD)$ là trọng tâm tam giác ABD . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $AB = a$, $\widehat{ABC} = 120^\circ$, $AA' = a$.

A. $a^3\sqrt{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABD ,

O là tâm hình thoi $ABCD$.

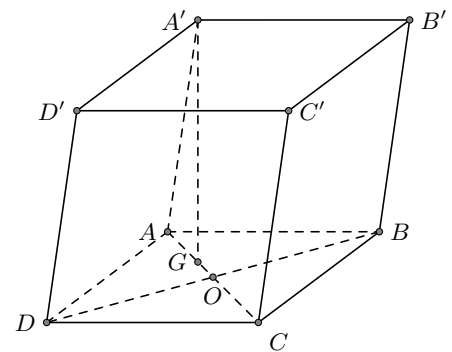
$$AG = \frac{2}{3}AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$A'G = \sqrt{AA'^2 - AG^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}a.$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot A'G \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$$

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 364.

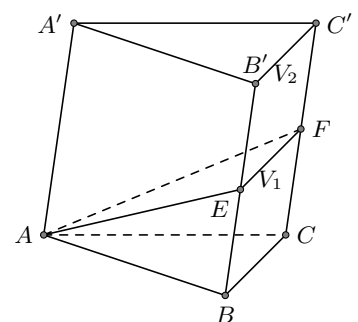
Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Mặt phẳng AEF chia khối lăng trụ thành hai phần có thể tích V_1 và V_2 như hình vẽ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. 1.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

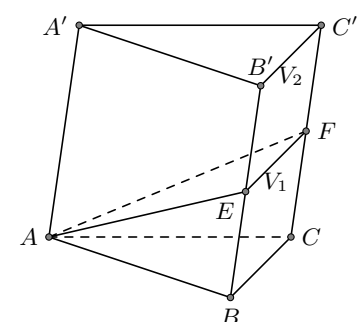


Lời giải.

$$\text{Vì } S_{BCFE} = \frac{1}{2}S_{BCC'B'} \text{ nên}$$

$$V_1 = V_{A.BCFE} = \frac{1}{2}V_{A.BCC'B'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}.$$

$$\text{Suy ra } V_2 = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}. \text{ Và do đó } \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}.$$



Chọn đáp án (D)

□

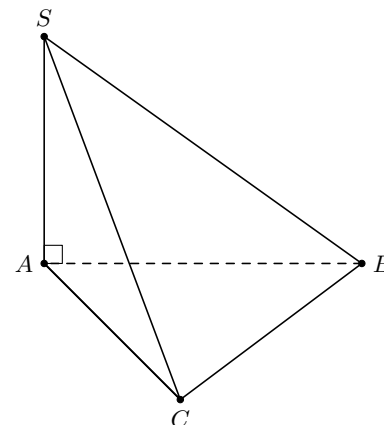
Câu 365. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = 3a^3$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = a^3$.

Lời giải.

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Thể tích hình chóp $V = \frac{1}{3}S \cdot h = \frac{1}{3}a^2\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = a^3$.



Chọn đáp án (D)

□

Câu 366. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, góc hợp bởi đường thẳng AA' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng 45° , hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. B. a^3 . C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{9}a^3$.

Lời giải.

Vì $AA' \parallel BB'$ và $(ABC) \parallel (A'B'C')$ suy ra góc giữa AA' và $(A'B'C')$ bằng góc giữa BB' và mặt phẳng (ABC) .

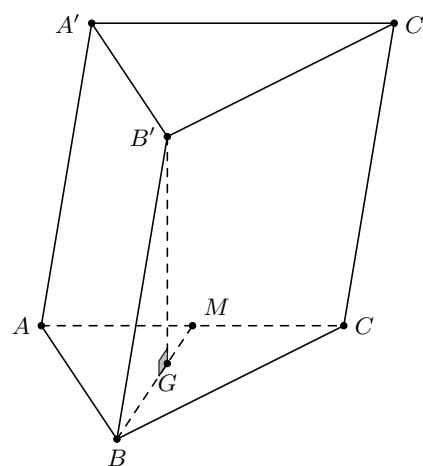
Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$. Vì $B'G \perp (ABC)$ suy ra góc giữa $B'B$ và (ABC) là góc $\widehat{B'BG} = 45^\circ$.

Xét $\triangle ABC$ có $AC = 2a$. Gọi M là trung điểm AC và

$$BM = \frac{2(AB^2 + BC^2) - AC^2}{4} = a^2 \Rightarrow BG = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3}a.$$

Xét $\triangle BGB'$ có $B'G = BG \cdot \tan B = \frac{2}{3}a$.

Thể tích khối trụ $V = S_{ABC} \cdot B'G = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot B'G = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án (A)

□

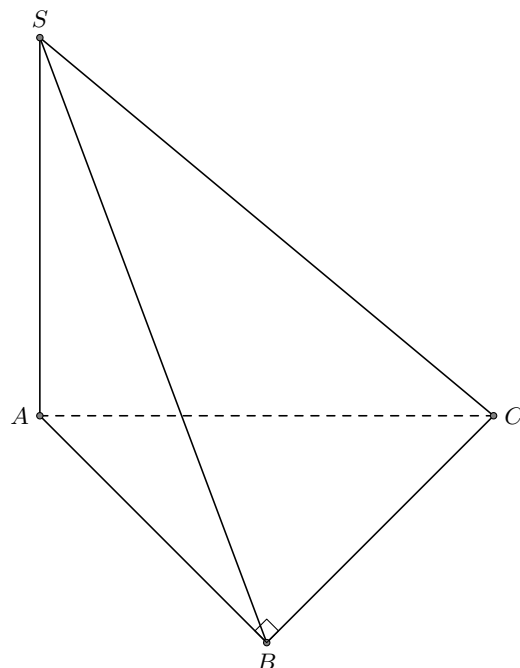
Câu 367. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. Tam giác ABC vuông cân tại B , biết $SA = AC = 2a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{4a^3}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $2AB^2 = AC^2 \Rightarrow AB = 2a$, suy ra $S_{ABC} = 2a^2$.

$$\text{Do đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 368. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích là V . Gọi M là trung điểm của SA , N thỏa $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CM}$. Thể tích khối chóp $N.ABCD$ là

A. $\frac{V}{6}$.

B. $\frac{V}{4}$.

C. $\frac{V}{8}$.

D. $\frac{V}{12}$.

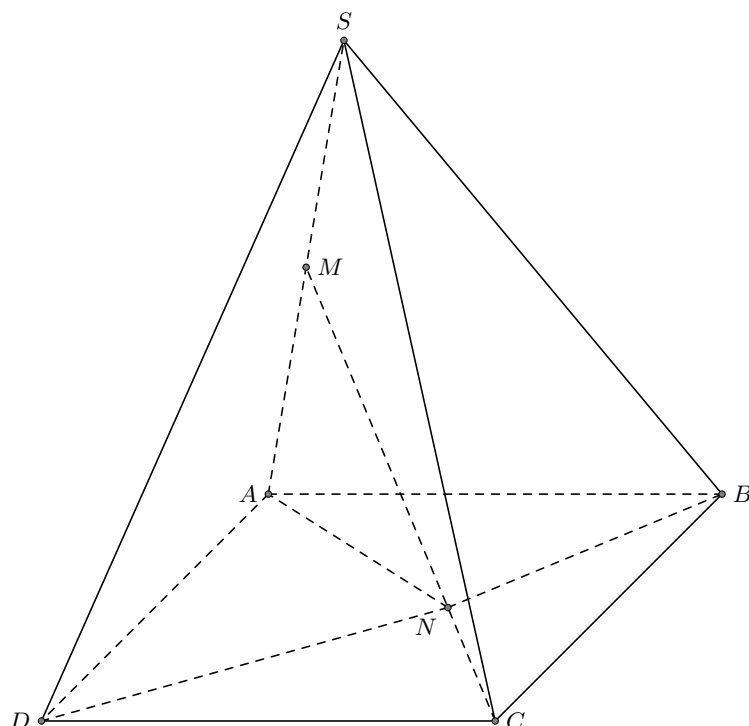
Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{CN}{CM} = \frac{1}{4} = \frac{d[N, (ABCD)]}{d[M, (ABCD)]}.$$

$$\text{Mà } \frac{d[S, (ABCD)]}{d[M, (ABCD)]} = 2 \text{ nên}$$

$$d[N, (ABCD)] = \frac{1}{8} d[S, (ABCD)]$$

$$\text{suy ra } V_{N.ABCD} = \frac{V}{8}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 369. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB là tam giác đều cạnh bằng a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Mặt phẳng (SCD) tạo với đáy một góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

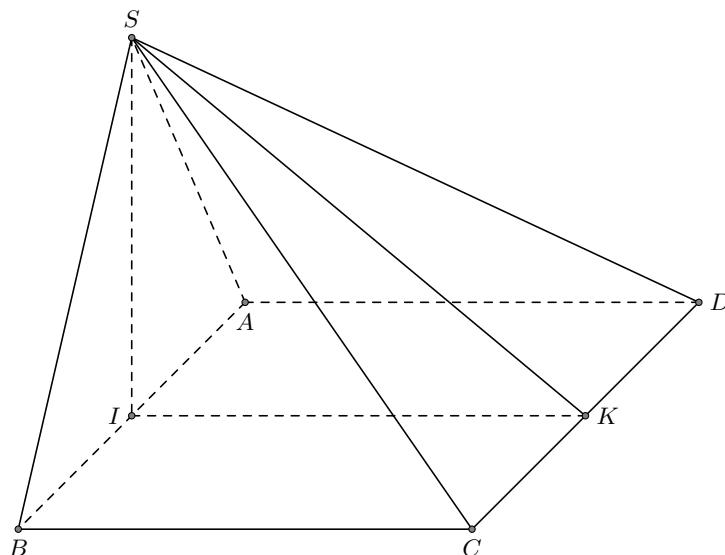
Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB , theo giả thiết ta có $SI \perp (ABCD)$. Gọi K là trung điểm CD , ta có $\begin{cases} IK \perp CD \\ SK \perp CD \end{cases}$ nên

$$(\widehat{SCD}; (\widehat{ABCD})) = \widehat{SKI} = 30^\circ.$$

Vì tam giác SAB đều cạnh a nên $SI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ suy ra $IK = SI \cdot \cot 30^\circ = \frac{3a}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SI = \frac{3a^3\sqrt{3}}{12}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 370. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$. Mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt phẳng đáy (ABC) một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ACB.A'B'C'$.

A. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

C. $V = \frac{5\sqrt{2}a^3}{12}$.

D. $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm cạnh BC , do giả thiết suy ra $AM \perp BC$ (1). Mặt khác $AA' \perp (ABC)$ suy ra $AA' \perp BC$ (2). Từ (1), (2) suy ra $BC \perp (A'M)$ do đó $\widehat{A'MA} = (\widehat{ABC}, (\widehat{A'MA})) = 60^\circ$.

Đặt $x = AB$ khi đó $AM = \frac{x\sqrt{3}}{2}$ và $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot MA \cdot$

$$BC = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}.$$

Do giả thiết suy ra

$$\frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow x^2 = a^2 \Leftrightarrow x = a.$$

Xét tam giác $AA'M$ vuông tại A ta có

$$AA' = AM \cdot \tan \widehat{A'MA} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Khi đó } V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 371. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác đều đồng thời nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = a^3$.

B. $V = 3a^3$.

C. $V = \frac{3a^3}{2}$.

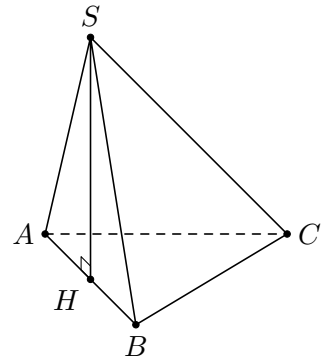
D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm cạnh AB , khi đó ta có:

$$\begin{cases} (SAB) \cap (ABC) = AB \\ (SAB) \perp (ABC) \\ SH \perp AB \\ SH \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC).$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a^3.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 372. Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại A , $AC = AB = 2a$, góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

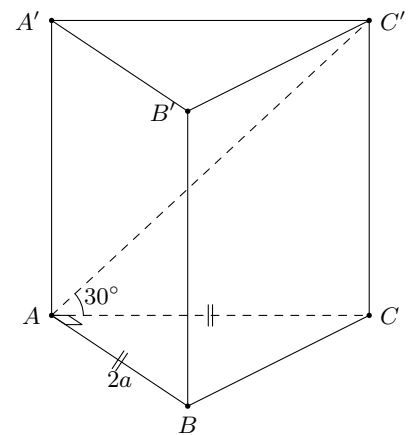
Lời giải.

Vì $A'A \perp (ABC)$ nên góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{C'AC} = 30^\circ$.

$$\text{Ta có } CC' = AC \tan 30^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Đáy ABC là tam giác vuông cân có diện tích bằng $\frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = 2a^2$.

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = 2a^2 \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 373. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Vì lăng trụ tam giác đều là lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều nên ta có

$$\text{— Diện tích đáy } \mathcal{B} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{— Đường cao } h = 3.$$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ cần tìm là } V = \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 374. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$. B. $V = 4\sqrt{7}a^3$. C. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$. D. $V = \frac{4a^3}{3}$.

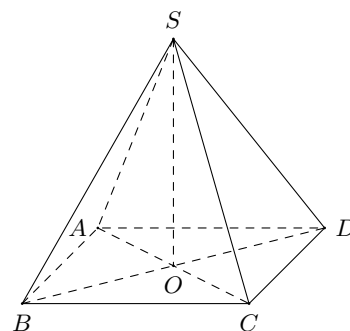
Lời giải.

Ta có $AO = \frac{AC}{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.

Suy ra $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{9a^2 - 2a^2} = a\sqrt{7}$.

Đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ nên có diện tích là $4a^2$.

Vậy thể tích cần tìm là $V = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot a\sqrt{7} = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 375. Một khối lăng trụ tam giác có thể phân chia ít nhất thành n khối tứ diện có đỉnh là đỉnh của lăng trụ và có thể tích bằng nhau. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $n = 8$.

B. $n = 3$.

C. $n = 6$.

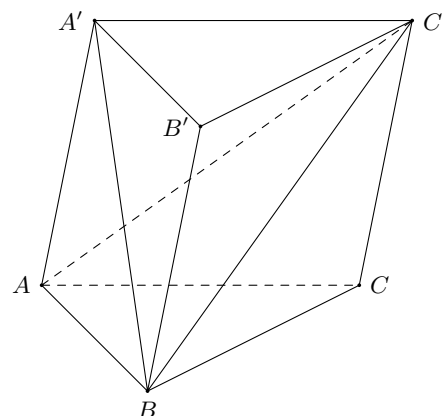
D. $n = 4$.

Lời giải.

Ta có $V_{\text{khối lăng trụ}} = \mathcal{B}h$, $V_{\text{khối chóp}} = \frac{1}{3}\mathcal{B}h$.

Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể phân chia thành ba khối tứ diện có thể tích bằng nhau là $C'ABC$, $BA'B'C'$ và $ABC'A'$.

Vậy $n = 3$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 376. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $AB = a$, $BC = 2a$, chiều cao $SA = a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

B. $V = 2a^3\sqrt{6}$.

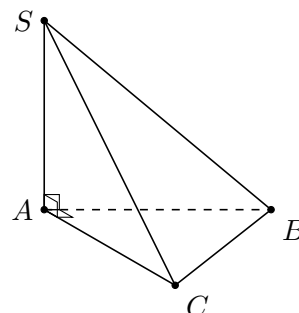
C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

D. $V = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\triangle ABC$ vuông tại A , ta được $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$.

Khi đó, $V = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot AB \cdot AC = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 377. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $SB = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $V = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

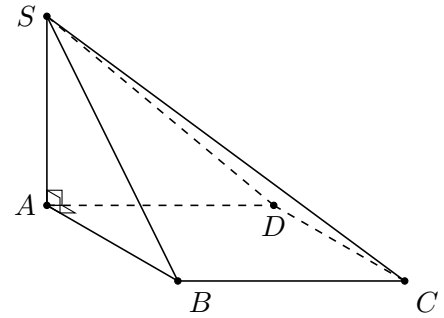
C. $V = \frac{a^3 2}{3}$.

D. $V = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$.

Ta được $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án **A** □

Câu 378. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A với $BC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Biết $SA \perp (ABC)$ và (SBC) hợp với đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $a^3\sqrt{2}$.

C. $\frac{a^3}{9}$.

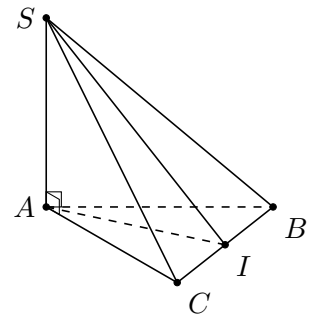
D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm BC .

Ta được $\begin{cases} \widehat{SIA} = 45^\circ \\ SA = AI = \frac{a\sqrt{3}}{3} \end{cases}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot AI \cdot BC = \frac{a^3}{9}$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 379. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AC = 5a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Cạnh bên SB tạo với đáy một góc bằng 60° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $4\sqrt{2}a^3$.

B. $2a^3$.

C. $2\sqrt{2}a^3$.

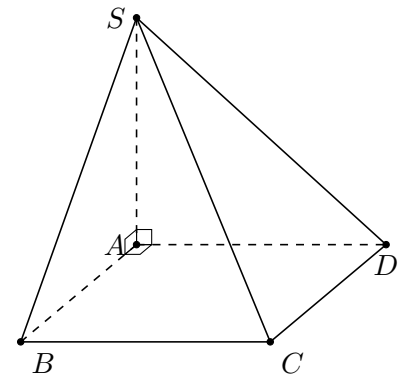
D. $6\sqrt{2}a^3$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$.

Ta được $SA = AB \tan \widehat{SBA} = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot AB \cdot BC = 2\sqrt{2}a^3$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 380. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu của A' xuống (ABC) là tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Biết AA' hợp với đáy (ABC) một góc 60° , thể tích khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

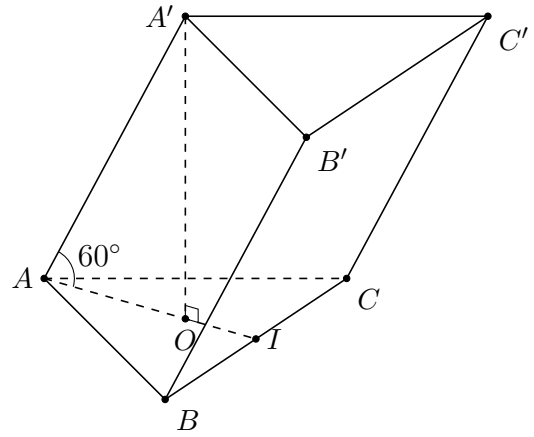
Lời giải.

Gọi I là trung điểm cạnh BC .

Vì tam giác ABC đều nên tâm đường tròn ngoại tiếp O đồng thời là trọng tâm.

Ta có

$$\begin{aligned} &— AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}. \\ &— AO = \frac{2}{3}AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}. \\ &— \widehat{A'AO} = (\widehat{AA'}, (\widehat{ABC})) = 60^\circ. \\ &— A'O = AO \cdot \tan \widehat{A'AO} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \tan 60^\circ = a. \end{aligned}$$



$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ là } V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'O = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 381. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, cạnh bên SA tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải.

Kẻ đường cao SH trong tam giác SAC . Vì $(SAC) \perp (ABCD)$, AC là giao tuyến và $AC \perp SH$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Vậy góc giữa SA và đáy chính là $\widehat{SAH} \Rightarrow \widehat{SAH} = 60^\circ$.

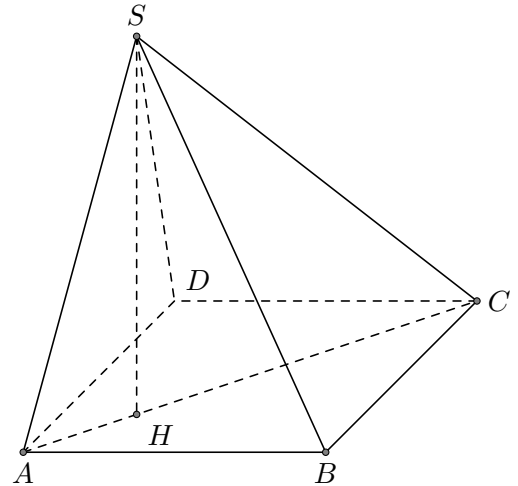
$$\text{Ta có } \sin \widehat{SAH} = \frac{SH}{SA} \Rightarrow SA = \frac{2}{\sqrt{3}}SH.$$

$$\text{Có } \widehat{SCA} = 90^\circ - \widehat{SAC} = 30^\circ \Rightarrow \sin \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} \Rightarrow AC = 2SA.$$

$$\text{Vậy } AC = \frac{4}{\sqrt{3}}SH.$$

$$\text{Mặt khác, } AB = a\sqrt{2} \text{ nên } AC = \sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = 2a.$$

$$\text{Do đó } SH = \frac{\sqrt{3}}{4}AC = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Diện tích mặt đáy là $S_{ABCD} = AB^2 = 2a^2$. Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 2a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 382. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 48. Gọi M, N, P lần lượt là điểm thuộc các cạnh AB, CD, SC sao cho $MA = MB, NC = 2ND, SP = PC$. Tính thể tích V của khối chóp $P.MBCM$.

A. $V = 14$. B. $V = 20$. C. $V = 28$. D. $V = 40$.

Lời giải.

Ta có

$$S_{MNCB} = \frac{1}{2}d[B, CD] \cdot (BM + CN)$$

$$S_{ABCD} = d[B, CD] \cdot AB.$$

Từ đó ta suy ra

$$\frac{S_{MNCB}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{2} \left(\frac{MB}{AB} + \frac{NC}{DC} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right) = \frac{7}{12}.$$

Do P là trung điểm SC nên

$$d[S, (ABCD)] = 2d[P, (ABCD)].$$

Do đó

$$\begin{aligned} V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot d[S, (ABCD)] \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{12}{7} \cdot S_{MNCB} \cdot 2d[P, (ABCD)] \\ &= \frac{24}{7} V_{P.MNCB}. \end{aligned}$$

$$\text{Vì } V_{S.ABCD} = 48 \Rightarrow V_{P.MNCB} = 14.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 383. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SB tạo với mặt phẳng (SAD) một góc bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

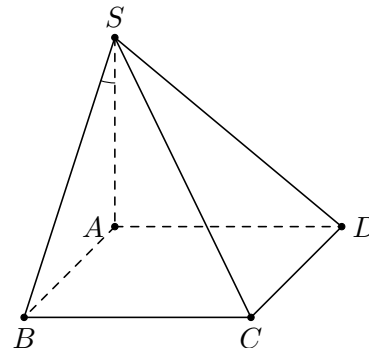
A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Do } AB \perp (SAD) \Rightarrow (SB; (SAD)) = \widehat{BSA} = 60^\circ.$$

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = a^2 \text{ và } SA = AB \cot \widehat{BSA} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 384. Cho khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC = 2a, AD = 3a$. Thể tích V của khối tứ diện đó là

A. $V = 3a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = 4a^3$. D. $V = 2a^3$.

Lời giải.

$$\text{Do } AB, AC, AD \text{ đôi một vuông góc nên } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot S_{\triangle ADC} = \frac{1}{6} \cdot AB \cdot AC \cdot AD = 2a^3.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 385. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh $BC = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ bằng 60° . Biết diện tích của tam giác $A'BC$ bằng $2a^2$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = 3a^3$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

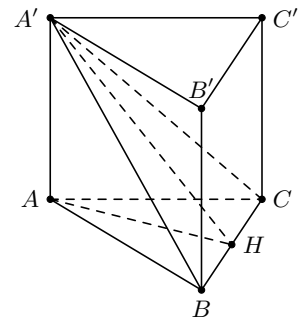
Lời giải.

Theo công thức hình chiếu ta có $S_{ABC} = S_{A'BC} \cdot \cos 60^\circ = 2a^2 \cdot \frac{1}{2} = a^2$.

Từ A kẻ $AH \perp BC$ tại H mà $AA' \perp BC \Rightarrow BC \perp (AA'H)$
 $\Rightarrow \widehat{A'HA} = [(A'BC), (ABC)] = 60^\circ$ và $AH = \frac{2S_{ABC}}{BC} = \frac{2a^2}{2a} = a$.

Xét $\triangle A'AH$ vuông tại A ta có $AA' = AH \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot a^2 = \sqrt{3}a^3$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 386. Thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng 3 là

A. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\frac{9\sqrt{2}}{4}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi $ABCD$ là khối tứ diện đều, O là trọng tâm $\triangle BCD$, M là trung điểm của CD . Suy ra $AO \perp (BCD)$ và $BM \perp CD$.

$\triangle BDM$ vuông tại M có $BM = BD \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $BO = \frac{2}{3}BM = \sqrt{3}$.

$\triangle ABO$ vuông tại O có $AB^2 = AO^2 + BO^2$, suy ra $AO = \sqrt{6}$.

$$S_{BCD} = \frac{1}{2}BM \cdot CD = \frac{9\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy } S_{ABCD} = \frac{1}{3}AO \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{2}}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 387. Một hình chóp có diện tích đáy bằng 12 m^2 và thể tích khối chóp đó là 72 m^3 . Tính chiều cao h của khối chóp đó.

A. $h = 18 \text{ m}$.

B. $h = 28 \text{ m}$.

C. $h = 6 \text{ m}$.

D. $h = \frac{1}{6} \text{ m}$.

Lời giải.

Chiều cao của khối chóp là $h = \frac{3V}{S} = \frac{3 \cdot 72}{12} = 18 \text{ m}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 388. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$. Tính thể tích V của khối tứ diện $BA'C'D'$.

A. $V = 2a^3$.

B. $V = 6a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = 3a^3$.

Lời giải.

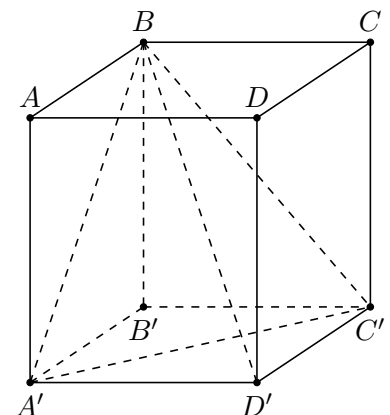
Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $BB' \perp (A'B'C'D')$
 hay $BB' \perp (A'C'D')$.

Diện tích tam giác $A'C'D'$ là

$$S_{A'C'D'} = \frac{1}{2}A'D' \cdot C'D' = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a = a^2.$$

Thể tích của khối tứ diện $BA'C'D'$ là

$$V = \frac{1}{3}S_{A'C'D'} \cdot BB' = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 3a = a^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 389. Diện tích toàn phần của hình bát diện đều cạnh $3a$ bằng

- A. $4a^2\sqrt{3}$. B. $9a^2\sqrt{3}$. C. $2a^2\sqrt{3}$. D. $18a^2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Diện tích một mặt của hình bát diện đều là $\frac{(3a)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do đó diện tích toàn phần của hình bát diện đều là $S = 8 \cdot \frac{9a^2\sqrt{3}}{4} = 18a^2\sqrt{3}$.

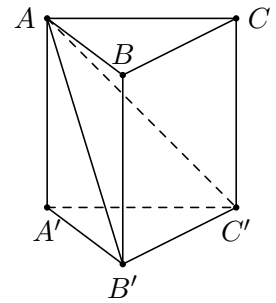
Chọn đáp án **D**

□

Câu 390.

Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a . Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{3a^3}{2}$.



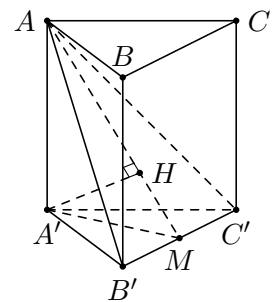
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của $B'C'$, H là hình chiếu vuông góc của A' lên AM ta có $A'H$ chính bằng khoảng cách từ A' đến $(AB'C')$.

Ta có $\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{A'M^2}$.

Từ giả thiết ta có $A'M = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên suy ra $AA' = 2a$.

Thể tích khối lăng trụ bằng $A'A \cdot S_{\triangle ABC} = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.



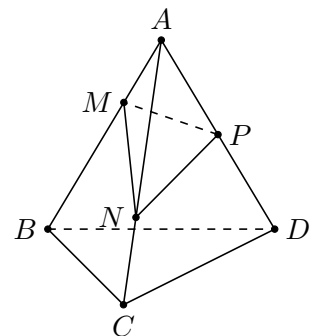
Chọn đáp án **B**

□

Câu 391.

Cho khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AB = a, AC = 2a, AD = 3a$. Các điểm M, N, P theo thứ tự thuộc các cạnh AB, AC, AD sao cho $2AM = MB, AN = 2NC, AP = PD$. Tính thể tích khối tứ diện $AMNP$.

- A. $\frac{2a^3}{9}$. B. a^3 . C. $\frac{a^3}{9}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.



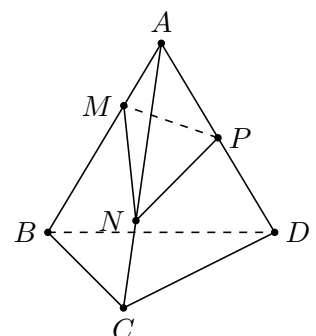
Lời giải.

Từ giả thiết suy ra thể tích của khối tứ diện $ABCD$ là

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = a^3.$$

Mà ta có $\frac{V_{AMNP}}{V_{ABCD}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} \cdot \frac{AP}{AD} = \frac{1}{9}$.

Từ đó suy ra $V_{AMNP} = \frac{a^3}{9}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 392. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

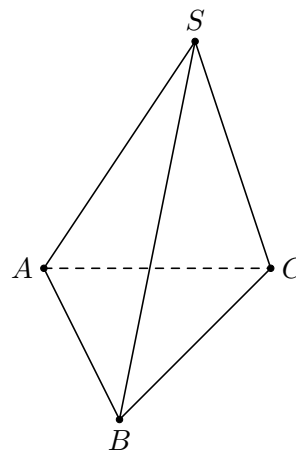
- A. $h = a\sqrt{3}$. B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có thể tích khối chóp $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_d \cdot h$.

Dó đó chiều cao h của hình chóp là

$$h = \frac{3V_{S.ABC}}{S_d} = \frac{3 \cdot a^3}{\frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2}} = a\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

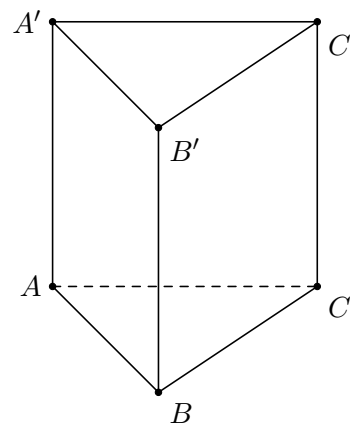
Câu 393. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có các cạnh bằng a là

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_d \cdot h = \frac{1}{2}a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 394. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AD' = 2a$.

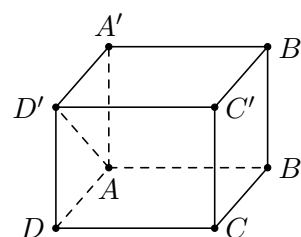
- A. $2\sqrt{2}a^3$. B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. C. a^3 . D. $8a^3$.

Lời giải.

Hình vuông $AA'D'D$ có đường chéo $AD' = 2a$ nên cạnh $AD = a\sqrt{2}$.

Thể tích của hình lập phương là

$$V = (a\sqrt{2})^3 = 2a^3\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 395. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a , cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3}{6}$.

C. $V = \frac{a^3}{3}$.

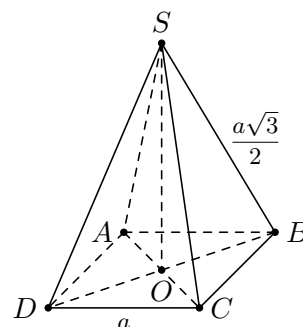
D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Ta có $OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$,

$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \frac{a}{2}$.

Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3}{6}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 396. Nếu tăng kích thước hai cạnh của khối hộp chữ nhật lên 2 lần và giảm kích thước cạnh thứ ba 4 lần thì thể tích khối hộp thay đổi như thế nào?

A. Thể tích không thay đổi.

B. Thể tích tăng lên 4 lần.

C. Thể tích giảm đi 4 lần.

D. Thể tích tăng lên 8 lần.

Lời giải.

Gọi V , a , b và c lần lượt là thể tích của khối hộp chữ nhật và kích thước các cạnh AB , AD , AA' của khối hộp chữ nhật.

Khi đó $V = abc$ (đvtt).

Giả sử khối hộp tăng kích thước hai cạnh AB , AD lên 2 lần và giảm kích thước cạnh thứ ba AA' xuống 4 lần.

Khi đó thể tích của khối hộp chữ nhật là

$V' = 2a \cdot 2b \cdot \frac{c}{4} = abc = V$.

Vậy khi đó thể tích khối hộp không thay đổi.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 397. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, mặt bên hợp với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a là

A. $\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

C. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{9}$.

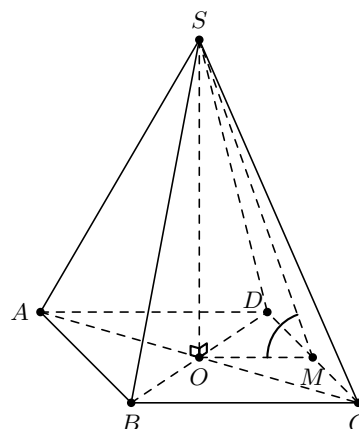
Lời giải.

Gọi M trung điểm CD và O là tâm của hình vuông $ABCD$ suy ra $OM = a$.

Vì $SO \perp (ABCD)$ nên $SO \perp OM$ suy ra góc giữa mặt bên và mặt đáy chính là góc $\widehat{SMO} = 60^\circ$.

Khi đó $SO = OM \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Khi đó $V_{ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot 4a^2 = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.



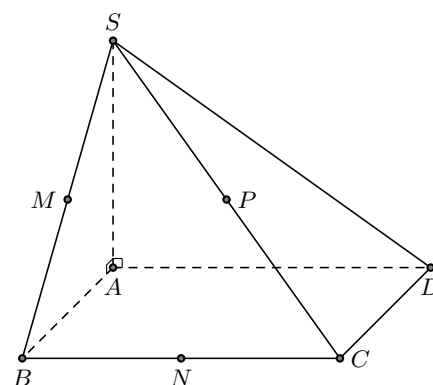
Chọn đáp án **C**

□

Câu 398.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , biết $SA = a$ và SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh SB, BC, SC (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng độ dài đoạn thẳng nào trong các đoạn thẳng sau đây?

- A. AN . B. AP . C. AB . D. AM .

**Lời giải.**

Từ giả thiết, suy ra $\triangle SAB$ vuông cân tại A . Do đó $AM \perp SB$ (1) tại M .

$$\text{Vì } \begin{cases} SA \perp (ABDC) \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $AM \perp (SBC)$.

Vậy $d(A, (SBC)) = AM$.

Chọn đáp án **D**

□

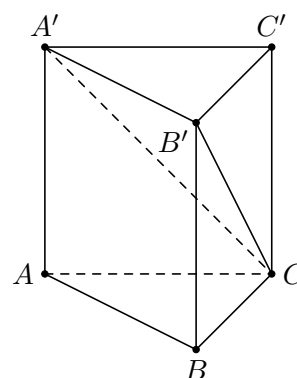
Câu 399. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Biết thể tích lăng trụ là V , tính thể tích khối chóp $C.ABB'A'$.

- A. $\frac{2V}{3}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{3V}{4}$. D. $\frac{V}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{CA'B'C'} = \frac{1}{3}d(C, (A'B'C')) \cdot S_{A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{V}{3}.$$

$$\text{Suy ra } V_{C.ABB'A'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{CA'B'C'} = V - \frac{V}{3} = \frac{2V}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 400. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, biết $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3\sqrt{3}}$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng (SCD) .

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Lời giải.

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} \Rightarrow SA = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$;

$$\begin{cases} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow (SAD) \perp (SCD).$$

Mặt khác $SD = (SAD) \cap (SCD)$ suy ra SD là hình chiếu vuông góc của SA trên mặt phẳng (SCD) . Khi đó

$$(SA, (SCD)) = \widehat{ASD}.$$

Ta có tam giác SAD vuông tại A nên

$$\tan \widehat{ASD} = \frac{AD}{AS} = \frac{a}{\frac{a}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{ASD} = 60^\circ.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 401. Tính thể tích của khối bát diện đều có tất cả các cạnh bằng $2a$.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

B. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

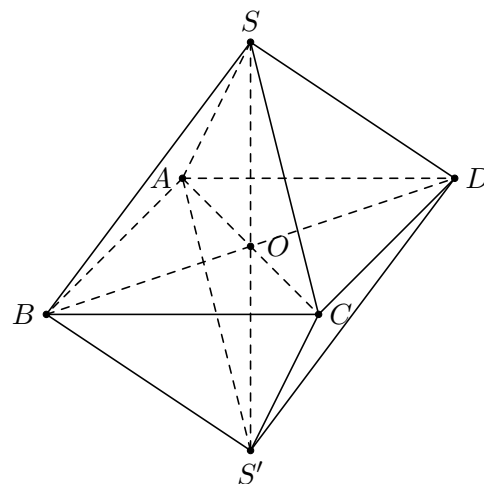
C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải.

Thể tích V của khối bát diện đều gấp 2 lần thể tích của khối chóp đều $S.ABCD$. Suy ra

$$V = \frac{2}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{2}{3}a\sqrt{2} \cdot (2a)^2 = \frac{8\sqrt{2}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 402. Cho hình bát diện đều cạnh 2. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Khi đó S bằng

A. $S = 32$.

B. $S = 8\sqrt{3}$.

C. $S = 4\sqrt{3}$.

D. $S = 16\sqrt{3}$.

Lời giải.

Hình bát diện đều có 8 mặt và các mặt đều là tam giác đều cạnh 2.

Diện tích của một mặt là $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2^2 = \sqrt{3}$.

Vậy tổng diện tích $S = 8\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 403. Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_1 là thể tích của khối tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $V = 3V_1$.

B. $V = 4V_1$.

C. $V = 6V_1$.

D. $V = 2V_1$.

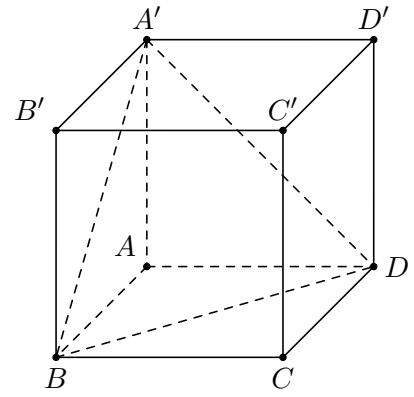
Lời giải.

Gọi a là độ dài cạnh hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Ta có $V = a^3$ và

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2}a \cdot a = \frac{1}{6}a^3 = \frac{1}{6}V.$$

Do đó $V = 6V_1$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 404. Cho hình chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 9, diện tích đáy bằng 5. Gọi M là trung điểm của cạnh SB và N thuộc cạnh SC sao cho $NS = 2NC$. Thể tích V của khối chóp $A.BMNC$ là

- A. $V = 10$. B. $V = 30$. C. $V = 5$. D. $V = 15$.

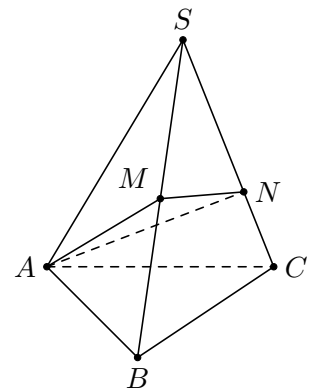
Lời giải.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 5 = 15$. Ta có:

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{3}.$$

Suy ra $V_{S.AMN} = \frac{1}{3} \cdot V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot 15 = 5$. Khi đó

$$V_{A.BMNC} = V_{S.ABC} - V_{S.AMN} = 15 - 5 = 10.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 405. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với đáy (ABC) góc 30° . Tính theo a thể tích của khối lăng trụ đã cho.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $a^3\sqrt{6}$.

Lời giải.

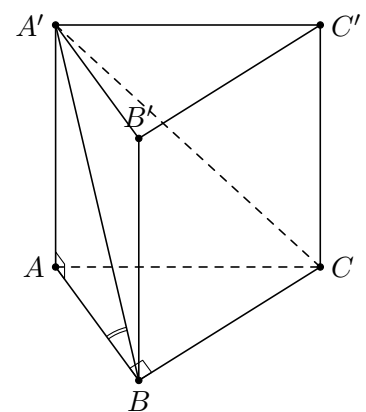
$$V_1 \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{cases} \text{ nên } BC \perp (ABA').$$

Suy ra góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) bằng $\widehat{A'BA} \Rightarrow \widehat{A'BA} = 30^\circ$.

Tam giác $A'AB$ vuông tại $A \Rightarrow AA' = AB \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = S \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 406. Cho khối chóp tứ giác đều cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng 45° . Tính thể tích của khối chóp đó.

A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $a^3\sqrt{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

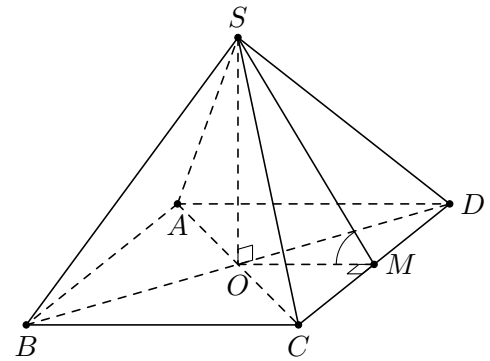
Lời giải.

Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và M là trung điểm của CD .

Khi đó $SO \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp OM \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM).$$

Do đó góc giữa mặt bên (SCD) và đáy $(ABCD)$ bằng góc $\widehat{SMO} \Rightarrow \widehat{SMO} = 45^\circ$.



Ta có $OM = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$. Tam giác SOM vuông cân tại O nên $SO = OM = \frac{a}{2}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S = a^2$.

$$\text{Thể tích khối chóp đều } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3}{6}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 407. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , chu vi mặt bên $ACC'A'$ bằng $6a$. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $3a^3$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. a^3 .

Lời giải.

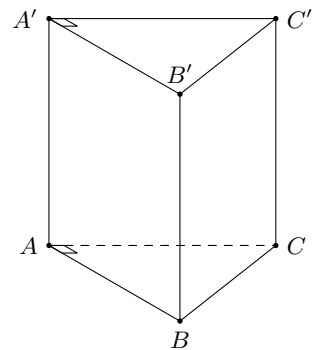
Ta có

$$2(AC + CC') = 6a \Leftrightarrow AC + 2a = 3a \Leftrightarrow AC = a.$$

Suy ra diện tích tam giác ABC bằng

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}a^2.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2}a^2 \cdot 2a = a^3.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 408. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ cạnh bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp đều đó là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

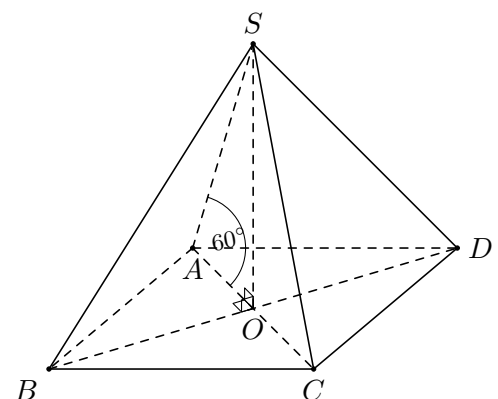
Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Ta có góc $\widehat{SAO} = 60^\circ$ ta suy ra $\tan 60^\circ = \frac{SO}{AO}$

$$\Rightarrow SO = \sqrt{3}AO = \frac{\sqrt{6}a}{2}.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}a}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 409. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

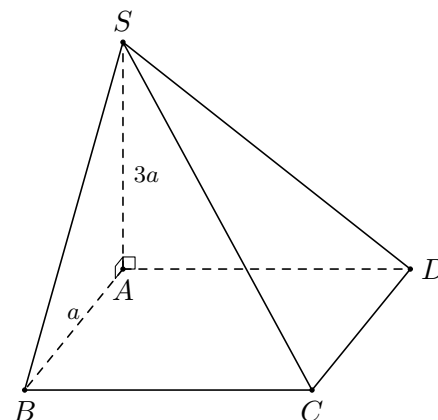
- A. $V = 6a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 2a^3$.

Lời giải.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a^2 = a^3.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 410. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $BC = 2a$, mặt bên $BB'C'C$ là hình vuông. Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

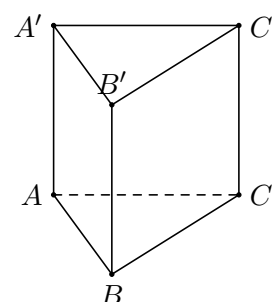
- A. $V = \frac{8a^3}{3}$. B. $V = 8a^3$. C. $V = 4a^3$. D. $V = 6a^3$.

Lời giải.

$$\text{— } S_{ABC} = \frac{1}{2}CB \cdot CA = 2a^2.$$

— $BB'C'C$ là hình vuông nên $CC' = 2a$. Do đó, thể tích khối lăng trụ là

$$V = CC' \cdot S_{ABC} = 2a \cdot 2a^2 = 4a^3.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

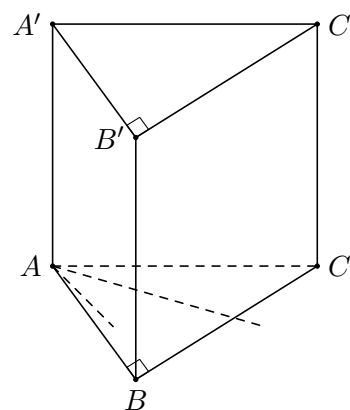
Câu 411. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = a^3$.

Lời giải.

Vì $AC = a\sqrt{2}$; $BA^2 + BC^2 = AC^2$ nên $BA = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a$.

Thể tích hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = S_{ABC} \cdot BB' = \frac{1}{2}a \cdot a \cdot a = \frac{a^3}{2}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 412. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

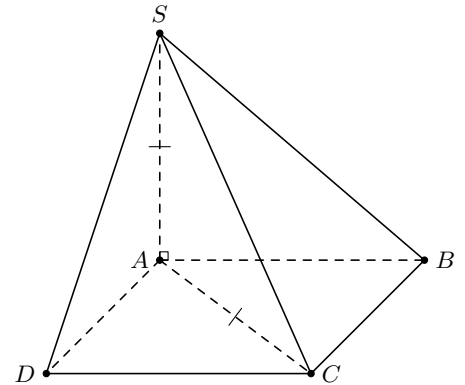
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = a^3\sqrt{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Lời giải.

Ta có

- Chiều cao hình chóp là $h = SA = a\sqrt{2}$.
- Gọi cạnh hình vuông $ABCD$ là x .
Ta có $x^2 + x^2 = (a\sqrt{2})^2 \Rightarrow x = a$. Vậy diện tích đáy hình chóp là $\mathcal{B} = a^2$.

Suy ra thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}\mathcal{B}h = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 413. Hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là một hình thoi với diện tích 9 cm^2 . Hai mặt chéo $ACC'A'$ và $BDD'B'$ có diện tích lần lượt bằng 12 cm^2 và 24 cm^2 . Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

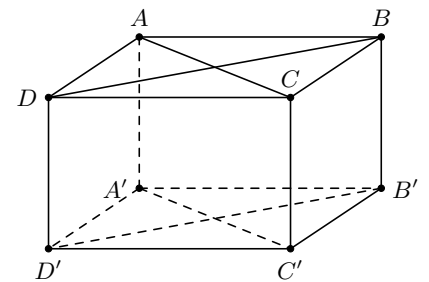
- A. $V = 72 \text{ cm}^3$. B. $V = 18\sqrt{2} \text{ cm}^3$. C. $V = 36 \text{ cm}^3$. D. $V = 36\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Đặt $BB' = x$, $BD = y$, $AC = z$. Khi đó theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} S_{ABCD} = 9 \\ S_{BDD'B'} = 24 \\ S_{ACC'A'} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}yz = 9 \\ xy = 24 \\ xz = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \\ z = 3. \end{cases}$$

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 36 \text{ cm}^3$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 414. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , $SA = 5a$, gọi M là trung điểm của SB . Thể tích khối chóp $S.AMC$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{74}}{24}$. B. $\frac{a^3\sqrt{74}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{74}}{6}$. D. $a^3\sqrt{74}$.

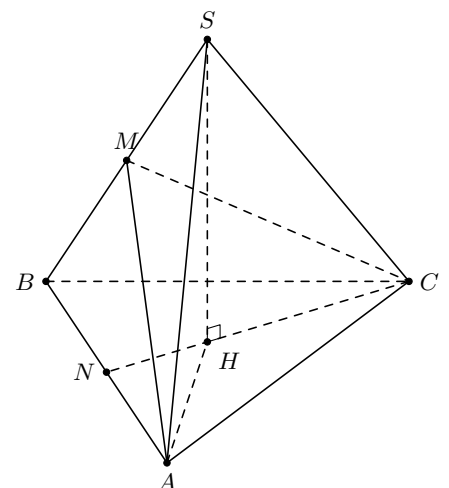
Lời giải.

- Gọi H là trọng tâm tam giác ABC . Khối chóp $S.ABC$ có diện tích đáy bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và chiều cao

$$h = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{(5a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{74}a}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{74}a}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{74}a^3}{12}.$$

- Lại có $\frac{V_{M.ABC}}{V_{S.ABC}} = \frac{MB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.MBC} = \frac{\sqrt{74}a^3}{24}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 415. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng a^2 , mặt bên $ABB'A'$ là hình vuông có $AB' = b\sqrt{2}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{a^2b}{3}$.

B. $2a^2b$.

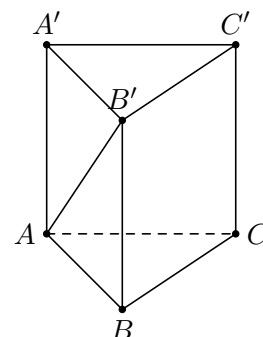
C. $3a^2b$.

D. a^2b .

Lời giải.

Vì $ABB'A'$ là hình vuông có $AB' = b\sqrt{2}$ nên chiều cao của lăng trụ là $h = AA' = \frac{AB'}{\sqrt{2}} = b$. Diện tích đáy của lăng trụ là $S = a^2$.

Vậy $V = h \cdot S = a^2b$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 416. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{3a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

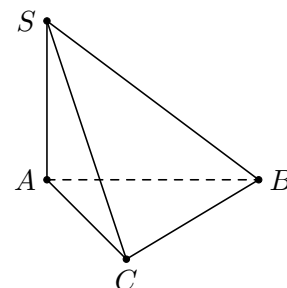
D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Vì $\triangle ABC$ đều nên diện tích $\triangle ABC$ là $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4} \text{ (đvtt)}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 417. Khối lập phương có tổng diện tích các mặt là 48 cm^2 . Thể tích của khối lập phương đó bằng

A. 24 cm^3 .

B. $32\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

C. 18 cm^3 .

D. $16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Gọi $x \text{ cm}$ ($x > 0$) là độ dài cạnh hình lập phương.

Tổng diện tích các mặt của hình lập phương là 48 cm^2 nên $6x^2 = 48$, suy ra $x = 2\sqrt{2} \text{ cm}$.

Thể tích của khối lập phương là $V = x^3 = (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 418. Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Khi đó thể tích khối chóp tứ giác $A.BCC'B'$ bằng

A. $\frac{2}{3}V$.

B. $\frac{1}{2}V$.

C. $\frac{1}{3}V$.

D. $\frac{3}{4}V$.

Lời giải.

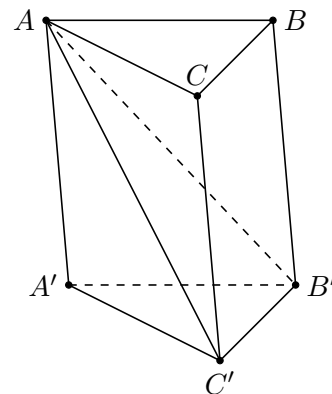
Gọi B là diện tích đáy và h là chiều cao của hình lăng trụ.

Ta có $V = Bh$.

Thể tích của khối chóp $A.A'B'C'$ là

$$V_1 = \frac{1}{3}S_{A'B'C'} \cdot h = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}V.$$

Thể tích khối chóp tứ giác $A.BCC'B'$ là $V_2 = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 419. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ và độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{10a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$.

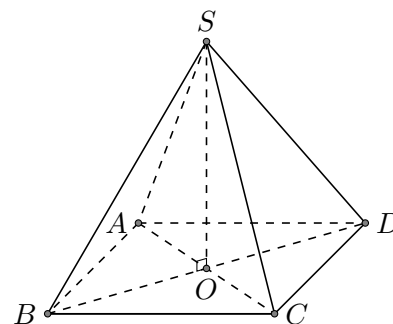
Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$. Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $OB = \sqrt{SA^2 - SO^2} = 2a \Rightarrow BD = 4a \Rightarrow AB = 2a\sqrt{2}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB^2 = 8a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 420. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{8a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

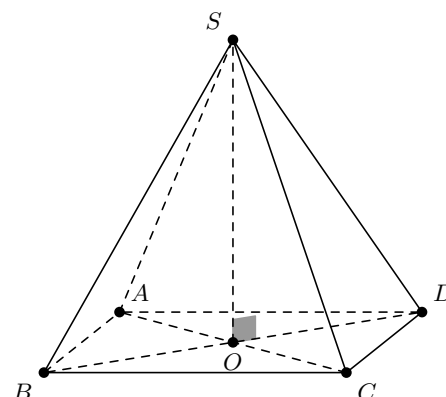
Lời giải.

Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên có diện tích $S_{ABCD} = a^2$.

Gọi $O = AC \cap BD$, suy ra $SO \perp (ABCD)$. Xét tam giác SOD vuông tại O , có

$$SO^2 = SD^2 - OD^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Khi đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 421. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC và $A'H = a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = 3a^3$.

B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{3a^3}{4}$.

D. $V = \frac{3a^3}{2}$.

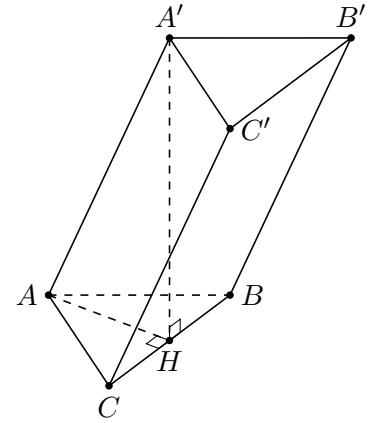
Lời giải.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Vì H là hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) nên $A'H$ vuông góc (ABC) hay $A'H$ là chiều cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = S_{ABC} \cdot A'H = a^2\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = 3a^3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 422. Thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\frac{a^3}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a .

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Ta có $SO \perp (ABCD)$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Lại có $BD = a\sqrt{2}$ nên $OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SOB vuông tại O nên $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Cách khác. Áp dụng công thức tính nhanh thể tích của khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng b là $V = \frac{a^2\sqrt{4b^2 - 2a^2}}{6}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{a^2\sqrt{4a^2 - 2a^2}}{6} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 423. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Thể tích của khối đa diện $ABCB'C'$ là

A. $\frac{3V}{4}$.

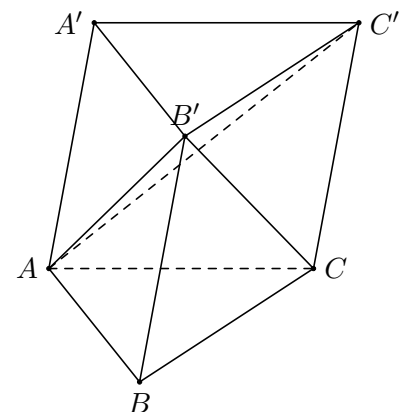
B. $\frac{2V}{3}$.

C. $\frac{V}{2}$.

D. $\frac{V}{4}$.

Lời giải.

$$\bullet V_{ABCB'C'} = V - V_{AB'C'A'} = V - \frac{1}{3}h \cdot S_{A'B'C'} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 424. Khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 36 cm^3 . Gọi M là điểm bất kì thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối chóp $M.A'B'C'D'$.

A. $V = 12 \text{ cm}^3$.

B. $V = 24 \text{ cm}^3$.

C. $V = 16 \text{ cm}^3$.

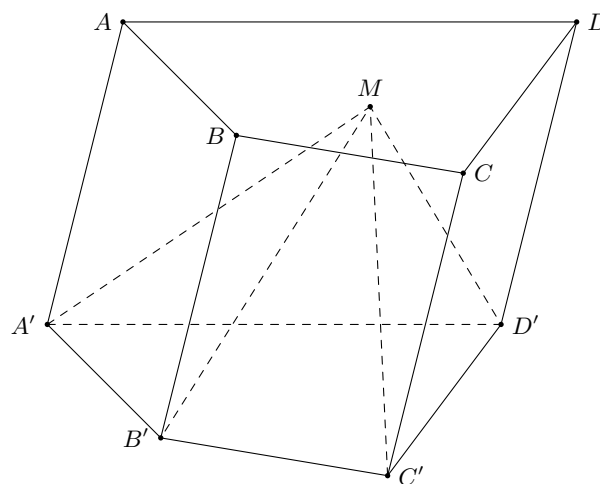
D. $V = 18 \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của lăng trụ, $S = S_{A'B'C'D'}$.

Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = hS$.

$$V_{M.A'B'C'D'} = \frac{1}{3}h \cdot S = \frac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{3} = 12 \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 425. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hình chiếu của S trên $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AB , cạnh bên $SD = \frac{3a}{2}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ tính theo a bằng

A. $V = \frac{a^3\sqrt{7}}{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

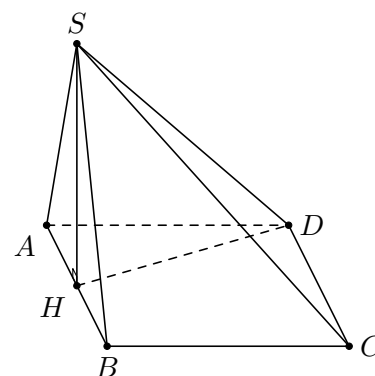
Trong tam giác vuông AHD ta có

$$DH^2 = AD^2 + AH^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}.$$

Xét tam giác vuông SHD , ta có

$$AH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \frac{5a^2}{4}} = a.$$

Vậy thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 426. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tính thể tích $S.ABCD$ biết $AB = a$, $AD = 2a$, $SA = 3a$.

A. a^3 .

B. $6a^3$.

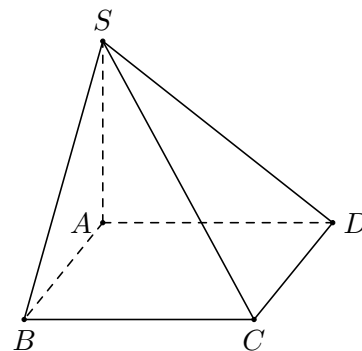
C. $2a^3$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = 2a \cdot a = 2a^2$.

Nên $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = 2a^3$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 427. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

B. $V = \frac{a^3}{4}$.

C. $V = \frac{3}{4}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Lời giải.

Do SA vuông góc với đáy nên SA là chiều cao của khối chóp $S.ABC$.

Mà $\triangle ABC$ là tam giác đều nên $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 428. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều. Nếu tăng độ dài cạnh đáy lên 2 lần và độ dài đường cao không đổi thì thể tích khối $S.ABC$ tăng lên bao nhiêu lần?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Khi độ dài cạnh đáy tăng lên 2 lần thì diện tích đáy tăng lên 4 lần.

$\Rightarrow$ Thể tích khối chóp tăng lên 4 lần.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 429. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh SA, SB . Tính tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$.

A. 4.

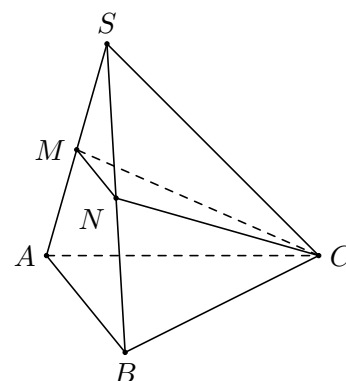
B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}} = \frac{SA}{SM} \cdot \frac{SB}{SN} = 4$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 430. Thể tích khối tam diện vuông $O.ABC$ vuông tại O có $OA = a, OB = OC = 2a$ là

A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

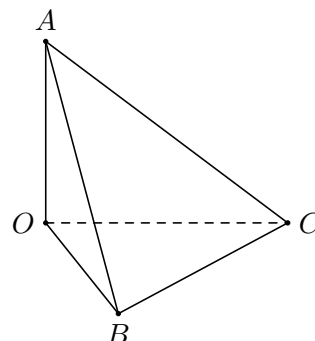
C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $2a^3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} S_{OBC} = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC = 2a^2 \\ h = OA = a. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } V_{OABC} = \frac{1}{3} \cdot OA \cdot S_{OBC} = \frac{2a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 431. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$.

B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$.

C. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

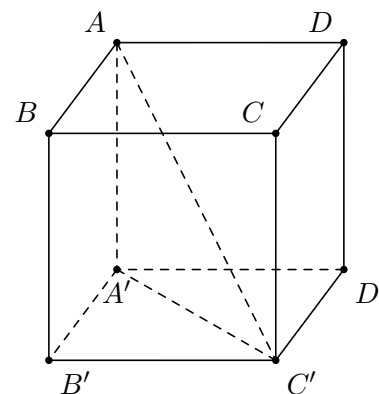
D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Lời giải.Giả sử khối lập phương có cạnh bằng x , ($x > 0$).Xét tam giác $A'B'C'$ vuông tại B' , ta có

$$A'C'^2 = A'B'^2 + B'C'^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow A'C' = x\sqrt{2}.$$

Xét tam giác $A'AC'$ vuông tại A' , ta có

$$AC'^2 = A'A^2 + A'C'^2 \Leftrightarrow 3a^2 = x^2 + 2x^2 \Leftrightarrow x = a.$$

Vậy thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.Chọn đáp án **A**

□

Câu 432. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

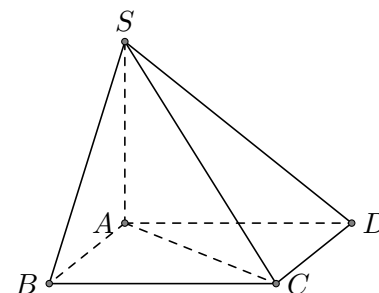
C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.Diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$.Vì $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và mặt phẳng đáy là $\widehat{SCA} = 60^\circ$.Tam giác SAC vuông tại A nên

$$SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = a\sqrt{2} \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}.$$

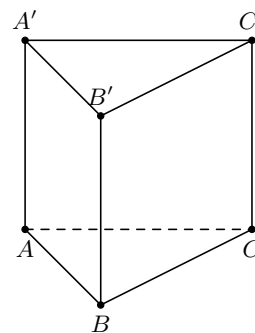
Chọn đáp án **C**

□

Câu 433.

Một lăng trụ đứng tam giác có các cạnh đáy là 11 cm, 12 cm, 13 cm và diện tích xung quanh bằng 144 cm^2 (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ đó là

- A. $24\sqrt{105} \text{ cm}^3$. B. $12\sqrt{105} \text{ cm}^3$. C. $18\sqrt{105} \text{ cm}^3$. D. $6\sqrt{105} \text{ cm}^3$.



Lời giải.

Chiều cao của hình lăng trụ là $h = 144 : (11 + 12 + 13) = 4 \text{ (cm)}$.

Nửa chu vi của tam giác đáy là $p = (11 + 12 + 13) : 2 = 18 \text{ (cm)}$.

Diện tích đáy của lăng trụ là $S = \sqrt{18 \cdot (18 - 11) \cdot (18 - 12) \cdot (18 - 13)} = 6\sqrt{105} \text{ (cm}^2\text{)}$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = S \cdot h = 6\sqrt{105} \cdot 4 = 24\sqrt{105} \text{ (cm}^3\text{)}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 434. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết rằng $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$ và $SC = a\sqrt{7}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = 3a^3$. D. $V = 4a^3$.

Lời giải.

Ta có $(SAB) \perp (ABCD)$, $(SAC) \perp (ABCD)$ nên $SA \perp (ABCD)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật nên

$$AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a.$$

Xét $\triangle SAC$ vuông tại A ta có

$$SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{7a^2 - 4a^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = a^3.$$

Chọn đáp án **A**

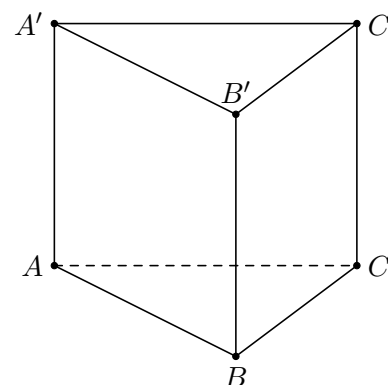
□

Câu 435.

Một lăng trụ đứng tam giác có các cạnh đáy là 11 cm, 12 cm, 13 cm và diện tích xung quanh bằng 144 cm^2 (tham khảo hình vẽ bên).

Thể tích của khối lăng trụ đó là

- A. $24\sqrt{105} \text{ cm}^3$. B. $12\sqrt{105} \text{ cm}^3$.
C. $18\sqrt{105} \text{ cm}^3$. D. $6\sqrt{105} \text{ cm}^3$.



Lời giải.

Chiều cao của khối lăng trụ là $h = AA' = BB' = CC'$.

Diện tích xung quanh là

$$S_{xq} = 11h + 12h + 13h = 144 \Leftrightarrow 36h = 144 \Leftrightarrow h = 4.$$

Diện tích tam giác đáy ABC là

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-11)(p-12)(p-13)} = 6\sqrt{105},$$

trong đó $p = \frac{11+12+13}{2} = 18$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ là $V = 6\sqrt{105} \cdot 4 = 24\sqrt{105} \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 436. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

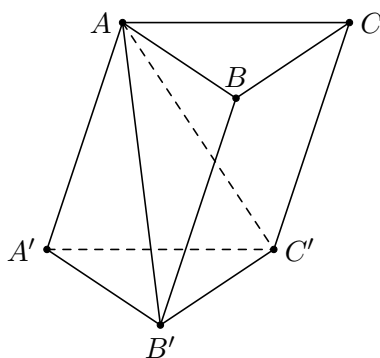
A. $\frac{3V}{4}$.

B. $\frac{2V}{3}$.

C. $\frac{V}{2}$.

D. $\frac{V}{4}$.

Lời giải.



Ta có: $V_{ABCB'C'} = V_{B'ABC} + V_{C'B'AC} = \frac{V}{3} + \frac{V}{3} = \frac{2V}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 437. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối trụ thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh B và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

A. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = 3$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{13}{3}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{2}$.

Lời giải.

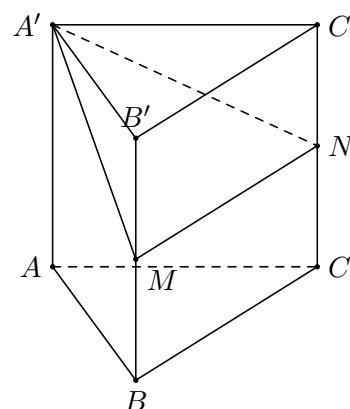
Gọi V là thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

$$V_2 = V_{A'.MNC'B'} = \frac{1}{2}V_{A'.B'C'CB}.$$

Ta có $V_{A'ABC} = \frac{1}{3}d(A', (ABC)) \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}V$.

Ta có $V_{A'.B'C'CB} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = 2$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 438. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tam giác ACD' bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích V của hình lập phương.

A. $V = 4\sqrt{2}a^3$.

B. $V = 8a^3$.

C. $V = 2\sqrt{2}a^3$.

D. $V = a^3$.

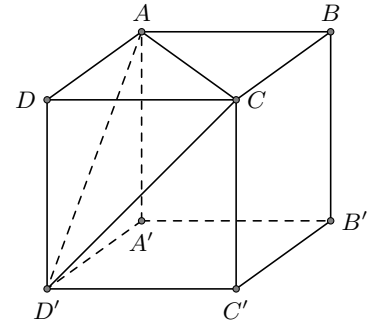
Lời giải.

Giả sử cạnh hình vuông là x , khi đó $\triangle ACD'$ là tam giác đều cạnh $x\sqrt{2}$.

$$\text{Diện tích } \triangle ACD' \text{ là } S_{ACD'} = \frac{(x\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{x^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Theo đề bài, ta có } \frac{x^2\sqrt{3}}{2} = a^2\sqrt{3} \Rightarrow x = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích của hình lập phương là } V = (a\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}a^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 439. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $\frac{3V}{4}$.

B. $\frac{2V}{3}$.

C. $\frac{V}{2}$.

D. $\frac{V}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } V_{ABCB'C'} = V_{B'ABC} + V_{C'B'AC} = \frac{V}{3} + \frac{V}{3} = \frac{2V}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 440. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo bằng a . Thể tích của khối lập phương đó bằng

A. a^3 .

B. $\frac{a^3}{3\sqrt{3}}$.

C. $\frac{a^3}{2\sqrt{2}}$.

D. $3a^3$.

Lời giải.

Độ dài đường chéo hình lập phương bằng tích số độ dài cạnh với $\sqrt{3}$ nên độ dài cạnh bằng $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

$$\text{Thể tích khối lập phương bằng } \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{a^3}{3\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 441. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Hình chiếu vuông góc của S trên đường thẳng AB là điểm H thỏa $AH = 2HB$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải.

Diện tích đáy của khối chóp $S.ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

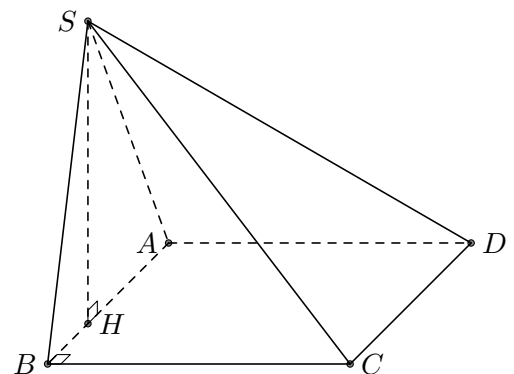
$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD). \\ SH \perp AB \end{cases}$$

Suy ra SH là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$.

Tam giác SAB vuông tại S , chiều cao SH

$$\text{nên } SH^2 = HA \cdot HB = \frac{2a}{3} \cdot \frac{a}{3} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Vậy thể tích } V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}.$$



Chọn đáp án (D)

□

Câu 442. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) ; góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{3a^3}{4}$.

B. $V = \frac{a^3}{4}$.

C. $V = \frac{a^3}{2}$.

D. $V = a^3$.

Lời giải.

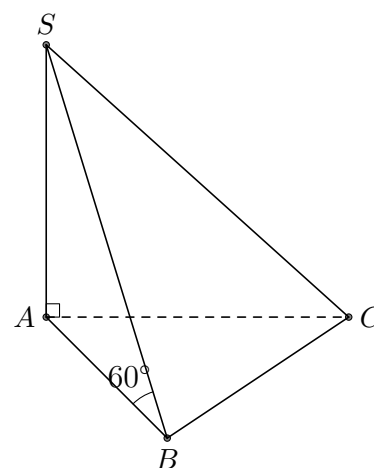
Ta có $SA \perp (ABC)$ nên AB hình chiếu vuông góc của SB lên (ABC) .

Suy ra góc giữa đường thẳng SB với mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SBA} = 60^\circ$.

$$\text{Diện tích mặt đáy } S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Chiều cao hình chóp } SA = AB \cdot \tan \widehat{SBA} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 443. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

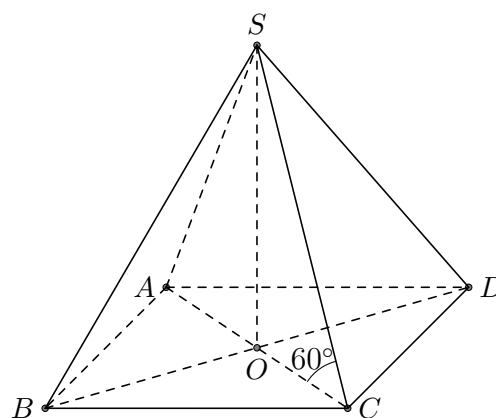
Gọi $O = AC \cap BD$. Hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Hình chiếu vuông góc giữa cạnh bên SC lên mặt đáy $(ABCD)$ là OC . Suy ra góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy là $\widehat{SCO} = 60^\circ$.

Tam giác SAC cân tại S , có $\widehat{SCO} = 60^\circ$ nên tam giác SAC đều. Do đó $SO = \frac{AC\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án (A)

□

Câu 444. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $A'.ABCD$.

A. $2\sqrt{2}a^3$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. a^3 .

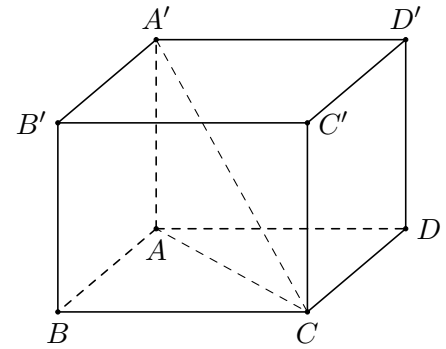
D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $A'C^2 = AA'^2 + AC^2 = AA'^2 + AB^2 + AD^2 = 3AB^2 = 3a^2$

$\Rightarrow AB = a$. Vậy thể tích khối chóp $A'.ABCD$ là

$$V_{A'.ABCD} = \frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 445. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$.

A. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$.

B. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$.

D. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB , mà tam giác SAB đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$ nên ta có

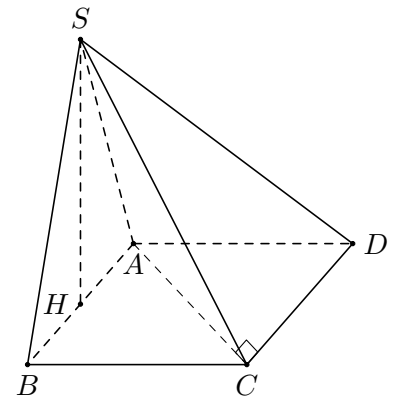
$$\begin{cases} SH = \frac{a\sqrt{3}}{4} \\ SH \perp (ABCD) \end{cases}.$$

Ta có $AC = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Ta dễ dàng chứng minh được tam giác ACD vuông cân tại C do đó $S_{\triangle ACD} = 2a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ACD$ là

$$V_{S.ACD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot 2a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 446. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SC = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

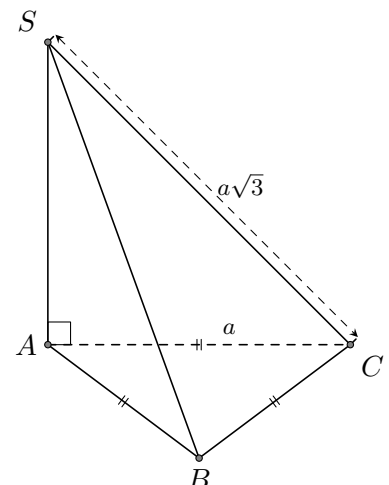
Do tam giác ABC đều cạnh a diện tích tam giác ABC là

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Đường cao $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = \sqrt{2}a$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.



Chọn đáp án (B)

□

Câu 447. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $V = \frac{3a^3}{4}$.

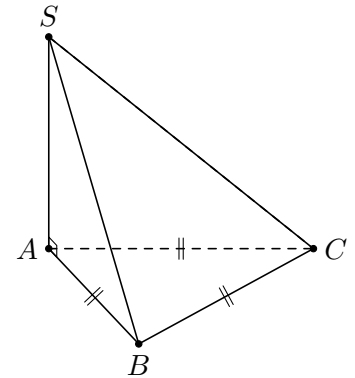
C. $V = \frac{a^3}{4}$.

D. $V = \frac{3a^3}{2}$.

Lời giải.

Vì $\triangle ABC$ là tam giác đều cạnh a nên $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$.

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{a^3}{4}.$$



Chọn đáp án (C)

□

Câu 448. Tính thể tích V của khối bát diện đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Ta có thể tích V của khối bát diện đều $SABCD S'$ gấp 2 lần thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Ta có AC là đường chéo của hình vuông cạnh a nên $AC = a\sqrt{2}$.

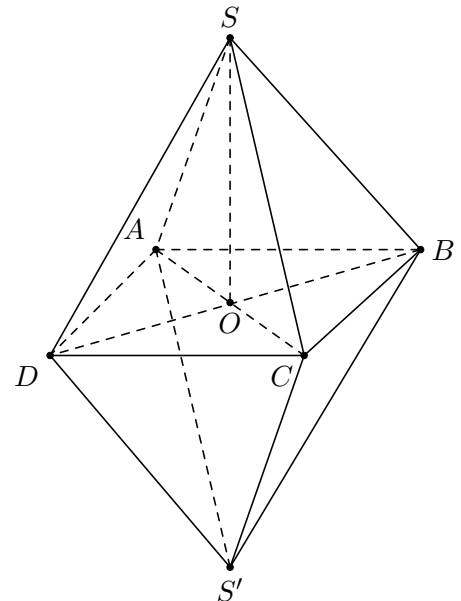
$$\text{Suy ra } AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác SAO vuông tại O ta có:

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Khi đó } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

$$\text{Vậy } V = 2V_{S.ABCD} = 2 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{6} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 449. Tính thể tích của khối tứ diện đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. a^3 .

B. $6a^3$.

C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải.

Xét tứ diện đều $ABCD$ như hình vẽ.

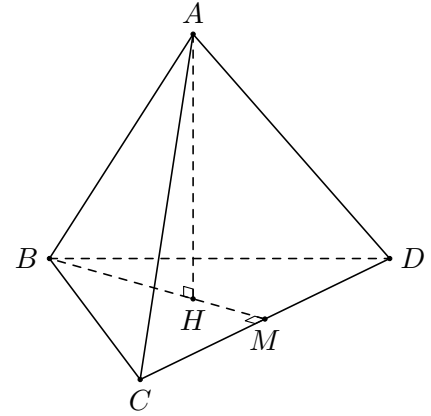
Gọi H là tâm tam giác đều BCD cạnh a và M là trung điểm của CD .

$$\text{Ta có } BM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BH = \frac{2}{3}BM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H

$$\Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{\triangle BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 450. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD$, $ABB'A'$, $ADD'A'$ lần lượt bằng 18, 21, 42. Thể tích khối chóp $A'.BCD$ bằng

A. 21.

B. 42.

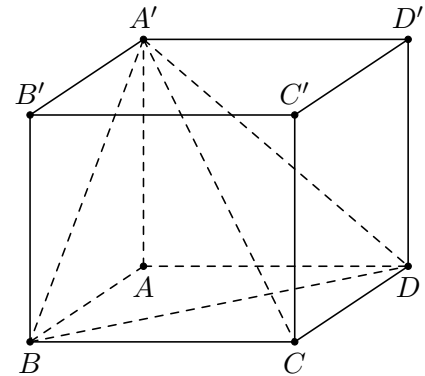
C. 126.

D. 189.

Lời giải.

$$\text{Theo bài ra ta có } \begin{cases} AB \cdot AD = 18 \\ AB \cdot AA' = 21 \\ AD \cdot AA' = 42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB = 3 \\ AD = 6 \\ AA' = 7. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } V_{A'.BCD} = \frac{1}{3} \cdot AA' \cdot \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 7 \cdot 9 = 21.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 451. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB và $A'A = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}.$

C. $V = 2a^3\sqrt{2}.$

D. $V = a^3\sqrt{3}.$

Lời giải.

Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại B

$$\text{nên } AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{2}.$$

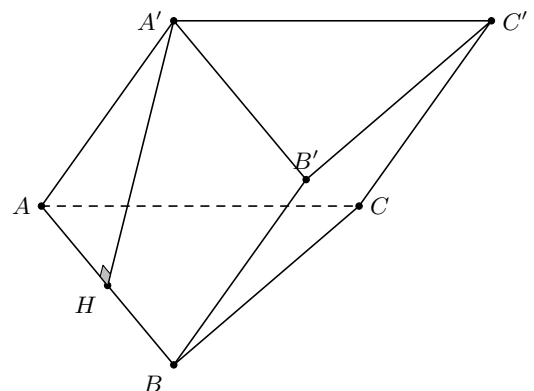
$$\text{Khi đó } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = a^2.$$

Xét $\triangle A'HA$ vuông tại H ,

$$\text{Ta có } A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 452. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB = a$, $BC = 2a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, cạnh $SA = a\sqrt{15}$. Tính

theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{6}$.

B. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$.

C. $V = 2a^3\sqrt{15}$.

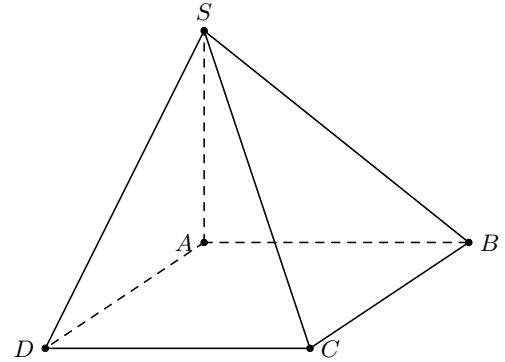
D. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 2a \cdot a = 2a^2$.

$$\text{Vì } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{15} \cdot 2a^2 = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 453. Cho $(\mathcal{H})$ là khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau. Biết thể tích của $(\mathcal{H})$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{4}$. Tính độ dài các cạnh của khối lăng trụ $(\mathcal{H})$.

A. $\sqrt[3]{\frac{16}{3}}$.

B. $\sqrt[3]{3}$.

C. 1.

D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi cạnh của khối lăng trụ $(\mathcal{H})$ là a , $a > 0$. Ta có $V_{(\mathcal{H})} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow a = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 454. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SB = SC = BC = CA = a$. Các mặt phẳng (ABC) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

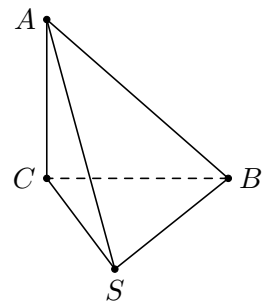
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Do $SB = SC = BC$ nên tam giác SBC là tam giác đều.

Do $\begin{cases} (ABC) \perp (SBC) \\ (SAC) \perp (SBC) \end{cases}$ nên $AC \perp (SBC)$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = V_{A.SBC} = \frac{1}{3} AC \cdot S_{SBC} = \frac{1}{3} a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 455. Cho một hình lập phương có cạnh bằng $2a$. Khi đó thể tích khối bát diện đều có các đỉnh là tâm các mặt của hình lập phương đã cho bằng bao nhiêu?

A. $a\sqrt[3]{6}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt[3]{6}}{2}$.

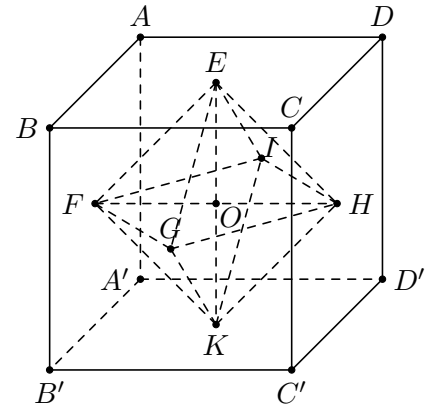
D. $\frac{4a^3}{3}$.

Lời giải.

Để thấy $V_{EFGHIK} = 2V_{E.FGHI}$ và $E.FGHI$ là khối chóp đều với cạnh bằng $FI = \frac{BD}{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.
 $S_{FGHI} = FI^2 = 2a^2$.

$$EO = \sqrt{EF^2 - OF^2} = \sqrt{2a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}\sqrt{2}}{2}\right)^2} = a.$$

$$\text{Vậy } V_{EFGHIK} = 2V_{E.FGHI} = \frac{2}{3}EO \cdot S_{FGHI} = \frac{2}{3} \cdot a \cdot 2a^2 = \frac{4a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 456. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó theo a .

A. $V = a^3\sqrt{\frac{3}{2}}$.

B. $V = \frac{2a^3}{3}$.

C. $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$.

D. $V = a^3$.

Lời giải.

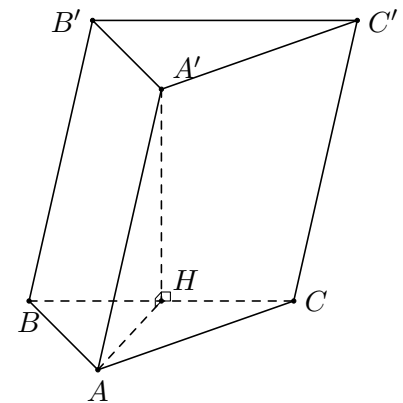
Gọi H là trung điểm BC .

Ta có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$\triangle A'AH$ vuông tại H nên ta có

$$A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Do đó $V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 457. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và đáy là 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{3}$.

B. $V = \frac{a^3}{2}$.

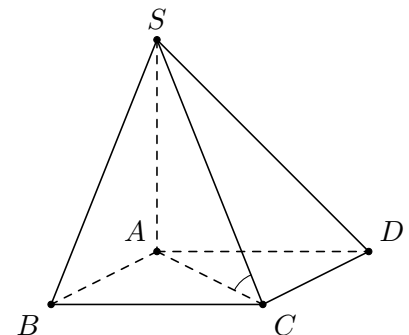
C. $V = \frac{a^3}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $AC = a\sqrt{2}$ và $\widehat{SCA} = 45^\circ$ nên $SA = a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 458. Tính thể tích của hình lập phương có độ dài đường chéo bằng $3a$.

A. $27a^3$.

B. $3\sqrt{3}a^3$.

C. $3a^3$.

D. $9\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Gọi x là độ dài cạnh hình lập phương thì độ dài đường chéo là $x\sqrt{3} = 3a \Leftrightarrow x = a\sqrt{3}$.

Khi đó thể tích của hình lập phương bằng $(a\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}a^3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 459. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

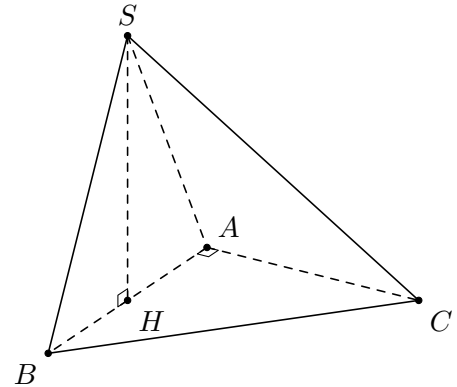
Gọi H là trung điểm AB thì $SH \perp (ABC)$.

Ta có $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (đường cao của tam giác đều) và

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 460. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

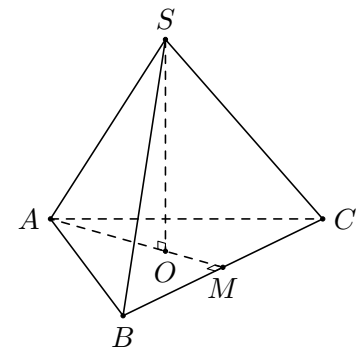
Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow AM = a\sqrt{3}$ và $S_{ABC} = a^2\sqrt{3}$.

Gọi O là tâm của $\triangle ABC \Rightarrow SO \perp (ABC)$.

Góc giữa cạnh bên SA với đáy (ABC) là góc $\widehat{SAO} = 60^\circ$.

$$\text{Có } AO = \frac{2}{3}AM = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SO = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \tan 60^\circ = 2a.$$

$$\text{Thể tích khối chóp cần tìm là } V = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 461. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD, BC .

Ta có tam giác SAD đều nên $AD \perp SE$, tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AD \perp EF$.

Vậy $AD \perp (SEF) \Rightarrow BC \perp (SEF)$.

Do đó $((SBC), (ABCD)) = (EF, SF) = \widehat{SFE} = 30^\circ$.

Do tam giác SAD đều nên $AD \perp SE$.

Ngoài ra, vì $(SAD) \perp (ABCD) \Rightarrow SE \perp (ABCD)$.

Vì SAD là tam giác đều cạnh $2a$ nên $SE = a\sqrt{3}$.

Ta lại có $EF = SE \cdot \cot 30^\circ = 3a$.

Thể tích khối chóp là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SE = \frac{1}{3} AB \cdot AD \cdot SE = \frac{2a \cdot 3a \cdot a\sqrt{3}}{3} = 2a^3\sqrt{3}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 462. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a . Tính thể tích của khối lăng trụ đó.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Vì $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đều nên ta có:

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 463. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = a, SB = b, SC = c$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a, b, c .

A. $V = \frac{abc}{6}$.

B. $V = \frac{abc}{3}$.

C. $V = \frac{abc}{2}$.

D. $V = abc$.

Lời giải.

Khối chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc suy ra

$$V = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{abc}{6}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 464. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , các mặt bên tạo với mặt đáy góc 60° . Tính thể tích khối chóp đó.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

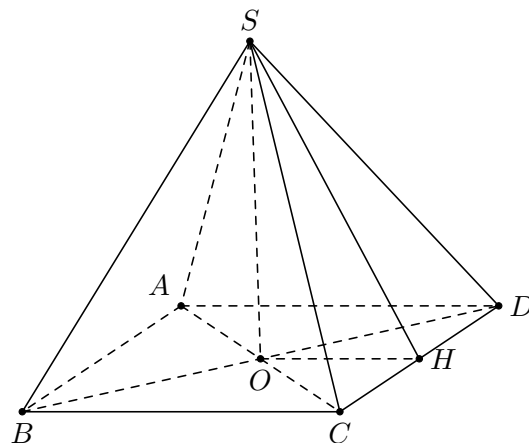
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của CD , O là giao điểm của hai đường chéo, suy ra $SO \perp (ABCD) \Rightarrow CD \perp SO$, mà $CD \perp OH$ suy ra $CD \perp (SOH)$.

Từ giả thiết ta có góc giữa mặt bên và mặt đáy là $\widehat{SHO} = 60^\circ \Rightarrow SO = OH \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 465. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, $AB = a$, $AC = 2a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}a \cdot \frac{1}{2}a \cdot 2a \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 466. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a$, $AB = 3a$, $AC = 5a$. Thể tích của khối hộp đã cho là

A. $5a^3$.

B. $4a^3$.

C. $12a^3$.

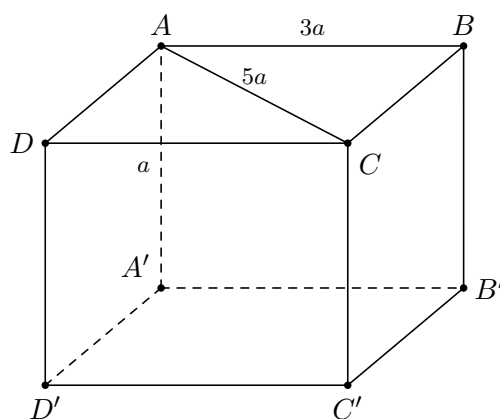
D. $15a^3$.

Lời giải.

Ta có: $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 4a$.

Suy ra thể tích của khối hộp đã cho là

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot S_{ABCD} = a \cdot 3a \cdot 4a = 12a^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 467. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có M là trung điểm của AA' . Tỷ số thể tích $\frac{V_{M.ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}}$ bằng

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{3}$.

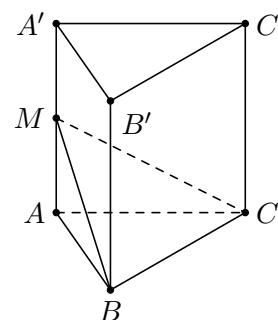
C. $\frac{1}{12}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có:

$$\frac{V_{M.ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{3}MA \cdot S_{ABC}}{AA' \cdot S_{ABC}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 468. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và cạnh bên SB tạo với mặt phẳng đáy góc 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

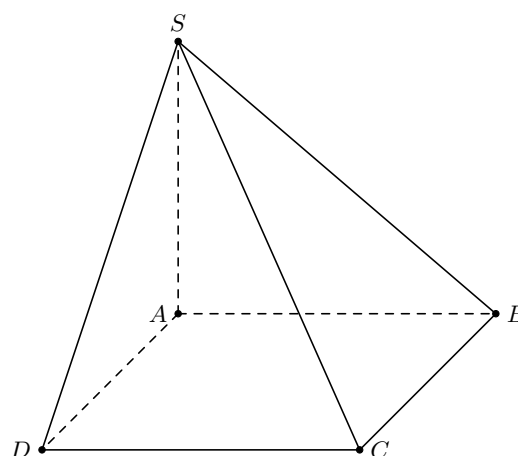
- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. a^3 .

Lời giải.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AB là hình chiếu của SB xuống mặt phẳng $(ABCD)$. Suy ra góc giữa SB và mặt phẳng đáy là góc $\widehat{SBA} = 45^\circ$.

Suy ra $SA = AB = a$.

Khi đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 469. Cho khối tứ diện đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng

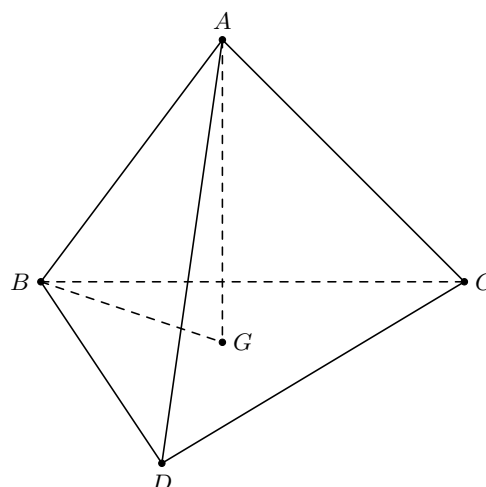
- A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác BCD khi đó $AG \perp (BCD)$.

Chiều cao của tứ diện $h = \sqrt{AB^2 - GB^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Khi đó $V = \frac{1}{3}S_{BCD} \cdot AG = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 470. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $A'B$ tạo với mặt phẳng đáy góc 60° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{3a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{8}$.

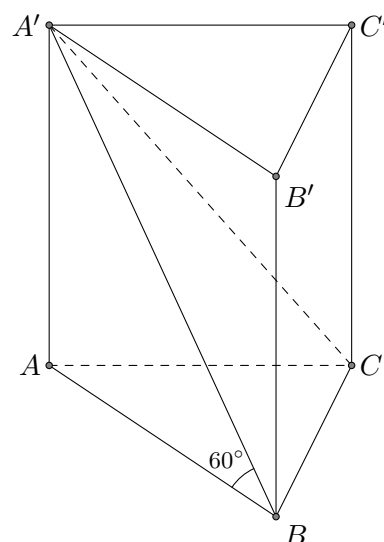
Lời giải.

Ta có $AA' \perp (ABC)$ nên AB hình chiếu vuông góc của $A'B$ lên mặt phẳng (ABC) . Suy ra góc tạo bởi $A'B$ với mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{A'BA} = 60^\circ$.

Xét tam giác $A'AB$ vuông tại A có $\widehat{A'BA} = 60^\circ$ và $AB = a$ nên $AA' = a\sqrt{3}$.

Vì tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

$$V = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 471. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 72 cm^3 . Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BB' . Tính thể tích khối tứ diện $ABCM$.

A. 36 cm^3 .

B. 18 cm^3 .

C. 24 cm^3 .

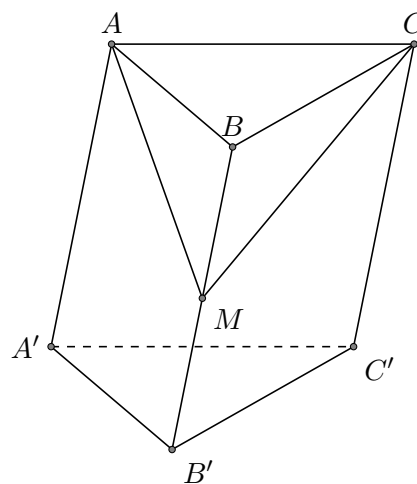
D. 12 cm^3 .

Lời giải.

Vì M là trung điểm của BB' nên $d[M, (ABC)] = \frac{1}{2}d[B', (ABC)]$.

Khi đó $V_{MABC} = \frac{1}{3} \cdot d[M, (ABC)] \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} \cdot d[B', (ABC)] \cdot$

$S_{ABC} = \frac{1}{6}V_{ABC.A'B'C'} = 12 \text{ cm}^3$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 472. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = a^3$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

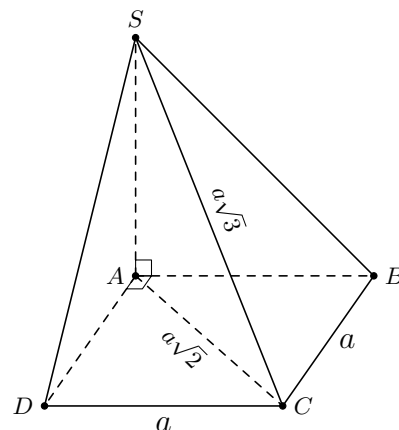
Lời giải.

Ta có $h = SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a$.

Diện tích đáy $S_{\text{đáy}} = a^2$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a = \frac{a^3}{3}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 473. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB' \perp BC'$. Thể tích của khối lăng trụ trên là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

B. $V = \frac{7a^3}{8}$.

C. $V = a^3\sqrt{6}$.

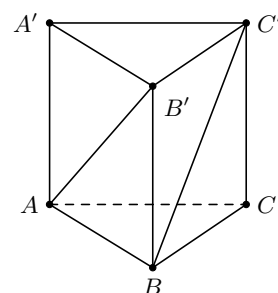
D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} = 0 \Rightarrow (\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}) = 0$

$\Rightarrow AA'^2 = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow AA' = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Do đó thể tích lăng trụ là $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.



Chọn đáp án (D)

□

Câu 474. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Thể tích V của khối chóp đã cho là

A. $V = 4\sqrt{5}a^3$.

B. $V = 4\sqrt{3}a^3$.

C. $V = \frac{4\sqrt{5}a^3}{3}$.

D. $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, ta có $SO \perp (ABCD)$.

$ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ nên $AC = 2a\sqrt{2}$ và

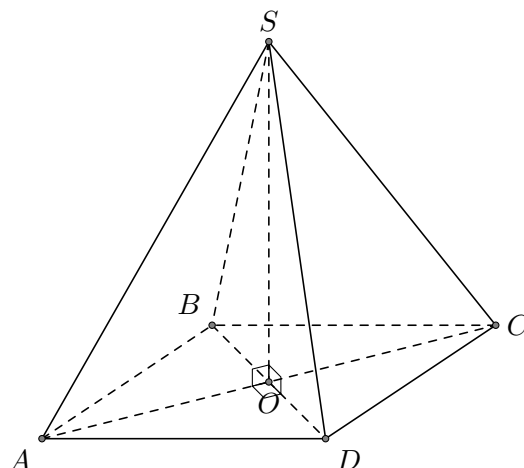
$OA = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác SOA vuông tại O nên

$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{5a^2 - 2a^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} 4a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.



Chọn đáp án (D)

□

Câu 475. Cho tứ diện $ABCD$, hai điểm M và N lần lượt trên hai cạnh AB và AD sao cho $MB = 3MA$, $AD = 4AN$. Tỉ số thể tích của hai khối đa diện $ACMN$ và $BCDMN$ bằng

A. $\frac{1}{15}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{1}{16}$.

D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải.

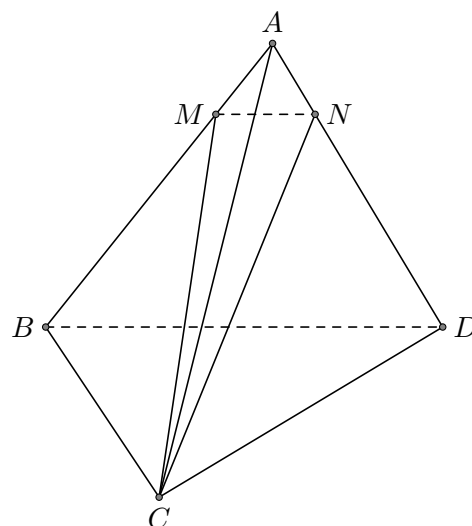
Gọi V, V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối đa diện $ABCD$,

$ACMN$ và $BCDMN$. Ta có

$$\frac{V_1}{V} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AD} = \frac{1}{16} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{16}V.$$

$$V_2 = V - V_1 = V - \frac{1}{16}V = \frac{15}{16}V.$$

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{15}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 476. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $SA = AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{3a^3}{2}$.

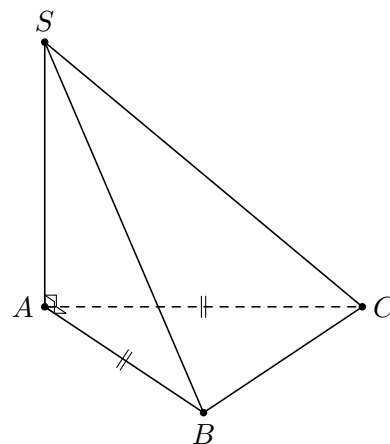
Lời giải.

— Diện tích tam giác ABC là

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2}a^2.$$

— Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}a^2 \cdot a = \frac{a^3}{6}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 477. Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết $AA' = 2a$, $AB = 3a$, $AC = 4a$ và $AB \perp AC$.

A. $12a^3$.

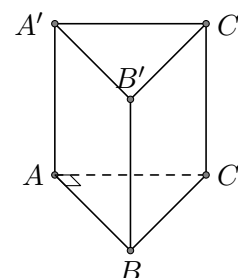
B. $4a^3$.

C. $24a^3$.

D. $8a^3$.

Lời giải.

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = AA' \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = 12a^3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 478. Tính thể tích khối chóp tam giác đều $S.ABC$ biết cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, cạnh bên bằng $2a$.

A. $\frac{3}{4}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{11}}{4}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{11}}{12}a^3$.

D. $\frac{9}{4}a^3$.

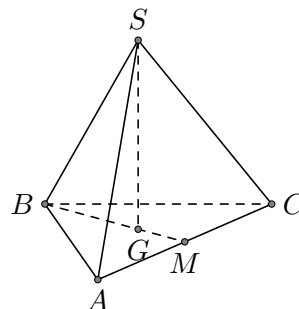
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AC , G là hình chiếu của S lên (ABC) .

Khi đó, G là trọng tâm tam giác ABC .

Ta có: $BG = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{(a\sqrt{3})\sqrt{3}}{2} = a$; $SG = \sqrt{SB^2 - BG^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SG \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{3}{4}a^3$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 479. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Gọi O là hình chiếu vuông góc của A lên SC . Biết $AC = a\sqrt{2}$, $OA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng $6a^2$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $4\sqrt{6}a^3$.

B. $2\sqrt{6}a^3$.

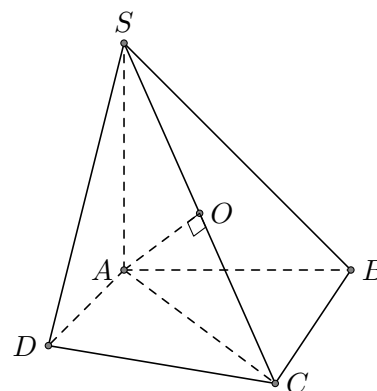
C. $\frac{\sqrt{6}}{2}a^3$.

D. $3\sqrt{6}a^3$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{AO^2}$, từ đây ra tính được $AS = \sqrt{6}a$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AS \cdot S_{ABCD} = 2\sqrt{6}a^3$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 480. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của CC' . Mặt phẳng (ABM) chia khối lăng trụ thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh C và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

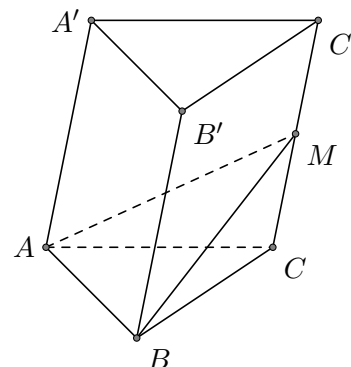
D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} V_1 = V_{M.ABC} &= \frac{1}{3}d(M; (ABC)) \cdot S_{ABC} \\ &= \frac{1}{6}d(C'; (ABC)) \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6}V_{ABC.A'B'C'}. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{5}{6}V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}.$$



Chọn đáp án (A)

□

Câu 481. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

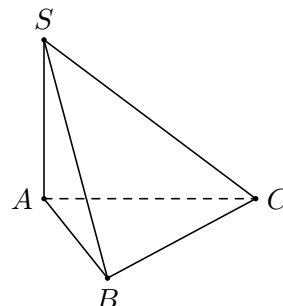
B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $3a^3\sqrt{3}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^3\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án (D)

□

Câu 482. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SAB đều cạnh a , tam giác ABC cân tại C . Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh AB . Đường thẳng SC tạo với mặt đáy một góc 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{8}a^3$.

C. $V = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$.

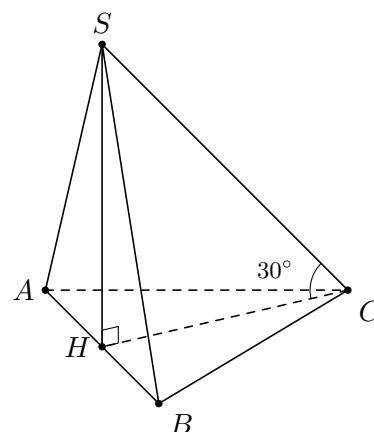
D. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB . Suy ra $SH \perp (ABC)$ và $(SC, (ABC)) = (SC, HC) = \widehat{SCH} = 30^\circ$.

Ta có $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $\tan 30^\circ = \frac{SH}{CH} \Rightarrow CH = \frac{SH}{\tan 30^\circ} = \frac{3a}{2}$.

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot \frac{1}{2}CH \cdot AB \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3a}{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 483. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích khối đa diện $A'B'ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

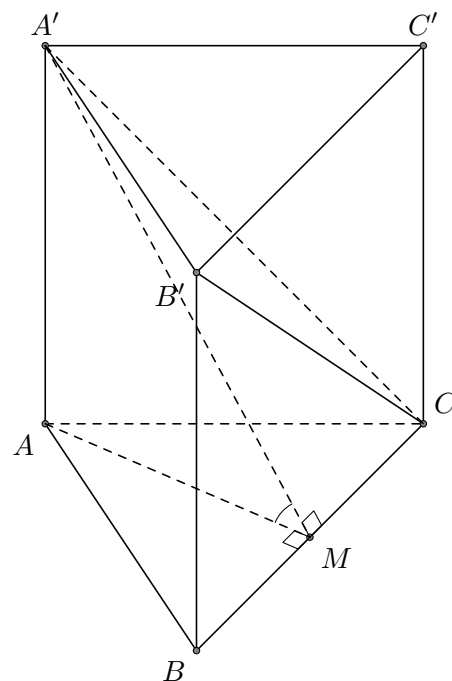
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó $((A'BC);(ABC)) = \widehat{A'MA} = 60^\circ$.

Xét tam giác vuông $A'AM$, ta có $AA' = AM \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.

Vậy

$$\begin{aligned} V_{A'B'ABC} &= V_{ABC.A'B'C'} - V_{C.A'B'C'} \\ &= AA' \cdot S_{\Delta ABC} - \frac{1}{3}CC' \cdot S_{\Delta A'B'C'} \\ &= \frac{2}{3}AA' \cdot S_{\Delta ABC} \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 484. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng a^3 . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh bên BB', CC' . Tính thể tích V của khối chóp $A'.B'C'NM$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{2a^3}{3}$.

D. $V = \frac{a^3}{9}$.

Lời giải.

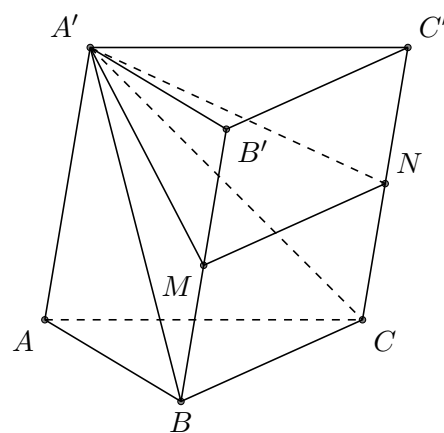
Ta có MN là đường trung bình của hình bình hành $BCC'B'$ nên

$$S_{B'C'NM} = \frac{1}{2}S_{BCC'B'}.$$

Suy ra $V_{A'.B'C'NM} = \frac{1}{2}V_{A'.BCC'B'}.$

Mặt khác ta có $V_{A'.BCC'B'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2a^3}{3}.$

Nên ta có $V_{A'.B'C'NM} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a^3}{3} = \frac{a^3}{3}.$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 485. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích V . Gọi I là trung điểm của cạnh đáy BC . Tính thể tích của khối chóp $S.ABI$ theo V .

A. V .

B. $\frac{V}{2}$.

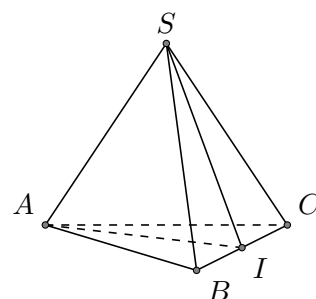
C. $\frac{V}{3}$.

D. $\frac{V}{4}$.

Lời giải.

Do I là trung điểm của BC nên $S_{ABI} = \frac{1}{2}S_{ABC}.$

Nên suy ra $V_{S.ABI} = \frac{1}{2}V_{S.ABC} = \frac{V}{2}.$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 486. Thể tích của khối lập phương cạnh a bằng

- A. $2a^3$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Thể tích của khối lập phương là $V = (\text{cạnh})^3 = a^3$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 487. Cho hình chóp tam giác có chiều cao bằng $3a$ và diện tích đáy là $\frac{a^2}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{3a^3}{2}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{\text{đáy}} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{2}$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 488. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC , mặt phẳng (α) đi qua AG và song song với BC cắt SB , SC lần lượt tại M và N . Tính thể tích V của khối chóp $S.AMN$.

- A. $V = \frac{a^3}{9}$. B. $V = \frac{a^3}{6}$. C. $V = \frac{2a^3}{27}$. D. $V = \frac{2a^3}{9}$.

Lời giải.

Gọi P là trung điểm của BC .

Ta có $BA^2 + BC^2 = AC^2 = 2a^2 \Leftrightarrow 2BA^2 = 2a^2 \Leftrightarrow BA = a$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^3}{6}.$$

Từ $\begin{cases} (\alpha) \parallel BC \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel BC.$

Ta có $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC} = \frac{SG}{SP} = \frac{2}{3}.$

Lại có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA \cdot SM \cdot SN}{SA \cdot SB \cdot SC} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{4}{9}.$

Do đó $V_{S.AMN} = \frac{4}{9} V_{S.ABC} = \frac{2a^3}{27}.$

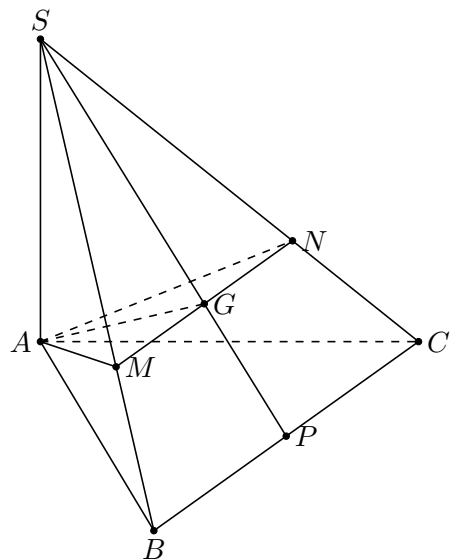
Chọn đáp án (C)

□

Câu 489. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , $\widehat{BSA} = 60^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = a^3\sqrt{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.



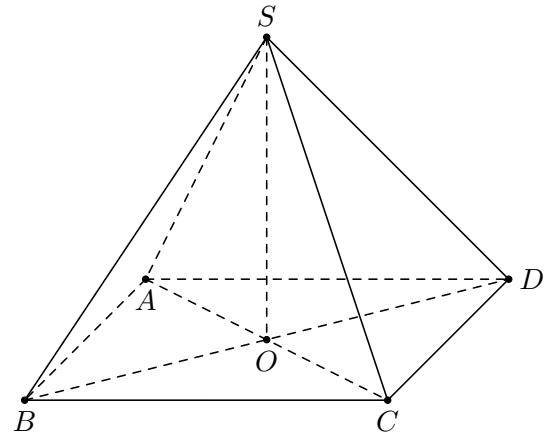
Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SA = SB$ nên $\triangle SAB$ cân tại S , mà $\widehat{BSA} = 60^\circ \Rightarrow \triangle SAB$ đều.

Gọi O là tâm của đáy, suy ra $SO \perp (ABCD)$.

$$\text{Xét } \triangle SOA \text{ có } SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Thể tích hình chóp là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 490. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = a^3$.

B. $V = \frac{a^3}{2}$.

C. $V = 2a^3$.

D. $V = \frac{a^3}{8}$.

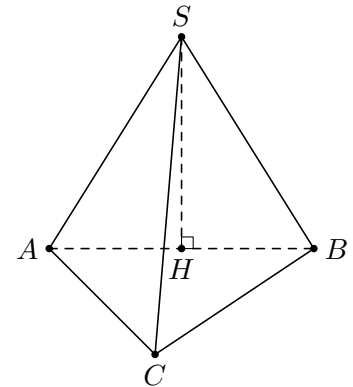
Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Gọi H là trung điểm của AB suy ra $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $SH \perp AB$.

Lại có $(SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

$$\text{Khi đó } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{8}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 491. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là $\triangle ABC$ vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle SBC$, mặt phẳng (α) đi qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Gọi V là thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S . Tính V .

A. $\frac{5a^3}{54}$.

B. $\frac{4a^3}{9}$.

C. $\frac{2a^3}{9}$.

D. $\frac{4a^3}{27}$.

Lời giải.

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $AB = BC$ và $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AB = BC = a$.

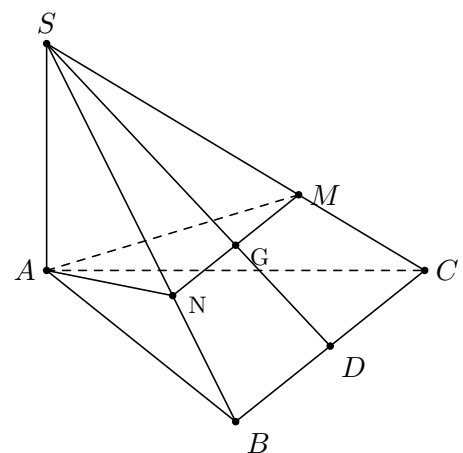
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AB = \frac{1}{2}a^2.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V_{S.ABC} = \frac{1}{2} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{a^3}{6}.$$

$$\text{Ta có } \frac{SN}{SB} = \frac{SM}{SC} = \frac{SG}{SD} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow V_{AMNBC} = \frac{5}{9}V_{S.ABC} = \frac{5}{9} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{5a^3}{54}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 492. Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh $SA = BC = 3$, $SB = AC = 4$, $SC = AB = 2\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{390}}{12}$.

B. $\frac{\sqrt{390}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{390}}{8}$.

D. $\frac{\sqrt{390}}{4}$.

Lời giải.

Dựng tứ diện $D.A'B'C'$ sao cho A, B, C lần lượt là trung điểm của $B'C', A'C', A'B'$.

Do BC là đường trung bình của tam giác $A'B'C'$ nên $BC = \frac{1}{2}B'C'$. Mà $DA = BC \Rightarrow DA = \frac{1}{2}B'C'$.

Lại có DA là đường trung tuyến của tam giác $DB'C'$.

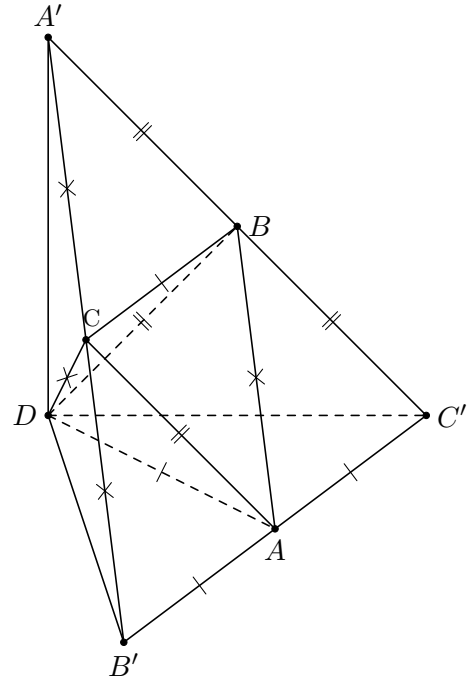
Vậy $\triangle DB'C'$ vuông tại D .

Chứng minh tương tự các tam giác

$\triangle DA'B', \triangle DA'C'$ cũng vuông tại D .

Đặt $AB = DC = a$, $AC = BD = b$, $AD = BC = c$. Ta có

$$\begin{cases} DA'^2 + DC'^2 = 4b^2 \\ DA'^2 + DB'^2 = 4a^2 \\ DB'^2 + DC'^2 = 4c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} DA'^2 = 2(a^2 + b^2 - c^2) \\ DB'^2 = 2(a^2 - b^2 + c^2) \\ DC'^2 = 2(-a^2 + b^2 + c^2) \end{cases}$$



Ta có

$$\begin{aligned} V_{D.ABC} &= \frac{1}{4}V_{D.A'B'C'} = \frac{1}{24} \cdot DA' \cdot DB' \cdot DC' \\ &= \frac{1}{24} \cdot \sqrt{2(a^2 + b^2 - c^2)} \cdot \sqrt{2(a^2 - b^2 + c^2)} \cdot \sqrt{2(-a^2 + b^2 + c^2)} \\ &= \frac{1}{6\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(a^2 + b^2 - c^2)(-a^2 + b^2 + c^2)(a^2 - b^2 + c^2)}. \end{aligned}$$

Áp dụng công thức vào bài toán ta tính được $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{390}}{4}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 493. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tam giác ACD' bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lập phương.

A. $V = a^3$.

B. $V = 8a^3$.

C. $V = 2\sqrt{2}a^3$.

D. $V = 4\sqrt{2}a^3$.

Lời giải.

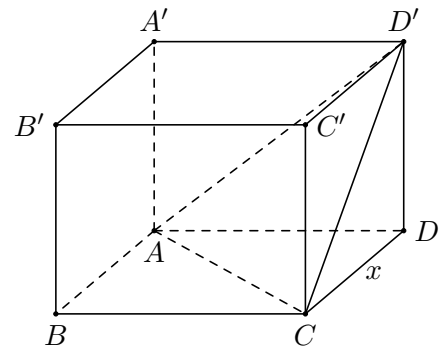
Gọi độ dài cạnh của khối lập phương là x ; $x > 0$.

Tam giác ACD' có ba cạnh là đường chéo của hình vuông cạnh x .

Ta có: $AC = AD' = CD' = x\sqrt{2}$.

Ta có: $S_{ACD'} = \frac{(x\sqrt{2})^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3} \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của khối lập phương: $V = (a\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}a^3$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 494. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA .

A. $2a\sqrt{3}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

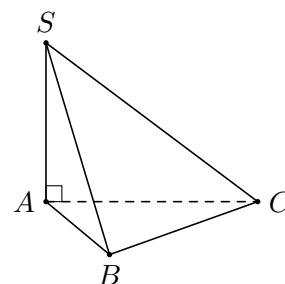
D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có SA vuông góc với đáy (ABC) suy ra SA là đường cao hình chóp.

Tam giác ABC là tam giác đều cạnh a suy ra: $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{4}$.

$$\text{Vậy } SA = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = a\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 495. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $BC = 2a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, đường thẳng SC hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

C. $V = \frac{2a^3\sqrt{5}}{5}$.

D. $V = \frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy nên $SA \perp (ABCD)$.

Ta có AC là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$.

Suy ra $(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = 60^\circ$.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A , ta có

$$SC = AC \tan \widehat{SCA} = a\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = a\sqrt{15}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{15} \cdot 2a^2 = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 496. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và cạnh bên SB tạo với mặt phẳng đáy góc 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Diện tích đáy của khối chóp là $S_{ABCD} = a^2$.

Vì AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABCD)$ nên $(\widehat{SB, (ABCD)}) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA}$.

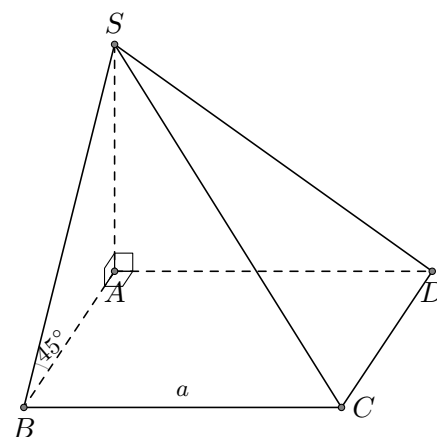
Suy ra $\widehat{SBA} = 45^\circ$.

Xét tam giác SAB vuông tại A và có $\widehat{SBA} = 45^\circ$ nên cân tại A , suy ra $SA = AB = a$.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên chiều cao của khối chóp là SA .

Vậy khối chóp có thể tích là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a = \frac{a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 497. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $3a$. Thể tích V của khối chóp đã cho bằng

- A. $V = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $V = \frac{4\sqrt{6}a^3}{3}$. C. $V = \frac{4a^3}{3}$. D. $V = 4\sqrt{2}a^3$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ nên $BD = 2a$

$\Rightarrow OD = a$.

Tam giác SOD vuông tại O

$$\Rightarrow SO^2 = SD^2 - OD^2 = 9a^2 - a^2 = 8a^2$$

$$\Rightarrow SO = 2a\sqrt{2}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot (a\sqrt{2})^2 \cdot 2a\sqrt{2} = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)**

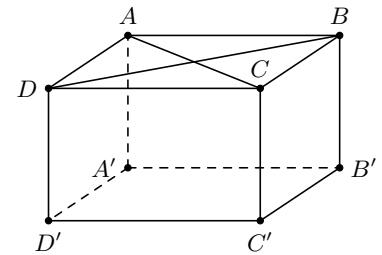
□

Câu 498. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi có hai đường chéo $AC = a$, $BD = a\sqrt{3}$ và cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối hộp đã cho là

- A. $V = \sqrt{6}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{6}}{4}a^3$.

Lời giải.

$$V = Sh = \frac{AC \cdot BD}{2} \cdot AA' = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 499. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ mà SAC là tam giác đều cạnh a .

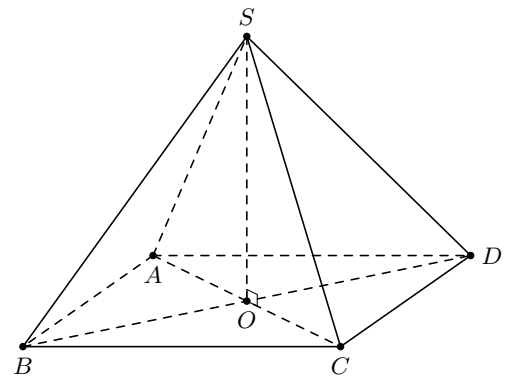
- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Ta có $SO \perp (ABCD)$. Tam giác SAC là tam giác đều cạnh a nên

$$SO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \text{ Suy ra}$$

$$\begin{aligned} V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 500. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và $S.ABC$ là tứ diện đều cạnh a . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = \frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{4}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$.

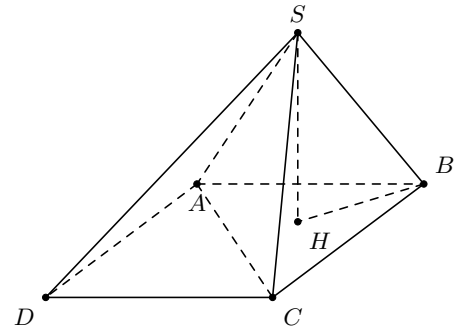
Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S trên mặt đáy ABC . Khi đó H là tâm tam giác đều ABC . Ta có

$$BH = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Vậy

$$V = 2V_{S.ABC} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 501. Cho hình chóp $S.ABC$ có diện tích đáy là $a^2\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức thể tích khối chóp, có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot a^2\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 502. Cho hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a , các mặt bên tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp theo a .

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

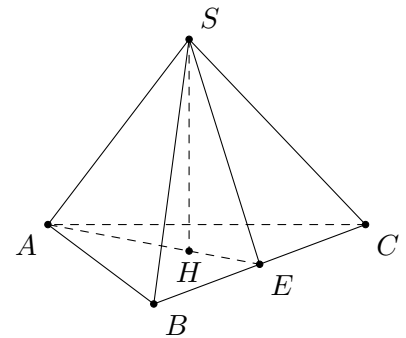
Xét hình chóp đều $S.ABC$, có E là trung điểm BC , H là tâm của tam giác ABC .

Khi đó góc giữa (SBC) và đáy là góc $\widehat{SEH} = 60^\circ$.

Ta có $AB = a \Rightarrow AE = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HE = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Từ đó có $SH = HE \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2}$.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 503. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tam giác $BA'D$ bằng $2a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lập phương theo a .

- A. $V = a^3$. B. $V = 8a^3$. C. $V = 2\sqrt{2}a^3$. D. $V = 4\sqrt{2}a^3$.

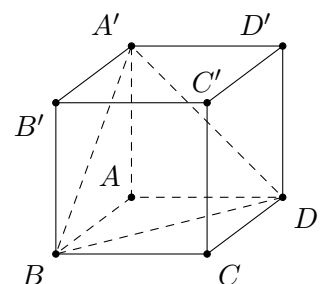
Lời giải.

Tam giác $A'BD$ đều, có diện tích bằng $2a^2\sqrt{3}$ nên ta có

$$\frac{BD^2\sqrt{3}}{4} = 2a^2\sqrt{3} \Leftrightarrow BD = 2\sqrt{2}a.$$

Do đó ta có $AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = 2a$.

Vậy $V = (2a)^3 = 8a^3$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 504. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

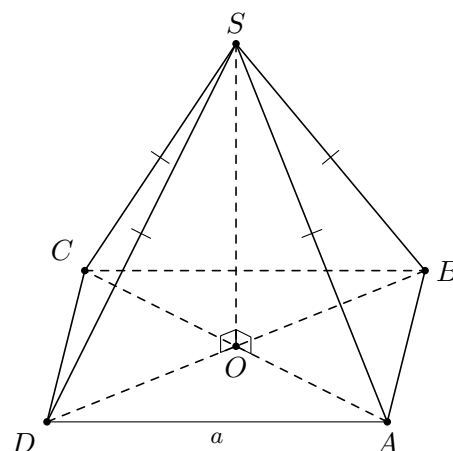
Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khi đó ta có $SO \perp (ABCD)$ và $\widehat{SDO} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } DO = \frac{1}{2}DB = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{và } SO = DO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 505. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V . Lấy điểm A' trên cạnh SA sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với đáy của hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Tính theo V thể tích của khối chóp $S.A'B'C'D'$.

A. $\frac{V}{3}$.

B. $\frac{V}{81}$.

C. $\frac{V}{27}$.

D. $\frac{V}{9}$.

Lời giải.

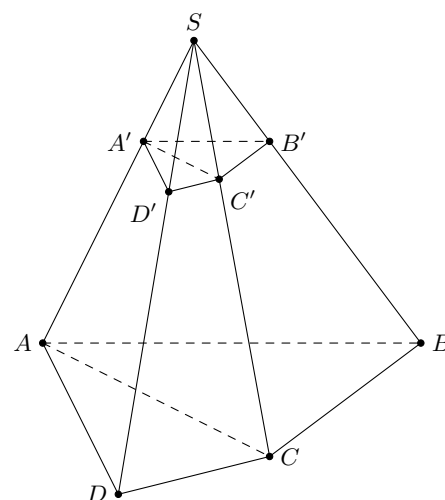
$$\text{Ta có } \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{27}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.A'B'C'D'} = \frac{1}{27} \cdot V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Tương tự ta có } V_{S.A'B'C'D'} = \frac{1}{27} \cdot V_{S.ABCD}.$$

Vậy

$$\begin{aligned} V_{S.A'B'C'D'} &= V_{S.A'B'C'D'} + V_{S.A'B'C'D'} \\ &= \frac{1}{27} (V_{S.ABCD} + V_{S.ABCD}) = \frac{V}{27}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 506. Cho hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối chóp là

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

C. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{16}$.

D. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{46}$.

Lời giải.

Diện tích đáy là $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

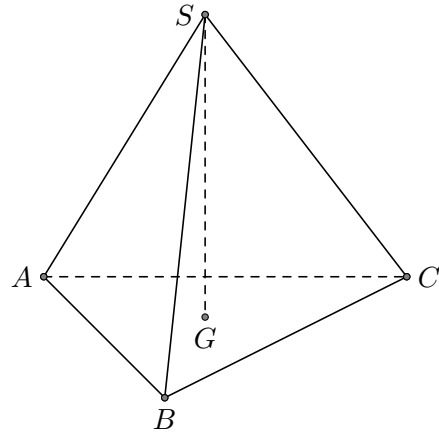
Gọi G là trọng tâm tam giác ABC.

$$\text{Suy ra } AG = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Vậy thể tích của khối chóp là

$$V = \frac{1}{3} \cdot AG \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$



Chọn đáp án (B) □

Câu 507. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và mặt đáy $(ABCD)$ là

A. 60° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 75° .

Lời giải.

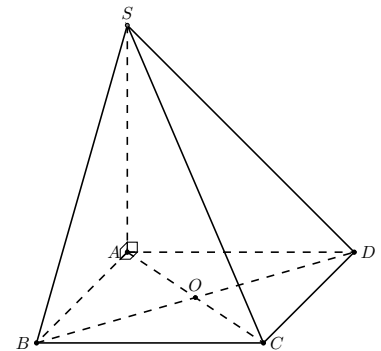
Gọi O là giao điểm của AC và BD .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SOA).$$

Do đó góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và mặt đáy $(ABCD)$ là $\widehat{SOA}$.

$$\text{Ta có } AO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Do đó } \tan(SOA) = \frac{SA}{AO} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SOA} = 30^\circ.$$



Chọn đáp án (C) □

Câu 508. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với đáy. Mặt bên SCD tạo với đáy một góc bằng 60° , M là trung điểm BC . Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của AD do đó $MN \parallel (SCD)$.

$$\text{Suy ra } d[M, (SCD)] = d[N, (SCD)].$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SD \end{cases} \Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = \widehat{SDA} = 60^\circ.$$

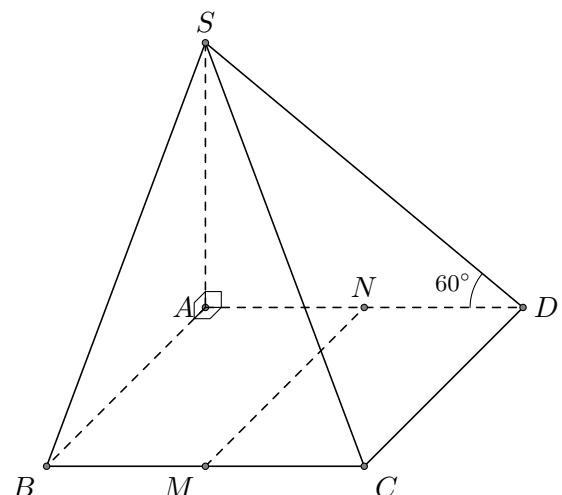
Gọi độ dài của cạnh hình vuông $ABCD$ là x .

$$\text{Khi đó } SA = AD \tan 60^\circ = x\sqrt{3}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot x\sqrt{3} \cdot x^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Suy ra $x = a$.

$$\text{Vậy } d[N, (SCD)] = ND \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 509. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều với tất cả các cạnh bằng a là

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

B. a^3 .

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

Lời giải.

Đáy lăng trụ là tam giác đều cạnh a nên có diện tích $B = \frac{1}{2}a^2 \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$.

Chiều cao lăng trụ bằng a . Vậy thể tích lăng trụ là $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 510. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = a$. Cạnh bên $SD = 2a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3a^3$.

B. $6a^3$.

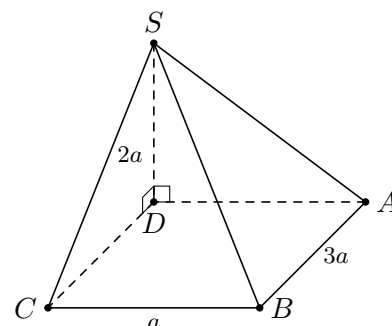
C. $2a^3$.

D. a^3 .

Lời giải.

Ta có

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot BC \cdot SD = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a \cdot 2a = 2a^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 511. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng 45° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

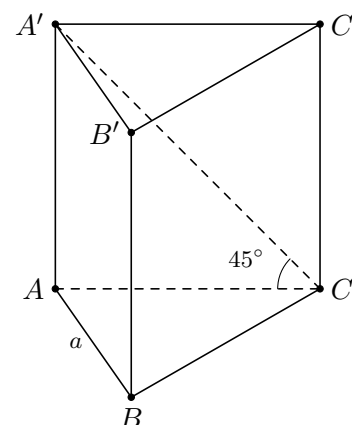
Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều nên nó là lăng trụ đứng, có đáy là tam giác ABC đều, cạnh $AB = a$. Do đó $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Góc giữa $A'C$ và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{A'CA} = 45^\circ$. Suy ra

$$AA' = AC \cdot \tan 45^\circ = AB \cdot \tan 45^\circ = a.$$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 512. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm cạnh AB , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải.

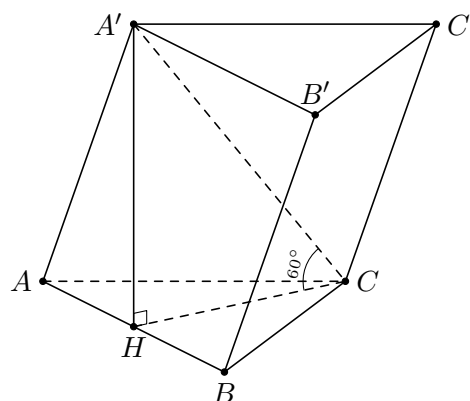
Ta có $A'H \perp (ABC)$ và $A'C \cap (ABC) = C$ nên góc giữa $A'C$ và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{A'CH} = 60^\circ$.

Ta tính được $CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $A'H = CH \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 513. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 32. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ bằng

A. 16.

B. 8.

C. 4.

D. 2.

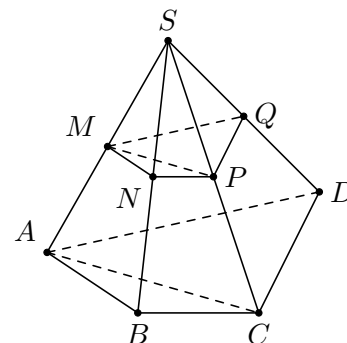
Lời giải.

Ta có $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

Suy ra, $V_{S.MNP} = \frac{V_{S.ABC}}{8}$.

Tương tự, $V_{S.MPQ} = \frac{V_{S.ACD}}{8}$.

Vậy $V_{S.MNPQ} = \frac{V_{S.ABC}}{8} + \frac{V_{S.ACD}}{8} = \frac{V_{S.ABCD}}{8} = \frac{32}{8} = 4$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 514. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Điểm M nằm trên cạnh AA' sao cho $AM = 2MA'$. Gọi V' là thể tích của khối chóp $M.BCC'B'$. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{3}$.

B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

C. $\frac{V'}{V} = \frac{3}{4}$.

D. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$.

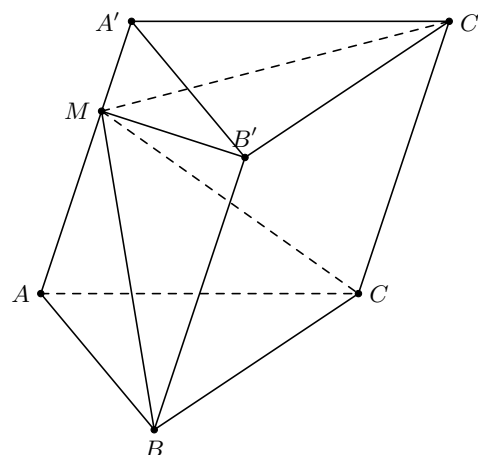
Lời giải.

Vì $AM = \frac{2}{3}AA'$ suy ra $V_{M.ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot V = \frac{2}{9}V$.

Tương tự ta có $V_{M.A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}V = \frac{1}{9}V$.

Suy ra $V' = V - V_{M.ABC} - V_{M.A'B'C'} = \frac{2}{3}V$.

Vậy $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 515. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = 3a^3$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

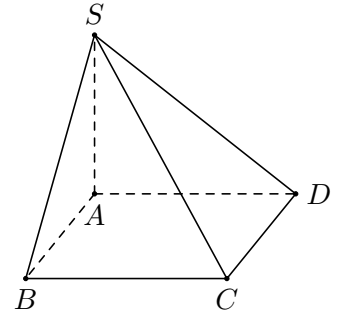
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA$.

Mà $S_{ABCD} = a^2\sqrt{3}$.

Vì $\begin{cases} SB \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases}$ nên $((SBC), (ABCD)) = \widehat{SBA} = 60^\circ$.

Xét tam giác vuông SBA có $\tan 60^\circ = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a^2\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = a^3$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 516. Lăng trụ có chiều cao bằng a , đáy là tam giác vuông cân và có thể tích bằng $2a^3$. Cạnh góc vuông của đáy lăng trụ bằng

A. $4a$. B. $2a$. C. a . D. $3a$.

Lời giải.

Gọi x ($x > 0$) là độ dài cạnh góc vuông của đáy lăng trụ.

Do đáy của lăng trụ là tam giác vuông cân nên có diện tích là $S_{\text{đáy}} = \frac{1}{2}x^2$.

Vì lăng trụ có chiều cao bằng a và có thể tích là $2a^3$ nên

$$S_{\text{đáy}} \cdot a = 2a^3 \Leftrightarrow S_{\text{đáy}} = 2a^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 2a^2 \Leftrightarrow x = 2a.$$

Vậy cạnh góc vuông của đáy lăng trụ bằng $2a$

Chọn đáp án **(B)** □

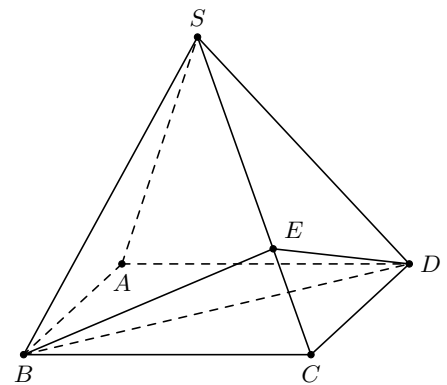
Câu 517. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SBED$.

A. $V = \frac{2}{3}$. B. $V = \frac{1}{6}$. C. $V = \frac{1}{12}$. D. $V = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\frac{SE}{SC} = \frac{2}{3}$, $V_{S.BCD} = \frac{1}{2}V_{ABCD} = \frac{1}{2}$. Do đó

$$\frac{V_{S.BED}}{V_{S.BCD}} = \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SE}{SC} \cdot \frac{SD}{SD} = \frac{2}{3} \Rightarrow V = V_{S.BED} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 518. Khi tăng độ dài cạnh đáy của một khối chóp tam giác đều lên 2 lần và giảm chiều cao của khối chóp đó đi 4 lần thì thể tích khối chóp đó thay đổi như thế nào?

A. Không thay đổi. B. Tăng lên 8 lần. C. Giảm đi 2 lần. D. Tăng lên 2 lần.

Lời giải.

Giả sử khối chóp ban đầu có diện tích đáy B , chiều cao h thì $V_1 = \frac{1}{3}Bh$.

Khi tăng cạnh đáy của hình chóp lên hai lần ta được tam giác đồng dạng với tam giác ban đầu theo

tỉ số 2 nên diện tích đáy hình chóp là $B' = 2^2 B = 4B$. Chiều cao khối chóp sau là $h' = \frac{h}{4}$ nên thể tích của khối chóp sau là $V' = \frac{1}{3} B' h' = \frac{1}{3} \cdot 4B \cdot \frac{h}{4} = \frac{1}{3} B h = V$.
 Vậy thể tích khối chóp sau không đổi so với khối chóp ban đầu.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 519. Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABB') là 30° .

A. $a^3 \frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $a^3 \frac{\sqrt{6}}{4}$.

C. $a^3 \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $a^3 \frac{\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải.

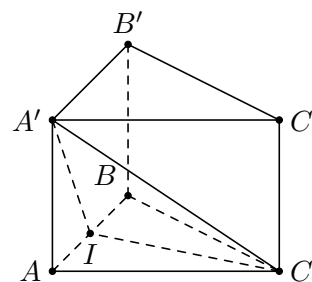
Gọi I là trung điểm của AB . Khi đó $CI \perp (ABB')$, suy ra:

$$\left(\widehat{A'C, (ABB')} \right) = \widehat{CA'I} = 30^\circ, A'C = \frac{CI}{\sin 30^\circ} = \frac{a \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = a\sqrt{3},$$

$$AA' = \sqrt{A'C^2 - AC^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

Vậy thể tích cần tìm là

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = a^3 \frac{\sqrt{6}}{4}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 520. Cho khối chóp $S.A_1A_2 \dots A_n$ (với $n \geq 3$ là số nguyên dương). Gọi B_j là trung điểm của đoạn thẳng SA_j ($j = \overline{1, n}$). Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích các khối chóp $S.A_1A_2 \dots A_n$ và $S.B_1B_2 \dots B_n$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. 2.

B. 4.

C. 8.

D. 2^n .

Lời giải.

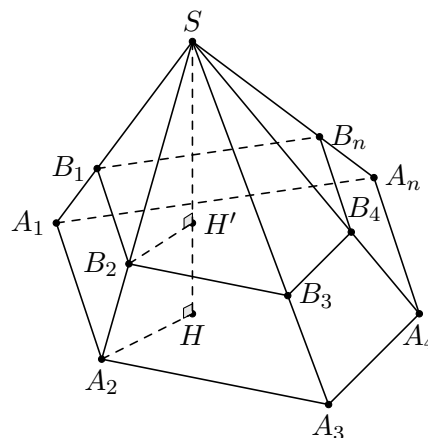
Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của $A_1A_2 \dots A_n$ và $B_1B_2 \dots B_n$.

Dễ thấy đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ đồng dạng với đa giác $B_1B_2 \dots B_n$ theo tỉ số là 2 nên $\frac{S_1}{S_2} = 2^2 = 4$.

Gọi H, H' lần lượt là hình chiếu của S lên đáy $A_1A_2 \dots A_n$ và $B_1B_2 \dots B_n$.

Khi đó

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{V_2} &= \frac{\frac{1}{3} SH \cdot S_1}{\frac{1}{3} SH' \cdot S_2} \\ &= 4 \frac{SH}{SH'} = 4 \frac{SA_2}{SB_2} = 8. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 521. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

B. $V = \frac{a^3}{8}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3}{4}$.

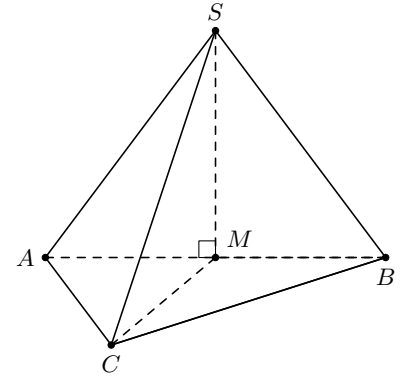
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AB , suy ra $SM \perp (ABC)$.

Vì ABC và SAB là các tam giác đều nên

$$SM = CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Do đó } V = \frac{1}{3} \cdot SM \cdot \frac{AB \cdot CM}{2} = \frac{a^3}{8}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 522. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $A'A = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

A. $V = \frac{3a^3}{4}$.

B. $V = a^3$.

C. $V = 3a^3$.

D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Ta có diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}a^2$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}a^2 = 3a^3$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 523. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $A'.ABCD$.

A. $2\sqrt{2}a^3$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. a^3 .

D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải.

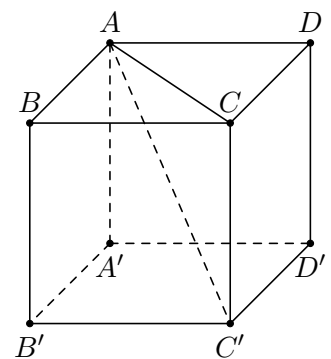
Gọi x là độ dài cạnh của hình lập phương.

Xét tam giác ABC vuông ở B có $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2x^2$.

Xét tam giác ACC' vuông tại C có $AC'^2 = AC^2 + CC'^2 = 3x^2 \Rightarrow AC' = \sqrt{3}x$.

Mà ta có $AC' = a\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}x = a\sqrt{3} \Leftrightarrow x = a$.

Vậy $S_{A'.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot A'A \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 524. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Hình chiếu vuông góc của S trên đường thẳng AB là điểm H thỏa mãn $AH = 2HB$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ và $SH \perp AB$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Trong $\triangle SAB$ vuông tại S và có đường cao SH nên

$$SH^2 = HA \cdot HB = \frac{2a}{3} \cdot \frac{a}{3} = \frac{2a^2}{9} \Leftrightarrow SH = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Vậy thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 525. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) ; góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{3a^3}{4}$.

B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{a^3}{2}$.

D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

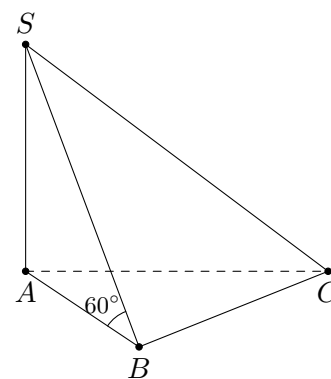
Ta có $SA \perp (ABC)$, suy ra AB là hình chiếu của SB trên (ABC) .

Do đó $(SB, (ABC)) = (SB, AB) = \widehat{SBA} = 60^\circ$.

Trong $\triangle SAB$ vuông tại A có $SA = AB \cdot \tan \widehat{SBA} = a\sqrt{3}$.

Tam giác ABC đều nên $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối chóp là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{a^3}{4}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 526. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm của tam giác ABC , cạnh $AA' = 2a$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{11}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{39}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

Lời giải.

Diện tích đáy là $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

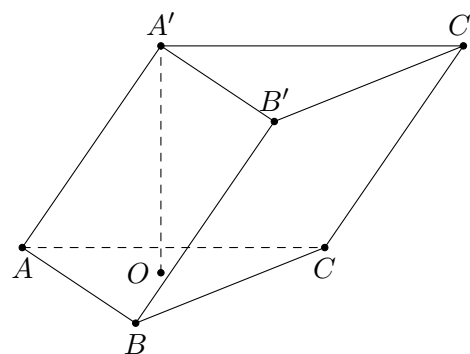
Gọi O là tâm đáy, ta có $A'O \perp (ABC)$.

Trong $\triangle A'AO$ vuông tại O có

$$A'O = \sqrt{AA'^2 - OA^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$$

Vậy thể tích lăng trụ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'O = \frac{a^3\sqrt{11}}{4}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 527. Cho lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , đường cao BH . Biết $A'H \perp (ABC)$ và $AB = 1$, $AC = 2$, $AA' = \sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{21}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

C. $\frac{3\sqrt{7}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{12}$.

Lời giải.

Trong tam giác vuông ABC với đường cao BH , ta có

$$\begin{cases} BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{3} \\ AH = \frac{AB^2}{AC} = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Trong tam giác vuông $A'HA$, ta có

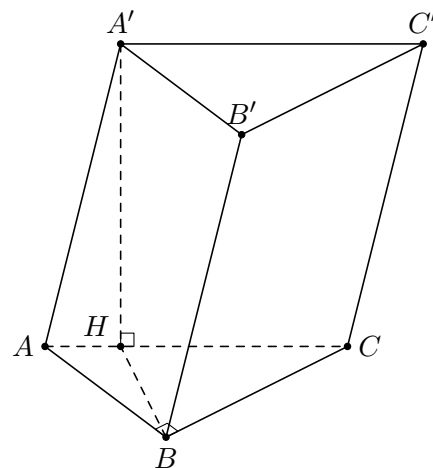
$$A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{2 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

Tam giác ABC vuông tại B nên có diện tích là

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ $ABC A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{\sqrt{7}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{21}}{4}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 528. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết rằng đường thẳng SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3}{8}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

Tam giác ABC là tam giác đều cạnh a nên có diện tích là $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vì $SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng (ABC) .

Do đó góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SCA} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông SAC ta có

$$SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

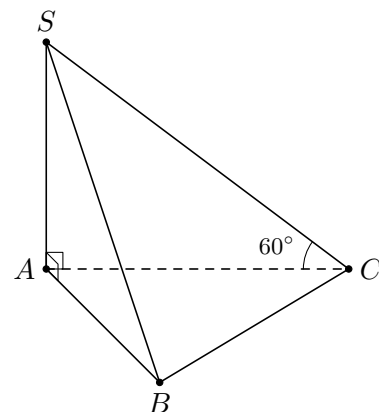
Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 529. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là một tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.



A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

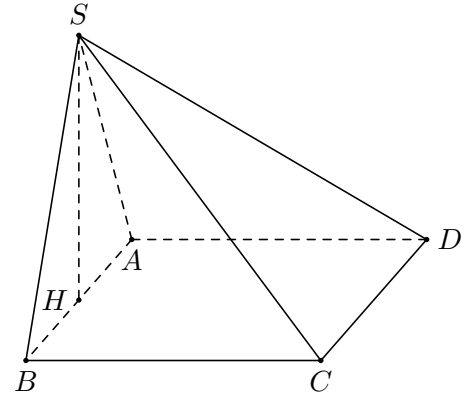
D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải.Gọi H là trung điểm AB .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD). \\ SH \perp AB \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } S_{ABCD} = a^2, SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 530. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $BB' = a$ và $AC = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $\frac{a^3}{6}$.

B. a^3 .

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

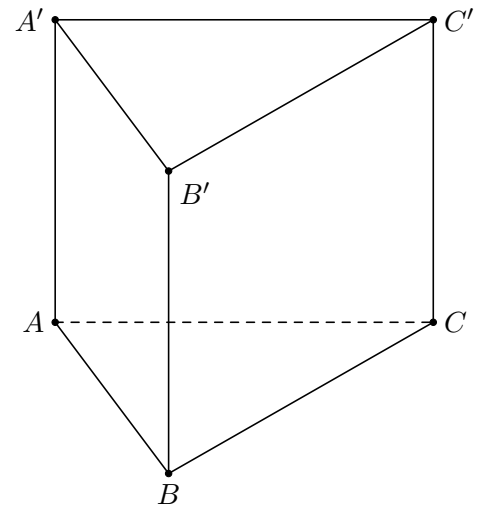
Lời giải.Tam giác ABC vuông cân tại B nên

$$BA = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a.$$

$$\Rightarrow \text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC = \frac{a^2}{2}.$$

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = S_{\triangle ABC} \cdot BB' = \frac{a^3}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 531. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

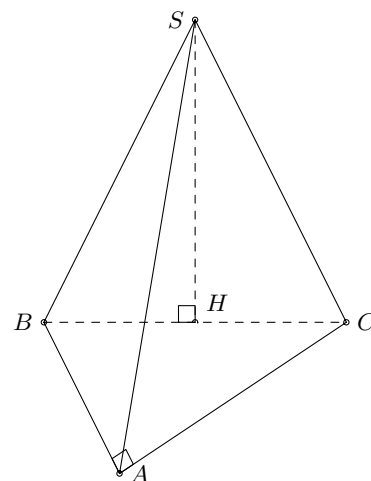
Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a \Rightarrow BH = a$$

$$\Rightarrow SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = a.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 532. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Biết thể tích khối chóp bằng $\frac{a^3}{3}$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng bao nhiêu?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{2a\sqrt{3}}{9}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ta lại có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} d(S, (ABC)) \cdot S_{ABC} \Rightarrow d(S, (ABC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 533. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

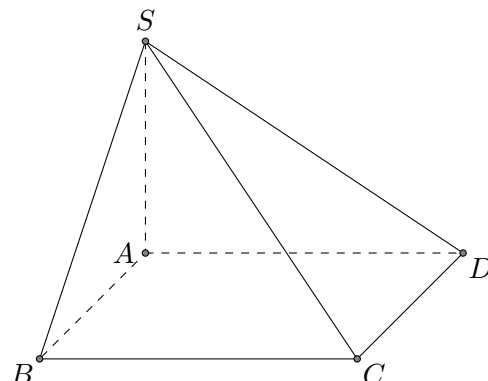
Lời giải.

Diện tích mặt đáy

$$S_{ABCD} = a^2.$$

Vậy thể tích của khối chóp bằng

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} a^2 \cdot 2a = \frac{2a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 534. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABCD)$, góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải.

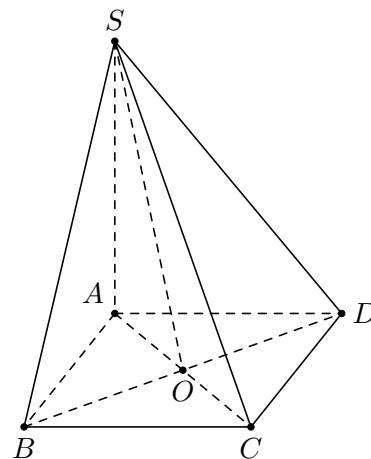
Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Ta có $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ AO \perp BD \end{cases}$

$\Rightarrow SO \perp BD$ (định lý 3 đường vuông góc).

Khi đó $\begin{cases} (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ SO \perp BD \\ AO \perp BD \end{cases}$

$\Rightarrow ((SBD), (ABCD)) = \widehat{SOA} = 60^\circ$.



$\triangle SAO$ vuông tại $A \Rightarrow SA = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 535. Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = a, SB = 2a, SC = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SB và SC . Tính theo a thể tích hình chóp $S.AMN$.

A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. a^3 .

D. $\frac{3a^3}{4}$.

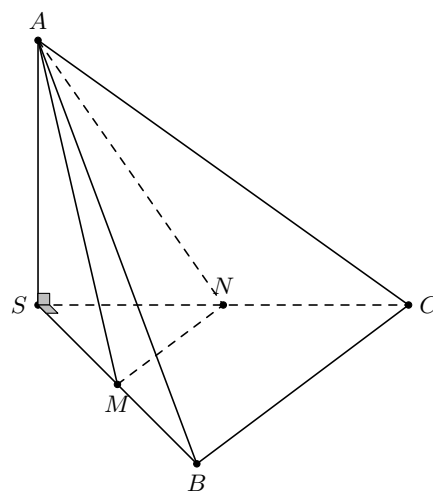
Lời giải.

Ta có $\triangle SMN$ vuông tại S nên

$$S_{\triangle SMN} = \frac{1}{2} \cdot SM \cdot SN = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^2}{4}.$$

Vậy thể tích hình chóp $S.AMN$ là

$$V_{S.AMN} = \frac{1}{3} \cdot AS \cdot S_{\triangle SMN} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{3a^2}{4} = \frac{a^3}{4}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 536.

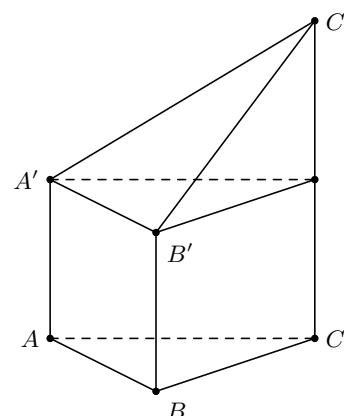
Cho hình đa diện như hình vẽ, trong đó các cạnh AA', BB', CC' đều vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC đều cạnh a và $AA' = BB' = \frac{1}{2}CC' = a$. Tính theo a thể tích V của khối đa diện đó.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.



Lời giải.

Ta có $AA' = BB' = \frac{1}{2}CC' = a \Rightarrow AA' = BB' = a$ và $CC' = 2a$.

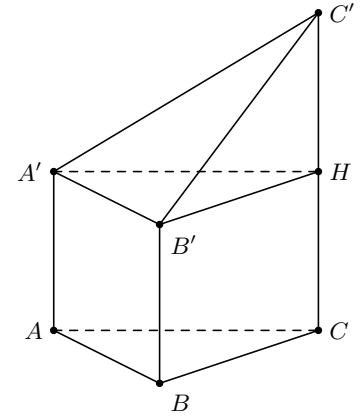
Gọi H là trung điểm của cạnh CC' .

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'H$ là

$$V_{ABC.A'B'H} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Thể tích khối chóp $C'.A'B'H$ là

$$V_{C'.A'B'H} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle A'B'H} \cdot C'H = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$



Do đó thể tích khối đa diện là

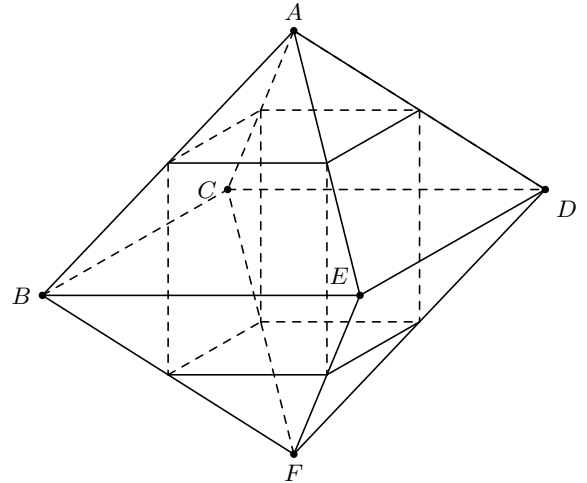
$$V = V_{ABC.A'B'H} + V_{C'.A'B'H} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4} + \frac{a^3\sqrt{3}}{12} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 537.

Cho hình bát diện đều $ABCDEF$ cạnh a . Tính theo a thể tích V của khối đa diện có các đỉnh là trung điểm của các cạnh xuất phát từ A và F của hình bát diện (xem hình vẽ).

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.
C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{8}$.



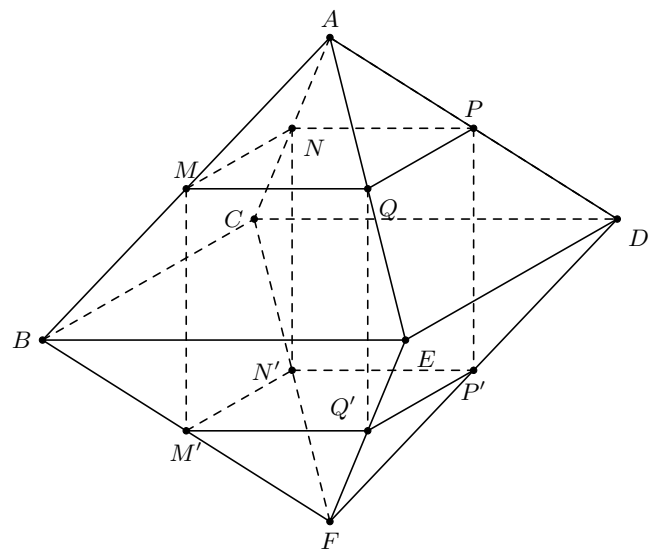
Lời giải.

Ta có đa diện có các đỉnh là trung điểm của các cạnh xuất phát từ A và F của hình bát diện đều $ABCDEF$ là hình hộp $MNPQ.M'N'P'Q'$.

Ta có MQ là đường trung bình tam giác ABE nên $MQ = \frac{1}{2}BE = \frac{a}{2}$.

Ta có MN là đường trung bình tam giác ABC nên $MN = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$.

Ta có MM' là đường trung bình tam giác ABF nên $MM' = \frac{1}{2}AF = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Khi đó thể tích khối đa diện là

$$V_{MNPQ.M'N'P'Q'} = MN \cdot MQ \cdot MM' = \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 538. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, cạnh bên SC tạo với đáy một góc bằng 60° . Khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

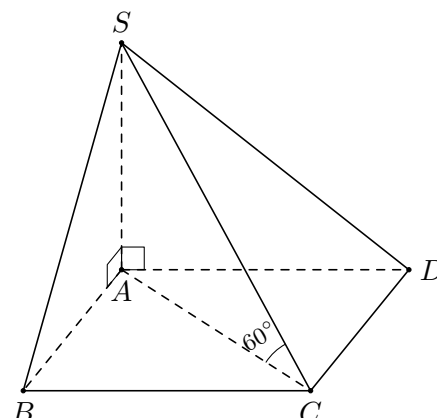
Ta có $SA \perp (ABCD)$ suy ra A là hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$.

Suy ra AC là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$.

Nên $(\widehat{SC, (ABCD)}) = \widehat{SCA} = 60^\circ$.

$\triangle SAC$ vuông tại A có $SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = a\sqrt{6}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 539. Lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có hình chóp $A'.ABC$ là hình chóp tam giác đều mà độ dài cạnh đáy là a , AA' tạo với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ đã cho.

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Do $A'.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên chân đường cao kẻ từ A' là trọng tâm H của $\triangle ABC$.

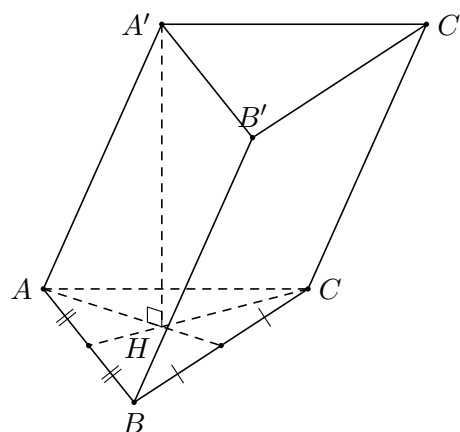
AH là hình chiếu vuông góc của AA' trên (ABC)

$\Rightarrow$ Góc giữa AA' và (ABC) là $\widehat{A'AH} = 60^\circ$.

Ta có $AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$;

$A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a$ và $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do đó $V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 540. Tính thể tích V của khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

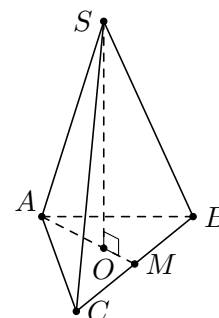
Lời giải.

Do $\triangle ABC$ đều nên $AM = AB \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $AO = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$\triangle SAO$ vuông tại O có $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $V = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot \frac{1}{2} \cdot AM \cdot BC = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 541. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC . Tỷ số thể tích của hai khối chóp $S.MNP$ và $S.ABC$ bằng

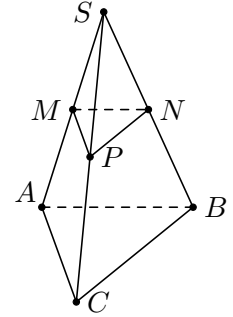
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $d[M, NP] = \frac{1}{2}d[A, BC]$ và $NP = \frac{1}{2}BC$, suy ra $S_{MNP} = \frac{1}{4}S_{ABC}$.

Ta có $\frac{d[S, (MNP)]}{d[S, (ABC)]} = \frac{SM}{SA} \Rightarrow d[S, (MNP)] = \frac{1}{2}d[S, (ABC)]$.

Vậy $V_{MNP} = \frac{1}{8}V_{ABC}$, suy ra $\frac{V_{MNP}}{V_{ABC}} = \frac{1}{8}$.



Chọn đáp án **(B)** □

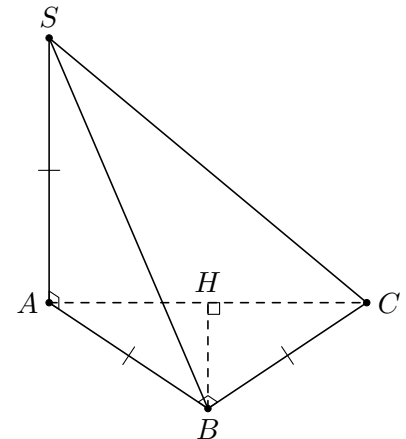
Câu 542. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, biết đáy ABC là tam giác vuông cân tại đỉnh B và có cạnh $AC = SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp.

- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = \frac{4a^3}{9}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} AB = BC &= AC \cdot \cos \widehat{BAC} \\ &= 2a \cdot \cos \frac{\pi}{4} = a\sqrt{2} \\ \Rightarrow V_{S.ABC} &= \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} \\ &= \frac{1}{6} \cdot SA \cdot AB \cdot BC \\ &= \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot (a\sqrt{2})^2 = \frac{2a^3}{3}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 543. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

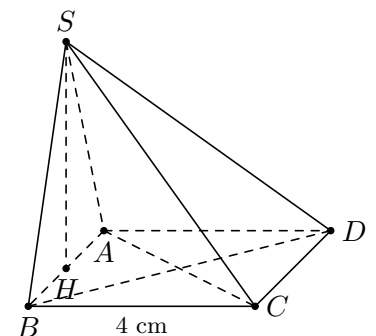
- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 544. Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông tại A . Cho $AC = AB = 2a$, góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = 2a^2$.

Vì $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng nên $CC' \perp (ABC)$.

Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng (ABC) bằng 30° nên ta có $\widehat{C'AC} = 30^\circ$.

Ta có $CC' = AC \cdot \tan \widehat{C'AC} = 2a \cdot \tan 30^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot CC' = 2a^2 \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 545. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ và M là trung điểm của CD .

Ta có $SO \perp (ABCD)$, $(SCD) \cap (ABCD) = CD$ và $OM \perp CD$ nên góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy $(ABCD)$ là $\widehat{SMO} = 60^\circ$.

Ta tính được $OM = \frac{a}{2}$ và $SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 546. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Biết SA vuông góc với mặt đáy và $SB = a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Vì tam giác ABC vuông tại B nên

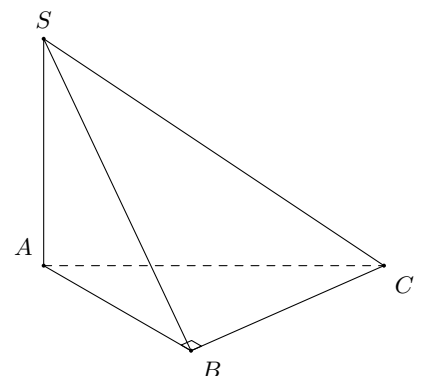
$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Xét tam giác SAB vuông tại A ta có

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a.$$

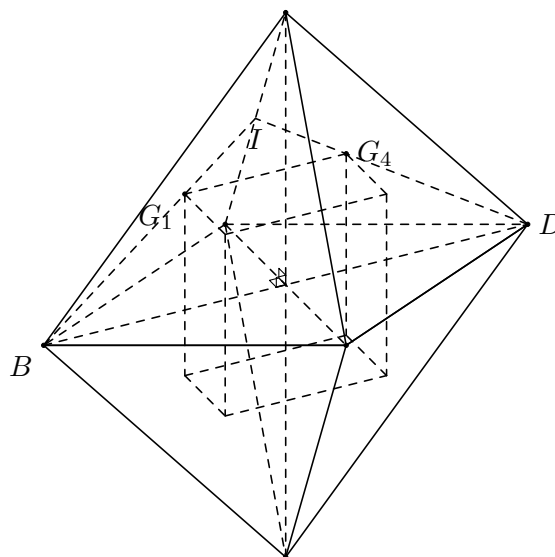
Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.



☐

A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{27}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. a^3 . D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{9}$.

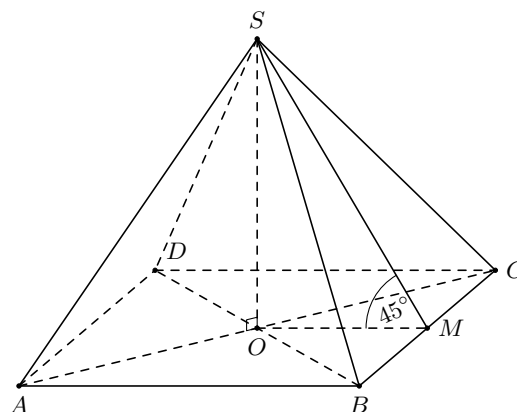
Ta có $G_1G_2 = \frac{1}{3} \cdot BD = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

$$V = G_1 G_2^3 = \frac{2a^3 \sqrt{2}}{27}.$$
☐

A. $\frac{a^3}{3}$. B. $a^3\sqrt{2}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $OM = \frac{a}{2}$ và $SO = OM = \frac{a}{2}$.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3}{6}$.

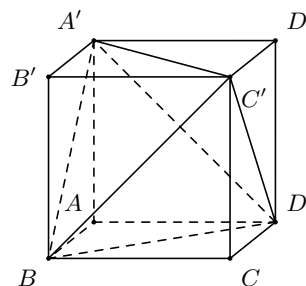
☐

A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

417 <https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/>

Ta có

$$V_{A'BC'D} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - 4 \cdot V_{B.A'B'C'} = a^3 - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a^3 = \frac{a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 550. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $2a^3$. B. $\sqrt{2}a^3$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

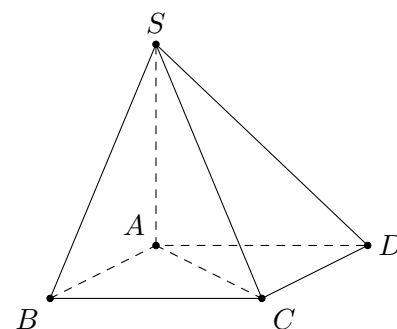
Lời giải.

Vì $SC \cap (ABCD) = C$ và $SA \perp (ABCD)$ tại A nên AC là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$, do đó góc tạo bởi SC và $(ABCD)$ bằng góc tạo bởi SC và AC , chính là $\widehat{SCA}$. Suy ra $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

Tam giác SAC vuông tại A nên

$$SA = AC \cdot \tan 45^\circ = AC = a\sqrt{2}.$$

Thể tích cần tìm $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 551. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3a$ vuông góc với đáy và tam giác ABC là tam giác đều cạnh a . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. B. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$.

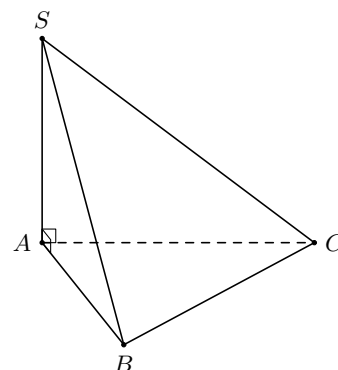
Lời giải.

Diện tích tam giác đều ABC là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta có $h = SA = 3a$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 3a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 552. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB = a$, $AD = 2BC = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và cạnh SD tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $2a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Do $SA \perp (ABCD)$ nên

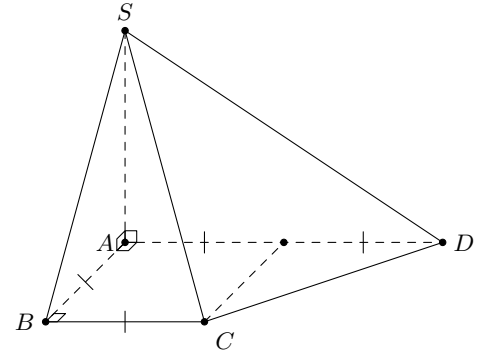
$$(\widehat{SD, (ABCD)}) = (\widehat{SD, AD}) = \widehat{SDA} = 60^\circ.$$

Suy ra $SA = AD \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$.

$$\text{Diện tích đáy } S_{ABCD} = \frac{1}{2}(a + 2a)a = \frac{3a^2}{2}.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^2}{2} \cdot 2a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 553. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Thể tích khối tứ diện $AB'C'D'$ bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

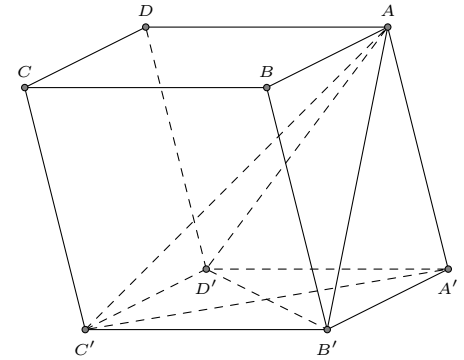
C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{12}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} V_{AB'C'D'} &= \frac{1}{3} \cdot d[A, (A'B'C'D')] \cdot S_{B'C'D'} \\ &= \frac{1}{6} \cdot d[A, (A'B'C'D')] \cdot S_{A'B'C'D'} \\ &= \frac{1}{2} V_{A.A'B'C'D'} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} V_{ABCD.A'B'C'D'} \\ &= \frac{1}{6}. \end{aligned}$$



Vậy thể tích khối tứ diện $AB'C'D'$ bằng $\frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 554.

Các kích thước của một bể bơi được cho trên hình vẽ (mặt nước có dạng hình chữ nhật). Hãy tính xem bể bơi chứa được bao nhiêu mét khối nước khi nó đầy ắp nước?

A. 1000 m^3 . B. 640 m^3 . C. 570 m^3 . D. 500 m^3 .

Lời giải.

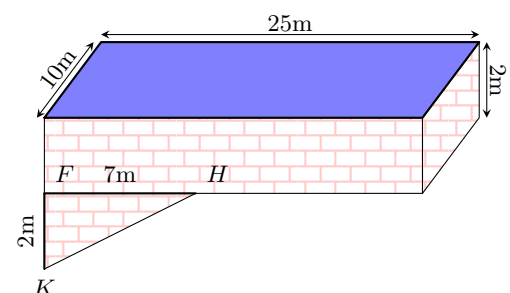
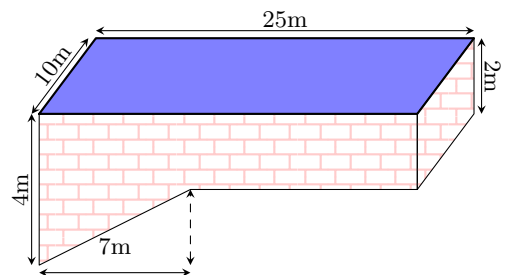
Dựa vào hình vẽ, bể bơi có thể coi gồm 2 phần

Phần dạng khối hộp chữ nhật có các kích thước 25 m, 10 m, 2 m. Thể tích phần này là $V_1 = 25 \cdot 10 \cdot 2 = 500 \text{ (m}^3\text{)}$.

Phần còn lại có dạng hình lăng trụ đứng có chiều cao là 10 m, đáy tam giác vuông có hai cạnh góc vuông lần lượt là 2 m và 7 m.

$$\text{Thể tích phần này là } V_2 = 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 7 = 70 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Vậy lượng nước khi bể chứa đầy ắp nước là $V = V_1 + V_2 = 570 \text{ (m}^3\text{)}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 555. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, trên các cạnh AA' , BB' lấy các điểm M , N sao cho $AA' = 3AM$, $BB' = 3B'N$. Mặt phẳng $(C'MN)$ chia khối lăng trụ đã cho thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $C'.A'B'MN$, V_2 là thể tích của khối đa diện $ABCMNC'$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{7}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{7}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{7}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{7}$.

Lời giải.

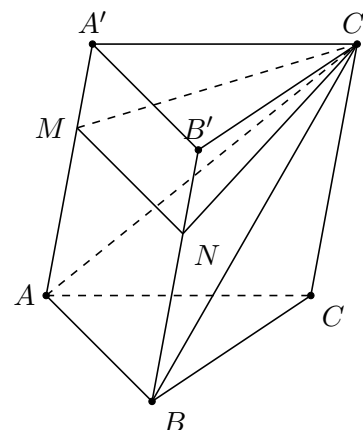
Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Ta có

$$V_{C'.ABC} = \frac{1}{3}V \Rightarrow V_{C'.A'B'BA} = \frac{2}{3}V.$$

$$\text{Mà } S_{A'B'NM} = \frac{1}{3}S_{A'B'BA}.$$

$$\text{Do đó } V_{C'.A'B'NM} = \frac{1}{3}V_{C'.A'B'BA} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}V = \frac{2}{9}V.$$

$$\text{Suy ra } V_{ABCMNC'} = \frac{7}{9}V. \text{ Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{7}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 556. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích của hình chóp $S.ABCD$ là $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy $(SBCD)$ là

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 120° .

Lời giải.

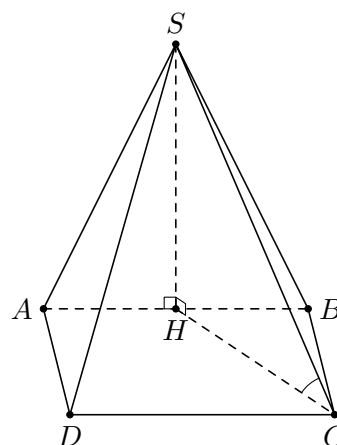
Gọi H là trung điểm AB . Ta có

$$S_{ABCD} = a^2, V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$$

$$\Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{15}}{2}; HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SCH}$.

$$\tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{CH} = \frac{a\sqrt{15}}{2} : \frac{a\sqrt{5}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCH} = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **C**

□

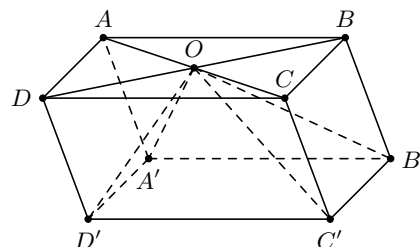
Câu 557. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 6. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Thể tích khối chóp $O.A'B'C'D'$ là

- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Gọi V là thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và V_1 là thể tích khối chóp $O.A'B'C'D'$. Ta có $V = 6$.

Do khối chóp $O.A'B'C'D'$ có cùng mặt đáy và đường cao với khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ nên $V_1 = \frac{1}{3}V = 2$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 558. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy $a = 4$, biết diện tích tam giác $A'BC$ bằng 8. Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $V = 8\sqrt{3}$.

B. $V = 10\sqrt{3}$.

C. $V = 2\sqrt{3}$.

D. $V = 4\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC , ta có $A'M \perp BC$.

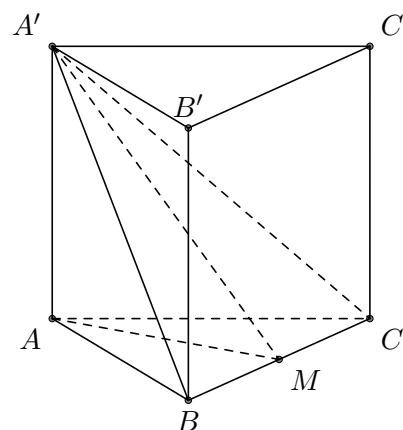
$$\text{Do } S_{A'BC} = \frac{1}{2} \cdot A'M \cdot BC \Rightarrow A'M = \frac{2S_{A'BC}}{BC} = 4.$$

Có AM là đường cao của tam giác đều ABC nên

$$AM = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}.$$

Xét tam giác $AA'M$ có $AA' = \sqrt{A'M^2 - AM^2} = 2$.

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ là } V = AA' \cdot S_{ABC} = 2 \cdot \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 8\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 559. Cho tứ diện $O.ABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Biết $OA = 4$ cm, $OB = 3$ cm, $OC = 6$ cm. Tính thể tích V của khối tứ diện $O.ABC$.

A. $V = 12 \text{ cm}^3$.

B. $V = 36 \text{ cm}^3$.

C. $V = 6 \text{ cm}^3$.

D. $V = 18 \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Do tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc nên có thể tích là

$$V = \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC = 12 \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 560. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 4, chiều cao của khối chóp bằng chiều cao của tam giác đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SA . Thể tích của khối chóp $M.ABC$ bằng

A. 4.

B. $\frac{8}{3}$.

C. 8.

D. 16.

Lời giải.

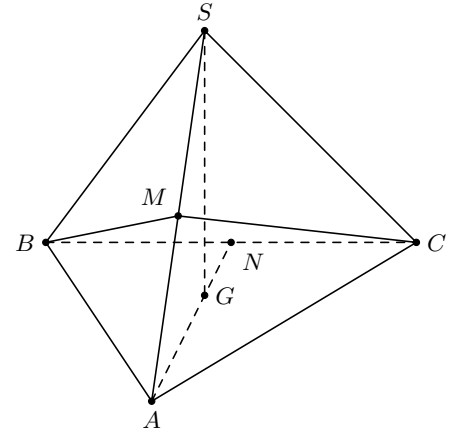
Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , N là trung điểm của BC .

Khi đó $SG \perp (ABC)$ và $SG = AN = 2\sqrt{3}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{\triangle ABC} = 4\sqrt{3}$.

Gọi h là chiều cao của hình chóp $M.ABC$. Vì M là trung điểm SA nên $h = \frac{1}{2}SG = \sqrt{3}$.

Suy ra $V_{M.ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} \cdot h = 4$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 561. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $AB = 3$, $BC = 3\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{9\sqrt{6}}{4}$.

B. $\frac{9\sqrt{6}}{8}$.

C. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{9\sqrt{6}}{2}$.

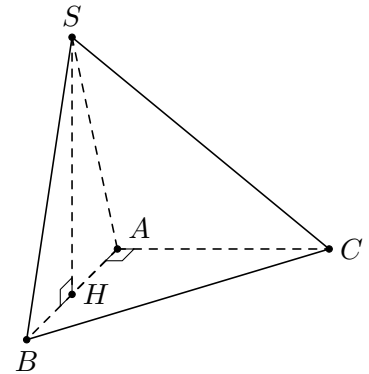
Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB , khi đó $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Vì tam giác SAB đều nên $SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Lại có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 3\sqrt{2} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{SH \cdot S_{ABC}}{3} = \frac{9\sqrt{6}}{4}$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 562. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa SB và đáy bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

B. $V = \frac{a^3}{4}$.

C. $V = \frac{a^3}{12}$.

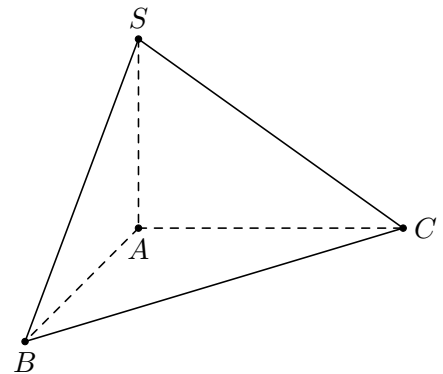
D. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải.

Ta có $(SB, (ABC)) = (SB, AB) = \widehat{SBA} = 60^\circ$.

Suy ra $SA = AB \tan \widehat{SBA} = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{SA \cdot S_{ABC}}{3} = \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}}{3} = \frac{a^3}{4}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 563. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 120^\circ$ và $AC' = a\sqrt{5}$. Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

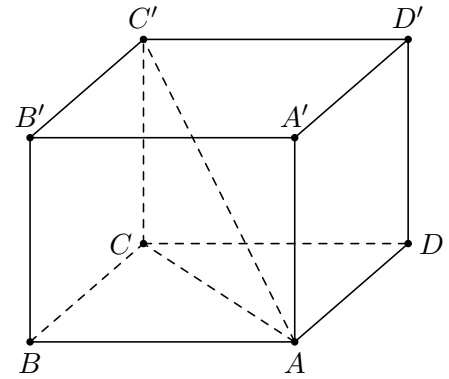
Lời giải.

Vì $ABCD$ là hình thoi có $\widehat{BAD} = 120^\circ$ nên $\triangle ABC$ là tam giác đều, suy ra $AC = a$.

$$\text{Khi đó } S_{ABCD} = 2S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Lại có } CC' = \sqrt{C'A^2 - CA^2} = 2a.$$

$$\text{Suy ra } V_{ABCD.A'B'C'D'} = CC' \cdot S_{ABCD} = a^3\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 564. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Lấy điểm M thuộc cạnh AA' và $AM = 2MA'$; N, P lần lượt là trung điểm của cạnh BB', CC' . Gọi V, V_1 lần lượt là thể tích khối đa diện $ABC.A'B'C'$ và $ABCMNP$. Khi đó

A. $V_1 = \frac{4}{9}V$.

B. $V_1 = \frac{1}{12}V$.

C. $V_1 = \frac{5}{9}V$.

D. $V_1 = \frac{1}{6}V$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} \cdot d(A', (ABC)) \cdot S_{ABC} = \frac{V}{3}, \text{ từ đó suy ra}$$

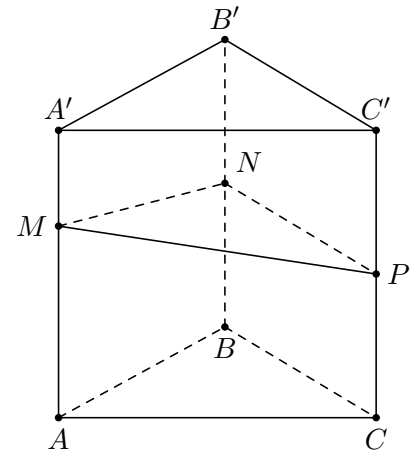
$$V_{A'.BCC'B'} = V - V_{A'.ABC} = \frac{2V}{3}.$$

$$\text{Lại có } V_{M.ABC} = \frac{MA}{A'A} \cdot V_{A'.ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{V}{3} = \frac{2V}{9}.$$

$$\text{Và } \frac{V_{M.BCPN}}{V_{A'.BCC'B'}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot d(M, (BCPN)) \cdot S_{BCPN}}{\frac{1}{3} \cdot d(A', (BCC'B')) \cdot S_{BCC'B'}} = \frac{S_{BCPN}}{S_{BCC'B'}} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Suy ra } V_{M.BCPN} = \frac{1}{2} \cdot V_{A'.BCC'B'} = \frac{V}{3}.$$

$$\text{Đến tới } V_1 = V_{M.ABC} + V_{M.BCPN} = \frac{5V}{9}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 565. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD . Tính thể tích khối đa diện $ABCDMN$.

A. $V = a^3$.

B. $V = 3a^3$.

C. $V = \frac{15a^3}{2}$.

D. $V = \frac{5a^3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{SA \cdot S_{ABCD}}{3} = \frac{3a \cdot (2a)^2}{3} = 4a^3$ nên

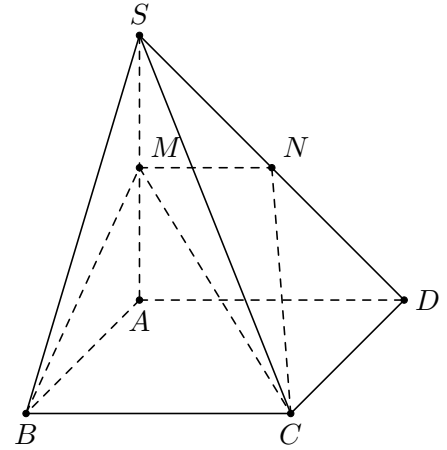
$V_{SABC} = V_{SACD} = \frac{1}{2} \cdot V_{S.ABCD} = 2a^3$.

Ta có $V_{SBMC} = \frac{SM}{SA} \cdot V_{SABC} = \frac{1}{2} V_{SABC} = a^3$ và

$V_{SMNC} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot V_{SACD} = \frac{1}{4} V_{ACD} = \frac{a^3}{2}$.

Suy ra $V_{S.BMNC} = V_{SBMC} + V_{SMNC} = \frac{3a^3}{2}$ nên

$$V_{ABCDMN} = V_{S.ABCD} - V_{S.BMNC} = \frac{5a^3}{2}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 566. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Biết $SA = 2$, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 1$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

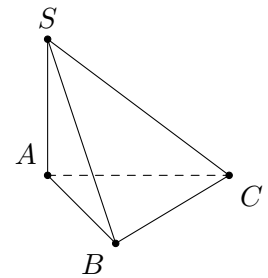
C. $\frac{1}{3}$.

D. 1.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 567. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a , tam giác ABD đều, SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = 2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

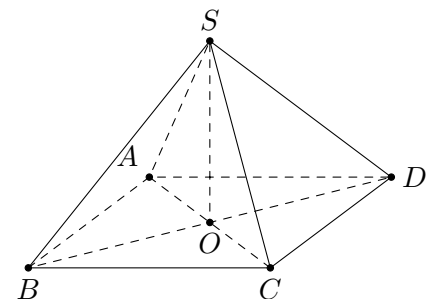
C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 568. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $3a^3$.

B. $9a^3$.

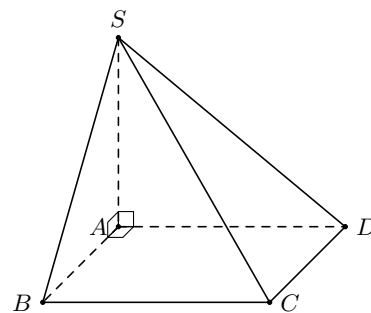
C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 3a = a^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 569. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $3a^3$.

B. a^3 .

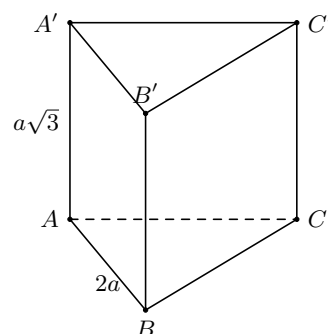
C. $\frac{3a^3}{4}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = 3a^3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 570. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác với $AB = a$, $AC = 2a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $AA' = 2a\sqrt{5}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = a^3\sqrt{15}$.

B. $V = \frac{4a^3\sqrt{15}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{4}$.

D. $V = 4a^3\sqrt{15}$.

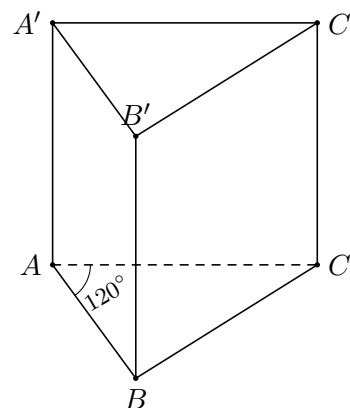
Lời giải.

Diện tích đáy:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} a \cdot 2a \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Thể tích của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot 2a\sqrt{5} = a^3\sqrt{15}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 571. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, $SA = a\sqrt{6}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{6}$.

B. $3a^3\sqrt{6}$.

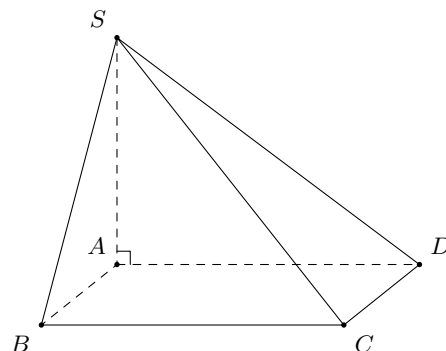
C. $3a^2\sqrt{6}$.

D. $a^2\sqrt{6}$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot (a\sqrt{3})^2 \cdot a\sqrt{6} = a^3\sqrt{6}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 572. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là một tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, $BB' = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

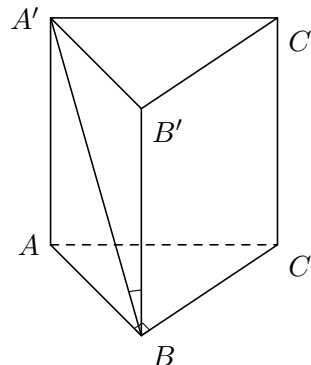
Lời giải.

Ta có $\begin{cases} A'B' \perp B'C' \\ A'B' \perp BB' \end{cases} \Rightarrow A'B' \perp (BCC'B')$. Vậy BB' là hình chiếu của

$A'B$ lên mặt phẳng $(BCC'B')$ suy ra $(\widehat{A'B, (BCC'B')}) = \widehat{A'B, BB'} = \widehat{A'BB'}$.

Xét tam giác vuông $\triangle A'BB'$ có

$$\tan \widehat{A'BB'} = \frac{A'B'}{BB'} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{A'BB'} = 30^\circ.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 573. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $a^3\sqrt{2}$.

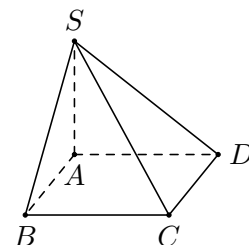
C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot AB^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 574. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm của BC . Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

B. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Lời giải.

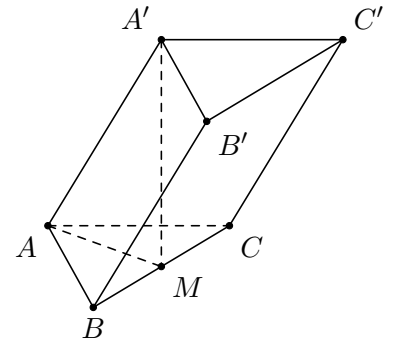
Gọi M là trung điểm của BC . Ta có $A'M \perp (ABC)$.

Tam giác ABC đều nên $AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác $A'M$ có $A'M = \sqrt{AA'^2 - AM^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích của khối lăng trụ là

$$V = A'M \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 575. Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Ta có khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a thì $h = a$ và diện tích đáy bằng $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích cần tìm là $V = S \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

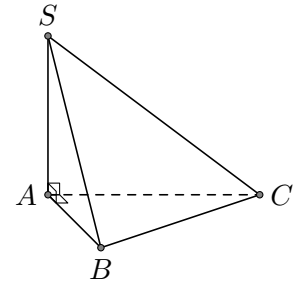
Câu 576. Khối chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau, $SA = a$; $SB = 3a$; $SC = 4a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ tính theo a là

A. a^3 . B. $4a^3$. C. $12a^3$. D. $2a^3$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} V_{S.ABC} &= \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{SBC} = \frac{1}{2} SA \cdot \frac{1}{2} \cdot SB \cdot SC \\ &= \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{1}{6} \cdot a \cdot 3a \cdot 4a = 2a^3. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 577. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° .

Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $2\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{8a^3}{3}$.

Lời giải.

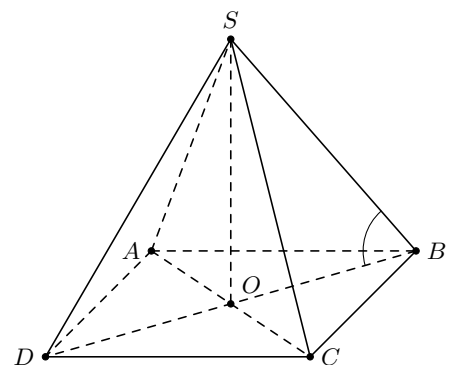
Gọi O là tâm đáy của chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Khi đó

$SO \perp (ABCD)$ và $\widehat{SBO} = 60^\circ$.

Ta có $OB = SB \cos 60^\circ = a$ và $SO = SB \sin 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Khi đó $BC = a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}(a\sqrt{2})^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 578. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy và $SB = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$.

Lời giải.

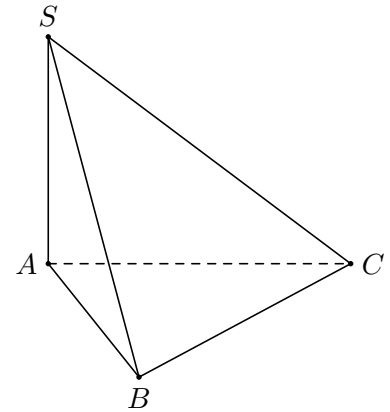
$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \cap (SAC) = SA \\ (SAB) \perp (ABC) \\ (SAC) \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC).$$

Xét tam giác SAB vuông tại A có

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Lại có } S_{\Delta ABC} = \frac{AB^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 579. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{3a^3}{8}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải.

Trong tam giác đều ABC , gọi M là trung điểm của BC

suy ra $BC \perp AM$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AA' \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'M) \Rightarrow BC \perp A'M.$$

$$\text{Khi đó, ta có } \begin{cases} (ABC) \cap (A'BC) = BC \\ BC \perp AM; AM \subset (ABC) \\ BC \perp A'M; A'M \subset (A'BC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow [(ABC), (A'BC)] = (AM, A'M) = \widehat{MAA'} = 45^\circ.$$

$$\text{Xét } \triangle AMA' \text{ vuông tại } A, \text{ có } \tan \widehat{MAA'} = \frac{AA'}{AM} \Rightarrow AA' = AM \cdot \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Thể tích của khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là } V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 580. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng 1 là

- A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích khối lăng trụ } V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 581. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. a^3 .

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

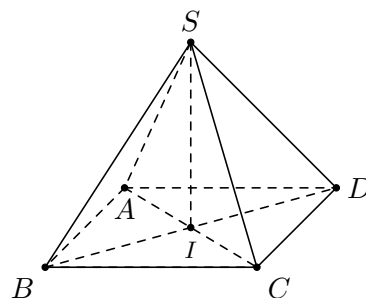
D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } AI = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, \quad SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{và } S_{ABCD} = a^2.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 582. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = a, OB = b, OC = c$. Thể tích của tứ diện $OABC$ là

A. $V = \frac{abc}{12}$.

B. $V = \frac{abc}{4}$.

C. $V = \frac{abc}{3}$.

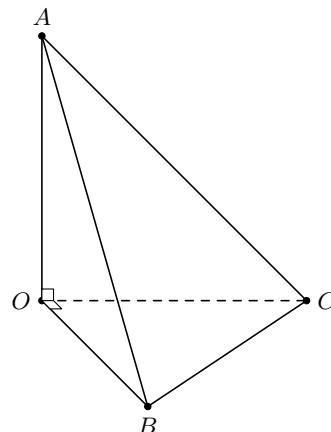
D. $V = \frac{abc}{6}$.

Lời giải.Ta có diện tích tam giác OBC vuông tại O là

$$S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2}OB \cdot OC = \frac{1}{2}bc.$$

Thể tích của tứ diện $OABC$ là

$$V_{OABC} = \frac{1}{3}OA \cdot S_{\triangle OBC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2}bc = \frac{1}{6}abc.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 583. Một hình lăng trụ đứng tam giác có các cạnh là 9, 3, 4, 3, 4, 5, 9, 5, 9. Thể tích của khối lăng trụ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 46.

B. 50.

C. Không tính được.

D. 54.

Lời giải.

Giả sử khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có các cạnh như bài cho. Ta có $AA' = BB' = CC'$ và các cạnh $AB = A'B', BC = B'C', AC = A'C'$ nên bộ các số 9, 3, 4, 3, 4, 5, 9, 5, 9 thỏa mãn là các cạnh của hình lăng trụ. Khi đó đường cao $AA' = 9$, tam giác ABC có các cạnh là 3, 4, 5 nên là tam giác vuông có diện tích $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = S_{ABC} \cdot AA' = 54$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 584. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{14}}{2}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{14}}{6}$.

Lời giải.

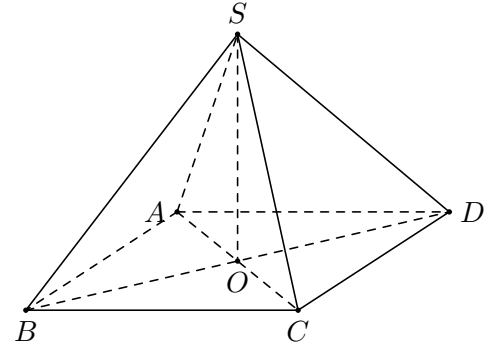
Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, tâm O có đáy là hình vuông

cạnh a , $SA = 2a$, $SO \perp (ABCD)$ nên

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{14}}{2}.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} = \frac{a^3\sqrt{14}}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 585. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $BC = a$ và mặt bên $AA'B'B$ là hình vuông. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}.$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}.$

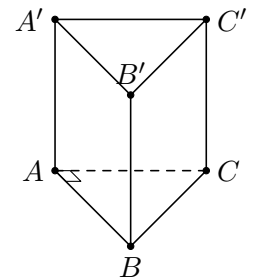
C. $\frac{a^3}{4}.$

D. $\frac{a^3}{12}.$

Lời giải.

— Ta có $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 2AB^2 = a^2 \Rightarrow AB = \frac{a}{\sqrt{2}}.$

— $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}.$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 586. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $AB' = a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích khối hộp đã cho.

A. $V = a^3\sqrt{10}.$

B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}.$

C. $V = a^3\sqrt{2}.$

D. $V = 2a^3\sqrt{2}.$

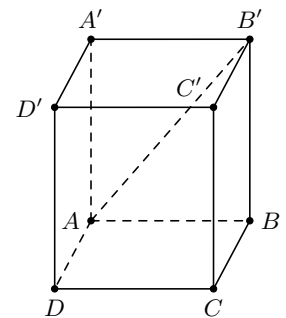
Lời giải.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB \cdot AD = a^2\sqrt{2}.$

Chiều cao của khối hộp là $BB' = \sqrt{B'A^2 - AB^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a.$

Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là

$$V = S_{ABCD} \cdot BB' = 2a^3\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 587. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) , (ABC) là 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{8}a^3.$

B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3.$

C. $\frac{1}{8}a^3.$

D. $\frac{1}{4}a^3.$

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow BC \perp (SAM)$.

Do đó $((SBC); (ABC)) = \widehat{SMA} = 60^\circ$.

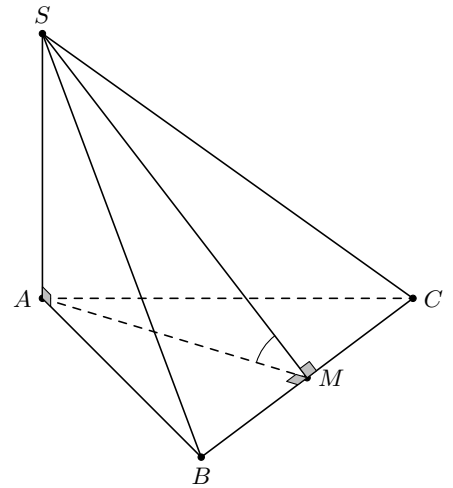
Xét $\triangle SAM$ vuông tại A , ta có

$$SA = AM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}.$$

Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$



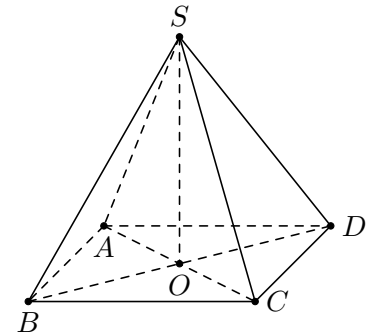
Chọn đáp án **A**

□

Câu 588.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$ như hình vẽ bên. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = 4\sqrt{7}a^3$. B. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$.
C. $V = \frac{4a^3}{3}$. D. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.



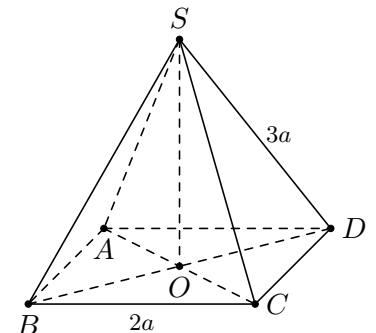
Lời giải.

Ta có

$$S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2.$$

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{9a^2 - (a\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}a.$$

$$\text{Suy ra } V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot a\sqrt{7} = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 589. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông cân tại B , $SA = AB = 6$.

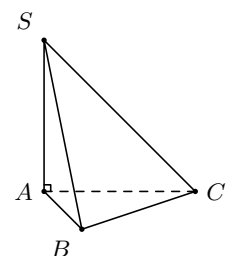
Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 72. B. 108. C. 36. D. 216.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{6}6 \cdot 6 \cdot 6 = 36.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 590. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , độ dài cạnh bên bằng $\frac{2a}{3}$, hình chiếu của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

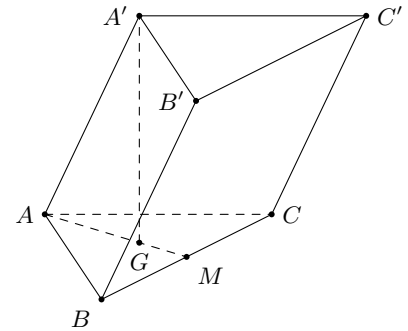
Lời giải.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$AG = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A'G = \sqrt{A'A^2 - AG^2} = \frac{a}{3}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = A'G \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 591. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích là V . Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB và AC . Tính theo V thể tích của khối chóp $S.AB'C'$.

A. $\frac{1}{4}V$.

B. $\frac{1}{2}V$.

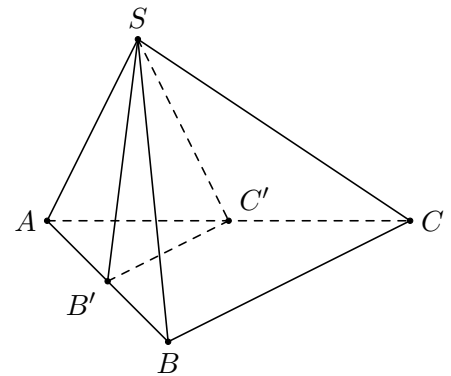
C. $\frac{1}{3}V$.

D. $\frac{1}{12}V$.

Lời giải.

Ta có $\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{V_{A.B'C'S}}{V_{A.BCS}} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AC'}{AC} \cdot \frac{AS}{AS} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{4}$.

$\Rightarrow V_{S.AB'C'} = \frac{1}{4} \cdot V_{S.ABC} = \frac{1}{4}V$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 592. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V = 3a^3$.

B. $V = \frac{1}{4}a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = \frac{3}{4}a^3$.

Lời giải.

Ta có $V = (2a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = 3a^3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 593. Thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng 2 là

A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

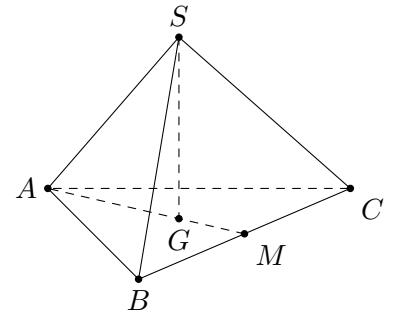
Lời giải.

Giả sử khối tứ diện đều là $SABC$ có trọng tâm tam giác ABC là G .

Khi đó ta có $SG \perp (ABC)$ và $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Diện tích tam giác đều ABC cạnh bằng 2 là $S_{ABC} = \frac{2^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối tứ diện là $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 594. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $\frac{9a^3}{4}$.

B. $\frac{3a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $a\sqrt{3}$ có diện tích đáy $S = \frac{(a\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$ và chiều cao bằng $h = a\sqrt{3}$. Do đó thể tích của nó bằng $V = Sh = \frac{9a^3}{4}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 595. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Tam giác SAC vuông cân tại S . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\pi\sqrt{2}}{3}$.

B. $4a^3\pi\sqrt{3}$.

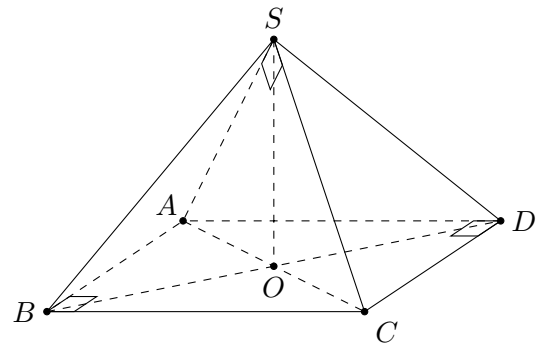
C. $\frac{4a^3\pi}{3}$.

D. $4a^3\pi$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có các đỉnh S, B và D cùng nhìn cạnh AC dưới một góc vuông nên chúng thuộc mặt cầu đường kính AC . Thể tích của khối cầu này bằng

$$V = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{AC}{2}\right)^3 \cdot \pi = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2}\right)^3 \cdot \pi = \frac{4\pi a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 596.

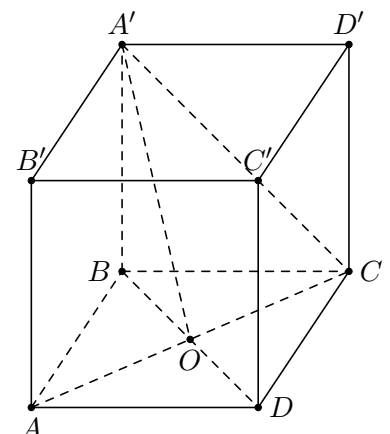
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Thể tích của tứ diện $OA'BC$ bằng

A. $\frac{a^3}{12}$.

B. $\frac{a^3}{24}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.



Lời giải.

Ta có $V_{A'.OBC} = \frac{1}{3}A'B \cdot S_{OBC} = \frac{1}{3}A'B \cdot \frac{1}{4} \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{12}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 597. Thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB = a$, $AD = 2a$, $AC' = a\sqrt{14}$ là

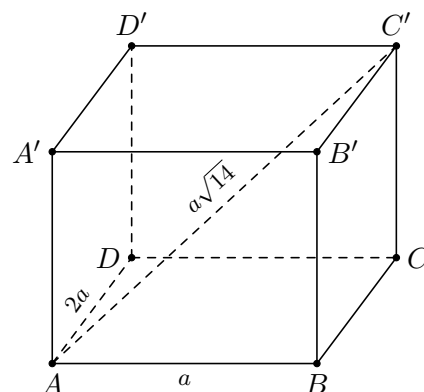
- A. $V = 6a^3$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{14}}{3}$. C. $V = a^3\sqrt{5}$. D. $V = 2a^3$.

Lời giải.

Ta có $AC'^2 = AA'^2 + AB^2 + AD^2$
 $\Rightarrow 14a^2 = AA'^2 + a^2 + 4a^2 \Rightarrow AA' = 3a$.

Thể tích khối hộp chữ nhật là

$$V = AB \cdot AD \cdot AA' = a \cdot 2a \cdot 3a = 6a^3.$$



Chọn đáp án **(A)** □

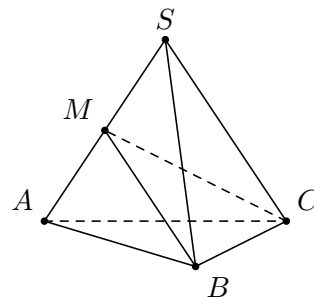
Câu 598. Cho khối chóp $S.ABC$, M là trung điểm của SA . Tỉ số thể tích $\frac{V_{M.ABC}}{V_{S.ABC}}$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.MBC} = \frac{1}{2}V_{S.ABC}$.

Vậy $V_{M.ABC} = V_{S.ABC} - V_{S.MBC} = \frac{1}{2}V_{S.ABC} \Rightarrow \frac{V_{M.ABC}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{2}$.



Chọn đáp án **(B)** □

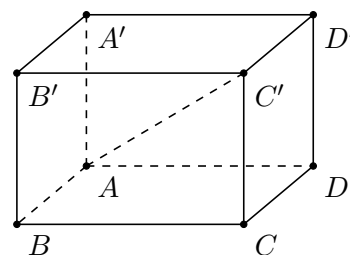
Câu 599. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $AC' = \sqrt{6}$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A. $3\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $AC' = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = AB\sqrt{3} \Rightarrow AB = \sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối lập phương $V = (\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 600. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $a^3\sqrt{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

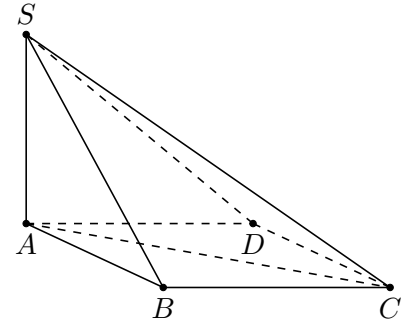
Lời giải.

Ta có $AC = a\sqrt{2}$.

Vì SC hợp với đáy một góc 60° nên ta được $\widehat{SCA} = 60^\circ$.

Ta có $SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 601. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC cân tại A , $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

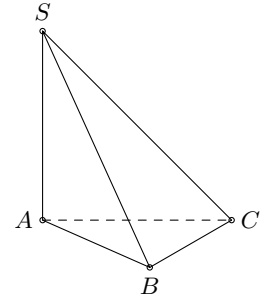
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow$ ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABC}$.

Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot AB \cdot \sin A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $SA = a$.

Suy ra thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \times \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \times a = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.



Chọn đáp án **(B)** □

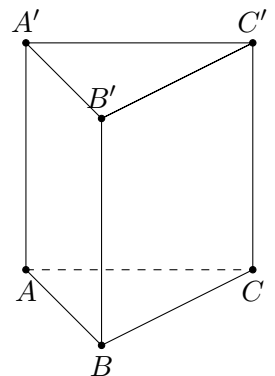
Câu 602. Khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$.

Lời giải.

Diện tích đáy ABC là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = S \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 3a = \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 603. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $ABCC'B'$.

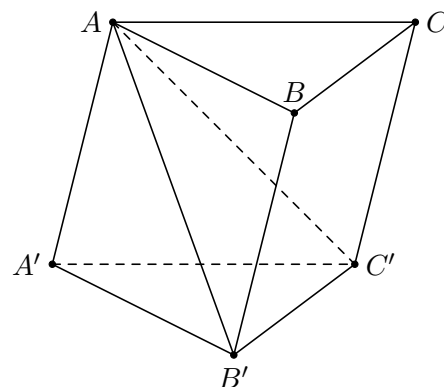
- A. $\frac{V}{2}$. B. $\frac{2V}{3}$. C. $\frac{3V}{4}$. D. $\frac{V}{4}$.

Lời giải.

Ta có $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}V$.

Vậy thể tích của khối đa diện $ABCC'B'$ là

$$V_{ABCC'B'} = V - V_{A.A'B'C'} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2V}{3}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 604. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng $2a$ và cạnh đáy bằng a . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{2\sqrt{14}a^3}{3}$. B. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{14}a^3}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải.

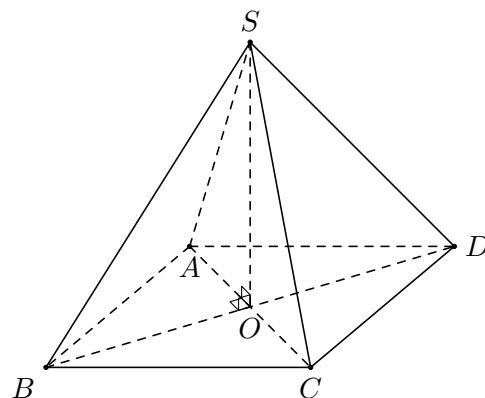
Diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$.

Đường chéo đáy $AC = \sqrt{2}a$ nên $AO = \frac{\sqrt{2}a}{2}$ do đó

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{\sqrt{14}a}{2}.$$

Vậy thể tích là

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{\sqrt{14}a}{2} = \frac{2\sqrt{14}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án (A)

□

Câu 605. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và tam giác SAB vuông tại S . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

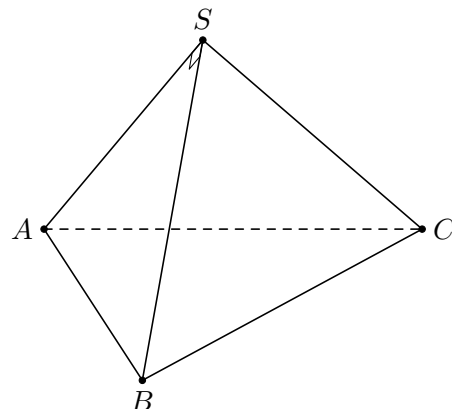
Lời giải.

Ta có $SA = SB = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$, dẫn tới $SC = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Vì $S.ABC$ là khối chóp tam giác đều mà $\widehat{ASB} = 90^\circ$ nên $\widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 90^\circ$ hay SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau.

Từ đó ta có thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot SB \cdot SC = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}.$$



Chọn đáp án (D)

□

Câu 606. Thể tích của khối hộp chữ nhật có kích thước các cạnh là $a, 2a, 3a$ bằng

- A. $6a^3$. B. a^3 . C. $2a^3$. D. $3a^3$.

Lời giải.

Thể tích cần tìm là $a \cdot 2a \cdot 3a = 6a^3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 607. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $3a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{9a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{9a^3}{2}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

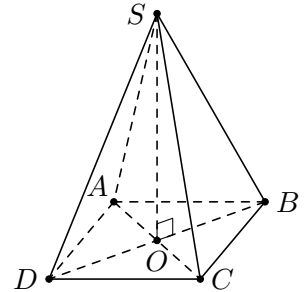
D. $\frac{3a^3}{2}$.

Lời giải.

$ABCD$ là hình vuông nên $BD = BC\sqrt{2} = 3a\sqrt{2}$. Suy ra $OB = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

$\triangle SOB$ vuông tại O có $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot BC^2 = \frac{9a^3\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án (A) □

Câu 608. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SB = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $V = a^3\sqrt{2}$.

Lời giải.

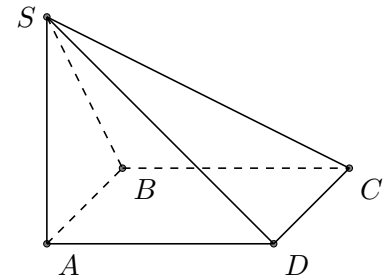
Diện tích đáy của khối chóp là $S_{ABCD} = a^2$.

Chiều cao của khối chóp là

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

Suy ra, thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} SA = \frac{1}{3} a^2 a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án (A) □

Câu 609. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng h và đáy là hình bình hành diện tích bằng S . Tính thể tích của khối chóp $A'.ABCD$.

A. $V = \frac{1}{2}Sh$.

B. $V = Sh$.

C. $V = \frac{1}{6}Sh$.

D. $V = \frac{1}{3}Sh$.

Lời giải.

Chiều cao của khối chóp $A'.ABCD$ cũng là chiều cao của hình lăng trụ và đáy của khối chóp $A'.ABCD$ cũng là đáy của hình lăng trụ, suy ra $V = \frac{1}{3}Sh$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 610. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SAB đều cạnh a , tam giác ABC cân tại C . Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh AB . Đường thẳng SC tạo với mặt đáy một góc 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{8}a^3$.

C. $V = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$.

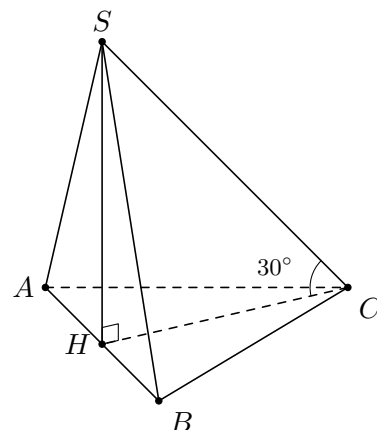
D. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB . Suy ra $SH \perp (ABC)$ và $(SC, (ABC)) = (SC, HC) = \widehat{SCH} = 30^\circ$.

Ta có $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $\tan 30^\circ = \frac{SH}{CH} \Rightarrow CH = \frac{SH}{\tan 30^\circ} = \frac{3a}{2}$.

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot \frac{1}{2} CH \cdot AB \\ &= \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3a}{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 611. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Tính theo V thể tích khối tứ diện $AB'CD'$.

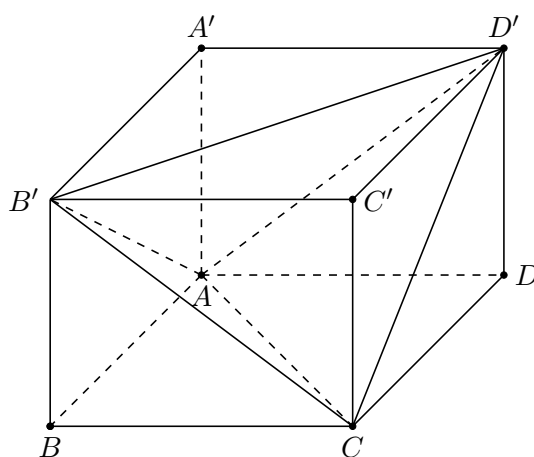
A. $\frac{V}{6}$.

B. $\frac{V}{3}$.

C. $\frac{3V}{4}$.

D. $\frac{2V}{3}$.

Lời giải.



Thể tích của các khối chóp $B'ABC$, $D'ACD$, $AA'B'D'$, $CB'C'D'$ bằng $\frac{1}{6}$ thể tích của khối hộp, suy ra

$$V_{AB'CD'} = V - \frac{4V}{6} = \frac{V}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 612. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

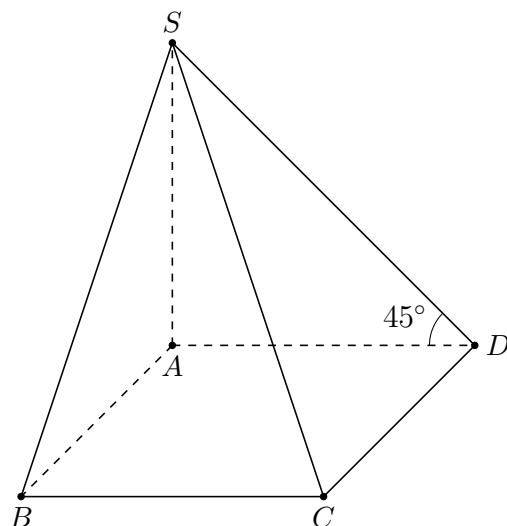
A. a^3 .

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $2a^3$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải.



Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ nên $SA \perp (ABCD)$. Khi đó, $\widehat{SAD} = (SD, (ABCD)) = 45^\circ$, suy ra $SA = AD = a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}.$$

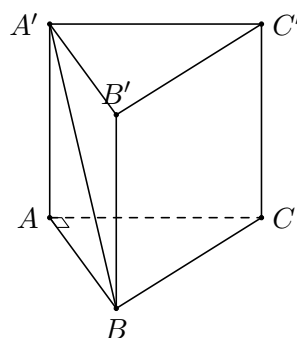
Chọn đáp án (B)

□

Câu 613.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , biết $AB = a$, $AC = 2a$ và $A'B = 3a$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (tham khảo hình vẽ bên).

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. B. $2\sqrt{2}a^3$. C. $\sqrt{5}a^3$. D. $\frac{\sqrt{5}}{3}a^3$.



Lời giải.

Tam giác $A'AB$ vuông tại A suy ra $AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = 2\sqrt{2}a$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = AA' \cdot \frac{1}{2}AB \cdot AC = 2\sqrt{2}a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = 2\sqrt{2}a^3$.

Chọn đáp án (B)

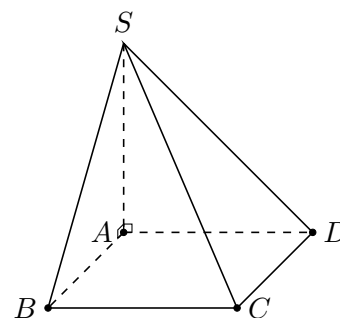
□

Câu 614. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = 6a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = 3a^3$. D. $V = 2a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 3a = a^3$ (đvtt).



Chọn đáp án (B)

□

Câu 615. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt đáy là trung điểm của AB , mặt phẳng (SCD) tạo với đáy một góc 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{\sqrt{15}}{6}a^3$. B. $\frac{1}{3}a^3$. C. $\frac{\sqrt{5}}{6}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

Lời giải.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD .

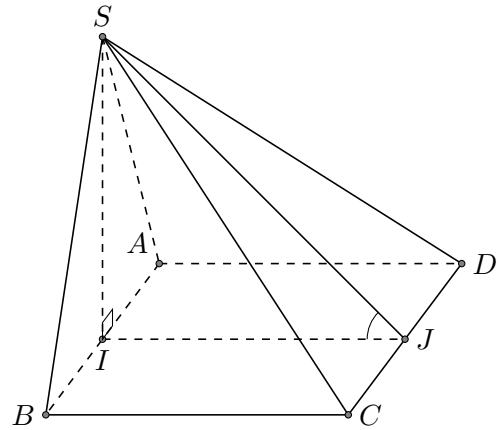
$$\text{Ta có } \begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ SJ \subset (SCD), SJ \perp CD \\ IJ \subset (ABCD), IJ \perp CD \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = (SJ, IJ) = \widehat{SJI} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle SIJ \text{ vuông cân tại } I$$

$$\Rightarrow SI = IJ = a.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}a^3.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 616. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SC = a\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

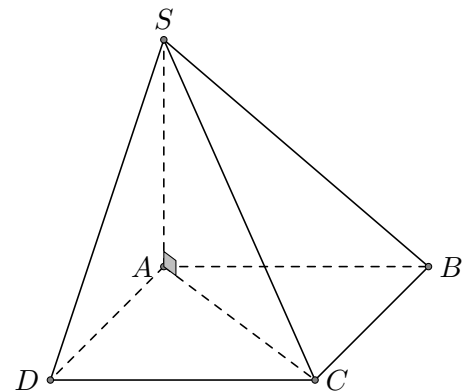
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

$\triangle SAC$ vuông tại A.

$$\text{Ta có } SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án (B)

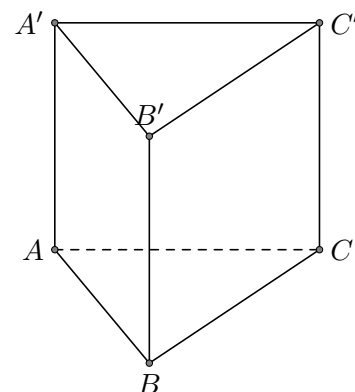
□

Câu 617. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , chiều cao h . Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

- A. $\frac{a^2h\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^2h\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^2h\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^2h}{4}$.

Lời giải.

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot h = \frac{a^2h\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 618. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Tính thể tích V của hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

B. $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

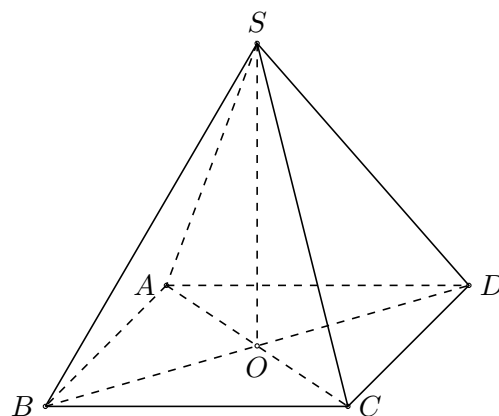
C. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khi đó, SO là đường cao và $SO = a\sqrt{2}$.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{2} \cdot 2a \cdot 2a = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 619. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt đáy là 60° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $2a^3$.

B. $4a^3$.

C. a^3 .

D. $6a^3$.

Lời giải.

Ta có AB là hình chiếu vuông góc của $A'B$ lên (ABC)

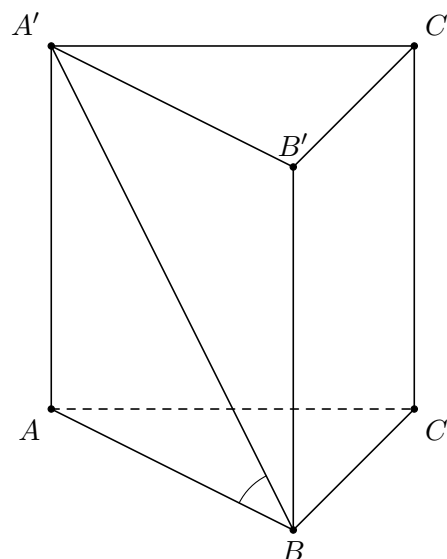
$$\Rightarrow \widehat{A'BA} = 60^\circ.$$

$$\Delta ABC \text{ đều nên } S_{\Delta ABC} = \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}.$$

$\Delta A'AB$ vuông tại A

$$\Rightarrow AA' = AB \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = 6a^3.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 620. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD = 8$, $CD = 6$, $AC' = 13$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

A. $S_{tp} = 10\sqrt{69}\pi$.

B. $S_{tp} = 5(4\sqrt{11} + 5)\pi$.

C. $S_{tp} = 10(\sqrt{69} + 5)\pi$.

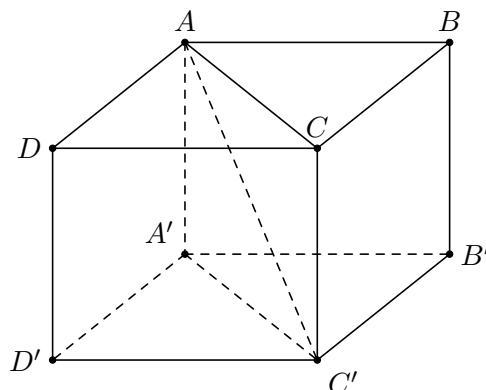
D. $S_{tp} = 10(2\sqrt{11} + 5)\pi$.

Lời giải.

Hình trụ có bán kính $R = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{AD^2 + CD^2}}{2} = 5$.

$\triangle AA'C'$ vuông tại $A' \Rightarrow AA' = \sqrt{AC'^2 - A'C'^2} = \sqrt{69}$.

Vậy $S_{tp} = 2\pi R \cdot AA' + 2\pi R^2 = 10(\sqrt{69} + 5)\pi$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 621. Cho (H) là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Tính thể tích của (H) .

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Giả sử khối chóp tứ giác đều là $S.ABCD$ và $\{O\} = AC \cap BD$.

Do giả thiết ta có $SO \perp (ABCD)$. Gọi V là thể tích khối chóp

khi đó $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_d$.

Mà $S_d = AB \cdot BC = a^2$.

Xét tam giác vuông SOD ta có

$$SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Chọn đáp án **B**

□

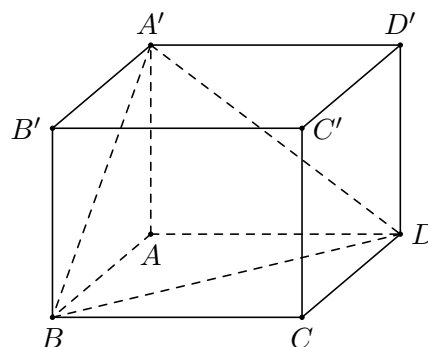
Câu 622. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Cắt khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng mặt phẳng $(A'BD)$ được hai khối đa diện. Tính thể tích khối đa diện chứa điểm C' .

A. $\frac{5}{6}abc$.

B. abc .

C. $\frac{1}{3}abc$.

D. $\frac{2}{3}abc$.



Lời giải.

Khi cắt khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bởi mặt phẳng $(A'BD)$ ta được khối tứ diện $A'ABD$

và khối đa diện $BCDA'B'C'D'$. Vậy

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = V_{A'ABD} + V_{BCDA'B'C'D'}.$$

$$\text{Mà } V_{ABCD.A'B'C'D'} = abc \text{ và } V_{A'ABD} = \frac{1}{6}abc.$$

$$\text{Nên } V_{BCDA'B'C'D'} = \frac{5}{6}abc.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 623.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại C , $AB = AA' = a$. Góc tạo bởi đường thẳng BC' và mặt bên $(ABB'A')$ bằng 60° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải.

Kẻ $C'H \perp A'B'$ tại H , suy ra $C'H \perp (ABB'A')$.

Suy ra, góc giữa BC' và $(ABB'A')$ bằng $\widehat{C'BH} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } BH = \sqrt{BB'^2 + HB'^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Tam giác $C'BH$ vuông tại H , suy ra

$$C'H = BH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

Thể tích khối lăng trụ

$$V = AA' \cdot S_{ABC} = AA' \cdot \frac{1}{2}C'H \cdot A'B' = \frac{a^3\sqrt{15}}{4}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 624. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 3, đường chéo AB' của mặt bên $(ABB'A')$ có độ dài bằng 5. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = 18$. B. $V = 36$. C. $V = 45$. D. $V = 48$.

Lời giải.

— Theo bài $ABCD.A'B'C'D'$ là lăng trụ đứng nên $BB' \perp (ABCD) \Rightarrow BB' \perp AB$.

— Xét $\triangle ABB'$ vuông tại B có:

$$AB'^2 = AB^2 + BB'^2 \Leftrightarrow BB'^2 = 5^2 - 3^2 = 16. \text{ Suy ra } BB' = 4.$$

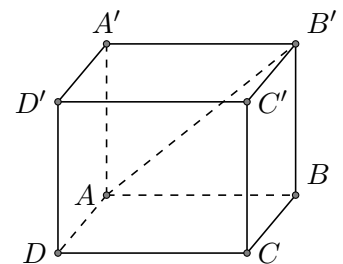
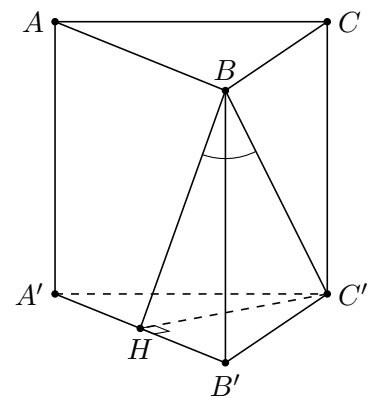
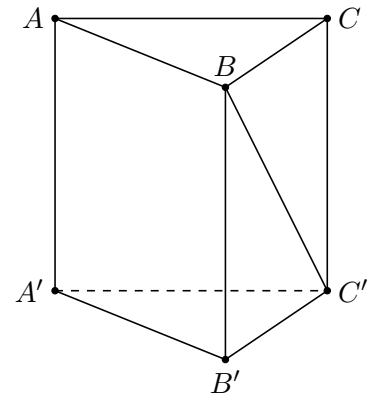
Khi đó

$$V = S_{ABCD} \cdot BB' = 3^2 \cdot 4 = 36.$$

Vậy $V = 36$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 625. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo $AC' = \sqrt{18}$. Gọi S là



diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật này. Giá trị lớn nhất của S là.

A. $36\sqrt{3}$.

B. $18\sqrt{3}$.

C. 18.

D. 36.

Lời giải.

Gọi a, b, c lần lượt là độ dài hai cạnh đáy và chiều cao của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, diện tích toàn phần của hình hộp này là $S = 2(ab + bc + ca)$.

Theo giả thiết

$$AC' = \sqrt{18} \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{18} \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 18.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có

$$2ab \leq a^2 + b^2$$

$$2bc \leq b^2 + c^2$$

$$2ac \leq a^2 + c^2.$$

Suy ra $S \leq 2(a^2 + b^2 + c^2) = 36$. Giá trị lớn nhất của S là 36.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 626. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B . Biết $BC = a$ và mặt bên $AA'C'C$ là hình vuông. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

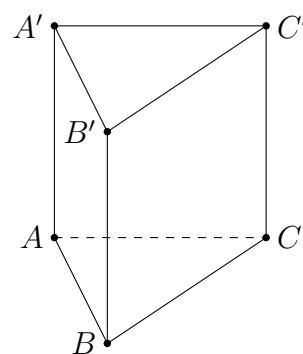
C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Tam giác ABC vuông cân tại B có $BC = a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$ và $AB = a$.

Khi đó $S_{ABC} = \frac{a^2}{2}$ và $h = a\sqrt{2} \Rightarrow V = h \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 627. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên (SAB) là một tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB .

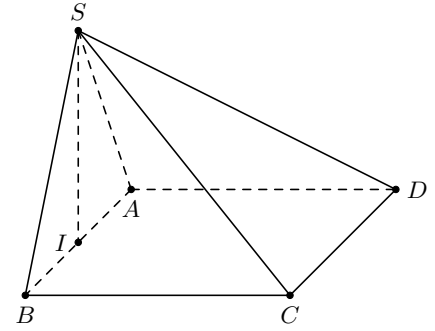
Khi đó, $SI \perp AB$.

Theo đề bài thì $(SAB) \perp (ABCD)$ và $(SAB) \cap (ABCD) = AB$.

Suy ra $SI \perp (ABCD)$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên có đường cao $SI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.



Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SI = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 628. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{3}$.

B. $V = \frac{2a^3}{3}$.

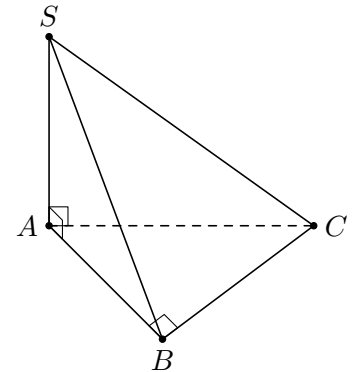
C. $V = a^3$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{BA \cdot BC}{2} = \frac{a^2}{2}$.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a \cdot a^2}{2} = \frac{a^3}{3}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 629. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(A'BC')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $V = \frac{9a^3}{8}$.

C. $V = \frac{3a^3}{8}$.

D. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Lời giải.

Ta có $(A'BC') \cap (A'B'C') = A'C'$.

Kẻ $B'H \perp A'C'$ tại H . Ta có $\begin{cases} BB' \perp A'C' \\ B'H \perp A'C' \end{cases} \Rightarrow A'C' \perp (BB'H)$.

Mặt khác $(BB'H) \cap (A'BC') = BH$ và $(BB'H) \cap (A'B'C') = B'H$. Từ đó suy ra góc giữa $(A'BC')$ và $(A'B'C')$ là góc giữa hai đường thẳng BH và $B'H$, đó là góc BHB' .

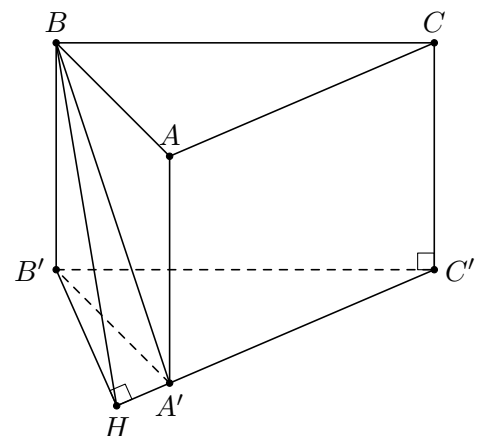
Ta có $B'H = \sin 30^\circ \cdot B'C' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\widehat{BHB'} = 60^\circ \Rightarrow BB' = B'H \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.

Suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot BB' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 630. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$, cạnh SB vuông góc với đáy và mặt phẳng (SAD) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải.

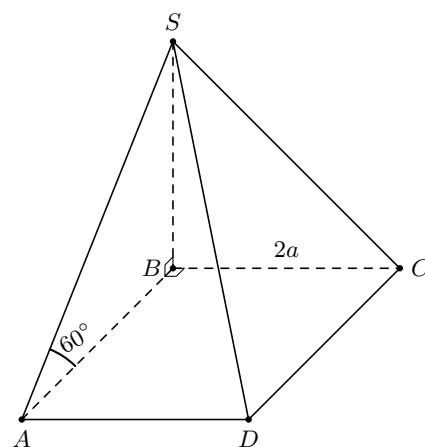
$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAD) \cap (ABCD) = AD \\ (SAB) \perp AD \end{cases}$$

$\Rightarrow$ góc giữa (SAD) và đáy là $\widehat{SAB}$.

Theo giả thiết $\widehat{SAB} = 60^\circ$.

Xét tam giác SAB vuông tại $B \Rightarrow SB = AB \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot 2a\sqrt{3} = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

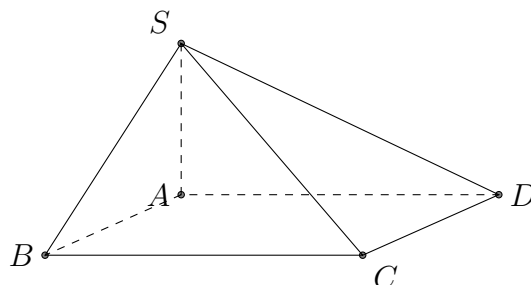
Câu 631. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Vì (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$ nên $SA \perp (ABCD)$. Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

$$V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 632. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với (ABC) . Biết $AB = 4$, $BC = 3$ và $SB = 5$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{10}{3}$. B. $V = 6$. C. $V = 10$. D. $V = \frac{16}{3}$.

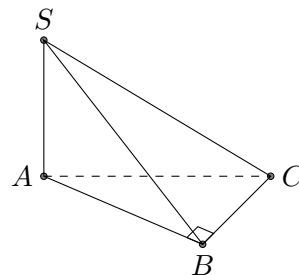
Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB$. Suy ra

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = 6.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 633. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $AB = BC = a$. Vậy $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{a^2}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 634. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh BC . Góc giữa BB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

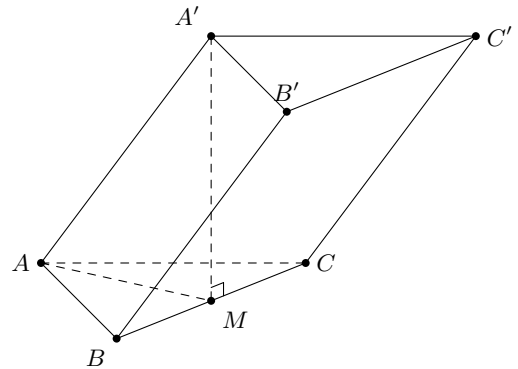
A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm cạnh BC . Vì $BB' \parallel AA'$ nên $(BB', (ABC)) = (AA', (ABC)) = \widehat{A'AM} = 60^\circ$.

Ta có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Xét tam giác vuông $A'M$ có $A'M = AM \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = A'M \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.



Chọn đáp án **(A)** □

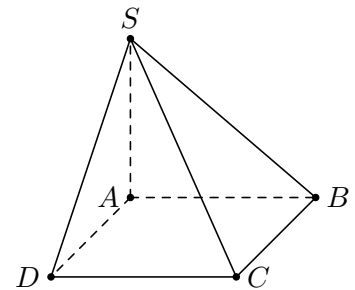
Câu 635. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 636. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết rằng $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$ và $SC = a\sqrt{7}$. Tính thể tích khối chóp.

A. a^3 . B. $2a^3$. C. $3a^3$. D. $4a^3$.

Lời giải.

Ta có SA là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAB) .

$$\text{Mà } \begin{cases} (SAC) \perp (ABCD) \\ (SAB) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$$

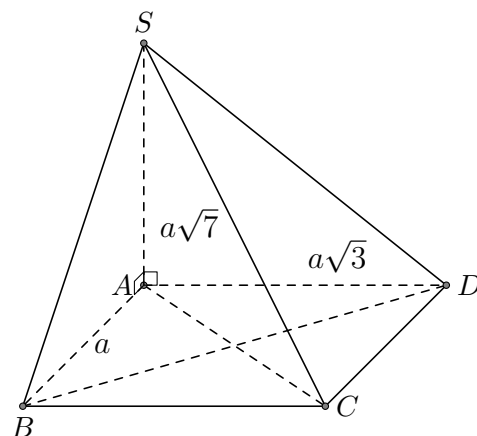
Suy ra $SA \perp AC$.

$$\text{Ta có } AC = BD = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{3})^2} = 2a$$

$$\Rightarrow SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a\sqrt{3}.$$

Thể tích khối chóp

$$V = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = a^3.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 637. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh bằng a . Tính thể tích khối chóp $A'.BCC'B'$.

A. $V = \frac{a^3}{2}.$

B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}.$

C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}.$

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}.$

Lời giải.

Lấy G là trọng tâm tam giác ABC thì G là hình chiếu của A' lên (ABC) .

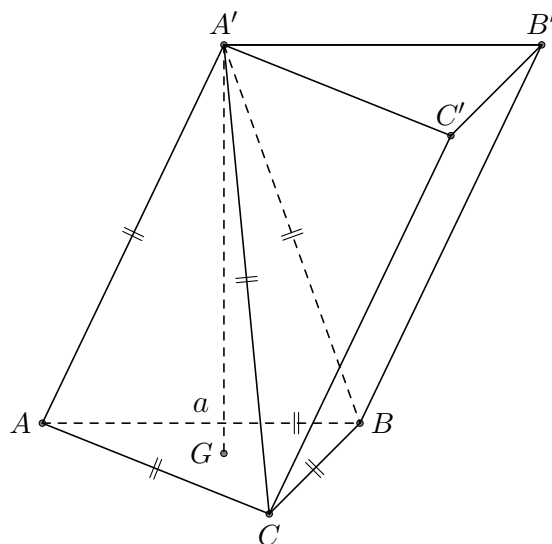
$$\text{Ta có } AG = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{a\sqrt{3}}{3},$$

$$A'G = \sqrt{AA'^2 - AG^2} = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Thể tích khối lăng trụ là

$$V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Suy ra } V_{A'.BCC'B'} = \frac{2}{3}V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 638. Tính thể tích chóp $S.ABC$ biết đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = 3a$.

A. $3\sqrt{3}a^3.$

B. $\sqrt{3}a^3.$

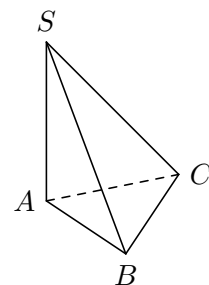
C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$

D. $2\sqrt{3}a^3.$

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$\frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}a^3.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 639. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 1 cm, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = AC$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

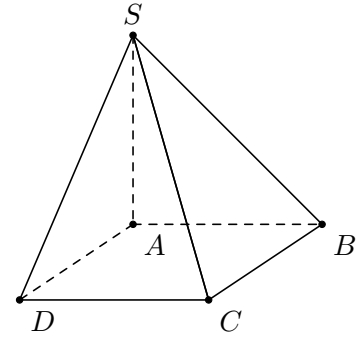
A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$. B. $V = \sqrt{2} \text{ cm}^3$. C. $V = 3\sqrt{2} \text{ cm}^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Ta có $SA = AC = \sqrt{2}$.

Vậy

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

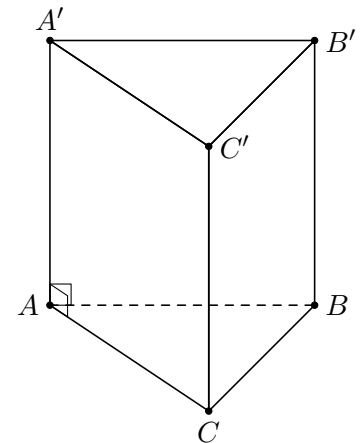
Câu 640. Tính thể tích V của khối lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh a và chiều cao bằng $2a$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} V &= B \cdot h = S_{ABC} \cdot AA' \\ &= \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a \\ &= \frac{a^3\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 641. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = 2a, OC = 3a$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ là

A. $12a^3$. B. $2a^2$. C. $6a^3$. D. $2a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối tứ diện $OABC$ là $V_{OABC} = \frac{1}{3} OA \cdot S_{OBC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = 2a^3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 642. Một lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên bằng b và tạo với mặt phẳng đáy một góc α . Thể tích của khối chóp có đáy là đáy của lăng trụ và đỉnh là một điểm bất kì trên đáy còn lại là?

A. $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 b \sin \alpha$. B. $\frac{\sqrt{3}}{12} a^2 b \sin \alpha$. C. $\frac{\sqrt{3}}{12} a^2 b \cos \alpha$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 b \cos \alpha$.

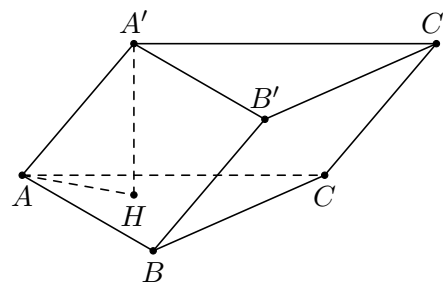
Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A' xuống (ABC) .

Ta có $\widehat{A'AH} = \alpha \Rightarrow AA' = b \sin \alpha$.

Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối chóp cần tìm $V = \frac{a^2 b \sin \alpha}{12}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 643. Diện tích ba mặt của hình hộp chữ nhật lần lượt là 15 cm^2 , 24 cm^2 , 40 cm^2 . Thể tích của khối hộp đó là

- A. 120 cm^3 . B. 140 cm^3 . C. 150 cm^3 . D. 100 cm^3 .

Lời giải.

Thể tích của khối hộp $V = \sqrt{15 \cdot 24 \cdot 40} = 120 \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **A**

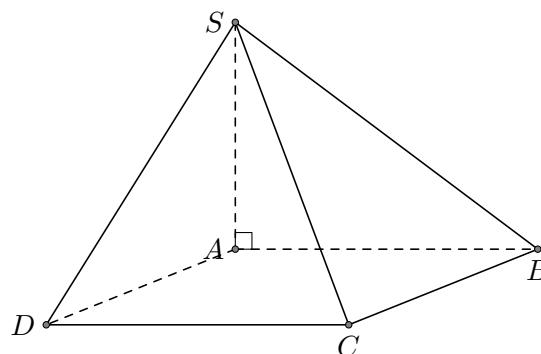
□

Câu 644.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$.

Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3}{6}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.



Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 645. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, SD tạo với mặt phẳng (SAC) một góc bằng 30° . Tính $V_{S.ABCD}$.

- A. $V_{S.ABCD} = \sqrt{3}a^3$. B. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$. D. $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp DO \\ DO \perp AC \end{cases} \\ & \Rightarrow DO \perp (SAC) \\ & \Rightarrow \widehat{OSD} = (SD, (SAC)) = 30^\circ \end{aligned}$$

Mà

$$DO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SD = \frac{DO}{\sin 30^\circ} = a\sqrt{2}.$$

Suy ra

$$SA = \sqrt{SD^2 - AD^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a.$$

Thể tích hình chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 646. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ có giá trị là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $a^3\sqrt{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$S_{ABCD} = a^2.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 647. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a tâm O và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm CD , H là điểm đối xứng với O qua SM . Thể tích khối đa diện $ABCDSH$ bằng

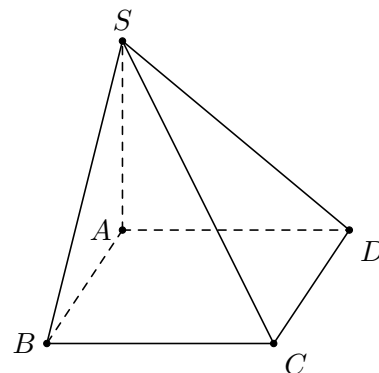
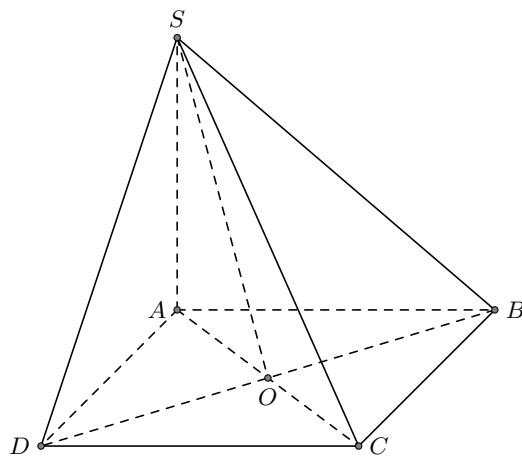
A. $\frac{5a^3\sqrt{10}}{24}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{10}}{18}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{10}}{24}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{10}}{12}$.

Lời giải.



Do H, O đối xứng với nhau qua SM nên

$$V_{SHCD} = V_{SOCD} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD}.$$

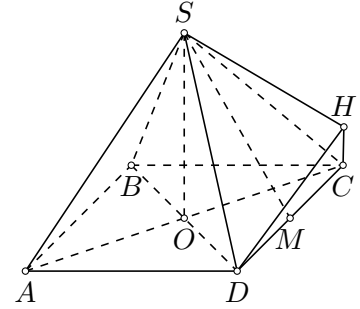
Khi đó: $V_{ABCD SH} = V_{S.ABCD} + V_{SHCD} = \frac{5}{4}V_{S.ABCD}.$

Mà $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $OA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

$$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD SH} = \frac{5}{4}V_{S.ABCD} = \frac{5a^3\sqrt{10}}{24}.$$

Chọn đáp án **(A)**



Câu 648. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ cạnh a và có thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. Tính diện tích tam giác $A'BC$.

- A. $a^2\sqrt{3}.$ B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$ C. $a^2.$ D. $\frac{a^2}{2}.$

Lời giải.

Diện tích tam giác đều ABC là $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$

$$\text{Do đó } AA' = \frac{V_{ABCA'B'C'}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{a^3\sqrt{3}}{8}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{a}{2}.$$

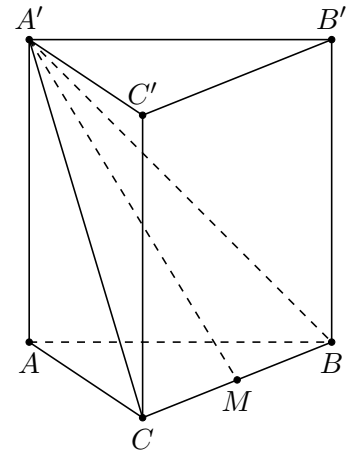
$$\text{Ta có } A'C = A'B = \sqrt{AA'^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Gọi M là trung điểm của BC . Vì $\triangle A'BC$ cân tại A' nên $A'M \perp BC$.

$$\text{Ta có } A'M = \sqrt{A'C^2 - \frac{BC^2}{4}} = \sqrt{\frac{5a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = a.$$

$$\text{Vậy } S_{A'BC} = \frac{1}{2}A'M \cdot BC = \frac{a^2}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**



Câu 649. Thể tích khối bát diện đều cạnh a bằng

- A. $\frac{2a^3}{3}.$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$ C. $a^3\sqrt{2}.$ D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}.$

Lời giải.

Để tính thể tích khối bát diện đều cạnh a , ta tính thể tích hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh bằng a .

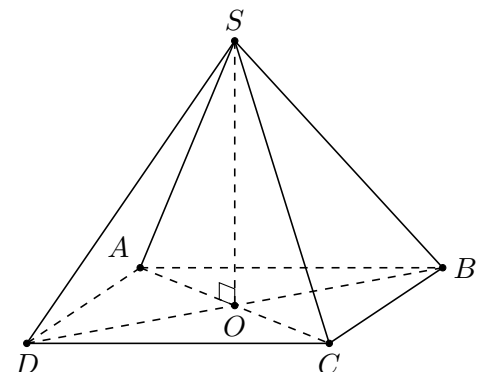
Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khi đó $SO \perp (ABCD).$

$$\text{Ta có } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Vậy } V_{SABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot a^2 = \frac{a^3}{3\sqrt{2}}.$$

$$\text{Do đó thể tích khối bát diện đều cạnh } a \text{ là } \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**



Câu 650. Tính thể tích hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB = 3a$, $AC = 5a$, $AA' = 2a$.

A. $12a^3$.

B. $30a^3$.

C. $8a^3$.

D. $24a^3$.

Lời giải.

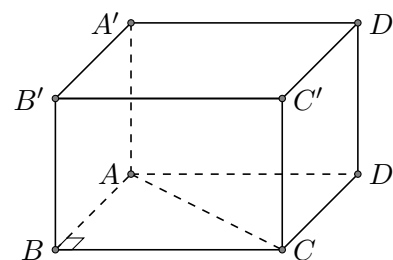
Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác ABC vuông tại B , có

$$AC^2 = AB^2 + AD^2$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{(5a)^2 - (3a)^2} = 4a.$$

Thể tích của hình hộp là

$$V = AB \cdot AD \cdot AA' = 3a \cdot 4a \cdot 2a = 24a^3.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 651. Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và đường chéo $A'C = 2a$.

A. a^3 .

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $a^3\sqrt{2}$.

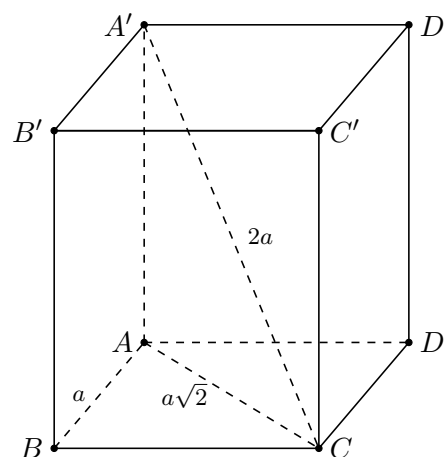
D. $2a^3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } AC = a\sqrt{2}, AA' = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2}.$$

Khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , chiều cao $AA' = a\sqrt{2}$ nên thể tích

$$V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = a^2 \cdot a\sqrt{2} = a^3\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 652. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$, cạnh SA vuông góc với mặt đáy (ABC) . Góc tạo bởi SC và mặt đáy (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

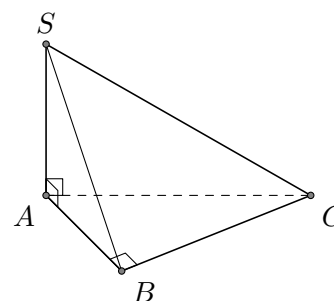
Lời giải.

Ta có AC là hình chiếu của SC lên mặt (ABC) nên $(SC, (ABC)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = 60^\circ$.

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $AC = a\sqrt{2}$ và $S_{ABC} = \frac{a^2}{2}$.

Tam giác SAC vuông tại A nên $SA = AC \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 653. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

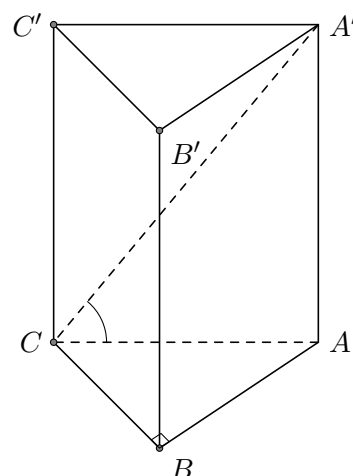
D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

Ta có $\widehat{(A'C, (ABC))} = \widehat{A'CA} = 30^\circ$

$$\Rightarrow A'A = AC \cdot \tan 30^\circ = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = a\frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot A'A = \frac{1}{2}a^2 \cdot a\frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 654. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = a$, $SA = CD = 3a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng.

A. $6a^3$.

B. $\frac{1}{6}a^3$.

C. $\frac{1}{3}a^3$.

D. $2a^3$.

Lời giải.

Mặt đáy $ABCD$ là hình thang có cạnh đáy AB và CD , đường cao AD nên có diện tích

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + DC) \cdot AD}{2} = \frac{(a + 3a)a}{2} = 2a^2.$$

$$\text{Ngoài ra do } SA \text{ là đường cao của } S.ABCD \text{ nên } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}3a \cdot 2a^2 = 2a^3.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 655. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC đều cạnh bằng a và chu vi của mặt bên $ABB'A'$ bằng $6a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

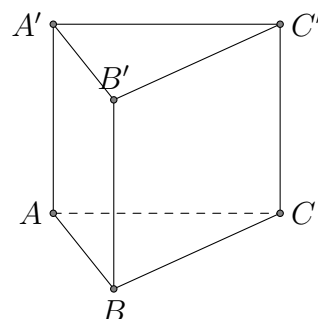
Lời giải.

Chu vi của hình chữ nhật $ABB'A'$:

$$2(AB + AA') = 6a \Rightarrow AA' = 2a.$$

Thể tích của khối lăng trụ:

$$V = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 656. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$, $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

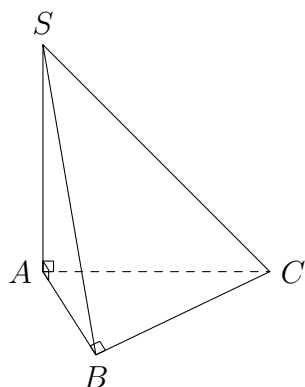
A. a^3 .

B. $\frac{1}{3}a^3$.

C. $3a^3$.

D. $\frac{1}{6}a^3$.

Lời giải.



$$\text{Thể tích } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{6} a \cdot 2a \cdot 3a = a^3.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 657. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{3a^3}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow AM \perp BC$

$\Rightarrow BC \perp (AMA')$

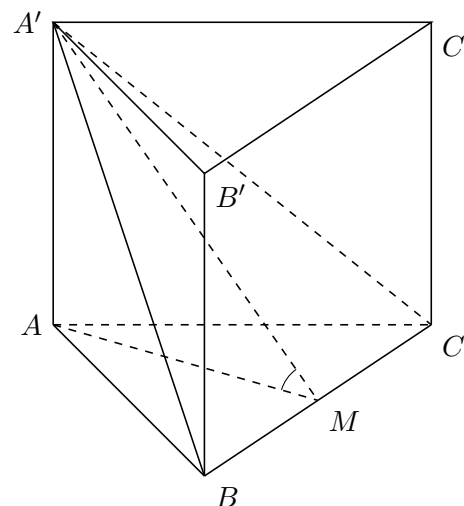
$\Rightarrow BC \perp MA'$

Ta có $(ABC) \cap (A'BC) = BC$, $AM \perp BC$, $BC \perp MA'$

$\Rightarrow \left((ABC), (A'BC) \right) = (\widehat{AM}, \widehat{A'M}) = \widehat{MAA'} = 45^\circ$

$$\Rightarrow AM = AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

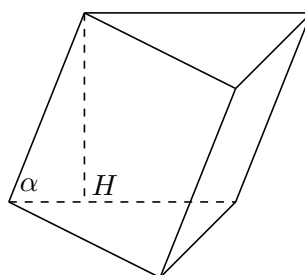
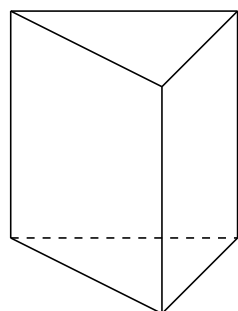
$$\text{Thể tích khối lăng trụ: } V = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{8}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 658. Cho một hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều. Người ta ấn (đẩy) lăng trụ đó trở thành một lăng trụ xiên (vẫn giữ nguyên đáy và cạnh bên như hình vẽ) để thể tích giảm đi một nửa lúc ban đầu. Hỏi cạnh bên của lăng trụ xiên lúc này tạo với đáy góc α bằng bao nhiêu?



A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 40° .

Lời giải.

Gọi cạnh bên của khối lăng trụ đứng là h , thể tích của khối lăng trụ xiên bằng một nửa thể tích khối lăng trụ đứng cho nên chiều cao của nó bằng $\frac{h}{2}$. Khối lăng trụ xiên có cạnh bên bằng h , suy ra

$$\sin \alpha = \frac{\frac{h}{2}}{h} = \frac{1}{2} \text{ cho nên } \alpha = 30^\circ.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 659. Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $3a$ và cạnh bên bằng a là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{9a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Diện tích đáy của lăng trụ là $S = \frac{(3a)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích của khối lăng trụ là $V = h \cdot S = a \cdot \frac{9a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 660. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 30° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

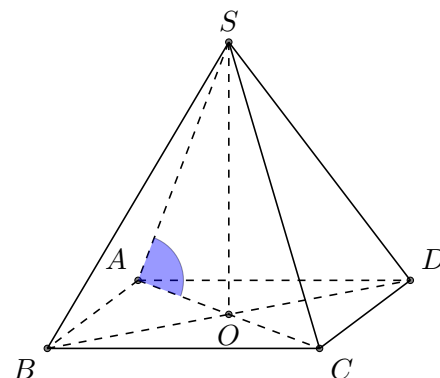
Gọi O là tâm của đáy, suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Vậy AO là hình chiếu của SA lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Suy ra góc giữa cạnh bên SA với đáy là góc $\widehat{SAO} = 30^\circ$.

Có $AO = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, suy ra $SO = AO \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Vậy thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 661. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Biết $AB = a$, $BC = 2a$ và $SC = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $2a^3$. B. a^3 . C. $\frac{4}{3}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{3}a^3$.

Lời giải.

Gọi V là thể tích của hình chóp $S.ABCD$, vì

$SA \perp (ABCD)$ suy ra $SA \perp AC$.

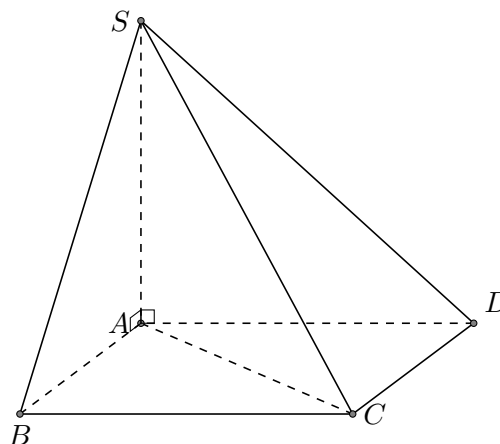
Trong tam giác vuông SAC ta có

$$\begin{aligned} SA &= \sqrt{SC^2 - AC^2} \\ \Leftrightarrow SA &= \sqrt{SC^2 - AB^2 - BC^2} \\ \Leftrightarrow SA &= \sqrt{9a^2 - 4a^2 - a^2} = 2a \end{aligned}$$

Mà $ABCD$ là hình chữ nhật nên

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a \cdot 2a = \frac{4a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □



Câu 662. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, SD tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

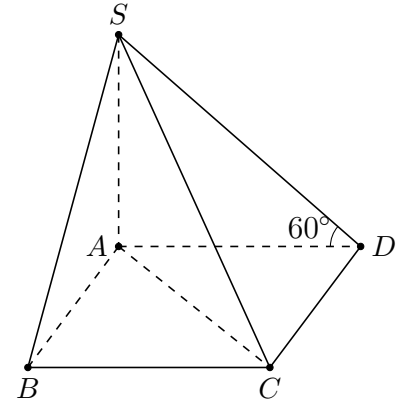
- A. $\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{a^3}{3\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $(SD, (ABCD)) = (SD, DA) = \widehat{SDA}$.

Suy ra $SA = AD \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Dẫn tới $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

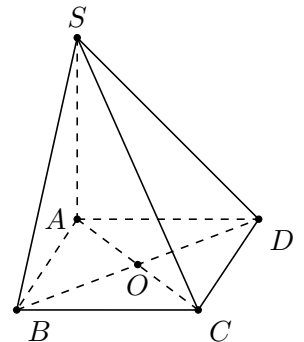
Câu 663. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$, $AC = a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} AB^2 + BC^2 &= AC^2 \\ \Leftrightarrow AB^2 + AB^2 &= (a\sqrt{2})^2 \\ \Leftrightarrow AB^2 &= a^2. \end{aligned}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AB^2 \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 664. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Tính thể tích khối lăng trụ.

- A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC . Kẻ $AH \perp A'M$ ($H \in A'M$).

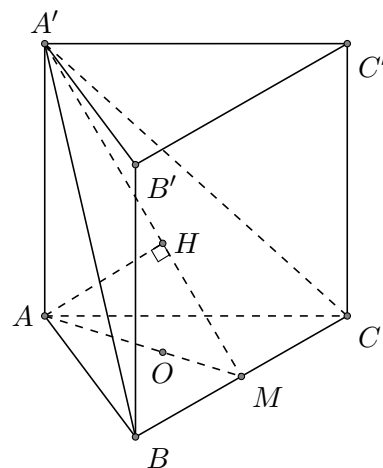
$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AM) \Rightarrow BC \perp AH.$$

Mà $AH \perp A'M$ nên $AH \perp (A'BC)$.

$$\text{Suy ra } AH = d(A, (A'BC)) = 3d(O, (A'BC)) = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow AA' = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

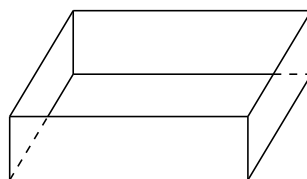
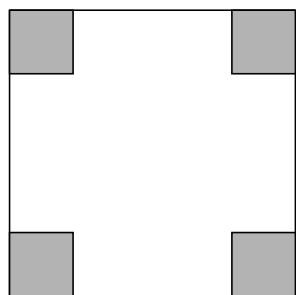
$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{16}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 665. Với một tấm bìa hình vuông, người ta cắt bỏ ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12 cm rồi gấp lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp (hình vẽ). Giả sử thể tích của cái hộp đó là 4800 cm^3 thì cạnh của tấm bìa ban đầu có độ dài là bao nhiêu?



A. 44 cm.

B. 42 cm.

C. 36 cm.

D. 38 cm.

Lời giải.

Gọi x (cm) ($x > 24$) là độ dài cạnh hình vuông ban đầu.

Do đó

$$\begin{aligned} V &= 12 \cdot (x - 24) \cdot (x - 24) \\ \Leftrightarrow 4800 &= 12(x - 24)^2 \\ \Leftrightarrow x^2 - 48x + 176 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 44 \\ x = 4 \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $x = 44$ cm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 666. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 36. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{2}{3}, \frac{CP}{CC'} = \frac{1}{3}$. Mặt phẳng (MNP) chia khối lăng trụ thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) (trong đó (H_1) là đa diện có chứa đỉnh A). Tính thể tích của khối đa diện (H_1) .

A. 15 .

B. 18 .

C. 24 .

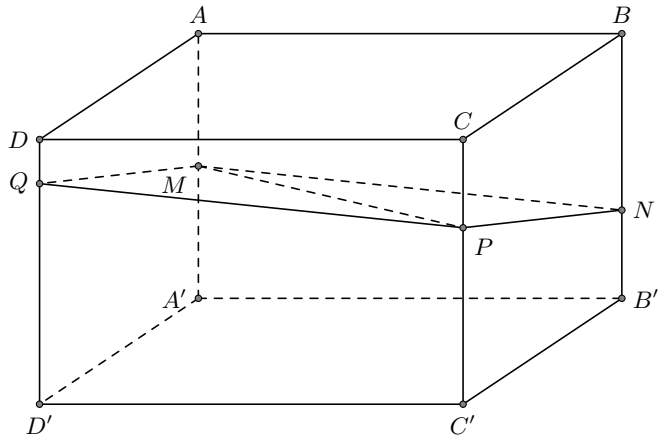
D. 16.

Lời giải.

Gọi V là thể tích khối trụ. Mặt phẳng (MNP) cắt DD' tại Q . Ta có

$$\frac{AM}{AA'} + \frac{CP}{CC'} = \frac{BN}{BB'} + \frac{DQ}{DD'}.$$

Suy ra $\frac{DQ}{DD'} = \frac{1}{6}$. Suy ra thể tích khối (H_1) là

$$V_{H_1} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}}{4} V = \frac{5}{12} \cdot 36 = 15.$$


Chọn đáp án **A**

□

Câu 667. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I; J; K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN; MP; MQ$. Gọi V_1 là thể tích của $MJIK$ và V_2 là thể tích của $MNPQ$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{1}{8}$.

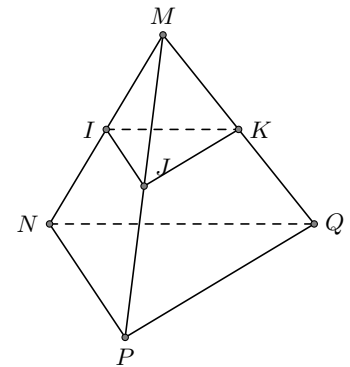
B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 668. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, SC tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

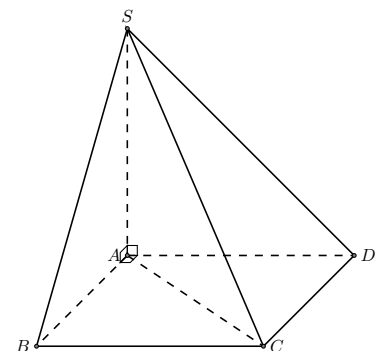
Góc giữa cạnh SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SCA} = 60^\circ$.

Xét tam giác SCA vuông tại A có:

— $AC = a\sqrt{2}$;

— $SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 669. Tính thể tích của khối lập phương có diện tích toàn phần bằng $24a^2$.

A. $8a^3$.

B. $64a^3$.

C. $4a^3$.

D. a^3 .

Lời giải.

Hình lập phương có cạnh bằng x thì diện tích toàn phần bằng $6x^2 = 24a^2 \Leftrightarrow x = 2a$. Vậy thể tích hình lập phương là $V = 8a^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 670. Cho hình chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng a và có thể tích bằng $6a^3$. Chiều cao của hình chóp bằng

A. a .

B. $6a$.

C. $6a^2$.

D. $18a$.

Lời giải.

Diện tích đáy của hình chóp là $S = a^2$.

Chiều cao của hình chóp là $h = \frac{3V}{S} = 18a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 671. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 3a^3$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $V = a^3$.

Lời giải.

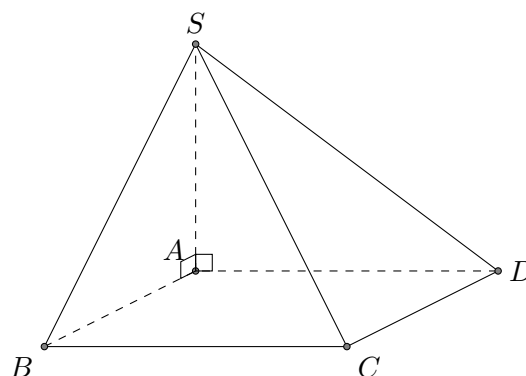
Ta có $(SBC) \cap (ABCD) = BC$.

Mặt khác: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

$\Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (AB, SB) = \widehat{SBA} = 60^\circ$.

$\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = a^3$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 672. Biết rằng thể tích của một khối lập phương bằng 8. Tính tổng diện tích các mặt của hình lập phương đó.

A. 16.

B. 24.

C. 36.

D. 27.

Lời giải.

Khối lập phương có thể tích bằng 8 nên hình lập phương có cạnh bằng 2.

Hình lập phương có 6 mặt đều là hình vuông bằng nhau nên tổng diện tích cần tìm là $6 \times 2^2 = 24$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 673. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Xét tam giác SOB vuông tại O .

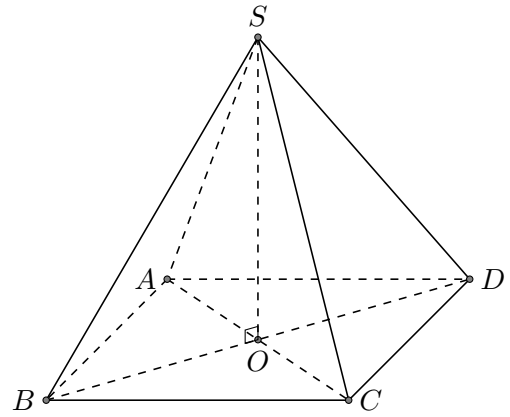
$ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có

$$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

Do đó

$$V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{10}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 674. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $72\sqrt{3}$.

B. $24\sqrt{3}$.

C. 24.

D. 72.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC và H là hình chiếu của A lên SM .

Ta có $AM \perp BC$ và $SA \perp BC$ nên $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AH$.

Lại có $AH \perp SM$ nên $AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH = 3$.

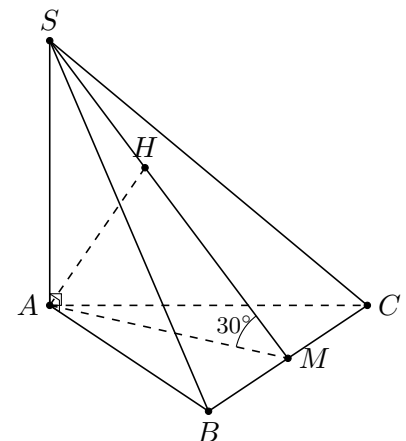
Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $\widehat{SMA} = 30^\circ$.

Xét tam giác AHM có:

$$\sin \widehat{AMH} = \frac{AH}{AM} \Rightarrow AM = 6 \text{ và } BC = 2AM = 12.$$

$$\text{Xét tam giác } SAM \text{ có } \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{12} \Rightarrow SA = 2\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = 24\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 675. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng $\sqrt{3}a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(BCC'B')$ bằng 45° . Tính thể tích V của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = 3a^3$.

B. $V = a^3$.

C. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

D. $V = \frac{3a^3}{8}$.

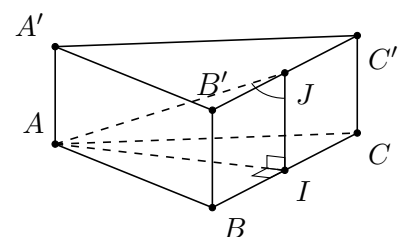
Lời giải.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm $BC, B'C'$.

Ta có góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(BCC'B')$ là $\widehat{AJI} = 45^\circ$.

Ta có $IJ = a\sqrt{3} \Rightarrow AI = a\sqrt{3} \Rightarrow AB = 2a$.

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} (2a)^2 = 3a^3.$$

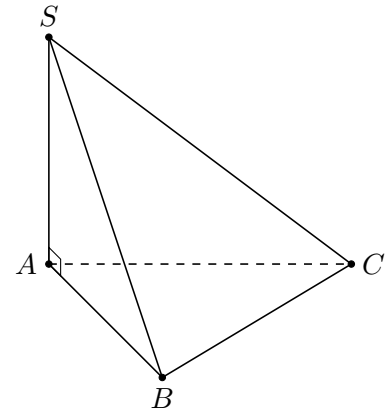


Chọn đáp án **(A)** □

Câu 676.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , SA vuông góc với (ABC) . Diện tích tam giác SBC bằng $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



Câu 677. Diện tích ba mặt của hình hộp chữ nhật lần lượt là 15 cm^2 , 24 cm^2 , 40 cm^2 . Thể tích của khối hộp đó là

- A. 120 cm^3 . B. 100 cm^3 . C. 140 cm^3 . D. 150 cm^3 .

Lời giải.

Gọi a, b, c là ba kích thước của hình hộp và $S_1 = ab, S_2 = ac, S_3 = bc$ là diện tích ba mặt.

Thể tích khối hộp $V = a \cdot b \cdot c = \sqrt{S_1 \cdot S_2 \cdot S_3} = 120 \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 678. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $3a^3$. Biết diện tích của tam giác SAD bằng $2a^2$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SAD) .

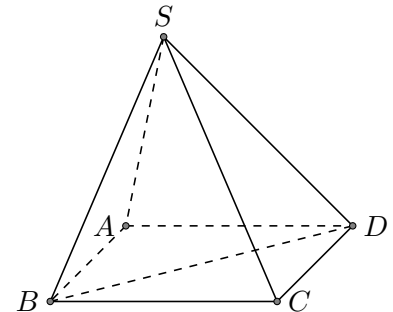
- A. $h = a$. B. $h = \frac{9a}{4}$. C. $h = \frac{3a}{2}$. D. $h = \frac{4a}{9}$.

Lời giải.

Ta có $V_{B.SAD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{3a^3}{2}$.

Mà $V_{B.SAD} = \frac{1}{3} \cdot d(B; (SAD)) \cdot S_{\triangle SAD}$.

Suy ra $d(B; (SAD)) = \frac{3 \cdot V_{B.SAD}}{S_{\triangle SAD}} = \frac{9a}{4}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 679. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$. Biết thể tích khối chóp bằng $\frac{a^3}{2}$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

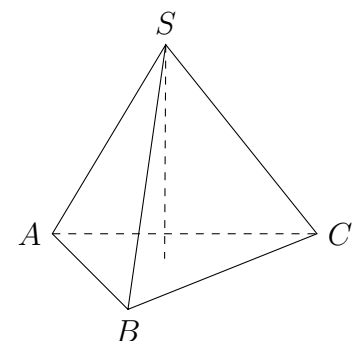
Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot d(S, (ABC)) \cdot S_{ABC}$, suy ra

$d(S, (ABC)) = \frac{3V}{S_{ABC}}$.

Trong đó $V = \frac{a^3}{2}$, $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $d(S, (ABC)) = \frac{3a^3}{2} \div \frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 680.

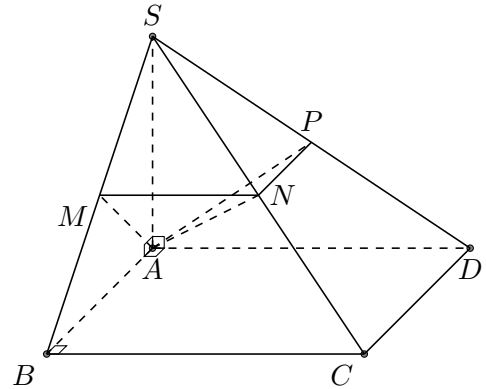
Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm SB, SC, SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối đa diện $SAMNP$.

A. $V = \frac{a^3}{12}$.

B. $V = \frac{a^3}{6}$.

C. $V = \frac{a^3}{24}$.

D. $V = \frac{a^3}{8}$.

**Lời giải.**

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}a^3 \Rightarrow V_{S.ABC} = V_{S.ACD} = \frac{a^3}{6}$. Lại có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{V_{S.ABC}}{4} = \frac{a^3}{24}$. Tương tự $V_{S.APN} = \frac{a^3}{24}$.
 Vậy $V_{SAMNP} = V_{S.AMN} + V_{S.ANP} = \frac{a^3}{12}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 681. Cho khối lăng trụ tam giác đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AC = AB = 2a$, góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$.

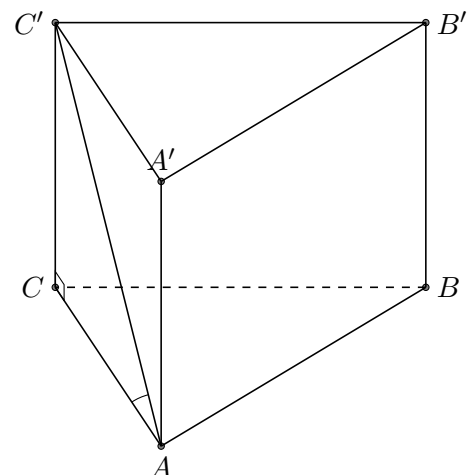
D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

• AC là hình chiếu của AC' trên (ABC) nên góc giữa AC' và (ABC) là $\widehat{C'AC}$.

Suy ra $\widehat{C'AC} = 30^\circ \Rightarrow CC' = AC \tan 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

• $V = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot CC' = \frac{1}{3}2a^2 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3}a = \frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$.

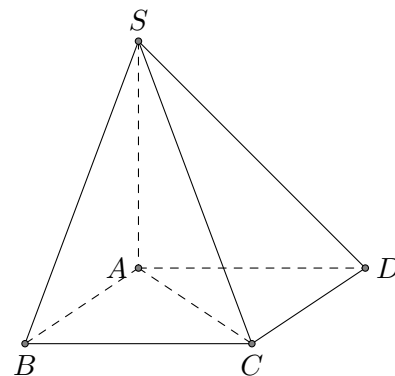
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 682.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Lời giải.

- Ta có diện tích đáy: $S_{ABCD} = a^2$.
- Góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA}$. Ta có $SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = a\sqrt{6}$.
- Thể tích của khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

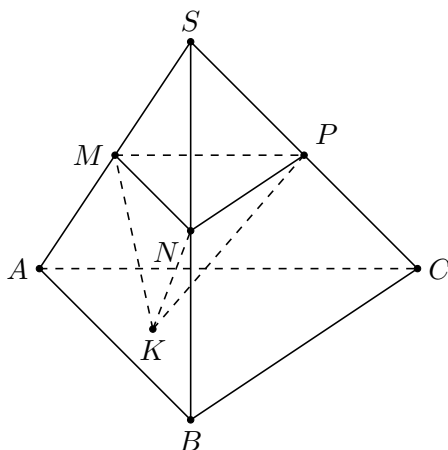
Chọn đáp án **C**

□

Câu 683. Cho tứ diện $S.ABC$ có thể tích V . Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Thể tích khối tứ diện có đáy là tam giác MNP và đỉnh là một điểm bất kì thuộc mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{V}{2}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{V}{8}$.

Lời giải.



Gọi K là điểm bất kì thuộc mặt phẳng (ABC) , $\frac{V_{K.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{d(K, (MNP))}{d(S, (ABC))} \cdot \frac{S_{MNK}}{S_{ABC}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 684. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cho $AC = 2a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, SA vuông góc với mặt đáy, $SA = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

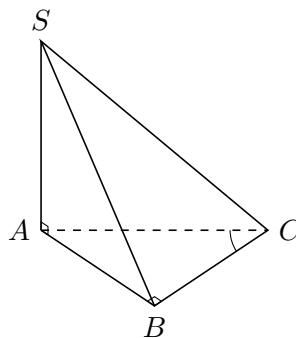
A. $a^3\sqrt{3}$. B. $3a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $BC = AC \cos 30^\circ = 2a \cdot \cos 30^\circ = a\sqrt{3}$, $AB = AC \sin 30^\circ = 2a \cdot \sin 30^\circ = a$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 685. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

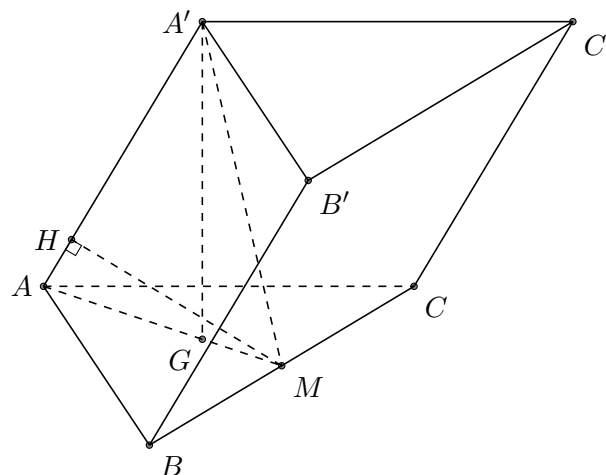
Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC . Ta có $\begin{cases} BC \perp A'G \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'M).$

Kẻ đường cao MH trong tam giác $AA'M$, khi đó

$$\begin{cases} MH \perp AA' \\ MH \perp BC \end{cases} \Rightarrow d(AA', BC) = MH = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Ta có } d(G, AA') = \frac{2}{3}d(M, AA') = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$



Khi đó

$$\frac{1}{d^2(G, AA')} = \frac{1}{A'G^2} + \frac{1}{AG^2} \Rightarrow \frac{1}{A'G^2} = \frac{1}{d^2(G, AA')} - \frac{1}{AG^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{9}{a^2}.$$

Suy ra $A'G = \frac{a}{3}$. Khi đó thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = A'G \cdot S_{ABC} = \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 686. Thể tích của khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a , $A'B = 2a$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

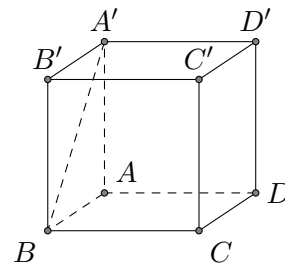
D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Xét tam giác $AA'B$ vuông tại A .

$$\text{suy ra } AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

$$V = AA' \cdot S_{ABCD} = a\sqrt{3} \cdot a^2 = a^3\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 687. Hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = a$, tam giác ABC vuông tại A và $AB = a$, $BC = 2a$. Gọi M là hình chiếu của A lên SB , điểm N trên cạnh SC sao cho $NC = 2SN$. Thể tích khối chóp $A.BCNM$ theo a .

A. $V = \frac{35a^3\sqrt{3}}{36}$.

B. $V = \frac{17a^3}{18}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

D. $V = \frac{5a^3\sqrt{3}}{36}$.

Lời giải.

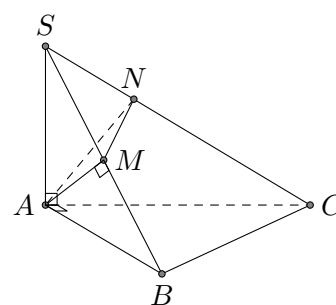
Vì $SA = AB = a$ nên tam giác SAB cân tại A suy ra M là trung điểm của SB .

Tam giác ABC vuông tại A suy ra $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$.

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM \cdot SN}{SB \cdot SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

$$\Rightarrow \frac{V_{A.BCNM}}{V_{S.ABC}} = \frac{5}{6} \Rightarrow V_{A.BCNM} = \frac{5}{6} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{6} = \frac{5a^3\sqrt{3}}{36}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 688. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 6. Mặt phẳng $(A'BC')$ chia lăng trụ thành một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác có thể tích tương ứng là

A. 1 và 5.

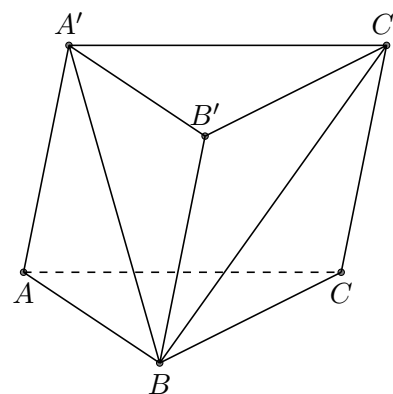
B. 2 và 4.

C. 4 và 2.

D. 3 và 3.

Lời giải.

$$V_{B.A'B'C'} = \frac{1}{3} S_{\Delta A'B'C'} \cdot d(B, (A'B'C')) = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = 2. \text{ Vậy, thể tích của chúng là 2 và 4.}$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 689. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và cạnh bên SC tạo với mặt đáy một góc bằng 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$, tính theo a , là

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3$.

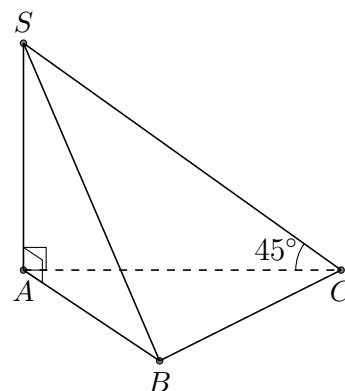
B. $V = \frac{1}{3} a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3$.

D. $V = \frac{1}{6} a^3$.

Lời giải.

Từ giả thiết, ta suy ra góc giữa SC và mặt đáy chính là góc $\angle SCA$. Suy ra tam giác SAC vuông cân ở A , và $SA = AC = a$.
 Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 690. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt (ABC) bằng 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác ACC' . Thể tích của khối tứ diện $GABA'$ là

A. $\frac{\sqrt{3}}{9}a^3$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

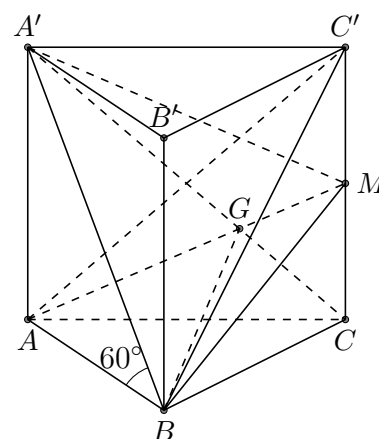
Lời giải.

Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt (ABC) chính là góc $\angle A'BA$, do đó, $\angle A'BA = 60^\circ$. Suy ra $A'A = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = a^3\sqrt{3}$.

Gọi M là trung điểm của CC' . Ta có

$$\begin{aligned} V_{GABA'} &= V_{G.ABA'} = \frac{2}{3}V_{M.ABA'} = \frac{2}{3}V_{C.ABA'} \\ &= \frac{2}{3}V_{A'.ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2\sqrt{3}}{9}a^3. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 691. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{1}{3}a^3$.

B. $V = \frac{1}{2}a^3$.

C. $V = \frac{1}{6}a^3$.

D. $V = \frac{2}{3}a^3$.

Lời giải.

Sử dụng công thức thể tích của tam diện vuông ta có $V = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot SB \cdot SC = \frac{1}{6}a^3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 692. Một tấm bìa hình vuông có cạnh 44 cm, người ta cắt bỏ đi ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12 cm rồi gấp lại thành một cái hộp chữ nhật không có nắp. Tính thể tích cái hộp này.

A. 4800 cm³.

B. 9600 cm³.

C. 2400 cm³.

D. 2400√3 cm³.

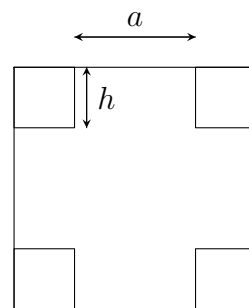
Lời giải.

Đáy của hình hộp tạo thành là một hình vuông có cạnh $a = 44 - 2 \times 12 = 20$

cm.

Chiều cao của hình hộp bằng cạnh của hình vuông cắt đi là $h = 12$ cm.

Thể tích khối hộp là $V = 20^2 \times 12 = 4800 \text{ cm}^3$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 693. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $3a$, hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Cạnh AA' hợp với mặt phẳng đáy một góc 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng

A. $\frac{9a^3}{4}$.

B. $\frac{27a^3}{4}$.

C. $\frac{3a^3}{4}$.

D. $\frac{27a^3}{6}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Góc giữa AA' và đáy là góc $\widehat{A'AO} = 45^\circ$.

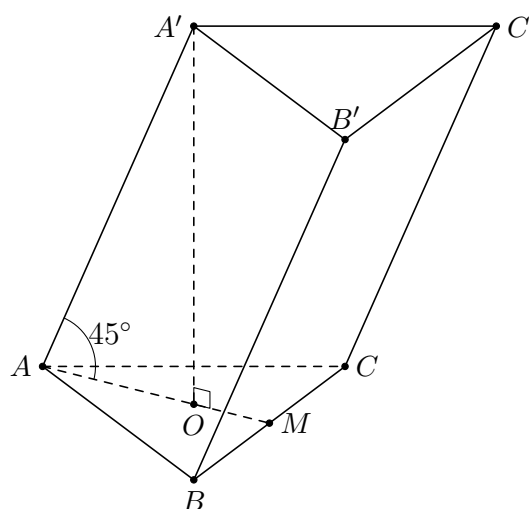
$$AO = \frac{2}{3} \cdot AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

Chiều cao lăng trụ là $A'O = AO \cdot \tan \widehat{A'AO} = a\sqrt{3}$.

$$\text{Diện tích đáy là } S_{ABC} = \frac{(3a)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Thể tích của khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là}$$

$$V = S_{ABC} \cdot A'O = \frac{27a^3}{4}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 694. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

A. $2a\sqrt{\frac{7}{3}}$.

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{7}$.

D. $a\sqrt{\frac{33}{7}}$.

Lời giải.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối chóp $A'.ABC$ là $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow BC \perp AM \Rightarrow BC \perp (A'M)$.

$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, A'M = \sqrt{A'A^2 + AM^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$

Diện tích tam giác $A'BC$ là $S_{A'BC} = \frac{1}{2} \cdot A'M \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{7}}{4}$.

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ là

$$d(A, (A'BC)) = \frac{3V_{A'.ABC}}{S_{A'BC}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Cách khác: Kẻ $AH \perp A'M$ tại $H \Rightarrow AH \perp (A'BC)$

$\Rightarrow d(A, (A'BC)) = AH$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 695. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích là V . Nếu tăng độ dài cạnh đáy lên ba lần và giảm độ dài đường cao xuống hai lần thì ta được khối chóp mới có thể tích là

- A. $9V$. B. $\frac{9}{2}V$. C. $3V$. D. $\frac{3}{2}V$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp bằng, một phần ba tích diện tích đáy với đường cao.

Khi tăng độ dài cạnh đáy lên 3 lần, thì diện tích đáy tăng lên 9 lần. Khi đó thể tích tăng lên 9 lần.

Khi giảm độ dài đường cao xuống 2 lần, thì thể tích cũng giảm xuống 2 lần.

Vậy khối chóp mới có thể tích là $\frac{9}{2}V$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 696. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, cạnh bên SC tạo với mặt đáy góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

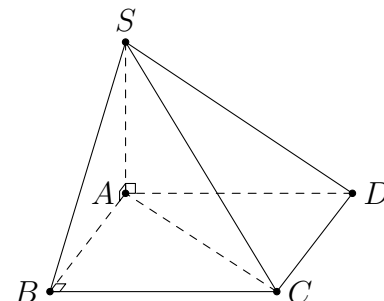
- A. $V = a^3\sqrt{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Tam giác SAC vuông cân tại A nên $SA = AC = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án (C)

□

Câu 697. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi H , K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB , SC . Tính thể tích tứ diện $S.AHK$.

- A. $\frac{8a^3}{15}$. B. $\frac{8a^3}{45}$. C. $\frac{4a^3}{15}$. D. $\frac{4a^3}{5}$.

Lời giải.

Ta có $V_{SABC} = \frac{1}{3}SA \cdot \frac{1}{2}BA \cdot BC = \frac{a^3}{3}$.

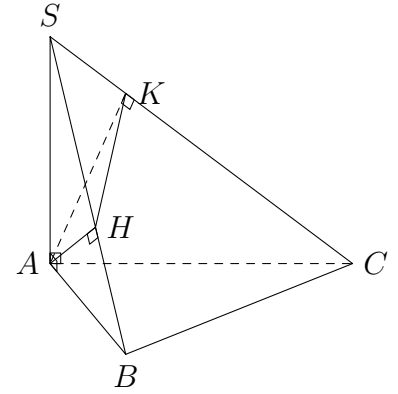
Tính được:

$$SB^2 = AB^2 + SA^2 = 5a^2.$$

$$SC^2 = AB^2 + BC^2 + SA^2 = 6a^2.$$

$$\frac{V_{S.AHK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SH}{SB} \cdot \frac{SK}{SC} = \frac{SA^4}{SB^2 \cdot SC^2} = \frac{8}{15}.$$

$$\Rightarrow V_{S.AHK} = \frac{8}{15}V_{S.ABC} = \frac{8}{45}a^3.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 698. Cho hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều cạnh a , độ dài cạnh bên là $a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

- A. $a^3\sqrt{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $V = h \cdot S_{\text{đáy}} = a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 699. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $\triangle ABC$ vuông cân tại B , $AC = 2a$ và $SA = a$. Gọi M là trung điểm cạnh SB . Tính thể tích khối chóp $S.AMC$.

- A. $\frac{a^3}{9}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

Lời giải.

Đặt $BA = BC = x > 0$. Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông BAC ta có

$$x^2 + x^2 = 4a^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 4a^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a = \frac{a^3}{3} \text{ (đvtt)}.$$

Ta có $\frac{V_{S.AMC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.AMC} = \frac{1}{2}V_{S.ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^3}{3} = \frac{a^3}{6} \text{ (đvtt)}.$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 700. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $4a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

- A. $V = 2a^3\sqrt{3}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = 3a^3$.

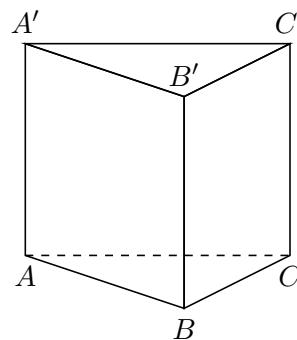
Lời giải.

Tam giác ABC đều cạnh a nên diện tích đáy lăng trụ là

$$B = a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Do đó, thể tích khối lăng trụ là

$$V = B \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 4a\sqrt{3} = 3a^3.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 701. Thể tích của khối trụ có diện tích xung quanh bằng 4 và diện tích đáy bằng 4π là

A. $V = 4$.

B. $V = 6$.

C. $V = 8$.

D. $V = 4\pi$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} S_{xq} = 4 \\ S_{\text{đáy}} = 4\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 2 \\ h = \frac{1}{\pi} \end{cases} \Rightarrow V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 4.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 702. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

B. $V = \frac{\sqrt{35}a^3}{24}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải.

Do tam giác ABC đều, suy ra

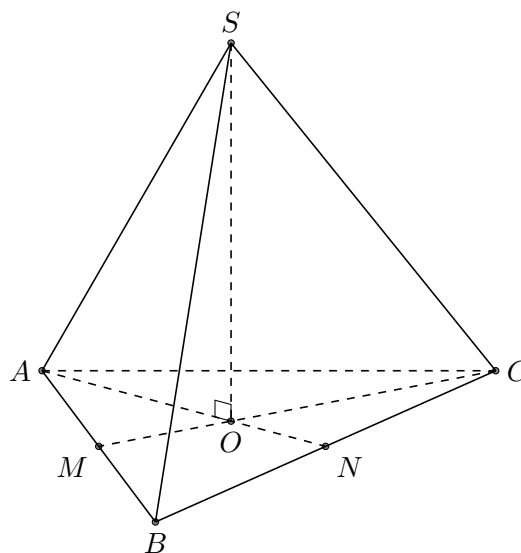
$$AN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \frac{2}{3} \cdot AN = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Xét tam giác vuông SOA , có

$$SO^2 = SA^2 - AO^2 = 3a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{8a^2}{3} \Rightarrow SO = \frac{2a\sqrt{6}}{3}.$$

Từ đó ta có, thể tích khối chóp

$$V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 703. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{2a^3}{\sqrt{3}}$.

B. $V = 4a^3\sqrt{3}$.

C. $V = \frac{a^3}{3}$.

D. $V = \frac{4a^3}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AD$ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng SD trên mặt phẳng $(ABCD)$.

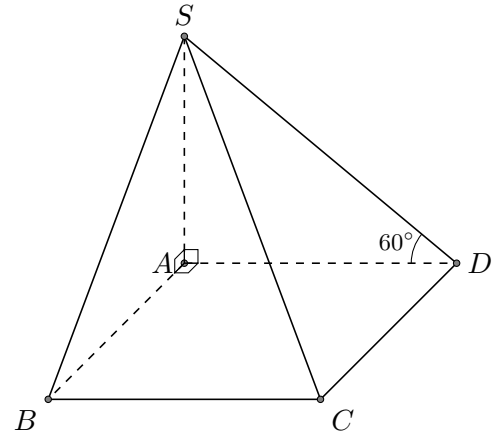
$$\Rightarrow \widehat{SDA} = (SD, (ABCD)) = 60^\circ.$$

Tam giác SAD vuông tại A có $\widehat{SDA} = 60^\circ$ nên

$$SA = AD \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{3} \cdot a \cdot 2a = \frac{4a^3}{\sqrt{3}}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 704. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° , cạnh $AB = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3.$

B. $V = \frac{3}{4}a^3.$

C. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^3.$

D. $V = \sqrt{3}a^3.$

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC , ta có $\begin{cases} (A'BC) \cap (ABC) = BC \\ A'A \perp (ABC) \\ AM \perp BC \end{cases}$

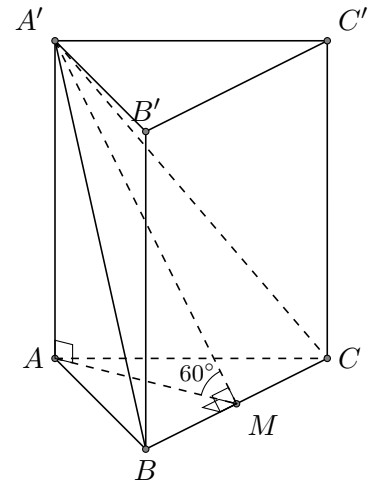
$$\Rightarrow A'M \perp BC.$$

$\Rightarrow \widehat{A'MA}$ là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) . Do đó $\widehat{A'MA} = 60^\circ$.

$$\Rightarrow A'A = AM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}.$$

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = S_{ABC} \cdot A'A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 705. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V . Các điểm A', B', C' tương ứng là trung điểm các cạnh SA, SB, SC . Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{V}{8}.$

B. $\frac{V}{4}.$

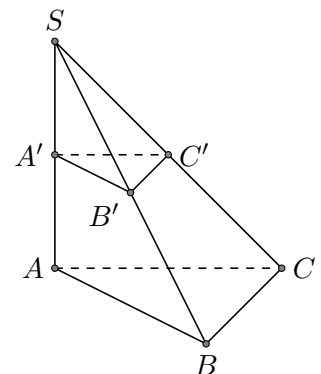
C. $\frac{V}{2}.$

D. $\frac{V}{16}.$

Lời giải.

Ta có:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.A'B'C'} = \frac{V}{8}.$$



Chọn đáp án **(A)**

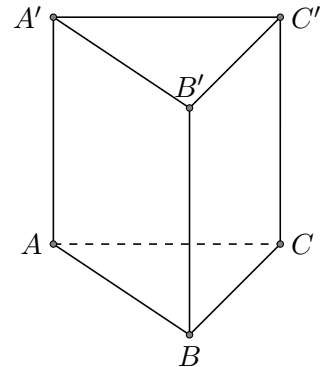
□

Câu 706. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$?

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích khối lăng trụ } V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 707. Cho hình lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của điểm A_1 lên (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC , $AA_1 = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

Tam giác ABC đều có H là trọng tâm nên

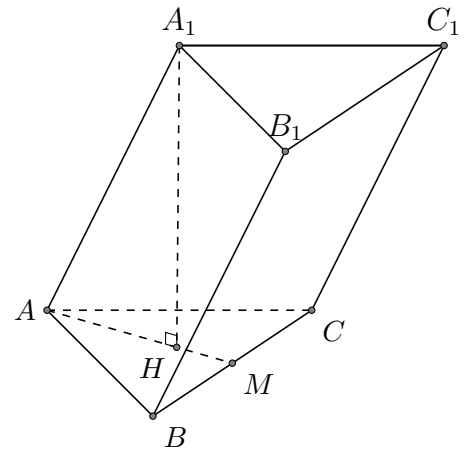
$$AH = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Tam giác A_1HA vuông tại H nên

$$A_1H = \sqrt{A_1A^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{4a^2}{3} - \frac{a^2}{3}} = a.$$

Suy ra thể tích khối lăng trụ là

$$V = S_{ABC} \cdot A_1H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 708. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Gọi I là trung điểm cạnh BC . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABI$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{24}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{8}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{6}$.

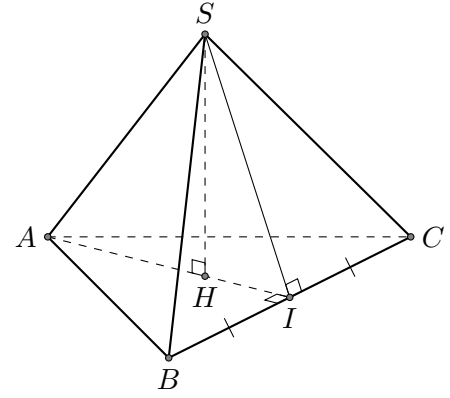
Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) ,

$$\text{khi đó } H \in AI \text{ và } AH = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$$

$$\text{Ta có } V_{S.ABI} = \frac{1}{2}V_{S.ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{11}}{24}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 709. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = a$, tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $2a^3$.

D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích của khối chóp } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 710. Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết cạnh bên bằng a .

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{12}$.

D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Gọi H là tâm của tam giác đều ABC .

Gọi M là trung điểm của BC .

Vì tam giác ABC đều cạnh a nên

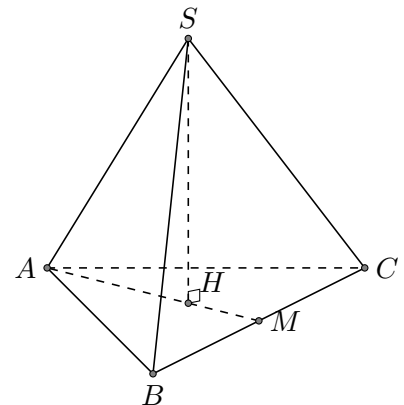
$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } AH = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Tam giác SAH vuông tại H

$$\Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 711. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

B. $V = a^3$.

C. $V = 2a^3$.

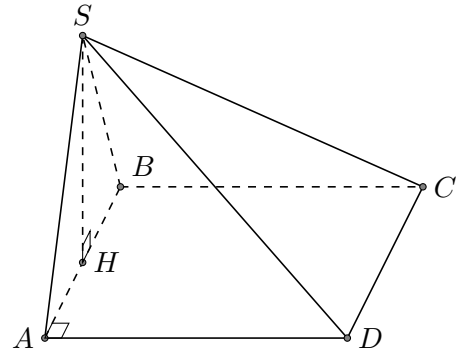
D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB , do tam giác SAB đều nên $SA \perp AB$. Mặt khác mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt đáy nên SH là đường cao của chóp.

$$\text{Ta có } h = SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, S_{ABCD} = a^2.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 712. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho theo a , biết $A'B = 2a$.

A. $V = 2\sqrt{3}a^3$.

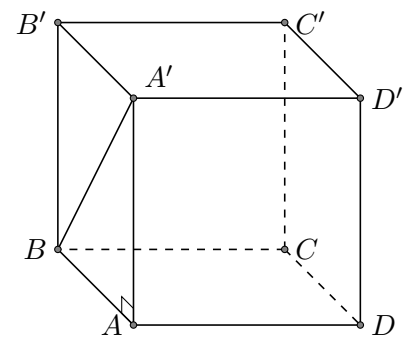
B. $V = a^3$.

C. $V = \sqrt{3}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

Diện tích đáy lăng trụ là a^2 . Chiều cao của lăng trụ là $AA' = \sqrt{A'B^2 - BA^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$. Vậy thể tích lăng trụ là $V = a^3\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 713. Biết thể tích của khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ bằng 2022. Thể tích khối tứ diện $A'ABC'$ là

A. 764.

B. 674.

C. 1348.

D. 1011.

Lời giải.

$$V_{A'ABC'} = \frac{1}{2}V_{C'.ABB'A'} = V_{B.A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{\text{lăng trụ}} = 674.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 714. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là trung điểm của AB . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

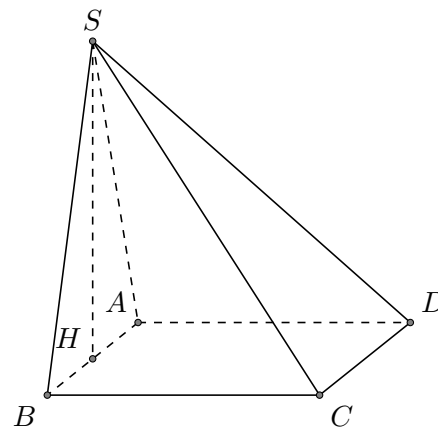
Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB .

$$\text{Do } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \text{ nên } SH \perp (ABCD). \\ SH \perp AB \text{ trong } (SAB) \end{cases}$$

$$\text{Có } S_{ABCD} = AB^2 = a^2 \text{ và } SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 715. Thể tích khối lăng trụ đứng có diện tích đáy bằng a^2 và chiều cao $2a$ là

- A. $2a^3$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. a^3 .

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ đứng là $V = a^2 \cdot 2a = 2a^3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 716. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $AC' = \sqrt{6}$.

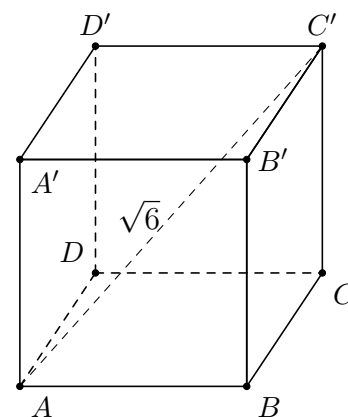
- A. $V = 3\sqrt{3}$. B. $V = 2\sqrt{3}$. C. $V = \sqrt{2}$. D. $V = 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có cạnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

$$\frac{AC'}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } V = (\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **D**

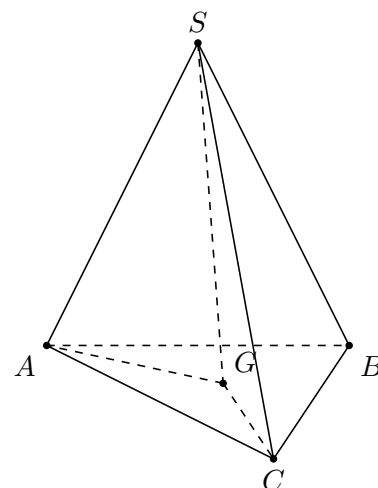
□

Câu 717. Cho khối chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tỷ số thể tích $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AGC}}$ bằng:

- A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có:
$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AGC}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot d[S, (ABC)]}{\frac{1}{3} \cdot S_{AGC} \cdot d[S, (AGC)]} = \frac{S_{ABC}}{S_{AGC}} = 3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 718. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $A'.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

C. a^3 .

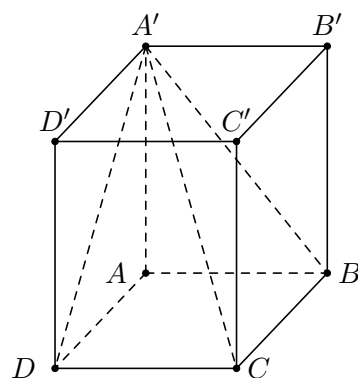
D. $2\sqrt{2}a^3$.

Lời giải.

Ta có: hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo bằng $a\sqrt{3}$.

Suy ra cạnh của hình lập phương bằng a . Vậy

$$V_{A'.ABCD} = \frac{1}{3}hB = \frac{1}{3}a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 719. Cho một khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B . Nếu giữ nguyên chiều cao h , còn diện tích đáy tăng lên 3 lần thì ta được một khối chóp mới có thể tích là

A. $V = Bh$.

B. $V = \frac{1}{6}Bh$.

C. $V = \frac{1}{2}Bh$.

D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $V_1 = \frac{1}{3}Bh$. Thể tích sau khi tăng chiều cao là $V = \frac{1}{3}h \cdot 3B = Bh$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 720. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, hình chiếu của A' xuống mặt đáy (ABC) là trung điểm H của đoạn AC . Biết thể tích khối lăng trụ đã cho là $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng ($A'BC$).

A. $\frac{a\sqrt{13}}{13}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{13}$.

Lời giải.

Ta có $d(A, (A'BC)) = 2d(H, (A'BC))$.

Gọi M là trung điểm BC , kẻ $HK \perp A'M$. Ta có

$$\begin{cases} BC \perp HM \\ BC \perp A'H \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'HM) \Rightarrow BC \perp HK.$$

$$\begin{cases} HK \perp BC \\ HK \perp A'M \end{cases} \Rightarrow HK \perp (A'BC)$$

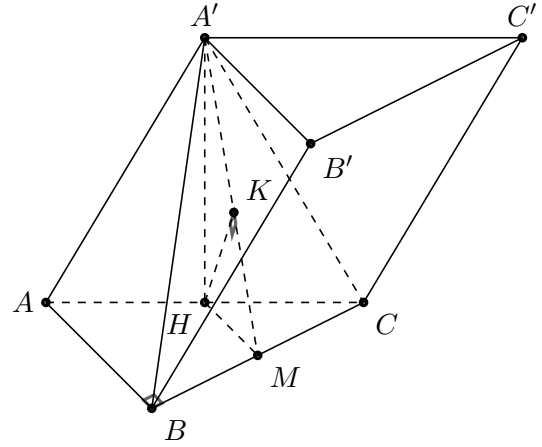
$$\Rightarrow d(H, (A'BC)) = HK.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \Leftrightarrow \frac{a^3\sqrt{3}}{6} = A'H \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow A'H = \frac{a}{3}.$$

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{A'H^2} + \frac{1}{HM^2} \Rightarrow HK = \frac{a}{\sqrt{13}} \Rightarrow d(A, (A'BC)) = \frac{2a\sqrt{13}}{13}.$$

Chọn đáp án **(D)**



Câu 721. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° .

A. $V = 9\sqrt{3}a^3$.

B. $V = 18\sqrt{3}a^3$.

C. $V = \frac{9\sqrt{15}a^3}{2}$.

D. $V = 18\sqrt{15}a^3$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

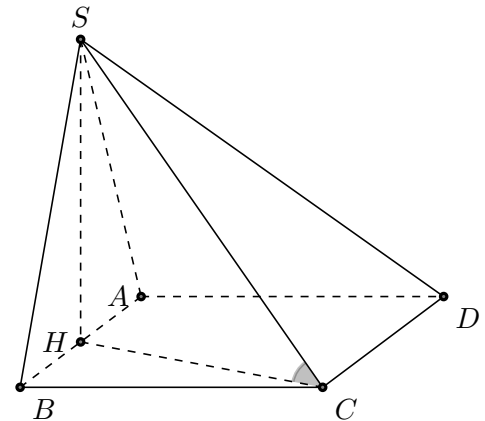
HC là hình chiếu của SC trên $(ABCD)$

$$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = \widehat{SCH} = 60^\circ.$$

$$HC = \sqrt{HB^2 + BC^2} = \frac{3a\sqrt{15}}{2}$$

$$\text{và } SH = HC \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot (3a)^2 \cdot \frac{3a\sqrt{15}}{2} = \frac{9a^3\sqrt{15}}{2}.$$



Chọn đáp án **(C)**

Câu 722. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a, AC = a\sqrt{5}$. Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với $(ABCD)$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{15}a^3}{6}$.

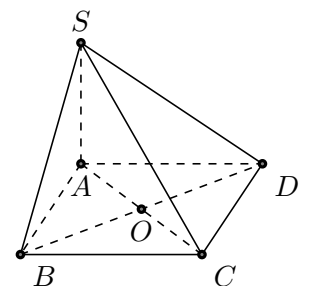
C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a.$$

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

Câu 723. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , và $\widehat{BAC} =$

120° , $BC = AA' = \sqrt{3}a$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{9a^3}{4}$.

B. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{6}$.

C. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$.

D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

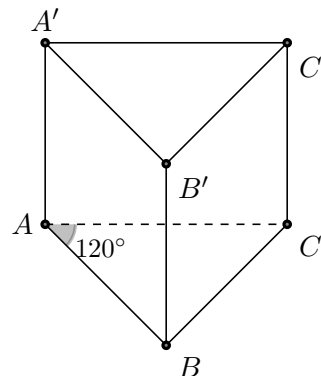
Lời giải.

Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 120^\circ$

$$\Leftrightarrow a^2 = AB^2 \Rightarrow AB = a.$$

Thể tích khối lăng trụ

$$V = A'A \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ = \frac{3a^3}{4}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 724. Cho khối chóp $S.ABCD$ có A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính tỉ số thể tích giữa khối chóp $S.ABCD$ và $S.A'B'C'D'$.

A. 16.

B. 8.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Ta có:

$$V_{S.ABCD} = V_{S.ABC} + V_{S.ACD};$$

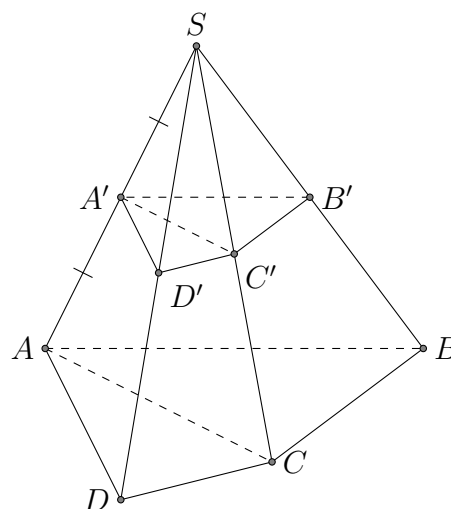
$$V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'C'D'};$$

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8};$$

$$\frac{V_{S.A'C'D'}}{V_{S.ACD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'C'D'}}{V_{S.ABC} + V_{S.ACD}} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{S.ABCD}}{V_{S.A'B'C'D'}} = 8.$$



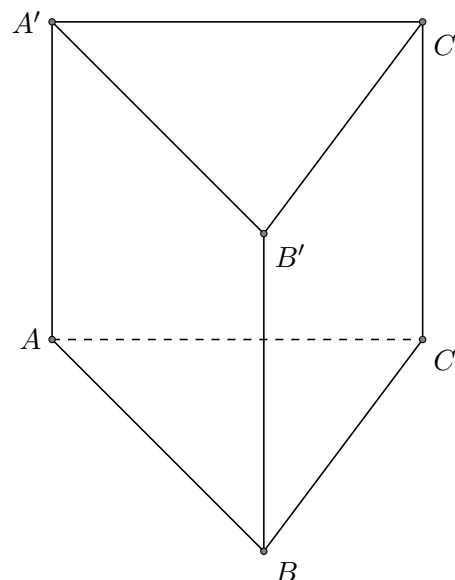
Chọn đáp án **B**

□

Câu 725.

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.



Lời giải.

Tam giác ABC vuông cân tại B có cạnh AC bằng $a\sqrt{2}$ suy ra $AB = BC = a$.

Ta có $V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2}a^2 \cdot a = \frac{a^3}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 726. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

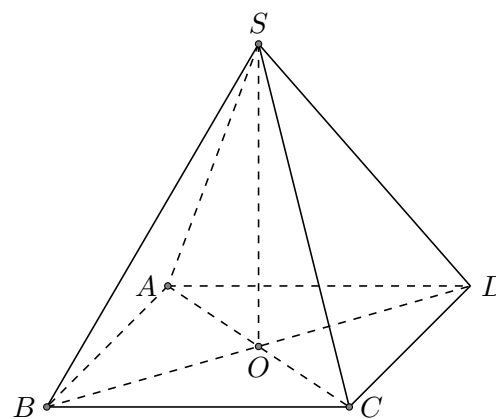
- A. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$. B. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Ta có $SO^2 = SA^2 - \frac{AC^2}{4} = 4a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{7a^2}{2} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} = \frac{a^3\sqrt{14}}{6}$.



Chọn đáp án **A**

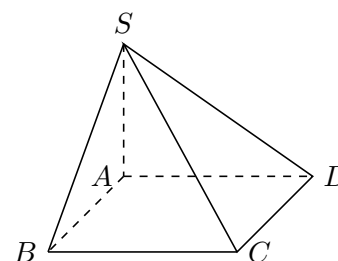
□

Câu 727. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = 6a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = 3a^3$. D. $V = 2a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}3a \cdot a^2 = a^3$.



Chọn đáp án (B)



Câu 728. Cho khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC = 2a, AD = 3a$. Tính thể tích V của khối tứ diện đó là

A. $V = a^3$.

B. $V = 3a^3$.

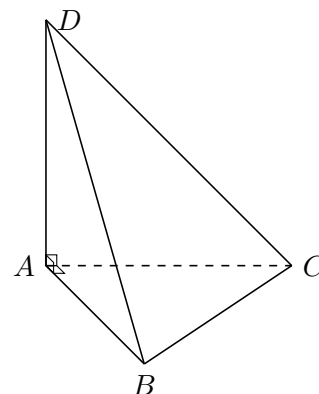
C. $V = 2a^3$.

D. $V = 4a^3$.

Lời giải.

Do giả thiết ta có $AD \perp (ABC)$ nên

$$V = \frac{1}{3} \cdot AD \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 2a \cdot 3a = 2a^3.$$



Chọn đáp án (C)



Câu 729. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V_{S.ABC} = a^3$.

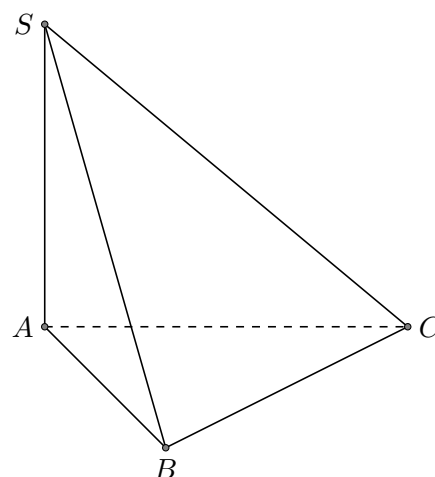
B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{2}$.

C. $V_{S.ABC} = 3a^3$.

D. $V_{S.ABC} = a^2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = a^3$$



Chọn đáp án (A)



Câu 730. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy là a và mặt bên hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

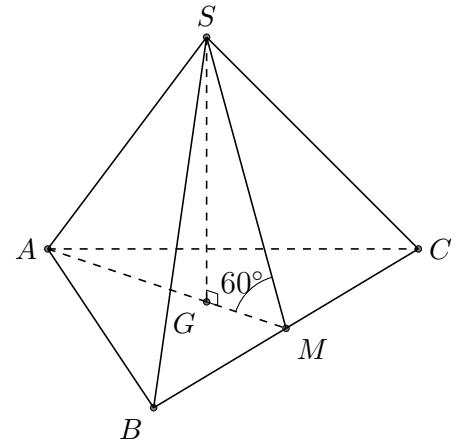
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .
Ta có $GM \perp BC$. Mà tam giác SBC cân nên $SM \perp BC$. Khi đó, góc tạo bởi mặt bên (SBC) và đáy (ABC) là góc $\widehat{SMG}$.
Ta có $SG = GM \tan 60^\circ = \frac{1}{3}AM \tan 60^\circ = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}$.
Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3}SG \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 731. Cho hình lập phương $OBCD.O_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng a , M là điểm bất kỳ thuộc đoạn OO_1 . Tỉ số thể tích hình chóp $MBCC_1B_1$ và hình lăng trụ $OBCO_1B_1C_1$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

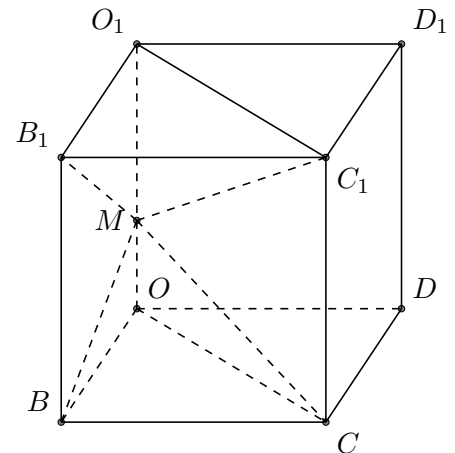
B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Đặt $V_1 = V_{MBCC_1B_1}$, $V_2 = V_{OBCO_1B_1C_1}$.
Ta có $V_2 = \frac{1}{2}a^3$, $V_1 = \frac{1}{3}OB \cdot S_{BCC_1B_1} = \frac{1}{3}a \cdot a^2 = \frac{1}{3}a^3$.
Khi đó $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}a^3}{\frac{1}{2}a^3} = \frac{2}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 732. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích của hình chóp $S.ABCD$ là $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 120° .

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB , ta có tam giác SAB cân tại S do đó $SH \perp AB$ mà (SAB) vuông góc đáy nên $SH \perp (ABCD)$.

Do đó HC là hình chiếu của SC lên mặt đáy $(ABCD)$. Khi đó góc giữa SC và mặt đáy $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCH}$.

Ta có thể tích khối chóp

$$V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot a^2.$$

$$\text{Mà } V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

Ta có tam giác BHC vuông tại B có

$$HC = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SHC \text{ có } \tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{HC} = \frac{\frac{a\sqrt{15}}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCH} = 60^\circ.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 733. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \sin 60^\circ = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 734. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp.

A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là chân đường cao kẻ từ S của tam giác SAB . Khi đó, $SB \perp (ABCD)$.

Vì SB là đường cao của tam giác đều cạnh a nên có độ dài là

$$SB = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Hình vuông $ABCD$ có diện tích $S_{ABCD} = a^2$.

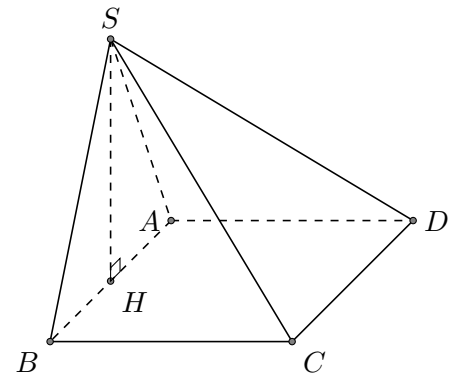
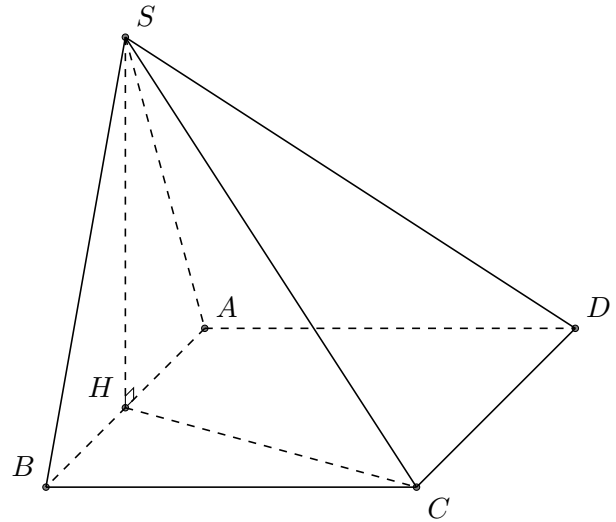
$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SB = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 735. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc S lên mặt đáy trùng với trung điểm của cạnh BC , góc giữa SA và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a là

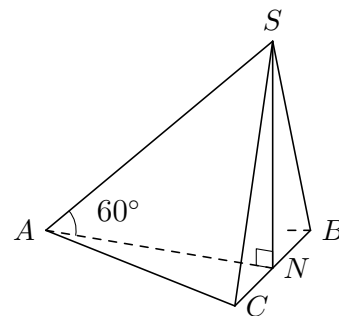
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.



Lời giải.

$$\text{Ta có } AN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SN = AN \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Do đó } V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SN = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 736. Cho khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AB = AC = 2a, AD = 3a$. Thể tích V của khối tứ diện $ABCD$ đó là

A. $V = a^3$.

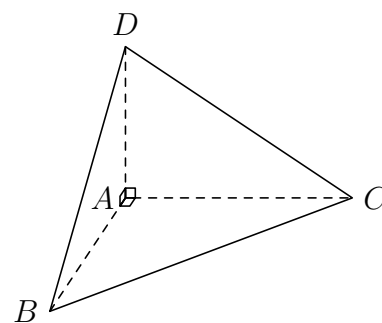
B. $V = 3a^3$.

C. $V = 2a^3$.

D. $V = 4a^3$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích khối tứ diện } ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(2a)^2 \cdot 3a = 2a^3.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 737. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a, AD = a\sqrt{2}$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

B. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

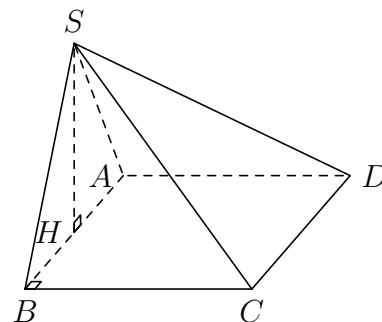
D. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB . Khi đó,

do $\triangle SAB$ đều và $(SAB) \perp (ABCD)$ nên SH là đường cao của hình chóp và $SH = a\sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot a\sqrt{2} = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 738. Khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a thì có thể tích bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

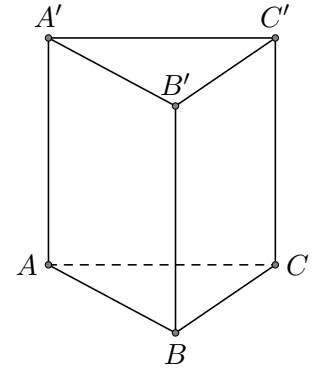
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ tam giác đều: $V = h \cdot S = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 739. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $V = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{11}}{6}a^3$. C. $V = \frac{2\sqrt{6}}{9}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{10}}{6}a^3$.

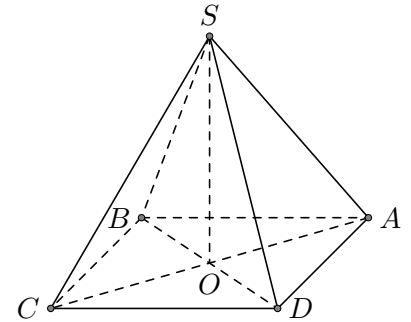
Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{10}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{10}}{6}a^3.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 740. Nếu tăng chiều dài hai cạnh đáy của khối hộp chữ nhật lên 10 lần thì thể tích tăng lên bao nhiêu lần?

- A. 100. B. 20. C. 10. D. 1000.

Lời giải.

Ta có $V = abc$ với a, b là độ dài hai cạnh đáy, suy ra $V' = 10a \cdot 10b \cdot c = 100abc = 100V$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 741. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A ; $AB = a$; $AC = 2a$. Đỉnh S cách đều A, B, C ; mặt bên (SAB) hợp với mặt đáy (ABC) góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

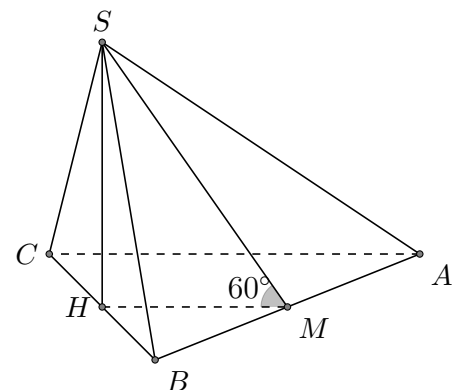
- A. $V = \frac{1}{3}a^3$. B. $V = \sqrt{3}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. D. $V = a^3$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm BC , vì $\triangle ABC$ vuông tại A nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Do S cách đều $A, B, C \Rightarrow SH \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của AB thì $HM \perp AB$ nên $SM \perp AB$. Vậy góc giữa (SAB) và (ABC) là góc $\widehat{SMH} = 60^\circ$.

Ta có $HM = \frac{1}{2}AC = a$; $SH = HM \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 742. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

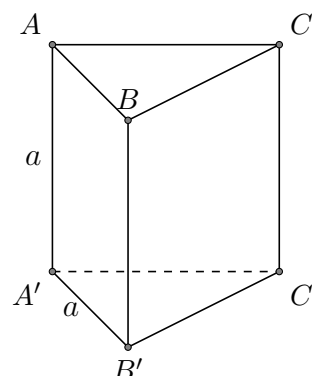
Lời giải.

Chiều cao của hình lăng trụ đã cho là $h = a$.

Diện tích mặt đáy của hình lăng trụ đã cho là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do đó thể tích của khối lăng trụ là:

$$V = S \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 743. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $2\sqrt{6}a^3$.

B. $6\sqrt{3}a^3$.

C. $\sqrt{6}a^3$.

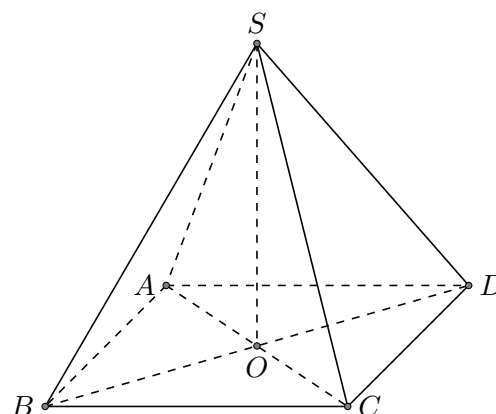
D. $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Ta có $[SA, (ABCD)] = \widehat{SAO} = 45^\circ \Rightarrow SO = AO$.

Ta có $AC = AB\sqrt{2} = 2\sqrt{3}a \Rightarrow SO = \frac{AC}{2} = a\sqrt{3}$.

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot (a\sqrt{6})^2 = 2\sqrt{3}a^3.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 744. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi (không phải hình vuông). Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. Bốn mặt bên của hình lăng trụ đã cho là các hình chữ nhật bằng nhau.

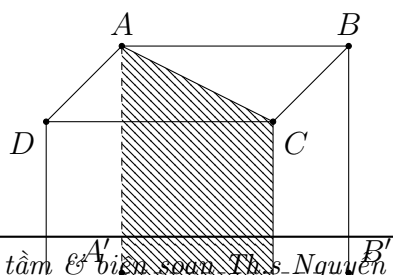
B. Hình lăng trụ đã cho có 5 mặt phẳng đối xứng.

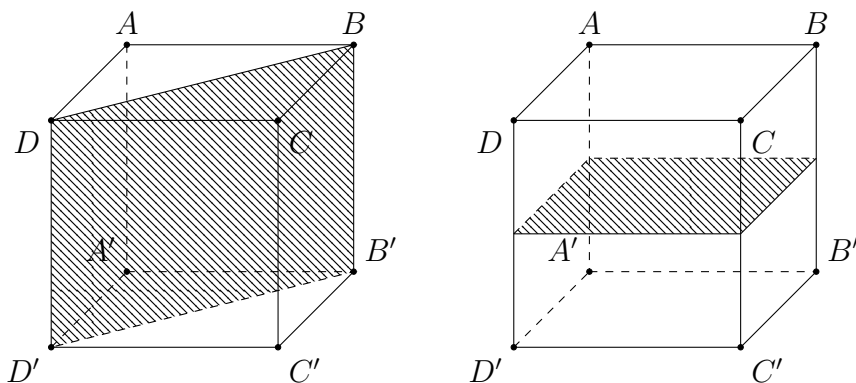
C. Trung điểm của đường chéo AC' là tâm đối xứng của hình lăng trụ.

D. Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = BB' \cdot S_{A'B'C'D'}$.

Lời giải.

Hình lăng trụ đứng có đáy là thoi có tất cả 3 mặt phẳng đối xứng là $(BDD'B')$, $(ACC'A')$ và mặt phẳng trung trực của đoạn AA' .





Chọn đáp án (B)

□

Câu 745. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. B. $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. C. $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{48}$.

Lời giải.

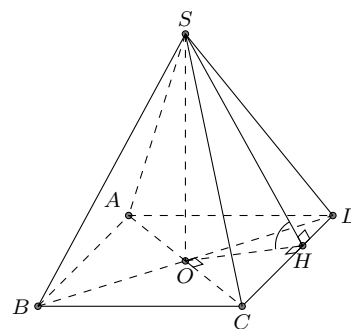
Ta có tam giác ABD là tam giác đều nên $BD = a$, $AO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $OD = \frac{a}{2}$, $OC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Từ O kẻ $OH \perp CD$ suy ra $\widehat{SHO} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông ODC có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OD^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{\frac{a^2}{4}} + \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$



Trong tam giác vuông SOH có $SO = OH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$.

Vậy $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

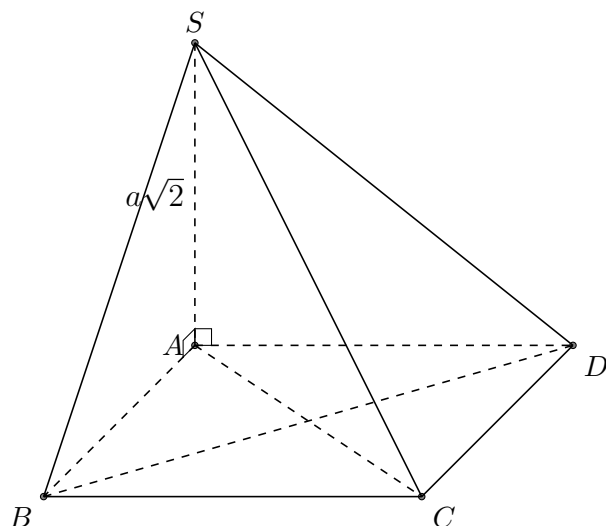
Chọn đáp án (B)

□

Câu 746. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $V = a^3\sqrt{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.



Diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$. Suy ra thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 747. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ với SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{1}{3}a^3$.

B. $\frac{1}{2}a^3$.

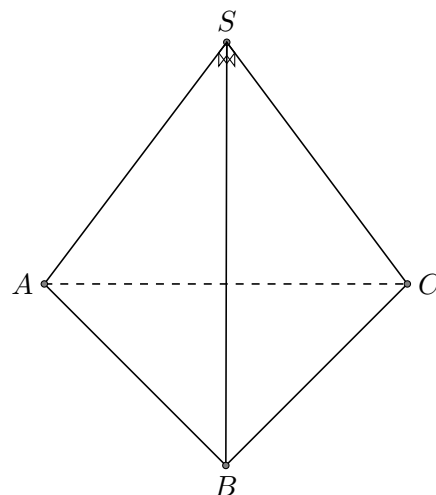
C. $\frac{1}{6}a^3$.

D. $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} V_{S.ABC} &= V_{A.SBC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta SBC} \cdot SA \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot SB \cdot SC \cdot SA = \frac{1}{6}a^3. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 748. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = a^3\sqrt{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

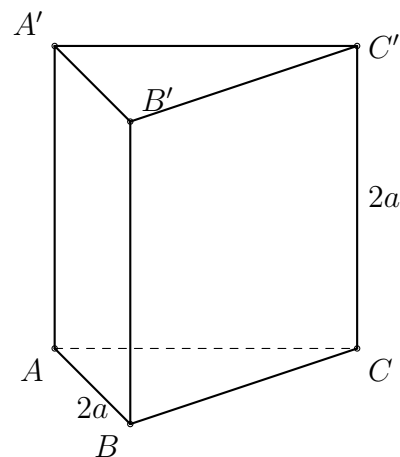
C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABC} = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Bởi vậy: $V = S_{ABC} \cdot AA' = a^2\sqrt{3} \cdot 2a = 2a^3\sqrt{3}$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 749. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 45^\circ$, $\triangle SAB$ là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của hình chóp $S.ABCD$ là

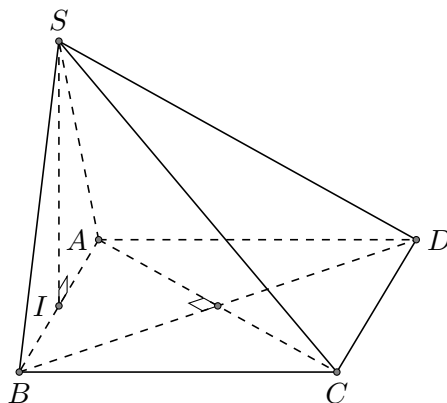
A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải.



Kẻ $SI \perp AB \Rightarrow SI = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.

$S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{BAD} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 750. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Gọi M là điểm thuộc cạnh CC' sao cho $CM = 3C'M$. Tính thể tích của khối chóp $M.ABC$ theo V .

A. $\frac{V}{4}$.

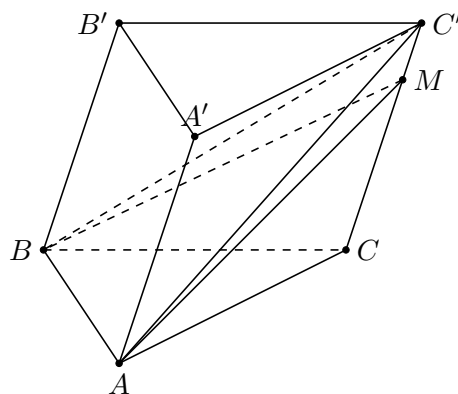
B. $\frac{3V}{4}$.

C. $\frac{V}{12}$.

D. $\frac{V}{6}$.

Lời giải.

Ta có $V_{C'.ABC} = \frac{V}{3}$. Lại có $\frac{V_{C'.ABC}}{V_{M.ABC}} = \frac{C'C}{MC} = \frac{4}{3}$.
Do đó $V_{M.ABC} = \frac{3}{4} \cdot V_{C'.ABC} = \frac{V}{4}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 751. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a, BC = 2a, SA = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $\frac{8a^3}{3}$.

B. $\frac{4a^3}{3}$.

C. $2a^3$.

D. $4a^3$.

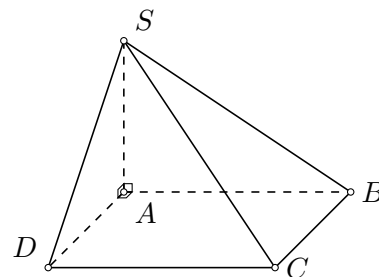
Lời giải.

Diện tích đáy $ABCD$ là

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC = a \cdot 2a = 2a^2.$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot 2a^2 = \frac{4a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 752. Thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

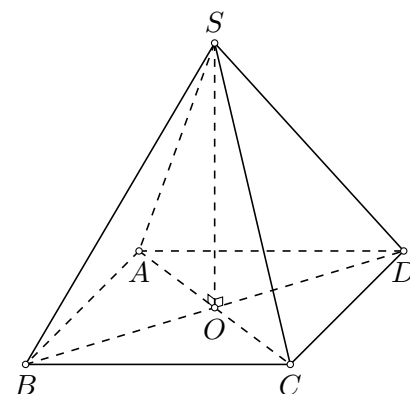
Lời giải.

— Diện tích đáy $ABCD$ là a^2 .

— Ta có $SO^2 = SB^2 - OB^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$.

$$\text{Suy ra } SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp cần tìm là } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 753. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B . Biết $AC = a\sqrt{2}, AA' = 2a$. Khi đó thể tích của lăng trụ đó bằng

A. a^3 .

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $4a^3$.

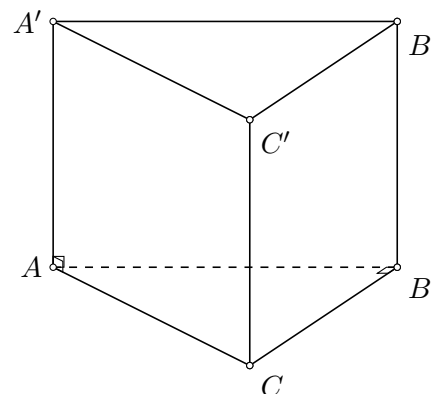
D. $\frac{4a^3}{3}$.

Lời giải.

Diện tích đáy ABC là $S = \frac{1}{2}a^2$.

Thể tích khối lăng trụ là

$$V = AA' \cdot S = 2a \cdot \frac{1}{2}a^2 = a^3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 754. Cho hình chóp $S.ABC$ có A' và B' lần lượt là trung điểm của SA và SB . Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng 24. Tính thể tích V của khối chóp $S.A'B'C'$.

A. $V = 12$.

B. $V = 8$.

C. $V = 6$.

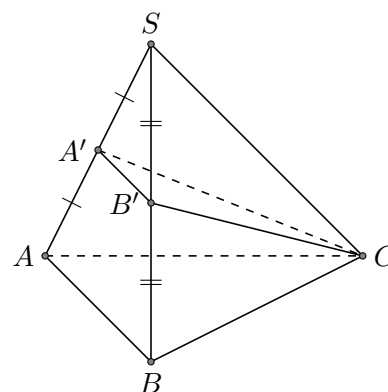
D. $V = 3$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{4}.$$

Từ đó suy ra $V_{S.A'B'C'} = \frac{V_{S.ABC}}{4} = 6$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 755. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Biết $SA = a$, tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = 2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

B. $V = 2a^3$.

C. $V = \frac{a^3}{6}$.

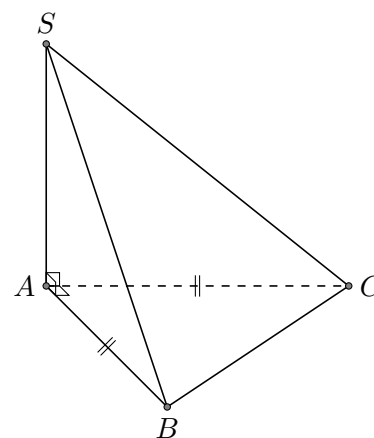
D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Lời giải.

Do cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) nên SA là đường cao của hình chóp $S.ABC$.

Do đó

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot SA \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{6} \cdot a \cdot 2a \cdot 2a = \frac{2a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 756. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính tỉ số thể tích của khối hộp đó và khối tứ diện $ACB'D'$.

A. $\frac{7}{3}$.

B. 3.

C. $\frac{8}{3}$.

D. 2.

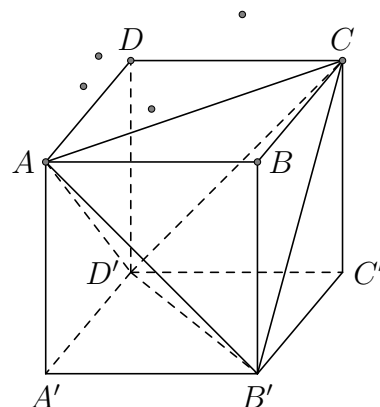
Lời giải.

Ta có

$$V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{ACDD'} - V_{AA'D'B'} - V_{ABCB'} - V_{CC'B'D'}.$$

$$\text{Mặt khác } V_{ACDD'} = V_{AA'D'B'} = V_{ABCB'} = V_{CC'B'D'} = \frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } V_{ACB'D'} = \frac{2}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'} \Rightarrow \frac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{V_{ACB'D'}} = 3.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 757. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}.$

B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}.$

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}.$

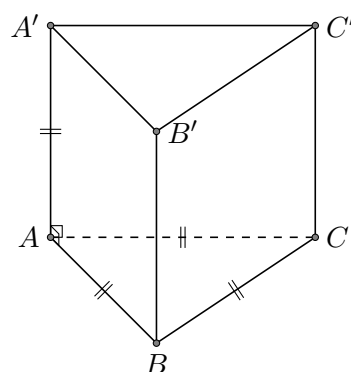
D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}.$

Lời giải.

Khối lăng trụ đã cho là lăng trụ đứng có cạnh bên bằng a , đáy là tam giác đều cạnh a .

Gọi V là thể tích khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a , khi đó

$$V = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án (D)

□

Câu 758. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hai khối hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

B. Hai khối lăng trụ có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

C. Hai khối lập phương có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

D. Hai khối chóp có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

Lời giải.

Dễ thấy:

Hai khối lăng trụ có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

Hai khối lập phương có diện tích toàn phần bằng nhau thì có cạnh bằng nhau nên chúng có thể tích bằng nhau.

Hai khối chóp có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

Do đó mệnh đề “Hai khối hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau” là mệnh đề sai.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 759. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a$, $A'A = 2a$. Thể tích của khối tứ diện $A'BB'C$ là

A. $\frac{2a^3}{3}.$

B. $2a^3.$

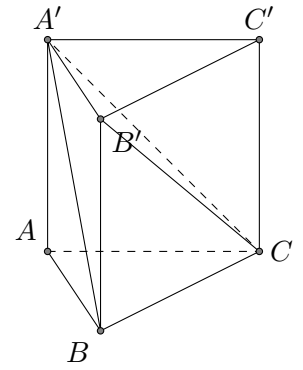
C. $a^3.$

D. $\frac{a^3}{3}.$

Lời giải.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = a^3$.

$$V_{A'BB'C} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 760. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. a^3 .

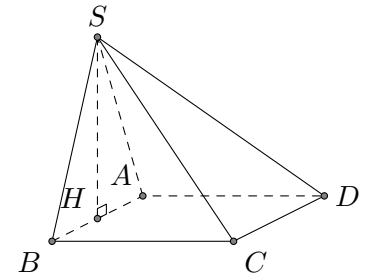
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có: $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $S_{ABCD} = a^2$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 761. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

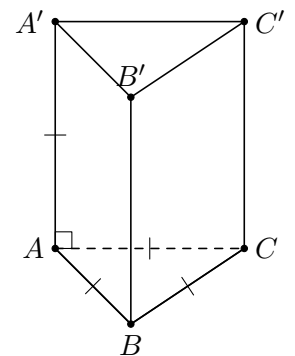
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Đáy là tam giác đều cạnh a nên diện tích đáy là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ là } V = S \cdot h = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 762. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết SAB là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

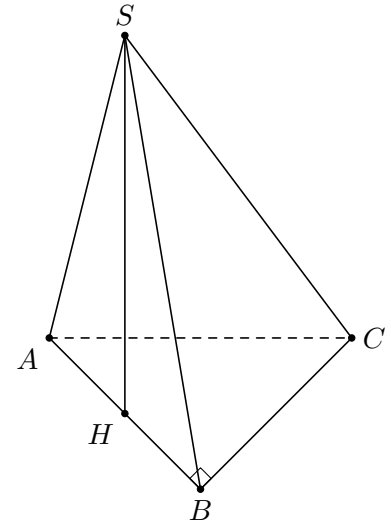
C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải.

$\triangle SAB$ đều cạnh a , suy ra $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$



Chọn đáp án **(D)**

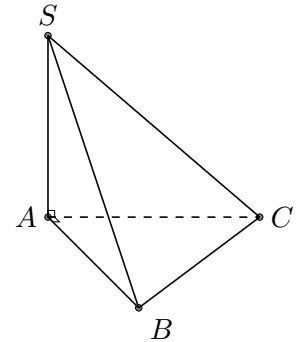
□

Câu 763. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , SA vuông góc với đáy và $AB = a$, $AC = 2a$, $SA = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = 6a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = 2a^3$. D. $V = 3a^3$.

Lời giải.

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = a^3.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 764. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và cạnh bên $AA' = a$.

- A. $\frac{9}{2}a^3$. B. $\frac{1}{2}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. D. $\frac{3}{2}a^3$.

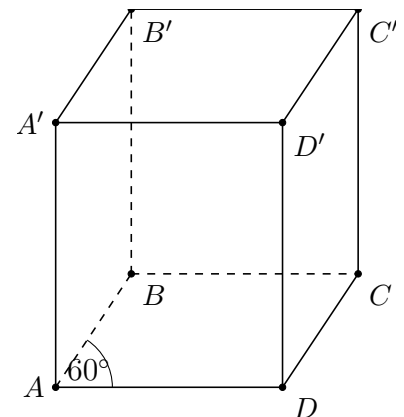
Lời giải.

Vì $ABCD$ là hình thoi nên tam giác ABD đều.

$$\Rightarrow S_{ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot S_{ABCD} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 765. Cho lăng trụ đứng tam giác $MNP.M'N'P'$ có đáy MNP là tam giác đều cạnh a ,

đường chéo MP' tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° . Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $MNP.M'N'P'$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

C. $\frac{3}{4}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

Lời giải.

Vì MNP là tam giác đều cạnh a nên $S_{MNP} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do $MNP.M'N'P'$ là lăng trụ đứng nên $PP' \perp MP$.

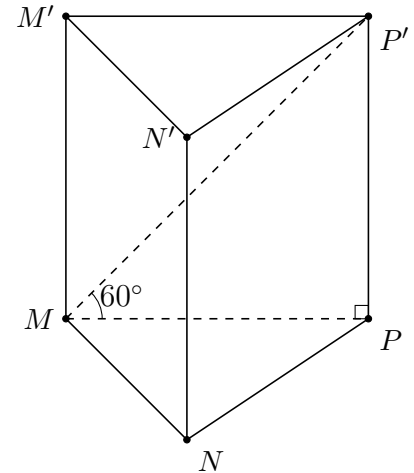
Mà MP' tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60°

$$\Rightarrow \widehat{PMP'} = 60^\circ.$$

$$\Rightarrow PP' = MP \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ là

$$V = S_{MNP} \cdot PP' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{3}{4}a^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 766. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác cân $AB = AC = a$, góc BAC bằng 120° , cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$.

B. $\frac{3}{4}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

D. $\frac{1}{4}a^3$.

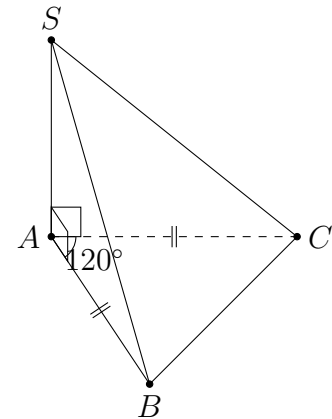
Lời giải.

Ta có

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Vì SA vuông góc với mặt phẳng đáy nên suy ra

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{4}a^3.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 767. Cho khối chóp $S.ABC$ có diện tích mặt đáy và thể tích lần lượt là $2a^2\sqrt{3}$ và $12a^3$. Độ dài đường cao của khối chóp là

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

B. $6a\sqrt{3}$.

C. $4a\sqrt{3}$.

D. $2a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi B , h lần lượt là diện tích đáy và chiều cao của khối chóp.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3}Bh \Leftrightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{3 \cdot 12a^3}{2a^2\sqrt{3}} = 6a\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 768. Tính thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng 2.

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$.

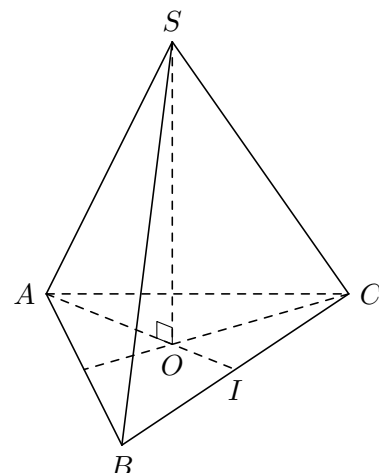
Gọi O là tâm của mặt đáy, khi đó $OA = \frac{2}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Áp dụng định lý Py-ta-go, ta có $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Vậy thể tích khối tứ diện $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SO = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

* Cách khác: Áp dụng công thức thể tích khối tứ diện đều:

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{2^3\sqrt{2}}{12} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 769. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và $\widehat{SAC} = 45^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{6}$.

B. a^3 .

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

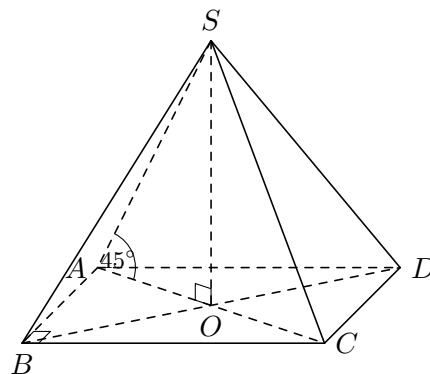
Lời giải.

$S_{ABCD} = a^2$.

Tam giác SAC cân tại S có $\widehat{SAC} = 45^\circ$ suy ra tam giác SAC

vuông cân tại $S \Rightarrow SO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy, $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 770. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SBC) tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{3}$.

B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $V = 3a^3$.

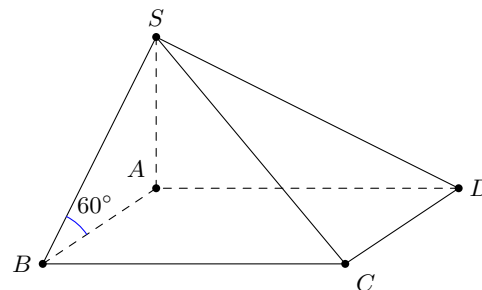
Lời giải.

Ta có $((SBC), (ABCD)) = (SB, AB) = \widehat{SBA} = 60^\circ$.

Tính được $SA = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$,

$S_{ABCD} = a \cdot a\sqrt{3} = a^2\sqrt{3}$.

Do vậy $V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = a^3$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 771. Cho hình hộp đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Đường thẳng DB_1 tạo với mặt phẳng (BCC_1B_1) góc 30° . Tính thể tích V khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

A. $V = a^3 \cdot \sqrt{3}$.

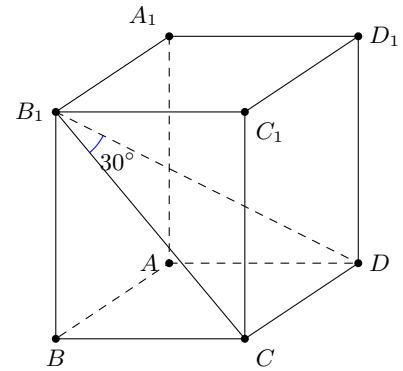
B. $V = a^3 \cdot \sqrt{2}$.

C. $V = a^3$.

D. $V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Vì $DC \perp (BCC_1B_1)$ nên $(DB_1, (BCC_1B_1)) = \widehat{CB_1D} = 30^\circ$. Từ đó tính được $B_1C = \frac{CD}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}$, suy ra $CC_1 = \sqrt{B_1C^2 - BC^2} = a\sqrt{2}$.
 Vậy, $V = CC_1 \cdot S_{ABCD} = a^3 \cdot \sqrt{2}$.



Chọn đáp án (B)

□

Câu 772. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp đã cho.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

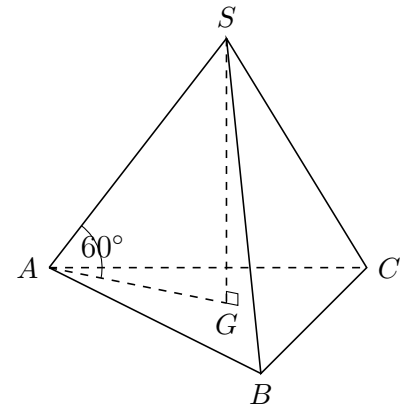
D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Diện tích } S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Ta có: } AG = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SG = AG \cdot \tan 60^\circ = a.$$

$$\text{Suy ra: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SG \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$



Chọn đáp án (A)

□

Câu 773. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$ và $SA = SB = SC = SD = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$.

Lời giải.

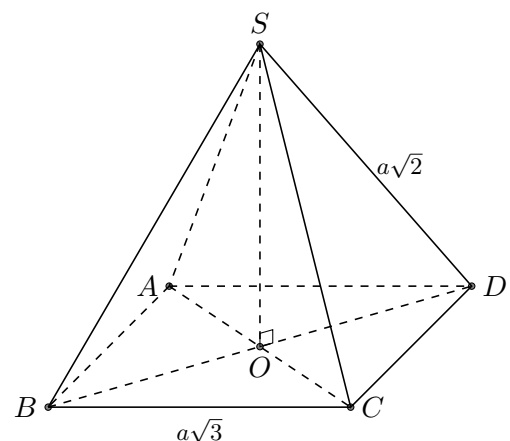
Ta có $S_{ABCD} = AB^2 = (a\sqrt{3})^2 = 3a^2$. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

$$BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

$$\Rightarrow SO = \sqrt{SB^2 - BO^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{3a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot 3a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 774. Tính thể tích của khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = AA' = a$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. a^3 .

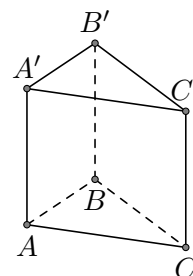
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA'$.

Mà $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, và $AA' = a$.

Nên $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 775. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. Tam giác ABC vuông cân tại B , biết $SA = AC = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2}{3}a^3$.

B. $\frac{1}{3}a^3$.

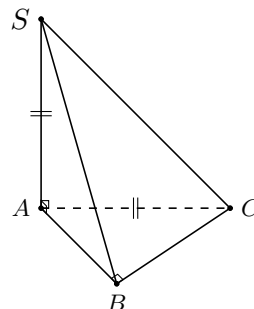
C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

D. $\frac{4}{3}a^3$.

Lời giải.

Tam giác ABC vuông cân tại B có cạnh huyền $AC = 2a$ nên có diện tích

$S_{ABC} = a^2$. Khi đó thể tích khối chóp $V_{SABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{2}{3}a^3$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 776. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Khi đó tỉ số thể tích giữa khối chóp $S.MNC$ và khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

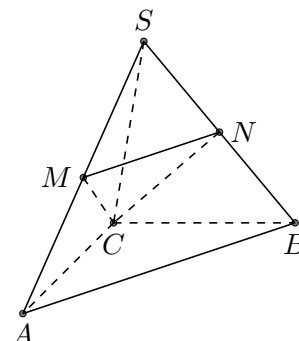
C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Ta có:

$$\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{1}{4}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 777. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang đáy AB và CD với $AB = 2CD = 2a$; cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = \sqrt{3}a$. Tính chiều cao h của hình thang $ABCD$, biết khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $\sqrt{3}a^3$.

A. $h = 2a$.

B. $h = 4a$.

C. $h = 6a$.

D. $h = a$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = \frac{3V_{S.ABCD}}{SA} = 3a^2$. Suy ra $h = \frac{2S_{ABCD}}{AB + AC} = 2a$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 778. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 1. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V = \frac{1}{3}$.

B. $V = \frac{1}{6}$.

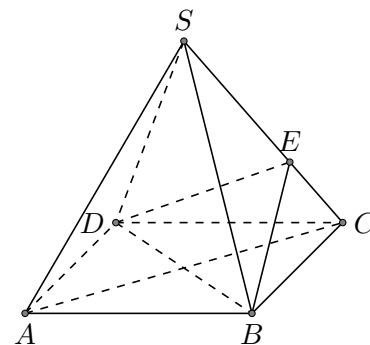
C. $V = \frac{1}{12}$.

D. $V = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{V_{S.EBD}}{V_{S.CBD}} = \frac{SE}{SC}$

$$\Rightarrow V_{S.EBD} = \frac{2}{3} \cdot V_{S.CBD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 779. Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^3$. Tính chiều cao h của hình lăng trụ đã cho.

A. $h = a$.

B. $h = 9a$.

C. $h = 3a$.

D. $h = \frac{a}{3}$.

Lời giải.

Đường cao của hình lăng trụ là $h = \frac{V}{S_{ABCD}} = \frac{3a^3}{a^2} = 3a$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 780. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , $AB = \sqrt{5}a$, $AC = a$. Cạnh $SA = 3a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = a^3$.

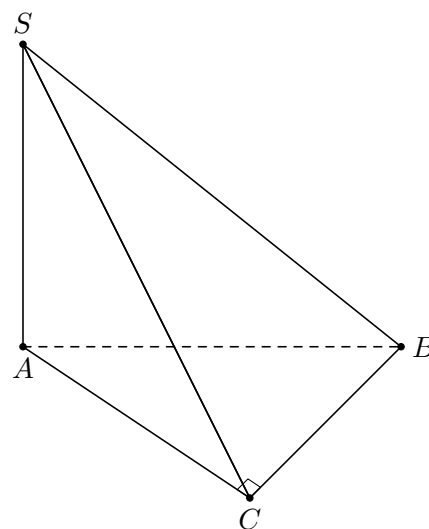
B. $V = \frac{\sqrt{5}}{3}a^3$.

C. $V = 2a^3$.

D. $V = 3a^3$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có} \\ V &= \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot CA \cdot CB \cdot SA \\ &= \frac{1}{6} \cdot a \cdot \sqrt{5a^2 - a^2} \cdot 3a \\ &= a^3. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 781. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $\sqrt{3}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $4\sqrt{3}a^3$.

C. $\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, ta có $CD \parallel (SAB)$

$$\Rightarrow d(SA, CD) = d(CD; (SAB)) = 2d(O; (SAB)) = a\sqrt{3}.$$

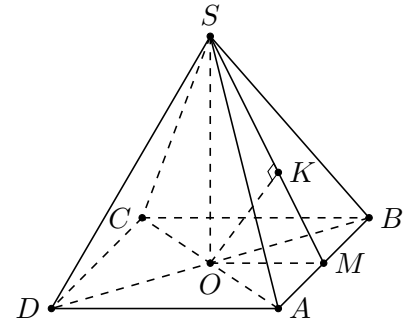
Gọi M là trung điểm của AB , kẻ $OK \perp SM$ tại K .

$$\text{Khi đó } OK \perp (SAB) \Rightarrow d(O; (SAB)) = OK = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SMO, \text{ ta có } \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OK^2}$$

$$\Rightarrow SO = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{4\sqrt{3}}{3}a^3.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 782. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, góc hợp bởi đường thẳng AA' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng 45° hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{9}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

$$— S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BA \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$AC = \sqrt{BA^2 + BC^2} = 2a.$$

— Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$

$$\Rightarrow B'G \perp (ABC)$$

Gọi M là trung điểm của AC

$$\Rightarrow BG = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}AC = \frac{2a}{3}.$$

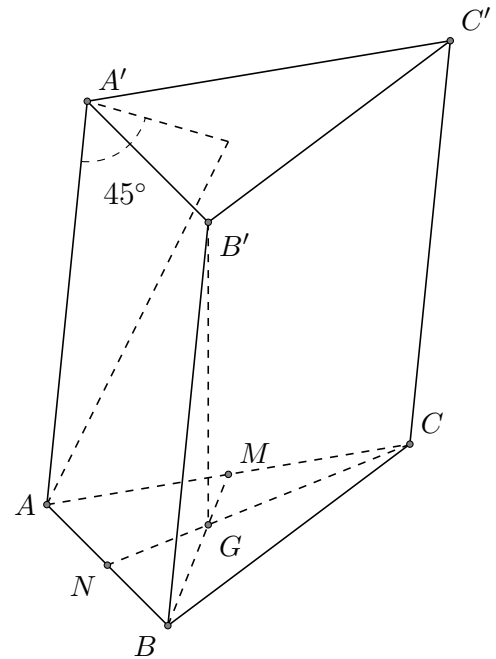
$$— (\overline{AA'}, (A'B'C')) = 45^\circ \Rightarrow (\overline{BB'}, (ABC)) = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{B'BG} = 45^\circ$$

 $\triangle B'BG$ vuông tại G

$$\Rightarrow B'G = GB = \frac{2a}{3}$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = B'G \cdot S_{ABC} = \frac{2a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 783. Kim tự tháp Kê-ốp ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước Công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao 147m, cạnh đáy dài 230m. Thể tích của nó là

A. 7776300m³.

B. 3888150m³.

C. 2592100m³.

D. 2592100m².

Lời giải.

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp

$$V = \frac{1}{3}230^2 \cdot 147 = 2592100\text{m}^3.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 784. Cho hình hộp chữ nhật có đường chéo $d = \sqrt{21}$. Độ dài kích thước của hình hộp chữ nhật lập thành một cấp số nhân có công bội $q = 2$. Thể tích của khối hộp chữ nhật là

A. $V = \frac{8}{3}$.

B. $V = 8$.

C. $V = \frac{4}{3}$.

D. $V = 6$.

Lời giải.

Xét hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài kích thước ba cạnh lần lượt là $AA' = a$, $AB = b$, $AD = c$ và đường chéo AC' .

Theo bài ra có a, b, c lập thành cấp số nhân với công bội $q = 2$, suy ra $\begin{cases} b = 2a \\ c = 4a. \end{cases}$

Mặt khác đường chéo $AC' = \sqrt{21} \Rightarrow AA'^2 + AB^2 + AD^2 = 21 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 21$.

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} c = 2b = 4a \\ a^2 + b^2 + c^2 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2b = 4a \\ 21a^2 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 4. \end{cases}$$

Vậy thể tích khối hộp chữ nhật $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 8$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 785. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{6}$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

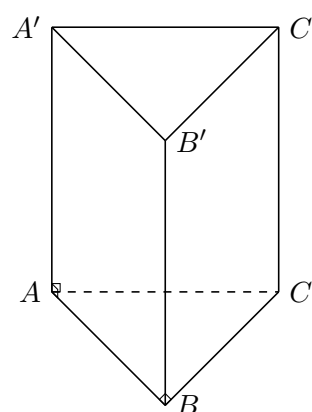
C. $V = \frac{a^3}{2}$.

D. $V = a^3$.

Lời giải.

Ta có $\triangle ABC$ vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$.

Thể tích của khối lăng trụ $V = S_{ABC} \cdot BB' = \frac{1}{2}AB \cdot BC \cdot BB' = \frac{1}{2}a^3$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 786. Có thể chia một khối lập phương thành bao nhiêu khối tứ diện có thể tích bằng nhau mà các đỉnh của tứ diện cũng là đỉnh của hình lập phương?

A. 2.

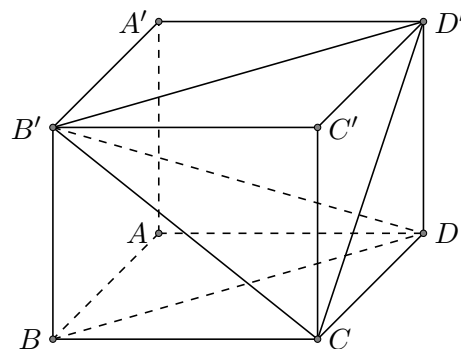
B. 8.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

- Chia hình lập phương thành 2 lăng trụ bằng nhau $BCD.B'C'D'$ và $ABD.A'B'D'$.
- Tiếp tục chia lăng trụ $BCD.B'C'D'$ thành 3 khối chóp có thể tích bằng nhau $C.B'C'D'$, $B'.BCD$ và $B'.DD'C$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 787. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD . Tính thể tích khối chóp $G.ABCD$.

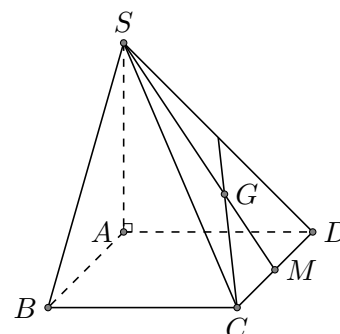
- A. $\frac{1}{6}a^3$. B. $\frac{1}{12}a^3$. C. $\frac{2}{17}a^3$. D. $\frac{1}{9}a^3$.

Lời giải.

Gọi M lần lượt là trung điểm của CD .

$$\text{Ta có } \frac{d(G, (ABCD))}{d(S, (ABCD))} = \frac{GM}{SM} = \frac{1}{3}.$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } V_{G.ABCD} &= \frac{1}{3} \cdot d(G, (ABCD)) \cdot S_{ABCD} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{9}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **D**

□

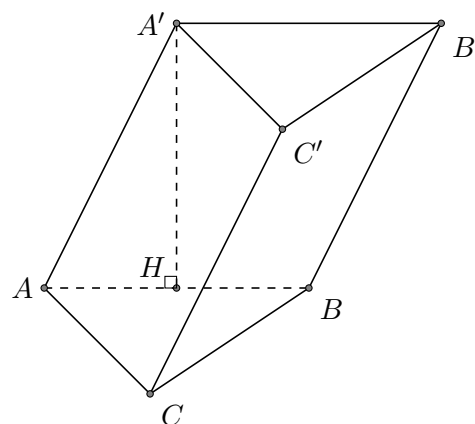
Câu 788. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB và $AA' = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $V = a^3\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2} \Rightarrow A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ } V = A'H \cdot \frac{1}{2}AB^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 789. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $AB = a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cạnh SC hợp với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $a^3\sqrt{2}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $3a^3$. D. $\frac{a^3}{2}$.

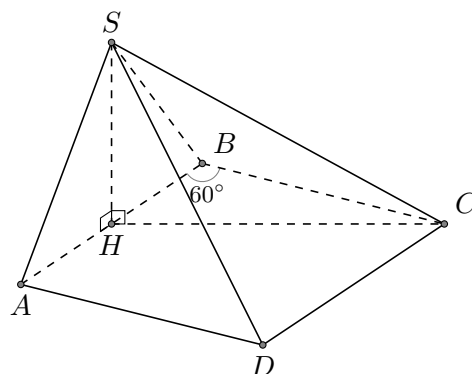
Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB , $\widehat{HCS} = 45^\circ$. Tam giác ABC đều

$$\Rightarrow CH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$SH = HC = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } S_{ABCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^3}{4} = \frac{a^3}{4}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 790. Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $9a$. Tính thể tích khối lăng trụ đó.

A. $9a^3$.

B. $36a^3$.

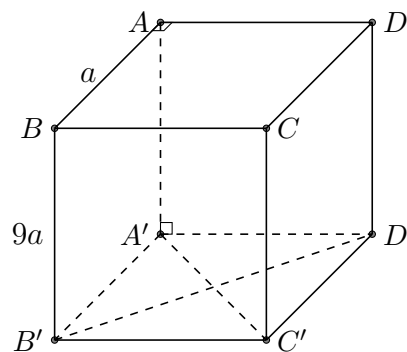
C. $12a^3$.

D. $3a^3$.

Lời giải.

Ta có $ABCD.A'B'C'D'$ là lăng trụ tứ giác đều nên có đáy là hình vuông và cạnh bên vuông góc với đáy.

$$\text{Suy ra } V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA' = a^2 \cdot 9a = 9a^3.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 791. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 40$.

B. $V = 24$.

C. $V = 32$.

D. $V = 192$.

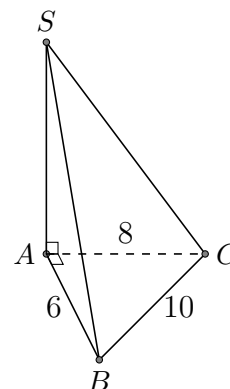
Lời giải.

$$\text{Ta có } AB^2 + AC^2 = 36 + 64 = 100 = BC^2$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \text{ vuông tại } A.$$

$$\text{Suy ra } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 24 = 32.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 792. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O có cạnh bằng a , góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

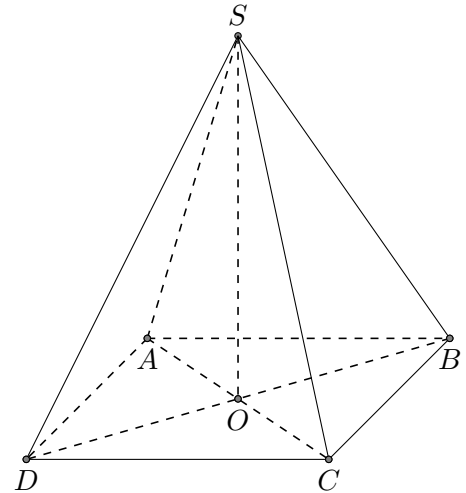
D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải.Ta có $\widehat{BAC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ là tam giác đều cạnh a

$$\Rightarrow AC = a, BO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BD = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Khi đó } S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}.$$

Chọn đáp án (A) □**Câu 793.** Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính thể tích V của khối chóp tứ giác $D.ABC'D'$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

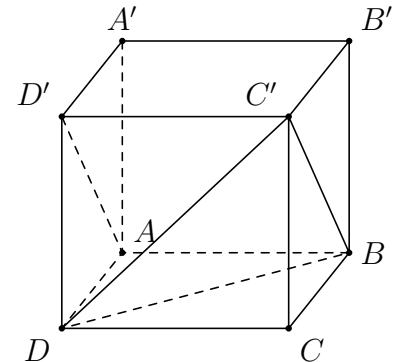
D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{ADD'.BCC'} = \frac{1}{2} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{2} a^3.$$

$$V_{C'.CBD} = \frac{1}{3} V_{ADD'.BCC'} = \frac{1}{6} a^3.$$

$$V_{D.ABC'D'} = V_{ADD'.BCC'} - V_{C'.BCD} = \frac{1}{3} a^3.$$

Chọn đáp án (B) □**Câu 794.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , đường chéo của mặt bên $ABB'A'$ là $AB' = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ đó là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

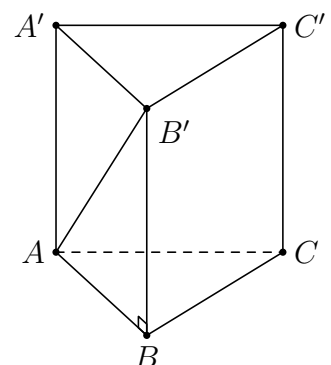
D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải.

$$\text{Tam giác } ABB' \text{ có } BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = a$$

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = S_{ABC} \cdot BB' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 795. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, góc giữa SC và mặt đáy bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3}{12}$.

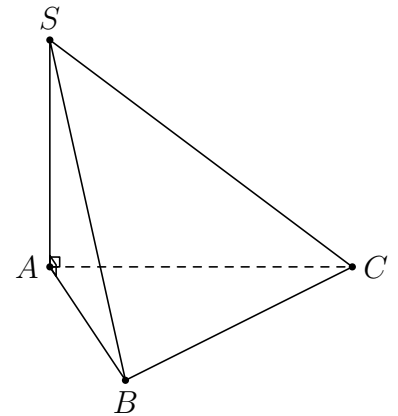
Lời giải.

Theo giả thiết, ta có $\widehat{(SC, (ABC))} = \widehat{SCA} = 30^\circ$.

$$\Rightarrow SA = AC \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3}{12}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 796. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích là V , gọi I, J lần lượt là trung điểm hai cạnh bên SB và SC . Tính thể tích V' của khối chóp $S.AIJ$ theo V .

A. $V' = \frac{V}{2}$.

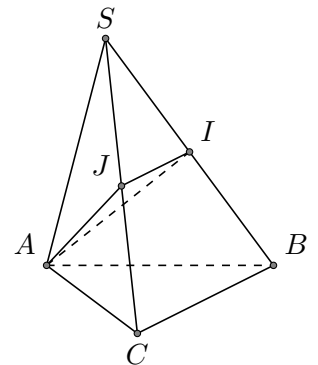
B. $V' = \frac{V}{4}$.

C. $V' = \frac{V}{3}$.

D. $V' = \frac{2V}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.AIJ}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SI}{SB} \cdot \frac{SJ}{SC} = \frac{1}{4} \Rightarrow V' = \frac{V}{4}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 797. Tính thể tích V của khối chóp $C'.ABC$ biết thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng a^3 .

A. $V = 3a^3$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{a^3}{9}$.

D. $V = 9a^3$.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao lăng trụ.

$$\text{Ta có } V_{C'.ABC} = \frac{1}{3} \cdot d(C', (ABC)) \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} V_{\text{lăng trụ}} = \frac{a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 798. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông cân tại A và $BC = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = a^3\sqrt{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = a^3$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC .

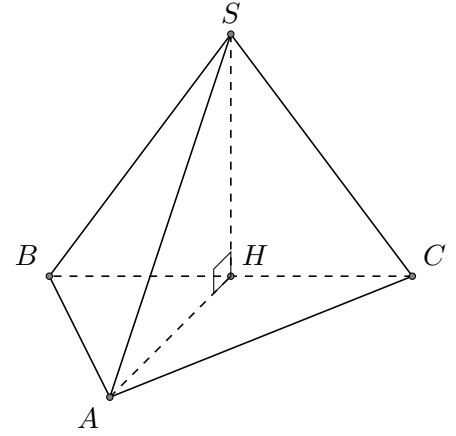
Do $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Mặt khác do $SA = SB = SC$ nên S thuộc trục đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

$$AH = \frac{BC}{2} = a, SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a.$$

$$AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 799. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Biết rằng $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AD = AB = 2a$, $BC = \frac{3a}{2}$. Gọi I là trung điểm cạnh đáy AB . Tính thể tích V của khối chóp $S.ICD$.

A. $V = \frac{7a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $V = \frac{7a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $V = \frac{7a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $V = \frac{7a^3\sqrt{3}}{4}$.

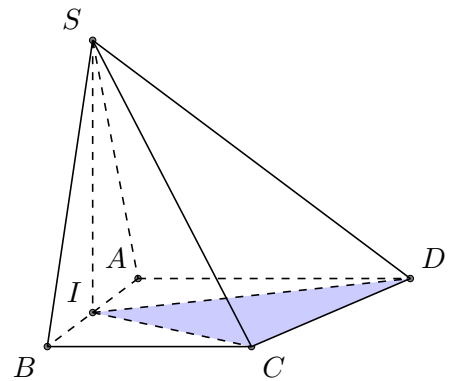
Lời giải.

$$\text{Do } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SI \perp (ABCD). \\ SI \perp AB \text{ trong } (SAB) \end{cases}$$

$$\triangle SAB \text{ đều nên } SI = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$S_{ICD} = S_{ABCD} - S_{AID} - S_{BCI} = \frac{(2a + \frac{3a}{2})2a}{2} - \frac{3a^2}{4} - a^2 = \frac{7a^2}{4}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp là } V_{S.ICD} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ICD} = \frac{7a^3\sqrt{3}}{12}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 800. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$, AB' hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 30° . Thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

B. $V = \frac{3a^3}{2}$.

C. $V = \frac{a^3}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

Ta có $ABCD$ là hình thoi cạnh a có $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên

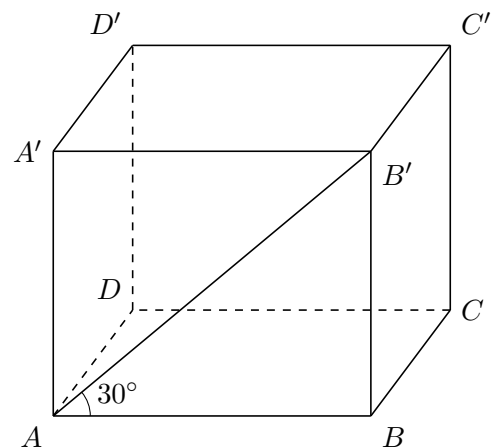
$$S_{ABCD} = AB \times AD \times \sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Tam giác ABB' vuông tại B có $\widehat{B'AB} = 30^\circ$ nên

$$BB' = AB \times \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

$$V = S_{ABCD} \times BB' = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \times \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3}{2}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 801. Cho hình chóp $S.ABC$ có $V_{S.ABC} = 6a^3$. Gọi M, N, Q lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB, SC sao cho $SM = MA, SN = NB, SQ = 2QC$. Tính $V_{S.MNQ}$.

- A. $V_{S.MNQ} = a^3$. B. $V_{S.MNQ} = 2a^3$. C. $V_{S.MNQ} = 3a^3$. D. $V_{S.MNQ} = \frac{a^3}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.MNQ}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SQ}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.MNQ} = \frac{1}{6} V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot 6a^3 = a^3.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 802. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$, cạnh SB vuông góc với đáy và mặt phẳng (SAD) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAD) \cap (ABCD) = AD \\ SB \perp (ABCD) \\ BA \perp AD \end{cases}$$

$\Rightarrow SA \perp AD$ (Định lý ba đường vuông góc).

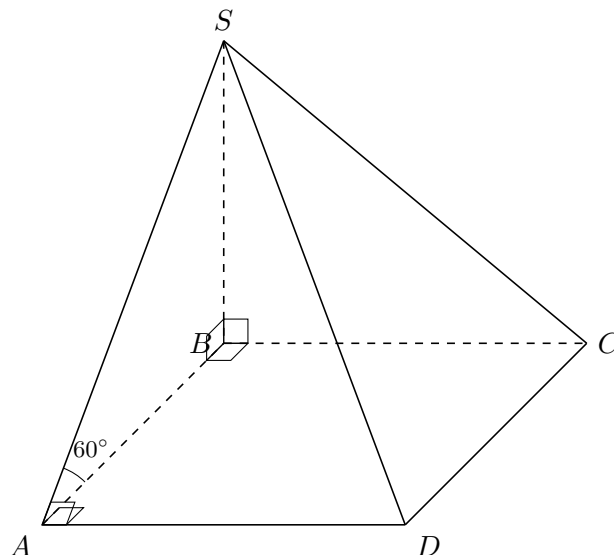
$\Rightarrow \widehat{SAB}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$. Do đó, ta có $\widehat{SAB} = 60^\circ$.

Tam giác SAB vuông tại B có $\widehat{SAB} = 60^\circ$ nên

$$SB = AB \times \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}.$$

Vậy thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \times SB = \frac{1}{3} \times 4a^2 \times 2a\sqrt{3} = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 803. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $B, AB = a, BC = 2a$. Biết lăng trụ có thể tích $V = 2a^3$. Tính khoảng cách d giữa hai đáy của lăng trụ theo a .

- A. $d = 3a$. B. $d = a$. C. $d = 6a$. D. $d = 2a$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{\triangle ABC} = a^2 \text{ suy ra } d = h = \frac{V}{S_{\triangle ABC}} = 2a.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 804. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Tính thể tích V của hình chóp $S.ABCD$ biết $AB = a, AD = 3a, SA = 2a$.

- A. $V = 3a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 6a^3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} SA \cdot AB \cdot AD = 2a^3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 805. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Tính tỉ số thể tích giữa khối đa diện $A'B'C'BC$ và $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{5}{6}$.

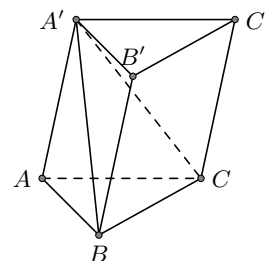
D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = V_{A'B'C'BC} + V_{A'.ABC}$.

Mà $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.

Do đó $V_{A'B'C'BC} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 806. Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo có thể tích không đổi bằng 8 m^3 , thùng tôn hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, không nắp. Trên thị trường, giá tôn là đáy thùng là 100.000 đồng/m^2 , giá tôn làm thành xung quanh thùng là 50.000 đồng/m^2 . Hỏi người bán gạo đó cần đóng thùng đựng gạo với cạnh đáy bằng bao nhiêu để chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất?

A. 3 m.

B. 1,5 m.

C. 2 m.

D. 1 m.

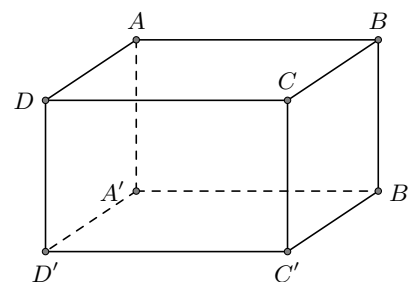
Lời giải.

Gọi a là chiều dài cạnh đáy hình vuông của hình hộp chữ nhật, b

là chiều cao của hình hộp chữ nhật.

Khi đó ta có $a^2b = 8 \Leftrightarrow ab = \frac{8}{a}$.

Diện tích đáy hình hộp là a^2 , diện tích xung quanh là $4ab$.



Chi phí (nghìn đồng) làm thùng là

$$100a^2 + 50 \cdot 4ab = 100a^2 + \frac{1600}{a} = 100 \left(a^2 + \frac{16}{a} \right) = 100 \left(a^2 + \frac{8}{a} + \frac{8}{a} \right) \geq 100 \cdot 3 \sqrt[3]{a^2 \cdot \frac{8}{a} \cdot \frac{8}{a}} = 1200.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 807. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích bằng 1. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

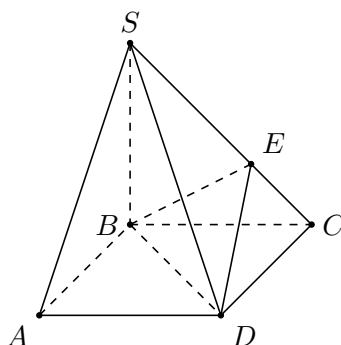
A. $V = \frac{2}{3}$.

B. $V = \frac{1}{6}$.

C. $V = \frac{1}{3}$.

D. $V = \frac{4}{3}$.

Lời giải.



Ta có $\frac{V_{SEBD}}{V_{SBCD}} = \frac{SE}{SC} = \frac{2}{3}$, suy ra $V_{SEBD} = \frac{2}{3}V_{SBCD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 808. Tính thể tích V của khối lập phương có các đỉnh là trọng tâm các mặt của khối bát diện đều cạnh a .

A. $V = \frac{8a^3}{27}$.

B. $V = \frac{a^3}{27}$.

C. $V = \frac{16a^3\sqrt{2}}{27}$.

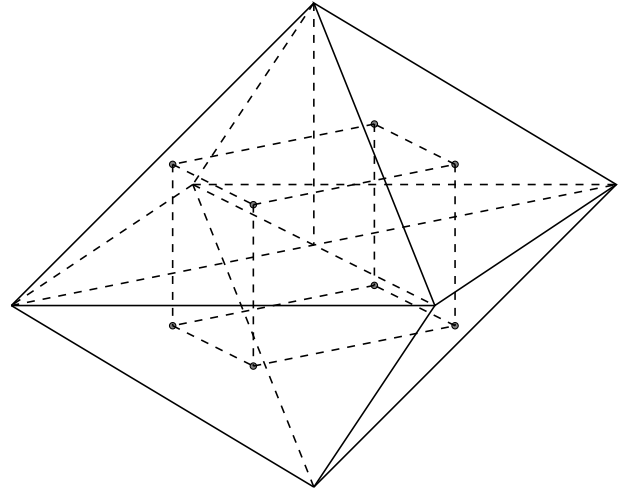
D. $V = \frac{2\sqrt{2}a^3}{27}$.

Lời giải.

Theo giả thiết suy ra cạnh của khối lập phương là

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Vậy thể tích khối lập phương là $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{27}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 809. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ với đáy ABC là tam giác vuông cân tại A . Biết $AB = 3a$, góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt đáy lăng trụ bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $A'.ABC$.

A. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$.

B. $V = \frac{9\sqrt{3}a^3}{2}$.

C. $V = \frac{27\sqrt{3}a^3}{2}$.

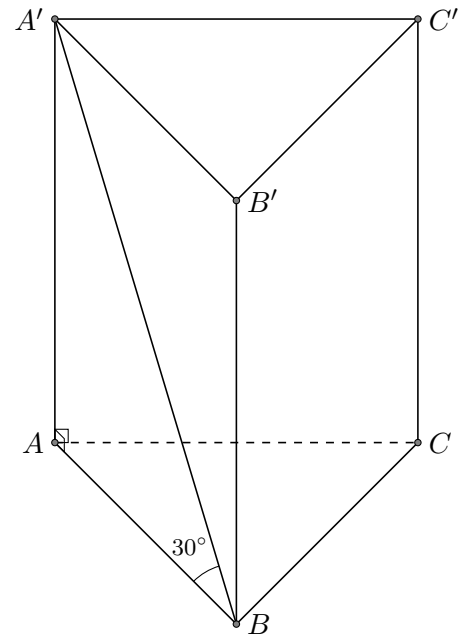
D. $V = \frac{9\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\widehat{(A'B, (ABC))} = \widehat{A'BA} = 30^\circ$.

Suy ra $A'A = a\sqrt{3}$.

Do đó $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 9a^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 810. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$; $AD = 3a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $ABCD$ và $SA = a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 6a^3$.

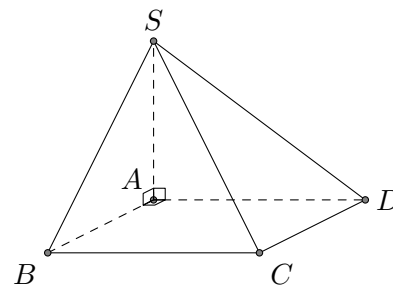
B. $V = a^3$.

C. $V = 3a^3$.

D. $V = 2a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}B \cdot h = \frac{1}{3}2a \cdot 3a \cdot a = 2a^3$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 811. Một khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối lập phương đó.

A. $V = 64a^3$.

B. $V = 8a^3$.

C. $V = 2\sqrt{2}a^3$.

D. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Gọi cạnh của khối lập phương là $x > 0$. Ta có công thức $x\sqrt{3} = a\sqrt{6} \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$. Vậy thể tích khối lập phương là $V = (a\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}a^3$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 812. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SB vuông góc với đáy (ABC) , $SB = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

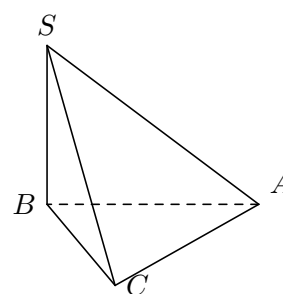
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 813. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm của BC . Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SM cắt SB , SC lần lượt tại E , F . Biết $V_{S.AEF} = \frac{1}{4}V_{S.ABC}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

B. $V = \frac{a^3}{8}$.

C. $V = \frac{2a^3}{5}$.

D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Lời giải.

Gọi $H = (P) \cap SM$. Do $(P) \perp SM \Rightarrow (P) \perp (SAM)$.

Có $\begin{cases} (P) \perp (SAM) \\ BC \perp (SAM) \end{cases} \Rightarrow BC \parallel (P) \text{ hay } BC \parallel (AEF) \Rightarrow BC \parallel EF$.

$$\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABC}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SF}{SC} = \left(\frac{SE}{SB}\right)^2 = \left(\frac{SH}{SM}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{SH}{SM} = \frac{1}{2} \Rightarrow H \text{ là trung điểm của } SM.$$

Vậy tam giác SAM vuông cân tại $A \Rightarrow SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 814. Cho khối tứ diện có thể tích V . Gọi V' là thể tích khối đa diện có các đỉnh là trung điểm của khối tứ diện đã cho. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$.

B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$.

C. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$.

D. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

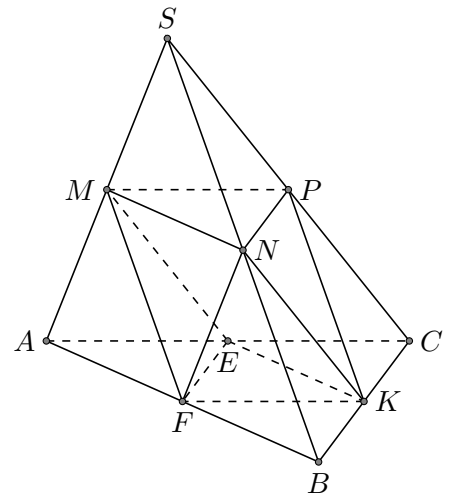
Giả sử khối tứ diện (như hình vẽ).

Gọi V_0 là thể tích khối $S.MNP$, ta có

$$\frac{V_0}{V} = \frac{SM \cdot SN \cdot SP}{SA \cdot SB \cdot SC} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_0 = \frac{V}{8}$$

$$\Rightarrow V' = V - 4 \cdot V_0 = \frac{V}{2}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V'}{V} = \frac{1}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 815. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB' \perp BC'$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{7a^3}{8}$.

B. $V = a^3\sqrt{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

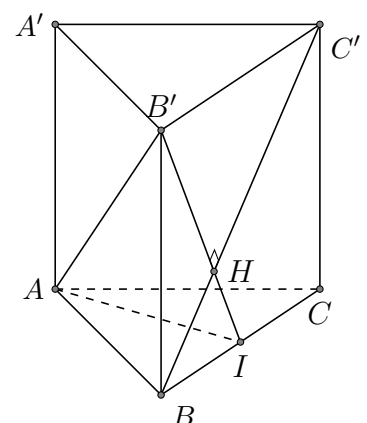
Gọi I là trung điểm BC , H là giao điểm của BC' và $B'C$.

$$\text{Có } \begin{cases} BC' \perp AI \\ BC' \perp AB' \end{cases} \Rightarrow BC' \perp B'I.$$

$$\text{Do } \triangle HB'C' \sim \triangle HIB \Rightarrow B'H = 2HI.$$

Xét tam giác $BB'I$ vuông tại B , BH là đường cao ta có $IH \cdot IB' = BI^2 \Rightarrow 3IH^2 = \frac{a^2}{4} \Rightarrow IH = \frac{a}{2\sqrt{3}} \Rightarrow B'I = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BB' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$V_{LT} = BB' \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 816. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B ; $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$. Biết SA vuông góc với mặt đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Tính theo a khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $d = \frac{1}{2}a$.

B. $d = \frac{1}{4}a$.

C. $d = a$.

D. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi E là trung điểm $AD \Rightarrow BE \parallel (SCD)$.

$$d(B, (SCD)) = d(E, (SCD)) = \frac{1}{2}d(A, (SCD)).$$

$$d(A, (SCD)) = \frac{3V_{S.ACD}}{S_{SCD}}$$

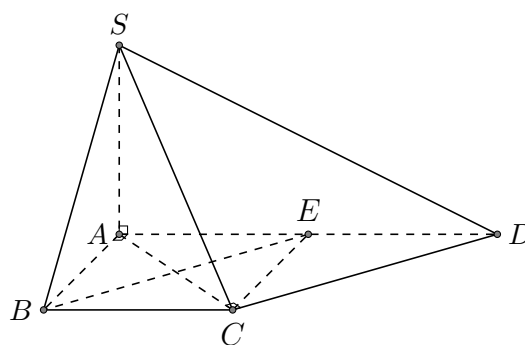
$$AC = a\sqrt{2}; EC = a \Rightarrow S_{ACD} = \frac{1}{2}EC \cdot AD = a^2.$$

$$V_{S.ACD} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

$$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2a;$$

$$\text{Tam giác } SCD \text{ vuông tại } D \Rightarrow S_{SCD} = \frac{1}{2} \cdot SC \cdot CD = a^2\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } d = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{a^2\sqrt{2}} = \frac{a}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 817. Cho (H) là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Tính thể tích của (H) .

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

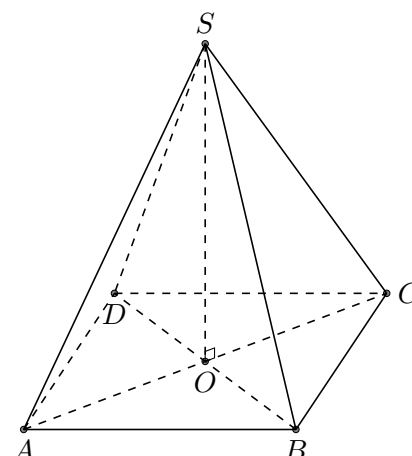
Gọi khối chóp tứ giác đều đó là $S.ABCD$.

Gọi O là giao điểm hai đường chéo hình vuông $ABCD$, ta có SO là đường cao hình chóp.

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$S_{ABCD} = a^2.$$

$$\text{Vậy thể tích cần tìm là } V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 818. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = 4a$ và $AB \perp (SBC)$. Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\widehat{SBC} = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $2a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

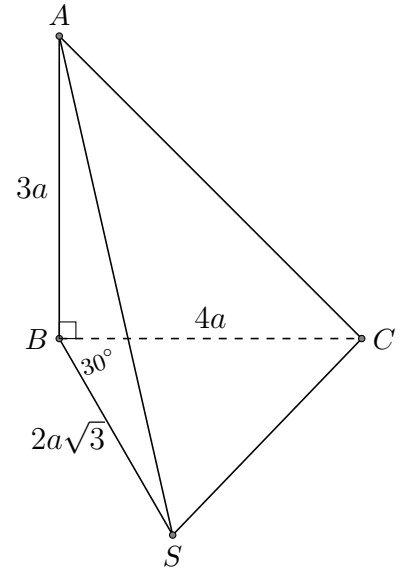
D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $S_{\triangle SBC} = \frac{1}{2}BC \cdot BS \cdot \sin \widehat{SBC} = \frac{1}{2}4a \cdot 2a\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ = 2a^2\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}AB \cdot S_{\triangle SBC} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot 2a^2\sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 819. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tam giác ACD' bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích V của hình lập phương.

A. $V = 8a^3$.

B. $V = a^3$.

C. $V = 2\sqrt{2}a^3$.

D. $V = 4\sqrt{2}a^3$.

Lời giải.

Gọi x là độ dài cạnh của hình lập phương

$$\text{Có } AC = AD' = CD' = x\sqrt{2} \text{ suy ra } S_{\triangle ACD'} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 2a.$$

$$\text{Vậy } V = x^3 = (2a)^3 = 8a^3.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 820. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAD}$ bằng 60° , gọi I là giao điểm của AC và BD . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của BI . Góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{39}}{12}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{39}}{24}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{39}}{8}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{39}}{48}$.

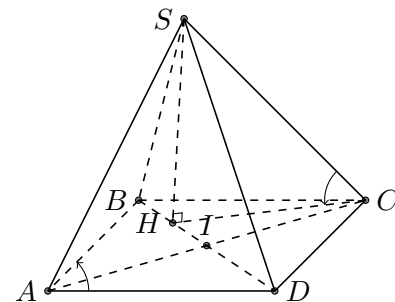
Lời giải.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ.$$

Hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$ là HC . Suy ra góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCH} = 45^\circ$.

$$SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp HC.$$

$$\text{Suy ra tam giác } SHC \text{ vuông cân tại } H \Rightarrow SH = HC.$$



$$\text{Tam giác } ABD \text{ là tam giác đều cạnh } a \Rightarrow IC = AI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } HI = \frac{1}{4}BD = \frac{a}{4}.$$

$ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$.

Suy ra tam giác HIC vuông tại I .

Do đó, ta có

$$\begin{aligned} HC &= \sqrt{HI^2 + IC^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} \\ &= \frac{a\sqrt{13}}{4}. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{13}}{4} \cdot a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{39}}{24}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 821. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD, BCC'B', CDD'C'$ lần lượt là $2a^2, 3a^2, 6a^2$. Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $36a^3$.

B. $6a^3$.

C. $36a^6$.

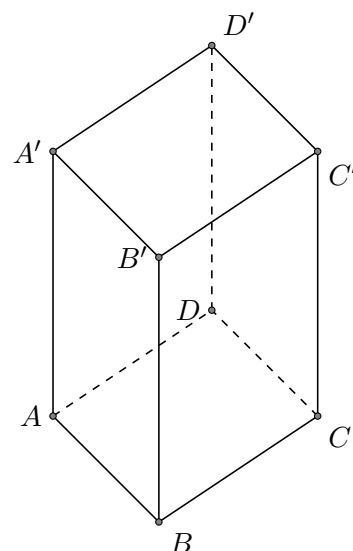
D. $6a^2$.

Lời giải.

Ta đặt $AB = x, AD = y, AA' = z$. Khi đó theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} xy = 2a^2 \\ xz = 3a^2 \\ yz = 6a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 2a^2 \\ xz = 3a^2 \\ xyz = 6a^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ y = 2a \\ z = 3a. \end{cases}$$

Vậy thể tích khối hộp chữ nhật $V = 6a^3$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 822. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm đáy $ABCD$. Khi đó $SO \perp (ABCD)$ suy ra AC là hình chiếu vuông góc của SA lên mặt phẳng đáy.

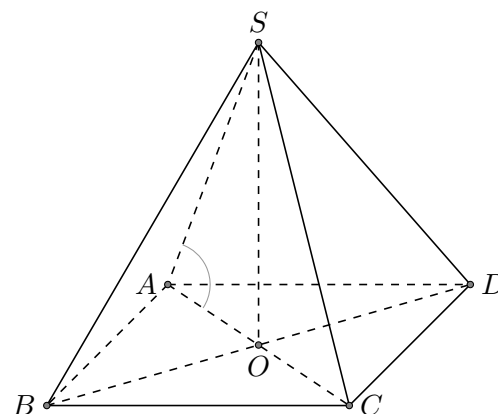
Khi đó góc giữa cạnh bên SA và đáy là góc $\widehat{SAO}$.

Suy ra $\widehat{SAO} = 60^\circ$ hay tam giác SAC đều.

$$\text{Ta có } SO = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Vậy thể tích khối chóp là

$$V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 823. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , biết $A'A = A'B = A'C = a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

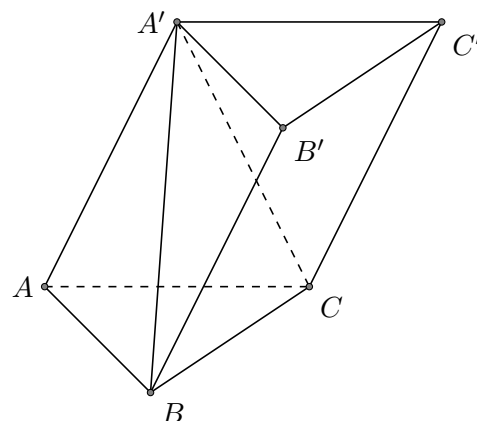
D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra tứ diện $A'ABC$ đều có cạnh a nên có thể tích là $V_{A'ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Khi đó

$$V_{ABC.A'B'C'} = d(A', (ABC)) \cdot S_{ABC} = 3V_{A'ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 824. Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{27}{4}$.

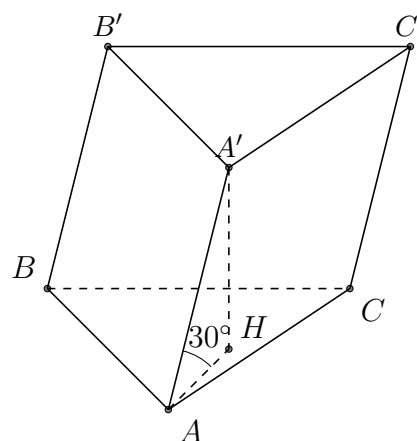
D. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có H là hình chiếu vuông góc của A' lên trên mặt phẳng đáy (ABC) .

Ta có $AB = 3$, $AA' = 2\sqrt{3}$ nên $A'H = AA' \cdot \sin 30^\circ = \sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{27}{4}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 825. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy là hình thang $ABCD$ vuông tại A và B có $AB = a$, $AD = 3a$, $BC = a$. Biết $SA = a\sqrt{3}$, tính thể tích khối chóp $S.BCD$ theo a .

A. $2\sqrt{3}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

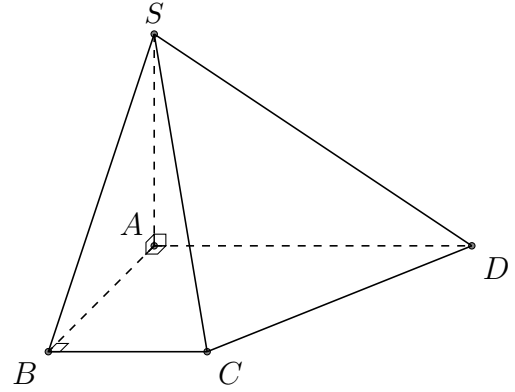
C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải.

Diện tích mặt đáy (BCD): $S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2}a^2$.

Thể tích khối chóp $S.BCD$: $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 826. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a\sqrt{5}$, $A'B$ tạo với mặt đáy lăng trụ góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $a^3\sqrt{6}$.

B. $\frac{5a^3\sqrt{15}}{2}$.

C. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{3}$.

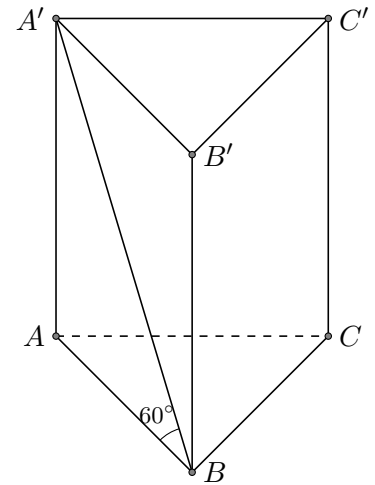
D. $4a^3\sqrt{6}$.

Lời giải.

Ta có $AA' \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{A'BA} = (\widehat{A'B; (ABC)}) = 60^\circ$.

Do đó $AA' = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{15}$; $S_{ABC} = \frac{AB^2}{2} = \frac{5a^2}{2}$.

Suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = Sh = \frac{5a^2}{2} \cdot a\sqrt{15} = \frac{5a^3\sqrt{15}}{2}$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 827. Thể tích khối tứ diện đều cạnh $a\sqrt{3}$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Thể tích khối tứ diện đều cạnh $a\sqrt{3}$ là $V = \frac{(a\sqrt{3})^3 \cdot \sqrt{2}}{12} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 828. Cho hình chóp $O.ABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc tại O và $OA = 2$, $OB = 3$, $OC = 6$. Thể tích của khối chóp bằng

A. 12.

B. 6.

C. 24.

D. 36.

Lời giải.

Ta có $V_{OABC} = \frac{1}{3}OA \cdot S_{OBC} = \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC = 6$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 829. Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $3a^2$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp bằng

A. $6a^3$.

B. $2a^3$.

C. $3a^3$.

D. a^3 .

Lời giải.

$$V = \frac{hS}{3} = 2a^3.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 830. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, biết $AA' = 4a$, $AC = 2a$, $BD = a$. Thể tích của khối lăng trụ là

A. $2a^3$.

B. $8a^3$.

C. $\frac{8a^3}{3}$.

D. $4a^3$.

Lời giải.

$$V = AA' \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{2} AA' \cdot AC \cdot BD = 4a^3.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 831. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi G là trọng tâm $\triangle ACD$. Tính thể tích khối chóp $G.BCD$ theo V .

A. $\frac{V}{2}$.

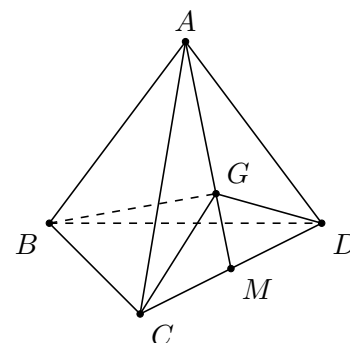
B. $\frac{V}{3}$.

C. $\frac{2V}{3}$.

D. $\frac{2V}{9}$.

Lời giải.Gọi M là trung điểm CD . Ta có

$$\frac{d(G, (BCD))}{d(A, (BCD))} = \frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}.$$

Do đó thể tích $G.BCD$ bằng $\frac{V}{3}$.Chọn đáp án (B) □

Câu 832. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = AB = a$, $AC = 2a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

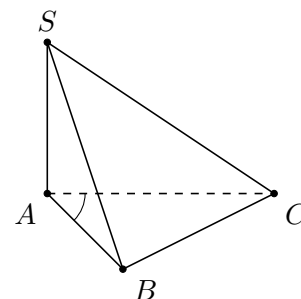
C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$\text{Diện tích } \triangle ABC \text{ là } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 833. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC} = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $A.CC'B'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

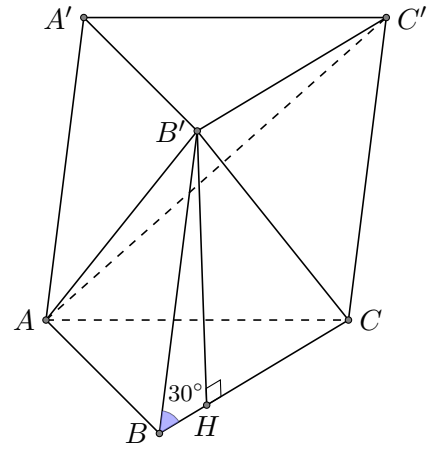
Lời giải.

Kẻ $B'H$ vuông góc với BC ($H \in BC$) $\Rightarrow B'H \perp (ABC)$.

Ta có $B'H = BB' \cdot \sin 30^\circ = 4a \cdot \frac{1}{2} = 2a$.

$$V_{ABC.A'B'C'} = B'H \cdot S_{\Delta ABC} = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Từ đó } V_{A.CC'B'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 834. Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng 150. Thể tích của khối lập phương đó là

A. 145.

B. 125.

C. 25.

D. 625.

Lời giải.

Gọi a là độ dài cạnh của hình lập phương, diện tích mỗi mặt của hình lập phương là a^2 .

Theo bài ra ta có $6 \cdot a^2 = 150 \Rightarrow a = 5$.

Vậy thể tích của khối lập phương tương ứng là $V = a^3 = 125$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 835. Cho hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a . Thể tích của khối lăng trụ này là

A. a^3 .

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải.

Lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh a nên diện tích mặt đáy của khối lăng trụ là $B = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là : $V = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 836. Cho khối lăng trụ có thể tích bằng 58 cm^3 và diện tích đáy bằng 16 cm^2 . Chiều cao của lăng trụ là

A. $\frac{8}{87} \text{ cm}$.

B. $\frac{87}{8} \text{ cm}$.

C. $\frac{8}{29} \text{ cm}$.

D. $\frac{29}{8} \text{ cm}$.

Lời giải.

Gọi $h(\text{cm})$ là chiều cao của khối lăng trụ, ta có : $16h = 58 \Rightarrow h = \frac{58}{16} = \frac{29}{8}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 837. Khối chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau, $SA = 2a, SB = 3a, SC = 4a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ tính theo a là

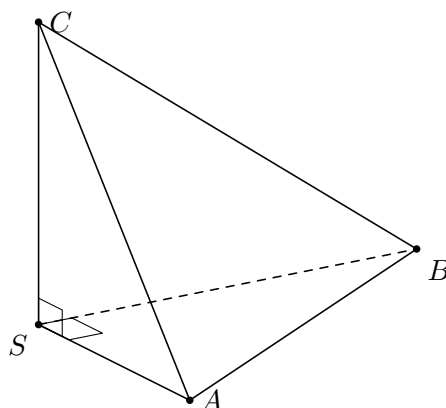
A. $32a^3$.

B. $12a^3$.

C. $4a^3$.

D. $8a^3$.

Lời giải.



$$V_{S.ABC} = V_{C.SAB} = \frac{1}{6} SC \cdot SA \cdot SB = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 3a \cdot 4a = 4a^3.$$

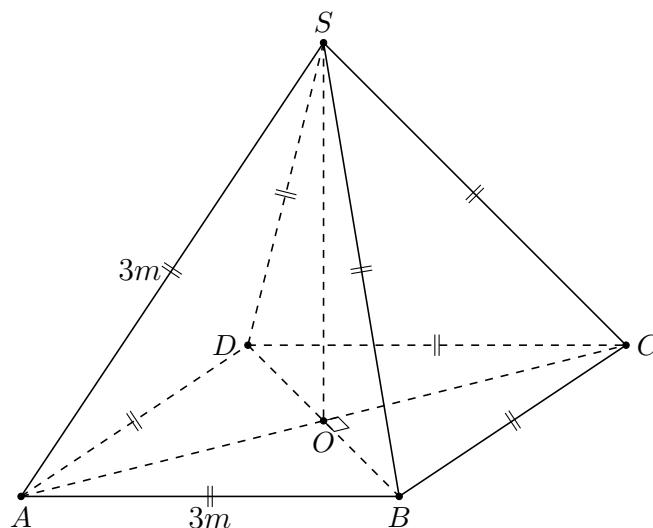
Chọn đáp án **C**

□

Câu 838. Khối chóp đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng 3 m. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $9\sqrt{2} \text{ m}^3$. B. $\frac{9\sqrt{2}}{2} \text{ m}^3$. C. 27 m^3 . D. $\frac{9\sqrt{2}}{2} \text{ m}^2$.

Lời giải.



Gọi O là tâm đáy, ta có $OB = \frac{1}{2}DB = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2} (\text{m}^3)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 839. Khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài AD ; AD' ; AC' lần lượt là 1; 2; 3. Tính thể tích V của khối chóp $A.A'B'C'D'$.

- A. $V = 3\sqrt{15}$. B. $V = \frac{\sqrt{15}}{3}$. C. $V = 2\sqrt{15}$. D. $V = \sqrt{15}$.

Lời giải.

$$AA' = \sqrt{(AD')^2 - (A'D')^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}.$$

$$A'B' = AB = \sqrt{(AC')^2 - (AA')^2 - AD^2} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2 - 1^2} = \sqrt{5}.$$

Thể tích của khối chóp $A.A'B'C'D'$ là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{A'B'C'D'} \cdot AA' = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{15}}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 840. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SO tạo với mặt phẳng đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

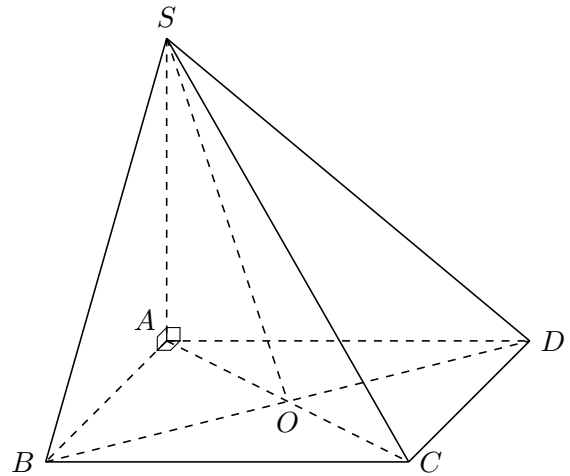
D. $V = a^3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $\triangle SAO$ vuông cân tại A .

Suy ra: $SA = OA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 841. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a và thể tích bằng $3a^3$. Tính chiều cao h của khối chóp $S.ABC$.

A. $h = 12\sqrt{3}a$.

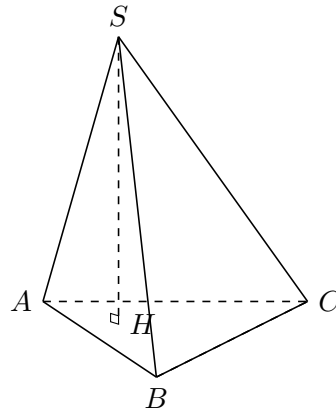
B. $h = 6\sqrt{3}a$.

C. $h = 4\sqrt{3}a$.

D. $h = 2\sqrt{3}a$.

Ta có: $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra: $h = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\triangle ABC}} = 12\sqrt{3}a$.



Lời giải.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 842. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp $S.ABC$.

A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $h = a\sqrt{3}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}hS_{ABC} \Rightarrow h = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = \frac{3 \cdot a^3}{\frac{4a^2\sqrt{3}}{4}} = a\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 843. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của A' lên (ABC) là trung điểm của BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$.

A. $V = \frac{3a^3}{2}$.

B. $V = a^3\sqrt{3}$.

C. $V = 3a^3\sqrt{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{39}}{12}$.

Lời giải.

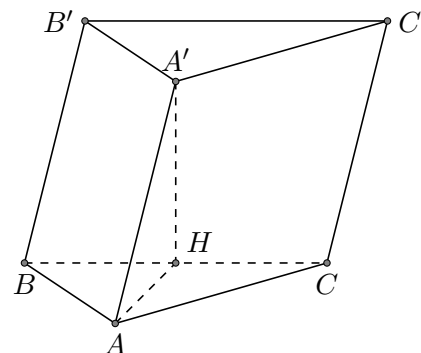
Gọi H là trung điểm của BC .

Ta có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a$, $AH = \frac{BC}{2} = a$.

$\triangle AA'H$ có $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích lăng trụ là

$$V = A'H \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{3a^3}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

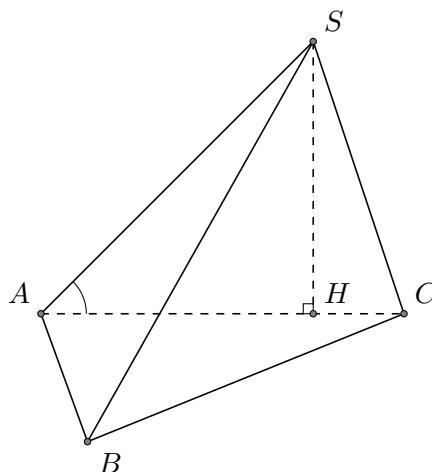
Câu 844. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 3a$, $BC = 5a$, $SA = 2a\sqrt{3}$, $\widehat{SAC} = 30^\circ$ và mặt phẳng (SAC) vuông góc mặt đáy.

A. $V = 3a^3\sqrt{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = a^3\sqrt{3}$.

D. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Trong tam giác SAC , kẻ SH vuông góc AC tại H . Lúc đó $SH = SA \cdot \sin \widehat{SAC} = a\sqrt{3}$.

Vì $(SAC) \cap (ABC) = BC$ và $SH \subset (SAC)$, $SH \perp BC$ nên $SH \perp (ABC)$.

Trong tam giác ABC ta có $AC = 4a$ và $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = 6a^2$.

Vậy $V_{ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\triangle ABC} = 2a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 845. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc đáy và có thể tích bằng $a^3\sqrt{3}$. Tính số đo góc α giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

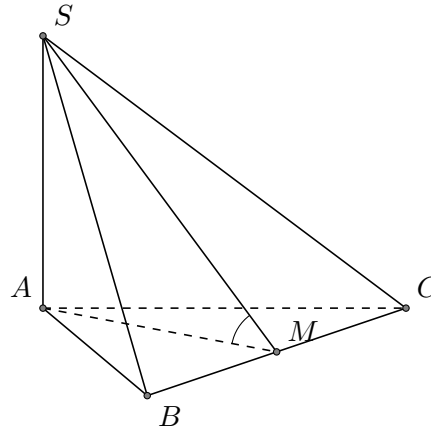
A. $\alpha = 30^\circ$.

B. $\alpha = 45^\circ$.

C. $\alpha = 75^\circ$.

D. $\alpha = 60^\circ$.

Lời giải.



Gọi M là trung điểm BC . Ta có $AM \perp BC$.

Vì $AM \perp BC$ và $SA \perp BC$ nên $SM \perp BC$.

Mà $(SBC) \cap (ABC) = BC, AM \perp BC, SM \perp BC$ nên $((SBC), (ABC)) = \widehat{SMA}$.

Ta có $AM = a\sqrt{3}, SA = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = 3a$ nên $\tan \alpha = \frac{SA}{AM} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 846. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình chóp có đáy là hình vuông diện tích bằng 4 và các mặt bên là các tam giác đều.

A. $S_{tp} = 4$.

B. $S_{tp} = 4 + \sqrt{3}$.

C. $S_{tp} = 4 + 4\sqrt{3}$.

D. $S_{tp} = 4 + 4\sqrt{2}$.

Lời giải.

Cạnh đáy của hình chóp bằng 2 và diện tích một mặt bên bằng $\frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$ nên $S_{tp} = 4 + 4\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 847. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính thể tích V của khối tứ diện $ACB'D'$ theo a .

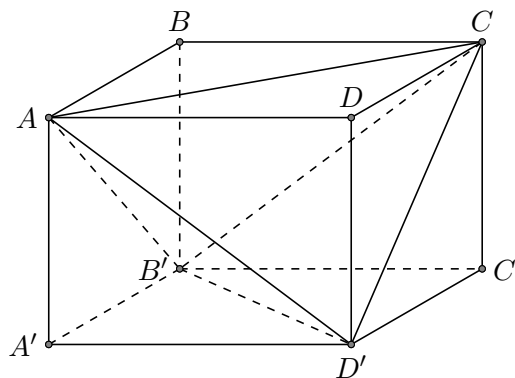
A. $V = \frac{a^3}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3}{2}$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải.



Tứ diện $ACB'D'$ là tứ diện đều có cạnh bằng $a\sqrt{2}$ nên có thể tích $V = \frac{(a\sqrt{2})^3\sqrt{2}}{12} = \frac{a^3}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 848. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng V . Gọi B' và D' lần lượt là trung điểm của AB và AD . Mặt phẳng $(CB'D')$ chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện $C.AB'D'$ và $C.BDD'B'$. Tính thể tích V_1 của khối tứ diện $C.AB'D'$ theo V .

A. $V_1 = \frac{1}{2}V$.

B. $V_1 = \frac{1}{4}V$.

C. $V_1 = \frac{4}{5}V$.

D. $V_1 = \frac{3}{4}V$.

Lời giải.

Ta có $\frac{V_{AB'C'D'}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AD'}{AD} = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 849. Tính diện tích toàn phần của hình lập phương có cạnh bằng 15 cm.

A. $S = 225 \text{ cm}^2$.

B. $S = 1350 \text{ cm}^2$.

C. $S = 900 \text{ cm}^2$.

D. $S = 1125 \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Ta có $S = 6 \cdot 15^2 = 1350 \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 850. Cho khối chóp tứ giác đều, đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích V của khối chóp đó là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3}{6}$.

C. $V = \frac{a^3}{\sqrt{6}}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông, ta có $SO \perp (ABCD)$.

$\Rightarrow OA$ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng SA trên mặt phẳng $(ABCD)$.

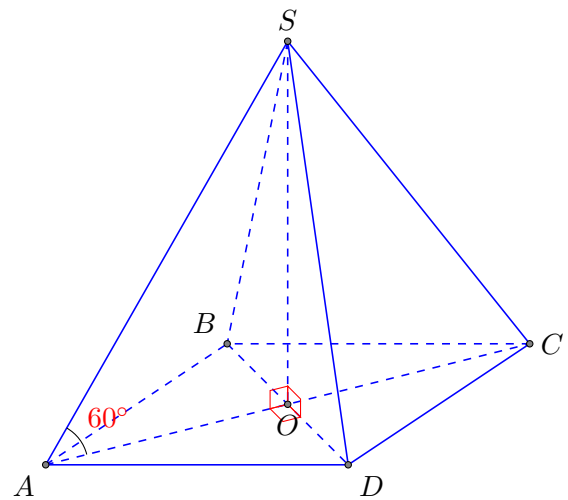
Suy ra $(SA, (ABCD)) = (\widehat{SA, OA}) = \widehat{SAO}$. Do đó, ta có $\widehat{SAO} = 60^\circ$.

Tam giác SOA vuông góc tại O và có $\widehat{SAO} = 60^\circ$

$$\Rightarrow SO = OA \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6} = \frac{a^3}{\sqrt{6}}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

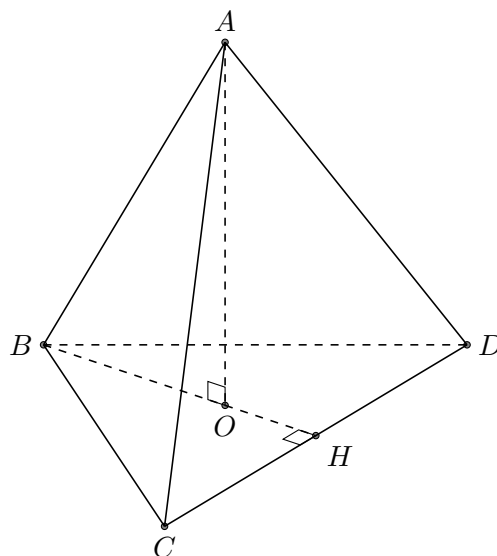
Câu 851. Thể tích V của khối tứ diện đều cạnh a là

A. $V = \frac{a^3}{8}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của tam giác đều BCD , ta có $AO \perp (BCD)$.

Gọi H là trung điểm của BC , ta có $BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $OB = \frac{2}{3}BH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác AOB vuông tại O nên $AO^2 = AB^2 - OB^2 = a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy thể tích khối tứ diện đều $ABCD$ là $V = \frac{1}{3}S_{BCD} \cdot AO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 852. Cho khối lăng trụ và khối chóp có diện tích đáy bằng nhau, chiều cao của khối lăng trụ bằng nửa chiều cao khối chóp. Tỷ số thể tích giữa khối lăng trụ và khối chóp đó là

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Gọi $\mathcal{B}$ là diện tích đáy của cả khối chóp và khối lăng trụ, h là chiều cao khối chóp $\Rightarrow \frac{h}{2}$ là chiều cao khối lăng trụ.

Thể tích khối chóp là $V_1 = \frac{1}{3}\mathcal{B}h$.

Thể tích khối lăng trụ là $V_2 = \mathcal{B} \cdot \frac{h}{2} = \frac{3}{2}V_1$.

Vậy $\frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 853. Cho khối lăng trụ $ABCDE.A'B'C'D'E'$. Trên cạnh bên AA' lấy điểm S sao cho $2SA' = 5SA$. Gọi V_1 là thể tích khối lăng trụ $ABCDE.A'B'C'D'E'$ và V_2 là thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'E'$.

Tính $k = \frac{V_1}{V_2}$

A. $k = \frac{21}{5}$.

B. $k = \frac{21}{7}$.

C. $k = \frac{21}{2}$.

D. $k = \frac{15}{2}$.

Lời giải.

Gọi m, n lần lượt là chiều cao của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ và của khối chóp $S.A'B'C'D'E'$.

Gọi S là diện tích của đa giác $ABCDE$.

Ta có $V_1 = mS, V_2 = \frac{1}{3}nS$.

Mà $\frac{m}{n} = \frac{AA'}{SS'} = \frac{7}{5}$.

Vậy $k = \frac{V_1}{V_2} = \frac{21}{5}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 854. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ với $BC = 2AB, SA \perp (ABCD)$ và M là điểm trên cạnh AD sao cho $AM = AB$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối chóp $S.ABM$ và $S.ABC$ thì $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{1}{8}$.

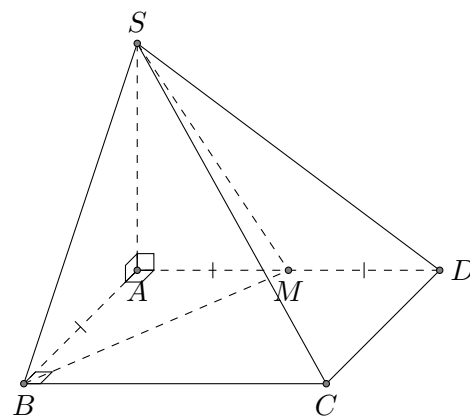
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABM}}{\frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AB \cdot AM}{\frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC} = \frac{AM}{BC} = \frac{1}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 855. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và SB hợp với đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}.$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

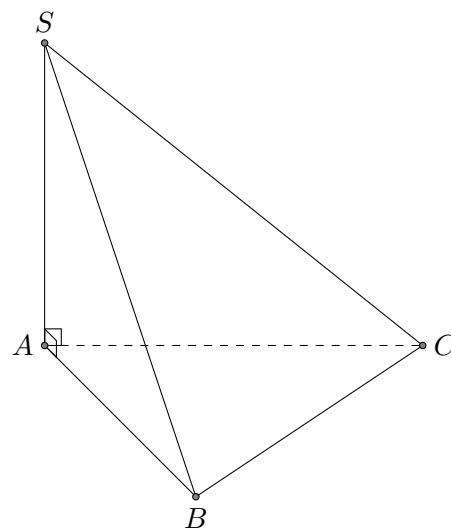
Lời giải.

Do $SA \perp (ABC)$ nên $\widehat{(SB, (ABC))} = \widehat{SBA} = 45^\circ$.

Suy ra ΔSAB vuông cân tại $A \Rightarrow h = SA = AB = a$.

Diện tích đáy $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 856. Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC = 2a$.

A. $2\sqrt{2}a^3.$

B. $a^3.$

C. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}.$

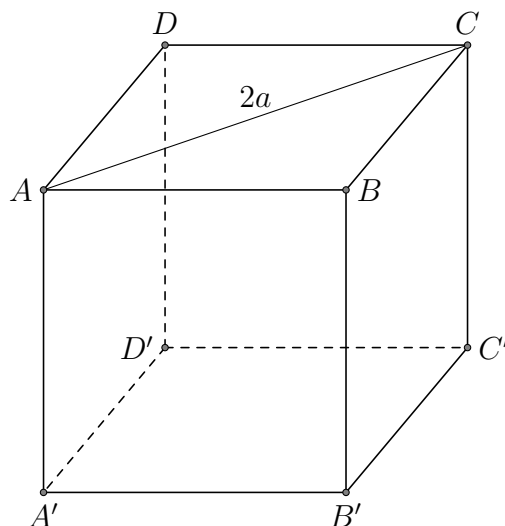
D. $\frac{a^3}{3}.$

Lời giải.

Gọi độ dài cạnh của hình phương là $x, x > 0$. Khi đó ta có

$$x^2 + x^2 = (2a)^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}.$$

Suy ra thể tích khối lập phương $V = (a\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}a^3$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 857. Nếu độ dài cạnh của một hình lập phương tăng gấp k lần, với $k \in \mathbb{R}$ thì thể tích của nó tăng lên gấp bao nhiêu lần?

A. k^2 lần.

B. k lần.

C. k^3 lần.

D. $\frac{k^3}{3}$ lần.

Lời giải.

Giả sử khối lập phương ban đầu có cạnh bằng a thì thể tích là a^3 , khi tăng lên gấp k lần ta có cạnh là ka và thể tích trở thành $(ka)^3 = k^3 \cdot a^3$, nên thể tích tăng gấp k^3 lần.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 858. Thể tích V của một khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là

A. $V = \frac{1}{3}B^2h$.

B. $V = Bh$.

C. $V = \frac{1}{3}Bh$.

D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải.

Theo lý thuyết ta có $V = \frac{1}{3}Bh$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 859. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

B. $\sqrt{3}a^3$.

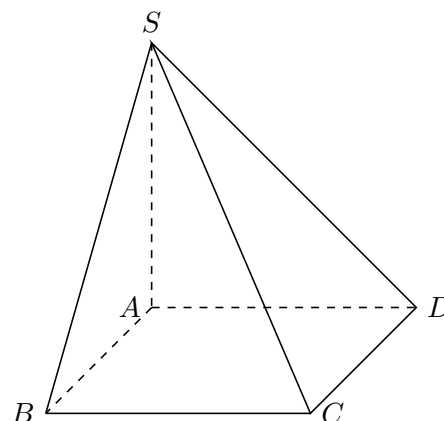
C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

Diện tích đáy của hình chóp bằng a^2 , chiều cao của hình chóp là $SA = a\sqrt{3}$ nên thể tích của khối chóp

$$V = \frac{1}{3}a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 860. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hai khối lăng trụ có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có cùng thể tích.
 B. Hai khối chóp có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có cùng thể tích.
 C. Hai khối hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.
 D. Hai khối lập phương có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

Lời giải.

Các khẳng định đúng là:

- + Hai khối lăng trụ có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có cùng thể tích.
 + Hai khối chóp có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có cùng thể tích.
 + Hai khối lập phương có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

Nên mệnh đề sai là: Hai khối hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 861. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$ là

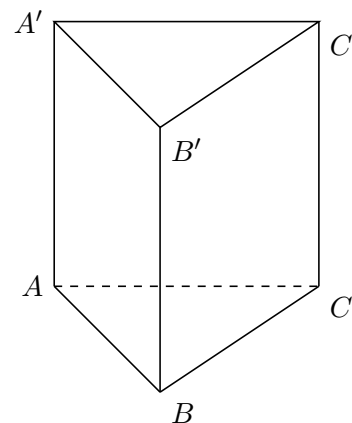
- A. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $V = 4\sqrt{3}a^3$. C. $V = \sqrt{3}a^3$. D. $V = 2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$.

Chiều cao của lăng trụ bằng $2a$.

Thể tích của lăng trụ $V = 2\sqrt{3}a^3$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 862. Cho hình lăng trụ có đáy là lục giác đều cạnh a , đường cao lăng trụ bằng $2a$. Khi đó thể tích khối trụ bằng

- A. $2a^3$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $3\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$.

Lời giải.

Đáy là lục giác đều, bao gồm 6 tam giác đều, có cạnh bằng a nên diện tích của đáy bằng

$$6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}.$$

Thể tích lăng trụ bằng $\frac{3\sqrt{3}a^2}{2} \cdot 2a = 3\sqrt{3}a^3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 863. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên hợp với đáy một góc 30° . Thể tích khối chóp bằng

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC và O là tâm của tam giác đều ABC .

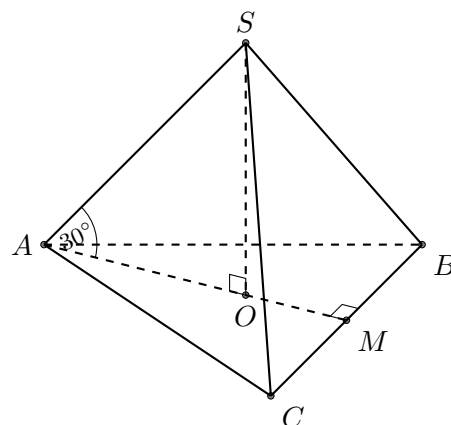
Ta có

$$— S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$— AO = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$— SO = AO \cdot \tan \widehat{SAO} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{3}.$$

$$— V_{SABC} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 864. Cho H là khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của H .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$

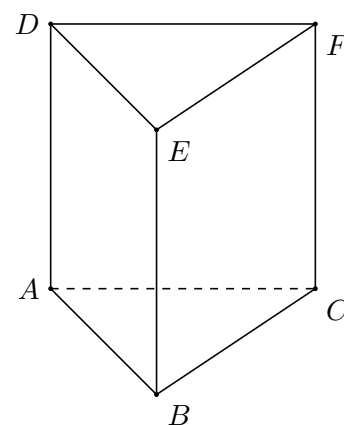
D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$

Lời giải.

Vì H là lăng trụ tam giác đều nên $V = h \cdot S_{\text{đáy}}$,

trong đó $h = 2a$ và $S_{\text{đáy}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$

$$\text{Vậy } V = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 865. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết thể tích của khối chóp $A'.ABC$ bằng 12. Tính thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. 144.

B. 24.

C. 36.

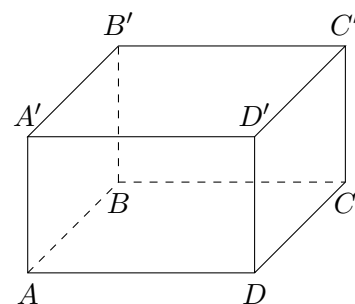
D. 72.

Lời giải.

Giả sử khối hộp có chiều cao là h .

Khi đó thể tích của khối hộp là

$$V = S_{ABCD} \cdot h = 2S_{ABC} \cdot h = 6V_{A'.ABC} = 6 \cdot 12 = 72.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 866. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SC = a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3.$

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3.$

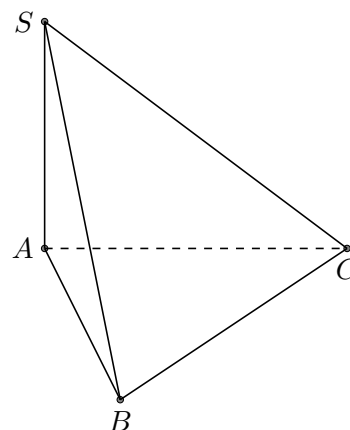
C. $V = \frac{2\sqrt{6}}{9}a^3.$

D. $V = \frac{\sqrt{6}}{12}a^3.$

Lời giải.

Xét tam giác SAC vuông tại A có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a\sqrt{2}$.

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 867. Cho hình lập phương có thể tích bằng $2a^3\sqrt{2}$. Tính độ dài đường chéo của hình lập phương

A. $2a\sqrt{2}$.

B. $3a\sqrt{2}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $a\sqrt{6}$.

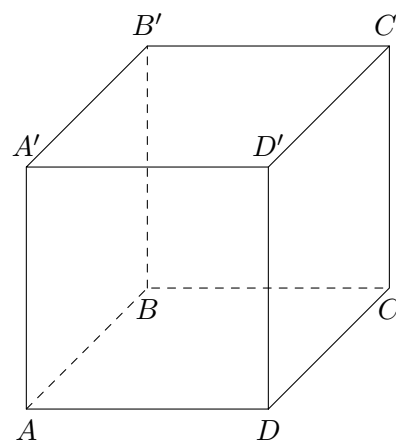
Lời giải.

Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$

có $V = AB^3 = 2a^3\sqrt{2} \Rightarrow AB = a\sqrt{2}$.

Khi đó độ dài đường chéo là

$$AC' = \sqrt{AB^2 + BC^2 + AA'^2} = a\sqrt{6}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 868. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $a^3\sqrt{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

Xét tam giác SOC vuông tại O

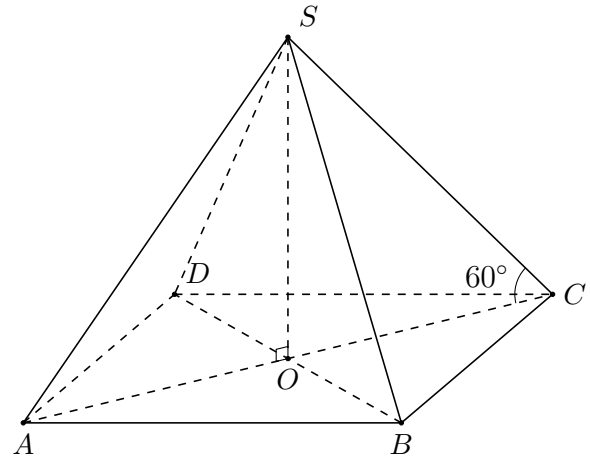
$$\begin{aligned} SC = a\sqrt{2} &\Rightarrow SO = SC \cdot \sin 60^\circ \\ &= a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{và } OC = SC \cdot \cos 60^\circ = a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\Rightarrow AC = BD = 2OC = a\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 2a^2 = a^2.$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \\ &= \frac{a^3\sqrt{6}}{6}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 869. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích V của hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = 4\sqrt{3}a^3$.

C. $V = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $4a^3\sqrt{6}$.

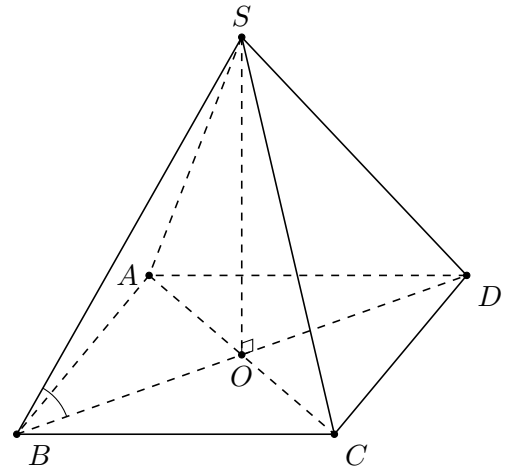
Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$.

Ta có $SO \perp (ABCD) \Rightarrow (SB, (ABCD)) = \widehat{SBO} = 60^\circ$,

$BD = AB\sqrt{2} = 2a\sqrt{2}$ và $SO = BO \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$.

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} (2a)^2 a\sqrt{6} = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 870. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt đáy (ABC) một góc 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

B. $V = \frac{-a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

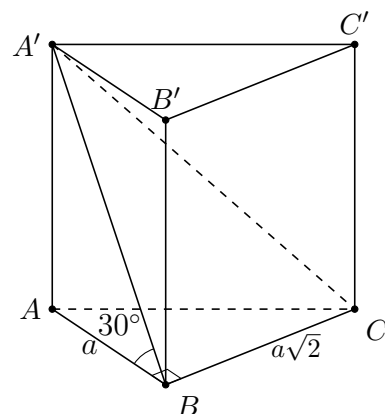
D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

Ta có $((A'BC'), (ABC)) = \widehat{A'BA} = 30^\circ$.

$$AA' = AB \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot A'A = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 871. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

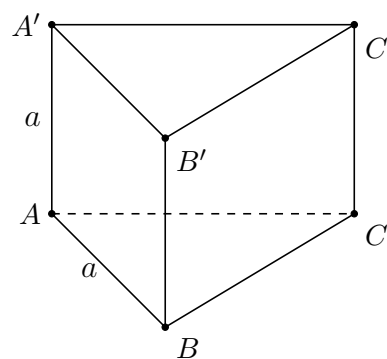
B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Lời giải.

$$V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 872. Tính thể tích V của khối lập phương có cạnh bằng 2 cm.

A. $V = 8 \text{ cm}^3$.

B. $V = 4 \text{ cm}^3$.

C. $V = 2 \text{ cm}^3$.

D. $V = 16 \text{ cm}^3$.

Lời giải.

$$V = 2^3 = 8 \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 873. Thể tích của một khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{10}}{2}$.

Lời giải.

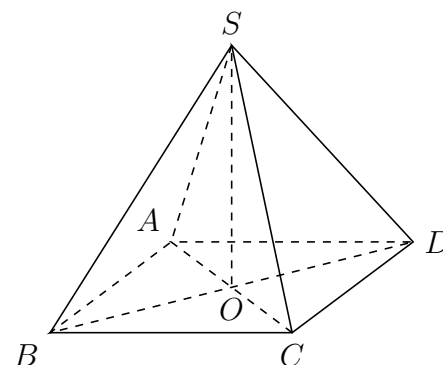
Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

$$\Rightarrow AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Tam giác $\triangle SAO$ vuông tại O

$$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp là } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{10}}{2} = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 874. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$ là

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

C. $2a^3\sqrt{3}$.

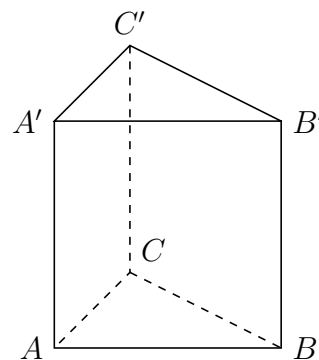
D. $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Giả sử khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $2a$.

Khi đó thể tích của nó là

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a = 2a^3\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 875. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có thể tích là V . Tính theo V thể tích khối tứ diện $A_1.ABC$.

A. $\frac{V}{3}$.

B. $\frac{V}{8}$.

C. $\frac{V}{4}$.

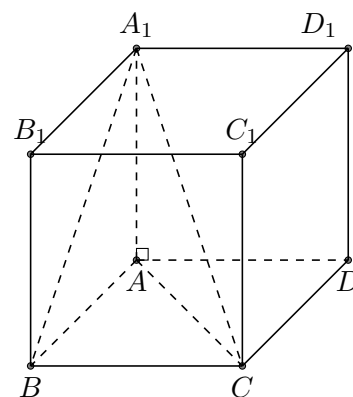
D. $\frac{V}{6}$.

Lời giải.

Ta có $V = A_1A \cdot S_{ABCD}$, $V_{A_1.ABC} = \frac{1}{3} \cdot A_1A \cdot S_{ABC}$.

$$\text{Suy ra } \frac{V_{A_1.ABC}}{V} = \frac{\frac{1}{3} \cdot A_1A \cdot S_{ABC}}{A_1A \cdot S_{ABCD}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow V_{A_1.ABC} = \frac{V}{6}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 876. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ với đáy là tam giác vuông cân tại A , A' , $BC = a\sqrt{2}$ và $AA' = 2a$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{1}{2}a^3$.

B. $V = 2a^3$.

C. $V = \frac{a^3}{6}$.

D. $V = a^3$.

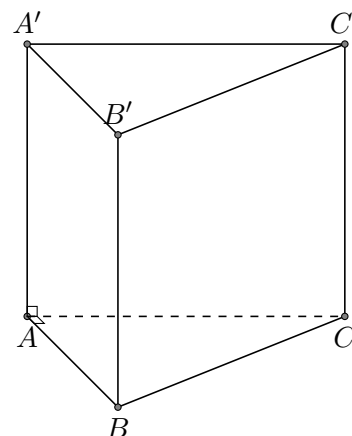
Lời giải.

Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên ta có

$$2AB^2 = BC^2 \Rightarrow AB = a.$$

$$\text{Khi đó } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Vậy } V = AA' \cdot S_{ABC} = a^3.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 877. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy là hình vuông cạnh bằng x và $AC_1 = 2x$. Tính theo x thể tích khối hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

A. $\sqrt{2}x^3$.

B. $\sqrt{8}x^3$.

C. $2x^3$.

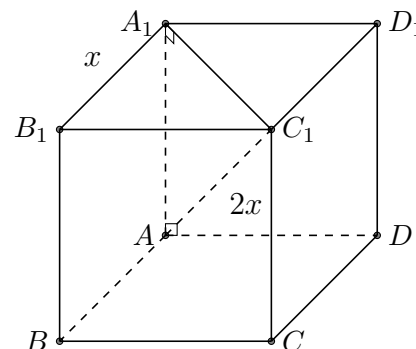
D. $3x^3$.

Lời giải.

Ta có $A_1C_1 = \sqrt{A_1B_1^2 + A_1D_1^2} = x\sqrt{2}$;

$A_1A = \sqrt{AC_1^2 - A_1C_1^2} = x\sqrt{2}$.

$V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} = A_1A \cdot A_1B_1 \cdot A_1D_1 = x\sqrt{2} \cdot x \cdot x = \sqrt{2}x^3$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 878. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại B , $AB = 2\sqrt{3}$, $AC = 4$ và $SA \perp (ABC)$. Góc tạo bởi SB và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $8\sqrt{3}$.

B. $16\sqrt{2}$.

C. 16.

D. $8\sqrt{2}$.

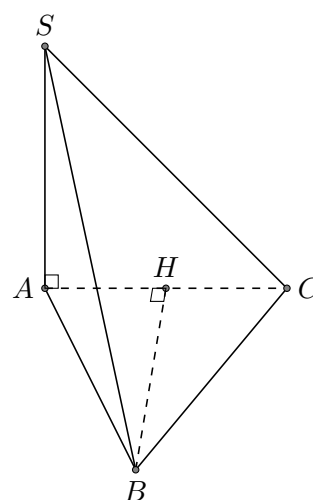
Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AC . Vì $\triangle ABC$ cân tại B

nên BH là đường cao. Suy ra $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 4 = 4\sqrt{2}$.

Ta có $(SB, (ABC)) = \widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AB \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = 8\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 879. Tính theo a thể tích khối tứ diện đều có các cạnh bằng 1.

A. $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{1}{8}$.

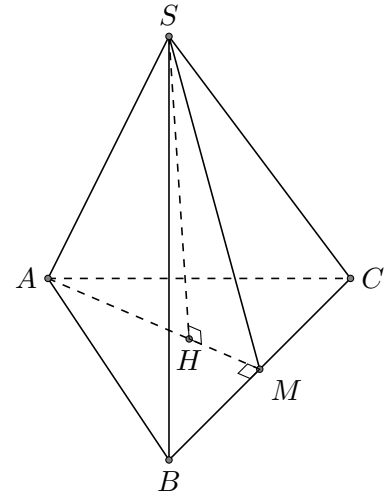
Lời giải.

Gọi tứ diện đều là $SABC$, SH là đường cao của tứ diện và M là trung điểm BC .

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

$$AM = \frac{\sqrt{3}}{2}, AH = \frac{2}{3}AM = \frac{\sqrt{3}}{3}, SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Ta có } V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{12}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 880. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích V . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo V .

A. $\frac{2V}{3}$.

B. $\frac{V}{3}$.

C. $\frac{V}{2}$.

D. $\frac{V}{4}$.

Lời giải.

Do $ABCD$ là hình vuông nên $S_{ABC} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$, vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{V}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 881. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết thể tích của khối chóp $C'.ABC$ bằng a^3 .

A. $V = \frac{a^3}{9}$.

B. $V = 3a^3$.

C. $V = \frac{a^3}{3}$.

D. $V = 9a^3$.

Lời giải.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{C'.ABC} = 3a^3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 882. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = AB = a$, tam giác ABC cân tại A và $\widehat{BAC} = 150^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{6}$.

B. $V = \frac{a^3}{12}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

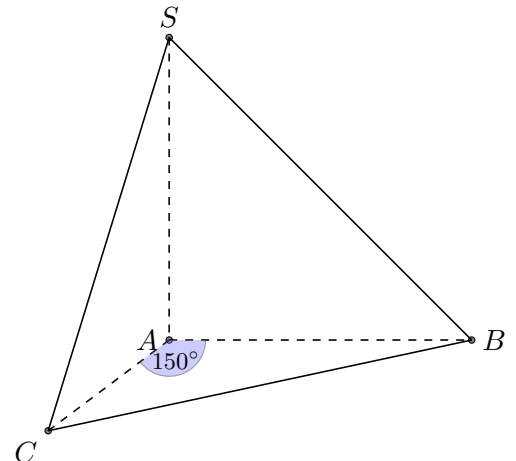
D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Do } \begin{cases} (SAC) \perp (ABC) \\ (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (SAC) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC).$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{a^2}{4}.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{12}.$$



Chọn đáp án (B) □

Câu 883. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy. $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AD = AB = 2a$, $BC = \frac{3a}{2}$, góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi I là trung điểm cạnh đáy AB . Tính thể tích V của khối chóp $S.ICD$.

- A. $V = \frac{7a^3}{6}$. B. $V = \frac{7a^3}{2}$. C. $V = \frac{7a^3}{3}$. D. $V = a^3$.

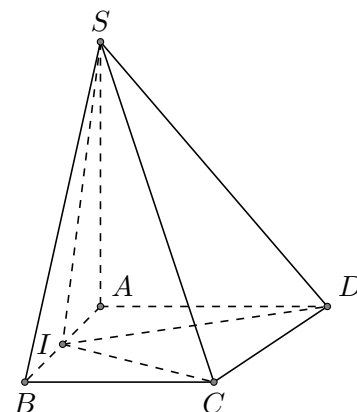
Lời giải.

Ta có AD là hình chiếu của SD lên $(ABCD)$.

$$\Rightarrow \widehat{SDA} = (\widehat{SD}; (ABCD)) = 45^\circ \Rightarrow SA = AD \tan 45^\circ = 2a.$$

$$S_{ICD} = S_{ABCD} - S_{AID} - S_{IBC} = \frac{7a^2}{2} - a^2 - \frac{3a^2}{4} = \frac{7a^2}{4}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ICD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ICD} = \frac{7a^3}{6}.$$



Chọn đáp án (A) □

Câu 884. Cho tứ diện $O.ABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Biết $OA = 2$ cm, $OB = 3$ cm, $OC = 6$ cm. Tính thể tích của khối tứ diện $O.ABC$.

- A. 6 cm^3 . B. 36 cm^3 . C. 12 cm^3 . D. 18 cm^3 .

Lời giải.

$$\text{Ta có thể tích của khối tứ diện } O.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 885. Diện tích toàn phần của một khối lập phương là 150 cm^2 . Thể tích của khối lập phương đó là

- A. 125 cm^3 . B. 100 cm^3 . C. 25 cm^3 . D. 75 cm^3 .

Lời giải.

Gọi $a > 0$ độ dài một cạnh của hình lập phương.

$$\text{Vậy } S_{tp} = 6a^2 = 150 \Leftrightarrow a = 5 \Rightarrow V = a^3 = 125 \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 886. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I; J; K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN; MP; MQ$. Tỷ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{8}.$$

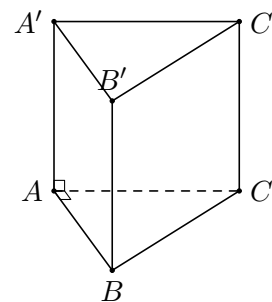
Chọn đáp án (D) □

Câu 887. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $BC = a$ và mặt bên $AA'B'B$ là hình vuông. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

Lời giải.

ABC là tam giác vuông cân tại A với
 $BC = a \Rightarrow AB = AC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{a^2}{4}$.
 $AA'B'B$ là hình vuông $\Rightarrow AA' = AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.
 Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.



Chọn đáp án **(A)** □

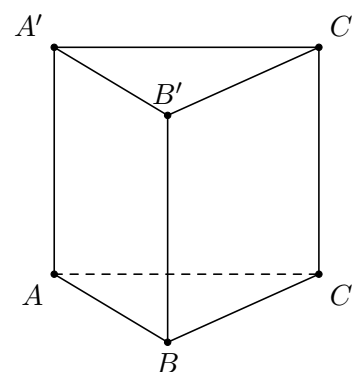
Câu 888. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V = \frac{9a^3}{4}$. B. $V = \frac{3a^3}{4}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABC} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$, đường cao $AA' = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{9a^3}{4}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 889. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với đáy một góc 45° . Gọi M là trung điểm SB , N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN = \frac{1}{2}NC$. Tính thể tích khối chóp $S.AMN$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

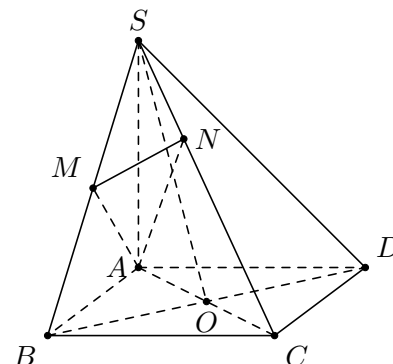
Ta có: $\widehat{SCA} = 45^\circ \Rightarrow \triangle SAC$ vuông cân tại A .

$\Rightarrow SA = AC = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$.

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{6} \cdot a \cdot a\sqrt{3} \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Ta lại có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$.

$\Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{6} V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 890. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V = 3a^3$. B. $V = \frac{1}{4}a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{3}{4}a^3$.

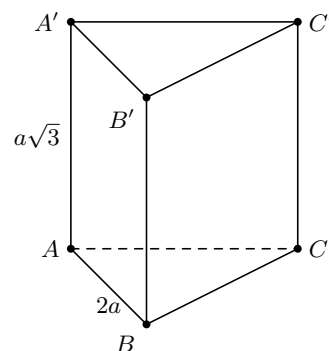
Lời giải.

Vì lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ nên tam giác ABC đều cạnh $2a$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{(2a)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}.$$

Vậy thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = a\sqrt{3} \cdot a^2\sqrt{3} = 3a^3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 891. Tính thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng 2.

A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

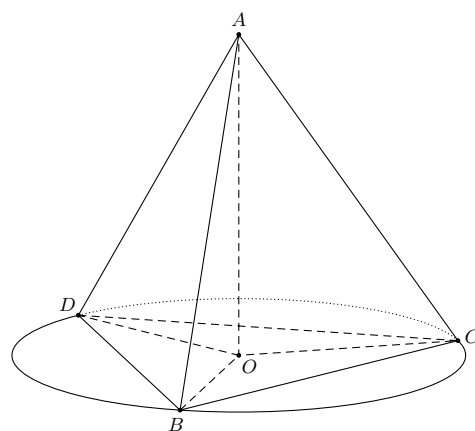
D. $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $BCD \Rightarrow AO \perp (BCD)$.

$$S_{BCD} = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \text{ và } AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Thể tích khối tứ diện là } V = \frac{1}{3}S_{BCD} \cdot AO = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 892. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 3a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

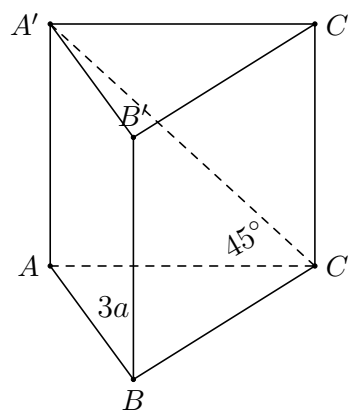
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{27a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Ta có: $AA' = AC = 3a$ (do tam giác $\triangle A'AC$ là tam giác vuông cân)

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 3a \cdot \frac{(3a)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{27a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 893. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông cân tại B , $SA = AB = \sqrt{6}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\sqrt{6}$.

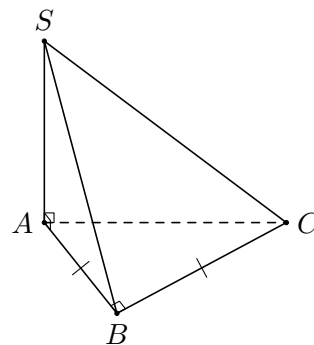
B. $3\sqrt{6}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $6\sqrt{6}$.

Lời giải.

Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CB = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{6}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 894. Khối hộp có diện tích đáy bằng S , độ dài cạnh bên bằng d và cạnh bên tạo với mặt đáy góc 60° có thể tích bằng

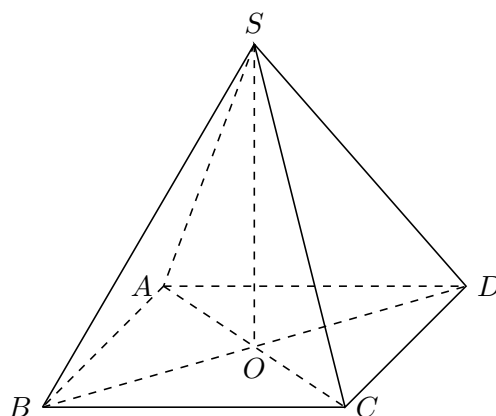
- A. $\frac{Sd\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{Sd}{2}$. C. $\frac{Sd\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{Sd\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có chiều cao $h = d \sin 60^\circ = \frac{d\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V = \frac{Sd\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 895. Thể tích khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tâm O , $SO = 3a$ (tham khảo hình vẽ bên) bằng



- A. $6a^3$. B. $4a^3$. C. $2a^3$. D. $12a^3$.

Lời giải.

$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot 3a = 4a^3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 896. Khối chóp có thể tích bằng $6a^3$ và diện tích đáy bằng a^2 . Chiều cao của khối chóp bằng

- A. $6a$. B. $3a$. C. $2a$. D. $18a$.

Lời giải.

Ta có: $V = \frac{1}{3} h \cdot S \Rightarrow h = \frac{3V}{S} = \frac{3 \cdot 6a^3}{a^2} = 18a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 897. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD A'B'C'D'$ có $AB = a$; $AD = a\sqrt{2}$, mặt phẳng $(ABC'D')$ tạo với đáy góc 45° . Thể tích của khối hộp đó là

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\sqrt{2}a^3$. D. $2a^3$.

Lời giải.

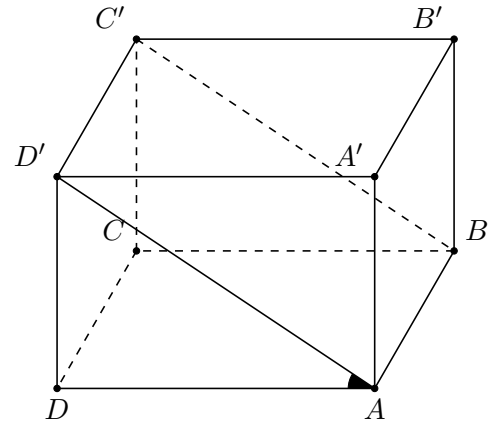
Ta có
$$\begin{cases} (ABC'D') \cap (ABCD) = AB \\ D'A \perp AB \\ AD \perp AB. \end{cases}$$

$\Rightarrow$ góc giữa $(ABC'D')$ và $(ABCD)$ là $\widehat{D'AD} = 45^\circ$.

Xét tam giác $\triangle ADD'$ có: $\widehat{D'AD} = 45^\circ$; $AD \perp DD'$ nên $DD' = AD = a\sqrt{2}$.

Thể tích của khối hộp đó là

$$V_{ABCD A'B'C'D'} = DD' \cdot S_{ABCD} = a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a = 2a^3.$$



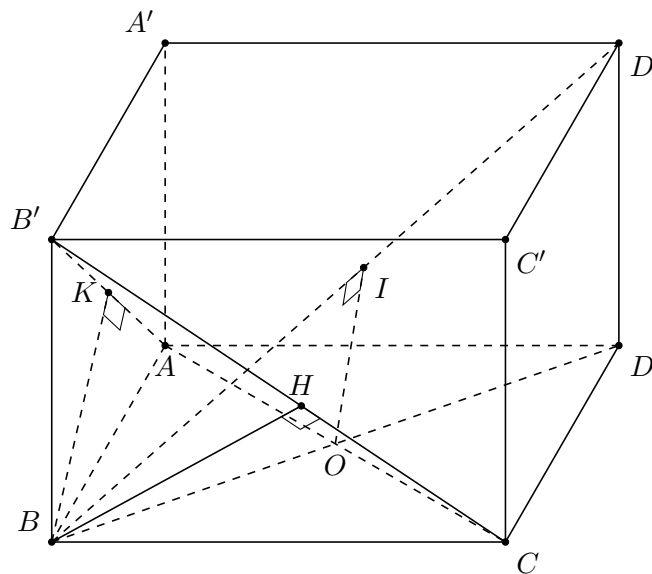
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 898. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khoảng cách giữa AB và $B'C$ là $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$, giữa BC và AB' là $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$, giữa AC và BD' là $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối hộp đó là

A. $8a^3$. B. $4a^3$. C. $2a^3$. D. a^3 .

Lời giải.



Dựng $BH \perp B'C \Rightarrow d(AB, B'C) = BH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Dựng $BK \perp AB' \Rightarrow d(BC, AB') = BK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Đặt $AB = x$, $AA' = y$, $BC = z$ ($x, y, z > 0$).

Vì $BH = BK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$ nên $AB = BC$ hay $ABCD$ là hình vuông, tức là $x = z$.

Dựng $OI \perp BD' \Rightarrow d(AC, BD') = OI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét $\triangle B'BC$ có $\frac{1}{BB'^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{BH^2} \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{5}{4a^2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = \frac{5}{4a^2}x^2y^2$. (*)

Lại có $\triangle D'DB \sim \triangle OIB$

$\Rightarrow \frac{D'D}{OI} = \frac{D'B}{OB} \Leftrightarrow \frac{y}{\frac{a\sqrt{3}}{3}} = \frac{\sqrt{2x^2 + y^2}}{\frac{x\sqrt{2}}{2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}xy = \frac{a\sqrt{3}}{3}\sqrt{2x^2 + y^2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2y^2 = \frac{a^2}{3}(2x^2 + y^2)$. (**)

Thế (*) vào (**) ta được $y^2 = 4x^2 \Leftrightarrow y = 2x$.

Thay $y = 2x$ vào (*) suy ra $x = z = a$, $y = 2a$.

Vậy thể tích khối hộp là $V = xyz = a \cdot a \cdot 2a = 2a^3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 899. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của BC .

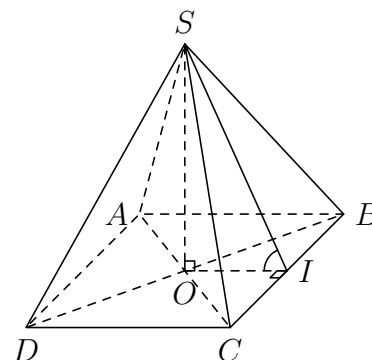
Trong $(ABCD)$, gọi O là giao điểm của AC và BD .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} SI \perp BC \\ OI \perp BC \\ (SBC) \cap (ABCD) = BC \end{cases} \Rightarrow ((ABCD), (SBC)) = \widehat{SIO} = 60^\circ.$$

Xét tam giác SOI vuông tại O , ta có $SO = OI \cdot \tan \widehat{SIO} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 900. Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 8π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích của khối trụ đó.

A. $\frac{4\pi}{9}$.

B. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$.

C. $\frac{16\pi\sqrt{3}}{9}$.

D. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$.

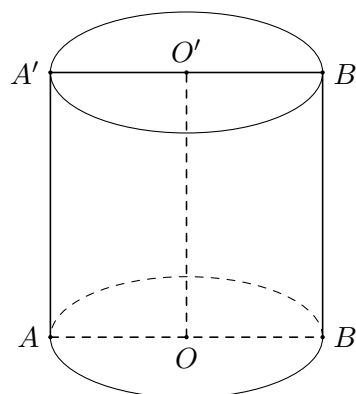
Lời giải.

Gọi bán kính đáy hình trụ là R . Vì thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông nên chiều cao của hình trụ là $h = 2R$.

Từ đó ta có diện tích toàn phần

$$S_{tp} = S_d + S_{xq} = 2\pi \cdot R^2 + 2\pi \cdot R \cdot 2R = 6\pi R^2 = 8\pi \Rightarrow R = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy thể tích khối trụ là $V = h\pi R^2 = 2\pi R^3 = \frac{16\sqrt{3}}{9}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 901. Một hình nón có diện tích đáy bằng $16\pi \text{ dm}^2$ và diện tích xung quanh bằng $20\pi \text{ dm}^2$. Thể tích của khối nón là

A. $16\pi \text{ dm}^3$.

B. $8\pi \text{ dm}^3$.

C. $32\pi \text{ dm}^3$.

D. $\frac{16\pi}{3} \text{ dm}^3$.

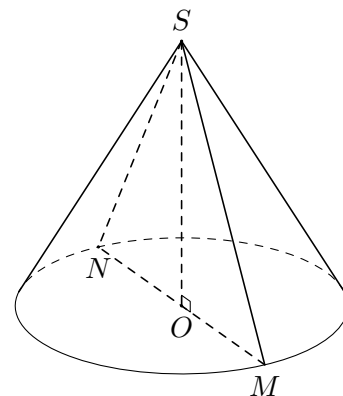
Lời giải.

Diện tích đáy là $\pi R^2 = 16\pi \Leftrightarrow R = 4$.

Diện tích xung quanh là $\pi Rl = 20\pi \Leftrightarrow Rl = 20 \Leftrightarrow l = 5$.

Ta có $h^2 + R^2 = l^2 \Leftrightarrow h^2 = 5^2 - 4^2 = 9 \Leftrightarrow h = 3$.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 902. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

A. $l = a$.

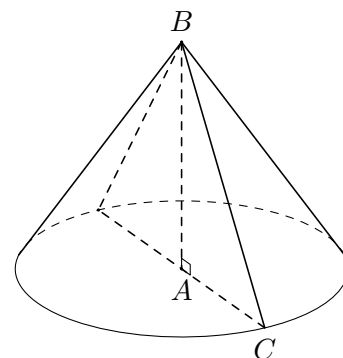
B. $l = a\sqrt{2}$.

C. $l = a\sqrt{3}$.

D. $l = 2a$.

Lời giải.

Độ dài đường sinh $l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 903. Một hình trụ có bán kính đáy a , có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích xung quang của hình trụ.

A. $3\pi a^2$.

B. $4\pi a^2$.

C. $2\pi a^2$.

D. πa^2 .

Lời giải.

Ta có $r = a$ và $l = h = 2r = 2a$.

Khi đó, diện tích xung quanh hình trụ là

$$S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi \cdot a \cdot 2a = 4\pi a^2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 904.

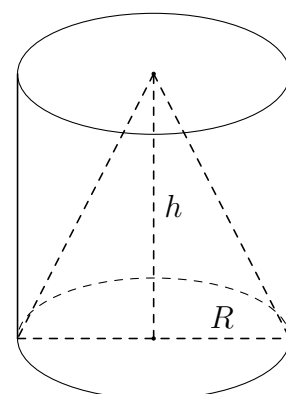
Cho một hình trụ có bán kính đáy R , chiều cao h và thể tích tương ứng V_1 ; một hình nón có đáy của hình trụ, có đỉnh trùng với tâm đáy còn lại của hình trụ và có thể tích tương ứng V_2 . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V_2 = 3V_1$.

B. $V_1 = 3V_2$.

C. $V_2 = V_1$.

D. $V_1 = 2V_2$.

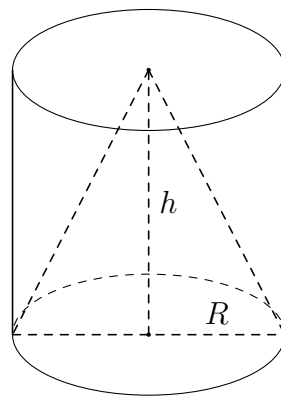


Lời giải.

Thể tích khối trụ là $V_1 = \pi R^2 h$.

Thể tích khối nón là $V_2 = \frac{1}{3} \pi R^2 h$

Suy ra $V_2 = \frac{1}{3} V_1 \Rightarrow V_1 = 3V_2$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 905. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2a$ và $AC = a\sqrt{5}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục AB .

A. $l = 3a$.

B. $l = 2a$.

C. $l = a$.

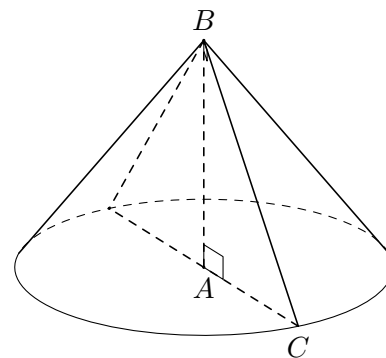
D. $l = \sqrt{3}a$.

Lời giải.

Độ dài đường sinh là BC .

Áp dụng định lý Pi-ta-go cho tam giác ABC ta có

$$l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{(2a)^2 + (a\sqrt{5})^2} = 3a.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 906. Một tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5$, $AC = 12$. Cho tam giác ABC quay quanh cạnh AB ta được khối tròn xoay có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 120\pi$.

B. $V = \frac{325}{3}\pi$.

C. $V = 240\pi$.

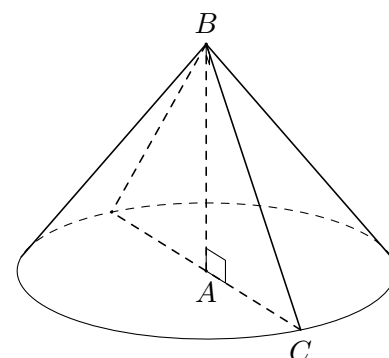
D. $V = 100\pi$.

Lời giải.

Khối tròn xoay thu được là khối nón đường sinh là BC , trục là AB

và bán kính đáy $R = AC$.

$$V = \frac{1}{3} AB \cdot \pi \cdot AC^2 = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot \pi 12^2 = 240\pi.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 907. Một cái cốc hình trụ cao 10cm đựng 0,5 lít nước. Hỏi bán kính đường tròn đáy của cái cốc xấp xỉ bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng thập phân thứ hai, giả sử bề dày của thành cốc và đáy cốc rất mỏng)?

A. 4,00 cm.

B. 3,99 cm.

C. 3,90 cm.

D. 3,98 cm.

Lời giải.

Ta có $V = 0,5 \text{ lít} = 0,5 \text{ dm}^3 = 500 \text{ cm}^3$.

$$V = \pi R^2 h \Rightarrow R^2 = \frac{V}{\pi h} = \frac{500}{\pi 10} = \frac{50}{\pi}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{50}{\pi}} \approx 3,99 \text{ cm}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 908. Cho tứ diện $A.BCD$ có cạnh AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cạnh BD vuông góc với BC . Khi quay các cạnh tứ diện đó xung quanh trục là cạnh AB , có bao nhiêu hình nón được tạo thành?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $AD \perp (ABC) \Rightarrow AD \perp AB$.

Khi đó nếu quay $\triangle ADB$ quanh AB ta được hình nón có đáy là hình tròn bán kính AD và đường cao là AB .

Mặt khác, ta có

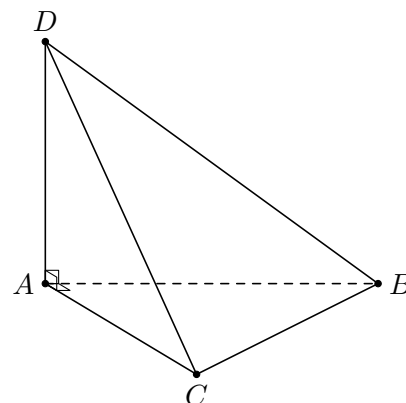
$$\begin{cases} BC \perp BD \\ BC \perp DA \text{ (vì } DA \perp (ABC)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow BC \perp (ABD) \Rightarrow BC \perp AB.$$

Khi đó nếu quay $\triangle ABC$ quanh AB ta được hình nón có đáy là hình tròn bán kính BC và đường cao là AB .

Vậy khi quay các cạnh tứ diện đó xung quanh trục là cạnh AB thì có 2 hình nón được tạo thành.

Chọn đáp án **(B)** □



Câu 909. Cho tam giác ABC đều cạnh a quay quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón là

A. πa^2 .

B. $2\pi a^2$.

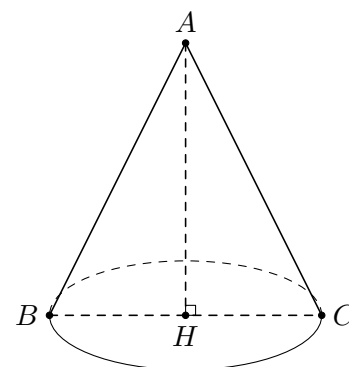
C. $\frac{1}{2}\pi a^2$.

D. $\frac{3}{4}\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi S là diện tích xung quanh của hình nón.

$$\text{Khi đó } S = \pi BH \cdot AB = \frac{1}{2}\pi a^2.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 910. Một hình trụ có 2 đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của hình lập phương cạnh a . Thể tích của khối trụ đó là

A. $\frac{1}{2}\pi a^3$.

B. $\frac{1}{4}\pi a^3$.

C. $\frac{1}{3}\pi a^3$.

D. πa^3 .

Lời giải.

Bán kính của hình tròn nội tiếp mặt của hình lập phương cạnh a là $\frac{1}{2}a$.

$$\text{Vậy thể tích khối trụ là } \pi \left(\frac{1}{2}a\right)^2 \cdot a = \frac{1}{4}\pi a^3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 911. Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng 30 cm^2 và chu vi bằng 26 cm . Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần của (T) là

- A. $23\pi \text{ cm}^2$. B. $\frac{23\pi}{2} \text{ cm}^2$. C. $\frac{69\pi}{2} \text{ cm}^2$. D. $69\pi \text{ cm}^2$.

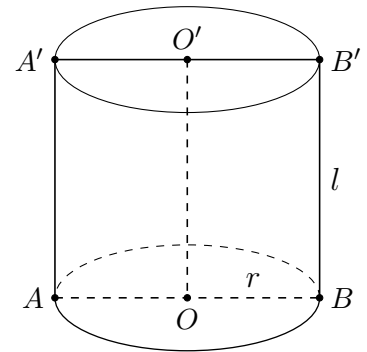
Lời giải.

Theo đề, thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng qua trục OO' là hình chữ nhật $ABB'A'$ có diện tích bằng 30 cm^2 và chu vi bằng 26 cm .

$$\text{Suy ra, } \begin{cases} 2rl = 30 \\ 2r + l = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} l = 10 \\ r = \frac{3}{2} \end{cases} \text{ (do } l > 2r \text{)}.$$

Khi đó, diện tích toàn phần của hình trụ là

$$\begin{aligned} S_{\text{toàn phần}} &= S_{\text{xung quanh}} + 2S_{\text{đáy}} \\ &= 2\pi rl + 2 \cdot \pi r^2 = \frac{69\pi}{2}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 912. Khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π . Tính thể tích V của khối nón (N).

- A. $V = 36\pi$. B. $V = 60\pi$. C. $V = 20\pi$. D. $V = 12\pi$.

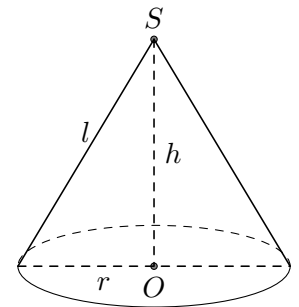
Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón (N) bằng 15π , ta có

$$\pi rl = 15\pi \Rightarrow l = \frac{15\pi}{3\pi} = 5 \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - r^2} = 4.$$

Thể tích khối nón

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{\text{đáy}} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \pi r^2 \\ &= \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 3^2 = 12\pi. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 913. Một hình nón có bán kính đáy $r = a$, chiều cao $h = 2a\sqrt{2}$. Tính diện tích toàn phần của hình nón theo a .

- A. πa^2 . B. $2\pi a^2$. C. $3\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

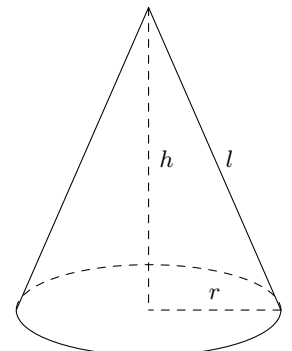
Lời giải.

Ta có đường sinh của hình nón là

$$l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{8a^2 + a^2} = 3a.$$

Khi đó diện tích toàn phần của hình nón là

$$S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = \pi \cdot a \cdot 3a + \pi \cdot a^2 = 4\pi a^2.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 914. Hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$, $AD = 2$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm AB , CD .

Cho hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh MN ta thu được một khối tròn xoay có thể tích V . Hằng định nào sau đây đúng?

A. $V = \frac{4\pi}{3}$.

B. $V = 8\pi$.

C. $V = \frac{8\pi}{3}$.

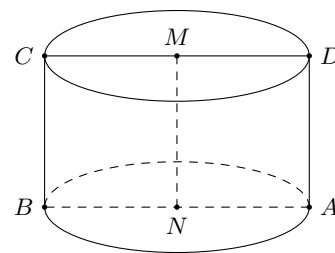
D. $V = 32\pi$.

Lời giải.

Khối tròn xoay thu được có bán kính $NA = 2$ và chiều cao $MN = AD = 2$.

Do đó

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 2 = 8\pi.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 915.

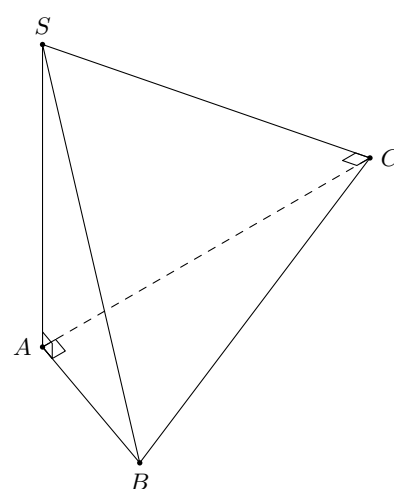
Cho tứ diện $SABC$ có cạnh AB vuông góc với mặt phẳng (SAC) và $\widehat{SCA} = 90^\circ$. Khi quay các cạnh của tứ diện xung quanh trục là cạnh SA , có bao nhiêu hình nón được tạo thành?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.



Lời giải.

Trong tứ diện $SABC$ chỉ có tam giác SAB vuông tại A nên chỉ có một hình nón tạo thành khi quay các cạnh của tứ diện quanh trục là cạnh SA .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 916. Cho hai điểm A, B cố định. Tập hợp các điểm M trong không gian sao cho diện tích tam giác MAB không đổi là

A. Một mặt phẳng.

B. Một mặt trụ.

C. Một mặt cầu.

D. Không xác định được.

Lời giải.

Diện tích tam giác MAB là $S = \frac{1}{2}AB \cdot d(M, AB)$.

Vì AB và S không đổi nên $d(M, AB)$ không đổi.

Khi đó tập hợp các điểm M trong không gian là một mặt trụ.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 917. Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO , A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO} = 30^\circ$, $\widehat{SAB} = 60^\circ$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

A. $a\sqrt{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $2a\sqrt{3}$.

D. $a\sqrt{5}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB . Kẻ $OH \perp SI$ ($H \in SI$).

$$\text{Ta có } OH = d(O, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Xét các tam giác SAO và ASI ta có

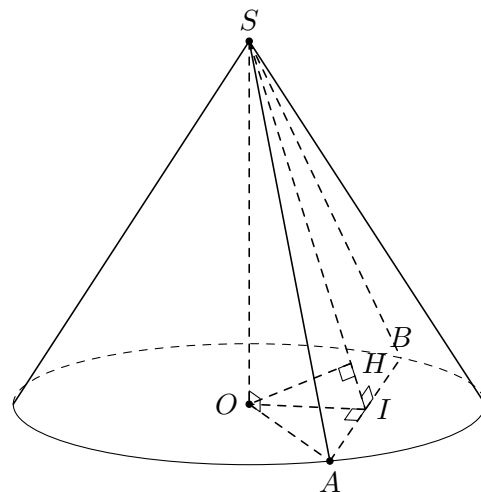
$$\widehat{SOA} = \widehat{AIS} = 90^\circ; \widehat{SAO} = \widehat{ASI} = 30^\circ$$

Suy ra $\triangle SAI \sim \triangle ASO$, từ đó dễ dàng suy ra $\triangle SAI =$

$$\triangle ASO \Rightarrow SI = AO, SO = AI.$$

$$\text{Ta có } \cos \widehat{ISO} = \frac{SO}{SI} = \frac{SO}{AO} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow SO = \frac{OH}{\sin \widehat{OSH}} = \frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow SA = 2 \cdot SO = \sqrt{2}a.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 918. Cho hình chóp đều $S.ABC$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Quay các cạnh của hình chóp đã cho quanh trục SG . Hỏi có tất cả bao nhiêu hình nón tạo thành?

A. 1.

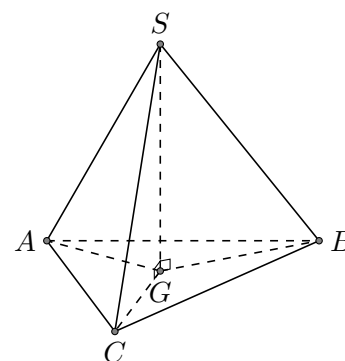
B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $SG \perp (ABC)$, các tam giác SGA, SGB, SGC là các tam giác vuông tại G và bằng nhau nên khi quay các cạnh của hình chóp quanh SG ta được một hình chóp duy nhất.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 919. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}.$

B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}.$

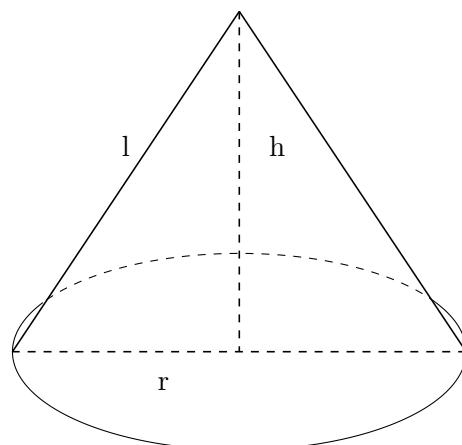
C. $\frac{2\pi a^3}{3}.$

D. $\frac{\pi a^3}{3}.$

Lời giải.

Ta có $l = 2a; r = a$, suy ra $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{3}a.$

$$\text{Thể tích của khối nón là } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}.$$



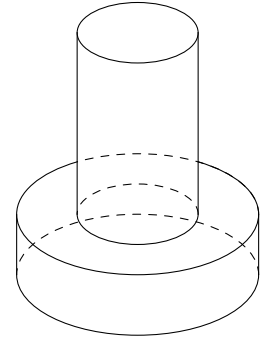
Chọn đáp án **A**

□

Câu 920.

Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1) , (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = \frac{1}{2}r_1$, $h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 30 cm^3 , thể tích khối trụ (H_1) bằng

- A. 24 cm^3 . B. 15 cm^3 . C. 20 cm^3 . D. 10 cm^3 .



Lời giải.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối trụ $(H_1), (H_2)$.

Ta có $V_2 = h_2 \pi r_2^2 = 2h_1 \pi \frac{1}{4} r_1^2 = \frac{1}{2} h_1 \pi r_1^2 = \frac{1}{2} V_1$. Mà $V_1 + \frac{1}{2} V_1 = 30$ nên $V_1 = 20$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 921. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng S . Diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính a . Khi đó thể tích của hình trụ bằng

- A. Sa . B. $\frac{1}{2}Sa$. C. $\frac{1}{3}Sa$. D. $\frac{1}{4}Sa$.

Lời giải.

Gọi bán kính đáy của hình trụ là r , khi đó $\pi r^2 = 4\pi a^2$ nên $r = 2a$.

Chiều cao hình trụ là $h = \frac{S}{2\pi r} = \frac{S}{4\pi a}$. Thể tích hình trụ là $V = h\pi r^2 = \frac{S}{4\pi a} \pi 4a^2 = Sa$.

Chọn đáp án **A** □

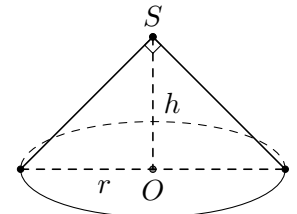
Câu 922. Cho hình nón có chiều cao h và góc ở đỉnh bằng 90° . Thể tích của khối nón xác định bởi hình nón trên là

- A. $\frac{2\pi h^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}\pi h^3}{3}$. C. $\frac{\pi h^3}{3}$. D. $2\pi h^3$.

Lời giải.

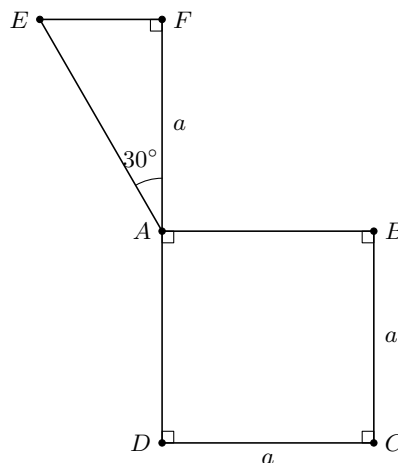
Từ giả thiết suy ra bán kính nón $r = h$.

Vậy thể tích khối nón tương ứng là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi h^3}{3}$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 923. Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF .



- A. $\frac{10\pi}{7}a^3$. B. $\frac{\pi}{3}a^3$. C. $\frac{5\pi}{2}a^3$. D. $\frac{10\pi}{9}a^3$.

Lời giải.

- Khi quay hình vuông $ABCD$ quanh trục DF ta được khối trụ tròn xoay có chiều cao bằng a và bán kính đáy bằng a . Thể tích khối trụ này là $V_1 = \pi \cdot a^2 \cdot a = \pi a^3$.
- Khi quay tam giác vuông AFE quanh trục DF ta được khối nón tròn xoay có chiều cao bằng a và bán kính đáy bằng $EF = AF \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích khối nón này là $V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi}{9}a^3$.

$$\text{Vậy thể tích cần tìm là } V = V_1 + V_2 = \pi a^3 + \frac{\pi}{9}a^3 = \frac{10\pi}{9}a^3.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

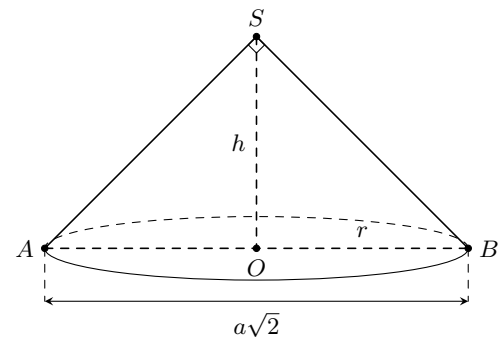
Câu 924. Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón là

- A. $\frac{\pi\sqrt{2}}{6}a^3$. B. $\frac{\pi\sqrt{2}}{12}a^3$. C. $\frac{\pi\sqrt{2}}{4}a^3$. D. $\frac{\pi\sqrt{2}}{6}a^2$.

Lời giải.

Xét tam giác vuông cân SAB có cạnh $AB = a\sqrt{2}$. Khối nón có bán kính đáy r , chiều cao $h = SO$ và $r = h = SO = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ (do tam giác SAB vuông cân tại S). Thể tích khối nón cần tìm là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi\sqrt{2}}{12}a^3.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

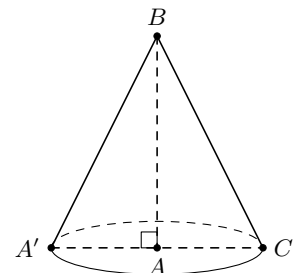
Câu 925. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = 2a$. Tính thể tích khối nón sinh ra khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB .

- A. $V = \pi a^3\sqrt{3}$. B. $V = 2\pi a^3$. C. $V = \frac{2\pi a^3}{3}$. D. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a$ và thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot AC^2 \cdot AB = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 926. Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

- A. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$. B. $S_{xq} = 12\pi$. C. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$. D. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi r l = 4\pi\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 927. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh $AB = 4a$. Quay tam giác này xung quanh cạnh AB . Thể tích của khối nón được tạo thành là

A. $\frac{8\pi a^2}{3}$.

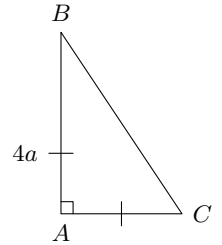
B. $\frac{64\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot \pi \cdot AC^2 = \frac{1}{3} \cdot 4a \cdot \pi \cdot (4a)^2 = \frac{64\pi a^3}{3}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 928. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{4}$.

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{8}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và M là trung điểm cạnh BC , ta có

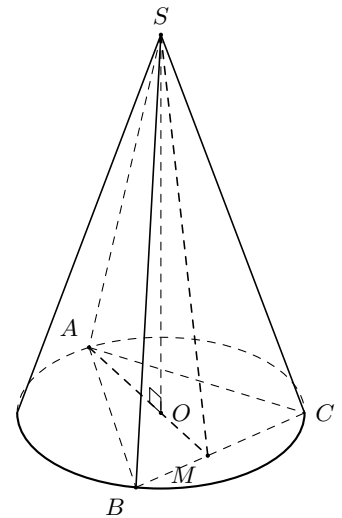
$OM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $OA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SMO} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông SMO , ta có:

$SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}$

$\Rightarrow SA = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$.

Vậy $S_{xq} = \pi \cdot OA \cdot SA = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} = \frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 929. Cho khối trụ (T) có bán kính đáy $R = 1$, thể tích $V = 5\pi$. Tính diện tích toàn phần S của hình trụ tương ứng.

A. $S = 7\pi$.

B. $S = 10\pi$.

C. $S = 12\pi$.

D. $S = 11\pi$.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của khối trụ (T) . Ta có $V = \pi R^2 h$ nên $h = \frac{V}{\pi R^2} = 5$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S = 2\pi R h + 2\pi R^2 = 2\pi R(R + h) = 12\pi$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 930. Cho hình nón có đường cao bằng bán kính đáy và bằng 15 cm. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

A. $225\pi\sqrt{2} \text{ cm}^2$.

B. $450\pi\sqrt{2} \text{ cm}^2$.

C. $1125\pi\sqrt{2} \text{ cm}^2$.

D. $325\pi\sqrt{2} \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Gọi h , r , ℓ lần lượt là chiều cao, bán kính đáy và đường sinh của hình nón.

Ta có $r = 15$ cm, $h = 15$ cm. Khi đó $\ell = \sqrt{h^2 + r^2} = 15\sqrt{2}$ cm.

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S = \pi r \ell = 15\pi \cdot 15\sqrt{2} = 225\pi\sqrt{2}$ cm².

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 931. Cho khối nón có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π . Tính thể tích của khối nón đã cho.

A. 12π .

B. 60π .

C. 20π .

D. 36π .

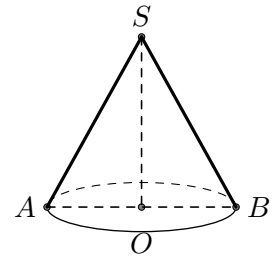
Lời giải.

Ta có diện tích xung quanh hình nón $S_{xq} = \pi r \ell$.

Suy ra độ dài đường sinh $\ell = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{15\pi}{3\pi} = 5$.

Chiều cao hình nón $h = \sqrt{\ell^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

Thể tích cần tìm $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 932. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và có bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho là

A. $2\sqrt{2}a$.

B. $\frac{3a}{2}$.

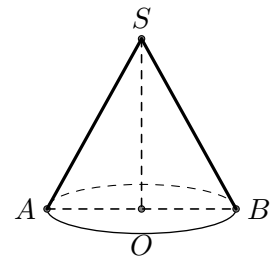
C. $2a$.

D. $3a$.

Lời giải.

Ta có diện tích xung quanh hình nón $S_{xq} = \pi r \ell$.

Suy ra độ dài đường sinh $\ell = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{3\pi a^2}{a\pi} = 3a$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 933. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

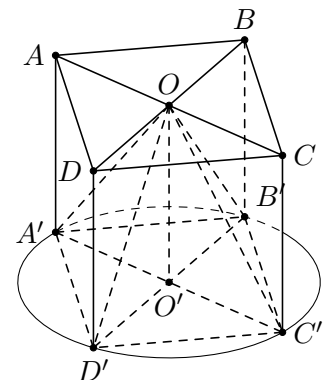
Lời giải.

Gọi O , O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

Hình nón có bán kính $r = O'A' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$,

$\ell = OA' = \sqrt{OO'^2 + O'A'^2} = \sqrt{a^2 + \frac{2a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi r \ell = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 934. Cắt một hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng qua trục được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón theo a .

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$. B. $\frac{\pi a^3}{4}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{3}$.

Lời giải.

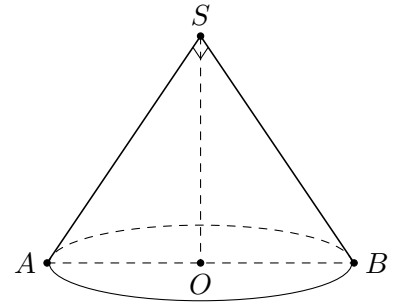
Gọi tam giác thiết diện là SAB . Ta có tam giác SAB vuông tại S có cạnh huyền $AB = a\sqrt{2}$.

Khi đó bán kính đáy hình nón $r = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$,

$$h = SO = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó thể tích hình nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{2a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 935. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng 6 và diện tích xung quanh bằng 30π . Tính thể tích V của khối nón.

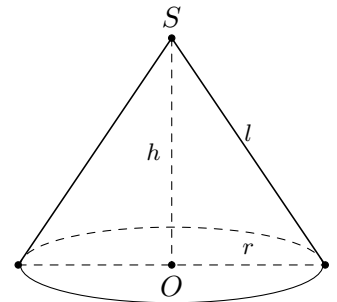
- A. $V = \frac{6\sqrt{11}}{5}\pi$. B. $V = \frac{25\sqrt{11}}{3}\pi$. C. $V = \frac{5\sqrt{11}}{3}\pi$. D. $V = \frac{4\sqrt{11}}{3}\pi$.

Lời giải.

Ta có diện tích xung quanh $S_{xq} = \pi r l = 6\pi r = 30\pi$.

Suy ra $r = 5$, $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{11}$.

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{25\sqrt{11}}{3}\pi$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 936. Khối trụ ngoại tiếp khối lập phương cạnh a có thể tích là

- A. $\frac{a^3\pi}{4}$. B. $\frac{a^3\pi}{3}$. C. $a^3\pi$. D. $\frac{a^3\pi}{2}$.

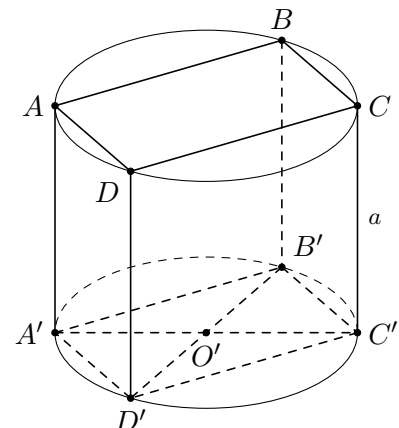
Lời giải.

Khối trụ có bán kính đáy $r = O'C' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$,

chiều cao $h = CC' = a$.

Thể tích của khối trụ

$$V = \pi r^2 h = \frac{\pi a^3}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 937. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 10$, $AD = 6$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA . Cho hình chữ nhật quay quanh đường thẳng QN , tứ giác $MNPQ$ tạo thành vật tròn xoay có thể tích bằng

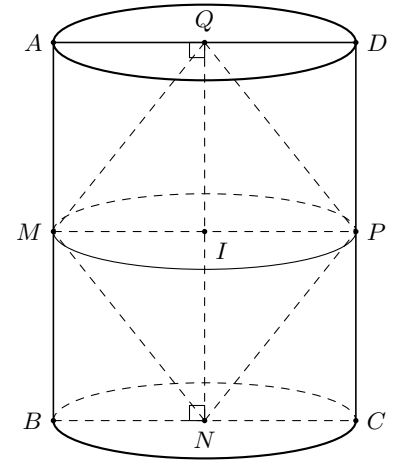
A. 15π .B. 20π .C. 50π .D. 30π .

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra vật tròn xoay tạo từ tứ giác $MNPQ$ khi quay quanh trục QN được tạo thành bởi hai hình nón có đáy là hình tròn tâm I là trung điểm PM , bán kính $R = \frac{1}{2}MN = \frac{1}{2}AD = 3$, đường cao $QI = \frac{1}{2}QN = \frac{1}{2}AB = 5$.

Do đó thể tích của vật tròn xoay là

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 \cdot QI = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 5 = 30\pi.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 938. Thể tích của khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $R = 4$ bằng

A. $V = 32\pi$.B. $V = 96\pi$.C. $V = 16\pi$.D. $V = 48\pi$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón là

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 16 \cdot 6 = 32\pi.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 939. Tính diện tích xung quanh của hình trụ biết hình trụ có bán kính đáy bằng a và đường cao bằng $a\sqrt{3}$.

A. $2\pi a^2$.B. πa^2 .C. $\pi a^2 \sqrt{3}$.D. $2\pi a^2 \sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $l = h = a\sqrt{3}$. Nên $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi a^2 \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 940. Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình nón.

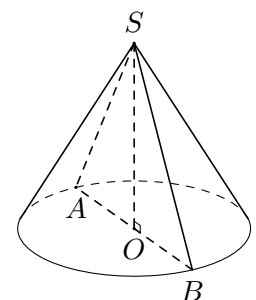
A. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$.C. $\pi a^2 \sqrt{2}$.D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Xét $\triangle SAB$ có $AB = a\sqrt{2}$.

$$\Rightarrow R = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } S_{xq} = \pi Rl = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 941. Tính diện tích xung quanh của một hình nón có bán kính đáy bằng 5 và chiều cao bằng 12.

A. 60π .

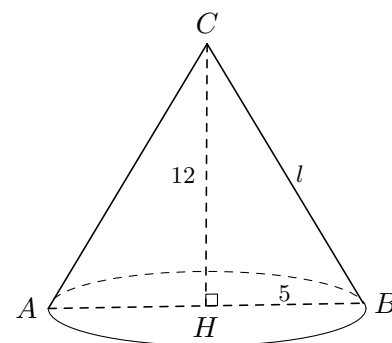
B. 65.

C. 65π .D. 90π .

Lời giải.

Đường sinh của hình nón là $l = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$.

Diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq} = \pi \cdot 5 \cdot 13 = 65\pi$.



Chọn đáp án **C**

□

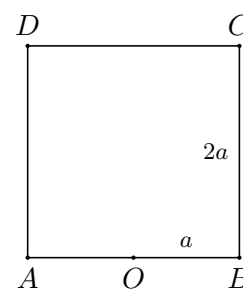
Câu 942. Hình trụ có bán kính đáy bằng a và thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng.

A. $3\pi a^2$.B. $\frac{\pi a^2}{2}$.C. $4\pi a^2$.D. πa^2 .

Lời giải.

Do thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông và bán kính đường tròn đáy bằng a nên $r = a$, $l = CB = 2a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi a \cdot 2a = 4\pi a^2$.



Chọn đáp án **C**

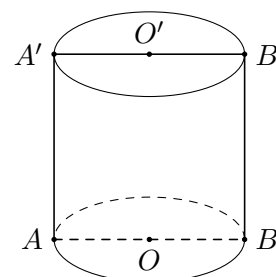
□

Câu 943. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông. Biết diện tích xung quanh của mặt trụ là $64\pi a^2$. Thể tích khối trụ là

A. $\frac{27\pi a^3}{2}$.B. $256\pi a^3$.C. $128\pi a^3$.D. $64\pi a^3$.

Lời giải.

- Thiết diện qua trục là hình vuông nên $h = 2R$.
- $S_{xq} = 2\pi R h \Leftrightarrow 64\pi a^2 = 4\pi R^2 \Leftrightarrow R = 4a$.
- $V = \pi R^2 h = 2\pi R^3 = 2\pi(4a)^3 = 128\pi a^3$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 944. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.B. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.C. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.D. $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

Lời giải.

Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$, suy ra $SI \perp (ABCD)$.

Ta có

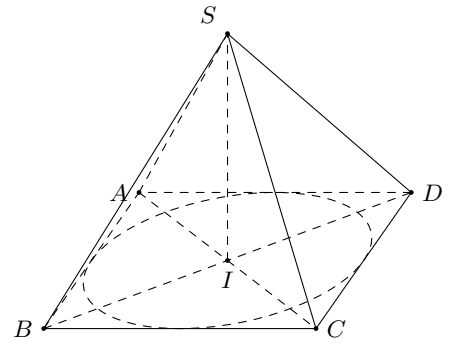
$$AI = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{(a\sqrt{2})^2 + (a\sqrt{2})^2}}{2} = a.$$

$$SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 - a^2} = a.$$

Bán kính đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ là $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot R^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 945. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1, BC = 2$. Tính thể tích hình trụ tròn xoay khi quay hình chữ nhật $ABCD$ đó xung quanh trục AD .

A. $\frac{2}{3}\pi$.

B. $\frac{4}{3}\pi$.

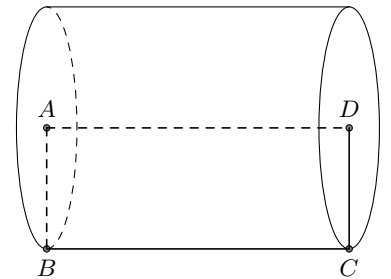
C. 2π .

D. $\frac{2}{3}\pi$.

Lời giải.

Khi quay hình chữ nhật quanh cạnh AD ta được hình lăng trụ có đường cao bằng cạnh BC và đáy là đường tròn có bán kính AB .

Thể tích khối trụ $V = Bh = \pi AB^2 \cdot BC = 2\pi$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 946. Cắt khối nón bởi một mặt phẳng qua trục tạo thành một tam giác đều cạnh a . Thể tích của khối nón là

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

B. $V = \frac{2\pi a^3 \sqrt{3}}{9}$.

C. $V = \pi a^3 \sqrt{3}$.

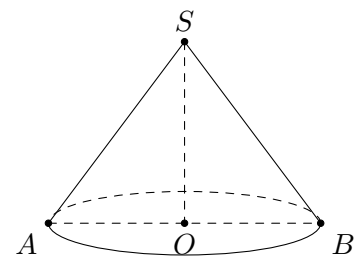
D. $V = \frac{3\pi a^3}{8}$.

Lời giải.

Gọi thiết diện qua trục của đáy là tam giác đều SAB cạnh a .

Khi đó đường cao $h = SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, bán kính đáy là $r = \frac{a}{2}$.

Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 947. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 2a$. Tam giác ABC vuông tại A và $BC = 2a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $2\pi a^3$.

B. $6\pi a^3$.

C. $4\pi a^3$.

D. πa^3 .

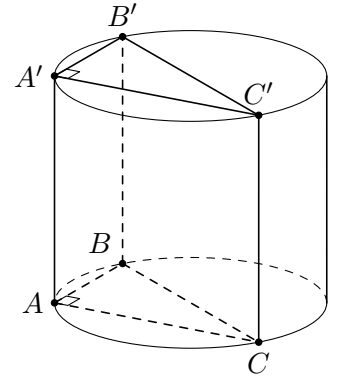
Lời giải.

Vì tam giác ABC vuông tại A nên bán kính đường tròn đáy của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $R = \frac{BC}{2} = a\sqrt{3}$.

Chiều cao $h = AA' = 2a$.

Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$

$$V = V = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi(a\sqrt{3})^2 \cdot 2a = 6\pi a^3.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 948. Trong không gian cho tam giác OIM vuông tại I , $\widehat{IOM} = 30^\circ$ và $IM = a$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón tròn xoay có diện tích toàn phần là

A. πa^2 .

B. $4\pi a^2$.

C. $2\pi a^2$.

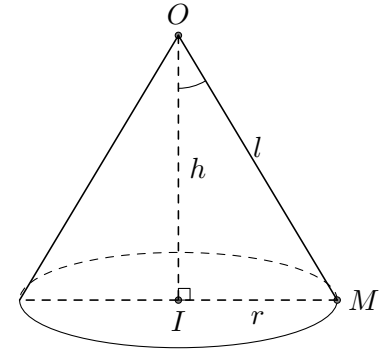
D. $3\pi a^2$.

Lời giải.

Khi quay nửa tam giác đều OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón tròn xoay có bán kính đáy $r = IM = a$, chiều cao $h = OI = \frac{IM}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}$, độ dài đường sinh $l = OM = 2IM = 2a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot a \cdot 2a = 2\pi a^2$, diện tích đáy của hình nón là $S_{\text{đáy}} = \pi r^2 = \pi a^2$.

Vậy diện tích toàn phần của hình nón là $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = 3\pi a^2$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 949. Một hình trụ (T) có hai đáy là hai hình tròn $(O; r)$ và $(O'; r)$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO' = r\sqrt{3}$. Một hình nón (N) có đỉnh O' và đáy là hình tròn $(O; r)$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của (T) và (N) . Khi đó tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. 1.

C. 2.

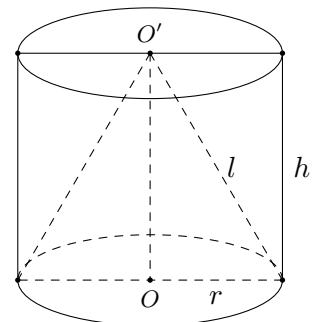
D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ (T) là $S_1 = 2\pi rh = 2\pi r \cdot r\sqrt{3} = 2\pi r^2\sqrt{3}$.

Hình nón (N) có độ dài đường sinh là $l = \sqrt{r^2 + (r\sqrt{3})^2} = 2r$ nên có diện tích xung quanh là $S_2 = \pi rl = \pi r \cdot 2r = 2\pi r^2$.

$$\text{Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \frac{2\pi r^2\sqrt{3}}{2\pi r^2} = \sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 950. Trong không gian cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi I và H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Khi quay hình vuông $ABCD$, kể cả các điểm trong của nó, xung quanh đường thẳng HI ta được một khối trụ tròn xoay có thể tích V là

A. $V = \pi a^3$.

B. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

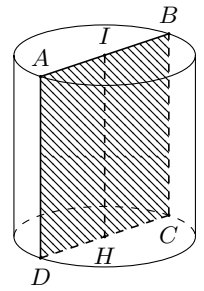
C. $V = \frac{\pi a^3}{4}$.

D. $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Khối trụ có chiều cao $HI = a$, bán kính đáy $r = \frac{a}{2}$.

Do đó khối trụ có thể tích $V = a \cdot \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^3}{4}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 951. Một hình trụ (T) có chiều cao bằng a và O, O' lần lượt là tâm của hai đáy. Hai điểm A và B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho $AB = a\sqrt{3}$. Nếu khoảng cách giữa AB và OO' bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ thì thể tích V của khối trụ tạo nên bởi (T) là

A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

B. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

C. $V = \pi a^3$.

D. $V = 2\pi a^3$.

Lời giải.

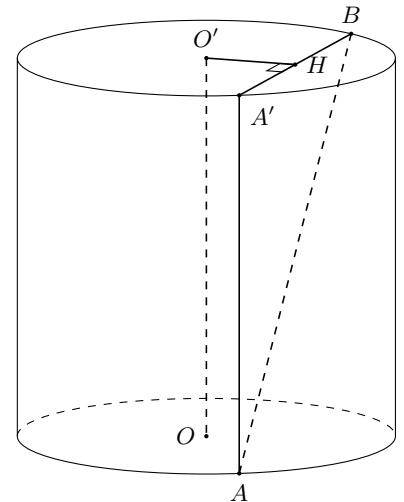
Kẻ đường sinh AA' . Gọi H là trung điểm $A'B \Rightarrow O'H \perp A'B$ (do $\Delta O'A'B$ cân tại O'), suy ra $O'H \perp (AA'N)$ (do $AA' \perp O'H$). Do đó $d(OO', AB) = O'H$.

Tam giác $AA'B$ vuông tại A' , nên có $A'B = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác $O'A'H$ vuông tại H , nên có bán kính đáy

$$r = O'A' = \sqrt{A'H^2 + O'H^2} = a.$$

Vậy thể tích khối trụ $V = \pi r^2 \cdot OO' = \pi a^3$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 952. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $4\pi a^2$.

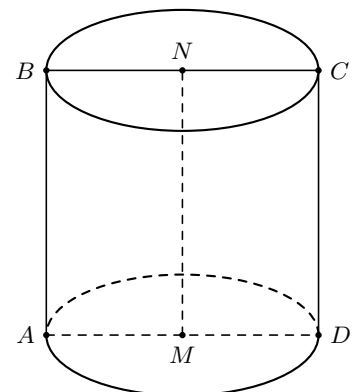
B. $8\pi a^2$.

C. $16\pi a^2$.

D. $2\pi a^2$.

Lời giải.

Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật, có độ dài một cạnh là $2a$, có diện tích là $8a^2$, suy ra chiều cao của hình trụ là $h = \frac{8a^2}{2a} = 4a$.
 Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi r \cdot h = 2\pi a \cdot 4a = 8\pi a^2$ (đvdt).



Chọn đáp án **B**

□

Câu 953. Cho hình lập phương có cạnh bằng 40 cm và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích toàn phần của hình lập phương và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính $S = S_1 + S_2$ (cm²).

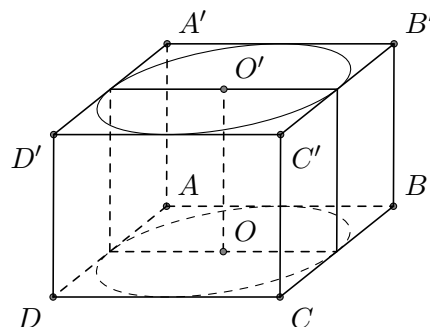
- A. $S = 4(2400 + \pi)$. B. $S = 2400(4 + \pi)$. C. $S = 2400(4 + 3\pi)$. D. $S = 4(2400 + 3\pi)$.

Lời giải.

$$S_1 = 6 \cdot 40^2 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$S_2 = 2\pi \cdot R(h + R) = 40 \cdot 60 \cdot \pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$\text{Khi đó } S_1 + S_2 = 40 \cdot 60(4 + \pi) = 2400(4 + \pi) \text{ (cm}^2\text{)}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 954. Thiết diện qua trục của một hình nón tròn xoay là tam giác đều có diện tích bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích khối nón đã cho.

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

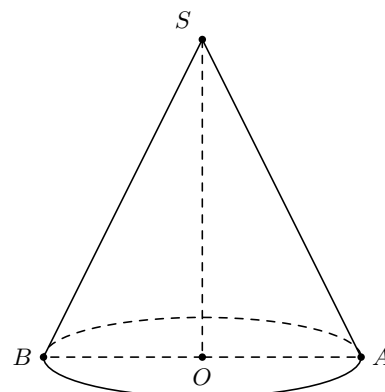
Gọi thiết diện đó là tam giác SAB , suy ra $S_{SAB} = a^2\sqrt{3}$.

Khi đó

$$a^2\sqrt{3} = AB^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow AB = 2a \Rightarrow OA = a.$$

Lại có $SO = AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$. Thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \pi a^2 = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 955. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

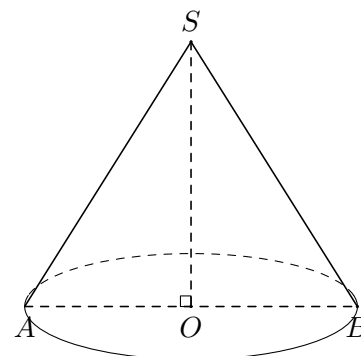
- A. $V = \frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{4}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{4}$. C. $V = 3\pi a^3$. D. $V = \pi a^3$.

Lời giải.

• Góc ở đỉnh bằng 60° nên $\widehat{OSA} = 30^\circ$. Do đó $\frac{r}{h} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ và $\frac{r}{l} = \sin 30^\circ$. Suy ra $h = r\sqrt{3}$ và $l = 2r$.

• $S_{xq} = 6\pi a^2 \Leftrightarrow \pi r l = 6\pi a^2 \Leftrightarrow 2\pi r^2 = 6\pi a^2 \Leftrightarrow r = \sqrt{3}a$. Suy ra $h = 3a$.

• $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3a^2 \cdot 3a = 3\pi a^3$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 956. Thể tích của khối nón có chiều cao $h = 4$ và bán kính đáy $R = 6$ bằng bao nhiêu?

A. $V = 144\pi$.

B. $V = 48\pi$.

C. $V = 24\pi$.

D. $V = 8\pi$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi 6^2 4 = 48\pi$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 957. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng h . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{2\pi a^2 h}{3}$.

B. $V = \pi a^2 h$.

C. $V = 2\pi a^2 h$.

D. $V = 8\pi a^2 h$.

Lời giải.

Bán kính mặt đáy khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $R = \frac{AB}{2} = a\sqrt{2}$. Mà chiều cao khối lăng trụ bằng chiều cao khối trụ ngoại tiếp nó nên thể tích khối trụ $V = \pi R^2 h = 2\pi a^2 h$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 958. Quay hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4 quanh trục là đường thẳng chứa cạnh MN (M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD) được hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. 32π .

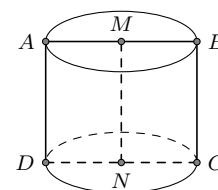
B. 24π .

C. 8π .

D. 16π .

Lời giải.

Ta có $l = AD = 4, r = 2$. Khi đó diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi \cdot r \cdot l = 16\pi$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 959. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a, AC = 2a$. Độ dài đường sinh l của hình trụ nhận được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục AD là

A. $l = a\sqrt{2}$.

B. $l = a\sqrt{5}$.

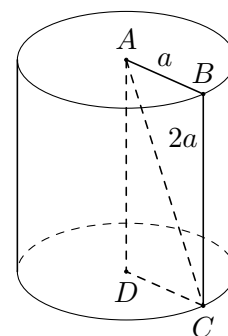
C. $l = a$.

D. $l = a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Độ dài đường sinh là

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}.$$



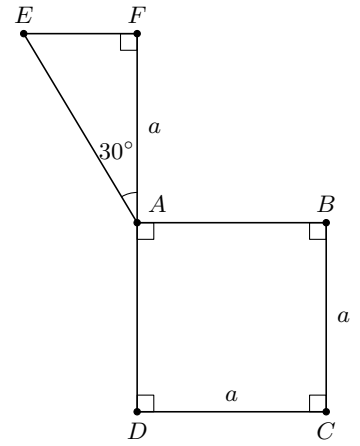
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 960.

Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF .

- A. $\frac{10\pi a^3}{9}$. B. $\frac{10\pi a^3}{7}$. C. $\frac{5\pi a^3}{2}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.



Lời giải.

Hình vuông $ABCD$ khi quay quanh trục DF sinh ra khối trụ có bán kính đáy $r_T = AB = a$, đường cao $h_T = AD = a$. Khối trụ này có thể tích

$$V_T = \pi \cdot r_T^2 \cdot h_T = \pi \cdot a^2 \cdot a = \pi a^3.$$

Tam giác AEF khi quay quanh trục DF sinh ra khối nón có bán kính đáy $r_N = EF = a \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, đường cao $h_N = AF = a$. Khối nón này có thể tích

$$V_N = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_N^2 \cdot h_N = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{9}.$$

Thể tích vật thể tròn xoay cần tìm là $V = V_T + V_N = \pi a^3 + \frac{\pi a^3}{9} = \frac{10\pi a^3}{9}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

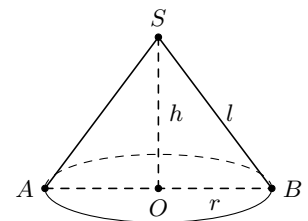
Câu 961. Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 4 và đường sinh bằng 5 là

- A. 16π . B. 48π . C. 12π . D. 36π .

Lời giải.

Ta có $l = 5$, $h = 4$ suy ra bán kính đáy là $r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.

Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi$.



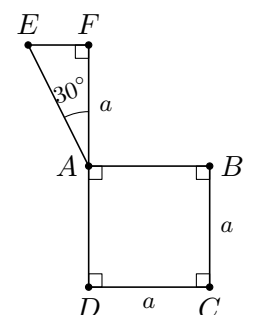
Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 962.

Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF .

- A. $\frac{10\pi a^3}{9}$. B. $\frac{10\pi a^3}{7}$. C. $\frac{5\pi a^3}{2}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.



Lời giải.

Ta có $EF = AF \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Khi quay tam giác AEF quanh trục DF tạo thành khối nón có thể tích

$$V_{\text{nón}} = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{9}.$$

Khi quay hình vuông $ABCD$ quanh trục DF tạo thành khối trụ có thể tích

$$V_{\text{trụ}} = \pi a^2 \cdot a = \pi a^3.$$

Vậy thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình quanh trục DF là $V = \frac{\pi a^3}{9} + \pi a^3 = \frac{10\pi a^3}{9}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 963. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

C. $V = 3\pi a^3$.

D. $V = \pi a^3$.

Lời giải.

Thể tích $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot OA^2 \cdot SO$.

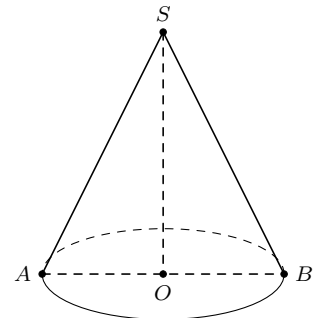
Ta có $\widehat{ASB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ASO} = 30^\circ$.

Xét $\triangle ASO$ có $\tan 30^\circ = \frac{OA}{SO} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SO = OA\sqrt{3}$.

Lại có $S_{xq} = \pi Rl = \pi OA \cdot SA = \pi \cdot OA \sqrt{OA^2 + SO^2} = 6\pi a^2$

$\Rightarrow OA \sqrt{OA^2 + 3OA^2} = 6a^2 \Rightarrow 2OA^2 = 6a^2 \Rightarrow OA = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow SO = 3a \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi \cdot 3a^2 \cdot 3a = 3\pi a^3$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 964.

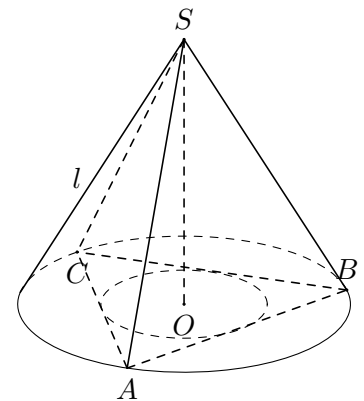
Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC gọi là hình nón nội tiếp hình chóp $S.ABC$, hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC gọi là hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Tỷ số thể tích của hình nón nội tiếp và hình nón ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng nào dưới đây đúng?

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.



Lời giải.

Gọi $V_1, V_2, h_1, h_2, R_1, R_2$ lần lượt là thể tích, chiều cao, bán kính đáy của hình nón nội tiếp và hình nón ngoại tiếp hình chóp đã cho.

Ta có $h_1 = h_2$, mặt khác tam giác ABC là tam giác đều nên $R_1 = \frac{1}{2}R_2$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

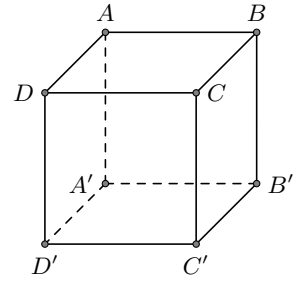
Câu 965. Một hình trụ có hai đáy nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a . Tính thể tích khối trụ đó

A. $a^3\pi$.

B. $\frac{1}{3}a^3\pi$.

C. $\frac{1}{12}a^3\pi$.

D. $\frac{1}{4}a^3\pi$.

Lời giải.Bán kính đáy của hình trụ là $R = \frac{a}{2}$.Chiều cao của hình trụ là $h = a$.Thể tích của khối trụ là $\pi R^2 h = \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot a = \frac{1}{4}a^3\pi$.Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 966. Tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp $\triangle BCD$ và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

A. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.

B. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

C. $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$.

D. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$.

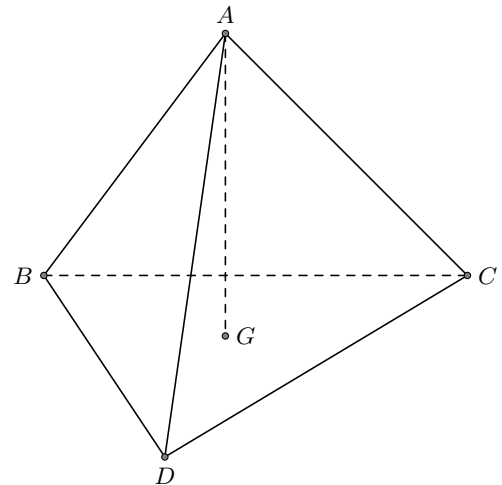
Lời giải.Gọi G là trọng tâm của $\triangle BCD$, ta có

$$CG = \frac{4\sqrt{3}}{3}, AG = \sqrt{AC^2 - CG^2} = \frac{4\sqrt{6}}{3}.$$

Bán kính đáy của hình trụ là $R = \frac{1}{2}CG = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, chiều caohình trụ là $h = AG = \frac{4\sqrt{6}}{3}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là

$$S_{xq} = 2\pi R h = 2\pi \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{4\sqrt{6}}{3} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 967. Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng đi qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng a , diện tích xung quanh của hình nón là

A. $S_{xq} = \pi a^2\sqrt{2}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$.

D. $S_{xq} = \pi a^2$.

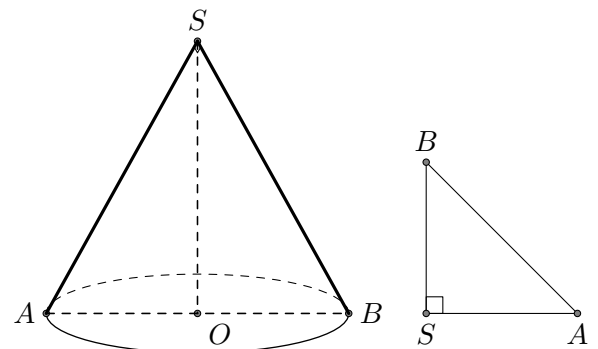
Lời giải.

Gọi các điểm như hình vẽ. Ta cắt được thiết diện là

 $\triangle SAB$ vuông cân tại S .

Ta có:

$$\begin{aligned} SA^2 + SB^2 &= AB^2 \\ \Leftrightarrow 2SA^2 &= a^2 \\ \Leftrightarrow SA &= \frac{a\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$



Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot \frac{AB}{2} \cdot SA = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 968. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$, góc giữa đường sinh và đáy bằng 60° . Thể tích của khối nón đã cho là

A. $\frac{\pi a^3}{3\sqrt{3}}$.

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

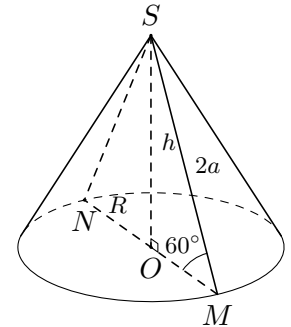
D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Xét hình nón như hình vẽ.

Ta có $h = 2a \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{3}$ và $R = 2a \cos 60^\circ = a$.

Do đó $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_d = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \pi \cdot R^2 = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \pi \cdot a^2 = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 969. Cho hình nón có bán kính và độ dài đường sinh lần lượt là $3a$, $5a$. Thể tích khối nón đã cho là

A. $18\pi a^3$.

B. $12\pi a^3$.

C. $24\pi a^3$.

D. $36\pi a^3$.

Lời giải.

Vì hình nón có bán kính $r = 3a$, đường sinh $l = 5a$ nên có chiều cao là $h = \sqrt{l^2 - r^2} = 4a$.

Thể tích khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3a)^2 \cdot 4a = 12\pi a^3$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 970. Độ dài đường sinh của một hình nón bằng $2a$. Thiết diện qua trục của nó là một tam giác cân có góc ở đỉnh bằng 120° . Diện tích toàn phần của hình nón là

A. $2\pi a^2(3 + \sqrt{3})$.

B. $\pi a^2(3 + 2\sqrt{3})$.

C. $6\pi a^2$.

D. $\pi^2(3 + \sqrt{3})$.

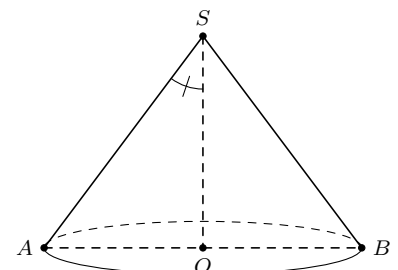
Lời giải.

Xét $\triangle SOA$ vuông tại O .

Ta có $\sin \widehat{OSA} = \frac{OA}{SA} \Rightarrow OA = SA \cdot \sin \widehat{OSA} = 2a \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Khi đó diện tích toàn phần của hình nón là

$S_{TP} = \pi \cdot OA \cdot SA + \pi \cdot OA^2 = \pi \cdot 2a \cdot a\sqrt{3} + \pi \cdot 3a^2 = \pi a^2(3 + 2\sqrt{3})$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 971. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông và diện tích toàn phần bằng $64\pi a^2$. Tính bán kính đáy của hình trụ.

A. $r = \frac{4\sqrt{6}a}{3}$.

B. $r = \frac{8\sqrt{6}a}{3}$.

C. $r = 4a$.

D. $r = 2a$.

Lời giải.

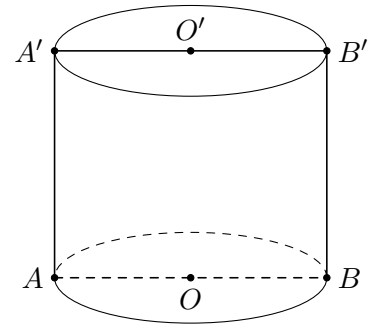
Gọi r là bán kính đáy của hình trụ. Do thiết diện qua trục hình trụ là một hình vuông nên $l = AA' = AB = 2r$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S_{\text{tp}} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi r \cdot 2r + 2\pi r^2 = 6\pi r^2.$$

Mà $S_{\text{tp}} = 64\pi a^2$ nên $6\pi r^2 = 64\pi a^2$, suy ra $r = \frac{4\sqrt{6}a}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 972. Tính diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $4a$.

A. $S = 4\pi a^2$.

B. $S = 2\sqrt{2}\pi a^2$.

C. $S = \sqrt{2}\pi a^2$.

D. $S = \sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải.

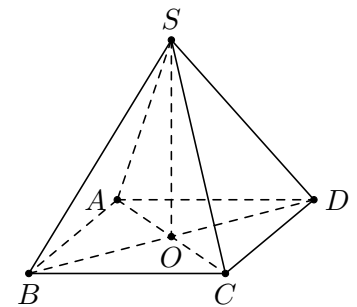
Xét hình nón ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

Gọi l là đường sinh và r là bán kính đáy của hình nón.

Ta có $l = SA = 4a$, $r = OA = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{\text{xq}} = \pi rl = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot 4a = 2\sqrt{2}\pi a^2.$$



Chọn đáp án **(B)**

Câu 973. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , diện tích mỗi mặt bên bằng $2a^2$. Tính thể tích khối nón có đỉnh là S và có đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

A. $\frac{\pi\sqrt{7}a^3}{6}$.

B. $\frac{\pi\sqrt{7}a^3}{4}$.

C. $\frac{\pi\sqrt{7}a^3}{3}$.

D. $\frac{3\pi\sqrt{7}a^3}{4}$.

Lời giải.

Do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên các mặt bên là các tam giác cân. Gọi H là trung điểm của CD . Ta có $SH \perp CD$ và $S_{\triangle SCD} = \frac{1}{2}SH \cdot CD = \frac{a}{2}SH = 2a^2 \Rightarrow SH = 4a$.

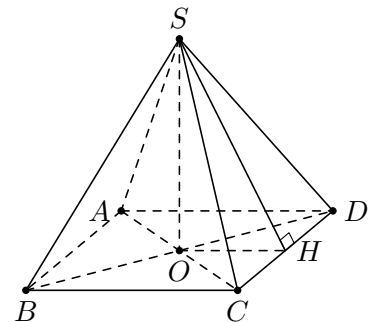
Tam giác SOH vuông tại O nên

$$SO = \sqrt{SH^2 - OH^2} = \sqrt{16a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{63a^2}{4}} = \frac{3a\sqrt{7}}{2}.$$

Đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ có bán kính là $r = OA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích của khối nón cần tính là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{3a\sqrt{7}}{2} = \frac{\pi\sqrt{7}a^3}{4}$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 974. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Hình nón ($\mathcal{N}$) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Tính thể tích V của khối nón được tạo nên bởi hình nón ($\mathcal{N}$).

A. $V = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{27}$.

B. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{27}$.

C. $V = \frac{\pi\sqrt{6}a^3}{9}$.

D. $V = \frac{\pi\sqrt{6}a^3}{27}$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Ta có $AG \perp (BCD)$. Khi đó, hình nón ($\mathcal{N}$) có chiều cao là $h = AG$ và bán kính đáy là $r = GB$.

Tam giác BCD là tam giác đều cạnh a nên

$$r = GB = \frac{2}{3}BN = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Tam giác ABG vuông tại G nên $h = AG = \sqrt{AB^2 - GB^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy thể tích khối nón ($\mathcal{N}$) là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{\pi\sqrt{6}a^3}{27}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 975. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ACBD$.

A. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của CD . Ta có $OH \perp CD$.

Do khối nón có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác

$ACBD$ nên bán kính đáy là $r = OH = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $OC = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = a$.

Tam giác SOC vuông tại O nên

$$SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a.$$

Chiều cao của khối nón là $h = SO = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{6}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

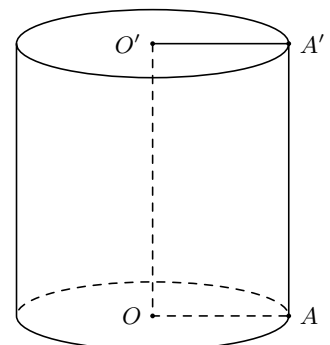
Câu 976. Một khối trụ có thể tích bằng 25π . Nếu chiều cao của hình trụ tăng lên năm lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được một hình trụ mới có diện tích xung quanh bằng 25π . Tính bán kính đáy r của hình trụ ban đầu.

A. $r = 15$. B. $r = 5$. C. $r = 10$. D. $r = 2$.

Lời giải.

Gọi bán kính đáy và chiều cao của hình trụ ban đầu lần lượt là r, h .

Ta có hệ
$$\begin{cases} \pi r^2 h = 25\pi \\ 2\pi r 5h = 25\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} rrh = 25 \\ rh = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow r = 10.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 977. Trong không gian cho tam giác OIM vuông tại I , góc $\widehat{IOM} = 45^\circ$ và cạnh $IM = a$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón tròn xoay. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón tròn xoay đó theo a .

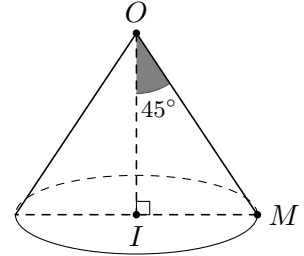
- A. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{2}$. B. $S_{xq} = \pi a^2$. C. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{3}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = \pi r l$, trong đó $r = IM = a$, $l = OM \cdot \sin \widehat{IOM} = \frac{IM}{OM}$

$$\Rightarrow \sin 45^\circ = \frac{a}{OM}.$$

Suy ra $OM = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{xq} = \pi r l = \pi a \cdot a\sqrt{2} = \pi a^2 \sqrt{2}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 978. Tính diện tích toàn phần của hình tròn xoay sinh bởi hình vuông cạnh a khi quay quanh trục chứa một cạnh của nó.

- A. $2\pi a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $6\pi a^2$. D. πa^2 .

Lời giải.

Hình tròn xoay tạo thành là hình trụ bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng a .

Do đó diện tích toàn phần của hình trụ là $S = 2\pi r l + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot a \cdot a + 2\pi a^2 = 4\pi a^2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 979. Tính thể tích V của khối nón có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = a\sqrt{3}$.

- A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. B. $V = 3\pi a^3$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $V = \pi a^3$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (a\sqrt{3})^2 a = \pi a^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 980. Tính diện tích xung quanh của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$.

- A. $S = 48\pi$. B. $S = 24\pi$. C. $S = 96\pi$. D. $S = 12\pi$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi r h = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 = 24\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

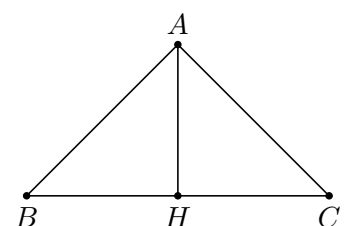
Câu 981. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , đường cao $AH = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH .

- A. $4\sqrt{2}\pi$. B. $16\sqrt{2}\pi$. C. $8\sqrt{2}\pi$. D. $32\sqrt{2}\pi$.

Lời giải.

Hình nón nhận được có chiều cao $h = AH = 4$, bán kính đường tròn đáy $r = HB = HC = 4$, độ dài đường sinh $l = AB = AC = 4\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 4 \cdot 4\sqrt{2} = 16\sqrt{2}\pi.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 982. Nếu một hình nón có diện tích xung quanh gấp đôi diện tích của hình tròn đáy thì góc ở đỉnh của hình nón bằng

A. 15° .B. 60° .C. 30° .D. 120° .

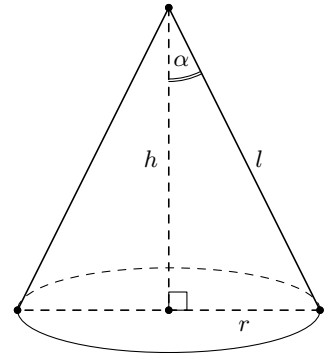
Lời giải.

Gọi góc ở đỉnh của hình nón là 2α .

Vì diện tích xung quanh gấp đôi diện tích của hình tròn đáy nên

$$\pi r l = 2\pi r^2 \Leftrightarrow \frac{r}{l} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ.$$

Vậy góc ở đỉnh của hình nón là $2\alpha = 60^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

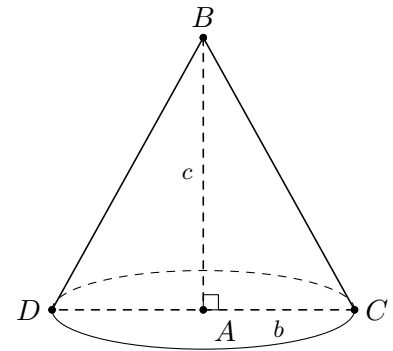
Câu 983. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = c$, $AC = b$. Quay tam giác ABC xung quanh đường thẳng chứa cạnh AB ta được một hình nón có thể tích bằng

A. $\frac{1}{3}\pi bc^2$.B. $\frac{1}{3}bc^2$.C. $\frac{1}{3}b^2c$.D. $\frac{1}{3}\pi b^2c$.

Lời giải.

Hình nón có bán kính đáy là $r = b$, chiều cao là $h = c$ nên có thể tích là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi b^2 c.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 984. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và diện tích toàn phần bằng $3\pi a^2$. Độ dài đường sinh l của hình nón bằng

A. $l = 2a$.B. $l = a$.C. $l = 4a$.D. $l = a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Diện tích toàn phần của hình nón $S_{tp} = \pi r l + \pi r^2 \Leftrightarrow \pi a l + \pi a^2 = 3\pi a^2 \Leftrightarrow l = 2a$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 985. Cho khối trụ có thể tích bằng $45\pi \text{ cm}^3$, chiều cao bằng 5 cm. Tính bán kính R của khối trụ đã cho

A. $R = 3 \text{ cm}$.B. $R = 4,5 \text{ cm}$.C. $R = 9 \text{ cm}$.D. $R = 3\sqrt{3} \text{ cm}$.

Lời giải.

Bán kính của khối trụ được cần tìm là

$$R = \sqrt{\frac{V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{45\pi}{5\pi}} = 3.$$

Vậy bán kính R của khối trụ đã cho là $R = 3 \text{ cm}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 986. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = \pi a^3$. B. $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. D. $V = 3\pi a^3$.

Lời giải.

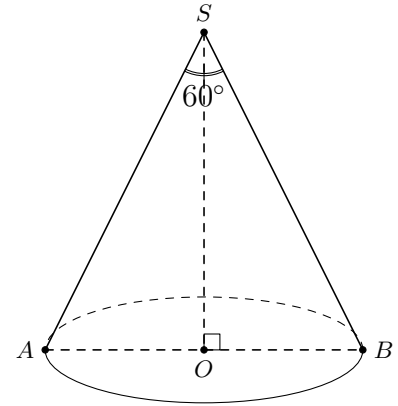
Ta có $\widehat{ASB} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ASB$ đều $\Rightarrow r = \frac{\ell}{2}$ và $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$.

Mặt khác $S_{xq} = \pi r \ell = 6\pi a^2 \Leftrightarrow \pi \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \ell = 6\pi a^2 \Rightarrow \ell = 2a\sqrt{3}$.

Ta suy ra $r = a\sqrt{3}$ và $h = 3a$.

Vậy thể tích khối nón

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (a\sqrt{3})^2 \cdot 3a = 3a^3 \pi.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 987. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC ta được khối tròn xoay (T) . Tính thể tích V của khối tròn xoay (T) .

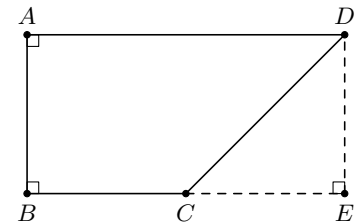
- A. $V = \frac{7\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. C. $V = \pi a^3$. D. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi V_1 là thể tích của hình trụ có bán kính AB , đường cao AD .

Gọi V_2 là thể tích của hình nón có bán kính ED , đường cao CE .

Ta có $V = V_1 - V_2 = \pi a^2 \cdot 2a - \frac{1}{3} \pi a^2 \cdot a = \frac{5\pi a^3}{3}$.



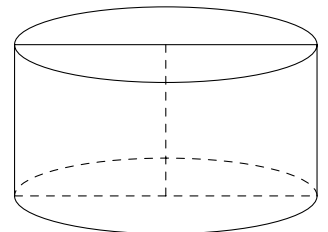
Chọn đáp án **D**

□

Câu 988.

Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

- A. $2\pi a^2$. B. $8\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $16\pi a^2$.



Lời giải.

Hình trụ đã cho có chiều cao $h = 2a$, bán kính đáy $r = a$.

Ta có

$$S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi \cdot a \cdot 2a = 4\pi a^2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 989. Một hình nón tròn xoay có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy, diện tích đáy của hình nón bằng 9π . Khi đó đường cao của hình nón bằng

- A. $3\sqrt{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

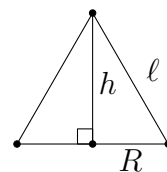
Lời giải.

Vì hình nón có đường sinh bằng đường kính đáy nên thiết diện đi qua trục của hình nón là một tam giác đều, do đó $\ell = 2R$.

Ta có $S = 9\pi \Rightarrow \pi R^2 = 9\pi \Rightarrow R = 3$.

Suy ra $\ell = 6 \Rightarrow h = \sqrt{\ell^2 - R^2} = \sqrt{36 - 9} = 3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 990. Một khối trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Biết diện tích xung quanh của khối trụ bằng 16π , tính thể tích V của khối trụ.

A. $V = 16\pi$.

B. $V = 8\pi$.

C. $V = 64\pi$.

D. $V = 32\pi$.

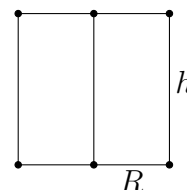
Lời giải.

Vì thiết diện đi qua trục của khối trụ là một hình vuông nên $h = 2R$.

Ta có $S_{xq} = 16\pi \Rightarrow 2\pi R h = 16\pi \Rightarrow R = 2$, suy ra $h = 4$. Khi đó

$$V = \pi R^2 h = 16\pi.$$

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 991. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và độ dài đường cao bằng $3a$. Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đã cho là

A. $S_{tp} = 8\pi a^2$.

B. $S_{tp} = 7\pi a^2$.

C. $S_{tp} = 4\pi a^2$.

D. $S_{tp} = 5\pi a^2$.

Lời giải.

Từ giả thiết, ta có $r = a$, $l = h = 3a$. Do đó diện tích toàn phần của hình trụ đã cho là

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 2\pi r l + 2\pi r^2 = 6\pi a^2 + 2\pi a^2 = 8\pi a^2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 992. Cho khối nón có thể tích bằng $2\pi a^3$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của khối nón đã cho bằng

A. $6a$.

B. $a\sqrt{5}$.

C. $a\sqrt{37}$.

D. $a\sqrt{7}$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{3V}{\pi r^2} = \frac{6\pi a^3}{\pi a^2} = 6a$.

Vậy độ dài đường sinh của khối nón đã cho là $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{36a^2 + a^2} = a\sqrt{37}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 993. Một khối trụ có thể tích bằng 6π . Nếu giữ nguyên chiều cao và tăng bán kính đáy của khối trụ đó gấp 3 lần thì thể tích V của khối trụ mới bằng bao nhiêu?

A. $V = 162\pi$.

B. $V = 27\pi$.

C. $V = 18\pi$.

D. $V = 54\pi$.

Lời giải.

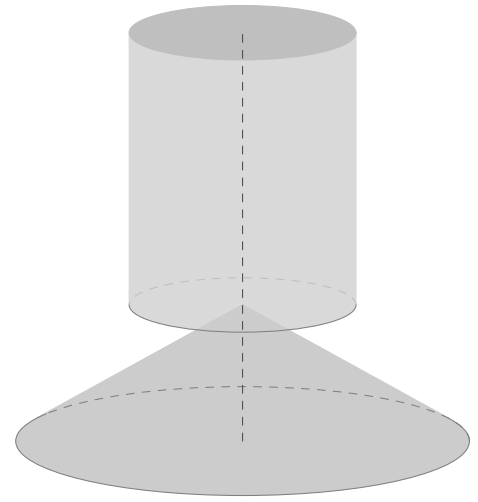
Nếu giữ nguyên chiều cao và tăng bán kính đáy của khối trụ đã cho gấp 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng lên $3^2 = 9$ lần. Do đó, ta có $V = 9 \cdot 6\pi = 54\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 994.

Một khối đồ chơi gồm một khối hình trụ (T) gắn chồng lên một khối hình nón (N), lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = 2r_1, h_1 = 2h_2$ (hình vẽ). Biết rằng thể tích của khối nón (N) bằng 20cm^3 . Thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng

- A. 140cm^3 . B. 120cm^3 . C. 30cm^3 . D. 50cm^3 .



Lời giải.

Thể tích khối nón (N) là $V_2 = \frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2 = 20\text{cm}^3$.

Thể tích khối trụ (T) là $V_1 = \pi r_1^2 h_1 = \pi \cdot \frac{1}{4}r_2^2 \cdot 2h_2 = \frac{1}{2}\pi r_2^2 h_2 = 30\text{cm}^3$.

Vậy thể tích toàn bộ khối đồ chơi là $V = V_1 + V_2 = 50\text{cm}^3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

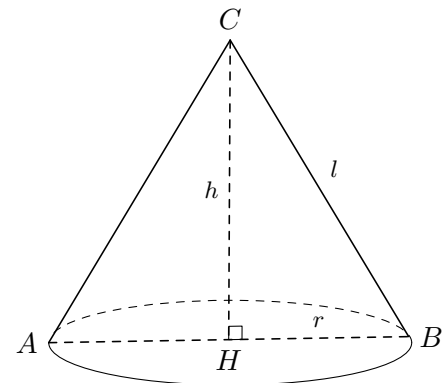
Câu 995. Tính thể tích V của khối nón có bán kính đường tròn đáy $r = 3$ và đường sinh $l = \sqrt{34}$.

- A. $V = 6\pi$. B. $V = 45\pi$. C. $V = 30\pi$. D. $V = 15\pi$.

Lời giải.

— Chiều cao khối nón là $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{34 - 9} = 5$.

— Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 5 = 15\pi$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 996. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 1. Khi quay hình vuông $ABCD$ quanh cạnh AB ta được một hình trụ, hỏi hình trụ này có diện tích toàn phần bằng bao nhiêu?

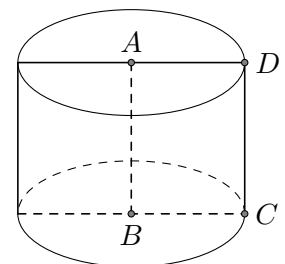
- A. 4π . B. 2π . C. 3π . D. $2\pi + 2$.

Lời giải.

Hình trụ thu được khi quay hình vuông $ABCD$ quanh cạnh AB có bán kính đáy bằng $BC = 1$ và chiều cao là $AB = 1$.

Vậy nó có diện tích toàn phần là

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi \cdot BC \cdot AB + 2 \cdot \pi \cdot BC^2 = 4\pi.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 997. Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng đi qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng a . Thể tích khối nón đó bằng

A. $\frac{\pi a^3}{8}$.

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{8}$.

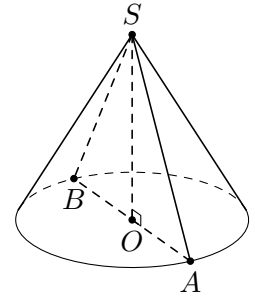
C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{24}$.

D. $\frac{\pi a^3}{24}$.

Lời giải.

Giả sử thiết diện là tam giác SAB khi đó ta có bán kính đáy của khối nón là $r = OA = \frac{a}{2}$, chiều cao của khối nón là $h = SO = \frac{a}{2}$.

Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{\pi a^3}{24}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 998. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD = 8$, $CD = 6$, $AC' = 13$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

A. $S_{tp} = 10\sqrt{69}\pi$.

B. $S_{tp} = 5(4\sqrt{11} + 5)\pi$.

C. $S_{tp} = 10(\sqrt{69} + 5)\pi$.

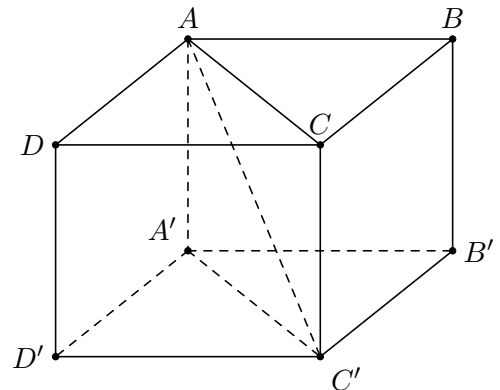
D. $S_{tp} = 10(2\sqrt{11} + 5)\pi$.

Lời giải.

Hình trụ có bán kính $R = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{AD^2 + CD^2}}{2} = 5$.

$\triangle AA'C'$ vuông tại $A' \Rightarrow AA' = \sqrt{AC'^2 - A'C'^2} = \sqrt{69}$.

Vậy $S_{tp} = 2\pi R \cdot AA' + 2\pi R^2 = 10(\sqrt{69} + 5)\pi$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 999. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a . Tính bán kính r của đường tròn đáy.

A. $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $r = \frac{a}{2}$.

D. $r = a$.

Lời giải.

Do thiết diện qua trục là hình vuông nên $h = 2r = a \Rightarrow r = \frac{a}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1000. Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh bằng 3. Tính chiều cao h của hình nón đã cho.

A. $h = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

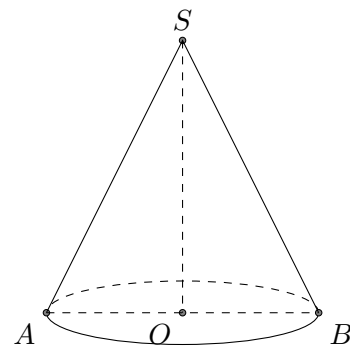
B. $h = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

C. $h = \frac{3}{2}$.

D. $h = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Do thiết diện qua trục là tam giác đều nên suy ra $h = \frac{2r\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **(B)**

Câu 1001. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 2 cm và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ là

- A. $16\pi \text{ cm}^2$. B. $8\pi \text{ cm}^2$. C. $4\pi \text{ cm}^2$. D. $32\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Vì thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông nên $l = 2R = 4 \text{ cm}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi Rl = 2\pi \cdot 2 \cdot 4 = 16\pi \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án **(A)**

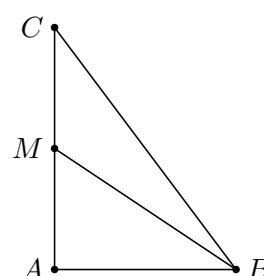
Câu 1002. Cho tam giác ABC vuông tại A , cạnh $AB = 6$, $AC = 8$ và M là trung điểm của cạnh AC . Khi đó thể tích của khối tròn xoay do tam giác BMC quay quanh cạnh AB là

- A. 96π . B. 106π . C. 98π . D. 86π .

Lời giải.

Thể tích khối tròn xoay do tam giác BMC quay quanh cạnh AB bằng thể tích khối tròn xoay do tam giác ABC quay quanh cạnh AB trừ đi thể tích khối tròn xoay do tam giác ABM quay quanh cạnh AB , khi đó

$$V = \frac{1}{3}AB \cdot \pi AC^2 - \frac{1}{3}AB \cdot \pi AM^2 = \pi \frac{AB}{3} (AC^2 - AM^2) = 96\pi.$$



Chọn đáp án **(A)**

Câu 1003. Cho hình nón có bán kính đáy bằng $4a$ và chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình nón là

- A. $12\pi a^2$. B. $24\pi a^2$. C. $40\pi a^2$. D. $20\pi a^2$.

Lời giải.

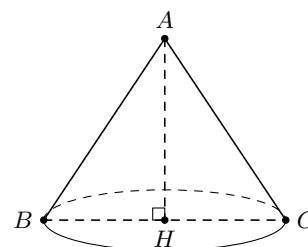
Gọi h , r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của hình nón.

Theo giả thiết, ta có:

$$h = AH = 3a, r = BH = 4a \Rightarrow l = \sqrt{AH^2 + BH^2} = 5a.$$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 4a \cdot 5a = 20\pi a^2.$$



Chọn đáp án **(D)**

Câu 1004. Một khối nón có thể tích bằng 30π . Nếu tăng chiều cao lên 3 lần và tăng bán kính mặt đáy lên 2 lần thì thể tích của khối nón mới bằng

- A. 360π . B. 180π . C. 240π . D. 720π .

Lời giải.

Gọi h và r lần lượt là chiều cao và bán kính của khối nón ban đầu. Khi đó ta có $\frac{1}{3}\pi r^2 h = 30\pi$.

Thể tích khối nón mới là $V = \frac{1}{3}\pi(2r)^2 3h = 12 \cdot \frac{1}{3}\pi r^2 h = 360\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1005. Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông cạnh $2a$. Thể tích khối trụ bằng

A. πa^3 .

B. $2\pi a^3$.

C. $4\pi a^3$.

D. $\frac{2}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Do thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông cạnh $2a$ nên bán kính đáy $r = a$ và chiều cao hình trụ $h = 2a$. Từ đó thể tích V của khối trụ là

$$V = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1006. Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $S = 4\pi a^2$.

B. $S = 8\pi a^2$.

C. $S = 24\pi a^2$.

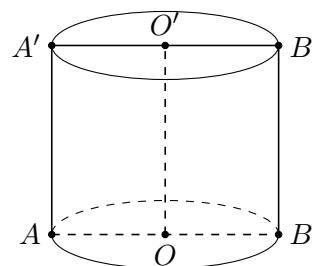
D. $S = 16\pi a^2$.

Lời giải.

Hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông cạnh bằng $4a$.

Suy ra hình trụ có chiều cao $4a$ và đáy hình trụ là đường tròn có bán kính $2a$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi R h = 2\pi \cdot 2a \cdot 4a = 16\pi a^2$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1007. Cho hình trụ có diện tích toàn phần bằng 6π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 6π .

B. 2π .

C. 4π .

D. 8π .

Lời giải.

Gọi bán kính đáy và đường sinh lần lượt là R , h .

Từ giả thiết ta có: $h = 2R$ và $S_{tp} = 6\pi$.

Ta có:

$$\begin{aligned} S_{tp} &= S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} \\ &= 2\pi R h + 2\pi R^2 \\ &= 6\pi R^2 = 6\pi \Leftrightarrow R = 1 \Rightarrow h = 2 \end{aligned}$$

Thể tích khối trụ là: $V = \pi R^2 \cdot h = 2\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1008. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi S là diện tích xung quanh của hình nón sinh bởi đoạn AC' khi quay quanh trục AA' . Diện tích S là

A. $\pi a^2 \sqrt{6}$.

B. $\pi a^2 \sqrt{2}$.

C. $\pi a^2 \sqrt{3}$.

D. πa^2 .

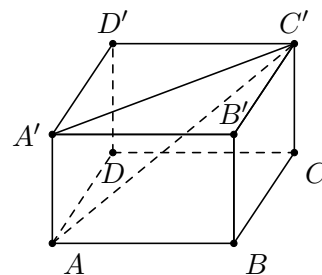
Lời giải.

Hình nón có bán kính đáy $r = A'C' = a\sqrt{2}$.

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = AC' = a\sqrt{3}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3} = \pi a^2 \sqrt{6}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1009. Cho ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến song song. Có bao nhiêu mặt trụ tròn xoay thỏa mãn điều kiện mặt trụ tròn xoay đó chỉ có chung một đường sinh với mỗi mặt phẳng trên?

A. Không có mặt trụ nào.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến song song, xét mặt phẳng (P) vuông góc với cả ba giao tuyến lần lượt tại A, B, C .

Giả sử có mặt trụ (T) thỏa mãn yêu cầu bài toán

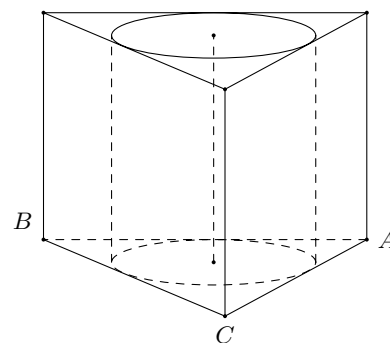
— Giao tuyến của (T) và (P) là một đường tròn (C) tiếp xúc với 3 cạnh của tam giác ABC .

— Mặt trụ (T) có trục Δ là trục của đường tròn (C) và bán kính R bằng bán kính của đường tròn (C) .

Vậy chỉ có một mặt trụ thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **B**

□



Câu 1010. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và diện tích toàn phần bằng $3\pi a^2$. Độ dài đường sinh l của hình nón bằng

A. $l = 2a$.

B. $l = 4a$.

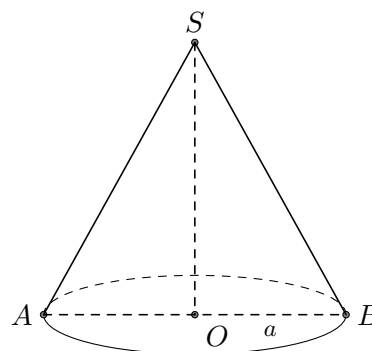
C. $l = a\sqrt{3}$.

D. $l = a$.

Lời giải.

Diện tích toàn phần của hình nón là

$$S_{tp} = \pi r(r + l) \Leftrightarrow 3\pi a^2 = \pi a(a + l) \Leftrightarrow l = 2a.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1011. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên tạo với đáy góc 45° . Thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp trên là

A. $\frac{8}{3}\pi a^3 \sqrt{3}$.

B. $\frac{2}{3}\pi a^3 \sqrt{3}$.

C. $2\pi a^3 \sqrt{2}$.

D. $\frac{2}{3}\pi a^3 \sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$

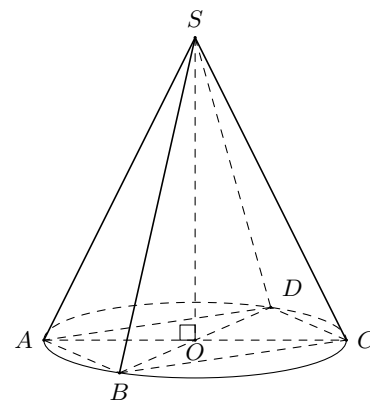
$$\Rightarrow OA = OB = OC = OD = a\sqrt{2}.$$

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Do góc giữa cạnh bên SD và đáy bằng 45°

nên $\widehat{SDO} = 45^\circ$.

Khi đó $\triangle SOD$ vuông cân tại O hay $SO = OD = a\sqrt{2}$.



Khối nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có chiều cao là $h = SO = a\sqrt{2}$, bán kính đường tròn đáy là $R = OA = OB = OC = OD = a\sqrt{2}$.

$$\text{Thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{2\pi a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1012. Một khối gỗ hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Người ta khoét từ hai đầu khối gỗ hai nửa khối cầu mà đường tròn đáy của khối gỗ là đường tròn lớn của mỗi nửa khối cầu. Tỷ số thể tích phần còn lại của khối gỗ và cả khối gỗ ban đầu là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Hai nửa khối cầu ghép lại được khối cầu có thể tích là

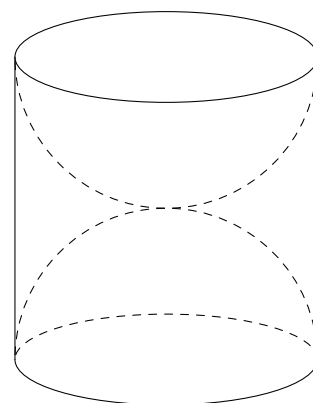
$$V_1 = \frac{4}{3}\pi \cdot 1^3 = \frac{4\pi}{3}.$$

Thể tích của khối trụ tròn xoay ban đầu

$$V = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = 2\pi.$$

Tỷ số thể tích phần còn lại của khối gỗ và cả khối gỗ ban đầu là

$$\frac{V - V_1}{V} = \frac{1}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1013. Cho hình nón tròn xoay có độ dài đường sinh là $2a$, góc ở đỉnh của hình nón bằng 60° .

Thể tích V của khối nón đã cho là

A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

B. $V = \pi\sqrt{3}a^3$.

C. $V = \pi a^3$.

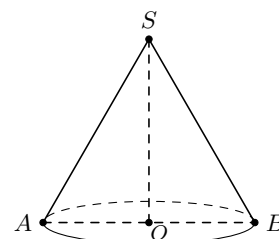
D. $V = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi S là đỉnh của hình nón, O là tâm đường tròn đáy. Lấy AB là một đường kính bất kì của đường tròn đáy. Theo giả thiết, $\widehat{ASB} = 60^\circ$ hay tam giác SAB đều. Suy ra

$$OB = \frac{AB}{2} = a \quad \text{và} \quad SO = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1014. Hình trụ (T) được sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB . Biết $AC = 2\sqrt{2}a$ và $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Diện tích toàn phần của hình trụ (T) bằng

- A. $16\pi a^2$. B. $10\pi a^2$. C. $12\pi a^2$. D. $8\pi a^2$.

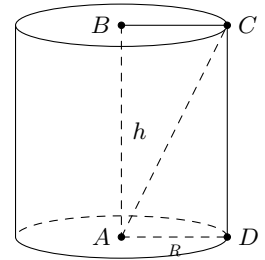
Lời giải.

Xét tam giác ABC vuông tại B , $\widehat{ACB} = 45^\circ$, $AC = 2\sqrt{2}a \Rightarrow AB = AC \sin 45^\circ = 2a$.

Ta có $h = AB = 2a$, $R = BC = AC \cos 45^\circ = 2a$.

Ta có diện tích xung quanh của hình trụ (T) là

$$S_{xq} = 2\pi R h = 2\pi \cdot 2a \cdot 2a = 8\pi a^2.$$



Diện tích một mặt đáy là $\pi R^2 = 4\pi a^2$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_D = 8\pi a^2 + 2 \times 4\pi a^2 = 16\pi a^2.$$

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ bằng $16\pi a^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

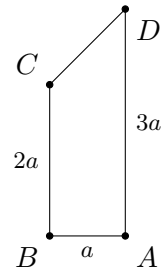
Câu 1015. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B , $AB = a$, $AD = 3a$ và $BC = 2a$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang $ABCD$ (kể cả điểm trong của nó) quanh đường thẳng BC .

- A. $V = \frac{8}{3}\pi a^3$. B. $V = 3\pi a^3$. C. $V = \frac{7}{3}\pi a^3$. D. $V = 2\pi a^3$.

Lời giải.

Vật thể được tạo thành là một khối trụ có chiều cao $h_1 = 3a$, bán kính đáy $r = a$ bị khoét đi một khối nón có chiều cao $h_2 = a$, bán kính đáy $r = a$.

Do đó $V = \pi \cdot r^2 \cdot h_1 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h_2 = \frac{8}{3}\pi a^3$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1016. Cho một hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , bán kính đáy bằng $2a$, diện tích toàn phần của hình nón trên là

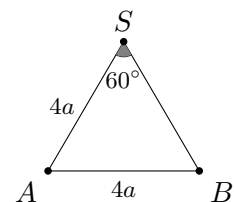
- A. $S_{tp} = 20\pi a^2$. B. $S_{tp} = 12\pi a^2$. C. $S_{tp} = 8\pi a^2$. D. $S_{tp} = 10\pi a^2$.

Lời giải.

Vì góc ở đỉnh bằng 60° nên thiết diện qua đỉnh của hình nón là một tam giác đều có cạnh bằng đường kính đáy và bằng $4a$. Suy ra độ dài đường sinh là $l = 4a$.

Vậy diện tích toàn phần của hình nón là

$$S_{tp} = \pi r l + \pi r^2 = \pi(8a^2 + 4a^2) = 12\pi a^2.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1017. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương theo a .

A. $V = \frac{\pi a^3}{4}$.

B. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

C. $V = \frac{\pi a^3}{12}$.

D. $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

Lời giải.

Khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có chiều cao $h = a$, bán kính đáy $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó, $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{\pi a^3}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1018. Cho hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao $\sqrt{3}R$. Hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB và trục d của hình trụ bằng 30° . Tính khoảng cách giữa AB và trục của hình trụ.

A. $d(AB, d) = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

B. $d(AB, d) = R$.

C. $d(AB, d) = R\sqrt{3}$.

D. $d(AB, d) = \frac{R}{2}$.

Lời giải.

Gọi C là giao điểm của đường sinh qua A với đường tròn đáy tâm O .

Suy ra $(AB, d) = (AB, AC) = \widehat{BAC} = 30^\circ$.

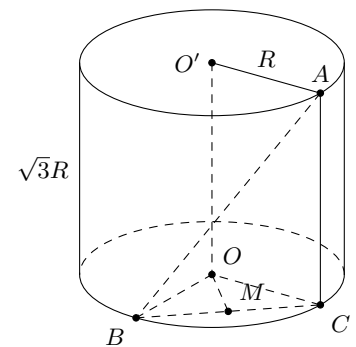
Do $AC \perp BC$ nên $BC = AC \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{3}R \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = R$.

Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó ta có $OM \perp AB$ và $OM \perp AC$. Suy ra $OM \perp (ABC)$.

Do $OO' \parallel AC$ nên $d(AB, OO') = d(O, (ABC)) = OM = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d(AB, d) = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 1019. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy bằng a . Thể tích khối nón là

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{16}$.

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{48}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$.

Lời giải.

Diện tích đáy là $S = \frac{\pi a^2}{4}$.

Chiều cao khối nón là $h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}hS = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

Chọn đáp án **(C)** □

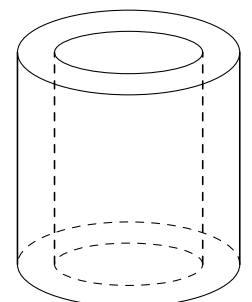
Câu 1020. Người ta chế tạo một thiết bị hình trụ như hình bên. Biết hình trụ nhỏ phía trong và hình trụ lớn phía ngoài có chiều cao bằng nhau và có bán kính lần lượt là r_1, r_2 thỏa mãn $r_2 = 3r_1$. Tỷ số thể tích của phần nằm giữa hai hình trụ và hình trụ nhỏ là

A. 4.

B. 6.

C. 9.

D. 8.

**Lời giải.**

Gọi h là chiều cao của hai hình trụ.

Thể tích của hình trụ nhỏ là $V_1 = h \cdot \pi r_1^2$.

Thể tích của hình trụ lớn là $V_2 = h \cdot \pi r_2^2 = 9h \cdot \pi r_1^2$.

Thể tích của phần nằm giữa hai hình trụ là $V_3 = V_2 - V_1 = 6h \cdot \pi r_1^2$.

Tỉ số thể tích của phần nằm giữa hai hình trụ và hình trụ nhỏ là $\frac{V_3}{V_1} = 6$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1021. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , đường cao $AH = 8$ cm. Tính diện tích xung quanh của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH .

A. $64\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$.

B. $128\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$.

C. $32\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$.

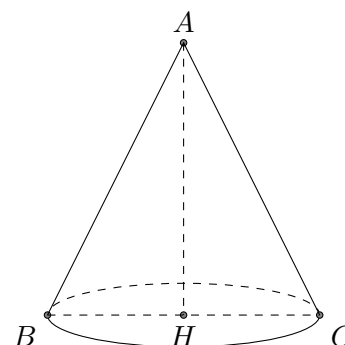
D. $96\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên

$$AH = \frac{1}{2}BC = R = 8 \text{ và } AB = AC = 8\sqrt{2}.$$

$$\text{Khi đó } S_{xq} = \pi \cdot R \cdot AB = 64\sqrt{2}\pi.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1022. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng a và (N) là hình nón có đỉnh là S với đáy là hình tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$. Tỉ số thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khối nón (N) bằng

A. $\frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{2}{\pi}$.

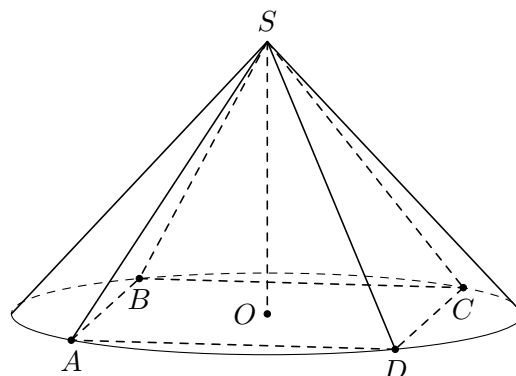
D. $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} V_{(N)} = \frac{\pi \cdot SO \cdot AO^2}{3} = \frac{\pi \cdot SO \cdot AB^2}{6} \\ V_{S.ABCD} = \frac{SO \cdot AB^2}{3}. \end{cases}$$

$$\text{Ta được } \frac{V_{S.ABCD}}{V_{(N)}} = \frac{2}{\pi}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1023. Cho hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy và thể tích của khối trụ bằng 16π . Diện tích toàn phần của khối trụ đã cho bằng

A. 12π .

B. 16π .

C. 8π .

D. 24π .

Lời giải.

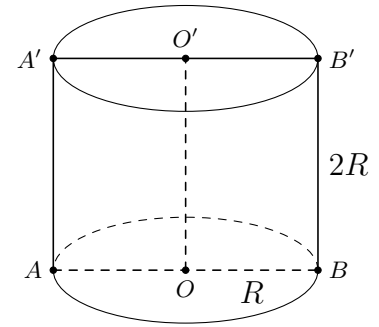
Gọi bán kính đáy của hình trụ là R suy ra $h = l = 2R$.

Theo đề bài ta có thể tích khối trụ là

$$V = \pi R^2 \cdot h = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3 = 16\pi \Rightarrow R = 2.$$

Do đó $h = l = 4$. Khi đó diện tích toàn phần của khối trụ là

$$S = 2\pi Rl + 2\pi R^2 = 2\pi \cdot 2 \cdot 4 + 2\pi \cdot 2^2 = 24\pi.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1024. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a , đường cao là $2a$. Tính diện tích xung quanh hình nón đã cho.

A. $2\sqrt{5}\pi a^2$.

B. $\sqrt{5}\pi a^2$.

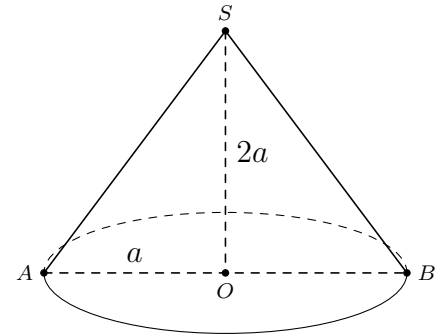
C. $2a^2$.

D. $5a^2$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S = \pi r l = \pi \cdot a \cdot \sqrt{4a^2 + a^2} = \sqrt{5}\pi a^2.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1025. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $BC = a$. Quay tam giác ABC quanh đường thẳng AB ta được một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $2\pi a^2$.

B. $\frac{\pi a^2}{2}$.

C. $\frac{\pi a^2}{4}$.

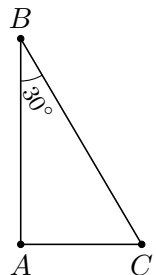
D. πa^2 .

Lời giải.

Bán kính của hình tròn đáy là

$$r = AC = BC \sin 30^\circ = \frac{a}{2}.$$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi \cdot AC \cdot BC = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2}{2}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1026. Cho hình trụ có diện tích xung quang bằng 50π và độ dài đường sinh bằng độ dài đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

A. $r = 5$.

B. $r = 5\sqrt{\pi}$.

C. $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

D. $r = \frac{5\sqrt{2\pi}}{2}$.

Lời giải.

Theo đề ra ta có $l = 2r$ và $S_{xq} = 2\pi r l = 4\pi r^2 \Rightarrow r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1027. Tính thể tích khối nón có chiều cao bằng 4 và độ dài đường sinh bằng 5.

A. 12π .B. 36π .C. 16π .D. 48π .

Lời giải.

Khối nón có chiều cao $h = 4$, độ dài đường sinh $l = 5$ nên có bán kính đáy $r = \sqrt{l^2 - h^2} = 3$. Vậy thể tích khối nón bằng $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 12\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1028. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$, chiều cao $h = R\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh O' và đáy là hình tròn $(O; R)$. Tỉ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng.

A. 2.

B. $\sqrt{3}$.

C. 3.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $h = OO' = R\sqrt{3}$ nên diện tích xung quanh hình trụ là $S_{\text{trụ}} = 2\pi Rh = 2\pi\sqrt{3}R^2$.

Gọi l là độ dài đường sinh hình nón đỉnh O' , đáy là hình tròn $(O; R)$. Khi đó $l = \sqrt{h^2 + R^2} = 2R$ nên diện tích xung quanh hình nón là $S_{\text{nón}} = \pi Rl = 2\pi R^2$.

Vậy $\frac{S_{\text{trụ}}}{S_{\text{nón}}} = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

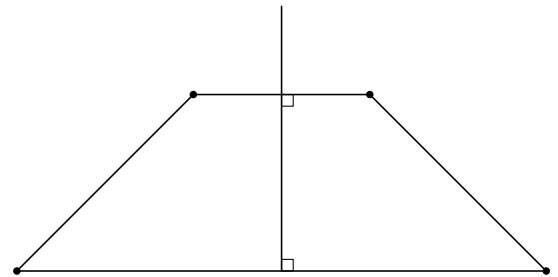
Câu 1029. Một hình thang cân có chiều cao h và độ dài hai đáy là a, b . Tính thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình thang này quanh đường trung trực của hai đáy

A. $\frac{1}{3}\pi h(a^2 + ab + b^2)$.B. $\frac{1}{6}\pi h(a^2 + ab + b^2)$.C. $\frac{1}{12}\pi h(a^2 + ab + b^2)$.D. $\frac{1}{8}\pi h(a^2 + ab + b^2)$.

Lời giải.

Khi quay hình thang đã cho quanh đường trung trực của hai đáy ta thu được hình nón cụt có thể tích là

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}\pi h(R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2) \\ &= \frac{1}{3}\pi h \left[\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \frac{a}{2} \frac{b}{2} \right] \\ &= \frac{1}{12}\pi h(a^2 + ab + b^2). \end{aligned}$$



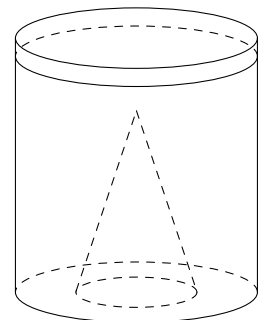
Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1030.

Một khối nón làm bằng chất liệu không thấm nước, có khối lượng riêng lớn hơn khối lượng riêng của nước, có đường kính đáy a và chiều cao 12, được đặt vào trong và trên đáy của một cái cốc hình trụ bán kính đáy a như hình vẽ, sao cho đáy của khối nón tiếp xúc với đáy của cốc hình trụ. Đổ nước vào cốc hình trụ đến khi mực nước đạt đến độ cao 12 thì lấy khối nón ra. Hãy tính độ cao của nước trong cốc sau khi đã lấy khối nón ra.

A. 11,37.

B. 11.

C. $6\sqrt{3}$.D. $\frac{\pi\sqrt{37}}{2}$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón là $V_1 = \frac{1}{3}\pi r_1^2 \cdot h_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot 12 = a^2\pi$.

Thể tích của khối trụ có chiều cao $h_2 = h_1 = 12$ là $V_2 = \pi r_2^2 \cdot h_2 = 12a^2\pi$.

Thể tích của nước trong cốc sau khi đã lấy khối nón ra là $V = V_2 - V_1 = 11a^2\pi$

Mà $V = \pi r_2^2 \cdot h = \pi a^2 \cdot h$ nên $\pi a^2 \cdot h = 11a^2\pi \Leftrightarrow h = 11$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1031. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

C. $\pi a^2 \sqrt{3}$.

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$.

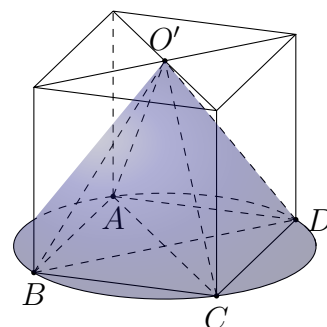
Lời giải.

Ta có bán kính của đáy hình nón là $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Độ dài đường sinh $O'A = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

Suy ra diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án (B) □

Câu 1032. Một hình tứ diện đều cạnh a có đỉnh trùng với một đỉnh của hình nón tròn xoay còn ba đỉnh còn lại của tứ diện nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay.

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{1}{2}\pi a^2 \sqrt{2}$.

C. $\pi a^2 \sqrt{2}$.

D. $\frac{1}{3}\pi a^2 \sqrt{3}$.

Lời giải.

Giả sử tứ diện đều là $SABC$ có O là tâm đáy.

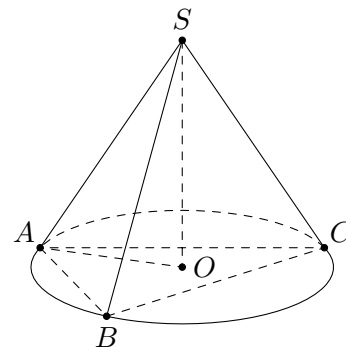
Hình nón có đỉnh S và đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Đường sinh hình nón là $l = SA = a$.

Bán kính đáy hình nón là $r = OA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \frac{a\sqrt{3}}{3} a = \frac{1}{3}\pi a^2 \sqrt{3}.$$



Chọn đáp án (D) □

Câu 1033. Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối trụ bằng

A. $2\pi a^3$.

B. $4\pi a^3$.

C. $\frac{2}{3}\pi a^3$.

D. πa^3 .

Lời giải.

Khối trụ có chiều cao bằng $h = 2a$ và bán kính đáy bằng $r = a$.

Vậy thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1034. Cho tam giác ABC là tam giác đều cạnh a , gọi H là trung điểm cạnh BC . Hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH có diện tích đáy bằng

A. $\frac{\pi a^2}{2}$.

B. $2\pi a^2$.

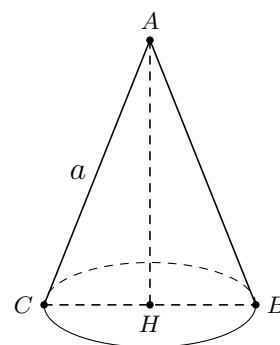
C. $\frac{\pi a^2}{4}$.

D. πa^2 .

Lời giải.

Đáy hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH là hình tròn tâm H , bán kính $r = HB = \frac{a}{2}$ nên có diện tích là $S = \pi r^2 =$

$$\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1035. Nếu tăng chiều cao của một khối trụ lên gấp 2 lần và tăng bán kính đáy của nó lên gấp 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng bao nhiêu lần so với thể tích của khối trụ ban đầu?

A. 18 lần.

B. 36 lần.

C. 12 lần.

D. 6 lần.

Lời giải.

Gọi R và h là đường cao và bán kính đáy của khối trụ.

Thể tích ban đầu của khối trụ là $V = \pi R^2 h$.

Khi tăng chiều cao của khối trụ lên gấp 2 lần và tăng bán kính đáy của nó lên gấp 3 lần thì thể tích của khối trụ mới là: $V_1 = \pi(3R)^2(2h) = 18\pi R^2 h = 18V$.

Vậy thể tích của khối trụ mới sẽ tăng 18 lần so với thể tích của khối trụ ban đầu.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1036. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích toàn phần của vật tròn xoay thu được khi quay tam giác $AA'C$ quanh trục AA' .

A. $2\pi(\sqrt{2} + 1)a^2$.

B. $\pi(\sqrt{3} + 2)a^2$.

C. $2\pi(\sqrt{6} + 1)a^2$.

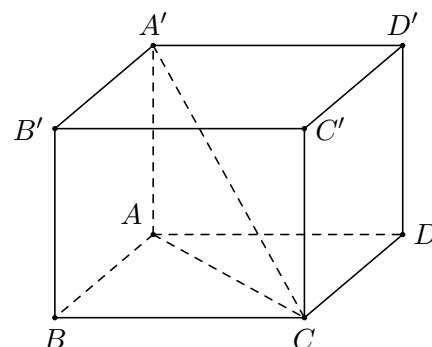
D. $\pi(\sqrt{6} + 2)a^2$.

Lời giải.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh a , nên ta có $AC = a\sqrt{2}$; $A'C = a\sqrt{3}$ và $AA' \perp (ABCD)$ hay $AA' \perp AC$.

Tam giác $AA'C$ vuông tại A nên khi quay tam giác $AA'C$ quanh trục AA' ta được hình nón tròn xoay có bán kính đáy $R = AC = a\sqrt{2}$.

Đường cao $AA' = a$ và đường sinh $l = A'C = a\sqrt{3}$.



Vậy diện tích toàn phần của hình nón là $S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2 = \pi(\sqrt{6} + 2)a^2$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1037. Cho hình vuông $ABCD$ biết cạnh bằng a . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AB, CD . Tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay khi cho hình vuông $ABCD$ quay quanh IK một góc 360° .

A. $\frac{\pi a^2}{3}$.

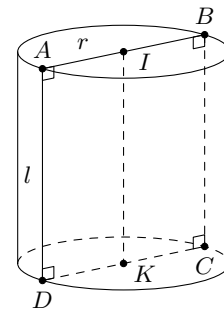
B. $2\pi a^2$.

C. $2\frac{\pi a^2}{3}$.

D. πa^2 .

Lời giải.

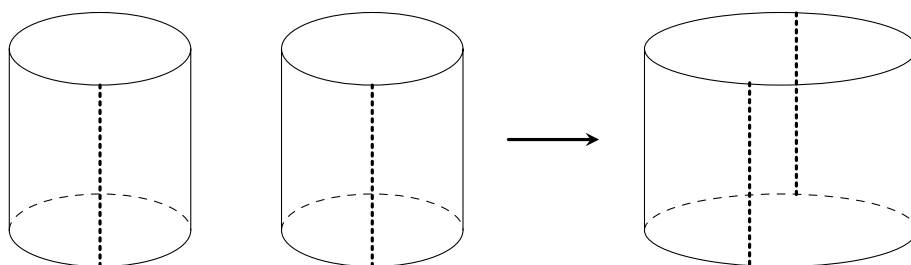
Ta có $r = \frac{a}{2}$; $l = a \Rightarrow S = 2\pi \cdot r \cdot l = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \pi \cdot a^2$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1038. Hai hình trụ giống hệt nhau được cắt theo các đường nét chấm là một đường sinh và dán lại để tạo thành hình trụ lớn hơn (xem hình vẽ). Gọi V_1 , V_2 lần lượt là thể tích một khối trụ nhỏ ban đầu và thể tích khối trụ lớn. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $V_2 = 2V_1$.

B. $V_2 = 3V_1$.

C. $V_2 = 4V_1$.

D. $V_2 = 6V_1$.

Lời giải.

Dễ thấy hai khối trụ có cùng chiều cao và khối trụ lớn có bán kính đáy gấp đôi khối trụ nhỏ, do chu vi đáy tăng gấp đôi. Vậy $V_2 = 4V_1$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1039. Cho hình nón có bán kính đáy $R = a$, chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $4\pi a^2$.

B. $3\pi a^2$.

C. $\pi a^2\sqrt{3}$.

D. $2\pi a^2$.

Lời giải.

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = \sqrt{R^2 + h^2} = 2a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi \cdot R \cdot l = 2\pi a^2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1040. Một hình nón có đường kính đáy là $2a\sqrt{3}$, góc ở đỉnh là 120° . Thể tích của khối nón đó bằng

A. $3\pi a^3$.

B. πa^3 .

C. $2\sqrt{3}a^3$.

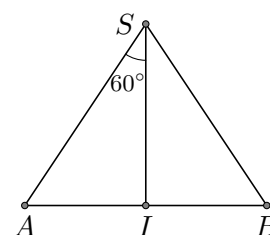
D. $\pi a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Giả sử thiết diện của hình nón qua trục là một tam giác có góc ở đỉnh S bằng 120° , gọi I là tâm của đường tròn đáy.

Ta có $\tan 60^\circ = \frac{AI}{SI} \Rightarrow SI = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = a$.

Suy ra $V = \frac{1}{3}a \cdot \pi(a\sqrt{3})^2 = a^3\pi$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1041. Có một miếng tôn hình chữ nhật với kích thước hai cạnh là 2 m và 3 m. Người ta dán trùng một trong hai cặp cạnh đối diện để tạo thành mặt xung quanh của một hình trụ. Thể tích lớn nhất của khối trụ thu được gần nhất với số nào dưới đây?

- A. $4,5 \text{ m}^3$. B. $1,4 \text{ m}^3$. C. 3 m^3 . D. 1 m^3 .

Lời giải.

- ① Nếu dán hai cạnh có độ dài 3 m với nhau ta được hình trụ có bán kính đáy bằng $R = \frac{2}{2\pi} = \frac{1}{\pi}$.

$$\text{Do đó: } V = \pi \cdot \frac{1}{\pi^2} \cdot 3 = \frac{3}{\pi} \approx 1 \text{ m}^3.$$

- ② Nếu dán hai cạnh có độ dài 2 m với nhau ta được hình trụ có bán kính đáy bằng $R = \frac{3}{2\pi}$.

$$\text{Do đó: } V = \pi \cdot \frac{9}{4\pi^2} \cdot 2 = \frac{9}{2\pi} \approx 1,4 \text{ m}^3.$$

Vậy thể tích khối trụ lớn nhất gần với số $1,4 \text{ m}^3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1042. Một khối trụ có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng 3. Tính thể tích của khối trụ.

- A. 12π . B. 6π . C. 4π . D. 18π .

Lời giải.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = 12\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1043. Cho khối trụ có đường sinh bằng 5 và thể tích bằng 45π . Diện tích toàn phần của khối trụ là

- A. 18π . B. 33π . C. 48π . D. 39π .

Lời giải.

$$\text{Vì } l = 5 \Rightarrow h = 5. \text{ Và } V = 45\pi \Rightarrow S_d = \frac{V}{h} = \frac{45\pi}{5} = 9\pi.$$

Bán kính mặt đáy

$$r^2 = \frac{S_d}{\pi} = \frac{9\pi}{\pi} = 9 \Rightarrow r = 3.$$

Diện tích toàn phần của hình trụ

$$S_{tp} = 2\pi r h + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 3 \cdot 5 + 2\pi \cdot 3^2 = 48\pi.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1044. Cho hình trụ có độ dài đường sinh bằng 4, diện tích xung quanh bằng 16π . Bán kính đường tròn đáy của hình trụ đó bằng

- A. 8. B. 4. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Hình trụ có độ dài đường sinh là 4 nên đường cao h của hình trụ cũng là 4.

Gọi R là bán kính đường tròn đáy của hình trụ. Khi đó ta có

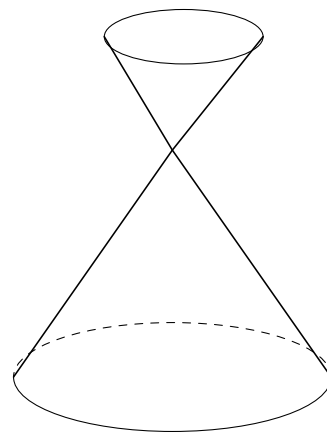
$$S_{xq} = 2\pi R h \Rightarrow R = \frac{S_{xq}}{2\pi h} = \frac{16\pi}{2\pi \cdot 4} = 2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1045.

Một vật trang trí bằng pha lê gồm hai hình nón (H_1) , (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1 , h_1 , r_2 , h_2 thỏa mãn $r_1 = \frac{1}{2}r_2$, $h_1 = \frac{1}{2}h_2$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của khối (H_1) bằng 10 cm^3 . Thể tích toàn bộ của khối pha lê bằng

- A. 90 cm^3 . B. 30 cm^3 . C. 50 cm^3 . D. 80 cm^3 .



Lời giải.

Gọi V_1 , V_2 lần lượt là thể tích của hình (H_1) và (H_2) .

Khi đó ta có $V_1 = \frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1$ và $V_2 = \frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2$.

Mà $r_1 = \frac{1}{2}r_2$ và $h_1 = \frac{1}{2}h_2$.

Nên $V_1 = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{1}{2}r_2\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}h_2\right) = \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2\right) = \frac{1}{8}V_2 \Rightarrow V_2 = 8V_1 = 80 \text{ cm}^3$.

Vậy thể tích toàn bộ khối pha lê bằng $80 + 10 = 90 \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **A**

□

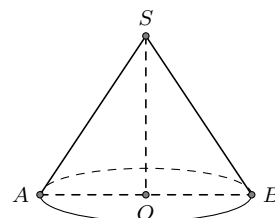
Câu 1046. Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh a . Tính diện tích xung quanh của hình nón đó theo a .

- A. $\frac{\pi a^2}{2}$. B. $\pi a^2 \sqrt{3}$. C. πa^2 . D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1047. Một khối nón tròn xoay có chu vi đáy bằng 4π , độ dài đường sinh bằng 4, khi đó thể tích V của khối nón tròn xoay bằng

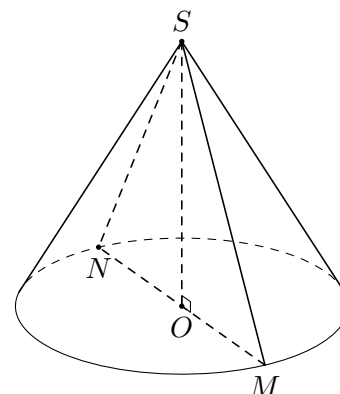
- A. $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{\pi\sqrt{14}}{3}$. C. $V = \frac{16\pi}{3}$. D. $V = \frac{2\pi\sqrt{14}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $2\pi r = 4\pi \Rightarrow r = 2$.

Do $l^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow h = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$.

Thể tích khối nón tròn xoay là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 2\sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1048. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 1$, chiều cao $h = \frac{4}{3}$. Ký hiệu góc ở đỉnh hình nón là 2α . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

B. $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

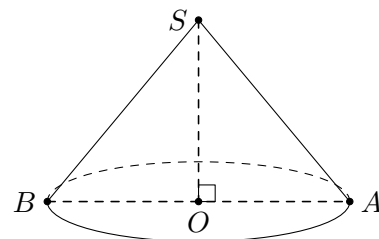
C. $\tan \alpha = \frac{3}{5}$.

D. $\cot \alpha = \frac{3}{5}$.

Lời giải.

$\triangle SOA$ vuông tại O có $SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \frac{5}{3}$.

$\triangle SOA$ vuông tại O có $\sin \alpha = \frac{OA}{SA} = \frac{3}{5}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1049. Cho hình nón có bán kính đáy $R = 4$ và diện tích xung quanh bằng 20π . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 4π .

B. 16π .

C. $\frac{16\pi}{3}$.

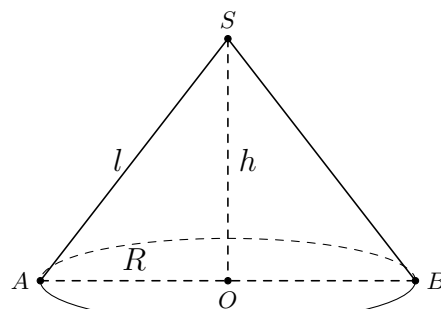
D. $\frac{80\pi}{3}$.

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = \pi Rl \Leftrightarrow 20\pi = \pi \cdot 4 \cdot l \Leftrightarrow l = 5$.

Ta tính được $h = \sqrt{l^2 - R^2} = 3$.

Vậy $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = 16\pi$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1050. Cho khối trụ có đường sinh bằng 5 và thể tích bằng 45π . Diện tích toàn phần của khối trụ là

A. 48π .

B. 36π .

C. 12π .

D. 24π .

Lời giải.

Ta có $V = \pi R^2 h \Leftrightarrow 45\pi = \pi R^2 \cdot 5 \Leftrightarrow R = 3$.

Vậy diện tích toàn phần của khối trụ là $S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 18\pi + 30\pi = 48\pi$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1051. Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông cạnh a , diện tích toàn phần của hình trụ là

A. πa^2 .

B. $\frac{3\pi a^2}{2}$.

C. $\frac{3\pi a^2}{5}$.

D. $4\pi a^2$.

Lời giải.

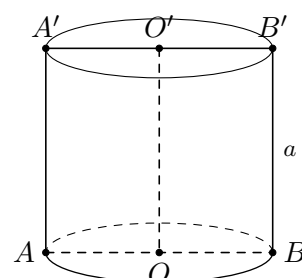
Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông cạnh a nên ta suy ra đường kính đáy bằng a .

và độ dài đường sinh $l = a$.

Khi đó ta có bán kính đáy $r = \frac{a}{2}$.

Vậy

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{2\text{đáy}} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a + 2\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}\pi a^2.$$



Chọn đáp án (B) □

Câu 1052. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Diện tích toàn phần của khối trụ bằng

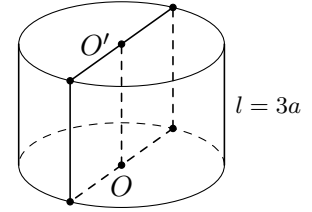
A. $S_{tp} = a^2\pi\sqrt{3}$. B. $S_{tp} = \frac{13a^2\pi}{6}$. C. $S_{tp} = \frac{27a^2\pi}{2}$. D. $S_{tp} = \frac{a^2\pi\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Khối trụ có bán kính $r = \frac{3a}{2}$ và đường sinh $l = 3a$.

Vậy diện tích toàn phần của khối trụ là

$$S_{tp} = 2\pi r(r + l) = 2\pi \cdot \frac{3a}{2} \cdot \left(\frac{3a}{2} + 3a\right) = \frac{27a^2\pi}{2}.$$



Chọn đáp án (C) □

Câu 1053. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 cm, góc ở đỉnh bằng 60° . Tính thể tích của khối nón đó.

A. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{9} \text{ cm}^3$. B. $8\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$. C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3} \text{ cm}^3$. D. $\frac{8\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

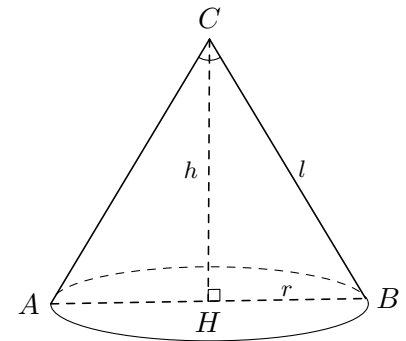
Xét hình nón như hình vẽ bên.

Ta có $\widehat{ACB} = 60^\circ$ nên tam giác CAB đều.

Suy ra $AB = 2r = 4$ và $h = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối nón cần tìm là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 2\sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3}\pi}{3} \text{ cm}^3.$$



Chọn đáp án (C) □

Câu 1054. Nếu giữ nguyên bán kính đáy của khối nón và giảm chiều cao của nó 2 lần thì thể tích khối nón này thay đổi như thế nào?

A. Giảm 4 lần. B. Giảm 2 lần. C. Tăng 2 lần. D. Không đổi.

Lời giải.

Ta có thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$.

Thể tích khi đã giảm chiều cao là $V_1 = \frac{1}{3} \cdot B \cdot \frac{h}{2} = \frac{V}{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1055. Một hình nón có diện tích mặt đáy bằng $4\pi \text{ cm}^2$, diện tích xung quanh bằng $8\pi \text{ cm}^2$. Khi đó đường cao của hình nón đó bằng bao nhiêu centimet?

A. 4. B. $2\sqrt{5}$. C. 2. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $S_{\text{đáy}} = \pi r^2 \Rightarrow r = 2$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $\pi r \cdot l = 8\pi \Rightarrow l = 4$.

Đường cao của hình nón bằng $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{16 - 4} = 2\sqrt{3}$.

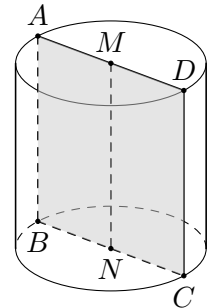
Chọn đáp án (D) □

Câu 1056. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó?

- A. $S_{tp} = 4\pi$. B. $S_{tp} = 6\pi$. C. $S_{tp} = 2\pi$. D. $S_{tp} = 10\pi$.

Lời giải.

Ta có $S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 1 \cdot 1 + 2\pi 1^2 = 4\pi$.



Chọn đáp án **A**

□

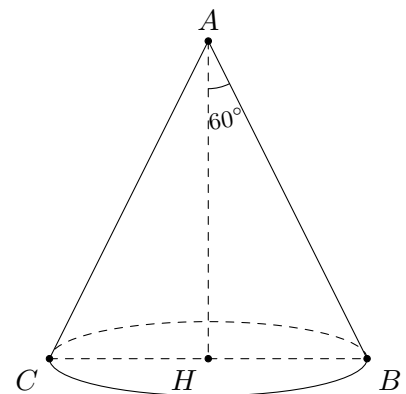
Câu 1057. Cho tam giác ABC cân tại A có $AB = AC = a$, $\hat{A} = 120^\circ$, đường cao AH . Tính thể tích khối nón sinh ra bởi tam giác ABC khi quay quanh đường cao AH .

- A. $\frac{\pi a^3}{3}$. B. πa^3 . C. $\frac{\pi a^3}{2}$. D. $\frac{\pi a^3}{8}$.

Lời giải.

Ta có $h = AH = a \cos 60^\circ = \frac{a}{2}$, $r = HC = a \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{3a^2}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{\pi a^3}{8}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1058. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S , có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{8}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{4}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$.

Lời giải.

Gọi I là tâm đường tròn $(ABC) \Rightarrow IA = r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow AB \perp (SMC)$.

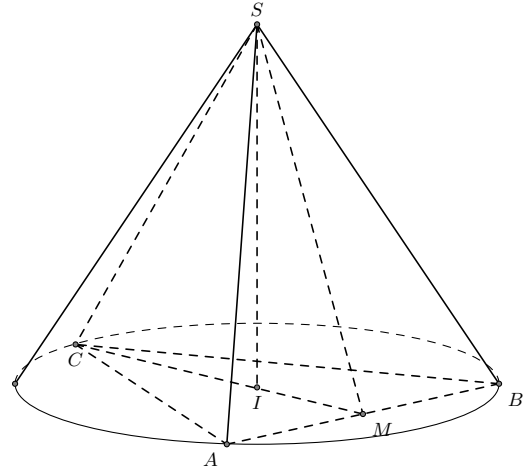
$\Rightarrow$ góc giữa mặt bên và mặt đáy là góc $\widehat{SMC} = 60^\circ$

$$\Rightarrow SM = 2IM = \frac{2a\sqrt{3}}{6} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow SA = \sqrt{SM^2 + MA^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$$

Diện tích xung quanh hình nón

$$S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{6} = \frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1059. Cho khối nón có đường sinh bằng $2a$, thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $2\pi a^2$.

B. πa^2 .

C. $\frac{2\pi a^2}{3}$.

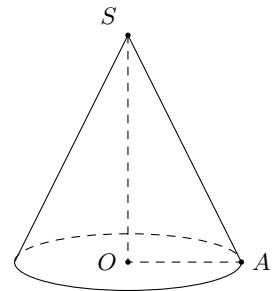
D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Vì thiết diện của hình nón là tam giác đều nên $r = \frac{l}{2} = a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi rl = 2\pi a^2$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1060. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Tập hợp những điểm M trong không gian sao cho SM tạo với (ABC) góc 45° là

A. Mặt nón đỉnh S có góc ở đỉnh bằng 45° .

B. Mặt nón đỉnh S có một đường sinh là SB .

C. Mặt nón đỉnh A có một đường sinh là SA .

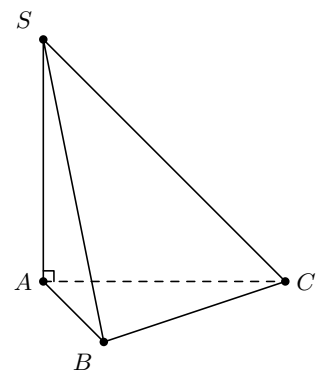
D. Mặt nón đỉnh A có một đường sinh là AB .

Lời giải.

Từ giả thiết ta có các tam giác SAB và SAC vuông cân đỉnh A nên $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 45^\circ$. Các đường thẳng SB, SC tạo với mặt đáy ABC một góc 45° .

Khi đó, các điểm B, C nằm trên mặt nón đỉnh S đường sinh SB hoặc SC , có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC .

Do đó, tập hợp những điểm M trong không gian sao cho SM tạo với (ABC) góc 45° là mặt nón đỉnh S có một đường sinh là SB .



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1061. Cho hình nón có độ dài đường cao bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $2\sqrt{3}\pi a^2$.

B. $2\sqrt{5}\pi a^2$.

C. $\sqrt{5}\pi a^2$.

D. $\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải.

Theo đề bài, ta có $h = 2a$, $r = a$ suy ra $l = \sqrt{h^2 + r^2} = a\sqrt{5}$.

Diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot a \cdot a\sqrt{5} = \sqrt{5}\pi a^2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1062. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 3. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp.

A. $S_{xq} = \frac{9\pi}{2}$.

B. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{4}$.

C. $S_{xq} = 9\pi$.

D. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{2}$.

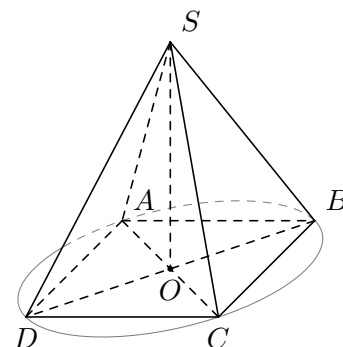
Lời giải.

Gọi r , h , l lần lượt là bán kính đường tròn đáy, đường cao và đường sinh của hình nón.

Do đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ nên $r = \frac{AC}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Đường sinh là cạnh bên của hình chóp nên $l = SA = 3$.

Khi đó $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot 3 = \frac{9\sqrt{2}}{2}\pi$.



Chọn đáp án **D** □

Câu 1063. Trong một chiếc hộp hình trụ, người ta bỏ vào đáy ba quả banh tennis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả banh và chiều cao của hình trụ bằng ba lần đường kính quả banh. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả banh, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỷ số diện tích $\frac{S_1}{S_2}$ là

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Gọi R là bán kính của quả banh tennis.

$$\Rightarrow \begin{cases} S_1 = 3 \cdot 4 \cdot \pi \cdot R^2 = 12\pi R^2 \\ S_2 = 2\pi \cdot R \cdot 3 \cdot 2R = 12\pi R^2. \end{cases}$$

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1064. Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân cạnh huyền bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $S_{xq} = \pi\sqrt{2}a^2$.

B. $S_{xq} = 2\pi\sqrt{2}a^2$.

C. $S_{xq} = 2\pi a^2$.

D. $S_{xq} = \pi a^2$.

Lời giải.

Gọi O là tâm đáy và $\triangle SMN$ là thiết diện qua trục.

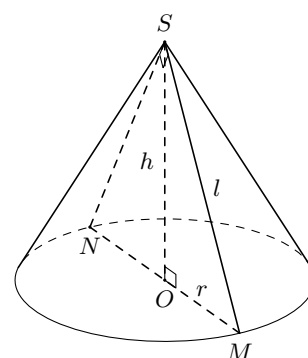
Ta có $MN = 2a \Rightarrow 2r = 2a \Leftrightarrow r = a$.

Vì $\triangle SMN$ vuông cân tại S nên $2SM^2 = MN^2 \Rightarrow 2SM^2 = 4a^2$

$\Rightarrow l = SM = a\sqrt{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \pi a^2 \sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **A** □

Câu 1065. Cho lăng trụ tam giác đều tất cả các cạnh bằng a nội tiếp trong một hình trụ (T) . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối trụ (T) và khối lăng trụ đã cho. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4\sqrt{3}\pi}{9}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{3}\pi}{9}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{3}\pi}{3}$.

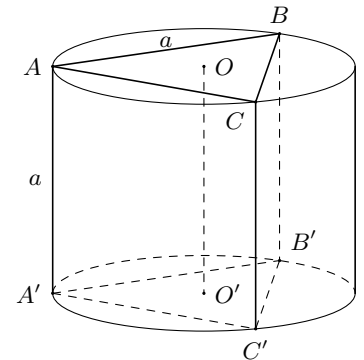
Lời giải.

Xét khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ và O, O' lần lượt là tâm $\triangle ABC, \triangle A'B'C'$.

Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và $OO' = a$.

Thể tích khối lăng trụ là

$$V_2 = S_{\triangle ABC} \cdot OO' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Khối lăng trụ (T) ngoại tiếp lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ nên có bán kính $r = OA = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và chiều cao $h = OO' = a$. Thể tích khối trụ (T) là

$$V_1 = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{3}.$$

Tỉ số $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi\sqrt{3}}{9}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1066. Một hình nón có đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích của khối nón được tạo nên từ hình nón đó.

- A. $\frac{1}{6}\pi a^3\sqrt{6}$. B. $\frac{1}{3}\pi a^3\sqrt{6}$. C. $\frac{1}{4}\pi a^3\sqrt{6}$. D. $\frac{1}{12}\pi a^3\sqrt{6}$.

Lời giải.

Do đường sinh $OM = a\sqrt{2}$, góc giữa đường sinh OM và mặt phẳng đáy là $\widehat{OMI} = 60^\circ$ nên độ dài đường cao

$$h = OI = OM \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2},$$

$$\text{bán kính đáy } r = IM = OM \cdot \cos 60^\circ = a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy thể tích của khối nón là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{1}{12}\pi a^3\sqrt{6}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1067. Cho khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và thể tích bằng 12π . Tính diện tích xung quanh của khối nón (N) .

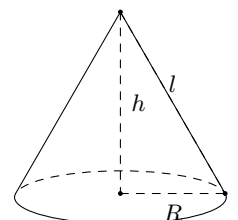
- A. 5π . B. 3π . C. 15π . D. 36π .

Lời giải.

Ta có thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = 12\pi \Rightarrow h = 4$.

Suy ra độ dài đường sinh là $l = \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Diện tích xung quanh của khối nón bằng $\pi Rl = 15\pi$.



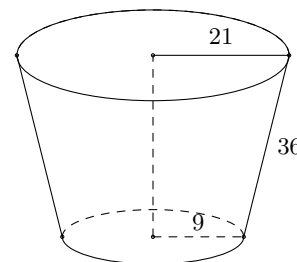
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1068.

Một cái xô bằng inox có dạng như hình vẽ. Các kích thước (tính cùng đơn vị độ dài) cũng được cho kèm theo. Tính diện tích xung quanh của cái xô.

- A. $21^2 \cdot 3\pi$. B. $36 \cdot 40\pi$. C. $27 \cdot 40\pi$. D. $9^2 \cdot 6\pi$.



Lời giải.

Diện tích xung quanh của cái xô là $S_{xq} = \pi(r_1 + r_2)l = \pi(21 + 9)36 = 27 \cdot 40\pi$.

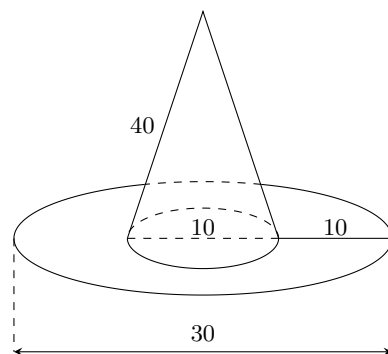
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1069.

Tính diện tích vải cần có để may một cái mũ có hình dạng và kích thước (cùng đơn vị đo) được cho bởi hình vẽ bên (không kể viền, mép).

- A. 450π . B. 500π . C. 350π . D. 400π .



Lời giải.

Diện tích vải của phần vành nón là $S_{\text{vành}} = S_{\text{đáy lớn}} - S_{\text{đáy nhỏ}} = \pi \cdot 15^2 - \pi \cdot 5^2 = 200\pi$.

Diện tích phần chóp nón là $S_{\text{chóp}} = \pi \cdot 5 \cdot 40 = 200\pi$.

Vậy diện tích vải cần để sử dụng là $S = S_{\text{vành}} + S_{\text{chóp}} = 400\pi$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1070. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

- A. $V = 8\pi$. B. $V = 4\pi$. C. $V = 16\pi$. D. $V = 12\pi$.

Lời giải.

Ta có $V = \pi \times R^2 \times h = 8\pi$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1071. Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều và có thể tích $V = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. Diện tích xung quanh S của hình nón đó là

- A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = 2\pi a^2$. C. $S = \frac{1}{2}\pi a^2$. D. $S = 3\pi a^2$.

Lời giải.

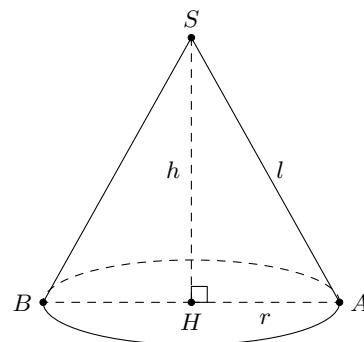
Giả sử thiết diện của hình nón với mặt phẳng qua trục của nó là tam giác đều SAB cạnh bằng x . Gọi H là tâm của hình tròn đáy của hình nón.

Bán kính đáy của hình nón $r = \frac{x}{2}$.

Chiều cao của hình nón $h = SH = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

Bởi vậy, thể tích của khối nón tương ứng là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{24}\pi x^3.$$



Do đó $\frac{\sqrt{3}}{24}\pi x^3 = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3 \Leftrightarrow x = 2a$.

Từ đó ta có bán kính đáy $r = a$; độ dài đường sinh $l = 2a$.

Diện tích xung quanh S của hình nón đó là $S = \pi r l = \pi \cdot a \cdot 2a = 2\pi a^2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1072. Cho một khối trụ có độ dài đường sinh bằng 10 cm. Biết thể tích khối trụ bằng 90π cm³. Diện tích xung quanh của khối trụ bằng

A. 81π cm².

B. 36π cm².

C. 60π cm².

D. 78π cm².

Lời giải.

Ta có: $V = \pi r^2 h = 90\pi \Leftrightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = 3$.

Diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi \cdot 3 \cdot 10 = 60\pi$ (cm²).

Chọn đáp án (C) □

Câu 1073. Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $2a$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

B. $2\sqrt{2}\pi a^3$.

C. $\frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}\pi a^2}{3}$.

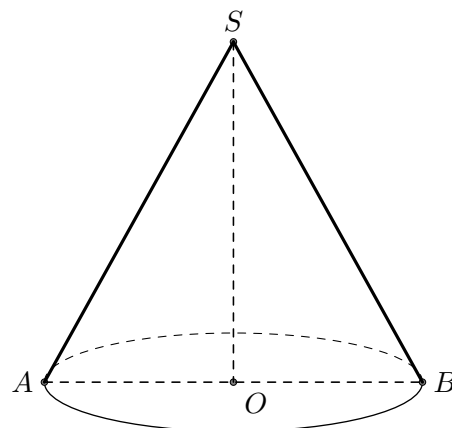
Lời giải.

Theo đề $\triangle SAB$ vuông cân tại S và SO là đường cao, Gọi $C(O; OA)$ là đường tròn đáy. Thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}SO \cdot S_{C(O; OA)}$$

Ta có $SO = AO = BO = \frac{AB}{2} = a\sqrt{2}$. Vậy thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \pi \cdot (a\sqrt{2})^2 = \frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}.$$



Chọn đáp án (A) □

Câu 1074. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2$, $AC = 2\sqrt{3}$. Độ dài đường sinh của hình nón khi quay tam giác ABC quanh trục AB là

A. $2\sqrt{2}$.

B. 4.

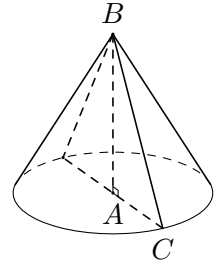
C. $2\sqrt{32}$.

D. 2.

Lời giải.

Độ dài đường sinh khi quay tam giác ABC quanh AB là

$$l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 4.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

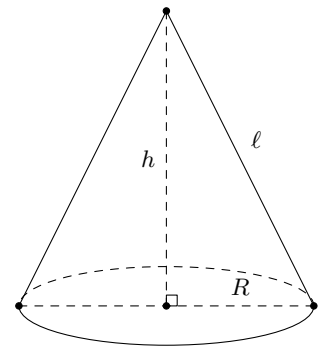
Câu 1075. Một hình nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích hình tròn đáy của hình nón bằng 9π . Tính đường cao h của hình nón.

A. $h = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $h = 3\sqrt{3}$. C. $h = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $h = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $S_{\text{đáy}} = \pi R^2 = 9\pi \Leftrightarrow R = 3$, suy ra $\ell = 2R = 6$.

Vậy chiều cao của hình nón là $h = \sqrt{\ell^2 - R^2} = 3\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1076. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a , góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

A. $V = a^3\pi\sqrt{3}$. B. $V = \frac{4a^3\pi\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\pi\sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{a^3\pi\sqrt{3}}{3}$.

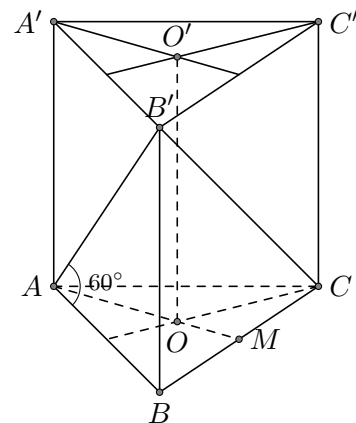
Lời giải.

Ta có $BB' \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu vuông góc của AB' . Do đó $(AB', (ABC)) = (AB', AB) = \widehat{B'AB} = 60^\circ$.

Xét tam giác vuông $B'AB$ có $BB' = a \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Gọi O, O' lần lượt là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC, A'B'C'$ nên $OO' \perp (ABC)$ và $OO' = BB' = a\sqrt{3}$ là đường cao của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ.

Do tam giác ABC và $A'B'C'$ đều nên O, O' là trọng tâm tam giác $ABC, A'B'C'$.



Do đáy là tam giác đều cạnh a nên bán kính đường tròn đáy là $R = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Khi đó thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ là $V = \pi R^2 h = \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{3} \right)^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

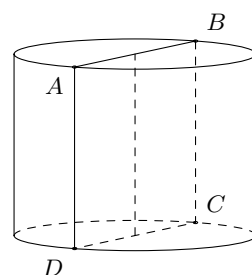
Câu 1077. Khi cắt khối trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là hình vuông có diện tích bằng a^2 . Thể tích V của khối trụ (T) .

A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{12}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{4}$. D. $V = \pi a^3$.

Lời giải.

Thiết diện qua trục là hình vuông có diện tích bằng a^2 suy ra hình vuông có cạnh bằng a . Khi đó hình trụ có chiều cao là $h = a$ và bán kính bằng $r = \frac{a}{2}$.

Vậy thể tích V của khối trụ là $V = \frac{\pi a^3}{4}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1078. Cho hình nón có chiều cao bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\sqrt{5}\pi a^2$.

B. $2\sqrt{5}\pi a^2$.

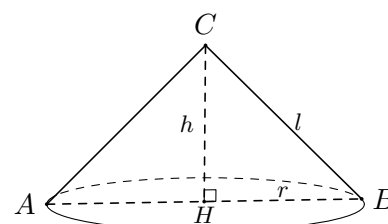
C. $\sqrt{3}\pi a^2$.

D. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}$.

Vậy $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot a \cdot a\sqrt{5} = \sqrt{5}\pi a^2$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1079. Tính chiều cao h của hình trụ biết chiều cao h bằng bán kính đáy và thể tích của khối trụ đó là 8π .

A. $h = 2$.

B. $h = 2\sqrt{2}$.

C. $h = \sqrt[3]{32}$.

D. $h = \sqrt[3]{4}$.

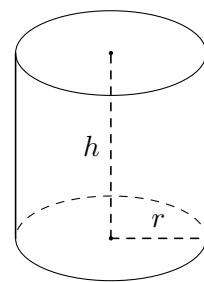
Lời giải.

Theo giả thiết, ta có $h = r$.

Mà thể tích khối trụ bằng 8π nên

$$h \cdot \pi \cdot r^2 = 8\pi \Leftrightarrow r^3 = 8 \Leftrightarrow r = 2.$$

Vậy $h = r = 2$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1080. Hình nón ($\mathcal{N}$) có thiết diện qua trục là tam giác đều có cạnh bằng 4. Diện tích toàn phần của ($\mathcal{N}$) bằng

A. 3π .

B. 8π .

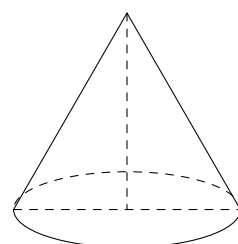
C. 12π .

D. 9π .

Lời giải.

Hình nón ($\mathcal{N}$) có độ dài đường sinh bằng cạnh của thiết diện và bằng 4, bán kính đáy bằng một nửa cạnh thiết diện và bằng 2.

Do đó $S_{tp} = S_{xq} + S_d = \pi r l + \pi r^2 = \pi \cdot 2 \cdot 4 + \pi \cdot 2^2 = 12\pi$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1081. Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

- A. $2\pi a^2$. B. $8\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $16\pi a^2$.

Lời giải.

Theo đề bài ta có chiều cao của hình trụ $h = 2a$ và bán kính mặt đáy $r = a$.

$$\text{Vậy } S_{xq} = 2\pi rh = 4\pi a^2.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1082. Biết rằng thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều có diện tích bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích khối nón đã cho.

- A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

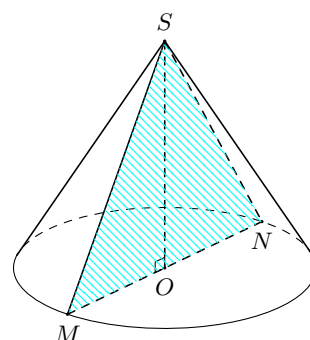
Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều giả sử có cạnh là x , khi đó ta có

$$\frac{x^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3} \Rightarrow x = 2a.$$

Do đó hình nón có độ dài đường sinh là $l = 2a$, bán kính đáy $r = a$, chiều cao $h = \sqrt{l^2 - r^2} = a\sqrt{3}$.

$$\text{Vậy thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **D** □



Câu 1083. Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O bán kính R . Trên đường tròn (O) lấy 2 điểm A, B sao cho tam giác OAB vuông. Biết diện tích tam giác SAB bằng $R^2\sqrt{2}$, thể tích hình nón đã cho bằng

- A. $V = \frac{\pi R^3\sqrt{14}}{12}$. B. $V = \frac{\pi R^3\sqrt{14}}{2}$. C. $V = \frac{\pi R^3\sqrt{14}}{6}$. D. $V = \frac{\pi R^3\sqrt{14}}{3}$.

Lời giải.

Tam giác OAB cân tại O và là tam giác vuông nên vuông cân tại O suy ra $AB = R\sqrt{2}$.

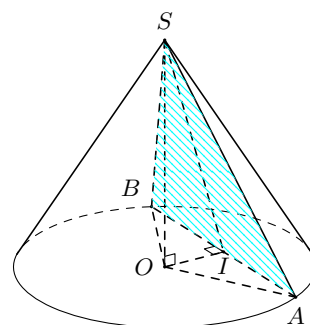
Gọi I là trung điểm của AB , khi đó $AB \perp OI$ và $AB \perp SO$ nên $AB \perp SI$.

$$\text{Ta có } OI = \frac{R\sqrt{2}}{2}, SI = \frac{2S_{SAB}}{AB} = 2R \text{ nên}$$

$$SO = \sqrt{4R^2 - \frac{2R^2}{4}} = \frac{R\sqrt{14}}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot \frac{R\sqrt{14}}{2} = \frac{\pi R^3\sqrt{14}}{6}.$$

Chọn đáp án **C** □

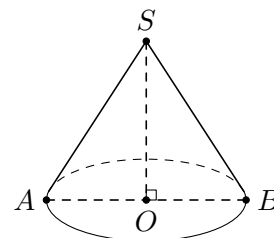


Câu 1084. Cho khối nón có bán kính đáy a , góc giữa đường sinh và mặt đáy bằng 30° . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. B. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. C. $\sqrt{3}\pi a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$.

Lời giải.

- Gọi S là đỉnh nón, O là tâm đáy và AB là đường kính đáy.
- Ta có $\widehat{SAO} = 30^\circ$ và $\tan \widehat{SAO} = \frac{SO}{AO} \Rightarrow SO = \frac{a}{\sqrt{3}}$.
- Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot AO^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot a^2 \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1085. Cho hình nón có bán kính đáy bằng $4a$ và chiều cao bằng $3a$. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

- A. $36\pi a^2$. B. $26\pi a^2$. C. $72\pi a^2$. D. $56\pi a^2$.

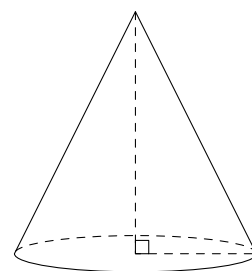
Lời giải.

Gọi r , h , ℓ lần lượt là bán kính đáy, chiều cao và độ dài đường sinh của hình nón.

Ta có $\ell = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{16a^2 + 9a^2} = 5a$.

Diện tích toàn phần của hình nón là

$$S_{tp} = S_d + S_{xq} = \pi r^2 + \pi r \ell = 16\pi a^2 + 20\pi a^2 = 36\pi a^2.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1086. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng 3, thiết diện qua trục có chu vi bằng 20. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

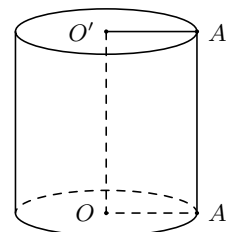
- A. 24π . B. 72π . C. 12π . D. 36π .

Lời giải.

Thiết diện qua trục là một hình chữ nhật, có các kích thước là $2r$, h với r , h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao khối trụ.

Suy ra $2 \cdot (2r + h) = 20 \Rightarrow h = 4$. Do đó, thể tích khối trụ là

$$V = \pi r^2 \cdot h = \pi 9 \cdot 4 = 36\pi.$$



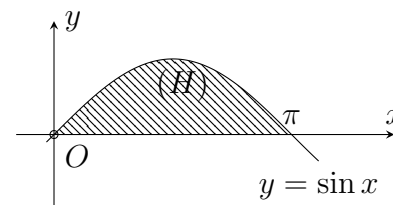
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1087.

Cho hình (H) trong hình vẽ bên qua quanh trục Ox tạo thành một khối nón tròn xoay có thể tích bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{\pi^2}{2}$. B. $\frac{\pi}{2}$. C. 2π . D. $2\pi^2$.



Lời giải.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi xoay hình (H) quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_0^\pi (\sin x)^2 dx = \pi \int_0^\pi \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{\pi}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^\pi = \frac{\pi^2}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1088. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông có diện tích bằng $2\sqrt{2}$, diện tích toàn phần của hình nón bằng

A. 4π .B. 8π .C. $(2\sqrt{2} + 4)\pi$.D. $(2\sqrt{2} + 8)\pi$.**Lời giải.**Theo giả thiết, ta có $\triangle SAB$ vuông cân tại S nên

$$S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2}SA^2 = 2\sqrt{2} \Rightarrow SA = \sqrt{4\sqrt{2}} = l.$$

Lại có

$$AB = \sqrt{2}SA = \sqrt{8\sqrt{2}} \Rightarrow r = OA = \frac{AB}{2} = \sqrt{2\sqrt{2}}.$$

Diện tích toàn phần của hình nón là

$$S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = \pi(4 + 2\sqrt{2}).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1089. Cho hai khối nón có cùng thể tích. Một khối có bán kính đáy bằng R và chiều cao h . Khối còn lại có bán kính $2R$ và chiều cao x . Khi đó

A. $x = \frac{h}{4}$.B. $x = \frac{h\sqrt{3}}{2}$.C. $x = \frac{3h}{4}$.D. $x = \frac{h}{2}$.**Lời giải.**

Vì thể tích hai khối nón bằng nhau nên ta có: $\frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi(2R)^2 \cdot x \Leftrightarrow x = \frac{h}{4}$.

Chọn đáp án **A**

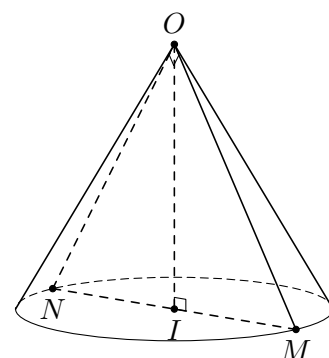
□

Câu 1090. Tính thể tích của khối nón biết thiết diện qua trục của nó là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a$.

A. πa^3 .B. $\frac{2\pi a^3}{3}$.C. $\frac{\pi a^3}{3}$.D. $2\pi a^3$.**Lời giải.**Gọi thiết diện là $\triangle OMN$.

Khi đó, bán kính đáy $r = \frac{MN}{2} = a$ và chiều cao $h = \frac{MN}{2} = a$.

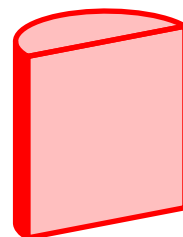
$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1091.

Thể tích của miếng xúc xích dạng nửa hình trụ có đường kính đáy 2cm và chiều cao 3cm là

A. $6\pi \text{ cm}^3$.B. $\frac{3}{2} \text{ cm}^3$.C. $\frac{3\pi}{2} \text{ cm}^3$.D. 6 cm^3 .**Lời giải.**

Gọi V là thể tích của miếng xúc xích dạng nửa hình trụ có đường kính bằng đáy 2cm và chiều cao 3cm nên bán kính đáy bằng 1cm.

Ta có thể tích khối trụ bằng $\pi \cdot 3 = 3\pi \text{ cm}^3 \Rightarrow V = \frac{1}{2} \cdot 3\pi = \frac{3\pi}{2} \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1092. Nếu một hình trụ có đường kính đường tròn đáy và chiều cao cùng bằng a thì có thể tích bằng

- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{\pi a^3}{2}$. C. πa^3 . D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Lời giải.

Ta có hình trụ có bán kính $r = \frac{a}{2}$, đường cao $h = a$. Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \frac{\pi a^3}{4}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1093. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón bằng

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\pi a^3}{12}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{3}$.

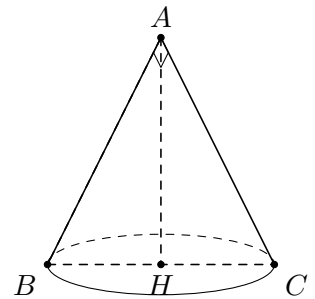
Lời giải.

Giả sử thiết diện qua trục là tam giác vuông cân ABC đỉnh A .

Theo giả thiết ta có $BC = a\sqrt{2}$. Nên bán kính hình nón là $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chiều cao hình nón $h = AH = HC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 1094. Thể tích khối nón tròn xoay có bán kính đáy 3 cm độ dài đường sinh 5 cm là

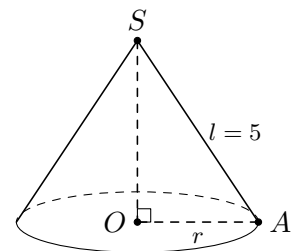
- A. $12\pi \text{ cm}^3$. B. $12\pi \text{ cm}^2$. C. $36\pi \text{ cm}^3$. D. 12 cm^3 .

Lời giải.

Theo đề bài ta có $r = 3 \text{ cm}$, $l = 5 \text{ cm}$.

Độ dài đường cao $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ cm}$.

Vậy thể tích của khối nón tròn xoay là $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi \text{ cm}^3$.



Chọn đáp án **A** □

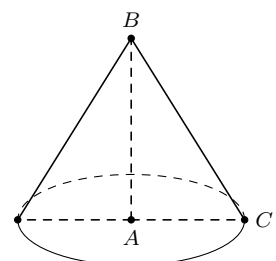
Câu 1095. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 4$; $AC = 5$. Tính thể tích của khối nón sinh ra khi tam giác ABC quay xung quanh cạnh AB .

- A. 36π . B. 16π . C. $\frac{100\pi}{3}$. D. 12π .

Lời giải.

Thể tích của khối nón sinh ra khi tam giác ABC quay xung quanh cạnh AB

là $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{100\pi}{3}$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 1096. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng r , chiều cao bằng h . Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $h = \sqrt{2}r$. B. $r = 2h$. C. $h = r$. D. $h = 2r$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi rh$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi rh + 2\pi r^2$.

Theo giả thiết ta có $S_{tp} = 2S_{xq} \Leftrightarrow 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2 \cdot 2\pi rh \Leftrightarrow r = h$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1097. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

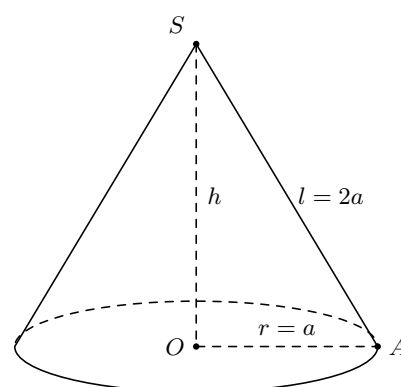
- A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$.

Lời giải.

Theo giả thiết $l = 2a$, $r = a$.

Ta có $h^2 + r^2 = l^2 \Leftrightarrow h^2 + a^2 = 4a^2 \Rightarrow h = a\sqrt{3}$.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **B** □

Câu 1098. Cho một khối trụ có khoảng cách giữa hai đáy bằng 10, biết diện tích xung quanh của khối trụ bằng 80π . Thể tích của khối trụ là

- A. 160π . B. 144π . C. 164π . D. 64π .

Lời giải.

Gọi r , h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của khối trụ. Khi đó $h = 10$.

Diện tích xung quanh của khối trụ bằng 80π nên ta có

$$2\pi rh = 80\pi \Rightarrow r = \frac{80\pi}{2\pi h} = \frac{80\pi}{2\pi \cdot 10} = 4.$$

Thể tích của khối trụ là

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 160\pi.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1099. Một hình nón có đường cao $h = 20$ cm, bán kính đáy $r = 25$ cm. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

- A. $5\pi\sqrt{41}$. B. $25\pi\sqrt{41}$. C. $75\pi\sqrt{41}$. D. $125\pi\sqrt{41}$.

Lời giải.

Độ dài đường sinh l của hình nón là

$$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{25^2 + 20^2} = 5\sqrt{41} \text{ (cm)}.$$

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 25 \cdot 5\sqrt{41} = 75\pi\sqrt{41}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1100. Cho khối nón có chiều cao bằng $8a$ và độ dài đường sinh bằng $10a$. Tính thể tích V của khối nón.

A. $V = 96\pi a^3$.

B. $V = 288\pi a^3$.

C. $V = 128\pi a^3$.

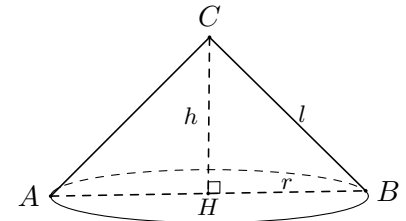
D. $V = 124\pi a^3$.

Lời giải.

Giả sử ta có khối nón thỏa mãn đề bài như hình vẽ.

Ta có $r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{100a^2 - 64a^2} = 6a$.

Khi đó $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 36a^2 \cdot 8a = 96\pi a^3$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1101. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $3a$ và bán kính đáy bằng a . Tính thể tích V của khối nón.

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.

B. $\frac{2}{3}\pi a^3$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

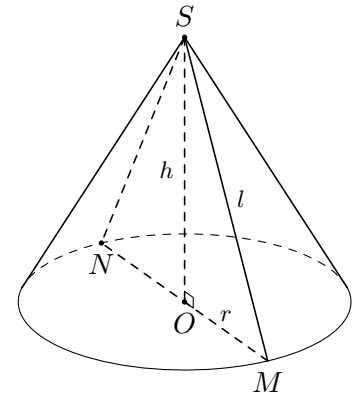
Lời giải.

Chiều cao khối nón

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{(3a)^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a.$$

Thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2 2\sqrt{2}a = \frac{2\sqrt{2}}{3}\pi a^3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1102. Cắt một hình nón bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông có cạnh huyền bằng a . Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{2}}{9}$.

B. $\frac{2\pi a^3}{9}$.

C. $\frac{\pi a^3}{24}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{8}$.

Lời giải.

Xét hình nón có O là tâm của đáy và mặt phẳng thiết diện

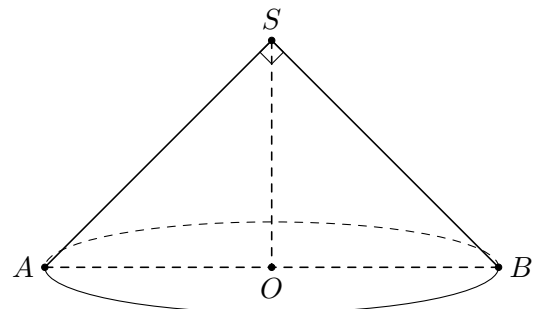
SAB là tam giác vuông tại S có $AB = a$.

Bán kính đáy của hình nón là $R = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.

Chiều cao của hình nón là $h = SO = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.

Vậy thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{\pi a^3}{24}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1103. Có ba thùng hình trụ, mỗi thùng đều chứa 100 lít nước. Biết rằng bán kính đáy của các thùng lần lượt là R_1, R_2, R_3 thỏa mãn $R_1 = 2R_2 = 3R_3$. Nhận xét nào sau đây là đúng về chiều cao

của mực nước h_1, h_2, h_3 trong ba thùng đó.

- A. $36h_1 = 9h_2 = 4h_3$. B. $9h_1 = 4h_2 = h_3$. C. $\frac{h_1}{9} = \frac{h_2}{4} = h_3$. D. $3h_1 = 2h_2 = h_3$.

Lời giải.

Vì các thùng chứa cùng một lượng nước nên ta có

$$\pi h_1 R_1^2 = \pi h_2 R_2^2 = \pi h_3 R_3^2 \Leftrightarrow h_1 R_1^2 = \frac{h_2 R_1^2}{4} = \frac{h_3 R_1^2}{9} \Leftrightarrow 36h_1 = 9h_2 = 4h_3.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1104. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $5a$ và bán kính đáy bằng $3a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $12\pi a^3$. B. $36\pi a^3$. C. $15\pi a^3$. D. $45\pi a^3$.

Lời giải.

Chiều cao của khối nón là $h = \sqrt{l^2 - r^2} = 4a$.

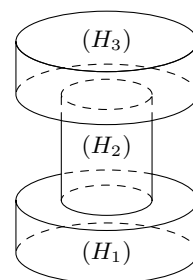
Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \pi r^2 = 12\pi a^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1105.

Một khối đồ chơi gồm ba khối trụ $(H_1), (H_2), (H_3)$ xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là $r_1, h_1, r_2, h_2, r_3, h_3$ thỏa mãn $r_1 = r_3 = 2r_2, h_2 = 2h_1 = 2h_3$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 50 cm^3 , thể tích khối trụ (H_2) bằng

- A. 10 cm^3 . B. 20 cm^3 . C. 40 cm^3 . D. 24 cm^3 .



Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_3}{V_2} = \frac{h_1 \cdot \pi \cdot r_1^2}{h_2 \cdot \pi \cdot r_2^2} = 2.$$

$$\text{Suy ra } \frac{V_1}{2} = \frac{V_2}{1} = \frac{V_3}{2} = \frac{V_1 + V_2 + V_3}{5} = 10.$$

$$\text{Suy ra } V_1 = V_3 = 20 \text{ và } V_2 = 10.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1106. Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân cạnh huyền bằng $2a$.

Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

- A. $S_{xq} = \pi\sqrt{2}a^2$. B. $S_{xq} = 2\pi\sqrt{2}a^2$. C. $S_{xq} = 2\pi a^2$. D. $S_{xq} = \pi a^2$.

Lời giải.

Gọi O là tâm đáy và $\triangle SMN$ là thiết diện qua trục.

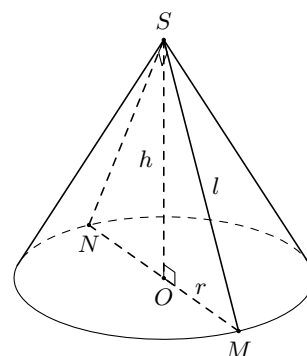
$$\text{Ta có } MN = 2a \Rightarrow 2r = 2a \Leftrightarrow r = a.$$

$$\text{Vì } \triangle SMN \text{ vuông cân tại } S \text{ nên } 2SM^2 = MN^2 \Rightarrow 2SM^2 = 4a^2$$

$$\Rightarrow l = SM = a\sqrt{2}.$$

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \pi a^2 \sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1107. Cho hình trụ có trục OO' và có bán kính đáy bằng 4. Một mặt phẳng song song với trục OO' và cách OO' một khoảng bằng 2 cắt hình trụ theo thiết diện là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $16\sqrt{3}\pi$. B. $8\sqrt{3}\pi$. C. $36\sqrt{3}\pi$. D. $32\sqrt{3}\pi$.

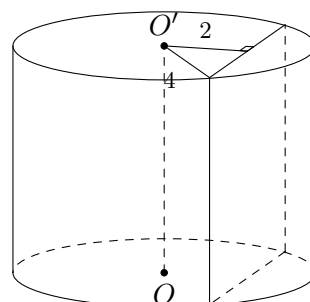
Lời giải.

Chiều cao của hình lăng trụ

$$h = 2 \cdot \sqrt{4^2 - 2^2} = 4\sqrt{3}.$$

Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đã cho là

$$S_{xq} = 2\pi Rh = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 4\sqrt{3} = 32\sqrt{3}\pi.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1108. Bình Định có câu ca dao:

“Cưới nàng đôi nón Gò Găng
Xấp lảnh An Thái một khăn trầu nguồn.”

Nói đến câu ca dao này là nói đến một làng nghề truyền thống có hàng trăm năm tuổi của thị xã An Nhơn, tỉnh Bình Định – làng nghề làm nón lá Gò Găng. Nhân kỷ niệm 10 năm được công nhận thị xã, thị xã An Nhơn lên kế hoạch làm các mô hình biểu tượng làng nghề truyền thống trên địa bàn, trong đó có mô hình chiếc nón lá Gò Găng. Chiếc nón có bán kính đáy **1 mét** và chiều cao **1,5 mét**; khung thép dùng làm đường tròn đáy và **10 đường nổi** từ đỉnh của nón đến đường tròn đáy có giá thành 40.000 đồng/mét; lá của cây lá nón Licuala Fatoua Becc dùng để làm mặt nón có giá thành 20.000 đồng/mét vuông. Hỏi **kinh phí** để làm chiếc nón biểu tượng này là bao nhiêu? (Bỏ qua diện tích các mép nổi và làm tròn đến nghìn đồng)

- A. 1.085.000 đồng. B. 1.086.000 đồng. C. 834.000 đồng. D. 833.000 đồng.

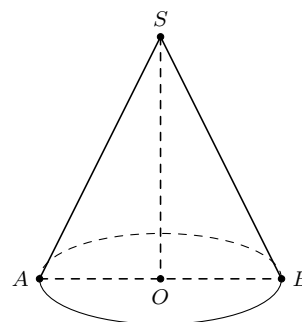
Lời giải.

Hình nón được vẽ minh họa như hình vẽ, với $OB = 1$; $OS = 1,5$.

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi rl = \pi \sqrt{1^2 + 1,5^2} = \frac{\sqrt{13}}{2} \pi.$$

Kinh phí để làm chiếc nón bao gồm kinh phí làm khung và chi phí làm mặt nón.



$$\left(10 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} + 2\pi\right) \cdot 40.000 + \frac{\sqrt{13}}{2} \pi \cdot 20.000 = 1.085.000.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

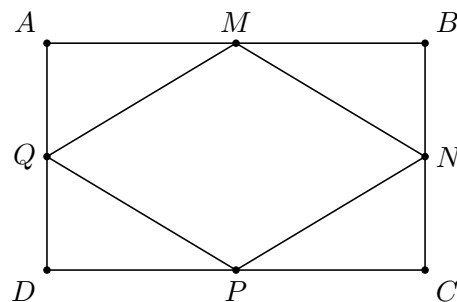
Câu 1109. Hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 6$, $AD = 4$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm bốn cạnh AB, BC, CD, DA . Cho hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh QN , tứ giác $MNPQ$ tạo thành vật tròn xoay có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = 6\pi$. B. $V = 4\pi$. C. $V = 2\pi$. D. $V = 8\pi$.

Lời giải.

Vật tròn xoay tạo thành có thể hình dung như là hai khối nón bằng nhau sinh bởi hai tam giác NMP và QMP .

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{MP^2}{4} \cdot \frac{QN}{2} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{4^2}{4} \cdot \frac{6}{2} = 8\pi.$$



Chọn đáp án (D)

□

Câu 1110. Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $\frac{\pi a^2}{2}$.

B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3\pi a^2}{2}$.

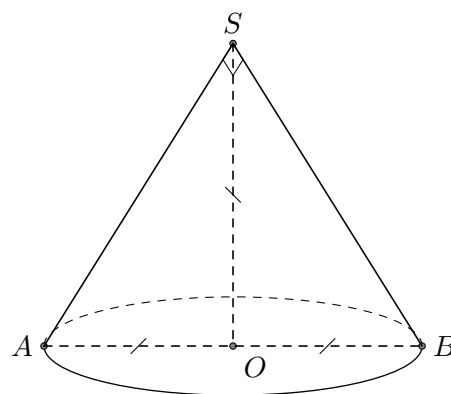
D. πa^2 .

Lời giải.

Theo giả thiết thì đường sinh của nón là $l = a$, bán kính đáy R của nón bằng một nửa cạnh huyền của tam giác vuông nên bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của nón là

$$S = \pi Rl = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 1111. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và diện tích xung quanh $S = 6\pi$. Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V = 3\pi$.

B. $V = 9\pi$.

C. $V = 18\pi$.

D. $V = 6\pi$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh $S = 6\pi = 2\pi rh = 6\pi h \Rightarrow h = 1$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = 9\pi$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1112. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng S_{xq} và bán kính đáy là r . Công thức nào dưới đây dùng để tính đường sinh l của hình nón đã cho?

A. $l = 2\pi S_{xq}r$.

B. $l = \frac{S_{xq}}{\pi r}$.

C. $l = \frac{S_{xq}}{2\pi r}$.

D. $l = \frac{2S_{xq}}{\pi r}$.

Lời giải.

Công thức $S_{xq} = \pi rl \Leftrightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1113. Một khối trụ có hai đáy là hai hình tròn $(I; r)$ và $(I'; r)$. Mặt phẳng (β) đi qua I và I' đồng thời cắt khối trụ theo thiết diện là hình vuông có cạnh bằng 18. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

A. $V = 486\pi$.

B. $V = 1458$.

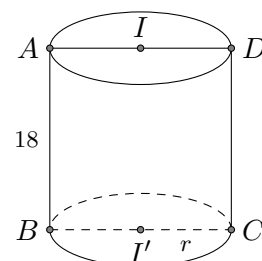
C. $V = 1458\pi$.

D. $V = 486$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $r = 9, h = 18$.

Thể tích khối trụ $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 9^2 \cdot 18\pi = 1458\pi$.

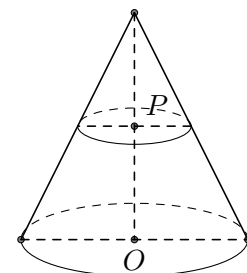


Chọn đáp án **C**

□

Câu 1114.

Cho hình nón có đáy là đường tròn có đường kính 10 và chiều cao bằng 15. Mặt phẳng vuông góc với trục cắt hình nón theo giao tuyến là một đường tròn như hình vẽ. Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 6 là



A. 8π .

B. $\frac{200\pi}{9}$.

C. 24π .

D. 96π .

Lời giải.

Gọi r là bán kính của đường tròn giao tuyến, theo định lý Thales, ta có $\frac{r}{5} = \frac{6}{15} \Rightarrow r = 2$. Vậy thể tích của khối nón cần tìm là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot 4 \cdot 6 = 8\pi$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1115. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3a$. Hình nón (N) có đỉnh A , đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Tính theo a diện tích xung quanh S_{xq} của (N) .

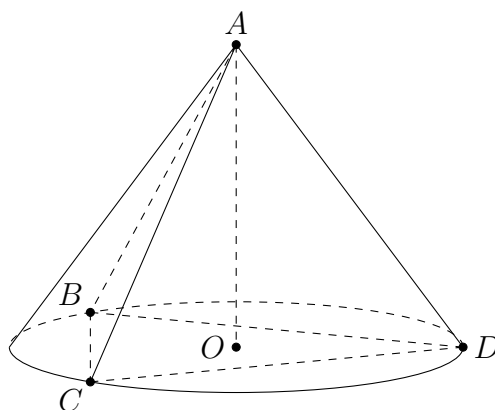
A. $S_{xq} = 3\sqrt{3}\pi a^2$.

B. $S_{xq} = 6\pi a^2$.

C. $S_{xq} = 6\sqrt{3}\pi a^2$.

D. $S_{xq} = 12\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải.



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD bằng $a\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh của (N) là

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot a\sqrt{3} \cdot 3a = 3\sqrt{3}\pi a^2.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1116. Cho một hình trụ có thiết diện qua trục là một hình chữ nhật có diện tích bằng 18. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. 9.

B. 18.

C. 9π .

D. 18π .

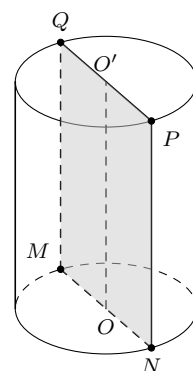
Lời giải.

Gọi chiều cao của hình trụ là h , bán kính đáy là r .

Từ giả thiết, suy ra $2hr = 18$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là

$$S_{xq} = 2\pi rh = \pi 2hr = 18\pi.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1117. Cho hình trụ có đường cao $h = 5$ cm bán kính đáy $r = 3$ cm. Xét mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ và cách trục 2 cm. Tính diện tích S của thiết diện của hình trụ với mặt phẳng (P) .

A. $S = 6\sqrt{5} \text{ cm}^2$.

B. $S = 3\sqrt{5} \text{ cm}^2$.

C. $S = 10\sqrt{5} \text{ cm}^2$.

D. $S = 5\sqrt{5} \text{ cm}^2$.

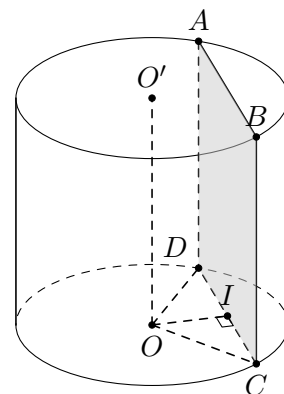
Lời giải.

Thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ trong đó $h = AD = 5$ cm.

Gọi d là khoảng cách từ tâm O của hình tròn đáy đến CD , $d = 2$ cm.

Ta có: $CD = 2\sqrt{r^2 - d^2} = 2\sqrt{3^2 - 2^2} = 2\sqrt{5}$ cm.

$$S = AB \cdot AD = 2\sqrt{5} \cdot 5 = 10\sqrt{5} \text{ cm}^2.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1118. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$. Độ dài đường sinh của hình trụ đó bằng

A. $\frac{a}{2}$.

B. $4a$.

C. $12a$.

D. $2a$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh hình trụ $S_{xq} = 2\pi rl \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{2\pi r} = \frac{4\pi a^2}{2\pi a} = 2a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1119. Tính bán kính đáy của hình nón có diện tích xung quanh là $3\pi a^2$ và độ dài đường sinh bằng $3a$.

A. $3a$.

B. a .

C. $2a$.

D. $4a$.

Lời giải.

Theo công thức diện tích xung quanh của hình nón $S = \pi \cdot r \cdot l \Leftrightarrow 3\pi a^2 = \pi r \cdot 3a \Leftrightarrow r = a$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1120. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tan của góc giữa một đường sinh và mặt đáy của nón là

A. 8.

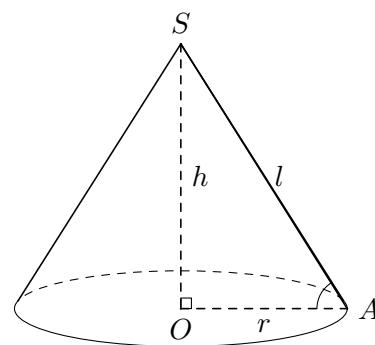
B. $2\sqrt{2}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

- Ta có $S_{xq} = \pi r l \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{3\pi a^2}{\pi a} = 3a$.
- Chiều cao $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{(3a)^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a$.
- Gọi α là góc giữa một đường sinh và mặt đáy của hình nón. Ta có $\tan \alpha = \frac{h}{r} = \frac{2\sqrt{2}a}{a} = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1121. Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông có diện tích 100. Diện tích xung quanh của hình trụ đó là

- A. 100π . B. 50π . C. 200π . D. 500π .

Lời giải.

Ta có diện tích hình vuông là 100 nên cạnh hình vuông là 10. Khi đó hình trụ có $2r = h = l = 10$. Vậy diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi r l = 100\pi$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1122. Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Độ dài $SB = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích khối nón có đỉnh S và đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$.

- A. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{27}$. B. $a^3\pi\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm CD . Góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SMO} = 60^\circ$.

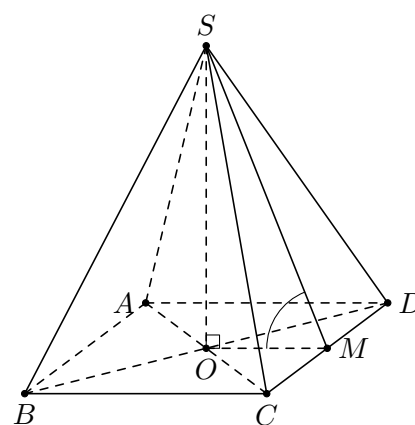
Ta có $\cos \widehat{SMO} = \frac{OM}{SM} \Rightarrow SM = 2OM = 2CM$.

Khi đó $SM^2 + CM^2 = SC^2 \Leftrightarrow 4CM^2 + CM^2 = \frac{5a^2}{4}$

$\Rightarrow CM = \frac{a}{2} \Rightarrow OM = \frac{a}{2} \Rightarrow SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Khối nón có bán kính đáy $r = OM = CM = \frac{a}{2}$, chiều cao

$h = SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên thể tích là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}$.

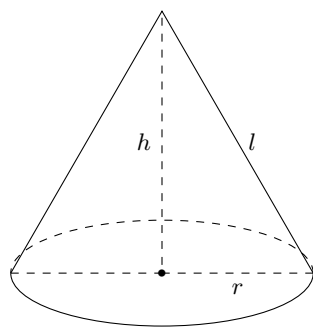
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1123. Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a . Mặt xung quanh của hình nón có diện tích bằng

- A. $\frac{1}{2}\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\frac{2}{3}\pi a^2$. D. $\frac{1}{3}\pi a^2$.

Lời giải.



Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{1}{2} \pi a^2$.

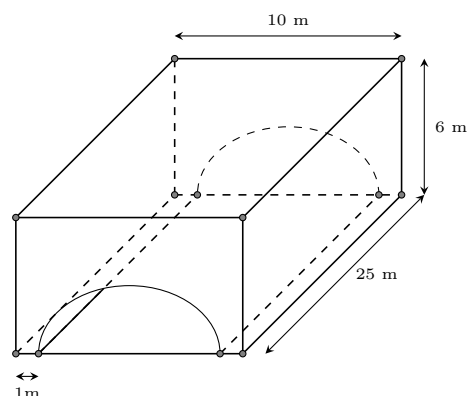
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1124.

Viện Hải dương học dự định làm một bể cá bằng kính phục vụ khách tham quan, biết rằng mặt cắt dành cho lối đi là nửa đường tròn. Tính diện tích kính để làm mái vòm của bể cá.

- A. $100\pi \text{ m}^2$. B. 100 m^2 . C. $200\pi \text{ m}^2$. D. 200 m^2 .



Lời giải.

Ta có diện tích kính để làm mái vòm của bể cá bằng một nửa diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy bằng $\frac{10-2}{2} = 4 \text{ m}$, chiều cao bằng 25 m. Vậy diện tích kính để làm mái vòm của bể cá là $\pi \cdot 4 \cdot 25 = 100\pi \text{ m}^2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1125. Một khối nón có độ dài đường sinh là $l = 13 \text{ cm}$ và bán kính đáy $r = 5 \text{ cm}$. Khi đó thể tích khối nón là

- A. $V = 100\pi \text{ cm}^3$. B. $V = 300\pi \text{ cm}^3$. C. $V = 20\pi \text{ cm}^3$. D. $V = \frac{325}{3}\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Ta có $h = \sqrt{l^2 - r^2} = 12$.

$$V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 100\pi \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1126. Khối nào sau đây không phải là khối tròn xoay?

- A. Khối trụ. B. Khối cầu. C. Khối nón. D. Khối chóp đều.

Lời giải.

Khối chóp không phải là khối tròn xoay.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1127. Hình nón có chiều cao bằng h và độ dài đường sinh bằng l . Hỏi bán kính r của đường tròn đáy thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

- A. $r^2 + h^2 = l^2$. B. $r^2 + l^2 = h^2$. C. $l^2 + h^2 = r^2$. D. $rh = l$.

Lời giải.

$$r^2 + h^2 = l^2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1128. Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.

- A. $\frac{9\pi a^2}{2}$. B. $\frac{13\pi a^2}{6}$. C. $9\pi a^2$. D. $\frac{27\pi a^2}{2}$.

Lời giải.

Do thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $3a$ nên $h = 3a$ và $R = \frac{3a}{2}$. Do đó, diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi \left(\frac{9a^2}{4} + \frac{9a^2}{2} \right) = \frac{27\pi a^2}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1129. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2a$. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó bằng

- A. $S_{xq} = 4\pi a^2$. B. $S_{xq} = 2a^2$. C. $S_{xq} = 2\pi a^2$. D. $S_{xq} = 3\pi a^2$.

Lời giải.

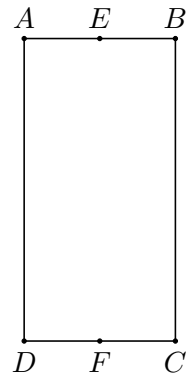
Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot a \cdot 2a = 2\pi a^2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1130.

Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2$ và $AD = 4$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và DC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục EF , ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

- A. 10π . B. 4π . C. 24π . D. 8π .



Lời giải.

Hình trụ tạo thành có bán kính đáy $r = \frac{AB}{2} = 1$, đường sinh $l = AD = 4$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi rl = 2 \cdot \pi \cdot 1^2 + 2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 4 = 10\pi.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1131. Hình trụ có bán kính đáy bằng a , chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

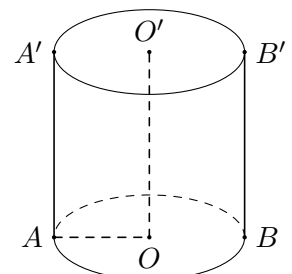
- A. $6\pi a^2$. B. $3\pi a^2$. C. $9\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Lời giải.

Xét hình trụ như hình vẽ, ta có $r = OA = a$ và $h = OO' = 3a$.

Diện tích xung quanh của hình trụ được tính bởi công thức:

$$S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot a \cdot 3a = 6\pi a^2.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1132. Cho hình nón có bán kính đáy là R chiều cao là $\frac{4R}{3}$ góc ở đỉnh 2α . Tính $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

B. $\sin \alpha = \frac{3}{4}$.

C. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$.

D. $\sin \alpha = \frac{24}{25}$.

Lời giải.

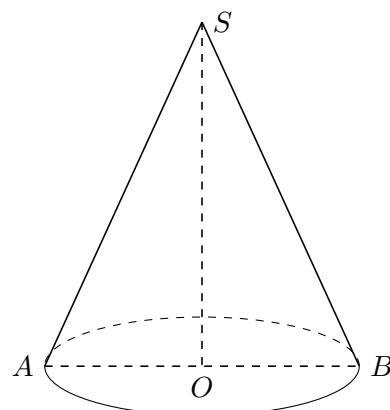
Giả sử hình nón có đỉnh S và đường tròn đáy tâm O , đường kính AB .

Do giả thiết ta có $AB = 2R$ và $SO = \frac{4R}{3}$ và $\widehat{ASB} = 2\alpha$.

Dễ thấy $\widehat{ASO} = \alpha$, xét tam giác vuông SOA ta có

$$AB^2 = SO^2 + OA^2 \Leftrightarrow AB = \sqrt{R^2 + \left(\frac{4R}{3}\right)^2} \Leftrightarrow AB = \frac{5R}{3}.$$

$$\text{Khi đó } \sin \widehat{ASO} = \frac{OA}{SA} = \frac{R}{\frac{5R}{3}} = \frac{3}{5}.$$



Chọn đáp án **A**

□

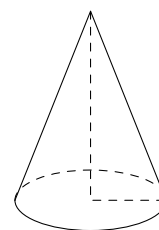
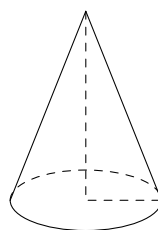
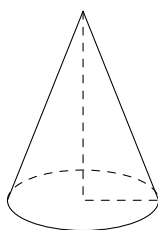
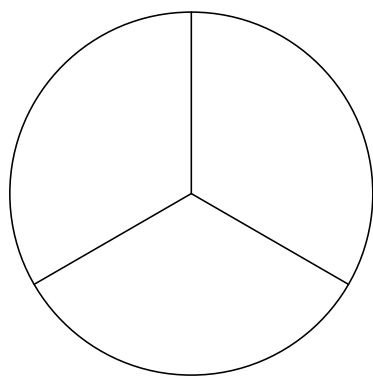
Câu 1133. Người ta cắt hết một miếng tôn hình tròn ra làm 3 miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó quấn và gò 3 miếng tôn để được 3 hình nón. Tính góc ở đỉnh 2φ của mỗi hình nón.

A. $2\varphi = 60^\circ$.

B. $2\varphi = 2 \arcsin \frac{1}{2}$.

C. $2\varphi = 2 \arcsin \frac{1}{3}$.

D. $2\varphi = 120^\circ$.



Lời giải.

Gọi R là bán kính hình tròn lớn, chu vi của nó là $2\pi R$.

Khi đó chu vi bán kính đáy hình nón là $\frac{2\pi R}{3}$ nên bán kính đáy hình nón là $r = \frac{R}{3}$.

Đường sinh của hình nón là $l = R$.

Khi đó $\sin \varphi = \frac{r}{l} = \frac{1}{3}$ nên góc ở đỉnh là $2\varphi = 2 \arcsin \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1134. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 24 và $AB = \frac{2}{3}BC$. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh cạnh BC bằng

A. 96π .

B. 64π .

C. 144π .

D. 112π .

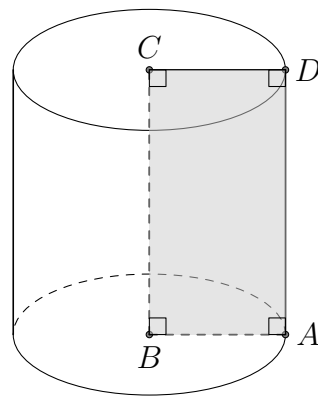
Lời giải.

Ta có: $S_{ABCD} = AB \cdot BC = \frac{2}{3}BC^2 = 24 \Rightarrow BC = 6$.

Do đó $AB = 4$.

Khối tròn xoay thu được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh cạnh BC là khối trụ có bán kính đáy $r = AB = 4$ và chiều cao $h = BC = 6$ nên có thể tích là:

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 144\pi.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1135. Hình nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình nón.

A. $S_{tp} = 3\pi a^2$.

B. $S_{tp} = 4\pi a^2$.

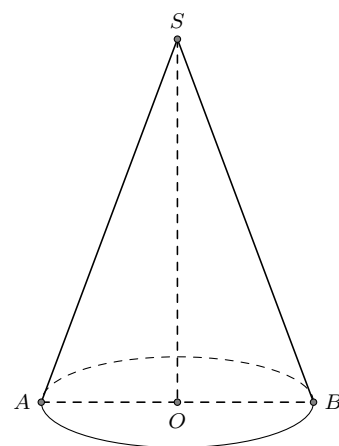
C. $S_{tp} = 2\pi a^2$.

D. $S_{tp} = \pi a^2$.

Lời giải.

Ta có $r = a$ và $l = SA = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow S_{tp} &= S_{xq} + S_d \\ &= \pi \cdot r \cdot l + \pi \cdot r^2 = \pi \cdot a \cdot 2a + \pi \cdot a^2 \\ &= 3\pi \cdot a^2. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1136. Cho khối nón N có thể tích bằng 4π và chiều cao là 3. Tính bán kính đường tròn đáy của N .

A. 2.

B. 1.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải.

Gọi r là bán kính đường tròn đáy của N .

Theo giả thiết, hình nón N có chiều cao $h = 3$, thể tích $V = 4\pi$ suy ra

$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot 3 = 4\pi \Leftrightarrow r^2 = 4 \Leftrightarrow r = 2.$$

Vậy $r = 2$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1137. Tính chiều cao h của hình trụ biết độ dài của chiều cao bằng bán kính đáy và thể tích của khối trụ đó là 8π .

A. $h = \sqrt[3]{4}$.

B. $h = 2$.

C. $h = 2\sqrt{2}$.

D. $h = \sqrt[3]{32}$.

Lời giải.

Vì $h = r$ nên thể tích $V = \pi r^2 h = \pi h^3 = 8\pi \Rightarrow h = 2$.

Chọn đáp án **B**

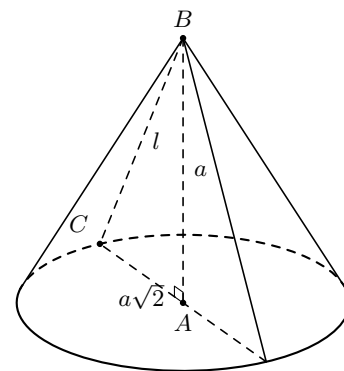
□

Câu 1138. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{2}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

- A. $l = 2a$. B. $l = a\sqrt{2}$. C. $l = a\sqrt{3}$. D. $l = a$.

Lời giải.

Ta có $l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1139. Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng 4, diện tích xung quanh bằng 48π . Thể tích của khối trụ đó bằng

- A. 24π . B. 32π . C. 96π . D. 72π .

Lời giải.

Theo giả thiết $r = 4$ và $S_{xq} = 2\pi rl = 48\pi \Leftrightarrow l = 6 \Rightarrow h = 6$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 96\pi$.

Chọn đáp án **C**

□

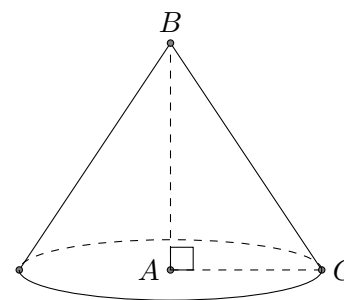
Câu 1140. Cho tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $AB = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón tạo thành khi cho tam giác ABC quay quanh trục là đường thẳng AB .

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{9}$. B. $V = \frac{2\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{2\pi a^3 \sqrt{2}}{9}$. D. $V = \frac{2a^3 \sqrt{2}}{9}$.

Lời giải.

Khối nón tạo thành có đường cao là $AB = a\sqrt{2}$ và bán kính đáy bằng $AC = AB \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Do đó có thể tích bằng

$$V = \frac{1}{3} AB \cdot AC^2 \pi = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \left(\frac{a\sqrt{6}}{3} \right)^2 \pi = \frac{2\pi a^3 \sqrt{2}}{9}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1141. Một khối trụ có thể tích 8π , độ dài đường cao bằng 2. Khi đó, bán kính đường tròn đáy bằng

- A. 4π . B. 2π . C. 2. D. 4.

Lời giải.

Ta có $V = 8\pi = \pi R^2 \cdot 2 \Rightarrow R = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1142. Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O , bán kính R . Trên đường tròn (O) lấy 2 điểm A, B sao cho tam giác OAB vuông. Biết diện tích tam giác SAB bằng $R^2\sqrt{2}$. Thể tích hình nón đã cho bằng

A. $V = \frac{\pi R^3 \sqrt{14}}{2}$.

B. $V = \frac{\pi R^3 \sqrt{14}}{3}$.

C. $V = \frac{\pi R^3 \sqrt{14}}{6}$.

D. $V = \frac{\pi R^3 \sqrt{14}}{12}$.

Lời giải.Tam giác OAB vuông cân tại O nên $AB = R\sqrt{2}$.Gọi M là trung điểm của AB .

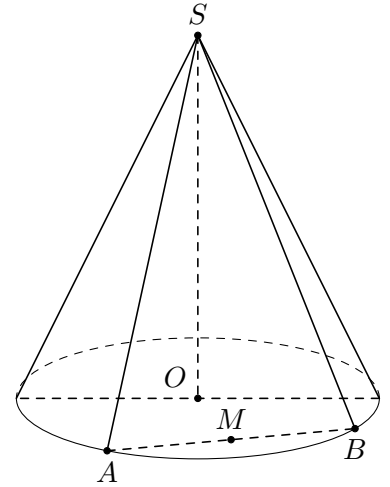
Ta có $SM = \frac{2S_{\triangle SAB}}{AB} = \frac{2 \cdot R^2 \sqrt{2}}{R\sqrt{2}} = 2R$.

Tam giác SAB cân tại S nên $SM \perp AB$. Suy ra

$$SA^2 = SM^2 + AM^2 = (2R)^2 + \left(\frac{R\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{9R^2}{2}.$$

Tam giác SOA vuông tại O nên

$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{\frac{9R^2}{2} - R^2} = \sqrt{\frac{7R^2}{2}} = \frac{R\sqrt{14}}{2}.$$



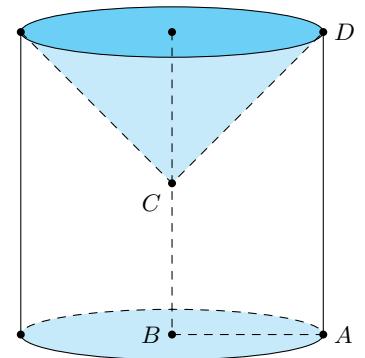
Vậy thể tích của hình nón đã cho là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot SO = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot \frac{R\sqrt{14}}{2} = \frac{\pi R^3 \sqrt{14}}{6}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1143.Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$.Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC . Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

A. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$. C. $V = \pi a^3$. D. $V = \frac{7\pi a^3}{3}$.

**Lời giải.**

Ta hình vẽ ta có $V = \pi AB^2 \cdot AD - \frac{1}{3}\pi AB^2 \cdot BC = \pi a^2 \cdot 2a - \frac{\pi}{3}a^2 \cdot a = \frac{5\pi a^3}{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1144. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Gọi $(\mathcal{N})$ là hình nón có đỉnh S và đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$. Diện tích xung quanh của $(\mathcal{N})$ bằng

A. $2\pi a^2 \sqrt{2}$.

B. $2\pi a$.

C. πa^2 .

D. $\pi a^2 \sqrt{2}$.

Lời giải.

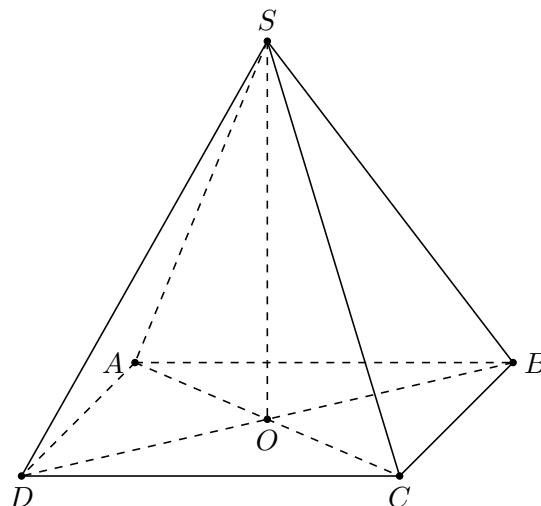
Gọi O là giao điểm của AC và BD , suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

Bán kính đường tròn (O) là $OA = \frac{AC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = a$.

Độ dài đường sinh của hình nón bằng $SA = a\sqrt{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \pi a^2 \sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1145. Bán kính đáy của khối trụ tròn xoay có thể tích bằng V và chiều cao bằng h là

A. $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}.$

B. $r = \sqrt{\frac{2V}{\pi h}}.$

C. $r = \sqrt{\frac{V}{2\pi h}}.$

D. $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}.$

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích khối trụ tròn xoay, ta có $V = \pi r^2 h \Rightarrow r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}.$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1146. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng l và bán kính đường tròn đáy bằng r . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 l.$

B. $S_{xq} = \frac{1}{2}\pi r l.$

C. $S_{xq} = 2\pi r l.$

D. $S_{xq} = \pi r l.$

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = \pi r l.$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1147. Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng chiều cao và bằng 2 cm. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $\frac{8\pi}{3} \text{ cm}^2.$

B. $8\pi \text{ cm}^2.$

C. $2\pi \text{ cm}^2.$

D. $4\pi \text{ cm}^2.$

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = 2\pi r \ell = 8\pi \text{ cm}^2.$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1148. Một hình nón có đường sinh hợp với đáy một góc α và độ dài đường sinh bằng ℓ . Khi đó diện tích toàn phần của hình nón bằng

A. $S_{tp} = 2\pi \ell^2 \cos \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2}.$

B. $S_{tp} = \frac{1}{2}\pi \ell^2 \cos \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2}.$

C. $S_{tp} = \pi \ell^2 \cos \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2}.$

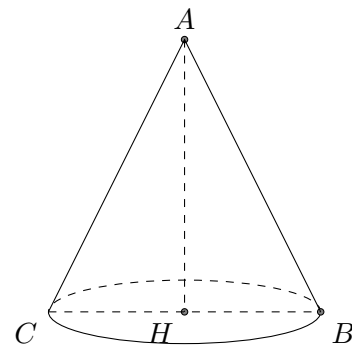
D. $S_{tp} = 2\pi \ell^2 \cos \alpha \sin^2 \frac{\alpha}{2}.$

Lời giải.

Ta có $AB = \ell$, $\widehat{ABC} = \alpha$, $r = BH = \ell \cos \alpha$.

Diện tích toàn phần của hình nón là

$$S_{\text{tp}} = \pi r \ell + \pi r^2 = \pi \cdot \ell \cos \alpha \cdot \ell + \pi \ell^2 \cdot \cos^2 \alpha = 2\pi \ell^2 \cos \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

Câu 1149. Khi quay một hình chữ nhật và các điểm trong của nó quanh trục là một đường trung bình của hình chữ nhật đó, ta nhận được hình gì?

- A. Khối chóp. B. Khối nón. C. Khối cầu. D. Khối trụ.

Lời giải.

Khi quay hình chữ nhật và các điểm trong của nó quanh trục là một đường trung bình của hình chữ nhật đó, tức là ta quay một hình chữ nhật mới (hình chữ nhật bằng nửa hình ban đầu) quay quanh một cạnh của nó (cạnh này chính là đường trung bình đang xét), do đó ta thu được một khối trụ.

Chọn đáp án **D**

Câu 1150. Cho khối trụ (T). Xét khối nón (N) nội tiếp trong khối trụ (T). Tính tỷ số thể tích của khối trụ (T) và khối nón (N).

- A. $\frac{1}{2}$. B. 3. C. 2. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Tỉ số giữa thể tích khối trụ và thể tích khối nón là

$$\frac{V_T}{V_N} = \frac{B \cdot h}{\frac{1}{3}B \cdot h} = 3.$$

Chọn đáp án **B**

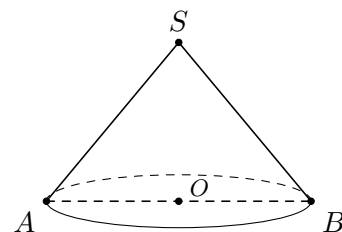
Câu 1151. Hình nón (N) có đường sinh gấp hai bán kính đáy. Góc ở đỉnh của hình nón là

- A. 120° . B. 30° . C. 0° . D. 60° .

Lời giải.

Ta có $SA = 2OA = AB \Rightarrow SAB$ là tam giác đều.

Do vậy $\widehat{ASB} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **D**

Câu 1152. Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh có độ dài $2a$. Thể tích của khối nón là

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $l = 2a, R = a \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - R^2} = a\sqrt{3}$. Vậy $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1153. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính thể tích khối nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ và đỉnh là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

A. $\frac{\pi a^3}{6}$.

B. $\frac{\pi a^3}{12}$.

C. $\frac{\pi a^3}{4}$.

D. $\frac{\pi a^3}{2}$.

Lời giải.

Ta có, bán kính đáy của hình chóp là

$$R = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Chiều cao của hình nón

$$h = OO' = AA' = a.$$

Suy ra thể tích hình nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{2a^2}{4} \cdot a = \frac{\pi a^3}{6}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1154. Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy R và độ dài đường sinh l được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \frac{1}{3}R^2l$.

B. $V = \frac{4}{3}\pi R^2l$.

C. $V = \frac{4}{3}\pi R^3l$.

D. $V = \pi R^2l$.

Lời giải.

Độ dài đường sinh của hình trụ chính là đường cao của hình trụ, do vậy thể tích là $V = \pi R^2l$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1155. Một hình nón có đường kính đáy bằng 6, chiều cao bằng 4. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. 15π .

B. $12\sqrt{13}\pi$.

C. 12π .

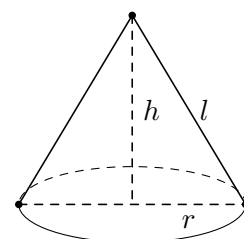
D. $3\sqrt{2}\pi$.

Lời giải.

Ta có bán kính đáy $r = 3$, chiều cao $h = 4$.

Suy ra độ dài đường sinh $l = \sqrt{r^2 + h^2} = 5$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = 15\pi$.



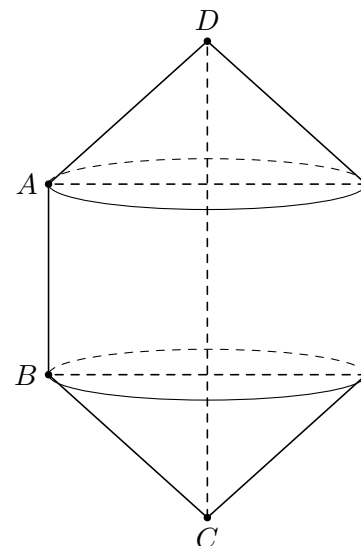
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1156.

Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB = 2$, $CD = 4$ và diện tích bằng 6. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh CD . Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

A. $V = \frac{32\pi}{3}$. B. $V = \frac{8\pi}{3}$. C. $V = \frac{40\pi}{3}$. D. $V = \frac{28\pi}{3}$.



Lời giải.

Gọi BO là đường cao của hình thang cân $ABCD$.

$$\text{Vì } S_{ABCD} = 6 \Rightarrow \frac{(2+4)BO}{2} = 6 \Leftrightarrow BO = 2.$$

$$\text{Vì } ABCD \text{ là hình thang cân nên } OC = \frac{4-2}{2} = 1.$$

Thể tích phần khối trụ có đường sinh AB là

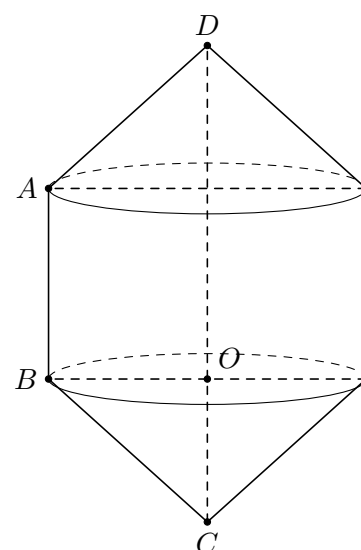
$$V_1 = \pi \cdot OB^2 \cdot AB = \pi \cdot 2^2 \cdot 2 = 8\pi.$$

Thể tích phần khối nón có đường sinh BC là

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot OB^2 \cdot OC = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 1 = \frac{4\pi}{3}.$$

Vậy thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành là

$$V = V_1 + 2V_2 = 8\pi + 2 \cdot \frac{4\pi}{3} = \frac{32\pi}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1157. Cho hình trụ có thể tích $V = \frac{1}{2}\pi a^3$ và chiều cao $h = a$. Tính bán kính đáy R của hình trụ đó.

A. $R = \frac{1}{2}a$. B. $R = \frac{a}{\sqrt{2}}$. C. $R = a\sqrt{2}$. D. $R = 2a$.

Lời giải.

$$\text{Ta có thể tích hình trụ } V = h \cdot \pi R^2 \Rightarrow R^2 = \frac{V}{h\pi} = \frac{\pi a^3}{2a\pi} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1158. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 3. Tính thể tích của khối nón có đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và đỉnh là điểm A .

A. $\frac{9}{\sqrt{3}}\pi$. B. $\frac{3\sqrt{6}}{4}\pi$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}\pi$. D. $\frac{\sqrt{6}}{4}\pi$.

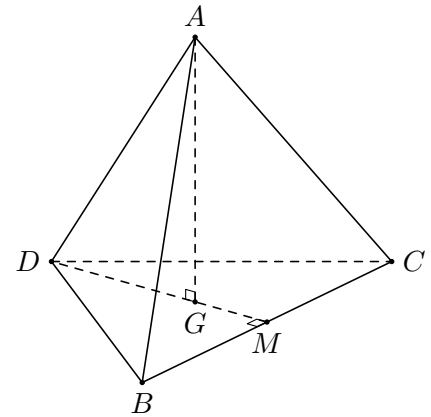
Lời giải.

Gọi DM và G lần lượt là trung tuyến và trọng tâm của tam giác BCD , suy ra bán kính đường tròn nội tiếp đáy là

$$r = GM = \frac{DM}{3} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (do tam giác } BCD \text{ đều).}$$

Xét tam giác vuông AGD có $AG^2 = AD^2 - DG^2 = 6$, suy ra $AG = \sqrt{6}$.

Thể tích khối nón cần tìm là $V = \frac{1}{3}AG \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{\pi\sqrt{6}}{4}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1159. Hình nón có thể tích bằng 16π và chiều cao bằng 3. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

A. 20π .

B. 24π .

C. 12π .

D. 10π .

Lời giải.

Ta có thể tích $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow r^2 = 16 \Rightarrow r = 4$. Suy ra đường sinh $l = \sqrt{h^2 + r^2} = 5$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l = 20\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1160. Xác định thể tích khối nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh m .

A. $\frac{\pi m^3 \sqrt{3}}{48}$.

B. $\frac{\pi m^3 \sqrt{3}}{24}$.

C. $\frac{\pi m^3 \sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{\pi m^3 \sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Gọi S là đỉnh của khối nón, O là tâm mặt đáy, AB là đường kính mặt đáy.

Vì thiết diện là tam giác đều cạnh m nên ta có

$$AB = m; SO = \frac{m\sqrt{3}}{2}; AO = \frac{m}{2}.$$

$$\text{Do đó } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{m\sqrt{3}}{2} \cdot \pi \cdot \frac{m^2}{4} = \frac{\pi m^3 \sqrt{3}}{24}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1161. Thiết diện qua trục của một hình nón (N) là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Thể tích khối nón (N) bằng

A. $\frac{\pi a^3}{6}$.

B. $\frac{\pi \sqrt{2} a^3}{6}$.

C. $\frac{\pi \sqrt{2} a^3}{12}$.

D. $\frac{\pi \sqrt{3} a^3}{12}$.

Lời giải.

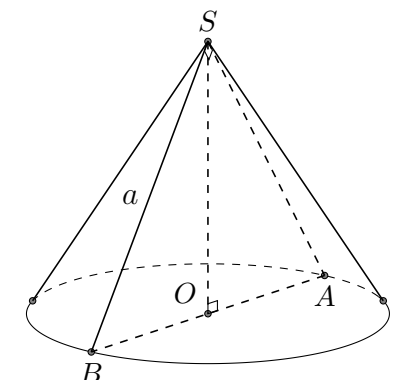
Giả sử SAB là thiết diện qua trục của hình nón (như hình vẽ).

Tam giác SAB vuông tại S và là tam giác cân nên $SA = SB = a$.

$$\text{Do đó, } AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = a\sqrt{2}$$

$$\text{và } r = SO = OA = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối nón: } V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{a^3}{2\sqrt{2}} = \frac{\pi a^3}{6\sqrt{2}}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1162. Hình lăng trụ có 2018 đỉnh. Hỏi lăng trụ đó có bao nhiêu mặt bên?

A. 2019.

B. 2018.

C. 1009.

D. 2020.

Lời giải.

Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành. Suy ra số mặt bên là 1009.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1163. Thể tích khối nón có chiều cao h , đường sinh l là

A. $\frac{1}{3}\pi l^2 h$.

B. $\frac{1}{3}\pi(l^2 - h^2)h$.

C. $\pi l\sqrt{l^2 - h^2}$.

D. $\pi(l^2 - h^2)h$.

Lời giải.

Bán kính hình tròn đáy của khối nón là: $r = \sqrt{l^2 - h^2}$.

Thể tích khối nón có chiều cao h , đường sinh l là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi(l^2 - h^2)h$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1164. Cho hình nón có đường sinh là a , góc giữa đường sinh và mặt đáy là α , diện tích xung quanh của hình nón là

A. $\pi a^2 \sin \alpha$.

B. $2\pi a \cos \alpha$.

C. $\pi a^2 \cos \alpha$.

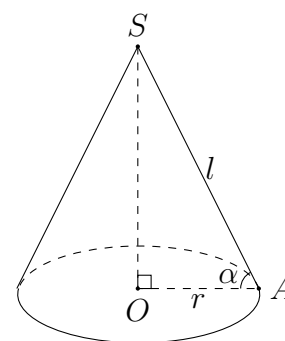
D. $2\pi a \sin \alpha$.

Lời giải.

Ta có $l = a$, $r = l \cdot \cos \alpha = a \cos \alpha$.

Diện tích xung quanh của hình nón là

$S = \pi r l = \pi \cdot a \cos \alpha \cdot a = \pi a^2 \cos \alpha$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1165. Tính thể tích V của khối nón (N) có bán kính đáy $R = 3$ và góc ở đỉnh bằng 90° .

A. $V = 27\pi$.

B. $V = 3\pi$.

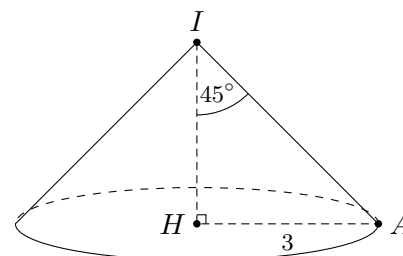
C. $V = 36\pi$.

D. $V = 9\pi$.

Lời giải.

Khối nón (N) có bán kính $R = AH = 3$, chiều cao $h = IH = 3$, nên thể tích

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 3 = 9\pi.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1166. Cho hình trụ có bán kính đáy 3 cm, chiều cao 4 cm. Khi đó diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ là

A. $S_{tp} = 42\pi \text{ cm}^2$.

B. $S_{tp} = 33\pi \text{ cm}^2$.

C. $S_{tp} = 418\pi \text{ cm}^2$.

D. $S_{tp} = 24\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Theo đề bài ta có $r = 3$ cm và $h = 4$ cm.

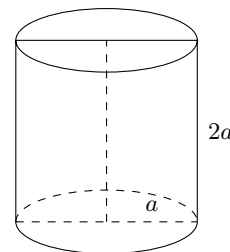
Khi đó $S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 42\pi$ cm².

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1167.

Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

- A. $16\pi a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $8\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.



Lời giải.

Ta có cạnh của hình vuông thiết diện là $2a$ nên chiều cao hình trụ là $h = 2a$ và bán kính đáy của hình trụ là $R = \frac{2a}{2} = a$.

Suy ra diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 2a \cdot a = 4\pi a^2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1168. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = 2a$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB bằng

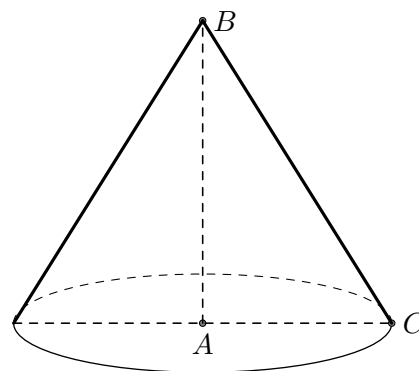
- A. $\frac{\pi a^3}{3}$. B. $\frac{8\pi a^3}{3}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $\frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB ta được một hình nón có bán kính đáy $r = 2a$ và chiều cao là $h = 2a$.

Áp dụng công thức tính thể tích khối nón ta có

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (2a)^2 2a = \frac{8\pi a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1169. Gọi (T) là một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có chiều cao bằng đường kính đáy. Thể tích khối trụ (T) bằng

- A. π . B. 3π . C. 4π . D. 2π .

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = 2\pi rh \Leftrightarrow 4\pi = 2\pi r \cdot 2r \Leftrightarrow r = 1$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 \cdot 1 = 2\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1170. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a với O và O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi (T) là hình trụ tròn xoay tạo thành khi quay hình chữ nhật $AA'C'C$ quanh trục OO' . Thể tích của khối trụ (T) bằng

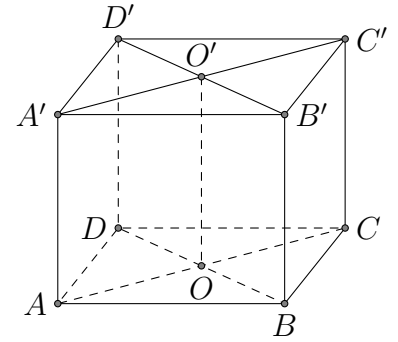
- A. $\frac{1}{3}\pi a^3$. B. $\frac{1}{2}\pi a^3$. C. $\frac{1}{6}\pi a^3$. D. $2\pi a^3$.

Lời giải.

$$\text{Bán kính hình trụ } r = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Chiều cao hình trụ } h = OO' = a$$

$$\text{Thể tích khối trụ là } V\pi r^2 h = \pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 a = \frac{\pi a^3}{2}.$$



Chọn đáp án (B) □

Câu 1171. Một khối nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{\pi a^3}{2}$.

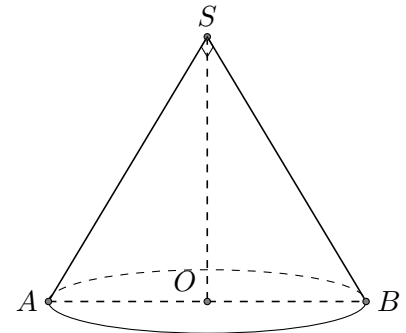
C. πa^3 .

D. $\frac{\pi a^3}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} l = SA = SB = a\sqrt{2} \\ h = SO = \frac{AB}{2} = a \\ r = \frac{AB}{2} = a. \end{cases}$$

$$\text{Do đó thể tích khối nón } V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{\pi a^3}{3}.$$



Chọn đáp án (A) □

Câu 1172. Xét hình trụ (T) có bán kính R, chiều cao h thỏa $R = 2h\sqrt{3}$; (N) là hình nón có bán kính đáy R và chiều cao gấp đôi chiều cao của (T). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của (T) và (N). Khi đó $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Diện tích xung quanh của (T): } S_1 = 2\pi Rh = 4\pi h^2\sqrt{3}.$$

$$\text{Diện tích xung quanh của (N): } S_2 = \pi rl = \pi \cdot 2h\sqrt{3} \cdot \sqrt{(2h\sqrt{3})^2 + 4h^2} = 8\pi h^2\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 1173. Cho hình nón có đường sinh gấp 3 lần bán kính của đáy thì tỉ số k giữa đường cao và đường sinh của nó là

A. $k = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

B. $k = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $k = \frac{1}{3}$.

D. $k = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{8r^2} = 2\sqrt{2}r, \text{ suy ra } k = \frac{h}{l} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 1174. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 37$ cm, nếu cắt hình nón bởi mặt phẳng qua trục ta được một tam giác đều. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

A. $S_{xq} = 761,807 \text{ cm}^2$.

B. $S_{xq} = 2867,227 \text{ cm}^2$.

C. $S_{xq} = 1433,613 \text{ cm}^2$.

D. $S_{xq} = 1612,815 \text{ cm}^2$.

Lời giải.

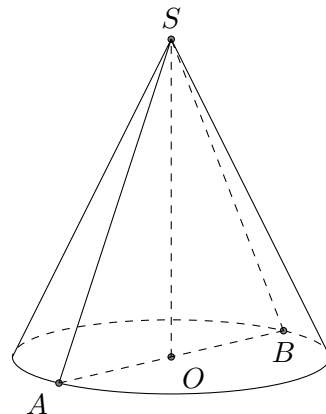
Do thiết diện qua trục hình nón là một tam giác đều nên ta có

$$SO = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow h = \frac{2R\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow R = \frac{h}{\sqrt{3}} = \frac{37\sqrt{3}}{3}.$$

Độ dài đường sinh của hình nón là $\ell = \sqrt{h^2 + R^2} = \frac{74\sqrt{3}}{3}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi R \ell = \pi \cdot \frac{37\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{74\sqrt{3}}{3} \approx 2867,227 \text{ cm}^2.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 1175. Một hình trụ có diện tích toàn phần là $10\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Chiều cao của hình trụ đó là

A. $3a$.

B. $4a$.

C. $2a$.

D. $6a$.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của hình trụ, R là bán kính đáy hình trụ, S_{tp} là diện tích toàn phần của hình trụ. Khi đó $S_{tp} = 2\pi R \cdot h + 2\pi R^2 = 2\pi a \cdot h + 2\pi a^2$. Do giả thiết suy ra

$$2\pi a \cdot h + 2\pi a^2 = 10\pi a^2 \Leftrightarrow 2\pi a \cdot h = 8\pi a^2 \Leftrightarrow h = 4a.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1176. Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy $R = a\sqrt{2}$, góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. πa^2 .

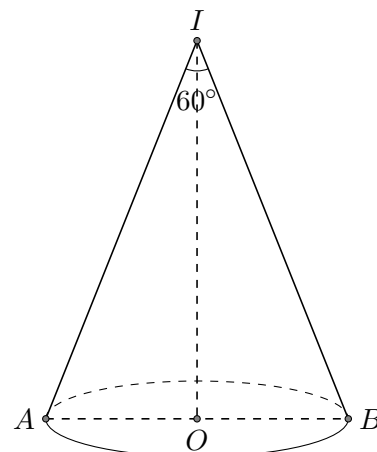
B. $2\pi a^2$.

C. $3\pi a^2$.

D. $4\pi a^2$.

Lời giải.

- Góc ở đỉnh bằng 60° nên $\widehat{AIO} = 30^\circ$.
- Ta có $l = IA = \frac{OA}{\sin 30^\circ} = \frac{R}{\sin 30^\circ} = 2R = 2\sqrt{2}a$.
- $S_{xq} = \pi R l = 4\pi a^2$.



Chọn đáp án (D)

□

Câu 1177. Tính diện tích toàn phần của một hình trụ, biết thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng qua trục là một hình vuông có diện tích bằng 36.

A. 54π .B. 50π .C. 18π .D. 36π .

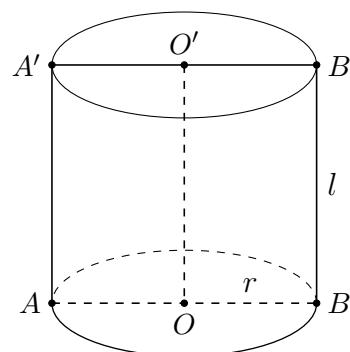
Lời giải.

Theo đề, thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng qua trục OO' là hình vuông $ABB'A'$ có diện tích bằng 36.

Suy ra, $l = BB' = 6$ và $r = OB = 3$.

Khi đó, diện tích toàn phần của hình trụ là

$$\begin{aligned} S_{\text{toàn phần}} &= S_{\text{xung quanh}} + 2S_{\text{đáy}} \\ &= 2\pi rl + 2 \cdot \pi r^2 = 54\pi. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1178. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 4$, $AB = BC = CA = 3$. Tính thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón có đỉnh là S và đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. 3π .B. $\sqrt{13}\pi$.C. 4π .D. $2\sqrt{2}\pi$.

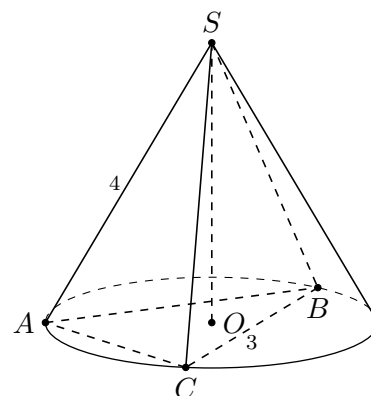
Lời giải.

Gọi O là tâm của tam giác đều ABC . Vì $SA = SB = SC$ nên $SO \perp (ABC)$.

Ta có $OA = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$; $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{13}$.

Thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}SO \cdot \pi OA^2 = \sqrt{13}\pi.$$



Chọn đáp án **(B)**

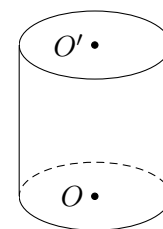
□

Câu 1179. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. $\pi a^2\sqrt{3}$.B. $2\pi a^2(\sqrt{3} - 1)$.C. $\pi a^2(1 + \sqrt{3})$.D. $2\pi a^2(1 + \sqrt{3})$.

Lời giải.

Ta có $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot a \cdot a\sqrt{3} + 2 \cdot \pi a^2 = 2\pi a^2(1 + \sqrt{3})$.



Chọn đáp án **(D)**

□

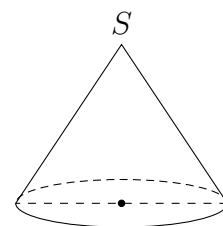
Câu 1180. Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.B. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$.C. $\pi a^2\sqrt{2}$.D. $2\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân tại đỉnh hình nón nên bán kính mặt đáy $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Suy ra

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{\sqrt{2}a^2\pi}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1181. Cho hình nón đỉnh S biết rằng nếu cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón là

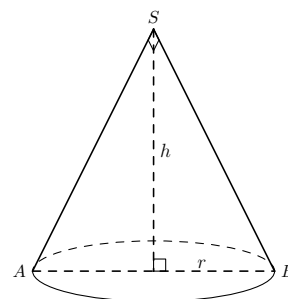
A. $S_{xq} = \frac{\pi\sqrt{2}a^2}{2}$. B. $S_{xq} = \pi a^2$. C. $S_{xq} = \sqrt{2}\pi a^2$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$.

Lời giải.

Tam giác SAB vuông cân tại S có $AB = a\sqrt{2}$ nên $SB = a$.

Bán kính đường tròn đáy của hình nón là $r = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích xung quanh là $S_{xq} = \frac{\pi\sqrt{2}a^2}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1182. Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh $2a$. Đường cao của hình nón là

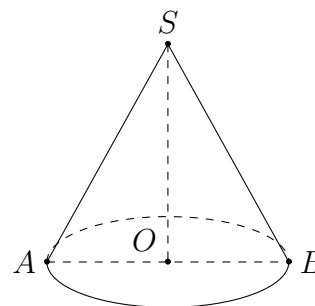
A. $h = 2a$. B. $h = a$. C. $h = a\sqrt{3}$. D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Giả sử thiết diện là tam giác SAB như hình vẽ.

Đường cao của hình nón là

$$h = SO = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = a\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1183. Cho hình trụ (T) có chiều cao bằng 5 và diện tích xung quanh bằng 30π . Thể tích của khối trụ (T) bằng

A. 30π . B. 75π . C. 15π . D. 45π .

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = 2\pi r l \Rightarrow r = 3$.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = 45\pi$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1184. Một hình nón có cạnh bên bằng $2a$. Thiết diện qua trục của nó là một tam giác cân có góc ở đỉnh bằng 120° . Diện tích toàn phần của hình nón là

- A. $\pi^2 (3 + \sqrt{3})$. B. $2\pi a^2 (3 + \sqrt{3})$. C. $6\pi a^2$. D. $\pi a^2 (3 + 2\sqrt{3})$.

Lời giải.

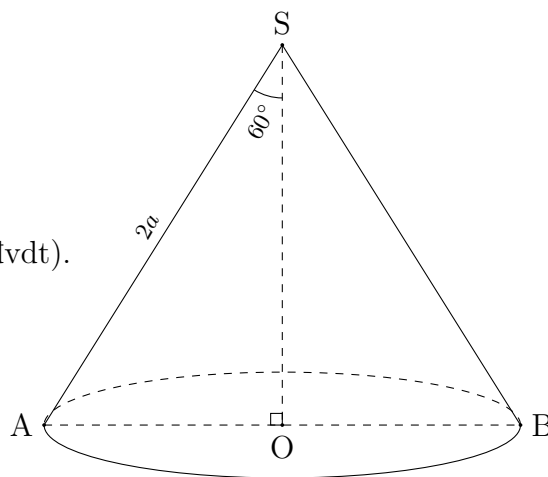
Gọi S là đỉnh, O là tâm của đáy, thiết diện qua trục là SAB .

Theo giả thiết ta có $SA = 2a$ và $\widehat{ASO} = 60^\circ$.

Trong tam giác SAO vuông tại O , ta có $OA = SA \sin 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Vậy diện tích toàn phần là

$$S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2 = \pi \cdot OA \cdot SA + \pi \cdot OA^2 = \pi a^2 (3 + 2\sqrt{3}) \text{ (đvdt)}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1185. Cho hình nón đỉnh S , chiều cao $SO = h$. Gọi AB là một dây cung của đường tròn đáy sao cho tam giác OAB đều. Mặt phẳng (SAB) tạo với đáy hình nón góc 60° . Tính diện tích xung quanh hình nón theo h .

- A. $\frac{2\pi h^2 \sqrt{13}}{9}$. B. $\frac{4\pi h^2 \sqrt{13}}{9}$. C. $\frac{4\pi h^3}{27}$. D. $\frac{\pi h^2 \sqrt{5}}{4}$.

Lời giải.

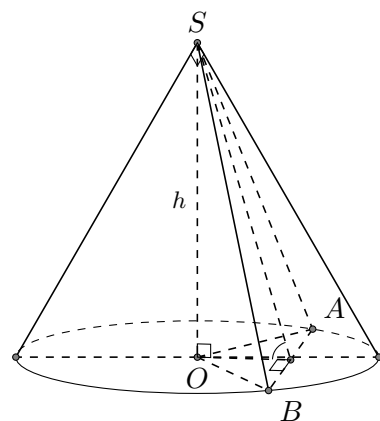
Gọi bán kính của hình nón là R , ta có $OM \perp AB$, $OM = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

Mặt phẳng (SAB) tạo với đáy hình nón góc 60° nên $\widehat{SMO} = 60^\circ$.

$$\tan \widehat{SMO} = \frac{h}{\frac{R\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow R = \frac{2h}{3}.$$

$$\text{Đường sinh của hình nón } l = \sqrt{h^2 + R^2} = \frac{h\sqrt{13}}{3}.$$

$$\text{Diện tích xung quanh của hình nón } S_{xq} = \pi Rl = \frac{\pi 2h^2 \sqrt{13}}{9}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1186. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . (N) là hình nón có đỉnh trùng với đỉnh của hình chóp và nhận các cạnh bên của hình chóp là các đường sinh. Tính thể tích khối nón (N) .

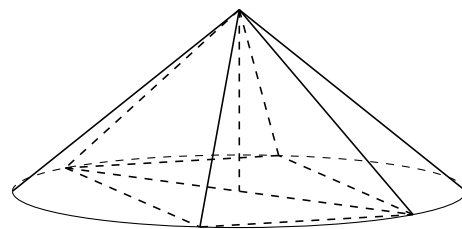
- A. $\frac{\sqrt{2}}{4} \pi a^3$. B. $\frac{\sqrt{2}}{12} \pi a^3$. C. $\frac{\sqrt{2}}{6} \pi a^3$. D. $\frac{\sqrt{2}}{8} \pi a^3$.

Lời giải.

Ta thấy chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là một nửa của bát diện diện đều cạnh a .

Do vậy, khối nón (N) có $h = R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{(N)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \pi \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot \pi a^3.$$



Chọn đáp án (B) □

Câu 1187. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều cạnh có độ dài $2a$. Thể tích của khối nón là

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$.

Câu 1188. Người ta bỏ ba quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng ba lần đường kính quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{6}{5}$. B. 1. C. 2. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính quả bóng bàn. Suy ra bán kính đáy hình trụ bằng R và đường cao của hình trụ bằng $6R$.

Diện tích của ba quả bóng bàn là $S_1 = 3 \cdot 4\pi R^2 = 12\pi R^2$.

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_2 = 6R \cdot 2\pi R = 12\pi R^2$.

$$\text{Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \frac{12\pi R^2}{12\pi R^2} = 1.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1189. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{2}a$. B. $3a$. C. $2a$. D. $\frac{3a}{2}$.

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = 3\pi a^2$ và $r = a$ nên ta suy ra $2\pi r l = 3\pi a^2 \Leftrightarrow 2\pi a l = 3\pi a^2 \Leftrightarrow l = \frac{3a}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1190. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng S , diện tích đáy bằng diện tích mặt cầu có bán kính a . Khi đó, thể tích của hình trụ bằng

A. $\frac{1}{3}Sa$. B. Sa . C. $\frac{1}{2}Sa$. D. $\frac{1}{4}Sa$.

Lời giải.

• Ta có $V = \pi R^2 h = \frac{1}{2}(2\pi R h)R = \frac{1}{2}Sa$.

Chọn đáp án (C) □

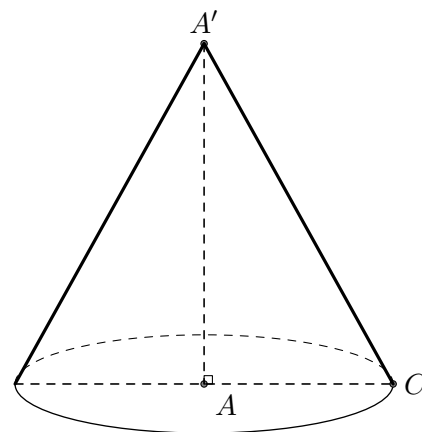
Câu 1191. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Tính diện tích xung quanh của hình tròn xoay sinh bởi đường gấp khúc ACA' khi quay quanh trục AA' .

A. $\pi\sqrt{5}$. B. $\pi\sqrt{6}$. C. $\pi\sqrt{3}$. D. $\pi\sqrt{2}$.

Lời giải.

Khi quay quanh trục AA' ta được khối nón. Ta có $AC = \sqrt{2}$,
 $A'C = \sqrt{3}$. Diện tích xung quanh của khối nón

$$S_{xq} = \pi \cdot AC \cdot A'C = \sqrt{6}\pi.$$



Chọn đáp án **(B)**

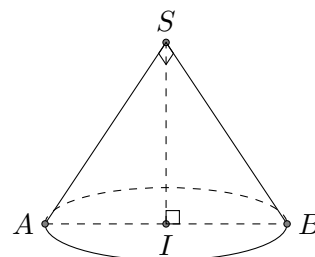
□

Câu 1192. Biết thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a\sqrt{2}$. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $S_{xq} = 2\sqrt{2}\pi a^2$. B. $S_{xq} = 4\pi a^2$. C. $S_{xq} = \sqrt{2}\pi a^2$. D. $S_{xq} = 2\pi a^2$.

Lời giải.

Tam giác SAB vuông cân tại S có $AB = 2a\sqrt{2} \Rightarrow SA = SB = 2a$.
 Suy ra hình nón có đường sinh $l = SA = 2a$, bán kính $r = \frac{AB}{2} = a\sqrt{2}$.
 $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot a\sqrt{2} \cdot 2a = 2\sqrt{2}\pi a^2$.



Chọn đáp án **(A)**

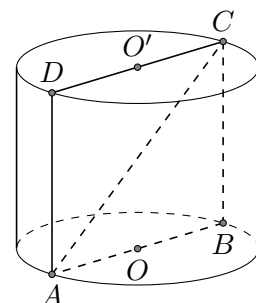
□

Câu 1193. Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABCD$ có $AC = 4a$. Tính thể tích khối trụ.

A. $V = \frac{8\pi a^3}{3}$. B. $V = 2\pi a^3$. C. $V = 4\sqrt{2}\pi a^3$. D. $V = \frac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

$ABCD$ là hình vuông $AC = 4a \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}a$.
 Khối trụ có đường chiều cao $h = AB = 2\sqrt{2}a$, bán kính $r = \frac{AB}{2} = \sqrt{2}a$.
 Vậy $V = \pi r^2 h = \pi \cdot (\sqrt{2}a)^2 \cdot 2\sqrt{2}a = 4\sqrt{2}\pi a^3$.



Chọn đáp án **(C)**

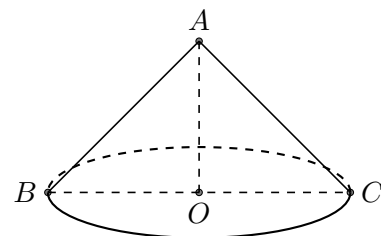
□

Câu 1194. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , với $AB = 2a$. Gọi O là trung điểm của BC . Tính diện tích xung quanh của hình nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh trục OA .

A. $\sqrt{2}\pi a^2$. B. $2\sqrt{2}\pi a^2$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi a^2$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi a^2$.

Lời giải.

Ta tính được $BO = a\sqrt{2}$. Hình nón tạo thành có bán kính đáy R bằng $a\sqrt{2}$, đường sinh l bằng $2a$. Vậy, diện tích cần tính là $\pi Rl = 2\sqrt{2}\pi a^2$.

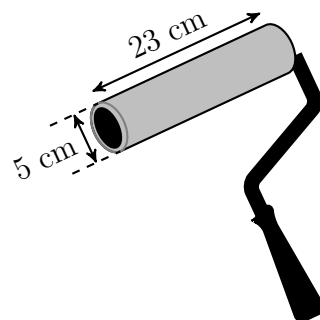


Chọn đáp án (B) □

Câu 1195.

Một cái trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là 5 cm, chiều dài trục lăn là 23 cm (như trong hình vẽ bên). Sau khi lăn tròn 15 vòng không đè lên nhau thì trục lăn tạo ra trên sân phẳng một hình có diện tích bằng

- A. $3450\pi \text{ cm}^2$. B. $1725\pi \text{ cm}^2$. C. 1725 cm^2 . D. $862,5\pi \text{ cm}^2$.



Lời giải.

Diện tích xung quanh của trục lăn là $S_{xq} = 5 \cdot 23 \cdot \pi = 115\pi$. Sau khi lăn tròn 15 vòng không chồm lên nhau, diện tích sơn được là $15 \cdot 115\pi = 1725\pi \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1196. Một khối nón có bán kính đáy $r = 6 \text{ cm}$, chiều cao $h = 5 \text{ cm}$. Thể tích khối nón là

- A. $60\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. B. $30\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. C. $180\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. D. $10\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Lời giải.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 5 = 60\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1197. Một khối nón có diện tích toàn phần bằng 10π và diện tích xung quanh bằng 6π . Tính thể tích V của khối nón đó.

- A. $V = 12\pi$. B. $V = 4\pi\sqrt{5}$. C. $V = \frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$. D. $V = 4\pi$.

Lời giải.

Gọi l, r, h lần lượt là đường sinh, bán kính đáy và chiều cao của hình nón.

Diện tích xung quanh của hình nón bằng 6π nên

$$\pi r l = 6\pi \Leftrightarrow r l = 6 \Rightarrow l = \frac{6}{r}.$$

Diện tích toàn phần bằng của hình nón 10π nên

$$\pi r l + \pi r^2 = 10\pi \Leftrightarrow 6\pi + \pi r^2 = 10\pi \Rightarrow r = 2 \Rightarrow l = 3.$$

Theo định lý Pi-ta-go ta có $h^2 = l^2 - r^2 = 3^2 - 2^2 = 5 \Rightarrow h = \sqrt{5}$.

Vậy thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times \sqrt{5} = \frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1198. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a và một hình trụ có hai đáy nội tiếp hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tỷ số diện tích xung quanh của hình trụ và diện tích toàn phần của hình lập phương bằng

A. $\frac{\pi}{6}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. π .

D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

Hình trụ có bán kính $r = \frac{a}{2}$, đường cao $h = a$ nên diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2\pi \cdot r \cdot h = \pi a^2$. Diện tích toàn phần của hình lập phương là $S_{tp} = 6a^2$. Vậy tỉ số hai diện tích là $\frac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1199. Cho khối nón (N) có thể tích $V = 12\pi \text{ cm}^3$ và chiều cao $h = 4 \text{ cm}$. Tính diện tích xung quanh của khối nón (N).

A. $30\pi \text{ cm}^2$.

B. $12\pi \text{ cm}^2$.

C. $15\pi \text{ cm}^2$.

D. $45\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot 4 = 12\pi \Rightarrow r = 3 \Rightarrow l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{16 + 9} = 5. \text{ Vậy } S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = 15\pi.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1200. Cho khối nón tròn xoay đỉnh S có đường cao $h = 20 \text{ cm}$, bán kính đáy $r = 25 \text{ cm}$. Một mặt phẳng (P) đi qua S và có khoảng cách đến tâm O của đáy là 12 cm . Thiết diện của (P) với khối nón là tam giác SAB , với A, B thuộc đường tròn đáy. Tính diện tích $S_{\triangle SAB}$ của tam giác SAB .

A. $S_{\triangle SAB} = 400 \text{ cm}^2$. B. $S_{\triangle SAB} = 300 \text{ cm}^2$. C. $S_{\triangle SAB} = 600 \text{ cm}^2$. D. $S_{\triangle SAB} = 500 \text{ cm}^2$.

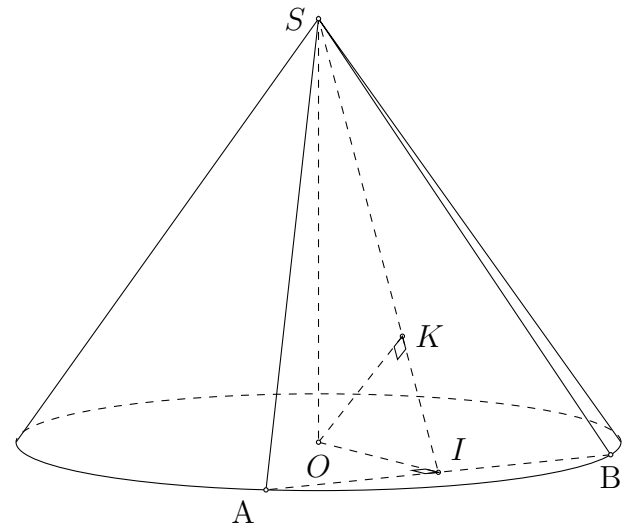
Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB , kẻ OK vuông góc với SI tại K . Khi đó OK là khoảng cách từ O đến (P).

$$\text{Xét tam giác } OIS \text{ vuông tại } O \text{ có } \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OK^2} - \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{12^2} - \frac{1}{20^2} = \frac{1}{225} \Rightarrow OI = 15. SI = \sqrt{OS^2 + OI^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25.$$

$$\text{Xét tam giác } IOA \text{ vuông tại } I \text{ có } IA = \sqrt{OA^2 - OI^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20 \Rightarrow AB = 40.$$

$$S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2}SI \cdot AB = 20 \cdot 25 = 500 \text{ cm}^2.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1201. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân cạnh $a\sqrt{2}$. Một thiết diện qua đỉnh tạo với đáy một góc 60° . Tính diện tích của thiết diện đó.

A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{2}a^2}{3}$.

C. $\frac{4\sqrt{2}a^2}{3}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm đường tròn hình nón. Thiết diện qua trục là tam giác SAB , thiết diện qua đỉnh là tam giác SAC .

Ta có tam giác SAB vuông cân tại S và $SA = SB = a\sqrt{2}$
 $\Rightarrow AB = SA \cdot \sqrt{2} = 2a \Rightarrow SO = OA = a$.

Gọi I là trung điểm AC . Ta có $OI \perp AC$, $SI \perp AC$ nên góc giữa (SAC) và mặt đáy là $\widehat{SIO} = 60^\circ$.

$$SI = \frac{SO}{\sin \widehat{SIO}} = \frac{2a}{\sqrt{3}}, \quad AI = \sqrt{SA^2 - SI^2} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow AC = 2AI = \frac{2a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Diện tích thiết diện cần tìm là } S_{SAC} = \frac{1}{2} \cdot SI \cdot AC = \frac{2\sqrt{2}a^2}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1202. Người ta cần đổ một ống thoát nước hình trụ với chiều cao 200 (cm), độ dày của thành ống là 15 (cm) và đường kính của ống là 80 (cm). Lượng bê tông cần phải đổ là

- A. $0,18\pi$ (m³). B. $0,14\pi$ (m³). C. $0,195\pi$ (m³). D. π (m³).

Lời giải.

Gọi r_1, V_1 lần lượt là bán kính đáy và thể tích khối trụ bên ngoài ($r_1 = OA$).

Gọi r_2, V_2 lần lượt là bán kính đáy và thể tích khối trụ bên trong ($r_2 = OC$).

Ta có $2r_1 = 80 \Leftrightarrow r_1 = 40$ (cm) và $r_2 = 40 - 15 = 25$ (cm).

$h = OO' = AA' = BB' = 200$ (cm).

Khi đó thể tích lượng bê tông cần đổ là

$$\begin{aligned} V = V_1 - V_2 &= \pi r_1^2 h - \pi r_2^2 h \\ &= \pi h(r_1^2 - r_2^2) \\ &= \pi \cdot 200 \cdot (40^2 - 25^2) \\ &= 195000\pi \quad (\text{cm}^3). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

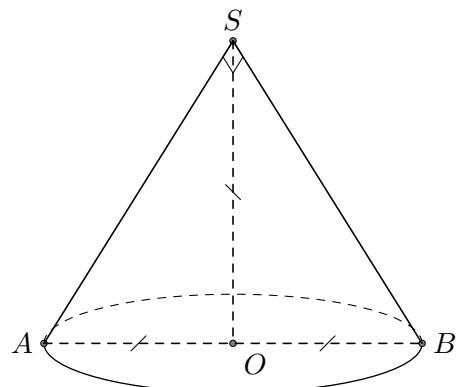
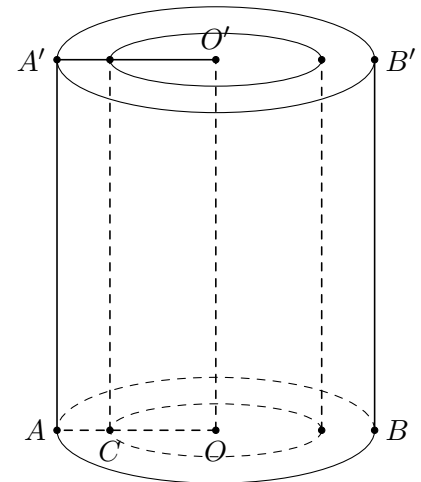
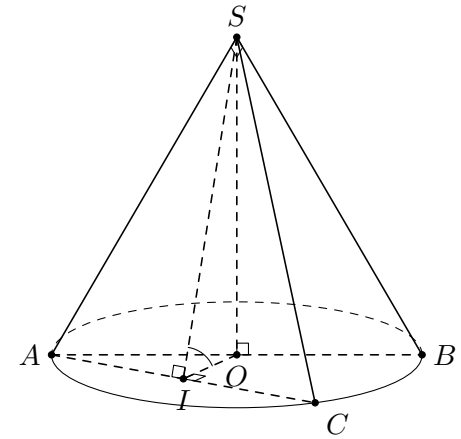
Câu 1203. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối nón đó.

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{2}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Khối nón có bán kính đáy và đường cao đều bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{4}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1204. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 2 cm. Một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

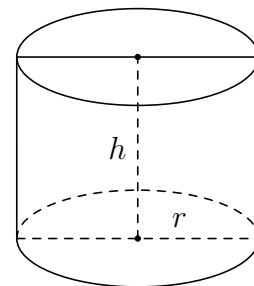
- A. 16 cm^3 . B. $8\pi \text{ cm}^3$. C. $16\pi \text{ cm}^3$. D. $\frac{16\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Bán kính đáy của hình trụ là: $r = 2 \text{ cm}$.

Chiều cao của hình trụ là: $h = 2r = 4 \text{ cm}$.

Vậy thể tích của hình trụ là: $V = \pi r^2 h = 16\pi \text{ cm}^3$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1205. Một hình trụ có chiều cao bằng a và chu vi của đường tròn đáy bằng $4\pi a$. Thể tích của khối trụ này bằng

- A. $4\pi a^3$. B. $16\pi a^3$. C. $\frac{4}{3}\pi a^3$. D. $2\pi a^3$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính của đáy hình trụ, khi đó $2\pi R = 4\pi a \Rightarrow R = 2a$.

Vậy thể tích hình trụ là $V = \pi R^2 h = \pi(2a)^2 a = 4\pi a^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1206. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và đáy là hình tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{15}}{4}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{6}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{8}$.

Lời giải.

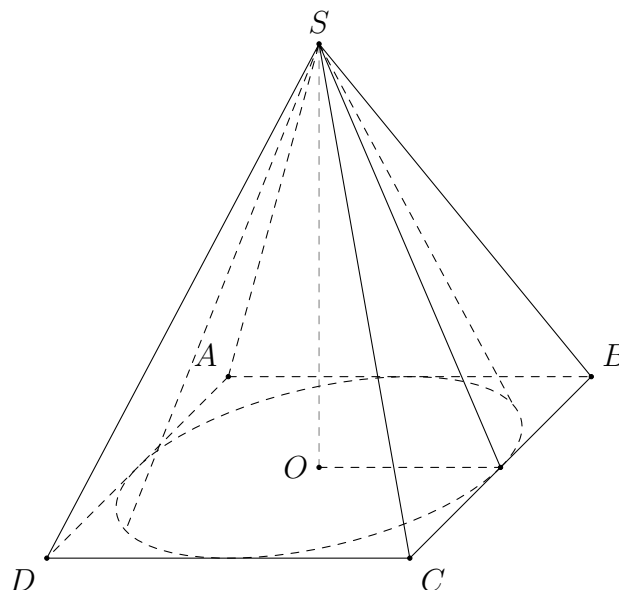
Ta có bán kính đáy của hình nón là $R = \frac{a}{2}$.

Chiều cao hình nón bằng chiều cao hình chóp $h = SO = 2a$.

Độ dài đường sinh là $l = \sqrt{h^2 + R^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$.

Suy ra diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi R l = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1207. Một hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , đường sinh bằng $2a$, diện tích xung quanh của hình nón là

- A. $S_{xq} = 2\pi a^2$. B. $S_{xq} = \pi a^2$. C. $S_{xq} = 3\pi a^2$. D. $S_{xq} = 4\pi a^2$.

Lời giải.

Ta có $r = l \cdot \sin 30^\circ = a \Rightarrow S_{xq} = \pi r \cdot l = 2\pi a^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1208. Cho khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 3 cm và độ dài đường sinh bằng 5 cm. Thể tích của khối nón là

- A. $2\pi \text{ cm}^3$. B. $16\pi \text{ cm}^3$. C. $12\pi \text{ cm}^3$. D. $48\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Bán kính đáy $r = \sqrt{l^2 - h^2} = 4 \text{ cm} \Rightarrow$ thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 16\pi \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1209. Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Khi đó thể tích của khối trụ là

- A. $2\pi a^3$. B. $4\pi a^3$. C. $8\pi a^3$. D. πa^3 .

Lời giải.

Chiều cao hình trụ là $2a$, bán kính đáy hình trụ là $a \Rightarrow$ thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = 2\pi a^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1210. Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông có cạnh là $2a$. Thể tích khối trụ được tạo nên bởi hình trụ này là

- A. $2\pi a^3$. B. $\frac{2\pi a^3}{3}$. C. $8\pi a^3$. D. $\frac{8\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có $R = a$, $h = 2a$ nên thể tích khối trụ được tạo nên bởi hình trụ này là

$$V = \pi R^2 h = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1211. Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều và có thể tích $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đó.

- A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = 2\pi a^2$. C. $S = \pi a^2$. D. $S = \frac{1}{2}\pi a^2$.

Lời giải.

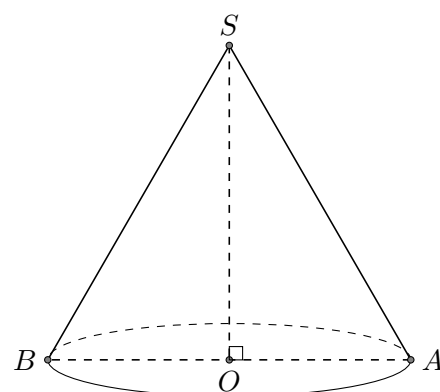
Giả sử R là bán kính đường tròn đáy, kết hợp với thiết diện qua trục là tam giác đều, suy ra chiều cao của nón là

$$h = \frac{2R\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}.$$

Theo bài ra ta có $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3} = \frac{1}{3}h\pi R^2 = \frac{\sqrt{3}\pi R^3}{3} \Rightarrow R = a$.

Từ đó suy ra diện tích xung quanh

$$S = \pi Rl = \pi R\sqrt{R^2 + h^2} = \pi a\sqrt{a^2 + 3a^2} = 2\pi a^2.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1212. Cắt hình nón đỉnh S bởi một mặt phẳng đi qua trục, ta được một tam giác vuông cân, cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối nón bằng

- A. $V = \frac{\pi a\sqrt{2}}{4}$. B. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $V = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{12}$. D. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

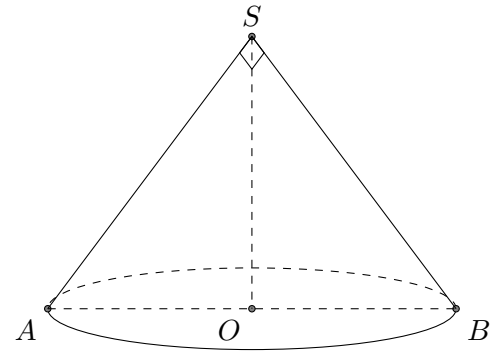
Lời giải.

Giả sử thiết diện là tam giác vuông cân SAB . Khi đó, khối nón có

- Chiều cao $h = SO = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.
- Bán kính đáy $r = OA = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1213. Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

- A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{6}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

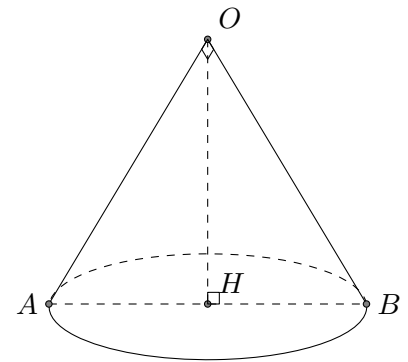
Lời giải.

Gọi thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng qua trục của nó là tam giác OAB vuông cân tại O và cạnh huyền $AB = a\sqrt{2}$.

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = OA = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = a$.

Bán kính đáy của hình nón: $r = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1214. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

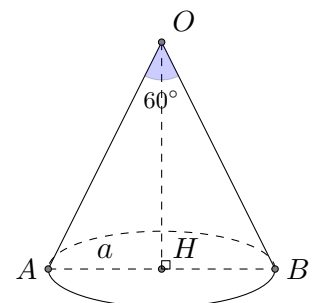
- A. $2\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\pi a^2 \sqrt{3}$. D. $4\pi a^2$.

Lời giải.

Hình nón có bán kính đáy $r = a$ và góc ở đỉnh bằng 60° nên có độ dài đường sinh $l = \frac{a}{\sin 30^\circ} = 2a$.

Từ đó suy ra

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot a \cdot 2a = 2\pi a^2.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1215. Cho hình trụ có tỉ số diện tích xung quanh và diện tích toàn phần bằng $\frac{1}{3}$. Biết thể tích

khối trụ bằng 4π . Bán kính đáy của hình trụ là

A. 2.

B. 3.

C. $\sqrt{3}$.D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{S_{xq}}{S_{tp}} = \frac{2\pi Rh}{2\pi R(h+R)} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow R = 2h.$$

$$\text{Mà } V = \pi R^2 h = \pi \cdot 4h^2 = 4\pi \Leftrightarrow h = 1 \Rightarrow R = 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1216. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

B. $V = \pi a^3$.

C. $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

D. $V = 3\pi a^3$.

Lời giải.

Xét hình nón như hình vẽ bên.

$$\text{Diện tích xung quanh } S_{xq} = \pi r l = 6\pi a^2 \Leftrightarrow r l = 6a^2. \quad (1)$$

Xét tam giác AIC vuông tại I nên

$$r = IC = AC \sin 30^\circ = l \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow l = 2r. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } 2r^2 = 6a^2 \Leftrightarrow r^2 = 3a^2 \Leftrightarrow r = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Mặt khác } h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{4r^2 - r^2} = r\sqrt{3} = 3a.$$

$$\text{Thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3a^2 \cdot 3a = 3\pi a^3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1217. Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V = \frac{\pi\sqrt{6}}{12}$.

B. $V = \frac{4\pi}{9}$.

C. $V = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$.

D. $V = \frac{\pi\sqrt{6}}{9}$.

Lời giải.

Vì thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông

nên $l = 2r$ Diện tích toàn phần hình trụ là $S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi r l = 4\pi \Leftrightarrow$

$$2r^2 + 4r^2 = 4 \Rightarrow r^2 = \frac{2}{3} \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow l = \frac{2\sqrt{6}}{3} \Rightarrow h = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Thể tích khối trụ là } V = \pi r^2 h = \pi \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1218. Cho hình nón (N) có độ dài đường sinh l , bán kính đáy r . Ký hiệu S_{tp} là diện tích toàn phần của (N) . Công thức nào sau đây là đúng?

A. $S_{tp} = \pi r l + 2\pi r$.

B. $S_{tp} = 2\pi r l + \pi r^2$.

C. $S_{tp} = \pi r l$.

D. $S_{tp} = \pi r l + \pi r^2$.

Lời giải.

Theo công thức diện tích toàn phần của hình nón.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1219. Quay hình vuông $ABCD$ cạnh a quanh một cạnh của nó ta được một khối trụ. Tính thể tích của khối trụ đó.

A. $2\pi a^3$.

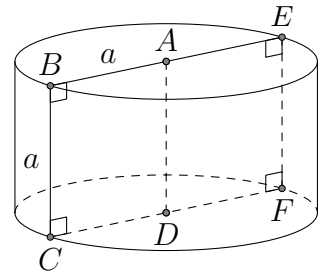
B. $3\pi a^3$.

C. $\frac{1}{3}\pi a^3$.

D. πa^3 .

Lời giải.

Theo đề ta có $l = r = a \Leftrightarrow V_{ABCD} = \pi \cdot r^2 \cdot l = \pi a^3$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1220. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh của hình trụ đó.

A. $\frac{3a}{2}$.

B. $2\sqrt{2}a$.

C. $3a$.

D. $2a$.

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = 2\pi r l \Leftrightarrow l = \frac{S_{xq}}{2\pi r} = \frac{3\pi a^2}{2\pi a} = \frac{3a}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1221. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 6. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

A. $S_{xq} = 24\sqrt{3}\pi$.

B. $S_{xq} = 12\sqrt{3}\pi$.

C. $S_{xq} = 12\sqrt{2}\pi$.

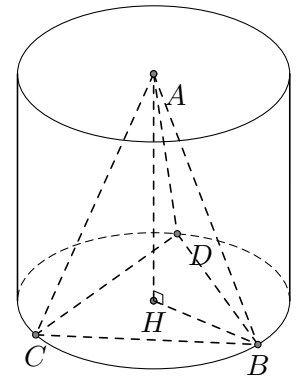
D. $S_{xq} = 24\sqrt{2}\pi$.

Lời giải.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD là $R = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$.

Đường cao $h = AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{6^2 - 12} = 2\sqrt{6}$.

$S_{xq} = 2\pi R h = 2\pi \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6} = 24\sqrt{2}\pi$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1222. Cho hình nón ($\mathcal{N}$) có bán kính đáy bằng 6 và diện tích xung quanh bằng 60π . Tính thể tích V của khối nón ($\mathcal{N}$).

A. 288π .

B. 96π .

C. $432\sqrt{6}\pi$.

D. $144\sqrt{6}\pi$.

Lời giải.

Ta có $r = 6$, $S_{xq} = 60\pi$ nên $l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = 10$.

$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 96\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1223. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ độ dài đường sinh $l = 3a$. Bán kính đường tròn đáy của hình nón bằng

A. a .

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{a}{9}$.

D. $9a$.

Lời giải.

Gọi r là bán kính của đường tròn đáy, $S_{xq} = \pi r l = 3\pi a^2 \Rightarrow r = a$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1224. Thể tích của một khối trụ có thiết diện qua trục là hình vuông và có diện tích xung quanh bằng 4π là

- A. 5π . B. 3π . C. 4π . D. 2π .

Lời giải.

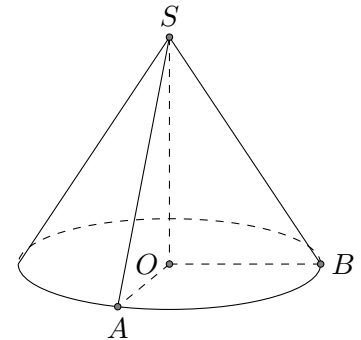
Ta có $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi r2r = 4\pi \Rightarrow r = 1, V = \pi hr^2 = 2\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1225.

Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh của hình nón.

- A. $l = 3a$. B. $l = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. C. $l = \frac{3a}{2}$. D. $l = 2\sqrt{2}a$.



Lời giải.

Theo công thức tính diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq} = \pi rl^2 = \pi al = 3\pi a^2$. Suy ra $l = 3a$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1226. Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn (O) và (O') , chiều cao $R\sqrt{3}$, bán kính R và hình nón có đỉnh là O' , đáy là hình tròn $(O; R)$. Tính tỉ số giữa diện tích xung quanh của hình nón và diện tích xung quanh của hình trụ.

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. 0,5. C. 1. D. $\sqrt{3}$.

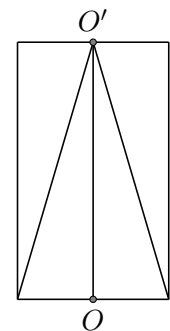
Lời giải.

Thiết diện của mặt phẳng qua trục OO' với hình trụ và hình nón được mô phỏng bởi hình vẽ bên.

Đường sinh của nón là $\ell = \sqrt{R^2 + 3R^2} = 2R$, diện tích xung quanh của nón là $S = \pi R\ell = \pi \cdot R \cdot 2R = 2\pi R^2$.

Diện tích xung quanh của trụ là $S' = 2\pi Rh = 2\pi R \cdot \sqrt{3}R = 2\sqrt{3}\pi R^2$.

Vậy tỉ số thể tích cần tìm là $\frac{S}{S'} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.



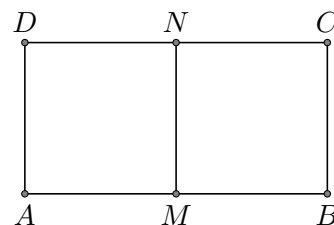
Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1227. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2$ và $AD = 1$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính thể tích V của khối trụ tạo bởi hình trụ đó.

- A. 2π . B. π . C. 4π . D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

Khối trụ có đường cao là $h = MN = 1$ và bán kính đáy $R = \frac{AB}{2} = 1$, do đó $V = \pi R^2 h = \pi$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1228. Cho hình trụ có bán kính đáy 3 cm, đường cao 4 cm. Diện tích xung quanh của hình trụ này là

- A. 20π (cm²). B. 22π (cm²). C. 24π (cm²). D. 26π (cm²).

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh = 24\pi$ cm².

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1229. Cho hình nón có chiều cao $2a$ và góc ở đỉnh bằng 90° . Tính thể tích của khối nón xác định bởi hình nón trên.

- A. $8\pi a^3$. B. $\frac{2\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{8\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Do góc ở đỉnh bằng 90° nên $\triangle SAB$ vuông cân tại S .

Vậy $R = h = 2a$ và $\ell = h\sqrt{2} = 2a\sqrt{2}$.

Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{8\pi a^3}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

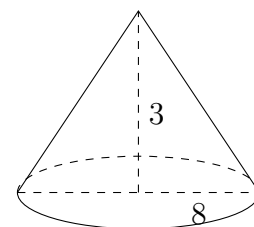
Câu 1230. Hình nón có đường kính đáy bằng 8, chiều cao bằng 3 thì có diện tích xung quanh bằng

- A. 12π . B. 15π . C. 24π . D. 20π .

Lời giải.

Bán kính đáy là $r = 4$, độ dài đường sinh là $\ell = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S = \pi r \ell = 20\pi$.



Chọn đáp án **(D)** □

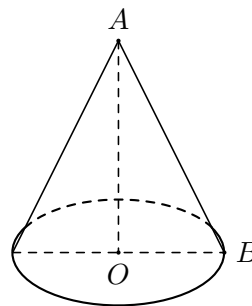
Câu 1231. Cho tam giác AOB vuông tại O , có $\widehat{OAB} = 30^\circ$ và $AB = a$. Quay tam giác AOB quanh trục AO ta được một hình nón. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

- A. $S_{xq} = \pi a^2$. B. $S_{xq} = 2\pi a^2$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{4}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$.

Lời giải.

Ta có $BO = \frac{a}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1232. Cho khối trụ có chu vi đáy bằng $4\pi a$ và độ dài đường cao bằng a . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. πa^3 .

B. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

C. $4\pi a^3$.

D. $16\pi a^3$.

Lời giải.

Do chu vi đáy bằng $4\pi a$ suy ra bán kính đáy $R = 2a$.

Thể tích khối trụ bằng: $V = \pi R^2 h = \pi \cdot (2a)^2 \cdot a = 4\pi a^3$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1233. Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng a và diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi a^2$. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ nội tiếp đáy hình nón (N) và đỉnh S trùng với đỉnh hình nón (N) .

A. $\frac{2\sqrt{5}a^3}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

C. $2\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

Bán kính hình nón: $R = IA = a$, đường sinh hình nón là l ,

$$S_{xq} = \pi Rl = 2\pi a^2 \Rightarrow l = 2a.$$

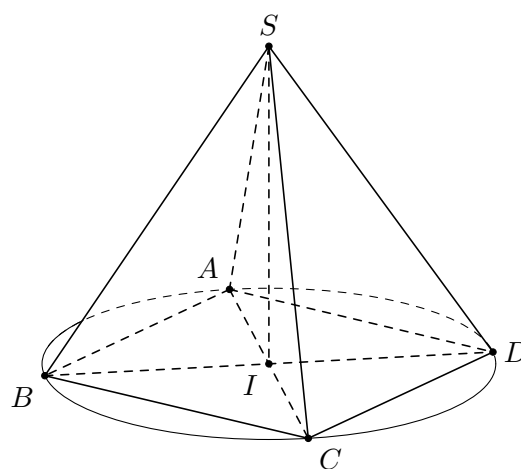
Đường cao hình nón

$$SI = h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

Đường cao hình nón là đường cao hình chóp

$$AB = \frac{2a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} (a\sqrt{2})^2 a\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}.$$



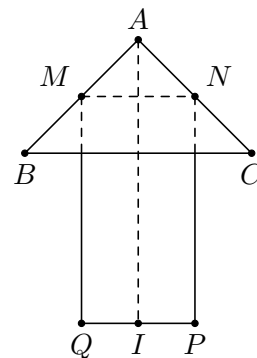
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1234.

Cho tam giác vuông cân ABC có $AB = AC = a\sqrt{2}$ và hình chữ nhật $MNPQ$ với $MQ = 2MN$ được xếp chồng lên nhau sao cho M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC (như hình vẽ bên). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình bên xung quanh trục AI , với I là trung điểm của PQ .

- A. $V = \frac{11\pi a^3}{6}$. B. $V = \frac{5\pi a^3}{6}$. C. $V = \frac{11\pi a^3}{8}$. D. $V = \frac{17\pi a^3}{24}$.



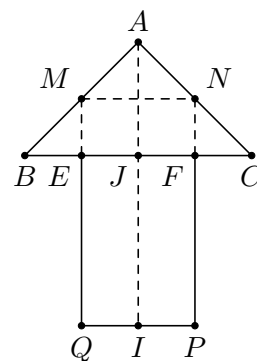
Lời giải.

Gọi E, F, J lần lượt là giao điểm của MQ, NP, AI với BC . Ta có

$$BC = 2a \Rightarrow AJ = a; MN = a; MQ = 2a; EQ = \frac{3a}{2}.$$

Gọi thể tích của hình tròn xoay có được khi quay tam giác AJB xung quanh trục AI là V_1 và thể tích của hình tròn xoay có được khi quay hình chữ nhật $EJIQ$ xung quanh trục AI là V_2 . Vậy

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{3}\pi a^2 \cdot a + \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{3a}{2} = \frac{17a^3}{24}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1235. Một tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh hình nón, 3 đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi a^2$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi a^2$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^2$. D. $\sqrt{3}\pi a^2$.

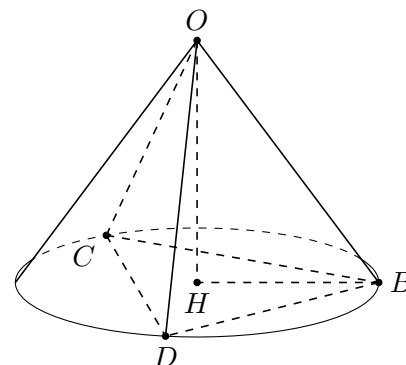
Lời giải.

Xét tứ diện đều $O.BCD$ nội tiếp hình nón như hình vẽ. Gọi H là tâm của đường tròn đáy, khi đó bán kính đường tròn đáy là

$$r = BH = \frac{BD}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón bằng

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^2.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1236. Cho hình trụ có chiều cao bằng 10, biết diện tích xung quanh của hình trụ bằng 80π . Thể tích của khối trụ là

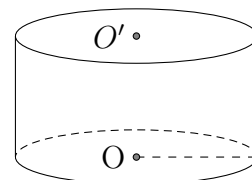
- A. 144π . B. 164π . C. 64π . D. 160π .

Lời giải.

Diện tích xung quanh: $S = 2\pi r h \Rightarrow r = \frac{S}{2\pi h} = 4$

Thể tích khối trụ

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 160\pi.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1237. Tính thể tích V của khối nón có đáy là hình tròn bán kính 2, diện tích xung quanh của nón là 12π .

A. $V = \frac{16\sqrt{2}\pi}{9}$.

B. $V = 16\sqrt{2}\pi$.

C. $V = \frac{4\sqrt{2}\pi}{3}$.

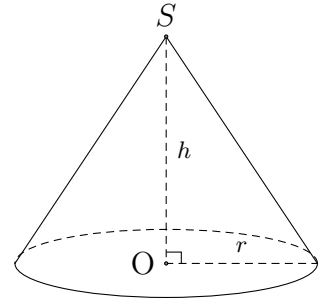
D. $V = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.

Lời giải.

$$S = \pi r l \Leftrightarrow 12\pi = \pi \cdot 2 \cdot l \Leftrightarrow l = 6.$$

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{32}.$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1238. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3$, $AC = 4$. Quay tam giác đã cho quanh AB và AC ta được hai hình nón có diện tích xung quanh lần lượt là S_{AB} , S_{AC} . Biểu thức nào sau đây đúng?

A. $\frac{S_{AC}}{S_{AB}} = \frac{4}{5}$.

B. $\frac{S_{AC}}{S_{AB}} = \frac{3}{4}$.

C. $\frac{S_{AC}}{S_{AB}} = \frac{5}{4}$.

D. $\frac{S_{AC}}{S_{AB}} = \frac{4}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{S_{AC}}{S_{AB}} = \frac{\pi AB \cdot BC}{\pi AC \cdot BC} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1239. Nếu tăng chiều cao của một khối trụ lên 8 lần và giảm bán kính đáy đi 2 lần thì thể tích của nó tăng hay giảm bao nhiêu lần?

A. Giảm 2 lần.

B. Tăng 4 lần.

C. Không tăng, không giảm.

D. Tăng 2 lần.

Lời giải.

Gọi chiều cao và bán kính đáy của khối trụ lần lượt là h và R .

Thể tích khối trụ bằng $V_T = \pi R^2 h$.

Khi tăng chiều cao lên 8 lần và giảm bán kính đáy đi 2 lần thì thể tích khối trụ là

$$V_S = \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot 8h = 2\pi R^2 h = 2V_T.$$

Vậy thể tích khối trụ tăng 2 lần.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1240. Diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên $l = 4a$ là

A. $S = 2\sqrt{2}\pi a^2$.

B. $S = 4\pi a^2$.

C. $S = \sqrt{3}\pi a^2$.

D. $S = \sqrt{2}\pi a^2$.

Lời giải.

$$\text{Bán kính nón } R = \frac{a\sqrt{2}}{2}, \text{ chiều cao của nón là } h = \sqrt{(4a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{62}}{2}.$$

$$\text{Vậy diện tích xung quanh của nón } S_{xq} = \pi \cdot Rl = 2a^2\pi\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1241. Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng $36a^2\pi$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.

A. $V = 27a^3\sqrt{3}$.

B. $V = 81a^3\sqrt{3}$.

C. $V = 24a^3\sqrt{3}$.

D. $V = 36a^3\sqrt{3}$.

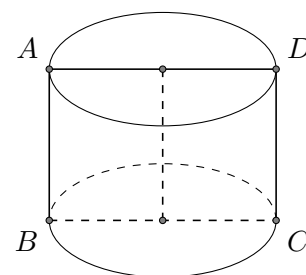
Lời giải.Thiết diện qua trục là hình vuông nên $h = 2R$.

Diện tích xung quanh $S_{xq} = 36a^2\pi \Leftrightarrow 2\pi Rh = 36a^2\pi$

$\Leftrightarrow 4\pi R^2 = 36a^2\pi \Leftrightarrow R = 3a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ là

$$V = 6 \cdot \frac{(3a)^2\sqrt{3}}{4} \cdot 6a = 81a^3\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

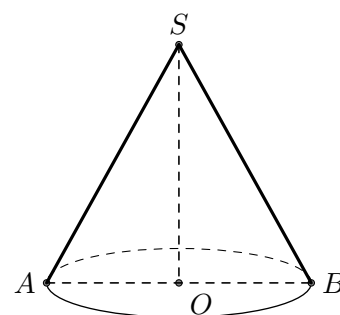
Câu 1242. Cho hình nón có đường sinh $l = 5$, bán kính đáy $r = 3$. Diện tích toàn phần của hình nón đó là

A. $S_{tp} = 15\pi$.

B. $S_{tp} = 20\pi$.

C. $S_{tp} = 22\pi$.

D. $S_{tp} = 24\pi$.

Lời giải.Ta có $S_{tp} = S_d + S_{xq}$ mà $S_d = \pi r^2 = 9\pi$ và $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 5 \cdot 3 = 15\pi$.Do đó $S_{tp} = 9\pi + 15\pi = 24\pi$.Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1243. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Tồn tại một mặt trụ tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của một hình lập phương.

B. Tồn tại một mặt trụ tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của hình hộp.

C. Tồn tại một mặt nón tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của một hình chóp tứ giác đều.

D. Tồn tại một mặt cầu chứa tất cả các đỉnh của một tứ diện đều.

Lời giải.

Vì hình hộp không phải là hình lăng trụ đứng nên không tồn tại mặt trụ tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của hình hộp.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1244. Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l và bán kính đường tròn đáy r là

A. $S_{xq} = \pi r l$.

B. $S_{xq} = 2\pi r l$.

C. $S_{xq} = \pi r^2 h$.

D. $S_{xq} = 2\pi r^2 l$.

Lời giải.Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l và bán kính đường tròn đáy r là $S_{xq} = \pi r l$ Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1245. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R , chiều cao bằng h . Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $h = \sqrt{2}R$.

B. $h = 2R$.

C. $h = R$.

D. $R = 2h$.

Lời giải.Diện tích toàn phần của hình trụ $S_{tp} = 2(\pi R^2) + 2\pi R l = 2\pi R(R + h)$ (vì $l = h$).Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi R l = 2\pi R h$.

Vì $S_{tp} = 2S_{xq}$ nên $2\pi R(R+h) = 2 \cdot (2\pi Rh)$

$$\Leftrightarrow R+h=2h \Leftrightarrow R=h.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1246. Một tứ diện đều cạnh bằng a có một đỉnh trùng với đỉnh của hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là

A. $\frac{2\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

C. $\pi a^2\sqrt{3}$.

D. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$.

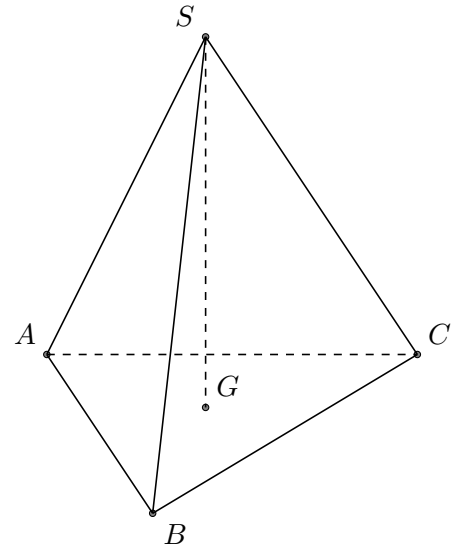
Lời giải.

Ta có tam giác ABC là tam giác đều, gọi G là trọng tâm tam giác suy ra G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Bán kính

$$R = AG = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi \cdot R \cdot SA = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot a = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1247. Gọi l , h , R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T) . Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ (T) là

A. $S_{tp} = \pi Rh + \pi R^2$.

B. $S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2$.

C. $S_{tp} = \pi Rl + 2\pi R^2$.

D. $S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$.

Lời giải.

Ta có diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot l$, diện tích đáy $S_{\text{đáy}} = 2\pi R^2$.

Khi đó $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = 2\pi \cdot R \cdot l + 2\pi \cdot R^2$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1248. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp} = 10\pi$.

B. $S_{tp} = 4\pi$.

C. $S_{tp} = 2\pi$.

D. $S_{tp} = 6\pi$.

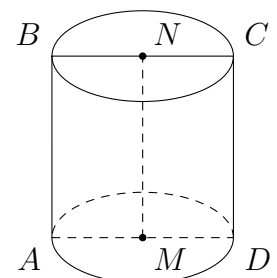
Lời giải.

Bán kính đường tròn đáy: $r = \frac{AD}{2} = 1$

Chiều cao hình trụ: $h = AB = 1$

Diện tích toàn phần của hình trụ:

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 4\pi \text{ (đvtt)}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1249. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối nón đó.

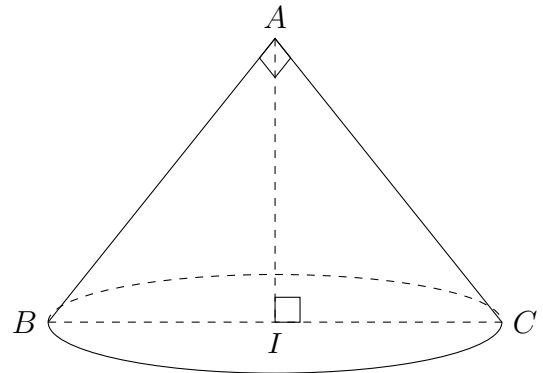
A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{2}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Giả sử thiết diện qua là $\triangle ABC$ vuông cân tại A và $BC = a\sqrt{6}$. Khi đó đường cao AI đồng thời là trung tuyến, do đó $AI = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích đáy hình nón là $S = \pi \cdot IB^2 = \frac{3a^2\pi}{2}$.

Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3} \cdot AI \cdot S = \frac{\pi \cdot a^3 \sqrt{6}}{4}$.



Chọn đáp án **(A)** □

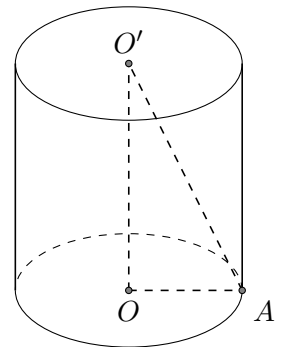
Câu 1250. Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Một hình nón có đáy trùng với một đáy của hình trụ và đỉnh trùng với tâm của đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Tính độ dài đường sinh của hình nón.

A. $a\sqrt{5}$. B. a . C. $2a$. D. $3a$.

Lời giải.

Đường sinh của hình nón bằng đoạn $O'A$.

Ta có $O'A = \sqrt{OO'^2 + OA^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1251. Một hình trụ có diện tích đáy bằng 4 cm^2 và chiều cao bằng 6 cm . Tính thể tích của khối trụ.

A. 8 cm^3 . B. 12 cm^3 . C. 24 cm^3 . D. 72 cm^3 .

Lời giải.

$$V = S \cdot h = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1252. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a , diện tích toàn phần bằng $8\pi a^2$. Chiều cao của hình trụ bằng

A. $4a$. B. $3a$. C. $2a$. D. $8a$.

Lời giải.

Ta có diện tích đáy $S_{\text{đáy}} = \pi R^2$, diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2\pi Rh$.

$$\text{Diện tích toàn phần là } S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} \Rightarrow 8\pi a^2 = 2\pi Rh + 2\pi R^2 \Rightarrow h = 3a.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1253. Diện tích xung quanh của hình nón được sinh ra khi quay tam giác đều ABC cạnh a xung quanh đường cao AH là

- A. πa^2 . B. $\frac{\pi a^2}{2}$. C. $2\pi a^2$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Hình nón có bán kính đáy là $r = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$, đường sinh $l = AB = a$. Khi đó diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2}{2}$.

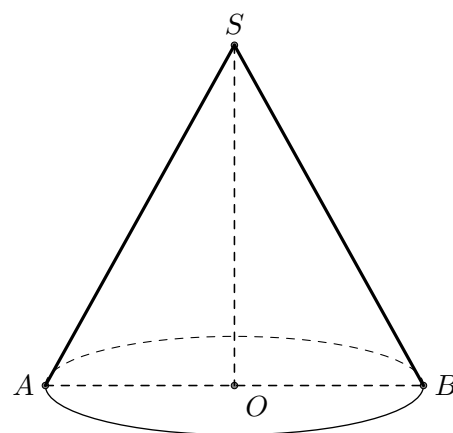
Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1254. Cắt một hình nón bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh bằng a . Tính thể tích của khối nón tương ứng.

- A. $\pi a^3 \sqrt{3}$. B. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$.

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1255. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy bằng 30° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp $S.ABCD$.

- A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{12}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{12}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{6}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

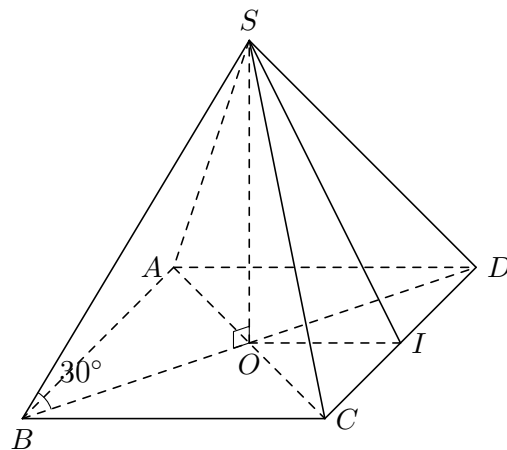
Chiều cao của hình trụ là

$$h = SO = OB \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Đáy hình trụ nội tiếp hình vuông $ABCD$ nên có bán kính

$$R = OI = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}.$$

$$S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot h = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1256. Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón (N)

A. $S = 10\pi a^2$.

B. $S = 20\pi a^2$.

C. $S = 36\pi a^2$.

D. $S = 14\pi a^2$.

Lời giải.Áp dụng công thức $S_{xq} = \pi r l$.Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1257. Ba chiếc bình hình trụ cùng chứa 1 lượng nước như nhau, độ cao mực nước trong bình II gấp đôi bình I và trong bình III gấp đôi bình II. Chọn nhận xét đúng về bán kính đáy r_1, r_2, r_3 của ba bình I, II, III.

A. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành một cấp số nhân công bội 2.B. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành một cấp số nhân công bội $\frac{1}{2}$.C. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành một cấp số nhân công bội $\sqrt{2}$.D. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành một cấp số nhân công bội $\frac{1}{\sqrt{2}}$.**Lời giải.**

Gọi h là chiều cao của nước trong bình I, khi đó $2h, 4h$ lần lượt là chiều cao của nước trong bình II và III. Theo đề bài ta có

$$\pi h r_1^2 = \pi 2h r_2^2 = \pi 4h r_3^2 \Rightarrow r_1 = \sqrt{2} r_2 = 2 r_3.$$

Do đó r_1, r_2, r_3 lập thành CSN có công bội $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1258. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích V của khối nón đó bằng

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$.

B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

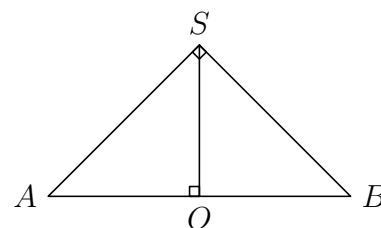
C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$.

D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Do thiết diện là một tam giác vuông cân nên ta có $h = r = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

$$\text{Thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \frac{a^3 \cdot 6\sqrt{6}}{8} = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1259. Hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a thì có diện tích xung quanh bằng bao nhiêu?

A. $2\pi a^2$.

B. $\sqrt{2}\pi a^2$.

C. $2\sqrt{2}\pi a^2$.

D. πa^2 .

Lời giải.

Gọi r là bán kính đường tròn đáy thì $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}, l = a$. $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \sqrt{2}\pi a^2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1260. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng 2 và độ dài đường sinh bằng 4.

A. $S_{xq} = 4\pi$.

B. $S_{xq} = 8\pi$.

C. $S_{xq} = 16\pi$.

D. $S_{xq} = 8$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh cần tìm là $S_{xq} = \pi R l = 8\pi$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1261. Cho hình lập phương có cạnh là a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích 6 mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Hãy tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$.

- A. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{2}$. C. $\frac{S_2}{S_1} = \pi$. D. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$.

Lời giải.

Tổng diện tích 6 mặt của hình lập phương cạnh a là $S_1 = 6a^2$.

Vì đáy của hình trụ nội tiếp hình vuông cạnh a nên có bán kính là $r = \frac{a}{2}$ và chiều cao $h = a$, suy ra diện tích xung quanh của hình trụ là $S_2 = 2\pi rh = \pi a^2$.

Vậy $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án (D)

□

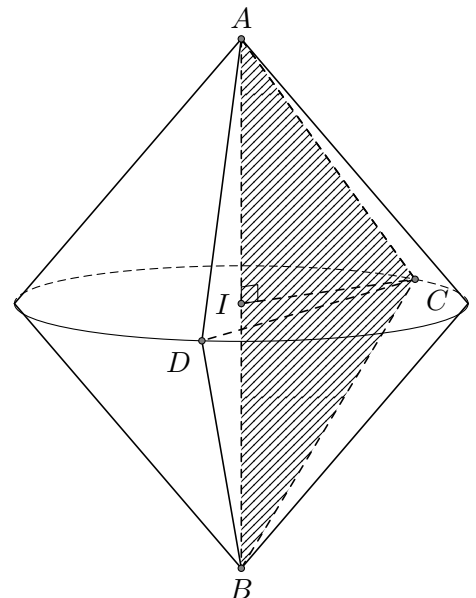
Câu 1262. Cho tứ diện đều $ABCD$. Khi quay tứ diện đó quanh trục AB có bao nhiêu hình nón khác nhau được tạo thành?

- A. Một. B. Hai.
C. Không có hình nón nào. D. Ba.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB . Khi đó, ta có các tam giác vuông tại I và bằng nhau là $\triangle AIC = \triangle AID = \triangle BIC = \triangle BID$.

Suy ra khi quay tứ diện $ABCD$ quanh AB có 2 hình nón được tạo thành, gồm hình nón đỉnh A , tâm đáy I , đường sinh AC , bán kính đáy IC và hình nón thứ hai đỉnh B đối xứng với hình thứ nhất qua (ICD) .



Chọn đáp án (B)

□

Câu 1263. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$. B. $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$. C. $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$. D. $V = 3\pi a^2 h$.

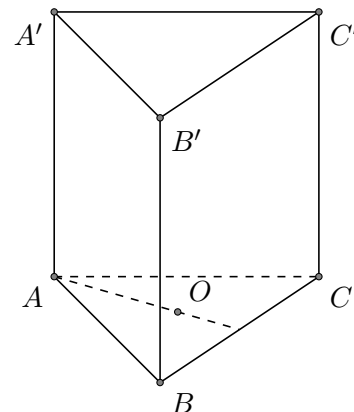
Lời giải.

Gọi O là tâm tam giác đều ABC cạnh $a \Rightarrow AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chiều cao của khối trụ bằng chiều cao của lăng trụ và bằng h .

Do đó, thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho là

$$V = \pi \cdot AO^2 \cdot h = \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{3} \right)^2 h = \frac{\pi a^2 h}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1264. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a . Một mặt phẳng đi qua các tâm của hai đáy và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Thể tích của hình trụ bằng

A. $2a^3$.

B. πa^3 .

C. $2\pi a^3$.

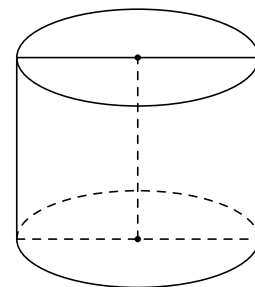
D. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Bán kính đáy của hình trụ là: $r = a$.

Chiều cao của hình trụ là: $h = 2r = 2a$.

Vậy thể tích của hình trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1265. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình trụ đã cho bằng bao nhiêu?

A. $4a$.

B. $3a$.

C. a .

D. $2a$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{xq} = 2\pi r l \Leftrightarrow l = \frac{S_{xq}}{2\pi \times r} = \frac{4\pi a^2}{2\pi \times a} = 2a.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1266. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$. Đường chéo AB' của mặt bên $ABB'A'$ tạo với đáy một góc φ và $\tan \varphi = \sqrt{2}$. Tính thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho theo a .

A. $4\pi a^3$.

B. $2\sqrt{2}\pi a^3$.

C. $8\pi a^3$.

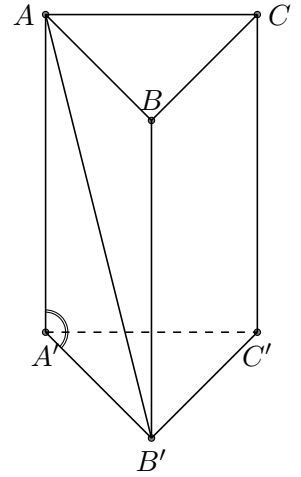
D. $2\pi a^3$.

Lời giải.

Ta có $(AB', (ABC)) = (AB', AB) = \widehat{BAB'} = \varphi$.

Suy ra $\tan \varphi = \frac{BB'}{AB} = \sqrt{2}$, do đó $BB' = \sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = 2a$.

Khối lăng trụ ngoại tiếp có bán kính đáy $r = \frac{BC}{2} = \frac{2a}{2} = a$, chiều cao $h = BB' = 2a$ nên có thể tích là $V = \pi r^2 h = 2\pi a^3$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1267. Cho hai khối trụ $(T_1), (T_2)$ có bán kính đáy bằng nhau có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Biết chiều cao khối (T_1) gấp hai khối T_2 . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V_1 = 4V_2$.

B. $V_2 = 4V_1$.

C. $V_1 = 2V_2$.

D. $V_2 = 2V_1$.

Lời giải.

$$V_1 = \pi R^2 h, \quad V_2 = \pi R^2 \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{1}{2} V_1 \Rightarrow V_1 = 2V_2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1268. Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đã cho.

A. $S_{tp} = 9a^2\pi$.

B. $S_{tp} = \frac{9a^2\pi}{2}$.

C. $S_{tp} = \frac{13a^2\pi}{6}$.

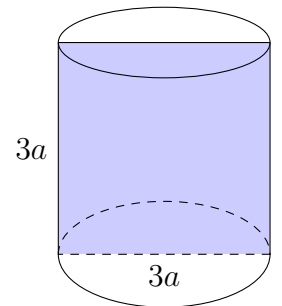
D. $S_{tp} = \frac{27a^2\pi}{2}$.

Lời giải.

Đường kính đáy trụ bằng $3a$, suy ra tổng diện tích các đáy trụ bằng $\frac{9a^2\pi}{2}$.

Diện tích xung quanh của trụ bằng $2\pi \cdot \frac{3a}{2} \cdot 3a = 9a^2\pi$.

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ đã cho là $S_{tp} = 9a^2\pi + \frac{9a^2\pi}{2} = \frac{27a^2\pi}{2}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1269. Mặt phẳng chứa trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh bằng a . Thể tích khối trụ bằng

A. $\frac{\pi a^3}{2}$.

B. πa^3 .

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Lời giải.

Theo bài ra ta có chiều cao của trụ $h = a$, bán kính đáy $R = \frac{a}{2}$. Từ đó suy ra thể tích khối trụ là

$$V = h \cdot S = a \cdot \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^3}{4}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1270. Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 9. Tính thể tích V của khối trụ (T) .

A. $V = \frac{27\pi}{2}$.

B. $V = \frac{27\pi}{4}$.

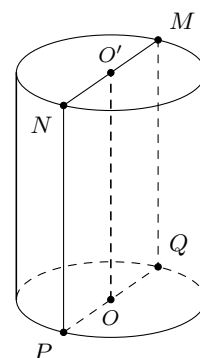
C. $V = \frac{81\pi}{4}$.

D. $V = \frac{9\pi}{2}$.

Lời giải.

Diện tích của hình vuông thiết diện bằng 9 nên độ dài cạnh của nó bằng 3. Từ giả thiết ta suy ra chiều cao của hình trụ bằng đường kính đáy bằng 3.

$$\text{Suy ra } V = \pi \cdot \frac{9}{4} \cdot 3 = \frac{27\pi}{4}.$$



Chọn đáp án **(B)**



Câu 1271. Cho hình nón (N) có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng 2. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $S_{xq} = \pi\sqrt{2}.$

B. $S_{xq} = 2\pi\sqrt{2}.$

C. $S_{xq} = 8\pi\sqrt{2}.$

D. $S_{xq} = 4\pi\sqrt{2}.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{xq} = \pi r l = \pi r \sqrt{r^2 + h^2} = \pi \cdot 2 \cdot \sqrt{2^2 + 2^2} = 4\pi\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

**Câu 1272.**

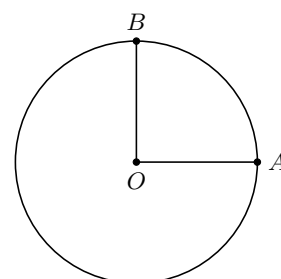
Cho hình tròn (C), bán kính $R = 2$. Cắt $\frac{1}{4}$ hình tròn (C) (như hình vẽ), rồi lấy $\frac{1}{4}$ hình tròn đó dán kín OA và OB lại để tạo ra mặt xung quanh của một hình nón. Tính diện tích toàn phần của hình nón đó.

A. $S_{tp} = 5\pi.$

B. $S_{tp} = \frac{5\pi}{2}.$

C. $S_{tp} = \frac{5\pi}{8}.$

D. $S_{tp} = \frac{5\pi}{4}.$

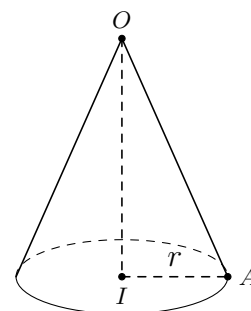
**Lời giải.**

Gọi r là bán kính đáy của hình nón.

$$\text{Diện tích xung quanh của hình nón } S_{xq} = \frac{1}{4}S_{(C)} = \pi \cdot r \cdot OA.$$

$$\Rightarrow r = \frac{\frac{1}{4}S_{(C)}}{\pi OA} = \frac{\frac{1}{4}\pi R^2}{\pi R} = \frac{1}{4}R = \frac{1}{2}.$$

$$\Rightarrow S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = \frac{1}{4}\pi \cdot 4 + \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5\pi}{4}.$$



Chọn đáp án **(D)**



Câu 1273. Bảo tàng Biosphere Environmental (bang Quebec, Canada) là một chòm cầu trong suốt làm từ thép có đường kính 76 m và cao 62 m. Nền của bảo tàng là một hình tròn có diện tích bằng bao nhiêu?

A. $7728\pi \text{ (m}^2\text{)}.$

B. $1932\pi \text{ (m}^2\text{)}.$

C. $868\pi \text{ (m}^2\text{)}.$

D. $3473\pi \text{ (m}^2\text{)}.$

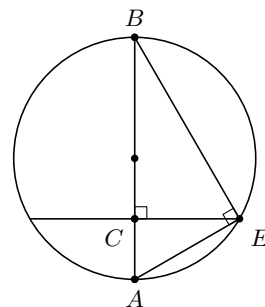
Lời giải.

Ta có $BC = 62, AB = 76 \Rightarrow AC = 14$.

$\triangle AEB$ vuông tại E , đường cao EC .

Suy ra $EC^2 = BC \cdot AC = 62 \cdot 14 = 868 \Rightarrow EC = \sqrt{868}$.

Vậy diện tích nền $S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot EC^2 = 868\pi$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1274. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay tam giác đều ABC cạnh bằng 1 quanh AB .

A. $\frac{3\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi}{4}$.

C. $\frac{\pi}{8}$.

D. $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Khi quay tam giác đều ABC quanh cạnh AB ta thu được hai khối nón bằng nhau.

Do đó, ta có $V = 2V_{\text{nón}} = 2 \cdot \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{2}{3}\pi \cdot \left(\frac{1\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4}$ (đvtt).

(bán kính $r = h_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, đường cao $h = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}$).

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1275. Tính thể tích khối nón có bán kính đáy 3 cm và độ dài đường sinh 5 cm.

A. $12\pi \text{ cm}^3$.

B. $15\pi \text{ cm}^3$.

C. $36\pi \text{ cm}^3$.

D. $45\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Độ dài đường cao của hình nón là $h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ cm. Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 3^2 = 12\pi \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1276. Hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a , có diện tích xung quanh là

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{6}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{3}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Không mất tính tổng quát, giả sử tứ diện đều cạnh a là $ABCD$

và hình nón ngoại tiếp tứ diện đều $ABCD$ có đỉnh trùng với

A , đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác BCD .

Khi đó, tâm của đường tròn đáy của hình nón trùng với trọng tâm I của tam giác đều BCD .

Suy ra độ dài đường sinh $l = AB = a$,

bán kính đáy $r = ID = \frac{2}{3}DM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy diện tích xung quanh hình nón là

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \frac{a\sqrt{3}}{3} a = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1277. Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2\sqrt{3}$.

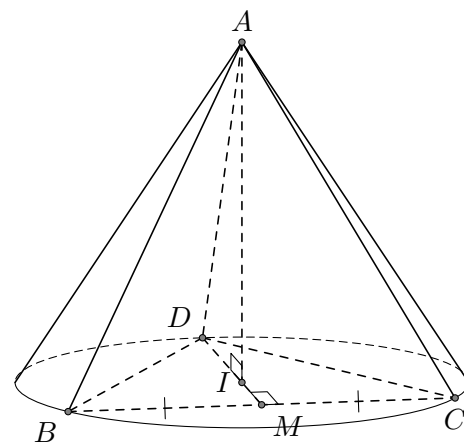
Thể tích của khối nón này bằng

A. 3π .

B. $3\sqrt{2}\pi$.

C. $\sqrt{3}\pi$.

D. $3\sqrt{3}\pi$.

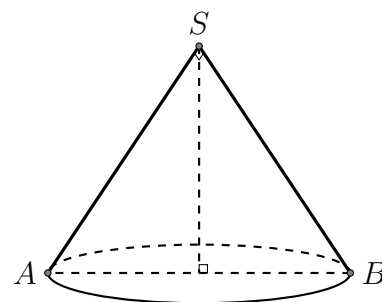


Lời giải.

Gọi R và h lần lượt là bán kính đường tròn đáy và chiều cao của khối nón.

Tam giác SAB vuông cân ở S nên $R = h = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3}$.

Từ đó suy ra thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \sqrt{3}\pi$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1278. Một hình trụ có bán kính đáy bằng r và khoảng cách giữa hai đáy là $r\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là tâm của mặt đáy này và đáy trùng với đáy kia của hình trụ. Tính tỉ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón.

A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 3.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là

$$S_1 = 2\pi r \cdot r\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\pi r^2.$$

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_2 = \pi r \cdot \sqrt{(r\sqrt{3})^2 + r^2} = 2\pi r^2.$$

Từ đó suy ra $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2\sqrt{3}\pi r^2}{2\pi r^2} = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1279. Một khối trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a . Tính theo a thể tích V của khối trụ đó.

A. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

B. $V = \frac{\pi a^3}{4}$.

C. $V = \pi a^3$.

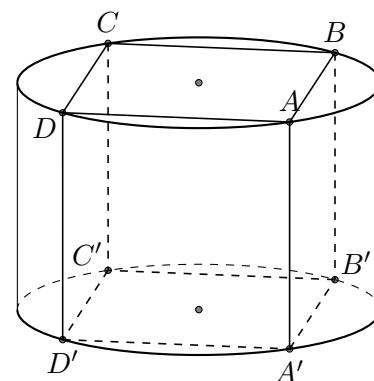
D. $V = 2\pi a^3$.

Lời giải.

Ta có khối trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a do vậy bán kính của hình tròn đáy là

$$r = \frac{\sqrt{a^2 + a^2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Vậy thể tích của khối trụ là $V = \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1280. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 5 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 3. Tính diện tích S của thiết diện tạo thành.

A. $S = 56$.

B. $S = 28$.

C. $S = 7\sqrt{34}$.

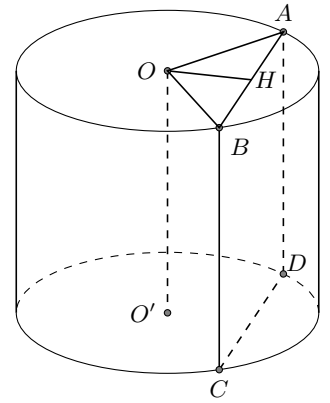
D. $S = 14\sqrt{34}$.

Lời giải.

Giả sử $ABCD$ là thiết diện tạo thành và H là trung điểm AB , khi đó

$$AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4.$$

Từ đó suy ra $S_{ABCD} = 7 \cdot 4 \cdot 2 = 56$.



Chọn đáp án **A** □

Câu 1281. Cho hình nón tròn xoay có đỉnh là S , O là tâm của đường tròn đáy, đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón và thể tích V của khối nón.

A. $S_{xq} = \pi a^2, V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{12}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}, V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{12}$.

C. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{2}, V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$.

D. $S_{xq} = \pi a^2, V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$.

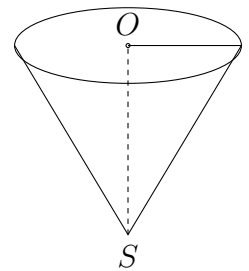
Lời giải.

Đường cao của hình nón là $SO = a\sqrt{2} \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Bán kính đáy là $r = a\sqrt{2} \cos 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích xung quanh $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2} = \pi a^2$.

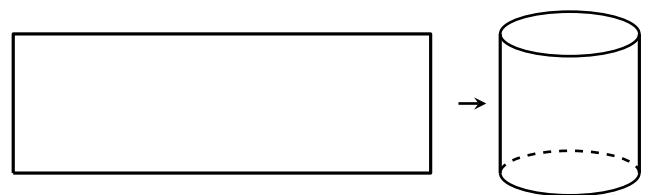
Thể tích $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{\text{đáy}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{12}$.



Chọn đáp án **A** □

Câu 1282. Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50cm x 240cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50cm, theo hai cách như sau:

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng



- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng



Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = 4$.

Lời giải.

$$V_1 = \pi r_1^2 \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{120}{\pi}\right)^2 \cdot h.$$

$$V_2 = 2\pi r_2^2 h = \pi \cdot \left(\frac{60}{\pi}\right)^2 \cdot h.$$

$$\text{Suy ra } \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{120}{60}\right)^2 = 4.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1283. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB = 1$, $BC = 2$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của hai cạnh BC và AD . Khi quay hình chữ nhật đó xung quanh IJ ta được một hình trụ tròn xoay. Thể tích của khối trụ tròn xoay được giới hạn bởi hình trụ tròn xoay đó là

A. $V = \pi$. B. $V = 4\pi$. C. $V = 2\pi$. D. $V = \frac{\pi}{3}$.

Lời giải.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{BC}{2}\right)^2 \cdot AB = \pi.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1284. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính theo a thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. B. $V = \pi a^3$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. D. $V = 3\pi a^3$.

Lời giải.

Tam giác SAB cân có $\widehat{ASB} = 60^\circ$ nên là tam giác đều.

$$\Rightarrow SB = AB = 2R \Rightarrow S_{xq} = \pi R \cdot 2R = 2\pi R^2.$$

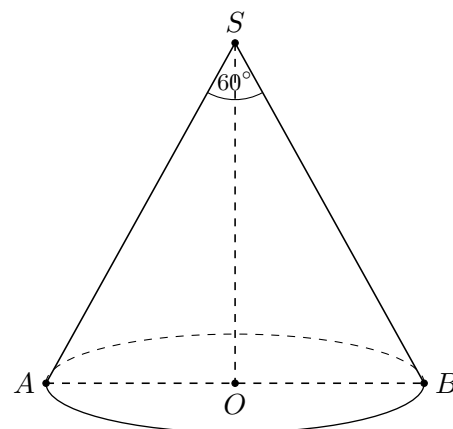
Do đó, $R = a\sqrt{3}$.

$$\text{Vì tam giác } SAB \text{ đều nên } SO = \frac{2a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 3a.$$

$$S_{(O)} = 3\pi a^2.$$

Vậy thể tích của khối nón là

$$V = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot 3\pi a^2 = 3\pi a^3.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1285. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $2\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

A. $l = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $l = a\sqrt{3}$. C. $l = a$. D. $l = 2a$.

Lời giải.

$$\text{Ta có : } S_{xq} = \pi r l \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = 2a.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1286. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a . Thể tích của khối trụ đó là

A. $\frac{1}{2}a^3\pi$. B. $\frac{1}{4}a^3\pi$. C. $\frac{1}{3}a^3\pi$. D. $a^3\pi$.

Lời giải.

Khối trụ đó có chiều cao bằng cạnh hình lập phương, bán kính đáy bằng một nửa cạnh hình lập phương. Do đó $V_{\text{trụ}} = \pi \cdot \frac{a^2}{4} \cdot a = \frac{1}{4}a^3\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

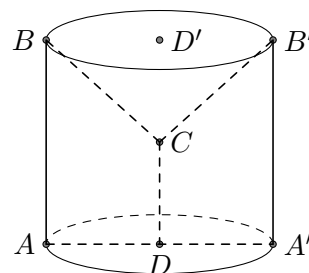
Câu 1287. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AD = CD = a$, $AB = 2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng CD . Tính thể tích khối tròn xoay thu được.

- A. $\frac{5\pi a^3}{3}$. B. $\frac{7\pi a^3}{3}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $5\pi a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối tròn xoay cần tìm V bằng thể tích hình trụ V_1 có đáy là đường tròn đường kính AB và đường cao DD' trừ cho thể tích hình nón V_2 đỉnh C và đáy là đường tròn đường kính BB' .

$$\text{Khi đó } V = V_1 - V_2 = AB \cdot \pi \cdot AD^2 - \frac{1}{3} \pi \cdot D'B^2 \cdot CD' = 2a^3 \cdot \pi - \frac{1}{3} \pi \cdot a^3 = \frac{5\pi a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1288. Xét hình trụ T có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng a . Tính diện tích toàn phần S của hình trụ.

- A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = \frac{3\pi a^2}{2}$. C. $S = \frac{\pi a^2}{2}$. D. $S = \pi a^2$.

Lời giải.

Hình trụ này có bán kính đáy $r = \frac{a}{2}$ và chiều cao $h = a$ nên có diện tích toàn phần là $S = \frac{3\pi a^2}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1289. Một hình nón có tỉ lệ giữa đường sinh và bán kính đáy bằng 2. Góc ở đỉnh của hình nón bằng bao nhiêu?

- A. 150° . B. 120° . C. 60° . D. 30° .

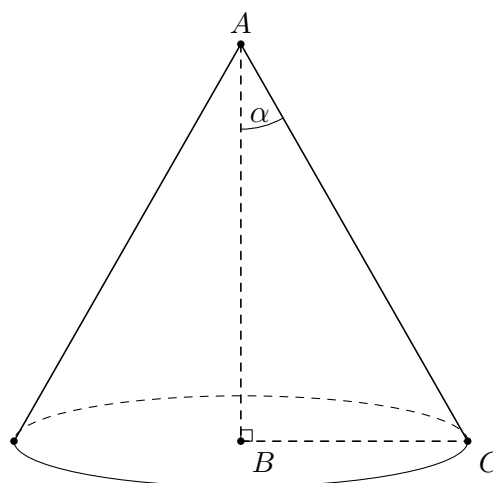
Lời giải.

Xét hình nón như hình vẽ bên.

Xét tam giác vuông ABC ,

$$\text{ta có } \sin \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ.$$

Vậy góc ở đỉnh hình nón bằng 60° .



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1290. Hình trụ có bán kính đáy bằng a , chu vi của thiết diện qua trục bằng $10a$. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

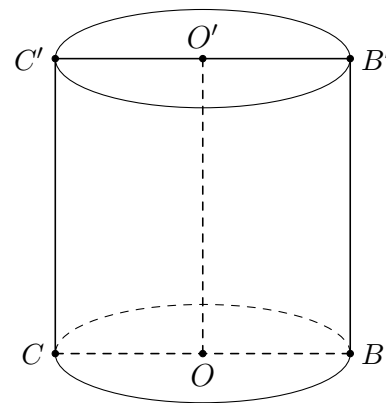
- A. $V = 4\pi a^3$. B. $V = 3\pi a^3$. C. $V = \pi a^3$. D. $V = 5\pi a^3$.

Lời giải.

Xét hình trụ như hình vẽ bên.

Ta có $2 \times (BC + BB') = 10a \Leftrightarrow 2 \times (2a + BB') = 10a \Leftrightarrow BB' = 3a$.

Vậy $V = \pi r^2 h = \pi \times a^2 \times 3a = 3\pi a^3$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1291. Tính thể tích của khối trụ biết bán kính đáy của hình trụ đó bằng a và thiết diện đi qua trục là một hình vuông.

A. $2\pi a^3$.

B. $\frac{2}{3}\pi a^3$.

C. $4\pi a^3$.

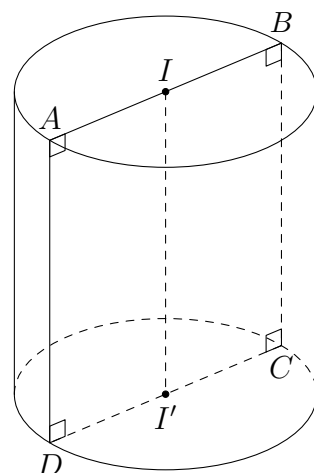
D. πa^3 .

Lời giải.

Gọi S là diện tích đường tròn đáy của hình trụ, h là chiều cao của hình trụ.

Vì thiết diện đi qua trục là hình vuông nên ta có $h = 2a$.

Vậy thể tích của khối trụ là $V = S \cdot h = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1292. Cho hình nón có thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

C. $2\sqrt{2}\pi a^2$.

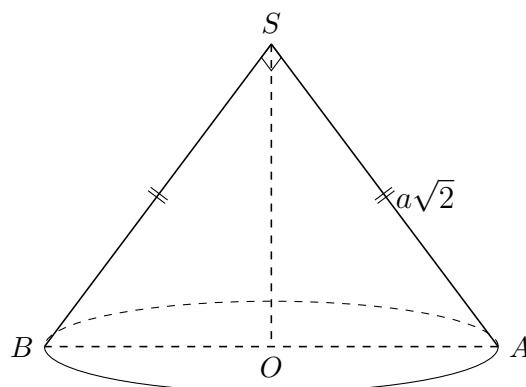
D. $\sqrt{2}\pi a^2$.

Lời giải.

Ta có $AB^2 = SA^2 + SB^2 \Rightarrow AB = 2a$.

$\Rightarrow r = \frac{AB}{2} = a$ và $\ell = SA = a\sqrt{2}$.

Do đó: $S_{xq} = \pi r \ell = \sqrt{2}\pi a^2$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1293. Một khối nón có diện tích toàn phần bằng 10π và diện tích xung quanh bằng 6π . Tính thể tích V của khối nón đó.

A. $V = 12\pi$.

B. $V = 4\pi\sqrt{5}$.

C. $V = \frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$.

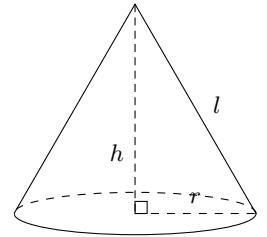
D. $V = 4\pi$.

Lời giải. $S_{tp} - S_{xq} = \pi r^2$ với r là bán kính đáy.

$$\Rightarrow r^2 = 4 \Rightarrow r = 2.$$

Lại có $S_{xq} = \pi r l = 6\pi \Rightarrow l = 3 \Rightarrow h = \sqrt{5}$.

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

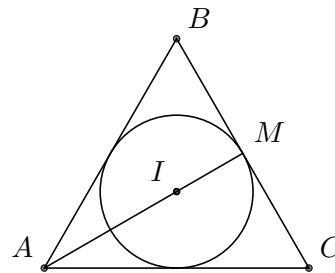
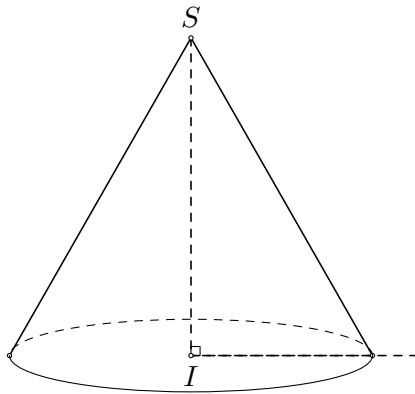
Câu 1294. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy là 60° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đỉnh S và đáy là hình tròn nội tiếp tam giác ABC .

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{4}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{3}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{6}$.

D. $S_{xq} = \frac{5\pi a^2}{6}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow \widehat{SMI} = 60^\circ \Rightarrow IM = \frac{a\sqrt{3}}{6} = r \Rightarrow SM = 2 \cdot IM = l = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$S_{xq} = \pi r l = \frac{\pi a^2}{6}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1295. Thiết diện qua trục của một khối trụ là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4a$, $AC = 5a$ (AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ). Tính thể tích khối trụ đã cho.

A. $16\pi a^3$.

B. $8\pi a^3$.

C. $12\pi a^3$.

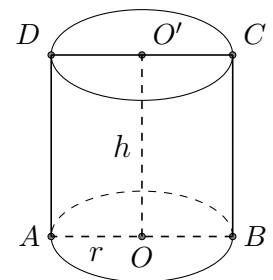
D. $4\pi a^3$.

Lời giải.

Vì thiết diện qua trục nên

$$AB = 2r = 4a \Rightarrow r = 2a \text{ và } BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 3a \Rightarrow h = 3a.$$

Thể tích khối trụ: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4a^2 \cdot 3a = 12\pi a^3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1296. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

A. $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

B. $r = 5$.

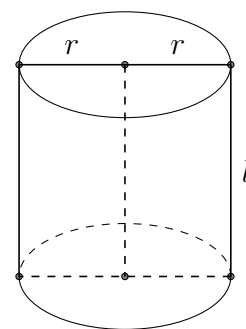
C. $r = 5\sqrt{\pi}$.

D. $r = \frac{5\sqrt{2\pi}}{2}$.

Lời giải.

Gọi l là độ dài đường sinh của hình trụ, ta có $l = 2r$.

$$\text{Diện tích xung quanh } S_{xq} = 2\pi rl = 50\pi \Leftrightarrow 4\pi r^2 = 50\pi \Leftrightarrow r = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1297. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và góc $\widehat{BDC} = 30^\circ$. Quay hình chữ nhật này xung quanh cạnh AD . Diện tích xung quanh của hình trụ được tạo thành là

- A. $\sqrt{3}\pi a^2$. B. $2\sqrt{3}\pi a^2$. C. $\frac{2}{\sqrt{3}}\pi a^2$. D. πa^2 .

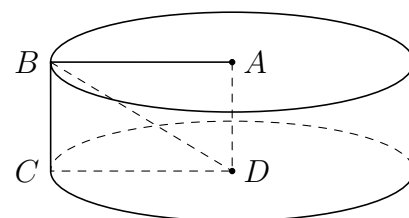
Lời giải.

Ta có bán kính của hình trụ là $r = a$.

$$\text{Tam giác } BCD \text{ có } \tan 30^\circ = \frac{BC}{CD} \Rightarrow BC = CD \tan 30^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow l = h = AD = BC = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Khi đó } S_{xq} = 2\pi rl = \frac{2\pi a^2}{\sqrt{3}}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1298. Tính diện tích xung quanh của một hình nón, biết thiết diện qua trục của nó là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a .

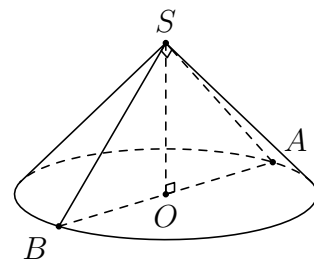
- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. B. $\pi a^2 \sqrt{2}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Độ dài đường sinh là $l = SB = a$,

bán kính đường tròn đáy hình nón là $r = OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$$\text{Vậy } S_{xq} = \pi rl = \pi \frac{a\sqrt{2}}{2} a = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1299. Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh bằng 2. Tính diện tích toàn phần S của hình nón đã cho.

- A. $S = 3\pi$. B. $S = 4\pi$. C. $S = 2\pi$. D. $S = \pi$.

Lời giải.

Do thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh bằng 2 nên $l = 2R = 2 \Rightarrow R = 1$ và $h = \frac{2R\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

Diện tích toàn phần của hình nón là $S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2 = 3\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1300. Cho hình trụ có thể tích bằng 32π và độ dài đường cao bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

A. $r = 2$.

B. $r = 4$.

C. $r = 2\sqrt{2}$.

D. $r = 2\sqrt[3]{2}$.

Lời giải.Do độ dài đường cao bằng đường kính đáy nên $h = 2r$.Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = 2\pi r^3 = 32\pi \Leftrightarrow r^3 = 16 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{16} = 2\sqrt[3]{2}$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1301.** Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$.

A. $S_{tp} = 2\pi a^2 (\sqrt{3} - 1)$.

B. $S_{tp} = \pi a^2 \sqrt{3}$.

C. $S_{tp} = \pi a^2 (\sqrt{3} + 1)$.

D. $S_{tp} = 2\pi a^2 (\sqrt{3} + 1)$.

Lời giải.Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 2\pi a \cdot a\sqrt{3} + 2\pi a^2 = 2\pi a^2 (\sqrt{3} + 1)$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1302.** Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

A. $l = a$.

B. $l = 2a$.

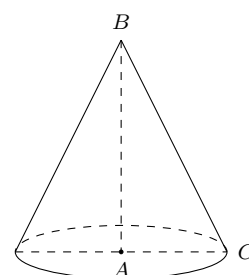
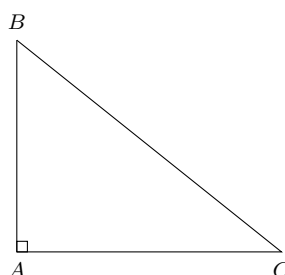
C. $l = a\sqrt{3}$.

D. $l = a\sqrt{2}$.

Lời giải.Khi quay tam giác ABC vuông tại A xung quanh trục AB ta được hình nón có đường sinh là BC .Tam giác ABC vuông tại A nên

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2.$$

$$\text{Vậy } l = BC = 2a.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1303.** Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN ta được một hình trụ. Tính thể tích V của hình trụ đó.

A. $V = \frac{\pi}{2}$.

B. $V = \pi$.

C. $V = 2\pi$.

D. $V = 4\pi$.

Lời giải.Hình trụ tạo thành có chiều cao bằng $AD = 2$ và bán kính bằng $\frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}$. Do đó nó có thể tích

$$V = \pi r^2 h = \frac{\pi}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1304.** Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn tâm O và O' , bán kính bằng R , chiều cao $R\sqrt{3}$; và hình nón có đỉnh là O' , đáy là đường tròn $(O; R)$. Tính tỉ số giữa diện tích xung quanh của hình trụ và diện tích xung quanh của hình nón.

A. 2.

B. 3.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.Diện tích xung quanh hình trụ là $S_1 = 2\pi R \cdot h = 2\pi \cdot R^2 \sqrt{3}$.Độ dài đường sinh của hình nón là $l = \sqrt{R^2 + h^2} = 2R$.Diện tích xung quanh của hình nón là $S_2 = \pi R l = 2\pi R^2$.

$$\text{Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1305. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều cạnh $2a$. Tính thể tích V của khối nón

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$.

B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

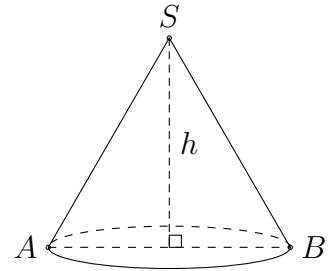
C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$.

D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Gọi S là đỉnh của hình nón, AB là một đường kính bất kì của đường tròn đáy. Theo giả thiết ta có tam giác SAB là tam giác đều cạnh $2a$. Suy ra chiều cao của khối nón là $h = a\sqrt{3}$ và bán kính đường tròn đáy là $r = a$.

Vậy thể tích khối nón là $S = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1306. Cắt một khối trụ T bằng một mặt phẳng đi qua trục của nó ta được một hình vuông có diện tích bằng 9. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Khối trụ có thể tích $V = \frac{9\pi}{4}$.

B. Khối trụ T có diện tích toàn phần $S_{tp} = \frac{27\pi}{2}$.

C. Khối trụ T có diện tích xung quanh $S_{xq} = 9\pi$.

D. Khối trụ T có độ dài đường sinh là $l = 3$.

Lời giải.

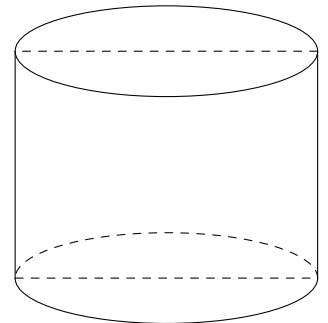
Từ cách cắt suy ra hình vuông có cạnh bằng 3.

Suy ra độ dài đường sinh và đường kính đáy bằng 3.

— $V = \pi R^2 l = \frac{27\pi}{4}$.

— $S_{xq} = 9\pi$.

— $S_{tp} = \frac{27\pi}{2}$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1307. Tính diện tích mặt cầu (S) khi biết nửa chu vi đường tròn lớn của nó bằng 4π .

A. $S = 16\pi$.

B. $S = 64\pi$.

C. $S = 8\pi$.

D. $S = 32\pi$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính mặt cầu (S). Chu vi đường tròn lớn là $8\pi \Leftrightarrow 2\pi R = 8\pi \Leftrightarrow R = 4$.

Vậy diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 64\pi$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1308. Khi cắt khối nón (N) bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2\sqrt{3}a$. Tính thể tích V của khối nón (N).

A. $V = 3\sqrt{6}\pi a^3$.

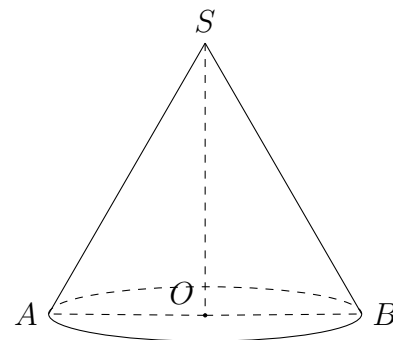
B. $V = \sqrt{6}\pi a^3$.

C. $V = \sqrt{3}\pi a^3$.

D. $V = 3\sqrt{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Thiết diện là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2\sqrt{3}a$ nên bán kính đáy bằng $r = a\sqrt{3}$, chiều cao $h = a\sqrt{3}$.
 Vậy thể tích của khối nón bằng $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (a\sqrt{3})^3 = \sqrt{3}\pi a^3$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1309. Một hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng $3a$ và đường sinh bằng $5a$. Tính thể tích khối nón.

A. $9\pi a^3$.

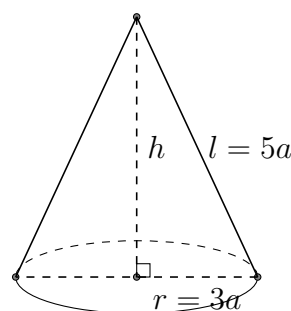
B. $12\pi a^3$.

C. $5\pi a^3$.

D. $15\pi a^3$.

Lời giải.

Theo giả thiết $r = 3a, l = 5a \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{25a^2 - 9a^2} = 4a$.
 Ta có: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 9a^2 \cdot 4a = 12\pi a^3$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1310. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 45° , diện tích tam giác $A'BC$ bằng $a^2\sqrt{6}$. Tính diện tích xung quanh hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

B. $4\pi a^2$.

C. $2\pi a^2$.

D. $\frac{8\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow AH \perp BC, AA' \perp BC$
 $\Rightarrow \widehat{A'HA} = ((A'BC), (ABC)) = 45^\circ$.

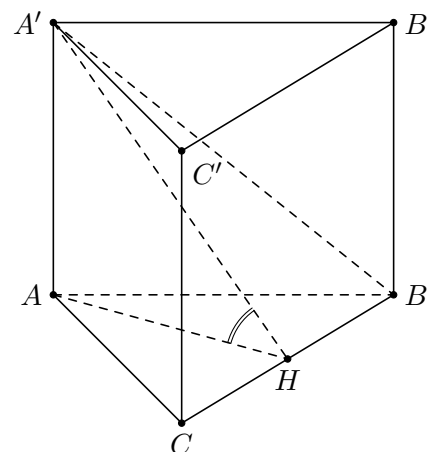
Có $\tan 45^\circ = \frac{AA'}{AH} \Rightarrow AA' = AH = x, A'H = x\sqrt{2}$.

Xét tam giác đều ABC có $BC = \frac{2}{\sqrt{3}}AH = \frac{2x}{\sqrt{3}}$.

Vì $S_{\Delta A'BC} = \frac{A'H \cdot BC}{2} = a^2\sqrt{6} \Rightarrow x = a\sqrt{3}$.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là

$R = \frac{2}{3}AH = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_{xq} = 2\pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot a\sqrt{3} = 2\pi a^2$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1311. Cho nửa hình tròn tâm O , đường kính AB . Người ta ghép hai bán kính OA, OB lại để tạo ra một mặt nón. Tính góc ở đỉnh của mặt nón đó.

A. 60° .

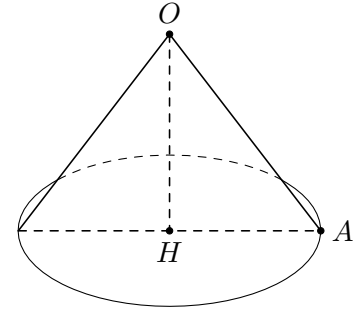
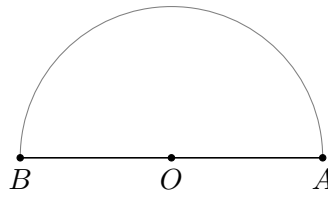
B. 30° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải.

Gọi R là bán kính đáy của hình nón. Ta có chu vi đường tròn đáy của hình nón là $2\pi R = \frac{1}{2} \cdot 2\pi OA \Rightarrow R = \frac{OA}{2}$
 $\Rightarrow$ thiết diện của hình nón đi qua trục là một tam giác đều
 $\Rightarrow$ góc ở đỉnh của hình nón là 60° .



Chọn đáp án (A) □

Câu 1312. Tính diện tích xung quanh một hình trụ có chiều cao 20 m và chu vi đáy bằng 5 m.

- A. $100\pi \text{ m}^2$. B. $50\pi \text{ m}^2$. C. 50 m^2 . D. 100 m^2 .

Lời giải.

Chu vi đáy $2\pi R = 5 \text{ (m)} \Rightarrow S_{xq} = 2\pi Rh = 100 \text{ (m}^2\text{)}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1313. Cho khối nón có chiều cao bằng 24 cm, độ dài đường sinh bằng 26 cm. Tính thể tích V của khối nón tương ứng.

- A. $V = 800\pi \text{ cm}^3$. B. $V = \frac{800\pi}{3} \text{ cm}^3$. C. $V = \frac{1600\pi}{3} \text{ cm}^3$. D. $V = 1600\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Bán kính đáy là $R = \sqrt{26^2 - 24^2} = 10 \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi \cdot 10^2 \cdot 24 = 800\pi \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1314. Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 45^\circ$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh BC ta được khối tròn xoay có thể tích V bằng

- A. $V = \frac{\pi\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{2}$. B. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{24}$. C. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{8}$. D. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A trên BC .

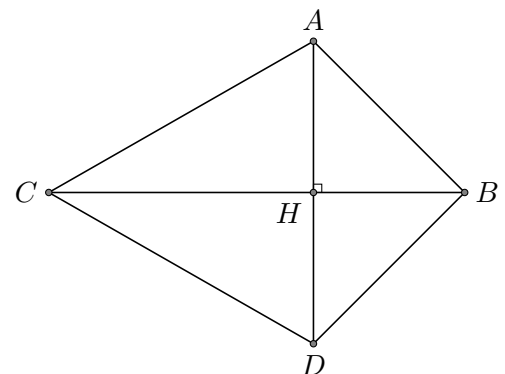
Ta có $AH = BH = \frac{1}{2}$; $AC = \frac{AH}{\sin 30^\circ} = 1$; $CH = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Gọi V_1 là thể tích khối nón sinh bởi $\triangle HAB$ quay quanh cạnh $BC \Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} \cdot BH \cdot \pi \cdot AH^2 = \frac{\pi}{24}$.

Gọi V_2 là thể tích khối nón sinh bởi $\triangle HAC$ quay quanh cạnh $BC \Rightarrow V_2 = \frac{1}{3} \cdot CH \cdot \pi \cdot AH^2 = \frac{\pi\sqrt{3}}{24}$.

Vậy $V = V_1 + V_2 = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{24}$.

Chọn đáp án (B) □



Câu 1315. Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông có diện tích bằng 4. Thể tích của khối trụ đó bằng

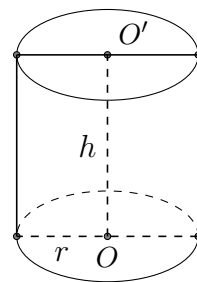
- A. π . B. 2π . C. 4π . D. 5π .

Lời giải.

Gọi r là bán kính đáy của hình trụ.

Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông có diện tích bằng 4 suy ra $(2r)^2 = 4 \Rightarrow r = 1$. Chiều cao của hình trụ là $h = 2r = 2$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = 2\pi$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1316. Một hình nón có chiều cao $h = 3$, bán kính đáy $r = 5$. Mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón nhưng không đi qua trục của hình nón cắt hình nón theo một thiết diện là một tam giác cân có độ dài cạnh đáy bằng 8. Tính diện tích của thiết diện.

A. $8\sqrt{2}$.

B. $6\sqrt{2}$.

C. $12\sqrt{2}$.

D. $24\sqrt{2}$.

Lời giải.

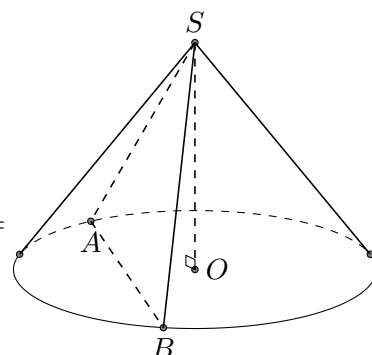
Ta có $l = SC = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$.

Vì $\triangle SAB$ cân tại S nên $SA = SB = SC = \sqrt{34}$,

$$P = \frac{\sqrt{34} + \sqrt{34} + 8}{2} = 4 + \sqrt{34}.$$

Suy ra diện tích tam giác $\triangle SAB$ là:

$$S = \sqrt{(4 + \sqrt{34})(4 + \sqrt{34} - 8)(4 + \sqrt{34} - \sqrt{34})(4 + \sqrt{34} - \sqrt{34})} = 12\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1317. Thiết diện qua trục của một hình nón (N) là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Thể tích khối nón (N) bằng

A. $\frac{\pi a^3}{6}$.

B. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{6}$.

C. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{12}$.

D. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{12}$.

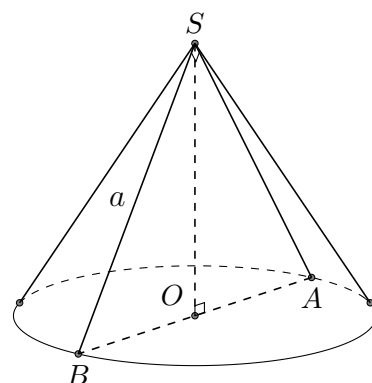
Lời giải.

Giả sử SAB là thiết diện qua trục của hình nón (như hình vẽ).

Tam giác SAB cân tại S và là tam giác cân nên $SA = SB = a$.

Do đó, $AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = a\sqrt{2}$ và $r = SO = OA = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Thể tích khối nón: } V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{a^3}{2\sqrt{2}} = \frac{\pi a^3}{6\sqrt{2}}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1318. Khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và thể tích bằng 36π . Diện tích xung quanh hình nón (N) là

A. 36π .

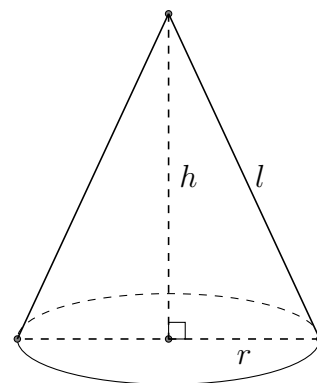
B. $3\sqrt{115}\pi$.

C. $3\sqrt{135}\pi$.

D. $3\sqrt{153}\pi$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } V &= \frac{1}{3}Bh \Rightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{3.36\pi}{\pi r^2} = \frac{108}{3^2} = \frac{108}{9} = 12. \\ l &= \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{12^2 + 3^2} = \sqrt{153}. \\ \text{Vậy } S_{xq} &= \pi r l = \pi.3\sqrt{153}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1319. Xét hình trụ T có thiết diện qua trục là hình vuông có cạnh bằng a . Tính diện tích toàn phần S của hình trụ.

A. $\frac{3\pi a^2}{2}$.

B. $\frac{\pi a^2}{2}$.

C. πa^2 .

D. $4\pi a^2$.

Lời giải.

Thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a nên chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = \frac{a}{2}$.
Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

$$\begin{aligned} S_{tp} &= 2\pi r^2 + 2\pi r h \\ &= 2\pi r(r + h) \\ &= 2\pi \frac{a}{2} \left(\frac{a}{2} + a \right) \\ &= \frac{3\pi a^2}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1320. Cho hình nón tròn xoay có đường cao $h = 15$ cm và đường sinh $l = 25$ cm. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho.

A. $V = 2000\pi \text{ cm}^3$.

B. $V = 4500\pi \text{ cm}^3$.

C. $V = 6000\pi \text{ cm}^3$.

D. $V = 1500\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Bán kính đáy của hình nón là $r = \sqrt{l^2 - h^2} = 20$ cm.

Thể tích V của khối nón là $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = 2000\pi \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1321. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đỉnh là tâm O của hình vuông $A'B'C'D'$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$.

A. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{17}$.

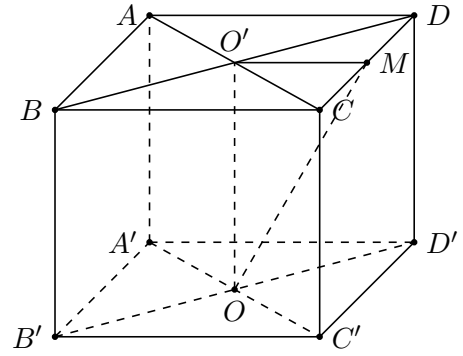
B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{2}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$.

D. $S_{xq} = 2\pi a^2 \sqrt{17}$.

Lời giải.

Hình nón có chiều cao $OO' = 2a$ và bán kính đáy $O'M = \frac{a}{2}$
 nên đường sinh $l = \sqrt{OO'^2 + O'M^2} = \sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$
 $\Rightarrow S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{17}}{2} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$



Chọn đáp án **C** □

Câu 1322. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. C. $V = 3\pi a^3$. D. $V = \pi a^3$.

Lời giải.

Gọi r, l, h lần lượt là bán kính đáy, đường sinh và chiều cao hình nón.

Góc ở đỉnh bằng 60° nên $l = 2r$.

Ta có $S_{xq} = \pi rl = 6\pi a^2 \Leftrightarrow \pi r \cdot 2r = 6\pi a^2 \Rightarrow r = a\sqrt{3}, l = 2a\sqrt{3}, h = 3a$.

Thể tích của khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 3\pi a^3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1323. Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 4a$ và bán kính đáy $r = a\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng bao nhiêu?

- A. $2\pi a^2 \sqrt{3}$. B. $\frac{4\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. C. $8\pi a^2 \sqrt{3}$. D. $4\pi a^2 \sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = \pi rl = 4a^2 \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1324. Một khối nón có diện tích xung quanh bằng $2\pi \text{ cm}^2$ và bán kính đáy $\frac{1}{2} \text{ cm}$. Khi đó độ dài đường sinh là

- A. 2 cm. B. 3 cm. C. 1 cm. D. 4 cm.

Lời giải.

$S_{xq} = \pi rl \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = 4 \text{ cm}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1325. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ?

- A. $4\pi a^2$. B. $8\pi a^2$. C. $16\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.

Lời giải.

$S_{\text{thiết diện}} = 2Rh \Rightarrow h = \frac{8a^2}{2a} = 4a, S_{xq} = 2\pi Rh = 8\pi a^2$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1326. Cho tam giác SOA vuông tại O có $OA = 3 \text{ cm}$, $SA = 5 \text{ cm}$, quay tam giác SOA xung quanh cạnh SO được hình nón. Thể tích của khối nón tương ứng là

- A. $12\pi \text{ cm}^2$. B. $15\pi \text{ cm}^2$. C. $\frac{80\pi}{3} \text{ cm}^2$. D. $36\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Ta có $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = 4 \text{ cm}$, $V = \frac{1}{3}SO \cdot \pi R^2 = 12\pi \text{ cm}^2$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1327. Cho hình nón có chiều cao $2a\sqrt{3}$ và bán kính đáy là $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq} = 8\pi a^2$.

B. $S_{xq} = 4\pi a^2$.

C. $S_{xq} = 2\pi a^2$.

D. $S_{xq} = 16\pi a^2$.

Lời giải.

Độ dài đường sinh hình nón là $l = \sqrt{R^2 + h^2} = 4a$. Do đó $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot 2a \cdot 4a = 8\pi a^2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1328. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 3 \text{ cm}$ và góc ở đỉnh bằng 120° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của khối nón đó.

A. $S_{xq} = 9\pi \text{ cm}^2$.

B. $S_{xq} = 3\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$.

C. $S_{xq} = 6\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$.

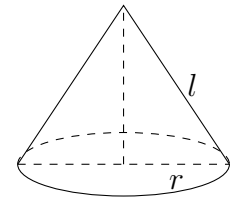
D. $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = \frac{r}{\sin 60^\circ} = \frac{6}{\sqrt{3}} \text{ cm}$.

Diện tích xung quanh cần tính là

$$S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = 6\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2.$$



Chọn đáp án **C** □

Câu 1329. Tam giác ABC vuông cân đỉnh A có cạnh huyền là 2. Quay hình tam giác ABC quanh trục BC thì được một khối tròn xoay có thể tích là

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$.

B. $\frac{4}{3}\pi$.

C. $\frac{2}{3}\pi$.

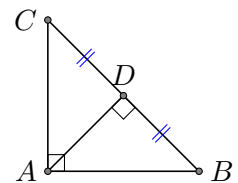
D. $\frac{1}{3}\pi$.

Lời giải.

Gọi D là trung điểm BC , khi đó $AD \perp BC$ và $AD = \frac{BC}{2} = 1$, $AC = \sqrt{2}$.

Khi quay hình tam giác ABC quanh trục BC thì được hai khối nón có cùng chiều cao $h = 1$ và bán kính đường tròn đáy $r = 1$.

Vậy thể tích của khối tròn xoay là $V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h = \frac{2}{3}\pi$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 1330. Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ.

A. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$.

B. $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$.

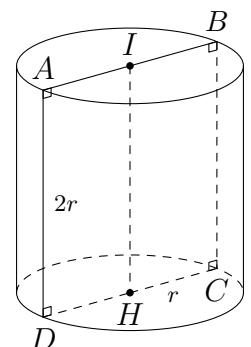
C. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{4\pi}{9}$.

Lời giải.

Ta có $S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot 2r = 4\pi \Rightarrow 6r^2 = 4 \Rightarrow r = \frac{2\sqrt{6}}{6}$.

Từ đó suy ra $V = \pi r^2 \cdot 2r = \pi \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4\sqrt{6}}{6} = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$.



Chọn đáp án (B)

□

Câu 1331. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Tam giác SAB có diện tích bằng $2a^2$. Tính thể tích V của khối nón có đỉnh là S và đường tròn đáy nội tiếp $ABCD$.

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{8}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{7}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{4}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{24}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB , khi đó

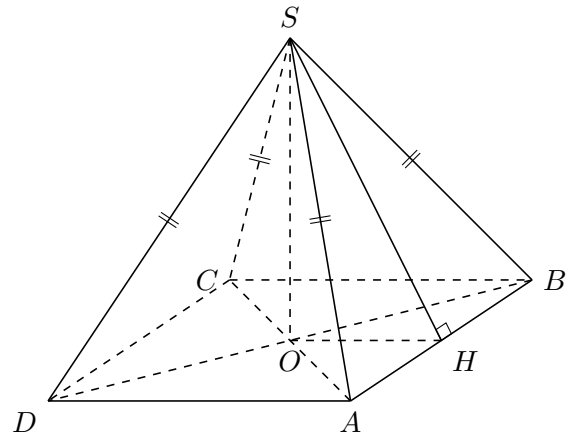
$$S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot SH \Rightarrow SH = \frac{2S_{\Delta SAB}}{AB} = 4a.$$

Tam giác SOH vuông tại O có

$$SO = \sqrt{SH^2 - OH^2} = \sqrt{(4a)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{7}a}{2}.$$

Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot OH^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{3\sqrt{7}a}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{8}.$$



Chọn đáp án (A)

□

Câu 1332. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T) . Gọi diện tích toàn phần của hình trụ (T) là S_{tp} . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2$. B. $S_{tp} = \pi Rl + 2\pi R^2$.
C. $S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$. D. $S_{tp} = \pi Rh + \pi R^2$.

Lời giải.

Diện tích toàn phần của hình trụ bằng tổng của diện tích xung quanh với diện tích hai đáy của hình trụ nên $S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$.

Chọn đáp án (C)

□

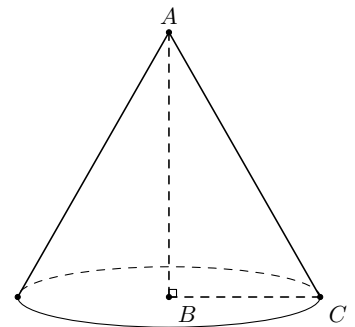
Câu 1333. Cho tam giác ABC vuông tại B , có $AC = 2a, BC = a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh S_{xq} bằng bao nhiêu?

A. $S_{xq} = \pi a^2$. B. $S_{xq} = 4\pi a^2$. C. $S_{xq} = 2\pi a^2$. D. $S_{xq} = 3\pi a^2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} S_{xq} &= \pi r l \\ &= \pi \cdot BC \cdot AC \\ &= \pi \cdot a \cdot 2a \\ &= 2\pi a^2. \end{aligned}$$



Chọn đáp án (C)

□

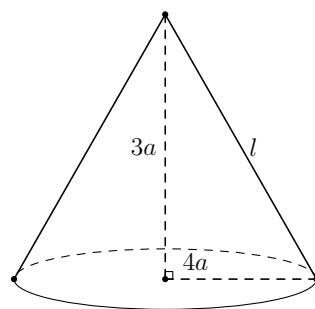
Câu 1334. Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $S_{xq} = 12\pi a^2$. B. $S_{xq} = 24\pi a^2$. C. $S_{xq} = 40\pi a^2$. D. $S_{xq} = 20\pi a^2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 S_{xq} &= \pi r l \\
 &= \pi \cdot 4a \cdot \sqrt{(3a)^2 + (4a)^2} = 20\pi a^2.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1335. Một khối nón có diện tích xung quanh bằng $2\pi \text{ cm}^2$ và bán kính đáy $r = \frac{1}{2}$. Khi đó độ dài đường sinh là

A. 3 cm.

B. 1 cm.

C. 2 cm.

D. 4 cm.

Lời giải.

Với khối nón có độ dài đường sinh là l và bán kính đáy là r , ta có $S_{xq} = \pi r l \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = 4 \text{ cm}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1336. Thể tích của khối nón có chiều cao $h = 2a$ bằng với đường kính đáy là

A. $\frac{2\pi a^3}{3}$.B. $\frac{\pi a^3}{3}$.C. $2\pi a^3$.D. πa^3 .**Lời giải.**

Theo giả thiết suy ra bán kính đáy là $R = a$. Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{2\pi a^3}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1337. Thể tích khối trụ có bán kính đáy 6 cm và đường cao 10 cm bằng

A. $300\pi \text{ cm}^3$.B. $320\pi \text{ cm}^3$.C. $340\pi \text{ cm}^3$.D. $360\pi \text{ cm}^3$.**Lời giải.**

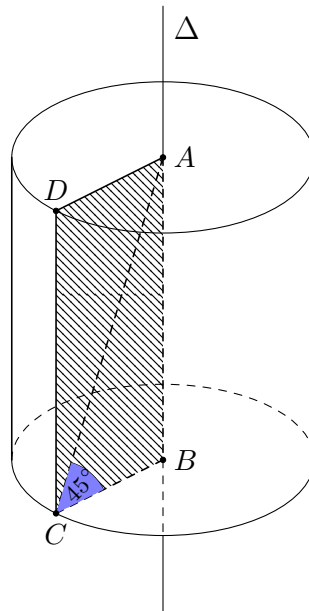
Thể tích khối trụ có bán kính đáy $R = 6 \text{ cm}$ và đường cao $h = 10 \text{ cm}$ được tính theo công thức $V = \pi R^2 h = \pi 6^2 \cdot 10 = 360\pi \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1338. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AC = 2a\sqrt{2}$, $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh đường thẳng AB ta được một hình trụ có diện tích toàn phần bằng

A. $8\pi a^2$.B. $10\pi a^2$.C. $12\pi a^2$.D. $16\pi a^2$.**Lời giải.**



Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh đường thẳng AB tạo thành khối trụ tròn xoay có bán kính đáy $R = BC$, độ dài đường cao $h = AB$.

Tam giác ABC vuông tại B , $\widehat{ACB} = 45^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ vuông cân tại A , suy ra $BC = AB = 2a$.

Vậy diện tích toàn phần của khối trụ được tạo thành là $S = 2\pi Rh + \pi R^2 = 2\pi \cdot 2a \cdot 2a + \pi(2a)^2 = 16\pi a^2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1339. Cắt mặt xung quanh của một hình nón tròn xoay dọc theo một đường sinh rồi trải ra trên mặt phẳng ta được một nửa hình tròn có diện tích bằng 1. Hỏi hình nón đó có bán kính R của đường tròn đáy bằng bao nhiêu?

A. $R = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$.

B. $R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$.

C. $R = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$.

D. $R = \sqrt{2\pi}$.

Lời giải.

Bán kính của nửa đường tròn trải phẳng ra từ việc cắt hình nón chính là độ dài đường sinh.

$$\text{Ta có } S_{\frac{1}{2}\text{ hình tròn}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot l^2 \Leftrightarrow 1 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot l^2 \Leftrightarrow l = \sqrt{\frac{2}{\pi}}.$$

$$\text{Mà } S_{xq} = \pi \cdot R \cdot l \Leftrightarrow 1 = \pi R l \Rightarrow l = \frac{1}{\pi \cdot R} = \frac{1}{\pi \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1340. Cho hình trụ có trục OO' và có chiều cao bằng ba lần bán kính đáy. Trên hai đường tròn đáy (O) và (O') lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho $OA \perp O'B$. Gọi φ là góc giữa AB và trục OO' của hình trụ. Tính $\tan \varphi$.

A. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

B. $\tan \varphi = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\tan \varphi = \frac{1}{3}$.

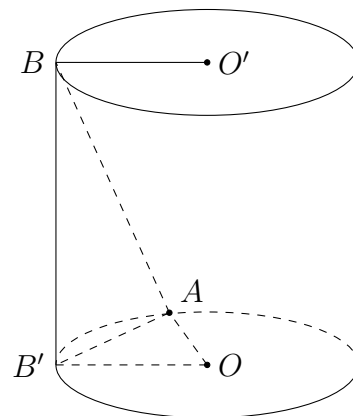
D. $\tan \varphi = 3$.

Lời giải.

Ta có $OO' = 3R$, do $(O'B, OA) = 90^\circ$ nên $OA \perp OB'$ với B' thỏa $BB' \parallel OO'$. Do đó, $\triangle OAB$ vuông cân tại O . Suy ra $AB' = R\sqrt{2}$.

Ta có $(AB, OO') = (AB, BB') = \widehat{ABB'}$.

$$\text{Suy ra: } \tan \varphi = \frac{AB'}{BB'} = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1341. Mặt phẳng đi qua trục hình trụ (T) , cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh bằng a . Tính thể tích của khối trụ (T) .

- A. πa^3 . B. $\frac{\pi a^3}{2}$. C. $\frac{\pi a^3}{4}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Do thiết diện qua trục hình trụ là hình vuông cạnh a nên $R = \frac{a}{2}$ và $h = a$.

$$\text{Vậy thể tích khối trụ là } V = \pi r^2 h = \frac{\pi a^3}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1342. Một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ $(\mathcal{T})$, cắt hình trụ theo một thiết diện là hình vuông cạnh $2R$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ $(\mathcal{T})$ theo R .

- A. $S_{tp} = 6\pi R^2$. B. $S_{tp} = 6R^2$. C. $S_{tp} = 5\pi R^2$. D. $S_{tp} = 4\pi R^2$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có bán kính hình trụ là R và chiều cao hình trụ là $h = 2R$.

$$\text{Diện tích toàn phần là } S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 6\pi R^2.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1343. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Một mặt phẳng vuông góc với trục của mặt trụ thì cắt mặt trụ theo giao tuyến là một đường tròn.
 B. Mọi mặt phẳng song song với trục của hình trụ thì cắt hình trụ theo thiết diện là một hình chữ nhật.
 C. Một mặt phẳng đi qua một điểm nằm ngoài hình trụ và một điểm nằm trong hình trụ thì cắt hình trụ tại hai điểm phân biệt.
 D. Mọi hình trụ đều nội tiếp được hình lăng trụ có đáy là một hình thang cân cho trước.

Lời giải.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1344. Một khối nón có đường sinh bằng $2a$ và diện tích xung quanh của mặt nón bằng πa^2 . Tính thể tích của khối nón đã cho.

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{24}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{12}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{24}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{8}$.

Lời giải.

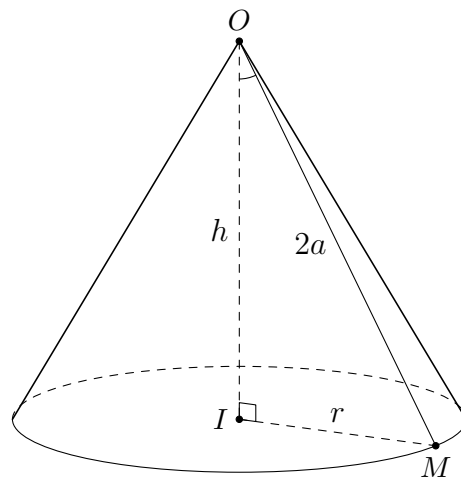
Gọi r, l là bán kính đường tròn đáy và độ dài đường sinh của

khối nón. Khi đó $S_{xq} = \pi r l, l = 2a$.

Suy ra $\pi a^2 = \pi r 2a \Rightarrow r = \frac{a}{2}$.

Do đó chiều cao $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$

Vậy thể tích khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \frac{a\sqrt{15}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{24}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1345. Một hình trụ có bán kính đáy R và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh và thể tích khối trụ đó bằng

A. $S_{xq} = 4\pi R^2, V = 2\pi R^3$.

B. $S_{xq} = 2\pi R^2, V = 2\pi R^3$.

C. $S_{xq} = 4\pi R^2, V = 3\pi R^3$.

D. $S_{xq} = 2\pi R^2, V = \pi R^3$.

Lời giải.

Do thiết diện qua trục là hình vuông nên chiều cao và độ dài đường sinh $h = l = 2R$.

Vậy $S_{xq} = l 2\pi R = 2R 2\pi R = 4\pi R^2$ và $V = h S_{\text{đáy}} = 2R \pi R^2 = 2\pi R^3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1346. Cho hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy bằng r , chiều cao h , đường sinh l , thể tích V , diện tích xung quanh S_{xq} và diện tích toàn phần S_{tp} . Kết luận nào sau đây là **sai**?

A. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

B. $S_{tp} = \pi r l + \pi r^2$.

C. $h^2 = l^2 - r^2$.

D. $S_{xq} = 2\pi r l$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh được tính theo công thức $S_{xq} = \pi r l$ nên công thức sai là $S_{xq} = 2\pi r l$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1347. Một khối trụ có khoảng cách giữa hai đáy, độ dài đường sinh và bán kính đường tròn đáy lần lượt là h, l, r . Khi đó, diện tích toàn phần của khối trụ bằng

A. $2\pi r(l + r)$.

B. $2\pi r(l + 2r)$.

C. $\pi r(l + r)$.

D. $\pi r(2l + r)$.

Lời giải.

Theo lý thuyết ta có diện tích toàn phần của khối trụ bằng $2\pi r(l + r)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1348. Cho tam giác vuông cân ABC , cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$. Quay tam giác quanh đường cao AH ta được hình nón tròn xoay. Thể tích khối nón bằng

A. $\frac{a^3 \sqrt{2} \pi}{12}$.

B. $\frac{\pi a^3}{12}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{2} \pi}{3}$.

D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Lời giải.

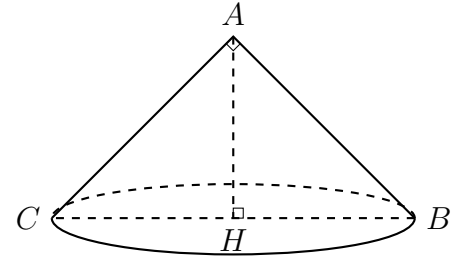
Hình nón tròn xoay này có

— bán kính đường tròn đáy $r = BH = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$;

— đường cao $h = AH = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối tròn xoay cần tính bằng

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h = \frac{\pi}{3} \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^3 = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1349. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

- A. Bất kì một hình hộp nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
- B. Bất kì một hình chóp đều nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
- C. Bất kì một hình tứ diện nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
- D. Bất kì một hình hộp chữ nhật nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải.

Khẳng định “Bất kì một hình hộp nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp” sai.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1350. Cho hình chữ nhật $ABCD$, cạnh $AB = 8, AD = 6$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh BC và AD . Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh đường thẳng MN , ta được một hình tròn xoay. Tính thể tích V của hình tròn xoay đó.

- A. $V = 24\pi$.
- B. $V = 128\pi$.
- C. $V = 48\pi$.
- D. $V = 72\pi$.

Lời giải.

Ta có $r = \frac{AD}{2} = 3$ và $h = AB = 8$ nên $V = \pi r^2 h = 72\pi$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1351. Một hình nón có chiều cao bằng $\sqrt{5}$, đường kính đáy bằng 6. Tính thể tích V của khối nón đó.

- A. $V = 9\pi\sqrt{5}$.
- B. $V = 3\pi\sqrt{5}$.
- C. $V = 2\pi\sqrt{5}$.
- D. $V = 12\pi\sqrt{5}$.

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = 3\pi\sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1352. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có diện tích là 50. Tính bán kính đáy R của hình nón đó.

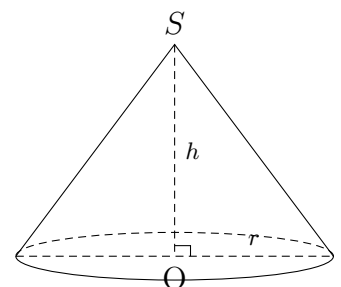
- A. $R = 5\sqrt{2}$.
- B. $R = 10$.
- C. $R = 5$.
- D. $R = 10\sqrt{2}$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $h = r$.

Khi đó diện tích thiết diện:

$$S = 50 \Leftrightarrow \frac{1}{2} 2r \cdot r = 50 \Leftrightarrow r = 5\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1353. Diện tích xung quanh của một hình nón có bán kính đáy bằng a và góc ở đỉnh bằng 60° là

- A. $2\pi a^2$. B. $\frac{2\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. C. $\pi a^2\sqrt{3}$. D. πa^2 .

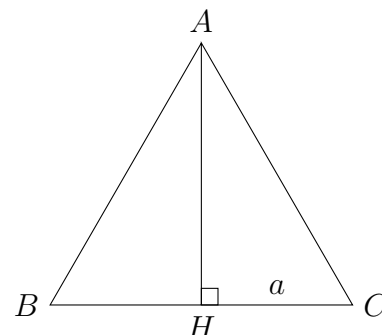
Lời giải.

Xét mặt phẳng qua trục hình nón, ta được thiết diện như hình vẽ.

Do góc ở đỉnh hình nón bằng 60° , nên ABC là tam giác đều.

Tam giác AHC vuông tại H có $AC = \frac{HC}{\sin 30^\circ} = \frac{a}{\frac{1}{2}} = 2a$.

Diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq} = \pi a \cdot 2a = 2\pi a^2$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1354. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; r)$, $(O'; r)$ và $OO' = r\sqrt{3}$. Gọi (T) là hình nón có đỉnh O' và đáy là hình tròn $(O; r)$; S_1 là diện tích xung quanh của hình trụ và S_2 là diện tích xung quanh của hình nón (T) . Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. 2. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

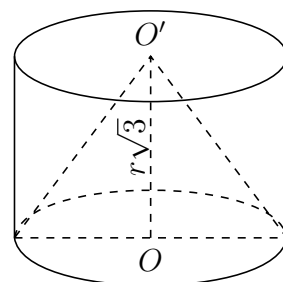
Hình trụ T có chiều cao $h = r\sqrt{3}$

$\Rightarrow (T)$ có diện tích xung quanh $S_1 = 2\pi rh = 2\sqrt{3}\pi r^2$.

Hình nón có chiều cao $h = r\sqrt{3}$ nên có độ dài đường sinh $l = 2r$

$\Rightarrow$ Diện tích xung quanh của hình nón là $S_2 = \pi rl = 2\pi r^2$.

Do đó $\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1355. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2AD$ và M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh đường thẳng MN ta được một khối tròn xoay có thể tích $8\pi a^3$. Diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là

- A. $2a^2$. B. $16a^2$. C. $8a^2$. D. $4a^2$.

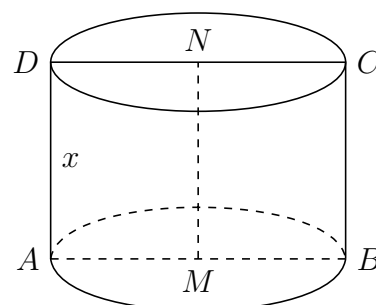
Lời giải.

Gọi $x = AD$ ($x > 0$) $\Rightarrow AB = 2x \Rightarrow AM = x$.

Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh đường thẳng MN ta được một khối trụ có thể tích $8\pi a^3$.

$\Rightarrow 8\pi a^3 = \pi x^2 \cdot x \Leftrightarrow x = 2a$.

Vậy diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD} = AD \cdot AB = 8a^2$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1356. Hình trụ (T) có diện tích xung quanh bằng 4π và thiết diện qua trục của hình trụ này là một hình vuông. Diện tích toàn phần của (T) là

A. 10π .B. 12π .C. 6π .D. 8π .

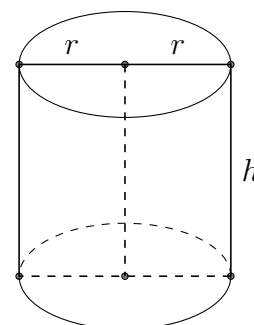
Lời giải.

Gọi r là bán kính đáy và h là chiều cao của trụ.

Vì thiết diện qua trục của trụ là hình vuông nên ta có $h = 2r$.

Diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi rh = 4\pi \Leftrightarrow 4\pi r^2 = 4\pi \Leftrightarrow r = 1$.

Diện tích toàn phần $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = 4\pi + 2\pi r^2 = 6\pi$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1357. Cho khối nón có đường kính đáy $d = 2\sqrt{2}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = 8\pi$.B. $V = 16\sqrt{2}\pi$.C. $V = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.D. $V = \frac{8\pi}{3}$.

Lời giải.

Khối nón có đường kính đáy $d = 2\sqrt{2}$ nên bán kính $R = \sqrt{2}$.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2 \cdot 4 = \frac{8\pi}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1358. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 32π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

A. $r = 4$.B. $r = 2$.C. $r = 4\sqrt{2}$.D. $r = 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Do độ dài đường sinh bằng đường kính đáy nên $h = 2r$.

Có $S_{xq} = 2\pi rh \Leftrightarrow 4\pi r^2 = 32\pi \Leftrightarrow r^2 = 8 \Leftrightarrow r = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1359. Một bóng đèn huỳnh quang dài 120cm, đường kính của đường tròn đáy là 2cm được đặt khít vào một hộp giấy cứng dạng hình hộp chữ nhật. Tính diện tích phần giấy cứng dùng để làm hộp (hộp hở hai đầu và không tính lề, mép).

A. 960cm^2 .B. 480cm^2 .C. 120cm^2 .D. 240cm^2 .

Lời giải.

Do đường kính của đường tròn đáy là 2cm nên cạnh đáy của hình hộp là $a = 2\text{cm}$.

Chiều cao của hộp là $h = 120\text{cm}$.

Diện tích phần giấy cần dùng là $S_{xq} = 4ah = 960\text{cm}^2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1360. Một cái nồi nấu nước người ta làm dạng hình trụ, chiều cao của nồi là 60 cm, diện tích đáy $900\pi \text{ cm}^2$. Hỏi người ta cần miếng kim loại hình chữ nhật có kích thước là bao nhiêu để làm thân nồi đó? (bỏ qua kích thước các mép gấp).

A. Chiều dài $60\pi \text{ cm}$, chiều rộng 60 cm.

B. Chiều dài 900 cm, chiều rộng 60 cm.

C. Chiều dài 180 cm, chiều rộng 60 cm.

D. Chiều dài $30\pi \text{ cm}$, chiều rộng 60 cm.

Lời giải.

Gọi $r > 0$ là bán kính đáy nổi. Ta có diện tích đáy $S = \pi.r^2 \Leftrightarrow \pi.r^2 = 900\pi \Rightarrow r = 30$ cm.

Vậy miếng kim loại hình chữ nhật có chiều dài $l = 2\pi.r = 60\pi$ cm và chiều rộng 60 cm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1361. Cho khối nón có bán kính đáy bằng a , góc giữa đường sinh và mặt đáy bằng 30° . Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\frac{4\pi\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$.

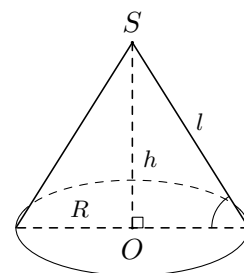
C. $\pi\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{9}$.

Lời giải.

Khối nón có bán kính đáy $R = a$, chiều cao $h = R \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{9}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1362. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = \sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

A. $l = a$.

B. $l = 2a$.

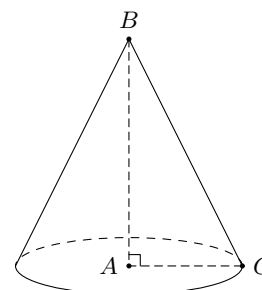
C. $l = \sqrt{2}a$.

D. $l = \sqrt{3}a$.

Lời giải.

Khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB ta được hình nón có đường sinh

$$l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1363. Cho hình trụ có đường cao bằng 5 và đường kính đáy bằng 8. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. 40π .

B. 20π .

C. 80π .

D. 160π .

Lời giải.

Vì đường kính đáy của hình trụ bằng 8 nên bán kính đáy hình trụ là $r = 4$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 40\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1364. Cho khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác cân có một góc 120° và cạnh bên bằng a . Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\pi a^3}{8}$.

B. $\frac{3\pi a^3}{8}$.

C. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

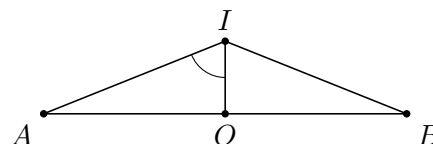
Lời giải.

Giả sử thiết diện qua trục của khối nón là tam giác IAB .

Khi đó, tâm O là trung điểm của AB . Tam giác OAI vuông tại O , $IA = a$, $\widehat{OIA} = 60^\circ$.

Suy ra $OA = IA \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $OI = IA \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2}$.

Do đó thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi \cdot OA^2 \cdot OI = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{\pi a^3}{8}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1365. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 4$ và diện tích xung quanh bằng 20π . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 4π .

B. 16π .

C. $\frac{16}{3}\pi$.

D. $\frac{80}{3}\pi$.

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = \pi Rl \Leftrightarrow 20\pi = \pi \cdot 4 \cdot l \Leftrightarrow l = 5$. Lại có: $h = \sqrt{l^2 - R^2} = 3$.

Vậy thể tích của khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = 16\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1366. Cho khối trụ có đường sinh bằng 5 và thể tích bằng 45π . Diện tích toàn phần của khối trụ là?

A. 48π .

B. 36π .

C. 12π .

D. 24π .

Lời giải.

Ta có $V = \pi R^2 h \Leftrightarrow 45\pi = \pi R^2 \cdot 5 \Leftrightarrow R = 3$. Vậy: $S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 18\pi + 30\pi = 48\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1367. Cho hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy và thể tích của khối trụ bằng 250π . Diện tích toàn phần của khối trụ đã cho bằng

A. 150π .

B. 8π .

C. 24π .

D. 16π .

Lời giải.

Theo đề ta có: $h = 2r$

Mặt khác: $V = \pi r^2 h \Rightarrow 2\pi r^3 = 250\pi \Rightarrow r = 5 \Rightarrow h = 10$.

$S_{tp} = 2\pi r h + 2\pi r^2 = 150\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1368. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng 3, thiết diện đi qua trục có chu vi bằng 16. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 45π .

B. 18π .

C. 12π .

D. 6π .

Lời giải.

Ta có thiết diện qua trục có chu vi bằng 16 nên ta $C = 2(2r + h) \Rightarrow h = 2$.

Theo công thức tính thể tích khối trụ thì ta có $V = Bh = \pi R^2 h = 18\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1369. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông có diện tích bằng $\sqrt{2}$. Diện tích toàn phần của hình nón bằng

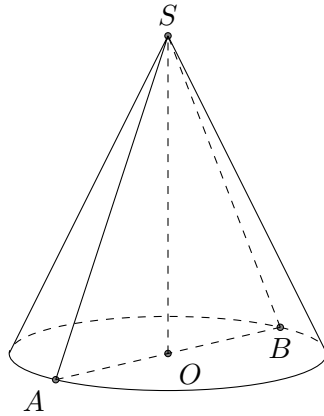
A. 2π .

B. 4π .

C. $(2 + \sqrt{2})\pi$.

D. $(\sqrt{2} + 4)\pi$.

Lời giải.



Giả sử đỉnh hình nón là S . Thiết diện là tam giác SAB .

Suy ra tam giác SAB vuông cân tại S . Ta có $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} \cdot SA \cdot SB = \frac{1}{2} SA^2 = \sqrt{2}$ (1).

Gọi chiều cao và bán kính đáy hình nón lần lượt là h, R .

Suy ra $h = R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + SB^2}}{2} = \frac{SA\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SA = R\sqrt{2}$.

Thay vào (1) ta được $\frac{1}{2} (R\sqrt{2})^2 = \sqrt{2} \Leftrightarrow R^2 = \sqrt{2}$.

Do đó độ dài đường sinh $l = \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{2R^2} = R\sqrt{2}$.

Vậy $S_{tp} = S_{xq} + S_{day} = \pi Rl + \pi R^2 = \pi R^2\sqrt{2} + \pi R^2 = \pi\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + \pi\sqrt{2} = (2 + \sqrt{2})\pi$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1370. Cho hình nón có độ dài đường sinh gấp đôi chiều cao và bán kính đáy bằng $\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

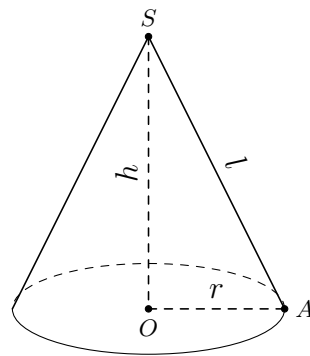
A. $4\sqrt{3}\pi$.

B. $(3 + 2\sqrt{3})\pi$.

C. $2\sqrt{3}\pi$.

D. $\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.



Từ giả thiết ta có $l = 2h$.

Mặt khác ta có: $h^2 + r^2 = l^2 \Leftrightarrow h^2 + (\sqrt{3})^2 = (2h)^2 \Leftrightarrow h = 1 \Rightarrow l = 2$.

Diện tích xung quanh $S = \pi rl = \pi\sqrt{3} \cdot 2 = 2\pi\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1371. Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O . Dựng hai đường sinh SA và SB , biết tam giác SAB vuông và có diện tích bằng $4a^2$. Góc tạo bởi giữa trục SO và mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Đường cao h của hình nón bằng

A. $a\sqrt{3}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

D. $h = a\sqrt{2}$.

Lời giải.

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{48}$.

B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}$.

C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{8}$.

D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{12}$.

Lời giải.

Ta có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $a \Rightarrow l = a, h = \frac{a\sqrt{3}}{2}, r = \frac{a}{2}$.

Vậy thể tích của khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1376. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B . Biết $SA = 2a, AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. a .

B. $2a\sqrt{2}$.

C. $a\sqrt{2}$.

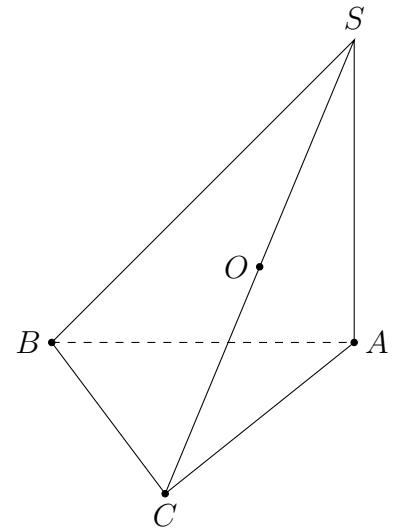
D. $2a$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$, lại có $CA \perp SA$.

Do đó hai điểm A, B nhìn đoạn SC dưới một góc vuông. Suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là mặt cầu đường kính SC .

Xét tam giác ABC có $AC = \sqrt{BC^2 + AB^2} = 2a$,
suy ra $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2a\sqrt{2}$. Vậy $R = a\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1377. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4, diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính bằng 1. Tính thể tích của khối trụ đó.

A. 4.

B. 6.

C. 8.

D. 10.

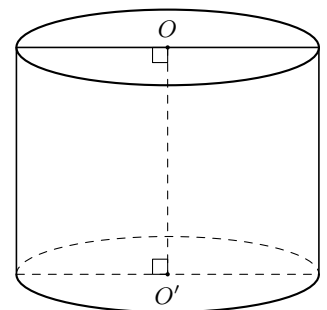
Lời giải.

Gọi R là bán kính hình trụ.

Diện tích đáy của hình trụ bằng diện tích mặt cầu bán kính bằng 1 nên $\pi R^2 = 4\pi \cdot 1^2 \Leftrightarrow R = 2$.

Diện tích xung quanh là $2\pi Rh = 4 \Leftrightarrow h = \frac{1}{\pi}$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{\pi} = 4$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1378. Một hình trụ có bán kính bằng 1, chiều cao bằng 2. Một mặt cầu tiếp xúc với hai đáy của hình trụ. Kí hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh hình trụ, diện tích mặt cầu. Trong các hệ thức sau, tìm hệ thức đúng.

A. $S_2 = \frac{2}{3}S_1$.

B. $S_2 = \frac{3}{4}S_1$.

C. $S_2 = S_1$.

D. $S_2 = \frac{5}{4}S_1$.

Lời giải.

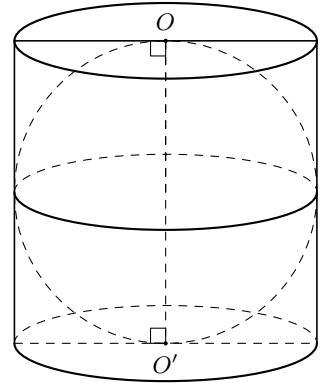
Bán kính hình trụ là $R_1 = 1$, chiều cao $h_1 = 2$.

Vì mặt cầu tiếp xúc với hai đáy hình trụ nên mặt cầu có bán kính $R_2 = \frac{1}{2}h_1 = 1$.

Diện tích xung quanh hình trụ là $S_1 = 2\pi R_1 h = 2\pi \cdot 1 \cdot 2 = 4\pi$.

Diện tích mặt cầu là $S_2 = 4\pi R_2^2 = 4\pi$.

Do đó $S_1 = S_2$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1379. Cho hình lăng trụ tam giác đều có các cạnh cùng bằng 1. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

A. 7π .

B. $\frac{7\pi}{2}$.

C. $\frac{7\pi}{3}$.

D. $\frac{7\pi}{6}$.

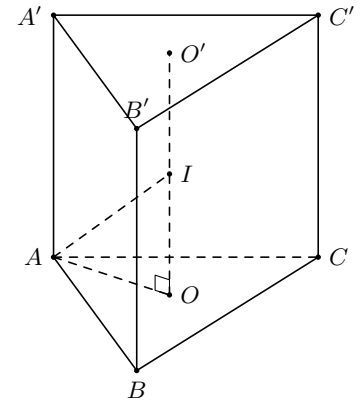
Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là tâm tam giác đều $ABC, A'B'C'$ và I là trung điểm của OO' . Khi đó, mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ có tâm là I và bán kính là $R = IA$.

Ta có $AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ và $OI = \frac{1}{2}$.

Xét tam giác AOI vuông tại $O \Rightarrow IA = \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{21}}{6}$.

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{21}{36} = \frac{7\pi}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1380. Từ một khối đất sét hình trụ có chiều cao 20 cm, đường tròn đáy có bán kính 8 cm. Bạn Na muốn chế tạo khối đất đỏ thành nhiều khối cầu và chúng có cùng bán kính 4 cm. Hỏi bạn Na có thể làm ra tối đa bao nhiêu khối cầu?

A. 20.

B. 30.

C. 15.

D. 45.

Lời giải.

Thể tích khối đất sét hình trụ là $V_1 = \pi r^2 h = \pi \cdot 8^2 \cdot 20 = 1280\pi$.

Thể tích mỗi khối cầu là $V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi 4^3 = \frac{256\pi}{3}$.

Ta có $\frac{V_1}{V_2} = 15$, do đó có thể làm tối đa được 15 khối cầu.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1381. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$.

B. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.

C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$.

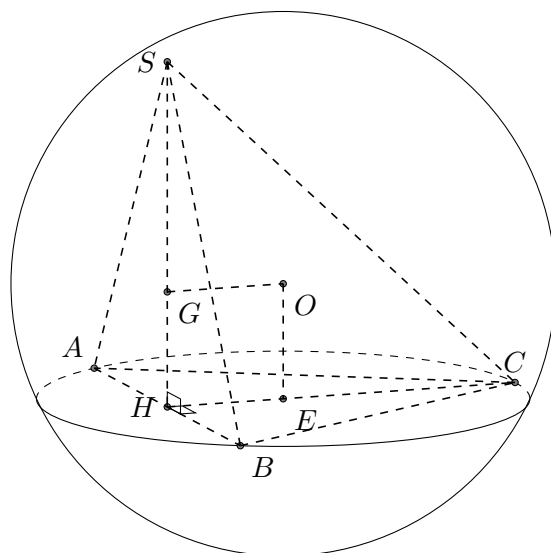
D. $V = \frac{5\pi}{3}$.

Lời giải.

Gọi E, G lần lượt là tâm của hai tam giác đều ABC và tam giác SAB . H là trung điểm của AB . Khi đó ta có $CH \perp (SAB), SH \perp (ABC)$.

Gọi O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$, khi đó $OG \perp (SAB), OE \perp (ABC)$ và $OGHE$ là hình vuông.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } OE &= GH = \frac{\sqrt{3}}{6}, CE = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \Rightarrow R &= OC = \sqrt{OE^2 + CE^2} = \frac{\sqrt{15}}{6} \\ \Rightarrow V &= \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1382. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

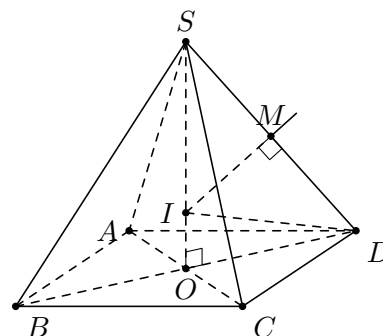
D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm SD . Trong (SBD) , đường trung trực của cạnh SD cắt SO tại điểm I . Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ và bán kính $R = SI$.

$$\text{Ta có } \triangle SMI \sim \triangle SOD \Rightarrow \frac{SI}{SD} = \frac{SM}{SO}.$$

$$\Rightarrow SI = \frac{SM \cdot SD}{\sqrt{SD^2 - OD^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{(a\sqrt{2})^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1383. Chu vi đường tròn lớn của một mặt cầu là 4π . Thể tích của khối cầu đó bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$.

B. 32π .

C. 16π .

D. $\frac{64\pi}{3}$.

Lời giải.

Giả sử mặt cầu có bán kính là R .

Chu vi đường tròn lớn bằng 4π nên ta có $2\pi R = 4\pi \Leftrightarrow R = 2$.

$$\text{Suy ra thể tích khối cầu là } V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{32\pi}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1384. Cho mặt cầu có diện tích $16\pi a^2$. Khi đó bán kính mặt cầu bằng

A. $2\sqrt{2}a$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. $2a$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{mc} = 4\pi R^2 = 16\pi a^2 \Leftrightarrow R = 2a.$$

Vậy bán kính mặt cầu là $R = 2a$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1385. Mặt cầu (S) có bán kính bằng 5 và có tâm J cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng 3 thì giao tuyến của (S) và (P) là một đường tròn có chu vi bằng bao nhiêu?

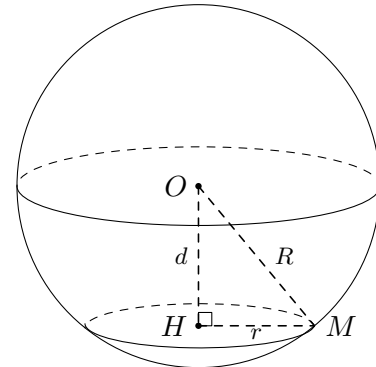
A. $8\pi^2$.B. $4\pi^2$.C. 8π .D. 16π .

Lời giải.

Đường tròn giao tuyến tạo bởi mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có bán kính

$$r = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4.$$

Vậy chu vi của thiết diện là $2\pi \cdot 4 = 8\pi$.



Chọn đáp án **C**

□

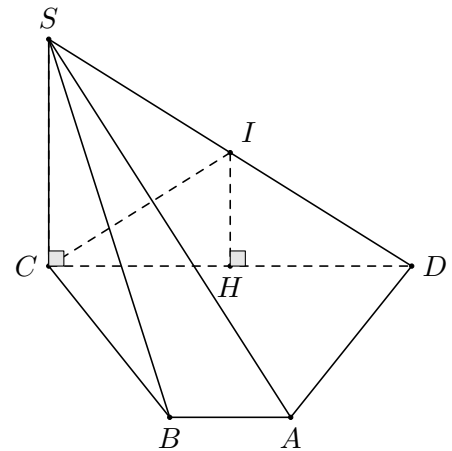
Câu 1386. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều, $AB \parallel CD$, $AD = AB = BC = a$, $CD = 2a$, cạnh bên SC vuông góc với đáy, $SC = 3a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $R = \frac{3a}{5}$.B. $R = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.C. $R = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.D. $R = \frac{3\sqrt{3}a}{2}$.

Lời giải.

— Gọi I là trung điểm của SD , H là trung điểm của CD .
Ta có $IH \perp (ABCD)$ nên $IA = IB = IC = ID$. Lại có $\triangle SCD$ vuông tại C nên $IC = ID = IS$. Suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp của hình chóp $S.ABCD$.

$$— R = \frac{1}{2}SD = \frac{1}{2}\sqrt{SC^2 + CD^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1387. Cho hình cầu (S) có chu vi đường tròn lớn là 6π thì thể tích khối cầu đó là bao nhiêu?

A. $V = 54\pi$.B. $V = 36\pi$.C. $V = 18\pi$.D. $V = 18\pi$.

Lời giải.

— Chu vi đường tròn lớn bằng 6π nên $R = 3$.

$$— V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi 3^3 = 36\pi.$$

Chọn đáp án **B**

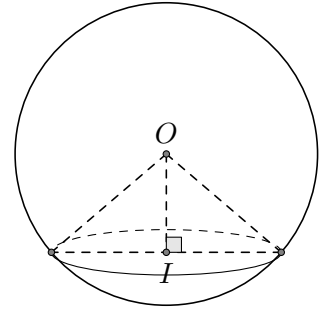
□

Câu 1388. Cắt mặt cầu (S) bằng một mặt phẳng cách tâm một khoảng bằng 4cm, ta được thiết diện là một hình tròn có diện tích $9\pi\text{cm}^2$. Thể tích khối cầu (S) bằng

A. $500\pi\text{cm}^3$.B. $\frac{125\pi}{3}\text{cm}^3$.C. $\frac{500\pi}{3}\text{cm}^3$.D. $125\pi\text{cm}^3$.

Lời giải.

- Gọi bán kính mặt cầu là R , bán kính đường tròn thiết diện là r , khoảng cách từ O đến mặt phẳng thiết diện là h . Ta có hệ thức $R^2 = r^2 + h^2$.
- Theo giả thiết $S = 9\pi \Leftrightarrow \pi r^2 = 9\pi \Leftrightarrow r = 3$.
- $R^2 = r^2 + h^2 = 25 \Rightarrow R = 5$.
- $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{500\pi}{3} \text{cm}^3$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1389. Một bình nước hình trụ tròn xoay có chiều cao bằng ba lần đường kính đáy. Bình chứa đầy nước và chứa ba quả cầu có cùng bán kính với bán kính đáy của bình nước (trong ba quả cầu không chứa nước). Tính tỉ số thể tích giữa phần nước bên trong bình và thể tích khối trụ.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

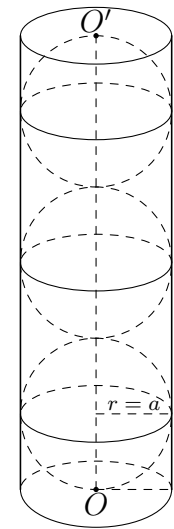
Lời giải.

Gọi r là bán kính đáy của bình nước, khi đó chiều cao của bình nước là $h = 3 \cdot 2r = 6r$.

Gọi V_1 là thể tích bình nước, V_2 là thể tích của một quả cầu, V_3 là thể tích phần nước trong bình.

Khi đó ta có $V_1 = \pi r^2 \cdot h = 6\pi r^3$; $V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3$; $V_3 = V_1 - 3V_2 = 2\pi r^3$.

Vậy tỉ số cần tìm là $\frac{V_3}{V_1} = \frac{1}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1390. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a ; $SA = 2a$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{64\sqrt{14}}{147}\pi a^3$. B. $V = \frac{64\sqrt{14}}{147}a^3$. C. $V = \frac{16\sqrt{14}}{49}\pi a^3$. D. $V = \frac{16\sqrt{14}}{49}a^3$.

Lời giải.

Gọi O là tâm $ABCD$ và M là trung điểm của SA

$\Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

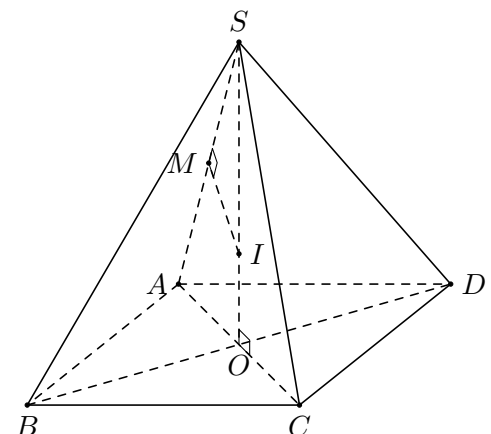
Kẻ $MI \perp SA$ tại M , $I \in SO$. Khi đó I là tâm mặt cầu (S)

ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Bán kính mặt cầu (S) là $R = SI$.

Ta có $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SA = 2a$

$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(2a)^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.



Vì $\triangle SMI \sim \triangle SOA$ nên $\frac{SI}{SA} = \frac{SM}{SO} \Rightarrow R = SI = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{(2a)^2}{a\sqrt{14}} = \frac{2a\sqrt{14}}{7}$.

Suy ra thể tích là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{2a\sqrt{14}}{7}\right)^3 = \frac{64\sqrt{14}}{147}\pi a^3$.

Chọn đáp án **A** □

Công thức giải nhanh $R = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{64\sqrt{14}}{147}\pi a^3$.

Câu 1391. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = SA = 1$ là

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

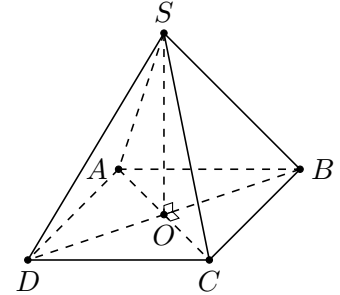
Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$. Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $ABCD$ là hình vuông và $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $OA = OB = OC = OD = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + BC^2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SOA vuông tại O nên $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $OA = OB = OC = OD = OS = \frac{\sqrt{2}}{2}$ hay O là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ và bán kính mặt cầu này là $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **D** □

Câu 1392. Mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c có bán kính là

- A. $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. B. $R = \frac{1}{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.
C. $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. D. $R = \sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$.

Lời giải.

Xét hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Dễ thấy các đường chéo $AC', A'C, BD', B'D$ của hình hộp chữ nhật đồng quy tại O .

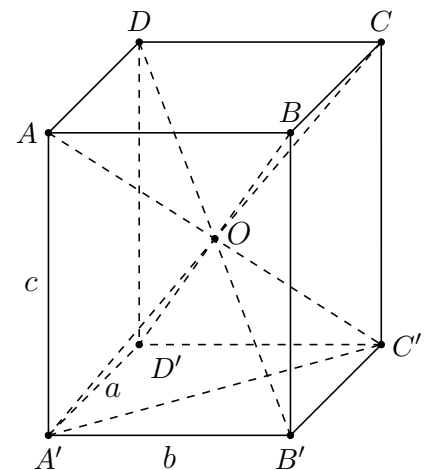
Ta có O là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $R = OA = \frac{AC'}{2}$.

Ta có $A'C'^2 = A'D'^2 + C'D'^2 = a^2 + b^2$.

Lại có $AC' = \sqrt{A'C'^2 + A'A^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Bán kính của mặt cầu đó là $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 1393. Cho ba điểm A, B, C cùng thuộc một mặt cầu và $\widehat{ACB} = 90^\circ$. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

- A. Mặt phẳng (ABC) là mặt phẳng kính của mặt cầu.
B. Đường tròn qua ba điểm A, B, C nằm trên mặt cầu.
C. AB là đường kính của đường tròn giao tuyến tạo bởi mặt cầu và mặt phẳng (ABC) .
D. AC không là đường kính của mặt cầu.

Lời giải.

Theo định nghĩa và tính chất của mặt cầu thì ta có các khẳng định đúng là

— Đường tròn qua ba điểm A, B, C nằm trên mặt cầu.

— AB là đường kính của đường tròn giao tuyến tạo bởi mặt cầu và mặt phẳng (ABC) .

— AC không là đường kính của mặt cầu.

Vậy khẳng định **sai** là mặt phẳng (ABC) là mặt phẳng kính của mặt cầu.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1394. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h = 1$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó là

A. $S = 9\pi$.

B. $S = 6\pi$.

C. $S = 5\pi$.

D. $S = 27\pi$.

Lời giải.

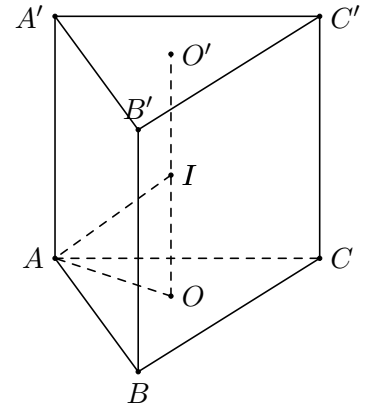
• Gọi O và O' là tâm của tam giác ABC và $A'B'C'$ và I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ. Suy ra I là trung điểm của OO' . Do đó $OI = \frac{1}{2}OO' = \frac{1}{2}h = \frac{1}{2}$.

• $OA = \frac{AB}{2 \sin 60^\circ} = \sqrt{2}$.

• $R = IA = \sqrt{IO^2 + OA^2} = \sqrt{\frac{1}{2^2} + 2} = \frac{3}{2}$.

• Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

$$V = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 9\pi.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1395. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z + 1 = 0$ là

A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$.

B. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 6$.

C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = \frac{50}{7}$.

D. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = \frac{50}{7}$.

Lời giải.

Ta có $R = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 - (-1) + 1|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{14}}$.

Phương trình mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = \frac{50}{7}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1396. Cho một hình tròn có bán kính bằng 1 quay quanh một trục đi qua tâm hình tròn ta được một khối cầu. Diện tích mặt cầu đó là

A. 2π .

B. 4π .

C. π .

D. $\frac{4}{3}\pi$.

Lời giải.

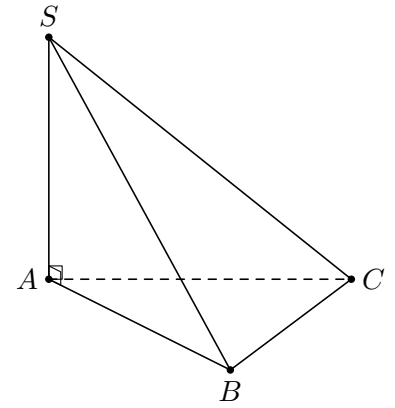
Ta có $S = 4\pi R^2 = 4\pi$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1397.

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, đáy ABC là tam giác vuông tại B , $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và $AB = \frac{a}{2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Tìm mệnh đề **sai**.



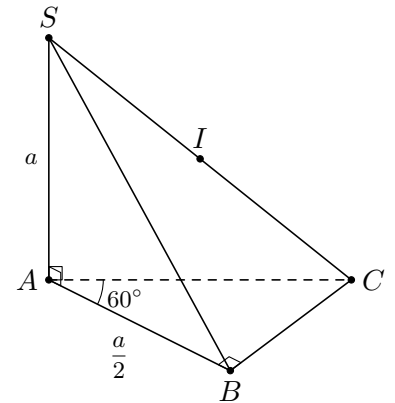
- A. Diện tích của (S) là $\frac{2\pi a^2}{3}$.
 B. Tâm của (S) là trung điểm của SC .
 C. (S) có bán kính $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
 D. Thể tích khối cầu là $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ và $AB \perp BC$ nên $BC \perp SB$. Như thế, hai điểm A và B cùng nhìn đoạn SC dưới một góc vuông. Do đó, tâm mặt cầu (S) là trung điểm của SC .

Tam giác ABC vuông tại B nên

$$BC = AB \tan \widehat{BAC} = \frac{a}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



$$\text{Ta có } SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{SA^2 + AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Bán kính của mặt cầu là } R = \frac{SC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Thể tích của khối cầu là } V = \frac{4\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3}{3} = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}.$$

$$\text{Diện tích mặt cầu là } S_{\text{mặt cầu}} = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 2\pi a^2.$$

Vậy mệnh đề sai là “Diện tích của (S) là $\frac{2\pi a^2}{3}$ ”.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1398. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương có độ dài cạnh bằng $\sqrt{3}$.

- A. $V = \frac{9\pi}{2}$. B. $V = 9\pi$. C. $V = \pi\sqrt{6}$. D. $V = 6\pi$.

Lời giải.

Hình lập phương có cạnh bằng $\sqrt{3}$ có độ dài đường chéo bằng 3, do đó bán kính khối cầu ngoại tiếp hình lập phương có bán kính là $R = \frac{3}{2}$.

$$\text{Thể tích khối cầu } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{9\pi}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1399. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h = 1$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp đó là

- A. $S = 9\pi$. B. $S = 6\pi$. C. $S = 5\pi$. D. $S = 27\pi$.

Lời giải.

Gọi G là tâm của tam giác $BCD \Rightarrow AG \perp (BCD)$.

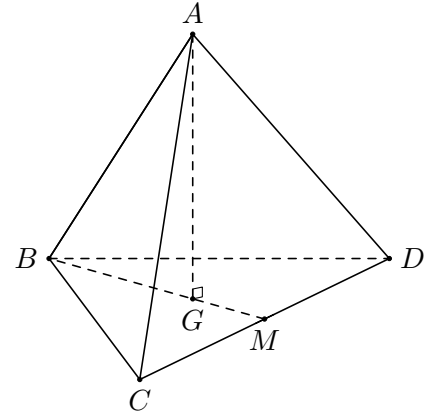
Xét tứ diện đều $ABCD$, cạnh đáy $BC = \sqrt{6} \Rightarrow BG = \sqrt{2}$.

Xét tam giác ABD vuông nên $AB = \sqrt{AG^2 + BG^2} = \sqrt{3}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đều $ABCD$ là

$$R = \frac{AB^2}{2AG} = \frac{3}{2}.$$

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 9\pi$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1400. Hình trụ bán kính đáy r . Gọi O và O' là tâm của hai đường tròn đáy với $OO' = 2r$. Một mặt cầu tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O và O' . Gọi V_C và V_T lần lượt là thể tích của khối cầu và khối trụ. Khi đó, $\frac{V_C}{V_T}$ là

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải.

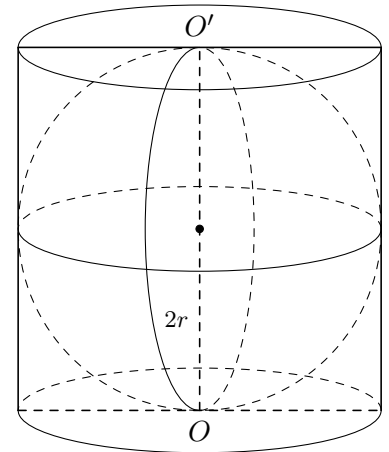
Vì mặt cầu tiếp xúc với hai đường tròn đáy với $OO' = 2r$ nên bán kính mặt cầu bằng r .

Ta có $V_C = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Do mặt cầu có đường kính $2r$ tiếp xúc với hai đáy của trụ tại O và O' nên $h = 2r$.

Khi đó $V_T = h \cdot \pi \cdot r^2 = 2\pi r^3$

$$\frac{V_C}{V_T} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2\pi r^3} = \frac{2}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1401. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C , AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) , $AB = 5a$, $BC = 3a$ và $CD = 4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

B. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

C. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$.

D. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$.

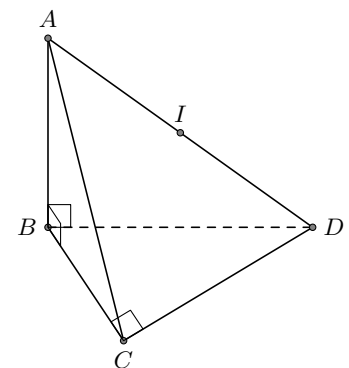
Lời giải.

Ta có $\triangle BAD$, $\triangle BCD$ là các tam giác vuông tại B . Gọi I là trung điểm của AD thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Ta có $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 5a$, $AD = 5a\sqrt{2}$.

Vậy bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là

$$R = \frac{AD}{2} = \frac{5a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1402. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3\pi a^2$.

B. πa^2 .

C. $6\pi a^2$.

D. $2\pi a^2$.

Lời giải.

• Ta có $SA \perp AC$ nên $\widehat{SAC} = 90^\circ$.

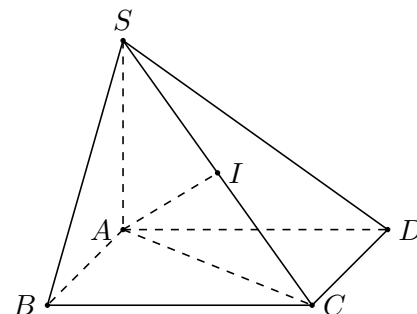
Do đó điểm A nhìn đoạn SC dưới một góc vuông.

• Ta có $BC \perp AB$ và $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAB)$.

Do đó $BC \perp SB$ nên B nhìn đoạn SC dưới một góc vuông.

• Ta có: $CD \perp AD$ và $CD \perp SA$ nên $CD \perp (SAD)$.

Do đó $CD \perp SD$ nên D nhìn đoạn SC dưới một góc vuông.



Vì vậy A, B, D đều nằm trên mặt cầu tâm I là trung điểm của đường kính SC .

Ta có $AC = a\sqrt{2}$ nên $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{6}$.

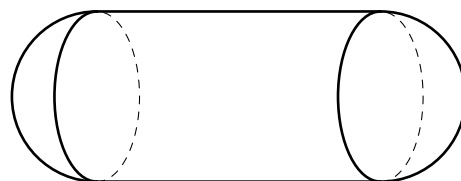
Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $4\pi \left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 = 6\pi a^2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1403.

Một cái bồn chứa nước gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ (như hình vẽ). Đường sinh của hình trụ bằng hai lần đường kính của hình cầu. Biết thể tích của bồn chứa nước là $\frac{128\pi}{3} (m^3)$. Tính diện tích xung quanh của cái bồn chứa nước theo đơn vị m^2 .

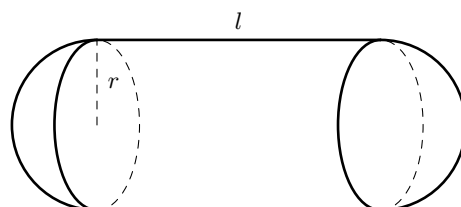


A. $48\pi (m^2)$. B. $50\pi (m^2)$. C. $40\pi (m^2)$. D. $64\pi (m^2)$.

Lời giải.

Gọi bán kính mặt cầu là $r (m)$. Theo giả thiết ta có đường sinh l của hình trụ bằng hai lần đường kính của hình cầu, suy ra $l = 2 \cdot (2r) = 4r$.

Thể tích của hình trụ là



$$V_{\text{trụ}} = l \cdot \pi \cdot r^2 = 4r \cdot \pi \cdot r^2 = 4\pi r^3.$$

Tổng thể tích của hai nửa hình cầu là

$$V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Thể tích của bồn nước là

$$V = V_{\text{trụ}} + V_{\text{cầu}} = 4\pi r^3 + \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{16}{3}\pi r^3.$$

Kết hợp giả thiết, ta có

$$\frac{16}{3}\pi r^3 = \frac{128\pi}{3} \Leftrightarrow r^3 = 8 \Leftrightarrow r = 2 (m).$$

Diện tích xung quanh của bồn chứa nước là

$$S_{\text{xq}} = S_{\text{xq trụ}} + S_{\text{xq cầu}} = l \cdot \pi \cdot r^2 + 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 48\pi (m^2).$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1404. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 4\sqrt{3}\pi a^3$. B. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$. C. $V = \frac{8\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. D. $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

Lời giải.

Ta có $SA \perp AC$ (do SA là đường cao).

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác $\triangle SAC$ vuông tại A ta có:

$$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{2a^2 + 2a^2} = 2a.$$

Mặt khác $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$

Chứng minh tương tự ta được $CD \perp SD$.

Nên ba điểm A, B, D cùng nhìn cạnh SC dưới một góc vuông.

Vậy S, A, B, C, D cùng thuộc mặt cầu đường kính SC .

Ta suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $R = \frac{SC}{2} = \frac{2a}{2} = a$.

Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1405. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 10$, $AB = 6$, $BC = 8$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

- A. $5\sqrt{2}$. B. $10\sqrt{2}$. C. 480. D. $10\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, SA . Khi đó IM là đường trung bình của tam giác SAC , nên $IM \parallel SA$, suy ra $IM \perp (ABC)$. Do đó IM là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Lại có IN cũng là đường trung bình của tam giác SAC , nên $IN \parallel AC$, suy ra $IN \perp SA$. Do đó IN là đường trung trực của đoạn SA .

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Bán kính mặt cầu này là $R = IS = \frac{SC}{2}$.

Tam giác ABC vuông tại B nên $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$.

Tam giác SAC vuông tại A nên $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{10^2 + 100} = 10\sqrt{2}$. Vậy $R = 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 1406. Tính diện tích mặt cầu nội tiếp hình lập phương cạnh $2a$.

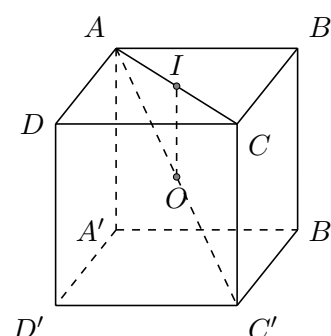
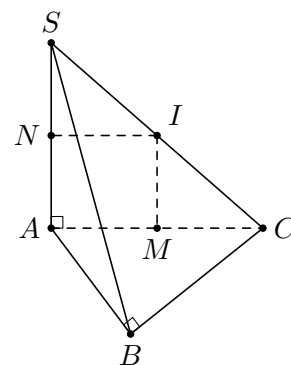
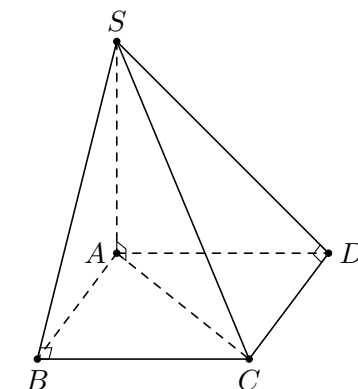
- A. $4\pi a^2$. B. $8\pi a^2$. C. $\frac{4}{3}\pi a^2$. D. $16\pi a^2$.

Lời giải.

Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$.

Mặt cầu nội tiếp hình lập phương cạnh có bán kính bằng OI với O là trung điểm của AC' và I là trung điểm của AC . Khi đó, $OI = a$.

Do đó thể tích mặt cầu bằng $4\pi a^2$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1407. Tính thể tích của khối cầu nội tiếp hình lập phương cạnh a .

A. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. B. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

Lời giải.

Mặt cầu nội tiếp hình lập phương cạnh a có bán kính $R = \frac{a}{2}$. Suy ra thể tích của khối cầu là

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3}{6}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1408. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là điểm I với

- A. I là trung điểm của đoạn thẳng SD . B. I là trung điểm của đoạn thẳng AC .
C. I là trung điểm của đoạn thẳng SC . D. I là trung điểm của đoạn thẳng SB .

Lời giải.

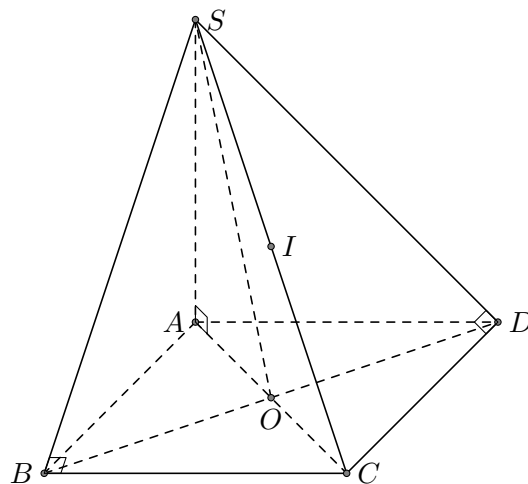
Ta có $BC \perp AB$ và $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAB)$ hay $BC \perp SA$ suy ra $\widehat{SBC} = 90^\circ$.

Tương tự $\widehat{SDC} = 90^\circ$.

Mặt khác $\widehat{SAC} = 90^\circ$.

Khi đó S, A, B, C, D cùng thuộc mặt cầu đường kính SC .

Hay tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là điểm I với I là trung điểm của đoạn thẳng SC .



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1409. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = 5$, $AB = 3$, $BC = 4$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{5\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (SABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$

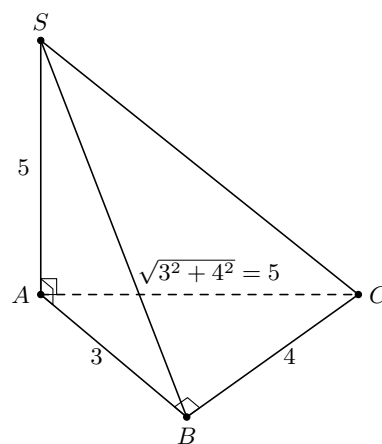
Suy ra $\widehat{SBC} = 90^\circ$. (1)

Mặt khác $\widehat{SAC} = 90^\circ$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm S, A, B, C cùng thuộc mặt cầu có đường kính là SC .

Vậy bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$R = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{5^2 + 5^2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1410. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C , AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) , $AB = 5a$, $BC = 3a$ và $CD = 4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$.

B. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

C. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$.

D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$AB \perp BD \Rightarrow \widehat{ABD} = 90^\circ. \quad (1)$$

Mà

$$\begin{cases} CD \perp BC \\ CD \perp AB \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABC) \Rightarrow CD \perp AC \Rightarrow \widehat{ACD} = 90^\circ. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra mặt cầu ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ có đường kính là AD .

Suy ra

$$R = \frac{AD}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + BC^2 + CD^2}}{2} = \frac{\sqrt{50a^2}}{2} = \frac{5a\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1411. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với đáy, ABC là tam giác vuông tại A , biết $AB = 3a$, $AC = 4a$, $SA = 5a$. Tìm bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{5a\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{5a}{4}$.

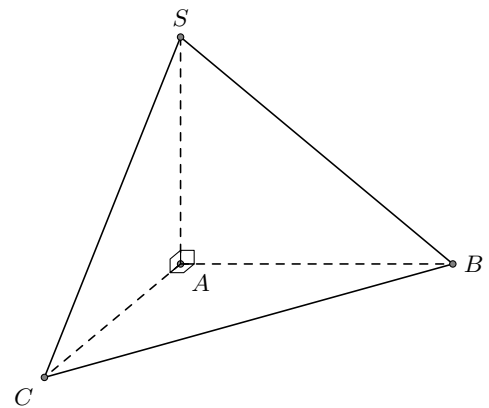
C. $\frac{5a}{2}$.

D. $\frac{5a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Hình chóp $S.ABC$ là tam diện vuông tại A nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$R = \frac{\sqrt{AB^2 + AC^2 + SA^2}}{2} = \frac{5a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1412. Cho mặt cầu có diện tích là $72\pi \text{ cm}^2$. Bán kính R của khối cầu là

A. $R = 6 \text{ cm}$.

B. $R = 3 \text{ cm}$.

C. $R = \sqrt{6} \text{ cm}$.

D. $R = 3\sqrt{2} \text{ cm}$.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi R^2 = 72\pi \Leftrightarrow R^2 = \frac{72}{4} \Rightarrow R = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1413. Mặt cầu (S) bán kính bằng 5 có tâm J cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng 3 thì giao tuyến của (S) và (P) là một đường tròn có chu vi bằng bao nhiêu?

A. $8\pi^2$.

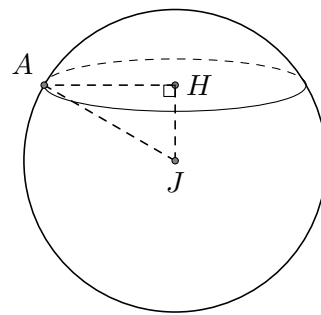
B. $4\pi^2$.

C. 16π .

D. 8π .

Lời giải.

Gọi H là tâm đường tròn giao tuyến, A là một điểm trên đường tròn. Đường tròn giao tuyến có bán kính $r = HA = \sqrt{AJ^2 - JH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$. Do đó, nó có chu vi là $2\pi r = 8\pi$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1414. Cho A là điểm nằm trên mặt cầu (S) tâm O , có bán kính $R = 6$ cm. I, K là 2 điểm trên đoạn OA sao cho $OI = IK = KA$. Các mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ lần lượt qua I, K cùng vuông góc với OA và cắt mặt cầu (S) theo các đường tròn có bán kính r_1, r_2 . Tính tỉ số $\frac{r_1}{r_2}$.

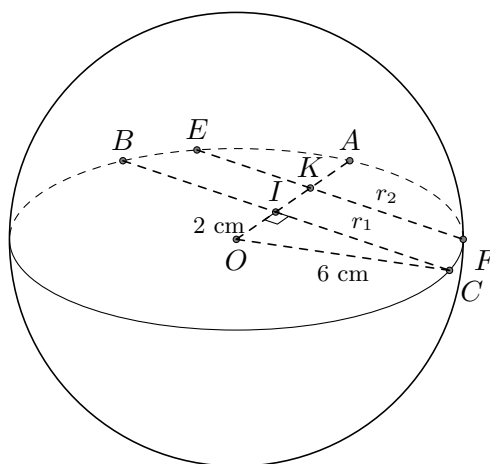
A. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{3\sqrt{10}}{4}$.

B. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{\sqrt{10}}$.

C. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$.

D. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{5}{3\sqrt{10}}$.

Lời giải.



Trên đường tròn lớn có chứa bán kính OA có mặt phẳng song song $(\alpha), (\beta)$ lần lượt cắt đường tròn lớn theo hai dây cung BC và EF . Hai dây cung này chính là đường kính của hai đường tròn thiết diện có tâm lần lượt là I, K .

Trong $\triangle OIC$ có $r_1 = \sqrt{36 - 4} = \sqrt{32}$; trong $\triangle OKF$ có $r_2 = \sqrt{36 - 16} = \sqrt{20} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{\sqrt{10}}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1415. Một mặt cầu có diện tích bằng 16π . Bán kính của mặt cầu đó bằng

A. 4π .

B. 2π .

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Ta có diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 \Leftrightarrow 16\pi = 4\pi R^2 \Leftrightarrow R = 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1416. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = b, AA' = c$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp là

A. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{4}$.

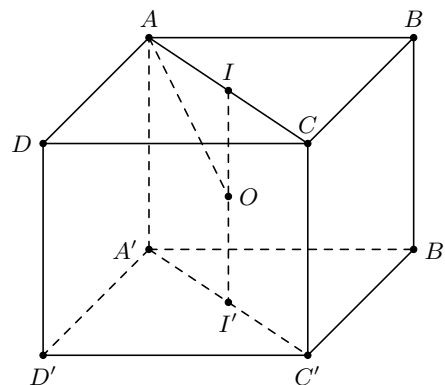
C. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

D. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi I và I' lần lượt là tâm của tứ giác $ABCD$ và $A'B'C'D'$.
 Khi đó trung điểm O của II' chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp.

Ta có $R = OA = \frac{1}{2}AC' = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1417. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tam giác SAC vuông cân tại S và $AC = 2a$.
 Tính bán kính R của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $R = 2a$. B. $R = a\sqrt{2}$. C. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $R = a$.

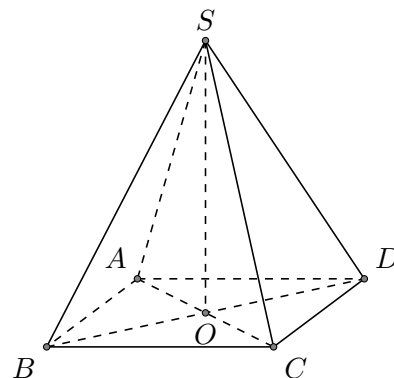
Lời giải.

Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD .

Ta có $OA = OB = OC = OD$.

Do tam giác SAC vuông cân tại S nên $OA = OC = OS$.

Từ đó ta có $OA = OB = OC = OD = OS$ nên O là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$, khi đó bán kính $R = OA = \frac{AC}{2} = a$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1418. Trong không gian, cho hình chóp $S.ABC$ có SA, AB, BC đôi một vuông góc với nhau và $SA = a, AB = b, BC = c$. Mặt cầu đi qua S, A, B, C có bán kính

- A. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. B. $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. C. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. D. $\frac{2(a + b + c)}{3}$.

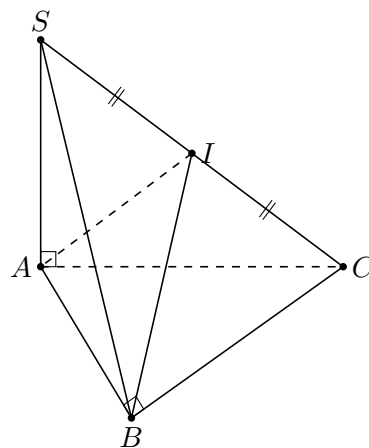
Lời giải.

Vì $SA \perp AB, SA \perp BC \Rightarrow SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AC$.

Vì $BC \perp AB, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Từ $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = 90^\circ \Rightarrow S, A, B, C$ nằm trên mặt cầu đường kính SC .

Ta có $R = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{AS^2 + AB^2 + BC^2}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

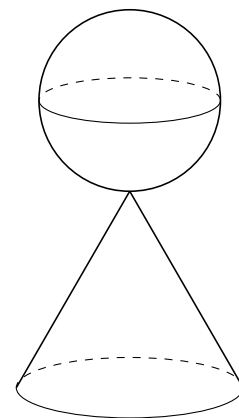


Chọn đáp án **C**

□

Câu 1419.

Một khối pha lê gồm một hình cầu (H_1), bán kính R và một hình nón (H_2) có bán kính đáy và đường sinh lần lượt là r, l thỏa mãn $r = \frac{l}{2}$ và $l = \frac{3R}{2}$ xếp chồng lên nhau (hình vẽ). Biết tổng diện tích mặt cầu (H_1) và diện tích toàn phần của hình nón (H_2) là 91 cm^2 . Tính diện tích của khối cầu (H_1).



- A. $\frac{26}{5} \text{ cm}^2$. B. 64 cm^2 . C. 16 cm^2 . D. $\frac{104}{5} \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Ta có $r = \frac{l}{2} = \frac{3R}{4}$. Vì tổng diện tích mặt cầu (H_1) và diện tích toàn phần của hình nón (H_2) là 91 cm^2 nên

$$\pi r l + \pi r^2 + 4\pi R^2 = 91 \Leftrightarrow \pi \frac{3R}{4} \cdot \frac{3R}{2} + \pi \left(\frac{3R}{4}\right)^2 + 4\pi R^2 = 91 \Leftrightarrow \pi R^2 = 16 \Leftrightarrow 4\pi R^2 = 64 \text{ cm}^2.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1420. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Lời giải.

Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \widehat{SAC} = 90^\circ$.

Do $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SC \Rightarrow \widehat{SBC} = 90^\circ$.

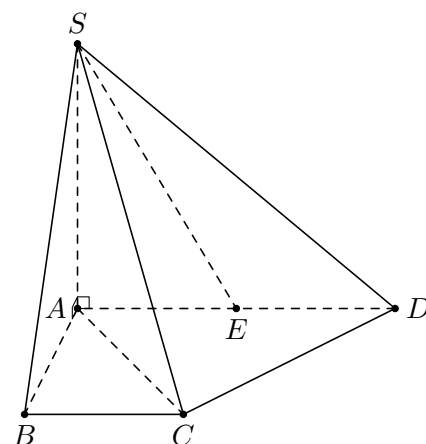
Do $CE \parallel AB \Rightarrow CE \perp (SAD) \Rightarrow CE \perp SE \Rightarrow \widehat{SEC} = 90^\circ$.

Suy ra các điểm A, B, E cùng nhìn đoạn SC dưới một góc vuông nên mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E là mặt cầu đường kính SC .

Bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E là $R = \frac{SC}{2}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A có $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$

$\Rightarrow SC = AC\sqrt{2} = 2a \Rightarrow R = \frac{SC}{2} = a$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1421. Cho hai đường tròn có chung dây cung AB và nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu chứa cả hai đường tròn đó?

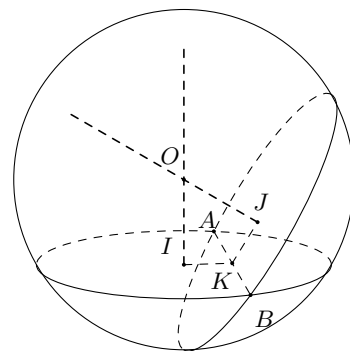
- A. 2. B. 1.
C. Vô số. D. Không có mặt cầu nào.

Lời giải.

Gọi I, J là tâm của hai đường tròn có chung dây cung AB .

Trong mặt phẳng trung trực của đoạn AB , hai trục của hai đường tròn cắt nhau tại một điểm O duy nhất (do hai mặt phẳng chứa hai đường tròn phân biệt cắt nhau).

Do đó có duy nhất một mặt cầu chứa cả hai đường tròn đó.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1422. Thể tích của khối cầu nội tiếp hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{2}$ là

- A. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{6}$. B. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{6}$.

Lời giải.

Bán kính khối cầu là $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, suy ra thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1423. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì có mặt cầu ngoại tiếp.
 B. Hình chóp có đáy là tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.
 C. Hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.
 D. Hình chóp có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải.

Hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp khi và chỉ khi đáy là một đa giác nội tiếp. Trong các hình: tứ giác, hình thang vuông, hình bình hành, hình thang cân, chỉ có hình thang cân là tứ giác nội tiếp.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1424. Diện tích xung quanh của một hình cầu bằng $16\pi \text{ cm}^2$. Bán kính của hình cầu đó là

- A. 8 cm. B. 2 cm. C. 4 cm. D. 6 cm.

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = 4\pi R^2 \Leftrightarrow 16\pi = 4\pi R^2 \Leftrightarrow R = 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1425. Cho khối cầu có thể tích bằng $36\pi a^3$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. $36\pi a^2$. B. $12\pi a^2$. C. $12a^2$. D. $36a^2$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính khối cầu. Từ $V = \frac{4\pi R^3}{3} = 36\pi a^3$ suy ra $R = 3a$.

Do đó diện tích mặt cầu là $S = 4\pi(3a)^2 = 36\pi a^2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1426. Nếu tứ diện đều có cạnh bằng a thì mặt cầu ngoại tiếp của tứ diện đó có bán kính bằng

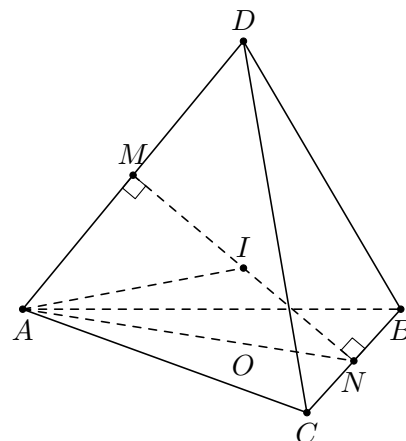
- A. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

Xét tứ diện đều $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và CB . Gọi I là trung điểm của MN . Khi đó, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Ta có
$$\begin{cases} MN^2 = AN^2 - AM^2 \\ AI^2 = AM^2 + MI^2. \end{cases}$$

Ta được $AI^2 = \frac{3AM^2 + AN^2}{4} = \frac{3a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1427. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = AA' = 2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. $9\pi a^2$. B. $\frac{9\pi a^2}{4}$. C. $3\pi a^2$. D. $\frac{3\pi a^2}{4}$.

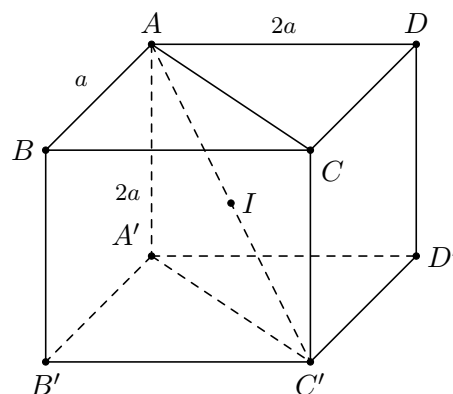
Lời giải.

Ta có trung điểm I của AC' là tâm mặt cầu.

Bán kính mặt cầu là

$$\begin{aligned} R &= IA = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AD^2 + A'A^2} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 4a^2 + 4a^2} = \frac{3}{2}a. \end{aligned}$$

Suy ra diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{9}{4}a^2 = 9\pi a^2$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1428. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có kích thước a , $a\sqrt{3}$, $2a$ là

- A. $8a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $16\pi a^2$. D. $8\pi a^2$.

Lời giải.

Xét hình hộp chữ nhật là $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$.

Gọi I là trung điểm $A'C'$, suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Ta có bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

$$R = \frac{1}{2}AC' = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = a\sqrt{2}.$$

Vậy diện tích mặt cầu là: $S = 4\pi R^2 = 8\pi a^2$.

Chọn đáp án **D**

□

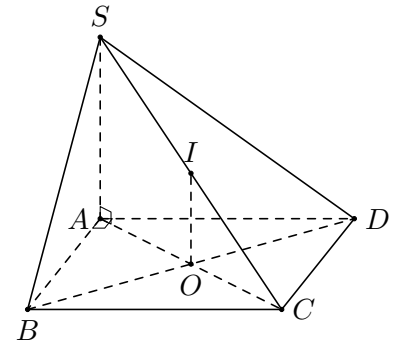
Câu 1429. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy ($ABCD$). Tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $2a^2$. B. $8\pi a^2$. C. $a^2\sqrt{2}$. D. $2\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và I là trung điểm của SC , ta có

- IO là đường trung bình của tam giác SAC nên $IO \parallel SA \Rightarrow IO \perp (ABCD)$. Mặt khác do $ABCD$ là hình vuông tâm O nên IO là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Vì vậy $IA = IB = IC = ID$ (1).
- Tam giác SAC vuông tại A , I là trung điểm của SC nên $IA = IC = IS$ (2).



Từ (1) và (2) suy ra mặt cầu tâm I , bán kính $IC = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AB^2 + AD^2}}{2} = a\sqrt{2}$ ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Diện tích mặt cầu là $S_{mc} = 4\pi(a\sqrt{2})^2 = 8\pi a^2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1430. Cho hình lập phương có thể tích bằng $64a^3$. Thể tích của khối cầu nội tiếp hình lập phương đó bằng

A. $V = \frac{8\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{16\pi a^3}{3}$. C. $V = \frac{64\pi a^3}{3}$. D. $V = \frac{32\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có hình lập phương có thể tích là $64a^3$, suy ra độ dài cạnh của hình lập phương là $4a$.

Do khối cầu nội tiếp hình lập phương nên suy ra bán kính khối cầu là $R = 2a$.

Vậy $V_{\text{khối cầu}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\pi a^3}{3}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1431. Trong không gian $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): 2x - 4y + 4z + 3 = 0$ và cách điểm $A(2; -3; 4)$ một khoảng $k = 3$. Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $2x - 4y + 4z - 5 = 0$ hoặc $2x - 4y + 4z - 13 = 0$.
 B. $x - 2y + 2z - 25 = 0$.
 C. $2 - 2y + 2z - 7 = 0$.
 D. $x - 2y + 2z - 25$ hoặc $x - 2y + 2z - 7 = 0$.

Lời giải.

Theo đề bài thì $(\alpha) \parallel (\beta): 2x - 4y + 4z + 3 = 0 \Rightarrow (\alpha): 2x - 4y + 4z + d = 0$, với $d \neq 3$.

Ta có

$$\begin{aligned} d[A, (\alpha)] = 3 &\Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 2 - 4 \cdot (-3) + 4 \cdot 4 + d|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2 + 4^2}} = 3 \\ &\Leftrightarrow |32 + d| = 18 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} d = -14 \text{ (nhận)} \\ d = -50 \text{ (nhận)} \end{cases} \end{aligned}$$

Với $d = -14 \Rightarrow (\alpha): 2x - 4y + 4z - 14 = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2z - 7 = 0$.

Với $d = -50 \Rightarrow (\alpha): 2x - 4y + 4z - 50 = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2z - 25 = 0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1432. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là

A. $2\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\frac{2}{3}\pi a^2$. D. $\frac{1}{2}\pi a^2$.

Lời giải.

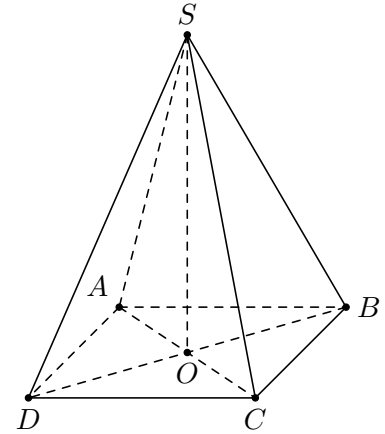
Gọi O là tâm của $ABCD$. Khi đó ta có SO là trục của đường tròn ngoại tiếp $ABCD$.

$ABCD$ là hình vuông nên $AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$\triangle SOA$ vuông tại $O \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó $OA = OB = OC = OD = OS = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên O là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$ và bán kính mặt cầu ngoại tiếp là $OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$ là $2\pi a^2$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1433. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu đi qua tất cả các đỉnh của lăng trụ theo a .

A. $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

B. $R = \frac{a}{2}$.

C. $R = 2a$.

D. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$.

Do $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ là tam giác vuông cân tại A và A' nên O, O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $A'B'C'$. Suy ra OO' là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$.

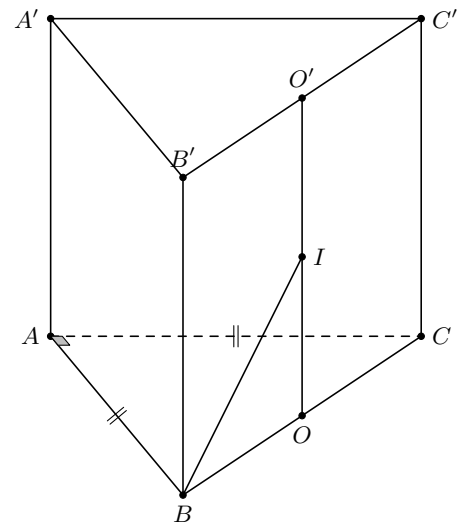
Gọi I là trung điểm OO' thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ và bán kính $R = IB$.

Xét $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên ta có

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow OB = \frac{a\sqrt{2}}{2} \text{ và } OI = \frac{AA'}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Xét $\triangle IOB$ vuông tại O nên $IB = \sqrt{OI^2 + OB^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1434. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $BC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB và SC . Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $AHKCB$ là

A. $\sqrt{2}\pi a^3$.

B. $\frac{\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

D. $\frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm cạnh AC .

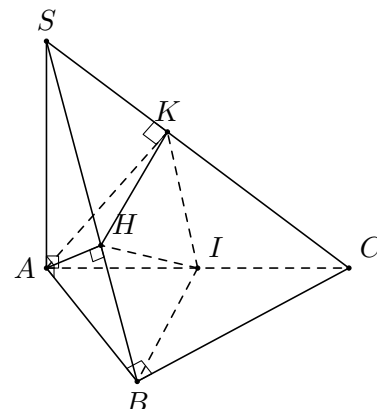
Các tam giác ABC , AKC vuông tại B và K , ta có

$$IB = IA = IC = IK \quad (1).$$

Ta có $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC).$

Mà $HC \subset (SBC)$ nên $AH \perp HC$.

Suy ra $\triangle AHC$ vuông tại $H \Rightarrow IH = IA = IC$. (2)



Từ (1) và (2) suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKCB$.

$$\text{Bán kính } R = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 2a\sqrt{2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Khi đó thể tích khối cầu nói trên là } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2\sqrt{2}a^3 = \frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1435. Cho hình trụ có bán kính đáy r , trục $OO' = 2r$ và mặt cầu đường kính OO' . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Diện tích mặt cầu bằng diện tích xung quanh của hình trụ.
- B. Diện tích mặt cầu bằng $\frac{3}{4}$ diện tích xung quanh của hình trụ.
- C. Diện tích mặt cầu bằng diện tích toàn phần của hình trụ.
- D. Thể tích khối cầu bằng $\frac{3}{4}$ thể tích của khối trụ.

Lời giải.

$$\text{Diện tích xung quanh hình trụ là } S_{xq} = 2\pi r OO' = 4\pi r^2.$$

$$\text{Diện tích toàn phần hình trụ là } S_{tp} = S_{xq} + 2 \cdot B = 6\pi r^2.$$

$$\text{Thể tích khối trụ là } V_{trụ} = OO' \cdot B = 2\pi r^3.$$

$$\text{Diện tích mặt cầu là } S_{cầu} = 4\pi r^2.$$

$$\text{Thể tích khối cầu là } V_{cầu} = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Vậy diện tích mặt cầu bằng diện tích xung quanh của hình trụ.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1436. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 1, thiết diện qua trục là hình vuông. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối trụ đó.

- A. $V = \frac{4\pi\sqrt{2}}{3}$.
- B. $V = 3\pi\sqrt{3}$.
- C. $V = 6\pi\sqrt{3}$.
- D. $V = \frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Đường kính đáy hình trụ là } 1 \cdot 2 = 2.$$

$$\text{Đường kính khối cầu là } \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Bán kính khối cầu là } R = \sqrt{2}.$$

$$\text{Thể tích khối cầu là } \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{8\pi\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1437. Một cốc đựng nước dạng hình trụ có chiều cao 15 cm, đường kính đáy 8 cm và có mực nước trong cốc là 12 cm. Thả vào cốc nước 3 viên bi có cùng bán kính bằng 2 cm. Hỏi nước dâng cao cách mép cốc bao nhiêu cm?

- A. 1,5.
- B. 15.
- C. 1.
- D. 12,5.

Lời giải.

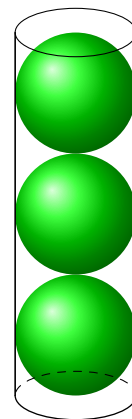
Hình trụ có chiều cao $h = 15$ cm, bán kính đáy $r = 4$ cm.

Mỗi viên bi có bán kính $r_1 = 2$ cm nên thể tích 3 viên bi là $V_1 = 3 \cdot \frac{4}{3}\pi r_1^3 = 32\pi$.

Khi thả 3 viên bi vào cốc nước, mực nước dâng lên thêm chiều cao h_1 . Thể tích mực nước dâng lên là

$$V_2 = \pi r^2 h_1 \Rightarrow 16\pi h_1 = 32\pi \Rightarrow h_1 = 2.$$

Vậy mực nước dâng cao cách mép cốc là $15 - 12 - 2 = 1$ cm.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1438. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương là

- A. $\frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{12\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

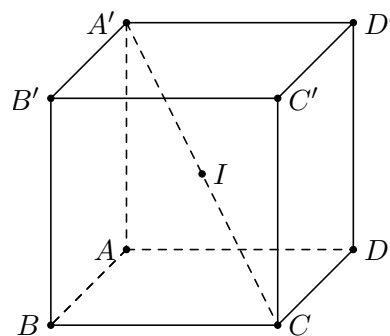
Lời giải.

Gọi I là trung điểm $A'C$. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương.

Bán kính mặt cầu là $R = CI = \frac{1}{2} \cdot CA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương là

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \frac{3\sqrt{3}a^3}{8} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1439. Cắt mặt cầu (S) bằng một mặt phẳng cách tâm một khoảng bằng 4 cm được thiết diện là một hình tròn có diện tích 9π cm². Tính thể tích khối cầu (S) .

- A. $\frac{250\pi}{3}$ cm³. B. $\frac{2500\pi}{3}$ cm³. C. $\frac{25\pi}{3}$ cm³. D. $\frac{500\pi}{3}$ cm³.

Lời giải.

Gọi R , r , d lần lượt là bán kính mặt cầu (S) , bán kính đường tròn thiết diện và khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng.

Hình tròn có diện tích $9\pi \Leftrightarrow 9\pi = \pi r^2 \Rightarrow r = 3$.

Ta có $R^2 = d^2 + r^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow R = 5$.

Vậy thể tích khối cầu (S) là

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = \frac{500\pi}{3} \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **D**

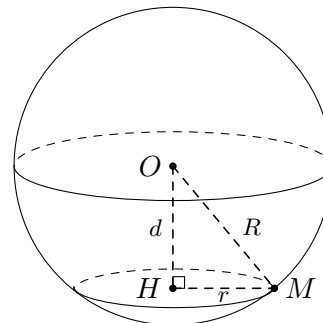
□

Câu 1440. Thể tích của khối cầu bán kính bằng $3a$ là

- A. $108\pi a^3$. B. $36\pi a^3$. C. πa^2 . D. $9\pi a^3$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{4}{3}\pi \cdot (3a)^3 = 36\pi a^3$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1441. Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng tennis được xếp theo chiều dọc, các quả bóng có kích thước như nhau. Thể tích phần không gian còn trống trong hộp chiếm tỉ lệ $a\%$ so với thể tích của hộp bóng. Số a gần nhất với số nào sau đây?

A. 50.

B. 60.

C. 30.

D. 33.

Lời giải.

Gọi bán kính quả bóng tennis là r .

Theo giả thiết, ta có bán kính và chiều cao hình trụ lần lượt là r và $6r$.

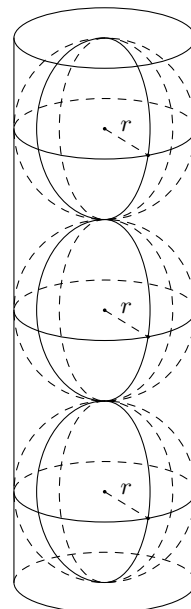
Thể tích khối trụ là $V_T = \pi r^2 \cdot 6r = 6\pi r^3$.

Tổng thể tích ba quả bóng tennis là $V_B = 3 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^3$.

Suy ra tỉ số thể tích phần không gian còn trống so với thể tích của hộp bóng là

$$\frac{V_T - V_B}{V_T} = \frac{6\pi r^3 - 4\pi r^3}{6\pi r^3} = \frac{1}{3} \approx 33,33\%.$$

Vậy a gần nhất với 33.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1442. Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1$, $BC = 2$, $CC' = 2$. Mặt cầu đi qua tất cả các đỉnh của hình hộp đó có bán kính là

A. 1.

B. $\frac{4}{9}$.

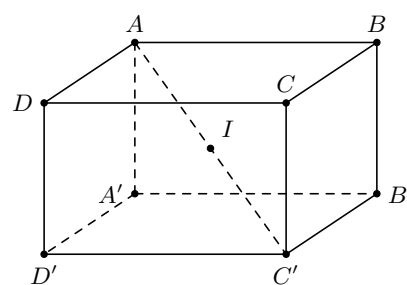
C. $\frac{3}{2}$.

D. 3.

Lời giải.

Đường kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật bằng AC' nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật với ba kích thước a, b, c là

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{1}{2}\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = \frac{3}{2}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1443. Cho mặt cầu (S_1) có bán kính R_1 , mặt cầu (S_2) có bán kính $R_2 = 3R_1$. Tính tỉ số diện tích của mặt cầu (S_2) và (S_1) .

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{9}$.

C. 3.

D. 9.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{S_2}{S_1} = \frac{4\pi R_2^2}{4\pi R_1^2} = \frac{9R_1^2}{R_1^2} = 9.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1444. Tính diện tích mặt cầu S khi biết chu vi đường tròn lớn của nó bằng 4π .

A. $S = 32\pi$.

B. $S = 64\pi$.

C. $S = 8\pi$.

D. $S = 16\pi$.

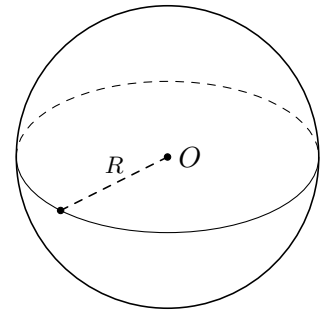
Lời giải.

Gọi R là bán kính mặt cầu S .

Đường tròn lớn có bán kính bằng R .

Chu vi đường tròn lớn bằng $2\pi R = 4\pi \Rightarrow R = 2$

Diện tích mặt cầu S là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 2^2 = 16\pi$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1445. Cho hình trụ có chiều cao bằng 8 nội tiếp trong hình cầu có bán kính bằng 5. Tính thể tích khối trụ này.

A. 36π .

B. 200π .

C. 144π .

D. 72π .

Lời giải.

Gọi I là tâm của hình cầu, AB là một đường kính của đáy hình trụ.

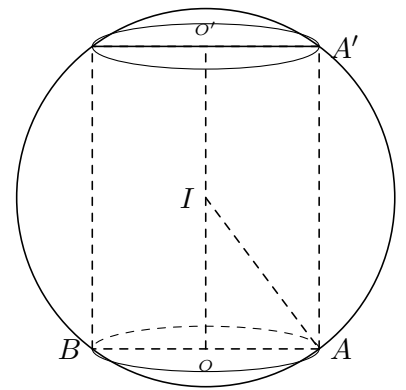
Gọi O là hình chiếu của I lên một mặt đáy của hình trụ.

Ta có $\triangle IOA$ vuông tại O , cạnh $IA = 5$, $IO = \frac{8}{2} = 4$.

Theo định lý Pi-ta-go ta có $OA^2 = IA^2 - IO^2 = 5^2 - 4^2 = 3^2$.

Suy ra bán kính đáy của khối trụ là $OA = 3$.

Thể tích khối trụ $V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot OA \cdot OO' = \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 36\pi$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1446. Thể tích khối cầu bán kính $2a$ bằng

A. $\frac{32\pi a^3}{3}$.

B. $2\pi a^3$.

C. $4\pi a^3$.

D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32\pi a^3}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1447. Cho mặt cầu (S) có đường kính 10 cm và mặt phẳng (P) cách tâm mặt cầu một khoảng 4 cm. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. (P) và (S) có vô số điểm chung.

B. (P) tiếp xúc với (S).

C. (P) cắt (S) theo một đường tròn bán kính 3 cm.

D. (P) cắt (S).

Lời giải.

Do mặt cầu (S) có đường kính 10 cm nên có bán kính $R = 5$ cm, khoảng cách từ tâm mặt cầu đến (P) bằng 4 cm nên (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn bán kính $r = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ cm. Vậy (P) và (S) không thể tiếp xúc với nhau.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1448. Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh bằng $3a$. Xét một mặt cầu (C) chứa đường tròn đáy của hình nón đồng thời tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón đó. Diện tích của mặt cầu (C) bằng

A. $\frac{8}{3}\pi a^2$.

B. $12\pi a^2$.

C. $8\pi a^2$.

D. $\frac{16}{3}\pi a^2$.

Lời giải.

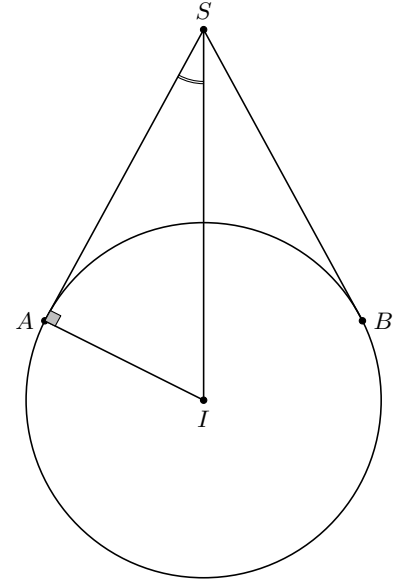
Giả sử SA là một đường sinh của hình nón còn I là tâm của mặt cầu (C) .

Do mặt cầu (C) tiếp xúc với tất cả đường sinh của hình nón nên bán kính mặt cầu là $R = IA$.

Khi đó tam giác SAI vuông tại A và có $SA = 3a$, $\widehat{ASI} = 30^\circ$, do đó

$$R = IA = SA \cdot \tan 30^\circ = 3a \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = a\sqrt{3}.$$

Vậy diện tích mặt cầu (C) là $S = 4\pi \cdot IA^2 = 12\pi a^2$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1449. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Thể tích khối cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{24}$.

C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{9}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi I là trung điểm của MN . Vì tứ diện $ABCD$ đều nên MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD suy ra điểm I cách đều hai cạnh AB và CD . Tương tự ta chứng minh được điểm I cách đều các cạnh BC, AD, AC, BD .

Mặt cầu (S) tiếp xúc với tất cả các cạnh của tứ diện $ABCD$ có tâm I , bán kính $r = \frac{1}{2}MN$.

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{AN^2 - AM^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

Thể tích khối cầu (S) là $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^3 = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{24}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1450. Cắt một mặt cầu (S) bởi một mặt phẳng qua tâm được thiết diện là một đường tròn có đường kính bằng 4 cm. Tính thể tích khối cầu.

A. $\frac{256\pi}{3} \text{ cm}^3$.

B. $16\pi \text{ cm}^3$.

C. $\frac{32\pi}{3} \text{ cm}^3$.

D. $64\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Thiết diện sẽ là đường tròn lớn, suy ra bán kính của mặt cầu bằng 2 cm.

Do đó thể tích khối cầu bằng $V = \frac{4\pi \cdot 2^3}{3} = \frac{32\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1451. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình bát diện đều có cạnh bằng a .

A. $\frac{2}{3}\pi a^2$.

B. $\frac{1}{3}\pi a^2$.

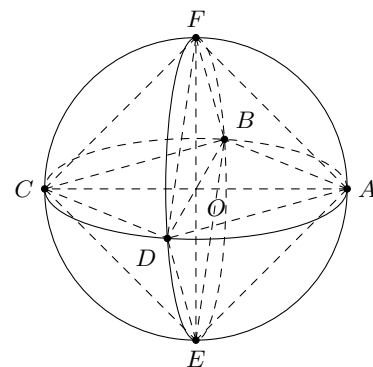
C. πa^2 .

D. $2\pi a^2$.

Lời giải.

Tâm của mặt cầu ngoại tiếp bát diện đều chính là tâm của hình vuông $ABCD$ và bán kính $R = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Vậy } S_{mc} = 4\pi R^2 = 2\pi a^2.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1452. Cho biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O; r)$ theo giao tuyến là một đường tròn lớn có chu vi là 6π . Khi đó, hãy tính thể tích khối cầu tạo nên bởi mặt cầu đã cho.

A. 36π .

B. 9π .

C. 18π .

D. 32π .

Lời giải.

Vì mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O; r)$ theo giao tuyến là một đường tròn lớn nên bán kính đường tròn lớn là r .

Ta có chu vi đường tròn lớn $2\pi r = 6\pi \Rightarrow r = 3$.

Vậy thể tích khối cầu tạo nên bởi mặt cầu đã cho là $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 3^3 = 36\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1453. Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn bán kính $2R$, biết khoảng cách từ tâm của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) là R . Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. $20\pi R^2$.

B. $\frac{12}{3}\pi R^2$.

C. $\frac{20}{3}\pi R^2$.

D. $12\pi R^2$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R_0 = \sqrt{(2R)^2 + R^2} = \sqrt{5}R$.

Diện tích mặt cầu (S) là $4\pi R_0^2 = 4\pi \times 5R^2 = 20\pi R^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1454. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $S = 3\pi a^2$.

B. $S = \pi a^2$.

C. $S = \frac{4\pi a^2}{3}$.

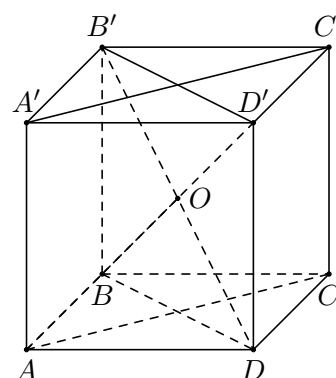
D. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó O cách đều 8 đỉnh $A, B, C, D, A', B', C', D'$. Do đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Bán kính $R = OA = \frac{AC'}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích mặt cầu là $S = 4 \cdot \pi \cdot R^2 = 3\pi a^2$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1455. Thể tích khối cầu đường kính $4a$ bằng

A. $\frac{32\pi}{3}a^3$.

B. $\frac{256\pi}{a^3}$.

C. $\frac{4\pi}{3}a^3$.

D. $8\pi a^3$.

Lời giải.

Đường kính khối cầu bằng $4a$ nên bán kính khối cầu bằng $2a$. Thể tích khối cầu bán kính $2a$ là

$$V = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32\pi}{3}a^3.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1456. Thể tích của khối cầu bán kính $a\sqrt{3}$ bằng

A. $4\pi a^3\sqrt{3}$.

B. $\pi a^3\sqrt{3}$.

C. $4\pi a^3$.

D. $2\pi a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Thể tích là $V = \frac{4}{3}\pi(a\sqrt{3})^3 = 4\pi a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1457. Cho một hình cầu bán kính r và một bình đựng nước có dạng hình trụ với bán kính đáy r , chiều cao $2r$ (bỏ qua bề dày xung quanh của hình trụ). Thả hình cầu trong bình đã đầy nước thì một lượng nước trong hình trụ bị trào ra ngoài. Tỉ số thể tích giữa lượng nước bị trào ra và thể tích của hình trụ là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Thể tích hình cầu là $\frac{4}{3}\pi r^3$, thể tích hình trụ là $2\pi r^3$.

Tỉ số thể tích giữa lượng nước trào ra và thể tích của hình trụ chính là tỉ số thể tích giữa hình cầu và thể tích hình trụ. Do đó, tỉ số cần tìm bằng $\frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1458. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ nội tiếp trong một mặt cầu có bán kính bằng 3. Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $24\sqrt{3}$.

B. $\frac{27\sqrt{2}}{4}$.

C. $72\sqrt{3}$.

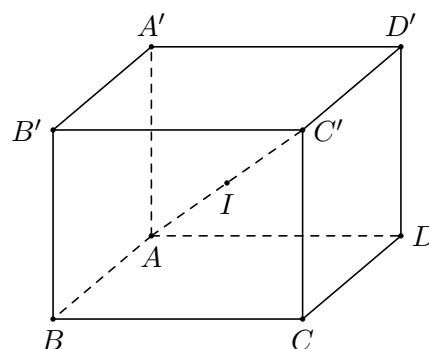
D. $54\sqrt{2}$.

Lời giải.

Mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có tâm I là trung điểm của AC' nên $AC' = 6$.

Ta có $AC' = \sqrt{3}AB \Rightarrow AB = 2\sqrt{3}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB^3 = 24\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1459. Cho mặt cầu có diện tích là $72\pi \text{ cm}^2$. Bán kính R của khối cầu là

A. $R = \sqrt{6} \text{ cm}$.

B. $R = 6 \text{ cm}$.

C. $R = 3 \text{ cm}$.

D. $R = 3\sqrt{2} \text{ cm}$.

Lời giải.

Theo công thức diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 \Leftrightarrow 72\pi = 4\pi R^2 \Rightarrow R = 3\sqrt{2} \text{ cm}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1460. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B , $SA = 2a$, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $R = a$.

B. $R = 2a$.

C. $R = a\sqrt{2}$.

D. $R = 2a\sqrt{2}$.

Lời giải.

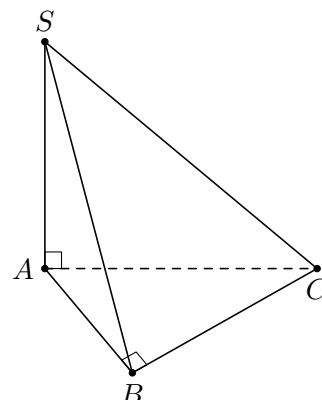
Vì $SA \perp (ABC)$ nên $\widehat{SAC} = 90^\circ$.

Lại có $\widehat{ABC} = 90^\circ$ nên $BC \perp (SAB) \Rightarrow \widehat{SBC} = 90^\circ$.

Do vậy, SC là đường kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4a^2$ và $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2\sqrt{2}a$.

Do đó $R = a\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1461.

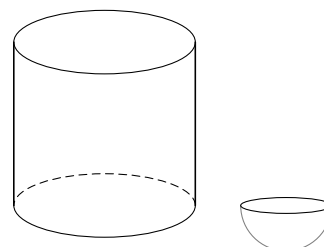
Một người dùng một cái ca hình bán cầu (một nửa hình cầu) có bán kính là 3 cm để mức nước đổ vào một cái thùng hình trụ có chiều cao là 10 cm và bán kính đáy bằng 6 cm. Hỏi người đó sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? (biết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy)

A. 10 lần.

B. 24 lần.

C. 20 lần.

D. 12 lần.



Lời giải.

Thể tích của cái thùng hình trụ là $V_1 = \pi \cdot 6^2 \cdot 10 = 360\pi$ (cm³).

Thể tích hình bán cầu là $V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 18\pi$ (cm³).

Ta có $\frac{V_1}{V_2} = 20 \Rightarrow$ cần đổ 20 lần thì nước sẽ đầy thùng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1462.

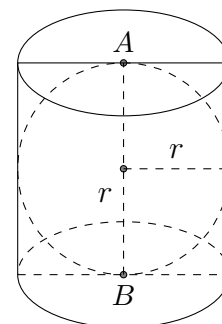
Một hình trụ có tâm các đáy là A, B . Biết rằng mặt cầu đường kính AB tiếp xúc với các mặt đáy của hình trụ tại A, B và tiếp xúc với mặt xung quanh của hình trụ đó. Diện tích của mặt cầu này là 16π (tham khảo hình bên). Tính diện tích xung quanh S_{xq} của mặt trụ đã cho.

A. $S_{xq} = \frac{16\pi}{3}$.

B. $S_{xq} = 8\pi$.

C. $S_{xq} = 16\pi$.

D. $S_{xq} = \frac{8\pi}{3}$.



Lời giải.

Vì diện tích của mặt cầu bằng 16π nên ta có $4\pi r^2 = 16\pi \Leftrightarrow r = 2$.

Suy ra mặt trụ có đường sinh $l = AB = 2r = 4$.

Vậy diện tích xung quanh của mặt trụ là $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi \cdot 2 \cdot 4 = 16\pi$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1463. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		2	3	2	$+\infty$

Suy ra, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1464. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Đáy ABC nội tiếp đường tròn tâm I có bán kính bằng $2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

A. $a\sqrt{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{17}}{2}$.

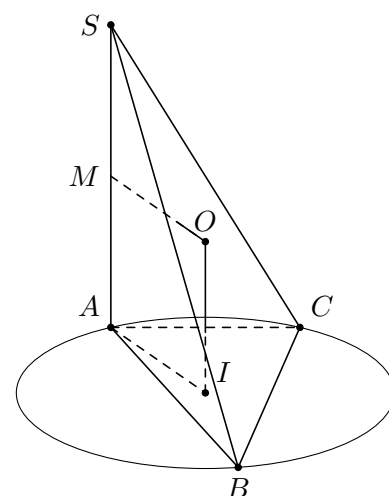
C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Gọi R, r lần lượt là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp và bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy ABC .

Ta có $R = \sqrt{r^2 + \frac{SA^2}{4}} = \sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$.



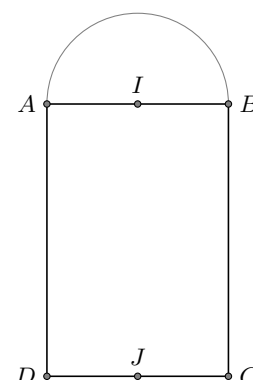
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1465.

Cho hình chữ nhật $ABCD$ và nửa đường tròn đường kính AB như hình vẽ. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD . Biết $AB = 4, AD = 6$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục IJ là

A. $V = \frac{40}{3}\pi$. B. $V = \frac{88}{3}\pi$. C. $V = \frac{104}{3}\pi$. D. $V = \frac{56}{3}\pi$.



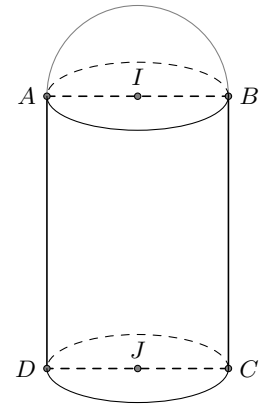
Lời giải.

Khi quay mô hình quanh trục IJ ta được khối tròn xoay gồm nửa khối cầu bán kính $R = \frac{AB}{2} = 2$ và khối trụ có chiều cao $h = AD = 6$, bán kính $R = 2$.

Thể tích nửa khối cầu là: $V_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 = \frac{16}{3} \pi$.

Thể tích khối trụ là $V_2 = \pi R^2 h = 24\pi$.

Vậy $V = V_1 + V_2 = \frac{88}{3} \pi$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1466. Một người dùng một cái ca hình bán cầu có bán kính là 3 cm để mức nước đổ vào trong một lon hình trụ với chiều cao 3 cm và bán kính đáy bằng 12 cm. Hỏi người ấy sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy lon (giả thiết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy và không bị rơi vãi khi chiết nước)?

A. 24 lần.

B. 12 lần.

C. 20 lần.

D. 10 lần.

Lời giải.

Thể tích của cái ca là $V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi \cdot 3^3}{3} = 18\pi \text{ cm}^3$.

Thể tích của lon hình trụ là $V' = \pi \cdot 12^2 \cdot 3 = 432\pi \text{ cm}^3$.

Ta có $\frac{V'}{V} = \frac{432\pi}{18\pi} = 24$.

Vậy sau 24 lần đổ thì nước đầy lon.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1467. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = b, AA' = c$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp là

A. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{4}$.

C. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

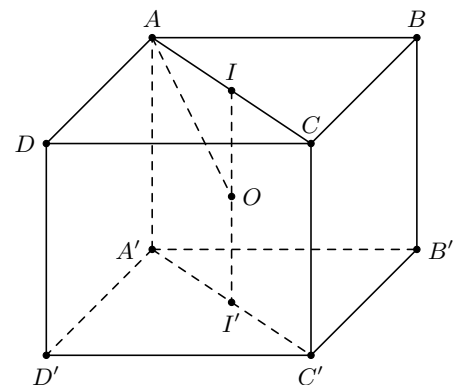
D. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi I và I' lần lượt là tâm của tứ giác $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

Khi đó trung điểm O của II' chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp.

Ta có $R = OA = \frac{1}{2} AC' = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1468.

Một bồn chứa nước gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ (như hình vẽ). Đường sinh của hình trụ có độ dài bằng hai lần đường kính của hình cầu. Biết thể tích của bồn chứa nước là $\frac{128\pi}{3} \text{ m}^3$.

Tính diện tích xung quanh của cái bồn chứa nước.

A. $48\pi \text{ (m}^2\text{)}$.

B. $50\pi \text{ (m}^2\text{)}$.

C. $40\pi \text{ (m}^2\text{)}$.

D. $64\pi \text{ (m}^2\text{)}$.



Lời giải.

Gọi R là bán kính các nửa hình cầu. Thể tích bồn chứa nước bằng $\frac{4}{3}\pi R^3 + \pi R^2 \cdot (4R) = \frac{128\pi}{3} \Rightarrow R = 2$.
Do đó, diện tích xung quanh của cái bồn chứa nước là $S = 2\pi R^2 + 2\pi R^2 + 2\pi R \cdot (4R) = 12\pi R^2 = 48\pi$ (m^2).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1469. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA = 12a$, $SA \perp (ABCD)$ và $AB = 3a$, $AD = 4a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = 6.5a$.

B. $R = 13a$.

C. $R = 12a$.

D. $R = 6a$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC, BD và I là trung điểm của SC .

$\Rightarrow OI$ là đường trung bình của $\triangle SAC$.

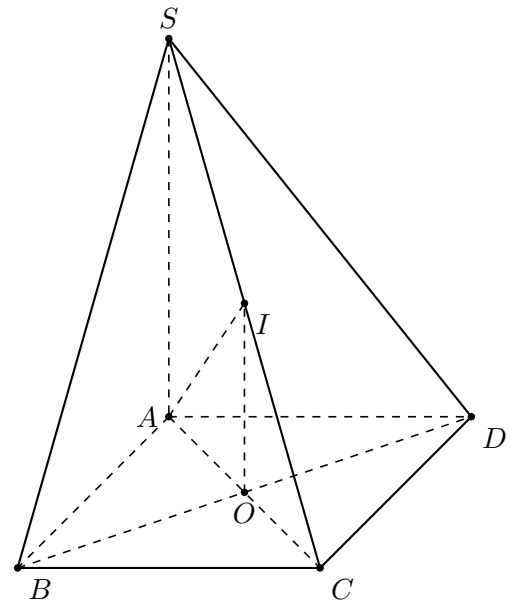
$\Rightarrow OI \parallel SA \Rightarrow OI \perp (ABCD)$.

Ta có $OA = OB = OC = OD$ (vì $ABCD$ là hình chữ nhật).

Mà $OI \perp (ABCD)$ nên $IA = IB = IC = ID$.

Do $IC = IS$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$$\Rightarrow R = SI = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{SA^2 + AB^2 + AC^2} = \frac{13}{2}a.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1470. Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a . Góc giữa đường chéo của mặt bên và đáy của lăng trụ là 60° . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đó.

A. $\frac{13}{3}\pi a^2$.

B. $\frac{5}{3}\pi a^2$.

C. $\frac{13}{9}\pi a^2$.

D. $\frac{5}{9}\pi a^2$.

Lời giải.

Giả sử khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Do giả thiết $CC' \perp (ABC)$ và $(C'B, (ABC)) = (C'B, BC) = C'BC$. Do giả thiết suy ra $C'BC = 60^\circ$.

Gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $A'B'C'$. Gọi E là trung điểm của AA' , trong mặt phẳng $(AA'O'O)$ dựng đường thẳng Δ qua E và vuông góc với AA' . Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ suy ra $\{I\} = OO' \cap \Delta$. Gọi R là tâm mặt cầu lăng trụ suy ra $R = IA$.

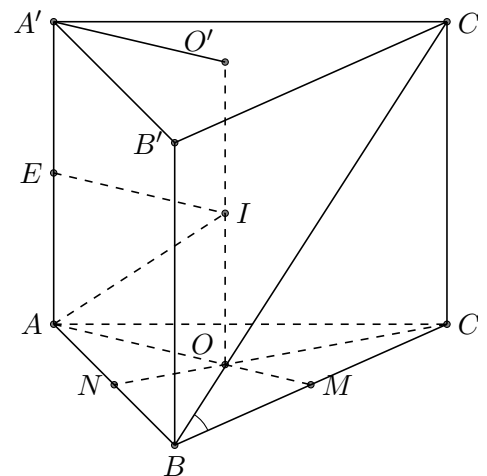
Khi đó $R = \sqrt{OA^2 + IO^2}$.

$$\text{Mà } OA = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Trong tam giác vuông BCC' ta có $CC' = BC \tan C'BC = a \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$. Do đó $IO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Do đó } R = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = a\sqrt{\frac{13}{12}}. \text{ Gọi } S \text{ là diện tích mặt cầu nên } S = 4\pi R^2 = \frac{13a^2}{3}\pi.$$

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 1471. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a, SB = b, SC = c$ và đôi một vuông góc. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$. B. $\pi(a^2 + b^2 + c^2)$. C. $\frac{\pi\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$. D. $\frac{\pi(a^2 + b^2 + c^2)}{2}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, SA .

Ta có M là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBC$.

Dựng đường thẳng qua N và song song với SM cắt trục đường tròn tam giác $\triangle SBC$ tại I nên I chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có bán kính $R = SI$.

Ta có $SM = \frac{BC}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{SB^2 + SC^2} = \frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{2}$ và $IM = \frac{SA}{2} = \frac{a}{2}$.

$$R = SI = \sqrt{IM^2 + SM^2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}.$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $\pi(a^2 + b^2 + c^2)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1472. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

- A. $8\pi a^2$. B. $a^2\sqrt{2}$. C. $2\pi a^2$. D. $2a^2$.

Lời giải.

Gọi $AC \cap BD = O$ và I là trung điểm SC .

Ta có $BC \perp (SAB)$ nên $BC \perp SB$.

Chứng minh tương tự ta có $CD \perp SD$.

Ba tam giác $\triangle SAC, \triangle SBC, \triangle SDC$ là ba tam giác vuông có chung cạnh huyền SC nên ta có $AI = BI = DI = \frac{1}{2}SC = SI = CI$.

Do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ và $R = IS = IA = IB = IC = ID = \frac{SC}{2} = a\sqrt{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ là $S = 4\pi R^2 = 8\pi a^2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1473. Tỷ số giữa thể tích khối lập phương và khối cầu ngoại tiếp khối lập phương đó là

- A. $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$. C. $\frac{3\pi}{2\sqrt{3}}$. D. $\frac{3}{\pi\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối lập phương cạnh a và khối cầu ngoại tiếp hình lập phương đó.

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{a^3}{\frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3} = \frac{2\sqrt{3}}{3\pi}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1474. Hình lăng trụ nào sau đây có mặt cầu ngoại tiếp?

- A. Hình lăng trụ có đáy là đa giác nội tiếp đường tròn.
- B. Hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành với hai đường chéo không bằng nhau.
- C. Hình lăng trụ có đáy là hình chữ nhật.
- D. Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác.

Lời giải.

Lăng trụ đứng có đáy là đa giác nội tiếp đường tròn thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1475. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, tam giác ABC vuông tại B . Biết $SB = \sqrt{5}a$, $BC = \sqrt{3}a$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

- A. $S = 4\sqrt{2}\pi a^2$.
- B. $S = 8\pi a^2$.
- C. $S = 2\pi a^2$.
- D. $S = 4\pi a^2$.

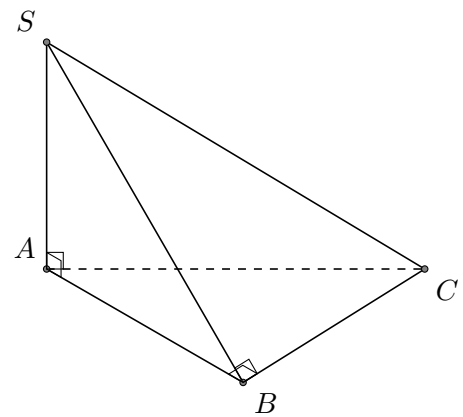
Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Ta có $\widehat{SAC}$ và $\widehat{SBC}$ cùng nhìn SC dưới một góc 90° . Do vậy, tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là trung điểm SC .

Ta có $SC = \sqrt{SB^2 + BC^2} = 2a\sqrt{2}$.

Ta có $S = 4\pi \frac{SC^2}{4} = 8\pi a^2$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1476. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước là 3, 4, 12. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp của hình hộp chữ nhật.

- A. 13.
- B. 15.
- C. $\frac{13}{2}$.
- D. $\frac{15}{2}$.

Lời giải.

Xét hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 12$.

Gọi I là trung điểm AC' .

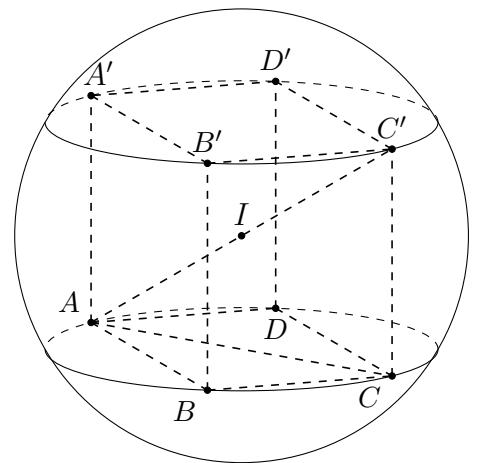
Trong hình chữ nhật $AA'C'C$ ta có $IA = IA' = IC' = IC$.

Trong hình chữ nhật $BB'D'D$ ta có $IB = IB' = ID' = ID$.

Khi đó, khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ nội tiếp mặt cầu tâm I bán kính $R = \frac{AC'}{2}$.

Ta có $AC'^2 = CC'^2 + AC^2 = CC'^2 + AB^2 + AD^2 = 169$.

Vậy bán kính mặt cầu cần tìm $R = \frac{13}{2}$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1477. Cho mặt cầu (S) tâm I bán kính R . Một mặt phẳng cắt mặt cầu (S) và cách tâm I một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Bán kính của đường tròn do mặt phẳng cắt mặt cầu tạo nên là

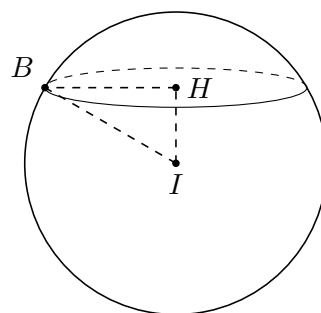
- A. $\frac{3R}{2}$.
- B. $\frac{R\sqrt{3}}{4}$.
- C. $\frac{R}{2}$.
- D. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của I trên mặt phẳng cắt mặt cầu, B là một điểm bất kì trên đường tròn giao tuyến. Khi đó

$$HB^2 = IB^2 - IH^2 = R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{3R^2}{4}.$$

Vậy bán kính đường tròn giao tuyến là $HB = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1478. Cho tứ diện $SABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc, $SA = SB = 2a, SC = 4a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ là

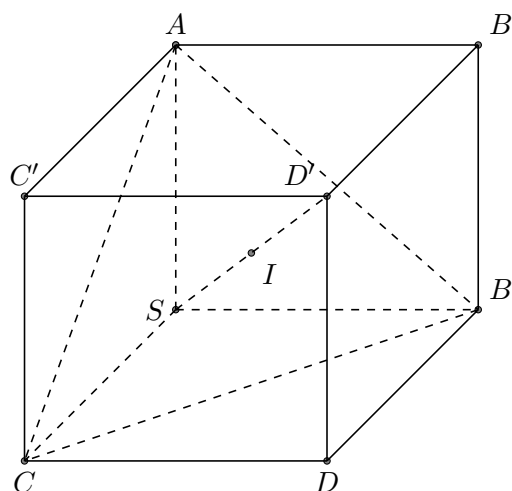
- A. $8\sqrt{6}\pi a^3$. B. $32\sqrt{6}\pi a^3$. C. $16\sqrt{6}\pi a^3$. D. $24\sqrt{6}\pi a^3$.

Lời giải.

• $SABC$ là tam diện vuông. Dựng hình hộp chữ nhật $SBDC.AB'D'C'$ như hình vẽ. Tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là trung điểm I của SD' .

• $R = \frac{1}{2}SD' = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + SB^2 + SC^2} = a\sqrt{6}$.

• Thể tích mặt cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 8\sqrt{6}\pi a^3$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1479. Cho hình lập phương có cạnh bằng 4. Mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương có bán kính bằng

- A. 2. B. $2\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $4\sqrt{2}$.

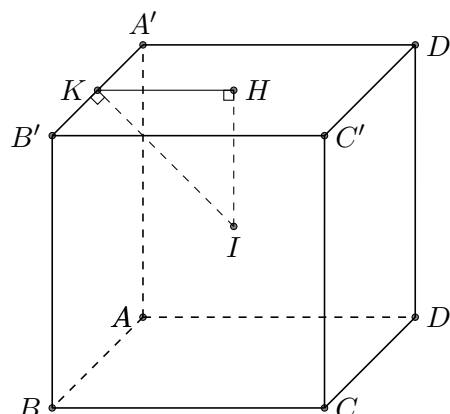
Lời giải.

Mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương có tâm trùng với tâm của hình lập phương và bán kính bằng khoảng cách từ tâm của hình lập phương đến cạnh của hình lập phương đó.

Gọi I là tâm của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng $(ABCD)$ và cạnh $A'B'$.

Bán kính mặt cầu cần tìm là

$$IK = \sqrt{IH^2 + HK^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1480. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

A. $a\frac{\sqrt{3}}{3}$.

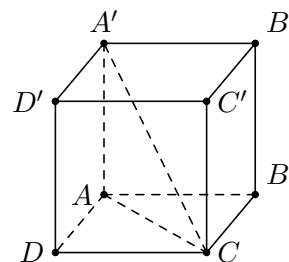
B. a .

C. $2\sqrt{3}a$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$.Trong tam giác $AA'C$ ta có $A'C^2 = AA'^2 + AC^2 = AA'^2 + AB^2 + BC^2 = 4a^2 + 4a^2 + 4a^2 = 12a^2$.Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là

$$R = \frac{A'C}{2} = a\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1481. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1$, $AD = 2$, $AA' = 2$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BA'C'$.

A. $S = 9\pi$.

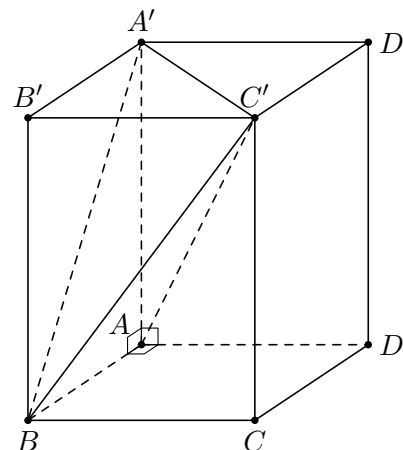
B. $S = 36\pi$.

C. $S = 18\pi$.

D. $S = \frac{9\pi}{2}$.

Lời giải.Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BA'C'$ cũng là mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó mặt cầu có tâm là trung điểm AC' và bán kính là

$$R = \frac{AC'}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{AA'^2 + A'C'^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{AA'^2 + AB^2 + AD^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = \frac{3}{2}.$$

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 9\pi$.Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1482. Tính thể tích khối cầu (S), biết rằng mặt cầu (S) có diện tích bằng 20π .

A. $\frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$.

B. $\frac{20\pi\sqrt{5}}{3}$.

C. $\frac{20\pi}{3}$.

D. $20\pi\sqrt{5}$.

Lời giải.Theo bài ra ta có $4\pi R^2 = 20\pi \Rightarrow R = \sqrt{5}$.Từ đó suy ra thể tích khối cầu $V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{20\pi\sqrt{5}}{3}$.Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1483. Gọi R , S , V lần lượt là bán kính, diện tích và thể tích của khối cầu. Công thức nào sau đây là **sai**?

A. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

B. $S = \pi R^2$.

C. $3V = S \cdot R$.

D. $S = 4\pi R^2$.

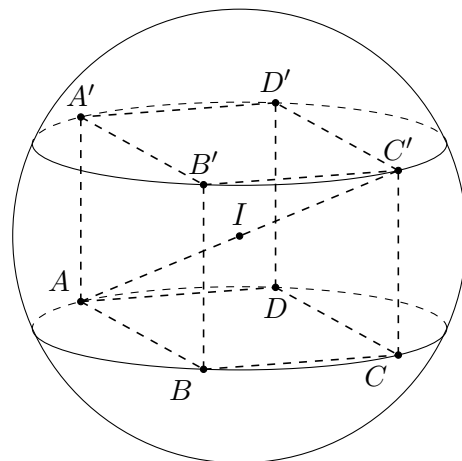
Lời giải.Công thức diện tích khối cầu là: $S = 4\pi R^2$.Công thức thể tích khối cầu là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.Nên công thức $S = \pi R^2$ là công thức **sai**.Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1484. Cho hình lập phương có cạnh bằng 2. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng

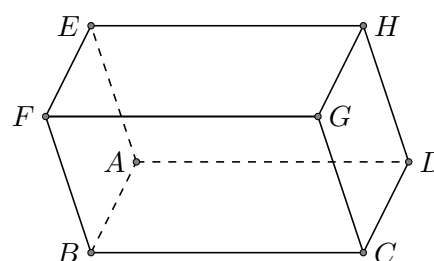
A. 6π .B. $4\sqrt{3}\pi$.C. 8π .D. 12π .**Lời giải.**Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.Gọi I là trung điểm đoạn AC' .

$$\Rightarrow \begin{cases} I \text{ là tâm hình chữ nhật } AA'C'C \\ I \text{ là tâm hình chữ nhật } BB'D'D. \end{cases}$$

Ta được $IA = IB = IC = ID = IA' = IB' = IC' = ID'$. $\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.Ta có $AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2 = 12 \Rightarrow IA = \sqrt{3}$.Diện tích mặt cầu $S = 4\pi IA^2 = 12\pi$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1485.** Cho 3 điểm A, B, C cùng thuộc một mặt cầu và góc $\widehat{ACB} = 90^\circ$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?A. AB là đường kính của đường tròn giao tuyến tạo bởi mặt cầu và mặt phẳng (ABC) .B. Mặt phẳng (ABC) cắt mặt cầu theo giao tuyến là một đường tròn lớn.C. $\triangle ABC$ vuông cân tại C .D. AB là một đường kính của mặt cầu đã cho.**Lời giải.**Gọi I là tâm mặt cầu.Mệnh đề “Mặt phẳng (ABC) cắt mặt cầu theo giao tuyến là một đường tròn lớn” và mệnh đề “ AB là một đường kính của mặt cầu đã cho” chỉ đúng khi mặt phẳng (ABC) đi qua tâm I .Mệnh đề “ $\triangle ABC$ vuông cân tại C ” cần thêm điều kiện $AC = BC$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1486.** Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c . Gọi (S) là mặt cầu đi qua 8 đỉnh của hình hộp chữ nhật đó. Tính diện tích của hình cầu (S) theo a, b, c .A. $\frac{\pi}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$. B. $2\pi(a^2 + b^2 + c^2)$. C. $\pi(a^2 + b^2 + c^2)$. D. $4\pi(a^2 + b^2 + c^2)$.**Lời giải.**Giả sử $ABCD.EFGH$ là hình hộp chữ nhật có $AB = a, AD = b, AE = c$.Ta có: $FD^2 = FB^2 + BD^2 = FB^2 + CD^2 + BC^2 = a^2 + b^2 + c^2$.Do hình hộp chữ nhật nội tiếp mặt cầu nên FD là đường kính của mặt cầu đó.Suy ra bán kính của mặt cầu $r = \frac{FD}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$.

Khi đó diện tích mặt cầu là

$$S = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2} \right)^2 = \pi(a^2 + b^2 + c^2).$$

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1487.** Cho hai điểm phân biệt A, B . Tìm tập hợp tâm của các mặt cầu đi qua hai điểm A, B .

- A. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .
 B. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với AB .
 C. Đường tròn đường kính AB .
 D. Chỉ có một tâm duy nhất đó là trung điểm của AB .

Lời giải.

Tập hợp tâm của các mặt cầu đi qua hai điểm A, B cách đều A và B . Vậy tập hợp các tâm mặt cầu đó là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1488. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a, AA' = 2a$. Diện tích S của mặt cầu đi qua 6 đỉnh của hình lăng trụ đó.

- A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = \frac{16\pi a^2}{3}$. C. $S = a^2$. D. $S = \frac{4\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là tâm mặt cầu đi qua 6 đỉnh của hình lăng trụ, gọi O, O' lần lượt là hình chiếu của I lên mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$.

Do $IA = IB = IC = IA' = IB' = IC'$ nên O, O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $A'B'C'$.

Do IO và IO' vuông góc với mặt đáy, suy ra I, O, O' thẳng hàng.

Do hai tam giác vuông AOI và $A'O'I$ bằng nhau nên $IO = IO'$.

Ta có $r = OA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ là bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy.

$$\text{Khi đó bán kính mặt cầu } R = IA = \sqrt{r^2 + \left(\frac{AA'}{2}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } S = 4\pi R^2 = \frac{16\pi a^2}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1489. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có $SA = 6, SB = 8, SC = 10$ và SA, SB, SC đôi một vuông góc.

- A. $S = 100\pi$. B. $S = 400\pi$. C. $S = 200\pi$. D. $S = 150\pi$.

Lời giải.

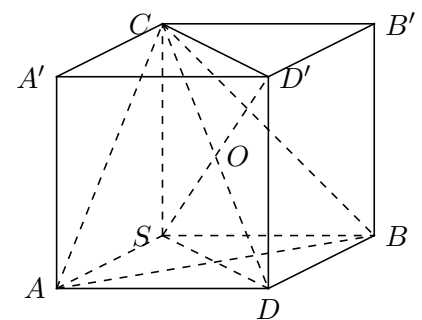
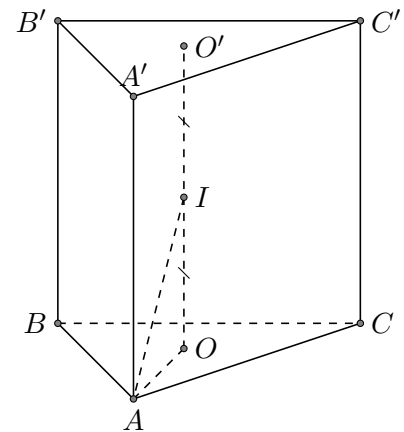
Dựng hình hộp chữ nhật $SABD.CA'B'D'$. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ cũng chính là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp $SABD.CA'B'D'$. Gọi O là giao điểm hai đường chéo SD' và CD của hình hộp, suy ra O là tâm của mặt cầu cần tìm và bán kính của mặt cầu là SO . Áp dụng định lý Pitago ta có:

$$CD = 2SO = \sqrt{SC^2 + SD^2} = \sqrt{SC^2 + SA^2 + SB^2}$$

$$\Rightarrow R = SO = \frac{\sqrt{SA^2 + SB^2 + SC^2}}{2} = 5\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy diện tích mặt cầu là } S = 4\pi R^2 = 4\pi (5\sqrt{2})^2 = 200\pi.$$

Chọn đáp án **(C)** □



Câu 1490. Quay một miếng bìa hình tròn có diện tích bằng $16\pi a^2$ quanh một trong những đường kính, ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{64}{3}\pi a^3$. B. $\frac{128}{3}\pi a^3$. C. $\frac{256}{3}\pi a^3$. D. $\frac{32}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Bán kính của miếng bìa hình tròn là $R = 4a$. Khối tròn xoay nhận được là khối cầu có bán kính $R = 4a$ và có thể tích là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{256}{3}\pi a^3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1491. Cho đường tròn ($\mathcal{C}$) ngoại tiếp tam giác đều ABC có cạnh bằng a , chiều cao AH . Quay đường tròn ($\mathcal{C}$) xung quanh trục AH ta được một mặt cầu. Tính thể tích V của khối cầu tương ứng đó.

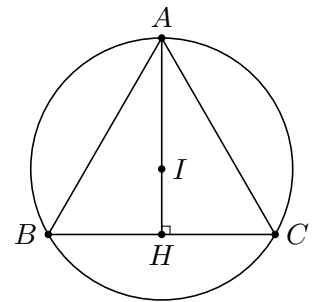
- A. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{27}$. C. $V = \frac{4\pi a^3}{9}$. D. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{54}$.

Lời giải.

Ta có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cũng là trọng tâm của tam giác ABC . Suy ra, I cũng là tâm của mặt cầu khi quay đường tròn ($\mathcal{C}$) xung quanh trục AH . Vậy bán kính của mặt cầu bằng $IA = \frac{2}{3}AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích của khối cầu đó là

$$V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{27}.$$



Chọn đáp án **B** □

Câu 1492. Cho hình lập phương có thể tích bằng $64a^3$. Tính thể tích của khối cầu nội tiếp của hình lập phương đó.

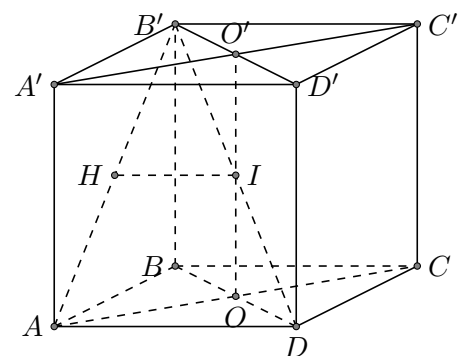
- A. $V = \frac{16\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{64a^3\pi}{3}$. C. $V = \frac{32a^3\pi}{3}$. D. $V = \frac{8a^3\pi}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối lập phương bằng $64a^3$ nên cạnh hình lập phương $4a$.

Bán kính mặt cầu nội tiếp hình lập phương $R = \frac{4a}{2} = 2a$.

Vậy thể tích khối cầu nội tiếp hình lập phương. $V = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32}{3}\pi a^3$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 1493. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau

- A. Cắt hình nón tròn xoay bằng một mặt phẳng đi qua trục thu được thiết diện là tam giác cân.
 B. Cắt hình trụ tròn xoay bằng một mặt phẳng vuông góc với trục thu được thiết diện là hình tròn.
 C. Hình cầu có vô số mặt phẳng đối xứng.
 D. Mặt cầu là mặt tròn xoay sinh ra bởi một đường tròn khi quay quanh đường kính của nó.

Lời giải.

Dựa vào định nghĩa và tính chất của hình trụ tròn xoay ta suy ra khẳng định sai là: Cắt hình trụ tròn xoay bằng một mặt phẳng vuông góc với trục thu được thiết diện là hình tròn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1494. Cho mặt cầu (S) có diện tích $4\pi a^2 \text{ cm}^2$. Khi đó, thể tích khối cầu (S) là

- A. $\frac{\pi a^3}{3} (\text{cm}^3)$. B. $\frac{4\pi a^3}{3} (\text{cm}^3)$. C. $\frac{16\pi a^3}{3} (\text{cm}^3)$. D. $\frac{64\pi a^3}{3} (\text{cm}^3)$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính mặt cầu (S) .

Áp dụng công thức tính diện tích mặt cầu: $4\pi R^2 = 4\pi a^2 \Rightarrow R = a (\text{cm})$.

Thể tích V_C của khối cầu (S) là:

$$V_C = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi a^3}{3} (\text{cm}^3).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1495. Một mặt cầu có diện tích 16π thì bán kính mặt cầu bằng

- A. 2. B. $4\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 4.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 \Leftrightarrow 16\pi = 4\pi R^2 \Leftrightarrow R = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1496. Một quả bóng bàn có mặt ngoài là mặt cầu bán kính 2 cm. Tính diện tích mặt ngoài của quả bóng bàn.

- A. 4 cm^2 . B. $4\pi \text{ cm}^2$. C. $16\pi \text{ cm}^2$. D. 16 cm^2 .

Lời giải.

$$S = 4\pi R^2 = 16\pi \text{ cm}^2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1497. Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = 4$ bằng

- A. $V = 36\pi$. B. $V = 64\pi$. C. $V = 48\pi$. D. $V = \frac{256\pi}{3}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1498. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\triangle ABC$ vuông tại B , $BA = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $R = a\sqrt{5}$. B. $R = 2a\sqrt{5}$. C. $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. D. $R = \frac{a\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải.

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$$

$\Rightarrow \triangle SBC$ vuông tại B .

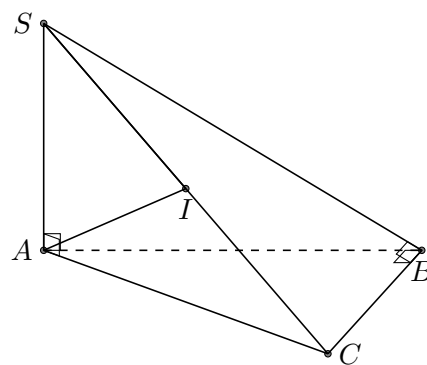
Gọi I là trung điểm của SC .

Do $\triangle SBC$ vuông ở B nên $IS = IB = IC$.

Do $\triangle SAC$ vuông ở A nên $IS = IA = IC$.

Suy ra $IS = IA = IB = IC$ nên I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Do đó, bán kính mặt cầu là

$$R = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1499. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây:

- A. Cắt hình nón tròn xoay bằng một mặt phẳng đi qua trục thu được thiết diện là một tam giác cân.
- B. Cắt hình trụ tròn xoay bằng một mặt phẳng vuông góc với trục thu được thiết diện là một hình tròn.
- C. Hình cầu có vô số mặt phẳng đối xứng.
- D. Mặt cầu là mặt tròn xoay sinh bởi một đường tròn khi quay quanh một đường kính của nó.

Lời giải.

Cắt hình trụ tròn xoay bằng một mặt phẳng vuông góc với trục thu được thiết diện là đường tròn mới đúng. Chỉ khi nào cắt khối trụ tròn xoay bằng một mặt phẳng vuông góc với trục ta mới thu được thiết diện là một hình tròn.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1500. Mặt cầu (S) có diện tích bằng 20π , thể tích khối cầu (S) bằng

- A. $\frac{20\pi\sqrt{5}}{3}$.
- B. $20\pi\sqrt{5}$.
- C. $\frac{20\pi}{3}$.
- D. $\frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu (S): $4\pi R^2 = 20\pi \Rightarrow R = \sqrt{5}$.

Thể tích khối cầu (S) là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(\sqrt{5})^3 = \frac{20\pi\sqrt{5}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1501. Cho tứ diện $ABCD$ có đáy BCD là tam giác vuông tại C , $BC = CD = a\sqrt{3}$, góc $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, khoảng cách từ điểm B đến (ACD) là $a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích mặt cầu ngoại tiếp $ABCD$ bằng bao nhiêu?

- A. $4\pi a^3\sqrt{3}$.
- B. $12\pi^3$.
- C. $12\pi a^3\sqrt{3}$.
- D. $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi S là trung điểm AC . Vì hai tam giác ABC, ACD vuông có chung cạnh huyền AC nên $SA = SB = SC = SD$ hay S là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm BD , suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Khi đó SI là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD hay $SI \perp (BCD)$.

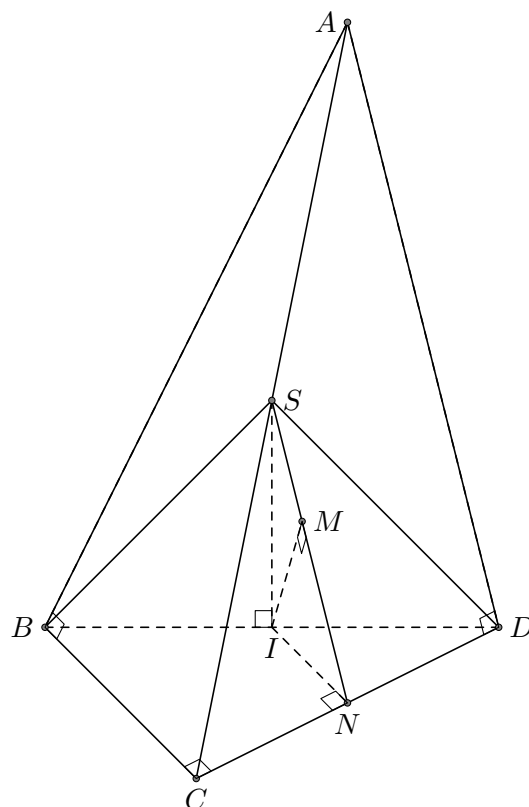
Gọi N, M lần lượt là hình chiếu của I lên CD, SN . Suy ra $SM \perp (SCN)$. Khi đó

$$IM = d(I; (SCN)) = d(I; (ACD)) = \frac{1}{2}d(B; (ACD)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

N là trung điểm CD nên $IN = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Ta có

$$\frac{1}{IN^2} + \frac{1}{IS^2} = \frac{1}{IM^2} \Rightarrow SI^2 = \frac{3a^2}{2}.$$

Ta có $R = SC = \sqrt{SI^2 + CI^2} = a\sqrt{3}$. Thể tích mặt cầu cần tìm $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 4\pi a^3\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1502. Một hình trụ có trục OO' chứa tâm của một mặt cầu bán kính R , các đường tròn đáy của hình trụ đều thuộc mặt cầu trên, đường cao của hình trụ đúng bằng R . Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V = \frac{3\pi R^3}{4}$.

B. $V = \pi R^3$.

C. $V = \frac{\pi R^3}{4}$.

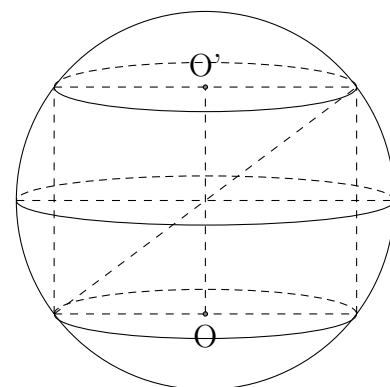
D. $V = \frac{\pi R^3}{3}$.

Lời giải.

Đường kính đáy của khối trụ $2r = \sqrt{(2R)^2 - R^2} = R\sqrt{3}$.

$$\Rightarrow r = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Thể tích khối trụ } V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{R\sqrt{3}}{2} \right)^2 R = \frac{3\pi R^3}{4}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1503. Cho khối cầu (S) có thể tích bằng 36π (cm^3). Diện tích mặt cầu bằng bao nhiêu?

A. 64π (cm^2).

B. 18π (cm^2).

C. 36π (cm^2).

D. 27π (cm^2).

Lời giải.

$$\text{Thể tích khối cầu bằng } 36\pi \Rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow r = 3.$$

$$\text{Vậy diện tích mặt cầu } (S) \text{ là: } S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1504. Một người dùng một cái ca hình bán cầu có bán kính bằng 3 cm để mức nước đổ vào trong một thùng hình trụ chiều cao 3 cm và bán kính đáy bằng 12 cm. Hỏi người ấy sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? Biết rằng mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy.

A. 10 lần.

B. 20 lần.

C. 24 lần.

D. 12 lần.

Lời giải.

Thể tích của chiếc ca là $V_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 18\pi$.

Thể tích của khối trụ là $V_t = \pi \cdot 3 \cdot 12^2 = 432\pi$.

Ta có $V_t = 24V_c$ nên sau 24 lần đổ thì nước đầy thùng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1505. Chỉ ra khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. Khối lăng trụ có đáy có diện tích là B , đường cao của lăng trụ là h , khi đó thể tích khối lăng trụ là $V = Bh$.

B. Diện tích xung quanh của mặt nón có bán kính đường tròn đáy r và đường sinh l là $S = \pi rl$.

C. Mặt cầu có bán kính là R thì thể tích khối cầu là $V = 4\pi R^3$.

D. Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đường tròn đáy r và chiều cao của trụ l là $S_{tp} = 2\pi r(l + r)$.

Lời giải.

Ta có thể tích khối cầu bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Do đó khẳng định: Mặt cầu có bán kính là R thì thể tích khối cầu là $V = 4\pi R^3$ là sai.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1506. Mặt cầu (S) có diện tích bằng $100\pi \text{ cm}^2$ thì nó có bán kính bằng bao nhiêu?

A. 3 cm.

B. $\sqrt{5}$ cm.

C. 4 cm.

D. 5 cm.

Lời giải.

Ký hiệu S , R lần lượt là diện tích và bán kính của mặt cầu. Ta có

$$S = 4\pi R^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}} = \sqrt{\frac{100\pi}{4\pi}} = 5 \text{ cm.}$$

Chọn đáp án **D**

□

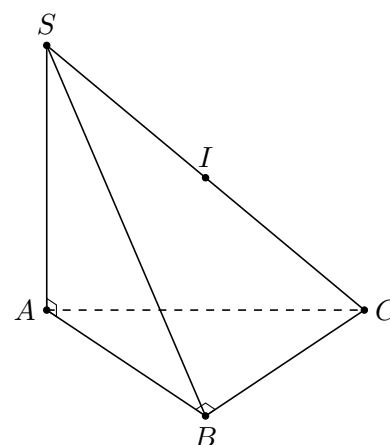
Câu 1507. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B . Biết $SA = 2a$, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $r = a$.B. $r = 2a$.C. $r = a\sqrt{2}$.D. $r = 2a\sqrt{2}$.**Lời giải.**

Xét $\triangle ABC$, ta có $AC = 2a \Rightarrow SC = 2a\sqrt{2}$.

Do $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$, hay $\triangle SBC$ vuông tại B .

Gọi I là trung điểm của SC . Do các $\triangle SAC$; $\triangle SBC$ lần lượt vuông tại A và $B \Rightarrow IS = IA = IB = IC$, suy ra mặt cầu tâm I bán kính r ngoại tiếp hình chóp đã cho. Ta có $r = \frac{SC}{2} = a\sqrt{2}$.

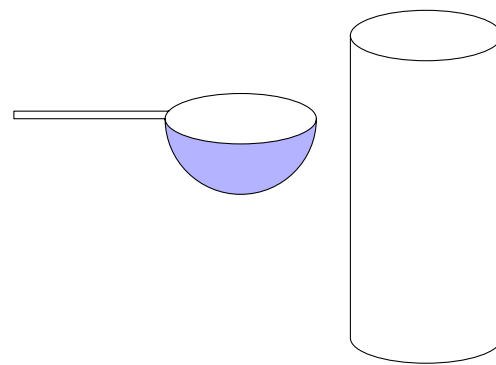


Chọn đáp án **C**

□

Câu 1508.

Một người dùng một cái ca hình bán cầu (một nửa hình cầu) có bán kính là 3 cm để múc nước đổ vào một cái thùng hình trụ chiều cao 10 cm và bán kính đáy bằng 6 cm. Hỏi người đó sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? (Biết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy.)



- A. 10 lần. B. 24 lần. C. 12 lần. D. 20 lần.

Lời giải.

— Ta có thể tích của thùng chứa nước là $V_1 = 10 \cdot \pi \cdot 6^2 = 360\pi \text{ cm}^3$.

— Thể tích của ca múc nước là $V_2 = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 18\pi \text{ cm}^3$.

Do $V_1 = 20 \cdot V_2$. Vậy cần phải múc 20 lần thì nước đầy thùng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1509. Cho hình chóp $S.ABC$, $AB = 6 \text{ cm}$, $AC = 8 \text{ cm}$, $BC = 10 \text{ cm}$. Mặt bên SBC là tam giác vuông tại S . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $100\pi \text{ (cm}^2\text{)}$. B. $20\pi \text{ (cm}^2\text{)}$. C. $400\pi \text{ (cm}^2\text{)}$. D. $\frac{500\pi}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$.

Lời giải.

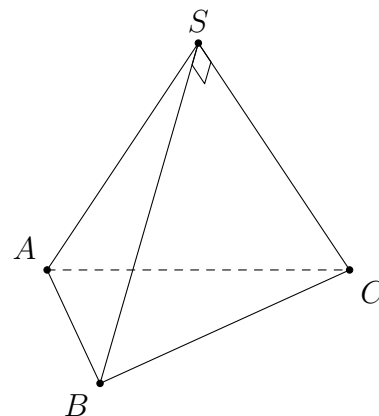
Ta có $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 = BC^2$

$\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại $A \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ$. (1)

Mặt khác tam giác SBC vuông tại $S \Rightarrow \widehat{BSC} = 90^\circ$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra S, A, B, C cùng thuộc mặt cầu đường kính BC .

Bán kính $R = \frac{BC}{2} = 5 \Rightarrow S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 5^2 = 100\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.



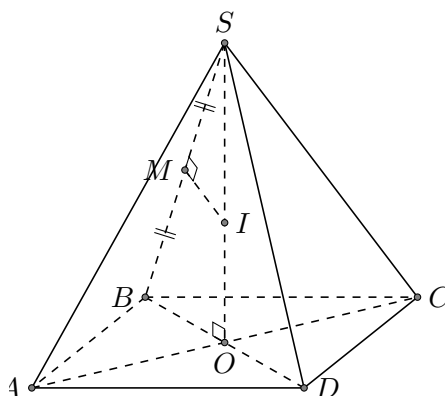
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1510. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp một hình chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng 2 và cạnh đáy bằng 1.

- A. $\frac{32\pi}{7}$. B. $\frac{8\pi}{7}$. C. $\frac{128\pi}{21\sqrt{14}}$. D. $\frac{16\pi}{\sqrt{14}}$.

Lời giải.



Gọi $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều, O là giao điểm của AC và BD , M là trung điểm của SB . Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với SB và cắt SO tại I . Suy ra, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Xét $\triangle MSI$ và $\triangle OSB$ là hai tam giác đồng dạng, ta có

$$\frac{MS}{OS} = \frac{SI}{SB} \Rightarrow R = SI = \frac{MS \cdot SB}{OS}.$$

Mặt khác $OS = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{14}}{2}$. Do đó $R = \frac{1 \cdot 2}{\frac{\sqrt{14}}{2}} = \frac{2\sqrt{14}}{7}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp là $S = 4\pi R^2 = \frac{32\pi}{7}$ (đvdt).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1511. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

A. $4\pi a^2$.

B. πa^2 .

C. $\sqrt{2}\pi a^2$.

D. $2\pi a^2$.

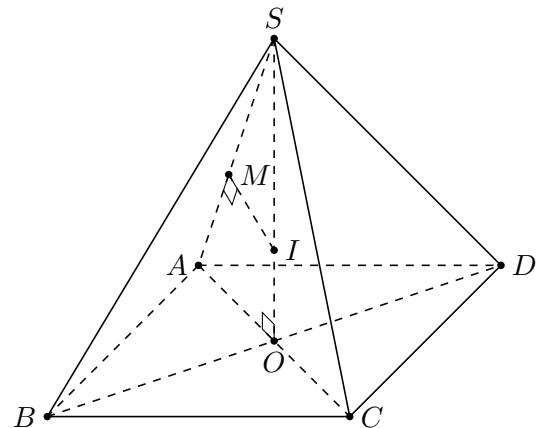
Lời giải.

Gọi M là trung điểm SA , trên SO lấy điểm I sao cho $MI \perp SA$.

Khi đó $IS = IA = IB = IC = ID$ và I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Lại có $\triangle SMI \sim \triangle SOA$ nên $IS = \frac{SM \cdot SA}{SO} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Diện tích mặt cầu là $4\pi \cdot IS^2 = 2\pi a^2$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1512. Thể tích khối cầu có diện tích mặt ngoài bằng 36π là

A. 9π .

B. 36π .

C. $\frac{\pi}{9}$.

D. $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính mặt cầu, khi đó $S = 4\pi R^2 = 36\pi \Leftrightarrow R = 3$.

Vậy thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1513. Trong mặt phẳng cho góc xOy . Một mặt phẳng (P) thay đổi và vuông góc với đường phân giác trong của góc xOy cắt Ox, Oy lần lượt tại A, B . Trong (P) lấy điểm M sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. M chạy trên một mặt cầu.

B. M chạy trên một mặt nón.

C. M chạy trên một mặt trụ.

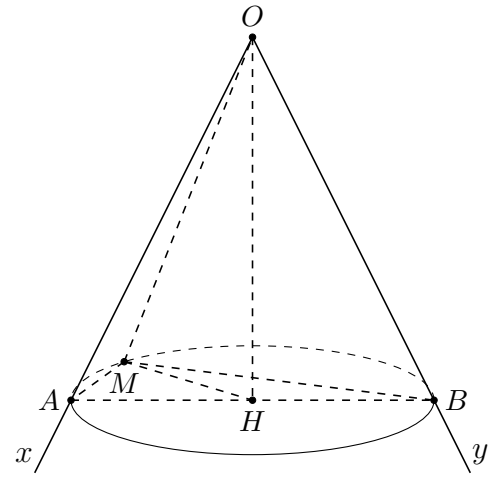
D. M chạy trên một đường tròn.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB . Khi đó H là hình chiếu của O trên (P) . Vì $\widehat{AMB} = 90^\circ$ nên M thuộc đường tròn đường kính AB . Suy ra $\triangle MOH = \triangle AOH$, do đó

$$\widehat{MOH} = \widehat{AOH} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$$

không đổi. Vậy M chạy trên mặt nón sinh ra khi quay đường thẳng Ox quanh đường thẳng OH .



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1514. Trong không gian cho hai điểm A, B cố định, phân biệt và điểm M thay đổi sao cho diện tích tam giác MAB không thay đổi. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Tập hợp các điểm M là một mặt phẳng. B. Tập hợp các điểm M là một mặt trụ.
C. Tập hợp các điểm M là một mặt nón. D. Tập hợp các điểm M là một mặt cầu.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có khoảng cách từ M đến AB là $d(M, AB) = \frac{2S_{ABC}}{AB}$ không đổi. Do đó tập hợp các điểm M là mặt trụ với trục là đường thẳng AB , bán kính $\frac{2S_{ABC}}{AB}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1515. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a$, $AA' = \sqrt{2}a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $AB'A'C'$ là

- A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\pi a^3}{3}$. C. $4\pi a^3$. D. πa^3 .

Lời giải.

Gọi H là trung điểm BC . Ta có H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có $BC = a\sqrt{2}$ (Áp dụng định lý Py-ta-go).

Dựng đường thẳng d song song với AA' từ H . Gọi H' là giao điểm của d với $B'C'$.

Gọi O là trung điểm của HH' . Ta có O chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AB'A'C'$.

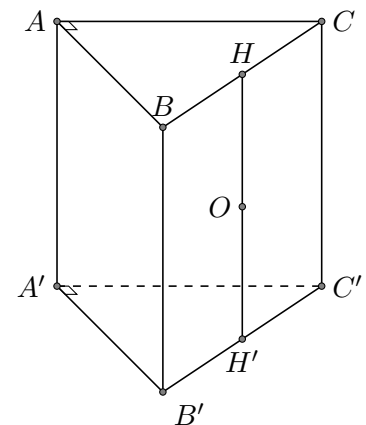
OA là bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AB'A'C'$.

$$AH = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$OA = \sqrt{AH^2 + OH^2} = a.$$

$$\text{Vậy } V_{AB'A'C'} = \frac{4\pi a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 1516. Tính theo a bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác đều $S.ABC$, biết các cạnh đáy có độ dài bằng a , cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$.

- A. $\frac{3a\sqrt{6}}{8}$. B. $\frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của tam giác ABC . Suy ra $SO \perp (ABC)$.

Gọi M là trung điểm SA . Kẻ $d \perp SA$ tại M . Suy ra d là trung trực của cạnh AB .

Trong mặt phẳng (SAO) , gọi I là giao điểm của SO và d . Suy ra $\begin{cases} IA = IB = IC \\ IA = IS \end{cases} \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Bán kính mặt cầu là $R = IS = \frac{SA \cdot SM}{SO} = \frac{SA^2}{2SO}$.

Ta có

$$— AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$— SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}.$$

$$— SI = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{3a\sqrt{6}}{8}.$$

Vậy bán kính mặt cầu cần tìm là $\frac{3a\sqrt{6}}{8}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1517. Tính diện tích bề mặt của khinh khí cầu, biết rằng khinh khí cầu là một hình cầu có đường kính 11 m (lấy $\pi \simeq \frac{22}{7}$ và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

A. 380,29 m².

B. 697,19 m².

C. 190,14 m².

D. 95,07 m².

Lời giải.

$$S_{xq} = 4\pi r^2 = 4\pi \left(\frac{11}{2}\right)^2 \simeq 380,29 \text{ m}^2.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1518. Một hình trụ có bán kính đáy là R . Gọi O, O' là tâm hai đáy với $OO' = 2R$. Mặt cầu S tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O, O' . Phát biểu nào dưới đây **SAI**?

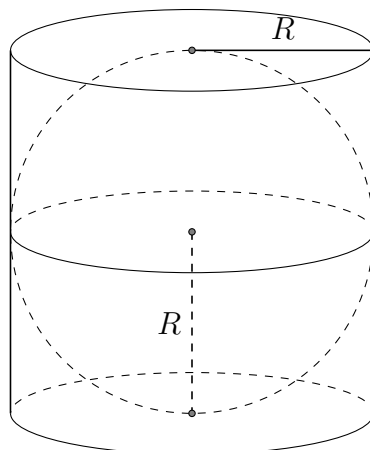
A. Diện tích mặt cầu bằng diện tích xung quanh hình trụ.

B. Diện tích mặt cầu bằng $\frac{2}{3}$ diện tích toàn phần của hình trụ.

C. Thể tích khối cầu bằng $\frac{2}{3}$ thể tích khối trụ.

D. Thể tích khối cầu bằng $\frac{3}{4}$ thể tích khối trụ.

Lời giải.



Mặt cầu S tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O, O' nên OO' là đường kính mặt cầu S suy ra bán

kính mặt cầu S cũng là R .

Thể tích khối cầu là $V_C = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Thể tích khối trụ là $V_T = \pi R^2 \cdot h = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi \cdot R^3$.

$$\frac{V_C}{V_T} = \frac{\frac{4}{3}\pi \cdot R^3}{2\pi R^3} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án (D)

□

Câu 1519. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = 4a$, $SA = 12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

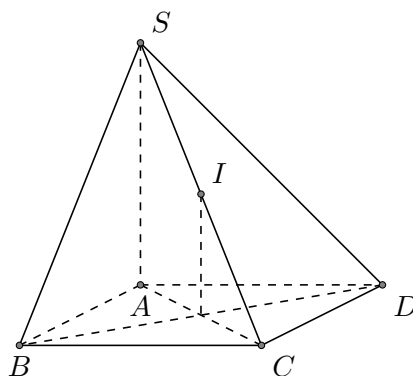
A. $R = \frac{13a}{2}$.

B. $R = \frac{5a}{2}$.

C. $R = \frac{17a}{2}$.

D. $R = 6a$.

Lời giải.



Gọi O là tâm hình chữ nhật $ABCD$.

Gọi I là trung điểm SC .

$\Rightarrow OI \parallel SA$ mà $SA \perp (ABCD) \Rightarrow OI \perp (ABCD)$.

$\Rightarrow OI$ là trục đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD \Rightarrow IA = IB = IC = ID$.

Mà $\triangle SAC$ vuông tại $A \Rightarrow IA = IS = IC$.

Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$.

Xét $\triangle SAC$ vuông tại A có:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{9a^2 + 16a^2} = 5a.$$

$$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{144a^2 + 25a^2} = 13a.$$

$$\text{Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp } S.ABCD \text{ là } R = \frac{AC}{2} = \frac{13a}{2}.$$

Chọn đáp án (A)

□

Câu 1520. Biết rằng khi quay một đường tròn có bán kính bằng 1 quanh một đường kính của nó ta được một mặt cầu. Tính diện tích mặt cầu đó.

A. 4π .

B. $\frac{4}{3}\pi$.

C. 2π .

D. π .

Lời giải.

Mặt cầu nhận được khi quay một đường tròn bán kính bằng 1 quanh đường kính của nó là mặt cầu có bán kính bằng bán kính đường tròn, và bằng 1. Diện tích của mặt cầu đó là $4\pi R^2 = 4\pi$.

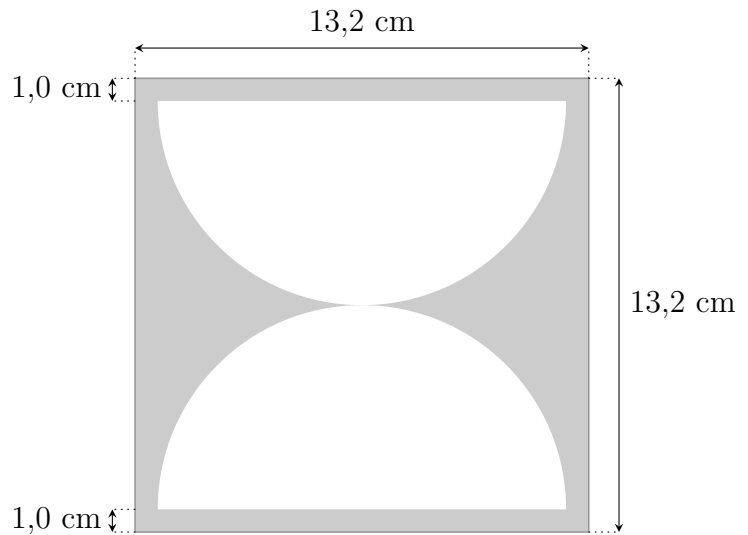
Chọn đáp án (A)

□

Câu 1521.

Một xưởng sản xuất muốn tạo ra những chiếc đồng hồ cát bằng thủy tinh có dạng hình trụ. Phần chứa cát là hai nửa hình cầu bằng nhau. Hình vẽ bên với các kích thước đã cho là bản thiết kế qua trục của chiếc đồng hồ này (phần tô màu làm bằng thủy tinh). Khi đó, lượng thủy tinh làm chiếc đồng hồ cát gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau

- A. $711,6 \text{ cm}^3$. B. $1070,8 \text{ cm}^3$.
C. $602,2 \text{ cm}^3$. D. $6021,3 \text{ cm}^3$.



Lời giải.

Thể tích của khối trụ là $V_1 = \pi r^2 h = \pi \cdot 6,6^2 \cdot 13,2 = 1806,39 \text{ cm}^3$.

Thể tích của hình cầu chứa cát là $V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{13,2 - 2}{2}\right)^3 = 735,62 \text{ cm}^3$.

Vậy lượng thủy tinh là cần phải sử dụng là $V = V_1 - V_2 = 1070,77 \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1522. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3$, $AD = 2$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho

- A. $V = \frac{20\pi}{3}$. B. $V = \frac{10\pi}{3}$. C. $V = \frac{32\pi}{3}$. D. $V = \frac{16\pi}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB , G là trọng tâm tam giác SAB , O là giao điểm của AC và BD .

Từ O dựng đường thẳng song song với SH cắt đường thẳng dựng từ G song song với HO tại I .

Ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện và $OIHG$ là hình chữ nhật.

Ta có $GH = \frac{1}{3} \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} = IO$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp

$R = \sqrt{IO^2 + OC^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{13}{4}} = 2$.

Thể tích khối cầu ngoại tiếp $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1523. Trong không gian mặt cầu (S) tiếp xúc với sáu mặt của một hình lập phương cạnh a . Tính thể tích V của khối cầu tương ứng.

- A. $V = \frac{\pi a^3}{24}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. D. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

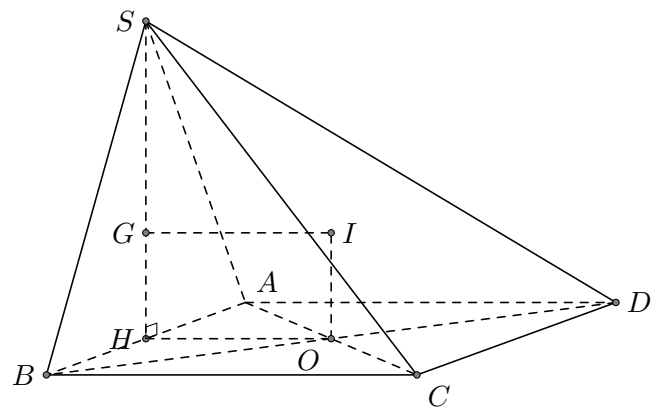
Lời giải.

Dễ thấy bán kính mặt cầu bằng nửa độ dài cạnh hình lập phương.

Vậy thể tích khối cầu đó là $V = \frac{4}{3}\pi \frac{a^3}{8} = \frac{\pi a^3}{6}$.

Chọn đáp án **(C)**

□



Câu 1524. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có độ dài đường chéo bằng $4a$.

A. $64\pi a^2$.

B. $16\pi a$.

C. $16\pi a^2$.

D. $8\pi a^2$.

Lời giải.

$$\text{Bán kính mặt cầu } R = \frac{4a}{2} = 2a.$$

$$\text{Diện tích mặt cầu là } S = 4\pi R^2 = 16\pi a^2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1525. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B có $AC = 2a\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy, góc giữa SB với đáy bằng 60° . Tính diện tích mặt cầu tâm S và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) .

A. $16\pi a^2$.

B. $24\pi a^2$.

C. $16\pi a^2$.

D. $48\pi a^2$.

Lời giải.

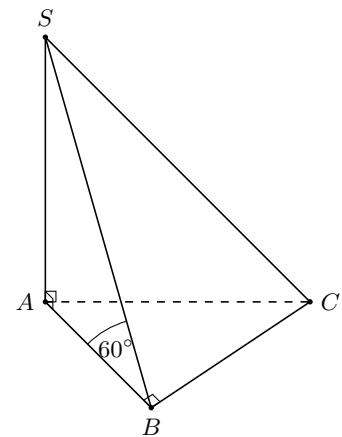
$$\text{Vì tam giác } ABC \text{ vuông cân tại } B \text{ nên } AB^2 = BC^2 = \frac{1}{2}AC^2 = 4a^2 \\ \Rightarrow AB = 2a.$$

$$\text{Theo giả thiết } (\widehat{SB; (ABC)}) = 60^\circ \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow SA = AB \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vì } SA \perp (ABC) \text{ nên mặt cầu tâm } S \text{ và tiếp xúc với } (ABC) \text{ có bán kính } R = SA = 2a\sqrt{3}.$$

$$\text{Diện tích mặt cầu là } S = 4\pi R^2 = 4 \cdot (2a\sqrt{3})^2 = 48\pi a^2.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1526. Cho hình cầu đường kính $2a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo thiết diện là hình tròn có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P) .

A. a .

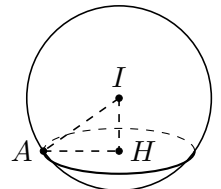
B. $a\sqrt{10}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } HI = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{3a^2 - 2a^2} = a.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1527. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{6\sqrt{6}\pi a^3}{27}$.

B. $\frac{8\sqrt{6}\pi a^3}{27}$.

C. $\frac{2\sqrt{6}\pi a^3}{27}$.

D. $\frac{4\sqrt{6}\pi a^3}{27}$.

Lời giải.

Kẻ trung trực SC cắt SO tại I thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Cạnh bên tạo với đáy một góc $60^\circ \Rightarrow \widehat{SAO} = 60^\circ$.

$$\text{Suy ra } SO = \tan 60^\circ \cdot AO = \sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$SA = \frac{AO}{\cos 60^\circ} = \frac{a\sqrt{2}}{2 \cdot \frac{1}{2}} = a\sqrt{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \triangle SMI \sim \triangle SOC &\Rightarrow \frac{SI}{SC} = \frac{SM}{SO} \\ \Rightarrow R = SI &= \frac{SM \cdot SC}{SO} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy thể tích khối cầu cần tìm là: } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{8}{27}\pi a^3\sqrt{6}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1528. Hình trụ có bán kính đáy r . Gọi O và O' là tâm của hai đường tròn đáy, với $OO' = 2r$. Một mặt cầu (S) tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O và O' . Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích mặt cầu và diện tích toàn phần của hình trụ trên. Khi đó

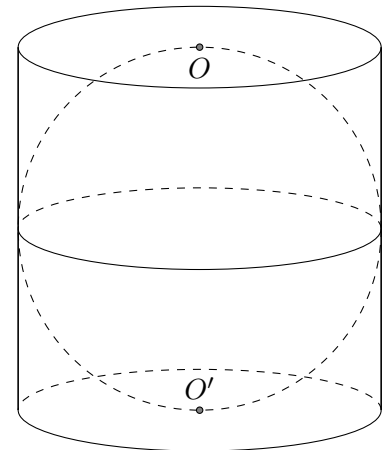
A. $S_1 = \frac{2S_2}{3}$. B. $S_1 = S_2$. C. $S_1 = \frac{3S_2}{4}$. D. $S_1 = \frac{S_2}{2}$.

Lời giải.

Ta có: mặt cầu (S) có bán kính là r .

$$\text{Do đó: } S_1 = 4\pi r^2. \quad S_2 = 2\pi r l + 2\pi r^2 = 4\pi r^2 + 2\pi r^2 = 6\pi r^2.$$

$$\text{Suy ra: } \frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{3} \text{ hay } S_1 = \frac{2S_2}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1529. Cho mặt cầu có diện tích bằng $72\pi \text{ cm}^2$. Tính bán kính R của khối cầu giới hạn bởi mặt cầu đó.

A. $R = \sqrt{6} \text{ cm}$. B. $R = 3\sqrt{2} \text{ cm}$. C. $R = 6 \text{ cm}$. D. $R = 3 \text{ cm}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có diện tích mặt cầu là } S = 4\pi R^2 \Rightarrow 4\pi R^2 = 72\pi \Leftrightarrow R = 3\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1530. Một hình cầu có bán kính bằng 2 m. Diện tích của mặt cầu bằng bao nhiêu?

A. $4\pi \text{ m}^2$. B. $16\pi \text{ m}^2$. C. $8\pi \text{ m}^2$. D. $\pi \text{ m}^2$.

Lời giải.

$$S = 4\pi R^2 = 16\pi.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1531. Cho hình lập phương cạnh a nội tiếp mặt cầu (S). Tính diện tích mặt cầu (S).

- A. πa^2 . B. $\frac{3\pi a^2}{4}$. C. $3\pi a^2$. D. $\frac{\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Đường chéo của hình lập phương cạnh a là $a\sqrt{3}$. Mặt cầu (S) ngoại tiếp hình lập phương nên có đường kính là đường chéo của hình lập phương đó. Do đó diện tích của (S) là $4\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\pi a^2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1532. Số mặt cầu chứa một đường tròn cho trước và đi qua một điểm cho trước không nằm trên mặt phẳng chứa đường tròn đó là mấy?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. Vô số.

Lời giải.

Gọi $(\mathcal{C})$ là đường tròn cho trước và có tâm là H .

Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường tròn $(\mathcal{C})$ và K là điểm nằm ngoài (α) .

Gọi I là tâm mặt cầu. Khi đó I nằm trên đường thẳng d đi qua H vuông góc với (α) và thỏa mãn $IK^2 - IH^2 = r^2$ (với r là bán kính của $(\mathcal{C})$).

$$IK^2 - IH^2 = r^2 \Leftrightarrow (\overrightarrow{IK} + \overrightarrow{IH})(\overrightarrow{IK} - \overrightarrow{IH}) = r^2$$

$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{HK} = r^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{HK} = \frac{r^2}{2}.$$

(với M là trung điểm của HK).

Chọn đáp án **A** □

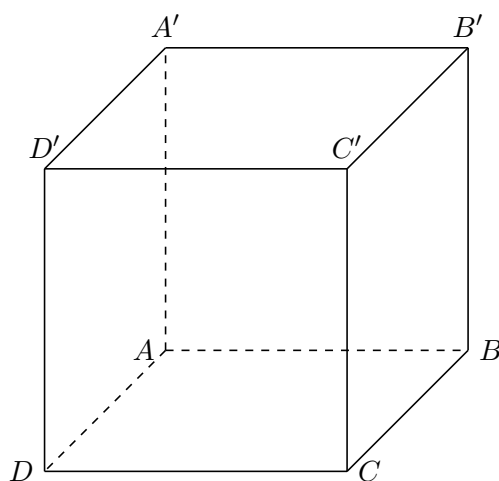
Câu 1533. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính diện tích S của mặt cầu có tâm A và tiếp xúc với đường thẳng DD' .

- A. $S = \frac{8}{3}\pi a^2$. B. $S = 8\pi a^2$. C. $S = 4\pi a^2$. D. $S = \frac{4}{3}\pi a^2$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với đường thẳng DD' có bán kính $R = AD = a$.

Suy ra $S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 1534. Xét các hình đa diện

- (I). Hình lăng trụ đứng;
- (II). Hình hộp chữ nhật;
- (III). Hình lăng trụ xiên (cạnh bên không vuông góc với đáy);
- (IV). Hình hộp thoi (6 mặt là 6 hình thoi).

Hình nào nội tiếp được trong một mặt cầu?

A. (IV).

B. (I).

C. (III).

D. (II).

Lời giải.

Điều kiện cần để các hình đa diện nội tiếp được trong một mặt cầu là các mặt của nó nội tiếp được trong một đường tròn. Do đó, các phương án (IV), (I), (III) loại.

Hình hộp chữ nhật nội tiếp được trong mặt cầu có tâm là tâm của nó (giao điểm của các đường chéo) và bán kính bằng khoảng cách từ tâm đến một đỉnh của hình hộp chữ nhật đó.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1535. Cho khối cầu có thể tích bằng $\frac{8\pi a^3 \sqrt{6}}{27}$. Khi đó bán kính mặt cầu là

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu có bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. Theo giả thiết ta có:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{8\pi a^3 \sqrt{6}}{27} \Leftrightarrow R^3 = \frac{3.8a^3 \sqrt{6}}{4.27} \Leftrightarrow R = \frac{a \sqrt[3]{2\sqrt{6}}}{\sqrt[3]{9}} = \frac{a \sqrt[3]{6^3}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1536. Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là 2, 3, 4 nội tiếp trong một mặt cầu. Tính diện tích của mặt cầu đó.

A. $\sqrt{29}$.

B. $29\sqrt{29}\pi$.

C. $\frac{29}{2}\pi$.

D. 29π .

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật đó là $R = \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \frac{\sqrt{29}}{2}$. Từ đó suy ra diện tích của mặt cầu đó bằng $4\pi R^2 = 29\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1537. Có bao nhiêu mặt cầu chứa một đường tròn cho trước?

A. Vô số.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Ta xét đường tròn (I, R) nằm trong mặt phẳng (P) , (Δ) là đường thẳng đi qua I và $\Delta \perp (P)$, khi đó mọi mặt cầu có tâm nằm trên Δ và đi qua một điểm của đường tròn (I, R) sẽ chứa cả đường tròn đó. Vậy có vô số mặt cầu chứa (I, R) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1538. Một mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có kích thước $AB = 4a$, $AD = 5a$, $AA' = 3a$. Mặt cầu trên có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $2\sqrt{3}a$.

B. $6a$.

C. $\frac{5\sqrt{2}a}{2}$.

D. $\frac{3\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải.

Ta có AC' là đường kính của mặt cầu và

$$AC' = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = \sqrt{16a^2 + 25a^2 + 9a^2} = 5\sqrt{2}a.$$

Suy ra bán kính mặt cầu cần tìm là $\frac{AC'}{2} = \frac{5\sqrt{2}a}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1539. Cho mặt cầu (S) có diện tích bằng $36a^2\pi$ ($a > 0$). Tính thể tích của khối cầu (S) .

A. $18\pi a^3$.

B. $72\pi a^3$.

C. $108\pi a^3$.

D. $36\pi a^3$.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi r^2 = 36a^2\pi \Rightarrow r = 3a$

$$\Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(3a)^3 = 36\pi a^3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1540. Tính diện tích S của mặt cầu nội tiếp hình lập phương cạnh a (mặt cầu tiếp xúc với cả 6 mặt của hình lập phương).

A. $S = 4\pi a^2$.

B. $S = \pi a^2$.

C. $S = \frac{\pi a^2}{4}$.

D. $S = \frac{\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Ta có bán kính mặt cầu: $R = \frac{a}{2}$ nên diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = \pi a^2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1541. Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(I; R)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = 3$ cm, khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) bằng 2 cm. Diện tích của mặt cầu $S(I; R)$ bằng

A. $52\pi \text{ cm}^2$.

B. $13\pi \text{ cm}^2$.

C. $4\sqrt{13}\pi \text{ cm}^2$.

D. $4\sqrt{5}\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

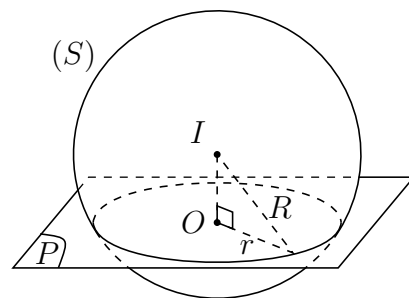
Gọi O là tâm của đường tròn (C) , bán kính $r = 3$ cm.

Ta có $d(I, (P)) = 2$ cm.

$$\Rightarrow R = \sqrt{r^2 + d^2(I, (P))} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \text{ cm}.$$

$\Rightarrow$ Diện tích mặt cầu $S(I; R)$ là

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi(\sqrt{13})^2 = 52\pi \text{ cm}^2.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1542. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên $AA' = \frac{2a}{3}$.

Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{8\pi a^3}{81}$.

B. $\frac{\pi a^3}{81}$.

C. $\frac{32\pi a^3}{81}$.

D. $\frac{4\pi a^3}{81}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của cạnh BC .

Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm của tam giác $ABC, A'B'C'$; I là trung điểm của đoạn GG' .

Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

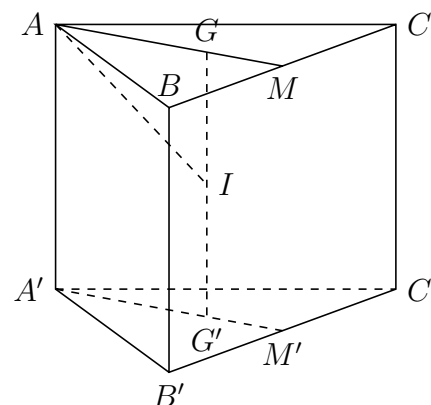
$$\text{Ta có } IG = \frac{1}{2}AA' = \frac{a}{3}, AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow GA = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Do đó bán kính mặt cầu là } r = \sqrt{IG^2 + GA^2} = \frac{2a}{3}.$$

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{32}{81}\pi a^3.$$

Chọn đáp án **(C)** □



Câu 1543. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Tính theo a diện tích S của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S = 6\pi a^2$.

B. $S = \frac{\sqrt{6}\pi a^2}{6}$.

C. $S = \frac{6\pi a^3}{7}$.

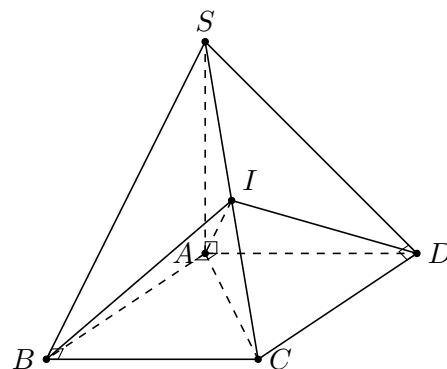
D. $S = 4\pi a^2$.

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ BC \perp (SAB) \\ DC \perp (SAD) \end{cases} \Rightarrow \widehat{SBC} = \widehat{SAC} = \widehat{SDC} = 90^\circ.$$

Suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có tâm I là trung điểm của SC và bán kính $R = \frac{SC}{2}$.

Ta có $AC = a\sqrt{2}$, $SC = \sqrt{AS^2 + AC^2} = a\sqrt{6}$
 $\Rightarrow R = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow S = 4\pi R^2 = 6\pi a^2.$



Chọn đáp án **(A)**

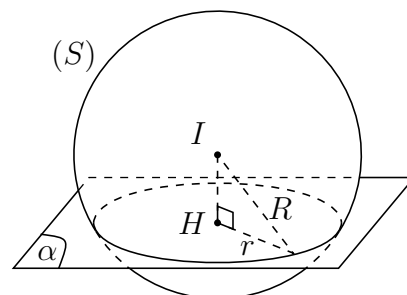
□

Câu 1544. Cho mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R . Gọi H là hình chiếu của I trên mặt phẳng (α) , $IH < R$. Gọi r là bán kính đường tròn cắt bởi mặt phẳng (α) và (S) . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $r = \sqrt{R^2 + IH^2}$. B. $R = \sqrt{IH^2 - r^2}$. C. $R = \sqrt{IH^2 + r^2}$. D. $IH = \sqrt{R^2 + r^2}$.

Lời giải.

Áp dụng định lý Pitago ta có $IH^2 + r^2 = R^2 \Leftrightarrow R = \sqrt{IH^2 + r^2}$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1545. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $SA = 2a$, $AB = a\sqrt{2}$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = a\sqrt{2}$. B. $R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $R = 2a$. D. $R = a$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của đáy, do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$, suy ra SO là trục của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$.

Gọi M là trung điểm của SA , dựng trung trực của cạnh SA trong mặt phẳng (SOA) , cắt SO tại I .

Có
$$\begin{cases} I \in SO \Rightarrow IA = IB = IC = ID \\ I \in MI \Rightarrow IS = IA \end{cases}$$

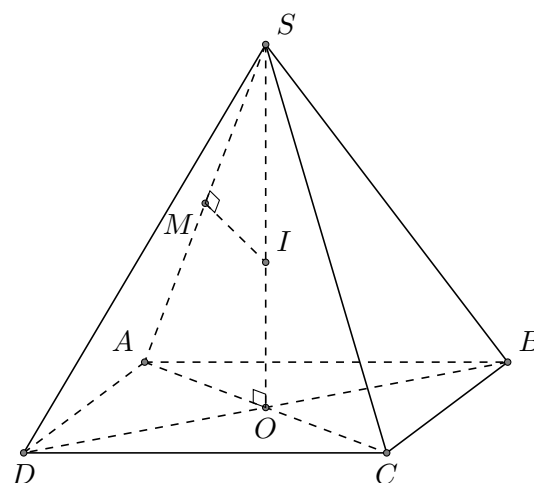
 $\Rightarrow IA = IB = IC = ID = IS$
 $\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$.
 $AO = \frac{1}{2}AC = a$, $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a\sqrt{3}$

Có $\triangle SMI \sim \triangle SOA \Rightarrow \frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SA} \Rightarrow R = SI = \frac{SA \cdot SM}{SO} = \frac{2a^2}{a\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1546. Tính thể tích của khối nón có chiều cao bằng 4 và đường sinh bằng 5.



A. 16π .

B. 48π .

C. 12π .

D. 36π .

Lời giải.

Ta có $r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$. Suy ra $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi$ (đvtt).

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1547. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$. Biết tam giác ABC cân tại A có $BC = 2a\sqrt{2}$, $\cos \widehat{ACB} = \frac{1}{2}$, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $S = \frac{65\pi a^2}{4}$.

B. $S = 13\pi a^2$.

C. $S = \frac{97\pi a^2}{4}$.

D. $S = 4\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC và SA ; O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Do ABC cân tại A nên $O \in AM$.

Qua O dựng Δ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ($\Delta \parallel SA$).

Trong (SAM) , kẻ đường thẳng qua N vuông góc với SA cắt Δ tại I . Khi đó $IS = IA = IB = IC$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

$\triangle AMC$ có $\cos \widehat{ACM} = \frac{MC}{AC} \Rightarrow AB = AC = 3a\sqrt{2}$.

$S_{ABC} = \frac{1}{2}CA.CB.\sin \widehat{ACB} = \frac{1}{2}3a\sqrt{2}.2a\sqrt{2}.\sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = 4a^2\sqrt{2}$.

Mà $S_{ABC} = \frac{AB.AC.BC}{4.OA} \Rightarrow OA = \frac{9}{4}a$.

Tứ giác $NAOI$ là hình chữ nhật nên $AI = \sqrt{NA^2 + AO^2} = \frac{\sqrt{97}a}{4}$.

Suy ra bán kính mặt cầu $R = \frac{\sqrt{97}a}{4}$.

Vậy diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = \frac{97\pi a^2}{4}$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1548. Tính thể tích khối cầu nội tiếp hình tứ diện đều có cạnh bằng a .

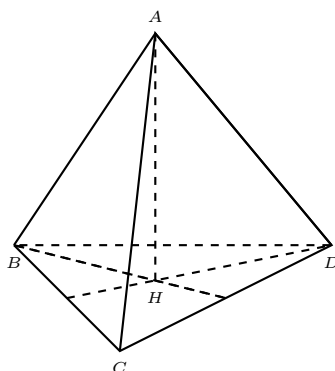
A. $\frac{a^3\pi\sqrt{6}}{216}$.

B. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{144}$.

C. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{96}$.

D. $\frac{a^3\pi\sqrt{6}}{124}$.

Lời giải.



Gọi H là trọng tâm tam giác BCD và G là tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$.

Khi đó bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ là

$$r = d(G, (ABC)) = d(G, (BCD)) = d(G, (ACD)) = d(G, (ABD))$$

$$\text{Ta có } V_{G.BCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{BCD} \cdot d(G, (BCD)) \Rightarrow d(G, (BCD)) = \frac{3 \cdot V_{G.BCD}}{S_{BCD}}.$$

$$\text{Mà } V_{G.BCD} = V_{G.ABC} = V_{G.ABD} = V_{G.ACD} \text{ vì } S_{BCD} = S_{ABC} = S_{ABD} = S_{ACD}.$$

$$\text{Mặt khác } V_{G.BCD} + V_{G.ABC} + V_{G.ABD} + V_{G.ACD} = V_{ABCD} \Rightarrow V_{G.BCD} = \frac{1}{4} V_{ABCD}.$$

$$\text{Do } BH = \frac{a\sqrt{3}}{3}, AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \text{ nên } V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} \Rightarrow V_{G.BCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}.$$

$$\text{Vậy } r = d(G, (BCD)) = \frac{3 \cdot V_{G.BCD}}{S_{BCD}} = \frac{a\sqrt{6}}{12}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1549. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Tam giác SAC vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}.$

B. $V = 4\pi a^3\sqrt{3}.$

C. $V = \frac{4\pi a^3}{3}.$

D. $V = 4\pi a^3.$

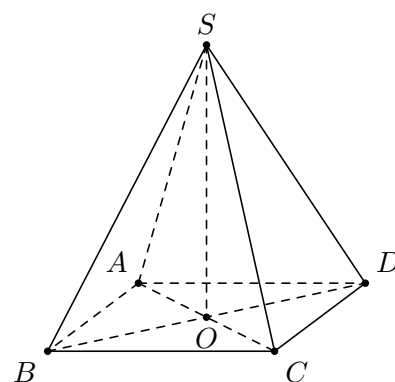
Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$.

Ta có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{ASC} = 90^\circ$ nên $S.ABCD$ nội tiếp mặt cầu đường kính AC .

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$ là $R = \frac{1}{2}AC = a$.

Thể tích khối cầu là $V = \frac{4\pi a^3}{3}.$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1550. Một cốc đựng nước dạng hình trụ có chiều cao 15 cm đường kính đáy 8 cm và có mực nước trong cốc là 12 cm. Thả vào cốc nước 3 viên bi có cùng bán kính bằng 2 cm. Hỏi nước dâng cao cách mép cốc bao nhiêu cm?

A. 1, 5.

B. 15.

C. 1.

D. 12, 5.

Lời giải.

Hình trụ có chiều cao $h = 15$ cm, bán kính đáy là $r = 4$ cm.

Mỗi viên bi có bán kính $r_1 = 2$ cm, nên thể tích 3 viên bi là $V_1 = 3 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r_1^3 = 3 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = 32\pi$ (cm^3).

Khi thả 3 viên bi vào cốc nước, mực nước dâng lên thêm chiều cao h_1 .

Khi đó $V_1 = \pi \cdot r^2 \cdot h_1 \Rightarrow 16\pi h_1 = 32\pi \Leftrightarrow h_1 = 2$ (cm).

Vậy mực nước dâng cao cách mép cốc $h = 15 - 12 - 2 = 1$ cm.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1551. Cắt mặt cầu (S) bởi một mặt phẳng qua tâm được thiết diện là một hình tròn có đường kính bằng 4 cm. Tính thể tích của khối cầu?

A. $\frac{256\pi}{3} cm^3.$

B. $16\pi cm^3.$

C. $\frac{32\pi}{3} cm^3.$

D. $64 cm^3.$

Lời giải.

Mặt phẳng qua tâm cắt (S) được thiết diện là một đường tròn có đường kính bằng đường kính mặt cầu, suy ra bán kính của mặt cầu $r = 2$ cm.

Khi đó thể tích của khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32\pi}{3} cm^3.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1552. Cho hình chóp $SABC$, đáy ABC là tam giác đều cạnh a ; $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB ; SC . Diện tích mặt cầu đi qua 5 điểm A, B, C, K, H .

- A. $\frac{4\pi a^2}{9}$. B. $3\pi a^2$. C. $\frac{4\pi a^2}{3}$. D. $\frac{\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Gọi AD là đường kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC .

Ta có $DB \perp AB$ và $DB \perp SA$ nên $DB \perp (SAB) \Rightarrow DB \perp AH$.

Do $AH \perp SB$ nên $AH \perp (SBD) \Rightarrow AH \perp HD$.

Chứng minh tương tự $AK \perp KD$.

Như vậy các điểm B, C, H, K nhìn AD dưới một góc vuông, do đó 5 điểm A, B, C, K, H nằm trên mặt cầu đường kính AD .

Trong tam giác đều ABC ta có

$$AD = \frac{BC}{\sin A} = \frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \text{ hay } R = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy diện tích mặt cầu } S = 4\pi R^2 = \frac{4}{3}\pi a^2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1553. Cho khối cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có $OA = OB = OC = a$ và OA, OB, OC đôi một vuông góc. Thể tích của (S) bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{6}$. C. $\frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{8}$. D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $R^2 = R_d^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2$ với $R_d = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $h = a$

$$\text{Ta có } R = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ nên } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1554. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và đáy bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{18}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{36}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC) . Khối chóp $S.ABC$ đều nên

H là trọng tâm của tam giác ABC .

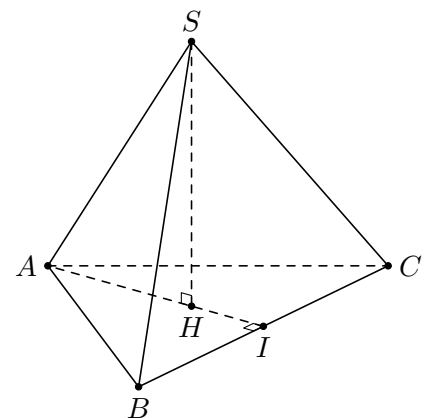
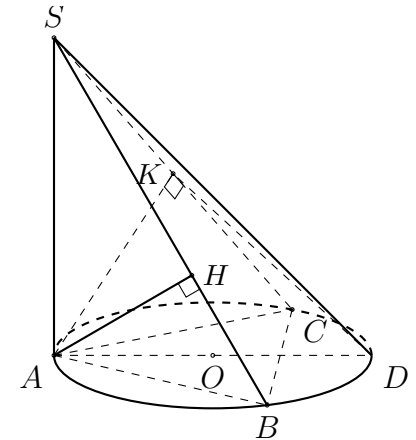
Xét tam giác ABI ta có

$$AI = \sqrt{AB^2 - BI^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Vì H là trọng tâm của tam giác ABC nên

$$AH = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Lại có AH là hình chiếu vuông góc của SA lên (ABC) . Suy ra $\widehat{(SA, (ABC))} = \widehat{(SA, AH)} = 30^\circ$.



Xét tam giác SAH ta có

$$SH = \tan 30^\circ \cdot AH = \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a}{3}.$$

Diện tích tam giác ABC là

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{3}}{2} a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} SH = \frac{1}{3} \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1555. Cho một hình chóp tam giác đều có cạnh bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích khối chóp đó là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{36}$.

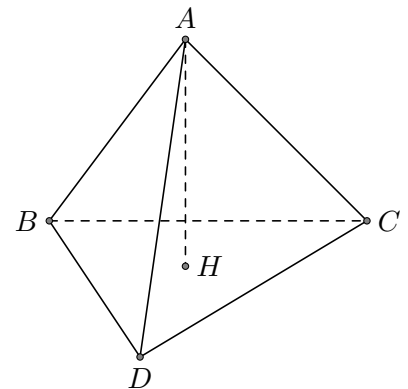
Lời giải.

Góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy là $\widehat{SAH} = 60^\circ$.

$$AH = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$SH = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a.$$

$$\text{Do đó } S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1556. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, biết $AB = 4a, SB = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V . Tỷ số $\frac{4a^3}{3V}$ có giá trị là

A. $\frac{\sqrt{5}}{10}$.

B. $\frac{3\sqrt{5}}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{8}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{160}$.

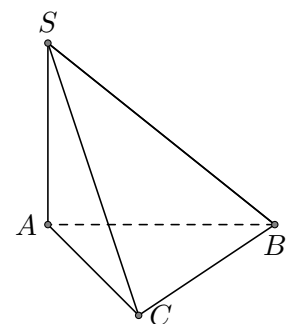
Lời giải.

$$\text{Ta có } SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{36a^2 - 16a^2} = 2a\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{4a}{\sqrt{2}} = 2a\sqrt{2}.$$

$$\text{Do đó } S_{ABC} = \frac{1}{2} AC^2 = \frac{1}{2} (2a\sqrt{2})^2 = 4a^2.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{5} \cdot 4a^2 = \frac{8\sqrt{5}}{3} a^3 \Rightarrow \frac{4a^3}{3V} = \frac{\sqrt{5}}{10}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1557. Một hình hộp chữ nhật (không phải hình lập phương) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Hình hộp chữ nhật (không phải hình lập phương) có 3 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1558. Cho hình chóp $S.ABC$ có $(SAB) \perp (ABC)$, tam giác ABC đều cạnh $2a$, tam giác SAB vuông cân tại S . Tính thể tích hình chóp $S.ABC$.

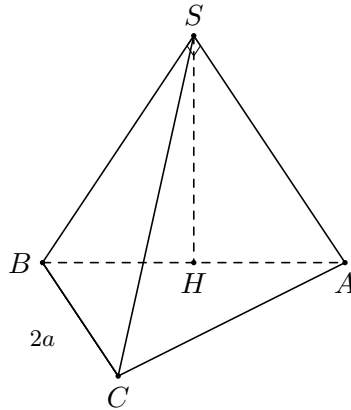
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.



Kẻ $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABC)$ Vì $(ABC) \cap (SAB) = AB$ và $(SAB) \perp (ABC)$.

Ta có: $SH = \frac{AB}{2} = a$ (Do SAB là tam giác vuông cân tại S cạnh huyền $AB = 2a$).

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = (2a)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $SABC$ là: $V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \sqrt{3}a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1559. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AC = a\sqrt{5}$, $SC = 3a$. Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$.

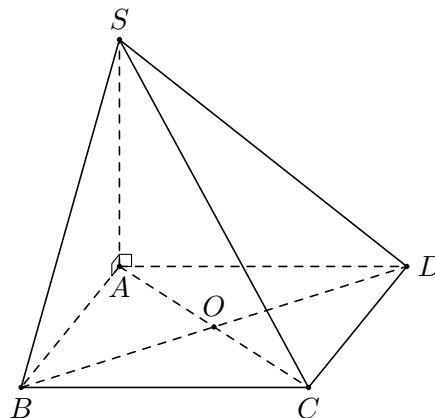
A. $4a^3$.

B. $\frac{4a^3}{3}$.

C. $\frac{2a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.



Tam giác ABC vuông tại B nên $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a$.

Tam giác SAC vuông tại A nên $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = 2a$.

Thể tích hình chóp $SABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot 2a^2 = \frac{4}{3}a^3$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1560. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có hình chiếu A' lên $mp(ABCD)$ là trung điểm AB , $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$, BB' tạo với đáy một góc 30° . Tính thể tích hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{2a^3}{3}$.

C. $2a^3$.

D. a^3 .

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A' trên $mp(ABCD)$. Dễ thấy góc $\angle(BB'; mp(ABCD)) = \angle(AA'; mp(ABCD)) = \angle A'AH = 30^\circ$

$AH = a \Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Dễ dàng tính được diện tích đáy: $S_{ABCD} = 2.(2a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 2a^2\sqrt{3}$.

Suy ra: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 2a^3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1561. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

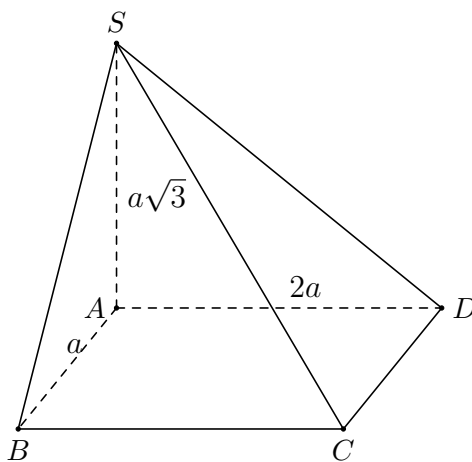
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.



Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1562. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

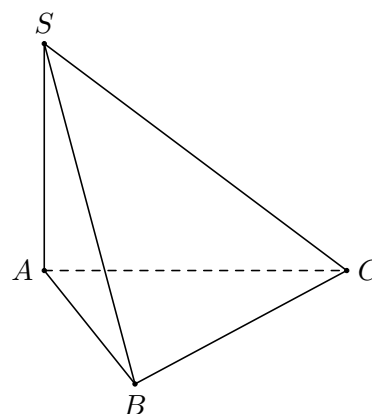
D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

Ta có: $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$SA \perp (ABC) \Rightarrow$ Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA =$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1563. Một hồ bơi có dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 50 m, chiều rộng 19 m. Biết rằng trong hồ bơi có 1900000 lít nước. Độ sâu của hồ bơi lúc này là

A. 1,8 m.

B. 1,4 m.

C. 1,6 m.

D. 2 m.

Lời giải.

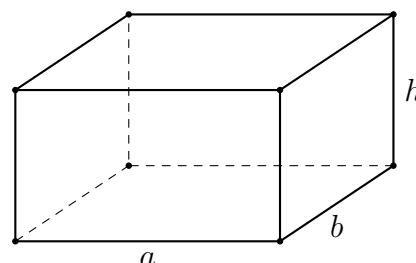
Phương pháp:

Công thức tính thể tích khối hộp chữ nhật là: $V = abh$.

Cách giải: Đổi 1900000 lít = 1900 m³.

Theo đề bài ta có: $1900 = 50.19.h \Leftrightarrow h = 2$ m.

Vậy, độ sâu của hồ bơi lúc này là 2 m.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1564. Nếu một hình chóp đều có chiều cao và cạnh đáy cùng tăng lên 3 lần thì thể tích của nó tăng lên

A. 18 lần.

B. 54 lần.

C. 9 lần.

D. 27 lần.

Lời giải.

Phương pháp:

Công thức tính thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}Sh$.

Cách giải:

Giả sử hình chóp có chiều cao là h và cạnh đáy là a . Thể tích khối chóp là: $V = \frac{1}{3}.a^2.h$.

Khi chiều cao và cạnh đáy cùng tăng lên 3 lần thì thể tích của khối chóp là:

$$V' = \frac{1}{3}(3a)^2.3h = 27.\frac{1}{3}.a^2.h = 27V.$$

Vậy thể tích tăng 27 lần.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1565. Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi (không phải hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

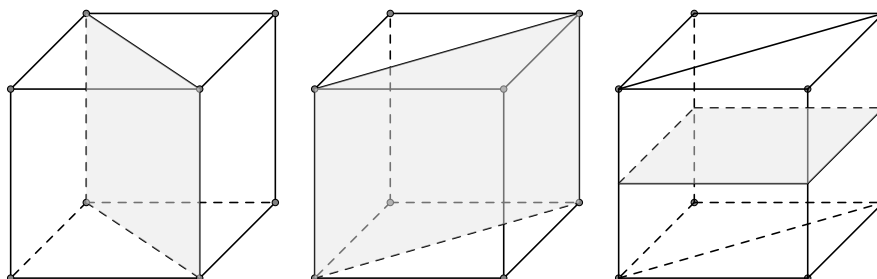
D. 2.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng lý thuyết khối đa diện để là bài toán.

Cách giải:



Hình đã cho có 3 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1566. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $A.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{16}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{16}.$$

$$\text{Và } \frac{V_{S.B'D'C'}}{V_{S.ABCD}} + \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1567. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$?

A. $V = 9a^3$.

B. $V = 2a^3$.

C. $V = 3a^3$.

D. $V = 6a^3$.

Lời giải.

Ta có hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6} \Rightarrow AB = BC = CD = AD = a\sqrt{6}$.

$$\text{Ta có } BD = \sqrt{DC^2 + CB^2} = 2\sqrt{a} \Rightarrow OB = \frac{BD}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Diện tích } \triangle ABC \text{ là } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = 3a^2.$$

Vì góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60^\circ \Rightarrow \widehat{SBO} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } SO = OB \cdot \tan \widehat{SBO} = 3a.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot 3a^2 = 3a^3.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1568. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với O' là tâm hình vuông $A'B'C'D'$. Biết rằng tứ diện $O'BCD$ có thể tích bằng $6a^3$. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = 18a^3$.

B. $V = 54a^3$.

C. $V = 12a^3$.

D. $V = 36a^3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } V = AA' \cdot S_{ABCD}$$

$$= d_{[O';(ABCD)]} \cdot 2S_{BCD}.$$

$$= 6V_{O'BCD} = 36a^3$$

Do đó, chọn D.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1569. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{3}$, $AD = a$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.BCD$.

A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

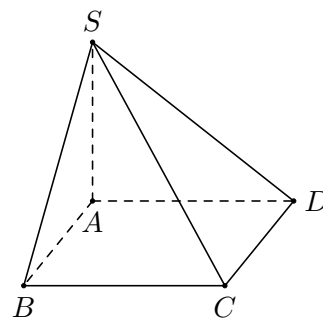
D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Diện tích tam giác BCD là $S_{BCD} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{2}a^2\sqrt{3}$.

Đường cao của khối chóp là $SA = 2a$.

Thể tích khối chóp $S.BCD$ là $V_{S.BCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{BCD} \cdot SA = \frac{1}{3}a^3\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1570. Lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Khi đó, thể tích khối chóp $A.BCC'B'$ bằng

A. $\frac{V}{2}$.

B. $\frac{3V}{4}$.

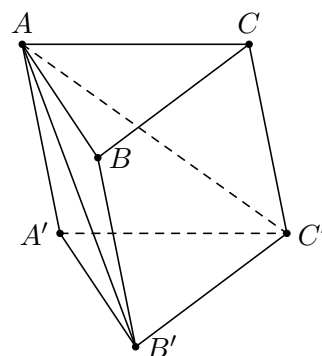
C. $\frac{2V}{3}$.

D. $\frac{V}{3}$.

Lời giải.

Ta có $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}V$.

Suy ra $V_{A.BCC'B'} = V - V_{A.A'B'C'} = \frac{2}{3}V$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1571. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

B. $\frac{8a^3}{3}$.

C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải.

Diện tích đáy $S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2$.

Đường chéo đáy $AC = 2\sqrt{2}a$ nên $AO = a\sqrt{2}$,

do đó chiều cao $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích là $V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3}4a^2a\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1572. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a , các mặt bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

B. $\frac{3a^3}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{a^3}{8}$.

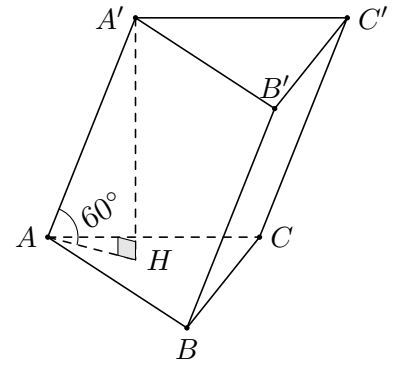
Lời giải.

Kẻ $A'H \perp (ABC) \Rightarrow (A'A, (ABC)) = \widehat{A'AH} = 60^\circ$.

$$\text{Xét } \triangle AHA' : \sin 60^\circ = \frac{A'H}{AA'} \Leftrightarrow A'H = AA' \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là } V = S_{\triangle ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 1573. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a , tam giác ABD đều, SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = 2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

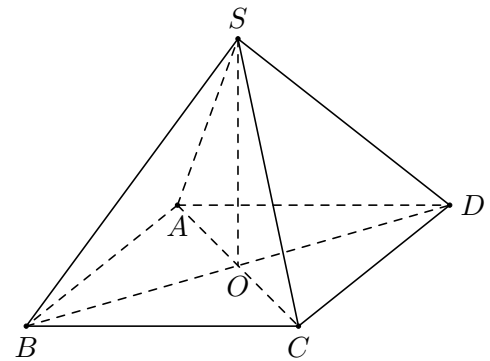
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } h = SO = 2a, S = S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 1574. Cho hình bát diện đều cạnh 2. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Khi đó, S bằng

A. $S = 32$.

B. $S = 8\sqrt{3}$.

C. $S = 4\sqrt{3}$.

D. $S = 16\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có hình bát diện đều có 8 mặt là 8 tam giác đều cạnh bằng 2.

$$\text{Do đó } S = 8 \cdot 2^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 8\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1575. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Biết SA vuông góc với đáy và $SC = a\sqrt{5}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{2a^3}{3}$.

B. $V = 2a^3$.

C. $V = \frac{a^3}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

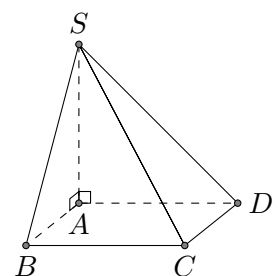
Lời giải.

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ nên $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$.

Tam giác SAC vuông tại A có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a$.

Thể tích của khối chóp

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}a \cdot (a\sqrt{2})^2 = \frac{2a^3}{3}.$$



Chọn đáp án (A)

□

Câu 1576. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{8}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB , suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \times SH \times S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \times \frac{a\sqrt{3}}{2} \times \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1577. Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy là a và mặt bên tạo với đáy một góc 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

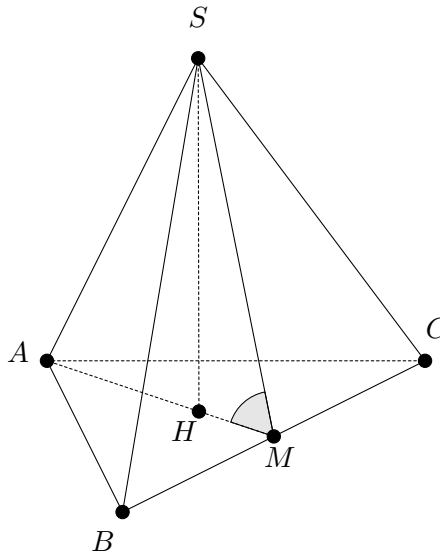
A. $\frac{a^3}{8}$. B. $\frac{a^3}{24}$. C. $\frac{a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Tính diện tích đáy và chiều cao rồi áp dụng công thức $V = \frac{1}{3}Sh$ tính thể tích.

Cách giải:



Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC suy ra SH là đường cao.

Góc giữa mặt bên và đáy là góc giữa SM và AM với M là trung điểm của BC .

Tam giác ABC đều cạnh a nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow MH = \frac{1}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Tam giác vuông SHM có $MH = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $\angle SMH = 45^\circ$ nên $SH = HM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Vậy thể tích $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a^3}{24}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1578. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$, $AB = a$, $BC = 2a$, $AC = a\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

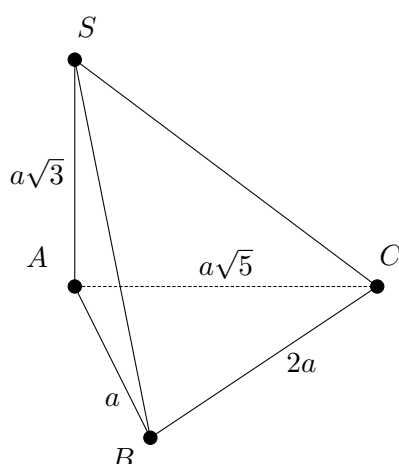
A. $2a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Tính diện tích đáy và chiều cao rồi áp dụng công thức $V = \frac{1}{3}Sh$ tính thể tích.

Cách giải:



Xét tam giác ABC có $AB^2 + BC^2 = a^2 + 4a^2 = 5a^2 = AC^2$.

Nên tam giác ABC vuông tại B (Định lý Pytago đảo).

$$\text{Thể tích } V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{6} \cdot a \cdot 2a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án 

□

Câu 1579. Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là 1.

A. 16.

B. 8.

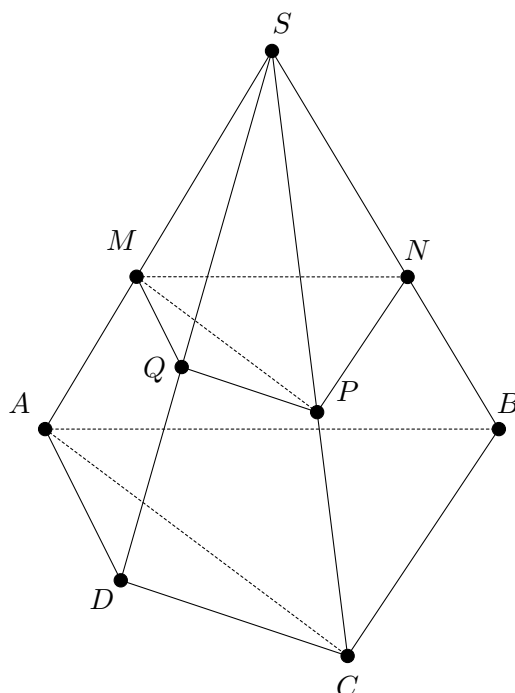
C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Phương pháp: Sử dụng công thức tính tỉ số thể tích đối với khối chóp tam giác: $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC}$ với M, N, P lần lượt thuộc SA, SB, SC .

Cách giải:



Ta có $\frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ADC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \frac{V_{S.MPN}}{V_{S.ACB}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SN}{SB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Suy ra $\frac{1}{8} = \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ADC}} = \frac{V_{S.MPN}}{V_{S.ACB}} = \frac{V_{S.MPN}}{V_{S.ADC} + V_{S.ACB}} = \frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = 8V_{S.MNPQ} = 8.$

Chú ý: Công thức tỉ số thể tích trên chỉ áp dụng đối với chóp tam giác.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1580. Hình lập phương có độ dài đường chéo là 6 thì có thể tích là

- A. $2\sqrt{2}$. B. $54\sqrt{2}$. C. $24\sqrt{3}$. D. 8.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng công thức hình lập phương cạnh a có độ dài đường chéo chính là $a\sqrt{3}$.

Thể tích hình lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Cách giải:

Gọi độ dài cạnh hình lập phương là a , ($a > 0$) thì độ dài đường chéo hình lập phương là $a\sqrt{3} = 6 \Leftrightarrow a = 2\sqrt{3}$.

Thể tích hình lập phương là $V = (2\sqrt{3})^3 = 24\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1581. Một khối lăng trụ tứ giác đều có thể tích là 4. Nếu gấp đôi các cạnh đáy đồng thời giảm chiều cao của khối lăng trụ này hai lần thì được khối lăng trụ mới có thể tích là:

- A. 8. B. 4. C. 16. D. 2.

Lời giải.

Phương pháp:

Nhận xét sự thay đổi về thể tích của khối lăng trụ theo cạnh đáy và chiều cao rồi kết luận.

Cách giải:

Gọi cạnh đáy và chiều cao khối lăng trụ đều là a ; h thì thể tích $V = a^2h$.

Nếu gấp đôi các cạnh đáy đồng thời giảm chiều cao của khối lăng trụ hai lần thì $V' = (2a)^2 \cdot \frac{h}{2} = 2a^2h = 2V$.

Vậy thể tích khối lăng trụ được tăng lên 2 lần và bằng $4 \cdot 2 = 8$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1582. Trong một khối đa diện, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hai cạnh bất kì có ít nhất một điểm chung. B. Ba mặt bất kì có ít nhất một điểm chung.
C. Hai mặt bất kì có ít nhất một điểm chung. D. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Lời giải.

Trong một khối đa diện, mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1583. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$. D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB .

$(SAB) \perp (ABCD), (SAB) \cap (ABCD) = AB$,

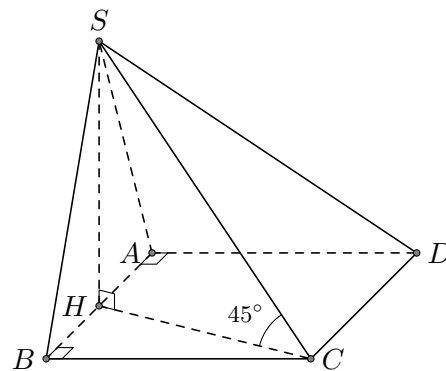
mà $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Do đó $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCH} = 45^\circ$.

Xét tam giác vuông BHC có $HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Xét tam giác vuông SHC có $SH = HC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1584. Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây?

A. 2017.

B. 2019.

C. 2018.

D. 2020.

Lời giải.

Giả sử số đỉnh của đa giác đáy của lăng trụ là n .

Khi đó số cạnh của 2 mặt đáy là $2n$ và số cạnh bên của lăng trụ là n .

Vậy số cạnh của lăng trụ là $3n$. Ta thấy $3 \cdot 673 = 2019$ nên chọn đáp án B.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1585. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hai khối lập phương lần lượt có cạnh là 4 cm và 8 cm là hai khối đa diện đồng dạng.

B. Khối chóp tam giác đều là khối chóp có đáy là tam giác đều.

C. Hai khối tứ diện đều có diện tích mỗi mặt là 3 m^2 và 12 m^2 là hai khối đa diện đều.

D. Khối lăng trụ tứ giác đều và khối hộp chữ nhật là hai khối đa diện đồng dạng.

Lời giải.

Khối lăng trụ tứ giác đều có đáy là hình vuông nên không đồng dạng với khối hộp chữ nhật.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1586. Trung điểm các cạnh của hình tứ diện đều là đỉnh của hình

A. Hình lập phương.

B. Hình tứ diện đều.

C. Hình lăng trụ tam giác.

D. Hình bát diện đều.

Lời giải.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1587. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, $A'B = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

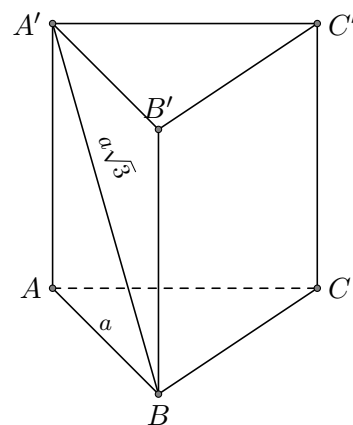
Do tam giác $A'AB$ vuông tại A nên theo Py-ta-go ta có

$$A'B^2 = AA'^2 + AB^2 \Leftrightarrow AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

Lại có tam giác ABC vuông cân tại B nên $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB^2 = \frac{1}{2}a^2$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1588. Số mặt phẳng đối xứng của hình lập phương là

A. 3.

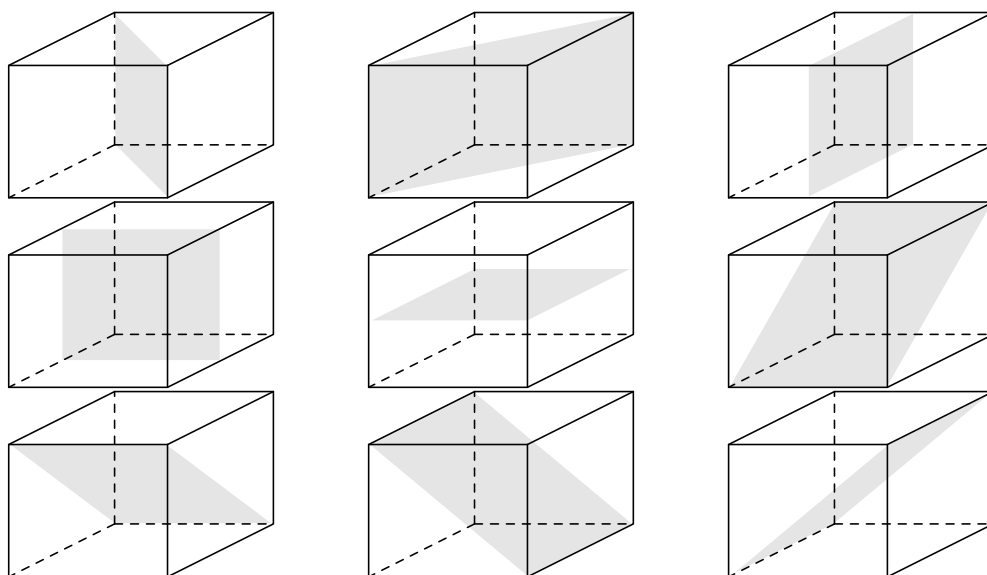
B. 6.

C. 8.

D. 9.

Lời giải.

Hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1589. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

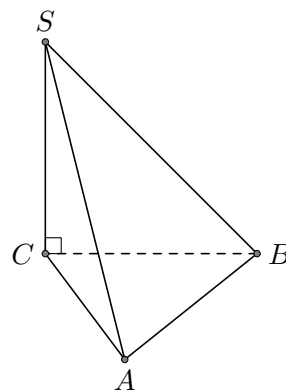
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Đáy ABC là tam giác đều cạnh a nên diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Đường cao của hình chóp là $SC = a$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $\frac{1}{3}SC \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ (đvdt)



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1590. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau và diện tích toàn phần bằng $9 + 9\sqrt{3}$. Độ dài cạnh hình chóp bằng

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Gọi độ dài cạnh của hình chóp bằng $x (x > 0)$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên đáy $ABCD$ là hình vuông. Hình chóp có tất cả các cạnh bằng x nên các mặt bên là các tam giác đều cạnh bằng x .

Diện tích toàn phần của hình chóp bằng $9 + 9\sqrt{3}$ nên

$$S_{ABCD} + 4S_{SAB} = 9 + 9\sqrt{3} \Leftrightarrow x^2 + 4 \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = 9 + 9\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow x^2(1 + \sqrt{3}) = 9(1 + \sqrt{3}) \Leftrightarrow x = 3.$$

Vậy độ dài cạnh hình chóp bằng 3.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1591. Tính thể tích khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng $2a$.

A. $2a^3\sqrt{3}$.B. $2a^3\sqrt{2}$.C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

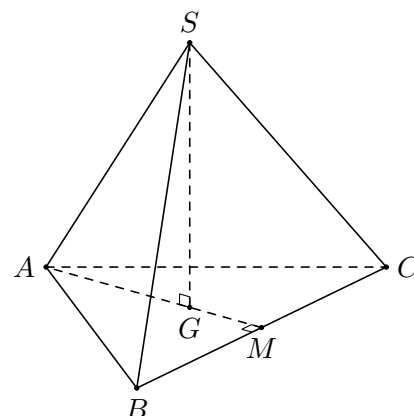
Gọi M là trung điểm BC , G là trọng tâm tam giác ABC .

$$SG \perp (ABC), AM = a\sqrt{3}, AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a^2\sqrt{3} \cdot \frac{2a\sqrt{6}}{3} = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1592. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $3a^3$.B. a^3 .C. $\frac{3a^3}{4}$.D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Vì tam giác ABC là tam giác đều cạnh $2a$ nên diện tích đáy $S_{\triangle ABC} = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều nên đường cao là AA' .

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = a\sqrt{3} \cdot a^2\sqrt{3} = 3a^3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1593. Cho hình chóp đều $S.ABC$ cạnh bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là trung điểm của SB , N là điểm trên đoạn SC sao cho $NS = 2NC$. Thể tích V của khối chóp $A.BCNM$ bằng

A. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{16}$.B. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{24}$.C. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{18}$.D. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{36}$.

Lời giải.

Ta có $V_{A.BCNM} = V_{S.ABC} - V_{S.AMN}$.

Áp dụng công thức tỉ số thể tích, ta có

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{3}$$

Suy ra $V_{A.BCNM} = \frac{2}{3}V_{S.ABC}$.

Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC) , theo tính chất hình chóp đều thì H là trọng tâm tam giác ABC .

Tam giác ABC đều cạnh a nên

$$AD = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \frac{2}{3}AD = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

và $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

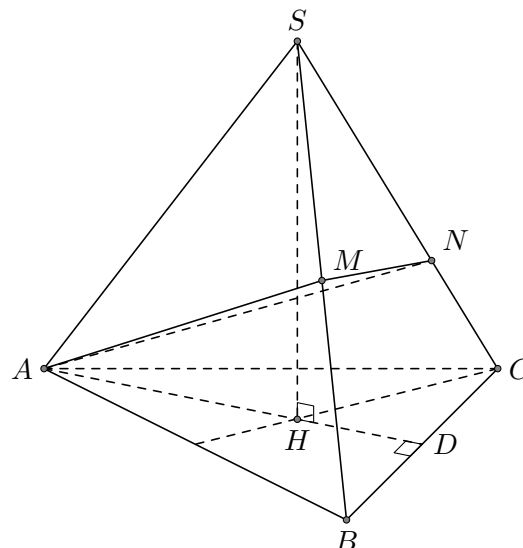
Tam giác SHA vuông tại H nên $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{33}}{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{33}}{3} = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

Vậy $V_{A.BCNM} = \frac{a^3\sqrt{11}}{18}$.

Chọn đáp án **C**

□



Câu 1594. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B , $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy, SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $3a^3$.

B. $27a^3$.

C. $9a^3$.

D. $\frac{3a^3}{2}$.

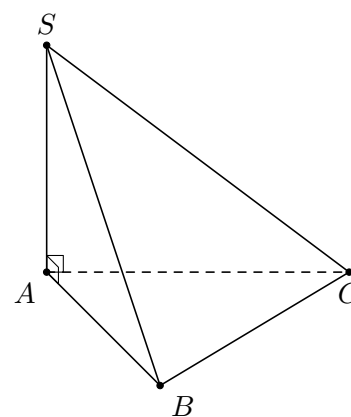
Lời giải.

Góc giữa SB và (ABC) là $\widehat{SBA}$, do đó $\widehat{SBA} = 60^\circ$.

Xét tam giác SAB vuông tại A có $AB = \frac{SA}{\tan 60^\circ} = a\sqrt{3}$.

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC = \frac{3a^2}{2}$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{3a^3}{2}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1595. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính theo a thể tích V của hình chóp đã cho

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của AC và H là trọng tâm $\triangle ABC$,
ta có

$$BH = \frac{2}{3}BN = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

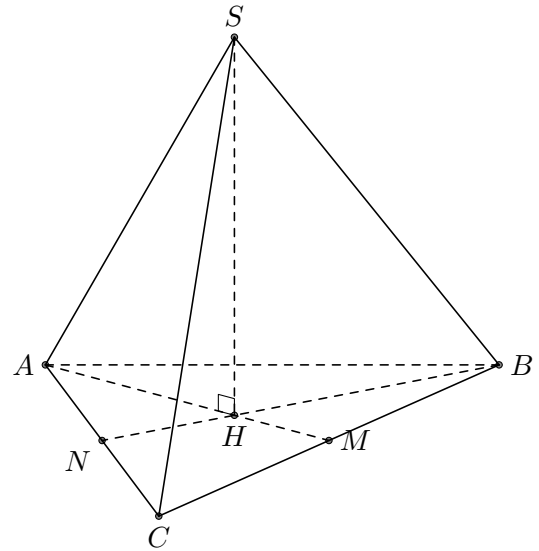
Tam giác SHB vuông tại H nên

$$SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{\frac{21a^2}{36} - \frac{a^2}{3}} = \frac{a}{2}.$$

Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$$



□

Câu 1596. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và tổng diện tích các mặt bên bằng $3a^2$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

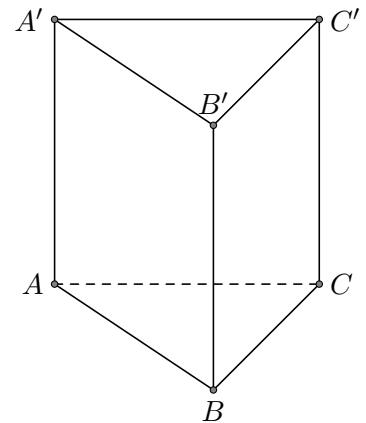
D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$

Lời giải.

Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$

Theo đề bài, ta có $3S_{ABB'A'} = 3a^2 \Rightarrow AB \cdot AA' = a^2 \Leftrightarrow AA' = a.$

Thể tích khối lăng trụ $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1597. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$

B. $V = \frac{a^3}{3}.$

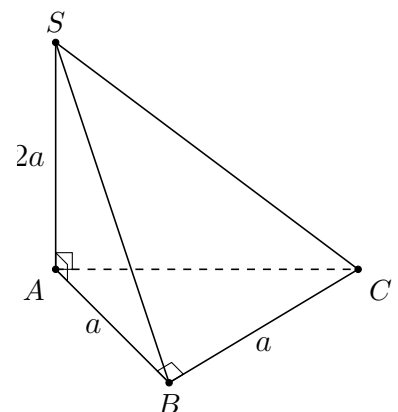
C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$

Lời giải.

Tam giác ABC vuông tại B nên $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BA \cdot BC = \frac{a^2}{2}.$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{a^3}{3}.$



Chọn đáp án (B)



Câu 1598. Kim tự tháp Kheops (Kê-ốp) ở Ai cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao 147 m cạnh đáy dài 230 m. Tính thể tích của nó.

- A. 2592100 m³. B. 3888150 m³. C. 7776300 m³. D. 2952100 m³.

Lời giải.

Diện tích đáy của kim tự tháp là $S = 230^2 = 52900 \text{ m}^2$.

Thể tích của kim tự tháp $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 52900 \cdot 147 = 2592100 \text{ m}^3$.



Câu 1599. Khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$ có thể tích V là

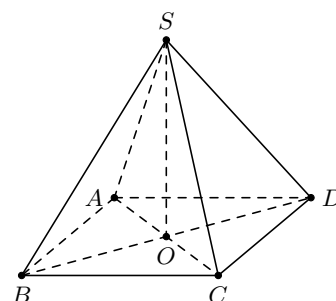
- A. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = 4a^2$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , khi đó $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $AO = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a\sqrt{2}$.

Do vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án (A)



Câu 1600. Khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$ có số cạnh là

- A. 10. B. 12. C. 14. D. 8.

Lời giải.

Khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$ có số cạnh là 12.

Chọn đáp án (B)



Câu 1601. Có tất cả bao nhiêu khối đa diện đều?

- A. 7. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải.

Có 5 khối đa diện đều là khối tứ diện đều, khối lập phương, khối bát diện đều, khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều.

Chọn đáp án (C)



Câu 1602. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, đường chéo $AC = 2\sqrt{2}a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. a^3 . B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

Hạ đường cao SH của tam giác SAB .

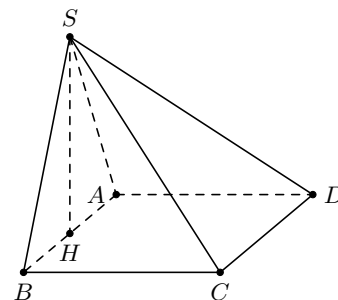
Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Xét hình vuông $ABCD$ có $AC = 2\sqrt{2}a \Rightarrow AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = 2a$,

suy ra $S_{ABCD} = 4a^2$.

Trong tam giác đều SAB có $SH = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AB = a\sqrt{3}$.

Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot 4a^2 = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1603. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{1}{3}a^3$.

B. $V = 6a^3$.

C. $V = a^3$.

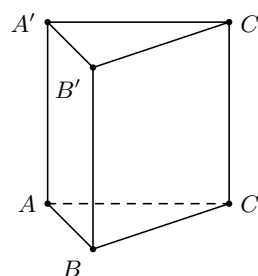
D. $V = \frac{2}{3}a^3$.

Lời giải.

Tam giác ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a \Rightarrow BA = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

Diện tích của tam giác ABC : $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = a^2$.

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = BB' \cdot S_{\triangle ABC} = a \cdot a^2 = a^3$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1604. Hình lập phương có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6.

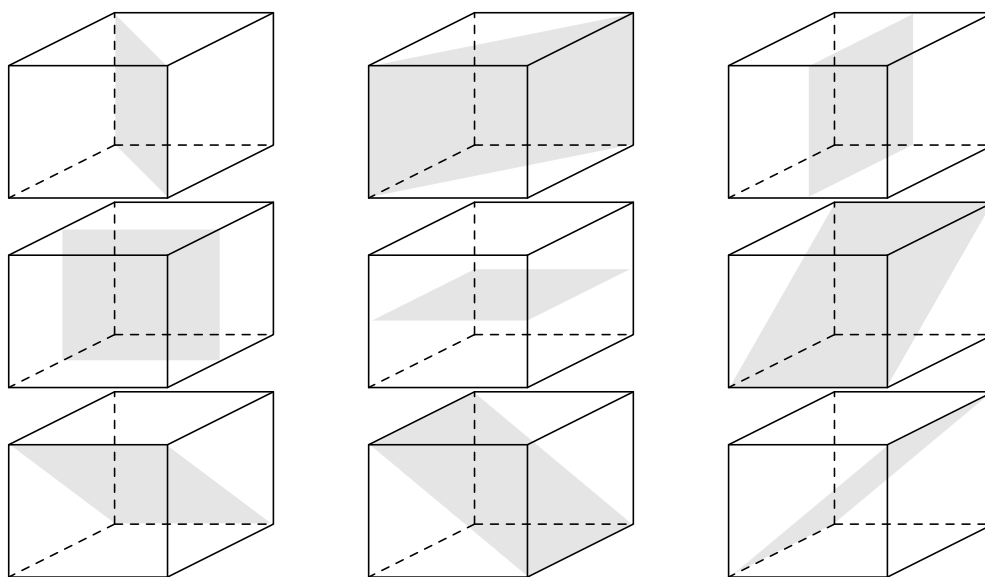
B. 7.

C. 8.

D. 9.

Lời giải.

Hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1605. Tính chiều cao của khối lăng trụ tam giác đều biết thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$, cạnh đáy bằng a .

A. $3a$.

B. $2a$.

C. a .

D. $6a$.

Lời giải.

Khối lăng trụ tam giác đều có đáy là tam giác đều.

Theo bài ra ta có đáy là tam giác đều cạnh a .

Diện tích đáy là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi h là chiều cao của khối lăng trụ.

Ta có: $V = S.h \Rightarrow h = \frac{V}{S} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2} : \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 2a$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1606. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $AC = a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

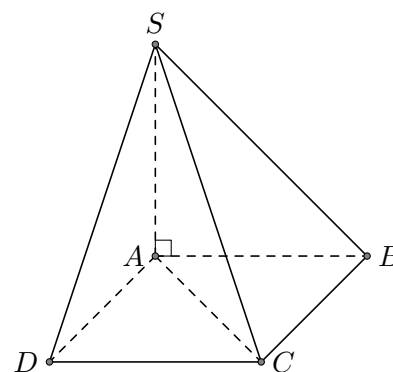
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Ta có $\triangle ABC$ là tam giác đều cạnh a .

$$\Rightarrow S_{ABCD} = AB \cdot BC \sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1607. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $AA' = 2a$. Tính thể tích khối tứ diện $BDB'C'$.

A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

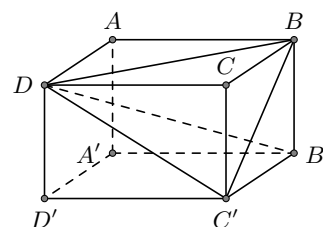
Ta có $V_{BDB'C'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{ABD.A'B'D'} - V_{D.B'C'D'} - V_{C'.BCD}$.

Có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 2a \cdot a^2 = 2a^3$, $V_{ABD.A'B'D'} = \frac{1}{2} V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^3$.

Hai khối chóp $D.B'C'D'$ và $C'.BCD$ có chung chiều cao và đáy có diện tích bằng nửa hình hộp chữ nhật $\Rightarrow V_{D.B'C'D'} = V_{C'.BCD} =$

$$\frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{a^3}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{BDB'C'} = 2a^3 - a^3 - \frac{a^3}{3} - \frac{a^3}{3} = \frac{a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1608. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc tạo bởi $A'B$ và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $3a^3$.

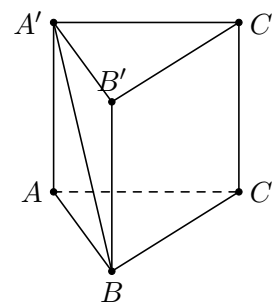
Lời giải.

Ta có: $BB' \perp (A'B'C')$ nên $\widehat{(A'B, (A'B'C'))} = \widehat{BA'B'} = 60^\circ$.

Xét tam giác $BB'A'$ vuông tại B' có $\tan 60^\circ = \frac{BB'}{B'A'} \Rightarrow BB' = a\sqrt{3}$.

Và $S_{\Delta A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{\Delta A'B'C'} = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1609. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $S.EBD$.

A. $V = \frac{1}{6}$.

B. $V = \frac{1}{3}$.

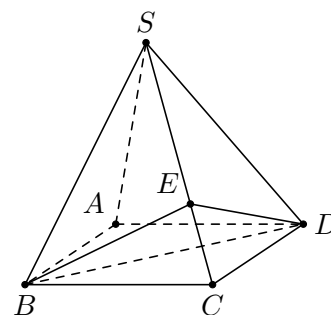
C. $V = \frac{1}{12}$.

D. $V = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $\frac{V_{S.EBD}}{V_{S.BCD}} = \frac{SE}{SC} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow V_{S.EBD} = \frac{2}{3} V_{S.BCD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1610. Khối tứ diện đều có mấy mặt đối xứng?

A. 5.

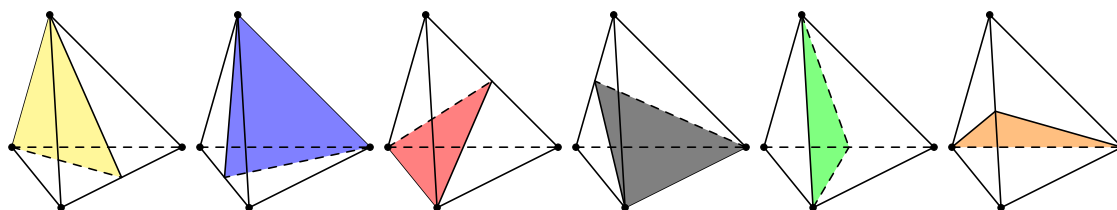
B. 6.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Khối tứ diện đều có 6 mặt đối xứng.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1611. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc 30° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{9}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

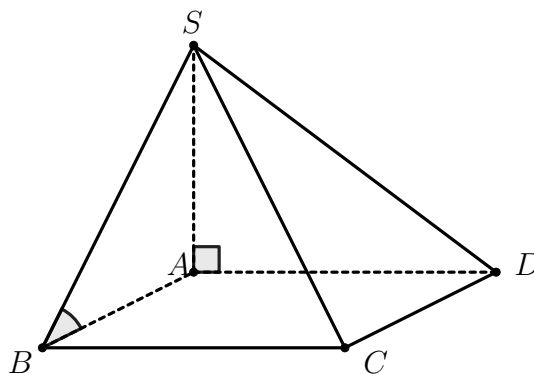
Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ AB \perp BC \\ SB \perp BC \end{cases} \Rightarrow \text{Góc giữa}$$

(SBC) và đáy là $\widehat{SBA} = 30^\circ$.

Lại có $SA = AB \cdot \tan 30^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot 4a^2 = \frac{8a^3\sqrt{3}}{9}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1612. Khối bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

A. $\{3; 5\}$.

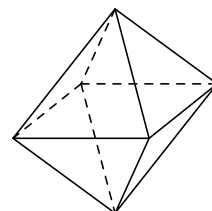
B. $\{4; 3\}$.

C. $\{3; 4\}$.

D. $\{5; 3\}$.

Lời giải.

Khối bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều là $\{3; 4\}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1613. Thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi khối chóp tứ giác đều là $S.ABCD$.

Gọi O là tâm của đáy $ABCD$. Do $S.ABCD$ là khối chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Vậy SO là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$.

Xét $\triangle SOB$ vuông tại O , ta có

$$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1614. Khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = a, BC = 2a, A'C = a\sqrt{21}$ có thể tích bằng

A. $4a^3$.

B. $\frac{8a^3}{3}$.

C. $8a^3$.

D. $\frac{4a^3}{3}$.

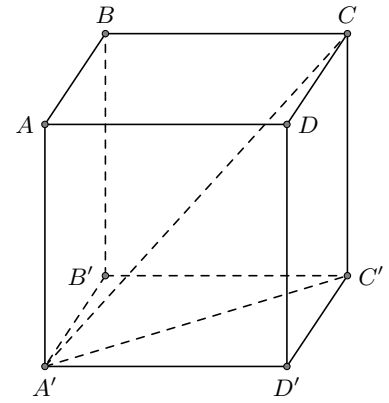
Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = 2a^2$.

$$A'C' = \sqrt{A'B'^2 + B'C'^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}.$$

$$CC' = \sqrt{A'C'^2 - A'C'^2} = \sqrt{21a^2 - 5a^2} = 4a.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot CC' = 2a^2 \cdot 4a = 8a^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1615. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của AD , M là trung điểm của CB , cạnh bên SB hợp với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABM$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Kẻ } MI \perp AB \Rightarrow MI = a \text{ và } S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} \cdot MI \cdot AB = \frac{a^2}{2}.$$

Ta có $\widehat{SBH} = 60^\circ$.

$$\text{Xét } \triangle SHB \text{ vuông tại } H \text{ có } \tan SBH = \tan 60^\circ = \frac{SH}{HB} \Rightarrow SH =$$

$$\sqrt{3}HB = \sqrt{3}\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABM} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{15}}{12}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1616. Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh bên bằng nhau. Biết rằng ABC là tam giác cân tại A có $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Khi đó hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy ABC là

A. trung điểm cạnh BC .

B. đỉnh A của $\triangle ABC$.

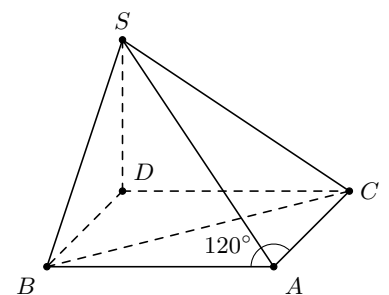
C. đỉnh D của hình thoi $ABDC$.

D. tâm đường tròn nội tiếp của $\triangle ABC$.

Lời giải.

Do tứ diện $S.ABC$ có các cạnh bên SA, SB, SC bằng nhau nên hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là tâm đường tròn ngoại tiếp D tam giác ABC .

Do tam giác ABC cân tại A và $\widehat{BAC} = 120^\circ$ nên $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 30^\circ$, suy ra $\widehat{ADB} = \widehat{ADC} = 60^\circ$ (góc ở tâm). Do đó ADB và ADC là các tam giác đều. Vậy $ABDC$ là hình thoi.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1617. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là :

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Trong tam giác đều SAD gọi I là trung điểm AD
 $\Rightarrow SI \perp AD \Rightarrow SI \perp (ABCD)$. (Vì $(SAD) \perp (ABCD)$)

Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow BC \perp IM$ (1)

Mặt khác $SI \perp (ABCD) \Rightarrow BC \perp SI$ (2)

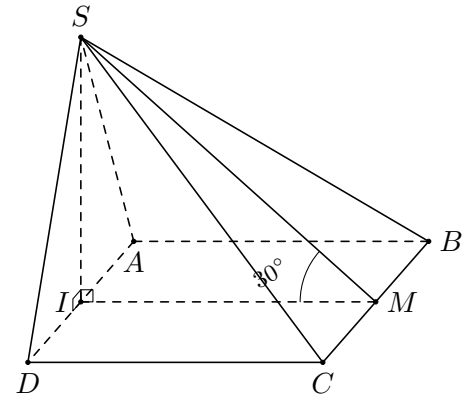
Từ (1), (2) suy ra $BC \perp SM$.

Vậy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ chính là $\widehat{SMI} = 30^\circ$.

Xét tam giác vuông SIM có $IM = \frac{SI}{\tan 30^\circ} = 3a$ (vì tam giác SAD là tam giác đều cạnh $2a$ nên $SI = a\sqrt{3}$).

Vậy, thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SI = \frac{1}{3} AD \cdot BC \cdot SI = 2a^3\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1618. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hai mặt (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC = a\sqrt{3}$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Từ đề bài ta có

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAC) \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC).$$

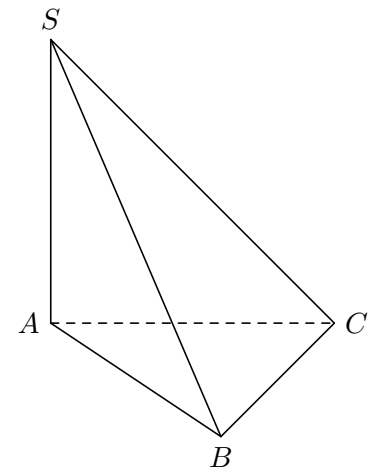
Vì tam giác ABC đều cạnh

$$a \Rightarrow S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \text{ và } AB = AC = BC = a.$$

Tam giác SAC vuông tại A (do $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AC$) nên theo định lý Pytago ta có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12} (\text{đvtt}).$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1619. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = a$, mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Ta có $V = Bh = S_{ABC} \cdot AA'$

$$\text{Do } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'B.$$

$$\text{Và } \begin{cases} BC \perp AB \subset (ABC) \\ BC \perp A'B \subset (A'BC) \\ BC = (ABC) \cap (A'BC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((ABC), (A'BC)) = (AB, A'B) = \widehat{ABA'}.$$

$$\text{Ta có } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} A'B \cdot BC$$

$$\Rightarrow A'B = \frac{2S_{\triangle ABC}}{BC} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{a} = 2a\sqrt{3}.$$

$$AB = A'B \cdot \cos \widehat{ABA'} = 2a\sqrt{3} \cos 30^\circ = 3a.$$

$$AA' = A'B \cdot \sin \widehat{ABA'} = 2a\sqrt{3} \sin 30^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1620. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối tứ diện $ABCB'C'$.

A. $\frac{V}{4}$.

B. $\frac{V}{2}$.

C. $\frac{3V}{4}$.

D. $\frac{2V}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3} d(A, (A'B'C')) S_{\triangle A'B'C'} = \frac{1}{3} V.$$

$$\text{Do đó } V_{ABCB'C'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = V - \frac{1}{3} V = \frac{2}{3} V.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1621. Hình đa diện sau có bao nhiêu mặt?

A. 11.

B. 20.

C. 12.

D. 10.

Lời giải.

Phương pháp

Dựa vào hình vẽ, đếm tổng số mặt bên và mặt đáy của khối đa diện.

Cách giải:

Ta thấy khối đa diện trong hình vẽ có 11 mặt cả mặt đáy.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1622. Số đỉnh của một hình bát diện đều là:

A. 21.

B. 14.

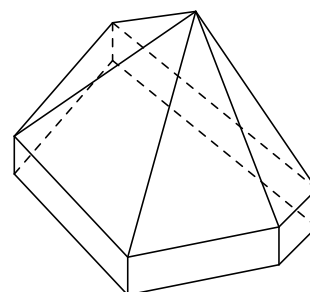
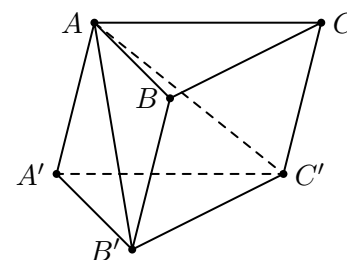
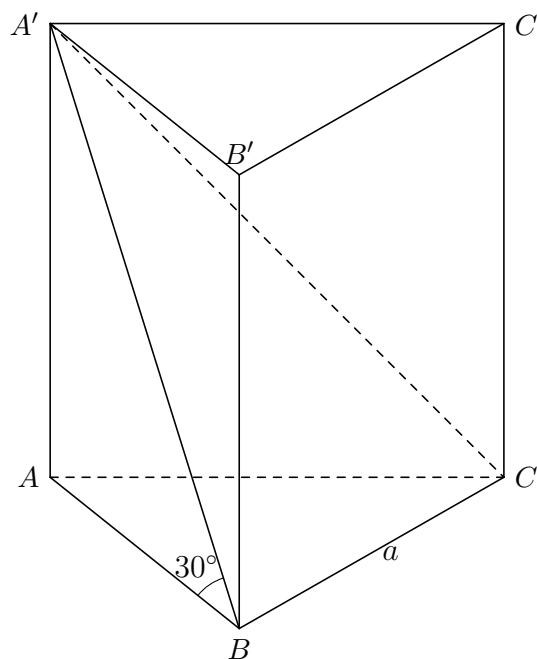
C. 8.

D. 6.

Lời giải.

Phương pháp

Dựa vào lý thuyết đa diện.



Cách giải:

Khối bát diện đều có 6 đỉnh, 12 cạnh và 8 mặt.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1623. Cho $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{3}$.

B. $V = \frac{3a^3}{2}$.

C. $V = \frac{a^3}{6}$.

D. $V = a^3$.

Lời giải.

Phương pháp

Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy là S và chiều cao h là: $V = \frac{1}{3}Sh$.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a.a^2 = \frac{a^3}{3}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1624. Thể tích V của khối trụ có bán kính và chiều cao đều bằng 3.

A. $V = 9\pi$.

B. $V = 12\pi$.

C. $V = 3\pi$.

D. $V = 27\pi$.

Lời giải.

Phương pháp

Thể tích khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là: $V = \pi r^2 h$.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 3 = 27\pi.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1625. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $A'.ABCD$.

A. $2\sqrt{2}a^3$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. a^3 .

D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

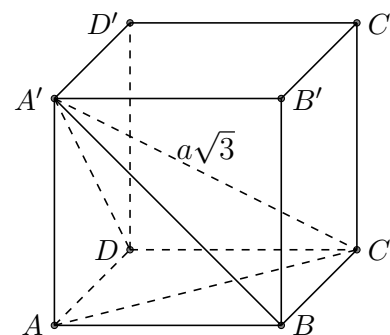
Lời giải.

Áp dụng định lý Pitago, ta có

$$AC'^2 = AA'^2 + AC^2 = AA'^2 + AB^2 + AD^2 = 3AB^2$$

$$\Rightarrow 3a^2 = 3AB^2 \Rightarrow AB = a.$$

$$\text{Vậy } V_{A'.ABCD} = \frac{1}{3}AA'.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}.$$



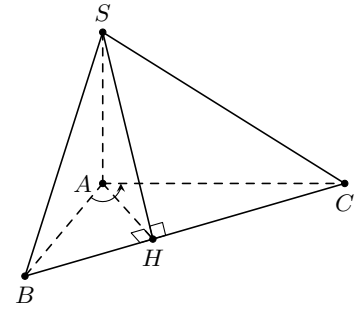
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1626.

Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $AC = 2a$,
 $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $SA \perp (ABC)$, góc giữa (SBC) và (ABC)
 là 60° .

- A. $\frac{\sqrt{7}a^3}{14}$.
 B. $\frac{3\sqrt{21}a^3}{14}$.
 C. $\frac{\sqrt{21}a^3}{14}$.
 D. $\frac{\sqrt{7}a^3}{7}$.



Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A lên BC . Khi đó

$$\begin{cases} BC \perp SA \text{ (} SA \perp (ABC) \text{)} \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp SH.$$

$$\text{Có } \begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow (\widehat{SBC}; \widehat{ABC}) = \widehat{SHA} = 60^\circ.$$

$$\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = 7a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{7}.$$

$$\text{Lại có } \begin{cases} S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin \widehat{BAC} \\ S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC \end{cases} \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC}}{BC} = \frac{a \cdot 2a \cdot \sin 120^\circ}{a\sqrt{7}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

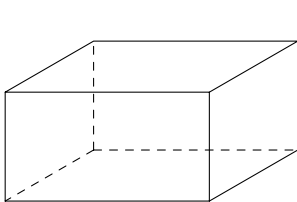
$$\text{Có } \triangle SAH \text{ vuông tại } A \text{ có } SA = 2AH \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{7}}{7}, \text{ có } S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2.$$

$$\text{Nên } V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{\sqrt{21}a^3}{14}.$$

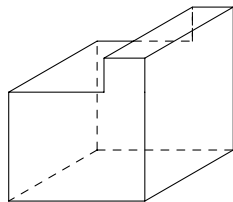
Chọn đáp án **C**

□

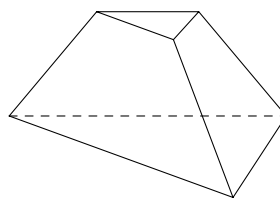
Câu 1627. Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng, tìm hình không là hình đa diện.



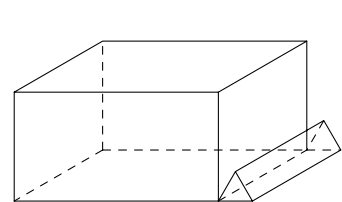
Hình 1.



Hình 2.



Hình 3.



Hình 4.

- A. Hình 4. B. Hình 3. C. Hình 2. D. Hình 1.

Lời giải.

Hình đa diện gồm một số hữu hạn đa giác phẳng thỏa mãn hai điều kiện

- ① Hai đa giác bất kì hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.
- ② Mỗi cạnh của một đa giác là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Theo khái niệm trên thì hình 1, hình 2, hình 3 là các hình đa diện; hình 4 không phải hình đa diện (Có cạnh là cạnh chung của 3 đa giác).

Chọn đáp án **A**

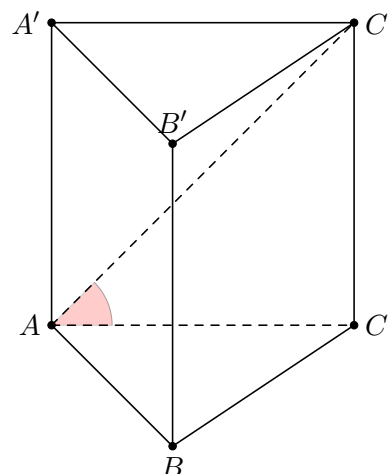
□

Câu 1628. Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại A , $AC = AB = 2a$, góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{4a^2}{3}$.

Lời giải.

Vì $C'C \perp (ABC)$ nên góc giữa AC' và (ABC) là $\widehat{CAC'}$.
 Ta có : $\tan \widehat{CAC'} = \frac{CC'}{AC} \Rightarrow CC' = AC \cdot \tan 30^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.
 Diện tích đáy : $S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{2a \cdot 2a}{2} = 2a^2$.
 Vậy : $V_{ABC.A'B'C'} = Bh = 2a^2 \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1629. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

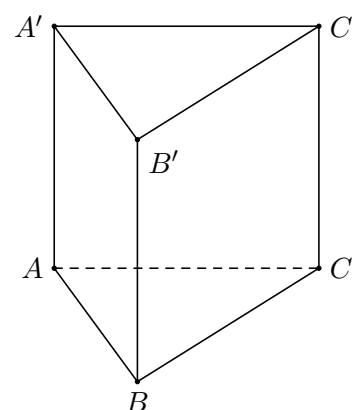
D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Diện tích đáy $B = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Độ dài đường cao của khối lăng trụ $h = 3$.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = Bh = \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1630. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho?

A. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$.

B. $V = 4\sqrt{7}a^3$.

C. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

D. $V = \frac{4a^3}{3}$.

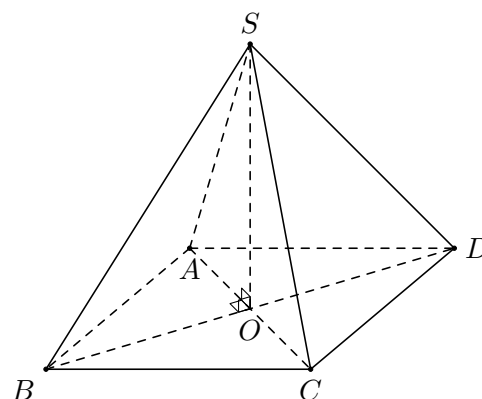
Lời giải.

Ta có $BO = \frac{BD}{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.

Mặt khác $SO = \sqrt{SB^2 - BO^2} = \sqrt{9a^2 - 2a^2} = a\sqrt{7}$.

Diện tích đáy $S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2$.

Vậy : $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot a\sqrt{7} = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1631. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\widehat{ACB} = 45^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh SB tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

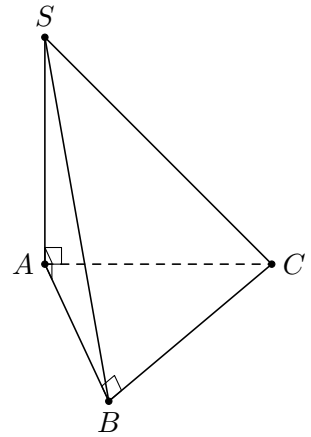
C. $V = \frac{a^3}{4\sqrt{3}}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Lời giải.

Ta có $\triangle SAB$ vuông tại A có $\angle SBA = 60^\circ$ nên $SA = \sqrt{3}a$. Mà $\triangle ABC$ vuông cân tại B nên $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2}a^2$.

$$\text{Do đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}\sqrt{3}a \cdot \frac{1}{2}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1632. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, đường thẳng DB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ góc 30° . Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $8a^3\sqrt{2}$.

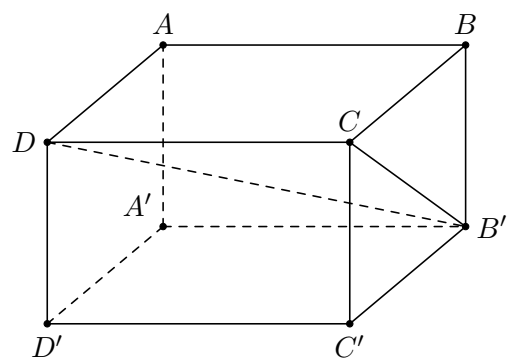
D. a^3 .

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của D xuống mặt phẳng $(BCC'B')$ là điểm C . Theo đề bài, ta có $\angle DB'C = 30^\circ$; $B'C = DC \cdot \cot 30^\circ = 2a\sqrt{3} = 2\sqrt{3}a$.

$$\Rightarrow BB' = \sqrt{B'C^2 - BC^2} = \sqrt{12a^2 - 4a^2} = 2\sqrt{2}a.$$

$$\text{Do đó } V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot BB' = 2\sqrt{2}a \cdot 4a^2 = 8\sqrt{2}a^3.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1633. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $AB = a$, $AD = 2a$. Góc giữa cạnh bên SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{18}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải.

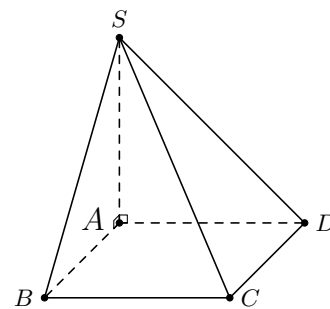
Ta có $S_{ABCD} = a \cdot 2a = 2a^2$.

$(SB, (ABCD)) = \widehat{SBA} = 45^\circ$.

Do tam giác SAB vuông cân tại A nên $SA = AB = a$.

Vậy thể tích của khối chóp là

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} 2a^2 \cdot a = \frac{2a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1634. Hình lập phương có mấy mặt phẳng đối xứng?

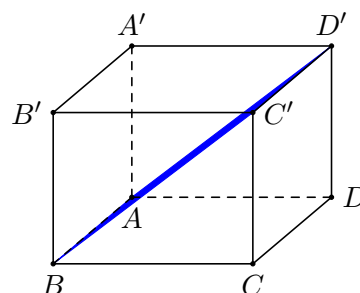
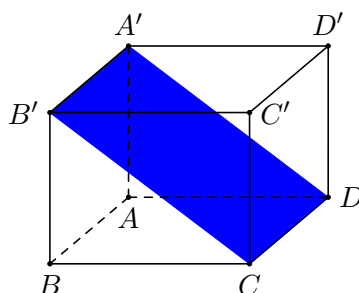
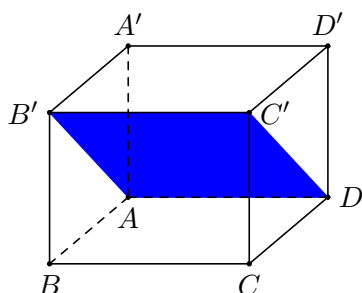
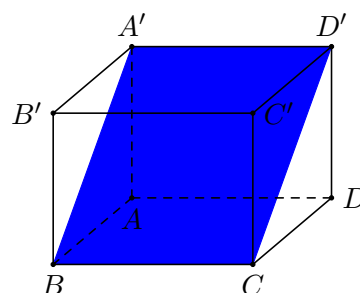
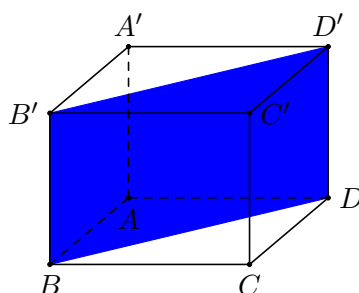
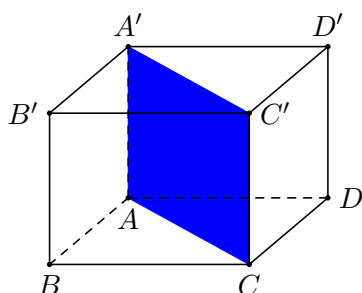
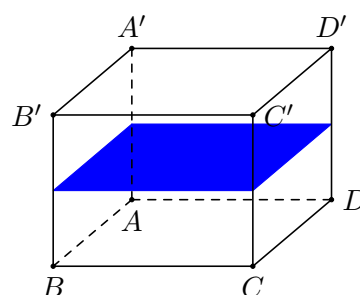
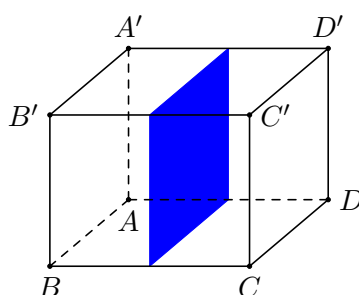
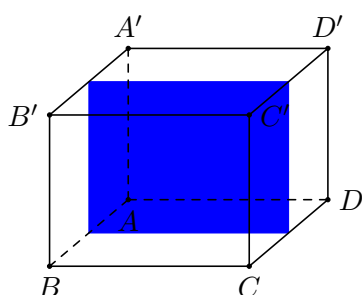
A. 6.

B. 8.

C. 9.

D. 7.

Lời giải.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1635. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30° và tam giác có ABC diện tích bằng $8a^2$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $8a^3\sqrt{3}$.

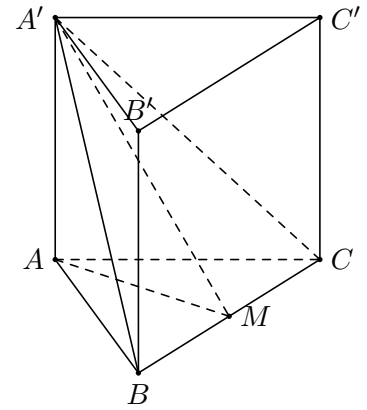
B. $8a^3$.

C. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{8a^3}{3}$.

Lời giải.

- Gọi là trung M điểm của BC . Ta chứng minh được $BC \perp (AA'M)$ nên góc giữa hai mặt phẳng và $(A'BC)$ mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{A'MA} = 30^\circ$.
- Đặt $AB = x$, Tam giác ABC là hình chiếu của tam giác $A'BC$ lên mặt phẳng (ABC) nên $S_{ABC} = S_{A'B'C'} \cdot \cos 30^\circ = 4a^2\sqrt{3} \Rightarrow x = 4a \Rightarrow AM = 2a\sqrt{3}$.
- $\frac{AA'}{AM} = \tan 30^\circ \Rightarrow AA' = 2a$.
- Vậy $V_{ABCA'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 8a^3\sqrt{3}$.



Chọn đáp án (A)

□

Câu 1636. Cho một khối lập phương có cạnh bằng a . Tính theo a thể tích của khối bát diện đều có các đỉnh là tâm các mặt của khối lập phương.

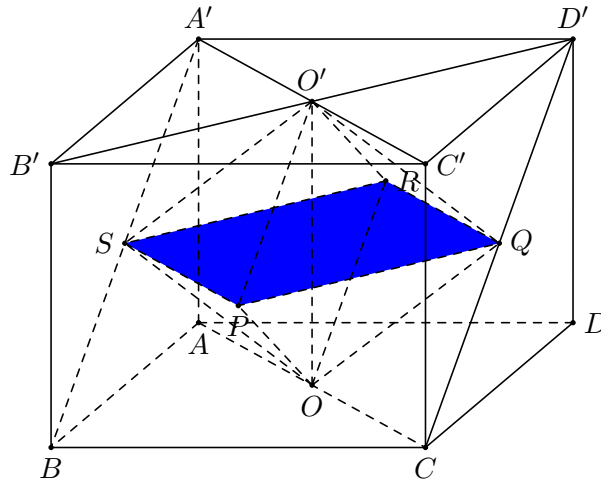
A. $\frac{a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{8}$.

Lời giải.



- Giả sử hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a và tâm các mặt là P, Q, R, S, O, O' như hình vẽ.
- Ta có là PQ đường trung bình của tam giác đều $B'CD'$ cạnh $a\sqrt{2}$ nên $PQ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Do đó $S_{PQRS} = PQ^2 = \frac{1}{2}a^2$ và $OO' = a$.
- Vậy thể tích bát diện cần tìm là $V = \frac{1}{3}S_{PQRS} \cdot OO' = \frac{1}{6}a^3$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1637. Một hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5.

B. 3.

C. 4.

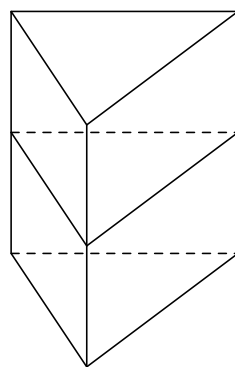
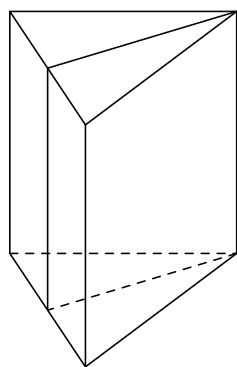
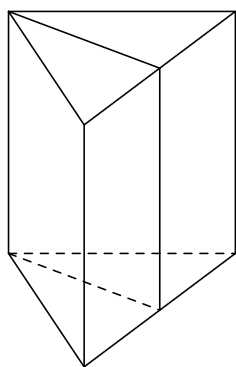
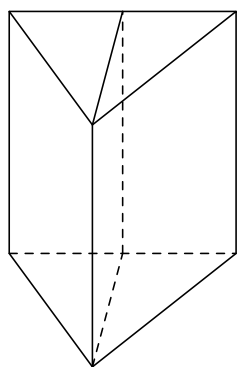
D. 6.

Lời giải.

Phương pháp: Dựa vào lý thuyết các khối đa diện đều.

Cách giải: Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng như hình vẽ bên dưới, trong đó:

- 3 mặt phẳng tạo bởi 1 cạnh bên và trung điểm của các cạnh đối diện.
- 1 mặt phẳng tạo bởi trung điểm của 3 cạnh bên.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1638. Số mặt đối xứng của hình chóp đều $S.ABCD$ là

A. 2.

B. 4.

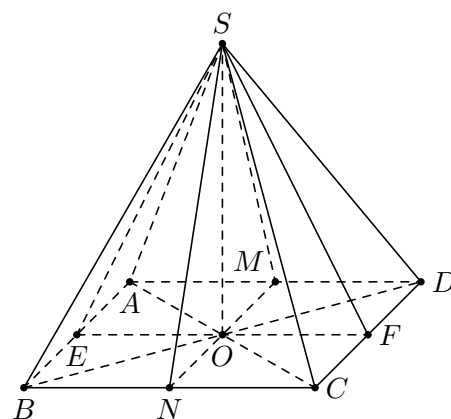
C. 7.

D. 6.

Lời giải.

Gọi E, F, M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD, AD, BC .

Khi đó các mặt đối xứng của hình chóp là $(SAC), (SBD), (SEF)$ và (SMN) .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1639. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

B. $V = 4\sqrt{7}a^3$.

C. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$.

D. $V = \frac{4a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khi đó $SO \perp (ABCD)$

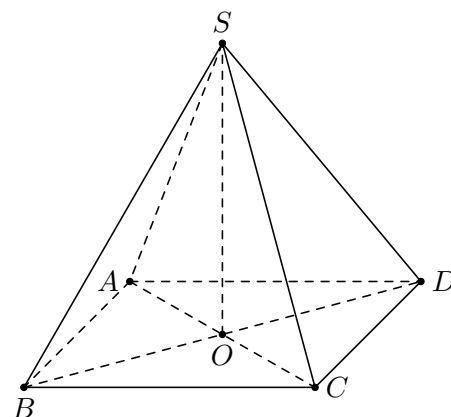
suy ra $SO \perp OB$.

Xét $\triangle SOB$ ta có $SO^2 = SB^2 - OB^2$.

Mà $OB = \frac{BD}{2} = \frac{2\sqrt{2}a}{2} = \sqrt{2}a$

nên $SO^2 = (3a)^2 - (\sqrt{2}a)^2 = 7a^2$ suy ra $SO = a\sqrt{7}$.

Khi đó $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{7} \cdot 4a^2 = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1640. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SB = a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

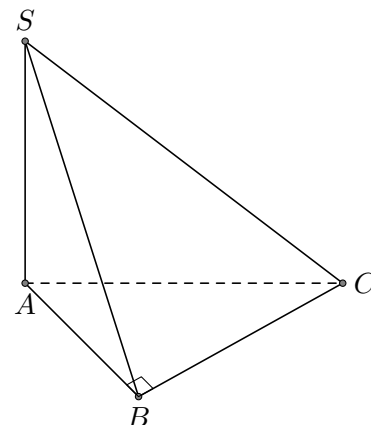
B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

- Xét $\triangle SAB$ vuông tại A nên $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a$.
- Xét $\triangle ABC$ vuông tại B nên $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$.
- Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \times SA \times S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \times 2a \times \frac{1}{2} \times a \times a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1641. Tính thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao là $3a$.

- A. $V = 4a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = 12a^3$. D. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot (2a)^2 = 4a^3$.

Chọn đáp án **A**

□

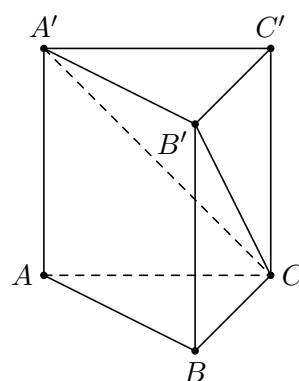
Câu 1642. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Biết thể tích lăng trụ là V , tính thể tích khối chóp $C.ABB'A'$.

- A. $\frac{2V}{3}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{3V}{4}$. D. $\frac{V}{2}$.

Lời giải.

Ta có $V_{CA'B'C'} = \frac{1}{3}d(C, (A'B'C')) \cdot S_{A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{V}{3}$.

Suy ra $V_{C.ABB'A'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{CA'B'C'} = V - \frac{V}{3} = \frac{2V}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1643. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, biết $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3\sqrt{3}}$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng (SCD) .

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD}$$

$$\Rightarrow SA = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Do } \begin{cases} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow (SAD) \perp (SCD).$$

Mặt khác $SD = (SAD) \cap (SCD)$ suy ra SD là hình chiếu vuông góc của SA trên mặt phẳng (SCD) . Khi đó

$$(SA, (SCD)) = \widehat{ASD}.$$

Ta có tam giác SAD vuông tại A nên

$$\tan \widehat{ASD} = \frac{AD}{AS} = \frac{a}{\frac{a}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{ASD} = 60^\circ.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1644. Tính thể tích của khối bát diện đều có tất cả các cạnh bằng $2a$.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}.$

B. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}.$

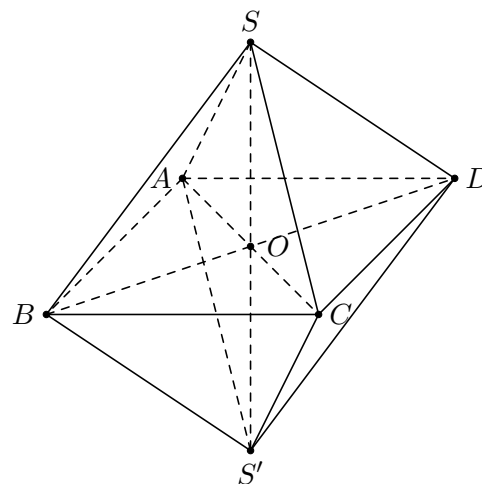
C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}.$

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}.$

Lời giải.

Thể tích V của khối bát diện đều gấp 2 lần thể tích của khối chóp đều $S.ABCD$. Suy ra

$$V = \frac{2}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{2}{3} a\sqrt{2} \cdot (2a)^2 = \frac{8\sqrt{2}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1645. Thể tích của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$

C. $a^3.$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} a^2 \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1646. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc SD và mặt phẳng (SAC) . Giá trị $\sin \alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}.$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}.$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}.$

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}.$

Lời giải.

Gọi O là giao điểm AC và BD . Dễ dàng xác định được góc giữa SD và mặt phẳng (SAC) là góc OSD .

Ta tính được $SD = 2a$; $OD = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{OD}{SD} = \frac{a\sqrt{2}}{2} : 2a = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1647. Cho một khối lập phương có thể tích V_1 và một khối hình hộp có tất cả các cạnh bằng nhau và có thể tích V_2 . Biết rằng cạnh của khối lập phương bằng cạnh của khối hình hộp. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $V_1 = V_2$.

B. $V_1 \geq V_2$.

C. $V_1 > V_2$.

D. $V_1 \leq V_2$.

Lời giải.

Gọi cạnh hình lập phương là a khi đó $V_1 = a^3$ (đvtt).

Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ cũng có cạnh là a .

Dựng $A'H$ vuông góc với $(ABCD)$ tại H .

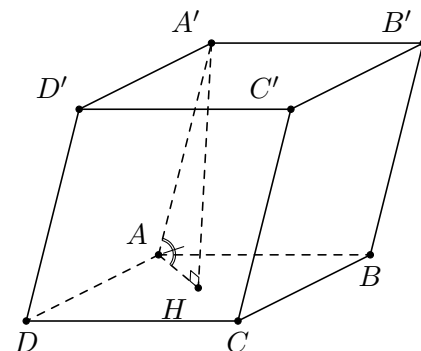
Đặt góc $\widehat{A'AH} = \alpha \Rightarrow A'H = A'A \cdot \sin \alpha$.

Gọi góc $\widehat{BAC} = \beta \Rightarrow S_{ABCD} = a^2 \sin \beta \Rightarrow$

$V_2 = V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^3 \sin \alpha \sin \beta \leq a^3$.

Dấu = xảy ra khi và chỉ khi $\alpha = \beta = 90^\circ$.

Vậy $V_2 \leq V_1$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1648. Cho hình chóp tứ giác $ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAB) là một tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải.

Phương pháp:

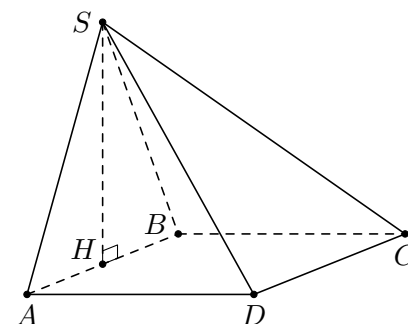
Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao

h là: $V = \frac{1}{3}Sh$.

Cách giải: Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

$\Rightarrow SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



□

Câu 1649. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SD tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $\frac{2a^3}{3}$.

C. $\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$.

Lời giải.

Phương pháp: Gọi a' là hình chiếu vuông góc của a trên mặt phẳng (P) .

Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) là góc giữa đường thẳng a và a' .

Thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}Sh$.

Cách giải:

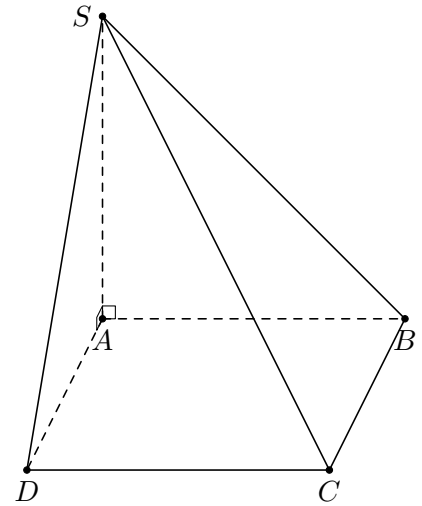
Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SD; (ABCD)) = \widehat{SDA} = 30^\circ$.

ΔSAD vuông tại $A \Rightarrow SA = AD \cdot \tan \widehat{SDA} = a\sqrt{3} \cdot \tan 30^\circ = a$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD} = a \cdot a\sqrt{3} = a^2\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3}a^2\sqrt{3} \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1650. Khối hộp có 6 mặt đều là các hình thoi cạnh a , các góc nhọn của các mặt đều bằng 60° có thể tích là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Giả sử các góc ở đỉnh A' đều bằng 60° , khi đó tứ diện $AA'B'D'$ là tứ diện đều, có cạnh bằng a .

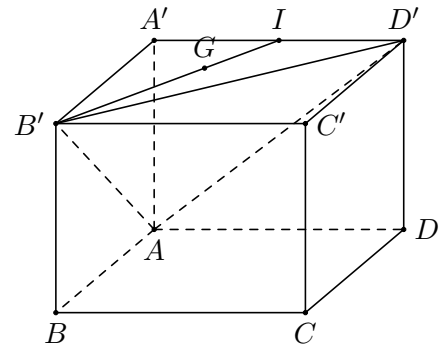
Gọi I là trung điểm của $A'D'$, G là trọng tâm tam giác đều $A'B'D'$

$$\Rightarrow B'I = \frac{a\sqrt{3}}{2}, B'G = \frac{2}{3}B'I = \frac{a\sqrt{3}}{3}, S_{A'B'D'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$AG = \sqrt{AB'^2 - B'G^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = a\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

$$V_{A.A'B'D'} = \frac{1}{3}AG \cdot S_{A'B'D'} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = 2V_{ABD.A'B'D'} = 6V_{A.A'B'D'} = 6 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1651. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $V = \frac{a^3}{12}$.

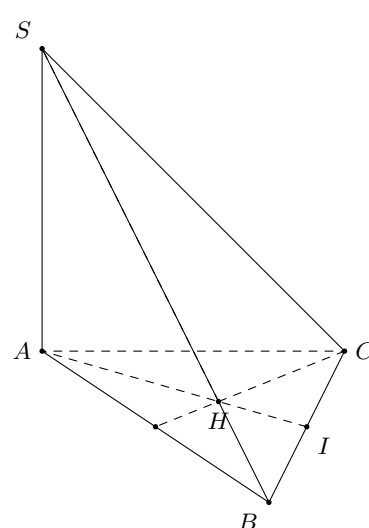
D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC , khi đó $SH \perp (ABC)$, $CH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Góc giữa cạnh bên và mặt đáy là góc $\widehat{SCH} = 60^\circ \Rightarrow SH = HC$.

$$\tan 60^\circ = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1652. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết đường chéo $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $3\sqrt{3}a^3$.

C. $\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$.

D. a^3 .

Lời giải.

Gọi cạnh hình lập phương là x . Ta có $AC'^2 = 3x^2 = 3a^2 \Rightarrow x = a \Rightarrow V = a^3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1653. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C'$ và mặt đáy bằng 45° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Theo tính chất lăng trụ tam giác đều thì lăng trụ đã cho là lăng trụ đứng, có đáy là tam giác ABC đều, cạnh $AB = a$. Do đó

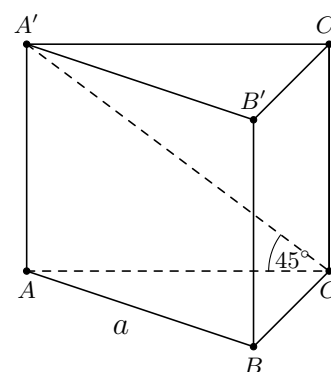
$$S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Góc giữa $A'C'$ và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{A'CA} = 45^\circ$.

$$AA' = AC \cdot \tan 45^\circ = AB \cdot \tan 45^\circ = a.$$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot$

$$S_{\triangle ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1654. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Thể tích khối tứ diện $AB'C'D'$ bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

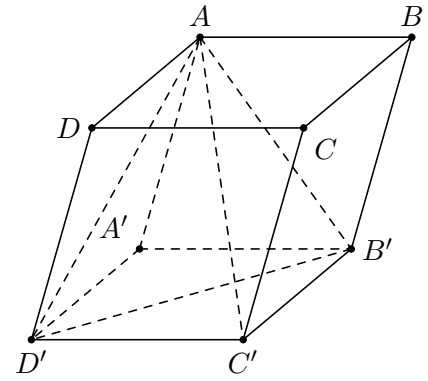
D. $\frac{1}{12}$.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của hình hộp, ta có

$$V_{A.B'C'D'} = \frac{1}{3} S_{\Delta B'C'D'} \cdot h = \frac{1}{6} S_{A'B'C'D'} \cdot h = \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'}.$$

Từ đó suy ra $V_{A.B'C'D'} = \frac{1}{6}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1655. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = \frac{\sqrt{2}a}{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

B. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

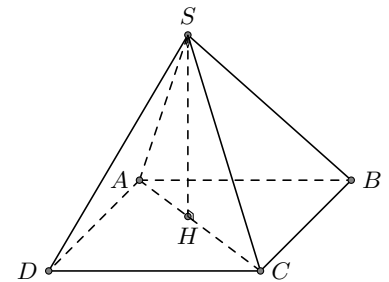
Lời giải.

Vẽ $SH \perp AC$ tại H .

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} (SAC) \perp (ABCD) \\ (SAC) \cap (ABCD) = AC \\ SH \subset (SAC) \\ SH \perp AC \end{cases}$$

$$\Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD}.$$



Theo đề ΔSAC vuông tại S nên ta có $SC = \sqrt{AC^2 - SA^2} = \frac{\sqrt{6}a}{2}$ và $SH = \frac{SA \cdot SC}{AC} = \frac{\frac{\sqrt{2}a}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}a}{2}}{\sqrt{2}a} = \frac{\sqrt{6}a}{4}$.

Vậy $V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1656. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các mặt bên là hình vuông $\sqrt{2}a$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$.

D. $V = \frac{\sqrt{6}a^2}{6}$.

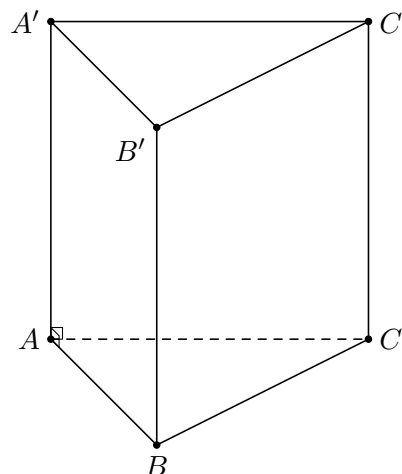
Lời giải.

Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các mặt bên là hình vuông nên tam giác ABC là tam giác đều và

$$\begin{cases} AA' \perp AC \\ AA' \perp AB \end{cases} \Rightarrow AA' \perp (ABC).$$

Khi đó

$$\begin{aligned} V &= AA' \cdot S_{\triangle ABC} = AA' \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot AB^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (\sqrt{2}a)^3 = \frac{\sqrt{6}a^3}{2}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

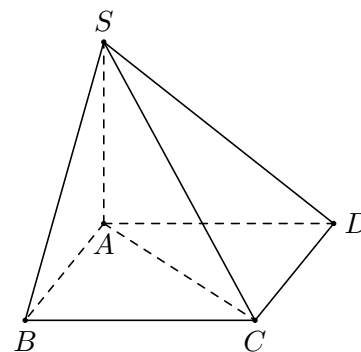
Câu 1657. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = \sqrt{2}a$ và vuông góc với $(ABCD)$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. B. $V = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $V = \sqrt{2}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$V = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2}a \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}.$$



Chọn đáp án **A**

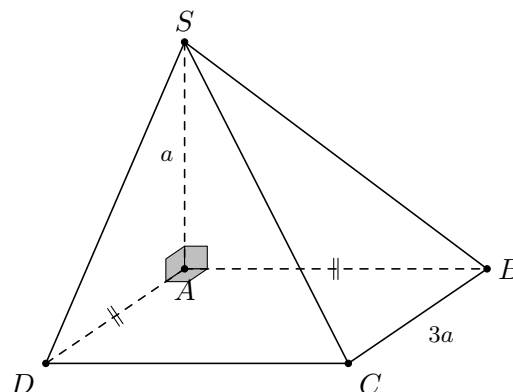
□

Câu 1658. Khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$, $SA = a$, $SA \perp (ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $3a^3$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $9a^3$. D. $6a^3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}a \cdot (3a)^2 = \frac{1}{3}a \cdot 9a^2 = 3a^3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1659. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 1. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $S.AEB$?

A. $V = \frac{1}{6}$. B. $V = \frac{1}{3}$. C. $V = \frac{2}{3}$. D. $V = \frac{4}{3}$.

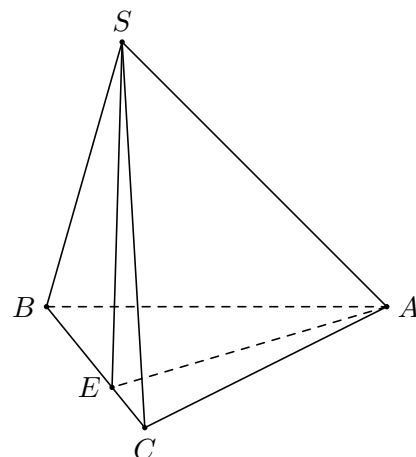
Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} S_{\triangle AEB} &= \frac{1}{2} \cdot BE \cdot d(A, BC) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} BC \cdot d(A, BC) \\ &= \frac{2}{3} \cdot S_{\triangle ABC}. \end{aligned}$$

Suy ra

$$\begin{aligned} V_{S.ABE} &= \frac{1}{3} \cdot d(S, (ABC)) \cdot S_{\triangle ABE} \\ &= \frac{1}{3} \cdot d(S, (ABC)) \cdot \frac{2}{3} S_{\triangle ABC} \\ &= \frac{2}{3} \cdot V_{S.ABC} \\ &= \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án C

□

Câu 1660. Khối chóp tam giác đều có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3.

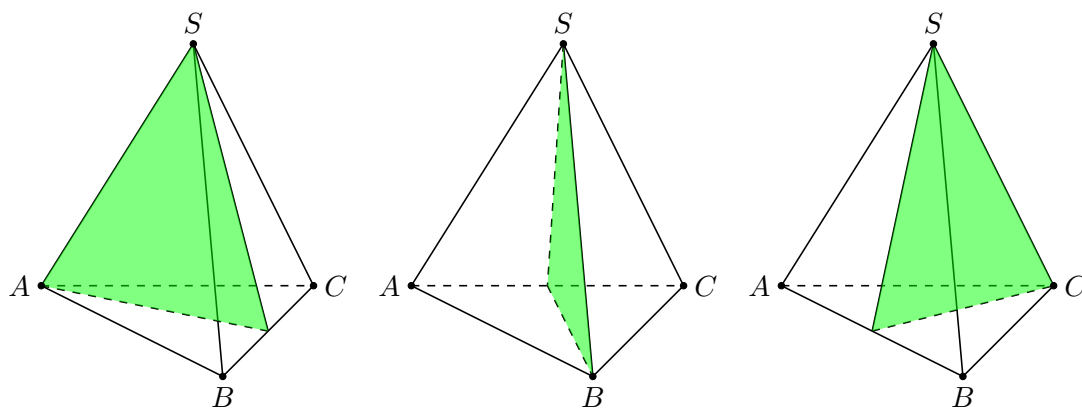
B. 9.

C. 6.

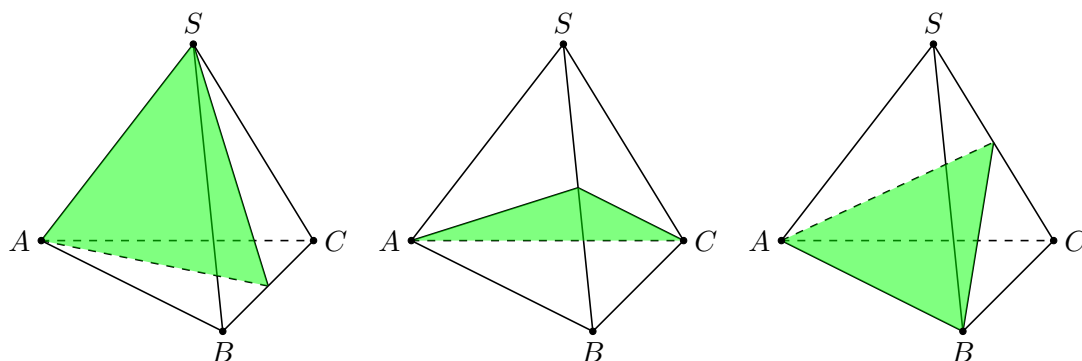
D. 4.

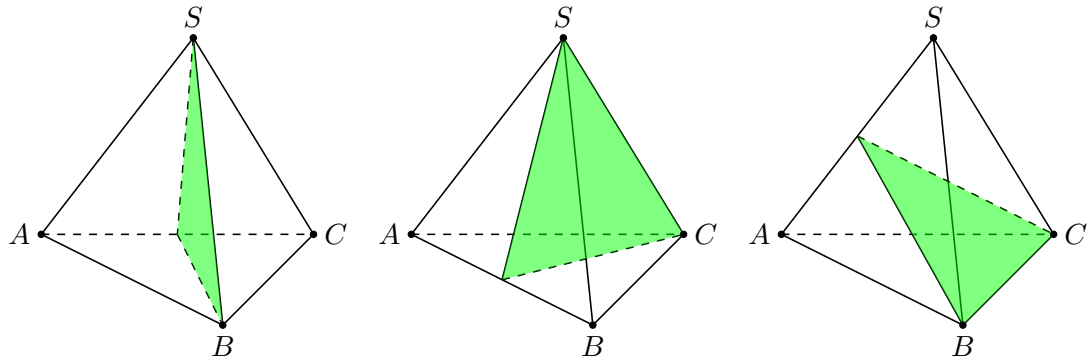
Lời giải.

Trường hợp 1: Khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy không bằng cạnh bên. Khi đó khối chóp tam giác đều có tất cả 3 mặt phẳng đối xứng.



Trường hợp 2: Khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng cạnh bên. Khi đó khối chóp tam giác đều trở thành khối tứ diện đều $SABC$. Khi đó khối chóp tam giác đều có tất cả 6 mặt phẳng đối xứng.





Vậy khối chóp tam giác đều có nhiều nhất 6 mặt phẳng đối xứng. □

Câu 1661. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AC = 2a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải.

Tam giác ABC vuông tại $B \Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Diện tích tam giác ABC : $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{6} a^3$. □

Câu 1662. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , $\widehat{BSA} = 60^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

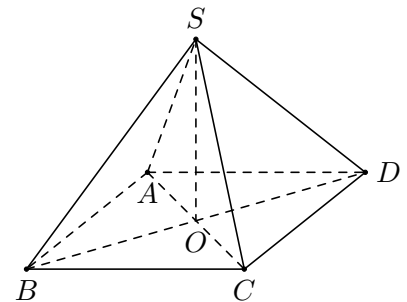
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $V = a^3\sqrt{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

— Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}Sh$.

— Gọi $AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

— Ta có là hình chóp $S.ABCD$ tứ giác đều $\Rightarrow SA = SB \Rightarrow \triangle SAB$ cân tại S .



— Ta có $\widehat{ASB} = 60^\circ$ nên $\triangle SAB$ đều $\Rightarrow SA = SB = AB = a$.

— Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

— Vậy $V_{SABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Chọn đáp án **D** □

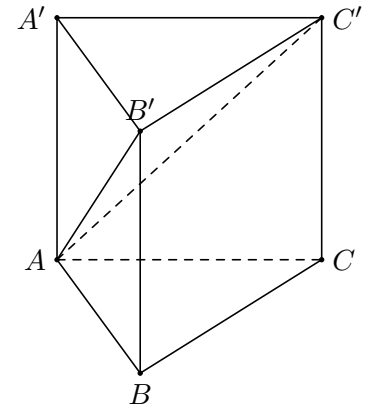
Câu 1663. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

- A. $\frac{V}{2}$. B. 45π . C. 180π . D. 15π .

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} V_{ABCA'B'} &= V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'} \\ &= V_{ABC.A'B'C'} - \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} \\ &= \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}V \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1664. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

- A. $V = \frac{2}{3}$. B. $V = \frac{1}{6}$. C. $V = \frac{1}{12}$. D. $V = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

— Vì $SE = 2EC$ nên $\frac{SE}{SC} = \frac{2}{3}$.

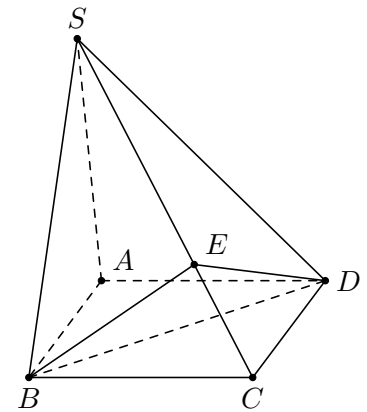
Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên ta có

$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABD} = 2S_{\triangle BDC}.$$

Suy ra $V_{S.ABCD} = 2V_{S.BCD} = 1 \Leftrightarrow V_{S.BCD} = \frac{1}{2}$.

— Ta có $\frac{V_{S.BED}}{V_{S.BCD}} = \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SE}{SC} \cdot \frac{SD}{SD} = \frac{SE}{SC} = \frac{2}{3}$.

Suy ra $V_{S.BED} = \frac{2}{3} \cdot V_{S.BCD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$.



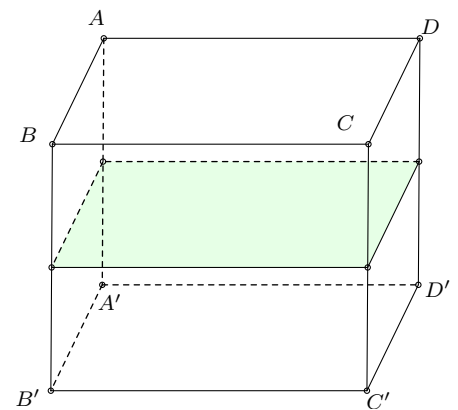
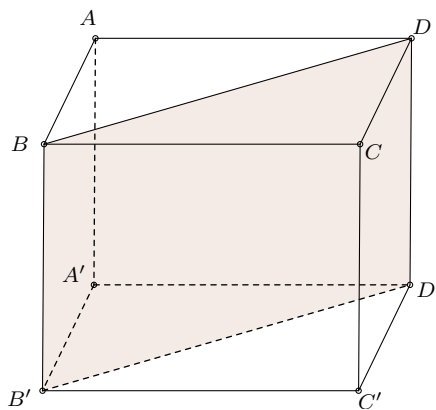
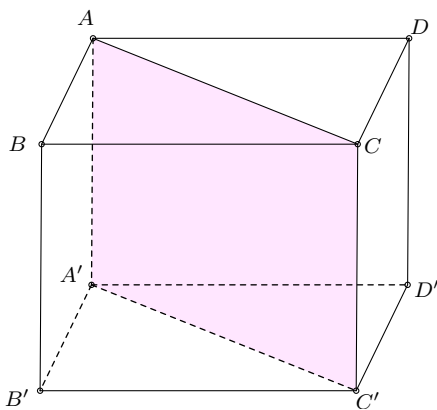
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1665. Hình hộp đứng có đáy là hình thoi thì có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1666. Tính thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng 2.

- A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD và F là trung điểm của cạnh CD . Vì tứ diện $ABCD$ đều nên $AG \perp (BCD)$

Tam giác BCD đều có cạnh bằng 2 nên

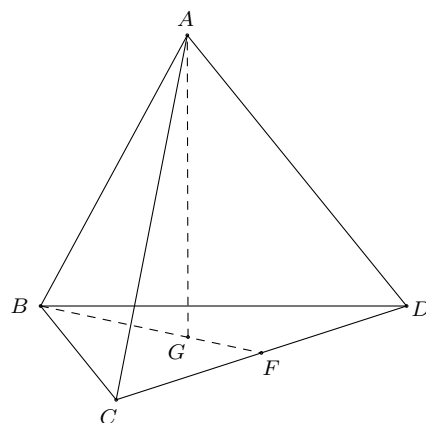
$$BG = \frac{2}{3}BF = \frac{2}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}; S_{\triangle BCD} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}.$$

Tam giác ABG vuông tại G có $AB = 2, BG = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\text{Nên } AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3}AG \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3} \cdot \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)**



Câu 1667. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2017. Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $\frac{2017}{2}$.

B. $\frac{4034}{3}$.

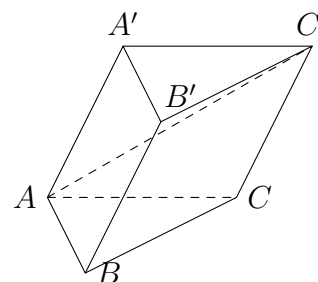
C. $\frac{6051}{4}$.

D. $\frac{2017}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } V_{ABCB'C'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = V_{ABC.A'B'C'} - \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCB'C'} = \frac{2}{3} \cdot 2017 = \frac{4034}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

Câu 1668. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a, AD = a\sqrt{2}$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $3\sqrt{2}a^3$.

B. $\sqrt{6}a^3$.

C. $3a^3$.

D. $\sqrt{2}a^3$.

Câu 1669. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD . Tính theo V thể tích của khối tứ diện $MNPQ$.

A. $\frac{V}{27}$.

B. $\frac{4V}{27}$.

C. $\frac{2V}{81}$.

D. $\frac{V}{9}$.

Lời giải.

Lưu ý: Hai tam giác đồng dạng theo tỉ số k thì tỉ số diện tích của hai tam giác là k^2 .

$$\text{Áp dụng: } V_{MNPQ} = \frac{1}{3}S_{MNP} \cdot d[Q, (MNP)] = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 S_{EFH} \cdot \frac{1}{2}d[A, (MNP)]$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 S_{BCD} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} d[A, (BCD)] = \frac{1}{27} \cdot \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot d[A, (BCD)] = \frac{V}{27}.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 1670. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Biết rằng thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính độ dài cạnh đáy của khối chóp $S.ABC$.

A. $2\sqrt{3}a$.

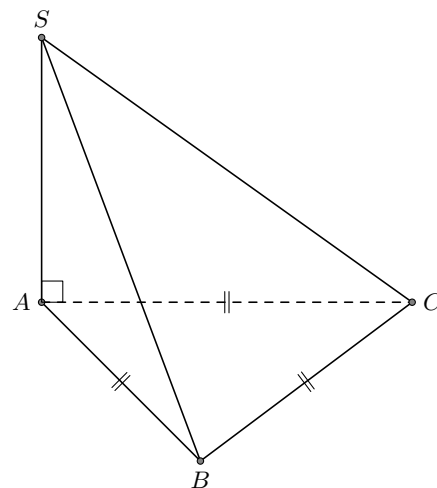
B. $2\sqrt{2}a$.

C. $3\sqrt{3}a$.

D. $2a$.

Lời giải.

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA$
 $\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{3V_{S.ABC}}{SA} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{3a} = 3a^2\sqrt{3}$.
 Mặt khác $S_{\triangle ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4}$.
 Suy ra $\frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 3a^2\sqrt{3} \Rightarrow AB = 2a\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1671. Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

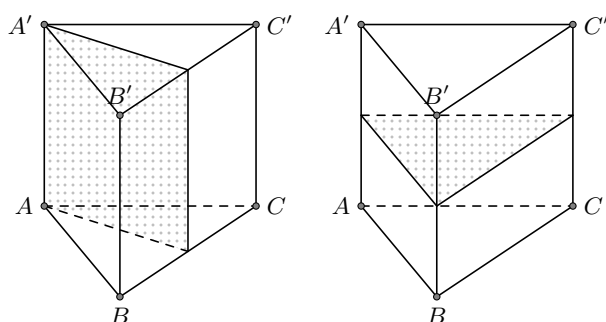
B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Có 2 mặt phẳng đối xứng là mặt phẳng vuông góc với đáy và đi qua đường cao ứng với cạnh đáy của đáy và mặt phẳng song song với đáy đi qua trung điểm của cạnh bên hình lăng trụ



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1672. Gọi V là thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và V' là thể tích của khối đa diện $A'ABC'D'$. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{5}$.

B. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{7}$.

C. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{3}$.

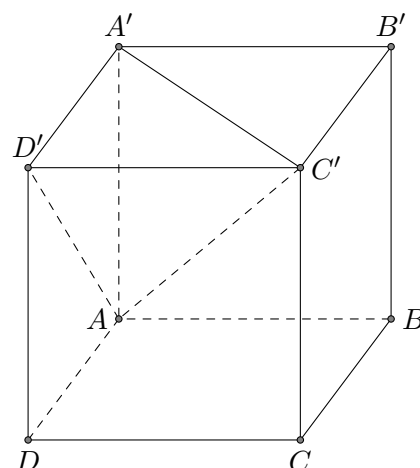
D. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABC'D'} = 2S_{\triangle AC'D'} \Rightarrow V_{A'.ABC'D'} = 2V_{A'.AC'D'}$.

Mặt khác $V_{A'.AC'D'} = \frac{1}{2}V_{A.A'B'C'D'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{6}V$.

Vậy $V' = \frac{1}{3}V \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{1}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1673. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

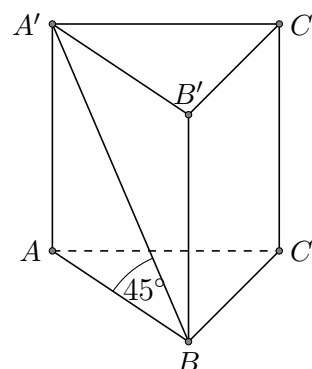
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Vì $AA' \perp (ABC)$ nên góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{A'BA} = 45^\circ$.

Do đó $AA' = AB = a$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1674. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$, $AC = a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

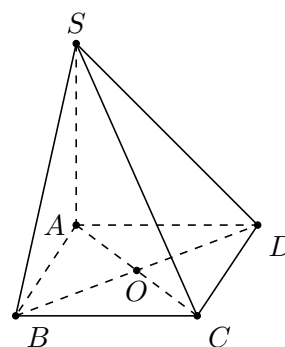
C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} AB^2 + BC^2 &= AC^2 \\ \Leftrightarrow AB^2 + AB^2 &= (a\sqrt{2})^2 \\ \Leftrightarrow AB^2 &= a^2. \end{aligned}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AB^2 \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1675. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$.

B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC . Kẻ $AH \perp A'M$ ($H \in A'M$).

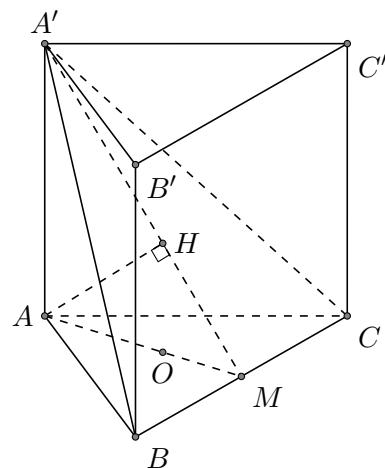
$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AM) \Rightarrow BC \perp AH.$$

Mà $AH \perp A'M$ nên $AH \perp (A'BC)$.

$$\text{Suy ra } AH = d(A, (A'BC)) = 3d(O, (A'BC)) = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow AA' = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

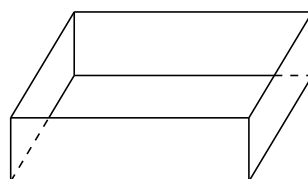
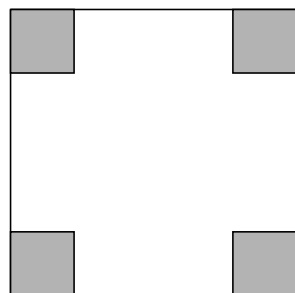
$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{16}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1676. Với một tấm bìa hình vuông, người ta cắt bỏ ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12 cm rồi gấp lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp (hình vẽ). Giả sử thể tích của cái hộp đó là 4800 cm^3 thì cạnh của tấm bìa ban đầu có độ dài là bao nhiêu?



A. 44 cm.

B. 42 cm.

C. 36 cm.

D. 38 cm.

Lời giải.

Gọi x (cm) ($x > 24$) là độ dài cạnh hình vuông ban đầu.

Do đó

$$\begin{aligned} V &= 12 \cdot (x - 24) \cdot (x - 24) \\ \Leftrightarrow 4800 &= 12(x - 24)^2 \\ \Leftrightarrow x^2 - 48x + 176 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 44 \\ x = 4 \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $x = 44$ cm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1677. Cho khối tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{4a^3}{3}$.

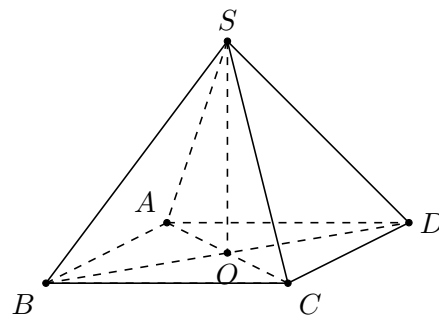
B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{32}}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Khi đó SO là đường cao của hình chóp. Ta có $AO = \frac{1}{2}AC = a\sqrt{2}$,
 $SO = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2}$ và $S_{ABCD} = 4a^2$.
 Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot 4a^2 = \frac{4}{3}a^3\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{32}}{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1678. Cho hình đa diện lồi, đều loại $\{3; 5\}$ cạnh a . Tính diện tích toàn phần S của hình đa diện đó.

A. $S = 5\sqrt{3}a^2$.

B. $S = 4\sqrt{3}a^2$.

C. $S = 3\sqrt{3}a^2$.

D. $S = 6a^2$.

Lời giải.

Đa diện lồi, đều loại $\{3; 5\}$ có 20 mặt là tam giác đều cạnh a . Suy ra $S = 20 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 5\sqrt{3}a^2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1679. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích V của hình lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

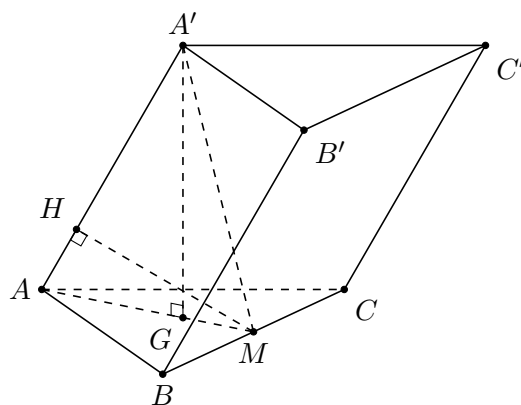
C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC , H là hình chiếu vuông góc của M trên AA' . Suy ra MH là khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC . Ta có $AM = a\sqrt{3}$ và $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Do $A'G \cdot AM = MH \cdot AA'$ và $AA'^2 = AG^2 + A'G^2 \Rightarrow A'G = \frac{2a}{3}$.

Vậy thể tích $ABC.A'B'C'$ là $V = A'G \cdot S_{ABC} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1680. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 36. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}$, $\frac{BN}{BB'} = \frac{2}{3}$, $\frac{CP}{CC'} = \frac{1}{3}$. Mặt phẳng (MNP) chia khối lăng trụ thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) (trong đó (H_1) là đa diện có chứa đỉnh A). Tính thể tích của khối đa diện (H_1) .

A. 15 .

B. 18 .

C. 24 .

D. 16.

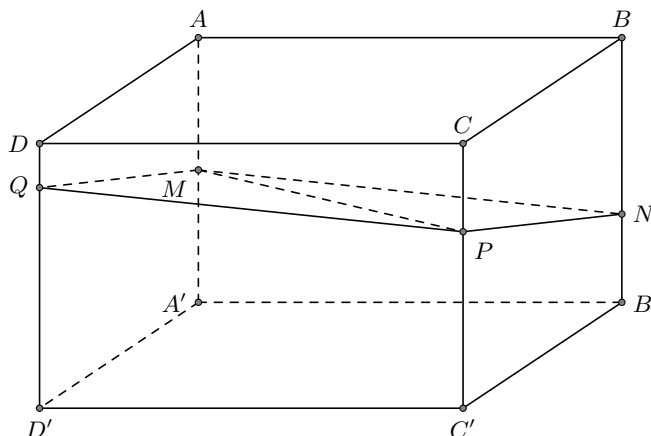
Lời giải.

Gọi V là thể tích khối trụ. Mặt phẳng (MNP) cắt DD' tại Q . Ta có

$$\frac{AM}{AA'} + \frac{CP}{CC'} = \frac{BN}{BB'} + \frac{DQ}{DD'}.$$

Suy ra $\frac{DQ}{DD'} = \frac{1}{6}$. Suy ra thể tích khối (H_1) là

$$V_{H_1} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}}{4} V = \frac{5}{12} \cdot 36 = 15.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1681. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I ; J ; K lần lượt là trung điểm của các cạnh MN ; MP ; MQ . Gọi V_1 là thể tích của $MJIK$ và V_2 là thể tích của $MNPQ$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{1}{8}$.

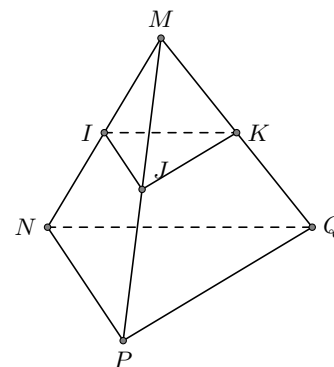
B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1682. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, SC tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

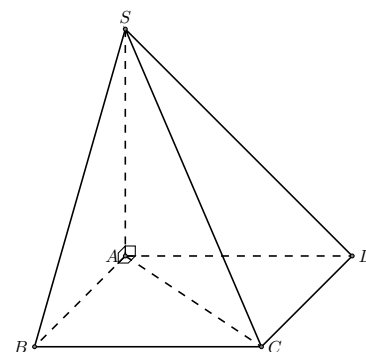
Góc giữa cạnh SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SCA} = 60^\circ$.

Xét tam giác SCA vuông tại A có:

— $AC = a\sqrt{2}$;

— $SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1683. Hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6.

B. 4.

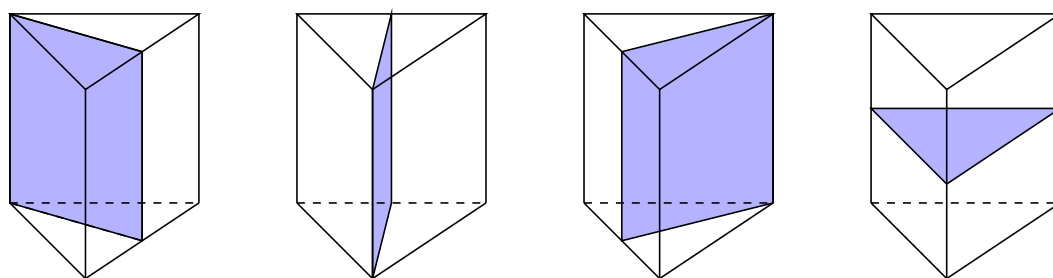
C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Các mặt phẳng đối xứng của hình lăng trụ là:

- Mặt phẳng trung trực của các cạnh đáy: 3 mặt phẳng.
- Mặt phẳng trung trực của cạnh bên: 1 mặt phẳng.



Vậy hình đã cho có tất cả 4 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1684. Tính thể tích của khối lập phương có diện tích toàn phần bằng $24a^2$.

- A. $8a^3$. B. $64a^3$. C. $4a^3$. D. a^3 .

Lời giải.

Hình lập phương có cạnh bằng x thì diện tích toàn phần bằng $6x^2 = 24a^2 \Leftrightarrow x = 2a$. Vậy thể tích hình lập phương là $V = 8a^3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1685. Cho hình chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng a và có thể tích bằng $6a^3$. Chiều cao của hình chóp bằng

- A. a . B. $6a$. C. $6a^2$. D. $18a$.

Lời giải.

Diện tích đáy của hình chóp là $S = a^2$.

Chiều cao của hình chóp là $h = \frac{3V}{S} = 18a$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1686. Cho tứ diện $O.ABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Biết $OA = 2$ cm, $OB = 3$ cm, $OC = 6$ cm. Tính thể tích của khối tứ diện $O.ABC$.

- A. 6 cm^3 . B. 36 cm^3 . C. 12 cm^3 . D. 18 cm^3 .

Lời giải.

Ta có thể tích của khối tứ diện $O.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1687. Diện tích toàn phần của một khối lập phương là 150 cm^2 . Thể tích của khối lập phương đó là

- A. 125 cm^3 . B. 100 cm^3 . C. 25 cm^3 . D. 75 cm^3 .

Lời giải.

Gọi $a > 0$ độ dài một cạnh của hình lập phương.

Vậy $S_{tp} = 6a^2 = 150 \Leftrightarrow a = 5 \Rightarrow V = a^3 = 125 \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1688. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I; J; K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN; MP; MQ$.

Tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{8}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1689. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 3a^3$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $V = a^3$.

Lời giải.

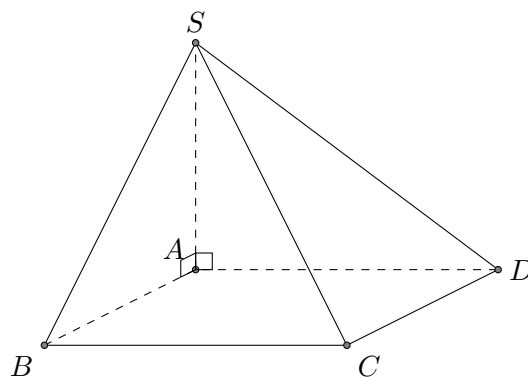
$$\text{Ta có } (SBC) \cap (ABCD) = BC.$$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$$

$$\Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (AB, SB) = \widehat{SBA} = 60^\circ.$$

$$\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = a^3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1690. Hình tứ diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Mỗi mặt của hình tứ diện đều chứa 1 cạnh của tứ diện và đi qua trung điểm của cạnh đối diện. Do đó, hình tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1691. Biết rằng thể tích của một khối lập phương bằng 8. Tính tổng diện tích các mặt của hình lập phương đó.

A. 16.

B. 24.

C. 36.

D. 27.

Lời giải.

Khối lập phương có thể tích bằng 8 nên hình lập phương có cạnh bằng 2.

Hình lập phương có 6 mặt đều là hình vuông bằng nhau nên tổng diện tích cần tìm là $6 \times 2^2 = 24$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1692. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Xét tam giác SOB vuông tại O .

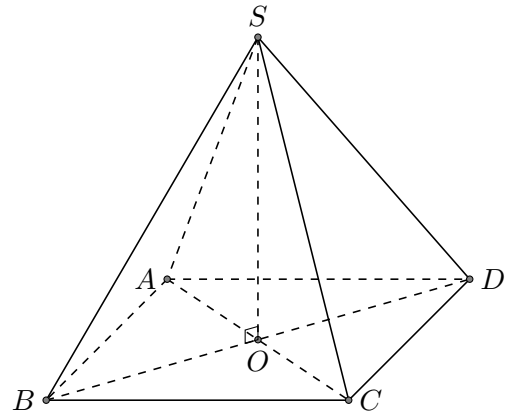
$ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có

$$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

Do đó

$$V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{10}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1693. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $72\sqrt{3}$.

B. $24\sqrt{3}$.

C. 24.

D. 72.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC và H là hình chiếu của A lên SM .

Ta có $AM \perp BC$ và $SA \perp BC$ nên $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AH$.

Lại có $AH \perp SM$ nên $AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH = 3$.

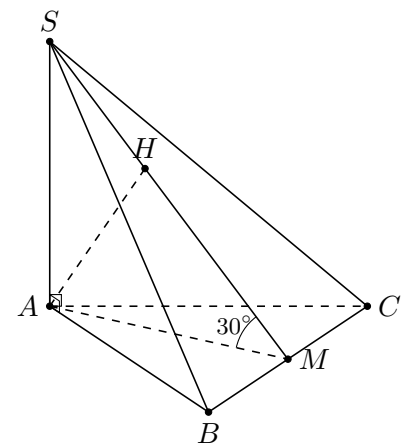
Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $\widehat{SMA} = 30^\circ$.

Xét tam giác AHM có:

$$\sin \widehat{AMH} = \frac{AH}{AM} \Rightarrow AM = 6 \text{ và } BC = 2AM = 12.$$

$$\text{Xét tam giác } SAM \text{ có } \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{12} \Rightarrow SA = 2\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = 24\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1694. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng $\sqrt{3}a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(BCC'B')$ bằng 45° . Tính thể tích V của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = 3a^3$.

B. $V = a^3$.

C. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

D. $V = \frac{3a^3}{8}$.

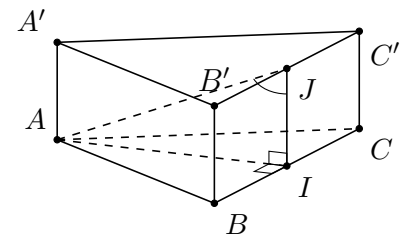
Lời giải.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm $BC, B'C'$.

Ta có góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(BCC'B')$ là $\widehat{AJI} = 45^\circ$.

Ta có $IJ = a\sqrt{3} \Rightarrow AI = a\sqrt{3} \Rightarrow AB = 2a$.

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} (2a)^2 = 3a^3.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1695. Khối 20 mặt đều có bao nhiêu cạnh?

A. 30.

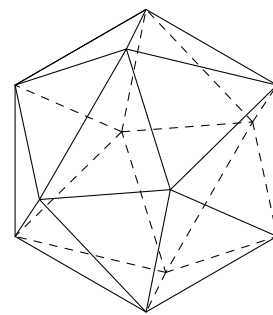
B. 40.

C. 24.

D. 28.

Lời giải.

Khối 20 mặt đều có 30 cạnh.



Chọn đáp án **(A)**



Câu 1696. Hình lăng trụ tứ giác có tối đa bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 8.

B. 9.

C. 10.

D. 6.

Lời giải.

Hình lăng trụ tứ giác có nhiều mặt phẳng đối xứng nhất là hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 1697.

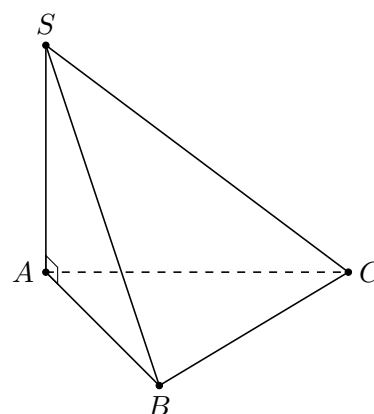
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , SA vuông góc với (ABC) . Diện tích tam giác SBC bằng $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



Câu 1698. Diện tích ba mặt của hình hộp chữ nhật lần lượt là 15 cm^2 , 24 cm^2 , 40 cm^2 . Thể tích của khối hộp đó là

A. 120 cm^3 .

B. 100 cm^3 .

C. 140 cm^3 .

D. 150 cm^3 .

Lời giải.

Gọi a, b, c là ba kích thước của hình hộp và $S_1 = ab, S_2 = ac, S_3 = bc$ là diện tích ba mặt. Thể tích khối hộp $V = a \cdot b \cdot c = \sqrt{S_1 \cdot S_2 \cdot S_3} = 120 \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 1699. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa AC' và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{108}$.

B. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{36}$.

D. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{72}$.

Lời giải.

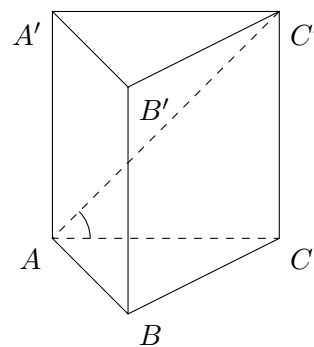
Gọi r và h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ.

Ta có góc của AC' với mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{C'AC} = 60^\circ$.

Do lăng trụ đều nên chiều cao $h = CC' = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Tam giác ABC đều nên $r = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

$$\text{Vậy } V = \pi r^2 h = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1700. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $3a^3$. Biết diện tích của tam giác SAD bằng $2a^2$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SAD) .

A. $h = a$.

B. $h = \frac{9a}{4}$.

C. $h = \frac{3a}{2}$.

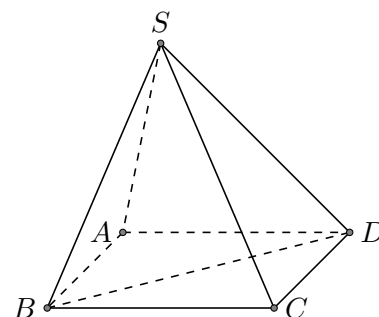
D. $h = \frac{4a}{9}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{B.SAD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{3a^3}{2}.$$

$$\text{Mà } V_{B.SAD} = \frac{1}{3} \cdot d(B; (SAD)) \cdot S_{\triangle SAD}.$$

$$\text{Suy ra } d(B; (SAD)) = \frac{3 \cdot V_{B.SAD}}{S_{\triangle SAD}} = \frac{9a}{4}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1701. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Thể tích khối tứ diện $C.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{2V}{3}$.

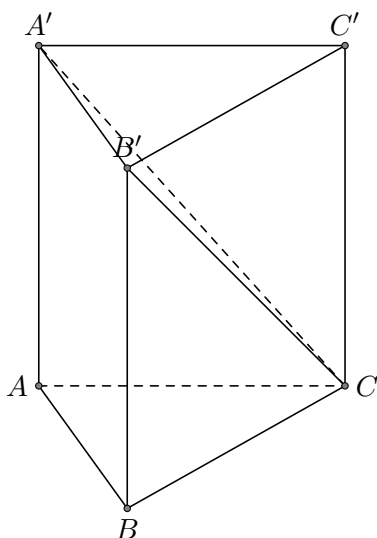
B. $\frac{V}{2}$.

C. $\frac{V}{6}$.

D. $\frac{V}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{C.A'B'C'} = \frac{1}{3} d(C, (A'B'C')) \cdot S_{A'B'C'} = \frac{V}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1702. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$. Biết

thể tích khối chóp bằng $\frac{a^3}{2}$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

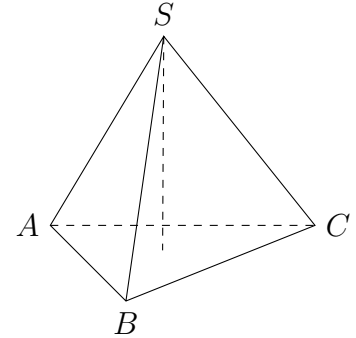
Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot d(S, (ABC)) \cdot S_{ABC}$, suy ra

$$d(S, (ABC)) = \frac{3V}{S_{ABC}}.$$

Trong đó $V = \frac{a^3}{2}$, $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $d(S, (ABC)) = \frac{3a^3}{2} \div \frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1703.

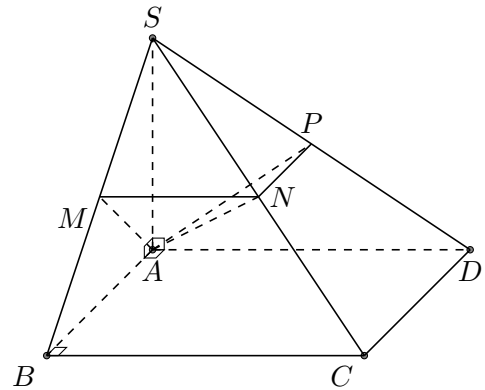
Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm SB, SC, SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối đa diện $SAMNP$.

A. $V = \frac{a^3}{12}$.

B. $V = \frac{a^3}{6}$.

C. $V = \frac{a^3}{24}$.

D. $V = \frac{a^3}{8}$.



Lời giải.

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}a^3 \Rightarrow V_{S.ABC} = V_{S.ACD} = \frac{a^3}{6}$. Lại có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{V_{S.ABC}}{4} = \frac{a^3}{24}$. Tương tự $V_{S.APN} = \frac{a^3}{24}$.

Vậy $V_{SAMNP} = V_{S.AMN} + V_{S.ANP} = \frac{a^3}{12}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1704. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
- B. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn luôn bằng nhau.
- C. Tồn tại hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
- D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Lời giải.

Xét hình tứ diện, có 4 mặt và 4 đỉnh nên nó có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1705. Tìm số cạnh ít nhất của hình đa diện có 5 mặt.

A. 9.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Lời giải.

Gọi số cạnh của hình đa diện là c . Mỗi mặt có ít nhất 3 cạnh, mỗi cạnh là cạnh chung của đúng 2 mặt nên $c = \frac{5 \cdot 3}{2}$, c là số nguyên dương nên $c = 9$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1706. Cho tứ diện đều $ABCD$. Khi tăng độ dài cạnh tứ diện đều lên 2 lần, khi đó thể tích của khối tứ diện đều tăng lên bao nhiêu lần?

A. 6.

B. 8.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Tứ diện đều cạnh a có thể tích bằng $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ khi tăng độ dài cạnh lên 2 lần thì thể tích là $V_1 = \frac{(2a)^3\sqrt{2}}{12} = 8V$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1707. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. B. $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. C. $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{48}$.

Lời giải.

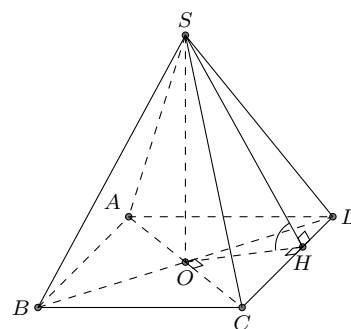
Ta có tam giác ABD là tam giác đều nên $BD = a$, $AO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $OD = \frac{a}{2}$, $OC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Từ O kẻ $OH \perp CD$ suy ra $\widehat{SHO} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông ODC có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OD^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{\frac{a^2}{4}} + \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

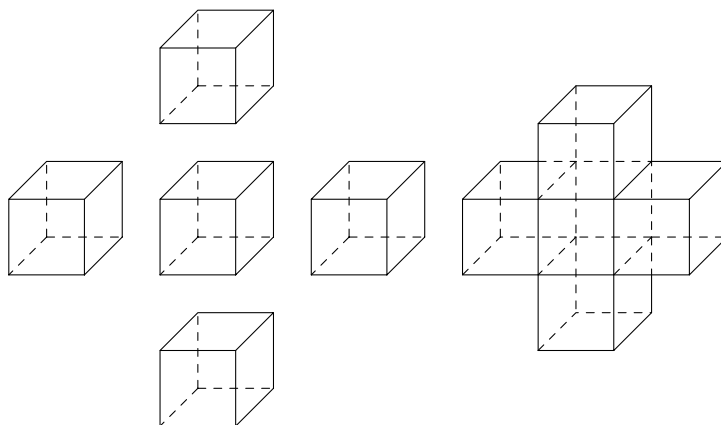


Trong tam giác vuông SOH có $SO = OH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$.

Vậy $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1708. Người ta ghép 5 khối lập phương cạnh a để được khối chữ thập như hình dưới. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối chữ thập đó.



A. $S_{tp} = 20a^2$.

B. $S_{tp} = 12a^2$.

C. $S_{tp} = 30a^2$.

D. $S_{tp} = 22a^2$.

Lời giải.

Dễ thấy diện tích toàn phần của khối chữ thập bằng 22 lần diện tích một mặt của hình lập phương suy ra $S_{tp} = 22a^2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1709. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B biết $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt đáy và mặt phẳng (SBC) hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $V = a^3\sqrt{3}$.

C. $V = \frac{a^3}{2}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ SA \perp (ABCD) \\ AB \perp BC. \end{cases}$$

$\Rightarrow SB \perp BC$ (Định lý ba đường vuông góc).

$\Rightarrow \widehat{SBA}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$. Do đó, ta có $\widehat{SBA} = 60^\circ$.

Tam giác SAB vuông tại A có $\widehat{SBA} = 60^\circ$ nên

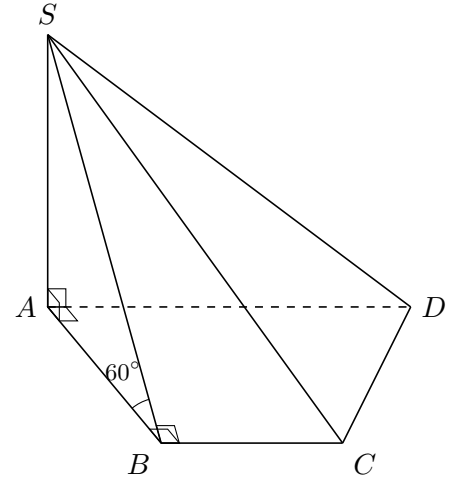
$$SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$ABCD$ là hình thang vuông tại A và B nên có diện tích là

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC)AB = \frac{3a^2}{2}.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^2}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1710. Số mặt phẳng đối xứng của khối tứ diện đều là

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

Câu 1711. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Gọi I, J lần lượt là trung điểm hai cạnh AA' và BB' . Khi đó thể tích của khối đa diện $ABCIJC'$ bằng

A. $\frac{2}{3}V$.

B. $\frac{3}{4}V$.

C. $\frac{5}{6}V$.

D. $\frac{4}{5}V$.

Câu 1712. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

B. $a^3\sqrt{3}$.

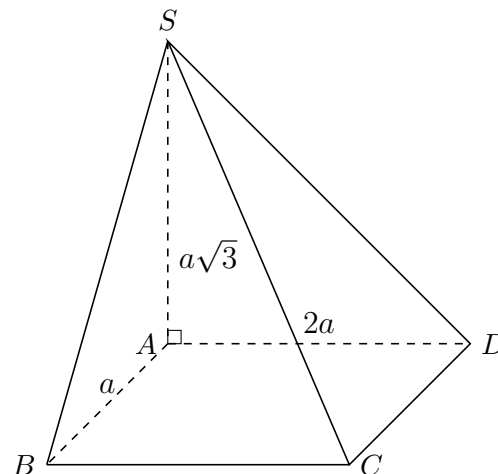
C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{3} \cdot a \cdot 2a = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1713. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V (đvtt) của khối chóp $S.ACD$.

A. $V = \frac{a^3}{3}$.

B. $V = \frac{a^3}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

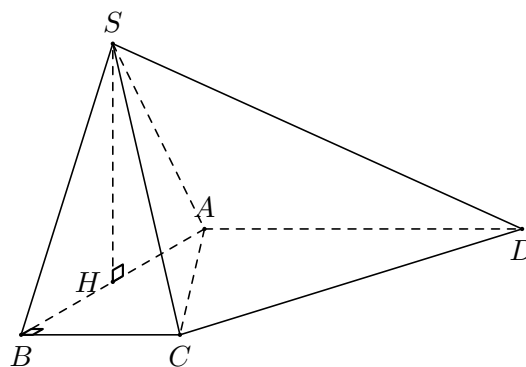
D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp AB$ (vì tam giác SAB đều) và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích hình thang $ABCD$ là $\frac{3a^2}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $\frac{a^2}{2} \Rightarrow$ diện tích tam giác $ACD = a^2 \Rightarrow V_{S.ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1714. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$ và $SA \perp (ABCD)$. Biết thể tích $V_{S.ABCD} = a^3\sqrt{2}$ (đvtt), hãy tính góc giữa SC và mặt phẳng đáy $(ABCD)$.

A. 30° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 45° .

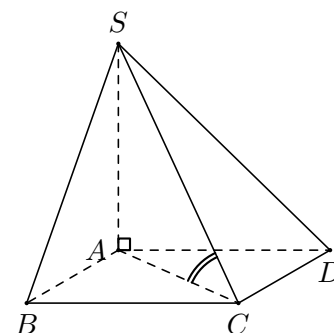
Lời giải.

Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow$ góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\widehat{SCA}$.

Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên $S_{ABCD} = a^2\sqrt{2}$

$$\Rightarrow SA = \frac{3a^3\sqrt{2}}{a^2\sqrt{2}} = 3a. \text{ Lại có } AC = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \tan \widehat{SCA} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1715. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều?

A. 3.

B. 1.

C. 5.

D. 2.

Lời giải.

Có 3 loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là tam giác đều: Tứ diện đều; Bát diện đều; Nhị thập diện đều (khối 20 mặt đều).

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1716. Cho khối tứ diện $OABC$ có $OA; OB; OC$ đôi một vuông góc và $OA = a; OB = b; OC = c$. Thể tích V của khối tứ diện $OABC$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $V = \frac{1}{6}abc$.

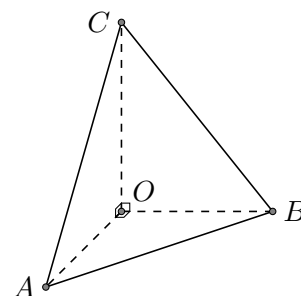
B. $V = \frac{1}{3}abc$.

C. $V = \frac{1}{2}abc$.

D. $V = 3abc$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích } V = \frac{1}{3} \cdot S_{OBC} \cdot OA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}bca = \frac{1}{6}abc.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1717. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của mặt đáy. Khi đó, do SO vuông góc với $(ABCD)$ tại O nên hình chiếu của cạnh bên SB trên mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là OB . Như thế, góc giữa SB và $(ABCD)$ là:

$$(\widehat{SB, (ABCD)}) = (\widehat{SB, OB}) = \widehat{SBO} = 60^\circ.$$

$$\text{Ta có } BO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Ta có } \tan 60^\circ = \frac{SO}{BO}.$$

$$\text{Suy ra } SO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Thể tích là } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD}.$$

$$\text{Hay } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1718. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

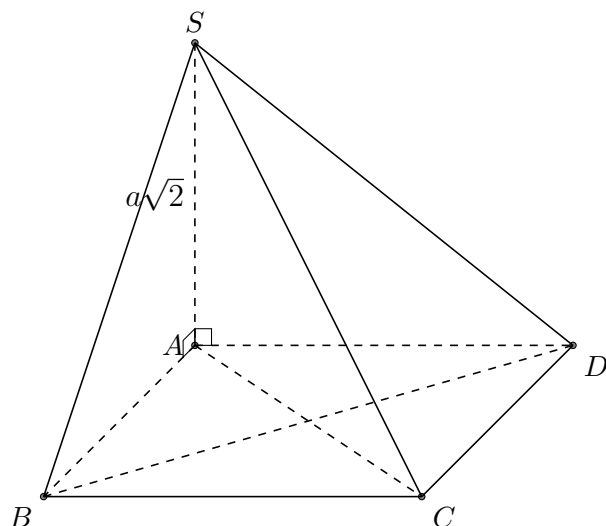
A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

C. $V = a^3\sqrt{2}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.



Diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$. Suy ra thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1719. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 2.

B. 6.

C. 8.

D. 4.

Câu 1720. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy là hình thang $ABCD$ vuông tại A và B có $AB = a, AD = 3a, BC = a$. Biết $SA = a\sqrt{3}$, tính thể tích khối chóp $S.BCD$ theo a .

A. $2\sqrt{3}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 1721. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V_{S.ABC} = a^3$.

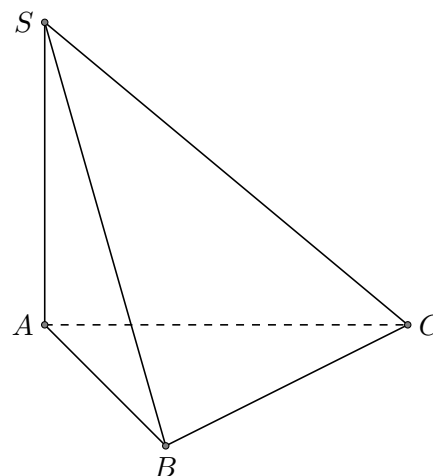
B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{2}$.

C. $V_{S.ABC} = 3a^3$.

D. $V_{S.ABC} = a^2$.

Lời giải.

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = a^3$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1722. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy là a và mặt bên hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

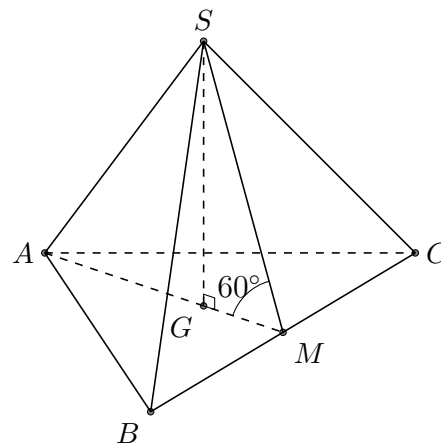
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .
Ta có $GM \perp BC$. Mà tam giác SBC cân nên $SM \perp BC$. Khi đó, góc tạo bởi mặt bên (SBC) và đáy (ABC) là góc $\widehat{SMG}$.
Ta có $SG = GM \tan 60^\circ = \frac{1}{3}AM \tan 60^\circ = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}$.
Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3}SG \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1723. Cho hình lập phương $OBCD.O_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng a , M là điểm bất kỳ thuộc đoạn OO_1 . Tỉ số thể tích hình chóp $MBCC_1B_1$ và hình lăng trụ $OBCO_1B_1C_1$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

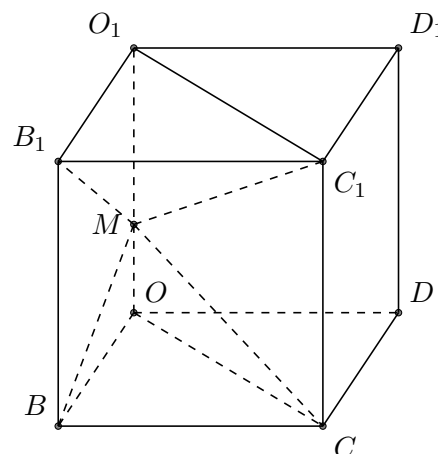
D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Đặt $V_1 = V_{MBCC_1B_1}$, $V_2 = V_{OBCO_1B_1C_1}$.

Ta có $V_2 = \frac{1}{2}a^3$, $V_1 = \frac{1}{3}OB \cdot S_{BCC_1B_1} = \frac{1}{3}a \cdot a^2 = \frac{1}{3}a^3$.

Khi đó $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}a^3}{\frac{1}{2}a^3} = \frac{2}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1724. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích của hình chóp $S.ABCD$ là $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 120° .

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB , ta có tam giác SAB cân tại S do đó $SH \perp AB$ mà (SAB) vuông góc đáy nên $SH \perp (ABCD)$.

Do đó HC là hình chiếu của SC lên mặt đáy $(ABCD)$. Khi đó góc giữa SC và mặt đáy $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCH}$.

Ta có thể tích khối chóp

$$V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot a^2.$$

$$\text{Mà } V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

Ta có tam giác BHC vuông tại B có

$$HC = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SHC \text{ có } \tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{HC} = \frac{\frac{a\sqrt{15}}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCH} = 60^\circ.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1725. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \sin 60^\circ = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1726. Chiều cao của khối chóp có diện tích đáy bằng B và thể tích bằng V là

A. $h = \frac{2V}{B}$.

B. $h = \frac{3V}{B}$.

C. $h = \frac{V}{B}$.

D. $h = \frac{6V}{B}$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp là

$$V = \frac{1}{3}Bh \Leftrightarrow h = \frac{3V}{B}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1727. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp.

A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

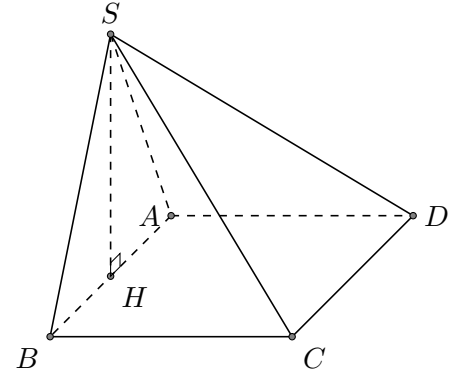
Lời giải.

Gọi H là chân đường cao kẻ từ S của tam giác SAB . Khi đó, $SB \perp (ABCD)$.

Vì SB là đường cao của tam giác đều cạnh a nên có độ dài là $SB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Hình vuông $ABCD$ có diện tích $S_{ABCD} = a^2$.

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SB = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1728. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P . Tính thể tích V khối đa diện $MBPA'B'N$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{32}$. B. $V = \frac{7\sqrt{3}a^3}{96}$. C. $V = \frac{7\sqrt{3}a^3}{48}$. D. $V = \frac{7\sqrt{3}a^3}{32}$.

Câu 1729. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 1730. Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. B. 9. C. 7. D. 6.

Câu 1731. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và có thể tích bằng 2. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh SB và SD sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = k$. Tìm giá trị của k để thể tích khối chóp $S.AMN$ bằng $\frac{1}{8}$.

A. $k = \frac{1}{8}$. B. $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $k = \frac{\sqrt{2}}{4}$. D. $k = \frac{1}{4}$.

Câu 1732. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V và điểm E trên cạnh AB sao cho $AE = 3EB$. Tính thể tích khối tứ diện $EBCD$ theo V .

A. $\frac{V}{4}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{V}{5}$.

Lời giải.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1733. Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 3. Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 là trọng tâm của bốn mặt của tứ diện $ABCD$. Tính thể tích V của khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}}{18}$. C. $V = \frac{9\sqrt{2}}{32}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Câu 1734. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 2a$; góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $a^3\sqrt{2}$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 1735. Cho hình bát diện đều cạnh a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Tính S .

A. $S = 8a^2$. B. $S = 4a^2\sqrt{3}$. C. $S = 2a^2\sqrt{3}$. D. $S = a^2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Mỗi mặt của hình bát diện đều cạnh a là một tam giác đều cạnh a , do đó $S = 8 \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 2a^2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1736. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Đường thẳng AB' hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{3a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 1737. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Mặt phẳng (P) đi qua C' và các trung điểm của AA' , BB' chia khối lăng trụ thành hai khối đa diện có tỉ số thể tích bằng k với $k \leq 1$. Tìm k .

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

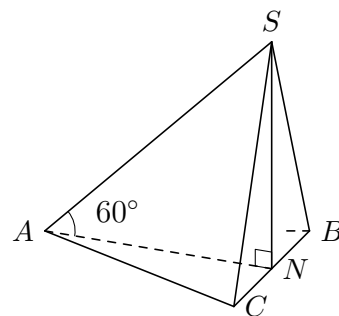
Câu 1738. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc S lên mặt đáy trùng với trung điểm của cạnh BC , góc giữa SA và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Ta có $AN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SN = AN \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.

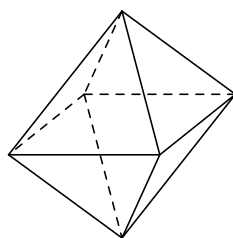
Do đó $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SN = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.



Chọn đáp án **B** □

Câu 1739. Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

- A. 10. B. 8. C. 12. D. 20.

Lời giải.

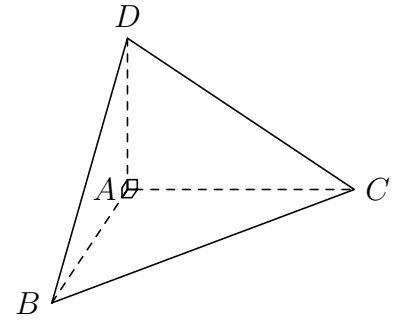
Chọn đáp án **C** □

Câu 1740. Cho khối tứ diện $ABCD$ có AB , AC , AD đôi một vuông góc với nhau và $AB = AC = 2a$, $AD = 3a$. Thể tích V của khối tứ diện $ABCD$ đó là

- A. $V = a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = 2a^3$. D. $V = 4a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(2a)^2 \cdot 3a = 2a^3$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1741. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a, AD = a\sqrt{2}$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

B. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

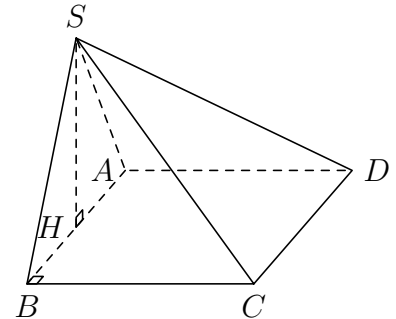
D. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB . Khi đó,

do $\triangle SAB$ đều và $(SAB) \perp (ABCD)$ nên SH là đường cao của hình chóp và $SH = a\sqrt{3}$.

Vậy $V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot a\sqrt{2} = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1742. Một người thợ thủ công làm mô hình đèn lồng hình bát diện đều, mỗi cạnh của bát diện đó được làm từ các que tre có độ dài 8 cm. Hỏi người đó cần bao nhiêu mét que tre để làm 100 cái đèn (giả sử mỗi nối giữa các que tre có độ dài không đáng kể)?

A. 96 m.

B. 960 m.

C. 192 m.

D. 128 m.

Lời giải.

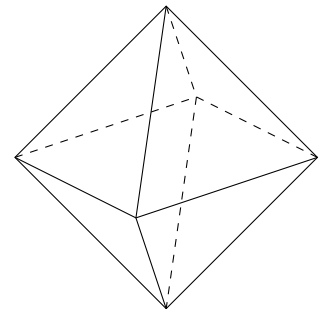
Mỗi bát diện đều có 12 cạnh và tất cả các cạnh bằng nhau.

Từ đó suy ra số que tre để người đó làm 100 cái đèn lồng là

$100 \cdot 12 = 1200$ (que).

Vì mỗi que tre có độ dài 8 cm = 0,08 m, nên người đó cần dùng

$1200 \times 0,08 = 96$ m (que tre).



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1743. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc 60° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 1744. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a, AD = 2a$; SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến (SCD) bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích khối chóp theo a .

A. $\frac{2\sqrt{5}}{15}a^3$.

B. $\frac{2\sqrt{5}}{45}a^3$.

C. $\frac{4\sqrt{15}}{15}a^3$.

D. $\frac{4\sqrt{15}}{45}a^3$.

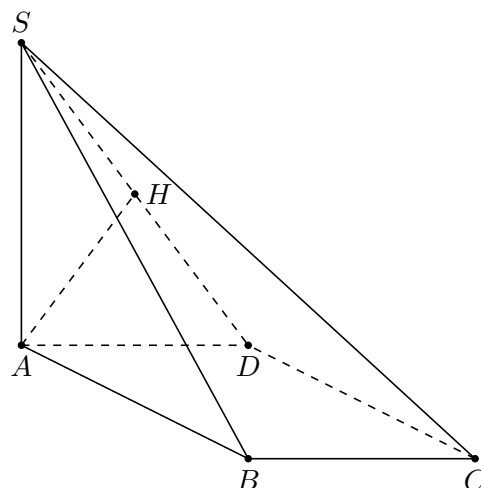
Lời giải.

Kẻ AH vuông góc với SD tại H . Khi đó ta có AH vuông góc với (SCD) suy ra khoảng cách từ A đến (SCD) bằng $AH = \frac{a}{2}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta được $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2}$.

Giải ra ta được $SA = \frac{2\sqrt{15}}{15}a$, từ đó

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot AD \cdot SA = \frac{4\sqrt{15}}{15}a^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1745. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Tính thể tích tứ diện $S.AHK$.

A. $\frac{8a^3}{15}$.

B. $\frac{8a^3}{45}$.

C. $\frac{4a^3}{15}$.

D. $\frac{4a^3}{5}$.

Lời giải.

Ta có $V_{SABC} = \frac{1}{3}SA \cdot \frac{1}{2}BA \cdot BC = \frac{a^3}{3}$.

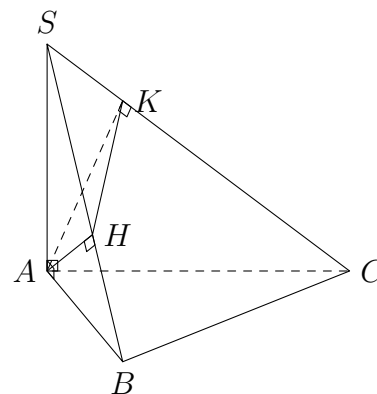
Tính được:

$$SB^2 = AB^2 + SA^2 = 5a^2.$$

$$SC^2 = AB^2 + BC^2 + SA^2 = 6a^2.$$

$$\frac{V_{S.AHK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SH}{SB} \cdot \frac{SK}{SC} = \frac{SA^4}{SB^2 \cdot SC^2} = \frac{8}{15}.$$

$$\Rightarrow V_{S.AHK} = \frac{8}{15}V_{S.ABC} = \frac{8}{45}a^3.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1746. Cho hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều cạnh a , độ dài cạnh bên là $a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $a^3\sqrt{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $V = h \cdot S_{\text{đáy}} = a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1747. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $\triangle ABC$ vuông cân tại B , $AC = 2a$ và $SA = a$. Gọi M là trung điểm cạnh SB . Tính thể tích khối chóp $S.AMC$.

A. $\frac{a^3}{9}$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3}{12}$.

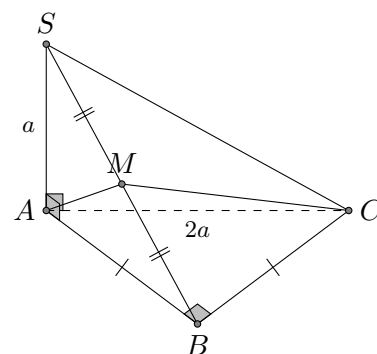
Lời giải.

Đặt $BA = BC = x > 0$. Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông BAC ta có

$$x^2 + x^2 = 4a^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 4a^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a = \frac{a^3}{3} \text{ (đvtt)}.$$



Ta có $\frac{V_{S.AMC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.AMC} = \frac{1}{2} V_{S.ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^3}{3} = \frac{a^3}{6} \text{ (đvtt)}.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1748. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $4a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

B. $V = a^3\sqrt{3}$.

C. $V = 2a^3$.

D. $V = 3a^3$.

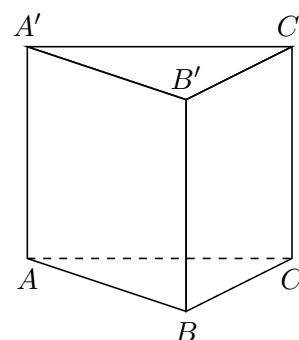
Lời giải.

Tam giác ABC đều cạnh a nên diện tích đáy lăng trụ là

$$B = a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Do đó, thể tích khối lăng trụ là

$$V = B \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 4a\sqrt{3} = 3a^3.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1749. Thể tích của khối trụ có diện tích xung quanh bằng 4 và diện tích đáy bằng 4π là

A. $V = 4$.

B. $V = 6$.

C. $V = 8$.

D. $V = 4\pi$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} S_{xq} = 4 \\ S_{\text{đáy}} = 4\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 2 \\ h = \frac{1}{\pi} \end{cases} \Rightarrow V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 4.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1750. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

B. $V = \frac{\sqrt{35}a^3}{24}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải.

Do tam giác ABC đều, suy ra

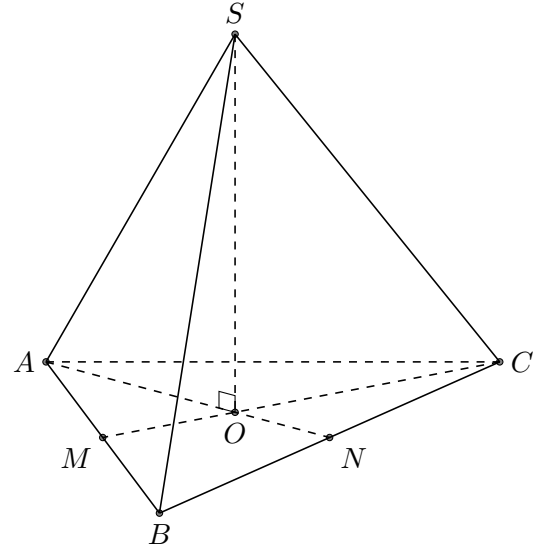
$$AN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \frac{2}{3} \cdot AN = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Xét tam giác vuông SOA , có

$$SO^2 = SA^2 - AO^2 = 3a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{8a^2}{3} \Rightarrow SO = \frac{2a\sqrt{6}}{3}.$$

Từ đó ta có, thể tích khối chóp

$$V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1751. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của cạnh SB, SD . Tỉ số $\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABCD}}$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 1752. Một khối chóp tam giác có đáy là một tam giác đều cạnh bằng 6cm. Một cạnh bên có độ dài bằng 3cm và tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp đó là

- A. 27cm^3 . B. $\frac{27}{2}\text{cm}^3$. C. $\frac{81}{2}\text{cm}^3$. D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}\text{cm}^3$.

Câu 1753. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = \frac{2a^3}{\sqrt{3}}$. B. $V = 4a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{4a^3}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AD$ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng SD trên mặt phẳng $(ABCD)$.

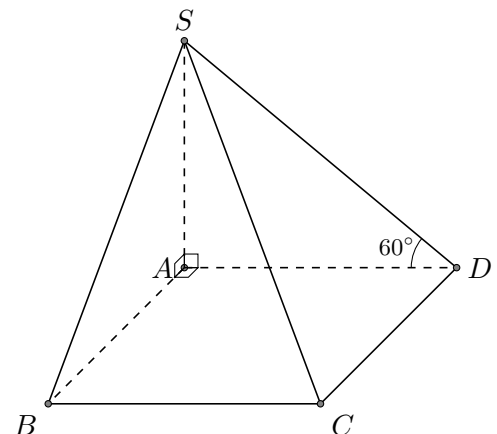
$$\Rightarrow \widehat{SDA} = (SD, (ABCD)) = 60^\circ.$$

Tam giác SAD vuông tại A có $\widehat{SDA} = 60^\circ$ nên

$$SA = AD \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{3} \cdot a \cdot 2a = \frac{4a^3}{\sqrt{3}}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1754. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° , cạnh $AB = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. B. $V = \frac{3}{4}a^3$. C. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$. D. $V = \sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC , ta có
$$\begin{cases} (A'BC) \cap (ABC) = BC \\ A'A \perp (ABC) \\ AM \perp BC \end{cases}$$

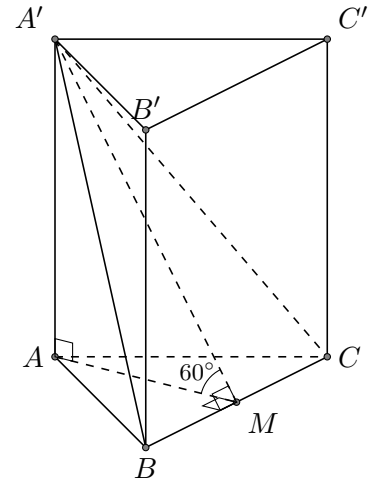
$\Rightarrow A'M \perp BC$.

$\Rightarrow \widehat{A'MA}$ là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) . Do đó $\widehat{A'MA} = 60^\circ$.

$\Rightarrow A'A = AM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = S_{ABC} \cdot A'A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1755. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V . Các điểm A', B', C' tương ứng là trung điểm các cạnh SA, SB, SC . Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{V}{8}$.

B. $\frac{V}{4}$.

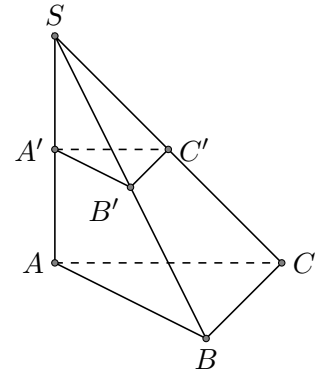
C. $\frac{V}{2}$.

D. $\frac{V}{16}$.

Lời giải.

Ta có:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.A'B'C'} = \frac{V}{8}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1756. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của cạnh BB' . Mặt phẳng $(A'MD)$ chia hình lập phương thành hai khối đa diện. Tính tỉ số thể tích của hai khối đa diện trên.

A. $\frac{7}{17}$.

B. $\frac{8}{17}$.

C. $\frac{9}{17}$.

D. $\frac{10}{17}$.

Lời giải.

Giả sử $AB = a$. Gọi N là giao điểm của $A'M$ và AB , K là giao điểm của DN và BC .

Mặt phẳng $(A'MD)$ chia hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối đa diện $A'MKDAB$ và khối đa diện $A'B'C'D'MKCD$.

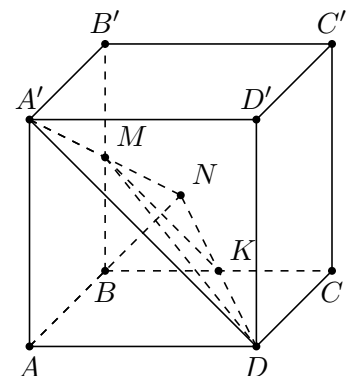
Do $A'B' \parallel BN$ nên $\frac{A'B'}{BN} = \frac{MB'}{MB} = 1 \Rightarrow BN = A'B' = a$.

Do $BN \parallel CD$ nên $\frac{BK}{CK} = \frac{BN}{CD} = \frac{AB}{CD} = 1 \Rightarrow BK = CK = \frac{a}{2}$.

$V_{B.MNK} = \frac{1}{6} BM \cdot BN \cdot BK = \frac{a^3}{24}$ và $V_{A.A'ND} = \frac{1}{6} AA' \cdot AN \cdot AD = \frac{a^3}{3}$.

Do đó $V_{A'MKDAB} = V_{A.A'ND} - V_{B.MNK} = \frac{a^3}{3} - \frac{a^3}{24} = \frac{7a^3}{24}$.

Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng a^3 .



Từ

$$\begin{aligned} V_{ABCD.A'B'C'D'} &= V_{A'MKDAB} + V_{A'B'C'D'MKCD} \\ \Rightarrow V_{A'B'C'D'MKCD} &= V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{A'MKDAB} = \frac{17a^3}{24} \\ \Rightarrow \frac{V_{A'MKDAB}}{V_{A'B'C'D'MKCD}} &= \frac{7}{17}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1757. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khi đó, thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1758. Nếu ba kích thước của một khối hộp chữ nhật tăng lên 4 lần thì thể tích của nó tăng lên bao nhiêu lần?

- A. 64 lần. B. 16 lần. C. 192 lần. D. 4 lần.

Lời giải.

Giả sử khối hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c và thể tích ban đầu $V_1 = abc$. Nếu tăng mỗi kích thước lên 4 lần thì thể tích khối hộp sau khi tăng là $V_2 = 4a \cdot 4b \cdot 4c = 64abc$. Điều đó có nghĩa thể tích khối hộp tăng lên 64 lần.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1759. Thể tích của khối tứ diện đều cạnh a là

- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Lời giải.

Giả sử $ABCD$ là tứ diện đều cạnh a . Gọi O là tâm của tam giác đều BCD , M là trung điểm cạnh CD . Khi đó, $AO \perp (BCD)$, suy ra $AO \perp OM$. Suy ra

$$AO = \sqrt{AM^2 - OM^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

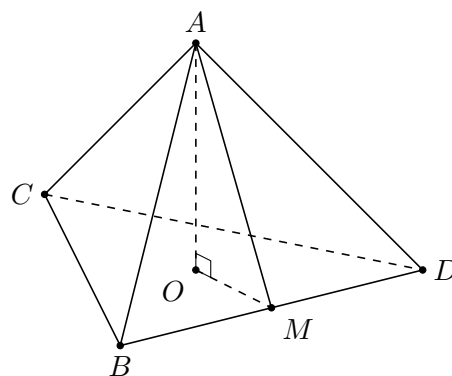
$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AO \cdot S_{BCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1760. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a tâm O và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm CD , H là điểm đối xứng với O qua SM . Thể tích khối đa diện $ABCD SH$ bằng

- A. $\frac{5a^3\sqrt{10}}{24}$. B. $\frac{a^3\sqrt{10}}{18}$. C. $\frac{a^3\sqrt{10}}{24}$. D. $\frac{a^3\sqrt{10}}{12}$.

Lời giải.



Do H, O đối xứng với nhau qua SM nên

$$V_{SHCD} = V_{SOCD} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD}.$$

Khi đó: $V_{ABCD SH} = V_{S.ABCD} + V_{SHCD} = \frac{5}{4}V_{S.ABCD}.$

Mà $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $OA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

$$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD SH} = \frac{5}{4}V_{S.ABCD} = \frac{5a^3\sqrt{10}}{24}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1761. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$

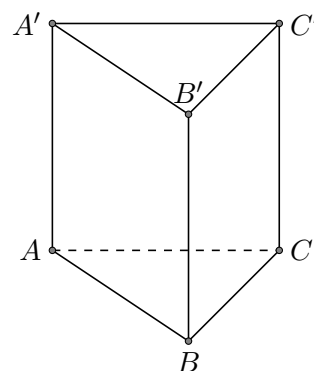
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

Lời giải.

$$\text{Thể tích khối lăng trụ } V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1762. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. Khối chóp tứ giác $S.ABCD$ được phân chia thành hai khối tứ diện $S.ABD$ và $S.ACD$.

B. Khối chóp tứ giác $S.ABCD$ được phân chia thành ba khối tứ diện $S.ABC$, $S.ABD$, $S.ACD$.

C. Khối chóp tứ giác $S.ABCD$ được phân chia thành hai khối tứ diện $C.SAB$ và $C.SAD$.

D. Khối chóp tứ giác $S.ABCD$ không thể phân chia thành các khối tứ diện.

Câu 1763. Tổng số mặt, số cạnh và số đỉnh của một hình lập phương là

A. 26.

B. 24.

C. 30.

D. 22.

Câu 1764. Cho khối đa diện đều có mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng ba cạnh. Khi đó số đỉnh của khối đa diện là

A. Số tự nhiên lớn hơn 3.

B. Số lẻ.

C. Số tự nhiên chia hết cho 3.

D. Số chẵn.

Câu 1765. Hình tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 6.

Câu 1766. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ là trung điểm của AA' . Cắt khối lăng trụ trên bằng hai mặt phẳng (MBC) và $(MB'C')$ ta được

A. Ba khối tứ diện.

B. Ba khối chóp.

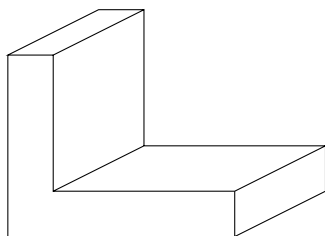
C. Bốn khối chóp.

D. Bốn khối tứ diện.

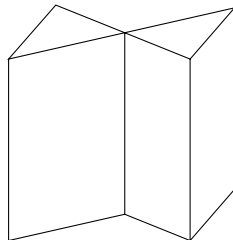
Câu 1767. Cho khối đa diện đều giới hạn bởi hình đa diện (H), khẳng định nào sau đây sai?

- A. Các mặt của (H) là những đa giác đều và có cùng số cạnh.
- B. Mỗi cạnh của một đa giác của (H) là cạnh chung của nhiều hơn hai đa giác.
- C. Khối đa diện đều (H) là một khối đa diện lồi.
- D. Mỗi đỉnh của (H) là đỉnh chung của cùng một số cạnh.

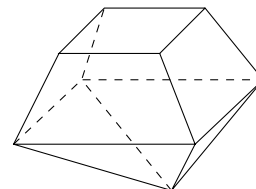
Câu 1768. Cho 3 khối như hình 1, hình 2, hình 3. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



Hình 1



Hình 2



Hình 3

- A. Hình 2 không phải là khối đa diện, hình 3 không phải là khối đa diện lồi.
- B. Hình 1 và hình 3 là các khối đa diện lồi.
- C. Hình 3 là khối đa diện lồi, hình 1 không phải là khối đa diện lồi.
- D. Cả 3 hình là các khối đa diện.

Câu 1769. Khối bát diện đều là một khối đa diện lồi loại

- A. $\{5; 3\}$.
- B. $\{4; 3\}$.
- C. $\{3; 4\}$.
- D. $\{3; 5\}$.

Câu 1770. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A có $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.
- B. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.
- C. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.
- D. $V = a^3\sqrt{3}$.

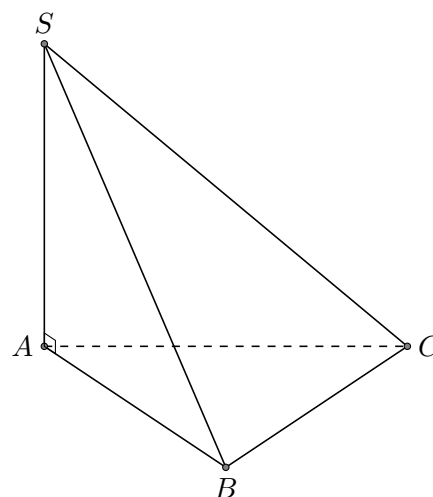
Lời giải.

$\triangle ABC$ vuông cân tại A , cạnh $AB = a$ nên

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB^2}{2} = \frac{a^2}{2}.$$

Do đó

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1771. Trong các đa diện sau đây, đa diện nào **không** luôn luôn nội tiếp được trong một mặt cầu?

- A. Hình chóp tam giác (tứ diện).
- B. Hình chóp tứ giác.
- C. Hình chóp đều ngũ giác.
- D. Hình hộp chữ nhật.

Lời giải.

Hình chóp tứ giác chỉ nội tiếp được trong một mặt cầu khi đáy là một tứ giác nội tiếp.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1772. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ cạnh a và có thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. Tính diện tích tam giác $A'BC$.

A. $a^2\sqrt{3}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

C. a^2 .

D. $\frac{a^2}{2}$.

Lời giải.

Diện tích tam giác đều ABC là $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

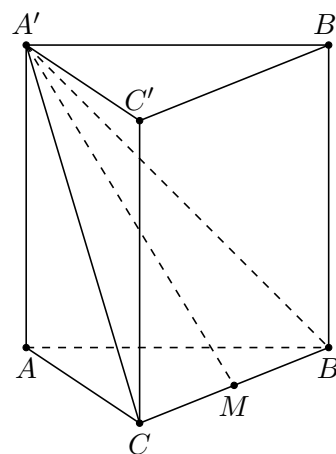
$$\text{Do đó } AA' = \frac{V_{ABC.A'B'C'}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{a^3\sqrt{3}}{8}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Ta có } A'C = A'B = \sqrt{AA'^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Gọi M là trung điểm của BC . Vì $\triangle A'BC$ cân tại A' nên $A'M \perp BC$.

$$\text{Ta có } A'M = \sqrt{A'C^2 - \frac{BC^2}{4}} = \sqrt{\frac{5a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = a.$$

$$\text{Vậy } S_{A'BC} = \frac{1}{2}A'M \cdot BC = \frac{a^2}{2}.$$



Chọn đáp án (D)

□

Câu 1773. Khối đa diện có tất cả các mặt là hình vuông có bao nhiêu đỉnh?

A. 8.

B. 4.

C. 16.

D. 20.

Lời giải.

Khối đa diện có tất cả các mặt là hình vuông là hình lập phương, có 8 đỉnh.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 1774. Thể tích khối bát diện đều cạnh a bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $a^3\sqrt{2}$.

D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

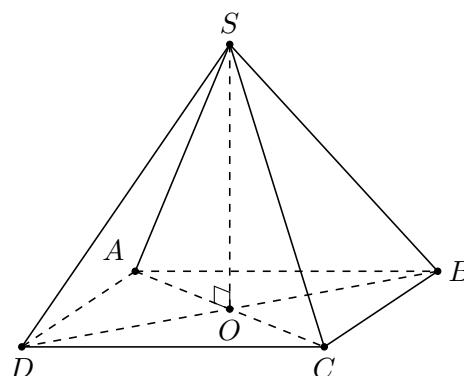
Để tính thể tích khối bát diện đều cạnh a , ta tính thể tích hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh bằng a .

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khi đó $SO \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Vậy } V_{SABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot a^2 = \frac{a^3}{3\sqrt{2}}.$$

$$\text{Do đó thể tích khối bát diện đều cạnh } a \text{ là } \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 1775. Một hình đa diện có các mặt là các tam giác thì số mặt M và số cạnh C của đa diện đó thỏa mãn hệ thức nào dưới đây

A. $3C = 2M$.

B. $C = 2M$.

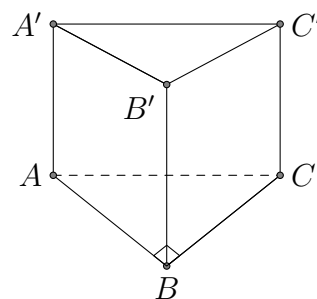
C. $3M = 2C$.

D. $2C = M$.

Câu 1776.

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BB' = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối lăng trụ.

- A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3}{6}$.



Lời giải.

Ta có $V = S_{ABC} \cdot BB' = \frac{1}{2}AB \cdot BC \cdot BB' = \frac{1}{2}a^3$.

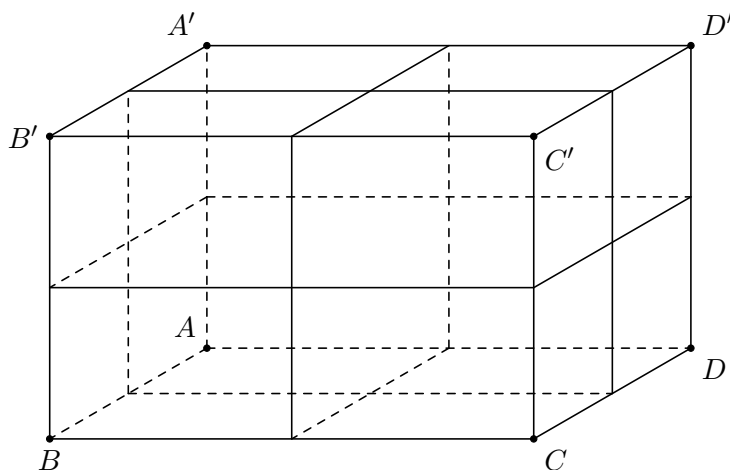
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1777. Hình hộp chữ nhật có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 3.

Lời giải.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1778. Tính thể tích hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB = 3a$, $AC = 5a$, $AA' = 2a$.

- A. $12a^3$. B. $30a^3$. C. $8a^3$. D. $24a^3$.

Lời giải.

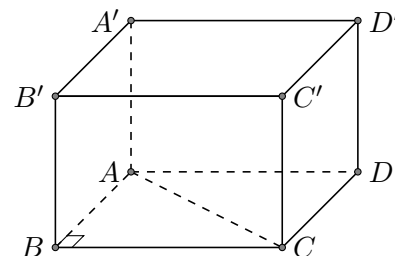
Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác ABC vuông tại B , có

$$AC^2 = AB^2 + AD^2$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{(5a)^2 - (3a)^2} = 4a.$$

Thể tích của hình hộp là

$$V = AB \cdot AD \cdot AA' = 3a \cdot 4a \cdot 2a = 24a^3.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1779. Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và đường chéo $A'C' = 2a$.

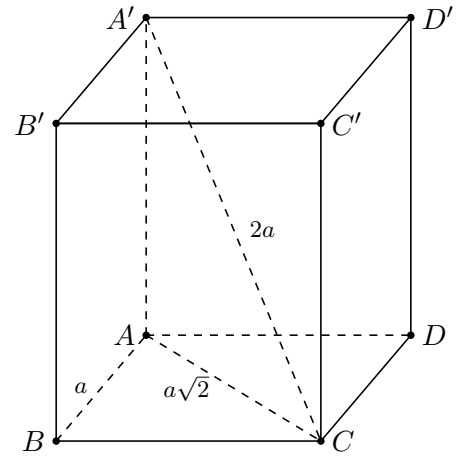
- A. a^3 . B. $a^3\sqrt{3}$. C. $a^3\sqrt{2}$. D. $2a^3$.

Lời giải.

Ta có $AC = a\sqrt{2}$, $AA' = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2}$.

Khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , chiều cao $AA' = a\sqrt{2}$ nên thể tích

$$V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = a^2 \cdot a\sqrt{2} = a^3\sqrt{2}.$$



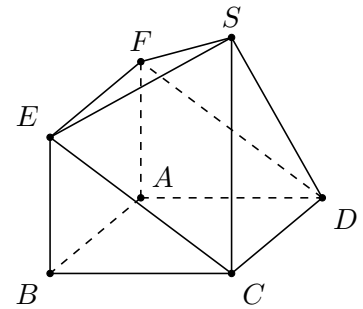
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1780.

Khối đa diện lồi như hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

- A. 8. B. 5. C. 6. D. 9.



Lời giải.

Khối đa diện lồi đã cho có 4 mặt nhìn thấy và 4 mặt che khuất. Vậy nó có tất cả 8 mặt.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1781. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$, cạnh SA vuông góc với mặt đáy (ABC) . Góc tạo bởi SC và mặt đáy (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

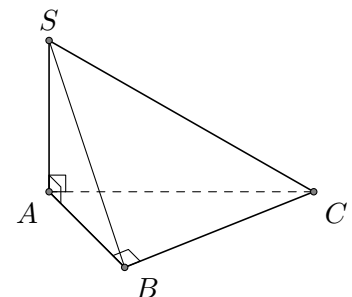
Lời giải.

Ta có AC là hình chiếu của SC lên mặt (ABC) nên $(SC, (ABC)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = 60^\circ$.

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $AC = a\sqrt{2}$ và $S_{ABC} = \frac{a^2}{2}$.

Tam giác SAC vuông tại A nên $SA = AC \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1782. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

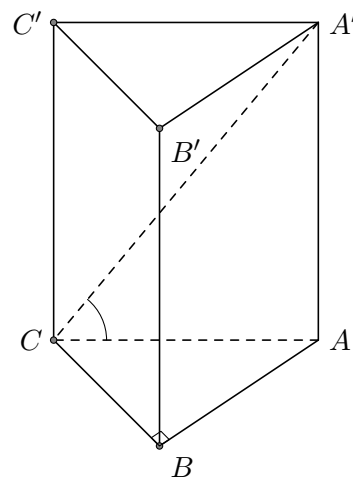
- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

Ta có $(\widehat{A'C}, (\widehat{ABC})) = \widehat{A'CA} = 30^\circ$

$$\Rightarrow A'A = AC \cdot \tan 30^\circ = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = a\frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot A'A = \frac{1}{2}a^2 \cdot a\frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1783. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = a$, $SA = CD = 3a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng.

A. $6a^3$.

B. $\frac{1}{6}a^3$.

C. $\frac{1}{3}a^3$.

D. $2a^3$.

Lời giải.

Mặt đáy $ABCD$ là hình thang có cạnh đáy AB và CD , đường cao AD nên có diện tích

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + DC) \cdot AD}{2} = \frac{(a + 3a)a}{2} = 2a^2.$$

$$\text{Ngoài ra do } SA \text{ là đường cao của } S.ABCD \text{ nên } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}3a \cdot 2a^2 = 2a^3.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1784. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC đều cạnh bằng a và chu vi của mặt bên $ABB'A'$ bằng $6a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

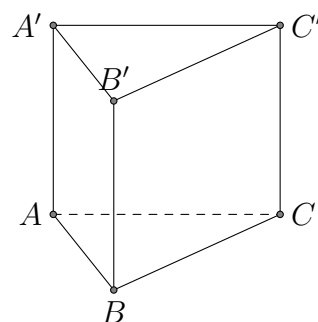
Lời giải.

Chu vi của hình chữ nhật $ABB'A'$:

$$2(AB + AA') = 6a \Rightarrow AA' = 2a.$$

Thể tích của khối lăng trụ:

$$V = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1785. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$, $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

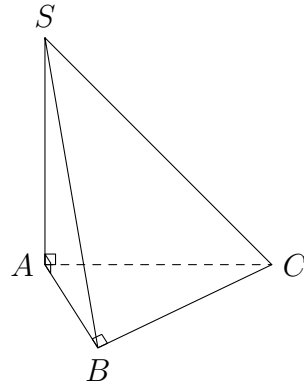
A. a^3 .

B. $\frac{1}{3}a^3$.

C. $3a^3$.

D. $\frac{1}{6}a^3$.

Lời giải.



Thể tích $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{6} a \cdot 2a \cdot 3a = a^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1786. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{3a^3}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow AM \perp BC$

$$\Rightarrow BC \perp (AMA')$$

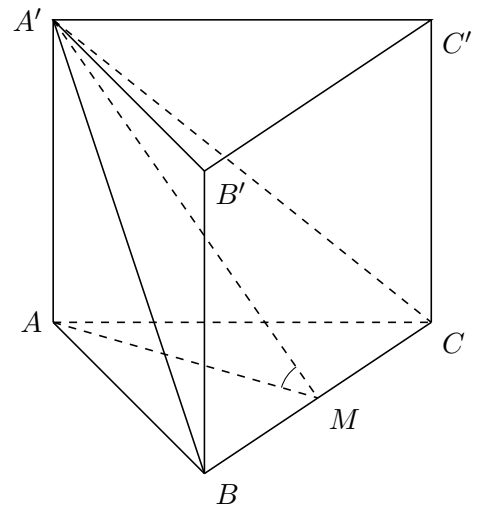
$$\Rightarrow BC \perp MA'$$

Ta có $(ABC) \cap (A'BC) = BC$, $AM \perp BC$, $BC \perp MA'$

$$\Rightarrow \widehat{(ABC), (A'BC)} = \widehat{(AM, A'M)} = \widehat{MAA'} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow AM = AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Thể tích khối lăng trụ: $V = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{8}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1787. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Gọi M là điểm tùy ý trên cạnh AA' . Thể tích của khối đa diện $M.BCC'B'$ tính theo V là

- A. $\frac{V}{2}$. B. $\frac{V}{6}$. C. $\frac{V}{3}$. D. $\frac{2V}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{V_{MABC}}{V_{A'ABC}} = \frac{MA}{AA'}$ và $\frac{V_{A'ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3}$

nên suy ra $\frac{V_{MABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{MA}{3AA'}$.

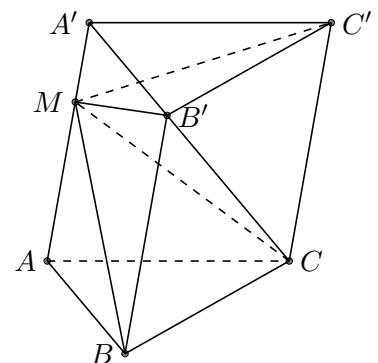
Chứng minh tương tự ta có $\frac{V_{MA'B'C'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{MA'}{3AA'}$.

Suy ra $\frac{V_{MABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} + \frac{V_{MA'B'C'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{MA}{3AA'} + \frac{MA'}{3AA'} = \frac{1}{3}$.

Do đó $V_{MABC} + V_{MA'B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'}$, từ đó suy ra

$$V_{M.BCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - (V_{MABC} + V_{MA'B'C'}) = \frac{2V}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 1788. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 4$, $BC = 6$; chiều cao của lăng trụ bằng 10. Gọi K, M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BB_1, A_1B_1, BC . Thể tích khối tứ diện C_1KMN là

A. 15.

B. 5.

C. 45.

D. 10.

Lời giải.

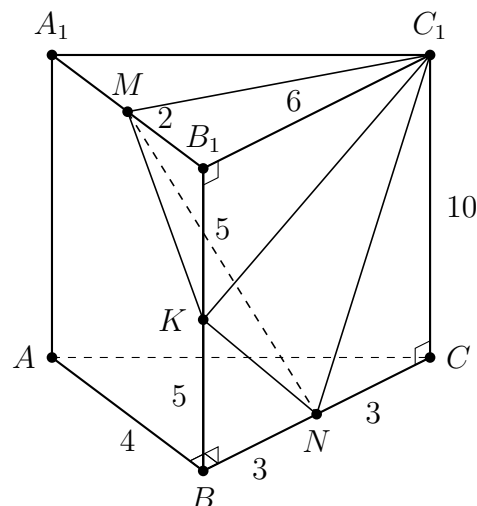
Ta có $V_{C_1KMN} = V_{M.C_1KN}$.

MB_1 vuông góc (BCC_1B_1) , nên

$$V_{MC_1KN} = \frac{1}{3} \cdot MB_1 \cdot S_{C_1KN}.$$

$$\begin{aligned} S_{C_1KN} &= S_{BCC_1B_1} - S_{KB_1C_1} - S_{NCC_1} - S_{KBN} \\ &= 60 - 15 - 15 - \frac{15}{2} = \frac{45}{2}. \end{aligned}$$

$$V_{MC_1KN} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{45}{2} = 15.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1789. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3$, $BC = 4$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 4$. Gọi AM, AN lần lượt là chiều cao các tam giác SAB và SAC . Thể tích khối tứ diện $AMNC$ là

A. $\frac{128}{41}$.B. $\frac{256}{41}$.C. $\frac{768}{41}$.D. $\frac{384}{41}$.

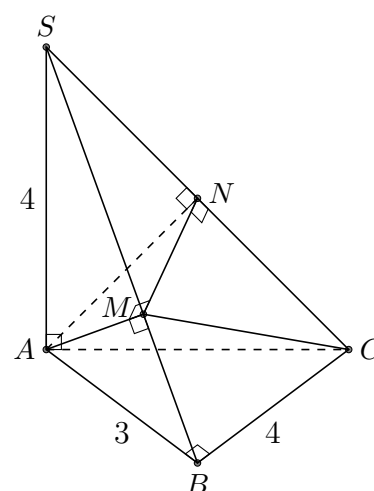
Lời giải.

— Ta có $AM \perp (SBC)$, nên $V_{AMNC} = \frac{1}{3} \cdot AM \cdot S_{MNC}$.

— Ta có $AM = \frac{12}{5}$, $AN = \frac{20\sqrt{41}}{41}$, $AC = 5$.

— $SC \perp (AMN)$, nên tam giác MNC vuông tại N . Do đó

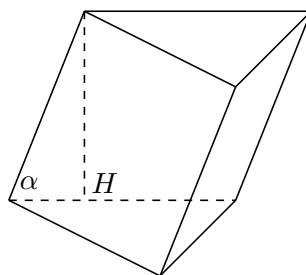
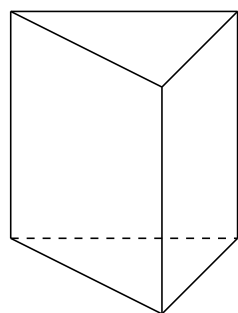
$$\begin{aligned} V_{AMNC} &= \frac{1}{6} \cdot AM \cdot MN \cdot NC \\ &= \frac{1}{6} \cdot AM \cdot \sqrt{AN^2 - AM^2} \cdot \sqrt{AC^2 - AN^2} \\ &= \frac{128}{41}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1790. Cho một hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều. Người ta ấn (đẩy) lăng trụ đó trở thành một lăng trụ xiên (vẫn giữ nguyên đáy và cạnh bên như hình vẽ) để thể tích giảm đi một nửa lúc ban đầu. Hỏi cạnh bên của lăng trụ xiên lúc này tạo với đáy góc α bằng bao nhiêu?

A. 60° .B. 30° .C. 45° .D. 40° .**Lời giải.**

Gọi cạnh bên của khối lăng trụ đứng là h , thể tích của khối lăng trụ xiên bằng một nửa thể tích khối lăng trụ đứng cho nên chiều cao của nó bằng $\frac{h}{2}$. Khối lăng trụ xiên có cạnh bên bằng h , suy ra

$$\sin \alpha = \frac{\frac{h}{2}}{h} = \frac{1}{2} \text{ cho nên } \alpha = 30^\circ.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1791. Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $3a$ và cạnh bên bằng a là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $V = \frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $V = \frac{9a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Diện tích đáy của lăng trụ là $S = \frac{(3a)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích của khối lăng trụ là $V = h \cdot S = a \cdot \frac{9a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 1792. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 30° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

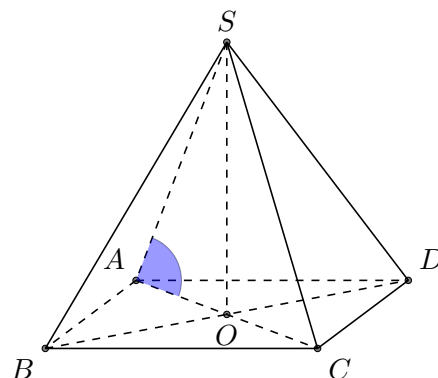
Gọi O là tâm của đáy, suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Vậy AO là hình chiếu của SA lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Suy ra góc giữa cạnh bên SA với đáy là góc $\widehat{SAO} = 30^\circ$.

Có $AO = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, suy ra $SO = AO \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Vậy thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.



Chọn đáp án (B)

□

Câu 1793. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích các khối chóp $S.AHK$ và $S.ACD$ với H và K lần lượt là trung điểm của SC và SD . Tính độ dài đường cao h của khối chóp $S.ABCD$ và tỷ số $k = \frac{V_1}{V_2}$.

A. $h = a, k = \frac{1}{4}$.

B. $h = a, k = \frac{1}{6}$.

C. $h = 2a, k = \frac{1}{8}$.

D. $h = 2a, k = \frac{1}{3}$.

Câu 1794. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Biết $AB = a$, $BC = 2a$ và $SC = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $2a^3$.

B. a^3 .

C. $\frac{4}{3}a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{3}a^3$.

Lời giải.

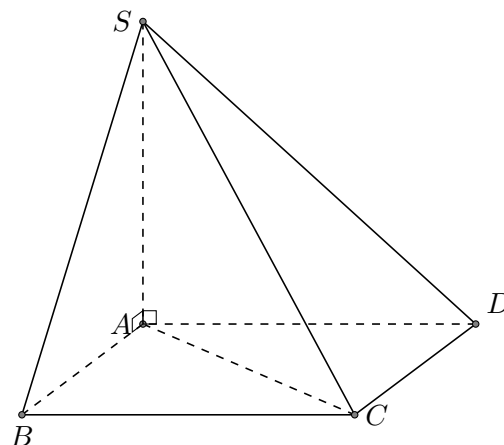
Gọi V là thể tích của hình chóp $S.ABCD$, vì $SA \perp (ABCD)$ suy ra $SA \perp AC$.

Trong tam giác vuông SAC ta có

$$\begin{aligned} SA &= \sqrt{SC^2 - AC^2} \\ \Leftrightarrow SA &= \sqrt{SC^2 - AB^2 - BC^2} \\ \Leftrightarrow SA &= \sqrt{9a^2 - 4a^2 - a^2} = 2a \end{aligned}$$

Mà $ABCD$ là hình chữ nhật nên

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a \cdot 2a = \frac{4a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1795. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, SD tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\sqrt{3}a^3$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

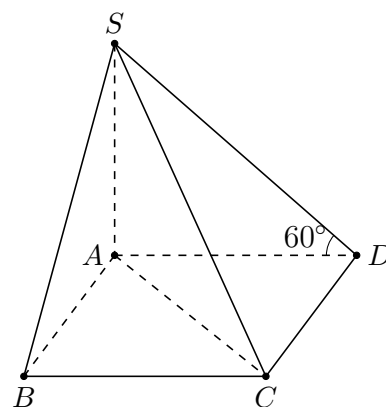
D. $\frac{a^3}{3\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $(SD, (ABCD)) = (SD, DA) = \widehat{SDA}$.

Suy ra $SA = AD \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

$$\text{Đến tới } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1796. Cắt khối nón bởi một mặt phẳng qua trục tạo thành một tam giác đều có cạnh bằng a . Thể tích của khối nón là

A. $\pi a^3 \sqrt{2}$.

B. $\frac{3\pi a^3}{8}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}\pi a^3}{9}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

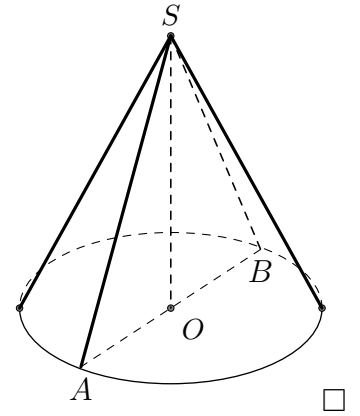
Lời giải.

Phương pháp: Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Cách giải:

$$\text{Tam giác } SAB \text{ đều cạnh } a \Rightarrow \begin{cases} R = OA = OB = \frac{a}{2} \\ h = SO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Thể tích khối nón: } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}.$$



Chọn đáp án **(D)**

Câu 1797. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° và bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng bao nhiêu?

A. $2\pi a^2$.

B. $4\pi a^2$.

C. πa^2 .

D. $\pi a^2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Hình nón đã cho có đỉnh S , đáy là đường tròn tâm O đường kính MN như hình vẽ.

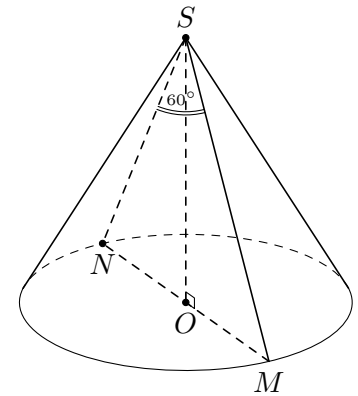
Ta có bán kính đáy $r = OM = a$, góc $\widehat{MSN} = 60^\circ$ suy ra $\widehat{MSO} = 30^\circ$.

$\triangle SOM$ vuông tại O , ta có

$$\sin \widehat{MSO} = \frac{OM}{SM}, \text{ suy ra } SM = \frac{OM}{\sin \widehat{MSO}} = 2a, \text{ hay đường sinh } l = 2a.$$

Vậy diện tích xung quanh hình nón là

$$S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = 2\pi a^2.$$



Chọn đáp án **(A)**

Câu 1798. Thể tích khối cầu bán kính a bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

B. $4\pi a^3$.

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. $2\pi a^3$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích khối cầu bán kính } a \text{ là } V = \frac{4}{3}\pi a^3 = \frac{4\pi a^3}{3}$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 1799. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$.

C. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Chiều cao } h = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Thể tích } V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}\pi a^2 a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 1800. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tâm mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ là điểm có tọa độ

A. $(-2; -4; -6)$.

B. $(1; 2; 3)$.

C. $(-1; -2; -3)$.

D. $(2; 4; 6)$.

Lời giải.

Viết lại phương trình mặt cầu ta có: $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$, suy ra tâm mặt cầu có tọa độ $I(1; 2, 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1801. Tính diện tích mặt cầu (S) khi biết chu vi đường tròn lớn của nó bằng 4π .

A. $S = 32\pi$.

B. $S = 16\pi$.

C. $S = 64\pi$.

D. $S = 8\pi$.

Lời giải.

Đường tròn lớn có bán kính bằng bán kính R của mặt cầu.

Do đó, chu vi của đường tròn lớn là $2\pi R = 4\pi \Leftrightarrow R = 2$.

Vậy diện tích của mặt cầu (S) là $4\pi R^2 = 16\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1802.

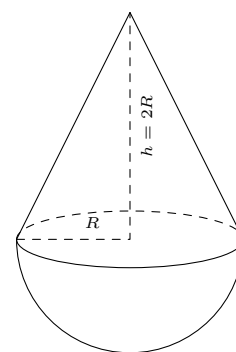
Một đồ vật được thiết kế bởi một nửa khối cầu và một khối nón úp vào nhau sao cho đáy của khối nón và thiết diện của nửa mặt cầu chồng khít lên nhau như hình vẽ bên. Biết khối nón có đường cao gấp đôi bán kính đáy, thể tích của toàn bộ khối đồ vật bằng $36\pi \text{ cm}^3$. Diện tích bề mặt của toàn bộ đồ vật đó bằng

A. $\pi(\sqrt{5} + 3) \text{ cm}^2$.

B. $9\pi(\sqrt{5} + 2) \text{ cm}^2$.

C. $9\pi(\sqrt{5} + 3) \text{ cm}^2$.

D. $\pi(\sqrt{5} + 2) \text{ cm}^2$.



Lời giải.

Ta có thể tích của toàn bộ đồ vật V bằng tổng thể tích khối nón V_1 và nửa thể tích khối cầu V_2 .

$$\Rightarrow V = V_1 + V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi r^3 + \frac{2}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi r^3 = 36\pi \Leftrightarrow r = 3 \text{ cm}.$$

$$\Rightarrow \text{đường sinh của khối nón } l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{5r^2} = r\sqrt{5}.$$

Diện tích bề mặt toàn bộ đồ vật S bằng tổng diện tích xung quanh khối nón S_1 và nửa diện tích xung quanh khối cầu S_2 .

$$\Rightarrow S = S_1 + S_2 = \pi r l + \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 = \pi r^2 \sqrt{5} + 2\pi r^2 = \pi r^2 (\sqrt{5} + 2) = \pi \cdot 3^2 (\sqrt{5} + 2) = 9\pi(\sqrt{5} + 2).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1803. Hình cầu có đường kính bằng 2 thì thể tích bằng

A. $\frac{32}{3}\pi$.

B. $\frac{4}{3}\pi$.

C. 4π .

D. 16π .

Lời giải.

Thể tích hình cầu bán kính R được tính theo công thức $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, với $R = 1$ ta có $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 1^3 = \frac{4}{3}\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1804. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng a . Tính diện tích xung quanh S của khối trụ đó.

A. $S = 2\pi a^2$.

B. $S = \frac{\pi a^2}{2}$.

C. $S = \pi a^2$.

D. $S = 4\pi a^2$.

Lời giải.

Do thiết diện là hình vuông cạnh a nên bán kính đáy bằng $\frac{a}{2}$ và chiều cao $h = a$.

$$\text{Diện tích xung quanh: } S = 2\pi \times \frac{a}{2} \times a = \pi a^2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1805. Thiết diện qua trục của hình nón tròn xoay là một tam giác đều cạnh $2a$. Tính thể tích V của khối nón đó.

A. $V = \pi a^3 \sqrt{3}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$. D. $V = \frac{3\pi a^3}{8}$.

Lời giải.

Cắt hình nón bằng mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là tam giác đều suy ra $2r = 2a \Rightarrow r = a$ và đường cao $h = a\sqrt{3}$.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1806. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$. C. $R = a\sqrt{2}$. D. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

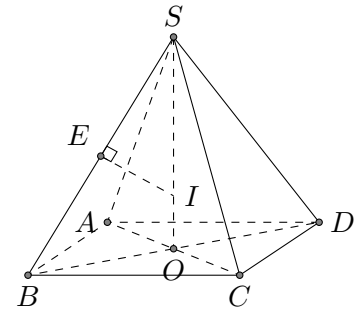
Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và E là trung điểm SB .

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Trong mặt phẳng (SBO) kẻ đường trung trực của SB cắt SO tại I , khi đó

$$IA = IB = IC = ID = IS$$

nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ và bán kính mặt cầu là $R = IS$.



Ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a \Rightarrow BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow BO = \frac{BD}{2} = a\sqrt{2}$.

Ta có $SA = SB = SC = SD = 2a$ (vì $S.ABCD$ là hình chóp đều) nên $SE = EB = \frac{2a}{2} = a$.

Xét tam giác SBO vuông tại O , ta có $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2}$.

Ta có $\triangle SEI$ đồng dạng với tam giác $SOB(g - g) \Rightarrow \frac{SI}{SB} = \frac{SE}{SO} \Leftrightarrow IS = \frac{SB \cdot SE}{SO} = \frac{2a \cdot a}{a\sqrt{2}} = \sqrt{2}a$.

Vậy bán kính $R = a\sqrt{2}$.

Chú ý:

Công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều có cạnh bên là $SA = l$ và chiều cao $SO = h$ là $R = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{l^2}{2h}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1807. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. B. $\pi a^2 \sqrt{3}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

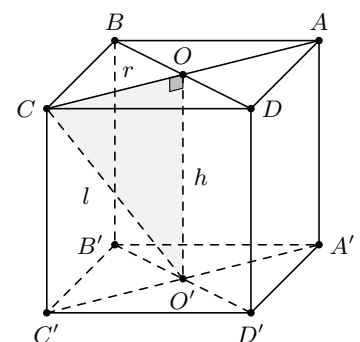
Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là tâm hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

Hình nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ có cạnh là a nên đáy của hình nón là đường tròn có bán kính

$$r = OC = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ nên chiều cao của hình nón bằng độ dài cạnh của hình vuông. Suy ra $h = a$.



Khi đó độ dài đường sinh là $l = O'C = \sqrt{O'O^2 + OC^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón đó là $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot \frac{2\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1808. Một khối nón có bán kính đáy bằng 3 và góc ở đỉnh bằng 60° thì có thể tích bằng bao nhiêu?

A. $9\pi\sqrt{3}$.

B. $27\pi\sqrt{3}$.

C. $3\pi\sqrt{3}$.

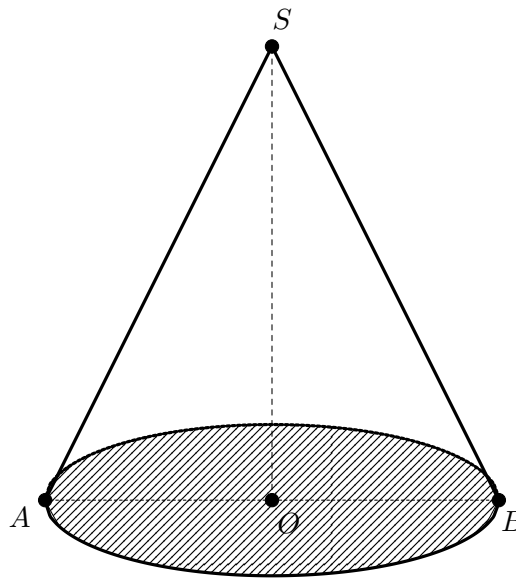
D. $6\pi\sqrt{3}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$ với r là bán kính đáy, h là chiều cao hình chóp.

Cách giải:



Cắt hình nón bằng mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là tam giác cân SAB có $AB = 2R = 6$ và $ASB = 60^\circ$ nên tam giác SAB đều cạnh 6 $\Rightarrow$ trung tuyến $SO = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 3\sqrt{3} = 9\pi\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1809. Diện tích mặt cầu có đường kính bằng $2a$ là

A. $16\pi a^3$.

B. πa^2 .

C. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

D. $4\pi a^2$.

Lời giải.

Đường kính $d = 2a$. Suy ra bán kính mặt cầu là $R = \frac{d}{2} = \frac{2a}{2} = a$.

Vậy diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1810. Một khối nón có thể tích bằng 4π và chiều cao bằng 3. Bán kính đường tròn đáy bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h \Rightarrow 4\pi = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot 3 \Rightarrow R^2 = 4 \Rightarrow R = 2$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 1811. Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều và có thể tích $V = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. Diện tích xung quanh S của hình nón đó là

- A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = 2\pi a^2$. C. $S = \frac{1}{2}\pi a^2$. D. $S = 3\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính đáy của hình nón.

Vì thiết diện qua trục là tam giác đều nên chiều cao của hình nón là $h = R\sqrt{3}$.

$$\text{Từ đây ta suy ra thể tích của khối nón } V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{\pi R^3 \sqrt{3}}{3}. \quad (1)$$

$$\text{Theo giả thiết ta có } V = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $R = a$. Do đó diện tích xung quanh là $S = \pi a \cdot 2a = 2\pi a^2$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1812. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h = 1$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp đó là

- A. $S = 9\pi$. B. $S = 27\pi$. C. $S = 6\pi$. D. $S = 5\pi$.

Lời giải.

Gọi hình chóp tam giác đều là $S.ABC$. Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , suy ra đường cao hình chóp tam giác đều là $S.ABC$ là SG .

$$\text{Ta có: } AG = \sqrt{2}; SA = \sqrt{SG^2 + AG^2} = \sqrt{3}.$$

Tam giác ABC đều nên G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đáy.

Gọi d là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thì d là SG .

Gọi M trung điểm của SA , dựng mặt phẳng trung trực SA cắt d tại I , khi đó $IA = IB = IC = IS$. Do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$ là $R = IS$.

$$\text{Ta có } \triangle SMI \text{ đồng dạng với } \triangle SGA, \text{ suy ra } SI = \frac{SA^2}{2SG} = \frac{3}{2}.$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

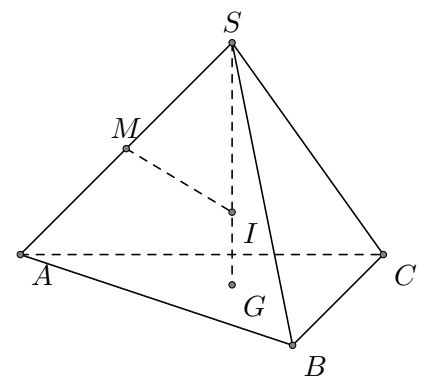
$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 9\pi.$$

Chọn đáp án (A)

□

Câu 1813. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20$ (cm), bán kính đáy $r = 25$ (cm). Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12 (cm). Tính diện tích của thiết diện đó.

- A. $S = 400$ (cm²). B. $S = 500$ (cm²). C. $S = 406$ (cm²). D. $S = 300$ (cm²).

Lời giải.

Thiết diện qua đỉnh là tam giác SAB .

Gọi K là trung điểm $AB \Rightarrow OK \perp AB \Rightarrow AB \perp (SOK) \Rightarrow (SAB) \perp (SOK)$.

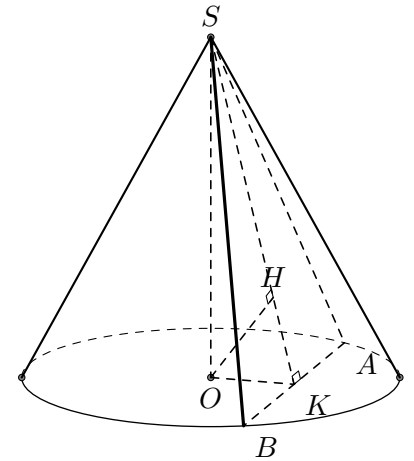
Kẻ $OH \perp SK (H \in SK) \Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow OH = 12(\text{cm})$.

Ta có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{OS^2} \Rightarrow \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{12^2} - \frac{1}{20^2} = \frac{1}{225} \Rightarrow OK = 15(\text{cm})$.

$KB = \sqrt{OB^2 - OK^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20 \Rightarrow AB = 2BK = 40(\text{cm})$.

$SK = \sqrt{SO^2 + OK^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25(\text{cm})$.

$\Rightarrow S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} \cdot SK \cdot AB = 500(\text{cm}^2)$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1814. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 3.

A. $V = 216\pi$.

B. $V = 108\pi$.

C. $V = 72\pi$.

D. $V = 36\pi$.

Lời giải.

Áp dụng công thức thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h = 6^2 \cdot 3\pi = 108\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1815. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng 10 và diện tích xung quanh bằng 60π . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 360π .

B. 288π .

C. 120π .

D. 96π .

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = \pi r l = 10\pi r = 60\pi \Rightarrow r = 6$.

và $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.

Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1816. Một hình trụ có trục OO' chứa tâm của một mặt cầu bán kính R , các đường tròn đáy của hình trụ đều thuộc mặt cầu trên, đường cao của hình trụ bằng R . Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V = \frac{3\pi R^3}{4}$.

B. $V = \pi R^3$.

C. $V = \frac{\pi R^3}{4}$.

D. $V = \frac{\pi R^3}{3}$.

Lời giải.

Phương pháp

Thể tích khối trụ có bán kính đáy R và chiều cao h là: $V = \pi R^2 h$.

Cách giải:

Đường kính đáy của khối trụ là: $2r = \sqrt{(2R)^2 - R^2} = R\sqrt{3} \Rightarrow r = \frac{R\sqrt{3}}{2}$

$V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{R\sqrt{3}}{2} \right)^2 R = \frac{3\pi R^3}{4}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1817. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích mặt bên ABB_1A_1 bằng 6, khoảng cách giữa cạnh CC_1 và mặt phẳng ABB_1A_1 bằng 8. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

A. 24.

B. 8.

C. 16.

D. 32.

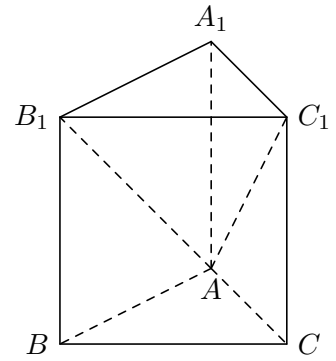
Lời giải.

Phương pháp

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy S và chiều cao h là $V = Sh$

Chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành khối chóp $C_1.ABC$ và khối tứ giác $C_1.ABB_1A_1$

$$\text{Ta có: } V_{C_1.ABC} = \frac{1}{3}V \Rightarrow \begin{cases} V_{C_1.ABB_1A_1} = \frac{2}{3}V \\ V_{C_1.ABB_1A_1} = \frac{1}{3}d(A; (ABB_1A_1)) = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 8 = 16 \end{cases}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1818. Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.

- A. $V = 27\sqrt{3}a^3$. B. $V = 24\sqrt{3}a^3$. C. $V = 36\sqrt{3}a^3$. D. $V = 81\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Thiết diện qua trục hình trụ là hình vuông $ADD'A'$. Gọi O, O' lần lượt là hai tâm đường tròn đáy (hình vẽ). Suy ra $l = 2r$.

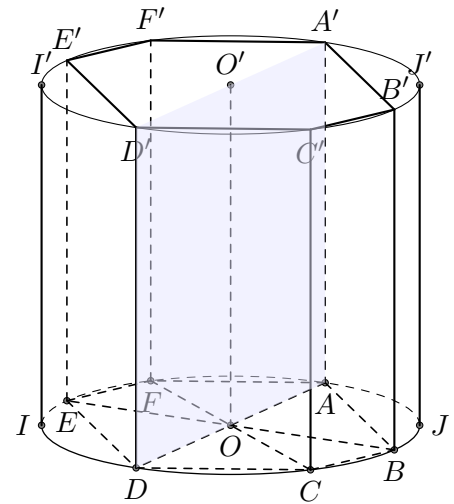
Theo giả thiết ta có

$$S_{xq} = 2\pi rl = 36\pi a^2 \Leftrightarrow 2\pi r \cdot 2r = 36\pi a^2 \Rightarrow r = 3a \Rightarrow l = 6a.$$

Lăng trụ lục giác đều $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ nội tiếp hình trụ có chiều cao là $h = 6a$.

$$S_{ABCDEF} = 6S_{\triangle OAB} = 6 \cdot \frac{(3a)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{27a^2\sqrt{3}}{2} \text{ (vì } \triangle OAB \text{ đều, cạnh bằng } 3a).$$

$$\text{Suy ra } V = \frac{27a^2\sqrt{3}}{2} \cdot 6a = 81a^3\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1819. Cho hình lập phương có thể tích bằng $64a^3$. Thể tích của khối cầu nội tiếp hình lập phương đó bằng

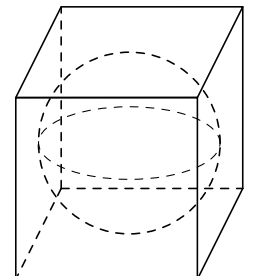
- A. $V = \frac{8\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{16\pi a^3}{3}$. C. $V = \frac{64\pi a^3}{3}$. D. $V = \frac{32\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Khối lập phương có thể tích $64a^3$ nên cạnh bằng $4a$.

Khối cầu nội tiếp khối lập phương có bán kính $R = \frac{4a}{2} = 2a$ nên thể tích khối

$$\text{cầu là } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32\pi a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1820. Khối nón có bán kính đáy $r = 3$, chiều cao $h = \sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón

- A. $V = 9\pi\sqrt{2}$. B. $V = 3\pi\sqrt{11}$. C. $V = 3\pi\sqrt{2}$. D. $V = \pi\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích của khối nón } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot \sqrt{2} = \frac{9\pi\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1821. Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 8π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

A. $\frac{4\pi}{9}$.

B. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$.

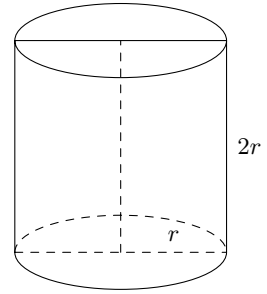
C. $\frac{16\pi\sqrt{3}}{9}$.

D. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải.

Gọi bán kính đường tròn đáy là r . Vì thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông nên chiều cao hình trụ là $2r$. Ta có $S_{tp} = 2S_d + S_{xq} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot 2r = 6\pi r^2$.

$$\text{Theo đề bài } S_{tp} = 8\pi \Rightarrow r^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow r = \frac{2\sqrt{3}}{3}; V = \pi r^2 h = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3 = 2\pi \cdot \frac{8\sqrt{3}}{9} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{9}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1822. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và DBC là hai tam giác đều cạnh chung $BC = 2$. Gọi I là trung điểm của BC , $\widehat{AID} = 2\alpha$ mà $\cos 2\alpha = -\frac{1}{3}$. Hãy xác định tâm O của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đó.

A. O là trung điểm của AD .

B. O là trung điểm của BD .

C. O thuộc mặt phẳng (ADB) .

D. O là trung điểm của AB .

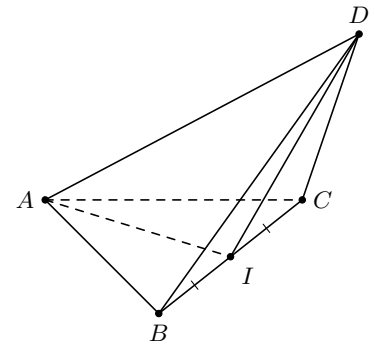
Lời giải.

Ta có $AI = DI = \sqrt{3}$ và $\cos AID = -\frac{1}{3}$ nên

$$AD^2 = AI^2 + DI^2 - 2 \cdot AI \cdot DI \cdot \cos \widehat{AID} = 8.$$

Sử dụng định lý Pytago đảo dễ dàng suy ra tam giác ACD và tam giác ABD vuông có chung cạnh huyền AD .

Vậy tâm cầu ngoại tiếp tứ diện là trung điểm O của AD .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1823. Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng 30cm^2 và chu vi bằng 26cm . Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T) . Diện tích toàn phần của (T) là

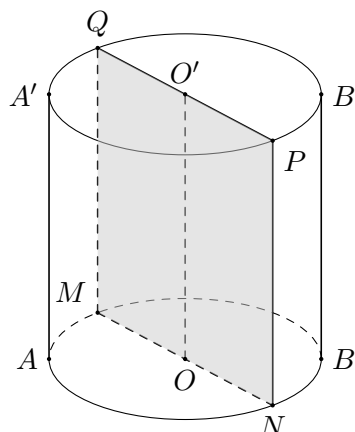
A. $23\pi\text{cm}^2$.

B. $\frac{23\pi}{2}\text{cm}^2$.

C. $\frac{69\pi}{2}\text{cm}^2$.

D. $69\pi\text{cm}^2$.

Lời giải.



Gọi h , r lần lượt là đường cao và bán kính đáy của hình trụ (T). Thiết diện của mặt phẳng và hình trụ (T) là hình chữ nhật $MNPQ$. Khi đó theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} h > 2r \\ S_{ABCD} = h \cdot 2r = 30 \\ C_{ABCD} = 2(h + 2r) = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h > 2r \\ hr = 15 \\ h + 2r = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h > 2r \\ h = 13 - 2r \\ -2r^2 + 15r - 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h > 2r \\ h = 13 - 2r \\ \begin{cases} r = 5 \Rightarrow h = 3 \\ r = \frac{3}{2} \Rightarrow h = 10 \text{ (nhận)} \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S_{tp} = S_{xq} + 2S = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot \frac{3}{2} \cdot 10 + 2\pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{69\pi}{2} \text{ cm}^2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1824. Khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π . Tính thể tích V của khối nón (N).

A. $V = 36\pi$.

B. $V = 60\pi$.

C. $V = 20\pi$.

D. $V = 12\pi$.

Lời giải.

— Ta có $S_{xq} = \pi r l \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{15\pi}{3\pi} = 5$ và chiều cao $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$.

— Vậy $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1825. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy hình trụ, $AB = 4a$; $AC = 5a$. Tính thể tích khối trụ:

A. $V = 8\pi a^3$.

B. $V = 16\pi a^3$.

C. $V = 12\pi a^3$.

D. $V = 4\pi a^3$.

Lời giải.

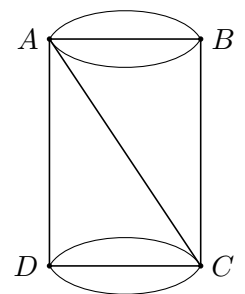
Phương pháp: Sử dụng công thức tính thể tích khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \pi r^2 h$.

Cách giải:

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ABC có

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{25a^2 - 16a^2} = 3a.$$

$$\text{Vậy thể tích khối trụ là } V = \pi \left(\frac{AB}{2}\right)^2 \cdot BC = \pi \cdot (2a)^2 \cdot 3a = 12\pi a^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1826. Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Tính theo a thể tích khối trụ đó.

A. πa^3 .

B. $2\pi a^3$.

C. $4\pi a^3$.

D. $\frac{2}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } V_{\text{Trụ}} = h\pi r^2 = 2a \cdot \pi \cdot a^2 = 2\pi a^3.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1827. Cắt mặt cầu (S) bằng một mặt phẳng cách tâm một khoảng bằng 4cm được thiết diện là một hình tròn có diện tích $9\pi \text{ cm}^2$. Tính thể tích khối cầu (S).

A. $\frac{250\pi}{3} \text{ cm}^3$.

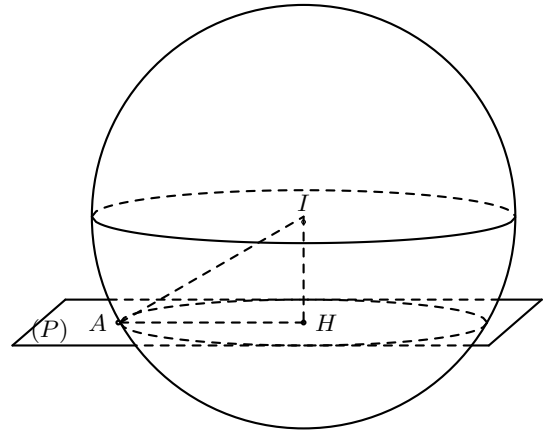
B. $\frac{2500\pi}{3} \text{ cm}^3$.

C. $\frac{25\pi}{3} \text{ cm}^3$.

D. $\frac{500\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

- Gọi I là tâm mặt cầu (S) , H là tâm đường tròn giao tuyến, A là một điểm bất kì trên đường tròn, R là bán kính của (S) .
- Ta có $d(I, (P)) = 4$.
- $S_{(C)} = \pi AH^2 = 9\pi \Rightarrow AH = 3$.
- Ta có $R = \sqrt{AH^2 + d(I, (P))^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.
- Thể tích khối cầu (S) là $V_{(S)} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{500\pi}{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1828. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 cm, góc ở đỉnh bằng 60° . Tính thể tích của khối nón đó.

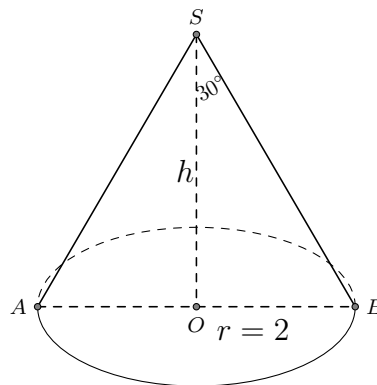
A. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{9} \text{ cm}^3$.

B. $8\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$.

C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3} \text{ cm}^3$.

D. $\frac{8\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Lời giải.



Vì góc ở đỉnh bằng 60° nên đường cao của hình nón là

$$h = r \cdot \cot 30^\circ = 2\sqrt{3} \text{ cm}.$$

Khi đó, thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1829. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° và bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng bao nhiêu?

A. $2\pi a^2$.

B. $4\pi a^2$.

C. πa^2 .

D. $\pi a^2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Hình nón đã cho có đỉnh S , đáy là đường tròn tâm O đường kính MN như hình vẽ.

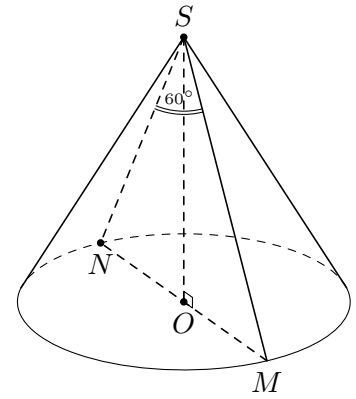
Ta có bán kính đáy $r = OM = a$, góc $\widehat{MSN} = 60^\circ$ suy ra $\widehat{MSO} = 30^\circ$.

$\triangle SOM$ vuông tại O , ta có

$$\sin \widehat{MSO} = \frac{OM}{SM}, \text{ suy ra } SM = \frac{OM}{\sin \widehat{MSO}} = 2a, \text{ hay đường sinh } l = 2a.$$

Vậy diện tích xung quanh hình nón là

$$S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = 2\pi a^2.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1830. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích toàn phần của vật tròn xoay thu được khi quay tam giác $AA'C'$ quanh trục AA' .

A. $\pi(\sqrt{6} + 2)a^2$. B. $\pi(\sqrt{3} + 2)a^2$. C. $2\pi(\sqrt{2} + 1)a^2$. D. $2\pi(\sqrt{6} + 1)a^2$.

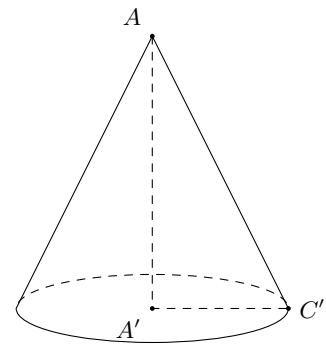
Lời giải.

Khi quay tam giác $AA'C'$ quanh trục AA' ta được hình nón có bán kính đáy $R = A'C' = a\sqrt{2}$, đường sinh $l = AC' = a\sqrt{3}$ và chiều cao $h = AA' = a$.

Ta có $l = AC' = \sqrt{A'C'^2 + AA'^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$.

Ta có

$$S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2 = \pi(\sqrt{6} + 2)a^2.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1831. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó là

A. $S = \pi a^2$. B. $S = \frac{3\pi a^2}{4}$. C. $S = 3\pi a^2$. D. $S = 12\pi a^2$.

Lời giải.

Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, cạnh bằng a có bán kính mặt cầu ngoại tiếp $R = \frac{AC'}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó là: $S = 4\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\pi a^2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1832. Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng 4π . Thể tích khối trụ là

A. $\frac{2}{3}\pi$. B. 2π . C. 4π . D. $\frac{4}{3}\pi$.

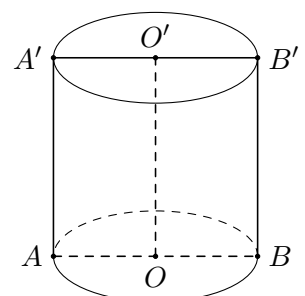
Lời giải.

Ta có $ABB'A'$ là hình vuông $\Rightarrow h = 2r$.

Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi r \cdot 2r = 4\pi r^2 = 4\pi \Rightarrow$

$r = 1 \Rightarrow h = 2$.

Thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = 2\pi$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 1833. Cho khối cầu có thể tích bằng $\frac{8\pi a^3 \sqrt{6}}{27}$, khi đó bán kính R của mặt cầu là

- A. $R = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. B. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $R = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích khối cầu } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{8\pi a^3 \sqrt{6}}{27} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án (D) □

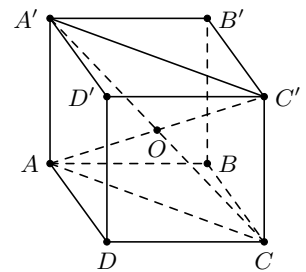
Câu 1834. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = AA' = 2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. $\frac{3\pi a^2}{4}$. B. $3\pi a^2$. C. $\frac{9\pi a^2}{4}$. D. $9\pi a^2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } AC' = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2 + 4a^2} = 3a.$$

Gọi O là giao điểm của AC' và $A'C$, khi đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Suy ra $R = OA = \frac{3a}{2}$, do đó diện tích mặt cầu ngoại tiếp $ABCD.A'B'C'D'$ là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{9a^2}{4} = 9\pi a^2$.



Chọn đáp án (D) □

Câu 1835. Một hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy và thể tích của khối trụ bằng 16π . Diện tích toàn phần của khối trụ đã cho bằng

- A. 16π . B. 12π . C. 8π . D. 24π .

Lời giải.

Gọi bán kính đáy của hình trụ là R suy ra $h = l = 2R$.

$$\text{Theo đề bài ta có thể tích khối trụ là: } V = \pi R^2 \cdot h = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3 = 16\pi \Rightarrow R = 2$$

$$\text{Do đó } h = l = 4. \text{ Diện tích toàn phần của khối trụ là: } S = 2\pi Rl + 2\pi R^2 = 2\pi \cdot 2 \cdot 4 + 2\pi \cdot 2^2 = 24\pi$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 1836. Cho hình nón tròn xoay có bán kính bằng 3 và diện tích xung quanh bằng $6\sqrt{3}\pi$. Góc ở đỉnh của hình nón đã cho bằng

- A. 60° . B. 150° . C. 90° . D. 120° .

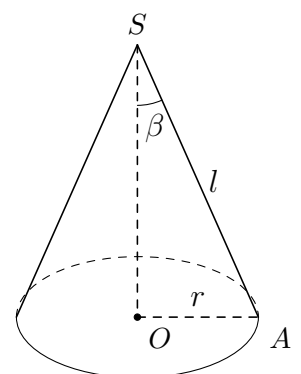
Lời giải.

Gọi S , O lần lượt là đỉnh và tâm mặt đáy của hình nón. Lấy A là một điểm nằm trên đường tròn đáy. Gọi góc ở đỉnh của hình nón là 2β suy ra $\beta = \widehat{OSA}$.

$$\text{Mặt khác } S_{xq} = \pi r l \Leftrightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{6\sqrt{3}\pi}{3\pi} = 2\sqrt{3}. \text{ Xét } \triangle SOA \text{ vuông tại } O, \text{ ta}$$

$$\text{có } \sin OSA = \frac{OA}{SA} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{OSA} = 60^\circ.$$

$$\text{Vậy } 2\beta = 2\widehat{OSA} = 120^\circ.$$



Chọn đáp án (D) □

Câu 1837. Cho hình nón tròn xoay có bán kính bằng 3 và diện tích xung quanh bằng $6\sqrt{3}\pi$. Góc ở đỉnh của hình nón đã cho bằng

A. 60° .B. 150° .C. 90° .D. 120° .

Lời giải.

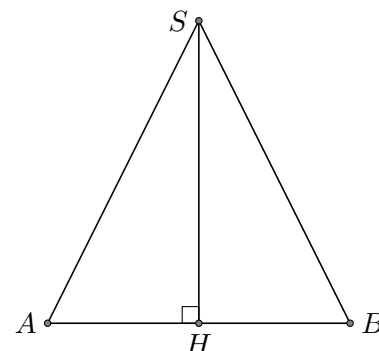
Giả sử thiết diện qua trục của hình nón đã cho là tam giác SAB , gọi H là tâm đường tròn đáy của hình nón.

Ta có $AH = 3$ và $S_{xq} = \pi \cdot AH \cdot SA$

$$\text{Suy ra } SA = \frac{S_{xq}}{\pi AH} = \frac{6\sqrt{3}\pi}{3\pi} = 2\sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có } \cos \widehat{ASH} = \frac{AH}{AS} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{ASH} = 30^\circ.$$

Do đó, góc ở đỉnh của hình nón bằng 60° .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1838. Cắt mặt xung quanh của một hình trụ dọc theo một đường sinh rồi trải ra trên mặt phẳng ta được hình vuông có chu vi bằng 8π . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

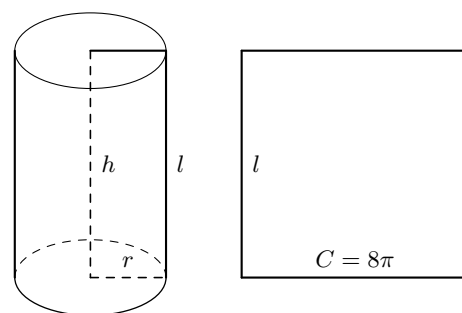
A. $2\pi^2$.B. $2\pi^3$.C. 4π .D. $4\pi^2$.

Lời giải.

Chu vi hình vuông bằng 8π nên cạnh hình vuông bằng 2π .

Do đó hình trụ có bán kính $R = 1$, đường sinh $l = 2R$.

Vậy thể tích hình trụ là $V = \pi R^2 h = 2\pi^2$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1839. Khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π . Tính thể tích của khối nón (N).

A. 36π .B. 12π .C. 16π .D. 45π .

Lời giải.

Gọi SO , SI lần lượt là đường cao và đường sinh của khối nón (N).

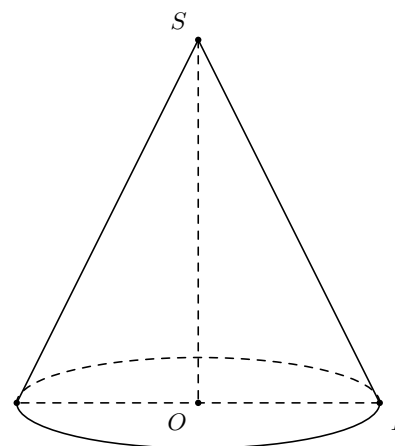
Ta có $S_{xq} = \pi \cdot OI \cdot SI$.

$$\Rightarrow SI = \frac{S_{xq}}{\pi \cdot OI} = 5.$$

$$\text{Suy ra } SO = \sqrt{SI^2 - OI^2} = 4.$$

Thể tích của khối nón (N) bằng

$$V = \frac{1}{3} SO \cdot \pi \cdot OI^2 = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot 9 = 12\pi$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1840. Tính diện tích của mặt cầu có bán kính bằng 3.

A. 18π .B. 36π .C. 12π .D. 9π .

Lời giải.

Gọi r là bán kính của mặt cầu.

Ta có diện tích của mặt cầu là $S = 4\pi r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 3^2 = 36\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1841. Cho khối nón có chiều cao bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

B. $2\pi a^3$.

C. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

D. $4\pi a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2 \cdot 2a = \frac{2\pi a^3}{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1842. Cho khối trụ (T) . Biết rằng một mặt phẳng chứa trục của (T) cắt (T) theo thiết diện là một hình vuông cạnh $4a$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. $8\pi a^3$.

B. $64\pi a^3$.

C. $32\pi a^3$.

D. $16\pi a^3$.

Lời giải.

Thiết diện của hình trụ (T) qua trục là hình vuông cạnh $4a \Rightarrow$ hình trụ có chiều cao là $h = 4a$ và bán kính đáy $R = \frac{1}{2} \cdot 4a = 2a \Rightarrow V = \pi R^2 h = \pi \cdot 4a^2 \cdot 4a = 16\pi a^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1843. Trong không gian, cho hình chóp $S.ABC$ có SA, AB, BC đôi một vuông góc với nhau và $SA = a, SB = b, SC = c$. Mặt cầu đi qua S, A, B, C có bán kính bằng

A. $\frac{2(a+b+c)}{3}$.

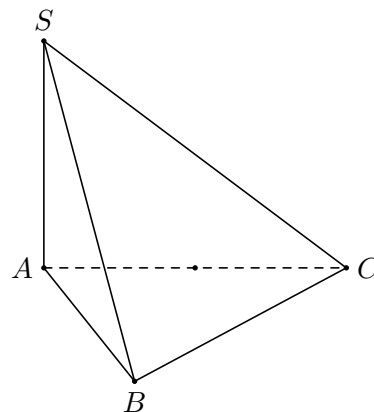
B. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

C. $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

D. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Lời giải.

- Ta có SA, AB, BC đôi một vuông góc $\Rightarrow SA \perp (ABC)$ và $\triangle ABC$ vuông tại B .
- Gọi I là trung điểm của AC thì I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.
- Khi đó bán kính đường tròn tâm I ngoại tiếp $\triangle ABC$ là $r = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{b^2 + a^2}$.
- Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABC$ là $R = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + r^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{b^2 + a^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

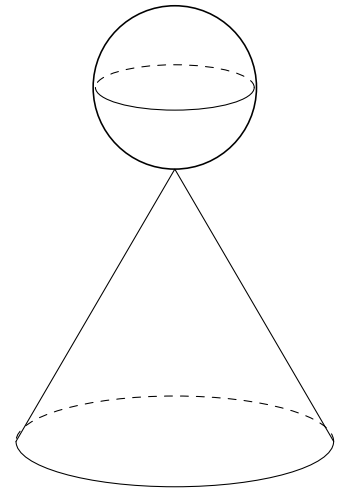


Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1844.

Một khối pha lê gồm một hình cầu (H_1) bán kính R và một hình nón (H_2) có bán kính đáy và đường sinh lần lượt là r, l thỏa mãn $r = \frac{1}{2}l$ và $l = \frac{3}{2}R$ xếp chồng lên nhau như hình vẽ bên. Biết tổng diện tích mặt cầu (H_1) và diện tích toàn phần của hình nón (H_2) là 91 cm^2 . Tính diện tích của khối cầu (H_1).

- A. $\frac{104}{5} \text{ cm}^2$. B. 16 cm^2 . C. 64 cm^2 . D. $\frac{26}{5} \text{ cm}^2$.



Lời giải.

Do giả thiết $r = \frac{1}{2}l$ và $l = \frac{3}{2}R$ suy ra $r = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}R = \frac{3}{4}R$.

Gọi S_1 là diện tích toàn phần của hình nón, ta có

$$S_1 = \pi \cdot r \cdot l + \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{3}{4}R\right) \cdot \frac{3}{2}R + \pi \cdot \left(\frac{3}{4}R\right)^2 = \frac{27\pi R^2}{16}.$$

Mặt khác gọi S_2 là diện tích mặt cầu, ta có $S_2 = 4\pi R^2$.

Để thỏa mãn bài toán cho

$$S_1 + S_2 = 91 \Leftrightarrow \frac{27\pi R^2}{16} + 4\pi R^2 = 91 \Leftrightarrow \frac{91\pi R^2}{16} = 91 \Leftrightarrow \pi R^2 = 16.$$

Do đó $S_2 = 4\pi R^2 = 4 \cdot 16 = 64 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1845. Tính thể tích của khối nón có chiều cao bằng 4 và đường sinh bằng 5.

- A. 16π . B. 48π . C. 12π . D. 36π .

Lời giải.

Ta có $r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$. Suy ra $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi \text{ (đvtt)}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1846. Một hình trụ có chiều cao bằng 3, chu vi đáy bằng 4π . Tính thể tích của khối trụ.

- A. 18π . B. 10π . C. 12π . D. 40π .

Lời giải.

Gọi r là bán kính đáy của hình trụ. Khi đó, $2\pi r = 4\pi \Leftrightarrow r = 2$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 12\pi$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1847. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

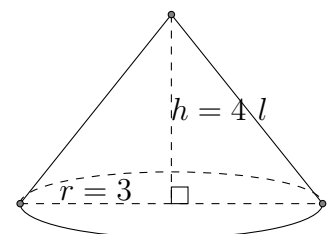
- A. 15π . B. 12π . C. 9π . D. 30π .

Lời giải.

Theo giả thiết suy ra $r = 3, h = 4$.

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi$.



Chọn đáp án (A) □

Câu 1848. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng BC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Trong (P) , xét đường tròn (C) đường kính BC . Tính bán kính của mặt cầu chứa đường tròn (C) và đi qua điểm A .

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của BC và G là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó

$$GA = GB = GC = \frac{2}{3}IA = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Ta có GI vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn đường kính BC nên G là tâm của khối cầu chứa đường tròn (C) và đi qua điểm A , do đó $R = GA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1849. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh bằng 1. Tính thể tích của khối trụ đó.

- A. $\frac{\pi}{2}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. π .

Lời giải.

Ta có, bán kính đáy $r = \frac{1}{2}$ và chiều cao $h = 1$.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 1 = \frac{\pi}{4}$.

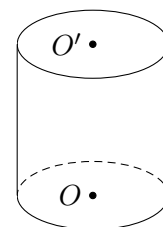
Chọn đáp án (B) □

Câu 1850. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ bằng

- A. $\pi a^2 \sqrt{3}$. B. $2\pi a^2(\sqrt{3} - 1)$. C. $\pi a^2(1 + \sqrt{3})$. D. $2\pi a^2(1 + \sqrt{3})$.

Lời giải.

Ta có $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot a \cdot a\sqrt{3} + 2 \cdot \pi a^2 = 2\pi a^2(1 + \sqrt{3})$.



Chọn đáp án (D) □

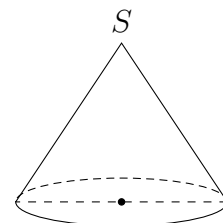
Câu 1851. Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$. C. $\pi a^2 \sqrt{2}$. D. $2\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân tại đỉnh hình nón nên bán kính mặt đáy $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Suy ra

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{\sqrt{2}a^2\pi}{2}.$$



Chọn đáp án **A** □

Câu 1852. Gọi V và S lần lượt là thể tích khối cầu, diện tích mặt cầu có bán kính x . Xét các khẳng định sau

- ① $V = 4\pi x^3$. ② $S = 4\pi x^2$. ③ $V' = S$. ④ $3V = Sx$.

Số khẳng định **đúng** là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Chỉ có khẳng định b), c), d) đúng.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1853. Hình trụ có bán kính đáy bằng R , đường cao gấp đôi bán kính đáy có diện tích toàn phần bằng

- A. $3\pi R^2$. B. $6\pi R^2$. C. $4\pi R^2$. D. $8\pi R^2$.

Lời giải.

Ta có $S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R^2 + 4\pi R^2 = 6\pi R^2$.

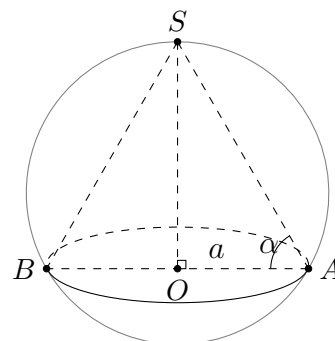
Chọn đáp án **B** □

Câu 1854. Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng a . Thiết diện qua trục hình nón là một tam giác cân có góc ở đáy bằng α . Tính thể tích V khối cầu ngoại tiếp hình nón.

- A. $V = \frac{4\pi a^3}{3\sin^3(2\alpha)}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{3\sin^3(2\alpha)}$.
C. $V = \frac{4\pi a^3}{3\sin^2(2\alpha)\cos(2\alpha)}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{3\sin(2\alpha)\cos^2(2\alpha)}$.

Lời giải.

Gọi S là đỉnh của hình nón, thiết diện qua trục là tam giác cân SAB và $AB = 2a$, $\widehat{S} = 2\alpha$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón bằng $R = \frac{AB}{2\sin S} = \frac{a}{\sin(2\alpha)}$. Suy ra $V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi a^3}{3\sin^3(2\alpha)}$.



Chọn đáp án **A** □

Câu 1855. Cho hình nón đỉnh S biết rằng nếu cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón là

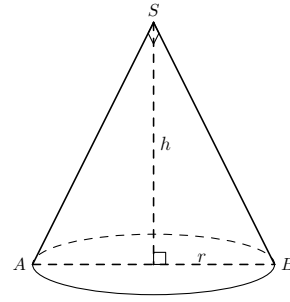
- A. $S_{xq} = \frac{\pi\sqrt{2}a^2}{2}$. B. $S_{xq} = \pi a^2$. C. $S_{xq} = \sqrt{2}\pi a^2$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$.

Lời giải.

Tam giác SAB vuông cân tại S có $AB = a\sqrt{2}$ nên $SB = a$.

Bán kính đường tròn đáy của hình nón là $r = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích xung quanh là $S_{xq} = \frac{\pi\sqrt{2}a^2}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1856. Cho hình lập phương có cạnh bằng a . Tính diện tích mặt cầu nội tiếp hình lập phương đó.

A. $S = \pi a^2$.

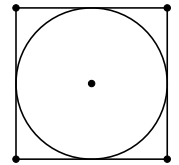
B. $S = \frac{1}{3}\pi a^2$.

C. $S = \frac{4}{3}\pi a^2$.

D. $S = 4\pi a^2$.

Lời giải.

Vì hình lập phương cạnh a nên đường kính mặt cầu nội tiếp hình lập phương đó bằng $a \Rightarrow$ bán kính mặt cầu bằng $\frac{a}{2}$. Do vậy, diện tích mặt cầu nội tiếp hình lập phương là $S = 4\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \pi a^2$.



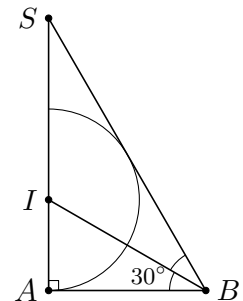
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1857.

Cho tam giác SAB vuông tại A , $\widehat{ABS} = 60^\circ$. Đường phân giác trong góc $\widehat{ABS}$ cắt SA tại I . Vẽ nửa đường tròn tâm I , bán kính IA (như hình vẽ). Cho ΔSAB và nửa đường tròn trên cùng quay quanh SA tạo nên các khối cầu và khối nón có thể tích tương ứng là V_1, V_2 . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $2V_1 = 3V_2$. B. $9V_1 = 4V_2$. C. $4V_1 = 9V_2$. D. $V_1 = 3V_2$.



Lời giải.

Đặt $AB = x$ ($x > 0$). Ta có

$$— AI = AB \tan 30^\circ = \frac{x}{\sqrt{3}} \Rightarrow V_1 = \frac{4}{3}\pi \cdot \frac{x^3}{3\sqrt{3}} = \frac{4x^3}{9\sqrt{3}}.$$

$$— AS = AB \tan 60^\circ = x\sqrt{3} \Rightarrow V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot x^2 \cdot x\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}x^3}{3}.$$

$$\text{Do đó } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4x^3}{9\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3}x^3}{3}} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9V_1 = 4V_2.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1858. Cho hình lập phương có cạnh bằng 40 và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích toàn phần của hình lập phương và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính $S = S_1 + S_2$ (đvdt).

A. $S = 2400(4 + 3\pi)$. B. $S = 2400(4 + \pi)$. C. $S = 4(2400 + 3\pi)$. D. $S = 4(2400 + \pi)$.

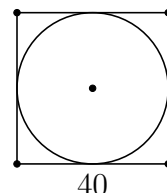
Lời giải.

Diện tích toàn phần của hình lập phương là $S_1 = 6 \cdot 1600 = 9600$ (đvdt).

Bán kính đáy của hình trụ là $R = 20 \Rightarrow$ diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S_2 = 2\pi \cdot 400 + 2\pi \cdot 20 \cdot 40 = 2400\pi \text{ (đvdt)}.$$

Do đó $S = 2400(4 + \pi)$ (đvdt).



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1859. Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh $2a$. Đường cao của hình nón là

A. $h = 2a$.

B. $h = a$.

C. $h = a\sqrt{3}$.

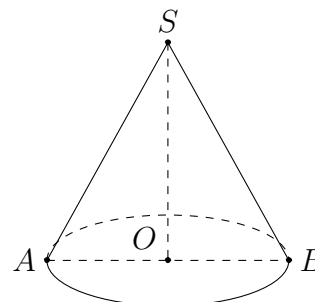
D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Giả sử thiết diện là tam giác SAB như hình vẽ.

Đường cao của hình nón là

$$h = SO = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = a\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1860. Cho hình trụ (T) có chiều cao bằng 5 và diện tích xung quanh bằng 30π . Thể tích của khối trụ (T) bằng

A. 30π .

B. 75π .

C. 15π .

D. 45π .

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = 2\pi rl \Rightarrow r = 3$.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = 45\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1861. Một hình nón có cạnh bên bằng $2a$. Thiết diện qua trục của nó là một tam giác cân có góc ở đỉnh bằng 120° . Diện tích toàn phần của hình nón là

A. $\pi^2 (3 + \sqrt{3})$.

B. $2\pi a^2 (3 + \sqrt{3})$.

C. $6\pi a^2$.

D. $\pi a^2 (3 + 2\sqrt{3})$.

Lời giải.

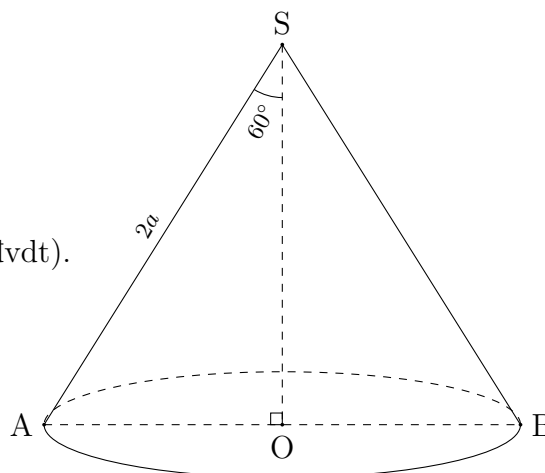
Gọi S là đỉnh, O là tâm của đáy, thiết diện qua trục là SAB .

Theo giả thiết ta có $SA = 2a$ và $\widehat{ASO} = 60^\circ$.

Trong tam giác SAO vuông tại O , ta có $OA = SA \sin 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Vậy diện tích toàn phần là

$$S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2 = \pi \cdot OA \cdot SA + \pi \cdot OA^2 = \pi a^2 (3 + 2\sqrt{3}) \text{ (đvdt)}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1862. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$. Biết tam giác ABC cân tại A có $BC = 2a\sqrt{2}$, $\cos \widehat{ACB} = \frac{1}{2}$, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $S = \frac{65\pi a^2}{4}$. B. $S = 13\pi a^2$. C. $S = \frac{97\pi a^2}{4}$. D. $S = 4\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC và SA ; O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Do ABC cân tại A nên $O \in AM$.

Qua O dựng Δ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ($\Delta \parallel SA$).

Trong (SAM) , kẻ đường thẳng qua N vuông góc với SA cắt Δ tại I . Khi đó $IS = IA = IB = IC$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

$\triangle AMC$ có $\cos \widehat{ACM} = \frac{MC}{AC} \Rightarrow AB = AC = 3a\sqrt{2}$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} CA \cdot CB \cdot \sin \widehat{ACB} = \frac{1}{2} 3a\sqrt{2} \cdot 2a\sqrt{2} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = 4a^2\sqrt{2}.$$

$$\text{Mà } S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4 \cdot OA} \Rightarrow OA = \frac{9}{4}a.$$

$$\text{Tứ giác } NAOI \text{ là hình chữ nhật nên } AI = \sqrt{NA^2 + AO^2} = \frac{\sqrt{97}a}{4}.$$

$$\text{Suy ra bán kính mặt cầu } R = \frac{\sqrt{97}a}{4}.$$

$$\text{Vậy diện tích mặt cầu là } S = 4\pi R^2 = \frac{97\pi a^2}{4}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1863. Một cái nồi nấu nước người ta làm dạng hình trụ, chiều cao của nồi là 60 cm, diện tích đáy $900\pi \text{ cm}^2$. Hỏi người ta cần miếng kim loại hình chữ nhật có kích thước là bao nhiêu để làm thân nồi đó? (bỏ qua kích thước các mép gấp).

- A. Chiều dài 60π cm, chiều rộng 60 cm. B. Chiều dài 900 cm, chiều rộng 60 cm.
C. Chiều dài 180 cm, chiều rộng 60 cm. D. Chiều dài 30π cm, chiều rộng 60 cm.

Lời giải.

Gọi $r > 0$ là bán kính đáy nồi. Ta có diện tích đáy $S = \pi \cdot r^2 \Leftrightarrow \pi \cdot r^2 = 900\pi \Rightarrow r = 30$ cm.

Vậy miếng kim loại hình chữ nhật có chiều dài $l = 2\pi \cdot r = 60\pi$ cm và chiều rộng 60 cm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1864. Tỷ số giữa thể tích khối lập phương và khối cầu ngoại tiếp khối lập phương đó là

- A. $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$. C. $\frac{3\pi}{2\sqrt{3}}$. D. $\frac{3}{\pi\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối lập phương cạnh a và khối cầu ngoại tiếp hình lập phương đó.

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{a^3}{\frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3} = \frac{2\sqrt{3}}{3\pi}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1865. Hình lăng trụ nào sau đây có mặt cầu ngoại tiếp?

- A. Hình lăng trụ có đáy là đa giác nội tiếp đường tròn.
 B. Hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành với hai đường chéo không bằng nhau.
 C. Hình lăng trụ có đáy là hình chữ nhật.
 D. Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác.

Lời giải.

Lăng trụ đứng có đáy là đa giác nội tiếp đường tròn thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 1866. Cho hình nón đỉnh S , chiều cao $SO = h$. Gọi AB là một dây cung của đường tròn đáy sao cho tam giác OAB đều. Mặt phẳng (SAB) tạo với đáy hình nón góc 60° . Tính diện tích xung quanh hình nón theo h .

- A. $\frac{2\pi h^2 \sqrt{13}}{9}$. B. $\frac{4\pi h^2 \sqrt{13}}{9}$. C. $\frac{4\pi h^3}{27}$. D. $\frac{\pi h^2 \sqrt{5}}{4}$.

Lời giải.

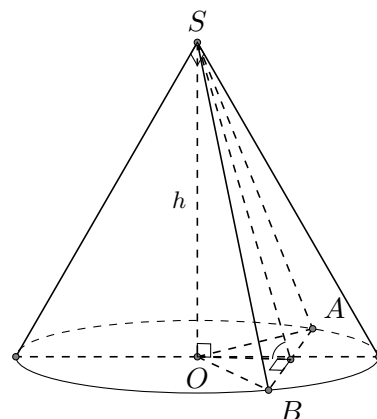
Gọi bán kính của hình nón là R , ta có $OM \perp AB, OM = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

Mặt phẳng (SAB) tạo với đáy hình nón góc 60° nên $\widehat{SMO} = 60^\circ$.

$$\tan \widehat{SMO} = \frac{h}{\frac{R\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow R = \frac{2h}{3}.$$

$$\text{Đường sinh của hình nón } l = \sqrt{h^2 + R^2} = \frac{h\sqrt{13}}{3}.$$

$$\text{Diện tích xung quanh của hình nón } S_{xq} = \pi Rl = \frac{\pi 2h^2 \sqrt{13}}{9}.$$



Chọn đáp án (A)

□

Câu 1867. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . (N) là hình nón có đỉnh trùng với đỉnh của hình chóp và nhận các cạnh bên của hình chóp là các đường sinh. Tính thể tích khối nón (N) .

- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}\pi a^3$. B. $\frac{\sqrt{2}}{12}\pi a^3$. C. $\frac{\sqrt{2}}{6}\pi a^3$. D. $\frac{\sqrt{2}}{8}\pi a^3$.

Lời giải.

Ta thấy chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là một nửa của bát diện diện đều cạnh a .

$$\text{Do vậy, khối nón } (N) \text{ có } h = R = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{(N)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \pi \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot \pi a^3.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1868. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, tam giác ABC vuông tại B . Biết $SB = \sqrt{5}a, BC = \sqrt{3}a$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

- A. $S = 4\sqrt{2}\pi a^2$. B. $S = 8\pi a^2$. C. $S = 2\pi a^2$. D. $S = 4\pi a^2$.

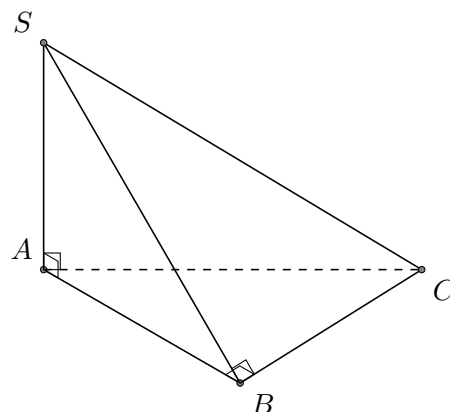
Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$

Ta có $\widehat{SAC}$ và $\widehat{SBC}$ cùng nhìn SC dưới một góc 90° . Do vậy, tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là trung điểm SC .

Ta có $SC = \sqrt{SB^2 + BC^2} = 2a\sqrt{2}.$

Ta có $S = 4\pi \frac{SC^2}{4} = 8\pi a^2.$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1869. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước là 3, 4, 12. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp của hình hộp chữ nhật.

A. 13.

B. 15.

C. $\frac{13}{2}.$

D. $\frac{15}{2}.$

Lời giải.

Xét hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 12$.

Gọi I là trung điểm AC' .

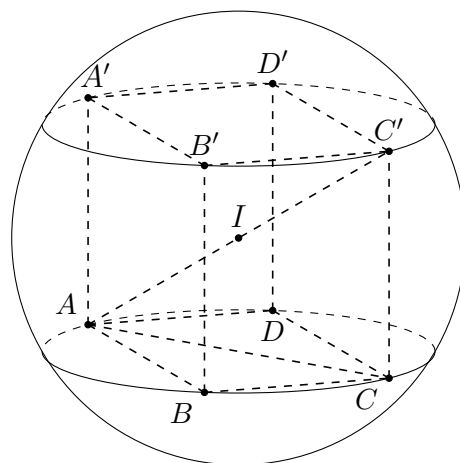
Trong hình chữ nhật $AA'C'C$ ta có $IA = IA' = IC' = IC$.

Trong hình chữ nhật $BB'D'D$ ta có $IB = IB' = ID' = ID$.

Khi đó, khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ nội tiếp mặt cầu tâm I bán kính $R = \frac{AC'}{2}.$

Ta có $AC'^2 = CC'^2 + AC^2 = CC'^2 + AB^2 + AD^2 = 169.$

Vậy bán kính mặt cầu cần tìm $R = \frac{13}{2}.$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1870. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều cạnh có độ dài $2a$. Thể tích của khối nón là

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}.$

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}.$

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}.$

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}.$

Câu 1871. Người ta bỏ ba quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng ba lần đường kính quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{6}{5}.$

B. 1.

C. 2.

D. $\frac{3}{2}.$

Lời giải.

Gọi R là bán kính quả bóng bàn. Suy ra bán kính đáy hình trụ bằng R và đường cao của hình trụ bằng $6R$.

Diện tích của ba quả bóng bàn là $S_1 = 3 \cdot 4\pi R^2 = 12\pi R^2.$

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_2 = 6R \cdot 2\pi R = 12\pi R^2.$

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \frac{12\pi R^2}{12\pi R^2} = 1.$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1872. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình trụ đã cho bằng

- A. $2\sqrt{2}a$. B. $3a$. C. $2a$. D. $\frac{3a}{2}$.

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = 3\pi a^2$ và $r = a$ nên ta suy ra $2\pi r l = 3\pi a^2 \Leftrightarrow 2\pi a l = 3\pi a^2 \Leftrightarrow l = \frac{3a}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1873. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh của hình tròn xoay sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quay xung quanh cạnh AB .

- A. $2\pi a^2\sqrt{3}$. B. $12\pi a^2\sqrt{3}$. C. $12\pi a^2$. D. $6\pi a^2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB ta được một khối trụ tròn xoay có chiều cao là $AB = a$ và bán kính đáy là $r = AD = a\sqrt{3}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi \cdot AB \cdot AD = 2\pi a^2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1874. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 6. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

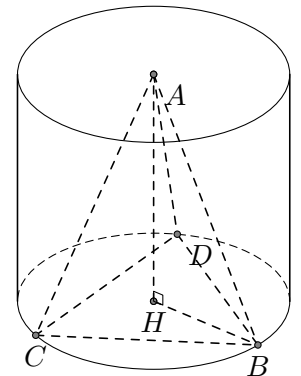
- A. $S_{xq} = 24\sqrt{3}\pi$. B. $S_{xq} = 12\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = 12\sqrt{2}\pi$. D. $S_{xq} = 24\sqrt{2}\pi$.

Lời giải.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD là $R = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$.

Đường cao $h = AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{6^2 - 12} = 2\sqrt{6}$.

$S_{xq} = 2\pi R h = 2\pi \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6} = 24\sqrt{2}\pi$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1875. Cho mặt cầu (S) tâm I bán kính R . Một mặt phẳng cắt mặt cầu (S) và cách tâm I một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Bán kính của đường tròn do mặt phẳng cắt mặt cầu tạo nên là

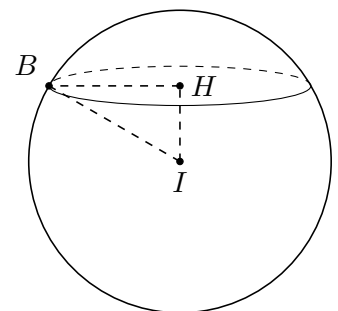
- A. $\frac{3R}{2}$. B. $\frac{R\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{R}{2}$. D. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của I trên mặt phẳng cắt mặt cầu, B là một điểm bất kì trên đường tròn giao tuyến. Khi đó

$$HB^2 = IB^2 - IH^2 = R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{3R^2}{4}.$$

Vậy bán kính đường tròn giao tuyến là $HB = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1876. Tính thể tích khối cầu nội tiếp hình tứ diện đều có cạnh bằng a .

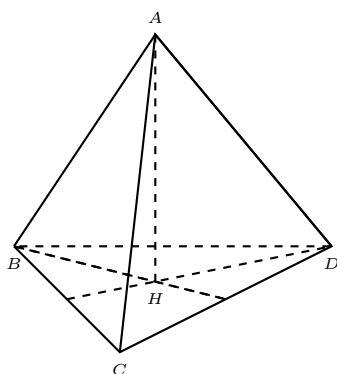
A. $\frac{a^3\pi\sqrt{6}}{216}$.

B. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{144}$.

C. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{96}$.

D. $\frac{a^3\pi\sqrt{6}}{124}$.

Lời giải.



Gọi H là trọng tâm tam giác BCD và G là tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$.

Khi đó bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ là

$$r = d(G, (ABC)) = d(G, (BCD)) = d(G, (ACD)) = d(G, (ABD))$$

Ta có $V_{G.BCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{BCD} \cdot d(G, (BCD)) \Rightarrow d(G, (BCD)) = \frac{3 \cdot V_{G.BCD}}{S_{BCD}}$.

Mà $V_{G.BCD} = V_{G.ABC} = V_{G.ABD} = V_{G.ACD}$ vì $S_{BCD} = S_{ABC} = S_{ABD} = S_{ACD}$.

Mặt khác $V_{G.BCD} + V_{G.ABC} + V_{G.ABD} + V_{G.ACD} = V_{ABCD} \Rightarrow V_{G.BCD} = \frac{1}{4} V_{ABCD}$.

Do $BH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ nên $V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} \Rightarrow V_{G.BCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}$.

Vậy $r = d(G, (BCD)) = \frac{3 \cdot V_{G.BCD}}{S_{BCD}} = \frac{a\sqrt{6}}{12}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1877. Bán kính hình cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của một hình lập phương cạnh a là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

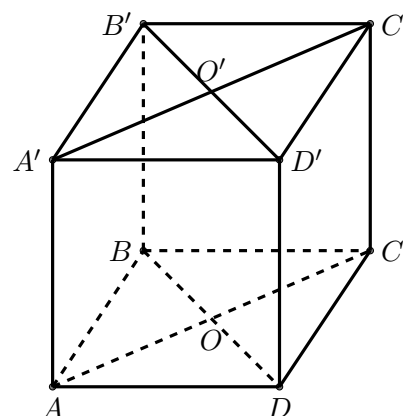
B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Hình cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương cạnh bằng a nên bán kính bằng một nửa độ dài đường chéo của hình vuông nên $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1878. Mặt cầu ($\mathcal{S}$) có diện tích bằng $100\pi \text{ cm}^2$ thì nó có bán kính bằng bao nhiêu?

A. 3 cm.

B. $\sqrt{5}$ cm.

C. 4 cm.

D. 5 cm.

Lời giải.

Ký hiệu S , R lần lượt là diện tích và bán kính của mặt cầu. Ta có

$$S = 4\pi R^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}} = \sqrt{\frac{100\pi}{4\pi}} = 5 \text{ cm.}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1879. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$.

B. $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$.

C. $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$.

D. $V = 3\pi a^2 h$.

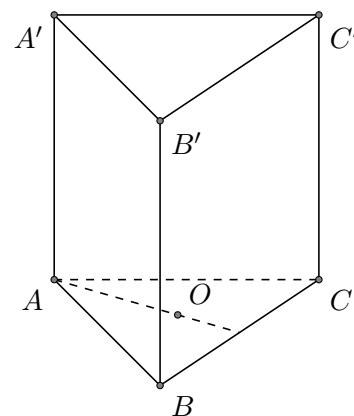
Lời giải.

Gọi O là tâm tam giác đều ABC cạnh $a \Rightarrow AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chiều cao của khối trụ bằng chiều cao của lăng trụ và bằng h .

Do đó, thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho là

$$V = \pi \cdot AO^2 \cdot h = \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{3} \right)^2 h = \frac{\pi a^2 h}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1880. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Một khối nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Kết quả tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối nón đó có dạng bằng $\frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{b} + c)$ với b và c là hai số nguyên dương và $b > 1$. Tính $b \cdot c$.

A. $b \cdot c = 5$.

B. $b \cdot c = 8$.

C. $b \cdot c = 15$.

D. $b \cdot c = 7$.

Lời giải.

Gọi S , O lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

Khi đó khối nón có bán kính đáy là $R = \frac{A'B'}{2} = \frac{a}{2}$.

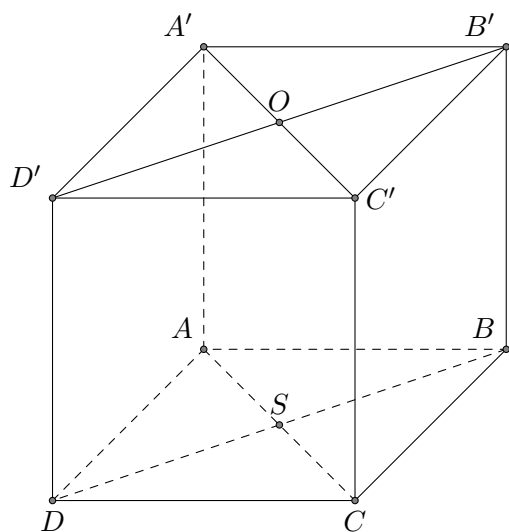
Chiều cao của khối nón $SO = AA' = a$.

Độ dài đường sinh của khối nón $l = \sqrt{R^2 + h^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Diện tích toàn phần của khối nón

$$S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2 = \frac{a^2\pi}{4}(\sqrt{5} + 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 5 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow b \cdot c = 5.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1881. Cho hình nón đỉnh S , đáy là đường tròn tâm O và thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối nón là

A. $V = \frac{1}{2}\pi a^3\sqrt{3}$.

B. $V = \frac{3}{2}\pi a^3$.

C. $V = \frac{1}{6}\pi a^3\sqrt{3}$.

D. $V = \frac{3}{8}\pi a^3$.

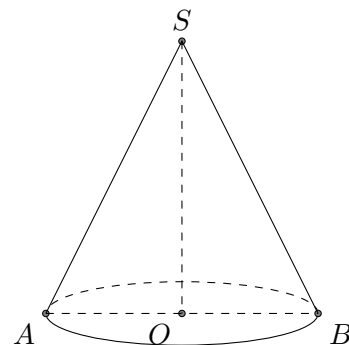
Lời giải.

Giả sử thiết diện qua trục SO của hình nón là tam giác đều SAB cạnh bằng $a\sqrt{3}$.

Bán kính đáy của hình nón là $r = OA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chiều cao của hình nón là $h = SO = \frac{3a}{2}$.

Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{3a^2}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3}{8}\pi a^3$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1882. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a . Một mặt phẳng đi qua các tâm của hai đáy và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Thể tích của hình trụ bằng

A. $2a^3$.

B. πa^3 .

C. $2\pi a^3$.

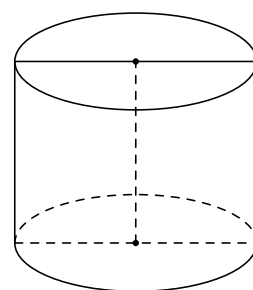
D. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Bán kính đáy của hình trụ là: $r = a$.

Chiều cao của hình trụ là: $h = 2r = 2a$.

Vậy thể tích của hình trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1883. Cho hình vuông $ABCD$ biết cạnh bằng a . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AB, CD . Tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay khi cho hình vuông $ABCD$ quay quanh IK một góc 360° .

A. $\frac{\pi a^2}{3}$.

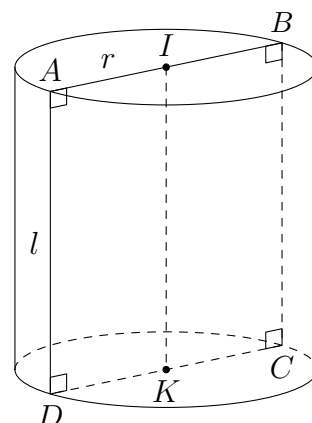
B. $2\pi a^2$.

C. $2\frac{\pi a^2}{3}$.

D. πa^2 .

Lời giải.

Ta có $r = \frac{a}{2}$; $l = a \Rightarrow S = 2\pi \cdot r \cdot l = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \pi \cdot a^2$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1884. Một hình trụ có đường cao 10cm và bán kính đáy bằng 5cm. Gọi (P) là mặt phẳng song song với trục của hình trụ và cách trục 4cm. Tính diện tích thiết diện của hình trụ khi cắt bởi (P) .

A. 60 cm^2 .

B. 40 cm^2 .

C. 30 cm^2 .

D. 80 cm^2 .

Lời giải.

Thiết diện của hình trụ khi cắt bởi (P) là hình chữ nhật $ABCD$

có $AD = OO' = 10\text{cm}$.

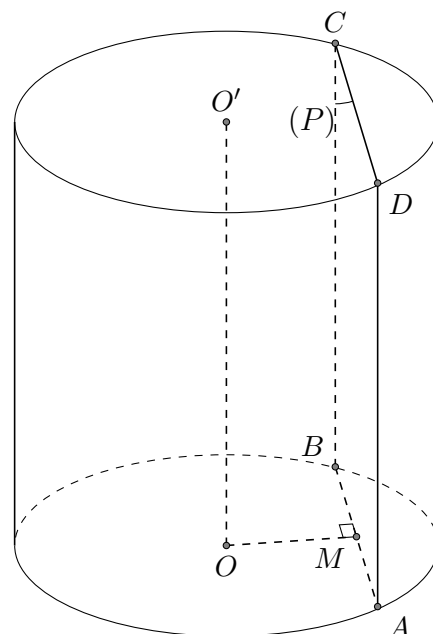
Gọi M là trung điểm AB .

$\triangle OMA$ vuông tại M nên

$$AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3\text{cm}.$$

Suy ra $AB = 2AM = 6\text{cm}$

Vậy diện tích thiết diện là $AB \cdot AD = 60\text{cm}^2$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1885. Một khối nón có diện tích toàn phần bằng 10π và diện tích xung quanh bằng 6π . Tính thể tích V của khối nón đó.

A. $V = 12\pi$.

B. $V = 4\pi\sqrt{5}$.

C. $V = \frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$.

D. $V = 4\pi$.

Lời giải.

Giả sử r, l, h lần lượt là bán kính đáy, đường sinh và chiều cao của khối nón đó. Theo giả thiết diện tích đáy là

$$\pi r^2 = S_{tp} - S_{xq} = 4\pi$$

$$\Rightarrow r = 2.$$

Mà $\pi rl = S_{xq} = 6\pi$ nên $l = 3$. Suy ra $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{5}$.

Vậy thể tích khối trụ là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1886. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình trụ đã cho bằng bao nhiêu?

A. $4a$.

B. $3a$.

C. a .

D. $2a$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{xq} = 2\pi rl \Leftrightarrow l = \frac{S_{xq}}{2\pi \times r} = \frac{4\pi a^2}{2\pi \times a} = 2a.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1887. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$. Đường chéo AB' của mặt bên $ABB'A'$ tạo với đáy một góc φ và $\tan \varphi = \sqrt{2}$. Tính thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho theo a .

A. $4\pi a^3$.

B. $2\sqrt{2}\pi a^3$.

C. $8\pi a^3$.

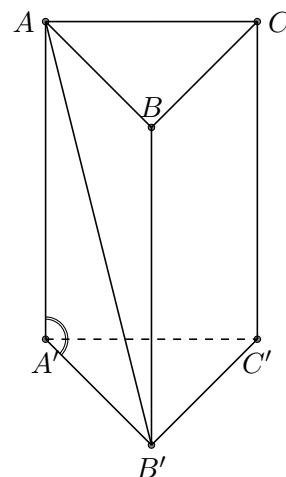
D. $2\pi a^3$.

Lời giải.

Ta có $(AB', (ABC)) = (AB', AB) = \widehat{BAB'} = \varphi$.

Suy ra $\tan \varphi = \frac{BB'}{AB} = \sqrt{2}$, do đó $BB' = \sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = 2a$.

Khối lăng trụ ngoại tiếp có bán kính đáy $r = \frac{BC}{2} = \frac{2a}{2} = a$, chiều cao $h = BB' = 2a$ nên có thể tích là $V = \pi r^2 h = 2\pi a^3$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1888. Cho hai khối trụ $(T_1), (T_2)$ có bán kính đáy bằng nhau có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Biết chiều cao khối (T_1) gấp hai khối T_2 . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V_1 = 4V_2$.

B. $V_2 = 4V_1$.

C. $V_1 = 2V_2$.

D. $V_2 = 2V_1$.

Lời giải.

$$V_1 = \pi R^2 h, \quad V_2 = \pi R^2 \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{1}{2} V_1 \Rightarrow V_1 = 2V_2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1889. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B . Biết $SA = 2a, AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $r = a$.

B. $r = 2a$.

C. $r = a\sqrt{2}$.

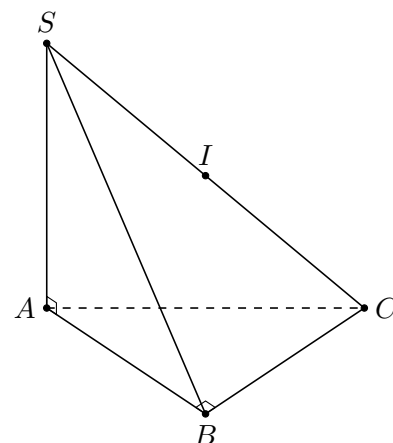
D. $r = 2a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Xét $\triangle ABC$, ta có $AC = 2a \Rightarrow SC = 2a\sqrt{2}$.

Do $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$, hay $\triangle SBC$ vuông tại B .

Gọi I là trung điểm của SC . Do các $\triangle SAC; \triangle SBC$ lần lượt vuông tại A và $B \Rightarrow IS = IA = IB = IC$, suy ra mặt cầu tâm I bán kính r ngoại tiếp hình chóp đã cho. Ta có $r = \frac{SC}{2} = a\sqrt{2}$.

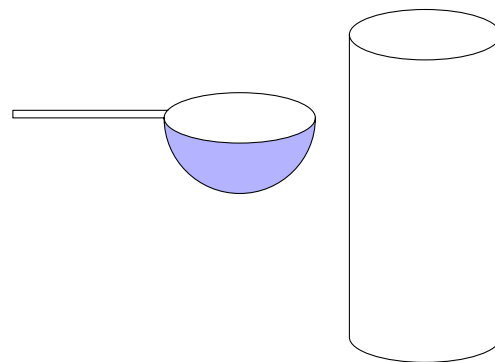


Chọn đáp án **C**

□

Câu 1890.

Một người dùng một cái ca hình bán cầu (một nửa hình cầu) có bán kính là 3 cm để múc nước đổ vào một cái thùng hình trụ chiều cao 10 cm và bán kính đáy bằng 6 cm. Hỏi người đó sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? (Biết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy.)



- A. 10 lần. B. 24 lần. C. 12 lần. D. 20 lần.

Lời giải.

— Ta có thể tích của thùng chứa nước là $V_1 = 10 \cdot \pi \cdot 6^2 = 360\pi \text{ cm}^3$.

— Thể tích của ca múc nước là $V_2 = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 18\pi \text{ cm}^3$.

Do $V_1 = 20 \cdot V_2$. Vậy cần phải múc 20 lần thì nước đầy thùng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1891. Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đã cho.

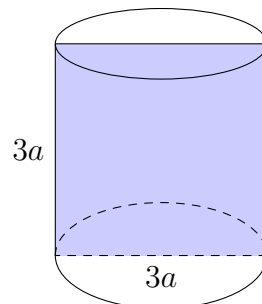
- A. $S_{tp} = 9a^2\pi$. B. $S_{tp} = \frac{9a^2\pi}{2}$. C. $S_{tp} = \frac{13a^2\pi}{6}$. D. $S_{tp} = \frac{27a^2\pi}{2}$.

Lời giải.

Đường kính đáy trụ bằng $3a$, suy ra tổng diện tích các đáy trụ bằng $\frac{9a^2\pi}{2}$.

Diện tích xung quanh của trụ bằng $2\pi \cdot \frac{3a}{2} \cdot 3a = 9a^2\pi$.

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ đã cho là $S_{tp} = 9a^2\pi + \frac{9a^2\pi}{2} = \frac{27a^2\pi}{2}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1892. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy bằng $2a$. Độ dài đường sinh của hình trụ đã cho bằng

- A. $2a$. B. $3a$. C. a . D. $4a$.

Lời giải.

Độ dài đường sinh cũng chính là chiều cao h của hình trụ. Ta có $S_{xq} = 2\pi \cdot 2a \cdot h = 4\pi a^2 \Rightarrow h = a$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1893. Một khối cầu có thể tích bằng $\frac{32\pi}{3}$. Bán kính R của khối cầu đó là

- A. $R = 2$. B. $R = 32$. C. $R = 4$. D. $R = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{4\pi}{3}R^3 = \frac{32\pi}{3} \Rightarrow R = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1894. Một hình nón có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. $2\pi a^2$. B. $\sqrt{3}\pi a^2$. C. πa^2 . D. $3\pi a^2$.

Lời giải.

Đường sinh của hình nón là $l = \sqrt{R^2 + h^2} = 2a$. Do đó, diện tích xung quanh là $S_{xq} = \pi Rl = 2\pi a^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1895. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh 1 bằng

A. 3π .

B. 12π .

C. π .

D. 6π .

Lời giải.

Đường chéo của hình lập phương bằng $\sqrt{3}$, và cũng là đường kính của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương, suy ra bán kính mặt cầu là $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Diện tích cần tính bằng $4\pi R^2 = 3\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1896. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h .

A. $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$.

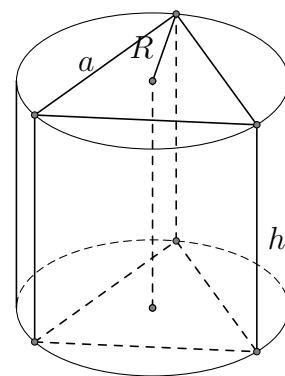
B. $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$.

C. $V = 3\pi a^2 h$.

D. $V = \pi a^2 h$.

Lời giải.

Bán kính đáy là $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$. Thể tích cần tính là $V = S \cdot h = \pi R^2 h = \frac{\pi a^2 h}{3}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1897. Mặt phẳng chứa trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh bằng a . Thể tích khối trụ bằng

A. $\frac{\pi a^3}{2}$.

B. πa^3 .

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Lời giải.

Theo bài ra ta có chiều cao của trụ $h = a$, bán kính đáy $R = \frac{a}{2}$. Từ đó suy ra thể tích khối trụ là

$$V = h \cdot S = a \cdot \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^3}{4}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1898. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$ và khoảng cách giữa hai đáy $h = 7\text{cm}$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3cm . Diện tích của thiết diện được tạo thành là

A. $S = 56(\text{cm}^2)$.

B. $S = 55(\text{cm}^2)$.

C. $S = 53(\text{cm}^2)$.

D. $S = 46(\text{cm}^2)$.

Câu 1899. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Tồn tại một mặt trụ tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của một hình lập phương.

B. Tồn tại một mặt trụ tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của hình hộp.

C. Tồn tại một mặt nón tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của một hình chóp tứ giác đều.

D. Tồn tại một mặt cầu chứa tất cả các đỉnh của một tứ diện đều.

Lời giải.

Vì hình hộp không phải là hình lăng trụ đứng nên không tồn tại mặt trụ tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của hình hộp.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1900. Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l và bán kính đường tròn đáy r là

A. $S_{xq} = \pi r l$.

B. $S_{xq} = 2\pi r l$.

C. $S_{xq} = \pi r^2 h$.

D. $S_{xq} = 2\pi r^2 l$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l và bán kính đường tròn đáy r là $S_{xq} = \pi r l$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1901. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R , chiều cao bằng h . Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $h = \sqrt{2}R$.

B. $h = 2R$.

C. $h = R$.

D. $R = 2h$.

Lời giải.

Diện tích toàn phần của hình trụ $S_{tp} = 2(\pi R^2) + 2\pi Rl = 2\pi R(R + h)$ (vì $l = h$).

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi Rh$.

Vì $S_{tp} = 2S_{xq}$ nên $2\pi R(R + h) = 2 \cdot (2\pi Rh)$

$$\Leftrightarrow R + h = 2h \Leftrightarrow R = h.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1902. Một tứ diện đều cạnh bằng a có một đỉnh trùng với đỉnh của hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là

A. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

C. $\pi a^2 \sqrt{3}$.

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

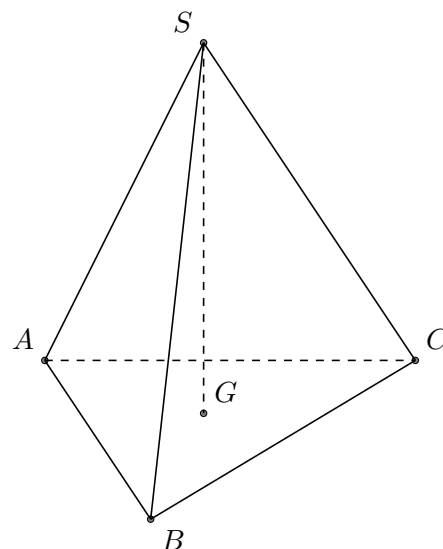
Lời giải.

Ta có tam giác ABC là tam giác đều, gọi G là trọng tâm tam giác suy ra G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Bán kính

$$R = AG = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi \cdot R \cdot SA = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot a = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1903. Gọi l , h , R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T) .

Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ (T) là

A. $S_{tp} = \pi Rh + \pi R^2$.

B. $S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2$.

C. $S_{tp} = \pi Rl + 2\pi R^2$.

D. $S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$.

Lời giải.

Ta có diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot l$, diện tích đáy $S_{\text{đáy}} = 2\pi R^2$.

Khi đó $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = 2\pi \cdot R \cdot l + 2\pi \cdot R^2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1904. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp} = 10\pi$.

B. $S_{tp} = 4\pi$.

C. $S_{tp} = 2\pi$.

D. $S_{tp} = 6\pi$.

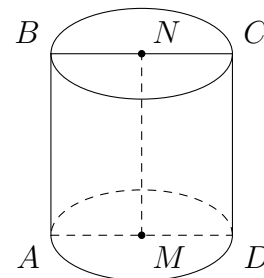
Lời giải.

Bán kính đường tròn đáy: $r = \frac{AD}{2} = 1$

Chiều cao hình trụ: $h = AB = 1$

Diện tích toàn phần của hình trụ:

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 4\pi \text{ (đvtt)}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1905. Cho mặt cầu (S) có diện tích $4\pi a^2 \text{ cm}^2$. Khi đó, thể tích khối cầu (S) là

A. $\frac{\pi a^3}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$

B. $\frac{4\pi a^3}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$

C. $\frac{16\pi a^3}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$

D. $\frac{64\pi a^3}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$

Lời giải.

Gọi R là bán kính mặt cầu (S) .

Áp dụng công thức tính diện tích mặt cầu: $4\pi R^2 = 4\pi a^2 \Rightarrow R = a \text{ (cm)}.$

Thể tích V_C của khối cầu (S) là:

$$V_C = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi a^3}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1906. Một mặt cầu có diện tích 16π thì bán kính mặt cầu bằng

A. 2.

B. $4\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 4.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 \Leftrightarrow 16\pi = 4\pi R^2 \Leftrightarrow R = 2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1907. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối nón đó.

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$.

B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{2}$.

C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$.

D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

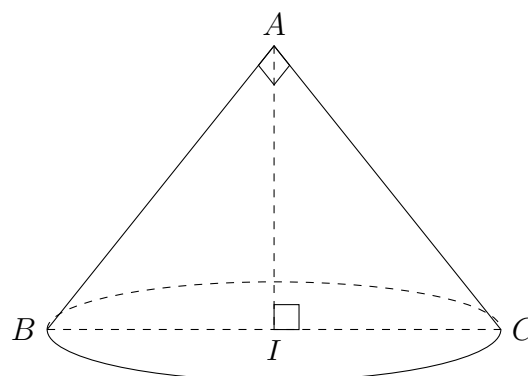
Lời giải.

Giả sử thiết diện qua là $\triangle ABC$ vuông cân tại A và $BC = a\sqrt{6}$. Khi đó đường cao AI đồng thời là trung

tuyến, do đó $AI = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích đáy hình nón là $S = \pi \cdot IB^2 = \frac{3a^2\pi}{2}$.

Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3} \cdot AI \cdot S = \frac{\pi \cdot a^3 \sqrt{6}}{4}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1908. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa AC' và (ABC) bằng 30° . Tính thể tích V của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{108}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{72}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{36}$.

Lời giải.

Do $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ tam giác đều nên khối trụ nội tiếp hình lăng trụ đó có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp tam giác ABC và $A'B'C'$.

Do ABC là tam giác đều có cạnh $AB = a$ nên bán kính đường tròn nội tiếp của nó có độ dài là

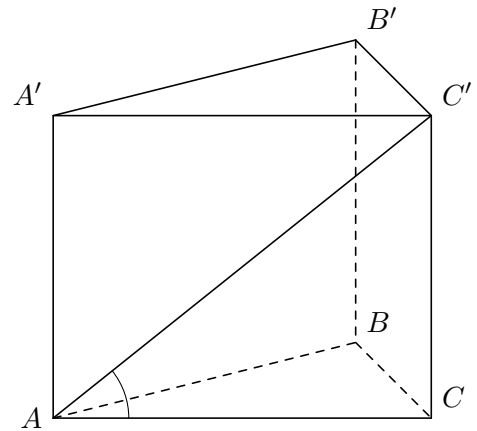
$$r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}}{\frac{3a}{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \text{ (hệ thức lượng trong tam giác).}$$

Ta có $(AC', (ABC)) = \widehat{C'AC} = 30^\circ$ nên suy ra

$$CC' = AC \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V = \pi r^2 h = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{36}.$$

Chọn đáp án **(D)** □



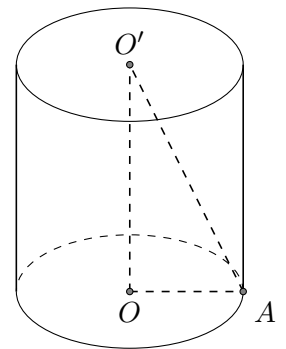
Câu 1909. Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Một hình nón có đáy trùng với một đáy của hình trụ và đỉnh trùng với tâm của đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Tính độ dài đường sinh của hình nón.

A. $a\sqrt{5}$. B. a . C. $2a$. D. $3a$.

Lời giải.

Đường sinh của hình nón bằng đoạn $O'A$.

$$\text{Ta có } O'A = \sqrt{OO'^2 + OA^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1910. Một hình trụ có diện tích đáy bằng 4 cm^2 và chiều cao bằng 6 cm . Tính thể tích của khối trụ.

A. 8 cm^3 . B. 12 cm^3 . C. 24 cm^3 . D. 72 cm^3 .

Lời giải.

$$V = S \cdot h = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1911. Một quả bóng bàn có mặt ngoài là mặt cầu bán kính 2 cm . Tính diện tích mặt ngoài của quả bóng bàn.

A. 4 cm^2 . B. $4\pi \text{ cm}^2$. C. $16\pi \text{ cm}^2$. D. 16 cm^2 .

Lời giải.

$$S = 4\pi R^2 = 16\pi \text{ cm}^2.$$

Chọn đáp án **C**

□

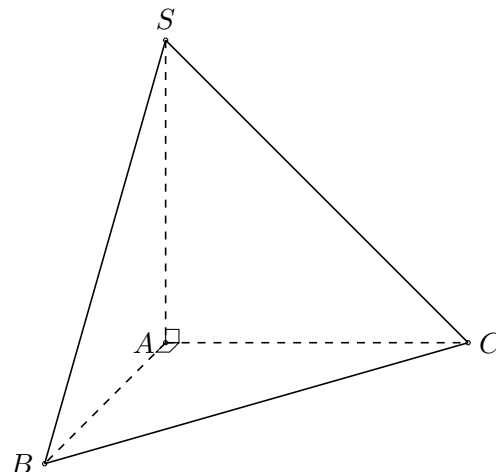
Câu 1912. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, đường thẳng SA vuông góc mặt phẳng ABC và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên $S_{ABC} = \frac{a^2}{2}$. Vậy

$$V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1913. Hình nón có thể tích bằng 16π và bán kính đáy bằng 4. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 12π . B. 24π . C. 20π . D. 10π .

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{3V}{\pi r^2} = \frac{3 \times 16\pi}{16\pi} = 3$. Đường sinh $l = \sqrt{h^2 + r^2} = 5$.

Diện tích xung quanh $S_{xq} = \pi r l = 20\pi$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1914. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có một đáy là tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3a$, $BC = 5a$. Biết khối trụ có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp hai tam giác ABC , $A'B'C'$ và có thể tích bằng $2\pi a^3$. Chiều cao AA' của lăng trụ bằng

- A. $3a$. B. $\sqrt{3}a$. C. $2a$. D. $\sqrt{2}a$.

Lời giải.

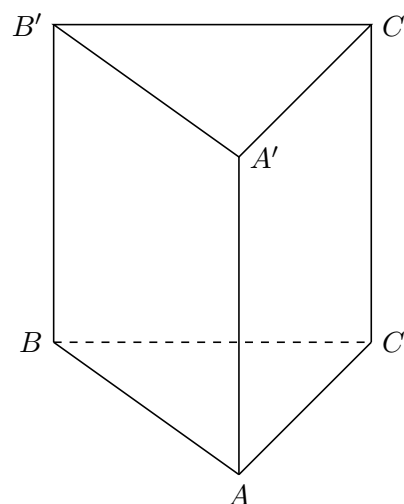
Ta có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 4a$.

Bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác ABC là

$$r = \frac{S}{p} = \frac{AB \cdot AC}{AB + BC + CA} = \frac{3a \cdot 4a}{3a + 4a + 5a} = a$$

Chiều cao của lăng trụ bằng chiều cao của khối trụ và bằng $AA' =$

$$\frac{V}{S} = \frac{2\pi a^3}{\pi r^2} = 2a.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1915. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a , diện tích toàn phần bằng $8\pi a^2$. Chiều cao của hình trụ bằng

A. $4a$.B. $3a$.C. $2a$.D. $8a$.

Lời giải.

Ta có diện tích đáy $S_{\text{đáy}} = \pi R^2$, diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2\pi Rh$.

Diện tích toàn phần là $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} \Rightarrow 8\pi a^2 = 2\pi Rh + 2\pi R^2 \Rightarrow h = 3a$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1916. Diện tích xung quanh của hình nón được sinh ra khi quay tam giác đều ABC cạnh a xung quanh đường cao AH là

A. πa^2 .B. $\frac{\pi a^2}{2}$.C. $2\pi a^2$.D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Hình nón có bán kính đáy là $r = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$, đường sinh $l = AB = a$. Khi đó diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2}{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1917. Một hình nón tròn xoay có đường sinh bằng đường kính đáy, diện tích đáy của hình nón bằng 9π . Thể tích của khối nón bằng

A. $3\sqrt{3}\pi$.B. $\sqrt{3}\pi$.C. $\frac{3\sqrt{3}\pi}{2}$.D. $9\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

Vì diện tích đáy bằng 9π nên : $\pi R^2 = 9\pi \Leftrightarrow R^2 = 9 \Leftrightarrow R = 3$.

Đường sinh bằng đường kính đáy nên: $l = 2R = 6 \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$.

$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 9\pi \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\pi$.

Chọn đáp án (D) □

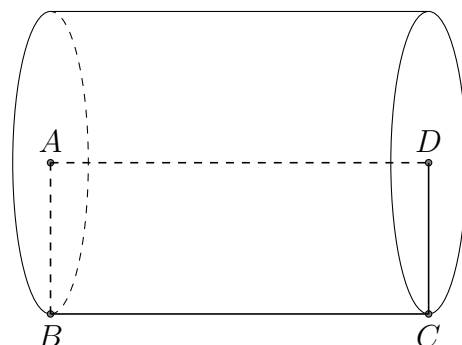
Câu 1918. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a, AD = 2a$. Thể tích của khối trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AD bằng

A. a^3 .B. πa^3 .C. $2a^3$.D. $2\pi a^3$.

Lời giải.

Khi quay hình chữ nhật quanh cạnh AD ta được hình lăng trụ có đường cao bằng cạnh BC và đáy là đường tròn có bán kính AB .

Thể tích khối trụ $V = Bh = \pi AB^2 AD = 2\pi a^3$.



Chọn đáp án (D) □

Câu 1919. Cho mặt cầu (S) tâm I . Một mặt phẳng (P) cách I một khoảng bằng 5cm cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn đi qua 3 điểm A, B, C . Biết $AB = 6$ cm, $BC = 8$ cm, $CA = 10$ cm. Tính diện tích mặt cầu (S) .

A. $100\pi \text{ cm}^2$.B. $200\pi \text{ cm}^2$.C. $100\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$.D. $300\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Trong tam giác $BC^2 + BA^2 = 6^2 + 8^2 = 100 = 10^2 = AC^2 \Leftrightarrow \triangle BAC$ vuông tại B .

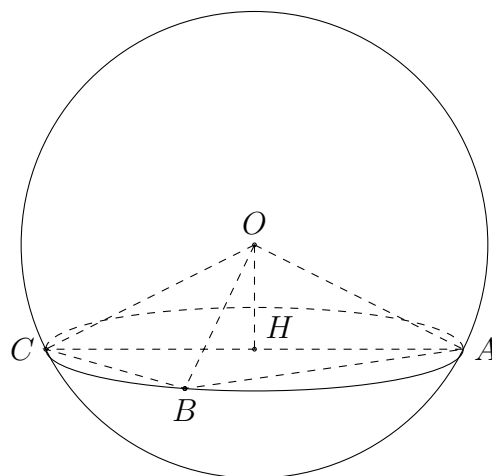
Vì $OA = OB = OC$ nên O nằm trên trục của $\triangle ABC$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp đáy.

Tam giác BAC vuông tại B nên H chính là trung điểm của AC . Ta có $HB = \frac{AC}{2} = 5 \text{ cm}$, $OH = 5 \text{ cm}$.

$$R^2 = OB^2 = OH^2 + HB^2 = 5^2 + 5^2 \Rightarrow R = 5\sqrt{2}.$$

$$S = 4\pi R^2 = 200\pi \text{ cm}^2.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1920. Cắt một hình nón bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh bằng a . Tính thể tích của khối nón tương ứng.

A. $\pi a^3 \sqrt{3}$.

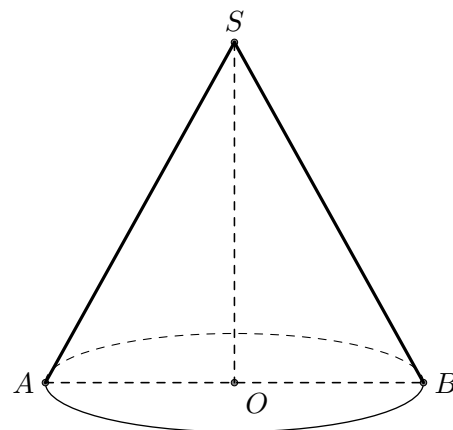
B. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{3}}{9}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$.

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1921. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy bằng 30° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp $S.ABCD$.

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{12}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{12}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{6}$.

D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

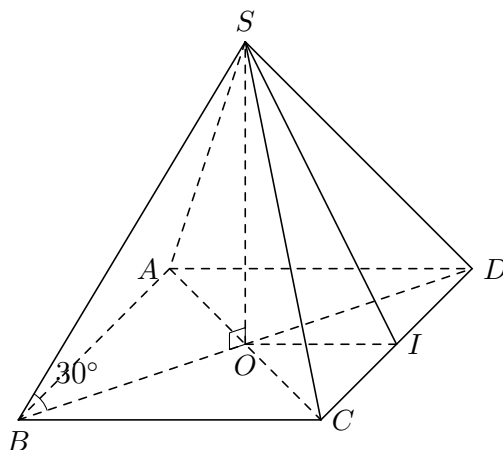
Chiều cao của hình trụ là

$$h = SO = OB \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Đáy hình trụ nội tiếp hình vuông $ABCD$ nên có bán kính

$$R = OI = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}.$$

$$S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot h = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1922. Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = 4$ bằng

A. $V = 36\pi$.

B. $V = 64\pi$.

C. $V = 48\pi$.

D. $V = \frac{256\pi}{3}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1923. Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón (N)

A. $S = 10\pi a^2$.

B. $S = 20\pi a^2$.

C. $S = 36\pi a^2$.

D. $S = 14\pi a^2$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $S_{xq} = \pi rl$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1924. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\triangle ABC$ vuông tại B , $BA = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R = a\sqrt{5}$.

B. $R = 2a\sqrt{5}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải.

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$$

$\Rightarrow \triangle SBC$ vuông tại B .

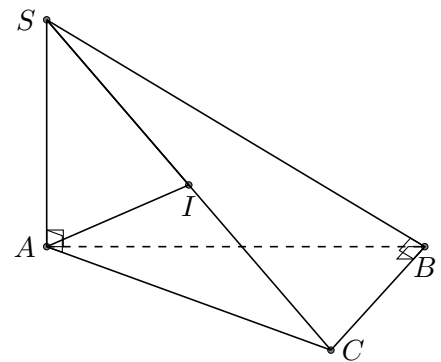
Gọi I là trung điểm của SC .

Do $\triangle SBC$ vuông ở B nên $IS = IB = IC$.

Do $\triangle SAC$ vuông ở A nên $IS = IA = IC$.

Suy ra $IS = IA = IB = IC$ nên I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Do đó, bán kính mặt cầu là

$$R = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1925. Ba chiếc bình hình trụ cùng chứa 1 lượng nước như nhau, độ cao mực nước trong bình II gấp đôi bình I và trong bình III gấp đôi bình II. Chọn nhận xét đúng về bán kính đáy r_1, r_2, r_3 của ba bình I, II, III.

A. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành một cấp số nhân công bội 2.

B. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành một cấp số nhân công bội $\frac{1}{2}$.

C. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành một cấp số nhân công bội $\sqrt{2}$.

D. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành một cấp số nhân công bội $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của nước trong bình I, khi đó $2h, 4h$ lần lượt là chiều cao của nước trong bình II và III. Theo đề bài ta có

$$\pi h r_1^2 = \pi 2h r_2^2 = \pi 4h r_3^2 \Rightarrow r_1 = \sqrt{2}r_2 = 2r_3.$$

Do đó r_1, r_2, r_3 lập thành CSN có công bội $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1926. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây:

- A. Cắt hình nón tròn xoay bằng một mặt phẳng đi qua trục thu được thiết diện là một tam giác cân.
- B. Cắt hình trụ tròn xoay bằng một mặt phẳng vuông góc với trục thu được thiết diện là một hình tròn.
- C. Hình cầu có vô số mặt phẳng đối xứng.
- D. Mặt cầu là mặt tròn xoay sinh bởi một đường tròn khi quay quanh một đường kính của nó.

Lời giải.

Cắt hình trụ tròn xoay bằng một mặt phẳng vuông góc với trục thu được thiết diện là đường tròn mới đúng. Chỉ khi nào cắt khối trụ tròn xoay bằng một mặt phẳng vuông góc với trục ta mới thu được thiết diện là một hình tròn.

Chọn đáp án **(B)**

□

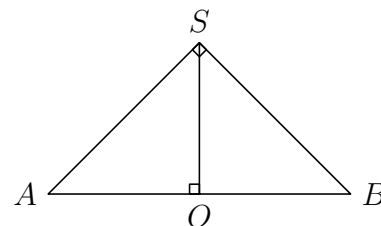
Câu 1927. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích V của khối nón đó bằng

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$.
- B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.
- C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$.
- D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Do thiết diện là một tam giác vuông cân nên ta có $h = r = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \frac{a^3 \cdot 6\sqrt{6}}{8} = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1928. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , chiều cao $R\sqrt{3}$ và bán kính đáy R . Một hình nón có đỉnh là O' và đáy là hình tròn (O, R) . Tỷ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng

- A. 3.
- B. $\sqrt{2}$.
- C. 2.
- D. $\sqrt{3}$.

Câu 1929. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **SAI**?

- A. Bất kì một hình hộp nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
- B. Bất kì một tứ diện nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
- C. Bất kì một hình chóp đều nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
- D. Bất kì một hình hộp chữ nhật nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 1930. Cho mặt cầu (S) có đường kính 10 cm và mặt phẳng (P) cách tâm mặt cầu một khoảng 4 cm. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A. (P) cắt (S) .
- B. (P) cắt (S) theo một đường tròn có bán kính 3 cm.
- C. (P) tiếp xúc với (S) .
- D. (P) và (S) có vô số điểm chung.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu (S) là $R = 5$, khoảng cách từ tâm mặt cầu đến (P) là $d(I; (P)) = 4$.

Do $R > d(I; (P)) = 4$ nên (P) không tiếp xúc với (S).

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1931. Một hình trụ có chiều cao bằng a và chu vi của đường tròn đáy bằng $4\pi a$. Thể tích của khối trụ này bằng

A. $4\pi a^3$.

B. $16\pi a^3$.

C. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

D. $2\pi a^3$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính của đáy hình trụ, khi đó $2\pi R = 4\pi a \Rightarrow R = 2a$.

Vậy thể tích hình trụ là $V = \pi R^2 h = \pi(2a)^2 a = 4\pi a^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1932. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và đáy là hình tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{15}}{4}$.

B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{6}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$.

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{8}$.

Lời giải.

Ta có bán kính đáy của hình nón là $R = \frac{a}{2}$.

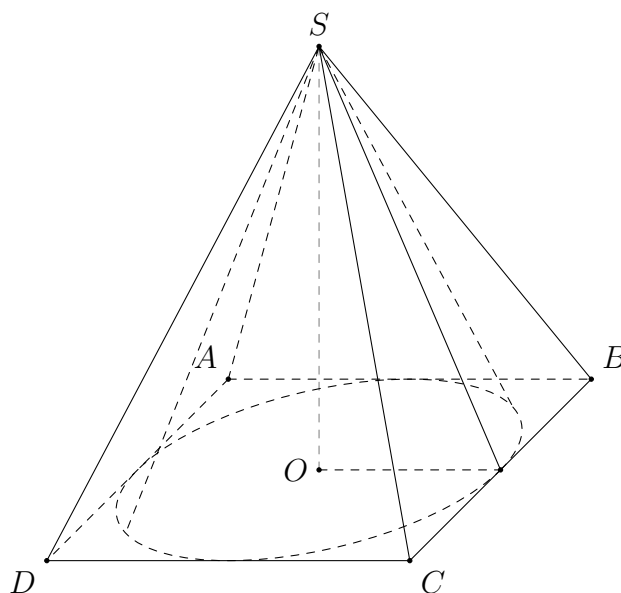
Chiều cao hình nón bằng chiều cao hình chóp $h =$

$SO = 2a$.

Độ dài đường sinh là $l = \sqrt{h^2 + R^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$.

Suy ra diện tích xung của hình nón là

$$S_{xq} = \pi R l = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1933. Một hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , đường sinh bằng $2a$, diện tích xung quanh của hình nón là

A. $S_{xq} = 2\pi a^2$.

B. $S_{xq} = \pi a^2$.

C. $S_{xq} = 3\pi a^2$.

D. $S_{xq} = 4\pi a^2$.

Lời giải.

Ta có $r = l \cdot \sin 30^\circ = a \Rightarrow S_{xq} = \pi r \cdot l = 2\pi a^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1934. Cho khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 3 cm và độ dài đường sinh bằng 5 cm. Thể tích của khối nón là

A. $2\pi \text{ cm}^3$.

B. $16\pi \text{ cm}^3$.

C. $12\pi \text{ cm}^3$.

D. $48\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Bán kính đáy $r = \sqrt{l^2 - h^2} = 4 \text{ cm} \Rightarrow$ thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 16\pi \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1935. Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Khi đó thể tích của khối trụ là

- A. $2\pi a^3$. B. $4\pi a^3$. C. $8\pi a^3$. D. πa^3 .

Lời giải.

Chiều cao hình trụ là $2a$, bán kính đáy hình trụ là $a \Rightarrow$ thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = 2\pi a^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1936. Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông có cạnh là $2a$. Thể tích khối trụ được tạo nên bởi hình trụ này là

- A. $2\pi a^3$. B. $\frac{2\pi a^3}{3}$. C. $8\pi a^3$. D. $\frac{8\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có $R = a$, $h = 2a$ nên thể tích khối trụ được tạo nên bởi hình trụ này là

$$V = \pi R^2 h = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1937. Tính thể tích khối cầu (S), biết rằng mặt cầu (S) có diện tích bằng 20π .

- A. $\frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$. B. $\frac{20\pi\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{20\pi}{3}$. D. $20\pi\sqrt{5}$.

Lời giải.

Theo bài ra ta có $4\pi R^2 = 20\pi \Rightarrow R = \sqrt{5}$.

Từ đó suy ra thể tích khối cầu $V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{20\pi\sqrt{5}}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1938. Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều và có thể tích $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đó.

- A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = 2\pi a^2$. C. $S = \pi a^2$. D. $S = \frac{1}{2}\pi a^2$.

Lời giải.

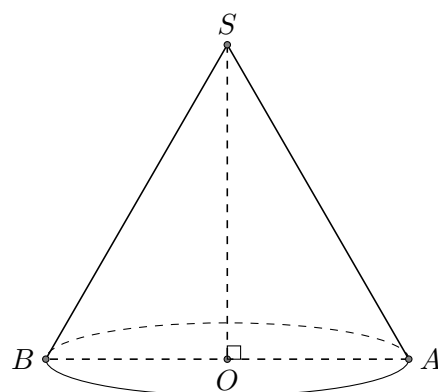
Giả sử R là bán kính đường tròn đáy, kết hợp với thiết diện qua trục là tam giác đều, suy ra chiều cao của nón là

$$h = \frac{2R\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}.$$

Theo bài ra ta có $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3} = \frac{1}{3}h\pi R^2 = \frac{\sqrt{3}\pi R^3}{3} \Rightarrow R = a$.

Từ đó suy ra diện tích xung quanh

$$S = \pi Rl = \pi R\sqrt{R^2 + h^2} = \pi a\sqrt{a^2 + 3a^2} = 2\pi a^2.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1939. Cắt hình nón đỉnh S bởi một mặt phẳng đi qua trục, ta được một tam giác vuông cân, cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối nón bằng

- A. $V = \frac{\pi a\sqrt{2}}{4}$. B. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $V = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{12}$. D. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải.

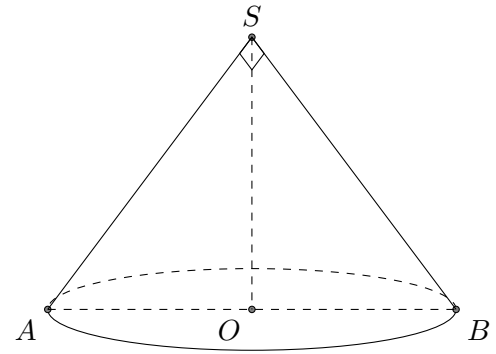
Giả sử thiết diện là tam giác vuông cân SAB . Khi đó, khối nón có

— Chiều cao $h = SO = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

— Bán kính đáy $r = OA = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1940. Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{6}$.

D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

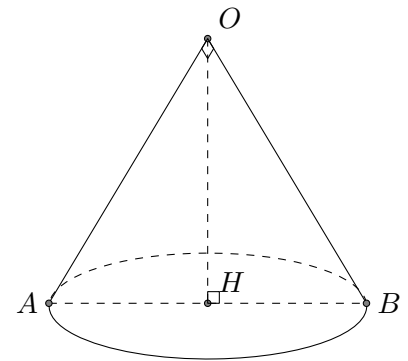
Lời giải.

Gọi thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng qua trục của nó là tam giác OAB vuông cân tại O và cạnh huyền $AB = a\sqrt{2}$.

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = OA = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = a$.

Bán kính đáy của hình nón: $r = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1941. Gọi R , S , V lần lượt là bán kính, diện tích và thể tích của khối cầu. Công thức nào sau đây là **sai**?

A. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

B. $S = \pi R^2$.

C. $3V = S \cdot R$.

D. $S = 4\pi R^2$.

Lời giải.

Công thức diện tích khối cầu là: $S = 4\pi R^2$.

Công thức thể tích khối cầu là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Nên công thức $S = \pi R^2$ là công thức **sai**.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1942. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $2\pi a^2$.

B. πa^2 .

C. $\pi a^2 \sqrt{3}$.

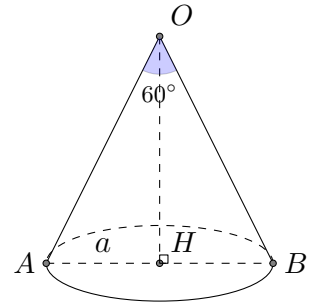
D. $4\pi a^2$.

Lời giải.

Hình nón có bán kính đáy $r = a$ và góc ở đỉnh bằng 60° nên có độ dài đường sinh $l = \frac{a}{\sin 30^\circ} = 2a$.

Từ đó suy ra

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot a \cdot 2a = 2\pi a^2.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1943. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tính a biết mặt cầu ngoại tiếp tứ diện có bán kính bằng 1.

A. $a = \frac{2\sqrt{3}}{7}$.

B. $a = \frac{2\sqrt{5}}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{7}}{3}$.

D. $a = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

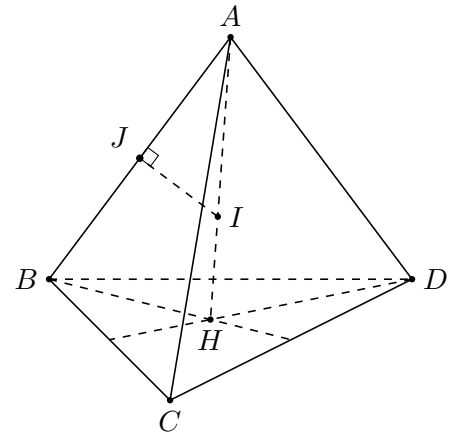
Lời giải.

Gọi H là tâm tam giác đều BCD , J là trung điểm của AB . Khi đó, mặt phẳng trung trực của AB cắt AH tại I . Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Do $\triangle AJI \sim \triangle AHB$ nên

$$\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AH} \Rightarrow AI = \frac{AB \cdot AJ}{AH} = \frac{AB^2}{2AH}. \text{ Mặt khác } AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}, \text{ suy ra } \frac{AB^2}{2AH} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Mặt cầu có bán kính bằng 1 nên $\frac{AB^2}{2AH} = 1 \Rightarrow a = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1944. Trong không gian cho tam giác OIM vuông tại I , góc $\widehat{IOM} = 45^\circ$ và cạnh $IM = a$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón tròn xoay. Khi đó, diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay đó bằng

A. $\pi a^2 \sqrt{3}$.

B. πa^2 .

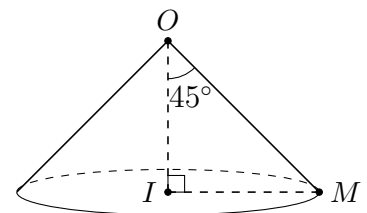
C. $\pi a^2 \sqrt{2}$.

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Dễ thấy hình nón tạo thành có đường sinh là OM và bán kính đáy là IM . Do đó diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay đó là

$$S = \pi \cdot IM \cdot OM = \pi a^2 \sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1945. Cho hình lập phương có cạnh bằng 2. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng

A. 6π .

B. $4\sqrt{3}\pi$.

C. 8π .

D. 12π .

Lời giải.

Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Gọi I là trung điểm đoạn AC' .

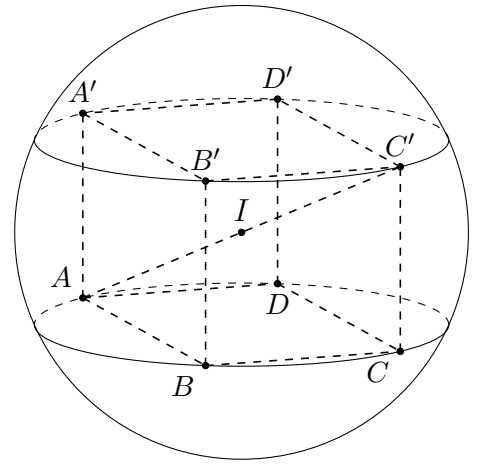
$$\Rightarrow \begin{cases} I \text{ là tâm hình chữ nhật } AA'C'C \\ I \text{ là tâm hình chữ nhật } BB'D'D \end{cases}$$

Ta được $IA = IB = IC = ID = IA' = IB' = IC' = ID'$.

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Ta có $AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2 = 12 \Rightarrow IA = \sqrt{3}$.

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi IA^2 = 12\pi$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1946. Cho hình trụ có tỉ số diện tích xung quanh và diện tích toàn phần bằng $\frac{1}{3}$. Biết thể tích khối trụ bằng 4π . Bán kính đáy của hình trụ là

A. 2.

B. 3.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{S_{xq}}{S_{tp}} = \frac{2\pi Rh}{2\pi R(h+R)} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow R = 2h.$$

$$\text{Mà } V = \pi R^2 h = \pi \cdot 4h^2 = 4\pi \Leftrightarrow h = 1 \Rightarrow R = 2.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1947. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

B. $V = \pi a^3$.

C. $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

D. $V = 3\pi a^3$.

Lời giải.

Xét hình nón như hình vẽ bên.

$$\text{Diện tích xung quanh } S_{xq} = \pi r l = 6\pi a^2 \Leftrightarrow r l = 6a^2. \quad (1)$$

Xét tam giác AIC vuông tại I nên

$$r = IC = AC \sin 30^\circ = l \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow l = 2r. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } 2r^2 = 6a^2 \Leftrightarrow r^2 = 3a^2 \Leftrightarrow r = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Mặt khác } h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{4r^2 - r^2} = r\sqrt{3} = 3a.$$

$$\text{Thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3a^2 \cdot 3a = 3\pi a^3.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1948. Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V = \frac{\pi\sqrt{6}}{12}$.

B. $V = \frac{4\pi}{9}$.

C. $V = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$.

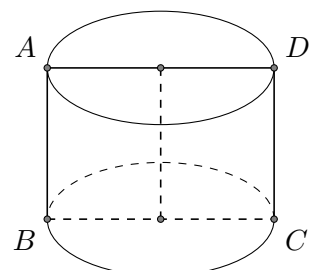
D. $V = \frac{\pi\sqrt{6}}{9}$.

Lời giải.

Vì thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông nên $l = 2r$. Diện tích toàn phần hình trụ là $S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi r l = 4\pi \Leftrightarrow$

$$2r^2 + 4r^2 = 4 \Rightarrow r^2 = \frac{2}{3} \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow l = \frac{2\sqrt{6}}{3} \Rightarrow h = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Thể tích khối trụ là } V = \pi r^2 h = \pi \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1949. Khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 8 cm và độ dài đường sinh bằng 10 cm có thể tích bằng

A. $128\pi \text{ cm}^3$.

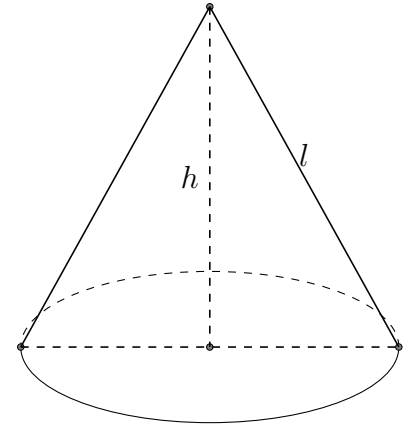
B. $96\pi \text{ cm}^3$.

C. $124\pi \text{ cm}^3$.

D. $140\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.Bán kính đáy $r = \sqrt{l^2 - h^2} = 6 \text{ cm}$.

$$\text{Thể tích khối nón } V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1950. Hình nón có thể tích bằng 16π và chiều cao bằng 3. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

A. 20π .

B. 24π .

C. 12π .

D. 10π .

Lời giải.

Ta có thể tích $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \Rightarrow r^2 = 16 \Rightarrow r = 4$. Suy ra đường sinh $l = \sqrt{h^2 + r^2} = 5$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l = 20\pi$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1951. Xác định thể tích khối nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh m .

A. $\frac{\pi m^3 \sqrt{3}}{48}$.

B. $\frac{\pi m^3 \sqrt{3}}{24}$.

C. $\frac{\pi m^3 \sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{\pi m^3 \sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Gọi S là đỉnh của khối nón, O là tâm mặt đáy, AB là đường kính mặt đáy.

Vì thiết diện là tam giác đều cạnh m nên ta có

$$AB = m; SO = \frac{m\sqrt{3}}{2}; AO = \frac{m}{2}.$$

$$\text{Do đó } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{m\sqrt{3}}{2} \cdot \pi \cdot \frac{m^2}{4} = \frac{\pi m^3 \sqrt{3}}{24}.$$

Chọn đáp án **B**

□

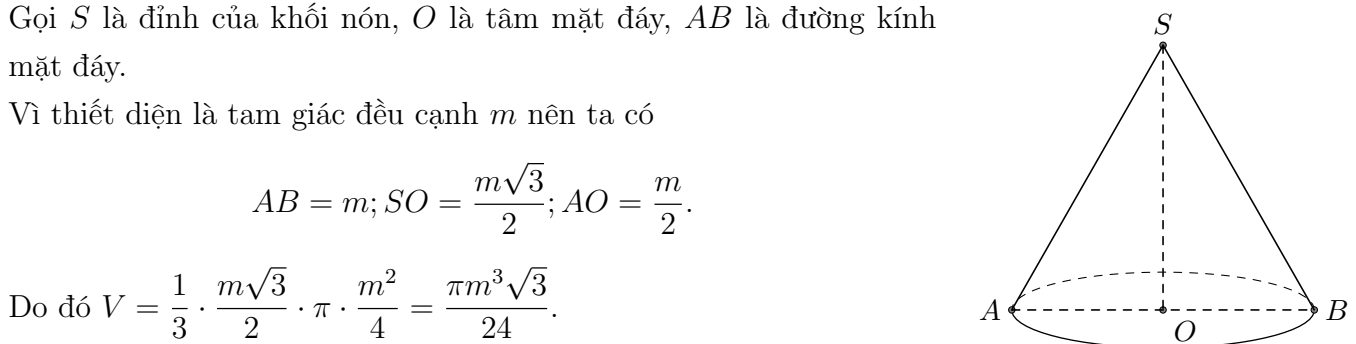
Câu 1952. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA = 12a$, $SA \perp (ABCD)$ và $AB = 3a$, $AD = 4a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = 6.5a$.

B. $R = 13a$.

C. $R = 12a$.

D. $R = 6a$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC, BD và I là trung điểm của SC .

$\Rightarrow OI$ là đường trung bình của $\triangle SAC$.

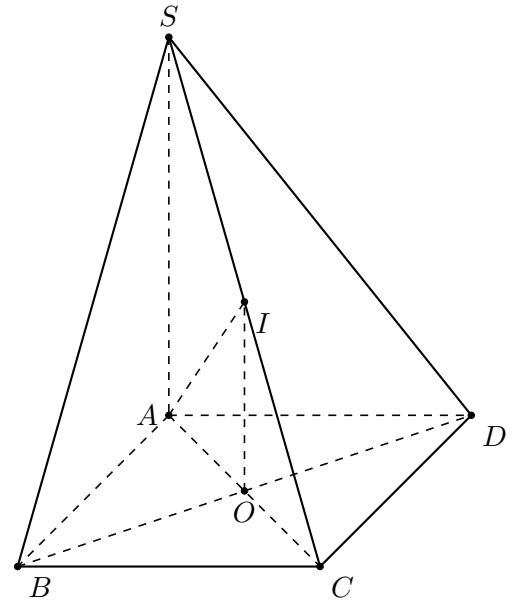
$\Rightarrow OI \parallel SA \Rightarrow OI \perp (ABCD)$.

Ta có $OA = OB = OC = OD$ (vì $ABCD$ là hình chữ nhật).

Mà $OI \perp (ABCD)$ nên $IA = IB = IC = ID$.

Do $IC = IS$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$$\Rightarrow R = SI = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{SA^2 + AB^2 + AC^2} = \frac{13}{2}a.$$



Chọn đáp án **A** □

Câu 1953. Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng a . Thiết diện qua trục hình nón là một tam giác cân có góc ở đáy bằng 45° . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình nón.

A. $\frac{1}{3}\pi a^3$.

B. $\frac{8}{3}\pi a^3$.

C. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

D. $4\pi a^3$.

Lời giải.

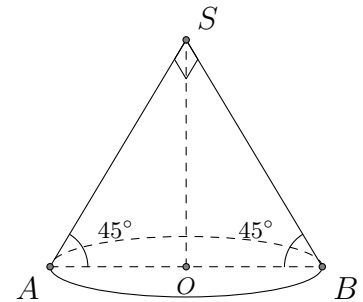
Gọi O là tâm của đường tròn đáy thì SO chính là trục của hình nón, do đó tâm của đường tròn ngoại tiếp hình nón sẽ nằm trên SO .

Vì $\triangle SAB$ vuông cân tại S nên $OS = OA = OB$.

Vậy O là tâm của đường tròn ngoại tiếp hình nón, suy ra bán kính

$$R = OA = a.$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi a^3.$$



Chọn đáp án **C** □

Câu 1954. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2a$. Một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính thể tích khối trụ đã cho.

A. $18\pi a^3$.

B. $4\pi a^3$.

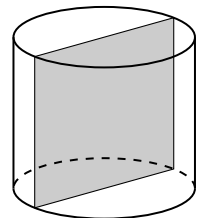
C. $8\pi a^3$.

D. $16\pi a^3$.

Lời giải.

Thiết diện là hình vuông, nghĩa là đường kính đáy bằng với chiều cao.

Do đó chiều cao là $h = 4a$. Vậy thể tích cần tính là $V = \pi r^2 h = 8\pi a^3$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 1955. Gọi S_1 là diện tích của mặt cầu tâm (O_1) có bán kính R_1 , S_2 là diện tích của mặt cầu tâm (O_2) có bán kính $R_2 = 2R_1$. Tính tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. 2.

B. 4.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta có $S_1 = 4\pi R_1^2$, $S_2 = 4\pi R_2^2 = 16\pi R_1^2$. Suy ra, tỷ số $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1956. Thiết diện qua trục của một hình nón (N) là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Thể tích khối nón (N) bằng

A. $\frac{\pi a^3}{6}$.

B. $\frac{\pi \sqrt{2} a^3}{6}$.

C. $\frac{\pi \sqrt{2} a^3}{12}$.

D. $\frac{\pi \sqrt{3} a^3}{12}$.

Lời giải.

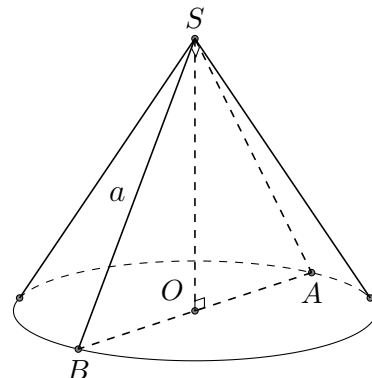
Giả sử SAB là thiết diện qua trục của hình nón (như hình vẽ).

Tam giác SAB vuông tại S và là tam giác cân nên $SA = SB = a$.

Do đó, $AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = a\sqrt{2}$

và $r = SO = OA = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{a^3}{2\sqrt{2}} = \frac{\pi a^3}{6\sqrt{2}}$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1957. Hình lăng trụ có 2018 đỉnh. Hỏi lăng trụ đó có bao nhiêu mặt bên?

A. 2019.

B. 2018.

C. 1009.

D. 2020.

Lời giải.

Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành. Suy ra số mặt bên là 1009.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1958. Thể tích khối nón có chiều cao h , đường sinh l là

A. $\frac{1}{3}\pi l^2 h$.

B. $\frac{1}{3}\pi(l^2 - h^2)h$.

C. $\pi l \sqrt{l^2 - h^2}$.

D. $\pi(l^2 - h^2)h$.

Lời giải.

Bán kính hình tròn đáy của khối nón là: $r = \sqrt{l^2 - h^2}$.

Thể tích khối nón có chiều cao h , đường sinh l là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi(l^2 - h^2)h$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1959. Cho hình nón có đường sinh là a , góc giữa đường sinh và mặt đáy là α , diện tích xung quanh của hình nón là

A. $\pi a^2 \sin \alpha$.

B. $2\pi a \cos \alpha$.

C. $\pi a^2 \cos \alpha$.

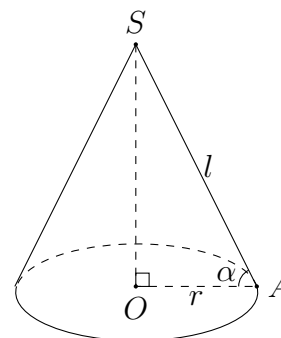
D. $2\pi a \sin \alpha$.

Lời giải.

Ta có $l = a$, $r = l \cdot \cos \alpha = a \cos \alpha$.

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S = \pi r l = \pi \cdot a \cos \alpha \cdot a = \pi a^2 \cos \alpha.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1960. Tính thể tích V của khối nón (N) có bán kính đáy $R = 3$ và góc ở đỉnh bằng 90° .

A. $V = 27\pi$.

B. $V = 3\pi$.

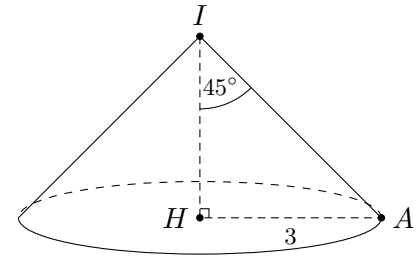
C. $V = 36\pi$.

D. $V = 9\pi$.

Lời giải.

Khối nón (N) có bán kính $R = AH = 3$, chiều cao $h = IH = 3$, nên thể tích

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 3 = 9\pi.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1961. Cho hình trụ có bán kính đáy 3 cm, chiều cao 4 cm. Khi đó diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ là

- A. $S_{tp} = 42\pi \text{ cm}^2$. B. $S_{tp} = 33\pi \text{ cm}^2$. C. $S_{tp} = 418\pi \text{ cm}^2$. D. $S_{tp} = 24\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Theo đề bài ta có $r = 3 \text{ cm}$ và $h = 4 \text{ cm}$.

Khi đó $S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 42\pi \text{ cm}^2$.

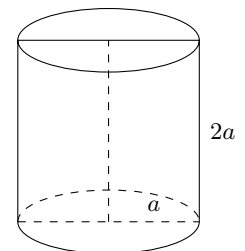
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1962.

Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

- A. $16\pi a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $8\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.

**Lời giải.**

Ta có cạnh của hình vuông thiết diện là $2a$ nên chiều cao hình trụ là $h = 2a$ và bán kính đáy của hình trụ là $R = \frac{2a}{2} = a$.

Suy ra diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot a \cdot 2a = 4\pi a^2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1963. Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng a và bán kính đáy bằng R . Tính thể tích của khối trụ.

- A. $\pi a R^2$. B. $2\pi a R^2$. C. $\frac{1}{3}\pi a R^2$. D. $a R^2$.

Lời giải.

Thể tích khối trụ là $V = \pi a R^2$.

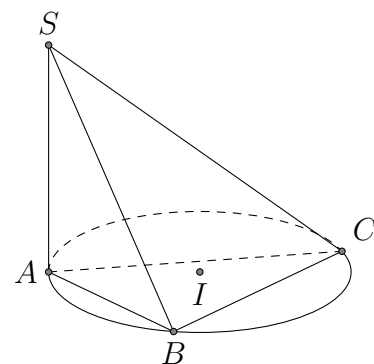
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1964.

Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm I có bán kính bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{17}}{2}$. C. $a\sqrt{5}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

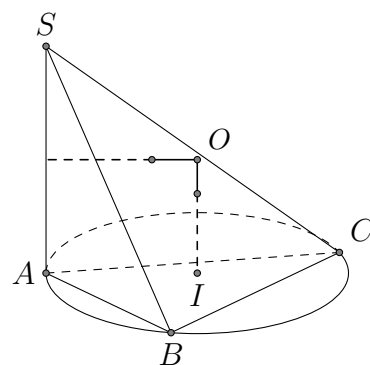


Lời giải.

Dựng đường thẳng d đi qua I và vuông góc với mp (ABC) . Suy ra $d \parallel SA$. Trong mp (d, SA) , dựng Δ là đường thẳng trung trực của SA và Δ cắt d tại O . Suy ra $OS = OA = OB = OC$ hay O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Bán kính mặt cầu là

$$R = OA = \sqrt{OI^2 + IA^2} = \sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1965. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và chu vi đáy bằng $2\pi a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

- A. $S = 2\pi a^2$. B. $S = \pi a^2$. C. $S = \pi a$. D. $S = \frac{\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Ta có bán kính đáy là $r = a$, đường sinh $l = 2a$ Sử dụng công thức diện tích xung quanh nón ta có: $S = \pi rl = 2\pi a^2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1966. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = 2a$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB bằng

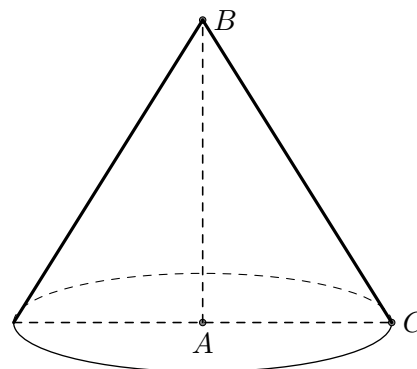
- A. $\frac{\pi a^3}{3}$. B. $\frac{8\pi a^3}{3}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $\frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB ta được một hình nón có bán kính đáy $r = 2a$ và chiều cao là $h = 2a$.

Áp dụng công thức tính thể tích khối nón ta có

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (2a)^2 2a = \frac{8\pi a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1967. Gọi (T) là một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có chiều cao bằng đường kính đáy. Thể tích khối trụ (T) bằng

- A. π . B. 3π . C. 4π . D. 2π .

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = 2\pi rh \Leftrightarrow 4\pi = 2\pi r \cdot 2r \Leftrightarrow r = 1$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 \cdot 1 = 2\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1968. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a với O và O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi (T) là hình trụ tròn xoay tại thành khi quay hình chữ nhật $AA'C'C$ quanh trục OO' . Thể tích của khối trụ (T) bằng

A. $\frac{1}{3}\pi a^3$.

B. $\frac{1}{2}\pi a^3$.

C. $\frac{1}{6}\pi a^3$.

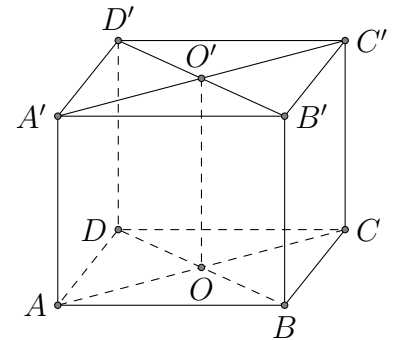
D. $2\pi a^3$.

Lời giải.

Bán kính hình trụ $r = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chiều cao hình trụ $h = OO' = a$

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 a = \frac{\pi a^3}{2}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1969. Một khối nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{\pi a^3}{2}$.

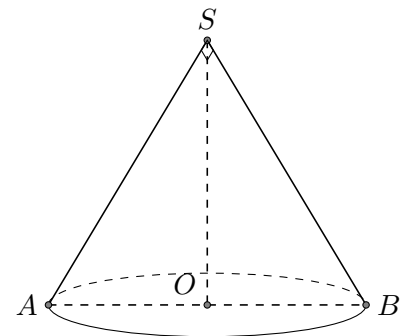
C. πa^3 .

D. $\frac{\pi a^3}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} l = SA = SB = a\sqrt{2} \\ h = SO = \frac{AB}{2} = a \\ r = \frac{AB}{2} = a. \end{cases}$$

Do đó thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{\pi a^3}{3}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1970. Cho hai khối nón $(\mathcal{N}_1)$, $(\mathcal{N}_2)$. Chiều cao khối nón $(\mathcal{N}_2)$ bằng hai lần chiều cao khối nón $(\mathcal{N}_1)$ và đường sinh khối nón $(\mathcal{N}_2)$ bằng hai lần đường sinh khối nón $(\mathcal{N}_1)$. Gọi V_1 , V_2 lần lượt là thể tích hai khối nón $(\mathcal{N}_1)$, $(\mathcal{N}_2)$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{1}{16}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Gọi $r_1, h_1, l_1, r_2, h_2, l_2$ lần lượt là bán kính đường tròn đáy, đường cao và đường sinh của hai khối nón $(\mathcal{N}_1)$, $(\mathcal{N}_2)$.

Theo đề ta có $h_2 = 2h_1$ và $l_2 = 2l_1$, suy ra $r_2 = 2r_1$. Từ đó suy ra

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \cdot \frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{8}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1971. Xét hình trụ (T) có bán kính R , chiều cao h thỏa $R = 2h\sqrt{3}$; (N) là hình nón có bán kính đáy R và chiều cao gấp đôi chiều cao của (T) . Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của (T) và (N) . Khi đó $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của (T) : $S_1 = 2\pi Rh = 4\pi h^2\sqrt{3}$.

Diện tích xung quanh của (N) : $S_2 = \pi rl = \pi \cdot 2h\sqrt{3} \cdot \sqrt{(2h\sqrt{3})^2 + 4h^2} = 8\pi h^2\sqrt{3}$.

Suy ra $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1972. Cho hình nón có đường sinh gấp 3 lần bán kính của đáy thì tỉ số k giữa đường cao và đường sinh của nó là

- A. $k = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $k = \frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $k = \frac{1}{3}$. D. $k = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{8r^2} = 2\sqrt{2}r$, suy ra $k = \frac{h}{l} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1973. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 37$ cm, nếu cắt hình nón bởi mặt phẳng qua trục ta được một tam giác đều. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

- A. $S_{xq} = 761,807 \text{ cm}^2$. B. $S_{xq} = 2867,227 \text{ cm}^2$.
C. $S_{xq} = 1433,613 \text{ cm}^2$. D. $S_{xq} = 1612,815 \text{ cm}^2$.

Lời giải.

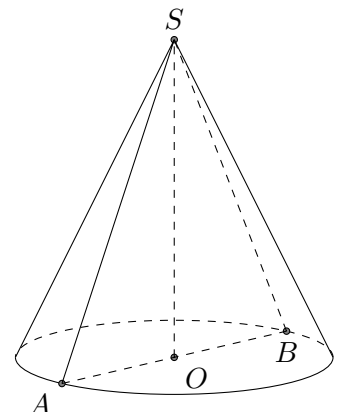
Do thiết diện qua trục hình nón là một tam giác đều nên ta có

$$SO = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow h = \frac{2R\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow R = \frac{h}{\sqrt{3}} = \frac{37\sqrt{3}}{3}.$$

Độ dài đường sinh của hình nón là $\ell = \sqrt{h^2 + R^2} = \frac{74\sqrt{3}}{3}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là

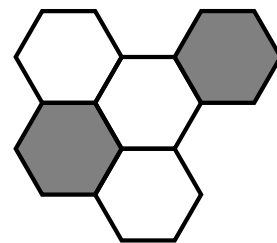
$$S_{xq} = \pi R\ell = \pi \cdot \frac{37\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{74\sqrt{3}}{3} \approx 2867,227 \text{ cm}^2.$$



Chọn đáp án (B) □

Câu 1974.

Quả bóng đá được dùng thi đấu tại các giải bóng đá Việt Nam tổ chức có chu vi đường tròn lớn là 68,5cm. Quả bóng được ghép nối bởi các miếng da hình lục giác đều màu trắng và đen, mỗi miếng có diện tích $49,83\text{cm}^2$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu miếng da để làm quả bóng trên?



- A. ≈ 40 (miếng da). B. ≈ 20 (miếng da). C. ≈ 35 (miếng da). D. ≈ 30 (miếng da).

Lời giải.

Vì thiết diện qua tâm là đường tròn có chu vi là 68.5(cm), nên giả sử bán kính mặt cầu là R ta có:

$$2\pi R = 68.5 \Rightarrow R = \frac{68.5}{2\pi}.$$

$$\text{Diện tích mặt cầu } S_{xq} = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{68.5}{2\pi}\right)^2 \approx 1493.59(\text{cm}^2).$$

Vì mỗi miếng da có diện tích $49.83(\text{cm}^2)$ nên để phủ kín được mặt của quả bóng thì số miếng da cần là $\frac{1493.59}{49.83} \approx 29.97$. Vậy phải cần ≈ 30 (miếng da).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1975. Cho hình lập phương có cạnh bằng 40cm và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích toàn phần của hình lập phương và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính $S = S_1 + S_2$ (cm^2).

- A. $S = 4(2400 + \pi)$. B. $S = 2400(4 + \pi)$. C. $S = 2400(4 + 3\pi)$. D. $S = 4(2400 + 3\pi)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_1 = 6.40^2 = 9600.$$

Bán kính đường tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương là: $r = 20\text{cm}$; hình trụ có đường sinh $h = 40\text{cm}$.

$$\text{Diện tích toàn phần của hình trụ là: } S_2 = 2.\pi.20^2 + 2\pi.20.40 = 2400\pi.$$

$$\text{Vậy } S = S_1 + S_2 = 9600 + 2400\pi = 2400(4 + \pi).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1976. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2; 4; 6)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của điểm K lên trục Oz , khi đó trung điểm OK' có tọa độ là

- A. $(0; 0; 3)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(1; 2; 3)$. D. $(0; 2; 0)$.

Lời giải.

Tọa độ hình chiếu $K'(0; 0; 6) \Rightarrow$ trung điểm của đoạn OK' có tọa độ là $(0; 0; 3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1977. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-3}{1}$?

- A. $3x - 2y + z + 12 = 0$. B. $3x - 2y + z - 12 = 0$.
C. $3x + 2y + z - 8 = 0$. D. $x - 2y + 3z + 3 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng vuông góc với Δ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -2; 1)$, khi đó phương trình mặt phẳng là: $3x - 2y + z - 12 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1978. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Gọi $\mathcal{D}$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức:

A. $V = \pi \int_1^2 f^2(x) \, dx.$

B. $V = 2\pi \int_1^2 f^2(x) \, dx.$

C. $V = \pi^2 \int_1^2 f^2(x) \, dx.$

D. $V = \pi^2 \int_1^2 f(x) \, dx.$

Lời giải.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là $V = \pi \int_1^2 f^2(x) \, dx.$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1979. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là hình vuông. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. $6\pi.$

B. $10\pi.$

C. $8\pi.$

D. $12\pi.$

Lời giải.

Thiết diện qua trục hình trụ là hình vuông $\Rightarrow l = 2r$. Ta có $S_{xq} = 2\pi \cdot r \cdot l = 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \Leftrightarrow r = 1$. Khi đó diện tích toàn phần hình trụ là $S_{tp} = S_{xq} + 2\pi r^2 = 6\pi$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1980. Tính $I = \int_1^2 2x \, dx.$

A. $I = 2.$

B. $I = 3.$

C. $I = 1.$

D. $I = 4.$

Lời giải.

Ta có $I = \int_1^2 2x \, dx = x^2 \Big|_1^2 = 4 - 1 = 3.$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1981. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			3			0	$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 0 0

A. Hàm số có ba điểm cực trị.

B. Hàm số có hai điểm cực tiểu.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

D. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1982. Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Có $y' = 6x^2 + 6 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1983. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{2}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{2}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

Lời giải.

Chiều cao của hình nón là chiều cao của tam giác đều, bán kính đáy là bán kính đường tròn nội tiếp $ABCD$.

Ta có $h = \sqrt{2a^2 - a^2} = a$ và $r = a \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi r^3 h = \frac{\pi a^3}{6}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1984. Một hình trụ có diện tích toàn phần là $10\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Chiều cao của hình trụ đó là

A. $3a$. B. $4a$. C. $2a$. D. $6a$.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của hình trụ, R là bán kính đáy hình trụ, S_{tp} là diện tích toàn phần của hình trụ. Khi đó $S_{\text{tp}} = 2\pi R \cdot h + 2\pi R^2 = 2\pi a \cdot h + 2\pi a^2$. Do giả thiết suy ra

$$2\pi a \cdot h + 2\pi a^2 = 10\pi a^2 \Leftrightarrow 2\pi a \cdot h = 8\pi a^2 \Leftrightarrow h = 4a.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1985. Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a . Góc giữa đường chéo của mặt bên và đáy của lăng trụ là 60° . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đó.

A. $\frac{13}{3}\pi a^2$. B. $\frac{5}{3}\pi a^2$. C. $\frac{13}{9}\pi a^2$. D. $\frac{5}{9}\pi a^2$.

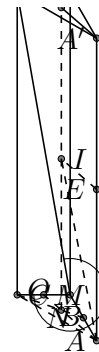
Lời giải.

Giả sử khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Do giả thiết $CC' \perp (ABC)$ và $(C'B, (ABC)) = (C'B, BC) = \widehat{C'BC}$. Do giả thiết suy ra $\widehat{C'BC} = 60^\circ$.

Gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $A'B'C'$. Gọi E là trung điểm của AA' , trong mặt phẳng $(AA'O'O)$ dựng đường thẳng Δ qua E và vuông góc với AA' . Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ suy ra $\{I\} = OO' \cap \Delta$. Gọi R là tâm mặt cầu lăng trụ suy ra $R = IA$.

Khi đó $R = \sqrt{OA^2 + IO^2}$.

Mà $OA = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.



Trong tam giác vuông BCC' ta có $CC' = BC \tan \widehat{C'BC} = a \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$. Do đó $IO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó $R = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = a\sqrt{\frac{13}{12}}$. Gọi S là diện tích mặt cầu nên $S = 4\pi R^2 = \frac{13a^2}{3}\pi$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1986. Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy $R = a\sqrt{2}$, góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. πa^2 .

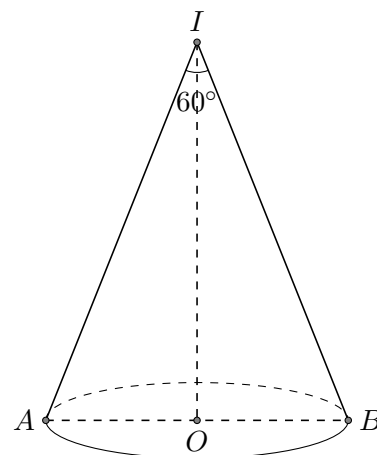
B. $2\pi a^2$.

C. $3\pi a^2$.

D. $4\pi a^2$.

Lời giải.

- Góc ở đỉnh bằng 60° nên $\widehat{AIO} = 30^\circ$.
- Ta có $l = IA = \frac{OA}{\sin 30^\circ} = \frac{R}{\sin 30^\circ} = 2R = 2\sqrt{2}a$.
- $S_{xq} = \pi Rl = 4\pi a^2$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1987. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a, SB = b, SC = c$ và đôi một vuông góc. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$.

B. $\pi(a^2 + b^2 + c^2)$.

C. $\frac{\pi\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$.

D. $\frac{\pi(a^2 + b^2 + c^2)}{2}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, SA .

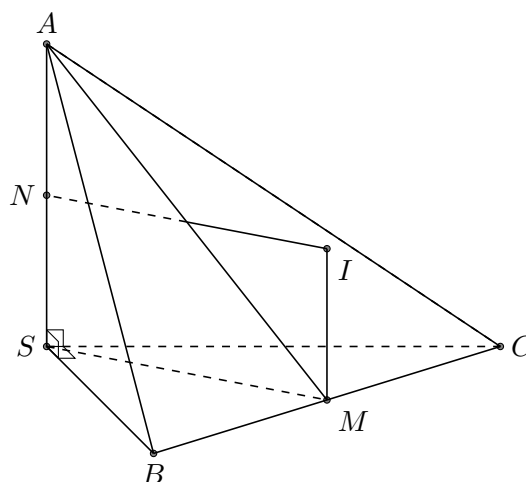
Ta có M là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBC$.

Dựng đường thẳng qua N và song song với SM cắt trục đường tròn tam giác $\triangle SBC$ tại I nên I chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có bán kính $R = SI$.

Ta có $SM = \frac{BC}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{SB^2 + SC^2} = \frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{2}$ và $IM = \frac{SA}{2} = \frac{a}{2}$.

$$R = SI = \sqrt{IM^2 + SM^2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}.$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $\pi(a^2 + b^2 + c^2)$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1988. Tính diện tích toàn phần của một hình trụ, biết thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng qua trục là một hình vuông có diện tích bằng 36.

A. 54π .

B. 50π .

C. 18π .

D. 36π .

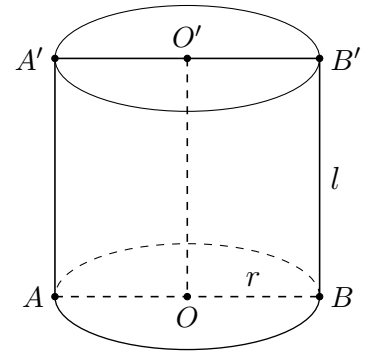
Lời giải.

Theo đề, thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng qua trục OO' là hình vuông $ABB'A'$ có diện tích bằng 36.

Suy ra, $l = BB' = 6$ và $r = OB = 3$.

Khi đó, diện tích toàn phần của hình trụ là

$$\begin{aligned} S_{\text{toàn phần}} &= S_{\text{xung quanh}} + 2S_{\text{đáy}} \\ &= 2\pi rl + 2 \cdot \pi r^2 = 54\pi. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1989. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 4$, $AB = BC = CA = 3$. Tính thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón có đỉnh là S và đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. 3π .

B. $\sqrt{13}\pi$.

C. 4π .

D. $2\sqrt{2}\pi$.

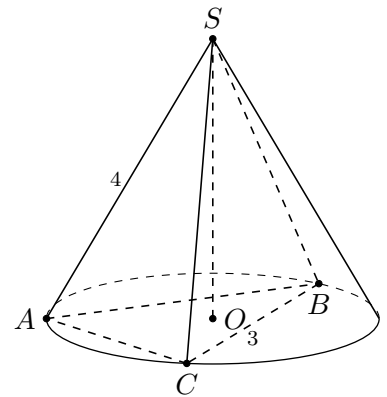
Lời giải.

Gọi O là tâm của tam giác đều ABC . Vì $SA = SB = SC$ nên $SO \perp (ABC)$.

Ta có $OA = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$; $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{13}$.

Thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}SO \cdot \pi OA^2 = \sqrt{13}\pi.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1990. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

A. $8\pi a^2$.

B. $a^2\sqrt{2}$.

C. $2\pi a^2$.

D. $2a^2$.

Lời giải.

Gọi $AC \cap BD = O$ và I là trung điểm SC .

Ta có $BC \perp (SAB)$ nên $BC \perp SB$.

Chứng minh tương tự ta có $CD \perp SD$.

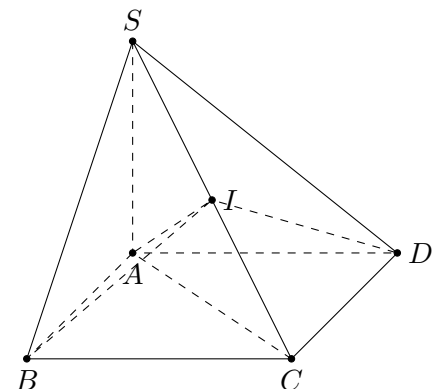
Ba tam giác $\triangle SAC, \triangle SBC, \triangle SDC$ là ba tam giác vuông có chung cạnh huyền SC nên ta có $AI = BI = DI = \frac{1}{2}SC = SI = CI$.

Do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ và $R = IS = IA = IB = IC = ID = \frac{SC}{2} = a\sqrt{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ là $S = 4\pi R^2 = 8\pi a^2$.

Chọn đáp án **(A)**

□



ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. C	4. A	5. D	6. D	7. D	8. B	9. D	10. C
11. C	12. D	13. A	14. B	15. B	16. A	17. B	18. C	19. A	20. A
21. B	22. C	23. D	24. A	25. A	26. B	27. D	28. D	29. B	30. B
31. A	32. A	33. B	34. C	35. B	36. A	37. D	38. A	39. A	40. C
41. C	42. A	43. D	44. C	45. B	46. D	47. C	48. D	49. B	50. B
51. A	52. C	53. C	54. A	55. B	56. D	57. D	58. D	59. D	60. A
61. C	62. D	63. B	64. D	65. C	66. D	67. D	68. C	69. B	70. C
71. C	72. C	73. C	74. B	75. C	76. B	77. A	78. A	79. B	80. C
81. D	82. C	83. C	84. A	85. A	86. D	87. A	88. A	89. A	90. B
91. B	92. B	93. B	94. A	95. B	96. A	97. D	98. D	99. D	100. B
101. A	102. A	103. B	104. D	105. D	106. A	107. A	108. A	109. D	110. A
111. D	112. A	113. C	114. B	115. C	116. B	117. C	118. C	119. D	120. B
121. D	122. C	123. D	124. C	125. A	126. B	127. A	128. B	129. B	130. A
131. A	132. B	133. B	134. A	135. D	136. D	137. A	138. A	139. A	140. A
141. D	142. D	143. A	144. D	145. B	146. B	147. D	148. A	149. A	150. C
151. C	152. B	153. C	154. B	155. D	156. D	157. B	158. C	159. A	160. C
161. C	162. C	163. C	164. B	165. A	166. C	167. A	168. D	169. D	170. A
171. B	172. C	173. B	174. D	175. D	176. D	177. C	178. B	179. D	180. B
181. D	182. D	183. B	184. C	185. B	186. C	187. C	188. C	189. A	190. C
191. A	192. C	193. D	194. A	195. B	196. B	197. A	198. A	199. C	200. D
201. D	202. D	203. D	204. D	205. C	206. D	207. D	208. D	209. D	210. A
211. D	212. B	213. A	214. D	215. C	216. C	217. B	218. A	219. D	220. B
221. B	222. B	223. D	224. B	225. C	226. D	227. A	228. A	229. D	230. B
231. A	232. A	233. C	234. A	235. D	236. C	237. A	238. C	239. A	240. D
241. C	242. B	243. B	244. A	245. A	246. A	247. C	248. B	249. B	250. A
251. C	252. D	253. C	254. B	255. A	256. A	257. B	258. B	259. C	260. D
261. A	262. A	263. D	264. B	265. A	266. A	267. A	268. C	269. A	270. C
271. A	272. D	273. B	274. D	275. B	276. D	277. A	278. A	279. A	280. C
281. D	282. B	283. A	284. D	285. A	286. D	287. A	288. D	289. D	290. C
291. C	292. A	294. A	295. A	296. A	297. B	298. A	299. B	300. B	301. A
302. A	303. D	304. D	305. A	306. D	307. B	308. C	309. C	310. D	311. D
312. A	313. D	314. C	315. A	316. A	317. B	318. C	319. D	320. B	321. B
322. D	323. C	324. C	325. B	326. D	327. C	328. C	329. B	330. D	331. B
332. D	333. D	334. D	335. D	336. C	337. A	338. B	339. D	340. B	341. C
342. B	343. B	344. B	345. B	346. A	347. B	348. C	349. D	350. C	351. D
352. B	353. A	354. A	355. D	356. C	357. A	358. C	359. A	360. B	361. B
362. D	363. D	364. D	365. D	366. A	367. C	368. C	369. C	370. A	371. A
372. C	373. B	374. C	375. B	376. C	377. A	378. C	379. C	380. A	381. B
382. A	383. C	384. D	385. C	386. C	387. A	388. C	389. D	390. B	391. C
392. A	393. D	394. A	395. B	396. D	397. C	398. D	399. A	400. A	401. C
402. B	403. C	404. A	405. C	406. A	407. D	408. A	409. C	410. C	411. A

412. A	413. C	414. A	415. D	416. D	417. D	418. A	419. A	420. C	421. A
422. C	423. B	424. A	425. D	426. C	427. B	428. A	429. A	430. A	431. A
432. C	433. A	434. A	435. A	436. B	437. A	438. C	439. B	440. B	441. D
442. B	443. A	444. B	445. B	446. B	447. C	448. B	449. D	450. A	451. B
452. B	453. C	454. C	455. D	456. C	457. D	458. B	459. A	460. A	461. D
462. D	463. A	464. C	465. C	466. C	467. A	468. C	469. A	470. C	471. D
472. B	473. D	474. D	475. A	476. B	477. A	478. A	479. B	480. A	481. D
482. B	483. B	484. B	485. B	486. C	487. A	488. C	489. B	490. D	491. A
492. D	493. C	494. B	495. A	496. D	497. A	498. C	499. B	500. B	501. B
502. B	503. B	504. D	505. C	506. B	507. C	508. C	509. A	510. C	511. A
512. C	513. C	514. D	515. A	516. B	517. D	518. A	519. B	520. C	521. B
522. C	523. B	524. D	525. D	526. A	527. A	528. A	529. B	530. D	531. C
532. C	533. A	534. C	535. B	536. B	537. B	538. B	539. B	540. B	541. B
542. C	543. B	544. D	545. C	546. C	547. A	548. C	549. A	550. D	551. B
552. D	553. B	554. C	555. B	556. C	557. C	558. A	559. A	560. A	561. A
562. B	563. D	564. C	565. D	566. C	567. D	568. C	569. A	570. A	571. A
572. A	573. D	574. B	575. D	576. D	577. A	578. B	579. A	580. D	581. C
582. D	583. D	584. D	585. A	586. D	587. A	588. D	589. C	590. A	591. A
592. A	593. C	594. A	595. C	596. A	597. A	598. B	599. D	600. D	601. B
602. B	603. B	604. A	605. D	606. A	607. A	608. A	609. D	610. B	611. B
612. B	613. B	614. B	615. B	616. B	617. A	618. A	619. D	620. C	621. B
622. A	623. A	624. B	625. D	626. A	627. B	628. A	629. D	630. C	631. D
632. B	633. D	634. A	635. C	636. A	637. B	638. B	639. D	640. B	641. D
642. B	643. A	644. D	645. C	646. D	647. A	648. D	649. B	650. D	651. C
652. D	653. D	654. D	655. A	656. A	657. B	658. B	659. D	660. B	661. C
662. C	663. A	664. C	665. A	666. A	667. A	668. A	669. A	670. D	671. D
672. B	673. A	674. B	675. A	676. C	677. A	678. B	679. D	680. A	681. D
682. C	683. D	684. C	685. C	686. D	687. D	688. B	689. A	690. C	691. C
692. A	693. B	694. B	695. B	696. C	697. B	698. C	699. C	700. D	701. A
702. D	703. D	704. C	705. A	706. B	707. A	708. B	709. A	710. A	711. D
712. C	713. B	714. A	715. A	716. D	717. A	718. A	719. A	720. D	721. C
722. D	723. D	724. B	725. D	726. A	727. B	728. C	729. A	730. D	731. A
732. C	733. A	734. C	735. B	736. C	737. D	738. D	739. D	740. A	741. C
742. A	743. D	744. B	745. B	746. A	747. C	748. D	749. D	750. A	751. B
752. A	753. A	754. C	755. D	756. B	757. D	758. A	759. D	760. A	761. D
762. D	763. B	764. C	765. C	766. D	767. B	768. C	769. C	770. B	771. B
772. A	773. B	774. A	775. A	776. A	777. A	778. A	779. C	780. A	781. D
782. B	783. C	784. B	785. C	786. D	787. D	788. C	789. B	790. A	791. C
792. A	793. B	794. B	795. D	796. B	797. B	798. D	799. B	800. A	801. A
802. C	803. D	804. B	805. A	806. C	807. C	808. D	809. A	810. D	811. C
812. A	813. B	814. D	815. C	816. A	817. D	818. B	819. A	820. B	821. B
822. C	823. C	824. C	825. B	826. B	827. D	828. B	829. B	830. D	831. B
832. B	833. D	834. B	835. C	836. D	837. C	838. B	839. B	840. C	841. A

842. C	843. A	844. D	845. D	846. C	847. D	848. B	849. B	850. C	851. D
852. A	853. A	854. B	855. D	856. A	857. C	858. C	859. D	860. C	861. D
862. C	863. C	864. B	865. D	866. D	867. D	868. D	869. C	870. D	871. A
872. A	873. A	874. C	875. D	876. D	877. A	878. D	879. A	880. C	881. B
882. B	883. A	884. A	885. A	886. D	887. A	888. A	889. B	890. A	891. C
892. D	893. A	894. C	895. B	896. D	897. D	898. C	899. C	900. C	901. A
902. D	903. C	904. B	905. A	906. C	907. B	908. B	909. C	910. B	911. C
912. D	913. D	914. B	915. A	916. B	917. A	918. A	919. A	920. C	921. A
922. C	923. D	924. B	925. D	926. C	927. B	928. B	929. C	930. A	931. A
932. D	933. A	934. A	935. B	936. D	937. D	938. A	939. D	940. D	941. C
942. C	943. C	944. D	945. C	946. A	947. B	948. D	949. D	950. C	951. C
952. B	953. B	954. A	955. C	956. B	957. C	958. D	959. D	960. A	961. C
962. A	963. C	964. D	965. D	966. A	967. C	968. B	969. B	970. B	971. A
972. B	973. B	974. D	975. A	976. C	977. A	978. B	979. D	980. B	981. B
982. C	983. D	984. A	985. A	986. D	987. D	988. C	989. A	990. A	991. A
992. C	993. D	994. D	995. D	996. A	997. D	998. C	999. C	1000.B	1001.A
1002.A	1003.D	1004.A	1005.B	1006.D	1007.B	1008.A	1009.B	1010.A	1011.D
1012.C	1013.D	1014.A	1015.A	1016.B	1017.B	1018.A	1019.C	1020.B	1021.A
1022.C	1023.D	1024.B	1025.B	1026.C	1027.A	1028.B	1029.C	1030.B	1031.B
1032.D	1033.A	1034.C	1035.A	1036.D	1037.D	1038.C	1039.D	1040.B	1041.B
1042.A	1043.C	1044.C	1045.A	1046.A	1047.A	1048.A	1049.B	1050.A	1051.B
1052.C	1053.C	1054.B	1055.D	1056.A	1057.D	1058.D	1059.A	1060.B	1061.C
1062.D	1063.D	1064.A	1065.C	1066.D	1067.C	1068.C	1069.D	1070.A	1071.B
1072.C	1073.A	1074.B	1075.B	1076.D	1077.C	1078.A	1079.A	1080.C	1081.C
1082.D	1083.C	1084.D	1085.A	1086.D	1087.A	1088.C	1089.A	1090.C	1091.C
1092.D	1093.C	1094.A	1095.C	1096.C	1097.B	1098.A	1099.C	1100.A	1101.A
1102.C	1103.A	1104.A	1105.A	1106.A	1107.D	1108.A	1109.D	1110.B	1111.B
1112.B	1113.C	1114.A	1115.A	1116.D	1117.C	1118.D	1119.B	1120.B	1121.A
1122.D	1123.A	1124.A	1125.A	1126.D	1127.A	1128.D	1129.C	1130.A	1131.A
1132.A	1133.C	1134.C	1135.A	1136.A	1137.B	1138.C	1139.C	1140.C	1141.C
1142.C	1143.B	1144.D	1145.A	1146.D	1147.B	1148.A	1149.D	1150.B	1151.D
1152.D	1153.A	1154.D	1155.A	1156.A	1157.B	1158.D	1159.A	1160.B	1161.C
1162.C	1163.B	1164.C	1165.D	1166.A	1167.B	1168.B	1169.D	1170.B	1171.A
1172.A	1173.A	1174.B	1175.B	1176.D	1177.A	1178.B	1179.D	1180.A	1181.A
1182.C	1183.D	1184.D	1185.A	1186.B	1187.A	1188.B	1189.D	1190.C	1191.B
1192.A	1193.C	1194.B	1195.B	1196.A	1197.C	1198.A	1199.C	1200.A	1201.B
1202.C	1203.D	1204.C	1205.A	1206.C	1207.A	1208.B	1209.A	1210.A	1211.B
1212.D	1213.B	1214.A	1215.A	1216.D	1217.C	1218.D	1219.D	1220.A	1221.D
1222.B	1223.A	1224.D	1225.A	1226.A	1227.B	1228.C	1229.D	1230.D	1231.D
1232.C	1233.D	1234.D	1235.C	1236.D	1237.D	1238.B	1239.D	1240.A	1241.B
1242.D	1243.B	1244.A	1245.C	1246.B	1247.D	1248.B	1249.A	1250.A	1251.C
1252.B	1253.B	1254.C	1255.D	1256.A	1257.D	1258.A	1259.B	1260.B	1261.D
1262.B	1263.C	1264.C	1265.D	1266.D	1267.C	1268.D	1269.D	1270.B	1271.D

1272.D	1273.C	1274.B	1275.A	1276.C	1277.C	1278.A	1279.A	1280.A	1281.A
1282.D	1283.A	1284.D	1285.D	1286.B	1287.A	1288.B	1289.C	1290.B	1291.A
1292.D	1293.C	1294.C	1295.C	1296.A	1297.C	1298.A	1299.A	1300.D	1301.D
1302.B	1303.A	1304.D	1305.B	1306.A	1307.B	1308.C	1309.B	1310.C	1311.A
1312.D	1313.A	1314.B	1315.B	1316.C	1317.C	1318.D	1319.A	1320.A	1321.C
1322.C	1323.D	1324.D	1325.B	1326.A	1327.A	1328.C	1329.C	1330.B	1331.A
1332.C	1333.C	1334.D	1335.D	1336.A	1337.D	1338.D	1339.B	1340.A	1341.C
1342.A	1343.A	1344.C	1345.A	1346.D	1347.A	1348.A	1349.A	1350.D	1351.B
1352.A	1353.A	1354.B	1355.C	1356.C	1357.D	1358.D	1359.A	1360.A	1361.D
1362.B	1363.A	1364.A	1365.B	1366.A	1367.A	1368.B	1369.C	1370.C	1371.A
1372.C	1373.C	1374.C	1375.B	1376.C	1377.A	1378.C	1379.C	1380.C	1381.B
1382.C	1383.A	1384.C	1385.C	1386.B	1387.B	1388.C	1389.C	1390.A	1391.D
1392.C	1393.A	1394.A	1395.C	1396.B	1397.A	1398.A	1399.A	1400.C	1401.D
1402.C	1403.A	1404.B	1405.A	1406.A	1407.A	1408.C	1409.D	1410.C	1411.D
1412.D	1413.D	1414.B	1415.D	1416.D	1417.D	1418.C	1419.B	1420.B	1421.B
1422.B	1423.C	1424.B	1425.A	1426.C	1427.A	1428.D	1429.B	1430.D	1431.D
1432.A	1433.A	1434.D	1435.A	1436.D	1437.C	1438.B	1439.D	1440.B	1441.D
1442.C	1443.D	1444.D	1445.A	1446.A	1447.B	1448.B	1449.B	1450.C	1451.D
1452.A	1453.A	1454.A	1455.A	1456.A	1457.A	1458.A	1459.D	1460.C	1461.C
1462.C	1463.B	1464.B	1465.B	1466.A	1467.D	1468.A	1469.A	1470.A	1471.B
1472.A	1473.B	1474.D	1475.B	1476.C	1477.D	1478.A	1479.C	1480.D	1481.A
1482.B	1483.B	1484.D	1485.A	1486.C	1487.A	1488.B	1489.C	1490.C	1491.B
1492.C	1493.B	1494.B	1495.A	1496.C	1497.D	1498.C	1499.B	1500.A	1501.A
1502.A	1503.C	1504.C	1505.C	1506.D	1507.C	1508.D	1509.A	1510.A	1511.D
1512.B	1513.B	1514.B	1515.A	1516.A	1517.A	1518.D	1519.A	1520.A	1521.B
1522.C	1523.C	1524.C	1525.D	1526.A	1527.B	1528.A	1529.B	1530.B	1531.C
1532.A	1533.C	1534.D	1535.C	1536.D	1537.A	1538.C	1539.D	1540.B	1541.A
1542.C	1543.A	1544.C	1545.B	1546.C	1547.C	1548.A	1549.C	1550.C	1551.C
1552.C	1553.A	1554.D	1555.A	1556.A	1557.C	1558.A	1559.B	1560.C	1561.A
1562.C	1563.D	1564.D	1565.C	1566.C	1567.C	1568.D	1569.B	1570.C	1571.A
1572.B	1573.B	1574.B	1575.A	1576.A	1577.B	1578.C	1579.B	1580.C	1581.A
1582.D	1583.D	1584.B	1585.D	1586.D	1587.D	1588.D	1589.D	1590.B	1591.D
1592.A	1593.C	1594.D	1596.C	1597.B	1599.A	1600.B	1601.C	1602.D	1603.C
1604.D	1605.B	1606.D	1607.D	1608.A	1609.B	1610.B	1611.B	1612.C	1613.D
1614.C	1615.B	1616.C	1617.D	1618.B	1619.A	1620.D	1621.A	1622.D	1623.A
1624.D	1625.B	1626.C	1627.A	1628.C	1629.B	1630.C	1631.B	1632.C	1633.A
1634.C	1635.A	1636.B	1637.C	1638.B	1639.A	1640.C	1641.A	1642.A	1643.A
1644.C	1645.A	1646.A	1647.B	1649.A	1650.D	1651.B	1652.D	1653.A	1654.B
1655.A	1656.A	1657.A	1658.A	1659.C	1662.D	1663.D	1664.D	1665.B	1666.C
1667.B	1668.D	1669.A	1670.A	1671.C	1672.C	1673.B	1674.A	1675.C	1676.A
1677.D	1678.A	1679.C	1680.A	1681.A	1682.A	1683.B	1684.A	1685.D	1686.A
1687.A	1688.D	1689.D	1690.A	1691.B	1692.A	1693.B	1694.A	1695.A	1696.B
1697.C	1698.A	1699.B	1700.B	1701.D	1702.D	1703.A	1704.D	1705.D	1706.B

1707.B	1708.D	1709.A	1710.A	1711.A	1712.C	1713.D	1714.B	1715.A	1716.A
1717.A	1718.A	1719.D	1720.B	1721.A	1722.D	1723.A	1724.C	1725.A	1726.B
1727.C	1728.B	1729.A	1730.B	1731.C	1732.A	1733.D	1734.A	1735.C	1736.C
1737.D	1738.B	1739.C	1740.C	1741.D	1742.A	1743.A	1744.C	1745.B	1746.C
1747.C	1748.D	1749.A	1750.D	1751.C	1752.B	1753.D	1754.C	1755.A	1756.A
1757.B	1758.A	1759.C	1760.A	1761.B	1762.C	1763.A	1764.D	1765.D	1766.B
1767.B	1768.C	1769.C	1770.A	1771.B	1772.D	1773.A	1774.B	1775.C	1776.C
1777.D	1778.D	1779.C	1780.A	1781.D	1782.D	1783.D	1784.A	1785.A	1786.B
1787.D	1788.A	1789.A	1790.B	1791.D	1792.B	1793.A	1794.C	1795.C	1796.D
1797.A	1798.A	1799.A	1800.B	1801.B	1802.B	1803.B	1804.C	1805.B	1806.C
1807.D	1808.A	1809.D	1810.D	1811.B	1812.A	1813.B	1814.B	1815.D	1816.A
1817.A	1818.D	1819.D	1820.C	1821.C	1822.A	1823.C	1824.D	1825.C	1826.B
1827.D	1828.C	1829.A	1830.A	1831.C	1832.B	1833.D	1834.D	1835.D	1836.D
1837.A	1838.A	1839.B	1840.B	1841.C	1842.D	1843.D	1844.C	1845.C	1846.C
1847.A	1848.C	1849.B	1850.D	1851.A	1852.A	1853.B	1854.A	1855.A	1856.A
1857.B	1858.B	1859.C	1860.D	1861.D	1862.C	1863.A	1864.B	1865.D	1866.A
1867.B	1868.B	1869.C	1870.A	1871.B	1872.D	1873.A	1874.D	1875.D	1876.A
1877.D	1878.D	1879.C	1880.A	1881.D	1882.C	1883.D	1884.A	1885.C	1886.D
1887.D	1888.C	1889.C	1890.D	1891.D	1892.C	1893.A	1894.A	1895.A	1896.B
1897.D	1898.A	1899.B	1900.A	1901.C	1902.B	1903.D	1904.B	1905.B	1906.A
1907.A	1908.D	1909.A	1910.C	1911.C	1912.B	1913.C	1914.C	1915.B	1916.B
1917.D	1918.D	1919.B	1920.C	1921.D	1922.D	1923.A	1924.C	1925.D	1926.B
1927.A	1928.D	1929.A	1930.C	1931.A	1932.C	1933.A	1934.B	1935.A	1936.A
1937.B	1938.B	1939.D	1940.B	1941.B	1942.A	1943.D	1944.C	1945.D	1946.A
1947.D	1948.C	1949.B	1950.A	1951.B	1952.A	1953.C	1954.C	1955.D	1956.C
1957.C	1958.B	1959.C	1960.D	1961.A	1962.B	1963.A	1964.B	1965.A	1966.B
1967.D	1968.B	1969.A	1970.B	1971.A	1972.A	1973.B	1974.D	1975.B	1976.A
1977.B	1978.A	1979.A	1980.B	1981.D	1982.C	1983.D	1984.B	1985.A	1986.D
1987.B	1988.A	1989.B	1990.A						

NỘI DUNG CÂU HỎI

3 Mức độ vận dụng thấp

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABC$ có $AB = 5$ cm, $BC = 4$ cm, $CA = 7$ cm. Các mặt bên tạo với mặt phẳng đáy (ABC) một góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}cm^3$. B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}cm^3$. C. $\frac{4\sqrt{6}}{3}cm^3$. D. $\frac{4\sqrt{3}}{4}cm^3$.

Lời giải.

Gọi H là chân đường cao của khối chóp $S.ABC$.

Lần lượt gọi hình chiếu của H lên các cạnh AB, BC, CA là D, E, F .

Khi đó ta có góc giữa các mặt phẳng $(SAB), (SBC), (SCA)$ với mặt đáy (ABC) lần lượt là $\widehat{SDH}, \widehat{SHE}, \widehat{SFH}$
 $\Rightarrow \widehat{SDH} = \widehat{SDH} = \widehat{SEH} = \widehat{SFH} = 30^\circ$.

Từ đó suy ra $DH = HE = HF$.

Suy ra H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Ta có
 $p = \frac{AB + BC + CA}{2} = 8$ (cm).

$$\Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{p(p-5)(p-4)(p-7)} = 4\sqrt{6}.$$

$$\text{Mà } S_{ABC} = pr \Rightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ (cm)}.$$

$$\text{Do đó } SH = \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (cm)}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 4\sqrt{6} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Chọn đáp án **(B)**

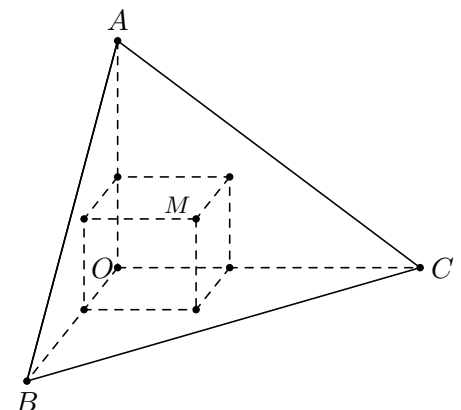
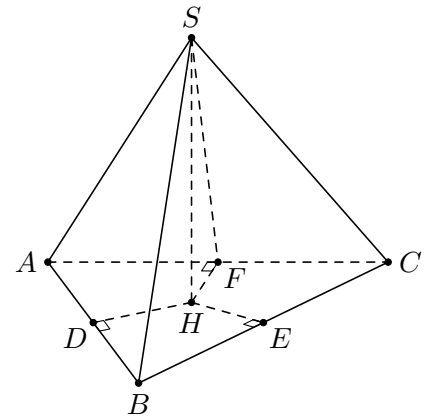
□

Câu 2.

Có một khối gỗ dạng hình chóp $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = 3$ cm, $OB = 6$ cm, $OC = 12$ cm. Trên mặt (ABC) người ta đánh dấu một điểm M sau đó người ta cắt gọt khối gỗ để thu được một hình hộp chữ nhật có OM là một đường chéo đồng thời hình hộp có 3 mặt nằm trên 3 mặt của tứ diện (xem hình vẽ). Thể tích lớn nhất của khối gỗ hình hộp chữ nhật bằng

- A. 8 cm^3 . B. 24 cm^3 . C. 12 cm^3 . D. 36 cm^3 .

Lời giải.



Gọi khoảng cách từ điểm M đến các mặt bên (OAB) , (OBC) , (OCA) lần lượt là a, b, c .

Khi đó $V_{O.ABC} = V_{M.OAB} + V_{M.OBC} + V_{M.OAC}$.

$$\text{Hay } \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 6 \cdot 12 = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12 + \frac{1}{3} \cdot c \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 12$$

$$\Rightarrow 12 = a + 4b + 2c.$$

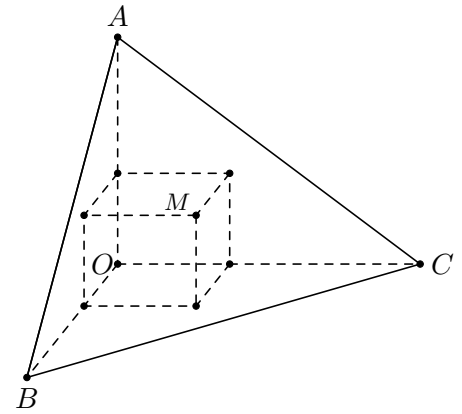
Thể tích khối gỗ hình hộp chữ nhật theo đề bài là $V = abc$.

$$\text{Ta có } abc = \frac{1}{8} a \cdot 4b \cdot 2c \leq \frac{1}{8} \left(\frac{a + 4b + 2c}{3} \right)^3 = \frac{1}{8} \cdot \frac{12^3}{27} = 8$$

(Theo bất đẳng thức Cô-si).

Vậy $V = abc$ đạt giá trị lớn nhất bằng 8 cm^3 .

Khi $a = 4b = 2c \Leftrightarrow a = 4 \text{ cm}, b = 1 \text{ cm}, c = 2 \text{ cm}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 3. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , đáy là tam giác ABC cân tại A , độ dài trung tuyến AD bằng a , cạnh bên SB tạo với đáy góc 30° và tạo với mặt phẳng (SAD) góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Đặt $SA = x > 0$. Ta có $BD \perp (SAD) \Rightarrow \widehat{BSD} = 30^\circ, \widehat{SBA} = 30^\circ$.

$$AB = SA \cdot \tan 30^\circ = x\sqrt{3}.$$

$$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = 2x.$$

$$BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{3x^2 - a^2}.$$

Xét tam giác vuông SBD , ta có

$$\sin BSD = \frac{BD}{SB} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2\sqrt{3x^2 - a^2} = 2x \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Khi đó } SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}, BC = 2BD = 2\sqrt{3 \cdot \frac{a^2}{2} - a^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot 12 \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3}{6}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 4. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 2. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $2\sqrt{6}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

C. 2.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi độ dài cạnh $AA' = x, x > 0$.

Xét $\triangle A'AM$ vuông tại A ta có $\sin 30^\circ = \frac{A'A}{A'M} \Rightarrow A'M = \frac{A'A}{\sin 30^\circ} = 2x$.

$$\tan 30^\circ = \frac{A'A}{AM} \Rightarrow AM = \frac{A'A}{\tan 30^\circ} = \frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = x\sqrt{3}.$$

Xét tam giác ABC đều có đường cao AM , suy ra $\frac{2AM}{\sqrt{3}} = \frac{2x\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2x$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } S_{ABC} &= \frac{1}{2} \cdot A'M \cdot BC = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M \cdot BC = 2 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 2x = 2 \Leftrightarrow x = 1. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } AA' = 1, AB = 2. \text{ Do đó } V = Bh = S_{ABC} \cdot A'A = 2^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1 = \sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M, N theo thứ tự là trung điểm của SA, SB . Tỉ số thể tích $\frac{V_{S.CDMN}}{V_{S.CDAB}}$ là

A. $\frac{5}{8}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{S.CDMN} = V_{S.CDM} + V_{S.CMN}.$$

$$\text{Mặt khác } \frac{V_{S.CDM}}{V_{S.CDA}} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{2}$$

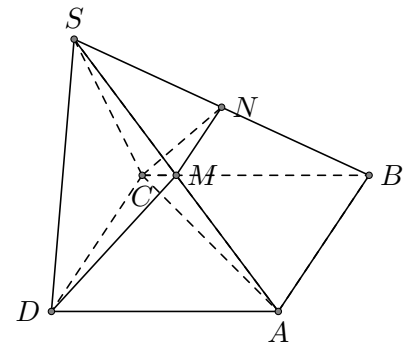
$$\Rightarrow V_{S.CDM} = \frac{1}{2} V_{S.CDA} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD}.$$

$$\frac{V_{S.CNM}}{V_{S.CBA}} = \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SM}{SA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow V_{S.CNM} = \frac{1}{4} V_{S.CBA} = \frac{1}{8} V_{S.ABCD}.$$

$$\begin{aligned} V_{S.CDMN} &= V_{S.CDM} + V_{S.CMN} \\ &= \frac{1}{4} V_{S.ABCD} + \frac{1}{8} V_{S.ABCD} = \frac{3}{8} V_{S.ABCD}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{S.CDMN}}{V_{S.CDAB}} = \frac{3}{8}.$$



□

Câu 6. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, BC = 2a. AC' = a$. Điểm N thuộc cạnh BB' sao cho $BN = 2NB'$, điểm M thuộc cạnh DD' sao cho $D'M = 2MD$. $(A'MN)$ chia hình hộp chữ nhật làm hai phần, tính thể tích phần chứa điểm C' .

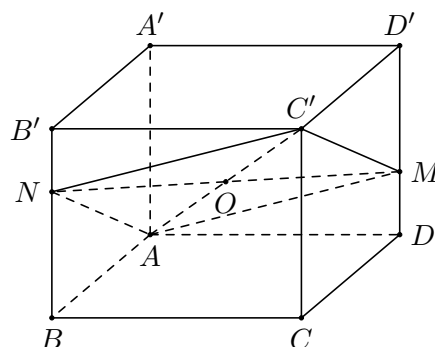
A. $4a^3$.

B. a^3 .

C. $2a^3$.

D. $3a^3$.

Lời giải.



$$\text{Ta có } AC = \sqrt{CB^2 + AB^2} = a\sqrt{5}, CC' = \sqrt{C'A^2 - CA^2} = 2a.$$

$$\text{Khi đó thể tích khối hộp } V_{ABCD.A'B'C'D'} = 2a \cdot a \cdot 2a = 4a^3.$$

Ta có giao tuyến của $Mp(A'MN)$ và $(C'D'DC)$ là $C'M$.

Ta có giao tuyến của $Mp(A'MN)$ và $(B'C'CB)$ là CN .

Suy ra $AMC'N$ là hình bình hành.

Gọi O là tâm hình hộp Ta có phép đối xứng tâm O biến hình đa diện $C'CDMBAN$ thành hình đa diện $AA'B'ND'C'M$.

$$\text{Nên } V_{C'CDMBAN} = V_{AA'B'ND'C'M} = \frac{1}{2}V_{ABCD.A'B'C'D'} = 2a^3.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 7. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $AB = 2a$, khoảng cách từ A đến (SBC) là $\frac{3a}{2}$. Tính thể tích hình chóp $S.ABC$.

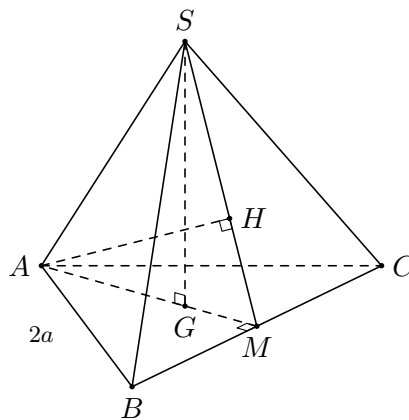
A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.



Đáp án là D

Gọi M là trung điểm của BC và G là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Do $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SG \perp (ABC)$ và G là trọng tâm $\triangle ABC$.

Ta có: $\begin{cases} AM \perp BC \\ SG \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \text{ hay } (SBC) \perp (SAM) \text{ theo giao tuyến } SM.$

Trong (SAM) , kẻ $AH \perp SM, H \in SM \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

$$\text{Vậy } d(A, (SBC)) = AH = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Vì } \triangle ABC \text{ là tam giác đều cạnh } 2a \text{ nên } AM = \frac{2a \cdot \sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \text{ và } S_{\triangle ABC} = \frac{(2a)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}.$$

$$\text{Đặt } SG = x. \text{ Ta có: } GM = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Xét } \triangle SGM \text{ vuông tại } G \text{ ta có: } SM = \sqrt{SG^2 + GM^2} = \sqrt{x^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}$$

$$\text{Xét } \triangle SAM \text{ ta có: } S_{\triangle SAM} = \frac{1}{2}SG \cdot AM = \frac{1}{2}AH \cdot SM \Rightarrow x \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a}{2} \cdot \sqrt{x^2 + \frac{a^2}{3}}$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 = 3\left(x^2 + \frac{a^2}{3}\right) \Leftrightarrow x = a. \text{ Do đó: } SG = a.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SG \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}a \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 8. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm E, F lần lượt là trung điểm của $C'B'$ và $C'D'$. Mặt phẳng (AEF) cắt khối lập phương đã cho thành hai phần, gọi V_1 là thể tích khối

chứa điểm A' và V_2 là thể tích khối còn lại. Khi đó $\frac{V_1}{V_2}$ là:

- A. $\frac{25}{47}$. B. 1. C. $\frac{8}{17}$. D. $\frac{17}{25}$.

Lời giải.

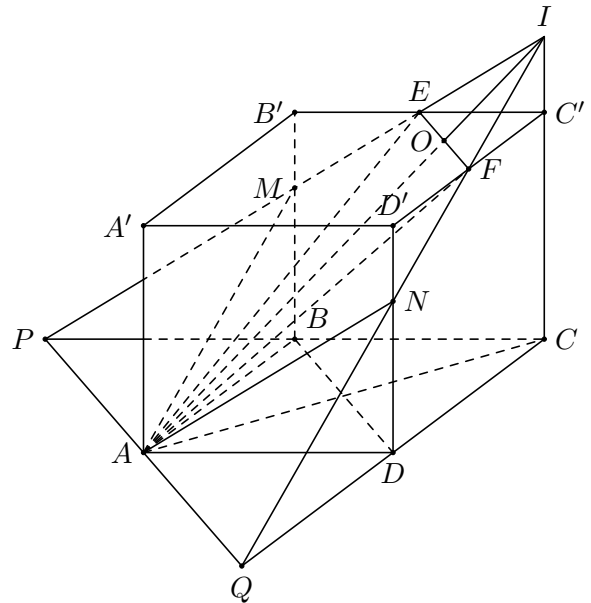
Dựng PQ qua A và song song với BD (vì $P \in BC$, $Q \in CD$).

PE cắt các cạnh BB' , CC' tại M và I . Thiết diện là $AMEFN$.

Dựa vào đường trung bình BD và định lý Ta-lét cho các tam giác IAC , DNQ , $D'NF$ ta tính được: $IC' = \frac{a}{3}$, $ND = \frac{2a}{3}$.

Tương tự ta tính được: $MB = \frac{2a}{3}$. Và ta có: $QD = PB = a$.

Ta có: $V_{IEFC'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3}{72}$.



Dùng tỉ lệ thể tích ta có: $V_{IPQC} = 4^3 \cdot V_{IEFC'} = 64 \cdot \frac{a^3}{72} = \frac{8a^3}{9}$.

$V_{NADQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3}{9} = V_{MPAB} \Rightarrow V_2 = \frac{8a^3}{9} - \frac{a^3}{72} - 2 \cdot \frac{a^3}{9} = \frac{47a^3}{72}$.

Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là a^3 nên $V_1 = a^3 - \frac{47a^3}{72} = \frac{25a^3}{72}$.

$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{25}{47}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 9. Người ta muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích $200m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công xây bể là 300.000 đồng/ m^2 . Chi phí thuê nhân công thấp nhất là:

- A. 51 triệu đồng. B. 75 triệu đồng. C. 46 triệu đồng. D. 36 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi chiều rộng, chiều dài của đáy lần lượt là x và $2x$, chiều cao là y .

Diện tích các mặt bên và mặt đáy là $S = 6xy + 2x^2$.

Thể tích là $V = 2x^2y = 200 \Rightarrow xy = \frac{100}{x}$.

$S = \frac{600}{x} + 2x^2 = \frac{300}{x} + \frac{300}{x} + 2x^2 \geq 3\sqrt{\frac{300}{x} \cdot \frac{300}{x} \cdot 2x^2} = 30\sqrt{180}$.

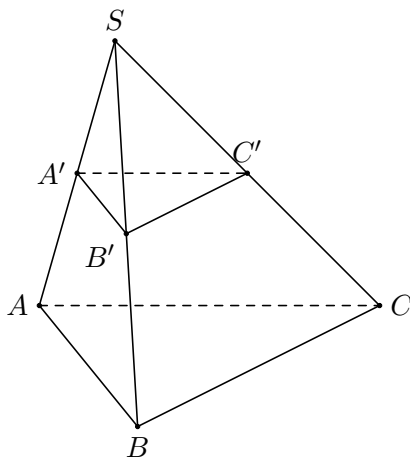
Vậy chi phí thấp nhất là $T = 30\sqrt{180} \cdot 300000 \approx 51$ triệu.

Chọn đáp án **A** □

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có A' , B' , C' lần lượt là trung điểm của SA , SB , SC . Tỷ số $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{8}$. D. 8.

Lời giải.



$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Biết góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.

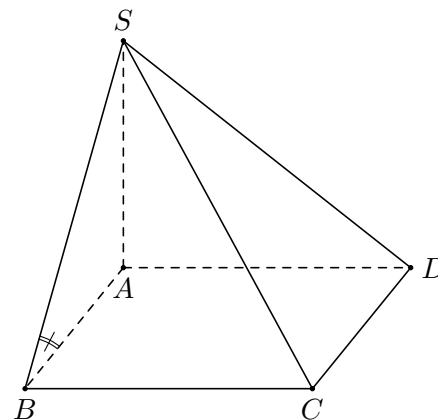
Góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là $\widehat{SBA} = 60^\circ$.

Ta có: Diện tích đáy: $S_{ABCD} = a^2$.

Tam giác SAB vuông tại $A \Rightarrow SA = AB \cdot \tan(\widehat{SBA}) = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3}a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau, $AB = 6a, AC = 5a, AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm của các cạnh BC, CD, DB . Thể tích V của tứ diện $AMNP$ là

A. $V = \frac{5a^3}{3}$.

B. $V = \frac{20a^3}{3}$.

C. $V = 5a^3$.

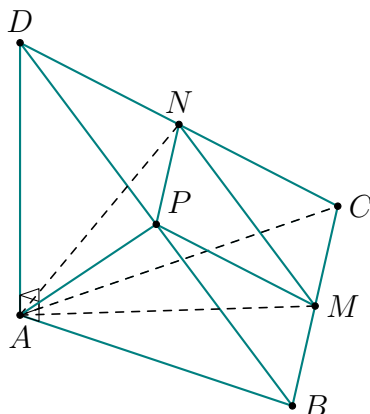
D. $V = 10a^3$.

Lời giải.

Phương pháp:

Thể tích khối tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và có độ dài các cạnh đó lần lượt bằng a, b, c là: $V = \frac{1}{6}abc$.

Cách giải:



Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{6} \cdot 6a \cdot 5a \cdot 4a = 20a^3.$$

Ta có:

$$\frac{V_{A.MNP}}{V_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot S_{\Delta MNP} \cdot d(A, (BCD))}{\frac{1}{3} \cdot S_{\Delta BCD} \cdot d(A, (BCD))} = \frac{S_{\Delta MCP}}{S_{\Delta BCD}} = \frac{1}{4}$$

(do $S_{\Delta DNP} = S_{\Delta BPM} = S_{\Delta BPM} = \frac{1}{4} S_{\Delta BCD}$).

Chọn đáp án 

□

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$.

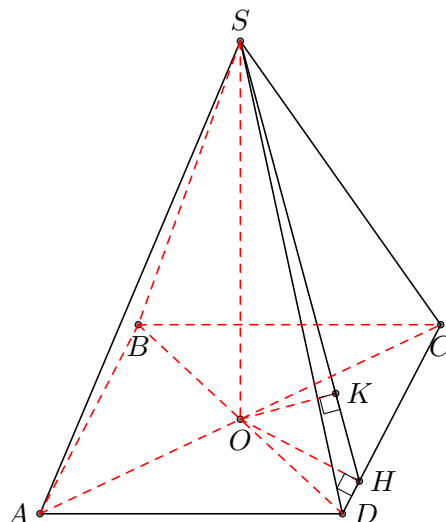
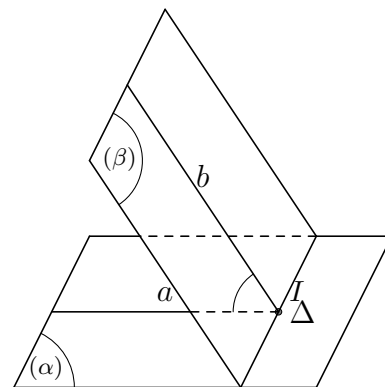
D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Lời giải.

Phương pháp - Xác định góc giữa hai mặt phẳng (α) và (β) .

- Tìm giao tuyến Δ của (α) và (β) .
- Xác định một mặt phẳng $(\gamma) \perp \Delta$.
- Tìm các giao tuyến $a = (\alpha) \cap (\gamma)$; $b = (\beta) \cap (\gamma)$.
- Góc giữa hai mặt phẳng (α) và (β) là: $((\alpha), (\beta)) = (\widehat{a, b})$.

Cách giải:



Kẻ $OH \perp CD, (H \in CD)$.

Ta có: $\begin{cases} CD \perp OH \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOH) \Rightarrow ((\widehat{SCD}); (\widehat{ABCD})) = \widehat{SHO} = 60^\circ$.

$ABCD$ là hình thoi tâm O , $\widehat{BAD} = 60^\circ \Rightarrow \triangle BCD$ đều nên $OH = \frac{1}{2}d(B, CD) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

$\triangle SOH$ vuông tại $O \Rightarrow SO = OH \cdot \tan \widehat{SHO} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$.

Diện tích hình thoi $ABCD$ là $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 14. Thể tích V của khối lập phương có các đỉnh là trọng tâm các mặt của một khối bát diện đều cạnh bằng 1 là

A. $\frac{1}{27}$.

B. $\frac{16\sqrt{2}}{27}$.

C. $\frac{8}{27}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}}{27}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Thể tích khối lập phương cạnh a là: $V = a^3$.

Cách giải:

Khối lập phương có các đỉnh lần lượt là trọng tâm các mặt của khối bát diện đều cạnh $a = 1$ có độ dài cạnh là $x = \frac{2}{3} \cdot \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Thể tích cần tìm là: $V = x^3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên (SAB) là một tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và có diện tích bằng $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ (đvdt). Một mặt phẳng đi qua trọng tâm tam giác (SAB) và song song với mặt đáy $(ABCD)$ chia khối chóp $(S.ABCD)$ thành hai phần, tính thể tích V của phần chứa điểm S ?

A. $V = 24$.

B. $V = 8$.

C. $V = 12$.

D. $V = 36$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB , do tam giác SAB đều nên

$SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

$$S_{\Delta SAB} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow x^2 = 27 \Leftrightarrow x = 3\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } SH = \frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2}.$$

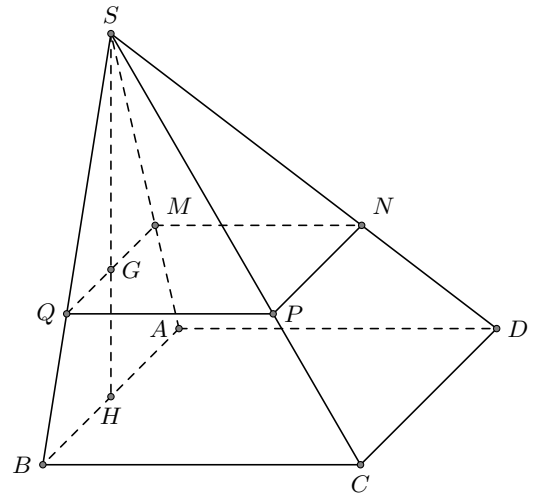
$$\text{Suy ra } S_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{2} (3\sqrt{3})^2 = \frac{81}{2}.$$

Để thấy mặt phẳng đi qua G song song với mặt đáy cắt hình chóp theo thiết diện là hình vuông $MNPQ$ như hình vẽ.

$$\text{Ta có } \frac{MQ}{AB} = \frac{SG}{SH} = \frac{2}{3} \Rightarrow MQ = \frac{3\sqrt{3} \cdot 2}{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{và } SG = \frac{2}{3}SH = \frac{2 \cdot \frac{9}{2}}{3} = 3.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}SG \cdot S_{MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot (2\sqrt{3})^2 = 12.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 16. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = x$, $AD = 1$. Biết góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $ABB'A'$ bằng 30° . Tìm giá trị lớn nhất $V_{\max}$ của thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$

B. $V_{\max} = \frac{1}{2}.$

C. $V_{\max} = \frac{3}{2}.$

D. $V_{\max} = \frac{3\sqrt{3}}{3}.$

Lời giải.

Ta có $V = AA' \cdot S_{ABCD}$. Hình chiếu của $A'C$ trên mặt $(ABB'A')$ là $A'B$, do đó góc giữa $A'C$ và $(ABB'A')$ là góc $\widehat{BA'C} = 30^\circ$.

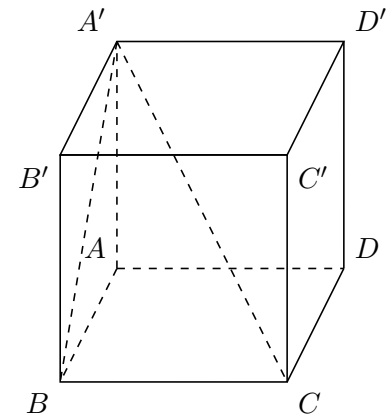
Xét tam giác vuông $\Delta A'BC$ có

$$\tan 30^\circ = \frac{BC}{A'B} \Rightarrow A'B = \sqrt{3}BC = \sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có } AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{3 - x^2}. \text{ Vậy } V = x\sqrt{3 - x^2}.$$

$$\text{Xét } f(x) = x\sqrt{3 - x^2}.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{3 - 2x^2}{\sqrt{3 - x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} \text{ với } 0 < x < \sqrt{3}.$$



Bảng biến thiên

x	0	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\sqrt{3}$
f'	+	0	-
f			

$$\text{Vậy } V_{\max} = \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. Tam giác ABC vuông cân tại B , biết $SA = AC = 2a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V = \frac{2a^3}{3}.$

B. $V = \frac{a^3}{3}.$

C. $V = 2a^3.$

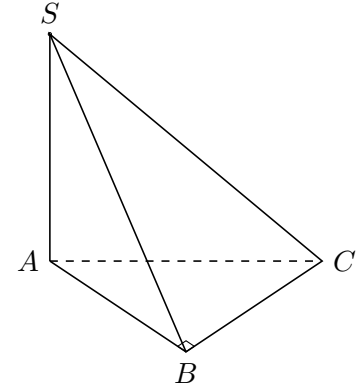
D. $V = \frac{4a^3}{3}.$

Lời giải.

Do tam giác ABC vuông cân tại B nên

$$AB = AC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot \frac{1}{2}BA \cdot BC = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2}a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{2a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 18. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Gọi M là trung điểm cạnh BB' điểm N thuộc cạnh CC' sao cho $CN = 2C'N$. Tính thể tích V' của khối chóp $A.BCMN$ theo V .

- A. $V' = \frac{7V}{12}$. B. $V' = \frac{7V}{18}$. C. $V' = \frac{V}{3}$. D. $V' = \frac{V}{2}$.

Lời giải.

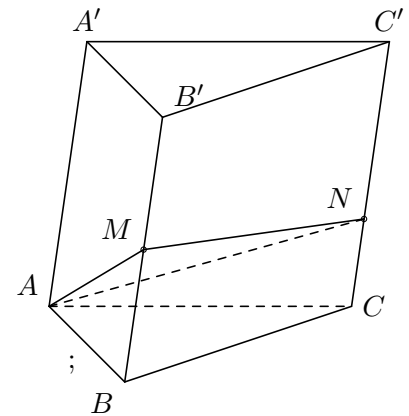
Gọi $h = d(B', CC')$. Khi đó ta có $S_{BCC'B'} = h \cdot CC'$ và

$$S_{BMNC} = \frac{(BM + CN) \cdot h}{2} = \frac{1}{2}h \cdot \left(\frac{1}{2}CC' + \frac{2}{3}CC'\right) = \frac{7}{12}h \cdot CC'.$$

Ta có $\frac{V'}{V_{ABCC'B'}} = \frac{S_{BMNC}}{S_{BCC'B'}} = \frac{7}{12}$.

Mặt khác ta có $V_{ABCC'B'} = \frac{2}{3}V$.

$$\text{Vậy } V' = \frac{7}{12} \cdot \frac{2}{3}V = \frac{7V}{18}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 19. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh $AB = a$, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

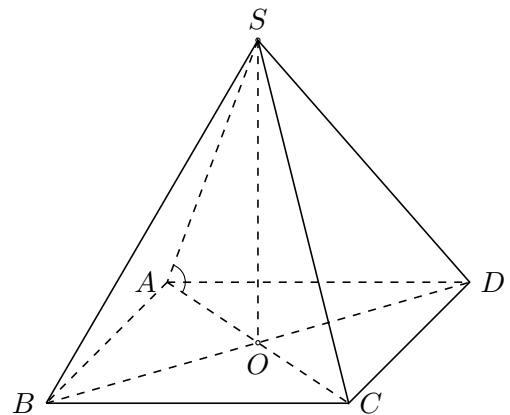
Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có $SO \perp (ABCD)$.

$$\Rightarrow (SA, (ABC)) = (SA, (ABCD)) = \widehat{SAO}$$

$$\Rightarrow SO = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 20. Khối đa diện nào có số đỉnh nhiều nhất?

- A. Khối nhị thập diện đều (20 mặt đều). B. Khối bát diện đều (8 mặt đều).
 C. Khối thập nhị diện đều (12 mặt đều). D. Khối tứ diện đều.

Lời giải.

Bảng tóm tắt các khối đa diện đều.

Loại	Tên gọi	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt
$\{3; 3\}$	Tứ diện đều	4	6	4
$\{4; 3\}$	Lập phương	8	12	6
$\{3; 4\}$	Bát diện đều	6	12	8
$\{5; 3\}$	Mười hai mặt đều	20	30	12
$\{3; 5\}$	Hai mươi mặt đều	12	30	20

Vậy khối đa diện đều có nhiều đỉnh nhất là khối mười hai mặt đều.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $AB = 2$, $AC = 4$, $SA = \sqrt{3}$. Mặt cầu đi qua các đỉnh của hình chóp $S.ABC$ có bán kính R là

A. $R = \frac{5}{2}$.

B. $R = 5$.

C. $R = \frac{10}{3}$.

D. $R = \frac{25}{2}$.

Lời giải.

Ta có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$.

Tam giác ABC vuông tại A nên nội tiếp đường tròn đường kính BC . Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC \Rightarrow r = \frac{BC}{2} = \sqrt{5}$.

Sử dụng công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, suy ra

$$R = \sqrt{\frac{SA^2}{4} + r^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + 5} = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 22.

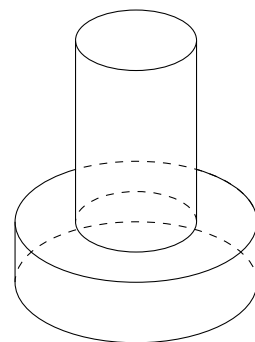
Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1) , (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1 , h_1 , r_2 , h_2 thỏa mãn $r_2 = \frac{1}{2}r_1$, $h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 30cm^3 , thể tích khối trụ (H_1) bằng

A. 24cm^3 .

B. 15cm^3 .

C. 20cm^3 .

D. 10cm^3 .

**Lời giải.**

Ta có $V_2 = h_2 \pi r_2^2 = 2h_1 \pi \frac{1}{4} r_1^2 = \frac{1}{2} h_1 \pi r_1^2 = \frac{1}{2} V_1$.

Mà $V_1 + \frac{1}{2} V_1 = 30$ nên $V_1 = 20$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 23. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB' . Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P , đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q . Thể tích của khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

A. 1.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của CC' , h là chiều cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$

$$\text{Ta có } V_{C.C'PQ} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{\Delta C'PQ} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot 4S_{\Delta C'A'B'} = \frac{4}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{4}{3}.$$

$$V_{MNI.A'B'C'} = \frac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2}.$$

$$V_{C.MNI} = \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} \cdot S_{MNI} = \frac{1}{6}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{6}.$$

$$\text{Suy ra } V_{A'MPB'NQ} = V_{C.C'PQ} - (V_{MNI.A'B'C'} + V_{C.MNI}) = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 24. Hình lăng trụ tam giác đều không có tính chất nào sau đây

- A. Các cạnh bên bằng nhau và hai đáy là tam giác đều.
- B. Cạnh bên vuông góc với hai đáy và hai đáy là tam giác đều.
- C. Tất cả các cạnh đều bằng nhau.
- D. Các mặt bên là các hình chữ nhật.

Lời giải.

Cạnh đứng và cạnh đáy có thể không bằng nhau.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 25. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD .

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
- B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.
- D. a .

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai đoạn thẳng AB và CD . Khi đó, khoảng cách cần tìm bằng độ dài của đoạn thẳng MN .

$$\text{Ta có } MN = \sqrt{AN^2 - AM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại C , mặt phẳng (SAB) vuông góc mặt phẳng (ABC) , $SA = SB$, I là trung điểm AB . Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là

- A. Góc $\widehat{SCA}$.
- B. Góc $\widehat{SCI}$.
- C. Góc $\widehat{ISC}$.
- D. Góc $\widehat{SCB}$.

Lời giải.

Ta có $(SI) \perp (AB)$ do $SA = SB$ và $(CI) \perp (AB)$ do tam giác ABC cân tại C . Suy ra $\widehat{SIC}$ là góc giữa 2 mặt phẳng (SAB) và (ABC) . Do đó (CI) là hình chiếu của (SC) lên mặt phẳng (ABC) . Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SCI}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 27. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa đường thẳng SA với mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , khoảng cách giữa hai đường thẳng GC và SA bằng

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{10}$.
- B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.
- C. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$.
- D. $\frac{a}{5}$.

Lời giải.

Ta có: $\begin{cases} SA = SB = SC \\ GA = GB = GC \end{cases}$ nên SG là trục đường

tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

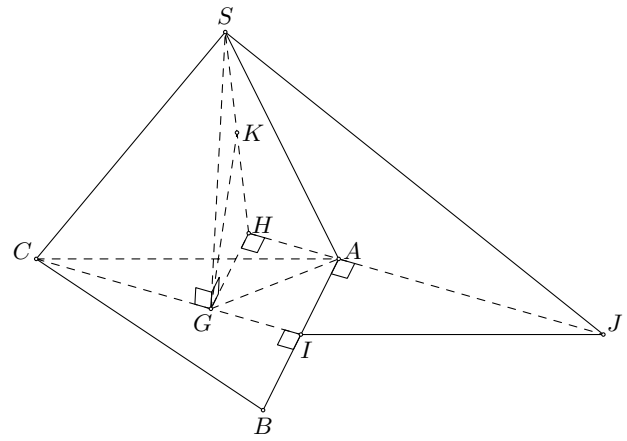
Do đó $SG \perp (ABC)$.

Ta có: $(SA; (ABC)) = \widehat{SAG} = 60^\circ$.

Gọi I là trung điểm AB . Trong $(ABCD)$, kẻ AJ sao cho $ACIJ$ là hình bình hành.

Suy ra $CI \parallel AJ$, do đó $CI \parallel (SAJ)$.

Suy ra $d(GC; SA) = d(CI; (SAJ)) = d(G; (SAJ))$ (do $G \in CI$).



Trong $(ABCD)$: Kẻ $GH \perp AJ$ tại H .

Mà $SG \perp AJ$ (do (1)).

Nên $AJ \perp (SGH)$.

Suy ra $(SAJ) \perp (SGH)$.

Từ $(SAJ) \cap (SGH) = SH$. Trong (SGH) kẻ $(GK) \perp (SH)$ tại K , ta được $(GK) \perp (SAJ)$.

Do đó $d(G; (SAJ)) = GK$.

Ta có: $AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ nên $SG = AG \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \tan 60^\circ = a$.

Mặt khác: $GH = AI = \frac{a}{2}$. Do đó $\frac{1}{GK^2} = \frac{1}{SG^2} + \frac{1}{GH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{5}{a^2}$.

Suy ra $GK = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Vậy $d(GC; SA) = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 28. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 1$, $AC = 2$, cạnh $AA' = \sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt đáy (ABC) trùng với chân đường cao hạ từ B của tam giác ABC . Thể tích V của khối lăng trụ đã cho là

A. $V = \frac{\sqrt{21}}{12}$.

B. $V = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

C. $V = \frac{\sqrt{21}}{4}$.

D. $V = \frac{3\sqrt{21}}{4}$.

Lời giải.

Gọi H là chân đường cao hạ từ B trong tam giác ABC .

Theo đề $A'H$ là đường cao của lăng trụ.

Xét $\triangle ABC$

$$AB^2 = AH \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{AB^2}{AC} = \frac{1}{2}.$$

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{3}.$$

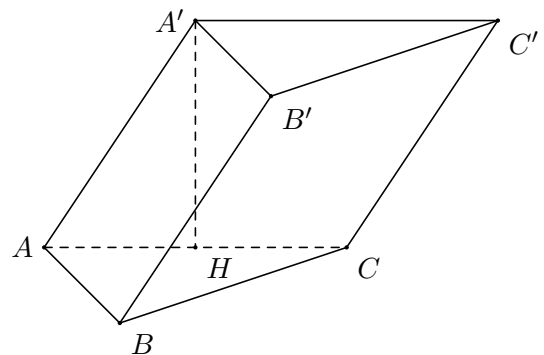
$$\text{Xét } \triangle AA'H. \text{ ta có } A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

Thể tích cần tìm

$$V = S_{\triangle ABC} \cdot AH = \left(\frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \right) AH = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2} = \frac{21}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□



Câu 29. Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_1 là thể tích tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $V = 3V_1$.

B. $V = 4V_1$.

C. $V = 6V_1$.

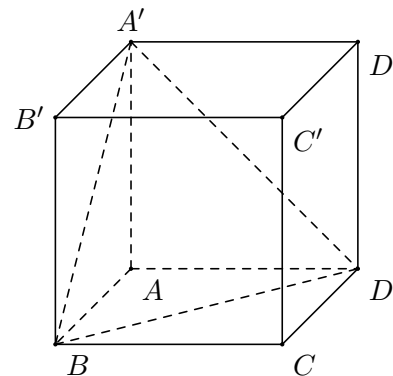
D. $V = 2V_1$.

Lời giải.

Gọi a là cạnh của hình lập phương.

Khi đó, ta có $V = a^3$ và $V_1 = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}a^2 \cdot a = \frac{a^3}{6}$

Vậy $V = 6V_1$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 9, diện tích đáy bằng 5. Gọi M là trung điểm cạnh SB và N thuộc cạnh SC sao cho $NS = 2NC$. Thể tích V của khối chóp $A.BMNC$ là

A. $V = 10$.

B. $V = 30$.

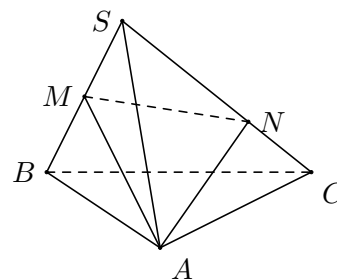
C. $V = 5$.

D. $V = 15$.

Lời giải.

Ta có: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{3}V_{S.ABC}$

Suy ra: $V_{A.BMNC} = \frac{2}{3}V_{S.ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 9 = 10$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 31. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước là 3, 3, 4. Số mặt phẳng đối xứng của hình hộp chữ nhật đó là

A. 4.

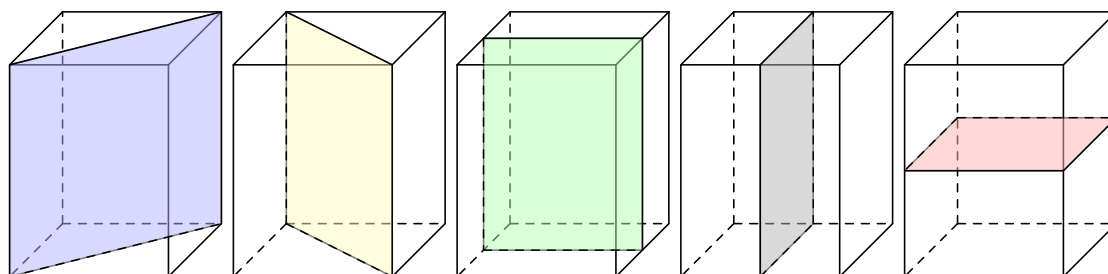
B. 6.

C. 5.

D. 9.

Lời giải.

Có 5 mặt phẳng đối xứng.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{12}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Gọi K là trung điểm của đoạn AB .

Ta có $\triangle SAB$ đều $\Rightarrow SK \perp AB$.

Mà $(SAB) \perp (ABC)$ theo giao tuyến AB

$$\Rightarrow SK \perp (ABC) \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SK \cdot S_{\triangle ABC}$$

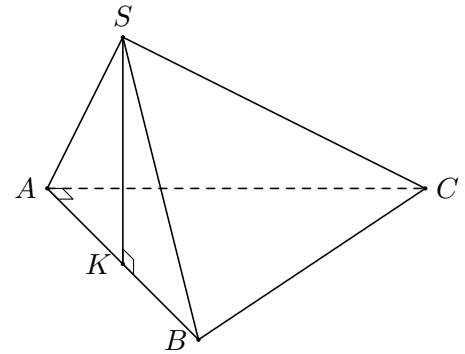
Ta có $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = a, BC = a\sqrt{3}$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$$

$$\triangle SAB \text{ đều cạnh } AB = a \Rightarrow \text{đường cao } SK = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 33. Một công ty cần xây dựng một cái kho chứa hàng dạng hình hộp chữ nhật (có nắp) bằng vật liệu gạch và xi măng có thể tích 2000 m^3 , đáy là hình chữ nhật có chiều dài bằng hai lần chiều rộng. Người ta cần tính toán sao cho chi phí xây dựng là thấp nhất, biết giá xây dựng là 500.000 đồng/ m^2 . Khi đó chi phí thấp nhất gần với số nào dưới đây?

A. 495969987.

B. 495279087.

C. 495288088.

D. 495289087.

Lời giải.

Gọi kích thước đáy của cái kho cần xây dựng là $x(\text{m})$ và $2x(\text{m})$,

chiều cao của kho là $y(\text{m})$, (với $x, y > 0$)

$$\text{Ta có } V = 2x^2y = 2000 \Rightarrow y = \frac{1000}{x^2} (\text{m})$$

Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật là

$$\begin{aligned} s_{tp} &= 2(x \cdot 2x + x \cdot y + 2x \cdot y) = 4x^2 + 6xy = 4x^2 + \frac{6000}{x} \\ &= 4x^2 + \frac{3000}{x} + \frac{3000}{x} \geq 3\sqrt{4x^2 \cdot \frac{3000}{x} \cdot \frac{3000}{x}} = 300\sqrt[3]{36} (\text{m}^2) \end{aligned}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow 4x^2 = \frac{3000}{x} \Leftrightarrow 4x^3 - 3000 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{3000}{4}}.$$

Chi phí xây dựng thấp nhất khi đó sấp xỉ là $300 \cdot \sqrt[3]{36} \cdot 500000 \approx 495289087$ đồng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và BC . Mặt phẳng (DMN) chia hình lập phương thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích của phần chứa đỉnh A và V_2 là thể tích của phần còn lại. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{55}{89}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{37}{48}$.

Lời giải.

Gọi $K = DN \cap AB, Q = MK \cap BB', I = MK \cap AA', P = DI \cap A'D'$.

Vậy thiết diện của hình lập phương cắt bởi mp (DMN) là $MPDNQ$.

Do N là trung điểm của $BC \Rightarrow B$ là trung điểm của $AK \Rightarrow BK = AB = 1$.

$$\text{Vì } A'I = B'Q \text{ và } \frac{B'Q}{BQ} = \frac{B'M}{BK} = \frac{1}{2} \Rightarrow B'Q = A'I = \frac{1}{3}, BQ = \frac{2}{3}.$$

Tương tự $\frac{A'P}{AD} = \frac{A'I}{AI} = \frac{1}{4} \Rightarrow A'P = \frac{1}{4}$.

Ta có $V_{IA'MP} = \frac{1}{3} \cdot A'I \cdot S_{\triangle A'MP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{144}$;

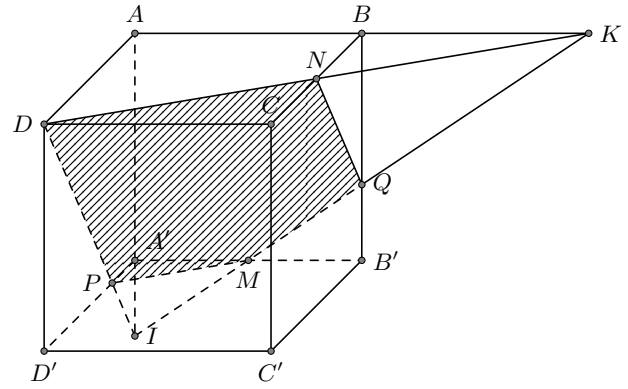
$V_{KBNQ} = \frac{1}{3} \cdot BK \cdot S_{\triangle BNQ} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$;

$V_{I.ADK} = \frac{1}{3} \cdot AI \cdot S_{\triangle ADK} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot 1 = \frac{4}{9}$.

Do đó $V_1 = V_{I.ADK} - V_{IA'MP} - V_{KBNQ} = \frac{4}{9} - \frac{1}{144} - \frac{1}{18} = \frac{55}{144}$

$\Rightarrow V_2 = 1 - V_1 = \frac{89}{144}$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{55}{89}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 35. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$. Biết góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° và hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm H của AB . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V = \frac{a^3}{6}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H, A lên BC .

Ta có $\begin{cases} HD \perp BC \\ A'H \perp BC \end{cases} \Rightarrow (A'HD) \perp BC \Rightarrow A'D \perp BC$.

Khi đó $(A'BC)$ và (ABC) chính là góc giữa hai đường thẳng $A'D$ và HD hay $\widehat{A'DH} = 60^\circ$.

Xét tam giác vuông ABC , $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{3}$.

Nên $AE = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ suy ra $HD = \frac{1}{2}AE = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Từ đó $A'H = HD \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot A'H = \frac{1}{2}a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $ABC = 60^\circ$, $SA = SB = SC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

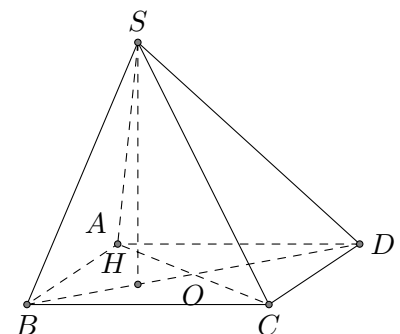
Lời giải.

Vì $ABCD$ là hình thoi nên $AB = BC$ mà $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên ABC là tam giác đều cạnh a .

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC , O là giao điểm hai đường chéo hình thoi.

Vì $SA = SB = SC$ nên S thuộc trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC hay chân đường cao hạ từ S xuống (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp H của tam giác ABC suy ra $SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Vì ABC đều cạnh a tâm H nên $AC = a$, $BO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $BH = \frac{2}{3}BO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.



Xét tam giác BHD vuông tại H có $SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$.

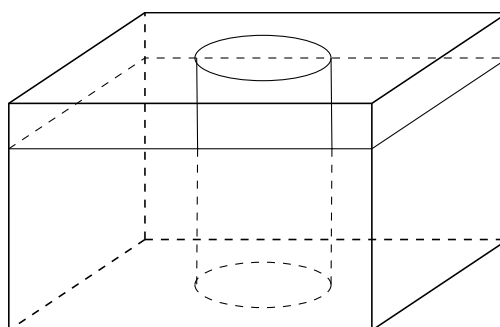
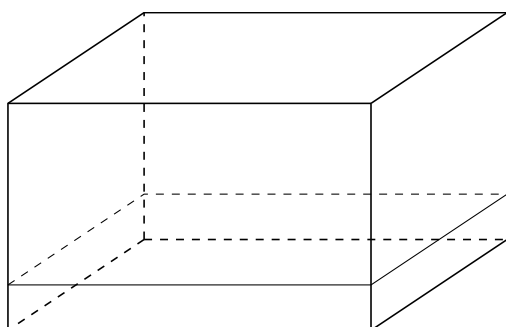
Diện tích hình thoi $ABCD$ là $\frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2}AC \cdot 2BO = \frac{1}{2}a \cdot 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{2}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 37. Một hình hộp chữ nhật có chiều cao 90cm, đáy hộp là hình chữ nhật có chiều rộng 50cm và chiều dài là 80cm. Trong khối hộp có chứa nước, mực nước so với đáy hộp có chiều cao 40cm. Hỏi khi đặt vào khối hộp một khối trụ có chiều cao bằng chiều cao khối hộp và bán kính đáy là 20cm theo phương thẳng đứng thì chiều cao của mực nước so với đáy là bao nhiêu?



A. 68,32cm.

B. 78,32cm.

C. 58,32cm.

D. 48,32cm.

Lời giải.

Trước khi đặt khối trụ vào trong hộp thì thể tích nước trong hộp là $V_n = 40 \cdot 80 \cdot 50 = 160000 \text{ (cm}^3\text{)}$

Gọi h (cm) là chiều cao của mặt nước so với đáy.

Sau khi đặt khối trụ vào hình hộp thì thể tích lượng nước là $V_n = h \cdot (4000 - 400\pi) \text{ (cm}^3\text{)}$.

Do lượng nước không đổi nên ta có $h \cdot (4000 - 400\pi) = 160000 \Leftrightarrow h = \frac{160000}{4000 - 400\pi} \approx 58,32 \text{ (cm)}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh $2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $4a^3$. Tính khoảng cách từ điểm O tới mặt bên của hình chóp.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{3a}{4}$.

C. $\frac{3a\sqrt{10}}{10}$.

D. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải.

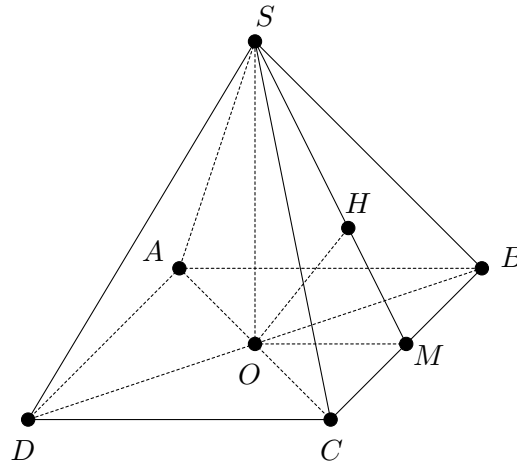
Phương pháp:

Sử dụng quan hệ vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng để xác định khoảng cách $d(O; (P)) = OH$ với $OH \perp (P)$ tại H .

(Để chứng minh $OH \perp (P)$ ta chứng minh OH vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (P)).

Ta tính SO dựa vào công thức thể tích hình chóp, tính OH dựa vào hệ thức lượng trong tam giác vuông.

Cách giải:



Vì $S.ABCD$ là chóp tứ giác đều có O là tâm đáy nên $SO \perp (ABCD)$.

Gọi M là trung điểm BC , trong tam giác SOM kẻ $OH \perp SM$ tại H .

Vì $ABCD$ là hình vuông tâm O nên $OB = OC = OA = OD = \frac{BD}{2}$.

Suy ra $OM \perp BC$ (vì $\triangle OBC$ vuông cân có OM là trung tuyến cũng là đường cao).

Ta có $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp BC$, lại có $OM \perp BC$ nên $BC \perp (SOM)$ suy ra $BC \perp OH$.

Từ đó vì $\begin{cases} OH \perp SM \\ OH \perp BC \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SBC) \text{ tại } H \Rightarrow d(O; (SBC)) = OH$.

Xét tam giác OBC vuông cân tại O có trung tuyến $OM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 2a = a$.

Diện tích đáy $S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2$.

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} \Leftrightarrow 4a^3 = \frac{1}{3}SO \cdot 4a^2 \Rightarrow SO = 3a$.

Xét tam giác SOM vuông tại M có OH là đường cao nên theo hệ thức lượng trong tam giác vuông

ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{(3a)^2} + \frac{1}{a^2} \Leftrightarrow OH^2 = \frac{10}{9a^2} \Rightarrow OH = \frac{3a\sqrt{10}}{10}$.

Vậy $d(O; (SBC)) = \frac{3a\sqrt{10}}{10}$.

Chọn đáp án 

□

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của BD . Biết thể tích tứ diện $SBCD$ bằng $\frac{a^3}{\sqrt{6}}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

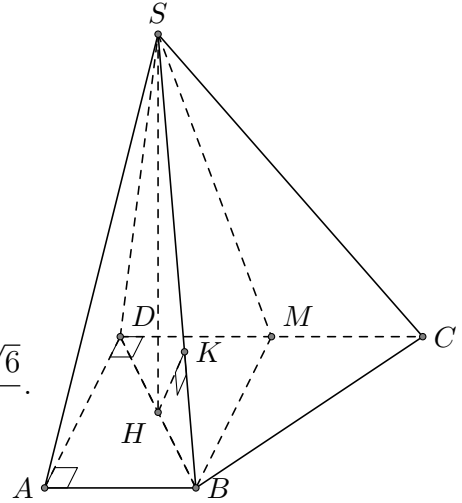
D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Cách 1: Gọi H là trung điểm BD và M là trung điểm của $CD \Rightarrow ABMD$ là hình vuông cạnh bằng a .
 $BM = \frac{1}{2}DC$, tam giác BCD vuông cân tại B .
 Ta có $BC \perp SB$ (vì $BC \perp BD, BC \perp SH$)

$$SH = \frac{3V_{SBCD}}{S_{\Delta BCD}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{3V_{SABC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{3 \cdot \frac{1}{3}SH \cdot (S_{ABCD} - S_{\Delta ADC})}{\frac{1}{2}SB \cdot BC} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$



Cách 2: Gọi M là trung điểm của CD , H là trung điểm của BD .
 Ta có ΔBCD có $BM = \frac{1}{2}DC \Rightarrow \Delta BCD$ vuông tại B .

$$BD = BC = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2}BD \cdot BC = a^2.$$

$$V_{SBCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\Delta BCD} \Rightarrow SH = \frac{3V_{SBCD}}{S_{\Delta BCD}} = \frac{3a^3}{\sqrt{6}a^2} = \frac{\sqrt{6}a}{2}.$$

Ta có $AH \parallel (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = d(H, (SBC))$.

Kẻ $HK \perp SB$ ta được $\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp BD \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHB) \Rightarrow BC \perp HK$.

Do đó $HK \perp (SBC) \Rightarrow d(H, (SBC)) = HK$ ΔSHB có

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HB^2} = \frac{4}{6a^2} + \frac{4}{2a^2} = \frac{16}{2a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{6}}{4} = d(A, (SBC)).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 40. Một khối lập phương có cạnh bằng a cm. Khi tăng kích thước của mỗi cạnh thêm 2 cm thì thể tích tăng thêm 98 cm^3 . Giá trị của a bằng

- A. 6 cm. B. 5 cm. C. 4 cm. D. 3 cm.

Lời giải.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối lập phương ban đầu và thể tích khối lập phương khi tăng kích thước của mỗi cạnh thêm 2 cm.

Ta có $V_1 = a^3 \text{ cm}^3$; $V_2 = (a + 2)^3 \text{ cm}^3$.

Theo đề bài suy ra $(a + 2)^3 - a^3 = 98 \Leftrightarrow 6a^2 + 12a - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \text{ (N)} \\ a = -5 \text{ (L)}. \end{cases}$

Vậy $a = 3$ cm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCDE$ có đáy hình ngũ giác và có thể tích là V . Nếu tăng chiều cao của hình chóp lên 3 lần đồng thời giảm độ dài các cạnh đi 3 lần thì ta được khối chóp mới $S'.A'B'C'D'E'$ có thể tích là V' . Tỷ số thể tích $\frac{V'}{V}$ là

- A. 3. B. $\frac{1}{5}$. C. 1. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có công thức tính thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}Sh$.

Hai đa giác đồng dạng với nhau nên $S_{S'.A'B'C'D'E'} = \frac{1}{9}S_{S.ABCDE}$.

Chiều cao của hình chóp $S'.A'B'C'D'E'$ tăng lên 3 lần nên ta có

$$V' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9} S_{S.ABCDE} 3h = \frac{1}{3} V.$$

Do đó tỉ số thể tích $\frac{V'}{V} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 42. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với tâm O của đáy $ABCD$; góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy bằng 60° . Thể tích lăng trụ bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra tam giác ABC đều nên

$$S_{ABCD} = 2S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Gọi M là hình chiếu của O trên BC thì BC vuông góc với mặt phẳng $(B'OM)$.

Suy ra góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ và mặt phẳng đáy là góc $\widehat{B'MO} = 60^\circ$.

Ta lại có tam giác BOC vuông tại O , có đường cao OM nên

$$\frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{16}{3a^2}$$

$$\Rightarrow OM = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Tam giác $B'OM$ vuông tại O nên $B'O = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$

$$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = B'O \cdot S_{ABCD} = \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích V , có O là tâm của đáy. Lấy M là trung điểm của cạnh bên SC . Thể tích khối tứ diện $ABMO$ bằng

A. $\frac{V}{4}$.

B. $\frac{V}{2}$.

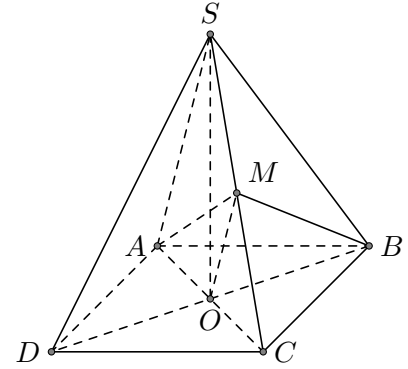
C. $\frac{V}{16}$.

D. $\frac{V}{8}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} V_{ABMO} &= \frac{1}{2} V_{ABMC}; \\ V_{ABMC} &= \frac{1}{2} V_{SABC} = \frac{1}{4} V_{SABCD} = \frac{1}{4} V \\ \Rightarrow V_{ABMO} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} V = \frac{1}{8} V \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 2AD = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) .

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. a .

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow SI \perp AB$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} SI \perp AB \\ (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD).$$

Xét $\triangle SAB$ đều cạnh $2a$ có $SI = a\sqrt{3}$.

Kẻ $AK \perp BD$ tại K .

$$\text{Xét } \triangle BAD \text{ có } AK = \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Kẻ } JI \perp BD \text{ tại } J \Rightarrow JI \parallel AK \Rightarrow JI = \frac{1}{2} AK = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Ta có $BD \perp SI \Rightarrow BD \perp (SJI)$.

Kẻ $HI \perp SJ$ tại $H \Rightarrow IH \perp (SBD)$ tại $H \Rightarrow d(I, (SBD)) = IH$.

$$\text{Xét } \triangle SIJ \text{ có } HI = \frac{JI \cdot SI}{\sqrt{JI^2 + SI^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Do } I \text{ là trung điểm của } AB \text{ nên } d(A, (SBD)) = 2d(I, (SBD)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 45. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi N là trung điểm cạnh SB , M là điểm đối xứng với B qua A . Mặt phẳng (MNC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 với $V_1 < V_2$ và V là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Tính tỷ số $\frac{V_1}{V}$.

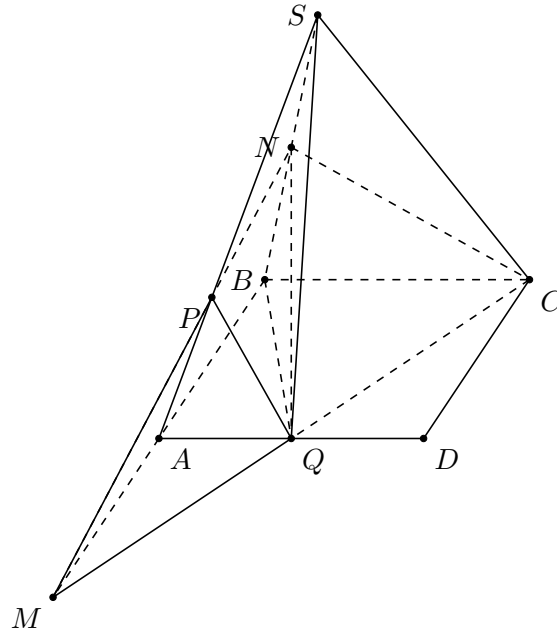
A. $\frac{7}{12}$.

B. $\frac{7}{24}$.

C. $\frac{5}{24}$.

D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải.



Gọi $P = MN \cap SA, Q = MC \cap AD$. Ta có thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNC) là tứ giác $CNPQ$. Dễ thấy P là trọng tâm của tam giác SBM và Q là trung điểm của đoạn AD .
Gọi V_0 thể tích của phần chứa điểm S , S là diện tích của tứ giác $ABCD$ và h chiều cao của hình chóp $S.ABCD$.

Ta có $V_0 = V_{S.NPQ} + V_{S.NQC} + V_{S.QDC}$.

$$\text{Mà } V_{S.NPQ} = \frac{SP}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot V_{S.BAQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot S_{ABQ} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} S \cdot h = \frac{1}{12} V.$$

$$V_{S.NQC} = \frac{SN}{SB} \cdot V_{S.BQC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot S_{BQC} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} S \cdot h = \frac{1}{4} V.$$

$$V_{S.QDC} = \frac{1}{3} \cdot S_{QDC} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} S \cdot h = \frac{1}{4} V.$$

$$\text{Suy ra } V_0 = \frac{1}{12} V + \frac{1}{4} V + \frac{1}{4} V = \frac{7}{12} V.$$

$$\text{Đến } V_2 = \frac{7}{12} V \text{ và } V_1 = V - V_2 = \frac{5}{12} V.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V} = \frac{5}{12}.$$

Nhận xét: kết quả này đúng cho hình chóp có đáy là hình bình hành. □

Câu 46. Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 15.

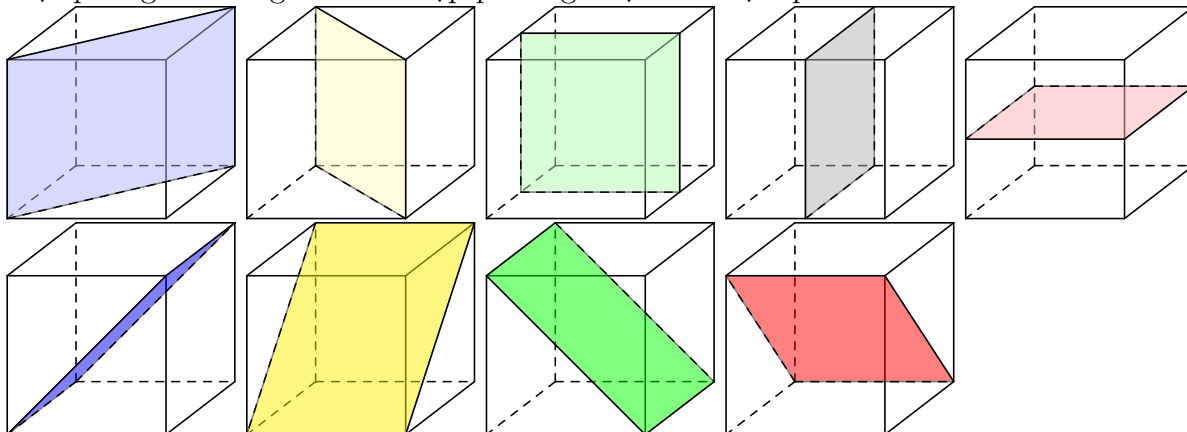
B. 9.

C. 6.

D. 12.

Lời giải.

Mặt phẳng đối xứng của hình lập phương được thể hiện qua các hình vẽ sau:



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 47. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích $V = 12$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB , P là điểm thuộc cạnh SC sao cho $PS = 2PC$. Mặt phẳng (MNP) cắt cạnh SD tại Q . Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ bằng

A. $\frac{5}{18}$.

B. $\frac{7}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{12}{25}$.

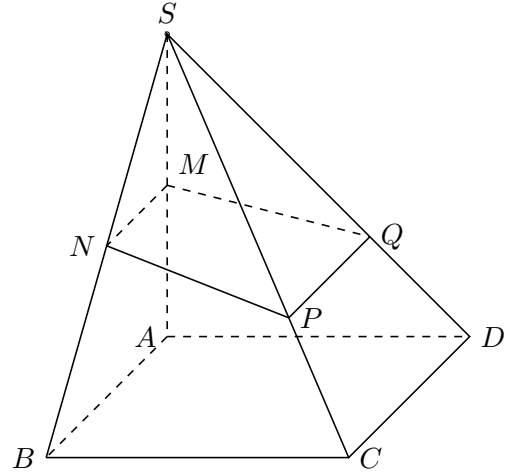
Lời giải.

Ta có $P \in (MNP) \cap (SCD)$ và $MN \parallel CD$. Do đó giao tuyến của (MNP) và (SCD) song song với CD . Qua P trong mặt phẳng (SCD) kẻ đường thẳng song song với CD cắt SD tại Q . Khi đó $(MNP) \cap (SCD) = PQ$ và $PQ \parallel CD \Rightarrow \frac{SP}{SC} = \frac{SQ}{SD} = \frac{2}{3}$. Ta có

$$\frac{V_{SMNP}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{V_{SMNP}}{V} = \frac{1}{12}.$$

$$\frac{V_{SMQP}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \Rightarrow \frac{V_{SMQP}}{V} = \frac{1}{9}.$$

Vậy $V_{SMNPQ} = \frac{7}{36}V = \frac{7}{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 48. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy trùng với tâm của đáy. Tính theo a thể tích V của khối hộp đã cho.

A. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $V = 4a^3\sqrt{2}$.

C. $V = 8a^3$.

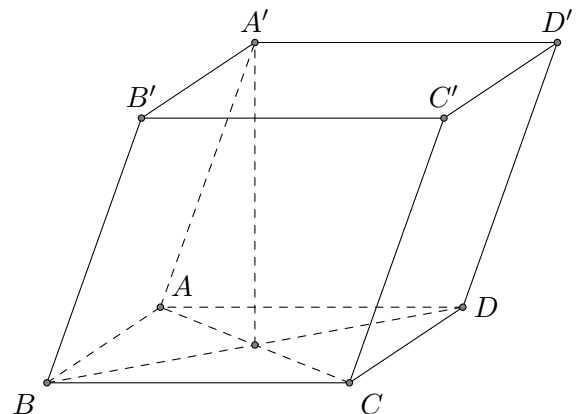
D. $V = \frac{8a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có $A'O \perp (ABCD)$, $AO = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2}$,
 $A'O = \sqrt{AA'^2 - AO^2} = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối hộp

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'O = 4a^2 \cdot a\sqrt{2} = 4a^3\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với góc 60° . Gọi M là trung điểm của SC . Mặt phẳng qua AM và song song với BD , cắt SB, SD lần lượt tại E và F và chia khối chóp thành hai phần. Tính thể tích V của khối chóp không chứa đỉnh S .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{36}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$, $G = AM \cap SO$, suy ra G là trọng tâm tam giác SAC nên $\frac{SG}{SO} = \frac{2}{3}$.

Ta có $(\widehat{SC, (ABCD)}) = \widehat{SCO} = 60^\circ$, do đó

$$OC = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}, SO = OC \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Gọi (α) là mặt phẳng chứa AM và song song với BD , suy ra (α) là mặt phẳng đi qua G , song song với BD và cắt SB , SD lần lượt tại E và F .

Do đó, (α) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $AEMF$, suy ra (α) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần là khối chóp $S.AEMF$ và khối đa diện $EMFABCD$.

Ta có EF đi qua G và song song BD nên $\frac{SE}{SB} = \frac{SF}{SD} = \frac{SG}{SO} = \frac{2}{3}$.

Xét hai khối chóp $S.AEF$ và $S.ABD$, ta có $\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABD}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SF}{SD} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{S.ABD} = \frac{2}{9}V_{S.ABCD}$.

Xét hai khối chóp $S.EFM$ và $S.BCD$, ta có $\frac{V_{S.EFM}}{V_{S.BCD}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SF}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{2}{9} \Rightarrow V_{S.EFM} = \frac{1}{9}V_{S.ABCD}$.

Ta có $V_{S.AEMF} = V_{S.AEF} + V_{S.EFM} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD}$.

Thể tích khối chóp không chứa đỉnh S là

$$V = V_{S.ABCD} - V_{S.AEMF} = \frac{2}{3}V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}.$$

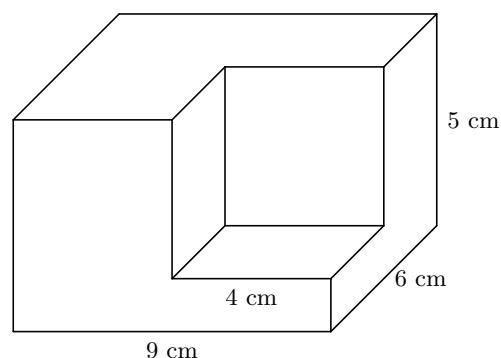
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 50.

Một khúc gỗ dạng hình hộp chữ nhật có kích thước như hình vẽ. Người ta cắt đi một phần khúc gỗ dạng hình lập phương cạnh 4 cm. Tính thể tích phần còn lại.

A. 262 cm^3 . B. 54 cm^3 . C. 145 cm^3 . D. 206 cm^3 .



Lời giải.

Thể tích khối gỗ lúc đầu khi chưa bị cắt $V_1 = 5 \cdot 9 \cdot 6 = 270 \text{ cm}^3$.

Thể tích khối gỗ cắt bớt ra $V_2 = 4^3 = 64 \text{ cm}^3$.

Thể tích phần còn lại $V = V_1 - V_2 = 206 \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 51. Một hình chóp có 100 cạnh thì có bao nhiêu mặt?

A. 53. B. 51. C. 50. D. 52.

Lời giải.

Gọi n là số cạnh đáy của hình chóp, khi đó, số cạnh của hình chóp là $2n$, số mặt là $m + 1$, số đỉnh bằng 1.

Theo giả thuyết, ta có $2n = 100 \Rightarrow n = 50$.

Vậy số mặt của hình hình chóp có 100 cạnh là $n + 1 = 51$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 52. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC cân tại A với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt bên $(AB'C')$ tạo với đáy (ABC) một góc 60° . Gọi M là điểm thuộc cạnh $A'C'$ sao cho $A'M = 3MC'$. Tính thể tích V của khối chóp $CMBC'$.

A. $V = \frac{3a^3}{8}$.

B. $V = \frac{a^3}{24}$.

C. $V = \frac{a^3}{8}$.

D. $V = \frac{a^3}{32}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của $B'C' \Rightarrow A'I \perp B'C' \Rightarrow \widehat{IA'B'} = 60^\circ$.

Xét tam giác $A'IB'$ vuông tại I có $A'I = A'B' \cos 60^\circ = \frac{a}{2}$.

Ta có $B'C' \perp A'I$ và $B'C' \perp AA'$ nên góc giữa $(AB'C')$ và (ABC) là $\widehat{AIA'} = 60^\circ$.

Xét tam giác $A'IA$ vuông tại A' có $AA' = A'I \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Mà $S_{\triangle MCC'} = \frac{1}{4} S_{\triangle A'CC'}$ nên

$$\begin{aligned} V_{CMBC'} &= \frac{1}{4} V_{BA'CC'} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} \\ &= \frac{1}{12} \cdot AA' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \sin 120^\circ \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{32}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 53. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N là các điểm thuộc cạnh SA, SB sao cho $MA = 2SM$, $SN = 2NB$. Mặt phẳng (α) đi qua MN và song song với SC . Kí hiệu $(\mathcal{H}_1)$ và $(\mathcal{H}_2)$ là các khối đa diện có được khi chia khối chóp $S.ABC$ bởi mặt phẳng (α) , trong đó $(\mathcal{H}_1)$ chứa điểm S và $(\mathcal{H}_2)$ chứa điểm A . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của $(\mathcal{H}_1), (\mathcal{H}_2)$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải.

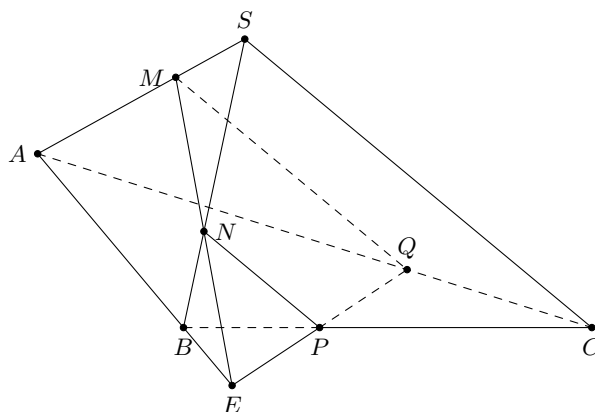
Mặt phẳng (α) qua MN và song song với SC , cắt BC và AC lần lượt tại P, Q . Gọi E là giao điểm của MN và $AB \Rightarrow PQ$ đi qua E .

Ta có $NP \parallel SC$ nên $\frac{BP}{BC} = \frac{BN}{BS} = \frac{1}{3}$. Áp dụng Mê-nê-la-uyt cho tam giác SAB ta có

$$\frac{MS}{MA} \cdot \frac{EA}{EB} \cdot \frac{NB}{NS} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{EA}{EB} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{EA}{EB} = 4.$$

Áp dụng Mê-nê-la-uyt cho tam giác ABC ta có

$$\frac{QC}{QA} \cdot \frac{EA}{EB} \cdot \frac{PB}{PC} = 1 \Rightarrow \frac{QC}{QA} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{QC}{QA} = \frac{1}{3}.$$



Khi đó

$$\frac{V_{M.QAE}}{V_{S.ABC}} = \frac{AM}{SA} \cdot \frac{S_{\Delta QAE}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{AQ}{CA} \cdot \frac{EA}{AB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{16}{27} \Rightarrow V_{M.QAE} = \frac{16}{27} V_{S.ABC};$$

$$\frac{V_{N.PBE}}{V_{S.ABC}} = \frac{BN}{BS} \cdot \frac{S_{\Delta PBE}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{BE}{BA} \cdot \frac{BP}{BC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27} \Rightarrow V_{N.PBE} = \frac{1}{27} V_{S.ABC};$$

$$V_{\mathcal{H}_2} = V_{M.AEQ} - V_{N.BEP} = \left(\frac{16}{27} - \frac{1}{27} \right) V_{S.ABC} = \frac{15}{27} V_{S.ABC};$$

$$V_{\mathcal{H}_1} = V_{S.ABC} - V_{\mathcal{H}_2} = \frac{12}{27} V_{S.ABC}.$$

Vậy $\frac{V_{\mathcal{H}_1}}{V_{\mathcal{H}_2}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 54. Cho khối tứ diện có thể tích V . Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh tứ diện đã cho. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}.$

B. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}.$

C. $\frac{V'}{V} = \frac{3}{8}.$

D. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}.$

Lời giải.

Giả sử khối đa diện là $ABCD$. Gọi E, F, G, H, I, J lần lượt là trung điểm của AB, AC, AD, BC, CD, BD .

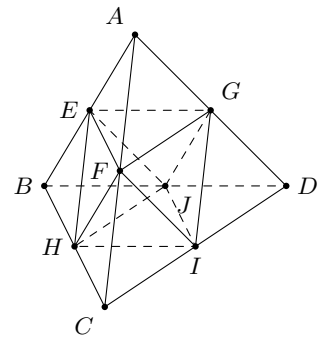
Ta có $\frac{V_{AEFG}}{V} = \frac{AE}{AB} \cdot \frac{AF}{AC} \cdot \frac{AG}{AD} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{AEFG} = \frac{1}{8} V.$

Tương tự, $V_{BEHJ} = \frac{1}{8} V; V_{CHIF} = \frac{1}{8} V; V_{DGIJ} = \frac{1}{8} V.$

Do đó $V' = V - V_{AEFG} - V_{BEHJ} - V_{CHIF} - V_{DGIJ} = \frac{1}{2} V.$

Vậy $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}.$

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 55. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$, biết SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC , (α) là mặt phẳng đi qua AG và song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại M và N . Tính thể tích V của khối đa diện $AMNBC$.

A. $V = \frac{4}{9} a^3.$

B. $V = \frac{2}{27} a^3.$

C. $V = \frac{5}{27} a^3.$

D. $V = \frac{5}{54} a^3.$

Lời giải.

Do (α) đi qua $G \in (SBC)$, song song với BC nên (α) cắt mặt phẳng (SBC) theo giao tuyến MN qua G và song song với BC .

Suy ra $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$ và do đó

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{4}{9}.$$

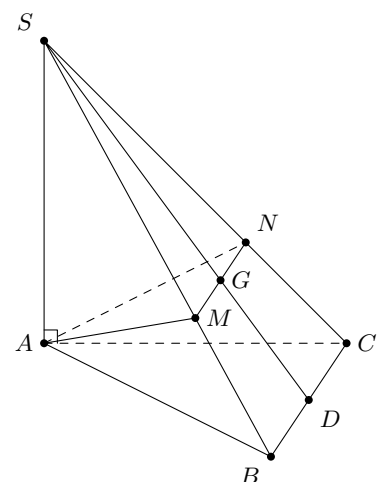
Từ đó suy ra $\frac{V_{AMNCB}}{V_{S.ABC}} = \frac{5}{9}$. Do tam giác ABC vuông cân tại B và

có $AC = a\sqrt{2}$ nên $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^2}{2}.$

Do $SA \perp (ABC)$ nên $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{6}.$

Suy ra $V_{AMNCB} = \frac{5}{9} V_{S.ABC} = \frac{5}{9} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{5}{54} a^3.$

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 56. Cho hình hộp chữ nhật có diện tích của ba mặt lần lượt là 60 cm^2 , 72 cm^2 , 81 cm^2 . Khi đó, thể tích V của khối hộp chữ nhật gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 595 cm^3 . B. 592 cm^3 . C. 593 cm^3 . D. 594 cm^3 .

Lời giải.

Giả sử khối hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c . Khi đó thể tích khối hộp chữ nhật là $V = abc$. Từ giả thiết ta có

$$\begin{cases} ab = 60 \\ bc = 72 \Rightarrow (abc)^2 = 60 \cdot 72 \cdot 81 = 349920. \\ ac = 81 \end{cases}$$

Suy ra $V = abc = \sqrt{349920} \approx 591,54$. Vậy thể tích V của khối hình hộp chữ nhật gần với giá trị 592 cm^3 .

Chọn đáp án (B)

□

Câu 57. Cho tứ diện $ABCD$, trên các cạnh BC, BD, AC lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $BC = 3BM$, $BD = \frac{3}{2}BN$, $AC = 2AP$. Mặt phẳng (MNP) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện có thể tích là V_1, V_2 , trong đó khối đa diện chứa cạnh CD có thể tích là V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{26}{19}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{26}{13}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{15}{19}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{19}$.

Lời giải.

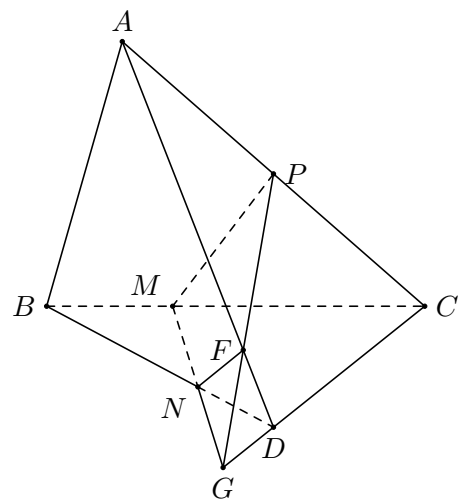
Áp dụng định lý Me-ne-la-uyt ta có:

$$\frac{MB}{MC} \cdot \frac{ND}{NB} \cdot \frac{GC}{GD} = 1 \Rightarrow \frac{GC}{GD} = 4$$

$$\text{và } \frac{GC}{GD} \cdot \frac{FD}{FA} \cdot \frac{PA}{PC} = 1 \Rightarrow \frac{FD}{FA} = \frac{1}{4}$$

$$\text{— } V_{DCPMNF} = V_{CPMF} + V_{CMNF} + V_{CNDF}$$

$$\text{— } \frac{V_{CPMF}}{V_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{3}d(F, (CPM)) \cdot S_{CPM}}{\frac{1}{3}d(D, (ABC)) \cdot S_{ABC}} = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$$



$$\text{— } \frac{V_{CNMF}}{V_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{3}d(F, (CNM)) \cdot S_{CNM}}{\frac{1}{3}d(A, (CBD)) \cdot S_{CBD}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{45}$$

$$\text{— } \frac{V_{CNDF}}{V_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{3}d(C, (FND)) \cdot S_{FND}}{\frac{1}{3}d(C, (ABD)) \cdot S_{ABD}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_{ABCD}} = \frac{4}{15} + \frac{4}{45} + \frac{1}{15} = \frac{19}{45} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{45 - 19}{19} = \frac{26}{19}.$$

Chọn đáp án (A)

□

Câu 58. Cho khối chóp $S.ABC$, mặt bên (SBC) là tam giác vuông cân tại S có $BC = 2a$, cạnh $SA = a\sqrt{2}$ và tạo với mặt phẳng (SBC) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

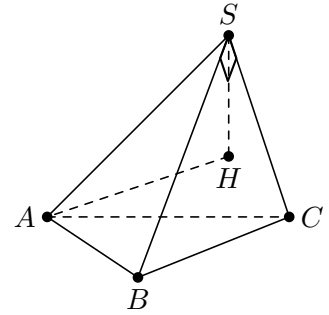
Ta có $\triangle SBC$ vuông cân tại S nên $BC = SC\sqrt{2} \Rightarrow SC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$,

$$S_{\triangle SBC} = a^2.$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên (SBC) suy ra $\widehat{ASH} = 30^\circ$.

$$\text{Ta có } \sin 30^\circ = \frac{AH}{SA} \Rightarrow AH = SA \cdot \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Từ đó ta có } V = \frac{1}{3}AH \cdot S_{\triangle SBC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 59. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V = a^3$.

B. $V = 2a^3$.

C. $V = \frac{a^3}{8}$.

D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Lời giải.

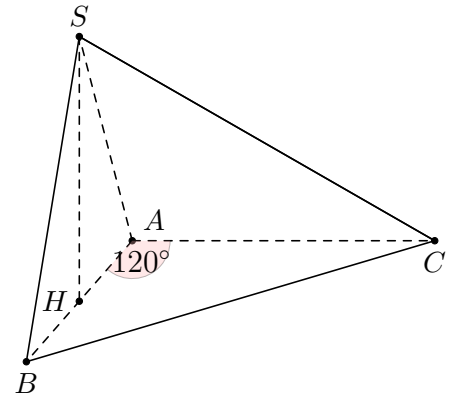
Gọi H là trung điểm của AB

$$\Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABC).$$

$$\text{Ta có: } SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{và } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 60. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$, biết góc giữa $(A'BC)$ và đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

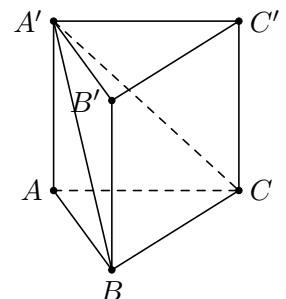
Do đáy tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$ nên $AB = a$.

Lại có: $(A'BC) \cap (ABC) = BC$ mà $BC \perp (A'B'BA)$ nên góc tạo bởi $(A'BC)$ và đáy là $\widehat{A'BA}$.

Theo bài ra: $\widehat{A'BA} = 60^\circ$.

$$AA' = AB \cdot \tan \widehat{A'BA} = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Thể tích } V \text{ của khối lăng trụ: } V = A'A \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 61. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SB = a\sqrt{2}$. Hai mặt bên SAD và SAB cùng vuông góc với mặt đáy $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. $S_{ABCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

B. $SC = a\sqrt{3}$.

C. $(SAC) \perp (SBD)$.

D. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Ta có $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên suy ra $\triangle ABC$ là tam giác đều.

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 2 \cdot S_{ABC} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}. \text{ Loại phương án A.}$$

Vì hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy $ABCD$ nên suy ra $SA \perp (ABCD)$.

Xét tam giác SAB vuông tại A . Khi đó:

$$\Rightarrow SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 - a^2} = a.$$

Xét tam giác SAC vuông tại A . Khi đó:

$$\Rightarrow SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}. \text{ Do đó loại phương án B.}$$

$$\text{Thể tích khối chóp } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}. \text{ Do đó loại phương án D.}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} SA \perp BD \\ AC \perp BD \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

Mà $BD \subset (SBD)$ suy ra $(SAC) \perp (SBD)$. Do đó chọn phương án đúng là C.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 62. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

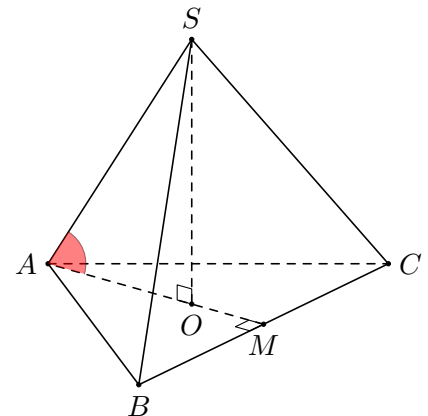
Lời giải.

— Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC \Rightarrow SO \perp (ABC)$ nên $\widehat{SAO} = 60^\circ$.

— Ta có $AO = \frac{2}{3} \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ và $SH = AO \cdot \tan 60^\circ = 2a$.

— Diện tích đáy : $S_{\triangle ABC} = \frac{(2a)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

— Thể tích : $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} \cdot a^2\sqrt{3} \cdot 2a = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 63. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, cạnh $AB = 2AD = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. a .

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB .

Do $\triangle SAB$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $ABCD$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Kẻ $HI \perp BD$ tại I , kẻ $HK \perp SI$ tại K .

Suy ra $d[A, (SBD)] = 2d[H, (SBD)] = 2HK$.

Xét $\triangle SAB$ đều có $SH = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Ta có $\triangle HIB$ đồng dạng $\triangle DAB$ nên $\frac{HI}{DA} = \frac{HB}{DB}$.

$$\Rightarrow HI = \frac{HB \cdot DA}{DB} = \frac{a}{\sqrt{5}}.$$

Xét $\triangle SHI$ vuông tại H có $HK = \frac{HI \cdot SH}{\sqrt{HI^2 + SH^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $d[A, (SBD)] = 2HK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 64. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$, $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng qua AB cắt SC và SD lần lượt tại M và N sao cho $\frac{SM}{SC} = x$. Tìm x biết $\frac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{11}{200}$.

A. 0,1.

B. 0,3.

C. 0,2.

D. 0,25.

Lời giải.

Lấy $M \in SC$, qua M kẻ đường thẳng song song với AB cắt SD tại N ta được mặt phẳng $(ABMN)$ thỏa mãn điều kiện.

Vì MN song song CD nên theo định lý Ta-lét ta có

$$\frac{SM}{SC} = \frac{SN}{SD} = x.$$

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên

$$V_{S.ACB} = V_{S.ACD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{1}{2}V.$$

Ta có

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = x^2;$$

$$\frac{V_{S.AMB}}{V_{S.ACB}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SB}{SB} = x.$$

Do đó

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} = 2 \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABCD}} = x^2 \Rightarrow \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{x^2}{2}.$$

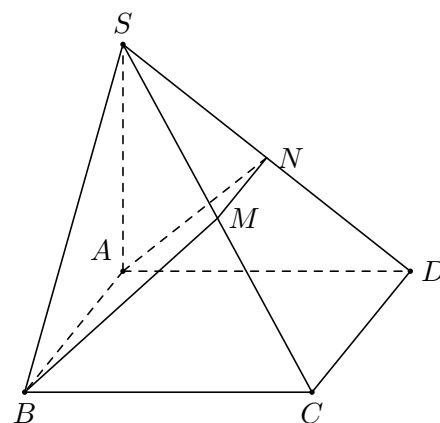
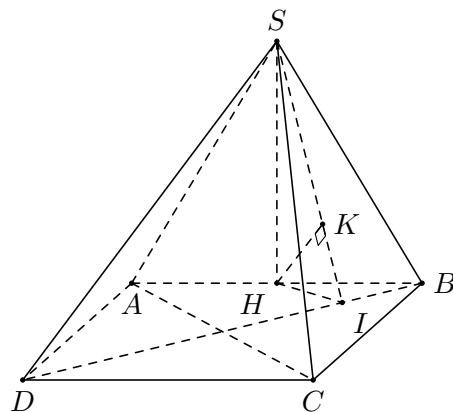
$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACB}} = 2 \frac{V_{S.AMB}}{V_{S.ABCD}} = x \Rightarrow \frac{V_{S.AMB}}{V_{S.ABCD}} = \frac{x}{2}.$$

Mà $V_{S.AMN} + V_{S.AMB} = V_{S.ABMN}$ nên

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABCD}} + \frac{V_{S.AMB}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{x^2 + x}{2}.$$

Theo giả thiết ta có $\frac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{11}{200}$.

$$\Rightarrow \frac{x^2 + x}{2} = \frac{11}{200} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ 100x^2 + 100x - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0,1.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 65. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi M và N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng SB và SC . Tính $\frac{50V\sqrt{3}}{a^3}$, với V là thể tích khối chóp $A.BCMN$.

A. 10.

B. 12.

C. 9.

D. 11.

Lời giải.

Xét tam giác SAB và SAC là các tam giác vuông tại A có hai cạnh góc vuông là a và $2a$ nên $SB = SC = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$.

Tam giác SAB vuông A tại A có đường cao AM .

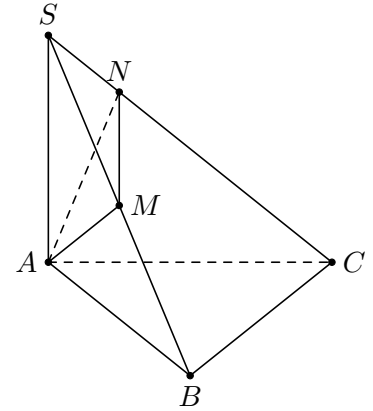
$$\text{Khi đó } SA^2 = SM \cdot SB \Rightarrow \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{SM}{SB} \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Tương tự ta có } \frac{SN}{SC} = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Lại có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Mặt khác } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{16}{25}.$$

$$\text{Do đó, } V = V_{A.BCMN} = \frac{9}{25} V_{S.ABC} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{50}, \text{ suy ra } \frac{50V\sqrt{3}}{a^3} = 9.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 66. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(A'BC')$ tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

B. $\frac{9a^3}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

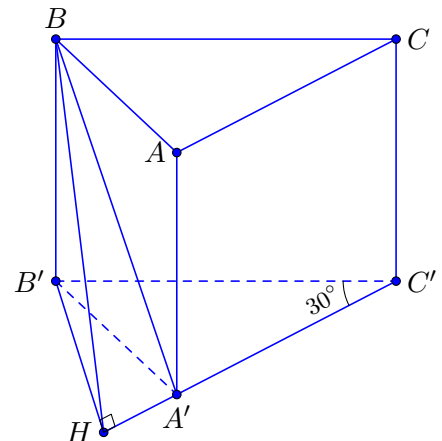
D. $\frac{3a^3}{8}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } B'H = \sin 30^\circ \cdot B'C' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\widehat{BHB'} = 60^\circ \Rightarrow BB' = B'H \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot BB' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 67. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P, Q là các điểm lần lượt thuộc các cạnh $AA', BB', CC', B'C'$ thỏa mãn $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{1}{3}, \frac{CP}{CC'} = \frac{1}{4}, \frac{CQ}{C'B'} = \frac{1}{5}$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối tứ diện $MNPQ$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{22}{45}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{45}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{19}{45}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{30}$.

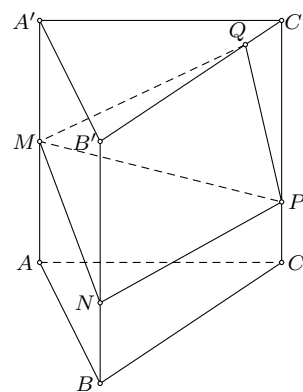
Lời giải.

$$V_{A'ABC} = \frac{1}{3}V_2 \Rightarrow V_{ABCC'B'} = V_{M.BCC'B'} = \frac{2}{3}V_2$$

$$\text{Mà } S_{B'NQ} = \frac{4}{15}S_{BCC'B'}, S_{C'PQ} = \frac{3}{40}S_{BCC'B'}, S_{BCPN} = \frac{7}{24}S_{BCC'B'}$$

$$\text{Suy ra } S_{NPQ} = S_{BCC'B'} - S_{B'NQ} - S_{C'PQ} - S_{BCPN} = \frac{11}{30}S_{BCC'B'}$$

$$\text{Do đó } V_1 = V_{MNPQ} = \frac{11}{30}V_{MBCCB} = \frac{11}{45}V_2 \text{ tức là } \frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{45}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 68. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$

là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua B và N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (MND) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh S có thể tích V_1 , khối đa diện còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ sau).

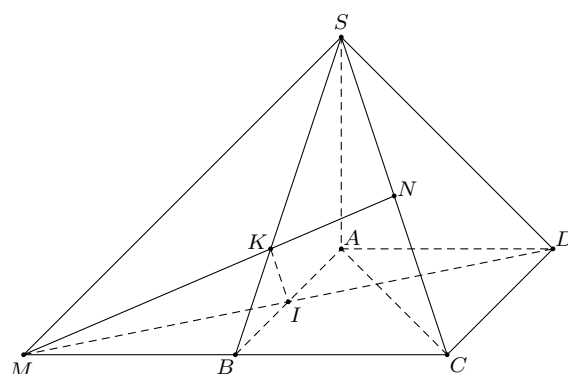
Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{3}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{12}{7}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$.



Lời giải.

Gọi $I = DM \cap AB$ và $K = MN \cap SB$. Ta có: B, N lần lượt là trung điểm của MC, SC nên K là trọng tâm tam giác SMC . Và BI là đường trung bình của tam giác MCD .

$$\text{Khi đó } \frac{V_{MBKI}}{V_{MCND}} = \frac{MB}{MC} \cdot \frac{MK}{MN} \cdot \frac{MI}{MD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow V_{MBKI} = \frac{1}{6}V_{MCND} \Rightarrow V_{BKICND} = 5V_{MBKI}$$

+) Tính thể tích của khối $SABCD$

$ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 60^\circ \Rightarrow \triangle BAD$ đều,

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Mặt khác } [(SBD), (ABCD)] = \widehat{SOA} = 45^\circ \Rightarrow SA = OA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{SBCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}.$$

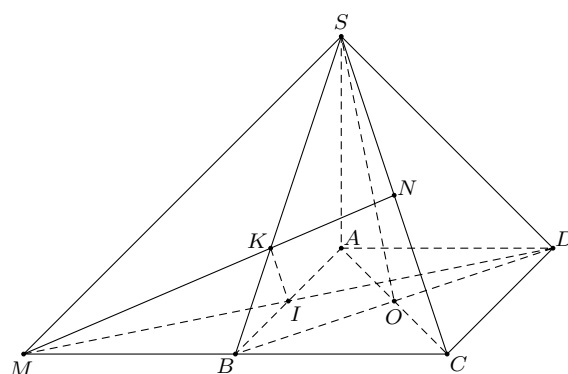
+) Tính thể tích khối $KMIB$

$$V_{KMIB} = \frac{1}{3} \cdot d(K, (MIB)) \cdot S_{MIB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} d(S, (MIB)) \cdot S_{MB} = \frac{1}{9} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{ABD} = \frac{1}{18} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{48}.$$

$$\text{Do đó } V_2 = \frac{5a^3}{48} \text{ và } V_1 = \frac{a^3}{4} - \frac{5a^3}{48} = \frac{7a^3}{48} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 69. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy cạnh bằng a , góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng

(ABC) bằng 60° . Gọi A', B', C' tương ứng là các điểm đối xứng của A, B, C qua S . Thể tích V của khối bát diện có các mặt $ABC, A'B'C', A'BC, B'CA, C'AB, AB'C', BA'C', CA'B'$ là

A. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $V = 2\sqrt{3}a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

D. $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

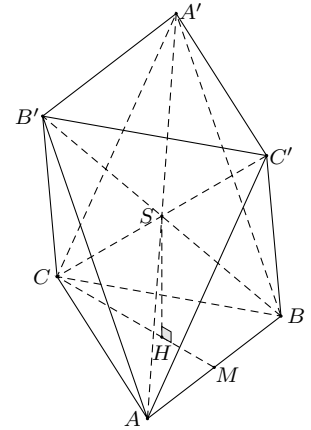
Ta tính thể tích khối chóp $S.ABC$:

Gọi H là tâm tam giác ABC đều cạnh $a \Rightarrow CH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60°

$$\Rightarrow \widehat{SCH} = 60^\circ \Rightarrow SH = a \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

$$V = 2V_{B.ACA'C'} = 2 \cdot 4V_{B.ACS} = 8V_{S.ABC} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 70. Có thể chia hình lập phương thành bao nhiêu tứ diện bằng nhau?

A. 2.

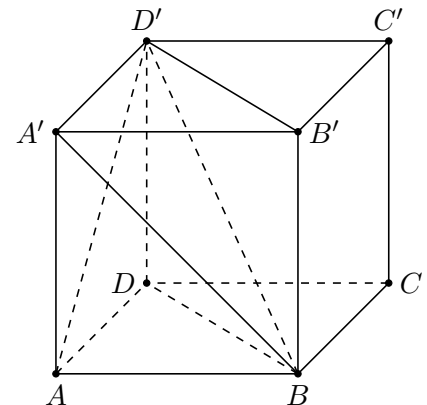
B. Vô số.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Chia lăng trụ $ABD.A'B'D'$ thành ba tứ diện $DABD', A'ABD', A'B'BD'$. Phép đối xứng qua (ABD') biến $DABD'$ thành $A'ABD'$. Phép đối xứng qua $(BA'D')$ biến $A'ABD'$ thành $A'B'BD'$ nên ba tứ diện $DABA', A'ABD', A'B'BD'$ bằng nhau. Làm tương tự đối với lăng trụ $BCD.B'C'D'$ ta sẽ chia được hình lập phương thành sáu tứ diện bằng nhau.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 71. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = SA = a$, $AD = a\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SC , gọi I là giao điểm của BM và AC . Tỷ số $\frac{V_{AMNI}}{V_{S.ABCD}}$ là

A. $\frac{1}{7}$.

B. $\frac{1}{12}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{24}$.

Lời giải.

Coi hình chóp $AMNI$ với điểm N làm đỉnh và AMI làm đáy.

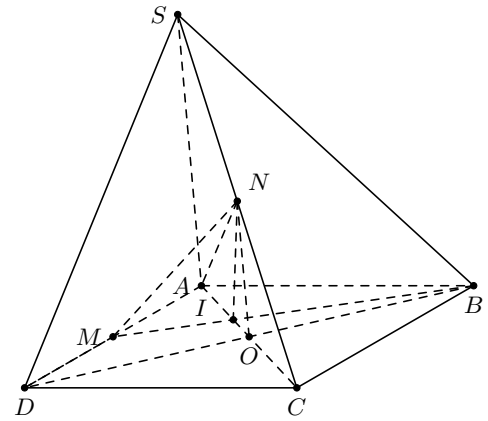
— Từ N là trung điểm của SC nên đường cao

$$h_{AMNI} = \frac{1}{2}h_{S.ABCD}.$$

— Lấy O là tâm hình chữ nhật ta có BM ; AO là các trung tuyến nên I là trọng tâm tam giác ABD nên

$$\frac{S_{AIM}}{S_{ABD}} = \frac{h_I \cdot AM}{h_B \cdot AD} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{S_{AIM}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{12}.$$

— Suy ra $\frac{V_{AMNI}}{V_{S.ABCD}} = \frac{h_{AMNI}}{h_{S.ABCD}} \cdot \frac{S_{AIM}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{24}.$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 72. Cho hình chóp $S.ABC$, có $AB = 5$ (cm), $BC = 6$ (cm), $AC = 7$ (cm). Các mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp bằng

- A. $\frac{105\sqrt{3}}{2}$ (cm³). B. $24\sqrt{3}$ (cm³). C. $8\sqrt{3}$ (cm³). D. $\frac{35\sqrt{3}}{2}$ (cm³).

Lời giải.

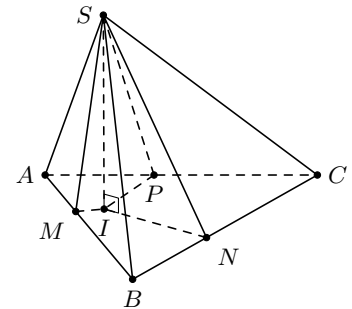
Gọi I là hình chiếu vuông góc của S trên $mp(ABC)$.

Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của I trên AB, BC, AC .

Vì các mặt bên cùng tạo với đáy một góc bằng 60° , khi đó
 $\widehat{SMI} = \widehat{SNI} = \widehat{SPI} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ISM = \triangle ISN = \triangle ISP$
 $\Rightarrow IM = IN = IP.$

Suy ra I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC .



Ta có $p = \frac{a+b+c}{2} = 9 \Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 6\sqrt{6}$. Do đó

$$\begin{aligned} IM = r &= \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \text{ (cm)} \\ \Rightarrow SI &= IM \cdot \tan \widehat{SMI} = \frac{6\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)} \\ \Rightarrow V_{S.ABC} &= \frac{1}{3}SI \cdot S_{ABC} = 8\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = \frac{3a^2}{2}$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.

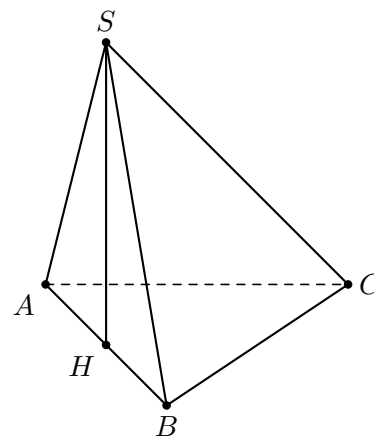
Lời giải.

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \Rightarrow SH \perp (ABC). \\ SH \perp AB, SH \subset (SAB) \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác : } S_{\triangle ABC} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3} \text{ và } SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp : } V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} a^2 \sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = a^3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 74. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = a$. Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của S trên AB, AC . Tính thể tích khối chóp $S.AB'C'$.

A. $V = \frac{a^3}{24}$.

B. $V = \frac{a^3}{12}$.

C. $V = \frac{a^3}{6}$.

D. $V = \frac{a^3}{48}$.

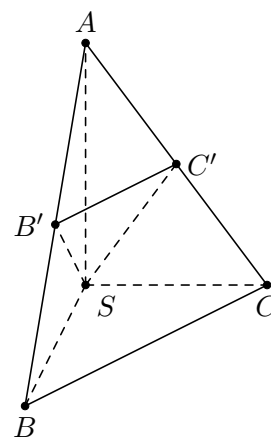
Lời giải.

Do các tam giác SAB, SAC vuông cân tại S nên B', C' lần lượt là trung điểm của AB, AC .

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{V_{A.SB'C'}}{V_{A.SBC}} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AC'}{AC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Mặt khác } V_{S.ABC} = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{1}{6} a^3.$$

$$\text{Vậy : } V_{S.AB'C'} = \frac{1}{4} V_{S.ABC} = \frac{a^3}{24}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 75. Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3.

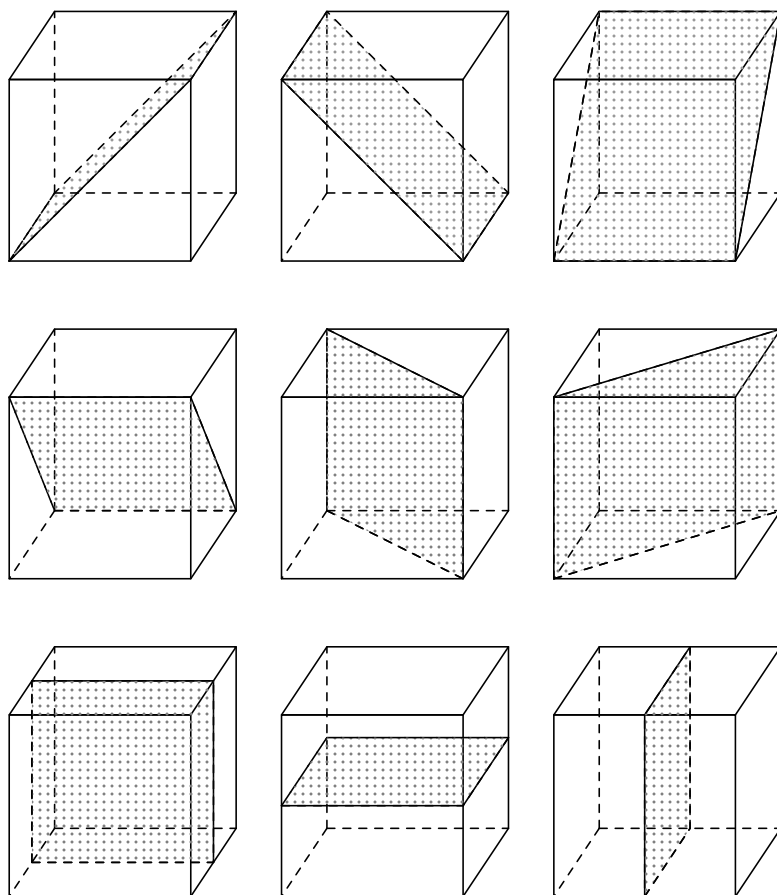
B. 9.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

Hình lập phương có tất cả 9 mặt đối xứng gồm:



— 3 mặt phẳng chia hình lập phương thành 2 khối hộp hình chữ nhật.

— 6 mặt phẳng chia hình lập phương thành 2 khối lăng trụ tam giác.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 76. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BCD')$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích hình hộp theo a .

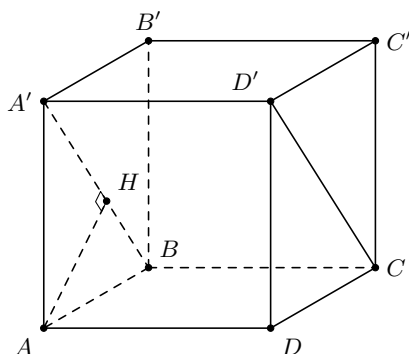
A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = a^3\sqrt{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{21}}{7}$.

D. $V = a^3$.

Lời giải.



Kẻ $AH \perp A'B$. (1)

Ta có $\begin{cases} A'D' \perp A'B' \\ A'D' \perp AA' \\ AA' \cap A'B' = A' \end{cases} \Rightarrow A'D' \perp (ABB'A') \Rightarrow A'D' \perp AH$. (2)

$A'B \cap A'D' = A'$. (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow AH \perp (A'BCD')$ do đó AH là khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BCD')$.

Xét tam giác $A'AB$ vuông tại A ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AA'^2} \Rightarrow \frac{1}{AA'^2} = \frac{AB^2 - AH^2}{AB^2 \cdot AH^2} = \frac{a^2 - \frac{3a^2}{4}}{a^2 \cdot \frac{3a^2}{4}} = \frac{1}{3a^2} \Rightarrow AA' = a\sqrt{3}.$$

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot S_{ABCD} = a^2 \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 77. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2018. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Mặt phẳng $(MB'D')$ chia khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối đa diện. Tính thể tích phần khối đa diện chứa đỉnh A .

A. $\frac{5045}{6}$.

B. $\frac{7063}{6}$.

C. $\frac{10090}{17}$.

D. $\frac{7063}{12}$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng $(ABB'A')$, gọi $E = B'M \cap AA'$.

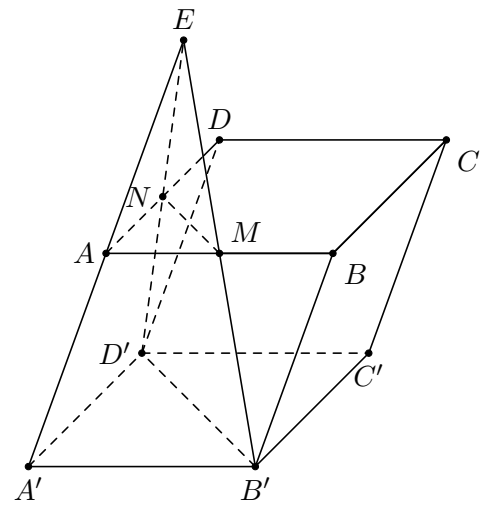
Trong mặt phẳng $(ADD'A')$, gọi $N = ED' \cap AD$.

Vì M là trung điểm AB nên M cũng là trung điểm EB' . Tương tự, N là trung điểm ED' .

Ta có

$$\frac{V_{E.AMN}}{V_{E.A'B'D'}} = \frac{EA}{EA'} \cdot \frac{EM}{EB'} \cdot \frac{EN}{ED'} = \frac{1}{8}. \quad (1)$$

Từ (1) suy ra



$$\begin{aligned} V_{AMNA'B'D'} &= \frac{7}{8} V_{E.A'B'D'} \\ &= \frac{7}{8} \cdot 2V_{A.A'B'D'} \\ &= \frac{7}{8} \cdot 2 \cdot \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{7}{24} \cdot 2018 = \frac{7063}{12}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 78. Một chiếc thùng đựng nước có hình của một khối lập phương chứa đầy nước. Đặt vào trong thùng đó một khối có dạng nón sao cho đỉnh trùng với tâm một mặt của lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính tỉ số thể tích của lượng nước trào ra ngoài và lượng nước còn lại ở trong thùng.

A. $\frac{\pi}{12 - \pi}$.

B. $\frac{1}{11}$.

C. $\frac{\pi}{12}$.

D. $\frac{11}{12}$.

Lời giải.

— Coi khối lập phương có cạnh 1. Thể tích khối lập phương là $V = 1$

— Từ giả thiết ta suy ra khối nón có chiều cao $h = 1$, bán kính đáy $r = \frac{1}{2}$.

— Thể tích lượng nước trào ra ngoài là thể tích V_1 của khối nón. Ta có $V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 1 = \frac{\pi}{12}$.

— Thể tích lượng nước còn lại trong thùng là $V_2 = V - V_1 = 1 - \frac{\pi}{12} = \frac{12 - \pi}{12}$.

— Do đó $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{12 - \pi}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 79. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\frac{a}{\sqrt{2}}$, $\triangle SAC$ vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, cạnh bên SA tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Lời giải.**Phương pháp:**

Công thức tính thể tích khối chóp có chiều cao h và diện tích đáy S là: $V = \frac{1}{3}hS$.

Cách giải: Gọi H là hình chiếu của S trên AC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAC) \cap (ABCD) = AC \\ (SAC) \supset SH \perp AC \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

$$\text{Khi đó } (\widehat{SA, (ABCD)}) = (\widehat{SA, AH}) = (\widehat{SA, AC}) = \widehat{SAC}.$$

$$\text{Ta có: } AC = AB\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} = a.$$

$$\text{Xét } \triangle SAC \text{ vuông tại } S \text{ ta có: } \begin{cases} SA = AC \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2} \\ SC = AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Áp dụng hệ thức lượng cho $\triangle SAC$ vuông tại S và có đường cao SH ta có:

$$SH = \frac{SA \cdot SC}{AC} = \frac{\frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 80.

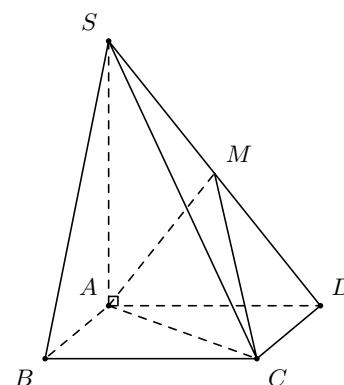
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD . Tính tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

**Lời giải.**

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, sao cho $A \equiv O(0; 0; 0)$, $D(a; 0; 0) \in Ox$, $B(0; a; 0) \in Oy$, $S(0; 0; 2a) \in Oz$. Suy ra $C \in (Oxy)$ và $C(a; a; 0)$, $M\left(\frac{a}{2}; 0; a\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = \left(\frac{a}{2}; 0; a\right)$; $\overrightarrow{AC} = (a; a; 0) \Rightarrow \vec{n}_{(AMC)} = [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}] = \left(-a^2; a^2; \frac{a^2}{2}\right)$.

Hay $\vec{n}_{(AMC)} = \left(-a; a; \frac{a}{2}\right)$.

$\overrightarrow{SB} = (0; a; -2a)$, $\overrightarrow{SC} = (a; a; -2a)$

$\Rightarrow \vec{n}_{(SBC)} = [\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}] = (0; -2a; -a)$.

Đặt $((AMC), (SBC)) = \alpha$.

Khi đó $\cos((AMC), (SBC)) = \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_{(MAC)} \cdot \vec{n}_{(SBC)}|}{|\vec{n}_{(MAC)}| \cdot |\vec{n}_{(SBC)}|} = \frac{5a^2}{2 \cdot \frac{3a}{2} \cdot a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Mặt khác $\tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{4}{5} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 81. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ đó.

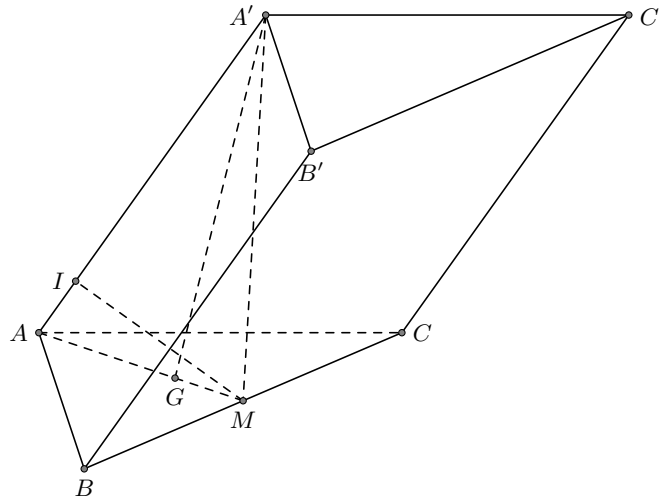
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.



Gọi M là trung điểm của BC và I là hình chiếu vuông góc của M lên trên cạnh AA' .

Vì $AM \perp BC$ và $A'O \perp BC$ nên $BC \perp (AA'M)$. Suy ra $BC \perp MI$.

Vì $BC \perp MI$ và $BC \perp AA'$ nên MI là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng BC và AA' . Suy ra $MI = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Vì hai tam giác $AA'O$ và AMI đồng dạng nên ta có $\frac{A'O}{MI} = \frac{AO}{AI}$. Suy ra

$$A'O = \frac{MI \cdot AO}{AI} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{3a}{4}} = \frac{a}{3}.$$

Khi đó, thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'O = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12} \text{ (dvtt)}.$$

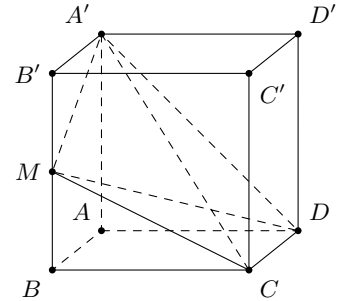
Chọn đáp án **A**

□

Câu 82.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm của BB' . Tính thể tích khối $A'MCD$.

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{4}{15}$. D. $\frac{1}{28}$.



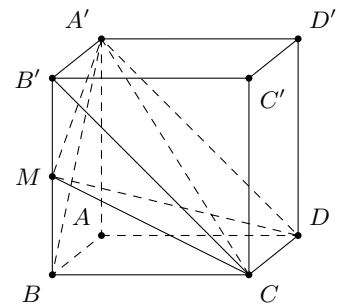
Lời giải.

Vì $d(M, (A'CD)) = \frac{1}{2}d(B, (A'CD))$ và $S_{\triangle A'CD} = \frac{1}{2}S_{\triangle A'B'CD}$.

Suy ra $V_{A'MCD} = V_{M.A'CD} = \frac{1}{4} \cdot V_{B.CDA'B'}$.

Do đó

$$V_{A'MCD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot V_{BCB'.ADA'} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{12}.$$



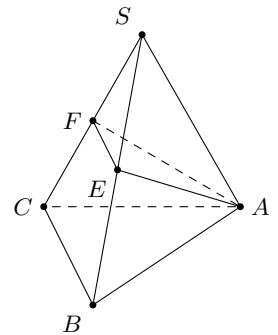
Chọn đáp án **A**

□

Câu 83.

Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Gọi E, F lần lượt là trung điểm các cạnh SB, SC . Biết mặt phẳng (AEF) vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.



Lời giải.

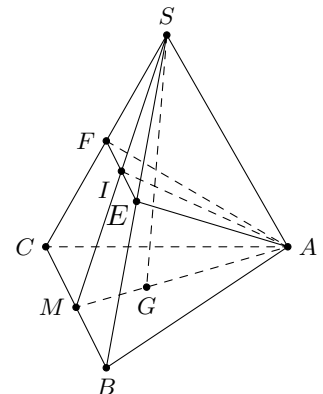
Gọi M là trung điểm BC , $I = EF \cap SM$, suy ra I là trung điểm của EF và SM .

Mặt khác, do hai tam giác $\triangle ACS$ và $\triangle ABS$ bằng nhau nên $AF = AE$.

Do đó, tam giác AEF cân tại A nên $AI \perp EF$.

Lại có, $(AEF) \perp (SBC)$ nên $AI \perp (SBC)$, suy ra $AI \perp SM$.

Tam giác ASM có $AI \perp SM$ và I là trung điểm của SM nên ASM cân tại A , suy ra $SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Gọi G là trọng tâm ABC , suy ra $SG \perp (ABC)$ và $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác SAG có $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{15}}{6}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là

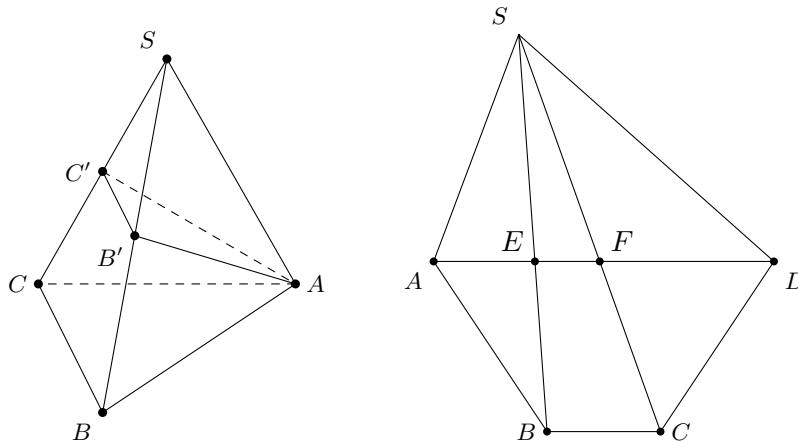
$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SG \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{6} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{5}}{24}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 84. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $AB = a$, $\widehat{ASB} = 30^\circ$. Lấy các điểm B', C' lần lượt thuộc các cạnh SB, SC sao cho chu vi tam giác $AB'C'$ nhỏ nhất. Tính chu vi đó.

- A. $(\sqrt{3} - 1)a$. B. $\sqrt{3}a$. C. $\frac{a}{1 + \sqrt{3}}$. D. $(1 + \sqrt{3})a$.

Lời giải.



Trải hình chóp $S.ABC$ ra mặt phẳng (SBC) , suy ra chu vi tam giác $AB'C'$ bằng $AB' + B'C' + C'A = AB' + B'C' + C'D \geq AD$. Dấu “=” xảy ra khi $B' \equiv E, C' \equiv F$.

Ta có $AB = a, \widehat{ASB} = 30^\circ$, suy ra $SA = SB = \frac{a}{2 \sin 15^\circ} = \frac{a(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{2}$.

Lại có $\widehat{ASB} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ASD} = 90^\circ \Rightarrow AD = SA\sqrt{2} = (1 + \sqrt{3})a$.

Vậy chu vi tam giác $AB'C'$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $(1 + \sqrt{3})a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 85. Cho khối chóp tứ giác $SABCD$ có thể tích V , đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh SB, BC, CD, DA . Tính thể tích khối chóp $M.CNQP$ theo V .

- A. $\frac{3V}{4}$. B. $\frac{3V}{8}$. C. $\frac{3V}{16}$. D. $\frac{V}{16}$.

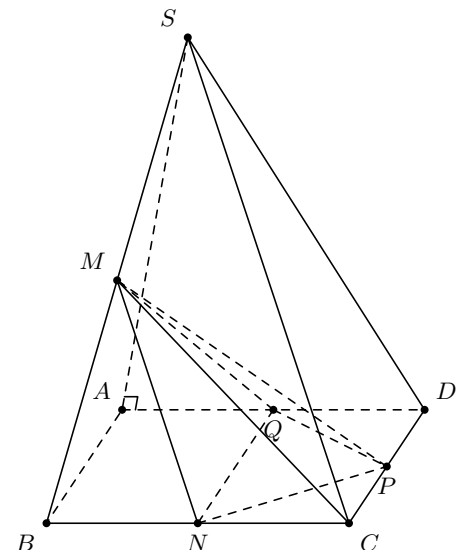
Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} S_{CNPQ} &= S_{NQDC} - S_{DPQ} \\ &= \frac{1}{2}S_{ABCD} - S_{DPQ} = \frac{1}{2}S - \frac{1}{8}S \\ &= \frac{3}{8}S. \end{aligned}$$

Lại có $d(M; (ABCD)) = \frac{1}{2}d(A; (ABCD))$.

Suy ra $V_{MCNPQ} = \frac{1}{3}d(M; (ABCD)) \cdot S_{CNPQ} = \frac{1}{2}h \cdot \frac{3}{8}S = \frac{3}{16}V$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 86. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AC = 2\sqrt{3}a$, $BD = 2a$, hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết khoảng cách từ điểm O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải.

Phương pháp: $\begin{cases} (P) \perp (\alpha) \\ (Q) \perp (\alpha) \Rightarrow (d) \perp (\alpha). \\ (P) \cap (Q) = d \end{cases}$

Cách giải: Ta có:

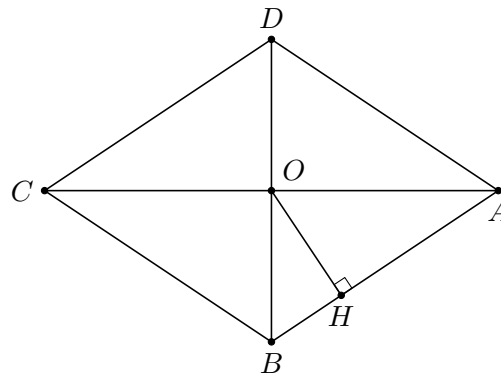
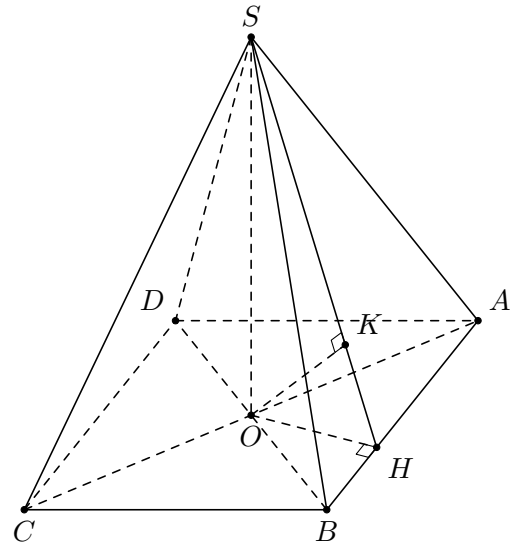
$$\begin{cases} (SAC) \perp (ABCD) \\ (SBD) \perp (ABCD) \Rightarrow (SO) \perp (ABCD). \\ (SAC) \cap (SBD) = SO \end{cases}$$

Dựng $OH \perp AB$, $H \in AB$, $OK \perp SH$.

Ta có: $\begin{cases} AB \perp OH \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOH) \Rightarrow AB \perp OK$.

Mà $OK \perp SH \Rightarrow OK \perp (SAB)$
 $\Rightarrow d(O; (SAB)) = OK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

$\triangle OAB$ vuông tại O , $OH \perp AB \Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



$\triangle SOH$ vuông tại O , $OK \perp SH \Rightarrow \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OH^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\frac{3}{16}a^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{4}{\frac{3}{4}a^2} \Rightarrow SO = \frac{1}{2}a$.

Diện tích hình thoi $ABCD$: $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2}2\sqrt{3}a \cdot 2a = 2\sqrt{3}a^2$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{3}a^2 \cdot \frac{1}{2}a = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 87. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BB'}$ và N là trung điểm của DD' . Mặt phẳng (AMN) chia hình hộp thành hai phần, thể tích phần có chứa điểm A' bằng

A. $\frac{67}{144}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{3}{8}$.

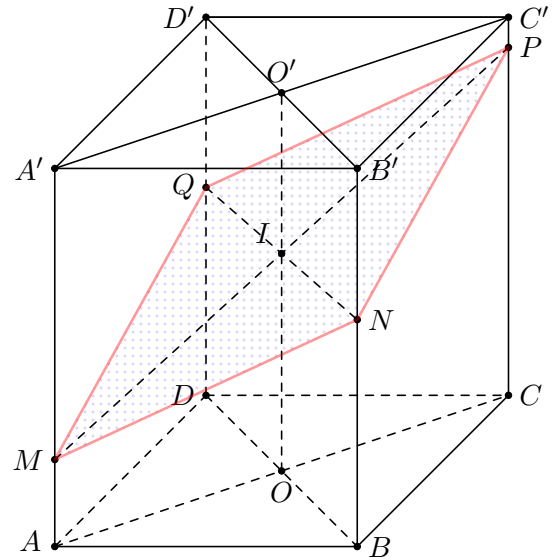
D. $\frac{181}{432}$.

Lời giải.

Phương pháp:

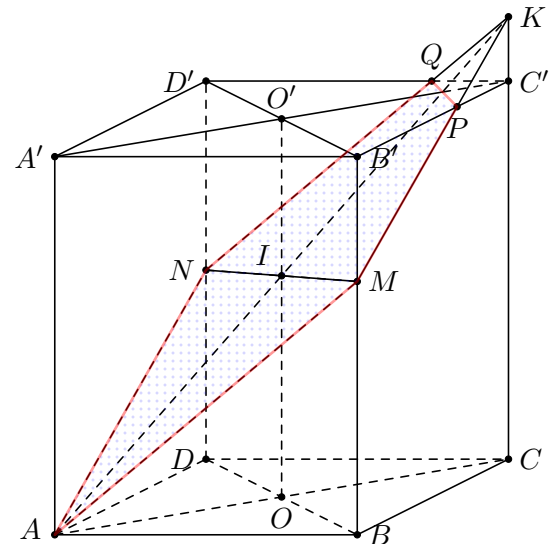
$$\frac{AM}{AA'} = x, \frac{BN}{BB'} = y, \frac{CP}{CC'} = z, \frac{DQ}{DD'} = t.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + z = y + t \\ \frac{V_{ABCD.MNPQ}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{x + y + z + t}{4}. \end{cases}$$



Cách giải: Gọi O, O' lần lượt là tâm của các hình bình hành $ABCD, A'B'C'D'$.

- Trong $(BDD'B')$, gọi I là giao điểm của OO' và MN .
- Trong $(ACC'A')$, gọi K là giao điểm của AI và CC' .
- Trong $(CDD'C')$, gọi Q là giao điểm của NK và $C'D'$.
- Trong $(CBB'B')$, gọi P là giao điểm của MK và $C'B'$.
- Thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (AMN) là ngũ giác $AMPQN$.



$$\text{Đặt } \frac{AA'}{AA'} = x = 0, \frac{BM}{BB'} = y = \frac{2}{3}, \frac{CK}{CC'} = z, \frac{DN}{DD'} = t = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x + z = y + t \\ \frac{V_{ABCD.MNPQ}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{x + y + z + t}{4}. \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 + z = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \Rightarrow z = \frac{7}{6} \\ \frac{V_{ABCD.MNPQ}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{x + y + z + t}{4} = \frac{0 + \frac{2}{3} + \frac{7}{6} + \frac{1}{2}}{4} = \frac{7}{12}. \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{ABCD.AMKN} = \frac{7}{12} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{7}{12} \quad (1).$$

$$V_{K.CQP} = \frac{1}{3} d_{(K;(A'B'C'D'))} \cdot S_{\Delta CQP}.$$

$$\text{Mà } d_{(K;(A'B'C'D'))} = \frac{1}{6} d_{(C;(A'B'C'D'))} \text{ do } z = \frac{CK}{CC'} = \frac{7}{6} \text{ và } S_{\Delta CQP} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} S_{\Delta C'B'D'} = \frac{1}{24} S_{A'B'C'D'}.$$

$$\frac{CQ}{D'Q} = \frac{C'K}{ND'} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{C'Q}{C'D'} = \frac{1}{4}; \frac{C'P}{PB'} = \frac{C'K}{MB'} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{C'P}{B'C'} = \frac{1}{3}.$$

$$\Rightarrow V_{K.CQP} = \frac{1}{3} d_{(C';(A'B'C'D'))} \cdot \frac{1}{24} S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{432} d_{(C';(A'B'C'D'))} \cdot S_{A'B'C'D'}.$$

$$= \frac{1}{432} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{432} \quad (2).$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow V_{ABCD.MPCQN} = \frac{7}{12} - \frac{1}{432} = \frac{251}{432}.$$

Thể tích cần tìm là $1 - \frac{251}{432} = \frac{181}{432}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 88. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , biết $SA = SB, SC = SD, (SAB) \perp (SCD)$. Tổng diện tích hai tam giác SAB, SCD bằng $\frac{7a^2}{10}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3}{15}$.

B. $\frac{4a^3}{25}$.

C. $\frac{a^3}{5}$.

D. $\frac{4a^3}{15}$.

Lời giải.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD .

$\triangle SAB, \triangle SCD$ cân tại $S \Rightarrow SI \perp AB, SJ \perp CD$.

Ta có: $\begin{cases} CD \perp SJ \\ CD \perp IJ \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SIJ) \Rightarrow (SCD) \perp (SIJ)$

Tương tự: $(SAB) \perp (SIJ) \Rightarrow ((SAB), (SCD)) = (SI, SJ) = \widehat{ISJ} = 90^\circ$.

Kẻ $SH \perp IJ$. Mà $SH \subset (SIJ) \Rightarrow SH \perp CD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } S_{SAB} + S_{SCD} &= \frac{1}{2}SI \cdot AB + \frac{1}{2}SJ \cdot CD = \frac{1}{2}SI \cdot a + \frac{1}{2}SJ \cdot a = \\ &= \frac{1}{2}(SI + SJ)a = \frac{7a^2}{10} \\ \Rightarrow SI + SJ &= \frac{7a}{5}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle SIJ \text{ vuông tại } S &\Rightarrow SI^2 + SJ^2 = IJ^2 \Rightarrow (SI + SJ)^2 - 2SI \cdot SJ = a^2 \\ \Leftrightarrow \left(\frac{7a}{5}\right)^2 - 2SI \cdot SJ &= a^2 \Leftrightarrow SI \cdot SJ = SH \cdot IJ \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\frac{12a^2}{25} = SH \cdot a \Leftrightarrow SH = \frac{12a}{25}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot$$

$$\frac{12a}{25} \cdot a^2 = \frac{4a^3}{25}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 89. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $SA = a\sqrt{11}$, cosin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng $\frac{1}{10}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3a^3$.

B. $9a^3$.

C. $4a^3$.

D. $12a^3$.

Lời giải.

(Sử dụng phương pháp tọa độ hóa)

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

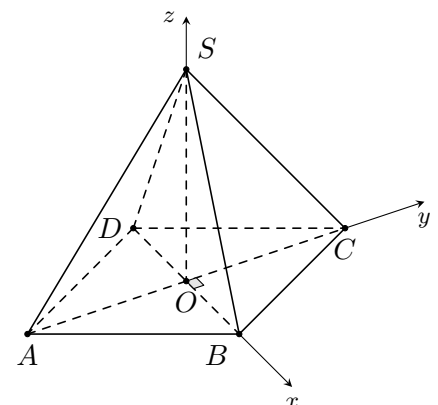
Chuẩn hóa $a = 1$ (đơn vị dài), khi đó $SA = \sqrt{11}$.

Đặt $OC = OD = b > 0$; $OS = c > 0$.

$$\text{Ta có } SA^2 = SC^2 = SO^2 + OC^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 + c^2 = 11 \quad (1)$$

Tọa độ các điểm

$$B(0; -b; 0), C(b; 0; 0), D(0; b; 0), S(0; 0; c).$$



$$\text{Mặt phẳng } (SBC) \text{ có phương trình } \frac{x}{b} + \frac{y}{-b} + \frac{z}{c} = 1 \Rightarrow \vec{n}_{SBC} = \left(\frac{1}{b}; -\frac{1}{b}; \frac{1}{c}\right) \text{ là vec tơ pháp}$$

tuyến của mặt phẳng (SBC).

Mặt phẳng (SCD) có phương trình: $\frac{x}{b} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Rightarrow \vec{n}_{SCD} = \left(\frac{1}{b}; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}\right)$ là vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SCD).

$$\text{Theo giả thiết ta có } |\cos(\vec{n}_{SBC}, \vec{n}_{SCD})| = \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{\left|\frac{1}{b} \cdot \frac{1}{b} + \left(-\frac{1}{b}\right) \cdot \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{c}\right|}{\sqrt{\frac{1}{b^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{b^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{1}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{1}{c^2}}{\frac{2}{b^2} + \frac{1}{c^2}} = \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{9}{c^2} = \frac{2}{b^2} \Leftrightarrow 9b^2 - 2c^2 = 0 \quad (2)$$

$$\text{Kết hợp (1) và (2) ta được } \begin{cases} b^2 = 2 \\ c^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \sqrt{2} \\ c = 3 \end{cases} \quad (\text{do } b, c > 0).$$

$$\text{Vậy } CD = OC\sqrt{2} = 2; SO = 3 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot 3 = 4 \text{ (đơn vị thể tích).}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = 4a^3.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 90. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = \sqrt{2}a$, $SB = 2a$, $SC = 2\sqrt{2}a$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. $\frac{4a^3}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

C. $\sqrt{2}a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải.

Trên cạnh SB lấy điểm M sao cho $SM = \sqrt{2}a$; trên cạnh SC lấy N sao cho $SN = \sqrt{2}a$.

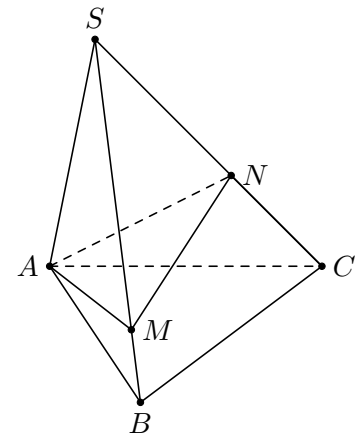
Khi đó ta có tam giác SAM , SAN , SMN đều cạnh bằng $\sqrt{2}a$.

Suy ra hình chóp $S.AMN$ là tứ diện đều cạnh $\sqrt{2}a$ nên thể tích là

$$V_{S.AMN} = \frac{(a\sqrt{2})^3 \cdot \sqrt{2}}{12} = \frac{4a^3}{12} = \frac{1}{3}a^3.$$

$$\text{Mặt khác ta có } \frac{V_{SABC}}{V_{SAMN}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB}{SN} \cdot \frac{SC}{SN} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{SABC} = 2\sqrt{2} \cdot V_{SAMN} = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 91. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm các cạnh SB , BC , CD . Tính thể tích khối tứ diện $CMNP$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{96}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{54}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{72}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của $AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $V_{CMNP} = V_{M.CNP} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle CNP} \cdot d(M, (CNP))$.

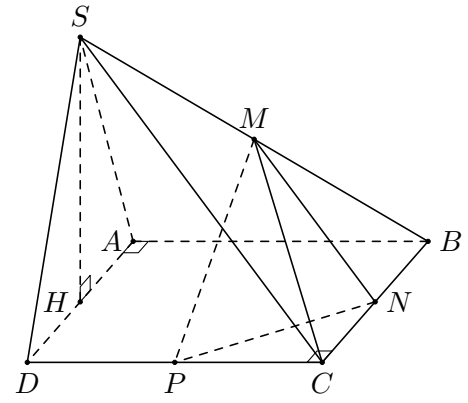
Vì N, P là trung điểm CD, CB nên

$$S_{\triangle CNP} = \frac{1}{2} \cdot CN \cdot CP = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{8}.$$

Mặt khác M là trung điểm của SB nên

$$d(M, (CNP)) = \frac{1}{2} d(S, (ABCD)) = \frac{1}{2} \cdot SH = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Khi đó } V_{M.CNP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{8} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{96}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 92. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (ACM) chia khối hộp đã cho thành hai phần. Tỷ số thể tích của hai phần đó bằng

A. $\frac{7}{17}$.

B. $\frac{5}{17}$.

C. $\frac{7}{24}$.

D. $\frac{7}{12}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của $B'C' \Rightarrow (ACM)$ chia khối hộp thành khối đa diện là $ABCB'MN$, $ACDMNC'D'A'$.

Gọi V, V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối đa diện

$$ABCD.A'B'C'D', ABCB'MN, ACDMNC'D'A' \Rightarrow V_1 + V_2 = V.$$

Vì M, N là trung điểm của $A'B', B'C'$ nên

$$S_{\triangle B'MN} = \frac{1}{4} S_{\triangle B'A'C'} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}. \text{ Đặt } S = S_{\triangle ABC}.$$

Khi đó thể tích khối chóp cụt $ABCB'MN$ là

$$V_1 = \frac{1}{3} \left(S + \frac{1}{4}S + \sqrt{S \cdot \frac{1}{4}S} \right) \cdot d(B', (ABC))$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{7S}{4} \cdot d(B', (ABC)) = \frac{7}{24} \cdot 2S \cdot d(B', (ABC)) = \frac{7}{24} V. \text{ Suy ra } V_2 = \frac{17}{24} V \text{ hay } \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 93. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại C , $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $AB = \sqrt{3}a$, $AA' = a$. Gọi M là trung điểm của BB' . Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $MACC'$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{18}$.

Lời giải.

Tam giác ABC cân tại C , $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $AB = \sqrt{3}a$.

Đặt $AC = CB = x > 0$.

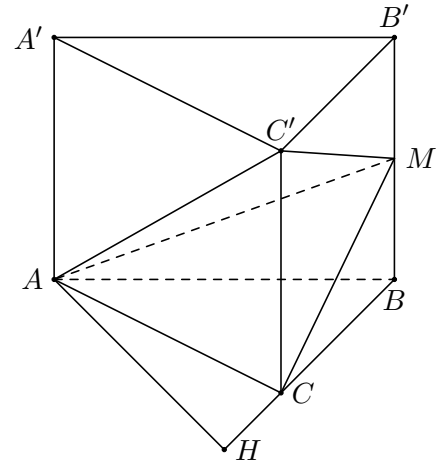
Áp dụng định lí Côsin trong $\triangle ABC$ ta có

$$AC^2 + CB^2 - 2AC \cdot CB \cdot \cos 120^\circ = AB^2 \Leftrightarrow 3x^2 = 3a^2 \Leftrightarrow x = a.$$

Kẻ $AH \perp BC$, mà $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng. $\Rightarrow AH \perp (MCC')$.

$$\text{Dễ thấy } S_{\triangle MCC'} = \frac{1}{2} S_{BCC'B'} = \frac{1}{2} a^2.$$

$$V_{MACC'} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{\triangle MCC'} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 94. Cho hình chóp đều $SABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $3a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{14}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{14}}{4}$.

C. $a\sqrt{14}$.

D. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$.

Do $S.ABCD$ chóp đều nên đáy $ABCD$ là hình vuông và $SO \perp (ABCD)$

$$\text{Ta có: } \frac{d(A, (SCD))}{d(O, (SCD))} = \frac{AO}{OC} = 2 \Rightarrow d(A, (SCD)) = 2 \cdot d(O, (SCD)) = 2h$$

Xét $\triangle ACD$ vuông tại D ta có:

$$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = CD\sqrt{2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow OC = OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Xét } \triangle SOC \text{ vuông tại } O \text{ có: } SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{(3a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = a\sqrt{7}$$

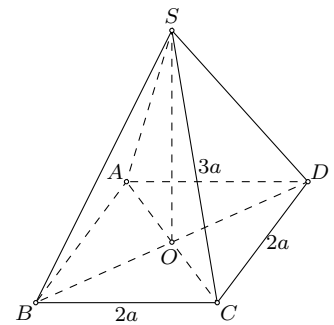
Do tứ diện $S.OCD$ có 3 cạnh OS, OC, OD đôi một vuông góc

$$\Rightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{(a\sqrt{7})^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{8}{7a^2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{14}}{4}.$$

Vậy khoảng cách từ A đến (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{14}}{2}$

Chọn đáp án **D**

□



Câu 95. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM ?

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

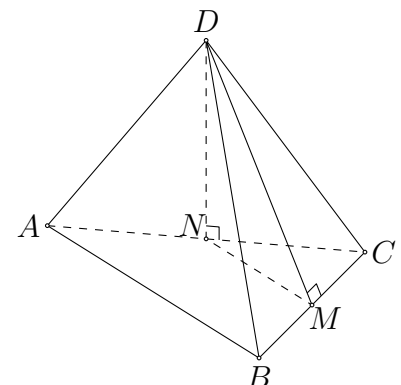
Gọi N là trung điểm của AC .

Khi đó, $AB \parallel MN$ nên $(DM, AB) = (DM, MN)$

$$\text{Dễ dàng tính được } DM = DN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } MN = \frac{a}{2}$$

Trong tam giác DMN , ta có

$$\cos DMN = \frac{DM^2 + MN^2 - DN^2}{2DM \cdot MN} = \frac{\frac{a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$



Vì $\cos DMN = \frac{\sqrt{3}}{6} > 0$ nên $\cos(DM, MN) = \frac{\sqrt{3}}{6}$. Vậy $\cos(DM, AB) = \frac{\sqrt{3}}{6}$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 96. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng BD với (SAD) . Tính $\sin \alpha$?

A. $\sqrt{\frac{3}{2}}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\sin(BD, (SAD)) = \sin \alpha = \frac{BH}{BD}$

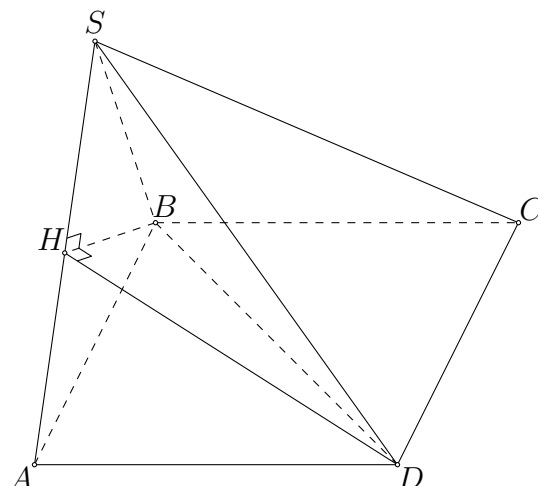
(BH vuông góc với (SAD)) (1)

$ABCD$ là hình vuông cạnh a (gt), suy ra $BD = a\sqrt{2}$ (2)

Kẻ BH vuông góc SA (H thuộc SA), BH vuông góc AD suy ra BH vuông góc (SAD) .

Tam giác SAD đều cạnh a , đường cao $BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 97. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh là $3cm$. Tính thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$.

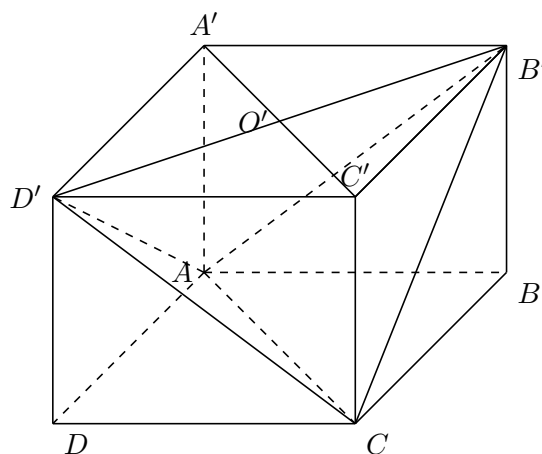
A. $3cm^3$.

B. $18\sqrt{2}cm^3$.

C. $18cm^3$.

D. $9cm^3$.

Lời giải.



Ta có $V_{B'D'AC} = 2V_{D'OAC} = 2 \cdot \frac{1}{2} V_{D'AA'C'C} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V_{DD'AA'C'C} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} V_{ABCD.A'B'C'D'} = 9cm^3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 98. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích bằng 48. Trên cạnh SB , SD lấy điểm M , N sao cho $SM = MB$, $SD = 3SN$. Mặt phẳng (AMN) cắt SC tại P . Tính thể tích V của khối tứ diện $SMNP$.

A. $V = \frac{1}{2}$.

B. $V = \frac{1}{3}$.

C. $V = 2$.

D. $V = 1$.

Lời giải.

Gọi O là tâm $ABCD$, I là giao điểm của MN và SO .

Khi đó P là giao điểm của AI và SC .

Do mặt phẳng (AMN) cắt hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành theo thiết diện là tứ giác $AMPN$ nên ta có

$$\frac{SA}{SA} + \frac{SC}{SP} = \frac{SB}{SM} + \frac{SD}{SN}$$

$$\Leftrightarrow \frac{SC}{SP} = 4$$

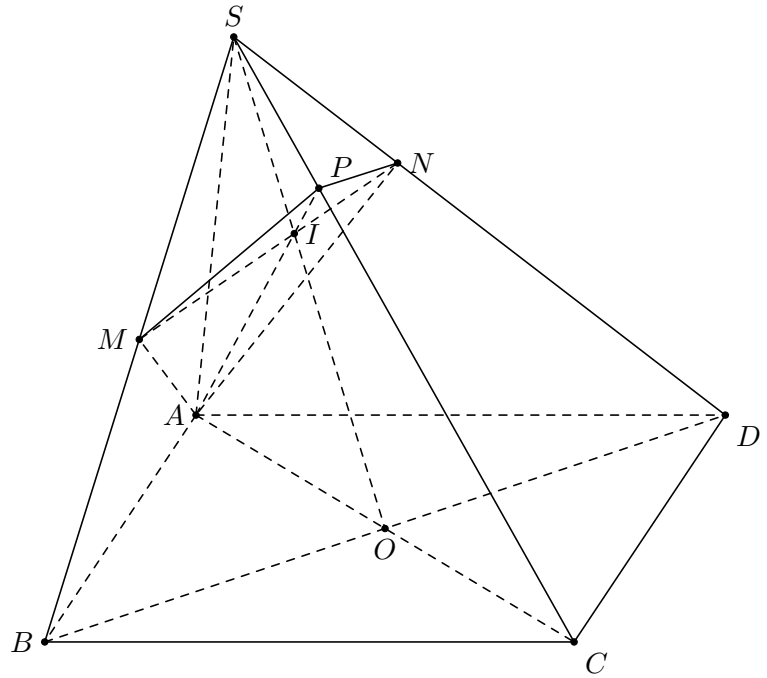
$$\Leftrightarrow \frac{SP}{SC} = \frac{1}{4}$$

Xét hình chóp $S.ABCD$ có

$$V_{S.BCD} = \frac{1}{2} \cdot V_{S.ABCD} = 24.$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.BCD}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{24}.$$

$$\Rightarrow V_{S.MNP} = 1.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 99. Cho khối chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}.$

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}.$

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}.$

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}.$

Lời giải.

Ta có: $\widehat{DAB} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABD$ là tam giác đều cạnh $a \Rightarrow BD = a$.

$$\Rightarrow S_{ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Kẻ $SM \perp CD \Rightarrow CD \perp (SOM) \Rightarrow CD \perp OM$
 $\Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = (OM, SM) = \widehat{SMO} = 60^\circ.$

Xét $\triangle OMD$ vuông tại D ta có:

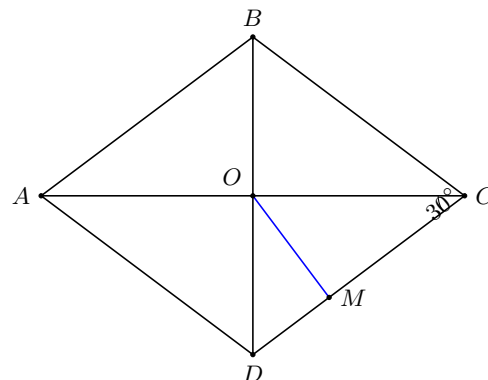
$$\sin \widehat{ODM} = \frac{OM}{OD}$$

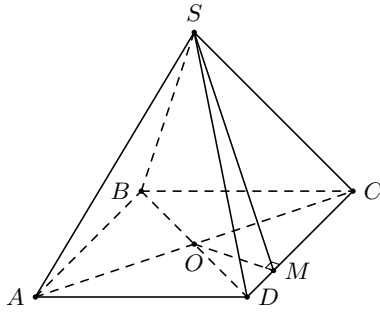
$$\Rightarrow OM = OD \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Xét $\triangle SOM$ vuông tại M ta có:

$$SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{4}$$

$$\Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$





Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 100. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA \perp mp(ABC)$, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC , mặt phẳng (α) đi qua AG và song song với BC cắt SB , SC lần lượt tại M , N . Tính thể tích V của khối chóp $S.AMN$?

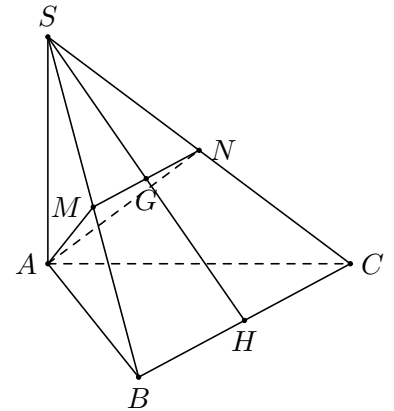
- A. $V = \frac{a^3}{9}$. B. $V = \frac{2a^3}{27}$. C. $V = \frac{2a^2}{9}$. D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

- Qua G , kẻ đường thẳng song song với BC , cắt SB tại M và cắt SC tại N . Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow \frac{SG}{SH} = \frac{2}{3}$.
- Ta có $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC} = \frac{SG}{SH} = \frac{2}{3}$ và $AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a$.
- Ta có : $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot \frac{1}{2}AB^2 = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{6}a^3$.
- Theo công thức tỉ lệ thể tích ta có

$$\frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow V_{SAMN} = \frac{4}{9}V_{SABC} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{6}a^3 = \frac{2}{27}a^3.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 101. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SB , SC . Biết $(AMN) \perp (SBC)$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{26}}{24}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$. C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{13}}{18}$.

Lời giải.

Gọi P là trung điểm của BC , $SP \cap MN = I \Rightarrow I$ là trung điểm của SP . Gọi O là tâm của đáy.

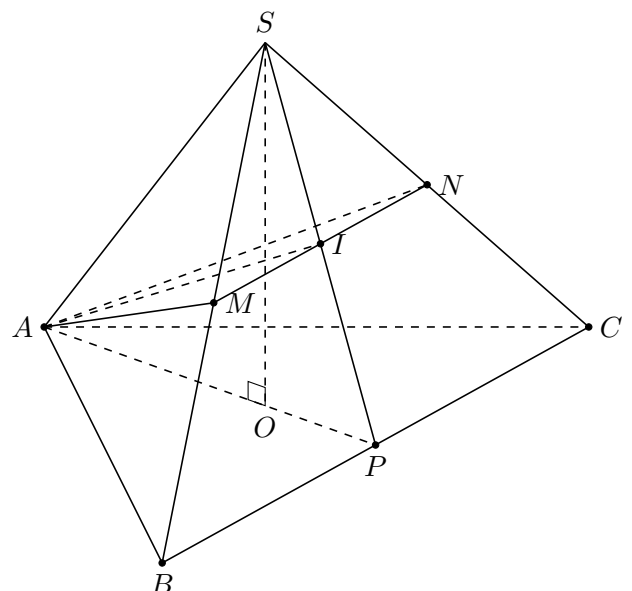
Tam giác SBC là tam giác cân nên $SP \perp BC$ mà $MN \parallel BC$ nên $SP \perp MN$. Từ

$$\begin{cases} (AMN) \perp (SBC) \\ (AMN) \cap (SBC) = MN \\ SP \perp MN \end{cases}$$

$$\Rightarrow SP \perp (AMN) \Rightarrow SP \perp AI.$$

Tam giác APS có AI là đường cao đồng thời là trung tuyến nên $\triangle APS$ cân tại A

$$\Rightarrow AS = AP = AB \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Ta có $AO = \frac{2}{3}AP = \frac{2}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tam giác SOA là tam giác vuông tại O nên

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{15}}{6}.$$

Thể tích của hình chóp: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{15}}{6} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 102. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

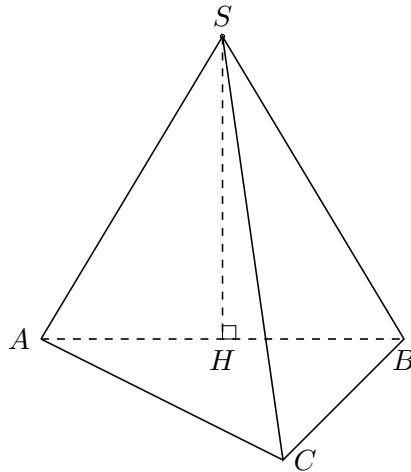
- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{a^3}{8}$.

Lời giải.

Phương pháp: Sử dụng công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là:

$$V = \frac{1}{3}Sh.$$

Cách giải:



Gọi H là trung điểm của AB . Ta có $SH \perp AB$ (Tính chất tam giác đều).

Mà có $(SAB) \perp (ABC)$ và $(SAB) \cap (ABC) = AB \Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\triangle ABC}$.

Ta có $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (Do tam giác SAB đều cạnh a).

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 103. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $\triangle ABC$ vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle SBC$, mặt phẳng (α) đi qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Gọi V là thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S . Tính V .

- A. $\frac{5a^3}{54}$. B. $\frac{4a^3}{9}$. C. $\frac{2a^3}{9}$. D. $\frac{4a^3}{27}$.

Lời giải.

Phương pháp

- Xác định mặt phẳng đi qua AG và song song với BC .
- Sử dụng công thức tỉ lệ thể tích Simpson.

Cho chóp $S.ABC$, $A' \in SA$, $B' \in SB$, $C' \in SC$. Khi đó

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}.$$

Cách giải

Trong (SBC) qua G kẻ $MN \parallel BC$ ($M \in SB$, $N \in SC$). Khi đó mặt phẳng đi qua AG và song song với BC chính là mặt phẳng (AMN) . Mặt phẳng này chia khối chóp thành 2 khối $S.AMN$ và $AMNBC$. Gọi H là trung điểm của BC .

Vì $MN \parallel BC$ nên theo định lý Ta-lét ta có:

$$\begin{aligned} \frac{SM}{SB} &= \frac{SN}{SC} = \frac{2}{3} \left(= \frac{SG}{SH} \right) \\ \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} &= \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \\ \Rightarrow V_{S.AMN} &= \frac{4}{9} V_{S.ABC}. \end{aligned}$$

$$\text{Mà } V_{S.AMN} + V_{AMNBC} = V_{S.ABC} \Rightarrow V_{AMNBC} = \frac{5}{9} V_{S.ABC} = V.$$

Ta có $\triangle ABC$ vuông cân tại B

$$\begin{aligned} \Rightarrow AB &= BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} a^2 \\ \Rightarrow V_{S.ABC} &= \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} a \cdot \frac{1}{2} a^2 = \frac{a^3}{6}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{5}{9} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{5a^3}{54}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 104. Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh $SA = BC = 3$; $SB = AC = 4$; $SC = AB = 2\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{390}}{12}$.

B. $\frac{\sqrt{390}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{390}}{8}$.

D. $\frac{\sqrt{390}}{4}$.

Lời giải.

Phương pháp

- Dựng hình chóp $S.A'B'C'$ sao cho A, B, C lần lượt là trung điểm của $B'C', C'A', A'B'$. Chứng minh chóp $S.A'B'C'$ có SA', SB', SC' đôi một vuông góc.
- Tính thể tích $S.A'B'C'$, từ đó suy ra thể tích $V_{S.ABC}$.

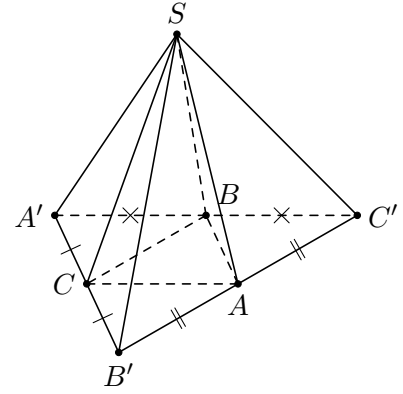
Cách giải

Đặt $SA = SB = a$, $SB = AC = b$, $SC = AB = c$.

Dựng hình chóp $S.A'B'C'$ sao cho A, B, C lần lượt là trung điểm của $B'C', C'A', A'B'$.

Dễ thấy $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle A'B'C'$ theo tỉ số $\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{4} V_{S.A'B'C'}.$$



Ta có AB, BC, CA là các đường trung bình của tam giác $A'B'C'$

$$\Rightarrow A'B' = 2AB = 2c; B'C' = 2BC = 2a; A'C' = 2AC = 2b.$$

$\Rightarrow \triangle SA'B', \triangle SB'C', \triangle SC'A'$ là các tam giác vuông tại S (tam giác có trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy) $\Rightarrow SA', SB', SC'$ đôi một vuông góc

$$V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{6} SA' \cdot SB' \cdot SC' \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{24} SA' \cdot SB' \cdot SC'.$$

Áp dụng định lý Py-ta-go ta có:

$$\begin{cases} SA'^2 + SB'^2 = 4c^2 \\ SB'^2 + SC'^2 = 4a^2 \\ SA'^2 + SC'^2 = 4b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SA'^2 = 2(b^2 + c^2 - a^2) \\ SB'^2 = 2(a^2 + c^2 - b^2) \\ SC'^2 = 2(a^2 + b^2 - c^2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow V_{S.ABC} &= \frac{1}{24} \cdot \sqrt{8(b^2 + c^2 - a^2)(a^2 + c^2 - b^2)(a^2 + b^2 - c^2)} \\ &= \frac{1}{6\sqrt{2}} \sqrt{(b^2 + c^2 - a^2)(a^2 + c^2 - b^2)(a^2 + b^2 - c^2)}. \end{aligned}$$

Thay $a = 3, b = 4, c = 2\sqrt{5} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{390}}{4}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 105. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' lên mp (ABC) và I là trung điểm BC .

Ta có $\begin{cases} A'H \perp BC \\ AI \perp BC \end{cases}$ suy ra $BC \perp (A'AI)$ nên $BC \perp AA'$.

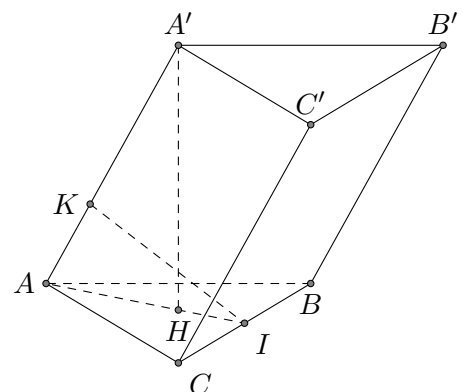
Gọi K là hình chiếu vuông góc của I lên AA' .

Khi đó IK là đoạn vuông góc chung của AA' và BC .

Mặt khác $d(AA', BC) = IK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Tam giác ABC đều cạnh a suy ra

$$AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AH = \frac{2}{3}AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}; S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$



Tam giác AIK vuông tại K có $\sin \widehat{KAI} = \frac{IK}{AI} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{KAI} = 30^\circ$.

Xét tam giác vuông $AA'H$ vuông tại H có $A'H = AH \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a}{3}$.

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 106. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho $AB = BC$.

A. $m \in (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$.

B. $m \in \mathbb{R}$.

C. $m \in \left(-\frac{5}{4}; +\infty\right)$.

D. $m \in (-2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y'' = 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Suy ra, điểm uốn của đồ thị là $I(1; 1)$.

Do điểm uốn I luôn thuộc đường thẳng đã cho, nên ta chỉ cần tìm điều kiện để đồ thị cắt đường thẳng tại ba điểm phân biệt.

Phương trình hoành độ giao độ của hai đồ thị là:

$$mx - m + 1 = x^3 - 3x^2 + x + 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - (m - 1)x + m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 2x - m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ g(x) = x^2 - 2x - m - 1 = 0(*) \end{cases}$$

$$(*) \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m + 2 > 0 \\ 1^2 - 2 \cdot 1 - m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 107. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12, đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Tính thể tích khối chóp $A'.BCO$.

A. 1.

B. 4.

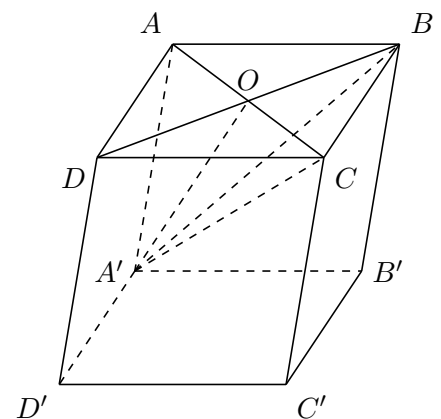
C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Gọi h là độ dài đường cao của lăng trụ xuất phát từ đỉnh A' . Ta có

$$V_{A'BCO} = \frac{1}{3}h \cdot S_{BCO} = \frac{1}{3}h \cdot \frac{1}{4} \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{12}V = \frac{12}{12} = 1.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 108. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi E là trung điểm của cạnh CD . Biết thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3}{3}$, tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBE) .

A. $\frac{2a}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} a^2 \cdot SA = \frac{a^3}{3} \Rightarrow SA = a.$$

Gọi K, H lần lượt là hình chiếu của A lên BE và SK .

Khi đó $d(A, (SBE)) = AH$. Ta có

$$S_{\triangle ABE} = S_{ABCD} - S_{ADE} - S_{BCE} = a^2 - \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Mặt khác } AK = \frac{2S_{\triangle ABE}}{BE} = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

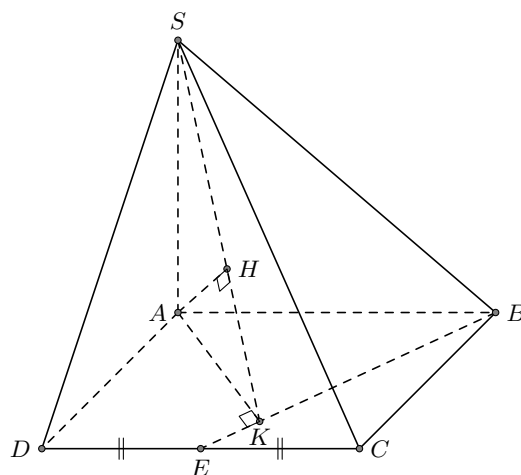
Xét tam giác SAK vuông tại K , AH là đường cao

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{5}{4a^2} = \frac{9}{4a^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{2a}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□



Câu 109. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, khoảng cách từ S đến mặt phẳng đáy ($ABCD$) bằng $3a$, $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, $AB = AD = a$, $AC = 2a$. Trên mặt phẳng đáy, đường thẳng tiếp xúc với đường tròn tâm A bán kính bằng a cắt các cạnh BC, CD lần lượt tại M và N . Thể tích khối chóp $S.MNC$ lớn nhất bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

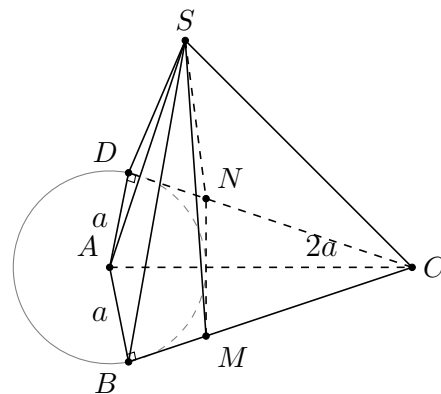
D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có S_{ABCD} không đổi và

$$\begin{aligned} S_{MNC} &= S_{ABCD} - S_{ABMND} \\ &= S_{ABCD} - 2S_{AMN} \\ &= S_{ABCD} - a \cdot MN. \end{aligned}$$

Thể tích $S.MNC$ lớn nhất khi và chỉ khi diện tích tam giác MNC lớn nhất và S_{MNC} lớn nhất khi và chỉ khi MN ngắn nhất. Khi đó MN vuông góc với AC .



Hơn nữa $\sin \widehat{ACD} = \frac{1}{2}$. Suy ra tam giác MNC là tam giác đều với $MN = \frac{2a}{\sqrt{3}}$. Do đó

$$S_{MNC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{3} \text{ và } V_{S.MNC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 110.

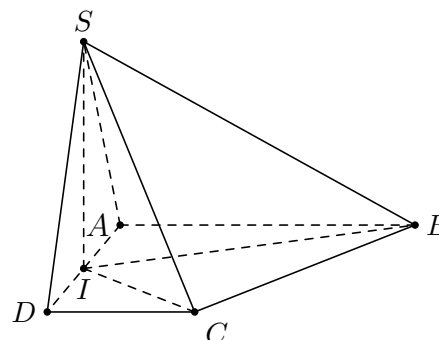
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , có $AB = AD = 2a$, $CD = a$. Gọi I là trung điểm cạnh AD , biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{3\sqrt{15}a^3}{5}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$.

A. 60° .

B. 36° .

C. 30° .

D. 45° .



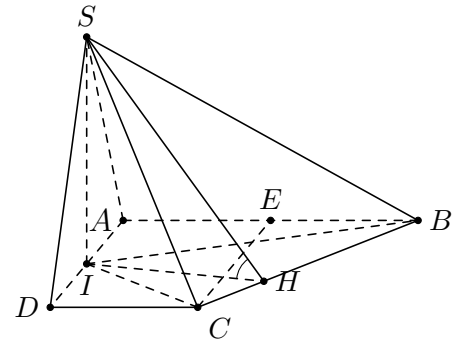
Lời giải.

Gọi E là trung điểm $AB \Rightarrow BE = AE = CD = a$. Vì $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D nên $ADCE$ là hình chữ nhật $\Rightarrow CE = 2a$.

Xét tam giác CEB vuông tại E có

$$BC = \sqrt{CE^2 + EB^2} = a\sqrt{5}.$$

Vì hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy nên $SI \perp (ABCD)$.



$$\text{Ta có } S_{ABCD} = \frac{AD(AB + CD)}{2} = \frac{2a \cdot 3a}{2} = 3a^2.$$

$$\text{Mà } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ABCD} \Rightarrow SI = \frac{3 \cdot \frac{3\sqrt{15}a^3}{5}}{3a^2} = \frac{3\sqrt{15}a}{5}.$$

$$\text{Lại có } S_{ICD} = \frac{a^2}{2}, S_{IAB} = \frac{2a^2}{2} = a^2 \Rightarrow S_{ICB} = 3a^2 - a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2}.$$

Kẻ $IH \perp BC$ tại $H \Rightarrow BC \perp (SIH) \Rightarrow$ góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là $\widehat{SHI}$.

$$\text{Vì } S_{ICB} = \frac{IH \cdot BC}{2} \Rightarrow IH = \frac{2 \cdot \frac{3a^2}{2}}{a\sqrt{5}} = \frac{3a}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Xét tam giác } SHI \text{ có } \tan \widehat{SHI} = \frac{SI}{IH} = \frac{3\sqrt{15}a}{5} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SHI} = 60^\circ.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 111. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của AB , góc giữa mặt phẳng $(A'CD)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là 60° . Tính theo a độ dài đoạn thẳng AC .

A. $2a\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{2}a$.

C. $2a$.

D. $2\sqrt{2}a$.

Lời giải.

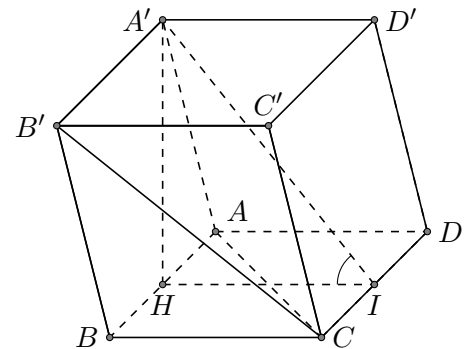
Ta có: $((A'CD), (ABCD)) = \widehat{A'IH} = 60^\circ$.

Gọi $AB = x$. Ta có: $A'H = x\sqrt{3}$.

$$\text{Mặt khác: } V_{B'.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot A'H \cdot S_{ABCD} = \frac{8\sqrt{3}a^3}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot x\sqrt{3} \cdot x^2 =$$

$$\frac{8\sqrt{3}a^3}{3} \Leftrightarrow x = 2a.$$

$$\text{Vậy } AC = 2\sqrt{2}a.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 112. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng $3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Khi đó V bằng

A. $\frac{11a^3\sqrt{2}}{8}$.

B. $\frac{7a^3\sqrt{2}}{8}$.

C. $\frac{11a^3\sqrt{6}}{24}$.

D. $\frac{13a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng (ABD) nối ME cắt AD tại Q , trong mặt phẳng (BCD) nối NE cắt CD tại P , khi đó thiết diện $MNPQ$ chia tứ diện $ABCD$ thành hai đa diện $ACMNPQ$ và $BDMNPQ$.

$$\text{Đặt } V_1 = V_{BDMNPQ} \Rightarrow V_1 = V_{MBNE} - V_{QDPE}.$$

$$S_{BNE} = \frac{1}{2} BN \cdot BE \cdot \sin \widehat{NBE} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot BC \cdot 2 \cdot BD \cdot \sin \widehat{CBD} = S_{BCD}.$$

Do N, D lần lượt là trung điểm của BC và BE nên P là trọng tâm tam giác BCE .

$$\Rightarrow CP = \frac{2}{3} CD \Rightarrow S_{DFE} = S_{CNP} = \frac{1}{2} BC \cdot \frac{2}{3} CD \cdot \sin \widehat{BCD} = \frac{1}{3} S_{BCD}.$$

Do M là trung điểm AB nên $d(M; (BCD)) = \frac{1}{2} d(A; (BCD))$.

$$\Rightarrow V_{M.BNE} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} d(A; (BCD)) \cdot S_{BCD} = \frac{1}{2} V_{A.BCD} \quad (1).$$

Lại do Q là trọng tâm tam giác ABE nên $d(Q; (BCD)) = \frac{1}{3} d(A; (BCD))$.

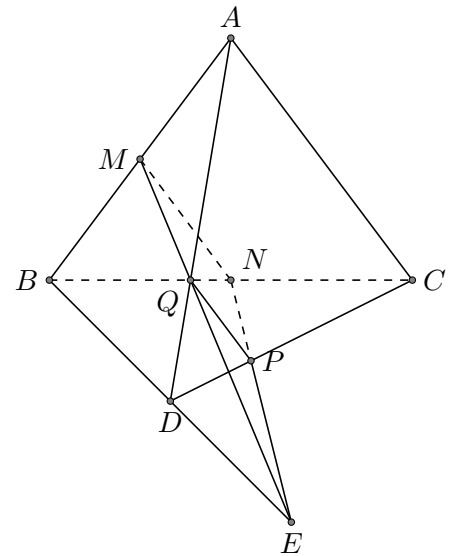
$$\Rightarrow V_{Q.DPE} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} d(A; (BCD)) \cdot \frac{1}{3} S_{BCD} = \frac{1}{9} V_{A.BCD} \quad (2).$$

Từ (1) + (2) suy ra $V_1 = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{9}\right) V_{ABCD} = \frac{7}{18} V_{ABCD}$.

$$\Rightarrow V = V_{ABCD} - V_1 = \frac{11}{18} V_{ABCD}.$$

Tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3a$ có thể tích bằng $V_{ABCD} = \frac{(3a)^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{9a^3 \sqrt{2}}{4}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{11a^3 \sqrt{2}}{8}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 113. Cho tứ diện $ABCD$ có ba cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc nhau, $AB = 8a, AC = AD = 4a$. Gọi M là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $MB = MC = MD$. Tính thể tích V của tứ diện $MBCD$.

A. $V = 8a^3$.

B. $V = \frac{40}{3} a^3$.

C. $V = 40a^3$.

D. $V = 16a^3$.

Lời giải.

Gọi J là hình chiếu của A lên BC .

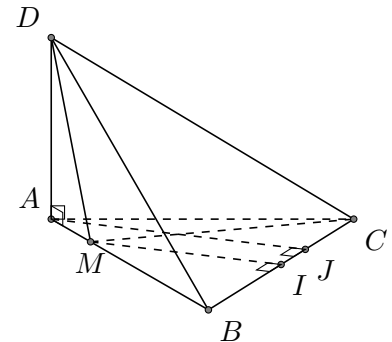
Gọi I là trung điểm BC .

Từ I kẻ đường thẳng song song với AJ cắt AB tại M .

Suy ra MI là đường trung trực của BC nên $MC = MB$. (1)

Vì $\triangle ABC = \triangle ABD$ nên ta được $MC = MD$. (2)

Từ (1) và (2) ta được $MB = MC = MD$.



Ta thấy $AMIC$ nội tiếp đường tròn nên ta có

$$BM \cdot BA = BI \cdot BC \Rightarrow \frac{BM}{BA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{BC^2}{AB^2} = \frac{5}{8}.$$

Ta có $\frac{V_{B.MCD}}{V_{B.ACD}} = \frac{BM}{BA}$.

Vậy $V_{MBCD} = \frac{5}{8} \cdot \frac{8a \cdot 4a \cdot 4a}{6} = \frac{40a^3}{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 114. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\sqrt{2}a^3$, đáy là tam giác vuông cân với $AB = BC = a$. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích mặt bên SBC .

A. $3\sqrt{2}a^2$.

B. $6a^2$.

C. $2\sqrt{2}a^2$.

D. $6\sqrt{2}a^2$.

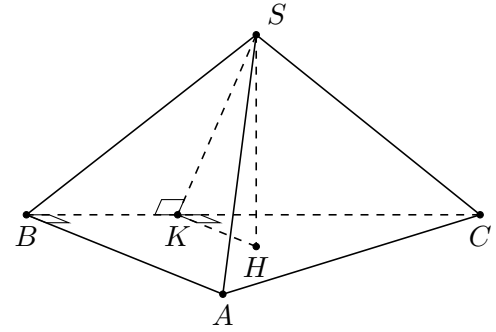
Lời giải.

Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2}{2}$.

Ta được $d(S, (ABC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3\sqrt{2}a^3}{\frac{a^2}{2}} = 6\sqrt{2}a$.

Gọi H là hình chiếu của S xuống mặt phẳng (ABC) .

Gọi K là hình chiếu của H lên BC .



Ta có $\begin{cases} BC \perp HK \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHK) \Rightarrow BC \perp SK$.

Ta có $S_{\triangle SBC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot SK$.

Trong tam giác vuông SHK , ta có $SK \geq SH \Rightarrow S_{\triangle SBC} \geq \frac{1}{2} \cdot BC \cdot SH = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 6\sqrt{2}a = 3\sqrt{2}a^2$.

Do vậy, diện tích $\triangle SBC$ nhỏ nhất bằng $3\sqrt{2}a^2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 115. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ trong đó tứ diện $A'ABC$ là tứ diện đều cạnh a . Gọi O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'ABC$. Tính tỉ số thể tích của khối chóp $O.A'B'C'$ và lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{1}{6}$.

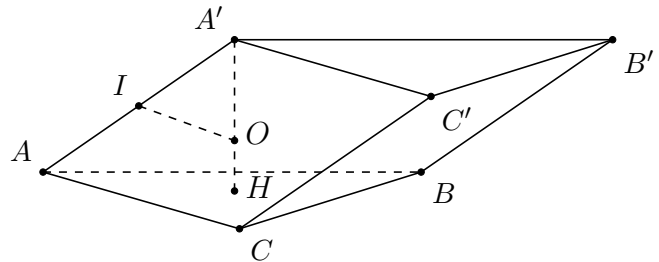
D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AA' .

Gọi H là trọng tâm $\triangle ABC$.

Trong mặt phẳng $(AA'H)$, từ I kẻ đường trung trực cạnh AA' cắt $A'H$ tại O .



Khi đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'ABC$. Ta có $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{\sqrt{6}a}{3}$.

Ta có $A'I \cdot A'A = A'O \cdot A'H$

$\Rightarrow A'O = \frac{A'I \cdot AA'}{A'H} = \frac{\sqrt{6}a}{4}$. Ta có $\frac{A'H}{A'O} = \frac{\frac{\sqrt{6}a}{3}}{\frac{\sqrt{6}a}{4}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{A'O}{A'H} = \frac{3}{4}$.

Ta có $\frac{V_{O.A'B'C'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 116.

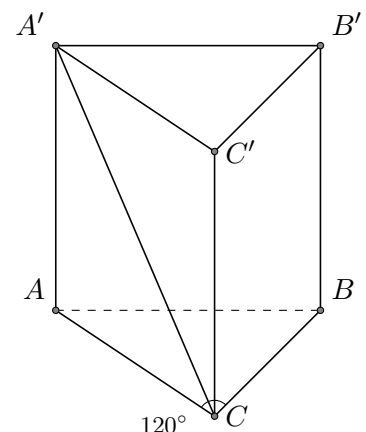
Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = a, BC = 2a, \widehat{ACB} = 120^\circ$ và đường thẳng $A'C$ tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc 30° (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{105}}{7}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{105}}{14}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{35}}{7}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{105}}{28}$.



Lời giải.

Kẻ $CH \perp AB$ ($H \in AB$). Khi đó $\widehat{HA'C}$ là góc giữa $A'C$ với $(ABB'A')$.

Ta có $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos 120^\circ} = a\sqrt{7}$.

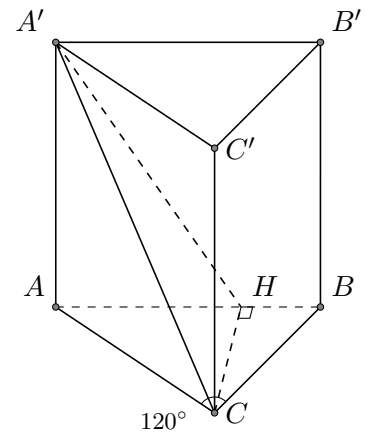
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Từ đó có } CH = \frac{2S_{ABC}}{AB} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Suy ra } A'C = \frac{CH}{\sin 30^\circ} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Suy ra } A'A = \sqrt{A'C^2 - AC^2} = \frac{a\sqrt{35}}{7}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{35}}{7} = \frac{a^3\sqrt{105}}{14}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 117. Cho tứ diện $ABCD$, M, N, P lần lượt thuộc BC, BD, AC sao cho $BC = 4BM$, $BD = 2BN$, $AC = 3AP$, khi đó mặt phẳng (MNP) chia khối tứ diện $ABCD$ làm hai phần. Gọi $V_{(A)}$ là thể tích của phần chứa điểm A , $V_{(C)}$ là thể tích của phần chứa điểm C . Tính tỉ số $\frac{V_{(A)}}{V_{(C)}}$.

A. $\frac{7}{13}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{5}{13}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Sử dụng định lý Menelaus cho tam giác BCD có

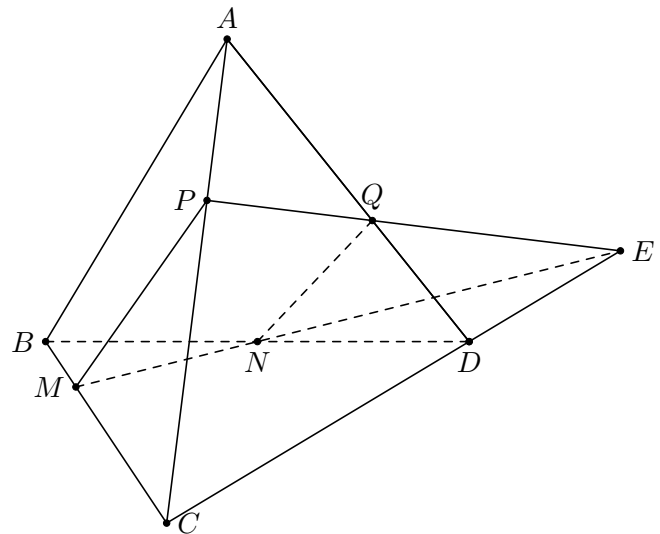
$$\frac{MB}{MC} \cdot \frac{EC}{ED} \cdot \frac{ND}{NB} = 1 \Rightarrow \frac{EC}{ED} = 3.$$

Sử dụng định lý Menelaus cho tam giác ACD có

$$\frac{PA}{PC} \cdot \frac{EC}{ED} \cdot \frac{QD}{QA} = 1 \Rightarrow \frac{QD}{QA} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{C.MPE}}{V_{C.ABD}} = \frac{CM}{CB} \cdot \frac{CE}{CD} \cdot \frac{CP}{CA} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Mặt khác } \frac{V_{D.QNE}}{V_{D.ABC}} = \frac{DQ}{DA} \cdot \frac{DN}{DB} \cdot \frac{DE}{DC} = \frac{1}{10}.$$



$$\text{Ta có } V_{(C)} = V_{DCMNPQ} = V_{C.MPE} - V_{D.NQE} = V_{ABCD} \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{10} \right) = \frac{13}{20} V_{ABCD}$$

$$\Rightarrow V_{(A)} = V_{ABCD} - V_{(C)} = \frac{7}{20} V_{ABCD} \Rightarrow \frac{V_{(A)}}{V_{(C)}} = \frac{7}{13}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 118. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V , hai điểm M, P lần lượt là trung điểm AB, CD , điểm N thuộc đoạn AD sao cho $DA = 3NA$. Tính V_{BMNP} .

A. $\frac{V}{16}$.

B. $\frac{V}{12}$.

C. $\frac{V}{4}$.

D. $\frac{V}{6}$.

Lời giải.

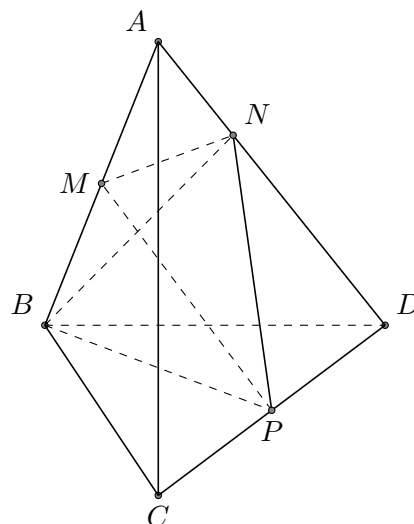
Vì P là trung điểm của CD nên

$$d(P, (ABD)) = \frac{1}{2} \cdot d(C, (ABD)).$$

Do M là trung điểm của AB , suy ra $S_{\triangle BMN} = \frac{1}{2} \cdot S_{BAN}$,

$$\text{mà } S_{BAN} = \frac{1}{3} S_{ABD} \Rightarrow S_{BMN} = \frac{1}{6} S_{BAD}.$$

$$\text{Ta có } V_{PMNB} = \frac{1}{3} \cdot d(P, (ABD)) \cdot S_{BMN} = \frac{V}{12}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 119. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm CD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM .

A. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. a .

Lời giải.

Gọi N là trung điểm AD , suy ra $MN \parallel AC$, do đó

$$d(AC; BM) = d(AC; (BMN)) = d(D; (BMN)).$$

Gọi I là hình chiếu của N trên (ABC) , suy ra $NI \parallel AH$ và

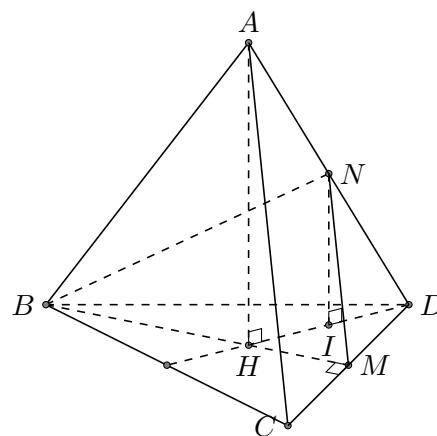
$$NI = \frac{AH}{2}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } V_{N.BMD} = \frac{1}{3} \cdot NI \cdot S_{\triangle BMD} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{48}.$$

$$\text{Ta có } S_{\triangle BMN} = \frac{a^2 \sqrt{11}}{16}.$$

$$V_{N.BMD} = V_{D.BMN} = \frac{1}{3} d(D; (BMN)) \cdot S_{\triangle BMN} \Rightarrow$$

$$d(D; (BMN)) = \frac{a\sqrt{22}}{11}$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 120. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(A'BC')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3a^3}{8}$.

B. $V = \frac{9a^3}{8}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$.

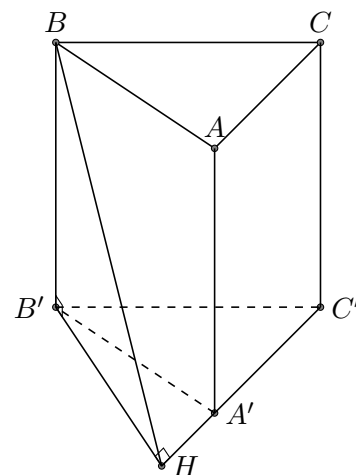
D. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Lời giải.

Ta có $B'H = \sin 30^\circ \cdot B'C' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\widehat{BHB'} = 60^\circ \Rightarrow BB' = B'H \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.

Suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot BB' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 121. Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = 2\sqrt{3}$ và các cạnh còn lại đều bằng x . Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng $2\sqrt{2}$.

A. $x = \sqrt{6}$.

B. $x = 2\sqrt{2}$.

C. $x = 3\sqrt{2}$.

D. $x = 2\sqrt{3}$.

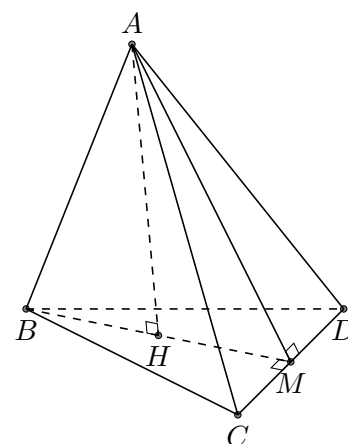
Lời giải.

Gọi M là trung điểm CD và H là hình chiếu của A trên (BCD) . Do $(ABM) \perp CD$ nên H thuộc BM . Ta có

$$AH = \frac{2S_{ABM}}{BM} = \frac{2\sqrt{3}\sqrt{\frac{3x^2}{4} - 3}}{\frac{x\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3x^2 - 12}}{x}.$$

Do $S_{BCD} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$ và $V = 2\sqrt{2}$ nên

$$x\sqrt{x^2 - 4} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 122. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAB cân tại S . Góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy bằng 60° , góc giữa SA và mặt đáy bằng 45° . Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. Tính chiều cao của hình chóp $S.ABCD$.

A. $a\sqrt{3}$.

B. $a\sqrt{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Lấy M, N theo thứ tự là trung điểm các cạnh AB, CD , suy ra MN là đường trung bình của hình vuông $ABCD$, suy ra $MN \perp AB$. (1)

Mặt khác, do tam giác SAB cân tại S , suy ra $SM \perp AB$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(SMN) \perp AB$ (*), từ đó suy ra $((SAB), (ABCD)) = \widehat{SMN} = 60^\circ$.

Trong mặt phẳng (SMN) , kẻ $SO \perp MN$ tại O , suy ra $SO \perp AB$ (do (*)), từ đó suy ra $SO \perp (ABCD)$, suy ra $SO \perp AO$.

Giả sử $SO = h$ và cạnh hình vuông bằng x .

Xét hai tam giác vuông SOM và SOA , có $OM = \frac{SO}{\tan 60^\circ} = \frac{h}{\sqrt{3}}$ và $AO = SO = h$.

Xét tam giác vuông AMO , có $AO^2 = AM^2 + MO^2 \Leftrightarrow h^2 = \frac{x^2}{4} + \frac{h^2}{3} \Leftrightarrow h = \frac{x\sqrt{6}}{4}$.

Từ đó suy ra thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot x^2 = \frac{x^3\sqrt{6}}{12} = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = 2a\sqrt{2}.$$

Từ đó suy ra chiều cao khối chóp $h = \frac{2a\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}}{4} = a\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 123. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy (ABC) bằng 60° , khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{6\sqrt{7}}{7}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 8\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = 5\frac{\sqrt{7}}{3}$.

C. $V = 10\frac{\sqrt{7}}{3}$.

D. $V = 5\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AB ; lấy O là giao điểm giữa CN và AM .

Từ đó ta có $AM \perp BC$ và $SM \perp BC$, suy ra $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SO$.

Tương tự ta chứng minh được $AB \perp SO$, kết hợp chứng minh trên suy ra $SO \perp (ABC)$.

Gọi a là độ dài cạnh đáy, suy ra $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $OM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

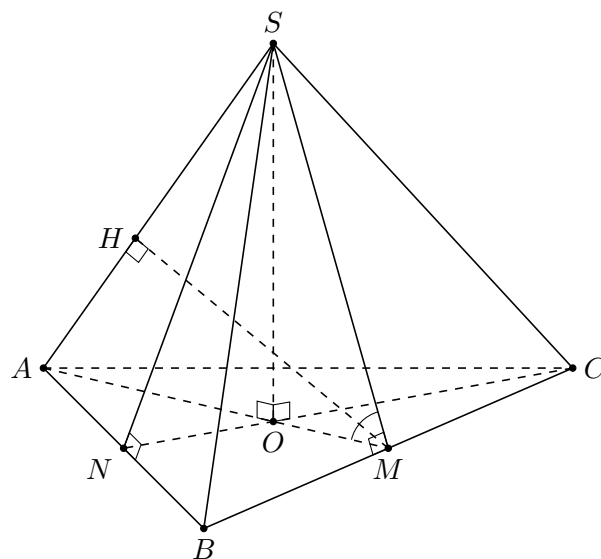
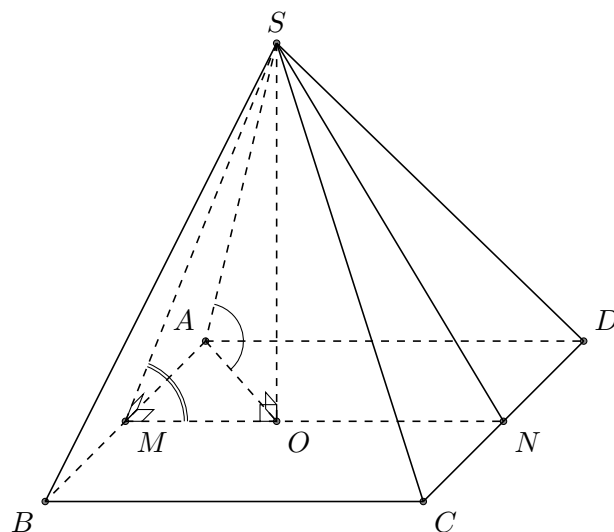
Xét tam giác SOM vuông tại O , có

$$SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2}.$$

Trong tam giác vuông SOA , có $SA^2 = AO^2 + SO^2 = \frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{4} \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Trong tam giác SAM , kẻ $MH \perp SA$ tại H , kết hợp chứng minh trên suy ra $MH \perp BC$, suy ra $MH = \frac{6\sqrt{7}}{7}$.

Từ đó ta có $SO \cdot AM = MH \cdot SA \Leftrightarrow \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{7}}{7} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{6} \Leftrightarrow a = 4$.



$$\text{Vậy thể tích khối chóp } V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 124. Tính thể tích của khối đa diện có các đỉnh là tâm các mặt hình lập phương cạnh bằng $\sqrt{2}a$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. $a^3\sqrt{2}$.

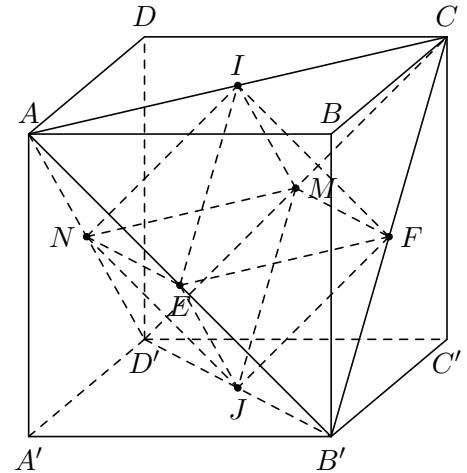
C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

Giải sử $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh $\sqrt{2}a$ và E, F, M, N, I, J là tâm các mặt như hình vẽ. Ta có $MNEF$ là hình bát diện đều có cạnh $IF = \frac{1}{2}AB' = a$.

$$V_{IJMNEF} = 2V_{IMNEF} = \frac{1}{3}IJ \cdot S_{MNEF} = \frac{1}{3}\sqrt{2}a \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 125.

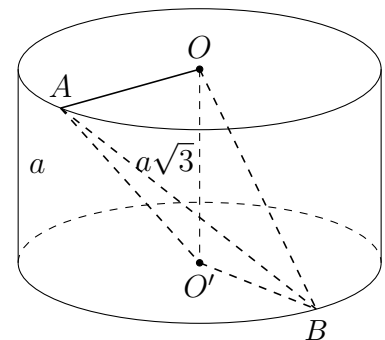
Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Trên các đường tròn (O) , (O') lần lượt lấy các điểm A và B sao cho $AB = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích khối tứ diện $OABO'$.

A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của O lên AO' . Ta có $AO' = a\sqrt{2}$, $AB = a\sqrt{3}$, $O'B = a$, theo định lý Pithago tam giác $\triangle AO'B$ vuông tại O' .

$$\begin{cases} BO' \perp OO' \\ BO' \perp AO' \end{cases} \Rightarrow BO' \perp (AOO') \Rightarrow BO' \perp OH. \text{ Kết hợp với } OH \perp AO' \text{ suy ra } OH \perp (AO'B).$$

Trong tam giác vuông AOO' ta có $OH = \frac{OA \cdot OO'}{AO'} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra $V_{OAO'B} = \frac{1}{3}OH \cdot S_{AO'B} = \frac{a^3}{6}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 126. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$.

A. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$.

B. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$.

C. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

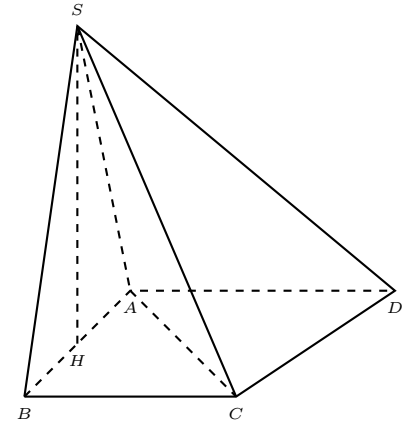
Lời giải.Gọi H là trung điểm cạnh AB .

Ta có
$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD). \\ SH \perp AB \end{cases}$$

Khi đó $V_{S.ACD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ACD}$.

Mà $S_{ACD} = S_{ABCD} - S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot (AD + BC) - \frac{1}{2}AB \cdot BC = a^2$.

Và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

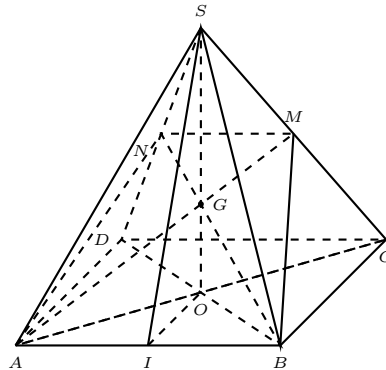
Câu 127. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác SAC . Mặt phẳng chứa AB và đi qua G cắt các cạnh SC , SD lần lượt tại M và N . Biết mặt bên của hình chóp tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABMN$ bằng

A. $a^3\frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $a^3\frac{\sqrt{3}}{8}$.

C. $a^3\frac{\sqrt{3}}{16}$.

D. $3a^3\frac{\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải.

Vì G là trọng tâm tam giác SAC nên AG cắt SC tại trung điểm M của SC , tương tự BG cắt SD tại trung điểm N của SD .

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và I là trung điểm của AB . Suy ra góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy $(ABCD)$ là góc $\widehat{SIO} = 60^\circ$. Do đó $SO = OI \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Mặt khác $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABM}$, ta lại có $\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{2}V_{S.ABC}$.

Tương tự ta có $V_{S.AMN} = \frac{1}{4}V_{S.ACD}$.

Vậy $V_{S.ABMN} = \frac{3}{4}V_{S.ABCD} = a^3\frac{\sqrt{3}}{8}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 128. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , biết $A'.ABC$ là hình chóp đều và $A'D$ hợp với đáy một góc 45° . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. a^3 .

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

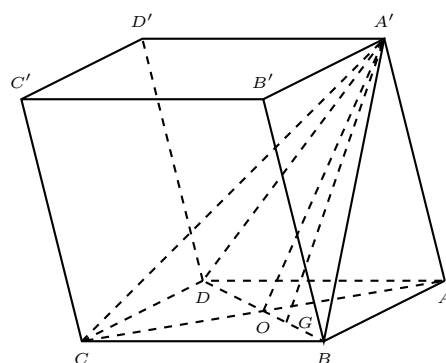
Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó góc giữa $A'D$ và đáy $(ABCD)$ là $\widehat{A'DG} = 45^\circ$.

Do tam giác ABC đều nên $BG = \frac{a\sqrt{3}}{3}, DB = a\sqrt{3}, DG = 2BG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác $A'DG$ vuông cân tại G nên $A'G = DG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'G = a^3$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 129. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M là trung điểm SB và G là trọng tâm của tam giác SBC . Gọi V, V' lần lượt là thể tích của các khối $M.ABC$ và $G.ABD$, tính tỉ số $\frac{V}{V'}$.

A. $\frac{V}{V'} = \frac{3}{2}$.

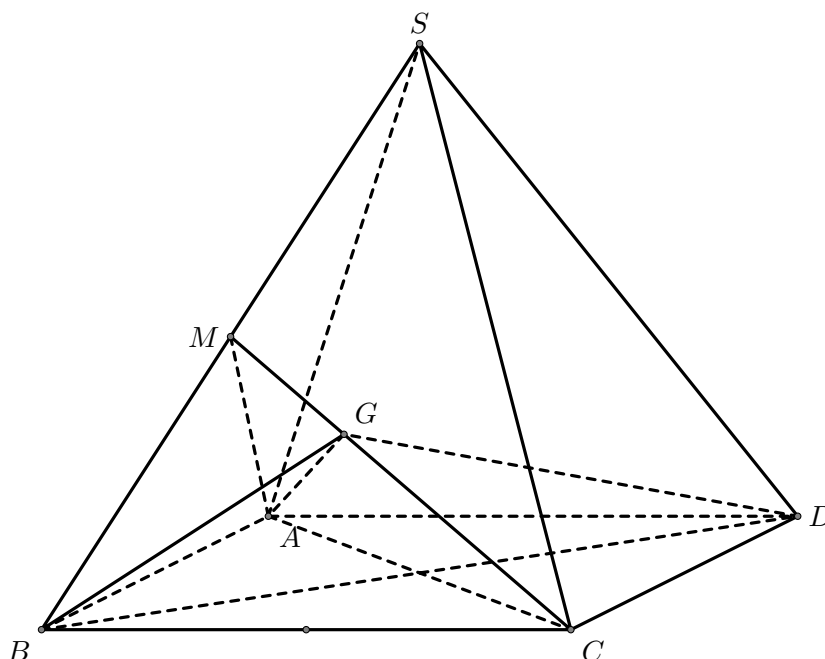
B. $\frac{V}{V'} = \frac{4}{3}$.

C. $\frac{V}{V'} = \frac{5}{3}$.

D. $\frac{V}{V'} = 2$.

Lời giải.

Ta có $\frac{S_{\triangle ABC}}{d(M; (ABCD))} = \frac{S_{\triangle ABD}}{d(G; (ABCD))} = \frac{CM}{CG} = \frac{3}{2}$ nên $\frac{V}{V'} = \frac{3}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 130. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy $2a$, góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

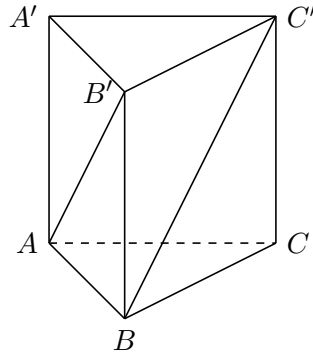
A. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $V = 2\sqrt{3}a^3$.

C. $V = \frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$.

D. $V = 2\sqrt{6}a^3$.

Lời giải.



Gọi h là chiều cao của hình lăng trụ.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'}) \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot (4a^2 + h^2) = -2a^2 + h^2 \Rightarrow h = 2a\sqrt{2}.$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{2} \cdot \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{6}a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 131. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh $3a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 30° . Tính tỉ số $\frac{3V}{a^3}$ biết V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

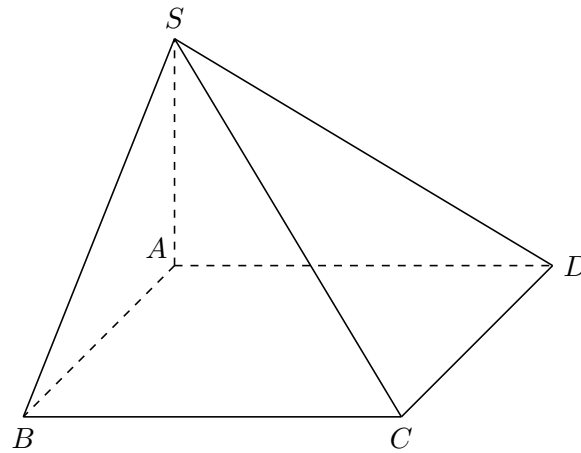
A. $\frac{\sqrt{3}}{12}.$

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}.$

C. $\sqrt{3}.$

D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}.$

Lời giải.



Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc $(ABCD)$ suy ra $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với BC cho nên $\widehat{ABS} = 30^\circ$, $SA = AB \tan 30^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

$$\frac{3V}{a^3} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 132. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy $(ABCD)$ trùng với trung điểm AB . Biết $AB = a$, $BC = 2a$, $BD = a\sqrt{10}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy là 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = \frac{3\sqrt{30}a^3}{8}.$

B. $V = \frac{\sqrt{30}a^3}{4}.$

C. $V = \frac{\sqrt{30}a^3}{12}.$

D. $V = \frac{\sqrt{30}a^3}{8}.$

Lời giải.

Ta có $AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = 3a$.

Gọi H là trung điểm AB thì $SH \perp (ABCD)$, kẻ $HK \perp BD$ (với $K \in BD$), ta có $\widehat{SKH}$ là góc giữa (SBD) và $(ABCD)$, do đó $\widehat{SKH} = 60^\circ$.

Gọi AM là đường cao của tam giác vuông ABD . Khi đó, ta có:

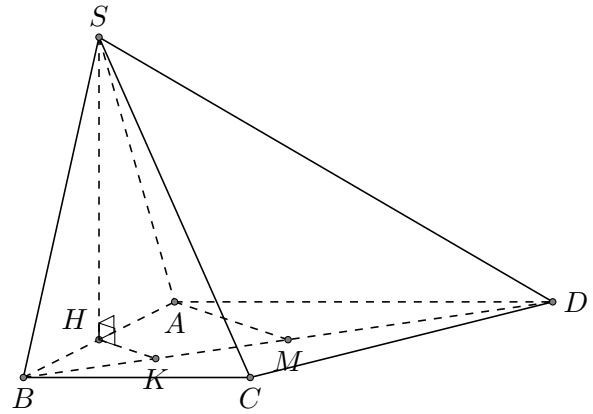
$$AM = \frac{AB \cdot AD}{BD} = \frac{a \cdot 3a}{a\sqrt{10}} = \frac{3a}{\sqrt{10}}, \text{ suy ra } HK = \frac{AM}{2} = \frac{3a}{2\sqrt{10}}.$$

$$\text{Do đó: } SH = HK \tan \widehat{SKH} = \frac{3a}{2\sqrt{10}} \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{10}}.$$

$$\text{Vậy nên } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} (AD + BC) \cdot AB \cdot SH = \frac{1}{6} (3a + 2a) \cdot a \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{30}a^3}{8}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 133. Xét khối tứ diện $ABCD$, $AB = x$, các cạnh còn lại bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất.

A. $x = \sqrt{14}$.

B. $x = \sqrt{6}$.

C. $x = 2\sqrt{2}$.

D. $x = 3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm CD . Do ACD và BCD là những tam giác đều, ta dễ dàng chứng minh được $CD \perp (ABM)$.

Trong (ABM) , vẽ $AH \perp BM$ tại H , suy ra $AH \perp (BCD)$.

Ta có

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2\sqrt{3})^2 = \sqrt{3} AH.$$

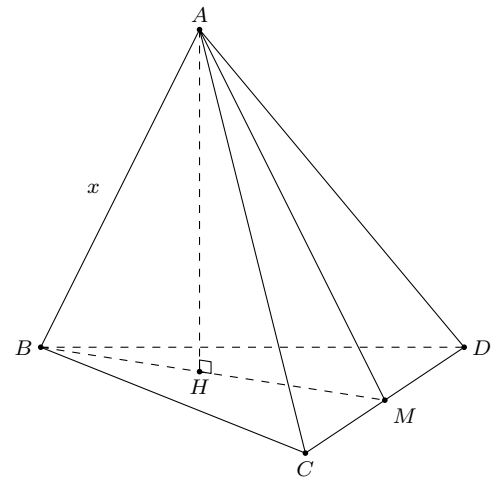
Vậy để thể tích khối tứ diện $ABCD$ là lớn nhất thì AH phải lớn nhất. Mặt khác, $AH \leq AM = 3$ và dấu bằng xảy ra khi $H \equiv M$.

Nếu $H \equiv M$ thì khi đó,

$$x = AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{AM^2 + BM^2} = \sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 134. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

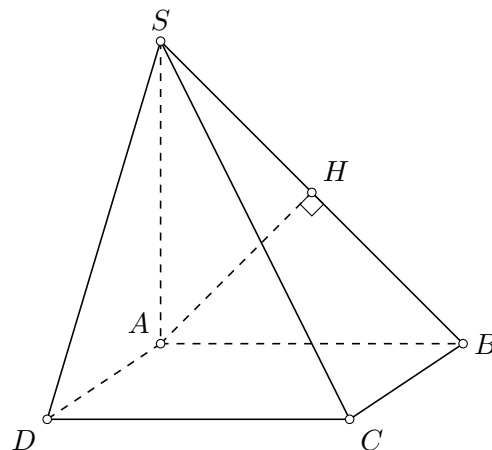
D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A trên SB . Do $SA \perp (ABCD)$ và $(ABCD)$ là hình vuông nên $CB \perp SA$ và $CB \perp AB$ hay $CB \perp (SAB)$, suy ra $CB \perp AH$. Mặt khác theo định nghĩa của H thì $AH \perp SB$, do đó $AH \perp (SBC)$, hay $d(A, (SBC)) = AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Suy ra

$$\sin \widehat{HBA} = \frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó $\widehat{HBA} = 45^\circ$, suy ra $SA = AB = a$.
 Vậy thể tích khối chóp đã cho là $V = \frac{a^3}{3}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 135. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a và các góc $\widehat{BAD}$, $\widehat{DAA'}$, $\widehat{A'AB}$ đều bằng 60° . Tính thể tích V của tứ diện $ACB'D'$ theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải.

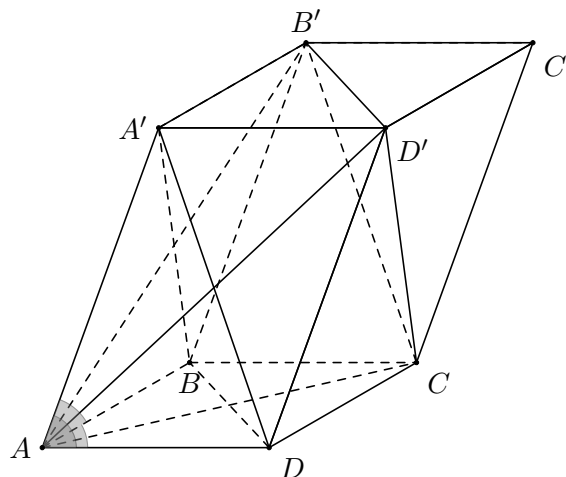
Tứ diện $A'ABD$ là tứ diện đều cạnh a nên

$$V_{A'ABD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

$$\begin{aligned} V_{ABCD.A'B'C'D'} &= d(A', (ABD)) \cdot S_{ABCD} \\ &= 2d(A', (ABD)) \cdot S_{ABD} \\ &= 6V_{A'ABD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = V_{D'ADC} + V_{B'ABC} + V_{CB'C'D'} + V_{AA'B'D'} + V_{ACB'D'}$.

Vì các khối $D'.ADC$; $B'.ABC$; $C.B'C'D'$; $A.A'B'D'$



có cùng chiều cao và diện tích đáy với khối $A'.ABD$ nên $V_{ACB'D'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2} - 4 \times \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 136. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy góc 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng $8a^2$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = 8\sqrt{3}a^3$.

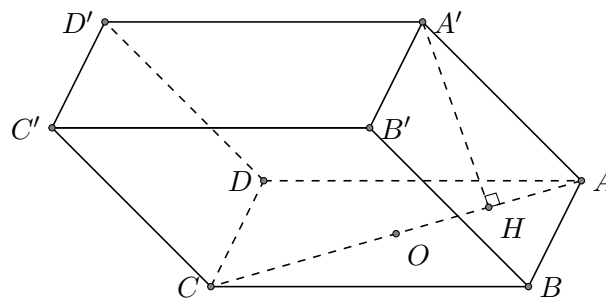
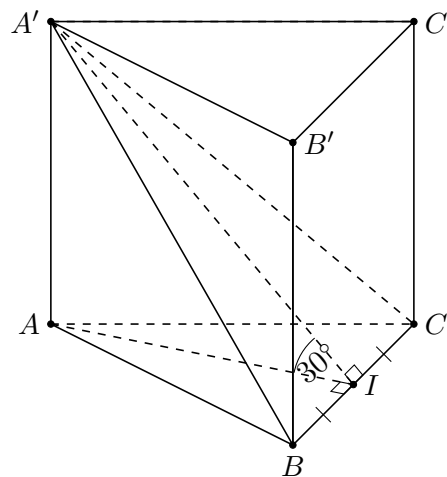
B. $V = 2\sqrt{3}a^3$.

C. $V = 64\sqrt{3}a^3$.

D. $V = 16\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

The diagram illustrates a 3D geometric setup. A point S is positioned above a triangle ABC . A vertical line segment SA connects S to vertex A , and a right-angle symbol at A indicates that SA is perpendicular to the plane of the triangle. A dashed line AC represents the hidden edge of the triangle. A point M lies on the edge BC , and a dashed line AM connects vertex A to M . A right-angle symbol at M indicates that AM is perpendicular to BC . A line segment SM is drawn, and another right-angle symbol at M indicates that SM is perpendicular to BC .



Tam giác ABC có diện tích $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và chiều cao $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra thể tích của hình chóp là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{4}$.

Tam giác SAM vuông tại A có $SM = \sqrt{SA^2 + AM^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$, từ đó suy ra diện tích của tam giác SBC là $S_{SBC} = \frac{a^2\sqrt{15}}{4}$.

Gọi d là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) , suy ra $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}dS_{SBC} \Rightarrow d = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 139. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thể tích là V . Tính thể tích của tứ diện $ACB'D'$ theo V .

A. $\frac{V}{6}$.

B. $\frac{V}{4}$.

C. $\frac{V}{5}$.

D. $\frac{V}{3}$.

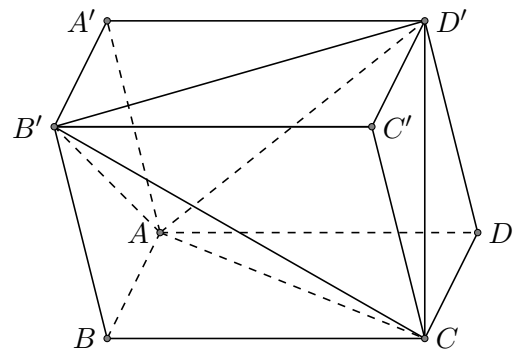
Lời giải.

Gọi h là chiều cao hình hộp.

Ta có: $V_{B'.ABC} = \frac{1}{3}h \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}h \cdot \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{6}h \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{6}V$.

Tương tự ta có: $V_{D'.ADC} = V_{C.B'C'D'} = V_{A.A'B'D'} = \frac{1}{6}V$.

Suy ra $V_{ACB'D'} = V - V_{B'.ABC} - V_{D'.ADC} - V_{C.B'C'D'} - V_{A.A'B'D'} = V - 4 \cdot \frac{1}{6}V = \frac{1}{3}V$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 140. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh a , tam giác SBA vuông tại B , tam giác SAC vuông tại C . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của đỉnh S xuống mặt phẳng (ABC) . Khi đó, ta có $SH \perp AB, SH \perp AC$.

Ta có $\begin{cases} AB \perp SB \\ AB \perp SH \\ SH \cap SB = \{S\} \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBH) \Rightarrow AB \perp BH$ Tương tự, ta cũng chứng minh được $AC \perp (SCH)$. Từ đó suy ra $AC \perp CH$.

Do $SB \perp AB, BH \perp AB$ nên suy ra góc giữa (SAB) và (ABC) là góc $\widehat{SBH}$. Vậy $\widehat{SBH} = 60^\circ$.

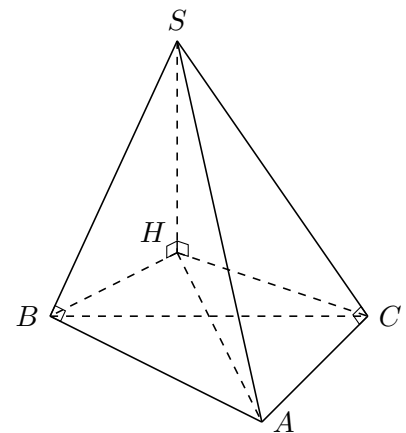
Do $\triangle ABH = \triangle ACH \Rightarrow \widehat{BAH} = 30^\circ$.

Trong tam giác vuông ABH , ta có $BH = AB \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Trong tam giác vuông SHB , ta có $SH = BH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} = a$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Chọn đáp án **(B)** □



Câu 141. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, đường thẳng SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

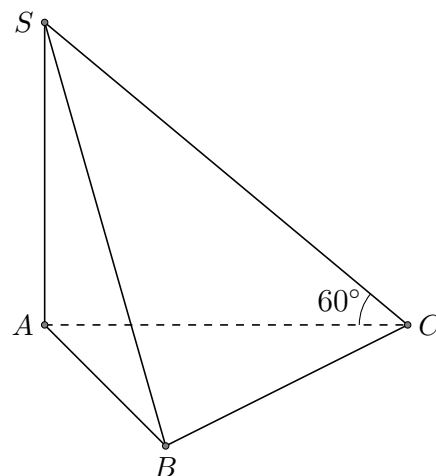
- A. $\frac{a^3}{8}$. B. $\frac{3a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Vì $SA \perp (ABC) \Rightarrow$ góc giữa SC và mặt phẳng đáy là góc giữa SC và đường thẳng AC bằng góc $\widehat{SCA} = 60^\circ$.

Xét $\triangle SAC$ có $SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 142. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$; $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{2a^3}{3}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SB với mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 75° .

Lời giải.

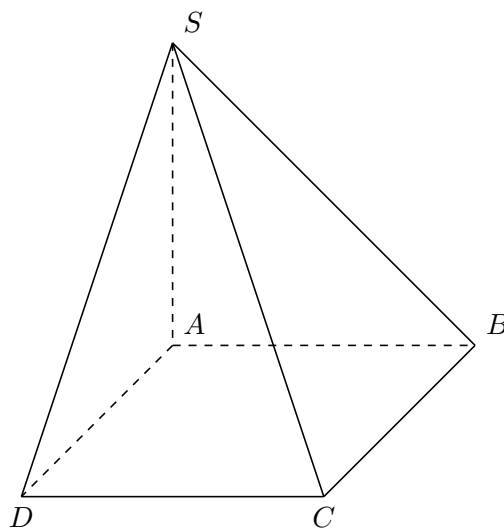
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{2a^2}{3} \cdot SA = \frac{2a^3}{3} \Rightarrow SA = a$$

$\Rightarrow SA = AB \Rightarrow \triangle SAB$ vuông cân tại A .

Có $SA \perp (ABCD)$

$$\Rightarrow (\widehat{SB, (ABCD)}) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA} = 45^\circ.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 143. Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3} \text{ m}^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/ m^2 . Khi đó kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất là

- A. Chiều dài 20 m chiều rộng 10 m và chiều cao $\frac{5}{6}$ m.
 B. Chiều dài 10 m chiều rộng 5 m và chiều cao $\frac{10}{3}$ m.
 C. Chiều dài 30 m chiều rộng 15 m và chiều cao $\frac{10}{27}$ m.

D. Một đáp số khác.

Lời giải.

Giả sử chiều dài, rộng, chiều cao của hình lăng trụ lần lượt là x, y, z . Vì chiều dài gấp đôi chiều rộng nên $x = 2y$.

Khi đó thể tích khối hộp chữ nhật là

$$V = xyz = 2y^2z = \frac{500}{3} \Rightarrow z = \frac{250}{3y^2}.$$

Diện tích xung quanh và diện tích một mặt đáy của khối hộp là $S_{xq} = xy + 2yz + 2zx = 2y^2 + \frac{500}{y}$.

$$\text{Xét hàm số } f(y) = 2y^2 + \frac{500}{y} \Rightarrow f'(y) = 4y - \frac{500}{y^2}.$$

$$\Rightarrow f'(y) = 0 \Leftrightarrow y = 5.$$

Vậy để chi phí thấp nhất thì chiều dài 10 m chiều rộng 5 m và chiều cao $\frac{10}{3}$ m.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 144.

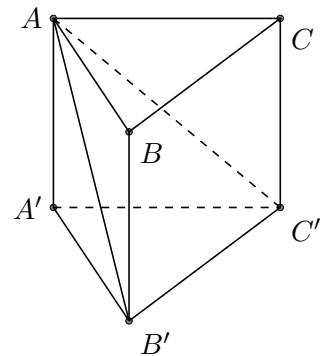
Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng 60° (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$.

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Lời giải.

Gọi M là trung điểm của $A'C'$. Do tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' nên $B'M \perp A'C'$.

$$\Rightarrow MB' \perp (AA'C'C).$$

$$\text{Thể tích khối chóp } B'.ACC'A' \text{ là } V_{B'.AA'C'C} = \frac{1}{3} B'M \cdot AA' \cdot AC.$$

$$\text{Ta có } B'M = \frac{a\sqrt{2}}{2}, AC = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Do } MB' \perp (AA'C'C) \Rightarrow MB' \perp AC'. \text{ Kẻ } MK \perp AC' \Rightarrow B'K \perp AC'.$$

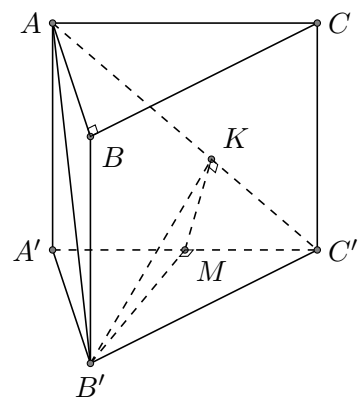
$$\text{Vậy góc giữa hai mặt phẳng } (ACC') \text{ và } (AB'C') \text{ là } \widehat{MKB'} \Rightarrow \widehat{MKB'} = 60^\circ.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } MKB' \text{ ta có } \tan 60^\circ = \frac{MB'}{MK} \Rightarrow MK = \frac{MB'}{\tan 60^\circ} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } MKC' \text{ ta có } \tan \widehat{MC'K} = \frac{MK}{KC'} = \frac{MK}{\sqrt{MC'^2 - MK^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{6}}{\sqrt{\frac{2a^2}{4} - \frac{6a^2}{36}}}.$$

$$\text{Mặt khác trong tam giác vuông } AA'C \text{ ta có } AA' = A'C' \cdot \tan \widehat{MC'K} = \frac{\sqrt{2}}{2} a\sqrt{2} = a.$$

$$\text{Vậy } V_{B'.AA'C'C} = \frac{1}{3} B'M \cdot AA' \cdot AC = \frac{1}{3} a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 145. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, diện tích tam giác $A'BC$ bằng 3. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải.

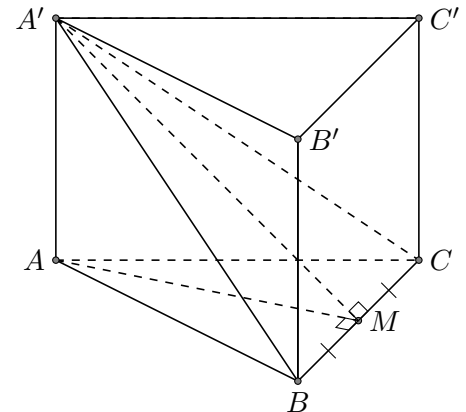
Gọi M là trung điểm của BC .

$$\text{Vì } \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'M.$$

$$S_{\triangle A'BC} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M \cdot BC = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M \cdot 2 = 3 \Leftrightarrow A'M = 3.$$

$$AA' = \sqrt{A'M^2 - AM^2} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 146. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$; $BC = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , mặt phẳng (SAG) tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối tứ diện $ACGS$ bằng

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{36}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{27}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải.

Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB, BC .

Suy ra $SH \perp (ABC)$.

Trong (ABC) vẽ $HK \perp AI$, suy ra $AI \perp (SHK)$ nên $AI \perp SK$.

$$\Rightarrow [(SAG), (ABC)] = (\widehat{SK, HK}) = \widehat{SKH} = 60^\circ.$$

Ta có $\triangle ABI$ vuông cân tại B (do $BI = BA = a$).

$$\Rightarrow \widehat{BAI} = 45^\circ \Rightarrow \triangle AHK \text{ vuông cân tại } K$$

$$\Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow SH = HK \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Ta có

$$S_{\triangle ACG} = S_{\triangle AHC} - S_{\triangle AHG} = \frac{1}{2} (BC \cdot AH - HK \cdot AG)$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ACG} = \frac{1}{2} \left(2a \cdot \frac{a}{2} - \frac{a\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{2a\sqrt{2}}{3} \right) = \frac{a^2}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{SACG} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ACG} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a^2}{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{36}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 147. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng a , lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Lấy điểm H trên đoạn DE sao cho $HD = 3HE$. Gọi S là điểm đối xứng với B qua H . Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng

A. $\frac{5}{6}a^3$.

B. $\frac{2}{3}a^3$.

C. $\frac{8}{3}a^3$.

D. $\frac{9}{8}a^3$.

Lời giải.

$$V_{ABCDSEF} = V_{SABCD} + V_{SABEF}.$$

Ta dựng thêm hình như hình vẽ.

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot a^2.$$

$$\text{Do } SO \parallel (ABEF) \Rightarrow d(S, (ABEF)) = d(O, (ABEF)).$$

$$V_{SABEF} = \frac{1}{3}d(S, (ABCD)) \cdot S_{ABEF} = \frac{1}{3}OK \cdot a^2.$$

Tính SO

$$HG = \frac{3}{4}EB = \frac{3}{4}a.$$

$$SO = 2HG = \frac{3}{2}a.$$

Tính OK

$$BG = DB - DG = a\sqrt{2} - \frac{3}{4}a\sqrt{2} = \frac{1}{4}a\sqrt{2}.$$

$$OB = 2BG = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$OK = \frac{OB}{BD} \cdot AD = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCDSEF} = \frac{1}{3} \frac{3a}{2} \cdot a^2 + \frac{1}{3} \frac{a}{2} \cdot a^2 = \frac{2}{3}a^3.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 148. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - 2y + z - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (1; -2; 1).$

B. $\vec{n} = (-1; 2; 0).$

C. $\vec{n} = (2; 1; 1).$

D. $\vec{n} = (2; 1; 0).$

Lời giải.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 149. Các đường chéo của các mặt một hình hộp chữ nhật bằng $\sqrt{5}, \sqrt{10}, \sqrt{13}$. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật đó.

A. $V = 6.$

B. $V = 5\sqrt{26}.$

C. $V = 2.$

D. $V = \frac{5\sqrt{26}}{3}.$

Lời giải.

Gọi a, b, c là các kích thước của hình hộp chữ nhật, khi đó ta có hệ

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 5 \\ b^2 + c^2 = 10 \\ c^2 + a^2 = 13 \end{cases}$$

Từ đó suy ra

$$\begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 1 \\ c^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 3 \end{cases}$$

Do đó $V = abc = 6.$

Chọn đáp án **(A)**

□

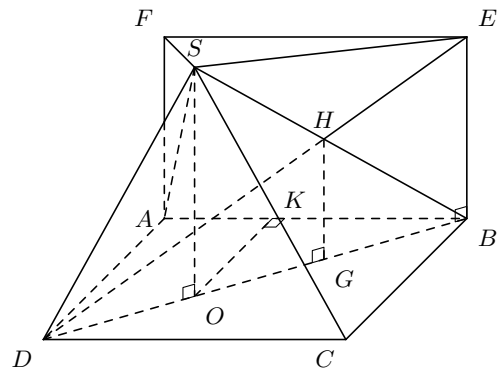
Câu 150. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 9. Tính thể tích khối tứ diện $ACB'D'$.

A. 3.

B. $\frac{9}{2}.$

C. 6.

D. $\frac{27}{4}.$



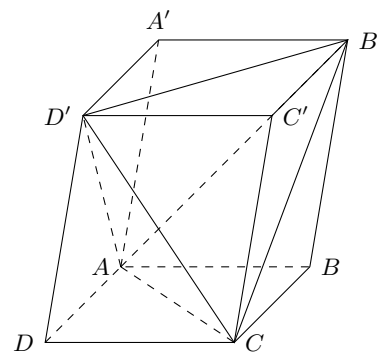
Lời giải.

Ta có

$$V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{AA'B'D'} - V_{CC'B'D'} - V_{D'DAC} - V_{B'ABC}.$$

$$\text{Mà } V_{AA'B'D'} = V_{CC'B'D'} = V_{D'DAC} = V_{B'ABC} = \frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'}$$

$$\text{Từ đó suy ra } V_{ACB'D'} = \frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'} = 3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 151. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$; $SA = a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle SBC$, mặt phẳng (α) đi qua AG và song song với BC cắt SC , SB lần lượt tại M , N . Tính thể tích V của khối chóp $S.AMN$.

A. $V = \frac{4a^3}{27}$.

B. $V = \frac{2a^3}{9}$.

C. $V = \frac{4a^3}{9}$.

D. $V = \frac{2a^3}{27}$.

Lời giải.

Tam giác ABC vuông cân ở B nên

$$AB^2 + BC^2 = 2AB^2 = AC^2 \Rightarrow AB = BC = a.$$

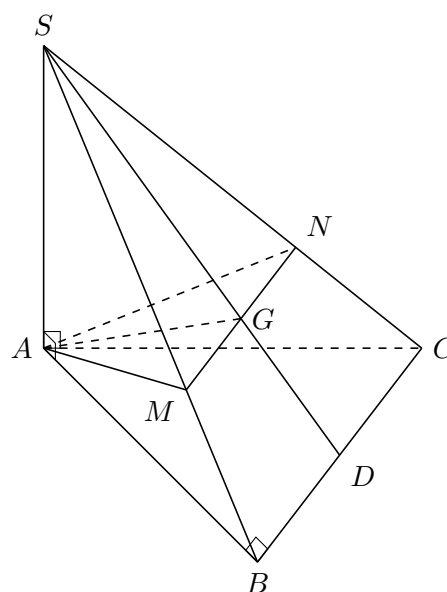
Suy ra thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{6}.$$

Theo bài ra ta có $(\alpha) \cap (SBC) \equiv MN$, kết hợp với $(\alpha) \parallel BC$ suy ra $MN \parallel BC$ suy ra $\frac{SM}{SB} = \frac{SG}{SD} = \frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$.

Từ đó suy ra

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA \cdot SM \cdot SN}{SA \cdot SB \cdot SC} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{4}{9} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{2a^3}{27}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 152. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh đều bằng a , gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Khoảng cách từ G đến mặt phẳng ABC bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{9}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

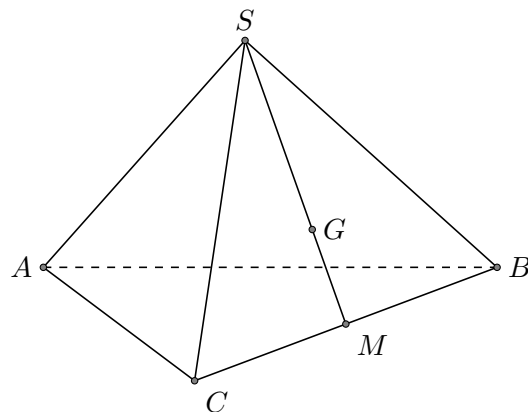
C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải.

Tứ diện $SABC$ đều cạnh a nên có thể tích $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.
 $\triangle ABC$ đều cạnh a nên có diện tích $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.
 Ta có

$$\begin{aligned} d(G, (ABC)) &= \frac{1}{3} \cdot d(S, (ABC)) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{3V}{S_{\triangle ABC}} \\ &= \frac{a\sqrt{6}}{9}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 153. Cho hình chóp $S.ABC$ có độ dài các cạnh đáy $AB = 3$, $BC = 4$, $AC = \sqrt{17}$. Gọi D là trung điểm của BC , các mặt phẳng (SAB) , (SBD) , (SAD) cùng tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) . Kẻ IN, IM, IP lần lượt vuông góc với AB, BD, AD tại M, N, P . Khi đó góc giữa các mặt phẳng (SAB) , (SBD) , (SAD) và mặt phẳng (ABC) lần lượt là $\widehat{SMI}$, $\widehat{SNI}$, $\widehat{SPI}$.

Ta có $\widehat{SMI} = \widehat{SNI} = \widehat{SPI} = 60^\circ$.

$\Rightarrow \triangle SIM = \triangle SIN = \triangle SIP$.

$\Rightarrow IM = IN = IP = r$, với r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABD .

Ta có $AD = \sqrt{\frac{2(AB^2 + AC^2) - BC^2}{4}} = 3$.

$$\triangle ABD \text{ có } p = \frac{AB + BD + DA}{2} = 4; S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 2\sqrt{2} \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Đường cao $SI = IM \cdot \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Thể tích $V_{S.ABC} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{\triangle ABD} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 154. Cho hình chóp đa giác đều có các cạnh bên bằng a và tạo với đáy của hình chóp một góc 30° . Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

B. $4\pi a^3$.

C. $4\pi a^3\sqrt{3}$.

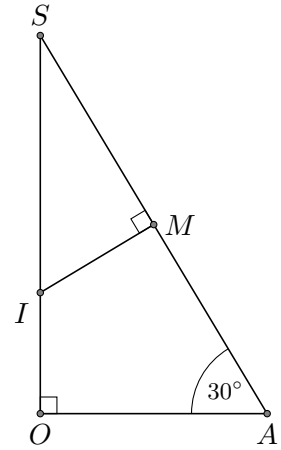
D. $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Xét tam giác SOA vuông tại A có $\widehat{SAO} = 30^\circ$. Khi cho tam giác này quay quanh trục SO ta được một hình nón. Đa giác đều thỏa mãn yêu cầu đề bài là đa giác đều bất kì nội tiếp trong hình nón ta vừa dựng được. Hình cầu ngoại tiếp hình nón cũng là hình cầu ngoại tiếp đa giác đều đã cho. Dựng đường trung trực của SA , cắt SA tại M và cắt SO tại I , suy ra I là tâm hình cầu và bán kính hình cầu là SI .

$$\text{Do } \triangle SMI \sim \triangle SOA \Rightarrow \frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SA} \Rightarrow SI = \frac{SM \cdot SA}{SO} = \frac{a \cdot \frac{a}{2}}{a \sin 30^\circ} = a.$$

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp cần tìm là $\frac{4\pi a^3}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 155. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $6a^3$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích V' của khối đa diện $ABC.MNP$.

A. $V' = \frac{11}{27}a^3$.

B. $V' = \frac{9}{16}a^3$.

C. $V' = \frac{11}{3}a^3$.

D. $V' = \frac{11}{18}a^3$.

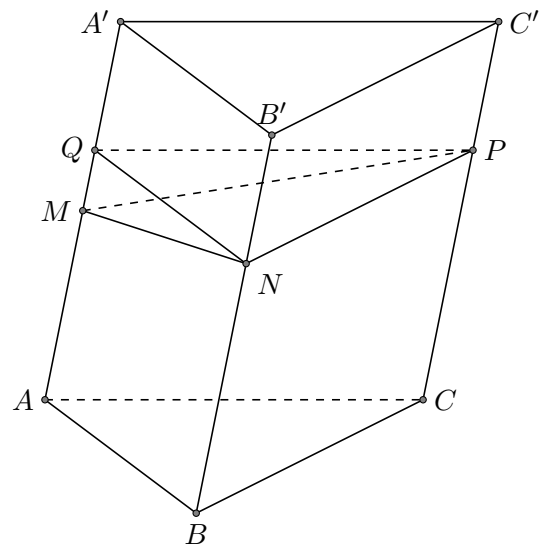
Lời giải.

Trên AA' lấy điểm Q sao cho $PQ \parallel AC$.

$$\text{Khi đó } MQ = A'M - A'Q = \frac{1}{6}AA'.$$

Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

$$V' = V_{ABC.QNP} - V_{M.QNP} \\ \Rightarrow V' = \frac{2}{3}V - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}V = \frac{11}{18}V = \frac{11}{3}a^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 156. Cho khối chóp có thể tích $V = 18 \text{ (cm}^3\text{)}$ và diện tích mặt đáy $B = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$. Chiều cao của khối chóp là

A. $h = 36 \text{ (cm)}$.

B. $h = 3 \text{ (cm)}$.

C. $h = 9 \text{ (cm)}$.

D. $h = 1 \text{ (cm)}$.

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{3 \cdot 18}{6} = 9 \text{ (cm)}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 157. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, mặt bên $(ABB'A')$ có diện tích bằng 8. Khoảng cách từ đỉnh C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 6. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 48.

B. 16.

C. 32.

D. 24.

Lời giải.

Đặt $V_{ABC.A'B'C'} = V$.

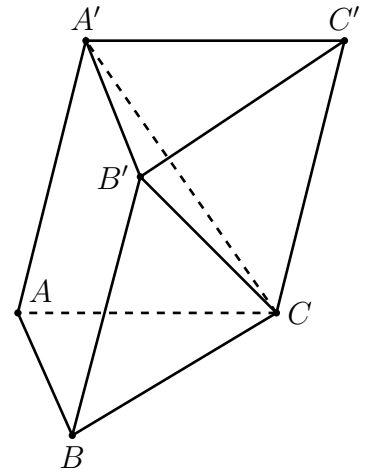
$$\frac{V_{C.A'B'C'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{3}d(C;(A'B'C')) \cdot S_{A'B'C'}}{d(C;(A'B'C')) \cdot S_{A'B'C'}} = \frac{1}{3}.$$

$$\Rightarrow V_{C.A'B'C'} = \frac{V}{3}.$$

Mặt khác $V_{C.ABB'A'} + V_{C.A'B'C'} = V_{ABC.A'B'C'}$
nên $V_{C.ABB'A'} = V - \frac{V}{3} = \frac{2V}{3}$. Hay $V = \frac{3V_{C.ABB'A'}}{2}$.

$$V_{C.ABB'A'} = \frac{1}{3} \cdot d(C;(ABB'A')) \cdot S_{ABB'A'} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 8 = 16.$$

$$V = \frac{3V_{C.ABB'A'}}{2} = 24.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 158. Cho hình chóp $S.ABC$ có góc $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$, $SA = 2$, $SB = 3$, $SC = 4$.
Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

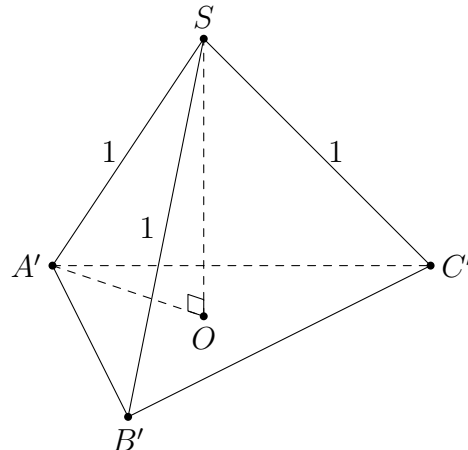
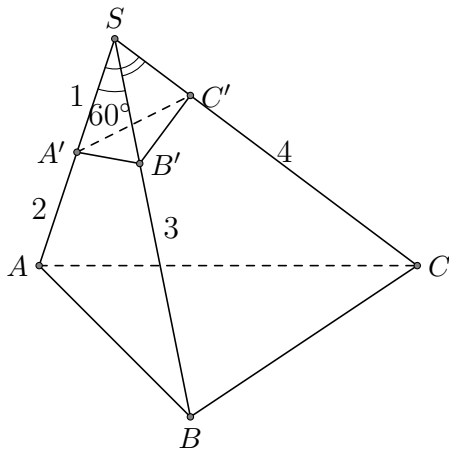
A. $2\sqrt{2}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $4\sqrt{3}$.

Lời giải.



Trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm A', B', C' sao cho $SA' = SB' = SC' = 1$.

Dễ thấy các tam giác $SA'B'C', SB'C', SC'A'$ là các tam giác đều nên $A'B' = B'C' = C'A' = 1$. Kẻ $SO \perp (A'B'C')$.

Vì $S.A'B'C'$ là hình chóp đều nên O là tâm của hình đáy.

Theo định lí hàm số sin thì: $OA' = \frac{B'C'}{2 \sin \widehat{B'A'C'}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

$\triangle SOA'$ vuông tại O nên theo định lí Pitago ta có: $SO = \sqrt{SA'^2 - A'O^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

$$V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{\triangle A'B'C'} = \frac{1}{3}SO \cdot \frac{1}{2}A'B' \cdot A'C' \sin \widehat{B'A'C'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{12}.$$

Mặt khác: $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA' \cdot SB' \cdot SC'}{SA \cdot SB \cdot SC} = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{1}{24} \Rightarrow V_{S.A'B'C'} = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 159. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Gọi K là trung điểm của DD' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D$

A. $\frac{4a}{3}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{2a}{3}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

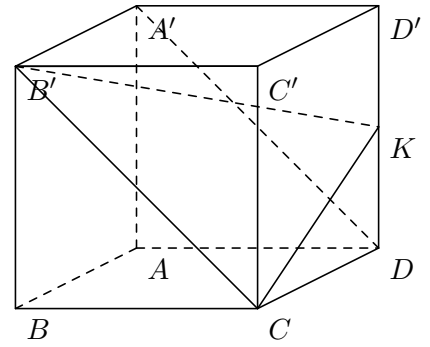
Lời giải.

Mặt phẳng $(B'CK)$ chứa CK và song song với $A'D$ nên khoảng cách cần tìm là khoảng cách từ D đến $(B'CK)$.

$$\text{Ta có } V_{B'.CDK} = \frac{1}{3} \cdot S_{CDK} \cdot B'C' = \frac{a^3}{12}.$$

Để tính $S_{B'CK}$ ta tính các cạnh $B'C = a\sqrt{2}$, $CK = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ và $B'K = \frac{3a}{2}$. Sử dụng công thức He-ron ta có $S_{B'CK} = \frac{3a^2}{4}$.

$$\text{Từ đây ta có } d(D, (B'CK)) = \frac{3V_{B'.CDK}}{S_{B'CK}} = \frac{a}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 160. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $A'.BCC'B'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm BC . Khi đó $AI \perp BC$ và $A'I \perp BC$.

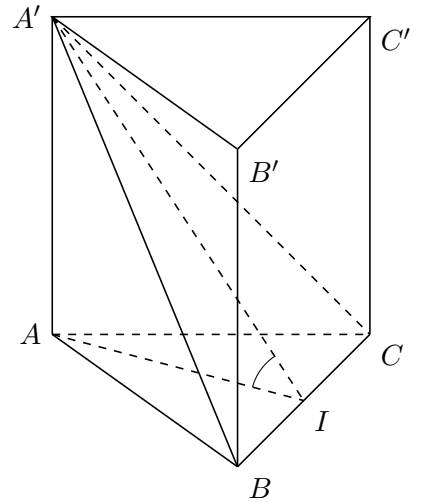
Suy ra góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) là góc $A'IA \Rightarrow \widehat{A'IA} = 60^\circ$.

$$\text{Tam giác } ABC \text{ đều cạnh } a \text{ nên } AI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Tam giác } A'AI \text{ vuông tại } A \text{ nên } AA' = AI \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Thể tích của khối lăng trụ } V = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}.$$

$$\text{Do đó thể tích cần tính là } V_{A'.BCC'B'} = \frac{2}{3}V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 161. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC .

Kẻ $MH \perp B'C$ với $H \in B'C$.

Mà $AM \perp B'C$ nên $B'C \perp (AMH) \Rightarrow AH \perp B'C$.

$$\text{Từ đó } ((AB'C); (BCC'B')) = (MH, AH) = \widehat{AHM} \Rightarrow \widehat{AHM} = 60^\circ.$$

$$\text{Ta có } AB = AC = a\sqrt{3}; AM = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{6}}{2}; AH = \frac{AM}{\sin 60^\circ} = a\sqrt{2};$$

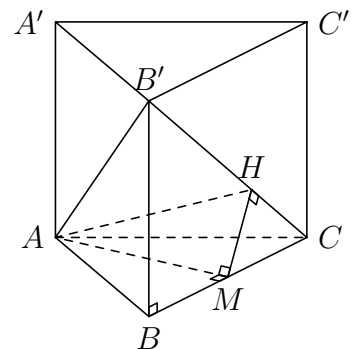
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB'^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow \frac{1}{AB'^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{6a^2} \Rightarrow AB' = a\sqrt{6};$$

$$\text{Suy ra } AA' = \sqrt{AB'^2 - A'B'^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 162. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' xuống (ABC) là trung điểm của AB . Mặt bên $(ACC'A')$ tạo với đáy góc 45° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{3a^2}{16}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3}{16}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB , $HI \perp AC (I \in AC)$ và M là trung điểm của AC .

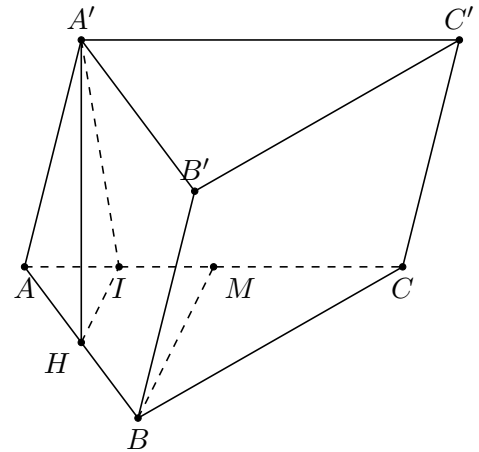
$$\text{Ta có } BM = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow HI = \frac{1}{2}BM = \frac{\sqrt{3}}{4}a.$$

Dễ thấy góc tạo bởi mặt phẳng $(ACC'A')$ và (ABC) là góc $\widehat{A'IH} = 45^\circ$.

Vậy $\triangle A'IH$ là tam giác vuông cân ở H

$$\text{nên } A'H = HI = \frac{\sqrt{3}}{4}a.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = HI \cdot S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{3}{16}a^3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 163. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $\sqrt{3}a^3$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều cạnh a nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Biết đáy $ABCD$ là một hình bình hành, tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD .

- A. $2a\sqrt{3}$. B. a . C. $6a$. D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm cạnh $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

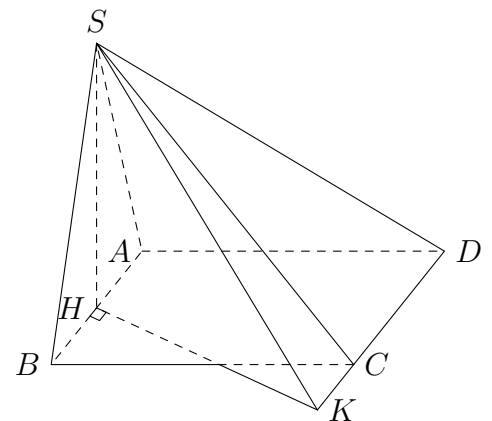
Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt CD tại K
 $\Rightarrow KH \perp (SAB)$.

Ta có $AB \parallel CD$ do đó

$$d(CD, SA) = d(CD, (SAB)) = d(K, (SAB)) = KH.$$

Theo đề bài

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot KH \cdot AB \cdot SH \Rightarrow KH = \frac{3\sqrt{3}a^3}{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = 6a.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 164. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a , chiều cao $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của CC' . Tính thể tích của khối tứ diện $BDA'M$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{15}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Ta có $V_{ABDM} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{A'.ABD} - V_{A'B'BMC'} - V_{A'D'DMC'} - V_{MBCD}$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = a\sqrt{3} \cdot a^2 = a^3\sqrt{3}.$$

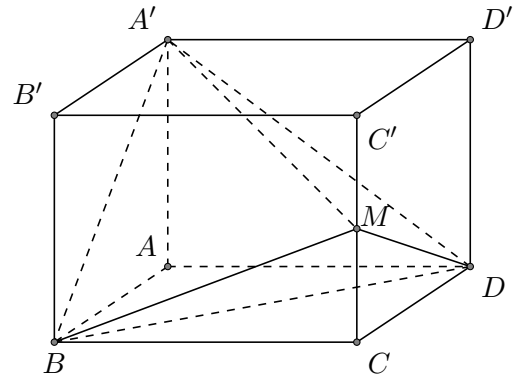
$$V_{A'.ACD} = \frac{1}{3}AA' \cdot S_{\triangle ABD} = \frac{1}{6}a^3\sqrt{3}.$$

$$V_{M.BCD} = \frac{1}{3}MC \cdot S_{\triangle BCD} = \frac{1}{12}a^3\sqrt{3}.$$

$$V_{A'.B'BMC'} = \frac{1}{3}A'B' \cdot S_{B'BMC'} = \frac{1}{4}a^3\sqrt{3}.$$

$$V_{A'.D'DMC'} = \frac{1}{3}A'D' \cdot S_{D'DMC'} = \frac{1}{4}a^3\sqrt{3}.$$

Từ đó suy ra $V_{ABDM} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 165. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. S là điểm đối xứng với O qua CD' . Tính thể tích của khối đa diện $ABCD.SA'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. a^3 . D. $\frac{7a^3}{6}$.

Lời giải.

Gọi V là thể tích khối đa diện $ABCD.SA'B'C'D'$ và V_1 là thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, khi đó ta có $V = V_1 + V_{S.CDD'C'}$.

$$\text{Ta có } V_{S.CDD'C'} = \frac{1}{3}d(S, (CDD'C')) \cdot S_{CDD'C'} = \frac{1}{3}d(O, (CDD'C')) \cdot S_{CDD'C'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3}{6}.$$

$$\text{Khi đó } V = a^3 + \frac{a^3}{6} = \frac{7a^3}{6}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 166. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$, $SA = SB = a$, $SC = 3a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

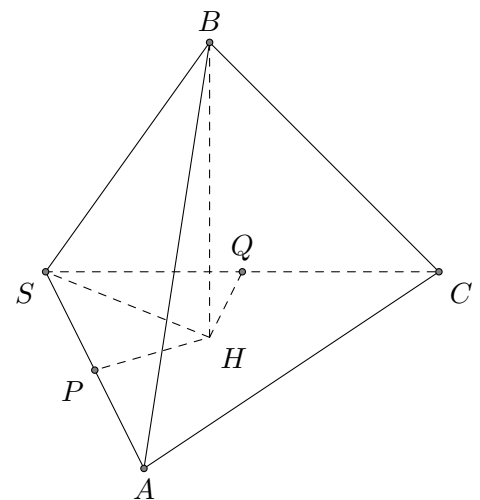
Lời giải.

Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên $SA; SC$.

Kẻ $BH \perp (ABC)$.

Ta có

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} SA \perp BP \\ SA \perp BH \end{array} \right. \Rightarrow SA \perp (BHP) \Rightarrow \widehat{SPH} = 90^\circ (1). \\ & \left\{ \begin{array}{l} SC \perp BQ \\ SC \perp BH \end{array} \right. \Rightarrow SC \perp (BHQ) \Rightarrow \widehat{SQH} = 90^\circ (2). \\ & \widehat{ASC} = 90^\circ. \\ & SP = SQ = \frac{a}{2}. \end{aligned}$$



$$\text{Suy ra tứ giác } SPHQ \text{ là hình vuông} \Rightarrow SH = \frac{\sqrt{2}a}{2}.$$

$$\text{Trong } \triangle SHB \text{ vuông tại } H: BH = \sqrt{SB^2 - SH^2} = \frac{\sqrt{2}a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot S_{\triangle ASC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 167. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V , thể tích của khối đa diện có đỉnh là trung điểm các cạnh của tứ diện $ABCD$ bằng V' . Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

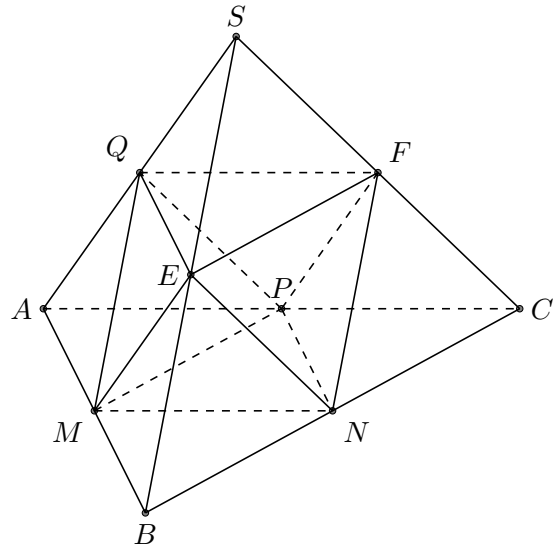
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.QEF}}{V_{S.ABC}} = \frac{SQ \cdot SE \cdot SF}{SA \cdot SB \cdot SC} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.QEF} = \frac{V}{8}.$$

$$\text{Tương tự ta có } V_{A.MPQ} = V_{B.MNE} = V_{C.NPF} = \frac{V}{8}.$$

$$\text{Từ đó ta có } V_{MNPQEF} = \frac{1}{2}.$$



Chọn đáp án **A** □

Câu 168. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC . Biết mặt phẳng (AEF) vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{24}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{8}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

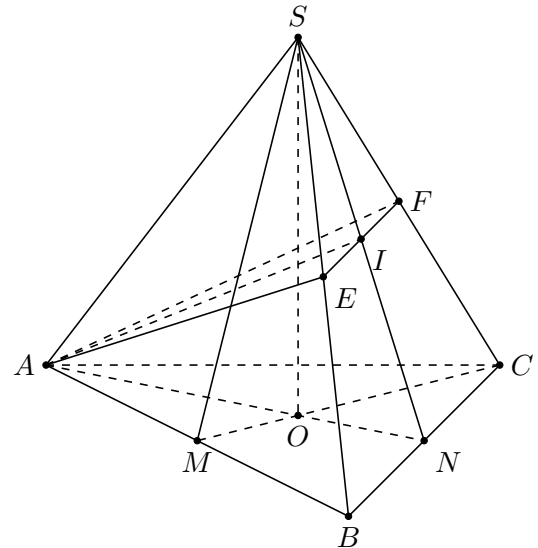
Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC .

Từ đó suy ra $AN \perp BC$ và $SN \perp BC$, suy ra $BC \perp (SAN)$. (1)

Theo bài ra ta có $(AEF) \perp (SBC)$, mặt khác $(AEF) \cap (SBC)$ tại EF và do EF là đường trung bình của tam giác SBC nên $EF \parallel BC$, kết hợp với (1) suy $(SAN) \perp EF$, từ đó suy ra $((AEF), (SBC)) = \widehat{AIN} = 90^\circ$.

Do EF là đường trung của tam giác SBC nên suy ra I là trung điểm của SN , từ đó suy ra tam giác ASN cân tại A , suy ra $SA = AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



$$\text{Xét tam giác vuông } SOA \text{ có } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{15}}{6}.$$

$$\text{Từ đó suy ra thể tích khối chóp } V = \frac{1}{3}hS = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{6} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{5}}{24}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 169. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Câu 170. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Biết cạnh bên của lăng trụ bằng $2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ là

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $6a^3$. C. $3a^3$. D. $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 171. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh SC hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. B. $2a^3\sqrt{15}$. C. $2a^3$. D. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{9}$.

Câu 172. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , góc $\widehat{BCA} = 30^\circ$, SO vuông góc với mặt đáy và $SO = \frac{3a}{4}$. Khi đó thể tích của khối chóp là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 173. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành và $AB = 2AC = 2a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác SAD vuông cân tại S , hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$ vuông góc với nhau. Tính tỉ số $\frac{V}{a^3}$ biết V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AD , do tam giác SAD vuông cân tại S nên $SH \perp AD$ và $SH = \frac{AD}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Mặt khác hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$ vuông góc với nhau nên suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Từ giả thiết đã cho, ta có $AB = 2a$, $AC = a$, $BC = a\sqrt{3}$ nên $AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại C .

Từ đó, ta có

$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = AC \cdot BC = a \cdot a\sqrt{3} = a^2\sqrt{3}.$$

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{2}.$$

Vậy: $\frac{V}{a^3} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 174. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) , SAB là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, $BC = a\sqrt{3}$, đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (ABC) góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $2a^3\sqrt{6}$.

Lời giải.

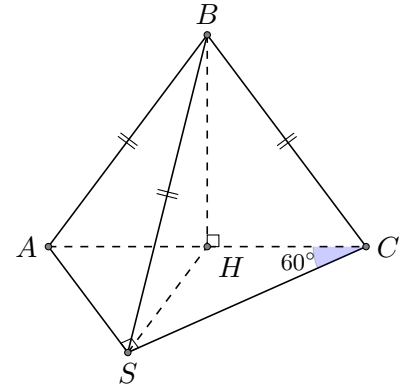
Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên AC , suy ra $BH \perp (SAC)$.

Vì $BA = BC = BS = a\sqrt{3}$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAC .

Mà H là trung điểm của AC nên tam giác SAC vuông tại S .

Ta có $(SC, (ACB)) = \widehat{SCA} = 60^\circ$, suy ra $SC = a$, $AC = 2a$.

Suy ra $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = a\sqrt{2}$.



$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}BH \cdot S_{SAC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Chọn đáp án **C**

□

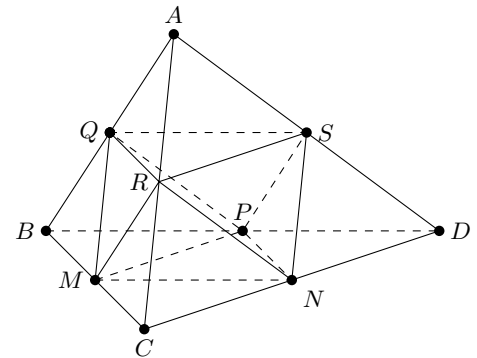
Câu 175. Cho khối tứ diện có thể tích bằng V . Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho. Tỉ số $k = \frac{V'}{V}$ là nghiệm của phương trình nào?

A. $2x^2 - 3x + 1 = 0$. B. $3x^2 - 2x - 1 = 0$. C. $4x^2 - 3x - 1 = 0$. D. $5x^2 - 4x - 1 = 0$.

Lời giải.

Giả sử khối tứ diện $ABCD$ với các trung điểm của BC, CD, BD, AB, AC, AD lần lượt là M, N, P, Q, R, S và có thể tích V . Theo công thức tỉ số thể tích ta có

$$\begin{aligned} \frac{V_{B.MPQ}}{V} &= \frac{V_{B.MPQ}}{V_{B.CDA}} \\ &= \frac{BM}{BC} \cdot \frac{BP}{PD} \cdot \frac{BQ}{BA} = \frac{1}{8}. \end{aligned}$$



Tương tự ta cũng có $\frac{V_{A.QRS}}{V} = \frac{V_{C.MNR}}{V} = \frac{V_{D.NPS}}{V} = \frac{1}{8}$.

Suy ra $k = \frac{V'}{V} = 1 - 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$. Số k chính là nghiệm của phương trình $2x^2 - 3x + 1 = 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 176. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có thể tích V . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AC, AD, BD, BC . Thể tích khối chóp $AMNPQ$ là

A. $\frac{V}{6}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{\sqrt{2}V}{3}$.

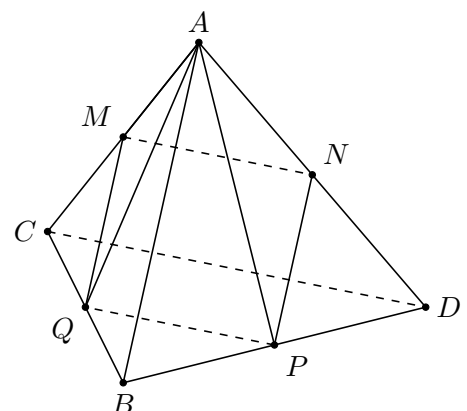
Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} V_{ABMNPQ} &= V_{A.MNPQ} + V_{A.BPQ} \\ &= V_{C.MNPQ} + V_{C.DNP} \\ &= V_{CDMNPQ} \end{aligned}$$

nên $V_{ABMNPQ} = \frac{1}{2}V$. Mà $S_{BQP} = \frac{1}{4}S_{BCD}$ nên $V_{A.BQP} = \frac{1}{4}V$.

Suy ra $V_{A.MNPQ} = \frac{V}{4}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 177. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy. Khoảng cách từ O đến mặt bên bằng 1 và góc giữa mặt bên với đáy bằng 45° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

B. $V = \frac{8\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = 2\sqrt{3}$.

Lời giải.Gọi I là trung điểm cạnh BC .Gọi H là hình chiếu của O lên SI .

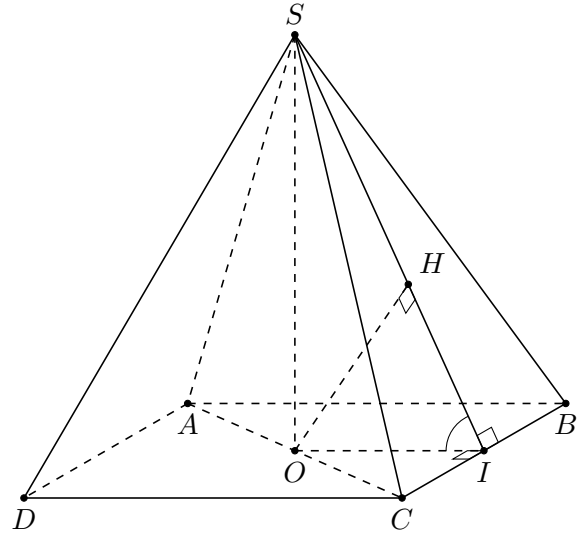
Ta có $\begin{cases} BC \perp SO \\ BC \perp OI \end{cases}$

$$\Rightarrow BC \perp (SOI) \Rightarrow ((ABCD), (SBC)) = \widehat{SIO} = 45^\circ.$$

Ta được $\begin{cases} OH \perp SI \\ OH \perp BC \end{cases}$

$$\Rightarrow OH \perp (SBC) \Rightarrow d(O, (SBC)) = OH = 1.$$

Do vậy ta được $\begin{cases} SO = \sqrt{2} \\ AB = 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow V = \frac{8\sqrt{2}}{3}.$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 178. Cho tứ diện $SABC$ và hai điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh SA, SB sao cho $\frac{SM}{AM} = \frac{1}{2}$, $\frac{SN}{BN} = 2$. Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm M, N và song song với cạnh SC cắt AC, BC lần lượt tại L, K . Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{SCMNKL}}{V_{SABC}}$.

A. $\frac{V_{SCMNKL}}{V_{SABC}} = \frac{4}{9}$.

B. $\frac{V_{SCMNKL}}{V_{SABC}} = \frac{1}{3}$.

C. $\frac{V_{SCMNKL}}{V_{SABC}} = \frac{2}{3}$.

D. $\frac{V_{SCMNKL}}{V_{SABC}} = \frac{1}{4}$.

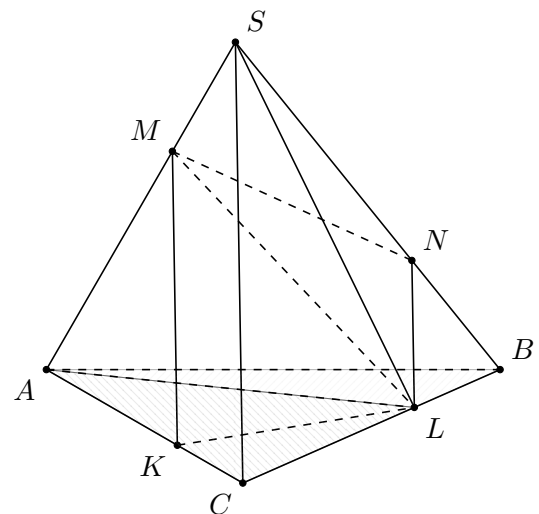
Lời giải.Đặt $V_{S.ABC} = V$.

Ta được $\begin{cases} V_{S.ABL} = \frac{V}{3} \\ V_{S.ACL} = \frac{2V}{3} \end{cases}$

Ta có $\frac{V_{S.MNL}}{V_{S.ABL}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow V_{S.MNL} = \frac{2V}{27}$.

Ta có $\frac{V_{A.MKL}}{V_{A.SCL}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow V_{A.MKL} = \frac{8V}{27}$.

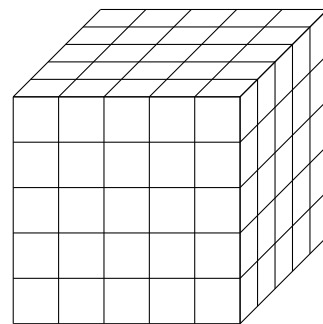
Ta được $V_{SCMNKL} = \left(\frac{2}{27} + \frac{2}{3} - \frac{8}{27} \right) \cdot V = \frac{4V}{9}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 179.

Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Người ta dùng 12 mặt phẳng phân biệt (trong đó, 4 mặt song song với $(ABCD)$, 4 mặt song song với $(AA'B'B)$, 4 mặt song song với $(AA'D'D)$), chia khối lập phương thành các khối lập phương nhỏ rời nhau và bằng nhau. Biết rằng tổng diện tích tất cả các mặt của các khối lập phương nhỏ bằng 480. Tính độ dài a của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$



A. $a = 2$.

B. $a = 2\sqrt{3}$.

C. $a = 2\sqrt{5}$.

D. $a = 4$.

Lời giải.

Có tất cả 125 khối lập phương nhỏ, diện tích của mỗi mặt của khối lập phương nhỏ là $\frac{480}{6 \times 125} = \frac{16}{25} \Rightarrow$ độ dài cạnh của khối lập phương nhỏ bằng $\frac{4}{5} \Rightarrow a = 4$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 180. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là $V = 6$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CC' . Thể tích khối tứ diện $B'MCN$ là

A. 3.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

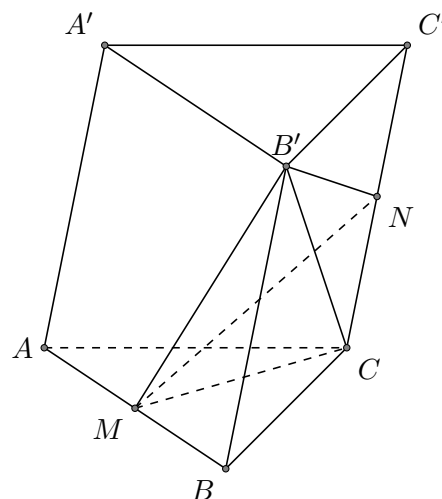
Ta có $V_{AB'CC'} = \frac{1}{3}V = 2$.

Do $S_{\triangle B'CN} = \frac{1}{2}S_{\triangle B'CC'}$ nên

$$V_{AB'CN} = \frac{1}{2}V_{AB'CC'} = 1.$$

Mặt khác, $d[A, (B'CN)] = 2d[M, (B'CN)]$ nên

$$V_{MB'CN} = \frac{1}{2}V_{AB'CN} = \frac{1}{2}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 181. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = x$, tất cả các cạnh còn lại có độ dài bằng 2. Gọi S là diện tích tam giác ABC , h là khoảng cách từ D đến mặt phẳng (ABC) . Với giá trị nào của x thì biểu thức $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$ đạt giá trị lớn nhất?

A. $x = \sqrt{6}$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2\sqrt{6}$.

D. $x = 2$.

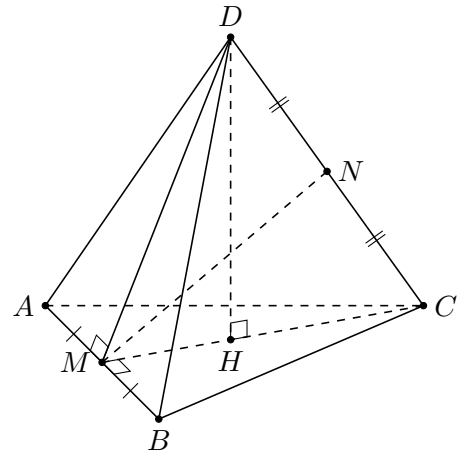
Lời giải.

Gọi M là trung điểm AB , N là trung điểm CD .

Kẻ $DH \perp CM$ tại H .

Ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} AB \perp DM \\ AB \perp CM \end{cases} \Rightarrow AB \perp (DCM) \Rightarrow AB \perp DH. \\ & \begin{cases} DH \perp AB \\ DH \perp CM \end{cases} \Rightarrow DH \perp (ABC) \Rightarrow DH = h. \end{aligned}$$



Tính:

$$\begin{aligned} & CM = \sqrt{AC^2 - AM^2} = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}} = \frac{\sqrt{16 - x^2}}{2}. \\ & MN = \sqrt{CM^2 - NC^2} = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4} - 1} = \frac{\sqrt{12 - x^2}}{2}. \\ & MN \cdot CD = DH \cdot CM \Rightarrow h = DH = \frac{MN \cdot CD}{CM} = \frac{\frac{\sqrt{12 - x^2}}{2} \cdot 2}{\frac{\sqrt{16 - x^2}}{2}} = \frac{2\sqrt{12 - x^2}}{\sqrt{16 - x^2}}. \\ & S = S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CM = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{\sqrt{16 - x^2}}{2} = \frac{x \cdot \sqrt{16 - x^2}}{4}. \\ & V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{x \cdot \sqrt{16 - x^2}}{4} \cdot \frac{2\sqrt{12 - x^2}}{\sqrt{16 - x^2}} = \frac{1}{6} \cdot x \cdot \sqrt{12 - x^2}. \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức $AM - GM$ cho hai số dương x^2 và $12 - x^2$, ta có

$$x^2 + (12 - x^2) \geq 2 \cdot \sqrt{x^2(12 - x^2)} \Leftrightarrow 12 \geq 2x \cdot \sqrt{12 - x^2} \Leftrightarrow 1 \geq \frac{1}{6}x \cdot \sqrt{12 - x^2} \Leftrightarrow V \leq 1.$$

Dấu “=” xảy ra khi $x^2 = 12 - x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{6}$. Vậy V đạt giá trị lớn nhất khi $x = \sqrt{6}$.

Chọn đáp án **A**

□

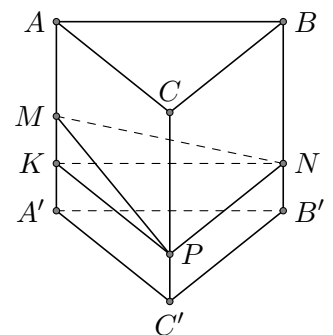
Câu 182. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Gọi M là trung điểm của AA' và hai điểm N, P lần lượt thuộc các cạnh BB', CC' sao cho $\frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}$. Thể tích của khối đa diện $ABC.MNP$ bằng

- A. $\frac{20}{27}V$. B. $\frac{2}{3}V$. C. $\frac{11}{18}V$. D. $\frac{9}{16}V$.

Lời giải.

Gọi K là điểm thuộc cạnh AA' thỏa mãn $\frac{AK}{AA'} = \frac{2}{3}$. Ta có

$$\begin{aligned} & \text{— Thể tích của khối } V_{NPK.A'B'C'} = V_1 = \frac{V}{3}. \\ & \text{— } V_{M.NPK} = V_2 = \frac{1}{3}S_{NPK} \cdot MK = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot \frac{AA'}{6} = \frac{V}{18}. \\ & \text{— } V_{ABC.MNP} = V - V_1 - V_2 = V - \frac{V}{3} - \frac{V}{18} = \frac{11}{18}V. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 183. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , cạnh đáy bằng $2a$. Biết SO vuông góc với đáy, góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng bao nhiêu?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

B. $2a^3$.

C. $\frac{2a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên BC , K là hình chiếu vuông góc của O trên SH . $d(O, (SBC)) = OK = \frac{a}{2}$.

$\triangle OBC$ vuông tại O có

$$OC = BC \cdot \sin \widehat{OBC} = BC \cdot \sin 30^\circ = a \Rightarrow AC = 2a.$$

$$\text{và } OB = BC \cdot \cos \widehat{OBC} = BC \cdot \cos 30^\circ = a\sqrt{3} \Rightarrow BD = 2a\sqrt{3}.$$

$\triangle OBH$ vuông tại H có

$$OH = OB \cdot \sin \widehat{OBH} = OB \cdot \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$\triangle SOH$ vuông tại O đường cao OK nên ta có

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{SO^2} \Rightarrow SO = \sqrt{\frac{OH^2 \cdot OK^2}{OH^2 - OK^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Khi đó } S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = 2a^2\sqrt{3} \text{ và } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 184. Cho hình hộp chữ nhật có độ dài các cạnh là 3, 4, 5. Nối tâm 6 mặt của hình hộp chữ nhật ta được khối 8 mặt. Thể tích của khối 8 mặt đó là

A. 10.

B. $10\sqrt{2}$.

C. 12.

D. $\frac{75}{12}$.

Lời giải.

Gọi $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật có $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 5$. Nối tâm 6 mặt của hình hộp chữ nhật ta được khối 8 mặt là $MNPQEF$.

Ta có $MP \perp NQ$, $EF \perp (MNPQ)$, $MP = AD = 4$, $NQ = AB = 3$ và $EF = AA' = 5$.

Thể tích khối 8 mặt $MNPQEF$ là

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot EF \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot MP \cdot NQ \cdot EF \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \\ &= 10. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 185. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$, $SA = 2$, $SB = 3$, $SC = 6$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $6\sqrt{2}$ (đvtt).

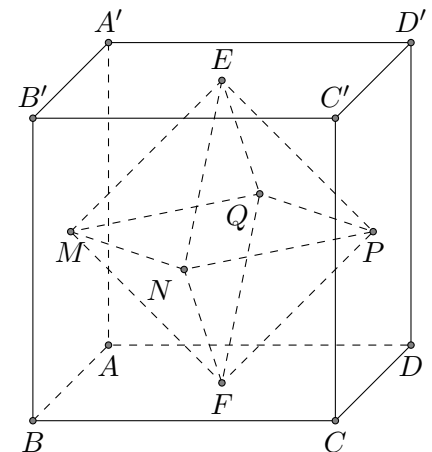
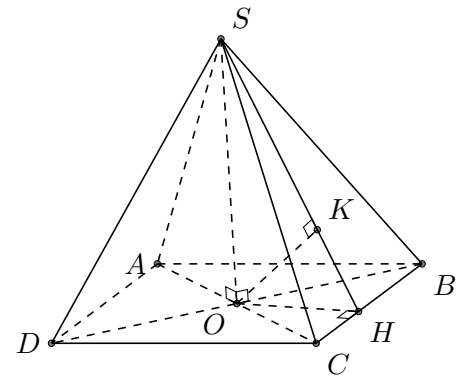
B. $18\sqrt{2}$ (đvtt).

C. $9\sqrt{2}$ (đvtt).

D. $3\sqrt{2}$ (đvtt).

Lời giải.

Lấy các điểm A_1, B_1, C_1 lần lượt thuộc cạnh SA, SB, SC sao cho $SA_1 = SB_1 = SC_1 = 1$. Khi đó chóp $S.A_1B_1C_1$ là tứ diện đều cạnh bằng 1, ta tính được thể tích là $\frac{\sqrt{2}}{12}$.



Áp dụng tỉ số thể tích cho hai khối chóp $S.ABC$ và $S.A_1B_1C_1$ ta được $V_{S.ABC} = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 186. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 8a$, $BC = 5a$, $CA = 7a$; các mặt phẳng (SAB) , (SBC) , (SCA) cùng tạo với mặt đáy (ABC) một góc 60° và hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy thuộc miền trong của tam giác ABC . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

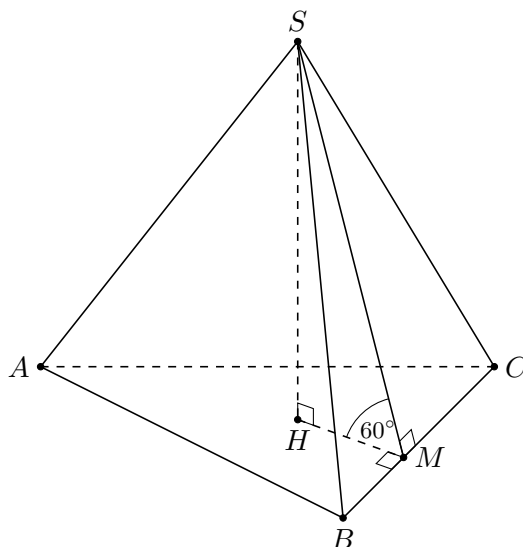
A. $a\sqrt{6}$.

B. $6a$.

C. $2a\sqrt{3}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.



Các mặt phẳng (SAB) , (SBC) , (SCA) cùng tạo với mặt đáy (ABC) một góc 60° nên hình chiếu của đỉnh S trên mặt phẳng đáy trùng với tâm đường tròn nội tiếp H của tam giác ABC . Vẽ $HM \perp BC$, $M \in BC$. Ta có MH là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC và $\widehat{AMH} = 60^\circ$. Ta có nửa chu vi tam giác ABC là

$$p = \frac{AB + BC + CA}{2} = \frac{8a + 5a + 7a}{2} = 10a.$$

Áp dụng công thức Hê-rông, ta có

$$S_{\triangle ABC} = 10a^2\sqrt{3}.$$

Mặt khác

$$S_{\triangle ABC} = p \cdot HM \Rightarrow HM = \frac{S_{\triangle ABC}}{p} = a\sqrt{3}.$$

Suy ra

$$SM = \frac{HM}{\cos 60^\circ} = 2a\sqrt{3}, SH = HM \cdot \tan 60^\circ = 3a.$$

Thể tích hình chóp $S.ABC$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = 10a^3\sqrt{3}.$$

Diện tích tam giác SBC

$$S_{\triangle SBC} = \frac{1}{2} \cdot SM \cdot BC = 5a^2\sqrt{3}.$$

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC)

$$d(A, (SBC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\triangle SBC}} = \frac{3 \cdot 10a^3\sqrt{3}}{5a^2\sqrt{3}} = 6a.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 187. Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại C , $AB = 2a$, $\widehat{CAB} = 30^\circ$. Gọi H là hình chiếu của A trên SC , B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (SAC) . Thể tích của khối chóp $H.AB'B$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{7}$. B. $\frac{6a^3\sqrt{3}}{7}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{7}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải.

Kẻ $HI \parallel SA$, với $I \in AC$ khi đó ta được $HI \perp (AB'B)$.

Xét tam giác ABC ta có $\cos \widehat{CAB} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$.

Do đó $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = a$.

Xét tam giác vuông SAC ta có $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{7}$

và $HC \cdot SC = AC^2$.

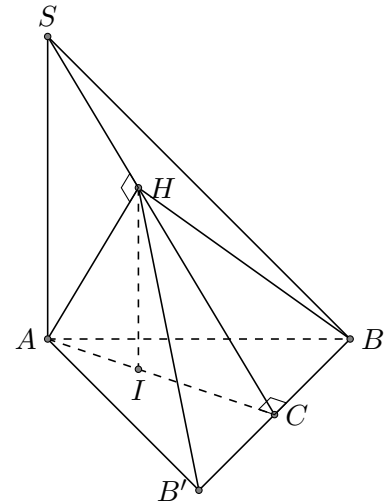
Do đó $HC = \frac{AC^2}{SC} = \frac{3\sqrt{7}a}{7}$.

Ta dễ thấy $\triangle CIH \sim \triangle CAS$ do đó $\frac{HI}{SA} = \frac{HC}{SC}$.

Do đó $HI = \frac{SA \cdot HC}{SC} = \frac{6a}{7}$.

Vậy $V_{H.AB'B} = \frac{1}{3}HI \cdot S_{\triangle AB'B} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6a}{7} \cdot \frac{1}{2}AC \cdot BB'$

$= \frac{1}{3} \cdot \frac{6a}{7} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot 2a = \frac{2\sqrt{3}}{7}a^3$.



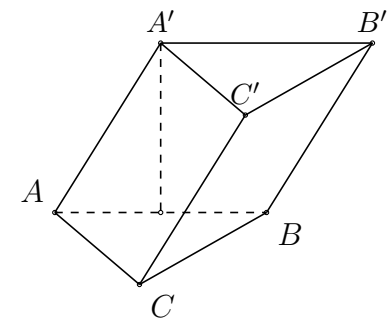
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 188.

Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AB . Nếu AC' và $A'B$ vuông góc với nhau thì khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là

- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{8}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{24}$.



Lời giải.

Diện tích đáy là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

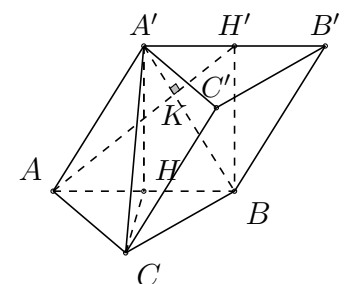
Gọi H, H' lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$ và $K = AH' \cap A'B$.

Ta có $CH \perp AB, CH \perp A'H \Rightarrow CH \perp (AA'B'B) \Rightarrow C'H' \perp (AA'B'B) \Rightarrow C'H' \perp A'B$.

Lại có $A'B \perp C'H', A'B \perp AC' \Rightarrow A'B \perp (AC'H) \Rightarrow A'B \perp AH'$ (tại K).

Đặt $A'H = x \Rightarrow H'B = x$.

Ta có $AB = 2A'H' \Rightarrow KB = \frac{2}{3}A'B = \frac{2}{3}\sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}}, KA = \frac{2}{3}AH' = \frac{2}{3}\sqrt{x^2 + a^2}$.



$\triangle KAB$ vuông tại K nên

$$\begin{aligned} KB^2 + KA^2 = a^2 &\Leftrightarrow \frac{4}{9} \left(2x^2 + \frac{5a^2}{4} \right) = a^2 \\ &\Leftrightarrow 8x^2 + 5a^2 = 9a^2 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } V = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 189. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, SA, SD và P là giao điểm của (HMN) với CD . Khoảng cách từ trung điểm K của đoạn thẳng SP đến mặt phẳng (HMN) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{15}}{30}$. B. $\frac{a\sqrt{15}}{20}$. C. $\frac{a\sqrt{15}}{15}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{10}$.

Lời giải.

Xét hình chóp $S.ABCD$ trong hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó ta có

$$\begin{aligned} H(0; 0; 0), \quad A\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right), \quad B\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right), \\ S\left(0; 0; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right), \quad C\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right), \quad D\left(-a; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right). \end{aligned}$$

Có $MN \parallel AD$ nên suy ra P là trung điểm của CD .

Theo công thức trung điểm, ta suy ra

$$\begin{aligned} M\left(-\frac{a}{4}; 0; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right), \quad N\left(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right), \\ P\left(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right), \quad K\left(-\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right) \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} = \left(-\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; 0\right), \quad \overrightarrow{HM} = \left(-\frac{a}{4}; 0; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right).$$

$$\text{Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng } (HMN) \text{ là } \vec{n} = [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{HM}] = \left(\frac{3a^2}{16}; \frac{a^2\sqrt{3}}{16}; \frac{a^2\sqrt{3}}{16}\right).$$

Phương trình mặt phẳng (HMN) là

$$\frac{3a^2}{16}(x-0) + \frac{a^2\sqrt{3}}{16}(y-0) + \frac{a^2\sqrt{3}}{16}(z-0) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}x + y + z = 0.$$

$$\text{Vậy khoảng cách cần tìm là } d[K, (HMN)] = \frac{\left| -\frac{a\sqrt{3}}{4} + \frac{a\sqrt{3}}{4} + \frac{a\sqrt{3}}{4} \right|}{\sqrt{3+1+1}} = \frac{a\sqrt{15}}{20}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 190. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi P là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$ và Q là trung điểm BC . Tính tỉ số thể tích giữa hai khối tứ diện $B'PAQ$ và $A'ABC$.

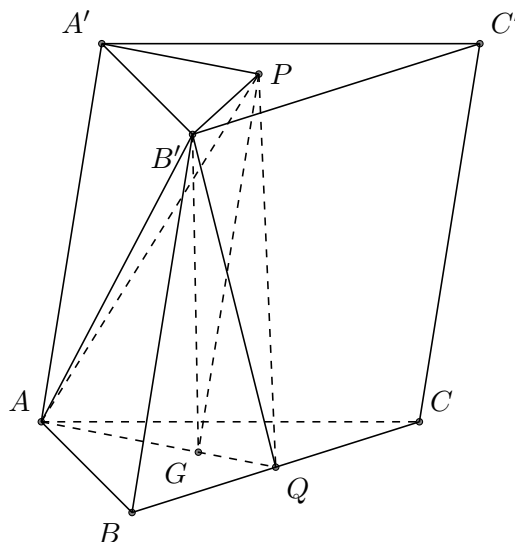
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

Gọi h là chiều cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

$$\begin{aligned} V_{A'.ABC} &= \frac{1}{3} \cdot d(A', (ABC)) \cdot S_{ABC} \\ &= \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} V_{\text{lăng trụ}}. \\ V_{AB'PQ} &= \frac{3}{2} V_{AB'PG} = \frac{3}{2} V_{A.A'B'P} \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot d(A, (A'B'P)) \cdot S_{A'B'P} \\ &= \frac{1}{2} \cdot h \cdot \frac{1}{3} S_{A'B'C'} = \frac{1}{6} V_{\text{lăng trụ}}. \end{aligned}$$



Vậy ta suy ra $\frac{V_{B'PAQ}}{V_{A'.ABC}} = \frac{\frac{1}{6} V_{\text{lăng trụ}}}{\frac{1}{3} V_{\text{lăng trụ}}} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 191. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết hình chiếu vuông góc của A' xuống mặt phẳng (ABC) là trung điểm của BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V = a^3$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$. D. $V = a^3 \sqrt{\frac{3}{2}}$.

Câu 192. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi O là tâm của đáy ABC , d_1 là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) và d_2 là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) . Tính $d = d_1 + d_2$.

A. $d = \frac{2a\sqrt{22}}{11}$. B. $d = \frac{2a\sqrt{22}}{33}$. C. $d = \frac{8a\sqrt{22}}{33}$. D. $d = \frac{8a\sqrt{22}}{11}$.

Câu 193. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2; 4; 6)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của điểm K lên trục Oz , khi đó trung điểm OK' có tọa độ là

A. $(0; 0; 3)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(1; 2; 3)$. D. $(0; 2; 0)$.

Lời giải.

Tọa độ hình chiếu $K'(0; 0; 6) \Rightarrow$ trung điểm của đoạn OK' có tọa độ là $(0; 0; 3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 194. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-3}{1}$?

A. $3x - 2y + z + 12 = 0$. B. $3x - 2y + z - 12 = 0$.
C. $3x + 2y + z - 8 = 0$. D. $x - 2y + 3z + 3 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng vuông góc với Δ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -2; 1)$, khi đó phương trình mặt phẳng là: $3x - 2y + z - 12 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 195. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Gọi $\mathcal{D}$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay $\mathcal{D}$ quanh trục hoành được tính theo công thức:

A. $V = \pi \int_1^2 f^2(x) \, dx.$

B. $V = 2\pi \int_1^2 f^2(x) \, dx.$

C. $V = \pi^2 \int_1^2 f^2(x) \, dx.$

D. $V = \pi^2 \int_1^2 f(x) \, dx.$

Lời giải.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là $V = \pi \int_1^2 f^2(x) \, dx.$

Chọn đáp án **A** □

Câu 196. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là hình vuông. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. $6\pi.$

B. $10\pi.$

C. $8\pi.$

D. $12\pi.$

Lời giải.

Thiết diện qua trục hình trụ là hình vuông $\Rightarrow l = 2r$. Ta có $S_{xq} = 2\pi \cdot r \cdot l = 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \Leftrightarrow r = 1$. Khi đó diện tích toàn phần hình trụ là $S_{tp} = S_{xq} + 2\pi r^2 = 6\pi$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 197. Tính $I = \int_1^2 2x \, dx.$

A. $I = 2.$

B. $I = 3.$

C. $I = 1.$

D. $I = 4.$

Lời giải.

Ta có $I = \int_1^2 2x \, dx = x^2 \Big|_1^2 = 4 - 1 = 3.$

Chọn đáp án **B** □

Câu 198. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			3			0	$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 0 0

A. Hàm số có ba điểm cực trị.

B. Hàm số có hai điểm cực tiểu.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

D. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

Chọn đáp án **D** □

Câu 199. Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Có $y' = 6x^2 + 6 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 200.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.

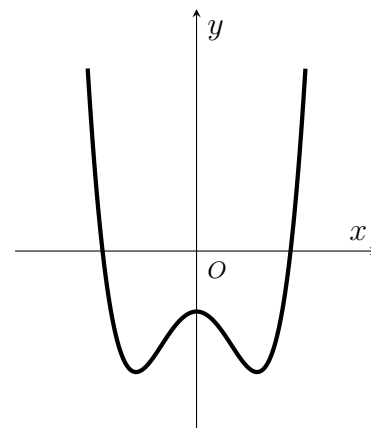
Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^3 - x^2 - 1$.

B. $y = -3x^3 + x^2 - 1$.

C. $y = 2x^4 - x^2 - 1$.

D. $y = -x^4 + x^2 - 1$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị của hàm số ta nhận xét đây là đồ thị của hàm trùng phương có hệ số $a > 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 201. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^2 + 2$ và $y = 3x$.

A. $S = \frac{1}{6}$.

B. $S = 2$.

C. $S = 3$.

D. $S = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 + 2 = 3x \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Khi đó $S = \int_1^2 |x^2 + 2 - 3x| dx = \left| \int_1^2 (x^2 - 3x + 2) dx \right| = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 202. Số hạng tổng quát của khai triển $(a + b)^n$ là

A. $C_n^{k+1} a^{n+1} b^{n-k+1}$.

B. $C_n^k a^{n-k} b^k$.

C. $C_n^{k+1} a^{n-k+1} b^{k+1}$.

D. $C_n^k a^{n-k} b^{n-k}$.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển $(a + b)^n$ là $C_n^k a^{n-k} b^k$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 203.

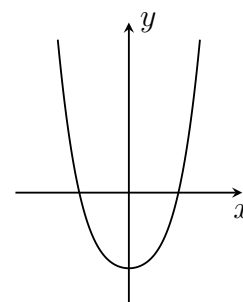
Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng

A. $a < 0, b < 0, c < 0$.

B. $a > 0, b \geq 0, c > 0$.

C. $a > 0, b \geq 0, c < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c \leq 0$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có một điểm cực trị nên a và b cùng dấu.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c < 0$.

Đồ thị hàm số đi từ trên đi xuống nên hệ số $a > 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 204. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m > 0$, để giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $D = [m + 1; m + 2]$ luôn bé hơn 3.

A. $(0; 2)$.B. $(0; 1)$.C. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có $y' = 3x^2 - 3 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

Với $m > 0$ ta có $[m + 1; m + 2] \subset (1; +\infty) \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $[m + 1; m + 2]$.

Khi đó $\min_{[m+1; m+2]} y = y(m + 1) = m^3 + 3m^2 - 1 < 3 \Leftrightarrow m^3 + 3m^2 - 4 < 0$

$\Leftrightarrow (m - 1)(m^2 + m + 4) < 0 \Leftrightarrow m < 1 \Rightarrow m \in (0; 1)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 205. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$. Mặt phẳng đi qua trọng tâm các tam giác SAB , SAC , SAD chia khối chóp này thành hai phần có thể tích là V_1 và V_2 ($V_1 < V_2$). Tính tỉ lệ $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{8}{27}$.B. $\frac{16}{81}$.C. $\frac{8}{19}$.D. $\frac{16}{75}$.

Lời giải.

Gọi E, F, K lần lượt là trung điểm của AB, AC và AD . Gọi I, J, G lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SAC, SAD .

Do giả thiết ta có $\frac{SI}{SE} = \frac{SJ}{SF} = \frac{SG}{SK} = \frac{2}{3}$. Suy ra

$$\begin{cases} IJ \parallel EF \\ JG \parallel FK \end{cases} \Rightarrow (IJG) \parallel (EFG)$$

hay $(IJG) \parallel (ABCD)$. Do đó (IJG) cắt mặt phẳng (SAB) theo giao tuyến d đi qua I và song song với AB .

Gọi $\{A'\} = d \cap SA$, $\{B'\} = d \cap SB$, $\{C'\} = A'J \cap SC$, $\{D'\} = A'G \cap SD$. Thiết diện của mặt phẳng (IJG) với hình chóp $S.ABCD$ là tứ giác $A'B'C'D'$.

Do $A'B' \parallel AB$, theo định lý Ta-lét ta có $\frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{SI}{SE} = \frac{2}{3}$.

Chứng minh tương tự ta có $\frac{SC'}{SC} = \frac{SD'}{SD} = \frac{2}{3}$.

Ta có $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{8}{27}$ suy ra $V_{S.A'B'C'} = \frac{8}{27} V_{S.ABC}$.

Mà $V_{S.ABC} = V_{S.A'B'C'} + V_{A'B'C'.ABC}$ suy ra $V_{A'B'C'.ABC} = V_{S.ABC} - \frac{8}{27} V_{S.ABC} = \frac{19}{27} V_{S.ABC}$.

Do đó $V_{S.A'B'C'} = \frac{8}{19} V_{A'B'C'.ABC}$ (1).

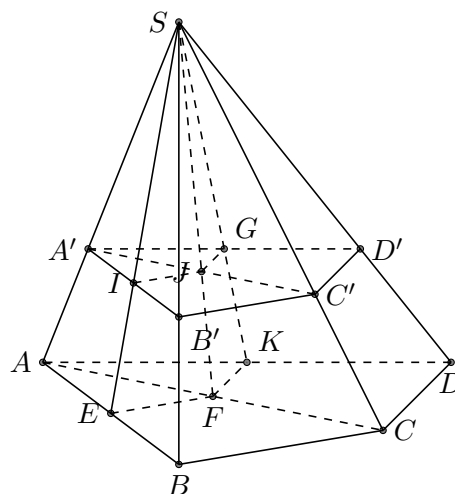
Chứng minh tương tự $V_{S.A'C'D'} = \frac{8}{19} V_{A'C'D'.ACD}$ (2).

Từ (1) và (2) ta suy ra

$$\begin{aligned} V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'C'D'} &= \frac{8}{19} V_{A'B'C'.ABC} + \frac{8}{19} V_{A'C'D'.ACD} \\ \Leftrightarrow V_{S.A'B'C'D'} &= \frac{8}{19} V_{A'B'C'D'.ABCD} \end{aligned}$$

Do giả thiết suy ra V_1 là thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$ và V_2 là thể tích khối đa diện $A'B'C'D'.ABCD$.

Do đó $\frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{19}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 206. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{7}$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Biết hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của BC . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AA' , $B'C'$.

A. $d = a\sqrt{\frac{3}{2}}$.

B. $d = \frac{3a}{\sqrt{2}}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $d = a\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

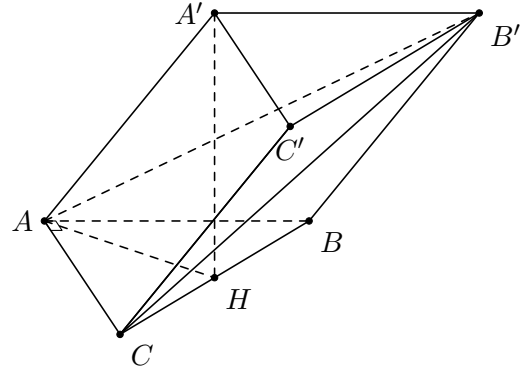
Vì $AA' \parallel BB'$ nên $AA' \parallel (BB'C'B)$.

Do đó khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' , $B'C'$ bằng $d(A, (BB'C'))$.

Ta có $AH = \frac{1}{2}BC = a$ và $A'H = \sqrt{7a^2 - a^2} = a\sqrt{6}$.

Khi đó

$$V_{B'.ABC} = \frac{1}{3}A'H \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$



Xét $\triangle A'B'H$

$$B'H = \sqrt{A'H^2 + A'B'^2} = \sqrt{6a^2 + a^2} = a\sqrt{7}.$$

Ta có $\triangle BB'C$ có $B'H = a\sqrt{7}$, $BB' = a\sqrt{7}$, $HB = a$.

Dùng công thức Hê-rông ta tính được $S_{BB'H} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra $S_{BB'C} = 2 \cdot S_{BB'H} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$.

Ta có

$$V_{A.BB'C} = \frac{1}{3}d(A, (BB'C)) \cdot S_{BB'C} \Leftrightarrow d(A, (BB'C)) = \frac{3V_{A.BB'C}}{S_{BB'C}} = \frac{\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}}{\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Vậy $d = \frac{a\sqrt{6}}{3} = a\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 207. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) một góc 45° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3}{\sqrt{7}}$.

B. $V = \frac{3a^3}{\sqrt{7}}$.

C. $V = \frac{6a^3}{\sqrt{7}}$.

D. $V = \frac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

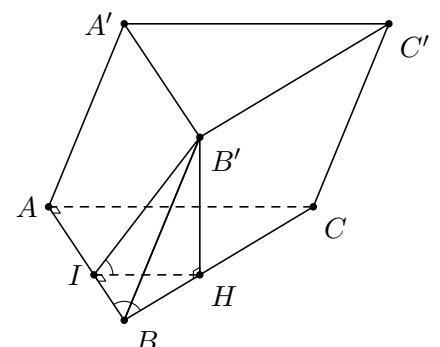
Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B' lên cạnh BC (do $\widehat{B'BC}$ nhọn nên H thuộc đoạn BC) suy ra $B'H \perp (ABC)$.

Xét $\triangle ABC$, ta có

$$\cos 60^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = 2a \cdot \cos 60^\circ = a.$$

Khi đó $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.



Gọi I là hình chiếu vuông góc H lên cạnh $AB \Rightarrow HI \parallel AC \Rightarrow AB \perp (B'IH) \Rightarrow AB \perp B'I$.

Khi đó

$$((ABB'A'), (ABC)) = (IH, IB') = \widehat{B'IH} = 45^\circ.$$

Đặt $B'H = h$, suy ra $B'H = IH = h$. Xét $\triangle BIH$

$$\sin 60^\circ = \frac{IH}{BH} \Rightarrow BH = \frac{2h}{\sqrt{3}}.$$

Xét $\triangle BB'H$, ta có

$$\begin{aligned} BB'^2 &= BH^2 + B'H^2 \\ \Leftrightarrow (2a)^2 &= \left(\frac{2h}{\sqrt{3}}\right)^2 + h^2 \\ \Leftrightarrow h^2 &= \frac{12a^2}{7} \Leftrightarrow h = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } V = S_{ABC} \cdot B'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{3a^3}{\sqrt{7}}.$$

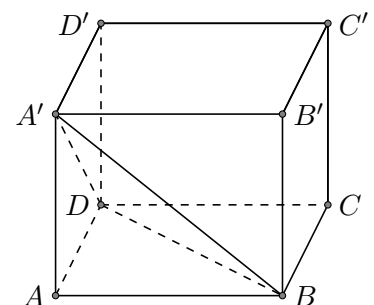
Chọn đáp án **B**

□

Câu 208.

Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có mặt đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, cạnh bên $AA' = a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. B. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.



Lời giải.

Xét

khối

chóp

$A'.ABD$

có

chiều

cao

$AA' =$

$a,$

đáy

là

tam

giác

đều

ABD

có

diện

tích

bằng

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

nên

có

thể

tích

là

$$V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Ta

thấy

tam

giác

$A'BD$

cân

đỉnh

$A',$

$BD =$

$a,$

$A'D =$

$A'B =$

$a\sqrt{2}$

nên

có

diện

tích

Vì $A'I \parallel HC$ nên $AK = KN = NC'$ nên $AK = \frac{1}{2}KC'$.

Từ đó ta suy ra $d(C', (A'BD)) = 2d(A, (A'BD)) = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

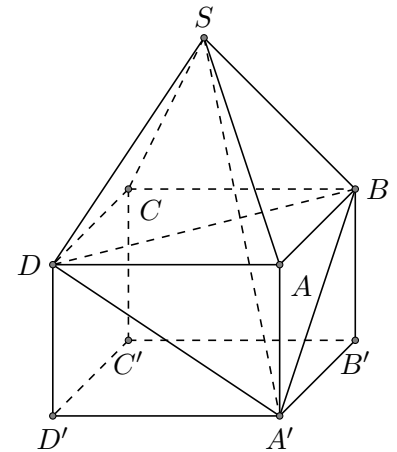
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 209.

Cho hình đa diện như hình vẽ bên, trong đó $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật với $AB = 2a$, $AA' = a$; $S.ABCD$ là hình chóp có các cạnh bên bằng nhau và bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối tứ diện $S.A'BD$ bằng

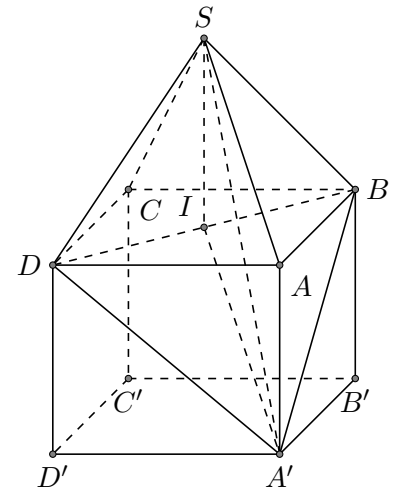
- A. $2a^3$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.



Lời giải.

Gọi I là trung điểm của DB ta có $SI = a = AA'$ và $SI \parallel AA'$ nên tứ giác $SIA'A$ là hình bình hành và có $SA \parallel IA'$. Từ đó ta có SA song song với (DBA') nên $d(S, (DBA')) = d(A, (DBA'))$.

Vậy thể tích khối chóp $S.A'BD$ bằng thể tích khối chóp $A.A'BD$ và bằng $\frac{2a^3}{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 210. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành, M và N lần lượt là trung điểm BC và CD . Biết thể tích của $S.ABCD$ là V khi đó thể tích của tứ diện $SCMN$ bằng

- A. $\frac{V}{8}$. B. $\frac{V}{4}$. C. $\frac{3V}{8}$. D. $\frac{V}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{S_{\Delta CMN}}{S_{\Delta BCD}} = \frac{CN}{CD} \cdot \frac{CM}{CB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{mà } \frac{S_{\Delta BCD}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Do đó } \frac{S_{\Delta CMN}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{8}.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} \frac{V_{S.CMN}}{V_{A.ABCD}} &= \frac{\frac{1}{3}d(S, (ABCD)) \cdot S_{\Delta CMN}}{\frac{1}{3}d(S, (ABCD)) \cdot S_{ABCD}} \\ &= \frac{S_{\Delta CMN}}{S_{ABCD}} \\ &= \frac{1}{8}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } V_{S.CMN} = \frac{V}{8}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 211. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 5 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$, $CA = 7 \text{ cm}$. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng (ABC) nằm bên trong tam giác ABC . Các mặt phẳng (SAB) , (SBC) , (SCA) đều tạo với đáy một góc 60° . Gọi AD, BE, CF là các đường phân giác của tam giác ABC với $D \in BC, E \in AC, F \in AB$. Thể tích khối chóp $S.DEF$ gần nhất với số nào sau đây?

A. $2,9 \text{ cm}^3$.

B. $4,1 \text{ cm}^3$.

C. $3,7 \text{ cm}^3$.

D. $3,4 \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Vì các mặt phẳng (SAB) , (SBC) , (SCA) đều tạo với đáy một góc 60° và hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng (ABC) nằm bên trong tam giác ABC nên ta có hình chiếu của S xuống mặt phẳng (ABC) là tâm đường tròn nội tiếp I của tam giác ABC .

$$\text{Gọi } p \text{ là nửa chu vi tam giác } ABC \text{ thì } p = \frac{5+6+7}{2} = 9.$$

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)} = 6\sqrt{6} \text{ và}$$

$$r = \frac{S}{p} = \frac{6\sqrt{6}}{9} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Chiều cao của hình chóp là: } h = r \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{2}.$$

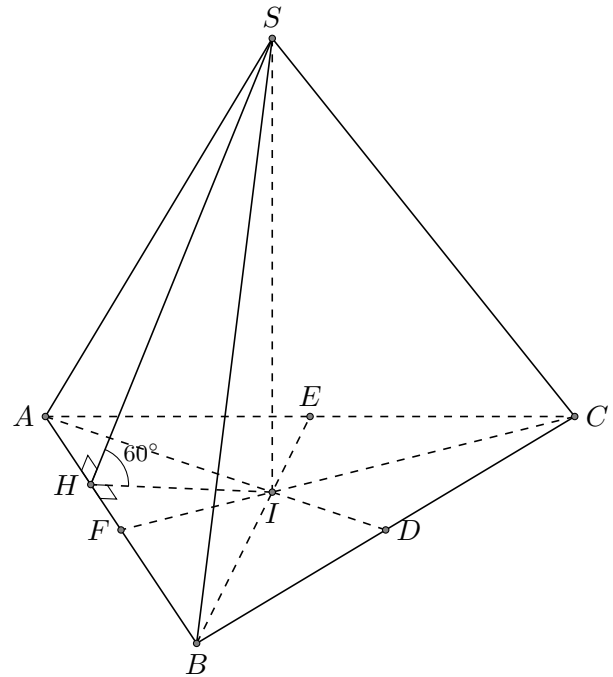
Kí hiệu $BC = a, AC = b, AB = c$, vì BE là phân giác của góc B nên ta có $\frac{AE}{CE} = \frac{BA}{BC}$.

$$\text{Tương tự } \frac{FA}{FB} = \frac{CA}{CB}, \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}.$$

$$\text{Khi đó } \frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \frac{AE}{AC} \cdot \frac{AF}{AB} = \frac{AB}{AB+BC} \cdot \frac{AC}{AC+BC}.$$

$$\text{Tương tự ta có } \frac{S_{CED}}{S_{ABC}} = \frac{CA}{CA+AB} \cdot \frac{CB}{CB+AB},$$

$$\frac{S_{BFD}}{S_{ABC}} = \frac{BC}{BC+CA} \cdot \frac{BA}{BA+CA}.$$



Do đó

$$\begin{aligned} S_{DEF} &= S_{ABC} \cdot \left(1 - \frac{ab}{(a+c)(b+c)} - \frac{bc}{(b+a)(c+a)} - \frac{ac}{(a+b)(c+b)} \right) \\ &= \frac{2abc}{(a+b)(b+c)(c+a)} \cdot S_{ABC} \\ &= \frac{210\sqrt{6}}{143}. \end{aligned}$$

Suy ra $V_{S.DEF} = \frac{1}{3} \cdot \frac{210\sqrt{6}}{143 \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{280\sqrt{3}}{143} (\text{cm}^3) \approx 3,4 (\text{cm}^3).$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 212. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R , chiều cao bằng h . Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp ba diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $R = 2h$. B. $h = \sqrt{3}R$. C. $R = 3h$. D. $h = 2R$.

Lời giải.

Phương pháp:

Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi Rh$.

Công thức tính diện tích toàn phần của hình trụ: $S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2 = 2\pi Rh + 2\pi R^2$.

Cách giải:

Hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp ba diện tích xung quanh nên ta có:

$$2\pi Rh + 2\pi R^2 = 3 \cdot 2\pi Rh \Leftrightarrow 2\pi R^2 = 4\pi Rh \Leftrightarrow R = 2h.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 213. Từ một khối đất sét hình trụ có chiều cao bằng $36(\text{cm})$ và đường tròn đáy có đường kính bằng $24(\text{cm})$. Bạn Toán muốn chế tạo khối đất đó thành nhiều khối cầu và chúng có cùng bán kính $6(\text{cm})$. Hỏi bạn Toán có thể làm ra được tối đa bao nhiêu khối cầu như thế?

- A. 108. B. 54. C. 72. D. 18.

Lời giải.

Thể tích khối trụ đất sét là: $V_T = \pi R_T^2 h = \pi \cdot 12^2 \cdot 36 = 5184\pi$.

Thể tích khối cầu $V_C = \frac{4}{3}\pi R_C^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 288\pi$.

Số khối cầu có thể chế tạo từ khối trụ là $\frac{V_T}{V_C} = \frac{5184\pi}{288\pi} = 18$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 214. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB = 4a$, $AC = 5a$. Thể tích V của khối trụ là

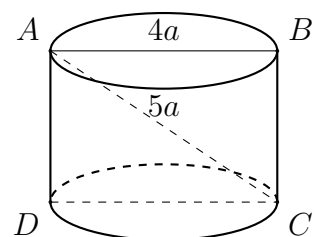
- A. $V = 16\pi a^3$. B. $V = 4\pi a^3$. C. $V = 12\pi a^3$. D. $V = 8\pi a^3$.

Lời giải.

Ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{25a^2 - 16a^2} = 3a$.

Bán kính đáy $r = \frac{AB}{2} = 2a$, chiều cao $BC = 3a$.

Vậy $V = h\pi r^2 = 3a \cdot 4a^2 = 12\pi a^3$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 215. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng

- A. $S = 6\pi a^2$. B. $S = 3\pi a^2$. C. $S = 4\pi a^2$. D. $S = 24\pi a^2$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng (ABC) kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$).

Lại có $AH \perp BB'$ (do $BB' \perp (ABC)$ suy ra $AH \perp (BCC'B')$).

Suy ra $(AC', (BCC'B')) = \widehat{AC'H} = 30^\circ$.

Ta có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a$, $AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$AC' = \frac{AH}{\sin \widehat{AC'H}} = a\sqrt{3} \Rightarrow CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = a\sqrt{2}$.

Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ, khi đó $R = \sqrt{r^2 + \frac{h^2}{4}}$

với $r = \frac{BC}{2} = a$ là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông ABC và $h = CC' = a\sqrt{2}$.

Do đó $R = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow S = 4\pi R^2 = 6\pi a^2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 216. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , biết $AB = a$, $SA = SB = a$ và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính SC biết bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng a .

- A. $SC = a\sqrt{3}$. B. $SC = a\sqrt{2}$. C. $SC = a$. D. $SC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

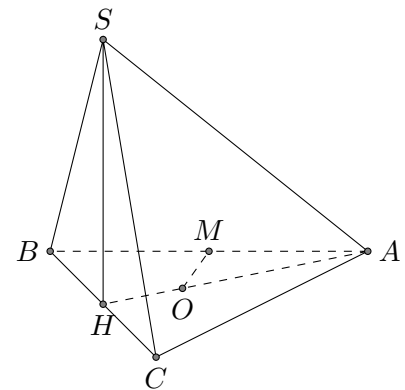
Gọi H là trung điểm BC suy ra $AH \perp BC$ (do $\triangle ABC$ cân tại A).

Lại có $\begin{cases} (SBC) \perp (ABC) \\ (SBC) \cap (ABC) = BC \end{cases}$ nên $AH \perp (SBC)$.

Từ đề bài ta có $AS = AB = AC$ nên A thuộc trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC , lại có $AH \perp (SBC)$ tại H nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC .

Suy ra $HB = HS = HC$ nên tam giác SBC vuông tại S .

Gọi M là trung điểm của AB , kẻ đường trung trực của AB cắt AH tại O . Khi đó, ta có $OA = OB = OC = OS$ hay O là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC \Rightarrow OA = R = a$.



Ta có $\triangle OMA$ đồng dạng với $\triangle BHA$ ($g - g$) $\Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{MA}{HA} \Leftrightarrow \frac{a}{a} = \frac{\frac{a}{2}}{HA} \Rightarrow HA = \frac{a}{2}$.

Xét tam giác vuông AHC có $HC = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BC = 2HC = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SBC vuông tại S có $SC = \sqrt{BC^2 - SB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 217. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $a\sqrt{2}$. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng, song song với trục của hình trụ và cách trục của hình trụ một khoảng bằng $\frac{a}{2}$ ta được thiết diện là một hình vuông. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

A. $V = \pi a^3 \sqrt{3}$. B. $V = \frac{2\pi a^3 \sqrt{7}}{3}$. C. $V = 2\pi a^3 \sqrt{7}$. D. $V = \pi a^3$.

Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là tâm các đáy và thiết diện là hình vuông $ABB'A'$.

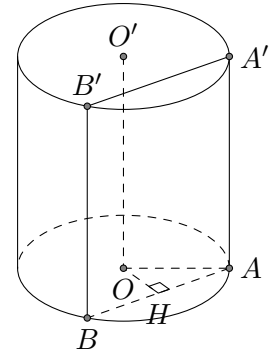
Gọi H là trung điểm AB , ta có $\begin{cases} OH \perp AB \\ OH \perp AA' \end{cases}$ suy ra $OH \perp (ABB'A')$.

Do đó $d(OO', (ABCD)) = OH = \frac{a}{2}$.

Tam giác $OA'H$ vuông tại H nên $A'H = \sqrt{OA'^2 - OH^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Suy ra $AB = AA' = OO' = 2A'H = a\sqrt{7}$ (do $ABCD$ là hình vuông).

Vậy thể tích $V = \pi R^2 h = \pi \cdot (a\sqrt{2})^2 \cdot a\sqrt{7} = 2\pi a^3 \sqrt{7}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 218. Cho khối nón (N) đỉnh S , có chiều cao là $a\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh là $3a$. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S , cắt và tạo với mặt đáy của khối nón một góc 60° . Tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (P) và khối nón (N).

A. $2a^2\sqrt{5}$. B. $a^2\sqrt{3}$. C. $2a^2\sqrt{3}$. D. $a^2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Khối nón có tâm đáy là điểm O , chiều cao là $SO = h = a\sqrt{3}$ và độ dài một đường sinh $l = 3a$.

Giả sử (P) cắt khối nón (N) theo thiết diện là tam giác SAB .

Gọi H là trung điểm của AB .

Do $SA = SB = l \Rightarrow \triangle SAB$ cân tại $S \Rightarrow SH \perp AB$.

Mặt khác $\triangle OAB$ cân tại $O \Rightarrow OH \perp AB$ nên góc giữa mặt phẳng (P) và đáy của hình chóp là góc giữa OH và SH , hay $\widehat{SHO} = 60^\circ$.

Xét tam giác SOH vuông tại O , ta có

$$SH = \frac{SO}{\sin \widehat{SHO}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = 2a.$$

Mặt khác tam giác SHA vuông tại H , ta có

$$HA^2 = SA^2 - SH^2 = 9a^2 - 4a^2 = 5a^2 \Rightarrow HA = a\sqrt{5} \Rightarrow AB = 2 \cdot HA = 2a\sqrt{5}.$$

Vậy diện tích thiết diện cần tìm là

$$S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} SH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a\sqrt{5} = 2a^2\sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 219. Một tấm bìa hình tròn có bán kính bằng 5 được cắt thành hai hình quạt, sau đó quắn hai hình quạt đó thành hai hình nón (không có đáy). Biết một trong hai hình nón này có diện tích xung quanh là 15π . Tính thể tích hình nón còn lại. Giả sử chiều rộng các mép dán không đáng kể.

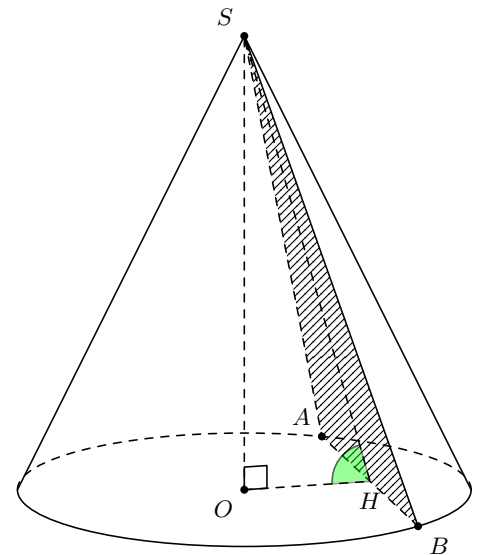
A. $\frac{4\pi\sqrt{21}}{3}$. B. $2\pi\sqrt{21}$. C. $\frac{2\pi\sqrt{21}}{3}$. D. $4\pi\sqrt{21}$.

Lời giải.

Phương pháp:

+ Tính diện tích xung quanh hình nón còn lại.

+ Sử dụng công thức $S_{xq} = \pi \cdot R \cdot l$ để tính bán kính đáy của hình nón này.



+ Sử dụng công thức $R^2 + h^2 = l^2$ để tính chiều cao hình nón.

+ Sử dụng công thức $V = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot h$ để tính thể tích hình nón còn lại.

(với R là bán kính đáy hình nón, h là chiều cao hình nón và l là đường sinh hình nón)

Cách giải:

Diện tích hình tròn là $S = \pi \cdot r^2 = 25\pi$.

Diện tích xung quanh hình nón còn lại là $S_2 = 25\pi - 15\pi = 10\pi$.

Nhận xét rằng khi quắn hình quạt được cắt từ hình tròn thành hình nón thì đường sinh của hình nón chính là bán kính của hình tròn.

Từ đó hình nón còn lại có đường sinh $l = 5$.

Lại có diện tích xung quanh hình nón còn lại là 10π nên gọi R là bán kính hình nón này thì $S_{xq} = \pi \cdot R \cdot l \Rightarrow 10\pi = \pi R \cdot 5 \Rightarrow R = 2$.

Ta gọi chiều cao hình nón này là h , ($h > 0$) thì $h^2 + R^2 = l^2 \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$.

Thể tích hình nón còn lại là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot \sqrt{21} = \frac{4\pi\sqrt{21}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 220. Cho tam giác ABC vuông tại A . Đường thẳng d đi qua A và song song với BC . Cạnh BC quay xung quanh d tạo thành một mặt xung quanh của hình trụ có thể tích là V_1 . Tam giác ABC quay xung quanh trục d được khối tròn xoay có thể tích là V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 3.

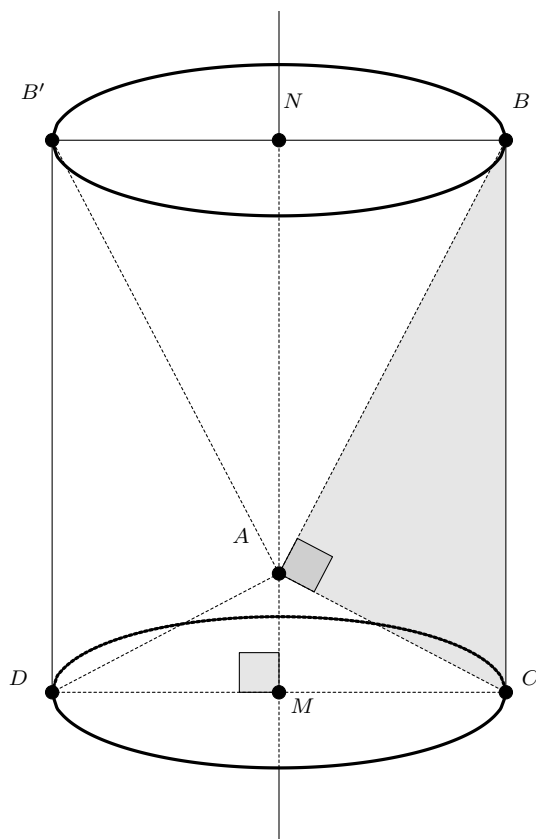
D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Dựng hình, xác định các hình tròn xoay tạo thành khi quay và tính tỉ số thể tích.

Cách giải:



Thể tích khối trụ $V_1 = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi MC^2 \cdot BC$

$$\begin{aligned} \text{Tổng thể tích hai khối nón } V_2 &= \frac{1}{3}\pi MC^2 \cdot AM + \frac{1}{3}\pi NB^2 \cdot AN \\ &= \frac{1}{3}\pi MC^2 (AM + AN) = \frac{1}{3}\pi \cdot MC^2 \cdot BC = \frac{1}{3}V_1. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = 3.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 221. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi V_1, V_2, V_3 lần lượt là thể tích của các hình nón tròn xoay sinh bởi tam giác ABC khi quay quanh các cạnh BC, AC, AB . Biết $V_2 = 3\pi, V_3 = 4\pi$. Tính V_1 .

A. $V_1 = \frac{19\pi}{5}$.

B. $V_1 = \frac{8\pi}{5}$.

C. $V_1 = \frac{16\pi}{5}$.

D. $V_1 = \frac{12\pi}{5}$.

Lời giải.

Ta có

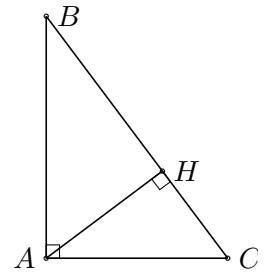
$$V_1 = \frac{1}{3}(BH + CH)\pi AH^2 = \frac{1}{3}BC\pi AH^2, V_2 = \frac{1}{3}AC\pi AB^2, V_3 = \frac{1}{3}AB\pi AC^2.$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_3} = \frac{AB}{AC} = \frac{3\pi}{4\pi} = \frac{3}{4} \Rightarrow AB = \frac{3}{4}AC.$$

$$\Rightarrow V_3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}AC\pi AC^2 = \frac{1}{4}\pi AC^3 = 4\pi.$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt[3]{16} \Rightarrow AB = \frac{3}{4}\sqrt[3]{16} \Rightarrow AH = \frac{3}{5}\sqrt[3]{16} = \frac{5}{6}\sqrt[3]{16}, BC = \frac{5}{4}\sqrt[3]{16}.$$

$$\text{Vậy } V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{4}\sqrt[3]{16}\pi \cdot \left(\frac{3}{5}\sqrt[3]{16}\right)^2 = \frac{12\pi}{5}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 222.

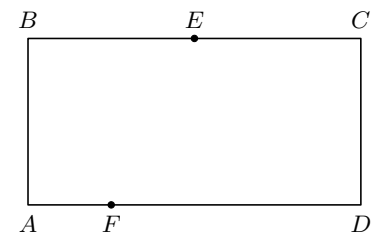
Có một mảnh bìa hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 2a, AD = 4a$. Người ta đánh dấu E là trung điểm BC và $F \in AD$ sao cho $AF = a$. Sau đó người ta cuộn mảnh bìa lại sao cho cạnh DC trùng cạnh AB tạo thành một hình trụ. Tính thể tích tứ diện $ABEF$ với các đỉnh A, B, E, F nằm trên hình trụ vừa tạo thành.

A. $\frac{16a^3}{3\pi^2}$.

B. $\frac{8a^3}{3\pi^2}$.

C. $\frac{a^3}{3\pi}$.

D. $\frac{8a^3}{\pi^2}$.



Lời giải.

Hai đáy của hình trụ là hai đường tròn bán kính $R = \frac{C}{2\pi} = \frac{2a}{\pi}$ (chú ý vì $C = AD = 4a$).

Gọi K là hình chiếu của F lên mặt đáy $\Rightarrow ABKF$ là hình chữ nhật.

$$\text{Vì } \widehat{AF} = \frac{1}{4}(O, R) \Rightarrow AF = R\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}a}{\pi}$$

$$\Rightarrow S_{ABKF} = AB \cdot AF = 2a \cdot \frac{2\sqrt{2}a}{\pi} = \frac{4\sqrt{2}a^2}{\pi}.$$

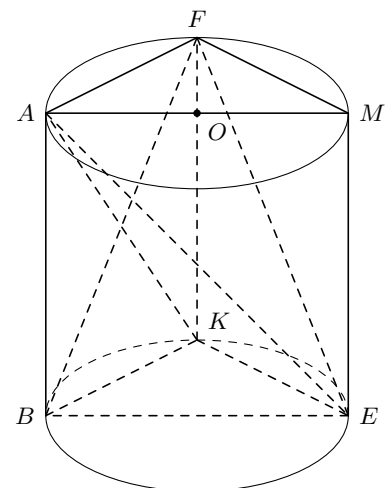
$$EK = \sqrt{BE^2 - BK^2} = \sqrt{\left(\frac{4a}{\pi}\right)^2 - \left(\frac{2\sqrt{2}a}{\pi}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}a}{\pi}$$

$$\Rightarrow V_{E.ABKF} = \frac{1}{3}EK \cdot S_{ABKF} = \frac{16a^3}{3\pi}$$

$$\Rightarrow V_{E.ABF} = \frac{1}{2}V_{E.ABKF} = \frac{8a^3}{3\pi}.$$

Chọn đáp án **B**

□



Câu 223. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

- A. $\frac{7\pi a^2}{3}$. B. $\frac{\pi a^3}{8}$. C. πa^2 . D. $\frac{7\pi a^2}{9}$.

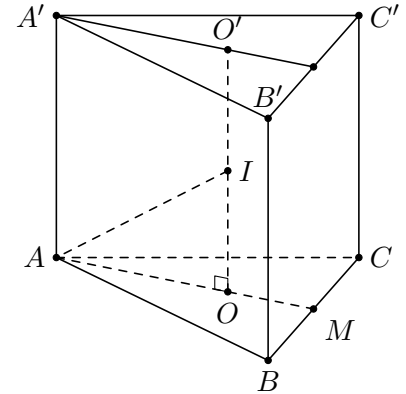
Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp hai tam giác ABC và $A'B'C'$.

Trên OO' lấy trung điểm I . Khi đó, $IA = IB = IC = IA' = IB' = IC'$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

Bán kính mặt cầu là

$$R = IA = \sqrt{OI^2 + OA^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$



Vậy diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ là $S = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{21}}{6}\right)^2 = \frac{7\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 224. Một khối nón có thể tích bằng $9a^3\pi\sqrt{2}$. Tính bán kính R đáy khối nón khi diện tích xung quanh nhỏ nhất.

- A. $R = 3a$. B. $R = \frac{3a}{\sqrt[6]{2}}$. C. $R = \sqrt[3]{9a}$. D. $R = \frac{3a}{\sqrt[3]{2}}$.

Lời giải.

Gọi h, l lần lượt là chiều cao và độ dài đường sinh của khối nón.

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = 9a^3\pi\sqrt{2} \Rightarrow h = \frac{27a^3\sqrt{2}}{R^2} \Rightarrow l = \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{R^2 + 2 \cdot \frac{729a^6}{R^4}}.$$

$$S_{xq} = \pi Rl = \pi \sqrt{R^4 + \frac{729a^6}{R^2} + \frac{729a^6}{R^2}} \geq \pi \sqrt[3]{R^4 \cdot \frac{729a^6}{R^2} \cdot \frac{729a^6}{R^2}}.$$

$$\Rightarrow S_{xq} = 9\pi a^2. \text{ Nên } \min S_{xq} = 9\pi a^2 \text{ khi } R^4 = \frac{729a^6}{R^2} \Leftrightarrow R = 3a.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 225. Cho hình trụ có trục OO' , chiều cao bằng a . Trên hai đường tròn đáy (O) và (O') lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng $\frac{a}{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng 60° . Thể tích của khối trụ đã cho là

- A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\pi a^3}{3}$. C. $2\pi a^3$. D. πa^3 .

Lời giải.

Dựng AA' vuông góc với mặt phẳng đáy.

$AB \subset (ABA')$ nên $d(AB, OO') = d(OO', (ABA')) = d(O', (ABA'))$.

Gọi I là trung điểm BA' . Ta có $O'I \perp BA'$ (vì $\triangle O'BA'$ cân).

Mà $O'I \perp AA'$ nên $O'I \perp (ABA')$

hay $d(O', (ABA')) = O'I = \frac{a}{2}$.

Mặt khác $\widehat{AB, OO'} = \widehat{AB, AA'} = \widehat{A'AB} = 60^\circ$.

Xét $\triangle ABA'$ vuông tại A' có $\tan 60^\circ = \frac{A'B}{AA'} \Rightarrow A'B = a\sqrt{3}$ và

$$BI = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Xét $\triangle O'BI$ vuông tại I có $O'B = \sqrt{O'I^2 + BI^2} = a$.

Vậy thể tích của khối trụ đã cho là

$$V = \pi \cdot O'B^2 \cdot OO' = \pi \cdot a^2 \cdot a = \pi a^3.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 226. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = BC = AC = BD = 2a$, $AD = a\sqrt{3}$; hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) vuông góc với nhau. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{64\pi a^2}{27}$.

B. $\frac{4\pi a^2}{27}$.

C. $\frac{16\pi a^2}{9}$.

D. $\frac{64\pi a^2}{9}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của CD . Do $BC = BD$ nên $BI \perp CD$.

Theo bài ra $(ACD) \perp (BCD)$ nên $BI \perp (ACD)$.

Xét các tam giác vuông AIB và DIB có: BI chung và $AB = BD = 2a$ nên hai tam giác đó bằng nhau, suy ra $AI = ID$.

Do đó tam giác ACD vuông tại A . Suy ra tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ thuộc đường thẳng BI .

Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ chính là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD .

Áp dụng định lý Pitago ta có $CD = \sqrt{AC^2 + AD^2} = a\sqrt{7}$.

Diện tích tam giác BCD là

$$S_{BCD} = \sqrt{p(p-BC)(p-CD)(p-BD)} = \frac{3a\sqrt{4}}{7}$$

$$\text{với } p = \frac{BC + CD + DB}{2}.$$

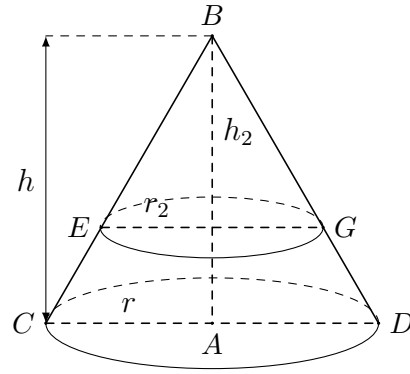
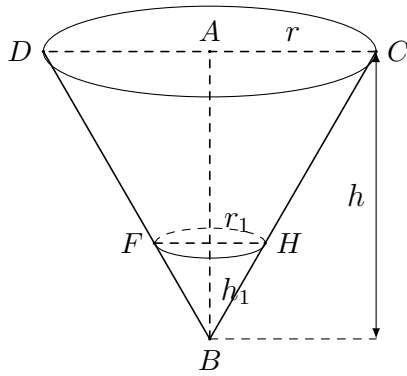
$$\text{Bán kính mặt cầu là } R = \frac{BC \cdot CD \cdot DB}{4S_{BCD}} = \frac{4a}{3}.$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là: $S = 4\pi R^2 = \frac{64\pi a^2}{9}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 227. Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của mực nước xấp xỉ bằng bao nhiêu? Biết rằng chiều cao của phễu là 15 cm.



A. 0,501 (cm).

B. 0,302 (cm).

C. 0,216 (cm).

D. 0,188(cm).

Lời giải.

Ta gọi chiếc phễu trên là khối nón (N) có bán kính đáy r và chiều cao $h = 15$ cm và thể tích là V . Thể tích lượng nước đổ vào phễu cũng bằng thể tích V_1 của khối nón (N_1) có bán kính đáy r_1 và chiều cao h_1 .

Áp dụng định lý ta-lét ta có $\frac{h_1}{h} = \frac{r_1}{r} = \frac{1}{3}$

$$\text{Suy ra } V_1 = \frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{r}{3}\right)^2 \cdot \frac{h}{3} = \frac{1}{81}\pi r^2 h = \frac{1}{27}V$$

Khi bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì nước trong phễu vẫn giữ nguyên. Phần không chứa nước trong phễu chính là khối nón (N_2) với bán kính đáy r_2 , chiều cao h_2 và thể tích là $V_2 = V - V_1 = \frac{26}{27}V$.

Áp dụng định lý ta-lét ta có $\frac{r_2}{r} = \frac{h_2}{h}$.

$$\text{Nên suy ra: } V_2 = \frac{26}{27}V \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2 = \frac{26}{27}\frac{1}{3}\pi r^2 h \Leftrightarrow \left(\frac{r_2}{r}\right)^2 \frac{h_2}{h} = \frac{26}{27} \Leftrightarrow \left(\frac{h_2}{h}\right)^3 = \frac{26}{27} \Leftrightarrow h_2 = 5\sqrt[3]{26}$$

Vậy chiều cao của mực nước trong phễu sau khi úp ngược là: $15 - 5\sqrt[3]{26} = 0,188$ cm.

Chọn đáp án **D**

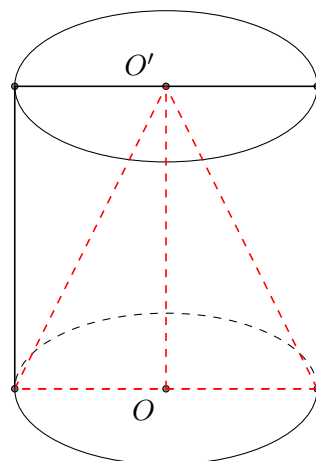
□

Câu 228. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') chiều cao $R\sqrt{3}$ và bán kính đáy R . Một hình nón có đỉnh (O') và đáy là hình tròn ($O; R$). Tỷ lệ diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng?

A. 3.

B. $\sqrt{2}$.

C. 2.

D. $\sqrt{3}$.**Lời giải.**

+ Diện tích xung quanh hình trụ là: $S_1 = 2\pi Rh = 2\pi R^2\sqrt{3}$.

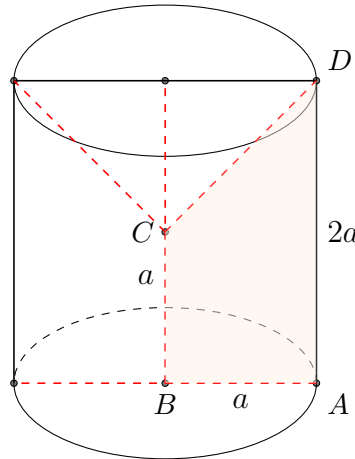
+ Độ dài đường sinh hình nón là: $l = \sqrt{(R\sqrt{3})^2 + R^2} = 2R$.

+ Diện tích xung quanh hình nón là: $S_2 = \pi Rl = \pi R \cdot 2R = 2\pi R^2$.

Suy ra tỉ lệ cần tìm là: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2\pi R^2 \cdot \sqrt{3}}{2\pi R^2} = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 229. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC . Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



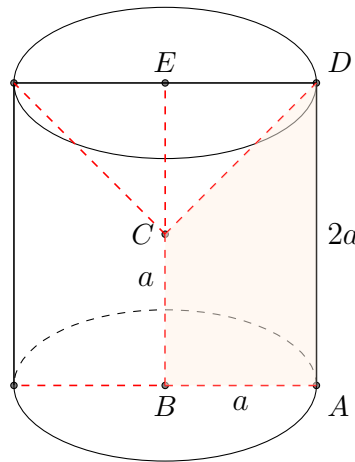
A. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

B. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$.

C. $V = \pi a^3$.

D. $V = \frac{7\pi a^3}{3}$.

Lời giải.



Dựng hình chữ nhật $ABED$ với E nằm trên tia BC .

Thể tích khối trụ sinh bởi hình chữ nhật $ABED$ khi quay quanh đường thẳng chứa cạnh BC là

$$V_1 = AD \cdot \pi \cdot AB^2 = 2a \cdot \pi \cdot a^2 = 2\pi a^3.$$

Thể tích khối nón sinh bởi tam giác EDC khi xoay quanh đường thẳng chứa cạnh BC là

$$V_2 = \frac{1}{3}CE \cdot \pi \cdot ED^2 = \frac{1}{3}a \cdot \pi \cdot a^2 = \frac{\pi a^3}{3}.$$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là: $V = V_1 - V_2 = \frac{5\pi a^3}{3}$. □

Câu 230. Một khối gỗ hình lập phương có thể tích V_1 . Một người thợ mộc muốn gọt giũa khối gỗ đó thành một khối trụ có thể tích là V_2 . Tỉ số $k = \frac{V_2}{V_1}$ lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $k = \frac{\pi}{4}$.

B. $k = \frac{2}{\pi}$.

C. $k = \frac{\pi}{2}$.

D. $k = \frac{4}{\pi}$.

Lời giải.

Gọi a là cạnh của hình lập phương.

Ta có thể tích của khối lập phương là $V_1 = a^3$.

Suy ra tỉ số $k = \frac{V_2}{V_1}$ lớn nhất khi và chỉ khi V_2 lớn nhất.

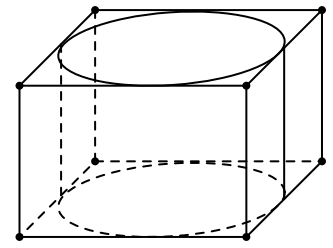
Khi đó hình trụ có chiều cao bằng cạnh của hình lập phương và có đường tròn đáy nội tiếp một mặt của hình lập phương.

Do đó hình trụ có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = \frac{a}{2}$.

Ta có $V_2 = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{2}$. Vậy $k = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\pi}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□



Câu 231. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SC = x$ ($0 < x < \sqrt{3}$) các cạnh còn lại đều bằng 1. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Phương pháp

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là: $V = Sh$.

Cách giải:

Ta có: $\triangle SBD = \triangle ABD$ (c.c.c) $\Rightarrow AO = SO = OC \Rightarrow \triangle SAC$ vuông tại S . (tam giác có đường trung tuyến từ đỉnh S đến cạnh AC bằng nửa cạnh AC).

$$\Rightarrow AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + SC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{1+x^2}$$

$$\Rightarrow BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{1 - \frac{1+x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3-x^2}}{2}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2}\sqrt{1+x^2}\sqrt{3-x^2}$$

$$SH = \frac{SA \cdot SC}{\sqrt{SA^2 + SC^2}} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

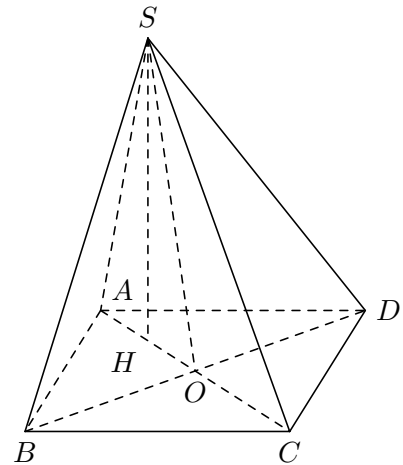
$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{1+x^2}\sqrt{3-x^2}$$

$$= \frac{1}{6}x\sqrt{3-x^2} = \frac{\sqrt{x^2(3-x^2)}}{6} \leq \frac{1}{2} \frac{x^2+3-x^2}{6} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \max V_{S.ABCD} = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□



Câu 232. Trong số các hình trụ có diện tích toàn phần đều bằng S thì bán kính R và chiều cao h của khối trụ có thể tích lớn nhất là

A. $R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}; h = 2\sqrt{\frac{S}{6\pi}}$.

B. $R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}; h = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$.

C. $R = \sqrt{\frac{2S}{3\pi}}; h = 4\sqrt{\frac{2S}{3\pi}}$.

D. $R = \sqrt{\frac{S}{2\pi}}; h = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{2\pi}}$.

Lời giải.

Gọi thể tích khối trụ là V , diện tích toàn phần của hình trụ là S .

Ta có $S = 2S_{\text{day}} + S_{\text{xq}} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh$.

Từ đó suy ra $\frac{S}{2\pi} = R^2 + Rh \Leftrightarrow \frac{S}{2\pi} = R^2 + \frac{V}{\pi R} = R^2 + \frac{V}{2\pi R} + \frac{V}{2\pi R} \geq \sqrt[3]{\frac{V^2}{4\pi^2}}$,

tức là $27 \frac{V^2}{4\pi^2} \leq \left(\frac{S}{2\pi}\right)^3 \Leftrightarrow V \leq \sqrt{\frac{S^3}{54\pi}}$.

Vậy $V_{\max} = \sqrt{\frac{S^3}{54\pi}}$. Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow R^2 = \frac{V}{2\pi R} = \frac{\pi R^2 h}{2\pi R} = \frac{Rh}{2} \Leftrightarrow h = 2R$.

Khi đó $S = 6\pi R^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}$ và $h = 2R = 2\sqrt{\frac{S}{6\pi}}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 233. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , $AB = BC = a$ và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. $a\sqrt{5}$.

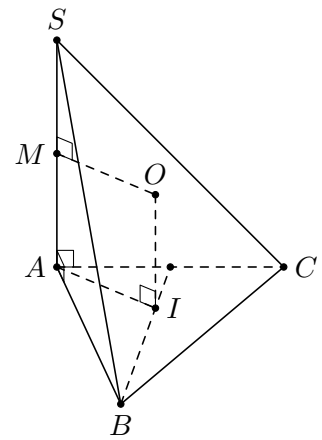
D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Dựng tam giác đều IAB (I và C cùng phía bờ AB). Ta có $\widehat{IBC} = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ và $IB = BC$ nên $\triangle IBC$ đều, $IA = IB = IC = a$.

Qua I dựng đường thẳng song song với SA , cắt đường trung trực của SA tại O thì O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Gọi M là trung điểm của SA . Ta có $OM = IA = a$; $AM = \frac{SA}{2} = a$ nên $OA = \sqrt{OM^2 + MA^2} = \sqrt{2}a$, $R = \sqrt{2}a$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 234. Một hộp sữa hình trụ có thể tích V (không đổi) được làm từ một tấm tôn có diện tích đủ lớn. Nếu hộp sữa chỉ kín một đáy thì để tốn ít vật liệu nhất, hệ thức giữa bán kính đáy R và đường cao h bằng:

A. $h = \sqrt{3}R$.

B. $h = \sqrt{2}R$.

C. $h = 2R$.

D. $h = R$.

Lời giải.

Phương pháp: Thể tích khối trụ có bán kính đáy R và chiều cao h là: $V = \pi R^2 h$.

Diện tích xung quanh và 1 đáy của hình trụ là: $S = 2\pi Rh + \pi R^2$.

Cách giải:

Ta có thể tích khối trụ có bán kính đáy R và chiều cao h là: $V = \pi R^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}$.

Diện tích xung quanh và 1 đáy của hình trụ là: $S = 2\pi Rh + \pi R^2 \Rightarrow S = 2\pi R \cdot \frac{V}{\pi R^2} + \pi R^2 = \frac{2V}{R} + \pi R^2$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số dương $\frac{V}{R}$; $\frac{V}{R}$; πR^2 ta có:

$$\frac{V}{R} + \frac{V}{R} + \pi R^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{V}{R} \cdot \frac{V}{R} \cdot \pi R^2} = 3\sqrt[3]{\pi V^2}.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra} \Rightarrow \frac{V}{R} = \pi R^2 \Leftrightarrow R^3 = \frac{V}{\pi} \Leftrightarrow V = \pi R^3 \Rightarrow h = \frac{\pi R^3}{\pi R^2} = R.$$

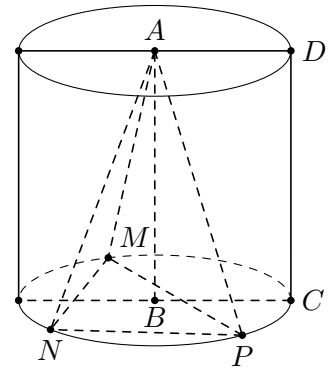
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 235.

Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục AB cố định, đường gấp khúc $ADCB$ cho ta hình trụ (T) . Gọi $\triangle MNP$ là tam giác đều nội tiếp đường tròn đáy (không chứa điểm A). Tính tỷ số giữa thể tích khối trụ và thể tích khối chóp $AMNP$.

- A. $\frac{4}{3\sqrt{3}}\pi$. B. $\frac{4}{\sqrt{3}}\pi$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}\pi$. D. $\frac{4}{3}\pi$.



Lời giải.

Hình trụ (T) có bán kính $r = BC$ và chiều cao $h = CD$. Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h$.

Gọi cạnh của tam giác MNP là x , khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle MNP$ là

$$r = \frac{2}{3} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = r\sqrt{3}.$$

Khối chóp $AMNP$ có đáy là $\triangle MNP$ đều và chiều cao $AB = DC = h$.

$$\text{Thể tích khối chóp } V' = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot S_{\triangle MNP} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \frac{(r\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}r^2 h}{4}.$$

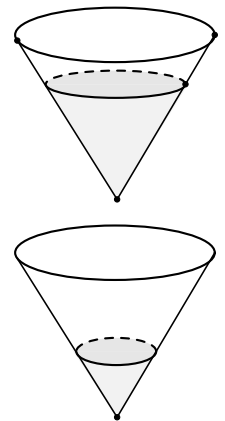
$$\text{Tỷ số giữa thể tích khối trụ và thể tích khối chóp } AMNP \text{ là } \frac{V}{V'} = \frac{\pi r^2 h}{\frac{\sqrt{3}r^2 h}{4}} = \frac{4\pi}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 236.

Hai hình nón bằng nhau có chiều cao bằng 2 dm, được đặt như hình vẽ bên (mỗi hình đều đặt thẳng đứng với đỉnh nằm phía dưới). Lúc đầu, hình nón trên chứa đầy nước và hình nón dưới rỗng. Sau đó, nước được chảy xuống hình nón dưới thông qua lỗ trống ở đỉnh của hình nón trên. Hãy tính chiều cao của nước trong hình nón dưới tại thời điểm khi mà chiều cao của nước trong hình nón trên bằng 1 dm.



- A. $\sqrt[3]{7}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\sqrt[3]{5}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính đáy của mỗi hình nón. Khi độ cao của nước trong hình nón trên bằng 1 dm, ta đặt bán kính của “hình nón trên của nước” bằng r , bán kính của “hình nón dưới của nước” là s , chiều cao của “hình nón dưới của nước” là x . $\frac{r}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow r = \frac{R}{2}$.

$$\text{Thể tích nước của hình nón trên tại thời điểm chiều cao bằng 1 là } V_1 = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot 1 = \frac{\pi R^2}{12}$$

$$\text{mặt khác: } \frac{s}{R} = \frac{x}{2} \Rightarrow s = \frac{Rx}{2}$$

$$\text{Thể tích nước hình nón dưới } V_2 = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{Rx}{2}\right)^2 \cdot x = \frac{\pi R^2 x^3}{12}.$$

$$\text{Thể tích nước của hình nón trên khi đầy nước: } V = \frac{2\pi R^2}{3}.$$

$$\text{Ta có: } V_1 + V_2 = V \Leftrightarrow \frac{\pi R^2}{12} + \frac{\pi R^2 x^3}{12} = \frac{\pi R^2 2}{3} \Leftrightarrow 1 + x^3 = 8 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{7}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 237. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 16$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau cắt mặt cầu theo ba đường tròn. Gọi S là tổng diện tích của ba hình tròn đó. Khi đó S bằng

A. 32π .B. 36π .C. 38π .D. 16π .

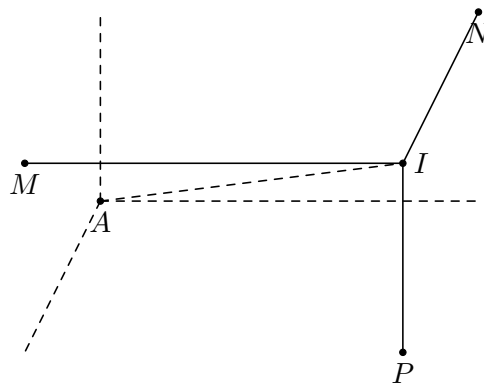
Lời giải.

Phương pháp:

Cách giải:

$(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 16$ có tâm $I(1; -1; 2)$ và bán kính $R = 4$.

Gọi M, N, P là các hình chiếu vuông góc của I lên 3 mặt phẳng, r_1, r_2, r_3 là bán kính của đường tròn giao tuyến tương ứng. Khi đó A, I, P, N là 4 đỉnh của một hình hộp chữ nhật, ta có:



$$IM^2 + IP^2 + IN^2 = IA^2 = 0^2 + 3^2 + 1^2 = 10.$$

$$\Leftrightarrow R^2 - r_1^2 + R^2 - r_2^2 + R^2 - r_3^2 = 10 \Leftrightarrow 3 \cdot 16 - (r_1^2 + r_2^2 + r_3^2) = 10 \Leftrightarrow r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = 18.$$

Tổng diện tích của ba hình tròn đó là $S = \pi(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2) = 38\pi$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 238. Một hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy R . Hình nón có đỉnh là tâm đáy trên của hình trụ và đáy là hình tròn đáy dưới của hình trụ. Gọi V_1 là thể tích của hình trụ, V_2 là thể tích của hình nón. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. 2.

B. $2\sqrt{2}$.

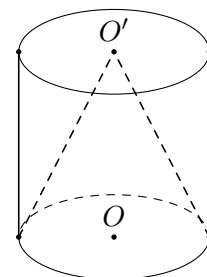
C. 3.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Hai khối nón và khối trụ có cùng chiều cao h và cùng bán kính đáy bằng r .

$$\text{Do đó ta có } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi r^2 h}{\frac{1}{3} \pi r^2 h} = 3.$$



□

Câu 239. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$, cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ACD$.

A. $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.B. $R = a$.C. $R = a\sqrt{\frac{7}{12}}$.D. $R = \frac{a}{2}$.

Lời giải.

Xét hình hộp chữ nhật $AB'C'D' \cdot A'BCD$.

Ta có

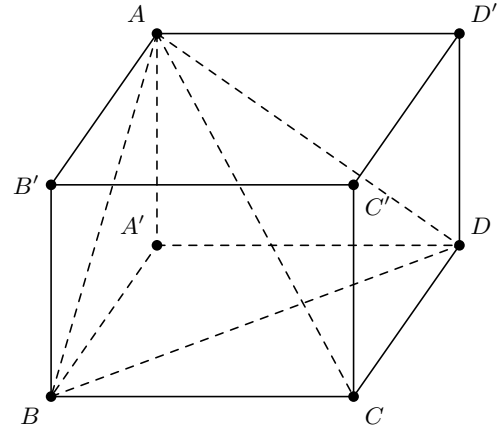
$$\widehat{BCD} = \widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ.$$

— Vì $BC \parallel A'D \Rightarrow$ góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng góc giữa hai đường thẳng AD và $A'D$ bằng góc $\widehat{ADA'} \Rightarrow \tan \widehat{ADA'} = \tan 60^\circ = \frac{AA'}{A'D} = \sqrt{3} \Rightarrow AA' = a\sqrt{3}.$

Do vậy mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ cũng là mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $AB'C'D' \cdot A'BCD \Rightarrow$

$$R = \frac{\sqrt{A'A^2 + A'B^2 + A'D^2}}{2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$

$$\text{Vậy } R = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$

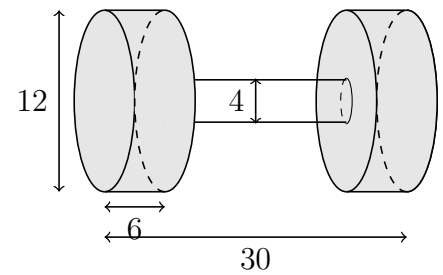


Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 242.

Người ta làm tạ tập cơ tay như hình vẽ với hai đầu là hai khối trụ bằng nhau và tay cầm cũng là khối trụ. Biết hai đầu là hai khối trụ đường kính đáy bằng 12, chiều cao bằng 6, chiều dài tạ bằng 30 và bán kính tay cầm là 2. Hãy tính thể tích vật liệu làm nên tạ tay đó.



A. 108π .

B. 6480π .

C. 502π .

D. 504π .

Lời giải.

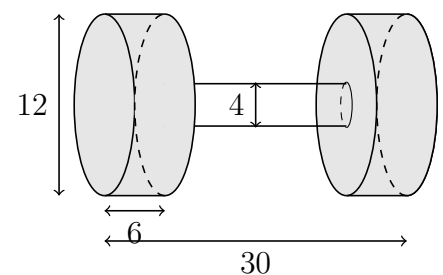
Gọi h_1 , R_1 , V_1 lần lượt là chiều cao, bán kính đáy, thể tích khối trụ nhỏ mỗi đầu.

$$V_1 = h_1 \cdot \pi \cdot R_1^2 = 6 \cdot \pi \cdot 6^2 = 216\pi.$$

Gọi h_2 , R_2 , V_2 lần lượt là chiều cao, bán kính đáy, thể tích của tay cầm.

$$V_2 = h_2 \cdot \pi \cdot R_2^2 = (30 - 2 \cdot 6) \cdot \pi \cdot 2^2 = 72\pi.$$

Thể tích vật liệu làm nên tạ tay bằng $V = 2V_1 + V_2 = 504\pi$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 243. Cho hình trụ (T) có chiều cao bằng $2a$. Hai đường tròn đáy của (T) có tâm lần lượt là O và O_1 và bán kính bằng a . Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A , trên đường tròn đáy O_1 lấy điểm B sao cho $AB = \sqrt{5}a$. Thể tích khối tứ diện OO_1AB bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}.$

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}.$

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}.$

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$

Lời giải.

Trên (O) lấy điểm B' , trên (O_1) lấy điểm A' sao cho $AA' \parallel BB' \parallel OO_1$. Khi đó ta được hình lăng trụ $OAB'.O_1A'B$.

Ta có $AA' = h = 2a$, $AB = a\sqrt{5}$.

Xét tam giác vuông $AA'B$ có $A'B = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = \sqrt{5a^2 - 4a^2} = a$.

Do đó tam giác $O_1A'B$ có $O_1A' = O_1B = A'B = a \Rightarrow \Delta O_1A'B$ đều cạnh a

$$\Rightarrow S_{\Delta O_1A'B} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow V_{OAB'.O_1A'B} = AA' \cdot S_{\Delta O_1A'B} = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

Ta có $V_{OAB'.O_1A'B} = V_{A.O_1A'B} = V_{OAB'.O_1A'B} + V_{B.OAB'} + V_{OO_1AB}$.

Mà $V_{A.O_1A'B} = \frac{1}{3}V_{OAB'.O_1A'B}$; $V_{B.OAB'} = \frac{1}{3}V_{OAB'.O_1A'B}$

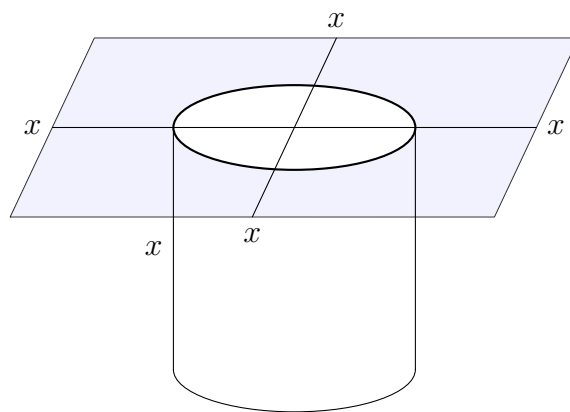
$$\Rightarrow V_{OO_1AB} = \frac{1}{3}V_{OAB'.O_1A'B} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 244.

Trên một mảnh đất hình vuông có diện tích $81m^2$ người ta đào một cái ao nuôi cá hình trụ (như hình vẽ) sao cho tâm của hình tròn đáy trùng với tâm của mảnh đất. Ở giữa mép ao và mép mảnh đất người ta để lại một khoảng đất trống để đi lại, biết khoảng cách nhỏ nhất giữa mép mảnh đất là $x(m)$. Giả sử chiều sâu của ao cũng là $x(m)$. Tính thể tích lớn nhất V của ao.



A. $V = 13,5\pi \text{ m}^3$.

B. $V = 27\pi \text{ m}^3$.

C. $V = 36\pi \text{ m}^3$.

D. $V = 72\pi \text{ m}^3$.

Lời giải.

Đường kính đáy của hình trụ là $9 - 2x \Rightarrow$ Bán kính đáy hình trụ là $\frac{9 - 2x}{2}$.

Khi đó ta có thể tích ao là $V = \pi \left(\frac{9 - 2x}{2} \right)^2 x = \frac{\pi}{4} (9 - 2x)^2 x = \frac{\pi}{4} f(x)$.

Xét hàm số $f(x) = (9 - 2x)^2 x = 4x^3 - 36x^2 + 81x$ với $0 < x < \frac{9}{2}$ ta có

$$f'(x) = 12x^2 - 72x + 81 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{2} \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

BBT

x	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{2}$
y'		+	-
y	0	54	0

Dựa vào BBT ta thấy $f(x)_{\max} = 54 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

Khi đó $V_{\max} = \frac{\pi}{4} \cdot 54 = \frac{27\pi}{2} = 13,5\pi \text{ m}^3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 245. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm A, B, C, D, E .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. a .

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

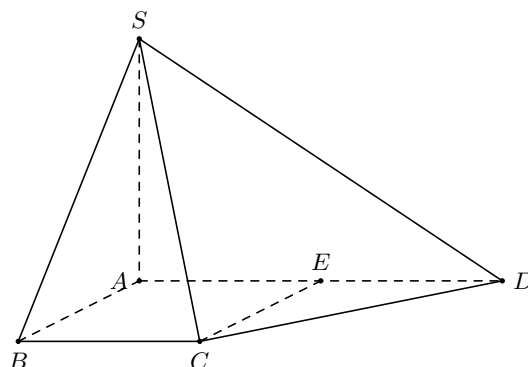
D. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Khối chóp có cạnh bên vuông góc với đáy, sử dụng công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp $R = \sqrt{\frac{h^2}{4} + R_d^2}$ trong đó h là chiều cao khối chóp, R_d là bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy.

Cách giải:



Xét tứ giác $ABCE$ có $AE \parallel BC$, $AE = BC = a \Rightarrow ABCE$ là hình bình hành. Lại có $\widehat{BAE} = 90^\circ$ (gt), $AC = BC \Rightarrow ABCE$ là hình vuông cạnh a .

$\Rightarrow$ Bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCE$ là $R_d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Sử dụng công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCE$ là:

$$R = \sqrt{\frac{SA^2}{4} + R_d^2} = \sqrt{\frac{2a^2}{4} + \frac{2a^2}{4}} = a.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 246. Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$. Diện tích xung quanh S của hình trụ là

A. $S = 4\pi a^2$.

B. $S = 8\pi a^2$.

C. $S = 24\pi a^2$.

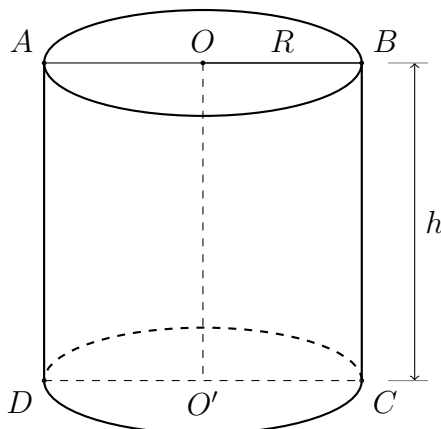
D. $S = 16\pi a^2$.

Lời giải.

Phương pháp: Công thức tính diện tích xung quanh hình trụ có bán kính đáy R , chiều cao h là

$$S_{xq} = 2\pi Rh.$$

Cách giải:



Hình trụ có thiết diện đi qua trục là hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $4a$.

Do đó $h = 2R = 4a \Rightarrow R = 2a$ với R, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

$$\text{Vậy } S = 2\pi Rh = 16\pi a^2$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 247. Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Tính $\tan \alpha$ khi thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

B. $\tan \alpha = \frac{1}{2}.$

C. $\tan \alpha = 1.$

D. $\tan \alpha = \sqrt{2}.$

Lời giải.

Lấy điểm $A' \in (O'), B' \in (O)$ sao cho AA', BB' song song với trục OO' .

Khi đó ta có lăng trụ đứng $OAB'.O'A'B$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } V_{OO'AB} &= V_{OAB'.O'A'B} - V_{A.O'A'B} - V_{B.OAB'} \\ &= V_{OAB'.O'A'B} - \frac{1}{3}V_{A.O'A'B} - \frac{1}{3}V_{B.OAB'} \\ &= \frac{1}{3}V_{OAB'.O'A'B}. \end{aligned}$$

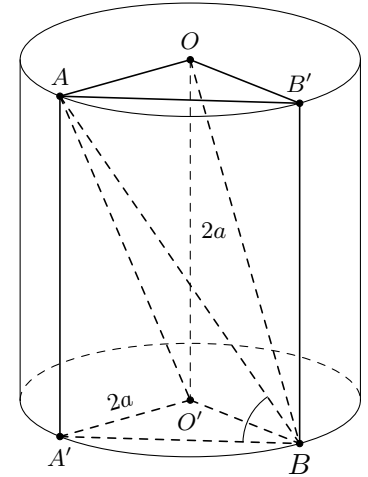
$$\Rightarrow V_{OO'AB} = \frac{1}{3}AA' \cdot S_{\triangle OAB'} = \frac{1}{6}AA' \cdot OA \cdot OB \cdot \sin \widehat{AOB'}.$$

Do đó $V_{OO'AB}$ lớn nhất $\Leftrightarrow \sin \widehat{AOB'} = 1 \Leftrightarrow \widehat{AOB'} = 90^\circ \Leftrightarrow OA \perp OB'.$

$\Rightarrow O'A' \perp O'B \Rightarrow \triangle O'A'B$ vuông tại $O' \Rightarrow A'B = O'A'\sqrt{2} = 2a\sqrt{2}.$

Ta có $AA' \perp (O'A'B) \Rightarrow (AB, (O'A'B)) = \widehat{ABA'} = \alpha.$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{AA'}{A'B} = \frac{2a}{2a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 248. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$, chiều cao $R\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là O' và đáy là hình tròn $(O; R)$. Tỷ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng

A. 2.

B. $\sqrt{3}.$

C. 3.

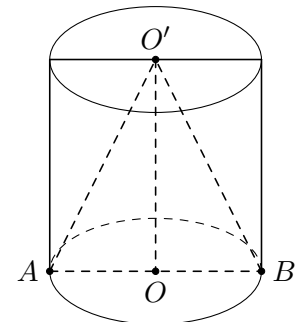
D. $\sqrt{2}.$

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_1 = 2\pi R^2\sqrt{3}.$

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = \sqrt{R^2 + 3R^2} = 2R$ do đó diện tích xung quanh của hình nón là $S_2 = 2\pi R^2.$

Vậy tỷ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón là $\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}.$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 249. Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A, B, C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB = 3, AC = 4, BC = 5$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1. Tính thể tích của khối cầu $(S).$

A. $\frac{7\sqrt{21}\pi}{2}.$

B. $\frac{13\sqrt{131}\pi}{6}.$

C. $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}.$

D. $\frac{29\sqrt{29}\pi}{6}.$

Lời giải.

Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$, suy ra $r = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2}$ (do $\triangle ABC$ vuông tại A).

Suy ra bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{r^2 + d^2(O, (ABC))} = \frac{\sqrt{29}}{2} \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{29\sqrt{29}\pi}{6}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 250. Trong tất cả các hình trụ có chung thể tích V , hỏi hình trụ có diện tích toàn phần nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. $S_{tp} = 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$. B. $S_{tp} = \sqrt[3]{2\pi V^2}$. C. $S_{tp} = 3\sqrt[3]{6\pi V^2}$. D. $S_{tp} = 6\sqrt[3]{\pi V^2}$.

Lời giải.

Ta có $V = h \cdot \pi R^2 \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}$. Nên diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S_{tp} = 2\pi R^2 + h \cdot 2\pi R = 2\pi R^2 + \frac{2V}{R}.$$

Xét hàm S_{tp} ẩn R có

$$S'_{tp} = 4\pi R - \frac{2V}{R^2}, \quad S'_{tp} = 0 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{2V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}.$$

Lập bảng biến thiên ta suy ra được diện tích toàn phần lớn nhất đạt được khi $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$. Khi đó diện tích toàn phần bằng

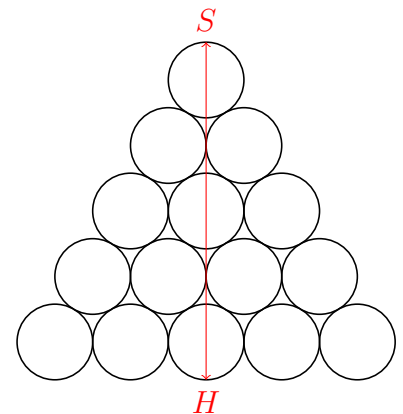
$$S_{tp} = 2\pi \sqrt[3]{\frac{4V^2}{16\pi^2}} + 2V \sqrt[3]{\frac{4\pi}{2V}} = 3\sqrt[3]{2\pi V^2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 251.

Ở một số nước nông nghiệp phát triển, sau khi thu hoạch lúa xong, rơm người ta cuộn thành những cuộn hình trụ rồi chất thành từng đống để chở về nhà. Mỗi đống rơm thường chất thành 5 chồng sao cho các cuộn rơm tiếp xúc ngoài với nhau. Giả sử đường kính của mỗi cuộn rơm là 1 m. Hãy tính chiều cao SH của đống rơm ở hình bên.

A. $SH = (2\sqrt{3} + 1)$ m. B. $SH = 5$ m.
C. $SH = 2\sqrt{3}$ m. D. $SH = 2,5$ m.



Lời giải.

Ta có tam giác có đỉnh là tâm ba đường tròn ở 3 đỉnh của đống rơm là tam giác đều cạnh 4 m. Chiều cao của tam giác đó bằng $\frac{4 \cdot \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$. Do đó chiều cao của đống rơm là $2\sqrt{3} + 1$ m.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 252. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có 9 cạnh bằng nhau và bằng $2a$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

A. $S = \frac{28\pi a^2}{9}$. B. $S = \frac{7\pi a^2}{9}$. C. $S = \frac{28\pi a^2}{3}$. D. $S = \frac{7\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$
 Ta có OO' là trục của mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$
 Trong mặt phẳng (AA', OO') , dựng đường trung trực d của cạnh AA'

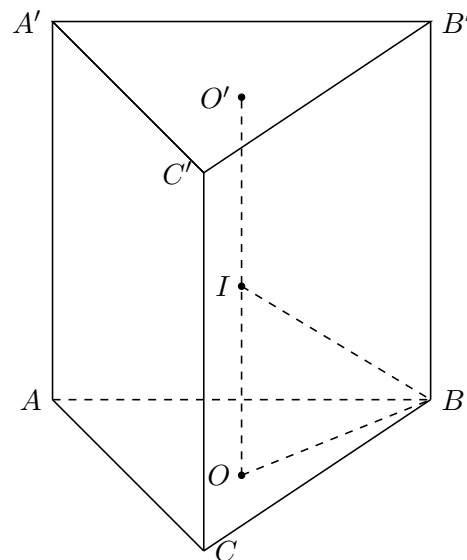
Khi đó d cắt OO' tại $I \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, bán kính $R = IB = \sqrt{OI^2 + OB^2}$

Mặt khác

Tam giác ABC đều cạnh $2a$, có O là trọng tâm nên

$$OB = \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{21}}{3}$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là $S = 4\pi R^2 = \frac{28\pi a^2}{3}$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 253. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng r và chiều cao h . Cắt khối trụ bằng một mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\frac{r\sqrt{2}}{2}$. Mặt phẳng (P) chia khối trụ làm hai phần. Gọi V_1 là phần chứa tâm của đường tròn đáy và V_2 là phần không chứa tâm của đường tròn đáy. Tính tỉ số của $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3\pi - 2}{3\pi + 2}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = 3 + \sqrt{2}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi - 2}{3\pi + 2}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3\pi + 2}{\pi - 2}$.

Lời giải.

Thể tích hình trụ $V = \pi r^2 h$.

Khi cắt khối trụ bằng mặt phẳng (P) song song với trục tạo thành hai khối có thể tích V_1, V_2 thì tỷ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$ bằng tỷ số diện tích của viên phân chứa điểm O và viên phân không chứa điểm O của đường tròn đáy.

Gọi I là trung điểm của AB khi đó $AB = 2\sqrt{r^2 - OI^2} = 2\sqrt{r^2 - \left(\frac{r\sqrt{2}}{2}\right)^2} = r\sqrt{2}$.

Suy ra $\triangle AOI$ vuông cân tại I , suy ra $\widehat{AOB} = 90^\circ$.

Diện tích quạt tròn AOB là $S_1 = \frac{\pi r^2}{4}$.

Diện tích tam giác $S_{OAB} = \frac{1}{2}OI \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{r\sqrt{2}}{2} \cdot r\sqrt{2} = \frac{r^2}{2}$.

$$\text{Suy ra: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi r^2 - \left(\frac{\pi r^2}{4} - \frac{r^2}{2}\right)}{\frac{\pi r^2}{4} - \frac{r^2}{2}} = \frac{3\pi + 2}{\pi - 2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 254. Trong không gian, cho hai điểm phân biệt A, B và số thực dương k . Tập hợp các điểm M sao cho diện tích tam giác MAB bằng k là

A. một đường thẳng. B. một mặt nón. C. một mặt trụ. D. một mặt cầu.

Lời giải.

Ta có $k = S_{\triangle MAB} = \frac{1}{2}d(M; AB) \cdot AB \Rightarrow d(M; AB) = \frac{2k}{AB}$ (không đổi).

Vậy tập hợp các điểm M là một mặt trụ có trục là AB .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 255. Cho hình chóp tứ giác đều có góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Biết rằng mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó có bán kính $R = a\sqrt{3}$. Tính độ dài cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều nói trên.

A. $\frac{9}{4}a$.

B. $2a$.

C. $\frac{3}{2}a$.

D. $\frac{12}{5}a$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Trong (SOB) , kẻ KI là đường trung trực của đoạn SB

$(K \in SB, I \in SO) \Rightarrow IS = IB$.

Mặt khác, $I \in SO$ nên $IA = IB = IC = ID$.

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABCD$.

Ta có $\triangle SKI \sim \triangle SOB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{SI}{SB} = \frac{KS}{SO},$$

từ đó $R = SI = \frac{SB^2}{2SO} = a\sqrt{3}$ (1)

Gọi M là trung điểm của CD .

Ta có $\begin{cases} OM \perp CD, OM \in (ABCD) \\ SM \perp CD \text{ (vì } CD \perp (SOM)), SM \in (SCD) \end{cases} \Rightarrow [(ABCD), (SCD)] = \widehat{SMO} = 60^\circ.$

Tam giác SOM vuông tại O , ta có $SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác SOB vuông tại O , ta có $SB^2 = SO^2 + OB^2 = \frac{3x^2}{4} + \frac{x^2}{2} = \frac{5x^2}{4}$.

Do đó, (1) $\Leftrightarrow \frac{\frac{5x^2}{4}}{x\sqrt{3}} = a\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{12a}{5}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 256. Cho hình trụ (T) có hai đáy là hai hình tròn $(O; r)$ và $(O'; r)$. Lấy $A \in (O; r)$ và $B \in (O'; r)$ sao cho $OA \perp O'B$. Biết rằng $AB = OA\sqrt{6}$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình trụ (T) .

A. $S = 8\pi r^2$.

B. $S = 14\pi r^2$.

C. $S = 12\pi r^2$.

D. $S = 10\pi r^2$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của B trên $(O; r)$.

Ta có $\triangle OAH$ vuông cân tại $O \Rightarrow HA = r\sqrt{2}$.

Ta có $AB^2 = HB^2 + HA^2 \Rightarrow HB = 2r$.

Ta thấy thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông cạnh bằng $2r$.

Ta được bán kính mặt cầu ngoại tiếp (T) là $R = r\sqrt{2}$.

Vậy $S = 4\pi R^2 = 8\pi r^2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 257. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = a$. Hình cầu có bán kính nhỏ nhất chứa được hình chóp $S.ABC$ có diện tích là

A. $3\pi a^2$.

B. $\frac{2\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

D. $\frac{8\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Đường tròn Lớn của mặt cầu khi đó ngoại tiếp tam giác ABC . Ta sẽ chứng minh S cũng nằm trong mặt cầu.

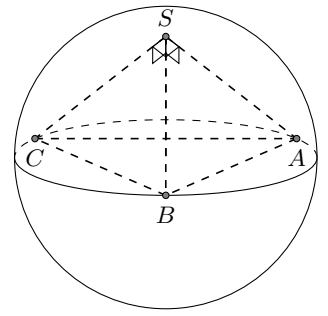
Tam giác ABC đều có cạnh $a\sqrt{2}$. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khi đó $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Mà $\frac{1}{SO^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{3}}{3} < R$. Vậy S cũng nằm trong mặt cầu.

$$\text{Vậy } S = 4\pi R^2 = \frac{8\pi a^2}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 258. Cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R . Gọi (H) là hình gồm các điểm nằm trong hình tròn $(O; R)$ nhưng không nằm trong hình vuông $ABCD$. Tính thể tích của khối tròn xoay sinh bởi hình (H) khi quay quanh một đường chéo của hình vuông $ABCD$.

- A. $\frac{1}{3}\pi R^3$. B. $\frac{2}{3}\pi R^3$. C. $\frac{4}{3}\pi R^3$. D. $\frac{3}{4}\pi R^3$.

Lời giải.

Thể tích của hình (H) có được bằng cách lấy thể tích của khối cầu trừ đi thể tích của hình vuông $ABCD$ khi quay quanh đường chéo.

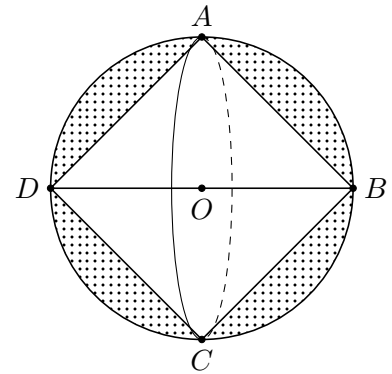
Thể tích của hình vuông khi quay quanh đường chéo bằng hai lần thể tích của hình nón đỉnh là B và D và đáy là đường tròn đường kính AC có đường cao $h = R$ và bán kính đáy $r = R$ nên $V_1 = 2 \cdot \frac{1}{3}h \cdot \pi r^2 = \frac{2}{3}\pi R^3$.

Thể tích hình cầu là $V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Thể tích của hình H là $V = V_2 - V_1 = \frac{2}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 259. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính thể tích $V_{(N)}$ của khối nón có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

- A. $V_{(N)} = \frac{16\sqrt{6}\pi}{27}$. B. $V_{(N)} = \frac{8\sqrt{6}\pi}{9}$. C. $V_{(N)} = \frac{16\sqrt{6}\pi}{9}$. D. $V_{(N)} = \frac{16\sqrt{6}\pi}{81}$.

Lời giải.

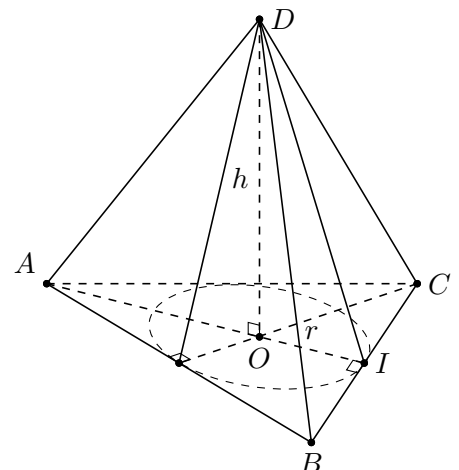
— Chiều cao của hình nón

$$h = \sqrt{AD^2 - AO^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{4\sqrt{6}}{3}.$$

— Bán kính khối nón $r = \frac{1}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{6}$.

— Thể tích khối nón

$$V_{(N)} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{4\sqrt{6}}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{4\sqrt{3}}{6}\right)^2 = \frac{16\sqrt{6}\pi}{27}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 260. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính thể tích V của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

A. $V = \frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{15625\pi a^3}{384}$. C. $V = 4\sqrt{3}\pi a^3$. D. $V = \frac{32\pi a^3}{3}$.

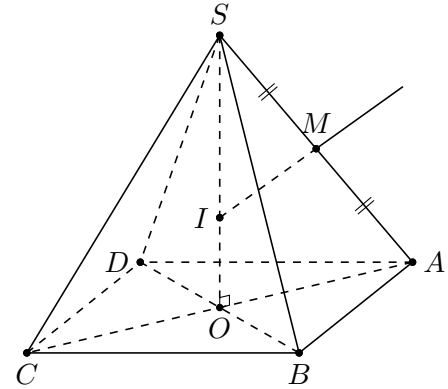
Lời giải.

— Ta có $OD = \frac{BD}{2} = \frac{3a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 3a \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OD^2} = \sqrt{25a^2 - 9a^2} = 4a$.

— Trong tam giác SAO kẻ đường thẳng trung trực của cạnh SA cắt SA tại M và cắt SO tại I . Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $R = SI$.

— Trong tam giác SAO vuông tại O ta có $\cos \widehat{OSA} = \frac{SO}{SA} = \frac{SM}{SI} \Rightarrow SI = \frac{SM \cdot SA}{SO} = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{25a^2}{8a} = \frac{25}{8}a$.

— Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{25}{8}a\right)^3 = \frac{15625\pi a^3}{384}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 261. Cho tứ diện $ABCD$ có $BC = 3, CD = 4, \widehat{BCD} = \widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$. Góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng 60° . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{127\sqrt{127}\pi}{6}$. B. $\frac{52\sqrt{13}\pi}{3}$. C. $\frac{28\sqrt{7}\pi}{3}$. D. $32\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

Dựng hình chữ nhật $BCDE$. Khi đó, ta có:

$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp DE \end{cases} \Rightarrow CD \perp AE \quad (1);$$

$$\begin{cases} DE \perp AB \\ BE \perp DE \end{cases} \Rightarrow DE \perp AE \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có $AE \perp (CDE)$.

Suy ra mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ cũng là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCDE$. Mặt cầu này có đường kính là AC .

Lại có $(AD, BC) = \widehat{ADE} = 60^\circ \Rightarrow AD = 6 \Rightarrow AC = 2\sqrt{13}$.

Do đó bán kính của mặt cầu này là $R = \frac{1}{2}AC = \sqrt{13}$. Từ đó

có thể tích của khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{52\sqrt{13}\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 262. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao h . Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều tam giác đều nội tiếp hình trụ đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^2h}{4}$. B. $V = \frac{3\sqrt{3}a^2h}{4}$.
C. $V = \frac{\pi}{3} \left(h^2 + \frac{4a^2}{3} \right) \sqrt{\frac{h^2}{4} + \frac{a^2}{3}}$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}\pi a^2h}{4}$.

Lời giải.

Gọi x là cạnh đáy của khối lăng trụ tam giác đều nội tiếp hình trụ, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều cạnh x là $\frac{x\sqrt{3}}{3}$, do đó:

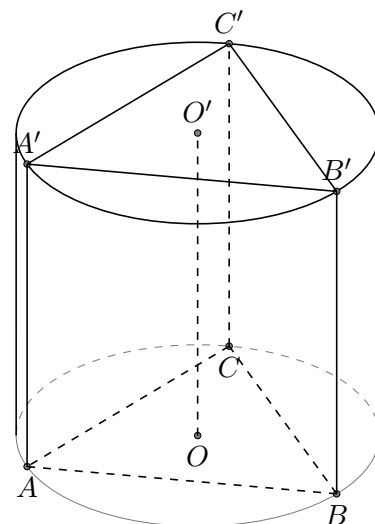
$$\frac{x\sqrt{3}}{3} = a \Leftrightarrow x = a\sqrt{3}.$$

Diện tích mặt đáy của hình lăng trụ: $S = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(a\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ tam giác đều tam giác đều nội tiếp hình trụ đã cho là

$$V = Bh = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4} \cdot h = \frac{3\sqrt{3}a^2h}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)**



Câu 263. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , diện tích mỗi mặt bên bằng a^2 . Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

- A. $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{8}$. B. $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{12}$. C. $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{18}$. D. $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$.

Lời giải.

Đường tròn nội tiếp hình vuông có bán kính

$R = \frac{AD}{2} = \frac{a}{2}$. Do đó diện tích của hình tròn

này bằng $B = \pi R^2 = \frac{\pi a^2}{4}$.

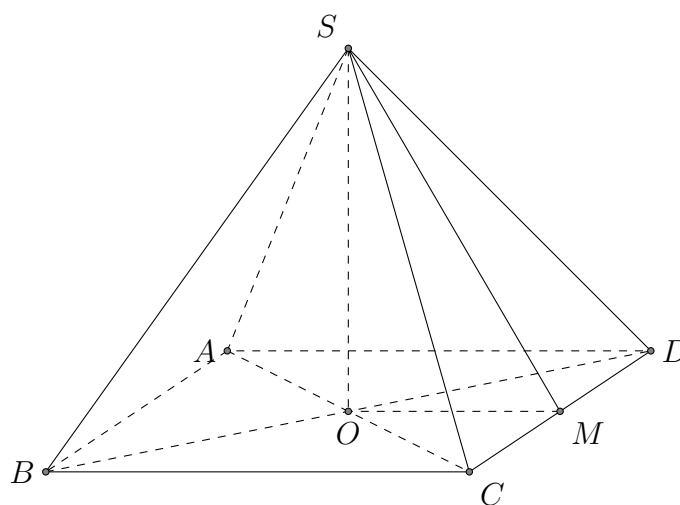
Gọi M là trung điểm của CD .

Theo giả thiết $S_{SCD} = a^2$, suy ra

$$\frac{1}{2} \cdot SM \cdot CD = a^2 \Rightarrow SM = 2a.$$

Tam giác SOM vuông tại O

$$SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$



Vậy thể tích của khối nón cần tìm bằng $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} = \frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 264. Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O . Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác có một góc bằng 120° , thiết diện qua đỉnh S cắt mặt phẳng đáy theo dây cung $AB = 4a$ và là một tam giác vuông. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

- A. $\pi\sqrt{3}a^2$. B. $8\pi\sqrt{3}a^2$. C. $2\pi\sqrt{3}a^2$. D. $4\pi\sqrt{3}a^2$.

Lời giải.

Giả sử bán kính đáy, và chiều cao khối nón lần lượt là R, h .

Trong tam giác vuông SOD , ta có

$$\tan 60^\circ = \frac{OD}{SO} \Rightarrow R = h\sqrt{3}.$$

Gọi H là trung điểm dây cung AB , suy ra tam giác OHA vuông tại H , từ đó ta có

$$OH^2 = OA^2 - AH^2 = R^2 - 4a^2.$$

Mặt khác tam giác SAB vuông, suy ra

$$SH = \frac{AB}{2} = 2a.$$

Xét tam giác vuông SOH , ta có

$$SH^2 = SO^2 + OH^2 \Leftrightarrow 4a^2 = h^2 + R^2 - 4a^2 = 4h^2 - 4a^2 \Leftrightarrow h = a\sqrt{2} \Rightarrow R = a\sqrt{6}.$$

Trong tam giác vuông SOD , có $SD = \sqrt{SO^2 + OD^2} = 2a\sqrt{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón $S = \pi Rl = \pi \cdot a\sqrt{6} \cdot 2a\sqrt{2} = 4\pi\sqrt{3}a^2$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 265. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , tam giác SAC vuông cân tại S . Biết $AB = a$, $AC = 2a$, $(SAC) \perp (ABC)$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $4\pi a^2$.

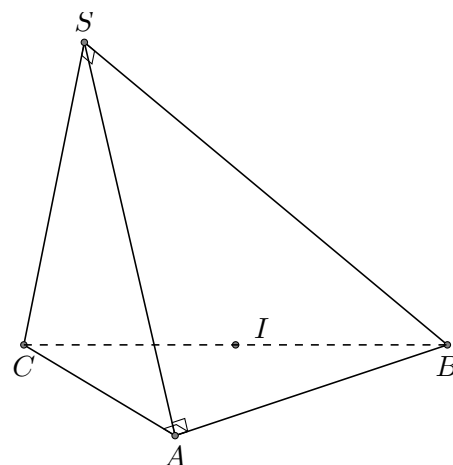
B. $2\pi a^2$.

C. $5\pi a^2$.

D. $3\pi a^2$.

Lời giải.

Ta có $(SAC) \perp (ABC)$ và $AB \perp AC$ nên $AB \perp (SAC) \Rightarrow AB \perp SC$. Kết hợp với $SC \perp SA$ ta suy ra $SC \perp (SAB)$, do đó $SC \perp SB$. Theo giả thiết $AC \perp AB$ ta suy ra mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là mặt cầu đường kính BC . Do đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là $R = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, suy ra diện tích mặt cầu bằng $4\pi \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 5\pi a^2$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 266. Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng R và có chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho khoảng cách giữa đường thẳng AB và trục của hình trụ bằng $\frac{R\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa AB và trục của hình trụ bằng

A. 30° .

B. 55° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải.

Giả sử hình trụ có hai đáy là hai đường tròn tâm O, O' ; A nằm trên đường tròn tâm O , B nằm trên đường tròn tâm O' . Gọi B' là hình chiếu của B trên đường tròn O , H là trung điểm của AB' . Do $BB' \parallel OO'$ nên $BB' \perp OH$, suy ra $OH \perp (ABB')$, do đó

$$OH = d(O, (ABB')) = d(OO', AB) = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra

$$AB' = 2HA = 2\sqrt{OA^2 - OH^2} = R.$$

Ta có $(OO', AB) = (BB', AB) = \widehat{ABB'}$, mà

$$\tan \widehat{ABB'} = \frac{AB'}{BB'} = \frac{R}{R\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

nên $(OO', AB) = \widehat{ABB'} = 30^\circ$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 267. Cho một miếng tôn hình tròn có bán kính 50 cm. Biết hình nón có thể tích lớn nhất khi diện tích toàn phần của hình nón bằng diện tích miếng tôn ở trên. Khi đó hình nón có bán kính đáy là

A. $10\sqrt{2}$ (cm).

B. $50\sqrt{2}$ (cm).

C. 20 (cm).

D. 25 (cm).

Lời giải.

Ta có diện tích miếng tôn là $S = 2500\pi$ (cm²).

Diện tích toàn phần của hình nón là:

$$S_{\text{tp}} = \pi R^2 + \pi R\ell = 2500\pi \Leftrightarrow R^2 + R\ell = 2500 = A \Leftrightarrow \ell = \frac{A}{R} - R \Rightarrow h = \sqrt{\ell^2 - R^2} = \sqrt{\frac{A^2}{R^2} - 2A}.$$

Thể tích của khối nón là:

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi R^2 \sqrt{\frac{A^2}{R^2} - 2A} = \frac{1}{3}\pi \sqrt{A^2 R^2 - 2AR^4} = \frac{1}{3}\pi \sqrt{\frac{A^3}{8} - 2A \left(R^2 - \frac{A}{4}\right)^2} \leq \frac{1}{3}\pi \frac{A}{2} \sqrt{\frac{A}{2}}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $R = \sqrt{\frac{A}{2}} \Leftrightarrow R = 25$ (cm).

Chọn đáp án **D**

□

Câu 268. Cho tam giác ABC vuông tại A , $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, $b < c$. Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh BC , quanh cạnh AC , quanh cạnh AB , ta được các hình có diện tích toàn phần theo thứ tự bằng S_a, S_b, S_c . Khẳng định nào sau đây đúng?

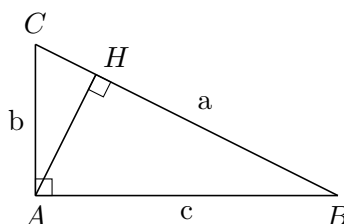
A. $S_b > S_c > S_a$.

B. $S_b > S_a > S_c$.

C. $S_c > S_a > S_b$.

D. $S_a > S_c > S_b$.

Lời giải.



S_a bằng tổng diện tích xung quanh của hình nón đường sinh AC , bán kính AH và diện tích xung quanh của hình nón đường sinh AB , bán kính AH , suy ra $S_a = \pi(b+c)AH = \frac{\pi(b+c)bc}{a}$.

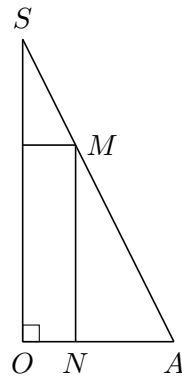
S_b là diện tích toàn phần của hình nón đường sinh BC , bán kính AB cho nên $S_b = \pi c(a + c)$.

S_c là diện tích toàn phần của hình nón đường sinh BC , bán kính AC cho nên $S_c = \pi b(a + b)$.

Theo giả thiết $b < c < a$ suy ra $S_a < S_c < S_b$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 269. Cho tam giác SOA vuông tại O có $MN \parallel SO$ với M, N lần lượt nằm trên cạnh SA, OA như hình vẽ bên dưới. Đặt $SO = h$ (không đổi). Khi quay hình vẽ quanh SO thì tạo thành một hình trụ nội tiếp hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O bán kính $R = OA$. Tìm độ dài của MN theo h để thể tích khối trụ là lớn nhất.



A. $MN = \frac{h}{2}$.

B. $MN = \frac{h}{3}$.

C. $MN = \frac{h}{4}$.

D. $MN = \frac{h}{6}$.

Lời giải.

Đặt $MN = x$, ($x > 0$) và $OA = a$, ($a > 0$), a là hằng số.

Ta có $\frac{MN}{SO} = \frac{NA}{OA} \Rightarrow NA = \frac{MN \cdot OA}{SO} \Rightarrow NA = \frac{xa}{h} \Rightarrow ON = a - \frac{xa}{h}$.

Khối trụ thu được có bán kính đáy bằng ON và chiều cao bằng MN .

Thể tích khối trụ là $V = \pi \cdot ON^2 \cdot MN = \pi \cdot x \cdot a^2 \left(\frac{h-x}{h} \right)^2 = \pi a^2 \frac{1}{2h^2} 2x(h-x)^2 \leq \frac{\pi a^2}{2h^2} \left(\frac{2h}{3} \right)^3$.

Dấu bằng xảy ra khi $2x = h - x \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 270. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng $a\sqrt{6}$. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $18\pi a^2$.

B. $18a^2$.

C. $9a^2$.

D. $9\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi H là tâm của hình vuông $ABCD$.

$S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SH \perp (ABCD)$

Lấy M là trung điểm SB . Trong (SBD) , qua M kẻ trung trực của SB cắt SH tại O .

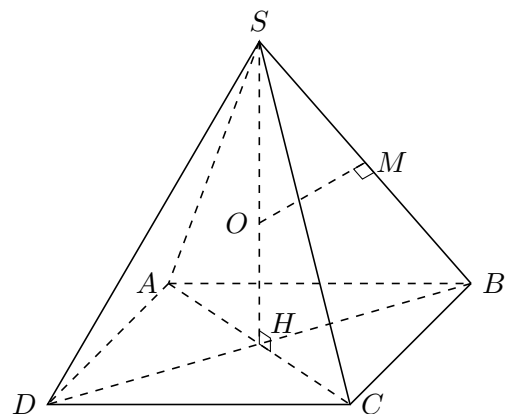
Suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

Ta có $\triangle SOM \sim \triangle SBH$ (g.g) $\Rightarrow \frac{SO}{SB} = \frac{SM}{SH}$

$\Rightarrow SO = \frac{SB \cdot SM}{SH} = \frac{SB^2}{2\sqrt{SB^2 - BH^2}}$

$= \frac{(a\sqrt{6})^2}{2\sqrt{(a\sqrt{6})^2 - (a\sqrt{2})^2}} = \frac{3}{2}a$

$\Rightarrow R = \frac{3}{2}a \Rightarrow S = 4\pi \cdot R^2 = 9\pi a^2$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 271. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R = a$.

B. $R = 3a$.

C. $R = 4a$.

D. $R = 2a$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AC . $\triangle ABC$ vuông tại B nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Qua M kẻ $d \parallel SA$, suy ra d là trục của $\triangle ABC$.

Gọi N là trung điểm của SA . Trong (SAC) , qua N kẻ d' là trung trực của SA , d cắt d' tại O .

Ta được O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

$\triangle ABC$ vuông tại B nên

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a \Rightarrow AM = \frac{a}{2}$$

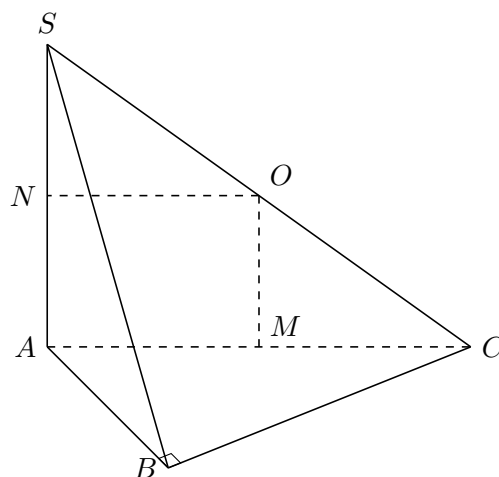
$$N \text{ là trung điểm của } SA \text{ nên } NA = \frac{SA}{2} = a\sqrt{3}.$$

Tứ giác $ONAM$ là hình chữ nhật nên

$$R = OA = NM = \sqrt{AM^2 + AN^2} = 2a.$$

Chọn đáp án **D**

□



Câu 272.

Có một bể hình hộp chữ nhật chứa đầy nước. Người ta cho ba khối nón giống nhau có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân vào bể sao cho ba đường tròn đáy của ba khối nón tiếp xúc với nhau, một khối nón có đường tròn đáy chỉ tiếp xúc với một cạnh của đáy bể và hai khối nón còn lại có đường tròn đáy tiếp xúc với hai cạnh của đáy bể. Sau đó người ta đặt lên đỉnh của ba khối nón một khối cầu có bán kính bằng $\frac{4}{3}$ lần bán kính đáy của khối nón. Biết khối cầu vừa đủ ngập trong nước và lượng nước trào ra là $\frac{337\pi}{3} \text{ cm}^3$. Tính thể tích nước ban đầu ở trong bể. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

A. $885,2 \text{ cm}^3$.

B. $1209,2 \text{ cm}^3$.

C. $1106,2 \text{ cm}^3$.

D. $1174,2 \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính đáy của khối nón

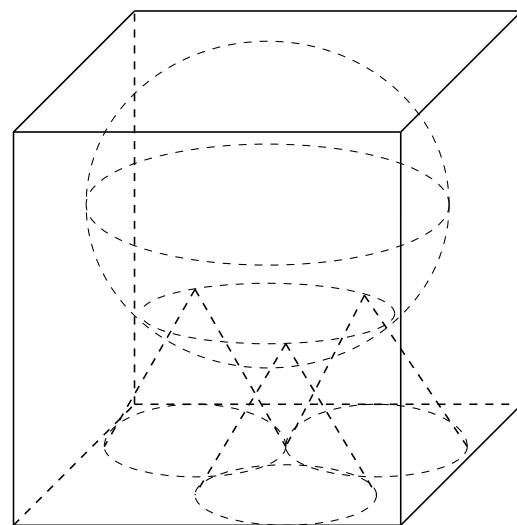
Thiết diện qua trục của khối nón là tam giác vuông cân nên chiều cao của khối nón là $h = R \tan 45^\circ = R$.

Lượng nước tràn ra bằng tổng thể tích 3 khối nón và khối cầu

$$3 \left(\frac{1}{3} \pi \cdot R^2 \cdot R \right) + \frac{4}{3} \pi \left(\frac{4R}{3} \right)^3 = \frac{337\pi}{3} \Leftrightarrow \frac{337\pi R^3}{81} = \frac{336\pi}{3} \Leftrightarrow R = 3.$$

Các tâm O_1, O_2, O_3 của 3 khối nón lập thành tam giác đều có cạnh là $2R$. Đáy bể là hình chữ nhật có

— Chiều dài: $4R$



— Chiều rộng: $2R + O_3H = 2R + 2R \sin 60^\circ = (2 + \sqrt{3})R$

Các đỉnh S_1, S_2, S_3 của 3 khối nón lập thành tam giác đều có cạnh $2R$. Gọi I là tâm khối cầu. Hình chiếu H của I xuống mặt phẳng $(S_1S_2S_3)$ là trọng tâm của $\Delta S_1S_2S_3$.

$$IH = \sqrt{\left(\frac{4R}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2R\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{2R}{3}$$

Chiều cao của bể

$$R + \frac{2R}{3} + \frac{4R}{3} = 3R$$

Thể tích nước ban đầu trong bể

$$4R(2 + \sqrt{3})R \cdot 3R = 12(2 + \sqrt{3})R^3 \approx 1209,2\text{cm}^3.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 273. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng a , khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt bên của hình chóp bằng $\frac{2a}{\sqrt{17}}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \frac{9a}{4}$.

B. $R = \frac{9a}{2}$.

C. $R = \frac{9a}{8}$.

D. $R = 9a$.

Câu 274. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC . Khi đó, tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{16}{9}$.

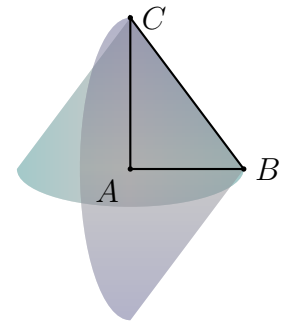
B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{9}{16}$.

Lời giải.

Khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB có thể tích $V_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot 8^2 \cdot 6 = 128$ (cm³). Khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC có thể tích $V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96$ (cm³). Do đó, $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{3}$.

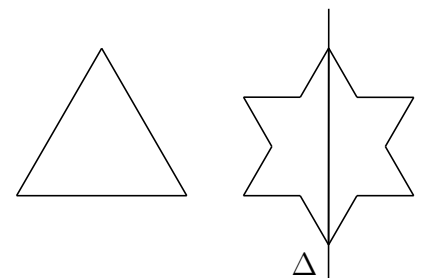


Chọn đáp án (B)

□

Câu 275.

Ban đầu ta có một tam giác đều cạnh bằng 3, chia mỗi cạnh của tam giác đó thành 3 đoạn bằng nhau và thay mỗi đoạn ở giữa bởi hai đoạn bằng nó sao cho chúng tạo với đoạn bỏ đi một tam giác đều về phía ngoài để tạo thành hình ngôi sao (như hình vẽ). Khi quay hình ngôi sao trên xung quanh trục Δ ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.



A. $\frac{5\pi\sqrt{3}}{3}$.

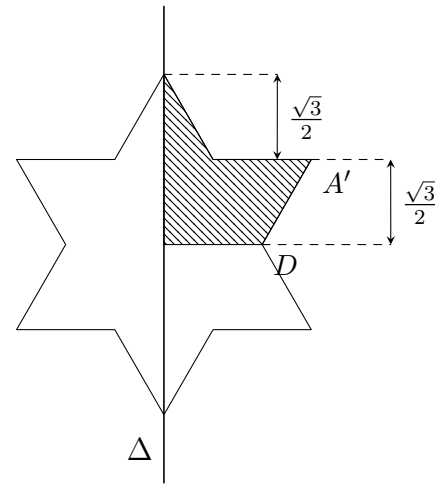
B. $\frac{9\pi\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{5\pi\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{5\pi\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Xét phần hình ngôi sao thuộc góc phần tư thứ nhất. Cắt hình 2 bởi hai đường thẳng đi qua A' và D đồng thời vuông góc với đường thẳng Δ ta được ta được một tam giác vuông với độ dài hai cạnh góc vuông là $\frac{1}{2}$ và $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và một hình thang vuông với chiều cao $h = \frac{\sqrt{3}}{2}$, đáy lớn $R = \frac{3}{2}$, đáy nhỏ $r = 1$.



- Quay tam giác vuông trên quanh trục Δ ta được khối nón tròn xoay có thể tích $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}\pi}{24}$.
- Quay hình thang vuông trên quay quanh trục Δ ta được khối nón cụt có thể tích $V_2 = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + R \cdot r + r^2) = \frac{19\sqrt{3}\pi}{24}$.

Do đó thể tích của khối tròn xoay là $V = 2(V_1 + V_2) = \frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 276. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang cân có $AB = BC = CD = a, AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCD$.

- A. $V = \frac{16\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{32\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. C. $V = \frac{16\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. D. $V = \frac{16\pi a^3}{3}$.

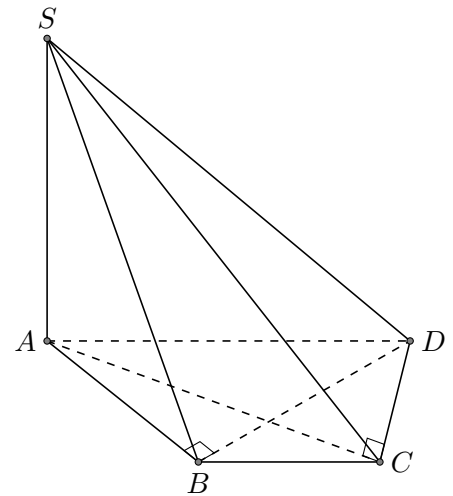
Lời giải.

Ta có đáy là nửa lục giác đều nên $\widehat{ABD} = 90^\circ, \widehat{ACD} = 90^\circ \Rightarrow BD \perp (SAB), CD \perp (SAC) \Rightarrow SB \perp BD, SC \perp CD$.

Do đó mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.BCD$ có đường kính SD .

Ta có $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = 2\sqrt{2}a$.

Vậy $V = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{SD}{2}\right)^3 = \frac{16\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.



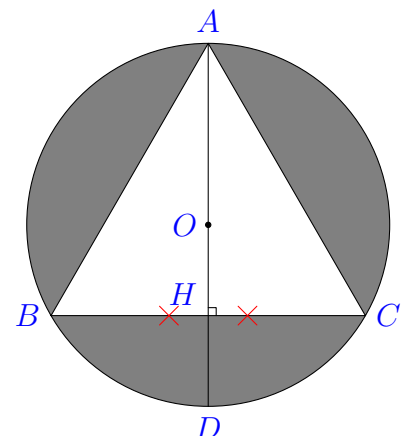
Chọn đáp án **C**

□

Câu 277.

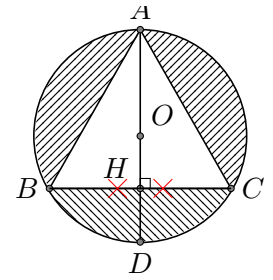
Cho tam giác ABC đều cạnh a và nội tiếp trong đường tròn tâm O , AD là đường kính của đường tròn tâm O . Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho phần tô đậm (hình vẽ bên) quay quanh đường thẳng AD bằng

- A. $V = \frac{20\pi a^3 \sqrt{3}}{217}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.
C. $V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$. D. $V = \frac{23\pi a^3 \sqrt{3}}{126}$.



Lời giải.

Gọi V là thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho phần tô đậm quay quanh đường thẳng AD . V_1 là thể tích khối cầu sinh ra khi quay nửa đường tròn đường kính AD quanh đường thẳng AD , V_2 là thể tích khối nón sinh ra khi quay tam giác ABC quanh đường thẳng AD .



$$V_1 = \frac{4}{3}\pi(OA)^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}.$$

$$V_2 = \frac{1}{3}AH\pi(HB)^2 = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}. \text{ Vậy, } V = V_1 - V_2 = \frac{23\pi a^3\sqrt{3}}{126}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 278. Một khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân và đường sinh có độ dài bằng $3\sqrt{2}$ cm. Một mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với đáy một góc 60° chia khối nón thành 2 phần. Tính thể tích V phần nhỏ hơn (Tính gần đúng đến hàng phần trăm).

A. $V \approx 4,53 \text{ cm}^3$.

B. $V \approx 5,61 \text{ cm}^3$.

C. $V \approx 4,36 \text{ cm}^3$.

D. $V \approx 5,37 \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Giả sử ta có hình nón như hình vẽ bên. $\widehat{SEO} = 60^\circ$. Theo giả thiết tam giác SBB' vuông cân $\Rightarrow SO = OB = 3 \Rightarrow OE = \frac{SO}{\tan 60^\circ} = \sqrt{3}$.

$$\frac{EB}{OA^2 + OB^2 - AB^2} = \frac{\sqrt{OB^2 - OE^2}}{2OAOB} = \frac{\sqrt{6}}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{\sqrt{6}}{18} \Rightarrow AB = 2\sqrt{6} \Rightarrow \cos \widehat{AOB} = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2OAOB} = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow \widehat{AOB} = \arccos\left(-\frac{1}{3}\right).$$

Diện tích giới hạn bởi dây cung AB và cung nhỏ AB là $S = \frac{1}{2}\arccos\left(-\frac{1}{3}\right)\pi OB^2 - \frac{1}{2}OE \cdot AB \approx 4,36 \text{ (cm}^2\text{)}$ Vậy $V = \frac{1}{3}SO \cdot S \approx 4,36 \text{ (cm}^3\text{)}$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 279. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3$, $AD = 4$ và các cạnh bên của hình chóp tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{250\sqrt{3}}{3}\pi$.

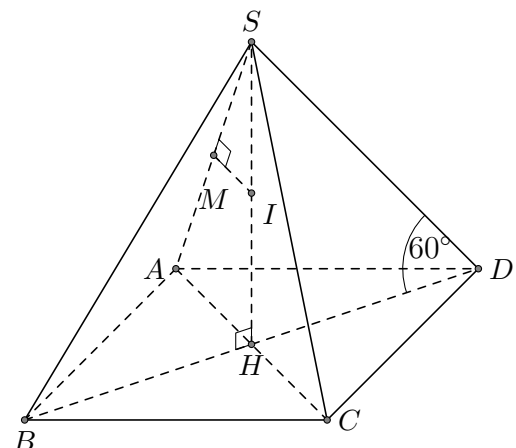
B. $V = \frac{125\sqrt{3}}{6}\pi$.

C. $V = \frac{500\sqrt{3}}{27}\pi$.

D. $V = \frac{50\sqrt{3}}{27}\pi$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S lên $(ABCD)$. Ta có cạnh bên của hình chóp tạo với mặt đáy một góc 60° , nghĩa là: $\widehat{SAH} = \widehat{SBH} = \widehat{SCH} = \widehat{SDH} = 60^\circ$. Từ đó suy ra: $HA = HB = HC = HD$. Hay H là tâm của hình chữ nhật $ABCD$ hay $H = AC \cap BD$. Có $AC = BD = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. Suy ra: $SH = \tan 60^\circ \cdot \frac{5}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ và $SA = \frac{AH}{\cos 60^\circ} = \frac{5}{2} \cdot 2 = 5$.



Gọi M là trung điểm của SA . Trong (SAH) , dựng đường thẳng qua M vuông góc với SA và cắt SH tại I . Khi đó, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Có $\triangle SMI \sim \triangle SHA$ suy ra

$$\frac{SM}{SH} = \frac{SI}{SA}$$

Do đó

$$R = SI = \frac{SM \cdot SA}{SH} = \frac{5 \cdot \frac{5}{2}}{\frac{5\sqrt{3}}{2}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy: } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \frac{500\sqrt{3}}{27}\pi.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 280. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

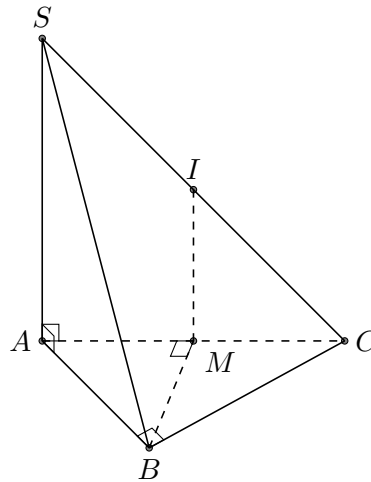
A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $3a$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $a\sqrt{6}$.

Lời giải.



Lấy I là trung điểm của SC suy ra $IS = IA = IC$. (1)

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$, mặt khác $BC \perp AB$ suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$. Từ đó suy ra tam giác SBC vuông tại B và $IS = IB = IC$. (2)

Từ (1)(2) suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ và bán kính $R = IS = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 281. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h = 1$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó là.

A. $S = 9\pi$.

B. $S = 6\pi$.

C. $S = 5\pi$.

D. $S = 27\pi$.

Lời giải.

Gọi O là trọng tâm tam giác ABC khi đó SO là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Trong tam giác SAO vẽ đường trung trực Mx của SA cắt SO tại I .

Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$, bán kính $r = SI$.

Ta có: $AO = \sqrt{2}, SA = \sqrt{3}, SM = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vì tam giác SMI đồng dạng với tam giác SOA nên:

$$\frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SA} \Rightarrow SI = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3}}{1} = \frac{3}{2}.$$

Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó là:

$$S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 9\pi.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 282. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

C. $V = 3\pi a^3$.

D. $V = \pi a^3$.

Câu 283. Cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a cạnh bên bằng b . Tính thể tích khối cầu đi qua các đỉnh của hình lăng trụ.

A. $\frac{1}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

B. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

C. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + b^2)^3}$.

D. $\frac{\pi}{18\sqrt{2}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

Câu 284. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh $2\sqrt{3}\text{cm}$ với AB là đường kính của đường tròn đáy tâm O . Gọi M là điểm thuộc cung $\widehat{AB}$ của đường tròn đáy sao cho $\widehat{ABM} = 60^\circ$. Thể tích của khối tứ diện $ACDM$ là

A. $V = 3(\text{cm}^3)$.

B. $V = 4(\text{cm}^3)$.

C. $V = 6(\text{cm}^3)$.

D. $V = 7(\text{cm}^3)$.

Lời giải.

Ta có: $\begin{cases} BM \perp AM \\ BM \perp DA \end{cases} \Rightarrow MB \perp (AMD).$

Mặt khác, ta tính được $MB = \sqrt{3}; AM = 3$.

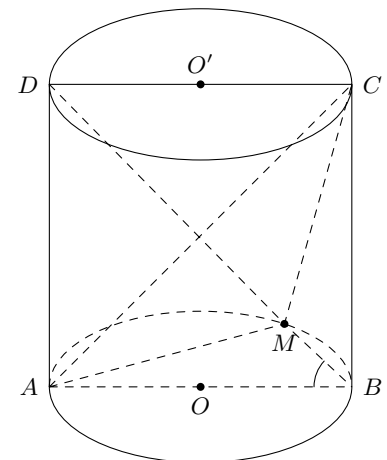
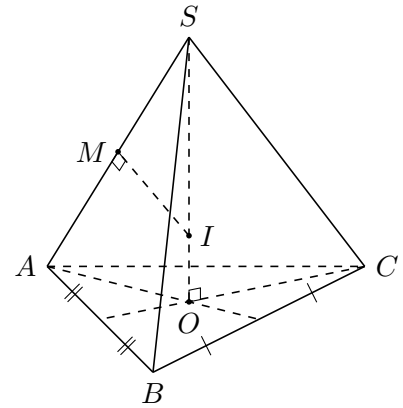
Suy ra thể tích

$$V_{ACDM} = \frac{1}{3} S_{DAM} \cdot BM = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 3 \cdot \sqrt{3} = 3.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 285. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20\text{cm}$, bán kính đáy $r = 25\text{cm}$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12cm . Tính diện tích của thiết diện đó.



- A. $S = 500(\text{cm}^2)$. B. $S = 400(\text{cm}^2)$. C. $S = 300(\text{cm}^2)$. D. $S = 406(\text{cm}^2)$.

Lời giải.

Chiều cao $h = SO = 20\text{cm}$, bán kính đáy $r = OB = 25\text{cm}$, thiết diện qua đỉnh là tam giác SBC . Gọi M là trung điểm BC , H là hình chiếu của O lên SM .

Ta có: $\begin{cases} BC \perp SO \\ BC \perp OM \end{cases} \Rightarrow BC \perp OH$, mà $OH \perp SM \Rightarrow OH \perp (SBC) \Rightarrow d[O; (SBC)] = OH = 12\text{cm}$.

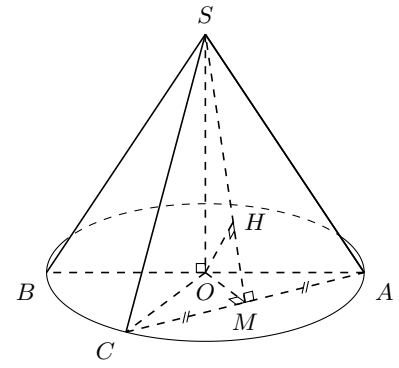
Trong tam giác vuông SOM có:

$$\frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{SO^2} \Rightarrow OM = 15\text{cm}$$

$$\Rightarrow SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = 25\text{cm}.$$

$$BC = 2BM = 2\sqrt{OB^2 - OM^2} = 40\text{cm}.$$

$$\Rightarrow S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2}SM \cdot BC = 500\text{cm}^2.$$



Chọn đáp án **A**

□

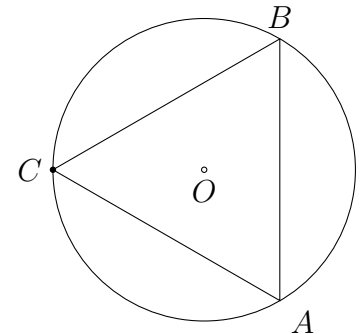
Câu 286. Cho khối trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$, $OO' = 4R$. Trên đường tròn (O) lấy hai điểm A, B sao cho $AB = R\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B cắt đoạn OO' và tạo với đáy góc 60° . (P) cắt khối trụ theo thiết diện là một phần của Elip. Diện tích thiết diện đó bằng

- A. $\left(\frac{4\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) R^2$. B. $\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right) R^2$. C. $\left(\frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) R^2$. D. $\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) R^2$.

Lời giải.

Diện tích viên phân nhỏ (dây cung AB) là

$$S_1 = \frac{S_{(O)} - S_{ABC}}{3} = \frac{\pi R^2 - \frac{(R\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4}}{3} = \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) R^2.$$



Diện tích viên phân lớn (dây cung AB) là

$$S_2 = S_{(O)} - S_1 = \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right) R^2.$$

Do viên phân lớn là hình chiếu của hình cần tìm nên

Diện tích hình cần tìm là

$$S = \frac{S_2}{\cos 60^\circ} = \left(\frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) R^2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 287. Cho khối cầu tâm I bán kính R không đổi. Một khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao h theo bán kính R sao cho khối nón có thể tích lớn nhất.

- A. $h = \frac{R}{4}$. B. $h = \frac{3R}{4}$. C. $h = 4R$. D. $h = \frac{4R}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của đường tròn đáy của hình nón, khi đó

$$IO = h - R.$$

Bán kính của hình nón là

$$r = \sqrt{R^2 - (h - R)^2} = \sqrt{2Rh - h^2}.$$

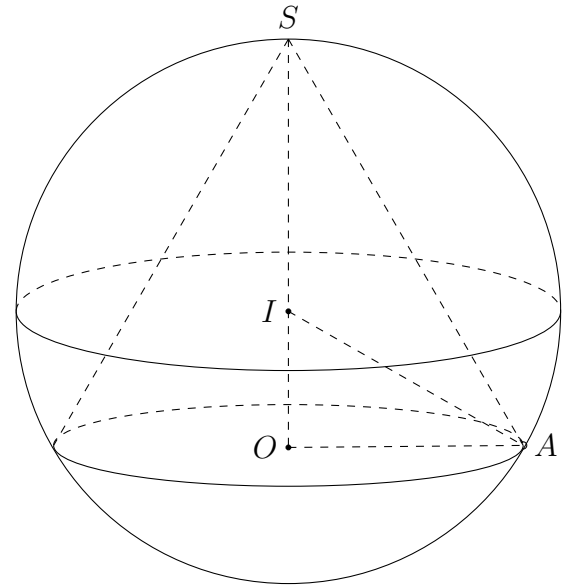
Thể tích khối nón

$$V = \frac{1}{3}\pi(2Rh - h^2) \cdot h = \frac{1}{3}\pi(2Rh^2 - h^3).$$

Xét hàm $f(x) = 2Rx^2 - x^3$.

$$\Rightarrow f'(x) = 4Rx - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{4R}{3} \end{cases}$$

Do đó để thể tích khối nón lớn nhất thì $h = x = \frac{4R}{3}$.



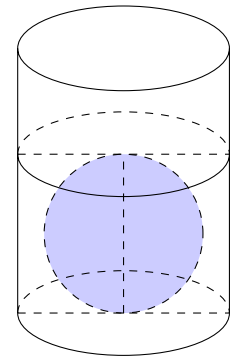
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 288.

Người ta thả một viên billiards snooker có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn 4,5 cm vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên billiards đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng 5,4 cm và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng 4,5 cm. Bán kính của viên billiards đó bằng

- A. 2,7 cm. B. 4,2 cm. C. 3,6 cm. D. 2,6 cm.



Lời giải.

Gọi r là bán kính của viên billiards snooker. Thể tích viên billiards là $V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Phần thể tích nước dâng lên sau khi bỏ viên billiards vào là: $V_2 = \pi \cdot (5,4)^2 \cdot (2r - 4,5)$.

Từ $V_1 = V_2$ ta có

$$\begin{cases} \frac{4}{3}\pi r^3 = \pi \cdot (5,4)^2 \cdot (2r - 4,5) \\ 0 < r < 4,5 \end{cases} \Leftrightarrow r = 2,7.$$

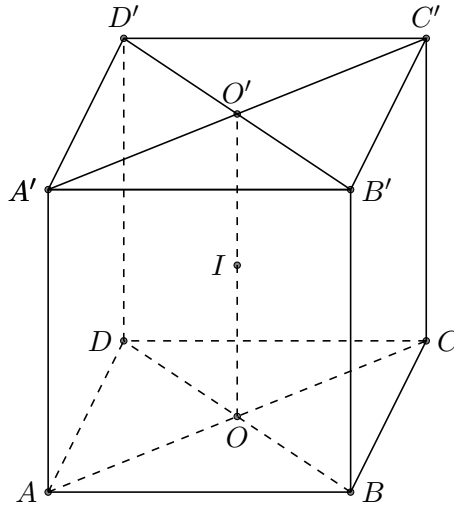
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 289. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có O và O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi V_1 là thể tích của khối nón tròn xoay có đỉnh là trung điểm của OO' và đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$; V_2 là thể tích khối trụ tròn xoay có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.



Giả sử hình lập phương có cạnh a , khi đó:

— Khối nón có chiều cao $h_1 = OI = \frac{a}{2}$ và bán kính đáy $r_1 = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 = \frac{\pi a^3}{12}.$$

— Khối trụ có chiều cao $h_2 = OO' = a$ và bán kính đáy $r_2 = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.

$$\Rightarrow V_2 = \pi r_2^2 h_2 = \frac{\pi a^3}{4}.$$

Suy ra $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 290. Cho hai mặt phẳng (P) , (Q) vuông góc với nhau theo giao tuyến Δ . Trên đường Δ lấy hai điểm A , B với $AB = a$. Trong mặt phẳng (P) lấy điểm C và trong mặt phẳng (Q) lấy điểm D sao cho AC , BD cùng vuông góc với Δ và $AC = BD = AB$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

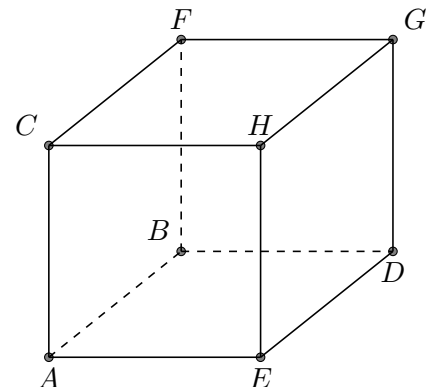
C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Dựng hình bình hành $ABDE$, $AEHC$, $ACFB$, $CFGH$ như hình vẽ ta được $ABDE$ và $ACBF$ là hình vuông. Do $(P) \perp (Q)$ nên $ACHE$ là hình vuông. Do đó ta được hình lập phương $ABDE.ACFG$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ chính là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương và bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 291. Cho hình chóp tứ giác đều $S \cdot ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 3. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp.

A. $S_{xq} = 9\pi$.

B. $S_{xq} = \frac{9\pi}{2}$.

C. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{4}$.

D. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC, BD . Khi đó $SO \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có } AC = 3\sqrt{2} \Rightarrow OA = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow h = SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Hình nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ nên bán kính đáy là $r = OA = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Vậy } S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot 3 = \frac{9\sqrt{2}\pi}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 292. Cho hình thang cân $ABCD$ có các cạnh đáy $AB = 2a, CD = 4a$, cạnh bên $AD = BC = 3a$. Hãy tính thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình thang khi quay quanh trục đối xứng của nó.

A. $\frac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. B. $\frac{56\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{16\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. D. $\frac{14\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Lấy O, O' lần lượt là trung điểm của AB, CD suy ra OO' là trục đối xứng của hình thang cân $ABCD$.

Lấy M là trung điểm của $O'D$, suy ra $O'M = \frac{1}{4}CD = a = \frac{AB}{2} = AO$ suy ra $AOO'M$ là hình chữ nhật suy ra $AM = OO'$. (1)

Xét tam giác vuông ADM có

$$AM^2 = AD^2 - DM^2 = 9a^2 - a^2 = 8a^2 \Rightarrow AM = 2a\sqrt{2}.$$

Từ đó ta có thể tích nón cụt

$$V = \frac{\pi(R^2 + r^2 + Rr)}{3}h = \frac{\pi((2a)^2 + a^2 + 2a^2)}{3} \cdot 2a\sqrt{2} = \frac{14\pi a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 293. Cho hình nón (N) có bán kính đáy $r = 20$ cm, chiều cao $h = 60$ cm và một hình trụ (T) nội tiếp hình nón (N) (hình trụ (T) có một đáy thuộc đáy hình nón và một đáy nằm trên mặt xung quanh của hình nón). Tính thể tích V của hình trụ (T) có diện tích xung quanh lớn nhất?

A. $V = 3000\pi \text{ cm}^3$. B. $V = \frac{32000}{9}\pi \text{ cm}^3$. C. $V = 3600\pi \text{ cm}^3$. D. $V = 4000\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Gọi x là bán kính đáy của khối trụ ($0 < x < 20$), k là chiều cao khối trụ

$$\text{Ta có } \frac{CK}{OH} = \frac{SK}{SO} \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{60-k}{60} \Rightarrow 60-k = 3x \Rightarrow k = 60-3x.$$

Diện tích xung quanh của hình trụ là:

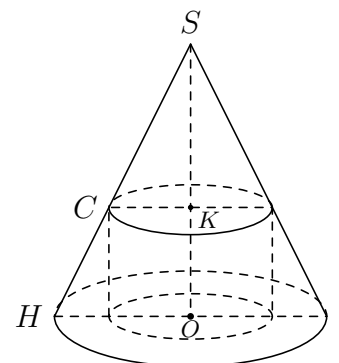
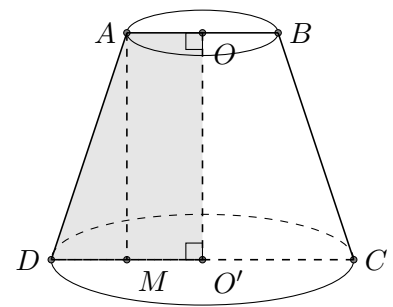
$$S_{xq} = 2\pi x k = 2\pi x(60-3x) = 6\pi x(20-x) \leq 6\pi \left(\frac{x+20-x}{2}\right)^2 = 600\pi.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = 10$ cm, suy ra $k = 30$ cm.

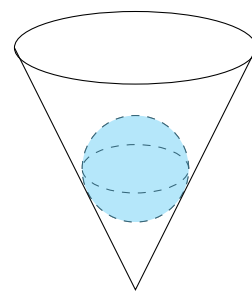
Vậy thể tích của hình trụ (T) là $V = \pi x^2 k = 3000\pi \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 294. Bạn An có một cốc giấy hình nón có đường kính



đáy là 10 cm và độ dài đường sinh là 8 cm. Bạn dự định đựng một viên kẹo hình cầu sao cho toàn bộ viên kẹo nằm trong cốc (không phần nào của viên kẹo cao hơn miệng cốc). Hỏi bạn An có thể đựng được viên kẹo có đường kính lớn nhất bằng bao nhiêu?

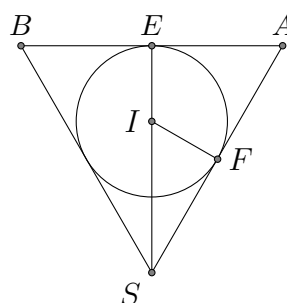


- A. $\frac{64}{\sqrt{39}}$ cm. B. $\frac{5\sqrt{39}}{13}$ cm. C. $\frac{32}{\sqrt{39}}$ cm. D. $\frac{10\sqrt{39}}{13}$ cm.

Lời giải.

Xét mặt cắt qua trục của hình nón. Khi đó, thiết diện thu được với hình nón là tam giác cân SAB và thiết diện với viên kẹo là hình tròn tâm I bán kính r .

Viên kẹo không cao hơn miệng cốc nếu $SI + r \leq SE$. Do đó, viên kẹo lớn nhất mà vẫn còn đựng được trong cốc khi $SI + r_{\max} = SE$, khi đó đường tròn thiết diện là đường tròn nội tiếp tam giác SAB .



Ta có

$$p_{ABS} = \frac{2SA + AB}{2} = \frac{2 \cdot 8 + 10}{2} = 13, \quad S_{ABS} = \sqrt{13(13-8)(13-8)(13-10)} = 5\sqrt{39}$$

$$\Rightarrow r_{\max} = \frac{S_{ABS}}{p_{ABS}} = \frac{5\sqrt{39}}{13}.$$

Vậy đường kính của viên kẹo là $2r_{\max} = \frac{10\sqrt{39}}{13}$ cm.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 295. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC . Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

- A. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$. C. $V = \pi a^3$. D. $V = \frac{7\pi a^3}{3}$.

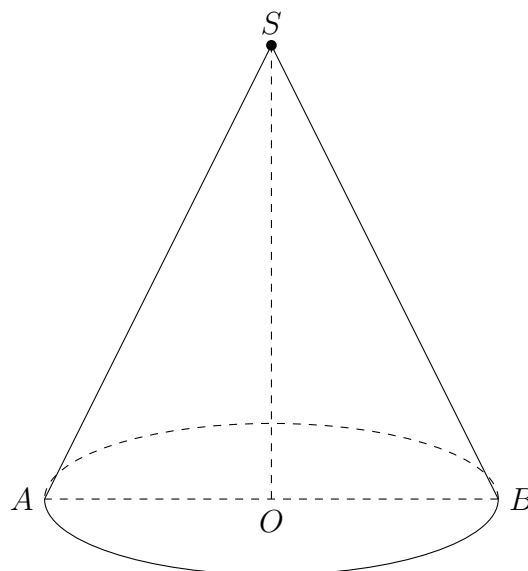
Câu 296. Cho hình nón đỉnh S , có trục $SO = a\sqrt{3}$. Thiết diện qua trục của hình nón tạo thành tam giác SAB đều. Gọi S_{xq} là diện tích xung quanh của hình nón và V là thể tích của khối nón tương ứng. Tính tỉ số $\frac{S_{xq}}{V}$ theo a

- A. $\frac{S_{xq}}{V} = \frac{2\sqrt{3}}{a}$. B. $\frac{S_{xq}}{V} = \frac{\sqrt{3}}{a}$. C. $\frac{S_{xq}}{V} = \frac{4\sqrt{3}}{a}$. D. $\frac{S_{xq}}{V} = \frac{3\sqrt{3}}{a}$.

Lời giải.

Trong tam giác SAO vuông tại O , có $l = SA = \frac{SO}{\sin 60^\circ} = 2a, r = \cot 60^\circ \cdot SO = a$.

Khi đó $\frac{S_{xq}}{V} = \frac{\pi r l}{\frac{1}{3}\pi r^2 h} = \frac{2\sqrt{3}}{a}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 297. Cho khối trụ có chiều cao 20. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng được thiết diện là hình elip có độ dài trục lớn bằng 10. Thiết diện chia khối trụ ban đầu thành hai nửa, nửa trên có thể tích V_1 , nửa dưới có thể tích V_2 . Khoảng cách từ một điểm thuộc thiết diện gần đáy dưới nhất và điểm thuộc thiết diện xa đáy dưới nhất tới đáy dưới lần lượt là 8 và 14. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{11}{20}$.

B. $\frac{9}{11}$.

C. $\frac{9}{20}$.

D. $\frac{6}{11}$.

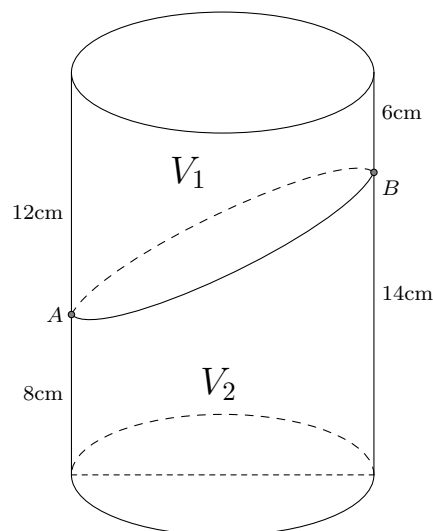
Lời giải.

Ta có công thức thể tích hình phôi trụ là $V = \pi R^2 \frac{h_1 + h_2}{2}$ do

đó

$$V_1 = \pi R^2 \frac{6 + 12}{2} = \pi R^2 \cdot 9; V_2 = \pi R^2 \frac{8 + 14}{2} = \pi R^2 \cdot 11$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{11}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 298. Trong một chiếc hộp hình trụ người ta bỏ vào đó ba quả bóng tennis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả bóng và chiều cao hình trụ bằng 3 lần đường kính quả bóng. Gọi S_1 là tổng diện tích ba quả bóng và S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Giá trị biểu thức $2018 \frac{S_1}{S_2}$ bằng

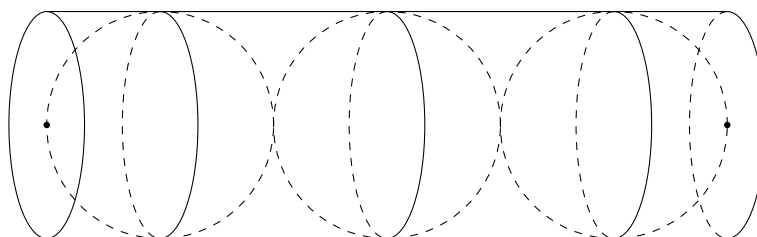
A. 2018.

B. 1.

C. 2018^π .

D. $2018^{\sqrt{2}}$.

Lời giải.



Gọi r_1 là bán kính của quả bóng.

Gọi h , r_2 tương ứng là chiều cao và bán kính đáy của hình trụ.

Theo đề bài ta có: $h = 3 \cdot (2r_1) = 6r_1$ và $r_1 = r_2$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_2 = 2\pi r_2 h = 2\pi r_1 \cdot 6r_1 = 12\pi r_1^2$.

Tổng diện tích của ba quả bóng là: $S_1 = 3 \cdot 4\pi r_1^2 = 12\pi r_1^2$.

Khi đó $\frac{S_1}{S_2} = \frac{12\pi r_1^2}{12\pi r_1^2} = 1$. Từ đó $2018 \frac{S_1}{S_2} = 2018$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 299. Cho hình nón (N) có đỉnh S , tâm đường tròn đáy là O , góc ở đỉnh bằng 120° . Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB . Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3, tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N).

- A. $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$. B. $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$. D. $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi$.

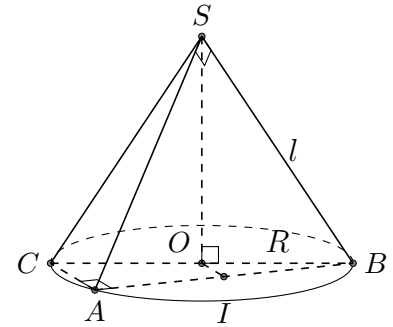
Lời giải.

Góc ở đỉnh là $\widehat{BSO} = 120^\circ$.

Vì $\triangle SAB$ cân tại S nên vuông tại S .

Gọi R là bán kính đáy, l là đường sinh,

ta có $S_{xq} = \pi Rl$.



Gọi I là trung điểm của AB . Ta có $\begin{cases} OI \perp AB \\ OI \perp SO \end{cases}$ nên $d(SO; AB) = OI = 3 \Rightarrow CA = 6$. Xét

$\triangle SCB$ có $CB^2 = SC^2 + SB^2 - 2SC \cdot SB \cos 120^\circ \Leftrightarrow 4R^2 = 3l^2 \Leftrightarrow R = \frac{\sqrt{3}}{2}l$. Xét $\triangle ABC$ có

$$\begin{aligned} BC^2 &= AC^2 + AB^2 \Leftrightarrow 4R^2 = 36 + 2l^2 \Leftrightarrow 3l^2 = 36 + 2l^2 \\ &\Leftrightarrow l = 6 \Rightarrow R = 3\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Vậy $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 300. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. D. $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

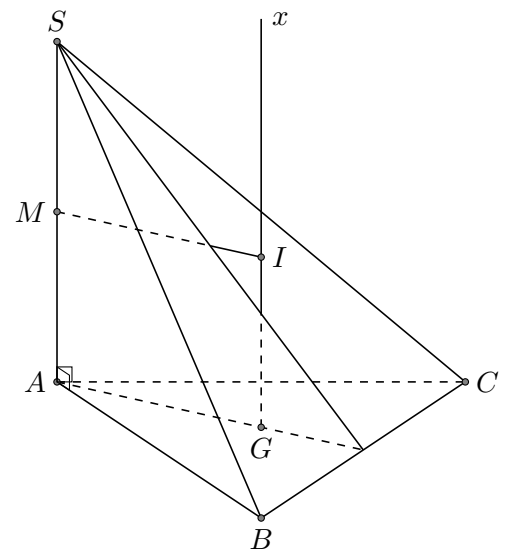
Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác đều ABC , dựng trục Gx của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , khi đó $Gx \parallel SA$. Trong mặt phẳng (SAG) dựng đường trung trực cạnh SA , cắt Gx tại I .

Ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp và bán kính là $R = \sqrt{SM^2 + MI^2}$.

Mà $MI = AG = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $SM = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2}$.

Nên $R = \sqrt{\frac{3a^2}{9} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 301. Cho tam giác ABC cân tại A có $BC = 10$ cm, $AB = 6$ cm. Quay tam giác ABC quanh AB ta được một khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. $V = \frac{4216\pi}{27} \text{ cm}^3$. B. $V = \frac{325\pi}{2} \text{ cm}^3$. C. $V = \frac{550\pi}{9} \text{ cm}^3$. D. $V = 200\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Gọi H là chân đường cao kẻ từ C .

Áp dụng công thức Hê-rông ta tính được $S_{\triangle ABC} = 5\sqrt{11}$.

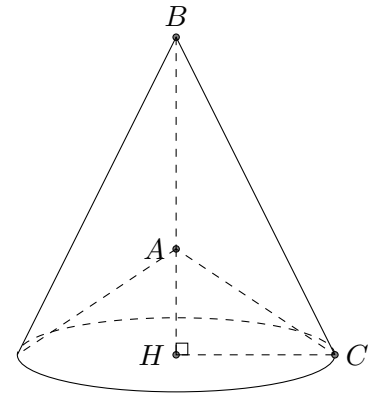
Suy ra $HC = \frac{2S_{\triangle ABC}}{AB} = \frac{5\sqrt{11}}{3}$; $AH = \sqrt{AC^2 - HC^2} = \frac{7}{3}$;

$$HB = AB + AH = \frac{25}{3}.$$

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích hai khối nón có các đường cao là BH, AH và chung đáy có tâm là H , bán kính HC .

Ta có

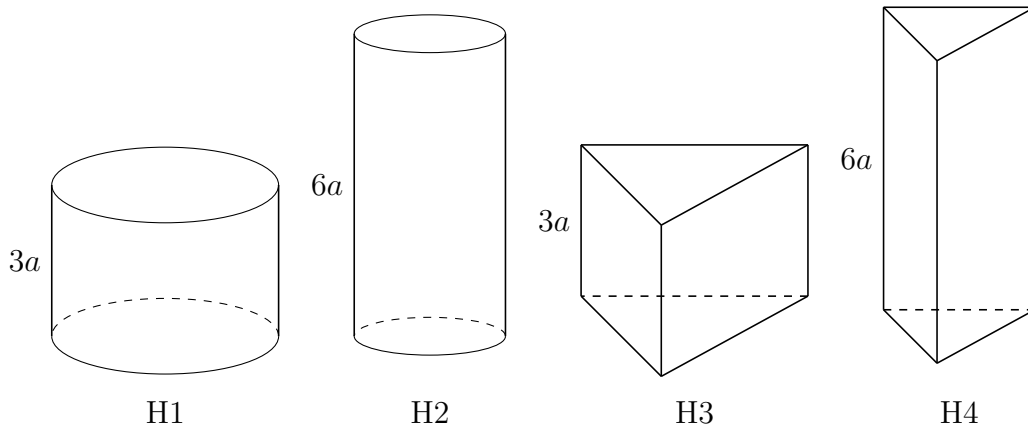
$$V = V_1 - V_2 = \frac{1}{3}BH \cdot \pi HC^2 - \frac{1}{3}AH \cdot \pi HC^2 = \frac{1}{3}AB \cdot \pi HC^2 = \frac{550}{9}\pi \text{ cm}^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 302. Cho một tấm bìa hình chữ nhật có kích thước $3a, 6a$. Người ta muốn tạo tấm bìa đó thành 4 hình không đáy như hình vẽ, trong đó có hai hình trụ lần lượt có chiều cao $3a, 6a$ và hai hình lăng trụ tam giác đều có chiều cao lần lượt $3a, 6a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Trong 4 hình H1, H2, H3, H4, lần lượt theo thứ tự có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất là

- A. H1, H4. B. H1, H3. C. H2, H3. D. H2, H4.

Lời giải.

— (H1): Chu vi đáy $2\pi R = 6a \Rightarrow R = \frac{3a}{\pi}$, suy ra thể tích trụ $V_{H1} = 3a \cdot \pi \cdot \left(\frac{3a}{\pi}\right)^2 = \frac{27a^3}{\pi}$.

— (H2): Chu vi đáy $2\pi R = 3a \Rightarrow R = \frac{3a}{2\pi}$, suy ra thể tích trụ $V_{H2} = 6a \cdot \pi \cdot \left(\frac{3a}{2\pi}\right)^2 = \frac{27a^3}{2\pi}$.

— (H3): Chu vi đáy $3x = 6a \Rightarrow x = 2a$, suy ra thể tích lăng trụ $V_{H3} = 3a \cdot \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = 3a^3\sqrt{3}$.

— (H4): Chu vi đáy $3x = 3a \Rightarrow x = a$, suy ra thể tích lăng trụ $V_{H4} = 6a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Từ đó suy ra H1, H4 theo thứ tự có thể tích lớn nhất, nhỏ nhất.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 303. Một khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân và đường sinh có độ dài bằng $3\sqrt{2}$ cm. Một mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với đáy một góc 60° chia khối nón thành hai phần. Tính thể tích phần nhỏ hơn (tính gần đúng đến hàng phần trăm).

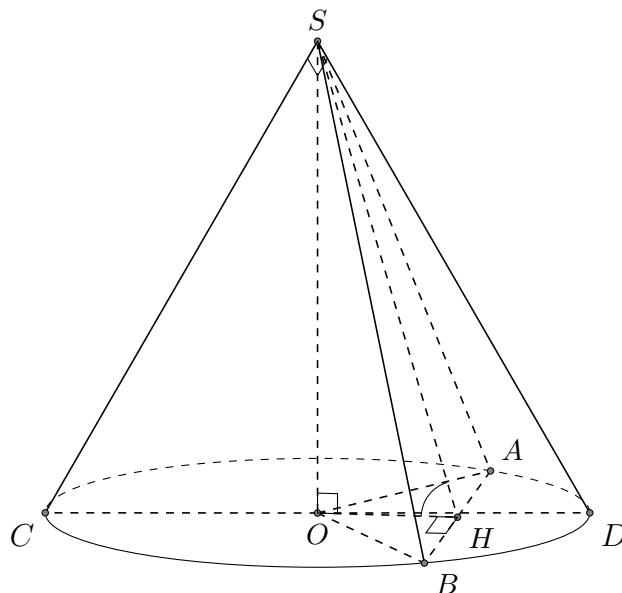
- A. 4,36 cm^3 . B. 4,53 cm^3 . C. 5,37 cm^3 . D. 5,61 cm^3 .

Lời giải.

Theo bài ra ta có tam giác SCD vuông cân ở S ,
 $SC = SD = 3\sqrt{2}$, suy ra $SO = OC = OD = 3$.
 Giả sử mặt phẳng (P) cắt đường tròn đáy theo
 dây cung AB . Gọi H là trung điểm của AB suy
 ra $OH \perp AB$, kết hợp với SO vuông góc với đáy
 suy ra $AB \perp (SOH)$, từ đó suy ra $\widehat{SHO} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông SOH có

$$OH = SO \tan 30^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}.$$



Trong tam giác vuông OHB có

$$BH^2 = OB^2 - OH^2 = 3^2 - \sqrt{3}^2 = 6 \Rightarrow BH = \sqrt{6} \Rightarrow AB = 2\sqrt{6}.$$

Từ đó ta có $S_{\triangle OAB} = \frac{OH \cdot AB}{2} = OH \cdot BH = 3\sqrt{2}$.

Trong tam giác OAB có $\sin \widehat{AOB} = \frac{2S_{\triangle OAB}}{OA \cdot OB} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \widehat{AOB} \approx 1,911$.

Suy ra diện tích quạt $OADB$ là $S_q = \frac{R^2 \cdot \widehat{AOB}}{2} \approx 8,5995$.

Từ đó diện tích hình bán nguyệt ADB là $S = S_q - S_{\triangle OAB} \approx 4,36$.

Suy ra thể tích phần nhỏ $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S = \frac{3 \cdot 4,36}{3} \approx 4,36 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 304. Từ một khối đất sét hình trụ có chiều cao 20 cm, đường tròn đáy có bán kính 8 cm. Bạn Na muốn chế tạo khối đất đó thành nhiều khối cầu và chúng có cùng bán kính 4 cm. Hỏi bạn Na có thể làm ra được tối đa bao nhiêu khối cầu?

A. 45 khối.

B. 30 khối.

C. 20 khối.

D. 15 khối.

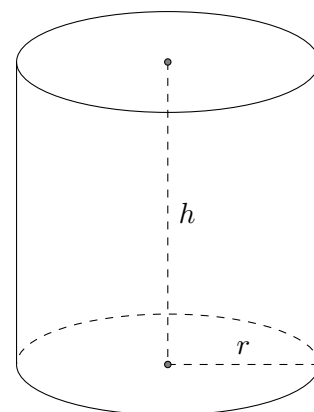
Lời giải.

Thể tích khối đất sét: $V_1 = \pi r^2 h = \pi \cdot 8^2 \cdot 20 = 1280\pi \text{ cm}^3$.

Thể tích khối cầu: $V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4^3 = \frac{256\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1280\pi}{\frac{256\pi}{3}} = 15$.

Do đó bạn Na có thể làm ra tối đa 15 khối cầu.



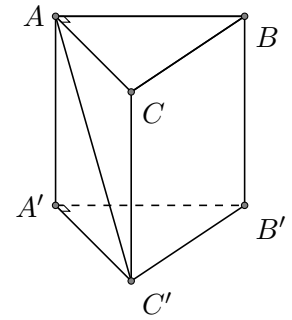
Chọn đáp án **D**

□

Câu 305.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° (tham khảo hình vẽ bên). Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng

- A. $24\pi a^2$. B. $6\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $3\pi a^2$.



Lời giải.

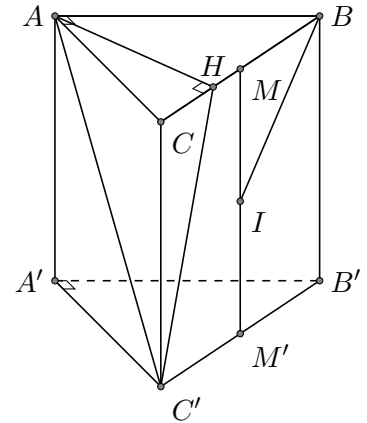
Gọi H là hình chiếu của A lên $BC \Rightarrow AH \perp BC$, ta chứng minh được $AH \perp (BCC'B')$.

Suy ra góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ là góc $\widehat{AC'H} = 30^\circ$.

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ có } AC = a, AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{\sqrt{3}a}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle AC'H \text{ có } AC' = \frac{AH}{\sin 30^\circ} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } CC' = a\sqrt{2} \Rightarrow BC' = a\sqrt{6}.$$



Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$. Gọi I là trung điểm của MM' .

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho và bán kính $R = IB = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho là $S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 = 6\pi a^2$.

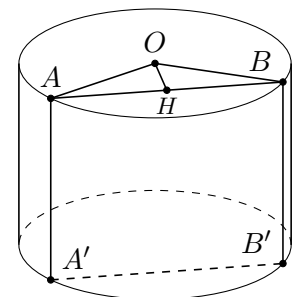
Chọn đáp án **(B)** □

Câu 306. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $\frac{3R}{2}$. Mặt phẳng (α) song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α) là

- A. $\frac{2R^2\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{3R^2\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{2R^2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (α) cắt hình trụ theo giao tuyến là hình chữ nhật $ABB'A'$ (xem hình vẽ). Gọi O là tâm của hình tròn đáy chứa dây cung AB , H là trung điểm của AB . Theo giả thiết ta có $OH = \frac{R}{2}$. Suy ra $AB = R\sqrt{3}$. Vậy diện tích thiết diện là $S = AB \cdot AA' = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 307. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 1$ cm, $AB = 2$ cm, M là trung điểm của cạnh AB . Quay tam giác BMC quanh trục AB ta được khối tròn xoay. Gọi V và S lần lượt là thể tích và diện tích của khối tròn xoay đó. Chọn mệnh đề đúng.

- A. $V = \frac{1}{3}\pi$; $S = \pi(\sqrt{5} - \sqrt{2})$. B. $V = \pi$; $S = \pi(\sqrt{5} + \sqrt{2})$.
C. $V = \frac{1}{3}\pi$; $S = \pi(\sqrt{5} + \sqrt{2})$. D. $V = \pi$; $S = \pi(\sqrt{5} - \sqrt{2})$.

Lời giải.

Gọi (T) là khối tròn xoay khi quay tam giác BMC quanh trục AB .

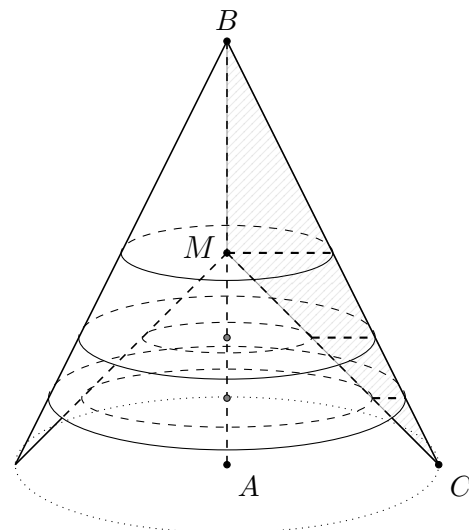
Gọi $(N_1), (N_2)$ là khối nón bán kính đáy là AC và đỉnh lần lượt là B, M .

Ta thấy

$$V(T) = V_{(N_1)} - V_{(N_2)} = \frac{\pi}{3} \cdot AC^2 \cdot (AB - AM) = \frac{\pi}{3}.$$

Ta thấy

$$S(T) = S_{(N_1)} + S_{(N_2)} = \pi \cdot AC \cdot (BC + MC) = \pi \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{2}).$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 308.

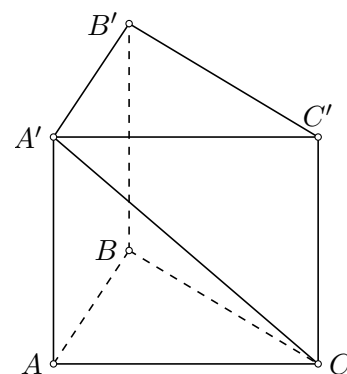
Cho một lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và đỉnh là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{333}}{36}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{333}}{6}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{111}}{6}$.

D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{111}}{36}$.



Lời giải.

Gọi I, I' lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác ABC và $A'B'C'$.

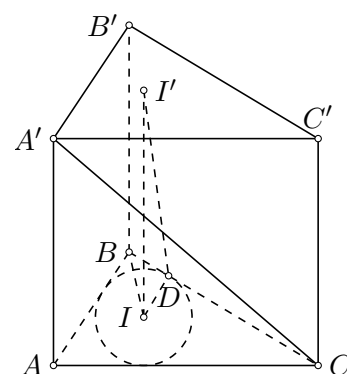
Do tam giác $A'B'C'$ đều nên I' cũng là trọng tâm tam giác $A'B'C'$.

Gọi D là hình chiếu vuông góc của I lên BC . Khi đó:

Hình nón cần tìm S_{xq} có đỉnh là I' , đường cao là $h = II'$, bán kính đáy $r = ID$ và đường sinh $l = I'D$.

Do tam giác ABC đều nên $BD = \frac{a}{2}$ và $\widehat{IBD} = 30^\circ$,

do đó $r = BD \tan IBD = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.



Ta có: $A'A \perp (ABC)$ nên góc giữa $A'C$ và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{A'CA}$ hay $\widehat{A'CA} = 60^\circ$
 $\Rightarrow h = II' = AA' = AC \tan 60 = a\sqrt{3} \Rightarrow l = \sqrt{r^2 + h^2} = \frac{a\sqrt{111}}{6}$.

Khi đó: $S_{xq} = \pi rl = \frac{\pi a^2 \sqrt{37}}{12} = \frac{\pi a^2 \sqrt{333}}{36}$.

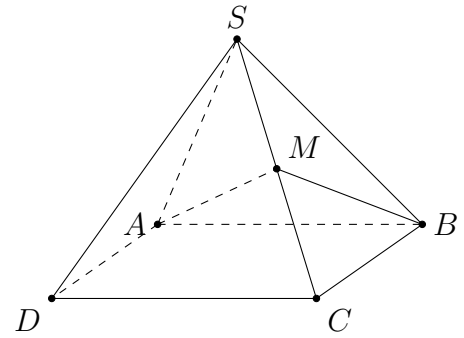
Chọn đáp án **A**

□

Câu 309.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt phẳng qua AB và trung điểm M của SC cắt hình chóp theo thiết diện có chu vi bằng $7a$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối nón có đỉnh là S và đường tròn đáy ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ bằng

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{9}$.



Lời giải.

Gọi N là trung điểm SD . Khi đó thiết diện là hình thang cân $ABMN$, mà $AB = 2a, MN = a$. Từ đó suy ra $MB = 2a$.

Theo công thức trung tuyến ta có

$$MB^2 = \frac{2(SB^2 + BC^2) - SC^2}{4} \Leftrightarrow 4a^2 = \frac{SC^2 + 2 \cdot 4a^2}{4} \Leftrightarrow SC = 2a\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{8a^2 - 2a^2} = a\sqrt{6}.$$

Hình nón có chiều cao $SO = a\sqrt{6}$ và bán kính đáy bằng $a\sqrt{2}$.

$$\text{Vậy thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot a\sqrt{6} \cdot 2a^2 = \frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 310. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $A'C = 3$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình lập phương.

- A. $S_{xq} = 5\sqrt{2}\pi$. B. $S_{xq} = 2\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = 3\sqrt{2}\pi$. D. $S_{xq} = \sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có } A'C = \sqrt{AA'^2 + AB^2 + AD^2} = AB\sqrt{3} \Rightarrow 3 = AB\sqrt{3} \\ \Rightarrow AB = \sqrt{3}.$$

Hình trụ có độ dài đường sinh là $l = AA' = AB = \sqrt{3}$, bán kính đáy

$$\text{là } r = OA = \frac{AC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Diện tích xung quanh của hình trụ là } S_{xq} = 2\pi rl = 3\sqrt{2}\pi.$$

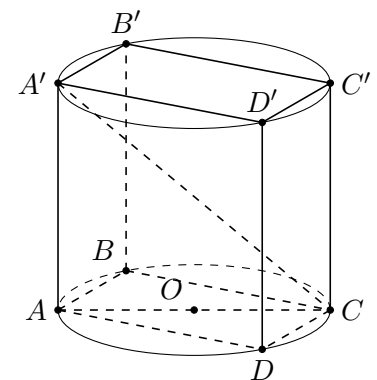
Chọn đáp án **(C)**

□

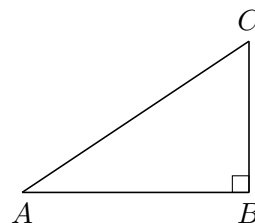
Câu 311. Để chào mừng 20 năm thành lập thành phố A, Ban tổ chức quyết định trang trí cho cổng chào có hai cột hình trụ. Các kĩ thuật viên đưa ra phương án quấn xoắn từ chân cột lên đỉnh cột đúng 20 vòng đèn Led cho mỗi cột. Biết bán kính trụ cổng là 30cm và chiều cao cổng là 5π (m). Tính chiều dài dây đèn Led tối thiểu để trang trí hai cột trụ cổng.

- A. 24π (m). B. 20π (m). C. 30π (m). D. 26π (m).

Lời giải.



Để tính độ dài sợi dây, ta tính độ dài của một vòng dây quanh trụ. Khi trải vòng dây ra, độ dài vòng dây chính là độ dài cạnh huyền của tam giác vuông ABC như hình bên.

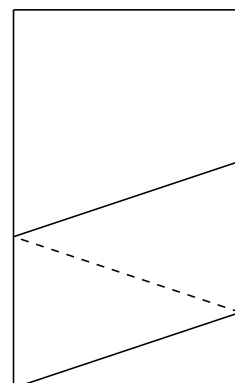


Trong đó độ dài AB bằng chu vi mặt đáy của cột, độ dài BC bằng $\frac{1}{20}$ chiều cao của cột.

Ta có $AB = 2\pi \cdot 0,3 = 0,6\pi(\text{m})$ và $BC = \frac{5\pi}{20} = \frac{\pi}{4}(\text{m})$.

Do đó $AC = \sqrt{(0,6\pi)^2 + \left(\frac{\pi}{4}\right)^2} = \frac{13\pi}{20}(\text{m})$.

Vậy độ dài sợi dây dùng để trang hai cột trụ tổng là $2 \cdot 20 \cdot \frac{13\pi}{20} = 26\pi(\text{m})$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 312. Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O . Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác có một góc bằng 120° , thiết diện qua đỉnh S cắt mặt phẳng đáy theo dây cung $AB = 4a$ và là một tam giác vuông. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $\pi\sqrt{3}a^2$.

B. $\pi 8\sqrt{3}a^2$.

C. $\pi 2\sqrt{3}a^2$.

D. $\pi 4\sqrt{3}a^2$.

Lời giải.

Tam giác SAB vuông cân tại S có $AB = 4a$

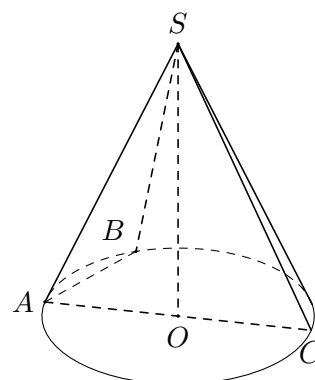
Suy ra $SA = SB = 2a\sqrt{2}$.

Tam giác SAC cân tại S có $\widehat{ASC} = 120^\circ$

$\Rightarrow \widehat{SAC} = \widehat{SCA} = 30^\circ$.

$\Rightarrow AO = SA \cdot \cos \widehat{SAO} = a\sqrt{6}$.

Suy ra $S_{xq} = \pi Rl = 4\pi a^2\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 313. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{5a^3\sqrt{15}\pi}{18}$.

B. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}\pi}{27}$.

C. $V = \frac{5a^3\pi}{3}$.

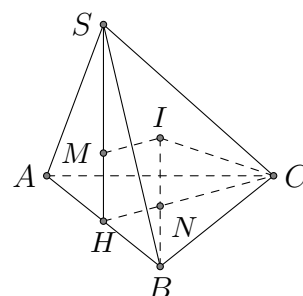
D. $V = \frac{5a^3\sqrt{15}\pi}{54}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của cạnh AB . Gọi M, N lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp của các tam giác đều SAB và ABC .

Từ M ta dựng đường thẳng vuông góc với (SAB) , từ N dựng đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng ta vừa dựng. Suy ra, I là tâm của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Ta có



$$\text{— } CH = SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, IN = MH = \frac{SH}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}, CN = \frac{2}{3}CH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\Rightarrow IC = \sqrt{IN^2 + NC^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{9} + \frac{3a^2}{36}} = a\sqrt{\frac{5}{12}} = \frac{a\sqrt{15}}{6}.$$

$$\text{— Thể tích khối cầu ngoại tiếp chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{4}{3}\pi IC^3 = \frac{4\pi}{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \frac{5\sqrt{15}\pi a^3}{54}.$$

Chọn đáp án **(D)**

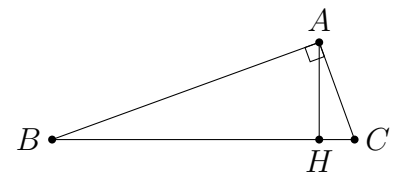
□

Câu 314. Cho tam giác ABC vuông tại A , AH vuông góc với BC tại H , $HB = 3,6$ cm, $HC = 6,4$ cm. Quay miền tam giác ABC quanh đường thẳng AH ta thu được khối nón có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 205,89 \text{ cm}^3$. B. $V = 65,54 \text{ cm}^3$. C. $V = 617,66 \text{ cm}^3$. D. $V = 65,14 \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC ta có $AH^2 = BH \cdot CH = 23,04$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AH ta được khối nón có bán kính đáy là $HC = 6,4$ cm và chiều cao $AH = \sqrt{23,04}$.
Do đó $V = \frac{1}{3}\pi HC^2 \cdot AH \approx 205,89 \text{ cm}^3$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 315. Cho tứ diện $ABCD$ thỏa mãn $AB = CD = \sqrt{34}$, $BC = AD = \sqrt{41}$, $AC = BD = 5$. Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $r = 5\sqrt{2}$. B. $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. C. $r = \frac{1}{\sqrt{10}}$. D. $r = \sqrt{10}$.

Lời giải.

Gọi I là trọng tâm của tứ diện

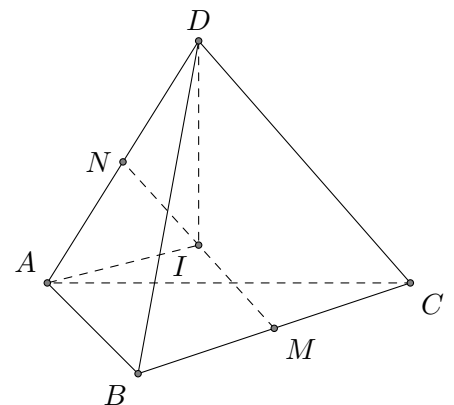
$$AM = \sqrt{\frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}} = \frac{\sqrt{77}}{2}$$

$$MN = \sqrt{\frac{AM^2 + MD^2}{2} - \frac{AD^2}{4}} = 3.$$

Với I là trung điểm của đoạn $MN \Rightarrow IN = \frac{3}{2}$.

Xét $\triangle IAN$ vuông tại N có

$$IA = \sqrt{AN^2 + IN^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{41}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$



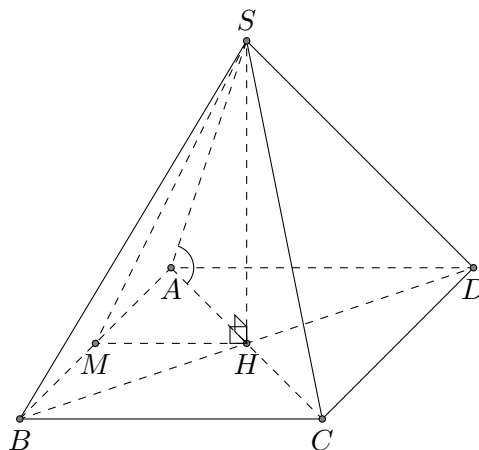
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 316. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy góc 60° . Hình nón có đỉnh S , đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ có diện tích xung quanh là

A. $S = \frac{3}{2}\pi a^2$. B. $S = \pi a^2$. C. $S = \frac{\pi a^2(\sqrt{7} + 1)}{4}$. D. $S = \frac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$.

Lời giải.



Gọi H là tâm hình vuông $ABCD$, khi đó $SH \perp (ABCD)$. Từ đó ta có góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy $(ABCD)$ bằng góc $\widehat{SAH} \Rightarrow \widehat{SAH} = 60^\circ$.

Ta có $AH = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SH = AH \tan SAH = \frac{a\sqrt{2}}{2} \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Gọi M là trung điểm AB thì $SM = \sqrt{SH^2 + HM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Hình nón có đỉnh S , đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ có:

- Bán kính đáy $r = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.
- Độ dài đường sinh $l = SM = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Vậy, diện tích xung quanh của hình nón đó là $S = \pi r l = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{7}}{2} = \frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{4}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 317. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh bằng a , $\widehat{BAD} = 120^\circ$, chiều cao lăng trụ bằng $2a$. Gọi (T) là hình trụ có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp hai đáy của hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$. Tính thể tích khối trụ (T) .

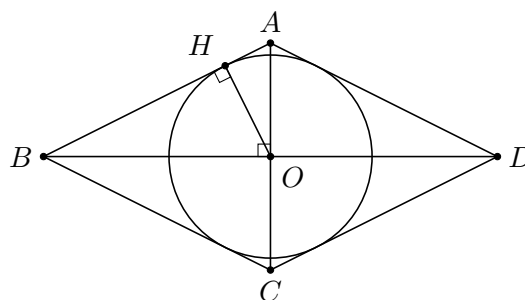
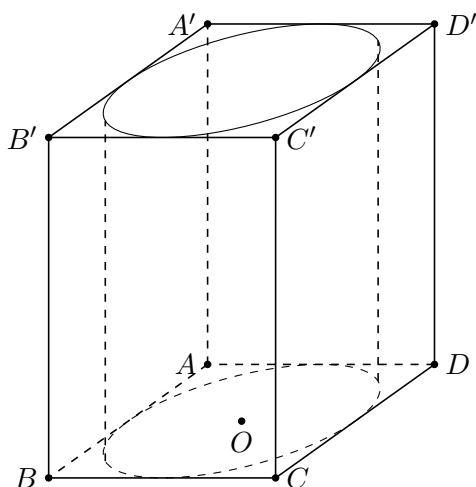
A. $\frac{3\pi a^3}{2}$.

B. $\frac{\pi a^3}{2}$.

C. $\frac{\pi a^3}{8}$.

D. $\frac{3\pi a^3}{8}$.

Lời giải.



Gọi $O = AC \cap BD$, kẻ $OH \perp AB$, $H \in AB$.

Xét $\triangle OAB$ vuông tại O có $OA = \frac{a}{2}$, $OB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AB = a$.

Suy ra $OH = \frac{OA \cdot OB}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Khối trụ (T) có bán kính đáy $R = OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$, chiều cao $h = 2a$ nên có thể tích

$$V = \pi R^2 h = \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2 \cdot 2a = \frac{3\pi a^3}{8}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 318. Cho hình nón (N) có đỉnh H, đáy là đường tròn tâm O có bán kính bằng R, góc ở đỉnh bằng 60° . Một mặt cầu (S) tâm I thuộc đoạn HO, tiếp xúc với mặt xung quanh và mặt đáy của hình nón (N). Tính diện tích mặt cầu (S).

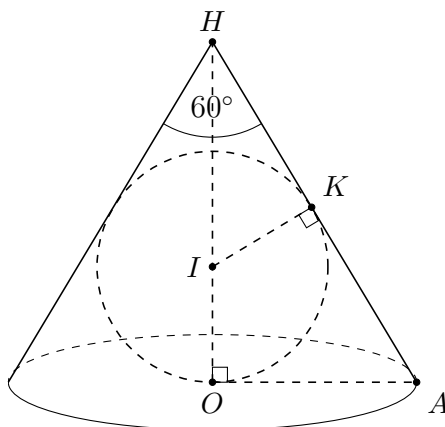
A. πR^2 .

B. $\frac{2\pi R^2}{3}$.

C. $\frac{4\pi R^2}{3}$.

D. $4\pi R^2$.

Lời giải.



Với A là điểm bất kì trên đường tròn đáy, kẻ $IK \perp HA, K \in HA$.

Ta có $AO = R, HO = R\sqrt{3}, KH = AH - KA = 2R - R = R$.

Xét $\triangle HKI \sim \triangle HOA$ (g-g)

$$\text{Suy ra } \frac{IK}{AO} = \frac{KH}{HO} \Leftrightarrow IK = \frac{AO \cdot KH}{HO} = \frac{R}{\sqrt{3}}.$$

Mặt cầu (S) tâm I, bán kính $r = IK = \frac{R}{\sqrt{3}}$ có diện tích là

$$S = 4\pi r^2 = \frac{4\pi R^2}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 319.

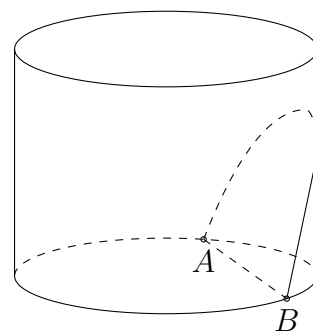
Cho khối trụ có bán kính đáy bằng 4 cm và chiều cao bằng 5 cm. Gọi AB là một dây cung của đáy dưới sao cho $AB = 4\sqrt{3}$ cm. Người ta dựng mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và tạo với mặt phẳng đáy của hình trụ một góc 60° như hình vẽ. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P).

A. $\frac{4(4\pi - 3\sqrt{3})}{3}$.

B. $\frac{8(4\pi - 3\sqrt{3})}{3}$.

C. $\frac{8(4\pi - \sqrt{3})}{3}$.

D. $\frac{4(4\pi - \sqrt{3})}{3}$.



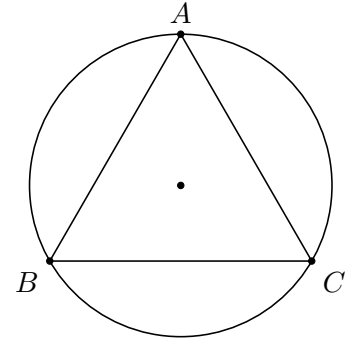
Lời giải.

Diện tích viên phân nhỏ (dây cung AB) là

$$S_1 = \frac{S_{(O)} - S_{ABC}}{3} = \frac{\pi R^2 - \frac{(R\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4}}{3} = \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) R^2.$$

Diện tích hình cần tìm là

$$S = \frac{S_1}{\cos 60^\circ} = \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) R^2 = \frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{6} \cdot 4^2 = \frac{8(4\pi - 3\sqrt{3})}{3}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 320. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng $2a$. Bán kính của mặt cầu nội tiếp hình chóp này bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{3}}a$. B. $\frac{\sqrt{2}}{4(1 + \sqrt{3})}a$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2(1 + \sqrt{3})}a$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4(1 + \sqrt{3})}a$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, I là tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp $S.ABCD$, M là trung điểm của BC , H là hình chiếu vuông góc của I xuống SM . Suy ra bán kính mặt cầu nội tiếp là $r = IH = IO$.

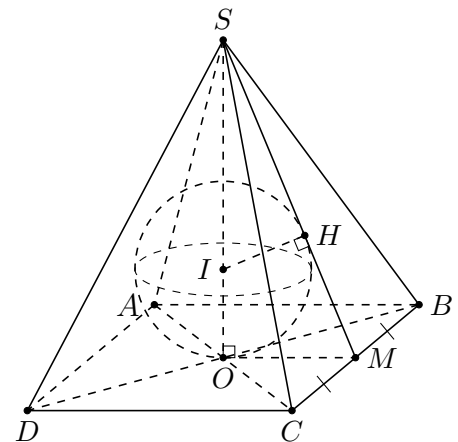
Ta có $SM = \sqrt{SB^2 - BM^2} = a\sqrt{3}$.

Khi đó $SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = a\sqrt{2}$.

Xét hai tam giác SHI và SOM có $\widehat{SHI} = \widehat{SOM} = 90^\circ$ và $\widehat{ISH} = \widehat{OSM}$ nên $\triangle SHI \sim \triangle SOM$.

Suy ra

$$\frac{IH}{OM} = \frac{SI}{SM} \Leftrightarrow \frac{r}{a} = \frac{a\sqrt{2} - r}{a\sqrt{3}} \Leftrightarrow r = \frac{a\sqrt{2}}{1 + \sqrt{3}}.$$



Chọn đáp án **A**

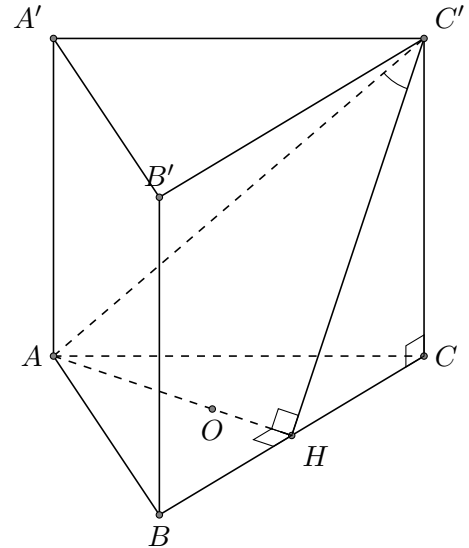
□

Câu 321. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa AC' và $(BCC'B')$ bằng 30° . Tính thể tích V của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{36}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{72}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{108}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC , ta có $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp BB' \end{cases}$
 $\Rightarrow AH \perp (BCC'B') \Rightarrow HC'$ là hình chiếu của của AC' trên mặt phẳng $(BCC'B')$.
 $\Rightarrow \widehat{AC'H} = (AC', HC') = (AC', (BCC'B')) = 30^\circ$.
 Tam giác AHC' vuông tại H có $\widehat{AC'H} = 30^\circ$ nên
 $HC' = \frac{AH}{\tan 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$.
 Tam giác HCC' vuông tại C nên $C'C^2 = C'H^2 - HC^2 = \frac{9a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = 2a^2 \Rightarrow CC' = a\sqrt{2}$.
 Gọi O là tâm của tam giác đều, ta có $OH = \frac{1}{3}AH = \frac{a\sqrt{2}}{6}$.



Vậy thể tích V của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{6} \right)^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}.$$

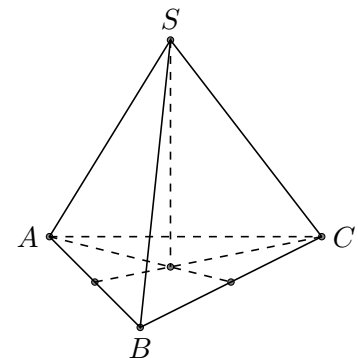
Chọn đáp án **B**

□

Câu 322.

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh AB bằng a , góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}$. B. $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{6}$.



Lời giải.

Ta có: $(SAB) \cap (ABC) = AB$.

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow \begin{cases} GI \perp AB \\ SI \perp AB \end{cases}$

$\Rightarrow ((SAB), (ABC)) = (GI, SI) = \widehat{SIG} = 60^\circ$.

$\tan \widehat{SIG} = \frac{SG}{IG} \Rightarrow SG = \tan 60^\circ \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a}{2}$.

$SA = \sqrt{SG^2 + AG^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Diện tích xung quanh hình nón là:

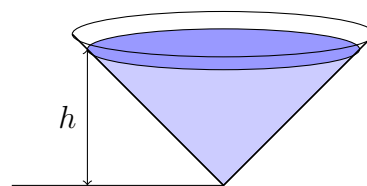
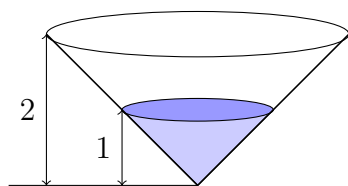
$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot AG \cdot SA = \pi \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{6} = \frac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 323. Hai chiếc ly đựng chất lỏng giống hệt nhau, mỗi chiếc có phần chứa chất lỏng là một khối nón có chiều cao 2 dm (mô tả như hình vẽ). Ban đầu chiếc ly thứ nhất chứa đầy chất lỏng, chiếc ly

thứ hai để rỗng. Người ta chuyển chất lỏng từ ly thứ nhất sang ly thứ hai sao cho độ cao của cột chất lỏng trong ly thứ nhất còn 1 dm. Tính chiều cao h của cột chất lỏng trong ly thứ hai sau khi chuyển (độ cao của cột chất lỏng tính từ đỉnh của khối nón đến mặt chất lỏng - lượng chất lỏng coi như không hao hụt khi chuyển. Tính gần đúng h với sai số không quá 0,01 dm).



- A. $h \approx 1,73$ dm. B. $h \approx 1,89$ dm. C. $h \approx 1,91$ dm. D. $h \approx 1,41$ dm.

Lời giải.

Tỉ số giữa thể tích giữa lượng chất lỏng ban đầu và lượng chất lỏng còn lại trong ly thứ nhất là:
 $\left(\frac{2}{1}\right)^3 = 8$.

Vậy tỉ số giữa thể tích giữa lượng chất lỏng chuyển và lượng chất lỏng còn lại trong ly thứ nhất là:
 $8 - 1 = 7$.

Tỉ số này cũng chính là: $\left(\frac{h}{1}\right)^3 = 7 \Rightarrow h = \sqrt[3]{7} \approx 1,91$ dm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 324. Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông cân tại A , $AD = 2a$, $AB = a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

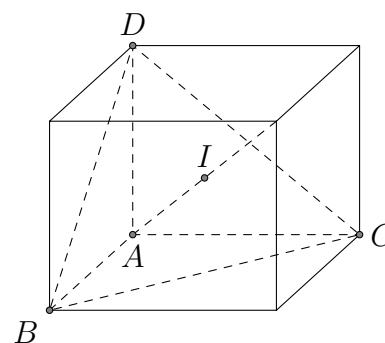
Lời giải.

Dựng hình hộp chữ nhật (H) nhận AB , AC , AD làm 3 cạnh.

Khi đó mặt cầu ngoại tiếp của (H) cũng là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Chính vì vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AC^2 + AD^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + a^2 + (2a)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 325. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $3a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45° . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $4\pi a^3\sqrt{2}$. C. $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $4\pi a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trọng tâm của $\triangle ABC \Rightarrow AH = \frac{2}{3}AM = a\sqrt{3}$.

Vì $\widehat{SAH} = 45^\circ \Rightarrow \triangle SHA$ vuông cân tại H nên $SH = AH = a\sqrt{3}$.

Trong mặt phẳng (SAH) , dựng đường trung trực Δ của đoạn SA tại K , đường thẳng Δ cắt SH tại $O \Rightarrow SO = OA$, (1).

Mà $OA = OB = OC$, (2).

Từ (1) và (2) suy ra $OA = OB = OC = OS = R$.

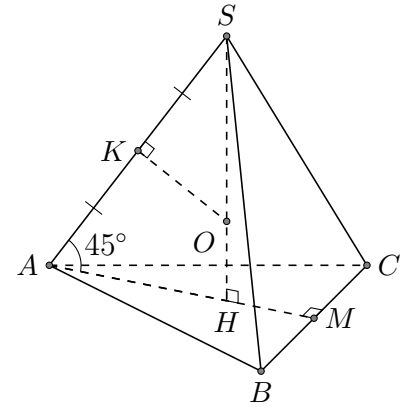
Vì $\triangle SHA \sim \triangle SKO$ nên $\frac{SH}{SK} = \frac{SA}{SO}$

$$\Rightarrow SO = \frac{SA \cdot SK}{SH} = \frac{SA^2}{2SH} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{4\pi}{3} \cdot R^3 = 4\pi a^3 \sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 326. Cho tứ diện đều $ABCD$ có mặt cầu nội tiếp là $(\mathcal{S}_1)$ và mặt cầu ngoại tiếp là $(\mathcal{S}_2)$. Một hình lập phương ngoại tiếp $(\mathcal{S}_2)$ và nội tiếp trong mặt cầu $(\mathcal{S}_3)$. Gọi r_1, r_2, r_3 lần lượt là bán kính các mặt cầu $(\mathcal{S}_1), (\mathcal{S}_2), (\mathcal{S}_3)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

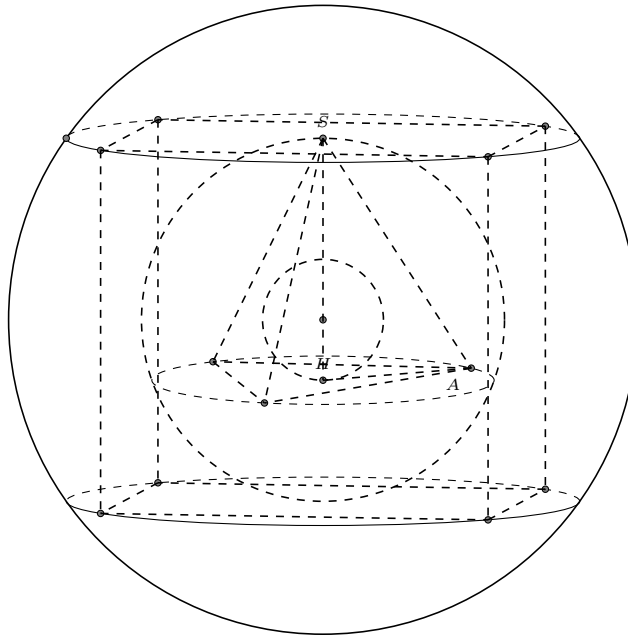
A. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$.

D. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.



— Gọi a là cạnh của tứ diện đều. Khi đó, chiều cao h của tứ diện đều bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

— Bán kính mặt cầu ngoại tiếp của tứ diện là $r_2 = \frac{SA^2}{2h} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

— Bán kính mặt cầu nội tiếp của tứ diện là $r_1 = h - r_2 = \frac{a\sqrt{6}}{12}$.

— Do đó, $r_1 : r_2 = 1 : 3$.

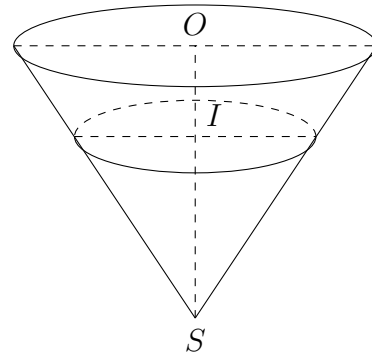
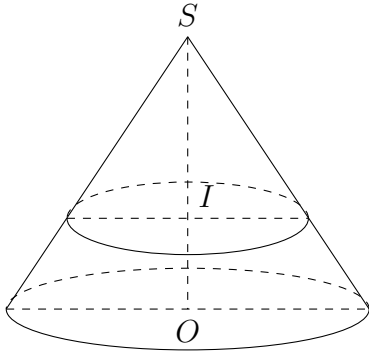
— Gọi b là cạnh của hình lập phương, thì $r_2 = \frac{b}{2}$ và $r_3 = \frac{b\sqrt{3}}{2}$. Do đó, $r_2 : r_3 = 1 : \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 327. Cho cái phễu đựng nước hình nón có trục SO như hình vẽ. Cho trục SO thẳng đứng, từ nắp đỉnh S ta đổ một lượng nước vào phễu để nước dâng lên vị trí I trên thuộc trục SO và giả sử

rằng khi ta lật ngược phễu lại nhưng vẫn giữ nguyên trục SO thẳng đứng thì mực nước vẫn ở vị trí ban đầu I của nó. Tính tỉ số $k = \frac{SI}{SO}$.



A. $k = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $k = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

C. $k = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $k = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

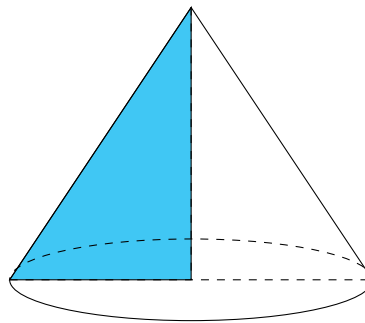
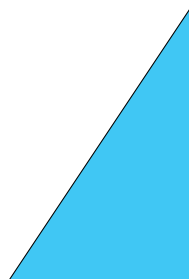
Gọi V là thể tích của khối nón chiều cao SO , V' là thể tích của khối nón chiều cao SI . Thể tích của nước không đổi nên

$$\frac{V'}{V} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k^3 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 328. Gọi T là tập hợp các tấm bìa có hình dạng tam giác vuông có cạnh huyền không đổi bằng a . Lấy một tấm bìa tùy ý trong T chọn một cạnh bên làm trục rồi quay chung quanh tấm bìa đó với trục đã chọn tạo thành một hình nón (như hình vẽ bên dưới). Thể tích lớn nhất $V_{\max}$ theo a của hình nón tạo thành bằng



A. $\frac{2\pi\sqrt{3}a^3}{27}$.

B. $\frac{2\pi\sqrt{3}a^3}{9}$.

C. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{27}$.

D. $\frac{2\pi a^3}{9}$.

Lời giải.

Gọi chiều cao và bán kính của khối nón là h và r . Ta có $a^2 = h^2 + r^2$ và $V = \frac{1}{3}\pi hr^2 = \frac{1}{3}\pi h(a^2 - h^2)$.
 $V'(h) = \frac{\pi}{3}(a^2 - 3h^2)$, $V'(h) = 0 \Leftrightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow V_{\max} = \frac{\pi a\sqrt{3}}{3} \left(a^2 - \frac{a^2}{3}\right) = \frac{2\pi\sqrt{3}a^3}{9}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 329. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và vuông góc với đáy ($ABCD$). Tính thể tích khối nón có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác SAB và đỉnh của khối nón nằm trên mặt phẳng (SDC).

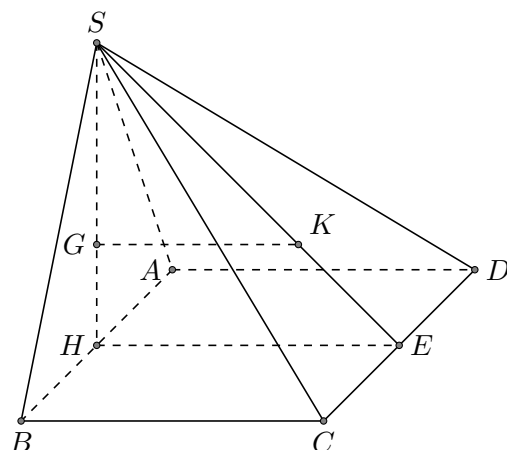
A. $V = \frac{2\pi a^3}{21}$.

B. $V = \frac{2\pi a^3}{27}$.

C. $V = \frac{\pi a^3}{21}$.

D. $V = \frac{2\pi a^3}{9}$.

Lời giải.



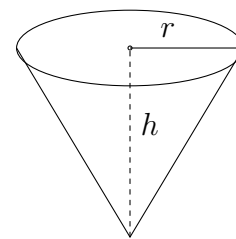
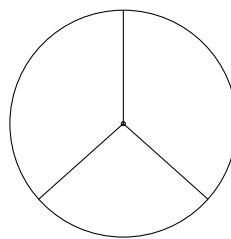
Dễ thấy tâm G của khối nón và đỉnh K của khối nón là trọng tâm các tam giác SAB , SCD và $GK = \frac{2a}{3}$. Thể tích của khối nón $V = \frac{1}{3}\pi SG^2 \cdot GK = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{a^2}{3} \cdot \frac{2a}{3} = \frac{2\pi a^3}{9}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 330.

Người thợ gia công của một cơ sở chất lượng cao X cắt một miếng tôn hình tròn với bán kính 60cm thành ba miền hình quạt bằng nhau. Sau đó người thợ ấy uốn và hàn ba miếng tôn đó để được ba cái phễu hình nón. Hỏi thể tích V của mỗi cái phễu đó bằng bao nhiêu?



- A. $V = \frac{16000\sqrt{2}}{3}$ lít. B. $V = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ lít. C. $V = \frac{16000\sqrt{2}\pi}{3}$ lít. D. $V = \frac{160\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

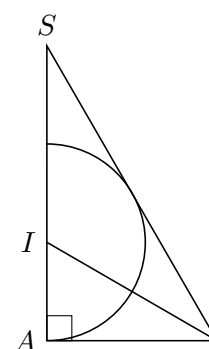
Câu 331. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có các cạnh đều bằng a . Tính diện tích S của mặt cầu đi qua 6 đỉnh của hình lăng trụ đó.

- A. $S = \frac{49\pi a^2}{144}$. B. $S = \frac{7a^2}{3}$. C. $S = \frac{7\pi a^2}{3}$. D. $S = \frac{49a^2}{144}$.

Câu 332.

Cho tam giác SAB vuông tại A , $\widehat{ABS} = 60^\circ$, đường phân giác trong của $\widehat{ABS}$ cắt SA tại điểm I . Vẽ nửa đường tròn tâm I bán kính IA (như hình vẽ). Cho $\triangle SAB$ và nửa đường tròn trên cùng quay quanh SA tạo nên các khối tròn xoay có thể tích tương ứng V_1, V_2 Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $4V_1 = 9V_2$. B. $9V_1 = 4V_2$.
C. $V_1 = 3V_2$. D. $2V_1 = 3V_2$.



Câu 333. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4, một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai đáy của hình trụ theo hai dây cung song song MN , $M'N'$ thỏa mãn $MN = M'N' = 6$. Biết rằng tứ giác $MNN'M'$ có diện tích bằng 60. Tính chiều cao h của hình trụ.

- A. $h = 4\sqrt{5}$. B. $h = 6\sqrt{5}$. C. $h = 4\sqrt{2}$. D. $h = 6\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm OO' và $M'N'$.

Khi đó $M'N' \perp (O'IJ)$ suy ra $IJ \perp M'N'$ (1).

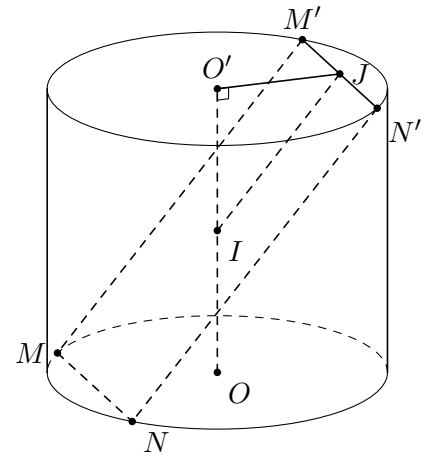
Mà I là tâm của hình bình hành $MNN'M'$ nên từ (1) suy ra $MNN'M'$ là hình chữ nhật.

Ta có $S_{MNN'M'} = 60 \Rightarrow MM' = 10$.

Xét $\triangle O'IJ$

$$O'I = \sqrt{IJ^2 - O'J^2} = \sqrt{5^2 - (4^2 - 3^2)} = 3\sqrt{2}.$$

Suy ra $OO' = h = 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 334. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ $SA = 1, SB = 2, SC = 2$ đồng thời các đường thẳng SA, SB, SC đôi một vuông góc. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{9\pi}{2}$.

B. 9π .

C. $\frac{27\pi}{2}$.

D. 27π .

Lời giải.

Ta dựng hình hộp chữ nhật $AMNP.SCQB$.

Khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $AMNP.SCQB$ chính là khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Mà khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $AMNP.SCQB$ có bán kính

$$R = \frac{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}}{2} = \frac{3}{2}.$$

Thể tích của khối cầu đó bằng $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{9\pi}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 335. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B có $BC = a$; tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SBMN$ bằng

A. $\frac{5\pi a^3}{4}$.

B. $\frac{5\pi a^2}{4}$.

C. $\frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{48}$.

D. $\frac{5\pi a^2}{12}$.

Lời giải.

Tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên $SM \perp (ABC)$.

Suy ra $MN \perp SM$ hay $\widehat{SMN} = 90^\circ$. Hơn nữa $BN \perp MB$, suy ra $MB \perp SB$ hay $\widehat{SBN} = 90^\circ$.

Vậy tứ diện $SBMN$ có mặt cầu ngoại tiếp là mặt cầu đường kính SN .

Vì tam giác ABC là tam giác vuông cân tại B có $BC = a$ nên

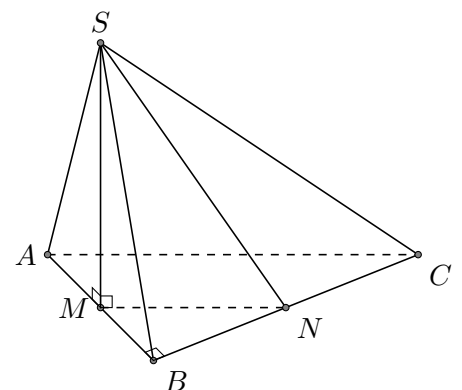
$$AC = a\sqrt{2} \text{ hay } MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Tam giác } SAB \text{ đều có cạnh } AB = a \text{ nên } SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}. \text{ Khi đó } SN = \sqrt{SM^2 + MN^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SBMN$ là $S = SM^2 \cdot \pi = \frac{5\pi a^2}{4}$.

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 336. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi $A_1B_1C_1D_1$ là tứ diện với các đỉnh lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD, CDA, DAB, ABC và có thể tích V_1 . Gọi $A_2B_2C_2D_2$ là tứ diện với các đỉnh lần lượt là trọng tâm các tam giác $B_1C_1D_1, C_1D_1A_1, D_1A_1B_1, A_1B_1C_1$ và có thể tích $V_2, \dots$ cứ như vậy cho đến tứ diện $A_nB_nC_nD_n$ có thể tích V_n với $n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của $P = \lim_{n \rightarrow +\infty} (V_1 + V_2 + \dots + V_n)$.

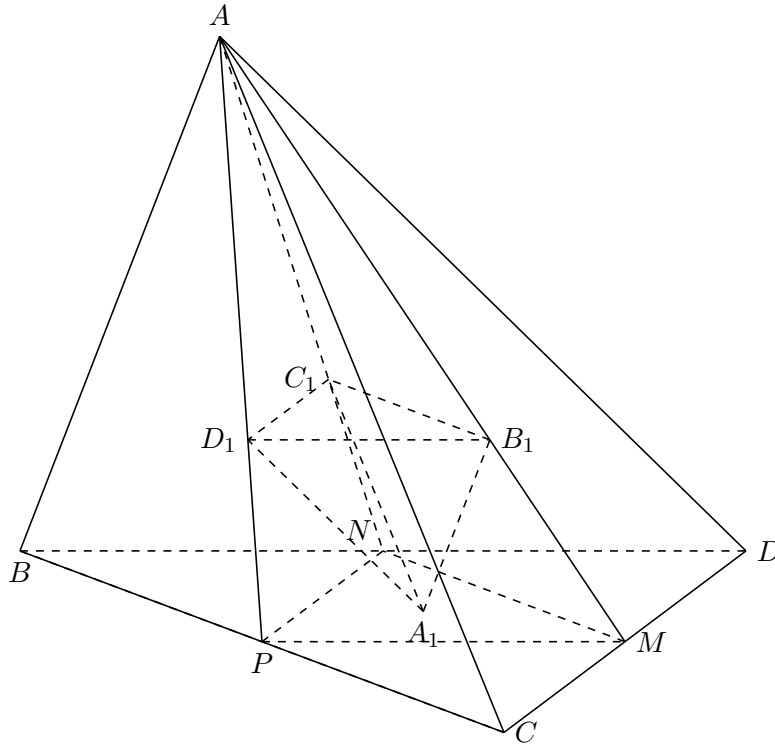
A. $\frac{V}{26}$.

B. $\frac{V}{27}$.

C. $\frac{8V}{9}$.

D. $\frac{82V}{81}$.

Lời giải.



Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm CD, DB, BC . Tam giác $B_1C_1D_1$ đồng dạng tam giác MNP tỉ số $k = \frac{2}{3}$ nên $\frac{S_{\triangle B_1C_1D_1}}{S_{\triangle MNP}} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{S_{\triangle B_1C_1D_1}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{1}{9}$.

Mặt khác lại có $d(A_1; (B_1C_1D_1)) = d(D_1; (BCD)) = \frac{1}{3}d(A; (BCD))$. Từ đây ta có

$$\frac{V_{A_1B_1C_1D_1}}{V_{ABCD}} = \frac{d(A_1; (B_1C_1D_1)) \cdot S_{\triangle B_1C_1D_1}}{d(A; (ABC)) \cdot S_{\triangle BCD}} = \frac{1}{27} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{27} \cdot V_{ABCD}.$$

Tương tự ta có $V_2 = \frac{1}{27}V_1, \dots$ hay (V_n) là cấp số nhân với số hạng đầu $V_1 = \frac{1}{27}V$ và công bội $q = \frac{1}{27}$.

$$\text{Do đó } P = \lim_{n \rightarrow +\infty} (V_1 + V_2 + \dots + V_n) = \frac{V_1}{1 - \frac{1}{27}} = \frac{V}{26}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 337. Cho hình cầu (S) có tâm I , bán kính bằng 13 cm. Tam giác (T) với độ dài ba cạnh là 27 cm, 29 cm, 52 cm được đặt trong không gian sao cho các cạnh của tam giác tiếp xúc với mặt cầu (S) . Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng chứa tam giác (T) là

A. 12 cm.

B. $3\sqrt{2}$ cm.

C. 5 cm.

D. $2\sqrt{3}$ cm.

Lời giải.

Nửa chu vi tam giác là

$$p = \frac{27 + 29 + 52}{2} = 54.$$

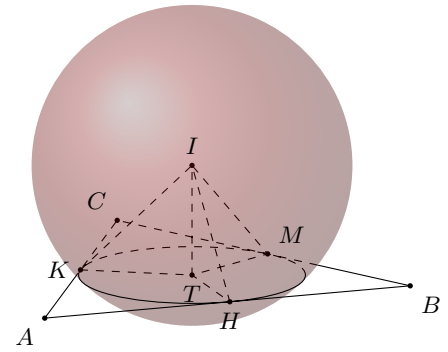
Diện tích tam giác là

$$S = \sqrt{54 \cdot (54 - 27) \cdot (54 - 29) \cdot (54 - 52)} = 270.$$

Suy ra bán kính đường tròn nội tiếp tam giác là

$$r = \frac{S}{p} = \frac{270}{54} = 5 \text{ (cm)}.$$

Suy ra khoảng cách cần tìm là $d = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ (cm)}.$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 338. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, SA, SD và P là giao điểm của (HMN) với CD . Khoảng cách từ trung điểm K của đoạn thẳng SP đến mặt phẳng (HMN) bằng

A. $\frac{a\sqrt{15}}{30}.$

B. $\frac{a\sqrt{15}}{20}.$

C. $\frac{a\sqrt{15}}{15}.$

D. $\frac{a\sqrt{15}}{10}.$

Lời giải.

Xét hình chóp $S.ABCD$ trong hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó ta có

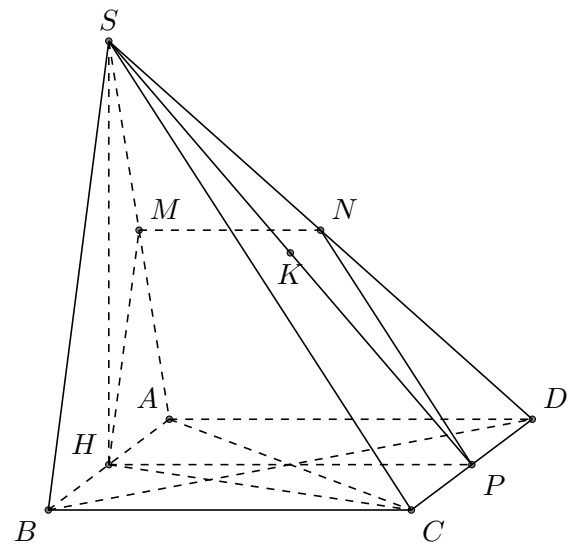
$$H(0; 0; 0), \quad A\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right), \quad B\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right), \\ S\left(0; 0; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right), \quad C\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right), \quad D\left(-a; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right).$$

Có $MN \parallel AD$ nên suy ra P là trung điểm của CD .

Theo công thức trung điểm, ta suy ra

$$M\left(-\frac{a}{4}; 0; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right), \quad N\left(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right), \\ P\left(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right), \quad K\left(-\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} = \left(-\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; 0\right), \quad \overrightarrow{HM} = \left(-\frac{a}{4}; 0; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right).$$



$$\text{Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng } (HMN) \text{ là } \vec{n} = [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{HM}] = \left(\frac{3a^2}{16}; \frac{a^2\sqrt{3}}{16}; \frac{a^2\sqrt{3}}{16}\right).$$

Phương trình mặt phẳng (HMN) là

$$\frac{3a^2}{16}(x - 0) + \frac{a^2\sqrt{3}}{16}(y - 0) + \frac{a^2\sqrt{3}}{16}(z - 0) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}x + y + z = 0.$$

$$\text{Vậy khoảng cách cần tìm là } d[K, (HMN)] = \frac{\left|-\frac{a\sqrt{3}}{4} + \frac{a\sqrt{3}}{4} + \frac{a\sqrt{3}}{4}\right|}{\sqrt{3 + 1 + 1}} = \frac{a\sqrt{15}}{20}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 339. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ với $A(-1; 2)$, $B(5; 5)$, $C(5; 0)$, $D(-1; 0)$. Quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục Ox thì thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng bao nhiêu?

A. 78.

B. 18π .

C. 78π .

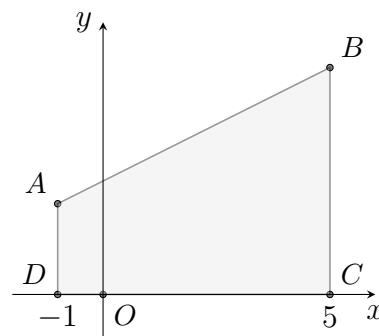
D. 74π .

Lời giải.

Phương trình đường thẳng qua hai điểm A và B là $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$.

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_{-1}^5 \left(\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \right)^2 dx = 78\pi.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 340. Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây?

A. 2017.

B. 2019.

C. 2018.

D. 2020.

Lời giải.

Giả sử hình lăng trụ có đáy là đa giác n cạnh, khi đó số cạnh bên cũng bằng n nên tổng số cạnh của lăng trụ sẽ là $3n$. Do đó, tổng số cạnh của một hình lăng trụ luôn chia hết cho 3.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 341. Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3.

B. 9.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

Hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng, trong đó có

- 3 mặt phẳng đi qua tâm và vuông góc với các cặp 4 cạnh song song.

- 6 mặt phẳng đi qua tâm và vuông góc với các cặp đường chéo song song của các cặp mặt đối diện.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 342. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. Tâm tất cả các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của một hình lập phương.

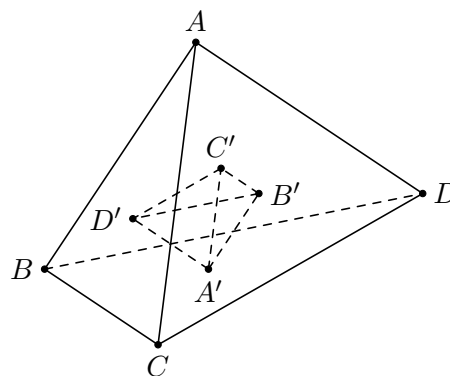
B. Tâm tất cả các mặt của một hình tứ diện đều là các đỉnh của một hình tứ diện đều.

C. Tâm tất cả các mặt của một hình tứ diện đều là các đỉnh của một hình lập phương.

D. Tâm tất cả các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của một hình tứ diện đều.

Lời giải.

Giả sử $ABCD$ là tứ diện đều có cạnh bằng a . Gọi A' , B' , C' , D' lần lượt là tâm của các tam giác BCD , ADC , ABD , ABC . Ta chứng minh được các mặt của tứ diện $A'B'C'D'$ là các tam giác đều có cạnh bằng $\frac{a}{3}$. Vậy $A'B'C'D'$ là tứ diện đều.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 343. Khối tứ diện đều có tính chất là

A. Mỗi mặt của nó là một tứ giác đều và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của 3 mặt.

B. Mỗi mặt của nó là một tam giác đều và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của 4 mặt.

C. Mỗi mặt của nó là một tam giác đều và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của 3 mặt.

D. Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của 4 mặt.

Lời giải.

Khối đa diện đều loại $\{n, p\}$ có tính chất sau

- ① Mỗi mặt của nó là một đa giác đều n cạnh.
- ② Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của p mặt.

Như vậy khối tứ diện đều là loại $\{3, 3\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 344. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Cắt khối lập phương bởi các mặt phẳng $(AB'D')$ và $(C'BD)$ ta được ba khối đa diện. Xét các mệnh đề sau

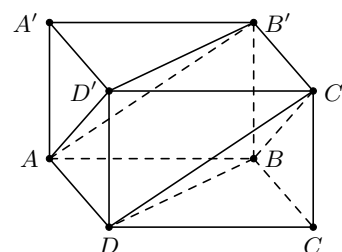
- (I) Ba khối đa diện thu được gồm hai khối chóp tam giác đều và một khối lăng trụ tam giác.
- (II) Ba khối đa diện thu được gồm hai khối tứ diện đều và một khối bát diện đều.
- (III) Trong ba khối đa diện thu được có hai khối đa diện bằng nhau.

Số mệnh đề đúng là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Ta có hai khối đa diện bằng nhau là $C.C'BD$ và $A'.AB'D'$.



Chọn đáp án **A**

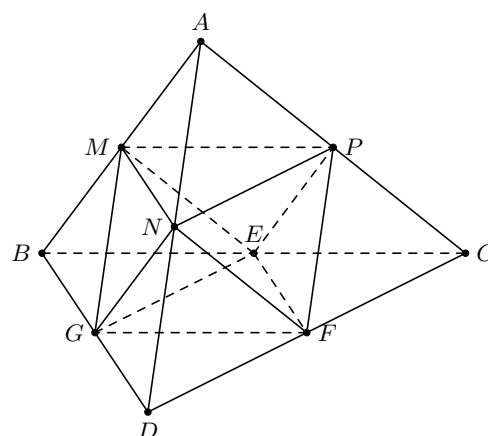
□

Câu 345. Hình tạo bởi 6 đỉnh là 6 trung điểm của các cạnh một tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 6. B. 3. C. 4. D. 9.

Lời giải.

Hình tạo bởi 6 đỉnh là 6 trung điểm của các cạnh một tứ diện đều là một bát diện đều, có 9 mặt phẳng đối xứng.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 346. Một hình lập phương có bao nhiêu trục đối xứng?

- A. 6. B. 5. C. 11. D. 9.

Lời giải.

Có 3 trục đối xứng đi qua tâm của 2 mặt đối diện, có 6 trục đối xứng đi qua trung điểm 2 cạnh đối diện. Như vậy một hình lập phương có 9 trục đối xứng.

Chọn đáp án **(D)**

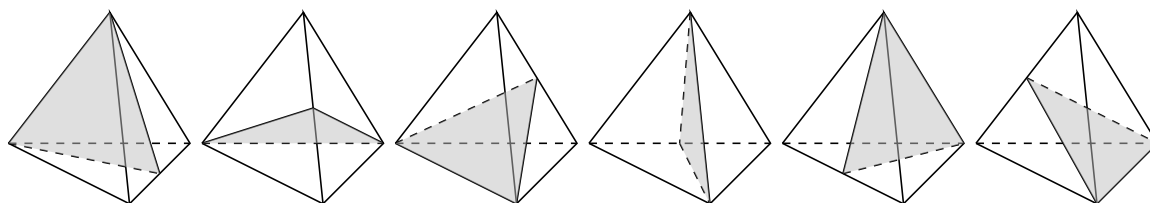
□

Câu 347. Hình tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 6 mặt phẳng. B. 4 mặt phẳng. C. 10 mặt phẳng. D. 8 mặt phẳng.

Lời giải.

Mặt phẳng đối xứng của hình tứ diện đều là mặt phẳng đi qua trung điểm của 1 cạnh và chứa cạnh đối diện. Có 6 mặt phẳng như vậy (Quan sát hình vẽ dưới).



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 348. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
B. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
C. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn bằng nhau.
D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Lời giải.

Kí hiệu số đỉnh, số cạnh, số mặt của một đa diện lần lượt là V , E , S . Ta có $V - E + S = 2$.

Nếu $V = E$ thì $S = 2$, vô lí. Mệnh đề “Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh” sai.

Nếu $E = S$ thì $V = 2$, vô lí. Mệnh đề “Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau” sai.

Hình lập phương là hình đa diện có $V \neq S$. Mệnh đề “Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn bằng nhau” sai.

Một hình chóp có đáy là đa giác n ($n > 2$) cạnh bất kì đều có $n + 1$ đỉnh và $n + 1$ mặt. Mệnh đề “Tồn tại một đa giác có số đỉnh và số mặt bằng nhau” đúng.

Chú ý. Cách giải thích sử dụng đặc số Euler trên chỉ đúng cho hình đa diện lồi.

Chọn đáp án **(D)**

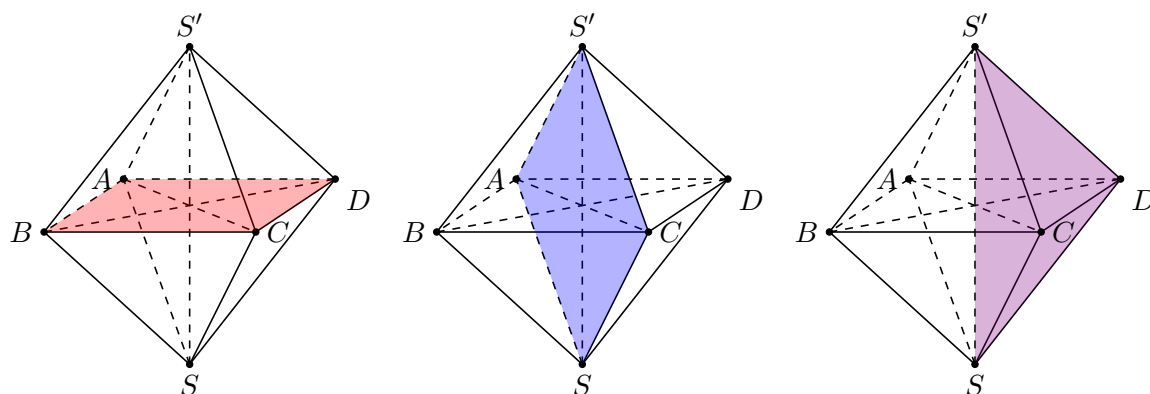
□

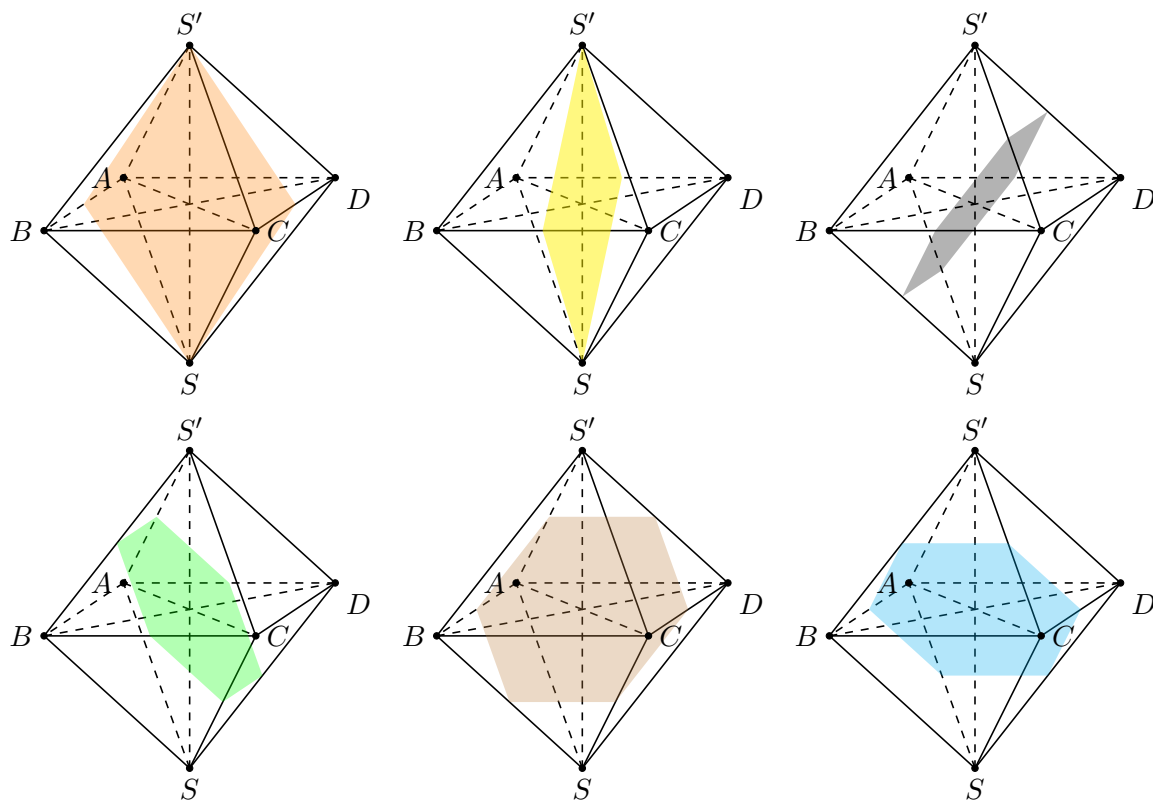
Câu 349. Hình bát diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 3. B. 6. C. 9. D. 12.

Lời giải.

Có 9 mặt phẳng đối xứng như hình vẽ.





Chọn đáp án Ⓒ

□

Câu 350. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Gọi M, N là hai điểm di động lần lượt trên các cạnh AB, AC sao cho hai mặt phẳng $(DMN), (ABC)$ vuông góc với nhau. Đặt $AM = x, AN = y$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $xy(x + y) = 3$. B. $x + y = 3xy$. C. $x + y = 3 + xy$. D. $xy = 3(x + y)$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của tam giác đều ABC

nên $DO \perp (ABC)$.

Từ O kẻ $OI \perp MN \Rightarrow MN \perp DI$

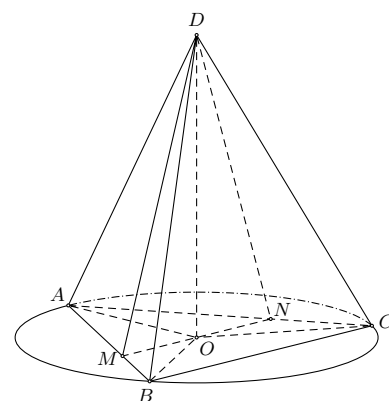
Suy ra $((DMN), (ABC)) = (\widehat{OI, DI}) = 90^\circ$

$\Rightarrow O \equiv I$.

Dễ thấy $\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} = 2\frac{AO}{AO}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3$$

$$\Leftrightarrow x + y = 3xy.$$



Chọn đáp án Ⓑ

□

Câu 351. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, đường thẳng DB' tạo với mặt phẳng $BCC'B'$ góc 30° . Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $8a^3\sqrt{2}$. D. a^3 .

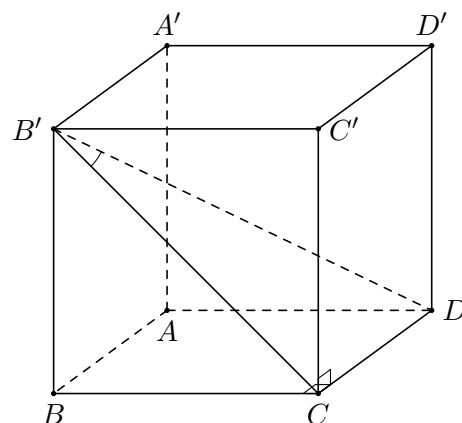
Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của D xuống mặt phẳng $(BCC'B')$ là điểm C . Suy ra góc giữa đường thẳng DB' và mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\widehat{DB'C} = 30^\circ$.

Suy ra $B'C = CD \cdot \cot 30^\circ = 2a\sqrt{3}$.

$$\Rightarrow BB' = \sqrt{B'C^2 - BC^2} = 2\sqrt{2}a.$$

Do đó $V_{ABCD.A'B'C'D'} = BB' \cdot S_{ABCD} = 2\sqrt{2}a \cdot 4a^2 = 8\sqrt{2}a^3$.



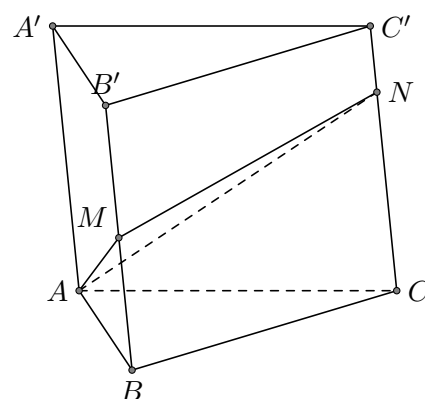
Chọn đáp án **C**

□

Câu 352.

Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB' , N là điểm trên cạnh CC' sao cho $CN = 3NC'$. Mặt phẳng (AMN) chia khối lăng trụ thành hai phần có thể tích $V_1 = V_{AMNA'B'C'}$ và $V_2 = V_{ABCMN}$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{5}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{7}{5}$.



Lời giải.

Đặt cạnh bên của hình lăng trụ $AA' = a$.

Ta có $S_{MBCN} = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} + \frac{3a}{4} \right) \cdot d(BB', CC') = \frac{5a}{8} \cdot d(BB', CC')$, mà $S_{BB'C'C} = a \cdot d(BB', CC')$. Suy

ra tỉ số $\frac{S_{MBCN}}{S_{BB'C'C}} = \frac{5}{8}$.

Suy ra $V_{A.MNCB} = \frac{5}{8} V_{A.BCC'B'} = \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{5}{12} \cdot V$. Từ đó suy ra thể tích khối đa diện còn lại $V_{A'B'C'AMN} = \frac{7}{12} V$.

Vậy tỉ số $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 353. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SB , N thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

- A. $V = \frac{1}{12}a^3$. B. $V = \frac{1}{6}a^3$. C. $V = \frac{1}{8}a^3$. D. $V = \frac{1}{36}a^3$.

Lời giải.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}a^3.$$

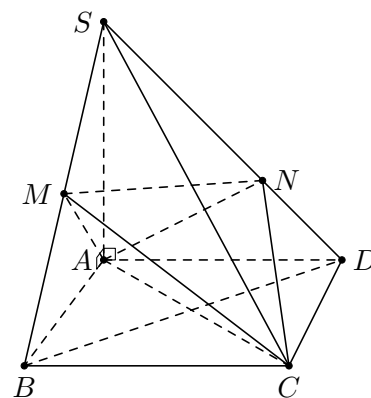
$$V_{M.ABC} = \frac{1}{2}V_{S.ABC} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD} = \frac{1}{12}a^3.$$

$$V_{N.ACD} = \frac{1}{3}V_{S.ACD} = \frac{1}{6}V_{S.ABCD} = \frac{1}{18}a^3.$$

$$V_{N.SAM} = \frac{2}{3}V_{D.SAM} = \frac{1}{3}V_{D.SAB} = \frac{1}{6}V_{S.ABCD} = \frac{1}{18}a^3.$$

$$V_{C.SMN} = \frac{2}{3}V_{C.SMD} = \frac{1}{3}V_{C.SBD} = \frac{1}{6}V_{S.ABCD} = \frac{1}{18}a^3.$$

$$V_{ACMN} = V_{S.ABCD} - V_{M.ABC} - V_{N.ACD} - V_{N.SAM} - V_{C.SMN} = \frac{1}{12}a^3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 354. Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa $(C'AB)$ và (CAB) bằng 45° .

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{3a^3}{8}$.

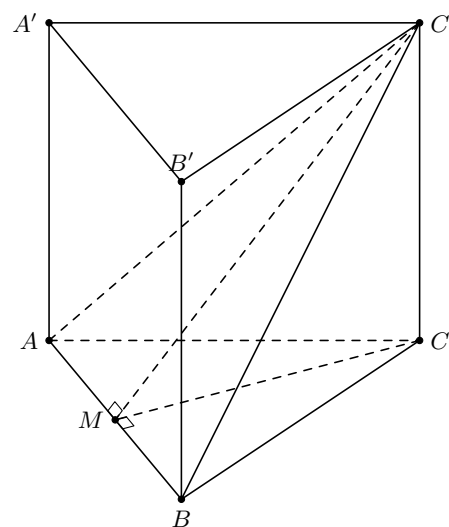
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AB thì $\begin{cases} CM \perp AB \\ C'M \perp AB \end{cases}$. Vậy góc $\widehat{C'MC}$

là góc giữa hai mặt phẳng $(C'AB)$ và (CAB) .

Ta có $C'C = CM \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V = S_{ABC} \cdot C'C = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 355. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C', AB$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt BC tại P . Tính thể tích khối đa diện $A'B'MBNP$.

A. $\frac{7a^3\sqrt{3}}{32}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

C. $\frac{7a^3\sqrt{3}}{68}$.

D. $\frac{7a^3\sqrt{3}}{96}$.

Lời giải.

Gọi K là trung điểm của BC , và P là trung điểm của BK , ta có $A'M \parallel AK$ và $AK \parallel NP$, suy ra $A'M \parallel NP$, hay bốn điểm A', M, P, N đồng phẳng.

Gọi $I = B'B \cap MP$, theo tính chất của ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến, ta có $A'N$, BB' và MP đồng quy tại I .

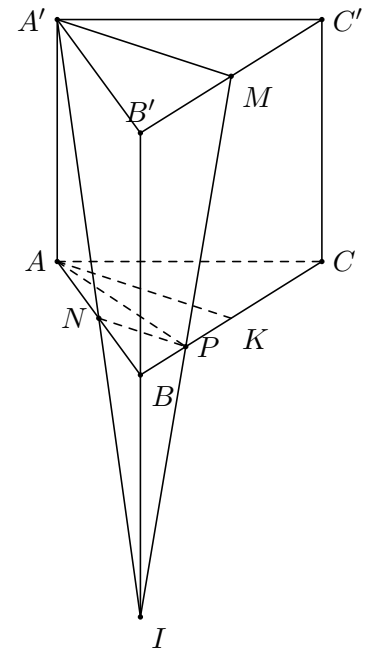
Do $NB \parallel \frac{1}{2}A'B' \Rightarrow B$ là trung điểm của BB'

$$\text{Ta có } \frac{V_{I.NBP}}{V_{I.A'B'M}} = \frac{IN \cdot IB \cdot IP}{IA' \cdot IB' \cdot IM} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Suy ra } V_{A'B'MBNP} = \frac{7}{8}V_{I.A'B'M}.$$

$$\text{Mà } V_{I.A'B'M} = \frac{1}{3} \cdot IB' \cdot S_{A'B'M} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Suy ra } V_{A'B'MBNP} = \frac{7}{8}V_{I.A'B'M} = \frac{7a^3\sqrt{3}}{96}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 356. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một. Biết thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{6}$. Tính bán kính r mặt cầu nội tiếp của hình chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } r = \frac{a}{3 + \sqrt{3}}.$$

$$\text{B. } r = 2a.$$

$$\text{C. } r = \frac{a}{3(3 + 2\sqrt{3})}.$$

$$\text{D. } r = \frac{2a}{3(3 + 2\sqrt{3})}.$$

Lời giải.

Do $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SA = SB = SC = x$.

Thể tích của $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{x^3}{6} = \frac{a^3}{6} \Rightarrow x = a \Rightarrow AB = a\sqrt{2}$.

Gọi I và r lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu nội tiếp hình chóp $S.ABC$. Khi đó

$$r = d(I, (SAB)) = d(I, (SAC)) = d(I, (SBC)) = d(I, (ABC)).$$

Do $V_{S.ABC} = V_{I.SAB} + V_{I.SBC} + V_{I.SAC} + V_{I.ABC}$ nên

$$r \cdot S_{\triangle SAB} + r \cdot S_{\triangle SAC} + r \cdot S_{\triangle SBC} + r \cdot S_{\triangle ABC} = 3V_{S.ABC}.$$

$$\text{Từ đó } r = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\triangle SAB} + S_{\triangle SAC} + S_{\triangle SBC} + S_{\triangle ABC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{6}}{\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} + \frac{(a\sqrt{2})^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{a}{3 + \sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 357. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC vuông tại A , $AB = a$, các cạnh bên $SA = SB = SC = a$ và cùng tạo với đáy một góc α . Xác định $\cos \alpha$ để thể tích khối chóp $S.ABC$ lớn nhất.

$$\text{A. } \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}.$$

$$\text{B. } \cos \alpha = \frac{5}{2}.$$

$$\text{C. } \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{D. } \cos \alpha = \frac{3}{2\sqrt{2}}.$$

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S xuống $(ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Do đó

Góc giữa SA và (ABC) là góc $\widehat{SAH}$.

Góc giữa SB và (ABC) là góc $\widehat{SBH}$.

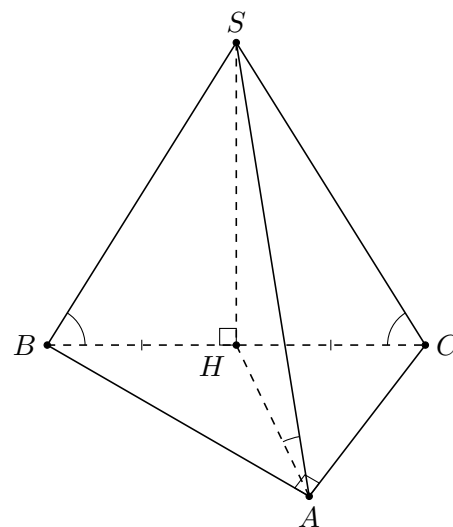
Góc giữa SC và (ABC) là góc $\widehat{SCH}$.

Ta có

$$\begin{cases} \widehat{SAH} = \widehat{SBH} = \widehat{SCH} = \alpha \\ SA = SB = SC. \end{cases}$$

$\Rightarrow AH = BH = CH \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Mà tam giác ABC vuông tại $A \Rightarrow H$ là trung điểm BC .



Ta có

$$SH = SA \cdot \sin \alpha = a \cdot \sin \alpha.$$

$$AH = SA \cdot \cos \alpha = a \cdot \cos \alpha \Rightarrow BC = 2a \cdot \cos \alpha. \quad (\text{Vì tam giác } ABC \text{ vuông tại } A)$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{4a^2 \cdot \cos^2 \alpha - a^2} = a\sqrt{4\cos^2 \alpha - 1}.$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} a^2 \sqrt{4\cos^2 \alpha - 1}.$$

Do đó

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6} a^3 \cdot \sqrt{\sin^2(4\cos^2 \alpha - 1)} = \frac{1}{6} a^3 \cdot \sqrt{-4\cos^4 \alpha + 5\cos^2 \alpha + 1}.$$

Để $V_{S.ABC}$ lớn nhất thì $\sqrt{-4\cos^4 \alpha + 5\cos^2 \alpha + 1}$ lớn nhất.

Ta có

$$-4\cos^4 \alpha + 5\cos^2 \alpha + 1 = -4\left(\cos^2 - \frac{5}{8}\right) + \frac{41}{16} \leq \frac{41}{16}.$$

$$\text{Vậy } \max \sqrt{-4\cos^4 \alpha + 5\cos^2 \alpha + 1} = \sqrt{\frac{41}{16}}$$

$$\text{Xảy ra khi } \cos \alpha = \sqrt{\frac{5}{8}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 358. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và CD' .

A. $2a$.

B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Ta có $CD' \parallel A'B$ do đó.

$$d(CD', BD) = d(CD', (A'BD)) = d(C, (A'BD)).$$

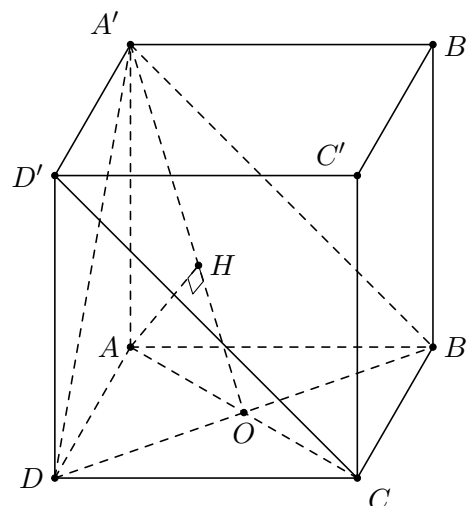
Gọi O là giao điểm của AC và BD , suy ra O là trung điểm AC . Do đó $d(C, (A'BD)) = d(A, (A'BD))$.

Kẻ AH vuông góc với $A'O$ tại $H \Rightarrow d(A, (A'BD)) = AH$.

Ta có

$$AC = 2a \Rightarrow AO = a.$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AO^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 359. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SC cắt SB , SC , SD lần lượt tại B' , C' , D' . Tính thể tích khối đa diện $ABCD B'C'D'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}.$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}.$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$

D. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{9}.$

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$ và $H = SO \cap AC'$.

Vì $SO \perp (ABCD)$

Suy ra $(SA; (ABCD)) = \widehat{OAS} = 60^\circ \Rightarrow \triangle SAC$ đều. Ta

$$\text{có } B'D' \parallel BD \Rightarrow \frac{B'D'}{BD} = \frac{2}{3} \Rightarrow B'D' = \frac{2a\sqrt{2}}{3}.$$

Suy ra

$$S_{AB'C'D'} = \frac{1}{2}AC' \cdot B'D' = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{2}}{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}.$$

Do đó

$$\begin{aligned} V_{S.AB'C'D'} &= \frac{1}{3}SC' \cdot S_{AB'C'D'} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{a^3\sqrt{6}}{18} \end{aligned}$$

$$\text{Mà } V_{S.ABCD} = SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$$

$$\text{Suy ra } V_{ABCD B'C'D'} = V_{S.ABCD} - V_{S.AB'C'D'} = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 360. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, $SA = 2a$, $AB = a$ ($a > 0$). Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SC . Tính thể tích khối chóp $S.ABH$ theo a .

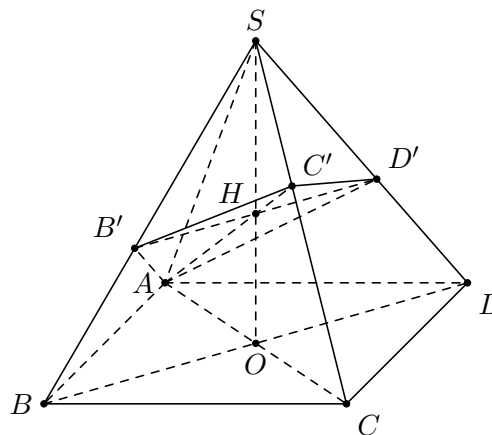
A. $\frac{5a^3\sqrt{11}}{32}.$

B. $\frac{a^3\sqrt{11}}{96}.$

C. $\frac{13a^3\sqrt{11}}{96}.$

D. $\frac{7a^3\sqrt{11}}{96}.$

Lời giải.



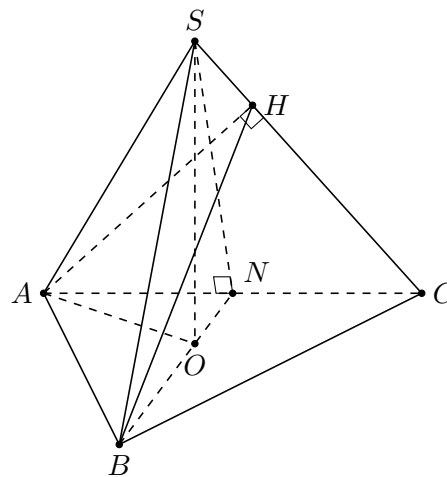
Ta có $OA = R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

tam giác vuông SOA có $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}$.

Xét tam giác vuông SNA có $SN = \sqrt{SA^2 - AN^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

$$\text{Ta có } AH = \frac{2S_{SAC}}{SC} = \frac{SN \cdot AC}{SC} = \frac{a\sqrt{15}}{4}.$$

Trong tam giác vuông SAH có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{7a}{4}$.

$$\text{C6 } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{33}}{3} \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}.$$
$$\text{Suy ra } \frac{V_{S.ABH}}{V_{S.ABC}} = \frac{SH}{SC} = \frac{7}{8} \Rightarrow V_{S.ABH} = \frac{7}{8} \frac{a^3 \sqrt{11}}{12} = \frac{7a^3 \sqrt{11}}{96}.$$
☐

A. $\frac{a\sqrt{609}}{87}$. B. $\frac{a\sqrt{309}}{87}$. C. $\frac{a\sqrt{309}}{78}$. D. $\frac{a\sqrt{609}}{78}$.

Ta có $HB = \frac{AB}{3} = \frac{a}{3}$. Kẻ $HM \perp BC$, $HK \perp SM$.

$$\text{Từ } \begin{cases} BC \perp HM \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHM) \Rightarrow BC \perp HK.$$
$$\text{T\ddot{u}} \begin{cases} HK \perp BC \\ HK \perp SM \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SBC) \Rightarrow HK = d(H, (SBC)).$$

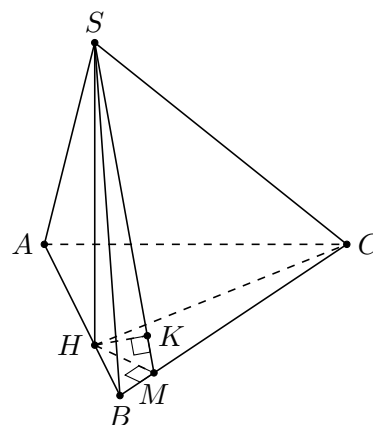
Ta có $HM = HB \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lại có $HC = \sqrt{AH^2 + AC^2 - 2AH \cdot AC \cdot \cos \widehat{HAC}} = \frac{a\sqrt{7}}{3}$.

HC là hình chiếu vuông góc của SC lên (ABC) nên
 $(SC, (ABC)) = \widehat{(SC, HC)} = \widehat{SCH} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông SHC có $\tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{HC} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{21}}{3}$.

Trong tam giác vuông SHM có $HK = \frac{SH \cdot HM}{SM} = \frac{SH \cdot HM}{\sqrt{SH^2 + HM^2}} = \frac{a\sqrt{609}}{87}$.

☐

Câu 362. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Tính thể tích khối tứ diện $ACB'D'$.

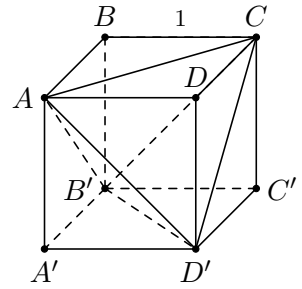
A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

$$V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - (V_{A'.AB'D'} + V_{B.AB'C} + V_{C'.CB'D'} + V_{D.ACD'}).$$

$$\text{Mà } V_{A'.AB'D'} = V_{B.AB'C} = V_{C'.CB'D'} = V_{D.ACD'} = \frac{1}{6} \text{ nên}$$

$$V_{ACB'D'} = 1 - 4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 363. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = 2a$, $\widehat{CAB} = 120^\circ$. Góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 45° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $2a^3\sqrt{3}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

• Gọi M là trung điểm của BC .

Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $AM \perp BC$. (1)

Mà AM là hình chiếu vuông góc của $A'M$ lên (ABC) nên $A'M \perp BC$.

(2)

Mặt khác $(A'BC) \cap (ABC) = BC$.

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = \widehat{A'MA} = 45^\circ$. (3)

• Lại có $\triangle ABM$ là nửa tam giác đều nên $AM = \frac{1}{2}AB = a$, $\triangle A'AM$ là tam giác vuông cân tại A nên $AA' = AM = a$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2}2a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a^2\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a^3\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án (D)

□

Câu 364. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{4a^3}{3}$.

C. $3a^3$.

D. a^3 .

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC , K là hình chiếu vuông góc của A lên $A'M$. Khi đó $d(A, (A'BC)) = AK = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Xét $\triangle A'AM$ vuông tại A có $AM = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$, ta có

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AA'^2} \Leftrightarrow \frac{2}{3a^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{AA'^2} \Leftrightarrow AA'^2 = a^2\sqrt{3}.$$

$$S_{ABC} = \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 3a^3.$$

Chọn đáp án (C)

□

Câu 365. Cho khối chóp $S.ABC$ có ba cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $AB = 5, BC = 6, CA = 7$. Tính thể tích khối tứ diện $S.ABC$.

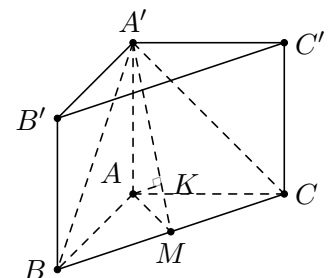
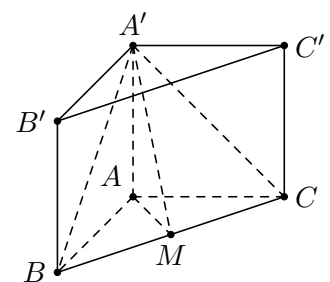
A. $\sqrt{95}$.

B. $\frac{\sqrt{210}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{95}}{3}$.

D. $\sqrt{210}$.

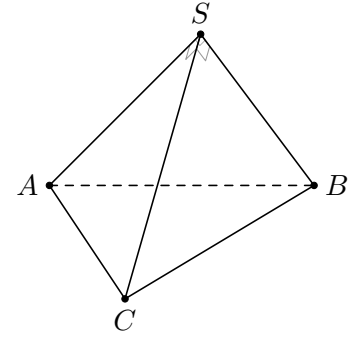
Lời giải.



Ta có $AB^2 = SA^2 + SB^2$, $BC^2 = SB^2 + SC^2$, $CA^2 = SC^2 + SA^2$
 $\Rightarrow 2SA^2 = AB^2 + CA^2 - (SB^2 + SC^2) = AB^2 + CA^2 - BC^2 =$
 $25 + 49 - 36 = 38$
 $\Leftrightarrow SA^2 = 19 \Leftrightarrow SA = \sqrt{19}$.

Tương tự ta tính được $SB = \sqrt{6}$, $SC = \sqrt{30}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot SB \cdot SC = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{19} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{30} = \sqrt{95}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 366. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng (α) đi qua A , B và trung điểm M của SC . Tỉ số thể tích của hai phần khối chóp bị phân chia bởi mặt phẳng đó là

A. $\frac{3}{8}$.

B. $\frac{5}{8}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải.

Ta có: $CD \parallel AB$ nên $CD \parallel (\alpha)$.

Do $N \in SD$ nên $CD \parallel MN$.

Mặt khác M là trung điểm của SC nên N là trung điểm của SD .

Ta có $\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{2}$

Và $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Do đó

$$\begin{aligned} V_1 = V_{S.ABMN} &= V_{S.ABM} + V_{S.AMN} \\ &= \frac{1}{2} \cdot V_{S.ABC} + \frac{1}{4} \cdot V_{S.ACD} \\ &= \frac{3}{8} \cdot V_{S.ABCD}. \end{aligned}$$

Nên thể tích phần còn lại

$$V_2 = V_{S.ABCD} - V_1 = \frac{5}{8} \cdot V_{S.ABCD}.$$

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 367. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi A' , B' , C' lần lượt là trung điểm của SA , SB , SC . Điểm D thuộc cạnh SD sao cho $3SD' = SD$. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$ là

A. $\frac{5}{48}$.

B. $\frac{5}{24}$.

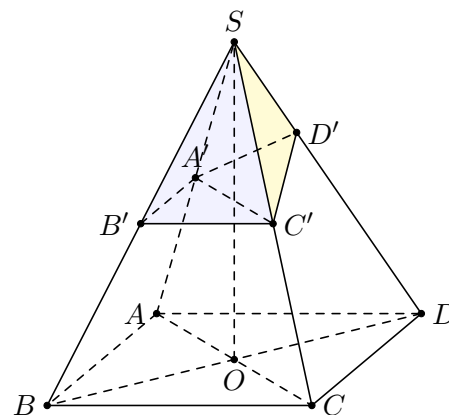
C. $\frac{1}{12}$.

D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8}$
 và $\frac{V_{S.A'C'D'}}{V_{S.ACD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{12}$.
 Do đó

$$\begin{aligned} V_{S'.A'B'C'D'} &= V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'C'D'} \\ &= \frac{1}{8} \cdot V_{S.ABC} + \frac{1}{12} \cdot V_{S.ACD} \\ &= \frac{1}{16} \cdot V_{S.ABCD} + \frac{1}{24} \cdot V_{S.ABCD} \\ &= \frac{5}{48} \cdot V_{S.ABCD}. \end{aligned}$$



Vậy

$$\frac{V_{S.A'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{5}{48}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 368. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích khối chóp đó bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

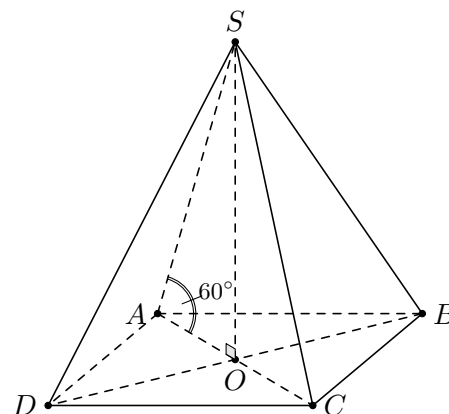
Cạnh đáy $AB = a$ suy ra diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$.

Đường chéo $AC = a\sqrt{2}$ suy ra $OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Góc giữa cạnh bên và mặt đáy là góc $\widehat{SAO} = 60^\circ$.

Khi đó $SA = OA \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy thể tích $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 369. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên $(AA'B'B)$ tạo với đáy một góc 60° . Biết hình chiếu vuông góc của A' trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

Lời giải.

Giả sử G là trọng tâm tam giác ABC . Do giả thiết

$A'G \perp (ABC)$ suy ra $A'G \perp AB$ (1).

Gọi E là giao điểm của CG với AB .

Để thấy $CE \perp AB$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $AB \perp (A'EC)$ nên góc giữa mặt phẳng $(A'ABB')$ và (ABC) bằng $\widehat{A'EG}$.

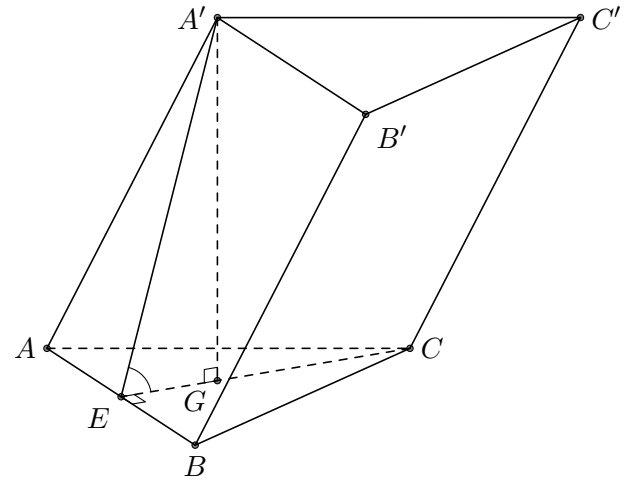
Thể tích khối lăng trụ $V = A'G \cdot S_d$.

Mà $S_d = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $CE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ suy ra $GE = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Trong tam giác vuông $A'EG$ ta có

$A'G = EG \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2}$.

Vậy $V = \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 370. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết đáy là tam giác vuông, $AB = BC = a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $a\sqrt{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của BB' , kết hợp giả thiết suy ra $MN \parallel B'C$ nên $B'C \parallel (MAN)$.

Do đó $d(B'C, AM) = d(C, (MAN)) = h$.

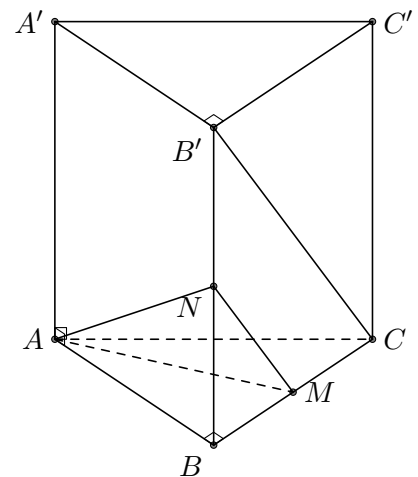
Gọi $d(B, (MAN)) = h'$ và V là thể tích khối tứ diện $AMNC$. Vì $MB = MC$ nên V cũng là thể tích khối tứ diện $ABMN$.

Khi đó $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{\triangle AMC} = \frac{1}{3} \cdot h' \cdot S_{\triangle AMN}$ suy ra $h = h'$.

Trong tam diện vuông $BAMN$ ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{h'^2} &= \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{NB^2} + \frac{1}{BM^2} \\ &= \frac{1}{a^2} + \frac{2}{a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{7}{a^2} \end{aligned}$$

Suy ra $h'^2 = \frac{a^2}{7} \Leftrightarrow h' = \frac{a\sqrt{7}}{7}$. Hay $d(B'C, AM) = \frac{a\sqrt{7}}{7}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 371. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$ và độ dài cạnh bên $CC' = 3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = 3a^3\sqrt{3}$.

B. $V = 6a^3$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

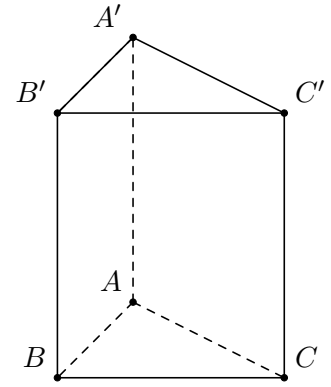
Theo giả thiết, tam giác ABC vuông tại A , $BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$.

Suy ra $AC = BC \cdot \sin 30^\circ = a$, $AB = BC \cdot \cos 30^\circ = a\sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Thể tích V của khối lăng trụ đã cho là

$$V = CC' \cdot S_{ABC} = 3a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 372. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , góc giữa $A'B$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3a^3}{4}$.

B. $V = \frac{3a^3}{2}$.

C. $V = \frac{a^3}{4}$.

D. $V = \frac{4a^3}{3}$.

Lời giải.

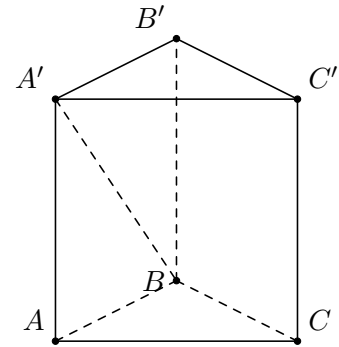
Vì $AA' \perp (ABC)$ nên góc giữa $A'B$ và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{A'BA}$.

Tam giác $AA'B$ vuông tại A , $\widehat{A'BA} = 60^\circ$, suy ra

$$AA' = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

Thể tích V của khối lăng trụ đã cho là

$$V = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 373. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $2AH = 3HC$, cạnh bên BB' hợp với mặt phẳng (ABC) một góc 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{19}}{16}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{19}}{20}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{19}}{60}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{19}}{25}$.

Lời giải.

Vì H thuộc cạnh AC sao cho $2AH = 3HC$ nên $AH = \frac{3}{5}AC = \frac{3a}{5}$.

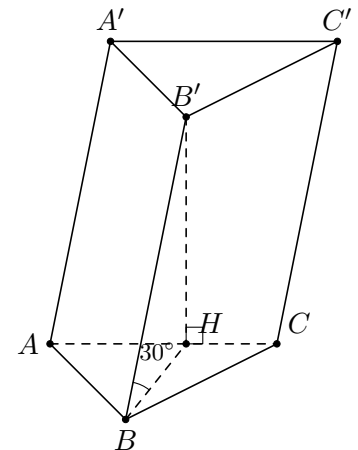
$$\begin{aligned} \text{Ta có } BH &= \sqrt{AB^2 + AH^2 - 2AB \cdot AH \cdot \cos \widehat{BAH}} \\ &= \sqrt{a^2 + \left(\frac{3a}{5}\right)^2 - 2a \cdot \frac{3a}{5} \cdot \cos 60^\circ} = \frac{a\sqrt{19}}{5}. \end{aligned}$$

Có $B'H \perp (ABC) \Rightarrow$ Góc giữa BB' và (ABC) là $\widehat{B'BH} = 30^\circ$.

$$\text{Ta có } B'H = BH \cdot \tan \widehat{B'BH} = \frac{a\sqrt{19}}{5} \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{57}}{15}.$$

Thể tích khối lăng trụ đã cho là

$$V = B'H \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a\sqrt{57}}{15} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{19}}{20}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 374. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh SB, SC sao cho $SM = \frac{1}{2}SB$ và $SN = \frac{2}{3}SC$.

Tính thể tích V của khối chóp $S.AMN$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

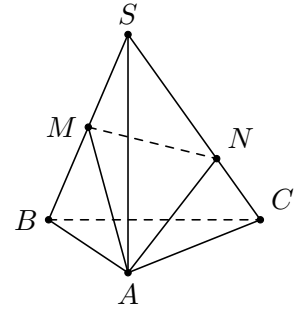
Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6} \quad (1).$$

Ta có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \quad (2).$

Từ (1), (2) ta có $V_{S.AMN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{6} = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 375. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $BD = 2a$. Tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Trong $\triangle SAC$, dựng đường cao SH ($H \in AC$).

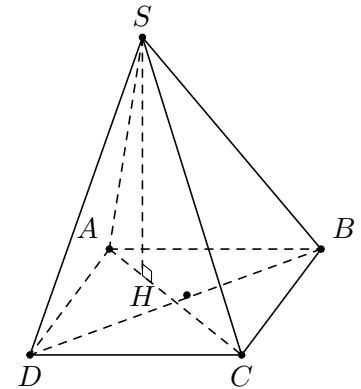
$ABCD$ là hình vuông có $BD = 2a \Rightarrow \begin{cases} AB = a\sqrt{2} \\ AC = 2a. \end{cases}$

$\triangle SAC$ vuông tại $S \Rightarrow SA = \sqrt{AC^2 - SC^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a$.

Ta có: $\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot AB^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 2a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 376. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AD = DC = a$, $AB = 3a$, SA vuông góc với đáy và SC hợp với đáy một góc bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.BCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow$ Góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

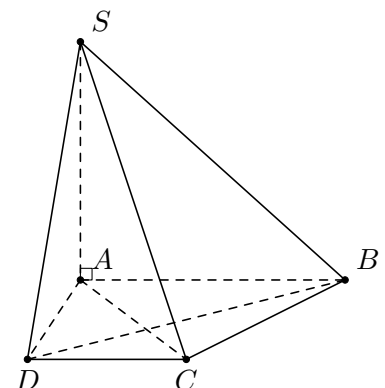
$\triangle DAC$ vuông tại $D \Rightarrow AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Ta có $SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = a\sqrt{2} \cdot \tan 45^\circ = a\sqrt{2}$.

Diện tích $\triangle BCD$ là $S = \frac{1}{2}d(B, CD) \cdot CD = \frac{1}{2}AD \cdot CD = \frac{1}{2}a^2$.

Thể tích khối chóp $S.BCD$ là

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot S = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 377. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Gọi H và K lần lượt là trung điểm của SB , SD . Tỷ số thể tích $\frac{V_{AOHK}}{V_{S.ABCD}}$ bằng

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{8}$.

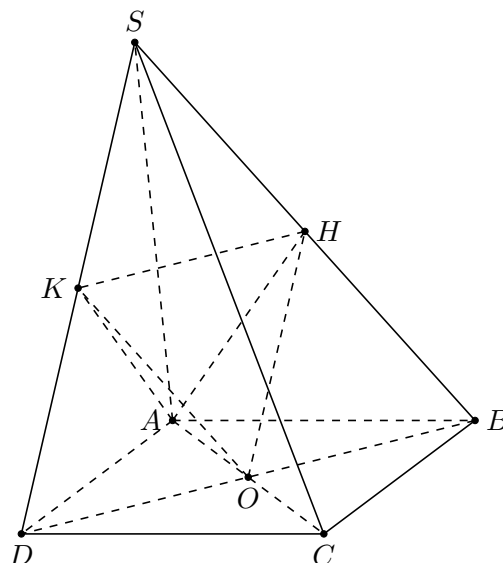
Lời giải.

Ta có

$$V_{AOHK} = V_{S.ABD} - (V_{S.AHK} + V_{KADO} + V_{HABO}).$$

Mặt khác

$$\begin{aligned} \frac{V_{S.AHK}}{V_{S.ABD}} &= \frac{SH}{SB} \cdot \frac{SK}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \\ \Rightarrow V_{S.AHK} &= \frac{1}{4} V_{S.ABD}. \\ \frac{V_{KADO}}{V_{S.ABD}} &= \frac{V_{KADO}}{2V_{S.ADO}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \\ \Rightarrow V_{KADO} &= \frac{1}{4} V_{S.ABD}. \end{aligned}$$



Tương tự ta cũng có $V_{HABO} = \frac{1}{4} V_{S.ABD}$.

Khi đó $V_{AOHK} = V_{S.ABD} - \left(\frac{1}{4} V_{S.ABD} + \frac{1}{4} V_{S.ABD} + \frac{1}{4} V_{S.ABD} \right) = \frac{1}{4} V_{S.ABD}$.

Lại có $V_{S.ABD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD}$ nên $V_{AOHK} = \frac{1}{8} V_{S.ABCD}$. Do đó $\frac{V_{AOHK}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 378. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh $a\sqrt{3}$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{3a^3}{2}$.

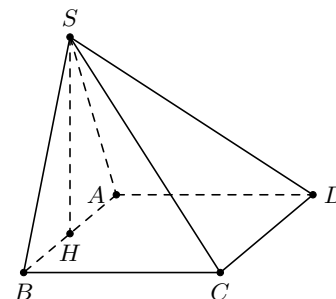
Lời giải.

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp AB$ (tam giác SAB đều).

Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$. Xét tam giác SAH

vuông tại H có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{3a}{2}$.

Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{2} \cdot 3a^2 = \frac{3a^3}{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 379. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 3. Biết hai đường thẳng AB' , BC' vuông góc với nhau. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $V = \frac{27\sqrt{3}}{6}$.

B. $V = \frac{27\sqrt{3}}{8}$.

C. $V = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

D. $V = \frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

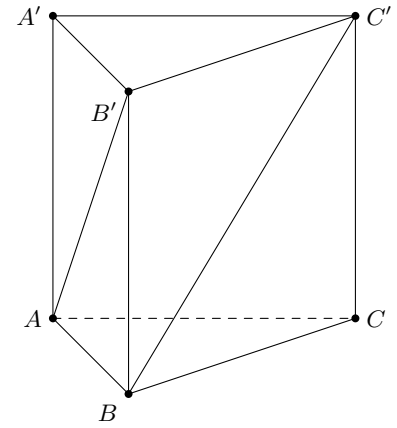
Gọi độ dài cạnh AB là a với $a > 0$. Suy ra

$$\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC}.$$

Theo giả thiết, suy ra $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} = 0$. Do đó

$$0 = (\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB}) \cdot (\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC}) = 9 + a^2 \cdot \cos 120^\circ = 9 \Rightarrow a = 3\sqrt{2}.$$

Thể tích khối lăng trụ là $V = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 18 = \frac{27\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 380. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và BC . Điểm P trên cạnh CD sao cho $PD = 2CP$. Mặt phẳng (MNP) cắt AD tại Q . Tính thể tích khối đa diện $BMNPQD$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{16}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{48}$.

C. $\frac{13\sqrt{2}}{432}$.

D. $\frac{23\sqrt{2}}{432}$.

Lời giải.

Gọi V là thể tích khối tứ diện đều, suy ra $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Ta có

$$\frac{V_{D.MPQ}}{V_{D.AMC}} = \frac{DQ}{DA} \cdot \frac{DP}{DC} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{D.MPQ} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2}V = \frac{2V}{9}.$$

$$\frac{V_{D.MNP}}{V_{D.MNC}} = \frac{DP}{DC} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{D.MNP} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}V = \frac{V}{6}.$$

Do đó

$$V_{D.MNPQ} = V_{D.MPQ} + V_{D.MNP} = \frac{2V}{9} + \frac{V}{6} = \frac{7V}{18}.$$

Khi đó

$$V_{BMNPQ} = V_{D.MNPQ} + V_{D.MNP} = \frac{7V}{18} + \frac{V}{6} = \frac{23V}{36} = \frac{19}{36} \cdot \frac{\sqrt{2}}{12} \Rightarrow V_{BMNPQ} = \frac{23\sqrt{2}}{432}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 381. Cho hai tam giác đều ABC và ABD có độ dài cạnh bằng 1 và nằm trong hai mặt phẳng vuông góc. Gọi S là điểm đối xứng của B qua đường thẳng DC . Tính thể tích của khối đa diện $ABDSC$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Gọi E là giao điểm của BS với DC . Khi đó ta có

$$\frac{V_{S.ADC}}{V_{B.ADC}} = \frac{d(B, (ADC))}{d(S, (ADC))} = \frac{BE}{SE} = 1.$$

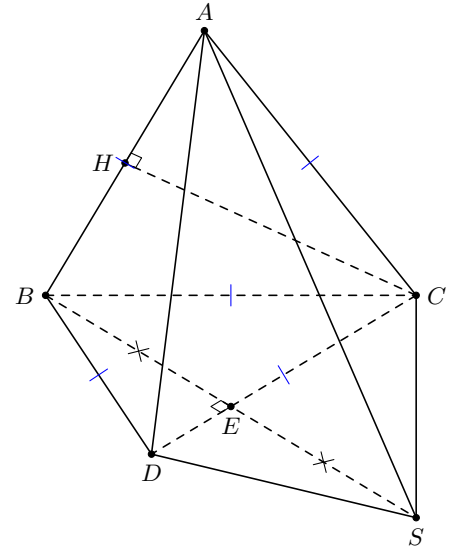
Vậy $V_{ABDSC} = V_{B.ADC} + V_{S.ADC} = 2V_{B.ADC}$.

Gọi H là trung điểm của AB thì $CH \perp AB$.

Vì $(ABC) \perp (ABD)$ nên $CH \perp (ABD)$.

$$\text{Vậy } V_{B.ADC} = \frac{1}{3}CH \cdot S_{ABD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3}{8}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABDSC} = \frac{3}{4}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 382. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Hình chiếu của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của BD . Biết thể tích tứ diện $SBCD$ bằng $\frac{a^3}{\sqrt{6}}$. Khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (SBC) là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

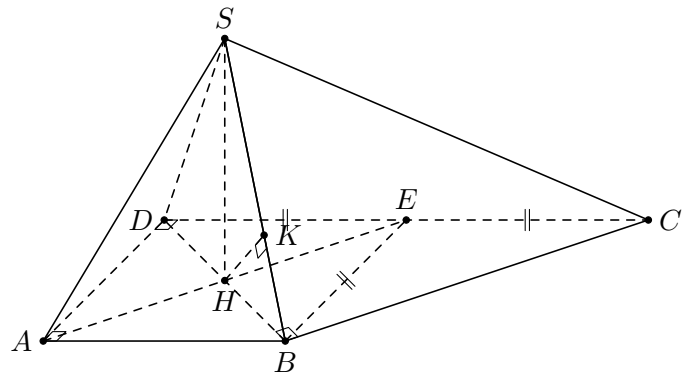
D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Gọi E là trung điểm $CD \Rightarrow ABED$ là hình vuông. Suy ra BE vừa là đường trung tuyến, đồng thời là đường cao trong $\triangle BCD$, $BE = \frac{1}{2}CD \Rightarrow \triangle BCD$ vuông cân tại B .

$$S_{BCD} = \frac{1}{2}BE \cdot CD = a^2.$$

$$SH = \frac{3V_{S.BCD}}{S_{BCD}} = \frac{3a^3}{a^2\sqrt{6}} = \frac{3a}{\sqrt{6}}.$$



Dễ thấy $AH \parallel BC \Rightarrow AH \parallel (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = d(H, (SBC))$.

Kẻ $HK \perp SB$, ($K \in SB$). (1)

Ta có $\begin{cases} BC \perp BD \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SBD) \Rightarrow HK \perp BC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra HK là khoảng cách từ H đến (SBC) .

Xét $\triangle HSB$ vuông tại H , ta có

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HB^2} = \frac{6}{9a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{24}{9a^2} \Rightarrow HK = \frac{3a}{2\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Vậy } d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 383. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với tâm O của đáy $ABCD$, góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy bằng 60° . Thể tích lăng trụ bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC , gọi I là trung điểm MC .

$\triangle ABC$ đều $\Rightarrow MA \perp BC$ và $MA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

OI là đường trung bình trong $\triangle CAM \Rightarrow OI \perp BC, OI = \frac{1}{2}MA = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

IO là hình chiếu vuông góc của IB' lên $(ABCD)$, mà $OI \perp BC \Rightarrow IB' \perp BC \Rightarrow$ góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ và đáy $(ABCD)$ là $\widehat{B'IO} = 60^\circ$.

Xét $\triangle OIB'$ vuông tại O có $OB' = IO \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$.

$$S_{ABCD} = 2 \cdot S_{ABC} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích lăng trụ là } V = B'O \cdot S_{ABCD} = \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

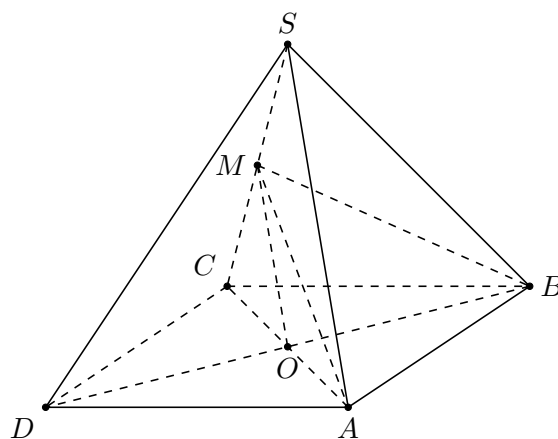
Câu 384. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích V , với O là tâm của đáy. Lấy M là trung điểm của cạnh bên SC . Thể tích khối tứ diện $ABMO$ bằng

A. $\frac{V}{4}$.

B. $\frac{V}{2}$.

C. $\frac{V}{16}$.

D. $\frac{V}{8}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{ABMO} = \frac{1}{2}V_{ABMC} = \frac{1}{4}V_{S.ABC} = \frac{1}{8}V_{S.ABCD} = \frac{1}{8}V.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 385. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Gọi M là trung điểm SC . Mặt phẳng qua AM và song song với BD cắt SB tại E và cắt SD tại F . Tính thể tích V của khối chóp $S.AEMF$.

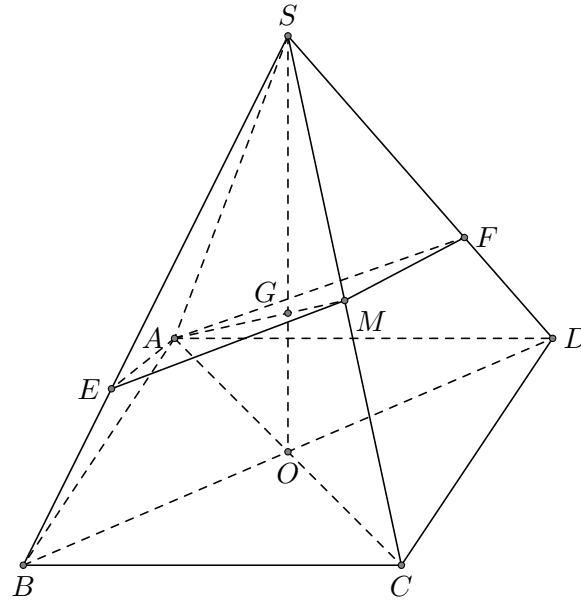
A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Lời giải.



Gọi O là trung điểm của AC , hình chóp $S.ABCD$ đều suy ra $SO \perp (ABCD)$. Theo giả thiết ta có $\widehat{SAO} = 60^\circ$ và $SO = AO \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAC , mặt phẳng chứa AM và song song với BD đi qua G cắt mặt phẳng (SBD) theo giao tuyến song song với BD , cho nên

$$\frac{SE}{SB} = \frac{SF}{SD} = \frac{SG}{SO} = \frac{2}{3}.$$

Ta có

$$V_{S.AME} = V_{S.AMF} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot V_{S.ABC} = \frac{1}{3} V_{S.ABC}.$$

Suy ra

$$V_{S.AEMF} = \frac{2}{3} \cdot V_{S.ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 386. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh bằng đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm trên đoạn SC sao cho $NS = 2NC$. Tính thể tích V của khối chóp $A.BCNM$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{16}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{24}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{18}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{36}$.

Lời giải.

Dễ thấy $V_{ABCNM} = V_{S.ABC} - V_{S.AMN}$ (1).

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

Suy ra $V_{S.AMN} = \frac{1}{3} \cdot V_{S.ABC}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có

$$V_{ABCNM} = V_{S.ABC} - \frac{1}{3} \cdot V_{S.ABC} = \frac{2}{3} \cdot V_{S.ABC}.$$

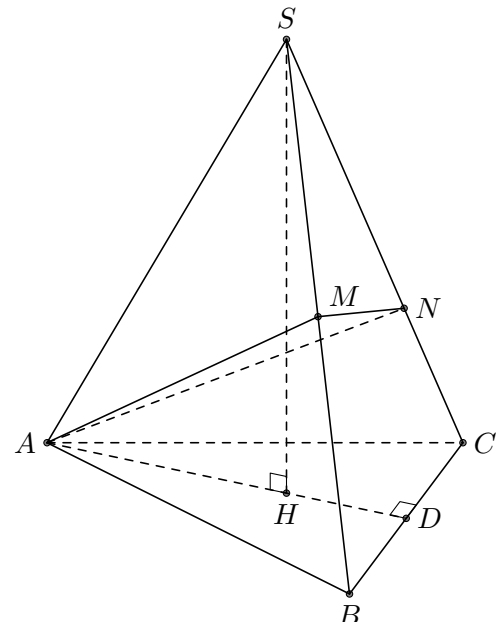
Gọi H là trọng tâm tam giác ABC suy ra $SH \perp (ABC)$.

Gọi D là giao điểm của AH và BC . Do giả thiết suy ra

$$AD = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Xét tam giác vuông SHA ta có

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$$



Mặt khác ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$$\text{Nên } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{33}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}.$$

$$\text{Suy ra } V_{ABCNM} = \frac{2}{3} \cdot V_{S.ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{11}}{12} = \frac{a^3\sqrt{11}}{18} \text{ hay } V = \frac{a^3\sqrt{11}}{18}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 387. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng trùng với tâm của đáy. Tính theo a thể tích V của khối hộp đã cho.

A. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $V = 4a^3\sqrt{2}$.

C. $V = 8a^3$.

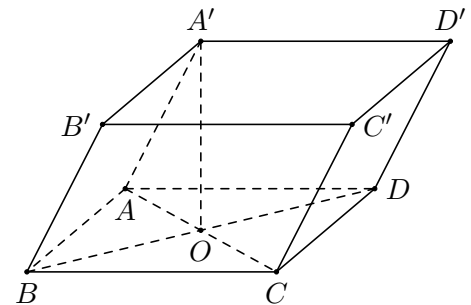
D. $V = \frac{8a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có $A'O \perp (ABCD)$, $AO = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2}$,

$$A'O = \sqrt{AA'^2 - AO^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{2}.$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'O \cdot S_{ABCD} = 4a^2 \cdot a\sqrt{2} = 8a^3\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 388. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Gọi M là trung điểm của SC . Mặt phẳng đi qua M và song song với BD , cắt SB , SD lần lượt tại E , F và chia khối chóp thành hai phần. Tính thể tích V của khối chóp không chứa đỉnh S .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{36}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$, $G = AM \cap SO \Rightarrow G$ là trọng tâm

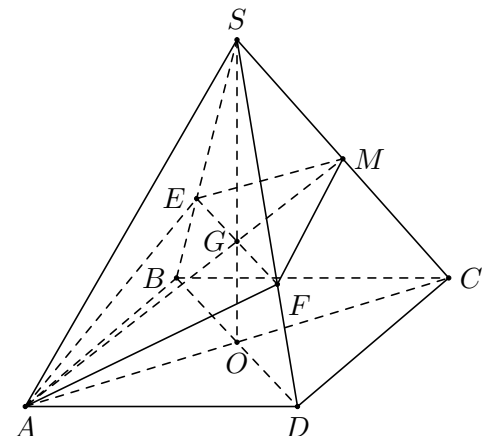
$$\triangle SAC \Rightarrow \frac{SG}{SO} = \frac{2}{3}.$$

Ta có $(SC, (ABCD)) = (SC, OC) = \widehat{SCO} = 60^\circ$.

$$\text{Mặt khác, ta có } OC = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2},$$

$$SO = OC \cdot \tan \widehat{SCO} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^2\sqrt{6}}{6}.$$



Gọi (α) là mặt phẳng chứa AM và song song với BD nên (α) là mặt phẳng đi qua G và song song với BD và cắt SB , SD lần lượt tại E và F . Do đó (α) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $AEMF$, suy ra (α) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần là khối chóp $S.AEMF$ và khối đa diện $EMFABCD$.

$$\text{Ta có } EF \text{ đi qua } G \text{ và } EF \parallel BD \Rightarrow \frac{SE}{SB} = \frac{SF}{SD} = \frac{SG}{SO} = \frac{2}{3}.$$

$$\frac{V_{SAEM}}{V_{SABC}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$

$$\frac{V_{S.AEMF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{2V_{SAEM}}{2V_{SABC}} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } V = V_{FMEABCD} = V_{S.ABCD} - V_{S.AEMF} = \frac{2}{3} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 389. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, D và $AB = AD = 2a$, $CD = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi I là trung điểm của AD , biết hai mặt phẳng (SBI) , (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{3\sqrt{19}}{5}a^3$. B. $\frac{3\sqrt{23}}{5}a^3$. C. $\frac{3\sqrt{15}}{5}a^3$. D. $\frac{3\sqrt{17}}{5}a^3$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $SI \perp (ABCD)$.

Gọi K là trung điểm $AB \Rightarrow ADCK$ là hình chữ nhật

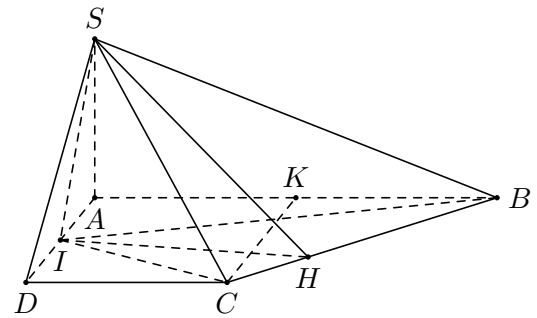
$$\Rightarrow CK \perp AB \Rightarrow BC = \sqrt{CK^2 + KB^2} = a\sqrt{5}.$$

Dựng $IH \perp BC$ tại $H \Rightarrow BC \perp (SIH) \Rightarrow \widehat{SHI} = 60^\circ$
là góc giữa (SBC) và $(ABCD)$.

Ta có

$$\begin{aligned} S_{\triangle BCI} &= S_{ABCD} - S_{\triangle ABI} - S_{\triangle DCI} = 3a^2 - a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2} \\ \Rightarrow IH &= \frac{2S_{\triangle BCI}}{BC} = \frac{3a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{3a\sqrt{5}}{5} \Rightarrow SI = IH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a\sqrt{15}}{5} \\ \Rightarrow V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{15}}{5} \cdot 3a^2 = \frac{3a^3\sqrt{15}}{5}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (C) □



Câu 390. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. B. $V = \frac{4a^3\sqrt{15}}{15}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{15}$.

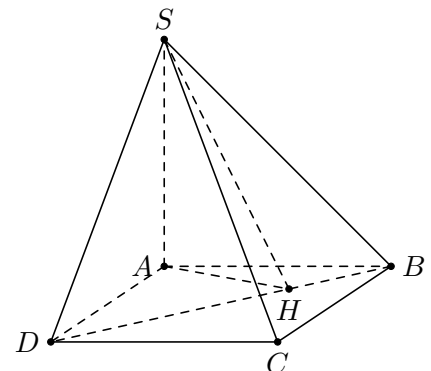
Lời giải.

$$\text{Từ } A \text{ kẻ } AH \perp BD, \text{ ta có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° nên

$$\widehat{SHA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AH \tan 60^\circ = \frac{2a\sqrt{15}}{5}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{15}}{5} \cdot a \cdot 2a = \frac{4a^3\sqrt{15}}{15}.$$



Chọn đáp án (B) □

Câu 391. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SB, SC . Tính thể tích khối chóp $S.AMND$ biết rằng khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3 .

A. $\frac{a^3}{4}$.

B. $\frac{3a^3}{8}$.

C. $\frac{a^3}{8}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

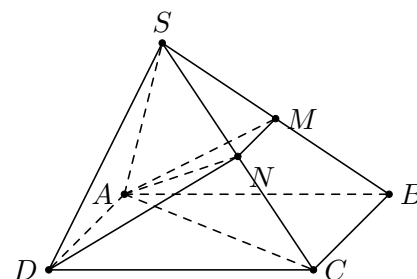
Lời giải.

$$\text{Ta có: } V_{S.ABC} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} \Rightarrow V_{S.ABC} = V_{S.ADC} = \frac{a^3}{2}.$$

$$\text{Mà } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{a^3}{8}$$

$$\text{và } \frac{V_{S.ADN}}{V_{S.ADC}} = \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{a^3}{4}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.AMND} = \frac{3a^3}{8}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 392. Cho khối chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và các cạnh bên bằng nhau. Góc giữa các mặt phẳng (SAB) , (SAD) và mặt phẳng đáy lần lượt là 45° và 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết chiều cao của hình chóp là $a\sqrt{3}$.

A. $V = 3a^3$.

B. $V = 2a^3$.

C. $V = 4a^3$.

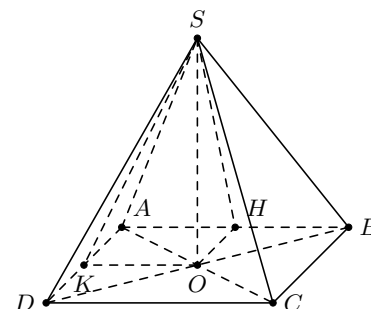
D. $V = 3a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình chữ nhật $ABCD$, khi đó $SO \perp (ABCD)$ và $SO = a\sqrt{3}$.

Từ O kẻ $OH \perp AB$; $OK \perp AD \Rightarrow \widehat{SHO} = 45^\circ$; $\widehat{SKO} = 60^\circ$.

Từ đó $OH = a\sqrt{3}$; $OK = a \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot 4 \cdot OH \cdot OK = 4a^3$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 393. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AC = a$, $BC = 2a$, $\widehat{ACB} = 120^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) góc 30° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{105}}{28}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{105}}{42}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{105}}{21}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{105}}{7}$.

Lời giải.

Từ C kẻ $CH \perp AB$, ta có

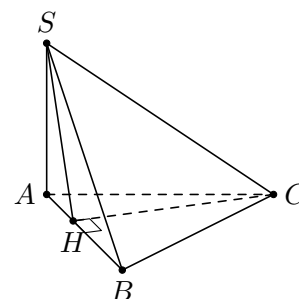
$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos 120^\circ = 7a^2$$

$$\Rightarrow CH = \frac{AC \cdot BC \cdot \sin 120^\circ}{AB} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Từ đó } AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \frac{2a\sqrt{7}}{7}; SH = \frac{3a\sqrt{7}}{7}$$

$$\Rightarrow SA = \sqrt{SH^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{35}}{7}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{35}}{7} = \frac{a^3\sqrt{105}}{42}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 394. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 162. Gọi M , N , P , Q lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC , ACD , ADB , BCD . Thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng

A. 6.

B. 3.

C. $\frac{1}{27}$.

D. 9.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm DC . Ta có $\frac{IN}{IA} = \frac{IQ}{IB} = \frac{1}{3}$.

Do đó theo Ta-lét thì $NQ \parallel AB$ và $\frac{NQ}{AB} = \frac{1}{3}$.

Một cách tương tự ta cũng có

$NP \parallel BC$, $PQ \parallel AC$ và $\frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{AC} = \frac{1}{3}$.

Do $NP \parallel BC$ và $NQ \parallel AB$ nên $(NPQ) \parallel (ABC)$.

Do đó $d(M, (NPQ)) = d(N, (ABC))$.

Gọi J là trung điểm AC , theo định lý Ta-lét, ta có

$$\frac{d(N, (ABC))}{d(D, (ABC))} = \frac{NJ}{DJ} = \frac{1}{3} \Rightarrow d(N, (ABC)) = \frac{1}{3} \cdot d(D, (ABC)).$$

$$\text{Vậy } d(M, (NPQ)) = \frac{1}{3} \cdot d(D, (ABC)).$$

Do $\frac{NQ}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{AC} = \frac{1}{3}$ nên $\triangle NPQ$ đồng dạng với $\triangle ABC$.

$$\text{Từ đó, ta có } \frac{S_{NPQ}}{S_{ABC}} = \left(\frac{NQ}{AB}\right)^2 = \frac{1}{9}.$$

$$\text{Xét } \frac{V_{MNPQ}}{V_{DABC}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot d(M, (NPQ)) \cdot S_{NPQ}}{\frac{1}{3} \cdot d(D, (ABC)) \cdot S_{ABC}} = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}.$$

$$\text{Vậy } V_{MNPQ} = \frac{1}{27} \cdot V_{DABC} = \frac{1}{27} \cdot 162 = 6.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 395. Cho hình lập phương cạnh a . Thể tích khối bát diện đều có các đỉnh là tâm của các mặt của hình lập phương là

A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Gọi $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh a . Khi đó hình bát diện đều có các đỉnh là tâm của các mặt của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $OMNPQO'$.

$$MN = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\begin{aligned} V_{MNPQO'O'} &= V_{O.MNPQ} + V_{O'.MNPQ} \\ &= \frac{1}{3}S_{MNPQ}OO' \\ &= \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot a \\ &= \frac{a^3}{6}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 396. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'ABC$ là tứ diện đều cạnh a . Thể tích khối lăng trụ đã cho là

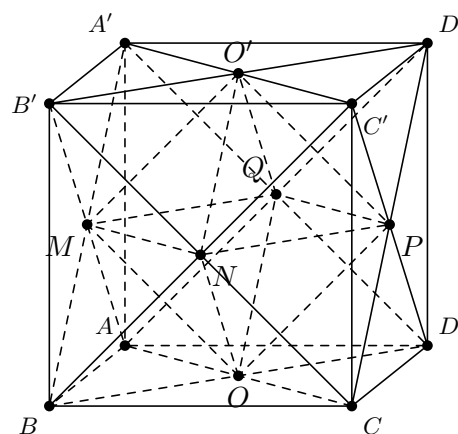
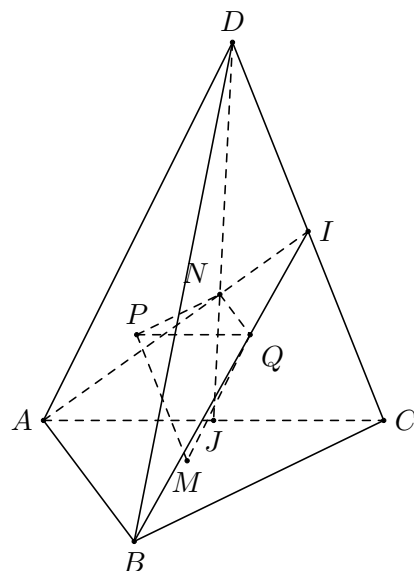
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

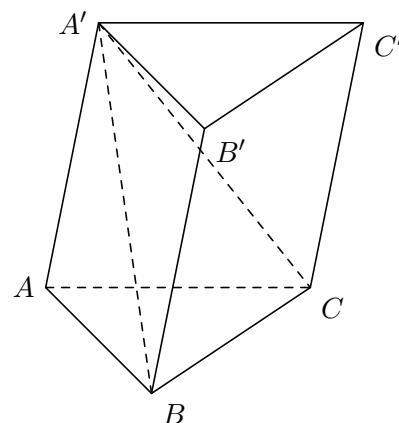
D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải.



Ta có $V_{A'.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

$V_{ABC.A'B'C'} = 3 \cdot V_{A'.ABC} = 3 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.



Chọn đáp án C

□

Câu 397. Cho tứ diện đều $SABC$ có cạnh a . Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB, SBC, SCA . Thể tích khối chóp $S.MNP$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{27}$.

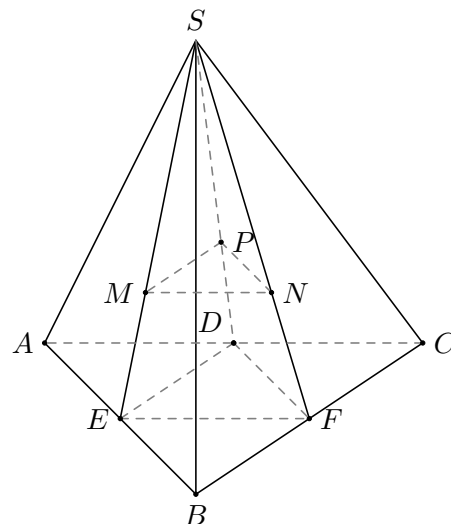
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{162}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{36}$.

Lời giải.

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$; $V_{S.DEF} = \frac{1}{4} \cdot V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}$.
 $\frac{V_{S.PMN}}{V_{S.DEF}} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \Rightarrow V_{S.PMN} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot V_{S.DEF} = \frac{a^3\sqrt{2}}{162}$.



Chọn đáp án C

□

Câu 398. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng $8a^2$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $8a^3\sqrt{3}$.

B. $8a^3$.

C. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{8a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC , ta có

$$\begin{cases} (A'BC) \cap (ABC) = BC \\ A'A \perp (ABC) \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow A'M \perp BC.$$

$\Rightarrow \widehat{A'MA}$ là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) .

Do đó $\widehat{A'MA} = 60^\circ$.

Đặt cạnh của đáy là x ($x > 0$). Suy ra

$$AM = \frac{x\sqrt{3}}{2}, A'M = \frac{AM}{\cos 30^\circ} = x.$$

Theo đề $S_{A'BC} = \frac{1}{2} A'M \cdot BC \Leftrightarrow 8a^2 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot x \Leftrightarrow x = 4a$.

Ta có $A'A = AM \cdot \tan 30^\circ = \frac{4a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 2a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = S_{ABC} \cdot A'A = \frac{(4a)^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a = 8a^3\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 399. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính khoảng cách từ A đến $(CB'D')$.

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi I của tâm của $A'B'C'D'$.

Ta có: $B'D' \perp (ACC'A') \Rightarrow (CB'D') \perp (ACC'A')$.

Kẻ $AH \perp CI$ thì $AH \perp (CB'D')$, do đó $d(A, (CB'D')) = AH$.

$\triangle CB'D'$ đều cạnh $a\sqrt{2}$ nên $CI = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$, $AC = a\sqrt{2}$.

$\triangle AIB'$ vuông tại I nên $AI^2 = AD'^2 - D'I^2 = 2a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2}$

$$\Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{ACI} = \frac{AC^2 + CI^2 - AI^2}{2AC \cdot CI} = \frac{AC}{2CI} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin \widehat{ACI} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Do đó } AH = AC \cdot \sin \widehat{ACH} = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 400. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi (α) là mặt phẳng qua A và song song với BC . Mặt phẳng (α) cắt SB , SC lần lượt tại M , N . Tính tỷ số $\frac{SM}{SB}$ biết (α) chia khối chóp thành hai phần có thể tích bằng nhau.

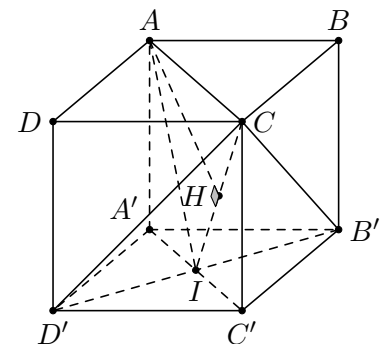
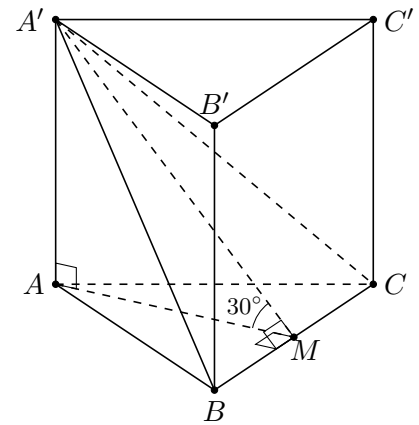
A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Lời giải.



Ta có MN song song với BC nên $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC}$.
 Do vậy $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 401. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D . SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$; $AB = 2a$, $AD = CD = a$. Mặt phẳng (P) đi qua CD và trọng tâm G của tam giác SAB cắt cạnh SA , SB lần lượt tại M và N . Tính thể tích khối chóp $S.CDMN$ theo thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V_{S.CDMN} = \frac{14}{27}V_{S.ABCD}$.

C. $V_{S.CDMN} = \frac{10}{27}V_{S.ABCD}$.

B. $V_{S.CDMN} = \frac{4}{27}V_{S.ABCD}$.

D. $V_{S.CDMN} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD}$.

Lời giải.

Gọi K là trung điểm của AB .

Ta có $CD \parallel AB \Rightarrow AB \parallel (CDMN) \Rightarrow MN \parallel AB$.

Do đó $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SG}{SK} = \frac{2}{3}$.

Vì $AB = 2CD$ nên $S_{\triangle ABD} = 2S_{\triangle BCD}$.

Do đó $\frac{V_{S.DMN}}{V_{S.DAB}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} = \frac{4}{9}$.

$\Rightarrow V_{S.DMN} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9}V_{S.ABCD} = \frac{8}{27}V_{S.ABCD}$.

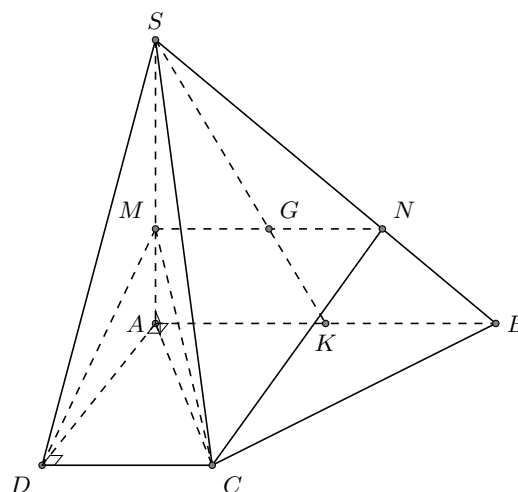
$\frac{V_{S.DCN}}{V_{S.DCB}} = \frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$ nên

$V_{S.DCN} = \frac{2}{3}V_{S.DCB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}V_{S.ABCD} = \frac{2}{9}V_{S.ABCD}$.

Do đó $V_{S.CDMN} = \left(\frac{8}{27} + \frac{2}{9}\right)V_{S.ABCD} = \frac{14}{27}V_{S.ABCD}$.

Chọn đáp án (A)

□



Câu 402. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và thể tích $V = 270$. Lấy điểm S' trong không gian thỏa mãn $\overrightarrow{SS'} = -2\overrightarrow{CB}$. Tính thể tích phần chung của hai khối chóp $S.ABCD$ và $S'.ABCD$.

A. 120.

B. 150.

C. 180.

D. 90.

Lời giải.

Gọi V là thể tích phần chung của hai khối chóp, E là giao điểm của SD và $S'A$, F là giao điểm của SC và $S'B$. Khi đó:

$$V = V_{S.ABCD} - V_{S.ABEF}$$

$$\text{Ta có } V_{S.ABEF} = V_{S.ABF} + V_{S.AEF}$$

$$\frac{V_{S.ABF}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$$

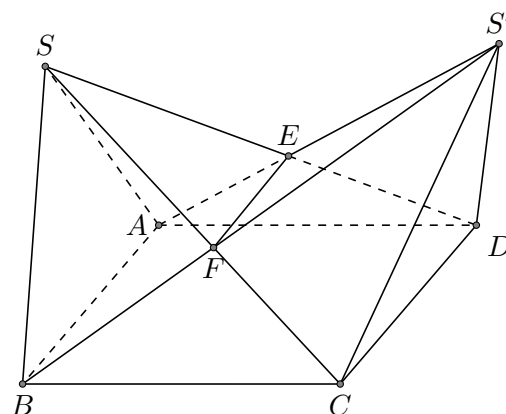
$$\Rightarrow V_{S.ABF} = \frac{2}{3} V_{S.ABC} = \frac{1}{3} V_{S.ABCD}$$

$$\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ADC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SE}{SD} \cdot \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow V_{S.AEF} = \frac{4}{9} V_{S.ADC} = \frac{2}{9} V_{S.ABCD}$$

$$\text{Từ đó } V_{S.ABEF} = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{9} \right) V_{S.ABCD} = \frac{5}{9} V_{S.ABCD}$$

$$\text{Suy ra } V = \frac{4}{9} V_{S.ABCD} = 120.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 403. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, gọi M là trung điểm của SC . Mặt phẳng (α) chứa AM và song song với BD cắt SB , SD lần lượt tại P , Q . Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng V . Tính thể tích khối chóp $S.APMQ$.

A. $\frac{V}{4}$.

B. $\frac{V}{8}$.

C. $\frac{V}{3}$.

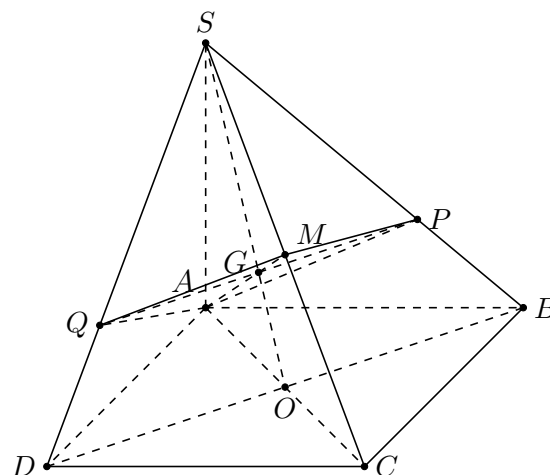
D. $\frac{V}{6}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm AC và BD . Gọi G là giao điểm của SO và AM . Khi đó G là trọng tâm tam giác SAC .

$$\text{Ta có } BD \parallel (\alpha) \Rightarrow PQ \parallel BD \Rightarrow \frac{SQ}{SD} = \frac{SP}{SB} = \frac{2}{3}.$$

$$\begin{aligned} V_{SAPMQ} &= V_{SAQM} + V_{SAMP} \\ &= \frac{1}{3} V_{SADC} + \frac{1}{3} V_{SABC} \\ &= \frac{1}{6} V_{SABCD} + \frac{1}{6} V_{SABCD} \\ &= \frac{1}{3} V_{SABCD} = \frac{1}{3} V \end{aligned}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 404. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy. Biết rằng tổng diện tích các mặt bên của khối chóp $S.ABCD$ bằng $2a^2$, tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

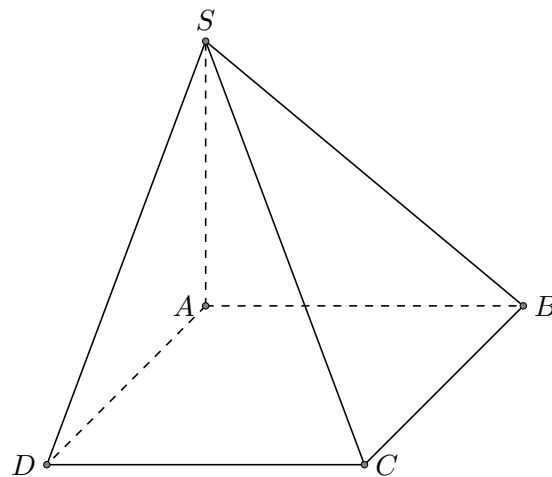
D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Đặt $SA = x$. Ta có các mặt bên là các tam giác vuông.

Khi đó, tổng diện tích các mặt bên của khối chóp là

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} (ax + ax + a\sqrt{x^2 + a^2} + a\sqrt{x^2 + a^2}) \\ \Leftrightarrow 2a^2 &= ax + a\sqrt{x^2 + a^2} \\ \Leftrightarrow 2a &= x + \sqrt{x^2 + a^2} \\ \Leftrightarrow x^2 + a^2 &= (2a - x)^2 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{3a}{4}. \end{aligned}$$

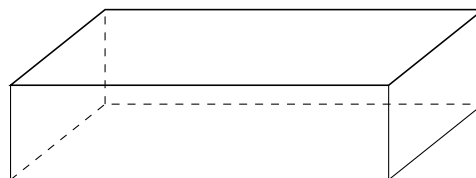
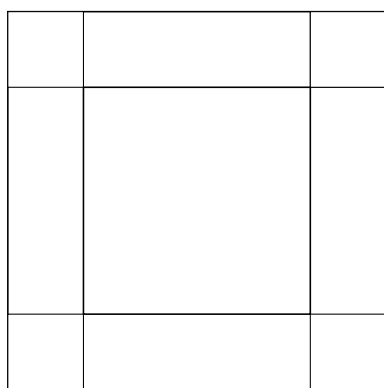


Khi đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot a^2 = \frac{a^3}{4}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 405. Cho một tấm nhôm hình chữ nhật có chiều dài bằng 10 cm và chiều rộng bằng 8 cm. Người ta cắt bỏ ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x cm, rồi gấp tấm nhôm lại (như hình vẽ) để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



A. $x = \frac{8 - 2\sqrt{21}}{3}$.

B. $x = \frac{10 - 2\sqrt{7}}{3}$.

C. $x = \frac{9 + \sqrt{21}}{9}$.

D. $x = \frac{9 - \sqrt{21}}{3}$.

Lời giải.

Đặt a, b, c lần lượt là chiều dài của hộp. Khi đó $a = 10 - 2x, b = 8 - 2x, c = x$ với $x \in [0; 4]$.

Ta có thể tích hộp

$$V = abc = x(10 - 2x)(8 - 2x) = 4x^3 - 36x^2 + 80x.$$

Xét $f(x) = 4x^3 - 36x^2 + 80x$. Ta có $f'(x) = 12x^2 - 72x + 80 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9 + \sqrt{21}}{3} \\ x = \frac{9 - \sqrt{21}}{3} \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên sau

x	0	$\frac{9 - \sqrt{21}}{3}$	4
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$f\left(\frac{9 - \sqrt{21}}{3}\right)$		

Dựa vào bảng biến thiên thì ta thấy $\max V$ đạt tại $x = \frac{9 - \sqrt{21}}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 406. Cho hình chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tổng diện tích tất cả các mặt là 36, độ dài đường chéo AC' bằng 6. Hỏi thể tích của khối hộp lớn nhất là bao nhiêu?

- A. $8\sqrt{2}$. B. $6\sqrt{6}$. C. $24\sqrt{3}$. D. $16\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi chiều dài 3 cạnh của hình hộp chữ nhật lần lượt là $a, b, c > 0$.

Ta có đường chéo $AC' = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 36$.

Tổng diện tích các mặt là $2ab + 2bc + 2ca = 36$.

Suy ra $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = 72 \Leftrightarrow (a + b + c)^2 = \frac{6}{\sqrt{2}}$.

Ta có thể tích khối hộp $V = abc \leq \left(\frac{a + b + c}{3}\right)^3 = \left(\frac{6\sqrt{2}}{3}\right)^3 = 16\sqrt{2}$.

Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 407. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm E và F lần lượt là trung điểm của $C'B'$ và $C'D'$. Mặt phẳng (AEF) cắt khối lập phương đã cho thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích khối chứa điểm A' và V_2 là thể tích khối chứa điểm C' . Khi đó $\frac{V_1}{V_2}$ là

- A. $\frac{25}{47}$. B. 1. C. $\frac{8}{17}$. D. $\frac{17}{25}$.

Lời giải.

Trong mp $(A'B'C'D')$, gọi $H = EF \cap A'D'$, $K = EF \cap A'B'$.

Trong mp $(ADD'A')$, gọi $I = AH \cap DD'$.

Trong mp $(ABB'A')$, gọi $J = AK \cap BB'$.

Đặt $V = V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^3$.

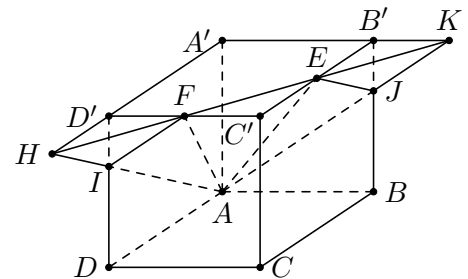
$$V_{A.A'HK} = \frac{1}{3}AA' \cdot S_{A'HK} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{9a^2}{8} = \frac{3a^3}{8}.$$

$$V_{I.HD'F} = \frac{1}{3}ID' \cdot S_{HD'F} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2}{8} = \frac{a^3}{72}.$$

$$V_1 = V_{A.A'HK} - 2V_{I.HD'F} = \frac{25}{72}a^3 = \frac{25}{72}V. \text{ Suy ra } V_2 = \frac{47}{72}V.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{25}{47}.$$

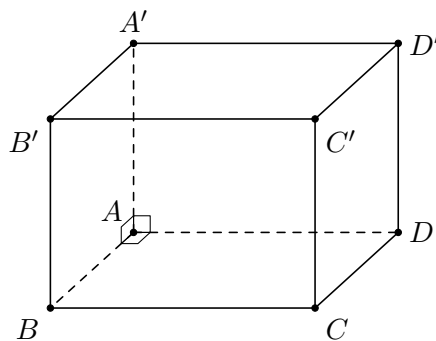
Chọn đáp án **(A)** □



Câu 408. Người ta muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 200 m^3 đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công xây bể là 300.000 đồng/m^2 . Chi phí xây dựng thấp nhất là

- A. 51 triệu đồng. B. 75 triệu đồng. C. 46 triệu đồng. D. 36 triệu đồng.

Lời giải.



Diện tích đáy bể là $2x^2$. Suy ra chiều cao của bể là $AA' = \frac{200}{2x^2} = \frac{100}{x^2}$. Diện tích cần xây dựng là

$$S = 2x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{100}{x^2} + 2 \cdot 2x \cdot \frac{100}{x^2} = 2x^2 + \frac{600}{x} = 2x^2 + \frac{300}{x} + \frac{300}{x} \geq 3\sqrt[3]{(2x^2) \cdot \frac{300}{x} \cdot \frac{300}{x}}.$$

Do đó $S \geq 30\sqrt[3]{180}$. Diện tích nhỏ nhất là $30\sqrt[3]{180}$ xảy ra khi $2x^2 = \frac{300}{x} \Leftrightarrow x^3 = 150 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{150}$.

Vây chi phí xây dựng thấp nhất là $30\sqrt[3]{180} \cdot 300.000 \approx 51.000.000$ đồng.

☐

Câu 409. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, $AB = 2a$, M là trung điểm $A'B'$, $d(C', (MBC)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

A. $\frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3 \cdot 3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{2}$.

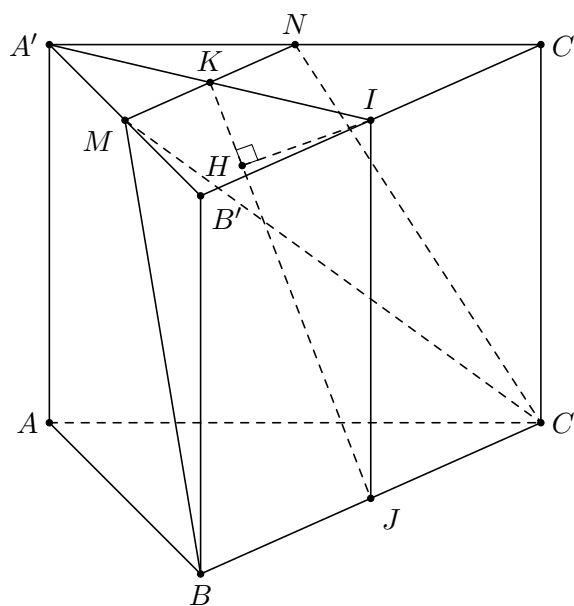
Gọi N , I , J lần lượt là trung điểm $A'C'$, $B'C'$, BC .

Mặt phẳng (MBC) cắt mặt phẳng $(A'B'C')$ theo giao tuyến là MN và MN cắt $A'I$ tại trung điểm K và $B'C' \parallel (MNCB)$.

$$\begin{cases} IH \perp IJ \\ IH \perp KJ \end{cases} \Rightarrow IH \perp (MBC).$$

Ta có $\frac{1}{IJ^2} = \frac{1}{IH^2} - \frac{1}{IK^2} = \frac{2}{3} \Rightarrow h = IJ = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

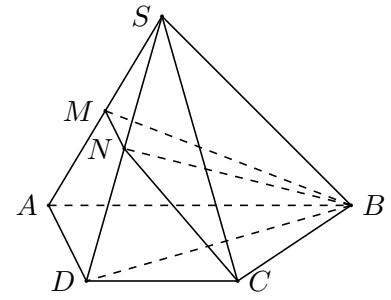
Vậy thể tích lăng trụ là $V = \frac{4\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$.

☐

Câu 410.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$. Gọi M, N tương ứng là trung điểm của SA và SD . Tính tỉ số $\frac{V_{S.BCNM}}{V_{S.BCDA}}$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{5}{12}$.



Lời giải.

$$\text{Ta có: } S_{BCD} = \frac{1}{2}DB \cdot DC \cdot \sin \widehat{CDB} = \frac{1}{2}DB \cdot \frac{1}{2}BA \cdot \sin \widehat{DBA} = \frac{1}{2}S_{ABD}.$$

$$\text{Do đó, } S_{BCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \text{ và } S_{ABD} = \frac{2}{3}S_{ABCD}.$$

$$\text{Vì vậy, } V_{S.ABD} = \frac{2}{3}V_{S.ABCD} \text{ và } V_{S.BCD} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.BMN}}{V_{S.BAD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.BMN} = \frac{1}{4}V_{S.BAD} = \frac{1}{6}V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.BMC}}{V_{S.BAD}} = \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.BMC} = \frac{1}{2}V_{S.BCD} = \frac{1}{6}V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.BMNC} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 411. Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{256}{3}\text{m}^3$, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là 500 000 đồng/m². Nếu người đó biết xác định các kích thước của bể hợp lý thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi người đó trả chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là bao nhiêu?

- A. 47 triệu đồng. B. 48 triệu đồng. C. 96 triệu đồng. D. 46 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi a, b, c là chiều dài ba kích thước, trong đó a là chiều rộng, ($a, b, c > 0$).

$$\text{Theo giả thiết ta có } V = abc = \frac{256}{3} = 2a^2 \cdot c \Rightarrow c = \frac{256}{6a^2}.$$

Diện tích các mặt bên và diện tích đáy

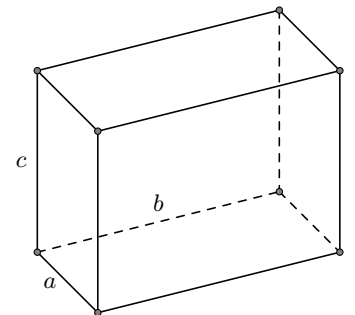
$$S = 2ac + 2a^2 + 4ac = 6ac + 2a^2 = \frac{256}{a} + 2a^2.$$

Chi phí thuê nhân công thấp nhất nếu diện tích S là nhỏ nhất.

$$\text{Ta có } \frac{256}{a} + 2a^2 = \frac{128}{a} + \frac{128}{a} + 2a^2 \geq 3 \cdot 32 = 96.$$

$$\text{Vậy chi phí thấp nhất để thuê nhân công là } 500000 \cdot 96 = 48\,000\,000.$$

Chọn đáp án **(B)** □



Câu 412. Một bạn học sinh muốn làm một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp có thể tích 80 (cm³). Biết đáy hộp là hình chữ nhật có chiều dài gấp 2 lần chiều rộng. Hỏi các kích thước (theo thứ tự chiều dài; chiều rộng; chiều cao) của hình hộp là bao nhiêu (đơn vị cm) để bạn đó sử dụng nguyên liệu tiết kiệm nhất?

- A. 10; 5; $\frac{1}{2}$. B. 8; 4; $\frac{5}{2}$.
C. $2\sqrt[3]{30}$; $\sqrt[3]{30}$; $\frac{4\sqrt[3]{30}}{3}$. D. $2\sqrt[3]{60}$; $\sqrt[3]{60}$; $\frac{2\sqrt[3]{60}}{3}$.

Lời giải.

Gọi $2x, x, y$ là các chiều của hình hộp (dài, rộng, cao). Theo giả thiết thì $2xxy = 80 \Leftrightarrow x^2y = 40$.

$$\text{Cần tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức } P = 2(2xy + xy) + 2xx = 6xy + 2x^2 = \frac{240}{x} + 2x^2.$$

Ta có $P = \frac{120}{x} + \frac{120}{x} + 2x^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{120}{x} \cdot \frac{120}{x} \cdot 2x^2} = 12\sqrt[3]{450}$. Dấu bằng xảy ra khi

$$\frac{120}{x} = 2x^2 \Leftrightarrow x^3 = 60 \Rightarrow x = \sqrt[3]{60}.$$

Vậy ba chiều của hình hộp theo thứ tự là $2\sqrt[3]{60}$, $\sqrt[3]{60}$, $\frac{2\sqrt[3]{60}}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 413. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều với cạnh bằng 1. Các mặt bên (SAB) , (SBC) , (SCA) lần lượt hợp với đáy các góc 30° , 45° , 75° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$, biết hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) nằm ở miền trong của tam giác ABC .

A. $V = \frac{1}{24}$.

B. $V = \frac{1}{72}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

D. $V = \frac{9 - 4\sqrt{3}}{88}$.

Lời giải.

Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của H lên các cạnh AB, BC và CA . Khi đó góc giữa các mặt (SAB) , (SBC) , (SCA) với đáy lần lượt là $\widehat{SMH}$, $\widehat{SNH}$ và $\widehat{SPH}$. Theo giả thiết suy ra $\widehat{SMH} = 30^\circ$, $\widehat{SNH} = 45^\circ$ và $\widehat{SPH} = 75^\circ$.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{4} &= S_{ABC} = S_{HAB} + S_{HBC} + S_{HCA} = \frac{1}{2}(HM + HN + HP) \\ &= \frac{SH}{2} \left(\frac{1}{\tan 30^\circ} + \frac{1}{\tan 45^\circ} + \frac{1}{\tan 75^\circ} \right) \\ &= \frac{SH}{2} (\sqrt{3} + 1 + 2 - \sqrt{3}) = \frac{3SH}{2}. \\ \Rightarrow SH &= \frac{\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{24}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 414. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình cân với độ dài cạnh đáy lớn 4, đáy nhỏ là 2 và góc ở đáy là 60° . SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA = 2$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. 4.

B. $6\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. 12.

Lời giải.

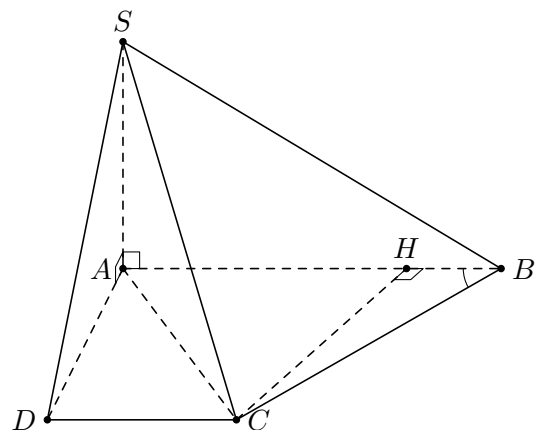
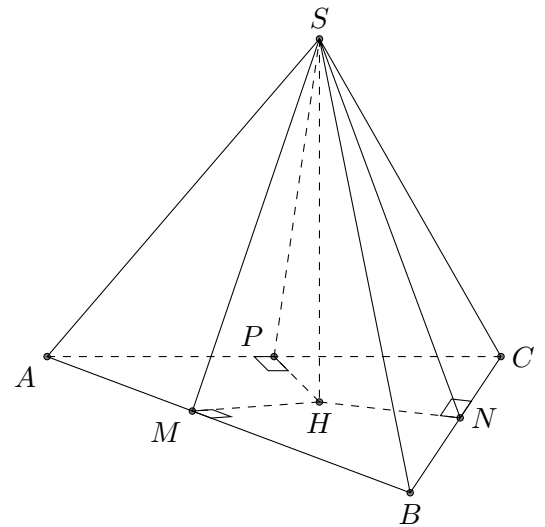
Giả sử $ABCD$ là hình thang cân với đáy lớn $AB = 4$, đáy nhỏ $CD = 2$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB . Khi đó, ta có $BH = 1$ và $CH = BH \tan \widehat{ABC} = 1 \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

Diện tích hình thang $ABCD$ là

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + CD) \cdot CH = \frac{1}{2}(4 + 2) \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{3} \cdot 2 = 2\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 415. Cho hình chóp $S.ABCD$, $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết $AC = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$ và góc giữa (SCD) và đáy là 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{125a^3}{96}$.

B. $\frac{125a^3}{48}$.

C. $\frac{125a^3}{16}$.

D. $\frac{125\sqrt{2}a^3}{12}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AD , từ tam giác SAD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy ta có $SH \perp (ABCD)$.

Từ $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp CD$.

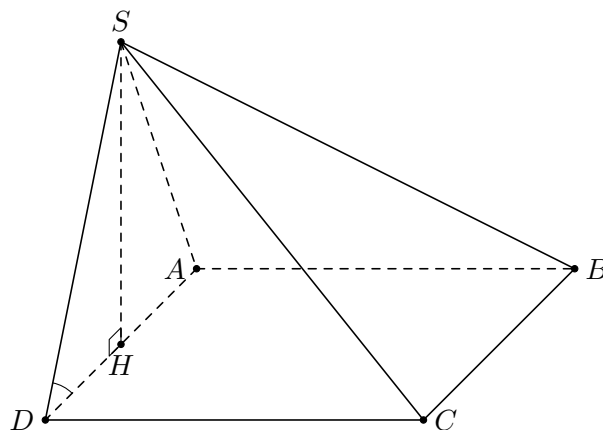
Từ $CD \perp AD$ và $SH \perp CD$ suy ra $CD \perp (SAD)$.

Như vậy ta có $SD \perp CD$, $AD \perp CD$ nên góc giữa (SCD) và đáy $(ABCD)$ bằng góc giữa SD và AD , bằng góc $\widehat{SDH} \Rightarrow \widehat{SDH} = 45^\circ$. Suy ra tam giác SHD vuông cân tại H .

Ta có $AD = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{5a}{2} \Rightarrow SH = DH = \frac{5a}{4}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5a}{2}\right)^2 \cdot \frac{5a}{4} = \frac{125a^3}{48}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 416. Tìm thể tích V của khối chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng $3a$ và cạnh đáy bằng $2a$.

A. $V = \frac{\sqrt{7}}{3}a^3$.

B. $V = \frac{4\sqrt{34}}{3}a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{34}}{3}a^3$.

D. $V = \frac{4\sqrt{7}}{3}a^3$.

Lời giải.

Giả sử $S.ABCD$ là khối chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng $3a$ và cạnh đáy bằng $2a$.

Gọi H là tâm hình vuông $ABCD$, khi đó $SH \perp (ABCD)$,

$AH = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2}$. Ta có

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{(3a)^2 - (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{7}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot (a\sqrt{7}) = \frac{4\sqrt{7}}{3}a^3.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 417. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của BC , góc giữa $A'M$ và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3}{3}$.

B. $V = \frac{3a^3}{2}$.

C. $V = \frac{2a^3}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Diện tích tam giác vuông ABC là

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2.$$

Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên A là hình chiếu của A' lên (ABC) suy ra AM là hình chiếu của $A'M$ lên (ABC) . Do đó góc giữa $A'M$ và (ABC) là góc $\widehat{A'MA} = 60^\circ$.

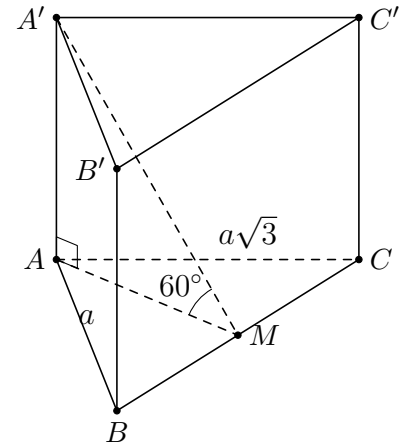
$$\text{Ta có } AM = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + 3a^2}}{2} = a.$$

Xét tam giác vuông $A'AM$ ta có

$$\tan 60^\circ = \frac{AA'}{AM} \Rightarrow AA' = AM\sqrt{3} = a\sqrt{3}.$$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 = \frac{3}{2}a^3.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 418. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với $(ABCD)$, $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 2a$. Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của BC và song song với mặt phẳng (SAB) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $MNPQ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.MNPQ$.

A. $V = \frac{a^3}{3}.$

B. $V = \frac{a^3}{6}.$

C. $V = \frac{a^3}{8}.$

D. $V = \frac{2a^3}{9}.$

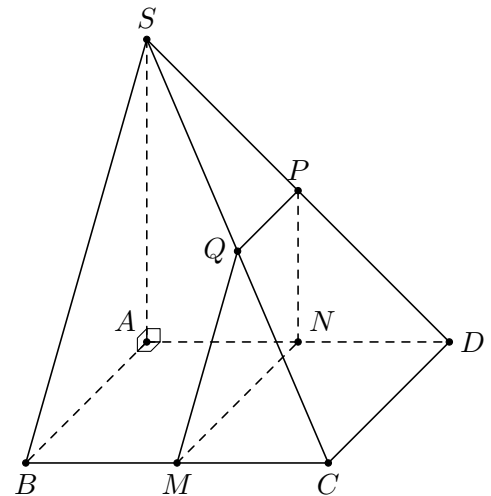
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC .

Ta có $(SAB) \cap (ABCD) = AB$, $(\alpha) \parallel (SAB)$, $M \in (\alpha) \cap (ABCD)$ nên $(\alpha) \cap (ABCD) = Mx$, $Mx \parallel AB$. Trong $(ABCD)$, gọi $N = Mx \cap AD$. Khi đó, N là trung điểm của AD .

Lập luận tương tự thì mặt phẳng (α) cắt hình chóp theo thiết diện là tứ giác $MNPQ$ với P, Q lần lượt là trung điểm của SD và SC .

$$\text{Ta tính được } MN = a, NP = \frac{SA}{2} = a, NP = \frac{CD}{2} = \frac{a}{2}.$$



$$\text{Diện tích hình thang vuông } MNPQ \text{ là } S_{MNPQ} = \frac{1}{2}(MN + PQ)NP = \frac{1}{2} \cdot \left(a + \frac{a}{2}\right) \cdot a = \frac{3a^2}{4}.$$

$$\text{Vì } SA \parallel PN \text{ nên } SA \parallel (MNPQ). \text{ Suy ra, } d(S, (MNPQ)) = d(A, (MNPQ)) = AN = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích của khối chóp } S.MNPQ \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot d(S, (MNPQ)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^2}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3}{8}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 419. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{14}}{6}.$

B. $\frac{a^3\sqrt{14}}{3}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$

D. $\frac{a^3\sqrt{14}}{9}.$

Lời giải.

Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $ABCD$ là hình vuông cạnh a .

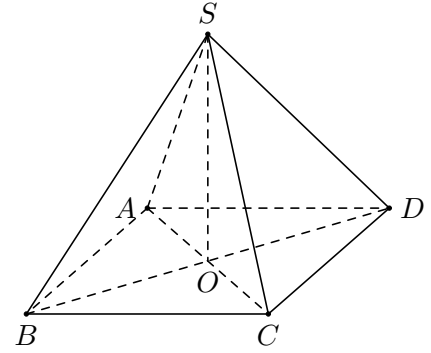
Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Ta có $SO \perp (ABCD)$.

Diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$.

$$AO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} = \frac{a^3\sqrt{14}}{6}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 420. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh BC . Tính thể tích lăng trụ đã cho.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải.

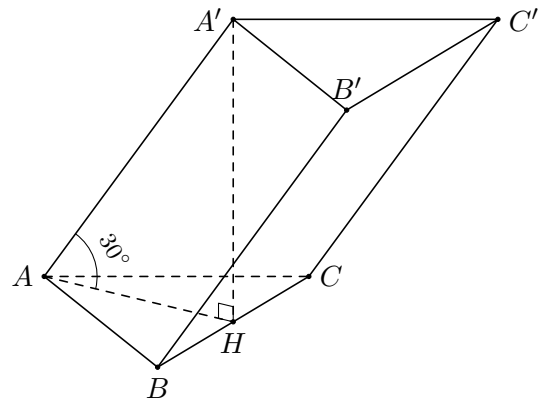
Tam giác ABC đều cạnh a có diện tích $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi H là trung điểm của BC ta có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do H là hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) nên tam giác $A'HA$ vuông tại H .

Suy ra $(A'A, (ABC)) = (A'A, AH) = \widehat{A'AH} = 30^\circ$,
 $A'H = AH \tan 30^\circ = \frac{a}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 421. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết SA vuông góc với đáy và $SA = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $AB = a$. Gọi H , K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SC , SB . Tính thể tích khối chóp $S.AHK$ theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{20}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{30}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{60}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{90}$.

Lời giải.

Tam giác ABC vuông tại B nên $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$, $AC = 2a$.

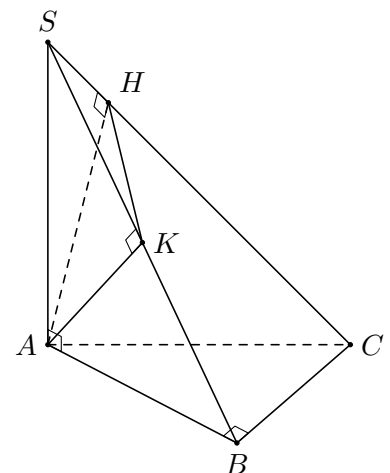
Tam giác SAB vuông cân tại A nên K là trung điểm của SB .

Tam giác SAC vuông tại A nên $\frac{SH}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{1}{5}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.AKH}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SK}{SB} \cdot \frac{SH}{SC} = \frac{1}{10}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.AKH} = \frac{1}{10}V = \frac{a^3\sqrt{3}}{60}.$$



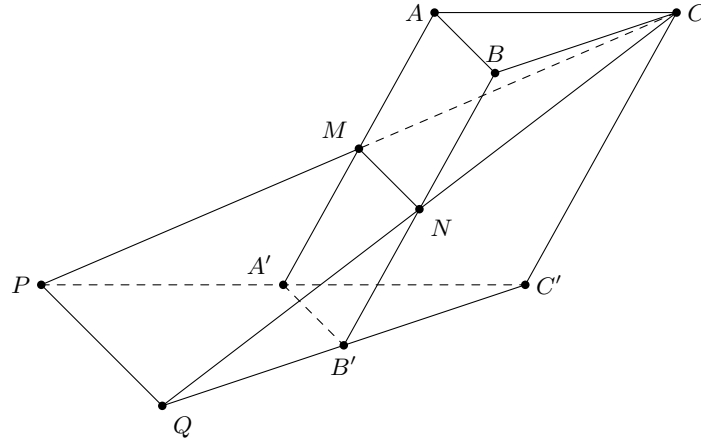
Chọn đáp án **C**

□

Câu 422. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB' . Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P , đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q . Thể tích của khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.



$$\text{Ta có } V_{C.ABNM} = \frac{1}{2}V_{C.A'B'BA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{CMNA'B'C'} = \frac{2}{3}.$$

Do M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AA', BB' nên A', B' lần lượt là trung điểm của các đoạn $C'P, C'Q$. Do vậy, tam giác $C'QP$ đồng dạng với tam giác $C'B'A'$ với tỉ số 2 nên $S_{\triangle C'QP} = 4 \cdot S_{\triangle A'B'C'}$. Suy ra

$$V_{C.CQP} = \frac{1}{3} \cdot d(C, (A'B'C)) \cdot S_{\triangle C'QP} = 4 \cdot \frac{1}{3}d(C, (A'B'C)) \cdot S_{\triangle A'B'C} = 4 \cdot V_{C.A'B'C} = \frac{4}{3}.$$

Khi đó

$$V_{A'MPB'NQ} = V_{C.C'PQ} - V_{CMNA'B'C} = \frac{4}{3} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 423. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích bằng $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ và diện tích xung quanh bằng $8a^2$. Tính góc α° giữa mặt bên của hình chóp với mặt đáy, biết α là một số nguyên.

- A. 55° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Lời giải.

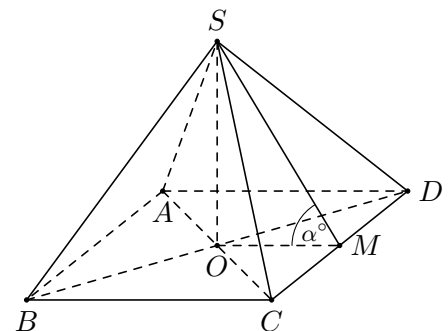
Gọi độ dài cạnh đáy là x , gọi M là trung điểm của CD , $O = AC \cap BD$.

$$\text{Ta có } ((SCD), (ABCD)) = \widehat{SMO} = \alpha^\circ.$$

$$\text{Có } OM = \frac{x}{2} \Rightarrow SO = OM \cdot \tan \alpha^\circ = \frac{x}{2} \cdot \tan \alpha^\circ.$$

$$V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{1}{3}x^2 \cdot \frac{x}{2} \cdot \tan \alpha^\circ = \frac{4}{3}a^3\sqrt{3} \Rightarrow x^3 \cdot \tan \alpha^\circ = 8a^3\sqrt{3}. \quad (1)$$

Theo giả thiết



$$S_{xq} = 4S_{\triangle SCD} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot SM \cdot CD = 2 \cdot \frac{x^2}{2 \cdot \cos \alpha^\circ} = \frac{x^2}{\cos \alpha^\circ} = 8a^2 \text{ (giả thiết)}$$

$$\Rightarrow x^2 = 8a^2 \cdot \cos \alpha^\circ. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x^3 \cdot \tan \alpha^\circ = 8a^3 \sqrt{3} \\ x^2 = 8a^2 \cdot \cos \alpha^\circ \end{cases} \Rightarrow x^6 = \left(8\sqrt{3} \cdot a^3 \cdot \frac{\cos \alpha^\circ}{\sin \alpha^\circ} \right)^2 = (8a^2 \cdot \cos \alpha^\circ)^3 \\ \Leftrightarrow & 3 \cdot \frac{\cos^2 \alpha^\circ}{\sin^2 \alpha^\circ} = 8 \cdot \cos^3 \alpha^\circ \Leftrightarrow \frac{3}{\sin^2 \alpha^\circ} = 8 \cos \alpha^\circ \Leftrightarrow 3 = 8(1 - \cos^2 \alpha^\circ) \cos \alpha^\circ \\ \Leftrightarrow & 8 \cos^3 \alpha^\circ - 8 \cos \alpha^\circ + 3 = 0 \Leftrightarrow (2 \cos \alpha^\circ - 1)(4 \cos^2 \alpha^\circ + 2 \cos \alpha^\circ - 3) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \cos \alpha^\circ = \frac{1}{2} \\ \cos \alpha^\circ = \frac{-1 + \sqrt{13}}{4} \\ \cos \alpha^\circ = \frac{-1 - \sqrt{13}}{4} < -1 \end{cases} \Rightarrow \alpha^\circ = 60^\circ \text{ (vì } \alpha \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 424. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = a$ và diện tích tứ giác $A'B'CD$ là $2a^2$. Mặt phẳng $(A'B'CD)$ tạo với mặt phẳng đáy góc 60° , khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và CD bằng $\frac{3a\sqrt{21}}{7}$. Tính thể tích V của khối hộp đã cho, biết hình chiếu của A' thuộc miền giữa hai đường thẳng AB và CD , đồng thời khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD nhỏ hơn $4a$.

A. $V = \sqrt{3}a^3$. B. $V = 3\sqrt{3}a^3$. C. $V = 2\sqrt{3}a^3$. D. $6\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$, I, E lần lượt là hình chiếu của H trên CD và AB . K là hình chiếu của H trên $A'E$.

Khi đó $((A'B'CD), (ABCD)) = \widehat{A'IH} = 60^\circ$, $S_{A'B'CD} = A'I \cdot CD = 2a^2 \Rightarrow A'I = \frac{2a^2}{a} = 2a$, $IH = A'I \cdot \cos 60^\circ = a$, $A'H = A'I \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{3}$.

$d(AA', CD) = d(CD, (A'AB)) = d(I, (A'AB)) = \frac{3a\sqrt{21}}{7}$.

Đặt $EI = x$, $0 < x < 4a$, ta có $HK = d(H, (A'AB)) = \frac{EH}{EI} d(I, (A'AB)) = \frac{x-a}{x} \cdot \frac{3a\sqrt{21}}{7}$.

Mặt khác

$$\begin{aligned} \frac{1}{HK^2} &= \frac{1}{HE^2} + \frac{1}{HA^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\frac{27a^2(x-a)^2}{7x^2}} = \frac{1}{(x-a)^2} + \frac{1}{3a^2} \\ \Leftrightarrow & x^2 - 9ax + 18a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6a \text{ (loại)} \\ x = 3a \text{ (thỏa mãn)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $S_{ABCD} = EI \cdot AB = 3a^2$. Vậy $V = 3a^2 \cdot a\sqrt{3} = 3a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 425. Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là 2 cm, 3 cm và 8 cm. Tính thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$.

A. 24 cm². B. 12 cm². C. 8 cm². D. 16 cm².

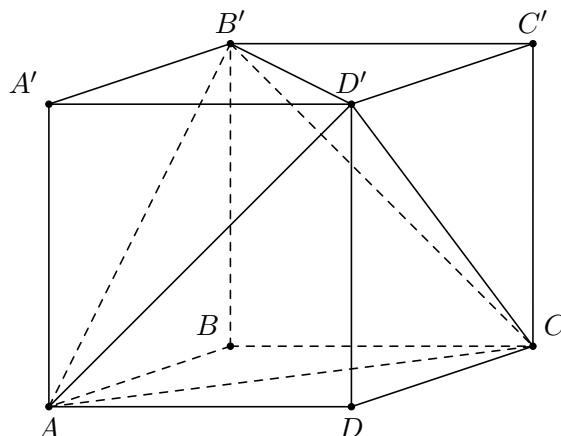
Lời giải.

Cách 1:

Gọi V là thể tích của hình hộp chữ nhật. Khi đó $V = 2 \times 3 \times 8 = 48 \text{ cm}^3$.

Chia hình hộp chữ nhật thành 5 tứ diện $AA'B'D'$, $CB'C'D'$, $B'ABC$, $D'ACD$ và $ACB'D'$. Trong đó 4 tứ diện $AA'B'D'$, $CB'C'D'$, $B'ABC$, $D'ACD$ có thể tích bằng nhau và bằng $\frac{V}{6}$.

Suy ra $V_{ACB'D'} = V - 4 \cdot \frac{V}{6} = \frac{V}{3} = \frac{48}{3} = 16 \text{ cm}^3$.

**Cách 2: Sử dụng công thức thể tích tứ diện gần đều.**

Tính được $AB' = CD' = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$, $AC = B'D' = \sqrt{4+64} = \sqrt{68}$, $BC = AD' = \sqrt{9+64} = \sqrt{73}$.

Suy ra $ACB'D'$ là tứ diện gần đều. Suy ra

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12} \sqrt{(13+68-73)(13+73-68)(73+68-13)} = 16 \text{ cm}^3.$$

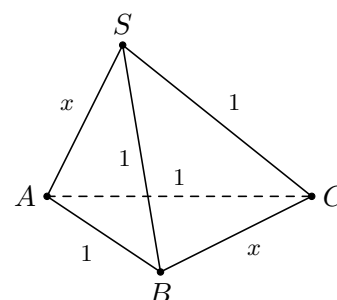
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 426.

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = BC = x$, $AB = AC = SB = SC = 1$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ lớn nhất khi giá trị x bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

**Lời giải.**

Thể tích của tứ diện gần đều $S.ABC$ với $SA = BC = a$, $SB = AC = b$, $SC = AB = c$ là

$$V_{SABC} = \frac{\sqrt{2}}{12} \sqrt{(a^2 + b^2 - c^2)(b^2 + c^2 - a^2)(a^2 + c^2 - b^2)}.$$

Áp dụng vào bài toán đã cho với $a = x$, $b = 1$, $c = 1$ ta được

$$V_{SABC} = \frac{\sqrt{2}}{12} \sqrt{x^2(2-x^2)x^2} = \frac{\sqrt{2}}{6} \sqrt{\frac{1}{2}x^2(2-x^2)\frac{1}{2}x^2} \leq \frac{\sqrt{2}}{6} \cdot \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^2 + (2-x^2) \right] = \frac{\sqrt{2}}{6},$$

với $x \in (0; \sqrt{2})$. (*)

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 2 - x^2 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ (thỏa mãn (*)).

Vậy V_{SABC} lớn nhất khi $x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 427. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC cân tại A với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt bên $(AB'C')$ tạo với đáy (ABC) một góc 60° . Gọi M là điểm thuộc cạnh $A'C'$ sao cho $A'M = 3MC'$. Tính thể tích V của khối chóp $CMBC'$.

- A. $V = \frac{3a^3}{8}$. B. $V = \frac{a^3}{24}$. C. $V = \frac{a^3}{8}$. D. $V = \frac{a^3}{32}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của $B'C' \Rightarrow A'I \perp B'C' \Rightarrow \widehat{IA'B'} = 60^\circ$.

Xét tam giác $A'IB'$ vuông tại I có $A'I = A'B' \cos 60^\circ = \frac{a}{2}$.

Ta có $B'C' \perp A'I$ và $B'C' \perp AA'$ nên góc giữa $(AB'C')$ và (ABC) là $\widehat{AIA'} = 60^\circ$.

Xét tam giác $A'IA$ vuông tại A' có $AA' = A'I \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Mà $S_{\Delta MCC'} = \frac{1}{4} S_{\Delta A'CC'}$ nên

$$\begin{aligned} V_{CMBC'} &= \frac{1}{4} V_{BA'CC'} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} \\ &= \frac{1}{12} \cdot AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \sin 120^\circ \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{32}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 428. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N là các điểm thuộc cạnh SA, SB sao cho $MA = 2SM, SN = 2NB$. Mặt phẳng (α) đi qua MN và song song với SC . Kí hiệu $(\mathcal{H}_1)$ và $(\mathcal{H}_2)$ là các khối đa diện có được khi chia khối chóp $S.ABC$ bởi mặt phẳng (α) , trong đó $(\mathcal{H}_1)$ chứa điểm S và $(\mathcal{H}_2)$ chứa điểm A . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của $(\mathcal{H}_1), (\mathcal{H}_2)$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải.

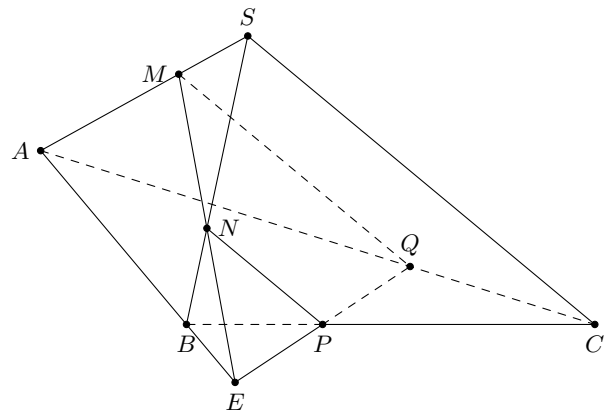
Mặt phẳng (α) qua MN và song song với SC , cắt BC và AC lần lượt tại P, Q . Gọi E là giao điểm của MN và $AB \Rightarrow PQ$ đi qua E .

Ta có $NP \parallel SC$ nên $\frac{BP}{BC} = \frac{BN}{BS} = \frac{1}{3}$. Áp dụng Mê-nê-la-uyt cho tam giác SAB ta có

$$\frac{MS}{MA} \cdot \frac{EA}{EB} \cdot \frac{NB}{NS} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{EA}{EB} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{EA}{EB} = 4.$$

Áp dụng Mê-nê-la-uyt cho tam giác ABC ta có

$$\frac{QC}{QA} \cdot \frac{EA}{EB} \cdot \frac{PB}{PC} = 1 \Rightarrow \frac{QC}{QA} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{QC}{QA} = \frac{1}{3}.$$



Khi đó

$$\frac{V_{M.QAE}}{V_{S.ABC}} = \frac{AM}{SA} \cdot \frac{S_{\Delta QAE}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{AQ}{CA} \cdot \frac{EA}{AB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{16}{27} \Rightarrow V_{M.QAE} = \frac{16}{27} V_{S.ABC};$$

$$\frac{V_{N.PBE}}{V_{S.ABC}} = \frac{BN}{BS} \cdot \frac{S_{\Delta PBE}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{BE}{BA} \cdot \frac{BP}{BC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27} \Rightarrow V_{N.PBE} = \frac{1}{27} V_{S.ABC};$$

$$V_{\mathcal{H}_2} = V_{M.AEQ} - V_{N.BEP} = \left(\frac{16}{27} - \frac{1}{27} \right) V_{S.ABC} = \frac{15}{27} V_{S.ABC};$$

$$V_{\mathcal{H}_1} = V_{S.ABC} - V_{\mathcal{H}_2} = \frac{12}{27} V_{S.ABC}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{\mathcal{H}_1}}{V_{\mathcal{H}_2}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 429. Cho khối tứ diện có thể tích V . Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh tứ diện đã cho. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$. B. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$. C. $\frac{V'}{V} = \frac{3}{8}$. D. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Giả sử khối đa diện là $ABCD$. Gọi E, F, G, H, I, J lần lượt là trung điểm của AB, AC, AD, BC, CD, BD .

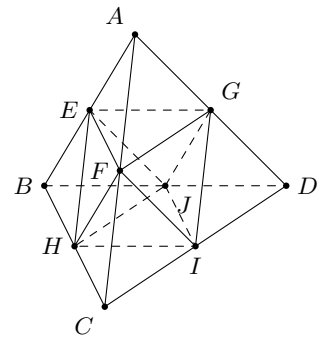
$$\text{Ta có } \frac{V_{AEFG}}{V} = \frac{AE}{AB} \cdot \frac{AF}{AC} \cdot \frac{AG}{AD} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{AEFG} = \frac{1}{8}V.$$

$$\text{Tương tự, } V_{BEHJ} = \frac{1}{8}V; V_{CHIF} = \frac{1}{8}V; V_{DGIJ} = \frac{1}{8}V.$$

$$\text{Do đó } V' = V - V_{AEFG} - V_{BEHJ} - V_{CHIF} - V_{DGIJ} = \frac{1}{2}V.$$

$$\text{Vậy } \frac{V'}{V} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 430. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$, biết SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC , (α) là mặt phẳng đi qua AG và song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại M và N . Tính thể tích V của khối đa diện $AMNBC$.

A. $V = \frac{4}{9}a^3$. B. $V = \frac{2}{27}a^3$. C. $V = \frac{5}{27}a^3$. D. $V = \frac{5}{54}a^3$.

Lời giải.

Do (α) đi qua $G \in (SBC)$, song song với BC nên (α) cắt mặt phẳng (SBC) theo giao tuyến MN qua G và song song với BC .

$$\text{Suy ra } \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC} = \frac{2}{3} \text{ và do đó}$$

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{4}{9}.$$

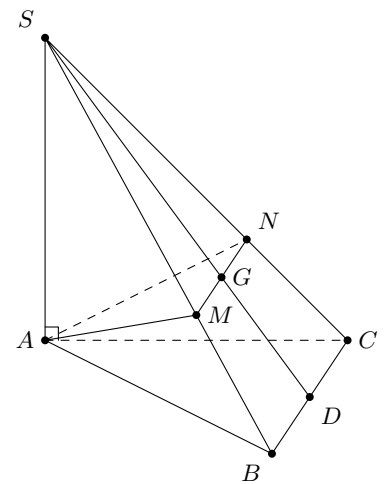
Từ đó suy ra $\frac{V_{AMNCB}}{V_{S.ABC}} = \frac{5}{9}$. Do tam giác ABC vuông cân tại B và

$$\text{có } AC = a\sqrt{2} \text{ nên } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Do } SA \perp (ABC) \text{ nên } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{6}.$$

$$\text{Suy ra } V_{AMNCB} = \frac{5}{9} V_{S.ABC} = \frac{5}{9} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{5}{54} a^3.$$

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 431. Cho hình hộp chữ nhật có diện tích của ba mặt lần lượt là $60 \text{ cm}^2, 72 \text{ cm}^2, 81 \text{ cm}^2$. Khi đó, thể tích V của khối hộp chữ nhật gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 595 cm^3 . B. 592 cm^3 . C. 593 cm^3 . D. 594 cm^3 .

Lời giải.

Giả sử khối hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c . Khi đó thể tích khối hộp chữ nhật là $V = abc$.

Từ giả thiết ta có

$$\begin{cases} ab = 60 \\ bc = 72 \Rightarrow (abc)^2 = 60 \cdot 72 \cdot 81 = 349920. \\ ac = 81 \end{cases}$$

Suy ra $V = abc = \sqrt{349920} \approx 591,54$. Vậy thể tích V của khối hình hộp chữ nhật gần với giá trị 592 cm^3 .

Chọn đáp án (B) □

Câu 432. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = \sqrt{2}a$, $SB = 2a$, $SC = 2\sqrt{2}a$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. $\frac{4a^3}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $\sqrt{2}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải.

Trên cạnh SB lấy điểm M sao cho $SM = \sqrt{2}a$; trên cạnh SC lấy N sao cho $SN = \sqrt{2}a$.

Khi đó ta có tam giác SAM , SAN , SMN đều cạnh bằng $\sqrt{2}a$.

Suy ra hình chóp $S.AMN$ là tứ diện đều cạnh $\sqrt{2}a$ nên thể tích là

$$V_{S.AMN} = \frac{(a\sqrt{2})^3 \cdot \sqrt{2}}{12} = \frac{4a^3}{12} = \frac{1}{3}a^3.$$

Mặt khác ta có $\frac{V_{SABC}}{V_{SAMN}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB}{SN} \cdot \frac{SC}{SN} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.

Vậy $V_{SABC} = 2\sqrt{2} \cdot V_{SAMN} = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 433. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm các cạnh SB , BC , CD . Tính thể tích khối tứ diện $CMNP$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{96}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{54}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{72}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của $AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $V_{CMNP} = V_{M.CNP} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle CNP} \cdot d(M, (CNP))$.

Vì N , P là trung điểm CD , CB nên

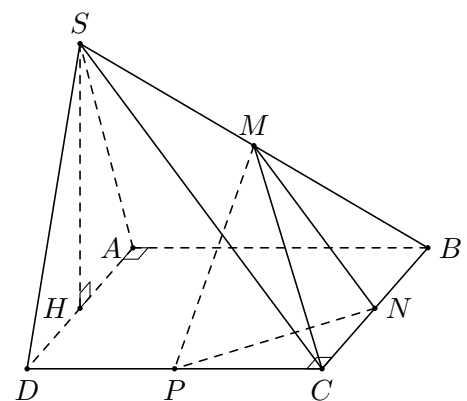
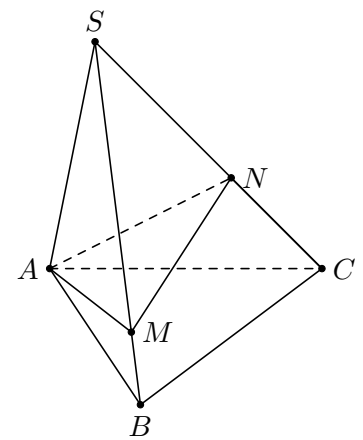
$$S_{\triangle CNP} = \frac{1}{2} \cdot CN \cdot CP = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{8}.$$

Mặt khác M là trung điểm của SB nên

$$d(M, (CNP)) = \frac{1}{2}d(S, (ABCD)) = \frac{1}{2} \cdot SH = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Khi đó $V_{M.CNP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{8} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{96}$.

Chọn đáp án (B) □



Câu 434. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (ACM) chia khối hộp đã cho thành hai phần. Tỷ số thể tích của hai phần đó bằng

A. $\frac{7}{17}$.

B. $\frac{5}{17}$.

C. $\frac{7}{24}$.

D. $\frac{7}{12}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của $B'C' \Rightarrow (ACM)$ chia khối hộp thành khối đa diện là $ABCB'MN$, $ACDMNC'D'A'$.

Gọi V , V_1 , V_2 lần lượt là thể tích của khối đa diện

$$ABCD.A'B'C'D', ABCB'MN, ACDMNC'D'A' \Rightarrow V_1 + V_2 = V.$$

Vì M , N là trung điểm của $A'B'$, $B'C'$ nên

$$S_{\triangle B'MN} = \frac{1}{4}S_{\triangle B'A'C'} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC}. \text{ Đặt } S = S_{\triangle ABC}.$$

Khi đó thể tích khối chóp cắt $ABCB'MN$ là

$$V_1 = \frac{1}{3} \left(S + \frac{1}{4}S + \sqrt{S \cdot \frac{1}{4}S} \right) \cdot d(B', (ABC))$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{7S}{4} \cdot d(B', (ABC)) = \frac{7}{24} \cdot 2S \cdot d(B', (ABC)) = \frac{7}{24}V. \text{ Suy ra } V_2 = \frac{17}{24}V \text{ hay } \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 435. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại C , $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $AB = \sqrt{3}a$, $AA' = a$. Gọi M là trung điểm của BB' . Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $MACC'$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{18}$.

Lời giải.

Tam giác ABC cân tại C , $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $AB = \sqrt{3}a$.

Đặt $AC = CB = x > 0$.

Áp dụng định lý Côsin trong $\triangle ABC$ ta có

$$AC^2 + CB^2 - 2AC \cdot CB \cdot \cos 120^\circ = AB^2 \Leftrightarrow 3x^2 = 3a^2 \Leftrightarrow x = a.$$

Kẻ $AH \perp BC$, mà $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng. $\Rightarrow AH \perp (MCC')$.

$$\text{Dễ thấy } S_{\triangle MCC'} = \frac{1}{2}S_{BCC'B'} = \frac{1}{2}a^2.$$

$$V_{MACC'} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{\triangle MCC'} = \frac{1}{3}a\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 436. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên (SAB) là một tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc mặt đáy $(ABCD)$ và có diện tích bằng $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ (đvdt). Một mặt phẳng đi qua trọng tâm tam giác SAB và song song mặt đáy $(ABCD)$ chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần, tính thể tích V của phần chứa điểm S .

A. $V = 24$.

B. $V = 8$.

C. $V = 12$.

D. $V = 36$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB .

Vì ΔSAB đều nên $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

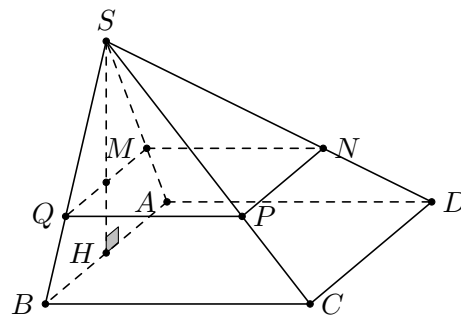
Gọi độ dài cạnh đáy là x (với $x > 0$).

$$\text{Ta có: } S_{\Delta SAB} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow x^2 = 27 \Leftrightarrow x = 3\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } SH = \frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{2} \cdot (3\sqrt{3})^2 = \frac{81}{2}.$$

Để thấy mặt phẳng đi qua G song song với mặt đáy cắt chóp là hình vuông $MNPQ$ như hình vẽ.



$$\text{Ta có } \frac{MQ}{AB} = \frac{SG}{SH} = \frac{2}{3} \Rightarrow MQ = \frac{3\sqrt{3} \cdot 2}{3} = 2\sqrt{3} \text{ và } SG = \frac{2}{3}SH = \frac{2 \cdot \frac{9}{2}}{3} = 3.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}SG \cdot S_{MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot (2\sqrt{3})^2 = 12.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 437. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V , M là điểm tùy ý trên cạnh CC' . Thể tích khối $M.ABB'A'$ là

A. $\frac{2V}{3}$.

B. $\frac{V}{3}$.

C. $\frac{V}{2}$.

D. $\frac{V}{6}$.

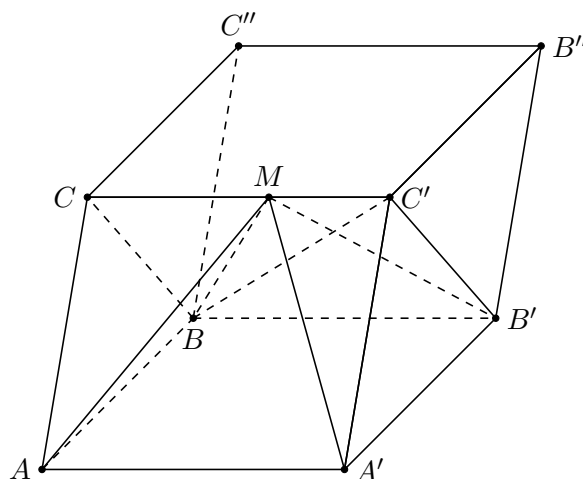
Lời giải.

Dựng hình hộp $CC'B''C''.AA'B'B$ như hình vẽ.

Ta có

$$\begin{aligned} V_{CC'B''C''.AA'B'B} &= S_{ABB'A'} \cdot d(M, (ABB'A')) \\ &= 2V_{ABC.A'B'C'} = 2V. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow V_{M.ABB'A'} = \frac{1}{3} \cdot 2V = \frac{2}{3}V.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 438. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với $AB = a$, $BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Góc giữa AA' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $A'.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \widehat{B} \\ &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

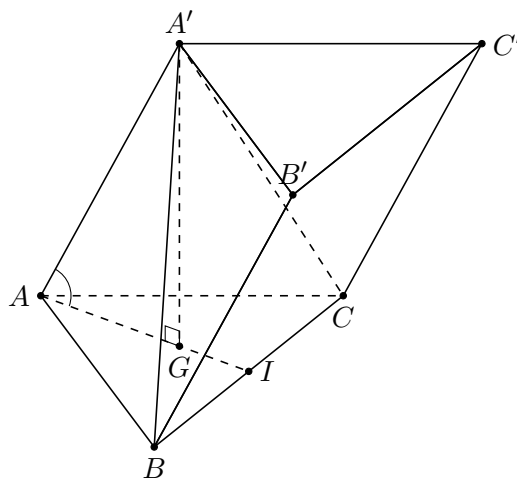
Xét tam giác ABI có $AB = BI = a$, $\widehat{ABI} = 60^\circ$ nên $\triangle ABI$ đều. Suy ra $AI = a$.
 $\Rightarrow AG = \frac{2}{3} AI = \frac{2a}{3}$.

Xét tam giác $A'AG$ vuông tại G :

$$\begin{aligned} \tan 60^\circ &= \frac{A'G}{AG} \Rightarrow A'G = AG \cdot \tan 60^\circ = \frac{2a}{3} \cdot \sqrt{3} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}. \\ \Rightarrow V_{A'.ABC} &= \frac{1}{3} \cdot A'G \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3}{3}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 439. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , $AB = BC = 1$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

B. $V = \frac{1}{6}$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}$.

D. $V = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các cạnh SC và SB .

Ta có: $\begin{cases} AK \perp SB \\ AK \perp BC \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SBC) \Rightarrow AK \perp SC$

$\Rightarrow SC \perp (AHK) \Rightarrow SC \perp HK$.

Suy ra $\left((SAC); (SBC) \right) = \widehat{AHK} = 60^\circ$.

Ta có $AC = AB\sqrt{2} = \sqrt{2}$;

Đặt $SA = x$, ($x > 0$).

Xét tam giác SAB vuông tại A có:

$AK \cdot SB = SA \cdot AB \Rightarrow AK = \frac{x \cdot 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A có:

$AH \cdot SC = SA \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AC}{SC} = \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 2}}$.

Xét tam giác AHK vuông tại H có:

$\sin \widehat{AHK} = \frac{AK}{AH} \Leftrightarrow AK = AH \cdot \sin 60^\circ$

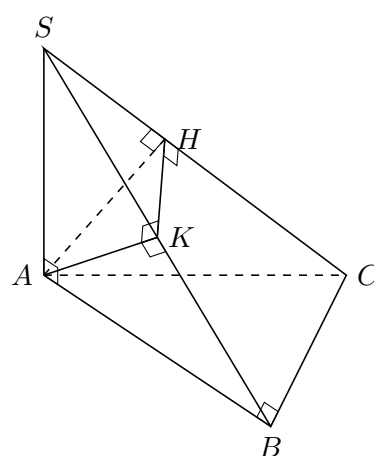
$\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2 + 1} = \frac{6x^2}{4(x^2 + 2)}$

$\Leftrightarrow 4(x^2 + 2) = 6(x^2 + 1) \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$.

Suy ra $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 440. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD và DC . Góc giữa mặt phẳng (SBM)

và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABNM$.

A. $\frac{25a^3}{18}$.

B. $\frac{25a^3}{8}$.

C. $\frac{25a^3}{16}$.

D. $\frac{25a^3}{24}$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kẻ $AH \perp BM$ tại H . Ta có góc $\widehat{AHS}$ là góc giữa mặt phẳng (SBM) và mặt đáy.

Ta có $\tan \widehat{SHA} = \frac{SA}{AH} \Rightarrow AH = a$;

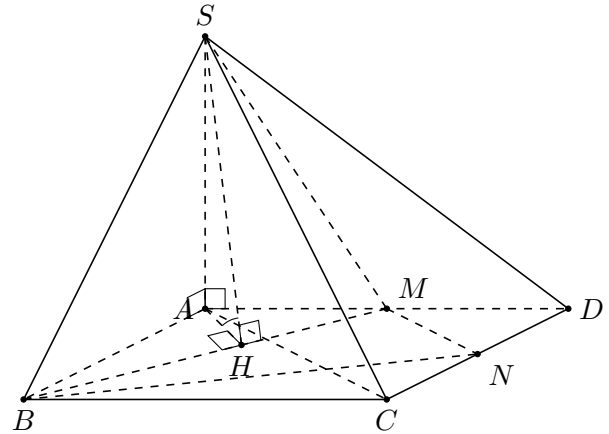
Gọi x là độ dài cạnh đáy.

Xét tam giác ABM vuông tại B :

$$\begin{aligned} \frac{1}{AH^2} &= \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AB^2} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{x}{2}\right)^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{5}{x^2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow AH^2 = \frac{x^2}{5} \Leftrightarrow a^2 = \frac{x^2}{5} \Leftrightarrow x = a\sqrt{5}.$$

$$S_{ABCD} = x^2 = (a\sqrt{5})^2 = 5a^2;$$



$$\begin{aligned} S_{ABNM} &= S_{ABCD} - (S_{\triangle MND} + S_{\triangle BNC}) \\ &= 5a^2 - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{5} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} \right) \\ &= 5a^2 - \left(\frac{5a^2}{8} + \frac{5a^2}{4} \right) \\ &= \frac{25a^2}{8}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABNM} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABNM} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{25a^2}{8} \cdot a = \frac{25a^3}{24}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 441. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$, $AA' = 3a$. Điểm N thuộc cạnh BB' sao cho $BN = 2NB'$, điểm M thuộc cạnh DD' sao cho $D'M = 2DM$. Mặt phẳng $(A'MN)$ chia hình hộp chữ nhật làm hai phần, tính thể tích V của khối $AMNA'B'C'D'$.

A. $V = 4a^3$.

B. $V = a^3$.

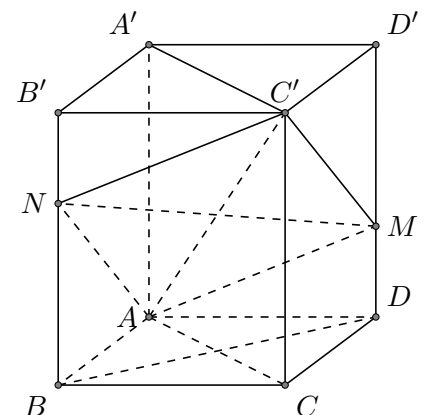
C. $V = 2a^3$.

D. $V = 3a^3$.

Lời giải.

Ta có $AC'^2 = AB^2 + BC^2 = 5a^2$, $AA' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = 2a$

$$\begin{aligned} V_{AMNA'B'C'D'} &= V_{C'.ANB'A'} + V_{C'.AA'D'M} \\ &= \frac{1}{3} \cdot C'B' \cdot S_{ANB'A'} + \frac{1}{3} \cdot C'D' \cdot S_{AA'D'M} \\ &= \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a \left(2a + \frac{2a}{3} \right)}{2} + \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{2a \left(2a + \frac{4a}{3} \right)}{2} \\ &= 2a^3. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 442. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $AB = 2a$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là $\frac{3a}{2}$. Tính thể tích hình chóp $SABC$.

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

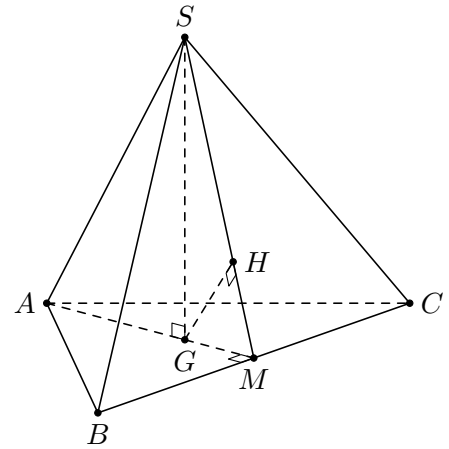
Gọi M là trung điểm của BC và H là hình chiếu của G lên SM .

Ta có $(SAM) \perp (SBC)$ và $GH \perp SM$, suy ra $GH \perp (SBC)$.

Ta có $GH = \frac{1}{3}d(A, (SBC)) = \frac{a}{2}$.

Xét tam giác vuông SGM có $\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{SG^2} + \frac{1}{GM^2}$, với $GM = \frac{2a\sqrt{3}}{6} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Suy ra $SG = a$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 443. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B , $AB = a$. Gọi I là trung điểm của AC . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{BI} = 3\overrightarrow{IH}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

- A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{9}$. C. $V = \frac{a^3}{18}$. D. $V = \frac{a^3}{6}$.

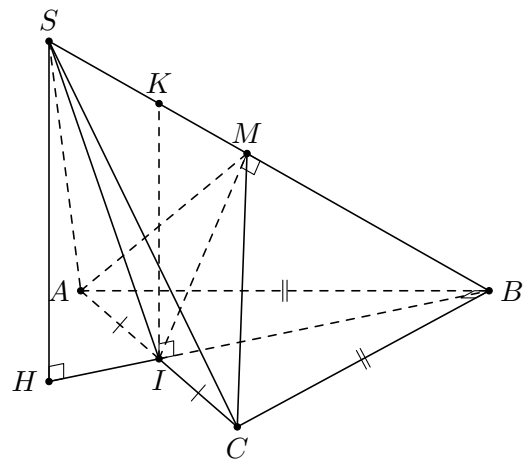
Lời giải.

Qua I kẻ đường thẳng song song với SH cắt SB tại K .

Kẻ $IM \perp SB$ tại M .

Ta có

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} AC \perp HB \\ AC \perp SH \end{array} \right. \Rightarrow AC \perp SB. \\ & \left\{ \begin{array}{l} SB \perp AC \\ SB \perp IM \end{array} \right. \Rightarrow SB \perp (AMC) \Rightarrow \begin{cases} SB \perp MC \\ SB \perp AM. \end{cases} \end{aligned}$$



Khi đó góc giữa (SAB) và (SBC) là góc giữa AM và MC .

Mà góc giữa (SAB) và (SBC) là 60° nên $\widehat{AMC} = 60^\circ$ hoặc $\widehat{AMC} = 120^\circ$.

Trường hợp $\widehat{AMC} = 60^\circ$ thì tam giác MAC đều nên $MC = AC = a\sqrt{2}$ và $MC > BC$ (vô lý).

Do đó $\widehat{AMC} = 120^\circ$.

$$\text{Ta có } IM = \frac{IC}{\tan \widehat{IMC}} = \frac{a\sqrt{2}}{2 \tan 60^\circ} = \frac{a\sqrt{6}}{6}, \quad BI = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Tam giác KIB vuông tại I có đường cao IM nên

$$\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IM^2} - \frac{1}{BI^2} = \frac{6}{a^2} - \frac{2}{a^2} = \frac{4}{a^2} \Rightarrow IK = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Lại có } \frac{SH}{IK} = \frac{BH}{BI} = \frac{4}{3} \Rightarrow SH = \frac{4}{3} \cdot IK = \frac{2a}{3}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{2a}{3} = \frac{a^3}{9}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 444. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V = a^3$.

B. $V = 2a^3$.

C. $V = \frac{a^3}{8}$.

D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB , do $\triangle SAB$ đều suy ra $SH \perp AB$.

Do $(ABS) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Thể tích khối chóp $SABC$ là

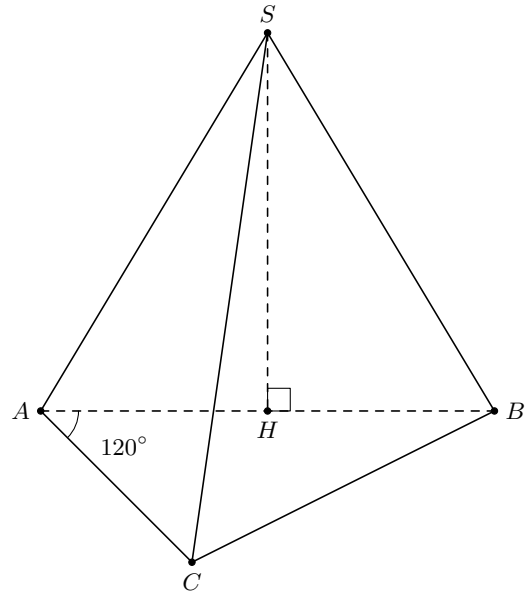
$$V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC}.$$

Xét tam giác ABC ta có:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

Do $\triangle SAB$ đều cạnh $a \Rightarrow SH = SA \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}$.



Chọn đáp án (C)

□

Câu 445. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc tạo bởi $A'B$ và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{3a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

C. $a^3 \sqrt{3}$.

D. $3a^3$.

Lời giải.

Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên góc giữa $A'B$ và (ABC) chính là góc $\widehat{ABA'} \Rightarrow \widehat{ABA'} = 60^\circ$.

Xét $\triangle ABA'$ vuông tại A , ta có: $AA' = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Diện tích tam giác ABC là

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}.$$

Ta có thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{4}.$$

Chọn đáp án (A)

□

Câu 446. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V = \frac{1}{6}$.

B. $V = \frac{1}{3}$.

C. $V = \frac{1}{12}$.

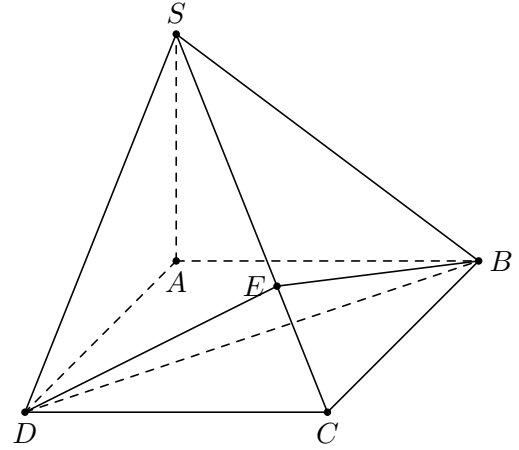
D. $V = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $V_{S.BCD} = \frac{1}{2}V$. Mặt khác:

$$\frac{V_{S.BDE}}{V_{S.CBD}} = \frac{SD}{SD} \cdot \frac{SE}{SC} \cdot \frac{SB}{SB} = \frac{2}{3}.$$

Do đó: $V_{S.BDE} = \frac{1}{2}V \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}V$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 447. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi K là trung điểm của DD' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CK , $A'D$.

- A. a . B. $\frac{3}{8}a$. C. $\frac{2}{5}a$. D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BB' , ta có

$$KC \parallel HK \Rightarrow d(KC, DA') = d(K, mp(A'HD)).$$

Thể tích khối chóp $V_{H.A'DK}$ là

$$V_{H.A'DK} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle A'DK} \cdot d(H, (ADD'A')) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3}{12}.$$

Xét $\triangle DHA'$, có $A'D = a\sqrt{2}$, $A'H = \frac{\sqrt{5}}{2}$,

$$DH = \sqrt{DB^2 + BH^2} = \frac{3a}{2} \Rightarrow S_{\triangle DA'H} = \frac{a^2}{12}.$$

$$\text{Khoảng cách từ } K \text{ đến mặt phẳng } (A'DH) \text{ là } d(K, (A'DH)) = \frac{3V_{H.A'DK}}{S_{\triangle A'DH}} = \frac{a}{3}.$$

Vậy khoảng cách cần tính có giá trị bằng $\frac{a}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 448. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$, biết góc giữa $(A'BC)$ và đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

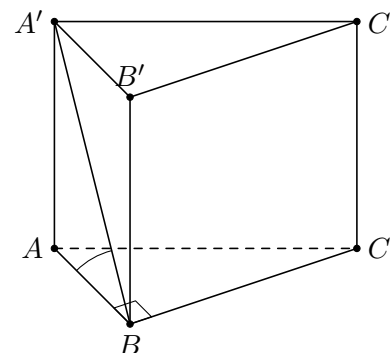
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Do $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đứng $\Rightarrow$ giữa hai mặt phẳng $(A'CB)$ và (ABC) chính là góc $\widehat{A'BA} \Rightarrow \widehat{ABA'} = 60^\circ$.

- Ta có $AB = AC \cdot \cos 45^\circ = a$.
- Xét $\triangle AA'B$ vuông tại A , có $B = 60^\circ \Rightarrow AA' = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.
- Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 449. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SD, DC . Tính thể tích khối tứ diện $ACMN$.

- A. $\frac{a^3}{8}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

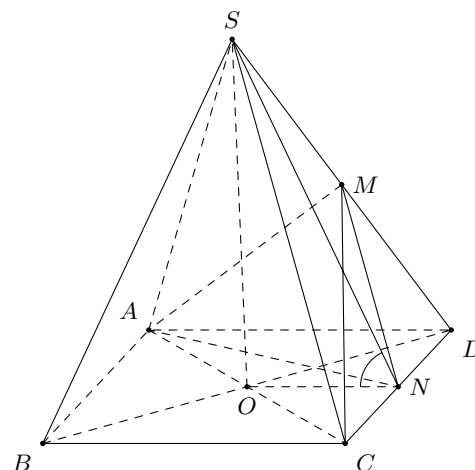
Ta có $ON \perp DC$ và $SN \perp DC$ do đó

$$((SDC), (ABCD)) = (SN, ON) = \widehat{SNO} = 60^\circ.$$

Xét tam giác vuông SON , ta có

$$SO = ON \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

Ta có



$$\begin{aligned} V_{M.ANC} &= \frac{1}{3} \cdot d(M, (ABCD)) \cdot S_{ANC} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} d(S, (ABCD)) \cdot \frac{1}{4} S_{ABCD} \\ &= \frac{1}{24} \cdot SO \cdot S_{ABCD} \\ &= \frac{1}{24} \cdot a\sqrt{3} \cdot 4a^2 \\ &= \frac{a^3\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 450. Một bác nông dân cần xây dựng một hố ga không có nắp dạng hình hộp chữ nhật có thể tích 3200 cm^3 , tỉ số giữa chiều cao của hố và chiều rộng của đáy bằng 2. Hãy xác định diện tích của đáy hố ga để khi xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

- A. 120 cm^2 . B. 1200 cm^2 . C. 160 cm^2 . D. 1600 cm^2 .

Lời giải.

Gọi x, y là chiều rộng, chiều dài của đáy và h là chiều cao của hố với $x, y, h > 0$.

Theo giả thiết $h = 2x$ và thể tích $V = x \cdot y \cdot h = 3200$

$$\Rightarrow 2x^2y = 3200 \Leftrightarrow x^2y = 1600 \Leftrightarrow y = \frac{1600}{x^2}.$$

Tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy của hố ga là $S =$

$$xy + 2xh + 2yh = xy + 4x^2 + 4xy = 5xy + 4x^2$$

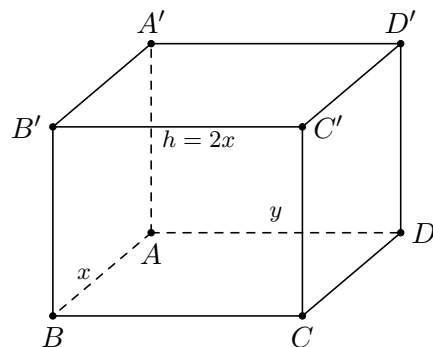
$$S = 5x \cdot \frac{1600}{x^2} + 4x^2 = 4x^2 + \frac{8000}{x} \text{ với } x > 0.$$

$$\text{Ta có } S' = 8x - \frac{8000}{x^2} = \frac{8x^3 - 8000}{x^2}.$$

$$\text{Giải } S' = 0 \Leftrightarrow x^3 = 1000 \Leftrightarrow x = 10.$$

Bảng biến thiên

x	0	10	$+\infty$
S'	$-$	0	$+$
S	$+\infty$	1200	$+\infty$



Xây dựng hố ga tiết kiệm nguyên vật liệu nhất $\Leftrightarrow$ diện tích S nhỏ nhất $\Leftrightarrow x = 10 \Leftrightarrow y = 16$.

Khi đó, diện tích đáy của hố ga là $xy = 10 \cdot 16 = 160 \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 451. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có hình chiếu A' lên $(ABCD)$ là trung điểm của AB , $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, BB' tạo với đáy một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{2a^3}{3}$.

C. $2a^3$.

D. a^3 .

Lời giải.

Tam giác ABC có $AB = BC$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên ABC là tam giác đều.

Diện tích hình thoi $ABCD$ là

$$S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2 \cdot \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{3}a^2.$$

Gọi M là hình chiếu vuông góc của A' lên $(ABCD)$ nên $A'M \perp (ABCD)$.

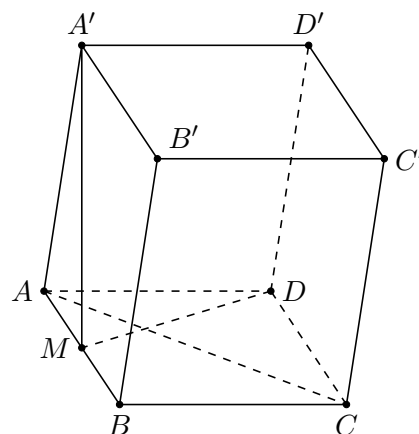
Vì $AA' \parallel BB'$ nên góc tạo bởi AA' với $(ABCD)$ bằng góc tạo bởi BB' với $(ABCD)$, suy ra $\widehat{A'AM} = 30^\circ$.

Trong tam giác $A'AM$ vuông tại M ta có

$$\tan \widehat{A'AM} = \frac{A'M}{AM} \Leftrightarrow A'M = AM \tan \widehat{A'AM} = a \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

Thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là

$$V = S_{ABCD} \cdot A'M = 2\sqrt{3}a^2 \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} = 2a^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 452. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên (SAB) là một tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và có diện tích bằng $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ (đvdt). Một mặt phẳng đi qua trọng tâm tam giác SAB và song song với mặt đáy $(ABCD)$ chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần, tính thể tích V của phần chứa đỉnh S .

A. $V = 24$.

B. $V = 8$.

C. $V = 12$.

D. $V = 36$.

Lời giải.

Gọi SH là đường cao của tam giác SAB , G là trọng tâm của tam giác SAB .

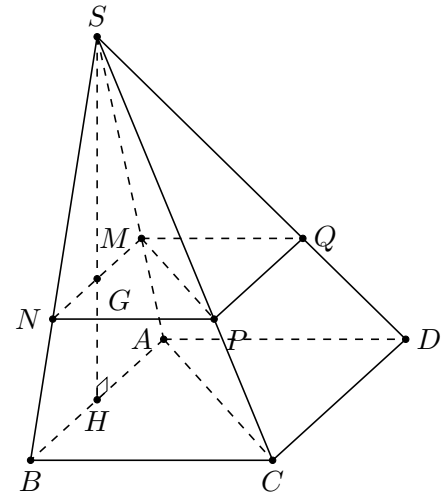
Tam giác SAB đều và có diện tích bằng $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ nên

$$AB = 3\sqrt{3} \text{ và } SH = \frac{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2}.$$

Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến AB và $SH \perp AB$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot (3\sqrt{3})^2 \cdot \frac{9}{2} = \frac{81}{2}.$$



Mặt phẳng (α) đi qua G song song với $(ABCD)$ nên

$$\begin{cases} (\alpha) \cap (SAB) = MN \parallel AB \\ (\alpha) \cap (SBC) = NP \parallel BC \\ (\alpha) \cap (SCD) = PQ \parallel CD \\ (\alpha) \cap (SAD) = QM \parallel AD. \end{cases}$$

Khi đó phần thể tích cần tính chính là thể tích của khối chóp $S.MNPQ$.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} &= \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{8}{27} V_{S.ABC}. \\ \frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ACD}} &= \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{S.MPQ} = \frac{8}{27} V_{S.ACD}. \end{aligned}$$

Do đó

$$V_{S.MNPQ} = V_{S.MNP} + V_{S.MPQ} = \frac{8}{27} (V_{S.ABC} + V_{S.ACD}) = \frac{8}{27} V_{S.ABCD} = \frac{8}{27} \cdot \frac{81}{2} = 12.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 453. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = 2a$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$; góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SBC) bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{9}$.

C. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $V = \frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

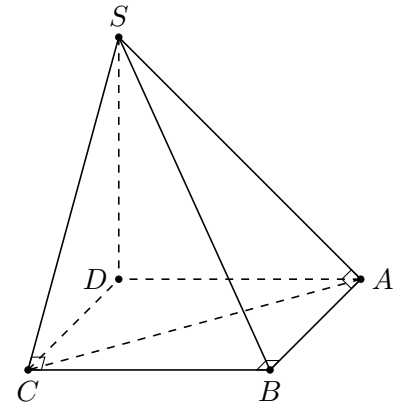
Từ giả thiết tam giác ABC vuông cân tại B , ta dựng hình vuông $ABCD$.

Ta có $AB \perp AD$ và $AB \perp SA$ nên $AB \perp (SAD)$, suy ra $AB \perp SD$.

Tương tự ta cũng có $BC \perp SD$.

Vì vậy $SD \perp (ABC)$, nên SD là đường cao của hình chóp $S.ABC$.

Vì $AB \parallel CD$ nên góc tạo bởi AB với (SBC) bằng góc tạo bởi CD với (SBC) . Dễ dàng chứng minh được góc tạo bởi CD với (SBC) chính là $\widehat{SCD}$, cho nên $\widehat{SCD} = 30^\circ$.



Trong tam giác SCD vuông tại D ta có

$$\tan \widehat{SCD} = \frac{SD}{CD} \Leftrightarrow SD = CD \tan \widehat{SCD} \Leftrightarrow SD = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2}AB \cdot BC = 2a^2$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}a^3}{9}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 454. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$, $AC' = 3a$. Điểm N thuộc cạnh BB' sao cho $BN = 2NB'$, điểm M thuộc cạnh DD' sao cho $D'M = 2MD$. Mặt phẳng $(A'MN)$ chia hình hộp chữ nhật làm hai phần, tính thể tích phần chứa điểm C' .

A. $4a^3$.

B. a^3 .

C. $2a^3$.

D. $3a^3$.

Lời giải.

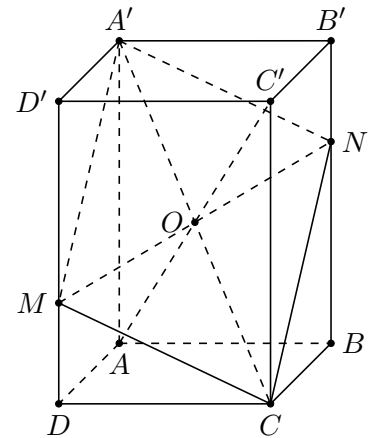
Ta có $C'A^2 = AB^2 + AD^2 + A'A^2$ nên $A'A^2 = 4a^2$, suy ra $AA' = 2a$.

Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là

$$V = AB \cdot AD \cdot AA' = a \cdot 2a \cdot 2a = 4a^3.$$

Dễ thấy $A'MCN$ là hình bình hành nên MN , $A'C$ cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Lại có $ACC'A'$ là hình bình hành nên $A'C$, AC' cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.



Do đó $A'C$, AC' , MN đồng quy tại O , suy ra O là tâm đối xứng của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Phép đối xứng tâm O biến hình đa diện $A'B'C'D'NCM$ thành hình đa diện $CDABMA'N$ nên thể tích của chúng bằng nhau.

Do đó thể tích khối đa diện $A'B'C'D'NCM$ là $V' = \frac{1}{2}V = 2a^3$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 455. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$. Biết $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng φ , với $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{5}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{4a^3}{3}$.

B. $V = \frac{2a^3}{3}$.

C. $V = 2a^3$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta giải bài toán bằng phương pháp tọa độ hóa. Cho $a = 1$. Giả sử $AD = r$.

Ta có tọa độ $S(0; 0; 1)$, $B(0; 1; 0)$, $C(r; 1; 0)$.

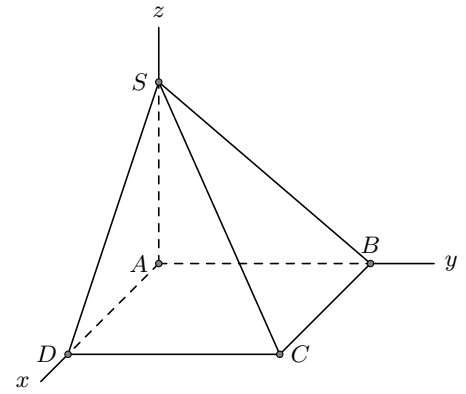
Suy ra $\vec{n}_1 = (0; 1; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SBC) .

Ta có tọa độ $S(0; 0; 1)$, $D(r; 0; 0)$, $C(r; 1; 0)$.

Suy ra $\vec{n}_2 = (1; 0; r)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SCD) .

Theo đề bài ta có $\left| \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \right| = \sqrt{\frac{2}{5}}$, hay $\frac{r}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{1+r^2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$.

Suy ra $r = 2$, hay $DA = 2a$. Vậy thể tích là $V = \frac{2a^3}{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 456. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng x . Diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy. Khi đó thể tích khối chóp bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}x^3$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}x^3$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}x^3$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{6}x^3$.

Lời giải.

Diện tích đáy của hình chóp là $\mathcal{B} = x^2$.

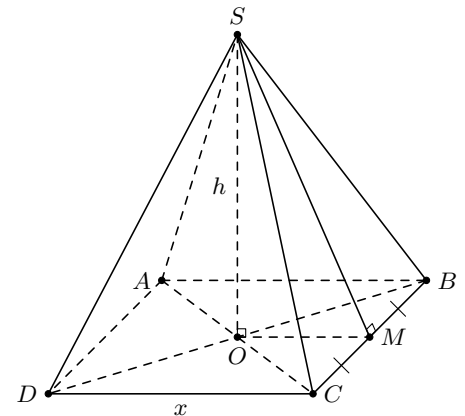
Gọi h là độ dài đường cao SO , M là trung điểm cạnh BC . Trong tam giác vuông SOM có

$$SM^2 = SO^2 + OM^2 \Leftrightarrow SM^2 = h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow SM = \sqrt{\frac{x^2}{4} - h^2}.$$

Suy ra diện tích xung quanh của hình chóp bằng

$$4 \cdot S_{\triangle SBC} = 4 \cdot \frac{1}{2} SM \cdot BC = 2x \sqrt{\frac{x^2}{4} - h^2}.$$



$$\text{Theo giả thiết ta có } 2x \sqrt{\frac{x^2}{4} - h^2} = 2x^2 \Leftrightarrow 4x^2 = 4 \left(\frac{x^2}{4} - h^2 \right) \Leftrightarrow 3x^2 = 4h^2 \Rightarrow h = \frac{x\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} \mathcal{B} h = \frac{1}{3} x^2 \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6} x^3.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 457. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , E là trung điểm của $B'C'$ và CB' cắt BE tại M . Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCM$ biết $AB = 3a$, $AA' = 6a$.

A. $V = 7a^3$.

B. $V = 6\sqrt{2}a^3$.

C. $V = 8a^3$.

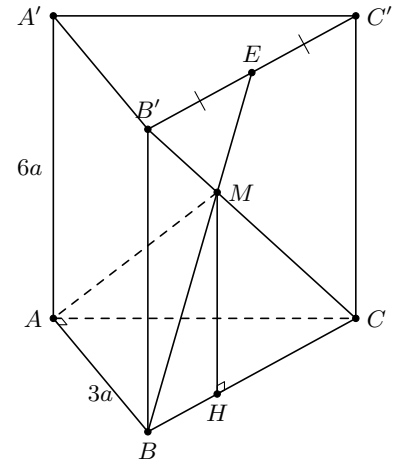
D. $V = 6a^3$.

Lời giải.

Kẻ MH vuông góc với BC ta có $MH \perp (ABC)$ suy ra MH là đường cao của khối chóp $M.ABC$.

Ta có $\frac{MH}{BB'} = \frac{CM}{CB'} = \frac{2}{3} \Rightarrow MH = \frac{2}{3}BB' = \frac{2}{3} \cdot 6a = 4a$. Mặt khác tam giác ABC vuông cân tại A nên diện tích tam giác ABC là $\mathcal{B} = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 3a = \frac{9}{2}a^2$.

Vậy, thể tích khối $ABCM$ là $V = \frac{1}{3}\mathcal{B} \cdot MH = \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{2}a^2 \cdot 4a = 6a^3$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 458. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 16. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC . Tính thể tích V của khối tứ diện $AMNP$.

A. $V = 8$.

B. $V = 14$.

C. $V = 12$.

D. $V = 2$.

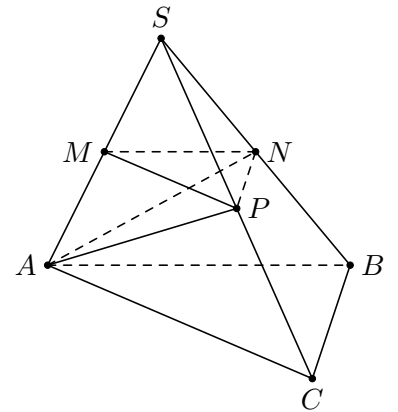
Lời giải.

Vì M là trung điểm của SA nên $d(A, (MNP)) = d(S, (MNP))$ nên

$$V = V_{S.MNP}.$$

$$\text{Lại có } \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{8} \text{ suy ra}$$

$$V = V_{S.MNP} = \frac{1}{8}V_{S.ABC} = 2.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 459. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $BD = a\sqrt{3}$. Góc tạo bởi AB' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $D'.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. a^3 .

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải.

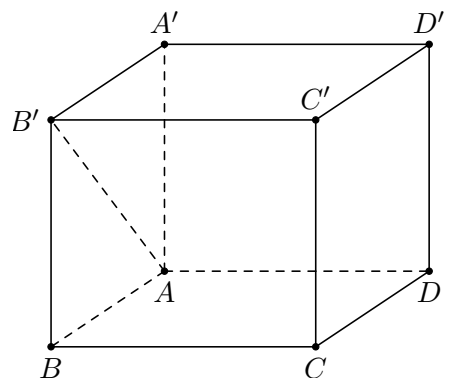
Ta có $AB^2 + BD^2 = AD^2 \Rightarrow \triangle ABD$ vuông tại B , suy ra

$$S_{ABCD} = 2S_{ABD} = AB \cdot BD = a^2\sqrt{3}.$$

Góc tạo bởi AB' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\widehat{B'AB}$ nên $\widehat{B'AB} = 60^\circ$.

Suy ra $D'D = B'B = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } V_{D'.ABCD} = \frac{D'D \cdot S_{ABCD}}{3} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a^2\sqrt{3}}{3} = a^3.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 460. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC . Biết mặt phẳng (AEF) vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

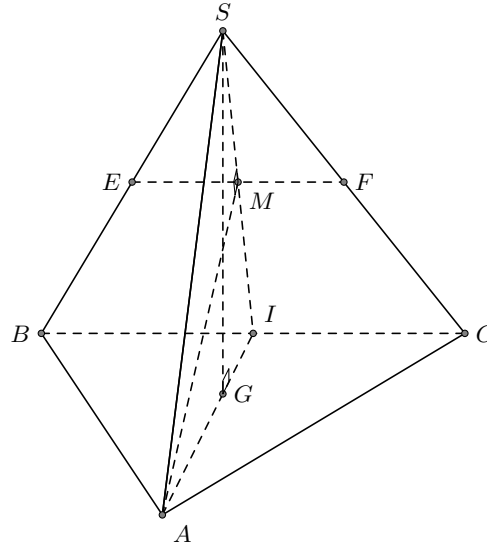
A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.



Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , do $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SG \perp (ABC)$.

Gọi I, M lần lượt là trung điểm của BC, EF .

Ta có $\triangle AEF$ cân tại A nên $AM \perp EF$ mà $\begin{cases} EF = (AEF) \cap (SBC) \\ (AEF) \perp (SBC) \end{cases}$ nên $AM \perp (SBC)$.

Suy ra $AM \perp SI$.

Dễ dàng chứng minh được $\triangle SIG \sim \triangle AMI$ (hai tam giác vuông có chung góc MIG).

$$\Rightarrow \frac{IG}{IM} = \frac{SI}{IA} \Leftrightarrow IG \cdot IA = IM \cdot SI \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}SI^2 \Leftrightarrow SI = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\Rightarrow SG = \sqrt{SI^2 - IG^2} = \frac{a\sqrt{15}}{6}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SG \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{5}}{24}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 461. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành, mặt phẳng (α) đi qua AB cắt cạnh SC, SD lần lượt tại M, N . Tính tỉ số $\frac{SN}{SD}$ để (α) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $AB \parallel CD$ và $(\alpha) \cap (SCD) = MN$ nên ta suy ra $MN \parallel CD$ và (α) cắt hình chóp theo thiết diện là hình thang $ABMN$.

Ta có (α) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau nên $V_{S.ABMN} = V_{ABCDNM} \Rightarrow V_{S.ABMN} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD}$ (1).

Ta có $V_{S.ABC} = V_{S.ACD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD}$.

Đặt $\frac{SN}{SD} = x$ với $0 < x < 1$, khi đó theo định lý Thales

ta có $\frac{SN}{SD} = \frac{SM}{SC} = x$.

Mặt khác $\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = x$
 $\Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{x}{2} \cdot V_{S.ABCD}$.

Và $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = x^2 \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{x^2}{2} \cdot V_{S.ABCD}$.

Khi đó $V_{S.ABMN} = V_{S.ABM} + V_{S.AMN} = \left(\frac{x}{2} + \frac{x^2}{2}\right) \cdot V_{S.ABCD}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} < 0 \text{ (loại)}. \end{cases}$

Vậy giá trị cần tìm là $\frac{SN}{SD} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 462. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của cạnh $B'C'$ và $A'M = a\sqrt{3}$, hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng $(BCC'B')$ là H sao cho MH song song với BB' và $AH = a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng BB', CC' bằng $2a$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $3a^3\sqrt{2}$.

B. $a^3\sqrt{2}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Kéo dài MH cắt BC tại M' . Ta có

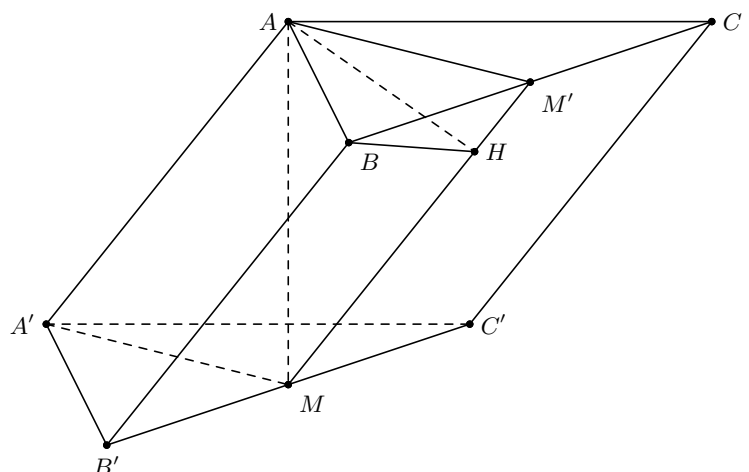
$$\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AH \end{cases} \Leftrightarrow BC \perp (AA'MM')$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC \perp A'M \\ BC \perp MM' \end{cases}$$

Mặt khác $AM \perp (A'B'C')$

$\Rightarrow AM \perp (ABC) \Rightarrow AM \perp AM'$ nên

$\triangle AMM'$ vuông tại A . Suy ra



$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AM'^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AM'^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{3a^2} = \frac{2}{3a^2} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Do $\begin{cases} BB' \parallel MM' \\ MM' \perp BC \end{cases} \Rightarrow BB' \perp BC$ nên tứ giác $BB'C'C$ là hình chữ nhật.

Do đó $d(BB', CC') = B'C' = 2a$.

Vậy thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = S_{\Delta A'B'C'} \cdot AM = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a\sqrt{3} \cdot a \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 463. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , $BC = a$, $\widehat{BSC} = 60^\circ$. Cạnh SA vuông góc với đáy, mặt phẳng (SBC) tạo với (SAB) góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{15}$.

B. $\frac{2a^3}{45}$.

C. $\frac{a^3}{5}$.

D. $\frac{a^3}{45}$.

Lời giải.

Từ C kẻ $CH \perp AB$ tại H . Từ H kẻ $HK \perp SB$ tại K .

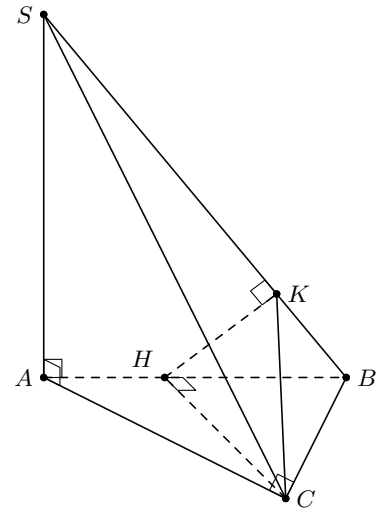
Ta có $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp CH$, hơn nữa $CH \perp AB$, ta suy ra $CH \perp (SAB)$ hay $CH \perp SB$.

Và theo cách dựng thì $SB \perp (CHK)$ nên $CK \perp SB$. Ta lại có

$$\begin{cases} (SBC) \cap (SAB) = SB \\ HK \subset (SAB) \\ CK \subset (SBC). \end{cases}$$

Suy ra góc giữa (SBC) tạo với (SAB) là $\widehat{CKH} = 30^\circ$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SC$.



Tam giác SBC vuông tại C có $\widehat{BSC} = 60^\circ$, đường cao CK nên $SC = \frac{a}{\sqrt{3}}$, $SB = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$, $CK = \frac{a}{2}$.
Tam giác CKH vuông tại H có $\widehat{CKH} = 30^\circ$ nên $CH = CK \cdot \sin 30^\circ = \frac{a}{4}$. Tam giác ABC vuông tại C , đường cao CH nên

$$\frac{1}{CH^2} = \frac{1}{CA^2} + \frac{1}{CB^2} \Rightarrow \frac{1}{CA^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{CB^2} = \frac{16}{a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{15}{a^2} \Rightarrow CA = \frac{a}{\sqrt{15}}.$$

Suy ra $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \frac{4a}{\sqrt{15}}$.

Tam giác SAB vuông tại A nên $AS = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{\frac{4a^2}{3} - \frac{16a^2}{15}} = \frac{2a}{\sqrt{15}}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot AC \cdot BC = \frac{1}{6} \cdot \frac{2a}{\sqrt{15}} \cdot \frac{a}{\sqrt{15}} \cdot a = \frac{a^3}{45}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 464. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB và N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích khối tứ diện $ACMN$.

A. $V = \frac{a^3}{12}$.

B. $V = \frac{a^3}{8}$.

C. $V = \frac{a^3}{6}$.

D. $V = \frac{a^3}{36}$.

Lời giải.

Đặt $V_{S.ABCD} = V$. Khi đó, ta có

$$V = V_{S.AMN} + V_{M.ABC} + V_{N.ADC} + V_{ACMN} + V_{S.CMN}$$

$$\Rightarrow V_{ACMN} = V - V_{S.AMN} - V_{M.ABC} - V_{N.ADC} - V_{S.CMN}.$$

Lại có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$

$$\Rightarrow V_{S.CMN} = V_{S.AMN} = \frac{1}{3}V_{S.ABD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}V = \frac{1}{6}V.$$

Mặt khác, ta có

$$V_{M.ABC} = \frac{1}{3}d[M, (ABC)] \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}SA \cdot \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{4}V.$$

Tương tự: $V_{N.ADC} = \frac{1}{3}d[N, (ADC)] \cdot S_{ADC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}SA \cdot \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{6}V.$

Do đó:

$$V_{ACMN} = V_{S.ABCD} - V_{S.AMN} - V_{M.ABC} - V_{N.ADC} - V_{S.CMN}$$

$$V_{ACMN} = V - \frac{1}{6}V - \frac{1}{4}V - \frac{1}{6}V - \frac{1}{6}V = \frac{1}{4}V = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}a \cdot a^2 = \frac{a^3}{12}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 465. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 45° ; M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB và AB . Tính thể tích V khối tứ diện $DMNP$.

A. $\frac{a^3}{6}.$

B. $\frac{a^3}{4}.$

C. $\frac{a^3}{2}.$

D. $\frac{a^3}{12}.$

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$. Theo giả thiết, ta có góc $\widehat{SPO} = 45^\circ$.

Do đó, ta có

$$SO = OP = \frac{AB}{2} = a \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot (2a)^2 = \frac{4}{3}a^3.$$

Mặt khác, lại có $S_{\triangle MNP} = \frac{1}{4}S_{\triangle SAB}$ nên

$$\frac{1}{2}V_{S.ABCD} = V_{S.ABD} = V_{D.SAB} = 4 \cdot V_{D.MNP}$$

$$\Rightarrow V_{D.MNP} = \frac{1}{8}V_{S.ABCD} = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3}a^3 = \frac{a^3}{6}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 466. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc 60° . Tính theo a thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

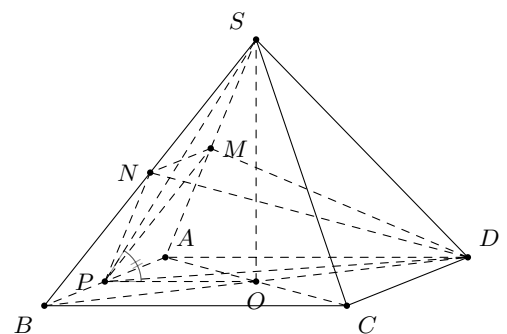
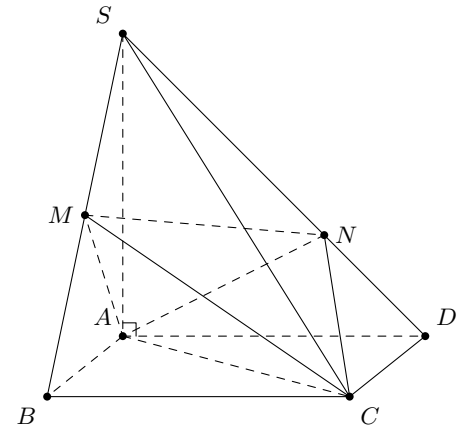
A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}.$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}.$

Lời giải.

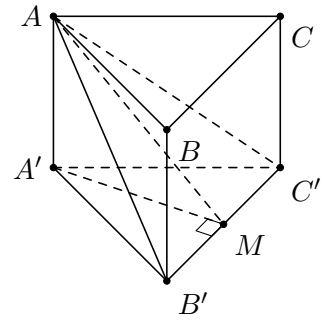


Gọi M là trung điểm $B'C'$. Ta có

$$((AB'C'); (A'B'C')) = (AM, A'M) = \widehat{AMA'}.$$

$$A'A = A'M \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Thể tích: } V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 467. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Trên AA' , BB' lần lượt lấy các điểm M , N sao cho $\frac{A'M}{AM} = \frac{BN}{B'N} = k$ ($0 < k < 1$). P là điểm bất kỳ trên cạnh CC' . Tỉ số thể tích của khối chóp $P.ABNM$ và thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{k}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. k .

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{A'M}{AM} = \frac{BN}{B'N} \Rightarrow \frac{A'M}{AA'} = \frac{BN}{B'B} \Rightarrow A'M = BN,$$

$$B'N = AM. \text{ Do đó } S_{AMNB} = S_{A'B'NM} = \frac{1}{2}S_{AA'B'B}.$$

Vì $P \in CC'$ và $CC' \parallel (A'B'BA)$ nên

$$V_{P.ABNM} = \frac{1}{2}V_{P.AA'B'B} = \frac{1}{2}V_{C.AA'B'B}.$$

$$\text{Mà } V_{C.AA'B'B} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C.A'B'C'} \\ = V_{ABC.A'B'C'} - \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}.$$

$$\text{Vậy } V_{P.ABNM} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 468. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $\triangle SAD$ vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết $AB = a$, $SA = 2SD$, mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{15a^3}{2}$.

B. $\frac{3a^3}{2}$.

C. $\frac{5a^3}{2}$.

D. $5a^3$.

Lời giải.

Kẻ $SH \perp AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Kẻ $HM \perp BC \Rightarrow BC \perp (SHM)$.

Do đó góc giữa (SBC) và đáy là góc $\widehat{SMH} = 60^\circ$ và $SH = HM \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Trong $\triangle SAD$ vuông tại S có

$$\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SD^2} = \frac{1}{4SD^2} + \frac{1}{SD^2} = \frac{5}{4SD^2}.$$

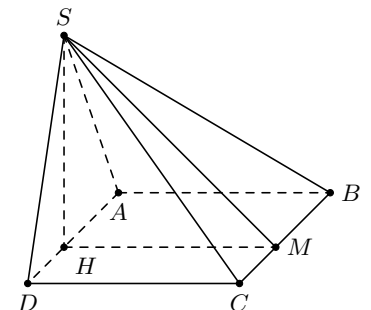
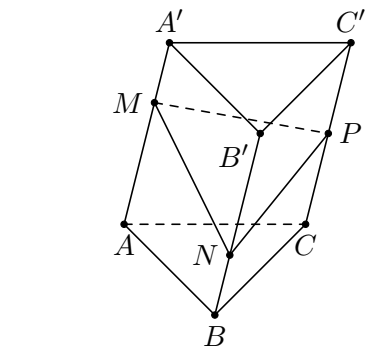
$$\text{Suy ra } SD^2 = \frac{5}{4}SH^2 = \frac{15}{4}a^2 \Rightarrow SA = 15a^2 \text{ và } AD^2 = SD^2 + SA^2 = \frac{75}{4}a^2 \Rightarrow AD = \frac{5\sqrt{3}}{2}a.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3}a \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2}a \cdot a = \frac{5a^3}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 469. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} =$



120° . Mặt phẳng $(A'BC')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{9a^3}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{3a^3}{8}$.

Lời giải.

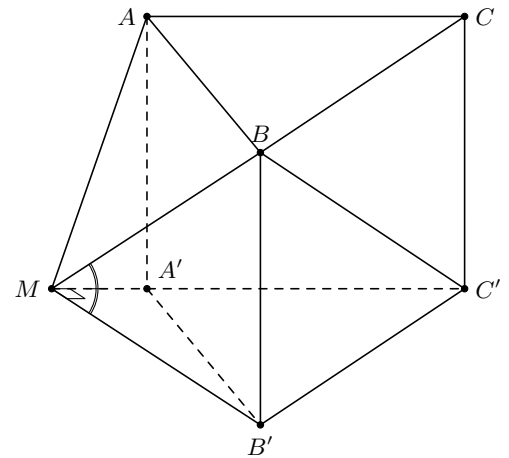
Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \widehat{BAC} = v$.

Kẻ $B'M \perp A'C' \Rightarrow B'M = A'B' \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Mà $MC' \perp (BMB')$ nên góc giữa $(A'BC')$ hay (BMC') với đáy là góc $\widehat{BMB'} = 60^\circ$.

Suy ra $BB' = B'M \cdot \sin 60^\circ = \frac{3a}{2}$. Vậy thể tích $ABC.A'B'C'$ là

$$V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 470. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi M là trung điểm SC , mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD chia khối chóp thành hai khối đa diện. Đặt V_1 là thể tích khối đa diện chứa S và V_2 là thể tích khối đa diện chứa đáy $ABCD$. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

Lời giải.

Gọi O là tâm $ABCD$. Trong (SAC) gọi $I = AM \cap SO$, trong (SBD) qua I , kẻ đường thẳng song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại H và K . Khi đó $(P) \equiv (AHMK)$.

Mặt khác I là trọng tâm $\triangle SAC$ nên

$$\frac{SI}{SO} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SH}{SB} = \frac{SK}{SD} = \frac{2}{3}.$$

Ta có $\frac{V_{S.AHM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SH}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AHM} = \frac{1}{6} V_{S.ABCD}$.

Tương tự cũng có $V_{S.AMK} = \frac{1}{6} V_{S.ABCD}$.

Từ đó suy ra $V_1 = V_{S.AHM} + V_{S.AMK} = \frac{1}{3} V_{S.ABCD} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 471. Cho một khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AA', CC' . Mặt phẳng (BEF) chia khối lăng trụ thành 2 phần. Tỷ số thể tích của hai phần đó là

A. $\frac{1}{3}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

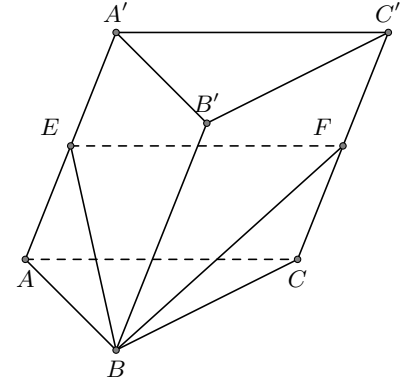
Cần tính tỉ số $\frac{V_{B.ACFE}}{V_{BB'A'C'FE}}$.

Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Ta có $V_{B.A'B'C'} = \frac{1}{3}V$, $V_{B.ACC'A'} = \frac{2}{3}V$.

$V_{B.ACFE} = \frac{1}{2}V_{B.ACC'A'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}V = \frac{1}{3}V$

$\Rightarrow \frac{V_{B.ACFE}}{V_{BB'A'C'FE}} = \frac{\frac{1}{3}V}{\frac{2}{3}V} = \frac{1}{2}$.



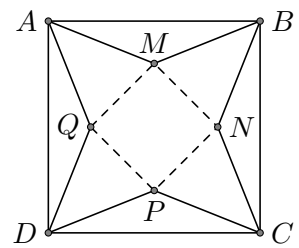
Chọn đáp án **C**

□

Câu 472.

Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 5 dm, người ta cắt bỏ bốn tam giác bằng nhau AMB , BNC , CPD , DQA . Với phần còn lại, người ta gấp lên và ghép lại để thành hình chóp tứ giác đều. Hỏi cạnh đáy của khối chóp bằng bao nhiêu để thể tích của nó là lớn nhất?

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.



Lời giải.

Đặt $MN = 2x$. Suy ra $FO = x$, $FC = CO - FO = \frac{5\sqrt{2}}{2} - x$.

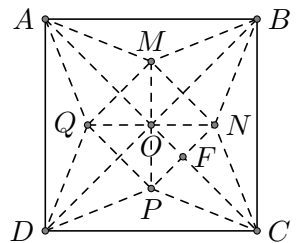
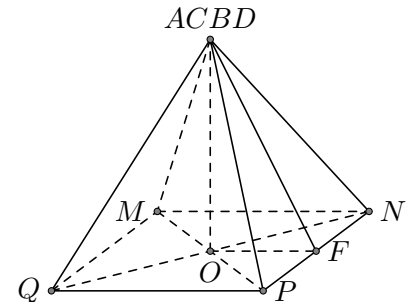
Do đó, đường cao CO của hình chóp $C.MNPQ$ có độ dài là

$$\sqrt{\left(\frac{5\sqrt{2}}{2} - x\right)^2 - x^2} = \sqrt{\frac{25}{2} - 5\sqrt{2}x}.$$

Suy ra thể tích khối chóp là

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}(2x)^2 \sqrt{\frac{25}{2} - 5\sqrt{2}x} \\ &= \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \left(\sqrt{\frac{4}{5\sqrt{2}}}\right)^4 \cdot \sqrt{\frac{5\sqrt{2}}{4}x} \cdot \sqrt{\frac{5\sqrt{2}}{4}x} \cdot \sqrt{\frac{5\sqrt{2}}{4}x} \cdot \sqrt{\frac{5\sqrt{2}}{4}x} \cdot \sqrt{\frac{25}{2} - 5\sqrt{2}x} \\ &\leq \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \left(\sqrt{\frac{4}{5\sqrt{2}}}\right)^4 \left(\sqrt{\frac{25}{2}}\right)^5. \end{aligned}$$

V lớn nhất khi và chỉ khi $\frac{25}{2} - 5\sqrt{2}x = \frac{5\sqrt{2}}{4}x \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 473. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC) , tam giác ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $SA = 3a$. Gọi D , E là hình chiếu của A lên SB , SC . Tính thể tích khối chóp $A.BCED$.

- A. $\frac{85a^3}{1352}$. B. $\frac{22a^3}{289}$. C. $\frac{19a^3}{200}$. D. $\frac{3a^3}{25}$.

Lời giải.

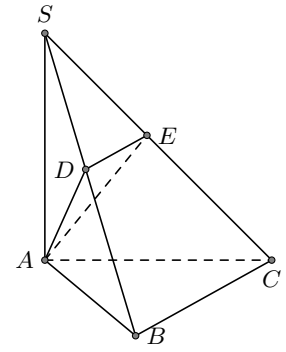
Vì $\triangle SAB = \triangle SAC$ nên $\frac{SD}{SB} = \frac{SE}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{9}{10}$.

Suy ra $\frac{V_{S.ADE}}{V_{S.ABC}} = \frac{SD}{SB} \cdot \frac{SE}{SC} \cdot \frac{SA}{SC} = \frac{81}{100}$.

Suy ra $\frac{V_{S.ADECB}}{V_{S.ABC}} = \frac{19}{100}$.

Mà $V_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{2}$.

Vậy $V_{S.ADECB} = \frac{19a^3}{200}$.



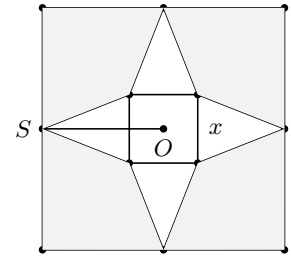
Chọn đáp án **C**

□

Câu 474. Cho miếng bìa hình vuông cạnh bằng 5m.

Để làm một mô hình kim tự tháp Ai Cập, người ta cắt bỏ 4 tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy chính là cạnh của hình vuông rồi gấp lên, ghép lại thành hình chóp tứ giác đều (tham khảo hình vẽ bên). Để mô hình có thể tích lớn nhất thì cạnh đáy của mô hình bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{7\sqrt{2}}{4}$. B. 2. C. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. D. $2\sqrt{2}$.



Lời giải.

Gọi x là độ dài cạnh đáy của mô hình.

Gọi E là một đỉnh của đáy hình chóp như hình vẽ và P là giao điểm của SO với một cạnh đáy của hình chóp như hình vẽ bên. Ta có

$$OE = \frac{x\sqrt{2}}{2}; EP = \frac{x}{2}; SO = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Suy ra } PO = \sqrt{EO^2 - PE^2} = \frac{x}{2}$$

$$\text{và } SH = SO - OH = \frac{5}{2} - \frac{x}{2}.$$

$$\text{Khi đó } SE^2 = SP^2 + EP^2 = \left(\frac{5}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{x^2}{4}.$$

Suy ra chiều cao của hình chóp là

$$h = \sqrt{SE^2 - EO^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{5}{2}x}.$$

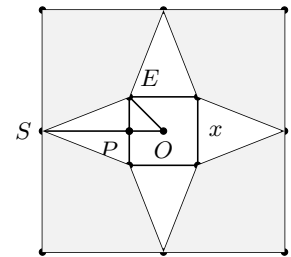
Diện tích đáy của hình chóp là $S = x^2$.

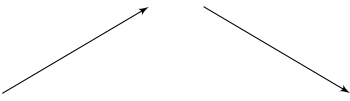
$$\text{Thể tích hình chóp thu được là } V = \frac{1}{3}x^2 \cdot \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{5}{2}x} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{25}{4}x^4 - \frac{5}{2}x^5}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{25}{4}x^4 - \frac{5}{2}x^5$ với $0 < x < \frac{5}{2}$.

$$\text{Có } f'(x) = 25x^3 - \frac{25}{2}x^4, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Bảng biến thiên



x	0	2	2,5
$f(x)'$	+	0	-
$f(x)$	20 		

Suy ra $\max_{(0; \frac{5}{2})} f(x) = 20$ khi $x = 2$.

Do đó thể tích hình chóp thu được lớn nhất khi $x = 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 475. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích là V_1, V_2 trong đó V_1 là phần thể tích chứa đỉnh A . Tính tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$.

A. $\frac{7}{5}$.

B. $\frac{5}{12}$.

C. $\frac{12}{5}$.

D. $\frac{5}{7}$.

Lời giải.

Gọi P là giao điểm của MN cắt SD suy ra P là trọng tâm của $\triangle SMC$ nên $SP = \frac{2}{3}SD$.

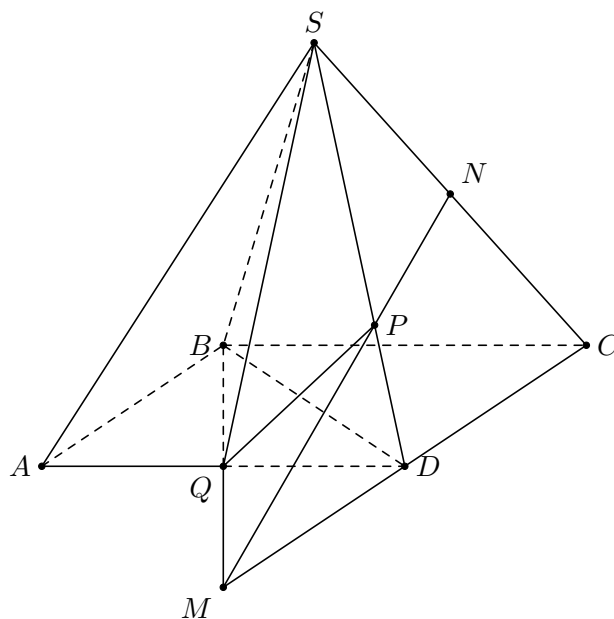
$$\text{Suy ra } \frac{V_{S.BNP}}{V_{S.BCD}} = \frac{SN}{SC} \cdot \frac{SP}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.BNP} = \frac{1}{3}V_{S.BCD} = \frac{1}{6}V.$$

Gọi Q là trung điểm AD suy ra $V_{S.BQD} = \frac{1}{4}V$.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{V_{S.BQP}}{V_{S.BQD}} &= \frac{SP}{SD} = \frac{2}{3} \\ \Rightarrow V_{S.BQP} &= \frac{2}{3}V_{S.BQD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}V = \frac{1}{6}V. \end{aligned}$$



$$\text{Ta có } V_1 = V_{S.BPN} + V_{S.BQP} + V_{S.ABQ} = \frac{1}{6}V + \frac{1}{4}V + \frac{1}{6}V = \frac{7}{12}V, \quad V_2 = \frac{5}{12}V.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 476. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 4a$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

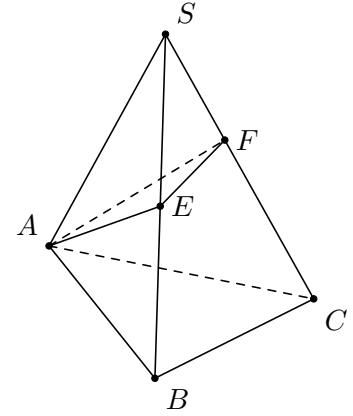
Lời giải.

Lấy E, F trên SB, SC sao cho $SE = SA = a, SF = SA = a$.

Hình chóp $S.AEF$ có : $SA = SE = SF = a$ và $\widehat{ASE} = \widehat{FSE} = \widehat{FSA} = 60^\circ$. Suy ra $\triangle SAE, \triangle SEF, \triangle SAF$ đều. Do đó $SAEF$ là tứ diện đều cạnh a .

$$\text{Nên ta có } V_{SAEF} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}; \quad \frac{V_{SAEF}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SF}{SC} = \frac{1}{8}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = 8V_{SAEF} = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

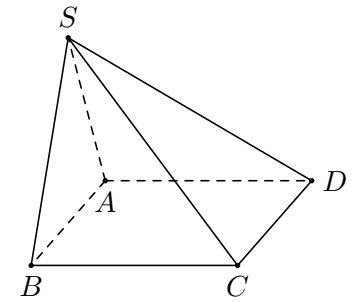
Câu 477. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $2a^3$ và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2 . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD .

- A. a . B. $\frac{3a}{2}$. C. $3a$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Vì $CD \parallel AB \Rightarrow CD \parallel (SAB)$. Do đó:

$$\begin{aligned} d(SB, CD) &= d(CD, (SAB)) \\ &= d(C, (SAB)) \\ &= \frac{3V_{C.SAB}}{S_{SAB}} = \frac{3 \cdot \frac{1}{2}V_{S.ABCD}}{S_{SAB}} = 3 \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 478. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của BC , N thuộc cạnh CD thỏa $\frac{CN}{CD} = \frac{1}{3}$. Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối lập phương thành hai khối, gọi (H) là khối chứa điểm A . Tính thể tích khối (H) theo a .

- A. $\frac{53a^3}{144}$. B. $\frac{55a^3}{144}$. C. $\frac{55a^3}{137}$. D. $\frac{65a^3}{113}$.

Lời giải.

Gọi $L = AD \cap MN$, $K = AB \cap MN$, $Q = LA' \cap DD'$ và $P = BB' \cap A'K$.

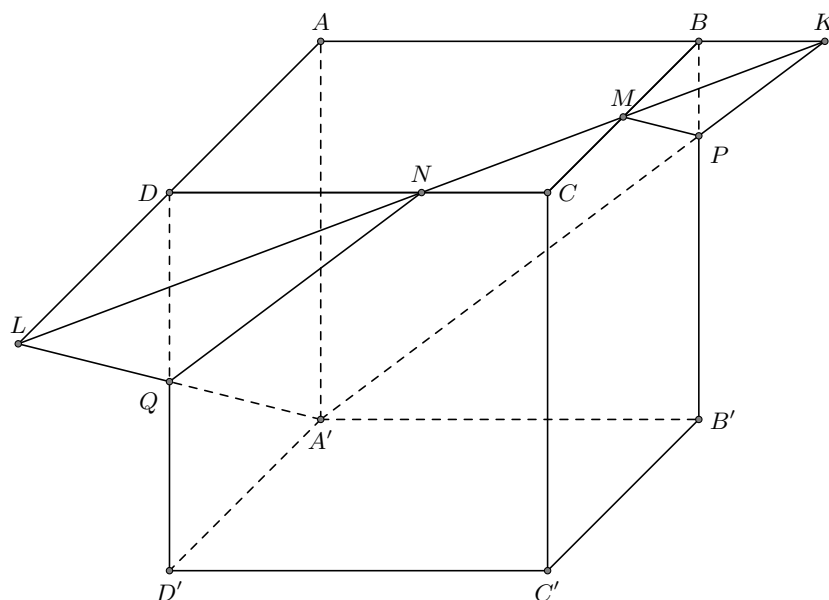
Khi đó, $V_A = V_{K.ALA'} - V_{K.BMP} - V_{L.DQN}$.

Ta có $\frac{CM}{LD} = \frac{CN}{ND}$ và $\frac{CN}{BK} = \frac{CM}{MB}$.

$$\text{Do đó } \begin{cases} KA = AB + BK = a + \frac{1}{3}a = \frac{4a}{3} \\ AL = DL + DA = 2a \\ AA' = a. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } V_{K.ALA'} = \frac{1}{3}a^2 \frac{4a}{3} = \frac{4a^3}{9}, \quad V_{K.BMP} = \frac{a^3}{144} \quad \text{và} \quad V_{L.DNQ} = \frac{a^3}{18}.$$

$$\text{Vậy } V_A = \frac{4a^3}{9} - \frac{a^3}{144} - \frac{a^3}{18} = \frac{55a^3}{144}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 479. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) trùng vào trọng tâm G của tam giác ABC . Biết tam giác $A'BB'$ có diện tích bằng $\frac{2\sqrt{3}a^2}{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{6\sqrt{2}a^3}{7}$.

B. $\frac{3\sqrt{7}a^3}{8}$.

C. $\frac{3\sqrt{5}a^3}{8}$.

D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Lời giải.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC .

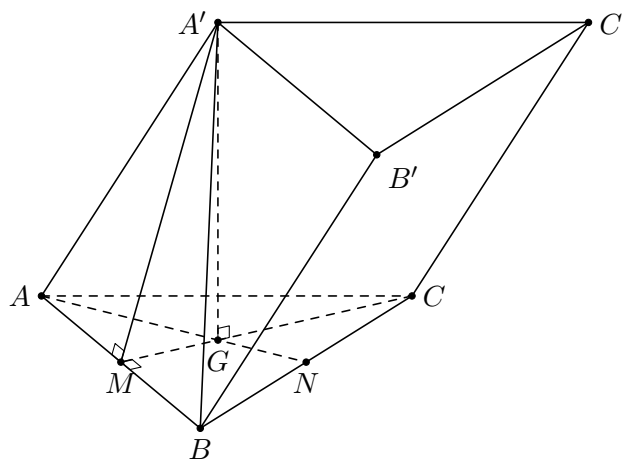
Do $A'G \perp (ABC)$ suy ra $A'G \perp AB$ (1).

Vì tam giác ABC đều nên $CM \perp AB$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $AB \perp (A'MC)$ nên $AB \perp A'M$.

Theo giả thiết ta có

$$S_{\triangle AA'B} = S_{\triangle A'BB'} = \frac{2\sqrt{3}a^2}{2}.$$



Mà

$$S_{\triangle AA'B} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot A'M \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{3}a^2}{3} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot A'M \Leftrightarrow A'M = \frac{4\sqrt{3}a}{3}$$

$$\text{Để thấy } MG = \frac{1}{3} \cdot MC = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } A'MG \text{ ta có } A'G = \sqrt{A'M^2 - MG^2} = \sqrt{\frac{16a^2}{3} - \frac{a^2}{12}} = \frac{a\sqrt{21}}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích } V \text{ của khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ bằng } V = A'G \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{2} = \frac{3\sqrt{7}a^3}{8}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 480. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = a$. Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của S trên AB, AC . Tính thể tích hình chóp $S.AB'C'$

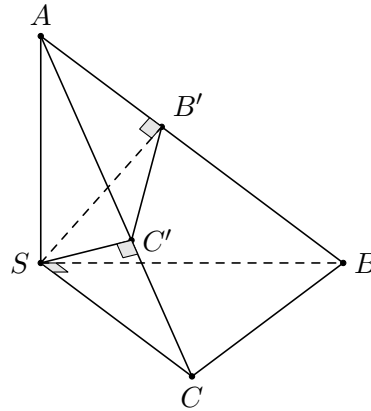
A. $V = \frac{a^3}{24}$.

B. $V = \frac{a^3}{12}$.

C. $V = \frac{a^3}{6}$.

D. $V = \frac{a^3}{48}$.

Lời giải.



Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot SB \cdot SC = \frac{1}{6}a^3$.

Tam giác SAB , SAC vuông cân tại S nên đường cao SB' , SC' cũng là đường trung tuyến.

$$\text{Suy ra } \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{1}{2}.$$

Áp dụng công thức tỉ số thể tích

$$\frac{V_{A.SB'C'}}{V_{A.SBC}} = \frac{AS}{AS} \cdot \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AC'}{AC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Suy ra } V_{A.SB'C'} = \frac{V_{A.SBC}}{4} = \frac{a^3}{24}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 481. Một viên đá có dạng khối chóp tứ giác đều với tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a . Người ta cưa viên đá đó theo mặt phẳng song song với mặt đáy của khối chóp để chia viên đá thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính diện tích thiết diện viên đá bị cưa bởi mặt phẳng nói trên.

A. $\frac{a^2}{\sqrt[3]{2}}.$

B. $\frac{a^2}{\sqrt{3}}.$

C. $\frac{a^2}{\sqrt[3]{4}}.$

D. $\frac{\sqrt[3]{2}}{4}a^2.$

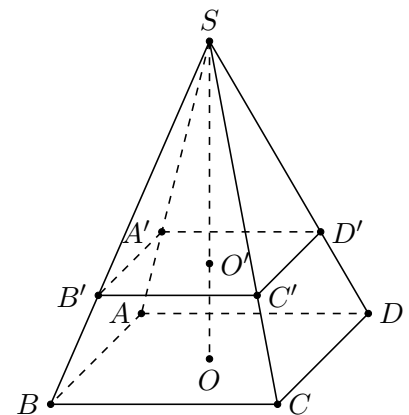
Lời giải.

$$\text{Gọi } k = \frac{SA'}{SA} \Rightarrow \frac{SO'}{SO} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'D'}{AD} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = k.$$

$$\text{Do đó } \frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = k^2 \text{ và } \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = k^3.$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{2} = k^3 \Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}.$$

$$\text{Ta lại có } S_{A'B'C'D'} = k^2 \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \cdot a^2.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 482. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

C. $V = \frac{3a^3}{16}.$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC và H là trọng tâm tam giác ABC .
Gọi N, K lần lượt là hình chiếu của M, H trên AA' . Ta
có $A'H \perp (ABC)$ nên $A'H \perp BC$ mà $BC \perp AM$. Do đó
 $BC \perp (AA'H) \Rightarrow BC \perp MN$.

Suy ra $d(BC, AA') = MN$ nên $MN = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Mặt khác $\frac{MN}{KH} = \frac{MA}{HA} = \frac{3}{2}$ nên $KH = \frac{2}{3}MN = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Mà $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{HA^2}$ nên $\frac{1}{HA^2} = \frac{1}{KH^2} - \frac{1}{HA^2}$.

Do $AH = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$ nên $\frac{1}{HA^2} = \frac{12}{a^2} - \frac{3}{a^2} = \frac{9}{a^2} \Rightarrow HA' = \frac{a}{3}$.

Vậy thể tích lăng trụ đã cho là $V = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 483. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Một mặt phẳng (P) đi qua A vuông góc với SC cắt SB, SD, SC lần lượt tại B', D', C' . Thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$ là

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

D. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Kẻ $AC' \perp SC$.

Trong mặt phẳng (SAC) gọi $I = SO \cap AC'$.

Vẽ $AB' \perp SB$, mà $AB' \perp BC$ do $(BC \perp (SAB))$ nên $AB' \perp (SBC) \Rightarrow AB' \perp SC$.

Tương tự vẽ $AD' \perp SD \Rightarrow AD' \perp SC$.

Do đó $B', D' \in (P)$.

Lại có $\triangle SAB = \triangle SAD$ nên $\begin{cases} AB' = AD' \\ SB' = SD' \end{cases}$.

Suy ra $\frac{SB'}{SB} = \frac{SD'}{SD}$. Khi đó $B'D' \parallel BD$.

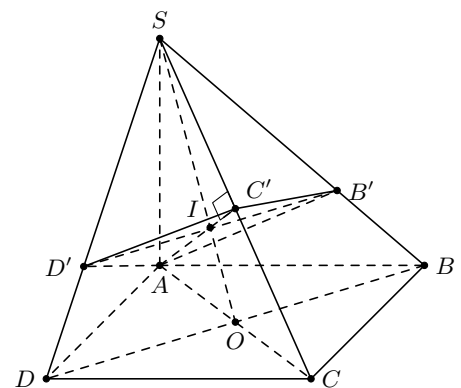
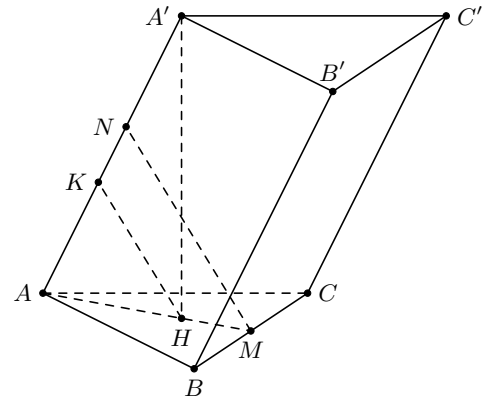
Mặt khác, $I \in AC' \subset (P)$ và $I \in SO \subset (SBD)$ nên $I \in (P) \cap (SBD) \Rightarrow I \in B'D'$.

Có $AC' \perp SC$ mà $\triangle SAC$ cân nên C' là trung điểm của SC .

Trong $\triangle SAB$ có AB' là đường cao nên $SA^2 = SB' \cdot SB \Leftrightarrow \frac{SB'}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{2}{3}$.

Mặt khác $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Tương tự $\frac{SD'}{SD} = \frac{2}{3}$.



Lại có

$$\begin{aligned}\frac{V_{SAB'C'D'}}{V_{SABCD}} &= \frac{V_{S.AB'C'} + V_{S.AC'D'}}{V_{S.ABCD}} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} + \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SC'}{SC} \right) \\ &= \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{3}.\end{aligned}$$

Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 484. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

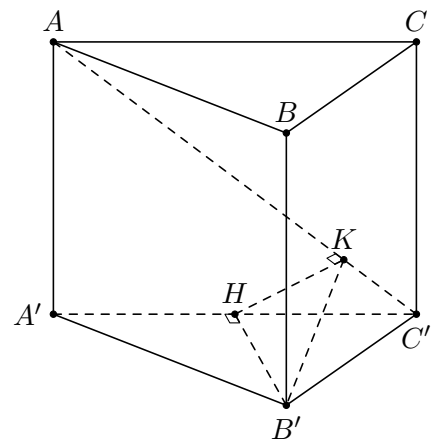
Gọi H là trung điểm $A'C'$, K là hình chiếu của H lên AC' ta có $B'H \perp (ACC')$ và $AC' \perp (B'HK)$ nên $\widehat{B'KH} = 60^\circ$.

Khi đó, $HK = B'H \cot \widehat{B'KH} = \frac{a}{\sqrt{6}}$ nên $C'K =$

$$\sqrt{HC'^2 - HK^2} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

Ta lại có $\frac{C'K}{HK} = \frac{A'C'}{AA'} \Rightarrow AA' = \frac{HK \cdot A'C'}{C'K} = a$.

Vậy $V_{B'.ACC'A'} = \frac{1}{3} B'H \cdot AA' \cdot A'C' = \frac{1}{3} \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3}{3}$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 485. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$, đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

A. $\frac{6a}{7}$. B. $\frac{3a\sqrt{3}}{13}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{4a}{7}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC , O là trọng tâm của tam giác ABC .

Vì ABC là tam giác đều, $SA = SB = SC$ nên $S.ABC$ là hình chóp đều, suy ra $SO \perp (ABC)$.

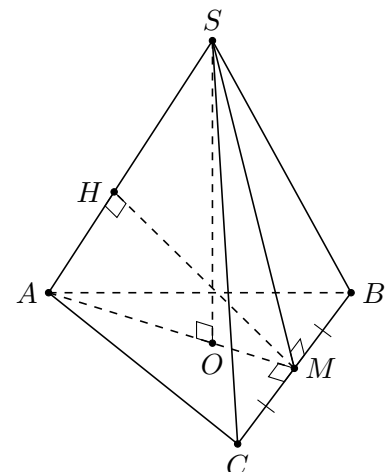
Vì $BC \perp SO$ và $BC \perp AM$ nên $BC \perp (SAM)$.

Trong (SAM) kẻ $MH \perp SA$ tại H . Khi đó $BC \perp MH$.

Vậy MH là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau SA và BC .

Do đó $d(SA, BC) = MH$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.



Độ dài chiều cao SO của hình chóp là $SO = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = 4a$.

Ta có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, nên $AO = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích của tam giác SAM là $S_{SAM} = \frac{1}{2}AM \cdot SO = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 4a = a^2\sqrt{3}$.

Tam giác SAO vuông tại O nên $SA = \sqrt{SO^2 + AO^2} = \frac{7a\sqrt{3}}{3}$.

Độ dài đoạn thẳng MH là $MH = \frac{2S_{SAM}}{SA} = 2a^2\sqrt{3} \cdot \frac{3}{7a\sqrt{3}} = \frac{6a}{7}$.

Vậy $d(SA, BC) = \frac{6a}{7}$.

Cách khác. Dùng công thức thể tích.

Vì $BC \perp (SAM)$ nên $BC \perp SA$, suy ra góc giữa SA và BC bằng 90° .

Mặt khác, $V_{S.ABC} = \frac{1}{6}SA \cdot BC \cdot d(SA, BC) \cdot \sin(SA, BC)$.

Cho nên

$$d(SA, BC) = \frac{6V_{S.ABC}}{SA \cdot BC \cdot \sin(SA, BC)} = \frac{6 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{3}}{\frac{7a\sqrt{3}}{3} \cdot a \cdot \sin 90^\circ} = \frac{6a}{7}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 486. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$; $SA = SB = SC = 2a$, M là trung điểm của cạnh SA ; N là giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (MBC) . Gọi V, V_1 lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABCD$ và $S.BCNM$. Tỉ số $\frac{V_1}{V}$ là

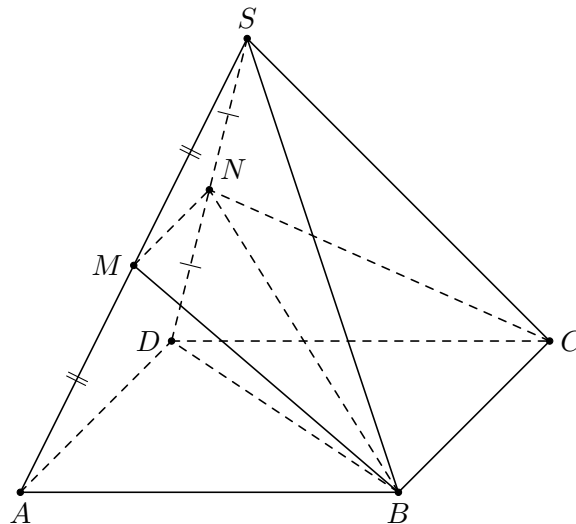
A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.



Qua M kẻ $d \parallel BC$. Khi đó $N = d \cap SD$ hay N là trung điểm SD .

Ta có $V_1 = V_{B.SMN} + V_{B.SNC} = \frac{1}{4} \cdot V_{B.SAD} + \frac{1}{2} \cdot V_{B.SDC} = \frac{1}{8} \cdot V + \frac{1}{4} \cdot V = \frac{3}{8} \cdot V \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{3}{8}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 487. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 1$, $\widehat{ASB} = 90^\circ$, $\widehat{BSC} = 120^\circ$, $\widehat{CSA} = 90^\circ$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. .

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

$$\frac{\sqrt{3}}{6}$$

Lời giải.

Có $\widehat{ASB} = 90^\circ \Rightarrow SA \perp SB$ (1); $\widehat{CSA} = 90^\circ \Rightarrow SA \perp SC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $SA \perp (SBC)$. Do đó

$$V_{S.ABC} = V_{A.SBC} = SA \cdot S_{\triangle SBC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot SB \cdot SC \cdot \sin \widehat{BSC} = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

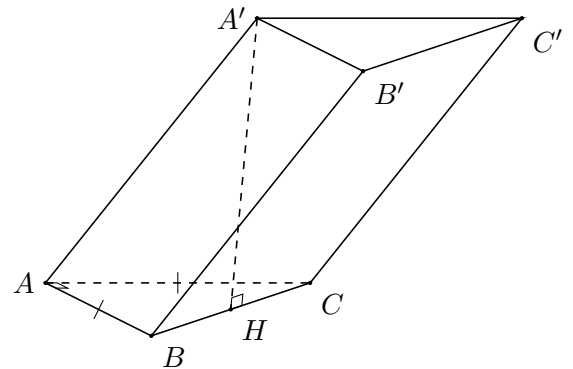
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 488.

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $AB = a$, các cạnh bên tạo với đáy một góc bằng 30° , hình chiếu của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của đoạn thẳng BC (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$.



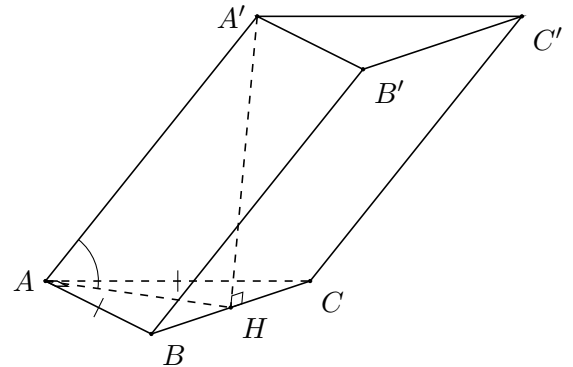
Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $BC = a\sqrt{2}$ và $\widehat{A'AH} = (AA', (ABC)) = 30^\circ$ và $A'H$ là chiều cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Trong tam giác $A'AH$ có $\widehat{A} = 30^\circ$, $AH = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$$\Rightarrow A'H = \tan A \cdot AH = \tan 30^\circ \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Do đó } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$



Chọn đáp án **(A)**

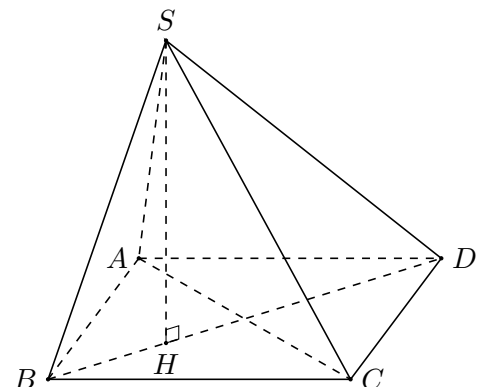
□

Câu 489.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên $SB = \frac{4\sqrt{3}a}{3}$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn BD sao cho $BH = \frac{BD}{3}$. Gọi K là hình chiếu vuông góc của D trên SB .

Gọi V_1 là thể tích tứ diện $CKBD$ và V_2 là thể tích tứ diện $SBCD$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ (tham khảo hình vẽ).

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.



Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{B.CDK}}{V_{B.CDS}} = \frac{BK}{BS}.$$

$$ABCD \text{ là hình vuông cạnh } 2a \text{ nên } BD = 2a\sqrt{2} \Rightarrow BH = \frac{BD}{3} = \frac{2a\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Tam giác } SBD \text{ có } SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{\frac{48a^2}{9} - \frac{8a^2}{9}} = \frac{2a\sqrt{10}}{3}.$$

$$S_{\triangle SBD} = \frac{1}{2}SH \cdot BD = \frac{1}{2}DK \cdot SB \Rightarrow DK = \frac{SH \cdot BD}{SB} = \frac{2\sqrt{15}a}{3}.$$

Trong $\triangle BKD$ vuông tại K , có

$$BK = \sqrt{BD^2 - DK^2} = \sqrt{8a^2 - \frac{20a^2}{3}} = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{BK}{SB} = \frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{4a\sqrt{3}} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 490. Từ hình vuông có cạnh bằng 30 cm người ta cắt bỏ các tam giác vuông cân tạo hình hình tô đậm như hình vẽ. Sau đó người ta gấp thành hình hộp chữ nhật không nắp. Cho biết $AB = BC = CD = 10$ cm. Tính thể tích của khối hộp?

A. $1000\sqrt{2}\text{cm}^3$.

B. $50\sqrt{2}\text{cm}^3$.

C. $500\sqrt{2}\text{cm}^3$.

D. $100\sqrt{2}\text{cm}^3$.

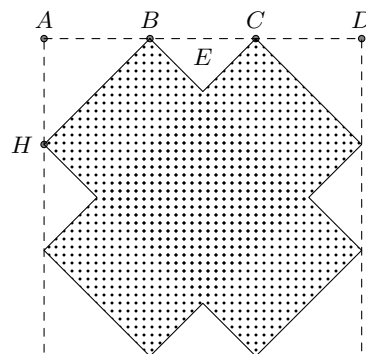
Lời giải.

Gọi E, H như hình vẽ.

Theo giả thiết, ta có hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông có độ dài bằng độ dài của cạnh BH , với $BH = AB\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$ vì $\triangle ABH$ vuông cân tại A và $AB = BH = 10$ cm.

Chiều cao của hình hộp chữ nhật là BE và $BC = BE \cdot \sqrt{2} \Rightarrow BE = 5\sqrt{2}$.

Thể tích của hình hộp chữ nhật $V = 5\sqrt{2} \cdot (10\sqrt{2})^2 = 100\sqrt{2} (\text{cm}^3)$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 491.

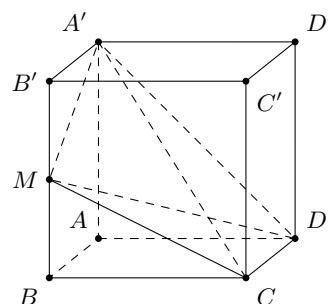
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm của BB' . Tính thể tích khối $A'MCD$.

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{2}{15}$.

C. $\frac{4}{15}$.

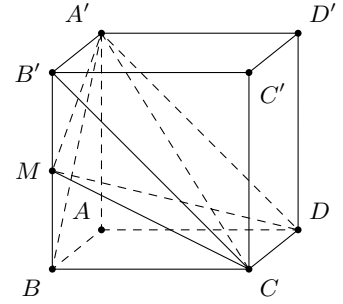
D. $\frac{1}{28}$.



Lời giải.

Vì $d[M, (A'CD)] = \frac{1}{2}d[B, (A'CD)]$ và $S_{\triangle A'CD} = \frac{1}{2}S_{A'B'CD}$, suy ra
 $V_{A'MCD} = V_{M.A'CD} = \frac{1}{4} \cdot V_{B.CDA'B'}$. Do đó

$$V_{A'MCD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot V_{BCB'.ADA'} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{12}.$$



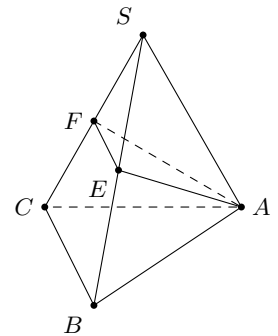
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 492.

Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Gọi E, F lần lượt là trung điểm các cạnh SB, SC . Biết mặt phẳng (AEF) vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.



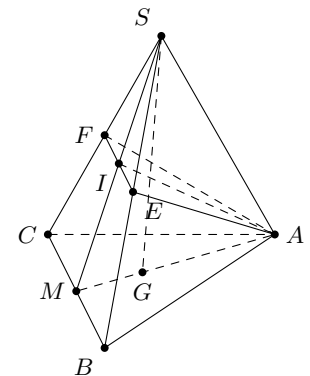
Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC , $I = EF \cap SM$, suy ra I là trung điểm của EF và SM .

Mặt khác, do hai tam giác $\triangle ACS$ và $\triangle ABS$ bằng nhau nên $AF = AE$. Do đó, tam giác AEF cân tại A nên $AI \perp EF$.

Lại có, $(AEF) \perp (SBC)$ nên $AI \perp (SBC)$, suy ra $AI \perp SM$.

Tam giác ASM có $AI \perp SM$ và I là trung điểm của SM nên ASM cân tại A , suy ra $SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Gọi G là trọng tâm ABC , suy ra $SG \perp (ABC)$ và $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác SAG có $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{15}}{6}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SG \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{6} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{5}}{24}.$$

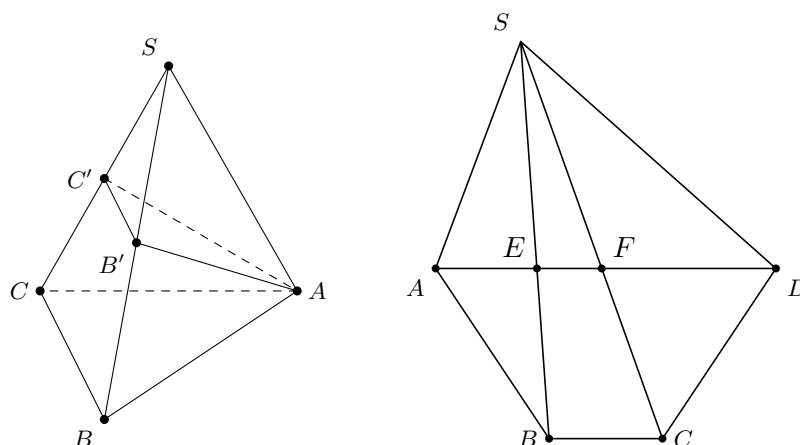
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 493. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $AB = a$, $\widehat{ASB} = 30^\circ$. Lấy các điểm B', C' lần lượt thuộc các cạnh SB, SC sao cho chu vi tam giác $AB'C'$ nhỏ nhất. Tính chu vi đó.

- A. $(\sqrt{3} - 1)a$. B. $\sqrt{3}a$. C. $\frac{a}{1 + \sqrt{3}}$. D. $(1 + \sqrt{3})a$.

Lời giải.



Trải hình chóp $S.ABC$ ra mặt phẳng (SBC) , suy ra chu vi tam giác $AB'C'$ bằng $AB' + B'C' + C'A = AB' + B'C' + C'D \geq AD$. Dấu “=” xảy ra khi $B' \equiv E, C' \equiv F$.

Ta có $AB = a, \widehat{ASB} = 30^\circ$, suy ra $SA = SB = \frac{a}{2 \sin 15^\circ} = \frac{a(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{2}$.

Lại có $\widehat{ASB} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ASD} = 90^\circ \Rightarrow AD = SA\sqrt{2} = (1 + \sqrt{3})a$.

Vậy chu vi tam giác $AB'C'$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $(1 + \sqrt{3})a$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 494. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích mặt bên $ABB'A'$ bằng 6, khoảng cách giữa cạnh CC' và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. 24.

B. 8.

C. 16.

D. 32.

Lời giải.

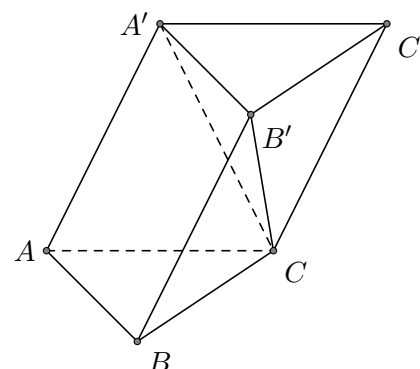
Vì $CC' \parallel (ABB'A')$ nên

$$d(CC', (ABB'A')) = d(C, (ABB'A')) = 8.$$

Khi đó $V_{C.ABB'A'} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABB'A'} \cdot d(C, (ABB'A')) = 16$.

Mặt khác ta có $V_{C.ABB'A'} = \frac{2}{3} \cdot V_{ABC.A'B'C'}$.

Khi đó $V_{ABC.A'B'C'} = 24$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 495. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 1, AC = 2$; cạnh bên $AA' = \sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt đáy (ABC) trùng với chân đường cao hạ từ B của tam giác ABC . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{21}}{12}$.

B. $V = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

C. $V = \frac{\sqrt{21}}{4}$.

D. $V = \frac{3\sqrt{21}}{4}$.

Lời giải.

Xét tam giác ABC vuông tại B , ta có:

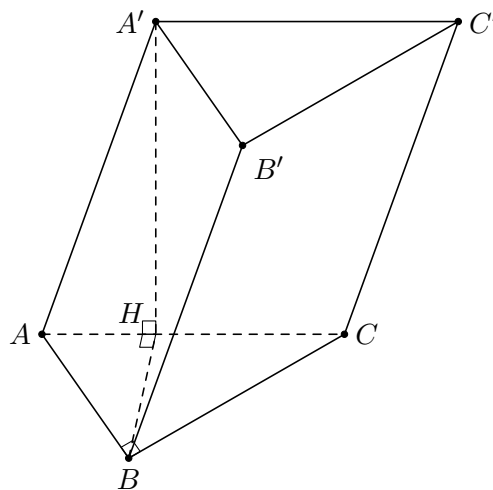
$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{3}.$$

Suy ra

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BA \cdot BC = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Gọi H là chân đường cao kẻ từ B , ta có:

$$AB^2 = AH \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{AB^2}{AC} = \frac{1}{2}.$$



Xét tam giác $AA'H$ vuông tại H , ta có:

$$A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = A'H \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{7}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{21}}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 496. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S . Gọi M là điểm thuộc đường thẳng CD sao cho BM vuông góc với SA . Tính thể tích V của khối chóp $S.BDM$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}.$

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}.$

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{32}.$

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{16}.$

Lời giải.

Gọi I, J trung điểm AB, CD , suy ra

$$SI \perp AB; SJ \perp CD \quad (1)$$

$$AB \parallel CD \Rightarrow SI \perp CD \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $CD \perp (SIJ) \Rightarrow (ABCD) \perp (SIJ)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên IJ , suy ra $SH \perp (ABCD)$. Ta tính được $SI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $SJ = \frac{1}{2}CD = \frac{a}{2}$. Mặt khác ta có: $SI^2 + SJ^2 = a^2 = JI^2 \Rightarrow \triangle SJI$ vuông tại S .

$$\Rightarrow SH = \frac{SI \cdot SJ}{JI} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

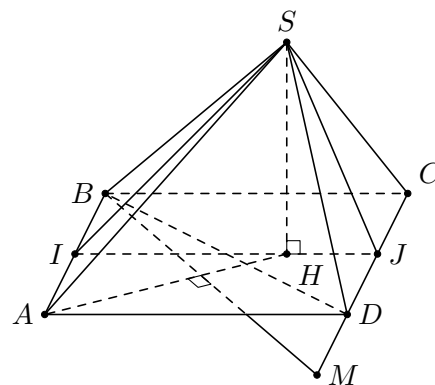
Ta có $BM \perp SA \Leftrightarrow BM \perp AH$ (định lý 3 đường vuông góc).

Suy ra tam giác AIH đồng dạng với tam giác BCM

$$\Rightarrow \frac{IH}{MC} = \frac{AI}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow CM = 2IH = 2\sqrt{SI^2 - SH^2} = \frac{3a}{2}.$$

Xét $\triangle AMD$ có

$$AM^2 = AD^2 + MD^2 = AD^2 + (CM - CD)^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$



Suy ra

$$DM = \sqrt{AM^2 - AD^2} = \frac{a}{2} \Rightarrow CM = \frac{3a}{2}.$$

Ta có

$$S_{BDM} = S_{BCM} - S_{BDC} = \frac{1}{2} (BC \cdot CM - BC^2) = \frac{a^2}{4}.$$

Vậy

$$V_{S.BDM} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{BDM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{\sqrt{3}}{48} a^3.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 497. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{12}.$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}.$

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của cạnh AB . Do $\triangle SAB$ đều nên $SH \perp AB$.

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \Rightarrow SH \perp (ABC). \\ SH \subset (SAB), SH \perp AB \end{cases}$$

Do đó, $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và SH là chiều cao của khối chóp $S.ABC$.

$\triangle ABC$ vuông tại A , ta có:

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

Mặt khác

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}.$$

Suy ra thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 498. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AD ; gọi M là trung điểm của CD ; cạnh bên SB hợp với đáy góc 60° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABM$.

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}.$

B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}.$

D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}.$

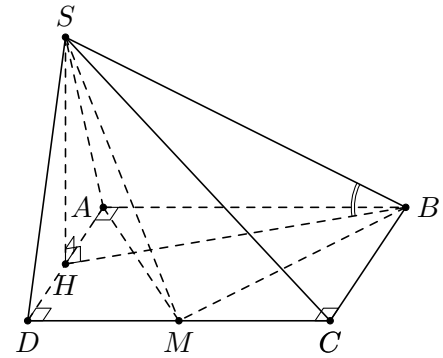
Lời giải.

Gọi H là trung điểm $AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Vì $SH \perp (ABCD)$ nên HB là hình chiếu vuông góc của SB trên $(ABCD)$. Do đó góc giữa SB và $(ABCD)$ bằng góc $\widehat{SBH} \Rightarrow \widehat{SBH} = 60^\circ$.

Tam giác ABH vuông tại A có $AH = \frac{a}{2}$, $AB = a$

$$\Rightarrow BH^2 = AB^2 + AH^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$



Tam giác SHB vuông tại $H \Rightarrow SH = BH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Diện tích tam giác ABM là $S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(M, AB) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^2}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABM$ là $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} = \frac{a^3\sqrt{15}}{12}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 499. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB , AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$, $AD = 4a$. Gọi M , N , P tương ứng là trung điểm các cạnh BC , CD , DB . Tính thể tích V của khối tứ diện $AMNP$.

A. $V = 7a^3$. B. $V = \frac{28a^3}{3}$. C. $V = \frac{7a^3}{2}$. D. $V = 14a^3$.

Lời giải.

Vì $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp AD \end{cases}$ nên $AB \perp (ACD)$.

Thể tích tứ diện $ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ACD} \cdot AB$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{6} \cdot AC \cdot AD \cdot AB = \frac{1}{6} \cdot 7a \cdot 4a \cdot 6a = 28a^3.$$

Mặt khác thể tích tứ diện $ABCD$ là

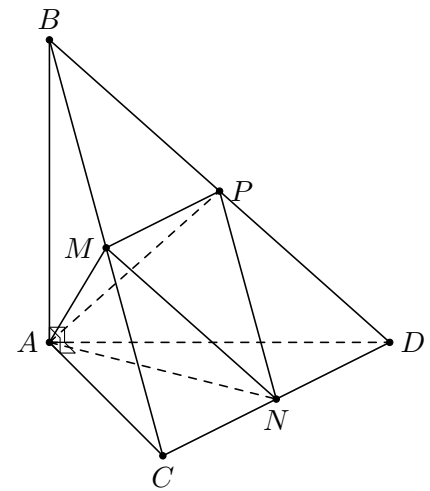
$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle BCD} \cdot d(A, (BCD)).$$

Vì M , N , P lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CD , DB nên

$$S_{\triangle MNP} = S_{\triangle BMP} = S_{\triangle CMN} = S_{\triangle DNP} = \frac{1}{4} S_{\triangle BCD}.$$

Thể tích tứ diện $AMNP$ là

$$\begin{aligned} V_{AMNP} &= \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle MNP} \cdot d(A, (MNP)) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle BCD} \cdot d(A, (MNP)) = \frac{1}{4} V = 7a^3. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 500. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm của tam giác ABC . Biết góc giữa cạnh bên với mặt đáy là 60° , hãy tính thể tích khối đa diện $ABCA'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm cạnh BC và G là trọng tâm của tam giác ABC .

$$\text{Ta có } AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Góc giữa cạnh bên với mặt đáy là 60° suy ra $\widehat{A'AG} = 60^\circ$.

$$\text{Xét tam giác } A'AG, A'G = AG \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a.$$

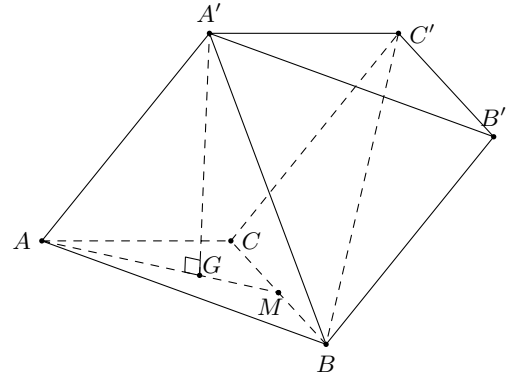
$$\text{Ta có } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'G = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Ta có } V_{B.A'B'C'} = \frac{1}{3}S_{A'B'C'} \cdot A'G = \frac{a^3\sqrt{4}}{12}.$$

$$\text{Khi đó, } V_{B.ACC'A'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{B.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4} - \frac{a^3\sqrt{4}}{12} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án **C**

□



Câu 501. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng $6a$ và chiều cao bằng $2a\sqrt{3}$. Trên các cạnh $BC, C'D'$ lần lượt lấy các điểm K, L sao cho $BK = C'L = 2a$. Gọi (α) là mặt phẳng qua K, L song song với BD . Mặt phẳng (α) chia khối lăng trụ đã cho thành 2 phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 với $V_1 \leq V_2$. Tính V_2 .

A. $\frac{44a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $68a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{28a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{188a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ kẻ $KM \parallel BD$ ($M \in DC$).

Trong mặt phẳng $(A'B'C'D')$ kẻ $LN \parallel B'D'$ ($N \in B'C'$).

Suy ra mặt phẳng (α) qua các điểm M, K, N, L và các đường thẳng ML, CC', KN đồng quy tại S .

$$\text{Ta có } V_{ABCD.A'B'C'D'} = 6a \cdot 6a \cdot 2a\sqrt{3} = 72a^3\sqrt{3}.$$

Mặt khác,

$$\frac{V_{S.LC'N}}{V_{S.MCK}} = \frac{SL}{SM} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SN}{SK} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Khi đó, } V_{S.LC'N} = \frac{1}{8}V_{S.MCK}.$$

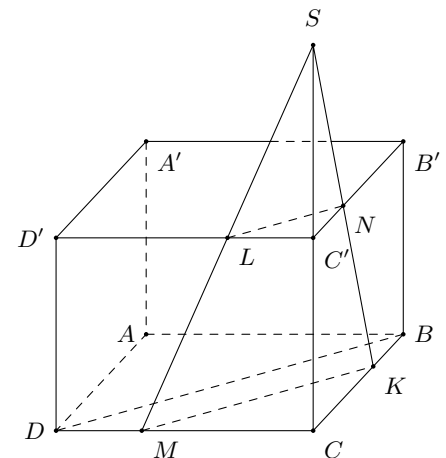
$$\text{Ta có } V_{S.MCK} = \frac{1}{6} \cdot SC \cdot CM \cdot CK = \frac{1}{6} \cdot 4a\sqrt{3} \cdot 4a \cdot 4a = \frac{32a^3\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } V_1 = V_{S.MCK} - \frac{1}{8}V_{S.MCK} = \frac{7}{8}V_{S.MCK} = \frac{7}{8} \cdot \frac{32a^3\sqrt{3}}{3} = \frac{28a^3\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Do đó } V_2 = V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_1 = 72a^3\sqrt{3} - \frac{28a^3\sqrt{3}}{3} = \frac{188a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□



Câu 502. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi F là trung điểm của cạnh SA . Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng (FCD) .

A. $\frac{1}{2}a$.

B. $\sqrt{\frac{1}{5}}a$.

C. $\sqrt{\frac{2}{11}}a$.

D. $\sqrt{\frac{2}{19}}a$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Ta có

$$\begin{cases} SA = SC = a \\ AC = a\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \triangle SAC \text{ vuông cân tại } S.$$

Khi đó, $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a nên $SO \perp (ABCD)$.

Suy ra $V_{S.ACD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Ta có

$$\frac{V_{S.CDF}}{V_{S.CDA}} = \frac{SF}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.CDF} = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}.$$

Xét $\triangle DFC$ có

$$DC = a; DF = \frac{a\sqrt{3}}{2}; CF^2 = \frac{AC^2 + SC^2}{2} - \frac{SA^2}{4} = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow CF = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Suy ra $S_{DFC} = \frac{a^2\sqrt{11}}{8}$.

Vậy

$$d(S, (FCD)) = \frac{3 \cdot V_{S.CDF}}{S_{DFC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{24}}{\frac{a^2\sqrt{11}}{8}} = \frac{a\sqrt{22}}{11}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 503. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$, $SA = SB = SC = a$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

A. $d = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $d = 2a\sqrt{6}$.

C. $d = a\sqrt{6}$.

D. $d = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Ta có hai tam giác SAB , SBC đều cạnh a , tam giác SAC vuông cân tại S nên

$$\begin{cases} AB = BC = a \\ AC = a\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \text{ vuông cân tại } B.$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) , mặt khác $SA = SB = SC = a$ nên H là trung điểm của AC .

Trong tam giác SAC , ta có $SH = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

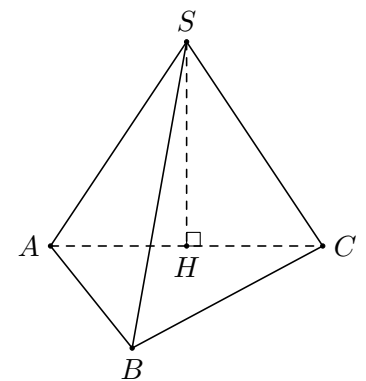
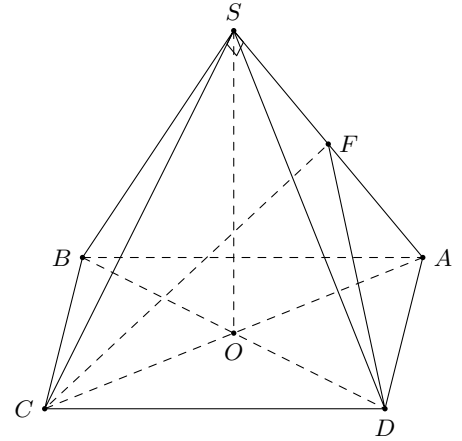
$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot d(A, (SBC)) \cdot S_{\triangle SBC} \Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\triangle SBC}}.$$

$$\text{Vậy } d = d(A, (SBC)) = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{12}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 504. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AD = 2a$, $CD = 3a$. Cạnh bên SC vuông góc với đáy, $SC = 2a$. Điểm I, J lần lượt thuộc cạnh DC và AB sao cho $DI = BJ = \frac{1}{3}AB$.



Thể tích khối chóp $S.AIJ$ bằng

A. $V = \frac{4\sqrt{5}a^3}{3}$.

B. $V = \frac{4a^3}{3}$.

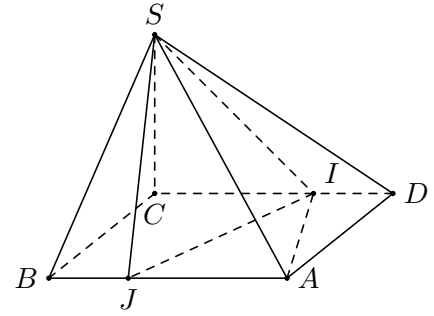
C. $V = \frac{2a^3}{3}$.

D. $V = \frac{2\sqrt{5}a^3}{3}$.

Lời giải.

$$— S_{AIJ} = \frac{1}{2}AJ \cdot d(I, AB) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}AB \cdot AD = \frac{1}{3}3a \cdot 2a = 2a^2.$$

$$— V_{S.AIJ} = \frac{1}{3}S_{AIJ} \cdot d(S, (ABC)) = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot 2a = \frac{4a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 505. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M là trung điểm SC , điểm N, P lần lượt nằm trên các cạnh BC, AC sao cho $NB = 2NC$, $AC = 3AP$. Tỷ số thể tích giữa hai khối chóp $M.CNP$ và $S.ABC$ là

A. $\frac{1}{2}$.

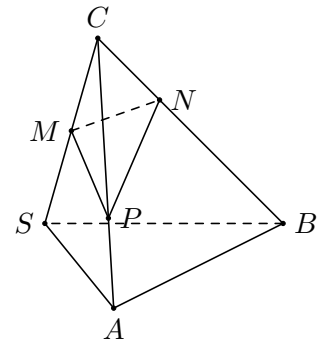
B. $\frac{1}{9}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{2}{9}$.

Lời giải.

$$\frac{V_{M.CNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{V_{C.MNP}}{V_{C.SAB}} = \frac{CM}{CS} \cdot \frac{CP}{CA} \cdot \frac{CN}{CB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 506. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có $BB' = 2\sqrt{6}a$. Mặt phẳng $(B'AC)$ hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Thể tích của lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $V = 32\sqrt{2}a^3$.

B. $V = 16\sqrt{6}a^3$.

C. $V = 32\sqrt{6}a^3$.

D. $V = 8\sqrt{6}a^3$.

Lời giải.

— Góc giữa mặt phẳng $(B'AC)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{B'OB}$. Suy ra $\widehat{B'OB} = 60^\circ$.

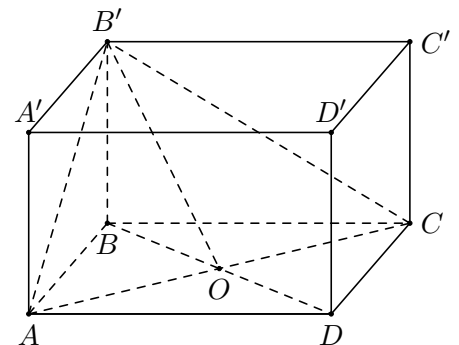
— Ta có

$$\tan \widehat{B'OB} = \frac{BB'}{OB} \Rightarrow OB = \frac{BB'}{\tan 60^\circ} = 2\sqrt{2}a.$$

Suy ra $BD = 2OB = 4\sqrt{2}a$. Lại có $ABCD$ là hình vuông nên $AB = 4a$.

— Thể tích khối lăng trụ

$$V = AB^2 \cdot BB' = (4a)^2 \cdot 2\sqrt{6}a = 32\sqrt{6}a^3.$$



Chọn đáp án **(C)**

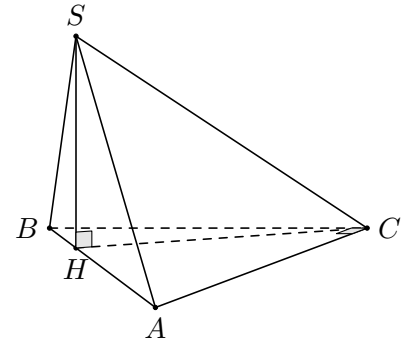
□

Câu 507. Cho hình chóp $S.ABC$ có các mặt ABC và SAB là các tam giác vuông tại C và S , $AC = a$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Hình chiếu H của S trên mặt phẳng ABC thuộc cạnh AB sao cho $AH = 3HB$. Tính thể tích hình chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

— Ta có $AB = \frac{AC}{\sin 30^\circ} = 2a$ và $BC = AB \cos 30^\circ = a\sqrt{3}$. Do đó
 $S_{ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.
 — $\triangle SAB$ vuông tại S nên $SB^2 = BH \cdot BA = \frac{1}{4}AB^2 = a^2$
 $\Rightarrow SB = a$.



— $SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
 — $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 508. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $6a^3$ và diện tích tam giác $A'BD$ bằng a^2 . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(B'CD')$ bằng

A. $3a$. B. $2a$. C. $6a$. D. a .

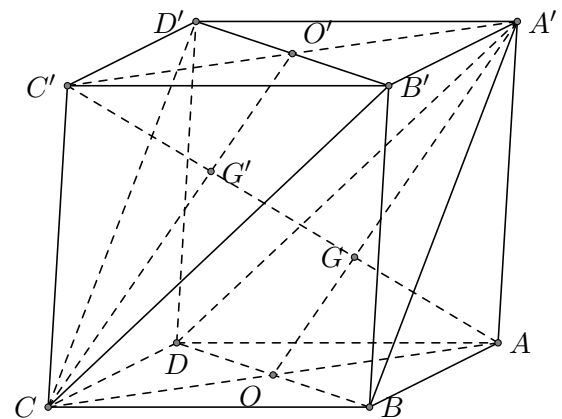
Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 6a^3 &= V_{ABCD.A'B'C'D'} = 2V_{ABD.A'B'D'} \\ &= 2 \cdot 3V_{A.A'BD} = 6V_{A.A'BD} \\ &= 6 \cdot \frac{1}{3}d(A, (A'BD))S_{A'BD} \\ &= 2a^2d(A, (A'BD)). \end{aligned}$$

$$\Rightarrow d(A, (A'BD)) = 3a.$$

(1)



Ta chứng minh $d(A, (B'CD')) = 2d(A, (A'BD))$.

Thật vậy, gọi O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Trong mặt phẳng $(ACC'A')$, AC' cắt $A'O, CO'$ lần lượt tại G và G' . Khi đó G, G' cũng lần lượt là giao điểm của AC' với $(A'BD)$ và $(CB'D')$. Ta có OG là đường trung bình của $\triangle ACG'$, do đó G là trung điểm AG' . Tương tự có G' cũng là trung điểm $C'G$. Do đó $AG = GG' = G'C'$.

$$\text{Suy ra } \frac{d(A, (B'CD'))}{d(A, (A'BD))} = \frac{AG'}{AG} = 2 \Rightarrow d(A, (B'CD')) = 2d(A, (A'BD)). \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $d(A, (B'CD')) = 6a$.

Chọn đáp án **C**

□

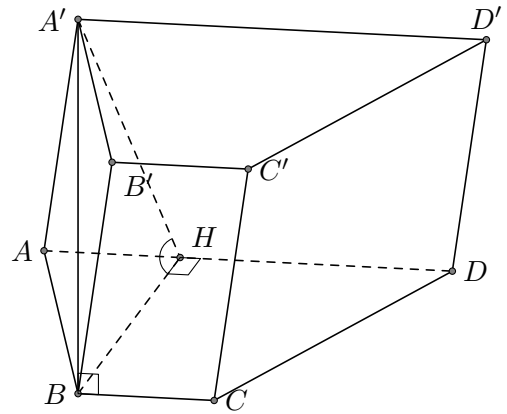
Câu 509. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, $AD \parallel BC$, $BC = a$, $AD = 3a$, $AB = a\sqrt{2}$; góc giữa hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Nếu $A'B$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ thì khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V là

- A. $V = 2\sqrt{3}a^3$. B. $V = \sqrt{3}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải.

Kẻ $BH \perp AD$ ($H \in AD$). Khi đó $AD \perp A'H$ (do $A'B \perp (ABCD)$), suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(ABCD)$ là góc $\widehat{A'HB}$. Ta có $ABCD$ là hình thang cân và $AD = 3BC = 3a$ nên $AH = a$. Khi đó $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = a$. Ta có $A'B = BH \tan \widehat{A'HB} = a\sqrt{3}$.
Do đó

$$V = A'B \cdot S_{ABCD} = A'B \cdot \frac{(AD + BC) \cdot BH}{2} = 2\sqrt{3}a^3.$$



Chọn đáp án **A** □

Câu 510. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $BC = 2AB = 2SB = 2a$, góc giữa SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích V khối chóp $S.ABCD$ là

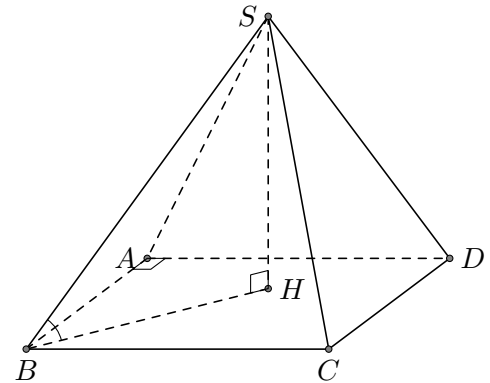
- A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. C. $V = \sqrt{2}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S trên $(ABCD)$. Khi đó góc giữa SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc $\widehat{SBH} = 45^\circ$. Suy ra Δ vuông cân tại H . Lại có $SB = a$ nên $SH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}a \cdot 2a = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **A** □

Câu 511. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy là $2a$, mặt bên tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

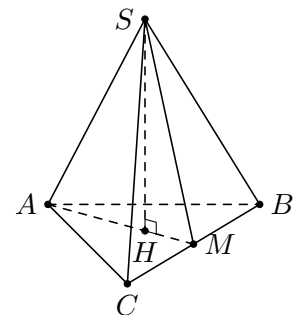
Gọi H là hình chiếu của S trên (ABC) .

Do $S.ABC$ là hình chóp đều nên H là trực tâm của ΔABC .

Gọi M là giao điểm AH và BC . Suy ra M là trung điểm của BC .

Ta có $\begin{cases} SH \perp BC \text{ (vì } SH \perp (ABC)) \\ AH \perp BC \text{ (vì } H \text{ là trực tâm } \Delta ABC). \end{cases}$

Suy ra $(SAH) \perp BC \Rightarrow SM \perp BC$.



Ta có $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SM \perp BC, SM \subset (SBC) \\ MH \perp BC, MH \subset (ABC). \end{cases}$

Suy ra góc giữa (SBC) và (ABC) là $\widehat{SMH}$.

Kết hợp giả thiết ta có $\widehat{SMH} = 60^\circ$.

Vì $\triangle ABC$ đều có độ dài cạnh là $2a$ nên $AM = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2a = a\sqrt{3}$.

Suy ra $MH = \frac{1}{3} \cdot AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có $SH = MH \cdot \tan \widehat{SMH} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \tan 60^\circ = a$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a^2 \sqrt{3} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$ (đvtt).

Chọn đáp án **A**

□

Câu 512. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a biết $SA = a, SB = a\sqrt{3}$.

A. $\frac{4a^3}{3}$.

B. $2a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $SA^2 + SB^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2 = AB^2$.

Suy ra $\triangle SAB$ vuông tại S .

Trong (SAB) dựng $SH \perp AB$ ($H \in AB$).

Vì $\triangle SAB$ vuông tại S có $SH \perp AB$

nên $\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2}$.

Suy ra $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S = (2a)^2 = 4a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} SH \cdot S = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 4a^2 = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3} \text{ (đvtt)}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 513. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng a^3 . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC' . Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BMN) biết rằng BMN là tam giác đều cạnh $2a$.

A. $\frac{a}{3}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Diện tích tam giác BMN là $S_{\triangle BMN} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}$.

Ta có $CN \parallel (ABB'A')$ nên $d(N, (ABM)) = d(C, (ABM))$.

Do vậy $V_{ABMN} = V_{MABC}$.

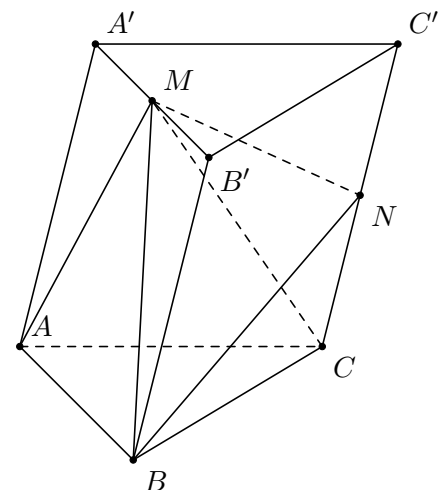
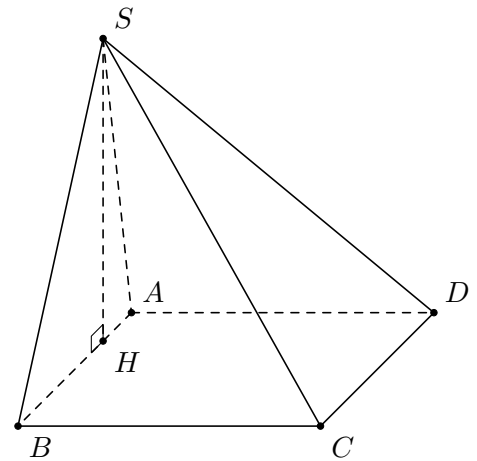
Ta có $V_{MABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot d(M, (ABC)) = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'}$.

Mà $V_{ABC.A'B'C'} = a^3$ nên $V_{MABC} = \frac{a^3}{3}$.

Suy ra $V_{ABMN} = \frac{a^3}{3}$.

Mặt khác ta có $V_{ABMN} = \frac{1}{3} \cdot d(A, (BMN)) \cdot S_{\triangle BMN}$

nên $\frac{1}{3} \cdot d(A, (BMN)) \cdot a^2 \sqrt{3} = \frac{a^3}{3} \Leftrightarrow d(A, (BMN)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 514. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, SBC là tam giác đều cạnh a , tam giác ABC vuông tại A . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{24}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{32}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{36}a^3$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC .

Vì SBC là tam giác đều nên $SM \perp BC$, lại có $SA \perp BC$, do đó $BC \perp (SAM)$, suy ra $BC \perp AM$ hay AM là đường cao của tam giác ABC .

Tam giác vuông ABC có AM vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao nên tam giác ABC vuông cân tại A .

Ta có $AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$, $AM = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$ và $SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác SAM vuông tại A nên $SA = \sqrt{SM^2 - AM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a^2}{4}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{24}a^3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 515. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a , khi đó thể tích khối chóp $D.ABC'D'$ bằng

A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $AD' = \sqrt{AD^2 + D'D^2} = a\sqrt{2}$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $AB \perp (ADD'A')$, suy ra $AB \perp AD'$ và $AB \perp DA'$.

Lại có $DA' \perp AD'$ tại H .

Vậy $DH \perp (ABD')$ hay $DH \perp (ABC'D')$.

Ta có $DH = \frac{DA'}{2} = \frac{AD'}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích hình chữ nhật $ABC'D'$ là

$$S_{ABC'D'} = AB \cdot AD' = a \cdot a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2}.$$

Thể tích khối chóp $D.ABC'D'$ là $V = \frac{1}{3}S_{ABC'D'} \cdot DH = \frac{1}{3} \cdot a^2\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 516. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và góc giữa cạnh bên với mặt đáy là 60° . Tính thể tích của khối chóp đó.

A. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{a^3}{\sqrt{6}}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Xét khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Vì $S.ABCD$ là khối chóp tứ giác đều nên $ABCD$ là hình vuông, suy ra O là trung điểm của BD và $SO \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có } OB = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Vì $SO \perp (ABCD)$ tại O nên O là hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$, do đó OB là hình chiếu vuông góc của SB lên $(ABCD)$.

Vậy góc giữa SB và $(ABCD)$ bằng góc giữa SB và OB chính là $\widehat{SBO} = 60^\circ$.

Trong tam giác SOB vuông tại O , ta có

$$\tan \widehat{SBO} = \frac{SO}{OB} \Leftrightarrow SO = OB \cdot \tan \widehat{SBO} \Leftrightarrow SO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

$$\text{Thể tích của khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6} = \frac{a^3}{\sqrt{6}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 517. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{2}$ đơn vị. Tam giác SAD cân tại S mặt bên (SAD) vuông góc với mặt đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}$.

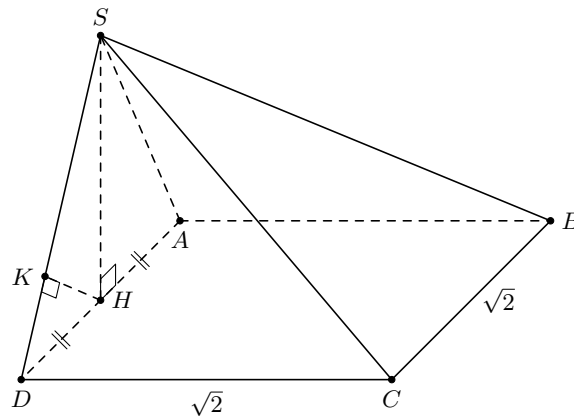
Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $h = \frac{2}{3}$.

B. $h = \frac{8}{3}$.

C. $h = \frac{3}{4}$.

D. $h = \frac{4}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AD .

Ta có $AB \parallel CD \Rightarrow h = d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(H, (SCD))$.

Kẻ $HK \perp SD$ ($K \in SD$). (1)

Mặt khác $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp SH \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp HK$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $HK \perp (SCD) \Rightarrow d(H, (SCD)) = HK \Rightarrow h = 2HK$.

Ta lại có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} \Leftrightarrow \frac{4}{3} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot (\sqrt{2})^2 \Rightarrow SH = 2$.

$$HK = \frac{SH \cdot HD}{\sqrt{SH^2 + HD^2}} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{4 + \frac{1}{2}}} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy } h = \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 518. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $BC = a\sqrt{2}$, mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt phẳng đáy một góc 30° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{BC}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$.

Gọi M là trung điểm cạnh BC , suy ra

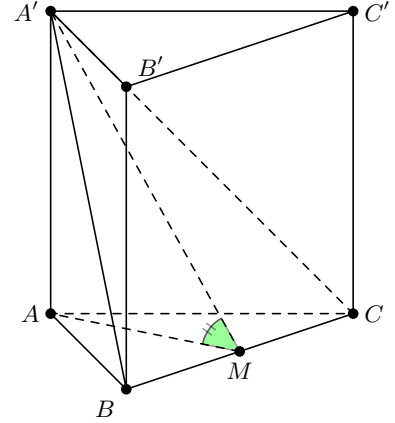
$$\widehat{A'MA} = 30^\circ, AM = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Xét tam giác $A'AM$ vuông tại A , có

$$AA' = AM \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Khi đó, thể tích khối lăng trụ $A'B'C'.ABC$ là

$$V_{A'B'C'.ABC} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{6}}{6} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 519. Số đo ba kích thước của hình hộp chữ nhật lập thành một cấp số nhân. Biết thể tích của khối hộp là 125 cm^3 và diện tích toàn phần là 175 cm^2 . Tính tổng số đo ba kích thước của hình hộp chữ nhật đó.

A. 17 cm.

B. 17,5 cm.

C. 18,5 cm.

D. 18 cm.

Lời giải.

Vì ba kích thước của hình hộp chữ nhật lập thành một cấp số nhân nên ta gọi ba kích thước đó là $\frac{a}{q}$, a , aq với $a > 0$, $q > 0$.

Thể tích khối hộp chữ nhật là $V = \frac{a}{q} \cdot a \cdot aq = a^3 = 125 \Rightarrow a = 5$.

Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật là

$$S_{tp} = 2 \left(\frac{a}{q} \cdot a + a \cdot aq + aq \cdot \frac{a}{q} \right) = 2a^2 \left(1 + q + \frac{1}{q} \right) = 50 \left(1 + q + \frac{1}{q} \right).$$

Từ đó, suy ra $2q^2 - 5q + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Với $q = 2$ hoặc $q = \frac{1}{2}$ thì kích thước của hình hộp chữ nhật là 2,5 cm; 5 cm; 10 cm. Tổng ba kích thước của hình hộp chữ nhật là 17,5 cm.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 520. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA = a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC , mặt phẳng (α) đi qua AG và song song với BC cắt SC , SB lần lượt tại M , N . Thể tích của khối chóp $S.AMN$ bằng

A. $\frac{4a^3}{27}$.

B. $\frac{2a^3}{27}$.

C. $\frac{2a^3}{9}$.

D. $\frac{4a^3}{9}$.

Lời giải.Ta có $(\alpha) \cap (SBC) = MN$ và $(\alpha) \parallel BC$ nên $MN \parallel BC$.

Khi đó $\frac{SN}{SB} = \frac{SM}{SC} = \frac{SG}{SI} = \frac{2}{3}$.

Mặt khác $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$.

Suy ra $V_{S.AMN} = \frac{4}{9} V_{S.ABC}$.

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $AB = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{a^2}{2}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{a^3}{6}$.

Do đó thể tích của khối chóp $S.AMN$ là $V = \frac{4}{9} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{2a^3}{27}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 521. Cho lăng trụ tam giác $ABC.MNP$ có thể tích V , gọi G_1, G_2, G_3, G_4 lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACM, AMB, BCM . Gọi V_1 là thể tích khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $8V = 81V_1$.

B. $V = 81V_1$.

C. $V = 27V_1$.

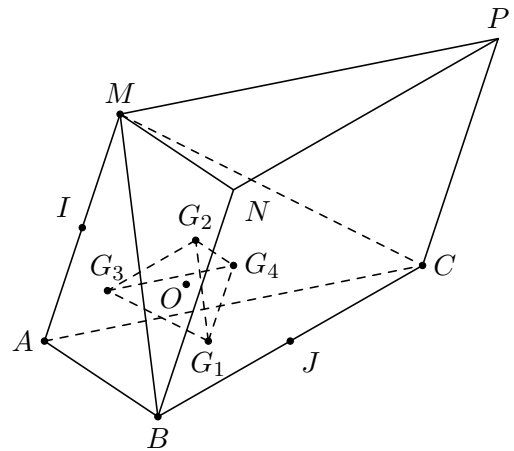
D. $V = 9V_1$.

Lời giải.Gọi V_2 là thể tích khối tứ diện $MABC$.

Khi đó $V_2 = \frac{1}{3} V$. (1)

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AM, BC ; gọi O là trung điểm của IJ thì O là tâm của tứ diện $MABC$.

Ta có $\begin{cases} -\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} \\ 3\vec{OG}_1 = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} \end{cases}$
 $\Rightarrow \vec{OG}_1 = -\frac{1}{3} \vec{OM}$.



Chứng minh tương tự cho các điểm G_2, G_3, G_4 dẫn đến tứ diện $G_1G_2G_3G_4$ là ảnh của tứ diện $MBCA$ qua phép vị tự tâm O tỉ số $-\frac{1}{3}$ nên tứ diện $G_1G_2G_3G_4$ đồng dạng với tứ diện $MABC$ theo tỉ số $\frac{1}{3}$.
Mà tỉ số thể tích của hai khối đa diện đồng dạng bằng lập phương tỉ số đồng dạng nên

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27} \Leftrightarrow V_2 = 27V_1. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{1}{3} V = 27V_1$ hay $V = 81V_1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 522. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, BB', A'C'$. Thể tích của khối tứ diện $CMNP$ bằng

A. $\frac{5}{24} V$.

B. $\frac{1}{3} V$.

C. $\frac{1}{4} V$.

D. $\frac{7}{24} V$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AC , J là giao điểm của NP và BI .

Ta có $BP \parallel NI$, $BP = \frac{1}{2}NI$ nên BP là đường trung bình của tam giác NIJ và B là trung điểm của IJ .

$CM \cap BI = G$ là trọng tâm của tam giác ABC .

Ta có $\frac{S_{\Delta JCM}}{S_{\Delta BCM}} = \frac{JG}{BG}$ mà $JG = BJ + BG = BI + \frac{2}{3}BI = \frac{5}{3}BI$

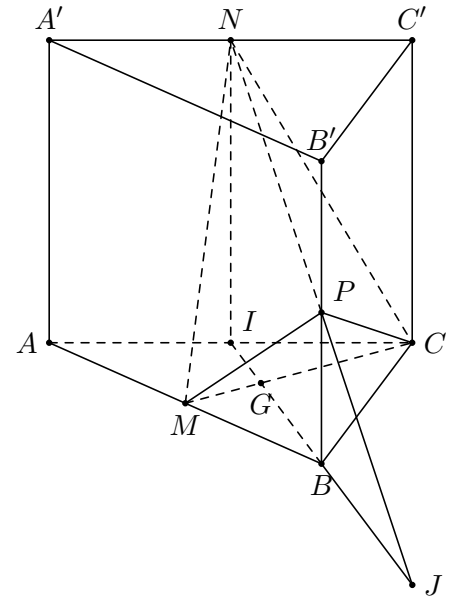
suy ra $\frac{S_{\Delta JCM}}{S_{\Delta BCM}} = \frac{5}{2}$.

Suy ra $S_{\Delta JCM} = \frac{5}{2}S_{\Delta BCM} = \frac{5}{4}S_{\Delta ABC}$.

Ta có $V_1 = V_{N,MJC} = \frac{1}{3}h \cdot S_{\Delta JMC} = \frac{5}{12}V$,

$V_2 = V_{P,MJC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}h \cdot S_{\Delta JMC} = \frac{1}{3}h \cdot \frac{5}{8}S_{\Delta ABC} = \frac{5}{24}V$.

Vậy $V_{N.CMP} = V_1 - V_2 = \frac{5}{24}V$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 523. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt BC tại P . Tính thể tích của khối đa diện $MBP \cdot A'B'N$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

C. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{96}$.

D. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{32}$.

Lời giải.

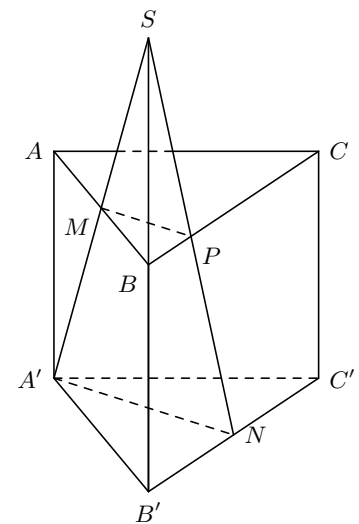
Gọi S là giao điểm của $A'M$ và BB' , khi đó P là giao điểm của SN và BC .

Ta có $\frac{V_{SMBP}}{V_{SA'B'N}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SN} \cdot \frac{SB}{SB'} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{A'B'N \cdot MBP} = \frac{7}{8} \cdot V_{SA'B'N}$

Mà

$$\begin{aligned} V_{SA'B'N} &= \frac{1}{3} \cdot SB' \cdot S_{A'B'N} \\ &= \frac{1}{3} \cdot SB' \cdot \frac{1}{2} \cdot B'N \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}a^3}{12}. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow V_{A'B'N \cdot MBP} = \frac{7}{8} \cdot V_{SA'B'N} = \frac{7\sqrt{3}a^3}{96}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 524. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi (α) là mặt phẳng qua A và song song với BC . (α) cắt SB , SC lần lượt tại M , N . Tính tỉ số $\frac{SM}{SB}$ biết (α) chia khối chóp thành hai phần có thể tích bằng nhau.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

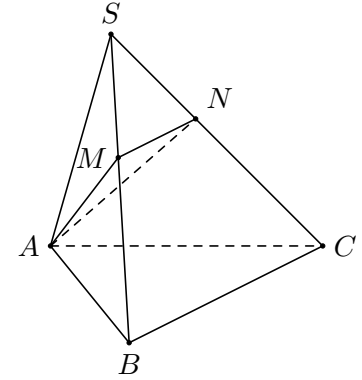
Lời giải.

Ta có (α) trùng (AMN) .

Theo giả thiết $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC}$.

$$\text{Nên } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \left(\frac{SM}{SB}\right)^2.$$

$$\text{Mà } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 525. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P . Tính thể tích của khối đa diện $MBP.A'B'N$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $V = \frac{7a^3\sqrt{3}}{96}$.

D. $V = \frac{7a^3\sqrt{3}}{32}$.

Lời giải.

Gọi S là giao điểm của $A'M$ và BB' , khi đó P là giao điểm SN và BC .

$$\text{Ta có } \frac{V_{SMBP}}{V_{SABN}} = \frac{SM}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SP}{SN} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow V_{MBP.ABN} = \frac{7}{8}V_{SABN} = \frac{7}{8}.$$

$$\begin{aligned} V_{SABN} &= \frac{1}{3}SB' \cdot S_{A'BN} \\ &= \frac{1}{3}SB' \cdot \frac{1}{2}A'B' \cdot B'N \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{6}2a \cdot a \cdot \frac{a}{2} \sin 60^\circ \\ &= \frac{a^3\sqrt{3}}{12}. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow V_{MBPABN} = \frac{7}{8}V_{SABN} = \frac{7a^3\sqrt{3}}{96}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 526.

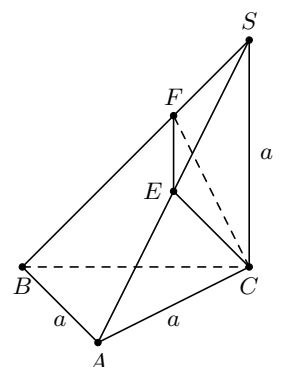
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân, $AB = AC = a$, $SC \perp (ABC)$ và $SC = a$. Mặt phẳng qua C , vuông góc với SB cắt SA, SB lần lượt tại E và F (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích khối chóp $S.CEF$.

A. $V_{S.CEF} = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$.

B. $V_{S.CEF} = \frac{a^3}{18}$.

C. $V_{S.CEF} = \frac{a^3}{36}$.

D. $V_{S.CEF} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.



Lời giải.

Ta có $BC = a\sqrt{2}$, $SA = a\sqrt{2}$, $SB = \sqrt{SC^2 + BC^2} = a\sqrt{3}$.

Từ $SB \perp (CEF) \Rightarrow SB \perp CE$.

Từ $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp SC \end{cases}$ suy ra $AB \perp (SAC) \Rightarrow AB \perp CE$.

Từ (1) và (2) ta có $CE \perp SA$.

Tam giác SCA vuông tại C có $CE \perp SA$ nên

$$SC^2 = SE \cdot SA \Rightarrow \frac{SE}{SA} = \left(\frac{SC}{SA}\right)^2 = \frac{1}{2}.$$

Tam giác SCB vuông tại C có $CF \perp SB$ nên $SC^2 = SF \cdot SB \Rightarrow \frac{SF}{SB} = \left(\frac{SC}{SB}\right)^2 = \frac{1}{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot AB \cdot AC \cdot SC = \frac{a^3}{6}$.

Ta có $\frac{V_{S.CEF}}{V_{S.ABC}} = \frac{SC}{SA} \cdot \frac{SE}{SA} \cdot \frac{SF}{SB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

Do đó $V_{S.CEF} = \frac{1}{6} V_{S.ABC} = \frac{a^3}{36}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 527. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng h , góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng α . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo h và α .

A. $\frac{3h^3}{4\tan^2\alpha}$.

B. $\frac{4h^3}{3\tan^2\alpha}$.

C. $\frac{8h^3}{3\tan^2\alpha}$.

D. $\frac{3h^3}{8\tan^2\alpha}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB , O là tâm hình vuông $ABCD$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SH \perp AB$, $OH \perp AB$. Suy ra $\widehat{SHO}$ là góc giữa (SAB) và $(ABCD)$.

Xét $\triangle SOH$ vuông tại O ta có $OH = \frac{h}{\tan\alpha} \Rightarrow AB = \frac{2h}{\tan\alpha}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4h^2}{\tan^2\alpha} \cdot h = \frac{4h^3}{3\tan^2\alpha}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 528.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân, $AB = AC = a$, $SC \perp (ABC)$ và $SC = a$. Mặt phẳng qua C , vuông góc với SB cắt SA , SB lần lượt tại E và F (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích khối chóp $S.CEF$.

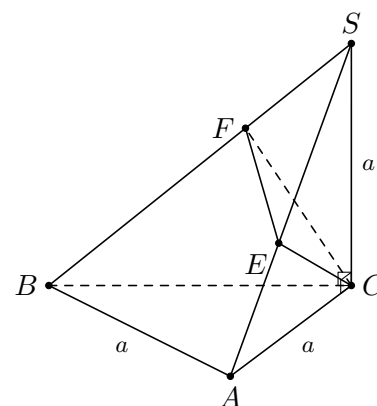
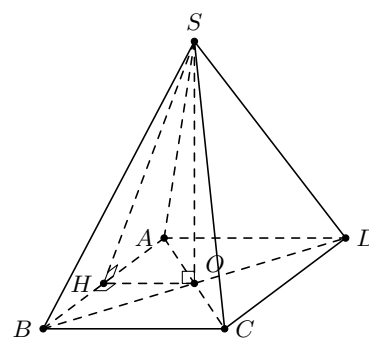
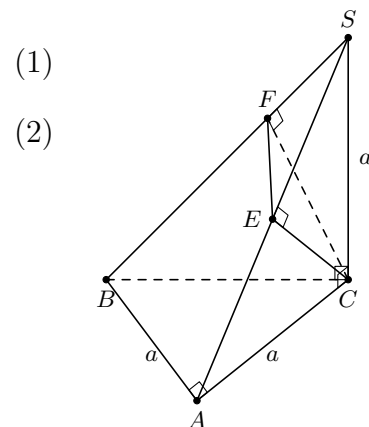
A. $V_{S.CEF} = \frac{\sqrt{2}a^3}{36}$.

B. $V_{S.CEF} = \frac{a^3}{18}$.

C. $V_{S.CEF} = \frac{a^3}{36}$.

D. $V_{S.CEF} = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

Lời giải.



Ta có $SB \perp (CEF) \Rightarrow SB \perp CE$.

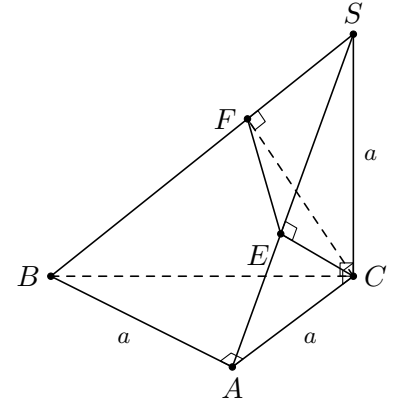
Mặt khác, $SC \perp (ABC) \Rightarrow SC \perp AB$ và $AC \perp AB$. Suy ra $AB \perp (SAC) \Rightarrow AB \perp CE$.

Do đó, $CD \perp (SAB) \Rightarrow CE \perp SA$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot SC = \frac{a^3}{6}$.

Tam giác SAC vuông tại C có CE là đường cao nên

$$\frac{SE}{SA} = \frac{SE \cdot SA}{SA^2} = \frac{SC^2}{SC^2 + AC^2} = \frac{a^2}{a^2 + a^2} = \frac{1}{2}.$$



Tam giác SBC vuông tại C có CF là đường cao nên

$$\frac{SF}{SB} = \frac{SF \cdot SB}{SB^2} = \frac{SC^2}{SC^2 + BC^2} = \frac{SC^2}{SC^2 + AB^2 + AC^2} = \frac{a^2}{a^2 + a^2 + a^2} = \frac{1}{3}.$$

Ta có $\frac{V_{S.CEF}}{V_{S.CAB}} = \frac{SE}{SA} \cdot \frac{SF}{SB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

Vậy $V_{S.CEF} = \frac{V_{S.ABC}}{6} = \frac{\frac{a^3}{6}}{6} = \frac{a^3}{36}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 529. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy là tam giác đều có cạnh bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Khoảng cách giữa AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm BC , K là hình chiếu của I lên AA' .

Ta có $BC \parallel AI$, $BC \parallel A'G$ nên $BC \parallel IK$. Do đó IK là đoạn vuông góc chung của AA' và BC . Suy ra IK là khoảng cách giữa AA' và BC .

Ta có $AI = a\sqrt{3}$, $AG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ (vì G là trọng tâm tam giác ABC).

Suy ra $\sin \widehat{A'AI} = \frac{IK}{AI} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{A'AI} = 30^\circ$.

Do đó $\tan \widehat{A'AI} = \frac{A'G}{AG} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow A'G = \frac{AG}{\sqrt{3}} = \frac{2a}{3}$.

Vậy $V = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2a}{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 530. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác SBA vuông tại B , tam giác SAC vuông tại C . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải.

Gọi D là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) , suy ra $SD \perp (ABC)$.

Ta có $SD \perp AB$ và $SB \perp AB \Rightarrow AB \perp (SBD) \Rightarrow BA \perp BD$.

Tương tự có $AC \perp DC$ hay tam giác ACD vuông ở C .

Dễ thấy $\triangle SBA = \triangle SCA$, suy ra $SB = SC$. Từ đó ta chứng minh được $\triangle SBD = \triangle SCD$ nên cũng có $DB = DC$.

Vậy AD là đường trung trực của BC , nên cũng là đường phân giác của góc BAC . Ta có $\angle DAC = 30^\circ$, suy ra $DC = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Ngoài ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) là $\angle SBD = 60^\circ$,

Suy ra $\tan \angle SBD = \frac{SD}{BD} \Rightarrow SD = BD \tan \angle SBD = \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} = a$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SD = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 531. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SC = 2a$ và $SC \perp (ABC)$. Đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = a\sqrt{2}$. Mặt phẳng (α) qua C và vuông góc với SA , (α) cắt SA, SB lần lượt tại D, E . Tính thể tích khối chóp $ABCDE$.

A. $\frac{2a^3}{9}$.

B. $\frac{19a^3}{27}$.

C. $\frac{4a^3}{9}$.

D. $\frac{8a^3}{9}$.

Lời giải.

Kẻ $CE \perp SB$ tại E (1).

Ta có: $\begin{cases} AB \perp BC \\ AB \perp SC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBC) \Rightarrow AB \perp CE$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow CE \perp (SAB) \Rightarrow CE \perp SA \Rightarrow CE \subset (\alpha)$.

Do đó: $(\alpha) \equiv (CDE)$.

Ta có: $(\alpha) \perp SA \Rightarrow SA \perp CD$.

Ta có: $AB = BC = a\sqrt{2} \Rightarrow AC = 2a, SB = a\sqrt{6}, SA = 2a\sqrt{2}$.

$$SC^2 = SE \cdot SB \Rightarrow \frac{SE}{SB} = \frac{SC^2}{SB^2} = \frac{4a^2}{6a^2} = \frac{2}{3}.$$

$$SC^2 = SD \cdot SA \Rightarrow \frac{SD}{SA} = \frac{SC^2}{SA^2} = \frac{4a^2}{8a^2} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot SC = \frac{1}{6} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot 2a = \frac{2a^3}{3}.$$

$$\frac{V_{S.DEC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SD}{SA} \cdot \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.DEC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a^3}{3} = \frac{2a^3}{9}.$$

$$\text{Do đó: } V_{ABCDE} = V_{S.ABC} - V_{S.DEC} = \frac{2a^3}{3} - \frac{2a^3}{9} = \frac{4a^3}{9}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 532. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S . Gọi M là điểm thuộc đường thẳng CD sao cho $BM \perp SA$. Tính thể tích của khối chóp $S.BDM$.

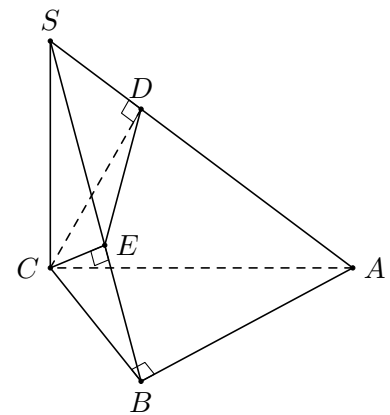
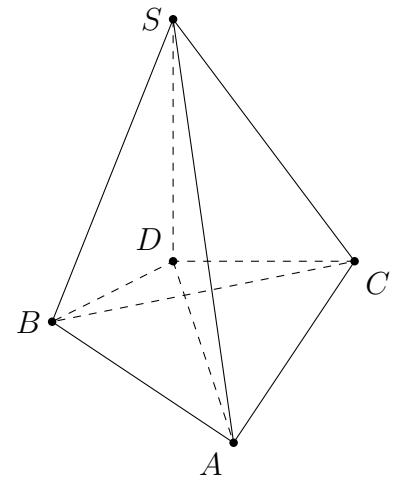
A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{32}$.

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{16}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{48}$.

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.



Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD ta có $AB \perp (SEF)$.

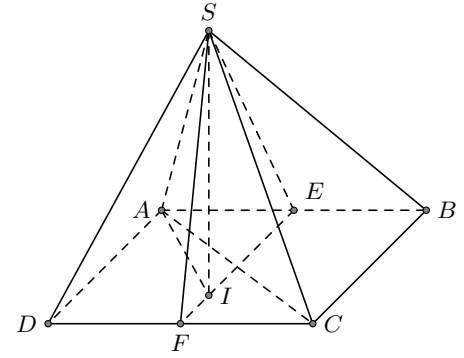
Kẻ $SI \perp EF \Rightarrow SI \perp (ABCD)$.

Vì $SI \perp BM$ và $SA \perp BM$ nên $BM \perp (SAI) \Rightarrow BM \perp AI$.

Ta có $SE = \frac{a\sqrt{3}}{2}, SF = \frac{a}{2}, EF = a$.

Do đó $\triangle SEF$ vuông tại S nên $SF^2 = FI \cdot EF \Rightarrow FI = \frac{a}{4}$.

Khi đó $SI = \sqrt{SE^2 - EI^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.



Ta có $\frac{KF}{AE} = \frac{IF}{IE} = \frac{1}{3} \Rightarrow KF = \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{a}{6}$.

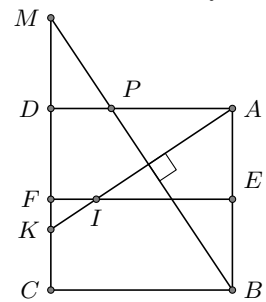
$\Rightarrow DC = \frac{a}{2} + \frac{a}{6} = \frac{2a}{3}$.

Mặt khác $\triangle ADK = \triangle BAP$ nên $AP = DK = \frac{2a}{3}$,

do đó $DP = \frac{a}{3}$.

mà $\Rightarrow \frac{DP}{BC} = \frac{DM}{MC} = \frac{1}{3}$, suy ra $DM = \frac{a}{2}$.

Vậy $V_{S.BDM} = \frac{1}{3} SI \cdot S_{BDM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 533. Khối chóp $O.ABC$ có $OB = OC = a, \widehat{AOB} = \widehat{AOC} = 45^\circ, \widehat{BOC} = 60^\circ, OA = a\sqrt{2}$. Khi đó, thể tích khối tứ diện $O.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

D. $\frac{a^3}{12}$.

Lời giải.

Ta có $\triangle AOB = \triangle AOC$ (c.c.c) nên $AB = AC$.

Áp dụng định lý côsin, ta có $AC^2 = OA^2 + OC^2 + OA \cdot OC \cdot \cos \widehat{AOC}$

$\cos \widehat{AOC} = \frac{(a\sqrt{2})^2 + a^2 - 2 \cdot a\sqrt{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = a^2 \Rightarrow AC = a$.

Suy ra $AB = AC = a \Rightarrow \triangle ABC$ đều. Gọi M là trung điểm của BC thì $BC \perp (AOM), OM = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi N là trung điểm của OA thì $MN \perp OA$, ta có

$$MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}.$$

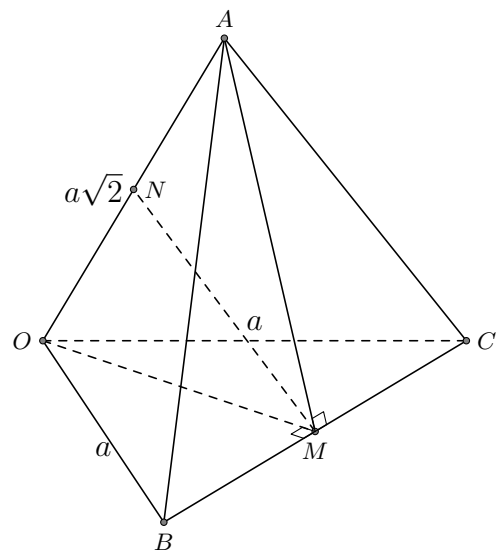
$$S_{AOM} = \frac{1}{2} MN \cdot OA = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}.$$

$$V_{O.ABC} = 2V_{CMOA} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot CM \cdot S_{AOM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 534. Cho tứ diện $ABCD$, trên các cạnh BC, BD, AC lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $BC = 3BM, BD = \frac{3}{2}BN, AC = 2AP$. Mặt phẳng (MNP) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai



phần có thể tích là V_1, V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{26}{19}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{19}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{15}{19}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{26}{13}$.

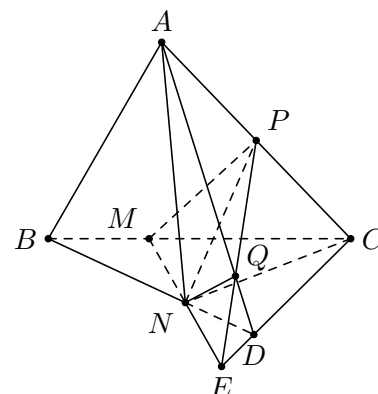
Lời giải.

Gọi V là thể tích khối tứ diện $ABCD$, V_1 là thể tích khối tứ diện $ABCN$ và V_2 là thể tích khối tứ diện $ACDN$.

Áp dụng định lý Mê-nê-la-uyt

— Trong tam giác BCD , ta có
 $\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CE}{ED} \cdot \frac{DN}{NB} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{CE}{ED} \cdot \frac{1}{2} = 1$, suy ra $\frac{CE}{ED} = 4$.

— Trong tam giác ACD , ta có
 $\frac{CE}{ED} \cdot \frac{DQ}{QA} \cdot \frac{AP}{PC} = 1 \Rightarrow 4 \cdot \frac{DQ}{QA} \cdot \frac{1}{1} = 1$, suy ra $\frac{DQ}{QA} = \frac{1}{4}$.



Ta có $V_1 = \frac{2V}{3}$ và $V_2 = \frac{V}{3}$.

Lại có $\frac{V_{CPMN}}{V_{CABN}} = \frac{CP \cdot CM \cdot CN}{CA \cdot CB \cdot CN} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{CPMN} = \frac{V_1}{3} = \frac{2V}{9}$.

Và $\frac{V_{ANPQ}}{V_{ANCD}} = \frac{AN \cdot AP \cdot AQ}{AN \cdot AC \cdot AD} = \frac{2}{5} \Rightarrow V_{ANPQ} = \frac{2V_2}{5} = \frac{2V}{15} \Rightarrow V_{CDNPQ} = \frac{V}{3} - \frac{2V}{15} = \frac{V}{5}$.

Từ đó suy ra thể tích khối đa diện $CDNMPQ$ là

$$V_{CDNMPQ} = V_{CPMN} + V_{CDNPQ} = \frac{2V}{9} + \frac{V}{5} = \frac{19V}{45}$$

và

$$V_{ABMNPQ} = V - \frac{19V}{45} = \frac{26V}{45}.$$

Vậy $\frac{V_{ABMNPQ}}{V_{CDNMPQ}} = \frac{26}{19}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 535. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $ABC.B'C'$ theo V .

A. $\frac{V}{4}$.

B. $\frac{V}{2}$.

C. $\frac{3V}{4}$.

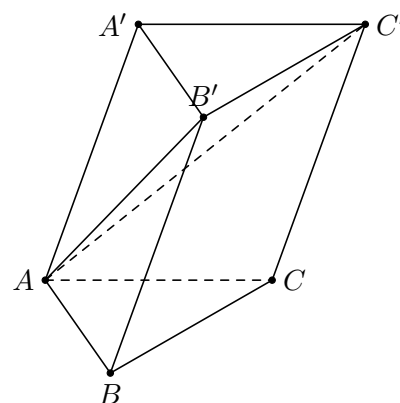
D. $\frac{2V}{3}$.

Lời giải.

Gọi S, h lần lượt là diện tích đáy và chiều cao của khối lăng trụ, suy ra $V = hS$.

Ta có $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}hS = \frac{V}{3}$, từ đó suy ra

$$V_{ABC.B'C'} = V - \frac{V}{3} = \frac{2V}{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 536. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng 16. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA . Khi đó, thể tích của khối chóp $S.MNP$ bằng

A. 2.

B. 8.

C. 4.

D. 16.

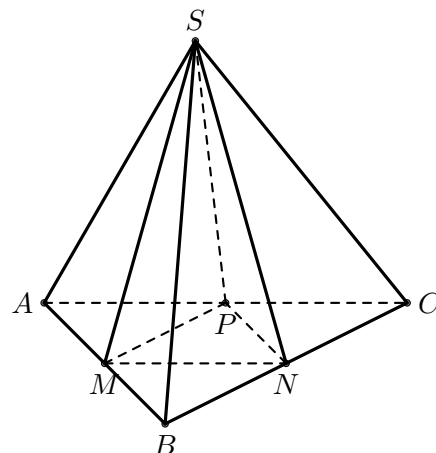
Lời giải.

Vì M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA

nên $S_{ABC} = 4S_{MNP}$.

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot d(S, (ABC))$ và $V_{S.MNP} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNP} \cdot d(S, (ABC))$.

Suy ra $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{1}{4} \cdot V_{S.ABC} = 4$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 537. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm của $\triangle ABC$, cạnh $AA' = 2a$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{39}}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{11}}{4}$.

Lời giải.

Gọi H là tâm của tam giác đều ABC và M là trung điểm cạnh BC .

Ta có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ suy ra $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và $AH =$

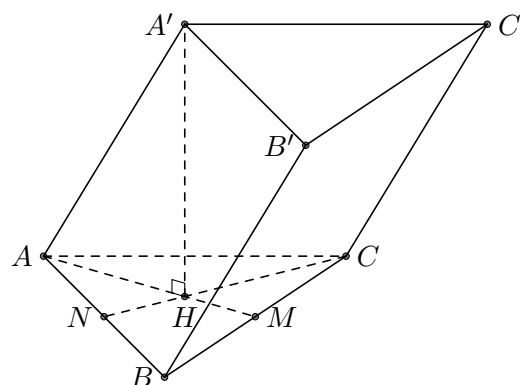
$$\frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Trong tam giác $A'AH$ vuông tại H nên

$$A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{11}}{3}.$$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^3\sqrt{11}}{4}.$$

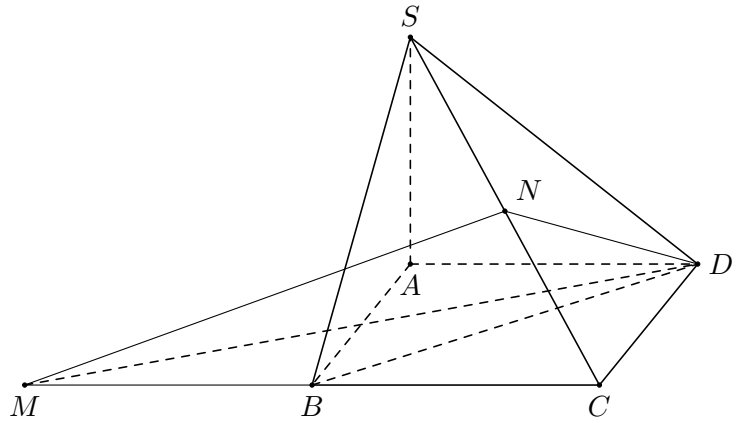


Chọn đáp án **D**

□

Câu 538.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua B và N là trung điểm SC . Mặt phẳng (MND) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh S có thể tích V_1 , khối đa diện còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ bên). Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{3}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{12}{7}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$.

Lời giải.

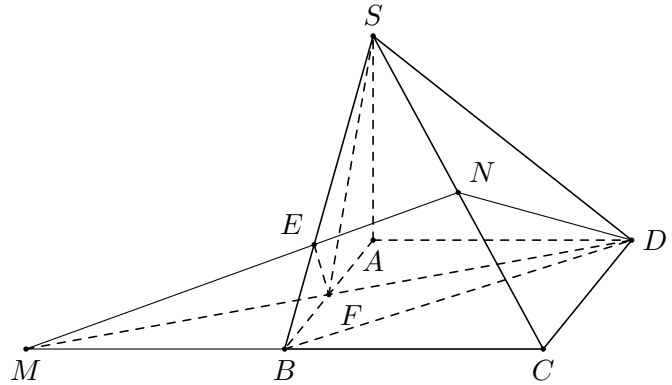
Gọi F là giao điểm của MD và AB , E là giao điểm của MN và SB .

Ta chứng minh được F là trung điểm của AB ,

$$\text{từ đó ta suy ra } \begin{cases} S_{MCD} = S_{ABCD} \\ S_{MBF} = \frac{1}{4}S_{ABCD} \end{cases}.$$

Do N là trung điểm BC nên $d(N, (ABCD)) = \frac{1}{2}d(S, (ABCD))$.

Suy ra $V_{N.MCD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD}$.



Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác SBC với N, E, M thẳng hàng ta có:

$$\frac{EB}{ES} \cdot \frac{NS}{NC} \cdot \frac{MC}{MB} = 1 \Leftrightarrow \frac{EB}{ES} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{EB}{SB} = \frac{1}{3}.$$

Do đó $d(E, (ABCD)) = \frac{1}{3}d(S, (ABCD))$.

Từ đó ta suy ra $V_{E.MBF} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}V_{S.ABCD} = \frac{1}{12}V_{S.ABCD}$.

Nên $V_2 = V_{N.MCD} - V_{E.MBF} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12}\right)V_{S.ABCD} = \frac{5}{12}V_{S.ABCD}$.

Suy ra $V_1 = \frac{7}{12}V_{S.ABCD}$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 539. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

- A. $V = 2\sqrt{6}a^3$. B. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $V = \frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. D. $V = 2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

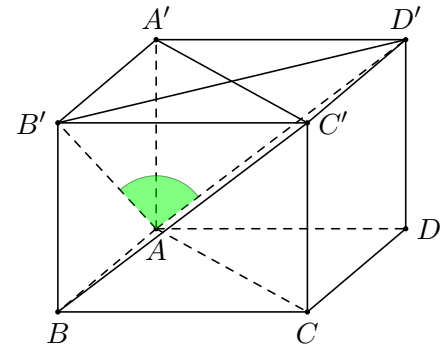
Dựng hình thoi $ABCD$ và $A'B'C'D'$ như hình vẽ. Khi đó ta được hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$.

Ta có $(B'BCC') \parallel (A'ADD') \Rightarrow BC' \parallel AD'$.

Do đó $(AB'; BC') = (AB'; AD') = \widehat{B'AD'} = 60^\circ$.

Mặt khác, $AB' = AD'$ (do đáy $ABCD$ là hình thoi nên các mặt bên bằng nhau).

Suy ra tam giác $B'AD'$ đều $\Rightarrow AB' = AD' = B'D'$.



Do tam giác $A'B'C'$ đều cạnh $2a$ nên $B'D' = 2 \cdot a\sqrt{3} \Rightarrow AB' = 2a\sqrt{3}$.

Xét tam giác ABB' vuông tại B ta có $BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = \sqrt{(2a\sqrt{3})^2 - (2a)^2} = 2a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của lăng trụ tam giác là $V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{\triangle ABC} = 2a\sqrt{2} \cdot a^2\sqrt{3} = 2\sqrt{6}a^3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 540. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và thể tích bằng $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. a .

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của $ABCD$, do hình chóp $S.ABCD$ đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Gọi M là trung điểm của AD , H là hình chiếu vuông góc của O lên SM . Đặt $h = SO$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot a^2h. \quad (1)$$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow h = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}} = \frac{3 \cdot \frac{\sqrt{2}a^3}{6}}{a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} AD \perp SM \\ AD \perp OM \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SOM) \quad (2).$$

Mặt khác, theo cách dựng $\Rightarrow OH \perp SM$.

Từ (1) và (2) $\Rightarrow OH \perp (SAD)$.

Hay ta có khoảng cách từ (O) đến mặt phẳng (SAD) là $d(O, (SAD)) = OH$.

Xét tam giác $\triangle SOM$, có $\widehat{SOM} = 90^\circ$, $MO = \frac{a}{2}$, $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OM^2} \Rightarrow OH = \frac{OM \cdot OS}{\sqrt{OM^2 + OS^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Suy ra $d(B, (SAD)) = 2d(O, (SAD)) = 2OH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAD) bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 541. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB . Góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt đáy bằng 45° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

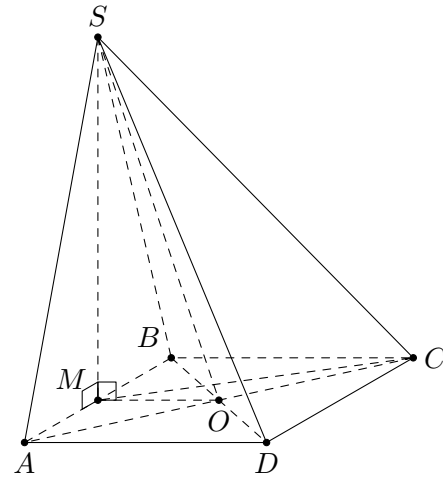
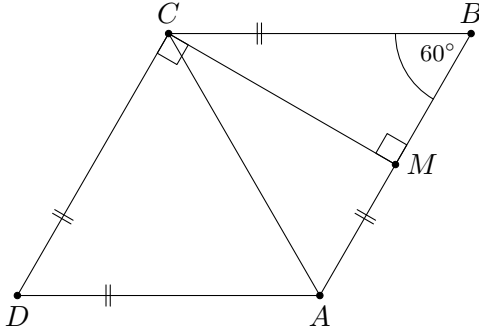
A. $\frac{a^3}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

D. $\frac{a^3}{8}$.

Lời giải.



Xét hình thoi $ABCD$ ta có $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $BC = BA \Rightarrow \triangle ABC$ là tam giác đều.

Suy ra ta có $\begin{cases} CM \perp AB \\ CD \parallel AB \end{cases} \Rightarrow MC \perp CD.$ (1)

Theo giả thiết ta có $SM \perp (ABCD) \Rightarrow SM \perp DC.$ (2)

Từ (1) và (2) ta có góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{MCS} \Rightarrow \widehat{MCS} = 45^\circ$.

Từ giả thiết $\Rightarrow \triangle ABC$ đều cạnh $a \Rightarrow CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác SCM vuông tại M , $MC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $\widehat{MCS} = 45^\circ \Rightarrow MS = MC \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích của đáy là $S_{ABCD} = \frac{1}{2}BC \cdot BA \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Do $SM \perp (ABCD) \Rightarrow$ thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SM = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}.$$

• Cách không dựng góc

Ta có $S_{\triangle MDC} = S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do S có hình chiếu vuông góc xuống mặt đáy $(ABCD)$ là $M \Rightarrow SM \perp CD.$ (3)

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên CD , ta có $MH \perp CD.$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow (SMH) \perp CD \Rightarrow$ góc giữa (SCD) và (MCD) chính là $\widehat{SHM} \Rightarrow \widehat{SHM} = 45^\circ$.

Ta có $MH = \frac{2S_{\triangle MCD}}{CD} = \frac{2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SM = MH \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SM \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{4}$.

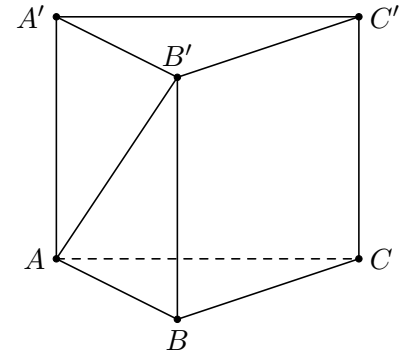
• **Lưu ý:** Cách thứ 2 không cần quan tâm vị trí chính xác của hình chiếu vuông góc H của M lên CD mà chỉ quan tâm $S_{\triangle MCD}$, CD và số đo góc giữa mặt phẳng (SCD) và đáy. Điều đó ta không cần vẽ và dựng góc cụ thể mà chỉ “dựng hình thức”.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 542. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

- A. 12.
- B. 4.
- C. $4\sqrt{2}$.
- D. $6\sqrt{2}$.



Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC .

Do tam giác ABC vuông cân tại $A \Rightarrow AM \perp BC$, $AM = \frac{1}{2}BC = \sqrt{2}$. (1)

Do $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đứng nên từ (1)

$\Rightarrow AM \perp (BB'C'BC) \Rightarrow$ góc giữa AB' và $(BB'C'BC)$ chính là $\widehat{MB'A} \Rightarrow \widehat{MB'A} = 30^\circ \Rightarrow B'M = AB' \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AB'$.

Ta có

$$\begin{cases} BB'^2 = B'M^2 - AM^2 \\ BB'^2 = AB'^2 - AB^2 \end{cases} \Rightarrow B'M^2 - BM^2 = AB'^2 - AB^2. \quad (2).$$

Thay $BM = \sqrt{2}$, $AB = 2$, $B'M = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AB'$ vào (2) ta được

$$\frac{3}{4}AB'^2 - 2 = AB'^2 - 4 \Leftrightarrow AB' = 2\sqrt{2}.$$

Ta có $BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = \sqrt{8 - 4} = 2$.

Ta có thể tích của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot BB' = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot BB' = 4.$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng 4.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 543. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh x và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi I là giao điểm của AC và BD . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là H sao cho H là trung điểm của BI . Góc giữa SC và $(ABCD)$ là 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{\sqrt{39}x^3}{12}$.
- B. $V = \frac{\sqrt{39}x^3}{36}$.
- C. $V = \frac{\sqrt{39}x^3}{24}$.
- D. $V = \frac{\sqrt{39}x^3}{48}$.

Lời giải.

Ta có tam giác $\triangle ABD$ là tam giác đều cạnh x . Suy ra

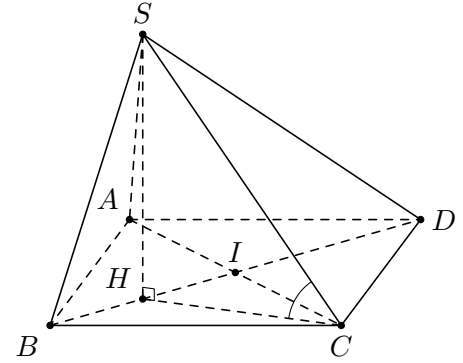
$$IH = \frac{BD}{4} = \frac{x}{4}. \text{ Và } IC = \frac{AC}{2} = \frac{x\sqrt{3}}{2}.$$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác $\triangle IHC$ vuông tại I ta có

$$HC = \sqrt{IH^2 + IC^2} = \sqrt{\frac{x^2}{16} + \frac{3x^2}{4}} = \frac{x\sqrt{13}}{4}.$$

Mà góc $(SC; (ABCD)) = 45^\circ$ nên $\tan 45^\circ = \frac{SH}{HC} \Rightarrow SH =$

$$HC = \frac{x\sqrt{13}}{4}.$$



$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x\sqrt{13}}{4} \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{2} = \frac{x^3\sqrt{39}}{24}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 544. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Gọi M, N là hai điểm thỏa mãn $\overrightarrow{D'M} = 2\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{C'N} = 2\overrightarrow{NC}$, đường thẳng AM cắt đường thẳng $A'D'$ tại P , đường thẳng BN cắt đường thẳng $B'C'$ tại Q . Thể tích của khối $PQNMDC'$ bằng

A. $\frac{V}{3}$.

B. $\frac{V}{2}$.

C. $\frac{3V}{4}$.

D. $\frac{2V}{3}$.

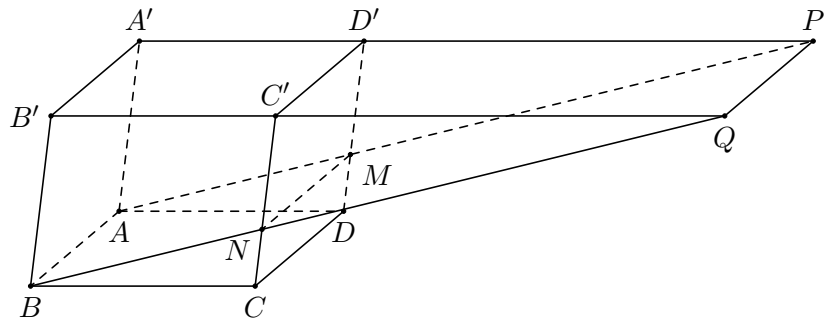
Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{V_{PQNMDC'}}{V} &= \frac{V_{NQC'.MPD'}}{V} \\ &= \frac{S_{\triangle NQC'}}{S_{BCC'B'}} \end{aligned}$$

Vì $\triangle QNC' \sim \triangle BNC$ nên

$$\frac{QN}{BN} = \frac{NC'}{NC} = 2.$$



$$\text{Do đó } S_{\triangle NQC'} = 4S_{\triangle BNC} = 4 \cdot \frac{1}{3}S_{\triangle BCC'} = \frac{2}{3}S_{BCC'B'} \Rightarrow \frac{V_{PQNMDC'}}{V} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 545. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng $a\sqrt{2}$; M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD . Mặt phẳng (AMN) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích V_1, V_2 với $V_1 < V_2$. Khi đó V_1 bằng

A. $\frac{2a^3}{15}$.

B. $\frac{5a^3}{9}$.

C. $\frac{a^3}{18}$.

D. $\frac{a^3}{9}$.

Lời giải.

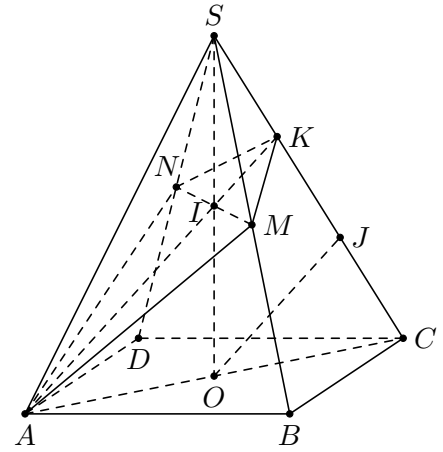
Gọi O là tâm của đáy $ABCD$, I là giao của MN và SO , K là giao của AI và SC thì K cũng là giao điểm của (AMN) và cạnh SC .

Trên cạnh SC lấy J sao cho $OJ \parallel AK$. Vì O là trung điểm AC và I là trung điểm SO nên $SK = KJ = JC$. Dẫn tới $\frac{V_{S.ANK}}{V_{S.ACD}} = \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SK}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{S.ANK} = \frac{1}{6} V_{S.ADC}$.

Tương tự $V_{S.AMK} = \frac{1}{6} V_{S.ABC} \Rightarrow V_{S.AMKN} = \frac{1}{6} V_{S.ABCD}$ nên $V_1 = V_{S.AMKN}$.

Ta có $AO = \frac{AC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = a \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{SO \cdot S_{ABCD}}{3} = \frac{a \cdot 2a^2}{3} = \frac{2a^3}{3} \Rightarrow V_1 = \frac{a^3}{9}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 546. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác vuông tại S . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HA = 3HD$. Biết rằng $SA = 2a\sqrt{3}$ và SC tạo với đáy một góc bằng 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 8\sqrt{6}a^3$.

B. $V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$.

C. $V = 8\sqrt{2}a^3$.

D. $V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{9}$.

Lời giải.

Xét $\triangle SAD$ vuông tại S , đường cao SH , ta có

$$SH^2 = AH \cdot HD = \frac{1}{3} AH \cdot AH = \frac{1}{3} AH^2.$$

$$\text{Mà } SH^2 + AH^2 = SA^2 \Rightarrow \frac{4}{3} AH^2 = 12a^2 \Rightarrow AH = 3a.$$

Do đó $SH = a\sqrt{3}$ và $HD = a$, $AD = 4a$.

Ta có $SH \perp (ABCD)$ nên H là hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$.

Khi đó $(SC, (ABCD)) = (SC, HC) = \widehat{SCH} = 30^\circ$ (do $\triangle SHC$ vuông tại H).

$$\text{Xét } \triangle SHC \text{ vuông tại } H, \text{ ta có } HC = \frac{SH}{\tan 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 3a.$$

$$\text{Xét } \triangle HDC \text{ vuông tại } D, \text{ ta có } DC = \sqrt{HC^2 - HD^2} = 2a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot AD \cdot DC = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot 4a \cdot 2a\sqrt{2} = \frac{8a^3\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 547. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng (P) qua A và vuông góc SC cắt SB , SC , SD lần lượt tại B' , C' , D' . Biết C' là trung điểm của SC . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích hai khối chóp $S.AB'C'D'$ và $S.ABCD$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{9}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{9}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

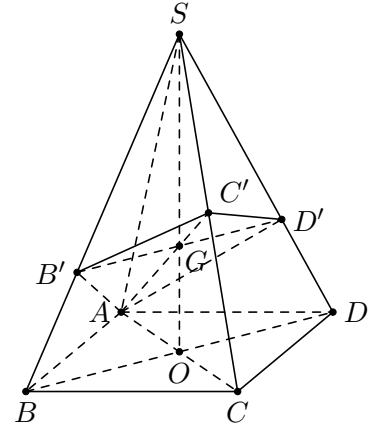
Gọi $O = AC \cap BD$, $G = AC' \cap SO$. Do C' là trung điểm của SC nên G là trọng tâm của tam giác SAC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

$$\text{Lại có } \begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD) \Rightarrow AC \perp B'D'.$$

$$\text{Mà } B'D' \perp SC \Rightarrow B'D' \perp (SAC) \Rightarrow B'D' \parallel BD.$$

$$\text{Suy ra } \frac{SB'}{SB} = \frac{SD'}{SD} = \frac{SG}{SO} = \frac{2}{3}.$$



Ta có

$$\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AB'C'} = \frac{1}{3} V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{1}{6} V_{S.ABCD}.$$

$$\frac{V_{S.AC'D'}}{V_{S.ACD}} = \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AC'D'} = \frac{1}{3} V_{S.ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{1}{6} V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{S.AB'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.AB'C'} + V_{S.AC'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{\frac{1}{6} V_{S.ABCD} + \frac{1}{6} V_{S.ABCD}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 548. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Biết tích của khoảng cách từ điểm B' và điểm D đến mặt phẳng $(D'AC)$ bằng $6a^2$ ($a > 0$). Giả sử thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là ka^3 . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $k \in (20; 30)$.

B. $k \in (100; 120)$.

C. $k \in (50; 80)$.

D. $k \in (40; 50)$.

Lời giải.

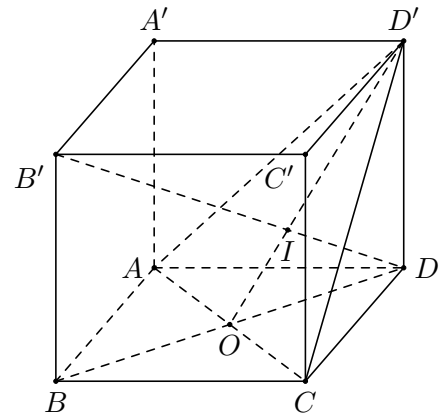
Gọi x là độ dài cạnh của hình lập phương. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, I là giao điểm của $B'D$ và $D'O$, suy ra I là giao điểm của $B'D$ và $(D'AC)$.

Đặt $h = d(D, (D'AC))$.

$$\text{Ta có } \frac{d(B', (D'AC))}{d(D, (D'AC))} = \frac{IB'}{ID} = 2.$$

$$\Rightarrow d(B', (D'AC)) = 2d(D, (D'AC)) = 2h.$$

$$\text{Theo giả thiết } 2h^2 = 6a^2 \Rightarrow h^2 = 3a^2.$$



Lại có tứ diện $DD'AC$ là tứ diện vuông tại đỉnh D nên ta có

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{DD'^2} = \frac{3}{x^2} \Rightarrow h^2 = \frac{x^2}{3}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{x^2}{3} = 3a^2 \Leftrightarrow x = 3a.$$

$$\text{Do đó thể tích khối lập phương bằng } 27a^3 \Rightarrow k = 27.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 549. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B ; có $AB = a$, $AD = 2a$, $BC = a$. Biết rằng $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.BCD$ theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = 2a^3\sqrt{2}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

Diện tích đa giác đáy là

$$S_{ABCD} = \frac{(AD + BC) \cdot AB}{2} = \frac{(a + 2a) \cdot a}{2} = \frac{3a^2}{2}.$$

Vậy thể tích khối chóp là

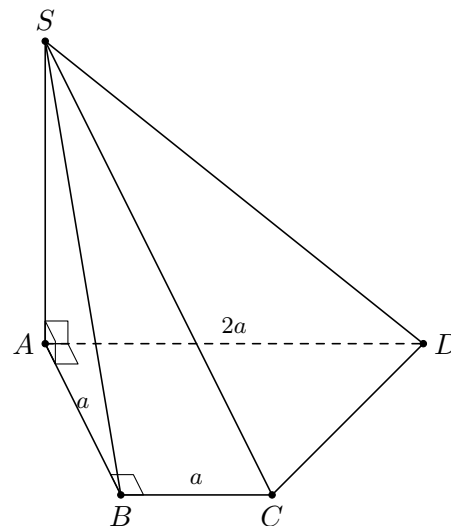
$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Mặt khác, ta có thể tích

$$V_{S.ABD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} a \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Vậy thể tích V của khối chóp $S.BCD$ là

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2} - \frac{a^3\sqrt{2}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 550. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$, mặt bên tạo với đáy góc 60° . Gọi K là hình chiếu vuông góc của O trên SD . Tính theo a thể tích khối tứ diện $DKAC$.

A. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{15}$.

B. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{5}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{15}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của CD thì góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ chính là góc $\widehat{SMO} = 60^\circ$.

Ta có $OD = a\sqrt{2}$, $OM = a$, $SO = OM \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Suy ra $SD = \sqrt{SO^2 + OD^2} = a\sqrt{5}$.

Tam giác SOD vuông tại O với đường cao OK nên

$$OD^2 = DK \cdot DS \Leftrightarrow DK = \frac{OD^2}{DS} = \frac{2a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Ta có $\frac{V_{K.ADC}}{V_{S.ADC}} = \frac{d(K, (ABCD))}{d(S, (ABCD))} = \frac{DK}{DS} = \frac{2}{5}$.

Suy ra $\frac{V_{K.ADC}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{5}$.

Mà $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot (2a)^2 = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Suy ra $V_{K.ADC} = \frac{4\sqrt{3}a^3}{15}$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 551. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và đáy là 60° . Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng SB . Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ADI) .

A. $a\sqrt{6}$.

B. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{42}}{7}$.

D. $a\sqrt{7}$.

Lời giải.

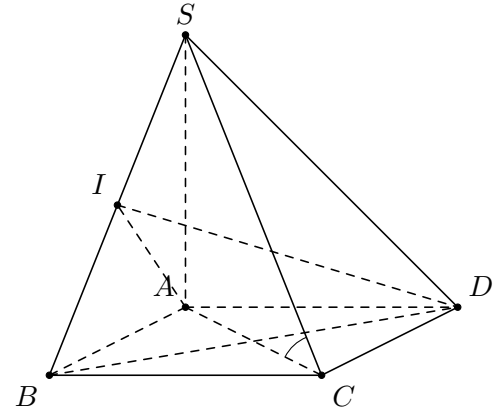
Ta có $AC = a\sqrt{2}$ và $\widehat{SCA} = 60^\circ$ nên

$$SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}.$$

Suy ra $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{7}$.

Lại có AI là trung tuyến ứng với cạnh huyền nên

$$AI = \frac{SB}{2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$



Tam giác ADI vuông tại A nên có diện tích là $S_{ADI} = \frac{1}{2}AI \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{7}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{7}}{4}$.

Ta có $V_{S.ABD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Mà $\frac{V_{S.ADI}}{V_{S.ABD}} = \frac{SI}{SB} = \frac{1}{2}$ nên $V_{S.ADI} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Từ $V_{S.ADI} = \frac{1}{3}d(S, (ADI)) \cdot S_{ADI}$ suy ra $d(S, (ADI)) = \frac{3V_{S.ADI}}{S_{ADI}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{6}}{12}}{\frac{a^2\sqrt{7}}{4}} = \frac{a\sqrt{42}}{7}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 552. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C')$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $3a^3$.

B. $3\sqrt{3}a^3$.

C. a^3 .

D. $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB^2 = a^2$.

Từ đó, $S_{AB'C'} = \frac{S_{ABC}}{\cos 60^\circ} = 2a^2$.

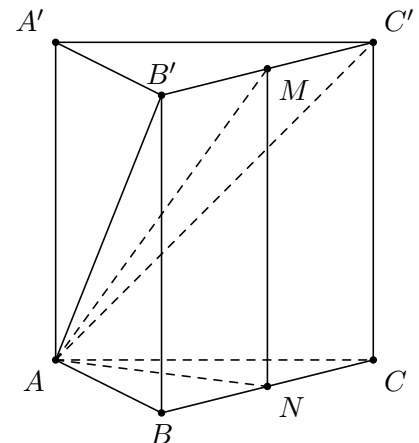
Gọi M và N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và BC .

Tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a\sqrt{2}$ nên $BC = 2a \Rightarrow AN = a$.

Ta có $S_{AB'C'} = \frac{1}{2}AM \cdot B'C' \Rightarrow AM = \frac{2S_{AB'C'}}{B'C'} = \frac{2 \cdot 2a^2}{2a} = 2a$.

Suy ra $MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot MN = a^2 \cdot a\sqrt{3} = \sqrt{3}a^3$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 553. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi M là trung điểm của CC' . Mặt phẳng (MAB) chia khối lăng trụ thành hai phần. Tính tỷ số thể tích hai phần đó (số bé chia số lớn)

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{3}{5}$.

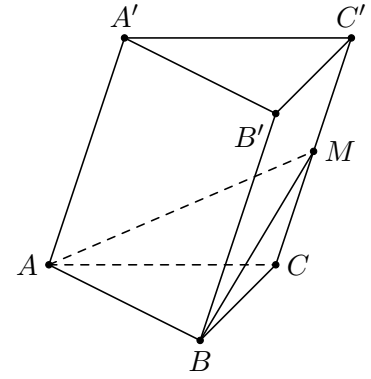
C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{V_{M.ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{d(M, (ABC))}{3d(C', (ABC))} = \frac{MC}{3C'C} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{M.ABC} = \frac{V}{6}..$$

Thể tích phần còn lại là $V - \frac{V}{6} = \frac{5V}{6}$. Vậy tỷ số thể tích hai phần là $\frac{1}{5}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 554. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi E, F lần lượt là các điểm thuộc các cạnh BB' và DD' sao cho $BE = 2EB', DF = 2FD'$. Tính thể tích khối tứ diện $ACEF$.

A. $\frac{2}{9}$.

B. $\frac{1}{9}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Gọi V là thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc AA' và BB' sao

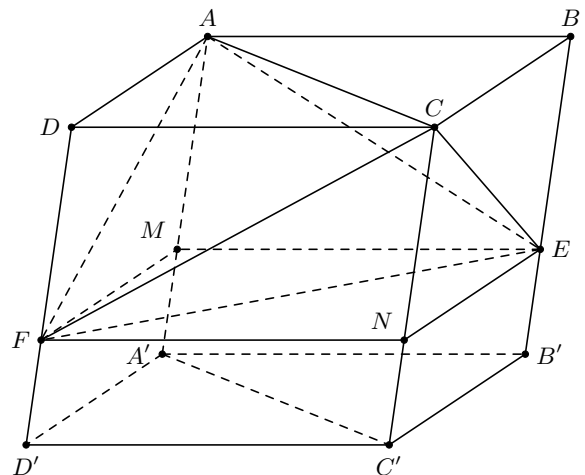
cho $AM = 2A'M; CN = 2C'N$.

Khi đó $V_{ABCD.MENF} = \frac{AM}{AA'} \cdot V = \frac{2}{3}$ và

$$V_{AMEF} = V_{C.EFN} = V_{F.ADC} = V_{E.ABC}.$$

Ta có

$$\begin{aligned} V_{ACEF} &= V_{ABCD.MENF} - 4V_{A.MFE} \\ &= \frac{2}{3} - 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 555. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại C và D , $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Biết $AC = a$, $CD = \frac{a}{2}$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $a\sqrt{6}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $AD = \sqrt{AC^2 - DC^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi

H là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh BC , có $AH = DC = \frac{a}{2}$.

Suy ra $AB = \frac{AH}{\sin \widehat{ABH}} = a$;

$HB = AB \cos \widehat{ABH} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$CB = HB + CH = a\sqrt{3}$.

Thể tích hình chóp $S.BCD$ là

$$\begin{aligned} V_{S.BCD} &= \frac{1}{3} SA \cdot S_{BCD} \\ &= \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} CD \cdot CB \\ &= \frac{a^3}{8}. \end{aligned}$$

Có $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Ta có $\begin{cases} CD \perp SA \\ CD \perp DA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$. Suy ra $\triangle SCD$ vuông tại D .

Diện tích $\triangle SDC$ là $S_{SDC} = \frac{1}{2} SD \cdot DC = \frac{a^2\sqrt{6}}{8}$.

Suy ra khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) là $h = \frac{3V_{S.BCD}}{S_{SDC}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 556. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 2a$, $SB = 3a$, $SC = 4a$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{9}$.

B. $V = 2a^3\sqrt{2}$.

C. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $V = a^3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên $SA; SC$.

Kẻ $BH \perp (ABC)$.

Ta có

$$\begin{cases} SA \perp BP \\ SA \perp BH \end{cases} \Rightarrow SA \perp (BHP) \Rightarrow \widehat{SPH} = 90^\circ (1).$$

$$\begin{cases} SC \perp BQ \\ SC \perp BH \end{cases} \Rightarrow SC \perp (BHQ) \Rightarrow \widehat{SQH} = 90^\circ (2).$$

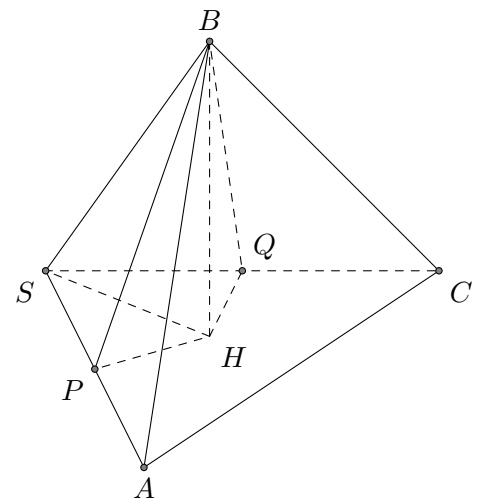
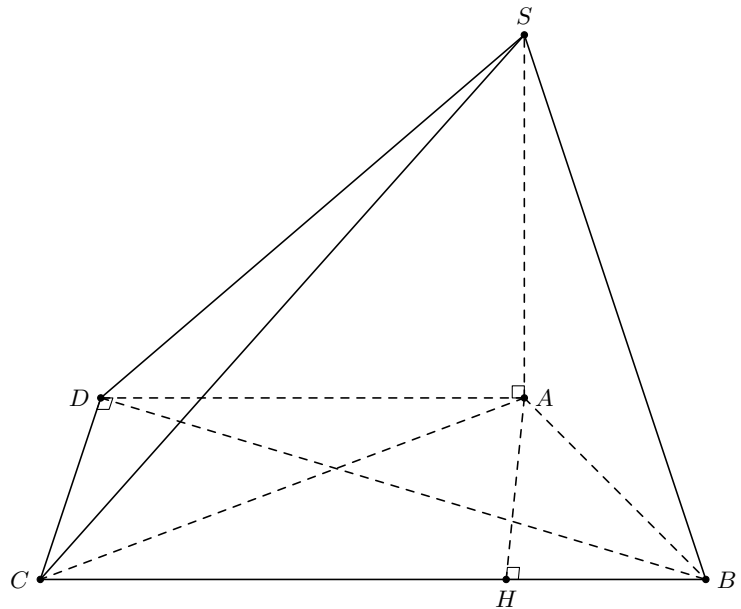
$$\widehat{ASC} = 90^\circ.$$

$$SP = SQ = \frac{3a}{2} \text{ (vì hai tam giác } SBP \text{ và } SBQ \text{ là các tam giác nửa đều có chung cạnh huyền } SB = 3a).$$

Suy ra tứ giác $SPHQ$ là hình vuông $\Rightarrow SH = \frac{3\sqrt{2}a}{2}$.

Trong $\triangle SHB$ vuông tại H : $BH = \sqrt{SB^2 - SH^2} = \frac{3\sqrt{2}a}{2}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot BH \cdot S_{\triangle ASC} = \frac{1}{3} \cdot BH \cdot \frac{1}{2} \cdot SA \cdot SC = \frac{1}{6} \cdot \frac{3\sqrt{2}a}{2} \cdot 2a \cdot 4a = 2a^3\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 557. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3 và đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tính $\cos \alpha$ với α là góc giữa mặt bên với mặt đáy.

- A. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{37}}$. D. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{19}}$.

Lời giải.

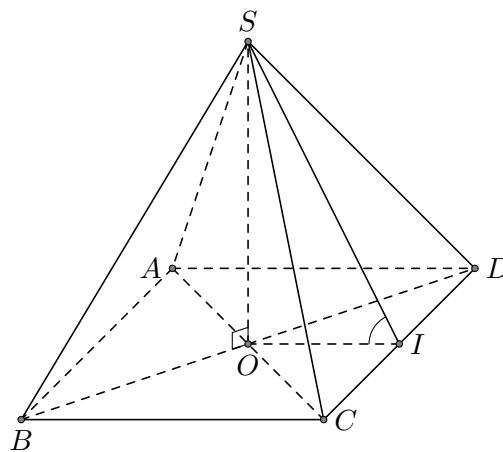
Gọi I là trung điểm CD , O là tâm của hình vuông $ABCD$, suy ra $SO \perp (ABCD)$. Khi đó

$$SO = \frac{3V}{S_{ABCD}} = \frac{3a^3}{a^2} = 3a.$$

Mặt khác, ta có $SO \perp CD$ và $OI \perp CD$ nên góc giữa mặt bên (SCD) với mặt đáy là góc $\widehat{SIO}$.

Xét tam giác vuông SOI có $SO = 3a$, $OI = \frac{a}{2}$

nên $\tan \widehat{SIO} = \tan \alpha = \frac{SO}{OI} = 6$. Suy ra $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 6^2}} = \frac{1}{\sqrt{37}}$.



Chọn đáp án (C)

□

Câu 558. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD vuông góc với nhau từng đôi một và $AB = 3a$, $AC = 6a$, $AD = 4a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CD, BD . Tính thể tích khối đa diện $AMNP$.

- A. $12a^3$. B. $2a^3$. C. a^3 . D. $3a^3$.

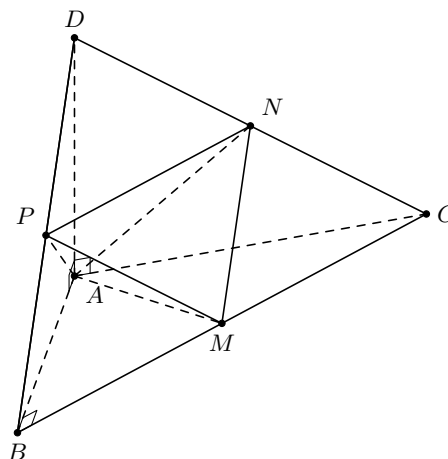
Lời giải.

Ta có

$$d(A, (MNP)) = d(A, (BCD)) \text{ và } S_{MNP} = \frac{1}{4} S_{BCD}.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} V_{AMNP} &= \frac{1}{3} \cdot d(A, (MNP)) \cdot S_{MNP} \\ &= \frac{1}{3} \cdot d(A, (BCD)) \cdot \frac{1}{4} S_{BCD} \\ &= \frac{1}{4} V_{ABCD} \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot AD \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot 4a \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 6a \\ &= 3a^3. \end{aligned}$$



Chọn đáp án (D)

□

Câu 559. Một hình lăng trụ đứng tam giác có độ dài các cạnh là 9, 3, 4, 3, 4, 5, 9, 5, 9. Thể tích của khối lăng trụ này bằng bao nhiêu?

- A. 46. B. 50. C. Không tính được. D. 54.

Lời giải.

Lăng trụ đứng tam giác có 3 cạnh bên bằng nhau và có hai đa giác đáy bằng nhau.

Do đó hình lăng trụ đứng tam giác có chiều cao bằng 9, đáy là tam giác có cạnh bằng 3, 4, 5 (tam giác vuông).

Vậy thể tích V của khối lăng trụ đứng đã cho bằng

$$V = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 9 = 54.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 560. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12 (đơn vị thể tích). Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, DC, AA' . Tính thể tích V của khối chóp $P.BMN$.

A. $V = \frac{3}{2}$.

B. $V = 3$.

C. $V = \frac{3}{4}$.

D. $V = 2$.

Lời giải.

Ta có $V_{P.BMN} = \frac{1}{3} d(P, (ABCD)) \cdot S_{BMN}$.

Mà $d(P, (ABCD)) = \frac{1}{2} d(A, (ABCD))$.

Mặt khác,

$$S_{ABM} + S_{DMN} + S_{CBN} + S_{BMN} = S_{ABCD}$$

$$\Leftrightarrow S_{BMN} = S_{ABCD} - (S_{ABM} + S_{DMN} + S_{CBN})$$

$$\Leftrightarrow S_{BMN} = S_{ABCD} - \left(\frac{1}{4} S_{ABCD} + \frac{1}{8} S_{ABCD} + \frac{1}{4} S_{ABCD} \right)$$

$$\Leftrightarrow S_{BMN} = \frac{3}{8} S_{ABCD}.$$

Khi đó,

$$V_{P.BMN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} d(A, (ABCD)) \cdot \frac{3}{8} S_{ABCD} = \frac{1}{16} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{16} \cdot 12 = \frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 561. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$, tam giác SBC có diện tích bằng $6\sqrt{2}a^2$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Tính góc φ biết thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = 4a^3$.

A. $\varphi = 45^\circ$.

B. $\varphi = 90^\circ$.

C. $\varphi = 30^\circ$.

D. $\varphi = 60^\circ$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABC} = \frac{3V}{SA} = \frac{3 \cdot 4a^3}{2a} = 6a^2$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên cạnh BC .

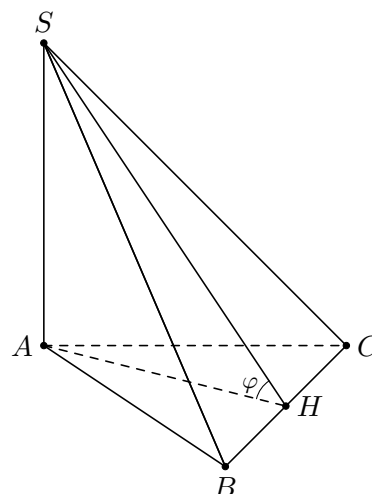
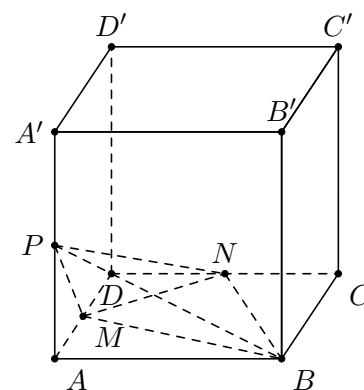
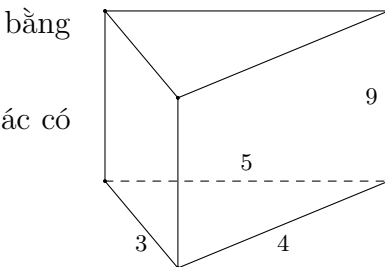
Suy ra

$$((SBC), (ABC)) = \widehat{SHA} = \varphi.$$

Ta có

$$S_{ABC} = S_{SBC} \cdot \cos \varphi \Leftrightarrow \cos \varphi = \frac{S_{ABC}}{S_{SBC}} = \frac{6a^2}{6\sqrt{2}a^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy $\varphi = 45^\circ$.



Chọn đáp án (A)

□

Câu 562. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích mặt bên $ABB'A'$ bằng 4, khoảng cách giữa cạnh CC' và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 6. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. 12.

B. 18.

C. 24.

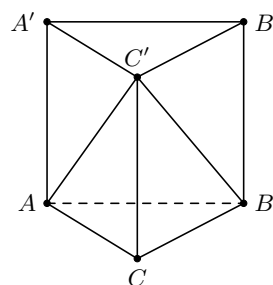
D. 9.

Lời giải.

Gọi thể tích lăng trụ là V . Ta có $V = 3V_{C'.ABC} \Rightarrow V_{C'.ABB'A'} = \frac{2}{3}V$.

Mà $V_{C'.ABB'A'} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABB'A'} \cdot d(C'; (ABB'A')) = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 6 = 8$

$\Rightarrow V = \frac{3}{2} \cdot 8 = 12$.



Chọn đáp án (A)

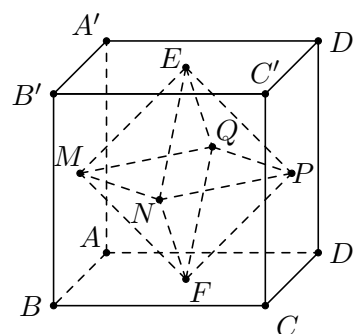
□

Câu 563.

Cho hình hộp chữ nhật có độ dài các cạnh là 3, 4, 5. Nối tâm 6 mặt của hình hộp chữ nhật ta được khối 8 mặt. Thể tích khối 8 mặt đó là

A. 12.

B. 10.

C. $10\sqrt{2}$.D. $\frac{75}{12}$.**Lời giải.**

Giả sử $AB = 3$, $AD = 4$ và $AA' = 5$.

Xét hình chóp $E.MNPQ$ có đáy là hình thoi $MNPQ$ và chiều cao $h = \frac{AA'}{2} = \frac{5}{2}$.

Diện tích hình thoi $MNPQ$ là $S = \frac{1}{2}MP \cdot NQ = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$.

Thể tích khối $E.MNPQ$ là $V_{E.MNPQ} = \frac{1}{3}h \cdot S = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} \cdot 6 = 5$.

Thể tích khối 8 mặt là $V = 2 \cdot V_{E.MNPQ} = 10$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 564. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a tâm O và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm CD , H là điểm đối xứng với O qua SM . Thể tích khối đa diện $ABCDSH$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{10}}{12}$.B. $\frac{5a^3\sqrt{10}}{24}$.C. $\frac{a^3\sqrt{10}}{18}$.D. $\frac{a^3\sqrt{10}}{24}$.**Lời giải.**

Gọi I là hình chiếu của O lên SM . Vì H đối xứng với O qua SM nên I là trung điểm của OH , suy ra

$$d(H, (SCD)) = d(O, (SCD))$$

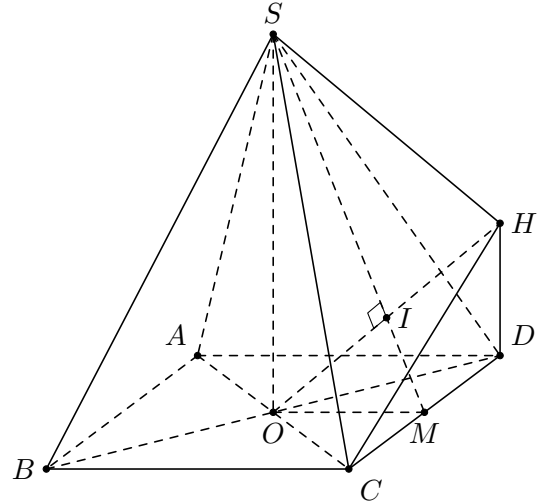
$$\Rightarrow V_{H.SCD} = V_{O.SCD} = \frac{1}{4}V_{SABCD}.$$

Do đó $V_{ABCD SH} = V_{S.ABCD} + V_{H.SCD} = \frac{5}{4}V_{S.ABCD}$.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Thể tích $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{10}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}.$$



Do đó, thể tích $ABCD SH$ là $V_{ABCD SH} = \frac{5}{4} \cdot \frac{a^3\sqrt{10}}{6} = \frac{5a^3\sqrt{10}}{24}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 565. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến (SCD) bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích khối chóp theo a .

A. $\frac{4\sqrt{15}}{45}a^3$.

B. $\frac{4\sqrt{15}}{15}a^3$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{15}a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{45}a^3$.

Lời giải.

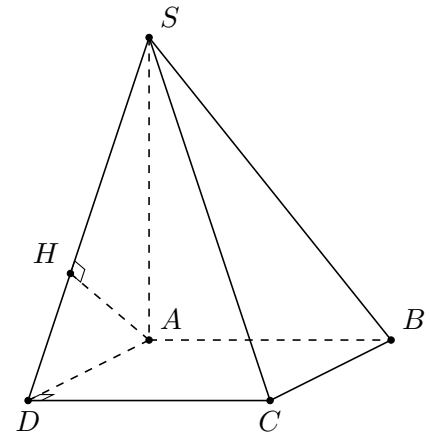
Gọi H là hình chiếu của A lên SD .

Ta có $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \text{ (vì } CD \perp (SAD)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD) \text{ tại } H$

$$\Rightarrow d(A, (SCD)) = AH = \frac{a}{2}.$$

Xét tam giác SAD vuông tại A , ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{AH^2} &= \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{SA^2} \Leftrightarrow SA = \frac{AH \cdot AD}{\sqrt{AD^2 - AH^2}} = \frac{\frac{a}{2} \cdot 2a}{\sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}}} \\ &= \frac{2a\sqrt{15}}{15}. \end{aligned}$$



Thể tích khối chóp $V_{SABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{15} \cdot 2a \cdot a = \frac{4a^3\sqrt{15}}{45}$.

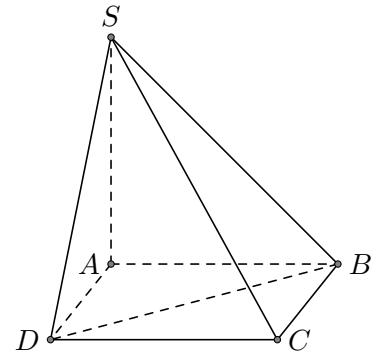
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 566.

Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.



Lời giải.

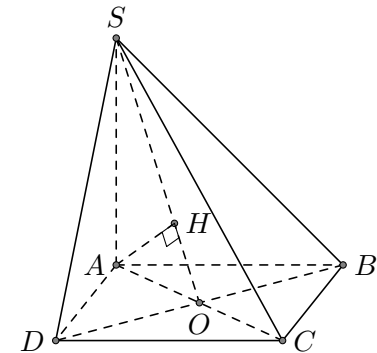
Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, H là hình chiếu của A lên SO .

Khi đó $AH \perp (SBD)$ và

$$AH = d(A; (SBD)) = d(C; (SBD)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } SA = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AO^2}}} = a.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 567. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 48 cm^3 . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của các cạnh CC', BC và $B'C'$. Tính thể tích của khối chóp $A'.MNP$.

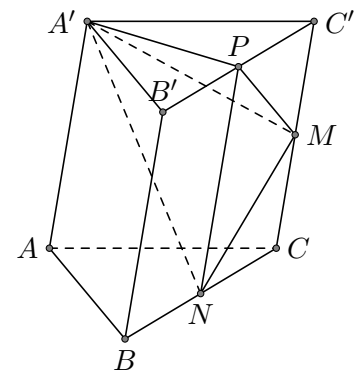
- A. 8 cm^3 . B. 12 cm^3 . C. 24 cm^3 . D. $\frac{16}{3} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

$$\text{Vì } S_{\triangle MNP} = \frac{1}{2} S_{C'PNC} = \frac{1}{4} S_{C'B'BC} \text{ nên } V_{A'MNP} = \frac{1}{4} V_{A'.C'B'BC}.$$

$$\text{Hơn nữa, } V_{A'.C'B'BC} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'}.$$

$$\text{Do đó, } V_{A'MNP} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot V_{ABC.A'B'C'} = 8 \text{ cm}^3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 568. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là $\triangle ABC$ vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$. SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle SBC$. Một mặt phẳng đi qua hai điểm A, G và song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại B' và C' . Thể tích khối chóp $S.AB'C'$ bằng

- A. $\frac{2a^3}{27}$. B. $\frac{a^3}{9}$. C. $\frac{4a^3}{27}$. D. $\frac{2a^3}{9}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng BC, SB .

Khi đó, $G = SM \cap CN$.

Đặt $BC = BA = x > 0$. Theo định lý Pitago trong $\triangle ABC$ vuông tại B , ta có $AC^2 = BA^2 + BC^2$.

$$\Rightarrow (a\sqrt{2})^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = a^2 \Rightarrow x = a. \text{ Diện tích}$$

$$\triangle ABC \text{ là } S_{ABC} = \frac{1}{2}BA \cdot BC = \frac{a^2}{2}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{6}.$$

Mặt phẳng qua A, G song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại B', C' nên $B'C' \parallel BC$. Khi đó ta có

$$\frac{SB'}{SB} = \frac{SC'}{SC} = \frac{SG}{SM} = \frac{2}{3}.$$

Ta lại có

$$\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}.$$

Suy ra

$$V_{S.AB'C'} = \frac{4}{9}V_{S.ABC} = \frac{4}{9} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{2a^3}{27}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 569. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = x, AD = 1$. Biết rằng góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 30° . Tìm giá trị lớn nhất $V_{\max}$ của thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V_{\max} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

B. $V_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. $V_{\max} = \frac{1}{2}$.

D. $V_{\max} = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

+ $CB \perp (ABB'A') \Rightarrow B$ là hình chiếu của C trên $(ABB'A')$.

$\Rightarrow$ góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng góc $\widehat{CA'B} \Rightarrow \widehat{CA'B} = 30^\circ$.

+ $\triangle CA'B$ vuông tại B nên
 $\tan 30^\circ = \frac{BC}{BA'} \Rightarrow BA' = \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$

$\triangle AA'B$ vuông tại A nên

$$A'B^2 = AA'^2 + AB^2 \Rightarrow AA' = \sqrt{3 - x^2}.$$

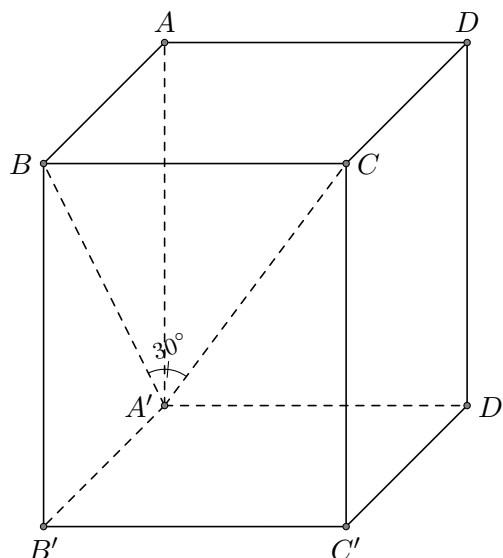
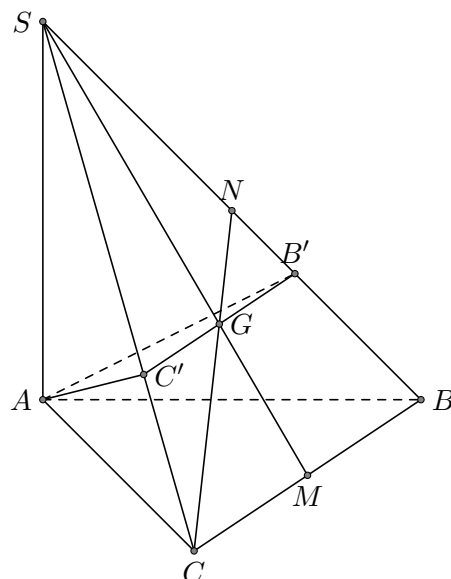
$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot AB \cdot AD = x\sqrt{3 - x^2}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si để tìm $V_{\max}$.

$$V = x\sqrt{3 - x^2} \leq \frac{x^2 + 3 - x^2}{2} = \frac{3}{2}, 0 < x < \sqrt{3}.$$

$$V_{\max} \text{ khi } x = \sqrt{3 - x^2} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Vậy thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{3}{2}$ khi $x = \frac{\sqrt{6}}{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 570. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là $\triangle ABC$ vuông tại C , $AB = 2a$, $AC = a$, và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Trong $\triangle ABC$ kẻ $CH \perp AB$

$$\Rightarrow CH \perp (SAB) \Rightarrow CH \perp SB \quad (1).$$

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = a\sqrt{3},$$

$$BH \cdot BA = BC^2,$$

$$\Rightarrow BH = \frac{3a}{2}, CH = \sqrt{BC^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Trong $\triangle SAB$ kẻ $KH \perp SB \Rightarrow CK \perp SB$.

Từ (1) và (2) suy ra $HK \perp SB$.

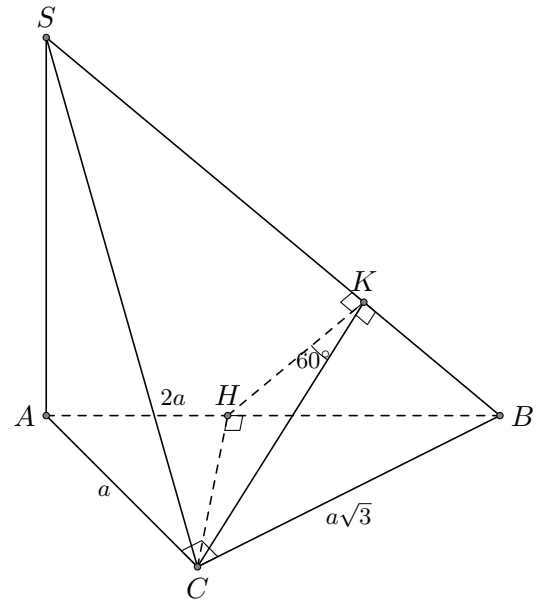
Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là $\widehat{CKH} = 60^\circ$. Trong $\triangle CKH$ vuông tại H có $HK = CH \cdot \cot 60^\circ = \frac{a}{2}$,

$$BK = \sqrt{BH^2 - HK^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\triangle SAB \sim \triangle HKB \text{ nên } \frac{SA}{HK} = \frac{AB}{BK} = \frac{2a}{a\sqrt{2}}.$$

Thể tích hình chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 571. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A góc $\widehat{ABC} = 30^\circ$, tam giác SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

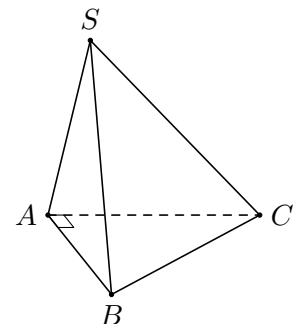
$$\text{Do } \begin{cases} CA \perp AB \\ (SAB) \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SAB) \Rightarrow AC \perp SA.$$

$$+ \text{ Tam giác vuông } ABC \text{ có cạnh } AC = \frac{a}{2} \text{ (cạnh đối diện với góc } 30^\circ) \text{ và } AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$+ \text{ Tam giác vuông } SAC \text{ có } SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \text{ suy ra tam giác } SAB \text{ cân tại } A.$$

$$+ \text{ Ta tính được } S_{SAB} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4} \text{ và } S_{SBC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$+ V_{S.ABC} = V_{C.SAB} = \frac{1}{3} \cdot AC \cdot S_{SAB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}.$$



+ Gọi h là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) ta có $h = \frac{3V_{A.SBC}}{S_{SBC}} = \frac{\frac{a^3\sqrt{2}}{8}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 572. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a , một mặt phẳng (α) cắt các cạnh AA', BB', CC', DD' lần lượt tại M, N, P, Q . Biết $AM = \frac{1}{3}a$, $CP = \frac{2}{5}a$. Tính thể tích khối đa diện $ABCD.MNPQ$.

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{11}{15}a^3$.

C. $\frac{2a^3}{3}$.

D. $\frac{11}{30}a^3$.

Lời giải.

Gọi $I = MP \cap A'C$. Qua I vẽ đường thẳng song song với DB , cắt BB' và DD' lần lượt tại N và Q . Suy ra $MNPQ$ là thiết diện cần dựng.

Qua M vẽ mặt phẳng (β) vuông góc với AA' , cắt BB', CC' lần lượt tại N', P' .

$$V_{ABCD.MNPQ} = 2V_{ABC.MNP} = 2(V_{ABC.MN'P'} + V_{M.NPP'N'})$$

Ta có $BN = \frac{AM + CP}{2} = \frac{11}{30}a$.

$$NN' = BN - BN' = \frac{11}{30}a - \frac{1}{3}a = \frac{1}{30}a.$$

$$PP' = CP - CP' = \frac{2}{5}a - \frac{1}{3}a = \frac{1}{15}a.$$

$$V_{M.NPP'N'} = \frac{1}{3}MN' \cdot S_{NPP'N'} = \frac{1}{3}a \cdot \frac{(NN' + PP')N'P'}{2} = \frac{a^3}{60}.$$

$$V_{ABC.MN'P'} = AM \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{6}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.NMPQ} = 2\left(\frac{a^3}{6} + \frac{a^3}{60}\right) = \frac{11a^3}{30}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 573. Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh đáy bằng a . Mặt phẳng (ACD') tạo với mặt phẳng $(AA'D'D)$ một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của D lên AD' , ta có $\begin{cases} CD \perp AD' \\ DH \perp AD' \end{cases}$, suy ra

$AD' \perp (CDH)$ nên $[(ACD'), (ADD'A')] = \widehat{CHD} = 60^\circ$.

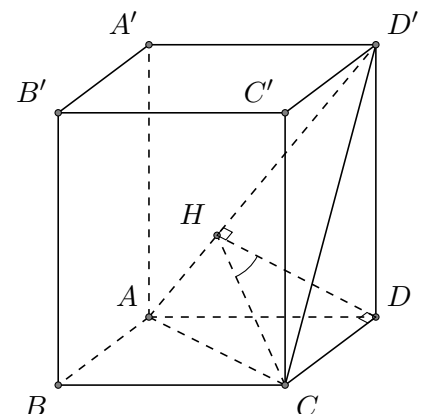
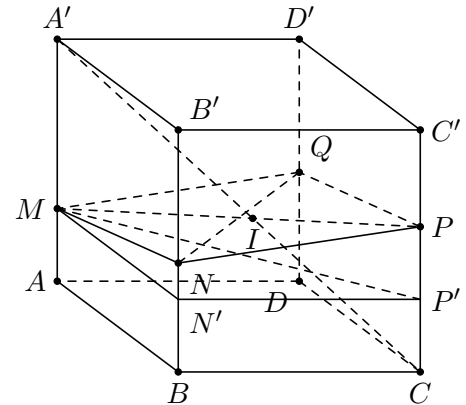
$$\text{Có } \tan 60^\circ = \frac{CD}{DH} \Rightarrow DH = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Tam giác } ADD' \text{ có } \frac{1}{DH^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{DD'^2} \Rightarrow DD' = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Thể tích của lăng trụ là

$$V = DD' \cdot S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 574. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$, mặt bên (SCD) hợp với mặt đáy một góc 60° và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Gọi M là trung điểm cạnh BC . Tính khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (SCD) .

A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của AD , ta có $MN \parallel CD$ nên $MN \parallel (SCD)$, suy ra $d(M, (SCD)) = d(N, (SCD))$.

Gọi H là hình chiếu của N lên SD .

Ta có $NH \perp (SCD)$ nên $d(N, (SCD)) = NH$.

Có $CD \perp (SAD)$ nên $((SCD), (ABCD)) = \widehat{SDA} = 60^\circ$.

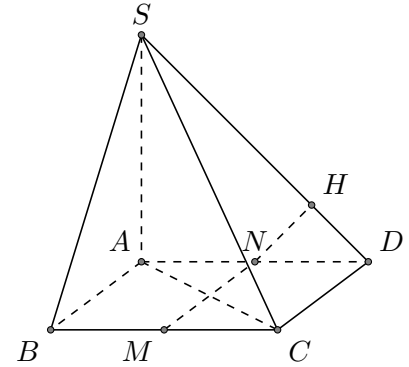
Đặt $AB = AD = x$, ta có $SA = AD \cdot \tan 60^\circ = x\sqrt{3}$.

Do $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{x^3\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ nên $x = a$.

Tam giác NHD có $\frac{NH}{ND} = \sin 60^\circ \Rightarrow NH = ND \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Vậy khoảng cách từ M đến (SCD) là $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 575. Cho hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi E, F lần lượt là trung điểm AA' và BB' , đường thẳng CE cắt đường thẳng $C'A'$ tại E' , đường thẳng CF cắt đường thẳng $C'B'$ tại F' . Tính thể tích V khối đa diện $EFA'B'F'E'$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Do E, F là trung điểm của AA' và BB' nên suy ra

A' và B' lần lượt là trung điểm của $C'E'$ và $C'F'$.

Ta có $S_{C'E'F'} = 4S_{C'A'B'}$ nên

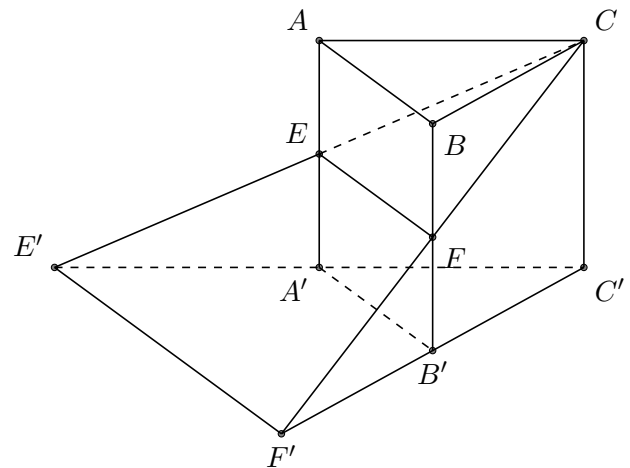
$$V_{C.C'E'F'} = 4V_{C.C'A'B'} = \frac{4}{3}V_{\text{lăng trụ}}.$$

Mặt khác, $V_{C.ABFE} = \frac{1}{2}V_{C.ABB'A'} = \frac{1}{3}V_{\text{lăng trụ}}$ nên

$$V_{CEF.C'A'B'} = \frac{2}{3}V_{\text{lăng trụ}}.$$

Vậy $V_{EFA'B'F'E'} = V_{C.C'E'F'} - V_{CEF.C'A'B'} = \frac{2}{3}V_{\text{lăng trụ}} = \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 576. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Biết $(AMN) \perp (SBC)$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{26}}{24}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{13}}{18}$.

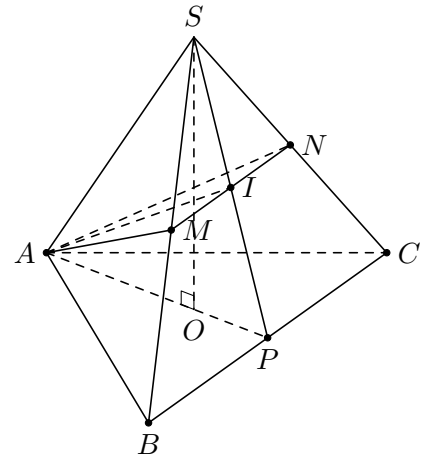
Lời giải.

Gọi P là trung điểm của BC , $SP \cap MN = I \Rightarrow I$ là trung điểm của SP . Gọi O là tâm của đáy.

Tam giác SBC là tam giác cân nên $SP \perp BC$ mà $MN \parallel BC$ nên $SP \perp MN$. Từ

$$\begin{cases} (AMN) \perp (SBC) \\ (AMN) \cap (SBC) = MN \Rightarrow SP \perp (AMN) \Rightarrow SP \perp AI. \\ SP \perp MN \end{cases}$$

Tam giác APS có AI là đường cao đồng thời là trung tuyến nên $\triangle APS$ cân tại $A \Rightarrow AS = AP = AB \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Ta có $AO = \frac{2}{3}AP = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tam giác SOA là tam giác vuông tại O nên

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{15}}{6}.$$

Thể tích của hình chóp: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{6} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 577. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$, $AA' = a$. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AM = 3MD$. Gọi V là thể tích khối $MAB'C$. Khi đó V bằng:

A. $V = \frac{2a^3}{9}$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

Ta có $V = V_{B'.ACM}$.

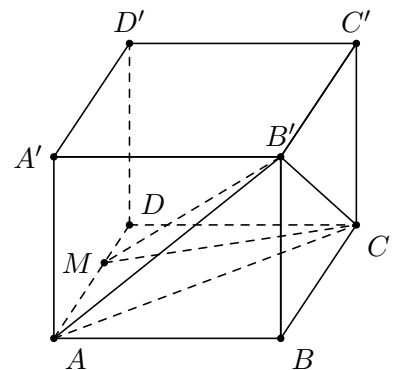
Chiều cao của khối chóp $B'.ACM$ là $h = AA' = a$.

Ta có $AM = 3MD \Rightarrow MD = \frac{1}{4}AD = \frac{a}{2}$.

Tam giác CDM vuông tại D , $S_{CDM} = \frac{1}{2}MD \cdot DC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{a^2}{4}$.

Suy ra $S_{ACM} = S_{ACD} - S_{CMD} = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$.

Vậy $V = V_{B'.ACM} = \frac{1}{3}S_{ACM} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^2}{4} \cdot a = \frac{a^3}{4}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 578. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$. Gọi M là trung điểm SB , N thuộc cạnh SC sao cho $NS = 2NC$, P thuộc cạnh SA sao cho $PA = 2PS$. Gọi V_1 , V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $BMNP$ và $SABC$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{9}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{8}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{6}$.

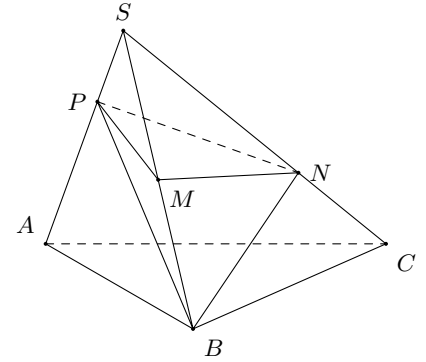
Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{V_{S.BPN}}{V_{S.ABC}} &= \frac{SP}{SA} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \Rightarrow V_{S.BPN} = \frac{2}{9}V_2. \\ \frac{V_{S.MPN}}{V_{S.ABC}} &= \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SP}{SA} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{9} \Rightarrow V_{S.MPN} = \frac{1}{9}V_2. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } V_1 = V_{BMNP} = V_{S.BPN} - V_{S.MPN} = \frac{2}{9}V_2 - \frac{1}{9}V_2 = \frac{1}{9}V_2.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{9}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 579. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $\widehat{SBC} = 60^\circ$. Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng

A. $a\sqrt{6}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của $AC \Rightarrow SH \perp AC$.

Vì $(SAC) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

Do $\triangle ABC$ đều cạnh a nên $BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Đặt $SB = x > 0$, xét tam giác SHB vuông góc tại

$$H \Rightarrow SB^2 = SH^2 + HB^2 \Rightarrow x^2 = SH^2 + \frac{3a^2}{4}$$

$$\Rightarrow SH^2 = x^2 - \frac{3a^2}{4}.$$

Tam giác SHC vuông tại $H \Rightarrow SC^2 = SH^2 + HC^2$

$$\Rightarrow SC^2 = x^2 - \frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = x^2 - \frac{a^2}{2}. \quad (1)$$

Xét tam giác $SBC \Rightarrow SC^2 = SB^2 + BC^2 - 2SB \cdot BC \cos \widehat{SBC}$

$$\Rightarrow SC^2 = x^2 + a^2 - 2 \cdot x \cdot a \cdot \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow SC^2 = x^2 + a^2 - xa. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } x^2 - \frac{a^2}{2} = x^2 + a^2 - xa \Leftrightarrow x = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Suy ra } SH^2 = \frac{9a^2}{4} - \frac{3a^2}{4} = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } SBC \text{ là } S_{\triangle SBC} = \frac{1}{2} \cdot SB \cdot BC \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{3a}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{8}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}.$$

$$\text{Mặt khác, thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle SBC} \cdot d(A; (SBC))$$

$$\Rightarrow d(A; (SBC)) = \frac{3V}{S_{\triangle SBC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{8}}{\frac{3a^2\sqrt{3}}{8}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 580. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có đỉnh S và đáy là tam giác ABC . Gọi V là thể tích của khối chóp. Mặt phẳng đi qua trọng tâm của ba mặt bên của khối chóp chia khối chóp thành hai phần. Tính theo V thể tích của phần chứa đáy của khối chóp.

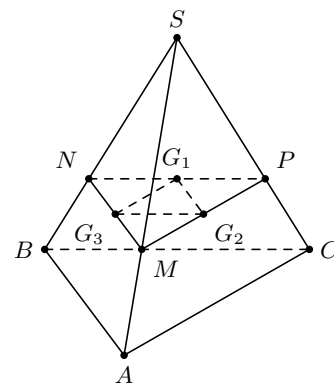
A. $\frac{37}{64}V$. B. $\frac{27}{64}V$. C. $\frac{19}{27}V$. D. $\frac{8}{27}V$.

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua ba trọng tâm G_1, G_2, G_3 là mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy (ABC) và cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại các điểm M, N, P . Ta có

$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}.$$

$$\text{Suy ra } V_{MNP.ABC} = V - V_{S.MNP} = V - \frac{8}{27}V = \frac{19}{27}V.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 581. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng 2, điểm M thuộc cạnh SA sao cho $SA = 4SM$ và SA vuông góc với mặt phẳng (MBC) . Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V = \frac{2}{3}$. B. $V = \frac{2\sqrt{5}}{9}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $V = \frac{2\sqrt{5}}{3}$.

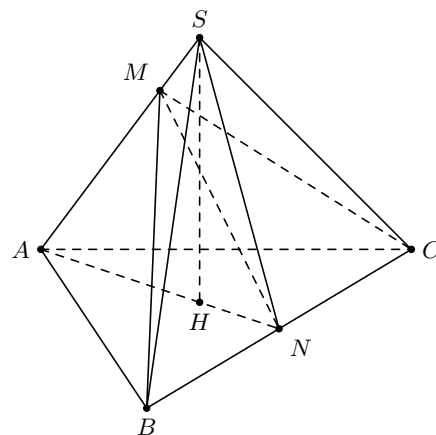
Lời giải.

Gọi H là tâm của tam giác ABC và N là trung điểm của BC .

Do $SA \perp (MBC)$ nên $SA \perp MN$, lại có $SH \perp AN$ nên tứ giác $SMHN$ nội tiếp. Suy ra

$$\begin{aligned} \frac{3}{4}AS^2 &= AM \cdot AS = AH \cdot AN = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = 2 \\ \Rightarrow AS^2 &= \frac{8}{3} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{2}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 582. Một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật có thể tích bằng 48 và chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chất liệu làm đáy và 4 mặt bên của hộp có giá thành gấp ba lần giá thành của chất liệu làm nắp hộp. Gọi h là chiều cao của hộp để giá thành của hộp là thấp nhất. Biết $h = \frac{m}{n}$ với m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tổng $m + n$ là

A. 12. B. 13. C. 11. D. 10.

Lời giải.

Giả sử chiều dài, chiều rộng của hộp là $2x$ và x ; giá thành làm đáy và mặt bên hộp là 3, giá thành làm nắp hộp là 1. Theo giả thiết ta có

$$2x^2h = V_{\text{hộp}} = 48 \Rightarrow x^2h = 24.$$

Giá thành làm hộp là

$$3(2x^2 + 2xh + 4xh) + 2x^2 = 8x^2 + 9xh + 9xh \geq 3\sqrt[3]{8 \cdot 9^2 \cdot x^4h^2} = 216.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \begin{cases} 8x^2 = 9xh \\ x^2h = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9h}{8} \\ \frac{9^2}{8^2} \cdot h^3 = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ h = \frac{8}{3} \end{cases}.$$

Vậy $m = 8, n = 3$ và $m + n = 11$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 583. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của $ABCD$, các điểm M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và $A'D'$. Tỉ số thể tích của khối chóp $A'.ABD$ và khối đa diện $O.MND'C'B'$ bằng

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{4}{7}$.

C. $\frac{5}{7}$.

D. $\frac{3}{7}$.

Lời giải.

Đặt $V_{ABCD.A'B'C'D'} = V$.

$$\text{Ta có } S_{B'C'D'NM} = S_{A'B'C'D'} - S_{\triangle A'MN} = \left(1 - \frac{1}{8}\right) S_{A'B'C'D'} = \frac{7}{8} S_{A'B'C'D'}.$$

Ta có thể tích của chóp $O.MND'C'B'$ là

$$V_{O.MND'C'B'} = \frac{1}{3} S_{MND'C'B'} \cdot d(O, (MND'C'B')) = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8} V = \frac{7}{24} V.$$

Thể tích khối chóp $A'.ABD$ là

$$V_{A'.ABD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABD} \cdot d(A', (ABD)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} V = \frac{1}{6} V.$$

$$\text{Tỉ số thể tích của khối chóp } A'.ABD \text{ và } O.MND'C'B' \text{ là } \frac{V_{A'.ABD}}{V_{O.MND'C'B'}} = \frac{\frac{1}{6} V}{\frac{7}{24} V} = \frac{4}{7} V.$$

Vậy tỉ số thể tích cần tính bằng $\frac{4}{7}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 584. Thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

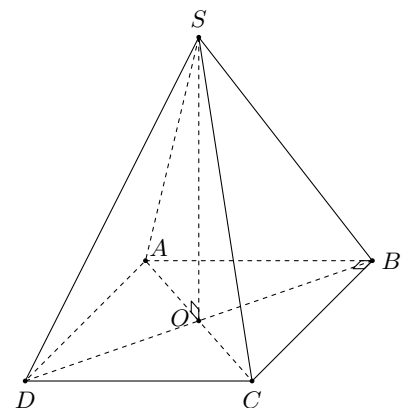
Lời giải.

Do khối chóp $S.ABCD$ đều cạnh a nên $SO \perp (ABCD)$, trong đó O là tâm của hình vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có } OB = \frac{\sqrt{2}a}{2}, SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \frac{\sqrt{2}a}{2}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{\sqrt{2}a}{2} = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 585. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng α sao cho $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$ theo a .

A. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$.

B. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$.

C. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB và đặt $b = HB$.

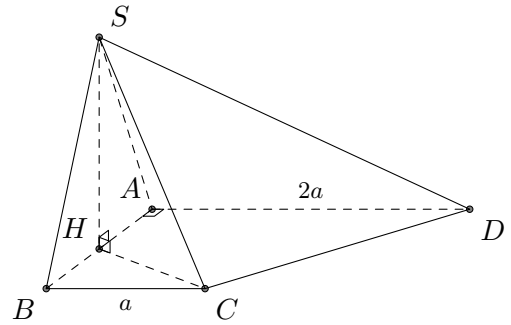
Khi đó ta có $SH = b\sqrt{3}$ và $HC = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Ta có $SH \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\alpha = \widehat{SCH}$.

$$\text{Có } \tan \alpha = \frac{HS}{HC} = \frac{\sqrt{15}}{5} \text{ nên } \frac{HS^2}{HC^2} = \frac{3b^2}{b^2 + a^2} = \frac{3}{5}.$$

$$\text{Từ đó có } a^2 = 4b^2 \text{ hay } b = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 586. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $A'B = a\sqrt{6}$, đường thẳng $A'B$ vuông góc với đường thẳng $B'C$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

B. $a^3\sqrt{6}$.

C. $\frac{3a^3}{4}$.

D. $\frac{9a^3}{4}$.

Lời giải.

Theo tính chất của lăng trụ đều thì độ dài các đường chéo mặt bên bằng nhau và bằng $a\sqrt{6}$.

Từ B' kẻ đường song song với $A'B$ cắt đường AB tại E . Khi đó $\widehat{(A'B, B'C)} = \widehat{(B'C, B'E)} = 90^\circ$.

Vậy tam giác $CB'E$ vuông cân nên $CE = 2\sqrt{3}a$.

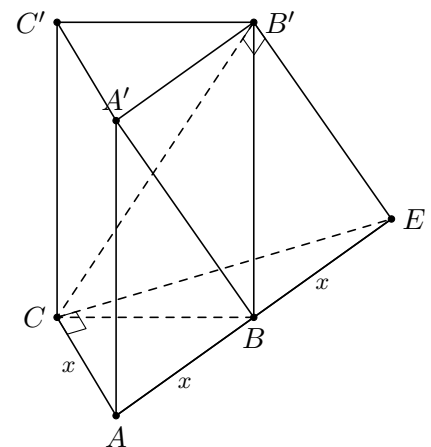
Do $BA = BE = BC$ nên tam giác ACE vuông tại C .

Lại có $\widehat{CAE} = 60^\circ$ nên $AC = CE \cot 60^\circ = 2a$.

$$\text{Có } AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{6a^2 - 4a^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Hơn nữa, } S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}(2a)^2 = \sqrt{3}a^2.$$

$$\text{Vậy } V = \sqrt{3}a^2 \cdot \sqrt{2}a = a^3\sqrt{6}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 587. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB , AC và AD đôi một vuông góc với nhau. Gọi G_1 , G_2 , G_3 , G_4 lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC , ABD , ACD và BCD . Biết $AB = 6a$, $AC = 9a$, $AD = 12a$. Tính theo a thể tích của khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$.

A. $4a^3$.

B. a^3 .

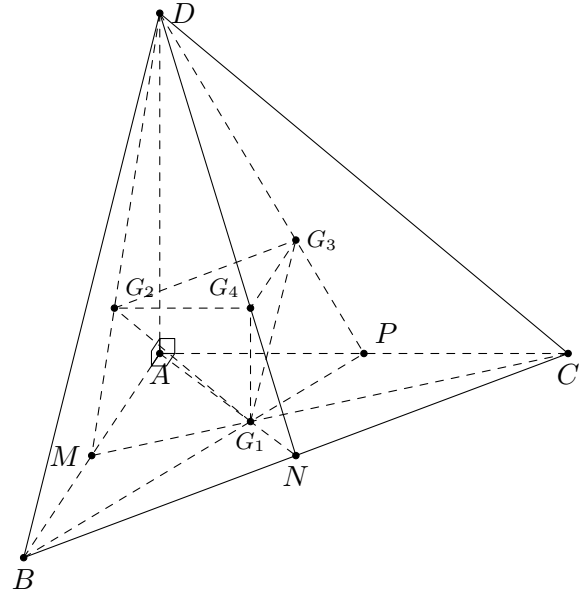
C. $108a^3$.

D. $36a^3$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } d(G_1, (G_2G_3G_4)) &= \frac{1}{2}d(D, (G_2G_3G_4)) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}d(D, (MNP)) = \frac{1}{3}d(D, (MNP)) = 4a. \\ S_{G_2G_3G_4} &= \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot S_{MNP} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{4}S_{ABC} \\ &= \frac{1}{9}S_{ABC} = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6a \cdot 9a = 3a^2. \\ \text{Suy ra} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{G_1G_2G_3G_4} &= \frac{1}{3} \cdot d(G_1, (G_2G_3G_4)) \cdot S_{G_2G_3G_4} \\ &= \frac{1}{3} \cdot 4a \cdot 3a^2 = 4a^3. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 588. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông, SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa AB và SD bằng $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi độ dài cạnh hình vuông $ABCD$ là x .

Gọi H, M là trung điểm của AB và CD .

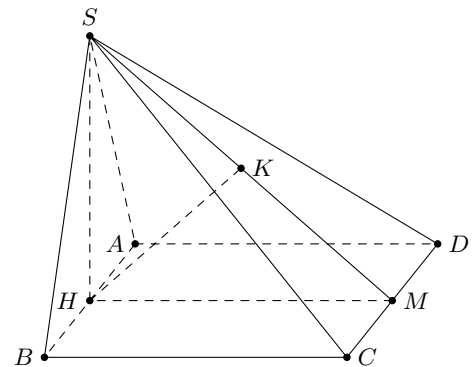
Vì $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$.

Kẻ $HK \perp SM \Rightarrow d[AB, SD] = HK$.

Vì $\triangle SAB$ đều nên $SH = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{HK^2} &= \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HM^2} \\ \Rightarrow \frac{1}{\left(\frac{2a\sqrt{21}}{7}\right)^2} &= \frac{1}{\left(\frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{x^2}. \\ \Rightarrow x &= 2a \end{aligned}$$



$$\text{Vậy thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}(2a)^2 = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 589. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích 120 cm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và AD . Thể tích khối tứ diện $MNA'C'$ bằng

- A. 20 cm³. B. 15 cm³. C. 24 cm³. D. 30 cm³.

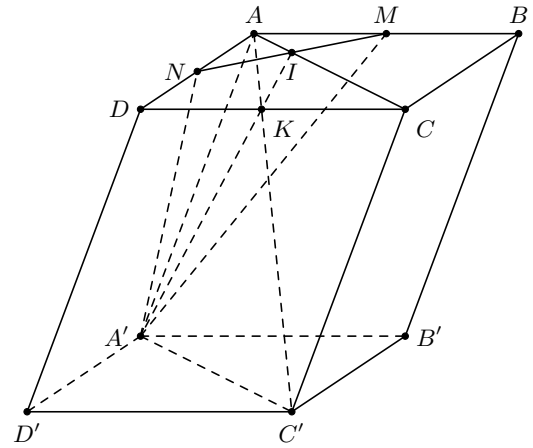
Lời giải.

Gọi $I = AC \cap MN$, $K = AC' \cap A'I$.

Ta có $\frac{d(C', (A'MN))}{d(A, (A'MN))} = \frac{C'K}{AK} = \frac{A'C'}{AI} = 4$.

Suy ra

$$\begin{aligned} V_{C'.A'MN} &= 4V_{A.A'MN} \\ &= 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left| [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}] \cdot \overrightarrow{AA'} \right| \\ &= 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \cdot \overrightarrow{AA'} \right| \\ &= \frac{1}{6} V = 20 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 590. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ và độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $4\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{4\sqrt{5}a^3}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Ta có $SO \perp (ABCD)$ và $SO = a\sqrt{3}$.

Ta tính được $OC = \sqrt{SC^2 - SO^2} = \sqrt{5a^2 - 3a^2} = a\sqrt{2}$ và $AC = 2OC = a2\sqrt{2}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} AC^2 = 4a^2.$$

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = 4\sqrt{3}a^3$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 591. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

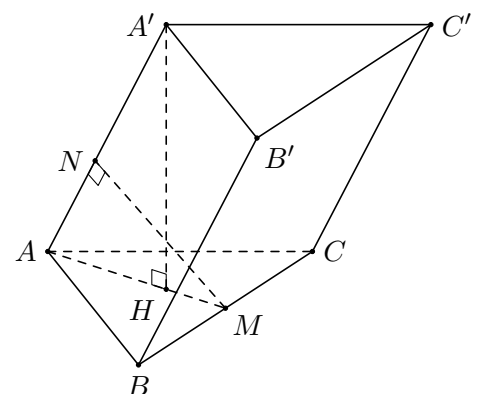
Gọi M là trung điểm của BC , N là hình chiếu vuông góc của M trên AA' và H là trọng tâm tam giác ABC . Từ giả thiết ta có

$$\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A'H \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AM) \Rightarrow BC \perp MN \text{ tại } M$$

Do đó MN là đường vuông góc chung của BC và AA' . Vì vậy

$$MN = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Tam giác AMN vuông tại N , có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $MN = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ nên $AN = \frac{3a}{4}$.



Lại có $\triangle AMN \sim \triangle AA'H$ nên $\frac{A'H}{MN} = \frac{AH}{AN} \Rightarrow A'H = \frac{AH \cdot MN}{AN} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{3a}{4}} = \frac{a}{3}$.

Vậy $V = V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 592. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $\frac{4a^3}{3}$. Tính độ dài SC .

A. $SC = 6a$.

B. $SC = 3a$.

C. $SC = 2a$.

D. $SC = a\sqrt{6}$.

Lời giải.

Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$ nên $S_{ABCD} = 4a^2$.

Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy.

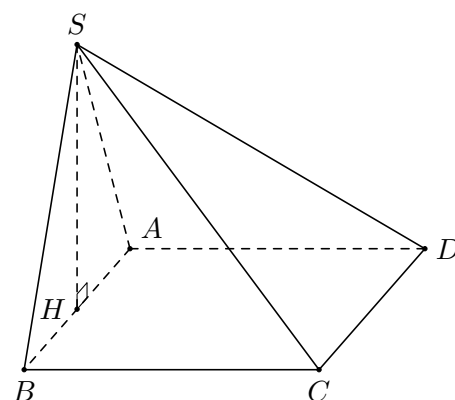
Gọi H là trung điểm của AB , ta có $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} \Rightarrow SH = \frac{4a^3}{4a^2} = a.$$

$\triangle BHC$ vuông tại B nên $HC^2 = HB^2 + BC^2 = 5a^2$.

$\triangle SHC$ vuông tại H nên $SC = \sqrt{HC^2 + SH^2} = a\sqrt{6}$.

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 593. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ tâm O của đáy $ABCD$ đến một mặt bên theo a .

A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $d = \frac{2a\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

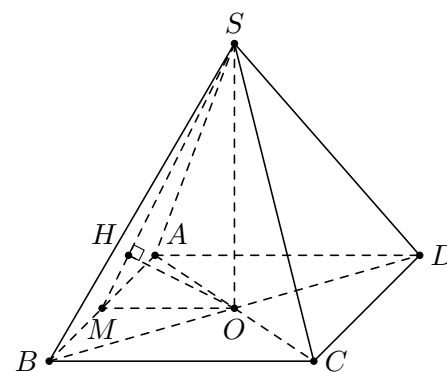
Gọi M là trung điểm AB , H là hình chiếu của O lên SM , ta có $OH \perp (SAB)$.

Xét tam giác SMO vuông tại O , đường cao OH , ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{OH^2} &= \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OS^2} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{OH^2} &= \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{9}{2a^2} \\ \Rightarrow OH &= \frac{a\sqrt{2}}{3}. \end{aligned}$$

Vậy khoảng cách d từ tâm O của đáy $ABCD$ đến một mặt bên là $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 594. Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.

A. $V = 27\sqrt{3}a^3$.

B. $V = 24\sqrt{3}a^3$.

C. $V = 36\sqrt{3}a^3$.

D. $V = 81\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

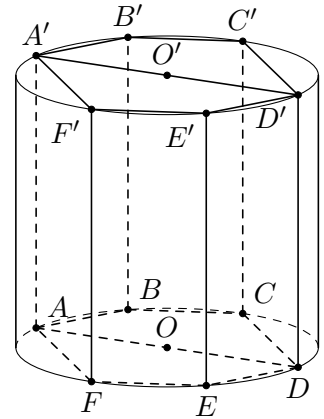
Theo đề bài ta có $A'D'DA$ là hình vuông, do đó $AA' = AD \Rightarrow h = 2R$, với h là chiều cao hình trụ và R là bán kính hình tròn đáy.

Ta có

$$\begin{aligned} S_{xq} = 36\pi a^2 &\Leftrightarrow 2\pi R h = 36\pi a^2 \\ &\Leftrightarrow 2\pi R \cdot 2R = 36\pi a^2 \\ &\Leftrightarrow R = 3a. \end{aligned}$$

Do $ABCDEF$ là lục giác đều, nên $\triangle OAB$ đều, do đó ta có $AB = AO = OB = R = 3a$ và

$$\begin{aligned} S_{ABCDEF} &= 6S_{OAB} = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}a^2}{2} \\ \Rightarrow V_{ABCDEF.A'B'C'D'E'F'} &= S_{ABCDEF} \cdot h = 81\sqrt{3}a^3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 595. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với đáy, mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc bằng 60° , M là trung điểm BC . Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Ta có $CD \perp (SAD)$, do đó $((SCD), (ABCD)) = \widehat{SDA} = 60^\circ$.

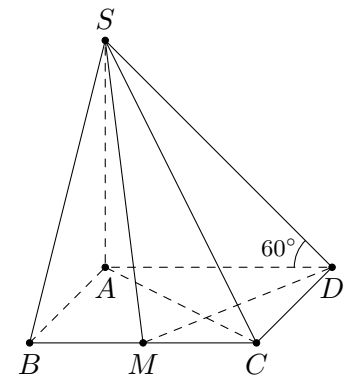
Đặt $AB = x > 0$, ta có $SA = x\sqrt{3}$.

$$\text{Từ đó suy ra } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}x^2 \cdot x\sqrt{3} = \frac{x^3\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Lại có } V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}, \text{ do đó } x = a.$$

$$\text{Ta có } S_{\triangle MCD} = \frac{1}{2}CM \cdot CD = \frac{a^2}{4} \Rightarrow V_{SMCD} = \frac{1}{3} \frac{a^2}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

$$\text{Lại có } S_{\triangle SCD} = \frac{S_{\triangle ACD}}{\cos 60^\circ} = a^2 \Rightarrow d(M, (SCD)) = \frac{3V_{SMCD}}{S_{\triangle SCD}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 596. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB . Diện tích thiết diện cắt lăng trụ đã cho bởi mặt phẳng $(A'C'M)$ là

A. $\frac{3\sqrt{2}}{4}a^2$.

B. $\frac{9}{8}a^2$.

C. $\frac{3\sqrt{35}}{16}a^2$.

D. $\frac{7\sqrt{2}}{16}a^2$.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao khối chóp $S.ABCD$.

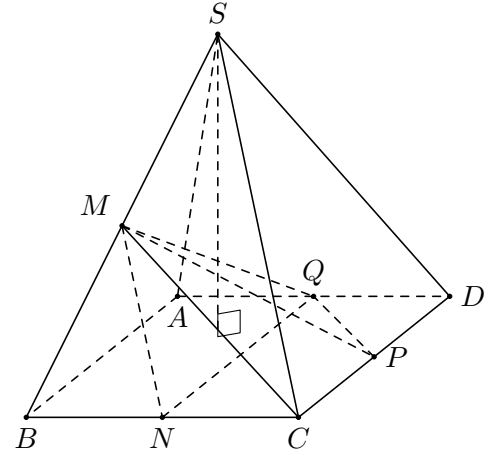
Vì M là trung điểm SB .

$$\text{Suy ra } d(M, (ABCD)) = \frac{1}{2} \cdot d(S, (ABCD)) = \frac{1}{2} \cdot h.$$

Ta có:

$$\begin{aligned} S_{CNQP} &= \frac{1}{2} \cdot S_{ABCD} - S_{\triangle QPD} \\ &= \frac{1}{2} \cdot S_{ABCD} - \frac{1}{8} \cdot S_{ABCD} \\ &= \frac{3}{8} \cdot S_{ABCD} \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó: } V_{M.CNQP} = \frac{1}{3} \cdot d(M, (ABCD)) \cdot S_{CNQP} = \frac{3}{16} V.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 598. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hình chiếu của S lên mặt đáy trùng với trọng tâm tam giác ABD . Cạnh bên SD tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{27}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{9}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó

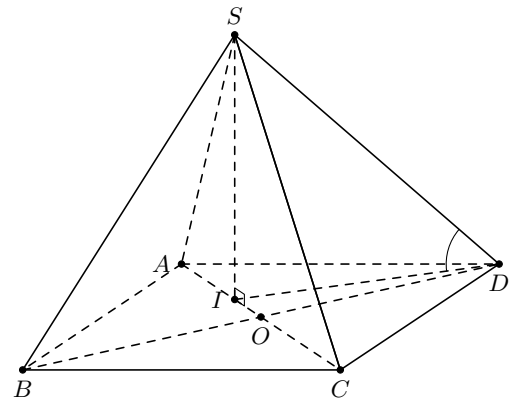
$$AI = \frac{2}{3}AO = \frac{1}{3}AC = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Ta có

$$ID = \sqrt{AI^2 + AD^2 - 2AI \cdot AD \cdot \cos 45^\circ} = \frac{a\sqrt{5}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } SI = ID \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{15}}{9}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 599. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và M, N, P lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng SC, SD, AD . Thể tích của khối tứ diện $AMNP$ bằng

A. $\frac{V}{8}$.

B. $\frac{V}{4}$.

C. $\frac{V}{16}$.

D. $\frac{V}{32}$.

Lời giải.

Ta có

$$V_{SACD} = \frac{V}{2}. \quad (1)$$

Do đó

$$\frac{V_{SMNA}}{V_{SACD}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{SMNA} = \frac{V}{8}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra

$$V_{AMNDC} = V_{SACD} - V_{SMNA} = \frac{3V}{8}. \quad (3)$$

Mặt khác, vì $S_{\triangle MND} = \frac{1}{2}S_{\triangle MCD}$ nên

$$V_{AMND} = \frac{1}{3}V_{AMNDC} = \frac{V}{8}. \quad (4)$$

Suy ra,

$$\frac{V_{AMNP}}{V_{AMND}} = \frac{AP}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{V_{AMND}}{2} \quad (5)$$

Từ (4) và (5), suy ra $V_{AMNP} = \frac{V}{16}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 600. Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và tâm O' , bán kính bằng chiều cao và bằng a . Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A , trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B , sao cho góc giữa AB và OO' bằng 45° . Tính thể tích khối tứ diện $OO'AB$ theo a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

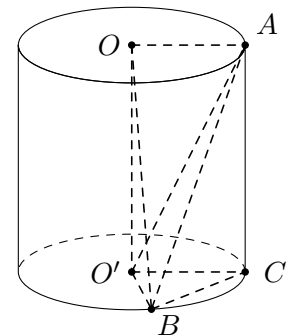
Lấy C thuộc đường tròn đáy tâm (O') sao cho $OACO'$ là hình vuông cạnh a ($C \in (O')$). Do $AC \parallel OO'$ nên $\widehat{BAC} = (AB, OO') = 45^\circ$.

$\triangle ABC$ vuông tại C có $BC = AC \cdot \tan 45^\circ = a$.

$\triangle O'BC$ có $O'C = O'B = BC = a$ nên $\triangle O'BC$ đều.

Do $(O'BC) \perp (OACO')$ nên $d[B, (OO'A)] = d(B, O'C) = O'C \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{OO'AB} = \frac{1}{3} \cdot d[B, (OO'A)] \cdot S_{OO'A} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.



Chọn đáp án **A**

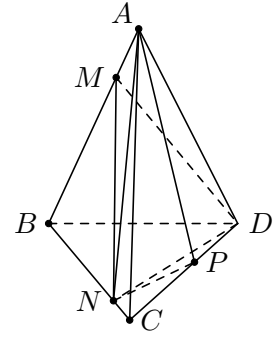
□

Câu 601. Cho tứ diện $ABCD$. Xét điểm M trên cạnh AB , điểm N trên cạnh BC , điểm P trên cạnh CD sao cho $\frac{MB}{MA} = 3$, $\frac{NB}{NC} = 4$, $\frac{PC}{PD} = \frac{3}{2}$. Gọi V_1, V_2 theo thứ tự là thể tích các khối tứ diện $MNBD$ và $NPAC$. Tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. 3. B. 5. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

- Ta có $d[M, (BCD)] = \frac{MB}{AB}d[A, (BCD)] = \frac{3}{4}d[A, (BCD)]$.
 Ta có $S_{DBN} = \frac{BN}{BC}S_{BCD} = \frac{4}{5}S_{BCD}$.
 Suy ra $V_1 = V_{M.NBD} = \frac{3}{5}V_{A.BCD}$. (1)
- Ta có $d[N, (ACD)] = \frac{NC}{BC}d[B, (ACD)] = \frac{1}{5}d[B, (ACD)]$.
 Ta có $S_{PAC} = \frac{PC}{CD}S_{ACD} = \frac{3}{5}S_{ACD}$.
 Suy ra $V_2 = V_{N.PAC} = \frac{3}{25}V_{B.ACD}$. (2)
- Vậy từ (1) và (2) ta có $\frac{V_1}{V_2} = 5$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 602. Cho hình chóp $S.ABC$ có các mặt bên (SAB) , (SAC) , (SBC) tạo với đáy các góc bằng nhau và đều bằng 60° . Biết $AB = 13a$, $AC = 14a$, $BC = 15a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = 28\sqrt{3}a^3$. B. $V = 112\sqrt{3}a^3$. C. $V = 84\sqrt{3}a^3$. D. $V = 84a^3$.

Lời giải.

Gọi O là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) .

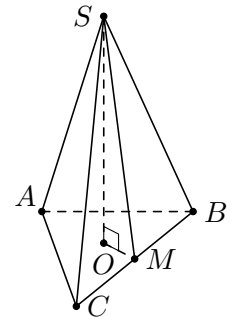
Trong mặt phẳng (ABC) , vẽ $OM \perp BC$. Mà $SO \perp BC$ nên $BC \perp (SOM)$.

Suy ra $\widehat{SMO} = [(SBC), (ABC)] = 60^\circ$.

Suy ra $OM = SO \cdot \cot 60^\circ = \frac{SO}{\sqrt{3}}$.

Tương tự ta có $d(O, AB) = d(O, AC) = d(O, BC) = OM = \frac{SO}{\sqrt{3}}$.

Suy ra O là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.



Nửa chu vi $\triangle ABC$ là $p = (13a + 14a + 15a) : 2 = 21a$.

Diện tích $\triangle ABC$ là $S_{ABC} = \sqrt{21a(21a - 13a)(21a - 14a)(21a - 15a)} = 84a^2$.

Mặt khác $S_{ABC} = p \cdot OM \Rightarrow OM = 4a$.

Ta có $SO = OM\sqrt{3} = 4\sqrt{3}a$.

Vậy $V = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABC} = 112\sqrt{3}a^3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

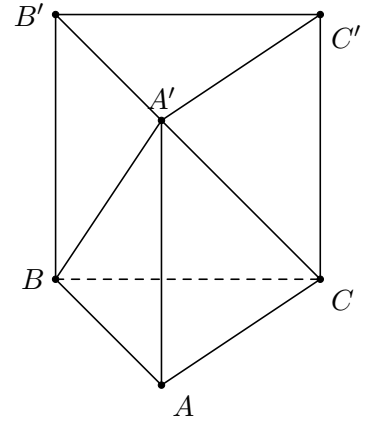
Câu 603. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, biết thể tích khối chóp $A'.ABC$ là $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. Tính khoảng cách h giữa hai mặt đáy của lăng trụ.

- A. $h = 2a$. B. $h = a$. C. $h = a\sqrt{3}$. D. $h = a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} V_{A'.ABC} &= \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{ABC} \\ \Rightarrow \frac{a^3\sqrt{6}}{12} &= \frac{1}{3} \cdot h \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \\ \Rightarrow h &= a\sqrt{2}. \end{aligned}$$



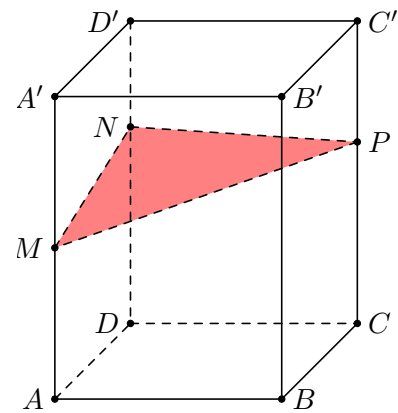
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 604.

Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2110. Biết $A'M = MA$, $DN = 3ND'$, $CP = 2C'P$ như hình vẽ. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng

A. $\frac{5275}{6}$. B. $\frac{5275}{12}$. C. $\frac{7385}{18}$. D. $\frac{8440}{9}$.



Lời giải.

Gọi Q là giao điểm của mặt phẳng (MNP) với BB' .

Giả sử $\frac{A'M}{AA'} = x$, $\frac{C'P}{CC'} = y$, $\frac{D'N}{DD'} = z$, $\frac{B'Q}{BB'} = t$.

Khi đó $x + y = z + t$.

$$\frac{V_{A'B'D'.MQN}}{V_{A'B'D'.ABD}} = \frac{x + z + t}{3} \Rightarrow \frac{V_{A'B'D'.MQN}}{V_{A'B'C'D'.ABCD}} = \frac{x + z + t}{6}.$$

$$\frac{V_{C'B'D'.PQN}}{V_{C'B'D'.CBD}} = \frac{y + z + t}{3} \Rightarrow \frac{V_{C'B'D'.PQN}}{V_{A'B'C'D'.ABCD}} = \frac{y + z + t}{6}.$$

$$\frac{V_{MNPQ.A'D'C'B'}}{V_{ABCD.A'D'C'B'}} = \frac{1}{2}(x + y).$$

$$\frac{V_{MNPQ.A'D'C'B'}}{V_{ABCD.A'D'C'B'}} = \frac{1}{2} \left(\frac{A'M}{AA'} + \frac{C'P}{CC'} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{12}.$$

$$\text{Vậy } V_{MNPQ.A'D'C'B'} = \frac{5}{12} \cdot V_{ABCD.A'D'C'B'} = \frac{5275}{6}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 605. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA = 2a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với SC , cắt các cạnh SB , SC , SD lần lượt tại B' , C' , D' . Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của khối chóp $S.AB'C'D'$ và khối đa diện $ABCD.D'C'B'$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{8}{15}$. B. $\frac{8}{7}$. C. $\frac{32}{13}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $(SAB) \cap (SAD) = SA$, $(SAB) \perp (ABCD)$ và $(SAD) \perp (ABCD)$ nên $SA \perp (ABCD)$.

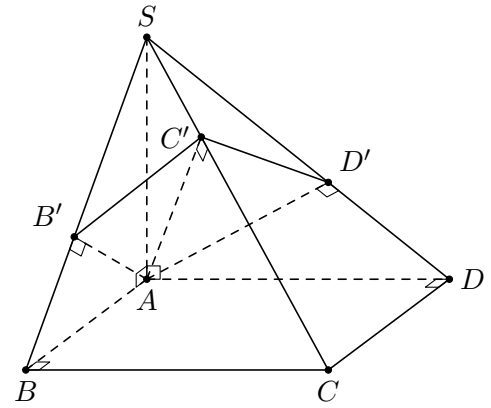
Vì $SC \perp (P)$ nên $SC \perp AC'$ và $SC \perp AB'$ (1).

Dễ chứng minh được $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AB'$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AB' \perp SB$.

Chứng minh tương tự ta được $AD' \perp SD$.

Ta tính được



$$\begin{aligned} \frac{SB'}{SB} &= \frac{SB' \cdot SB}{SB^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AB^2} = \frac{4}{5}, \\ \frac{SD'}{SD} &= \frac{SD' \cdot SD}{SD^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AD^2} = \frac{4}{5}, \\ \frac{SC'}{SC} &= \frac{SC' \cdot SC}{SC^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AC^2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Ta có

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{V} &= \frac{V_{S.AB'C'}}{V} + \frac{V_{S.AC'D'}}{V} = \frac{V_{S.AB'C'}}{2V_{S.ABC}} + \frac{V_{S.AC'D'}}{2V_{S.ACD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} + \frac{1}{2} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15} \end{aligned}$$

Suy ra $\frac{V_2}{V} = 1 - \frac{V_1}{V} = \frac{7}{15}$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{7}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 606. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$, $AB = 2a$, M là trung điểm của $A'B'$ khoảng cách từ C' đến mặt phẳng (MBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

Lời giải.

Gọi J, K, H theo thứ tự là trung điểm của $BC, B'C', KA'$. Ta có $MH \parallel BC \Rightarrow (MBC) \equiv (MHJB)$.

Mà $B'C' \parallel (MBC) \Rightarrow d(C', (MBC)) = d(K, (MBC))$.

Lại có $MH \perp KA', MH \perp JK \Rightarrow MH \perp (JKH)$

$\Rightarrow (JKH) \perp (MHJB)$.

Gọi L là hình chiếu của K trên $JH \Rightarrow d(K, (MBC)) = KL$.

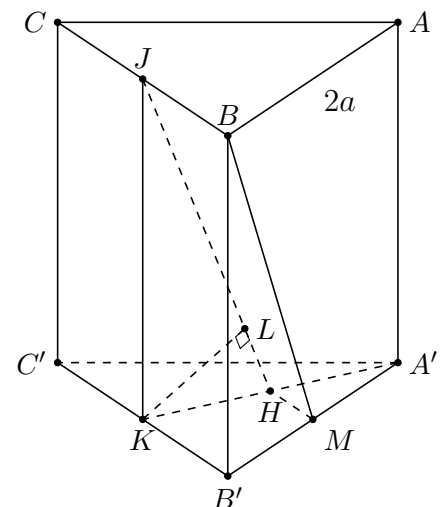
Tam giác JKH vuông tại K có đường cao KL , ta có

$$KL = \frac{a\sqrt{2}}{2}, KH = \frac{a\sqrt{3}}{2}. \text{ Do đó } \frac{1}{KL^2} = \frac{1}{KH^2} + \frac{1}{KJ^2}$$

$$\Rightarrow KJ = \frac{a\sqrt{6}}{2} \text{ là độ dài đường cao của lăng trụ.}$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.ABC'} = KJ \cdot S_{ABC} = \frac{3\sqrt{2}}{2}a^3.$$

Chọn đáp án **C** □



Câu 607. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi I là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AI = \frac{a}{3}$. Tính khoảng cách từ điểm C đến $(B'DI)$.

A. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{3a}{\sqrt{14}}$.

C. $\frac{a}{\sqrt{14}}$.

D. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.Gọi O là giao điểm của CB và DI .

Ta có $\frac{d(C, (B'DI))}{d(B, (B'DI))} = \frac{CO}{BO} = \frac{DC}{BI} = \frac{3}{2}$

$$\Rightarrow d(C, (B'DI)) = \frac{3}{2}d(B, (B'DI)).$$

Do đó $\frac{d(B, (B'DI))}{d(A, (B'DI))} = \frac{BI}{AI} = 2$

$$\Rightarrow d(B, (B'DI)) = 2d(A, (B'DI)).$$

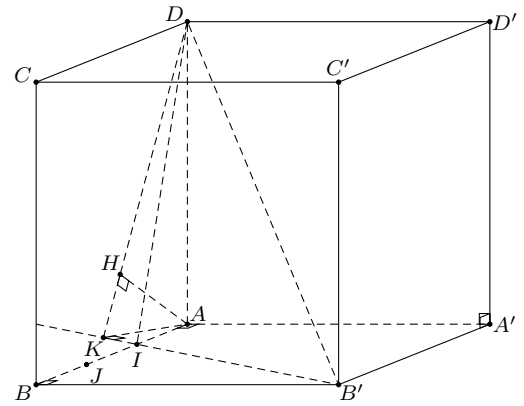
Ta có $S_{\Delta AIB'} = \frac{S_{ABCD}}{6} = \frac{a^2}{6}$

$$\Rightarrow AK = \frac{2S_{\Delta AIB'}}{IB'} = \frac{a}{\sqrt{13}}.$$

Mà $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{13}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{14}{a^2}$

$$\Rightarrow d(A, (B'DI)) = AH = \frac{a}{\sqrt{14}}$$

$$\Rightarrow d(C, (B'DI)) = 3d(A, (B'DI)) = \frac{3a}{\sqrt{14}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 608. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trọng tâm ΔABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Gọi M là trung điểm của BC , H là trọng tâm tam giác ABC , K là hình chiếu của H lên AA' . Trong (ABC) dựng hình bình hành $ACBD$.

Ta có

$$\begin{aligned} d(AA', BC) &= d(BC, (A'AD)) = d(M, (A'AD)) \\ &= \frac{3}{2}d(H, (A'AD)) = \frac{3}{2}d(H, AA') = \frac{3}{2}HK. \end{aligned}$$

Từ giả thiết suy ra $HK = \frac{a}{2\sqrt{3}}$. Trong tam giác vuông AHA' , ta lại có $HK^2 = \frac{AH^2 \cdot A'H^2}{AH^2 + A'H^2}$,

$$AH = \frac{a}{\sqrt{3}} \text{ nên suy ra } A'H = \frac{a}{3}.$$

$$\text{Vậy } V = A'H \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Cách 2. Kẻ MN vuông góc với AA' tại N . Khi đó, ta có $MN = d(BC, AA') = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

$$\text{Do đó, } \sin A'M = \frac{MN}{AM} = \frac{1}{2} \Rightarrow A'H = AH \tan 30^\circ = \frac{a}{3} \Rightarrow V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 609. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 3a$. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm trên cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích khối tứ diện $ACMN$.

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3}{12}$.

Lời giải.

Đặt $V = V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a^2 = a^3$. Ta có

$$- \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{3} V_{S.ABD} = \frac{1}{6} V.$$

$$- \frac{V_{M.ABC}}{V_{S.ABC}} = \frac{MB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{M.ABC} = \frac{1}{2} V_{S.ABC} = \frac{1}{4} V.$$

$$- \frac{V_{N.ACD}}{V_{S.ACD}} = \frac{ND}{SD} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{N.ACD} = \frac{1}{3} V_{S.ACD} = \frac{1}{6} V.$$

$$- \frac{V_{S.MNC}}{V_{S.BDC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow V_{S.MNC} = \frac{1}{3} V_{S.BDC} = \frac{1}{6} V.$$

$$\text{Từ đó, suy ra } V_{ACMN} = V - \frac{1}{6}V - \frac{1}{4}V - \frac{1}{6}V - \frac{1}{6}V = \frac{1}{4}V = \frac{a^3}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 610. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh bằng a , $SA = SB = SC = a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{3a^3}{2}$.

Lời giải.

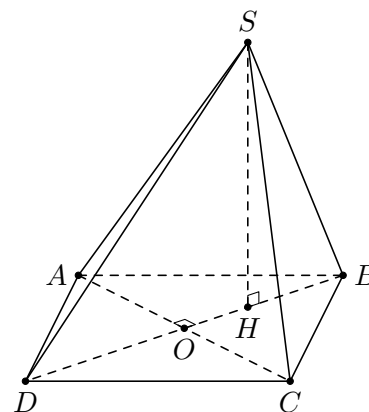
Vì $SA = SB = SC$ nên chân đường cao SH trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Suy ra $H \in BO$.

Ta có $\triangle SAC = \triangle BAC$ (c-c-c) nên $OS = OB$.

Mà $OB = OD$ nên $OS = OB = OD$, suy ra tam giác SBD vuông tại S .

Đặt $SD = x$. Khi đó $SH = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là



$$\begin{aligned} V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + x^2} \cdot \sqrt{3a^2 - x^2} \cdot \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}} \\ &= \frac{1}{6} a \sqrt{x^2(3a^2 - x^2)} \leq \frac{1}{6} a \left(\frac{x^2 + 3a^2 - x^2}{2} \right) = \frac{a^3}{4}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $x^2 = 3a^2 - x^2$ hay $SD = x = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất bằng $\frac{a^3}{4}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 611. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC} = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $ACC'B'$ là

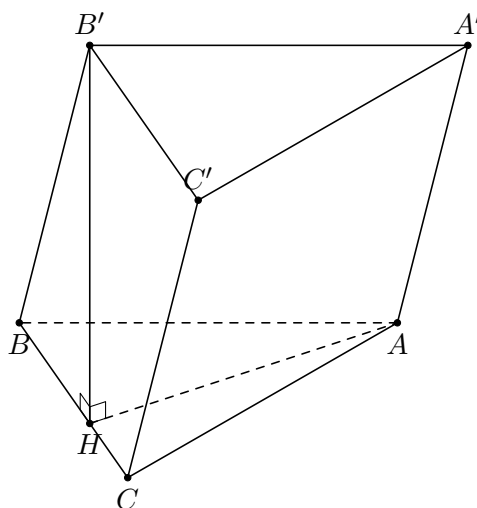
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.



Ta có $(BCC'B') \perp (ABC)$. Kẻ $B'H \perp BC \Rightarrow B'H \perp (ABC)$. Khi đó $\widehat{B'BH} = \widehat{B'BC} = 30^\circ$.

Ta có $B'H = B'B \cdot \sin \widehat{B'BH} = 4a \cdot \sin 30^\circ = 2a$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = S_{\triangle ABC} \cdot B'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $ACC'B'$ là $V_{ACC'B'} = \frac{1}{3}V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 612. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là vuông cạnh a , $SA = 2a$ và vuông góc với $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SD . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và CM .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a}{6}$.

C. $\frac{2a}{3}$.

D. $\frac{a}{3}$.

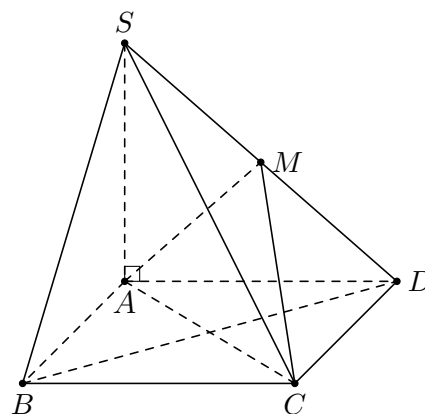
Lời giải.

Ta có $d[SB, CM] = d[SB, (ACM)] = d[B, (ACM)] = d[D, (ACM)] = \frac{3V_{M.ACD}}{S_{\triangle AMC}}$.

Ta có $V_{M.ACD} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{6}$.

Tam giác MAC có $AC = a\sqrt{2}$, $AM = \frac{SD}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $CM = \sqrt{CD^2 + DM^2} = \frac{3a}{2}$. Suy ra $S_{\triangle AMC} = \frac{3a^2}{4}$.

Vậy $d[SB, CM] = d[D, (ACM)] = \frac{3V_{M.ACD}}{S_{\triangle AMC}} = \frac{2a}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 613. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = a$, $AA' = 2a$, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{14}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{14}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{7}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Do $A'H \perp (ABC)$ nên chiều cao của lăng trụ $h = A'H$.

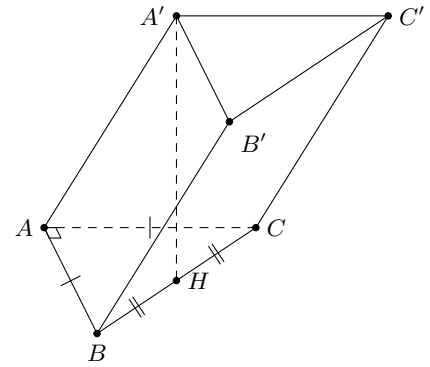
Trong tam giác vuông $A'AH$, ta có $AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $AA' = 2a$, suy

$$\text{ra } A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}.$$

Diện tích đáy $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}a^2$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot h = \frac{a\sqrt{14}}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{14}}{4}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 614. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 3$, $AC = 4$, $AD = 6$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $\widehat{CAD} = 90^\circ$, $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{27\sqrt{2}}{8}$.

B. $\frac{9\sqrt{2}}{4}$.

C. $6\sqrt{2}$.

D. $6\sqrt{6}$.

Lời giải.

Lần lượt lấy trên AB , AC , AD các điểm M , N , P sao cho $AM = AN = AP = 1$. Khi đó, ta có $MN = 1$, $NP = \sqrt{2}$, $MP = \sqrt{3}$.

Suy ra tam giác MNP vuông tại N .

Do $AM = AN = AP = 1$ nên hình chiếu vuông góc của A trên (MNP) trùng với tâm H của đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP .

Do tam giác MNP vuông tại N nên H là trung điểm của MP .

$$\text{Ta có } AH = \frac{HP}{\tan \widehat{HAP}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\tan 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2}.$$

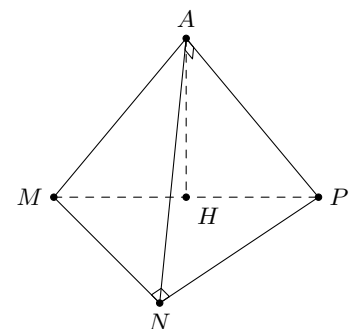
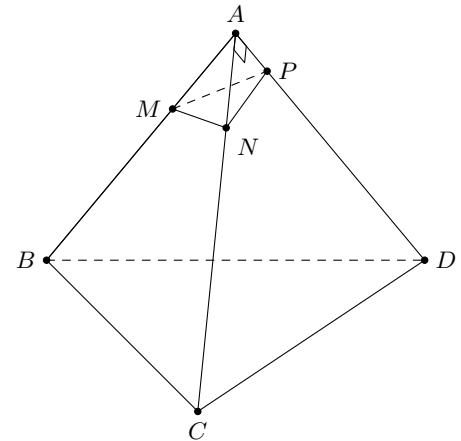
$$\text{Diện tích } \triangle MNP \text{ bằng } S_{MNP} = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot NP = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Suy ra thể tích khối tứ diện $AMNP$ là

$$V_{AMNP} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNP} \cdot AH = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{12}.$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{AMNP}}{V_{ABCD}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} \cdot \frac{AP}{AD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{72}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = 72 \cdot V_{AMNP} = 72 \cdot \frac{\sqrt{2}}{12} = 6\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 615. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = \frac{\sqrt{2}a}{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

B. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

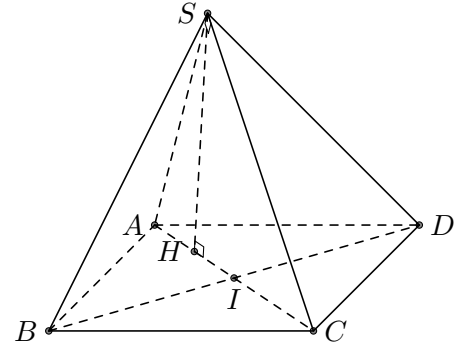
C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải.

Vẽ $SH \perp AC$ tại H . Khi đó

$$\begin{cases} (SAC) \perp (ABCD) \\ (SAC) \cap (ABCD) = AC \\ SH \subset (SAC) \\ SH \perp AC \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD).$$



Theo đề ΔSAC vuông tại S nên ta có

$$SC = \sqrt{AC^2 - SA^2} = \frac{\sqrt{6}a}{2}, \text{ và } SH = \frac{SA \cdot SC}{AC} = \frac{\frac{\sqrt{2}a}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}a}{2}}{\sqrt{2}a} = \frac{\sqrt{6}a}{4}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 616. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $AC = \sqrt{3}a$, SAB là tam giác đều, $\widehat{SAD} = 120^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$. C. $\sqrt{6}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có ΔSAB đều nên $SA = SB = AB = 2a$.

Xét ΔSAD có $SD^2 = SA^2 + AD^2 - 2SA \cdot AD \cdot \cos \widehat{SAD} = 12a^2$
suy ra $SD = 2\sqrt{3}a$.

Gọi $AC \cap BD = O$, suy ra $AO = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{3}a}{2} \Rightarrow BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \frac{\sqrt{13}a}{2}$ hay $BD = \sqrt{13}a$.

Áp dụng công thức Hê-rông ta tính được diện tích của tam giác SBD là $S_{\Delta SBD} = \frac{\sqrt{183}a^2}{4}$.

Gọi H là hình chiếu của A trên (SBD) . Vì $AB = AD = AS = 2a$ nên các tam giác SAH , BAH , DAH bằng nhau. Ta được $HS = HB = HD$ hay H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBD , suy ra $SH = \frac{SB \cdot SD \cdot BD}{4S_{\Delta SBD}} = \frac{4\sqrt{39}a}{\sqrt{183}}$.

Khi đó

$$AH = \sqrt{SA^2 - SH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{624a^2}{183}} = \frac{6\sqrt{3}a}{\sqrt{183}}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABD} = V_{A.SBD} = \frac{1}{3}AH \cdot S_{\Delta ABD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6\sqrt{3}a}{\sqrt{183}} \cdot \frac{\sqrt{183}a^2}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}, \text{ hay}$$

$$V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABD} = \sqrt{3}a^3.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 617. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp $A.SBC$ là

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. C. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải.

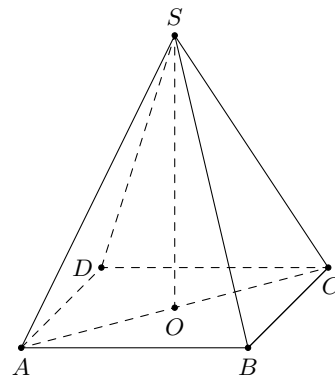
Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Ta có $AO = \frac{1}{2}AC = \sqrt{2}a \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{2}a$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ chính là khối chóp $A.SBC \Rightarrow$ ta có

$$V_{A.SBC} = V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SO = \frac{1}{3} \times 2a^2 \times \sqrt{2}a = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}.$$

Vậy thể tích khối chóp $A.SBC$ bằng $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 618. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $2a^3$ và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2 . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD .

A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

B. $3a$.

C. a .

D. $\frac{3a}{2}$.

Lời giải.

Ta có $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} \Rightarrow V_{S.ABC} = a^3$.

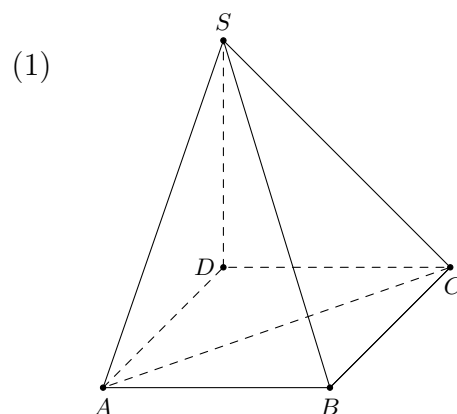
Do $CD \parallel AB \subset (SAB) \Rightarrow CD \parallel (SAB)$.

Từ (1) $\Rightarrow d(SB, CD) = d(CD, (SAB)) = d(C, (SAB))$.

Ta có khoảng cách từ C đến (SAB) là

$$d(C, (SAB)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\triangle SAB}} = \frac{3a^3}{a^2} = 3a.$$

Suy ra ta có $d(SB, CD) = d(C, (SAB)) = 3a$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 619.

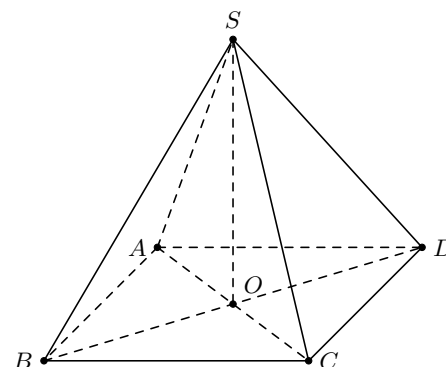
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng 4 (tham khảo hình vẽ). Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Giá trị nhỏ nhất của V gần với giá trị nào sau đây nhất?

A. 27,60.

B. 27,61.

C. 27,70.

D. 27,71.



Lời giải.

Đặt $AB = 2x$, $SO = h$.

Ta có $d(O, (SCD)) = \frac{1}{2}d(A, (SCD)) = 2 = OH$.

Xét $\triangle SOK$ có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OK^2}$
 $\Rightarrow \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{h^2} \Rightarrow x = \frac{2h}{\sqrt{h^2 - 4}}$.

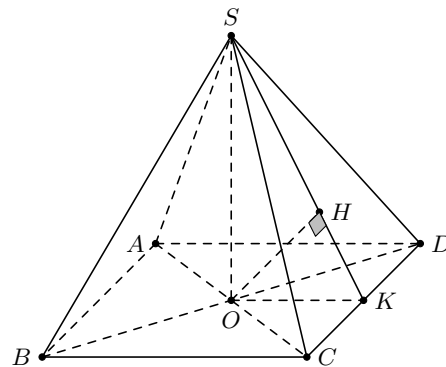
$\Rightarrow V = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}h \cdot 4x^2 = \frac{16}{3} \cdot \frac{h^3}{h^2 - 4} (h > 2)$.

Xét hàm $f(h) = \frac{16}{3} \cdot \frac{h^3}{h^2 - 4}$, $h > 2$.

Có $f'(h) = \frac{16}{3} \cdot \frac{h^4 - 12h^2}{(h^2 - 4)^2} \Rightarrow V' = 0 \Leftrightarrow h = 2\sqrt{3}$.

Ta có bảng biến thiên

h	2	$2\sqrt{3}$	$+\infty$
$f'(h)$	-	0	+
$f(h)$	$\swarrow \quad \searrow$ $16\sqrt{3}$		



Vậy thể tích nhỏ nhất $V = 16\sqrt{3} \approx 27,71$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 620. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , góc giữa SG và mặt phẳng (SBC) là 30° . Mặt phẳng (P) chứa BC và vuông góc với SA chia khối chóp $S.ABC$ thành hai phần V_1 và V_2 , trong đó V_1 là phần chứa A . Tỉ số $k = \frac{V_1}{V_2}$ là

- A. $k = 7$. B. $k = \frac{3}{2}$. C. $k = \frac{7}{6}$. D. $k = 6$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC .

Ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ SG \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$, nên $(SAM) \perp (SBC)$, suy ra SM là hình chiếu của SG lên (SBC) . Vậy

góc giữa SG và (SBC) là $\widehat{MSG} = 30^\circ$.

Ta có $GM = \frac{1}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $SG = GM \cdot \cot 30^\circ = \frac{a}{2}$.

Tam giác SAG có $SA = \sqrt{AG^2 + SG^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Gọi H là hình chiếu của M lên SA , ta có $(BCH) \perp SA$ nên (P) là (BCH) .

Ta có $\triangle AHM \sim \triangle AGS$ nên

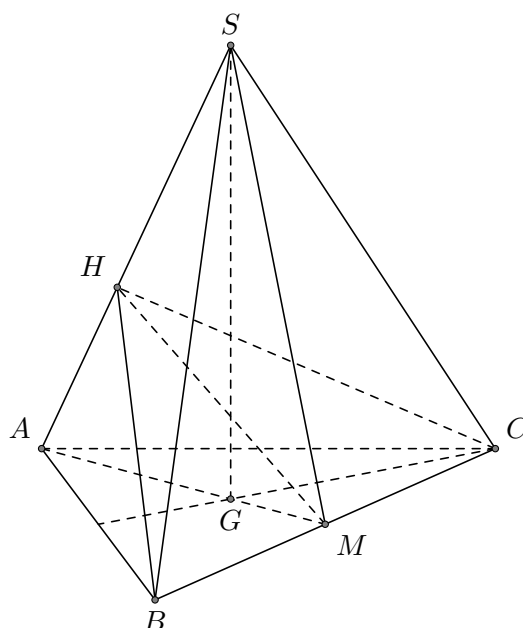
$$\frac{AH}{AG} = \frac{AM}{AS} \Rightarrow AH = \frac{AG \cdot AM}{AS} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Suy ra $SH = SA - AH = \frac{a\sqrt{21}}{42}$. Vậy ta có $k = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{AHBC}}{V_{SHBC}} = \frac{AH}{SH} = 6$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 621. Cho khối chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$, $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .



A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

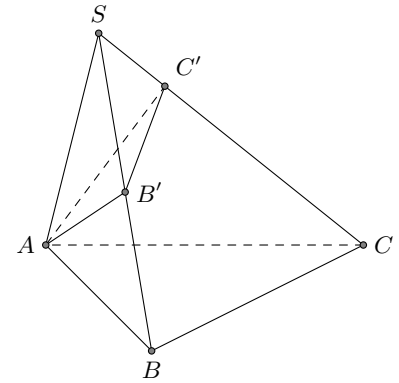
Lời giải.

Trên các cạnh SB, SC lấy lần lượt các điểm B', C' sao cho $SB' = a, SC' = a$.

Khi đó $SAB'C'$ là tứ diện đều cạnh a có $V_{SAB'C'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

$$\text{Ta có } \frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Vậy } V_{SABC} = 8 \cdot V_{SAB'C'} = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 622. Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a , các cạnh bên hợp với mặt đáy góc 60° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{a^3}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

C. $\frac{3a^3}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

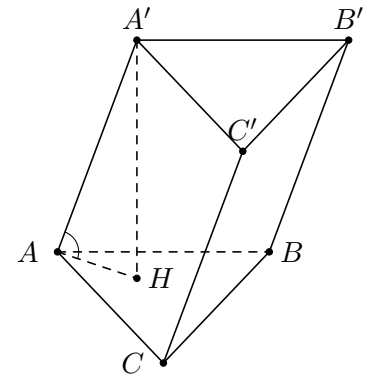
Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) .

Ta có góc giữa $A'A$ và (ABC) là $\widehat{A'AH} = 60^\circ$.

$$\text{Tam giác } A'AH \text{ vuông tại } H \text{ nên } \sin \widehat{A'AH} = \frac{A'H}{AA'} \Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là } V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 623. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích $V = 12$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB ; P là điểm thuộc cạnh SC sao cho $PS = 2PC$. Mặt phẳng (MNP) cắt cạnh SD tại Q . Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ bằng

A. $\frac{5}{18}$.

B. $\frac{7}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{12}{25}$.

Lời giải.

Do $CD \parallel AB$ và $AB \parallel MN$ nên $CD \parallel MN \Rightarrow CD \parallel (MNP)$.

Ta có $(SCD) \cap (MNP) = PQ$ và $CD \parallel (MNP) \Rightarrow PQ \parallel CD$.

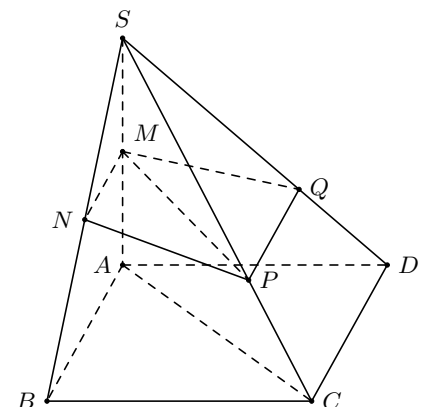
$$\text{Do đó } \frac{SQ}{SD} = \frac{SP}{SC} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Rõ ràng } V_{SABC} = V_{SACD} = \frac{V}{2} = \frac{12}{2} = 6.$$

$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}.$$

$$\Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{1}{6} V_{SABC} = \frac{1}{6} \cdot 6 = 1.$$

$$\frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \Rightarrow V_{S.MPQ} = \frac{2}{9} V_{S.ACD} = \frac{2}{9} \cdot 6 = \frac{4}{3}.$$



Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là

$$V_{S.MNPQ} = V_{S.MNP} + V_{S.MPQ} = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

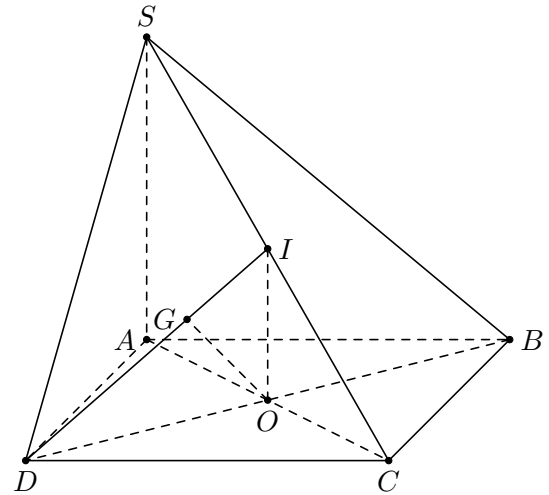
□

Câu 624. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình thoi tâm O , cạnh bằng $a\sqrt{3}$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi G là trọng tâm $\triangle SCD$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OG và AD bằng

- A. $\frac{3a\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{17}}{17}$. C. $\frac{3a\sqrt{17}}{17}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

- Do $ABCD$ là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$ và góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên $\triangle ABD$ và $\triangle BCD$ là hai tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$.
- Do $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ suy ra $\widehat{SCA} = 45^\circ$ suy ra $\triangle SAC$ vuông cân tại A .
- Chọn hệ trục $Oxyz$ sao cho tia $Ox \equiv OA, Oy \equiv OD$ và Oz là tia vuông góc với $(ABCD)$ tại O . Oz cắt SC tại I .
- Ta có tọa độ các điểm như sau, $O(0; 0; 0), A(\frac{3a}{2}; 0; 0), D(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0), G(0; \frac{a\sqrt{3}}{6}; a)$.
- Vậy $d[(AD), (OG)] = \frac{|\vec{AO} \cdot [\vec{AD}, \vec{OG}]|}{|[\vec{AD}, \vec{OG}]|} = \frac{3a\sqrt{17}}{17}$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 625. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AC = a, AB = a\sqrt{3}, \widehat{BAC} = 150^\circ$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB và SC . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $ABCNM$ bằng

- A. $\frac{4\sqrt{7}\pi a^3}{3}$. B. $\frac{28\sqrt{7}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{20\sqrt{5}\pi a^3}{3}$. D. $\frac{44\sqrt{11}\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ và AP là đường kính. Ta chứng minh O cũng là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $A.BCMN$.

Thật vậy,

$$\begin{cases} PB \perp AB \\ PB \perp SA \end{cases} \Rightarrow PB \perp AM.$$

$$\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp PB \end{cases} \Rightarrow AM \perp MP. \text{ Suy ra } \widehat{AMP} = 90^\circ. \text{ Chứng}$$

minh tương tự ta có $\widehat{ANP} = 90^\circ$.

Vậy mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $A.BCMN$ là mặt cầu tâm O và bán kính $R = OA$.

Áp dụng định lí cosin cho $\triangle ABC$ ta có,

$$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos 150^\circ} = a\sqrt{7}.$$

Áp dụng định lí sin cho $\triangle ABC$ ta có,

$$R = \frac{BC}{2 \sin BAC} = AO = a\sqrt{7}.$$

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $A.BCMN$ là

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{28\sqrt{7}\pi a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 626. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AC = a\sqrt{3}$, góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{9\sqrt{2}a^3}{8}$.

B. $\frac{9a^3}{4}$.

C. $\frac{3a^3}{4}$.

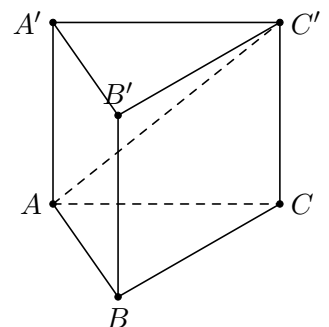
D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Lời giải.

Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng ABC là góc $\widehat{C'AC}$

Ta có tam giác ACC' vuông cân tại C , suy ra $AC = CC' = a\sqrt{3}$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot CC' = \frac{1}{4} (a\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = \frac{9a^3}{4}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 627. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt nằm trên các cạnh $A'B'$ và BC sao cho $MA' = MB'$ và $BN = 2NC$. Mặt phẳng (DMN) chia khối lập phương đã cho thành hai khối đa diện. Gọi $V_{(H)}$ là thể tích khối đa diện chứa đỉnh A , $V_{(H')}$ là thể tích khối còn lại.

Tỉ số $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}}$ bằng

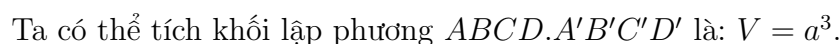
A. $\frac{151}{209}$.

B. $\frac{151}{360}$.

C. $\frac{2348}{3277}$.

D. $\frac{209}{360}$.

Lời giải.



Trong mặt phẳng $(ABCD)$ có

$$\frac{KB}{KA} = \frac{KN}{KD} = \frac{BN}{AD} = \frac{2}{3} \Rightarrow KA = 3a.$$

Trong mặt phẳng $(ABB'A')$ có $\frac{KP}{KI} = \frac{KB}{KA} = \frac{2}{3}$ và

$$\frac{IM}{IK} = \frac{IA'}{IA} = \frac{A'M}{AK} = \frac{\frac{a}{2}}{3a} = \frac{1}{6} \Rightarrow IA = \frac{6}{5}a.$$

Trong mặt phẳng $(ADD'A')$ có $\frac{IQ}{ID} = \frac{IA'}{IA} = \frac{1}{6}$.

Từ đây ta suy ra $V_{AIKD} = \frac{1}{6}AK \cdot AD \cdot AI = \frac{3a^3}{5}$.

$$\frac{V_{KBNP}}{V_{KAID}} = \frac{KB}{KA} \cdot \frac{KN}{KD} \cdot \frac{KP}{KI} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{KBNP} = \frac{8}{27} V_{KAID} = \frac{8a^3}{45}.$$

$$\frac{V_{IA'MQ}}{V_{IAKD}} = \frac{IM}{IK} \cdot \frac{IA'}{IA} \cdot \frac{IQ}{ID} = \frac{1}{216} \Rightarrow V_{IA'MQ} = \frac{1}{216} V_{IAKD} = \frac{a^3}{360}.$$

Do đó

$$V_{(H)} = V_{KADI} - V_{KBNP} - V_{IA'MQ} = \frac{151a^3}{360} \Rightarrow V_{(H')} = V - V_{(H)} = \frac{209a^3}{360}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{151}{209}.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 628. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M là trung điểm của AD . Gọi S' là giao điểm của SC với mặt phẳng chứa BM và song song với SA . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S'.BCDM$ và $S.ABCD$.

- A. $\frac{2}{3}$.

- B.** $\frac{1}{2}$.

- C. $\frac{1}{4}$.

- D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Trong $(ABCD)$, gọi I là giao điểm của AC và BM .

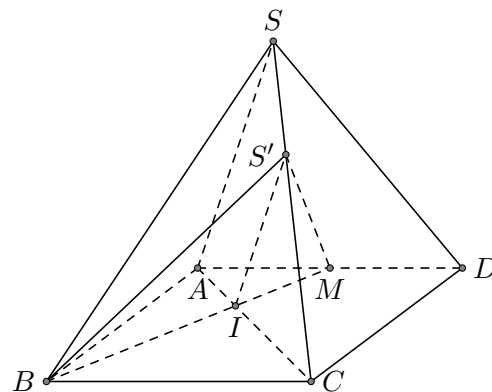
Mặt phẳng (α) chứa BM và song song với SA cắt (SAC)

theo giao tuyến là đường thẳng đi qua I , song song với SA .

Giao tuyến này cắt SC tại S' .

Vì $\triangle AMI$ đồng dạng với $\triangle CBI$ nên $\frac{AI}{IC} = \frac{AM}{BC} = \frac{1}{2}$.

Xét $\triangle SAC$, vì $S'I \parallel SA$ nên $\frac{CS'}{CS} = \frac{CI}{CA} = \frac{2}{3}$.



$$\text{Suy ra } d(S', (ABCD)) = \frac{CS'}{CS} \times d(S, (ABCD)) = \frac{2}{3}d(S, (ABCD)).$$

$$\text{Lại có } S_{AMB} = \frac{1}{2}AM \times AB = \frac{1}{4}AD \times AB = \frac{1}{4}S_{ABCD}.$$

$$\text{Từ đó } S_{BCDM} = S_{ABCD} - S_{AMB} = S_{ABCD} - \frac{1}{4}S_{ABCD} = \frac{3}{4}S_{ABCD}.$$

$$\text{Do đó } V_{S'.BCDM} = \frac{1}{3} \times d(S', (ABCD)) \times S_{BCDM} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}d(S, (ABCD)) \times \frac{3}{4}S_{ABCD} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Vậy tỉ số } \frac{V_{S'.BCDM}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 629. Cho khối đa diện đều n mặt có thể tích V và diện tích mỗi mặt của nó bằng S . Khi đó, tổng các khoảng cách d từ một điểm bất kỳ bên trong khối đa diện đó đến các mặt bên được tính bằng công thức nào sau đây?

A. $d = \frac{V}{3S}$.

B. $d = \frac{nV}{S}$.

C. $d = \frac{3V}{S}$.

D. $d = \frac{V}{nS}$.

Lời giải.

Gọi I là điểm bất kỳ trong khối đa diện; V_i là thể tích khối chóp có đỉnh I và đáy là một mặt của đa diện đều và h_i là khoảng cách từ I đến mặt đó ($i \in \{1; 2; \dots; n\}$). Khi đó

$$V_i = \frac{1}{3}S \cdot h_i \Rightarrow h_i = \frac{3V_i}{S}.$$

$$\text{Do đó tổng khoảng cách } d = \sum_{i=1}^n h_i = \sum_{i=1}^n \frac{3V_i}{S} = \frac{3V}{S}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 630. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Mặt phẳng $(MNCD)$ chia hình chóp đã cho thành hai phần. Tỉ số thể tích hai phần là (số bé chia số lớn)

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải.

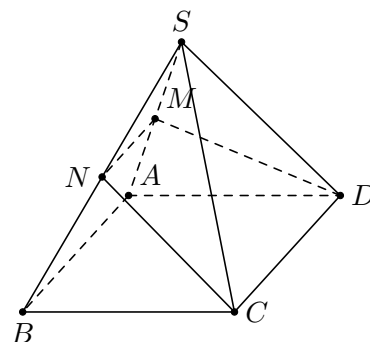
Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Ta có $V_{S.ABCD} = 2 \cdot V_{S.ABC} = 2 \cdot V_{S.ACD} = V$ (do các hình chóp này có cùng đường cao là khoảng cách từ S đến $(ABCD)$ và

$$S_{ABCD} = 2 \cdot S_{\triangle ABC} = 2 \cdot S_{\triangle ACD}).$$

Mặt khác, M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB , suy ra

$$\frac{SM}{SA} = \frac{1}{2}; \frac{SN}{SB} = \frac{1}{2}.$$



Ta lại có

$$\begin{aligned}
 \frac{V_{S.MNCD}}{V_{S.ABCD}} &= \frac{V_{S.MNC} + V_{S.MCD}}{V_{S.ABCD}} \\
 &= \frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABCD}} + \frac{V_{S.MCD}}{V_{S.ABCD}} \\
 &= \frac{V_{S.MNC}}{2V_{S.ABC}} + \frac{V_{S.MCD}}{2V_{S.ACD}} \\
 &= \frac{SM \cdot SN \cdot SC}{2SA \cdot SB \cdot SC} + \frac{SM \cdot SC \cdot SD}{2SA \cdot SC \cdot SD} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \\
 &= \frac{3}{8}.
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow V_{S.MNCD} = \frac{3}{8}V_{S.ABCD} = \frac{3}{8}V \Rightarrow V_{ABCDMN} = V - V_{S.MNCD} = V - \frac{3}{8}V = \frac{5}{8}V.$$

$$\text{Do đó } \frac{V_{S.MNCD}}{V_{ABCDMN}} = \frac{\frac{3}{8}V}{\frac{5}{8}V} = \frac{3}{5}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 631. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi B' , D' lần lượt là hình chiếu của A trên SB , SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C' . Tính thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải.

$$\text{Từ } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases}, \text{ suy ra } BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AB'.$$

$$\text{Từ } \begin{cases} BC \perp AB' \\ SB \perp AB' \end{cases}, \text{ suy ra } AB' \perp (SBC) \Rightarrow AB' \perp SC.$$

Tương tự, ta có $AD' \perp SC$.

Từ $AB' \perp SC$ và $AD' \perp SC$ suy ra $SC \perp (AB'D')$.

$$\Rightarrow SC \perp AC'.$$

Ta có $SA^2 = SB' \cdot SB$.

$$\Rightarrow \frac{SB'}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{(a\sqrt{2})^2}{(a\sqrt{2})^2 + a^2} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Tương tự } \frac{SD'}{SD} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Ta cũng có } SA^2 = SC' \cdot SC \Rightarrow \frac{SC'}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{(a\sqrt{2})^2}{(a\sqrt{2})^2 + (a\sqrt{2})^2} = \frac{1}{2}.$$

Từ đó ta có

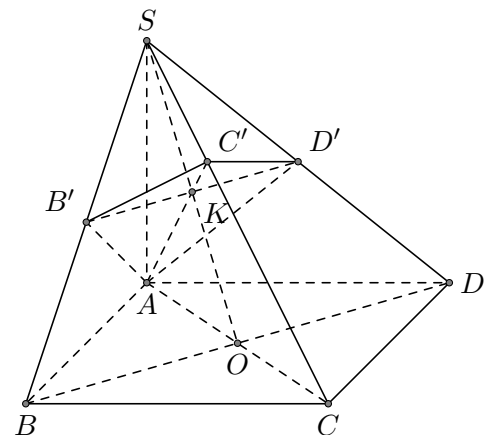
$$\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AB'C'} = \frac{1}{3}V_{S.ABC}.$$

$$\frac{V_{S.AD'C'}}{V_{S.ADC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AD'C'} = \frac{1}{3}V_{S.ADC}.$$

$$\text{Mặt khác } V_{S.ABC} = V_{S.ADC} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

$$\text{Do đó } V_{S.AB'C'D'} = V_{S.AB'C'} + V_{S.AD'C'} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{6} = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}.$$

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 632. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết tam giác SBA vuông tại B , tam giác SCA vuông tại C và $d(AC, SB) = \frac{3a}{\sqrt{13}}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. a^3 .

Lời giải.

Dựng hình thoi $ABDC$, gọi H là tâm tam giác đều BCD ,

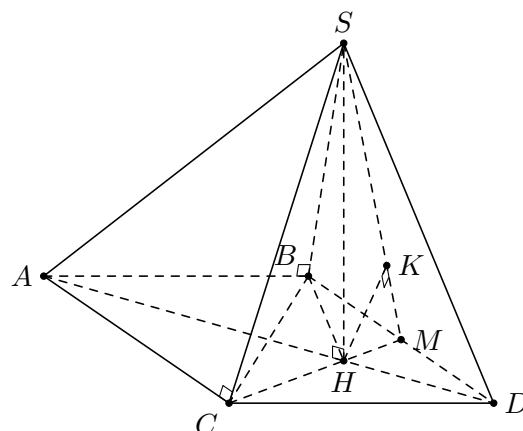
$$\text{suy ra } \begin{cases} AB \perp BH \\ AB \perp SB \end{cases} \Rightarrow AB \perp SH.$$

Tương tự ta có $AC \perp SH \Rightarrow SH \perp (ABDC)$.

Gọi M là trung điểm BD , ta suy ra $(SHM) \perp (SBD)$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên SM , ta chứng minh được $d(M, (SBD)) = HK$.

Khi đó, ta có



$$d(AC, SB) = d(AC, (SBD)) = d(C, (SBD)) = 3d(H, (SBD)) = 3HK = \frac{3a}{\sqrt{13}} \Rightarrow HK = \frac{a}{\sqrt{13}}.$$

$$\text{Do đó } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{SH^2} \Rightarrow SH = a \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 633. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = 5$, $BC = 2$. Biết rằng $SB = 4$, $SA = 3$, $SC = x$, $SD = y$. Giá trị lớn nhất thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. 8.

B. $\frac{12xy}{5}$.

C. 24.

D. $8xy$.

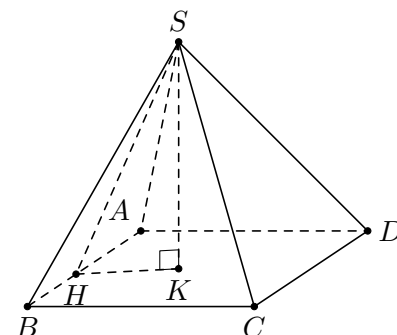
Lời giải.

Ta có $SA^2 + SB^2 = AB^2$, suy ra tam giác ABC vuông tại S .

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của S trên cạnh AB và $(ABCD)$.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SK \cdot S_{ABCD} = \frac{10}{3}SK \leq \frac{10}{3}SH. \text{ Dấu } = \text{ khi } H \equiv K.$$

$$\text{Vậy } \max V_{S.ABCD} = \frac{10}{3}SH = \frac{10}{3} \cdot \frac{4 \cdot 3}{5} = 8.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 634. Một hình hộp chữ nhật có độ dài ba cạnh thành một cấp số nhân, thể tích của khối hộp bằng 64 cm^3 và tổng diện tích các mặt của hình hộp bằng 168 cm^2 . Tổng độ dài các cạnh của hình hộp chữ nhật là

A. 84 cm.

B. 26 cm.

C. 78 cm.

D. 42 cm.

Lời giải.

Gọi độ dài ba cạnh của hình hộp là a, aq, aq^2 . Thể tích của khối hộp chữ nhật bằng 64 cm^3 nên

$$a \cdot (aq) \cdot (aq^2) = 64 \Leftrightarrow aq = 4.$$

Mặt khác, tổng diện tích các mặt của hình hộp bằng 168 cm^2 , do đó

$$2(a^2q + a^2q^2 + a^2q^3) = 168 \Leftrightarrow 2aq(a + aq + aq^2) = 168 \Leftrightarrow 4(a + aq + aq^2) = 84.$$

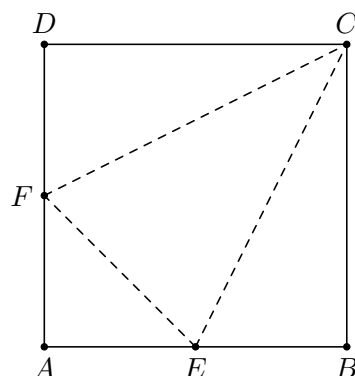
Chọn đáp án **A**

□

Câu 635.

Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 6 cm . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD . Gấp hình vuông trên để được tứ diện $ACEF$. Thể tích khối tứ diện $ACEF$ là

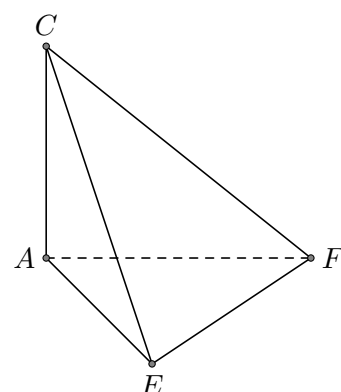
- A. 18 cm^2 . B. 3 cm^2 . C. 27 cm^2 . D. 9 cm^2 .



Lời giải.

Tứ diện $ACEF$ có chiều cao là AC và đáy là tam giác vuông cân AEF .
Thể tích tứ diện $ACEF$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3^2 \cdot 6 = 9 \text{ cm}^2.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 636. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với cạnh đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua D và N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tỷ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng

- A. $\frac{7}{5}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{6}{5}$.

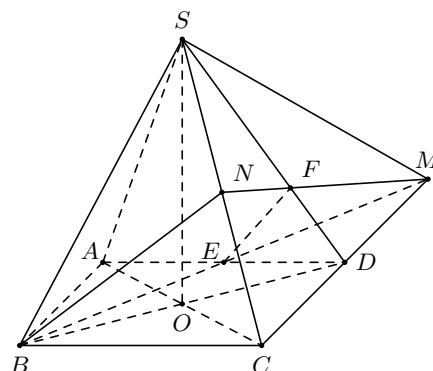
Lời giải.

Gọi E, F lần lượt là giao điểm của (BMN) với AD và SD . Ta có E thuộc BM , F thuộc MN .

Vì D là trung điểm của CM , $DE \parallel BC$ nên E là trung điểm của BM (tính chất đường trung bình).

Do đó $S_{\triangle EAB} = S_{\triangle EDM} \Rightarrow S_{\triangle MBC} = S_{ABCD}$.

Lại do N, D lần lượt là trung điểm của SC và CM nên F là trọng tâm tam giác SCM , suy ra $\frac{MF}{MN} = \frac{2}{3}$.



Lại có $d(N, (ABCD)) = \frac{1}{2}d(S, (ABCD)) = \frac{1}{2}h$ (h là chiều cao hình chóp $S.ABCD$).

Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện $SABNFE$ có thể tích V_1 và khối đa diện $CDEBNF$ có thể tích V_2 . Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$, ta có

$$\begin{aligned} & \text{— } V_{N.MBC} = \frac{1}{3} S_{\triangle MBC} \cdot d(N, (MBC)) = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot \frac{1}{2} d(S, (ABCD)) = \frac{V}{2}. \\ & \text{— } \frac{V_{M.EDF}}{V_{M.BCN}} = \frac{ME}{MB} \cdot \frac{MD}{MC} \cdot \frac{MF}{MN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \\ & \Rightarrow V_{M.EDF} = \frac{V_{M.BCN}}{6} = \frac{V}{12} \Rightarrow V_2 = V_{M.BCN} - V_{M.EDF} = \frac{5V}{12}. \\ & \text{— Suy ra } V_1 = V - V_2 = \frac{7V}{12}. \end{aligned}$$

Vậy $V_1 > V_2$ và $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 637. Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi I là trung điểm của CD Trên tia AI lấy S sao cho $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{IS}$. Thể tích của khối đa diện $ABCDS$ bằng

A. $\frac{3}{12}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{24}$.

D. $\frac{3\sqrt{2}}{24}$.

Lời giải.

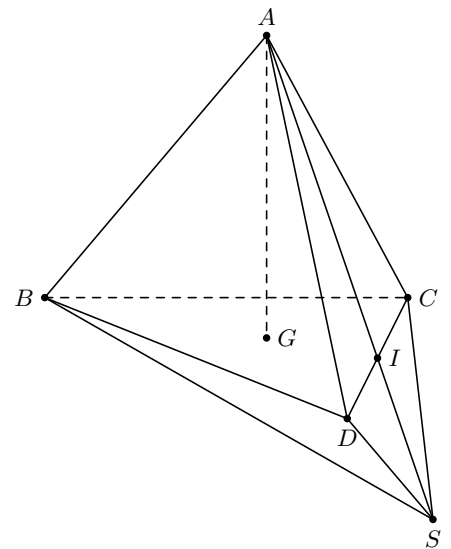
Gọi G là trọng tâm tam giác BCD , do $ABCD$ là tứ diện đều cạnh bằng 1 nên $\triangle BCD$ đều và $AG \perp (BCD)$, ta có $BG = \frac{2}{3}BI = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{1 - \frac{3}{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$, $S_{BCD} = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{12}.$$

Lại có $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{IS}$ nên S nằm khác phía A đối với I và $d(S, (BCD)) = \frac{1}{2}d(A, (BCD))$ nên $V_{SBCD} = \frac{1}{2}V_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{24}$.

Vậy thể tích khối đa diện $ABCDS$ là

$$V = V_{ABCD} + V_{SBCD} = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 638. Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = a$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° . Gọi H là hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) . Biết rằng tam giác HBC vuông cân tại H và thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng a^3 . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $2\sqrt{3}a$.

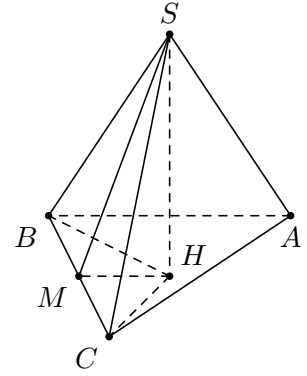
B. $6\sqrt{3}a$.

C. $2a$.

D. $6a$.

Lời giải.

- Kẻ $HM \perp BC$ tại M thì góc giữa (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SMH} = 60^\circ$.
- Tam giác HBC vuông cân tại $H \Rightarrow M$ là trung điểm của BC và $HM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a$.
- Ta có $SH = HM \cdot \tan \widehat{SMH} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$; $SM = \frac{HM}{\cos \widehat{SMH}} = a$.
- Ta có



$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}d(A, (SBC)) \cdot S_{SBC} = a^3 \Rightarrow \frac{1}{3}d(A, (SBC)) \cdot \frac{1}{2}SM \cdot BC = a^3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}d(A, (SBC)) \cdot \frac{1}{2}a \cdot a = a^3 \Rightarrow d(A, (SBC)) = 6a.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 639. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy cạnh bằng a , góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi A', B', C' tương ứng là các điểm đối xứng của A, B, C qua S . Thể tích V của khối bát diện có các mặt $ABC, A'B'C', A'BC, B'CA, C'AB, AB'C', BA'C', CA'B'$ là

A. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $V = 2\sqrt{3}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. D. $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABC$.

Gọi H là tâm của tam giác đều ABC cạnh a , ta có $CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

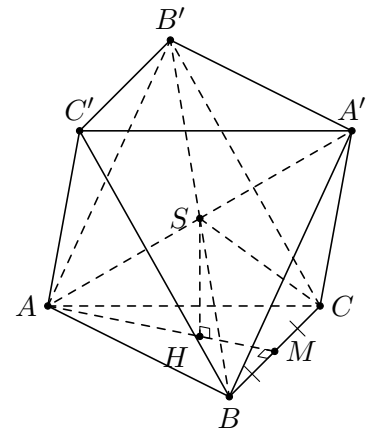
Góc giữa đường thẳng SA và (ABC) bằng 60° nên $\widehat{SCH} = 60^\circ$, suy ra $SH = a$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Thể tích của khối bát diện.

Thể tích V của khối bát diện là

$$V = 2V_{B.ACA'C'} = 2 \cdot 4 \cdot V_{S.ABC} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 640. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Hai cạnh AC, BD cắt nhau tại O . Mặt phẳng (P) đi qua điểm O và song song với mặt phẳng (SAD) cắt khối chóp $S.ABCD$ tạo thành hai khối có thể tích lần lượt là $V_1; V_2$ ($V_1 < V_2$). Giá trị của biểu thức $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{5}{11}$. B. $\frac{7}{13}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi M, N, P, Q là trung điểm của cạnh AB, CD, SB, SC . Khi đó thiết diện của (P) với hình chóp là tứ giác $MNQP$. Gọi K là điểm đối xứng của Q qua P còn V là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Khối $MBK.NCQ$ là khối lăng trụ và có thể tích $V_{MBK.NCQ} = 3V_{CNQB}$.

$$\text{Ta có } \frac{V_{CNQB}}{V_{CDSB}} = \frac{CQ}{CS} \cdot \frac{CN}{CD} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow V_{CNQB} = \frac{1}{4}V_{CDSB} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{MBK.NCQ} = \frac{3}{8}V.$$

$$\text{Lại có } V_{BKMP} = \frac{1}{2}V_{BKMQ} = \frac{1}{6}V_{MBK.NCQ}. \text{ Do đó } V_{NCQ.MBP} = \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{8}V = \frac{5}{16}V.$$

$$\text{Vậy } V_1 = \frac{5}{16}V; V_2 = \frac{11}{16}V \text{ nên } \frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{11}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 641. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N là hai điểm nằm trên hai cạnh SC, SD sao cho $\frac{SM}{SC} = \frac{1}{2}$ và $\frac{SN}{SD} = 2$, biết G là trọng tâm của $\triangle SAB$. Tỷ số thể tích $\frac{V_{GMND}}{V_{S.ABCD}} = \frac{m}{n}$ (m, n là các số nguyên dương và $\frac{m}{n}$ tối giản). Giá trị của $m + n$ bằng

A. 17.

B. 19.

C. 21.

D. 7.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB , đặt $V_{S.ABCD} = V$.

$$\text{Ta có } V_{S.IDC} = \frac{1}{2}V.$$

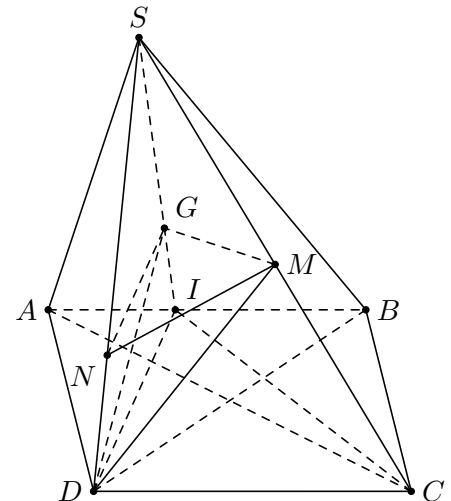
$$\text{Lại có } \frac{V_{D.MNG}}{V_{S.MNG}} = \frac{DN}{SN} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{D.MNG} = \frac{1}{2}V_{S.MNG}.$$

$$\frac{V_{S.MNG}}{V_{S.CDI}} = \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SG}{SI} = \frac{2}{9}.$$

$$\Rightarrow V_{S.MNG} = \frac{1}{9}V \Rightarrow V_{D.MNG} = \frac{1}{18}V.$$

$$\Rightarrow \frac{V_{GMND}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{18} = \frac{m}{n}.$$

$$\Rightarrow m = 1, n = 18 \Rightarrow m + n = 19.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 642. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $\sqrt{3}a^3$. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a , thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy, biết đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD .

A. $2a\sqrt{3}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. a .

D. $6a$.

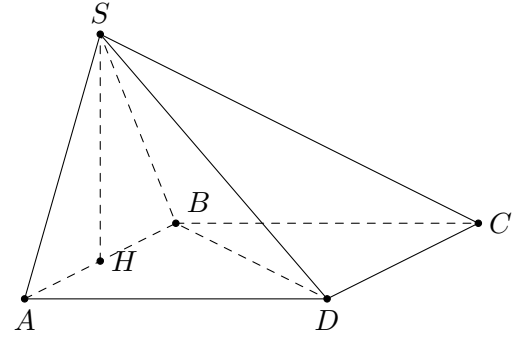
Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB , suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Vì $(ABCD) \perp (SAB)$ theo giao tuyến AB và $CD \parallel AB$ nên $d(CD, (SAB)) = d(CD, AB)$.

Thể tích khối chóp

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH \\ &= \frac{1}{3} \cdot d(CD, AB) \cdot AB \cdot SH \\ &= \frac{1}{3} \cdot d(CD, AB) \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$



Theo giả thiết ta có $\frac{1}{3} d(CD, AB) \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}a^3 \Leftrightarrow d(CD, AB) = 6a$.

Ta có $\begin{cases} SA \subset (SAB) \\ CD \parallel (SAB) \end{cases}$ nên $d(CD, SA) = d(CD, (SAB)) = d(CD, AB) = 6a$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 643. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Trên SB, SD lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $\frac{SM}{SB} = m > 0$, $\frac{SN}{SD} = n > 0$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.AMN$ biết $2m^2 + 3n^2 = 1$.

A. $V_{\max} = \frac{a^3\sqrt{6}}{72}$.

B. $V_{\max} = \frac{a^3}{48}$.

C. $V_{\max} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

D. $V_{\max} = \frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Ta có $V_{S.ABD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 \cdot a = \frac{a^3}{6}$.

Lại có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}} = \frac{SA \cdot SM \cdot SN}{SA \cdot SB \cdot SD} = m \cdot n$.

Suy ra $V_{S.AMN} = \frac{a^3}{6} \cdot m \cdot n$.

Mặt khác $1 = 2m^2 + 3n^2 \geq 2\sqrt{2m^2 \cdot 3n^2} = 2\sqrt{6} \cdot m \cdot n$.

Suy ra $m \cdot n \leq \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{12}$.

Vậy $V_{S.AMN} \leq \frac{a^3\sqrt{6}}{72} \Rightarrow V_{\max} = \frac{a^3\sqrt{6}}{72}$ xảy ra khi $m = \frac{1}{2}$ và $n = \frac{1}{\sqrt{6}}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 644. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với đáy một góc 45° . Gọi M là trung điểm của cạnh SB , N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN = \frac{1}{2} \cdot NC$. Tính thể tích khối chóp $S.AMN$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

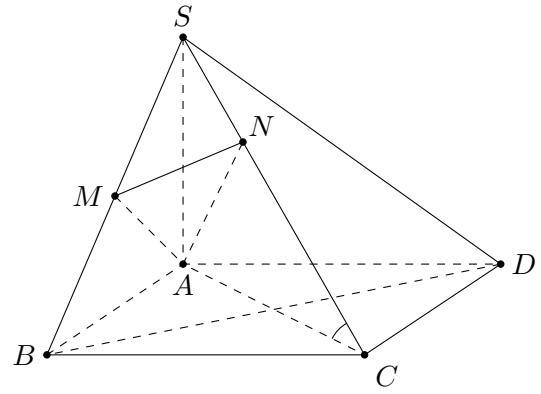
Lời giải.

Ta có

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{V_{S.ABC}}{6}.$$

Góc hợp bởi SC và mặt đáy $(ABCD)$ chính là góc $\widehat{SCA}$, do đó $\widehat{SCA} = 45^\circ$. Suy ra $\triangle SAC$ vuông cân tại A . Từ đó $SA = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$. Vậy

$$V_{S.AMN} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{18} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 645. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Các điểm M, N, P thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AB'}$, $\overrightarrow{AP} = 4\overrightarrow{AD'}$. Tính thể tích khối tứ diện $AMNP$ theo V .

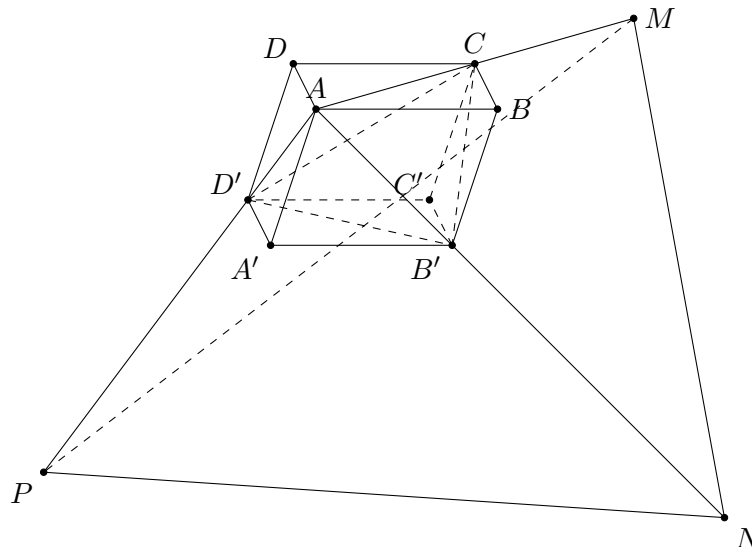
A. $6V$.

B. $8V$.

C. $12V$.

D. $4V$.

Lời giải.



Ta có

$$\frac{V_{A.MNP}}{V_{A.CB'D'}} = \frac{AM}{AC} \cdot \frac{AN}{AB'} \cdot \frac{AP}{AD'} = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 \Rightarrow V_{A.MNP} = 24 \cdot V_{A.CB'D'}.$$

Mà

$$V_{A.CB'D'} = V - (V_{A.A'B'D'} + V_{A.B'BC} + V_{A.D'DC} + V_{C.C'B'D'}) = V - 4 \cdot \frac{1}{6}V = \frac{V}{3}.$$

Nên $V_{A.MNP} = 8V$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 646. Cho tứ diện $SABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau, độ dài các cạnh $BC = a$, $SB = b$, $SC = c$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối tứ diện đã cho.

A. $V_{\max} = \frac{abc\sqrt{2}}{4}$.

B. $V_{\max} = \frac{abc\sqrt{2}}{8}$.

C. $V_{\max} = \frac{abc\sqrt{2}}{24}$.

D. $V_{\max} = \frac{abc\sqrt{2}}{12}$.

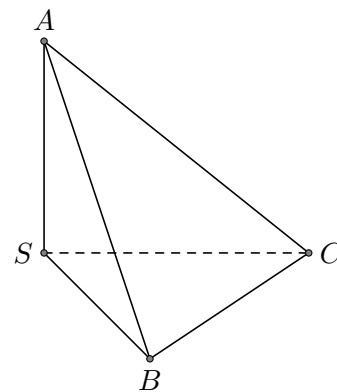
Lời giải.

Ta có $SA^2 + AB^2 = b^2 \Rightarrow b^2 \geq 2SA \cdot AB$;

$SA^2 + AC^2 = c^2 \Rightarrow c^2 \geq 2SA \cdot AC$;

$AB^2 + AC^2 = a^2 \Rightarrow a^2 \geq 2AB \cdot AC$.

Suy ra $V_{S.ABC} = \frac{1}{6}SA \cdot SB \cdot SC \leq \frac{abc\sqrt{2}}{24}$



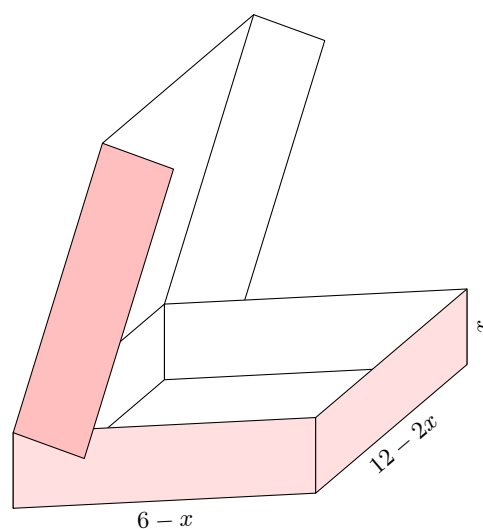
Chọn đáp án **C**

□

Câu 647.

Một hộp đựng chocolate bằng kim loại có hình dạng mở nắp như hình vẽ bên. Một phần tứ thể tích phía trên của hộp được rải một lớp bơ sữa ngọt, phần còn lại phía dưới chứa đầy chocolate nguyên chất. Với kích thước như hình vẽ, gọi $x = x_0$ là giá trị làm cho hộp kim loại có thể tích lớn nhất, khi đó thể tích chocolate nguyên chất có giá trị V_0 bằng

A. $V_0 = 64$. B. $V_0 = \frac{64}{3}$. C. $V_0 = 16$. D. $V_0 = 48$.



Lời giải.

Thể tích của hộp là

$$V = (6-x)(12-2x)x, (0 < x < 6).$$

Khai triển biểu thức ta được

$$V = 2x^3 - 24x^2 + 72x.$$

$$\text{Có } V' = 6x^2 - 48x + 72.$$

$$V' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \text{ (loại)} \\ x = 2 \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	2	6
V'	+	0	-
V			

Từ bảng biến thiên ta thấy, giá trị lớn nhất của V là $V(2) = 64$.

Khi đó thể tích chocolate nguyên chất là $V_0 = \frac{3}{4}V = 48$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 648. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là một điểm thuộc cạnh BC . Góc giữa đường thẳng SA và (ABC) mặt phẳng là 45° . Thể tích nhỏ nhất của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) . Ta có

$$(\widehat{SA, (ABC)}) = \widehat{SAH} = 45^\circ.$$

Vậy tam giác SAH vuông cân tại $H \Rightarrow SH = AH$.

$$\begin{aligned} V_{S.ABC} &= \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} \\ &= \frac{1}{3} AH \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC} \\ &= AH \cdot \frac{a^2}{4}. \end{aligned}$$

Vậy nên $V_{S.ABC}$ nhỏ nhất khi AH nhỏ nhất, khi đó $AH \perp BC$.

Suy ra $AH = a \cdot \sin 60^\circ = a \frac{\sqrt{3}}{2}$. Vậy $V_{S.ABC \min} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 649. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Lấy điểm M thuộc cạnh AA' sao cho $MA = 2MA'$. Thể tích khối chóp $M.ABC$ bằng

A. $\frac{V}{3}$.

B. $\frac{V}{9}$.

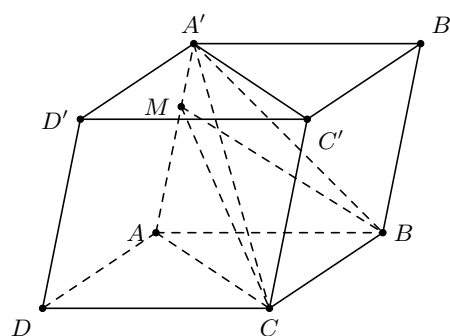
C. $\frac{V}{18}$.

D. $\frac{V}{6}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \text{— } V_{A'.ABC} &= \frac{1}{3} V_{A'B'C'.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{V}{6}. \\ \text{— } \frac{V_{A.MBC}}{V_{A'.ABC}} &= \frac{AM}{AA'} \cdot \frac{AB}{AB} \cdot \frac{AC}{AC} = \frac{AM}{AA'} = \frac{2}{3}. \\ \Rightarrow V_{M.ABC} &= \frac{2}{3} V_{A'.ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} V = \frac{V}{9}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 650. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$. Gọi M là trung điểm BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP = \frac{1}{4}DD'$. Biết mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N , thể tích của khối đa diện $AMNPBCD$ bằng

A. $2a^3$.

B. $3a^3$.

C. $\frac{11a^3}{3}$.

D. $\frac{9a^3}{4}$.

Lời giải.

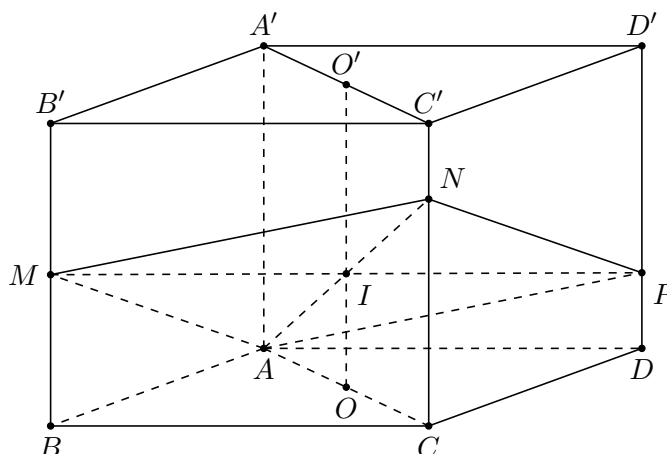
Gọi O, O' lần lượt là trung điểm $AC, A'C'$.

Gọi I là giao điểm của MP và OO' .

Ta có AI cắt CC' tại N .

Từ giả thiết, ta có
$$\begin{cases} BM = a \\ CN = \frac{3}{2}a \\ DP = \frac{1}{2}a. \end{cases}$$

Ta thấy $BCMN, CDPN$ là các hình thang vuông.



Ta được
$$\begin{cases} S_{BCNM} = \frac{5}{2}a^2 \\ S_{CDPN} = 2a^2. \end{cases}$$

Thể tích khối $AMNPBCD$

$$V = \frac{1}{3} [AB \cdot S_{BCNM} + AD \cdot S_{CDPN}] = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \left(\frac{5}{2}a^2 + 2a^2 \right) = 3a^2.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 651. Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A và $AB = a$, $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm $I \in BC$. Tính khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(A'BC)$.

A. $\frac{2}{3}a$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

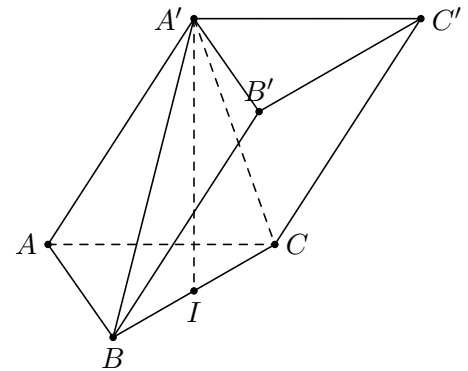
C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{1}{3}a$.

Lời giải.

Ta có $V_{A'.ABC} = \frac{1}{6} \cdot A'I \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{6} \cdot d(A, (A'BC)) \cdot A'I \cdot BC$.

Nên $d(A, (A'BC)) = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.



Chọn đáp án (C) □

Câu 652. Một công ty thiết kế một loại hộp có dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông sao cho thể tích của khối hộp được tạo thành là 8 dm^3 và diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài cạnh đáy của mỗi hộp muốn thiết kế là

A. 2 dm .

B. $2\sqrt[3]{2}$ dm.

C. 4 dm .

D. $2\sqrt{2}$ dm.

Lời giải.

Gọi cạnh đáy hình vuông là x ($x > 0$) thì chiều cao của khối hộp là $h = \frac{8}{x^2}$.

Ta có diện tích toàn phần của khối hộp là

$$S_{tp} = 2x^2 + 4xh = 2x^2 + \frac{32}{x} = 2x^2 + \frac{16}{x} + \frac{16}{x} \geq 3\sqrt[3]{2x^2 \cdot \frac{16}{x} \cdot \frac{16}{x}} = 24.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 2$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 653. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, mặt phẳng $(ABC'D')$ tạo với đáy góc 45° . Thể tích của khối hộp đó là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{2a^3}{3}$.

C. $a^3\sqrt{2}$.

D. $2a^3$.

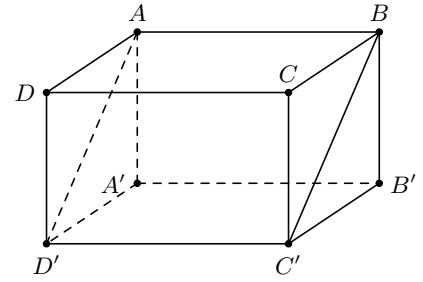
Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (ABC'D') \cap (ABCD) = AB \\ AB \perp (BCC'B') \\ (BCC'B') \cap (ABC'D') = BC' \\ (BCC'B') \cap (ABCD) = BC \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ABC'D')$ là góc $\widehat{CBC'}$.

$\triangle CBC'$ vuông cân tại C nên $CC' = BC = a\sqrt{2}$.

Thể tích của khối hộp đó là $V = CC' \cdot S_{ABCD} = 2a^3$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 654. Cho hình chóp $S.ABC$, tam giác ABC đều, $SA \perp (ABC)$, mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với (ABC) góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{8a^3}{9}$.

B. $\frac{8a^3}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

D. $\frac{4a^3}{9}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow BC \perp (SAI)$.

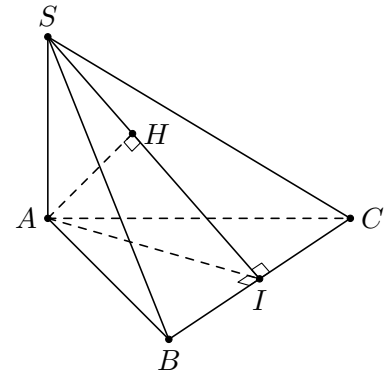
$$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (\widehat{SIA}) = \widehat{SIA} = 30^\circ.$$

Kẻ $AH \perp SI$ tại $H \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH = a$.

$$\Rightarrow AI = \frac{AH}{\sin 30^\circ} = 2a, SA = AI \cdot \tan 30^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3}, AB = \frac{4a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy thể tích khối chóp là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{8a^3}{9}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 655. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD , mặt phẳng (AMN) cắt SC tại I . Tính thể tích của khối đa diện $ABCDMNI$.

A. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{18}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{18}$.

C. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $\frac{13\sqrt{3}a^3}{36}$.

Lời giải.

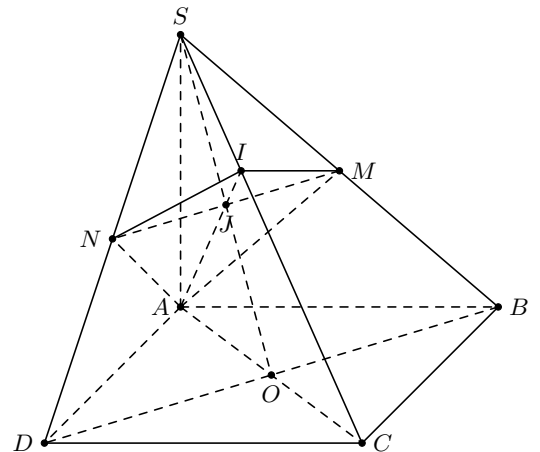
$$\text{Đặt } \frac{SA}{SA'} = x = 1; \frac{SM}{SB} = y = 2; \frac{SI}{SC} = z; \frac{SN}{SD} = t = 2.$$

$$\text{Ta có } x + z = y + t \Rightarrow z = y + t - x = 2 + 2 - 1 = 3$$

$$\Rightarrow \frac{SC}{SI} = 3 \Rightarrow SI = \frac{1}{3}SC.$$

$$\text{Khi đó } \frac{V_{S.AMIN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{x + y + z + t}{4x \cdot y \cdot z \cdot t} = \frac{1 + 2 + 3 + 2}{4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{1}{6}.$$

$$\Rightarrow V_{ABCDMNI} = \frac{5}{6}V_{S.ABCD} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{5\sqrt{3}a^3}{18}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 656. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tỷ số thể tích của hai khối chóp $S.MNPQ$ và $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{16}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

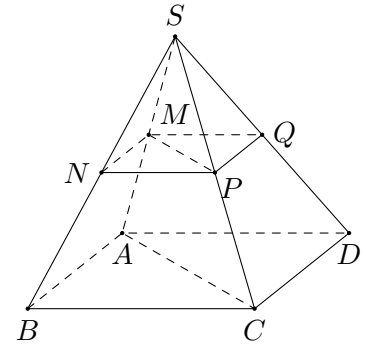
Lời giải.

Ta có $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{8}$.

Lại có $\frac{V_{S.MQP}}{V_{S.ADC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SQ}{SD} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{8}$.

Khi đó $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{V_{S.MQP}}{V_{S.ADC}} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{V_{S.MNP} + V_{S.MQP}}{V_{S.ABC} + V_{S.ADC}} = \frac{1}{8}$.

Vậy $\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 657. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là một hình thoi với diện tích S_1 . Hai mặt chéo $ACC'A'$ và $BDD'B'$ có diện tích lần lượt bằng S_2, S_3 . Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{S_1\sqrt{S_2S_3}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2S_1S_2S_3}}{3}$.

C. $\frac{3S_1S_2S_3}{3}$.

D. $\sqrt{\frac{S_1S_2S_3}{2}}$.

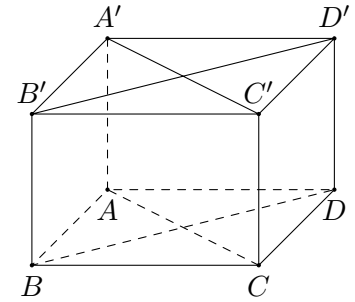
Lời giải.

Đặt $AC = x, BD = y, AA' = z (x, y, z > 0)$.

Ta có $S_1 = \frac{1}{2}xy, S_2 = xz, S_3 = yz$.

Từ đó suy ra $xyz^2 = S_2S_3 \Leftrightarrow z^2 = \frac{S_2S_3}{2S_1} \Leftrightarrow z = \sqrt{\frac{S_2S_3}{2S_1}}$.

Vậy thể tích khối hộp là $V = S_1 \cdot z = S_1 \cdot \sqrt{\frac{S_2S_3}{2S_1}} = \sqrt{\frac{S_1S_2S_3}{2}}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 658. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AC = a$, biết SA vuông góc với đáy ABC và SB hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{48}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.

Tam giác ABC là tam giác vuông cân tại B với $AC = a$ nên

$$BA = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

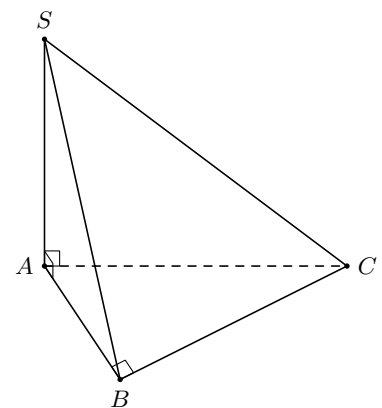
Do $SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu vuông góc của SB trên mặt phẳng (ABC) . Bởi vậy

$$(\widehat{SB; (ABC)}) = (\widehat{SB; AB}) = \widehat{SBA} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ.$$

Từ đó $SA = AB \tan \widehat{SBA} = \frac{a}{\sqrt{2}} \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}BA \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{6} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 659. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , góc BAC nhọn. Góc giữa AA' và BC' là 30° , khoảng cách giữa AA' và BC' là a . Góc giữa hai mặt bên $(AA'B'B)$ và $(AA'C'C)$ là 60° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Vì $CC' \parallel AA'$ nên

$$\widehat{(AA'; BC')} = \widehat{(CC'; BC')} = \widehat{BC'C} \Rightarrow \widehat{BC'C} = 30^\circ.$$

Gọi M là trung điểm BC . Ta có $AM \perp BC \Rightarrow AM \perp (BCC'B')$.

Suy ra $d[AA'; BC'] = d[AA'; (BCC'B')] = d[A; (BCC'B')] = AM$.

Bởi vậy $AM = a$.

Vì góc BAC nhọn nên $\widehat{BAC}$ là góc giữa hai mặt bên $(AA'B'B)$ và $(AA'C'C)$. Do đó $\widehat{BAC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ là tam giác đều.

Bởi vậy $AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = \frac{2AM}{\sqrt{3}} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Tam giác BCC' vuông tại C và có $\widehat{BC'C} = 30^\circ$ nên

$$CC' = BC \cdot \cot \widehat{BC'C} = \frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot \cot 30^\circ = 2a.$$

Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = S_{ABC} \cdot CC' = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AM \cdot CC' = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot a \cdot 2a = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 660. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA . Gọi O là điểm bất kỳ trên mặt đáy $ABCD$. Biết thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng V . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo V .

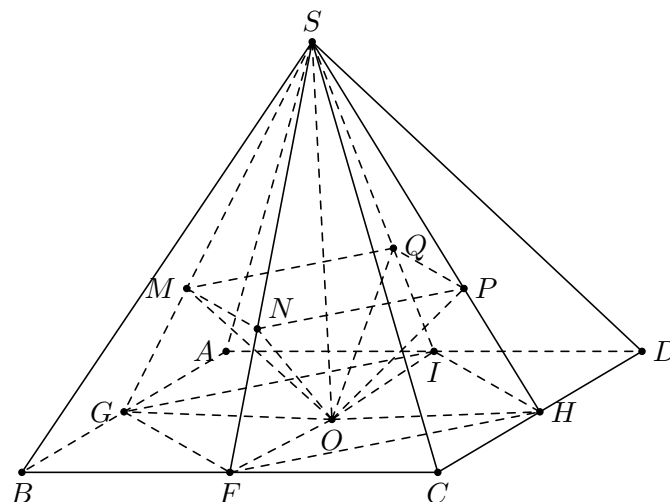
A. $\frac{27}{8}V$.

B. $\frac{27}{2}V$.

C. $\frac{9}{4}V$.

D. $\frac{27}{4}V$.

Lời giải.



Ta có

$$\begin{aligned} S_{\Delta FGB} &= \frac{1}{2} \cdot d(F, GB) \cdot GB = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot d(C, AB) \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \\ &= \frac{1}{8} \cdot d(C, AB) \cdot AB \\ &= \frac{1}{8} S_{ABCD}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } S_{IGFH} = S_{ABCD} - 4S_{\Delta FGB} = \frac{1}{2} S_{ABCD}.$$

Do M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA nên $MQ = \frac{2}{3}IG$, $MN = \frac{2}{3}GF$.

$$S_{MNPQ} = MQ \cdot MN \cdot \sin \widehat{QMN} = \frac{4}{9} \cdot IG \cdot GF \cdot \sin \widehat{IGF} = \frac{4}{9} S_{IGFH} = \frac{2}{9} S_{ABCD}.$$

Gọi $x = d(S, (ABCD))$ và $y = d(Q, (ABCD)) = d(O, (MNPQ))$.

Theo giả thiết, ta có $y = \frac{1}{3}x \Rightarrow d(O, (MNPQ)) = \frac{1}{3}d(S, (ABCD))$.

$$V_{O.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot d(O, (MNPQ)) \cdot S_{MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} d(S, (ABCD)) \cdot \frac{2}{9} S_{ABCD} = \frac{2}{27} V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABCD} = \frac{27}{2} V.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 661. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Biết co-sin của góc tạo bởi mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng $\frac{2\sqrt{19}}{19}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{19}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{19}}{6}$.

Lời giải.

Gọi I, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD . Tam giác SAB cân tại S nên $SI \perp AB$.

Mà $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SI \perp (ABCD)$, suy ra $CD \perp SI$.

Mặt khác $IF \perp CD$ (vì $ABCD$ là hình vuông và IF là đường trung bình của hình vuông $ABCD$).

Suy ra $CD \perp (SIF)$. Do đó $CD \perp SF$.

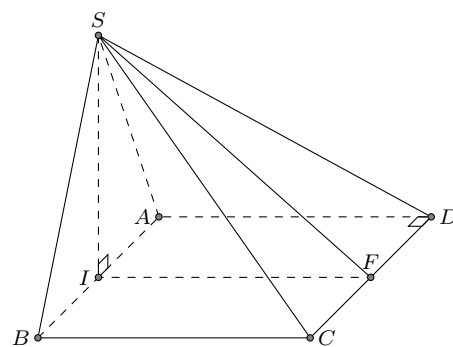
Vì vậy $((SCD); (ABCD)) = (SF; IF) = \widehat{SFI}$.

$$\text{Tam giác } SIF \text{ vuông tại } I \text{ có } \tan \widehat{SFI} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \widehat{SFI}} - 1} = \frac{\sqrt{15}}{2}.$$

$$SI = IF \cdot \tan \widehat{SFI} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

$$\text{Do đó, } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}.$$

Chọn đáp án **(C)** □



Câu 662. Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 mm. Giả định 1 m³ gỗ có giá a (triệu đồng); 1 m³ than chì có giá $9a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. 97,03a đồng.

B. 10,33a đồng.

C. 9,7a đồng.

D. 103,3a đồng.

Lời giải.

Tính theo đơn vị đo chiều dài là mm, ta có:

Diện tích lục giác đều có cạnh bằng 3 là $6 \cdot \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng 3 và chiều cao bằng 200 có thể tích

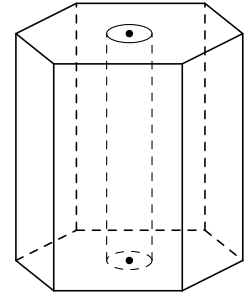
$$V_1 = \frac{27\sqrt{3}}{2} \cdot 200 = 2700\sqrt{3}.$$

Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng 200 và bán kính $r = 1$ có thể tích

$$V_2 = \pi \cdot 1^2 \cdot 200 = 200\pi.$$

Thể tích phần thân bút chì làm bằng gỗ là

$$V_3 = V_1 - V_2 = (2700\sqrt{3} - 200\pi) \text{ mm}^3.$$



Khi đó giá nguyên vật liệu làm 1 chiếc bút chì là $V_3 \cdot a \cdot 10^{-9} + V_2 \cdot 9a \cdot 10^{-9} \approx 9,703a$ (đồng).

Chọn đáp án **C**

□

Câu 663. Ông A dự định sử dụng hết $5,5\text{m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $1,17 \text{ m}^3$.B. $1,01 \text{ m}^3$.C. $1,51 \text{ m}^3$.D. $1,40 \text{ m}^3$.**Lời giải.**

Gọi x ; $2x$; h lần lượt là chiều rộng, dài và cao của bể cá.

Ta có diện tích toàn phần của bể cá là $2x^2 + 2(xh + 2xh) = 5,5 \Leftrightarrow h = \frac{5,5 - 2x^2}{6x}$.

Điều kiện $0 < x < \sqrt{\frac{5,5}{2}}$.

Thể tích bể cá $V(x) = 2x^2 \cdot \frac{5,5 - 2x^2}{6x} = \frac{1}{3}(5,5x - 2x^3)$.

Khi đó $V'(x) = \frac{1}{3}(5,5 - 6x^2) \Rightarrow V'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5,5}{6}}$.

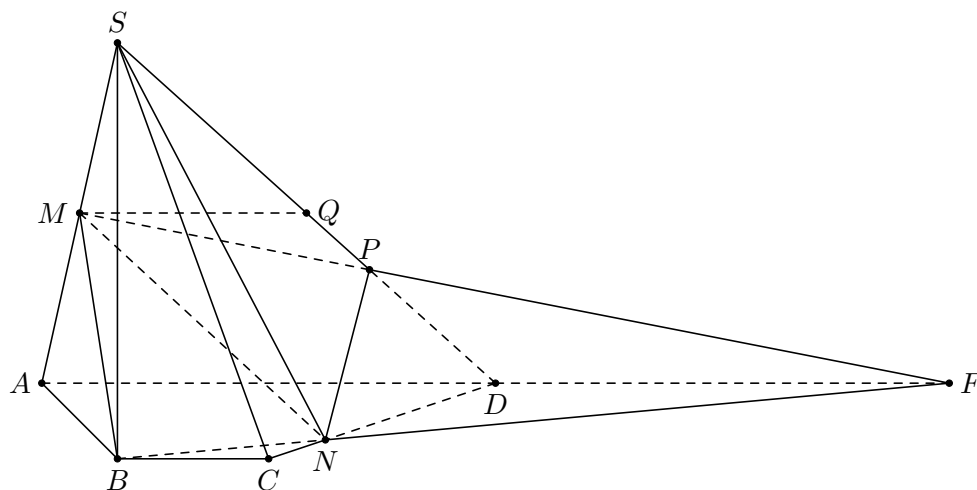
Do đó $V_{\max} = \frac{11\sqrt{33}}{54} \approx 1,17 \text{ m}^3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 664. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1, đáy $ABCD$ là hình thang với cạnh đáy lớn là AD và $AD = 3BC$. Gọi M là trung điểm cạnh SA , N là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{CD} = 4\overrightarrow{CN}$. Mặt phẳng (BMN) cắt cạnh SD tại P . Tính thể tích V của khối chóp $S.MBNP$.

A. $V = \frac{5}{12}$.B. $V = \frac{7}{16}$.C. $V = \frac{7}{12}$.D. $V = \frac{3}{8}$.**Lời giải.**



Gọi Q là trung điểm SD ta có MQ là đường trung bình của tam giác SAD .

Do đó $MQ = \frac{AD}{2} = \frac{DF}{2}$.

Ta lại có $\triangle MPQ \sim \triangle FPD \Rightarrow \frac{PQ}{PD} = \frac{MQ}{DF} = \frac{1}{2} \Rightarrow PD = 2PQ \Rightarrow \frac{SP}{SD} = \frac{2}{3}$.

Mặt khác ta có $CN = \frac{1}{4}CD \Rightarrow S_{BCN} = \frac{1}{4}S_{BCD}$

$$\text{v\`a } AD = 3BC \Rightarrow S_{ADB} = 3S_{BCD} \Rightarrow S_{BCD} = \frac{1}{4}S_{ABCD}.$$

$$\text{Do đó } S_{BCN} = \frac{1}{16} S_{ABCD} \Rightarrow V_{S.BCN} = \frac{1}{16} V_{S.ABCD} = \frac{1}{16} \Rightarrow V_{S.ABND} = \frac{15}{16}.$$

Ta lại có $S_{AND} = \frac{3}{4}S_{ACD} = \frac{3}{4}S_{ABD} = \frac{9}{16}S_{ABCD} \Rightarrow V_{S.AND} = \frac{9}{16}V_{S.ABCD} = \frac{9}{16} \Rightarrow V_{S.ABN} = \frac{3}{8}$.

Theo công thức tỉ số thể tích ta có $\frac{V_{S.BMN}}{V_{S.BAN}} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.BMN} = \frac{3}{16}$

$$\text{v\grave{a}} \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.AND}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{3}{16} V_{S.BAN}$$

Do đó $V_{S.MBNP} = V_{S.MNP} + V_{S.BMN} = \frac{3}{8}$.

Chọn đáp án **D**

☐

Câu 665. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2 và $SA = SB = SC = SD = 4$. Tính thể tích khối nón có đỉnh S , đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$.

A. $\frac{4\sqrt{14}\pi}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{14}\pi}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{14}\pi}{3}$.

D. $\sqrt{14}\pi$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều, nên với O là tâm của hình vuông $ABCD$ và $SO \perp (ABCD)$.

Khối nón (N) đỉnh S , đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ có đường cao là SO và đáy là đường tròn tâm O , bán kính $\frac{1}{2} \cdot 2 = 1$.

Ta có $OA = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$. Khi đó, áp dụng định lý Py-ta-go trong $\triangle SAO$ vuông tại O , ta được

$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{4^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{14}.$$

$$\text{Vậy } V_{(N)} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{14} \cdot \pi \cdot 1^2 = \frac{\sqrt{14}\pi}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 666. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a , một mặt phẳng (α) cắt các cạnh AA', BB', CC', DD' lần lượt tại M, N, P, Q . Biết $AM = \frac{1}{3}a$, $CP = \frac{2}{5}a$. Tính thể tích khối đa diện $ABCD.MNPQ$.

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{11}{15}a^3$.

C. $\frac{2a^3}{3}$.

D. $\frac{11}{30}a^3$.

Lời giải.

Gọi $I = MP \cap A'C$. Qua I vẽ đường thẳng song song với DB , cắt BB' và DD' lần lượt tại N và Q . Suy ra $MNPQ$ là thiết diện cần dựng.

Qua M vẽ mặt phẳng (β) vuông góc với AA' , cắt BB', CC' lần lượt tại N', P' .

$$V_{ABCD.MNPQ} = 2V_{ABC.MNP} = 2(V_{ABC.MN'P'} + V_{M.NPP'N'})$$

$$\text{Ta có } BN = \frac{AM + CP}{2} = \frac{11}{30}a.$$

$$NN' = BN - BN' = \frac{11}{30}a - \frac{1}{3}a = \frac{1}{30}a.$$

$$PP' = CP - CP' = \frac{2}{5}a - \frac{1}{3}a = \frac{1}{15}a.$$

$$V_{M.NPP'N'} = \frac{1}{3}MN' \cdot S_{NPP'N'} = \frac{1}{3}a \cdot \frac{(NN' + PP')N'P'}{2} = \frac{a^3}{60}.$$

$$V_{ABC.MN'P'} = AM \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{6}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.NMPQ} = 2\left(\frac{a^3}{6} + \frac{a^3}{60}\right) = \frac{11a^3}{30}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 667. Một đĩa trẻ dán 42 hình lập phương cạnh 1cm lại với nhau, tạo thành một khối hộp có mặt hình chữ nhật. Nếu chu vi đáy là 18cm thì chiều cao của khối hộp là

A. 7.

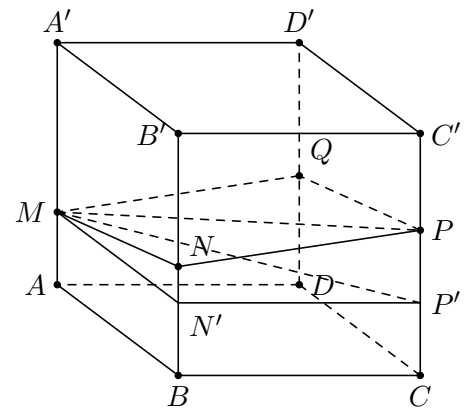
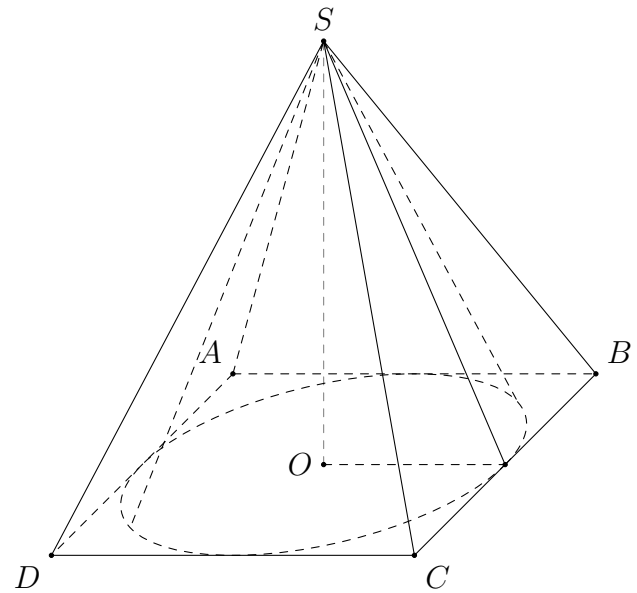
B. 3.

C. 6.

D. 2.

Lời giải.

Giả sử độ dài 3 cạnh của khối hộp là a, b, c (a, b, c là các số nguyên dương).



Ta có $abc = 42$ và $b + c = 9$.

Ta lại có $9 = b + c \geq 2\sqrt{bc} \Rightarrow bc \leq \frac{81}{4}$. Vì bc là số nguyên dương nên $bc \leq 20$.

Mặt khác bc là ước của 42 và $b + c = 9$ nên trong hai số b và c có một số chẵn và một số lẻ, do đó bc chẵn. Suy ra $bc = 6$ hoặc $bc = 14$.

— Nếu $bc = 6$ thì b, c là nghiệm của phương trình $X^2 - 9X + 6 = 0$. Phương trình này không có nghiệm nguyên nên không thỏa đề bài.

— Nếu $bc = 14$ thì b, c là nghiệm của phương trình $X^2 - 9X + 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} X = 7 \\ X = 2 \end{cases}$.

Khi đó $a = \frac{42}{bc} = 3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 668. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với cạnh $AD = 2CD$. Biết hai mặt phẳng (SAC) , (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy và đoạn $BD = 8$; góc giữa (SCD) và mặt đáy bằng 60° . Hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Thể tích của khối đa diện $ABCDMN$ bằng

- A. $\frac{128\sqrt{15}}{15}$. B. $\frac{50\sqrt{15}}{3}$. C. $\frac{256\sqrt{15}}{25}$. D. $\frac{18\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $5CD^2 = 64 \Rightarrow CD = \frac{8}{\sqrt{5}}$ và $AD = \frac{16}{\sqrt{5}}$.

Vì (SAC) và (SBD) vuông góc với đáy $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

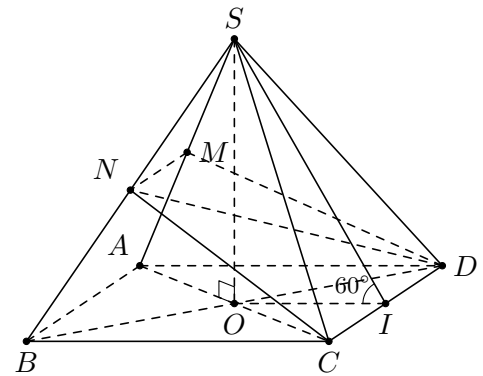
Góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SIO} = 60^\circ$ với I là trung điểm của CD .

$$SO = OI \cdot \tan 60^\circ = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{5}}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1024\sqrt{3}}{15\sqrt{5}}$.

$$\text{Lại có } V_{SMNCD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{V}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{V}{2} = \frac{3V}{8}.$$

$$\text{Suy ra } V_{ABCDMN} = \frac{5V}{8} = \frac{128\sqrt{15}}{15}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 669. Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{256}{3} \text{ m}^3$, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là 500 000 đồng/m². Nếu người đó biết xác định các kích thước của bể hợp lý thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi người đó trả chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là bao nhiêu? .

- A. 47 triệu đồng. B. 48 triệu đồng. C. 96 triệu đồng. D. 46 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi a, b, c là chiều dài ba kích thước, trong đó a là chiều rộng, ($a, b, c > 0$).

$$\text{Theo giả thiết ta có } V = abc = \frac{256}{3} = 2a^2 \cdot c \Rightarrow c = \frac{256}{6a^2}.$$

Diện tích các mặt bên và diện tích đáy

$$S = 2ac + 2a^2 + 4ac = 6ac + 2a^2 = \frac{256}{a} + 2a^2.$$

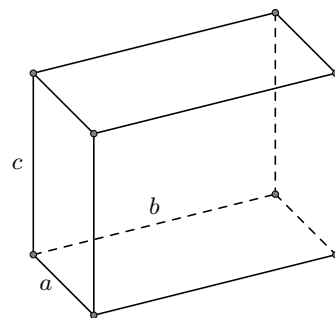
Chi phí thuê nhân công thấp nhất nếu diện tích S là nhỏ nhất.

$$\text{Ta có } \frac{256}{a} + 2a^2 = \frac{128}{a} + \frac{128}{a} + 2a^2 \geq 3 \cdot 32 = 96.$$

Vậy chi phí thấp nhất để thuê nhân công là $500000 \cdot 96 = 48\,000\,000$.

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 670. Ông Kiệm muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 288 m^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/m^2 . Nếu ông Kiệm biết xác định các kích thước của bể hợp lý thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông Kiệm trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể đó là bao nhiêu?

- A. 168 triệu đồng. B. 54 triệu đồng. C. 90 triệu đồng. D. 108 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi chiều rộng của cái bể là x , chiều dài là $2x$, chiều cao là y , ($x, y > 0$). Thể tích của bể bằng 288 m^3 suy ra $2x^2y = 288 \Rightarrow xy = \frac{144}{x}$. Diện tích của phần cần xây là

$$S = 2x^2 + 6xy = 2x^2 + \frac{864}{x}.$$

Ta có $S'(x) = 4x - \frac{864}{x^2}$, $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 6$. Dễ thấy $S_{\min} = S(6) = 216$. Vậy chi phí thấp nhất để xây dựng bể là $5000000 \cdot 216 = 108000000 \text{ đồng}$.

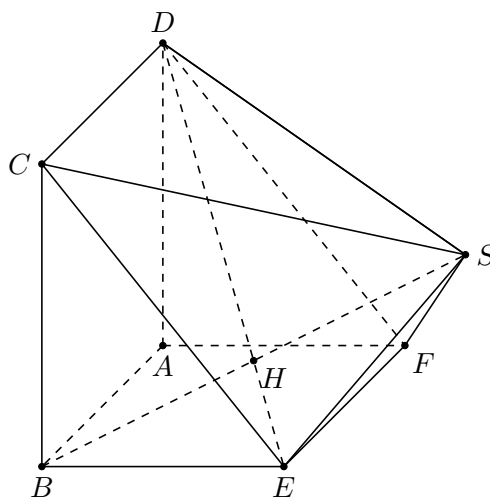
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 671. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng a , lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Lấy điểm H trên đoạn DE sao cho $HD = 3HE$. Gọi S là điểm đối xứng với điểm B qua điểm H . Tính theo a thể tích khối đa diện $ABCDSEF$.

- A. $\frac{5a^3}{6}$. B. $\frac{8a^3}{3}$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{9a^3}{8}$.

Lời giải.



Thể tích của hình lăng trụ $BEC.AFD$ là $V_1 = \frac{1}{2}AB \cdot AD \cdot AF = \frac{a^3}{2}$. H là trung điểm của SB nên

$d(S, (DCEF)) = d(B, (DCEF)) = \frac{a}{\sqrt{2}}$. Thể tích của khối chóp $S.DCEF$ là

$$V_2 = \frac{1}{3}d(S, (DCEF)) \cdot S_{DCEF} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot a^2\sqrt{2} = \frac{a^3}{3}.$$

Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ là $V_1 + V_2 = \frac{5a^3}{6}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 672. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD . Thể tích của khối chóp $ACMN$ là

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABCD}} &= \frac{V_{S.AMN}}{2V_{S.ABD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{8}, \\ \frac{V_{S.CMN}}{V_{S.ABCD}} &= \frac{V_{S.CMN}}{2V_{S.BCD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SC}{SC} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{8}, \\ \frac{V_{BCAM}}{V_{S.ABCD}} &= \frac{V_{BCAM}}{2V_{S.ABC}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AB}{AB} \cdot \frac{BM}{SB} \cdot \frac{BC}{BC} = \frac{1}{4}, \\ \frac{V_{DCAN}}{V_{S.ABCD}} &= \frac{V_{DCAN}}{2V_{S.ADC}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD}{AD} \cdot \frac{DN}{SD} \cdot \frac{DC}{DC} = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}$.

Suy ra

$$\begin{aligned} V_{ACMN} &= V_{S.ABCD} - V_{S.AMN} - V_{S.CMN} - V_{BCAM} - V_{DCAN} \\ &= V_{S.ABCD} - \frac{1}{8}V_{S.ABCD} - \frac{1}{8}V_{S.ABCD} - \frac{1}{4}V_{S.ABCD} - \frac{1}{4}V_{S.ABCD} \\ &= \frac{1}{4} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}a^3\right) = \frac{a^3}{12}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 673. Một kim tự tháp ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 trước Công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao 150 m, cạnh đáy dài 220 m. Diện tích xung quanh của kim tự tháp này là

- A. $4400\sqrt{346} \text{ m}^2$. B. $2200\sqrt{346} \text{ m}^2$. C. $1100\sqrt{346} \text{ m}^2$. D. 2420000 m^2 .

Lời giải.

Kim tự tháp có dạng hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ tâm

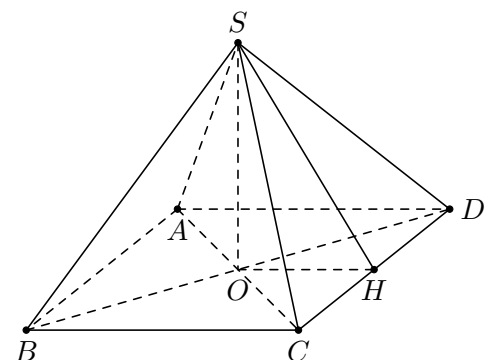
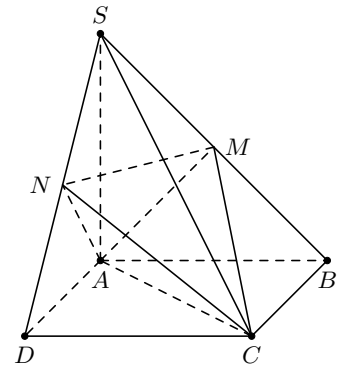
O . Gọi H là trung điểm CD .

Ta có: $SO = 150$, $OH = \frac{1}{2}AD = 110$

$\Rightarrow SH = \sqrt{150^2 + 110^2} = 10\sqrt{346}$.

$$\begin{aligned} S_{xq} &= 4S_{\triangle SCD} = 4 \cdot \frac{1}{2}SH \cdot CD \\ &= 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{346} \cdot 220 = 4400\sqrt{346}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 674. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có thể tích bằng V . Gọi E là điểm trên cạnh SC sao cho $EC = 2ES$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa AE và song song với BD , (α) cắt SB, SD lần lượt tại hai điểm M, N . Tính theo V thể tích khối chóp $S.AMEN$.

A. $\frac{V}{6}$.

B. $\frac{V}{9}$.

C. $\frac{3V}{8}$.

D. $\frac{3V}{16}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD, G = SO \cap AE \Rightarrow G \in MN$, K là trung điểm EC . Xét tam giác SAC ta có:

KO là đường trung bình của tam giác CAE

$\Rightarrow OK \parallel AE \Rightarrow EG$ là đường trung bình của $\triangle SOK$

$\Rightarrow G$ là trung điểm SO và M, N lần lượt là trung điểm SB, SD . Khi đó

$$\frac{V_{S.AME}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SE}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

và

$$\frac{V_{S.ANE}}{V_{S.ADC}} = \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SE}{SC} = \frac{1}{6}$$

Suy ra

$$\frac{1}{6} = \frac{V_{S.AME}}{V_{S.ABC}} = \frac{V_{S.ANE}}{V_{S.ADC}} = \frac{V_{S.AME} + V_{S.ANE}}{V_{S.ABC} + V_{S.ADC}} = \frac{V_{S.AMEN}}{V_{S.ABCD}} \Rightarrow V_{S.AMEN} = \frac{V}{6}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 675. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại các điểm B', C', D' . Biết $AB = a, \frac{SB'}{SB} = \frac{2}{3}$. Khi đó, tỉ số thể tích $\frac{V_{S.AB'C'D'}}{V_{S.ABCD}}$

là

A. $\frac{2}{9}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BD \perp SC \\ (AB'D') \perp SC \end{cases} \Rightarrow BD \parallel (AB'D').$

Lại có $(SBD) \cap (AB'D') = B'D'$ nên $B'D' \parallel BD$. Suy

$$\text{ra } \frac{SB'}{SB} = \frac{SD'}{SD} = \frac{2}{3}.$$

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, G là giao điểm của $B'D'$ và SO .

Suy ra $\frac{SG}{SO} = \frac{SB'}{SB} = \frac{2}{3}$ nên G là trọng tâm tam giác

SAC . Mà A, G, C' thẳng hàng nên C' là trung điểm SC .

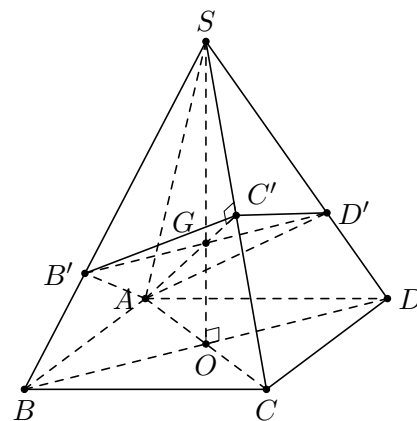
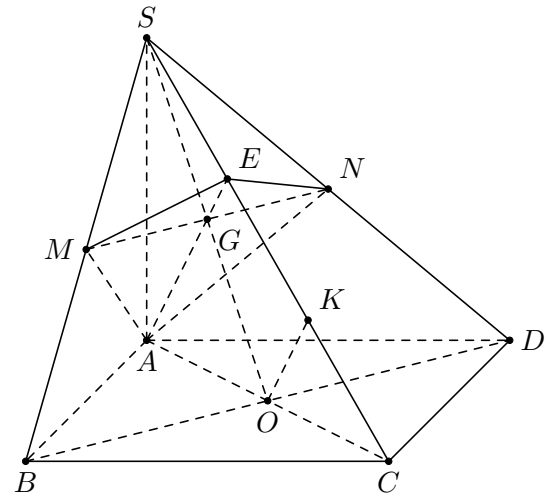
$$\text{Khi đó } \frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.AB'C'} = \frac{1}{3} V_{S.ABC}.$$

$$\text{Tương tự } V_{S.AC'D'} = \frac{1}{3} V_{S.ACD}.$$

$$\text{Do đó } V_{S.AB'C'D'} = V_{S.AB'C'} + V_{S.AC'D'} = \frac{1}{3} (V_{S.ABC} + V_{S.ACD}) = \frac{1}{3} V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{S.AB'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 676. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, M là trung điểm của SA . N là điểm trên cạnh SB sao cho $NS = 2NB$. Mặt phẳng (CMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện có thể tích là V_1, V_2 trong đó $V_1 < V_2$. Giá trị của $\frac{V_1}{V_2}$ là

A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD, I = SO \cap CM$ khi đó ta có $(CMN) \cap SD = P$ với $P = NI \cap SD$.

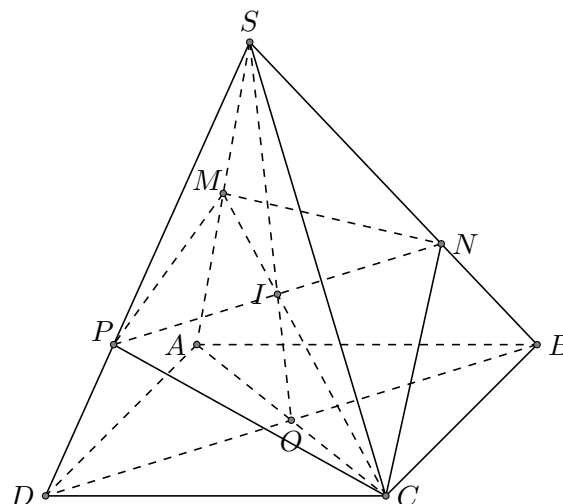
— I là trọng tâm $\triangle SAC$ nên $IS = 2IO$.

Mặt khác $NS = 2NB$ nên $IN \parallel OB$.

Vậy $PS = 2PD$.

$$\frac{V_{S.MNCP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}.$$

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 677. Cho tứ diện $ABCD$ có đáy BCD là tam giác đều cạnh a , trọng tâm G . Δ là đường thẳng qua G và vuông góc với (BCD) . A chạy trên Δ sao cho mặt cầu ngoại tiếp $ABCD$ có thể tích nhỏ nhất. Khi đó thể tích của khối $ABCD$ là

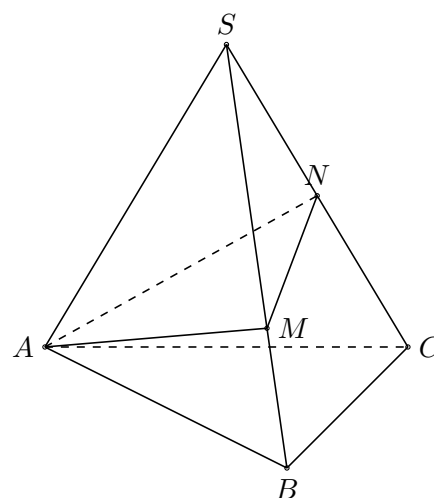
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 678. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $3a^3$. Điểm M thuộc cạnh SB sao cho $3SM = 2SB$ và điểm N thuộc cạnh SC sao cho $2SN = SC$. Thể tích hình chóp $S.AMN$ bằng

A. $2a^3$. B. a^3 . C. $4a^3$. D. $3a^3$.

Lời giải.

Theo công thức về tỉ lệ thể tích ta có $V_{S.AMN} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} \cdot V_{S.ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a^3 = a^3$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 679. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành thỏa mãn $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$. Biết tam giác SBC cân tại S , tam giác SCD vuông tại C và khoảng cách từ D đến mặt

phẳng (SBC') bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{2a^3}{3\sqrt{5}}$.

B. $V = \frac{a^3}{3\sqrt{5}}$.

C. $V = \frac{a^3}{3\sqrt{3}}$.

D. $V = \frac{a^3}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

Do $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4a^2$ nên tam giác ABC vuông tại $C \Rightarrow AB \perp AC$.

Vì $\begin{cases} CD \perp AB \\ CD \perp SC \end{cases}$ nên $CD \perp (SAC)$.

Kẻ $SH \perp AC$ ($H \in AC$), khi đó $SH \perp CD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Gọi I là trung điểm cạnh BC . Vì tam giác SBC cân tại S nên $HB = HC \Rightarrow H$ nằm trên đường trung trực của đoạn $BC \Rightarrow HI \perp BC$.

Vì $\widehat{ACB} = 30^\circ$ nên $HI = IC \tan 30^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}$ và $HC = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AC = \frac{3}{2}HC$.

Kẻ $HK \perp SI \Rightarrow HK = d(H, (SBC))$.

Do $AC = \frac{3}{2}HC$ nên $d(A, (SBC)) = d(D, (SBC)) = \frac{3}{2}d(H, (SBC)) = \frac{3}{2}HK \Rightarrow HK = \frac{2a\sqrt{3}}{9}$.

Xét tam giác SHK có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{SH^2} \Rightarrow SH = \frac{2a}{\sqrt{15}}$.

Mà $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = \frac{AC \cdot BC}{2} = a^2\sqrt{3}$. Do đó $V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{2a^3}{3\sqrt{5}}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 680. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng $8a^2$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = 8a^3\sqrt{3}$.

B. $V = 64a^3\sqrt{3}$.

C. $V = 16a^3\sqrt{3}$.

D. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow AH \perp BC$. Lại có $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp BC$, do đó $BC \perp (A'AH) \Rightarrow$ góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là $\widehat{A'HA} = 30^\circ$.

Đặt $AB = x$ ($x > 0$), khi đó $AH = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác $A'AH$ vuông tại A , có

$$AA' = AH \cdot \tan 30^\circ = \frac{x}{2}.$$

$$A'H = \frac{AH}{\cos 30^\circ} = x.$$

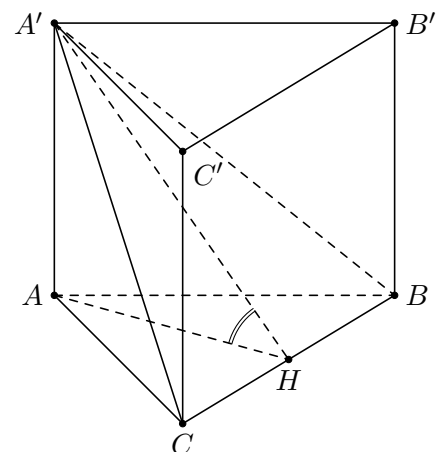
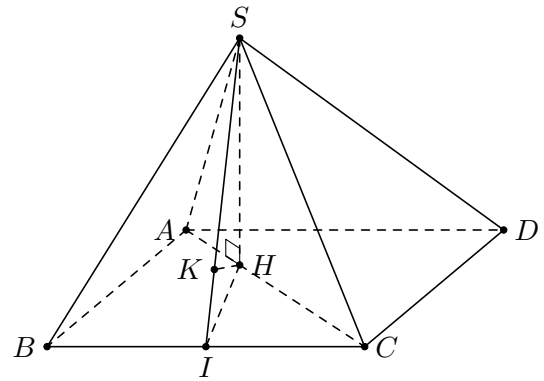
Diện tích tam giác $A'BC$ là $8a^2 = \frac{A'H \cdot BC}{2} = \frac{x^2}{2} \Rightarrow x = 4a$.

Khi đó $AA' = 2a \Rightarrow$ thể tích khối lăng trụ là

$$V = \frac{AH \cdot BC \cdot AA'}{2} = \frac{2a\sqrt{3} \cdot 4a \cdot 2a}{2} = 8a^3\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

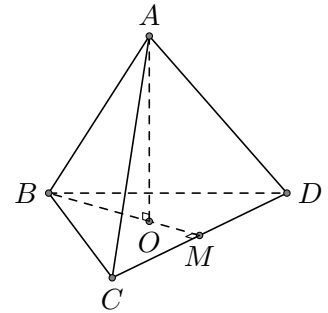


Câu 681. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

- A. $S_{xq} = \pi\sqrt{2}$. B. $S_{xq} = 2\pi(\sqrt{2} + 1)$. C. $S_{xq} = 2\pi\sqrt{2}$. D. $S_{xq} = \pi(\sqrt{2} + 2)$.

Lời giải.

- $\triangle BCD$ đều nên $R = \frac{\sqrt{3}}{2\sin 60^\circ} = 1$.
- Chiều cao $h = AO = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{3 - 1} = \sqrt{2}$.
- $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 1 \cdot \sqrt{2} = 2\pi\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 682. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = 2a$, SA vuông góc với (ABC) . Gọi M và N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng SB , SC . Tính $\frac{50V\sqrt{3}}{a^3}$, với V là thể tích khối chóp $A.BCNM$.

- A. 9. B. 10. C. 11. D. 12.

Lời giải.

$\triangle SAB$ vuông tại A có $AM \perp SB$

$$\Rightarrow SA^2 = SM \cdot SB \Rightarrow SM = \frac{SA^2}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{4a\sqrt{5}}{5}.$$

Tương tự ta có $SN = \frac{4a\sqrt{5}}{5}$.

$$\text{Mà } SB = SC = a\sqrt{5} \text{ nên } \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC} = \frac{4}{5}.$$

$$\Rightarrow \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{16}{25}.$$

$$\text{Ta lại có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

$$\Rightarrow V = V_{A.BCNM} = V_{S.ABC} - V_{S.AMN} = \frac{9}{25} \cdot V_{S.ABC} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{50}.$$

$$\text{Vậy } \frac{50V\sqrt{3}}{a^3} = 9.$$

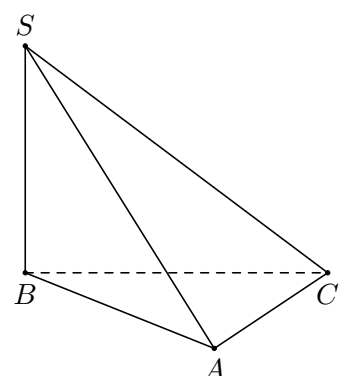
Chọn đáp án **A**

□

Câu 683.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng đáy và cạnh bên SA tạo với đáy một góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.



Lời giải.

Vì tam giác ABC vuông tại A nên

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

Vì SB vuông góc với mặt phẳng đáy nên suy ra góc giữa SA và (ABC) là góc giữa SA và AB , bằng góc $\widehat{SAB} \Rightarrow \widehat{SAB} = 30^\circ$.

Bởi vậy $SB = AB \cdot \tan \widehat{SAB} = a \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Do đó

$$\begin{aligned} V_{S.ABC} &= \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SB = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot SB \\ &= \frac{1}{6} \cdot a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}. \end{aligned}$$

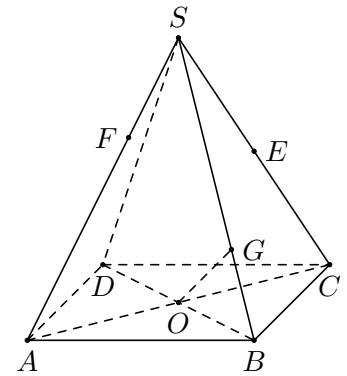
Chọn đáp án **(B)**

□

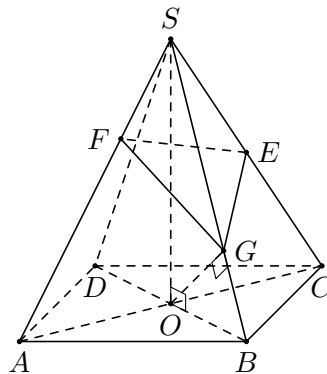
Câu 684.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bằng a , góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Biết SO vuông góc với đáy và $SO = a\sqrt{3}$. Gọi E là trung điểm của cạnh SC , điểm F trên cạnh SA sao cho $FA = 2SF$ và G là hình chiếu vuông góc của O lên SB . Thể tích khối chóp $S.EFG$ bằng

- A. $\frac{a^3}{39}$. B. $\frac{a^3}{26}$. C. $\frac{2a^3}{13}$. D. $\frac{a^3}{13}$.



Lời giải.



Góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$ suy ra $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Dễ thấy tam giác ABD đều cạnh a , suy ra $BO = \frac{a}{2}$.

Xét tam giác SOB vuông tại O và $OG \perp SB$, ta có

$$SO^2 = SG \cdot SB \Rightarrow \frac{SG}{SB} = \frac{SO^2}{SB^2} = \frac{SO^2}{SO^2 + OB^2} = \frac{(a\sqrt{3})^2}{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{12}{13}.$$

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}.$$

Ta có

$$\frac{V_{S.EFG}}{V_{S.ABC}} = \frac{SF}{SA} \cdot \frac{SG}{SB} \cdot \frac{SE}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{12}{13} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{13}.$$

$$\text{Do đó } V_{S.EFG} = \frac{2}{13} \cdot V_{S.ABC} = \frac{2}{13} \cdot \frac{a^3}{4} = \frac{a^3}{26}.$$

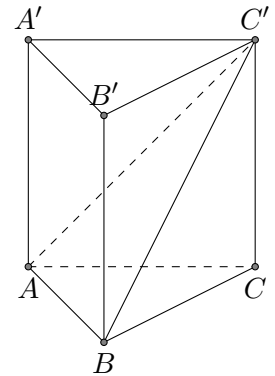
Chọn đáp án **B**

□

Câu 685.

Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a , góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{10}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{20}$. C. $\frac{9a^3\sqrt{15}}{10}$. D. $\frac{9a^3\sqrt{15}}{20}$.



Lời giải.

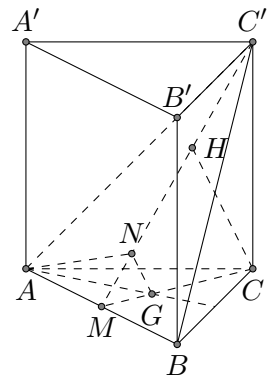
Gọi M là trung điểm của AB , G là trọng tâm của tam giác ABC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} CC' \perp AB \\ CM \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CC'M) \Rightarrow (CC'M) \perp (ABC').$$

Mà $(CC'M) \cap (ABC') = C'M$ nên hình chiếu vuông góc H của C lên $C'M$ thì H là hình chiếu vuông góc của C lên (ABC') .

$$\text{Suy ra } d(C, (ABC')) = CH = a.$$

Dựng đường thẳng đi qua G và song song với CH , cắt $C'M$ tại N .



$$\text{Ta có } \begin{cases} GN \perp (ABC') \\ AG \perp (BCC'B') \end{cases} \text{ nên góc giữa hai mặt phẳng } (ABC') \text{ và } (BCC'B') \text{ là góc } \widehat{AGN} = \alpha.$$

$$\text{Do } GN = \frac{1}{3}CH = \frac{a}{3}, AG = \frac{GN}{\cos \alpha} \Rightarrow AB = AG\sqrt{3}.$$

$$\text{Trong tam giác } C'CM \text{ vuông tại } C \text{ đường cao } CH \text{ có } \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{CM^2} = \frac{5}{9a^2}$$

$$\Rightarrow CC' = \frac{3a\sqrt{5}}{5} \text{ và } S_{ABC} = (a\sqrt{3})^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ bằng } CC' \cdot S_{ABC} = \frac{9a^3\sqrt{15}}{20}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 686. Tứ diện $ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{BAD} = 90^\circ$, $\widehat{CAD} = 120^\circ$, $AB = 2$, $AC = 4$, $AD = 6$ có thể tích là

A. $8\sqrt{2}$. B. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$. C. 64 . D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải.

Lấy các điểm M, N lần lượt thuộc cạnh AC, AD sao cho $AB = AM = AN = 2$.

Gọi H là hình chiếu của A trên (BMN) suy ra H tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BMN .

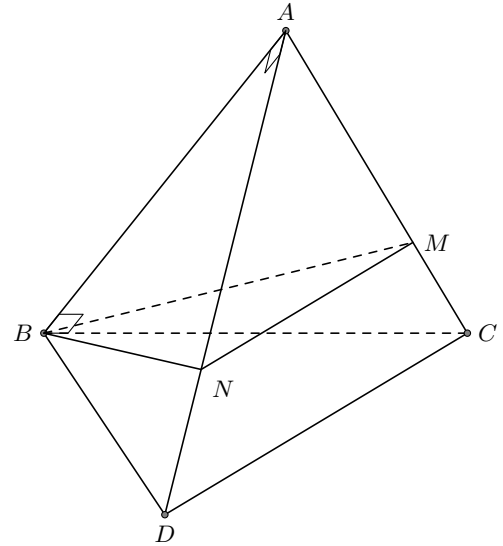
Ta có $BM = \frac{1}{2}AC = 2, MN = 2\sqrt{3}, BN = 2\sqrt{2}$.

Suy ra tam giác BMN vuông tại B .

Điểm H là trung điểm của MN và $AH = 1$.

Nên $V_{ABMN} = \frac{1}{3}AH \cdot S_{BMN} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Suy ra $V_{ABCD} = 6V_{ABMN} = 4\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 687. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

S là điểm đối xứng với O qua CD' . Thể tích khối đa diện $ABCD.SA'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{7a^3}{6}$.

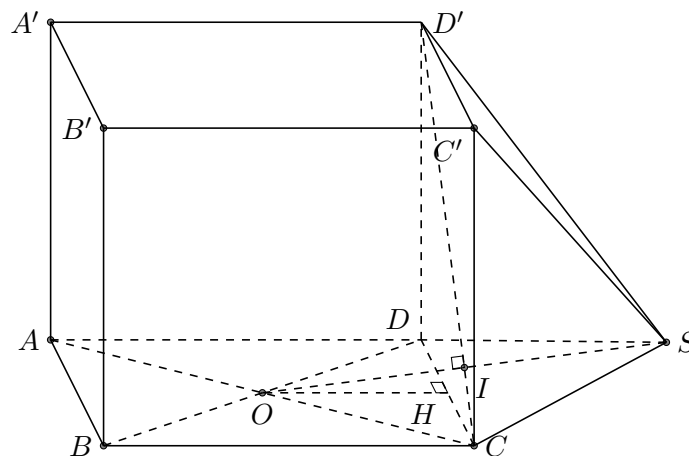
C. a^3 .

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có thể tích

$$V_{ABCD.SA'B'C'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} + V_{SCC'D'D}.$$



Do giả thiết suy ra $AA' \perp (ABCD)$.

Nên $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot S_d = AA' \cdot AB \cdot AD = a^3$.

Gọi h là khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng $(CC'D'D)$. Do giả thiết S và O đối xứng nhau qua $D'C$ nên

$$h = d(S, (CC'D'D)) = d(O, (DD'C'C)).$$

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ hạ $OH \perp CD$ (1). Vì $CC' \perp (ABCD)$ nên $CC' \perp OH$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $OH \perp (CC'D'D)$. Dễ thấy $OH = \frac{a}{2}$ suy ra $h = \frac{a}{2}$.

Do đó $V_{SCC'D'D} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_d = \frac{1}{3} \cdot h \cdot CC' \cdot CD = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3}{6}$.

Khi đó $V_{ABCD.SA'B'C'D'} = a^3 + \frac{a^3}{6} = \frac{7a^3}{6}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 688. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . M là điểm bất kì trên cạnh AA' . Tính thể tích khối chóp $M.BCC'B'$.

A. $\frac{V}{3}$.

B. $\frac{V}{2}$.

C. $\frac{2V}{3}$.

D. $\frac{3V}{4}$.

Lời giải.

Gọi S và h lần lượt là diện tích đáy và chiều cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

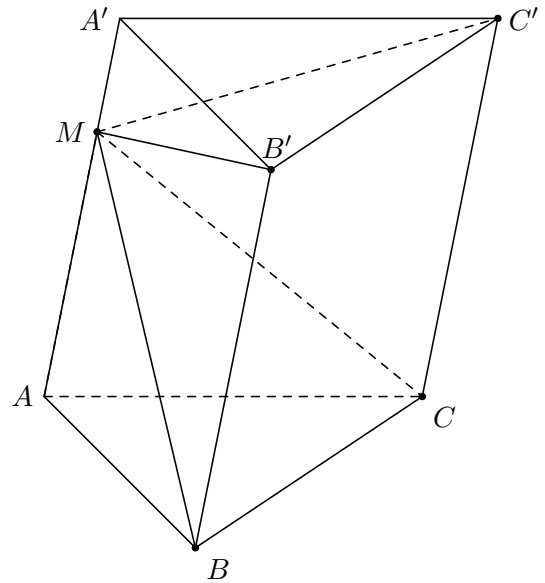
$$\text{Ta có } V_{A'.ABC} = V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}S \cdot h = \frac{V}{3}.$$

$$\frac{V_{M.A'B'C'}}{V_{A.A'B'C'}} = \frac{MA'}{AA'} \Rightarrow V_{M.A'B'C'} = \frac{MA'}{AA'} \cdot \frac{V}{3}$$

$$\frac{V_{M.ABC}}{V_{A'.ABC}} = \frac{MA}{AA'} \Rightarrow V_{M.ABC} = \frac{MA}{AA'} \cdot \frac{V}{3}$$

$$\Rightarrow V_{M.A'B'C'} + V_{M.ABC} = \frac{MA' + MA}{AA'} \cdot \frac{V}{3} = \frac{V}{3}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow V_{M.BCC'B'} &= V_{ABC.A'B'C'} - (V_{M.A'B'C'} + V_{M.ABC}) \\ &= V - \frac{V}{3} = \frac{2V}{3}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 689. Cho tứ diện $ABCD$ có $BD = 2$, hai tam giác ABD , BCD có diện tích lần lượt là 6 và 10. Biết thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 16. Gọi α là số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABD) và (BCD) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$.

B. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

C. $\cos \alpha = \frac{4}{15}$.

D. $\sin \alpha = \frac{4}{15}$.

Lời giải.

Gọi H là chân đường cao kẻ từ A của tứ diện $ABCD$.

Trong (BCD) dựng $HK \perp BD$. Ta có

$$\begin{cases} BD \perp HK \\ BD \perp AH \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AHK) \Rightarrow BD \perp AK.$$

$$\begin{cases} (ABD) \cap (BCD) = BD \\ KH \subset (BCD), HK \perp BD \\ AK \subset (ABD), AK \perp BD \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((ABD), (BDC)) = (KH, AK) = \widehat{AKH} = \alpha.$$

$$S_{ABD} = \frac{1}{2}BD \cdot AK \Rightarrow AK = \frac{2 \cdot S_{ABD}}{BD} = 6.$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3}S_{BCD} \cdot AH \Rightarrow AH = \frac{3V_{ABCD}}{S_{BCD}} = \frac{24}{5}. \text{ Xét } \triangle AHK \text{ vuông tại } H, \text{ ta có}$$

$$\sin \alpha = \frac{AH}{AK} = \frac{4}{5}.$$

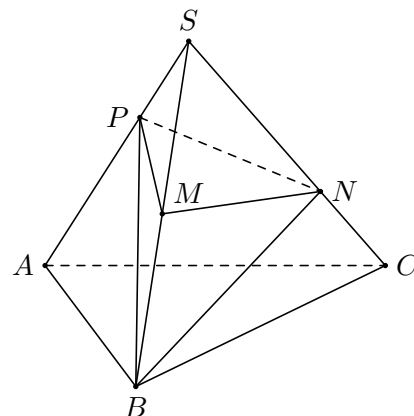
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 690.

Cho hình chóp $S.ABC$, gọi M là trung điểm của SB , N là điểm nằm trên cạnh SC sao cho $SN = 2NC$; P là điểm trên cạnh SA sao cho $PA = 2PS$. Tính tỉ số $\frac{V_{BMNP}}{V_{SABC}}$.

- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{27}$.



Lời giải.

- Vì M là trung điểm SB nên $V_{B.MNP} = V_{S.MNP}$.
- $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SP}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{9}$.
- Vậy $\frac{V_{BMNP}}{V_{SABC}} = \frac{1}{9}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 691. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 12. Thể tích khối chóp $A'.ABC$ là

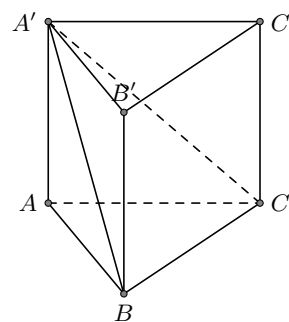
- A. 6. B. 4. C. 2. D. 12.

Lời giải.

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h.$$

Mà $V_{ABC.A'B'C'} = B \cdot h.$

$$\Rightarrow V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 692. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Biết rằng mặt phẳng (AMN) vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Tính thể tích khối chóp $A.BCNM$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{96}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{32}$. D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{16}$.

Lời giải.

Đặt $SB = x$, ($x > 0$).

Vì $\triangle SBC$ cân nên $SP = \sqrt{x^2 - \frac{a^2}{4}}$.

$$\Rightarrow PQ = \frac{1}{2}SP = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 - \frac{a^2}{4}}.$$

Do đó

$$BQ = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{x^2}{4} - \frac{a^2}{16}} = \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{3a^2}{16}}.$$

$$AQ = \sqrt{SA^2 - SQ^2} = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4} + \frac{a^2}{16}} = \sqrt{\frac{3x^2}{4} + \frac{a^2}{16}}.$$

Vì $\triangle ABQ$ vuông tại Q nên

$$\Rightarrow AB^2 = BQ^2 + AQ^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \frac{x^2}{4} + \frac{3a^2}{16} + \frac{3x^2}{4} + \frac{a^2}{16} \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Mặt khác

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot SP = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}.$$

Diện tích hình thang $BMNC$ là

$$S_{BMNC} = \frac{1}{2}(MN + BC) \cdot \frac{SP}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{3a^2\sqrt{2}}{16}.$$

Kẻ $AQ \perp MN$. Do mặt phẳng $(AMN) \perp (SBC) = MN$ nên suy ra AQ là đường cao của khối chóp $S.ABCD$.

$$AQ = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot \frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

$$\text{Vậy } V_{A.BMNC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{10}}{4} \cdot 3a^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{16} = \frac{a^3\sqrt{20}}{64} = \frac{a^3\sqrt{5}}{32}.$$

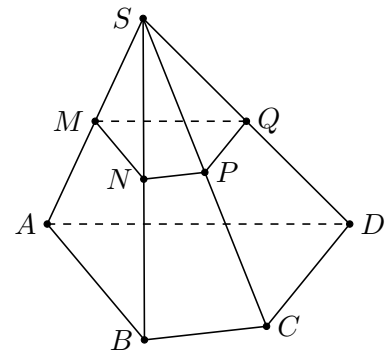
Chọn đáp án **C**

□

Câu 693.

Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.MNPQ$ và $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{16}$.



Lời giải.

Ta có

$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{8}; \text{ và } \frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} = \frac{1}{8}.$$

Suy ra,

$$\frac{1}{8} = \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ACD}} = \frac{V_{S.MNP} + V_{S.MPQ}}{V_{S.ABC} + V_{S.ACD}} = \frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 694. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy. Khoảng cách từ O đến mặt bên bằng 1 và góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. B. $V = 2\sqrt{3}$. C. $V = \frac{4\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{8\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của CD và H là hình chiếu vuông góc của O lên SM .

Khi đó $d(O, (SCD)) = OH = 1$.

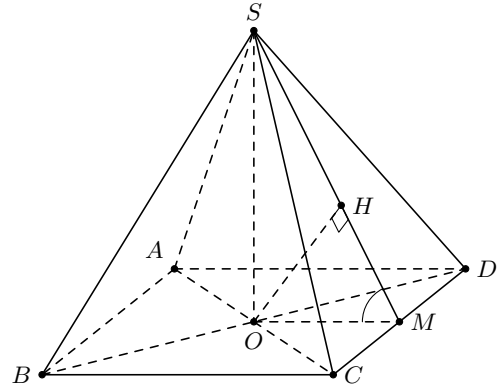
Mặt khác góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SMO} = 45^\circ$.

Do $\widehat{SMO} = 45^\circ$ nên $\triangle SOM$ vuông cân tại O và $\triangle HOM$ vuông cân tại H .

$$\text{Suy ra } SO = OM = \frac{OH}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow AB = 2OM = 2\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{8\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 695. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB = AA' = 1, AD = 2$. Gọi S là điểm đối xứng của tâm O của hình chữ nhật $ABCD$ qua trọng tâm G của tam giác $DD'C'$. Tính thể tích khối đa diện $ABCD A'B'C'D'S$.

A. $\frac{11}{12}$.

B. $\frac{7}{3}$.

C. $\frac{5}{6}$.

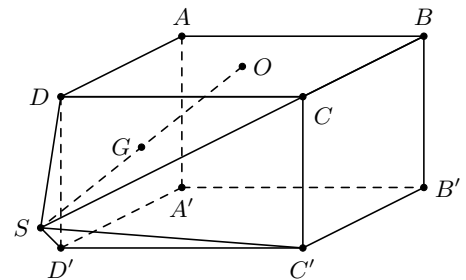
D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } V_{ABCD A'B'C'D'S} &= V_{ABCD.A'B'C'D'} + V_{S.DCC'D'} \\ &= AB \cdot AD \cdot AA' + \frac{1}{3} S_{DCC'D'} \cdot d(S, (DCC'D')) \\ &= 2 + \frac{1}{3} \cdot CD \cdot DD' d(S, (DCC'D')) = 2 + \frac{1}{3} d(S, (DCC'D')). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Vì } O \text{ và } S \text{ đối xứng nhau qua } G \text{ nên} \\ \frac{d(S, (DCC'D'))}{d(O, (DCC'D'))} = \frac{SG}{OG} = 1 \text{ và } \frac{d(O, (DCC'D'))}{d(A, (DCC'D'))} = \frac{1}{2} \text{ mà} \\ d(A, (DCC'D')) = \frac{AD}{2} = 1, \text{ hay } d(S, (DCC'D')) = 1. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD A'B'C'D'S} = 2 + \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{7}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 696. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ có độ dài các cạnh $SA = BC = 5a, SB = AC = 6a$ và $SC = AB = 7a$.

A. $V = \frac{35\sqrt{2}}{2}a^3$.

B. $V = \frac{35}{2}a^3$.

C. $V = 2\sqrt{95}a^3$.

D. $V = 2\sqrt{105}a^3$.

Lời giải.

Để giải bài này, ta có một chú ý như sau

Với tứ diện $ABCD$ có các cặp cạnh đối bằng nhau $AB = CD = a, AC = BD = b, AD = BC = c$ thì công thức tính nhanh thể tích tứ diện là $V = \frac{1}{6\sqrt{2}} \sqrt{(a^2 + b^2 - c^2)(b^2 + c^2 - a^2)(c^2 + a^2 - b^2)}$.

Thật vậy?

Dựng tứ diện $D.A'B'C'$ sao cho A, B, C lần lượt là trung điểm của $B'C', C'A', A'B'$. Khi đó tứ diện $D.A'B'C'$ có các cạnh DA', DB', DC' đôi một vuông góc.

Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{4}V_{DA'B'C'} = \frac{1}{24}DA' \cdot DB' \cdot DC'$.

$$\text{Lại có } \begin{cases} DA'^2 + DC'^2 = 4b^2 \\ DA'^2 + DB'^2 = 4a^2 \\ DB'^2 + DC'^2 = 4c^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} DA'^2 = 2(a^2 + b^2 - c^2) \\ DB'^2 = 2(a^2 - b^2 + c^2) \\ DC'^2 = 2(-a^2 + b^2 + c^2). \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } V_{ABCD} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \sqrt{(a^2 + b^2 - c^2)(b^2 + c^2 - a^2)(c^2 + a^2 - b^2)}.$$

Áp dụng vào tứ diện $S.ABCD$ ta có $V = 2\sqrt{95}a^3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 697.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a, BC = a$. Mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình bên). Gọi M là điểm nằm trên cạnh CD sao cho góc giữa BM và SA bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.BMDA$.

A. $\frac{5a^3}{6}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Đặt $CM = x$, trên tia đối DC lấy Q sao cho $DQ = x$

$\Rightarrow CM \parallel AQ$. Khi đó $(SA, CM) = (SA, AQ) = 60^\circ$.

Khi đó có 2 trường hợp $\widehat{SAQ} = 60^\circ$ hoặc $\widehat{SAQ} = 120^\circ$.

Xét trường hợp $\widehat{SAQ} = 120^\circ$.

Xét tam giác SAQ , ta có $SA = a\sqrt{2}, AQ = \sqrt{a^2 + x^2}$.

$$\Rightarrow SQ^2 = SA^2 + AQ^2 - 2SA \cdot AQ \cdot \cos 120^\circ = 3a^2 + x^2 + a\sqrt{2a^2 + 2x^2}.$$

Xét $\triangle SHQ$ vuông tại H có $SH^2 = SQ^2 + HQ^2$, với H là trung điểm của đoạn AB .

$$\Leftrightarrow a^2 + a^2 + (a+x)^2 = 3a^2 + x^2 + a\sqrt{2a^2 + 2x^2} \Leftrightarrow x = a \Rightarrow M \text{ là trung điểm } CD.$$

$$\Rightarrow S_{BMDA} = S_{ABCD} - S_{BCM} = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow V_{S.BMSA} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{BMDA} = \frac{a^3}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 698. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Mặt phẳng (α) cắt các cạnh AA', BB', CC' và DD' lần lượt tại M, N, P, Q . Biết $AM = \frac{1}{3}a, CP = \frac{2}{5}a$. Thể tích của khối đa diện $ABCD.MNPQ$ bằng

A. $\frac{11}{30}a^3$. B. $\frac{11}{15}a^3$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải.

Ta có $V_{ABCD.MNPQ} = V_{NMP.BAC} + V_{QMP.DAC}$.

Đặt $BN = x, QD = y$. Gọi O, O' lần lượt là trung điểm AC, MP .

Khi đó $x + y = MA + PC = 2OO' = \frac{11}{15}a$.

Ta có

$$\begin{aligned} V_{NMP.BAC} &= V_{N.ABC} + V_{N.AMPC} \\ &= \frac{1}{3}BN \cdot S_{ABC} + \frac{1}{3}BO \cdot S_{AMPC} \\ &= \frac{1}{3}x \cdot \frac{a^2}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{11\sqrt{2}a^2}{30} \\ &= \frac{xa^2}{6} + \frac{11a^3}{90}. \end{aligned}$$

Tương tự ta tính được $V_{QMP.DAC} = \frac{ya^2}{6} + \frac{11a^3}{90}$.

Vậy $V_{ABCD.MNPQ} = (x+y)\frac{a^2}{6} + \frac{11a^3}{45} = \frac{11a}{15} \cdot \frac{a^2}{6} + \frac{11a^3}{45} = \frac{11}{30}a^3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 699. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Biết rằng thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$.

C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Vì $SC \cap (ABCD) = C$ và $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng $\widehat{SCA}$
 $\Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Gọi cạnh hình vuông $ABCD$ bằng $x > 0$.

Tam giác $SAC \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 45^\circ = x\sqrt{2}$.

Thể tích $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot x\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3} \Leftrightarrow x = a.$$

Dựng hình bình hành $ACBE \Rightarrow AC \parallel BE \Rightarrow d(AC, SB) = d(AC, (SBE)) = d(A, (SBE))$.

Kẻ $AK \perp BE$ tại $K \Rightarrow AK = BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Kẻ $AH \perp SK$ tại $H \Rightarrow AH \perp (SBE) \Rightarrow d(A, (SBE)) = AH$.

Xét tam giác SAK vuông tại $A \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{5}{2a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{10}}{5}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 700. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 2a, AC = a$, các tam giác SBC và SCA lần lượt vuông tại B và C . Biết rằng khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính cosin của góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) .

A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{33}}{6}$.

Lời giải.

Kẻ $BH \perp SC$ tại H . Do $(SBC) \perp (SAC)$ theo giao tuyến SC nên $BH \perp (SAC)$. Từ đó theo giả thiết suy ra $BH = d(B, (SAC)) = a\sqrt{2}$.

Tam giác HAB vuông tại H , suy ra

$$HA = \sqrt{AB^2 - HB^2} = a\sqrt{2}.$$

Tam giác HAC vuông tại C , suy ra

$$HC = \sqrt{AH^2 - AC^2} = a.$$

Tam giác SBC vuông tại B , suy ra

$$SH = \frac{HB^2}{HC} = 2a.$$

Tam giác SAB , có

$$AB = 2a, SB = \sqrt{SH^2 + HB^2} = \sqrt{4a^2 + 2a^2} = a\sqrt{6}, SA = \sqrt{SC^2 + AC^2} = \sqrt{9a^2 + a^2} = a\sqrt{10}$$

nên là tam giác vuông tại B . Suy ra

$$S_{SAB} = \frac{1}{2}SB \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{6} \cdot 2a = a^2\sqrt{6}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } V = \frac{1}{3}BH \cdot S_{SAC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SC và (SAB) . Ta có

$$\begin{aligned} d(C, (SAB)) &= \frac{3V}{S_{SAB}} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2} : a^2\sqrt{6} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow SC \sin \alpha = \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ \Leftrightarrow \sin \alpha &= \frac{a\sqrt{3}}{2} : 3a = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{33}}{6}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 701. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng V . Gọi V' là thể tích khối đa diện có các đỉnh là trung điểm của các cạnh của khối tứ diện $ABCD$, tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}.$

B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}.$

C. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}.$

D. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}.$

Lời giải.

Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của AB, AC, AD, BC, BD, CD .

V' là thể tích của khối đa diện $PMNSRQ$. Kí hiệu V_1, V_2, V_3, V_4 lần lượt là thể tích của các khối $AMNP, BMQR, CNQS, DPRS$.

Ta có

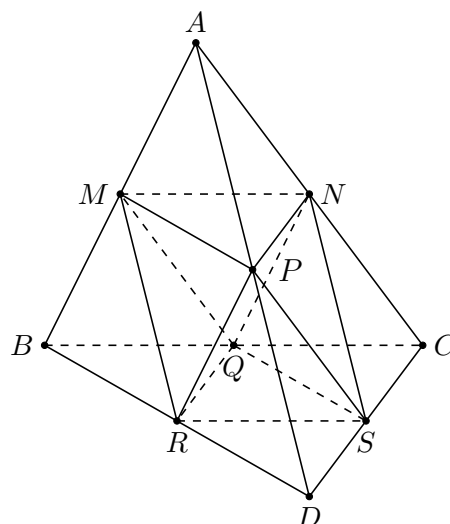
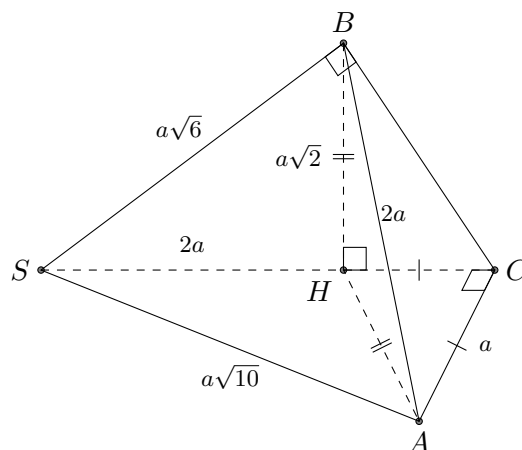
$$\begin{aligned} V' &= V - (V_1 + V_2 + V_3 + V_4) \\ &= V - \left(\frac{1}{8}V + \frac{1}{8}V + \frac{1}{8}V + \frac{1}{8}V \right) = \frac{V}{2}. \end{aligned}$$

Hay $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}.$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 702. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC .

Ta có $BC \perp AM$ và $BC \perp A'G$ nên $BC \perp (A'AM)$, suy ra $BC \perp A'A$.

Thể tích của khối đa diện $A'ABC$ là

$$\begin{aligned} V_{A'ABC} &= \frac{1}{6} \cdot A'A \cdot BC \cdot d(A'A, BC) \cdot \sin(A'A, BC) \\ &= \frac{1}{6} \cdot A'A \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = A'A \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{24}. \end{aligned} \quad (3)$$

Mặt khác thể tích của khối đa diện $A'ABC$ cũng bằng

$$V_{A'ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot A'G = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot A'G = A'G \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{12}. \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra

$$\begin{aligned} A'A \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{24} &= A'G \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{12} \Leftrightarrow A'A = 2A'G \Leftrightarrow A'A^2 = 4A'G^2 \Leftrightarrow A'G^2 + AG^2 = 4A'G^2 \\ &\Leftrightarrow A'G^2 = \frac{AG^2}{3} \Leftrightarrow A'G^2 = \frac{a^2}{9} \Leftrightarrow A'G = \frac{a}{3}. \end{aligned}$$

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = S_{ABC} \cdot A'G = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 703. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = AD = a$, $AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh $A'D'$ và $A'B'$. Tính thể tích khối chóp $A.BDMN$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

B. $V = \frac{3a^3}{16}$.

C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$.

D. $V = \frac{a^3}{16}$.

Lời giải.

Gọi E là giao điểm của BN và DM .

Ta có $MN \parallel B'D'$, $B'D' \parallel BD$ nên $MN \parallel BD$.

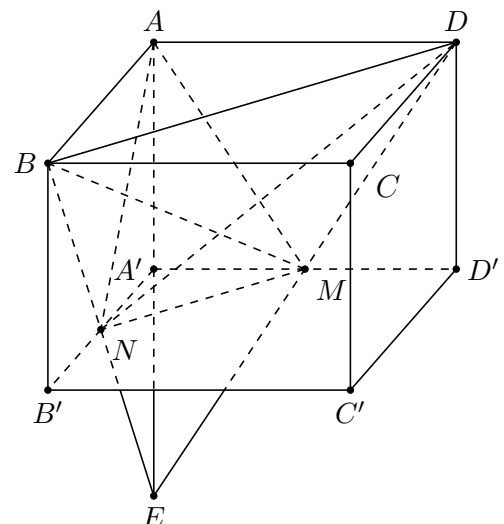
Lại có $MN = \frac{1}{2}B'D' = \frac{1}{2}BD$.

Vậy M, N lần lượt là trung điểm của DE, BE suy ra $EM = MD = MA$.

Xét hai tam giác vuông $A'AM$ và $A'EM$ có $A'M$ chung và $AM = EM$ nên chúng bằng nhau, suy ra $A'A = A'E$.

Mặt khác $AE \perp (A'B'C'D')$ nên E chính là điểm đối xứng với A qua $(A'B'C'D')$.

Suy ra $V_{A.A'MN} = V_{E.A'MN}$.



Xét tam giác ABD có $AB = AD = a$ và $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên nó là tam giác đều cạnh a . Diện tích của nó bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta có $\frac{V_{E.A'MN}}{V_{E.ADB}} = \frac{EA'}{EA} \cdot \frac{EM}{ED} \cdot \frac{EN}{EB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ hay $V_{E.A'MN} = V_{A.A'MN} = \frac{1}{8}V_{E.ADB}$.

Do đó thể tích của khối đa diện $A.BDMN$ là

$$V_{A.BDMN} = V_{E.ADB} - 2V_{E.A'MN} = \frac{3}{4}V_{E.ADB} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^2}{16}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 704. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $BC = a$, $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Hình chiếu vuông góc của điểm B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là trung điểm cạnh $A'B'$, góc giữa mặt phẳng $(AC'D')$ và mặt đáy lăng trụ bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. B. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải.

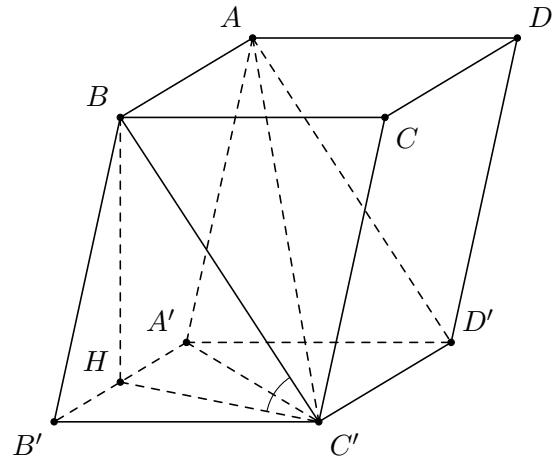
Gọi H là trung điểm cạnh $A'B'$. Vì tam giác $A'B'C'$ và tam giác $A'D'C'$ là các tam giác đều nên

$$\widehat{HC'D'} = \widehat{HC'A'} + \widehat{A'C'D'} = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ.$$

Hay $HC' \perp C'D'$. Hơn nữa, $C'D' \perp BH$. Do đó $C'D' \perp (BHC')$, suy ra $C'D' \perp BC'$. Nên góc giữa mặt phẳng $(AC'D')$ và mặt đáy là $\widehat{BC'H}$.

Xét tam giác $BC'H$ vuông tại H , ta có

$$BH = \tan 60^\circ \cdot HC' = \sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2}.$$



Diện tích hình thoi $A'B'C'D'$ là $S_{A'B'C'D'} = 2 \cdot S_{\Delta A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

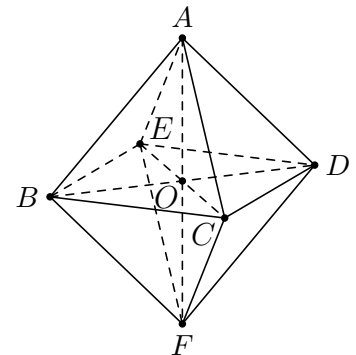
Vậy thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = S_{A'B'C'D'} \cdot BH = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 705.

Cho khối tám mặt đều $ABCDEF$ (như hình vẽ) có thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và EF .

A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.



Lời giải.

Ta có $EF \parallel AC$ nên $EF \parallel (ACD)$, suy ra

$$d(EF, AD) = d(EF, (ACD)) = d(E, (ACD)) = 2d(O, (ACD)).$$

Giả sử x là độ dài cạnh của khối tám mặt đều $ABCDEF$, khi đó $OA = \frac{\sqrt{2}x}{2}$, nên

$$\frac{a^3\sqrt{2}}{3} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot AO \cdot BC^2 = \frac{x^3\sqrt{2}}{3} \Rightarrow x = a.$$

Do đó

$$\frac{1}{[d(O, (ACD))]^2} = \frac{1}{AO^2} + \frac{1}{CO^2} + \frac{1}{DO^2} = \frac{6}{x^2}.$$

Suy ra $d(O, (ACD)) = \frac{x\sqrt{6}}{6}$. Vậy $d(EF, AD) = \frac{x\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 706. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $BC = 2a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Biết $SA = SB = SC = 3a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 2a^3\sqrt{6}$. B. $V = a^3\sqrt{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) . Suy ra H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Do đó H là trung điểm BC .

Ta có

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot BC \sin 30^\circ \cdot BC \sin 30^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Xét $\triangle SAH$,

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{9a^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a.$$

Vậy

$$V = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot 2\sqrt{2}a = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 707. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, cạnh đáy $AD = 2BC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Mặt phẳng (DMN) cắt SC tại P . Tính $m = \frac{V_{S.MNPD}}{V_{S.ABCD}}$.

A. $m = \frac{2}{9}$. B. $m = \frac{5}{18}$. C. $m = \frac{1}{18}$. D. $m = \frac{7}{18}$.

Lời giải.

Do $MN \parallel (ABCD)$ nên $(DMN) \cap (ABCD) = DE$ với $ABED$ là hình bình hành.

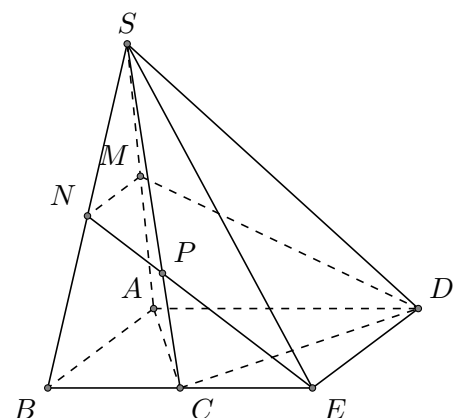
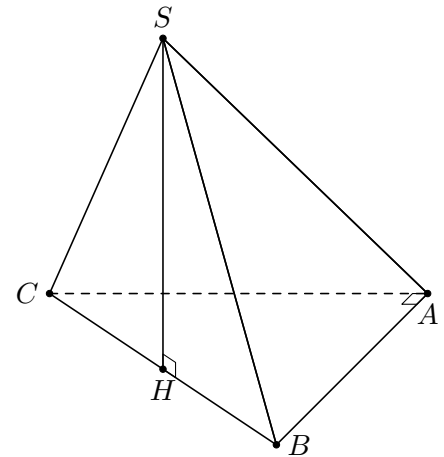
$\Rightarrow SC \cap EN = P$ và P là trọng tâm tam giác SBE .

$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\text{hay } V_{S.MNP} = \frac{1}{6}V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3}V_{S.ABCD} = \frac{1}{18}V_{S.ABCD}.$$

$$\frac{V_{S.MPD}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{hay } V_{S.MPD} = \frac{1}{3}V_{S.ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}V_{S.ABCD}.$$



$$V_{S.MNPD} = V_{S.MNP} + V_{S.MPN} = \frac{1}{18}V_{S.ABCD} + \frac{2}{9}V_{S.ABCD} = \frac{5}{18}V_{S.ABCD}.$$

Vậy ta suy ra $m = \frac{V_{S.MNPD}}{V_{S.ABCD}} = \frac{5}{18}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 708. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SD = a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn BD sao cho $HD = 3HB$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và SB .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{40}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{30}}{8}$.

Lời giải.

Gọi $AC \cap BD = O$, suy ra $OM \parallel SB$,

mà $\begin{cases} SB \not\subset (AMC) \\ OM \subset (AMC) \end{cases} \Rightarrow SB \parallel (AMC).$

Vậy $d(SB, MC) = d(SB, (AMC))$

$$= d(B, (AMC)) = d(D, (AMC)).$$

Có $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $BD = 2BO = 2\frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ nên

$$HD = \frac{3}{4}BD = \frac{3\sqrt{3}a}{4}.$$

$$SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{2a^2 - \left(\frac{3\sqrt{3}}{4}a\right)^2} = \frac{\sqrt{5}a}{4} \text{ suy ra } d(M, (ACD)) = \frac{1}{2}SH = \frac{\sqrt{5}}{8}a.$$

$$V_{MACD} = \frac{1}{3}d(M, (ACD)) \cdot S_{ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{5}}{8} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{15}a^3}{96}.$$

$$BH = \frac{1}{4}BD = \frac{a\sqrt{3}}{4}, SB = \sqrt{SH^2 + HB^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}}{4}a\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

nên $OM = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{2}}{4}$, $AC = a$.

Ta có $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD) \Rightarrow AC \perp OM.$

$$S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} \cdot MO \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}a^2}{8}.$$

Mặt khác $V_{MACD} = \frac{1}{3}d(D, (AMC)) \cdot S_{AMC} \Leftrightarrow d(D, (AMC)) = \frac{3 \cdot V_{MACD}}{S_{AMC}} = \frac{\sqrt{30}a}{8}.$

Vậy $d(SB, MC) = \frac{\sqrt{30}a}{8}.$

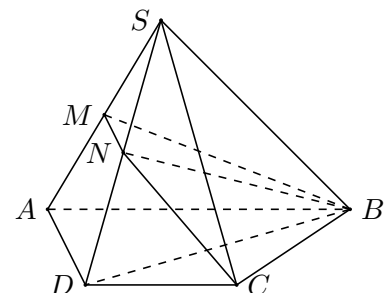
Chọn đáp án **(D)** □

Câu 709. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$. Gọi M, N tương ứng là trung điểm của SA và SD . Tính tỉ số $\frac{V_{S.BCNM}}{V_{S.BCDA}}$.

A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải.

Ta có: $S_{BCD} = \frac{1}{2}DB \cdot DC \cdot \sin \widehat{CDB} = \frac{1}{2}DB \cdot \frac{1}{2}BA \cdot \sin \widehat{BDA} = \frac{1}{2}S_{ABD}.$



Do đó, $S_{BCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}$ và $S_{ABD} = \frac{2}{3}S_{ABCD}$.

Vì vậy, $V_{S.ABD} = \frac{2}{3}V_{S.ABCD}$ và $V_{S.BCD} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD}$.

Ta có $\frac{V_{S.BMN}}{V_{S.BAD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.BMN} = \frac{1}{4}V_{S.BAD} = \frac{1}{6}V_{S.ABCD}$.

Ta có $\frac{V_{S.BMC}}{V_{S.BAD}} = \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.BMC} = \frac{1}{2}V_{S.BCD} = \frac{1}{6}V_{S.ABCD}$.

Vậy $V_{S.BMNC} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 710. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD$, $BCC'B'$, $CDD'C'$ lần lượt là 2, 3, 6 đvdt. Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. 36 đvtt.

B. 6 đvtt.

C. 8 đvtt.

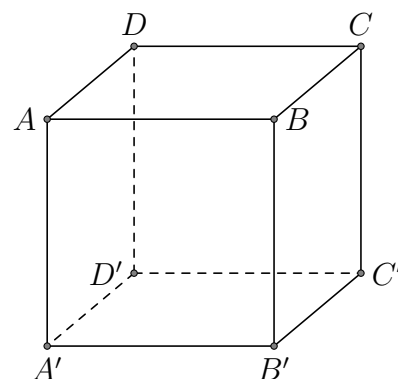
D. 12 đvtt.

Lời giải.

Giả sử $AB = a$, $AD = b$, $AD' = c$. Vì diện tích các mặt $ABCD$, $BCC'B'$, $CDD'C'$ lần lượt là 2, 3, 6 đvdt nên

$$\begin{cases} ab = 2 \\ bc = 3 \Rightarrow (abc)^2 = 36 \Leftrightarrow abc = 6. \\ ac = 6 \end{cases}$$

Vậy thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là 6 đvtt.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 711. Một hình nón được sinh ra do tam giác đều cạnh $2a$ quay quanh đường cao của nó. Tính thể tích của khối nón.

A. $\frac{\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\pi a^3\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Bán kính đáy $r = a$, chiều cao $h = a\sqrt{3}$, đường sinh $l = 2a$, do đó thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 712. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, S là điểm đối xứng với O qua CD' . Thể tích của khối đa diện $ABCDSA'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. $\frac{2a^3}{2}$.

C. $\frac{7a^3}{6}$.

D. $\frac{4a^3}{3}$.

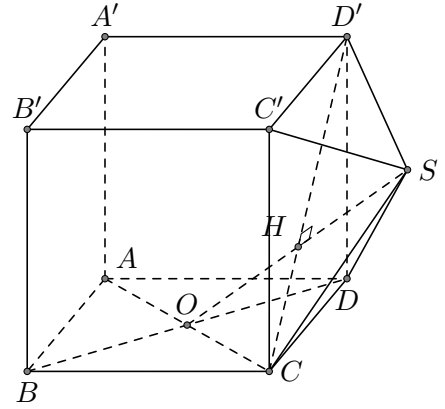
Lời giải.

$$V_{ABCD SA'B'C'D'} = V_{ABCD A'B'C'D'} + V_{SC'D'DC} = a^3 + V_{SC'D'DC}.$$

Vì S là điểm đối xứng với O qua CD' nên khoảng cách từ O đến $(CDD'C')$ bằng khoảng cách từ S đến $(CDD'C')$, suy ra $d_{(S, (CDD'C'))} = \frac{a}{2}$.

Thể tích khối chóp $SC'D'DC$ là

$$V_{SC'D'DC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3}{6}.$$



Vậy thể tích khối đa diện $ABCD SA'B'C'D'$ là $\frac{7a^3}{6}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 713. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và CD . Cho biết MN tạo với mặt đáy một góc bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{30}}{18}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải.

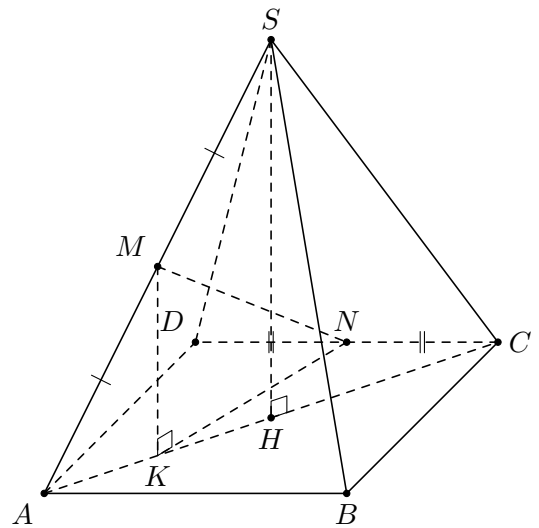
Gọi H là chân đường cao hạ từ S của hình chóp. Khi đó H là tâm của hình vuông $ABCD$.

Kẻ $MK \parallel SH$, suy ra K là trung điểm của AH . Do đó

$$CK = \frac{3}{4}CA = \frac{3a\sqrt{2}}{4}.$$

Khi đó góc tạo bởi MN và đáy là góc $\widehat{MKN}$.

$$\begin{aligned} KN^2 &= CK^2 + CN^2 - 2 \cdot CK \cdot CN \cdot \cos \widehat{KCN} \\ &= \left(\frac{3a\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{a}{2} \cos 45^\circ \\ &= \frac{5}{8}a^2. \\ \Rightarrow KN &= \frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}. \end{aligned}$$



Xét $\triangle MKN$ vuông tại K :

$$MK = NK \cdot \tan \widehat{MKN} = \frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{30}}{12} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{30}}{6}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{30}}{6} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{30}}{18}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 714. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M và N lần lượt là tâm của các hình vuông $ABCD$ và $DCC'D'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối lập phương thành hai phần có thể tích là V_1 và V_2 ($V_1 < V_2$). Tính tỷ số $\frac{V_2}{V_1}$.

A. $\frac{5}{3}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. 2.

Lời giải.

Mở rộng mặt phẳng $(A'MN)$ như hình vẽ ta thấy khối lập phương bị chia thành hai phần.

Do $V_1 < V_2$ nên phần có thể tích V_1 là khối $AEFD.A'PD'$.

Chia khối này thành 3 hình chóp: $A'.AD'PE$, $D'.ADFE$, $E.D'PF$.

Gọi cạnh hình lập phương là a .

Khi đó $AE = D'P = \frac{a}{3}$, $DF = \frac{2a}{3}$, $AD = a\sqrt{2}$;

$$d(A', (AD'PE)) = \frac{A'D}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2};$$

$$S_{AD'PE} = AE \cdot AD' = \frac{a}{3} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{3};$$

$$S_{AEFD} = \frac{S_{ABCD}}{2} = \frac{a^2}{2};$$

$$S_{D'PF} = \frac{1}{2} \cdot d(F, D'P) \cdot D'P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^2}{6}.$$

Do đó:

$$V_{A'.AD'PE} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{3} = \frac{a^3}{9}; V_{D'.ADFE} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{6}; V_{E.D'PF} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2}{6} = \frac{a^3}{18}.$$

$$\text{Suy ra } V_1 = \frac{a^3}{9} + \frac{a^3}{6} + \frac{a^3}{18} = \frac{a^3}{3}.$$

$$\Rightarrow V_2 = a^3 - V_1 = \frac{2a^3}{3}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_2}{V_1} = 2.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 715. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với tâm O của tam giác ABC . Một $mp(P)$ chứa BC và vuông góc với AA' , cắt hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo một thiết diện có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của BC .

$$\text{Ta có } AI = AB \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \frac{2}{3}AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Giả sử (P) cắt AA' tại H . Lúc đó

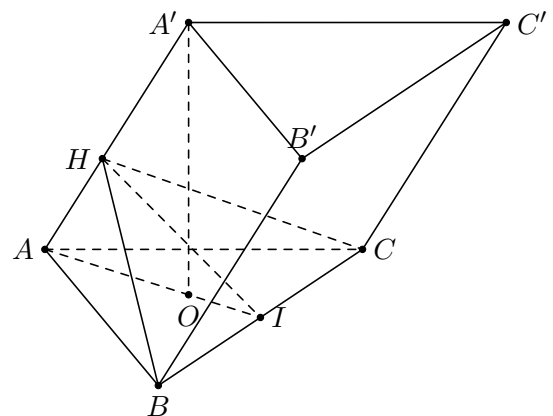
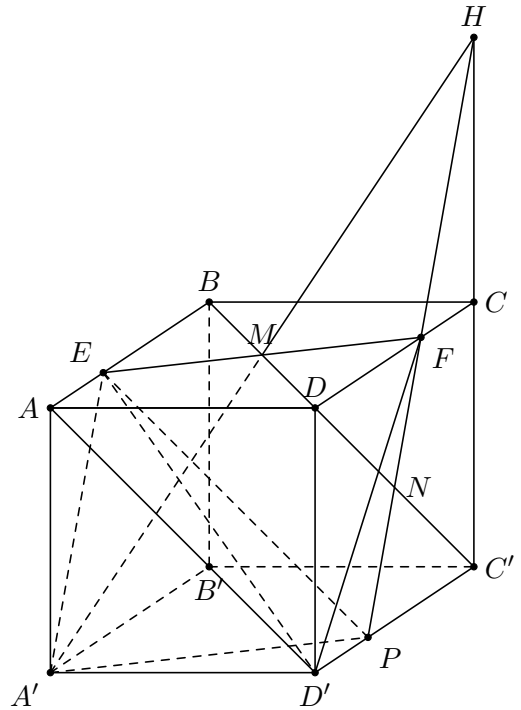
$$S_{\triangle HBC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Trong $\triangle AA'I$ ta có

$$AI \cdot A'O = HI \cdot AA' \Rightarrow AA' = 2A'O.$$

$$\text{Lại có } AA'^2 = AO^2 + A'O^2 \Rightarrow A'O = \frac{a}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = A'O \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$



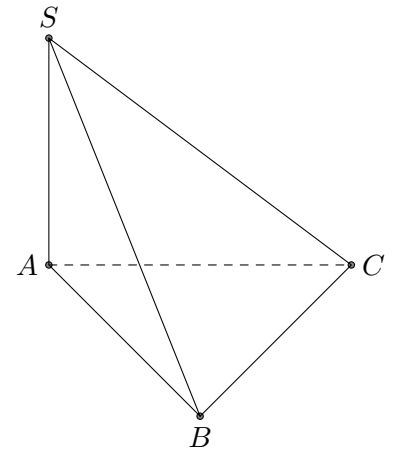
Chọn đáp án **A**

□

Câu 716.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , SA vuông góc với (ABC) . Diện tích tam giác SBC bằng $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.



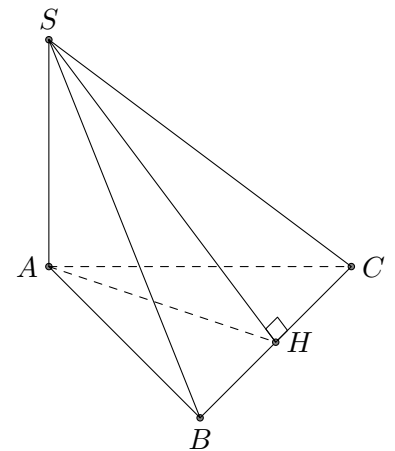
Lời giải.

Kẻ $SH \perp BC$ (H là trung điểm của BC).

$$\text{Khi đó } SH = \frac{2S_{SBC}}{BC} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{2}}{a} = a\sqrt{3}.$$

$$SA = \sqrt{SH^2 - AH^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$



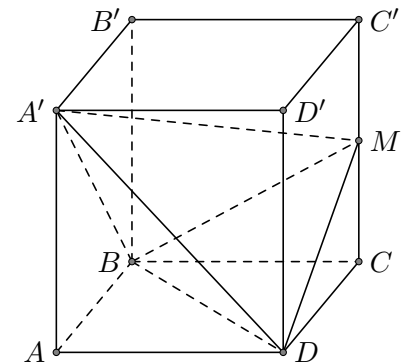
Chọn đáp án **A**

□

Câu 717.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $AA' = b$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Tính theo a và b thể tích V của khối tứ diện $BDA'M$.

- A. $V = \frac{a^2b}{4}$. B. $V = \frac{a^2b}{6}$. C. $V = \frac{a^2b}{2}$. D. $V = \frac{a^2b}{2}$.



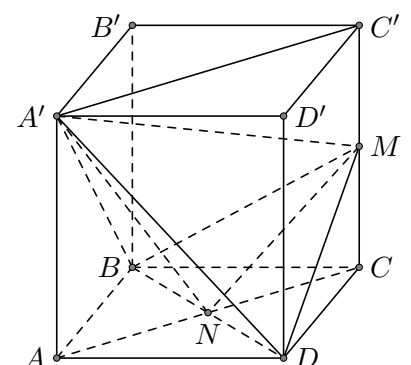
Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Gọi } N \text{ là trung điểm của } BD. \text{ Ta có } BD \perp (ACC'A') \text{ nên } V &= V_{D.MNA'} + V_{B.MNA'} = \frac{1}{3}DN \cdot S_{MNA'} + \frac{1}{3}BN \cdot S_{MNA'} \\ &= \frac{1}{3}BD \cdot S_{MNA'}. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } BD = a\sqrt{2}.$$

$$\begin{aligned} S_{MNA'} &= S_{ACC'A'} - (S_{AA'N} + S_{A'C'M} + S_{MCN}) \\ &= a\sqrt{2} \cdot b - \frac{1}{2} \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot b + a\sqrt{2} \cdot \frac{b}{2} + \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{b}{2} \right) = \frac{3\sqrt{2}a^2b}{8}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}BD \cdot S_{MNA'} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{3\sqrt{2}a^2b}{8} = \frac{a^2b}{4}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 718.

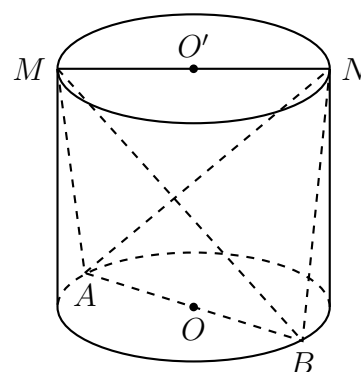
Cho hình trụ có đường cao h , các đường tròn đáy lần lượt là $(O; R)$ và $(O'; R)$. AB là đường kính cố định của $(O; R)$ và MN là một đường kính thay đổi trên $(O'; R)$. Tính giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $MNAB$.

A. $V_{\max} = \frac{2R^2h}{3}$.

B. $V_{\max} = \frac{R^2h}{3}$.

C. $V_{\max} = 2R^2h$.

D. $V_{\max} = \frac{R^2h}{6}$.



Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} V_{MNAB} &= \frac{1}{6} MN \cdot AB \cdot d_{MN, AB} \cdot \sin(\angle AB, MN) \\ &= \frac{1}{6} MN \cdot AB \cdot OO' \cdot \sin(\angle AB, MN) \\ &\leq \frac{1}{6} MN \cdot AB \cdot OO' = \frac{1}{6} \cdot (2R) \cdot (2R) \cdot h = \frac{2R^2h}{3}. \end{aligned}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\sin(\angle MN, AB) = 1 \Leftrightarrow MN \perp AB$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 719. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh bằng a và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng 60° , điểm A' cách đều các điểm A, B, D . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' xuống mặt phẳng $(ABCD)$. Vì A' cách đều A, B, D nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD .

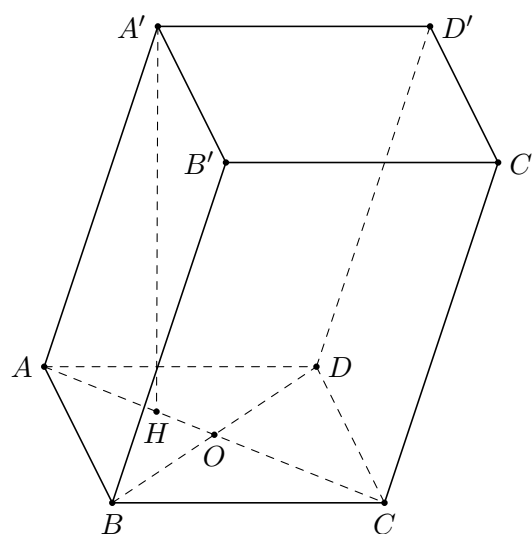
Từ giả thiết ta có tam giác ABD đều có cạnh bằng a ,

$AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{A'AH} = 60^\circ$.

Từ đó đường cao của lăng trụ là $A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = a$.

Diện tích đáy $ABCD$ bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích của lăng trụ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 720. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có $AD = 4$, $AB = 4\sqrt{3}$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng hai lần khoảng cách từ A đến CD . Gọi M, N, P lần lượt thuộc đoạn SA, SB, SC sao cho $SA = 2SM$, $SN = 2NB$, $SP = 3NC$. Tính thể tích khối đa diện $SMNPD$.

A. $\frac{20\sqrt{3}}{3}$.

B. $8\sqrt{3}$.

C. $10\sqrt{3}$.

D. $\frac{40\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABC} = S_{ACD} = \frac{1}{2}BA \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC} = 12$.

$\Rightarrow S_{ABCD} = 24$.

Ta có $d(S, (ABCD)) = 2d(A, CD) = 2 \cdot \frac{2S_{ACD}}{CD} = 4\sqrt{3}$.

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot d(S, (ABCD)) = 32\sqrt{3}$.

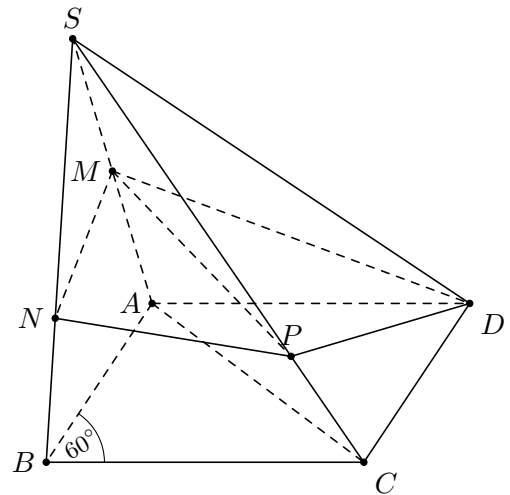
$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{4}$.

$\Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{1}{4}V_{S.ABC} = \frac{1}{8}V_{S.ABCD} = 4\sqrt{3}$.

$\frac{V_{S.MPD}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{3}{8}$.

$\Rightarrow V_{S.MPD} = \frac{3}{8}V_{S.ABC} = \frac{3}{16}V_{S.ABCD} = 6\sqrt{3}$.

Suy ra $V_{S.MNPD} = V_{S.MNP} + V_{S.MPD} = 10\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 721. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 3a$, $AC = 4a$, $AD = 5a$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm các tam giác DAB, DBC, DCA . Tính thể tích V của tứ diện $DMNP$ khi thể tích tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $V = \frac{10a^3}{4}$.

B. $V = \frac{80a^3}{27}$.

C. $V = \frac{20a^3}{27}$.

D. $V = \frac{120a^3}{27}$.

Lời giải.

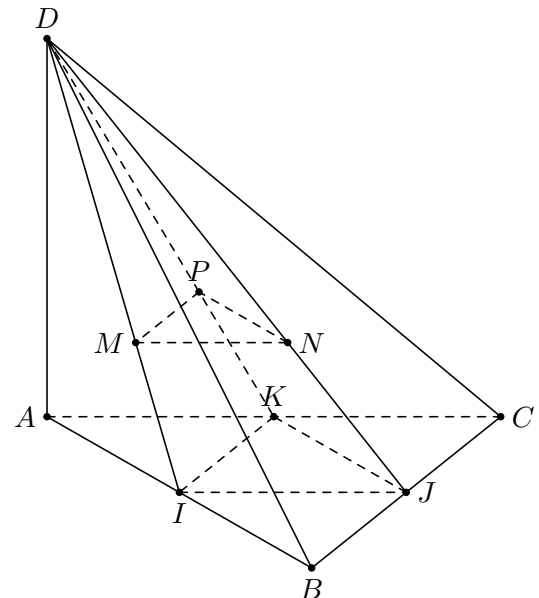
Ta có

$$\begin{aligned} V_{ABCD} &= \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot d(D, (ABC)) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot AD \\ &\leq \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} \cdot AD = 10a^3. \end{aligned}$$

Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA .

$\frac{V_{DMNP}}{V_{DIJK}} = \frac{DM}{DI} \cdot \frac{DN}{DJ} \cdot \frac{DP}{DK} = \frac{8}{27}$ và $\frac{V_{DIJK}}{V_{DABC}} = \frac{1}{4}$.

$\Rightarrow \frac{V_{DMNP}}{V_{DABC}} = \frac{2}{27} \Rightarrow V_{DMNP} = \frac{2}{27} \cdot 10a^3 = \frac{20a^3}{27}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 722. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}$, $\frac{BN}{BB'} = \frac{2}{3}$ và mặt phẳng (MNP) chia lăng trụ thành hai phần có thể tích bằng nhau. Khi đó tỉ số $\frac{CP}{CC'}$ là

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{5}{12}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Đặt $\frac{CP}{CC'} = x$, chiều cao lăng trụ là h , diện tích đáy là S , thể tích là V .

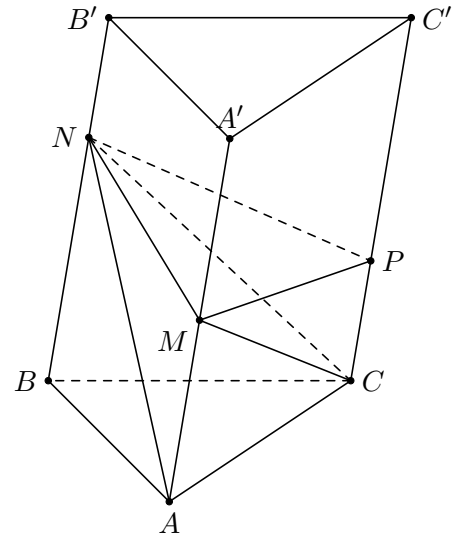
$$\text{Ta có } V_1 = V_{NBAC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}h \cdot S = \frac{2}{9}V.$$

$$V_2 = V_{NMAC} = V_{BMAC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}h \cdot S = \frac{1}{6}V.$$

$$V_3 = V_{NMPC} = V_{BMPC} = V_{BAPC} = \frac{1}{3} \cdot xh \cdot S = \frac{x}{3}V.$$

Mà (MNP) chia lăng trụ thành hai phần có thể tích bằng nhau nên

$$\frac{V_1 + V_2 + V_3}{V} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{9} + \frac{1}{6} + \frac{x}{3} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 723. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có mặt bên $ABB'A'$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $A'A = 2a$; khoảng cách giữa hai đường thẳng DD' và BA' là a . Tính thể tích V của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $6a^3$.

B. a^3 .

C. $2a^3$.

D. $\frac{2}{3}a^3$.

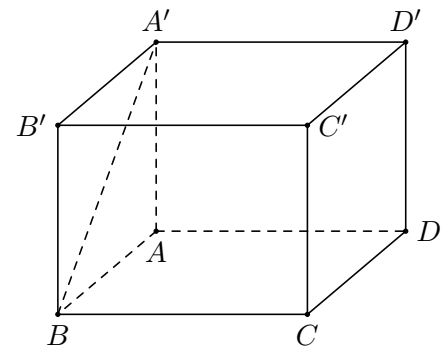
Lời giải.

Coi mặt bên $ABB'A'$ là mặt đáy của hình hộp, ta có diện tích đáy của hình hộp là $S = AB \cdot AA' = 2a^2$.

Do $DD' \parallel AA'$ nên ta có

$$d(DD', BA') = d(DD', (ABB'A')) = d(D, (ABB'A')) = h = a.$$

Từ đó suy ra thể tích khối hộp là $V = S \cdot h = 2a^3$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 724. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = x$, tất cả các cạnh còn lại có độ dài bằng 2. Gọi S là diện tích tam giác ABC , h là khoảng cách từ D đến mặt phẳng (ABC) . Với giá trị nào của x thì biểu thức $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$ đạt giá trị lớn nhất?

A. $x = \sqrt{6}$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2\sqrt{6}$.

D. $x = 2$.

Lời giải.

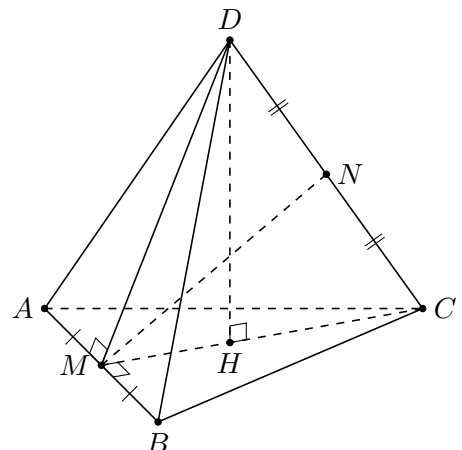
Gọi M là trung điểm AB , N là trung điểm CD .

Kẻ $DH \perp CM$ tại H .

Ta có

$$\begin{cases} AB \perp DM \\ AB \perp CM \end{cases} \Rightarrow AB \perp (DCM) \Rightarrow AB \perp DH.$$

$$\begin{cases} DH \perp AB \\ DH \perp CM \end{cases} \Rightarrow DH \perp (ABC) \Rightarrow DH = h.$$



Tính:

$$— CM = \sqrt{AC^2 - AM^2} = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}} = \frac{\sqrt{16 - x^2}}{2}.$$

$$— MN = \sqrt{CM^2 - NC^2} = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4} - 1} = \frac{\sqrt{12 - x^2}}{2}.$$

$$— MN \cdot CD = DH \cdot CM \Rightarrow h = DH = \frac{MN \cdot CD}{CM} = \frac{\frac{\sqrt{12 - x^2}}{2} \cdot 2}{\frac{\sqrt{16 - x^2}}{2}} = \frac{2\sqrt{12 - x^2}}{\sqrt{16 - x^2}}.$$

$$— S = S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CM = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{\sqrt{16 - x^2}}{2} = \frac{x \cdot \sqrt{16 - x^2}}{4}.$$

$$— V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{x \cdot \sqrt{16 - x^2}}{4} \cdot \frac{2\sqrt{12 - x^2}}{\sqrt{16 - x^2}} = \frac{1}{6} \cdot x \cdot \sqrt{12 - x^2}.$$

Áp dụng bất đẳng thức $AM - GM$ cho hai số dương x^2 và $12 - x^2$, ta có

$$x^2 + (12 - x^2) \geq 2 \cdot \sqrt{x^2(12 - x^2)} \Leftrightarrow 12 \geq 2x \cdot \sqrt{12 - x^2} \Leftrightarrow 1 \geq \frac{1}{6}x \cdot \sqrt{12 - x^2} \Leftrightarrow V \leq 1.$$

Dấu “=” xảy ra khi $x^2 = 12 - x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{6}$. Vậy V đạt giá trị lớn nhất khi $x = \sqrt{6}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 725. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , cạnh đáy bằng $2a$. Biết SO vuông góc với đáy, góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng bao nhiêu?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

B. $2a^3$.

C. $\frac{2a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên BC , K là hình chiếu vuông góc của O trên SH . $d(O, (SBC)) = OK = \frac{a}{2}$.

$\triangle OBC$ vuông tại O có

$$OC = BC \cdot \sin \widehat{OBC} = BC \cdot \sin 30^\circ = a \Rightarrow AC = 2a.$$

$$\text{và } OB = BC \cdot \cos \widehat{OBC} = BC \cdot \cos 30^\circ = a\sqrt{3} \Rightarrow BD = 2a\sqrt{3}.$$

$\triangle OBH$ vuông tại H có

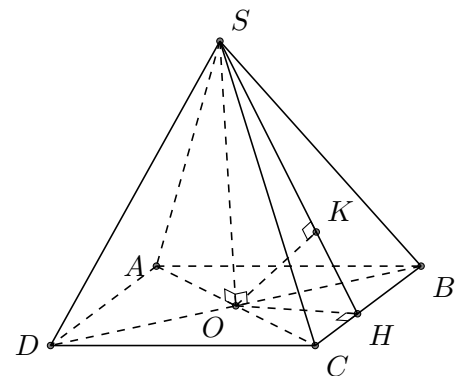
$$OH = OB \cdot \sin \widehat{OBH} = OB \cdot \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$\triangle SOH$ vuông tại O đường cao OK nên ta có

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{SO^2} \Rightarrow SO = \sqrt{\frac{OH^2 \cdot OK^2}{OH^2 - OK^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Khi đó } S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = 2a^2\sqrt{3} \text{ và } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **D** □



Câu 726. Cho hình hộp chữ nhật có độ dài các cạnh là 3, 4, 5. Nối tâm 6 mặt của hình hộp chữ nhật ta được khối 8 mặt. Thể tích của khối 8 mặt đó là

A. 10.

B. $10\sqrt{2}$.

C. 12.

D. $\frac{75}{12}$.

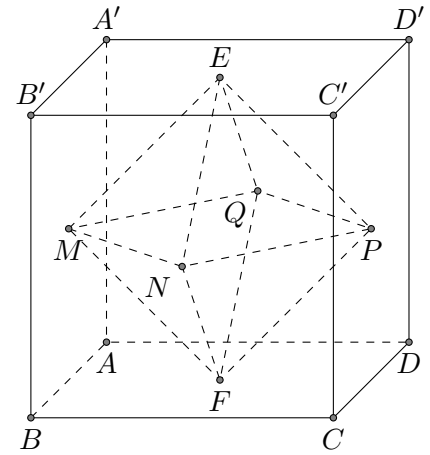
Lời giải.

Gọi $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật có $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 5$. Nội tâm 6 mặt của hình hộp chữ nhật ta được khối 8 mặt là $MNPQEF$.

Ta có $MP \perp NQ$, $EF \perp (MNPQ)$, $MP = AD = 4$, $NQ = AB = 3$ và $EF = AA' = 5$.

Thể tích khối 8 mặt $MNPQEF$ là

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot EF \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot MP \cdot NQ \cdot EF \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \\ &= 10. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 727. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 8a$, $BC = 5a$, $CA = 7a$; các mặt phẳng (SAB) , (SBC) , (SCA) cùng tạo với mặt đáy (ABC) một góc 60° và hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy thuộc miền trong của tam giác ABC . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

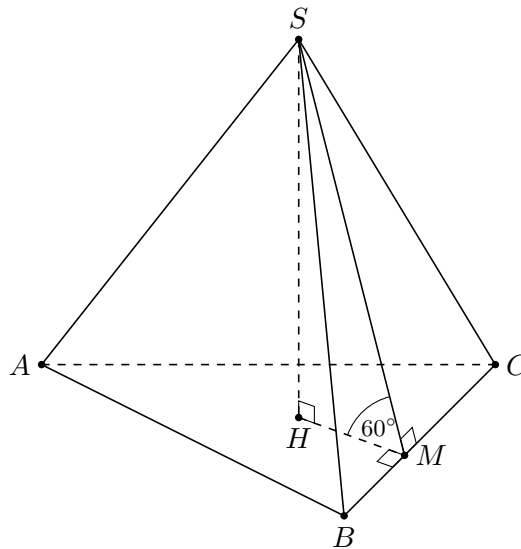
A. $a\sqrt{6}$.

B. $6a$.

C. $2a\sqrt{3}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.



Các mặt phẳng (SAB) , (SBC) , (SCA) cùng tạo với mặt đáy (ABC) một góc 60° nên hình chiếu của đỉnh S trên mặt phẳng đáy trùng với tâm đường tròn nội tiếp H của tam giác ABC . Vẽ $HM \perp BC$, $M \in BC$. Ta có HM là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC và $\widehat{AMH} = 60^\circ$.

Ta có nửa chu vi tam giác ABC là

$$p = \frac{AB + BC + CA}{2} = \frac{8a + 5a + 7a}{2} = 10a.$$

Áp dụng công thức Hê-rông, ta có

$$S_{\triangle ABC} = 10a^2\sqrt{3}.$$

Mặt khác

$$S_{\triangle ABC} = p \cdot HM \Rightarrow HM = \frac{S_{\triangle ABC}}{p} = a\sqrt{3}.$$

Suy ra

$$SM = \frac{HM}{\cos 60^\circ} = 2a\sqrt{3}, SH = HM \cdot \tan 60^\circ = 3a.$$

Thể tích hình chóp $S.ABC$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = 10a^3\sqrt{3}.$$

Diện tích tam giác SBC

$$S_{\triangle SBC} = \frac{1}{2} \cdot SM \cdot BC = 5a^2\sqrt{3}.$$

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC)

$$d(A, (SBC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\triangle SBC}} = \frac{3 \cdot 10a^3\sqrt{3}}{5a^2\sqrt{3}} = 6a.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 728. Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại C , $AB = 2a$, $\widehat{CAB} = 30^\circ$. Gọi H là hình chiếu của A trên SC , B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (SAC) .

Thể tích của khối chóp $H.AB'B$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{7}$. B. $\frac{6a^3\sqrt{3}}{7}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{7}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải.

Kẻ $HI \parallel SA$, với $I \in AC$ khi đó ta được $HI \perp (AB'B)$.

Xét tam giác ABC ta có $\cos \widehat{CAB} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$.

Do đó $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = a$.

Xét tam giác vuông SAC ta có $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{7}$

và $HC \cdot SC = AC^2$.

$$\text{Do đó } HC = \frac{AC^2}{SC} = \frac{3\sqrt{7}a}{7}.$$

Ta dễ thấy $\triangle CIH \sim \triangle CAS$ do đó $\frac{HI}{SA} = \frac{HC}{SC}$.

$$\text{Do đó } HI = \frac{SA \cdot HC}{SC} = \frac{6a}{7}.$$

$$\text{Vậy } V_{H.AB'B} = \frac{1}{3} HI \cdot S_{\triangle AB'B} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6a}{7} \cdot \frac{1}{2} AC \cdot BB'$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{6a}{7} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot 2a = \frac{2\sqrt{3}}{7} a^3.$$

Chọn đáp án **(D)**

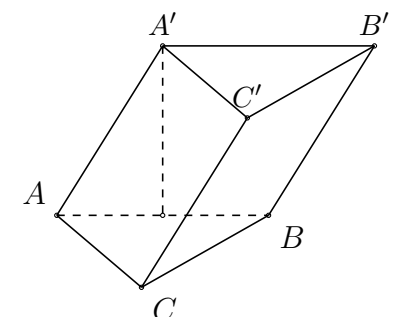
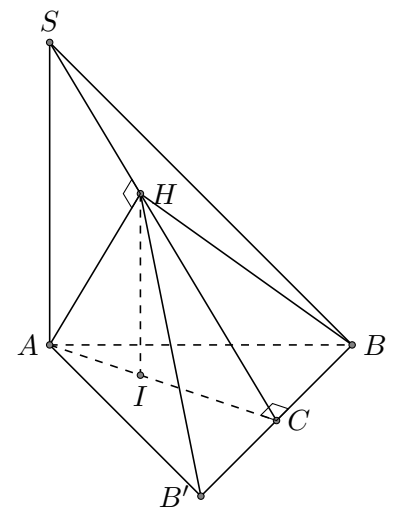
□

Câu 729.

Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AB . Nếu AC' và $A'B$ vuông góc với nhau thì khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{8}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{24}$.

Lời giải.



Diện tích đáy là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi H, H' lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$ và $K = AH' \cap A'B$.

Ta có $CH \perp AB, CH \perp A'H \Rightarrow CH \perp (AA'B'B) \Rightarrow C'H' \perp (AA'B'B) \Rightarrow C'H' \perp A'B$.

Lại có $A'B \perp C'H', A'B \perp AC' \Rightarrow A'B \perp (AC'H) \Rightarrow A'B \perp AH'$ (tại K).

Đặt $A'H = x \Rightarrow H'B = x$.

Ta có $AB = 2A'H' \Rightarrow KB = \frac{2}{3}A'B = \frac{2}{3}\sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}}, KA = \frac{2}{3}AH' = \frac{2}{3}\sqrt{x^2 + a^2}$.

$\triangle KAB$ vuông tại K nên

$$\begin{aligned} KB^2 + KA^2 &= a^2 \Leftrightarrow \frac{4}{9}\left(2x^2 + \frac{5a^2}{4}\right) = a^2 \\ &\Leftrightarrow 8x^2 + 5a^2 = 9a^2 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } V = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 730. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi P là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$ và Q là trung điểm BC . Tính tỉ số thể tích giữa hai khối tứ diện $B'PAQ$ và $A'ABC$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

Gọi h là chiều cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

$$\begin{aligned} V_{A'.ABC} &= \frac{1}{3} \cdot d(A', (ABC)) \cdot S_{ABC} \\ &= \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} V_{\text{lăng trụ}}. \\ V_{AB'PQ} &= \frac{3}{2} V_{AB'PG} = \frac{3}{2} V_{A.A'B'P} \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot d(A, (A'B'P)) \cdot S_{A'B'P} \\ &= \frac{1}{2} \cdot h \cdot \frac{1}{3} S_{A'B'C'} = \frac{1}{6} V_{\text{lăng trụ}}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy ta suy ra } \frac{V_{B'PAQ}}{V_{A'ABC}} = \frac{\frac{1}{6} V_{\text{lăng trụ}}}{\frac{1}{3} V_{\text{lăng trụ}}} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 731. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$. Mặt phẳng đi qua trọng tâm các tam giác SAB, SAC, SAD chia khối chóp này thành hai phần có thể tích là V_1 và V_2 ($V_1 < V_2$). Tính tỉ lệ $\frac{V_1}{V_2}$.

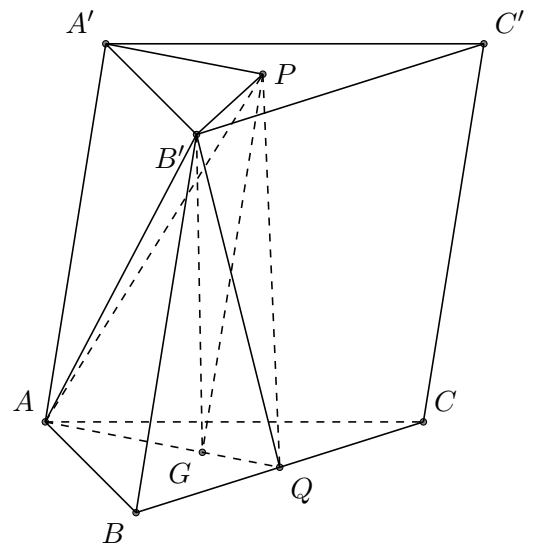
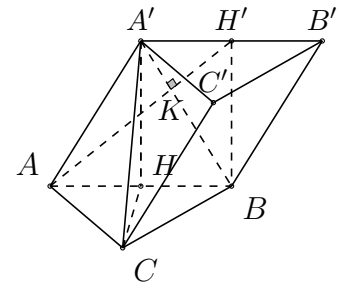
A. $\frac{8}{27}$.

B. $\frac{16}{81}$.

C. $\frac{8}{19}$.

D. $\frac{16}{75}$.

Lời giải.



Gọi E, F, K lần lượt là trung điểm của AB, AC và AD . Gọi I, J, G lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SAC, SAD .

Do giả thiết ta có $\frac{SI}{SE} = \frac{SJ}{SF} = \frac{SG}{SK} = \frac{2}{3}$. Suy ra

$$\begin{cases} IJ \parallel EF \\ JG \parallel FK \end{cases} \Rightarrow (IJG) \parallel (EFG)$$

hay $(IJG) \parallel (ABCD)$. Do đó (IJG) cắt mặt phẳng (SAB) theo giao tuyến d đi qua I và song song với AB .

Gọi $\{A'\} = d \cap SA, \{B'\} = d \cap SB, \{C'\} = A'J \cap SC, \{D'\} = A'G \cap SD$. Thiết diện của mặt phẳng (IJG) với hình chóp $S.ABCD$ là tứ giác $A'B'C'D'$.

Do $A'B' \parallel AB$, theo định lý Ta-lét ta có $\frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{SI}{SE} = \frac{2}{3}$.

Chúng minh tương tự ta có $\frac{SC'}{SC} = \frac{SD'}{SD} = \frac{2}{3}$.

Ta có $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{8}{27}$ suy ra $V_{S.A'B'C'} = \frac{8}{27} V_{S.ABC}$.

Mà $V_{S.ABC} = V_{S.A'B'C'} + V_{A'B'C'.ABC}$ suy ra $V_{A'B'C'.ABC} = V_{S.ABC} - \frac{8}{27} V_{S.ABC} = \frac{19}{27} V_{S.ABC}$.

Do đó $V_{S.A'B'C'} = \frac{8}{19} V_{A'B'C'.ABC}$ (1).

Chúng minh tương tự $V_{S.A'C'D'} = \frac{8}{19} V_{A'C'D'.ACD}$ (2).

Từ (1) và (2) ta suy ra

$$\begin{aligned} V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'C'D'} &= \frac{8}{19} V_{A'B'C'.ABC} + \frac{8}{19} V_{A'C'D'.ACD} \\ \Leftrightarrow V_{S.A'B'C'D'} &= \frac{8}{19} V_{A'B'C'D'.ABCD} \end{aligned}$$

Do giả thiết suy ra V_1 là thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$ và V_2 là thể tích khối đa diện $A'B'C'D'.ABCD$.

Do đó $\frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{19}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 732. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{7}$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Biết hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của BC . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng $AA', B'C'$.

A. $d = a\sqrt{\frac{3}{2}}$. B. $d = \frac{3a}{\sqrt{2}}$. C. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $d = a\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

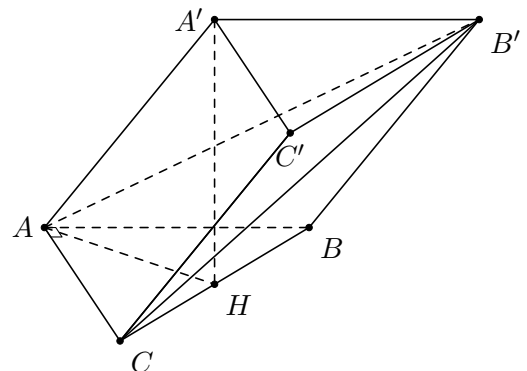
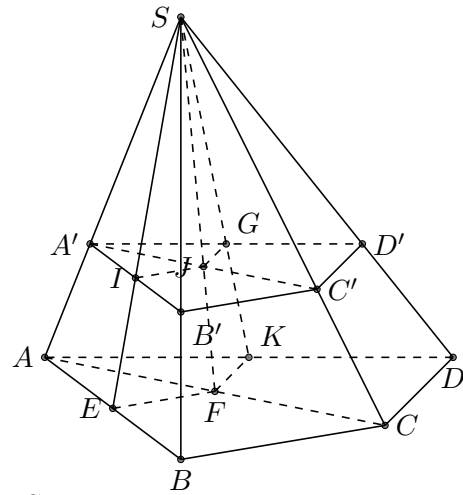
Vì $AA' \parallel BB'$ nên $AA' \parallel (BB'C'B)$.

Do đó khoảng cách giữa hai đường thẳng $AA', B'C'$ bằng $d(A, (BB'C'))$.

Ta có $AH = \frac{1}{2}BC = a$ và $A'H = \sqrt{7a^2 - a^2} = a\sqrt{6}$.

Khi đó

$$V_{B'.ABC} = \frac{1}{3} A'H \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$



Xét $\triangle A'B'H$

$$B'H = \sqrt{A'H^2 + A'B'^2} = \sqrt{6a^2 + a^2} = a\sqrt{7}.$$

Ta có $\triangle BB'C$ có $B'H = a\sqrt{7}$, $BB' = a\sqrt{7}$, $HB = a$.

Dùng công thức Hê-rông ta tính được $S_{BB'H} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

$$\text{Suy ra } S_{BB'C} = 2 \cdot S_{BB'H} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Ta có

$$V_{A.BB'C} = \frac{1}{3}d(A, (BB'C)) \cdot S_{BB'C} \Leftrightarrow d(A, (BB'C)) = \frac{3V_{A.BB'C}}{S_{BB'C}} = \frac{\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}}{\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } d = \frac{a\sqrt{6}}{3} = a\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 733. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) một góc 45° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3}{\sqrt{7}}.$

B. $V = \frac{3a^3}{\sqrt{7}}.$

C. $V = \frac{6a^3}{\sqrt{7}}.$

D. $V = \frac{a^3}{3\sqrt{7}}.$

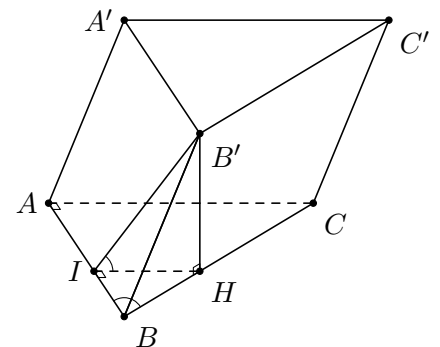
Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B' lên cạnh BC (do $\widehat{B'BC}$ nhọn nên H thuộc đoạn BC) suy ra $B'H \perp (ABC)$.

Xét $\triangle ABC$, ta có

$$\cos 60^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = 2a \cdot \cos 60^\circ = a.$$

$$\text{Khi đó } S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$



Gọi I là hình chiếu vuông góc H lên cạnh $AB \Rightarrow HI \parallel AC \Rightarrow AB \perp (B'IH) \Rightarrow AB \perp B'I$.

Khi đó

$$((ABB'A'), (ABC)) = (IH, IB') = \widehat{B'IH} = 45^\circ.$$

Đặt $B'H = h$, suy ra $B'H = IH = h$. Xét $\triangle BIH$

$$\sin 60^\circ = \frac{IH}{BH} \Rightarrow BH = \frac{2h}{\sqrt{3}}.$$

Xét $\triangle BB'H$, ta có

$$\begin{aligned} BB'^2 &= BH^2 + B'H^2 \\ \Leftrightarrow (2a)^2 &= \left(\frac{2h}{\sqrt{3}}\right)^2 + h^2 \\ \Leftrightarrow h^2 &= \frac{12a^2}{7} \Leftrightarrow h = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } V = S_{ABC} \cdot B'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{3a^3}{\sqrt{7}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 734. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành, M và N lần lượt là trung điểm BC và CD . Biết thể tích của $S.ABCD$ là V khi đó thể tích của tứ diện $SCMN$ bằng

A. $\frac{V}{8}$.

B. $\frac{V}{4}$.

C. $\frac{3V}{8}$.

D. $\frac{V}{6}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{S_{\Delta CMN}}{S_{\Delta BCD}} = \frac{CN}{CD} \cdot \frac{CM}{CB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

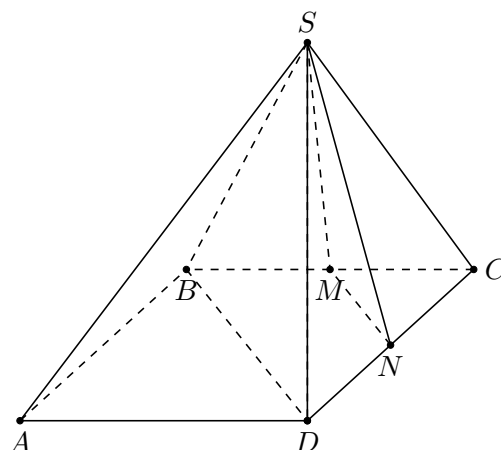
mà $\frac{S_{\Delta BCD}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{2}$.

Do đó $\frac{S_{\Delta CMN}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{8}$.

Khi đó

$$\begin{aligned} \frac{V_{S.CMN}}{V_{S.ABCD}} &= \frac{\frac{1}{3}d(S, (ABCD)) \cdot S_{\Delta CMN}}{\frac{1}{3}d(S, (ABCD)) \cdot S_{ABCD}} \\ &= \frac{S_{\Delta CMN}}{S_{ABCD}} \\ &= \frac{1}{8}. \end{aligned}$$

Vậy $V_{S.CMN} = \frac{V}{8}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 735. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 5$ cm, $BC = 6$ cm, $CA = 7$ cm. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng (ABC) nằm bên trong tam giác ABC . Các mặt phẳng (SAB) , (SBC) , (SCA) đều tạo với đáy một góc 60° . Gọi AD, BE, CF là các đường phân giác của tam giác ABC với $D \in BC, E \in AC, F \in AB$. Thể tích khối chóp $S.DEF$ gần nhất với số nào sau đây?

A. $2,9 \text{ cm}^3$.

B. $4,1 \text{ cm}^3$.

C. $3,7 \text{ cm}^3$.

D. $3,4 \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Vì các mặt phẳng (SAB) , (SBC) , (SCA) đều tạo với đáy một góc 60° và hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng (ABC) nằm bên trong tam giác ABC nên ta có hình chiếu của S xuống mặt phẳng (ABC) là tâm đường tròn nội tiếp I của tam giác ABC .

Gọi p là nửa chu vi tam giác ABC thì $p = \frac{5+6+7}{2} = 9$.

Ta có $S_{ABC} = \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)} = 6\sqrt{6}$ và $r = \frac{S}{p} = \frac{6\sqrt{6}}{9} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Chiều cao của hình chóp là: $h = r \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{2}$.

Kí hiệu $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, vì BE là phân giác của góc B nên ta có $\frac{AE}{CE} = \frac{BA}{BC}$.

Tương tự $\frac{FA}{FB} = \frac{CA}{CB}$, $\frac{DB}{DC} = \frac{AC}{AB}$.

Khi đó $\frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \frac{AE}{AC} \cdot \frac{AF}{AB} = \frac{AB}{AB+BC} \cdot \frac{AC}{AC+BC}$.

Tương tự ta có $\frac{S_{CED}}{S_{ABC}} = \frac{CA}{CA+AB} \cdot \frac{CB}{CB+AB}$,

$\frac{S_{BFD}}{S_{ABC}} = \frac{BC}{BC+CA} \cdot \frac{BA}{BA+CA}$.

Do đó

$$\begin{aligned} S_{DEF} &= S_{ABC} \cdot \left(1 - \frac{ab}{(a+c)(b+c)} - \frac{bc}{(b+a)(c+a)} - \frac{ac}{(a+b)(c+b)} \right) \\ &= \frac{2abc}{(a+b)(b+c)(c+a)} \cdot S_{ABC} \\ &= \frac{210\sqrt{6}}{143}. \end{aligned}$$

Suy ra $V_{S.DEF} = \frac{1}{3} \cdot \frac{210\sqrt{6}}{143 \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{280\sqrt{3}}{143} (\text{cm}^3) \approx 3,4 (\text{cm}^3)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 736. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của AB , góc giữa mặt phẳng $(A'CD)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là 60° . Tính theo a độ dài đoạn thẳng AC .

A. $2a\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{2}a$.

C. $2a$.

D. $2\sqrt{2}a$.

Lời giải.

Ta có: $((A'CD), (ABCD)) = \widehat{A'IH} = 60^\circ$.

Gọi $AB = x$. Ta có: $A'H = x\sqrt{3}$.

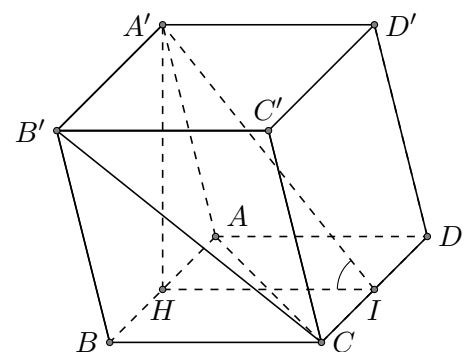
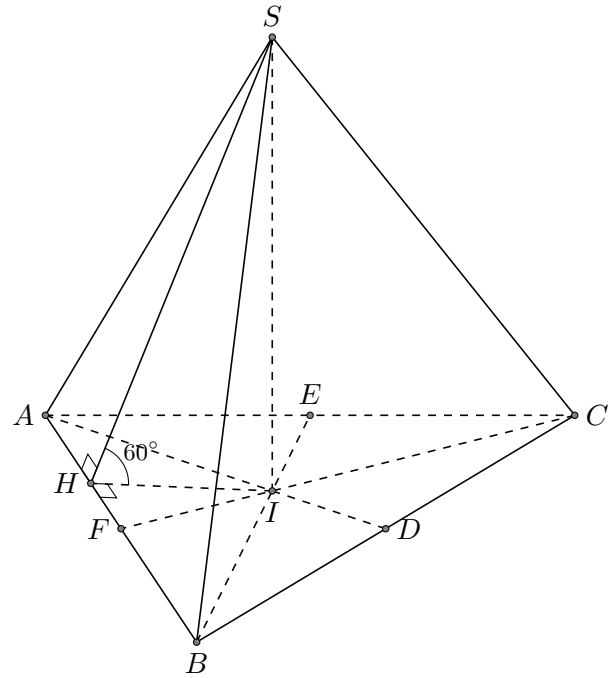
Mặt khác: $V_{B'.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot A'H \cdot S_{ABCD} = \frac{8\sqrt{3}a^3}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot x\sqrt{3} \cdot x^2 =$

$\frac{8\sqrt{3}a^3}{3} \Leftrightarrow x = 2a$.

Vậy $AC = 2\sqrt{2}a$.

Chọn đáp án **D**

□



Câu 737. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng $3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Khi đó V bằng

- A. $\frac{11a^3\sqrt{2}}{8}$. B. $\frac{7a^3\sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{11a^3\sqrt{6}}{24}$. D. $\frac{13a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng (ABD) nối ME cắt AD tại Q , trong mặt phẳng (BCD) nối NE cắt CD tại P , khi đó thiết diện $MNPQ$ chia tứ diện $ABCD$ thành hai đa diện $ACMNPQ$ và $BDMNPQ$.

Đặt $V_1 = V_{BDMNPQ} \Rightarrow V_1 = V_{MBNE} - V_{QDPE}$.

$$S_{BNE} = \frac{1}{2}BN \cdot BE \cdot \sin \widehat{NBE} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot BC \cdot 2 \cdot BD \cdot \sin \widehat{CBD} = S_{BCD}.$$

Do N, D lần lượt là trung điểm của BC và BE nên P là trọng tâm tam giác BCE .

$$\Rightarrow CP = \frac{2}{3}CD \Rightarrow S_{DFE} = S_{CNP} = \frac{1}{2}BC \cdot \frac{2}{3}CD \cdot \sin \widehat{BCD} = \frac{1}{3}S_{BCD}.$$

Do M là trung điểm AB nên $d(M; (BCD)) = \frac{1}{2}d(A; (BCD))$.

$$\Rightarrow V_{M.BNE} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}d(A; (BCD)) \cdot S_{BCD} = \frac{1}{2}V_{A.BCD} \quad (1).$$

Lại do Q là trọng tâm tam giác ABE nên $d(Q; (BCD)) = \frac{1}{3}d(A; (BCD))$.

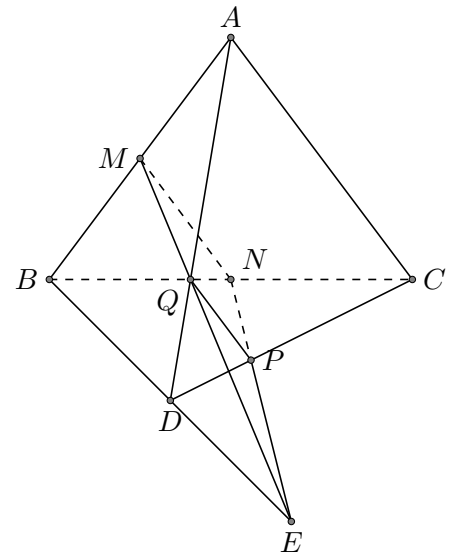
$$\Rightarrow V_{Q.DPE} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}d(A; (BCD)) \cdot \frac{1}{3}S_{BCD} = \frac{1}{9}V_{A.BCD} \quad (2).$$

Từ (1) + (2) suy ra $V_1 = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{9}\right)V_{ABCD} = \frac{7}{18}V_{ABCD}$.

$$\Rightarrow V = V_{ABCD} - V_1 = \frac{11}{18}V_{ABCD}.$$

Tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3a$ có thể tích bằng $V_{ABCD} = \frac{(3a)^3\sqrt{2}}{12} = \frac{9a^3\sqrt{2}}{4}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{11a^3\sqrt{2}}{8}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 738. Cho tứ diện $ABCD$ có ba cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc nhau, $AB = 8a, AC = AD = 4a$. Gọi M là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $MB = MC = MD$. Tính thể tích V của tứ diện $MBCD$.

- A. $V = 8a^3$. B. $V = \frac{40}{3}a^3$. C. $V = 40a^3$. D. $V = 16a^3$.

Lời giải.

Gọi J là hình chiếu của A lên BC .

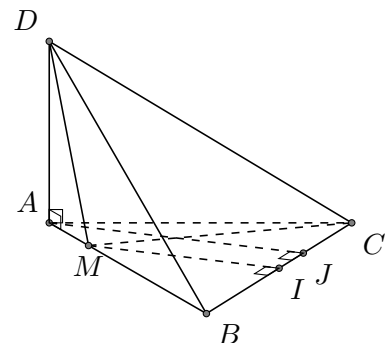
Gọi I là trung điểm BC .

Từ I kẻ đường thẳng song song với AJ cắt AB tại M .

Suy ra MI là đường trung trực của BC nên $MC = MB$. (1)

Vì $\triangle ABC = \triangle ABD$ nên ta được $MC = MD$. (2)

Từ (1) và (2) ta được $MB = MC = MD$.



Ta thấy $AMIC$ nội tiếp đường tròn nên ta có

$$BM \cdot BA = BI \cdot BC \Rightarrow \frac{BM}{BA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{BC^2}{AB^2} = \frac{5}{8}.$$

Ta có $\frac{V_{B.MCD}}{V_{B.ACD}} = \frac{BM}{BA}$.

Vậy $V_{MBCD} = \frac{5}{8} \cdot \frac{8a \cdot 4a \cdot 4a}{6} = \frac{40a^3}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 739. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\sqrt{2}a^3$, đáy là tam giác vuông cân với $AB = BC = a$. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích mặt bên SBC .

A. $3\sqrt{2}a^2$.

B. $6a^2$.

C. $2\sqrt{2}a^2$.

D. $6\sqrt{2}a^2$.

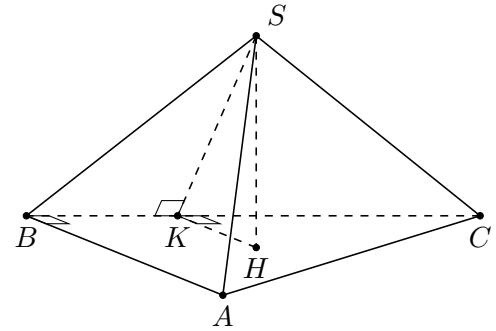
Lời giải.

Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2}{2}$.

Ta được $d(S, (ABC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3\sqrt{2}a^3}{\frac{a^2}{2}} = 6\sqrt{2}a$.

Gọi H là hình chiếu của S xuống mặt phẳng (ABC) .

Gọi K là hình chiếu của H lên BC .



Ta có $\begin{cases} BC \perp HK \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHK) \Rightarrow BC \perp SK$.

Ta có $S_{\triangle SBC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot SK$.

Trong tam giác vuông SHK , ta có $SK \geq SH \Rightarrow S_{\triangle SBC} \geq \frac{1}{2} \cdot BC \cdot SH = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 6\sqrt{2}a = 3\sqrt{2}a^2$.

Do vậy, diện tích $\triangle SBC$ nhỏ nhất bằng $3\sqrt{2}a^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 740. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ trong đó tứ diện $A'ABC$ là tứ diện đều cạnh a . Gọi O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'ABC$. Tính tỉ số thể tích của khối chóp $O.A'B'C'$ và lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{1}{6}$.

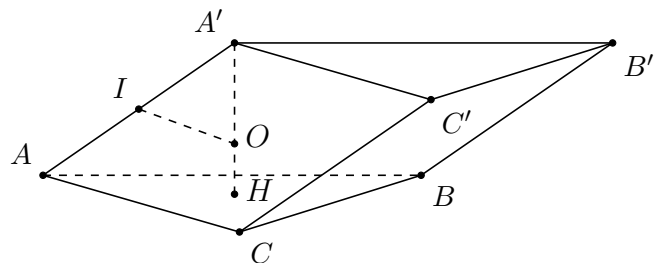
D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AA' .

Gọi H là trọng tâm $\triangle ABC$.

Trong mặt phẳng $(AA'H)$, từ I kẻ đường trung trực cạnh AA' cắt $A'H$ tại O .



Khi đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'ABC$. Ta có $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{\sqrt{6}a}{3}$.

Ta có $A'I \cdot AA' = A'O \cdot A'H$

$\Rightarrow A'O = \frac{A'I \cdot AA'}{A'H} = \frac{\sqrt{6}a}{4}$. Ta có $\frac{A'H}{A'O} = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{4}{\sqrt{6}} = 3 \Rightarrow \frac{A'O}{A'H} = \frac{3}{4}$.

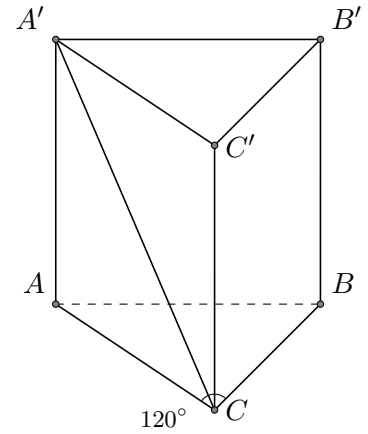
Ta có $\frac{V_{O.A'B'C'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 741.

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = a, BC = 2a, \widehat{ACB} = 120^\circ$ và đường thẳng $A'C$ tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc 30° (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{105}}{7}$. B. $\frac{a^3\sqrt{105}}{14}$. C. $\frac{a^3\sqrt{35}}{7}$. D. $\frac{a^3\sqrt{105}}{28}$.



Lời giải.

Kẻ $CH \perp AB$ ($H \in AB$). Khi đó $\widehat{HA'C}$ là góc giữa $A'C$ với $(ABB'A')$.

Ta có $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos 120^\circ} = a\sqrt{7}$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

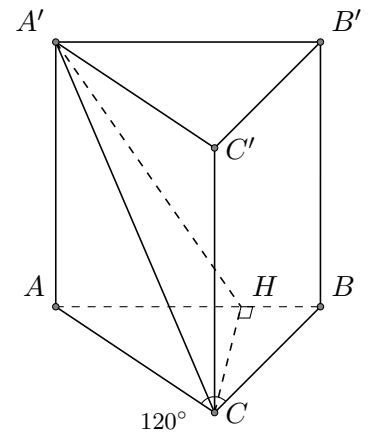
$$\text{Từ đó có } CH = \frac{2S_{ABC}}{AB} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Suy ra } A'C = \frac{CH}{\sin 30^\circ} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Suy ra } A'A = \sqrt{A'C^2 - AC^2} = \frac{a\sqrt{35}}{7}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{35}}{7} = \frac{a^3\sqrt{105}}{14}.$$

Chọn đáp án (B)



Câu 742. Cho tứ diện $ABCD$, M, N, P lần lượt thuộc BC, BD, AC sao cho $BC = 4BM$, $BD = 2BN$, $AC = 3AP$, khi đó mặt phẳng (MNP) chia khối tứ diện $ABCD$ làm hai phần. Gọi $V_{(A)}$ là thể tích của phần chứa điểm A , $V_{(C)}$ là thể tích của phần chứa điểm C . Tính tỉ số $\frac{V_{(A)}}{V_{(C)}}$.

- A. $\frac{7}{13}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{5}{13}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Sử dụng định lý Menelaus cho tam giác BCD có

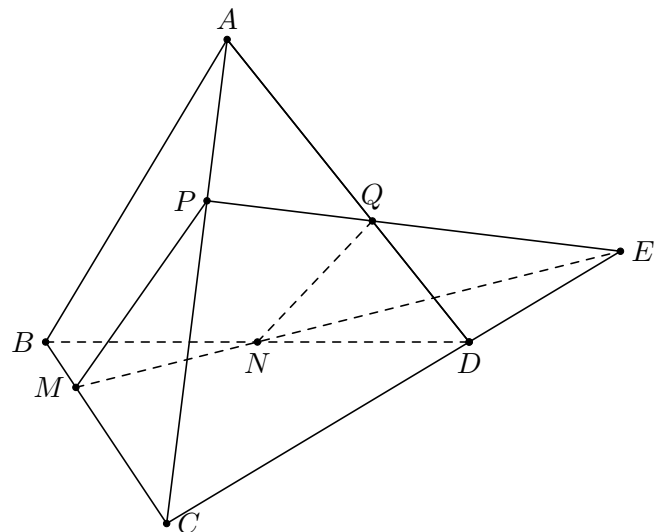
$$\frac{MB}{MC} \cdot \frac{EC}{ED} \cdot \frac{ND}{NB} = 1 \Rightarrow \frac{EC}{ED} = 3.$$

Sử dụng định lý Menelaus cho tam giác ACD có

$$\frac{PA}{PC} \cdot \frac{EC}{ED} \cdot \frac{QD}{QA} = 1 \Rightarrow \frac{QD}{QA} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{C.MPE}}{V_{C.ABD}} = \frac{CM}{CB} \cdot \frac{CE}{CD} \cdot \frac{CP}{CA} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Mặt khác } \frac{V_{D.QNE}}{V_{D.ABC}} = \frac{DQ}{DA} \cdot \frac{DN}{DB} \cdot \frac{DE}{DC} = \frac{1}{10}.$$



$$\text{Ta có } V_{(C)} = V_{DCMNPQ} = V_{C.MPE} - V_{D.QNE} = V_{ABCD} \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{10} \right) = \frac{13}{20} V_{ABCD}$$

$$\Rightarrow V_{(A)} = V_{ABCD} - V_{(C)} = \frac{7}{20} V_{ABCD} \Rightarrow \frac{V_{(A)}}{V_{(C)}} = \frac{7}{13}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 743. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V , hai điểm M, P lần lượt là trung điểm AB, CD , điểm N thuộc đoạn AD sao cho $DA = 3NA$. Tính V_{BMNP} .

A. $\frac{V}{16}$.

B. $\frac{V}{12}$.

C. $\frac{V}{4}$.

D. $\frac{V}{6}$.

Lời giải.

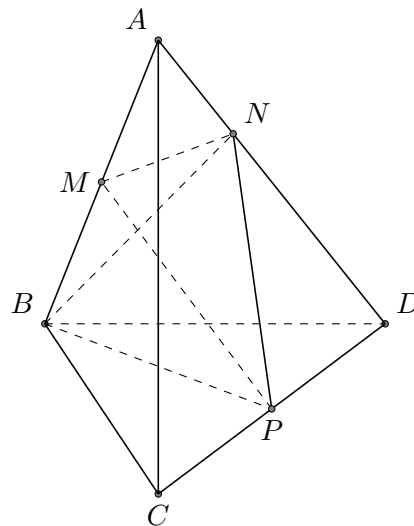
Vì P là trung điểm của CD nên

$$d(P, (ABD)) = \frac{1}{2} \cdot d(C, (ABD)).$$

Do M là trung điểm của AB , suy ra $S_{\triangle BMN} = \frac{1}{2} \cdot S_{BAN}$,

$$\text{mà } S_{BAN} = \frac{1}{3} S_{ABD} \Rightarrow S_{BMN} = \frac{1}{6} S_{BAD}.$$

$$\text{Ta có } V_{PMNB} = \frac{1}{3} \cdot d(P, (ABD)) \cdot S_{BMN} = \frac{V}{12}.$$


 Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 744. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAB cân tại S . Góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy bằng 60° , góc giữa SA và mặt đáy bằng 45° . Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. Tính chiều cao của hình chóp $S.ABCD$.

A. $a\sqrt{3}$.

B. $a\sqrt{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Lấy M, N theo thứ tự là trung điểm các cạnh AB, CD , suy ra MN là đường trung bình của hình vuông $ABCD$, suy ra $MN \perp AB$. (1)

Mặt khác, do tam giác SAB cân tại S , suy ra $SM \perp AB$. (2)

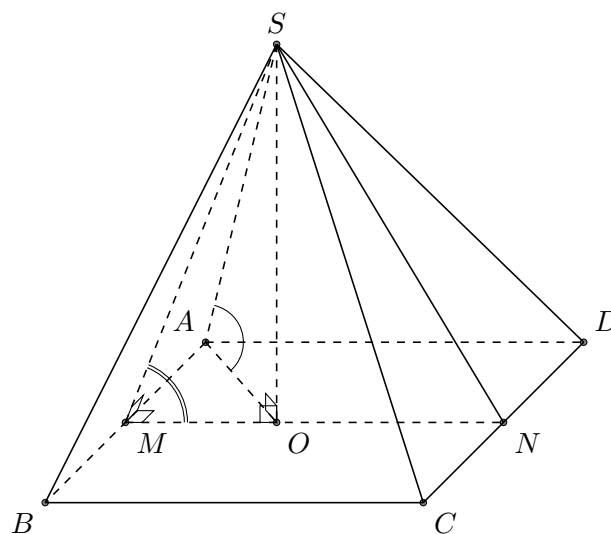
Từ (1) và (2) suy ra $(SMN) \perp AB$ (*), từ đó suy ra $((SAB), (ABCD)) = \widehat{SMN} = 60^\circ$.

Trong mặt phẳng (SMN) , kẻ $SO \perp MN$ tại O , suy ra $SO \perp AB$ (do (*)), từ đó suy ra $SO \perp (ABCD)$, suy ra $SO \perp AO$.

Giả sử $SO = h$ và cạnh hình vuông bằng x .

Xét hai tam giác vuông SOM và SOA , có $OM = \frac{SO}{\tan 60^\circ} = \frac{h}{\sqrt{3}}$ và $AO = SO = h$.

Xét tam giác vuông AMO , có $AO^2 = AM^2 + MO^2 \Leftrightarrow h^2 = \frac{x^2}{4} + \frac{h^2}{3} \Leftrightarrow h = \frac{x\sqrt{6}}{4}$.



Từ đó suy ra thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot x^2 = \frac{x^3 \sqrt{6}}{12} = \frac{8a^3 \sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = 2a\sqrt{2}.$$

Từ đó suy ra chiều cao khối chóp $h = \frac{2a\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}}{4} = a\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 745. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy (ABC) bằng 60° , khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{6\sqrt{7}}{7}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 8\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $V = 5\frac{\sqrt{7}}{3}$. C. $V = 10\frac{\sqrt{7}}{3}$. D. $V = 5\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AB ; lấy O là giao điểm giữa CN và AM .

Từ đó ta có $AM \perp BC$ và $SM \perp BC$, suy ra $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SO$.

Tương tự ta chứng minh được $AB \perp SO$, kết hợp chứng minh trên suy ra $SO \perp (ABC)$.

Gọi a là độ dài cạnh đáy, suy ra $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $OM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SOM vuông tại O , có

$$SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2}.$$

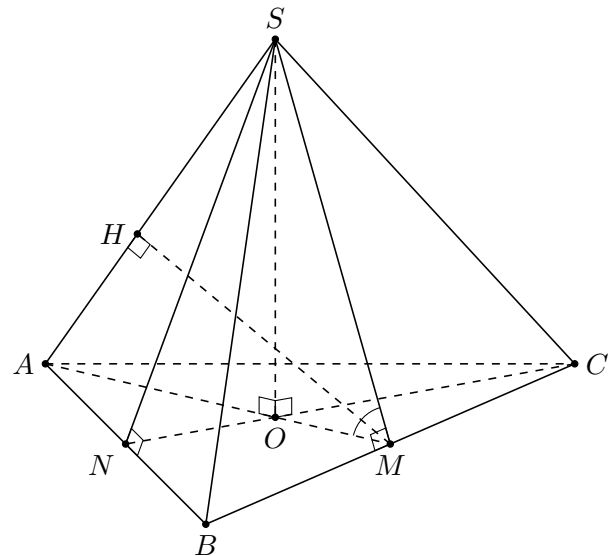
Trong tam giác vuông SOA , có $SA^2 = AO^2 + SO^2 = \frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{4} \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Trong tam giác SAM , kẻ $MH \perp SA$ tại H , kết hợp chứng minh trên suy ra $MH \perp BC$, suy ra $MH = \frac{6\sqrt{7}}{7}$.

Từ đó ta có $SO \cdot AM = MH \cdot SA \Leftrightarrow \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{7}}{7} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{6} \Leftrightarrow a = 4$.

Vậy thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **A** □



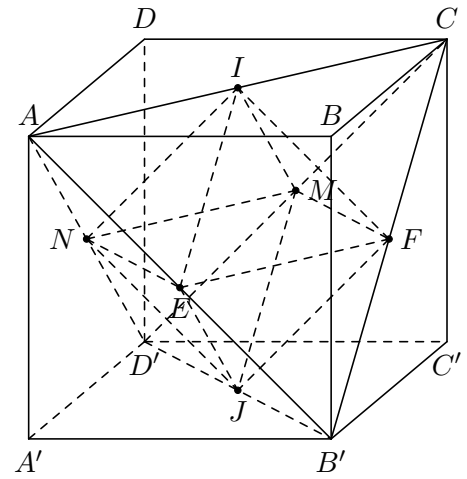
Câu 746. Tính thể tích của khối đa diện có các đỉnh là tâm các mặt hình lập phương cạnh bằng $\sqrt{2}a$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $a^3\sqrt{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

Giải sử $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh $\sqrt{2}a$ và E, F, M, N, I, J là tâm các mặt như hình vẽ. Ta có $MNEF$ là hình bát diện đều có cạnh $IF = \frac{1}{2}AB' = a$.

$$V_{IJMNEF} = 2V_{IMNEF} = \frac{1}{3}IJ \cdot S_{MNEF} = \frac{1}{3}\sqrt{2}a \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}.$$



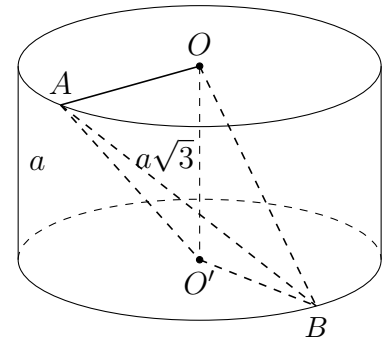
Chọn đáp án **C**

□

Câu 747.

Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Trên các đường tròn (O) , (O') lần lượt lấy các điểm A và B sao cho $AB = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích khối tứ diện $OABO'$.

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



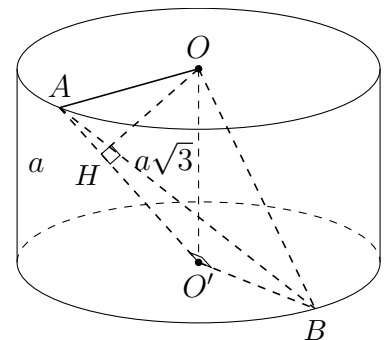
Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của O lên AO' . Ta có $AO' = a\sqrt{2}$, $AB = a\sqrt{3}$, $O'B = a$, theo định lý Pithago tam giác $\triangle AO'B$ vuông tại O' .

$\begin{cases} BO' \perp OO' \\ BO' \perp AO' \end{cases} \Rightarrow BO' \perp (AOO') \Rightarrow BO' \perp OH$. Kết hợp với $OH \perp AO'$ suy ra $OH \perp (AO'B)$.

Trong tam giác vuông AOO' ta có $OH = \frac{OA \cdot OO'}{AO'} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra $V_{OAO'B} = \frac{1}{3}OH \cdot S_{AO'B} = \frac{a^3}{6}$.



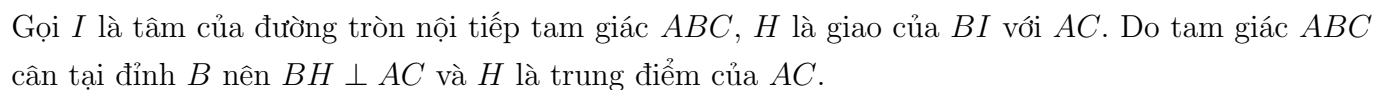
Chọn đáp án **B**

□

Câu 748. Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn nội tiếp tam giác ABC . Biết rằng $AB = BC = 10a$, $AC = 12a$, góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (ABC) bằng 45° . Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = 9\pi a^3$. B. $V = 12\pi a^3$. C. $V = 27\pi a^3$. D. $V = 3\pi a^3$.

Lời giải.



Lại có AI là phân giác trong của góc $\widehat{BAH}$ nên $\frac{HI}{IB} = \frac{AH}{AB} = \frac{3}{5}$. (2)

Từ (1) và (2) ta được hệ phương trình:
$$\begin{cases} HI + IB = 8a \\ \frac{HI}{IB} = \frac{AH}{AB} = \frac{3}{5} \end{cases}$$

Để có góc giữa mặt phẳng (SAC) và (ABC) bằng với góc $\widehat{SHI} = 45^\circ$. Do đó $SI = IH = 3a$,
 Khi đó ta có diện tích của hình tròn tâm I : $S_{(I)} = \pi \cdot HI^2 = 9\pi a^2$.

Suy ra, thể tích khối nón đỉnh S đáy là hình tròn tâm I nội tiếp tam giác ABC là

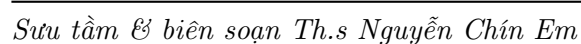
$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{(I)} \cdot SI = \frac{1}{3} \cdot 9\pi a^2 \cdot 3a = 9\pi a^3.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 749. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Một mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SC cắt SB, SC, SD tại B', C', D' . Thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải.



Chọn đáp án **D**

A. $V = 27V_1$. **B.** $V = 9V_1$. **C.** $V = 81V_1$. **D.** $8V = 81V_1$.

Chọn đáp án **C**

1233 <https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/>

Gọi M là trung điểm của AA' , h là chiều cao khối lăng trụ, thể tích khối lăng trụ là V .

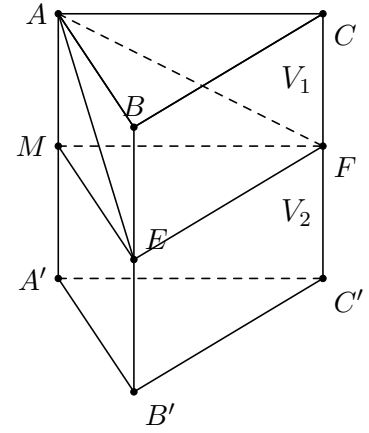
Ta có $V_2 = V_{AMEF} + V_{MEF.A'B'C'}$.

Trong đó $V_{MEF} = \frac{1}{3} \cdot S_{MEF} \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{6} \cdot S_{ABC} \cdot h = \frac{1}{6}V$

và $V_{MEF.A'B'C'} = \frac{1}{2}V$.

Suy ra $V_2 = \frac{1}{6}V + \frac{1}{2}V = \frac{2}{3}V \Rightarrow V_1 = V - V_2 = \frac{1}{3}V$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 752. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh bằng $a\sqrt{3}$, $\widehat{BAD} = 120^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết góc giữa mặt phẳng (SBC) và đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{5}$.

D. $V = \frac{9a^3}{4}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC , tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$.

Ta có $\triangle SAB = \triangle SAC$ suy ra $SB = SC$. Do đó, $SM \perp BC$.

Mà $(SBC) \cap (ABCD)$ theo giao tuyến BC nên suy ra

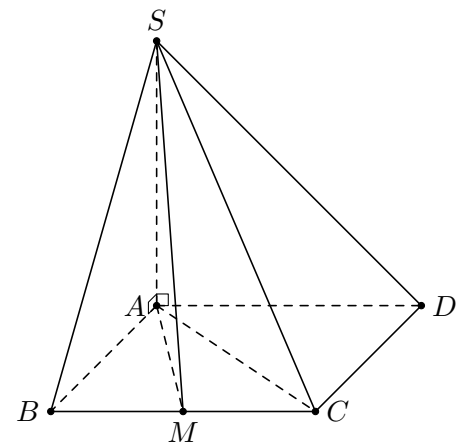
$$((SBC); (ABCD)) = \widehat{SMA} = 60^\circ.$$

Xét $\triangle SAM$: $SA = AM \times \tan \widehat{SMA} = \frac{3a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích đáy $ABCD$ là

$$S = 2S_{ABC} = 2 \times (a\sqrt{3})^2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}.$$

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{9a^3}{4}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 753. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 24. Gọi M, N, P là các điểm lần lượt nằm trên các đoạn thẳng AB, BC, CA sao cho $MB = 2MA$, $BC = 4NC$ và P là trung điểm của cạnh AC . Tính thể tích V của khối tứ diện $SMNP$.

A. $V = 12$.

B. $V = 8$.

C. $V = 4$.

D. $V = 5$.

Lời giải.

Ta có

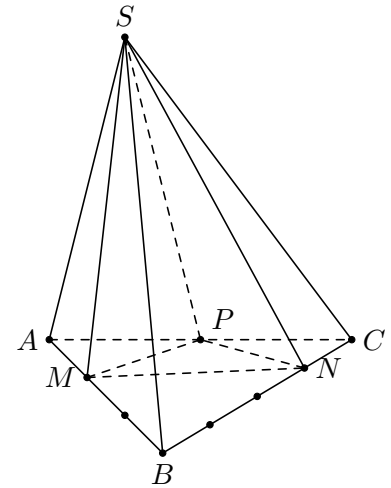
$$\begin{aligned} \frac{S_{AMP}}{S_{ABC}} &= \frac{AM \cdot AP}{AB \cdot AC} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AP}{AC} = \frac{1}{6} \Rightarrow S_{AMP} = \frac{1}{6} \cdot S_{ABC}. \\ \frac{S_{BMN}}{S_{ABC}} &= \frac{BM \cdot BN}{BA \cdot BC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{BMN} = \frac{1}{2} \cdot S_{ABC}. \\ \frac{S_{CNP}}{S_{ABC}} &= \frac{CN \cdot CP}{CB \cdot CA} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow S_{CNP} = \frac{1}{8} \cdot S_{ABC}. \end{aligned}$$

Diện tích tam giác MNP là

$$S_{MNP} = S_{ABC} - (S_{AMP} + S_{BMN} + S_{CNP}) = \frac{5}{24} \cdot S_{ABC}.$$

Khi đó

$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot S_{MNP} \cdot d(S, (MNP))}{\frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot d(S, (ABC))} = \frac{5}{24} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{5}{24} \cdot V_{S.ABC} = 5.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 754. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SB = a\sqrt{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Theo giả thiết, chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B và đường cao chính là SA .

Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác ABC , ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$. Do đó diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2}BA \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác SAB vuông tại A , ta được $h = SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a$.

$$\text{Vậy thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3}Sh = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 755. Tính thể tích khối chóp tam giác đều $S.ABC$ biết chiều cao hình chóp bằng h và $\widehat{SBA} = \alpha$.

A. $V = \frac{h^3\sqrt{3}}{3\tan^2\alpha - 1}$. B. $V = \frac{h^3\sqrt{2}}{1 - 3\tan^2\alpha}$. C. $V = \frac{h^3\sqrt{3}}{1 - 3\tan^2\alpha}$. D. $V = \frac{h^3\sqrt{3}}{3\tan^2\alpha + 1}$.

Lời giải.

Đặt $AB = 2x$. Gọi M là trung điểm AB và O là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow SO \perp (ABC)$ và $SM \perp AB$.

Xét tam giác SMB có $\tan \alpha = \frac{SM}{MB} \Rightarrow SM = x \tan \alpha$.

Vì $\triangle ABC$ đều và M là trung điểm AB nên

$$CM = \frac{2x\sqrt{3}}{2} = x\sqrt{3} \Rightarrow OM = \frac{x}{\sqrt{3}}.$$

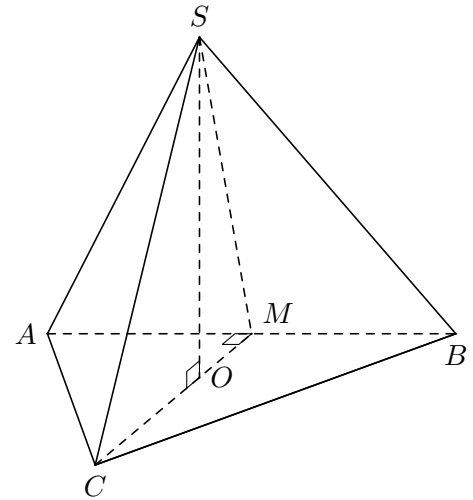
Xét tam giác SOM có

$$SM^2 = SO^2 + OM^2 \Rightarrow x^2 \tan^2 \alpha = h^2 + \frac{x^2}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{h\sqrt{3}}{\sqrt{3 \tan^2 \alpha - 1}}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot x\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}h^2}{3 \tan^2 \alpha - 1}.$$

$$\text{Thể tích hình chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{\sqrt{3}h^3}{3 \tan^2 \alpha - 1}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 756. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $h = \frac{4}{3}a$.

B. $h = \frac{3}{4}a$.

C. $h = \frac{8}{3}a$.

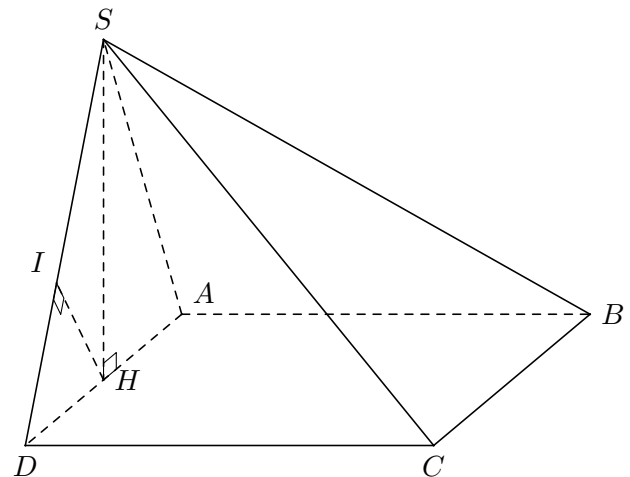
D. $h = \frac{2}{3}a$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm $AD \Rightarrow SH \perp AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ (do SAD nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy).

$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp SH \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$$

$$\text{Vì } AB \parallel CD \Rightarrow d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = h.$$



$$\text{Diện tích } ABCD \text{ là } 2a^2 \Rightarrow SH = \frac{3V}{S_a} = 2a.$$

Kẻ $HI \perp SD \Rightarrow HI = d(H, (SCD))$. Xét tam giác SHD , ta có

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HD^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow HI = \frac{2a}{3} \Rightarrow d(A, (SCD)) = 2HI = \frac{4a}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 757. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy $(ABCD)$ trùng với trung điểm AB . Biết $AB = 1$, $BC = 2$, $BD = \sqrt{10}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy là 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.BCD$.

A. $V = \frac{3\sqrt{30}}{8}$.

B. $V = \frac{\sqrt{30}}{4}$.

C. $V = \frac{\sqrt{30}}{12}$.

D. $V = \frac{\sqrt{30}}{20}$.

Lời giải.

Ta có $AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = 3$.

Gọi H là trung điểm AB thì $SH \perp (ABCD)$, kẻ $HK \perp BD$ (với $K \in BD$), ta có $\widehat{SKH}$ là góc giữa (SBD) và $(ABCD)$, do đó $\widehat{SKH} = 60^\circ$.

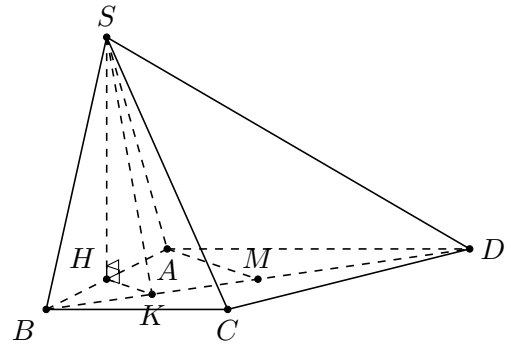
Gọi AM là đường cao của tam giác vuông ABD . Khi đó, ta có:

$$AM = \frac{AB \cdot AD}{BD} = \frac{3}{\sqrt{10}}, \text{ suy ra } HK = \frac{AM}{2} = \frac{3}{2\sqrt{10}}.$$

$$\text{Do đó } SH = HK \cdot \tan \widehat{SKH} = \frac{3}{2\sqrt{10}} \cdot \tan 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{10}}.$$

$$\text{Mà } S_{BCD} = S_{ABCD} - S_{ABD} = \frac{1}{2}(BC + AD) \cdot AB - \frac{1}{2}AB \cdot AD = 1 \Rightarrow V_{S.BCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{BCD} = \frac{\sqrt{30}}{20}.$$

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 758. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $\sqrt{3}a^3$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều cạnh a nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Biết đáy $ABCD$ là một hình bình hành, tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD .

A. $2a\sqrt{3}$.

B. a .

C. $6a$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm cạnh $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

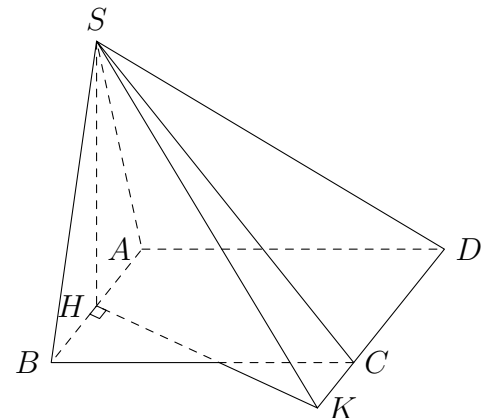
Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt CD tại K
 $\Rightarrow KH \perp (SAB)$.

Ta có $AB \parallel CD$ do đó

$$d(CD, SA) = d(CD, (SAB)) = d(K, (SAB)) = KH.$$

Theo đề bài

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot KH \cdot AB \cdot SH \Rightarrow KH = \frac{3\sqrt{3}a^3}{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = 6a.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 759. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a , chiều cao $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của CC' . Tính thể tích của khối tứ diện $BDA'M$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{15}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{ABDM} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{A'.ABD} - V_{A'B'.BMC'} - V_{A'D'.DMC'} - V_{MBCD}$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = a\sqrt{3} \cdot a^2 = a^3\sqrt{3}.$$

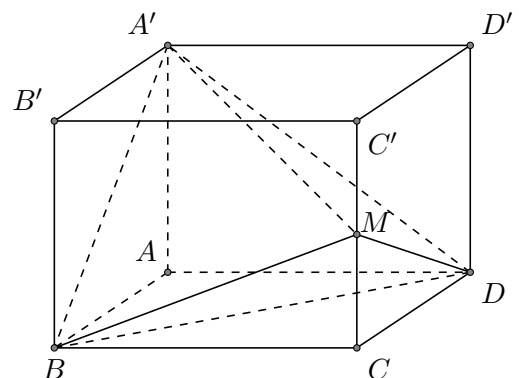
$$V_{A'.ACD} = \frac{1}{3}AA' \cdot S_{\triangle ABD} = \frac{1}{6}a^3\sqrt{3}.$$

$$V_{M.BCD} = \frac{1}{3}MC \cdot S_{\triangle BCD} = \frac{1}{12}a^3\sqrt{3}.$$

$$V_{A'.B'.BMC'} = \frac{1}{3}A'B' \cdot S_{B'.BMC'} = \frac{1}{4}a^3\sqrt{3}.$$

$$V_{A'.D'.DMC'} = \frac{1}{3}A'D' \cdot S_{D'.DMC'} = \frac{1}{4}a^3\sqrt{3}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } V_{ABDM} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 760. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. S là điểm đối xứng với O qua CD' . Tính thể tích của khối đa diện $ABCD.SA'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. a^3 .

D. $\frac{7a^3}{6}$.

Lời giải.

Gọi V là thể tích khối đa diện $ABCD.SA'B'C'D'$ và V_1 là thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, khi đó ta có $V = V_1 + V_{S.CDD'C'}$.

$$\text{Ta có } V_{S.CDD'C'} = \frac{1}{3} d(S, (CDD'C')) \cdot S_{CDD'C'} = \frac{1}{3} d(O, (CDD'C')) \cdot S_{CDD'C'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3}{6}.$$

$$\text{Khi đó } V = a^3 + \frac{a^3}{6} = \frac{7a^3}{6}.$$

Chọn đáp án (D)

□

Câu 761. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{5}$, $BC = 3a$. Cạnh bên $AA' = a\sqrt{3}$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{10}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{5}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{2}$.

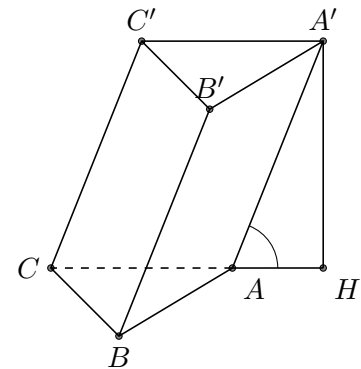
Lời giải.

$$\text{Kẻ } A'H \perp (ABC) \text{ tại } H \Rightarrow (\widehat{A'A; (ABC)}) = \widehat{A'AH} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{A'H}{A'A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'H = \frac{\sqrt{3}}{2} A'A = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Cạnh } AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 2a \Rightarrow V = A'H \cdot S_{ABC} = A'H \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC$$

$$AC = \frac{3a}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{5} \cdot 2a = \frac{3a^3\sqrt{5}}{2}.$$



Chọn đáp án (C)

□

Câu 762. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$, $SA = SB = a$, $SC = 3a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

Lời giải.

Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên $SA; SC$.

Kẻ $BH \perp (ABC)$.

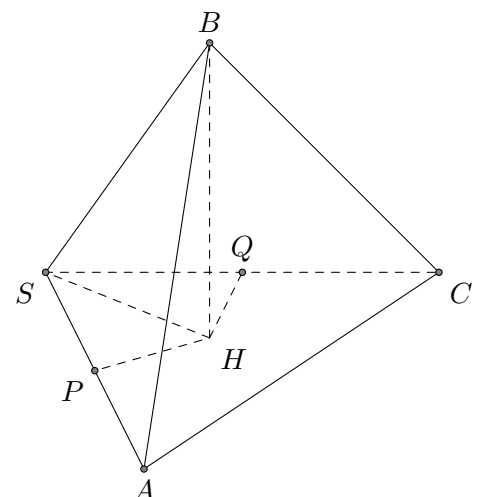
Ta có

$$\begin{cases} SA \perp BP \\ SA \perp BH \end{cases} \Rightarrow SA \perp (BHP) \Rightarrow \widehat{SPH} = 90^\circ (1).$$

$$\begin{cases} SC \perp BQ \\ SC \perp BH \end{cases} \Rightarrow SC \perp (BHQ) \Rightarrow \widehat{SQH} = 90^\circ (2).$$

$$\widehat{ASC} = 90^\circ.$$

$$SP = SQ = \frac{a}{2}.$$



Suy ra tứ giác $SPHQ$ là hình vuông $\Rightarrow SH = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Trong $\triangle SHB$ vuông tại H : $BH = \sqrt{SB^2 - SH^2} = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot S_{\triangle ASC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 763. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V , thể tích của khối đa diện có đỉnh là trung điểm các cạnh của tứ diện $ABCD$ bằng V' . Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{3}{4}$.

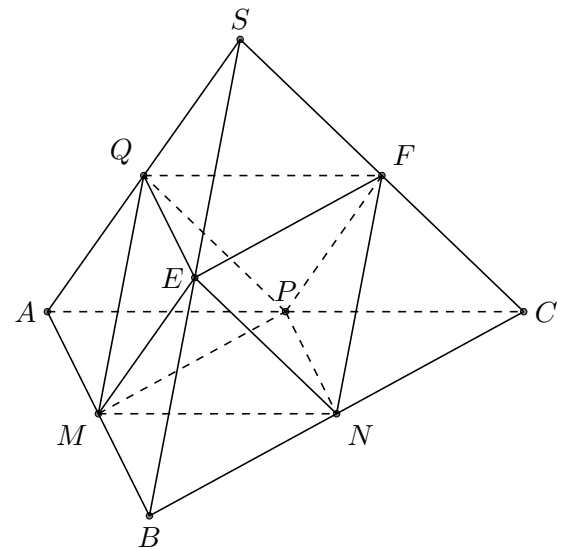
D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.QEF}}{V_{S.ABC}} = \frac{SQ \cdot SE \cdot SF}{SA \cdot SB \cdot SC} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.QEF} = \frac{V}{8}.$$

$$\text{Tương tự ta có } V_{A.MPQ} = V_{B.MNE} = V_{C.NPF} = \frac{V}{8}.$$

$$\text{Từ đó ta có } V_{MNPQEF} = \frac{1}{2}.$$



Chọn đáp án (A)

□

Câu 764. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC . Biết mặt phẳng (AEF) vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{8}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

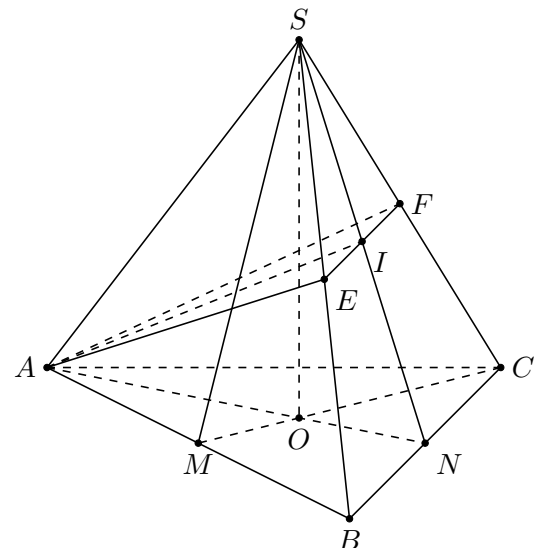
Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC .

Từ đó suy ra $AN \perp BC$ và $SN \perp BC$, suy ra $BC \perp (SAN)$. (1)

Theo bài ra ta có $(AEF) \perp (SBC)$, mặt khác $(AEF) \cap (SBC)$ tại EF và do EF là đường trung bình của tam giác SBC nên $EF \parallel BC$, kết hợp với (1) suy $(SAN) \perp EF$, từ đó suy ra $((AEF), (SBC)) = \widehat{AIN} = 90^\circ$.

Do EF là đường trung của tam giác SBC nên suy ra I là trung điểm của SN , từ đó suy ra tam giác ASN cân tại A , suy ra $SA = AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



$$\text{Xét tam giác vuông } SOA \text{ có } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{15}}{6}.$$

Từ đó suy ra thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}hS = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{6} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 765. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành và $AB = 2AC = 2a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác SAD vuông cân tại S , hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$ vuông góc với nhau. Tính tỉ số $\frac{V}{a^3}$ biết V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

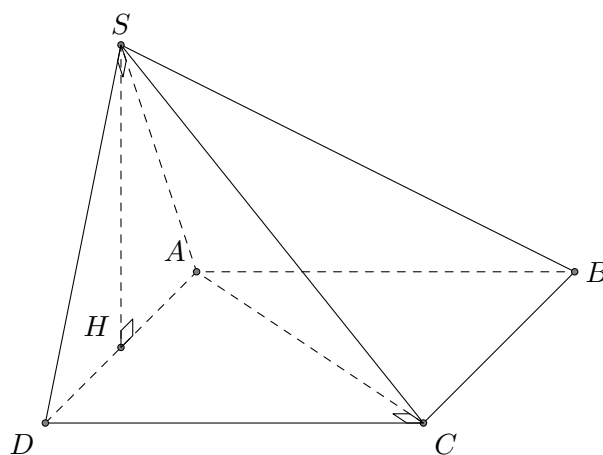
Gọi H là trung điểm AD , do tam giác SAD vuông cân tại S nên $SH \perp AD$ và $SH = \frac{AD}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Mặt khác hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$ vuông góc với nhau nên suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Từ giả thiết đã cho, ta có $AB = 2a$, $AC = a$, $BC = a\sqrt{3}$ nên $AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại C .

Từ đó, ta có

$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = AC \cdot BC = a \cdot a\sqrt{3} = a^2\sqrt{3}.$$



Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{2}.$$

Vậy: $\frac{V}{a^3} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 766. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) , SAB là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, $BC = a\sqrt{3}$, đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (ABC) góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

D. $2a^3\sqrt{6}$.

Lời giải.

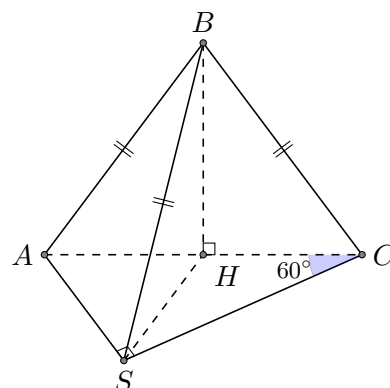
Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên AC , suy ra $BH \perp (SAC)$.

Vì $BA = BC = BS = a\sqrt{3}$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAC .

Mà H là trung điểm của AC nên tam giác SAC vuông tại S .

Ta có $(SC, (ACB)) = \widehat{SCA} = 60^\circ$, suy ra $SC = a$, $AC = 2a$.

Suy ra $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = a\sqrt{2}$.



$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}BH \cdot S_{SAC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 767. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy. Khoảng cách từ O đến mặt bên bằng 1 và góc giữa mặt bên với đáy bằng 45° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

B. $V = \frac{8\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm cạnh BC .

Gọi H là hình chiếu của O lên SI .

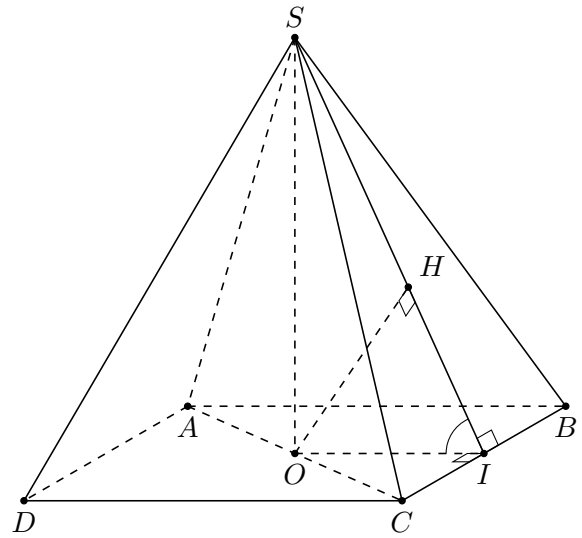
Ta có $\begin{cases} BC \perp SO \\ BC \perp OI \end{cases}$

$\Rightarrow BC \perp (SOI) \Rightarrow ((ABCD), (SBC)) = \widehat{SIO} = 45^\circ$.

Ta được $\begin{cases} OH \perp SI \\ OH \perp BC \end{cases}$

$\Rightarrow OH \perp (SBC) \Rightarrow d(O, (SBC)) = OH = 1$.

Do vậy ta được $\begin{cases} SO = \sqrt{2} \\ AB = 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow V = \frac{8\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 768. Cho tứ diện $SABC$ và hai điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh SA, SB sao cho $\frac{SM}{AM} = \frac{1}{2}$, $\frac{SN}{BN} = 2$. Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm M, N và song song với cạnh SC cắt AC, BC lần lượt tại L, K . Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{SCMNKL}}{V_{SABC}}$.

A. $\frac{V_{SCMNKL}}{V_{SABC}} = \frac{4}{9}$.

B. $\frac{V_{SCMNKL}}{V_{SABC}} = \frac{1}{3}$.

C. $\frac{V_{SCMNKL}}{V_{SABC}} = \frac{2}{3}$.

D. $\frac{V_{SCMNKL}}{V_{SABC}} = \frac{1}{4}$.

Lời giải.

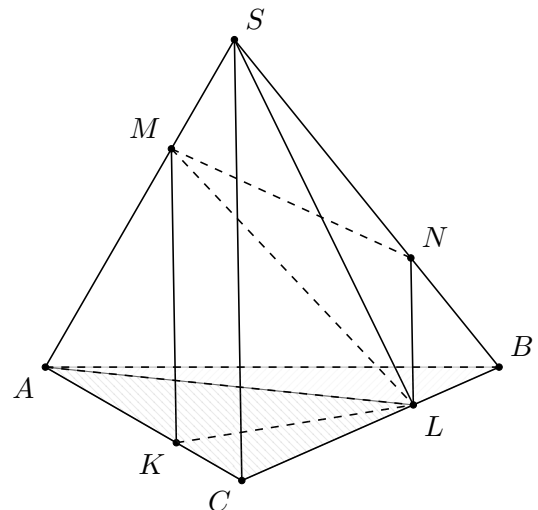
Đặt $V_{S.ABC} = V$.

Ta được $\begin{cases} V_{S.ABL} = \frac{V}{3} \\ V_{S.ACL} = \frac{2V}{3} \end{cases}$

Ta có $\frac{V_{S.MNL}}{V_{S.ABL}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow V_{S.MNL} = \frac{2V}{27}$.

Ta có $\frac{V_{A.MKL}}{V_{A.SCL}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow V_{A.MKL} = \frac{8V}{27}$.

Ta được $V_{SCMNKL} = \left(\frac{2}{27} + \frac{2}{3} - \frac{8}{27} \right) \cdot V = \frac{4V}{9}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 769. Cho lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . Biết $A_1.ABC$ là hình chóp đều và A_1D hợp với đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C. $V = a^3$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Do chóp $A_1.ABC$ đều nên tam giác ABC đều
 $\Rightarrow S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow S_{ABCD} = 2 \cdot S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Do chóp $A_1.ABC$ đều nên chân đường cao H là trọng tâm của tam giác ABC nên

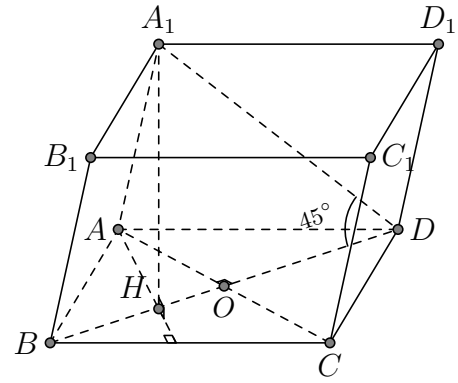
$$BH = \frac{2}{3}OB \Rightarrow OH = \frac{1}{3}OB = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$\Rightarrow HD = OH + OD = \frac{a\sqrt{3}}{6} + \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Góc giữa A_1D và đáy là góc $\widehat{A_1DH} = 45^\circ$.

Tam giác A_1HD vuông cân tại H nên $A_1H = HD = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

$$\text{Thể tích lăng trụ là } V = S_{ABCD} \cdot A_1H = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = a^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 770. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết rằng góc giữa SM và $(ABCD)$ bằng 60° , với M là trung điểm BC .

A. $V = \frac{a^3}{6}$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{16}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{16}}{3}$.

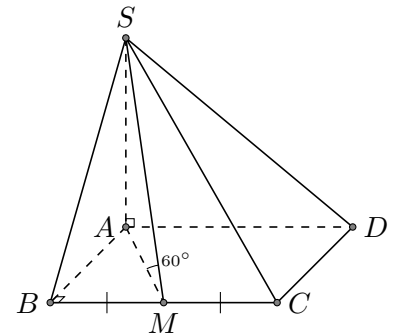
Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = a^2$.

Do $(SAB) \perp (ABCD)$ và $(SAD) \perp (ABCD)$ nên SA là đường cao của chóp $S.ABCD$.

Tam giác ABM vuông tại B nên

$$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$



$$\text{Tam giác } SAM \text{ vuông tại } A \text{ nên } SA = AM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

$$\text{Suy ra thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 771. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$, biết rằng $SC = a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = a^2$, AC là đường chéo hình vuông cạnh a nên $AC = a\sqrt{2}$.

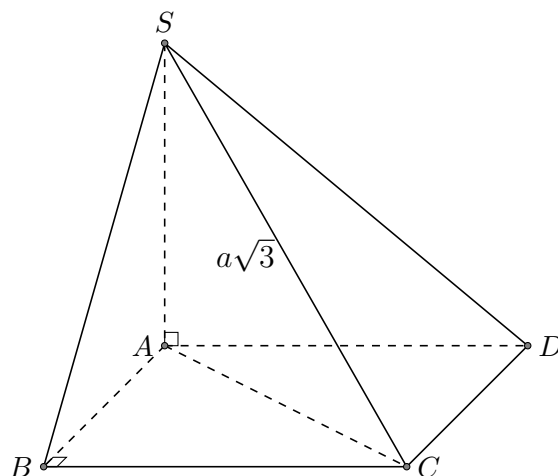
Do $(SAB) \perp (ABCD)$ và $(SAD) \perp (ABCD)$ nên SA là đường cao của chóp $S.ABCD$.

Tam giác SAC vuông tại A nên

$$SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{3a^2 - 2a^2} = a.$$

Suy ra thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 772. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $AC = 2a$ và $BD = 2a\sqrt{3}$. Biết hình chiếu của đỉnh S trên mặt đáy là trung điểm H của đoạn OB và góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $2a^3\sqrt{3}$.

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $4a^3\sqrt{3}$.

D. $3a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

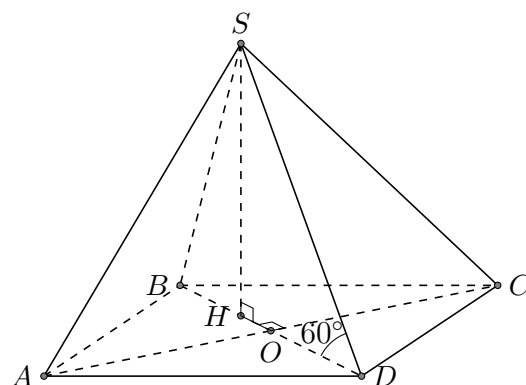
Ta có $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = 2a^2\sqrt{3}$.

$HD = \frac{3}{4}BD = \frac{3a\sqrt{3}}{2}$. Tam giác SDH vuông tại H nên

$$SH = HD \cdot \tan 60^\circ = \frac{9a}{2}$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = 3a^3\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 773. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc, $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$ và diện tích tam giác SBC bằng $\frac{a^2\sqrt{33}}{6}$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

A. $\frac{2a\sqrt{330}}{33}$.

B. $\frac{a\sqrt{110}}{33}$.

C. $\frac{a\sqrt{330}}{11}$.

D. $\frac{a\sqrt{330}}{33}$.

Lời giải.

Gọi AH là đường cao trong tam giác ABC , h là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

$$\text{Tam giác } ABC \text{ vuông tại } A \text{ nên } AH = \sqrt{\frac{AB^2 \cdot AC^2}{AB^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

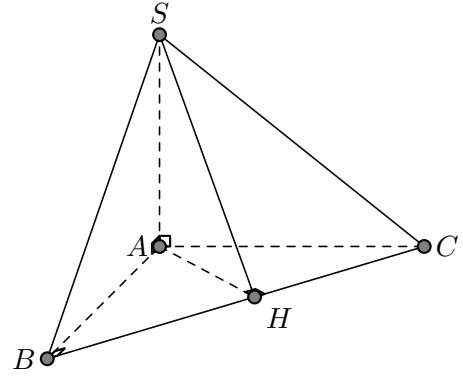
$$\text{và } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{3}.$$

$$S_{SBC} = \frac{1}{2}SH \cdot BC \Rightarrow SH = \frac{2 \cdot S_{SBC}}{BC} = \frac{a\sqrt{33}}{3\sqrt{3}}.$$

$$\text{Tam giác } SAH \text{ vuông tại } A \text{ nên } SA = \sqrt{SH^2 - AH^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}a.$$

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot AB \cdot AC = \frac{a^3\sqrt{10}}{18}.$$

$$\text{Mà } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{SBC}, \text{ suy ra } h = \frac{3 \cdot V_{S.ABC}}{S_{SBC}} = \frac{a\sqrt{330}}{33}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 774. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ADB . Tính tỉ số thể tích của khối tứ diện $AMNP$ và khối tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{5}{7}$.

B. $\frac{2}{27}$.

C. $\frac{8}{27}$.

D. $\frac{2}{7}$.

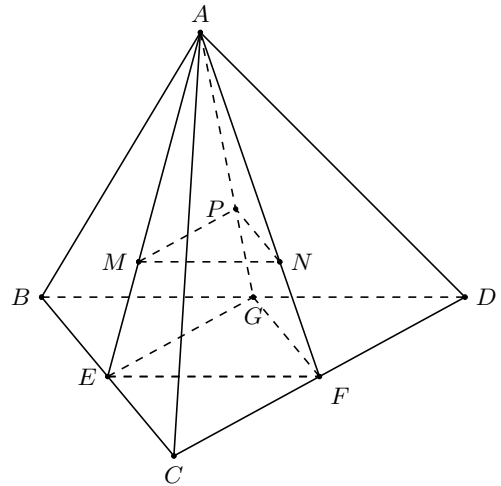
Lời giải.

Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm của BC, CD, DB . Suy ra $V_{AEFG} = \frac{1}{4}V_{ABCD}$.

Do M, N, P là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ADB nên ta có $\frac{AM}{AE} = \frac{AN}{AF} = \frac{AP}{AG} = \frac{2}{3}$.

$$\text{Lại có } \frac{V_{A.MNP}}{V_{A.EFG}} = \frac{AM}{AE} \cdot \frac{AN}{AF} \cdot \frac{AP}{AG} = \frac{8}{27}. \text{ Suy ra}$$

$$V_{A.MNP} = \frac{8}{27} \cdot V_{A.EFG} = \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{4}V_{ABCD} = \frac{2}{27} \cdot V_{ABCD}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 775. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi O là tâm hình vuông $ABEF$, S là điểm đối xứng với O qua mặt phẳng (ECD) . Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng

A. $\frac{7}{6}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{11}{6}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm FD . Ta có $AI \perp (CDFE)$.

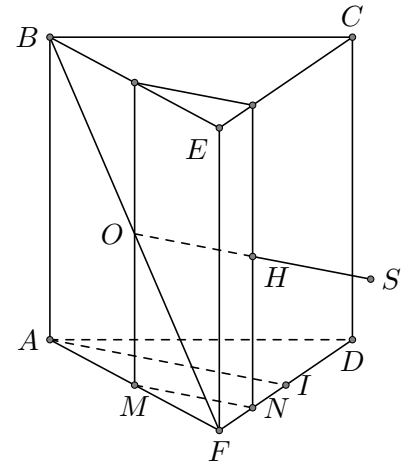
Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $AF, FI \Rightarrow MN \parallel AI \Rightarrow MN \parallel OH$.

Ta có: $DF = CE = \sqrt{2}, AI = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$SH = OH = MN = \frac{1}{2}AI = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

$$V_{ABCDSEF} = V_{ABCD FE} + V_{SCDEF} = S_{\triangle ADF} \cdot AB + \frac{1}{3}S_{CDEF} \cdot SH$$

$$= \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1\right) \cdot 1 + \frac{1}{3}(\sqrt{2} \cdot 1) \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{2}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 776. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Gọi M là trung điểm SC . Mặt phẳng qua AM và song song với BD cắt SB tại E và cắt SD tại F . Tính thể tích V của khối chóp $S.AEMF$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{36}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

Lời giải.

Xét tam giác SAC , ta nhận thấy SO và AM là các đường trung tuyến (với O là tâm hình vuông $ABCD$). Do vậy giao điểm G của SO và AM là trọng tâm tam giác SAC .

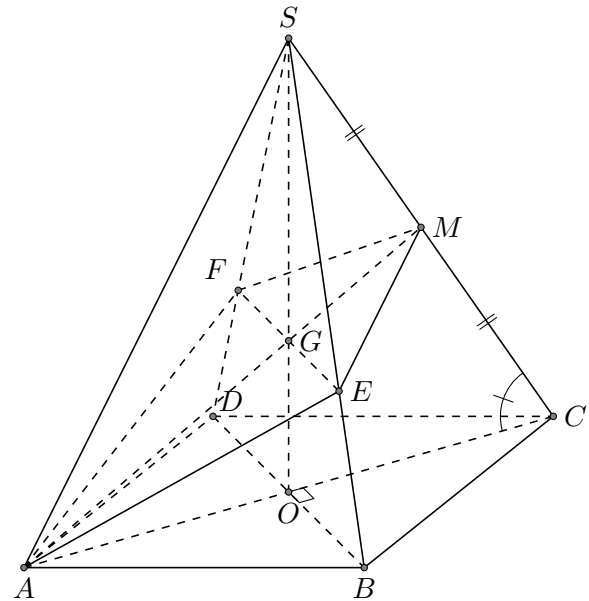
Từ đó suy ra $\frac{SE}{SB} = \frac{SF}{SD} = \frac{SG}{SO} = \frac{2}{3}$.

$$\frac{V_{S.AEMF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{2V_{S.AEM}}{2V_{S.ABC}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$

Suy ra $V_{S.AEMF} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD} = \frac{1}{9}SO \cdot S_{ABCD}$.

Ta có $SO = CO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $V_{S.AEMF} = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 777. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Thể tích của khối tứ diện $CA'B'C'$ bằng

A. $\frac{2V}{3}$. B. $\frac{V}{2}$. C. $\frac{V}{6}$. D. $\frac{V}{3}$.

Lời giải.

Ta có $V_{CA'B'C'} = \frac{1}{3}d(C, (A'B'C')) \cdot S_{A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{V}{3}$.

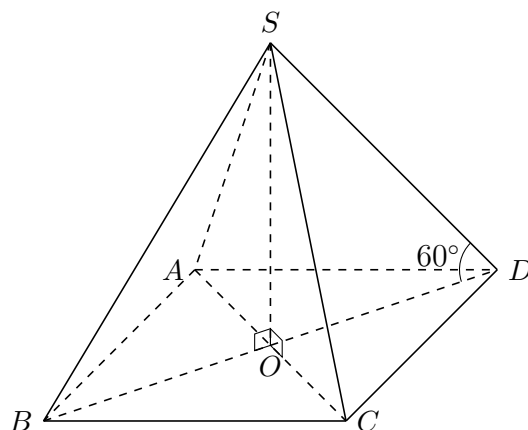
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 778. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.



Ta có $SO = OD \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 779. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a , thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

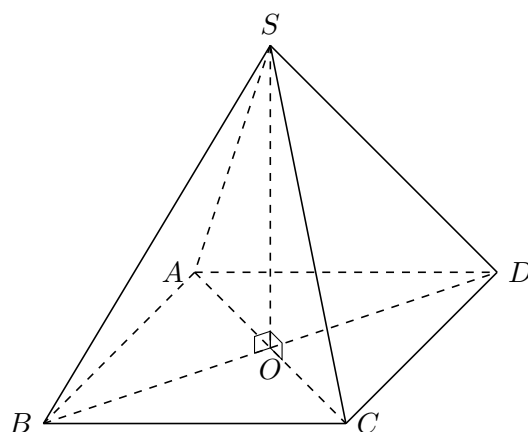
A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

C. $a^3\sqrt{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.



Để thấy tam giác SAC vuông cân tại S nên $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 780. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BB'C'C)$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 30° . Tính thể tích của khối lăng trụ theo a .

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

B. $V = a^3\sqrt{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $V = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Vì $BA \perp (ACC'A')$ nên góc giữa BC' và mặt phẳng $(AA'C'C)$ bằng $\widehat{AC'B} \Rightarrow \widehat{AC'B} = 30^\circ$.

Ta có $AB = AC \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác ABC'

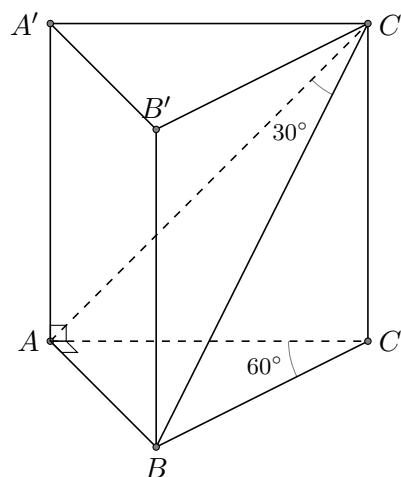
$$\Rightarrow AC' = AB \cdot \cot 30^\circ = a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3a.$$

Xét tam giác $AA'C'$

$$\Rightarrow AA' = \sqrt{AC'^2 - A'C'^2} = \sqrt{9a^2 - a^2} = 2a\sqrt{2}.$$

Thể tích khối lăng trụ là

$$V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2}a \cdot a\sqrt{3} \cdot 2a\sqrt{2} = a^3\sqrt{6}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 781. Cho một cây nến hình lăng trụ lục giác đều có chiều cao và độ dài cạnh đáy lần lượt là 15 cm và 5 cm. Người ta xếp cây nến trên vào trong một hộp có dạng hình hộp chữ nhật sao cho cây nến nằm khít trong hộp. Thể tích của chiếc hộp đó bằng

A. 1500 ml.

B. $750\sqrt{3}$ ml.

C. $600\sqrt{6}$ ml.

D. 1800 ml.

Lời giải.

Chiều cao khối hộp bằng chiều cao của lăng trụ lục giác đều $\Rightarrow h = 15$ cm.

Vì cạnh của lục giác đều bằng 5 nên $AD = 10$

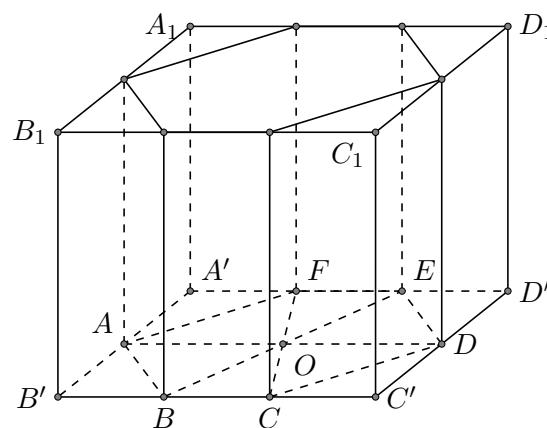
$$\Rightarrow B'C' = 10 \Rightarrow BB' = CC' = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Đặt } AB' = x > 0 \Rightarrow AB'^2 + BB'^2 = AB^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 5^2 \Leftrightarrow x = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow A'B' = 5\sqrt{3}.$$

$$\text{Thể tích khối hộp là } V = 5\sqrt{3} \cdot 10 \cdot 15 = 750\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 782. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V_{S.ABCD} = 18a^3\sqrt{3}.$

B. $V_{S.ABCD} = \frac{9a^3\sqrt{15}}{2}.$

C. $V_{S.ABCD} = 9a^3\sqrt{3}.$

D. $V_{S.ABCD} = 18a^3\sqrt{15}.$

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB . Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Xét tam giác BCH vuông tại B

$$\Rightarrow CH = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \sqrt{9a^2 + \left(\frac{9a^2}{4}\right)} = \frac{3a\sqrt{5}}{2}.$$

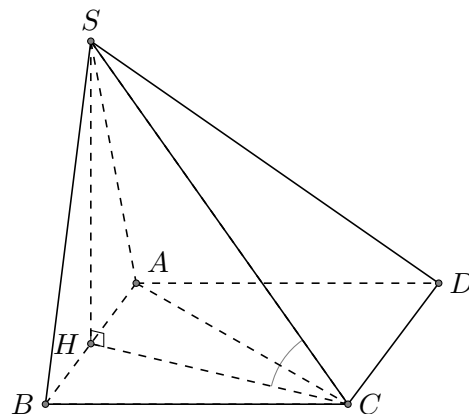
Xét tam giác SHC vuông tại H

$$\Rightarrow SH = CH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a\sqrt{15}}{2}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot (3a)^2 \cdot \frac{3a\sqrt{15}}{2} = \frac{9a^3\sqrt{15}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**



□

Câu 783. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC ;

I là trọng tâm tam giác ABC ;

H là hình chiếu của M lên AA' ;

K là hình chiếu của I lên AA' .

Dễ thấy $BC \perp (AMA')$ nên $MH \perp BC$, do đó MH là đoạn vuông góc chung của AA' và BC .

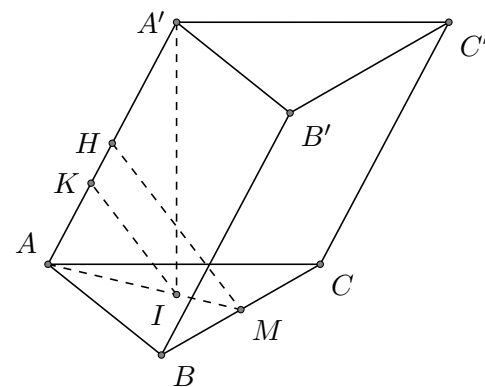
Suy ra $MH = d(AA', BC) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ và $IK = \frac{2}{3}MH = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$

Ta lại có $\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IA^2} + \frac{1}{IA'^2}$, suy ra $IA' = \frac{a}{3}.$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = A'I \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

Chọn đáp án **(A)**

□



Câu 784. Cho tứ diện $ABCD$, có $AB = CD = 6$ (cm), khoảng cách giữa AB và CD bằng 12 (cm), góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 30° . Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$

A. $36 \text{ (cm}^3\text{)}.$

B. $25 \text{ (cm}^3\text{)}.$

C. $60 \text{ (cm}^3\text{)}.$

D. $32 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Lời giải.

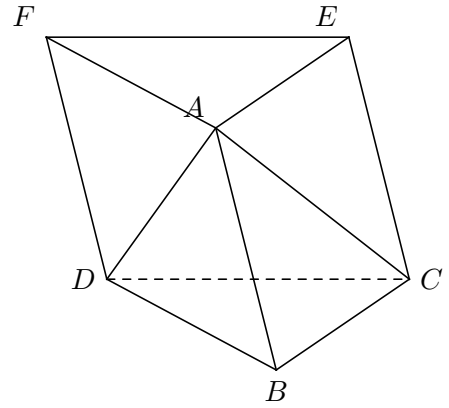
Dựng hình lăng trụ $AEF.BCD \Rightarrow EC = AB = 6$.

$(EC, CD) = (AB, CD) = 30^\circ$.

$d(AB, CD) = 12 = d(AB, (CDEF)) = d(A, (CDEF)) = h$.

Suy ra

$$\begin{aligned} V_{A.CDFE} &= \frac{1}{3}h \cdot S_{CDFE} \\ &= \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot EC \cdot CD \cdot \sin(30^\circ) \\ &= \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin 30^\circ = 72. \end{aligned}$$



Ta có

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3}V_{AEF.BCD},$$

$$V_{ABCD} + V_{A.CDFE} = V_{AEF.BCD} \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{2}V_{A.CDFE} = 36$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 785. Cho tứ diện $ABCD$ có $CD = 3$. Hai tam giác ACD , BCD có diện tích lần lượt là 15 và 10. Biết thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 20. Tính cô-tang của góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) .

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{5}{4}$.

Lời giải.

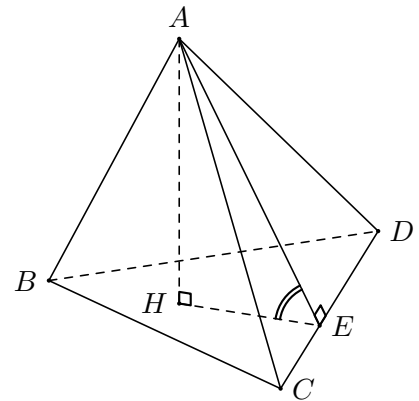
$$\text{Kẻ } AH \perp (BCD) \text{ tại } H \Rightarrow AH = \frac{3V}{S_{\triangle BCD}} = 6.$$

$$\text{Kẻ } HE \perp CD \text{ tại } E \Rightarrow CD \perp (AHE) \Rightarrow AE \perp CD$$

$$\Rightarrow AE = \frac{2S_{\triangle ACD}}{CD} = 10 \Rightarrow HE = \sqrt{AE^2 - AH^2} = 8.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} AE \perp CD \\ HE \perp CD \\ AE \subset (ACD) \\ HE \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow ((ACD), (BCD)) = \widehat{AEH}$$

$$\Rightarrow \cot \widehat{AEH} = \frac{4}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 786. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC . Biết mặt phẳng (AEF) vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Tính thể tích V khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{8}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của EF , M là trung điểm của BC và O là trọng tâm của tam giác ABC .

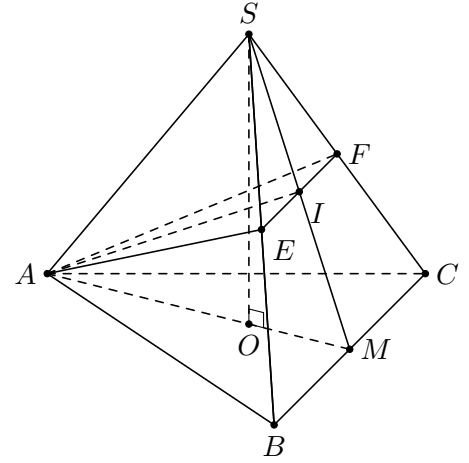
Theo đề bài $(AEF) \perp (SBC) \Rightarrow AI \perp (SBC) \Rightarrow AI \perp SM$.

Mà I là trung điểm SM nên tam giác ASM cân tại A .

Do đó, $SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $AO = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét $\triangle SOA$, $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{\frac{3}{4}a^2 - \frac{1}{3}a^2} = \frac{\sqrt{15}}{6}a$.

Vậy $V = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{15}}{6}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

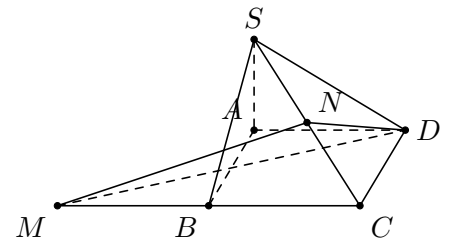


Chọn đáp án **A**

□

Câu 787.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và SA vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là điểm đối xứng với C qua B và N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (MND) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh S có thể tích V_1 , khối đa diện lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



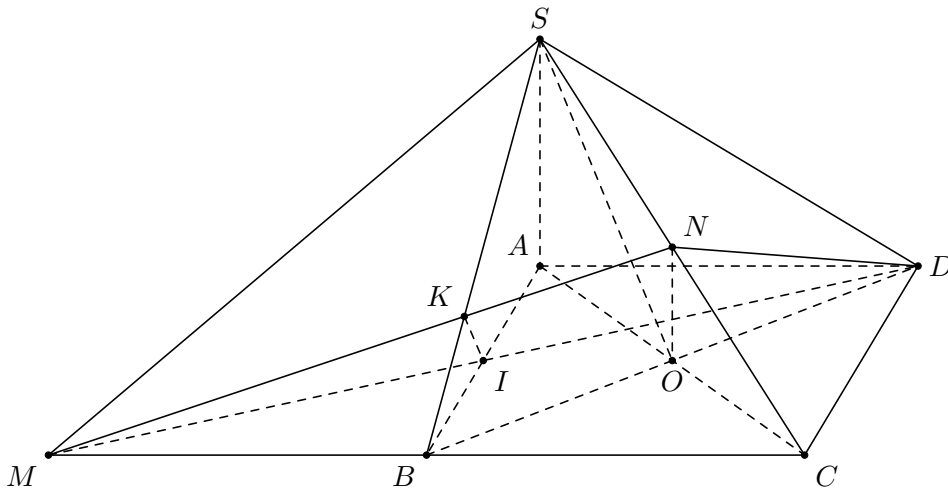
A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{12}{7}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{3}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$.

Lời giải.



Tam giác BAD đều cạnh a , $((SBD), (ABCD)) = \widehat{SOA} = 45^\circ \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4} = V.$$

Có $S_{MCD} = S_{ABCD}$, $NO = \frac{1}{2}SA$, $NO \parallel SA$ suy ra $V_{M.NCD} = \frac{1}{2}V$, K là trọng tâm tam giác SMC nên

$$\frac{MK}{MN} = \frac{2}{3}, \frac{V_{M.BIK}}{V_{M.CDN}} = \frac{MB \cdot MI \cdot MK}{MC \cdot MD \cdot MN} = \frac{1}{6}.$$

Suy ra $V_2 = V_{BKI.CND} = \frac{5}{6} \left(\frac{1}{2}V \right) = \frac{5}{12}V \Rightarrow V_1 = \frac{7}{12}V$. Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 788. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = 2a$, $CD = a$. Gọi I là trung điểm cạnh AD , biết hai mặt phẳng (SBI) , (SCI) cùng vuông góc với đáy và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{3\sqrt{15}a^3}{5}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) , $(ABCD)$.

A. 30° .B. 36° .C. 45° .D. 60° .

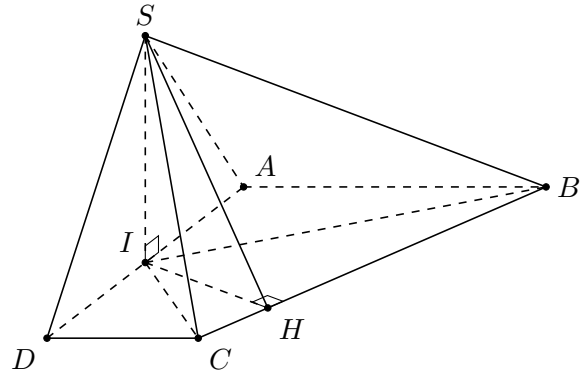
Lời giải.

Do hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với đáy nên $SI \perp (ABCD)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên BC . Khi đó, ta có $BC \perp (SIH)$ và $\widehat{SHI} = ((SBC), (ABCD))$. Ta có

$$SI = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}} = \frac{3\sqrt{15}a}{5},$$

$$IH = \frac{2S_{IBC}}{BC} = \frac{2(S_{ABCD} - S_{IDC} - S_{IAB})}{BC} = \frac{3a}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Suy ra } \tan \widehat{SHI} = \frac{SI}{IH} = \sqrt{3}. \text{ Vậy } ((SBC), (ABCD)) = \widehat{SHI} = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 789. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân ABC với $AB = AC = 2x$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{4x^3}{3}$.

B. $V = x^3$.

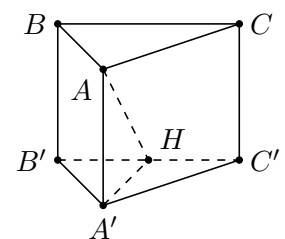
C. $V = \frac{3x^3}{16}$.

D. $V = \frac{9x^3}{8}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm $B'C'$, ta có $A'H \perp B'C'$, mà $AA' \perp B'C'$ nên $B'C' \perp (AHA')$. Suy ra $\widehat{AHA'} = 30^\circ$. Ta tính được $A'H = x$ nên $AA' = \frac{x}{\sqrt{3}}$. Vậy

$$V = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{x}{\sqrt{3}} \cdot \frac{(2x)^2 \sqrt{3}}{4} = x^3.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 790. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $AM = 2MA', NB' = 2NB, PC = PC'$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện $ABCMNP$ và $A'B'C'MNP$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

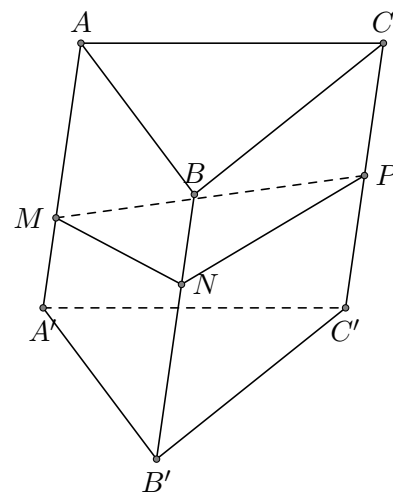
D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Gọi S là diện tích thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với các cạnh bên hình lăng trụ và cắt tất cả các cạnh bên đó và hình lăng trụ. Khi đó ta có

$$V_1 = \frac{1}{3}(AM + BN + CP) \cdot S, V_2 = \frac{1}{3}(A'M + B'N + C'P) \cdot S$$

nên $\frac{V_1}{V_2} = 1.$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 791. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích V . Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SC và G là trọng tâm tam giác ABC . Tính thể tích của khối chóp $G.APQ$ theo V .

A. $\frac{1}{8}V.$

B. $\frac{1}{12}V.$

C. $\frac{1}{6}V.$

D. $\frac{3}{8}V.$

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC , khi đó

$$d(G, (APQ)) = \frac{2}{3}d(M, (APQ)) \\ = \frac{2}{3}d(C, (APQ)) = \frac{2}{3}d(S, (APQ)).$$

$$\text{Do đó } V_{G.APQ} = \frac{1}{3}d(G, (APQ)) \cdot S_{\Delta APQ} \\ = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot d(S, (APQ)) \cdot S_{\Delta APQ} = \frac{2}{3}V_{SAPQ}.$$

$$\text{Mặt khác } \frac{V_{S.APQ}}{V_{S.ABC}} = \frac{SP \cdot SQ}{SB \cdot SC} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow V_{S.APQ} = \frac{1}{4}V_{S.ABC} = \frac{1}{4}V.$$

$$\text{Vậy } V_{G.APQ} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}V = \frac{1}{6}V.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 792. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a, AD = a\sqrt{2}$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của hình chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}.$

B. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}.$

D. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}.$

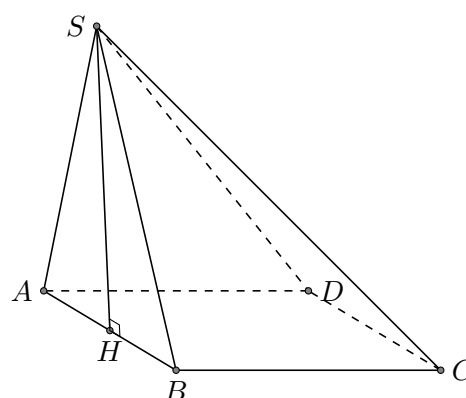
Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB do tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$. Mặt khác $(SAB) \cap (ABCD) = AB$ và $SH \perp AB$ suy ra $SH \perp (ABCD)$.

$$\text{Khi đó } V = \frac{1}{3}SH \cdot S_d, \text{ mà } S_d = AB \cdot AD = 2a \cdot a\sqrt{2} = 2\sqrt{2}a^2.$$

$$\text{Mặt khác ta có } SH = \frac{\sqrt{3}AB}{2} = \sqrt{3}a$$

$$\text{do đó } V = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2}a^2 \cdot \sqrt{3}a = \frac{2\sqrt{6}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 793. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB do tam giác ABC vuông cân đỉnh A nên $AH \perp BC$. Mặt khác $BB' \perp (ABCD)$ suy ra $BB' \perp AH$. Do đó $AH \perp (BB'C'C)$ suy ra $AH \perp B'C$.

Trong mặt phẳng $(BB'C'C)$ kẻ $HK \perp B'C$

khi đó $\begin{cases} B'C \perp AH \\ B'C \perp HK \end{cases} \Rightarrow B'C \perp (AHK)$ nên góc giữa mặt phẳng

$(AB'C)$ và $(BCC'B')$ bằng góc $\widehat{HKA} = 60^\circ$. Xét tam giác vuông AHK ta có

$$HK = AH \cdot \cot \widehat{HKA} \Leftrightarrow HK = \frac{BC}{2} \cdot \cot 60^\circ \Leftrightarrow HK = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Xét tam giác vuông KHC ta có

$$HC^2 = KC^2 + HK^2 \Leftrightarrow KC^2 = \left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow KC = a.$$

Trong tam giác vuông $BB'C$ ta có $BB' = BC \cdot \tan \widehat{BCB'}$. Mà $\tan \widehat{BCB'} = \frac{HK}{KC} = \frac{a\sqrt{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ suy ra $BB' = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{6} = a\sqrt{3}$. Khi đó $V = BB' \cdot S_d$, mà $S_d = \frac{1}{2}AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a\sqrt{6} = \frac{3a^2}{2}$.

$$\text{Do đó } V = \sqrt{3}a \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 794. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V bằng

A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{96}$.

B. $\frac{9a^3\sqrt{2}}{320}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{320}$.

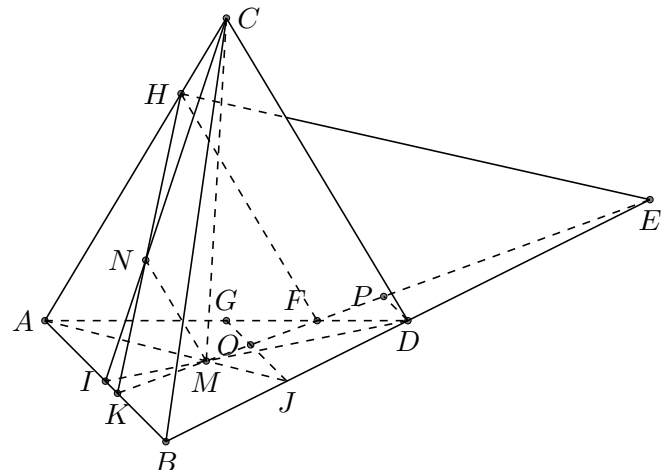
D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{80}$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng (ABD) nối E, M cắt AB, AD lần lượt tại K và F . Tương tự trong mặt phẳng (ABC) nối K, N cắt AC tại H .

Khi đó mặt phẳng (MEN) cắt tứ diện theo tam giác FKH . Gọi I, J là trung điểm của AB, BD do giả thiết $\frac{IM}{ID} = \frac{IN}{IC} = \frac{1}{3}$ suy ra $MN \parallel CD$.

Mặt khác $(MEN) \cap (ACD) = HF$ suy ra $HF \parallel CD$.



Trong mặt phẳng (ABD) qua J kẻ $JG \parallel AB$ và $\{O\} = JG \cap KE$; qua D kẻ $DP \parallel JG$. Theo định lý Talét ta có $\frac{JO}{AK} = \frac{JM}{MA} = \frac{1}{2}$ suy ra $AK = 2JO$. Tương tự $\frac{PD}{OJ} = \frac{ED}{EJ}$ do $DE = BD$ và

$$JD = JB \text{ nên } JE = \frac{3}{2}DE \text{ suy ra } \frac{PD}{OJ} = \frac{2}{3} \text{ hay } PD = \frac{2}{3}JO.$$

$$\text{Dễ thấy } KB = 2PD \text{ nên } KB = \frac{4}{3}JO. \text{ Suy ra } \frac{KA}{KB} = \frac{2JO}{\frac{4}{3}JO} = \frac{3}{2} \text{ hay } \frac{AK}{AB} = \frac{3}{5}.$$

$$\text{Tương tự } \frac{PD}{AK} = \frac{\frac{2}{3}JO}{\frac{3}{5}JO} = \frac{1}{3}. \text{ Theo định lý Ta lét ta có } \frac{PD}{AK} = \frac{FD}{FA} = \frac{PF}{FK} \text{ suy ra } \frac{FD}{FA} = \frac{1}{3} \text{ hay } \frac{AF}{AD} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Xét tam giác } ACD \text{ vì } HF \parallel CD \text{ nên } \frac{AF}{AD} = \frac{AH}{AC} = \frac{HF}{CD} = \frac{3}{4}.$$

Theo công thức tỉ số thể tích

$$\frac{V_{AKFH}}{V_{ABCD}} = \frac{AK}{AB} \cdot \frac{AF}{AD} \cdot \frac{AH}{AC} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{80}.$$

$$\text{Do giả thiết ta có } CM \perp (ABC) \text{ do đó } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot CM \cdot S_{\Delta ABD}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } AMC \text{ ta có } CM = \sqrt{AC^2 - AM^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}. \text{ Suy ra } V_{AKFH} = \frac{27}{80} \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{9a^3\sqrt{2}}{360}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 795. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$; $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{2a^3}{3}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SB với mặt phẳng $(ABCD)$.

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 75° .

Lời giải.

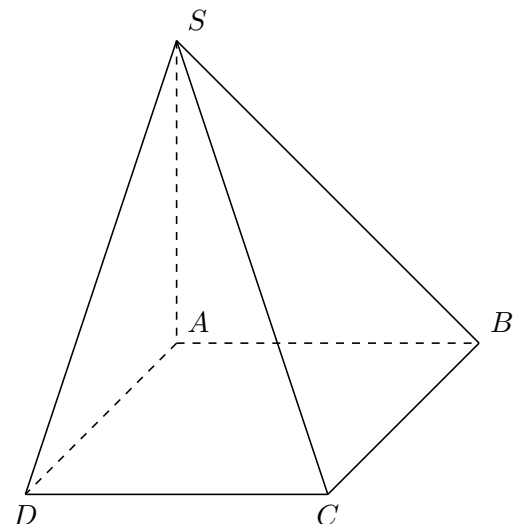
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{2a^2}{3} \cdot SA = \frac{2a^3}{3} \Rightarrow SA = a$$

$$\Rightarrow SA = AB \Rightarrow \triangle SAB \text{ vuông cân tại } A.$$

Có $SA \perp (ABCD)$

$$\Rightarrow (\widehat{SB, (ABCD)}) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA} = 45^\circ.$$



Chọn đáp án (C)

□

Câu 796. Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3} \text{ m}^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/m². Khi đó kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất là

A. Chiều dài 20 m chiều rộng 10 m và chiều cao $\frac{5}{6} \text{ m}$.

- B. Chiều dài 10 m chiều rộng 5 m và chiều cao $\frac{10}{3}$ m .
 C. Chiều dài 30 m chiều rộng 15 m và chiều cao $\frac{10}{27}$ m.
 D. Một đáp số khác.

Lời giải.

Giả sử chiều dài, rộng, chiều cao của hình lăng trụ lần lượt là x, y, z . Vì chiều dài gấp đôi chiều rộng nên $x = 2y$.

Khi đó thể tích khối hộp chữ nhật là

$$V = xyz = 2y^2z = \frac{500}{3} \Rightarrow z = \frac{250}{3y^2}.$$

Diện tích xung quanh và diện tích một mặt đáy của khối hộp là $S_{xq} = xy + 2yz + 2zx = 2y^2 + \frac{500}{y}$.

$$\text{Xét hàm số } f(y) = 2y^2 + \frac{500}{y} \Rightarrow f'(y) = 4y - \frac{500}{y^2}.$$

$$\Rightarrow f'(y) = 0 \Leftrightarrow y = 5.$$

Vậy để chi phí thấp nhất thì chiều dài 10 m chiều rộng 5 m và chiều cao $\frac{10}{3}$ m.

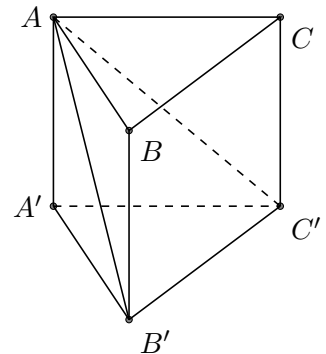
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 797.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng 60° (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

**Lời giải.**

Gọi M là trung điểm của $A'C'$. Do tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' nên $B'M \perp A'C'$.

$$\Rightarrow MB' \perp (AA'C'C).$$

$$\text{Thể tích khối chóp } B'.ACC'A' \text{ là } V_{B'.AA'C'C} = \frac{1}{3} B'M \cdot AA' \cdot AC.$$

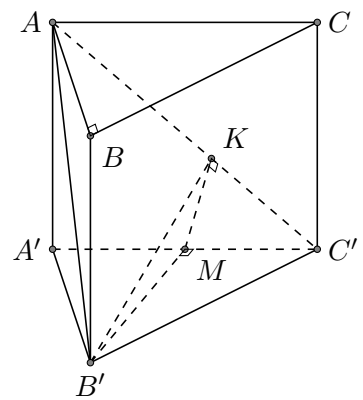
$$\text{Ta có } B'M = \frac{a\sqrt{2}}{2}, AC = a\sqrt{2}.$$

Do $MB' \perp (AA'C'C) \Rightarrow MB' \perp AC'$. Kẻ $MK \perp AC' \Rightarrow B'K \perp AC'$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ là $\widehat{MKB'} \Rightarrow \widehat{MKB'} = 60^\circ$.

$$\text{Trong tam giác vuông } MKB' \text{ ta có } \tan 60^\circ = \frac{MB'}{MK} \Rightarrow MK = \frac{MB'}{\tan 60^\circ} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } MKC' \text{ ta có } \tan \widehat{MC'K} = \frac{MK}{KC'} = \frac{MK}{\sqrt{MC'^2 - MK^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{6}}{\sqrt{\frac{2a^2}{4} - \frac{6a^2}{36}}}.$$



Mặt khác trong tam giác vuông $AA'C$ ta có $AA' = A'C' \cdot \tan \widehat{MC'K} = \frac{\sqrt{2}}{2} a\sqrt{2} = a$.

$$\text{Vậy } V_{B'.AA'C'C} = \frac{1}{3} B'M \cdot AA' \cdot AC = \frac{1}{3} a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 798. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, diện tích tam giác $A'BC$ bằng 3. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải.

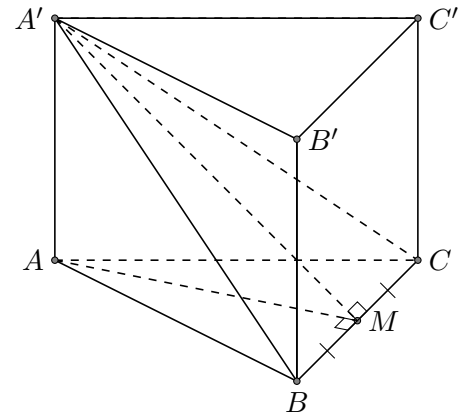
Gọi M là trung điểm của BC .

$$\text{Vì } \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'M.$$

$$S_{\triangle A'BC} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M \cdot BC = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M \cdot 2 = 3 \Leftrightarrow A'M = 3.$$

$$AA' = \sqrt{A'M^2 - AM^2} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 799. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$; $BC = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , mặt phẳng (SAG) tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối tứ diện $ACGS$ bằng

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{36}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{27}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải.

Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB, BC .

Suy ra $SH \perp (ABC)$.

Trong (ABC) vẽ $HK \perp AI$, suy ra $AI \perp (SHK)$ nên $AI \perp SK$.

$$\Rightarrow [(SAG), (ABC)] = (\widehat{SK, HK}) = \widehat{SKH} = 60^\circ.$$

Ta có $\triangle ABI$ vuông cân tại B (do $BI = BA = a$).

$$\Rightarrow \widehat{BAI} = 45^\circ \Rightarrow \triangle AHK \text{ vuông cân tại } K$$

$$\Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow SH = HK \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

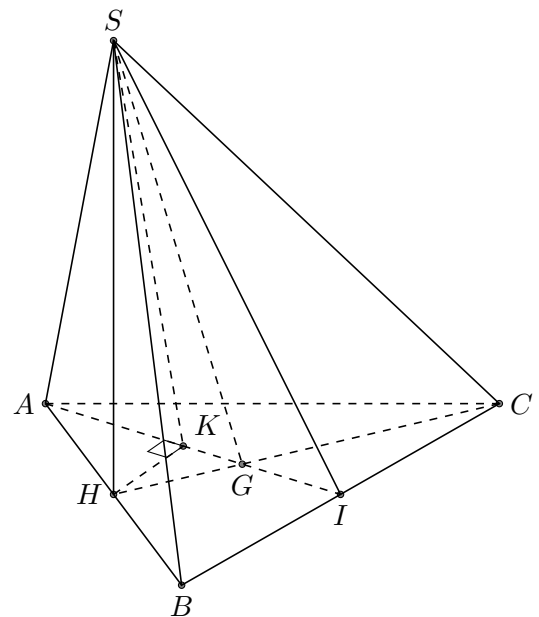
Ta có

$$S_{\triangle ACG} = S_{\triangle AHC} - S_{\triangle AHG} = \frac{1}{2} (BC \cdot AH - HK \cdot AG)$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ACG} = \frac{1}{2} \left(2a \cdot \frac{a}{2} - \frac{a\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{2a\sqrt{2}}{3} \right) = \frac{a^2}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{SACG} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ACG} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a^2}{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{36}.$$

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 800. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$; $SA = a$ và

$SA \perp (ABC)$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle SBC$, mặt phẳng (α) đi qua AG và song song với BC cắt SC, SB lần lượt tại M, N . Tính thể tích V của khối chóp $S.AMN$.

- A. $V = \frac{4a^3}{27}$. B. $V = \frac{2a^3}{9}$. C. $V = \frac{4a^3}{9}$. D. $V = \frac{2a^3}{27}$.

Lời giải.

Tam giác ABC vuông cân ở B nên

$$AB^2 + BC^2 = 2AB^2 = AC^2 \Rightarrow AB = BC = a.$$

Suy ra thể tích khối chóp $S.ABC$ là

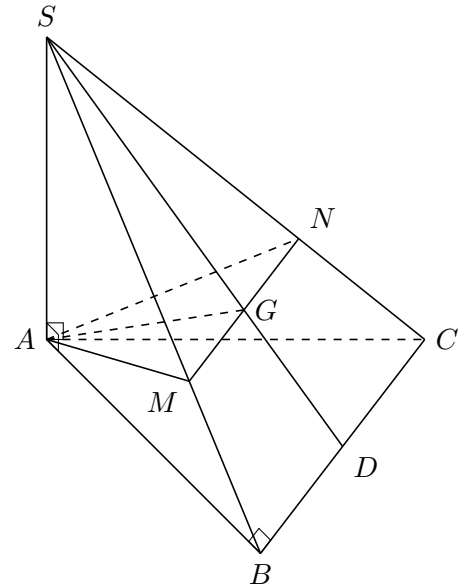
$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{6}.$$

Theo bài ra ta có $(\alpha) \cap (SBC) \equiv MN$, kết hợp với $(\alpha) \parallel BC$

suy ra $MN \parallel BC$ suy ra $\frac{SM}{SB} = \frac{SG}{SD} = \frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$.

Từ đó suy ra

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA \cdot SM \cdot SN}{SA \cdot SB \cdot SC} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{4}{9} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{2a^3}{27}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 801. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $6a^3$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích V' của khối đa diện $ABC.MNP$.

- A. $V' = \frac{11}{27}a^3$. B. $V' = \frac{9}{16}a^3$. C. $V' = \frac{11}{3}a^3$. D. $V' = \frac{11}{18}a^3$.

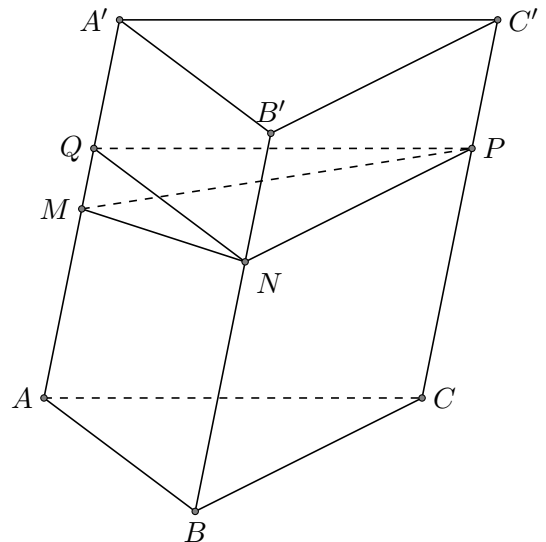
Lời giải.

Trên AA' lấy điểm Q sao cho $PQ \parallel AC$.

Khi đó $MQ = A'M - A'Q = \frac{1}{6}AA'$.

Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

$$V' = V_{ABC.QNP} - V_{M.QNP} \\ \Rightarrow V' = \frac{2}{3}V - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}V = \frac{11}{18}V = \frac{11}{3}a^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 802. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Gọi K là trung điểm của DD' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D$

- A. $\frac{4a}{3}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{2a}{3}$. D. $\frac{3a}{4}$.

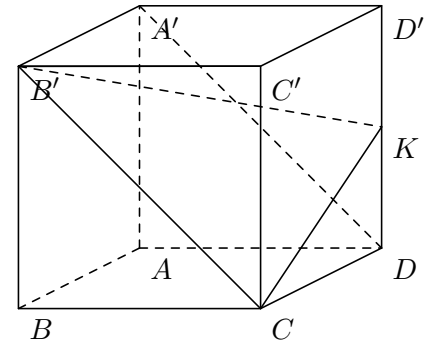
Lời giải.

Mặt phẳng $(B'CK)$ chứa CK và song song với $A'D$ nên khoảng cách cần tìm là khoảng cách từ D đến $(B'CK)$.

$$\text{Ta có } V_{B'.CDK} = \frac{1}{3} \cdot S_{CDK} \cdot B'C' = \frac{a^3}{12}.$$

Để tính $S_{B'CK}$ ta tính các cạnh $B'C = a\sqrt{2}$, $CK = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ và $B'K = \frac{3a}{2}$. Sử dụng công thức He-rong ta có $S_{B'CK} = \frac{3a^2}{4}$.

$$\text{Từ đây ta có } d(D, (B'CK)) = \frac{3V_{B'.CDK}}{S_{B'CK}} = \frac{a}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 803. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $A'.BCC'B'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm BC . Khi đó $AI \perp BC$ và $A'I \perp BC$.

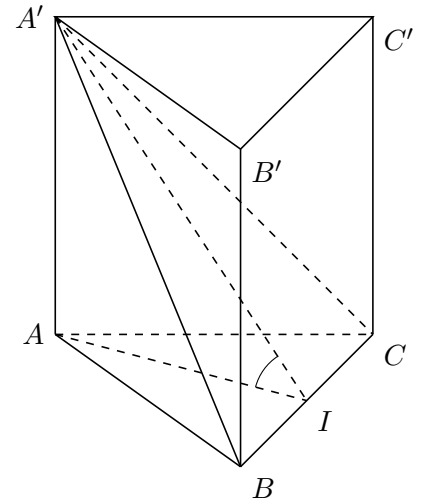
Suy ra góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) là góc $A'IA \Rightarrow \widehat{A'IA} = 60^\circ$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Tam giác $A'AI$ vuông tại A nên $AA' = AI \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.

Thể tích của khối lăng trụ $V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Do đó thể tích cần tính là $V_{A'.BCC'B'} = \frac{2}{3}V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 804. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC .

Kẻ $MH \perp B'C$ với $H \in B'C$.

Mà $AM \perp B'C$ nên $B'C \perp (AMH) \Rightarrow AH \perp B'C$.

Từ đó $((AB'C); (BCC'B')) = (MH, AH) = \widehat{AHM} \Rightarrow \widehat{AHM} = 60^\circ$.

Ta có $AB = AC = a\sqrt{3}$; $AM = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$; $AH = \frac{AM}{\sin 60^\circ} = a\sqrt{2}$;

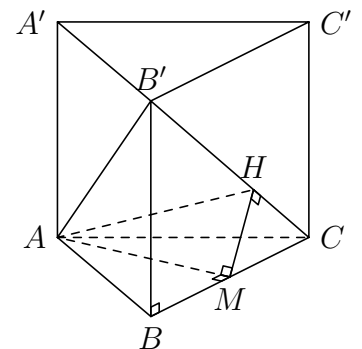
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB'^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow \frac{1}{AB'^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{6a^2} \Rightarrow AB' = a\sqrt{6};$$

Suy ra $AA' = \sqrt{AB'^2 - A'B'^2} = a\sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 805. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB' = 3$ cm và đường thẳng AB' vuông góc với đường thẳng BC' . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{9}{2} \text{ cm}^3$.

B. $2\sqrt{3} \text{ cm}^3$.

C. $\frac{7\sqrt{6}}{4} \text{ cm}^3$.

D. $\frac{27\sqrt{6}}{16} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

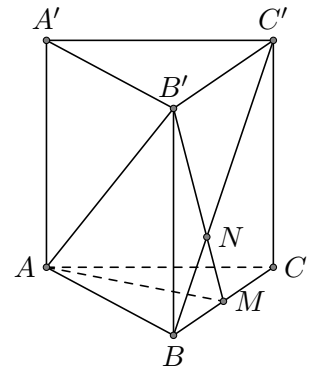
Gọi M là trung điểm của BC . Suy ra $AM \perp (BCC'B') \Rightarrow AM \perp BC'$.

Mà $BC' \perp AB' \Rightarrow B'M \perp BC'$.

Đặt $AB = a$, $AA' = b$. Ta có $\tan \widehat{B'BC'} = \cot \widehat{BB'M} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2b}{a} \Rightarrow b = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Mà $AB' = 3 \Rightarrow \sqrt{AB^2 + AA'^2} = 3 \Rightarrow \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} = 3 \Rightarrow a = \sqrt{6}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = AA' \cdot S_{ABC} = \sqrt{3} \cdot (\sqrt{6})^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{9}{2} \text{ cm}^3$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 806. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , I là trung điểm của AB , có (SIC) và (SID) cùng vuông góc với đáy. Biết $AD = AB = 2a$, $BC = a$, khoảng cách từ I đến (SCD) là $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. a^3 .

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $3a^3$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $S_{\triangle ICD} = S_{ABCD} - S_{AID} - S_{BIC} = \frac{3a^2}{2}$,
 $CD = a\sqrt{5}$.

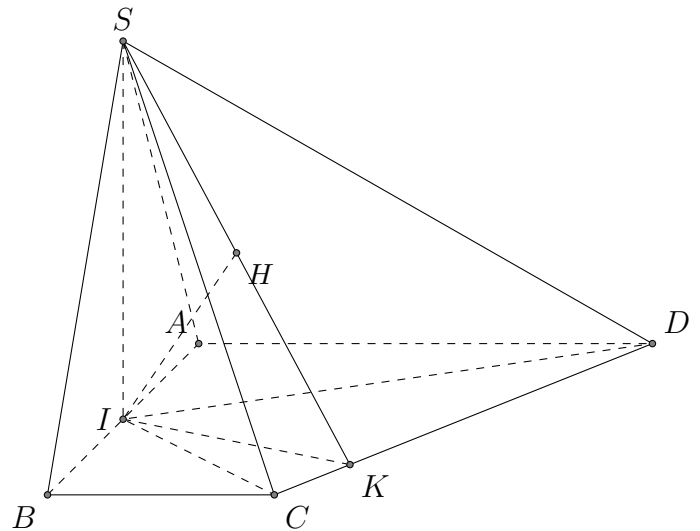
Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của I lên CD và SK .

Suy ra $IH \perp (SCD) \Rightarrow IH = d(I, (SCD)) = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

$$IK = \frac{2S_{\triangle ICD}}{CD} = \frac{3a}{\sqrt{5}}.$$

Ta có $\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IK^2} + \frac{1}{IS^2} \Rightarrow \frac{1}{IS^2} = \frac{1}{3a^2} \Rightarrow IS = a\sqrt{3}$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a^2 \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 807. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $V_{S.ABCD} = 4 \cdot V_{S.ABC}$.

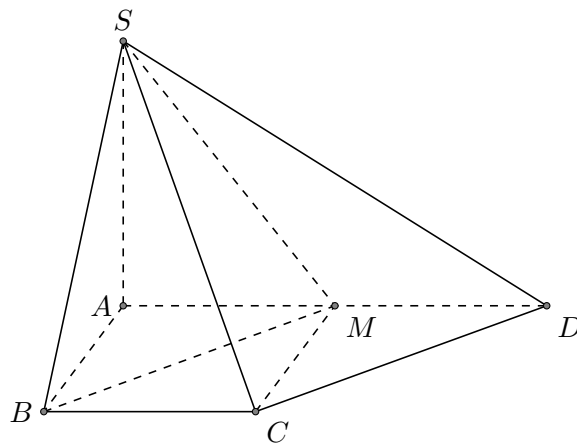
B. $V_{S.ABCD} = 6 \cdot V_{S.ABC}$.

C. $V_{S.ABCD} = 3 \cdot V_{S.ABC}$.

D. $V_{S.ABCD} = 2 \cdot V_{S.ABC}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{3}S_{ABCD}$
 $\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 808. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB = 2a\sqrt{2}$. Biết $AC' = 8a$ và tạo với mặt đáy một góc 45° . Thể tích khối đa diện $ABCC'B'$ bằng

- A. $\frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

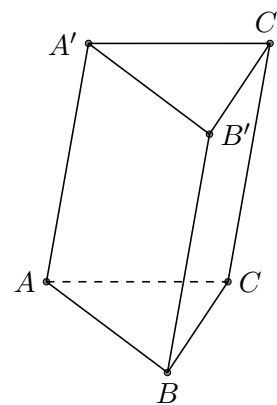
Lời giải.

Từ giả thiết $AC' = 8a$ và tạo với đáy một góc 45° suy ra khoảng cách giữa hai đáy là $h = 4a\sqrt{2}$.

Diện tích đáy ABC bằng $2a^2\sqrt{3}$.

Nên thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = 8a^3\sqrt{6}$. Thể tích khối đa diện

$ABCC'B'$ bằng $\frac{2}{3}V = \frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 809. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, M là trung điểm của SC . Mặt phẳng (P) qua AM và song song với BD cắt SB, SD tại N, K . Tính tỉ số thể tích của khối chóp $S.ANMK$ và khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$, $I = AM \cap SO \Rightarrow I$ là trọng tâm của tam giác SAC (1).

Do mặt phẳng (P) qua AM và song song với BD nên (P) cắt (SBD) theo giao tuyến NK qua I và song song với BD (2).

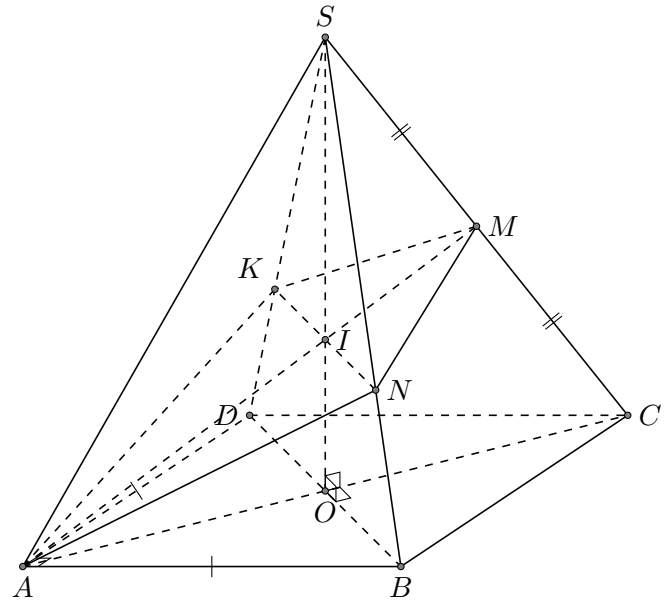
Từ (1) và (2), suy ra $\frac{SN}{SB} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$.

Ta có:

$$V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC};$$

$$V_{S.ANMK} = 2V_{S.ANM}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{V_{S.ANMK}}{V_{S.ABCD}} = \frac{2V_{S.ANM}}{2V_{S.ABC}} = \frac{V_{S.ANM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 810. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy $(ABCD)$ trùng với trung điểm AB . Biết $AB = a$, $BC = 2a$, $BD = a\sqrt{10}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy là 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = \frac{3\sqrt{30}a^3}{8}$.

B. $V = \frac{\sqrt{30}a^3}{4}$.

C. $V = \frac{\sqrt{30}a^3}{12}$.

D. $V = \frac{\sqrt{30}a^3}{8}$.

Lời giải.

Ta có $AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = 3a$.

Gọi H là trung điểm AB thì $SH \perp (ABCD)$, kẻ $HK \perp BD$ (với $K \in BD$), ta có $\widehat{SKH}$ là góc giữa (SBD) và $(ABCD)$, do đó $\widehat{SKH} = 60^\circ$.

Gọi AM là đường cao của tam giác vuông ABD . Khi đó, ta có:

$$AM = \frac{AB \cdot AD}{BD} = \frac{a \cdot 3a}{a\sqrt{10}} = \frac{3a}{\sqrt{10}}, \text{ suy ra } HK = \frac{AM}{2} = \frac{3a}{2\sqrt{10}}.$$

$$\text{Do đó: } SH = HK \tan \widehat{SKH} = \frac{3a}{2\sqrt{10}} \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{10}}.$$

$$\text{Vậy nên } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} (AD + BC) \cdot AB \cdot SH = \frac{1}{6} (3a + 2a) \cdot a \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{30}a^3}{8}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 811. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a và các góc $\widehat{BAD}$, $\widehat{DAA'}$, $\widehat{A'AB}$ đều bằng 60° . Tính thể tích V của tứ diện $ACB'D'$ theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải.

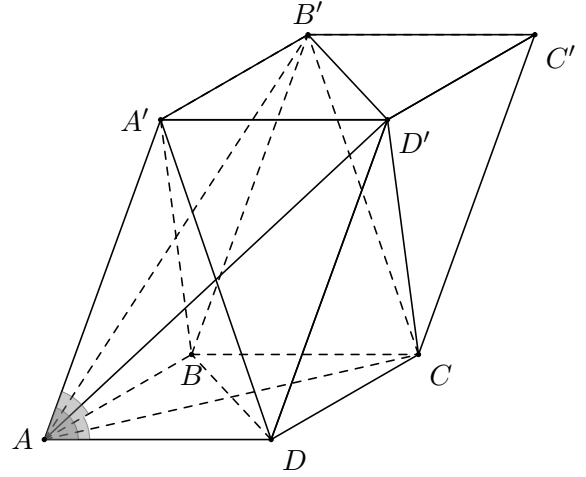
Tứ diện $A'ABD$ là tứ diện đều cạnh a nên

$$V_{A'ABD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

$$\begin{aligned} V_{ABCD.A'B'C'D'} &= d(A', (ABD)) \cdot S_{ABCD} \\ &= 2d(A', (ABD)) \cdot S_{ABD} \\ &= 6V_{A'ABD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = V_{D'ADC} + V_{B'ABC} + V_{CB'C'D'} + V_{AA'B'D'} + V_{ACB'D'}$.

Vì các khối $D'.ADC$; $B'.ABC$; $C.B'C'D'$; $A.A'B'D'$



có cùng chiều cao và diện tích đáy với khối $A'.ABD$ nên $V_{ACB'D'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2} - 4 \times \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 812. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy góc 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng $8a^2$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = 8\sqrt{3}a^3$.

B. $V = 2\sqrt{3}a^3$.

C. $V = 64\sqrt{3}a^3$.

D. $V = 16\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB .

Gọi x là cạnh của tam giác ABC . Ta có: $AI = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác $A'AI$ vuông tại A có:

$$\tan \widehat{AIA'} = \frac{AA'}{AI} \Rightarrow AA' = AI \cdot \tan 30^\circ = \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{2}.$$

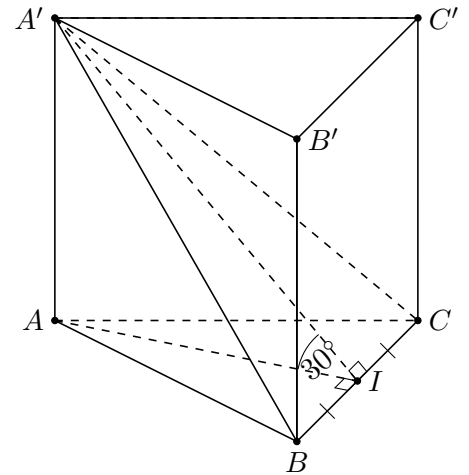
$$\cos \widehat{AIA'} = \frac{AI}{A'I} \Rightarrow A'I = \frac{AI}{\cos 30^\circ} = \frac{x\sqrt{3}}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = x.$$

$$\text{Ta có: } S_{\triangle A'BC} = \frac{1}{2} A'I \cdot BC \Leftrightarrow 8a^2 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot x \Leftrightarrow x = 4a.$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = 4a^2\sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow AA' = \frac{4a}{2} = 2a$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = 4a^2\sqrt{3} \cdot 2a = 8a^3\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 813. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt đáy (ABC) . Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) .

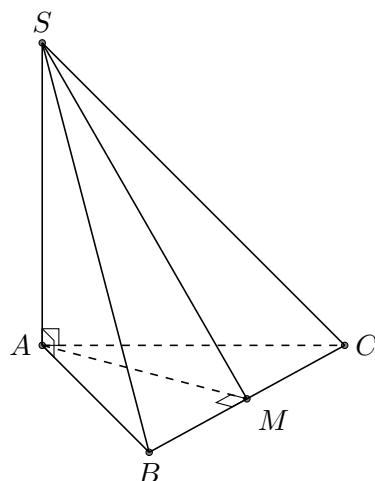
A. $d = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

B. $d = a$.

C. $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.



Tam giác ABC có diện tích $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và chiều cao $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra thể tích của hình chóp là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{4}$.

Tam giác SAM vuông tại A có $SM = \sqrt{SA^2 + AM^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$, từ đó suy ra diện tích của tam giác SBC là $S_{SBC} = \frac{a^2\sqrt{15}}{4}$.

Gọi d là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) , suy ra $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}dS_{SBC} \Rightarrow d = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 814. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Tính theo V thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$.

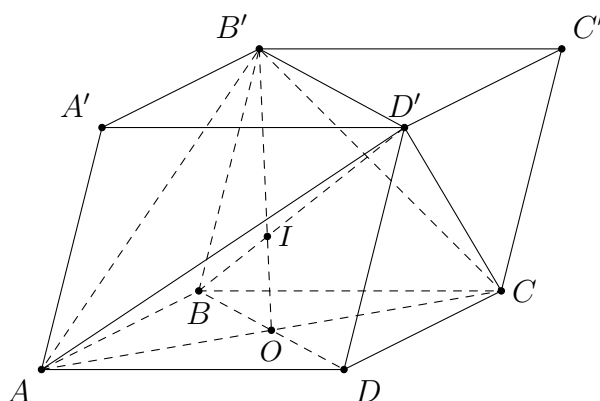
A. $\frac{2}{3}V$.

B. $\frac{1}{3}V$.

C. $\frac{1}{2}V$.

D. $\frac{3}{4}V$.

Lời giải.



Gọi $O = BD \cap AC; I = B'O \cap BD'$.

Ta có BD' cắt $(AB'C)$ tại I nên $\frac{d(D', (AB'C))}{d(B, (AB'C))} = \frac{ID'}{IB} = \frac{B'D'}{BO} = 2$.

Suy ra $V_{D'.AB'C} = 2V_{B.AB'C}$.

Mặt khác $V_{B.AB'C} = \frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{6}V$.

Từ (1) và (2) suy ra $V_{D'.AB'C} = \frac{1}{3}V$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 815. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính thể tích khối tứ diện $ACB'D'$.

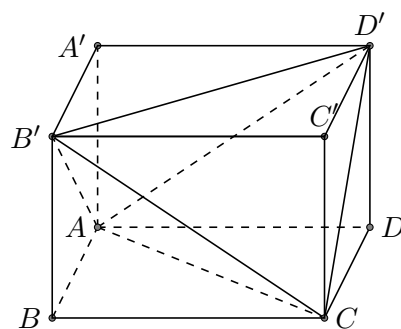
A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Ta có $V_{B'.ABC} = V_{D'.ACD} = V_{C.B'D'C'} = V_{A.B'D'A'} = \frac{1}{6}a^3$.

$$\begin{aligned} V_{ACB'D'} &= V_{ABCD.A'B'C'D'} - (V_{B'.ABC} + V_{D'.ACD} + V_{C.B'D'C'} + V_{A.B'D'A'}) \\ &= a^3 - 4 \cdot \frac{1}{6}a^3 = \frac{1}{3}a^3. \end{aligned}$$
☐

A. $\frac{1}{3}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $\frac{\sqrt{5}}{3}a^3$. D. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

$$HD = \sqrt{AH^2 + AD^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2} = a.$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a = \frac{1}{3}a^3.$$

7

Câu 817. Tứ diện $OABC$ có $OA = OB = OC = 1$ và $OA \perp OB$. Tìm góc giữa OC và (OAB) để tứ diện có thể tích là $\frac{1}{12}$.

A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

The diagram shows a triangular pyramid with apex C and base triangle AOE . The base is a right-angled triangle with the right angle at vertex O , indicated by a square symbol. A point H is located on the base segment OE . A dashed line segment CH connects the apex C to point H , and it is perpendicular to the base at H , as indicated by a right-angle symbol at H . The edges CO , CE , and CA are solid lines. The edges AO and AE are also solid lines. The segment OE is dashed, and CH is dashed.

$$\text{Thể tích tứ diện } V_{OABC} = \frac{1}{3} \cdot CH \cdot S_{\Delta OAB} \Leftrightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{3} \cdot CH \cdot \frac{OA \cdot OB}{2} \Leftrightarrow CH = \frac{1}{2}.$$
$$\text{Ta có } \sin \widehat{COH} = \frac{CH}{OC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{COH} = 30^\circ.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 818. Tính thể tích khối bát diện đều cạnh a .

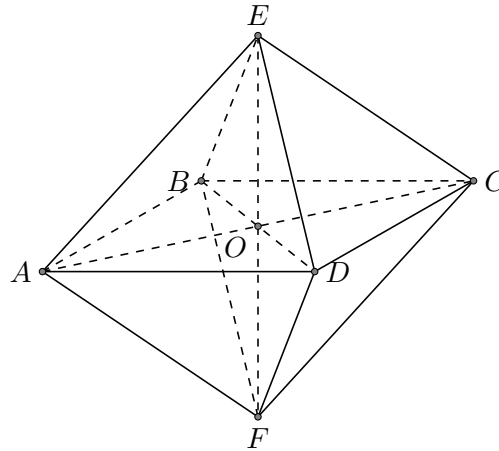
A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.



Gọi $EABCD F$ là khối bát diện đều cạnh a . Khi đó ta có $E.ABCD$ là khối chóp đều cạnh a .

Gọi O là hình chiếu của E lên $(ABCD)$. Suy ra O là trung điểm của BD .

Suy ra $OD = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $S_{ABCD} = a^2$.

Xét $\triangle EOD$, ta có $OE = \sqrt{ED^2 - OD^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối chóp $E.ABCD$ là $V_{E.ABCD} = \frac{1}{3}EO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Khi đó thể tích khối bát diện đều $EABCD F$ là

$$V_{EABCD F} = 2V_{E.ABCD} = 2 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{6} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3} \text{ (đvtt)}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 819. Tứ diện $OABC$ có $OA = 1; OB = 2; OC = 3$ và chúng đôi một vuông góc. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của AB, BC, CA . Tính thể tích khối tứ diện $OMNP$.

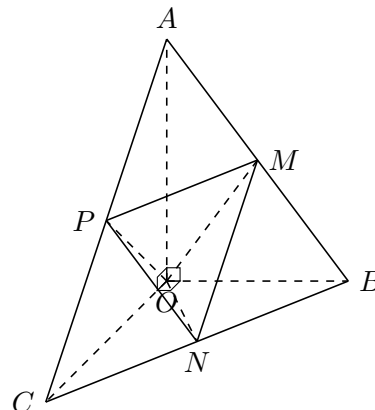
A. $\frac{1}{3}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.



$$\text{Ta có } \frac{V_{OMNP}}{V_{OABC}} = \frac{S_{\triangle MNP}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{OMNP} = \frac{V_{OABC}}{4} = \frac{\frac{1}{6}OA \cdot OB \cdot OC}{4} = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 820. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Lời giải.

Gọi H là trọng tâm $\triangle ABC \Rightarrow A'H \perp (ABC)$.

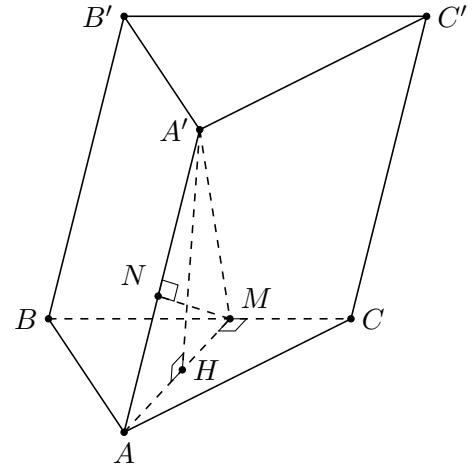
Gọi $M = AH \cap BC \Rightarrow AM \perp BC \Rightarrow BC \perp (A'AM)$.

Kẻ $MN \perp A'A \Rightarrow MN \perp BC \Rightarrow d(AA', BC) = MN$.

Lại có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin \widehat{NAM} = \frac{MN}{AM} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{NAM} = 30^\circ$.

$\Rightarrow A'H = AH \tan 30^\circ = \frac{a}{3}$.

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 821. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 2a$, mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3\sqrt{2}$.

B. $V = \frac{a^3}{2}$.

C. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD . Do $S.ABCD$ là chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$

$\Rightarrow$ chiều cao của hình chóp $h = SO$.

Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow SH \perp BC$ và $OH \perp BC$. Suy ra góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy là $\widehat{SHO} = 45^\circ$.

Do $ABCD$ là hình vuông và $AC = 2a$

$\Rightarrow AB = AC \sin 45^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.

Diện tích đáy $S_{ABCD} = (a\sqrt{2})^2 = 2a^2$.

Tam giác SOH vuông tại H và có

$OH = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $\widehat{SHO} = 45^\circ$.

Suy ra chiều cao $h = SO = OH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $V = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 822.

Bề mặt một quả bóng da được ghép từ 12 miếng da hình ngũ giác đều và 20 miếng da hình lục giác đều cạnh 4,5 cm. Biết rằng giá thành của những miếng da này là 150 đồng/cm². Tính giá thành của miếng da dùng để làm quả bóng (kết quả làm tròn tới hàng đơn vị).



- A. 121.500 đồng. B. 220.545 đồng.
C. 252.533 đồng. D. 199.218 đồng.

Lời giải.

Diện tích một miếng da ngũ giác đều $S_1 = 5 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 4,5 \cdot \frac{4,5}{2} \cdot \tan 54^\circ \right) = \frac{405}{16} \cdot \tan 54^\circ$ (cm²).

Diện tích miếng da lục giác đều $S_2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 4,5^2 = \frac{243\sqrt{3}}{8}$ (cm²).

Tổng diện tích các miếng da để làm nên một quả bóng là:

$$S = 12S_1 + 20S_2 = \frac{1215}{4} \cdot \tan 54^\circ + \frac{1215\sqrt{3}}{2} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Giá thành của miếng da để làm quả bóng là: $S \cdot 150 \approx 220.545$ đồng.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 823. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC có độ dài ba cạnh là $AB = 5a$, $BC = 8a$, $AC = 7a$, góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) là 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $50\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{50\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $\frac{50}{3}a^3$. D. $\frac{50\sqrt{7}}{3}a^3$.

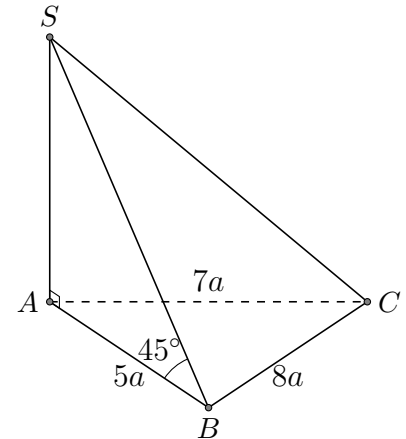
Lời giải.

Ta có:

- Vì tam giác SAB vuông cân tại A nên chiều cao hình chóp là $h = SA = AB = 5a$.
- Nửa chu vi tam giác ABC là $p = 10a$, diện tích đáy hình chóp

$$\mathcal{B} = S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = 10\sqrt{3}a^2.$$

- Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}\mathcal{B}h = \frac{50\sqrt{3}}{3}a^3$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 824. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Gọi B' , D' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB , SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt cạnh SC tại C' . Tính thể tích của khối chóp $S.AB'C'D'$.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{16a^3}{45}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$\frac{SB'}{SB} = \frac{SB' \cdot SB}{SB^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AB^2} = \frac{4}{5}.$$

Chứng minh tương tự ta có $\frac{SD'}{SD} = \frac{4}{5}$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{cases}$ nên $BC \perp (SAB)$ suy

ra $BC \perp AB'$, mà $AB' \perp SB$ nên $AB' \perp (SBC)$, ta được $AB' \perp SC$. Hoàn toàn tương tự, ta cũng có $AD' \perp SD$, do đó $SC \perp (AB'C'D')$. Suy ra

$$\frac{SC'}{SC} = \frac{SC' \cdot SC}{SC^2} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{2}{3}.$$

Do đó

$$\frac{V_{S.AB'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{8}{15}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.AB'C'D'} = \frac{8}{15} V_{S.ABCD} = \frac{8}{15} \cdot \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2 = \frac{16a^3}{45}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 825. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 1 và chiều cao bằng 2. Xét khối đa diện lồi H có các đỉnh là trung điểm tất cả các cạnh của hình chóp đó. Tính thể tích V của H .

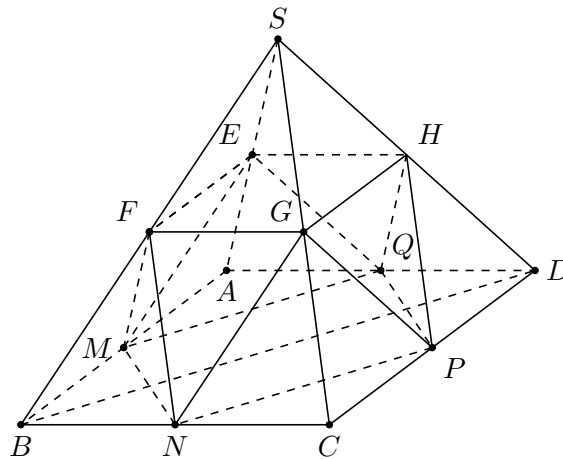
A. $V = \frac{9}{2}$.

B. $V = 4$.

C. $V = 2\sqrt{3}$.

D. $V = \frac{5}{12}$.

Lời giải.



Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ thỏa mãn đề bài. Gọi E, F, G, H, M, N, P, Q lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Khi đó H là khối đa diện $EFGH.MNPQ$.

Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$ ta có

$$V_{C.GNP} = \frac{CN}{CB} \cdot \frac{CP}{CD} \cdot \frac{CG}{CS} \cdot V_{C.BDS} = \frac{1}{8} V_{C.BDS} = \frac{1}{16} V.$$

Tương tự $V_{A.EMQ} = V_{B.FMN} = V_{D.HPQ} = \frac{1}{16} V$. Ta lại có

$$V_{S.EFGH} = 2V_{S.EFH} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} V_{S.ABD} = \frac{1}{4} V_{S.ADB} = \frac{1}{8} V.$$

$$\text{Vậy } V_H = V - 4 \cdot \frac{1}{16}V - \frac{1}{8}V = \frac{5}{8}V = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1^2 \cdot 2 = \frac{5}{12}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 826. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$, mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt đáy (ABC) . Các mặt bên (SAB) , (SBC) tạo với đáy các góc bằng nhau và bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Lời giải.

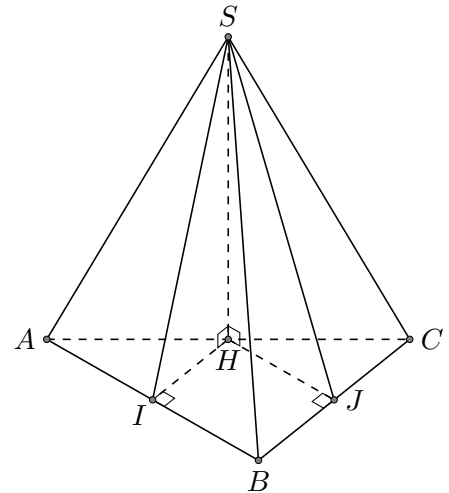
Kẻ $SH \perp AC \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Gọi I, J lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB, AC khi đó ta có $\widehat{SIH}$ là góc giữa các mặt phẳng (SAB) và (ABC) , suy ra $\widehat{SIH} = 60^\circ$. Tương tự ta có $\widehat{SJH} = 60^\circ$.

Nhận thấy $\triangle SHI = \triangle SHJ$, suy ra $HI = HJ$. Từ đó ta có H là trung điểm AC .

$$\text{Khi đó } HI = HJ = SH \cdot \cot 60^\circ = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 827. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{16}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{8}$.

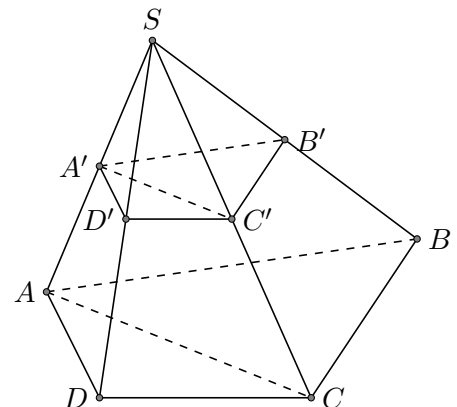
D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Tương tự ta có } \frac{V_{S.A'D'C'}}{V_{S.ADC}} = \frac{1}{8}.$$

$$\begin{aligned} \text{Từ đó suy ra} \\ \frac{1}{8} &= \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{V_{S.A'D'C'}}{V_{S.ADC}} = \frac{V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'D'C'}}{V_{S.ABC} + V_{S.ADC}} = \\ &= \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 828. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M, N là trung điểm của SA, SB . Mặt phẳng $MNCD$ chia hình chóp đã cho thành 2 phần. Tỉ số thể tích hai phần $S.MNCD$ và $MNABCD$.

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta vẽ đường chéo BD . Mặt phẳng (SBD) chia $S.ABCD$ thành 2 tứ diện $S.ABD$ và $S.BCD$.

Ta có $V_{S.ABD} = V_{S.BCD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD}$

Mặt phẳng (SBD) giao với $(MNCD)$ là ND .

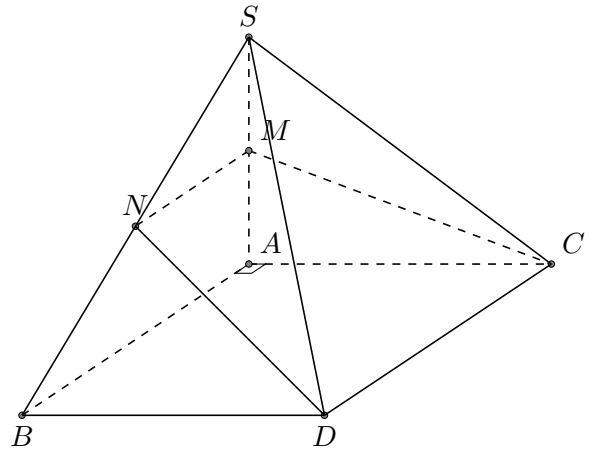
Ta có $V_{S.MNCD} = V_{S.MND} + V_{S.CND}$

$$\text{Mà: } \frac{V_{S.MND}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SD}{SD} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Và } \frac{V_{S.CND}}{V_{S.BCD}} = \frac{SC}{SC} \cdot \frac{SD}{SD} \cdot \frac{SN}{SB} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.MNCD} = \frac{3}{4}V_{S.ABD} = \frac{3}{8} \Rightarrow V_{MNABCD} = \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{S.MNCD}}{V_{MNABCD}} = \frac{3}{5}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 829. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC cân tại A . Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $AB = 3AD$. Gọi H là hình chiếu của B trên CD , M là trung điểm của đoạn thẳng CH . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABM$ biết $SA = AM = a$ và $BM = \frac{2}{3}a$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3}{9}$.

D. $\frac{a^3}{18}$.

Lời giải.

Ta chứng minh $\triangle ABM$ vuông tại M .

Gọi K là giao điểm của CD và đường thẳng đi qua A đồng thời song song với BC .

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC và BH .

$$\text{Ta có } \frac{AK}{BC} = \frac{DA}{DB} = 2 \Rightarrow AK = 2BC \Rightarrow AK = BE = FM.$$

Tứ giác $AKBE$ có $AK \parallel BE$ và $AE \perp BC$ nên $AKBE$ là hình chữ nhật.

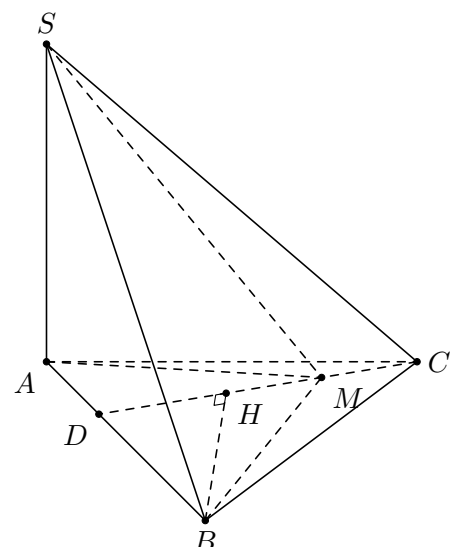
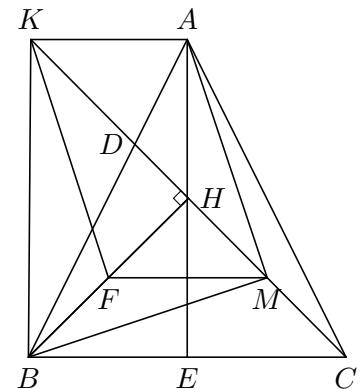
Tứ giác $AKFM$ có $AK \parallel FM$ nên $AKFM$ là hình bình hành.

Từ đó dễ dàng chứng minh được F là trực tâm của tam giác BKM , suy ra $AM \perp BM$.

$\triangle ABM$ vuông tại M , suy ra

$$S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2}AM \cdot BM = \frac{1}{3}a^2.$$

$$V_{S.ABM} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABM} = \frac{a^3}{9}$$



Chọn đáp án (C)

□

Câu 830. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có các góc $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$ và độ dài các cạnh $SA = 1, SB = 2, SC = 3$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là.

A. $V = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $V = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Dựng $AH \perp (SBC)$, $HK \perp SB$, $HI \perp SC$.

Ta có $\begin{cases} SB \perp AH \\ SB \perp HK \end{cases} \Rightarrow SB \perp AK$.

$\begin{cases} SC \perp AH \\ SC \perp HI \end{cases} \Rightarrow SC \perp AI$.

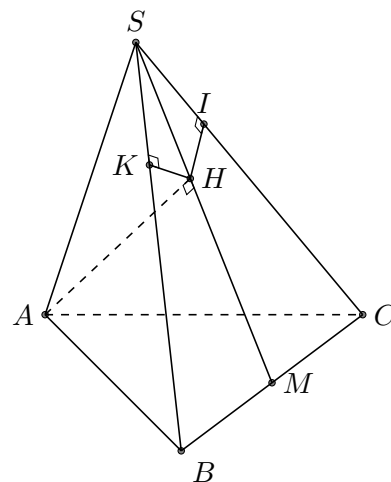
Khi đó $\triangle SAK = \triangle SAI$, $\triangle SHK = \triangle SHI \Leftrightarrow HK = HI$

Suy ra SH là phân giác của góc $\widehat{BSC}$.

Ta có $SK = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{SK}{SH}$

$$SH = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow AH^2 = 1 - \frac{1}{3} \Leftrightarrow AH = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$V = S.ABC = \frac{1}{6} SB \cdot SC \cdot \sin 60^\circ \cdot AH = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 831. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều độ dài cạnh là a , cạnh bên có độ dài $a\sqrt{3}$ và tạo với đáy một góc $\alpha = 60^\circ$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $V = \frac{3a^3}{8}$.

B. $V = \frac{3a^3}{4}$.

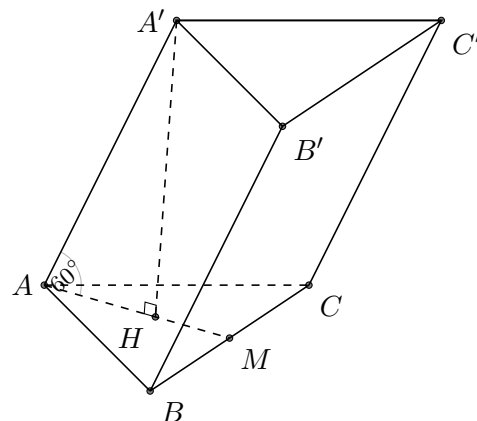
C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải.

Ta có $\sin 60^\circ = \frac{A'H}{AA'} \Leftrightarrow A'H = \frac{3a}{2}$.

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 832. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và $BB'C'C$ là hình vuông. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC' là bao nhiêu?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. a .

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

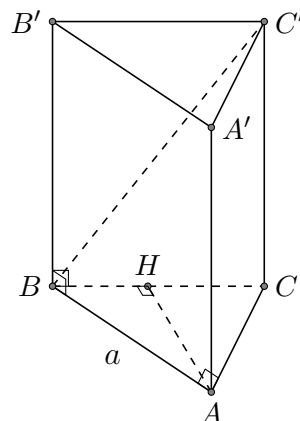
Gọi AH là đường cao trong $\triangle ABC$.

Ta có $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AH \perp (BCC'B')$.

Do $AA' \parallel (BCC'B') \Rightarrow d(AA', BC') = d(A, (BCC'B')) = AH$.

Trong tam giác ABC vuông tại A

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Leftrightarrow AH = \sqrt{\frac{AB^2 \cdot AC^2}{AB^2 + AC^2}} = \sqrt{\frac{a^2 \cdot 3a^2}{a^2 + 3a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 833. Cho tứ diện $OABC$ có $OA = a$, $OB = 2a$, $OC = 3a$ đôi một vuông góc với nhau tại O . Lấy M là trung điểm của cạnh CA , N nằm trên cạnh CB sao cho $CN = \frac{2}{3}CB$. Tính theo a thể tích của khối chóp $O.AMNB$.

A. $2a^3$.

B. $\frac{1}{6}a^3$.

C. $\frac{2}{3}a^3$.

D. $\frac{1}{3}a^3$.

Lời giải.

Vì $CN = \frac{2}{3}CB$ nên

$$S_{OCN} = \frac{2}{3}S_{OBC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2a \cdot 3a}{2} = 2a^2.$$

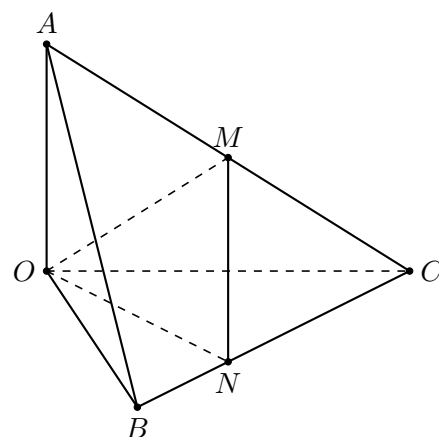
Vì M là trung điểm AC nên

$$d(M, (OBC)) = \frac{1}{2}d(A, (OBC)) = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{MONC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot 2a^2 = \frac{a^3}{3}.$$

$$\text{Mà } V_{OABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 3a = a^3.$$

$$\text{Do đó, } V_{OAMNB} = V_{OABC} - V_{MONC} = a^3 - \frac{a^3}{3} = \frac{2a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 834. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân $AB = AC = a$, mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{1}{12}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$.

D. $\frac{1}{4}a^3$.

Lời giải.

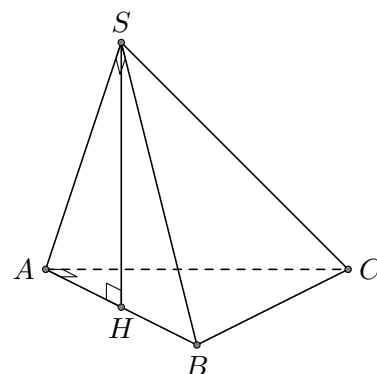
Gọi H là trung điểm của AB ta suy ra $SH \perp (ABC)$.

$$\text{Diện tích tam giác } ABC, S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2}a^2.$$

Vì tam giác SAB vuông cân tại S nên

$$SA = SB = \sqrt{\frac{AB^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, \text{ suy ra } SH = \frac{SA \cdot SB}{AB} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Do đó thể tích cần tính } V = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{1}{2}a = \frac{1}{12}a^3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 835. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính tỷ số thể tích của khối tứ diện $A'C'BD$ và khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Gọi thể tích khối hộp là V , khi đó ta có:

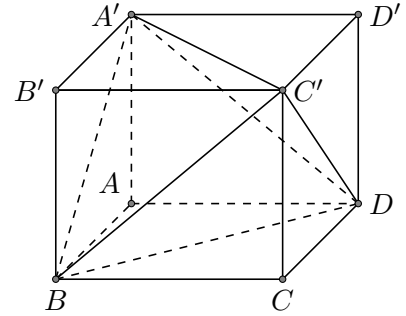
$$V = V_{A'C'BD} + V_{A'ABD} + V_{C'D'A'D} + V_{C'CBD} + V_{BB'A'C'}.$$

$$\text{Mà } V_{A'ABD} = V_{C'D'A'D} = V_{C'CBD} = V_{BB'A'C'} = \frac{V}{6}$$

$$\Rightarrow V_{A'ABD} + V_{C'D'A'D} + V_{C'CBD} + V_{BB'A'C'} = \frac{2V}{3}$$

$$\Rightarrow V_{A'C'BD} = V - (V_{A'ABD} + V_{C'D'A'D} + V_{C'CBD} + V_{BB'A'C'}) = \frac{V}{3}.$$

$$\text{Vậy tỷ số thể tích } \frac{V_{A'C'BD}}{V} = \frac{1}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 836. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$, tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4a^3}{3}$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $h = \frac{2a}{3}$.

B. $h = \frac{4a}{3}$.

C. $h = \frac{8a}{3}$.

D. $h = \frac{3a}{4}$.

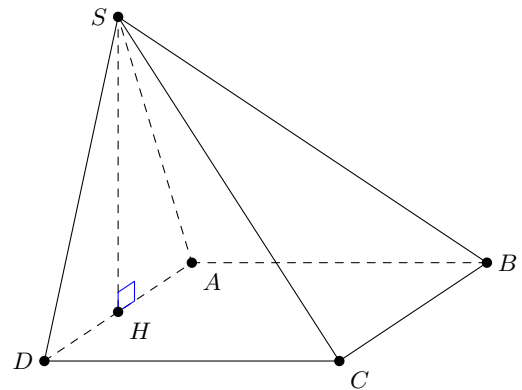
Lời giải.

Gọi H là trung điểm của đoạn AD thì SH là đường cao của hình chóp $S.ABCD$. Từ $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{4a^3}{3} \Rightarrow SH = 2a$. Tiếp theo ta tính được $S_{\Delta SAD} = \frac{1}{2}Sh$.

$$AD = \sqrt{2}a^2, SD = \sqrt{HD^2 + SH^2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó,

$$h = d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = \frac{2S_{\Delta SAD}}{SD} = \frac{4a}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 837. Cho hình chóp $S.ABC$ với các mặt (SAB) , (SBC) , (SAC) vuông góc với nhau từng đôi một. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$, biết diện tích các tam giác SAB , SBC và SAC lần lượt là $4a^2, a^2, 9a^2$.

A. $2\sqrt{2}a^3$.

B. $3\sqrt{3}a^3$.

C. $2\sqrt{3}a^3$.

D. $3\sqrt{2}a^3$.

Lời giải.

Ta có

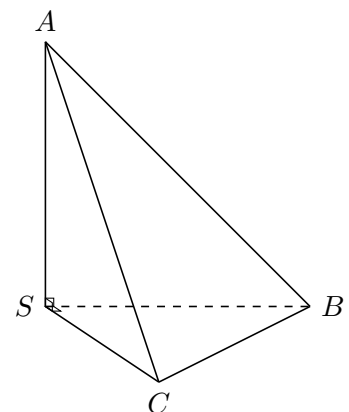
$$— S_{\Delta SAB} = 4a^2 = \frac{1}{2} \cdot SA \cdot SB$$

$$— S_{\Delta SBC} = a^2 = \frac{1}{2} \cdot SB \cdot SC$$

$$— S_{\Delta SAC} = 9a^2 = \frac{1}{2} \cdot SA \cdot SC$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8} (SA \cdot SB \cdot SC)^2 = 36a^4 \Rightarrow SA \cdot SB \cdot SC = 12\sqrt{2}a^3.$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = 2\sqrt{2}a^3.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 838. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, ACD, ABD, BCD . Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$.

A. $\frac{V}{27}$.

B. $\frac{V}{9}$.

C. $\frac{4V}{27}$.

D. $\frac{4V}{9}$.

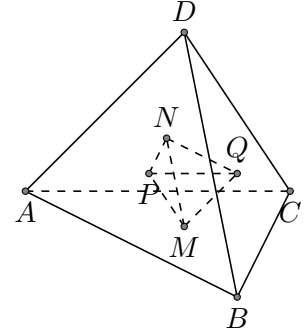
Lời giải.

Ta có $(NPQ) \parallel (ABC)$ và $\triangle NPQ \sim \triangle CBA$ theo tỷ số $\frac{1}{3}$ nên $\frac{S_{NPQ}}{S_{ABC}} = \frac{1}{9}$.

Gọi I là giao điểm của DM với mặt phẳng (NPQ) . Ta theo định lý Thales

$$\text{thì } \frac{MI}{MD} = \frac{1}{3} \text{ (), hay } \frac{d(M, (NPQ))}{d(D, (ABC))} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{MNPQ}}{V_{DABC}} = \frac{S_{NPQ} \cdot d(M, (NPQ))}{S_{ABC} \cdot d(D, (ABC))} = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}, \text{ hay } V_{MNPQ} = \frac{V}{27}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 839. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Điểm M là trung điểm cạnh AA' . Tính theo V thể tích khối chóp $M.BCC'B'$.

A. $\frac{3V}{4}$.

B. $\frac{2V}{3}$.

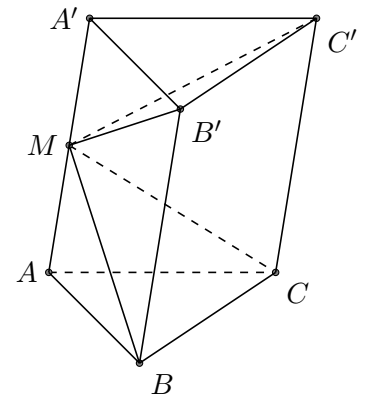
C. $\frac{V}{3}$.

D. $\frac{V}{2}$.

Lời giải.

Ta có hai hình chóp $M.BCC'B'$ và $A.BCC'B'$ có cùng đáy và $AM \parallel (BCC'B')$ nên $V_{M.BCC'B'} = V_{A.BCC'B'}$. Mặt khác, hình chóp $A.A'B'C'$ cùng đường cao và diện tích đáy với hình lăng trụ đã cho nên $V_{A.A'B'C'} = \frac{V_{ABC.A'B'C'}}{3} = \frac{V}{3}$; mà $V_{ABC.A'B'C'} = V_{A.A'B'C'} + V_{A.BCC'B'}$ nên $V_{A.BCC'B'} = \frac{2V}{3}$.

Hay thể tích khối chóp $M.BCC'B'$ là $\frac{2V}{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 840.

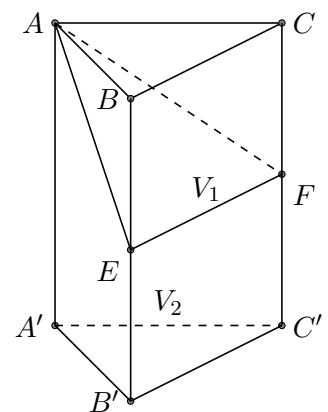
Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Mặt phẳng (AEF) chia khối lăng trụ thành hai phần có thể tích V_1 và V_2 như hình vẽ. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{4}$.



Lời giải.

Đặt $V_{ABC.A'B'C'} = V$.

$$\text{Ta có: } V_1 = V_{ABCFE} = \frac{1}{2} V_{ABCC'B'} = \frac{1}{2} (V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'}) = \frac{1}{2} \left(V - \frac{1}{3} V \right) = \frac{1}{3} V.$$

$$\text{Và } V_2 = V - V_1 = \frac{2}{3}V.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 841. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 2a$, mặt bên (SBC) tạo với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $V = a^3\sqrt{2}$.

C. $V = \frac{a^3}{2}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC , O là giao điểm của AC và BD .

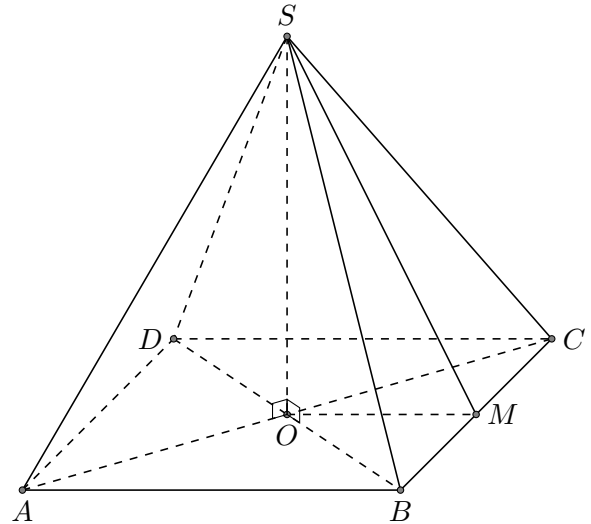
$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp OM \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOM).$$

$\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là $(\widehat{SM, OM}) = \widehat{SMO} = 45^\circ$.

$$\text{Do } AC = 2a \Rightarrow AB = a\sqrt{2} \Rightarrow OM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow SO = OM = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = 2a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án (D) □

Câu 842. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C. $V = \frac{a^3}{4}$.

D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC .

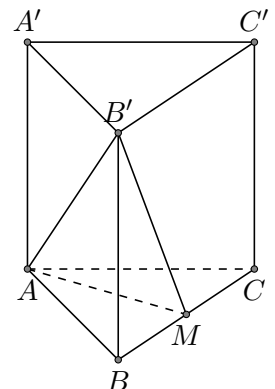
Dựng $AM \perp BC$, mặt khác $AM \perp BB' \Rightarrow AM \perp (BCC'B')$.

Khi đó $\widehat{AB'M} = 30^\circ$, lại có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow AB' = \frac{AM}{\sin \widehat{AB'M}} = \frac{AM}{\sin 30^\circ} = a\sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Từ đó } V = S_{ABC} \cdot BB' = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}.$$



Chọn đáp án (A) □

Câu 843. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{1}{2}, \frac{CP}{CC'} = \frac{1}{2}$. Tính thể tích khối đa diện $ABC.MNP$.

A. $\frac{2}{3}V$.

B. $\frac{9}{16}V$.

C. $\frac{20}{27}V$.

D. $\frac{11}{18}V$.

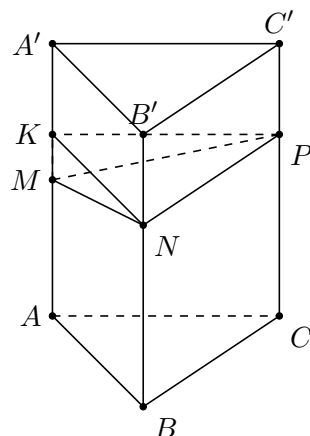
Lời giải.

Gọi K là hình chiếu của P trên AA' .

Khi đó $V_{ABC.KPN} = \frac{2}{3}V$.

$$V_{M.KPN} = \frac{1}{3}MK \cdot S_{KNP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}AA' \cdot S_{ABC} = \frac{1}{18}V.$$

$$\text{Do đó } V_{ABC.MNP} = \frac{2}{3}V - \frac{1}{18}V = \frac{11}{18}V.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 844. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, biết $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Một mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với SC tại H , cắt SB tại K . Tính thể tích khối chóp $S.AHK$ theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{30}$.

B. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{60}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{60}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{10}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a.$$

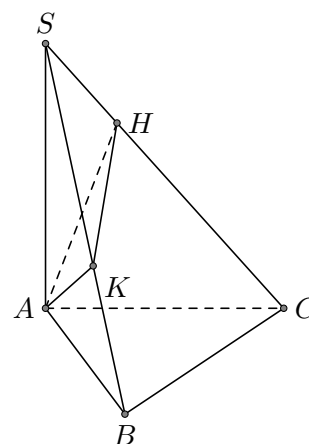
$$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{5}; SH = \frac{SA^2}{SC} = \frac{a}{\sqrt{5}};$$

$$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Ta có } \triangle SHK \sim \triangle SBC \Rightarrow \frac{SH}{SB} = \frac{SK}{SC} \Rightarrow SK = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{S.AHK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SH}{SC} \cdot \frac{SK}{SB} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow V_{S.AHK} = \frac{1}{10}V_{S.ABC} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{60}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 845. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có cạnh đáy bằng a và có thể tích $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. Gọi J là điểm cách đều tất cả các mặt của hình chóp. Tính khoảng cách d từ J đến mặt phẳng đáy.

A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Ta có đường cao của hình chóp $S.ABCD$ là SO .

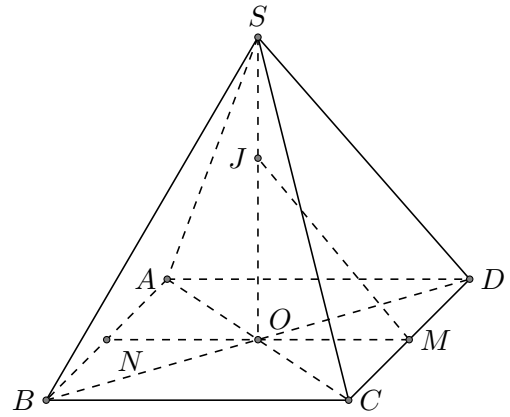
$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} \Leftrightarrow SO = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$$

Xét tam giác SMO ta có $SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = a$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Khi đó J là tâm đường tròn nội tiếp tam giác SMN . Khi đó MJ là đường phân giác của tam giác SMN .

$$\text{Suy ra } \frac{SI}{JO} = \frac{MS}{MO} = 2 \Rightarrow SJ = 2JO.$$

$$\text{Mà } SO = SJ + JO = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow JO = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 846. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a, AA' = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'C$.

A. $a\sqrt{5}$.

B. $\frac{2a\sqrt{17}}{17}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Gọi I, M lần lượt là trung điểm của $A'B, BC$

$$\Rightarrow IM \parallel A'C \Rightarrow A'C \parallel (AB'M).$$

$$d(AB', A'C) = d(C, (AB'M)) = \frac{3V_{B'.AMC}}{S_{AB'M}}.$$

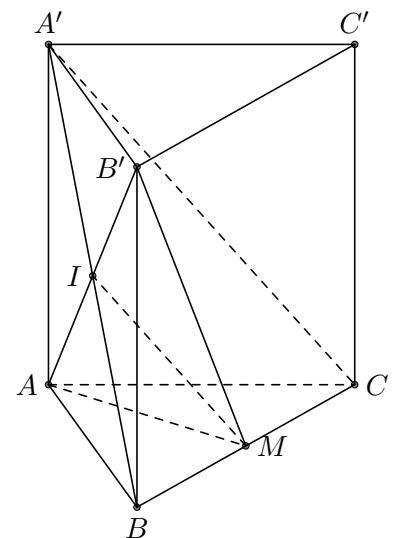
$$\text{Ta có } V_{B'.AMC} = \frac{1}{3}BB' \cdot S_{AMC} = \frac{1}{6}BB' \cdot S_{AMC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

$$\text{Mà } B'M = \sqrt{BM^2 + BB'^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}.$$

$$\text{Lại có } AM \perp (BCC'B') \Rightarrow AM \perp B'M.$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABM \text{ là } S_{ABM} = \frac{1}{2}AM \cdot B'M = \frac{a^2\sqrt{51}}{8}.$$

$$\text{Vậy } d(AB', A'C) = \frac{2a\sqrt{17}}{17}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 847. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 48. Gọi M, N, P lần lượt là điểm thuộc các cạnh AB, CD, SC sao cho $MA = MB, NC = 2ND, SP = PC$. Tính thể tích V của khối chóp $P.MBCN$.

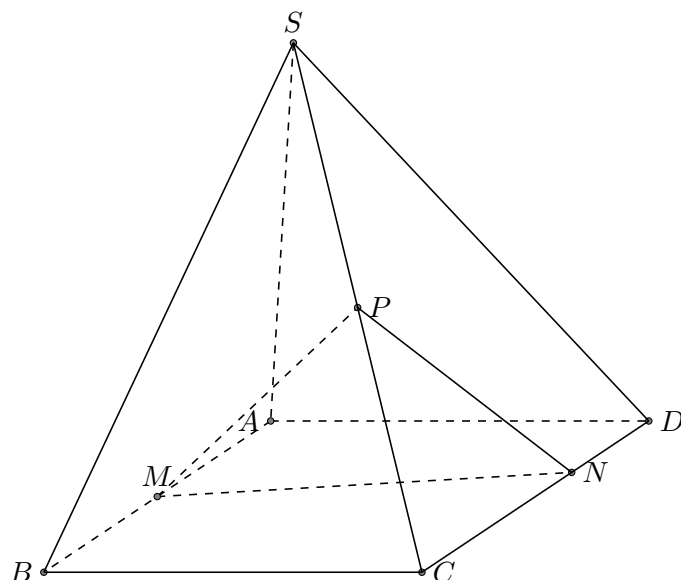
A. $V = 14$.

B. $V = 20$.

C. $V = 28$.

D. $V = 40$.

Lời giải.



Đặt $CD = a$ và h là độ dài đường cao hạ từ A xuống CD .

Diện tích hình bình hành $ABCD$ là $S_{ABCD} = a \cdot h$.

Diện tích hình thang $BMNC$ là

$$S_{BMNC} = \frac{1}{2} (BM + CN) \cdot h = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} + \frac{2a}{3} \right) \cdot h = \frac{7}{12} a \cdot h = \frac{7}{12} \cdot S_{ABCD}.$$

$$\text{Suy ra } V_{P.MNCB} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNCB} \cdot d(P, (MNCB))$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{12} \cdot S_{ABCD} \cdot \frac{1}{2} \cdot d(S, (ABCD)) = \frac{7}{24} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{7}{24} \cdot 48 = 14.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 848. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích $V = 2028$. Gọi $A_1B_1C_1D_1$ là tứ diện với các đỉnh lần lượt là trọng tâm tam giác BCD, CDA, DAB, ABC và có thể tích là V_1 . Gọi $A_2B_2C_2D_2$ là tứ diện với các đỉnh lần lượt là trọng tâm tam giác $B_1C_1D_1, C_1D_1A_1, D_1A_1B_1, A_1B_1C_1$ và có thể tích là V_2 ... Cứ như vậy cho tứ diện $A_nB_nC_nD_n$ có thể tích V_n với n là số tự nhiên lớn hơn 1. Tính $T = \lim_{n \rightarrow +\infty} (V + V_1 + V_2 + \dots + V_n)$.

A. $T = \frac{4563}{2}$.

B. $T = \frac{676}{9}$.

C. $T = 2106$.

D. $T = 2018$.

Lời giải.

Gọi I, J, Q lần lượt là trung điểm của AC, AB, BC .

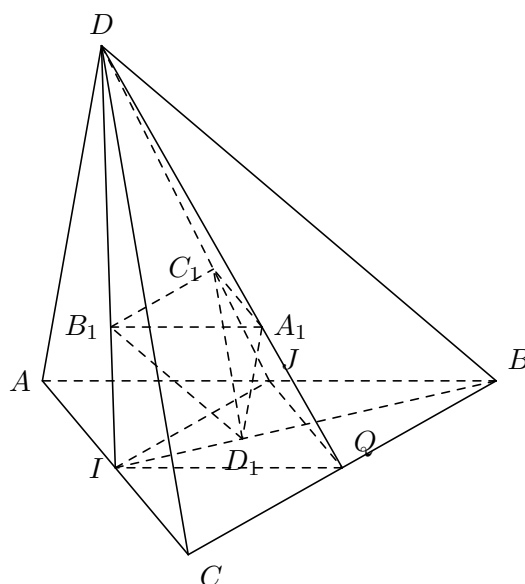
Ta có $A_1B_1C_1$ là ảnh của IJQ qua phép vị tự tâm D tỉ số $\frac{2}{3} \Rightarrow S_{A_1B_1C_1} = \frac{4}{9} S_{IJQ} = \frac{1}{9} S_{ABC}$. Mặt khác

$$d(D_1, (A_1B_1C_1)) = \frac{1}{2} d(D, (A_1B_1C_1)) = \frac{1}{3} d(D, (ABC))$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{27} V.$$

Như vậy $V, V_1, V_2, \dots, V_n$ lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = V$ và công bội $q = \frac{1}{27}$.

$$\text{Do đó } T = V \frac{1}{1 - q} = \frac{2028 \cdot 27}{26} = 2106.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 849. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng với C qua D , N là trung điểm SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện không chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

A. $V = \frac{7\sqrt{6}a^3}{36}$.

B. $V = \frac{7\sqrt{6}a^3}{72}$.

C. $V = \frac{5\sqrt{6}a^3}{72}$.

D. $V = \frac{5\sqrt{6}a^3}{36}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD, H = BM \cap AD, I = MN \cap SD \Rightarrow$ khối đa diện không chứa A là $BNIHDC$.

Vì D là trung điểm $MC \Rightarrow H$ là trung điểm BM và AD .

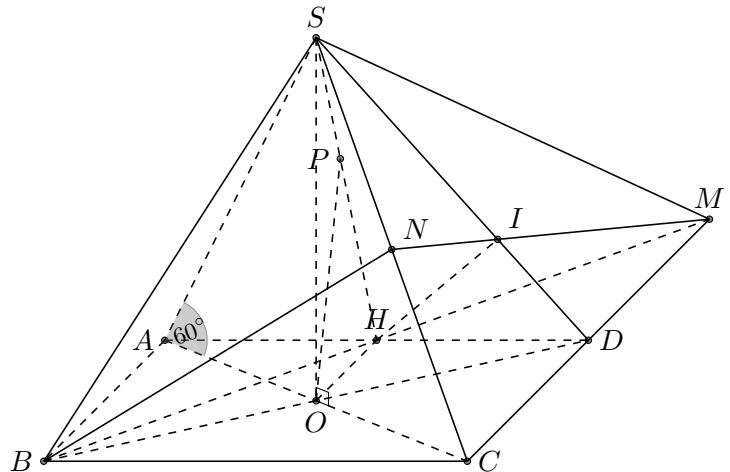
Dễ thấy I là trọng tâm tam giác SMC .

$$SO = AO \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow d(N, (ABCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$S_{HBDC} = a^2 - \frac{1}{2}AH \cdot AB = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}.$$

$$\Rightarrow V_{N.BHDC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}.$$



$$\text{Có } SD = a\sqrt{2} \Rightarrow SH = \sqrt{SD^2 - DH^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \widehat{IDH} = \frac{SH}{SD} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow S_{\triangle IHD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} SD \cdot HD \cdot \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} = \frac{a^2\sqrt{7}}{24}.$$

Kẻ $OP \perp SH$. $d(N, (SAD)) = d(O, (SAD)) = OP$.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{OP^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{HO^2} \Rightarrow OP = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{14}}.$$

$$\Rightarrow V_{N.HID} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{14}} \cdot \frac{a^2\sqrt{7}}{24} = \frac{a^3\sqrt{6}}{144}.$$

$$\text{Suy ra } V_{BNIHDC} = V_{N.HID} + V_{N.BHDC} = \frac{5\sqrt{6}a^3}{72}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 850. Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh a điểm I nằm trong tứ diện. Tính tổng khoảng cách từ I đến tất cả các mặt của tứ diện.

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{34}}{3}$.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của $ABCD$ xuất phát từ A , x, y, z, t lần lượt là khoảng cách từ I đến các mặt phẳng (BCD) , CDA , (ABD) , (ABC) . Khi đó ta có:

$$V_{ABCD} = V_{IBCD} + V_{ICDA} + V_{IABD} + V_{IABC} \Leftrightarrow h \cdot S_{\triangle BCD} = x \cdot S_{\triangle BCD} + y \cdot S_{\triangle CDA} + z \cdot S_{\triangle ABD} + t \cdot S_{\triangle ABC}$$

Vì $S_{\triangle BCD} = S_{\triangle CDA} = S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ABC}$ nên $x + y + z + t = h$.

Gọi M là trung điểm CD , H là hình chiếu của A lên BM , dễ thấy $AH \perp (BCD)$ nên $h = AH$.

Ta có: $BH = \frac{2}{3}BM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Xét tam giác $\triangle ABH$ vuông tại H nên $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 851. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 3a$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $3\sqrt{2}a^3$.

B. $2a^3$.

C. a^3 .

D. $\frac{4a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A lên (SBC) . Ta có:

$$V_{A.SBC} = \frac{1}{6}AH \cdot SB \cdot SC \cdot \sin \widehat{CSB} \leq \frac{1}{6}SA \cdot SB \cdot SC = a^3$$

Dấu bằng xảy ra khi SA, SB, SC đôi một vuông góc. Vậy $V_{S.ABC}$ đạt giá trị lớn nhất bằng a^3 .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 852. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích V . Gọi M là điểm trên cạnh SC sao cho $MC = 2MS$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AM và song song với đường thẳng BD , (α) cắt hai cạnh SB, SD lần lượt tại hai điểm N, P . Tính theo V thể tích khối chóp $S.APMN$.

A. $\frac{V}{6}$.

B. $\frac{V}{27}$.

C. $\frac{V}{9}$.

D. $\frac{V}{12}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD ,

I là giao điểm của SO với AM .

Khi đó, đường thẳng qua I song song với BD cắt SB, SD tại N và P .

Gọi Q là điểm thuộc AM sao cho OQ song song với SC .

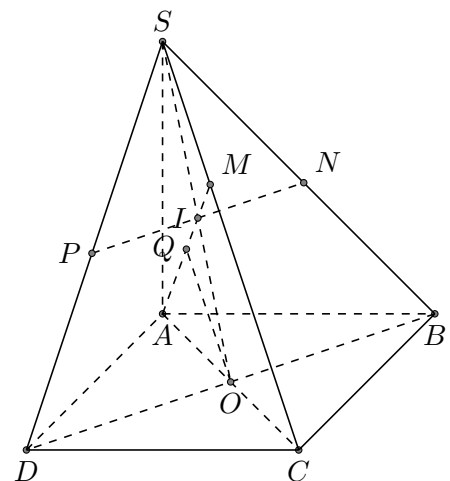
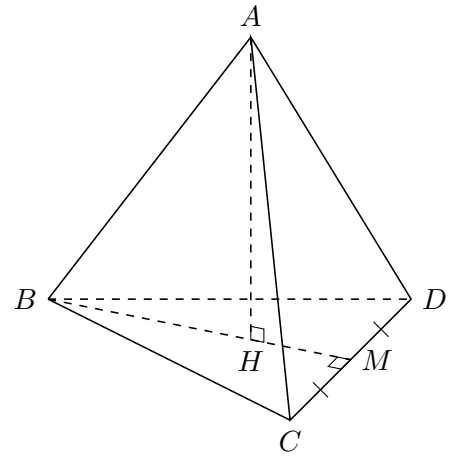
Đặt $k = \frac{MC}{MS} = 2$.

Ta có $\frac{IO}{IS} = \frac{OQ}{SM} = \frac{OQ}{MC \cdot \frac{MS}{MC}} = \frac{OA}{AC \cdot \frac{MS}{MC}} = \frac{k}{2}$.

Suy ra: $\frac{DP}{PS} = \frac{BN}{NS} = \frac{IO}{IS} = \frac{k}{2}$.

Do đó, $\frac{SM}{SD} = \frac{1}{k+2}$.

Ta cũng có: $\frac{SM}{SC} = \frac{1}{k+1}$.



$$V_{S.APMN} = 2 \cdot V_{S.APM} = 2 \cdot \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot V_{S.ADC} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot V_{S.ABCD}$$

$$= \frac{2}{(k+2)(k+1)} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{V}{6}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 853. Cắt khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bởi các mặt phẳng $(AB'D')$, $(CB'D')$, $(B'AC)$, $(D'AC)$ ta được khối đa diện có thể tích lớn nhất là

A. $AC'B'D'$.

B. $ACB'D'$.

C. $A'C'BD$.

D. $A'CB'D'$.

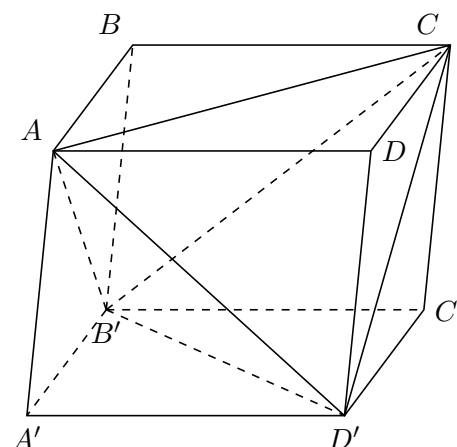
Lời giải.

Gọi diện tích đáy $ABCD$ của khối hộp là S và chiều cao là h .

Ta có thể tích V khối hộp là $V = hS$.

$$\text{Ta có: } V_{A.B'C'D'} = V_{C.A'B'D'} = \frac{1}{6}hS = \frac{1}{6}V.$$

$$V_{ACB'D'} = V - 4V_{A.B'C'D'} = V - 4 \cdot \frac{1}{6}V = \frac{1}{3}V = V_{A'C'BD}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 854. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh a ; mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{8}$.

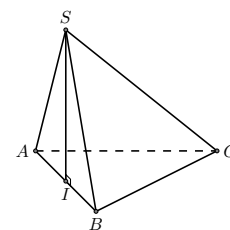
D. $2a^3$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow SI \perp (ABC)$.

$$\text{Ta có } SI = \frac{a\sqrt{3}}{2}; S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3}SI \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{8}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 855. Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° ; cạnh $AB = a$. Tính thể tích khối đa diện $ABCC'B'$ theo a .

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

C. $\frac{3a^3}{4}$.

D. $\sqrt{3}a^3$.

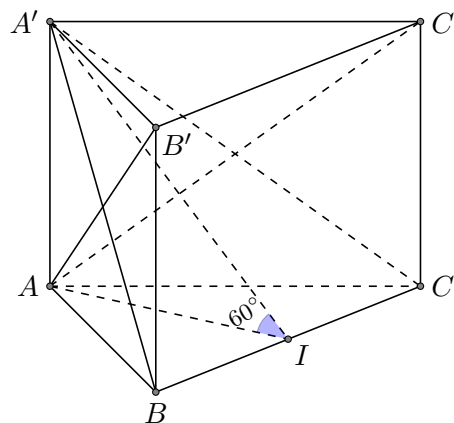
Lời giải.

Gọi I là trung điểm BC .

Khi đó $AI \perp (BCC'B')$, $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\Rightarrow AA' = AI \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}; S_{BCC'B'} = \frac{3a^2}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } A.BCC'B' \text{ là } V = \frac{1}{3}AI \cdot S_{BCC'B'} = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 856. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ với đáy $ABCD$ là hình thoi, $AC = 2a$, $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Hình chiếu vuông góc của điểm B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là trung điểm cạnh $A'B'$, góc giữa mặt phẳng $(AC'D')$ và mặt đáy lăng trụ bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $2\sqrt{3}a^3$.

B. $3\sqrt{3}a^3$.

C. $\sqrt{3}a^3$.

D. $6\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của $A'B' \Rightarrow BH \perp (A'B'C'D')$.

Vì $A'B'C'D'$ là hình thoi và $\widehat{B'A'D'} = 120^\circ \Rightarrow \triangle A'B'C'$ là tam giác đều cạnh $2a$.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} (AC'D') \cap (A'B'C'D') = C'D' \\ HC' \perp C'D' \\ BC' \perp C'D' \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((AC'D'), (A'B'C'D')) = \widehat{BC'H} = 60^\circ.$$

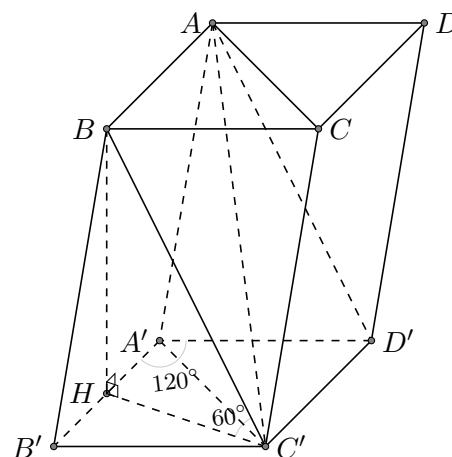
$$\text{Có } \triangle A'B'C' \text{ đều cạnh } 2a \text{ nên } C'H = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2a = \sqrt{3}a.$$

$$\text{Xét tam giác } BHC' \text{ vuông tại } H \text{ có: } \tan 60^\circ = \frac{BH}{C'H}.$$

$$\Rightarrow BH = C'H \cdot \tan 60^\circ = 3a.$$

$$S_{A'B'C'D'} = 2S_{A'B'C'} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2a)^2 = 2\sqrt{3}a^2.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = BH \cdot S_{A'B'C'D'} = 3a \cdot 2\sqrt{3}a^2 = 6\sqrt{3}a^3.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 857. Cho khối chóp $S.ABC$ với tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Giả sử I là điểm thuộc cạnh SB sao cho $SI = \frac{1}{3}SB$. Tính thể tích khối tứ diện $SAIC$.

A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $\frac{2a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{9}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

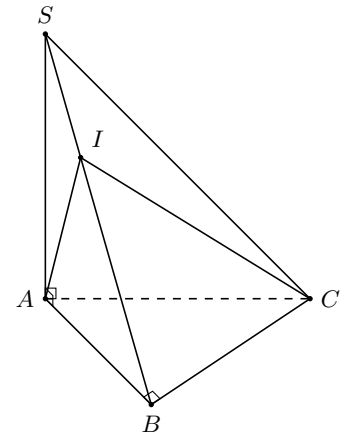
Công thức tỉ số thể tích $\frac{V_{S.AIC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SI}{SB} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AIC} = \frac{1}{3}V_{S.ABC}$.

Vì tam giác $\triangle ABC$ vuông cân tại B nên $AB^2 = \frac{1}{2}AC^2 = 2a^2$.

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB^2 = a^2.$$

$$\text{Thể tích } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a = \frac{a^3}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.AIC} = \frac{a^3}{9}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 858. Cho hình chóp $S.ABCD$ có diện tích đáy $ABCD$ bằng $\frac{3a^2}{2}$, $AC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$ và cạnh SC tạo với đáy một góc 60° . Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SC . Tính thể tích khối chóp $H.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải.

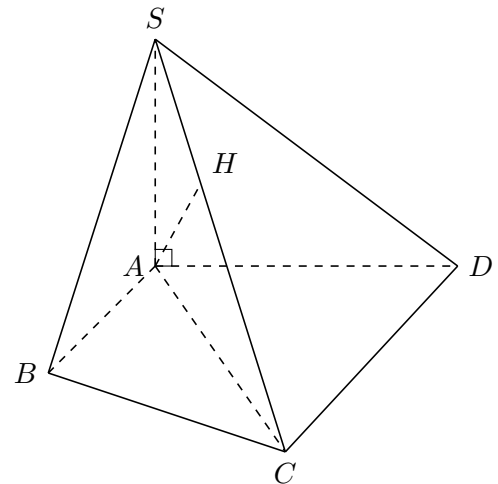
Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (\widehat{SC, (ABCD)}) = \widehat{SCA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AC \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$.

Xét tam giác SAC có $SC = 2\sqrt{2}a$ và $AC^2 = HC \cdot SC$

$$\Rightarrow HC = \frac{2a^2}{2\sqrt{2}a} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow d(H, (ABCD)) = \frac{HC}{SC} \cdot SA = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

$$\Rightarrow V_{H.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 859. Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $OB = OC = a$. Gọi H là hình chiếu của điểm O lên mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích khối tứ diện $OABH$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } AB = AC = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}, BC = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vì } OH \perp (ABC) \Rightarrow OK \perp AB \Rightarrow \frac{1}{OK^2} = \frac{2}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2}$$

$$\Rightarrow OK = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow CK = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{3}} = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

Vì tam giác ABC cân tại A nên

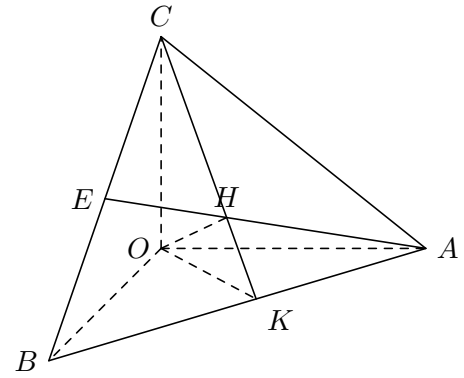
$$AE \perp BC \Rightarrow AE = \sqrt{BA^2 - BE^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{2} - \frac{a^2}{2}} = a.$$

$$\text{Ta có } S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2} \text{ nên}$$

$$V_{OABC} = \frac{a^2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}}{6} = \frac{a^3}{6\sqrt{2}} = \frac{OH \cdot S_{\Delta ABC}}{3}.$$

$$\Rightarrow OH = \frac{a}{2} \Rightarrow HK = \sqrt{\frac{a^2}{3} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2\sqrt{3}}.$$

$$\text{Mà } \frac{V_{HOAB}}{V_{COAB}} = \frac{HK}{CK} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{HOAB} = \frac{a^3}{24\sqrt{2}}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 860. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AD , cạnh bên SB hợp với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{2}.$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}.$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{4}.$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{6\sqrt{3}}.$

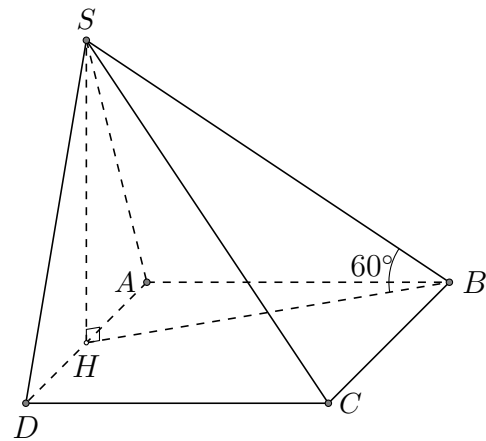
Lời giải.

Gọi H là trung điểm của $AD \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow BH$ là hình chiếu vuông góc của SB trên $(ABCD)$.
Nên góc $\widehat{SBH}$ là góc giữa SB và $(ABCD)$, vậy $\widehat{SBH} = 60^\circ$.

$$\Delta ABH \text{ vuông tại } A \Rightarrow BH = \sqrt{AB^2 + AH^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\Delta HSB \text{ vuông tại } H \Rightarrow SH = HB \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 861. Hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC) , $SA = 2a$. Tam giác SBC có diện tích bằng $6\sqrt{2}a^2$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Tính góc φ , biết thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = 4a^3$.

A. $\varphi = 30^\circ.$

B. $\varphi = 90^\circ.$

C. $\varphi = 60^\circ.$

D. $\varphi = 45^\circ.$

Lời giải.

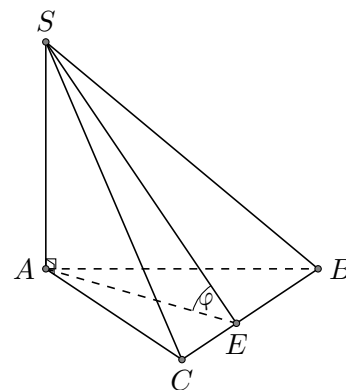
Gọi $\widehat{SEA} = \varphi$ là góc giữa (SBC) và (ABC) .

$$\text{Ta có } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABC}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{3 \cdot V_{ABCD}}{SA} = \frac{3 \cdot 4a^3}{2a} = 6a^2.$$

Do $SA \perp (ABC)$ nên A là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) .

$\Rightarrow \triangle ABC$ là hình chiếu vuông góc của $\triangle SBC$ lên mặt phẳng (ABC) .



$$\text{Do vậy } S_{\triangle ABC} = S_{\triangle SBC} \cdot \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle SBC}} = \frac{6a^2}{6\sqrt{2}a^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi = 45^\circ.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 862. Xét hình tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = CD = 2x$ và các cạnh còn lại đều bằng 1. Tìm x để diện tích toàn phần của hình tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $x = 1$.

C. $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $x = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Do $AB = CD = 2x$ và các cạnh còn lại đều bằng 1 nên tất cả các mặt của tứ diện $ABCD$ đều là những tam giác cân bằng nhau có hai cạnh bên bằng 1 và cạnh đáy bằng $2x$.

Xét $\triangle ADC$ là tam giác cân tại A .

Gọi H là trung điểm của $DC \Rightarrow HC = HD = x$.

$$AH = \sqrt{AD^2 - HD^2} = \sqrt{1^2 - x^2}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} AH \cdot DC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 - x^2} \cdot 2x = x\sqrt{1 - x^2}.$$

Ta có diện tích toàn phần của tứ diện $ABCD$ là

$$S_{ABCD} = 4 \cdot S_{\triangle ADC} = 4x \cdot \sqrt{1 - x^2}.$$

Xét hàm số $f(x) = 4x \cdot \sqrt{1 - x^2}$ có $1 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq 1$.

$$\text{Ta có } f'(x) = 4 \cdot \sqrt{1 - x^2} + 4x \cdot \left(\frac{-x}{\sqrt{1 - x^2}} \right) = 4\sqrt{1 - x^2} - \frac{4x^2}{\sqrt{1 - x^2}}$$

$$= \frac{4(1 - x^2) - 4x^2}{\sqrt{1 - x^2}} = \frac{4 - 8x^2}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ vì } 0 < x \leq 1.$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	2	0

Do đó giá trị lớn nhất của $f(x)$ đạt được khi $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ hay diện tích toàn phần của tứ diện $ABCD$

lớn nhất tại $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 863. Khối tứ diện $OABC$ có $OA = OB = OC = a$, $\widehat{AOB} = 60^\circ$, $\widehat{AOC} = 120^\circ$, $\widehat{BOC} = 90^\circ$. Khi đó, tính thể tích tứ diện $OABC$?

A. $\frac{a^3}{12}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải.

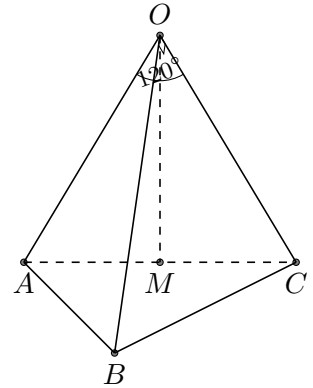
Ta có: $BC = a\sqrt{2}$, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Suy ra, tam giác ABC vuông tại B .

Gọi M là trung điểm của AC . Từ đó M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta lại có $OA = OB = OC = a$ suy ra $MO \perp (ABC)$.

$$OM = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích } O.ABC \text{ là } V = \frac{1}{6} \cdot OM \cdot BA \cdot BC = \frac{1}{6} \cdot \frac{a}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 864. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB , CD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BN bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{60}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

D. $\frac{a\sqrt{11}}{11}$.

Lời giải.

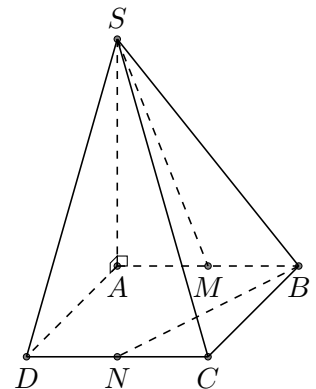
Ta có: $BN \parallel MD$ nên $d(BN; SM) = d(BN; (SMD)) = d(B; (SMD))$.

$$\text{Mà: } d(B; (SMD)) = \frac{3V_{S.BMD}}{S_{SMD}}.$$

$$\text{Ta có: } V_{S.BMD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{BMD} = \frac{1}{3}a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

$$MD = \frac{a\sqrt{5}}{2}; SM = \frac{3a}{2}; SD = a\sqrt{3} \Rightarrow S_{SMD} = \frac{a^2\sqrt{11}}{4}$$

$$\Rightarrow d(B; (SMD)) = \frac{3V_{S.BMD}}{S_{SMD}} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{12} \cdot \frac{4}{a^2\sqrt{11}} = \frac{a\sqrt{22}}{11}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 865. Xét khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Mặt phẳng đi qua C' và các trung điểm của AA' , BB' chia khối lăng trụ thành hai phần có tỉ số thể tích bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. 1.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của lăng trụ và V là thể tích lăng trụ.

$$\text{Ta có } \frac{V_{C'.A'B'ED}}{V_{C'.ABB'A'}} = \frac{1}{2}, \text{ lại có } \frac{V_{C'.ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{3}h \cdot S_{ABC}}{h \cdot S_{ABC}} = \frac{1}{3} \text{ mà } V_{C'.ABC} + V_{C'.ABB'A'} = V \Rightarrow$$

$$V_{C'.ABB'A'} = \frac{2}{3}V.$$

$$\text{Từ đó } V_{C'.A'B'ED} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}V = \frac{1}{3}V \Rightarrow V_{C'.DEABC} = \frac{2}{3}V \text{ nên tỉ số thể tích của hai phần được chia bởi mặt phẳng } (C'DE) \text{ là } \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 866. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của $AB, BC, C'D', DD'$. Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$.

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{1}{24}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{3}{8}$.

Lời giải.

Gọi E, F, I lần lượt là trung điểm của $MN, A'D', PF$.

Ta có $MN \parallel AC$ nên $MN \perp (BDD'B')$ hay $(MNQ) \perp (BDD'B')$.

Trong $(BDD'B')$ kẻ $IH \perp QE$.

Khi đó $IH \perp (MNQ)$ hay $d(I, (MNQ)) = IH$

Ta có $PI \parallel (MNQ)$ nên $d(P, (MNP)) = d(I, (MNQ)) = IH$

Trong hình chữ nhật $BDD'B'$, ta có

$$\begin{aligned} S_{IEQ} &= S_{BDD'B'} - S_{BEIB'} - S_{EDQ} - S_{IQD'} \\ &= \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{16} - \frac{3\sqrt{2}}{16} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{4} \\ &= \frac{\sqrt{IH \cdot QE}}{2} \end{aligned}$$

và $QE = \frac{\sqrt{22}}{4}$ suy ra $IH = \frac{2\sqrt{11}}{11}$.

Hơn nữa $S_{MNQ} = \frac{1}{2}MN \cdot QE = \frac{\sqrt{11}}{8}$.

Vậy thể tích cần tìm là $V = \frac{1}{3}IH \cdot S_{MNQ} = \frac{1}{12}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 867. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, ACD, ABD, BCD . Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$.

A. $\frac{V}{27}$.

B. $\frac{V}{9}$.

C. $\frac{4V}{27}$.

D. $\frac{4V}{9}$.

Lời giải.

Ta có $(NPQ) \parallel (ABC)$ và $\Delta NPQ \sim \Delta CBA$ theo tỷ số $\frac{1}{3}$ nên

$$\frac{S_{NPQ}}{S_{ABC}} = \frac{1}{9}.$$

Gọi I là giao điểm của DM với mặt phẳng (NPQ) . Theo Thales

$$\text{thì } \frac{MI}{MD} = \frac{1}{3}, \text{ hay } \frac{d(M, (NPQ))}{d(D, (ABC))} = \frac{1}{3}.$$

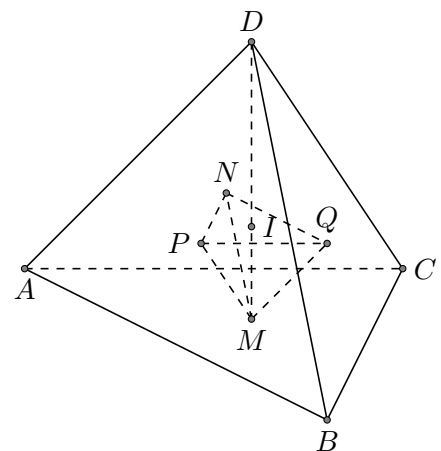
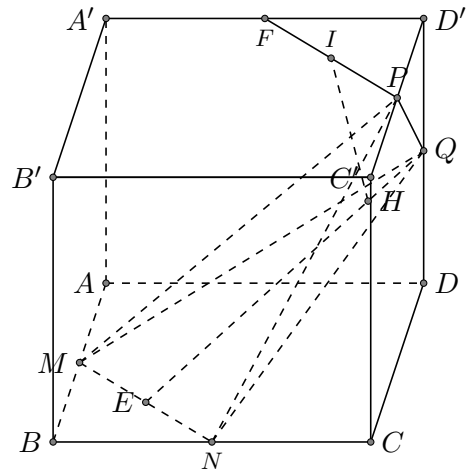
$$\text{Vậy } \frac{V_{MNPQ}}{V_{DABC}} = \frac{S_{NPQ} \cdot d(M, (NPQ))}{S_{ABC} \cdot d(D, (ABC))} = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}, \text{ hay}$$

$$V_{MNPQ} = \frac{V}{27}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 868. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh a , tam giác SAB vuông tại B , tam giác SAC vuông tại C . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .



A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải.

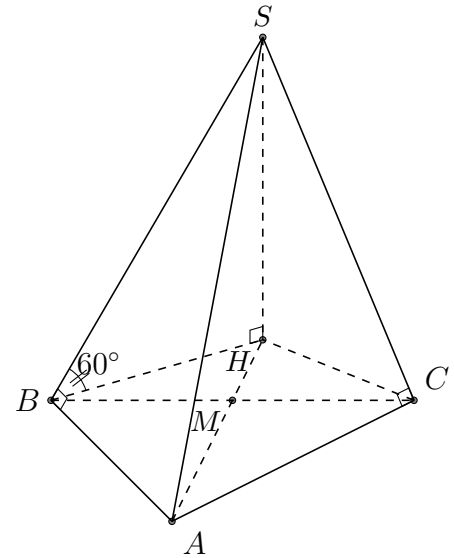
Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) . Khi đó HB , HC lần lượt là hình chiếu của SB và SC lên trên (ABC) . Mà $\triangle SAB$ vuông tại B và $\triangle SAC$ vuông tại C nên $BH \perp AB$ và $CH \perp AC$.

Suy ra $((SAB), (ABC)) = \widehat{SBH} = 60^\circ$.

Ta có $\triangle SAB = \triangle SAC$ nên $\triangle BAH = \triangle CAH$ suy ra AH là phân giác góc A . Do đó, $BH = BA \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có chiều cao hình chóp $SH = BH \cdot \tan 60^\circ = a$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 869. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thể tích là V . Tính thể tích của tứ diện $ACB'D'$ theo V .

A. $\frac{V}{6}$.

B. $\frac{V}{4}$.

C. $\frac{V}{5}$.

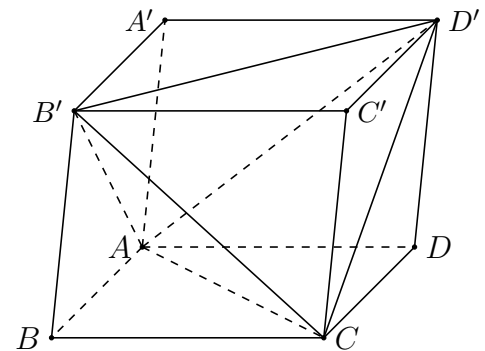
D. $\frac{V}{3}$.

Lời giải.

Ta có $V = V_{B'.ABC} + V_{D'.ACD} + V_{A.A'B'D'} + V_{C.C'B'D'} + V_{D'B'AC}$.

Mà $V_{B'.ABC} = V_{D'.ACD} = V_{A.A'B'D'} = V_{C.C'B'D'} = \frac{1}{6}V$

nên $V_{D'B'AC} = \frac{V}{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 870. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $SA = 3a$, SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $a^3\sqrt{6}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $2a^3\sqrt{6}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABCD} = a^2\sqrt{3}$; $OA = \frac{BD}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + AD^2}}{2} = a \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = 2a\sqrt{2}$.

Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} 2a\sqrt{2} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 871. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích V . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, MC . Thể tích của khối chóp $N.ABCD$ là

A. $\frac{V}{6}$.

B. $\frac{V}{4}$.

C. $\frac{V}{2}$.

D. $\frac{V}{3}$.

Lời giải.

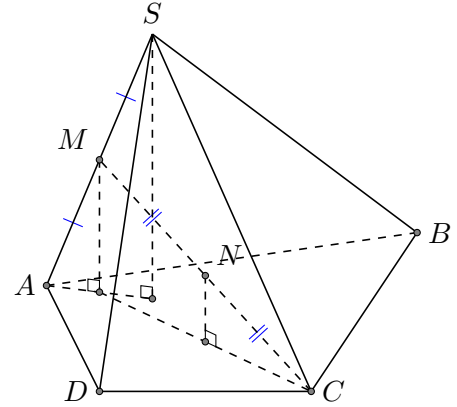
Ta có $V_{N.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot d(N, (ABCD)) \cdot S_{ABCD}$.

Mặt khác, do N là trung điểm CM và M là trung điểm SA nên:

$$\begin{cases} d(N, (ABCD)) = \frac{1}{2} \cdot d(M, (ABCD)) \\ d(M, (ABCD)) = \frac{1}{2} \cdot d(S, (ABCD)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow d(N, (ABCD)) = \frac{1}{4} \cdot d(S, (ABCD)).$$

$$\text{Do đó } V_{N.ABCD} = \frac{1}{4} \cdot d(S, (ABCD)) \cdot S_{ABCD} = \frac{V}{4}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 872. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA = AD = 2a$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Thể tích khối chóp $S.AGD$ là

A. $\frac{32a^3\sqrt{3}}{27}$.

B. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$.

C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $\frac{16a^3}{9\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Gọi φ là góc giữa các mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$, khi đó $\varphi = \widehat{SBA} = 60^\circ$.

$$AB = SA \cdot \cot 60^\circ = \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

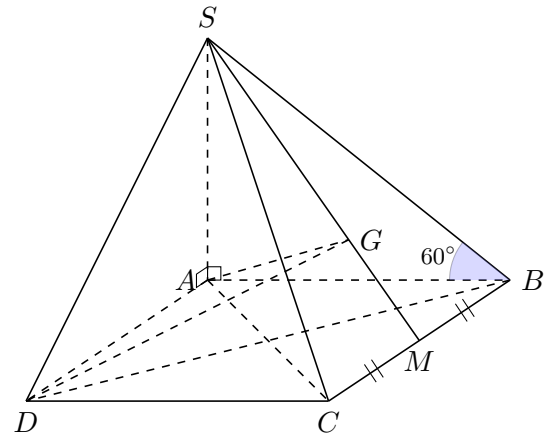
$$V_{S.GAD} = V_{G.SAD} = \frac{1}{3} d(G, (SAD)) \cdot S_{\Delta SAD}.$$

Gọi M là trung điểm BC , ta có $SG = \frac{2}{3} SM \Rightarrow$

$$d(G, (SAD)) = \frac{2}{3} \cdot d(M, (SAD)) = \frac{2}{3} \cdot d(B, (SAD)) =$$

$$\frac{2}{3} \cdot AB = \frac{2}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}a}{3} = \frac{4\sqrt{3}a}{9}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.GAD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}a}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = \frac{8\sqrt{3}a^3}{27}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 873. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

A. $V = \frac{a^3}{36}$.

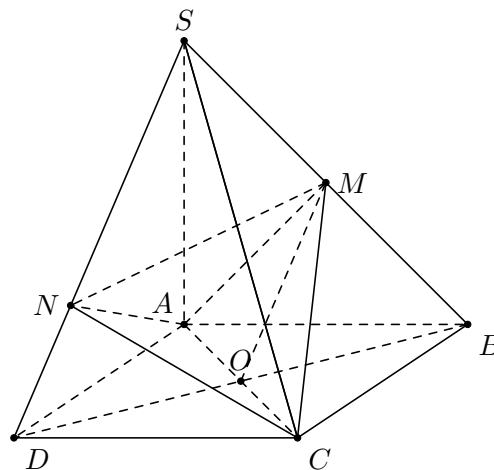
B. $V = \frac{a^3}{8}$.

C. $V = \frac{a^3}{12}$.

D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Do đó, $V_{ACMN} = \frac{a^3}{12}$.

☐

A. $\frac{2a^3}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Vậy thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3} = \frac{2a^3}{\sqrt{3}}$.

☐

A. $k = \frac{1}{6}$.

B. $k = \frac{1}{12}$.

C. $k = \frac{1}{4}$.

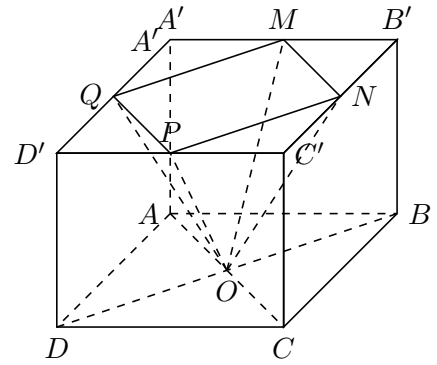
D. $k = \frac{1}{8}$.

1290 <https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/>

Vì M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của $A'B', B'C', C'D', D'A'$ nên $MNPQ$ là hình bình hành.

Gọi $S_{MNPQ}, S_{A'B'C'D'}$ lần lượt là diện tích của hình bình hành $MNPQ$ và $A'B'C'D'$. Dễ dàng chứng minh được $S_{MNPQ} = \frac{1}{2}S_{A'B'C'D'}$ hay $\frac{S_{MNPQ}}{S_{A'B'C'D'}} = \frac{1}{2}$.

Gọi V, V' lần lượt là thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và khối chóp $O.MNPQ$.



$$\text{Khi đó: } k = \frac{V'}{V} = \frac{\frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot d(O, (MNPQ))}{S_{A'B'C'D'} \cdot d(O, (A'B'C'D'))} = \frac{1}{3} \cdot \frac{S_{MNPQ}}{S_{A'B'C'D'}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 876. Một người thợ sơn muốn làm một cái thùng hình hộp chữ nhật không nắp và có thể tích 10 m^3 . Biết rằng đáy có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá tiền vật liệu làm đáy thùng là 10.000 đồng/m^2 , giá tiền vật liệu làm mặt bên thùng là 5.000 đồng/m^2 . Hãy xác định kích thước thùng (dài×rộng×cao) để chi phí làm thùng là nhỏ nhất?

A. $\sqrt{\frac{15}{4}} \times 2\sqrt{\frac{15}{4}} \times 5\sqrt{\frac{16}{225}} \text{ (m)}.$

B. $\sqrt[3]{\frac{15}{4}} \times 2\sqrt[3]{\frac{15}{4}} \times 5\sqrt[3]{\frac{16}{225}} \text{ (m)}.$

C. $\sqrt[3]{\frac{4}{15}} \times 2\sqrt[3]{\frac{4}{15}} \times 5\sqrt[3]{\frac{225}{16}} \text{ (m)}.$

D. $\sqrt{\frac{15}{4}} \times 2\sqrt{\frac{15}{4}} \times 5\sqrt[3]{\frac{16}{225}} \text{ (m)}.$

Lời giải.

Giả sử chiều dài, rộng, cao của thùng lần lượt là $x, 2x, y$ với $x, y > 0$.

Ta có $V = 2x^2y = 10$ nên $y = \frac{5}{x^2}$.

Diện tích đáy là $2x^2$ và diện tích bốn mặt bên là $6xy$.

Do thùng không có nắp nên tổng chi phí để làm thùng là

$$\begin{aligned} T &= 10000 \cdot 2x^2 + 5000 \cdot 6xy = 10^4 \left(2x^2 + \frac{15}{x} \right) = 10^4 \left(2x^2 + \frac{15}{2x} + \frac{15}{2x} \right) \\ &\geq 10^4 \cdot 3\sqrt[3]{2 \cdot \frac{15}{2} \cdot \frac{15}{2}} = 10^4 \cdot 3\sqrt[3]{\frac{225}{2}}. \end{aligned}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi } 2x^2 = \frac{15}{x} \Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{15}{4}} \Rightarrow y = 5\sqrt[3]{\frac{16}{225}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 877. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = 2a$ và thể tích bằng $2\sqrt{2}a^3$. Tính khoảng cách d từ A đến $(A'BC)$.

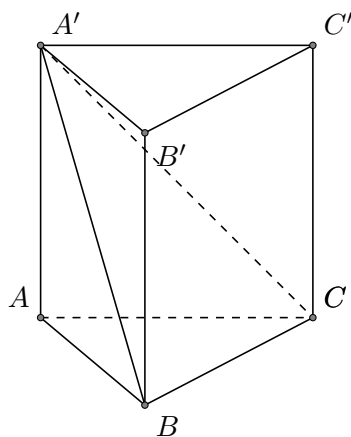
A. $d = a.$

B. $d = 6a.$

C. $d = 3a.$

D. $d = 2a.$

Lời giải.



Ta có $2\sqrt{2}a^3 = V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = AA' \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \Rightarrow AA' = a\sqrt{2}$.

Vì tứ diện $A.A'BC$ có ba cạnh AA', AB, AC đôi một vuông góc với nhau nên

$$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow d = a.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 878. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$ là điểm H nằm trên đoạn AC sao cho $AC = 4AH$. Gọi CM là đường cao tam giác SAC và M thuộc SA . Tính theo a thể tích khối tứ diện $SMBC$.

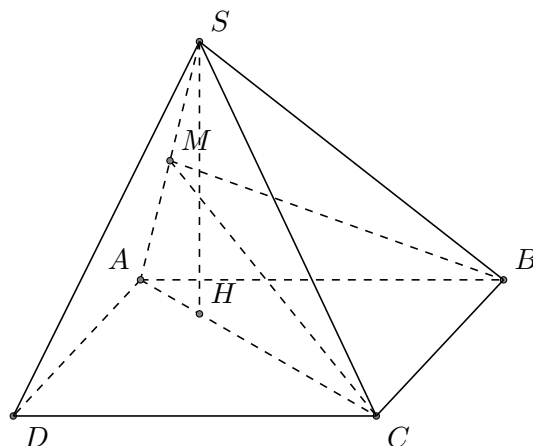
A. $V = \frac{a^2}{48}$.

B. $V = \frac{a^2\sqrt{2}}{16}$.

C. $V = \frac{a^2\sqrt{14}}{48}$.

D. $V = \frac{a^2\sqrt{14}}{16}$.

Lời giải.



Trong tam giác SAC , ta có

$$AH = \frac{1}{4}AC = \frac{a\sqrt{2}}{4}, HC = \frac{3a\sqrt{2}}{4}, SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{14}}{4}, SC = \sqrt{SH^2 + HC^2} = a\sqrt{2}.$$

Vì tam giác SAC cân tại C nên M là trung điểm SA .

$$\text{Do đó } \frac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.MBC} = \frac{1}{2}V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{14}}{48}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 879. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ theo a .

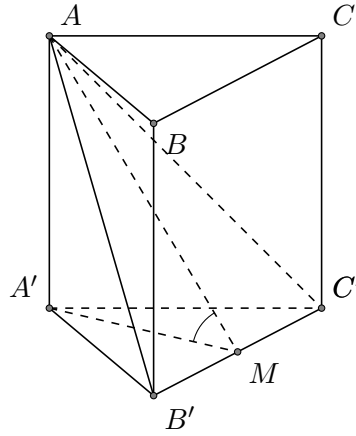
A. $V = \frac{a^3}{3}$.

B. $V = \frac{a^3}{8}$.

C. $V = \frac{3a^3}{8}$.

D. $V = \frac{5a^3}{8}$.

Lời giải.



Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

Gọi M là trung điểm $B'C'$. Ta có $((AB'C'), (ABC)) = \widehat{AMA'} = 60^\circ$.

Mà $A'M = A'B' \cos \widehat{MA'B'} = \frac{a}{2}$, $AA' = A'M \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{3a^3}{8}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 880. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm BB' , CC' . Đường thẳng AE cắt $A'B'$ tại E' , đường thẳng AF cắt $A'C'$ tại F' . Tỉ số thể tích của khối chóp $A.B'C'F'E'$ và thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

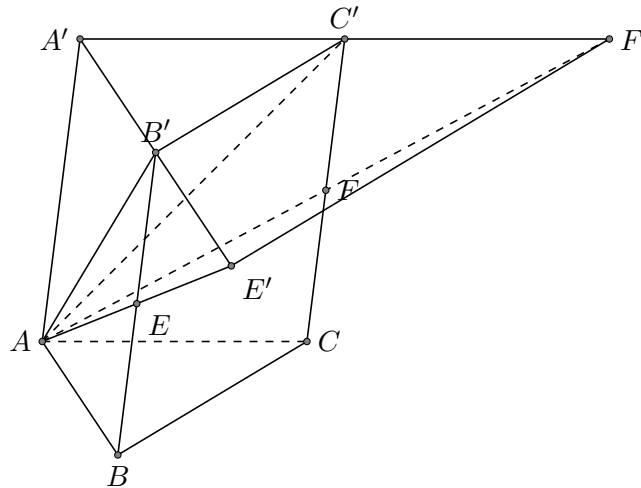
A. $\frac{4}{3}$.

B. 3.

C. 1.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.



Vì $B'C'$ là đường trung bình của tam giác $A'E'F'$ nên $S_{A'E'F'} = 4S_{A'B'C'}$ và $S_{B'C'F'E'} = 3S_{A'B'C'}$.

Ta có
$$\begin{cases} V_{ABC.A'B'C'} = S_{A'B'C'} \cdot d(A, (A'B'C')) \\ V_{A.B'C'F'E'} = \frac{1}{3} S_{B'C'F'E'} \cdot d(A, (A'B'C')) = S_{A'B'C'} \cdot d(A, (A'B'C')) = V_{ABC.A'B'C'}. \end{cases}$$

Vậy $\frac{V_{A.B'C'F'E'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 881. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có thể tích là V_{ABCD} . Gọi $V_{(H)}$ là thể tích khối bát diện đều có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tứ diện đều đó. Tính $k = \frac{V_{(H)}}{V_{ABCD}}$.

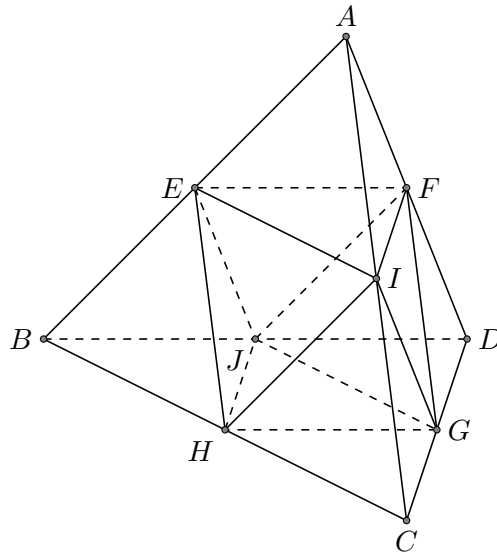
A. $k = \frac{2}{3}$.

B. $k = \frac{1}{4}$.

C. $k = \frac{1}{2}$.

D. $k = \frac{1}{3}$.

Lời giải.



Ta có $V_{AEFI} = V_{DFGJ} = V_{CHIG} = V_{BEHJ} = \frac{AE}{AB} \cdot \frac{AF}{AD} \cdot \frac{AI}{AC} \cdot V_{ABCD} = \frac{1}{8} V_{ABCD}$.

Mà $V_{(H)} = V_{ABCD} - V_{AEFI} - V_{DFGJ} - V_{CHIG} - V_{BEHJ} = \frac{1}{2} V_{ABCD}$.

Vậy $k = \frac{V_{(H)}}{V_{ABCD}} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 882. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm BB', DD' . Mặt phẳng (CEF) chia hình hộp thành hai khối đa diện, đặt V_1 là thể tích khối đa diện chứa điểm B và V_2 là khối đa diện chứa điểm B' . Thế thì ta có

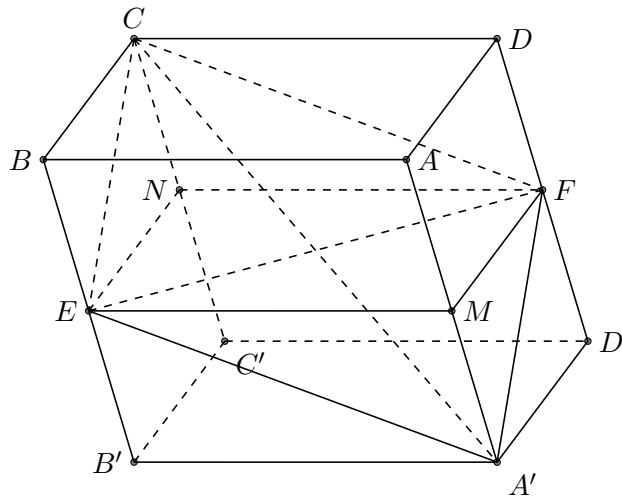
A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Lời giải.



Mặt phẳng (CEF) cắt hình hộp theo thiết diện là hình bình hành $CEA'F$. Qua EF vẽ mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABCD)$ cắt khối hộp theo hình bình hành $EMFN$.

Khi đó $V_1 = V_{ABCD.MENF} - V_{CENF} + V_{A'EMF}$.

Vì $V_{CENF} = V_{A'EMF}$ nên $V_1 = V_{ABCD.MENF}$.

Do đó $V_2 = V_{A'B'C'D'.MENF}$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 883. Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $V = \frac{a^3}{4}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.

Gọi I, G lần lượt là trung điểm cạnh BC và trọng tâm của $\triangle ABC \Rightarrow A'G \perp (ABC)$ và $\widehat{A'AG} = 30^\circ$.

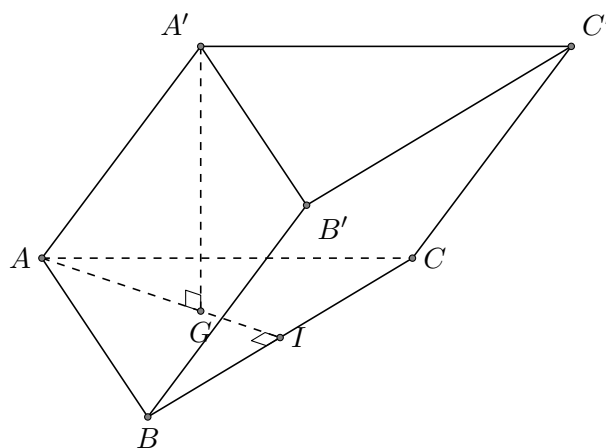
Ta có $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AG = \frac{2}{3}AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra chiều cao $h = A'G = AG \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a}{3}$.

Diện tích đáy $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra $V = Sh = \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 884. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 45° . Thể tích V của khối chóp là

A. $V = \frac{a^3}{6}$.

B. $V = \frac{a^3}{4}$.

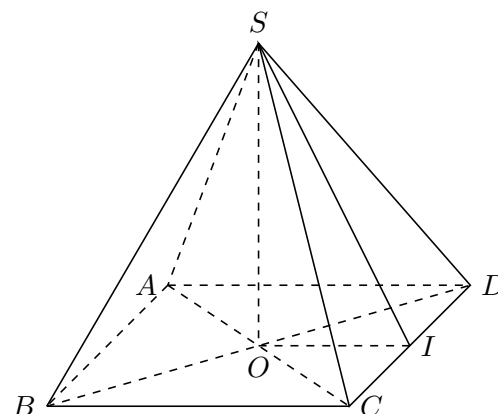
C. $V = 2a^3$.

D. $V = a^3$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của CD , O là tâm của đáy ta có góc $\widehat{SIO} = 45^\circ$. Ta có $SO = IO = \frac{a}{2}$ là đường cao của hình chóp nên thể tích của khối chóp

$$V = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3}{6}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 885. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Tính thể tích khối chóp $S.MNP$.

A. $\frac{V}{4}$.

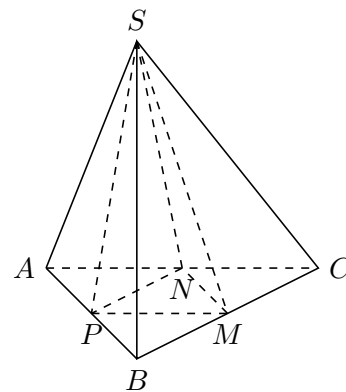
B. $\frac{V}{3}$.

C. $\frac{4V}{3}$.

D. $\frac{2V}{3}$.

Lời giải.

Ta thấy hai hình chóp $S.MNP$ và hình chóp $S.ABC$ có cùng chiều cao hạ từ S . Mà $S_{\triangle MNP} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$ nên suy ra thể tích của khối chóp $S.MNP$ bằng $\frac{1}{4}V$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 886. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. Vẽ SS' song song và bằng BC ta được hình đa diện mới $SS'ABCD$. Khi đó $\frac{V_{SS'ABCD}}{V_{SABCD}}$ bằng

A. $\frac{5}{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $V = V_{S.ABCD}$.

Ta có $V_{SS'ABCD} = V_{SABCD} + V_{SS'CD}$. (1)

Do $SS' \parallel BC$ và $SS' = BC$ nên $SBCS'$ là hình bình hành. Suy ra $BS \parallel CS'$, từ đó ta có $BS \parallel (CDS')$, suy ra

$$V_{SS'CD} = V_{BS'CD}. \quad (2)$$

Mặt khác ta lại có $SS' \parallel (BCD)$ (do $SS' \parallel BC$) nên

$$V_{BS'CD} = V_{BS'CD}. \quad (3)$$

Ta có $S_{BCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}$ nên $V_{SBCD} = \frac{1}{3}V_{SABCD} = \frac{V}{3}$. (4)

Từ (1), (2), (3), (4) ta suy ra $V_{SS'ABCD} = V + \frac{V}{3} = \frac{4V}{3}$. Vậy $\frac{V_{SS'ABCD}}{V_{SABCD}} = \frac{4}{3}$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 887. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết $AB = a$, $BC = 2a$. SA vuông góc với đáy (ABC) , $SA = 5a$. Tính thể tích V của hình chóp $S.ABC$ theo a .

A. $V = 10a^3$.

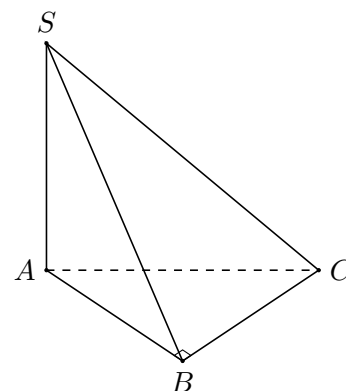
B. $V = \frac{10a^3}{3}$.

C. $V = \frac{5a^3}{3}$.

D. $V = 5a^3$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot 5a \cdot \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{5a^3}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 888. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích là V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Thể tích của khối đa diện $P.ABNM$ là

A. $\frac{V}{8}$.

B. $\frac{V}{4}$.

C. $\frac{3V}{8}$.

D. $\frac{5V}{8}$.

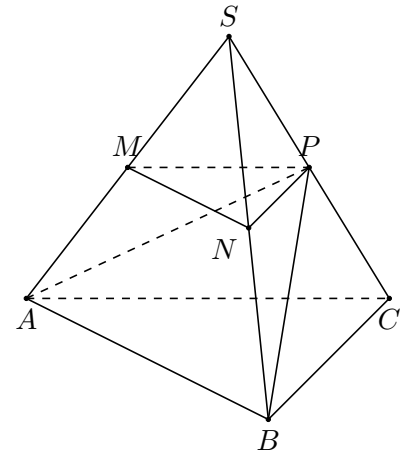
Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{P.ABNM} = V - V_{S.MNP} - V_{C.ABP}$$

$$\frac{V_{S.MNP}}{V} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{1}{8}V.$$

$$\frac{V_{C.ABP}}{V} = \frac{CP}{CS} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{C.ABP} = \frac{1}{2}V.$$

$$\text{Vậy } V_{P.ABNM} = V - \frac{1}{8}V - \frac{1}{2}V = \frac{3V}{8}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 889. Cho hình chóp $S.ABCD$, M là trung điểm của SA . Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng $(ABCD)$. Mặt phẳng (α) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối gồm khối chứa đỉnh S có thể tích V_1 và khối chứa đỉnh A có thể tích V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{7}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{8}$.

Lời giải.

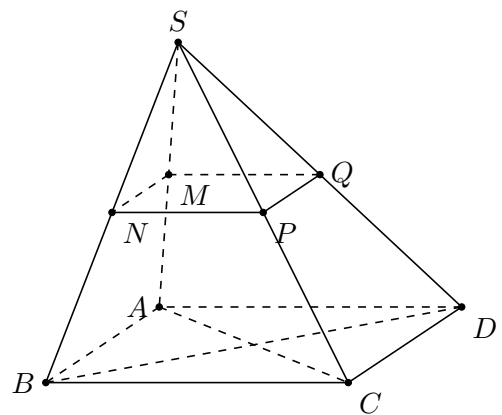
Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$.

$$V_1 = V_{SMNPQ} = V_{SMNP} + V_{MQP}.$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{SMNP}}{V_{SABC}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow V_{SMNP} = \frac{1}{8}V_{SABC} = \frac{1}{16}V.$$

$$\text{Tương tự } V_{SMQP} = \frac{1}{16}V.$$

$$\text{Suy ra } V_1 = \frac{1}{8}V \Rightarrow V_2 = \frac{7}{8}V \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{7}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 890. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trung điểm của cạnh $B'C'$, tam giác $BB'C'$ là tam giác đều cạnh $2a$, $AB = a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{3a^3}{8}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{3a^3}{4}$.

D. $\frac{3a^3}{2}$.

Lời giải.

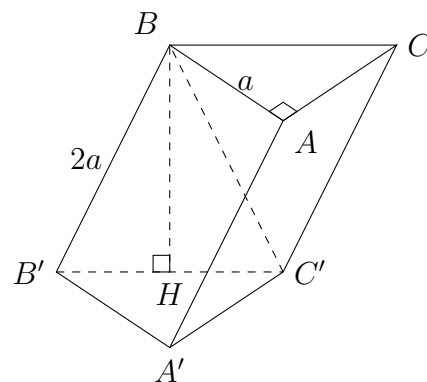
$\triangle BB'C'$ là tam giác đều cạnh $2a$

nên có độ dài đường cao $BH = a\sqrt{3}$.

$\triangle ABC$ vuông tại A nên $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$.

Thể tích của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = BH \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} a\sqrt{3} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 891. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = \sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2$. Gọi M là trung điểm cạnh BC . Tính thể tích V của khối tứ diện $S.ABM$.

A. $V = \frac{1}{8}$.

B. $V = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = \frac{3}{16}$.

D. $V = \frac{1}{6}$.

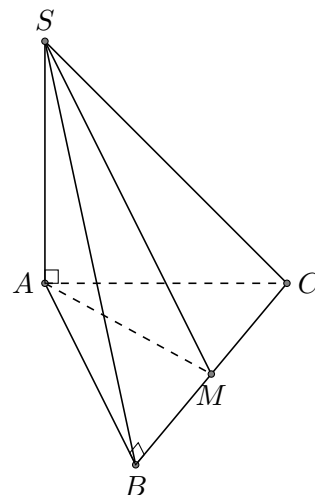
Lời giải.

Tam giác ABC vuông cân tại B nên ta có

$$2BC^2 = AC^2 \Leftrightarrow BC^2 = 1 \Leftrightarrow BC = 1$$

$$\Rightarrow BM = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{ABM} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BM = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABM} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 892. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12, đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Tính thể tích khối chóp $A'.BCO$.

A. 1.

B. 4.

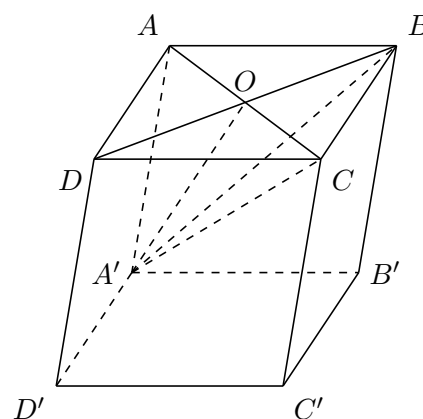
C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Gọi h là độ dài đường cao của lăng trụ xuất phát từ đỉnh A' . Ta có

$$V_{A'BCO} = \frac{1}{3} h \cdot S_{BCO} = \frac{1}{3} h \cdot \frac{1}{4} \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{12} V = \frac{1}{12} \cdot 12 = 1.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 893. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm CD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM .

A. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. a .

Lời giải.

Gọi N là trung điểm AD , suy ra $MN \parallel AC$, do đó

$$d(AC; BM) = d(AC; (BMN)) = d(D; (BMN)).$$

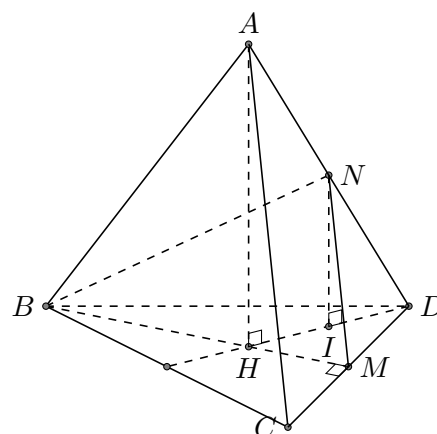
Gọi I là hình chiếu của N trên (ABC) , suy ra $NI \parallel AH$ và $NI = \frac{AH}{2}$.

$$\text{Từ đó suy ra } V_{N.BMD} = \frac{1}{3} \cdot NI \cdot S_{\triangle BMD} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}.$$

$$\text{Ta có } S_{\triangle BMN} = \frac{a^2\sqrt{11}}{16}.$$

$$V_{N.BMD} = V_{D.BMN} = \frac{1}{3} d(D; (BMN)) \cdot S_{\triangle BMN} \Rightarrow$$

$$d(D; (BMN)) = \frac{a\sqrt{22}}{11}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 894. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(A'BC')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3a^3}{8}$.

B. $V = \frac{9a^3}{8}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

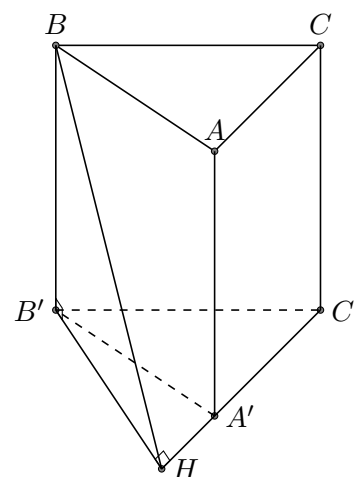
D. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } B'H = \sin 30^\circ \cdot B'C' = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\widehat{BHB'} = 60^\circ \Rightarrow BB' = B'H \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Suy ra } V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot BB' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 895. Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = 2\sqrt{3}$ và các cạnh còn lại đều bằng x . Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng $2\sqrt{2}$.

A. $x = \sqrt{6}$.

B. $x = 2\sqrt{2}$.

C. $x = 3\sqrt{2}$.

D. $x = 2\sqrt{3}$.

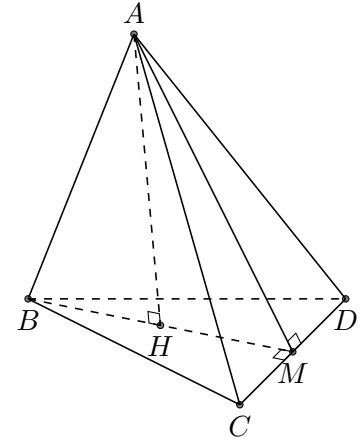
Lời giải.

Gọi M là trung điểm CD và H là hình chiếu của A trên (BCD) . Do $(ABM) \perp CD$ nên H thuộc BM . Ta có

$$AH = \frac{2S_{ABM}}{BM} = \frac{2\sqrt{3}\sqrt{\frac{3x^2}{4} - 3}}{x\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3x^2 - 12}}{x}.$$

Do $S_{BCD} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$ và $V = 2\sqrt{2}$ nên

$$x\sqrt{x^2 - 4} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 896. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$.

A. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$. B. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$. C. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

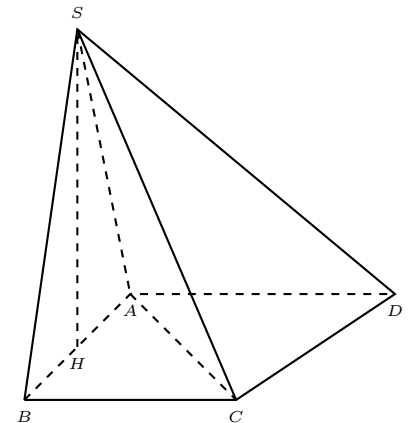
Gọi H là trung điểm cạnh AB .

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ SH \perp AB \end{cases}$

Khi đó $V_{S.ACD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ACD}$.

Mà $S_{ACD} = S_{ABCD} - S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot (AD + BC) - \frac{1}{2}AB \cdot BC = a^2$.

Và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



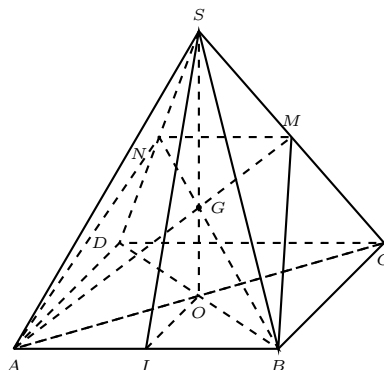
Chọn đáp án **D**

□

Câu 897. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác SAC . Mặt phẳng chứa AB và đi qua G cắt các cạnh SC , SD lần lượt tại M và N . Biết mặt bên của hình chóp tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABMN$ bằng

A. $a^3\frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $a^3\frac{\sqrt{3}}{8}$. C. $a^3\frac{\sqrt{3}}{16}$. D. $3a^3\frac{\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải.



Vì G là trọng tâm tam giác SAC nên AG cắt SC tại trung điểm M của SC , tương tự BG cắt SD tại trung điểm N của SD .

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và I là trung điểm của AB . Suy ra góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy $(ABCD)$ là góc $\widehat{SIO} = 60^\circ$. Do đó $SO = OI \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Suy ra } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Mặt khác } V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC}, \text{ ta lại có } \frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{2}V_{S.ABC}.$$

$$\text{Tương tự ta có } V_{S.AMN} = \frac{1}{4}V_{S.ACD}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABMN} = \frac{3}{4}V_{S.ABCD} = a^3\frac{\sqrt{3}}{8}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 898. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , biết $A'.ABC$ là hình chóp đều và $A'D$ hợp với đáy một góc 45° . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. a^3 . B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

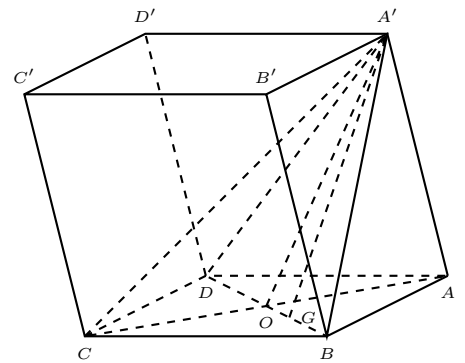
Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó góc giữa $A'D$ và đáy $(ABCD)$ là $\widehat{A'DG} = 45^\circ$.

$$\text{Do tam giác } ABC \text{ đều nên } BG = \frac{a\sqrt{3}}{3}, DB = a\sqrt{3}, DG = 2BG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Tam giác } A'DG \text{ vuông cân tại } G \text{ nên } A'G = DG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'G = a^3.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 899. Cho hình tam giác $S.ABC$ có $BC = a$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° . Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) . Biết tam giác HBC vuông cân tại H và có thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng a^3 . Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng

- A. $2a\sqrt{3}$. B. $6a\sqrt{3}$. C. $2a$. D. $6a$.

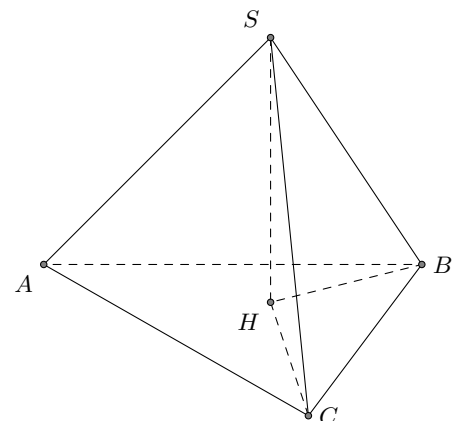
Lời giải.

Tam giác HBC vuông cân tại H , có cạnh $BC = a$ nên có diện tích $S_{\triangle HBC} = \frac{a^2}{4}$.

$$\text{Diện tích tam giác } SBC \text{ là } S_{\triangle SBC} = S_{\triangle HBC} \cdot \frac{1}{\cos 60^\circ} = \frac{a^2}{2}.$$

Khoảng cách từ A đến (SBC) là

$$d(A, (SBC)) = \frac{3V_{SABC}}{S_{\triangle SBC}} = \frac{3a^3}{a^2/2} = 6a.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 900. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, góc $\widehat{BAD} = 120^\circ$, $AB = a$. Hai mặt

phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa (SBC) và mặt phẳng đáy là 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{15}$.

B. $V = \frac{a^3}{12}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{13}}{12}$.

Lời giải.

Ta có

$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$$

Vì $ABCD$ là hình thoi có góc $\widehat{BAD} = 120^\circ$ nên tam giác ABC là tam giác đều.

Gọi M là trung điểm của BC , khi đó $AM \perp BC$, $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp SM$.

Ta có

$$\left. \begin{array}{l} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ AM \perp BC \\ SM \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (AM, SM) = \widehat{SMA} = 60^\circ.$$

Vì $\triangle ABC$ là tam giác đều nên $AC = a$, $BD = a\sqrt{3}$, $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác SAM vuông tại A nên $SA = AM \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot SA = \frac{1}{6} \cdot a \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 901. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Các điểm M, N, P thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{AP} = 4\overrightarrow{AD'}$. Tính thể tích khối chóp $AMNP$ theo V .

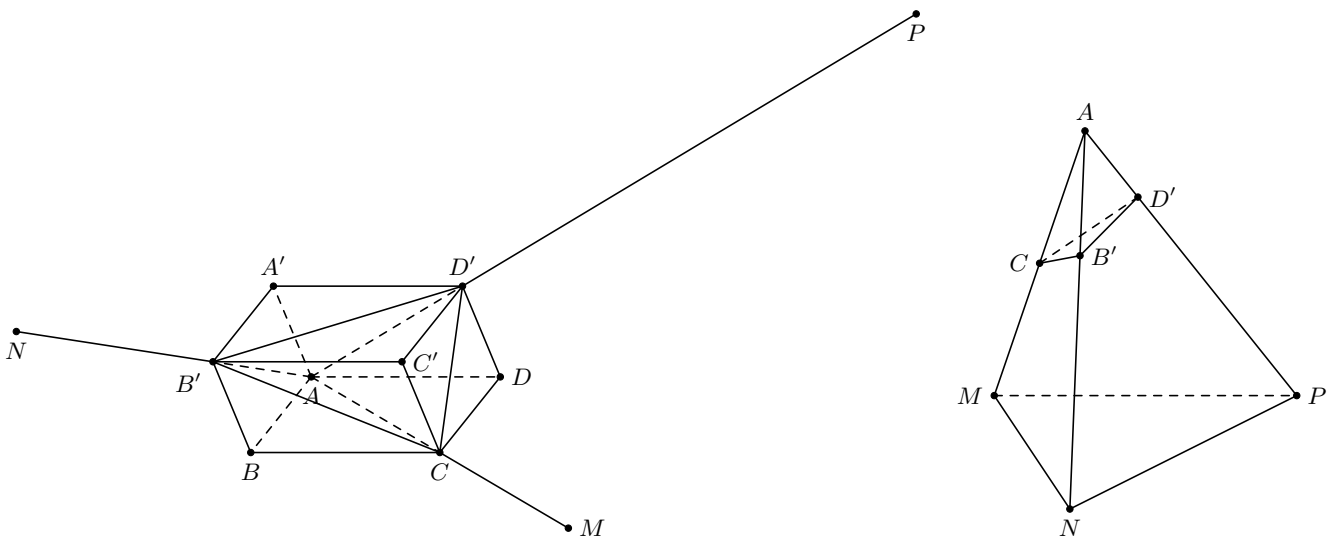
A. $6V$.

B. $8V$.

C. $12V$.

D. $4V$.

Lời giải.



$$\text{Ta có } V_{A.CB'D'} = V_{\text{hộp}} - V_{A.A'B'D'} - V_{D'.ACD} - V_{B'.ABC} - V_{C.C'B'D'} = \frac{V}{3}.$$

$$\text{Mặt khác, tỉ số thể tích: } \frac{V_{A.CB'D'}}{V_{A.MNP}} = \frac{AC}{AM} \cdot \frac{AB'}{AN} \cdot \frac{AD'}{AP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}.$$

Do đó $V_{AMNP} = 24V_{ACB'D'} = 24 \cdot \frac{V}{3} = 8V$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 902. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $\sqrt{3}a^3$. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a , thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy, biết đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD .

A. $2a\sqrt{3}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. a .

D. $6a$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng SAB kẻ đường cao AH của tam giác SAB .

Do mặt phẳng $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$ hay SH là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.

Do tam giác SAB là tam giác đều cạnh a nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $d(SA, CD) = d(CD, (SAB)) = d(C, (SAB))$.

Kẻ $CK \perp AB$ khi đó ta có $CK = d(C, (SAB))$.

Mặt khác thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{3}a^3$

nên $\frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = a^3\sqrt{3} \Leftrightarrow S_{ABCD} = 6a^2$.

Do $ABCD$ là hình bình hành nên

$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} \Leftrightarrow S_{\triangle ABC} = 3a^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}AB \cdot CK = 3a^2 \Leftrightarrow AB \cdot CK = 6a^2 \Rightarrow CK = 6a.$$

Vậy $d(SA, CD) = 6a$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 903. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Trên SB, SD lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $\frac{SM}{SB} = m > 0, \frac{SN}{SD} = n > 0$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.AMN$ biết $2m^2 + 3n^2 = 1$.

A. $V_{\max} = \frac{a^3\sqrt{6}}{72}$.

B. $V_{\max} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

C. $V_{\max} = \frac{a^3}{48}$.

D. $V_{\max} = \frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABD$ là $V = \frac{a^3}{6}$.

Chú ý tỉ số thể tích $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = mn$.

Theo bất đẳng thức Cauchy ta có

$$V_{S.AMN} = mn \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{2}m \cdot \sqrt{3}n \cdot \frac{a^3}{6} \leq \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{2m^2 + 3n^2}{2} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{72}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 904. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và góc tạo bởi (SBC) , (ABC) là 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $V = \frac{1}{8}a^3$.

B. $V = \frac{1}{4}a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{8}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

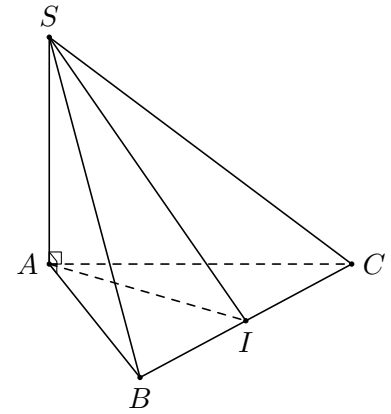
Lời giải.

Ta có: $(SBC) \cap (ABC) = BC$. Gọi I là trung điểm BC .

Ta có: $\begin{cases} AI \perp BC \\ SI \perp BC \end{cases} \Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (SI, AI) = \widehat{SIA} = 60^\circ$.

Lại có: $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $SA = AI \cdot \tan \widehat{SIA} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.

Do đó: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8} a^3$.



Chọn đáp án

□

Câu 905. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Hai cách AC, BD cắt nhau tại O . Mặt phẳng (P) đi qua điểm O và song song với mặt phẳng (SAD) cắt khối chóp $S.ABCD$ tạo thành hai khối có thể tích lần lượt là $V_1; V_2$ ($V_1 < V_2$). Giá trị của biểu thức $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{7}{13}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{5}{11}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Qua O vẽ đường thẳng song song AD cắt AB, CD tại M, N (M, N là trung điểm AB, CD).

Qua M vẽ $MQ \parallel SA$ ($Q \in SB$) $\Rightarrow Q$ là trung điểm SB .

Qua N vì $NP \parallel SC$ ($P \in PC$) $\Rightarrow P$ là trung điểm SC .

Khi đó $S.ABCD$ chia làm 2 khối: $MBQPNC$ có thể tích V_1 và phần còn lại có thể tích V_2 với $V_1 < V_2$.

Gọi E là trung điểm BC .

Có $MBQPNC$ gồm 2 khối nhỏ là $BQMEOP$ và $P.EONC$.

Xét $BQMEOP$, có thể tích bằng $\frac{1}{2}$ thể tích của hình hộp xiên.

$$V_3 = \frac{1}{2} d[Q, (MBEO)] \cdot S_{BMOE} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} d[S, (ABCD)] \cdot \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{3}{16} V_{S.ABCD}.$$

Xét $P.ECNC$ có thể tích

$$V_4 = \frac{1}{3} d[P, (EONC)] \cdot S_{EONC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} d[S, (ABCD)] \cdot \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{1}{8} V_{S.ABCD}$$

$$\Rightarrow V_1 = V_3 + V_4 = \frac{5}{16} V_{S.ABCD} \Rightarrow V_2 = \frac{11}{16} V_{S.ABCD} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{11}.$$

Chọn đáp án

□

Câu 906. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V , trên các cạnh AA', BB', CC' lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $AM = \frac{1}{3} AA', BN = \frac{2}{3} BB', CP = \frac{1}{6} CC'$. Thể tích khối đa diện $ABCMNP$ bằng

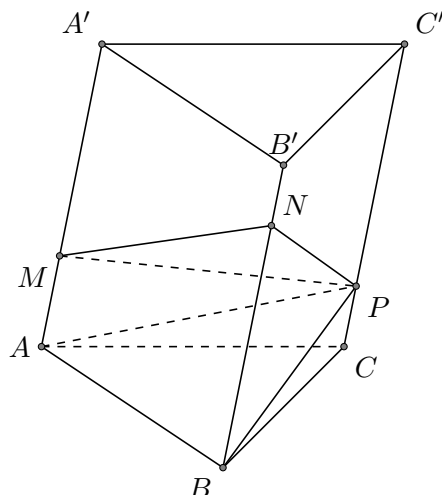
A. $\frac{V}{3}$.

B. $\frac{7V}{18}$.

C. $\frac{4V}{9}$.

D. $\frac{V}{2}$.

Lời giải.



Ta có $V_{C.ABB'A'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}V$ và $V_{C'.ABC} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3}V$.

Ta cũng có $V_{ABCMNP} = V_{P.ABNM} + V_{P.ABC}$ mà $V_{C.ABB'A'} = V_{P.ABB'A'} = \frac{2}{3}V$ (do $PC \parallel (ABB'A')$)

Mặt khác $AM = \frac{1}{3}AA'$, $BN = \frac{2}{3}BB'$ suy ra $S_{ABNM} = \frac{1}{2}S_{ABB'A'}$. Vì thế $V_{P.ABNM} = \frac{1}{2}V_{P.ABB'A'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}V = \frac{1}{3}V$. (1)

Ta có $\frac{V_{C.ABP}}{V_{C.ABC'}} = \frac{CP}{CC'} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{C.ABP} = \frac{1}{6}V_{C.ABC'} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3}V = \frac{1}{18}V$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $V_{ABCMNP} = \frac{1}{3}V + \frac{1}{18}V = \frac{7}{18}V$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 907. Cho tứ diện $SABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc với nhau, độ dài các cạnh $BC = a, SB = b, SC = c$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ khối tứ diện đã cho

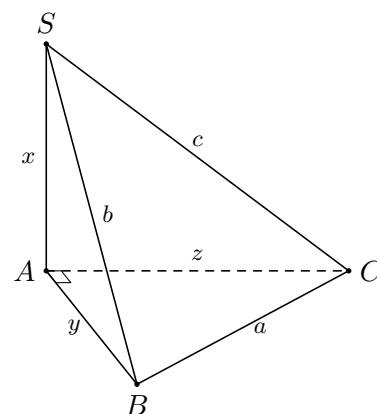
A. $V_{\max} = \frac{abc\sqrt{2}}{4}$. B. $V_{\max} = \frac{abc\sqrt{2}}{8}$. C. $V_{\max} = \frac{abc\sqrt{2}}{24}$. D. $V_{\max} = \frac{abc\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải.

Chú ý tứ diện $A.SBC$ là tứ diện vuông tại A . Sử dụng bất đẳng thức cơ bản $uv \leq \frac{u^2 + v^2}{2}$.

Ta có

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{6}xyz \Rightarrow V^2 = \frac{1}{36}x^2y^2z^2 \\ &= \frac{1}{36} \cdot xy \cdot yz \cdot xz \\ &\leq \frac{1}{36} \cdot \frac{x^2 + y^2}{2} \cdot \frac{y^2 + z^2}{2} \cdot \frac{z^2 + x^2}{2} \\ &= 7 \frac{1}{36} \cdot \frac{b^2a^2c^2}{8} \end{aligned}$$



Khi đó $V \leq \frac{abc\sqrt{2}}{24}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $x = y = z$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 908. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$, khoảng cách từ A đến (SBC) bằng a , góc giữa (SBC) và (ABC) bằng 30° . Thể tích khối chóp $SABC$ bằng

A. $\frac{8a^3}{9}$. B. $\frac{8a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{4a^3}{9}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC , do ABC đều nên $AM \perp SM$, suy ra $BC \perp DM$ nên góc giữa (ABC) và (SBC) là góc $\widehat{SMA} = 30^\circ$.

Kẻ $AH \perp SM$ tại H , khi đó $AH = d(A, (SBC)) = a$.

Ta lại có $\sin 30^\circ = \frac{AH}{AM} \Rightarrow AM = 2a$.

Do $\triangle ABC$ đều nên $AM = \frac{\sqrt{3}}{2}AB \Rightarrow AB = \frac{4\sqrt{3}}{3}a$.

Suy ra $S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}a \right)^2 = \frac{4\sqrt{3}}{3}a^2$.

Mặt khác $\tan 30^\circ = \frac{SA}{AM} \Rightarrow SA = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3}a^2 = \frac{8}{3}a^3.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 909. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $SB; SD$. Mặt phẳng (AMN) cắt SC tại I . Tính thể tích khối đa diện $ABCDMIN$.

A. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{18}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{18}$.

C. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $\frac{13\sqrt{3}a^3}{36}$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng (SBD) , gọi $E = MN \cap SO$.

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $I = AE \cap SC$. Vậy $(AMN) \cap SC = I$.

Trong mặt phẳng (SAC) kẻ $OJ \parallel AI$, với $J \in SC$.

Khi đó $IJ = JC$.

Mặt khác ta có $SI = IJ$. Suy ra $SI = IJ = JC$.

Ta có $V_{S.ABC} = V_{S.ADC} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Ta có $\frac{V_{S.AMI}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SI}{SC} = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$\Rightarrow V_{S.AMI} = \frac{1}{6}V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3}a^3}{36}$.

Tương tự $\frac{V_{S.ANI}}{V_{S.ADC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SI}{SC} = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{S.ANI} = \frac{1}{6}V_{S.ADC} = \frac{\sqrt{3}a^3}{36}$.

Suy ra $V_{S.AMIN} = V_{S.AMI} + V_{S.ANI} = \frac{\sqrt{3}a^3}{36} + \frac{\sqrt{3}a^3}{36} = \frac{\sqrt{3}a^3}{18}$.

Vậy $V_{ABCDMIN} = V_{S.ABCD} - V_{S.AMIN} = \frac{\sqrt{3}a^3}{3} - \frac{\sqrt{3}a^3}{18} = \frac{5\sqrt{3}a^3}{18}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 910. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA = 2a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với SC , cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của khối chóp $S.AB'C'D'$ và khối đa diện $ABCD.D'C'B'$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{8}{15}$.

B. $\frac{8}{7}$.

C. $\frac{32}{13}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Vì hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$ nên $SA \perp (ABCD)$.

$$\text{Thể tích khối chóp } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 2a = \frac{2a^3}{3}.$$

$$\text{Do đó } V_{S.ACB} = V_{S.ACD} = \frac{1}{2} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}.$$

Chứng minh được $AB' \perp SB, AD' \perp SD$ và $B'D' \parallel BD$.

$$\text{Ta có } SD = SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{5}.$$

$$SC^2 = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{6}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SAB \text{ có } \frac{SB'}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Do } B'D' \parallel BD \text{ nên } \frac{SB'}{SB} = \frac{SD'}{SD} = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SAC \text{ có } \frac{SC'}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{2}{3} \text{ nên } \frac{V_{S.AC'D'}}{V_{S.ACD}} = \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{8}{15}$$

$$\text{và } \frac{V_{S.AC'B'}}{V_{S.ACB}} = \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{BD'}{SB} = \frac{8}{15}.$$

$$\Rightarrow \frac{V_{S.AC'D'}}{V_{S.ACD}} + \frac{V_{S.AC'B'}}{V_{S.ACB}} = \frac{V_{S.AB'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{16}{15} \Rightarrow \frac{V_{S.AB'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{15}.$$

Cách khác Áp dụng công thức tỉ số thể tích khối chóp tứ giác có đáy là hình bình hành

$$V_{SAB'C'D'} = \frac{xyzt}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} \right) V_{SABCD}.$$

$$\text{Với } x = \frac{SA}{SA} = 1; y = \frac{SB'}{SB} = \frac{4}{5}; z = \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3}; t = \frac{SD'}{SD} = \frac{4}{5}. \text{ Ta được } V_{SAB'C'D'} = \frac{8}{15} \cdot V_{SABCD}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 911. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, thể tích bằng 1. Gọi M là trung điểm cạnh SA ; các điểm E, F lần lượt là điểm đối xứng của A qua B và D . Mặt phẳng (MEF) cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại các điểm N, P . Thể tích của khối đa diện $ABCDMNP$ bằng

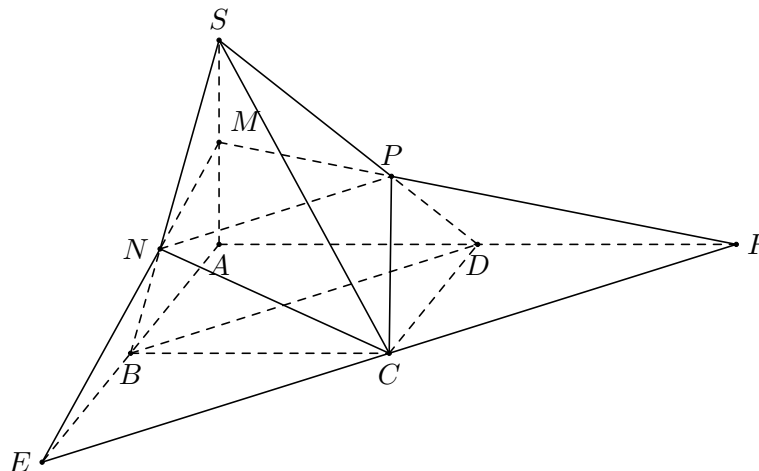
A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.



$$\text{Ta có } V_{ABCDMNP} = V_{ABDMNP} + V_{C.BDPN}. \quad (1)$$

$$\text{Tính } V_{ABDMNP} = V_{S.ABD} - V_{S.MNP} = \frac{1}{2} - \left(\frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SD} \cdot V_{S.ABD} \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{18}.$$

$$V_{C.BDPN} = V_{C.SBD} - V_{C.SNP} = \frac{1}{2} - \left(\frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SC}{SC} \cdot V_{S.BCD} \right) = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{18}.$$

$$\text{Thay vào công thức (1) suy ra } V_{ABCDMNP} = V_{ABDMNP} + V_{C.BDPN} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 912. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ hộp ít nhất (diện tích toàn phần của lon nhỏ nhất). Bán kính đáy của vỏ lon là bao nhiêu khi muốn thể tích của lon là 314 cm^3 và nguyên liệu làm vỏ hộp là ít nhất?

A. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{4\pi}} \text{ cm.}$ B. $r = 942\sqrt[3]{2\pi} \text{ cm.}$ C. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{2\pi}} \text{ cm.}$ D. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{\pi}} \text{ cm.}$

Lời giải.

Gọi bán kính đáy vỏ lon là x (cm), $x > 0$, chiều cao lon là h , độ dài đường sinh là l .

Ta có thể tích lon là $V = \pi x^2 h = 314 \Rightarrow h = \frac{314}{\pi x^2} = l$.

Diện tích toàn phần

$$\begin{aligned} S_{tp} = 2\pi x(x + l) &= 2\pi \left(x^2 + \frac{314}{\pi x} \right) \\ &\geq 2\pi \cdot 3\sqrt[3]{x^2 \cdot \frac{314}{2\pi x} \cdot \frac{314}{2\pi x}} = 6\pi \sqrt[3]{\left(\frac{314}{2\pi} \right)^2}. \end{aligned}$$

Do đó $\min S_{tp} = 6\pi \sqrt[3]{\left(\frac{314}{2\pi} \right)^2} \Leftrightarrow x^2 = \frac{314}{2\pi x} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{314}{2\pi}}.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 913. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Tính diện tích xung quanh của hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và có chiều cao bằng chiều cao của tứ diện.

A. $\frac{2\pi\sqrt{2}}{3}.$ B. $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}.$ C. $\pi\sqrt{3}.$ D. $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}.$

Lời giải.

Hình trụ có bán kính đáy là $R = AO$, chiều cao $h = OD$.

Vì $\triangle ABC$ đều, cạnh bằng 1 nên $AM = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow AO = \frac{2}{3}AM = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

Tam giác ADO vuông tại O nên

$OD = \sqrt{AD^2 - AO^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$

Diện tích xung quanh hình trụ là

$S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2\pi\sqrt{2}}{3}.$

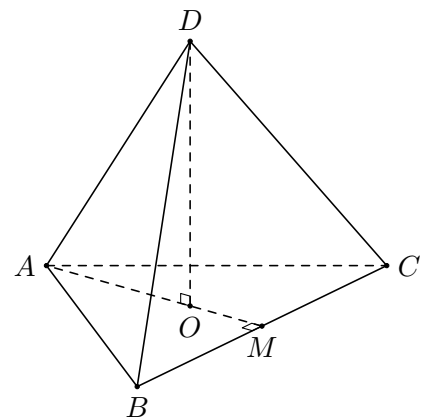
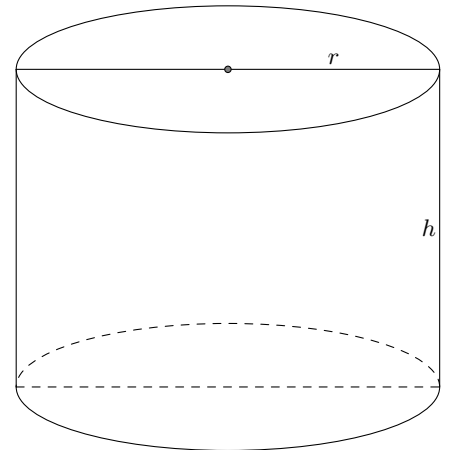
Chọn đáp án **A**

□

Câu 914. Một hình trụ có bán kính đáy bằng R và thiết diện qua trục là hình vuông. Tính thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp hình trụ.

A. $2R^3.$ B. $3R^3.$ C. $4R^3.$ D. $5R^3.$

Lời giải.

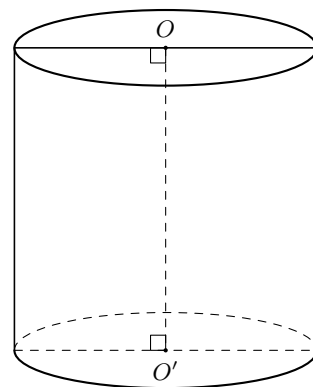


Thiết diện qua trục là hình vuông nên $h = 2R$.

Gọi x là cạnh đáy của khối lăng trụ tứ giác đều.

Vì đáy của khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp đường tròn có bán kính R nên $x\sqrt{2} = 2R \Rightarrow x = R\sqrt{2}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = S \cdot h = x^2 \cdot h = 2R^2 \cdot 2R = 4R^3$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 915. Giả sử đồ thị hàm số $y = (m^2 + 1)x^4 - 2mx^2 + m^2 + 1$, với m là tham số, có ba điểm cực trị là A, B, C mà $x_A < x_B < x_C$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta được một khối tròn xoay. Giá trị của m để thể tích của khối tròn xoay đó lớn nhất thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(4; 6)$.

B. $(2; 4)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4(m^2 + 1)x^3 - 4mx = 4x[(m^2 + 1)x^2 - m]$.

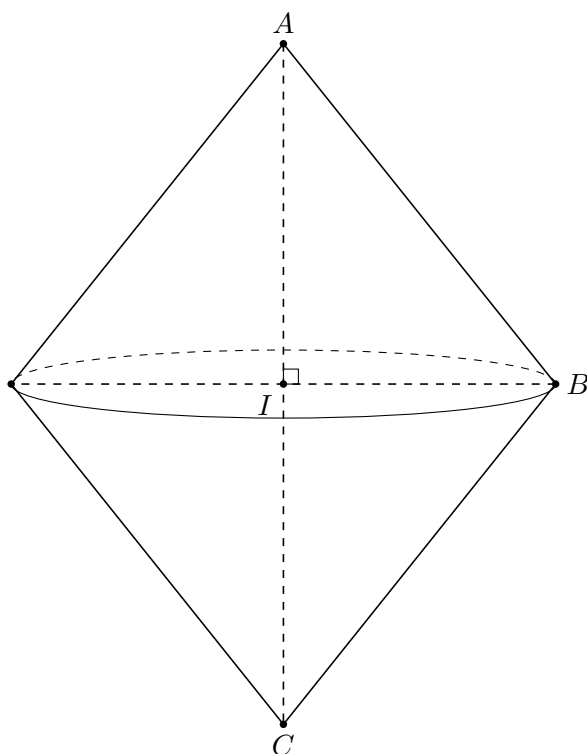
Đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt hay phương trình $(m^2 + 1)x^2 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 0, suy ra

$$\frac{m}{m^2 + 1} > 0 \Leftrightarrow m > 0.$$

Khi đó đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị là

$$A\left(-\sqrt{\frac{m}{m^2 + 1}}; -\frac{m^2}{m^2 + 1} + m^2 + 1\right), B(0; m^2 + 1), C\left(\sqrt{\frac{m}{m^2 + 1}}; -\frac{m^2}{m^2 + 1} + m^2 + 1\right).$$

Dễ dàng thấy được tam giác ABC cân tại B . Gọi I là trung điểm của AC , suy ra $BI \perp AC$.



Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta được một khối tròn xoay có thể tích là

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi \cdot BI^2 \cdot AI = \frac{2\pi}{3} \cdot \left(\frac{m^2}{m^2+1} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{m}{m^2+1}} = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{m^9}{(m^2+1)^5}}.$$

Xét hàm số $f(m) = \frac{m^9}{(m^2+1)^5}$ với $m > 0$.

Ta có $f'(m) = \frac{m^8(9-m^2)}{(m^2+1)^6}$. Khi đó $f'(m) = 0$ tương đương với $m = 3$ (do $m > 0$).

Bảng biến thiên

x	0	3	$+\infty$
$f'(m)$	+	0	-
$f(m)$	0	$\frac{3^9}{10^5}$	0

Vậy thể tích của khối tròn xoay đó lớn nhất khi $m = 3$.

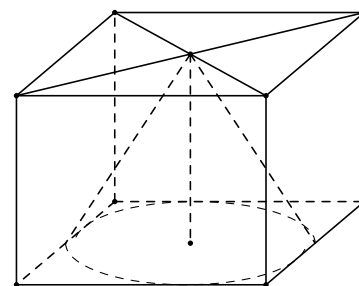
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 916.

Một chiếc thùng chứa đầy nước có hình một khối lập phương. Đặt vào trong thùng đó một khối nón sao cho đỉnh khối nón trùng với tâm một mặt của khối lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính tỉ số thể tích của lượng nước trào ra ngoài và lượng nước còn lại ở trong thùng.

A. $\frac{\pi}{12-\pi}$. B. $\frac{1}{11}$. C. $\frac{\pi}{12}$. D. $\frac{11}{12}$.



Lời giải.

Coi khối lập phương có cạnh 1. Thể tích khối lập phương là $V = 1$.

Từ giả thiết ta suy ra khối nón có chiều cao $h = 1$, bán kính đáy $r = \frac{1}{2}$.

Thể tích lượng nước trào ra ngoài là thể tích V_1 của khối nón.

$$\text{Ta có } V_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{\pi}{12}.$$

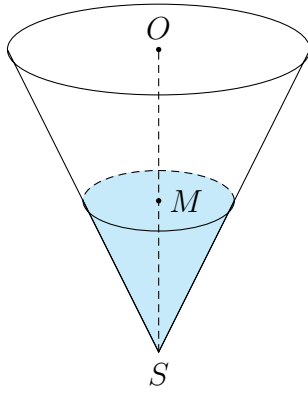
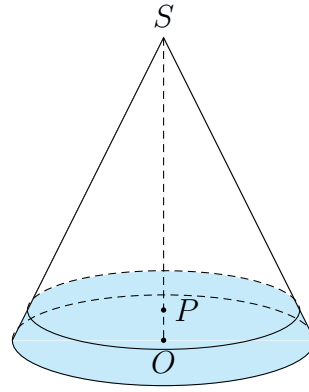
$$\text{Thể tích lượng nước còn lại trong thùng là } V_2 = V - V_1 = 1 - \frac{\pi}{12} = \frac{12-\pi}{12}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{12-\pi}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 917. Một chiếc phễu có dạng hình nón chiều cao của phễu là 30 cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 15 cm (Hình H_1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (Hình H_2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần với giá trị nào sau đây?

Hình H_1 .Hình H_2 .

A. 1,553 cm.

B. 1,306 cm.

C. 1,233 cm.

D. 15 cm.

Lời giải.

Do chiều cao của mực nước ban đầu bằng $\frac{1}{2}$ chiều cao của phễu hình nón (Hình H_1) nên nước trong phễu tạo thành khối nón đồng dạng với khối nón giới hạn bởi phễu theo tỉ số $\frac{1}{2}$. Gọi V là thể tích giới hạn của phễu. Khi đó lượng nước trong phễu là

$$V_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot V = \frac{V}{8}.$$

Sau khi bịt miệng phễu và lật ngược xuống, phần trống trong phễu sẽ tạo thành một khối nón đồng dạng với khối nón giới hạn bởi phễu có chiều cao $h_2 = SP$ (Hình H_2) và thể tích là $V_2 = V - V_1 = \frac{7V}{8}$.

Ta có

$$\frac{V_2}{V} = \left(\frac{h_2}{30}\right)^3 \Leftrightarrow h_2 = 30\sqrt[3]{\frac{7}{8}} \approx 28,694 \text{ cm}.$$

Khi đó ta có chiều cao OP của mực nước là $h = OP = SO - h_2 \approx 1,306 \text{ cm}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 918. Một khối trụ có thể tích $\frac{2}{\pi} \text{ cm}^3$. Cắt hình trụ này theo đường sinh rồi trải ra trên một mặt phẳng thu được một hình vuông. Tính diện tích hình vuông đó.

A. 4 cm^2 .B. 2 cm^2 .C. $4\pi \text{ cm}^2$.D. $2\pi \text{ cm}^2$.**Lời giải.**

$$\text{Thể tích của khối trụ là } V = \pi \cdot r^2 \cdot h \Leftrightarrow \frac{2}{\pi} = \pi \cdot r^2 \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{2}{\pi^2 r^2}. \quad (1)$$

Vì mặt xung quanh của khối trụ là hình vuông nên ta có

$$2\pi r = h. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$2\pi r = \frac{2}{\pi^2 r^2} \Leftrightarrow \pi^3 r^3 = 1 \Leftrightarrow \pi r = 1.$$

Vậy diện tích của hình vuông bằng $h^2 = 4\pi^2 r^2 = 4 \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 919. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Một hình nón (N) có đỉnh S và đáy là hình tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của (N).

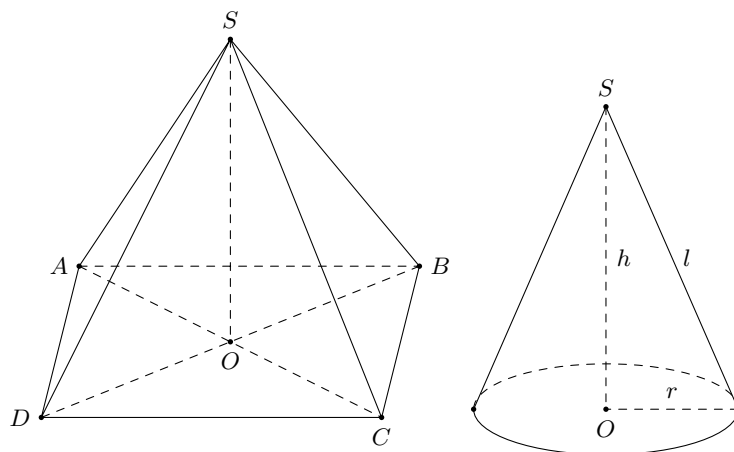
$$\text{A. } S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}.$$

$$\text{B. } S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{15}}{4}.$$

$$\text{C. } S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{6}.$$

$$\text{D. } S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{8}.$$

Lời giải.



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, khi đó hình nón (N) có chiều cao là $h = SO$, bán kính đáy là $r = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.

Ta có độ dài đường sinh của (N) là

$$l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{17}}{2}.$$

Vậy

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{17}}{2} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 920. Cho khối trụ có chiều cao $h = 3$ và diện tích toàn phần bằng 20π . Tính chu vi đáy của khối trụ.

A. 2π .

B. 4π .

C. 6π .

D. 8π .

Lời giải.

Diện tích toàn phần của khối trụ được tính theo công thức

$$\begin{aligned} S_{tp} &= 2\pi r l + 2\pi r^2 \\ \Leftrightarrow 2\pi r^2 + 6\pi r &= 20\pi \\ \Leftrightarrow r^2 + 3r - 10 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} r = 2 \text{ (nhận)} \\ r = -5 \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy chu vi đáy của khối trụ bằng

$$2\pi r = 2\pi \cdot 2 = 4\pi.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 921. Tính thể tích của hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° và diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$.

A. $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

B. $V = 3\pi a^3$.

C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

D. $V = \pi a^3$.

Lời giải.

Vì góc ở đỉnh bằng 60° nên $l = 2r$.

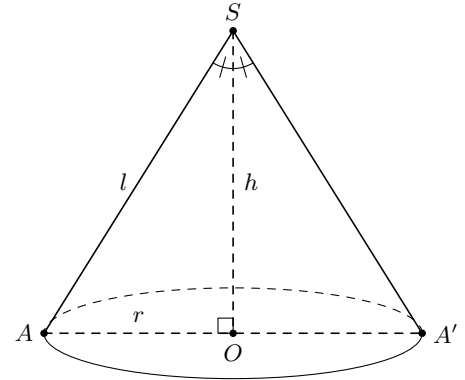
$$S_{xq} = \pi r l = \pi 2r^2$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{S_{xq}}{2\pi} = \frac{6\pi a^2}{2\pi} = 3a^2 \Rightarrow r = a\sqrt{3}.$$

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{12a^2 - 3a^2} = 3a.$$

Thể tích hình nón

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi 3a^2 \cdot 3a = 3\pi a^3.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 922. Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O, O' , bán kính bằng chiều cao và bằng a . Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A , trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Thể tích khối tứ diện $OO'AB$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

Lời giải.

Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A lên đường tròn đáy tâm O' .

$$\text{Ta có } A'B = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{A'O'B} = \frac{O'A'^2 + O'B^2 - AB^2}{2O'A' \cdot O'B} = -\frac{1}{2}$$

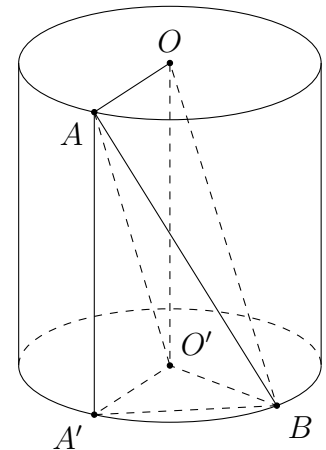
$$\Rightarrow \widehat{A'O'B} = 120^\circ \Rightarrow \sin \widehat{A'O'B} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Từ đó ta có } S_{\Delta O'BA'} = \frac{1}{2}O'A' \cdot O'B \cdot \sin \widehat{A'O'B} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Mặt khác

$$V_{OO'AB} = V_{B.OO'A} = V_{B.AA'O'} = V_{A.A'O'B} = \frac{1}{3}AA' \cdot S_{\Delta O'BA'}$$

$$\text{Từ đó suy ra } V_{OO'AB} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 923. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Một khối nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và có đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Diện tích toàn phần khối nón đó bằng

A. $\frac{\pi a^2(\sqrt{3} + 2)}{2}.$

B. $\frac{\pi a^2(\sqrt{5} + 1)}{4}.$

C. $\frac{\pi a^2(\sqrt{5} + 2)}{4}.$

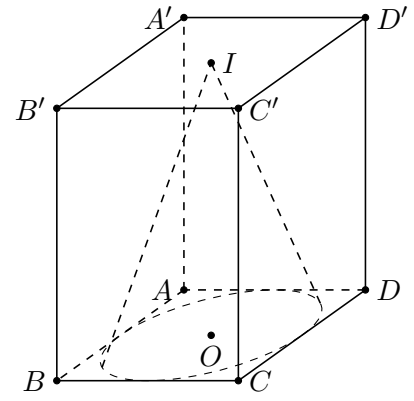
D. $\frac{\pi a^2(\sqrt{3} + 1)}{2}.$

Lời giải.

Gọi O, I lần lượt là tâm hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ có bán kính $r = \frac{a}{2}$. Theo giả thiết thì đường cao hình nón có độ dài bằng $h = IO = a$. Khi đó đường sinh hình nón là $l = \sqrt{IO^2 + r^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Vậy diện tích toàn phần hình nón là

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = \pi r l + \pi r^2 = \frac{\pi a^2(\sqrt{5} + 1)}{4}.$$

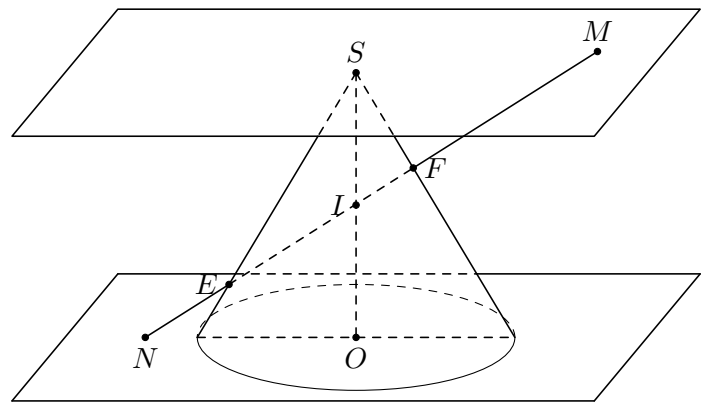


Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 924.

Cho hình nón tròn xoay nằm giữa hai mặt phẳng song song (P) và (Q) như hình vẽ. Kẻ đường cao SO của hình nón và gọi I là trung điểm của SO . Lấy $M \in (P)$, $N \in (Q)$ sao cho $MN = a$ và đi qua I cắt mặt nón tại E và F đồng thời tạo với SO một góc β . Biết góc giữa đường cao và đường sinh của hình nón bằng 45° . Độ dài đoạn EF bằng



- A. $EF = 2a$. B. $EF = -\frac{a}{2} \tan 2\beta$. C. $EF = -a \tan 2\beta$. D. $EF = -2a \tan 2\beta$.

Lời giải.

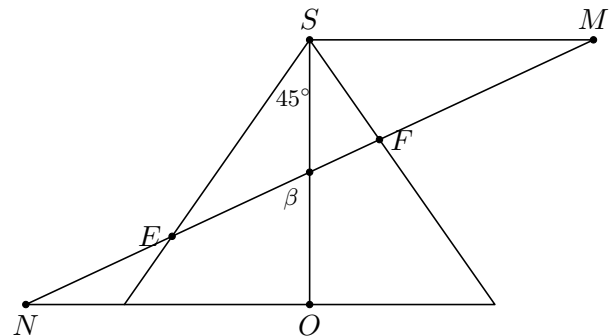
Xét tam giác NIO có $IO = NI \cdot \cos \beta = \frac{a}{2} \cdot \cos \beta$,

$$NO = NI \cdot \sin \beta = \frac{a}{2} \sin \beta.$$

Xét tam giác SEF vuông tại S có

$$\widehat{SEF} = 180^\circ - \widehat{ESI} - \widehat{SIE} = 180^\circ - 45^\circ - \beta = 135^\circ - \beta.$$

$$\begin{aligned} SF &= SE \cdot \tan \widehat{SEF} = SE \cdot \tan(135^\circ - \beta) \\ &= SE \cdot \frac{1 + \tan \beta}{\tan \beta - 1}. \end{aligned}$$



Vì SI là độ dài đường phân giác trong góc $\widehat{FSE}$ nên

$$\begin{aligned} SI &= \sqrt{2} \cdot \frac{SE \cdot SF}{SE + SF} \Leftrightarrow \frac{a}{2} \cos \beta = \sqrt{2} \cdot \frac{SE \cdot \tan(135^\circ - \beta)}{1 + \tan(135^\circ - \beta)} \\ \Leftrightarrow SE &= \frac{a \cdot \left[1 + \frac{1 + \tan \beta}{\tan \beta - 1}\right] \cdot \cos \beta}{2\sqrt{2} \cdot \frac{1 + \tan \beta}{\tan \beta - 1}} = \frac{a \sin \beta}{\sqrt{2}(1 + \tan \beta)} \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } EF = \frac{SE}{\cos \widehat{SEF}} = \frac{SE}{\cos(135^\circ - \beta)} = \frac{a \sin \beta}{(1 + \tan \beta)(-\cos \beta + \sin \beta)} = -\frac{a}{2} \tan 2\beta.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 925. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$, $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = 90^\circ$, $\widehat{BSC} = 60^\circ$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $\frac{7\pi a^2}{6}$.

B. $\frac{7\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{7\pi a^2}{18}$.

D. $\frac{7\pi a^2}{12}$.

Lời giải.

Gọi M và H lần lượt là trung điểm của BC và SA , I là trọng tâm của tam giác SBC .

Từ giả thiết ta suy ra $SA \perp (SBC)$ và tam giác SBC đều.

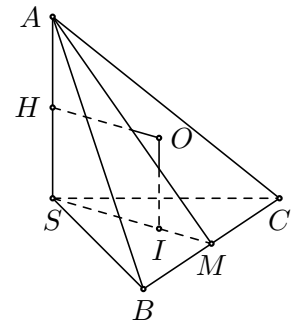
Gọi O là đỉnh của hình chữ nhật $HSIO$ trong mặt phẳng (ASM) , ta thấy $OS = OA = OB = OC$ nên S là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Ta có $SH = \frac{a}{2}$, $SI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ nên $SO = \frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$.

Từ đó ta có diện tích mặt cầu ngoại tiếp bằng $4\pi OS^2 = \frac{7\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án (B)

□



Câu 926. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật có diện tích bằng a^2 . Tính khoảng cách giữa trục của hình trụ và mặt phẳng (P)

A. $2\pi a$.

B. $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{15}}{4}$.

Lời giải.

Giả sử $ABCD$ là thiết diện thỏa yêu cầu bài toán.

Suy ra $a^2 = 2a \cdot CD \Leftrightarrow CD = \frac{a}{2}$.

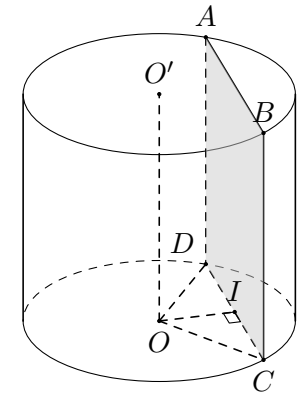
Gọi I là hình chiếu vuông góc của O trên CD suy ra I là trung điểm của CD nên $CI = \frac{1}{2}CD = \frac{a}{4}$.

Trong $\triangle OIC$, ta có $OI = \sqrt{OC^2 - IC^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{4}$.

Vậy $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án (D)

□



Câu 927.

Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục AB cố định, đường gấp khúc $ADCB$ cho ta hình trụ (T) . Gọi $\triangle MNP$ là tam giác đều nội tiếp đường tròn đáy (không chứa điểm A). Tính tỷ số giữa thể tích khối trụ và thể tích khối chóp $AMNP$.

A. $\frac{4}{3\sqrt{3}}\pi$.

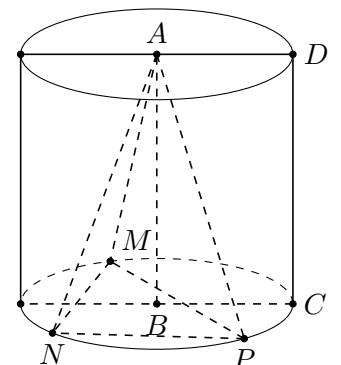
B. $\frac{4}{\sqrt{3}}\pi$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}\pi$.

D. $\frac{4}{3}\pi$.

Lời giải.

Hình trụ (T) có bán kính $r = BC$ và chiều cao $h = CD$. Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h$.



Gọi cạnh của tam giác MNP là x , khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle MNP$ là

$$r = \frac{2}{3} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = r\sqrt{3}.$$

Khối chóp $AMNP$ có đáy là $\triangle MNP$ đều và chiều cao $AB = DC = h$.

$$\text{Thể tích khối chóp } V' = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot S_{\triangle MNP} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \frac{(r\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}r^2 h}{4}.$$

$$\text{Tỉ số giữa thể tích khối trụ và thể tích khối chóp } AMNP \text{ là } \frac{V}{V'} = \frac{\pi r^2 h}{\frac{\sqrt{3}r^2 h}{4}} = \frac{4\pi}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 928. Một hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai đường tròn (O, R) và (O', R) . Biết rằng tồn tại dây cung AB của đường tròn (O, R) sao cho tam giác $O'AB$ đều và góc giữa hai mặt phẳng $(O'AB)$ và mặt phẳng chứa đường tròn (O, R) bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình trụ đã cho.

- A. $4\pi R^2$. B. $2\sqrt{3}\pi R^2$. C. $\frac{3\sqrt{7}\pi R^2}{7}$. D. $\frac{6\sqrt{7}\pi R^2}{7}$.

Lời giải.

Gọi x là cạnh của tam giác đều $O'AB$ và I là trung điểm AB .

$$\text{Khi đó } O'I = \frac{x\sqrt{3}}{2} \text{ và } AI = \frac{x}{2}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp OI \\ AB \perp OO' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (O'IO).$$

Do đó góc giữa $(O'AB)$ và đáy (O, R) là góc $\widehat{O'IO} \Rightarrow \widehat{O'IO} = 60^\circ$.

$$\text{Tam giác } O'IO \text{ vuông tại } O \Rightarrow OI = O'I \cdot \cos 60^\circ = \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{x\sqrt{3}}{4}.$$

Tam giác OIA vuông tại I

$$\Rightarrow OA^2 = OI^2 + AI^2 \Leftrightarrow R^2 = \frac{3x^2}{16} + \frac{x^2}{4} \Leftrightarrow R^2 = \frac{7x^2}{16} \Leftrightarrow x = \frac{4R\sqrt{7}}{7}.$$

$$\text{Tam giác } O'IO \text{ vuông tại } O \Rightarrow OO' = O'I \cdot \sin 60^\circ = \frac{4R\sqrt{7}}{7} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3R\sqrt{7}}{7}.$$

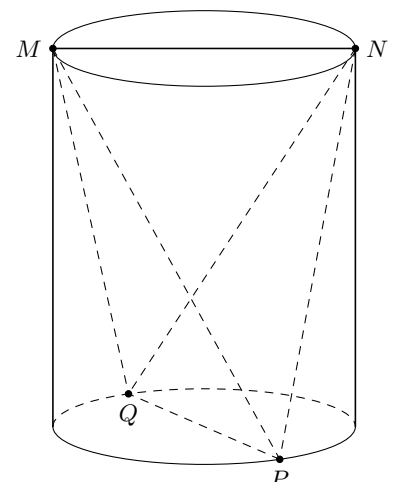
$$\text{Diện tích xung quanh của hình trụ là } S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi R \cdot \frac{3R\sqrt{7}}{7} = \frac{6\pi R^2 \sqrt{7}}{7}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 929.

Một người thợ có một khối đá hình trụ. Kẻ hai đường kính MN , PQ của hai đáy sao cho $MN \perp PQ$. Người thợ đó cắt khối đá theo các mặt cắt đi qua 3 trong 4 điểm M, N, P, Q để khối đá có hình tứ diện $MNPQ$. Biết $MN = 60$ cm và thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng 30 dm^3 . Hãy tính thể tích lượng đá cắt bỏ, làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy.

- A. $101,3 \text{ dm}^3$. B. $111,4 \text{ dm}^3$. C. $121,3 \text{ dm}^3$. D. $141,3 \text{ dm}^3$.



Lời giải.

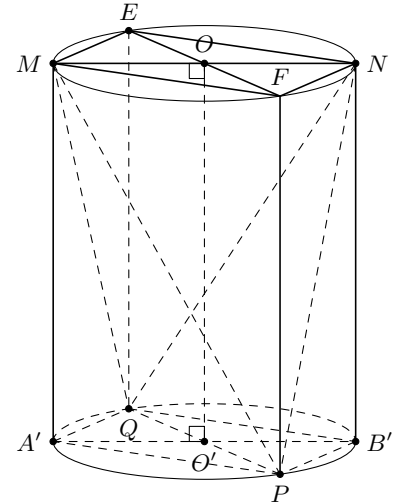
Gọi O, O' là tâm hai đáy, h là chiều cao, R là bán kính đáy của hình trụ.

Gọi A', B', E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, Q, P lên đáy của hình trụ như hình vẽ.

Vì $MN \perp PQ$ nên $MN \perp EF$.

Do đó $MENF.A'QB'P$ là hình hộp chữ nhật có đáy $MENF$ là hình vuông.

Gọi V là thể tích của khối hộp chữ nhật $MENF.A'QB'P$.



Ta có $V = V_{M.A'PQ} + V_{N.PQB'} + V_{P.MNF} + V_{Q.MNE} + V_{MNPQ}$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{6}V + \frac{1}{6}V + \frac{1}{6}V + \frac{1}{6}V + V_{MNPQ} \Rightarrow V_{MNPQ} = \frac{1}{3}V.$$

Theo giả thiết $V_{MNPQ} = 30 \text{ dm}^3 \Rightarrow V = 90 \text{ dm}^3$.

Vì $MN = 60 \text{ cm} = 6 \text{ dm}$ nên $2R = 6 \Leftrightarrow R = 3$ và $ME = \frac{1}{\sqrt{2}}MN = 3\sqrt{2}$.

Thể tích khối hộp chữ nhật $MENF.A'QB'P$ là $V = S_{MENF} \cdot h = ME^2 \cdot h = 18 \cdot h$.

Do $V = 90$ nên $18h = 90 \Leftrightarrow h = 5$.

Thể tích khối trụ là $V_1 = \pi R^2 h = \pi 3^2 \cdot 5 = 45\pi$.

Thể tích lượng đá bị cắt bỏ là $V_2 = V_1 - V_{MNPQ} = 45\pi - 30 \approx 111,4 \text{ dm}^3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 930. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AD = 2AB = 2BC = 2a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC . Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

A. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$.

B. $V = \frac{7\pi a^3}{3}$.

C. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

D. $V = \pi a^3$.

Lời giải.

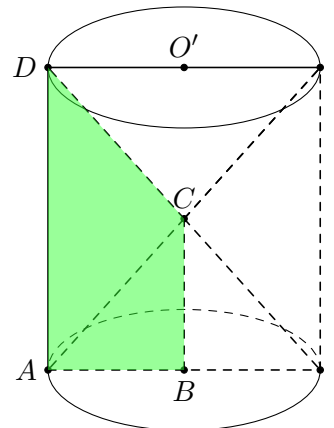
Gọi O' là điểm đối xứng với B qua C , suy ra $ABO'D$ là hình chữ nhật.

Khi đó thể tích V là phần hiệu của thể tích khối trụ (T) khi xoay hình chữ nhật $ABO'D$ quanh BC với thể tích khối nón (N) khi xoay tam giác $CO'D$ quanh BC .

$$V_{(T)} = \pi \cdot AB^2 \cdot AD = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3.$$

$$V_{(N)} = \frac{1}{3}\pi \cdot AB^2 \cdot CO' = \frac{1}{3}\pi \cdot a^2 \cdot a = \frac{\pi}{3}a^3.$$

$$\text{Vậy } V = V_{(T)} - V_{(N)} = \frac{5\pi}{3}a^3.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 931. Một hình trụ có chiều cao bằng $9a$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một đoạn $d = 3a$ ta được thiết diện có diện tích là $S = 72a^2$. Thể tích khối trụ bằng

A. $225\pi a^3$.

B. $\frac{70\pi a^3}{3}$.

C. $350\pi a^3$.

D. $45\pi a^3$.

Lời giải.

Gọi M, N, P, Q là giao điểm của mặt phẳng với hai đường tròn tâm (O) và (O') .

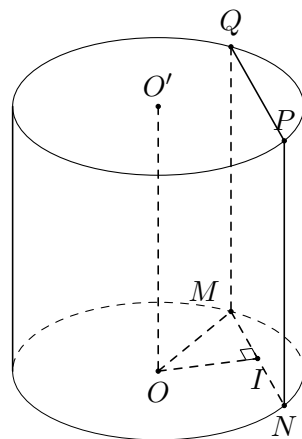
Khi đó $MNPQ$ là hình chữ nhật với $MQ = 9a$. Gọi I là trung điểm của MN , ta có $OI = 3a$.

Theo giả thiết $S_{MNPQ} = 72a^2$, suy ra $72a^2 = MQ \cdot MN \Rightarrow MN = 8a \Rightarrow IM = 4a$.

Xét tam giác vuông MOI , ta có

$$MO = \sqrt{OI^2 + IM^2} = \sqrt{9a^2 + 16a^2} = 5a.$$

Vậy hình trụ có bán kính đáy $R = 5a$, chiều cao $h = 9a$. Từ đó suy ra thể tích hình trụ là $V = \pi R^2 \cdot h = 225\pi a^3$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 932. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và đường cao bằng $a\sqrt{5}$. Gọi M và N là hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho MN tạo với đáy bằng 60° . Khoảng cách giữa trục của hình trụ và đường thẳng MN bằng:

A. $\frac{a\sqrt{21}}{6}$.

B. $\frac{2a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải.

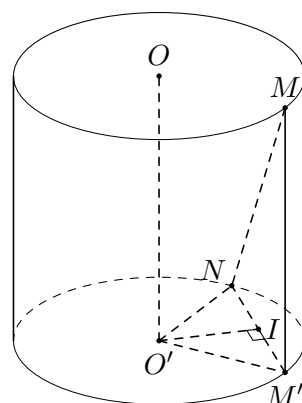
Giải sử O, O' lần lượt là tâm các đường tròn đáy của hình trụ, M thuộc đường tròn tâm O và N thuộc đường tròn tâm O' .

Gọi M' là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng đáy tâm O' , khi đó $OO' \parallel MM'$ và $\widehat{MNM'} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông $MM'N$ ta có $M'N = \cot 60^\circ \cdot MM' = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$.

Vì $OO' \parallel MM'$ nên $d(OO', MN) = d(O, (MM'N)) = OI$, ở đó I là trung điểm của $M'N$.

$$IM' = \frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} \Rightarrow OI^2 = O'M'^2 - M'I^2 = \frac{7a^2}{12} \Rightarrow d(OO', MN) = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 933. Cho hình nón (N) có đỉnh I , tâm mặt đáy là O . Mặt phẳng (P) vuông góc với OI tại M và (P) chia khối nón (N) thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính tỷ số $\frac{IM}{IO}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Do (P) vuông góc với OI nên (P) song song với mặt đáy của hình nón (N) đã cho.

Khi đó (P) chia khối nón (N) thành hai phần: phần 1 là khối nón (N') có tâm là M , bán kính là $r = MC$ như hình vẽ; phần 2 là phần còn lại của khối nón (N) .

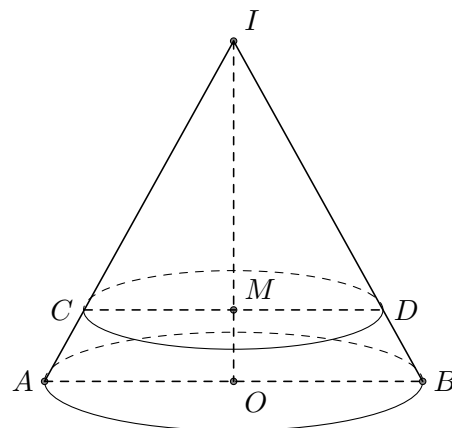
Ta có $V_{(N)} = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot IO$, $V_{(N')} = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot IM$.

Vì $MC \parallel OA$ nên $\frac{IM}{IO} = \frac{r}{R}$.

Ta có $\frac{V_{(N')}}{V_{(N)}} = \frac{r^2}{R^2} \cdot \frac{IM}{IO} = \left(\frac{IM}{IO}\right)^3$.

Mà $\frac{V_{(N')}}{V_{(N)}} = \frac{1}{2}$ nên $\left(\frac{IM}{IO}\right)^3 = \frac{1}{2}$.

Do vậy $\frac{IM}{IO} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 934. Một hình nón đỉnh S bán kính $R = a\sqrt{3}$, góc ở đỉnh là 120° . Mặt phẳng qua đỉnh hình nón cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác. Diện tích lớn nhất của tam giác đó bằng

A. $\sqrt{3}a^2$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

C. $2\sqrt{3}a$.

D. $2a^2$.

Lời giải.

Trong tam giác SOB có $h = SO = \frac{OM}{\tan 60^\circ} = a$.

Đặt $OH = x \Rightarrow BH = \sqrt{OB^2 - OH^2} = \sqrt{3a^2 - x^2}$

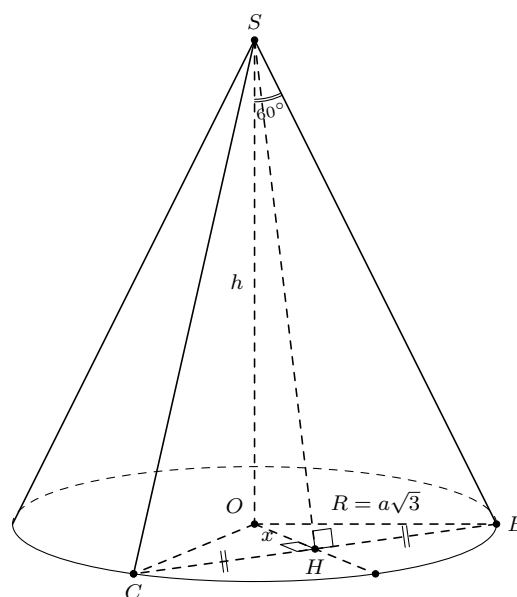
$\Rightarrow BC = 2BH = 2\sqrt{3a^2 - x^2}$.

$SH = \sqrt{SO^2 + OH^2} = \sqrt{a^2 + x^2}$.

Diện tích của tam giác SBC

$$\begin{aligned} S_{SBC} &= \frac{1}{2}SH \cdot BC = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + x^2} \cdot 2\sqrt{3a^2 - x^2} \\ &= \sqrt{-x^4 + 2a^2x^2 + 3a^4} \\ &= \sqrt{-(x^2 - a^2) + 4a^4} \leq 2a^2. \end{aligned}$$

Vậy diện tích $\triangle SBC$ lớn nhất bằng $2a^2$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 935.

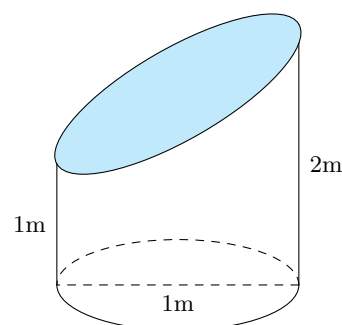
Một khối gỗ hình trụ đường kính 1 m và chiều cao 2 m. Người ta đã cắt khối trụ như hình vẽ bên. Thể tích khối gỗ còn lại là

A. $\frac{3\pi}{2} \text{ m}^3$.

B. $\frac{\pi}{8} \text{ m}^3$.

C. $\frac{5\pi}{16} \text{ m}^3$.

D. $\frac{3\pi}{8} \text{ m}^3$.



Lời giải.

Gọi V , V_1 , V_2 lần lượt là thể tích của cả khối gỗ hình trụ khi chưa cắt, phần gỗ đã bị cắt đi, phần gỗ còn lại.

Ta thấy $V_1 = \frac{1}{4}V$, suy ra

$$V_2 = \frac{3}{4}V = \frac{3}{4}\pi R^2 \cdot h = \frac{3}{4}\pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2 = \frac{3\pi}{8} \text{ m}^3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 936. Cắt hình nón đỉnh I bởi một mặt phẳng đi qua trục của hình nón ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$, BC là dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (IBC) tạo với mặt phẳng chứa đáy hình nón một góc 60° . Tính theo a diện tích S của tam giác IBC

A. $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{6}$.

B. $S = \frac{a^2}{3}$.

C. $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

D. $S = \frac{2a^2}{3}$.

Lời giải.

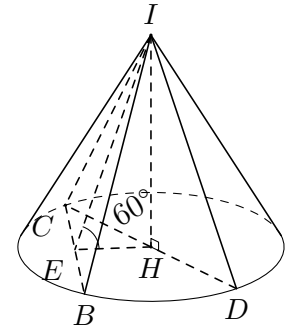
Tam giác IDC vuông cân có $DC = a\sqrt{2} \Rightarrow IH = HC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $IC = a$.

Gọi E là trung điểm cạnh BC , góc giữa mặt phẳng (IBC) và (BCD) là $\widehat{IEH} = 60^\circ$.

Trong tam giác IHE có $IE = \frac{IH}{\sin 60^\circ} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Tam giác IEC có $CE = \sqrt{IC^2 - IE^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2}{3}a^2} = a\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $S = IE \cdot EC = \frac{a^2 \cdot \sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 937. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

A. $S_{xq} = \frac{16\pi\sqrt{2}}{3}$.

B. $S_{xq} = 8\pi\sqrt{2}$.

C. $S_{xq} = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$.

D. $S_{xq} = 8\pi\sqrt{3}$.

Lời giải.

Bán kính đường tròn đáy hình trụ $r = \frac{1}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Chiều cao hình trụ bằng chiều cao hình chóp $h = \sqrt{4^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{16 - \frac{16 \cdot 3}{9}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 938. Cắt hình nón đỉnh I bởi một mặt phẳng đi qua trục của hình nón ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Gọi BC là dây cung của đường tròn đáy của hình nón sao cho mặt phẳng (IBC) tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc 60° . Tính theo a diện tích S của tam giác IBC .

A. $S = \frac{\sqrt{2}a^2}{6}$.

B. $S = \frac{a^2}{3}$.

C. $S = \frac{\sqrt{2}a^2}{3}$.

D. $S = \frac{2a^2}{3}$.

Lời giải.

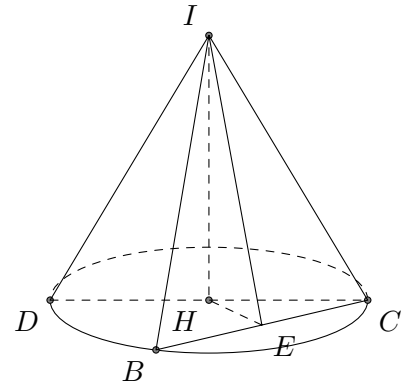
Tam giác IDC vuông cân có $DC = a\sqrt{2}$ nên $IH = HC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $IC = a$.

Gọi E là trung điểm cạnh BC , góc giữa mặt phẳng (IBC) và (BCD) là $\widehat{IEH} = 60^\circ$.

Trong tam giác IEH có $IE = \frac{IH}{\sin 60^\circ} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Tam giác IEC có $EC = \sqrt{IC^2 - IE^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2}{3}a^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Từ đó có $S = IE \cdot EC = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}a^2}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 939. Cần đục thanh gỗ hình hộp đứng có đáy là hình vuông thành hình trụ có cùng chiều cao. Tỷ lệ thể tích gỗ cần phải đục đi ít nhất (tính gần đúng) là

A. 21%.

B. 11%.

C. 50%.

D. 30%.

Lời giải.

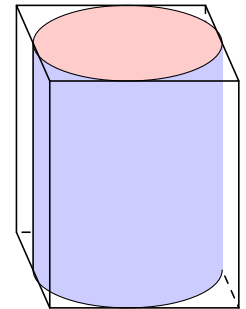
Để lượng gỗ cần đục ít nhất thì hình tròn đáy hình trụ phải có diện tích lớn nhất, điều này xảy ra khi đường tròn này tiếp xúc với các cạnh của hình vuông đáy hình hộp $\Rightarrow R = \frac{a}{2}$.

Diện tích đáy hình trụ $S_1 = \pi R^2$. Diện tích đáy hình hộp $S_2 = a^2 = 4R^2$.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối trụ và khối hộp đứng.

Do chiều cao bằng nhau nên ta có tỷ số thể tích $\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi}{4}$.

Vậy tỷ lệ thể tích cần đục ít nhất là $1 - \frac{\pi}{4} \approx 21\%$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 940. Cho hình nón có bán kính đáy R , chiều cao h . Bán kính r của hình trụ nội tiếp hình nón mà có thể tích lớn nhất là

A. $r = \frac{R}{4}$.

B. $r = \frac{R}{2}$.

C. $r = \frac{2R}{3}$.

D. $r = \frac{R}{3}$.

Lời giải.

Gọi l là chiều cao của khối trụ. Ta có $\frac{l}{h} = \frac{R-r}{R} \Rightarrow l = \frac{(R-r)h}{R}$.

Thể tích của khối trụ là

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 l = \pi r^2 \cdot \frac{(R-r)h}{R} = \frac{\pi h}{R} \cdot r^2(R-r) \\ &= \frac{\pi h}{2R} \cdot r \cdot r \cdot (2R - 2r) \\ &\leq \frac{\pi h}{2R} \cdot \left(\frac{r + r + 2R - 2r}{3} \right)^3 = \frac{\pi h}{2R} \cdot \frac{8R^3}{27} = \frac{4\pi R^2 h}{27}. \end{aligned}$$

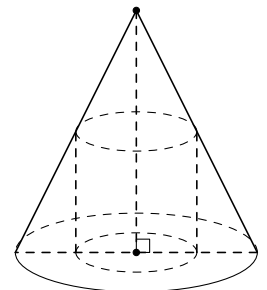
Đẳng thức xảy ra khi $r = 2R - 2r \Leftrightarrow r = \frac{2R}{3}$.

Vậy thể tích khối trụ lớn nhất khi $r = \frac{2R}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 941. Một tấm bìa hình chữ nhật có diện tích 4π . Người ta cuộn tròn hình chữ nhật đó sao cho có một cặp cạnh đối dính vào nhau để tạo thành một hình trụ không đáy. Biết chiều cao hình trụ



bằng đường kính mặt đáy. Tính thể tích khối trụ tương ứng.

A. π .B. 2π .C. 3π .D. 4π .

Lời giải.

Gọi chiều cao hình trụ là x , suy ra bán kính đáy hình trụ là $\frac{x}{2}$, diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi \frac{x}{2} \cdot x = \pi x^2$.

Theo đề $S_{xq} = 4\pi \Leftrightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$.

Vậy thể tích khối trụ là $V = \pi \cdot 1 \cdot 2 = 2\pi$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 942. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đỉnh là tâm O của hình vuông $A'B'C'D'$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$.

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{2}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$.

C. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{17}$.

D. $S_{xq} = 2\pi a^2 \sqrt{17}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm AB ; I là tâm hình vuông $ABCD$.

Khi đó bán kính đáy của hình nón là $R = IM = \frac{a}{2}$.

Đường sinh hình nón

$$l = \sqrt{OI^2 + IM^2} = \sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}.$$

Khi đó diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đỉnh là tâm O của hình vuông $A'B'C'D'$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ là

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{17}}{2} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 943. Hình nón $\mathcal{N}$ có đỉnh S , tâm đường tròn đáy là O , góc ở đỉnh bằng 120° . Một mặt phẳng qua S cắt hình nón $\mathcal{N}$ theo thiết diện là tam giác vuông SAB . Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón $\mathcal{N}$.

A. $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$.

B. $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$.

C. $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi$.

D. $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

Gọi E là trung điểm của AB , ta có $d(SO, AB) = OE = 3$.

Giả sử bán kính đường tròn đáy của hình nón là R , ta có $OB =$

$$R \Rightarrow SB = \frac{OB}{\sin 60^\circ} = \frac{2R}{\sqrt{3}}.$$

$$\triangle SEB \text{ vuông cân nên } BE = SE = \frac{SB}{\sqrt{2}} = \frac{2R}{\sqrt{6}}.$$

$$\triangle EBO \text{ vuông tại } E \text{ nên } OB^2 = OE^2 + BE^2$$

$$\Rightarrow R^2 = 3^2 + \left(\frac{2R}{\sqrt{6}}\right)^2 \Rightarrow R = 3\sqrt{3}.$$

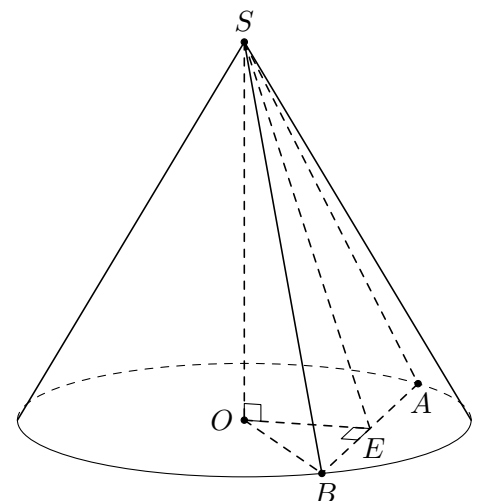
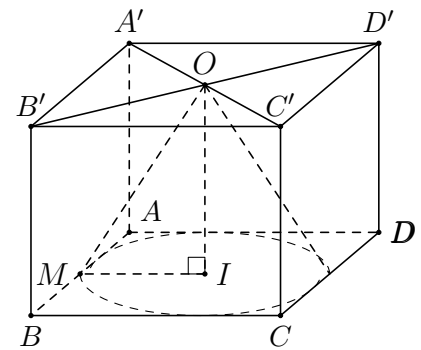
$$\text{Suy ra } SB = \frac{2 \cdot 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6.$$

Vậy diện tích xung quanh hình nón là

$$S_{xq} = \pi \cdot 3\sqrt{3} \cdot 6 = 18\sqrt{3}\pi.$$

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 944. Cắt hình nón theo một đường sinh rồi trải ra trên mặt phẳng ta được một nửa đường tròn. Hãy tính góc ở đỉnh của hình nón.

A. 90° .B. 120° .C. 60° .D. 30° .

Lời giải.

Độ dài cung tròn L của đường tròn bán kính R , chắn góc ở tâm α (radian) được tính bằng công thức:

$$L = \alpha \cdot R$$

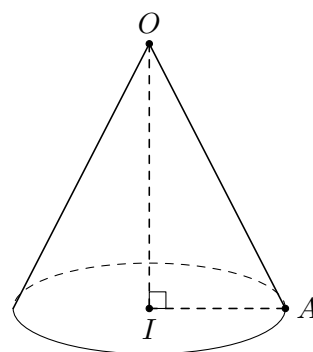
Đặt $R = OA$, $r = IA$.

Cắt dọc đường sinh của hình nón thì đường tròn đáy của hình nón biến thành nửa hình tròn bán kính R có độ dài cung AB bằng chu vi đáy của hình nón.

Do đó $L_{AB} = 2\pi r \Leftrightarrow \pi R = 2\pi r \Leftrightarrow R = 2r$.

Xét tam giác vuông $\triangle IOA$ ta có $\sin \widehat{IOA} = \frac{AI}{AO} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{IOA} = 30^\circ$.

Vậy góc ở đỉnh của hình nón là 60° .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 945. Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác vuông có cạnh góc vuông bằng 2. Mặt phẳng (α) qua đỉnh S của hình nón đó và cắt đường tròn đáy tại M, N . Tính diện tích tam giác SMN biết góc giữa (α) và đáy hình nón bằng 60° .

A. 2.

B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.D. $\frac{8\sqrt{6}}{9}$.

Lời giải.

Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác vuông có cạnh góc vuông bằng 2 nên độ dài đường sinh là $l = 2$, bán kính đáy là $r = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ và $SO = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{2}$.

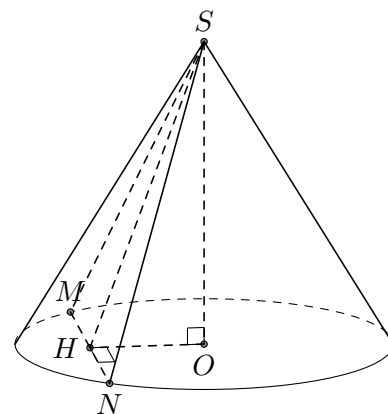
Gọi H là trung điểm MN , suy ra $OH \perp MN$ và $SH \perp MN$.

Theo bài ra ta có $\widehat{SHO} = 60^\circ \Rightarrow OH = \frac{SO}{\tan 60^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ và

$$SH = \frac{SO}{\sin 60^\circ} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } HN = \sqrt{ON^2 - OH^2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow MN = 2HN = \frac{4}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Đến tới } S_{SMN} = \frac{MN \cdot SH}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 946. Cho hình nón có bán kính đáy là R và góc ở đỉnh là 60° . Một thiết diện qua đỉnh hình nón và chắn trên đáy một cung có số đo 90° . Tính diện tích của thiết diện.

A. $\frac{3R^2}{2}$.B. $\frac{R^2\sqrt{6}}{2}$.C. $\frac{R^2\sqrt{7}}{2}$.D. $\frac{R^2\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi thiết diện là tam giác SAB , góc ở đỉnh là $\widehat{CSB}$, O là tâm đường tròn đáy và H là trung điểm của AB .

Theo giả thiết, góc $\widehat{CSB} = 60^\circ$ nên tam giác SCB đều, suy ra $SB = BC = 2R$ và $SO = R\sqrt{3}$.

Tam giác OAB vuông tại O có $OA = OB = R$ suy ra $AB = R\sqrt{2}$ và $OH = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $SH = \sqrt{SO^2 + OH^2} = \frac{R\sqrt{14}}{2}$.

Suy ra $S_{SAB} = \frac{1}{2}SH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{R\sqrt{14}}{2} \cdot R\sqrt{2} = \frac{R^2\sqrt{7}}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 947. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 50 cm và có chiều cao là 50 cm. Một đoạn thẳng có chiều dài 100 cm và có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy. Tính khoảng cách d từ đường thẳng đó đến trục của hình trụ.

A. $d = 50$ cm.

B. $d = 50\sqrt{3}$ cm.

C. $d = 25$ cm.

D. $d = 25\sqrt{3}$ cm.

Lời giải.

Gọi O và O' là tâm của hai đáy; A và B là hai đầu mút của đoạn thẳng; C là hình chiếu của A lên đáy còn lại.

Khi đó $OO' \parallel AC \Rightarrow OO' \parallel (ABC)$ suy ra khoảng cách giữa OO' và AB bằng khoảng cách giữa OO' và mặt phẳng (ABC) .

Gọi H là trung điểm BC thì $O'H$ chính là khoảng cách cần tìm.

Ta có $AB = 100$ và $AC = OO' = 50$ suy ra $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 50\sqrt{3}$.

Do đó $CH = \frac{AB}{2} = 25\sqrt{3}$, suy ra $O'H = \sqrt{O'C^2 - CH^2} = \sqrt{50^2 - (25\sqrt{3})^2} = 25$ cm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 948. Cho mặt cầu (S) tâm O , bán kính R . Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) . Hình trụ (T) nội tiếp mặt cầu (S) có một đáy là đường tròn (C) và có chiều cao là h ($h > 0$). Tính h để thể tích khối trụ T là lớn nhất.

A. $h = 2R\sqrt{3}$.

B. $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

C. $h = 2R\sqrt{3}$.

D. $h = \frac{R\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) tâm I , đường kính $AB = 2r$ như hình.

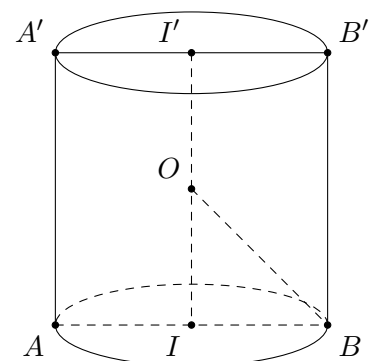
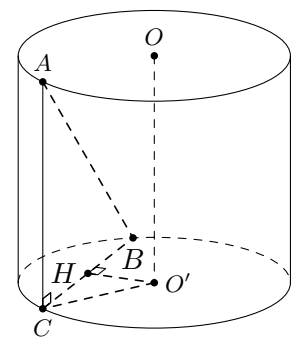
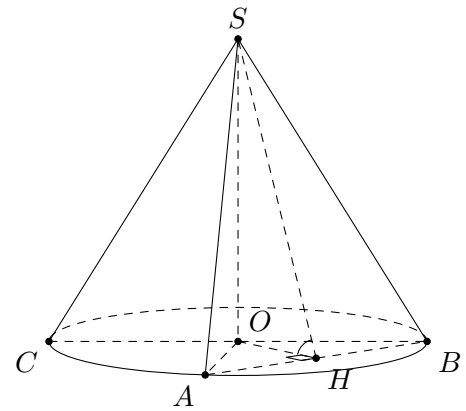
Ta có $OB = R$, $OI = \frac{h}{2}$ suy ra

$$r^2 = BI^2 = OB^2 - OI^2 = R^2 - \left(\frac{h}{2}\right)^2 = R^2 - \frac{h^2}{4}.$$

Thể tích khối trụ là

$$V = \pi r^2 h = \pi \left(R^2 - \frac{h^2}{4}\right) h = \pi \left(R^2 h - \frac{h^3}{4}\right).$$

Xét hàm số $f(h) = R^2 h - \frac{h^3}{4}$ với $0 < h < 2R$, ta có:



$$\text{— } f'(h) = R^2 - \frac{3h^2}{4}.$$

$$\text{— } f'(h) = 0 \Leftrightarrow h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}.$$

x	0	$\frac{2R\sqrt{3}}{3}$	$2R$
$f'(h)$	+	0	-
$f(h)$	$\frac{4R^3\sqrt{3}}{9}$		

Vậy thể tích khối trụ đạt giá trị lớn nhất khi $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

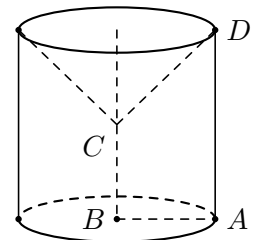
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 949.

Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC . Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

A. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$. C. $V = \pi a^3$. D. $V = \frac{7\pi a^3}{3}$.



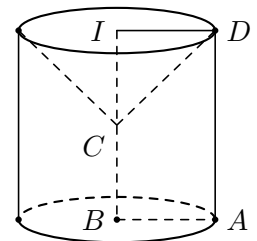
Lời giải.

Thể tích của khối trụ sinh bởi hình chữ nhật $ABID$ khi quay quanh cạnh BI là

$$V_1 = \pi \cdot AB^2 \cdot AD = 2\pi a^3.$$

Thể tích của khối nón sinh bởi tam giác CID khi quay quanh cạnh CI là

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot ID^2 \cdot CI = \frac{\pi a^3}{3}.$$



$$\text{Vậy } V = V_1 - V_2 = \frac{5\pi a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 950. Một hình trụ có hai đáy là hình tròn $(O; r)$ và $(O'; r)$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO' = r\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh O' và có đáy là hình tròn $(O; r)$. Gọi S_1 là diện tích xung quanh của hình trụ và S_2 là diện tích xung quanh của hình nón. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{S_1}{S_2} = 2\sqrt{3}$. C. $\frac{S_1}{S_2} = 2$. D. $\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}$.

Lời giải.

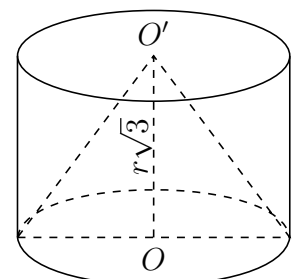
Hình trụ T có chiều cao $h = r\sqrt{3}$

$$\Rightarrow (T) \text{ có diện tích xung quanh } S_1 = 2\pi rh = 2\sqrt{3}\pi r^2.$$

Hình nón có chiều cao $h = r\sqrt{3}$ nên có độ dài đường sinh $l = 2r$.

$$\Rightarrow \text{Diện tích xung quanh của hình nón là } S_2 = \pi rl = 2\pi r^2.$$

$$\text{Do đó } \frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 951. Khi thiết kế vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí làm vỏ lon nhỏ nhất. Muốn thể tích của khối trụ là V mà diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất thì bán kính R của đường tròn đáy khối trụ bằng

A. $R = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$.

B. $R = \sqrt{\frac{V}{2\pi}}$.

C. $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

D. $R = \sqrt{\frac{V}{\pi}}$.

Lời giải.

Ta có $V = \pi R^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}$.

Diện tích toàn phần $S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi R \cdot \frac{V}{\pi R^2} = 2\pi R^2 + \frac{2V}{R}$.

$S'_{tp} = 4\pi R - \frac{2V}{R^2} = 0 \Leftrightarrow 4\pi R^3 - 2V = 0 \Leftrightarrow R^3 = \frac{V}{2\pi} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

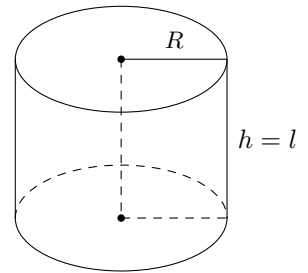
Bảng biến thiên

R	0	$\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$	$+\infty$
S'_{tp}		- 0 +	
S_{tp}	↘ ↗		

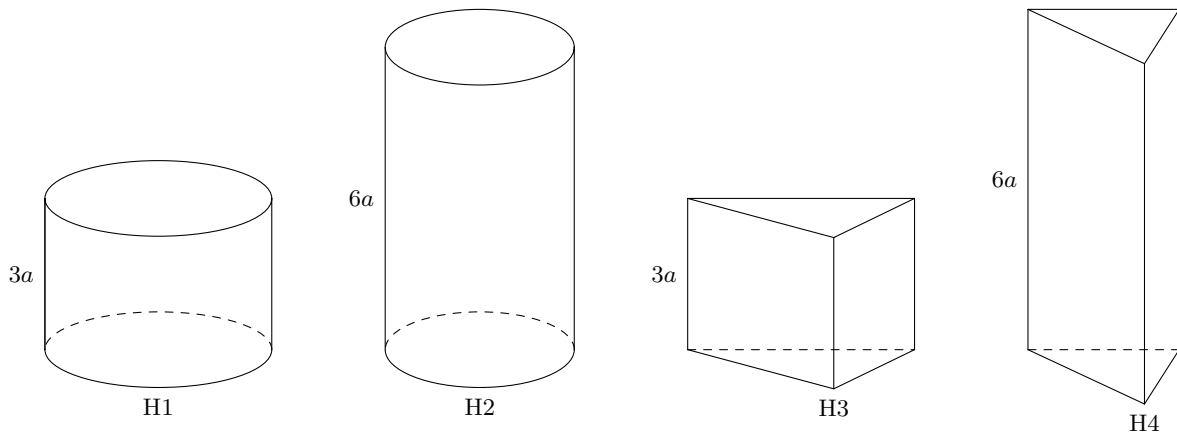
Vậy $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Chọn đáp án **C**

□



Câu 952. Cho một tấm bìa hình chữ nhật có kích thước $3a \times 6a$. Người ta muốn tạo tấm bìa đó thành 4 hình không đáy như hình vẽ dưới đây, trong đó có hai hình trụ lần lượt có chiều cao $3a$, $6a$ và hai hình lăng trụ tam giác đều có chiều cao lần lượt $3a$, $6a$. Trong bốn hình H1, H2, H3, H4, hình có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất lần lượt theo thứ tự là



A. H1, H4.

B. H1, H3.

C. H2, H3.

D. H2, H4.

Lời giải.

Xét khối H1, ta có

— $2\pi r_1 = 6a \Leftrightarrow r_1 = \frac{3a}{\pi}$.

— $V_1 = \pi \cdot \left(\frac{3a}{\pi}\right)^2 \cdot 3a = \frac{27a^3}{\pi}$.

Xét khối H2, ta có

— $2\pi r_2 = 3a \Leftrightarrow r_2 = \frac{3a}{2\pi}$.

— $V_2 = \pi \cdot \left(\frac{3a}{2\pi}\right)^2 \cdot 6a = \frac{27a^3}{2\pi}$.

Xét khối H3, H4 ta có

$$\begin{aligned} \text{— } V_3 &= (2a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 3a = 3a^3\sqrt{3}. \\ \text{— } V_4 &= a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 6a = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

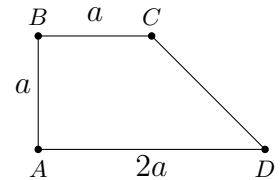
Như vậy ta có $V_1 > V_3 > V_2 > V_4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 953.

Cho hình thang $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$, $AD = 2AB = 2BC = 2a$. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục CD .

A. $\frac{7\pi a^3}{12}$. B. $\frac{7\pi a^3}{6}$. C. $\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{12}$. D. $\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.



Lời giải.

Gọi M là giao điểm của AB và CD . Từ B kẻ đường thẳng song song với AC , cắt CM tại N . Khi quay $ABCD$ quanh trục CD , ta được hai khối tròn xoay:

1) Tam giác ACD sinh ra khối nón với bán kính đáy $R = AC = a\sqrt{2}$, chiều cao $h = CD = a\sqrt{2}$. Do đó thể tích của khối nón này là

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (a\sqrt{2})^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}.$$

2) Tam giác ABC sinh ra một phần của khối nón với bán kính đáy $R = AC = a\sqrt{2}$, chiều cao $h = CM = a\sqrt{2}$.

Gọi V_2, V, V' lần lượt là thể tích của khối tròn xoay có được khi quay ABC, ACM, BCM quanh trục CD , suy ra $V_2 = V - V'$. Ta có

$$V = V_1 = \frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}.$$

$$V' = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi \cdot BN^2 \cdot MN = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}.$$

$$\text{Do đó } V_2 = V - V' = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{2}.$$

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V_1 + V_2 = \frac{7\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 954. Cắt hình nón (N) đỉnh S cho trước bởi mặt phẳng qua trục của nó, ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a\sqrt{2}$. Biết BC là một dây cung đường tròn của đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy của hình nón một góc 60° . Tính diện tích tam giác SBC .

A. $\frac{4a^2\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{4a^2\sqrt{2}}{9}$. C. $\frac{2a^2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2a^2\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải.

Theo giả thiết, ta có $SO = a\sqrt{2}$ và $SB = SC = 2a$.

Gọi H là trung điểm của BC , ta có $\begin{cases} OH \perp BC \\ SH \perp BC \end{cases} \Rightarrow \widehat{SHO}$

là góc tạo bởi mặt phẳng (SBC) và mặt đáy của hình nón.

Do đó $\widehat{SHO} = 60^\circ$.

Tam giác SOH vuông tại O và có $\widehat{SHO} = 60^\circ$ nên

$$SH = \frac{SO}{\sin 60^\circ} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}.$$

Tam giác SHB vuông tại H nên $HB = \sqrt{SB^2 - SH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{24a^2}{9}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$

Suy ra $BC = 2HB = \frac{4a\sqrt{3}}{3}.$

Vậy diện tích tam giác SBC là $S = \frac{1}{2}SH \cdot BC = \frac{4a^2\sqrt{2}}{3}.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 955. Cho tam giác OAB vuông cân tại O , có $OA = 4$. Lấy điểm M thuộc cạnh AB (M không trùng với A, B) và gọi H là hình chiếu của M trên OA . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay tam giác OMH quanh OA .

A. $\frac{128\pi}{81}.$

B. $\frac{81\pi}{256}.$

C. $\frac{256\pi}{81}.$

D. $\frac{64\pi}{81}.$

Lời giải.

Giả sử $OH = h$ ($0 < h < 4$).

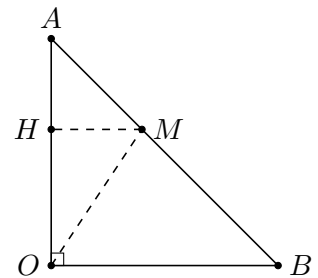
Ta có

$$\frac{4-h}{4} = \frac{HM}{4} \Rightarrow HM = 4-h.$$

Gọi (N) là nón tròn xoay thu được khi quay OMH quanh OA .

Khi đó, (N) có bán kính đáy là $R = HM = 4-h$, chiều cao h .

Thể tích (N) là



$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot HM^2 \cdot h = \frac{\pi}{3} \cdot (4-h)^2 \cdot h = \frac{\pi}{6}(4-h)(4-h) \cdot 2h \leq \frac{\pi}{6} \left(\frac{4-h+4-h+2h}{3} \right)^3 = \frac{8^3\pi}{6 \cdot 27}.$$

Do đó $V_{\max} = \frac{8^3\pi}{6 \cdot 27} = \frac{256\pi}{81}$ đạt được khi chỉ khi $4-h = 2h \Leftrightarrow h = \frac{4}{3}.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 956.

Cho hình lập phương có cạnh bằng 40 cm và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện hình lập phương. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích toàn phần của hình lập phương và diện tích toàn phần của hình trụ.

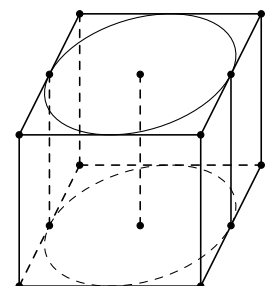
Tính $S = S_1 + S_2$ (cm²).

A. $S = 4(2400 + \pi).$

B. $S = 2400(4 + \pi).$

C. $S = 2400(4 + 3\pi).$

D. $S = 4(2400 + 3\pi).$



Lời giải.

Diện tích toàn phần của hình lập phương $S_1 = 6 \cdot 40^2 = 9600$ (cm²).

Hình trụ có đường tròn nội tiếp hình vuông cạnh 40 (cm) có bán kính $R = 20$ (cm), và độ dài đường

sinh $l = 40$ (cm).

Diện tích toàn phần của hình trụ $S_2 = 2\pi R \cdot (R + l) = 2\pi \cdot 20 \cdot (20 + 40) = 2400\pi$ (cm²).

Vậy $S = S_1 + S_2 = 9600 + 2400\pi = 2400(4 + \pi)$ (cm²).

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 957. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tứ giác $ACA'C'$ là $4\sqrt{2}a^2$. Tính thể tích khối trụ tròn xoay có một đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$ và đường cao của khối trụ tròn xoay là đường cao hình lập phương đã cho.

A. πa^3 .

B. $4\pi a^3$.

C. $\frac{\pi}{4}a^3$.

D. $2\pi a^3$.

Lời giải.

Gọi cạnh của lập phương là $x, x > 0$. Khi đó $AC = A'C' = x\sqrt{2}$.

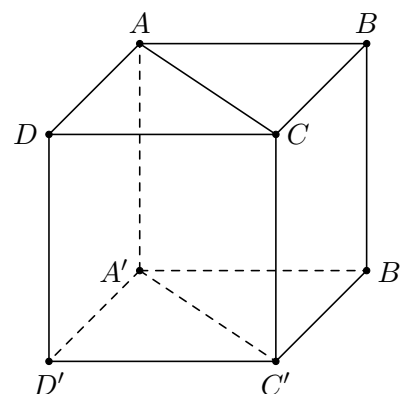
Diện tích $ACC'A'$ là $AC \cdot AA' = x^2\sqrt{2}$.

Suy ra $x^2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}a^2 \Rightarrow x = 2a$.

Đường tròn nội tiếp đáy có bán kính là $r = \frac{x}{2} = a$.

Thể tích khối trụ cần tìm là

$$V = \pi r^2 \cdot h = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 958. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 8. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

A. $S_{xq} = 4\pi$.

B. $S_{xq} = 8\pi$.

C. $S_{xq} = 16\pi$.

D. $S_{xq} = 12\pi$.

Lời giải.

Gọi O là trọng tâm của tam giác BCD .

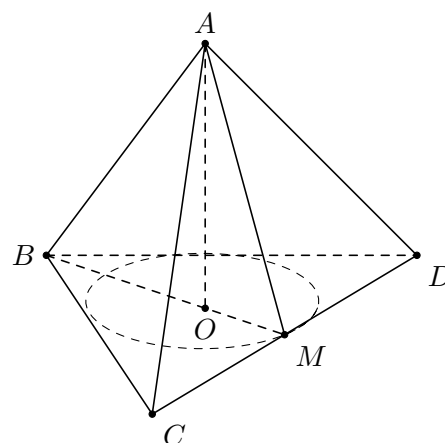
Gọi M trung điểm của CD .

Hình nón tạo thành có:

Bán kính đáy là $r = OM = \frac{1}{3}BM = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot 8 = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Độ dài đường sinh là $l = AM = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 8 = 4\sqrt{3}$.

$S_{xq} = \pi r l = 16\pi$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 959. Một hãng dược phẩm cần một số lọ đựng thuốc dạng hình trụ với dung tích 16π cm³. Tính bán kính đáy R của lọ để tốn ít nguyên liệu sản xuất lọ nhất.

A. $R = 2$ cm.

B. $R = 1,6$ cm.

C. $R = \pi$ cm.

D. $R = \frac{16}{\pi}$ cm.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của trụ.

Theo giả thiết ta có thể tích của trụ là $V = \pi R^2 h = 16\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

$$\text{Suy ra } h = \frac{16}{R^2}.$$

Diện tích toàn phần của trụ là $S = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R^2 + \frac{32\pi}{R}$. Để
tối ít nguyên liệu nhất thì S phải nhỏ nhất.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số dương ta có

$$S = 2\pi \left(R^2 + \frac{8}{R} + \frac{8}{R} \right) \geq 4\pi\sqrt[3]{2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $R^2 = \frac{8}{R} \Leftrightarrow R = 2$.

Vậy để ít tốn nguyên liệu nhất khi $R = 2 \text{ cm}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 960. Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Tính $\tan \alpha$ khi thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

B. $\tan \alpha = \frac{1}{2}.$

C. $\tan \alpha = 1.$

D. $\tan \alpha = \sqrt{2}.$

Lời giải.

Kẻ đường sinh AA' , gọi D là điểm đối xứng với A' qua tâm O' .

Kẻ $BH \perp A'D \Rightarrow BH \perp (AOO'A')$.

$$\text{Suy ra } V_{OO'AB} = \frac{1}{3} \cdot BH \cdot S_{OO'A}.$$

$$\text{Mà } S_{OO'A} = \frac{1}{2} \cdot OO' \cdot OA = 2a^2 \Rightarrow V_{OO'AB} = \frac{2a^2}{3} \cdot BH.$$

$$V_{OO'AB} \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow BH = BO', (H \text{ trùng } O') \Rightarrow A'B = 2a\sqrt{2}.$$

$$\text{Tam giác } AA'B \text{ vuông tại } A', \text{ có } \tan \widehat{ABA'} = \frac{AA'}{A'B} = \frac{2a}{2a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Vậy góc giữa đường thẳng } AB \text{ và mặt đáy hình trụ chứa điểm } O' \text{ bằng } (AB; A'B) = \widehat{ABA'} = \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 961. Cho hình chóp đều đỉnh S có đáy là đa giác đều 8 cạnh. Một hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn ngoại tiếp đáy hình chóp. Tính tỉ số thể tích của khối nón và khối chóp tương ứng.

A. $\frac{\pi}{2}.$

B. $\frac{2\pi}{2\sqrt{3}}.$

C. $\frac{\pi}{3}.$

D. $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}.$

Lời giải.

Gọi O, R là tâm và bán kính đáy của hình nón đỉnh S .

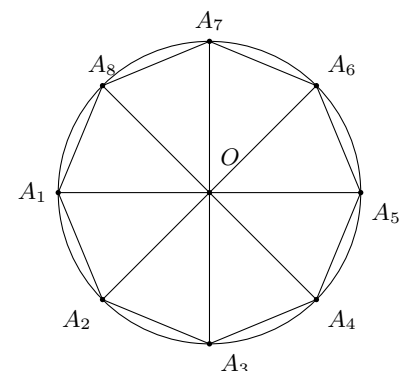
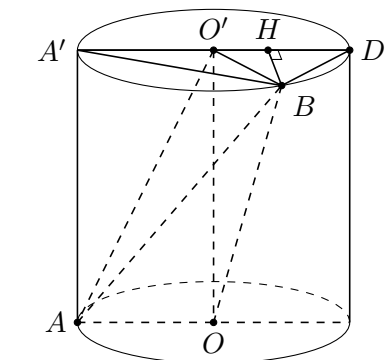
Đặt $h = SO$ là độ dài đường cao của hình nón, h cũng chính là độ dài đường cao của hình chóp đều $S.A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$.

Gọi S là diện tích của đa giác đều $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$, suy ra

$$S = 8 \cdot S_{OA_1A_2} = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot OA_1 \cdot OA_2 \cdot \sin \widehat{A_1OA_2} = 2\sqrt{2}R^2.$$

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối chóp đều và khối nón đã cho.

Ta có



$$V_1 = \frac{1}{3}h \cdot S = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2}R^2; V_2 = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h.$$

Tỉ số thể tích của khối nón và khối chóp là $\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h}{\frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2}R^2} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 962. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao của hình trụ. Một hình vuông $ABCD$ cạnh a và có hai cạnh AB và CD lần lượt là các dây cung của hai đường tròn đáy, còn cạnh BC và AD không phải là đường sinh của hình trụ. Thể tích khối trụ trên bằng

A. $\frac{\sqrt{10}\pi a^3}{5}$. B. $\frac{\sqrt{10}\pi a^3}{25}$. C. $\frac{2\sqrt{10}\pi a^3}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{10}\pi a^3}{25}$.

Lời giải.

Gọi O, O' là tâm hai đáy của hình trụ.

Hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao nên $R = h$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Gọi I là giao điểm của MN và OO' .

Ta có $MN = a$ và $IM = IN = \frac{1}{2}MN = \frac{a}{2}.$

Mặt khác $OI = IO' = \frac{1}{2}OO' = \frac{R}{2}.$

Tam giác OMB vuông tại M

$$\Rightarrow OM^2 = OB^2 - MB^2 = R^2 - \frac{a^2}{4}.$$

Tam giác IOM vuông tại O

$$\Rightarrow IM^2 = OI^2 + OM^2 \Leftrightarrow \frac{a^2}{4} = \frac{R^2}{4} + R^2 - \frac{a^2}{4} \Leftrightarrow R^2 = \frac{2a^2}{5}$$

$$\Rightarrow R = h = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

Thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi \cdot \frac{2a^2}{5} \cdot \frac{a\sqrt{10}}{5} = \frac{2\pi a^3 \sqrt{10}}{25}.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 963. Cho hình trụ nội tiếp trong hình lập phương có cạnh đáy bằng x . Tỉ số thể tích của khối trụ và khối lập phương trên bằng

A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{\pi}{12}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

Thể tích khối lập phương là $V_1 = x^3$.

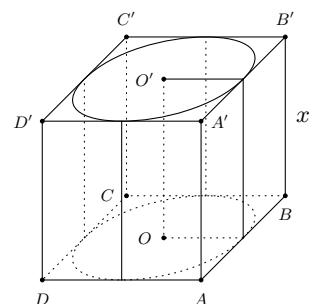
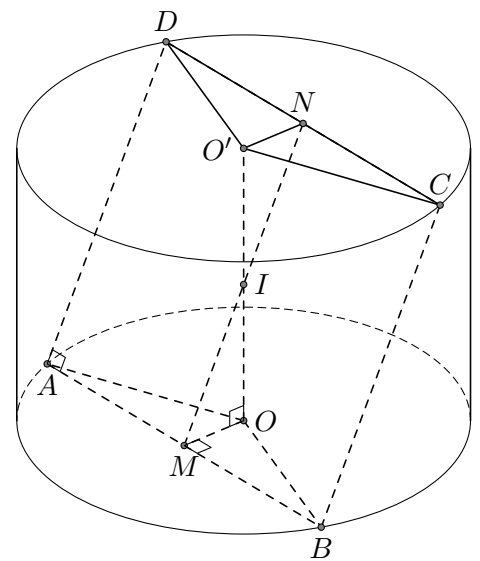
Do hình trụ nội tiếp nên đáy của hình trụ là hình tròn nội tiếp mặt đáy hình lập phương, bán kính đường tròn là $R = \frac{x}{2}.$

Chiều cao của hình trụ là $h = x$. Thể tích khối trụ là $V_2 = \pi R^2 h = \pi \cdot \frac{x^2}{4} \cdot x = \frac{\pi x^3}{4}.$

Tỉ số thể tích $\frac{V_2}{V_1} = \frac{\pi x^3}{4} : x^3 = \frac{\pi}{4}.$

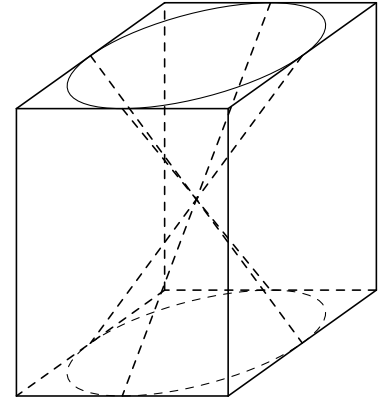
Chọn đáp án **(A)** □

Câu 964.



Một hình hộp đứng có đáy là hình vuông chứa đồng hồ cát như hình vẽ. Tỷ số thể tích của đồng hồ cát và phần còn lại giữa đồng hồ cát và hình hộp đứng là

- A. $\frac{\pi}{24 - 2\pi}$. B. $\frac{\pi}{6 - \pi}$. C. $\frac{\pi}{24 - \pi}$. D. $\frac{\pi}{12 - \pi}$.



Lời giải.

Gọi $2a$ là độ dài cạnh hình vuông đáy.

h là chiều cao của khối hộp.

Thể tích của đồng hồ cát là V_1 .

Thể tích khối hộp là V_2 .

Thể tích phần còn lại giữa đồng hồ cát và hình hộp đứng là $V_3 = V_2 - V_1$.

Ta có $V_1 = \frac{1}{3}h \cdot \pi \cdot a^2$. $V_2 = h \cdot 4a^2$

Suy ra $V_3 = h \cdot a^2 \left(4 - \frac{1}{3}\pi\right)$. Từ đó suy ra tỷ số thể tích $\frac{V_1}{V_3} = \frac{\pi}{12 - \pi}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 965. Cho hình nón tròn xoay có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng $6\sqrt{3}\pi$. Góc ở đỉnh của hình nón đã cho bằng

- A. 120° . B. 60° . C. 90° . D. 150° .

Lời giải.

Gọi S, O lần lượt là đỉnh và tâm của đáy của hình nón. Lấy A là một điểm nằm trên đường tròn đáy. Gọi góc ở đỉnh của hình nón là 2β suy ra $\beta = \widehat{OSA}$.

Mặt khác:

$$S_{xq} = \pi r l \Leftrightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{6\sqrt{3}\pi}{3\pi} = 2\sqrt{3}.$$

Xét $\triangle SOA$ vuông tại O , ta có

$$\sin \widehat{OSA} = \frac{OA}{SA} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{OSA} = 60^\circ.$$

Vậy $2\beta = 2\widehat{OSA} = 120^\circ$.

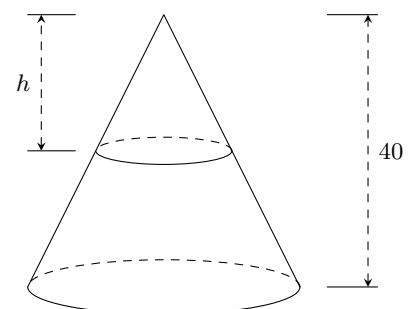
Chọn đáp án **A**

□

Câu 966.

Một vật (N_1) có dạng hình nón có chiều cao bằng 40 cm. Người ta cắt vật (N_1) bằng một mặt phẳng song song với đáy của nó để được một hình nón nhỏ (N_2) có thể tích bằng $\frac{1}{8}$ thể tích (N_1). Tính chiều cao h của hình nón (N_2).

- A. 10 cm. B. 20 cm. C. 40 cm. D. 5 cm.



Lời giải.

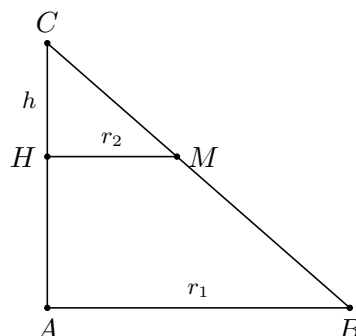
Gọi r_1, r_2 lần lượt là bán kính của hình nón lớn và bán kính của hình nón nhỏ, h là chiều cao của hình nón nhỏ. Vậy ta có:

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot 40, V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_2^2 \cdot h \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{h \cdot r_2^2}{40r_1^2}.$$

Gọi $AC = 40$ cm, $HC = h$, $AB = r_1$, $HM = r_2$.

$$\text{Vậy ta có } \frac{h}{40} = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow \frac{r_2^2}{r_1^2} = \left(\frac{h}{40}\right)^2.$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{8} = \frac{h^3}{(40)^3} \Rightarrow h = 20.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 967. Cho khối nón (N) đỉnh S , có chiều cao là $a\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh là $3a$. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S , cắt và tạo với mặt đáy của khối nón một góc 60° . Tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (P) và khối nón (N).

A. $2a^2\sqrt{5}$.

B. $2a^2\sqrt{3}$.

C. $a^2\sqrt{3}$.

D. $a^2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Khối nón ($\mathcal{N}$) có tâm đáy là O , chiều cao $SO = a\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh là $\ell = 3a$.

Giả sử mặt phẳng (P) cắt ($\mathcal{N}$) theo thiết diện là tam giác SAB , suy ra $SA = SB = \ell = 3a$. Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow SI \perp AB$, do đó góc giữa (P) và đáy là $\widehat{SIO} = 60^\circ$.

Xét tam giác vuông SOI có

$$SI = \frac{SO}{\sin \widehat{SIO}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = 2a,$$

$$\text{suy ra } IA = \sqrt{SA^2 - SI^2} = \sqrt{9a^2 - 4a^2} = a\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow AB = 2a\sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy diện tích thiết diện là } S = \frac{1}{2} \cdot SI \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a\sqrt{5} = 2a^2\sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 968. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao bằng 4 và bán kính đáy bằng 3. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác cân có độ dài cạnh đáy bằng 2. Diện tích của thiết diện bằng

A. $2\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $\sqrt{19}$.

D. $2\sqrt{6}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác cân SAB như hình vẽ.

Ta có $OA = OB = 3$; $SO = 4$ và $AB = 2$.

Gọi E là trung điểm của AB . Suy ra $OE \perp AB$.

Ta có

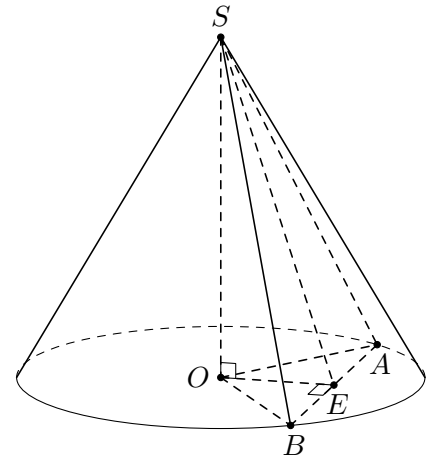
$$OE = \sqrt{OB^2 - EB^2} = 2\sqrt{2}.$$

$\triangle SOE$ vuông tại O nên suy ra

$$SE = \sqrt{SO^2 + OE^2} = 2\sqrt{6}.$$

Vậy diện tích thiết diện là

$$S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} AB \cdot SI = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{6} = 2\sqrt{6}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 969.

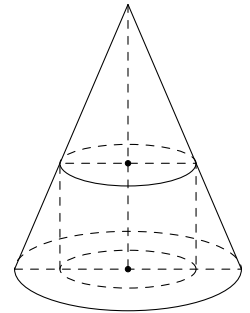
Cho hình nón có chiều cao $2R$ và bán kính đường tròn đáy R . Xét hình trụ nội tiếp hình nón sao cho thể tích khối trụ lớn nhất, khi đó bán kính đáy của khối trụ bằng?

A. $\frac{2R}{3}$.

B. $\frac{R}{3}$.

C. $\frac{R}{2}$.

D. $\frac{3R}{4}$.



Lời giải.

Gọi r, h ($0 < r < R, 0 < h < 2R$) lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ nội tiếp hình nón đã cho. Ta có

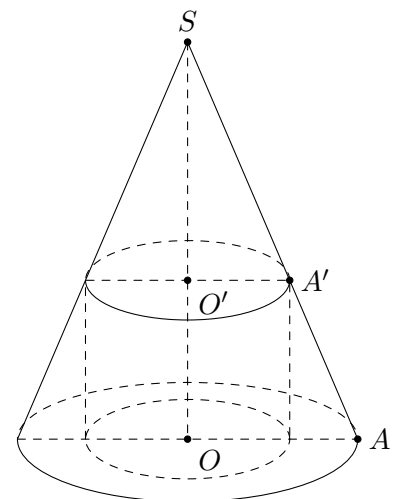
$$\frac{SO'}{SO} = \frac{A'O'}{AO} \Leftrightarrow \frac{2R-h}{2R} = \frac{r}{R} \Leftrightarrow h = 2R - 2r.$$

Thể tích khối trụ là

$$V = \pi r^2 h = \pi r^2 (2R - 2r) \leq \pi \left(\frac{r + r + 2R - 2r}{3} \right)^3 = \frac{8\pi R^3}{27}.$$

Do đó thể tích khối trụ lớn nhất là $\max V = \frac{8\pi R^3}{27}$, đạt được khi

$$r = 2R - 2r \Leftrightarrow r = \frac{2R}{3}.$$

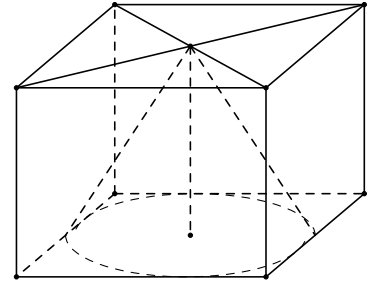


Chọn đáp án **A**

□

Câu 970.

Một chiếc thùng chứa đầy nước có hình một khối lập phương. Đặt vào trong thùng đó một khối nón sao cho đỉnh khối nón trùng với tâm một mặt của khối lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính tỉ số thể tích của lượng nước trào ra ngoài và lượng nước còn lại ở trong thùng.



- A. $\frac{\pi}{12 - \pi}$. B. $\frac{1}{11}$. C. $\frac{\pi}{12}$. D. $\frac{11}{12}$.

Lời giải.

Coi khối lập phương có cạnh 1. Thể tích khối lập phương là $V = 1$.

Từ giả thiết ta suy ra khối nón có chiều cao $h = 1$, bán kính đáy $r = \frac{1}{2}$.

Thể tích lượng nước trào ra ngoài là thể tích V_1 của khối nón.

$$\text{Ta có } V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{\pi}{12}.$$

$$\text{Thể tích lượng nước còn lại trong thùng là } V_2 = V - V_1 = 1 - \frac{\pi}{12} = \frac{12 - \pi}{12}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{12 - \pi}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 971. Trong đời sống hàng ngày, ta thường gặp rất nhiều hộp kiểu hình trụ như: hộp sữa, lon nước ngọt,... Cần làm những hộp hình trụ đó (có nắp) như thế nào để thể tích hình trụ tương ứng lớn nhất, biết diện tích toàn phần của hình trụ không đổi?

- A. Hộp hình trụ có đường cao bằng đường kính đáy.
 B. Hộp hình trụ có đường cao bằng một nửa bán kính đáy.
 C. Hộp hình trụ có đường cao bằng bán kính đáy.
 D. Hộp hình trụ có đường cao bằng hai lần đường kính đáy.

Lời giải.

Giả sử hình trụ có chiều cao h , có bán kính đáy R .

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = 2\pi R(R + h) \Rightarrow k = R(R + h)$ không đổi.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi R^2 h$.

$$\text{Ta có } R(R + h) = R^2 + \frac{Rh}{2} + \frac{Rh}{2} \geq 3\sqrt[3]{R^4 h^2} \Rightarrow R^2 h \leq \sqrt{\left(\frac{R(R + h)}{3}\right)^3} = \sqrt{\frac{k^3}{27}}.$$

$$\Rightarrow V \leq \pi \sqrt{\frac{k^3}{27}}.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } R = \frac{h}{2} \Leftrightarrow h = 2R.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 972. Cho hình nón có chiều cao và bán kính đáy đều bằng 1. Mặt phẳng (P) qua đỉnh của hình nón và cắt đáy theo dây cung có độ dài bằng 1. Khoảng cách từ tâm đáy tới mặt phẳng (P) bằng

- A. $\frac{\sqrt{7}}{7}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải.

Giả sử (P) cắt đáy hình nón theo dây cung AB như hình vẽ.

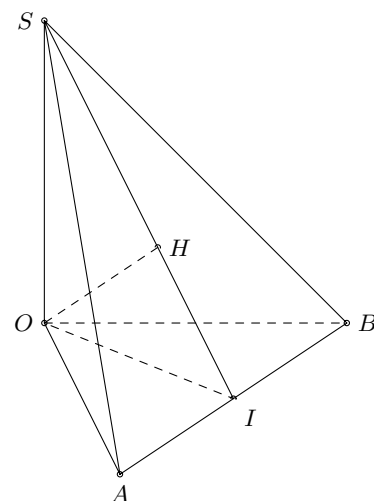
Gọi I là trung điểm của cạnh AB , theo giả thiết ta có $\triangle OAB$ đều cạnh bằng 1, suy ra $OI = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác SOI kẻ $OH \perp SI$ tại H , suy ra $OH \perp (SAB)$.

Do đó $d(O, (P)) = OH$.

$$\text{Mà } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OI^2} = \frac{7}{3} \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

(1)



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 973. Gọi (H) là hình tròn xoay thu được khi cho tam giác đều ABC có cạnh a quay quanh AB . Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi (H) có thể tích bằng

A. $\frac{\pi a^3}{4}$.

B. $\frac{\pi a^3}{8}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$.

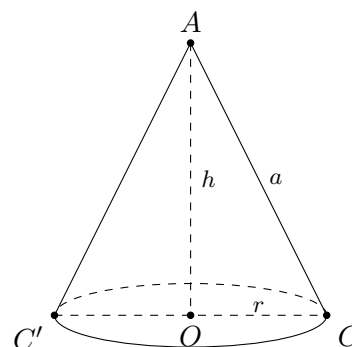
Lời giải.

Gọi O là trung điểm của AB và C' là điểm đối xứng với C qua AB .

Khi quay $\triangle ABC$ quanh cạnh AB ta thu được hai hình nón có chung đáy là đường tròn đường kính CC' (nằm trong mặt phẳng vuông góc với AB) và có đỉnh lần lượt là A, B .

Xét khối nón nói trên có đỉnh là A . Ta có

$$h = \frac{a}{2}, \quad r = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Suy ra

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{\pi a^3}{8}.$$

Tương tự ta tính được thể tích của khối nón đỉnh B là $V_2 = \frac{\pi a^3}{8}$.

Vậy thể tích của khối tròn xoay (H) bằng $V = V_1 + V_2 = \frac{\pi a^3}{4}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 974. Trong các khối trụ có cùng thể tích, khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy R thỏa mãn điều kiện nào sau đây thì có diện tích toàn phần nhỏ nhất?

A. $h = 2R$.

B. $R = 2h$.

C. $R = 3h$.

D. $h = 3R$.

Lời giải.

Gọi thể tích khối trụ là V . Suy ra $V = \pi R^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}$.

Diện tích toàn phần của khối trụ là $S_{tp} = 2\pi R h + 2\pi R^2 = \frac{2V}{R} + 2\pi R^2 = \frac{V}{R} + \frac{V}{R} + 2\pi R^2$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-Si: $S_{tp} = \frac{V}{R} + \frac{V}{R} + 2\pi R^2 \geq 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\frac{V}{R} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

$$\text{Suy ra } h = \frac{V}{\pi \left(\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}} \right)^2} = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}} = 2R.$$

Chọn đáp án **A** □

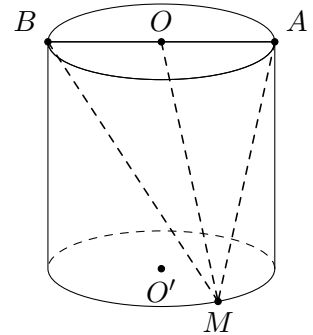
Câu 975. Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là (O, R) và (O', R) , chiều cao của hình trụ là $R\sqrt{3}$. Giả sử AB là một đường kính cố định trên đường tròn (O) và M là điểm di động trên đường tròn (O') . Hỏi diện tích tam giác MAB đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu?

- A. $2R^2$. B. $4R^2$. C. $R\sqrt{3}$. D. $2R^2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABM} &= \frac{1}{2} d[M, (AB)] \cdot AB \\ &\leq \frac{1}{2} \cdot OM \cdot AB \\ &= \sqrt{R^2 + (R\sqrt{3})^2} \cdot 2R \\ &= 2R^2. \end{aligned}$$



Dấu “=” xảy ra khi $OM \perp AB$.

$\Leftrightarrow \triangle MAB$ cân tại M (do MO là trung tuyến của $\triangle MAB$)

$\Leftrightarrow MA = MB$

$\Leftrightarrow M$ là giao của mặt phẳng trung trực của đoạn AB với (O') .

Chọn đáp án **A** □

Câu 976. Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $ABCD$ tạo với đáy hình trụ góc 45° . Tính diện tích xung quanh hình trụ?

- A. $S_{xq} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{3}}{5}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{4}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi P, Q, E lần lượt là trung điểm của AB, CD, OO' .

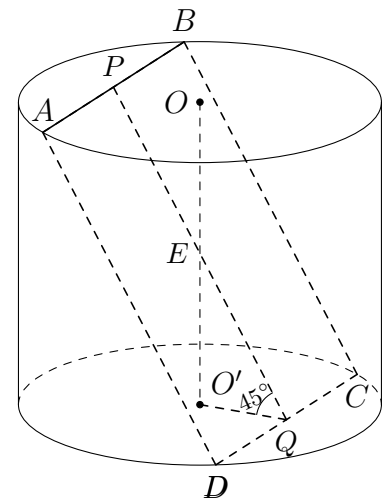
Góc giữa $(ABCD)$ và mặt đáy là $\widehat{O'QE} = 45^\circ$.

Ta có $EQ = \frac{a}{2}$, do đó $O'Q = EO' = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Suy ra $h = OO' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $r = O'C = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là

$$S_{xq} = 2\pi \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **D** □

Câu 977. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng 4 cm và chiều cao bằng 5 cm. Gọi AB là một dây cung của đáy sao cho $AB = 4\sqrt{3}$ cm. Người ta dựng một mặt phẳng (P) đi qua A, B và tạo với mặt phẳng đáy của hình trụ góc 60° . Diện tích của thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P)

và hình trụ là bao nhiêu?

- A. $\frac{8(4\pi - 3\sqrt{3})}{3}\text{cm}^2$. B. $\frac{4(4\pi - \sqrt{3})}{3}\text{cm}^2$. C. $\frac{4(4\pi - 3\sqrt{3})}{3}\text{cm}^2$. D. $\frac{8(4\pi - \sqrt{3})}{3}\text{cm}^2$.

Lời giải.

Gọi S, S' lần lượt là diện tích của thiết diện và hình chiếu của thiết diện trên mặt phẳng đáy.

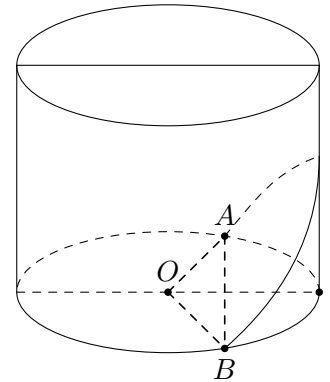
Khi đó ta có $S' = S \cdot \cos 60^\circ$, suy ra $S = 2S'$.

Ta lại có $S' = S_{\text{quạt}OAB} - S_{\triangle OAB}$.

Trong đó, $\widehat{AOB} = 120^\circ$, $S_{\text{quạt}OAB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{3} \cdot OA^2 = \frac{16\pi}{3}$;

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } S = 2 \cdot \left(\frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3} \right) = 8 \cdot \left(\frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{3} \right) (\text{cm}^2).$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 978. Một hình trụ có bán kính R , chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Thiết diện song song và cách trục một khoảng bằng $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ có diện tích là

- A. $\frac{R^2\sqrt{3}}{2}$. B. $R^2\sqrt{3}$. C. $\frac{R^2\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{R^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Giả sử thiết diện song song với trục là hình chữ nhật $CDD'C'$ như hình vẽ bên.

Gọi I là trung điểm CD . Ta chứng minh được $OI \perp (CDD'C')$.

Mặt khác, do $OO' \parallel (CDD'C')$ nên

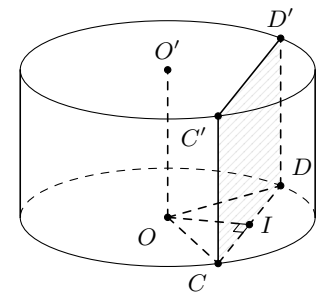
$$d(OO', (CDD'C')) = d(O, (CDD'C')) = OI = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$

$$CD = 2IC = 2\sqrt{OC^2 - OI^2} = 2\sqrt{R^2 - \left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2} = R.$$

$$\text{Suy ra } S_{CDD'C'} = CD \cdot CC' = R \cdot R\sqrt{3} = R^2\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□



Câu 979. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20$ cm, bán kính đáy $r = 25$ cm. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12 cm. Tính diện tích của thiết diện đó.

- A. $S = 400 \text{ cm}^2$. B. $S = 500 \text{ cm}^2$. C. $S = 406 \text{ cm}^2$. D. $S = 300 \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Giả sử thiết diện đã cho là tam giác SAB , với S là đỉnh và O là tâm đường tròn đáy của hình nón.

Gọi M là trung điểm AB , H là hình chiếu vuông góc của O trên SM . Khi đó ta có $OH \perp (SAB)$, suy ra

$$OH = d[O; (SAB)] = 12 \text{ cm.}$$

Xét tam giác SOM vuông tại O , ta có

$$\frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OH^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{12^2} - \frac{1}{20^2} = \frac{1}{225}$$

$$\Rightarrow OM = 15.$$

$$AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20 \Rightarrow AB = 2AM = 40 \text{ cm.}$$

$$SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ cm.}$$

Diện tích thiết diện SAB là

$$S = \frac{1}{2}AB \cdot SM = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 25 = 500 \text{ cm}^2.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 980. Cho một miếng tôn hình tròn có tâm O , bán kính R . Cắt bỏ một phần miếng tôn theo một hình quạt OAB và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh O không có đáy (OA trùng với OB). Gọi S, S' lần lượt là diện tích của miếng tôn ban đầu và diện tích của miếng tôn còn lại. Tính tỉ số $\frac{S'}{S}$ để thể tích của khối nón đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

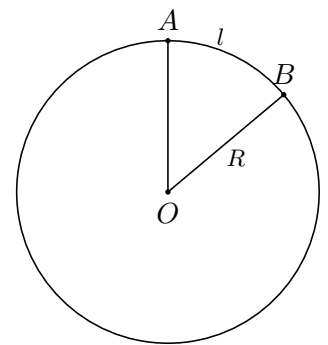
D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Gọi độ dài của cung tròn của quạt bị cắt là l và bán kính hình tròn là R , thế thì

$$\frac{S'}{S} = 1 - \frac{lR}{2\pi R^2} = 1 - \frac{l}{2\pi R}. \quad (1)$$

Gọi r là bán kính đường tròn đáy khi tạo thành nón. Thế thì

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \sqrt{R^2 - r^2} = \frac{1}{3}\pi \sqrt{(R^2 - r^2) \cdot r^4}.$$


Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta được

$$V = \frac{1}{3}\pi \sqrt{\frac{1}{2}(2R^2 - 2r^2) \cdot r^2 \cdot r^2} \leq \frac{1}{3}\pi \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{2R^2 - 2r^2 + r^2 + r^2}{3} \right)^3} = \frac{1}{3}\pi \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{2R^2}{3} \right)^3}.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } r^2 = 2R^2 - 2r^2 \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{\sqrt{6}}{3}. \quad (2)$$

$$\text{Hơn nữa, } r = \frac{2\pi R - l}{2\pi} \Rightarrow \frac{r}{R} = 1 - \frac{l}{2\pi R}. \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3) suy ra } \frac{S'}{S} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 981. Cho hình nón đỉnh O , I là tâm đường tròn đáy. Mặt trung trực của OI chia khối chóp thành hai phần. Tỉ số thể tích của hai phần chứa đỉnh S và phần không chứa S là

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải.

Hình nón nhỏ và hình nón lớn đồng dạng với tỉ lệ $\frac{1}{2}$ nên tỉ số thể tích của chúng là $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

Do đó tỉ lệ cần tìm là $\frac{1}{7}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 982. Cho khối nón (N) có chiều cao $h = 20$ cm, bán kính đáy $r = 25$ cm. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua đỉnh của (N) và cách tâm của mặt đáy 12 cm. Khi đó, (α) cắt (N) theo một thiết diện có diện tích bằng

A. 300 cm^2 .

B. 500 cm^2 .

C. 406 cm^2 .

D. 400 cm^2 .

Lời giải.

Giả sử thiết diện là tam giác SAB . Gọi I là trung điểm của AB và H là hình chiếu vuông góc của O trên SI .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB \perp OI \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow AB \perp IH.$$

Vậy $OH \perp (SAB)$.

$$\text{Suy ra } d(O, (SAB)) = OH = 12.$$

Xét tam giác SOI , ta có

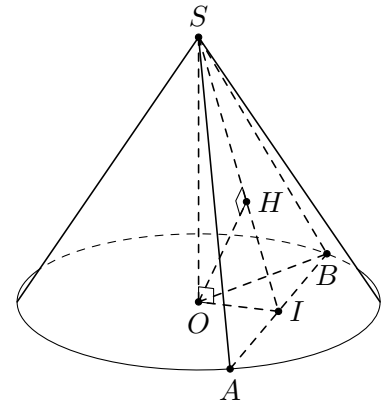
$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{SO^2} \Rightarrow \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{225} \Rightarrow OI = 15.$$

Xét tam giác SOI , ta có $SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = 25$.

Xét tam giác BOI , ta có $BI = \sqrt{OB^2 - OI^2} = 20 \Rightarrow AB = 2BI = 40$.

$$\text{Vậy } S_{SAB} = \frac{1}{2} AB \cdot SI = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 25 = 500 \text{ cm}^2.$$

Chọn đáp án **(B)** □



Câu 983. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Một thiết diện qua đỉnh tạo với đáy một góc 60° . Diện tích của thiết diện này bằng

A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

C. $2a^2$.

D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Gọi thiết diện qua trục là $\triangle SAB$ và thiết diện qua đỉnh nón tạo với đáy một góc 60° là $\triangle SCD$.

Gọi H là trung điểm của $CD \Rightarrow CD \perp (SOH) \Rightarrow \widehat{SHO} = 60^\circ$.

Khi đó diện tích thiết diện SCD là $S_{SCD} = \frac{1}{2} SH \cdot CD$.

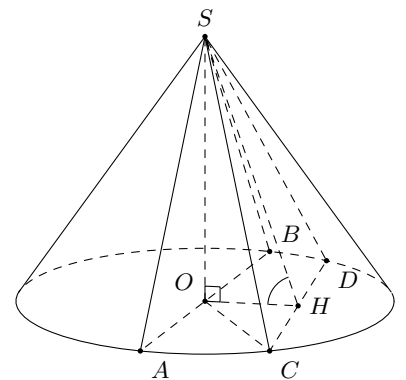
$$\text{Ta có } AB = a\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{2}}{2} = SO.$$

$$\text{Tam giác } SHO \text{ vuông tại } O, \text{ ta có } SH = \frac{SO}{\sin 60^\circ} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Ta có } CD = 2CH = 2\sqrt{OC^2 - OH^2} = 2\sqrt{\frac{a^2}{2} - \frac{SH^2}{4}} = 2\sqrt{\frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{6}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } S_{SCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □



Câu 984. Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O , bán kính R . Trên đường tròn (O) lấy 2 điểm A, B sao cho tam giác OAB vuông. Biết diện tích tam giác SAB bằng $R^2\sqrt{2}$, thể tích khối nón đã cho bằng

A. $V = \frac{\pi R^3 \sqrt{14}}{2}$. B. $V = \frac{\pi R^3 \sqrt{14}}{6}$. C. $V = \frac{\pi R^3 \sqrt{14}}{12}$. D. $V = \frac{\pi R^3 \sqrt{14}}{3}$.

Lời giải.

Kẻ $OH \perp AB$, $(H \in AB) \Rightarrow H$ là trung điểm AB và $SH \perp AB$.

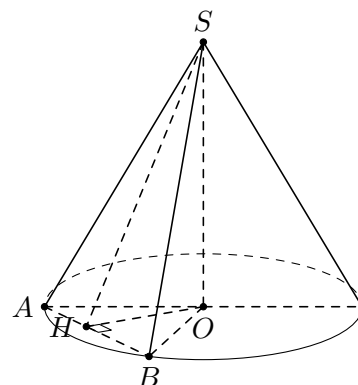
Do tam giác OAB vuông $\Rightarrow AB = R\sqrt{2}$ và $OH = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}SH \cdot AB \Rightarrow SH = \frac{2\sqrt{2}R^2}{\sqrt{2}R} = 2R$

$\Rightarrow SO = \sqrt{SH^2 - OH^2} = \sqrt{4R^2 - \frac{R^2}{2}} = \frac{R\sqrt{14}}{2}$.

Vậy thể tích của khối nón đã cho là

$V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot SO = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot \frac{R\sqrt{14}}{2} = \frac{\pi R^3 \sqrt{14}}{6}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 985. Cho hình trụ có trục OO' và có bán kính đáy bằng 4. Một mặt phẳng song song với trục OO' và cách OO' một khoảng bằng 2 cắt hình trụ theo thiết diện là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $26\sqrt{3}\pi$. B. $8\sqrt{3}\pi$. C. $16\sqrt{3}\pi$. D. $32\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm đoạn QP , khi đó ta có $O'I \perp PQ$.

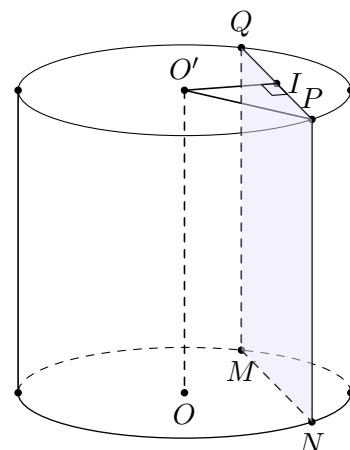
Suy ra $O'I \perp (MNPQ)$.

hay $O'I = d(O'; (MNPQ)) = d(OO'; (MNPQ)) = 2$.

Ta có $PI = \sqrt{R^2 - O'I^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow PQ = 4\sqrt{3}$.

Từ giả thiết $MNPQ$ là hình vuông suy ra $l = NP = PQ = 4\sqrt{3}$.

Diện tích xung quanh hình trụ là $S = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot l = 2\pi \cdot 4 \cdot 4\sqrt{3} = 32\sqrt{3}\pi$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 986. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng 1. Thể tích khối nón có đỉnh là C , đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BDG bằng

A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{2\sqrt{3}\pi}{9}$. C. $\frac{2\sqrt{3}\pi}{27}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Dễ thấy hình chóp $C.BDG$ là hình chóp đều với đáy là tam giác đều cạnh $\sqrt{2}$, cạnh bên bằng 1. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BDG , suy ra $CI \perp (BDG)$; $BI = \frac{\sqrt{6}}{3}$ và

$$CI = \sqrt{BC^2 - BI^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Thể tích của khối nón cần tìm là

$$V = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}\pi}{27}.$$

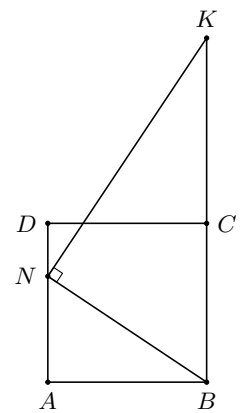
Chọn đáp án **C**

□

Câu 987.

Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi N là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AN = 2DN$. Đường thẳng qua N vuông góc với BN cắt BC tại K . Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay tứ giác $ANKB$ quanh trục BK là

A. $V = \frac{7}{6}\pi a^3$. B. $V = \frac{9}{14}\pi a^3$. C. $V = \frac{6}{7}\pi a^3$. D. $V = \frac{14}{9}\pi a^3$.

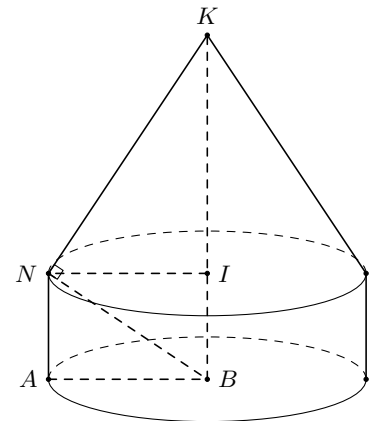


Lời giải.

Ta có $AN = \frac{2}{3}AD = \frac{2}{3}a$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của N trên BK , tam giác BNK vuông tại N , đường cao NI nên

$$IK = \frac{IN^2}{IB} = \frac{a^2}{\frac{2}{3}a} = \frac{3}{2}a.$$

Khối tròn xoay thu được khi quay tứ giác $ANKB$ quanh trục BK gồm khối trụ tạo thành khi hình chữ nhật $ABIN$ quay quanh BK và khối nón tạo thành khi quay tam giác vuông NIK quanh cạnh góc vuông IK . Do đó thể tích khối tròn xoay thu được là



$$V = \pi AB^2 \cdot AN + \frac{1}{3}\pi NI^2 \cdot IK = \frac{2a^3\pi}{3} + \frac{a^3\pi}{2} = \frac{7a^3\pi}{6}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 988. Cho hình trụ có trục OO' , bán kính đáy r và chiều cao $h = \frac{3r}{2}$. Hai điểm M, N di động trên đường tròn đáy (O) sao cho OMN là tam giác đều. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên mặt phẳng $(O'MN)$. Khi M, N di động trên đường tròn (O) thì đoạn thẳng OH tạo thành mặt xung quanh của một hình nón, tính diện tích S của mặt này.

A. $S = \frac{9\sqrt{3}\pi r^2}{32}$. B. $S = \frac{9\sqrt{3}\pi r^2}{16}$. C. $S = \frac{9\pi r^2}{32}$. D. $S = \frac{9\pi r^2}{16}$.

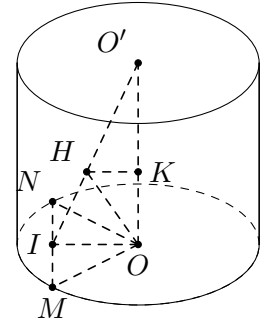
Lời giải.

— Gọi I là trung điểm của MN .

$$\text{Ta có } \begin{cases} OI \perp MN \\ O'O \perp MN \end{cases} \Rightarrow MN \perp (OIO').$$

Suy ra $(O'MN) \perp (O'O'I)$ theo giao tuyến là $O'I$.

Kẻ $OH \perp O'I$, ta có $OH \perp (O'MN)$.



— Kẻ HK vuông góc với OO' tại K .

$$\text{Ta có } OI = \frac{r\sqrt{3}}{2}, OH = \frac{OI \cdot OO'}{\sqrt{OI^2 + OO'^2}} = \frac{3r}{4}, \cos \widehat{HOI} = \frac{OH}{OI} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra OH là đường sinh của hình nón có bán kính đáy là HK .

$$\text{— Ta có } \cos \widehat{HOI} = \sin \widehat{HOK} = \frac{HK}{OH} \Rightarrow HK = \frac{3\sqrt{3}r}{8}.$$

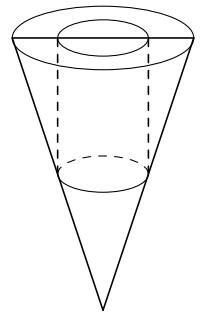
$$\text{— } S_{xq} = \pi \cdot HK \cdot OH = \pi \cdot \frac{3\sqrt{3}r}{8} \cdot \frac{3r}{4} = \frac{9\sqrt{3}\pi r^2}{32}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 989.

Một bình đựng nước dạng hình nón (không có nắp đáy), đựng đầy nước. Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó. Người ta thả vào bình đó một khối trụ và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $\frac{16\pi}{9} \text{ dm}^3$. Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt đáy của hình nón và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón (hình vẽ). Tính bán kính đáy R của bình nước.



A. $R = 4 \text{ dm}$. B. $R = 3 \text{ dm}$. C. $R = 5 \text{ dm}$. D. $R = 2 \text{ dm}$.

Lời giải.

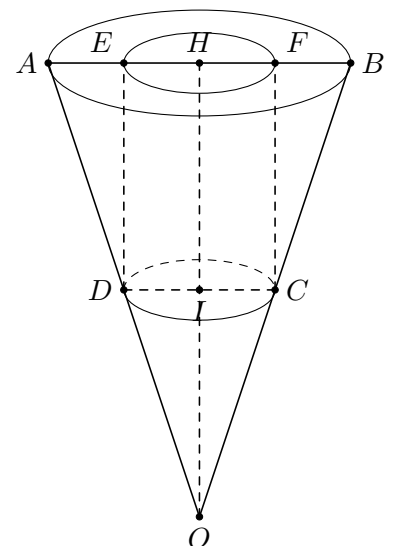
Theo đề ta có $AH = R$, $OH = 3R$, $HI = 2R$.

Theo định lý Ta-let, ta có

$$\frac{ID}{AH} = \frac{OI}{OH} = \frac{OH - IH}{OH} = \frac{R}{3R} = \frac{1}{3}.$$

Do đó khối trụ có bán kính đáy là $ID = \frac{R}{3}$. Thể tích khối trụ là

$$V = \pi \left(\frac{R}{3} \right)^2 \cdot 2R = \frac{16\pi}{9} \Leftrightarrow R^3 = 8 \Leftrightarrow R = 2 \text{ dm}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 990. Cho khối nón có thiết diện qua trục là tam giác cân có một góc bằng 120° và cạnh bên bằng a . Tính thể tích khối nón.

A. $\frac{\pi a^3}{8}$.

B. $\frac{3\pi a^3}{8}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

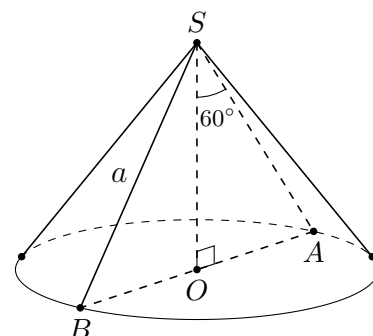
Lời giải.

Theo giả thiết suy ra tam giác SAB cân tại S và $\widehat{ASB} = 120^\circ$. Suy ra $\triangle SOA$ là nửa của tam giác đều. Từ đó

$$SO = \frac{SA}{2} = \frac{a}{2}, \quad OA = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy thể tích của khối nón bằng

$$V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{\text{đáy}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2 \cdot \pi = \frac{a^3 \pi}{8}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 991. Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O . Dụng hai đường sinh SA và SB , biết tam giác SAB vuông và có diện tích bằng $4a^2$. Góc tạo bởi giữa trục SO và mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Đường cao của hình nón bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. D. $a\sqrt{2}$.

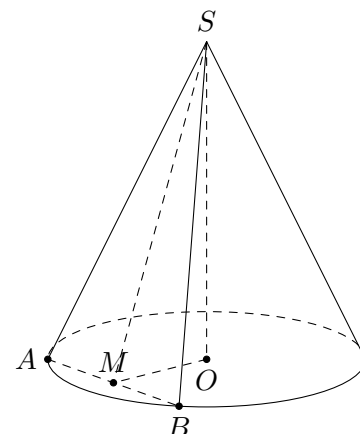
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AB , ta có SM là hình chiếu vuông góc của SO trên (SAB) nên $((SAB), SO) = \widehat{OSM} = 30^\circ$.

Đặt $SO = h$. Vì tam giác SAB vuông tại S nên ta có

$$AM = BM = SM = \frac{SO}{\cos 30^\circ} = \frac{2h}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Ta có } S_{SAB} = \frac{1}{2} SM \cdot AB \Rightarrow 4a^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2h}{\sqrt{3}} \cdot \frac{4h}{\sqrt{3}} \Rightarrow h = a\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 992. Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng R và có chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB và trục của hình trụ bằng 30° . Khoảng cách giữa AB và trục của hình trụ bằng

- A. $R\sqrt{3}$. B. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{R\sqrt{3}}{4}$. D. R .

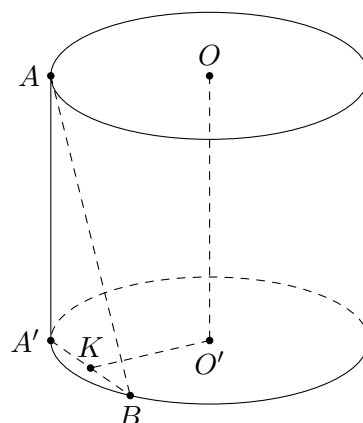
Lời giải.

Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng chứa (O') , K là trung điểm của $A'B$. Ta có $OO' \parallel AA'$ suy ra $\widehat{A'AB} = 30^\circ$, do đó

$$A'B = AA' \tan 30^\circ = R\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = R.$$

Khi đó, tam giác $O'A'B$ có ba cạnh bằng R nên là tam giác đều suy ra $O'K \perp A'B$, mà $O'K \perp AA'$ do đó $O'K \perp (AA'B)$

$$\Rightarrow d(AB, OO') = d(O', (AA'B)) = O'K = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 993. Cho hình nón có bán kính đáy, độ dài đường cao và đường sinh lần lượt lập thành cấp số cộng. Biết diện tích xung quanh của hình nón bằng 60π , thể tích của khối nón bằng

A. 35π .B. 66π .C. 96π .D. 70π .

Lời giải.

Gọi R, h, l lần lượt là bán kính đáy, độ dài đường cao và đường sinh của hình nón.

$$\text{Ta có } \begin{cases} l^2 = h^2 + R^2 \\ 2h = R + l \\ Rl = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4l^2 = 4h^2 + 4R^2 \\ 4h^2 = R^2 + l^2 + 120 \\ 3R^2l^2 = 10800 \end{cases} \Rightarrow R^2(5R^2 + 120) = 10800 \Rightarrow R = 6 \Rightarrow \begin{cases} R = 6 \\ h = 8 \\ l = 10. \end{cases}$$

Vậy thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi 36 \cdot 8 = 96\pi$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 994. Cho hình tứ diện đều cạnh $2a$ có một đỉnh trùng với đỉnh của hình nón, ba đỉnh còn lại đều nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón là

A. $\frac{4\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.B. $2\pi a^2 \sqrt{3}$.C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.D. $\frac{8\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Xét tứ diện đều $S.ABC$ cạnh $2a$, hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Do tam giác đáy ABC đều cạnh $2a \Rightarrow OB = \frac{2}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}a}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

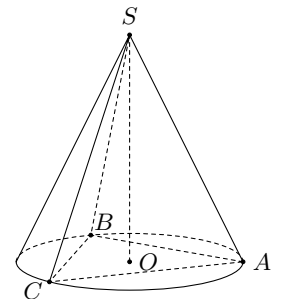
Suy ra bán kính đáy của hình nón là $R = OB = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Theo giả thiết ta có độ dài đường sinh $l = SA = 2a$.

Vậy ta có diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi Rl = \pi \times \frac{2\sqrt{3}a}{3} \times 2a = \frac{4\pi\sqrt{3}a^2}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□



Câu 995. Trong không gian cho tam giác đều ABC cạnh bằng $2a$. Thể tích V của khối tròn xoay nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB .

A. $V = 2\pi a^3$.B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.C. $V = \pi a^3$.D. $V = 2$.

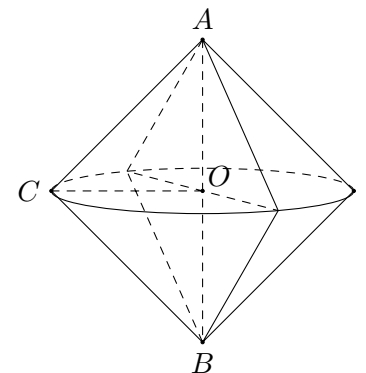
Lời giải.

Gọi O là trung điểm AB , ta có $CO \perp AB$. Do đó khối tròn xoay thu được khi quay $\triangle ABC$ quanh AB gồm hai khối nón thu được khi quay các tam giác vuông COA và COB quanh AB . Dễ thấy hai khối nón này có thể tích bằng nhau.

Khối nón thu được khi quay tam giác COA quanh AB có chiều cao $h = AO = a$ và bán kính đáy $r = CO = a\sqrt{3}$. Suy ra khối nón này có thể tích là $V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3a^2 \cdot a = a^3$. Vậy $V = 2V_1 = 2a^3$.

Chọn đáp án **A**

□



Câu 996. Cho hình trụ có tỉ số diện tích xung quanh và diện tích toàn phần bằng $\frac{1}{4}$. Biết thể tích khối trụ bằng 9π . Bán kính đáy của hình trụ là

A. 3.

B. $\sqrt{3}$.C. $\sqrt{2}$.

D. 2.

Lời giải.

Gọi hình trụ có bán kính đáy r , chiều dài đường sinh $l = a$.

Ta có $S_{xq} = 2\pi ra$ và $S_{tp} = 2\pi ra + 2\pi r^2$.

Theo đề bài ta có $\frac{S_{xq}}{S_{tp}} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{2\pi ra}{2\pi ra + 2\pi r^2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{a+r} = \frac{1}{4}$. (1)

Mặt khác, $V = 9\pi \Leftrightarrow \pi r^2 a = 9\pi \Leftrightarrow a = \frac{9}{r^2}$. (2)

Thế (2) vào (1) ta được

$$\frac{\frac{9}{r^2}}{\frac{9}{r^2} + r} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{9}{r^3 + 9} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow r^3 = 27 \Leftrightarrow r = 3.$$

Vậy bán kính đáy của hình trụ bằng 3.

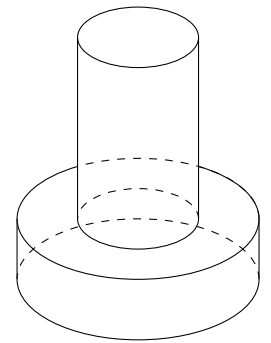
Chọn đáp án **A**

□

Câu 997.

Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1) , (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1 , h_1 , r_2 , h_2 thỏa mãn $r_2 = 3r_1$, $h_2 = \frac{1}{4}h_1$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng $V = 26\text{cm}^3$, thể tích khối trụ (H_1) bằng

- A. 4cm^3 . B. 9cm^3 . C. 13cm^3 . D. 8cm^3 .

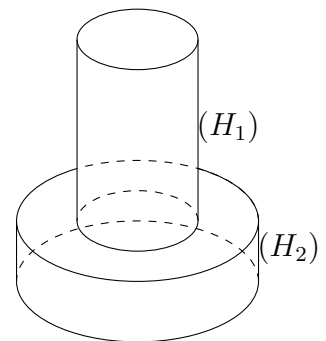
**Lời giải.**

Ta có

$$V = V_{H_1} + V_{H_2} = \pi r_1^2 h_1 + \pi r_2^2 h_2 = \pi r_1^2 h_1 + \pi 9r_1^2 \cdot \frac{1}{4}h_1 = \frac{13}{4}\pi r_1^2 h_1 = 26.$$

Suy ra

$$V_1 = \pi r_1^2 h_1 = 8\text{cm}^3.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 998. Cho hình nón có chiều cao $h = 20$ (cm), bán kính đáy $r = 25$ (cm). Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12 (cm). Tính diện tích của thiết diện đó.

- A. $S = 300$ (cm²). B. $S = 500$ (cm²). C. $S = 400$ (cm²). D. $S = 406$ (cm²).

Lời giải.

Gọi thiết diện là tam giác SMN .

Vẽ $OI \perp MN$ tại I (I là trung điểm MN) và $OH \perp SI$ tại H .

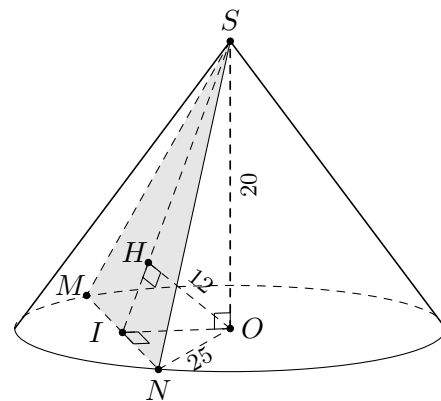
Khi đó $d(O, (SMN)) = OH = 12$ (cm).

$$\text{Có } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow OI = 15 \text{ (cm)}.$$

$$\text{Có } SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = 25 \text{ (cm)}.$$

$$\text{Có } MN = 2IN = 2\sqrt{ON^2 - OI^2} = 40 \text{ (cm)}.$$

$$\text{Vậy } S_{SMN} = \frac{1}{2}SI \cdot MN = 500 \text{ (cm}^2\text{)}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 999. Cho hình trụ bán kính đáy là 5 và chiều cao bằng 6. Cắt hình chóp bởi một mặt phẳng cách trục một khoảng 4. Tìm diện tích thiết diện.

A. 6.

B. 36.

C. 30.

D. 24.

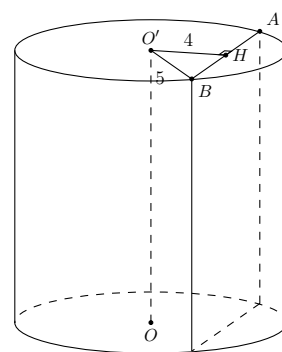
Lời giải.

Vì OO' song song với thiết diện nên khoảng cách từ O' đến thiết diện là 4.

Gọi giao điểm của thiết diện và đường tròn (O') là A và B . Vẽ $O'H \perp AB$ ta có $O'A = O'B = 5$ và $O'H = 4$.

$$\text{Ta có } HB = \sqrt{O'B^2 - O'H^2} = 3 \Rightarrow AB = 6.$$

Do đó diện tích thiết diện là $S = 6 \cdot 6 = 36$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1000. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20$, bán kính $r = 25$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12. Tính diện tích của thiết diện đó.

A. $S = 500$.

B. $S = 400$.

C. $S = 300$.

D. $S = 406$.

Lời giải.

Giả sử thiết diện qua đỉnh của hình nón (N) là tam giác cân SAB .

Gọi M là trung điểm AB và H là hình chiếu của O lên SM .

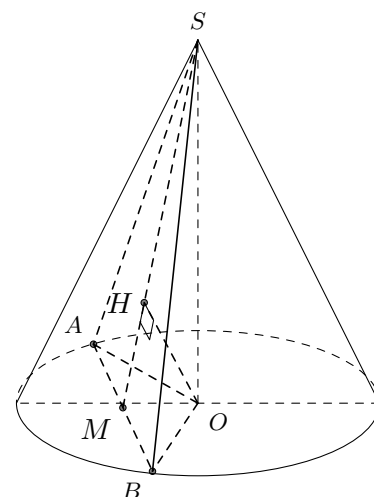
$$\text{Ta có } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OS^2} \Rightarrow OM = 15.$$

Tam giác SMO vuông nên $SO \cdot OM = OH \cdot SM$

$$\Rightarrow SM = \frac{SO \cdot OM}{OH} = 25 \text{ cm}.$$

Tam giác OMA vuông tại M nên $MA^2 = \sqrt{OA^2 - OM^2} = 20$.

Diện tích thiết diện: $S_{\Delta SAB} = 20 \cdot 25 = 500$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1001. Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao 200

mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1 mm. Giả định 1 m^3 gỗ có giá α (triệu đồng), 1 m^3 than chì có giá 7α (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

- A. $84,5 \cdot \alpha$ (đồng). B. $9,07 \cdot \alpha$ (đồng). C. $8,45 \cdot \alpha$ (đồng). D. $90,07 \cdot \alpha$ (đồng).

Lời giải.

Thể tích phần lõi than chì $V_1 = \pi \cdot 0,001^2 \cdot 0,2 = 2\pi \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$.

Số tiền làm lõi than chì $T_1 = V_1 \cdot 7\alpha \cdot 10^6 = 1,4\pi\alpha$ (đồng).

Thể tích phần thân bằng gỗ của bút chì là

$$V_2 = 6 \cdot \frac{0,003^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 0,2 - 2\pi \cdot 10^{-7} = (\sqrt{3} \cdot 27 \cdot 10^{-7} - 2\pi \cdot 10^{-7}) \text{ m}^3.$$

Số tiền làm phần thân bằng gỗ của bút chì $T_2 = V_2 \cdot \alpha \cdot 10^6 = (2,7\sqrt{3} - \pi \cdot 0,2)\alpha$ (đồng).

Giá vật liệu làm bút chì $T = T_1 + T_2 \approx 8,45\alpha$ (đồng).

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1002. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tứ giác $ACA'C'$ là $4\sqrt{2}a^2$. Tính thể tích khối trụ tròn xoay có một đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$ và đường cao của khối trụ tròn xoay là đường cao hình lập phương đã cho.

- A. πa^3 . B. $4\pi a^3$. C. $\frac{\pi}{4}a^3$. D. $2\pi a^3$.

Lời giải.

Gọi cạnh của lập phương là $x, x > 0$. Khi đó $AC = A'C' = x\sqrt{2}$.

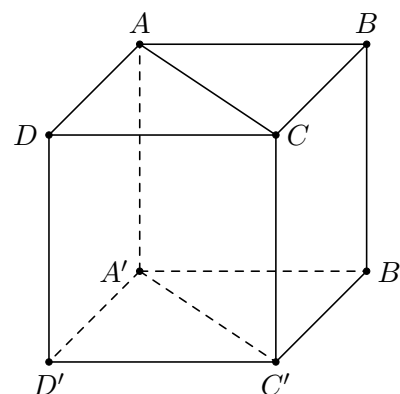
Diện tích $ACC'A'$ là $AC \cdot AA' = x^2\sqrt{2}$.

Suy ra $x^2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}a^2 \Rightarrow x = 2a$.

Đường tròn nội tiếp đáy có bán kính là $r = \frac{x}{2} = a$.

Thể tích khối trụ cần tìm là

$$V = \pi r^2 \cdot h = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1003. Cho hình trụ có bán kính đáy và chiều cao có độ dài bằng nhau. Hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB và CD lần lượt là dây cung của hai đường tròn đáy (các cạnh AD, BC không phải đường sinh của hình trụ). Tính độ dài bán kính đáy và chiều cao của hình trụ biết rằng cạnh hình vuông có độ dài bằng a .

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. C. $a\sqrt{5}$. D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Dựng đường sinh BB' của hình trụ thì $BB' = R$.

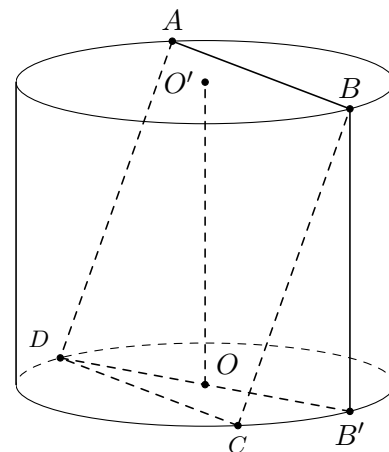
Ta có $\begin{cases} CD \perp CB \\ CD \perp BB' \end{cases} \Rightarrow CD \perp (CBB') \Rightarrow CD \perp CB'$. Do đó DB' là

đường kính đường tròn đáy, nên $B'D = 2R$.

Ta có $CB' = \sqrt{BC^2 - BB'^2} = \sqrt{a^2 - R^2}$.

Mặt khác $CB' = \sqrt{DB'^2 - DC^2} = \sqrt{4R^2 - a^2}$. Do đó

$$a^2 - R^2 = 4R^2 - a^2 \Leftrightarrow R = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1004. Một hãng được phẩm cần một số lọ đựng thuốc dạng hình trụ với dung tích $16\pi \text{ cm}^3$. Tính bán kính đáy R của lọ để tốn ít nguyên liệu sản xuất lọ nhất.

A. $R = 2 \text{ cm}$.

B. $R = 1,6 \text{ cm}$.

C. $R = \pi \text{ cm}$.

D. $R = \frac{16}{\pi} \text{ cm}$.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của trụ.

Theo giả thiết ta có thể tích của trụ là $V = \pi R^2 h = 16\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Suy ra $h = \frac{16}{R^2}$.

Diện tích toàn phần của trụ là $S = 2\pi R^2 + 2\pi R h = 2\pi R^2 + \frac{32\pi}{R}$. Để tốn ít nguyên liệu nhất thì S phải nhỏ nhất.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số dương ta có

$$S = 2\pi \left(R^2 + \frac{4}{R} + \frac{4}{R} \right) \geq 4\pi \sqrt[3]{2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $R^2 = \frac{4}{R} \Leftrightarrow R = 2$.

Vậy để ít tốn nguyên liệu nhất khi $R = 2 \text{ cm}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1005. Trong đời sống hàng ngày, ta thường gặp rất nhiều hộp hình trụ như: hộp sữa, lon nước ngọt, ... Cần làm những hộp đó có nắp như thế nào để tiết kiệm được nguyên liệu mà thể tích chứa lại lớn nhất.

A. Hộp hình trụ có đường cao bằng bán kính đáy.

B. Hộp hình trụ có đường cao bằng một nửa bán kính đáy.

C. Hộp hình trụ có đường cao bằng đường kính đáy.

D. Hộp hình trụ có đường cao bằng hai lần đường kính đáy.

Lời giải.

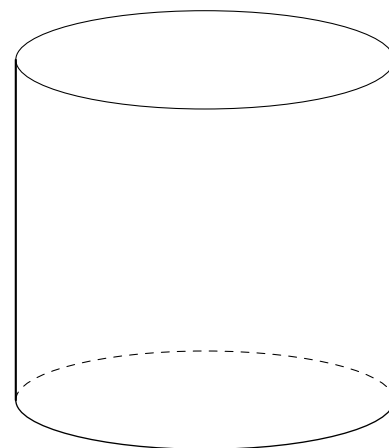
Gọi r là bán kính đáy và h là chiều cao của hộp.

Diện tích vật liệu tạo nên hộp là $S = 2\pi r h + 2\pi r^2$ (1).

Thể tích hộp là $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2}$ (2). Thay (2) vào (1) ta được

$$S = 2\pi r \cdot \frac{V}{\pi r^2} + 2\pi r^2 = \frac{2V}{r} + 2\pi r^2.$$

Coi V không đổi, ta cần tìm r sao cho S là nhỏ nhất.



Ta có $S' = -\frac{2V}{r^2} + 4\pi r = \frac{-2V + 4\pi r^3}{r^2}$. Cho $S' = 0 \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{2V}{4\pi}} = r_0$.

Bảng biến thiên

r	0	r_0	$+\infty$
S'	—	0	+
S			

Vậy giá trị nhỏ nhất của S đạt được tại $r = \sqrt[3]{\frac{2V}{4\pi}}$. Thay $V = \pi r^2 h$ ta được $r = \sqrt[3]{\frac{2\pi r^2 h}{4\pi}} \Rightarrow h = 2r$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1006. Cho tam giác OAB vuông tại O , có góc $A = 30^\circ$, $AB = a$. Quay tam giác OAB xung quanh AO ta được một hình nón có diện tích xung quanh bằng

A. $\frac{\pi a^2}{4}$.

B. $2\pi a^2$.

C. πa^2 .

D. $\frac{\pi a^2}{2}$.

Lời giải.

$OB = AB \sin A = \frac{a}{2}$. Hình nón có bán kính $R = \frac{a}{2}$, $l = a$. Do đó, diện tích xung quanh $S = \pi Rl = \frac{\pi a^2}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1007. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

A. $S_{xq} = 2\pi\sqrt{2}$.

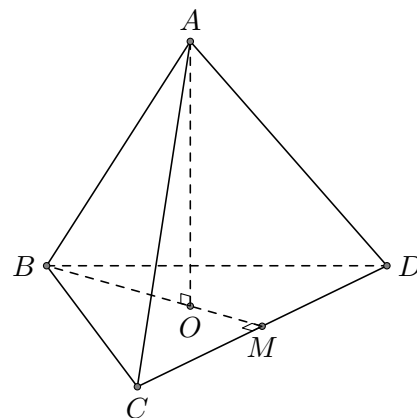
B. $S_{xq} = \pi\sqrt{2}$.

C. $S_{xq} = 2\pi(\sqrt{2} + 1)$.

D. $S_{xq} = \pi(\sqrt{2} + 2)$.

Lời giải.

- $\triangle BCD$ đều nên $R = \frac{\sqrt{3}}{2 \sin 60^\circ} = 1$.
- Chiều cao $h = AO = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{3 - 1} = \sqrt{2}$.
- $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 1 \cdot \sqrt{2} = 2\pi\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1008. Cho khối trụ (T) , AB và CD lần lượt là hai đường kính trên mặt đáy của (T) . Biết góc giữa AB và CD là 30° , $AB = 6$ và thể tích khối $ABCD$ là 30. Khi đó thể tích khối trụ (T) là

A. $90\pi \text{ cm}^3$.

B. $30\pi \text{ cm}^3$.

C. $45\pi \text{ cm}^3$.

D. $\frac{90\pi\sqrt{3}}{270} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Ta cần chứng minh công thức sau đối với tứ diện $ABCD$ bất kì.

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot d(AB, CD) \cdot \sin(AB, CD).$$

Dựng hình bình hành $BCDE$.

$$V_{ABCD} = V_{ABDE} = \frac{1}{3} S_{ABE} \cdot d(D, (ABE)).$$

$$S_{ABE} = \frac{1}{2} AB \cdot BE \cdot \sin(AB, BE) = \frac{1}{2} AB \cdot CD \cdot \sin(AB, CD)$$

Mặt khác $d(D, (ABE)) = d(AB, CD)$.

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot d(AB, CD) \cdot \sin(AB, CD).$$

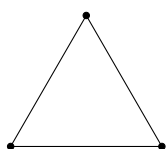
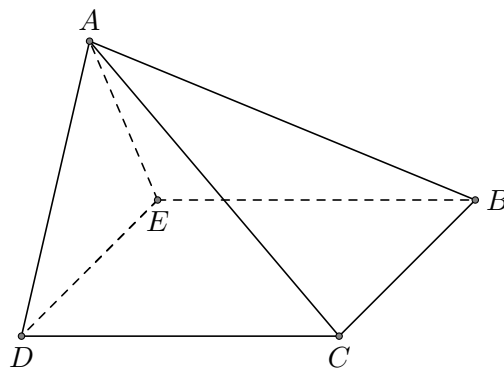
$$\text{Ta có } V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot d(AB, CD) \cdot \sin(AB, CD) = \frac{1}{6} 2R \cdot R \cdot h \cdot \sin 30^\circ.$$

Theo giả thiết ta có $V_{ABCD} = 30 \Rightarrow h = 10$.

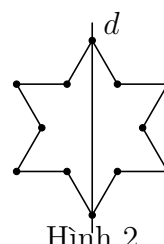
$$\text{Vậy } V_{\text{trụ}} = B \cdot h = 90\pi \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **A**

□



Câu 1009. Hình 1



Hình 2

Ban đầu ta có một tam giác đều cạnh bằng 3 (hình 1). Tiếp đó ta chia mỗi cạnh của tam giác thành 3 đoạn bằng nhau và thay mỗi đoạn ở giữa bởi hai đoạn thẳng bằng nó sao cho chúng tạo với đoạn bỏ đi một tam giác đều về phía ngoài của tam giác ban đầu (ta được hình 2). Khi quay hình 2 xung quanh trục d ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay đó.

A. $V = \frac{5\pi\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \frac{5\pi\sqrt{3}}{2}$.

C. $V = \frac{5\pi\sqrt{3}}{6}$.

D. $V = \frac{9\pi\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } AE = FB = \frac{\sqrt{3}}{2}; EF = 2; AE = \sqrt{3}; ED = CF = \frac{3}{2}; AF = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

Khi quay tam giác AFC quanh d ta được khối nón có thể tích là

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

Khi quay tam giác AKG quanh d ta được khối nón có thể tích là

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1^2 \cdot \sqrt{3}.$$

Khi quay tam giác AEI quanh d ta được khối nón có thể tích là

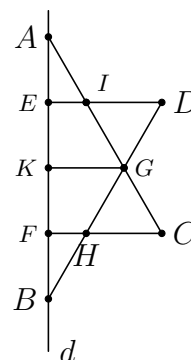
$$V_3 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Thể tích khối tròn xoay khi quay hình 2 xung quanh trục d là

$$V = 2(V_1 - V_2) + 2V_3 = \frac{5\pi\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□



Câu 1010. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Giá trị tan

của góc giữa một đường sinh và mặt đáy của nón là

A. $\frac{1}{3}$.

B. 8.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $2\sqrt{2}$.

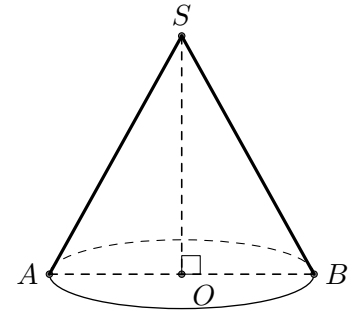
Lời giải.

$$\text{Độ dài đường sinh là } S_{xq} = \pi r l \Rightarrow SA = l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{3\pi a^2}{\pi a} = 3a.$$

$$\triangle SOA \text{ vuông tại } O \text{ có } SA^2 = SO^2 + AO^2 \Rightarrow SO = 2a\sqrt{2}.$$

Giá trị tan của góc giữa một đường sinh và một đáy của nón là

$$\tan \widehat{SAB} = \frac{SO}{AO} = \frac{2a\sqrt{2}}{a} = 2\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1011. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , diện tích mỗi mặt bên bằng $2a^2$. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{\sqrt{7}}{4}\pi a^3$.

B. $\frac{3\sqrt{7}}{4}\pi a^3$.

C. $\frac{\sqrt{7}}{6}\pi a^3$.

D. $\frac{\sqrt{7}}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của AB .

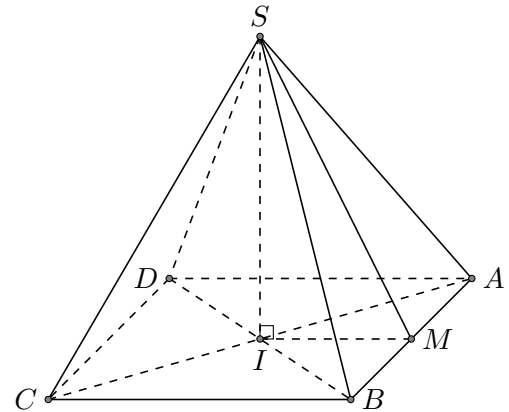
Diện tích tam giác SAB bằng $2a^2$ nên ta có

$$\frac{1}{2}AB \cdot SM = 2a^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot SM = 2a^2 \Leftrightarrow SM = 4a.$$

Trong tam giác SIM vuông tại I có

$$SI = \sqrt{SM^2 - IM^2} = \sqrt{16a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{63}}{2}.$$

$$\text{Bán kính đáy của khối nón là } IA = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



$$\text{Thể tích của khối nón } V = \frac{1}{3}(\pi R^2) \cdot SI = \frac{1}{3} \left(\pi \cdot \frac{a^2}{2} \right) \cdot \frac{a\sqrt{63}}{2} = \frac{\sqrt{7}}{4}\pi a^3.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1012. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng $2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến (P) .

A. a .

B. $\frac{a\sqrt{2}}{a}$.

C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

Gọi E là trung điểm AB . $\triangle OAB$ cân tại O nên $OE \perp AB$.

Trong (SOE) dựng $OH \perp SE$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp OE \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOE)$$

Mà $OH \subset (SOE) \Rightarrow AB \perp OH$.

$$\begin{cases} OH \perp SE \\ OH \perp AB \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow d(O, (SAB)) = OH.$$

Xét $\triangle OEB$ vuông tại E

$$OE = \sqrt{OB^2 - BE^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{3})^2} = a.$$

Xét $\triangle SOE$ vuông tại O

$$\begin{aligned} \frac{1}{OH^2} &= \frac{1}{OE^2} + \frac{1}{OS^2} \\ &= \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{4a^2} \\ \Rightarrow OH &= \frac{2a}{\sqrt{5}}. \end{aligned}$$

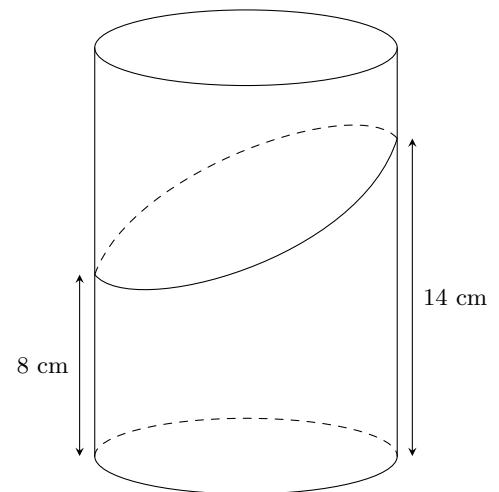
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1013.

Cắt một khối trụ cao 18 cm bởi một mặt phẳng, ta được khối hình dưới đây. Biết rằng thiết diện là một elip, khoảng cách từ điểm thuộc thiết diện gần đáy nhất và điểm thuộc thiết diện xa mặt đáy nhất lần lượt là 8 cm và 14 cm. Tính tỉ số thể tích của hai khối được chia ra (khối nhỏ chia khối lớn).

A. $\frac{2}{11}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{11}$. D. $\frac{7}{11}$.



Lời giải.

Thể tích khối trụ là $V = 18\pi R^2$, với R là bán kính khối trụ.

Thể tích khối bên dưới là $V_1 = \frac{\pi R^2(8+14)}{2} = 11\pi R^2$.

Thể tích khối bên trên là $V_2 = V - V_1 = 7\pi R^2$.

Vậy tỉ số thể tích cần tìm là $\frac{V_2}{V_1} = \frac{7\pi R^2}{11\pi R^2} = \frac{7}{11}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1014. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a .

a. Thể tích của khối trụ đó là

A. $\frac{\pi a^3}{12}$. B. $\frac{\pi a^3}{6}$. C. $\frac{\pi a^3}{2}$. D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Lời giải.

Thể tích khối trụ là $V = B \cdot h = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{4}$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1015. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB = 4a$, $AC = 5a$. Thể tích của khối trụ là?

A. $4\pi a^3$.

B. $16\pi a^3$.

C. $12\pi a^3$.

D. $8\pi a^3$.

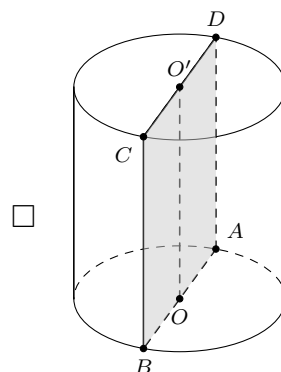
Lời giải.

$$r = \frac{AB}{2} = 2a.$$

$$l = h = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 3a.$$

$$V = \pi r^2 h = \pi (2a)^2 3a = 12\pi a^3.$$

Chọn đáp án **(C)**



Câu 1016. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} hình nón có đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ và đỉnh là tâm hình vuông $A'B'C'D'$.

A. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{5}\pi}{4}$.

B. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{5}\pi}{2}$.

C. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

D. $S_{xq} = 8\sqrt{5}\pi$.

Lời giải.

Gọi O, I lần lượt là tâm hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

Đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ có bán kính $R = \frac{3}{2}$.

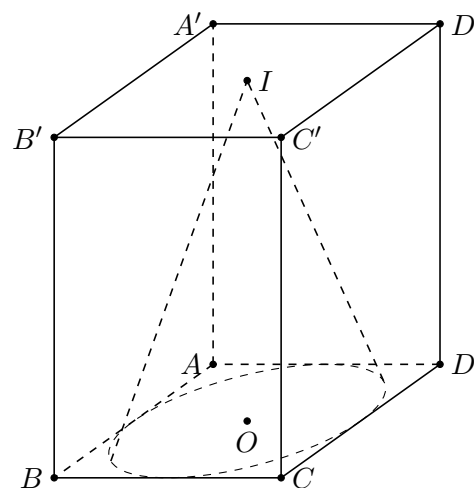
Theo đề bài thì đường cao hình nón có độ dài bằng $IO =$

3. Khi đó đường sinh hình nón là $l = \sqrt{IO^2 + R^2} =$

$$\sqrt{9 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}.$$

Vậy diện tích xung quanh hình nón là $S = \pi \cdot R \cdot l$ hay

$$S_{xq} = \frac{9\sqrt{5}\pi}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1017. Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác cân có cạnh huyền bằng a . Cho dây cung BC của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng chứa đáy hình nón một góc 60° . Khi đó diện tích tam giác SBC bằng

A. $S_{\triangle SBC} = \frac{a^2\sqrt{2}}{18}$.

B. $S_{\triangle SBC} = \frac{a^2\sqrt{2}}{6}$.

C. $S_{\triangle SBC} = \frac{a^2\sqrt{2}}{8}$.

D. $S_{\triangle SBC} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

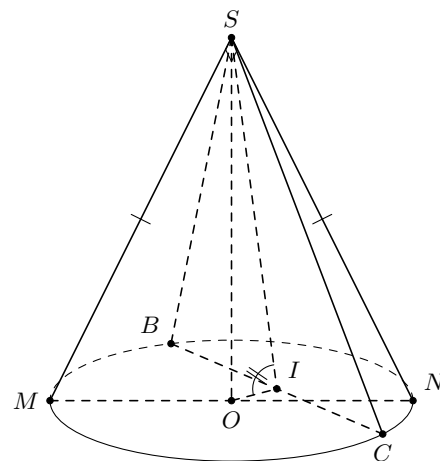
Lời giải.

Từ giả thiết ta có tam giác SMN vuông cân, từ đó suy ra $R = MO = \frac{a}{2}, h = SO = \frac{a}{2}, l = SM = SB = SC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Gọi I là trung điểm BC , ta có $\begin{cases} SI \perp BC \\ OI \perp BC \end{cases}$, vậy $\widehat{SIO} = 60^\circ$ là góc giữa (SBC) và đáy.

Ta có : $SI = \frac{SO}{\sin 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{3}, BC = 2\sqrt{SB^2 - SI^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $S_{\triangle SBC} = \frac{1}{2}SI \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^2\sqrt{2}}{6}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1018. Một hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Một hình vuông $ABCD$ có AB, CD lần lượt là hai dây cung của hai đường tròn đáy và mặt phẳng $(ABCD)$ không vuông góc với đáy. Diện tích hình vuông đó bằng

A. $\frac{5a^2}{2}$.

B. $\frac{5a^2}{4}$.

C. $\frac{5a^2\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{5a^2}{8}$.

Lời giải.

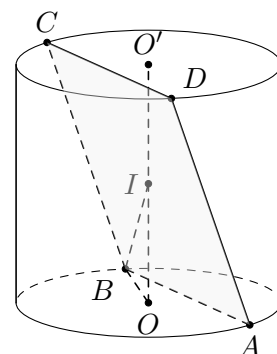
Gọi I là trung điểm của OO' . Vì $ABCD$ là hình vuông nên I cũng là giao điểm của AC và BD .

Xét tam giác IBO vuông tại O , ta có

$$IB = \sqrt{OI^2 + OB^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Suy ra $DB = 2IB = a\sqrt{5}$. Do đó $AB = \frac{DB}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$.

Vậy diện tích hình vuông $ABCD$ là $S = AB^2 = \frac{5a^2}{2}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1019. Một hình nón có đường sinh bằng a và góc ở đỉnh bằng 90° . Cắt hình nón bằng mặt phẳng (P) đi qua đỉnh sao cho góc giữa (P) và mặt đáy hình nón bằng 60° . Khi đó diện tích thiết diện là

A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (P) cắt mặt phẳng đáy tại hai điểm A, B . Khi đó thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng (P) là tam giác cân SAB .

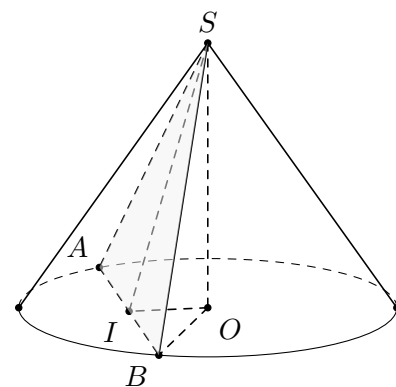
Vì hình nón có góc ở đỉnh bằng 90° nên $\widehat{BSO} = 45^\circ$.

Do đó tam giác SBO vuông cân tại O , suy ra

$$SO = OB = \frac{SB}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Gọi I là trung điểm AB . Khi đó $OI \perp AB$ và do đó góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng đáy là góc $\widehat{SIO}$.

Xét tam giác SIO vuông tại O , ta có $OI = \frac{SO}{\tan 60^\circ} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$ và $SI = \frac{SO}{\sin 60^\circ} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.



$$\text{Suy ra } AB = 2IB = 2\sqrt{OB^2 - OI^2} = 2\sqrt{\frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{6}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy diện tích thiết diện là } S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2}AB \cdot SI = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

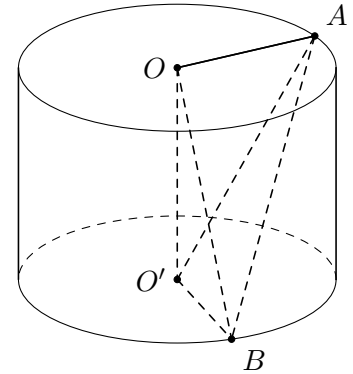
Câu 1020. Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là (O, R) , (O', R) và đường cao bằng $R\sqrt{2}$. Lấy điểm A trên (O, R) và A' trên (O', R) sao cho OA vuông góc với $O'B$. Tính thể tích tứ diện $OABO'$.

- A. $\sqrt{2}R^3$. B. $\frac{\sqrt{2}R^3}{6}$. C. $\frac{R^3}{3}$. D. $\frac{R^3}{6}$.

Lời giải.

Thể tích tứ diện $OABO'$ là

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} \cdot OA \cdot O'B \cdot (OA, O'B) \cdot \sin(OA, O'B) &= \frac{1}{6} \cdot R^2 \cdot OO' \cdot \sin 90^\circ \\ &= \frac{1}{6} \cdot R^2 \cdot R\sqrt{2} \cdot 1 \\ &= \frac{\sqrt{2}R^3}{6}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(B)** □

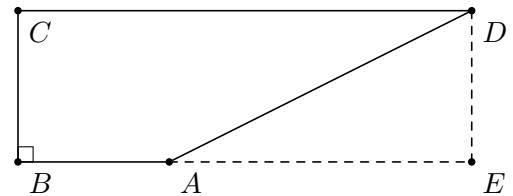
Câu 1021. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại B và C . Biết $AB = BC = a$, $CD = 3a$. Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình thang quanh đường thẳng AB .

- A. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{7\pi a^3}{3}$. C. $V = \frac{8\pi a^3}{3}$. D. $V = 2\pi a^3$.

Lời giải.

Gọi E là điểm sao cho tứ giác $BCDE$ là hình chữ nhật.

Khi quay hình chữ nhật $BCDE$ quanh cạnh BE , khối tròn xoay tạo thành có thể tích là



$$\begin{aligned} V_1 &= \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi \cdot a^2 \cdot 3a \\ &= 3a^3\pi. \end{aligned}$$

Khi quay tam giác ADE quanh cạnh AE , khối tròn xoay tạo thành có thể tích là

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot a^2 \cdot 2a \\ &= \frac{2}{3}a^3\pi. \end{aligned}$$

Suy ra

$$V = V_1 - V_2 = 3a^3\pi - \frac{2}{3}a^3\pi = \frac{7}{3}a^3\pi.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1022. Thiết diện qua trục của một hình nón đỉnh S là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Kẻ dây cung AB của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SAB) tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc 60° . Diện tích tam giác SAB tính theo a là

- A. $S_{SAB} = \frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. B. $S_{SAB} = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}$. C. $S_{SAB} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. D. $S_{SAB} = \frac{a^2\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

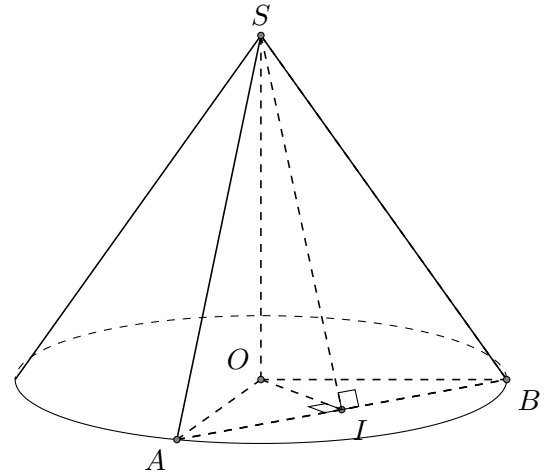
Theo giả thiết ta có $SO = OB = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Gọi I là trung điểm AB . Khi đó $OI \perp AB$ và $SI \perp AB$, suy ra góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng chứa đáy là góc $\widehat{SIO}$. Vậy $\widehat{SIO} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } OI = \frac{SO}{\tan \widehat{SIO}} \Rightarrow SI = 2OI = 2 \cdot \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$AB = 2AI = 2\sqrt{OA^2 - OI^2} = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } S_{SAB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot SI = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1023. Cắt hình nón đỉnh I bởi một mặt phẳng đi qua trục hình nón ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$; BC là dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (IBC) tạo với mặt phẳng chứa đáy hình nón một góc 60° . Tính theo a diện tích S của tam giác IBC .

A. $S = \frac{\sqrt{2}a^2}{3}$.

B. $S = \frac{2a^2}{3}$.

C. $S = \frac{a^2}{3}$.

D. $S = \frac{\sqrt{2}a^2}{6}$.

Lời giải.

Kẻ đường kính BA , từ giả thiết suy ra $\triangle IAB$ vuông cân tại I .

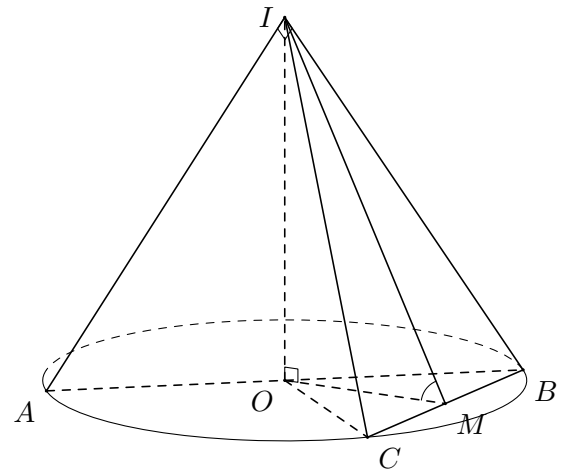
Gọi M là trung điểm BC , từ giả thiết suy ra $\widehat{IMO} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } OI = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$OM = OI \cdot \cot 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$BC = 2CM = 2\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{6}}{6}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}.$$

$$\begin{aligned} S_{OBC} &= S \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow S = \frac{S_{OBC}}{\cos 60^\circ} = \frac{1}{2} \cdot OM \cdot BC \cdot 2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} \cdot \frac{2\sqrt{3}a}{3} \cdot 2 = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1024. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 4\sqrt{6}\pi$.

B. $V = \frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$.

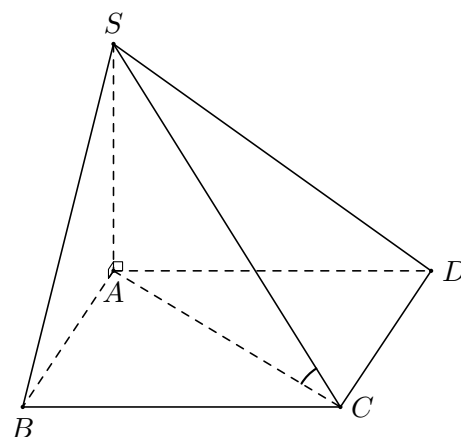
C. $V = 2\sqrt{6}\pi$.

D. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\widehat{SCA} = 60^\circ$ và $\triangle SAC$ vuông tại A nên chiều cao của hình chóp $S.ABCD$ bằng $SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{6}$.
Đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2 nên có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $R = \sqrt{2}$ nên diện tích đáy của đường tròn ngoại tiếp là 2π .

Từ đó ta có thể tích của khối trụ cần tìm là $V = 2\sqrt{6} \cdot 2\pi = 4\sqrt{6}\pi$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1025. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 8. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

A. $S_{xq} = 4\pi$.

B. $S_{xq} = 8\pi$.

C. $S_{xq} = 16\pi$.

D. $S_{xq} = 12\pi$.

Lời giải.

Gọi O là trọng tâm của tam giác BCD .

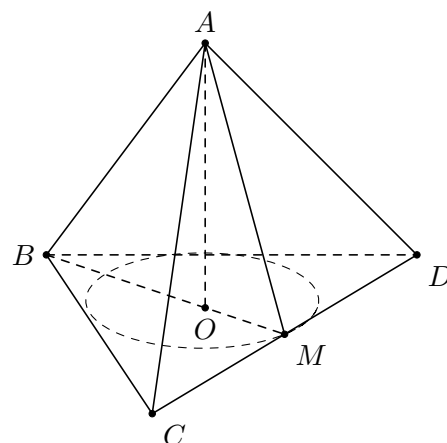
Gọi M trung điểm của CD .

Hình nón tạo thành có:

Bán kính đáy là $r = OM = \frac{1}{3}BM = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot 8 = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Độ dài đường sinh là $l = AM = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 8 = 4\sqrt{3}$.

$S_{xq} = \pi rl = 16\pi$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1026.

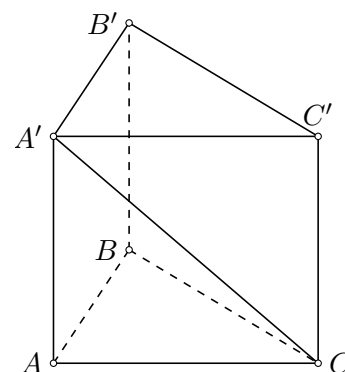
Cho một lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và đỉnh là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{333}}{36}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{333}}{6}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{111}}{6}$.

D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{111}}{36}$.



Lời giải.

Gọi I, I' lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác ABC và $A'B'C'$.

Do tam giác $A'B'C'$ đều nên I' cũng là trọng tâm tam giác $A'B'C'$.

Gọi D là hình chiếu vuông góc của I lên BC . Khi đó:

Hình nón cần tìm S_{xq} có đỉnh là I' , đường cao là $h = II'$, bán kính đáy

$r = ID$ và đường sinh $l = I'D$.

Do tam giác ABC đều nên $BD = \frac{a}{2}$ và $\widehat{IBD} = 30^\circ$,

do đó $r = BD \tan IBD = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Ta có: $A'A \perp (ABC)$ nên góc giữa $A'C$ và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{A'CA}$ hay $\widehat{A'CA} = 60^\circ$

$\Rightarrow h = II' = AA' = AC \tan 60 = a\sqrt{3} \Rightarrow l = \sqrt{r^2 + h^2} = \frac{a\sqrt{111}}{6}$.

Khi đó: $S_{xq} = \pi r l = \frac{\pi a^2 \sqrt{37}}{12} = \frac{\pi a^2 \sqrt{333}}{36}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1027. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $A'C = 3$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình lập phương.

A. $S_{xq} = 5\sqrt{2}\pi$.

B. $S_{xq} = 2\sqrt{3}\pi$.

C. $S_{xq} = 3\sqrt{2}\pi$.

D. $S_{xq} = \sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $A'C = \sqrt{AA'^2 + AB^2 + AD^2} = AB\sqrt{3} \Rightarrow 3 = AB\sqrt{3}$

$\Rightarrow AB = \sqrt{3}$.

Hình trụ có độ dài đường sinh là $l = AA' = AB = \sqrt{3}$, bán kính đáy

là $r = OA = \frac{AC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi r l = 3\sqrt{2}\pi$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1028. Để chào mừng 20 năm thành lập thành phố A, Ban tổ chức quyết định trang trí cho cổng chào có hai cột hình trụ. Các kĩ thuật viên đưa ra phương án quấn xoắn từ chân cột lên đỉnh cột đúng 20 vòng đèn Led cho mỗi cột. Biết bán kính trụ cổng là 30cm và chiều cao cổng là 5π (m). Tính chiều dài dây đèn Led tối thiểu để trang trí hai cột trụ cổng.

A. 24π (m).

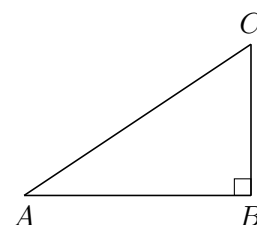
B. 20π (m).

C. 30π (m).

D. 26π (m).

Lời giải.

Để tính độ dài sợi dây, ta tính độ dài của một vòng dây quanh trụ. Khi trải vòng dây ra, độ dài vòng dây chính là độ dài cạnh huyền của tam giác vuông ABC như hình bên.

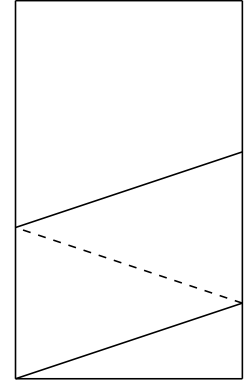


Trong đó độ dài AB bằng chu vi mặt đáy của cột, độ dài BC bằng $\frac{1}{20}$ chiều cao của cột.

Ta có $AB = 2\pi \cdot 0,3 = 0,6\pi(\text{m})$ và $BC = \frac{5\pi}{20} = \frac{\pi}{4}(\text{m})$.

Do đó $AC = \sqrt{(0,6\pi)^2 + \left(\frac{\pi}{4}\right)^2} = \frac{13\pi}{20}(\text{m})$.

Vậy độ dài sợi dây dùng để trang hai cột trụ cổng là $2 \cdot 20 \cdot \frac{13\pi}{20} = 26\pi(\text{m})$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1029. Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O . Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác có một góc bằng 120° , thiết diện qua đỉnh S cắt mặt phẳng đáy theo dây cung $AB = 4a$ và là một tam giác vuông. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. $\pi\sqrt{3}a^2$. B. $\pi 8\sqrt{3}a^2$. C. $\pi 2\sqrt{3}a^2$. D. $\pi 4\sqrt{3}a^2$.

Lời giải.

Tam giác SAB vuông cân tại S có $AB = 4a$

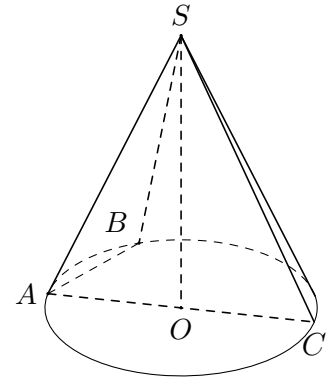
Suy ra $SA = SB = 2a\sqrt{2}$.

Tam giác SAC cân tại S có $\widehat{ASC} = 120^\circ$

$\Rightarrow \widehat{SAC} = \widehat{SCA} = 30^\circ$.

$\Rightarrow AO = SA \cdot \cos \widehat{SAO} = a\sqrt{6}$.

Suy ra $S_{xq} = \pi Rl = 4\pi a^2\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1030. Cho tam giác ABC vuông tại A , AH vuông góc với BC tại H , $HB = 3,6$ cm, $HC = 6,4$ cm. Quay miền tam giác ABC quanh đường thẳng AH ta thu được khối nón có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = 205,89 \text{ cm}^3$. B. $V = 65,54 \text{ cm}^3$. C. $V = 617,66 \text{ cm}^3$. D. $V = 65,14 \text{ cm}^3$.

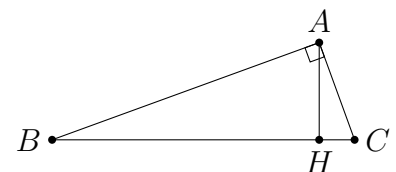
Lời giải.

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC ta có $AH^2 = BH \cdot$

$CH = 23,04$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AH ta được khối

nón có bán kính đáy là $HC = 6,4$ cm và chiều cao $AH = \sqrt{23,04}$.

Do đó $V = \frac{1}{3}\pi HC^2 \cdot AH \approx 205,89 \text{ cm}^3$.



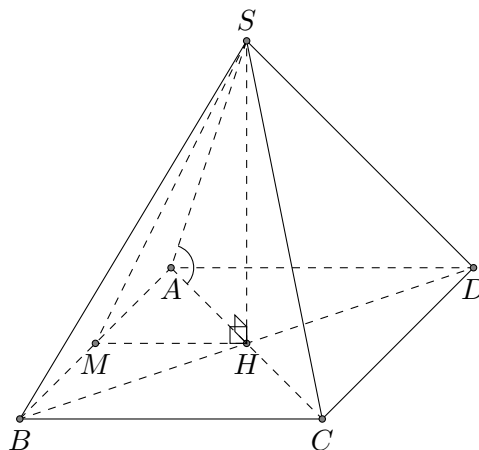
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1031. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy góc 60° . Hình nón có đỉnh S , đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ có diện tích xung quanh là

- A. $S = \frac{3}{2}\pi a^2$. B. $S = \pi a^2$. C. $S = \frac{\pi a^2(\sqrt{7} + 1)}{4}$. D. $S = \frac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$.

Lời giải.



Gọi H là tâm hình vuông $ABCD$, khi đó $SH \perp (ABCD)$. Từ đó ta có góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy $(ABCD)$ bằng góc $\widehat{SAH} \Rightarrow \widehat{SAH} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } AH = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, SH = AH \tan SAH = \frac{a\sqrt{2}}{2} \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm } AB \text{ thì } SM = \sqrt{SH^2 + HM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$

Hình nón có đỉnh S , đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ có:

- Bán kính đáy $r = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.
- Độ dài đường sinh $l = SM = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

$$\text{Vậy, diện tích xung quanh của hình nón đó là } S = \pi r l = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{7}}{2} = \frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{4}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1032. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh bằng a , $\widehat{BAD} = 120^\circ$, chiều cao lăng trụ bằng $2a$. Gọi (T) là hình trụ có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp hai đáy của hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$. Tính thể tích khối trụ (T) .

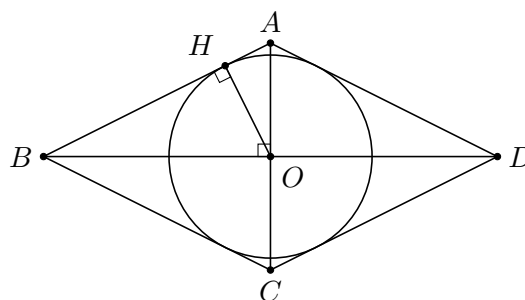
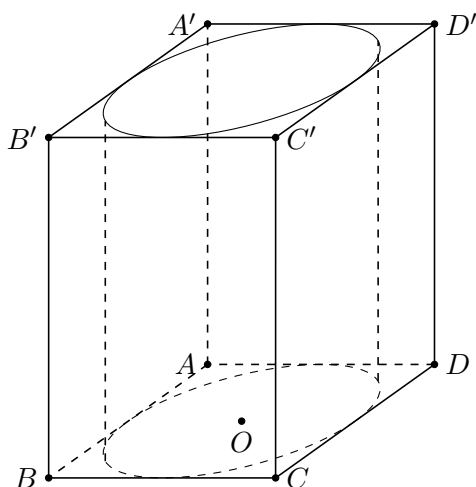
A. $\frac{3\pi a^3}{2}$.

B. $\frac{\pi a^3}{2}$.

C. $\frac{\pi a^3}{8}$.

D. $\frac{3\pi a^3}{8}$.

Lời giải.



Gọi $O = AC \cap BD$, kẻ $OH \perp AB, H \in AB$.

$$\text{Xét } \triangle OAB \text{ vuông tại } O \text{ có } OA = \frac{a}{2}, OB = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AB = a.$$

$$\text{Suy ra } OH = \frac{OA \cdot OB}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Khối trụ (T) có bán kính đáy $R = OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$, chiều cao $h = 2a$ nên có thể tích

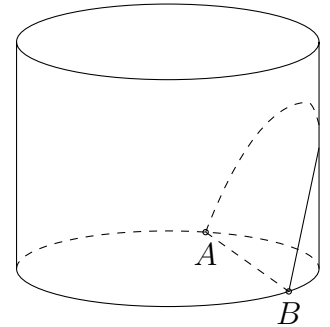
$$V = \pi R^2 h = \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2 \cdot 2a = \frac{3\pi a^3}{8}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1033.

Cho khối trụ có bán kính đáy bằng 4 cm và chiều cao bằng 5 cm. Gọi AB là một dây cung của đáy dưới sao cho $AB = 4\sqrt{3}$ cm. Người ta dựng mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và tạo với mặt phẳng đáy của hình trụ một góc 60° như hình vẽ. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) .



- A. $\frac{4(4\pi - 3\sqrt{3})}{3}$. B. $\frac{8(4\pi - 3\sqrt{3})}{3}$.
C. $\frac{8(4\pi - \sqrt{3})}{3}$. D. $\frac{4(4\pi - \sqrt{3})}{3}$.

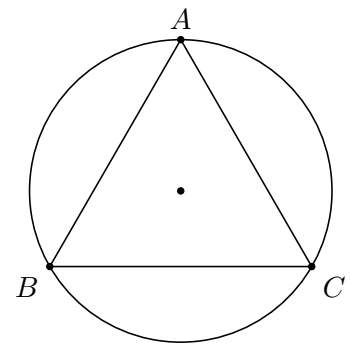
Lời giải.

Diện tích viên phân nhỏ (dây cung AB) là

$$S_1 = \frac{S_{(O)} - S_{ABC}}{3} = \frac{\pi R^2 - \frac{(R\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4}}{3} = \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) R^2.$$

Diện tích hình cần tìm là

$$S = \frac{S_1}{\cos 60^\circ} = \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) R^2 = \frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{6} \cdot 4^2 = \frac{8(4\pi - 3\sqrt{3})}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1034. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa AC' và $(BCC'B')$ bằng 30° . Tính thể tích V của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{36}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{72}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{108}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC , ta có $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp BB' \end{cases}$

$\Rightarrow AH \perp (BCC'B') \Rightarrow HC'$ là hình chiếu của của AC' trên mặt phẳng $(BCC'B')$.

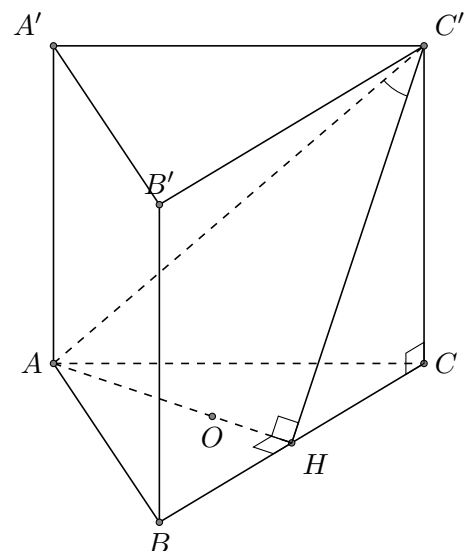
$\Rightarrow \widehat{AC'H} = (\widehat{AC', HC'}) = (\widehat{AC', (BCC'B')}) = 30^\circ$.

Tam giác AHC' vuông tại H có $\widehat{AC'H} = 30^\circ$ nên

$$HC' = \frac{AH}{\tan 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}.$$

Tam giác HCC' vuông tại C nên $C'C^2 = C'H^2 - HC^2 = \frac{9a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = 2a^2 \Rightarrow CC' = a\sqrt{2}$.

Gọi O là tâm của tam giác đều, ta có $OH = \frac{1}{3}AH = \frac{a\sqrt{2}}{6}$.



Vậy thể tích V của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{6} \right)^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}.$$

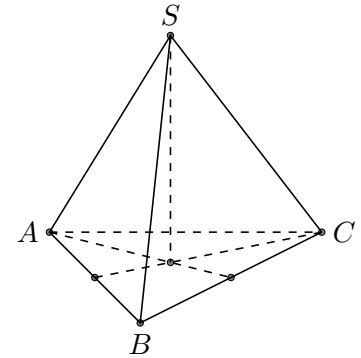
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1035.

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh AB bằng a , góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}$. B. $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{6}$.



Lời giải.

Ta có: $(SAB) \cap (ABC) = AB$.

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow \begin{cases} GI \perp AB \\ SI \perp AB \end{cases}$

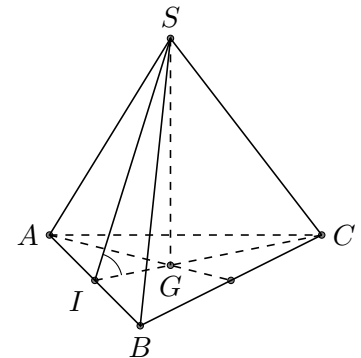
$\Rightarrow ((SAB), (ABC)) = (GI, SI) = \widehat{SIG} = 60^\circ$.

$\tan \widehat{SIG} = \frac{SG}{IG} \Rightarrow SG = \tan 60^\circ \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a}{2}$.

$SA = \sqrt{SG^2 + AG^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Diện tích xung quanh hình nón là:

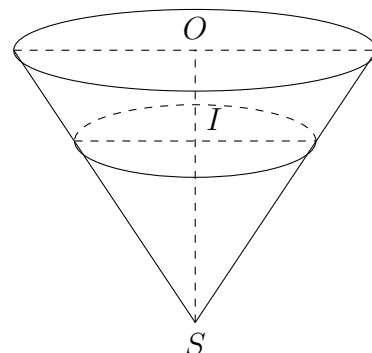
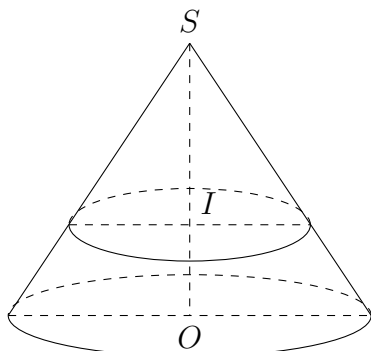
$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot AG \cdot SA = \pi \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{6} = \frac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1036. Cho cái phễu đựng nước hình nón có trục SO như hình vẽ. Cho trục SO thẳng đứng, từ nắp đỉnh S ta đổ một lượng nước vào phễu để nước dâng lên vị trí I trên trục SO và giả sử rằng khi ta lật ngược phễu lại nhưng vẫn giữ nguyên trục SO thẳng đứng thì mực nước vẫn ở vị trí ban đầu I của nó. Tính tỉ số $k = \frac{SI}{SO}$.



- A. $k = \frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $k = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. C. $k = \frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $k = \frac{1}{2}$.

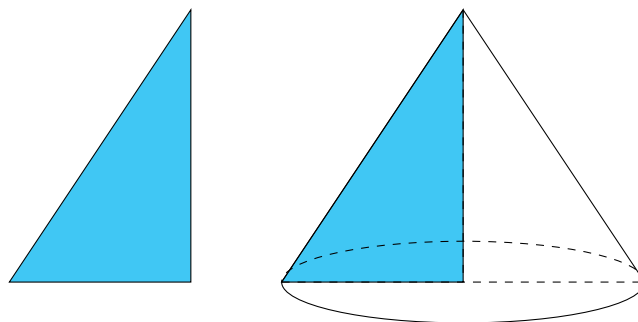
Lời giải.

Gọi V là thể tích của khối nón chiều cao SO , V' là thể tích của khối nón chiều cao SI . Thể tích của nước không đổi nên

$$\frac{V'}{V} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k^3 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1037. Gọi T là tập hợp các tấm bìa có hình dạng tam giác vuông có cạnh huyền không đổi bằng a . Lấy một tấm bìa tùy ý trong T chọn một cạnh bên làm trục rồi quay chung quanh tấm bìa đó với trục đã chọn tạo thành một hình nón (như hình vẽ bên dưới). Thể tích lớn nhất $V_{\max}$ theo a của hình nón tạo thành bằng



A. $\frac{2\pi\sqrt{3}a^3}{27}$.

B. $\frac{2\pi\sqrt{3}a^3}{9}$.

C. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{27}$.

D. $\frac{2\pi a^3}{9}$.

Lời giải.

Gọi chiều cao và bán kính của khối nón là h và r . Ta có $a^2 = h^2 + r^2$ và $V = \frac{1}{3}\pi hr^2 = \frac{1}{3}\pi h(a^2 - h^2)$.

$$V'(h) = \frac{\pi}{3}(a^2 - 3h^2), V'(h) = 0 \Leftrightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow V_{\max} = \frac{\pi a\sqrt{3}}{3} \left(a^2 - \frac{a^2}{3}\right) = \frac{2\pi\sqrt{3}a^3}{9}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1038. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và vuông góc với đáy ($ABCD$). Tính thể tích khối nón có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác SAB và đỉnh của khối nón nằm trên mặt phẳng (SDC).

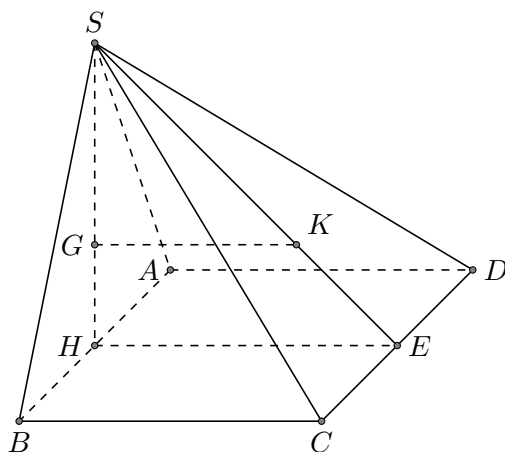
A. $V = \frac{2\pi a^3}{21}$.

B. $V = \frac{2\pi a^3}{27}$.

C. $V = \frac{\pi a^3}{21}$.

D. $V = \frac{2\pi a^3}{9}$.

Lời giải.



Dễ thấy tâm G của khối nón và đỉnh K của khối nón là trọng tâm các tam giác SAB , SCD và $GK = \frac{2a}{3}$. Thể tích của khối nón $V = \frac{1}{3}\pi SG^2 \cdot GK = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{a^2}{3} \cdot \frac{2a}{3} = \frac{2\pi a^3}{9}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1039. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4, một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai đáy của hình trụ theo hai dây cung song song MN , $M'N'$ thỏa mãn $MN = M'N' = 6$. Biết rằng tứ giác $MNN'M'$ có diện tích bằng 60. Tính chiều cao h của hình trụ.

A. $h = 4\sqrt{5}$.

B. $h = 6\sqrt{5}$.

C. $h = 4\sqrt{2}$.

D. $h = 6\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi I , J lần lượt là trung điểm OO' và $M'N'$.

Khi đó $M'N' \perp (O'IJ)$ suy ra $IJ \perp M'N'$ (1).

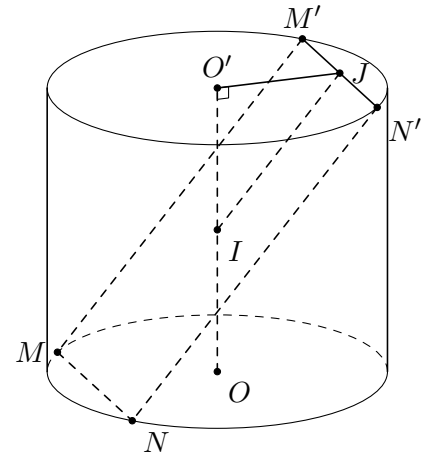
Mà I là tâm của hình bình hành $MNN'M'$ nên từ (1) suy ra $MNN'M'$ là hình chữ nhật.

Ta có $S_{MNN'M'} = 60 \Rightarrow MM' = 10$.

Xét $\triangle O'IJ$

$$O'I = \sqrt{IJ^2 - O'J^2} = \sqrt{5^2 - (4^2 - 3^2)} = 3\sqrt{2}.$$

Suy ra $OO' = h = 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1040. Trong tất cả các hình trụ có chung thể tích V , hình trụ có diện tích toàn phần nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. $S_{tp} = 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$.

B. $S_{tp} = \sqrt[3]{2\pi V^2}$.

C. $S_{tp} = 3\sqrt[3]{6\pi V^2}$.

D. $S_{tp} = 6\sqrt[3]{\pi V^2}$.

Lời giải.

Ta có $V = h \cdot \pi R^2 \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}$. Nên diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S_{tp} = 2\pi R^2 + h \cdot 2\pi R = 2\pi R^2 + \frac{2V}{R}.$$

Xét hàm S_{tp} ẩn R có

$$S'_{tp} = 4\pi R - \frac{2V}{R^2}, \quad S'_{tp} = 0 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{2V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}.$$

Lập bảng biến thiên ta suy ra được diện tích toàn phần lớn nhất đạt được khi $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$. Khi đó diện tích toàn phần bằng

$$S_{tp} = 2\pi \sqrt[3]{\frac{4V^2}{16\pi^2}} + 2V \sqrt[3]{\frac{4\pi}{2V}} = 3\sqrt[3]{2\pi V^2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1041.

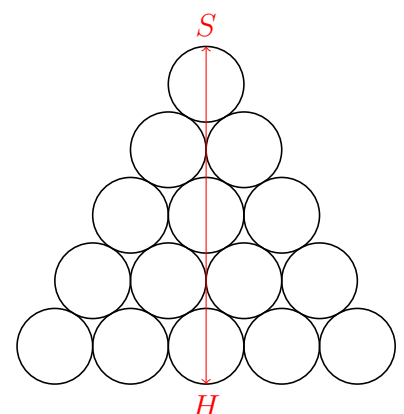
Ở một số nước nông nghiệp phát triển, sau khi thu hoạch lúa xong, rơm người ta cuộn thành những cuộn hình trụ rồi chất thành từng đống để chở về nhà. Mỗi đống rơm thường chất thành 5 chồng sao cho các cuộn rơm tiếp xúc ngoài với nhau. Giả sử đường kính của mỗi cuộn rơm là 1 m. Hãy tính chiều cao SH của đống rơm ở hình bên.

A. $SH = (2\sqrt{3} + 1)$ m.

B. $SH = 5$ m.

C. $SH = 2\sqrt{3}$ m.

D. $SH = 2,5$ m.



Lời giải.

Ta có tam giác có đỉnh là tâm ba đường tròn ở 3 đỉnh của đồng rơm là tam giác đều cạnh 4 m. Chiều cao của tam giác đó bằng $\frac{4 \cdot \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$. Do đó chiều cao của đồng rơm là $2\sqrt{3} + 1$ m.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1042. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng r và chiều cao h . Cắt khối trụ bằng một mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\frac{r\sqrt{2}}{2}$. Mặt phẳng (P) chia khối trụ làm hai phần. Gọi V_1 là phần chứa tâm của đường tròn đáy và V_2 là phần không chứa tâm của đường tròn đáy. Tính tỉ số của $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3\pi - 2}{3\pi + 2}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = 3 + \sqrt{2}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi - 2}{3\pi + 2}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3\pi + 2}{\pi - 2}$.

Lời giải.

Thể tích hình trụ $V = \pi r^2 h$.

Khi cắt khối trụ bằng mặt phẳng (P) song song với trục tạo thành hai khối có thể tích V_1, V_2 thì tỷ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$ bằng tỷ số diện tích của viên phân chứa điểm O và viên phân không chứa điểm O của đường tròn đáy.

Gọi I là trung điểm của AB khi đó $AB = 2\sqrt{r^2 - OI^2} = 2\sqrt{r^2 - \left(\frac{r\sqrt{2}}{2}\right)^2} = r\sqrt{2}$.

Suy ra $\triangle AOI$ vuông cân tại I , suy ra $\widehat{AOB} = 90^\circ$.

Diện tích quạt tròn AOB là $S_1 = \frac{\pi r^2}{4}$.

Diện tích tam giác $S_{OAB} = \frac{1}{2}OI \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{r\sqrt{2}}{2} \cdot r\sqrt{2} = \frac{r^2}{2}$.

Suy ra: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi r^2 - \left(\frac{\pi r^2}{4} - \frac{r^2}{2}\right)}{\frac{\pi r^2}{4} - \frac{r^2}{2}} = \frac{3\pi + 2}{\pi - 2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1043. Trong không gian, cho hai điểm phân biệt A, B và số thực dương k . Tập hợp các điểm M sao cho diện tích tam giác MAB bằng k là

A. một đường thẳng.

B. một mặt nón.

C. một mặt trụ.

D. một mặt cầu.

Lời giải.

Ta có $k = S_{\triangle MAB} = \frac{1}{2}d(M; AB) \cdot AB \Rightarrow d(M; AB) = \frac{2k}{AB}$ (không đổi).

Vậy tập hợp các điểm M là một mặt trụ có trục là AB .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1044. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính thể tích $V_{(N)}$ của khối nón có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

A. $V_{(N)} = \frac{16\sqrt{6}\pi}{27}$.

B. $V_{(N)} = \frac{8\sqrt{6}\pi}{9}$.

C. $V_{(N)} = \frac{16\sqrt{6}\pi}{9}$.

D. $V_{(N)} = \frac{16\sqrt{6}\pi}{81}$.

Lời giải.

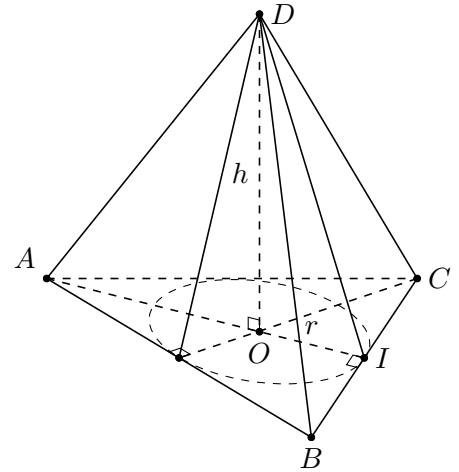
— Chiều cao của hình nón

$$h = \sqrt{AD^2 - AO^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{4\sqrt{6}}{3}.$$

— Bán kính khối nón $r = \frac{1}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{6}.$

— Thể tích khối nón

$$V_{(N)} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \pi \cdot r^2 = OI = \frac{1}{3} \cdot \frac{4\sqrt{6}}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{4\sqrt{3}}{6}\right)^2 = \frac{16\sqrt{6}\pi}{27}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1045. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính thể tích V của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

A. $V = \frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}.$

B. $V = \frac{15625\pi a^3}{384}.$

C. $V = 4\sqrt{3}\pi a^3.$

D. $V = \frac{32\pi a^3}{3}.$

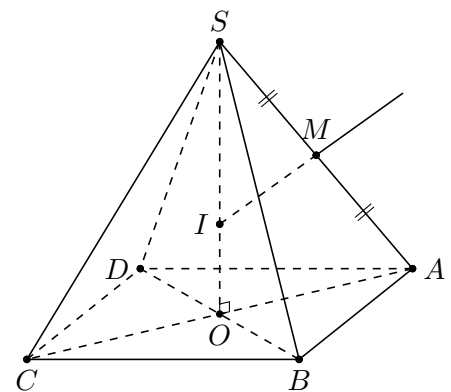
Lời giải.

— Ta có $OD = \frac{BD}{2} = \frac{3a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 3a \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OD^2} = \sqrt{25a^2 - 9a^2} = 4a.$

— Trong tam giác SAO kẻ đường thẳng trung trực của cạnh SA cắt SA tại M và cắt SO tại I . Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $R = SI$.

— Trong tam giác SAO vuông tại O ta có $\cos \widehat{OSA} = \frac{SO}{SA} = \frac{SM}{SI} \Rightarrow SI = \frac{SM \cdot SA}{SO} = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{25a^2}{8a} = \frac{25}{8}a.$

— Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{25}{8}a\right)^3 = \frac{15625\pi a^3}{384}.$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1046. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , diện tích mỗi mặt bên bằng a^2 . Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{8}.$

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{12}.$

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{18}.$

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{24}.$

Lời giải.

Đường tròn nội tiếp hình vuông có bán kính

$$R = \frac{AD}{2} = \frac{a}{2}. \text{ Do đó diện tích của hình tròn}$$

$$\text{này bằng } B = \pi R^2 = \frac{\pi a^2}{4}.$$

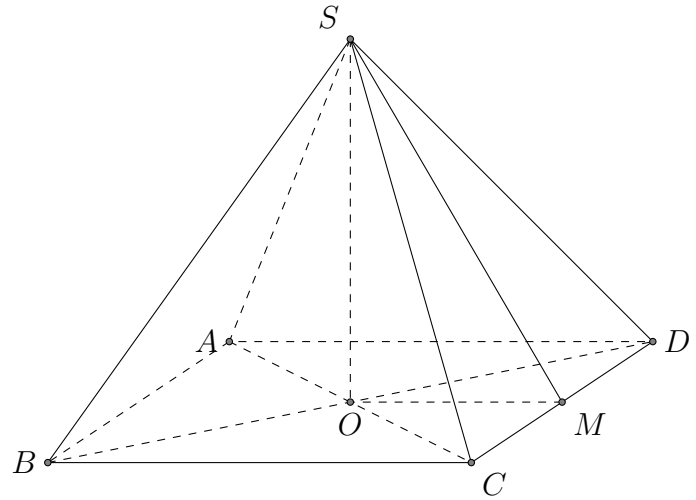
Gọi M là trung điểm của CD .

Theo giả thiết $S_{SCD} = a^2$, suy ra

$$\frac{1}{2} \cdot SM \cdot CD = a^2 \Rightarrow SM = 2a.$$

Tam giác SOM vuông tại O

$$SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$



$$\text{Vậy thể tích của khối nón cần tìm bằng } V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{24}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1047. Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O . Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác có một góc bằng 120° , thiết diện qua đỉnh S cắt mặt phẳng đáy theo dây cung $AB = 4a$ và là một tam giác vuông. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $\pi\sqrt{3}a^2$.

B. $8\pi\sqrt{3}a^2$.

C. $2\pi\sqrt{3}a^2$.

D. $4\pi\sqrt{3}a^2$.

Lời giải.

Giả sử bán kính đáy, và chiều cao khối nón lần lượt là

R, h .

Trong tam giác vuông SOD , ta có

$$\tan 60^\circ = \frac{OD}{SO} \Rightarrow R = h\sqrt{3}.$$

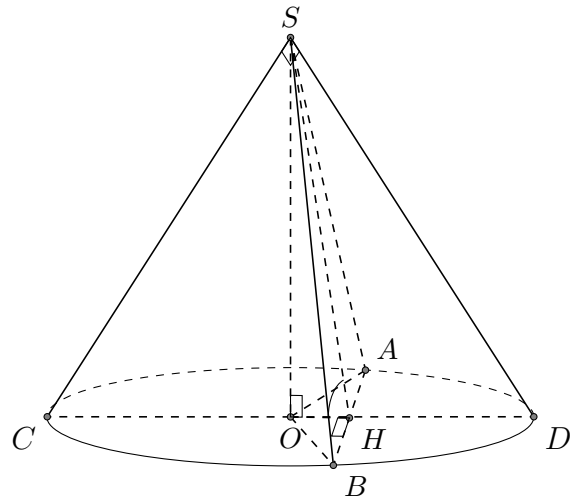
Gọi H là trung điểm dây cung AB , suy ra tam giác

OHA vuông tại H , từ đó ta có

$$OH^2 = OA^2 - AH^2 = R^2 - 4a^2.$$

Mặt khác tam giác SAB vuông, suy ra

$$SH = \frac{AB}{2} = 2a.$$



Xét tam giác vuông SOH , ta có

$$SH^2 = SO^2 + OH^2 \Leftrightarrow 4a^2 = h^2 + R^2 - 4a^2 = 4h^2 - 4a^2 \Leftrightarrow h = a\sqrt{2} \Rightarrow R = a\sqrt{6}.$$

Trong tam giác vuông SOD , có $SD = \sqrt{SO^2 + OD^2} = 2a\sqrt{2}$.

$$\text{Vậy diện tích xung quanh của hình nón } S = \pi Rl = \pi \cdot a\sqrt{6} \cdot 2a\sqrt{2} = 4\pi\sqrt{3}a^2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1048. Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng R và có chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho khoảng cách giữa đường thẳng AB và trục của hình trụ bằng $\frac{R\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa AB và trục của hình trụ bằng

A. 30° .

B. 55° .

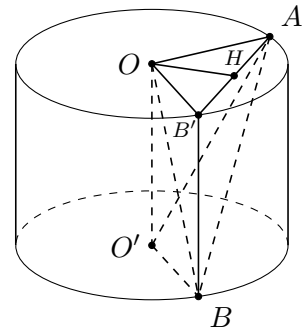
C. 60° .

D. 45° .

Lời giải.

Giả sử hình trụ có hai đáy là hai đường tròn tâm O, O' ; A nằm trên đường tròn tâm O , B nằm trên đường tròn tâm O' . Gọi B' là hình chiếu của B trên đường tròn O , H là trung điểm của AB' . Do $BB' \parallel OO'$ nên $BB' \perp OH$, suy ra $OH \perp (ABB')$, do đó

$$OH = d(O, (ABB')) = d(OO', AB) = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$



Suy ra

$$AB' = 2HA = 2\sqrt{OA^2 - OH^2} = R.$$

Ta có $(OO', AB) = (BB', AB) = \widehat{ABB'}$, mà

$$\tan \widehat{ABB'} = \frac{AB'}{BB'} = \frac{R}{R\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

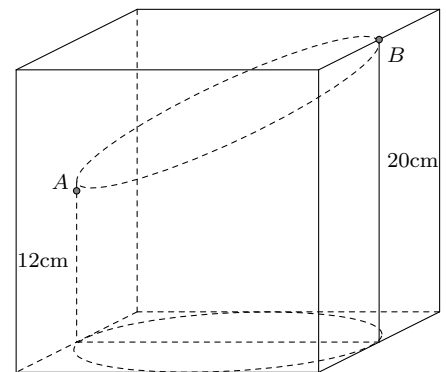
nên $(OO', AB) = \widehat{ABB'} = 30^\circ$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1049. Một khúc gỗ hình trụ có bán kính R bị cắt bởi một mặt phẳng không song song với đáy ta được thiết diện là một hình elip. Khoảng cách từ điểm A đến mặt đáy là 12 cm, khoảng cách từ điểm B đến mặt đáy là 20 cm.

Đặt khúc gỗ đó vào trong hình hộp chữ nhật có chiều cao bằng 20 cm chứa đầy nước sao cho đường tròn đáy của khúc gỗ tiếp xúc với các cạnh đáy của hình hộp chữ nhật. Sau đó, người ta đo lượng nước còn lại trong hình hộp chữ nhật là 2 lít. Tính bán kính của khúc gỗ. (Giả thiết rằng, khúc gỗ không thấm nước và kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



A. $R = 8,2$ cm.

B. $R = 4,8$ cm.

C. $R = 6,4$ cm.

D. $R = 5,2$ cm.

Lời giải.

Thể tích của khối hộp chữ nhật là $V_{HCN} = (2R)^2 20 = 80R^2$.

Thể tích của khối gỗ là $V = 20\pi R^2 - \pi 4R^2 = 16\pi R^2$.

Suy ra $80R^2 - 16\pi R^2 = 2000 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{2000}{80 - 16\pi}} \approx 8,2$ cm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1050. Cho mặt nón tròn xoay đỉnh S đáy là đường tròn tâm O và có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a , A và B là hai điểm bất kỳ trên (O) . Thể tích của khối chóp $S.OAB$ đạt giá trị lớn nhất bằng

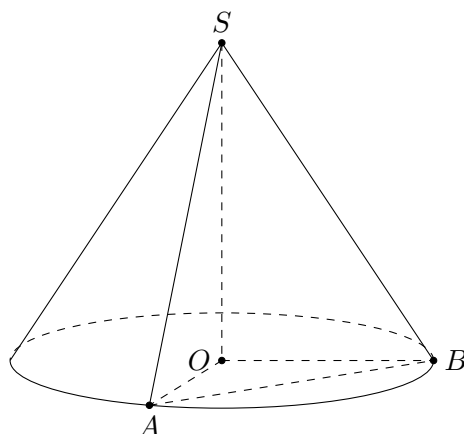
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{96}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

C. $\frac{a^3}{96}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.



$V_{S.OAB} \leq \frac{1}{6}SO \cdot OA \cdot OB = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$, suy ra thể tích lớn nhất của khối chóp $V_{S.OAB}$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$ khi $OA \perp OB$.

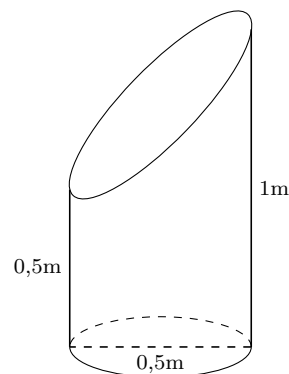
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1051.

Một khối gỗ hình trụ đường kính 0,5 m và chiều cao 1 m. Người ta đã cắt khối gỗ, phần còn lại như hình vẽ bên có thể tích là V . Tính V .

- A. $\frac{3\pi}{16}$. B. $\frac{5\pi}{64}$. C. $\frac{3\pi}{64}$. D. $\frac{\pi}{16}$.



Lời giải.

Nhận thấy khối gỗ bị cắt bỏ đi có thể tích bằng $\frac{1}{4}$ thể tích của khối gỗ hình trụ trước khi cắt hay phần còn lại của khối gỗ sau khi cắt có thể tích bằng $\frac{3}{4}$ thể tích khối gỗ hình trụ ban đầu.

$$\text{Do đó } V = \frac{3}{4} \cdot \pi r^2 h = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot 0,25^2 \times 1 = \frac{3\pi}{64}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1052. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7 cm. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3 cm. Tính diện tích của thiết diện.

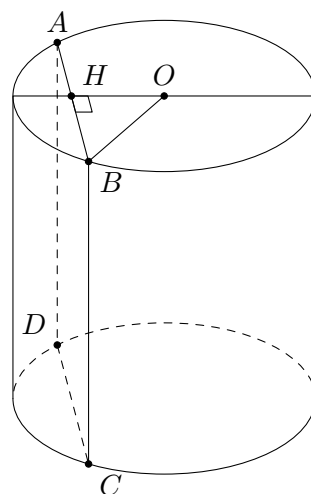
- A. 59 (cm²). B. 56 (cm²). C. 26 (cm²). D. 46 (cm²).

Lời giải.

Thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$.

$$\text{Ta có } AB = 2HB = 2\sqrt{OB^2 - OH^2} = 2\sqrt{5^2 - 3^2} = 8.$$

$$\text{Diện tích thiết diện là } S_{ABCD} = 7 \times 8 = 56 \text{ (cm}^2\text{)}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1053.

Bánh của một chiếc xe lu có hình trụ, đường kính 1,2 (m), bề ngang 2,1 (m) (kích thước minh họa ở hình vẽ). Hỏi khi xe di chuyển thẳng, bánh xe quay được 12 vòng thì diện tích mặt đường được lu là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến phần nguyên mét).

- A. 95 (m²). B. 48 (m²).
C. 72 (m²). D. 144 (m²).

Lời giải.

Bán kính đáy của hình trụ là $R = 1,2 : 2 = 0,6$ (m).

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi Rh = 2\pi \times 0,6 \times 2,1 = 2,52\pi$ (m²).

Bánh xe quay được 1 vòng thì xe sẽ lu được một diện tích mặt đường bằng diện tích xung quanh của hình trụ. Do đó, bánh xe quay 12 vòng sẽ quét được phần diện tích là $12 \times 2,52\pi \approx 95$ (m²).

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1054.

Người ta cần sản xuất một chiếc cốc thủy tinh có dạng hình trụ không có nắp với đáy cốc và thành cốc làm bằng thủy tinh đặc, phần đáy cốc dày đều 1,5cm và thành xung quanh cốc dày đều 0,2cm (hình vẽ bên). Biết rằng chiều cao của chiếc cốc là 15cm và khi ta đổ 180ml nước vào cốc thì đầy cốc. Nếu giá thủy tinh thành phẩm được tính là 500đ/1cm³ thì giá tiền thủy tinh để sản xuất chiếc cốc đó gần nhất với số nào sau đây?

- A. 31 nghìn đồng. B. 25 nghìn đồng. C. 40 nghìn đồng. D. 20 nghìn đồng.

Lời giải.

Gọi V (cm³), R (cm) lần lượt là thể tích và bán kính, khối trụ bao ngoài cốc thủy tinh.

Đổi 180ml bằng 180cm³. Thể tích thủy tinh bằng $(V - 180)$ cm³.

Khi đổ đầy nước, khối nước là khối trụ có chiều cao là $15 - 1,5 = 13,5$ cm. Gọi r (cm) là bán kính khối nước thì $180 = 13,5\pi r^2$, suy ra $r = \frac{2\sqrt{15}}{3\sqrt{\pi}} \approx 2,06$ cm.

Suy ra $R = r + 0,2 \approx 2,26$ cm, nên $V = 15\pi R^2 \approx 241$ cm³.

Do đó thể tích thủy tinh bằng $241 - 180 = 61$ cm³. Vậy giá tiền thủy tinh là $500 \cdot 61 = 30,5$ nghìn đồng.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1055. Cho hình hộp chữ nhật $MNPQ.M'N'P'Q'$ có $MN = 6$, $MQ = 8$, $MP' = 26$. Tính diện tích toàn phần S của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật $MNPQ$ và $M'N'P'Q'$.

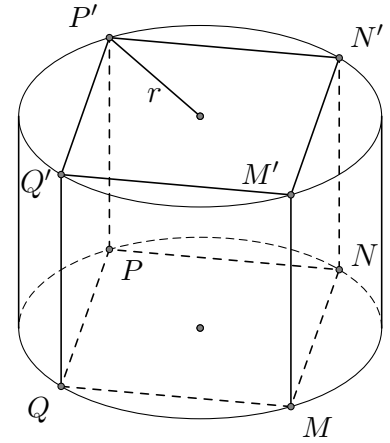
- A. $S = 145\pi$. B. $S = 250\pi$. C. $S = 265\pi$. D. $S = 290\pi$.

Lời giải.

Ta có $MP^2 = MN^2 + NP^2 = 100$ nên $MP = 10$.

Mà $PP'^2 = MP'^2 - MP^2 = 576 \Rightarrow PP' = 24$.

Vậy hình trụ đã cho có bán kính đáy $r = \frac{1}{2}MP = 5$ và đường sinh $l = PP' = 24$; do đó $S = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 290\pi$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1056. Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều. Gọi R, r lần lượt là bán kính mặt cầu ngoại tiếp và nội tiếp hình nón. Tính tỉ số $\frac{r}{R}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

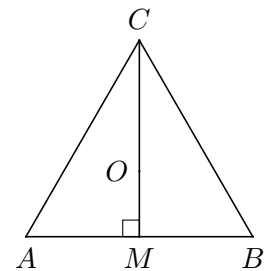
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Giả sử thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều ABC . Gọi M là trung điểm AB và O là trọng tâm tam giác ABC .

Ta có O là tâm mặt cầu nội tiếp và ngoại tiếp hình nón với các bán kính $R = CO, r = OM \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{1}{2}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1057. Cho hình nón (N) có đỉnh S , tâm đường tròn đáy là O , góc ở đỉnh bằng 120° . Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB . Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3, tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) .

A. $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$.

B. $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$.

C. $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$.

D. $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi$.

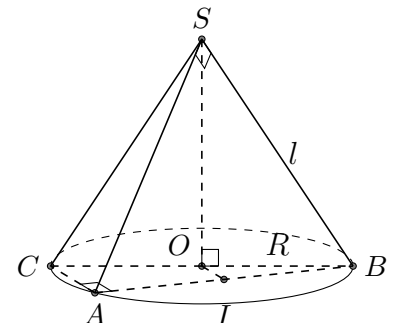
Lời giải.

Góc ở đỉnh là $\widehat{BSC} = 120^\circ$.

Vì $\triangle SAB$ cân tại S nên vuông tại S .

Gọi R là bán kính đáy, l là đường sinh,

ta có $S_{xq} = \pi Rl$.



Gọi I là trung điểm của AB . Ta có $\begin{cases} OI \perp AB \\ OI \perp SO \end{cases}$ nên $d(SO; AB) = OI = 3 \Rightarrow CA = 6$. Xét

$\triangle SCB$ có $CB^2 = SC^2 + SB^2 - 2SC \cdot SB \cos 120^\circ \Leftrightarrow 4R^2 = 3l^2 \Leftrightarrow R = \frac{\sqrt{3}}{2}l$. Xét $\triangle ABC$ có

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 \Leftrightarrow 4R^2 = 36 + 2l^2 \Leftrightarrow 3l^2 = 36 + 2l^2$$

$$\Leftrightarrow l = 6 \Rightarrow R = 3\sqrt{3}.$$

Vậy $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1058. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{6}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

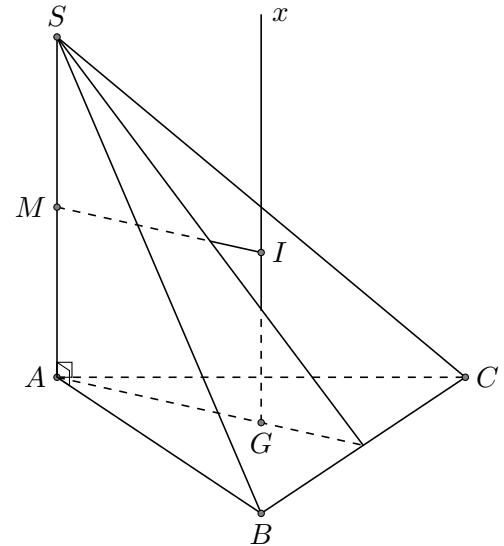
Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác đều ABC , dựng trục Gx của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , khi đó $Gx \parallel SA$. Trong mặt phẳng (SAG) dựng đường trung trực cạnh SA , cắt Gx tại I .

Ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp và bán kính là $R = \sqrt{SM^2 + MI^2}$.

Mà $MI = AG = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $SM = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2}$.

Nên $R = \sqrt{\frac{3a^2}{9} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1059. Cho tam giác ABC cân tại A có $BC = 10$ cm, $AB = 6$ cm. Quay tam giác ABC quanh AB ta được một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $V = \frac{4216\pi}{27} \text{ cm}^3$.

B. $V = \frac{325\pi}{2} \text{ cm}^3$.

C. $V = \frac{550\pi}{9} \text{ cm}^3$.

D. $V = 200\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Gọi H là chân đường cao kẻ từ C .

Áp dụng công thức Hê-rông ta tính được $S_{\triangle ABC} = 5\sqrt{11}$.

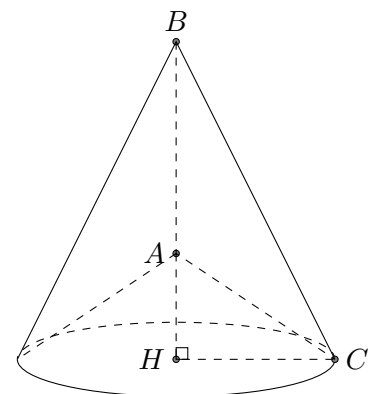
Suy ra $HC = \frac{2S_{\triangle ABC}}{AB} = \frac{5\sqrt{11}}{3}$; $AH = \sqrt{AC^2 - HC^2} = \frac{7}{3}$;

$HB = AB + AH = \frac{25}{3}$.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích hai khối nón có các đường cao là BH, AH và chung đáy có tâm là H , bán kính HC .

Ta có

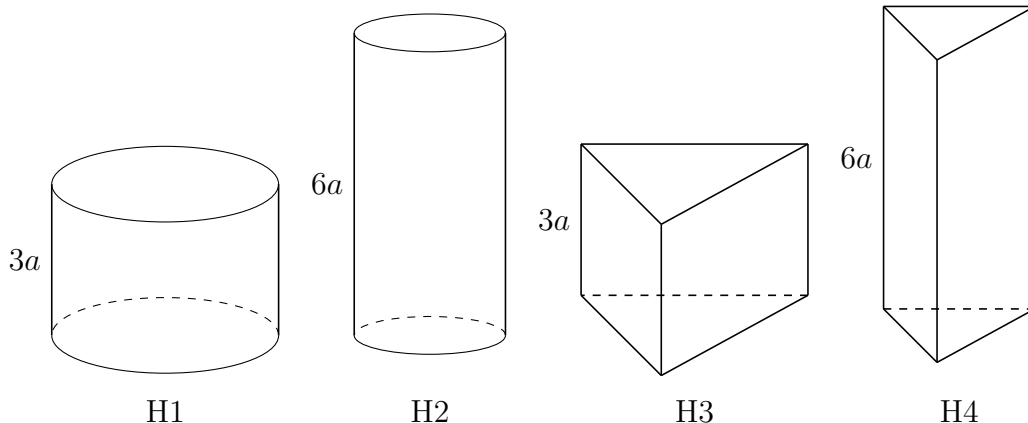
$$V = V_1 - V_2 = \frac{1}{3}BH \cdot \pi HC^2 - \frac{1}{3}AH \cdot \pi HC^2 = \frac{1}{3}AB \cdot HC^2 = \frac{550}{9}\pi \text{ cm}^3.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1060. Cho một tấm bìa hình chữ nhật có kích thước $3a, 6a$. Người ta muốn tạo tấm bìa đó thành 4 hình không đáy như hình vẽ, trong đó có hai hình trụ lần lượt có chiều cao $3a, 6a$ và hai hình lăng trụ tam giác đều có chiều cao lần lượt $3a, 6a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Trong 4 hình H1, H2, H3, H4, lần lượt theo thứ tự có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất là

- A. H1, H4. B. H1, H3. C. H2, H3. D. H2, H4.

Lời giải.

- (H1): Chu vi đáy $2\pi R = 6a \Rightarrow R = \frac{3a}{\pi}$, suy ra thể tích trụ $V_{H1} = 3a \cdot \pi \cdot \left(\frac{3a}{\pi}\right)^2 = \frac{27a^3}{\pi}$.
- (H2): Chu vi đáy $2\pi R = 3a \Rightarrow R = \frac{3a}{2\pi}$, suy ra thể tích trụ $V_{H2} = 6a \cdot \pi \cdot \left(\frac{3a}{2\pi}\right)^2 = \frac{27a^3}{2\pi}$.
- (H3): Chu vi đáy $3x = 6a \Rightarrow x = 2a$, suy ra thể tích lăng trụ $V_{H3} = 3a \cdot \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = 3a^3\sqrt{3}$.
- (H4): Chu vi đáy $3x = 3a \Rightarrow x = a$, suy ra thể tích lăng trụ $V_{H4} = 6a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Từ đó suy ra H1, H4 theo thứ tự có thể tích lớn nhất, nhỏ nhất.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1061. Một khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân và đường sinh có độ dài bằng $3\sqrt{2}$ cm. Một mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với đáy một góc 60° chia khối nón thành hai phần. Tính thể tích phần nhỏ hơn (tính gần đúng đến hàng phần trăm).

- A. 4,36 cm³. B. 4,53 cm³. C. 5,37 cm³. D. 5,61 cm³.

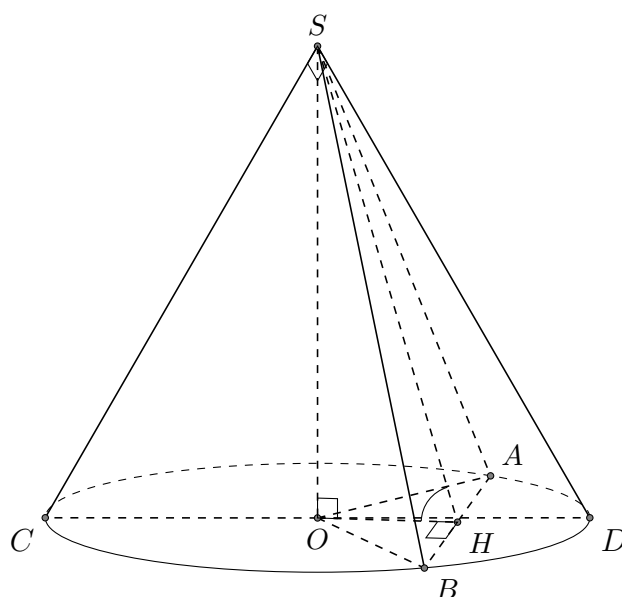
Lời giải.

Theo bài ra ta có tam giác SCD vuông cân ở S , $SC = SD = 3\sqrt{2}$, suy ra $SO = OC = OD = 3$.

Giả sử mặt phẳng (P) cắt đường tròn đáy theo dây cung AB . Gọi H là trung điểm của AB suy ra $OH \perp AB$, kết hợp với SO vuông góc với đáy suy ra $AB \perp (SOH)$, từ đó suy ra $\widehat{SHO} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông SOH có

$$OH = SO \tan 30^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}.$$



Trong tam giác vuông OHB có

$$BH^2 = OB^2 - OH^2 = 3^2 - \sqrt{3}^2 = 6 \Rightarrow BH = \sqrt{6} \Rightarrow AB = 2\sqrt{6}.$$

Từ đó ta có $S_{\triangle OAB} = \frac{OH \cdot AB}{2} = OH \cdot BH = 3\sqrt{2}$.

Trong tam giác OAB có $\sin \widehat{AOB} = \frac{2S_{\triangle OAB}}{OA \cdot OB} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \widehat{AOB} \approx 1,911$.

Suy ra diện tích quạt $OADB$ là $S_Q = \frac{R^2 \cdot \widehat{AOB}}{2} \approx 8,5995$.

Từ đó diện tích hình bán nguyệt ADB là $S = S_Q - S_{\triangle OAB} \approx 4,36$.

Suy ra thể tích phần nhỏ $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S = \frac{3 \cdot 4,36}{3} \approx 4,36 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1062. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 1 \text{ cm}$, $AB = 2 \text{ cm}$, M là trung điểm của cạnh AB . Quay tam giác BMC quanh trục AB ta được khối tròn xoay. Gọi V và S lần lượt là thể tích và diện tích của khối tròn xoay đó. Chọn mệnh đề đúng.

A. $V = \frac{1}{3}\pi$; $S = \pi(\sqrt{5} - \sqrt{2})$.

B. $V = \pi$; $S = \pi(\sqrt{5} + \sqrt{2})$.

C. $V = \frac{1}{3}\pi$; $S = \pi(\sqrt{5} + \sqrt{2})$.

D. $V = \pi$; $S = \pi(\sqrt{5} - \sqrt{2})$.

Lời giải.

Gọi (T) là khối tròn xoay khi quay tam giác BMC quanh trục AB .

Gọi $(N_1), (N_2)$ là khối nón bán kính đáy là AC và đỉnh lần lượt là B, M .

Ta thấy

$$V(T) = V_{(N_1)} - V_{(N_2)} = \frac{\pi}{3} \cdot AC^2 \cdot (AB - AM) = \frac{\pi}{3}.$$

Ta thấy

$$S(T) = S_{(N_1)} + S_{(N_2)} = \pi \cdot AC \cdot (BC + MC) = \pi \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{2}).$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1063.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt phẳng qua AB và trung điểm M của SC cắt hình chóp theo thiết diện có chu vi bằng $7a$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối nón có đỉnh là S và đường tròn đáy ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ bằng

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{9}$.

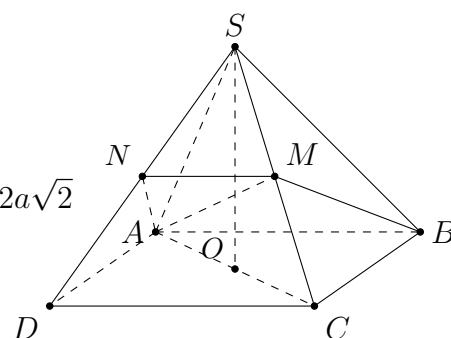
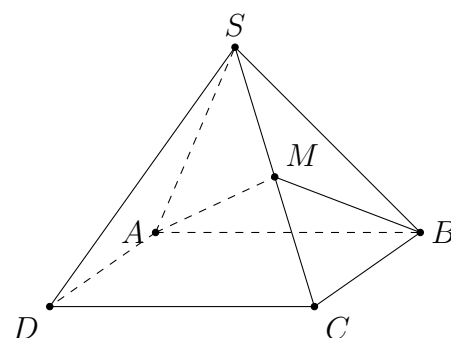
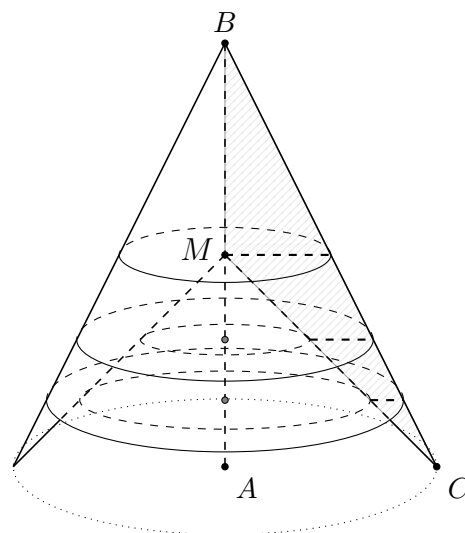
Lời giải.

Gọi N là trung điểm SD . Khi đó thiết diện là hình thang cân $ABMN$, mà $AB = 2a, MN = a$. Từ đó suy ra $MB = 2a$.

Theo công thức trung tuyến ta có

$$MB^2 = \frac{2(SB^2 + BC^2) - SC^2}{4} \Leftrightarrow 4a^2 = \frac{SC^2 + 2 \cdot 4a^2}{4} \Leftrightarrow SC = 2a\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{8a^2 - 2a^2} = a\sqrt{6}.$$



Hình nón có chiều cao $SO = a\sqrt{6}$ và bán kính đáy bằng $a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot a\sqrt{6} \cdot 2a^2 = \frac{2\pi a^3\sqrt{6}}{3}$.

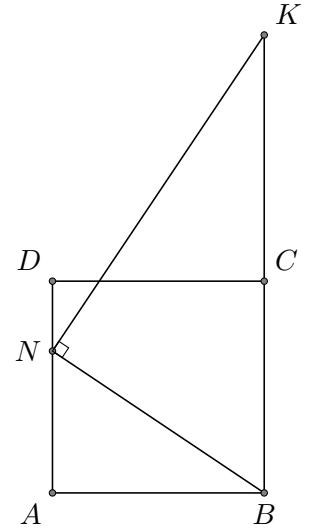
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1064.

Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi N là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AN = 2DN$. Đường thẳng qua N vuông góc với BN cắt BC tại K . Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tứ giác $ANKB$ quanh trục BK là

A. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$. B. $V = \frac{3}{2}\pi a^3$. C. $V = \frac{7}{6}\pi a^3$. D. $V = \frac{6}{7}\pi a^3$.



Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của N lên BK .

Khối tròn xoay tạo thành bao gồm:

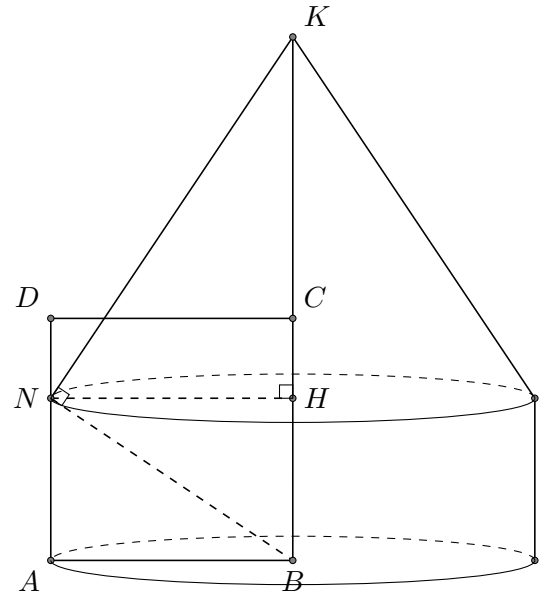
- Khối nón đỉnh K , đáy là đường tròn tâm H .
- Khối trụ có trục là BH và hai đáy là đường tròn tâm B và đường tròn tâm H

Xét $\triangle KBN$ có $HK \cdot HB = HN^2 = AB^2$

$$\Rightarrow HK = \frac{AB^2}{HB} = \frac{3a}{2}.$$

Thể tích khối nón là $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot NH^2 \cdot HK = \frac{1}{2}\pi a^3$.

Thể tích khối trụ là $V_2 = \pi \cdot AB^2 \cdot BH = \frac{2}{3}\pi a^3$.



Vậy thể tích khối tròn xoay sinh ra là $V = V_1 + V_2 = \frac{7}{6}\pi a^3$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1065. Cho một hình trụ và hình vuông $ABCD$ cạnh a có hai đỉnh A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ và hai đỉnh còn lại nằm trên đáy thứ hai của hình trụ sao cho mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy của hình trụ một góc 45° . Diện tích xung quanh S_{xq} và thể tích V của khối trụ là

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{4}$; $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{16}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$; $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{32}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$; $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$.

D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$; $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{16}$.

Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là tâm của đường tròn đáy của hình trụ và M, M', I lần lượt là trung điểm của AB, CD, OO' .

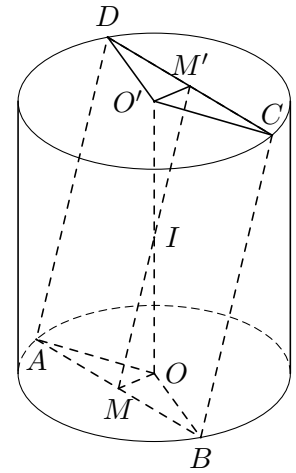
Ta có $MM' = AD = a \Rightarrow IM = \frac{a}{2}$.

Vì $(ABCD)$ tạo với đáy hình trụ một góc 45° nên $\widehat{IMO} = 45^\circ$
 $\Rightarrow IO = OM = \frac{a}{2\sqrt{2}} \Rightarrow OO' = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Bán kính đường tròn đáy của hình trụ là $R = \sqrt{OM^2 + MB^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$.

Diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ là

$$S_{xq} = 2\pi R \cdot OO' = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}; V = \pi R^2 \cdot OO' = \frac{3\sqrt{2}a^3}{16}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1066. Một xưởng cơ khí sản xuất những chiếc thùng phi có nắp đáy dạng hình trụ với thể tích mỗi chiếc là $2\pi m^3$. Người ta nên làm thùng phi với bán kính đáy r và chiều cao h bao nhiêu để tiết kiệm vật liệu nhất?

A. $r = 1 \text{ m}; h = 2 \text{ m}$.

B. $r = 2 \text{ m}; h = 0,5 \text{ m}$.

C. $r = \sqrt{2} \text{ m}; h = 1 \text{ m}$.

D. $r = 0,5 \text{ m}; h = 1 \text{ m}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{2}{r^2} \Rightarrow S = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot r \cdot \frac{2}{r^2} + 2\pi r^2 = 2\pi \left(\frac{2}{r} + r^2 \right).$$

$$S' = 2\pi \left(-\frac{2}{r^2} + 2r \right) \Rightarrow S' = 0 \Leftrightarrow 2r^3 - 2 = 0 \Leftrightarrow r = 1.$$

bảng biến thiên

r	0		1		$+\infty$	
S'		-		0	+	
S		$+\infty$	6π		$+\infty$	

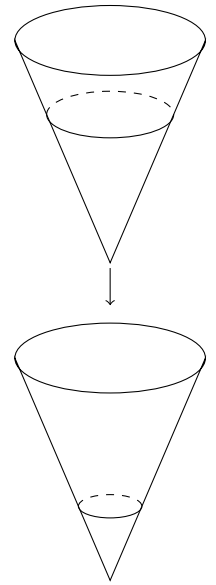
Diện tích của chiếc thùng nhỏ nhất khi $r = 1$ và chiều cao $h = \frac{2}{r^2} = 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1067.

Cho hai cái bình có dạng hình nón quay đỉnh xuống dưới, có chiều cao cùng bằng 2 và bán kính đáy bằng nhau, mỗi bình đều đặt thẳng đứng như hình vẽ. Lúc đầu bình ở phía trên chứa đầy nước và bình ở phía dưới không có nước. Sau đó, nước chảy từ bình trên xuống bình dưới theo một lỗ nhỏ ở đỉnh hình nón phía trên. Hãy tính chiều cao của nước trong bình dưới tại thời điểm chiều cao của nước ở bình trên là 1 (chiều cao của nước được tính từ đỉnh của hình nón tới mặt nước).



- A. $\sqrt[3]{7}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Lời giải.

Gọi bán kính đáy hình nón là R . Khi đó, ta có thể tích khối nón (thể tích phần không gian chứa đầy nước) phía trên là $V_1 = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot 2 = \frac{2}{3}\pi R^2$.

Tại thời điểm chiều cao của nước bình trên là 1, phần không gian chứa nước là khối nón, giả sử có bán kính đáy R' . Khi đó, ta có $\frac{R'}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow R' = \frac{1}{2}R$.

Suy ra thể tích nước trong bình trên lúc này là $V_2 = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot 1 = \frac{1}{12}\pi R^2$.

Do đó, thể tích nước đã chảy xuống bình dưới là $V_3 = V_1 - V_2 = \frac{7}{12}\pi R^2$.

Gọi chiều cao của nước bình dưới là h và bán kính mặt nước là $r \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{h}{2} \Rightarrow r = \frac{hR}{2}$.

Suy ra $V_3 = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{hR}{2}\right)^2 \cdot h$.

Ta có phương trình $\frac{1}{3}\pi \left(\frac{hR}{2}\right)^2 \cdot h = \frac{7}{12}\pi R^2 \Leftrightarrow h = \sqrt[3]{7}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1068. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a, BC = 2a$. Trên tia đối của tia AB lấy điểm O sao cho $OA = x$. Gọi d là đường thẳng đi qua O và song song với AD . Tìm x biết thể tích của hình tròn xoay tạo nên khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh d gấp ba lần thể tích hình cầu có bán kính bằng cạnh AB .

- A. $x = \frac{a}{2}$. B. $x = 2a$. C. $x = a$. D. $x = \frac{3a}{2}$.

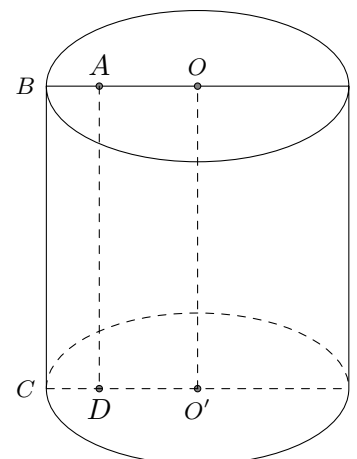
Lời giải.

Thể tích hình tròn xoay khi quay $ABCD$ quanh d là $V_1 = [\pi(x+a)^2 - \pi x^2] AD$.

Thể tích hình cầu có bán kính bằng cạnh AB là $V_2 = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Theo bài ra ta có phương trình

$$\begin{aligned} [\pi(x+a)^2 - \pi x^2] AD &= 3 \times \frac{4}{3}\pi a^3 \\ \Leftrightarrow 2\pi a^3 + 4\pi a^2 x &= 4\pi a^3 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{a}{2}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1069. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích V của khối nón đó bằng

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

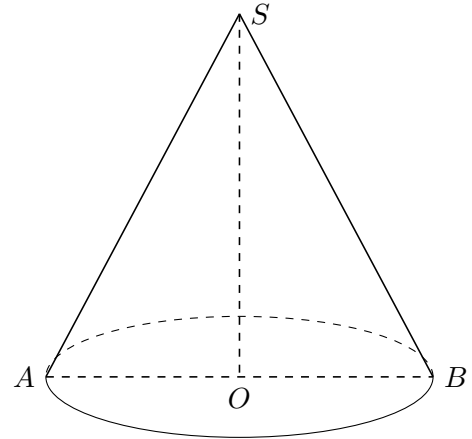
Giả sử hình nón có đỉnh S và đường tròn đáy tâm O và mặt phẳng đi qua trục SO cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông cân ASB .

Khi đó $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_d$.

Do giả thiết ta có $SO = OA = OB = \frac{AB}{2}$ nên $OA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Ta suy ra $S_d = \pi \cdot OA^2 = \frac{3\pi a^2}{2}$.

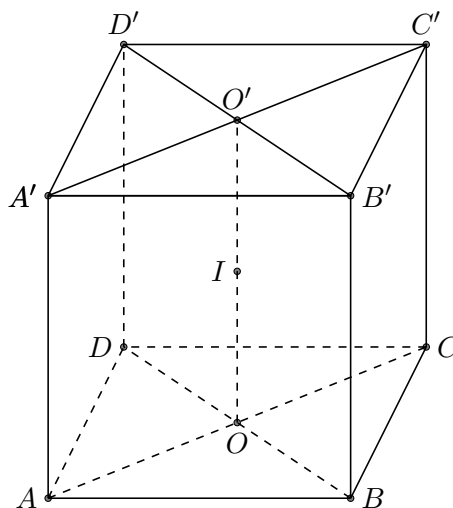
Vậy $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{3\pi a^2}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1070. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có O và O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi V_1 là thể tích của khối nón tròn xoay có đỉnh là trung điểm của OO' và đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$; V_2 là thể tích khối trụ tròn xoay có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$ là

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Giả sử hình lập phương có cạnh a , khi đó:

— Khối nón có chiều cao $h_1 = OI = \frac{a}{2}$ và bán kính đáy $r_1 = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1 = \frac{\pi a^3}{12}$.

— Khối trụ có chiều cao $h_2 = OO' = a$ và bán kính đáy $r_2 = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.

$\Rightarrow V_2 = \pi r_2^2 h_2 = \frac{\pi a^3}{4}$.

Suy ra $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1071. Cho hình chóp tứ giác đều $S \cdot ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 3. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp.

A. $S_{xq} = 9\pi$. B. $S_{xq} = \frac{9\pi}{2}$. C. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{4}$. D. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC, BD . Khi đó $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $AC = 3\sqrt{2} \Rightarrow OA = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow h = SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Hình nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ nên bán kính đáy là $r = OA = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot 3 = \frac{9\sqrt{2}\pi}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1072. Cho hình thang cân $ABCD$ có các cạnh đáy $AB = 2a, CD = 4a$, cạnh bên $AD = BC = 3a$. Hãy tính thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình thang khi quay quanh trục đối xứng của nó.

A. $\frac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. B. $\frac{56\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{16\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. D. $\frac{14\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Lấy O, O' lần lượt là trung điểm của AB, CD suy ra OO' là trục đối xứng của hình thang cân $ABCD$.

Lấy M là trung điểm của $O'D$, suy ra $O'M = \frac{1}{4}CD = a = \frac{AB}{2} = AO$ suy ra $AOO'M$ là hình chữ nhật suy ra $AM = OO'$. (1)

Xét tam giác vuông ADM có

$$AM^2 = AD^2 - DM^2 = 9a^2 - a^2 = 8a^2 \Rightarrow AM = 2a\sqrt{2}.$$

Từ đó ta có thể tích nón cụt

$$V = \frac{\pi(R^2 + r^2 + Rr)}{3}h = \frac{\pi((2a)^2 + a^2 + 2a^2)}{3} \cdot 2a\sqrt{2} = \frac{14\pi a^3\sqrt{2}}{3}.$$

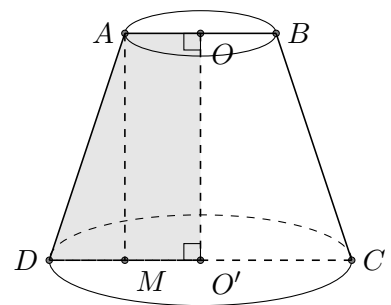
Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1073. Cho hình nón (N) có bán kính đáy $r = 20$ cm, chiều cao $h = 60$ cm và một hình trụ (T) nội tiếp hình nón (N) (hình trụ (T) có một đáy thuộc đáy hình nón và một đáy nằm trên mặt xung quanh của hình nón). Tính thể tích V của hình trụ (T) có diện tích xung quanh lớn nhất?

A. $V = 3000\pi \text{ cm}^3$. B. $V = \frac{32000}{9}\pi \text{ cm}^3$. C. $V = 3600\pi \text{ cm}^3$. D. $V = 4000\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Gọi x là bán kính đáy của khối trụ ($0 < x < 20$), k là chiều cao khối trụ



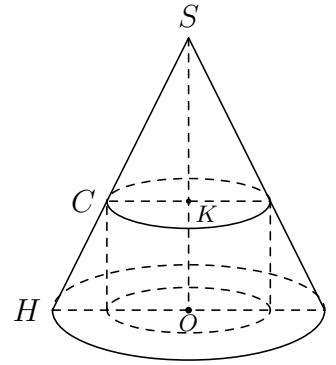
Ta có $\frac{CK}{OH} = \frac{SK}{SO} \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{60-k}{60} \Rightarrow 60-k = 3x \Rightarrow k = 60-3x$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là:

$$S_{xq} = 2\pi xk = 2\pi x(60-3x) = 6\pi x(20-x) \leq 6\pi \left(\frac{x+20-x}{2}\right)^2 = 600\pi.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = 10$ cm, suy ra $k = 30$ cm.

Vậy thể tích của hình trụ (T) là $V = \pi x^2 k = 3000\pi \text{ cm}^3$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1074. Cho hình trụ và hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất và hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai, mặt phẳng $ABCD$ tạo với đáy một góc 45° . Khi đó thể tích khối trụ là

A. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$.

B. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{8}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$.

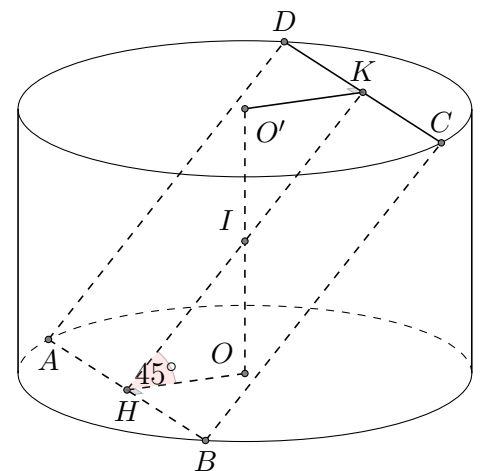
D. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD ; O, O' lần lượt là tâm 2 đáy và I là giao điểm của OO' và HK suy ra I là trung điểm OO' và HK . Do đó $IH = \frac{a}{2} \Rightarrow OI = OH = \frac{a}{2} \cdot \cos 45^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Ta có $R^2 = OA^2 = OH^2 + AH^2 = \frac{3a^2}{8}$,

suy ra $V = \pi R^2 h = \pi \cdot \frac{3a^2}{8} \cdot 2 \frac{a\sqrt{2}}{4} = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1075. Cho hình nón đỉnh S đáy là hình tròn tâm O , SA và SB là hai đường sinh biết $SO = 3$, khoảng cách từ O đến (SAB) là 1 và diện tích tam giác SAB là 18. Tính bán kính đáy của hình nón trên.

A. $\frac{\sqrt{674}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{530}}{4}$.

C. $\frac{9\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{23}{4}$.

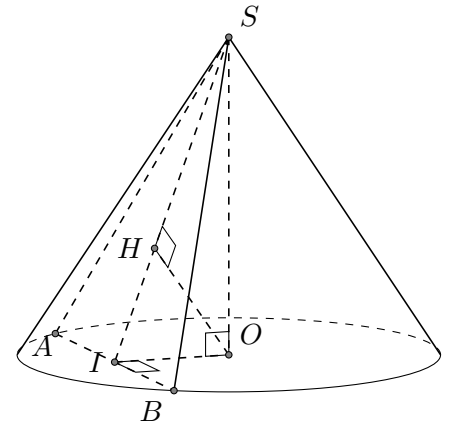
Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB , H là hình chiếu của O lên SI , suy ra $OH \perp (SAB) \Rightarrow OH = 1$. Ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow \frac{1}{OI^2} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow OI^2 = \frac{9}{8}$.

Do đó $SI = \sqrt{OI^2 + SO^2} = \sqrt{\frac{9}{8} + 9} = \frac{9\sqrt{2}}{4}$.

Diện tích tam giác SAB bằng $\frac{1}{2}SI \cdot AB \Rightarrow AB = \frac{2S}{SI} = \frac{16}{\sqrt{2}}$, suy

ra $AI = \frac{8}{\sqrt{2}} \Rightarrow AO = \frac{\sqrt{530}}{4} = R$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1076. Cho một hình cầu bán kính 5 cm, cắt hình cầu này bằng một mặt phẳng sao cho thiết diện tạo thành là một đường tròn đường kính 4 cm. Tính thể tích của khối nón có đường tròn đáy là thiết diện vừa tạo và đỉnh là tâm hình cầu đã cho (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 19,19 cm³.

B. 19,12 cm³.

C. 19,18 cm³.

D. 19,20 cm³.

Lời giải.

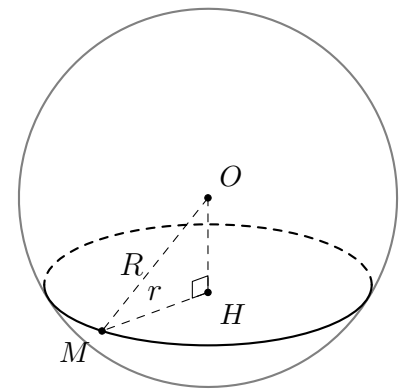
Gọi M là điểm nằm trên đường tròn đáy và H là tâm của đáy hình nón. Khi đó ta có $\triangle OHM$ vuông tại H và độ dài đường sinh $l = OM = R = 5$ cm, bán kính đáy hình nón $r = HM = 2$ cm.

Suy ra chiều cao của hình nón là

$$h = OH = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21} \text{ cm.}$$

Vậy thể tích khối nón là

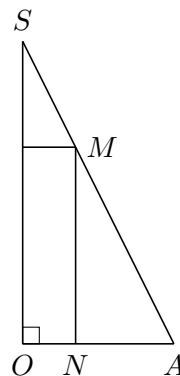
$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot \sqrt{21} \approx 19,19 \text{ cm}^3$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1077. Cho tam giác SOA vuông tại O có $MN \parallel SO$ với M, N lần lượt nằm trên cạnh SA, OA như hình vẽ bên dưới. Đặt $SO = h$ (không đổi). Khi quay hình vẽ quanh SO thì tạo thành một hình trụ nội tiếp hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O bán kính $R = OA$. Tìm độ dài của MN theo h để thể tích khối trụ là lớn nhất.



A. $MN = \frac{h}{2}$.

B. $MN = \frac{h}{3}$.

C. $MN = \frac{h}{4}$.

D. $MN = \frac{h}{6}$.

Lời giải.

Đặt $MN = x$, ($x > 0$) và $OA = a$, ($a > 0$), a là hằng số.

$$\text{Ta có } \frac{MN}{SO} = \frac{NA}{OA} \Rightarrow NA = \frac{MN \cdot OA}{SO} \Rightarrow NA = \frac{xa}{h} \Rightarrow ON = a - \frac{xa}{h}.$$

Khối trụ thu được có bán kính đáy bằng ON và chiều cao bằng MN .

$$\text{Thể tích khối trụ là } V = \pi \cdot ON^2 \cdot MN = \pi \cdot x \cdot a^2 \left(\frac{h-x}{h} \right)^2 = \pi a^2 \frac{1}{2h^2} 2x(h-x)^2 \leq \frac{\pi a^2}{2h^2} \left(\frac{2h}{3} \right)^3.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } 2x = h - x \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1078. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC . Khi đó, tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{16}{9}$.

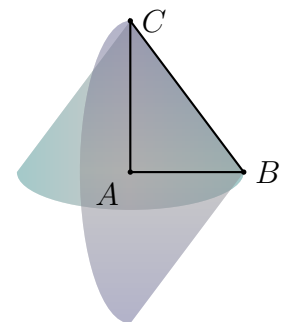
B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{9}{16}$.

Lời giải.

Khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB có thể tích $V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot 8^2 \cdot 6 = 128$ (cm³). Khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC có thể tích $V_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96$ (cm³). Do đó, $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{3}$.

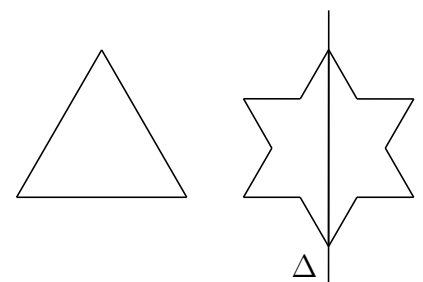


Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1079.

Ban đầu ta có một tam giác đều cạnh bằng 3, chia mỗi cạnh của tam giác đó thành 3 đoạn bằng nhau và thay mỗi đoạn ở giữa bởi hai đoạn bằng nó sao cho chúng tạo với đoạn bỏ đi một tam giác đều về phía ngoài để tạo thành hình ngôi sao (như hình vẽ). Khi quay hình ngôi sao trên xung quanh trục Δ ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.



A. $\frac{5\pi\sqrt{3}}{3}$.

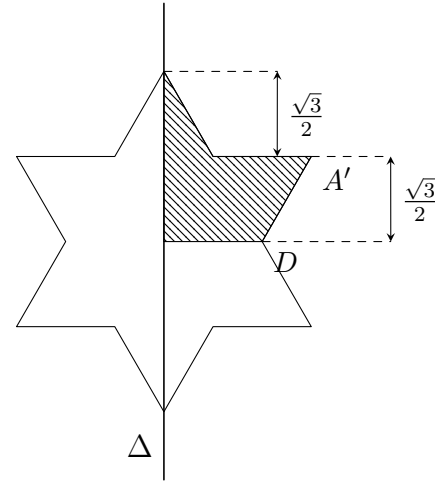
B. $\frac{9\pi\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{5\pi\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{5\pi\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Xét phần hình ngôi sao thuộc góc phần tư thứ nhất. Cắt hình 2 bởi hai đường thẳng đi qua A' và D đồng thời vuông góc với đường thẳng Δ ta được ta được một tam giác vuông với độ dài hai cạnh góc vuông là $\frac{1}{2}$ và $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và một hình thang vuông với chiều cao $h = \frac{\sqrt{3}}{2}$, đáy lớn $R = \frac{3}{2}$, đáy nhỏ $r = 1$.



— Quay tam giác vuông trên quanh trục Δ ta được khối nón tròn xoay có thể tích $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}\pi}{24}$.

— Quay hình thang vuông trên quay quanh trục Δ ta được khối nón cụt có thể tích $V_2 = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + R \cdot r + r^2) = \frac{19\sqrt{3}\pi}{24}$.

Do đó thể tích của khối tròn xoay là $V = 2(V_1 + V_2) = \frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1080. Trong không gian cho tam giác đều ABC cạnh a . Khi quay tam giác đó xung quanh trục BC ta được một hình tròn xoay. Tính diện tích xung quanh của hình tròn xoay đó.

A. $S_{xq} = 2\pi a^2\sqrt{3}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{4}$. D. $S_{xq} = \pi a^2\sqrt{3}$.

Lời giải.

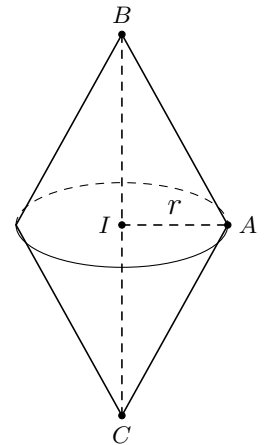
Gọi I là trung điểm BC .

Hình tròn xoay được tạo bởi hai hình nón bằng nhau như hình vẽ.

Khi đó $l = AB$; $r = IA$.

Do đó

$$S_{xq} = 2\pi \cdot r \cdot l = 2\pi \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \pi a^2\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **D** □

Câu 1081. Cần phải thiết kế các thùng dạng hình trụ có nắp đáy để đựng nước sạch có dung tích $V(\text{cm}^3)$. Hỏi bán kính $R(\text{cm})$ của đáy hình trụ nhận giá trị nào sau đây để tiết kiệm vật liệu nhất?

A. $R = \sqrt[3]{\frac{3V}{2\pi}}$. B. $R = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. C. $R = \sqrt[3]{\frac{V}{4\pi}}$. D. $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Lời giải.

Gọi $h(\text{cm})$ là chiều cao của thùng dạng hình trụ cần làm, ta có

$$V = \pi R^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}.$$

Diện tích toàn phần của thùng là

$$S = 2\pi R^2 + 2\pi R h = 2\pi R^2 + 2\pi R \frac{V}{\pi R^2} = 2\pi R^2 + \frac{V}{R} + \frac{V}{R} \geq 3\sqrt[3]{\pi R^2 \cdot \frac{V}{R} \cdot \frac{V}{R}} = 3\sqrt[3]{\pi V^2}.$$

Để tiết kiệm vật liệu nhất thì diện tích toàn phần S nhỏ nhất là bằng $3\sqrt[3]{\pi V^2}$. Khi đó

$$2\pi R^2 = \frac{V}{R} \Leftrightarrow R^3 = \frac{V}{2\pi} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1082. Tính diện tích xung quanh hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh bằng a .

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{3}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

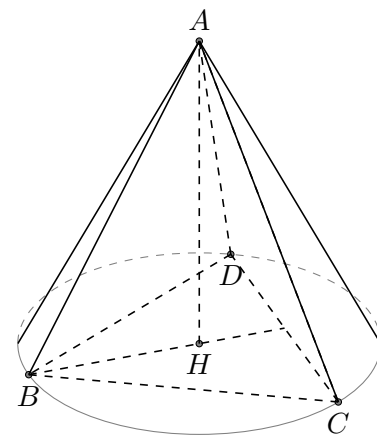
D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Giả sử $ABCD$ là tứ diện đều cạnh bằng a , gọi H là trọng tâm tam giác BCD . Khi đó, hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều $ABCD$ có bán kính đáy $r = HB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và độ dài đường sinh $l = AB = a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot a = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1083. Với một đĩa phẳng hình tròn bằng thép bán kính R , phải làm một cái phễu bằng cách cắt đi một hình quạt của đĩa này và gấp phần còn lại thành một hình nón. Gọi độ dài cung tròn của hình quạt còn lại là x . Tìm x để thể tích khối nón tạo thành nhận giá trị lớn nhất.

A. $x = \frac{2\pi R\sqrt{6}}{3}$.

B. $x = \frac{2\pi R\sqrt{2}}{3}$.

C. $x = \frac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$.

D. $x = \frac{\pi R\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.Gọi r là bán kính đáy của hình nón tạo thành, ta có

$$x = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{x}{2\pi}.$$

Độ dài đường sinh của hình nón là R nên suy ra chiều cao của hình nón là

$$h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}.$$

Thể tích khối nón tạo thành

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot \frac{x^2}{4\pi^2} \cdot \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}} = \frac{x^2 \sqrt{4\pi^2 R^2 - x^2}}{8\pi^2}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 \sqrt{4\pi^2 R^2 - x^2}}{8\pi^2}$ với $0 < x < 2\pi R$.

$$f'(x) = \frac{x(8\pi^2 R^2 - 3x^2)}{4\pi^2 \sqrt{4\pi^2 R^2 - x^2}} = 0 \Rightarrow x = \frac{2\pi R\sqrt{6}}{3}.$$

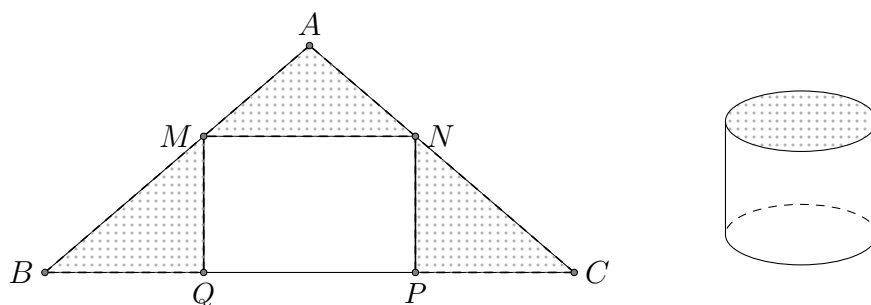
Bảng biến thiên

x	0	$\frac{2\pi R\sqrt{6}}{3}$	$2\pi R$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		$\frac{16\pi^3 R^3}{3\sqrt{3}}$	

Như vậy, khi $x = \frac{2\pi R\sqrt{6}}{3}$ thì thể tích khối nón lớn nhất là bằng $V = \frac{2\pi R^3}{3\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1084. Có tấm bìa hình tam giác đều ABC cạnh bằng a . Người ta muốn cắt tấm bìa đó thành hình chữ nhật $MNPQ$ rồi cuộn lại thành một hình trụ không đáy như hình vẽ.



Diện tích hình chữ nhật đó bằng bao nhiêu để diện tích xung quanh của hình trụ là lớn nhất?

A. $\frac{a^2}{2}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^2}{8}$.

Lời giải.

Giả sử $PQ = MN = x$ ($0 < x < a$). Do ABC là tam giác đều nên AMN là tam giác đều. Suy ra $AN = x$, $NC = a - x$ và $PC = \frac{a - x}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ S_{xq} bằng diện tích hình chữ nhật $MNPQ$.

Suy ra $S_{xq} = MN \cdot NP = x \cdot \sqrt{(a - x)^2 - \left(\frac{a - x}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}x(a - x) \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{x + a - x}{2}\right)^2 = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$

(Theo BDT Cô - si).

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = a - x \Leftrightarrow x = \frac{a}{2}$.

Vậy diện tích hình chữ nhật bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1085. Một cái cốc hình trụ cao 15 cm đựng được 0,5 lít nước. Hỏi bán kính đường tròn đáy của cái cốc xấp xỉ bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng thập phân thứ hai)?

A. 3,26 cm.

B. 3,27 cm.

C. 3,25 cm.

D. 3,28 cm.

Lời giải.

Ta có 0,5 lít = 0,5 dm³ = 500 cm³.

Bán kính đường tròn đáy của cái cốc $r = \sqrt{\frac{500}{\pi \cdot 15}} \approx 3,26$ cm.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1086.

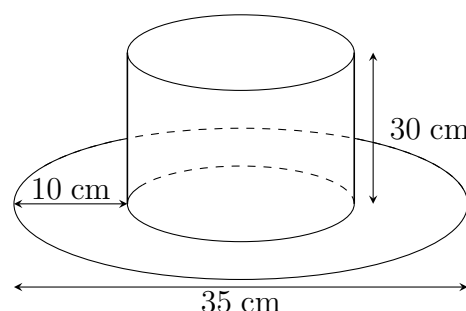
Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với các kích thước như hình vẽ dưới đây. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không kể viền, mép, phần thừa).

A. 750, 25π cm².

B. 700π cm².

C. 756, 25π cm².

D. 754, 25π cm².



Lời giải.

Tổng diện tích được tính bằng tổng diện tích xung quanh của hình trụ và diện tích một đáy, với diện tích hình vành khăn.

Ta có: $S = 2\pi \cdot 7,5 \cdot 30 + \pi \cdot 7,5^2 + \pi (17,5^2 - 7,5^2) = 756,25\pi$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1087. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Kẻ $EK \perp SD$ tại K . Bán kính R của mặt cầu đi qua sáu điểm S, A, B, C, E, K là

A. $R = \frac{a}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

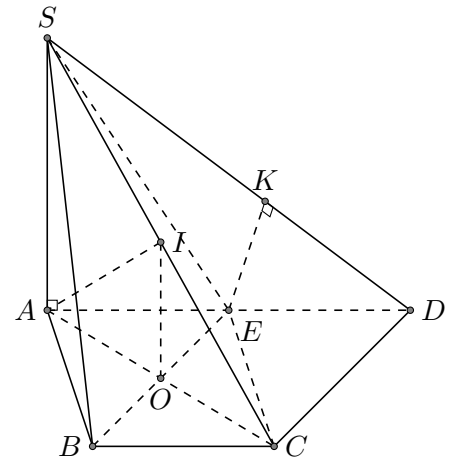
C. $R = a$.

D. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Mặt cầu đi qua sáu điểm S, A, B, C, E, K cũng chính là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCE$.

Gọi I là trung điểm SC và O là tâm hình vuông $ABCE$. Vì $SA = AC = a\sqrt{2}$ nên tam giác SAC vuông cân tại A , suy ra $IA = IS = IC = \frac{1}{2}SC = a$. Mặt khác $OI \perp (ABCE)$ và O là tâm hình vuông $ABCE$ nên $IA = IB = IC = IE$. Từ đó suy ra I là tâm mặt cầu cần tìm và bán kính mặt cầu đó là $R = a$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1088. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π , thiết diện qua trục là hình vuông. Một mặt phẳng (α) song song với trục cắt hình trụ theo thiết diện là tứ giác $ABB'A'$, biết một cạnh của thiết diện là dây cung của đường tròn đáy của hình trụ và căng một cung 120° . Tính diện tích thiết diện $ABB'A'$.

A. $3\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

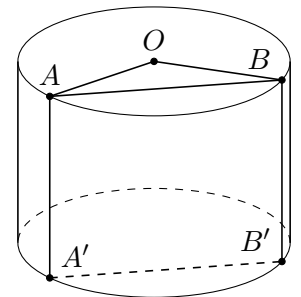
D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi r là bán kính đường tròn đáy của hình trụ. Vì thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông nên chiều cao bằng đường kính đường tròn đáy hay $2r$. Suy ra $2\pi r \cdot 2r = 4\pi$ hay $r = 1$. Do đó

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cos 120^\circ} = \sqrt{3}$$

Vậy diện tích thiết diện $ABB'A'$ là $S_{ABB'A'} = AD \cdot AB = 2\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1089. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC gọi là hình nón nội tiếp hình chóp $S.ABC$, hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC gọi là hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Tỉ số thể tích của hình nón nội tiếp và hình nón ngoại tiếp hình chóp đã cho là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC .

Gọi O là trọng tâm của tam giác ABC .

Ta có: $SO \perp (ABC)$ tại O .

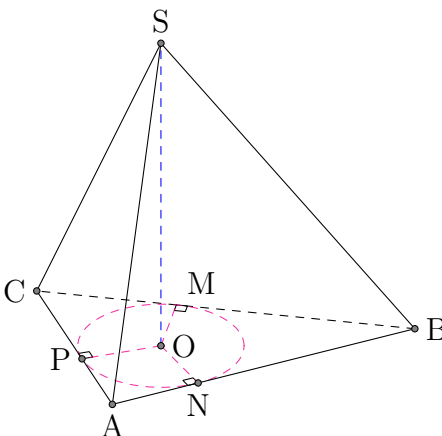
Suy ra, O là tâm đường tròn nội tiếp và cũng là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Gọi a là độ dài cạnh của tam giác ABC .

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hình nón nội tiếp và hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Do $OM = \frac{1}{2}OA$ nên ta có:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot OM^2 \cdot SO}{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot OA^2 \cdot SO} = \frac{OM^2}{OA^2} = \left(\frac{OM}{OA}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1090. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 5 cm và khoảng cách giữa hai đáy là 7 cm. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3 cm. Tính diện tích S của thiết diện được tạo thành.

A. $S = 55 \text{ cm}^2$.

B. $S = 56 \text{ cm}^2$.

C. $S = 53 \text{ cm}^2$.

D. $S = 46 \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Vì khối trụ được cắt bởi mặt phẳng song song với trục nên thiết diện là hình chữ nhật $MNPQ$.

Gọi I là trung điểm MN . Khi đó, $OI \perp MN$ do $\triangle OMN$ cân tại O .

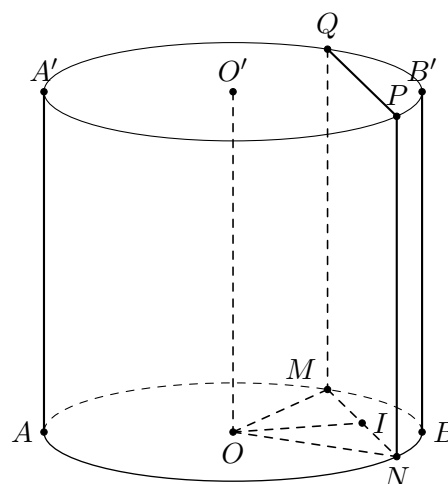
Mà $OI \perp PN$ (do PN vuông góc với đáy)

$\Rightarrow OI \perp (MNPQ) \Rightarrow OI = 3 \text{ cm}$.

Áp dụng định lý Pi-ta-go cho tam giác vuông OMI , ta có

$$MI = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \Rightarrow MN = 8.$$

Mà $PQ = OO' = 7$ nên $S_{MNPQ} = 8 \cdot 7 = 56 \text{ (cm}^2\text{)}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1091. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20 \text{ cm}$, bán kính đáy $r = 25 \text{ cm}$. Mặt phẳng (α) đi qua đỉnh của hình nón cách tâm của đáy 12 cm. Tính diện tích thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng (α) .

A. $S = 400 \text{ cm}^2$.

B. $S = 406 \text{ cm}^2$.

C. $S = 300 \text{ cm}^2$.

D. $S = 500 \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Gọi S, O là đỉnh và tâm của đáy hình nón. Giả sử (α) cắt đường tròn đáy tại M và N , thiết diện là $\triangle SMN$. Gọi I là trung điểm của MN và H là hình chiếu của O lên mặt phẳng (α) .

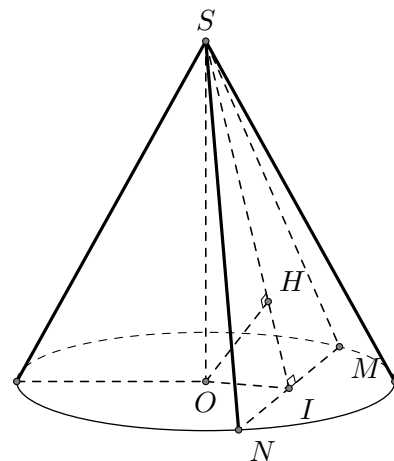
Ta có $SO = 20, ON = 25, OH = 12$ và $SH = \sqrt{SO^2 - OH^2} = 16$.

Vì $\triangle SOI \sim \triangle SHO \Rightarrow OI = \frac{SO \cdot OH}{SH} = 15$.

Khi đó

$SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = 25, MN = 2IN = 2\sqrt{ON^2 - OI^2} = 40$.

Vậy diện tích thiết diện $S = \frac{1}{2}SI \cdot MN = 500 \text{ (cm}^2\text{)}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1092. Để làm một chiếc cốc bằng thủy tinh dạng hình trụ với đáy cốc dày 1,5 cm, thành xung quanh cốc dày 0,2 cm và có thể tích thật (thể tích nó đựng được) là $480\pi \text{ cm}^3$ thì người ta cần ít nhất bao nhiêu cm^3 thủy tinh?

A. $75,66\pi \text{ cm}^3$.

B. $80,16\pi \text{ cm}^3$.

C. $85,66\pi \text{ cm}^3$.

D. $70,16\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Gọi bán kính và chiều cao hình trụ bên trong lần lượt là r và h .

Ta có: $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{480}{r^2}$.

Thể tích hình trụ bên ngoài là:

$$V = \pi (r + 0,2)^2 \cdot (h + 1,5) = \pi (r + 0,2)^2 \cdot \left(\frac{480}{r^2} + 1,5 \right).$$

$$\text{Thể tích thủy tinh là: } \pi (r + 0,2)^2 \cdot \left(\frac{480}{r^2} + 1,5 \right) - 480\pi.$$

$$\text{Xét } f(r) = \pi (r + 0,2)^2 \cdot \left(\frac{480}{r^2} + 1,5 \right), r > 0.$$

$$\Rightarrow f'(r) = 2\pi (r + 0,2) \left(\frac{480}{r^2} + 1,5 \right) + \pi (r + 0,2)^2 \cdot \left(-\frac{960}{r^3} \right).$$

$$f'(r) = 0 \Leftrightarrow 2 \left(\frac{480}{r^2} + 1,5 \right) = (r + 0,2) \cdot \frac{960}{r^3} \Leftrightarrow 3 = \frac{192}{r^3} \Leftrightarrow r = 4.$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(r)$

r	0	4	$+\infty$
$f'(r)$		0	
		-	+
$f(r)$	$+\infty$	$\frac{27783\pi}{50}$	$+\infty$

Vậy thể tích thủy tinh người ta cần ít nhất là $\frac{27783}{50}\pi - 480\pi \approx 75,66\pi \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1093. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) .

A. $2\sqrt{3}a^2$.

B. a^2 .

C. πa^2 .

D. $\sqrt{3}a^2$.

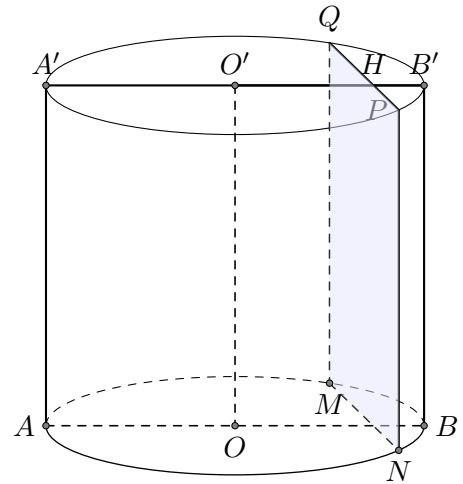
Lời giải.

Gọi $ABB'A'$ là thiết diện qua trục của hình trụ. Từ giả thiết ta suy ra đường cao hình trụ là $AA' = 2a$, bán kính đường tròn đáy hình trụ là $R = \frac{AB}{2} = a$.

Mặt phẳng (P) song song với trục nên cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật có một cạnh $MQ = AA' = 2a$, và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$ nên $O'H = \frac{a}{2}$ với H là trung điểm của PQ .

Khi đó $PQ = 2\sqrt{O'Q^2 - O'H^2} = 2\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{3}$.

Do đó diện tích thiết diện cần tìm là $MQ \cdot PQ = 2\sqrt{3}a^2$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1094. Có ba quả bóng hình cầu bán kính bằng nhau và bằng 2 cm. Xét hình trụ có chiều cao 4 cm và bán kính R cm chứa được ba quả bóng trên sao cho chúng đôi một tiếp xúc với nhau. Khi đó bán kính R nhỏ nhất là bao nhiêu?

A. $2\sqrt{3}$ cm.

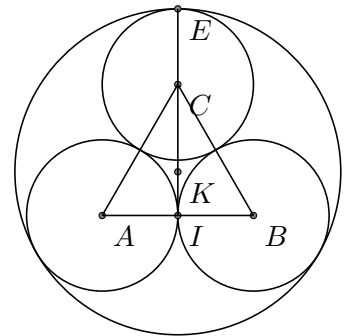
B. $3\sqrt{3}$ cm.

C. $\frac{4\sqrt{3}+6}{3}$ cm.

D. $2 + \sqrt{3}$ cm.

Lời giải.

$$R_{\min} = CK + CE = \frac{2}{3}BC \frac{\sqrt{3}}{2} + CE = \frac{4\sqrt{3}+6}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1095. Cho hình nón có chiều cao h . Tính chiều cao x của khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình nón theo h .

A. $x = \frac{h}{2}$.

B. $x = \frac{h}{3}$.

C. $x = \frac{2h}{3}$.

D. $x = \frac{h}{\sqrt{3}}$.

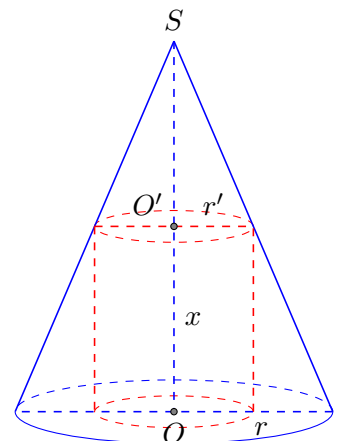
Lời giải.

Theo định lí Ta-Let ta có $\frac{SO'}{SO' + x} = \frac{h-x}{h} = \frac{r'}{r}$, ($0 < x < h$).

Thể tích hình trụ là $V = \pi r'^2 x = \pi \frac{[(h-x)r]^2}{h^2} \cdot x = \frac{\pi r^2}{h^2} \cdot x \cdot (h-x)^2$.

$$\begin{aligned} \text{Xét } f(x) &= x(h-x)^2 = 4 \cdot \frac{h-x}{2} \cdot \frac{h-x}{2} \cdot x \\ &\leq 4 \left(\frac{\frac{h-x}{2} + \frac{h-x}{2} + x}{3} \right)^3 = \frac{4h^3}{27} \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi $\frac{h-x}{2} = x \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1096. Cho hình nón ($\mathcal{N}_1$) có chiều cao bằng 40 cm. Người ta cắt hình nón ($\mathcal{N}_1$) bằng một mặt phẳng song song với mặt đáy của nó để được một hình nón nhỏ ($\mathcal{N}_2$) có thể tích bằng $\frac{1}{8}$ thể tích ($\mathcal{N}_1$). Tính chiều cao h của hình nón ($\mathcal{N}_2$).

A. $h = 40$ cm.

B. $h = 10$ cm.

C. $h = 20$ cm.

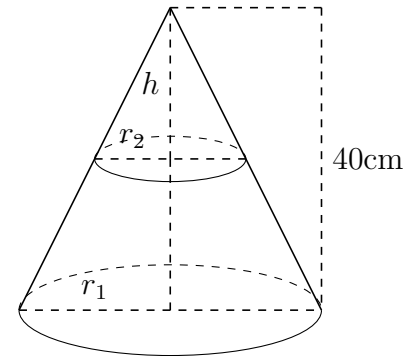
D. $h = 5$ cm.

Lời giải.

Gọi r_1, h_1 lần lượt là bán kính đường tròn đáy và chiều cao của hình nón ($\mathcal{N}_1$); r_2 là bán kính đường tròn đáy của hình nón ($\mathcal{N}_2$).

Theo định lý Ta-lét, ta có: $\frac{r_2}{r_1} = \frac{h}{h_1}$.

Ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \frac{r_1^2 h_1}{r_2^2 h} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \frac{h^3}{h_1^3} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow h = \frac{h_1}{2} = \frac{40}{2} = 20(\text{cm})$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1097.

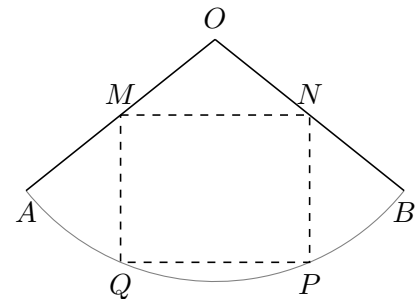
Cho tấm tôn hình nón có bán kính đáy là $r = \frac{2}{3}$, độ dài đường sinh $l = 2$. Người ta cắt theo một đường sinh và trải phẳng ra được một hình quạt. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của OA và OB . Hỏi khi cắt hình quạt theo hình chữ nhật $MNPQ$ (hình vẽ) và tạo thành hình trụ có đường sinh PN trùng với MQ thì được khối trụ có thể tích bằng bao nhiêu?

A. $\frac{3\pi(\sqrt{13}-1)}{8}$.

B. $\frac{3(\sqrt{13}-1)}{4\pi}$.

C. $\frac{5(\sqrt{13}-1)}{12\pi}$.

D. $\frac{\pi(\sqrt{13}-1)}{9}$.



Lời giải.

Gọi H, F lần lượt là trung điểm của MN, PQ .

Độ dài cung AB chính là chu vi đường tròn đáy hình nón, do đó $l_{AB} = 2\pi r = 2\pi \cdot \frac{2}{3} = \frac{4\pi}{3}$.

Suy ra: $\widehat{AOB} = \frac{l_{AB}}{OA} = \frac{2\pi}{3}$.

Áp dụng định lý cô-sin trong tam giác OAB ta có:

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cdot \cos(\widehat{AOB})} = 2\sqrt{3}.$$

$$PQ = MN = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3}.$$

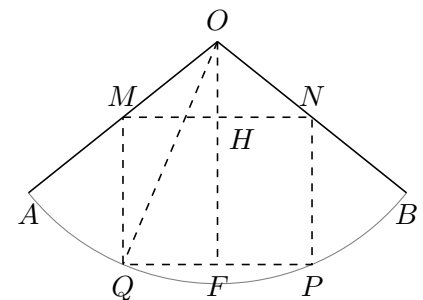
$$\text{Suy ra } MH = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$OH = \sqrt{OM^2 - MH^2} = \frac{1}{2}.$$

$$OF = \sqrt{OQ^2 - QF^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}.$$

$$\text{Do đó, } MQ = HF = OF - OH = \frac{\sqrt{13}-1}{2}.$$

$$\text{Thể tích hình trụ là } V = \pi MH^2 \cdot MQ = \frac{3\pi(\sqrt{13}-1)}{8}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1098. Khi cắt khối trụ (T) bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục của trụ (T) một khoảng bằng $a\sqrt{3}$ ta được thiết diện là hình vuông có diện tích bằng $4a^2$. Tính thể tích V của khối trụ (T).

- A. $V = 7\sqrt{7}\pi a^3$. B. $V = \frac{7\sqrt{7}}{3}\pi a^3$. C. $V = \frac{8}{3}\pi a^3$. D. $V = 8\pi a^3$.

Lời giải.

Vì thiết diện là hình vuông có $S = 4a^2$

$$\Rightarrow h = AD = CD = 2a.$$

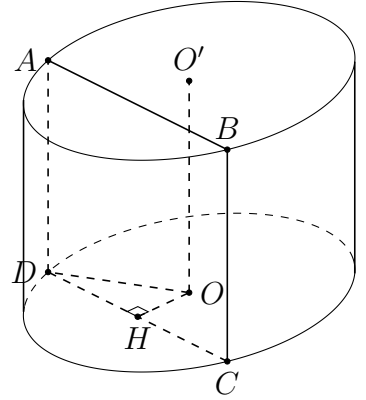
Gọi H là trung điểm của CD .

Do $\triangle COD$ cân tại O nên $OH \perp CD \Rightarrow OH \perp (ABCD)$.

Theo giả thiết $d(OO', (ABCD)) = OH = a\sqrt{3}$.

$$\text{Suy ra } r = OD = \sqrt{DH^2 + OH^2} = \sqrt{\left(\frac{CD}{2}\right)^2 + OH^2} = 2a.$$

$$\text{Vậy } V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 8\pi a^3.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1099. Một đội xây dựng cần hoàn thiện một hệ thống cột tròn của một cửa hàng kinh doanh gồm 10 chiếc. Trước khi hoàn thiện mỗi chiếc cột là một khối bê tông cốt thép hình lăng trụ lục giác đều có cạnh 20 cm; sau khi hoàn thiện (bằng cách trát thêm vữa vào xung quanh) mỗi cột là một khối trụ có đường kính đáy bằng 42 cm. Chiều cao của mỗi cột trước và sau khi hoàn thiện là 4 m. Biết lượng xi măng cần dùng chiếm 80% lượng vữa và cứ một bao xi măng 50 kg thì tương đương với 64000 cm³ xi măng. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bao xi măng loại 50 kg để hoàn thiện toàn bộ hệ thống cột?

- A. 25 bao. B. 17 bao. C. 18 bao. D. 22 bao.

Lời giải.

Thể tích khối trụ lục giác đều là $V_1 = 400 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 20^2 \cdot \sin 60^\circ = 240000\sqrt{3}$ cm³.

Thể tích khối trụ sau khi trát là $V_2 = \pi R^2 \cdot h = \pi \cdot 21^2 \cdot 400 = 176400\pi$ cm³

Thể tích của xi măng cần để trát vào một cột là

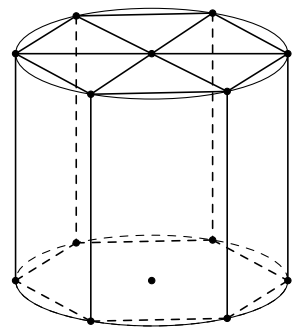
$$V = (V_2 - V_1) \cdot 0,8 = (17640\pi - 24000\sqrt{3}) \cdot 8 \text{ cm}^3$$

Thể tích của xi măng cần để trát vào 10 cột là

$$V = (V_2 - V_1) \cdot 0,8 \cdot 10 = (176400\pi - 240000\sqrt{3}) \cdot 8 \text{ cm}^3.$$

Số bao xi măng cần ít nhất để hoàn thiện toàn bộ hệ thống cột là

$$\frac{(176400\pi - 240000\sqrt{3}) \cdot 8}{64000} \approx 17,3 \text{ bao.}$$



Chọn đáp án **C**

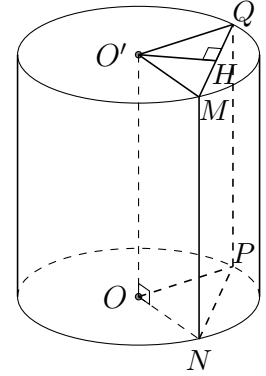
□

Câu 1100. Một hình trụ có bán kính $r = 5$ cm và khoảng cách giữa hai đáy $h = 7$ cm. Cắt khối trụ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục 3 cm. Diện tích thiết diện tạo thành là

- A. 56 cm². B. 55 cm². C. 53 cm². D. 46 cm².

Lời giải.

Giả sử hình trụ (T) có trục OO' . Thiết diện song song với trục là hình chữ nhật $MNPQ$ (N, P thuộc đường tròn tâm O và M, Q thuộc đường tròn tâm O').



Gọi H là trung điểm MQ . Khi đó, $O'H \perp MQ \Rightarrow O'H \perp (MNPQ)$.

Do đó, $d(OO', (MNPQ)) = d(O', (MNPQ)) = O'H = 3 \text{ cm}$.

Ta có $MH = \sqrt{O'M^2 - O'H^2} = 4 \text{ cm} \Rightarrow MQ = 2MH = 8 \text{ cm}$.

Diện tích thiết diện là $S = MQ \cdot MN = 56 \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1101. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20 \text{ cm}$, bán kính $r = 25 \text{ cm}$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12 cm . Tính diện tích của thiết diện đó.

A. $S = 500 \text{ cm}^2$.

B. $S = 400 \text{ cm}^2$.

C. $S = 300 \text{ cm}^2$.

D. $S = 406 \text{ cm}^2$.

Lời giải.

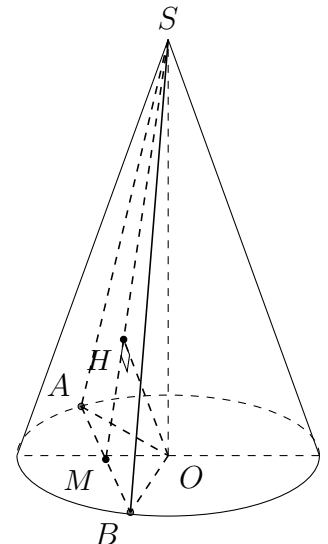
Giả sử thiết diện qua đỉnh của hình nón (N) là tam giác cân SAB . Gọi M là trung điểm AB và H là hình chiếu của O lên SM .

Ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OS^2} \Rightarrow OM = 15 \text{ cm}$.

Tam giác SMO vuông tại O có $OH \perp SM$ nên $SO \cdot OM = OH \cdot SM \Rightarrow SM = \frac{SO \cdot OM}{OH} = 25 \text{ cm}$.

Tam giác OMA vuông tại M nên $MA = \sqrt{OA^2 - OM^2} = 20 \text{ cm}$.

Diện tích thiết diện là $S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2}SM \cdot AB = 20 \cdot 25 = 500 \text{ cm}^2$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1102. Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$, $AB = 2$ và $CD = 4$. Khi quay hình thang quanh trục CD thu được một khối tròn xoay có thể tích bằng 6π . Diện tích hình thang $ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{9}{2}$.

B. $\frac{9}{4}$.

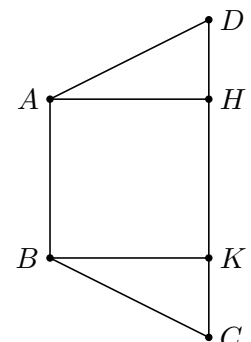
C. 6.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} V &= \pi AH^2 \cdot AB + \frac{1}{3}\pi AH^2 (DH + CK) = 2\pi AH^2 + \frac{2}{3}\pi AH^2 = 6\pi \\ \Leftrightarrow 2AH^2 + \frac{2}{3}AH^2 &= 6 \Leftrightarrow AH = \frac{3}{2} \\ \Rightarrow S_{ABCD} &= \frac{AB + CD}{2} \cdot AH = \frac{9}{2}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1103. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

A. πa^3 .

B. $5\pi a^3$.

C. $4\pi a^3$.

D. $3\pi a^3$.

Lời giải.

Chu vi thiết diện qua trục là $C = 2(2r + h) = 10a \Leftrightarrow 4a + 2h = 10a \Leftrightarrow h = 3a$.

Khi đó $V = \pi r^2 h = 3\pi a^3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1104.

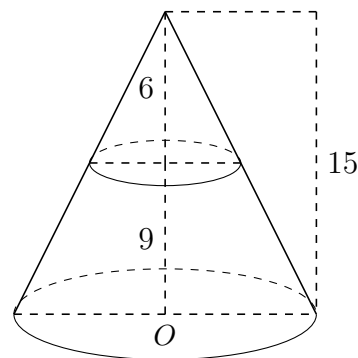
Cho hình nón có đáy là đường tròn có đường kính bằng 10, chiều cao bằng 15. Mặt phẳng vuông góc với trục cắt hình nón theo giao tuyến là một đường tròn như hình vẽ. Tính thể tích của khối nón có chiều cao bằng 6.

A. 24π .

B. 8π .

C. $\frac{200\pi}{9}$.

D. 96π .



Lời giải.

Gọi R, r là bán kính của hình nón có chiều cao bằng 15 và hình nón có chiều cao bằng 6.

Ta có: $\frac{r}{R} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

Suy ra $r = \frac{2}{5}R = \frac{2}{5} \cdot 5 = 2$.

Thể tích khối nón có chiều cao bằng 6 là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 6 = 8\pi.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1105. Cho hình nón có đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O bán kính bằng $2a$ và độ dài đường sinh bằng $a\sqrt{5}$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt hình nón theo thiết diện là tam giác có chu vi bằng $2(1 + \sqrt{5})a$. Tính khoảng cách từ d từ O đến mặt phẳng (P) .

A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $d = \frac{a}{2}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

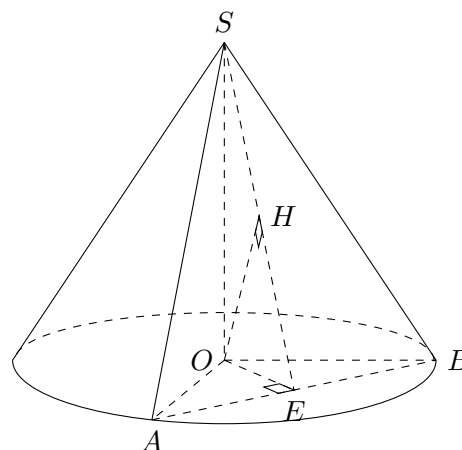
Ta có: $OA = OB = 2a$.

Chu vi $\triangle SAB = 2SA + AB = 2(1 + \sqrt{5})a \Leftrightarrow AB = 2a$.

Suy ra $\triangle OAB$ đều $\Rightarrow OE = a\sqrt{3}$.

Ta có: $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = a$.

Ta có: $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OE^2} \Rightarrow d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1106. Cho hình trụ $(\mathcal{T})$ có bán kính đáy R và chiều cao $R\sqrt{3}$. Lấy hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB và trục của hình trụ bằng 30° . Tính khoảng cách

d giữa AB và trục của hình trụ theo R .

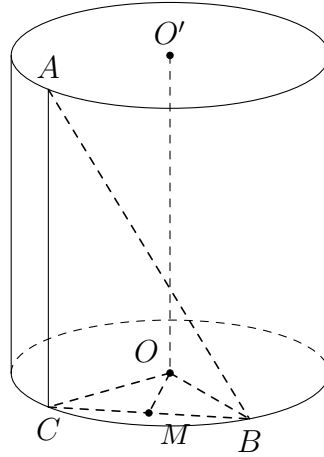
A. $d = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

B. $d = 2R\sqrt{3}$.

C. $d = R\sqrt{3}$.

D. $d = \frac{R\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.



Gọi C là hình chiếu của A lên đáy còn lại của hình trụ.

Ta có $AC \parallel OO'$ và $(AB, OO') = (AB, AC) = \widehat{BAC} = 30^\circ \Rightarrow BC = AC \tan 30^\circ = R$.

Gọi M là trung điểm BC . Ta có $OM = d(AB, OO') = \sqrt{OC^2 - MC^2} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1107. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AC = 3a$. Thể tích của khối tròn xoay sinh bởi hình chữ nhật $ABCD$ (kể cả các điểm trong) khi quay quanh đường thẳng chứa cạnh AD bằng

A. $V = 3\pi a^3\sqrt{2}$.

B. $V = 3\pi a^3\sqrt{3}$.

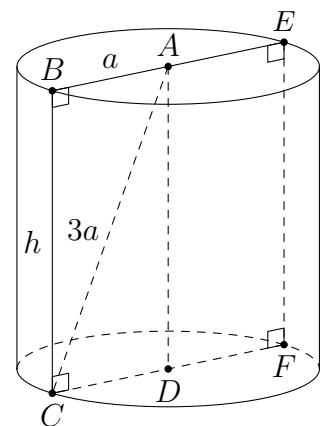
C. $V = 2\pi a^3\sqrt{2}$.

D. $V = 2\pi a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Chiều cao của khối trụ $h = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a\sqrt{2}$.

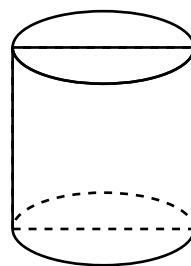
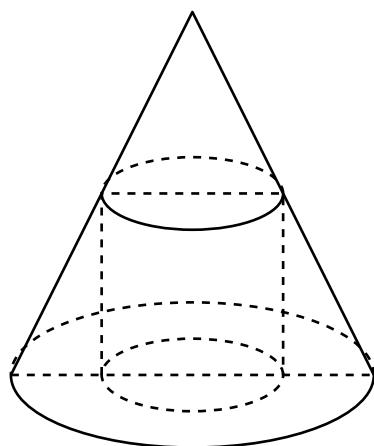
Thể tích khối trụ $V = hS_{\text{đáy}} = 2a\sqrt{2}\pi a^2 = 2\pi a^3\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1108. Một khối gỗ dạng nón có bán kính đáy bằng 2 m, chiều cao bằng 6 m. Bác thợ mộc chế tác từ khối gỗ đó thành khúc gỗ dạng khối trụ như hình vẽ. Tính thể tích lớn nhất của khúc gỗ sau khi chế tác.



A. $\frac{32}{3} \text{ (m}^3\text{)}.$

B. $\frac{32}{3}\pi \text{ (m}^3\text{)}.$

C. $\frac{32}{9}\pi \text{ (m}^3\text{)}.$

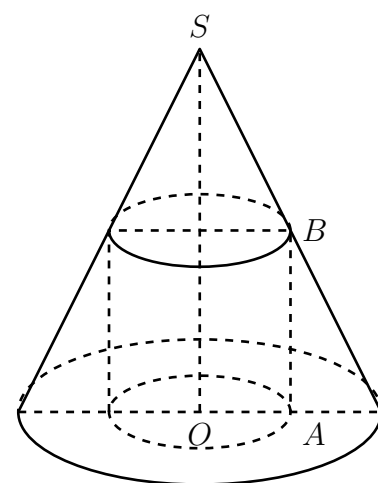
D. $\frac{16}{3}\pi \text{ (m}^3\text{)}.$

Lời giải.

Gọi $x = OA, 0 < x < 2$ (xem hình bên) là bán kính của khối trụ cần tạo ra, khi đó ta có chiều cao của khối trụ đó là $AB = 3(2 - x)$.

Thể tích của khối trụ bằng $\pi(-3x^3 + 6x^2)$.

Xét hàm số $f(x) = \pi(-3x^3 + 6x^2)$ trên $(0; 2)$ ta được giá trị lớn nhất đạt được tại $x = \frac{4}{3}$ nên thể tích của khối gỗ hình trụ lớn nhất bằng $\frac{32}{9}\pi \text{ (m}^3\text{)}.$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1109. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a và $AA' = 2a$. Tính diện tích xung quanh S của hình trụ ngoại tiếp hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo a .

A. $S = 2\sqrt{2}\pi a^2.$

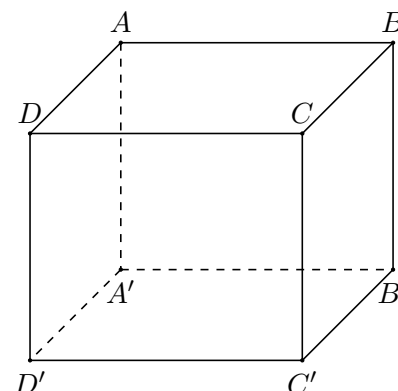
B. $S = 4\sqrt{2}\pi a^2.$

C. $S = \sqrt{2}\pi a^2.$

D. $S = \frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}.$

Lời giải.

Hình trụ ngoại tiếp hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các đáy là các đường tròn ngoại tiếp của hai hình vuông đáy. Do đó, bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác đáy là $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Hình trụ đó có độ dài đường sinh là $l = 2a$ và bán kính đáy là r . Diện tích xung quanh là $S = 2\pi rl = 2\sqrt{2}\pi a^2$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1110. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đó.

A. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

B. $S = \pi a^2 \sqrt{3}$.

C. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{2}$.

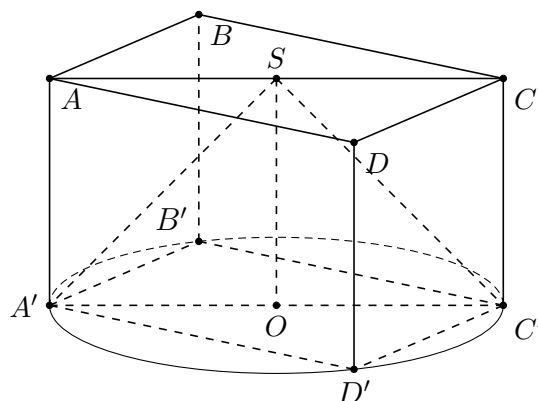
D. $S = \frac{\pi a^2 (\sqrt{3} + 1)}{2}$.

Lời giải.

Ta có $r = A'O = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và

$l = SA' = \sqrt{SO^2 + A'O^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

$V = \pi r l = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1111. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay tam giác ABC quanh cạnh BC bằng

A. $\frac{3a^3\pi}{2}$.

B. $\frac{a^3\pi}{6}$.

C. $\frac{3a^3\pi}{8}$.

D. $\frac{a^3\pi}{2}$.

Lời giải.

Khi quay tam giác ABC quanh cạnh BC ta được hai khối nón có chung đường tròn đáy với bán kính đáy là

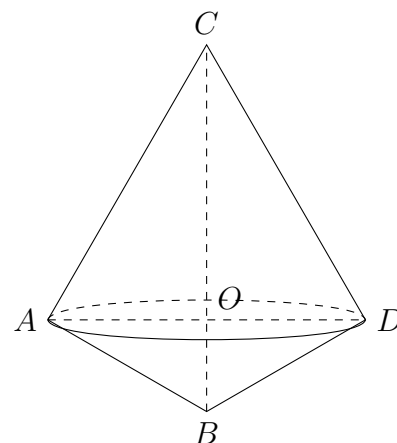
$$r = OA = AB \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối nón do cạnh AC và AB sinh ra.

Ta có $BC = \frac{AB}{\sin 30^\circ} = 2a$;

$BO = AB \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}a \Rightarrow CO = \frac{3}{2}a$.

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi OA^2 \cdot CO + \frac{1}{3} \pi OA^2 \cdot BO \\ &= \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2 \cdot 2a = \frac{1}{2} \pi a^3. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1112. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a . Gọi A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho $AB = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$. Tính góc tạo bởi AB với trục của hình trụ.

A. 30° .

B. 90° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là tâm đáy trên, đáy dưới của hình trụ.

Vì thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a nên $OO' = a$.

Giả sử A thuộc đáy trên của trụ.

Lấy C thuộc đáy trên của trụ sao cho $BC \parallel OO'$.

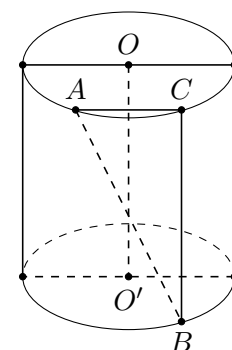
Khi đó $BC \perp AC$, $BC = OO' = a$ và

$$\cos(\widehat{AB, OO'}) = \cos(\widehat{AB, BC}) = \cos \widehat{ABC} = \frac{BC}{BA} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{AB, OO'} = 30^\circ.$$

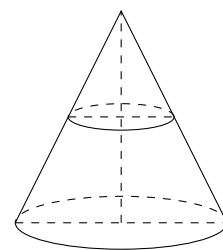
Chọn đáp án **(A)**

□



Câu 1113.

Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 10. Mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón cắt hình nón theo một đường tròn có bán kính bằng 6 và khoảng cách giữa mặt phẳng này với mặt phẳng chứa đáy của hình nón (N) là 5. Chiều cao h của hình nón (N) bằng bao nhiêu?



A. $h = 10$.

B. $h = 8,5$.

C. $h = 7$.

D. $h = 12,5$.

Lời giải.

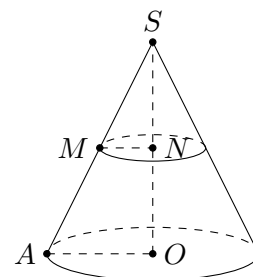
Gọi S, O lần lượt là đỉnh và tâm đáy của hình nón (N),

A là một điểm thuộc đường tròn đáy của (N).

Gọi M, N lần lượt là giao điểm của SA, SO với mặt phẳng cắt hình nón.

Khi đó N là tâm đường tròn bán kính bằng 6 và $MN \parallel AO$.

$$\text{Ta có } \frac{MN}{AO} = \frac{SN}{SO} \Leftrightarrow \frac{6}{10} = \frac{h-5}{h} \Leftrightarrow h = 12,5.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1114. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng a . Một hình nón (S) có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $A_1B_1C_1D_1$. Tính theo a thể tích V của hình nón (S).

A. $V = \frac{\pi\sqrt{2}a^3}{6}$.

B. $V = \frac{\pi\sqrt{2}a^3}{2}$.

C. $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

D. $V = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{6}$.

Lời giải.

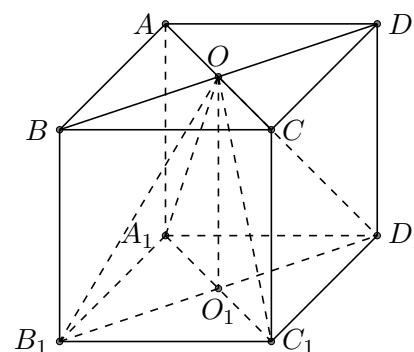
Gọi $O = BD \cap AC, O_1 = B_1D_1 \cap A_1C_1$. Ta có

$$OO_1 \perp (A_1B_1C_1D_1), OO_1 = AA_1 = a,$$

O là đỉnh nón và O_1 là tâm đường tròn đáy của nón.

$$\text{Bán kính đáy } R = \frac{A_1C_1}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Khi đó } V = \frac{1}{3} \cdot OO_1 \cdot (\pi R^2) = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{\pi a^3}{6}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1115. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao h . Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều tam giác đều nội tiếp hình trụ đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^2h}{4}$.

B. $V = \frac{3\sqrt{3}a^2h}{4}$.

C. $V = \frac{\pi}{3} \left(h^2 + \frac{4a^2}{3} \right) \sqrt{\frac{h^2}{4} + \frac{a^2}{3}}$.

D. $V = \frac{3\sqrt{3}\pi a^2h}{4}$.

Lời giải.

Gọi x là cạnh đáy của khối lăng trụ tam giác đều nội tiếp hình trụ, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều cạnh x là $\frac{x\sqrt{3}}{3}$, do đó:

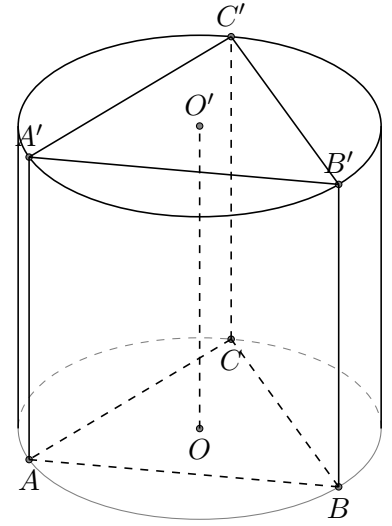
$$\frac{x\sqrt{3}}{3} = a \Leftrightarrow x = a\sqrt{3}.$$

Diện tích mặt đáy của hình lăng trụ: $S = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(a\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ tam giác đều tam giác đều nội tiếp hình trụ đã cho là

$$V = Bh = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4} \cdot h = \frac{3\sqrt{3}a^2h}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)**



□

Câu 1116. Cho một miếng tôn hình tròn có bán kính 50 cm. Biết hình nón có thể tích lớn nhất khi diện tích toàn phần của hình nón bằng diện tích miếng tôn ở trên. Khi đó hình nón có bán kính đáy là

- A. $10\sqrt{2}$ (cm). B. $50\sqrt{2}$ (cm). C. 20 (cm). D. 25 (cm).

Lời giải.

Ta có diện tích miếng tôn là $S = 2500\pi$ (cm²).

Diện tích toàn phần của hình nón là:

$$S_{\text{tp}} = \pi R^2 + \pi R\ell = 2500\pi \Leftrightarrow R^2 + R\ell = 2500 = A \Leftrightarrow \ell = \frac{A}{R} - R \Rightarrow h = \sqrt{\ell^2 - R^2} = \sqrt{\frac{A^2}{R^2} - 2A}.$$

Thể tích của khối nón là:

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi R^2 \sqrt{\frac{A^2}{R^2} - 2A} = \frac{1}{3}\pi \sqrt{A^2 R^2 - 2AR^4} = \frac{1}{3}\pi \sqrt{\frac{A^3}{8} - 2A\left(R^2 - \frac{A}{4}\right)^2} \leq \frac{1}{3}\pi \frac{A}{2} \sqrt{\frac{A}{2}}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $R = \sqrt{\frac{A}{2}} \Leftrightarrow R = 25$ (cm).

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1117. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7 cm. Cắt khối trụ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục 3 cm. Tính diện tích S của thiết diện đó.

- A. $S = 56$ cm². B. $S = 54$ cm². C. $S = 60$ cm². D. $S = 62$ cm².

Lời giải.

Ta có thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ như hình vẽ.

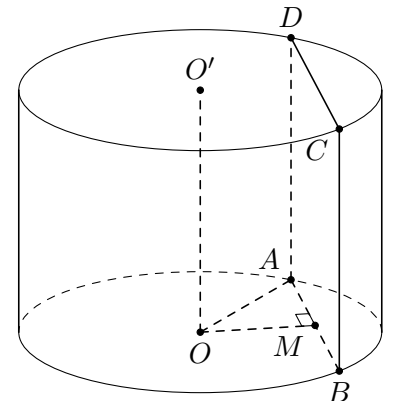
Gọi M là trung điểm của AB .

Ta có $OM \perp AB$ và $d(OO', (ABCD)) = 3 = OM$.

Khi đó, $AM = \sqrt{AO^2 - OM^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \Rightarrow AB = 8$ cm.

Mặt khác $BC = OO' = 7$ cm.

Vậy diện tích thiết diện là $S_{ABCD} = 7 \cdot 8 = 56$ cm².

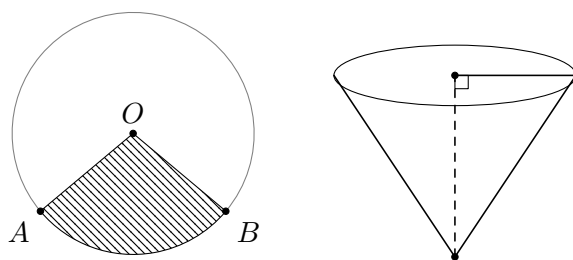


Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1118. Bạn An có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, Hoàn muốn biến hình tròn đó thành

một hình cái phễu hình nón. Khi đó An phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau (diện tích chỗ dán nhỏ không đáng kể). Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất?



A. $\frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy, chiều cao của phễu hình nón.

Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi}{3} r^2 \sqrt{l^2 - r^2}$ với l là độ dài đường sinh và $l = R$ bán kính tấm bìa hình tròn.

Do đó $V = \frac{\pi}{3} r^2 \sqrt{l^2 - r^2} = \frac{\pi}{3} r^2 \sqrt{R^2 - r^2}$.

Giả sử $R = 1$. Xét hàm số $f(r) = r^2 \sqrt{1 - r^2}$ trên $(0; 1)$.

Ta có $f'(r) = \frac{2r - 3r^3}{\sqrt{1 - r^2}}, \forall r \in (0; 1)$.

$$\text{Khi đó, } f'(r) = 0 \Leftrightarrow 2r - 3r^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} r = 0 \notin (0; 1) \\ r = \frac{\sqrt{6}}{3} \in (0; 1) \\ r = -\frac{\sqrt{6}}{3} \notin (0; 1) \end{cases} \Rightarrow \max_{(0;1)} f(r) = f\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{9}.$$

Như thế, $V_{\max} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{27}$.

Ta có độ dài cung cuộn làm phễu là chu vi đường tròn đáy $xR = \frac{2\pi\sqrt{6}}{3} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi\sqrt{6}}{3}$.

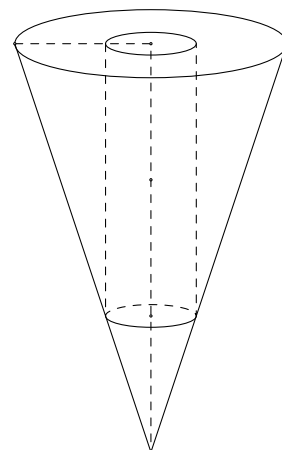
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1119. Một bình đựng nước dạng hình nón (không có nắp đáy),

đựng đầy nước. Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó.

Người ta thả vào bình đó một khối trụ và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $\frac{16\pi}{9} \text{ dm}^3$. Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt đáy của hình nón và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón (như hình vẽ dưới). Tính bán kính đáy R của bình nước.



A. $R = 4(\text{dm})$. B. $R = 3(\text{dm})$. C. $R = 5(\text{dm})$. D. $R = 2(\text{dm})$.

Lời giải.

Cắt tổ hợp hai khối nón và trụ theo một mặt cắt đi qua trục của chúng ta được hình vẽ

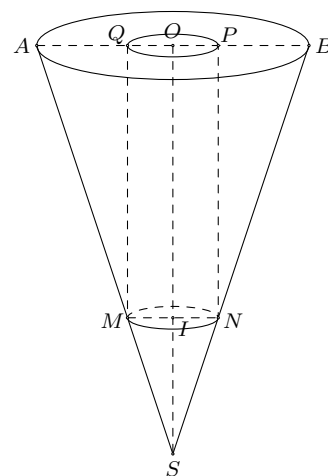
Chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó nên chiều cao của bình bằng $h = 3R$.

Chiều cao của trụ bằng đường kính đáy của hình nón nên $h_n = 2R$.

$$\text{Có } \frac{SI}{SO} = \frac{MI}{AO} \Leftrightarrow \frac{h-h_n}{h} = \frac{r_n}{R} \Leftrightarrow \frac{R}{3R} = \frac{r_n}{R} \text{ hay } r_n = \frac{R}{3}.$$

$$\text{Thể tích nước trào ra là do thể tích khối trụ chiếm chỗ nên } V_n = \frac{16\pi}{9} \Leftrightarrow$$

$$2R \cdot \pi \left(\frac{R}{3}\right)^2 = \frac{16\pi}{9} \Leftrightarrow R = 2.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1120. Một đội xây dựng cần hoàn thiện một hệ thống cột trụ tròn của một cửa hàng kinh doanh gồm 10 chiếc. Trước khi hoàn thiện mỗi chiếc cột là một khối bê tông cốt thép hình lăng trụ lục giác đều có cạnh 20 cm, sau khi hoàn thiện (bằng cách trát thêm vữa tổng hợp vào xung quanh) mỗi cột là khối trụ có đường kính đáy bằng 42 cm. Chiều cao của mỗi cột trước và sau khi hoàn thiện là 4 m. Biết lượng xi măng cần dùng chiếm 80% lượng vữa và cứ một bao xi măng 50 kg thì tương đương với 64000 cm^3 xi măng. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bao xi măng loại 50 kg để hoàn thiện toàn bộ hệ thống cột đã cho?

A. 25.

B. 18.

C. 28.

D. 22.

Lời giải.

$$\text{Thể tích hình lăng trụ ban đầu } V_1 = 6 \cdot S_{\Delta} h = 6 \cdot (20)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 400$$

$$\text{Thể tích một khối trụ: } V_2 = (21)^2 \pi \cdot 400$$

$$\text{Thể tích lượng vữa trát vào một khối trụ: } V = V_2 - V_1$$

$$\text{Lượng xi măng cho một khối trụ là } 80\% V$$

$$\text{Số bao xi măng cho 10 khối trụ là } 10 \frac{80\% V}{64000} \approx 17,31$$

Vậy cần ít nhất 18 bao.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1121. Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng R và có chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB và trục của hình trụ bằng 30° . Khoảng cách giữa AB và trục của hình trụ bằng.

A. $R\sqrt{3}$.

B. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{R\sqrt{3}}{4}$.

D. R .

Lời giải.

$$\text{Ta có } (\widehat{AB, OO'}) = (\widehat{AB, BC}) = 30^\circ$$

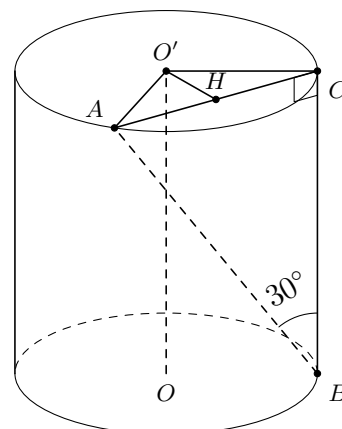
$$\Rightarrow AC = BC \tan 30^\circ = R$$

$$\Rightarrow \triangle O'BI \text{ đều cạnh } R.$$

$$\text{Gọi } H \text{ là trung điểm } AC. \text{ Khi đó } O'H \perp (ABC).$$

Mặt khác

$$\begin{aligned} d(OO', AB) &= d(OO', (ABC)) \\ &= d(O', (ABC)) \\ &= O'H = \frac{R\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 1122. Một ngôi biệt thự có 10 cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao 4,2 m. Trong đó, 4 cây cột trước đại sảnh có đường kính 40 cm và 6 cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính 26 cm. Chủ nhà dùng loại sơn giả đá để sơn 10 cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là 380.000 đồng/m (gồm cả tiền thi công) thì người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn 10 cây cột đó? (Số tiền làm tròn đến hàng nghìn).

A. 14.647.000 (đồng). B. 13.627.000 (đồng). C. 16.459.000 (đồng). D. 15.844.000 (đồng).

Lời giải.

Ta có tổng diện xung quanh của 10 cây cột là $S_{xq} = 4 \cdot 2 \cdot 4,2\pi \cdot 0,2 + 6 \cdot 2 \cdot 4,2\pi \cdot 0,13 = 13,272\pi$. Do đó số tiền cần để sơn 10 cây cột là $13,272\pi \cdot 380.000 \approx 15.844.000$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 1123. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , $AB = BC = a$ và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

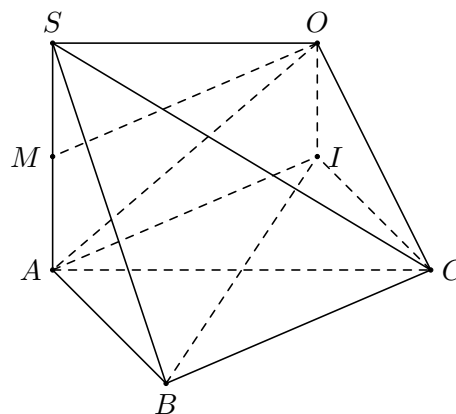
A. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $a\sqrt{5}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Dựng hình thoi $ABCI$, do $\widehat{ABC} = 120^\circ$ nên $IA = IB = IC = a$.

Qua I dựng đường thẳng song song với SA , cắt mặt phẳng trung trực của đoạn SA tại O khi đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Gọi M là trung điểm của SA , ta có $OM = IA = a$, $AM = \frac{a}{2}$, từ đó suy ra $OA = \sqrt{OM^2 + MA^2} = a\sqrt{2}$, suy ra $R = a\sqrt{2}$.



Chọn đáp án (B)

□

Câu 1124. Cho đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2a$ nằm trong mặt phẳng (P) . Gọi I là điểm đối xứng với O qua A . Lấy điểm S sao cho SI vuông góc với mặt phẳng (P) , và $SI = 2a$. Tính bán kính R mặt cầu đi qua đường tròn đã cho và điểm S .

A. $R = \frac{a\sqrt{65}}{4}$. B. $R = \frac{a\sqrt{65}}{16}$. C. $R = a\sqrt{5}$. D. $R = \frac{7a}{4}$.

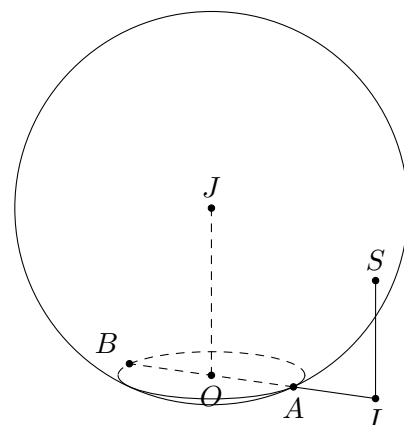
Lời giải.

Xét riêng mặt phẳng (SAB) .

Gắn hệ trục tọa độ Ixy sao cho A, B, O thuộc tia Ix , S thuộc tia Iy và giả sử $a = 1$. Khi đó $A(1; 0)$, $S(0; 2)$, $B(3; 0)$.

Gọi $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là đường tròn tâm J đi qua ba điểm phân biệt A, S và B . Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -2a + c = -1 \\ -6a + c = -9 \\ -4b + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{7}{4} \\ c = 3. \end{cases}$$



Như vậy $J\left(2; \frac{7}{4}\right) \Rightarrow R = JA = \frac{\sqrt{65}}{4}$ là bán kính của (C) , cũng là bán kính mặt cầu cần tìm.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1125. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh cùng bằng a . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $a\sqrt{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm $ABCD$ và M là trung điểm của SA
 $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

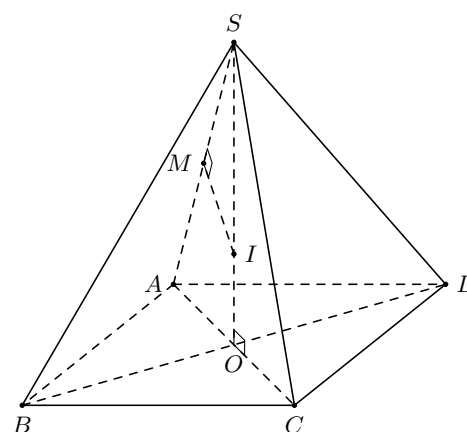
Kẻ $MI \perp SA$ tại M , $I \in SO$.

Khi đó I là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Bán kính mặt cầu (S) là $R = SI$.

Ta có $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SA = a$

$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Vì $\triangle SMI \sim \triangle SOA$ nên $\frac{SI}{SA} = \frac{SM}{SO} \Rightarrow SI = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{a^2}{a\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1126. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 1, thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình trụ đó.

A. $6\pi\sqrt{3}$.

B. $3\pi\sqrt{3}$.

C. $\frac{4\pi\sqrt{2}}{3}$.

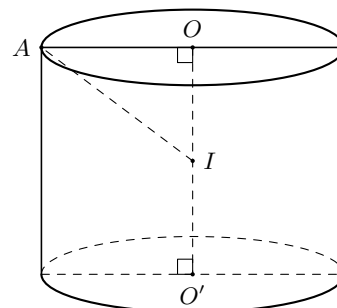
D. $\frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Theo giả thiết $R = 1$ và $h = 2R \Rightarrow h = 2$.

Khối cầu (S) ngoại tiếp hình trụ có tâm là trung điểm I của OO' và bán kính $R' = IA = \sqrt{OA^2 + OI^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.

Thể tích khối cầu (S) là $V = \frac{4}{3}\pi \cdot (\sqrt{2})^3 = \frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1127. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp

hình chóp đã cho.

A. $\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.

B. $\frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$.

C. $\frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$.

D. $\frac{5\pi}{3}$.

Lời giải.

Gọi G, O lần lượt là tâm của tam giác ABC và tam giác SAB .

Trong mặt phẳng (SCH) , dựng hình chữ nhật $OHGI$. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Bán kính mặt cầu là $R = IA$.

Ta có $CH = SH = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow IG = OH = \frac{1}{3}SH = \frac{\sqrt{3}}{6}$ và

$$AG = CG = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Ta có } IA = \sqrt{IG^2 + AG^2} = \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{15}}{6}.$$

$$\text{Thể tích khối cầu là } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1128. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng SC tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính diện tích mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $S.ABC$.

A. $4a^2\pi$.

B. $8a^2\pi$.

C. $\frac{32a^2\pi}{3}$.

D. $\frac{8a^2\pi}{3}$.

Lời giải.

Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại B có $AB = a$ nên $AC = a\sqrt{2}$. Vì $SA \perp (ABC)$ và tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là trung điểm của AC nên tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là trung điểm I của SC .

$$\text{Mặt khác } \widehat{SCA} = 60^\circ \Rightarrow R = \frac{SC}{2} = AC = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } S = 8a^2\pi.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1129. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB = a$, góc giữa mặt bên với mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính bán kính mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{7a}{16}$.

B. $\frac{7a}{12}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$, I là trung điểm của BC . Theo giả thiết, ta có $\left(\widehat{SBC}; (\widehat{ABC})\right) = \widehat{SIA} = 60^\circ$ nên $SO = OI \cdot \tan 60^\circ =$

$$\frac{1}{3}AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}.$$

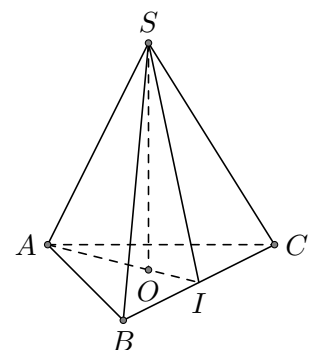
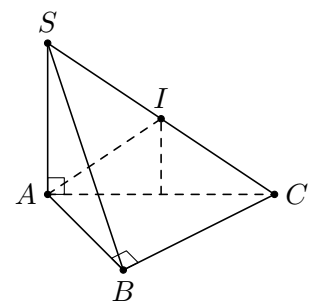
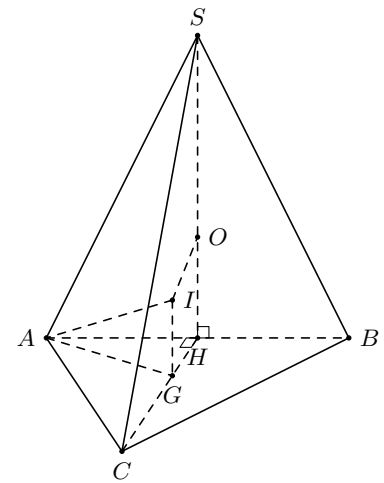
Áp dụng trường hợp chân đường vuông góc của S trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp của đáy có $R = \sqrt{r^2 + d^2}$

$$\text{Mặt khác } d = \left| \frac{h}{2} - \frac{r^2}{2h} \right| = \left| \frac{a}{4} - \frac{a}{3} \right| = \frac{a}{12}$$

$$\text{Vậy } R = \frac{7a}{12}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 1130. Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c nội tiếp một mặt cầu. Tính diện tích S_{mc} của mặt cầu đó.

A. $S_{mc} = 16(a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

B. $S_{mc} = 8(a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

C. $S_{mc} = 4(a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

D. $S_{mc} = (a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

Lời giải.

Đường kính của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật bằng đường chéo của hình hộp chữ nhật đó. Do đó

$$2R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \Leftrightarrow R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}.$$

Vậy

$$S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4} = (a^2 + b^2 + c^2)\pi.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1131. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 1, thiết diện qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình trụ.

A. $6\pi\sqrt{3}$.

B. $3\pi\sqrt{3}$.

C. $\frac{4\pi\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$.

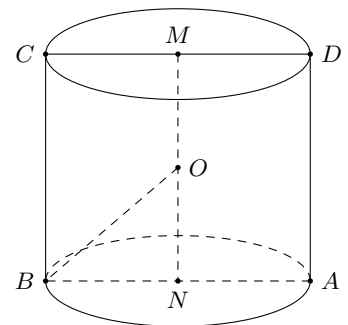
Lời giải.

Giả sử thiết diện qua trục MN của hình trụ là hình vuông $ABCD$.

Khi đó khối cầu ngoại tiếp hình trụ có tâm O là trung điểm MN và bán kính $R = OB$.

Ta có $R = OB = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

Vậy $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (\sqrt{2})^3 = \frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án **D** □

Câu 1132. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và DBC là hai tam giác đều cạnh chung $BC = 2$. Gọi I là trung điểm của BC , $\widehat{AID} = 2\alpha$ mà $\cos 2\alpha = -\frac{1}{3}$. Hãy xác định tâm O mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đó.

A. O là trung điểm AD .

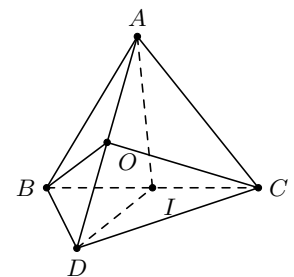
B. O là trung điểm BD .

C. O thuộc mặt phẳng (ADB) .

D. O là trung điểm AB .

Lời giải.

Ta có $AI = DI = \sqrt{3}$. Áp dụng định lý cosin ta có: $AD^2 = AI^2 + DI^2 - 2AI \cdot DI \cdot \cos \widehat{AID} = 8$. Ta thấy 3 cạnh của các tam giác ADC, ADB thỏa mãn định lý Pytagore nên các tam giác này lần lượt vuông tại C, B . Gọi O là trung điểm AD thì $OA = OD = OB = OC$. Vậy tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện là trung điểm O của AD .



Chọn đáp án **A** □

Câu 1133. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

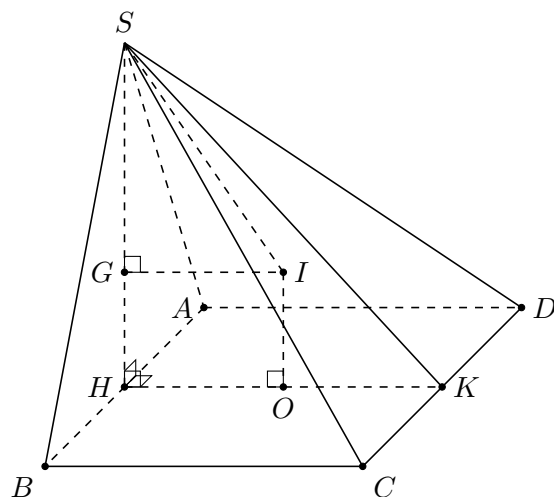
A. $\frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$.

B. $\frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{18}$.

C. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{81}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

Lời giải.



Gọi H là trung điểm của AB , ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \text{ theo giao tuyến } AB \\ SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD).$

Gọi K là trung điểm của CD , ta có $\begin{cases} KH \perp AB \\ KH \perp SH \end{cases} \Rightarrow KH \perp (SAB).$

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ và G là trọng tâm tam giác SAB .

Trong mặt phẳng (SHK) , kẻ đường thẳng $Ox \parallel SH$ và kẻ đường thẳng $Gy \parallel KH$.

Gọi $I = Ox \cap Gy$, ta có $\begin{cases} IO \perp (ABCD) \\ IG \perp (SAB) \end{cases} \Rightarrow IO$ là trục của hình vuông $ABCD$ và IG là trục của tam giác SAB .

Do đó ta có $IS = IA = IB = IC = ID$ hay I chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Tứ giác $OHGI$ là hình chữ nhật nên $IG = OH = \frac{a}{2}$.

Tam giác SAB đều nên $SG = \frac{2}{3}SH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác SGI vuông tại G nên $SI^2 = SG^2 + GI^2 = \frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{4} = \frac{7a^2}{12}$.

Vậy $R = SI = \frac{a\sqrt{21}}{6}$ và thể tích khối cầu ngoại tiếp $S.ABCD$ là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1134. Cho hình chóp tứ giác đều có góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Biết rằng mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó có bán kính $R = a\sqrt{3}$. Tính độ dài cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều nói trên.

A. $\frac{12}{5}a$.

B. $2a$.

C. $\frac{3}{2}a$.

D. $\frac{9}{4}a$.

Lời giải.

Gọi x là cạnh hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Khi đó góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy $(ABCD)$ là góc $\widehat{SMO}$.

Khi đó ta tính được $OM = \frac{x}{2}, SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{x\sqrt{3}}{2}, Sa = \sqrt{SO^2 + Oa^2} = \frac{x\sqrt{5}}{2}$.

Để thấy $\triangle SEI \sim \triangle SOA$ (g.g). Do đó

$$\frac{SE}{SO} = \frac{SI}{SA} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2}SA}{SO} = \frac{SI}{SA} \Leftrightarrow SI = \frac{SA^2}{2SO}$$

$$\text{Thay vào biểu thức trên, ta được } a\sqrt{3} = \frac{\frac{5}{4}x^2}{2 \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow x = \frac{12}{5}a.$$

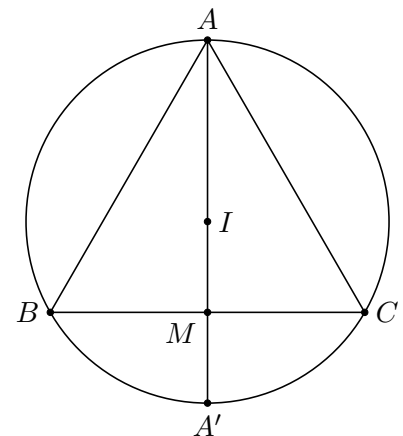
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1135.

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn tâm I đường kính AA' , M là trung điểm của BC . Khi quay tam giác ABM cùng với nửa hình tròn đường kính AA' xung quanh đường thẳng AM (như hình vẽ minh họa), ta được khối nón và khối cầu có thể tích lần lượt là V_1 và V_2 . Tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{9}{4}$. B. $\frac{27}{32}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{9}{32}$.



Lời giải.

Gọi chiều dài cạnh của tam giác ABC là a ta có chiều cao của khối nón bằng $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và bán kính đáy của khối nón bằng $\frac{a}{2}$ nên thể tích của khối nón là $V_1 = \frac{1}{3}\pi BM^2 \cdot AM = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{24}$.

Khối cầu có bán kính $R = AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ nên có thể tích $V_2 = \frac{4\pi a^3}{9\sqrt{3}}$.

Từ đó suy ra $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{32}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1136. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a .

- A. $a^3\pi$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}\pi$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}\pi$. D. $\frac{4a^3}{3}\pi$.

Lời giải.

Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Gọi I là trung điểm đoạn AC' .

$$\Rightarrow \begin{cases} I \text{ là tâm hình chữ nhật } AA'C'C \\ I \text{ là tâm hình chữ nhật } BB'D'D \end{cases}$$

Ta được $IA = IB = IC = ID = IA' = IB' = IC' = ID'$.

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

$$\text{Ta có } AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2 = 3a^2 \Rightarrow IA = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối cầu } S = \frac{4}{3}\pi IA^3 = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1137. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn AC thỏa mãn $AC = 4AH$ và $SH = a$. Tính bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp $S.ABCD$ (mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình chóp $S.ABCD$).

A. $\frac{4a}{9 + \sqrt{13}}$.

B. $\frac{4a}{5 + \sqrt{17}}$.

C. $\frac{4a}{5 + \sqrt{13}}$.

D. $\frac{4a}{9 + \sqrt{17}}$.

Lời giải.

Kẻ $HL \perp AB$ và $HK \perp CD$ suy ra $SL \perp AB$ và $SK \perp CD$.

$$\text{Ta có } HL = \frac{a}{4} \text{ và } HK = \frac{3a}{4}.$$

$$\text{Suy ra } SL = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{17}}{4}$$

$$\text{và } SK = \sqrt{a^2 + \left(\frac{3a}{4}\right)^2} = \frac{5a}{4}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a = \frac{a^3}{3}.$$

$$\text{Diện tích } S_{SAB} = S_{SAD} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{17}}{4}}{2} = \frac{a^2\sqrt{17}}{8}.$$

$$\text{Diện tích } S_{SBC} = S_{SCD} = \frac{a \cdot \frac{5a}{4}}{2} = \frac{5a^2}{8}.$$

Bán kính đường tròn nội tiếp hình chóp

$$r = \frac{3V}{S} = \frac{3V}{S_{ABCD} + 2 \cdot S_{SAB} + 2 \cdot S_{SBC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{3}}{a^2 + 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{17}}{8} + 2 \cdot \frac{5a^2}{8}} = \frac{4a}{9 + \sqrt{17}}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1138. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, khối chóp có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $576\sqrt{2}$.

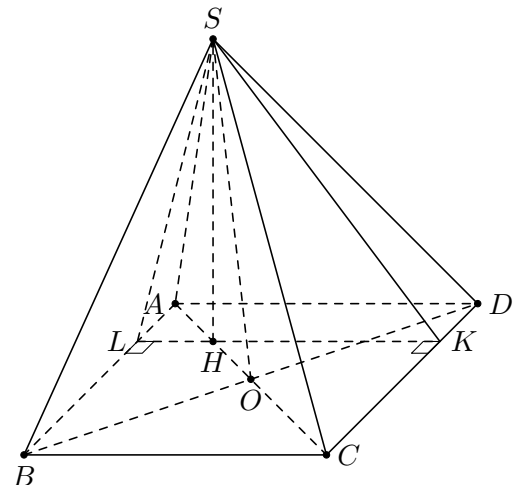
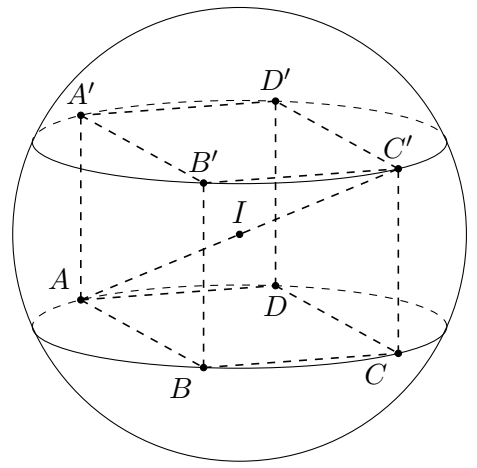
B. 144.

C. 576.

D. $144\sqrt{6}$.

Lời giải.

Gọi chiều cao của hình chóp là $9 + x, x \geq 0$.



Thể tích của hình chóp là

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot (81 - x^2)(9 + x) \\
 &= \frac{2}{3}(9 - x)(9 + x)(9 + x) \\
 &= \frac{1}{3}(18 - 2x)(9 + x)(9 + x) \\
 &\leq \frac{1}{3} \left(\frac{18 - 2x + 9 + x + 9 + x}{3} \right)^3 \\
 &= \frac{1}{3} \cdot 12^3 = 576.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1139. Một hình trụ có trục OO' chứa tâm của một mặt cầu bán kính R , các đường tròn đáy của hình trụ đều thuộc mặt cầu trên, đường cao hình trụ đúng bằng R . Tính thể tích V của khối trụ?

A. $V = \frac{3\pi R^3}{4}$.

B. $V = \pi R^3$.

C. $V = \frac{\pi R^3}{4}$.

D. $V = \frac{\pi R^3}{3}$.

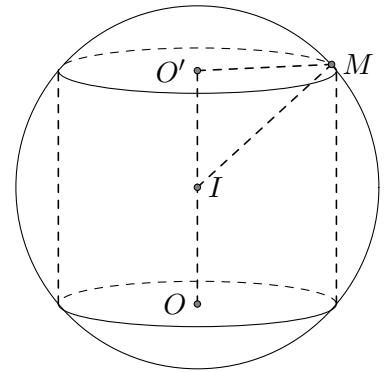
Lời giải.

Theo giả thiết ta có $OO' = R$. Khi đó với I là tâm mặt cầu thì I là trung điểm của OO' hay $O'I = \frac{R}{2}$.

Bán kính đáy của khối trụ là

$$r = O'M = \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{4}} = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{R\sqrt{3}}{2} \right)^2 R = \frac{3\pi R^3}{4}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1140. Cho mặt cầu (S) bán kính R . Xét hình trụ (T) có trục đi qua tâm của (S) và mỗi điểm thuộc 2 đường tròn đáy của hình trụ (T) đều thuộc mặt cầu (S) . Biết hình trụ (T) có diện tích toàn phần bằng $2\pi R^2$, hãy tính bán kính đáy của (T) .

A. R hoặc $\frac{R}{\sqrt{5}}$.

B. $\frac{R}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{R}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{R}{\sqrt{5}}$.

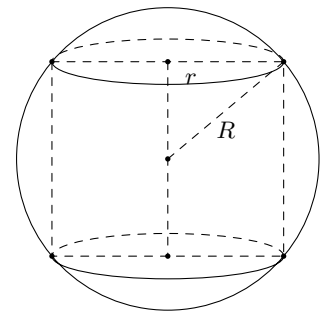
Lời giải.

Giả sử hình trụ (T) có bán kính đáy r , đường sinh l .

Ta có

$$\begin{aligned}
 S_{tp} &= 2\pi R^2 \\
 \Leftrightarrow 2\pi r l + 2\pi r^2 &= 2\pi R^2 \\
 \Leftrightarrow 2r\sqrt{R^2 - r^2} + r^2 &= R^2 \\
 \Leftrightarrow 2r &= \sqrt{R^2 - r^2} \\
 \Leftrightarrow 4r^2 &= R^2 - r^2 \\
 \Leftrightarrow r^2 &= \frac{R^2}{5}.
 \end{aligned}$$

Do $r > 0$ nên $r = \frac{R}{\sqrt{5}}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1141. Tính diện tích bề mặt của mặt cầu nội tiếp trong hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a\sqrt{3}$ và cạnh bên bằng $a\sqrt{15}$ (mặt cầu nội tiếp trong hình chóp là mặt cầu có tâm nằm trong hình chóp và tiếp xúc với tất cả các mặt của hình chóp).

A. $\frac{4}{3}\pi a^2$.

B. πa^3 .

C. $4\pi a^2$.

D. πa^2 .

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC , H là hình chiếu vuông góc của O lên SM .

Khi đó $OH \perp (SBC)$ hay $d(O, (SBC)) = OH$.

Xét $\triangle SOC$

$$SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{15a^2 - 6a^2} = 3a.$$

Xét $\triangle SOM$

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{9a^2} \Rightarrow OH = \frac{3a}{2}.$$

Gọi I là tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp, suy ra $I \in SO$.

Gọi I' là hình chiếu vuông góc của I lên (SBC) suy ra $I' \in SM$ và $II' \parallel OH$.

Đặt $SI = x$ ($0 < x < 3a$).

Ta có

$$\frac{SI}{SO} = \frac{II'}{OH} \Rightarrow II' = \frac{OH \cdot SI}{SO} = \frac{x \cdot \frac{3a}{2}}{3a} = \frac{x}{2}.$$

Mặt khác,

$$IO = II' \Leftrightarrow 3a - x = \frac{x}{2} \Leftrightarrow x = 2a.$$

Khi đó bán kính mặt cầu nội tiếp là $r = IO = SO - SI = 3a - 2a = a$.

Vậy $S = 4\pi r^2 = 4\pi a^2$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1142. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $4a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đã cho là

A. $S = 52\pi a^2$.

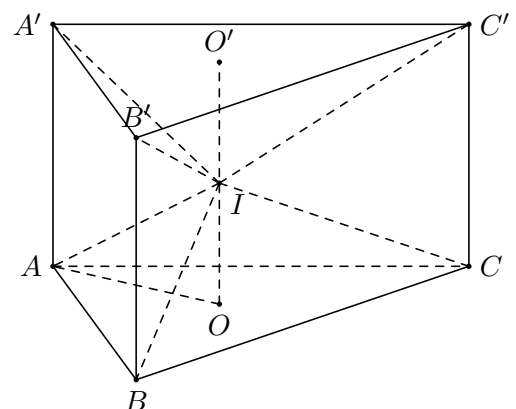
B. $S = \frac{52\pi a^2}{3}$.

C. $S = \frac{26\pi a^2}{3}$.

D. $S = 4\pi a^2$.

Lời giải.

— Gọi O , O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$ và I là trung điểm của OO' . Ta có $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $OO' \perp (ABC)$ nên $\begin{cases} IA = IB = IC \\ IA' = IB' = IC' \end{cases}$. Mặt khác I là trung điểm OO' nên $IA = IA'$. Do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



— Ta có $OA = \frac{a}{2 \sin 60^\circ} = \frac{a}{\sqrt{3}}$ và $IO = \frac{1}{2}OO' = \frac{1}{2}AA' = 2a$. Do đó

$$R = IA = \sqrt{OA^2 + IO^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + 4a^2} = \frac{a\sqrt{13}}{\sqrt{3}}.$$

$$— S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{13}}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{52a^2}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1143. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ đã cho.

A. $\frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$.

B. $\frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$.

C. $\frac{5\pi}{3}$.

D. $\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.

Lời giải.

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC . Giả sử O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ thì O thuộc trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $OS = OB = r > 0$ là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Đặt $OH = x$, ($x > 0$) và gọi $O' \in SN$ sao cho $O'N = OH = x$. Khi đó

— Trong tam giác vuông OHB có

$$r^2 = x^2 + BH^2 = x^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2 \Leftrightarrow r^2 = x^2 + \frac{1}{3} \quad (1).$$

— Trong tam giác vuông SOO' có

$$r^2 = SO'^2 + OO'^2 \Leftrightarrow r^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - x \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{6} \right)^2 = -\sqrt{3}x + x^2 + \frac{5}{6} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $x = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{15}}{6}$.

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1144. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 3a$, $AD = 4a$, SA vuông góc với mặt đáy, SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $10a$.

B. $5a$.

C. $\frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

D. $5a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD . Suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$. Trong (SAC) dựng đường thẳng qua O , song song với SA và cắt SC tại I .

Vì O là trung điểm của AC nên I cũng là trung điểm của SC . Suy ra $IC = IA$.

Ta có $OI \perp (ABCD)$ và O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ nên OI là trục đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$.

Mặt khác $IC = IS$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{9a^2 + 16a^2} = 5a$.

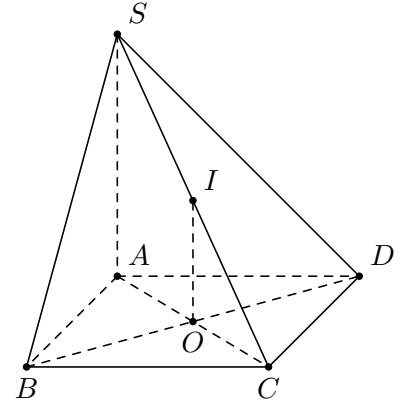
Vì $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và đáy là góc $\widehat{SCA}$.

Do vậy $\widehat{SCA} = 60^\circ$.

Ta có $SC = \frac{AC}{\cos \widehat{SCA}} = \frac{5a}{\cos 60^\circ} = 10a$.

Vì I là trung điểm của SC nên $IS = \frac{1}{2} \cdot SC = 5a$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $5a$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1145. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a .

A. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

B. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{\pi a^2}{3}$.

D. $\frac{4\pi a^2}{9}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB và O là trọng tâm của $\triangle ABC$.

Vì $\triangle ABC$ đều cạnh a nên $O \in CH$, $CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AO = BO = CO = \frac{2}{3}CH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $HO = \frac{1}{3}CH = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Vì $\triangle SAB$ vuông cân tại S có H là trung điểm của AB nên $SH \perp AB$ và $SH = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \Rightarrow SH \perp (ABC). \\ SH \perp AB \end{cases}$$

Do đó ta có $SH \perp HO$.

Vì $\triangle SHO$ vuông tại H nên ta có

$$SO = \sqrt{SH^2 + OH^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{12}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

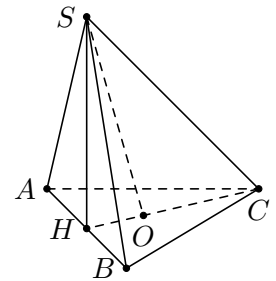
Ta thấy $OA = OB = OC = OS (= \frac{a\sqrt{3}}{3})$ nên O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Do vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $R = AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $4\pi R^2 = \frac{4\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 1146. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = 5$, $BC = 2$, $BD = 3$, $CD = 4$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp của tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{25\sqrt{15}}{2\sqrt{311}}$.

B. $\frac{25\sqrt{15}}{\sqrt{311}}$.

C. $\frac{25}{6}$.

D. $\frac{25}{\sqrt{311}}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$. Suy ra $OB = OC = OD$.

Mà theo giả thiết ta có $AB = AC = AD$ nên OA là trục đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$.

Suy ra $AO \perp (BCD)$.

Trong (ABO) dựng đường trung trực của đoạn AB , cắt AO tại I .

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

$$\text{Ta có } S_{\triangle BCD} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{abc}{4R}$$

(trong đó $a = BC = 2$, $b = BD = 3$, $c = CD = 4$, $p = \frac{a+b+c}{2}$, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$).

$$\text{Suy ra } R = \frac{8}{\sqrt{15}}. \text{ Do vậy } OB = \frac{8}{\sqrt{15}}.$$

$$\text{Ta có } OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{5^2 - \frac{64}{15}} = \frac{\sqrt{311}}{15}.$$

Xét $\triangle ABO$ và $\triangle AIM$ có $\widehat{BAO}$ chung và $\widehat{AOB} = \widehat{AMI} = 90^\circ$.

Suy ra $\triangle ABO \sim \triangle AIM$ (g.g)

$$\text{Do đó ta có } \frac{AB}{AI} = \frac{AO}{AM} \Leftrightarrow AI = \frac{AB^2}{2AO}.$$

$$\text{Mà } OA = \frac{\sqrt{311}}{15}, AB = 5 \text{ nên } AI = \frac{25\sqrt{15}}{2\sqrt{311}}.$$

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là $\frac{25\sqrt{15}}{2\sqrt{311}}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1147. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{B. } V = \frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{C. } V = \frac{8a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{D. } V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB , suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Gọi $O = AC \cap BD$. Khi đó, ta có

$$OA = OB = OC = OD = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}.$$

Xét tam giác SHO vuông tại O , ta có

$$SH = \frac{AB}{2} = \frac{BC}{2} = OH = a \Rightarrow OS = a\sqrt{2}.$$

Vậy $OS = OA = OB = OC = OD = a\sqrt{2}$ nên O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ và có bán kính là $R = a\sqrt{2}$. Thể tích khối cầu cần tìm là

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi}{3} \cdot (a\sqrt{2})^3 = \frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1148. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OA = a$, $OB = 2a$, $OC = 3a$. Diện tích của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $OABC$ bằng

$$\text{A. } 14\pi a^2.$$

$$\text{B. } 12\pi a^2.$$

$$\text{C. } 10\pi a^2.$$

$$\text{D. } 8\pi a^2.$$

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AB . Vì tam giác OAB vuông tại O nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB .

Qua điểm M dựng đường thẳng d vuông góc với (OAB) , suy ra $d \parallel OC$.

Trong mặt phẳng (OC, d) dựng đường trung trực d' của OC cắt d tại I . Khi đó

$$\begin{cases} I \in d \\ I \in d' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IO = IA = IB \\ IO = IC \end{cases} \Leftrightarrow IA = IB = IC = IO.$$

Vậy I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $O.ABC$. Bán kính của mặt cầu này là $R = IA = IB = IC = IO$.

Dễ dàng chứng minh được tứ giác $OMIN$ là hình chữ nhật.

$$\text{Ta có } IM = ON = \frac{OC}{2} = \frac{3a}{2} \text{ và } MB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{OA^2 + OB^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } IMB \text{ ta có } IM = \sqrt{IM^2 + MB^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} + \frac{5a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{14}}{2}.$$

$$\text{Vậy } R = \frac{a\sqrt{14}}{2}.$$

$$\text{Diện tích của mặt cầu } (S) \text{ ngoại tiếp hình chóp } OABC \text{ là } S = 4\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{14}}{2}\right)^2 = 14\pi a^2.$$

Cách khác. Có thể tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$ bằng công thức

$$R = \frac{\sqrt{OA^2 + OB^2 + OC^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + 4a^2 + 9a^2}}{2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}.$$

$$\text{Diện tích của mặt cầu } (S) \text{ ngoại tiếp hình chóp } OABC \text{ là } S = 4\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{14}}{2}\right)^2 = 14\pi a^2.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1149. Cho hình lập phương có cạnh bằng 2. Mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương có bán kính là

A. $2\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. 1.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và $C'D'$.

Vì mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương nên nó có đường kính là MN .

$$\text{Vậy bán kính cần tìm là } R = \frac{MN}{2} = \frac{AD'}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1150. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = 2a$. Mặt bên (SAB) vuông góc với đáy, $\widehat{ASB} = 60^\circ$, $SB = a$. Gọi (S) là mặt cầu tâm B tiếp xúc với mặt phẳng (SAC) . Tính bán kính r của mặt cầu (S) .

A. $r = 2a$.

B. $r = 2a\sqrt{\frac{3}{19}}$.

C. $r = 2a\sqrt{3}$.

D. $r = a\sqrt{\frac{3}{19}}$.

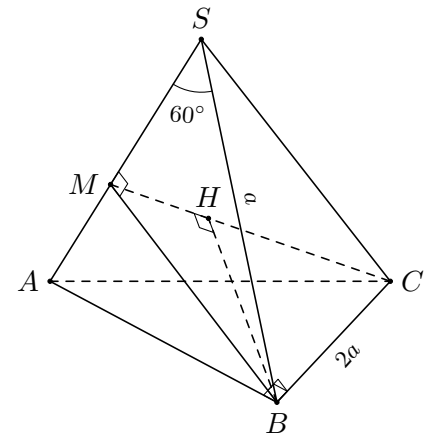
Lời giải.

Ta có $(SAB) \perp (ABC)$ theo giao tuyến AB , $BC \perp AB$ (gt) nên $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SA$.

Kẻ $BM \perp SA$ tại M , $BH \perp MC$ tại H , ta có

- $SA \perp BC, SA \perp BM \Rightarrow SA \perp (MBC) \Rightarrow BH \perp SA$.
- $BH \perp SA, BH \perp MC \Rightarrow BH \perp (SAC)$.

Vậy mặt cầu tâm B bán kính $r = BH$ tiếp xúc với mặt phẳng (SAC) .



Tam giác SMB vuông tại M có $SB = a$, $\widehat{MSB} = 60^\circ$ nên $BM = SB \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác MBC vuông tại B , đường cao BH nên

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{19}{12a^2} \Rightarrow r = BH = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1151. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SA = a$. Gọi E là trung điểm của cạnh CD . Mặt cầu đi qua bốn điểm S, A, B, E có bán kính là

- A. $\frac{a\sqrt{41}}{8}$. B. $\frac{a\sqrt{41}}{24}$. C. $\frac{a\sqrt{41}}{16}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{16}$.

Lời giải.

Gọi H, M lần lượt là trung điểm của AB và SA . Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABE$, Δ là trục của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABE$. Suy ra $d \parallel SA$, $AI \cap BC = K \Rightarrow \Delta \cap SK = O$ thì O là giao của mặt phẳng trung trực của cạnh bên SA và trục Δ của đáy ABE , nên O là trung điểm của SK và là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABE$. Do đó tứ giác $MOIA$ là hình chữ nhật $\Rightarrow IA = MO$.

Ta có $AE = BE = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ nên trong $\triangle ABE$ ta có $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2}a^2 = \frac{AB \cdot AE \cdot BE}{4R}$, với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABE .

Suy ra $R = \frac{AB \cdot AE \cdot BE}{2a^2} = \frac{5a}{8} = IA$.

Xét $\triangle SMO$ vuông tại M ta có

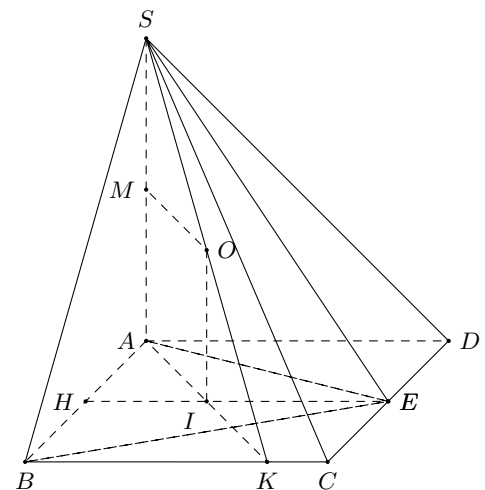
$$r = SO = \sqrt{SM^2 + MO^2} = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + IA^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{25a^2}{64}} = \frac{a\sqrt{41}}{8}$$

là bán kính mặt cầu đi qua bốn điểm S, A, B, E .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1152.



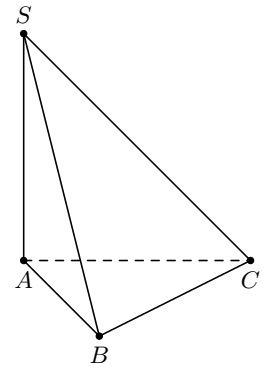
Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; $SA = a$; đáy ABC là tam giác vuông tại B , $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và $AB = \frac{a}{2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Tìm mệnh đề **sai**.

A. Diện tích của (S) là $\frac{2\pi a^2}{3}$.

B. Tâm của (S) là trung điểm SC .

C. (S) có bán kính $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. Thể tích khối cầu là $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.



Lời giải.

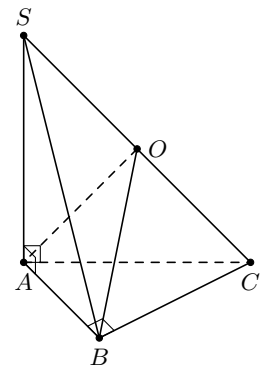
Từ $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp BC$. Tam giác ABC vuông tại B nên $BC \perp AB$.

Từ $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases}$ suy ra $BC \perp SB$.

Gọi O là trung điểm SC . Tam giác SAC vuông tại A nên $OA = OC = OS$.

Tam giác SBC vuông tại B nên $OB = OC = OS$.

Như vậy $OA = OB = OC = OS$ nên O là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.



Tam giác vuông tại B , $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và $AB = \frac{a}{2}$ nên

$$AC = \frac{AB}{\cos \widehat{BAC}} = \frac{\frac{a}{2}}{\cos 60^\circ} = a.$$

Từ đó ta có tam giác SAC vuông cân tại A nên $SC = a\sqrt{2}$.

Bán kính mặt cầu (S) là $R = \frac{SC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích mặt cầu (S) bằng $4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 2\pi a^2$.

Thể tích khối cầu (S) là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Vậy mệnh đề sai là “Diện tích của (S) là $\frac{2\pi a^2}{3}$ ”.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1153.

Một hình nón ngoại tiếp một hình cầu có bán kính $r = 5$. Biết thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác đều ngoại tiếp đường tròn (hình vẽ).

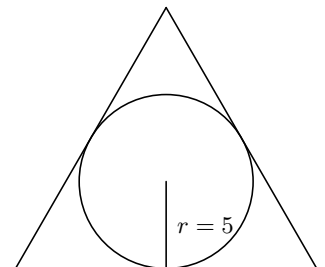
Tính thể tích khối nón tương ứng.

A. $V = 325\pi$.

B. $V = 375\pi$.

C. $V = 350\pi$.

D. $V = 425\pi$.



Lời giải.

Vì tâm đường tròn nội tiếp là trọng tâm tam giác đều nên trung tuyến tam giác đều này có độ dài là $3r = 15$. Do đó chiều cao hình nón là $h = 15$.

Cạnh của tam giác đều là $\frac{15}{\sin 60^\circ} = 10\sqrt{3}$.

Suy ra bán kính đáy hình nón là $R = 5\sqrt{3}$.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi (5\sqrt{3})^2 15 = 375\pi$.

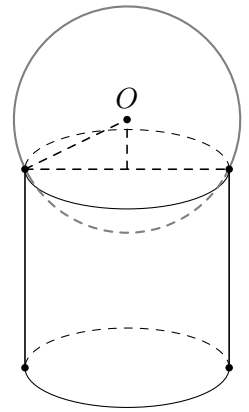
Chọn đáp án (B)

□

Câu 1154.

Một chiếc cốc hình trụ có chiều cao bằng đường kính quả bóng bàn. Người ta đặt quả bóng lên chiếc cốc thấy phần ở ngoài của quả bóng có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của nó. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của quả bóng và chiếc cốc. Khi đó?

- A. $27V_1 = 8V_2$. B. $3V_1 = 2V_2$. C. $16V_1 = 9V_2$. D. $9V_1 = 8V_2$.



Lời giải.

Gọi h là chiều cao của hình trụ, r là bán kính của cốc hình trụ, R là bán kính của quả bóng. Suy ra $h = 2R$.

Xét phần thiết diện qua trục và kí hiệu như hình vẽ.

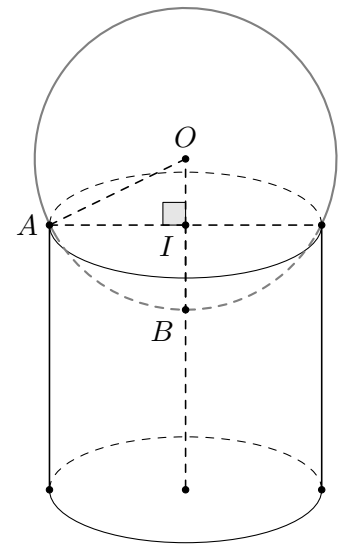
Ta có $OA = OB = R = \frac{h}{2}$.

Từ giả thiết suy ra $IB = \frac{h}{4} \Rightarrow OI = \frac{h}{4}$.

Bán kính đáy của chén hình trụ là $r = IA = \sqrt{OA^2 - OI^2} = \frac{h\sqrt{3}}{4}$.

Khi đó tỉ số thể tích: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\pi r^2 h} = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{h}{2}\right)^3 : \pi \left(\frac{h\sqrt{3}}{4}\right)^2 h = \frac{8}{9}$.

Vậy $9V_1 = 8V_2$.



Chọn đáp án (D)

□

Câu 1155. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{12}$. C. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

Lời giải.

Do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên đáy $ABCD$ là hình vuông.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, ta có

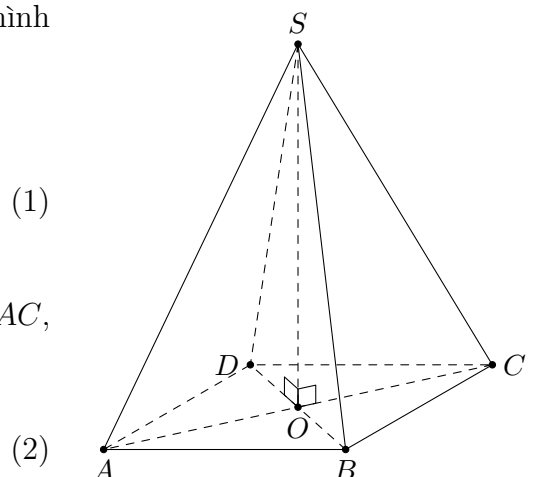
$$OA = OB = OC = OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \quad (1)$$

Mặt khác $\begin{cases} SA^2 + SC^2 = 2a^2 = AC^2 \\ SB^2 + SD^2 = 2a^2 = BD^2 \end{cases} \Rightarrow$ các tam giác SAC , SBD cùng vuông tại S .

Do đó $OS = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Từ (1) và (2) $\Rightarrow O$ chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Bán kính mặt cầu bằng $OA = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.



Thể tích của khối cầu là

$$V_{S.ABCD} = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1156.

Thể tích lớn nhất của khối trụ nội tiếp hình cầu có bán kính R bằng

A. $\frac{8\pi R^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{8\pi R^3}{27}$. C. $\frac{4\pi R^3\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{8\pi R^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.

Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy, chiều cao của hình trụ.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h$, $h = 2\sqrt{R^2 - r^2}$. Ta có

$$\begin{aligned} V &= 2\pi\sqrt{r^2 \cdot r^2 \cdot (R^2 - r^2)} \\ &= \sqrt{2}\pi\sqrt{r^2 \cdot r^2 \cdot (2R^2 - 2r^2)} \\ &\leq \pi\sqrt{2}\sqrt{\left(\frac{r^2 + r^2 + 2R^2 - 2r^2}{3}\right)^3} \\ &\leq \frac{4\sqrt{3}}{9}\pi R^3. \end{aligned}$$

Vậy thể tích lớn nhất khối trụ nội tiếp hình cầu bán kính R bằng $\frac{4\sqrt{3}}{9}\pi R^3$ khi $r = \frac{R\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1157. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Đoạn thẳng $SA = a\sqrt{2}$ vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi M là trung điểm SC , mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A và M đồng thời song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại E, F . Bán kính mặt cầu đi qua năm điểm S, A, E, M, F nhận giá trị nào sau đây?

A. a . B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

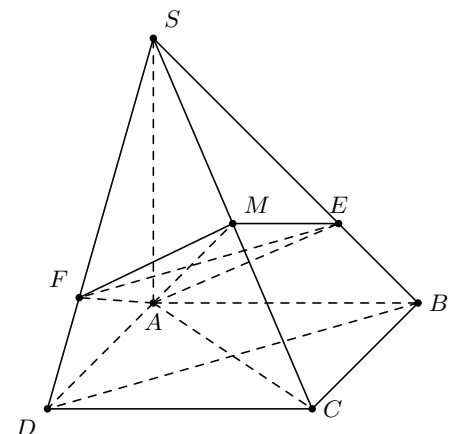
Do $SA = AC = a\sqrt{2}$ nên $\triangle SAC$ vuông cân tại A mà M là trung điểm SC nên $AM \perp SC$ (1).

$$\text{Do } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp SC.$$

Vì $BD \parallel (\alpha) \Rightarrow SC \perp (\alpha)$ mà $AE \subset (\alpha)$ nên $SC \perp AE$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \text{ mà } AE \subset (SAB) \text{ nên } AE \perp BC.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} AE \perp BC \\ AE \perp SC \end{cases} \Rightarrow AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SB \quad (2).$$



Tương tự $AF \perp SD$ (3).

Từ (1), (2), (3) suy ra năm điểm S, A, E, M, F cùng thuộc mặt cầu đường kính SA . Do đó bán kính mặt cầu là $R = \frac{SA}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1158. Cho mặt cầu tâm O và tam giác ABC có ba đỉnh nằm trên mặt cầu với góc $\widehat{BAC} = 30^\circ$ và $BC = a$. Gọi S là điểm nằm trên mặt cầu, không nằm trên mặt phẳng (ABC) và thỏa mãn $SA = SB = SC$, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối cầu tâm O theo a .

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{9}\pi a^3$. B. $V = \frac{32\sqrt{3}}{27}\pi a^3$. C. $V = \frac{4\sqrt{3}}{27}\pi a^3$. D. $V = \frac{15\sqrt{3}}{9}\pi a^3$.

Lời giải.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Vì $SA = SB = SC$ nên $SI \perp (ABC)$.

Khi đó ta có $(SA, (ABC)) = \widehat{SAI} = 60^\circ$.

Xét $\triangle ABC$, theo định lý hàm số sin ta có

$$\frac{BC}{\sin \widehat{BAC}} = 2R_{\triangle ABC} \Leftrightarrow \frac{a}{\sin 30^\circ} = 2AI$$

$$\Rightarrow AI = a \Rightarrow SI = AI \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

Ta có $\triangle SMO \sim \triangle SIA$, suy ra $\frac{SM}{SI} = \frac{SO}{SA}$.

$$\text{Do đó } SO = \frac{SM \cdot SA}{SI} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}.$$

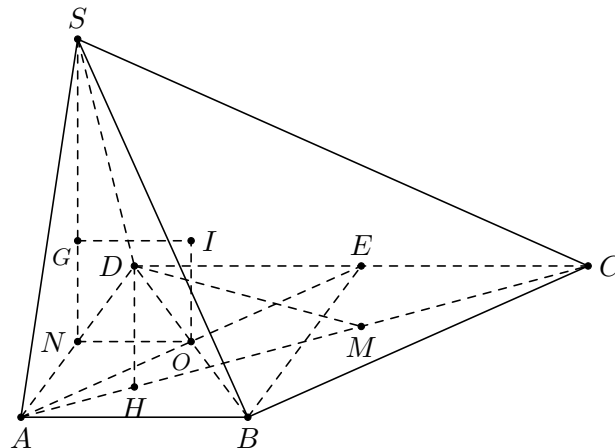
$$\text{Vậy thể tích khối cầu là } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{2\sqrt{3}a}{3}\right)^3 = \frac{32\sqrt{3}}{27}\pi a^3.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1159. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A, D ; $AB = AD = a$, $DC = 2a$, tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là hình chiếu vuông góc của D trên AC và M là trung điểm của HC . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BDM$ theo a .

- A. $\frac{7\pi a^2}{9}$. B. $\frac{13\pi a^2}{9}$. C. $\frac{13\pi a^2}{3}$. D. $\frac{7\pi a^2}{3}$.

Lời giải.



Gọi G là trọng tâm tam giác SAD , N là trung điểm của AD , E là trung điểm của CD ; O là giao điểm của AE và BD .

$$\text{Ta có } DH = \frac{AD \cdot DC}{\sqrt{AD^2 + DC^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}; \quad HC = \frac{CD^2}{AC} = \frac{4a}{\sqrt{5}} \Rightarrow HM = DH.$$

Suy ra $\widehat{DMA} = \widehat{DEA} = \widehat{DBA} = 45^\circ$, do đó năm điểm A, D, E, B, M nằm trên đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABED$. Khi đó, mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BDM$ là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABED$.

Dựng hình chữ nhật $GNOI$, dễ thấy I cách đều các điểm S, A, D, B, E nên là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABED$. Gọi R là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABED$, ta có

$$R^2 = ID^2 = OI^2 + OD^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{7a^2}{12}.$$

Suy ra diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BDM$ bằng $4\pi R^2 = \frac{7\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1160. Trong mặt phẳng (P) cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Trên đường thẳng qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) lấy điểm S sao cho $SA = a$. Mặt cầu đường kính AC cắt các đường thẳng SB, SC, SD tại $M \neq B, N \neq C, P \neq D$. Tính diện tích tứ giác $AMNP$.

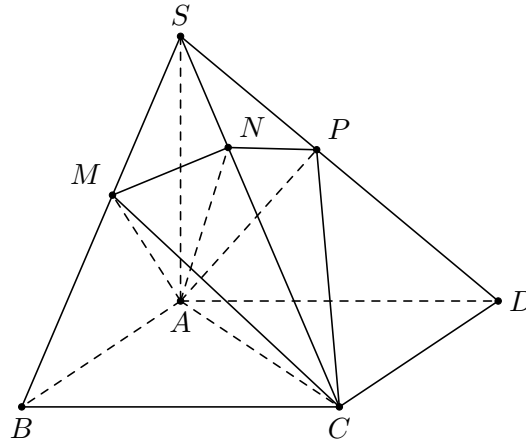
A. $\frac{a^2\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{12}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.



Ta có $\begin{cases} SB \perp MD \\ SB \perp AD \end{cases} \Rightarrow SB \perp (MAD) \Rightarrow SB \perp AM$. Tương tự $AN \perp SC$; $AP \perp SD$.

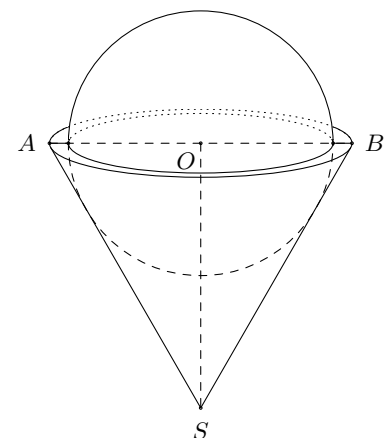
Ta có $AM = AP = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; $AN = \frac{a\sqrt{6}}{3}$; $MN = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. Suy ra

$$S_{AMNP} = 2S_{AMN} = AM \cdot MN = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1161.

Một bình đựng nước dạng hình nón (không có đáy), đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $18\pi \text{ dm}^3$. Biết rằng khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa của khối cầu chìm trong nước (hình bên). Thể tích V của nước còn lại trong bình bằng



A. $24\pi \text{ dm}^3$. B. $6\pi \text{ dm}^3$. C. $54\pi \text{ dm}^3$. D. $12\pi \text{ dm}^3$.

Lời giải.

Cắt hình bởi mặt cắt đi qua trục của bình nước, ta được thiết diện như hình vẽ. Gọi R là bán kính khối cầu, ta có

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 = 18\pi \Leftrightarrow R^3 = 27 \Leftrightarrow R = 3.$$

Mặt khác $SO = 2R = 6$. Suy ra

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OP^2} + \frac{1}{OS^2} \Leftrightarrow \frac{1}{OP^2} = \frac{1}{R^2} - \frac{1}{4R^2} = \frac{3}{4R^2} \Leftrightarrow OP = \frac{2R}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}.$$

Bình nước có chiều cao $h = SO = 6$; bán kính đáy $r = OP = 2\sqrt{3}$.

Suy ra, thể tích bình nước là

$$V = \frac{1}{3} r^2 \cdot \pi \cdot h = \frac{1}{3} (2\sqrt{3})^2 \cdot \pi \cdot 6 = 24\pi.$$

Vậy thể tích nước còn lại là $V - 18\pi = 24\pi - 18\pi = 6\pi \text{ dm}^3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1162. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Mặt bên (SBC) vuông góc với đáy và $\widehat{CSB} = 90^\circ$. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

Gọi M là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác SBC .

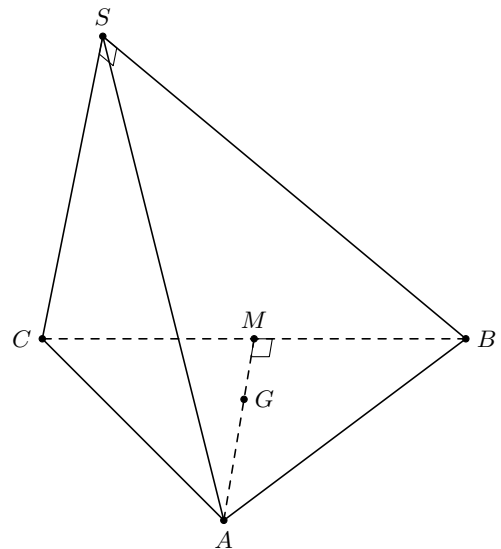
Vì tam giác SBC vuông tại $S \Rightarrow M$ là trung điểm của BC .

Vì $\triangle ABC$ đều nên $GM \perp BC$.

Khi đó G là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

$$R = AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1163. Người ta xếp bảy viên bi là các khối cầu có cùng bán kính R vào một cái lọ hình trụ. Biết rằng các viên bi đều tiếp xúc với hai đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với sáu viên bi xung quanh và mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ. Tính theo R thể tích lượng nước cần dùng để đổ đầy vào lọ sau khi đã xếp bi.

A. $6\pi R^3$.

B. $18\pi R^3$.

C. $\frac{28\pi R^3}{3}$.

D. $\frac{26\pi R^3}{3}$.

Lời giải.

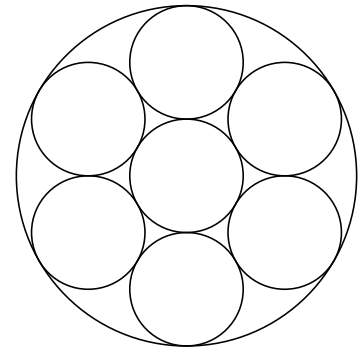
Chiều cao và bán kính của hình trụ $h = 2R$, $r = 3R$.

Suy ra thể tích hình trụ $V = 18\pi R^3$.

Thể tích của một viên bi là $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Suy ra thể tích của bảy viên bi là $\frac{28}{3}\pi R^3$.

Khi đó thể tích nước cần dùng là $18\pi R^3 - \frac{28}{3}\pi R^3 = \frac{26\pi R^3}{3}$.

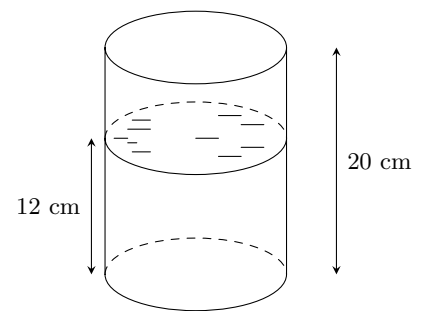


Chọn đáp án **D**



Câu 1164.

Một cái cốc hình trụ có bán kính đáy là 2 cm, chiều cao 20 cm. Trong cốc đang có 1 ít nước, khoảng cách giữa đáy cốc và mặt nước là 12 cm (hình vẽ). Một con quạ muốn uống được nước trong cốc thì mặt nước phải cách miệng cốc không quá 6 cm. Con quạ thông minh mở những viên đá hình cầu có bán kính 0,6 cm thả vào cốc nước để mực nước dâng lên. Để uống được nước thì con quạ cần thả vào cốc ít nhất bao nhiêu viên bi?



- A. 29. B. 30. C. 28. D. 27.

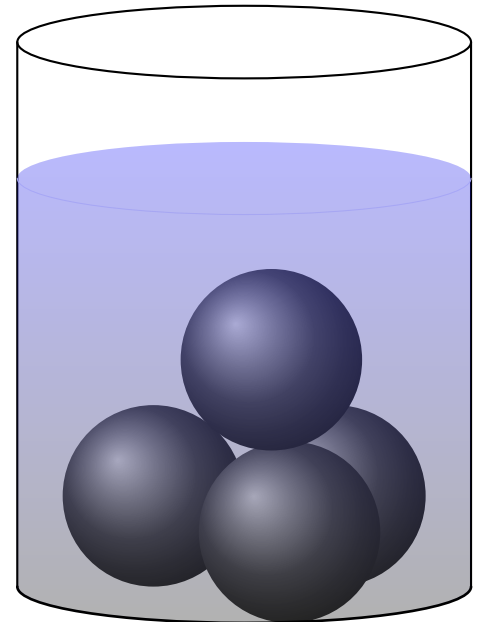
Lời giải.

Để con quạ uống được nước thì nước phải dâng lên đến mức có chiều cao ít nhất là $20 - 6 = 14$. Khi đó thể tích viên đá cần thả vào cốc ít nhất là $(14 - 12) \cdot \pi \cdot 2^2 = 8\pi \text{ cm}^3$.

Thể tích mỗi viên đá là $\frac{4}{3}\pi 0,6^3 = \frac{36\pi}{125} = 0,288\pi$.

Số viên đá cần thả vào ít nhất là $\frac{8\pi}{0,288\pi} > 27,7$.

Vậy cần thả ít nhất là 28 viên đá.



Chọn đáp án **C**



Câu 1165. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác với $AB = 2 \text{ cm}$, $AC = 3 \text{ cm}$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $SA \perp (ABC)$. Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Tính thể tích khối cầu đi qua năm điểm A, B, C, B_1, C_1 .

- A. $\frac{28\sqrt{21}\pi}{27} \text{ cm}^3$. B. $\frac{76\sqrt{57}\pi}{27} \text{ cm}^3$. C. $\frac{7\sqrt{7}\pi}{6} \text{ cm}^3$. D. $\frac{27\pi}{6} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, AC . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Khi đó $OE \perp AB$ và vì $SA \perp OE$ nên $OE \perp (ABB_1)$ hay OE là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABB_1 (Vì tam giác ABB_1 vuông tại B_1).

Tương tự OF là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACC_1 . Khi đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp của B_1C_1ABC với bán kính là $R = OA$ cũng chính là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\text{Ta có } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC}} = \sqrt{2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{7}.$$

$$\text{Khi đó bán kính } R = \frac{1}{2} \cdot \frac{BC}{\sin \widehat{BAC}} = \frac{\sqrt{21}}{3}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối cầu cần tìm là } V = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = \frac{28\sqrt{21}\pi}{27} \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1166. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

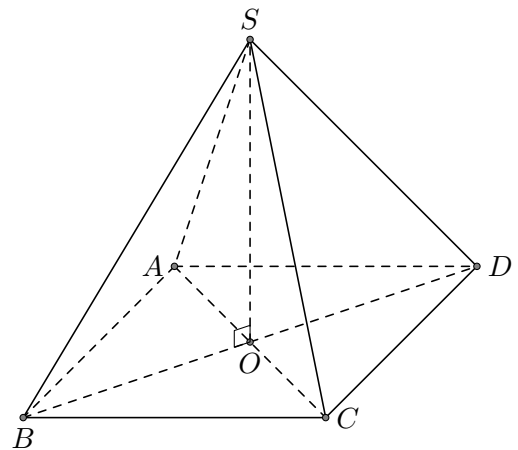
Lời giải.

Giả sử $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều cho với đáy có tâm là O . Khi đó $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ nên $AC = 2a\sqrt{2}$, hay $OA = OB = OC = OD = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông SAO có $SA = 2a$, $AO = a\sqrt{2}$ nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a\sqrt{2}$.

Suy ra $OA = OB = OC = OD = OS = a\sqrt{2}$ nên O chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ và có bán kính là $R = a\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1167. Một cốc nước hình trụ có đường kính đáy bằng 6 cm, chiều cao bằng 15 cm. Giả sử mức nước trong cốc cao 7 cm so với đáy bên trong cốc. Người ta thả viên bi hình cầu có bán kính bằng 2 cm vào cốc nước. Hỏi mức nước dâng lên trong cốc là bao nhiêu cm?

A. 22 cm.

B. $\frac{7}{6}$ cm.

C. 8 cm.

D. $\frac{32}{27}$ cm.

Lời giải.

Tổng thể tích nước và thể tích của 1 viên bi là

$$\pi \cdot 3^2 \cdot 7 + \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{221\pi}{3} \text{ cm}^3.$$

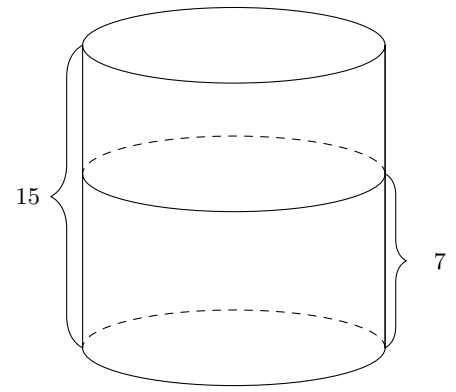
Gọi h' là chiều cao của mức nước sau khi thả bi.

Ta có

$$\pi \cdot 3^2 \cdot h' = \frac{221\pi}{3} \Leftrightarrow h' = \frac{221}{27} \text{ cm}.$$

Vậy mức nước dâng lên trong cốc bằng $\frac{221}{27} - 7 = \frac{32}{27} \text{ cm}$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 1168. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\sqrt{2}a^2$.

B. $2a^2$.

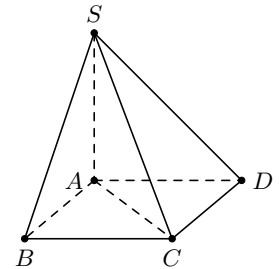
C. $2\pi a^2$.

D. $8\pi a^2$.

Lời giải.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp CB$, $SA \perp AD$, $SA \perp AC$. Lại có $ABCD$ là hình vuông nên $CB \perp AB$, $CD \perp AD$. Do đó ta có các tam giác SBC , SAC , SDC vuông lần lượt tại B , A , D . Từ đó suy ra $\widehat{SBC} = \widehat{SAC} = \widehat{SDC} = 90^\circ$, do đó SC là đường kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có $SC = \sqrt{AC^2 + SA^2} = \sqrt{2a^2 + 6a^2} = 2\sqrt{2}a \Rightarrow$ bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$ là $R = a\sqrt{2} \Rightarrow S = 8\pi a^2$.



Chọn đáp án **(D)**

Câu 1169. Cho mặt cầu (S) tâm I , bán kính R và M là điểm thỏa mãn $IM = \frac{3R}{2}$. Hai mặt phẳng (P) , (Q) đi qua M tiếp xúc với (S) lần lượt tại A , B . Biết góc giữa (P) và (Q) là 60° . Độ dài đoạn thẳng AB là

A. $AB = R$.

B. $AB = \frac{3R}{2}$.

C. $AB = R\sqrt{3}$.

D. $AB = R\sqrt{3}$ hoặc $AB = R$.

Lời giải.

Gọi d là giao tuyến của (P) và (Q) , C là giao điểm của d và $(IAB) \Rightarrow IM > IC$.

Vì $IA \perp (P)$, $IB \perp (Q)$, góc giữa (P) và (Q) bằng 60° nên $\widehat{AIB} = 60^\circ$ hoặc $\widehat{AIB} = 120^\circ$.

TH1. Nếu $\widehat{AIB} = 60^\circ$ thì $AB = R$. Khi đó

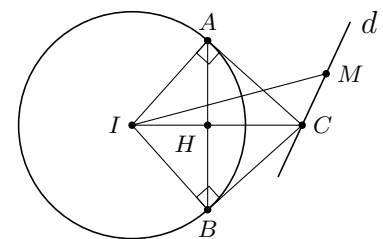
$$IC = \frac{IA}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{3}R < IM \text{ (thỏa mãn)}.$$

TH2. Nếu $\widehat{AIB} = 120^\circ$ thì $AB = R\sqrt{3}$. Khi đó

$$IC = \frac{IA}{\cos 60^\circ} = 2R > IM \text{ (loại)}.$$

Vậy $AB = R$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 1170. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 3$, $BC = 4$ và các cạnh bên của hình chóp tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{250\sqrt{3}}{3}\pi$.

B. $V = \frac{125\sqrt{3}}{6}\pi$.

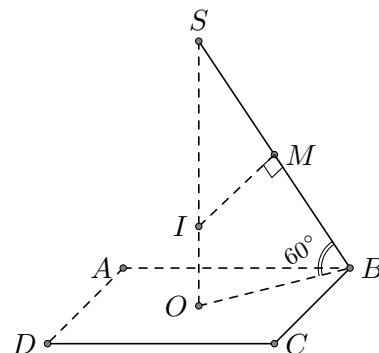
C. $V = \frac{50\sqrt{3}}{3}\pi$.

D. $V = \frac{500\sqrt{3}}{27}\pi$.

Lời giải.

Gọi O tâm hình chữ nhật $ABCD$. Vì các cạnh bên tạo với đáy một góc bằng nhau nên hình chiếu của S lên $(ABCD)$ trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCD$, tức $SO \perp (ABCD)$.

Gọi M là trung điểm của SB , đường trung trực cạnh SB cắt SO tại I . Khi đó, I chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.



$$\text{Ta có: } OB = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{5}{2}, SM = \frac{1}{2}SB = \frac{1}{2} \cdot \frac{OB}{\cos 60^\circ} = \frac{5}{2}.$$

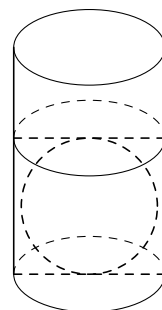
$$\text{Suy ra } SI = \frac{SM}{\cos 30^\circ} = \frac{5\sqrt{3}}{3} \text{ và thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp là } V = \frac{4}{3}\pi SI^3 = \frac{500}{27}\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1171.

Người ta thả một viên bi dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn 4,5 cm vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên bi đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo thêm hình vẽ bên). Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng 5,4 cm và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng 4,5 cm. Tính bán kính của viên bi?



- A. 4,2 cm. B. 3,6 cm. C. 2,7 cm. D. 2,6 cm.

Lời giải.

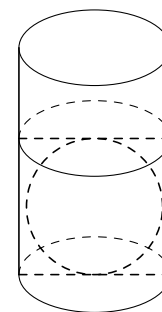
Gọi x ($0 < x < 4,5$) là bán kính viên bi.

$$V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3}\pi x^3; V_{\text{cột nước ban đầu}} = \pi \cdot 5,4^2 \cdot 4,5; V_{\text{cột nước lúc sau}} = \pi \cdot 5,4^2 \cdot 2x.$$

Vì viên bi tiếp xúc với đáy cốc và mặt nước nên

$$V_{\text{cầu}} + V_{\text{cột nước ban đầu}} = V_{\text{cột nước lúc sau}}.$$

Từ đây giải phương trình bậc ba ta được $x = 2,7$ cm.



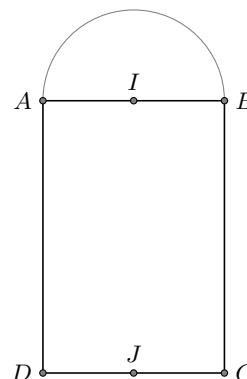
Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1172.

Cho hình chữ nhật $ABCD$ và nửa đường tròn đường kính AB như hình vẽ. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD . Biết $AB = 4, AD = 6$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục IJ là

$$\text{A. } V = \frac{40}{3}\pi. \quad \text{B. } V = \frac{88}{3}\pi. \quad \text{C. } V = \frac{104}{3}\pi. \quad \text{D. } V = \frac{56}{3}\pi.$$



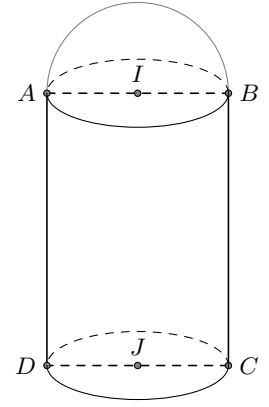
Lời giải.

Khi quay mô hình quanh trục IJ ta được khối tròn xoay gồm nửa khối cầu bán kính $R = \frac{AB}{2} = 2$ và khối trụ có chiều cao $h = AD = 6$, bán kính $R = 2$.

Thể tích nửa khối cầu là: $V_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 = \frac{16}{3} \pi$.

Thể tích khối trụ là $V_2 = \pi R^2 h = 24\pi$.

Vậy $V = V_1 + V_2 = \frac{88}{3} \pi$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1173. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt đáy bằng 45° . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $BCC'A'$.

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $R = \frac{a}{2}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

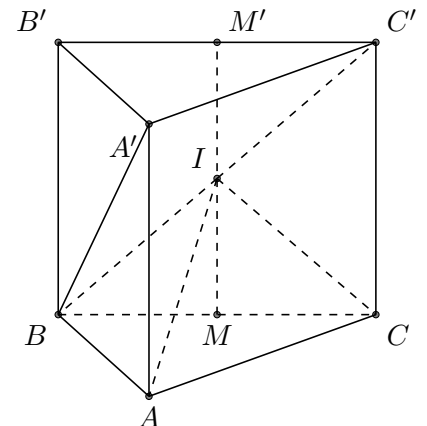
Lời giải.

Ta có $A'B$ tạo với đáy một góc 45° nên $\widehat{A'BA} = 45^\circ$. Suy ra $A'BA$ là tam giác vuông cân tại A , nên $AA' = AB = a$.

Để xác định mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $BCC'A'$, ta xác định cả mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$, do lăng trụ đứng nên $MM' \perp (ABC)$ và $MM' \perp (A'B'C')$.

Mặt khác do $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên MM' là trục đường tròn ngoại tiếp hai đáy của lăng trụ.



Gọi I là trung điểm của MM' , ta suy ra I cách đều A, B, C, A', B', C' nên suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

$$\text{Có bán kính } R = IC = \sqrt{MC^2 + IM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1174. Cho tam giác ABC đều cạnh a , đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi S là điểm thay đổi trên đường thẳng d , H là trực tâm của tam giác SBC . Biết rằng khi S thay đổi trên đường thẳng d thì H nằm trên đường tròn (C) . Trong số các mặt cầu chứa đường tròn (C) , bán kính mặt cầu nhỏ nhất là

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. a .

C. $\frac{a\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC và AC , G là trọng tâm tam giác ABC , BI là đường cao tam giác SBC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow (SBC) \perp (SAM).$$

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} BN \perp AC \\ BN \perp SA \end{cases} \Rightarrow BN \perp (SAC) \Rightarrow SC \perp BN.$$

Lại có $SC \perp BI$ nên $SC \perp (BNI)$, suy ra $(SBC) \perp (BNI)$.

Mà $GH = (SAM) \cap (BNI)$ nên $GH \perp (SBC)$. Từ đó suy ra $GH \perp SM$.

Vì H thuộc (SAM) cố định khi S thay đổi trên d và $GH \perp SM$ nên (C) là một phần của đường tròn đường kính GM . Trong các mặt cầu chứa (C) , mặt cầu có bán kính nhỏ nhất là mặt cầu nhận GM làm đường kính.

$$\text{Như vậy bán kính cần tìm } R = \frac{1}{2}GM = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}AM = \frac{1}{6} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{12}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1175. Cho đường thẳng Δ và mặt cầu (S) không có điểm chung. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa đường thẳng Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) ?

A. Không có mặt phẳng nào.

B. Vô số.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Giả sử mặt cầu (S) có tâm I bán kính R .

H là hình chiếu vuông góc của tâm I trên Δ .

Xét mặt phẳng (P) chứa IH và vuông góc Δ .

Trong (P) , xét đường tròn (C) đường kính IH .

Vì $IH > R \Rightarrow (C)$ cắt đường tròn lớn của (S) tại hai điểm A, B .

Ta có $IA \perp AH$ (I nằm trên (C)) và $IA \perp \Delta$ (do $\Delta \perp (P)$).

Suy ra $IA \perp (\Delta, AH) \Rightarrow (\Delta, AH)$ tiếp xúc với (S) .

Tương tự, (Δ, BH) tiếp xúc với (S) .

Vậy có 2 mặt phẳng chứa Δ và tiếp xúc với (S) .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1176.

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn tâm đường kính AA' , M là trung điểm BC . Khi quay $\triangle ABM$ cùng với nửa đường tròn đường kính AA' xung quanh đường thẳng AM (như hình vẽ minh họa), ta được khối nón và khối cầu có thể tích lần lượt là V_1 và V_2 . Tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

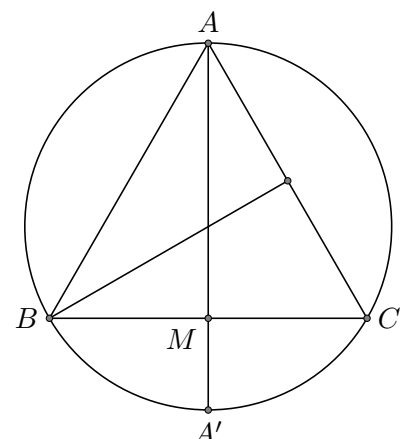
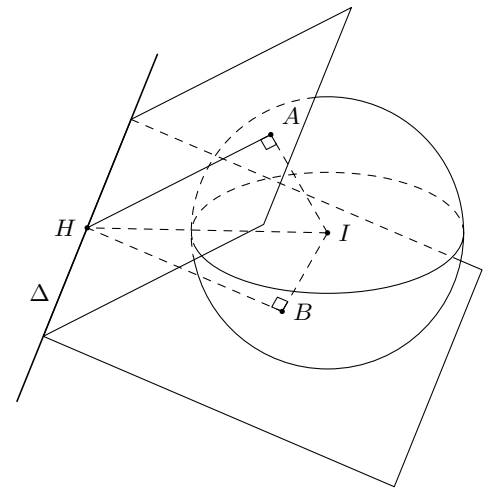
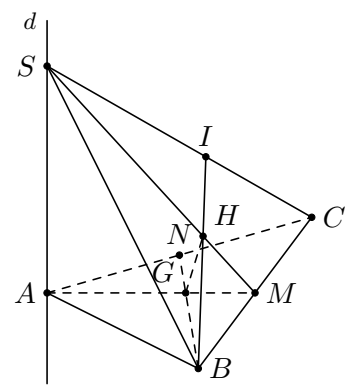
A. $\frac{9}{32}$.

B. $\frac{9}{4}$.

C. $\frac{27}{32}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải.



Gọi a là độ dài các cạnh của $\triangle ABC$.

Ta có chiều cao, bán kính của hình nón lần lượt là $h_1 = AM = a \frac{\sqrt{3}}{2}, r_1 = \frac{a}{2}$.

Do đó thể tích khối nón là $V_1 = \frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1 = \frac{\sqrt{3} a^3}{24} \pi$.

Bán kính của hình cầu là $r_2 = AI = \frac{2}{3} AM = \frac{\sqrt{3}}{3} a$ nên thể tích khối cầu là $V_2 = \frac{4}{3} \pi r_2^3 = \frac{4\sqrt{3}}{27} \pi a^3$.

Từ đó suy ra $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{32}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1177. Cho mặt cầu S tâm O , bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng cách O một khoảng bằng 1 và cắt (S) theo một đường tròn (C) . Hình nón (N) có đáy là (C) , đỉnh thuộc (S) , đỉnh cách (P) một khoảng lớn hơn 2. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu S và khối nón (N) . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

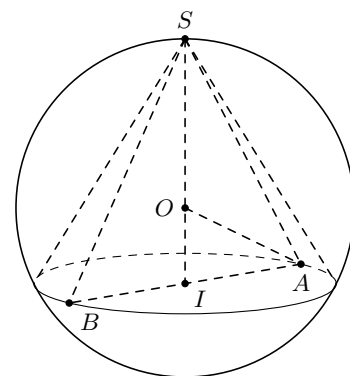
C. $\frac{16}{9}$.

D. $\frac{32}{9}$.

Lời giải.

Lấy đường kính AB của đường tròn (C) , gọi I là tâm của đường tròn này và S là đỉnh của hình nón. Theo giả thiết, ta có $IO = 1, OS = OA = 2$. Suy ra $IA = \sqrt{3}$. Do đó

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3} \pi OA^3}{\frac{1}{3} \pi SI \cdot IA^2} = \frac{32}{9}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1178. Chiều cao của khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình cầu có bán kính R là

A. $\frac{4R\sqrt{3}}{3}$.

B. $R\sqrt{3}$.

C. $\frac{R\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

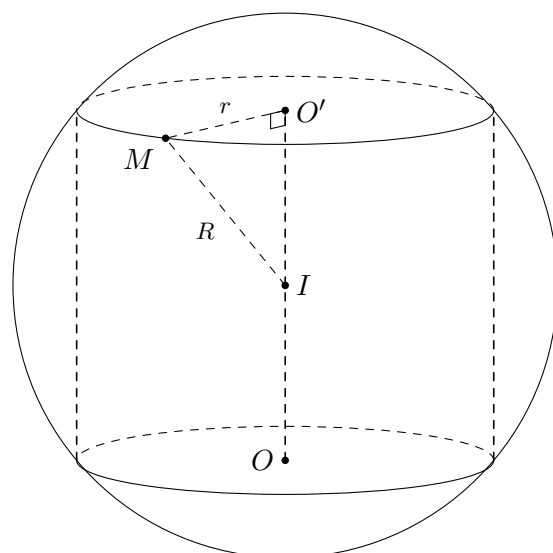
Gọi h, r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của khối trụ nội tiếp trong hình cầu. Khi đó $0 < h < 2R$ và thể tích khối trụ là

$$V = \pi h r^2 = \pi h \left(R^2 - \frac{h^2}{4} \right).$$

Xét hàm số $f(h) = \pi h \left(R^2 - \frac{h^2}{4} \right) = -\frac{\pi h^3}{4} + \pi R^2 h$ trên

$(0; 2R)$, ta có $f'(h) = -\frac{3\pi h^2}{4} + \pi R^2$.

$$f'(h) = 0 \Leftrightarrow h^2 = \frac{4R^2}{3} \Leftrightarrow h = \frac{2R\sqrt{3}}{3} \text{ (vì } h > 0).$$



Ta có bảng biến thiên

h	0	$\frac{2R\sqrt{3}}{3}$	$2R$
$f'(h)$	+	0	-
$f(h)$	0	$\frac{4\pi R^3}{3\sqrt{3}}$	0

Suy ra hàm số $f(h)$ đạt giá trị lớn nhất tại $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Vậy chiều cao của khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình cầu bán kính R là $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1179. Một cái xô đựng đầy nước, phần nước trong xô là một khối trụ có bán kính đáy 10 cm và chiều cao 30 cm. Thả một quả cầu đặc bán kính 3 cm vào xô nước, lượng nước có thể tích bằng thể tích quả cầu bị tràn ra ngoài. Phần nước còn lại trong xô có thể tích bằng

- A. 2964 cm^3 . B. $964\pi \text{ cm}^3$. C. $2964\pi \text{ cm}^3$. D. 964 cm^3 .

Lời giải.

Ta có thể tích khối nước ban đầu trong xô là $V_1 = \pi \cdot 10^2 \cdot 30 = 3000\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Thể tích khối cầu bằng $V_2 = \frac{4 \cdot 3^3 \pi}{3} = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Vậy phần nước còn lại có thể tích bằng $V_1 - V_2 = 3000\pi - 36\pi = 2964\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1180. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{93}}{12}$. B. $\frac{a\sqrt{29}}{8}$. C. $\frac{5a\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a\sqrt{37}}{6}$.

Lời giải.

Ta giải bài toán bằng phương pháp tọa độ hóa, đặt gốc O tại H .

Các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia HD, HM, HS .

Và đặt $a = 2$ khi đó ta có tọa độ các điểm là

$S(0; 0; \sqrt{3})$, $M(0; 2; 0)$, $N(1; 1; 0)$, $C(1; 2; 0)$.

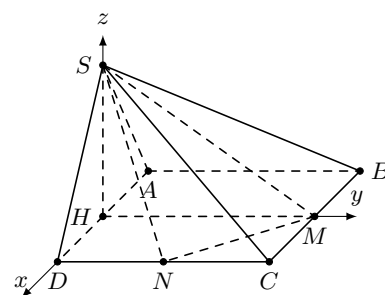
Dùng phương pháp viết phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm trên

ta được $x^2 + y^2 + z^2 - x - 3y - \frac{5}{\sqrt{3}}z + 2 = 0$.

Nên bán kính mặt cầu là $R = \frac{\sqrt{93}}{6}$.

Vậy bán kính mặt cầu tính theo a là $R = \frac{\sqrt{93}}{12}a$.

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 1181. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, các cạnh còn lại cùng bằng a . Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

- A. $R = \frac{a\sqrt{13}}{2}$. B. $R = \frac{a}{3}$. C. $R = \frac{a\sqrt{13}}{3}$. D. $R = \frac{a\sqrt{13}}{6}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, SA .

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có $\triangle SBC$ và $\triangle ABC$ là hai tam giác đều cạnh a nên tam giác SAM cân tại M và $SM = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua G và vuông góc với AM suy ra $d \perp (ABC)$. Gọi I là giao điểm của d và MN khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Xét $\triangle AMN \Rightarrow MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = \frac{3a}{4}$.

Dễ thấy $\triangle GIM \sim \triangle NAM$ (g.g).

Suy ra $\frac{GI}{NA} = \frac{GM}{MN} \Leftrightarrow IG = \frac{NA \cdot GM}{MN} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6}}{\frac{3a}{4}} = \frac{a}{6}$.

Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $R = IA = \sqrt{AG^2 + IG^2} = \frac{a\sqrt{13}}{6}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1182. Gọi r, R lần lượt là bán kính mặt cầu nội tiếp và mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đều $ABCD$. Tính tỉ số $\frac{R}{r}$.

A. 3.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

• Xét tứ diện đều $ABCD$, gọi H, I, M lần lượt là trọng tâm tam giác đều BCD , tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$, trung điểm của AC ; giả sử tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh là a . Khi đó, ta có $\triangle AMI \sim \triangle AHC$ nên

$$\begin{aligned} \frac{AI}{AC} &= \frac{AM}{AH} \\ \Leftrightarrow \frac{R}{a} &= \frac{\frac{1}{2}AC}{\sqrt{AC^2 - HC^2}} \\ \Leftrightarrow R &= \frac{\frac{1}{2}a^2}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}. \quad (1) \end{aligned}$$

• Gọi O là tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện đều $ABCD$. Khi đó

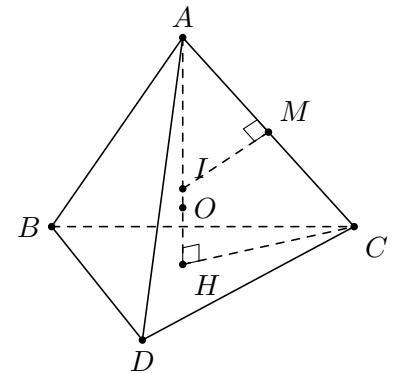
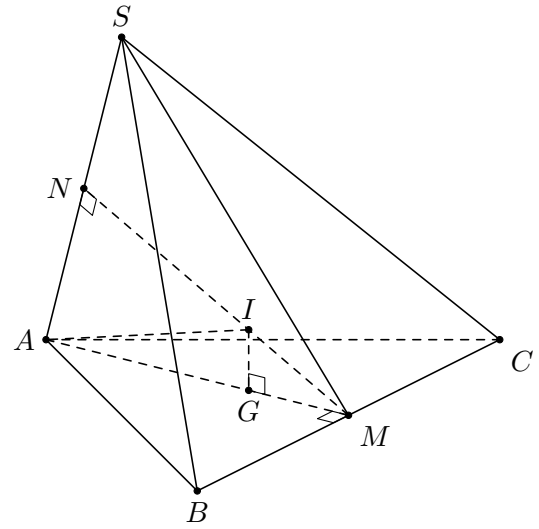
$$V_{ABCD} = V_{O.BCD} + V_{O.CDA} + V_{O.DAB} + V_{O.ABC}.$$

Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên $S_{BCD} = S_{CDA} = S_{DAB} = S_{ABC} = S$.

Do đó $\frac{1}{3}AH \cdot S = 4 \cdot \frac{1}{3}rS \Leftrightarrow r = \frac{AH}{4} = \frac{a\sqrt{6}}{12}$. (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow \frac{R}{r} = 3$.

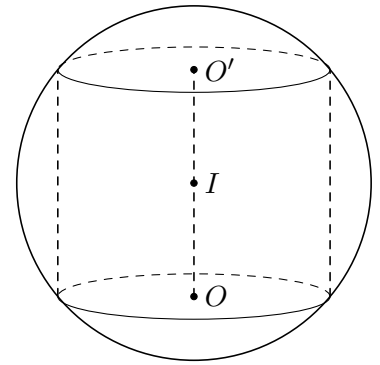
Chọn đáp án **(A)** □



Câu 1183.

Cho khối cầu (S) có bán kính R . Một khối trụ có thể tích bằng $\frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3$ và nội tiếp khối cầu (S). Chiều cao khối trụ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}R$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}R$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}R$. D. $R\sqrt{2}$.

**Lời giải.**

Giả sử $OO' = h$. Suy ra $IO' = \frac{OO'}{2} = \frac{h}{2}$, (vì khối trụ nội tiếp khối cầu).

Xét $\triangle AIO'$ vuông tại O' , ta có: $O'A^2 = AI^2 - O'I^2 = R^2 - \left(\frac{h}{2}\right)^2$

Suy ra diện tích đáy là $S = \pi \left(R^2 - \frac{h^2}{4} \right)$.

Thể tích khối trụ là $V = \frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3$ nên suy ra

$$\begin{aligned} Sh &= \frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3 \Leftrightarrow \pi \left(R^2 - \frac{h^2}{4} \right) \cdot h = \frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3 \\ &\Leftrightarrow h^3 - 4R^2h + \frac{16\sqrt{3}}{9}R^3 = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(h - \frac{2\sqrt{3}}{3}R \right)^2 \left(h + \frac{4\sqrt{3}}{3}R \right) = 0 \\ &\Leftrightarrow h = \frac{2\sqrt{3}}{3}R \text{ (vì } h > 0). \end{aligned}$$

Vậy chiều cao khối trụ là $h = \frac{2\sqrt{3}}{3}R$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1184. Trong không gian, cho hai điểm A, B cố định và độ dài AB bằng 4. Biết rằng tập hợp các điểm M sao cho $MA = 3MB$ là một mặt cầu. Bán kính của mặt cầu bằng

- A. 3. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{9}{2}$. D. 1.

Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn $9 \cdot \vec{IB} - \vec{IA} = \vec{0}$.

Ta có

$$9 \cdot \vec{IB} - \vec{IA} = \vec{0} \Leftrightarrow 8 \cdot \vec{IB} = \vec{BA} \Leftrightarrow 8 \cdot \vec{IA} = 9 \cdot \vec{BA}.$$

Từ đó suy ra $IB = \frac{BA}{8} = \frac{1}{2}$ và $IA = \frac{9BA}{8} = \frac{9}{2}$.

Từ giả thiết, ta có

$$\begin{aligned} MA = 3MB &\Leftrightarrow MA^2 = 9MB^2 \\ &\Leftrightarrow (\vec{MI} + \vec{IA})^2 = 9(\vec{MI} + \vec{IB})^2 \\ &\Leftrightarrow 8MI^2 + 2\vec{MI}(9\vec{IB} - \vec{IA}) = IA^2 - 9IB^2 \\ &\Leftrightarrow 8MI^2 = 18 \Leftrightarrow MI = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm M là mặt cầu tâm I , bán kính bằng $\frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1185. Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c nội tiếp một mặt cầu. Tính diện tích S của mặt cầu đó.

A. $S = 16(a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

B. $S = 8(a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

C. $S = 4(a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

D. $S = (a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

Lời giải.

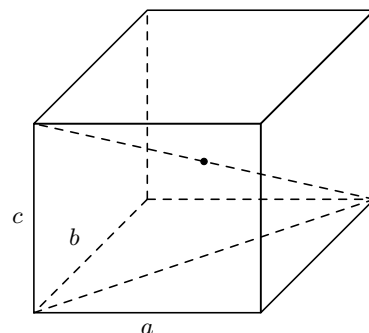
Đường kính của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật bằng đường chéo của hình hộp chữ nhật đó.

Do đó

$$2R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \Leftrightarrow R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}.$$

Vậy

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4} = (a^2 + b^2 + c^2)\pi.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1186. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông, biết $BA = BC = 2a$, cạnh bên $SA = 2a\sqrt{2}$ vuông góc với đáy. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp theo a .

A. $8\pi a^2$.

B. $16\pi a^2$.

C. $4\pi a^2$.

D. $64\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi O là tâm cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$, M là trung điểm của đoạn AC .

Do $\triangle ABC$ vuông tại B nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ nên $OM \perp (ABC)$. Mà $SA \perp (ABC)$.

Suy ra $OM \parallel SA$ kéo theo $O \in (SAC)$.

Do $\triangle SAC$ có $\begin{cases} MA = MC \\ OM \parallel SA \end{cases}$ nên O là trung điểm của SC .

Mà $\triangle BAC$ vuông cân tại B , suy ra $AC = \frac{AB}{\sin \widehat{ACB}} = 2a\sqrt{2}$.

Xét $\triangle SAC$ vuông tại A có

$$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{(2a\sqrt{2})^2 + (2a\sqrt{2})^2} = 4a.$$

Suy ra bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $R = \frac{SC}{2} = 2a$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là $4\pi R^2 = 16\pi a^2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1187. Cho hình nón có đường sinh bằng đường kính đáy và bằng 2. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón đó là

A. $2\sqrt{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

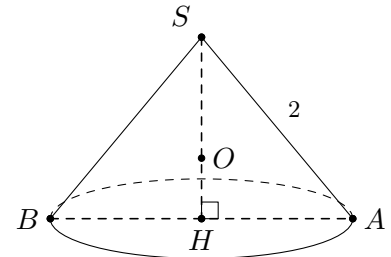
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi SH , AB lần lượt là đường cao và đường kính đáy của hình chóp. Suy ra tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp chính là tâm O của đường tròn ngoại tiếp $\triangle SAB$.

Theo bài ra ta có $SA = AB = SB = 2 \Rightarrow \triangle SAB$ đều và do đó O là trọng tâm $\triangle SAB$.



Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là $SO = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot SA = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1188. Một cốc nước có dạng hình trụ chiều cao 15 cm, đường kính đáy là 6 cm, lượng nước ban đầu trong cốc cao 10 cm. Thả vào cốc 5 viên bi hình cầu có cùng đường kính là 2 cm. Hỏi sau khi thả 5 viên bi, mực nước trong cốc cách miệng cốc bao nhiêu cm? (Kết quả làm tròn sau dấu phẩy 2 chữ số)

A. 4,26 cm.

B. 4,81 cm.

C. 4,25 cm.

D. 3,52 cm.

Lời giải.

Tổng thể tích 5 viên bi là $5 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{2}{2}\right)^3 = \frac{20\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Nước dâng lên là $\frac{\frac{20\pi}{3}}{\pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2} = \frac{20}{27} \text{ cm}$.

Sau khi thả 5 viên bi, mực nước trong cốc cách miệng cốc là

$$15 - \left(10 + \frac{20}{27}\right) = \frac{115}{27} \approx 4,26 \text{ cm}.$$

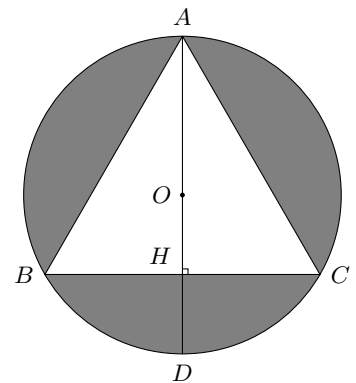
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1189.

Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a và nội tiếp trong đường tròn tâm O , AD là đường kính của đường tròn tâm O . Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho phần tô đậm quay quanh đường thẳng AD bằng

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$. B. $\frac{20\pi a^3 \sqrt{3}}{217}$. C. $\frac{23\pi a^3 \sqrt{3}}{216}$. D. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$.



Lời giải.

Gọi thể tích của khối tròn xoay sinh ra do phần tô đậm quay quanh đường thẳng AD là V_1 .

Gọi thể tích của khối tròn xoay sinh ra do hình tam giác ABC quay quanh đường thẳng AD là V_2 .

Gọi thể tích của khối tròn xoay sinh ra do hình tròn đường kính AD quay quanh đường thẳng AD là V_3 .

$$\text{Khi đó } V_1 = V_3 - V_2 = \frac{4}{3}\pi \cdot OA^3 - \frac{1}{3}\pi \cdot HC^2 \cdot AH = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^3 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{23\pi a^3 \sqrt{3}}{216}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1190. Cho $\triangle ABC$ vuông tại B và nằm trong mặt phẳng (P) có $AB = 2a$, $BC = 2a\sqrt{3}$. Một điểm S thay đổi trên đường thẳng vuông góc với (P) tại A ($S \neq A$). Gọi H , K lần lượt là hình chiếu

A. $R = 2a$. **B.** $R = a\sqrt{3}$. **C.** $R = a\sqrt{2}$. **D.** $R = a$.

A. 4. B. 2. C. 1. D. $2\sqrt{3}$.

$$R = \frac{AB}{2 \sin \widehat{ASB}} = \frac{2\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 2.$$

Vậy đường kính của mặt cầu chứa điểm S và đường tròn đáy hình nón bằng 4.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1192. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{2}$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Biết bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là a . Tính độ dài cạnh AB .

A. $AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $AB = a\sqrt{6}$.

C. $AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $AB = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Gọi R, R_1, h lần lượt là bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$, bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$, khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (ABC) .

$$\text{Ta có } R^2 = R_1^2 + h^2 \Leftrightarrow R^2 = R_1^2 + \frac{SA^2}{4} \Leftrightarrow R_1^2 = a^2 - \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow R_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}a.$$

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC ta có

$$\frac{AB}{\sin C} = 2R_1 \Rightarrow AB = 2R_1 \sin C = 2 \times \frac{\sqrt{2}a}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a.$$

Vậy $AB = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1193. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a, BC = 2a$. Trên tia đối của tia AB lấy điểm O sao cho $OA = x$. Gọi d là đường thẳng đi qua O và song song với AD . Tìm x biết thể tích của khối tròn xoay tạo nên khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh d gấp 3 lần thể tích khối cầu có bán kính bằng cạnh AB .

A. $x = \frac{3}{2}$.

B. $x = \frac{a}{2}$.

C. $x = a$.

D. $x = 2a$.

Lời giải.

Ta có thể tích khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình chữ nhật quanh d là

$$V = \pi (AB + x)^2 \cdot BC - \pi x^2 \cdot BC = 2\pi [(x + a)^2 - x^2] a = 2\pi (a^2 + 2ax) a.$$

Thể tích khối cầu bán kính bằng $AB = a$ là $V_C = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Theo giả thiết ta có

$$V = 3V_C \Leftrightarrow 2\pi (a^2 + 2ax) a = 3 \times \frac{4}{3}\pi a^3. \quad (1)$$

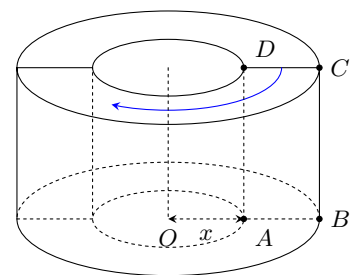
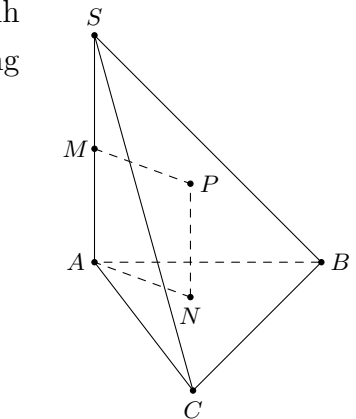
Ta có (1) $\Leftrightarrow a^2 + 2ax = 2a^2 \Leftrightarrow x = \frac{a}{2}$.

Vậy giá trị cần tìm của x là $x = \frac{a}{2}$.

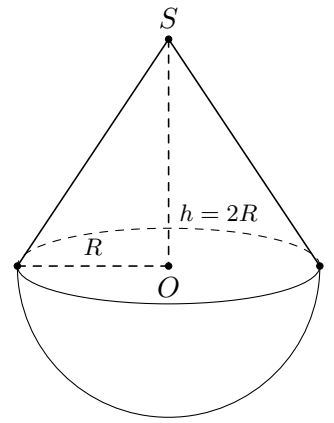
Chọn đáp án **B**

□

Câu 1194.



Một đồ vật được thiết kế bởi một nửa khối cầu và một khối nón úp vào nhau sao cho đáy của khối nón và thiết diện của nửa mặt cầu chồng khít lên nhau như hình vẽ bên. Biết khối nón có đường cao gấp đôi bán kính, thể tích của toàn bộ khối đồ vật bằng $36\pi \text{ cm}^3$. Diện tích bề mặt của toàn bộ đồ vật đó bằng



A. $9\pi(\sqrt{5} + 2) \text{ cm}^2$.

B. $9\pi(\sqrt{5} + 3) \text{ cm}^2$.

C. $\pi(\sqrt{5} + 2) \text{ cm}^2$.

D. $\pi(\sqrt{5} + 3) \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Đường sinh hình nón $\ell = \sqrt{(2R)^2 + R^2} = \sqrt{5}R$.

Thể tích của đồ vật là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot 2R + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \Leftrightarrow 36\pi = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow R = 3$.

Diện tích xung quanh hình nón $S_1 = \pi \cdot 3 \cdot \sqrt{5} \cdot 3 = 9\sqrt{5}\pi \text{ cm}^2$.

Diện tích xung quanh nửa mặt cầu $S_2 = \frac{1}{2}4\pi \cdot 3^2 = 18\pi \text{ cm}^2$.

Diện tích xung quanh của đồ vật là $S_{xq} = S_1 + S_2 = 9\pi(\sqrt{5} + 2) \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1195. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h = 1$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp là

A. $S = 9\pi$.

B. $S = 27\pi$.

C. $S = 6\pi$.

D. $S = 5\pi$.

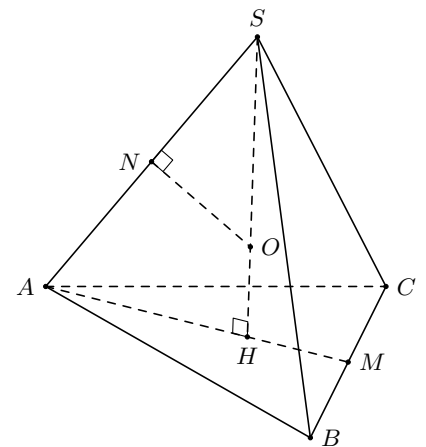
Lời giải.

Gọi $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h = 1$.

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC , M là trung điểm BC , ta có $SH \perp (ABC)$ và $AH = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}}{2} = \sqrt{2}$.

Gọi N là trung điểm của SA . Trong mặt phẳng (SAH) , đường trung trực của đoạn thẳng SA cắt SH tại O , khi đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Ta có $SA = \sqrt{SH^2 + AH^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}$.



Bởi vậy, bán kính mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp là

$$R = OS = \frac{SN}{\cos \widehat{NSO}} = \frac{SA}{2 \cos \widehat{ASH}} = \frac{SA}{2} \cdot \frac{SA}{SH} = \frac{SA^2}{2SH} = \frac{(\sqrt{3})^2}{2 \cdot 1} = \frac{3}{2}.$$

Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp là

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 9\pi.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1196. Một bình đựng nước dạng hình nón (không có đáy) đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $18\pi \text{ dm}^3$. Biết khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa khối cầu chìm trong nước. Tính thể tích nước còn lại trong bình.

A. $9\pi \text{ dm}^3$.

B. $27\pi \text{ dm}^3$.

C. $6\pi \text{ dm}^3$.

D. $24\pi \text{ dm}^3$.

Lời giải.

Gọi R (dm) là bán kính khối cầu.

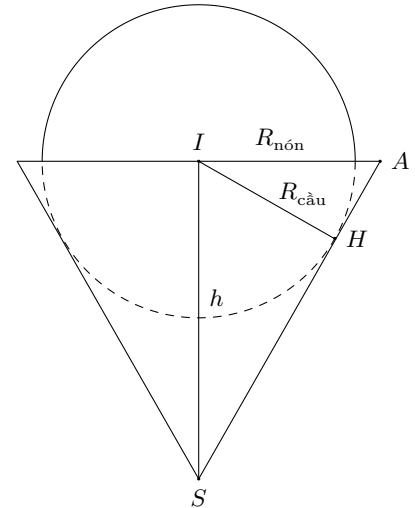
Thể tích nước tràn ra ngoài bằng thể tích của nửa khối cầu, theo bài ra ta có: $\frac{4}{3}\pi R^3 = 2 \cdot 18\pi \Leftrightarrow R^3 = 27 \Leftrightarrow R = 3$ (dm) $\Rightarrow$ chiều cao của bình đựng nước là: $h = 2R = 2 \cdot 3 = 6$ (dm).

Bán kính đáy của hình nón là IA và

$$\frac{1}{IA^2} + \frac{1}{SI^2} = \frac{1}{IH^2} \Leftrightarrow IA^2 = 12 = R_N^2.$$

Thể tích nước còn lại là:

$$V = V_N - 18\pi = \frac{1}{3}\pi R_N^2 h - 18\pi = \frac{1}{3}\pi 12 \cdot 6 - 18\pi = 6\pi \text{ (dm}^3\text{)}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1197. Một cốc nước có dạng hình trụ đứng có chiều cao 12 cm, đường kính đáy 4 cm, lượng nước trong cốc trong 8 cm. Thả vào cốc nước 4 viên bi có cùng đường kính 2 cm. Hỏi nước dâng cao cách mép cách mép cốc bao nhiêu? (Làm tròn sau dấu phẩy 2 chữ số thập phân, bỏ qua độ dày cốc)

A. 2,67.

B. 2,75.

C. 2,25.

D. 2,33.

Lời giải.

Lượng nước dâng lên chính là tổng thể tích của 4 viên bi thả vào bằng $V_b = 4 \cdot \frac{4}{3}\pi r_b^3 = \frac{16\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Dễ thấy phần nước dâng lên là hình trụ và có đáy bằng với đáy cốc nước và thể tích là $\frac{16\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Chiều cao nước dâng thêm là $h = \frac{V_b}{S_d} = \frac{16\pi}{3} : (\pi 2^2) = \frac{4}{3} \text{ cm}$.

Vậy nước cách mép cốc $12 - 8 - \frac{4}{3} \approx 2,67 \text{ cm}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1198. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC) , $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Gọi B_1 , C_1 lần lượt là hình chiếu của A lên SB , SC . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCC_1B_1$ bằng

A. $\frac{\pi a^3}{\sqrt{2}}$.

B. $\pi a^3 \sqrt{2}$.

C. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

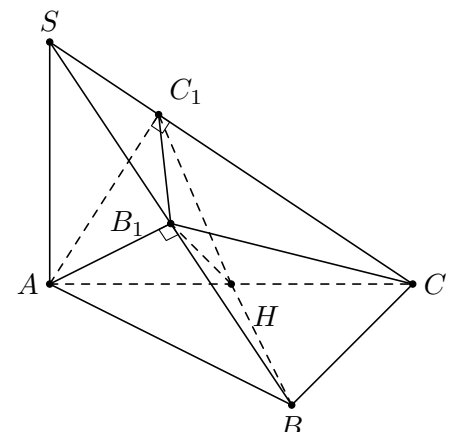
— Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = a^2$.

Suy ra $BC^2 + BA^2 = AC^2$.

Do đó $\triangle ABC$ vuông cân tại B .

— Ta có $\begin{cases} BC \perp BA \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB),$

do đó $\begin{cases} AB_1 \perp SB \\ AB_1 \perp BC \end{cases} \Rightarrow AB_1 \perp (SBC) \Rightarrow AB_1 \perp CB_1.$



— Gọi H là trung điểm AC , ta có $HB = HB_1 = HC_1 = HA = HC$ vì cùng bằng $\frac{1}{2}AC$.

Do đó H là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $A.BCC_1B_1$, bán kính $R = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

— Thể tích khối cầu là $V_{A.BCC_1B_1} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1199. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm I đi qua hai điểm O và $A(-4; 0; 4)$ sao cho tam giác OIA có diện tích bằng $2\sqrt{2}$. Khi đó diện tích mặt cầu (S) bằng

A. 12π .

B. 324π .

C. 4π .

D. 36π .

Lời giải.

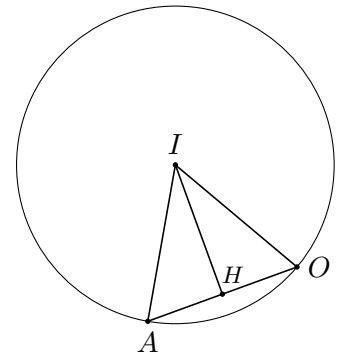
Gọi H là trung điểm cạnh OA thì $IH \perp OA$ và $OA = 4\sqrt{2}$.

$\Rightarrow HO = HA = 2\sqrt{2}$.

Ta có $S_{OIA} = \frac{1}{2}IH \cdot OA \Leftrightarrow IH = 1$.

Mà tam giác OIH vuông tại H nên $OI = \sqrt{IH^2 + OH^2} = 3$.

Vậy diện tích mặt cầu (S) là $S = 4\pi \cdot OI^2 = 36\pi$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1200. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SD và mặt phẳng đáy là 30° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

A. $8\pi a^2$.

B. $\frac{8\pi a^2}{3}$.

C. $4\pi a^2$.

D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Gọi O, I lần lượt là trung điểm của AC, SC .

Ta có $IO \parallel SA \Rightarrow IO \perp (ABCD)$.

Mà $OA = OB = OC = OD \Rightarrow IO$ là trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy $\Rightarrow IA = IB = IC = ID$.

Mặt khác $IS = IC$ nên mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có tâm I và bán kính $R = IS = \frac{SC}{2}$.

Tam giác SAD vuông tại A và $\widehat{SDA} = 30^\circ$ nên $\tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD}$
 $\Rightarrow SA = a$.

Mà $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{7}$; $R = IS = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = a\sqrt{2}$.

Vậy $S = 4\pi R^2 = 8\pi a^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1201. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng 2. Bán kính của mặt cầu đi qua trung điểm các cạnh của tứ diện là

A. $\sqrt{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

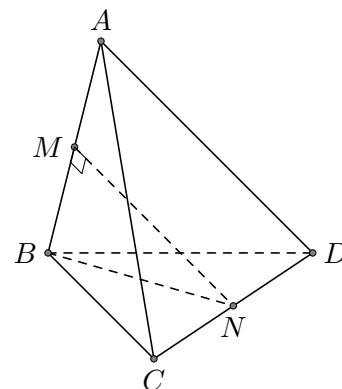
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Trong tứ diện đều các đoạn thẳng nối trung điểm của các cạnh đối diện đồng quy tại một điểm, điểm này cách đều trung điểm của các cạnh nên là tâm của mặt cầu đi qua trung điểm các cạnh của tứ diện. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD . Bán kính của mặt cầu đi qua trung điểm cách cạnh là

$$R = \frac{MN}{2} = \frac{\sqrt{BN^2 - BM^2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1202. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB = 2a, AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{57}}{6}$.

B. $\frac{a\sqrt{19}}{4}$.

C. $\frac{2a\sqrt{15}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{13}}{3}$.

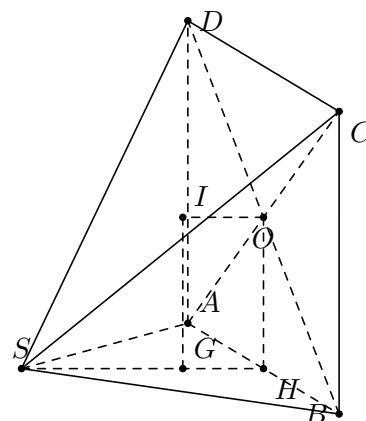
Lời giải.

Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB , O là tâm hình chữ nhật $ABCD$.

Qua G, O lần lượt kẻ đường thẳng d, d' vuông góc với $(SAB), (ABCD)$.

Gọi $I = d \cap d'$, suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $OHGI$ là hình chữ nhật, suy ra $GH = IO = \frac{1}{3}SH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.



Ta có $BD = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}, BO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là

$$R = IB = \sqrt{BO^2 + IO^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{57}}{6}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1203. Cho mặt cầu (S) có tâm O , bán kính $R = 2a$ và điểm M thỏa mãn $OM = a\sqrt{3}$. Ba mặt phẳng thay đổi qua điểm M và đôi một vuông góc với nhau cắt mặt cầu theo giao tuyến lần lượt là các đường tròn với bán kính r_1, r_2, r_3 . Giá trị lớn nhất của biểu thức $r_1 + r_2 + r_3$ là

A. $3a\sqrt{2}$.

B. $3a$.

C. $a\sqrt{6}$.

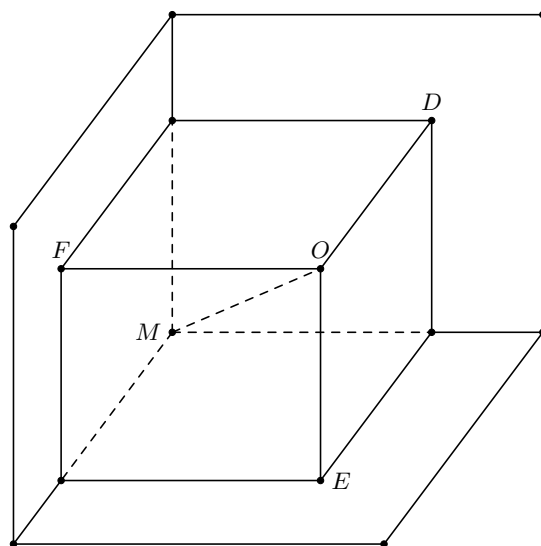
D. $3a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của O lên ba mặt phẳng đôi một vuông góc nói trên.
 Khi đó $OD^2 + OE^2 + OF^2 = OM^2 = 3a^2$.
 Ta có

$$\begin{aligned} & r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 \\ &= (R^2 - OD^2) + (R^2 - OE^2) + (R^2 - OF^2) \\ &= 3R^2 - OM^2 = 9a^2. \end{aligned}$$

Do đó $r_1 + r_2 + r_3 \leq \sqrt{3(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2)} = 3a\sqrt{3}$.
 Vậy giá trị lớn nhất của $r_1 + r_2 + r_3$ là $3a\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1204. Cho hình lăng trụ tam giác đều cạnh đáy bằng a cạnh bên bằng b . Thể tích của khối cầu đi qua các đỉnh của lăng trụ bằng

A. $\frac{1}{18\sqrt{3}}\sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

B. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}}\sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

C. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}}\sqrt{(4a^2 + b^2)^3}$.

D. $\frac{\pi}{18\sqrt{2}}\sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

Lời giải.

Gọi O, O' là tâm các tam giác ABC và $A'B'C'$.

Gọi I là trung điểm $OO' \Rightarrow I$ là tâm cầu ngoại tiếp lăng trụ.

Gọi H là trung điểm của BC

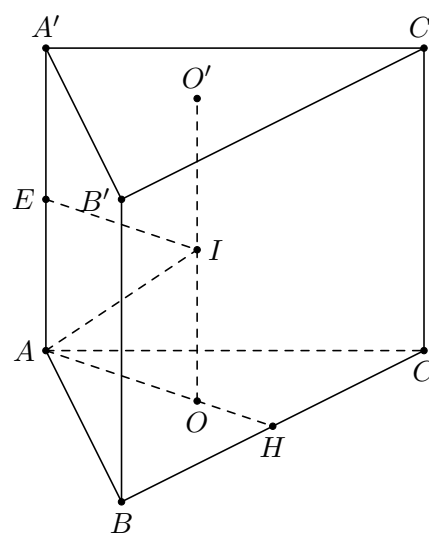
$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \frac{2}{3}AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Gọi E là trung điểm $AA' \Rightarrow AE = \frac{b}{2}$.

$$\text{Ta có } AI^2 = AE^2 + AO^2 = \frac{b^2}{4} + \frac{a^2}{3}$$

$$\Rightarrow R = AI = \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^2}{3}} = \sqrt{\frac{4a^2 + 3b^2}{12}}.$$

$$\text{Thể tích khối cầu là } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi}{18\sqrt{3}}\sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1205. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc nhau và $SA = SC = a, SB = 2a$. Gọi O là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBO) và (SBC) bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải.

☐

D. $\frac{\pi a^2}{3}$.

1

D. $V = (-40 + 24\sqrt{3}) \pi$.

A diagram of a sphere. The upper half of the sphere is shaded in light gray. A dashed line represents the equator, separating the shaded upper hemisphere from the unshaded lower hemisphere.

$$V_1 = \pi(4 - 2\sqrt{3})^2 \left(4 - \frac{4 - 2\sqrt{3}}{3}\right) = \pi \left(\frac{128 - 72\sqrt{3}}{3}\right).$$

Thể tích của bán cầu đựng nước là

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 8 = \frac{16}{3} \pi.$$

Vậy thể tích nước còn lại trong bán cầu là

$$V_2 = V - V_1 = \frac{16}{3} \pi - \frac{128 - 72\sqrt{3}}{3} \pi = \left(-\frac{112}{3} + 24\sqrt{3} \right) \pi.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1208. Một mặt cầu bán kính R đi qua tám đỉnh của hình lập phương thì cạnh của hình lập phương bằng

- A. $2R$. B. $\frac{2R}{\sqrt{3}}$. C. $2R\sqrt{3}$. D. $\frac{R\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Mặt cầu bán kính R đi qua tám đỉnh của hình lập phương suy ra đường chéo của hình lập phương bằng đường kính.

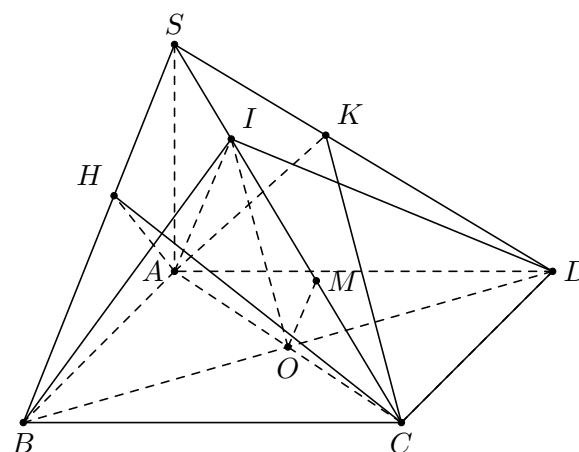
Gọi x là cạnh của hình lập phương, khi đó đường chéo của hình lập phương là $x\sqrt{3}$. Ta có $x\sqrt{3} = 2R$, suy ra $x = \frac{2R}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1209. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với đáy. Gọi H , I , K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB , SC và SD . Khẳng định nào trong các khẳng định sau là **sai**?

- A. Ba đường thẳng AK , AH , AI đồng phẳng.
 B. Bảy điểm A , B , C , D , H , I , K cùng thuộc một mặt cầu.
 C. $\widehat{BID}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và (SBC) .
 D. Đường thẳng SC vuông góc với mặt phẳng (AKH) .

Lời giải.



Ta có

$$\begin{cases} AH \perp (SBC) \\ AK \perp (SCD) \\ AI \perp SC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AH \perp SC \\ AK \perp SC \\ AI \perp SC \end{cases}$$

Suy ra các đường thẳng AH , AI , AK thuộc mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SC , cho nên các khẳng định ba đường thẳng AK , AH , AI đồng phẳng và đường thẳng SC vuông góc với mặt phẳng

(AKH) là các khẳng định đúng.

Dễ thấy $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{AHC} = \widehat{AKC} = \widehat{AIC} = 90^\circ$ nên bảy điểm A, B, C, D, H, I, K cùng thuộc mặt cầu đường kính AC .

Nói chung $\widehat{BID}$ không là góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và (SBC) . Ví dụ chọn $SA = a\sqrt{2}$, $AB = a$, khi đó I là trung điểm của SC , $OI \perp (ABCD)$, $OI = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, tam giác BIO vuông cân, suy ra $\widehat{BID} = 90^\circ$. Gọi M là điểm thuộc SC sao cho $AI \parallel OM$, ta có $OM = \frac{AI}{2} = a$ và $(BMD) \perp SC$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng $\widehat{BMD}$ nếu $\widehat{BMD} \leq 90^\circ$.

Ta có $\tan \widehat{BMO} = \frac{BO}{OM} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, mặt khác tam giác BMD cân tại M với OM là phân giác nên $\widehat{BMD} \approx 97,92^\circ$. Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) xấp xỉ bằng $82,08^\circ$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1210. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi H là hình chiếu của A trên (BCD) và I là trung điểm AH . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $IBCD$.

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi M, K lần lượt là trung điểm của CD và ID .

Ta có IH là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD

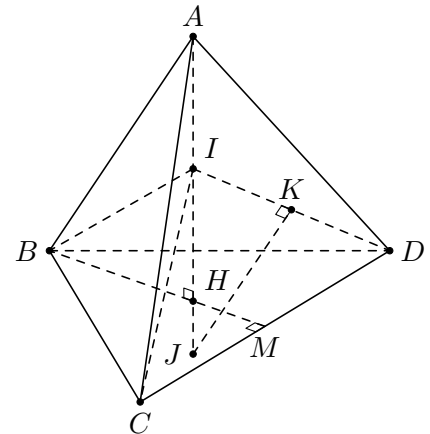
Từ K dựng mặt phẳng trung trực của ID cắt IH tại J .

Ta có $\triangle IJK$ đồng dạng với $\triangle IDH$ suy ra

$$\frac{IK}{IH} = \frac{IJ}{ID} \Rightarrow IJ = \frac{IK \cdot ID}{IH} = \frac{ID^2}{2IH}.$$

Ta có $DH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $IH = \frac{1}{2}AH = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$, $ID = \sqrt{IH^2 + DH^2} = \sqrt{\frac{a^2}{6} + \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Do đó

$$IJ = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{3}{a\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1211. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a, BC = 2a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là

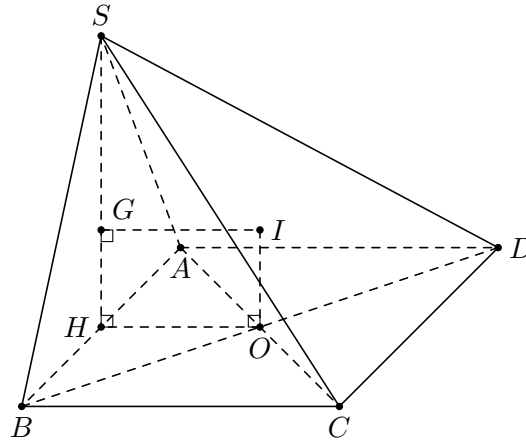
A. $\frac{8\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{16\pi a^2}{9}$.

C. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

D. $\frac{16\pi a^2}{3}$.

Lời giải.



— Gọi H là trung điểm AB , G là trọng tâm tam giác ABC , O là giao điểm của AC và BD , I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$, R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp mặt cầu $S.ABCD$. Khi đó, $IG \perp (SAB)$ và $IO \perp (ABCD)$. Suy ra $IGHO$ là hình chữ nhật.

— Ta có $R = IS = \sqrt{IG^2 + SH^2} = \sqrt{OH^2 + SG^2}$.

$$\text{Lại có } OH = \frac{1}{2}BC = a, SG = \frac{AB}{2 \sin 60^\circ} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Do đó } R = \sqrt{\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2 + a^2} = \frac{2}{\sqrt{3}}a.$$

$$\text{— } S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}}a\right)^2 = \frac{16\pi a^2}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1212. Cho khối cầu tâm O và bán kính R . Xét hai mặt phẳng $(P), (Q)$ thay đổi song song với nhau có khoảng cách là R và cùng cắt khối cầu theo thiết diện là hai hình tròn. Tổng diện tích của hai hình tròn này có giá trị lớn nhất là

A. $\frac{5}{4}\pi R^2$.

B. πR^2 .

C. $\frac{7}{4}\pi R^2$.

D. $\frac{3}{2}\pi R^2$.

Lời giải.

Gọi $(O_1, R_1), (O_2, R_2)$ lần lượt là tâm, bán kính của hình tròn tạo bởi $(P), (Q)$ và khối cầu tâm O .

Đặt $x = OO_1, 0 < x < R$. Khi đó

$$\begin{cases} OO_2 = R - x \\ R_1^2 = R^2 - x^2 \\ R_2^2 = R^2 - (R - x)^2. \end{cases}$$

Tổng diện tích của hai hình tròn là

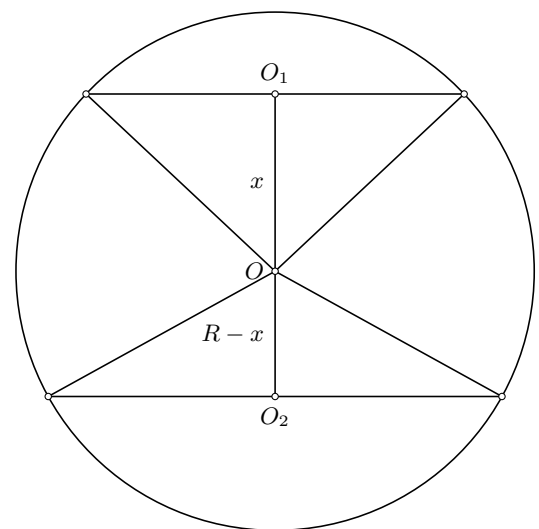
$$\begin{aligned} S(x) &= \pi R_1^2 + \pi R_2^2 \\ &= \pi(-2x^2 + 2Rx + R^2) \\ &= -2\pi\left(x - \frac{R}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}\pi R^2 \leq \frac{3}{2}\pi R^2. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $x = \frac{R}{2}$ thỏa điều kiện.

Vậy tổng diện tích của hai hình tròn có giá trị lớn nhất là $\frac{3}{2}\pi R^2$.

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 1213. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A với $AB = AC = a$, cạnh $SA = SB = a$ và có $(SBC) \perp (ABC)$. Tính SC để độ dài bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng a .

A. $SC = a\sqrt{2}$.

B. $SC = a\sqrt{3}$.

C. $SC = a$.

D. $SC = 2a$.

Lời giải.

Gọi O là trung điểm của $BC \Rightarrow AO \perp BC \Rightarrow AO \perp (SBC)$.

$\triangle AOB = \triangle AOC = \triangle AOS$ (các tam giác vuông có AO chung và $AB = AC = AS = a$).

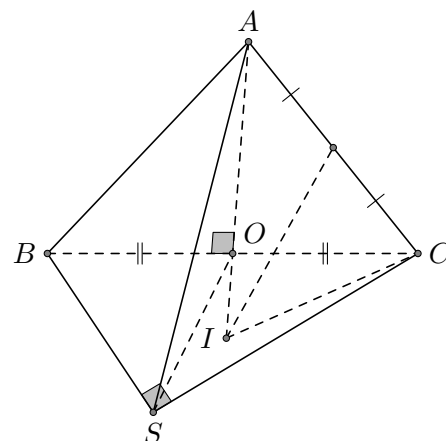
Suy ra $OB = OC = OS$.

Tam giác SBC vuông tại $S \Rightarrow AO$ là trục đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBC$.

Dựng I là tâm của mặt cầu $\Rightarrow IA = IC = a = AC$.

$$\triangle IAC \text{ đều} \Rightarrow OC = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BC = a\sqrt{3}.$$

Tam giác SBC vuông tại S có $SC = \sqrt{BC^2 - SB^2} = a\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1214. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AB = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = a$ vuông góc với đáy. Tính bán kính mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (SBC) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. a .

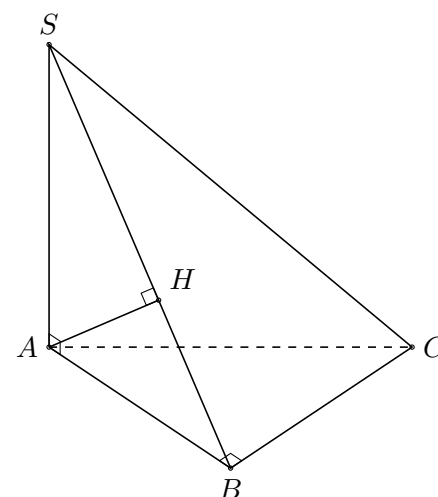
C. $a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Trên mặt phẳng SAB , gọi H là chân đường cao hạ từ A xuống SB . Ta có $AH \perp (SBC)$. Suy ra, AH là bán kính mặt cầu tâm A tiếp xúc với (SBC) . Ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2}. \text{ Suy ra } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1215. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn $AB = 2a$ và $BC = CD = DA = a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng tạo với đáy một góc 60° . Thể tích hình cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

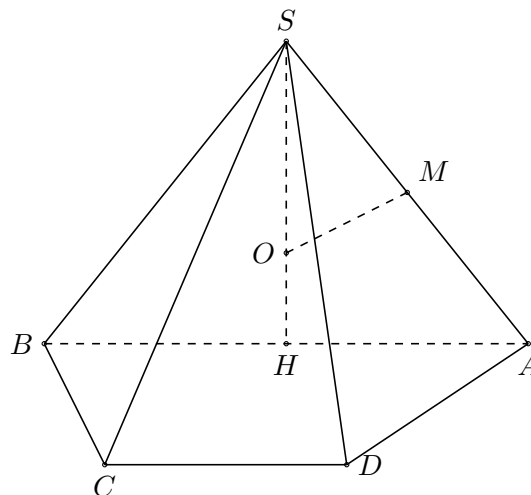
A. $\frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

B. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

C. $\sqrt{3}\pi a^3$.

D. $\frac{20\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

Lời giải.

$$R = \frac{2}{3}AB \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}a}{3} \Rightarrow V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}.$$
☐

A. $\frac{16\pi a^2}{3}$.

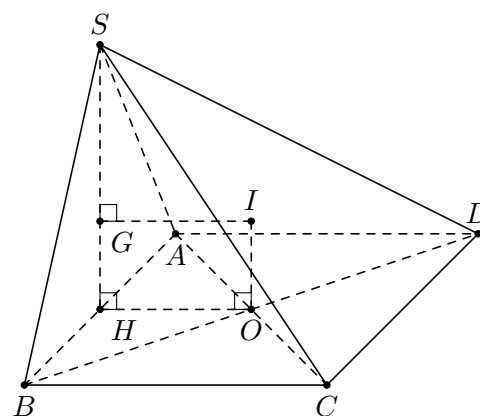
B. $\frac{8\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{16\pi a^2}{9}$.

D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Lại có $OH = \frac{1}{2}BC = a$, $SG = \frac{AB}{2 \sin 60^\circ} = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{2}{\sqrt{3}}a \right)^2 = \frac{16\pi a^2}{3}.$$



9

A. $4\pi a^3$.

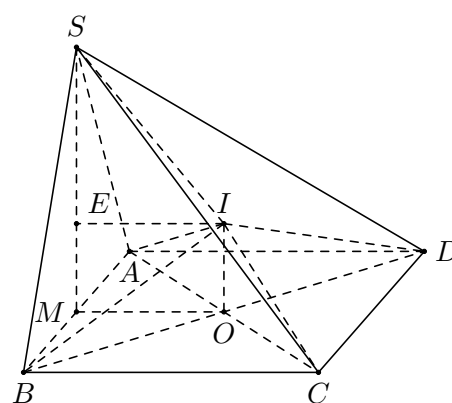
B. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{3\pi a^3}{4}$.

D. $3\pi a^3$.

Kẻ $d \perp (ABCD)$ tại O , $\Delta \perp (SAB)$ tại E . Gọi $\{I\} = d \cap \Delta$ thì $IA = IB = IC = ID = IS$. Do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Suy ra $R = IS = \sqrt{SE^2 + EI^2} = a$.

$$V = \frac{4\pi a^3}{3}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 1218. Cho khối cầu (S) tâm I , bán kính R không đổi. Một khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy r thay đổi nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho thể tích của khối trụ là lớn nhất.

A. $h = R\sqrt{2}$. B. $h = \frac{R\sqrt{3}}{3}$. C. $h = \frac{R\sqrt{2}}{2}$. D. $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn đáy của khối trụ. Do giả thiết ta có $OA = r, IA = R$ và $OO' = h$.

Gọi V là thể tích khối trụ khi đó $V = h \cdot S_d = \pi \cdot r^2 \cdot h$.

Mặt khác ta có

$$IA^2 = IO^2 + OA^2 \Leftrightarrow R^2 = r^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 \Leftrightarrow r^2 = R^2 - \frac{h^2}{4}.$$

Khi đó $V = \pi \cdot h \cdot \left(R^2 - \frac{h^2}{4}\right)$.

Xét hàm $g(h) = \pi \cdot h \cdot \left(R^2 - \frac{h^2}{4}\right)$ trên khoảng $(0; 2R)$.

Ta có $g'(h) = \pi \cdot R^2 - \frac{3\pi \cdot h^2}{4}$.

$$\text{Xét } g'(h) = 0 \Leftrightarrow \pi \cdot R^2 - \frac{3\pi \cdot h^2}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} h = \frac{2R}{\sqrt{3}} \\ h = -\frac{2R}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

h	0	$\frac{2R}{\sqrt{3}}$	$2R$
$g'(h)$	+	0	-
$g(h)$	0	$\frac{4\pi \cdot R^3}{3\sqrt{3}}$	0

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $\max_{h \in (0; 2R)} g(h) = \frac{4\pi \cdot R^3}{3\sqrt{3}}$ khi $h = \frac{2R}{\sqrt{3}}$.

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ bằng $\frac{4\pi \cdot R^3}{3\sqrt{3}}$ khi $h = \frac{2R}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 1219. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I_1(3; 2; 2)$ bán kính $R_1 = 2$, mặt cầu (S_2) có tâm $I_2(1; 0; 1)$ bán kính $R_2 = 1$. Phương trình mặt phẳng (P) đồng thời tiếp xúc với (S_1) và (S_2) và cắt đoạn I_1I_2 có dạng $2x + by + cz + d = 0$. Tính $T = b + c + d$.

A. -5. B. -1. C. -3. D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} I_1 I_2 &= \sqrt{(1-3)^2 + (0-2)^2 + (1-2)^2} \\ &= \sqrt{4+4+1} = 3. \end{aligned}$$

suy ra $I_1 I_2 = R_1 + R_2$ nên hai mặt cầu tiếp xúc ngoài nhau tại E .

Do giả thiết suy ra mặt phẳng (P) tiếp xúc với hai mặt cầu tại E và vuông góc với $\overrightarrow{I_1 I_2}$.

Do giả thiết suy ra $\overrightarrow{EI_1} = -2\overrightarrow{EI_2}$ (*).

Giả sử điểm $E(x_0; y_0; z_0)$ ta có $\overrightarrow{EI_1} = (3-x_0; 2-y_0; 2-z_0)$ và $\overrightarrow{EI_2} = (1-x_0; -y_0; 1-z_0)$.

Từ (*) suy ra

$$\begin{cases} 3-x_0 = -2(1-x_0) \\ 2-y_0 = 2y_0 \\ 2-z_0 = -2(1-z_0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{5}{3} \\ y_0 = \frac{2}{3} \\ z_0 = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Vậy tọa độ điểm $E\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Mặt khác ta có $\overrightarrow{I_2 I_1} = (2; 2; 1)$. Vì $I_2 I_1 \perp (P)$ nên $\overrightarrow{I_2 I_1}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là

$$2 \cdot \left(x - \frac{5}{3}\right) + 2 \cdot \left(y - \frac{2}{3}\right) + \left(z - \frac{4}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 6 = 0.$$

Suy ra $b = 2$; $c = 1$ và $d = -6$ nên $T = 2 + 1 - 6 = -3$.

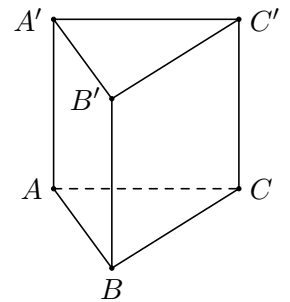
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1220.

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$. Tính thể tích khối cầu giới hạn bởi mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{28\sqrt{21}}{27}\pi a^3$. B. $\frac{84\sqrt{21}}{27}\pi a^3$. C. $\frac{7\sqrt{21}}{27}\pi a^3$. D. $\frac{7\sqrt{21}}{9}\pi a^3$.



Lời giải.

Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và $A'B'C'$; O là trung điểm của GG' . Khi đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$.

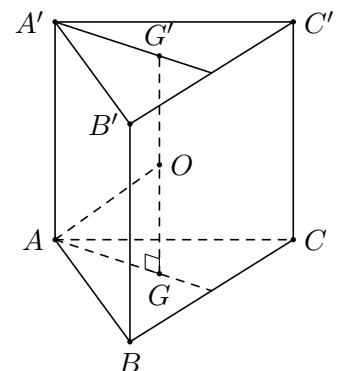
Xét $\triangle OGA$ vuông tại G , $OG = a$, $GA = \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Do đó

$$R = OA = \sqrt{OG^2 + GA^2} = \sqrt{a^2 + \frac{12a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{21}}{3}.$$

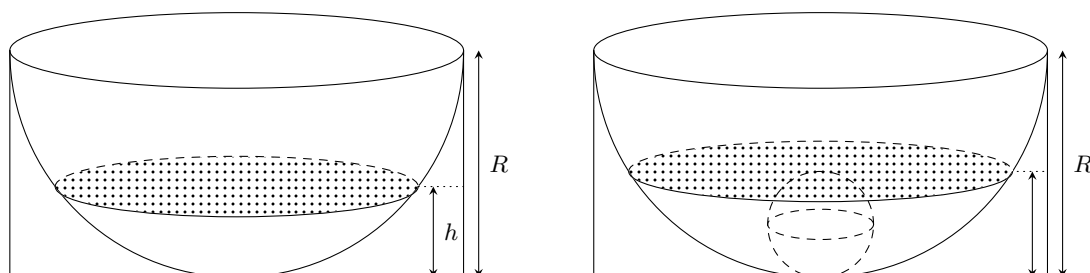
Vậy thể tích khối cầu cần tìm là $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{28\sqrt{21}\pi a^3}{27}$.

Chọn đáp án **A**

□



Câu 1221. Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm có bán kính $R = 10$ cm. Trong chậu có chứa sẵn một khối nước hình chỏm cầu có chiều cao $h = 4$ cm. Người ta bỏ vào chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi. Tính bán kính của viên bi (kết quả làm tròn đến 2 chữ số lẻ thập phân).



- A. 3,24 cm. B. 2,09 cm. C. 4,28 cm. D. 4,03 cm.

Lời giải.

Thể tích phần nước có trong chậu nước là $V = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) = \frac{416\pi}{3}$.

Gọi r ($r < 5$) là bán kính của viên bi, khi đó chiều cao của mực nước lúc sau là $2r$.

Khi đó ta có

$$\frac{416\pi}{3} + \frac{4\pi r^3}{3} = \pi(2r)^2 \left(10 - \frac{2r}{3} \right) \Leftrightarrow \frac{416}{3} + \frac{4r^3}{3} = 40r^2 - \frac{8r^3}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} r \approx 2,09 & (\text{thoả mãn}) \\ r \approx 9,62 & (\text{loại}) \end{cases}$$

Vậy bán kính viên bi là 2,09 cm.

Chọn đáp án **(B)**

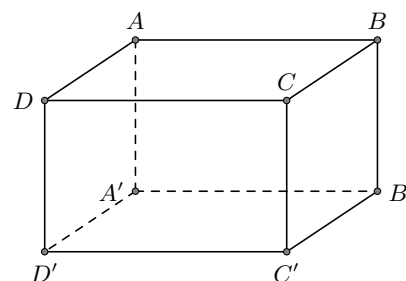
□

Câu 1222. Cho lăng trụ đứng có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp

- A. $S = 12\pi a^2$. B. $S = 6\pi a^2$. C. $S = 8\pi a^2$. D. $S = 16\pi a^2$.

Lời giải.

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{6}}{2} \right)^2 = 6\pi a^2.$$



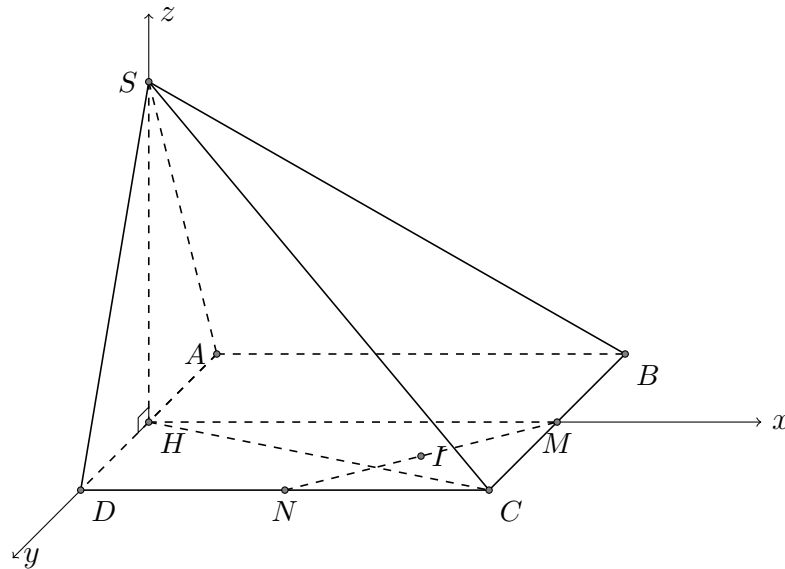
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1223. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $\triangle SAD$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Tính bán kính R của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMB$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{37}}{6}$. B. $R = \frac{a\sqrt{93}}{12}$. C. $R = \frac{a\sqrt{29}}{8}$. D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.



— Ta có $(SAD) \cap (ABCD) = AD$. Gọi H là trung điểm của AD , do $\triangle SAD$ đều $\Rightarrow SH \perp AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

— Chọn hệ trục tọa độ $Hxyz$ như hình vẽ.

Ta có $M(a; 0; 0)$, $N\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, 0\right)$, $S\left(0, 0, \frac{\sqrt{3}}{2}a\right)$.

Gọi I là trung điểm của MN suy ra $I\left(\frac{3a}{4}, \frac{a}{4}, 0\right)$.

— $\triangle CMN$ vuông tại $C \Rightarrow I$ cách đều ba điểm $C, M, N \Rightarrow$ mọi điểm thuộc đường thẳng d qua I và vuông góc với $ABCD$ cũng cách đều ba điểm C, M, N .

Phương trình đường thẳng d đi qua I và song song với Hx là:
$$\begin{cases} x = \frac{3a}{4} \\ y = \frac{a}{4} \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

— Gọi O là tâm khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$ suy ra $O \in d$ và $SO = OM$.

$O \in d \Rightarrow O\left(\frac{3a}{4}, \frac{a}{4}, t\right)$. $\overrightarrow{SO} = \left(\frac{3a}{4}, \frac{a}{4}, t - \frac{\sqrt{3}a}{2}\right)$; $\overrightarrow{MO} = \left(-\frac{a}{4}, \frac{a}{4}, t\right)$

Khi đó ta có

$$\begin{aligned} \left(\frac{3a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2 + \left(t - \frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2 &= \left(-\frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2 + t^2 \\ \Leftrightarrow \frac{9a^2}{16} + \frac{a^2}{16} + t^2 - \sqrt{3}t \cdot a + \frac{3a^2}{4} &= \frac{a^2}{16} + \frac{a^2}{16} + t^2 \\ \Leftrightarrow \frac{20a^2}{16} &= \sqrt{3}t \cdot a \\ \Leftrightarrow t &= \frac{5a\sqrt{3}}{12}. \end{aligned}$$

Suy ra $O\left(\frac{3a}{4}, \frac{a}{4}, \frac{5a\sqrt{3}}{12}\right)$, $\overrightarrow{MO} = \left(-\frac{a}{4}, \frac{a}{4}, \frac{5a\sqrt{3}}{12}\right)$.

Khi đó bán kính khối cầu là $R = |\overrightarrow{MO}| = \frac{a\sqrt{93}}{12}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1224. Một hình nón có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên mặt cầu (S). Biết góc ở đỉnh của hình nón là 120° và bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}$. Thể tích của khối cầu (S) là

- A. $\frac{256\pi}{3}$. B. $\frac{32\pi}{3}$. C. $\frac{64\pi}{3}$. D. $\frac{64\pi\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

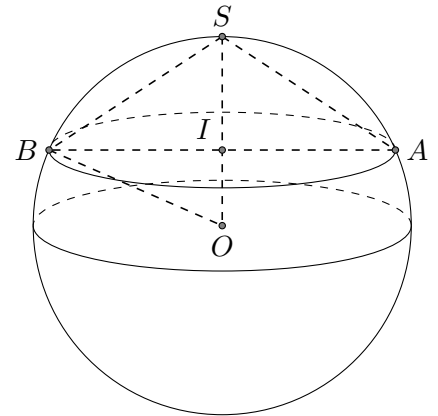
Ta có $\widehat{BSA} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BSO} = 60^\circ$.

Khi đó tam giác SOB đều (tam giác cân có 1 góc bằng 60°).

Xét $\triangle SOB$ có BI là đường cao $\Rightarrow BI = \frac{OS\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow OS = 4$.

Hay mặt cầu có bán kính $R = OS = 4 \Rightarrow$ thể tích khối cầu là

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{256\pi}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1225. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. B. $V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. C. $V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{81}$. D. $V = \frac{8\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

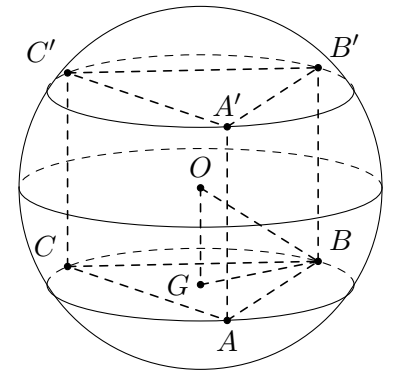
Lời giải.

Gọi O là tâm mặt cầu và G là trọng tâm của tam giác đều ABC .

Ta có $OG = \frac{1}{2}AA' = a$ và $GB = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Bán kính của mặt cầu là $R = OB = \sqrt{OG^2 + GB^2} = \frac{a2\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích của khối cầu là $V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1226. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4\pi a^3}{3}$. C. $\frac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

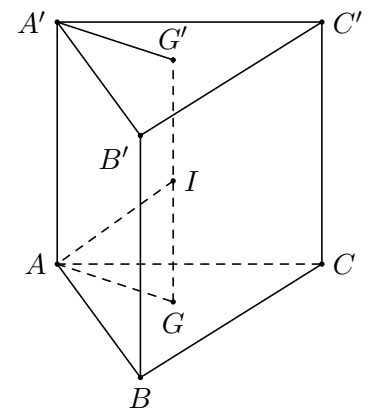
Lời giải.

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ. Khi đó I là trung điểm GG' với G, G' lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, A'B'C'$.

Tam giác ABC đều nên $GA = AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = a$.

Ta có $IA^2 = IG^2 + GA^2 = 2a^2$.

Suy ra $IA = \sqrt{2}a$ nên $V = \frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1227. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng a , (S) là mặt cầu tiếp xúc với sáu cạnh của tứ diện $ABCD$ và M là một điểm thay đổi trên (S) . Tính tổng

$$T = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2.$$

A. a^2 .B. $\frac{3a^2}{8}$.C. $2a^2$.D. $4a^2$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ và E, F, I, J, H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD, AC, BD, AD, BC .

Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên G là tâm mặt cầu tiếp xúc với 6 cạnh của tứ diện.

$$\text{Ta có } BF = \frac{a\sqrt{3}}{2}, BE = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow EF = \sqrt{BF^2 - BE^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow GE = \frac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \text{bán kính mặt cầu là } R = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Ta có } GB^2 = GE^2 + BE^2 = \frac{a^2}{8} + \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{8}.$$

Vì G là trọng tâm tứ diện $ABCD$ nên $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.

Ta có

$$\begin{aligned} T &= \vec{MA}^2 + \vec{MB}^2 + \vec{MC}^2 + \vec{MD}^2 \\ &= (\vec{MG} + \vec{GA})^2 + (\vec{MG} + \vec{GB})^2 + (\vec{MG} + \vec{GC})^2 + (\vec{MG} + \vec{GD})^2 \\ &= 4MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2 \\ &= 4 \cdot R^2 + 4 \cdot \frac{3a^2}{8} \\ &= 4 \cdot \frac{a^2}{8} + \frac{3a^2}{2} = 2a^2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1228. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD = BC = 4$ cm, các cạnh còn lại bằng $\sqrt{10}$ cm. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đã cho.

A. $S = 18\pi \text{ cm}^3$.B. $S = 4\pi \text{ cm}^3$.C. $S = \frac{9\pi}{2} \text{ cm}^3$.D. $S = 16\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Gọi $C(O; r)$ là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , $S(I; R)$ là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Vì I là giao của trục tam giác ABC và mặt phẳng trung trực cạnh AD nên $I \in MN$. Ta có

$$AN = \sqrt{AB^2 - BN^2} = \sqrt{10 - 4} = \sqrt{6}.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AN \cdot BC = \frac{1}{2} \sqrt{6} \cdot 4 = 2\sqrt{6}.$$

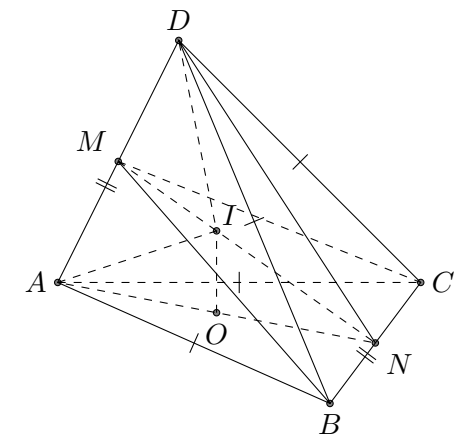
$$OA = r = \frac{abc}{4S_{ABC}} = \frac{4 \cdot 10}{4 \cdot 2\sqrt{6}} = \frac{5}{\sqrt{6}}.$$

$$MN = \sqrt{AN^2 - AM^2} = \sqrt{6 - 4} = \sqrt{2}.$$

Tứ giác $AMIO$ nội tiếp được đường tròn nên

$$NO \cdot NA = NI \cdot NM \Leftrightarrow \left(\sqrt{6} - \frac{5}{\sqrt{6}}\right) \sqrt{6} = NI \cdot \sqrt{2} \Rightarrow NI = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow MI = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } R = \sqrt{AM^2 + MI^2} = \sqrt{4 + \frac{1}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ và } S = 4\pi R^2 = 18\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1229. Cho mặt cầu (S) có bán kính R , (H) là hình chóp tam giác đều nội tiếp (S) . Thể tích lớn nhất của (H) bằng

- A. $\frac{8\sqrt{3}R^3}{27}$. B. $\frac{64R^3}{81}$. C. $\frac{8R^3}{27}$. D. $\frac{8\sqrt{3}R^3}{9}$.

Lời giải.

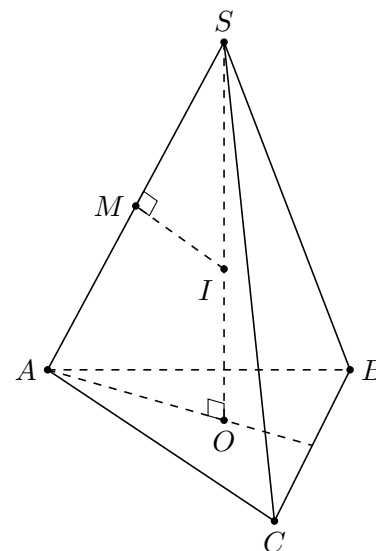
Gọi $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều, O là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC .

Trong (SAO) dựng trung trực của SA tại M cắt SO tại I , suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và bán kính mặt cầu này là $IA = IB = IC = IS = R$.

Ta có $\triangle SMI \sim \triangle SOA$ (g-g) nên $\frac{SI}{SA} = \frac{SM}{SO}$, suy ra

$$R = \frac{SA \cdot SM}{SO} = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{SO^2 + OA^2}{2SO}.$$

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là



$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{(OA\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} \cdot SO = \frac{OA^2 \sqrt{3}}{4} \cdot SO \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2R \cdot SO - SO^2) \cdot SO = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2R \cdot SO^2 - SO^3). \end{aligned}$$

Đặt $SO = t$ với $0 < t < 2R$ ta được $V = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2Rt^2 - t^3)$.

Xét hàm số $f(t) = 2Rt^2 - t^3$ trên khoảng $(0; 2R)$ ta có

$$f'(t) = 4Rt - 3t^2.$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 4Rt - 3t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{4R}{3} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{4R}{3}$	$2R$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	0	$\frac{32R^3}{27}$	0

Vậy thể tích lớn nhất của khối chóp thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{32R^3}{27} = \frac{8\sqrt{3}R^3}{27}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1230. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Mặt bên của hình chóp hợp với đáy góc 45° . Tính diện tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $36\pi a^2$. B. $\frac{9\pi a^2}{4}$. C. $9\pi a^2$. D. $3\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi M, N là trung điểm của BC, SA, O là tâm của hình vuông $ABCD, I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp $S.ABCD$. Khi đó $BC \perp (SOM)$ nên

$$\widehat{SMO} = ((SBC), (ABCD)) = 45^\circ.$$

Suy ra $SO = OM = a$. Suy ra $SN = SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Khi đó, rằng $\triangle SAO \sim \triangle SNI$, suy ra

$$\frac{SI}{SN} = \frac{SO}{SA} \Rightarrow IS = \frac{SN \cdot SA}{SO} = \frac{3a}{2}.$$

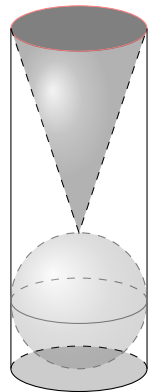
Vậy diện tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $9\pi a^2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1231.

Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao bằng 3 lần đường kính của đáy. Một viên bi và một khối nón được làm bằng thủy tinh. Biết viên bi là một khối cầu có đường kính bằng đường kính đáy của cốc nước. Người ta thả từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (xem hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Tính tỷ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu (bỏ qua bề dày của lớp vỏ thủy tinh).



A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{4}{9}$.

D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải.

Gọi R, h lần lượt là bán kính đáy, chiều cao của hình trụ, suy ra $h = 3 \cdot 2 \cdot R = 6R$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi R^2 \cdot 6R = 6\pi R^3$.

Thể tích của khối nón trong hình trụ là $V_N = \frac{1}{3}\pi R^2 h_N = \frac{\pi R^2}{3}(h - 2R) = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Khi đó thể tích nước bị tràn ra ngoài là $V_1 = V_c + V_N = 2 \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{8}{3}\pi R^3$.

Tỷ số cần tính là $T = \frac{V - V_1}{V} = \left(6\pi R^3 - \frac{8}{3}\pi R^3\right) : 6\pi R^3 = \frac{5}{9}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1232. Cho hai mặt cầu $(S_1) : (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 25$ và $(S_2) : x^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$. Có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu trên?

A. Vô số.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

(S_1) có $\begin{cases} I_1(2; -1; 0) \\ R_1 = 5 \end{cases}$ và (S_2) có $\begin{cases} I_2(0; 1; 1) \\ R_2 = 2 \end{cases}$ Ta có: $\overrightarrow{I_1 I_2} = (-2; 2; 1) \Rightarrow I_1 I_2 = 3$.

Nhận xét: $R_1 - R_2 = I_1 I_2$ nên 2 mặt cầu tiếp xúc trong. Như vậy chỉ có duy nhất một mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu đã cho.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1233. Cho đường tròn (C) tâm O , bán kính bằng 1, đường tròn (T) tâm I , bán kính bằng 2 lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau. Biết khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song đó bằng độ dài đoạn thẳng $OI = 3$. Tính diện tích mặt cầu đi qua hai đường tròn (C) và (T) .

A. 24π .B. 20π .C. 16π .D. 12π .**Lời giải.**

Giả sử mặt cầu (S) tâm A , bán kính R . Từ giả thiết ta suy ra mặt cầu (S) cắt hai mặt phẳng song song tạo thành giao tuyến là đường tròn (C) và (T) . Do đó OI nằm trên một đường kính của mặt cầu.

Đặt $AI = x$ thì $OI = 3 - x$, ta có

$$\begin{cases} R^2 = 2^2 + x^2 \\ R^2 = 1^2 + (3 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow R = \sqrt{5}.$$

Vậy diện tích mặt cầu (S) là $4\pi (\sqrt{5})^2 = 20\pi$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1234. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 6, chiều cao bằng 8. Biết rằng có một mặt cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón, đồng thời tiếp xúc với mặt đáy của hình nón. Tính bán kính mặt cầu đó.

A. 5.

B. 1,75.

C. 4,25.

D. 3.

Lời giải.

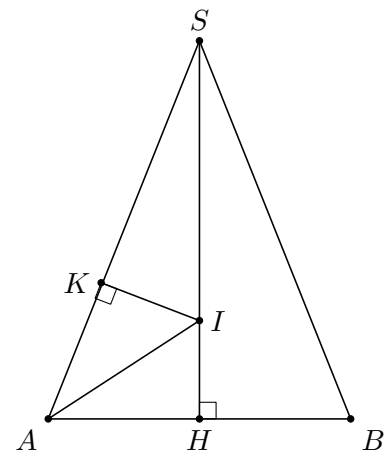
Xét thiết diện đi qua trục.

Gọi tên các điểm như hình vẽ.

Khi đó bán kính mặt cầu $R = IH = IK$ và $SA = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$.

Ta có: $S_{SAH} = S_{SAI} + S_{AIH}$.

Hay $\frac{1}{2}SH \cdot AH = \frac{1}{2}IK \cdot SA + \frac{1}{2}IH \cdot AH \Leftrightarrow 8 \cdot 6 = R \cdot 10 + R \cdot 6 \Leftrightarrow R = 3$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1235. Trên mặt phẳng (P) cho góc $\widehat{xOy} = 60^\circ$. Đoạn $SO = a$ vuông góc với mặt phẳng (P) . Các điểm M, N chuyển động trên Ox, Oy sao cho ta luôn có $OM + ON = a$. Tính diện tích của mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất ngoại tiếp tứ diện $SOMN$.

A. $\frac{8\pi a^2}{3}$.B. $\frac{4\pi a^2}{3}$.C. $\frac{16\pi a^2}{3}$.D. $\frac{\pi a^2}{3}$.**Lời giải.**

Dựng trục của đáy OBC . Dựng mặt phẳng trung trực của cạnh SO cắt trục của đáy tại điểm I . Điểm I chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SOBC$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SOBC$ là

$$IO = \sqrt{IH^2 + OH^2} = \sqrt{OK^2 + R_d^2}.$$

Ta có $OK = \frac{SO}{2} = \frac{a}{2}$.

Lại có

$$\begin{aligned} MN^2 &= OM^2 + ON^2 - 2 \cdot OM \cdot ON \cdot \cos \widehat{MON} \\ &\leq \frac{1}{2}(OM + ON)^2 - 2 \cdot OM \cdot ON \cdot \frac{1}{2} \\ &\leq \frac{1}{2}(OM + ON)^2 - \frac{1}{2}(OM + ON)^2 \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{a^2}{4}. \end{aligned}$$

Bán kính đáy $OH = R_d = \frac{MN}{2 \sin \widehat{MON}} \leq \frac{a}{2\sqrt{3}}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SOBC$ là

$$R \leq \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{12}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Khi đó $S = 4\pi R^2 = \frac{4\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1236. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại các điểm M, N, P . Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{24}$.

B. $V = \frac{\pi\sqrt{2}}{12}$.

C. $V = \frac{3\pi}{2}$.

D. $V = \frac{4\pi}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của BD và AC .

Trong mặt phẳng SAC kẻ $AN \perp SC$.

Gọi I là giao điểm của SO và AN .

Qua I kẻ $MP \parallel BD$.

Ta thấy $\begin{cases} MP \parallel BD \perp SC \\ AN \perp SC \end{cases} \Rightarrow SC \perp (AMNP)$.

Ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ AM \perp SC \end{cases} \Rightarrow AM \perp MC$.

Ta có $\begin{cases} AP \perp CD \\ AP \perp SD \end{cases} \Rightarrow AP \perp CP$.

Ta được $\begin{cases} \widehat{AMC} = \widehat{ANC} = \widehat{APC} = 90^\circ \\ \widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ \end{cases}$.

Suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$ bán kính bằng 1.

Thể tích khối cầu $V = \frac{4\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1237. Cho tứ diện $ABCD$ thỏa mãn $AB = CD = \sqrt{34}$, $BC = AD = \sqrt{41}$, $AC = BD = 5$. Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

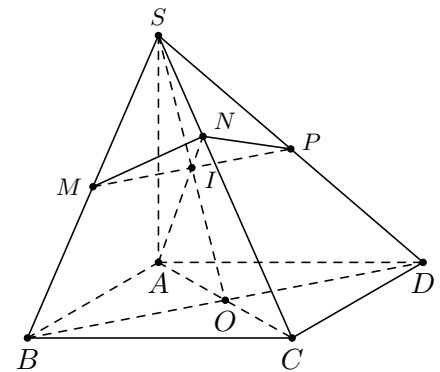
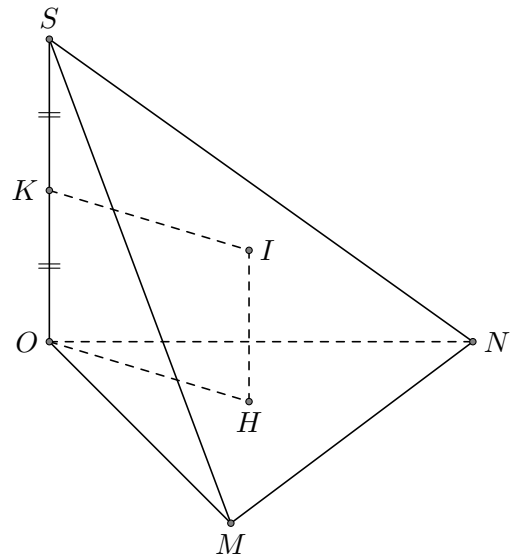
A. $r = 5\sqrt{2}$.

B. $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

C. $r = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

D. $r = \sqrt{10}$.

Lời giải.



Gọi I là trọng tâm của tứ diện

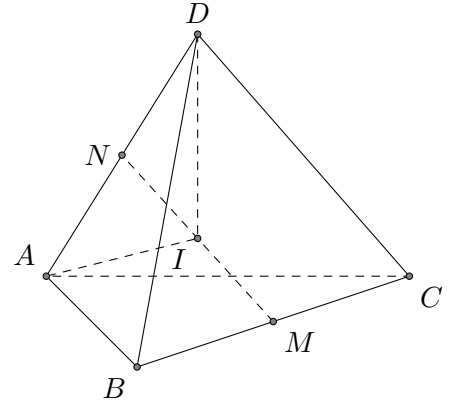
$$AM = \sqrt{\frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}} = \frac{\sqrt{77}}{2}$$

$$MN = \sqrt{\frac{AM^2 + MD^2}{2} - \frac{AD^2}{4}} = 3.$$

Với I là trung điểm của đoạn $MN \Rightarrow IN = \frac{3}{2}$.

Xét $\triangle IAN$ vuông tại N có

$$IA = \sqrt{AN^2 + IN^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{41}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$



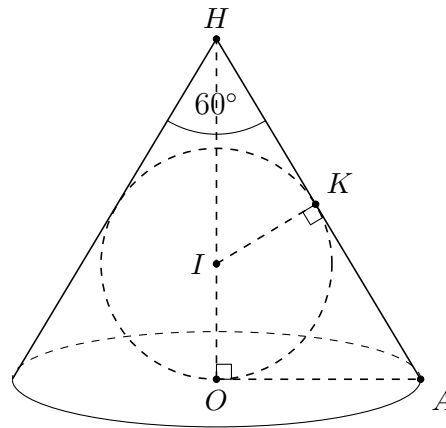
Chọn đáp án (B)

□

Câu 1238. Cho hình nón (N) có đỉnh H , đáy là đường tròn tâm O có bán kính bằng R , góc ở đỉnh bằng 60° . Một mặt cầu (S) tâm I thuộc đoạn HO , tiếp xúc với mặt xung quanh và mặt đáy của hình nón (N). Tính diện tích mặt cầu (S).

- A. πR^2 . B. $\frac{2\pi R^2}{3}$. C. $\frac{4\pi R^2}{3}$. D. $4\pi R^2$.

Lời giải.



Với A là điểm bất kì trên đường tròn đáy, kẻ $IK \perp HA, K \in HA$.

Ta có $AO = R, HO = R\sqrt{3}, KH = AH - KA = 2R - R = R$.

Xét $\triangle HKI \sim \triangle HOA$ (g-g)

$$\text{Suy ra } \frac{IK}{AO} = \frac{KH}{HO} \Leftrightarrow IK = \frac{AO \cdot KH}{HO} = \frac{R}{\sqrt{3}}.$$

Mặt cầu (S) tâm I , bán kính $r = IK = \frac{R}{\sqrt{3}}$ có diện tích là

$$S = 4\pi r^2 = \frac{4\pi R^2}{3}.$$

Chọn đáp án (C)

□

Câu 1239. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng $2a$. Bán kính của mặt cầu nội tiếp hình chóp này bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{3}}a$. B. $\frac{\sqrt{2}}{4(1 + \sqrt{3})}a$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2(1 + \sqrt{3})}a$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4(1 + \sqrt{3})}a$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, I là tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp $S.ABCD$, M là trung điểm của BC , H là hình chiếu vuông góc của I xuống SM . Suy ra bán kính mặt cầu nội tiếp là $r = IH = IO$.

Ta có $SM = \sqrt{SB^2 - BM^2} = a\sqrt{3}$.

Khi đó $SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = a\sqrt{2}$.

Xét hai tam giác SHI và SOM có $\widehat{SHI} = \widehat{SOM} = 90^\circ$ và $\widehat{ISH} = \widehat{OSM}$ nên $\triangle SHI \sim \triangle SOM$.

Suy ra

$$\frac{IH}{OM} = \frac{SI}{SM} \Leftrightarrow \frac{r}{a} = \frac{a\sqrt{2} - r}{a\sqrt{3}} \Leftrightarrow r = \frac{a\sqrt{2}}{1 + \sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án (A)

□

Câu 1240. Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông cân tại A , $AD = 2a$, $AB = a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

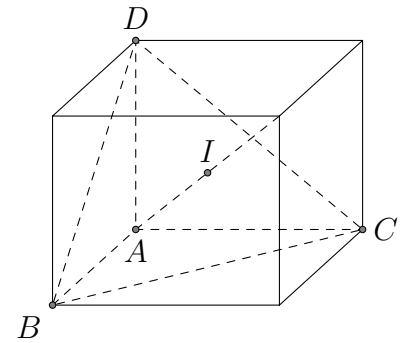
Lời giải.

Dựng hình hộp chữ nhật (H) nhận AB , AC , AD làm 3 cạnh.

Khi đó mặt cầu ngoại tiếp của (H) cũng là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Chính vì vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AC^2 + AD^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + a^2 + (2a)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 1241. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $3a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45° . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $4\pi a^3\sqrt{2}$.

C. $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $4\pi a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trọng tâm của $\triangle ABC \Rightarrow AH = \frac{2}{3}AM = a\sqrt{3}$.

Vì $\widehat{SAH} = 45^\circ \Rightarrow \triangle SHA$ vuông cân tại H nên $SH = AH = a\sqrt{3}$.

Trong mặt phẳng (SAH) , dựng đường trung trực Δ của đoạn SA tại K , đường thẳng Δ cắt SH tại $O \Rightarrow SO = SA$, (1).

Mà $OA = OB = OC$, (2).

Từ (1) và (2) suy ra $OA = OB = OC = OS = R$.

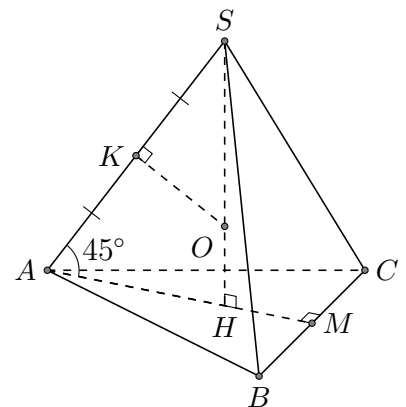
Vì $\triangle SHA \sim \triangle SKO$ nên $\frac{SH}{SK} = \frac{SA}{SO}$

$$\Rightarrow SO = \frac{SA \cdot SK}{SH} = \frac{SA^2}{2SH} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{4\pi}{3} \cdot R^3 = 4\pi a^3\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án (D)

□



Câu 1242. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B có $BC = a$; tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SBMN$ bằng

- A. $\frac{5\pi a^3}{4}$. B. $\frac{5\pi a^2}{4}$. C. $\frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{48}$. D. $\frac{5\pi a^2}{12}$.

Lời giải.

Tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên $SM \perp (ABC)$.

Suy ra $MN \perp SM$ hay $\widehat{SMN} = 90^\circ$. Hơn nữa $BN \perp MB$, suy ra $MB \perp SB$ hay $\widehat{SBN} = 90^\circ$.

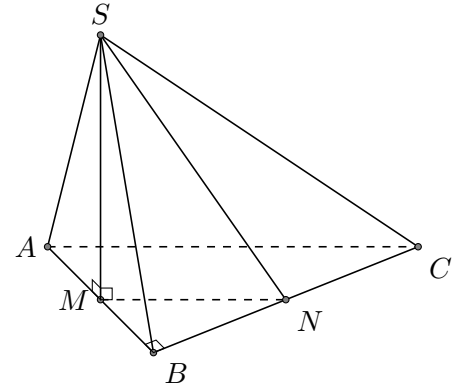
Vậy tứ diện $SBMN$ có mặt cầu ngoại tiếp là mặt cầu đường kính SN .

Vì tam giác ABC là tam giác vuông cân tại B có $BC = a$ nên $AC = a\sqrt{2}$ hay $MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SAB đều có cạnh $AB = a$ nên $SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Khi đó $SN = \sqrt{SM^2 + MN^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SBMN$ là $S = SM^2 \cdot \pi = \frac{5\pi a^2}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □



Câu 1243. Cho hình chóp tứ giác đều có góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Biết rằng mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó có bán kính $R = a\sqrt{3}$. Tính độ dài cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều nói trên.

- A. $\frac{9}{4}a$. B. $2a$. C. $\frac{3}{2}a$. D. $\frac{12}{5}a$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Trong (SOB) , kẻ KI là đường trung trực của đoạn SB ($K \in SB, I \in SO$) $\Rightarrow IS = IB$.

Mặt khác, $I \in SO$ nên $IA = IB = IC = ID$.

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABCD$.

Ta có $\triangle SKI \sim \triangle SOB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{SI}{SB} = \frac{KS}{SO},$$

từ đó $R = SI = \frac{SB^2}{2SO} = a\sqrt{3}$ (1)

Gọi M là trung điểm của CD .

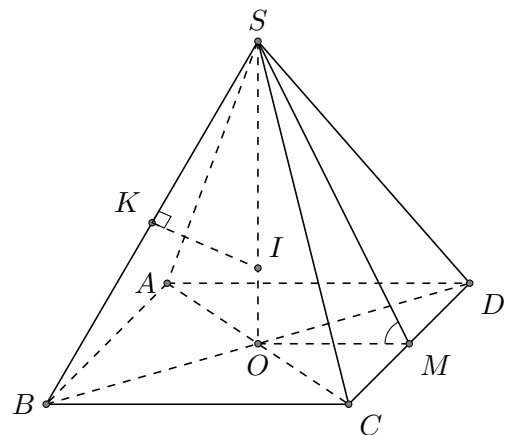
Ta có $\begin{cases} OM \perp CD, OM \in (ABCD) \\ SM \perp CD \text{ (vì } CD \perp (SOM)), SM \in (SCD) \end{cases} \Rightarrow [(ABCD), (SCD)] = \widehat{SMO} = 60^\circ$.

Tam giác SOM vuông tại O , ta có $SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác SOB vuông tại O , ta có $SB^2 = SO^2 + OB^2 = \frac{3x^2}{4} + \frac{x^2}{2} = \frac{5x^2}{4}$.

Do đó, (1) $\Leftrightarrow \frac{\frac{5x^2}{4}}{x\sqrt{3}} = a\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{12a}{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 1244. Cho hình trụ (T) có hai đáy là hai hình tròn $(O; r)$ và $(O'; r)$. Lấy $A \in (O; r)$ và $B \in (O'; r)$ sao cho $OA \perp O'B$. Biết rằng $AB = OA\sqrt{6}$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình trụ (T) .

A. $S = 8\pi r^2$.

B. $S = 14\pi r^2$.

C. $S = 12\pi r^2$.

D. $S = 10\pi r^2$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của B trên $(O; r)$.

Ta có $\triangle OAH$ vuông cân tại $O \Rightarrow HA = r\sqrt{2}$.

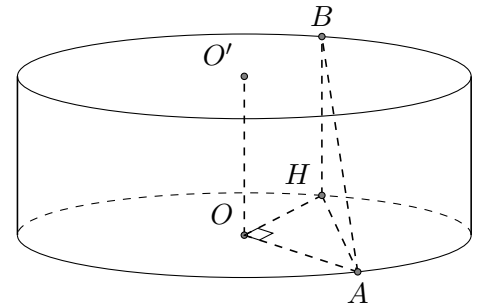
Ta có $AB^2 = HB^2 + HA^2 \Rightarrow HB = 2r$.

Ta thấy thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông cạnh bằng $2r$.

Ta được bán kính mặt cầu ngoại tiếp (T) là $R = r\sqrt{2}$.

Vậy $S = 4\pi R^2 = 8\pi r^2$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 1245. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = a$. Hình cầu có bán kính nhỏ nhất chứa được hình chóp $S.ABC$ có diện tích là

A. $3\pi a^2$.

B. $\frac{2\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

D. $\frac{8\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

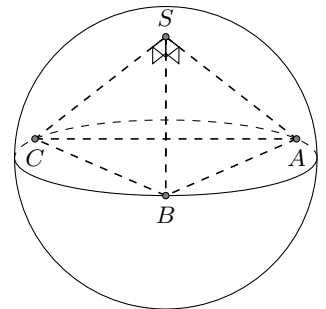
Đường tròn Lớn của mặt cầu khi đó ngoại tiếp tam giác ABC . Ta sẽ chứng minh S cũng nằm trong mặt cầu.

Tam giác ABC đều có cạnh $a\sqrt{2}$. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khi đó $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Mà $\frac{1}{SO^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{3}}{3} < R$. Vậy S cũng nằm trong mặt cầu.

Vậy $S = 4\pi R^2 = \frac{8\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 1246. Cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R . Gọi (H) là hình gồm các điểm nằm trong hình tròn $(O; R)$ nhưng không nằm trong hình vuông $ABCD$. Tính thể tích của khối tròn xoay sinh bởi hình (H) khi quay quanh một đường chéo của hình vuông $ABCD$.

A. $\frac{1}{3}\pi R^3$.

B. $\frac{2}{3}\pi R^3$.

C. $\frac{4}{3}\pi R^3$.

D. $\frac{3}{4}\pi R^3$.

Lời giải.

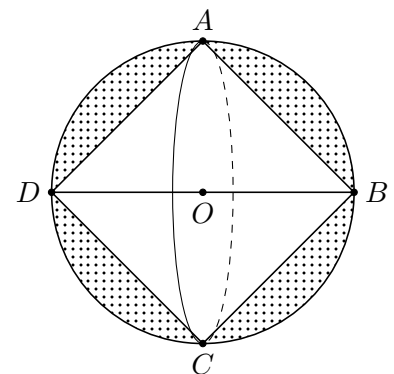
Thể tích của hình (H) có được bằng cách lấy thể tích của khối cầu trừ đi thể tích của hình vuông $ABCD$ khi quay quanh đường chéo.

Thể tích của hình vuông khi quay quanh đường chéo bằng hai lần thể tích của hình nón đỉnh là B và D và đáy là đường tròn đường kính AC có đường cao $h = R$ và bán kính đáy $r = R$ nên $V_1 = 2 \cdot \frac{1}{3}h \cdot \pi r^2 = \frac{2}{3}\pi R^3$.

Thể tích hình cầu là $V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Thể tích của hình H là $V = V_2 - V_1 = \frac{2}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 1247. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , tam giác SAC vuông cân tại S . Biết $AB = a$, $AC = 2a$, $(SAC) \perp (ABC)$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $4\pi a^2$.

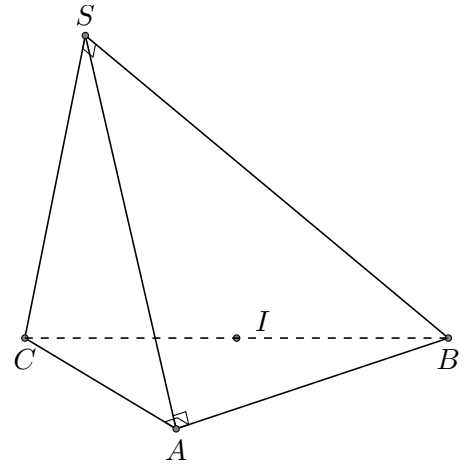
B. $2\pi a^2$.

C. $5\pi a^2$.

D. $3\pi a^2$.

Lời giải.

Ta có $(SAC) \perp (ABC)$ và $AB \perp AC$ nên $AB \perp (SAC) \Rightarrow AB \perp SC$. Kết hợp với $SC \perp SA$ ta suy ra $SC \perp (SAB)$, do đó $SC \perp SB$. Theo giả thiết $AC \perp AB$ ta suy ra mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là mặt cầu đường kính BC . Do đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là $R = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, suy ra diện tích mặt cầu bằng $4\pi \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 5\pi a^2$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1248. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác cân nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $\widehat{ASB} = 120^\circ$. Tính thể tích mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp.

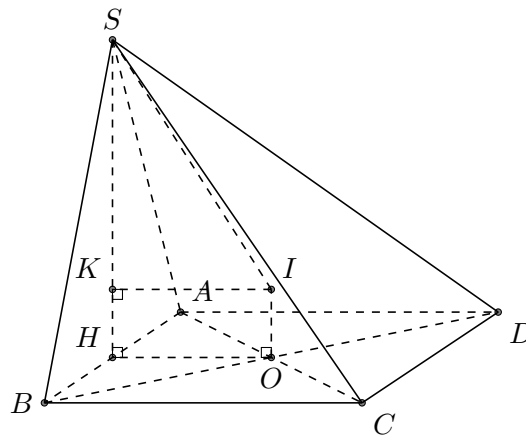
A. $\frac{\sqrt{21}}{3}a^3$.

B. $28\sqrt{21}a^3$.

C. $\frac{28\sqrt{21}a^3}{27}$.

D. $\frac{4\sqrt{21}}{3}a^3$.

Lời giải.



- Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp, O là giao điểm 2 đường chéo. Ta có $IO \perp (ABCD)$.
- Gọi H là trung điểm AB , K là hình chiếu của I trên SH . Khi đó, $IK \perp (SAB)$ nên K là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SAB$.

$$\bullet OH = \frac{1}{2}AD = a \text{ và } SK = \frac{AB}{2 \sin 120^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Ta có } IS^2 = IK^2 + SK^2 = OH^2 + SK^2 = a^2 + \frac{4a^2}{3} = \frac{7a^2}{3} \Rightarrow IS = \frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{3}}.$$

$$\bullet \text{ Ta có } R = IS = \frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \text{ nên } V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{28\sqrt{21}a^3}{27}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1249. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có $AB = 2$ và $SA = 3\sqrt{2}$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{33}}{4}$.

B. $\frac{7}{4}$.

C. 2.

D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

$$\text{Khi đó } AO = \frac{AC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$$

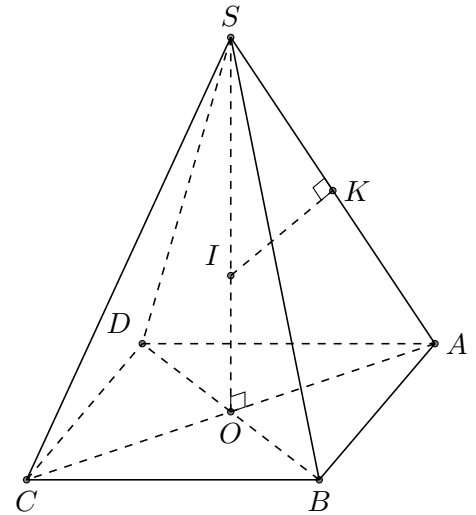
$$\text{Suy ra } SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = 4.$$

Gọi K là trung điểm SA , lấy điểm I thuộc đoạn SO sao cho

$IK \perp SA$, khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

$$\text{Ta có } \triangle SKI \sim \triangle SOA \Rightarrow \frac{SI}{SA} = \frac{SK}{SO}$$

$$\Rightarrow SI = \frac{SK \cdot SA}{SO} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot 3\sqrt{2}}{4} = \frac{9}{4}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1250. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên hợp với đáy một góc bằng 60° . Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối cầu ngoại tiếp, thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp đã cho. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{32}{9}.$

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{32}{27}.$

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}.$

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{8}.$

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD , ta có $SO \perp (ABCD)$ và O là tâm đường tròn ngoại tiếp đáy.

Ta có góc giữa cạnh bên và đáy bằng 60° suy ra $\widehat{SDO} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } SO = OD \tan \widehat{ODS} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$SD = \frac{OD}{\cos \widehat{ODS}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\cos 60^\circ} = a\sqrt{2}.$$

Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Ta có mặt phẳng trung trực (α) của SD cắt SO tại I . Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp và bán kính $R = IS = ID = IA = IB = IC$.

$$\text{Ta có } \triangle SIM \sim \triangle SDO \Rightarrow \frac{SI}{SD} = \frac{SM}{SO} \Rightarrow SI = \frac{SD^2}{2SO} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

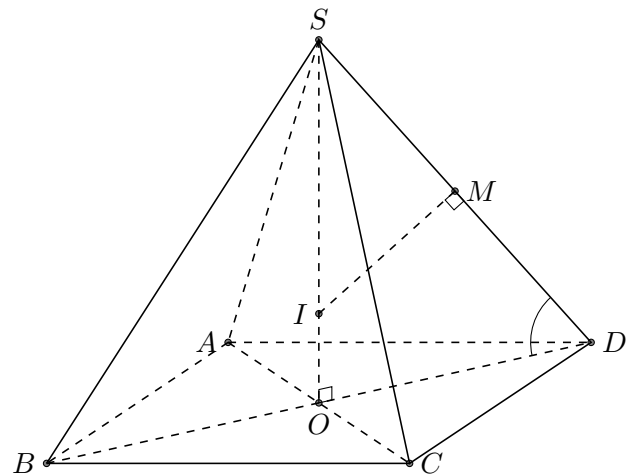
$$\text{Khi đó thể tích khối cầu ngoại tiếp } V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^3 = \frac{8a^3\sqrt{6}}{27}\pi.$$

$$\text{Thể tích khối nón ngoại tiếp } V_2 = \frac{1}{3}\pi OD^2 \cdot SO = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}\pi.$$

$$\text{Ta có } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{8a^3\sqrt{6}\pi}{27}}{\frac{a^3\sqrt{6}\pi}{12}} = \frac{32}{9}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□



Câu 1251. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp BC$; $BC \perp CD$; $CD \perp AB$, biết $AB = 5$, $BC = 4$, $CD = 3$. Bán kính khối cầu đi qua các điểm A, B, C, D là

A. $R = \frac{\sqrt{41}}{2}$.

B. $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

C. $R = \frac{5}{2}$.

D. $R = 5$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AD .

$$\begin{cases} AB \perp BC \\ AB \perp CD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (BCD) \Rightarrow AB \perp BD \text{ (vì } BD \subset (BCD)).$$

$$\begin{cases} CD \perp BC \\ CD \perp AB \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABC) \Rightarrow CD \perp AC \text{ (vì } AC \subset (ABC)).$$

Hai tam giác ABD, ACD vuông tại B và C suy ra $IB = IC = IA = ID = \frac{AD}{2}$. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

$\triangle BCD$ vuông tại C , do đó $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

$\triangle ABD$ vuông tại B , do đó $AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$.

Vậy bán kính mặt cầu $R = \frac{AD}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1252. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có $SA = 3, SB = 4, SC = 5$ và SA, SB, SC đôi một vuông góc. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{5\sqrt{2}\pi}{3}$.

B. $V = \frac{10\sqrt{2}\pi}{3}$.

C. $V = 25\sqrt{2}\pi$.

D. $V = \frac{125\sqrt{2}\pi}{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC . Tam giác SBC vuông tại S nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC .

$SA \perp (SBC)$. Qua M dựng đường thẳng Mx song song với SA .

Trung trực của SA cắt Mx tại H . Khi đó, H là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

Ta có $BC = \sqrt{SC^2 + SB^2} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41} \Rightarrow SM = \frac{\sqrt{41}}{2}$.

Ta có $R = HS = \sqrt{HM^2 + SM^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{41}{4}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$.

Thể tích khối cầu ngoại tiếp chóp là

$$V = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{125\sqrt{2}\pi}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1253. Bạn An có một cốc giấy hình nón có đường kính

đáy là 10 cm và độ dài đường sinh là 8 cm. Bạn dự định đựng một viên kẹo hình cầu sao cho toàn bộ viên kẹo nằm trong cốc (không phần nào của viên kẹo cao hơn miệng cốc). Hỏi bạn An có thể đựng được viên kẹo có đường kính lớn nhất bằng bao nhiêu?

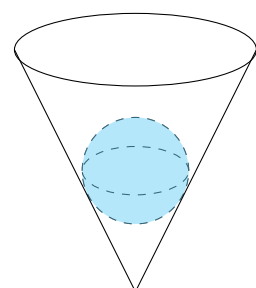
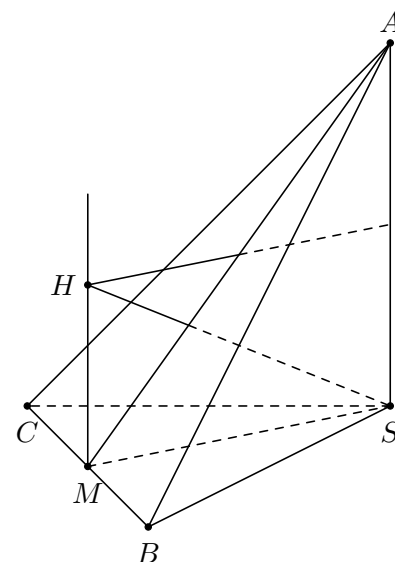
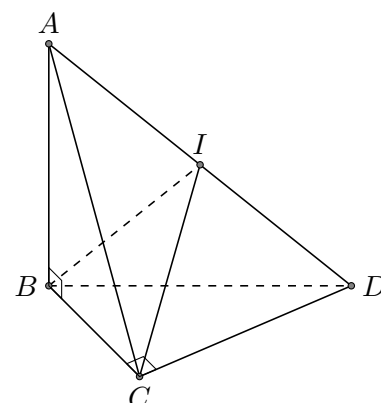
A. $\frac{64}{\sqrt{39}}$ cm.

B. $\frac{5\sqrt{39}}{13}$ cm.

C. $\frac{32}{\sqrt{39}}$ cm.

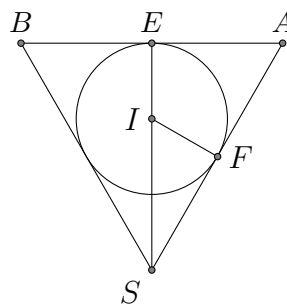
D. $\frac{10\sqrt{39}}{13}$ cm.

Lời giải.



Xét mặt cắt qua trục của hình nón. Khi đó, thiết diện thu được với hình nón là tam giác cân SAB và thiết diện với viên kẹo là hình tròn tâm I bán kính r .

Viên kẹo không cao hơn miệng cốc nếu $SI + r \leq SE$. Do đó, viên kẹo lớn nhất mà vẫn còn đựng được trong cốc khi $SI + r_{\max} = SE$, khi đó đường tròn thiết diện là đường tròn nội tiếp tam giác SAB .



Ta có

$$p_{ABS} = \frac{2SA + AB}{2} = \frac{2 \cdot 8 + 10}{2} = 13, \quad S_{ABS} = \sqrt{13(13-8)(13-8)(13-10)} = 5\sqrt{39}$$

$$\Rightarrow r_{\max} = \frac{S_{ABS}}{p_{ABS}} = \frac{5\sqrt{39}}{13}.$$

Vậy đường kính của viên kẹo là $2r_{\max} = \frac{10\sqrt{39}}{13}$ cm.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1254. Trong một chiếc hộp hình trụ người ta bỏ vào đó ba quả bóng tennis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả bóng và chiều cao hình trụ bằng 3 lần đường kính quả bóng. Gọi S_1 là tổng diện tích ba quả bóng và S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Giá trị biểu thức $2018 \frac{S_1}{S_2}$ bằng

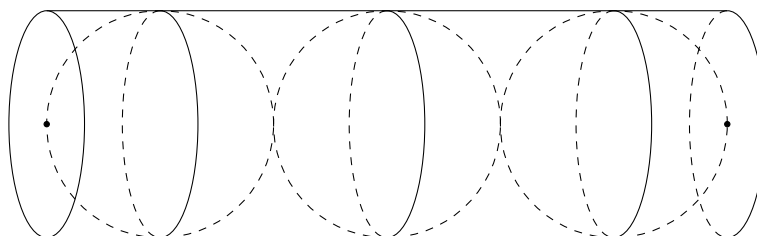
A. 2018.

B. 1.

C. 2018π .

D. $2018\sqrt{2}$.

Lời giải.



Gọi r_1 là bán kính của quả bóng.

Gọi h , r_2 tương ứng là chiều cao và bán kính đáy của hình trụ.

Theo đề bài ta có: $h = 3 \cdot (2r_1) = 6r_1$ và $r_1 = r_2$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_2 = 2\pi r_2 h = 2\pi r_1 \cdot 6r_1 = 12\pi r_1^2$.

Tổng diện tích của ba quả bóng là: $S_1 = 3 \cdot 4\pi r_1^2 = 12\pi r_1^2$.

Khi đó $\frac{S_1}{S_2} = \frac{12\pi r_1^2}{12\pi r_1^2} = 1$. Từ đó $2018 \frac{S_1}{S_2} = 2018$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1255. Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A , B , C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB = AC = 6$, $BC = 8$. Khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (ABC) bằng 2. Diện tích mặt cầu (S) bằng

A. $\frac{404\pi\sqrt{505}}{75}$.

B. $\frac{2196\pi}{75}$.

C. $\frac{404\pi}{5}$.

D. $\frac{324\pi}{5}$.

Lời giải.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , do A, B, C nằm trên mặt cầu (S) nên $OI \perp (ABC)$. Theo đề bài ta có khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (ABC) bằng 2 hay $OI = 2$.

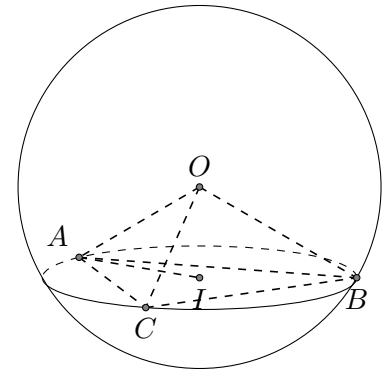
Gọi M là trung điểm của BC , do tam giác ABC cân tại A nên $AM \perp BC \Rightarrow AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{20}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AM \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{20} \cdot 8 = 8\sqrt{5}$.

Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ta có $r = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4S_{\triangle ABC}} = \frac{6 \cdot 6 \cdot 8}{4 \cdot 8\sqrt{5}} = \frac{9}{\sqrt{5}}$.

Xét tam giác vuông OIA ta có $OA^2 = OI^2 + IA^2 = 4 + \frac{81}{5} = \frac{101}{5}$.

Vậy diện tích mặt cầu (S) là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot OA^2 = 4\pi \cdot \frac{101}{5} = \frac{404\pi}{5}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1256. Từ một khối đất sét hình trụ có chiều cao 20 cm, đường tròn đáy có bán kính 8 cm. Bạn Na muốn chế tạo khối đất đó thành nhiều khối cầu và chúng có cùng bán kính 4 cm. Hỏi bạn Na có thể làm ra được tối đa bao nhiêu khối cầu?

A. 45 khối.

B. 30 khối.

C. 20 khối.

D. 15 khối.

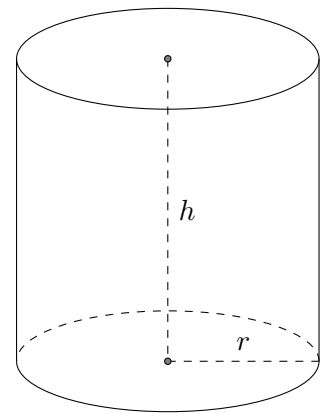
Lời giải.

Thể tích khối đất sét: $V_1 = \pi r^2 h = \pi \cdot 8^2 \cdot 20 = 1280\pi \text{ cm}^3$.

Thể tích khối cầu: $V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4^3 = \frac{256\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1280\pi}{\frac{256\pi}{3}} = 15$.

Do đó bạn Na có thể làm ra tối đa 15 khối cầu.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1257.

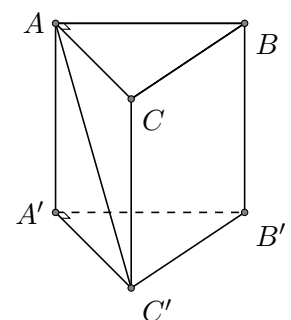
Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° (tham khảo hình vẽ bên). Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng

A. $24\pi a^2$.

B. $6\pi a^2$.

C. $4\pi a^2$.

D. $3\pi a^2$.



Lời giải.

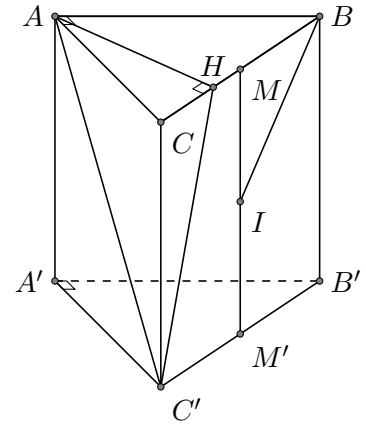
Gọi H là hình chiếu của A lên $BC \Rightarrow AH \perp BC$, ta chứng minh được $AH \perp (BCC'B')$.

Suy ra góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ là góc $\widehat{AC'H} = 30^\circ$.

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ có } AC = a, AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{\sqrt{3}a}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle AC'H \text{ có } AC' = \frac{AH}{\sin 30^\circ} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } CC' = a\sqrt{2} \Rightarrow BC' = a\sqrt{6}.$$



Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$. Gọi I là trung điểm của MM' .

$$\text{Suy ra } I \text{ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho và bán kính } R = IB = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Vậy diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho là } S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 = 6\pi a^2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1258. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh bằng 1, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, (SCD) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SC và mặt đáy $(ABCD)$ bằng 45° . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SBCD$.

A. $\frac{7\pi}{4}$.

B. $\frac{7\pi}{2}$.

C. $\frac{7\pi}{6}$.

D. $\frac{7\pi}{3}$.

Lời giải.

Do $ABCD$ là hình thoi có $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên tam giác BDC đều. Gọi M là trung điểm của BC , DM cắt OC tại H . Dựng đường thẳng d vuông góc với (BDC) tại H , mặt phẳng trung trực của SD cắt d tại I . Khi đó, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $SBCD$. Ta có

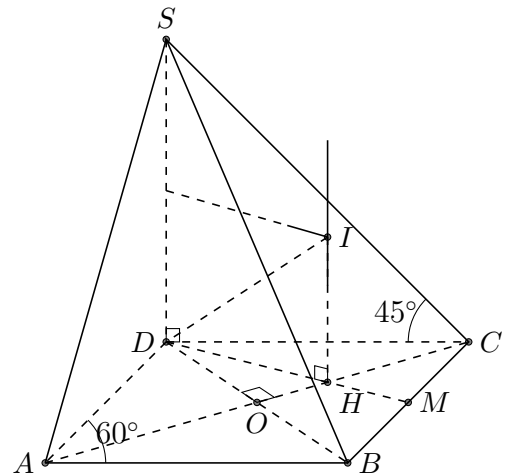
$$DH = \frac{2}{3}DM = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Tam giác SDC vuông cân tại D nên $SD = 1$ suy ra $IH = \frac{1}{2}SD = \frac{1}{2}$. Tam giác IDH vuông tại H nên

$$ID^2 = IH^2 + DH^2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

Suy ra diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SBCD$ là $S = 4\pi ID^2 = \frac{7\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 1259. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân, $AB = 2AD = 2DC = 2BC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SB . Mặt phẳng (α) cắt SB, SC, SD lần lượt tại P, Q, R . Tính thể tích V của khối cầu đi qua các điểm A, B, C, P, Q, R .

A. $V = \frac{32\pi a^3}{3}$.

B. $V = \frac{8\pi a^3}{3}$.

C. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

D. $V = \frac{16\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Dựa vào hình thang cân $ABCD$ với các kích thước đã cho tính được $AC = BD = a\sqrt{3}$ suy ra tam giác ABC vuông tại C và tam giác ABD vuông tại D hay C và D nhìn AB dưới góc 90° .

Có $AP \perp SB$ suy ra P nhìn AB dưới góc 90° .

Có $BC \perp AC, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp AQ$.

Mà $AQ \perp SB \Rightarrow AQ \perp (SBC) \Rightarrow AQ \perp QB$ hay Q nhìn AB dưới góc 90° . Chứng minh tương tự

$$BD \perp AD, BD \perp SA \Rightarrow BD \perp (SAD) \Rightarrow BD \perp AR.$$

Mà $AR \perp SB \Rightarrow AR \perp (SBD) \Rightarrow AR \perp RB$ hay R nhìn AB dưới góc 90° .

Vậy các điểm C, P, Q, R cùng nhìn AB dưới góc vuông hay A, B, C, P, Q, R cùng thuộc mặt cầu đường kính AB suy ra $R = \frac{AB}{2} = a$ và $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1260. Thể tích khối cầu giới hạn bởi mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng 2 là

- A. $16\pi\sqrt{3}$. B. $4\pi\sqrt{3}$. C. $\frac{16}{3}\pi\sqrt{3}$. D. $\frac{4}{3}\pi\sqrt{3}$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu $R = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$. Thể tích của khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 4\pi\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1261. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Tính bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp đều đó.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2(1+\sqrt{3})}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2(1+\sqrt{3})}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4(1+\sqrt{3})}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm cạnh BC , suy ra $SM = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Gọi I là tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp $S.ABCD$, suy ra I nằm trên đường thẳng SH với $SH = \frac{1}{\sqrt{2}}$ và $d(I; (ABCD)) = d(I; (SBC))$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I trên SM , suy ra $IK \perp (SBC)$.

Do đó, đặt $IH = IK = x \geq 0$.

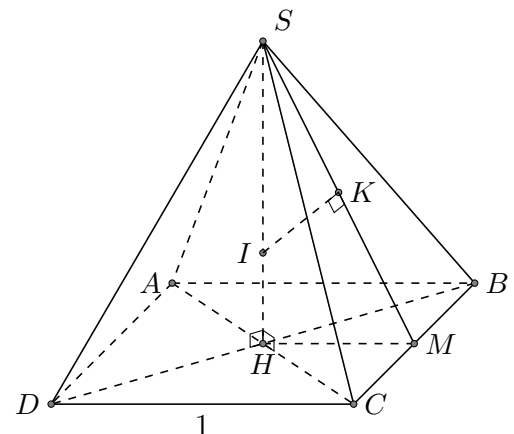
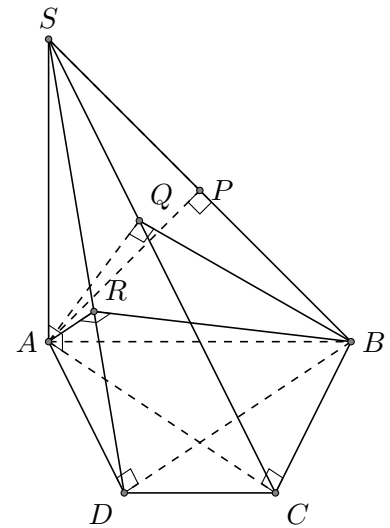
$$\text{Ta có } \frac{IK}{HM} = \frac{SI}{SM} \Leftrightarrow \frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} - x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2(\sqrt{3}+1)}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1262. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 3$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc miền trong tam giác ABC sao cho $\widehat{AHB} = 120^\circ$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.HAB$, biết $SH = 4\sqrt{3}$.

- A. $R = \sqrt{5}$. B. $R = 3\sqrt{5}$. C. $R = \sqrt{15}$. D. $R = 2\sqrt{3}$.



Lời giải.

Gọi I là trung điểm của SH và O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABH khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABH là OH .

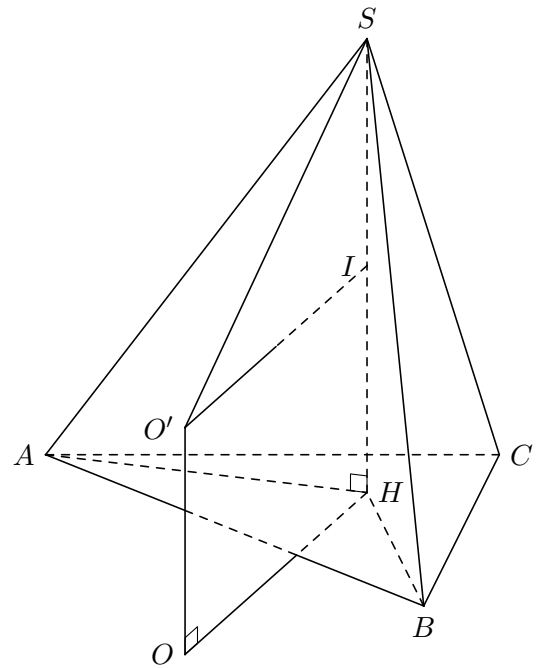
Theo định lý sin ta có:

$$\frac{AB}{\sin \widehat{AHB}} = 2OH \Rightarrow OH = \frac{3}{2 \sin 120^\circ} = \sqrt{3}.$$

Trong mặt phẳng $(O'OH)$ dựng hình chữ nhật $OHIO'$ suy ra $O'I$ là đường trung trực của cạnh SI và tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABH$ là O' .

Xét tam giác $SO'I$ vuông tại I có $O'I = OH = \sqrt{3}$, $SI = \frac{SH}{2} = 2\sqrt{3}$ nên $O'S = \sqrt{O'I^2 + SI^2} = \sqrt{15}$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.HAB$ là $R = \sqrt{15}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1263. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có các cạnh đều bằng a . Tính diện tích của mặt cầu đi qua sáu đỉnh của hình lăng trụ đó.

A. $\frac{7\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{49\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{49\pi a^2}{144}$.

D. $\frac{7\pi a^2}{9}$.

Lời giải.

Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$, O là trung điểm của GG' . Vì ABC và $A'B'C'$ là các tam giác đều nên G, G' là tâm các đường tròn ngoại tiếp tam giác tương ứng.

Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều nên GG' vuông góc với đáy của lăng trụ $\Rightarrow GG'$ là trục của các đường tròn ngoại tiếp các đáy ABC và $A'B'C' \Rightarrow O$ cách đều các đỉnh của hình lăng trụ.

$$\text{Ta có } GC = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Mà } GG' = a \Rightarrow GO = \frac{a}{2} \Rightarrow OA = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}.$$

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$S = 4\pi \cdot \frac{7a^2}{12} = \frac{7\pi a^2}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1264. Cho đường tròn $(\mathcal{C})$ và điểm A nằm ngoài mặt phẳng chứa $(\mathcal{C})$. Có tất cả bao nhiêu mặt cầu chứa đường tròn $(\mathcal{C})$ đi qua A ?

A. Vô số.

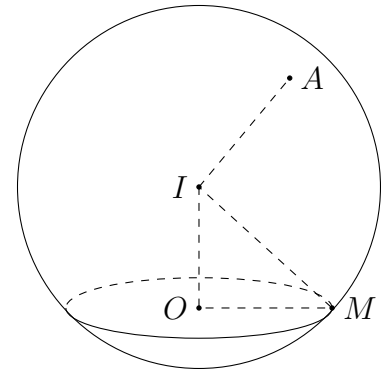
B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Gọi O , r lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn ($\mathcal{C}$). Xét đường thẳng d đi qua O và vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn ($\mathcal{C}$). Khi đó tâm I của mặt cầu thuộc đường thẳng d và thỏa mãn $IA^2 = IO^2 + r^2$. Ta tìm được duy nhất một điểm I như thế. Vậy có một mặt cầu chứa đường tròn ($\mathcal{C}$) và điểm A nằm ngoài mặt phẳng chứa ($\mathcal{C}$).



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1265. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 16 = 0$ và mặt phẳng $(P) : x + 2y - 2z - 2 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính là

- A. $r = \sqrt{6}$. B. $r = 2\sqrt{2}$. C. $r = 4$. D. $r = 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có phương trình mặt cầu (S)

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 16 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 25.$$

Gọi I , R là tâm và bán kính mặt cầu ta có $I(1; -2; 2)$ và $R = 5$.

Hạ $IH \perp (P)$ khi đó $HI = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) - 2 \cdot 2 - 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3$.

Gọi r là bán kính đường tròn khi đó $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1266. Cho khối cầu tâm I bán kính R không đổi. Một khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao h theo bán kính R sao cho khối nón có thể tích lớn nhất.

- A. $h = \frac{R}{4}$. B. $h = \frac{3R}{4}$. C. $h = 4R$. D. $h = \frac{4R}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của đường tròn đáy của hình nón, khi đó

$$IO = h - R.$$

Bán kính của hình nón là

$$r = \sqrt{R^2 - (h - R)^2} = \sqrt{2Rh - h^2}.$$

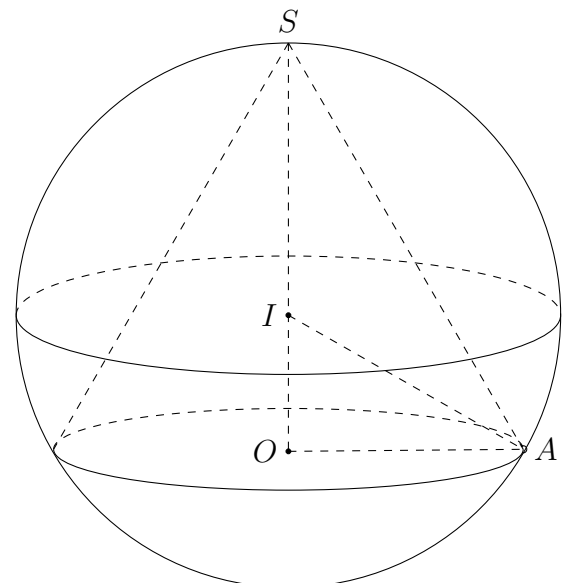
Thể tích khối nón

$$V = \frac{1}{3}\pi (2Rh - h^2) \cdot h = \frac{1}{3}\pi (2Rh^2 - h^3).$$

Xét hàm $f(x) = 2Rx^2 - x^3$.

$$\Rightarrow f'(x) = 4Rx - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{4R}{3} \end{cases}$$

Do đó để thể tích khối nón lớn nhất thì $h = x = \frac{4R}{3}$.



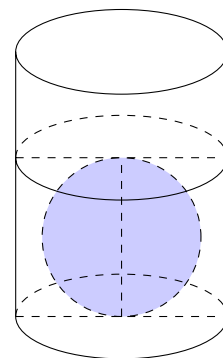
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1267.

Người ta thả một viên billiards snooker có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn 4,5 cm vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên billiards đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng 5,4 cm và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng 4,5 cm. Bán kính của viên billiards đó bằng

- A. 2,7 cm. B. 4,2 cm. C. 3,6 cm. D. 2,6 cm.



Lời giải.

Gọi r là bán kính của viên billiards snooker. Thể tích viên billiards là $V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Phần thể tích nước dâng lên sau khi bỏ viên billiards vào là: $V_2 = \pi \cdot (5,4)^2 \cdot (2r - 4,5)$.

Từ $V_1 = V_2$ ta có

$$\begin{cases} \frac{4}{3}\pi r^3 = \pi \cdot (5,4)^2 \cdot (2r - 4,5) \\ 0 < r < 4,5 \end{cases} \Leftrightarrow r = 2,7.$$

Chọn đáp án **A**

□

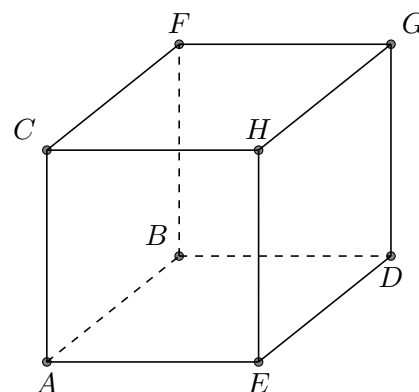
Câu 1268. Cho hai mặt phẳng (P) , (Q) vuông góc với nhau theo giao tuyến Δ . Trên đường Δ lấy hai điểm A , B với $AB = a$. Trong mặt phẳng (P) lấy điểm C và trong mặt phẳng (Q) lấy điểm D sao cho AC , BD cùng vuông góc với Δ và $AC = BD = AB$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Dựng hình bình hành $ABDE$, $AEHC$, $ACFB$, $CFGH$ như hình vẽ ta được $ABDE$ và $ACBF$ là hình vuông. Do $(P) \perp (Q)$ nên $ACHE$ là hình vuông. Do đó ta được hình lập phương $ABDE.ACFG$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ chính là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương và bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **B**

□

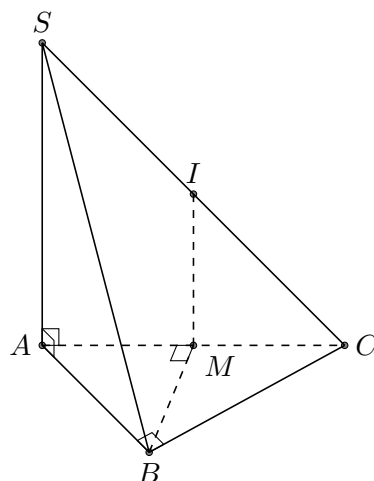
Câu 1269. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng a , khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt bên của hình chóp bằng $\frac{2a}{\sqrt{17}}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $R = \frac{9a}{4}$. B. $R = \frac{9a}{2}$. C. $R = \frac{9a}{8}$. D. $R = 9a$.

Câu 1270. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $3a$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $a\sqrt{6}$.

Lời giải.



Lấy I là trung điểm của SC suy ra $IS = IA = IC$. (1)

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$, mặt khác $BC \perp AB$ suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$. Từ đó suy ra tam giác SBC vuông tại B và $IS = IB = IC$. (2)

Từ (1)(2) suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ và bán kính $R = IS = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1271. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC . Tính theo a bán kính R của mặt cầu đi qua 5 điểm A, B, C, B_1, C_1 .

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

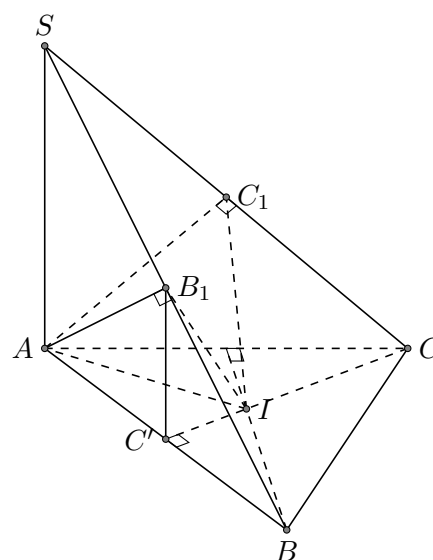
Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của CA, AB và I là tâm tam giác đều ABC , khi đó $BB' \perp CA, CC' \perp AB$ và I là giao điểm của các đường thẳng BB', CC' .

Tam giác AB_1B vuông tại B_1 và có C' là trung điểm AB nên $C'A = C'B = C'B_1$.

Dễ thấy $CC' \perp (SAB)$ và do $I \in CC'$ nên $IA = IB = IB_1$. (1)

Tương tự ta có $IA = IC = IC_1$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra I là tâm mặt cầu đi qua 5 điểm A, B, C, B_1, C_1 . Vậy $R = IA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1272. Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh bằng 1. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón.

A. $R = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

B. $R = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $R = \frac{2\sqrt{3}}{9}$.

D. $R = \frac{\sqrt{3}}{9}$.

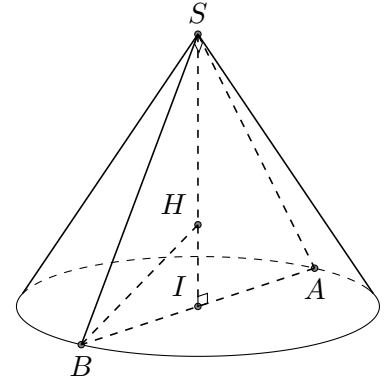
Lời giải.

Gọi thiết diện qua trục là tam giác SAB , gọi I là tâm đường tròn đáy và H là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình nón.

$$HI = \frac{1}{3}AI = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

$$BI = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Suy ra } BH = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1273. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O . Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

B. $R = \frac{5a}{12}$.

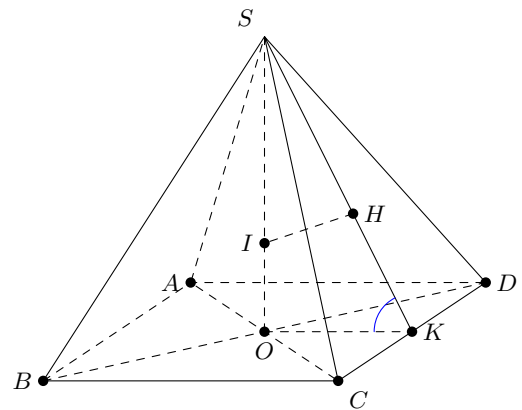
C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{12}$.

D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Gọi K là trung điểm của đoạn CD , khi đó $((SCD), (ABCD)) = \widehat{SKO} = 60^\circ$. Nếu H là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác SCD thì tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là giao điểm I giữa SO và trục của hình tròn ngoại tiếp tam giác SCD . Tính được $SH = \frac{SC \cdot SD \cdot CD}{4S_{\Delta SCD}} = \frac{5}{8}a$ và $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Mặt khác, xét tam giác vuông SOK có $\frac{R}{SK} = \frac{SH}{SO} \Rightarrow R = \frac{5\sqrt{3}a}{12}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1274. Cho quả địa cầu có độ dài đường kinh tuyến 30° Đông là 40π cm. Độ dài đường xích đạo là

A. $40\pi\sqrt{3}$ cm.

B. 40π cm.

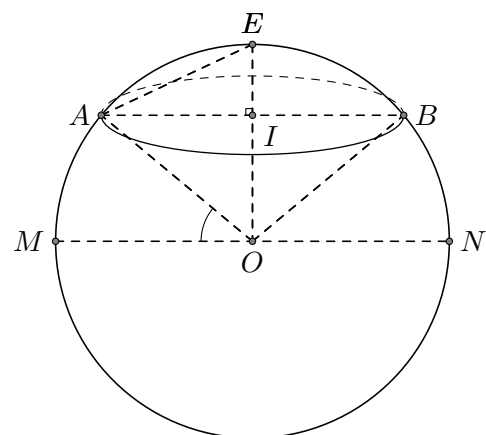
C. $\frac{80\pi}{\sqrt{3}}$ cm.

D. 80π cm.

Lời giải.

Gọi MN là đường kính xích đạo. Gọi đường kinh tuyến 30° Đông là đường tròn đường kính AB có tâm tại I . Góc $\widehat{AOM} = 30^\circ$ hay $\widehat{AOE} = 60^\circ$ (với M, N, A, B, E đồng phẳng) suy ra tam giác AOE đều nên $AI = \frac{R\sqrt{3}}{2}$ (với R là bán kính quả địa cầu). Theo giả thiết chu vi đường tròn đường kính AB là 40π cm nên $AI = 20$ cm.

Suy ra $R = \frac{2AI}{\sqrt{3}} = \frac{40}{\sqrt{3}}$ cm. Khi đó độ dài đường xích đạo là $2\pi \cdot R = \frac{80\pi}{\sqrt{3}}$ cm.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1275. Cho tứ diện đều $SABC$ có cạnh $2a$. Tính bán kính r của mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của tứ diện.

A. $r = \frac{\sqrt{6}a}{12}$.

B. $r = \frac{\sqrt{6}a}{8}$.

C. $r = \frac{\sqrt{6}a}{6}$.

D. $r = \frac{\sqrt{6}a}{3}$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó $SG \perp (ABC)$.

$$\text{Ta có } SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{SA^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}.$$

Ta có

$$\begin{aligned} V_{S.ABC} &= V_{I.ABC} + V_{I.SAB} + V_{I.SBC} + V_{I.SAC} \\ \Leftrightarrow V_{S.ABC} &= 4V_{I.ABC} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot SG \cdot S_{\triangle ABC} &= 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot r \cdot S_{\triangle ABC} \\ \Leftrightarrow r &= \frac{SG}{4} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } r = \frac{\sqrt{6}a}{6}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1276. Cho (S) là mặt cầu ngoại tiếp một hình tứ diện đều cạnh $2a$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $R = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

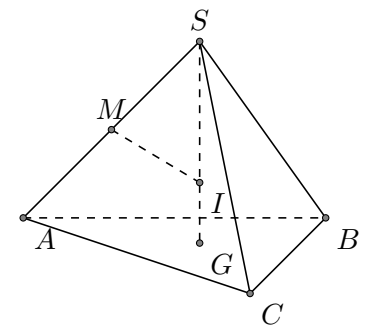
C. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $R = \frac{a}{2}$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC ; I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đều $S.ABC$.

$$\text{Khi đó, } R = SI = \frac{SM \cdot SA}{SG} = \frac{SA^2}{2\sqrt{SA^2 - AG^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1277. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a, BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $AA' = 2a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AB'C'C$ bằng

A. a .

B. $a\sqrt{5}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Dễ thấy tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AB'C'C$ cũng là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối lăng trụ đã cho.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

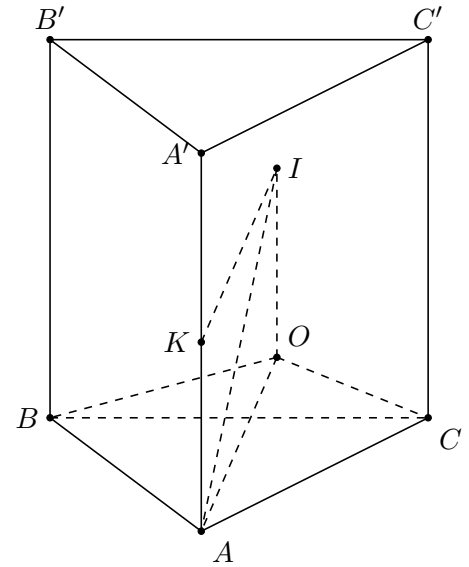
Đường thẳng qua O vuông góc với (ABC) cắt mặt phẳng trung trực của AA' tại I . Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp.

Xét tam giác ABC , ta có

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ \Rightarrow OA = a.$$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là

$$R = IA = \sqrt{OI^2 + OA^2} = a\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1278. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho biết $\widehat{ASB} = 120^\circ$.

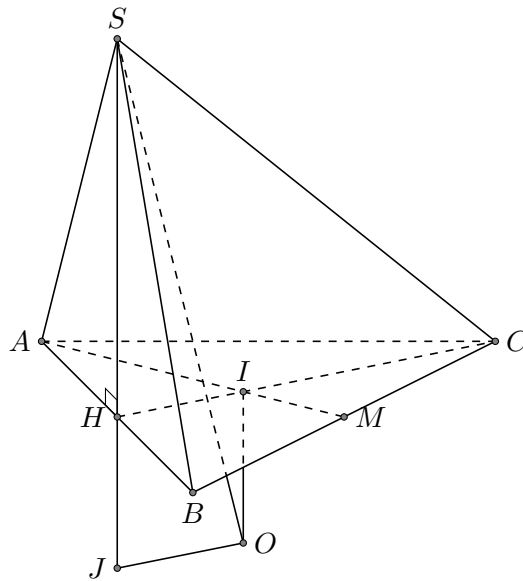
A. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}.$

B. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}.$

C. $V = \frac{5\pi}{3}.$

D. $V = \frac{13\sqrt{78}\pi}{27}.$

Lời giải.



Gọi H là trung điểm AB , do $(SAB) \perp (ABC)$, tam giác ABC đều và tam giác SAB cân tại S nên $SH \perp (ABC)$ và $CH \perp (SAB)$.

Gọi I và J là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC và tam giác SAB . Dựng đường thẳng $Ix \parallel SH$ và $Jy \parallel CH$ thì $Ix \perp (ABC)$ và $Jy \perp (SAB)$ nên Ix là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và Jy là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB . Khi đó $Ix \cap Jy = O$ thì O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Ta có $OJ = IH = \frac{\sqrt{3}}{6}$; $R_{(SAB)} = SJ = \frac{SA \cdot SB \cdot AB}{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot SA \cdot SB \cdot \sin 120^\circ} = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

Vậy $R = SO = \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{12}} = \frac{\sqrt{15}}{6}$ nên $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \frac{5\pi\sqrt{15}}{54}.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1279. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

A. $R = \frac{a\sqrt{21}}{3}$.

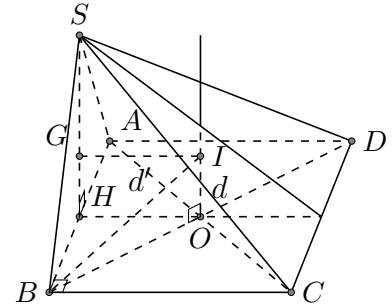
B. $R = \frac{a\sqrt{7}}{4}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB . Vì $\triangle SAB$ đều và vuông góc với đáy nên SH là đường cao của hình chóp. Ta có $O = AC \cap BD$ là tâm của mặt đáy, trọng tâm G của tam giác SAB là tâm của mặt SAB , $OH \perp (SAB)$. Gọi d là trục của mặt đáy, d' là trục của mặt SAB . Ta có d qua O , $d \parallel SH$; d' qua G , $d' \parallel OH$. Trong (SHO) , $d \cap d' = I \Rightarrow \begin{cases} IA = IB = IC = ID \\ IA = IB = IS. \end{cases}$ Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.



Ta có $IGHO$ là hình chữ nhật nên $OI = HG$. Khi đó

$$R = IB = \sqrt{OI^2 + OB^2} = \sqrt{HG^2 + \frac{BD^2}{4}} = \sqrt{\frac{HS^2}{9} + \frac{BD^2}{4}} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + 2a^2} = \frac{a\sqrt{21}}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1280. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C , AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) , $AB = 5a$, $BC = 3a$ và $CD = 4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$.

B. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

C. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$.

D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

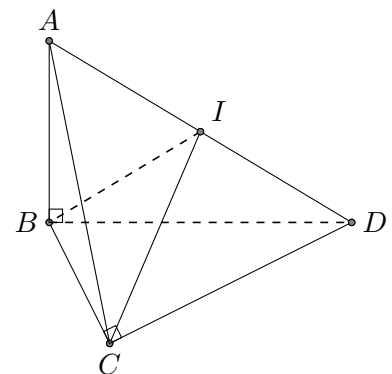
Lời giải.

Ta có $CD \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{ACD} = 90^\circ = \widehat{ABD}$.

Suy ra tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là trung điểm của

AD . Mà $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 5a$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = 5\sqrt{2}a \Rightarrow R = \frac{AD}{2} = \frac{5\sqrt{2}a}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1281. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $SA = a\sqrt{2}$, $AB = a$. Tính bán kính mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $R = a\sqrt{2}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

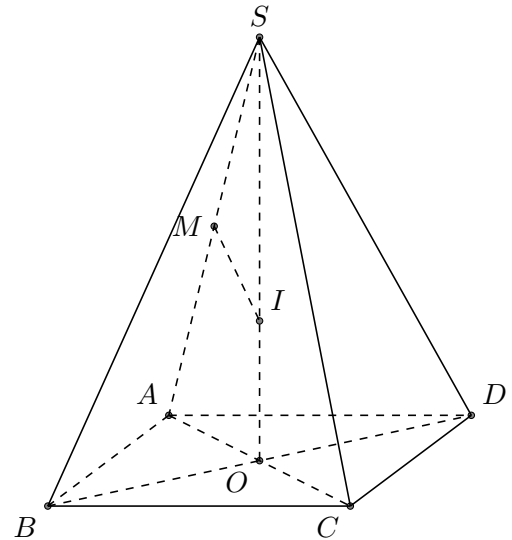
Gọi O là tâm của đáy, do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$, suy ra SO là trục đường tròn ngoại tiếp $ABCD$.

Gọi M là trung điểm của SA , dựng trung trực Mt của SA trong (SAO) .

Gọi I là giao điểm của Mt và SO trong (SAO) , ta chứng minh được I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$.

Do $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2} = SA = SC$ nên tam giác SAC đều.

$$\text{Vậy } R = SI = \frac{2}{3}SO = \frac{2}{3} \cdot \frac{SA\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1282. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc, $SA = a, SB = a\sqrt{2}, SC = a\sqrt{6}$. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $S = \frac{9\pi a^2}{2}$.

B. $S = 4\pi a^2$.

C. $S = 9\pi a^2$.

D. $S = \frac{9\pi a^2}{4}$.

Lời giải.

Do $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $R = \frac{\sqrt{SA^2 + SB^2 + SC^2}}{2} = \frac{3a}{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp là $S = 4\pi R^2 = 9\pi a^2$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1283. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ là

A. $3a$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $a\sqrt{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm SC .

Vì $\triangle SAC$ vuông tại A nên $IS = IA = IC$.

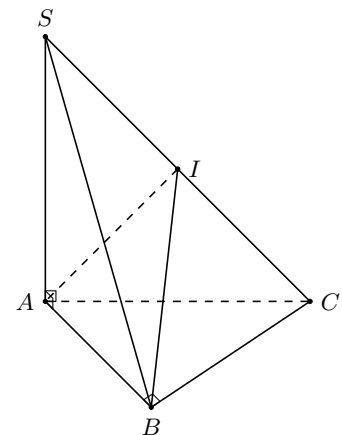
Ta có: $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \triangle SBC$ vuông tại B

$\Rightarrow IC = IB = IS$.

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Bán kính

$$R = IB = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AB^2 + AC^2}$$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 + a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1284. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $B, BC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Tính thể tích của khối cầu tạo bởi mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKB$.

- A. $\sqrt{2}\pi a^3$. B. $\frac{\pi a^3}{6}$. C. $\frac{\pi a^3}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $BC \perp (SAB)$. Suy ra $BC \perp AH$.

Hơn nữa, $AH \perp SB$.

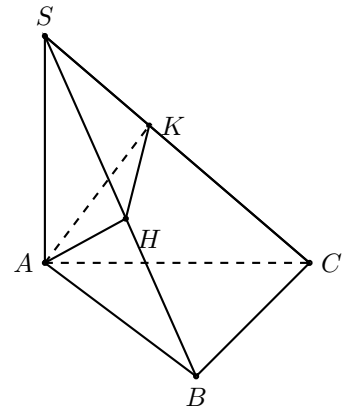
Nên $AH \perp (SBC)$.

Suy ra $AH \perp HC$. Hay H thuộc mặt cầu đường kính AC .

Mặt khác, B, K cũng thuộc mặt cầu đường kính AC .

Do đó, $A.H.K.B$ nội tiếp mặt cầu đường kính AC .

Thể tích mặt cầu này là $V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{AC}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

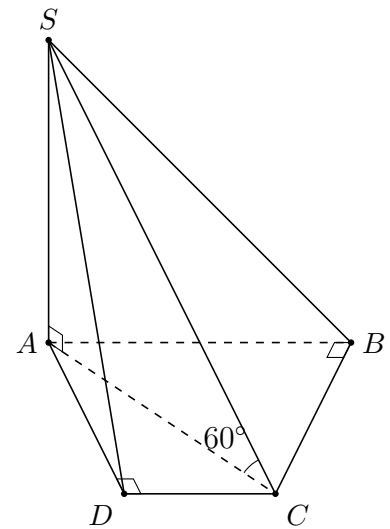
□

Câu 1285. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$, góc tạo bởi SC và đáy $ABCD$ bằng 60° , $CD = a$ và tam giác ADC có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Tính diện tích S_{mc} của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $S_{mc} = 16\pi a^2$. B. $S_{mc} = 4\pi a^2$. C. $S_{mc} = 32\pi a^2$. D. $S_{mc} = 8\pi a^2$.

Lời giải.

Từ $S_{ADC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ và $DC = a$ ta có $AD = a\sqrt{3}$ và $AC = 2a$. Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp AC$, suy ra $SC = \frac{2a}{\cos 60^\circ} = 4a$. Cũng từ $SA \perp (ABCD)$, ta có $SA \perp DC$, mà $DC \perp AD$ nên $DC \perp (SAD)$, suy ra $DC \perp DS$. Chứng minh tương tự ta có $BC \perp BS$. Từ đó mặt cầu đường kính SC là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Vậy $S_{mc} = \pi SC^2 = 16\pi a^2$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1286. Người ta bỏ ba quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng ba lần đường kính quả bóng bàn. Gọi S_b là tổng diện tích ba quả bóng bàn, S_t là diện tích xung quanh của hình trụ. Tính tỉ số $\frac{S_b}{S_t}$.

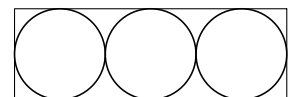
- A. 1,2. B. 1. C. 1,5. D. 2.

Lời giải.

Gọi R là bán kính của 1 quả bóng bàn $\Rightarrow S_b = 3 \cdot 4\pi R^2 = 12\pi R^2$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_t = 2\pi R \cdot 6R = 12\pi R^2$.

Vậy tỉ số $\frac{S_b}{S_t} = 1$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1287. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, các tam giác SAB và SAD là

những tam giác vuông tại A . Mặt phẳng (P) qua A vuông góc với cạnh bên SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại các điểm M, N, P . Biết $SC = 8a, \widehat{ASC} = 60^\circ$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp đa diện $ABCDMNP$.

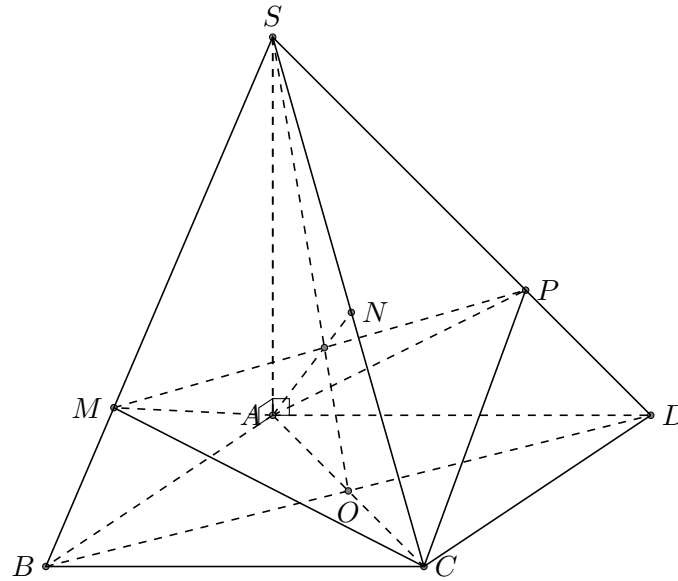
A. $V = 24\pi a^3$.

B. $V = 32\sqrt{3}\pi a^3$.

C. $V = 18\sqrt{3}\pi a^3$.

D. $V = 6\pi a^3$.

Lời giải.



Mặt phẳng $(AMNP) \perp SC \Rightarrow \widehat{ANC} = 90^\circ$ (1), $SC \perp AM$.

Do $(SAB) \perp BC \Rightarrow BC \perp AM \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp MC \Rightarrow \widehat{AMC} = 90^\circ$ (2).

Tương tự ta có $\widehat{APC} = 90^\circ$ (3).

Do $ABCD$ là hình vuông nên từ (1), (2), (3) suy ra AC là đường kính mặt cầu ngoại tiếp đa diện $ABCDMNP$.

Xét tam giác SAC có $\sin 60^\circ = \frac{AC}{SC}$.

$$\Rightarrow AC = 4\sqrt{3}a \Rightarrow R = 2\sqrt{3}a \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi (2\sqrt{3}a)^3 = 32\sqrt{3}\pi a^3.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1288. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B . Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm AD . Tính bán kính mặt cầu đi qua các đỉnh S, A, B, C, E .

A. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. a .

Lời giải.

Ta có $ABCE$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow CE \perp AE$. Vì

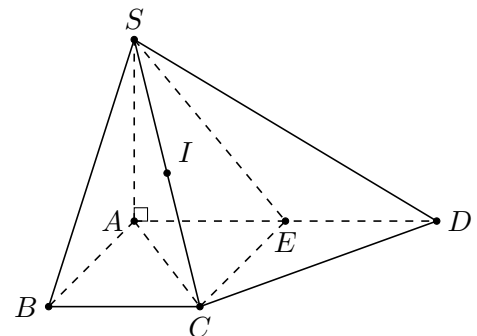
$SA \perp (ABCD)$ nên

$$\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = \widehat{SEC} = 90^\circ$$

$\Rightarrow S, A, B, C, E$ nằm trên mặt cầu đường kính SC .

$$\text{Mà } SA = a\sqrt{2}, AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SC = 2a$$

$\Rightarrow$ bán kính mặt cầu đi qua S, A, B, C, E bằng a .



Chọn đáp án **(D)**

□

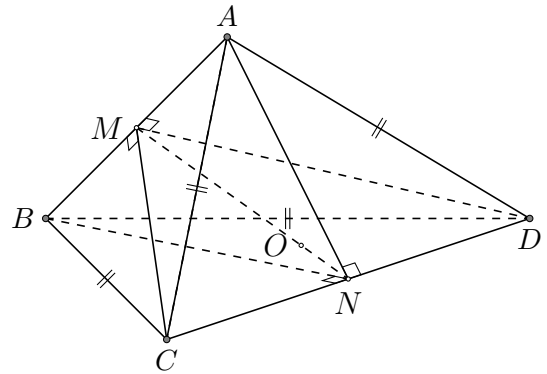
Câu 1289. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 4a$, $CD = 6a$, các cạnh còn lại có độ dài bằng $a\sqrt{22}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = \frac{a\sqrt{79}}{3}$.

B. $R = \frac{5a}{2}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{85}}{3}$.

D. $R = 3a$.

Lời giải.Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD .Từ giả thiết ta dễ chứng minh được $AB \perp (MCD)$; $CD \perp (ABN)$ $\Rightarrow (MCD), (ABN)$ là các mặt phẳng trung trực của AB và CD . Lại có $(ABN) \cap (MCD) = MN \Rightarrow O \in MN$ là tâm cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Gọi bán kính là R .Xét tam giác ACD có $AN^2 = \frac{AC^2 + AD^2}{2} - \frac{CD^2}{4} \Rightarrow AN^2 = 13a^2 = BN^2$.Xét tam giác CAB có $CM^2 = \frac{AC^2 + BC^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \Rightarrow CM^2 = 18a^2 = MB^2$.Xét tam giác MCD có $MN^2 = \frac{MC^2 + MD^2}{2} - \frac{CD^2}{4} = 9a^2 \Rightarrow MN = 3a$.Lại có $\frac{OA^2 + OB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} = OM^2 \Rightarrow R^2 = OM^2 + \frac{AB^2}{4}$; tương tự $R^2 = ON^2 + \frac{CD^2}{4}$.Đặt $OM = x; ON = y, (x > 0, y > 0)$ ta có hệ $\begin{cases} x^2 + 4a^2 = y^2 + 9a^2 \\ x + y = 3a. \end{cases}$ Giải hệ ta được $x = \frac{7}{3}a, y = \frac{2}{3}a \Rightarrow R = \sqrt{x^2 + 4a^2} = \frac{a\sqrt{85}}{3}$.Chọn đáp án **C**

□

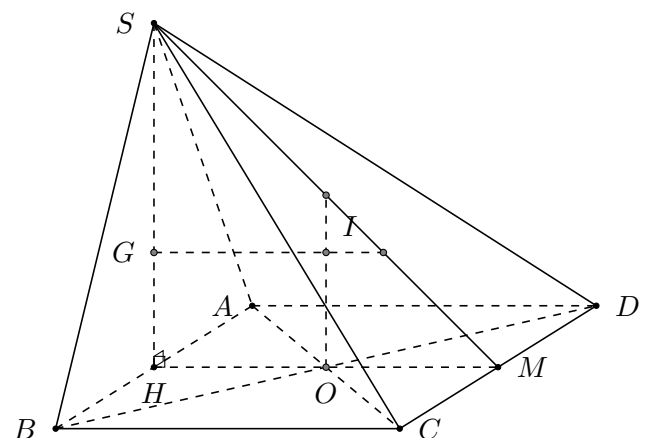
Câu 1290. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = 3, AD = 2$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{10\pi}{3}$.

B. $V = \frac{16\pi}{3}$.

C. $V = \frac{20\pi}{3}$.

D. $V = \frac{32\pi}{3}$.

Lời giải.Gọi H, M lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trọng tâm của tam giác SAB .Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SH \perp (ABCD)$.Tam giác SAB đều cạnh bằng 3 nên $SH = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow GH = \frac{\sqrt{3}}{2} = OI$.Xét tam giác ABC có: $AC = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \Rightarrow AO = BO = CO = DO = \frac{\sqrt{13}}{2}$.Xét tam giác BOI có: $BI = \sqrt{BO^2 + OI^2} = \sqrt{\frac{13}{4} + \frac{3}{4}} = 2 \Rightarrow R = BI = 2$.Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\pi}{3}$.Chọn đáp án **D**

□

Câu 1291. Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối cầu ngoại tiếp và nội tiếp hình nón đã cho. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

A. 8.

B. 2.

C. 4.

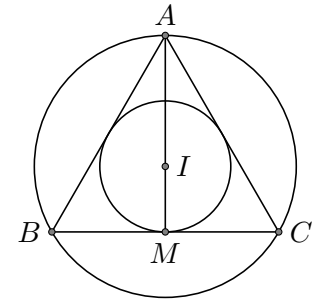
D. 16.

Lời giải.

Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều ABC có độ dài cạnh là 1 với A là đỉnh của hình nón và BC là đường kính đáy của hình nón. Mặt phẳng (ABC) cắt mặt cầu ngoại tiếp, nội tiếp của hình nón thành hai đường tròn trong đó có một đường tròn ngoại tiếp có bán kính R và nội tiếp có bán kính r của tam giác ABC .

$$\text{Ta có } AM = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$R = \frac{2}{3} \cdot AM = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ và } r = \frac{1}{3} \cdot AM = \frac{\sqrt{3}}{6}. \text{ Khi đó } \frac{V_1}{V_2} = \frac{R^3}{r^3} = 8.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1292. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h = 1$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó.

A. 9π .B. 6π .C. 5π .D. 27π .**Lời giải.**

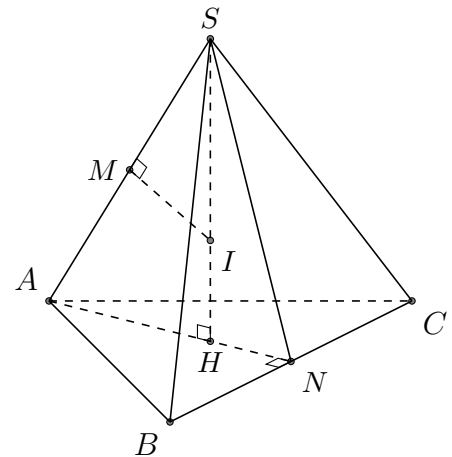
Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và M, N lần lượt là trung điểm SA, BC . Trong (SAN) , kẻ đường trung trực của đoạn thẳng SA cắt SH tại I . Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABC$.

$$\text{Ta có } SH = 1; AB = \sqrt{6}; AH = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = \sqrt{2}.$$

$$SA = \sqrt{AH^2 + SH^2} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có } SI \cdot SH = SM \cdot SA \Rightarrow r = SI = \frac{SA^2}{2SH} = \frac{3}{2}.$$

Mặt cầu có bán kính $r = \frac{3}{2}$ nên diện tích mặt cầu 9π .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1293. Cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh a cạnh bên bằng b . Tính thể tích của khối cầu qua các đỉnh của lăng trụ.

$$\text{A. } \frac{1}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}.$$

$$\text{B. } \frac{\pi}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}.$$

$$\text{C. } \frac{\pi}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + b^2)^3}.$$

$$\text{D. } \frac{1}{18\sqrt{2}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}.$$

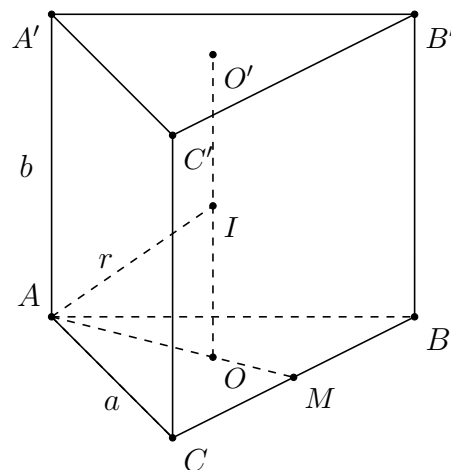
Lời giải.

Giả sử hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có O, O' lần lượt tâm của hai đáy. Khi đó tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp hình lăng trụ là trung điểm I của đoạn OO' .

$$\text{Ta có } AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}, OI = \frac{1}{2}OO' = \frac{b}{2},$$

$$\text{suy ra } r^2 = \frac{b^2}{4} + \frac{a^2}{3} = \frac{4a^2 + 3b^2}{12} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{4a^2 + 3b^2}}{2\sqrt{3}}.$$

$$\text{Thể tích khối cầu } (S) \quad V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{\pi}{18\sqrt{3}}\sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1294. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = SB = AB = AC = a$, $SC = a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $2\pi a^2$.

B. πa^2 .

C. $8\pi a^2$.

D. $4\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC ta có $AH \perp BC$.

Do $(ABC) \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Đặt $AH = x \Rightarrow HC = \sqrt{a^2 - x^2} = HB = SH$

$\Rightarrow \triangle SBC$ vuông tại S

(do đường trung tuyến bằng một nửa cạnh đối diện).

Suy ra $BC = \sqrt{SB^2 + SC^2} = a\sqrt{3}$.

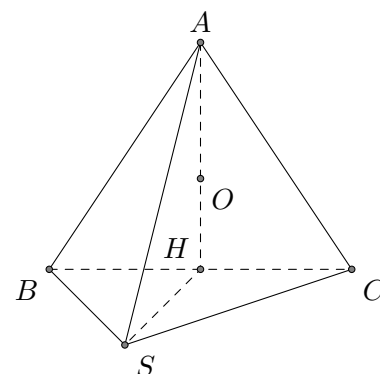
Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$

$\Rightarrow O \in AH \Rightarrow OA = OB = OC = OS$.

Ta có $R = R_{ABC} = \frac{AC}{2\sin B}$,

trong đó $\sin B = \frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{AS^2 - SH^2}}{AB} = \frac{1}{2}$.

Do đó $R = a \Rightarrow S_{xq} = 4\pi R^2 = 4\pi a^2$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1295. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$.

A. $R = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

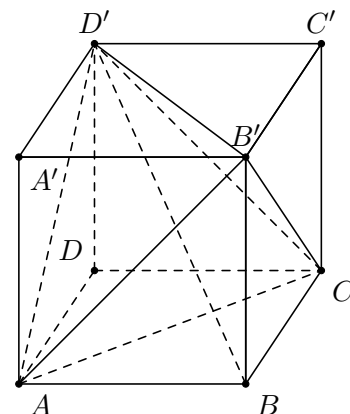
D. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$ chính là mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Ta có $BD' = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = \sqrt{14a^2} = a\sqrt{14}$.

Suy ra $R = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1296. Một kiện hàng hình lập phương cạnh a chứa những quả bóng hình cầu có đường kính bằng $\frac{a}{4}$. Hỏi kiện hàng đó chứa tối đa bao nhiêu quả bóng?

A. 16.

B. 122.

C. 32.

D. 64.

Lời giải.

Xếp các quả bóng vào đáy thùng: cạnh hình lập phương có độ dài gấp 4 lần đường kính quả bóng nên xếp được $4 \cdot 4 = 16$ quả bóng.

Chiều cao bằng 4 lần đường kính, suy ra xếp được tất cả: $16 \cdot 4 = 64$ quả bóng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1297. Cho khối tứ diện đều cạnh a . Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối tứ diện đó là

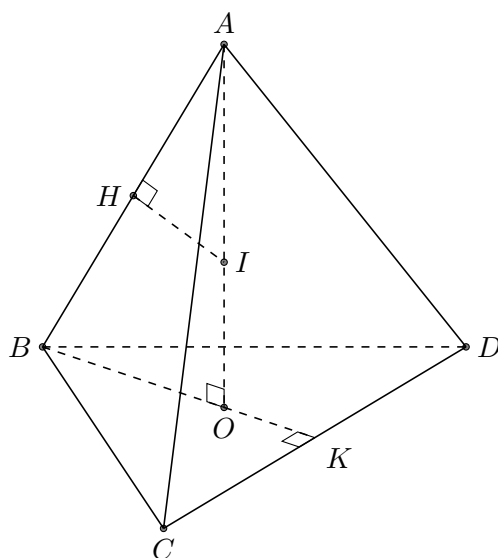
A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$.

B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{8}$.

C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$.

D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$.

Lời giải.



Gọi O là tâm của tam giác đều BCD , ta có $AO \perp (BCD)$. Suy ra AO là trục của tam giác đều BCD .

Trong mặt phẳng (ABO) , kẻ đường trung trực của AB cắt AO tại I , ta có I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Gọi H là trung điểm của AB , ta có $\triangle AHI \sim \triangle AOB$.

Suy ra $\frac{IA}{AB} = \frac{AH}{AO}$ hay $IA = \frac{AB \cdot AH}{BO} = \frac{AB^2}{2AO}$.

Gọi K là trung điểm của BC , ta có $BK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $OA = \frac{2}{3}BK = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác AOB vuông tại O nên $AO^2 = AB^2 - OB^2 = a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

$$\text{Suy ra } IA = \frac{a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối cầu là } V = \frac{4}{3}\pi IA^3 = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{8}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1298. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên cạnh bên SB và SC . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKCB$.

A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{\pi a^3}{6}$.

C. $\sqrt{2}\pi a^3$.

D. $\frac{\pi a^3}{2}$.

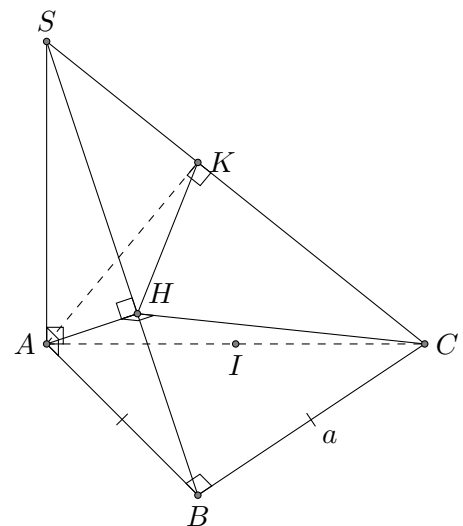
Lời giải.

Ta có $AH \perp SB$ (giả thiết) (1), $BC \perp AB$ (giả thiết) (2), $BC \perp SA$ (do $SA \perp (ABC)$) (3).

Từ (2) và (3) suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow AH \perp BC$ (4).

Từ (1) và (4) suy ra $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp HC \Rightarrow \triangle AHC$ vuông tại H .

Gọi I là trung điểm của AC . Do AHC, AKC, ABC là các tam giác vuông có chung cạnh huyền AC nên $IA = IB = IC = IH = IK = R$ (R là bán kính khối cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKCB$).



Do tam giác ABC vuông cân tại B có $BC = a$ nên $R = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKCB$ là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1299. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$ là

A. $R = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $R = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

D. $R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

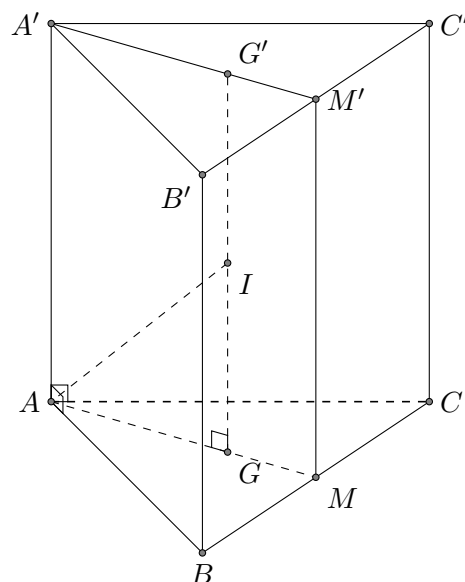
Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$ và G, G' lần lượt là trọng tâm của $\triangle ABC, \triangle A'B'C'$.

Lấy I là trung điểm của $GG' \Rightarrow IA = IB = IC = IA' = IB' = IC'$. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

$$\text{Ta có } AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{và } IG = \frac{1}{2}AA' = a.$$

$$\text{Suy ra bán kính mặt cầu } R = IA = \sqrt{AG^2 + IG^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1300. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC vuông tại B , $AB = 2a$, $BC = a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{5}$. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $11\pi a^2$.

B. $22\pi a^2$.

C. $16\pi a^2$.

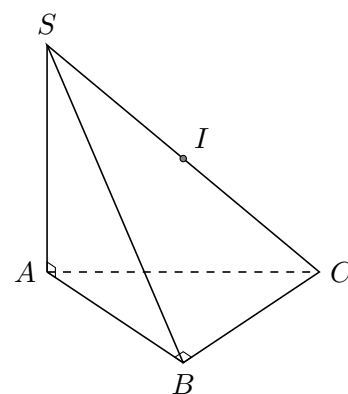
D. $\frac{11}{3}\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của SC ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp $S.ABC$.

$$\text{Tính được } SI = \frac{1}{2}SC = \frac{\sqrt{11}a}{2} \text{ là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp đó.}$$

Từ đó ta có diện tích mặt cầu ngoại tiếp bằng $11\pi a^2$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1301. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = 1$, $AB = 2$, $AC = 3$. Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $r = \sqrt{14}$.

B. $r = 2\sqrt{14}$.

C. $r = 4$.

D. $r = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Đây là tứ diện vuông nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp là } r = \frac{1}{2}\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1302. Cho hình lập phương có cạnh bằng a . Tính diện tích S của mặt cầu nội tiếp hình lập phương đó theo a .

A. $S = 4\pi a^2$.

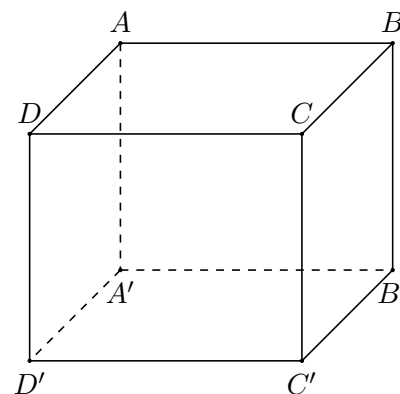
B. $S = \pi a^2$.

C. $S = 2\pi a^2$.

D. $S = \frac{4}{3}\pi a^2$.

Lời giải.

Theo tính chất hình lập phương, mặt cầu nội tiếp có bán kính là $r = \frac{a}{2}$. Vậy $S = 4\pi r^2 = \pi a^2$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1303. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$

A. $V = \frac{64\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

B. $V = 8\pi a^2$.

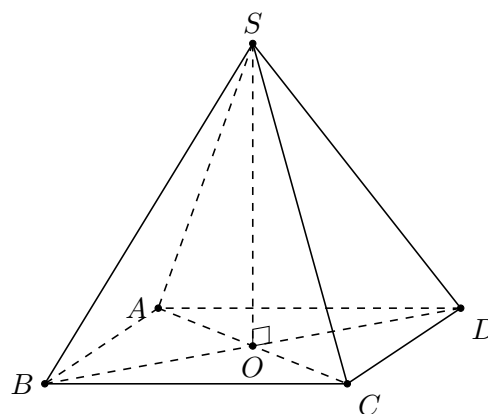
C. $V = \frac{32\pi a^3}{3}$.

D. $V = \frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$. Các tam giác BAC, DAC, SBC vuông và bằng nhau nên $OA = OB = OC = OD = OS$. Hay O là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$. Suy ra bán kính $R = OA = a\sqrt{2}$.

Thể tích $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1304. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên (SAB) là tam giác vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

A. $S = 2\pi a^2$.

B. $S = 8\pi a^2$.

C. $S = \pi a^2$.

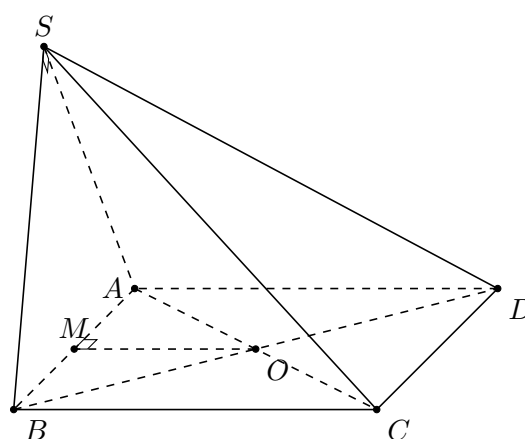
D. $S = 4\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm AB và $O = AC \cap BD$. Khi đó $OM \perp (SAB) \Rightarrow OM$ là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông $SAB \Rightarrow OS = OA = OB$.

Mặt khác $ABCD$ là hình vuông nên $OA = OB = OC = OD$. Hay O là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$.

Bán kính $R = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S = 4\pi R^2 = 2\pi a^2$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1305. Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Tính diện tích

S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S = \frac{3\pi a^2}{4}$.

B. $S = \pi a^2$.

C. $S = 4\pi a^2$.

D. $S = 3\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AB , suy ra $OM \perp AB$

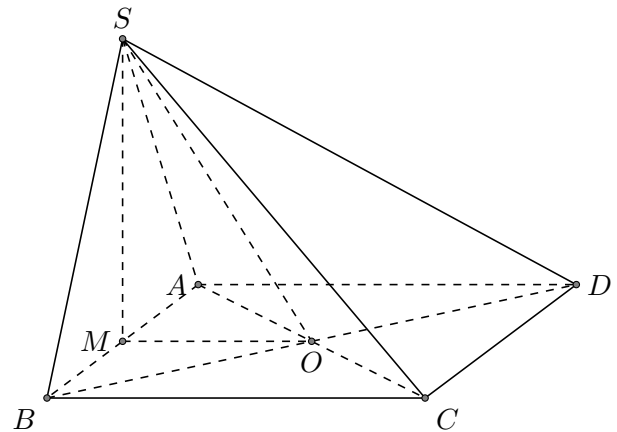
Do $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow OM \perp (SAB)$

$\Rightarrow OM$ là trục đường tròn ngoại tiếp SAB .

Có $\begin{cases} OA = OB = OC = OD \\ OA = OB = OS \end{cases}$

$\Rightarrow OA = OB = OC = OD = OS$ nên O là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$ và bán kính là $R = OA = \frac{AC}{2} = a$.

Vậy diện tích mặt cầu là $S = 4\pi a^2$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1306. Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A, B, C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB = 3, AC = 4, BC = 5$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1. Tính thể tích của khối cầu (S) .

A. $\frac{7\sqrt{21}\pi}{2}$.

B. $\frac{13\sqrt{131}\pi}{6}$.

C. $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$.

D. $\frac{29\sqrt{29}\pi}{6}$.

Lời giải.

Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$, suy ra $r = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2}$ (do $\triangle ABC$ vuông tại A).

Suy ra bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{r^2 + d^2(O, (ABC))} = \frac{\sqrt{29}}{2} \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{29\sqrt{29}\pi}{6}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1307. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có 9 cạnh bằng nhau và bằng $2a$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

A. $S = \frac{28\pi a^2}{9}$.

B. $S = \frac{7\pi a^2}{9}$.

C. $S = \frac{28\pi a^2}{3}$.

D. $S = \frac{7\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$

Ta có OO' là trục của mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$

Trong mặt phẳng (AA', OO') , dựng đường trung trực d của cạnh AA'

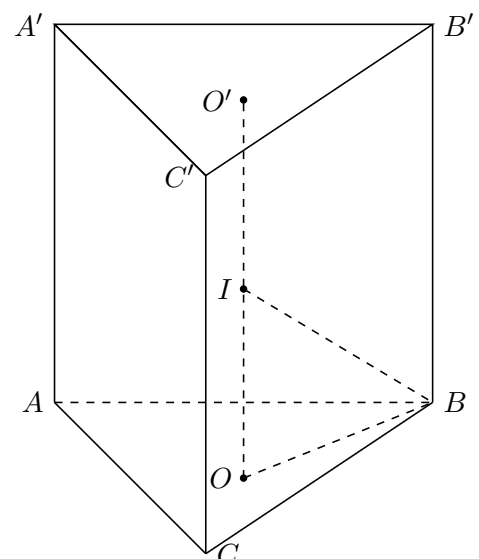
Khi đó d cắt OO' tại $I \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, bán kính $R = IB = \sqrt{OI^2 + OB^2}$

Mặt khác

Tam giác ABC đều cạnh $2a$, có O là trọng tâm nên

$$OB = \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{21}}{3}$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là $S = 4\pi R^2 = \frac{28\pi a^2}{3}$

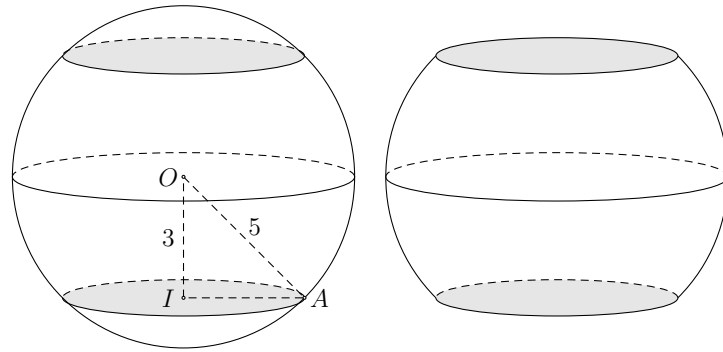


Chọn đáp án **C**

□

Câu 1308. Một khối cầu có bán kính là 5(dm), người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt

phẳng song song cùng vuông góc với đường kính và cách tâm một khoảng 3(dm) để làm một chiếc lu (hình vẽ)



Thể tích tối đa mà chiếc lu có thể chứa được

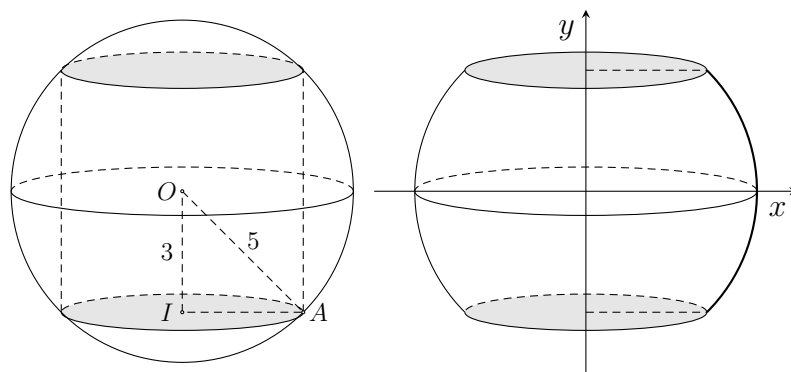
A. $\frac{43}{3}\pi \text{ dm}^3$.

B. $\frac{100}{3}\pi \text{ dm}^3$.

C. $41\pi \text{ dm}^3$.

D. $132\pi \text{ dm}^3$.

Lời giải.



Khối cầu có bán kính là $R = 5(\text{dm})$.

Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt cắt là : $a = 3 \text{ dm}$.

Thể tích chiếc lu chính là thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra khi cho phần đường tròn $x = \sqrt{R^2 - y^2}$ quay quanh Oy từ -3 đến 3 : $V_{\text{lu}} = \pi \int_{-3}^3 (\sqrt{R^2 - y^2})^2 dy = 132\pi \text{ dm}^3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1309. Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh bằng $3a$. Xét một mặt cầu (S) chứa đường tròn đáy của hình nón đồng thời tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón đó. Diện tích của mặt cầu (S) bằng

A. $12\pi a^2$.

B. $\frac{8}{3}\pi a^2$.

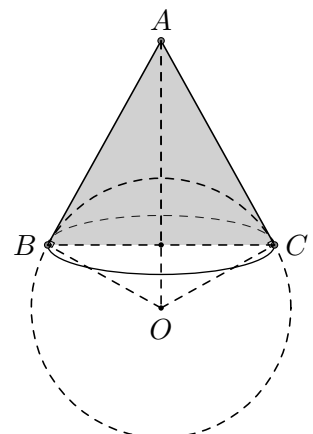
C. $\frac{16}{3}\pi a^2$.

D. $8\pi a^2$.

Lời giải.

Ta có: $R = AB \cdot \tan 30^\circ = \frac{3a}{\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$.

Vậy $S = 4\pi R^2 = 12\pi a^2$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1310. Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh bằng $3a$. Xét một mặt cầu (S) chứa đường tròn đáy của hình nón đồng thời tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón đó. Diện tích của mặt cầu (S) bằng

A. $12\pi a^2$.

B. $\frac{8}{3}\pi a^2$.

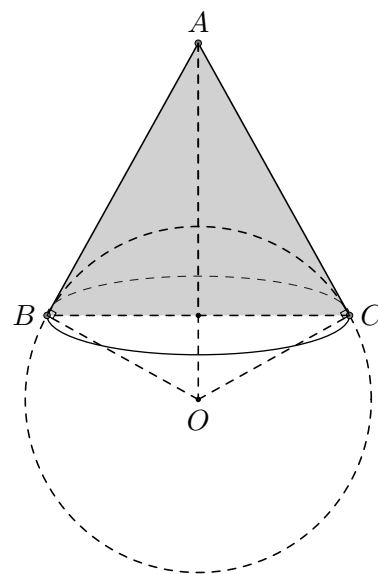
C. $\frac{16}{3}\pi a^2$.

D. $8\pi a^2$.

Lời giải.

Ta có: $R = AB \cdot \tan 30^\circ = \frac{3a}{\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$.

Vậy $S = 4\pi R^2 = 12\pi a^2$.



Chọn đáp án **A**



ĐÁP ÁN

1. B	2. A	3. D	4. D	6. C	7. D	8. A	9. A	10. C	11. B
12. C	13. B	14. C	15. C	16. C	17. A	18. B	19. B	20. C	21. A
22. C	23. D	24. C	25. A	26. B	27. B	28. C	29. C	30. A	31. C
32. C	33. D	34. B	35. B	36. A	37. C	38. C	39. D	40. D	41. D
42. A	43. D	44. B	46. B	47. B	48. B	49. B	50. D	51. B	52. D
53. D	54. D	55. D	56. B	57. A	58. D	59. C	60. A	61. C	62. A
63. B	64. A	65. C	66. A	67. B	68. D	69. A	70. D	71. D	72. B
73. A	74. A	75. B	76. B	77. D	78. A	79. A	80. D	81. A	82. A
83. B	84. D	85. C	86. B	87. D	88. B	89. C	90. D	91. B	92. A
93. A	94. D	95. B	96. C	97. D	98. D	99. A	100. B	101. B	102. D
103. A	104. D	105. D	106. D	107. A	108. A	109. A	110. A	111. D	112. A
113. B	114. A	115. A	116. B	117. A	118. B	119. A	120. D	121. B	122. A
123. A	124. C	125. B	126. D	127. B	128. A	129. A	130. C	131. D	132. D
133. D	134. D	135. C	136. A	137. C	138. A	139. D	140. B	141. D	142. C
143. B	144. A	145. D	146. A	147. B	148. A	149. A	150. A	151. D	152. A
153. B	154. A	155. C	156. C	157. D	158. A	159. B	160. D	161. D	162. A
163. C	164. B	165. D	166. B	167. A	168. A	169. A	170. C	171. A	172. B
173. D	174. C	175. A	176. C	177. B	178. A	179. D	180. D	181. A	182. C
183. D	184. A	185. D	186. B	187. D	188. C	189. B	190. A	191. C	192. C
193. A	194. B	195. A	196. A	197. B	198. D	199. C	200. C	201. A	202. B
203. C	204. B	205. C	206. D	207. B	208. B	209. B	210. A	211. D	212. A
213. D	214. C	215. A	216. B	217. C	218. A	219. A	220. C	221. D	222. B
223. A	224. A	225. D	226. D	227. D	228. D	230. C	231. C	232. A	233. B
234. D	235. B	236. A	237. C	239. C	240. C	241. D	242. D	243. C	244. A
245. B	246. D	247. A	248. B	249. D	250. A	251. A	252. C	253. D	254. C
255. D	256. A	257. D	258. B	259. A	260. B	261. B	262. B	263. D	264. D
265. C	266. A	267. D	268. A	269. B	270. D	271. D	272. B	273. C	274. B
275. A	276. C	277. D	278. C	279. C	280. C	281. A	282. C	283. B	284. A
285. A	286. C	287. D	288. A	289. D	290. B	291. D	292. D	293. A	294. D
295. B	296. A	297. B	298. A	299. C	300. C	301. C	302. A	303. A	304. D
305. B	306. B	307. C	308. A	309. B	310. C	311. D	312. D	313. D	314. A
315. B	316. D	317. D	318. C	319. B	320. A	321. B	322. A	323. C	324. B
325. D	326. D	327. B	328. B	329. D	330. B	331. C	332. B	333. D	334. A
335. B	336. A	337. A	338. B	339. C	340. B	341. B	342. B	343. C	344. A
345. D	346. D	347. A	348. D	349. C	350. B	351. C	352. D	353. A	354. D
355. D	356. A	357. A	358. B	359. B	360. D	361. A	362. B	363. D	364. C
365. A	366. D	367. A	368. B	369. D	370. D	371. D	372. A	373. B	374. B
375. D	376. D	377. D	378. D	379. D	380. D	381. D	382. D	383. A	384. D
385. B	386. C	387. B	388. B	389. C	390. B	391. B	392. C	393. B	394. A
395. A	396. C	397. C	398. A	399. A	400. B	401. A	402. A	403. C	404. C
405. D	406. D	407. A	408. A	409. C	410. B	411. B	412. D	413. A	414. C

415. B	416. D	417. B	418. C	419. A	420. D	421. C	422. D	423. D	424. B
425. D	426. A	427. D	428. D	429. D	430. D	431. B	432. D	433. B	434. A
435. A	436. C	437. A	438. D	439. B	440. D	441. C	442. D	443. B	444. C
445. A	446. B	447. D	448. A	449. C	450. C	451. C	452. C	453. B	454. C
455. B	456. D	457. D	458. D	459. C	460. B	461. C	462. D	463. D	464. A
465. A	466. A	467. B	468. C	469. A	470. B	471. C	472. C	473. C	474. B
475. A	476. D	477. C	478. C	479. B	480. A	481. C	482. B	483. C	484. C
485. A	486. B	487. B	488. A	489. C	490. A	491. A	492. B	493. D	494. A
495. C	496. A	497. C	498. D	499. A	500. C	501. D	502. C	503. A	504. B
505. B	506. C	507. D	508. C	509. A	510. A	511. A	512. D	513. C	514. A
515. A	516. B	517. D	518. D	519. B	520. B	521. B	522. A	523. C	524. B
525. C	526. C	527. B	528. C	529. B	530. B	531. C	532. C	533. C	534. A
535. D	536. C	537. D	538. D	539. A	540. A	541. A	542. B	543. C	544. D
545. D	546. B	547. D	548. A	549. D	550. A	551. C	552. D	553. C	554. A
555. D	556. B	557. C	558. D	559. D	560. C	561. A	562. A	563. B	564. B
565. A	566. C	567. A	568. A	569. D	570. B	571. D	572. D	573. A	574. D
575. B	576. B	577. B	578. B	579. C	580. C	581. A	582. C	583. B	584. B
585. D	586. B	587. A	588. B	589. A	590. B	591. D	592. D	593. A	594. D
595. A	596. C	597. A	598. C	599. C	600. A	601. B	602. B	603. D	604. A
605. B	606. C	607. B	608. B	609. B	610. C	611. D	612. C	613. B	614. C
615. A	616. A	617. D	618. B	619. D	620. D	621. A	622. C	623. B	624. C
625. B	626. B	627. A	628. B	629. C	630. A	631. D	632. A	633. A	634. A
635. D	636. A	637. D	638. D	639. A	640. A	641. B	642. D	643. A	644. B
645. B	646. C	647. D	648. B	649. B	650. B	651. C	652. A	653. D	654. A
655. A	656. B	657. D	658. A	659. A	660. B	661. C	662. C	663. A	664. D
665. C	666. D	667. B	668. A	669. B	670. D	671. A	672. D	673. A	674. A
675. C	676. C	677. B	678. B	679. A	680. A	681. C	682. A	683. B	684. B
685. D	686. D	687. B	688. B	689. A	690. A	691. B	692. C	693. A	694. D
695. B	696. C	697. C	698. A	699. C	700. D	701. B	702. D	703. B	704. D
705. B	706. D	707. B	708. D	709. B	710. B	711. D	712. C	713. A	714. D
715. A	716. A	717. A	718. A	719. B	720. C	721. C	722. C	723. C	724. A
725. D	726. A	727. B	728. D	729. C	730. A	731. C	732. D	733. B	734. A
735. D	736. D	737. A	738. B	739. A	740. A	741. B	742. A	743. B	744. A
745. A	746. C	747. B	748. A	749. D	750. C	751. D	752. D	753. D	754. D
755. A	756. A	757. D	758. C	759. B	760. D	761. C	762. B	763. A	764. A
765. D	766. C	767. B	768. A	769. C	770. C	771. C	772. D	773. D	774. B
775. B	776. D	777. D	778. D	779. D	780. B	781. B	782. B	783. A	784. A
785. C	786. A	787. D	788. D	789. B	790. C	791. C	792. D	793. D	794. B
795. C	796. B	797. A	798. D	799. A	800. D	801. C	802. B	803. D	804. D
805. A	806. B	807. C	808. A	809. B	810. D	811. C	812. A	813. A	814. B
815. A	816. A	817. A	818. D	819. C	820. C	821. D	822. B	823. B	824. B
825. D	826. D	827. C	828. B	829. C	830. C	831. D	832. A	833. C	834. A
835. A	836. B	837. A	838. A	839. B	840. A	841. D	842. A	843. D	844. C

845. C	846. B	847. A	848. C	849. C	850. A	851. C	852. A	853. B	854. C
855. A	856. D	857. C	858. A	859. D	860. B	861. D	862. A	863. D	864. C
865. A	866. A	867. A	868. B	869. D	870. C	871. B	872. B	873. C	874. A
875. A	876. B	877. A	878. C	879. C	880. C	881. C	882. B	883. A	884. A
885. A	886. C	887. C	888. C	889. B	890. D	891. D	892. A	893. A	894. D
895. B	896. D	897. B	898. A	899. D	900. C	901. B	902. D	903. A	904. C
905. C	906. B	907. C	908. B	909. A	910. B	911. A	912. C	913. A	914. C
915. B	916. A	917. B	918. A	919. A	920. B	921. B	922. D	923. B	924. B
925. B	926. D	927. B	928. D	929. B	930. A	931. A	932. A	933. B	934. D
935. D	936. C	937. A	938. C	939. A	940. C	941. B	942. B	943. B	944. C
945. C	946. C	947. C	948. B	949. B	950. D	951. C	952. A	953. D	954. A
955. C	956. B	957. D	958. C	959. A	960. A	961. D	962. D	963. A	964. D
965. A	966. B	967. A	968. D	969. A	970. A	971. A	972. D	973. A	974. A
975. A	976. D	977. A	978. B	979. B	980. C	981. D	982. B	983. B	984. B
985. D	986. C	987. A	988. A	989. D	990. A	991. A	992. B	993. C	994. A
995. A	996. A	997. D	998. B	999. B	1000.A	1001.C	1002.D	1003.B	1004.A
1005.C	1006.D	1007.A	1008.A	1009.A	1010.D	1011.A	1012.C	1013.D	1014.D
1015.C	1016.B	1017.B	1018.A	1019.A	1020.B	1021.B	1022.B	1023.A	1024.A
1025.C	1026.A	1027.C	1028.D	1029.D	1030.A	1031.D	1032.D	1033.B	1034.B
1035.A	1036.B	1037.B	1038.D	1039.D	1040.A	1041.A	1042.D	1043.C	1044.A
1045.B	1046.D	1047.D	1048.A	1049.A	1050.B	1051.C	1052.B	1053.A	1054.A
1055.D	1056.A	1057.C	1058.C	1059.C	1060.A	1061.A	1062.C	1063.B	1064.C
1065.D	1066.A	1067.A	1068.A	1069.A	1070.D	1071.D	1072.D	1073.A	1074.A
1075.B	1076.A	1077.B	1078.B	1079.A	1080.D	1081.D	1082.A	1083.A	1084.B
1085.A	1086.C	1087.C	1088.C	1089.B	1090.B	1091.D	1092.A	1093.A	1094.C
1095.B	1096.C	1097.A	1098.D	1099.C	1100.A	1101.A	1102.A	1103.D	1104.B
1105.D	1106.A	1107.C	1108.C	1109.A	1110.A	1111.D	1112.A	1113.D	1114.C
1115.B	1116.D	1117.A	1118.C	1119.D	1120.B	1121.B	1122.D	1123.B	1124.A
1125.B	1126.D	1127.A	1128.B	1129.B	1130.D	1131.D	1132.A	1133.A	1134.A
1135.D	1136.B	1137.D	1138.C	1139.A	1140.D	1141.C	1142.B	1143.D	1144.B
1145.B	1146.A	1147.B	1148.A	1149.B	1150.B	1151.A	1152.A	1153.B	1154.D
1155.C	1156.C	1157.C	1158.B	1159.D	1160.D	1161.B	1162.C	1163.D	1164.C
1165.A	1166.B	1167.D	1168.D	1169.A	1170.D	1171.C	1172.B	1173.A	1174.C
1175.D	1176.A	1177.D	1178.D	1179.C	1180.A	1181.D	1182.A	1183.A	1184.B
1185.D	1186.B	1187.B	1188.A	1189.C	1190.A	1191.C	1192.C	1193.B	1194.A
1195.A	1196.C	1197.A	1198.D	1199.D	1200.A	1201.C	1202.A	1203.D	1204.B
1205.B	1206.C	1207.A	1208.B	1209.C	1210.B	1211.D	1212.D	1213.A	1214.A
1215.A	1216.A	1217.B	1218.D	1219.C	1220.A	1221.B	1222.B	1223.B	1224.A
1225.B	1226.D	1227.C	1228.A	1229.A	1230.C	1231.D	1232.D	1233.B	1234.D
1235.B	1236.D	1237.B	1238.C	1239.A	1240.B	1241.D	1242.B	1243.D	1244.A
1245.D	1246.B	1247.C	1248.C	1249.D	1250.A	1251.B	1252.D	1253.D	1254.A
1255.C	1256.D	1257.B	1258.D	1259.C	1260.B	1261.B	1262.C	1263.A	1264.D
1265.C	1266.D	1267.A	1268.B	1269.C	1270.C	1271.D	1272.B	1273.D	1274.C

1275.C	1276.C	1277.D	1278.A	1279.A	1280.C	1281.D	1282.C	1283.D	1284.D
1285.A	1286.B	1287.B	1288.D	1289.C	1290.D	1291.A	1292.A	1293.B	1294.D
1295.A	1296.D	1297.B	1298.A	1299.D	1300.A	1301.D	1302.B	1303.D	1304.A
1305.C	1306.D	1307.C	1308.D	1309.A	1310.A				

NỘI DUNG CÂU HỎI

4 Mức độ vận dụng cao

Câu 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác (ABC) . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi M, G lần lượt là trung điểm của BC và trọng tâm của tam giác ABC .

Do tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, có

$$\begin{cases} AM \perp BC \\ A'G \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'M).$$

Trong mặt phẳng $(AA'M)$ kẻ $MH \perp AA'$. Khi đó $MH \perp BC$ vì $BC \perp (AA'M)$.

Vậy MH là đoạn vuông góc chung của AA' và BC nên $MH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Trong tam giác $AA'G$ kẻ $GK \perp AH$ thì $GK \parallel MH \Rightarrow \frac{GK}{MH} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow GK = \frac{2}{3}MH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Xét tam giác $AA'G$ vuông tại G ta có $\frac{1}{GK^2} = \frac{1}{A'G^2} + \frac{1}{GA^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{1}{A'G^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} \Leftrightarrow$

$$\frac{1}{A'G^2} = \frac{36}{3a^2} - \frac{9}{3a^2} = \frac{9}{a^2} \Leftrightarrow A'G = \frac{a}{3}.$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V = A'G \cdot S_{ABC} = \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

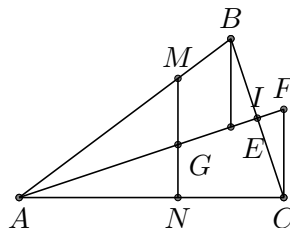
Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2. Cho tứ diện đều $S.ABC$ có cạnh bằng 1. Mặt phẳng (P) đi qua điểm S và trọng tâm G của tam giác ABC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M, N . Tính thể tích nhỏ nhất $V_{\min}$ của khối tứ diện $SAMN$.

A. $V_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{27}$. B. $V_{\min} = \frac{4}{27}$. C. $V_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{18}$. D. $V_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{36}$.

Lời giải.

Phương pháp:



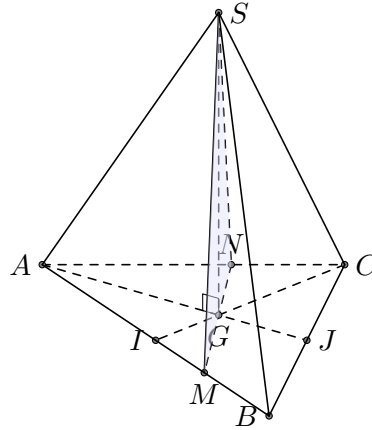
Cho tam giác đều ABC , G là trọng tâm tam giác ABC . Đường thẳng qua G cắt AB, AC lần lượt tại M, N . Khi đó, $\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} = 3$.

Thật vậy, gọi I là trung điểm của BC , qua B, C kẻ các đường thẳng song song MN , cắt đường thẳng AI tại E, F . Khi đó, $\triangle BIE = \triangle CIF \Rightarrow IE = IF$.

Ta có:

$$\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} = \frac{AE}{AG} + \frac{AF}{AG} = \frac{AE + AF}{AG} = \frac{2 \cdot AI}{AG} = \frac{2 \cdot AI}{\frac{2}{3}AI} = 3.$$

Cách giải:



Do $SABC$ là tứ diện đều, G là trọng tâm tam giác ABC . Suy ra $SG \perp (ABC)$.

Vậy thể tích khối tứ diện $SAMN$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SG \cdot S_{AMN}$.

+) Tam giác ABC đều, cạnh bằng 1 nên $AJ = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \frac{2}{3} \cdot AJ = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác SAG vuông tại $G \Rightarrow SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$.

+) Diện tích tam giác AMN

$$S_{AMN} = \frac{1}{2} \cdot AN \cdot AM \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot AN \cdot AM \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot AN \cdot AM.$$

$$\text{Ta có } \frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{AM} + \frac{1}{AN} = 3.$$

$$\text{Mà } \frac{1}{AM} + \frac{1}{AN} \geq \frac{2}{\sqrt{AM \cdot AN}} \Rightarrow 3 \geq \frac{2}{\sqrt{AM \cdot AN}}.$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{AM \cdot AN}}{2} \geq \frac{1}{3} \Rightarrow AM \cdot AN \geq \frac{4}{9}.$$

$$\Rightarrow S_{AMN} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot AN \cdot AM \geq \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{9} = \frac{\sqrt{3}}{9}.$$

$$\Rightarrow V_{S.AMN} \geq \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{9} = \frac{\sqrt{2}}{27}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $AM = AN = \frac{2}{3}$.

Vậy $(V_{S.AMN})_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{27}$ khi và chỉ khi $AM = AN = \frac{2}{3}$ hay MN là đường thẳng qua G song song với BC .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3. Xét tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AB = BC = CD = DA = 1$ và AC, BD thay đổi. Giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{27}$.

B. $\frac{4\sqrt{3}}{27}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BD, AC .

Đặt $BD = 2x, AC = 2y$ ($x, y > 0$).

Ta có $CM \perp BD, AM \perp BD \Rightarrow BD \perp (AMC)$.

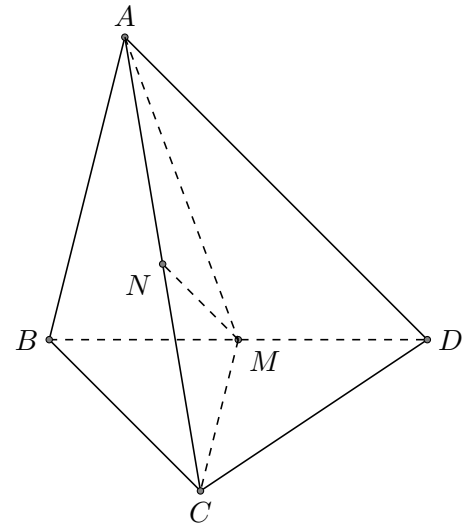
Ta có $MA = MC = \sqrt{1 - x^2}, MN = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$.

$$S_{AMN} = \frac{1}{2}MN.AC = \frac{1}{2}y\sqrt{1 - x^2 - y^2}.$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3}.DS.S_{AMC} = \frac{1}{3}.2x.y\sqrt{1 - x^2 - y^2} =$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{x^2.y^2.(1 - x^2 - y^2)} \leq \frac{2}{3}\sqrt{\frac{(x^2 + y^2 + 1 - x^2 - y^2)^3}{27}}$$

$$\Rightarrow V_{ABCD} \leq \frac{2\sqrt{3}}{27}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 4. Cho hai đường thẳng cố định a và b chéo nhau. Gọi AB là đoạn vuông góc chung của a và b (A thuộc a , B thuộc b). Trên a lấy điểm M (khác A), trên b lấy điểm N (khác B) sao cho $AM = x, BN = y, x + y = 8$. Biết $AB = 6$, góc giữa hai đường thẳng a và b bằng 60° . Khi thể tích khối tứ diện $ABNM$ đạt giá trị lớn nhất hãy tính độ dài đoạn MN (trong trường hợp $MN > 8$).

A. $2\sqrt{21}$.

B. 12.

C. $2\sqrt{39}$.

D. 13.

Lời giải.

Dựng hình chữ nhật $ABNC$.

$$(\widehat{AM, BN}) = (\widehat{AM, AC}) = 60^\circ$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB \perp AM \\ AB \perp BN \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB \perp AM \\ AB \perp AC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ACM)$$

$$V_{ABNM} = V_{MABC} = \frac{1}{3}AB.S_{ACM} = \frac{1}{6}AB.AC.AM \sin \widehat{CAM} = \frac{1}{6}.6.x.y.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}xy.$$

$$V_{ABNM} = \frac{\sqrt{3}}{2}xy \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(x+y)^2}{4} = 8\sqrt{3}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = y = 4$. Khi đó $AM = BN = AC = 4$.

Lại có $AB \parallel CN \Rightarrow CN \perp (AMC) \Rightarrow CN \perp CM \Rightarrow MN^2 = CM^2 + CN^2$.

Mặt khác $\widehat{MAC} = 60^\circ$ hoặc $\widehat{MAC} = 120^\circ$.

Trường hợp 1: $\widehat{MAC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle AMC$ đều $\Rightarrow CM = 4 \Rightarrow MN = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$.

Trường hợp 2: $\widehat{MAC} = 120^\circ \Rightarrow CM = \sqrt{AM^2 + AC^2 - 2AM.AC \cos 120^\circ} = \sqrt{48} \Rightarrow MN = \sqrt{48 + 6^2} = 2\sqrt{41}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, SC . Mặt phẳng (AMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa điểm B có thể tích là V_1 . Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Tính tỷ số $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{V_1}{V} = \frac{13}{24}$.

B. $\frac{V_1}{V} = \frac{11}{24}$.

C. $\frac{V_1}{V} = \frac{17}{24}$.

D. $\frac{V_1}{V} = \frac{7}{12}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của BD và AC .

I là giao điểm của SO và AN . K là giao điểm của AM và BD . Kéo dài IK cắt SD tại F .

Suy ra thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (AMN) là $AMNF$.

Vì I là giao điểm của hai đường trung tuyến AN và SO của tam giác SAC nên I là trọng tâm của tam giác SAC .

Vì K là giao điểm của hai đường trung tuyến AM và BO của tam giác ABC nên K là trọng tâm của tam giác SAC .

$$\Rightarrow \frac{OK}{OB} = \frac{OI}{OS} = \frac{1}{3} \Rightarrow IK \parallel SB.$$

Hay $KF \parallel SB$

$$\Rightarrow \frac{DK}{DB} = \frac{DF}{DS} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SF}{SD} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Dễ thấy } S_{\triangle ABM} = S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4}S_{ABCD} \Rightarrow V_{SAMC} = V_{SAMB} = \frac{1}{2}V_{SABC} = \frac{1}{4}V.$$

$$\text{Ta có: } \frac{V_{SAFN}}{V_{SADC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SF}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}.$$

$$\frac{V_{SAMN}}{V_{SACM}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SN}{SC} \cdot \frac{SM}{SM} = \frac{1}{2}.$$

$$\Rightarrow V_1 = V_{SAFN} + V_{SAMN} + V_{SAMB} = \frac{1}{12}V + \frac{1}{8}V + \frac{1}{4} = \frac{11}{24}V \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{11}{24}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 4$, $BC = 2$, $SA = 4\sqrt{3}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SAC} = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 8$.

B. $V = 6$.

C. $V = 4$.

D. $V = 12$.

Lời giải.

Ta có $\triangle SAB = \triangle SAC$ c.g.c hay tam giác SBC cân.

Gọi M là trung điểm BC ta có $AM \perp BC$, $SM \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAM)$.

Gọi H là hình chiếu của S trên AM thì $SH \perp AM$, $SH \perp BC$ nên SH là đường cao của hình chóp. Xét tam giác SAB có $SB^2 = SA^2 + AB^2 - 2 \cdot SA \cdot AB \cdot \cos 30^\circ = 16 \Rightarrow SB = 4 \Rightarrow SC = 4$.

$$\text{Do đó } SM^2 = \frac{SB^2 + SC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = 15 \Rightarrow SM = \sqrt{15}.$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ có } AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = 15 \Rightarrow AM = \sqrt{15}.$$

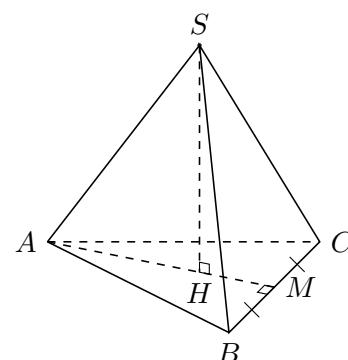
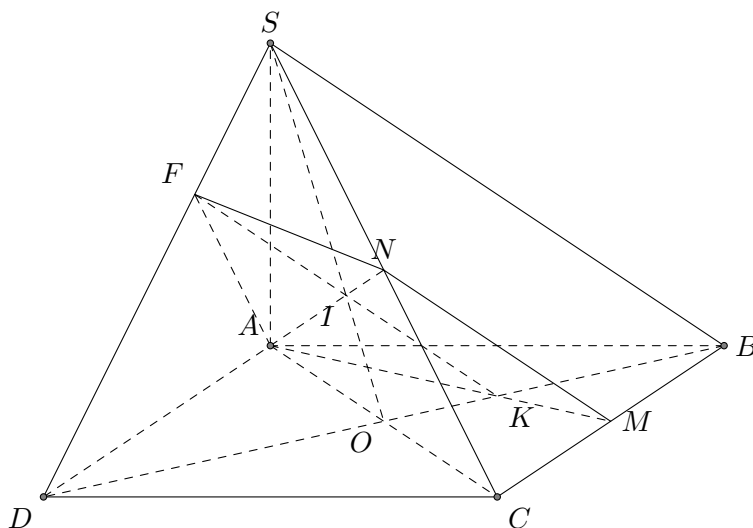
$$\text{Khi đó } S_{SAM} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 6.$$

$$\text{Do đó } SH = \frac{2S_{SAM}}{AM} = \frac{2 \cdot 6}{\sqrt{15}} = \frac{4\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}AM \cdot BC \cdot SH = 4.$$

Chọn đáp án **(C)**

□



Câu 7. Cho tứ diện $S.ABC$ và G là trọng tâm của tứ diện, mặt phẳng quay quanh AG và cắt các cạnh SB, SC tương ứng tại M, N . Giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}$ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

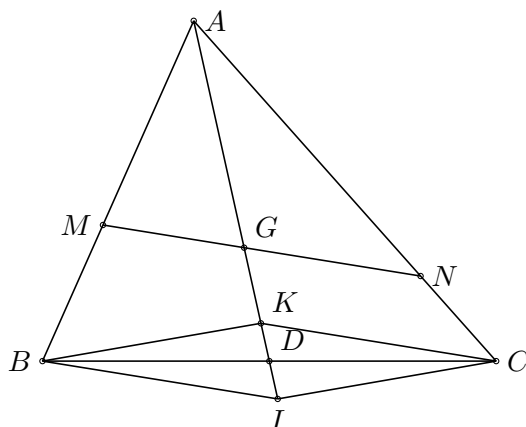
C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Xét bài toán phụ sau:

Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Đường thẳng bất kì đi qua G cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M, N . Khi đó ta có $\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} = 3$.

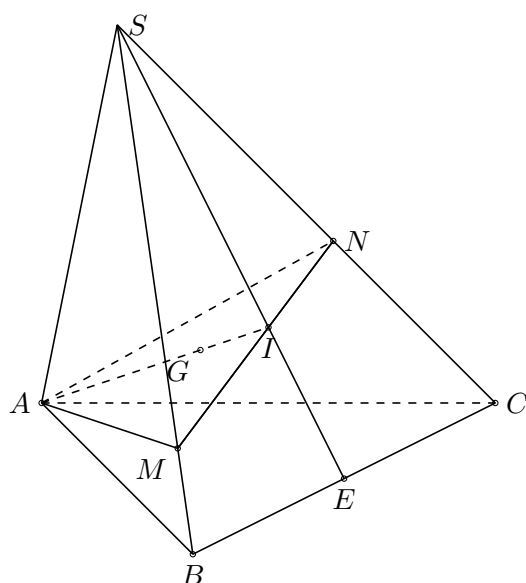


Qua B, C kẻ các đường thẳng song song với MN cắt đường thẳng AG tại K và I . Gọi D là trung điểm BC .

Theo định lý Ta-lét ta có $\frac{AB}{AM} = \frac{AI}{AG}$; $\frac{AC}{AN} = \frac{AK}{AG} \Rightarrow \frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} = \frac{AI + AK}{AG}$.

Mà $\triangle IBD = \triangle KCD$ (g-c-g) $\Rightarrow KD = ID \Rightarrow AI + AK = AD + DI + AK = 2AD = 2 \cdot \frac{3}{2}AG = 3$.

Do đó $\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} = 3$.



Đặt $\frac{SM}{SB} = a$; $\frac{SN}{SC} = b$ ($0 < a, b < 1$).

Lấy E là trung điểm BC . Trong (SAE) , kéo dài AG cắt SE tại I . Khi đó $I \in MN$ và I là trọng tâm tam giác SBC . Khi đó trong tam giác SBC ta luôn có $\frac{SB}{SM} + \frac{SC}{SN} = 3$ (tính chất đã được chứng minh ở trên).

Lại có $\frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = ab$.

Theo bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương ta được $3 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{2}{\sqrt{ab}} \Leftrightarrow ab \geq \frac{4}{9}$.

Từ đó $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = ab \geq \frac{4}{9}$ hay tỉ số $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}$ nhỏ nhất là bằng $\frac{4}{9}$.

☐

A. $\frac{\sqrt{2}}{12}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{27}$.

Ta có $V_{S,MBC} = V_{S,AMBC}$ nên

The diagram shows a tetrahedron with vertices S (top), A (left), B (bottom), and C (right). Point M is on edge AS , and point N is on edge BC . Solid lines connect M to N and S to N . Dashed lines connect A to N and M to C . The length of edge AS is labeled x , the length of edge BC is labeled y , and the length of edge AB is labeled 1 . The length of the dashed line AN is also labeled 1 .

$$MN = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}}.$$

$$V_{S:ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{2} y \sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{x^2}{4} \cdot \frac{y^2}{4} \left(1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}\right)}.$$

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + \left(1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}\right) \geq 3\sqrt[3]{\frac{x^2}{4} \cdot \frac{y^2}{4} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}\right)} \Rightarrow \frac{x^2}{4} \cdot \frac{y^2}{4} \left(1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}\right) \leq \frac{1}{27}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ lớn nhất bằng

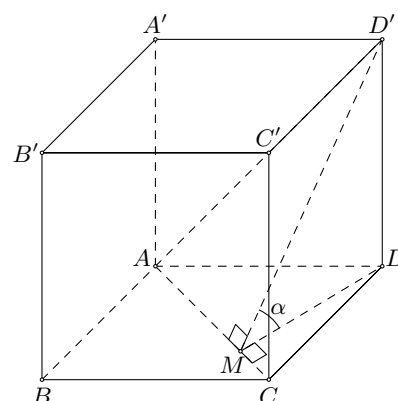
$$V_{S.ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{27}} = \frac{2\sqrt{3}}{27}.$$

☐

$AB = a, BC = a\sqrt{2}, AA' = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$ (tham khảo hình vẽ). Giá trị $\tan \alpha$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. 2. D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.



Lời giải.

Ta có $(ACD') \cap (ABCD) = AC$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kẻ $DM \perp AC$ thì $AC \perp D'M$. Suy ra $\widehat{(ACD'), (ABCD)} = \widehat{DMD'}$.

Tam giác ACD vuông tại D có $\frac{1}{DM^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{DC^2} \Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Tam giác MDD' vuông tại D có $\tan \alpha = \frac{DD'}{MD} = \frac{3}{\sqrt{2}}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 10. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi O là tâm của đáy ABC , d_1 là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) và d_2 là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) . Tính $d = d_1 + d_2$.

A. $d = \frac{2a\sqrt{2}}{11}$.

B. $d = \frac{2a\sqrt{2}}{33}$.

C. $d = \frac{8a\sqrt{2}}{33}$.

D. $d = \frac{8a\sqrt{2}}{11}$.

Lời giải.

Do tam giác ABC đều tâm O suy ra $AO \perp BC$ tại M là trung điểm của BC .

Ta có: $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $MO = \frac{1}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $OA = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Từ giả thiết hình chóp đều suy ra $SO \perp (ABC)$, $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{3a^2}{9}} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Dựng $OK \perp SM$, $AH \perp SM \Rightarrow AH \parallel OK$; $\frac{OK}{AH} = \frac{OM}{AM} = \frac{1}{3}$.

Có $\begin{cases} BC \perp SO \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp OK$.

Có $\begin{cases} OK \perp SM \\ OK \perp BC \end{cases} \Rightarrow OK \perp (SBC)$, $AH \perp (SBC)$ (do $AH \parallel OK$).

Từ đó có $d_1 = d(A, (SBC)) = AH = 3OK$; $d_2 = d(O, (SBC)) = OK$. Trong tam giác vuông OSM

có đường cao OK nên $\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{36}{3a^2} + \frac{9}{24a^2} = \frac{99}{8a^2} \Rightarrow OK = \frac{2a\sqrt{2}}{33}$.

Vậy $d = d_1 + d_2 = 4OK = \frac{8a\sqrt{2}}{33}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S , gọi M là điểm thuộc đường thẳng CD sao cho BM vuông góc với SA . Tính thể tích V của khối chóp $S.BDM$?

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của đoạn CD và AB , ta có

ΔSAB đều $\Rightarrow AB \perp SF \Rightarrow CD \perp SF$ (do $CD \parallel AB$) (1).

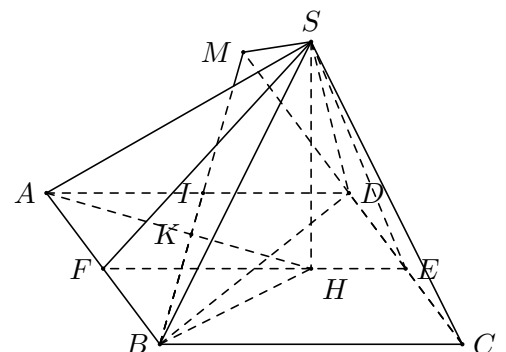
ΔSCD vuông cân tại $S \Rightarrow CD \perp SE$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $CD \perp (SEF) \Rightarrow (SEF) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến EF .

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên EF

$\Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Dựng $BK \perp AH$ tại $K \Rightarrow BK \perp (SAH) \Rightarrow BK \perp SA$.



Gọi $M = BK \cap CD$ ta có $SH \perp (ABCD)$ hay $SH \perp (BDM)$. Suy ra $V_{S.BDM} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\Delta BDM}$.

ΔSCD vuông cân tại $S \Rightarrow SE = \frac{CD}{2} = \frac{a}{2}$; ΔSAB đều cạnh $AB = a \Rightarrow SF = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $EF = a$.

$\Rightarrow SE^2 + SF^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} = a^2 = EF^2 \Rightarrow \Delta SEF$ vuông cân tại S

$$\Rightarrow SH = \frac{SE \cdot SF}{EF} = \frac{\frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{SA^2 - SH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{13}}{4} \text{ và } HF = \sqrt{SF^2 - SH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{16}} = \frac{3a}{4}$$

$$\text{Ta có } BK \cdot AH = HK \cdot AB \Rightarrow BK = \frac{HK \cdot AB}{AH} = \frac{\frac{3a}{4} \cdot a}{\frac{a\sqrt{13}}{4}} = \frac{3a}{\sqrt{13}}$$

ΔKBA và ΔABI là hai tam giác vuông đồng dạng (với $I = BM \cap AD$)

$$\Rightarrow \frac{BI}{AB} = \frac{AB}{BK} \Rightarrow BI = \frac{AB^2}{BK} = \frac{a^2}{\frac{3a}{\sqrt{13}}} = \frac{a\sqrt{13}}{3}$$

$$\Rightarrow AI = \sqrt{BI^2 - AB^2} = \sqrt{\frac{13a^2}{9} - a^2} = \frac{2a}{3} \Rightarrow ID = \frac{a}{3}$$

ΔDIM và ΔAIB là hai tam giác vuông đồng dạng

$$\Rightarrow \frac{DM}{AB} = \frac{DI}{AI} = \frac{\frac{a}{3}}{\frac{2a}{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow DM = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow S_{\Delta BDM} = \frac{1}{2}BC \cdot DM = \frac{1}{2}a \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow V_{S.BDM} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\Delta BDM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 12. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $AA_1 = 2a\sqrt{5}$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi K, I lần lượt là trung điểm của các cạnh CC_1, BB_1 . Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (A_1BK) bằng

A. $a\sqrt{15}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } BC = \sqrt{AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos 120^\circ} = a\sqrt{7}$$

$$A_1B = \sqrt{A_1A^2 + AB^2} = a\sqrt{21}; A_1K = \sqrt{A_1C_1^2 + C_1K^2} = 3a;$$

$$KB = \sqrt{KC^2 + CB^2} = 2a\sqrt{3}$$

$$d(I, (A_1BK)) = \frac{1}{2}d(B_1, (A_1BK)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3V_{B_1A_1BK}}{S_{\Delta A_1BK}}$$

$$\text{Mà } V_{B_1A_1BK} = \frac{1}{2}V_{K.A_1B_1BA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}V_{ABC.A_1B_1C_1}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{5} \cdot \frac{1}{2}a \cdot 2a \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$$

Diện tích tam giác A_1BK bằng

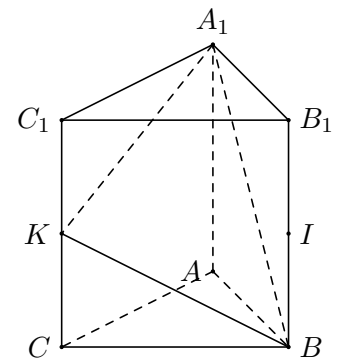
$$S = \sqrt{p(p - 2a\sqrt{3})(p - 3a)(p - a\sqrt{21})} = 3a^2\sqrt{3} \text{ với } p = \frac{2a\sqrt{3} + 3a + a\sqrt{21}}{2}$$

$$\text{Vậy } d(I, (A_1BK)) = \frac{3}{2} \cdot \frac{\frac{a^3\sqrt{15}}{3}}{3a^2\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{5}}{6}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 13. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên



cạnh AA', BB' sao cho M là trung điểm của AA' và $BN = \frac{1}{2}NB'$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P , đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q . Tính thể tích V của khối đa diện $A'MPB'NQ$.

A. $V = \frac{13}{18}$.

B. $V = \frac{23}{9}$.

C. $V = \frac{5}{9}$.

D. $V = \frac{7}{18}$.

Lời giải.

Ta có

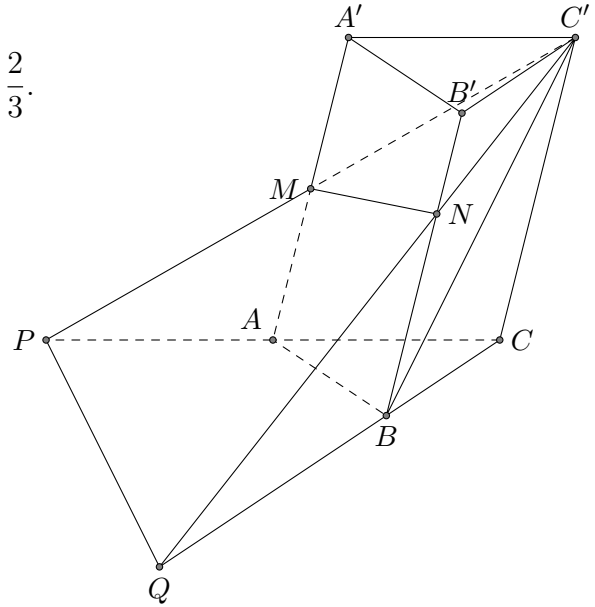
$$V_{C.A'B'C'} = \frac{1}{3}d(C, (A'B'C')) \cdot S_{A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Suy ra } V_{C.ABB'A'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C.A'B'C'} = 2 - \frac{2}{3} =$$

$$\frac{4}{3}.$$

Ta thấy $ABNM$ là hình thang nên

$$\begin{aligned} S_{ABNM} &= \frac{(AM + BN)d(BN; AM)}{2} \\ &= \frac{\left(\frac{AA'}{2} + \frac{BB'}{3}\right) \cdot d(BB', AA')}{2} \\ &= \frac{5}{12}AA' \cdot d(BB', AA'). \end{aligned}$$



Mà

$$S_{ABB'A'} = AA' \cdot d(AA', BB') \Rightarrow S_{ABNM} = \frac{5}{12} \cdot S_{ABB'A'}.$$

Suy ra

$$\begin{aligned} V_{C.ABNM} &= \frac{1}{3}d(C, (ABNM)) \cdot S_{ABNM} \\ &= \frac{1}{3}d(C, (ABB'A')) \cdot \frac{5}{12} \cdot S_{ABB'A'} \\ &= \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{3}d(C, (ABB'A')) \cdot S_{ABB'A'} \\ &= \frac{5}{12} \cdot V_{C.ABB'A'} \\ &= \frac{5}{9}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } V_{CC'B'NMA'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C.ABNM} = 2 - \frac{5}{9} = \frac{13}{9}.$$

$$\text{Ta có } A'M \parallel CC' \Rightarrow \frac{PA'}{PC'} = \frac{A'M}{CC'} = \frac{1}{2} \Rightarrow PA' = \frac{1}{2}PC' = A'C' \Rightarrow PC' = 2A'C'.$$

$$\text{Và } B'N \parallel CC' \Rightarrow \frac{B'N}{CC'} = \frac{QB'}{QC'} = \frac{2}{3} \Rightarrow QC' = 3B'C'.$$

$$\text{Mà } S_{A'B'C'} = \frac{1}{2}C'A' \cdot C'B' \cdot \sin C' \text{ suy ra}$$

$$\Leftrightarrow S_{C'PQ} = \frac{1}{2}C'P \cdot C'Q \cdot \sin C' = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot A'C' \cdot 3B'C' \sin C = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}A'C' \cdot B'C' \cdot \sin C\right) = 6S_{A'B'C'}.$$

$$\text{Ta có } V_{C.C'PQ} = \frac{1}{3}d(C; (A'B'C')) \cdot S_{C'PQ} = \frac{1}{3}d(C; (A'B'C')) \cdot 6S_{A'B'C'} = 6 \cdot V_{C.A'B'C'} = 6 \cdot \frac{2}{3} = 4.$$

$$\text{Từ đó } V_{A'MPB'NQ} = V_{C.C'PQ} - V_{CC'B'NMA'} = 4 - \frac{13}{9} = \frac{23}{9}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 14. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a , Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $A'B'$. Mặt phẳng (MND') chia khối lập phương thành hai khối đa diện, trong đó khối chứa điểm C gọi là (H) . Tính thể tích khối (H) .

A. $\frac{55a^3}{17}$.

B. $\frac{55a^3}{144}$.

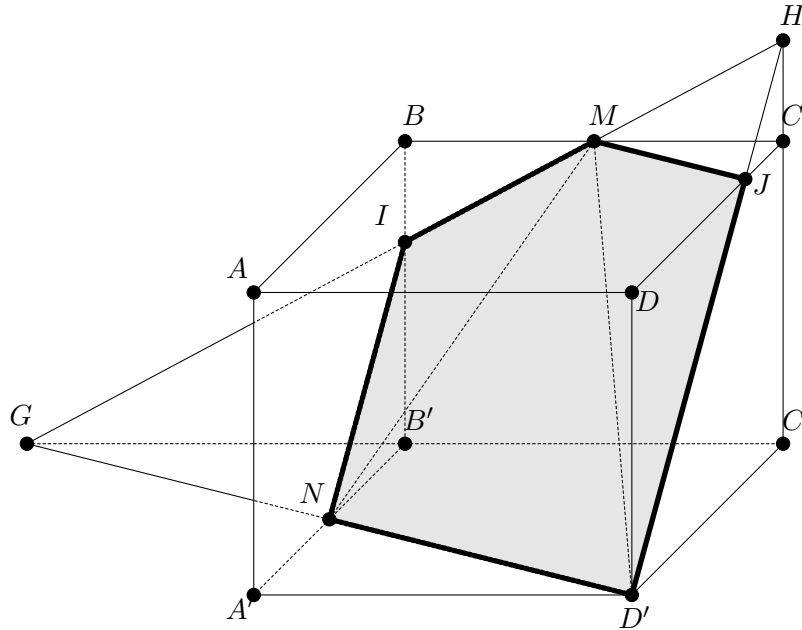
C. $\frac{181a^3}{486}$.

D. $\frac{55a^3}{48}$.

Lời giải.

Phương pháp:

- Dựng thiết diện của hình lập phương khi cắt bởi (MND') .
- Sử dụng phương pháp phân chia khối đa diện để tính thể tích.



Gọi $G = D'N \cap B'C'$, GM cắt BB', CC' lần lượt tại I, H , $HD' \cap DC = J$. Do đó thiết diện là ngũ giác $MJD'NI$.

Thể tích khối đa diện cần tính $V_{(H)} = V_{CMIJNB'C'D'} = V_{H.GD'C'} - V_{H.MCJ} - V_{GB'IN}$.

Vì $NB' \parallel C'D'$ nên $\frac{GB'}{GC'} = \frac{NB'}{C'D'} = \frac{1}{2} \Rightarrow GC' = 2B'C' = 2a$.

Lại có $MB \parallel GB' \Rightarrow \frac{MB}{GB'} = \frac{BI}{IB'} = \frac{1}{2} \Rightarrow IB' = \frac{2}{3}a, IB = \frac{a}{3}$.

Tam giác $\triangle MIB = \triangle MHC \Rightarrow HC = IB = \frac{a}{3}$.

Mà $JC \parallel D'C' \Rightarrow \frac{JC}{D'C'} = \frac{HC}{HC'} = \frac{\frac{a}{3}}{\frac{a}{3} + a} = \frac{1}{4} \Rightarrow JC = \frac{a}{4}$.

Thể tích $V_{H.GD'C'} = \frac{1}{3} \cdot HC' \cdot \frac{1}{2} C'D' \cdot C'G = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}a \cdot 2a \cdot \frac{4}{3} \cdot a = \frac{4}{9}a^3$.

Thể tích $V_{H.CJM} = \frac{1}{3} S_{CMJ} \cdot HC = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{4} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3}{144}$.

Thể tích $V_{I.GB'N} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot B'G \cdot B'N \cdot IB' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{2}{3}a = \frac{a^3}{18}$.

Vậy thể tích khối đa diện (H) là $V_{(H)} = \frac{4}{9}a^3 - \frac{a^3}{144} - \frac{a^3}{18} = \frac{55a^3}{144}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh

$A'B'$ và BC . Mặt phẳng (DMN) chia khối lập phương thành hai khối đa diện. Gọi (H) là khối đa diện chứa đỉnh A và (H') là khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}}.$

- A. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{55}{89}.$ B. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{37}{48}.$ C. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{1}{2}.$ D. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{2}{3}.$

Lời giải.

Dựng được thiết diện như hình vẽ.

Ta có $\frac{SA'}{SA} = \frac{SM}{SI} = \frac{SP}{SD} = \frac{AM}{AI} = \frac{1}{4},$ suy ra

$$\frac{V_{S.AMP}}{V_{S.ADI}} = \frac{1}{64} \Rightarrow V_{AMP.ADI} = \frac{63}{64} \cdot V_{S.ADI}.$$

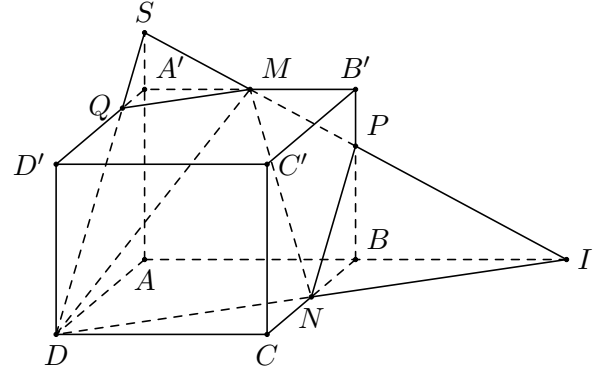
$$V_{S.ADI} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AD \cdot AI \cdot SA = \frac{4a^3}{9}$$

$$\Rightarrow V_{AMP.ADI} = \frac{63}{64} \cdot V_{S.ADI} = \frac{63}{64} \cdot \frac{4a^3}{9} = \frac{7a^3}{16}.$$

$$V_{IPBN} = \frac{1}{6} \cdot BN \cdot BI \cdot BP = \frac{1}{6} \cdot \frac{a}{2} \cdot a \cdot \frac{2a}{3} = \frac{a^3}{18}$$

$$\Rightarrow V_{(H)} = V_{AMP.ADI} - V_{IPBN} = \frac{7a^3}{16} - \frac{a^3}{18} = \frac{55a^3}{144}.$$

$$V_{(H')} = V_{lp} - V_{(H)} = a^3 - \frac{55a^3}{144} = \frac{89a^3}{144} \text{ suy ra } \frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{55}{89}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tại A và D , $AB = AD = 2a$, $CD = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi I là trung điểm của AD , biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{3\sqrt{17}}{5}a^3.$ B. $\frac{3\sqrt{23}}{5}a^3.$ C. $\frac{3\sqrt{15}}{5}a^3.$ D. $\frac{3\sqrt{19}}{5}a^3.$

Lời giải.

Theo giả thuyết, ta có $SI \perp (ABCD).$

Gọi K là trung điểm của AB ta suy ra

$ADCK$ là hình chữ nhật.

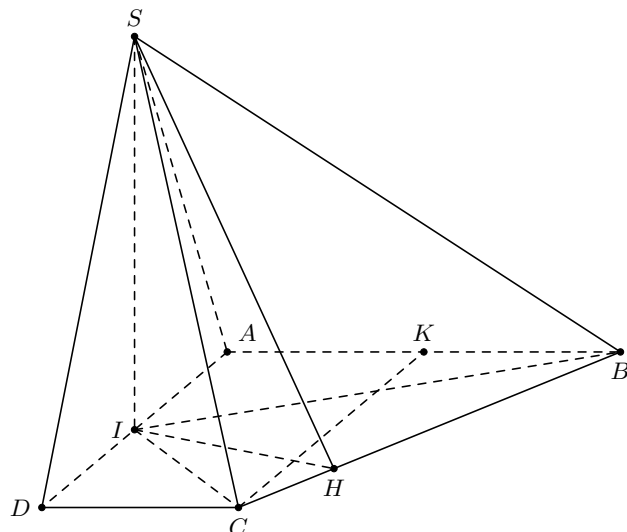
$$\Rightarrow \begin{cases} CK \perp AB \\ BC = \sqrt{CK^2 + KB^2} = a\sqrt{5} \end{cases}$$

Dựng $IH \perp BC$ tại H , ta suy ra

$$\widehat{(SBC), (ABCD)} = \widehat{SHI} = 60^\circ.$$

Ta có

$$\begin{aligned} S_{\triangle BCI} &= S_{ABCD} - S_{\triangle ABI} - S_{\triangle DCI} \\ &= 3a^2 - a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2}. \end{aligned}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} IH = \frac{2S_{\triangle BCI}}{BC} = \frac{3a^2}{a\sqrt{5}} \\ SI = IH \tan 60^\circ = \frac{3a\sqrt{15}}{5} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ABCD} = \frac{3a^3\sqrt{15}}{5}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 17. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = BD = CD = 1$. Khi thể tích khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất thì khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Đặt $BC = x$, $AD = y$ ($x, y > 0$).

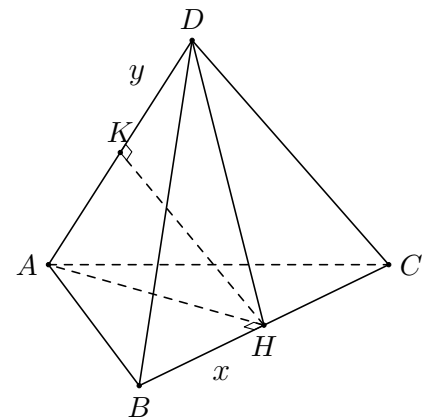
Gọi H , K lần lượt là trung điểm của BC và AD . Do các tam giác ABC và DBC cân tại A và D nên $AH \perp BC$, $DH \perp BC \Rightarrow BC \perp (ADH) \Rightarrow BC \perp HK$.

Mặt khác, các tam giác ABC , DBC bằng nhau nên $AH = DH \Rightarrow HK \perp AD$ hay $HK = d(AD, BC)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{2} \\ HK = \sqrt{AH^2 - AK^2} = \frac{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Thể tích khối chóp } ABCD \text{ là } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot BC \cdot S_{\triangle HAD} = \frac{1}{12}xy\sqrt{4 - x^2 - y^2}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có



$$V_{ABCD} = \frac{1}{12}xy\sqrt{4 - x^2 - y^2} = \frac{1}{12}\sqrt{x^2y^2(4 - x^2 - y^2)} \leq \frac{1}{12}\sqrt{\left(\frac{x^2 + y^2 + 4 - x^2 - y^2}{3}\right)^3} = \frac{2\sqrt{3}}{27}.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi chỉ khi } x^2 = y^2 = 4 - x^2 - y^2 \Leftrightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Do đó, } \max V_{ABCD} = \frac{2\sqrt{3}}{27} \Leftrightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}. \text{ Khi đó, } HK = \frac{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } d(AD, BC) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $AC = 2a\sqrt{3}$, $BD = 2a$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Biết khoảng cách từ tâm O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$, tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = a^2\sqrt{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD , theo giả thuyết ta có

$SO \perp (ABCD)$.

Dựng $OH \perp AB$ tại H , ta có $AB \perp (SOH)$

$\Rightarrow (SAB) \perp (SOH)$ (giao tuyến SH).

Dựng $OK \perp SH$ tại K , ta có $SK \perp (SAB)$

$$\Rightarrow OK = d(O, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Vì $ABCD$ là hình thoi nên $OA \perp OB$ và

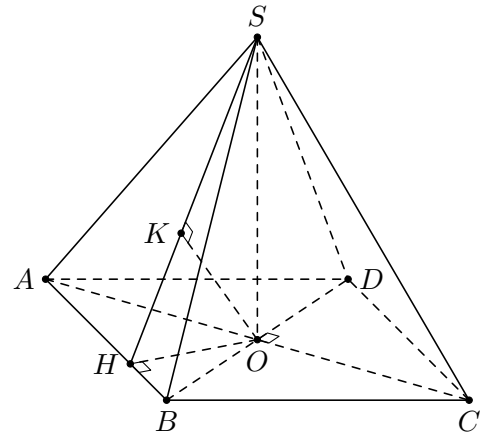
$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$$

$$\text{suy ra } \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{OK^2} - \frac{1}{OA^2} - \frac{1}{OB^2} = \frac{4}{a^2} \Rightarrow SO = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot 2a^2\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều và có $SA = SB = SC = 1$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{12}.$

B. $V_{\max} = \frac{1}{6}.$

C. $V_{\max} = \frac{1}{12}.$

D. $V_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{12}.$

Lời giải.

Gọi H là trọng tâm tam giác đều ABC , theo giả thuyết suy ra

$SH \perp (ABC)$.

$$\text{Đặt } AB = x \Rightarrow AH = \frac{x\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SH = \sqrt{1 - \frac{3x^2}{9}} = \frac{\sqrt{9 - 3x^2}}{3} \text{ và}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{9 - 3x^2}}{3} \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{12} x^2 \sqrt{3 - x^2}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta được

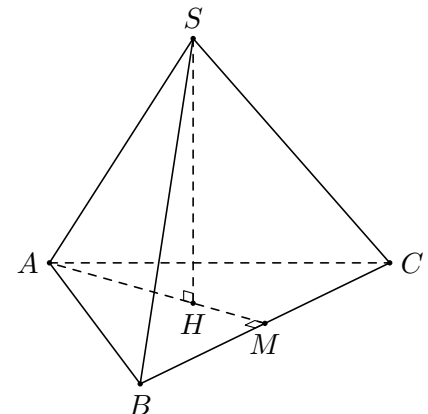
$$V_{S.ABC} = \frac{1}{12\sqrt{2}} \sqrt{x^2 x^2 (6 - 2x^2)} \leq \frac{1}{12\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{x^2 + x^2 + 6 - 2x^2}{3}\right)^3} = \frac{1}{6}.$$

Dấu “=” xảy ra khi chỉ khi $x^2 = 6 - 2x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$.

Vậy $\max V_{S.ABC} = \frac{1}{6}$ khi chỉ khi $AB = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 20. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SD, DC . Thể tích khối tứ diện $ACMN$ là

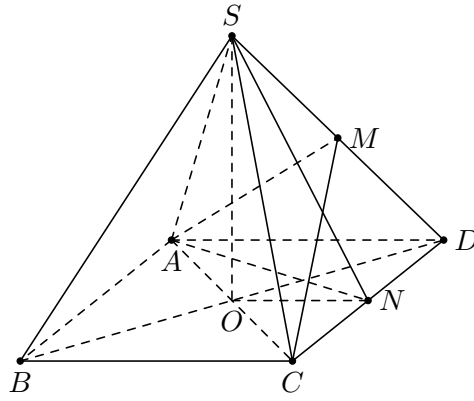
A. $\frac{a^3}{8}.$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}.$

Lời giải.



Gọi O là tâm mặt đáy, suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Góc giữa mặt bên và mặt đáy là $\widehat{SNO} = 60^\circ$.

$$SO = ON \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vì } M \text{ là trung điểm của } SD \text{ nên } d(M, (ACN)) = \frac{1}{2}d(S, (ABCD)) = \frac{1}{2}SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$S_{ANC} = \frac{1}{2}S_{ACD} = \frac{1}{4}S_{ABCD} = \frac{1}{4} \cdot (2a)^2 = a^2.$$

$$\text{Vậy } V_{ACMN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án  □

Câu 21. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có khoảng cách từ tâm O của đáy đến (SCD) bằng $2a$, a là hằng số dương. Đặt $AB = x$, giá trị của x để thể tích $S.ABCD$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $\sqrt{3}a$.

B. $2\sqrt{6}a$.

C. $\sqrt{2}a$.

D. $\sqrt{6}a$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, hạ $OI \perp CD$ (1). Do giả thiết $SO \perp (ABCD)$ suy ra $SO \perp OI$

và $SO \perp CD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $CD \perp (SOI)$.

Trong mặt phẳng (SOI) kẻ $OH \perp SI$, từ chứng minh trên ta suy ra $CD \perp OH$.

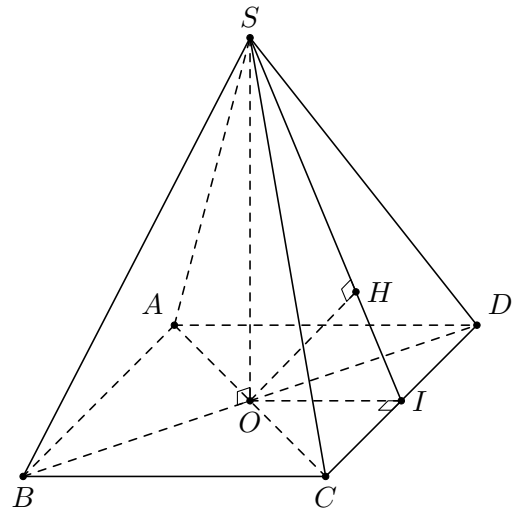
$$\text{Khi đó } \begin{cases} OH \perp CD \\ OH \perp SH \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD).$$

Nên $d(O, (SCD)) = OH$.

Do $AB = x$ nên $OI = \frac{x}{2}$, trong tam giác SOI ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{OH^2} &= \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{OI^2} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{4a^2} - \frac{1}{\frac{x^2}{4}} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{4a^2} - \frac{4}{x^2} \\ &\Leftrightarrow SO^2 = \frac{4a^2x^2}{x^2 - 16a^2} \Leftrightarrow SO = \sqrt{\frac{4a^2x^2}{x^2 - 16a^2}}. \end{aligned}$$

$$\text{Gọi } V \text{ là thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ ta có } V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{4a^2x^2}{x^2 - 16a^2}} \cdot x^2 = \frac{2ax^3}{3\sqrt{x^2 - 16a^2}}.$$



Xét hàm số $f(x) = \frac{2ax^3}{3\sqrt{x^2 - 16a^2}}$ trên khoảng $(4a; +\infty)$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3ax^2\sqrt{x^2 - 16a^2} - \frac{ax^4}{\sqrt{x^2 - 16a^2}}}{(x^2 - 16a^2)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2ax^4 - 48a^3x^2}{(x^2 - 16a^2) \cdot \sqrt{x^2 - 16a^2}}.$$

Xét $f'(x) = 0$ suy ra

$$\begin{aligned} 2ax^4 - 48a^3x^2 = 0 &\Leftrightarrow 2ax^2(x^2 - 24a^2) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 24a^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2\sqrt{6}a \\ x = -2\sqrt{6}a \end{cases} \Rightarrow x = 2\sqrt{6}a. \end{aligned}$$

$$\text{Mà } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2ax^3}{3\sqrt{x^2 - 16a^2}} = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow 4a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4a^+} \frac{2ax^3}{3\sqrt{x^2 - 16a^2}} = +\infty$$

Ta có bảng biến

x	$4a$	$2\sqrt{6}a$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$16\sqrt{3}a^3$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $\min_{x \in (4a; +\infty)} f(x) = 16\sqrt{3}a^3$ khi $x = 2\sqrt{6}a$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 22. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Các điểm A', C' thỏa mãn $\overrightarrow{SA'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA}$, $\overrightarrow{SC'} = \frac{1}{5}\overrightarrow{SC}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $A'C'$ cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại B', D' và đặt $k = \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}}$. Giá trị nhỏ nhất của k là

A. $\frac{4}{15}$.

B. $\frac{1}{30}$.

C. $\frac{1}{60}$.

D. $\frac{\sqrt{15}}{16}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD ; I là giao điểm của SO và $A'C'$.

Do giả thiết ta có $V_{SABC} = V_{SADC} = \frac{1}{2}V_{SABCD}$.

Mà $V_{SA'B'C'D'} = V_{SA'B'C'} + V_{SA'D'C'}$.

Mặt khác ta có

$$\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{SB'}{SB} = \frac{1}{15} \cdot \frac{SB'}{SB}.$$

Tương tự

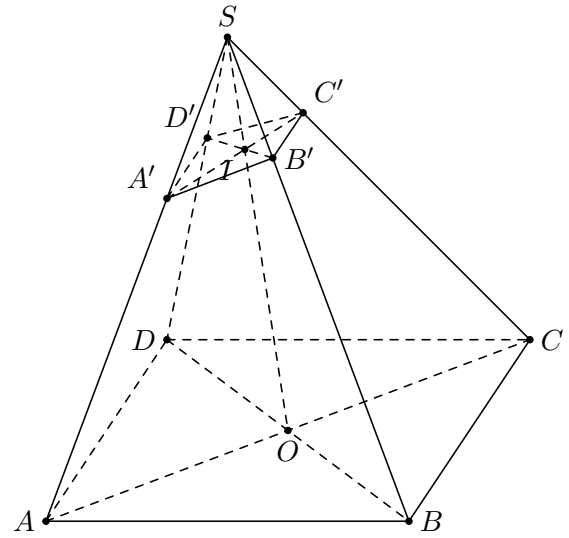
$$\frac{V_{SA'D'C'}}{V_{SADC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{15} \cdot \frac{SD'}{SD}.$$

Khi đó

$$\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}} + \frac{V_{SA'D'C'}}{V_{SADC}} = \frac{2V_{SA'B'C'}}{V_{SABCD}} + \frac{2V_{SA'D'C'}}{V_{SABCD}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{15} \cdot \frac{SB'}{SB} + \frac{1}{15} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{2V_{SA'B'C'D'}}{V_{SABCD}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{30} \cdot \left(\frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \right) = k$$



Mặt khác ta có

$$\frac{S_{\triangle SA'I}}{S_{\triangle SAO}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SI}{SO} = \frac{1}{3} \cdot \frac{SI}{SO} \text{ và } \frac{S_{\triangle SC'I}}{S_{\triangle SCO}} = \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SI}{SO} = \frac{1}{5} \cdot \frac{SI}{SO}.$$

Mà $S_{\triangle SAO} = S_{\triangle SCO} = \frac{1}{2} \cdot S_{\triangle SAC}$ nên

$$\frac{S_{\triangle SA'I}}{S_{\triangle SAO}} + \frac{S_{\triangle SC'I}}{S_{\triangle SCO}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{SI}{SO} + \frac{1}{5} \cdot \frac{SI}{SO} = \frac{8}{15} \cdot \frac{SI}{SO}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2S_{\triangle SA'I}}{S_{\triangle SAC}} + \frac{2S_{\triangle SC'I}}{S_{\triangle SAC}} = \frac{8}{15} \cdot \frac{SI}{SO}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2S_{\triangle SA'C'}}{S_{\triangle SAC}} = \frac{8}{15} \cdot \frac{SI}{SO}$$

$$\Leftrightarrow \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{4}{15} \cdot \frac{SI}{SO} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{15} \cdot \frac{SI}{SO} \Leftrightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{1}{4} \quad (1).$$

Chúng minh tương tự

$$\Leftrightarrow \frac{2S_{\triangle SB'D'}}{S_{\triangle SBD}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SI}{SO} + \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SI}{SO}$$

$$\Leftrightarrow \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{SI}{SO} \cdot \left(\frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \right) \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \right) \quad (*).$$

$$\text{Để chứng minh được } \left(\frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \right)^2 \geq 4 \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SD'}{SD} \quad (**).$$

$$\text{Từ (*) và (**) suy ra } \left(\frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \right)^2 \geq \frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \Leftrightarrow \frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \geq 1.$$

$$\text{Do đó } 30k \geq 1 \Leftrightarrow k \geq \frac{1}{30}. \text{ Nên min } k = \frac{1}{30}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 23. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Mặt phẳng (P) chứa cạnh BC và cắt cạnh AD tại E . Biết góc giữa hai mặt phẳng (P) và (BCD) có số đo α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{5\sqrt{2}}{7}$. Gọi thể tích của hai tứ diện $ABCE$ và tứ diện $BCDE$ lần lượt là V_1 và V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{3}{8}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{5}{8}$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác BCD , I là trung điểm của BC .

Gọi F là giao điểm của AG và IE .

Lấy điểm K trên EI sao cho $GK \parallel AD$.

Do $ABCD$ là tứ diện đều cạnh a nên $GI = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $AG = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Ta có (P) chính là mặt phẳng (EBC) .

$\Rightarrow ((P), (BCD)) = (EI, DI) = \widehat{EID} = \widehat{FIG} = 60^\circ$.

Theo giả thiết $\tan \alpha = \frac{5\sqrt{2}}{7}$ nên $GF = GI \tan \alpha = \frac{5a\sqrt{6}}{42}$

và $AF = AG - GF = \frac{3a\sqrt{6}}{14}$. Suy ra $\frac{GF}{AF} = \frac{5}{9}$.

Do $GK \parallel AD$ nên $\frac{GK}{AE} = \frac{GF}{AF} = \frac{5}{9}$, $\frac{GK}{DE} = \frac{GI}{DI} = \frac{1}{3}$.

Do đó $\frac{AE}{DE} = \frac{3}{5}$. Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{AE}{DE} = \frac{3}{5}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 24. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, gọi B' và D' theo thứ tự là trung điểm các cạnh SB, SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt cạnh SC tại C' . Tính tỷ số thể tích của hai khối đa diện được chia ra bởi mặt phẳng $(AB'D')$

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{12}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$ và SO cắt $B'D'$ tại I .

Nối AI cắt SC tại C' nên A, B', C', D' đồng phẳng

Đặt $V_{S.ABCD} = V \Rightarrow V_{S.ACD} = V_{S.ABC} = \frac{V}{2}$.

Ta có $\frac{V_{S.AC'D'}}{V_{S.ACD}} = \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD}$

và $\frac{V_{S.AC'B'}}{V_{S.ACB}} = \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SB'}{SB}$.

Do đó,

$\frac{V_{S.AC'D'}}{V_{S.ACD}} + \frac{V_{S.AC'B'}}{V_{S.ACB}} = \frac{SC'}{SC} \cdot \left(\frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \right)$.

Hay $\frac{2V_{S.AC'B'}}{V} + \frac{2V_{S.AC'D'}}{V} = \frac{SC'}{SC}$.

Ta có $B'D' = \frac{1}{2}BD \Rightarrow SI = \frac{1}{2}SO$.

Xét tam giác $\triangle SCO$ có C', I, A thẳng hàng nên áp dụng định lý Mê-nê-la-útýt ta có

$$\frac{C'S}{C'C} \cdot \frac{AC}{AO} \cdot \frac{IO}{IS} = 1 \Leftrightarrow \frac{C'S}{C'C} \cdot 2 \cdot 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3}.$$

Suy ra $\frac{2V_{S.AB'C'D'}}{V} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow V_{S.AB'C'D'} = \frac{V}{6} \Rightarrow V_{AB'C'D'BCD} = V - \frac{V}{6} = \frac{5V}{6}$.

Vậy tỷ số thể tích của hai khối đa diện được chia ra bởi $(AB'D')$ là $\frac{V_{S.AB'C'D'}}{V_{AB'C'D'BCD}} = \frac{V}{6} : \frac{5V}{6} = \frac{1}{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 25. Cho tứ diện $ABCD$, trên các cạnh BC, BD, AC lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $BC = 3BM, BD = \frac{3}{2}BN, AC = 2AP$. Mặt phẳng (MNP) chia khối tứ diện $ABCD$ thành 2 phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{26}{19}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{19}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{15}{19}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{26}{13}$.

Lời giải.

Gọi $E = MN \cap CD$ và $Q = AD \cap PE$.

Khi đó thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (MNP) là tứ giác $MNPQ$.

Từ đó ta có $V_{ABMNQP} = V_{ABMN} + V_{AMNP} + V_{ANPQ}$. (*)

Áp dụng định lý Menelaus trong tam giác BCD ta có:

$$\frac{MB}{MC} \cdot \frac{EC}{ED} \cdot \frac{ND}{NB} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{EC}{ED} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{EC}{ED} = 4$$

Áp dụng định lý Menelaus trong tam giác ACD ta có:

$$\frac{PA}{PC} \cdot \frac{EC}{ED} \cdot \frac{QD}{QA} = 1 \Rightarrow 1 \cdot 4 \cdot \frac{QD}{QA} = 1 \Rightarrow \frac{QD}{QA} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Ta có } \frac{S_{BMN}}{S_{BCD}} = \frac{BM}{BC} \cdot \frac{BN}{BD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \Rightarrow \frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}} = \frac{2}{9} \Rightarrow V_{ABMN} = \frac{2}{9}V_{ABCD}. \quad (1)$$

$$\text{Lại có } \frac{S_{NMC}}{S_{DBC}} = \frac{d(N; BC) \cdot MC}{d(D; BC) \cdot BC} = \frac{NB}{DB} \cdot \frac{MC}{BC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{V_{AMNC}}{V_{ABCD}} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{AMNC} = \frac{4}{9}V_{ABCD}.$$

$$\text{Do đó } \frac{V_{AMNP}}{V_{AMNC}} = \frac{AP}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{1}{2}V_{AMNC} = \frac{2}{9}V_{ABCD}. \quad (2)$$

$$\text{Lại có } \frac{S_{CND}}{S_{CBD}} = \frac{DN}{DB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{V_{ACDN}}{V_{ABCD}} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{ACDN} = \frac{1}{3}V_{ABCD}.$$

$$\text{Do đó } \frac{V_{APQN}}{V_{ACDN}} = \frac{AP}{AC} \cdot \frac{AQ}{AD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow V_{APQN} = \frac{2}{5}V_{ACDN} = \frac{2}{15}V_{ABCD}. \quad (3)$$

$$\text{Thay (1), (2) và (3) vào (*), ta có } V_{ABMNQP} = \frac{2}{9}V_{ABCD} + \frac{2}{9}V_{ABCD} + \frac{2}{15}V_{ABCD} = \frac{26}{45}V_{ABCD}.$$

$$\text{Gọi } V_1 = V_{ABMNQ} \text{ và } V_2 \text{ là thể tích phần còn lại ta có } \frac{V_1}{V_2} = \frac{26}{19}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAD vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $AB = a, SA = 2SD$, mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{15a^3}{2}$. B. $\frac{3a^3}{2}$. C. $\frac{5a^3}{2}$. D. $5a^3$.

Lời giải.

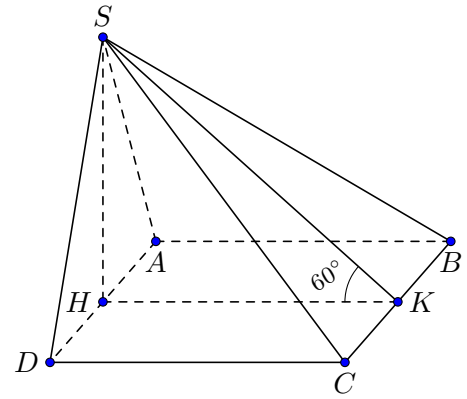
Kẻ $SH \perp AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

$$\rightarrow ((SBC); (ABCD)) = \widehat{SKH} = 60^\circ.$$

$$\rightarrow SH = HK \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$\rightarrow \frac{1}{\frac{SH^2}{2}} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SD^2} \Rightarrow \frac{1}{\frac{3a^2}{2}} = \frac{5}{4SD^2} \Rightarrow SD = \frac{\sqrt{15}a}{2}, SA = a\sqrt{15}, AD = \frac{5\sqrt{3}a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.a.\frac{5\sqrt{3}a}{2} = \frac{5a^3}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 27. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 2a$, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy bằng 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $a^3\sqrt{2}$. B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

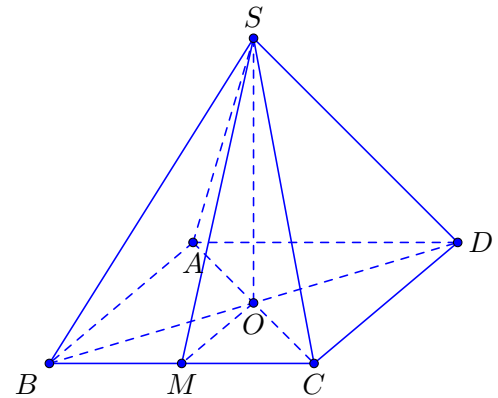
Lời giải.

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm của } BC \Rightarrow \begin{cases} SM \perp BC \\ OM \perp BC \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } ((SBC); (ABCD)) = (SM; OM) = \widehat{SMO} = 45^\circ.$$

$$\text{Vì } AC = 2a \text{ nên } AB = BC = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = OM = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} (a\sqrt{2})^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 28. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi M là trung điểm SC , mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD chia khối chóp thành 2 khối đa diện. Đặt V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện có chứa đáy. Tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

Lời giải.

Nhìn hình vẽ ta thấy $V_1 = V_{S.MIAG}$.

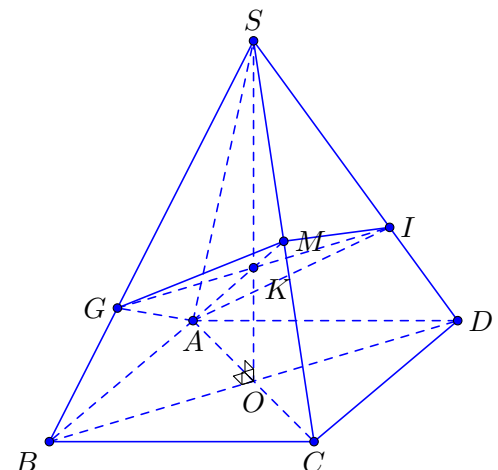
$$\text{Gọi } V_{S.ABCD} = V \Rightarrow V_{S.ABC} = V_{S.ADC} = \frac{V}{2}.$$

$$\text{Có } \frac{V_{S.AGM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SG}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AGM} = \frac{V}{6}.$$

$$\text{Có } \frac{V_{S.AMI}}{V_{S.ADC}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SI}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.AMI} = \frac{V}{6} \Rightarrow V_{S.MIAG} = \frac{V}{3} \Rightarrow V_2 = V - \frac{V}{3} = \frac{2}{3}V \Rightarrow$$

$$\frac{V_1}{V_2} = 2.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 29. Một khối lăng trụ tam giác có thể phân chia ít nhất thành n khối tứ diện có thể tích bằng nhau. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. 8.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

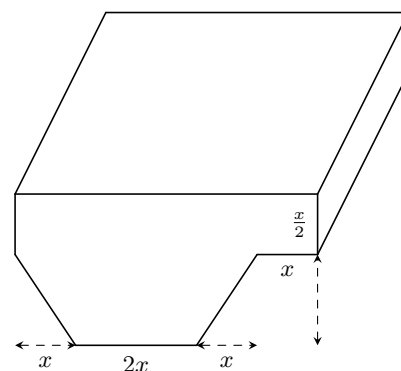
Vì thể tích khối lăng trụ $V_1 = Bh$ và thể tích khối chóp (tứ diện) $V_2 = \frac{1}{3}Bh$ suy ra $V_1 = 3V_2$ nên ít nhất ta có thể chia lăng trụ thành ba khối tứ diện (vì chiều cao lớn nhất của khối tứ diện bằng chiều cao lăng trụ và diện tích đáy lớn nhất của tứ diện bằng diện tích đáy lăng trụ).

Chọn đáp án **B**

□

Câu 30.

Người ta muốn xây dựng một bể bơi (hình vẽ bên) có thể tích là $V = \frac{968}{4 + 2\sqrt{2}} (m^3)$. Khi đó giá trị thực của x để diện tích xung quanh của bể bơi là nhỏ nhất thuộc khoảng nào sau đây?



A. (0; 3).

B. (3; 5).

C. (5; 6).

D. (2; 4).

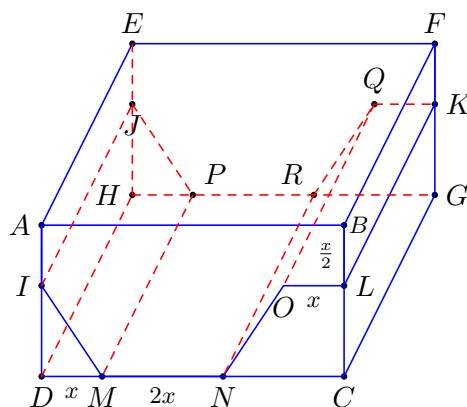
Lời giải.

Gọi chiều cao của khối lăng trụ bể bơi là h .

Ta có

$$\begin{aligned} V &= S \cdot h \\ &= \left(5x \cdot \frac{3x}{2} - \frac{x \cdot x}{2} - \frac{2x + x}{2} \right) \cdot h \\ &= \frac{11x^2}{2} \\ \Rightarrow h &= \frac{2V}{11x^2} \end{aligned}$$

Diện tích xung quanh của bể bơi là



$$\begin{aligned} S_{xq} &= S_{AIJE} + S_{IMPJ} + S_{MNP R} + S_{NOQR} + S_{OLKQ} + S_{BLKF} + 2S_{MNIABLON} \\ &= \frac{x}{2} \cdot h + x\sqrt{2} \cdot h + 2x \cdot h + x\sqrt{2} \cdot h + xh + \frac{x}{2} \cdot h + 2 \cdot \frac{11x^2}{2} \\ &= (4 + 2\sqrt{2})xh + 2 \cdot \frac{11x^2}{2} \\ &= (4 + 2\sqrt{2}) \cdot \frac{2V}{11x} + 11x^2. \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số ta có

$$S_{xq} = \frac{(4 + 2\sqrt{2})V}{11x} + \frac{(4 + 2\sqrt{2})V}{11} + 11x^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{(4 + 2\sqrt{2})^2 \cdot V^2}{11}}.$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } \min S_{xq} &= 3\sqrt[3]{\frac{(4 + 2\sqrt{2})^2 \cdot V^2}{11}} \text{ khi và chỉ khi} \\ \frac{(4 + 2\sqrt{2})V}{11x} &= 11x^2 \Rightarrow x^3 = \frac{(4 + 2\sqrt{2})V}{121} = 8 \Rightarrow x = 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$. Biết $SA = a$ và vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng φ , với $\cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{5}}$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{4}{3}a^3$.

B. $\frac{2}{3}a^3$.

C. $2a^3$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi $AD = x$ ($x > 0$).

Kẻ $AH \perp SB$, $AK \perp SD$ để dàng chứng minh được $AH \perp (SBC)$, $AK \perp (SCD) \Rightarrow ((SBC), (SCD)) = (AH, AK)$.

Trong tam giác SBC ta có

$$\begin{aligned}\cos BSD &= \frac{SB^2 + SD^2 - BD^2}{2SB \cdot SD} \\ &= \frac{2a^2 + (a^2 + x^2) - (a^2 + x^2)}{2 \cdot a\sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 + x^2}} \\ &= \frac{a}{\sqrt{2}\sqrt{a^2 + x^2}}.\end{aligned}$$

Trong tam giác SAD có $SK = \frac{SA^2}{SD} = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + x^2}}$.

Xét tam giác AHK có

$$\begin{aligned}HK^2 &= SH^2 + SK^2 - 2SH \cdot SK \cdot \cos BSD \\ &= \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{a^4}{a^2 + x^2} - 2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + x^2}} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}\sqrt{a^2 + x^2}} \\ &= \frac{a^2}{2} \Rightarrow AH = \frac{a}{\sqrt{2}}.\end{aligned}$$

Xét tam giác AHK có $AK = \frac{SA \cdot AD}{SD} = \frac{a \cdot x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ $\cos HAK = \frac{AH^2 + AK^2 - HK^2}{2AH \cdot AK}$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{2a^2}{4} + \frac{a^2x^2}{a^2 + x^2} - \frac{a^2}{2}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{x}{\sqrt{2}\sqrt{a^2 + x^2}} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{x^2}{2a^2 + 2x^2} \Rightarrow x = 2a.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 2a \cdot a = \frac{2a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 1$, $SB = 2$, $SC = 3$ và $\widehat{ASB} = 60^\circ$, $\widehat{BSC} = 120^\circ$, $\widehat{CSA} = 90^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

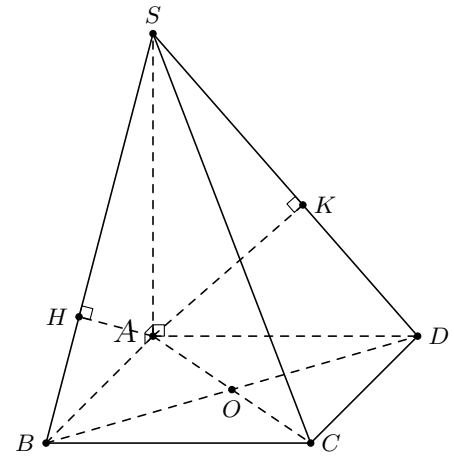
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.



Trên cạnh SB , SC lần lượt lấy điểm M , N sao cho $SM = SN = 1$.
Ta có $AM = 1$, $AN = \sqrt{2}$, $MN = \sqrt{3}$ nên tam giác AMN vuông tại A .

Hình chóp $S.AMN$ có $SA = SM = SN = 1$ nên hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (AMN) là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông AMN và đó là điểm trung điểm I của MN .

Trong $\triangle SIM$, $SI = \sqrt{SM^2 - IM^2} = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1}{2}$.

Khi đó,

$$V_{S.AMN} = \frac{1}{3}SI \cdot S_{AMN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{12}.$$

Ta có

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow V_{S.ABC} = 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

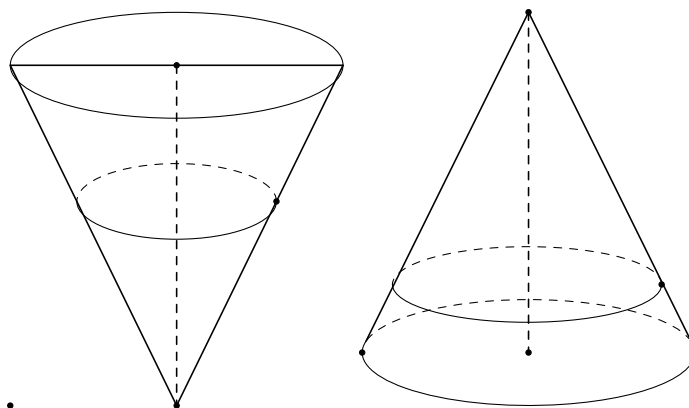
Câu 33. Một cái phễu có dạng hình nón chiều cao của phễu là 30cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 15cm. Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng với giá trị nào sau đây?

A. 1,553cm.

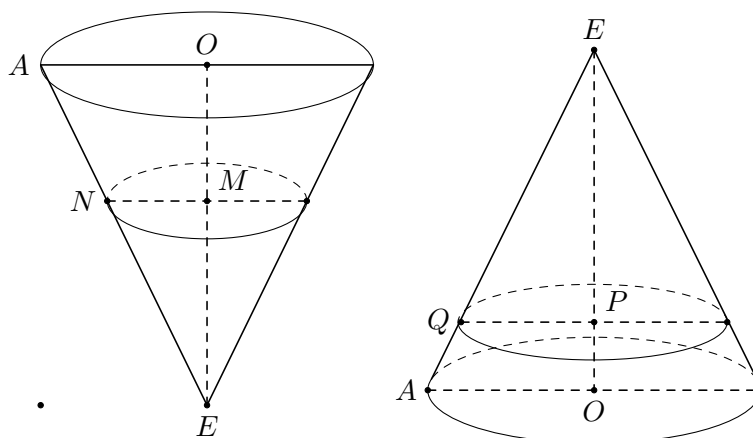
B. 1,306cm.

C. 1,233cm.

D. 15cm.



Lời giải.



— Phễu có dạng hình nón, gọi E là đỉnh, đáy là đường tròn tâm O , bán kính OA chiều cao $OE = 30\text{cm}$.

— Gọi V là thể tích của khối nón có đỉnh E đáy là đường tròn tâm O , bán kính OA . Ta có $V = \frac{1}{3}\pi \cdot OA^2 \cdot OE = 10\pi OA^2$.

- Gọi M là trung điểm của đoạn OE , N là trung điểm của EA . Khi đổ nước vào phễu chiều cao của cột nước là $EM = 15\text{cm}$. Gọi V_1 là thể tích của khối nón có đỉnh E , đáy là đường tròn tâm M , bán kính MN . Thể tích nước là $V_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot MN^2 \cdot EM = 5\pi \cdot MN^2 = \frac{5}{4}\pi \cdot OA^2 \Rightarrow V_1 = \frac{1}{8}V$.
- Khi bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên, chiều cao của cột nước là OP . Gọi V_2 là thể tích của khối nón có đỉnh E , đáy là đường tròn tâm P , bán kính PQ . Ta có

$$V_2 = V - V_1 = \frac{7}{8}V \Leftrightarrow \frac{V_2}{2} = \frac{7}{8} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{3}\pi \cdot PQ^2 \cdot PE}{\frac{1}{3}\pi \cdot OA^2 \cdot OE} = \frac{7}{8} \Leftrightarrow \frac{PQ^2 PE}{OA^2 \cdot OE} = \frac{7}{8} \quad (1).$$

- Ta có $\triangle PEQ$ vuông tại P và $\triangle OEA$ vuông tại O . Ta có $\widehat{OEA} = \widehat{PEQ} \Rightarrow \triangle PEQ$ và $\triangle OEA$ đồng dạng nên $\frac{PQ}{OA} = \frac{PE}{OE}$. Do đó

$$\begin{aligned} (1) \Leftrightarrow \left(\frac{PE}{OE}\right)^3 &= \frac{7}{8} \Leftrightarrow \frac{PE}{OE} = \frac{\sqrt[3]{7}}{2} \Leftrightarrow \frac{OE - OP}{OE} = \frac{\sqrt[3]{7}}{2} \\ &\Leftrightarrow DP = OE \left(1 - \frac{\sqrt[3]{7}}{2}\right) = 30 \left(1 - \frac{\sqrt[3]{7}}{2}\right) \approx 1,306. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SC = x$ ($0 < x < a\sqrt{3}$), các cạnh còn lại đều bằng a . Biết rằng thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất khi và chỉ khi $x = \frac{a\sqrt{m}}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m + 2n = 10$. B. $2m^2 - 3n < 15$. C. $m^2 - n = 30$. D. $4m - n^2 = -20$.

Lời giải.

Phương pháp:

- +) Chứng minh hình chiếu vuông của S trên $(ABCD)$ trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD .
- +) Chứng minh tam giác SAC vuông tại S , tính AC .
- +) Tính BD .
- +) Sử dụng công thức tính thể tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD$.

Cách giải:

Vì $SA = SB = SD = a$ nên hình chiếu vuông của S trên $(ABCD)$ trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD . Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Do tam giác ABD cân tại $A \Rightarrow H \in AC$.

Dễ dàng chứng minh được: $\triangle SBD = \triangle ABD$ (c.c.c)

$\Rightarrow SO = AO = \frac{AC}{2} \Rightarrow \triangle SAC$ vuông tại S (Tam giác có trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy) $\Rightarrow AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = \sqrt{a^2 + x^2}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAC có $SH = \frac{SA \cdot SC}{AC} = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}}$.

Ta có $OA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + x^2} \Rightarrow OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2 + x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3a^2 - x^2}}{2}$
 $\Rightarrow BD = \sqrt{3a^2 - x^2}$.

Do $ABCD$ là hình thoi $\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD$.

Khi đó ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}} \cdot \sqrt{a^2 + x^2} \cdot \sqrt{3a^2 - x^2} = \frac{1}{6}ax\sqrt{3a^2 - x^2}$.

Áp dụng BDT Cô-si ta có: $x\sqrt{3a^2 - x^2} \leq \frac{x^2 + 3a^2 - x^2}{2} = \frac{3a^2}{2}$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} \leq \frac{1}{6} \cdot a \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3}{4}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow x^2 = 3a^2 - x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{3a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a\sqrt{m}}{n} \Rightarrow \begin{cases} m = 6 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow m + 2n = 10.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 35. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, $AB = 2a$, M là trung điểm $A'B'$ và khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng (MBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

C. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Lời giải.

Gọi J, K, H lần lượt là trung điểm của $BC, B'C', KA'$ do $MH \parallel B'C'$ nên $MH \parallel BC$. Do đó mặt phẳng (MBC) trùng với mặt phẳng $(MHJB)$.

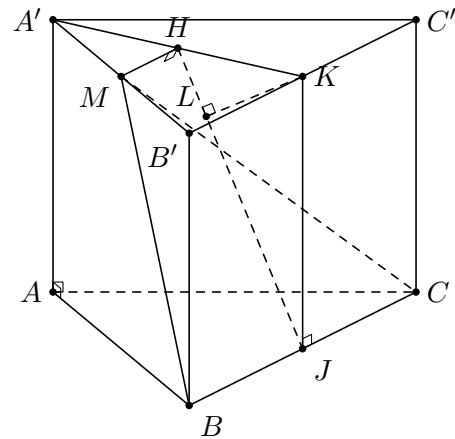
Khi đó $d(C', (MBC)) = d(K, (MBC))$.

$$\text{Do giả thiết } \begin{cases} MH \perp A'K \\ MH \perp KJ \end{cases} \Rightarrow MH \perp (JKH)$$

nên $(JKH) \perp (MHJB)$.

Gọi L là hình chiếu vuông góc của K trên JH .

Theo chứng minh trên suy ra $KL \perp (BMHJ)$.



Do đó $d(K, (MBC)) = KL$ hay $d(C', (MBC)) = KL$.

Xét $\triangle JKH$ vuông ở K ta có $KL = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $KH = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

$$\text{Khi đó } \frac{1}{LK^2} = \frac{1}{KH^2} + \frac{1}{KJ^2} \Leftrightarrow \frac{1}{KJ^2} = \frac{1}{\frac{2a^2}{4}} - \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} \Leftrightarrow KL^2 = \frac{3a^2}{2} \text{ suy ra } KL = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Do đó thể tích } V_{ABC.A'B'C'} = KJ \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{2}a^3}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 36. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB . Diện tích thiết diện cắt lăng trụ đã cho bởi mặt phẳng $(A'C'M)$ là

A. $\frac{7\sqrt{2}}{16}a^2$.

B. $\frac{3\sqrt{35}}{16}a^2$.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}a^2$.

D. $\frac{9}{8}a^2$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm BC .

Kẻ $MN \parallel AC \Rightarrow MN \parallel A'C'$.

Mặt phẳng $(A'C'M)$ cắt lăng trụ theo thiết diện là hình thang $A'C'NM$.

Gọi E, E' lần lượt là trung điểm AC và $A'C'$. Gọi H là giao điểm của MN và BE . Khi đó $MN \perp (E'HE)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (A'C'NM) \cap (ABC) = MN \\ EH \perp MN \\ E'H \perp MN \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((A'C'NM), (ACNM)) = (HE, HE') = \widehat{E'HE} = \varphi.$$

Ta có

$$\begin{aligned} BE = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HE &= \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot E'H \\ &= \sqrt{E'E^2 + EH^2} \\ &= \sqrt{2a^2 + \frac{3a^2}{16}} \\ &= \frac{a\sqrt{35}}{4}. \end{aligned}$$

$$\text{Từ đó } \cos \varphi = \frac{HE}{HE'} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{a\sqrt{35}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{35}}.$$

Diện tích hình thang cân S_{ACMN}

$$\begin{aligned} S_{ACMN} &= \frac{(MN + AC) \cdot HE}{2} \\ &= \frac{\left(\frac{a}{2} + a\right) \frac{a\sqrt{3}}{4}}{2} \\ &= \frac{3a^2\sqrt{3}}{16}. \end{aligned}$$

Ta có $S_{ACNM} = S_{A'C'MM} \cdot \cos \varphi$.

$$\text{Vậy } S_{A'C'MM} = \frac{S_{ACNM}}{\cos \varphi} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{16} \cdot \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{3}} = \frac{3a^2\sqrt{35}}{16}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hai điểm M, N thuộc các cạnh AB và AD (M, N không trùng với A, B, D) sao cho $\frac{AB}{AM} + 2 \cdot \frac{AD}{AN} = 4$. Kí hiệu V, V_1 lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABCD$ và $S.MBCDN$. Tìm giá trị lớn nhất của $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{14}{17}$.

Lời giải.

Do các khối chóp $S.ABCD$ và $S.MBCDN$ có cùng chiều cao

kẻ từ S nên $\frac{V_1}{V} = \frac{S_{MBCDN}}{S_{ABCD}}$

Ta có: $\frac{AB}{AM} + 2\frac{AD}{AN} = 4$.

Áp dụng BDT cô-si, ta có:

$$\frac{AB}{AM} + 2\frac{AD}{AN} \geq 2\sqrt{\frac{AB}{AM} \cdot 2\frac{AD}{AN}} = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{AB \cdot AD}{AM \cdot AN}} \quad (\text{với}$$

$$\frac{AB}{AM} > 1, \frac{AD}{AN} > 1)$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{AB \cdot AD}{AM \cdot AN}} \leq 4 \Leftrightarrow \frac{AB \cdot AD}{AM \cdot AN} \leq 2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{AMN}} \leq 2 \Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{AMN}} \leq 4 \quad (\text{do } S_{ABD} = \frac{1}{2}S_{ABCD})$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABCD}} \geq \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_{MBCDN}}{S_{ABCD}} \geq \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{V_1}{V} \leq \frac{3}{4}.$$

Tỉ số $\frac{V_1}{V}$ đạt GTLN bằng $\frac{3}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{AB}{AM} + 2\frac{AD}{AN} = 4 \\ \frac{AB}{AM} = 2\frac{AD}{AN} \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \frac{AB}{AM} = 2 \\ \frac{AD}{AN} = 1 \end{cases}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $AC = \sqrt{3}a$, SAB là tam giác đều, $\widehat{SAD} = 120^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

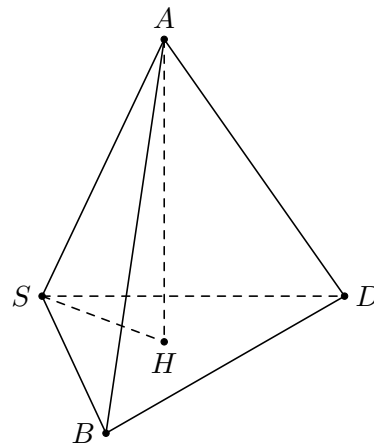
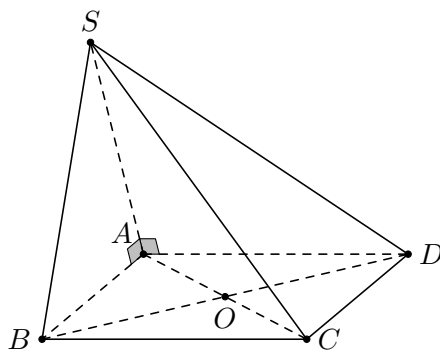
A. $\sqrt{3}a^3$.

B. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$.

C. $\sqrt{6}a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.



Tam giác SAB đều nên $SA = SB = AB = 2a$.

Xét tam giác SAD có

$$SD^2 = SA^2 + AD^2 - 2SA \cdot AD \cdot \cos SAD = 12a^2 \Rightarrow SD = 2\sqrt{3}a.$$

Gọi $AC \cap BD = O \Rightarrow AO = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{3}a}{2} \Rightarrow BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \frac{\sqrt{13}a}{2} \Rightarrow BD = \sqrt{13}a$.

Áp dụng công thức Hê-rông, ta tính được diện tích của tam giác SBD là $S_{\triangle SBD} = \frac{\sqrt{183}a^2}{4}$.

Gọi H là hình chiếu của A trên (SBD) . Vì $AB = AD = AS = 2a \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại

tiếp tam giác SBD

$$\begin{aligned}\Rightarrow SH &= \frac{SB \cdot SD \cdot BD}{4S_{\Delta SBD}} = \frac{4\sqrt{39}a}{\sqrt{183}} \\ \Rightarrow AH &= \sqrt{SA^2 - SH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{624a^2}{183}} = \frac{6\sqrt{3}a}{\sqrt{183}} \\ \Rightarrow V_{S,ABD} &= V_{ASBD} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{\Delta SBD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6\sqrt{3}a}{\sqrt{183}} \cdot \frac{\sqrt{183}a^2}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{2} \\ \Rightarrow V_{S,ABCD} &= 2V_{S,ABD} = \sqrt{3}a^3.\end{aligned}$$

Cách 2

Ta có

$$\begin{aligned}\cos BAC &= \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{4a^2 + 3a^2 - 4a^2}{2 \cdot 2a \cdot \sqrt{3}a} = \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \Rightarrow \cos BAD &= 2(\cos BAC)^2 - 1 = -\frac{5}{8}.\end{aligned}$$

Áp dụng công thức tính nhanh cho khối chóp $A.SBD$ ta có

$$\begin{aligned}V_{ASBD} &= \frac{AS \cdot AB \cdot AD}{6} \cdot \sqrt{1 + 2 \cos SAB \cdot \cos BAD \cdot \cos DAS - \cos^2 SAB - \cos^2 BAD - \cos^2 DAS} \\ &= \frac{2a \cdot 2a \cdot 2a}{6} \cdot \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{5}{8}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4} - \frac{25}{64} - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}; \\ \Rightarrow V_{S,ABCD} &= 2V_{S,ABD} = 2V_{ASBD} = \sqrt{3}a^3.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa SC và BD bằng :

A. $\frac{2a}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{4a}{3}$. D. $\frac{3a}{2}$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$,

qua C kẻ $CE \parallel BD \Rightarrow BD \parallel (SCE)$

$$\Rightarrow d(SC, BD) = d(BD, (SCE)) = \frac{1}{2}d(A; (SCE)).$$

Từ A kẻ $AK \perp CE$.

Dễ dàng chứng minh được:

$$AH \perp (ACE) \Rightarrow d(A; (ACE)) = AH.$$

+ Tính AH :

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông

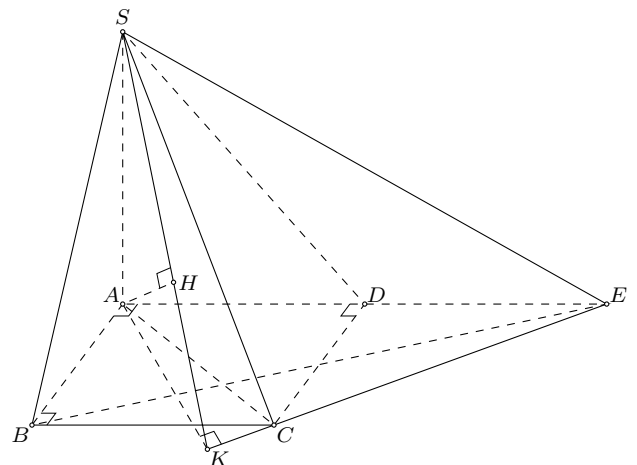
ΔSAK ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2}.$$

$$+ \text{ Tính } AK: S_{\Delta ACE} = \frac{1}{2}AK \cdot CE = \frac{1}{2}CD \cdot AE \Rightarrow AK = \frac{CD \cdot AE}{CE} = \frac{4a}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Suy ra: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{\left(\frac{4a}{\sqrt{5}}\right)^2} = \frac{9}{16a^2} \Rightarrow d(A; (SCE)) = \frac{4a}{3}. \text{ Vậy } d(SC, BD) = \frac{2a}{3}$$

Chọn đáp án **A** □



Câu 40. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $2a$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (SCD) . Tính $\cos \alpha$

A. $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{14}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải.

Gọi $\{H\} = AC \cap BD$.

Vì hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SH \perp (ABCD)$.

Ta có: $(SAC) \cap (SCD) = SC$.

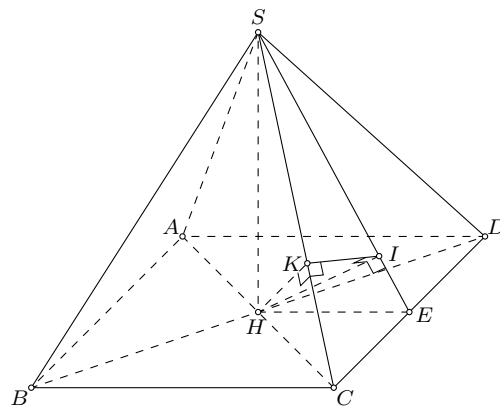
Gọi I là hình chiếu của H trên mặt phẳng (SCD) .

(Cách xác định điểm I : Gọi M là trung điểm của CD .

Nối S với M . Gọi I là hình chiếu của H trên SM .

Dễ dàng chứng minh được: $SI \perp (SCD)$.

Tính được: $SM = \frac{a\sqrt{14}}{2}$, $SH = a\sqrt{3}$, $HC = a$, $MC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.)



Gọi K là hình chiếu của I trên mặt phẳng SC . Có: $\begin{cases} HI \perp SC \\ KI \perp SC \end{cases} \Rightarrow SC \perp (HIK) \Rightarrow SC \perp HK$.

Lại có: $SC \perp HI$ (vì $HI \perp (SCD)$, $SC \subset (SCD)$) suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SCD) là góc $HKI = \alpha$

Tính $\cos \alpha = \cos KHI = \frac{IK}{HK}$.

+ Tính HK : $HK \cdot SC = SH \cdot HC \Rightarrow HK = \frac{SH \cdot HC}{SC} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

+ Tính IK : dễ thấy $\triangle SIK \sim \triangle SCM \Rightarrow \frac{IK}{MC} = \frac{SK}{SM} \Rightarrow IK = \frac{SK \cdot MC}{SM}$.

+ Tính SK : Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông cho tam giác SHC ta có:

$$SH^2 = SK \cdot SC \Rightarrow SK = \frac{SH^2}{SC} = \frac{3a^2}{2a} = \frac{3a}{2} \Rightarrow IK = \frac{\frac{3a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{14}}{2}} = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \cos KHI = \frac{IK}{HK} = \frac{\frac{3a\sqrt{7}}{14}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = SB = \sqrt{2}a$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng a . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

C. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD .

ΔSAB có $SA = SB \Rightarrow SE \perp AB \Rightarrow SE \perp CD$.

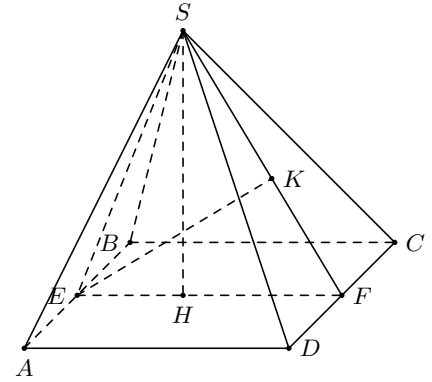
Ta có $\begin{cases} CD \perp SE \\ CD \perp EF \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SEF)$.

Trong (SEF) kẻ $EK \perp SF$ ta có:

$\begin{cases} EK \perp SF \\ EK \perp CD \end{cases} \Rightarrow EK \perp (SCD) \Rightarrow d(E; (SCD)) = EK$

Vì

$AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(E; (SCD)) = d(A; (SCD)) = a$.



Kẻ $SH \perp EF$ ta có $\begin{cases} SH \perp EF \\ CD \perp (SEF) \end{cases} \Rightarrow SH \perp CD \Leftrightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có $S_{\Delta SEF} = \frac{1}{2} SH \cdot EF = \frac{1}{2} EK \cdot SF \Leftrightarrow SH \cdot 2a = a \cdot SF \Rightarrow 2SH = SF$.

Đặt $SH = x \Rightarrow SF = 2a$.

Ta có $AE = \frac{1}{2} AB = a \Rightarrow SE = \sqrt{SA^2 - AE^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a$.

Áp dụng định lý Cosin trong tam giác SEF ta có:

$$\cos \widehat{SEF} = \frac{SE^2 + EF^2 - SF^2}{2SE \cdot EF} = \frac{a^2 + 4a^2 - 4x^2}{2 \cdot a \cdot 2a} = \frac{5a^2 - 4x^2}{4a^2}.$$

Xét tam giác vuông SHE có $EH = SE \cdot \cos \widehat{SEF} = a \cdot \frac{5a^2 - 4x^2}{4a^2} = \frac{5a^2 - 4x^2}{4a}$.

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông SHE có:

$$\begin{aligned} SH^2 + EH^2 &= SE^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + \left(\frac{5a^2 - 4x^2}{4a} \right)^2 &= a^2 \\ \Leftrightarrow 16a^2x^2 + 25a^4 - 40a^2x^2 + 16x^4 &= 16a^4 \\ \Leftrightarrow 9a^4 - 24a^2x^2 + 16x^4 &= 0 \Leftrightarrow (3a^2 - 4x^2)^2 = 0 \\ \Leftrightarrow 4x^2 &= 3a^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{2} = SH. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 4a^2 = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 42. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BD = 3a$, hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ trùng với trung điểm của $A'C'$. Gọi (α) là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$. Tính thể tích khối hộp.

A. $\frac{3a^3}{4}$.

B. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{4}$.

C. $\frac{9a^3}{4}$.

D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải.

Gọi O và O' lần lượt là tâm của hình thoi $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Vì $BO' \perp (A'B'C'D')$ nên $OD' \perp (ABCD)$.

Ta có $AD = a\sqrt{3}$, $DO = \frac{3a}{2}$ nên

$$AO = \sqrt{AD^2 - DO^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra $AC = a\sqrt{3}$, do đó, tam giác ACD đều.

Từ O kẻ $OH \perp CD$, kết hợp với $OD' \perp CD$ (do $OD' \perp (ABCD)$) suy ra $HD' \perp CD$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$ là $\widehat{OHD'}$.

Ta có $OH = \frac{1}{2} \cdot h_A = \frac{3a}{4}$, $\widehat{OHD'} = \alpha$ và $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Suy ra $OD' = OH \cdot \tan \alpha = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích đáy hình hộp là $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$.

Từ đó, $V = S_{ABCD} \cdot OD' = \frac{9a^3}{4}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi, tam giác ABD đều cạnh a , tam giác BCD cân tại C và $\widehat{BCD} = 120^\circ$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB , SC , SD lần lượt tại M , N , P . Tính thể tích của khối chóp $S.AMNP$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{42}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{21}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{14}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Vì $AB = AD$ và $CB = CD$ nên AC là đường trung trực của BD . Do đó mặt phẳng (SAC) chia các khối chóp $S.ABCD$ và $S.AMNP$ thành hai phần có thể tích bằng nhau.

Xét tứ giác $ABCD$ có $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{BCD} = 120^\circ$
 $\Rightarrow AD \perp CD$.

$$\text{Suy ra } S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}AD \cdot DC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$$

$$\Rightarrow V_{S.ACD} = \frac{1}{3}S_{\triangle ACD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{6} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}.$$

Xét tam giác SAC vuông tại A có $SA = a$,

$$AC = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SC^2 = SA^2 + AC^2 = \frac{7a^2}{3}.$$

Ta có

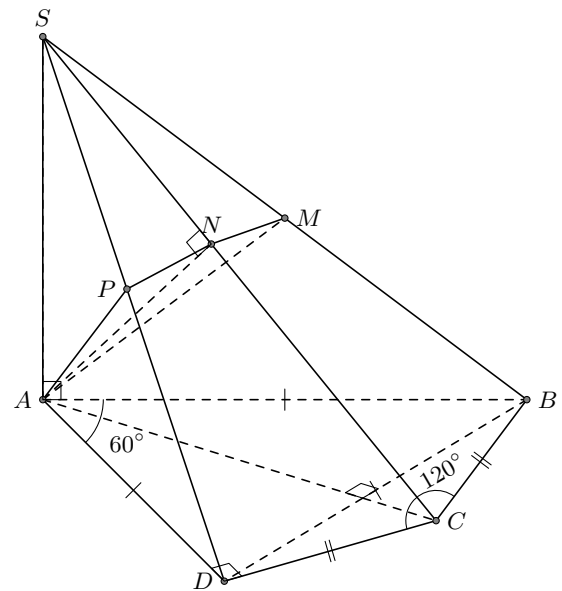
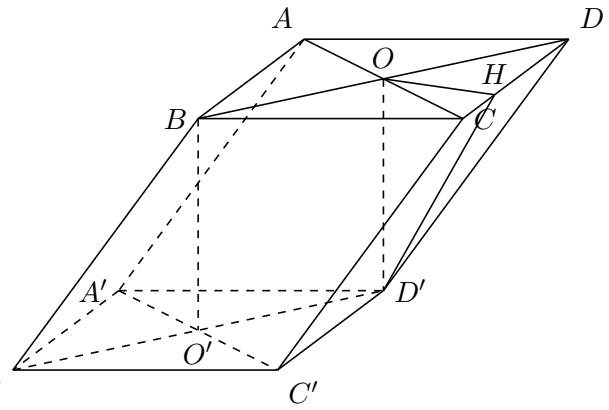
$$SN \cdot SC = SA^2 \Rightarrow \frac{SN}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{a^2}{\frac{7a^2}{3}} = \frac{3}{7}. \quad (1)$$

Vì $SC \perp (AMNP)$ nên $SC \perp NP$. Mặt khác, $\triangle SDC$ vuông tại D , do đó

$$\frac{SP}{SD} = \frac{SP \cdot SD}{SD^2} = \frac{SN \cdot SC}{SD^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AD^2} = \frac{a^2}{a^2 + a^2} = \frac{1}{2}. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \frac{V_{S.ANP}}{V_{S.ACD}} = \frac{SN}{SC} \cdot \frac{SP}{SD} = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{14}$$

$$\Rightarrow V_{S.ANP} = \frac{3}{14}V_{S.ACD} = \frac{3}{14} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{18} = \frac{a^3\sqrt{3}}{84}.$$



$$\text{Vậy } V_{S.AMNP} = 2V_{S.ANP} = 2 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{84} = \frac{a^3\sqrt{3}}{42}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = x$, $BC = y$, $AB = AC = SB = SC = 1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ lớn nhất khi tổng $x + y$ bằng

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

D. $4\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC và SA .

Từ giả thiết suy ra $BC \perp (SAM)$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = 2V_{B.SAM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{y}{2} \cdot \frac{1}{2} MN \cdot SA = \frac{1}{6} xy \cdot MN.$$

Tam giác NMS vuông tại N nên

$$MN^2 = SM^2 - SN^2 = SC^2 - MC^2 - \frac{x^2}{4} = 1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}.$$

$$V = \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{y}{2} \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}} = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{x^2}{4} \cdot \frac{y^2}{4} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}\right)} \leq \frac{2}{3}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{4} = 1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} \Rightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}$. Vậy $x + y = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 45. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng của B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện không chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

A. $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{320}$.

B. $V = \frac{9\sqrt{2}a^3}{320}$.

C. $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{80}$.

D. $V = \frac{53\sqrt{2}a^3}{960}$.

Lời giải.

Xét tam giác đều ABD

có M là trọng tâm nên

$$AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

Xét tam giác CMA vuông tại M có

$$CM = \frac{\sqrt{CD^2 - AM^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Diện tích tam giác ABD là

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$\Rightarrow$ thể tích khối chóp $ABCD$ là

$$V_{ABCD} = \frac{CM \cdot S}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

Gọi J, I lần lượt là trung điểm BD, AC . Nối ME cắt BA tại P và cắt AD tại Q . Nối PN cắt AC tại K . Khi đó thiết diện là tam giác PQK .

Áp dụng định lý Mê-nê-la-uyt cho:

$$\text{— tam giác } JAD \text{ có } \frac{AM}{MJ} \cdot \frac{JE}{ED} \cdot \frac{DQ}{QA} = 1 \Rightarrow \frac{DQ}{QA} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AQ}{AD} = \frac{3}{4}.$$

- tam giác ADB có $\frac{AP}{PB} \cdot \frac{BE}{ED} \cdot \frac{DQ}{QA} = 1 \Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{AP}{AB} = \frac{3}{5}$.
- tam giác ABI có $\frac{AP}{PB} \cdot \frac{BN}{NI} \cdot \frac{IK}{KA} = 1 \Rightarrow \frac{IK}{KA} = \frac{1}{3} \Rightarrow IK = \frac{1}{2}AI = \frac{1}{4}AC \Rightarrow \frac{AK}{AC} = \frac{3}{4}$.

Khi đó ta có

$$\frac{V_{APQK}}{V_{ABDC}} = \frac{AP}{AB} \cdot \frac{AQ}{AD} \cdot \frac{AK}{AC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{80} \Rightarrow V = \frac{53}{80} \cdot V_{ABDC} = \frac{53\sqrt{2}a^3}{960}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 46. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AA' và BB' ; đường thẳng CE cắt đường thẳng $C'A'$ tại E' , đường thẳng CF cắt đường thẳng $C'B'$ tại F' . Thể tích khối đa diện $EFA'B'E'F'$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

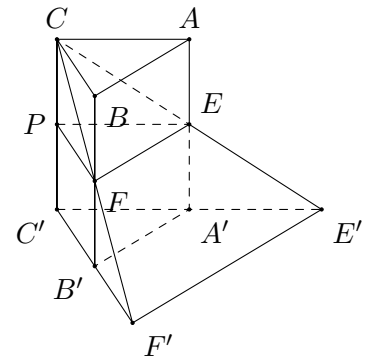
Lời giải.

Gọi P là trung điểm của CC' . Ta có

$$V_{C.C'E'F'} = \frac{1}{3}CC' \cdot S_{C'E'F'} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$V_{CC'A'B'EF} = V_{A'B'C'.EFP} + V_{C.EFP} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) V_{ABC.A'B'C'} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Suy ra } V_{EFA'B'E'F'} = V_{C.C'E'F'} - V_{CC'A'B'EF} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 47. Cho tam giác ABC đều cạnh a , gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Trên d lấy điểm S và đặt $AS = x_0$ ($x > 0$). Gọi H và K lần lượt là trực tâm của các tam giác ABC và SBC . Biết HK cắt d tại điểm S' . Khi SS' ngắn nhất thì khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{27}$.

Lời giải.

Xét tam giác $SA'S'$ có H là trực tâm, ta có:

$$\triangle S'AH \sim \triangle A'SA$$

$$\Rightarrow \frac{AS'}{AA'} = \frac{AH}{AS} \Rightarrow AS' \cdot AS = AA' \cdot AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2}{2}.$$

Theo bất đẳng thức Cauchy ta có

$$SS' = SA + AS' \geq 2\sqrt{AS \cdot AS'} = 2\sqrt{\frac{a^2}{2}} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } SA = AS' = x = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

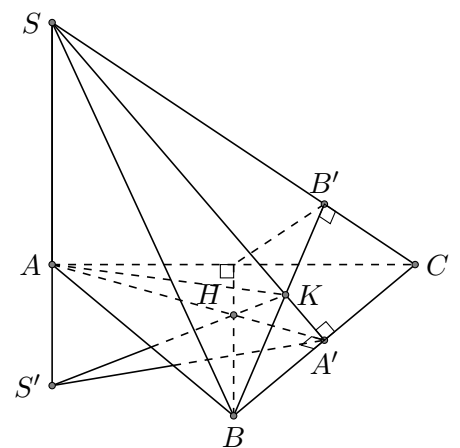
$$\text{Do đó } SS' \text{ ngắn nhất khi } x = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}.$$

Chọn đáp án **(A)**

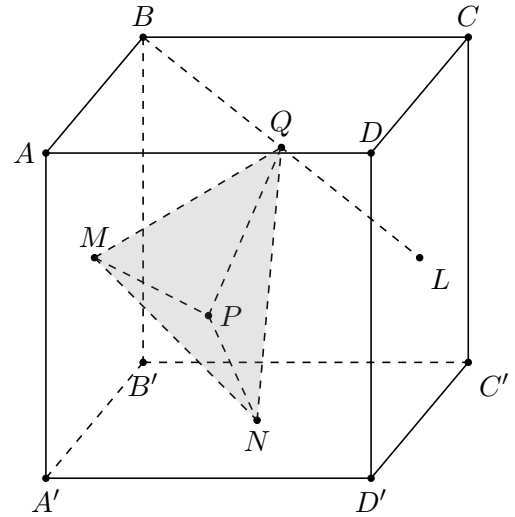
□

Câu 48.



Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh 1. Gọi M, N, P, L lần lượt là tâm các hình vuông $ABB'A', A'B'C'D', ADD'A'$ và $CDD'C'$. Gọi Q là trung điểm của BL . Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$ (tham khảo hình vẽ bên).

- A. $\frac{1}{24}$. B. $\frac{1}{16}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{27}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{27}$.



Lời giải.

Ta thấy $BL \parallel MPD'N$ là hình bình hành.

$$\Rightarrow V_{MNPQ} = V_{Q.MNP} = V_{B.MNB},$$

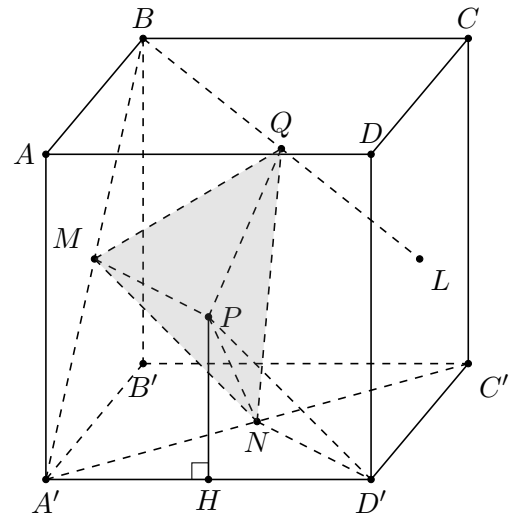
do $A'M = BM$ nên

$$V_{B.MNB} = V_{A'.MNP} = V_{A'.PD'N} = V_{P.A'D'N},$$

hơn nữa

$$V_{P.A'D'N} = \frac{1}{3} \cdot PH \cdot S_{A'D'N} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}.$$

$$\text{Vậy } V_{MNPQ} = \frac{1}{24}$$



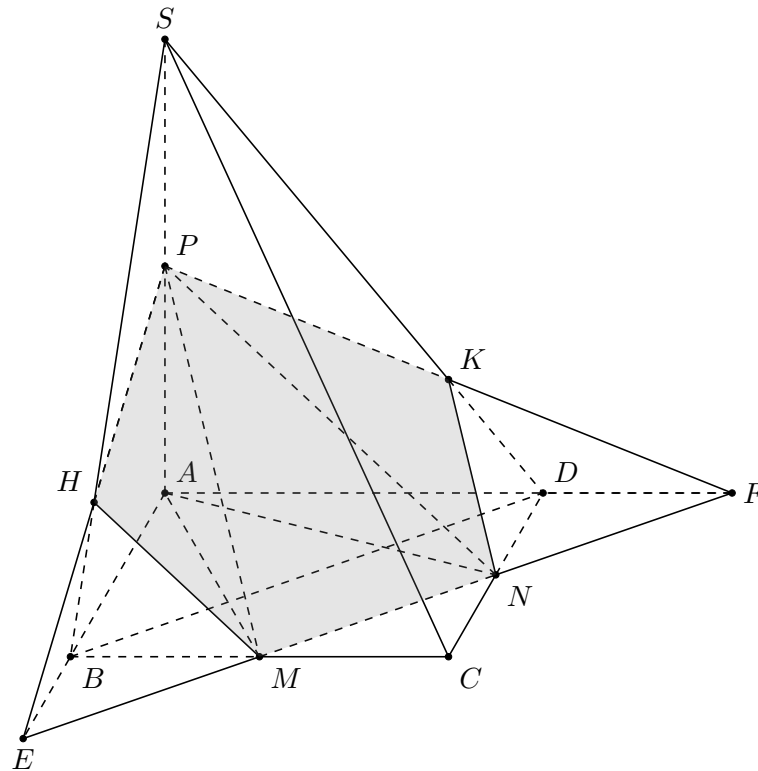
Chọn đáp án A

□

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các đoạn BC, CD và SA . Mặt phẳng (MNP) chia khối chóp thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1 và V_2 . Biết rằng $V_1 \leq V_2$, tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.



Theo định lí menelaus ta có $\frac{EB}{EA} \cdot \frac{AP}{PS} \cdot \frac{SH}{HB} = 1 \Rightarrow SH = 3HB \Rightarrow \frac{SH}{SB} = \frac{3}{4}$.

Tương tự, ta cũng có $\frac{SK}{SD} = \frac{3}{4}$.

Gọi V_A và V_S lần lượt là thể tích của phần chứa đỉnh A và đỉnh S .

Ta chia khối chóp chứa đỉnh A thành ba khối có thể tích như sau

$$V_A = V_{M.BHPA} + V_{P.AMN} + V_{N.APKD}.$$

Ta có $S_{SAB} = \frac{1}{2}SA \cdot SB \cdot \sin \widehat{ASB} = \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{2}SA \cdot SB \cdot \sin \widehat{ASB} = \frac{8}{3}S_{SPH} \Rightarrow S_{BHPA} = \frac{5}{8}S_{SAB}$.

Suy ra

$$V_{M.BHPA} = \frac{1}{2}V_{C.BHPA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{8}V_{C.SAB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{8}V_{S.ABC} = \frac{5}{32}V_{S.ABCD} = \frac{5}{32}V.$$

Tương tự, ta có $V_{N.APKD} = \frac{5}{32}V$.

Dễ dàng tính được $S_{AMN} = \frac{3}{8}S_{ABCD} \Rightarrow V_{P.AMN} = \frac{1}{2}V_{S.AMN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8}V_{S.ABCD} = \frac{3}{16}V$.

Khi đó

$$\begin{aligned} V_A &= V_{M.BHPA} + V_{P.AMN} + V_{N.APKD} \\ &= \frac{5}{32}V + \frac{3}{16}V + \frac{5}{32}V = \frac{1}{2}V \Rightarrow \frac{V_A}{V_S} = 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 50. Cho lăng trụ đều $ABC.EFH$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi S là điểm đối xứng của A qua BH . Thể tích khối đa diện $ABCSFH$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải.

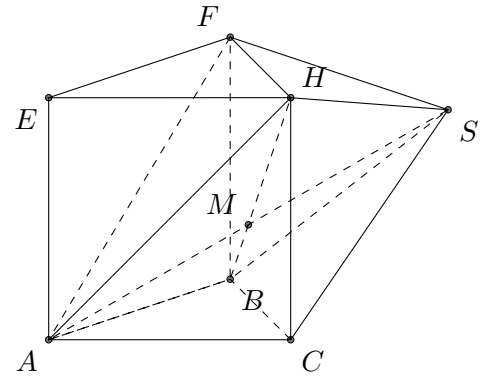
Thể tích của khối lăng trụ đều $ABC.EFH$ là $V = S_{ABC} \cdot$

$$AE = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Thể tích khối chóp $A.BCHF$ là $V_{A.BCHF} = V - V_{A.EFH} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V$.

Gọi $M = AS \cap BH$ thì M là trung điểm của AS nên $d(A, (BCHF)) = d(S, (BCHF))$. Do đó $V_{A.BCHF} = V_{S.BCHF}$.

Thể tích khối đa diện $ABCSFH$ là $V_{ABCSFH} = V_{A.BCHF} + V_{S.BCHF} = \frac{4}{3}V = \frac{4}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 51. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng với điểm B qua điểm D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành chia khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{96}$.

B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{80}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{320}$.

D. $\frac{9a^3\sqrt{2}}{320}$.

Lời giải.

Gọi $P = EM \cap AB, Q = EM \cap AB, R = PN \cap AC, E = PN \cap BC$.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm BD, BC . Vì M, N lần lượt là trọng tâm tam giác ABD và ABC nên suy ra $MN \parallel IJ$, từ đó suy ra $QR \parallel EF \parallel CD$.

Kẻ $MK \parallel AD$ với $K \in BD$, ta có $DK = \frac{2}{3}DI = \frac{1}{3}BD = \frac{1}{3}ED$, do đó $\frac{DQ}{KM} = \frac{ED}{EK} = \frac{3}{4}$, từ đó ta có $DQ = \frac{3}{4}MK$. Mặt khác $MK = \frac{1}{3}AD$ nên suy ra $DQ = \frac{1}{4}AD$, hay $\frac{AQ}{AD} = \frac{3}{4}$.

Như vậy $\frac{AQ}{AD} = \frac{AR}{AC} = \frac{3}{4}$.

Kẻ $DH \parallel AB$ với $H \in EP$, ta có $DH = \frac{1}{2}PB$. Mặt khác $\frac{DH}{AP} = \frac{QD}{QA} = \frac{1}{3}$ nên suy ra $DH = \frac{1}{3}AP$.

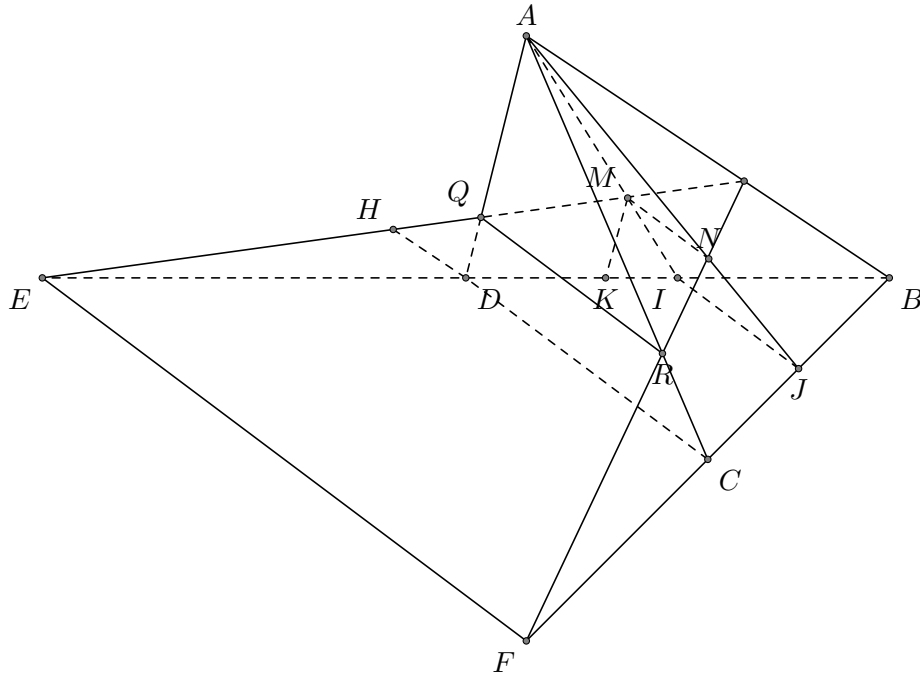
Từ đó ta có $3BP = 2AP \Rightarrow \frac{AP}{AB} = \frac{3}{5}$.

Tứ diện $ABCD$ đều cạnh a nên $V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Bởi vậy:

$$\frac{V_{APRQ}}{V_{ABCD}} = \frac{AP}{AB} \cdot \frac{AQ}{AD} \cdot \frac{AR}{AC} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{80}$$

Do đó $V_{APRQ} = \frac{27}{80}V_{ABCD} = \frac{9a^3\sqrt{2}}{320}$.



Chọn đáp án **(D)**

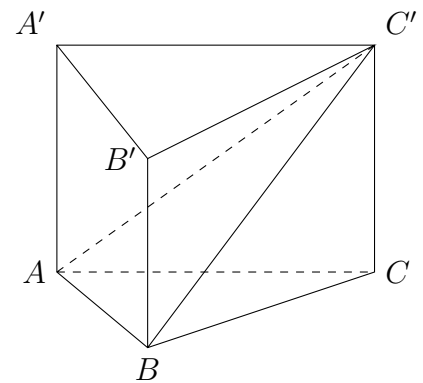
□

Câu 52.

Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a , góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ (tham khảo hình vẽ bên).

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.
C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.



Lời giải.

Gọi M là trung điểm AB , H là hình chiếu của C lên $C'M$ thì $CH \perp (ABC')$. Theo giả thiết, suy ra $CH = a$.

Gọi N là hình chiếu của C lên BC' , khi đó $BC' \perp (CHN)$ nên $BC' \perp NH$. Suy ra góc giữa (ABC') và (BCC') bằng góc $\widehat{CNH}$, suy ra $\widehat{CNH} = \alpha$. Đặt $AB = x$.

Tam giác CHN vuông tại H

$$CN = \frac{CH}{\sin \alpha} = a \div \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{33}}{11}.$$

Mặt khác, ta có

$$\frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CN^2} - \frac{1}{BC'^2}, \quad \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{CM^2}.$$

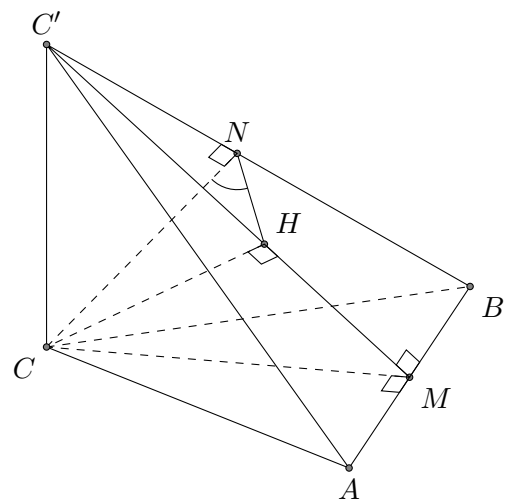
Suy ra

$$\frac{1}{CN^2} - \frac{1}{BC'^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{CM^2} \Leftrightarrow \frac{11}{12a^2} - \frac{1}{x^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{4}{3x^2} \Leftrightarrow \frac{1}{3x^2} = \frac{1}{12a^2} \Rightarrow x = 2a.$$

$$\text{Vậy, } S_{ABC} = a\sqrt{3}, \quad CC' = \frac{a\sqrt{6}}{2}. \quad \text{Từ đó, } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot CC' = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 53. Trong các khối chóp có tất cả các cạnh bằng 1, gọi S là thể tích của khối chóp có số cạnh nhiều nhất. Khi đó S gần bằng giá trị nào sau đây nhất?

A. 0,2.

B. 0,1.

C. 0,3.

D. 0,4.

Lời giải.

Giả sử $S.A_1A_2...A_n$ là hình chóp đều có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi O là tâm của đáy. Xét tam giác OA_1A_2 cân tại O và $A_1A_2 = SA_1 > OA_1$ nên $\widehat{A_1OA_2} > \widehat{OA_1A_2} = \widehat{OA_2A_1} \Rightarrow \widehat{A_1OA_2} > 60^\circ \Rightarrow n < 6$. Dễ thấy hình chóp ngũ giác có tất cả các cạnh bằng 1 tồn tại. Vậy Trong các khối chóp có tất cả các cạnh bằng 1 khối chóp ngũ giác có số cạnh nhiều nhất.

Ta giác $\triangle A_1OA_2$ có $A_1A_2 = 1$, $\widehat{A_1OA_2} = 72^\circ$ suy ra $A_1O = A_2O = \frac{1}{2\cos 36^\circ}$.

$S_{A_1A_2A_3A_4A_5} = 5S_{\triangle A_1OA_2} = 5 \cdot \frac{1}{2}OA_1 \cdot OA_2 \sin \widehat{A_1OA_2} =$

$5 \tan 36^\circ$. Lại có $SO = \sqrt{SA_1^2 - OA_1^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4\cos^2 36^\circ}}$.

Vậy $V = \frac{1}{3}SO \cdot S_{A_1A_2A_3A_4A_5} \approx 0,3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 54. Khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $SA = SB = SC = a$, cạnh SD thay đổi. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất khi độ dài cạnh SD là

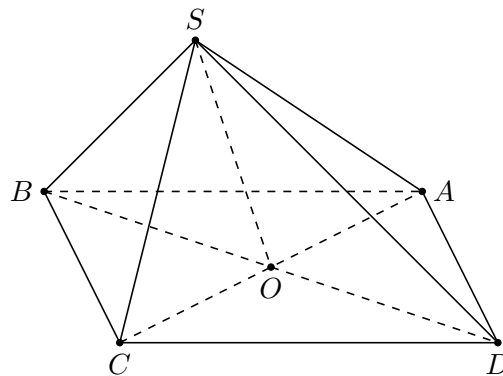
A. a .

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải.



Gọi O là tâm hình thoi $ABCD$. Đặt $\alpha = \widehat{BSC}$, $\beta = \widehat{CSA}$, $\gamma = \widehat{ASB}$, ta có

$$\begin{aligned} V_{S.ABCD} &= 2V_{S.ABC} \\ &= 2 \cdot \frac{SA \cdot SB \cdot SC}{6} \sqrt{1 + 2\cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma} \\ &= \frac{a^3}{3} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \beta - \cos^2 \beta} \\ &= \frac{a^3}{3} \sqrt{\frac{9}{16} - \left(\frac{1}{4} - \cos \beta\right)} \leq \frac{a^3}{4}. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $\cos \beta = \frac{1}{4}$. Khi đó

$$AC^2 = SA^2 + SC^2 - 2 \cdot SA \cdot SC \cos \beta = \frac{3a^2}{2},$$

$$SO^2 = SA^2 - \frac{AC^2}{4} = \frac{5a^2}{8}.$$

Mặt khác $OD = OB = SO$ nên tam giác BSD vuông tại S . Vậy

$$SD = \sqrt{BD^2 - SB^2} = \sqrt{4SO^2 - SB^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

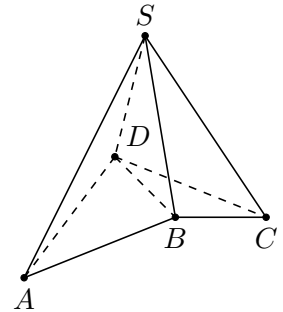
Chọn đáp án **C**

□

Câu 55.

Cho hình đa diện $S.ABCD$ có $SA = 4$, $SB = 2$, $SC = 3$, $SD = 1$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSD} = \widehat{DSA} = \widehat{BSD} = 60^\circ$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) là

- A. $\frac{8\sqrt{6}}{9}$. B. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.



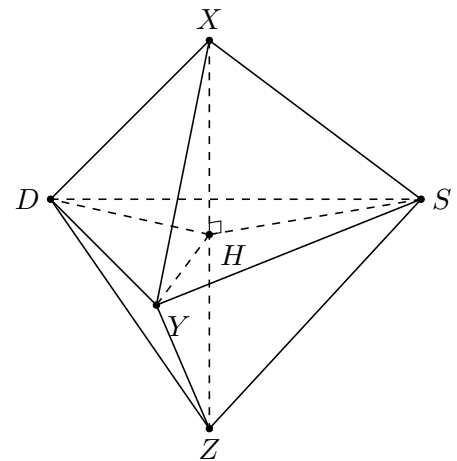
Lời giải.

Trên các cạnh SA , SB , SC lấy các điểm X , Y , Z sao cho $SX = SY = SZ = 1$. Khi đó $SXYD$ và $SZYD$ là các tứ diện đều cạnh 1. Gọi H là tâm của tam giác đều SDY . Ta có

$$V_{SXYZD} = 2V_{SXYD} = 2 \cdot \frac{1^3 \cdot \sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{2}}{6}.$$

Suy ra

$$V_{XZDS} = V_{XZSY} = V_{XZYD} = \frac{V_{SXYZD}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{18}.$$



Do đó

$$d(X, (SZD)) = \frac{3V_{XZDS}}{S_{SDZ}} = \frac{\sqrt{2}}{6} \cdot \frac{4}{1^2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{9}.$$

$$\text{Vậy } d(A, (SCD)) = 4d(X, (SCD)) = 4 \cdot \frac{2\sqrt{6}}{9} = \frac{8\sqrt{6}}{9}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 56. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và các mặt bên (SAB) , (SAD) , (SBD) tạo với đáy một góc bằng 45° . Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất là

- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABD}$ và ABD là tam giác đều. Gọi H là hình chiếu của S trên (ABD) . Kẻ $HM \perp AB = M$. Khi đó $((SAB), (ABD)) = \widehat{SMH} = 45^\circ$. Vì các mặt $(SAB), (SAD), (SBD)$ tạo với đáy một góc 45° nên H là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABD$ hoặc tâm đường tròn bàng tiếp $\triangle ABD$ và bán kính các đường tròn này bằng $HM = SH$. Ta có $V_{S.ABCD}$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow SH$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow HM$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow HM$ là bán kính đường tròn bàng tiếp tam giác ABD (vì $\triangle ABD$ đều nên bán kính đường tròn bàng tiếp các góc của tam giác này bằng nhau) $\Rightarrow H$ là tâm đường tròn bàng tiếp góc D của $\triangle ABD$. Ta có M là trung điểm của AB , $H = BC \cap DM$. Suy ra $HM = MD = \frac{a\sqrt{3}}{2} = SH$.

$$\text{Khi đó } V_{S.ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABC$, trong đó $SA = 3, SB = 4, SC = 5, \widehat{ASB} = 60^\circ, \widehat{BSC} = 120^\circ$ và $\widehat{CSA} = 90^\circ$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC là

A. 2.

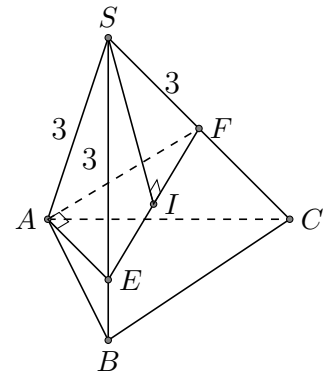
B. $2\sqrt{2}$.

C. $4\sqrt{2}$.

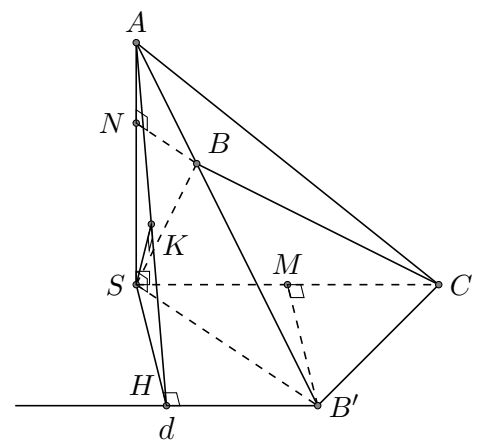
D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Lấy E, F lần lượt thuộc cạnh SB, SC sao cho $SE = SF = 3 = SA$. Ta có $AE^2 = SA^2 + SE^2 - 2SA \cdot SE \cdot \cos 60^\circ = 9, AF^2 = SA^2 + SF^2 = 18, EF^2 = SE^2 + SF^2 - 2SE \cdot SF \cdot \cos 120^\circ = 27$. Khi đó $AE^2 + AF^2 = EF^2$. Suy ra $\triangle AEF$ vuông tại A . Vậy hình chiếu của S trên (AEF) là trung điểm I của EF . Suy ra $V_{S.AEF} = \frac{1}{3}SI \cdot S_{AEF} = \frac{9\sqrt{2}}{4}$. Mà $\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABC}} = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{20}}{5\sqrt{2}}$. Suy ra $V_{S.ABC} = 5\sqrt{2}$.



Trên tia đối của tia BA , lấy điểm B' sao cho $\widehat{ASB'} = 90^\circ$. Kẻ $BN \perp AS = N \Rightarrow BN \parallel SB'$. Ta có $\cos \widehat{NSB} = \frac{SN}{SB} \Rightarrow SN = 2 \Rightarrow \frac{SB}{SB'} = \frac{AN}{AS} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{V_{A.SBC}}{V_{A.SB'C}} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{A.SB'C} = 15\sqrt{2}$. Gọi M là hình chiếu của B' trên SC , ta có $B'M \perp (ASC)$. Suy ra $V_{A.SB'C} = \frac{1}{3}B'M \cdot S_{ASC} \Rightarrow B'M = 6\sqrt{2}$. Kẻ đường thẳng d qua B' và song song với SC . Ta có $d(SC, AB) = d(SC, (d, AB')) = d(S, (d, AB'))$. Kẻ $SH \perp d = H, SK \perp AH = K \Rightarrow d(SC, AB) = SK$. Ta có $\frac{1}{SK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{B'M^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{72} = \frac{1}{8} \Rightarrow SK = 2\sqrt{2} = d(SC, AB)$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 58. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, biết $SC = a\sqrt{3}$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SD, CD, BC . Tính thể tích của khối chóp $A.MNPQ$.

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{8}$.

D. $\frac{a^3}{12}$.

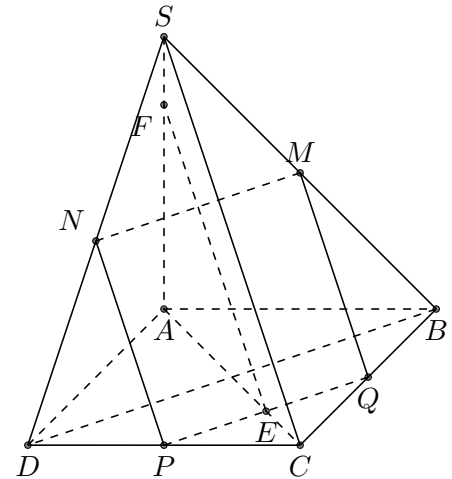
Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD)$. Gọi $\{E\} = PQ \cap AC$, đường thẳng qua E và song song với SC cắt SA tại F .

Ta có tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

$$AC = BD = a\sqrt{2}, SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a, NP = \frac{a\sqrt{3}}{2},$$

$$PQ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{a^2\sqrt{6}}{4}$$



Kẻ $CH \perp FE \Rightarrow CH \perp (MNPQ) \Rightarrow d(C, (MNPQ)) = CH$.

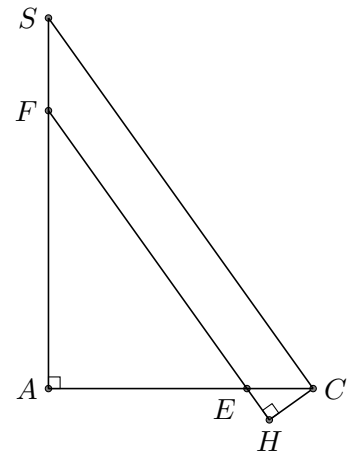
Có $\triangle AFE$ đồng dạng với $\triangle HCE$

$$\Rightarrow \frac{HC}{FA} = \frac{CE}{FE} \Rightarrow HC = \frac{CE}{FE} \cdot FA$$

$$= \frac{\frac{AC}{4}}{\sqrt{FA^2 + AE^2}} \cdot \frac{3SA}{4} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{\left(\frac{3a}{4}\right)^2 + \left(\frac{3a\sqrt{2}}{4}\right)^2}} \cdot \frac{3a}{4} = \frac{a\sqrt{6}}{12}.$$

$$d(A, (MNPQ)) = 3HC = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

$$\Rightarrow V_{A.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot d(A, (MNPQ)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} = \frac{a^3}{8}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 59. Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh BC, BD, AC sao cho $BC = 3BM, BD = \frac{3}{2}BN, AC = 2AP$. Mặt phẳng (MNP) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai phần có thể tích V_1, V_2 . Tính tỉ số $k = \frac{V_1}{V_2}$.

A. $k = \frac{26}{23}.$

B. $k = \frac{15}{19}.$

C. $k = \frac{1}{9}.$

D. $k = \frac{26}{19}.$

Lời giải.

Gọi E là giao điểm của MN và CD ; Q là giao điểm của PE và AD .

Giả sử V_1 là thể tích của phần chứa điểm A ; V_2 là thể tích của phần còn lại.

$$\text{Ta có } \frac{V_{EDNQ}}{V_{ECMP}} = \frac{ED}{EC} \cdot \frac{EN}{EM} \cdot \frac{EQ}{EP} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{20}.$$

$$\Rightarrow V_{EDNQ} = \frac{1}{20} V_{ECMP} \Rightarrow V_2 = 19V_{EDNQ}.$$

Gọi h là chiều cao hạ từ A của tứ diện $ABCD$. Ta có

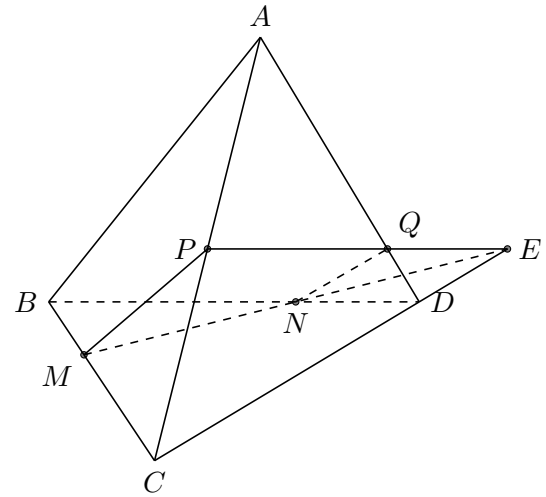
$$\frac{V_{ABCD}}{V_{EDNQ}} = \frac{S_{BCD} \cdot h}{S_{END} \cdot \frac{1}{5}h} = \frac{\frac{9}{2}S_{BMN}}{S_{END}} \cdot 5 = \frac{9}{2} \cdot 2 \cdot 5 = 45.$$

$$\Rightarrow V_{ABCD} = 45V_{EDNQ} \Rightarrow \frac{V_{ABCD}}{V_2} = \frac{45}{19}$$

$$\text{Vậy } k = \frac{V_1}{V_2} = \frac{26}{19}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 60. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $3a$. Các mặt bên (SAB) , (SAC) , (SBC) lần lượt tạo với đáy các góc 30° , 45° , 60° . Biết hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) nằm bên trong tam giác ABC . Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

$$\text{A. } V = \frac{27a^3\sqrt{3}}{4(4+\sqrt{3})}. \quad \text{B. } V = \frac{27a^3\sqrt{3}}{2(4+\sqrt{3})}. \quad \text{C. } V = \frac{27a^3\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}. \quad \text{D. } V = \frac{27a^3\sqrt{3}}{8(4+\sqrt{3})}.$$

Lời giải.

Kẻ $SH \perp (ABC)$ tại H .

Kẻ $HM \perp AB$; $HN \perp AC$, $HP \perp BC$. Ta có $\widehat{SMH} = 30^\circ$, $\widehat{SNH} = 45^\circ$, $\widehat{SPH} = 60^\circ$.

Đặt $SH = x$, ta có:

- Tam giác SHM vuông tại H có $\widehat{SMH} = 30^\circ$
 $\Rightarrow HM = \frac{SH}{\tan 30^\circ} = x\sqrt{3}.$
- Tam giác SHN vuông tại H có $\widehat{SNH} = 45^\circ$
 $\Rightarrow HN = SH = x.$
- Tam giác SHP vuông tại H có $\widehat{SPH} = 60^\circ$
 $\Rightarrow HP = \frac{SH}{\tan 60^\circ} = \frac{x\sqrt{3}}{3}.$

$$\text{Mà } S_{ABC} = S_{HAB} + S_{HBC} + S_{HCA} \Leftrightarrow x\sqrt{3} + x + \frac{x\sqrt{3}}{3} = \frac{3a\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{9a\sqrt{3}}{2(3+4\sqrt{3})}.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{9a\sqrt{3}}{2(3+4\sqrt{3})} \cdot \frac{9a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{81a^3}{8(3+4\sqrt{3})} = \frac{27a^3\sqrt{3}}{8(4+\sqrt{3})}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 61. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối chứa điểm A có thể tích V . Tính V .

$$\text{A. } \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}. \quad \text{B. } \frac{7\sqrt{2}a^3}{216}. \quad \text{C. } \frac{\sqrt{2}a^3}{18}. \quad \text{D. } \frac{13\sqrt{2}a^3}{216}.$$

Lời giải.

Gọi $V_{ABCD} = V_1$

$$V_{ACMNPQ} = V_{E.ACMN} - V_{E.ACPQ}$$

$$V_{E.ACMN} = \frac{1}{3}d(E, (ABC)) \cdot S_{AMNC} = \frac{1}{3}d(E, (ABC)) \cdot \frac{3}{4}S_{ABC} =$$

$$\frac{1}{3}d(D, (ABC)) \cdot \frac{3}{4}S_{ABC} = \frac{3V_1}{2}$$

$$V_{E.ACPQ} = \frac{1}{3}d(B, (ACD)) \cdot (S_{ACD} - S_{QPD}) = \frac{1}{3}d(B, (ACD)) \cdot$$

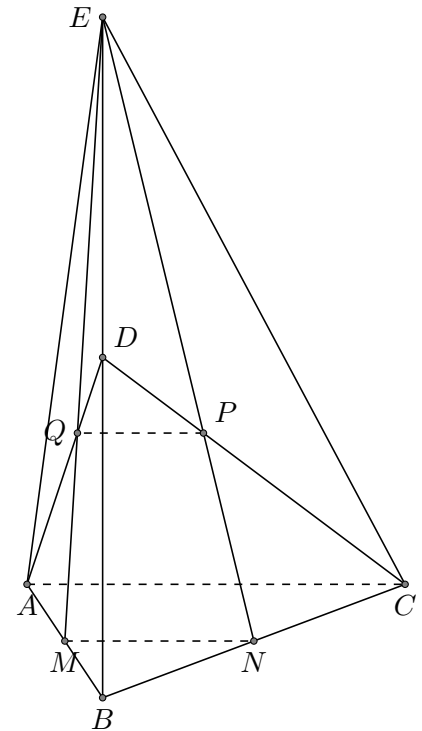
$$\frac{8}{9}S_{ACD} = \frac{8}{9}V_1$$

$$V_{ACMNPQ} = \frac{3V_1}{2} - \frac{8}{9}V_1 = \frac{11}{18}V_1.$$

Áp dụng công thức giải nhanh thể tích tứ diện đều $ABCD$ có

$$\text{cạnh bằng } a \text{ có } V_1 = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{11}{18}V_1 = \frac{11}{18} \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 62. Cho khối chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$; $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.**Cách 1:**

Trên tia SB lấy điểm B' sao cho $SB' = 4a$. Tương tự trên tia SA lấy điểm A' sao cho $SA' = 4a$.

Do $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$ và $SA' = SB' = SC$ nên dễ dàng nhận thấy $S.A'B'C$ là một tứ diện đều cạnh $4a \Rightarrow$

$$V_{S.A'B'C} = \frac{\sqrt{2}}{12}(4a)^3 = \frac{16\sqrt{2}}{3}a^3.$$

(Công thức thể tích tứ diện đều cạnh x : $V = \frac{\sqrt{2}}{12}x^3$)

Sử dụng tỉ lệ thể tích tứ diện:

$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.A'B'C}} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{a}{4a} \cdot \frac{2a}{4a} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{8}V_{S.A'B'C} = \frac{1}{8} \cdot \frac{16\sqrt{2}}{3}a^3 = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3.$$

Cách 2:

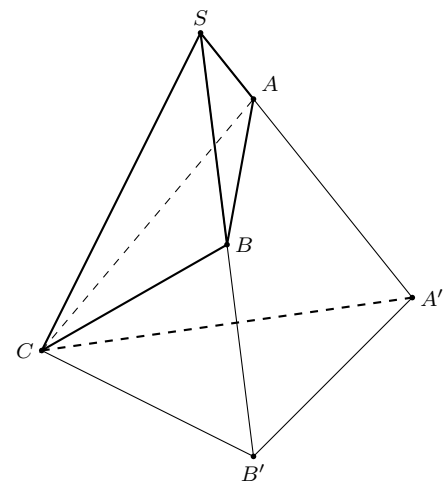
Sử dụng công thức:

Nếu hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$, $\widehat{ASC} = x$, $\widehat{BSC} = y$, $\widehat{CSA} = z$ thì:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{6}abc\sqrt{1 + 2\cos x \cos y \cos z - \cos^2 x - \cos^2 y - \cos^2 z}.$$

Áp dụng cho bài này với $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 4a$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$, ta được

$$V_{S.ABC} = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 63. Cho điểm M nằm trên cạnh SA , điểm N nằm trên cạnh SB của khối chóp tam giác $S.ABC$ sao cho $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}$, $\frac{SN}{NB} = 2$. Mặt phẳng (α) qua MN và song song với SC chia khối chóp thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa A , V_2 là thể tích của khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{4}{5}$.

B. $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{6}{5}$.

Lời giải.

Gọi E, F lần lượt là giao điểm của (α) với BC và AC .

Khi đó thiết diện là hình thang $MNEF$.

Đặt $V = V_{S.ABC}$, $V_1 = V_{MNEFAB}$, $V_2 = V_{MNEFCS}$.

$$\frac{V_2}{V} = \frac{V_{SCEF}}{V} + \frac{V_{SFME}}{V} + \frac{V_{SMNE}}{V}.$$

$$\frac{V_{SCEF}}{V} = \frac{CF}{CA} \cdot \frac{CE}{CB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}.$$

$$\frac{V_{SFME}}{V} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}.$$

$$\frac{V_{SFME}}{V} = \frac{S_{FME}}{S_{ABE}} = \frac{S_{FME}}{S_{CEA}} \cdot \frac{S_{CEA}}{S_{ABC}} = \frac{FE}{CA} \cdot \frac{CE}{CB} = \frac{4}{9}.$$

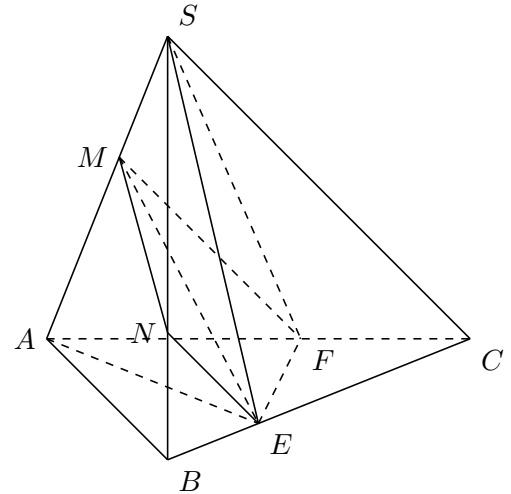
$$\Rightarrow \frac{V_{SFME}}{V} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{27}.$$

$$\frac{V_{SMNE}}{V} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} = \frac{2}{9}.$$

$$\frac{V_{SMNE}}{V} = \frac{S_{MNE}}{S_{ABE}} = \frac{S_{MNE}}{S_{CEA}} \cdot \frac{S_{CEA}}{S_{ABC}} = \frac{EN}{CE} \cdot \frac{CE}{CB} = \frac{1}{3}.$$

$$\Rightarrow V_{SMNE} = \frac{2}{27}V \Rightarrow V_2 = \frac{2}{9}V + \frac{4}{27}V + \frac{2}{27}V = \frac{4}{9}V.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{4}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 64. Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) , tính $\cos \alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ là nhỏ nhất.

A. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

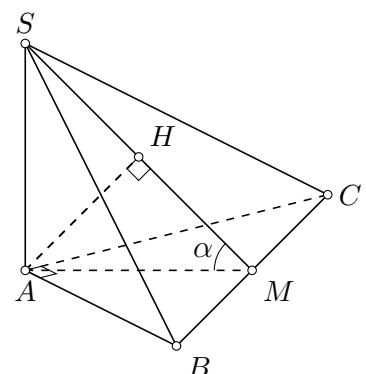
D. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC , H là hình chiếu của A trên SM . Do tam giác ABC vuông cân tại A nên $AM \perp BC$, mà $SA \perp BC$ nên $BC \perp (SAM)$. Suy ra $BC \perp AH$, lại có $AH \perp SM$ nên $AH \perp (SBC)$. Suy ra $AH = 3$ và $\widehat{SMA} = \alpha$. Từ đó ta có $SA = \frac{3}{\cos \alpha}$, $AM = \frac{3}{\sin \alpha}$. Do

tam giác ABC vuông cân tại A nên $AB = AC = \frac{3\sqrt{2}}{\sin \alpha}$. Suy ra

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot AB \cdot AC = \frac{9}{\cos \alpha \sin^2 \alpha}.$$



Ta thấy $V_{S.ABC}$ nhỏ nhất khi $\cos \alpha \sin^2 \alpha$ lớn nhất. Đặt $t = \cos \alpha$ với $0 < t < 1$, ta có

$$\begin{aligned} t(1-t^2) &= 2t \cdot \frac{(1-t)(\sqrt{3}+1)}{2} \cdot \frac{(1+t)(\sqrt{3}-1)}{2} \\ &\leq 2 \left[\frac{t + \frac{(1-t)(\sqrt{3}+1)}{2} + \frac{(1+t)(\sqrt{3}-1)}{2}}{3} \right]^3 \\ &= 2 \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} \right)^3. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $t = \frac{(1-t)(\sqrt{3}+1)}{2} = \frac{(1+t)(\sqrt{3}-1)}{2}$ hay $t = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Vậy khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất thì $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 65. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , ($a > 0$). Biết hai mặt bên (SAB) , (SAC) cùng tạo với đáy một góc 60° , mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc 30° và hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt đáy là H thuộc miền trong tam giác ABC . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{56}$.

C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{32}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{40}$.

Lời giải.

H là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) .

Kẻ OP, OQ lần lượt vuông góc với AB, AC .

$$[(SAB), (ABC)] = \widehat{SPH} = 60^\circ$$

$$[(SAC), (ABC)] = \widehat{SQH} = 60^\circ.$$

Ta có $\triangle SHP = \triangle SHQ$ (g-c-g) nên $QH = HP$. Do đó AH vuông góc với BC tại K .

Suy ra $[(SBC), (ABC)] = 30^\circ$.

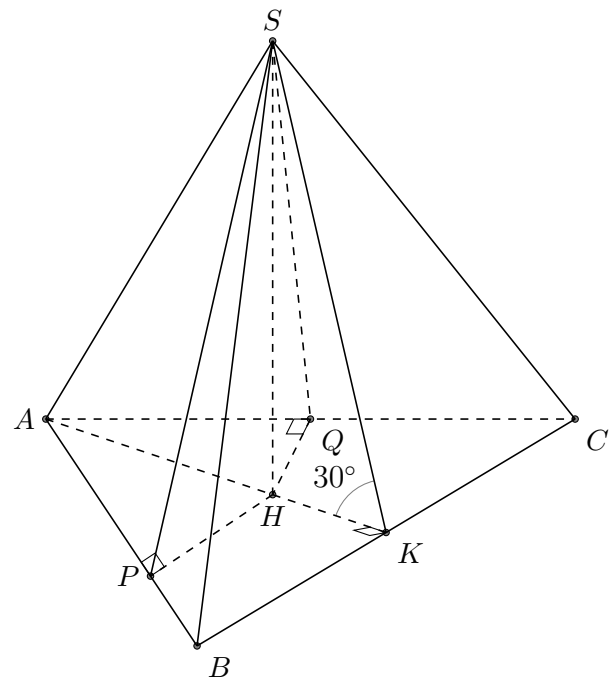
Đặt $SO = x$. Xét $\triangle SHO$ vuông tại O có

$$\widehat{SQH} = 30^\circ. \text{ Suy ra } OH = \frac{x\sqrt{3}}{3}.$$

Xét $\triangle AQH$ vuông tại Q có $\widehat{HAQ} = 30^\circ$. Ta có

$$HA = 2QH = \frac{2x\sqrt{3}}{3}.$$

Xét $\triangle SHK$ vuông tại H có $\widehat{SKH} = 60^\circ$. Khi đó $OK = x\sqrt{3}$.



$$\text{Ta có } AH + HK = AK = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{2x\sqrt{3}}{3} + x\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{3x\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3a}{10}.$$

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{10} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{40}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 66. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành thỏa mãn $AB = a, AC = a\sqrt{3}, BC = 2a$. Biết tam giác SBC cân tại S , tam giác SCD vuông tại C và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{2a^3}{3\sqrt{5}}.$

B. $V = \frac{a^3}{3\sqrt{5}}.$

C. $\frac{a^3}{3\sqrt{3}}.$

D. $\frac{a^3}{\sqrt{5}}.$

Lời giải.

Áp dụng định lý Pitago, ta có $\triangle DAC$ vuông tại C

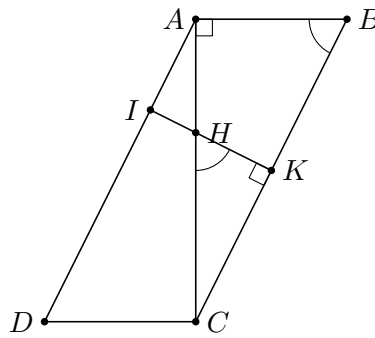
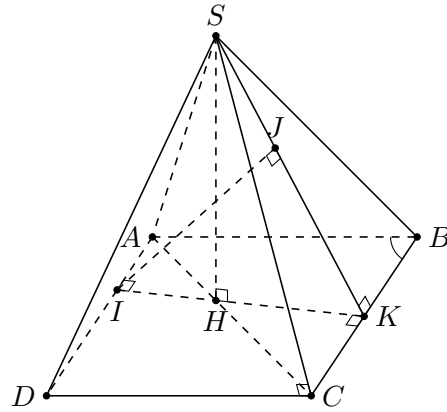
$$\text{Do } \begin{cases} DC \perp AC \\ DC \perp SC \end{cases} \Rightarrow DC \perp (SAC).$$

$\Rightarrow (SAC) \perp (ABCD)$. Kẻ $SH \perp AC$ tại H , suy ra $SH \perp (ABCD)$. Gọi K là trung điểm của BC , và I là giao điểm của KH với AD . Ta có $BC \perp (SKI)$.

Kẻ $IJ \perp SK$ tại J , ta có $IJ \perp (SBC)$.

Xét $\triangle ABC$, ta có:

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{CBA} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 30^\circ.$$



$$\text{Ta có } KH = CK \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}, \text{ mà } S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = a^2\sqrt{3} \Leftrightarrow KI \cdot BC = a^2\sqrt{3} \Rightarrow KI = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ta lại có } d(D, (SBC)) = d(AD, (SBC)) = d(I, (SBC)) = IJ = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Xét tam giác } SIK, \text{ ta có } SH \cdot IK = IJ \cdot SK \Rightarrow SK = \frac{3}{2} \cdot SH.$$

$$\text{Mà } SK^2 = SH^2 + HK^2 \Leftrightarrow \frac{9}{4}SH^2 = SH^2 + \frac{a^2}{3} \Rightarrow SH = \frac{2a}{\sqrt{15}}.$$

$$\text{Suy ra } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{2a^3}{3\sqrt{5}}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 67. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AD = BC = 3$; $AC = BD = 4$; $AB = CD = 2\sqrt{3}$. Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2047}}{12}.$

B. $\frac{\sqrt{2470}}{12}.$

C. $\frac{\sqrt{2074}}{12}.$

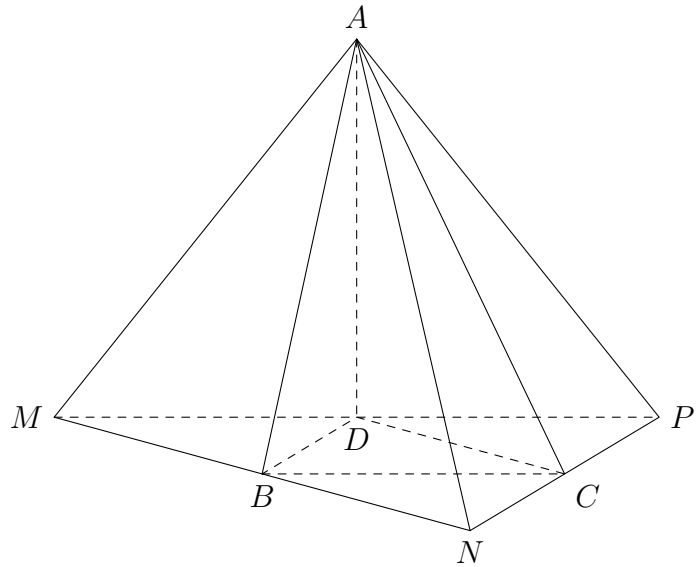
D. $\frac{\sqrt{2740}}{12}.$

Lời giải.

Qua B, C, D dựng các đường thẳng song song với CD, DB, BC . Các đường thẳng này cắt nhau tại M, N, P (hình vẽ).

Ta có $BCDM$ là hình bình hành nên $BC = MD$, tương tự $BC = DP$. Kết hợp với giả thiết $AD = BC = 3$ ta có $AD = MD = DP$, suy ra tam giác AMD vuông tại A , hay $AM \perp AP$. Hơn nữa $AM^2 + AP^2 = MP^2 = 36$.

Tương tự ta có $AP \perp AN$, $AP^2 + AN^2 = NP^2 = 64$ và $AN \perp AM$, $AN^2 + AM^2 = MN^2 = 48$.



Ta có hệ

$$\begin{cases} AM^2 + AP^2 = 36 \\ AP^2 + AN^2 = 64 \\ AN^2 + AM^2 = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AM = \sqrt{10} \\ AP = \sqrt{26} \\ AN = \sqrt{38} \end{cases}.$$

Ta có AM, AN, AP đôi một vuông góc nên $V_{AMNP} = \frac{1}{6} AM \cdot AN \cdot AP = \frac{\sqrt{2470}}{3}$.

Mặt khác hình chóp $A.BCD$ và $A.MNP$ có cùng chiều cao và diện tích đáy $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{4} S_{\triangle MNP}$ nên $V_{ABCD} = \frac{1}{4} V_{AMNP} = \frac{\sqrt{2470}}{12}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 68. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60° . Tính thể tích V của khối đa diện $AB'CA'C'$.

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

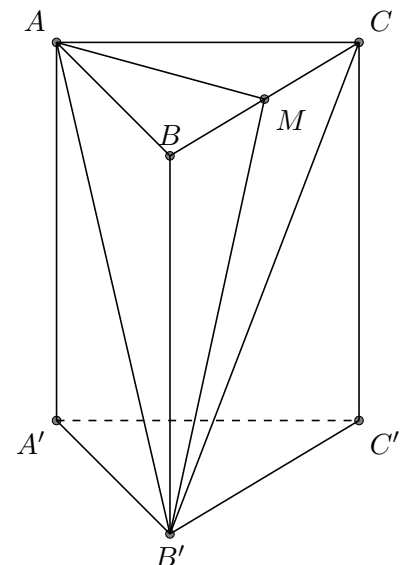
Gọi M là trung điểm BC thì $AM \perp (BCC'B')$ nên $\triangle MB'C$ là hình chiếu của $\triangle AB'C$ trên $(BCC'B')$. Đặt $AA' = x$ ta có

$$S_{MB'C} = \frac{1}{4} \cdot x \cdot BC = \frac{ax\sqrt{6}}{4}.$$

Ta có $AB' = \sqrt{x^2 + 3a^2}$, $AC = a\sqrt{3}$. Mà $AC \perp (ABB'A')$ nên $AC \perp AB'$ nên

$$S_{AB'C} = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot \sqrt{x^2 + 3a^2}.$$

$$\text{Lại có } \frac{1}{2} = \cos 60^\circ = \frac{S_{MB'C}}{S_{AB'C}} = \frac{x\sqrt{2}}{2\sqrt{x^2 + 3a^2}} \Rightarrow x = a\sqrt{3}.$$



Từ đó thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ nên thể tích đa diện cần tính bằng $\frac{2}{3}V = a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 69. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. $\triangle SAB$ cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm của SD . Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (SAC) .

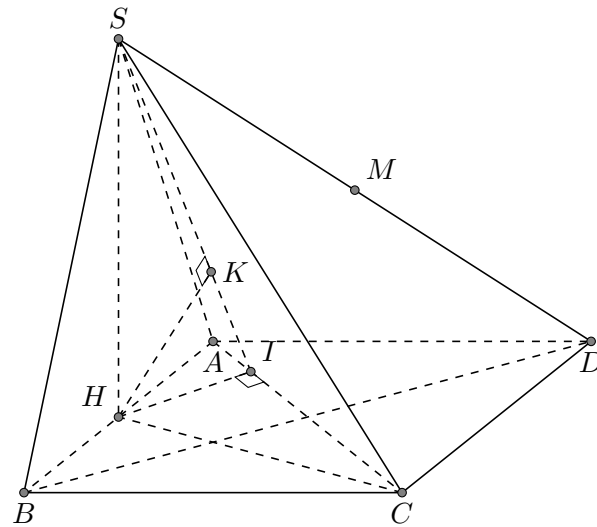
A. $d = \frac{2a\sqrt{1513}}{89}$.

B. $d = \frac{2a\sqrt{1315}}{89}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{1315}}{89}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$.

Lời giải.



Gọi H là trung điểm AB . Vì $\triangle SAB$ cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SH \perp (ABCD)$.

Lại thấy $V_{H.SAC} = V_{M.SAC} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD}$ nên $d(M, (SAC)) = d(H, (SAC))$.

Kẻ $HI \perp AC$, $HK \perp SI$, khi đó $d(H, (SAC)) = HK$.

Lại có $(SC, (ABCD)) = 45^\circ$ nên $\widehat{SCH} = 45^\circ$ và $\triangle SHC$ vuông cân tại H .

Mà $HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$, do đó $SH = \frac{a\sqrt{17}}{2}$.

Mặt khác, $HI = \frac{1}{2}d(B, AC) = \frac{BA \cdot BC}{\sqrt{BA^2 + BC^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. Suy ra $HK = \frac{HS \cdot HI}{\sqrt{HS^2 + HI^2}} = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 70. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Trên các cạnh AB và CD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{NC} = -2\overrightarrow{ND}$. Mặt phẳng (P) chứa MN song song với AC chia khối tứ diện thành hai khối đa diện, trong đó có khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích là V . Tính V .

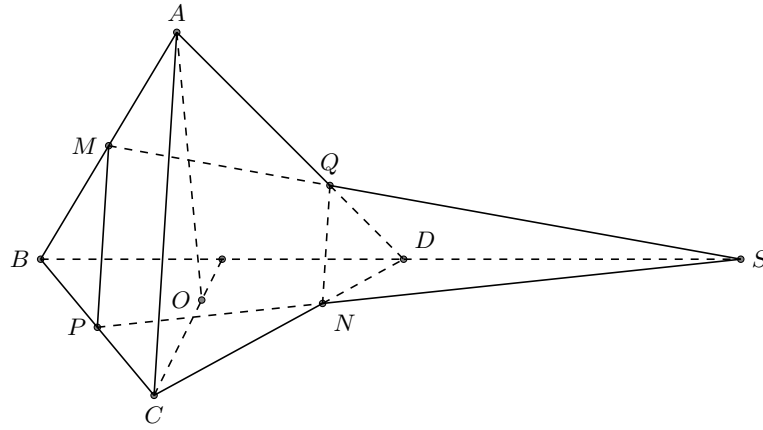
A. $\frac{\sqrt{2}}{18}$.

B. $\frac{7\sqrt{2}}{216}$.

C. $\frac{11\sqrt{2}}{216}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{108}$.

Lời giải.



Gọi O là tâm của tam giác đều ABC ; P là trung điểm BC , Q thỏa $\overrightarrow{QA} = -\overrightarrow{QD}$, $S = MQ \cap BD$.
Suy ra BD, MQ, PN đồng qui tại S .

$$V_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{12}.$$

$$V_{S.MPB} = \frac{1}{3} \cdot d(S, (ABC)) \cdot \frac{1}{4} \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} d(D, (ABC)) \cdot S_{ABC}$$

$$= \frac{1}{2} V_{ABCD} \cdot \frac{V_{S.DNQ}}{V_{S.MPB}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{9} \Rightarrow V_{BPNDQM} = \frac{7}{9} \cdot V_{S.MPB} = \frac{7}{18} \cdot V_{ABCD}$$

$$V_{AMPCNQ} = V_{ABCD} - V_{BPNDQM} = V_{ABCD} - \frac{7}{18} \cdot V_{ABCD} = \frac{11}{18} \cdot V_{ABCD} = \frac{11}{18} \cdot \frac{\sqrt{2}}{12} = \frac{11\sqrt{2}}{216}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 71. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 3$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên hai cạnh SA, SB lấy các điểm P, Q tương ứng sao cho $SP = 1, SQ = 2$. Tính thể tích V của khối tứ diện $MNPQ$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}.$

B. $V = \frac{\sqrt{34}}{12}.$

C. $V = \frac{\sqrt{7}}{18}.$

D. $V = \frac{\sqrt{34}}{144}.$

Lời giải.

Do $SA = SB = SC$ nên hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng ABC phải trùng với điểm M (vì $\triangle ABC$ vuông tại $B \Rightarrow MA = MB = MC$).

Theo giả thiết ta tính được $BA = BC = 2$,
 $MA = MC = \sqrt{2}$.

Gọi $D = PQ \cap AB$.

Ta có $S_{DMN} = S_{AMN} = \frac{1}{4} S_{ABC}$.

$$\frac{SP}{SA} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{PA}{AS} = \frac{2}{3} \Rightarrow d_{(S;(ABC))} = \frac{3}{2} d_{(P;(ABC))}.$$

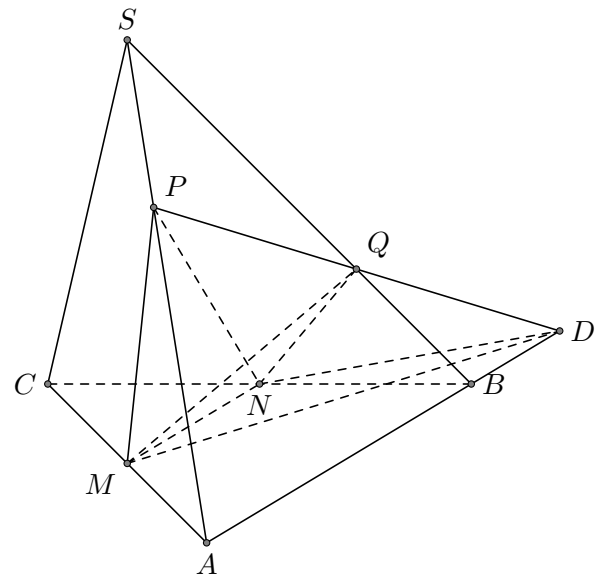
$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{P.MND}} = \frac{d_{(S;(ABC))} \cdot S_{ABC}}{d_{(P;(ABC))} \cdot S_{DMN}} = 6.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SM \cdot S_{ABC} = \frac{\sqrt{SA^2 - AM^2}}{3 \cdot 0,5 \cdot AB \cdot BC} = \frac{2\sqrt{7}}{3}.$$

$$\text{Theo định lý Menelaus ta có } \frac{PS}{PA} \cdot \frac{DA}{DB} \cdot \frac{QB}{QS} = 1 \Rightarrow \frac{DA}{DB} = 4.$$

$$\frac{BD}{BA} \cdot \frac{SA}{SP} \cdot \frac{QP}{QD} = 1 \Rightarrow \frac{QP}{QD} = 1.$$

$$\frac{V_{P.QMN}}{V_{P.DMN}} = \frac{PQ}{PD} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{P.QMN} = \frac{1}{2} V_{P.DMN} = \frac{1}{12} V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{7}}{18}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 72. Cho x, y là các số thực dương thay đổi. Xét hình chóp $S.ABC$ có $SA = x, BC = y$, các cạnh còn lại đều bằng 1. Khi thể tích khối chóp $S.ABC$ đạt giá trị lớn nhất thì tích $x \cdot y$ bằng

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Vì $SB = SC = AB = AC$ nên các tam giác SBC và ABC cân tại S và A .

Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC, SA .

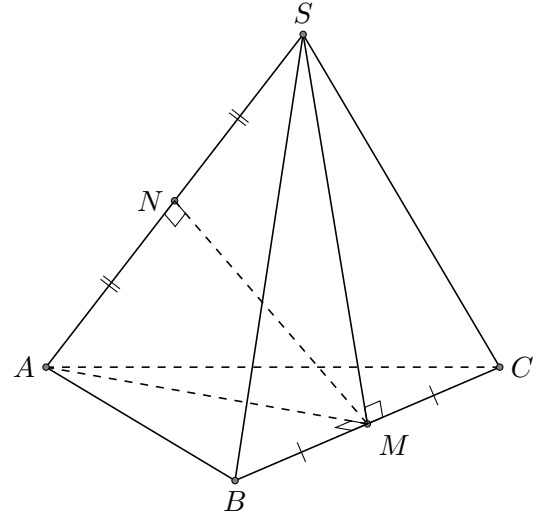
$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp SM \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM).$$

$$\text{Ta có } AM = \sqrt{1 - \frac{y^2}{4}}.$$

Vì $SM = AM$ nên tam giác SAM cân tại M .

$$\text{Suy ra } MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = \sqrt{1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}}.$$

$$S_{SAM} = \frac{1}{2} \cdot SA \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}}.$$



$$\begin{aligned} V_{S.ABC} &= \frac{1}{3} \cdot BC \cdot S_{SAM} \\ &= \frac{1}{3} \cdot y \cdot \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}} \\ &= \frac{1}{12} xy \sqrt{4 - x^2 - y^2} \\ &= \frac{1}{12} \sqrt{x^2 y^2 (4 - x^2 - y^2)} \\ &\leq \frac{1}{12} \sqrt{\left(\frac{x^2 + y^2 + 4 - x^2 - y^2}{3} \right)^3} = \frac{2\sqrt{3}}{27}. \end{aligned}$$

$$V_{\max} = \frac{2\sqrt{3}}{27} \text{ khi } x^2 = y^2 = 4 - 2x^2 \Leftrightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } xy = \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 73. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = BC = AD = BD = 1$. Khi thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất thì khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Dễ thấy $\triangle DAB$ và $\triangle CAB$ lần lượt cân tại D và C

$$\Rightarrow DM \perp AB, CM \perp AB \Rightarrow AB \perp (MCD) \Rightarrow MN \perp AB \quad (1)$$

Mặt khác $\triangle CAB = \triangle DAB$ (c.c.c) nên $CM = DM$

$$\Leftrightarrow \triangle MCD \text{ cân tại } M \text{ và } MN \perp CD \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD
hay $MN = d(AB, CD)$

$$CM = DM = \sqrt{BC^2 - BM^2} = \sqrt{1 - \frac{AB^2}{4}}.$$

$$MN = \sqrt{MC^2 - CN^2} = \sqrt{1 - \frac{AB^2}{4} - \frac{CD^2}{4}}$$

$$\text{Từ } AB \perp (MCD) \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3} AB \cdot S_{\triangle MCD} = \frac{1}{6} AB \cdot MN \cdot CD.$$

$$\text{Mặt khác ta có: } MN^2 + \frac{AB^2}{4} + \frac{CD^2}{4} = 1 - \frac{AB^2}{4} - \frac{CD^2}{4} + \frac{AB^2}{4} + \frac{CD^2}{4} = 1.$$

Theo Bất Đẳng Thức Cô-Si cho ba số ta có:

$$1 = MN^2 + \frac{AB^2}{4} + \frac{CD^2}{4} \geq 3 \sqrt[3]{MN^2 \frac{AB^2}{4} \frac{CD^2}{4}} = 3 \sqrt[3]{36V^2} \Rightarrow V \leq \frac{\sqrt{2}}{18}.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: } MN^2 = \frac{AB^2}{4} = \frac{CD^2}{4} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 74. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ cạnh đáy bằng 1 và chiều cao bằng x .
Tìm x để góc tạo bởi đường thẳng B_1D và (B_1D_1C) lớn nhất.

A. $x = 1$.

B. $x = 0,5$.

C. $x = 2$.

D. $x = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Góc tạo bởi đường thẳng B_1D và (B_1D_1C) là α . Ta có

$$\sin \alpha = \frac{d(D, (B_1D_1C))}{DB_1} = \frac{d(C_1, (B_1D_1C))}{DB_1}$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{d^2(C_1, (B_1D_1C))} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{2x^2 + 1}{x^2}$$

$$\Rightarrow d(C_1, (B_1D_1C)) = \frac{x}{\sqrt{1 + 2x^2}}$$

$$\text{mà } DB_1 = \sqrt{2 + x^2} \text{ nên } \sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{(2 + x^2)(1 + 2x^2)}}.$$

Để góc α lớn nhất thì $\sin \alpha$ lớn nhất.

$$\text{Tức là hàm số } f(x) = \frac{x}{\sqrt{(2 + x^2)(1 + 2x^2)}} \text{ lớn nhất.}$$

$$\text{Ta có } (1 + 1 + x^2)(1 + x^2 + x^2) \geq (3\sqrt[3]{x^2})(3\sqrt[3]{x^4}) = 9x^2 \Rightarrow f(x) \leq \frac{1}{3}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 1$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 75. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a , gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AA' và AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và $B'C$ bằng

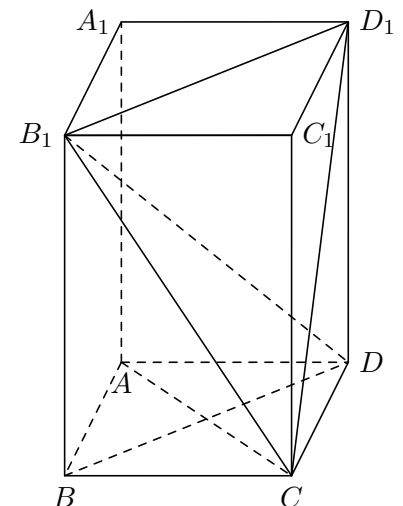
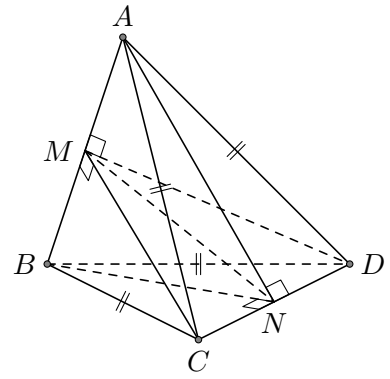
A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.

B. $\frac{3\sqrt{5}}{10}a$.

C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}a$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{15}a$.

Lời giải.



Gọi H và H' lần lượt là trung điểm của AC và $A'C'$, K là trung điểm của AH , L là giao của MN với AB' .

Ta có $\frac{AK}{AC} = \frac{AL}{AB'} = \frac{1}{4} \Rightarrow CB' \parallel AB' \Rightarrow CB' \parallel (MNK)$.

Từ đó $d(CB'; MN) = d(C; (MNK))$.

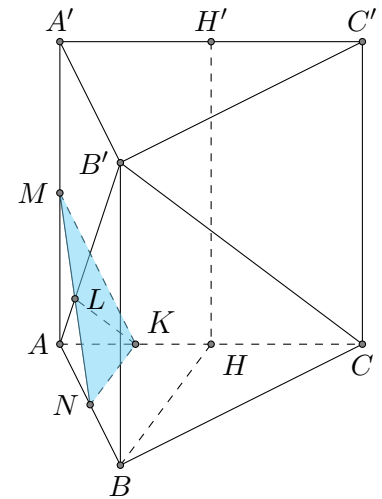
Ta có

$$V_{M.CNK} = \frac{1}{3} \cdot MA \cdot S_{NCK} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{64}.$$

$$S_{MNK} = \frac{1}{2} \cdot NK \cdot KM = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{4} = \frac{a^2\sqrt{15}}{32}.$$

$$\Rightarrow d(C; (MNK)) = \frac{3V_{M.CNK}}{S_{MNK}} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{64} \div \frac{a^2\sqrt{15}}{32} = \frac{3a\sqrt{5}}{10}.$$

$$\text{Vậy, } d(MN, CB') = \frac{3a\sqrt{5}}{10}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 76. Cho khối chóp $S.ABC$ có góc $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$ và $SA = 2$, $SB = 3$, $SC = 4$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $4\sqrt{3}$.

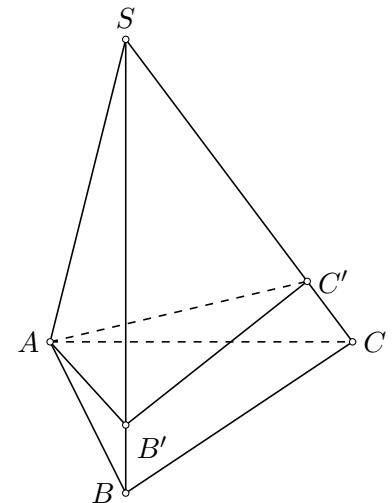
D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Lần lượt lấy trên cạnh SB , SC các điểm B' , C' sao cho $SA = SB' = SC' = 2$. Khi đó $S.AB'C'$ là tứ diện đều cạnh 2 có thể tích bằng $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. Lại có

$$\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{3}.$$

Nên $V_{S.ABC} = 2\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 77. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S . Gọi M là điểm thuộc CD sao cho $BM \perp SA$. Tính thể tích V của $S.BDM$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Lời giải.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Khi đó $SF \perp CD, SE \perp AB$ nên $SE \perp CD$

$\Rightarrow CD \perp (SEF) \Rightarrow (SEF) \perp (ABCD)$.

Kẻ $SH \perp EF \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Do $BM \perp SA$ nên $BM \perp (SAH)$. Suy ra $BM \perp AH$.

Đặt $G = BM \cap AH$. Ta có $SE = \frac{a\sqrt{3}}{2}, SF = \frac{DC}{2} = \frac{a}{2}$,

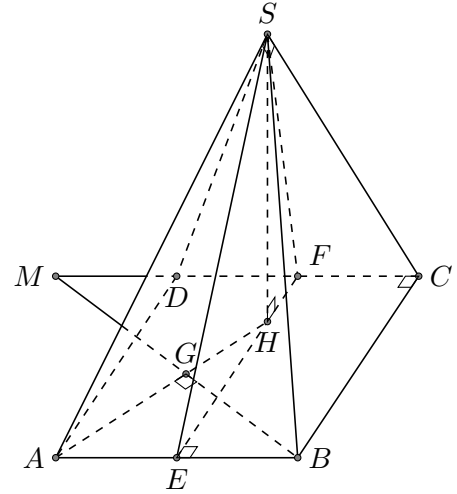
$EF = a \Rightarrow \triangle SEF$ vuông tại S . Ta có

$$\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SE^2} + \frac{1}{SF^2}, EH \cdot EF = SE^2$$

$\Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{4}, EH = \frac{3a}{4}$. Mà $\triangle AEH \sim \triangle BCM$ (g.g).

Suy ra $\frac{AE}{BC} = \frac{EH}{CM} \Rightarrow CM = \frac{3a}{2} \Rightarrow MD = \frac{a}{2}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{BDM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 78. Dãy của lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ là tam giác đều cạnh $a = 4$ và biết diện tích tam giác $A'BC$ bằng 8. Thể tích khối lăng trụ là

A. $2\sqrt{3}$.

B. $4\sqrt{3}$.

C. $8\sqrt{3}$.

D. $16\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC . Ta có $S_{A'BC} = \frac{1}{2}BC \cdot A'M = 2A'M = 8 \Rightarrow A'M = 4$.

Khi đó $AA' = \sqrt{A'M^2 - AM^2} = 2$. Vậy $V = 8\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 79. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có ba kích thước $AB = a, AD = 2a, AA_1 = 3a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (A_1BD) bằng bao nhiêu?

A. a .

B. $\frac{7}{6}a$.

C. $\frac{5}{7}a$.

D. $\frac{6}{7}a$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } d(A, (A_1BD)) = \frac{3V_{A.A_1BD}}{S_{A_1BD}}.$$

$$+ V_{A.A_1BD} = \frac{1}{6}a \cdot 2a \cdot 3a = a^3.$$

$$+ A'D = \sqrt{9a^2 + 4a^2} = a\sqrt{13}; BD = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}; A'B = \sqrt{9a^2 + a^2} = a\sqrt{10}.$$

$$\text{Do đó } S_{A_1BD} = \frac{7}{2}a^2. \text{ Vậy } d(A, (A_1BD)) = \frac{6}{7}a.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 80. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A , mặt bên $BCC'B'$ là hình vuông, khoảng cách giữa AB' và CC' bằng a . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. a^3 .

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

D. $\sqrt{2}a^3$.

Lời giải.

Vì $CC' \parallel (ABB'A')$ nên $d(CC', AB') = d(C, (ABB'A')) = CA = a$.

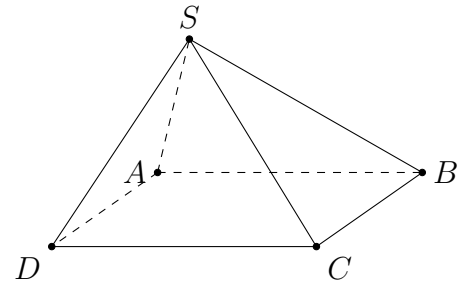
Do đó $BC = CC' = a\sqrt{2}$. Vậy thể tích lăng trụ là $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 81.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành có $AB = a$,
 $SA = SB = SC = SD = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Giá
 trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$.



Lời giải.

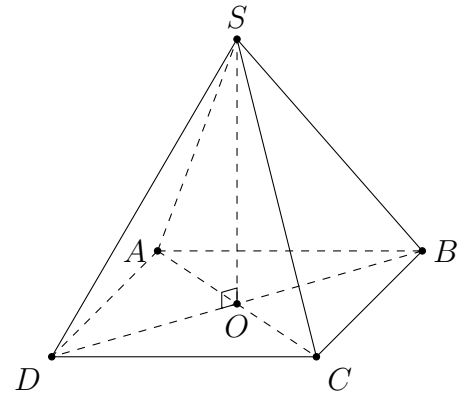
Gọi O là hình chiếu của S xuống mặt đáy.

Vì các cạnh bên bằng nhau nên O là tâm đường tròn ngoại
 tiếp $ABCD$.

Vì vậy $ABCD$ là hình chữ nhật. Đặt $AD = x$. Khi đó

$$SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{\frac{5a^2}{4} - \frac{a^2 + x^2}{4}} = \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}}.$$

Khi đó



$$\begin{aligned} V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} \cdot a \cdot x \cdot \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}} \\ &= \frac{1}{6} \cdot a \cdot \sqrt{x^2(4a^2 - x^2)} \\ &\leq \frac{1}{6} \cdot a \cdot \left(\frac{x^2 + 4a^2 - x^2}{2} \right) \\ &\leq \frac{a^3}{3}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 82. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy góc 60° .
 Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp
 $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích là V_1, V_2 trong đó V_1 là phần thể tích chứa đỉnh A . Tính tỉ số
 $\frac{V_2}{V_1}$.

- A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{7}{5}$. C. $\frac{12}{5}$. D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải.

Gọi $MN \cap SD = P$ và $MB \cap AD = Q$. Khi đó, mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện $SABNPQ$ và $BCNPQD$

Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Theo giả thiết V_2 là thể tích khối đa diện $BCNPQD$.

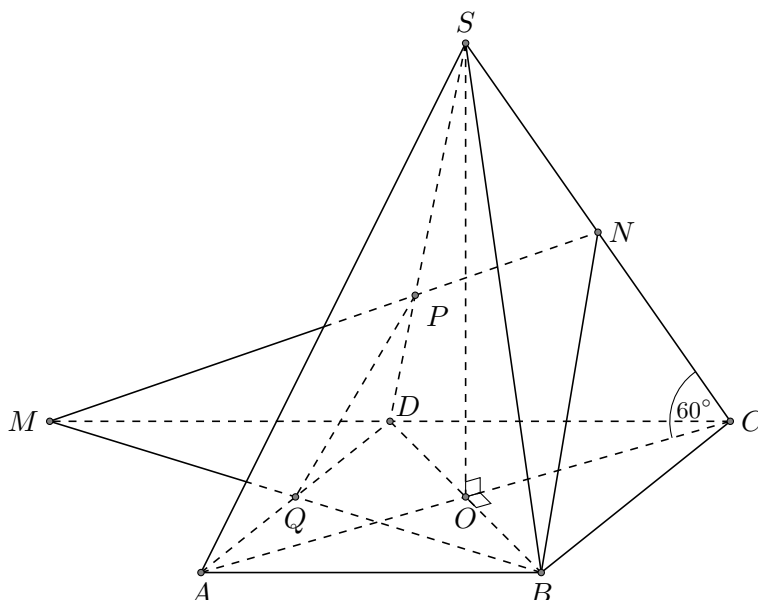
Xét tam giác SCM có N, D là trung điểm $SC, MC \Rightarrow P$ là trọng tâm tam giác $SCM \Rightarrow \frac{MP}{MN} = \frac{2}{3}$.

Vì M đối xứng với C qua D nên

$$\begin{cases} MD = AB \\ MD \parallel AB \end{cases}$$

$\Rightarrow ABDM$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \frac{MQ}{MB} = \frac{1}{2}.$$



Theo công thức tỉ số thể tích $\frac{V_{M.DPQ}}{V_{M.CNB}} = \frac{MD}{MC} \cdot \frac{MP}{MN} \cdot \frac{MQ}{MB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

Suy ra $V_2 = \frac{5}{6}V_{M.CNB}$. (1)

Ta có $S_{ABCD} = 2 \cdot S_{\triangle BCD} = S_{\triangle BCM}$ và $d(N, (ABCD)) = \frac{1}{2}d(S, (ABCD))$ (vì N là trung điểm SC).

Mặt khác $V_{M.CNB} = V_{N.BCM} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle BCM} \cdot d(M, (ABCD)) = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot \frac{1}{2}d(S, (ABCD)) = \frac{1}{2}V$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $V_2 = \frac{5}{12}V \Rightarrow V_1 = \frac{7}{12}V \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{5}{7}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 83. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 4$, $AC = BD = 5$, $AD = BC = 6$. Tính khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (BCD)

A. $\frac{3\sqrt{6}}{7}$.

B. $\frac{3\sqrt{2}}{5}$.

C. $\frac{3\sqrt{42}}{7}$.

D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải.

Dựng $\triangle A'B'C'$ sao cho A, B, C lần lượt là trung điểm của BC', CA', AB' .

$\Rightarrow B'C' = 12; A'B' = 10; A'C' = 8$.

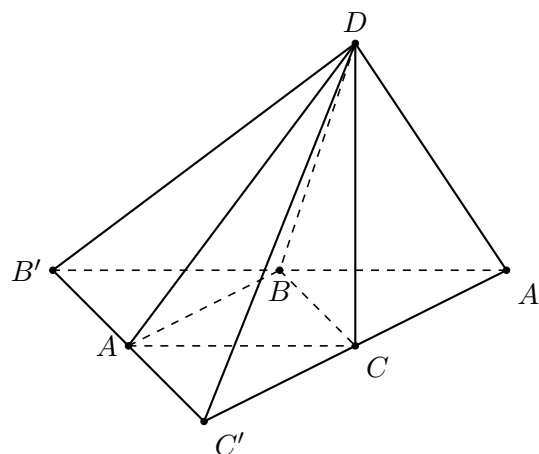
Ta có: $B'A = C'A = BC = AD$.

$\Rightarrow \triangle DB'C'$ vuông tại D .

$\Rightarrow DB' \perp DC'$.

Tương tự ta có: $DC' \perp DA'; DA' \perp DB'$.

$\Rightarrow V_{DA'B'C'} = \frac{1}{6}DA' \cdot DB' \cdot DC'$.



$$\text{Ta có: } \begin{cases} DB'^2 + DC'^2 = B'C'^2 = 144 \\ DC'^2 + DA'^2 = A'C'^2 = 64 \\ DA'^2 + DB'^2 = A'B'^2 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} DA' = \sqrt{10} \\ DB' = 3\sqrt{10} \\ DC' = 3\sqrt{6}. \end{cases}$$

Suy ra $V_{DA'B'C'} = 15\sqrt{6}$.

$$\text{Ta có } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4}S_{\triangle A'B'C'} \Rightarrow V_{DABC} = \frac{1}{4}V_{DA'B'C'} \Rightarrow V_{DABC} = \frac{15\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Sử dụng công thức Heron ta có } S_{\triangle BCD} = \frac{15\sqrt{7}}{3}.$$

$$\text{Mà } V_{ABCD} = \frac{1}{3}d(A, (BCD)) \cdot S_{\triangle BCD} \Rightarrow d(A, (BCD)) = \frac{3V_{ABCD}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{3\sqrt{42}}{7}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAB cân tại S . Góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy bằng 60° , góc giữa SA và mặt đáy bằng 45° . Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. Chiều cao của hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $a\sqrt{3}$.

B. $a\sqrt{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Giả sử $SH \perp (ABCD)$ tại H .

Khi đó $(SA, (ABCD)) = \widehat{SAH} = 45^\circ$.

Gọi M là trung điểm của AB .

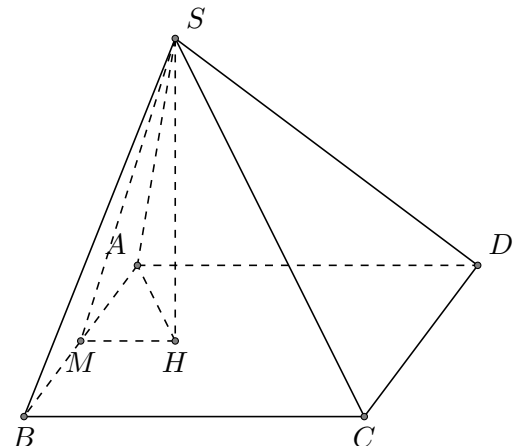
Vì $\triangle SAB$ cân nên $SM \perp AB$ mà $SH \perp AB$

Suy ra $AB \perp (SMH) \Rightarrow ((SAB), (ABCD)) = \widehat{SMH}$.

Khi đó $\widehat{SMH} = 60^\circ$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} SH = x \\ AB = y \end{cases} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}y^2x = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } xy^2 = 8a^3\sqrt{3} \quad (1).$$



$$\text{Xét } \triangle SAH \text{ có } \sin \widehat{SAH} = \frac{SH}{SA} \Rightarrow SA = x\sqrt{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle SHM \text{ có } \sin \widehat{SMH} = \frac{SH}{SM} \Rightarrow SM = \frac{2x}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Xét } \triangle SAM \text{ vuông tại } M \text{ ta có } SA^2 = SM^2 + MA^2 \Rightarrow y^2 = \frac{8x^2}{3}.$$

$$\text{Thế vào (1) ta được } x^3 = 3a^3\sqrt{3} \Rightarrow x = a\sqrt{3} \Rightarrow SH = a\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 85. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy (ABC) bằng 60° , khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{6\sqrt{7}}{7}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \frac{5\sqrt{7}}{3}$.

C. $V = \frac{10\sqrt{7}}{3}$.

D. $V = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Đặt $AB = BC = CA = x$.

Gọi M là trung điểm BC và N là chân đường vuông góc hạ từ M đến SA .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \cap (ABC) = BC \\ (SAM) \perp BC \\ (SAM) \perp (SBC) = SM \\ (SAM) \perp (ABC) = AM \end{cases}$$

Suy ra $((SBC), (ABC)) = (SM, AM) = \widehat{SMA} = 60^\circ$.

Tam giác ABC đều nên

$$AM = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow GM = \frac{1}{3}AM = \frac{x\sqrt{3}}{6}.$$

Tam giác SGM vuông tại G nên $\tan \widehat{SMG} = \frac{SG}{GM} \Rightarrow SG = \frac{x}{2}$.

Vì $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp MN$ do đó MN là đoạn vuông góc chung của SA, BC .

$$\text{Khi đó } MN = \frac{6\sqrt{7}}{7}.$$

$$\text{Tam giác } SAG \text{ có } SA = \sqrt{SG^2 + AG^2} = \frac{x\sqrt{7}}{\sqrt{12}}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } SAM \text{ là } S_{SAM} = \frac{1}{2}SG \cdot AM = \frac{1}{2}MN \cdot SA \Rightarrow x = 4.$$

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{x}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 86.

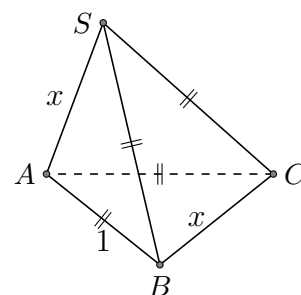
Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = BC = x$, $AB = AC = SB = SC = 1$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối chóp $S.ABC$ lớn nhất khi giá trị của x bằng

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

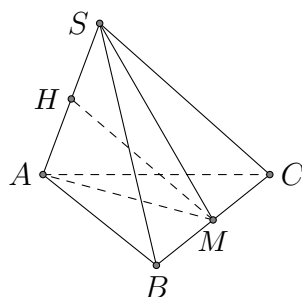
B. $\sqrt{3}$.

C. $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

D. $4\sqrt{3}$.



Lời giải.



Dễ thấy hai tam giác SBC và ABC bằng nhau. Gọi M là trung điểm của BC , ta có $AM \perp BC$, $SM \perp BC$ nên $BC \perp (ASM)$.

— Gọi H là trung điểm của SA . Ta có $AM = SM = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}$, $MH = \sqrt{1 - \frac{x^2}{2}}$, $0 < x \leq \sqrt{2}$.

Do đó, diện tích tam giác ASM là $S_{ASM} = \frac{1}{2}x\sqrt{1 - \frac{x^2}{2}}$.

$$— V_{S.ABC} = 2V_{B.ASM} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot S_{ASM} \cdot BM = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{x^2}{2} \sqrt{1 - \frac{x^2}{2}} = \frac{1}{3} x^2 \sqrt{1 - \frac{x^2}{2}}.$$

$$— \text{Hàm số } f(x) = x^2 \sqrt{1 - \frac{x^2}{2}} \text{ có } f'(x) = 2x \sqrt{1 - \frac{x^2}{2}} - \frac{x^3}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{2}}} = x \left(2\sqrt{1 - \frac{x^2}{2}} - \frac{x^2}{2\sqrt{1 - \frac{x^2}{2}}} \right).$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{1 - \frac{x^2}{2}} - \frac{x^2}{2\sqrt{1 - \frac{x^2}{2}}} = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

$$— \text{Với } 0 < x < \sqrt{2} \text{ ta có } f(0) = 0, f(\sqrt{2}) = 0, f\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = \frac{4}{3\sqrt{3}}.$$

Suy ra, khối chóp $S.ABC$ có thể tích lớn nhất khi và chỉ khi $x = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 87. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích V . Gọi M là điểm trên cạnh SC sao cho $MC = 2MS$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AM và song song với đường thẳng BD , (α) cắt hai cạnh SB, SD lần lượt tại hai điểm N, P . Tính theo V thể tích khối chóp $S.APMN$.

A. $\frac{V}{6}$.

B. $\frac{V}{27}$.

C. $\frac{V}{9}$.

D. $\frac{V}{12}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD ,

I là giao điểm của SO với AM .

Khi đó, đường thẳng qua I song song với BD cắt SB, SD tại N và P .

Gọi Q là điểm thuộc AM sao cho OQ song song với SC .

$$\text{Đặt } k = \frac{MC}{MS} = 2.$$

$$\text{Ta có } \frac{IO}{IS} = \frac{OQ}{SM} = \frac{OQ}{MC \cdot \frac{MS}{MC}} = \frac{OA}{AC} \cdot \frac{MS}{MC} = \frac{k}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } \frac{DP}{PS} = \frac{BN}{NS} = \frac{IO}{IS} = \frac{k}{2}.$$

$$\text{Do đó, } \frac{SM}{SD} = \frac{k}{k+2}.$$

$$\text{Ta cũng có: } \frac{SM}{SC} = \frac{1}{k+1}.$$

$$\begin{aligned} V_{S.APMN} &= 2 \cdot V_{S.APM} = 2 \cdot \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot V_{S.ADC} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot V_{S.ABCD} \\ &= \frac{2}{(k+2)(k+1)} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{V}{6}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 88. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 5a$, $BC = 6a$ và các mặt bên cùng tạo với đáy góc 60° . Biết hình chiếu của S lên đáy là H và thuộc miền trong tam giác ABC . Tính thể tích V của khối chóp đã cho theo a .

A. $V = 8a^3$.

B. $V = 6a^3\sqrt{3}$.

C. $V = a^3\sqrt{3}$.

D. $V = \frac{2a^3}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Kẻ HM, HN, HP lần lượt vuông góc với AC, AB, BC .

Khi đó $\begin{cases} AC \perp SM \\ AB \perp SN, \text{ suy ra } \widehat{SMH}, \widehat{SNH}, \widehat{SPH} \text{ lần lượt là các góc} \\ BC \perp SP \end{cases}$

tạo bởi các mặt bên $(SAC), (SAB), (SBC)$ với mặt đáy.

Suy ra $\widehat{SMH} = \widehat{SNH} = \widehat{SPH} = 60^\circ$.

Do đó $HM = HN = HP$ nên H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Suy ra $S_{\triangle ABC} = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)} = \sqrt{8a \cdot (8a-5a) \cdot (8a-5a) \cdot (8a-6a)} = 12a^2$.

$$\Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{3a}{2} \Rightarrow SH = r \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Do đó } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = 6a^3\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 89. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng 1 và các góc phẳng ở đỉnh A đều bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'C'$.

A. $\frac{\sqrt{22}}{11}$.

B. $\frac{2}{11}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{11}$.

D. $\frac{3}{11}$.

Lời giải.

Dễ thấy hai mặt phẳng (ACB') và $(DA'C')$ song song.

Nên khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'C'$ bằng khoảng cách từ A' đến mặt phẳng (ACB') .

Và bằng khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACB') .

$$\text{Lại có } d(B, (AOI)) = \frac{3V_{B.AOI}}{S_{\triangle AOI}}.$$

Từ giả thiết suy ra $A'ABD$ là tứ diện đều cạnh bằng

$$1, \text{ nên thể tích là } \frac{\sqrt{2}}{12}.$$

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta được

$$V_{B.AOI} = \frac{1}{4}V_{B.ADA'} = \frac{\sqrt{2}}{48}.$$

Tam giác AOI cân tại A có $AI = \frac{\sqrt{3}}{2}, OI = \frac{1}{2}$. Gọi

K là trung điểm OI ta tính được $AK = \frac{\sqrt{11}}{4}$ và là

đường cao. Suy ra diện tích tam giác AOI bằng $\frac{\sqrt{11}}{16}$.

$$d(B, (AOI)) = \frac{3V_{B.AOI}}{S_{\triangle AOI}} = \frac{\sqrt{22}}{11}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 90. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, A'C', BB'$. Tính thể tích khối tứ diện $CMNP$.

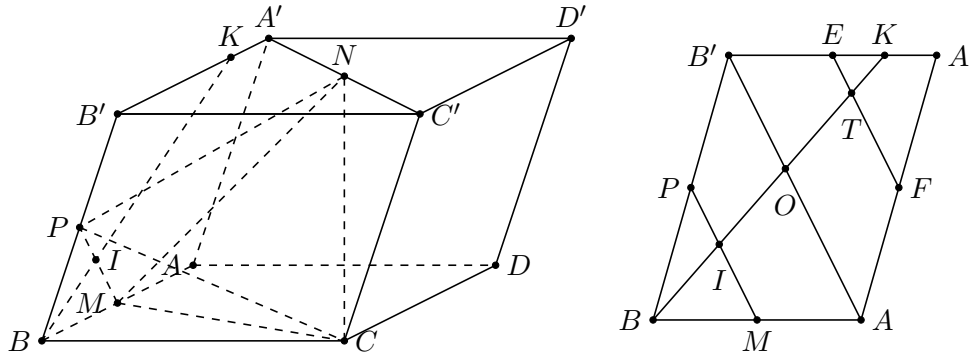
A. $\frac{5}{48}V$.

B. $\frac{1}{8}V$.

C. $\frac{7}{48}V$.

D. $\frac{1}{6}V$.

Lời giải.



Dựng $NK \parallel CM, K \in A'B'$ suy ra $NK \parallel (CMP)$. Gọi $I = BK \cap PM$.

Ta có

$$\frac{V_{CMNP}}{V_{BPMC}} = \frac{d(N, (PMC))}{d(B, (PMC))} = \frac{d(K, (PMC))}{d(B, (PMC))} = \frac{KI}{BI}.$$

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của $A'B', A'A, T = BK \cap EF, O = BK \cap AB'$.

Ta có $BI = IO = OT = 2KT$. Suy ra $\frac{KI}{BI} = \frac{5KT}{2KT} = \frac{5}{2}$.

Do đó $V_{CMNP} = \frac{5}{2}V_{BPMC} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot V = \frac{5}{48}V$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 91. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AC = \frac{a}{2}, BC = a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng tạo với mặt đáy (ABC) góc 60° , mặt phẳng (SBC) vuông góc với đáy (ABC) . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{(3 - \sqrt{3})a^3}{32}$. B. $V = \frac{(3 - \sqrt{3})a^3}{16}$. C. $V = \frac{(3 + \sqrt{3})a^3}{32}$. D. $V = \frac{(3 + \sqrt{3})a^3}{16}$.

Lời giải.

Kẻ $SH \perp BC$ tại H . Vì $(SBC) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

Trong tam giác vuông ABC ta có $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Khi đó $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC} = \sqrt{3}$, suy ra $\widehat{ACB} = 60^\circ$.

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$.

Kẻ $HM \perp AC$ tại M và $HN \perp AB$ tại N . Khi đó dễ dàng chứng minh được góc giữa (SAB) và (ABC) là $\widehat{SNH} = 60^\circ$; góc giữa (SAC) và (ABC) là $\widehat{SMH} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông SHN ta có $SH = HN \tan 60^\circ$.

Trong tam giác vuông SHM ta có $SH = HM \tan 60^\circ$.

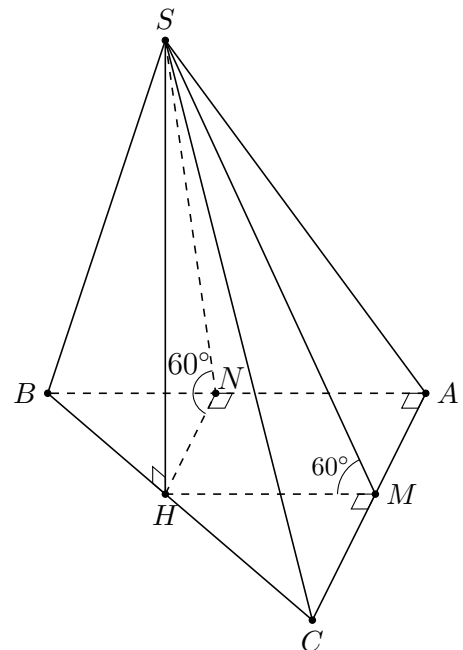
Suy ra $HM = HN = x$.

Trong tam giác vuông MCH ta có $CH = \frac{x}{\sin 60^\circ} = \frac{2x}{\sqrt{3}}$.

Trong tam giác vuông NBH ta có $BH = \frac{x}{\sin 30^\circ} = 2x$.

Mà $BH + CH = BC$ nên

$$2x + \frac{2x}{\sqrt{3}} = a \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 2}.$$



Như vậy $SH = x \tan 60^\circ = \frac{3a}{2\sqrt{3}+2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{8} \cdot \frac{3a}{2\sqrt{3}+2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{16(\sqrt{3}+1)} = \frac{(3-\sqrt{3})a^3}{32}.$$

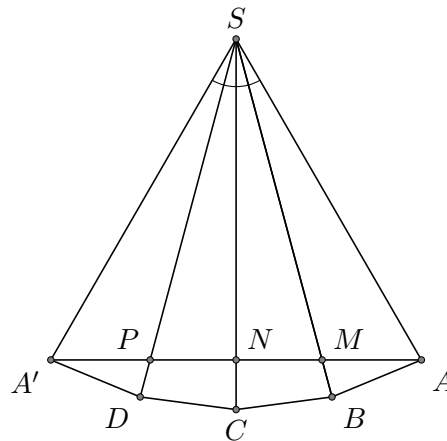
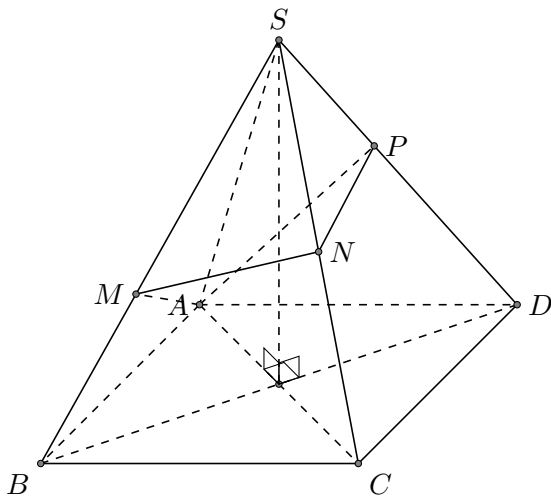
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 92. Người ta cần trang trí một cây thông Noel có dạng hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với cạnh bên $SA = a$, $\widehat{SAB} = \frac{11\pi}{24}$. Quấn một vòng dây đèn trang trí (tùy ý) xuất phát từ A vòng quanh cây thông rồi trở về A . Độ dài nhỏ nhất của dây quấn nằm trong khoảng/ đoạn nào?

- A. $\left(2a; \frac{5a}{2}\right)$. B. $\left(\frac{3a}{2}; 2a\right)$. C. $[3a; 4a]$. D. $\left[a; \frac{3a}{2}\right]$.

Lời giải.



Trải các mặt bên của hình chóp trên một mặt phẳng. Khi đó độ dài ngắn nhất của dây quấn là AA' (hình vẽ).

Ta có $\widehat{SAB} = \frac{11\pi}{24} \Rightarrow \widehat{ASB} = \frac{\pi}{12} \Rightarrow \widehat{ASA'} = \frac{\pi}{3}$.

Tam giác SAA' cân tại S có $\widehat{ASA'} = \frac{\pi}{3}$ nên tam giác SAA' đều cạnh a .

Suy ra $AA' = a \in \left[a; \frac{3a}{2}\right]$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 93. Trong mặt phẳng (P) cho đường tròn (T) đường kính $AB = 2r$, C là một điểm di động trên đường tròn (T) . Trên đường thẳng d vuông góc với (P) tại A lấy điểm S sao cho $SA = r$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Tính thể tích lớn nhất của tứ diện $SAHK$ khi điểm C chạy trên đường tròn.

- A. $\frac{r^3}{3}$. B. $\frac{r^3\sqrt{5}}{25}$. C. $\frac{r^3\sqrt{5}}{75}$. D. $\frac{r^3\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Tam giác SAB vuông tại A có AH là đường cao nên

$$\frac{SH}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2}.$$

Tam giác SAC vuông tại A có AK là đường cao nên

$$\frac{SK}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2}.$$

Tam giác ABC nội tiếp đường tròn (T) đường kính $AB = 2r$ nên tam giác ABC vuông tại C .

Đặt $AC = x$, ta có $BC = \sqrt{4r^2 - x^2}$.

Ta có
$$\frac{V_{SAHK}}{V_{SABC}} = \frac{SH}{SB} \cdot \frac{SK}{SC} = \frac{SA^4}{SB^2 \cdot SC^2}.$$

$$\Rightarrow V_{SAHK} = \frac{SA^4}{SB^2 \cdot SC^2} \cdot V_{SABC} = \frac{r^4}{5r^2 \cdot (r^2 + x^2)} \cdot \frac{1}{3}r \cdot \frac{1}{2}x\sqrt{4r^2 - x^2} = \frac{1}{30}r^3 \cdot \frac{x\sqrt{4r^2 - x^2}}{r^2 + x^2}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2(4r^2 - x^2)}{(r^2 + x^2)^2} = \frac{t(4r^2 - t)}{(t + r^2)^2} = g(t) \quad (t > 0).$

Ta có $g'(t) = \frac{-6r^2t^2 - 2r^4t + 4r^6}{(t + r^2)^4}; g'(t) = 0 \Leftrightarrow -6r^2t^2 - 2r^4t + 4r^6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -r^2 \\ t = \frac{2r^2}{3} \end{cases}.$

Bảng biến thiên:

t	0	$\frac{2r^2}{3}$	$+\infty$
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$		$\frac{4}{5}$	

Vậy thể tích lớn nhất của tứ diện $SAHK$ khi điểm C chạy trên đường tròn là

$$\max V_{SAHK} = \frac{1}{30}r^3 \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{5}}{75}r^3.$$

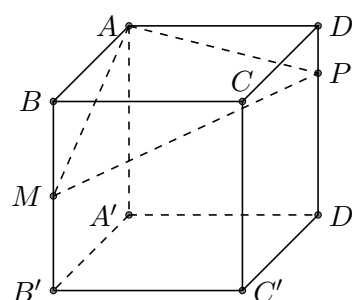
Chọn đáp án 

□

Câu 94.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$. Gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP = \frac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N . Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng

A. $V = 2a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = \frac{11a^3}{3}$. D. $V = \frac{9a^3}{4}$.

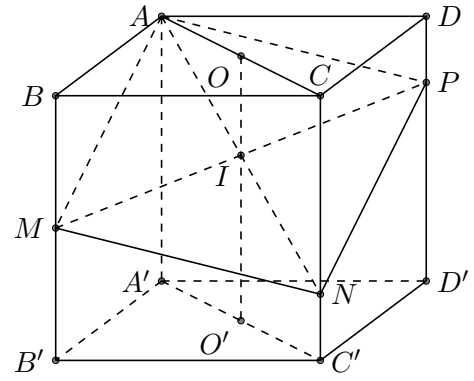


Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là trung điểm của $AC, A'C'$ và I là giao điểm của OO' với MP . Khi đó N là giao điểm của CC' với AI . Ta dễ dàng chứng minh được tứ giác $AMNP$ là hình bình hành và $CN = \frac{3}{4}CC'$.

Từ đó suy ra $BM = a, CN = \frac{3a}{2}, DP = \frac{a}{2}$.

Ta có: $V_{AMNPBCD} = V_{A.BMNC} + V_{A.CNPD}$.



$$V_{A.BMNC} = \frac{1}{3}AB \cdot S_{BMNC} = \frac{1}{3}AB \cdot \frac{1}{2} \cdot BC \cdot (MB + NC) = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \left(a + \frac{3a}{2}\right) = \frac{5a^3}{3}.$$

$$V_{A.CNPD} = \frac{1}{3}AD \cdot S_{CNPD} = \frac{1}{3}AD \cdot \frac{1}{2} \cdot CD \cdot (CN + PD) = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \left(\frac{a}{2} + \frac{3a}{2}\right) = \frac{4a^3}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{AMNPBCD} = \frac{5a^3}{3} + \frac{4a^3}{3} = 3a^3.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 95. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB đều, góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Biết rằng hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ nằm trong hình vuông $ABCD$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AC là

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{10}$.

C. $\frac{3a\sqrt{5}}{10}$.

D. $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm cạnh CD , khi đó $\begin{cases} AB \perp SM \\ AB \perp MI \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SMI).$

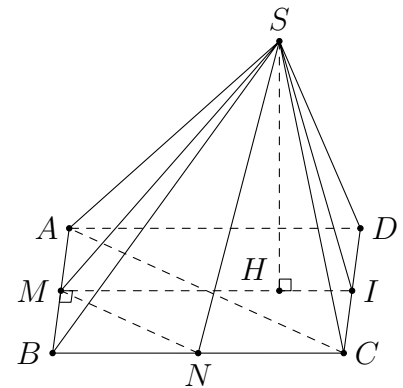
Do $CD \parallel AB$ nên $CD \perp (SMI) \Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = \widehat{SIM}$.

Vẽ $SH \perp MI$ tại $H \in MI$ thì $SH \perp (ABCD)$.

$\triangle SMI$ có $SM^2 = MI^2 + SI^2 - 2MI \cdot SI \cos \widehat{SIM}$

$$\Leftrightarrow 3a^2 = 4a^2 + SI^2 - 2aSI$$

$$\Leftrightarrow SI^2 - 2aSI + a^2 = 0 \Leftrightarrow SI = a.$$



Cách 1:

Theo định lý Pythagore đảo thì $\triangle SMI$ vuông tại $S \Rightarrow SH = \frac{SM \cdot SI}{MI} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi N là trung điểm cạnh BC ta có $AC \parallel MN$

$$\Rightarrow d(AC, SM) = d(AC, (SMN)) = d(C, (SMN)) = \frac{3V_{SMNC}}{S_{\triangle SMN}}.$$

$$\text{Ta có } V_{SMNC} = V_{S.MNB} = \frac{1}{3}SH \cdot \frac{1}{2}BM \cdot BN = \frac{1}{6} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

$$\text{Tam giác } SIC \text{ có } SC = \sqrt{SI^2 + IC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Tam giác } SBC \text{ có } SN^2 = \frac{SB^2 + SC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = 2a^2 \Rightarrow SN = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Tam giác } SMN \text{ có nửa chu vi } p = \frac{SM + SN + MN}{2} = \frac{a\sqrt{3} + a\sqrt{2} + a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Và diện tích } \triangle SMN \text{ là } S_{\triangle SMN} = \sqrt{p(p-SM)(p-SN)(p-BC)} = \frac{a^2\sqrt{15}}{4}.$$

$$\text{Vậy } d(AC, SM) = \frac{3V_{SMNC}}{S_{\Delta SMN}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{12}}{\frac{a^2\sqrt{15}}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Cách 2:

Ta thấy $SM^2 + SI^2 = MI^2$ nên $\triangle SMI$ vuông tại S . Suy ra $SH = \frac{SM \cdot SI}{MI} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $HM = \frac{3a}{2}$.
Gọi $O = AC \cap BD$; N là trung điểm cạnh BC ta có $AC \parallel (SMN)$.

Do đó, $d(AC, SM) = d(AC, (SMN)) = d(O, (SMN)) = \frac{2}{3}d(H, (SMN))$.

Gọi K là hình chiếu của H lên MN , ta có $\triangle HKM$ vuông cân tại K nên $HK = \frac{HM}{\sqrt{2}} = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

$$\text{Vậy } d(AC, SM) = \frac{2}{3} \frac{SH \cdot HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 96.

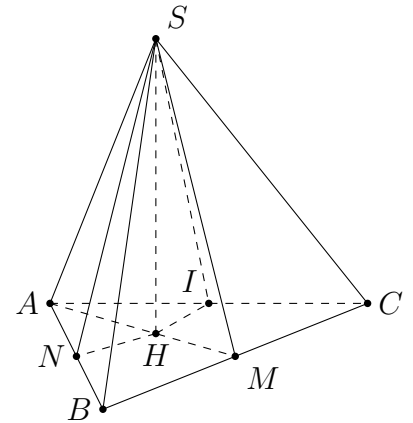
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác ABC là tam giác đều cạnh a . Các mặt (SAB) , (SAC) , (SBC) lần lượt tạo với đáy các góc lần lượt là 30° , 45° , 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$, biết rằng hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) nằm trong tam giác ABC .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8(4 + \sqrt{3})}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2(4 + \sqrt{3})}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4(4 + \sqrt{3})}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4 + \sqrt{3}}$.



Lời giải.

Gọi H là hình chiếu từ S xuống đáy, hạ $HM \perp BC$, $HN \perp AB$ và $HI \perp AC$.

Đặt các đoạn $SH = h > 0$, ta có tam giác ABC đều cạnh $a \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta có $\begin{cases} HM \perp BC \\ SH \perp BC \end{cases} \Rightarrow SM \perp BC \Rightarrow ((SBC), (ABC)) = \widehat{SMH} = 60^\circ$.

Xét $\triangle SHM$ vuông tại H , ta có $\tan \widehat{SMH} = \frac{SH}{HM} \Rightarrow HM = \frac{h}{\sqrt{3}} \Rightarrow S_{\Delta BHC} = \frac{ah\sqrt{3}}{6}$.

Một cách tương tự ta có $S_{\Delta AHB} = \frac{ah\sqrt{3}}{2}$ và $S_{\Delta AHC} = \frac{ah}{2}$,

Khi đó $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AHB} + S_{\Delta AHC} + S_{\Delta BHC} \Rightarrow \frac{ah\sqrt{3}}{6} + \frac{ah\sqrt{3}}{2} + \frac{ah}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow h = \frac{3a}{2(4 + \sqrt{3})}$.

Khi đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}h \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8(4 + \sqrt{3})}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 97. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Tam giác ABC' có diện tích là $\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng tạo với đáy một góc α . Tìm α để thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\alpha = \arctan \frac{1}{\sqrt{6}}$.

B. $\alpha = \arctan \sqrt{6}$.

C. $\alpha = \arctan \sqrt{2}$.

D. $\alpha = \arctan \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

• Gọi H là trung điểm AB . Ta có $\triangle ABC$ đều nên $CH \perp AB$. Mặt khác $\triangle C'AB$ là tam giác cân nên $C'H \perp AB$. Do đó góc giữa hai mặt phẳng $(C'AB)$ và (ABC) là góc $\widehat{CHC'}$. Suy ra góc $\widehat{CHC'} = \alpha$.

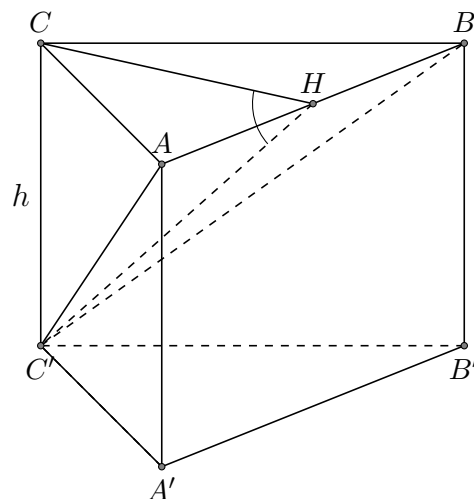
• $S_{\text{đáy}} = S_{C'AB} \cos \alpha = \sqrt{3} \cos \alpha$.

Đặt $x = AB$. Ta có $S_{\text{đáy}} = \frac{1}{2}x^2 \sin 60^\circ$

$\Rightarrow x^2 = \frac{2S_{\text{đáy}}}{\sin 60^\circ} = 4 \cos \alpha \Rightarrow x = 2\sqrt{\cos \alpha}$.

Ta có $CH = AB \sin 60^\circ = \sqrt{3}\sqrt{\cos \alpha}$.

Do đó $h = CC' = CH \tan \alpha = \sqrt{3 \cos \alpha} \tan \alpha$.



• Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = hS_{\text{đáy}} = \sqrt{3 \cos \alpha} \tan \alpha \sqrt{3 \cos \alpha} = 3 \sin \alpha \sqrt{\cos \alpha} = 3\sqrt{\cos \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}$.

Đặt $t = \cos \alpha$ với $0 < t < 1$ và $f(t) = t(1 - t^2)$.

$f'(t) = 1 - 3t^2$. Do đó $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (thỏa mãn)} \\ t = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (loại)}. \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên như sau

x	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1
$f(t)'$	-	0	+
$f(t)$	0	$\frac{2}{3\sqrt{3}}$	0

Từ bảng biến thiên suy ra thể tích khối lăng trụ đạt giá trị lớn nhất khi $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ hay $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Vậy $\alpha = \arctan \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 98. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và SC là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. a .

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải.

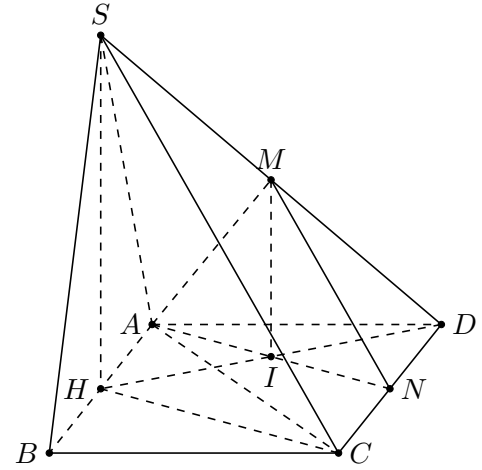
Gọi N là trung điểm CD . Ta có $MN \parallel SC \Rightarrow SC \parallel (AMN)$

$$\Rightarrow d(AM, SC) = d[(AMN), SC] = d[C, (AMN)].$$

Kẻ $SH \perp AB$, ta có $SH \perp (ABCD)$, $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}. \text{ Khi đó}$$

$$\begin{aligned} V_{ACNM} &= \frac{1}{3} \cdot d[M, (ACN)] \cdot S_{ACN} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} d[S, (ACN)] \cdot \frac{1}{4} S_{ABCD} \\ &= \frac{1}{8} V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{48}. \end{aligned}$$



Ta có $AN = HD = HC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

$$\text{Lại có } SD^2 = SH^2 + HD^2 = SH^2 + HA^2 + AD^2 = SA^2 + AD^2 = 2a^2$$

$$\Rightarrow SD = a\sqrt{2} \text{ và } \triangle SAD \text{ vuông tại } A \text{ nên } AM = \frac{SD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vì } HC = HD \text{ nên } SC = SD = a\sqrt{2} \Rightarrow MN = \frac{SC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Lấy } I \text{ là trung điểm của } AN \text{ thì } MI \perp AN \text{ nên } MI = \sqrt{AM^2 - AI^2} = \sqrt{\frac{a^2}{2} - \frac{5a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Suy ra } S_{AMN} = \frac{AN \cdot MI}{2} = \frac{a^2\sqrt{15}}{16} \Rightarrow d[C, (AMN)] = \frac{3V_{ACNM}}{S_{AMN}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 99. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA . Gọi O là điểm bất kỳ trên mặt đáy $(ABCD)$. Biết thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng V . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{27}{8}V$.

B. $\frac{27}{2}V$.

C. $\frac{9}{4}V$.

D. $\frac{27}{4}V$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích } V_{O.MNPQ} = \frac{1}{3} d(O, (MNPQ)) \cdot S_{MNPQ}.$$

Gọi E, F, I, J lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Ta có $PQ \parallel IJ$ và $PQ = \frac{2}{3}IJ$.

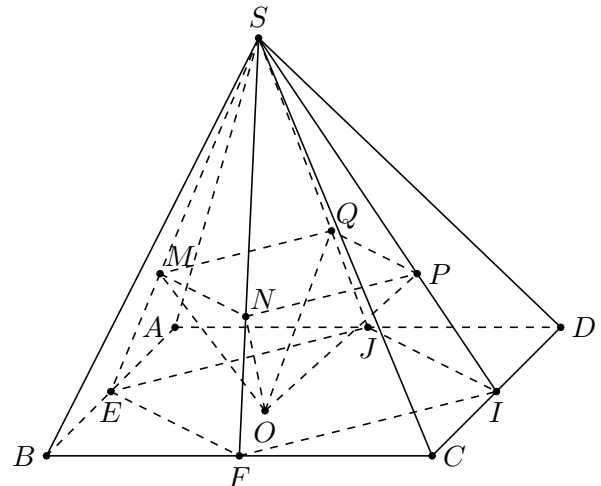
Hai hình bình hành $MNPQ$ và $EFIJ$ đồng dạng với tỉ số đồng dạng $k = \frac{2}{3}$.

$$\text{Suy ra, } \frac{S_{MNPQ}}{S_{EFIJ}} = k^2 \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{4}{9} S_{EFIJ}.$$

$$\text{mà } S_{EFIJ} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{2}{9} S_{ABCD}.$$

Mặt khác, do $(MNPQ) \parallel (ABCD)$ nên

$$d(O, (MNPQ)) = d(P, (ABCD)) = \frac{1}{3} d(S, (ABCD)).$$



Do đó

$$\begin{aligned} V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} d(S, (ABCD)) \cdot S_{ABCD} \\ &= \frac{1}{3} \cdot 3 d(O, (MNPQ)) \cdot \frac{9}{2} S_{MNPQ} \\ &= \frac{27}{2} \cdot \frac{1}{3} d(O, (MNPQ)) \cdot S_{MNPQ} = \frac{27}{2} V. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 100. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại các điểm M, N, P . Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$.

A. $V = \frac{108\pi}{3}$.

B. $V = \frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$.

C. $V = \frac{125\pi}{6}$.

D. $V = \frac{32\pi}{3}$.

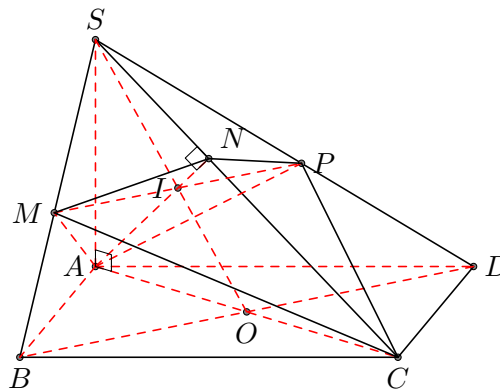
Lời giải.

Phương pháp:

+ Chứng minh: O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$ (với O là tâm của hình vuông $ABCD$).

+ Thể tích khối cầu có bán kính r là: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Cách giải:



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow O$ là trung điểm AC .

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AP$.

Mặt khác, $\begin{cases} SC \perp AP \text{ (do } SC \perp (\alpha)) \\ CD \perp AP \end{cases} \Rightarrow AP \perp (SCD) \Rightarrow AP \perp CP$.

Vậy $\triangle APC$ vuông tại $P \Rightarrow OA = OC = OP$.

Tương tự, ta có: $\triangle AMC$ vuông tại $M \Rightarrow OA = OC = OM$.

Lại có, $SC \perp AN$ (do $SC \perp (\alpha)$) $\Rightarrow \triangle ANC$ vuông tại N .

$\Rightarrow OA = OC = ON$

$\Rightarrow OA = OC = OP = OM = ON \Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$.

Bán kính: $R = OA = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2$.

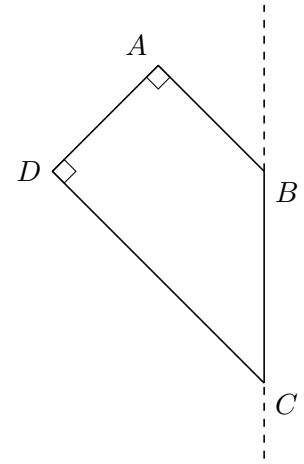
Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$ là: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32\pi}{3}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 101.

Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có $CD = 2AB = 2AD = 4$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra bởi hình thang $ABCD$ khi quay xung quanh đường thẳng BC .

- A. $V = \frac{20\pi\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{32\pi\sqrt{2}}{3}$. C. $10\pi\sqrt{2}$. D. $V = \frac{28\pi\sqrt{2}}{3}$.



Lời giải.

□

Gọi A' , D' lần lượt là điểm đối xứng của A , D qua đường thẳng BC .

Gọi M là giao điểm của AD và $A'D'$.

Ta có $AB = AD = 2$, $CD = 4$ suy ra $AH = BH = \sqrt{2}$ và $BD = BC = 2\sqrt{2}$.

Ta có $\frac{AA'}{DD'} = \frac{1}{2}$ suy ra $MA = AD = 2$ và $MB = 2\sqrt{2}$.

Gọi V_1 là thể tích của khối nón có chiều cao $BC = 2\sqrt{2}$ và bán kính đường tròn đáy là $BD = 2\sqrt{2}$.

Gọi V_2 là thể tích của khối nón có chiều cao $BM = 2\sqrt{2}$ và bán kính đường tròn đáy là $BD = 2\sqrt{2}$.

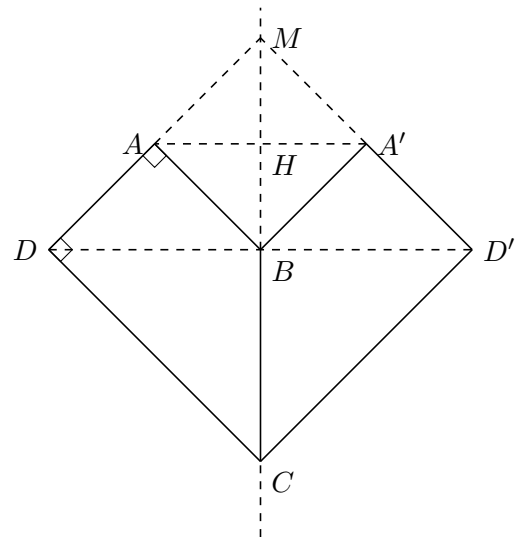
Gọi V_3 là thể tích của khối nón có chiều cao $BH = \sqrt{2}$ và bán kính đường tròn đáy là $AH = \sqrt{2}$.

Gọi V_4 là thể tích của khối nón có chiều cao $MH = \sqrt{2}$ và bán kính đường tròn đáy là $AH = \sqrt{2}$.

Ta có $V_1 = V_2$ và $V_3 = V_4$.

Khi đó

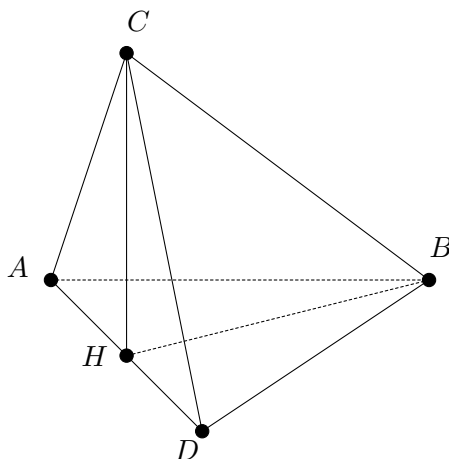
$$V = V_1 + V_2 - V_3 - V_4 = 2V_1 - 2V_3 = 2 \cdot \frac{1}{3} \left[(2\sqrt{2})^2 \pi \cdot 2\sqrt{2} - (\sqrt{2})^2 \pi \cdot \sqrt{2} \right] = \frac{28\pi\sqrt{2}}{3}.$$



Câu 102. Cho hình chóp $S.BCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$; tứ giác $ABCD$ là hình thang vuông với cạnh đáy AD , BC ; $AD = 3BC = 3a$; $AB = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AI}$; M là trung điểm SD , H là giao điểm của AM và SI . Gọi E , F lần lượt là hình chiếu của A lên SB , SC . Tính thể tích V của khối nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác EFH và đỉnh thuộc mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. $V = \frac{\pi a^3}{2\sqrt{5}}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{\sqrt{5}}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{10\sqrt{5}}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{5\sqrt{5}}$.

Lời giải.



Các tam giác đều ABC và BCD có cạnh 2.

$\Rightarrow BD = DC = BC = AB = AC = 2$.

Nên tam giác CAD cân tại C và tam giác BAD cân tại B .

Lấy H là trung điểm $AD \Rightarrow CH \perp AD$ (do tam giác CAD cân tại C)

$$\text{Ta có } \begin{cases} (CAD) \perp (BAD) \\ (CAD) \cap (BAD) = AD \Rightarrow CH \perp (BAD) \Rightarrow CH \perp BH \quad (1) \\ CH \perp AD, BH \subset (CAD) \end{cases}$$

Mặt khác, ta có $\triangle CAD = \triangle BAD$ ($c - c - c$) nên $BH = CH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra tam giác CHB vuông cân tại H có cạnh huyền $CB = 2$.

Suy ra $BC^2 = BH^2 + CH^2 \Leftrightarrow 2BH^2 = 2^2 \Rightarrow BH = CH = \sqrt{2}$.

Xét tam giác CAH vuông tại H có $\cos \widehat{ACH} = \frac{CH}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{ACH} = 45^\circ$.

Lại thấy CH là phân giác của góc $\widehat{ACD}$ (vì $\triangle CAD$ cân tại C)

nên $\widehat{ACH} = \widehat{HCD} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ACD} = 90^\circ$.

Hay tam giác CAD vuông cân tại $C \Rightarrow CH = \frac{1}{2}AD = HA = HD$ (3)

Vì $\triangle CAD = \triangle BAD$ ($c - c - c$) nên $\triangle ABD$ vuông cân tại $B \Rightarrow BH = \frac{AD}{2} = HD = HA$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $HA = HB = HC = HD = \sqrt{2}$ hay H là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ và bán kính mặt cầu là $\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 105. Giả sử đồ thị hàm số $y = (m^2 + 1)x^4 - 2mx^2 + m^2 + 1$ có 3 điểm cực trị là A, B, C mà $x_A < x_B < x_C$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta được một khối tròn xoay. Giá trị của m để thể tích khối tròn xoay đó lớn nhất thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. (4; 6).

B. (2; 4).

C. (-2; 0).

D. (0; 2).

Lời giải.

$$— y' = 4(m^2 + 1)x^3 - 4mx = 4x[(m^2 + 1)x^2 - m].$$

$$— y' = 0 \Leftrightarrow 4x[(m^2 + 1)x^2 - m] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{\frac{m}{m^2 + 1}} \quad (m > 0) \end{cases}$$

– Với $m > 0$ thì hàm số có ba điểm cực trị với $x_A < x_B < x_C$ là $A\left(-\sqrt{\frac{m}{m^2 + 1}}; -\frac{m^2}{m^2 + 1} + m^2 + 1\right)$, $B(0; m^2 + 1)$, $C\left(\sqrt{\frac{m}{m^2 + 1}}; -\frac{m^2}{m^2 + 1} + m^2 + 1\right)$.

– Quay $\triangle ABC$ quanh AC được khối tròn xoay có thể tích là

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{2}{3} \pi BIIC = \frac{2}{3} \pi \left(\frac{m^2}{m^2 + 1} \right) \cdot \sqrt{\frac{m}{m^2 + 1}} = \frac{2}{3} \pi \sqrt{\frac{m^9}{(m^2 + 1)^5}}.$$

– Xét hàm số $f(x) = \frac{m^9}{(m^2 + 1)^5}$ có

$$* f(x) = \frac{m^8(9 - m^2)}{(m^2 + 1)^6} \text{ và } f'(x) = 0 \Leftrightarrow m = 3(m > 0).$$

* Bảng biến thiên

x	0	3	$+\infty$
$f'(x)$		– 0 +	
$f(x)$	0	max	0

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 106. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, ABC có tam giác vuông tại B . Biết $BC = 2a$, $AB = 2a\sqrt{3}$, $AD = 6a$. Quay tam giác ABC và ABD (bao gồm cả điểm bên trong 2 tam giác) xung quanh đường thẳng AB ta được hai khối tròn xoay. Thể tích phần chung của 2 khối tròn xoay đó bằng:

A. $\frac{5\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. C. $\frac{64\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. D. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{2}$.

Lời giải.

Phương pháp: Công thức tính thể tích khối nón tròn xoay có chiều cao h và bán kính đáy R là:
 $V = \frac{1}{4} \pi R^2 h$.

Cách giải:

Ta có:

Khối nón (N_1) được sinh bởi $\triangle ABC$ khi quay quanh AB có chiều cao $h_1 = AB$ và bán kính đáy $R_1 = BC$.

Khối nón (N_2) được sinh bởi $\triangle ADB$ khi quay quanh AB có chiều cao $h_2 = AB$ và bán kính đáy $R_2 = AD$.

Do hai khối nón cùng có chiều cao AB nên hai đáy của hai khối nón nằm trong hai mặt phẳng song song.

Trong mặt phẳng đáy của hình nón (N_1) kẻ đường kính $GH // DE$. Dễ dàng chứng minh được $DEGH$ là hình thang cân.

Gọi $M = AG \cap BE$; $N = AH \cap BD$, $I = AB \cap MN$. Khi đó phần chung giữa hai khối nón (N_1) và (N_2) là hai khối nón: Khối nón (N_3) đỉnh B , đường cao BI , bán kính đáy $IN \Rightarrow V_3 = \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot BI$

Khối nón (N_4) đỉnh A , đường cao AI , bán kính đáy $IN \Rightarrow V_4 = \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot AI$

Thể tích phần chung $V = V_3 + V_4 = \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot BI + \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot AI = \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot (AI + BI) = \frac{1}{3} \pi \cdot IN^2 \cdot AB$

Áp dụng định lý Ta-lét ta có:

$$\frac{MN}{GH} = \frac{AI}{AB}; \frac{MN}{DE} = \frac{BI}{AB} \Rightarrow \frac{MN}{GH} + \frac{MN}{DE} = \frac{AI + BI}{AB} = 1$$

$$\Rightarrow MN \left(\frac{1}{2BC} + \frac{1}{2AD} \right) = 1 \Leftrightarrow MN \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot 2a} + \frac{1}{2 \cdot 6a} \right) = 1 \Leftrightarrow MN = 3a$$

Để thấy I là trung điểm của MN $\Rightarrow IN = \frac{MN}{2} = \frac{3a}{2}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{3a}{2}\right)^2 \cdot 2a\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 107. Cho khối nón có độ lớn góc ở đỉnh là $\frac{\pi}{3}$. Một khối cầu (S_1) nội tiếp trong khối nón. Gọi S_2 là khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón và với S_1 ; S_3 là khối tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón với S_2 ; ...; S_n là khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón và với S_{n-1} . Gọi $V_1, V_2, V_3, \dots, V_{n-1}, V_n$ lần lượt là thể tích của khối cầu $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{n-1}, S_n$ và V là thể tích của khối nón. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{V_1 + V_2 + \dots + V_n}{V}$$

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{6}{13}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

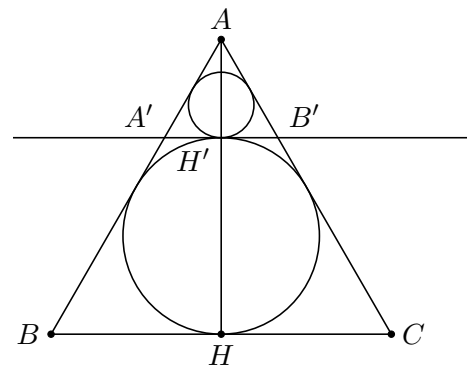
Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác đều cạnh l .

Do đó bán kính đường tròn nội tiếp tam giác cũng chính là bán

kính mặt cầu nội tiếp chóp là $r_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{l\sqrt{3}}{6}$.

Áp dụng định lí Ta-lét ta có

$$\frac{AA'}{AB} = \frac{AH'}{AH} = \frac{AH - HH'}{AH} = \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2} - \frac{l\sqrt{3}}{3}}{\frac{l\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow AA' = \frac{l}{3}.$$



$$\text{Tương tự ta tìm được } r_2 = \frac{l}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{l\sqrt{3}}{18} = \frac{r_1}{3}.$$

$$\text{Tiếp tục như vậy ta có } r_3 = \frac{r_1}{3^2}, r_4 = \frac{r_1}{3^3}, \dots, r_n = \frac{r_1}{3^{n-1}}.$$

$$\text{Ta có } V_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3, V_2 = \frac{4}{3}\pi r_2^3 = \frac{4}{3}\pi r_1^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{r_1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3^3}V_1, V_3 = \frac{1}{(3^3)^2}V_1, \dots; V_n = \frac{1}{(3^3)^{n-1}}V_1$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{V_1 + V_2 + \dots + V_n}{V} \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{V_1 \left(1 + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{(3^3)^2} + \dots + \frac{1}{(3^3)^{n-1}}\right)}{V} \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{V_1 \cdot S}{V}. \end{aligned}$$

Đặt $S = 1 + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{(3^3)^2} + \dots + \frac{1}{(3^3)^{n-1}}$. Đây là tổng của CSN lùi vô hạn với công bội $q = \frac{1}{3^3} < 1$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} S = \frac{1}{1 - \frac{1}{3^3}} = \frac{27}{26}$$

$$\Rightarrow V_1 + V_2 + \dots + V_n = \frac{27}{26}V_1 = \frac{27}{26} \cdot \frac{4}{3}\pi \left(\frac{l\sqrt{3}}{6}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}}{52}\pi l^3 \quad V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{l}{2}\right)^2 \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}\pi l^3}{24}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\frac{\sqrt{3}}{52}\pi l^3}{\frac{\sqrt{3}\pi l^3}{24}} = \frac{6}{13}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 108. Trong không gian $Oxyz$, lấy điểm C trên tia Oz sao cho $OC = 1$. Trên hai tia Ox, Oy lần lượt lấy hai điểm A, B thay đổi sao cho $OA + OB = OC$. Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$?

A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Phương pháp

- Dùng tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.
- Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp.

Cách giải

Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0) \Rightarrow OA = |a|, OB = |b|$. Tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và OC . Ta có

$$\begin{cases} OC \perp OA \\ OC \perp OB \end{cases} \Rightarrow OC \perp (OAB).$$

Qua M dựng đường thẳng song song với OC , qua N dựng đường thẳng song song với OM . Hai đường thẳng này cắt nhau tại I .

$\triangle OAB$ vuông tại $O \Rightarrow M$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle OAB \Rightarrow IO = IA = IB$.

$I \in IN \Rightarrow IO = IC \Rightarrow IO = IA = IB = IC$;

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp $O.ABC$. Ta có $OM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$.

$$\begin{aligned} R &= OI = \sqrt{IM^2 + OM^2} = \sqrt{\frac{c^2}{4} + \frac{a^2 + b^2}{4}} \\ &= \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{a^2 + (1 - a^2) + 1}}{2} = \frac{\sqrt{2a^2 - 2a + 2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2(a^2 - a + 1)}}{2} = \frac{\sqrt{2\left(a^2 - 2a \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right)}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}}}{2} \geq \frac{\sqrt{6}}{4}. \end{aligned}$$

Vậy $R_{\min} = \frac{\sqrt{6}}{4} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 109. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 1$ cm, $AC = \sqrt{3}$ cm. Tam giác SAB, SAC lần lượt vuông tại B và C . Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}}{6}$ cm³. Tính khoảng cách từ C tới (SAB) .

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm.

B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ cm.

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ cm.

D. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ cm.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của SA .

Tam giác SAB, SAC vuông tại $B, C \Rightarrow IS = IA = IB = IC \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$.

Gọi H là trung điểm của BC . Vì $\triangle ABC$ vuông tại A ;

$\Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$\Rightarrow IH \perp (ABC)$.

Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$. Theo bài ra ta có:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{5\sqrt{5}\pi}{6} \Leftrightarrow R^3 = \frac{5\sqrt{5}}{8} = \frac{\sqrt{125}}{8} \Leftrightarrow R = \frac{\sqrt{5}}{2};$$

$$\Rightarrow IS = IA = IB = IC = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Xét tam giác vuông ABC có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2 \Rightarrow AH = 1$.

Xét tam giác vuông IAH có: $IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{5}{4} - 1} = \frac{1}{2}$.

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \Rightarrow V_{I.ABC} &= \frac{1}{3}IH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} SI \cap (ABC) = A &\Rightarrow \frac{d(S, (ABC))}{d(I, (ABC))} = \frac{SA}{IA} = 2 \\ &\Rightarrow \frac{V_{S.ABC}}{V_{I.ABC}} = 2 \\ &\Rightarrow V_{S.ABC} = 2V_{I.ABC} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$

Xét tam giác vuông SAB có $IB = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$$\Rightarrow SA = 2IB = \sqrt{5} \Rightarrow SB = \sqrt{SA^2 - AB^2} = 2 \Rightarrow S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1.$$

Ta có

$$\begin{aligned} V_{S.ABC} &= \frac{1}{3}d(C, (SAB)) \cdot S_{\triangle SAB} \\ \Rightarrow d(C, (SAB)) &= \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\triangle SAB}} = \frac{3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{6}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 110. Cho tứ diện $ABCD$ với $AB = a$, $CD = b$ và các cạnh còn lại có độ dài bằng nhau. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD và $MN = m$. Biết rằng tồn tại một mặt cầu tiếp xúc với 6 cạnh của tứ diện đã cho. Tìm hệ thức đúng biểu diễn mối liên hệ giữa a, b và m .

A. $ab = m^2$.

B. $ab = 2m^2$.

C. $2ab = m^2$.

D. $3ab = 2m^2$.

Lời giải.

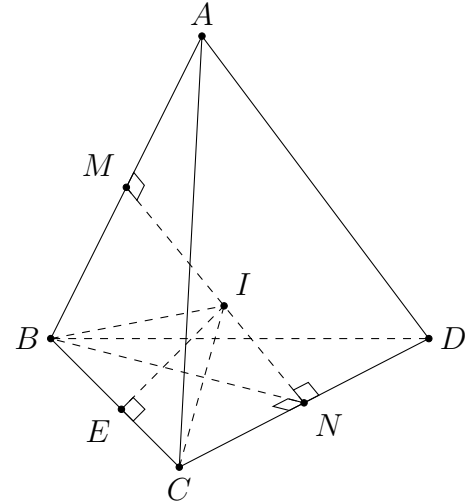
Ta có $AB \perp (MCD)$, $CD \perp (NAB)$ nên MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD .

Gọi I là tâm mặt cầu tiếp xúc với các cạnh của $ABCD$, suy ra I là trung điểm MN .

Kẻ $IE \perp BC$ khi đó $\triangle IEC = \triangle INC$ nên $EC = NC = \frac{b}{2}$.

Tương tự $BM = BE = \frac{a}{2}$. Do đó $BC = \frac{a+b}{2}$.

Lại có $MN^2 = BN^2 - BM^2 = BC^2 - CN^2 - BM^2 = \frac{ab}{2}$. Vậy $m^2 = \frac{ab}{2}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 111. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$ và điểm $A(5; 3; -2)$. Một đường thẳng d thay đổi luôn đi qua A và luôn cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt M, N . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = AM + 4AN$.

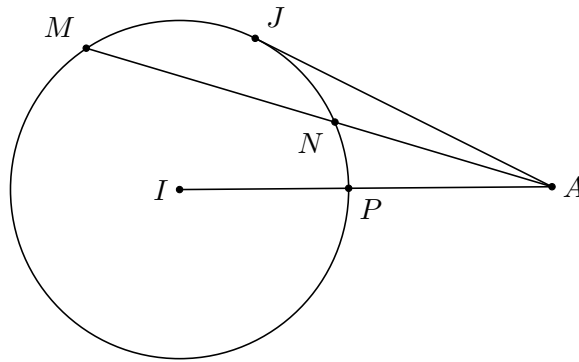
A. $S_{\min} = 30$.

B. $S_{\min} = 20$.

C. $S_{\min} = \sqrt{34} - 3$.

D. $S_{\min} = 5\sqrt{34} - 9$.

Lời giải.



Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 1)$, bán kính $R = 3$. Kẻ tiếp tuyến AJ , $P = AI \cap (S)$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + 4AN$ xảy ra trong trường hợp $AM > AN$.

Ta có $AP \leq AN < AJ$. Lại có $AI = \sqrt{34}$, $AJ = \sqrt{AI^2 - R^2} = 5$.

Do đó $\sqrt{34} - 3 \leq x < 5$, với $x = AN$.

Mà $AM \cdot AN = AJ^2 \Rightarrow AM = \frac{25}{x} \Rightarrow S = 4x + \frac{25}{x}$.

Xét $f(x) = 4x + \frac{25}{x}$ trên $[\sqrt{34} - 3; 5)$. Có $f'(x) = 4 - \frac{25}{x^2} > 0, \forall x \in [\sqrt{34} - 3; 5)$.

Suy ra $S_{\min} = f(\sqrt{34} - 3) = 5\sqrt{34} - 9$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 112. Trong không gian cho một hình cầu (S) tâm O có bán kính R và một điểm S cho trước sao cho $SO = 2R$. Từ S kẻ các tiếp tuyến với mặt cầu với tiếp điểm thuộc đường tròn (C_1) . Trên mặt phẳng (P) chứa đường tròn (C_1) ta lấy điểm E thay đổi nằm ngoài mặt cầu (S) . Gọi N là hình nón có đỉnh là E và đáy là đường tròn (C_2) gồm các tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ E đến mặt cầu (S) . Biết rằng hai đường tròn (C_1) và (C_2) luôn có cùng bán kính. Tính theo R bán kính R' của đường tròn cố định mà E di động trên đó.

A. $R' = \frac{R\sqrt{15}}{4}$.

B. $R' = \frac{R\sqrt{15}}{2}$.

C. $R' = \frac{3R}{2}$.

D. $R' = \frac{R\sqrt{17}}{2}$.

A geometric diagram showing a circle with center O and radius R . A point C is located on the horizontal radius OC . A point D is on the circle. A vertical dashed line segment CD is labeled r_1 . A point S is outside the circle, connected to D and C by solid lines. A horizontal dashed line segment OC is shown.

Ta có $\triangle OSD$ vuông tại D nên $CD \cdot OS = DO \cdot DS$.

$$\text{Do đó } r_1 = CD = \frac{R\sqrt{OS^2 - R^2}}{OS} = R\sqrt{1 - \frac{R^2}{OS^2}}.$$

Tương tự ta có $r_2 = R\sqrt{1 - \frac{R^2}{OF^2}}$. Mà $r_1 = r_2$ nên $OE = OS = 2R$.

Suy ra E di động trên đường tròn giao tuyến của mặt cầu tâm O bán kính $2R$ với mặt phẳng (P) .

Lại có $OC = \frac{OD^2}{OS} = \frac{R}{2} \Rightarrow R' = \sqrt{OE^2 - OC^2} = \sqrt{4R^2 - \frac{R^2}{4}} = \frac{R\sqrt{15}}{2}$.

Chọn đáp án **B**

Câu 113. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

- A.** $\frac{7\pi a^2}{4}$.

- B.** $\frac{7\pi a^2}{12}$.

- C. $\frac{7\pi a^2}{9}$.

- D. $\frac{7\pi a^2}{3}$.

Gọi H là trung điểm của AB .

Suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Gọi O và G là tâm của đáy $ABCD$ và mặt bên SAB .

Xét mặt phẳng (SHO).

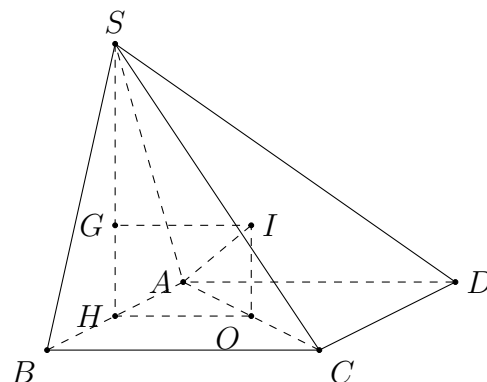
Gọi I là điểm sao cho $OI \parallel SH, GI \parallel HO$.

Ta có $OH \perp (SAB)$ và $SH \perp (ABCD)$. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $HG = \frac{1}{3}SH = \frac{\sqrt{3}a}{6}$.

Suy ra $R^2 = IA^2 = AO^2 + OI^2 = \frac{7}{12}a^2$.

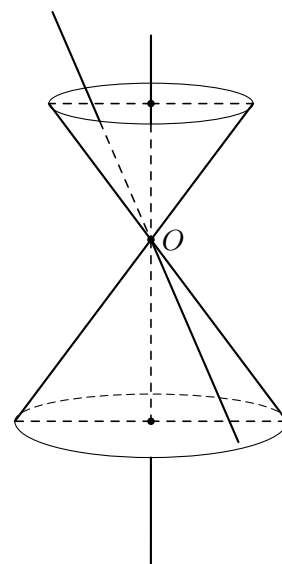
Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = \frac{7\pi a^2}{3}$.



Chọn đáp án **D**

Câu 114.

Cho một đồng hồ cát như hình vẽ bên dưới (gồm 2 hình nón chung đỉnh ghép lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc 60° . Biết rằng chiều cao của đồng hồ là 30 cm và tổng của thể tích của đồng hồ là $1000\pi \text{ cm}^3$. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, tỷ lệ thể tích cát chiếm chỗ và thể tích phần phía dưới là bao nhiêu?



A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{27}$.

C. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$.

D. $\frac{1}{64}$.

Lời giải.

Gọi chiều cao hình nón nhỏ, hình nón lớn, thể tích khối nón nhỏ, khối nón lớn lần lượt là h_1, h_2, V_1, V_2 . Khi đó ta có $h_1 + h_2 = 30$ (1) và $V_1 = \frac{1}{9}\pi h_1^3; V_2 = \frac{1}{9}\pi h_2^3$.

Do đó $V_1 + V_2 = \frac{1}{9}(\pi h_1^3 + \pi h_2^3) = 1000\pi \Rightarrow h_1^3 + h_2^3 = 9000$ (2).

Từ (1), (2) ta được $h_1 = 10; h_2 = 20$ do đó $\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 = \left(\frac{10}{20}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 115. Người ta cần làm một cái bồn chứa dạng hình trụ (có hai nắp) có thể tích 1000l để chứa nước. Tính bán kính đáy R (đơn vị mét) của cái bồn hình trụ đó sao cho ít tốn vật liệu nhất.

A. $R = \sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}(m)$.

B. $R = 10 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}(m)$.

C. $R = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}(m)$.

D. $R = \sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}(m)$.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của cái bồn hình trụ.

Ta có: $V = \pi R^2 h = 1000 \Leftrightarrow h = \frac{1000}{\pi R^2}$.

$$S_{tp} = 2\pi R h + 2\pi R^2 = 2\pi R \cdot \frac{1000}{\pi R^2 + 2\pi R^2} = 2\pi \left(\frac{1000}{\pi R} + R^2 \right) = 2\pi \left(\frac{500}{\pi R} + \frac{500}{\pi R} + R^2 \right) \geq 6\pi \sqrt[3]{\frac{500^2}{\pi^2}}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{500}{\pi R} = R^2 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}} = 10 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 116. Cho ba mặt cầu có bán kính R_1, R_2, R_3 đôi một tiếp xúc ngoài với nhau. Một mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu lần lượt tại A, B, C . Biết tam giác ABC có số đo ba cạnh lần lượt là 2, 3, 4. Tìm tích $R_1 \cdot R_2 \cdot R_3$.

A. 6.

B. 3.

C. $2\sqrt{6}$.

D. 24.

Lời giải.

Giả sử $R_1 > R_2 > R_3$.

Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là tâm ba mặt cầu có bán kính R_1, R_2, R_3 .

Gọi I là hình chiếu của B_1 lên AA_1 .

Gọi J là hình chiếu của C_1 lên BB_1 .

Gọi K là hình chiếu của C_1 lên CC_1 .

Ta có $A_1B_1 = R_1 + R_2$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB = A_1B_1 \\ A_1I = R_1 - R_2. \end{cases}$$

Do vậy

$$\begin{aligned} AB^2 &= A_1B_1^2 - A_1I^2 \\ \Leftrightarrow AB^2 &= (R_1 + R_2)^2 - (R_1 - R_2)^2 \\ \Leftrightarrow AB^2 &= 4 \cdot R_1 \cdot R_2. \end{aligned}$$

Tương tự như trên, ta được $AB^2 \cdot AC^2 \cdot BC^2 = 4^3 \cdot (R_1 \cdot R_2 \cdot R_3)^2 \Leftrightarrow R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 = 3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 117. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 3. Tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $\frac{64}{3}$.

B. $\frac{16\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{64\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{16}{3}$.

Lời giải.

Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi H là giao điểm của AC và BD . Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$, ta có $IS = IB = 3$.

Đặt $AB = x$, ta có $BH = \frac{x\sqrt{2}}{2}$.

Xét $\triangle BIH$ ta có $HI = \sqrt{IB^2 - BH^2} = \sqrt{9 - \frac{x^2}{2}}$.

Suy ra $SH = 3 + \sqrt{9 - \frac{x^2}{2}}$. Mà $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD}$.

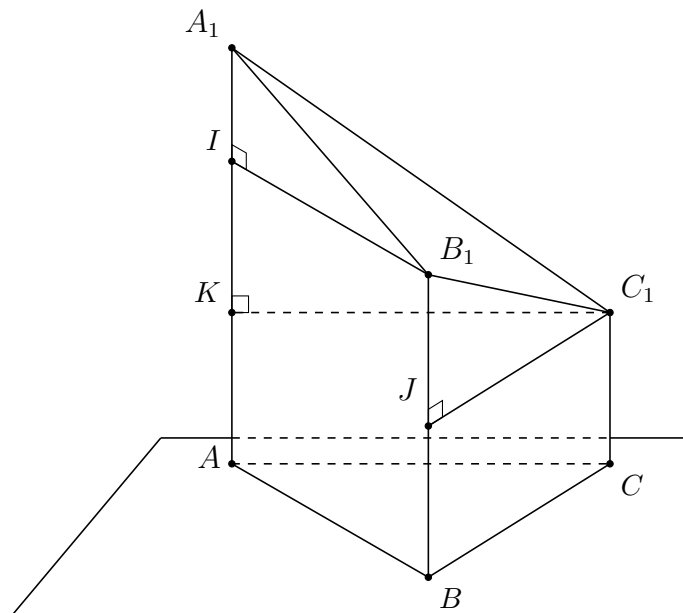
$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = x^2 + \frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot \sqrt{9 - \frac{x^2}{2}}.$$

Đặt $x^2 = t$, điều kiện $t \in (0; 18)$. Xét hàm số $f(t) = t + \frac{1}{3} \cdot t \cdot \sqrt{9 - \frac{t}{2}}$ với $t \in (0; 18)$.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{12\sqrt{9 - \frac{t}{2}} + 36 - 3t}{4\sqrt{9 - \frac{t}{2}}} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow 12\sqrt{36 - \frac{t}{2}} = 3t - 36 \Leftrightarrow t = 16.$$

Bảng biến thiên

x	0	16	18
y'		+	-
y		$\frac{64}{3}$	



Vậy $\max V_{ABCD} = \frac{64}{3}$, xảy ra khi cạnh đáy hình chóp bằng 4.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 118. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng 2 và diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2}{\sqrt[3]{\pi}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt[3]{\pi}}$.

C. $\frac{2}{\pi}$.

D. $\frac{1}{2\pi}$.

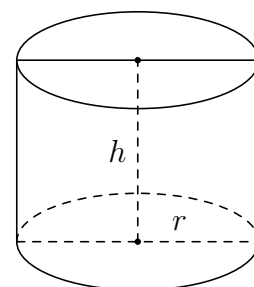
Lời giải.

Gọi h và r là chiều cao và bán kính đáy của lon. Ta có $V = h\pi r^2 \Rightarrow h = \frac{2}{\pi r^2}$.

Ta có $S_{xq} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = \frac{2}{r} + \frac{2}{r} + 2\pi r^2$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có $S_{xq} \geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{r} \cdot \frac{2}{r} \cdot 2\pi r^2} = 6\sqrt[3]{\pi}$.

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{2}{r} = 2\pi r^2 \Leftrightarrow r = \frac{1}{\sqrt[3]{\pi}}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 119. Trong tất cả các khối chóp tứ giác đều ngoại tiếp mặt cầu có bán kính bằng a , tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $V = \frac{8a^3}{3}$.

B. $V = \frac{10a^3}{3}$.

C. $V = 2a^3$.

D. $V = \frac{32a^3}{3}$.

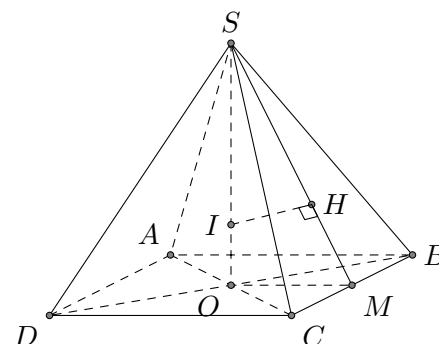
Lời giải.

Với hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ ngoại tiếp mặt cầu (S) tâm

I bán kính a thì $I \in SO$ với O là tâm hình vuông $ABCD$.

Gọi M là trung điểm BC và H là hình chiếu của I trên (SBC) .

Theo cách dựng thì $IH \perp (SBC)$ nên $IH = IO = a$.



Đặt $SO = h$, $AB = 2x$ ta có

$$\frac{a}{h-a} = \sin \widehat{OSM} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}} \Rightarrow h = \frac{2x^2 a}{x^2 - a^2}.$$

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 4x^2 \cdot \frac{2x^2 a}{x^2 - a^2} = \frac{8a}{3} \cdot \frac{x^4}{x^2 - a^2}$.

Xét $f(x) = \frac{x^4}{x^2 - a^2}$ trên $(a; +\infty)$ có $f'(x) = \frac{2x^3(x^2 - 2a^2)}{(x^2 - a^2)^2}$.

Nên $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$. Ta có bảng biến thiên

x	a	$a\sqrt{2}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$4a^2$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $f(x) \geq f(a\sqrt{2}) = 4a^2$.

$$\text{Suy ra } V_{S.ABCD} \geq \frac{8a}{3} \cdot 4a^2 = \frac{32a^2}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 120. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC là tam giác cân với $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $AB = AC = a$. Hình chiếu của D trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của BC . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ biết thể tích tứ diện $ABCD$ là $V = \frac{a^3}{16}$.

A. $R = \frac{a\sqrt{91}}{8}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{13}}{4}$.

C. $R = \frac{13a}{2}$.

D. $R = 6a$.

Lời giải.

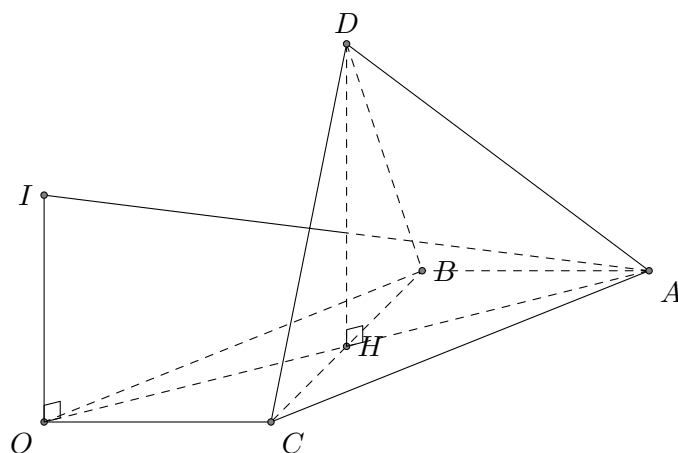
Gọi H là trung điểm BC , O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ta có H là trung điểm của AO . Ta có $DH = \frac{3V_{ABCD}}{S_{ABC}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ ta có $IO \perp (ABC)$. Do $IA = R$, $OA = a$ nên $IO = \sqrt{R^2 - a^2}$.

Do $HO \perp IO$, $HO \perp HD$ nên ta có

$$\left(\frac{a\sqrt{3}}{4} \pm \sqrt{R^2 - a^2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = R^2$$

Giải phương trình trên ta được $R = \frac{a\sqrt{91}}{8}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

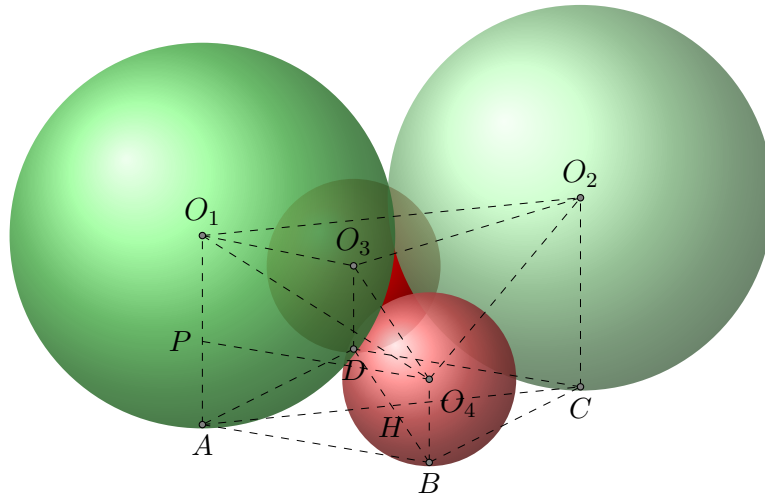
Câu 121. Cho bốn hình cầu $S(O_1; R)$, $S(O_2; R)$, $S(O_3; R')$, $S(O_4; R')$, trong đó $R > R'$. Biết rằng mỗi hình cầu trong chúng đều tiếp xúc với ba hình cầu còn lại và tất cả chúng cùng tiếp xúc với một mặt phẳng. Tính tỉ số $\frac{R}{R'}$.

A. $\frac{R}{R'} = 3$.

B. $\frac{R}{R'} = 2 + \sqrt{3}$.

C. $\frac{R}{R'} = 4$.

D. $\frac{R}{R'} = 4 - \sqrt{3}$.



Lời giải.

Gọi A, B, C, D lần lượt là các tiếp điểm của $S(O_1; R), S(O_2; R), S(O_3; R'), S(O_4; R')$ với mặt phẳng, H là giao điểm của AC và BD . Qua O_4 dựng đường thẳng song song với AB cắt AO_1 tại P .

Ta có: $HB = \frac{1}{2}DB = \frac{1}{2}O_3O_4 = R'$; $AH = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}O_1O_2 = R$;

$AB = PO_4 = \sqrt{O_1O_4^2 - O_1P^2} = \sqrt{(R + R')^2 - (R - R')^2} = 4RR'$.

Tứ giác $ABCD$ có $AB = BC = CA = AD = R + R'$ nên nó là hình thoi, suy ra $AC \perp BD$.

Xét tam giác AHB vuông tại H nên:

$$AH^2 + HB^2 = AB^2 \Rightarrow R^2 + R'^2 = 4RR' \Leftrightarrow \left(\frac{R}{R'}\right)^2 - 4\frac{R}{R'} + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{R}{R'} = 2 + \sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 122. Cho khối chóp $S.ABC$ có $\widehat{BAC} = 90^\circ$, $BC = 2\sqrt{2}$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng đáy là trung điểm H của BC . Giả sử có mặt cầu tâm O , bán kính bằng 1 tiếp xúc với SA, SB, SC lần lượt tại các điểm A_1, B_1, C_1 , trong đó A_1, B_1 thuộc các cạnh tương ứng SA, SB , còn C_1 thuộc tia đối của tia SC , đồng thời mặt cầu tâm O đó cũng tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) . Thể tích của hình chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

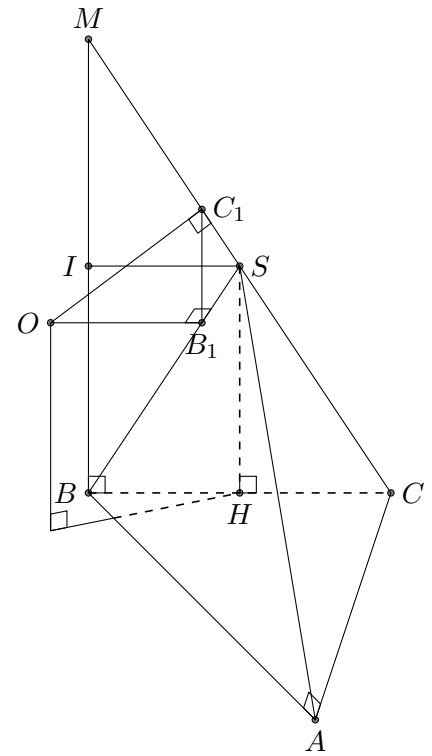
B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Ta có C_1, B_1 lần lượt là tiếp điểm của mặt cầu đã cho với tia đối của tia SC và cạnh SB . Khi đó $OC_1 = OB_1$ và $SC_1 = SB_1$. Suy ra O, S thuộc mặt phẳng trung trực (P) của đoạn C_1B_1 . Lấy M sao cho S là trung điểm của MC . Suy ra $SB = SM, MB \perp BC \Rightarrow (P)$ là mặt phẳng trung trực của MB và $MB \perp (ABC)$. Suy ra (P) đi qua trung điểm I của MB và $(P) \parallel (ABC)$. Khi đó ta có $1 = d(O, (ABC)) = d((P), (ABC)) = IB = SH$. Ta có $AB = BC \sin 30^\circ = \sqrt{2}, AC = BC \cos 60^\circ = \sqrt{6}$. Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.



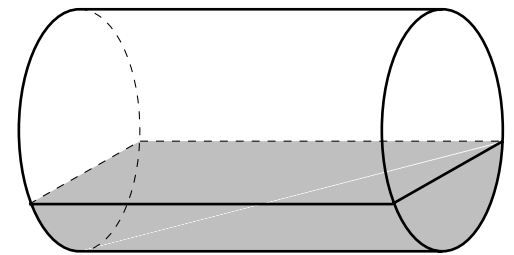
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 123.

Một bồn nước có dạng hình trụ, chiều cao 2 m, bán kính đáy là $\frac{\sqrt{2}}{2}$ m được đặt nằm ngang trên mặt sàn bằng phẳng.

Hỏi khi chiều cao mực nước trong bồn là $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ m thì thể tích nước trong bồn là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



A. 197,01 lít.

B. 200,70 lít.

C. 285,40 lít.

D. 512,80 lít.

Lời giải.

Ta có $OI = OM - IM = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}-1}{2} = \frac{1}{2}$.

Suy ra $\cos \widehat{AOI} = \frac{OI}{OA} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{AOI} = 45^\circ$.

$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{4}$.

Diện tích hình tròn $S_0 = \pi R^2 = \frac{\pi}{2}$.

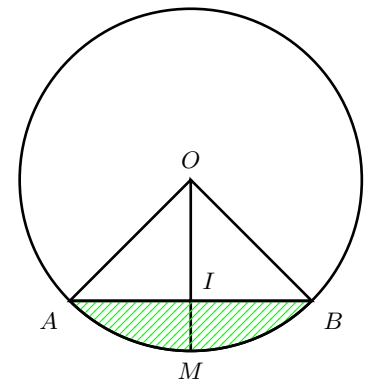
Diện tích phần gạch chéo trên hình vẽ $S_1 = \frac{1}{4} S_0 - S_{\triangle OAB} = \frac{\pi-2}{8}$.

Do đó $\frac{S_1}{S_0} = \frac{\pi-2}{4\pi}$.

Thể tích hình trụ $V_0 = \pi R^2 h = \pi$ (m³).

Gọi thể tích nước trong bồn là V_1 . Ta có $\frac{V_1}{V_0} = \frac{S_1}{S_0}$. Vậy

$$V_1 = \frac{\pi-2}{4\pi} \cdot \pi = \frac{\pi-2}{4} \text{ (m}^3\text{)} \approx 285,40 \text{ (lít)}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 124. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SAD là tam giác đều và nằm

trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Tính bán kính R của khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.CMN$.

A. $R = \frac{a\sqrt{29}}{8}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{93}}{12}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{37}}{6}$.

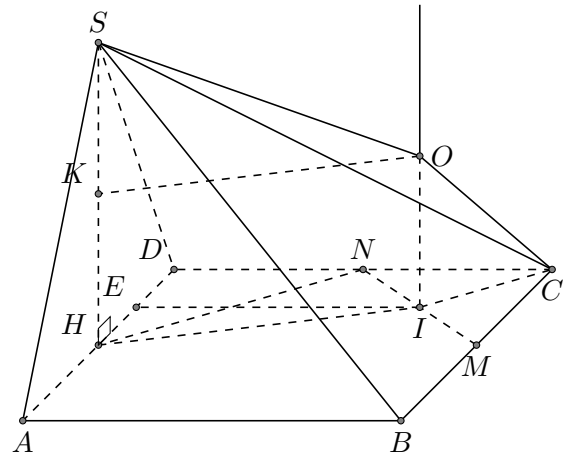
D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Gọi:

- H là trung điểm của $AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.
- I là trung điểm của $MN \Rightarrow I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CMN .
- d là đường thẳng qua I và vuông góc với mặt đáy.
- E là hình chiếu của I lên AD .
- O là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.CMN$.
- K là hình chiếu của O lên SH .

Đặt $OI = x$.



Ta có: $CI = \frac{1}{2}MN = \frac{a\sqrt{2}}{4}$; $OC = \sqrt{IC^2 + IO^2} = \sqrt{\frac{a^2}{8} + x^2}$;

$KO = HI = \sqrt{IE^2 + EH^2} = \sqrt{\left(\frac{3a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$;

$SO = \sqrt{SK^2 + KO^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2} - x\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{10}}{4}\right)^2} = \sqrt{x^2 - \sqrt{3}ax + \frac{22a^2}{16}}$.

Vì O là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.CMN$ nên $SO = OC$

Suy ra: $\sqrt{\frac{a^2}{8} + x^2} = \sqrt{x^2 - \sqrt{3}ax + \frac{22a^2}{16}} \Leftrightarrow \sqrt{3}ax = \frac{5}{4}a^2 \Leftrightarrow x = \frac{5\sqrt{3}a}{12}$.

Vậy $R = OC = \sqrt{\frac{a^2}{8} + \frac{25a^2}{48}} = \frac{\sqrt{93}}{12}a$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 125. Một khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân và đường sinh có độ dài bằng $3\sqrt{2}$ cm. Một mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với đáy một góc 60° chia khối nón thành 2 phần. Tính thể tích phần nhỏ (Tính gần đúng đến hàng phần trăm).

A. $4,36 \text{ cm}^3$.

B. $4,53 \text{ cm}^3$.

C. $5,37 \text{ cm}^3$.

D. $5,61 \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Xét khối nón như hình vẽ.

Ta có $\triangle SBO$ là nửa tam giác vuông cân đỉnh S nên

$BO = \frac{SB \times \sqrt{2}}{2} = 3$.

Mặt phẳng qua đỉnh S cắt đáy theo dây cung AB , tâm đường tròn đáy là O .

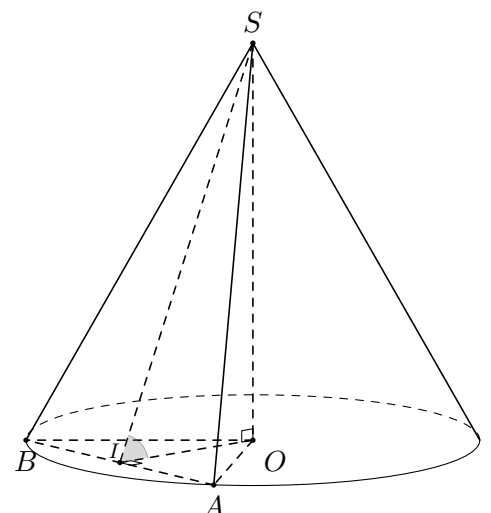
Gọi I là hình chiếu vuông góc của O lên $AB \Rightarrow \widehat{SIO} = 60^\circ$.

Xét $\triangle SOB$, $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = 3$.

Xét $\triangle SIO$, $OI = \frac{SO}{\tan 60^\circ} = \sqrt{3}$.

Xét $\triangle IOA$, $\cos \widehat{IOA} = \frac{OI}{OA} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Suy ra $\widehat{AOB} = 2 \times \widehat{IOA} \approx 109,47^\circ$.



Gọi S là diện tích hình phẳng tạo bởi dây cung AB và đường tròn (O) (phần nhỏ).

$$S = \frac{1}{2} \times 109,47 \times \frac{\pi}{180} \times OB^2 - \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin 109,47^\circ \approx 4,36 \text{ cm}^2.$$

Gọi V_n là thể tích phần nhỏ, $V_n = \frac{1}{3} S \times SO \approx 4,36 \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 126. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M = (1; -1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi nhỏ nhất.

A. $x - y + z - 3 = 0$. B. $x - y + z - 1 = 0$. C. $2x - y - 3z = 0$. D. $x + y + z - 1 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm là $O(0; 0; 0)$.

$1^2 + (-1)^2 + 1^2 < 9 \Rightarrow M$ nằm trong mặt cầu.

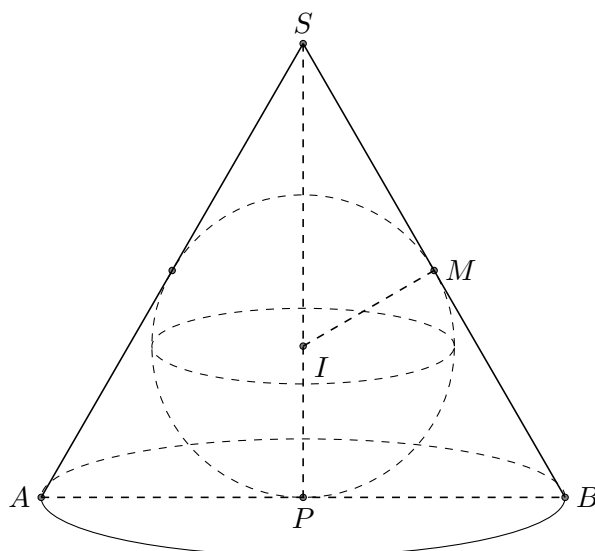
Do đó mặt phẳng (P) đi qua M và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi nhỏ nhất khi $OM \perp (P) = M$. $\overrightarrow{OM} = (1; -1; 1) \Rightarrow 1(x - 1) - 1(y - 1) + 1(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x - y + z - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 127. Một hình cầu (S) có thể tích $\frac{4\pi}{3} \text{ dm}^3$. Người ta muốn đặt hình cầu này nội tiếp một hình nón. Tính thể tích nhỏ nhất V của hình nón đó.

A. $V = 2\pi \text{ dm}^3$. B. $V = 4\pi \text{ dm}^3$. C. $V = \frac{10\pi}{3} \text{ dm}^3$. D. $V = \frac{8\pi}{3} \text{ dm}^3$.

Lời giải.



Gọi h , R lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của hình nón.

Theo bài ra ta có thể tích hình cầu $V_{(S)} = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow r = 1$.

Dễ dàng chứng minh được tam giác SMI và SPB đồng dạng suy ra

$$\frac{SI}{SB} = \frac{MI}{PB} \Rightarrow \frac{h - r}{\sqrt{h^2 + R^2}} = \frac{r}{R} \Rightarrow h = \frac{2R^2}{R^2 - 1}.$$

Khi đó thể tích hình nón là $V_{\text{nón}} = \frac{2\pi}{3} \cdot \frac{R^4}{R^2 - 1}$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2}{t - 1}$ với $t > 1$ có $f'(t) = \frac{t^2 - 2t}{(t - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \end{cases}$. Từ đó ta suy ra được giá trị

nhỏ nhất của hàm số $f_{\min} = f(2) = 4$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 128. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C) . Hỏi có bao nhiêu điểm trên đường thẳng $d: y = 9x - 14$ sao cho từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) ?

A. 4 điểm.

B. 2 điểm.

C. 3 điểm.

D. 1 điểm.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm thuộc đồ thị (C) .

Khi đó tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là $\Delta: y = (3x_0^2 - 3)(x - x_0) + (x_0^3 - 3x_0 + 2)$.

Lấy điểm $A(a; 9a - 14) \in (d)$.

Để có hai đường tiếp tuyến Δ đi qua A thì phương trình ẩn x_0 sau có hai nghiệm phân biệt

$$9a - 14 = (3x_0^2 - 3)(a - x_0) + (x_0^3 - 3x_0 + 2) \quad (1)$$

Ta có

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow 9a - 14 = 3ax_0^2 - 3a - 3x_0^3 + 3x_0 + x_0^3 - 3x_0 + 2 \\ &\Leftrightarrow 2x_0^3 - 16 = 3ax_0^2 - 12a \\ &\Leftrightarrow 9a - 14 = 3ax_0^2 - 3a - 3x_0^3 + 3x_0 + x_0^3 - 3x_0 + 2 \\ &\Leftrightarrow 2x_0^3 - 16 = 3ax_0^2 - 12a \\ &\Leftrightarrow 2(x_0 - 2)(x_0^2 + 2x_0 + 4) = 3a(x_0 - 2)(x_0 + 2) \\ &\Leftrightarrow (x_0 - 2)(2x_0^2 + 4x_0 - 3ax_0 + 8 - 6a) = 0 \quad (2) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ 2x_0^2 + 4x_0 - 3ax_0 + 8 - 6a = 0 \quad (3) \end{cases} \end{aligned}$$

Để (2) có hai nghiệm thì (3) có đúng một nghiệm khác 2 hoặc hai nghiệm phân biệt với một nghiệm là 2.

Trường hợp (3) có một nghiệm là 2 thì ta có $8 + 8 - 6a + 8 - 6a = 0 \Leftrightarrow a = 2$.

$$\text{Để (3) có đúng một nghiệm thì } \Delta_3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ a = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Vậy có 3 giá trị của a . Nghĩa là có ba điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 129. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2; 1; 1)$ bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2; 1; 5)$ bán kính 2. (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$. Đặt M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm O đến (P) . Giá trị $M + m$ bằng

A. $8\sqrt{3}$.

B. 9.

C. 8.

D. $\sqrt{15}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) cắt đường thẳng IJ tại điểm S và J là trung điểm của SI suy ra $S(2; 1; 9)$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với hai mặt cầu tại E, F , dễ thấy góc giữa EF và IJ bằng 30° . Gọi M là giao điểm của EF và mặt phẳng (Oxy) , (P) cắt mặt phẳng (Oxy) theo giao tuyến Δ . Khi (P) thay đổi, điểm M tạo nên đường tròn (C) tâm $K(2; 1; 0)$, bán kính $R = 9 \tan 30^\circ = 3\sqrt{3}$ và Δ là tiếp tuyến của (C) .

Gọi N là hình chiếu vuông góc của O trên Δ . Ta có

$$d(O, (P)) = \frac{ON}{R} \cdot d(K, (P)) = \frac{ON\sqrt{3}}{2}$$

☐

The diagram shows a sphere with a vertical cylinder inscribed within it. The sphere's center is marked with a point O . The cylinder's top circular face has a center point O' , and its bottom circular face has a center point I . A vertical dashed line passes through the centers O , I , and O' , representing the axis of symmetry. The cylinder's edges are shown with dashed lines, and the sphere's equator is represented by a dashed line at the back to indicate its three-dimensional nature.

h	0	$\frac{2R\sqrt{3}}{3}$	$2R$		
$f'(h)$		+	0	−	
$f(h)$			$\frac{4R^3}{3\sqrt{3}}$		
	0	$\nearrow$		$\searrow$	0

1

1578 <https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/>

A. $S = \frac{4\sqrt{2}a^2}{3}$.

B. $S = \frac{\sqrt{2}a^2}{3}$.

C. $S = \frac{8\sqrt{2}a^2}{3}$.

D. $S = \frac{5\sqrt{2}a^2}{3}$.

Lời giải.

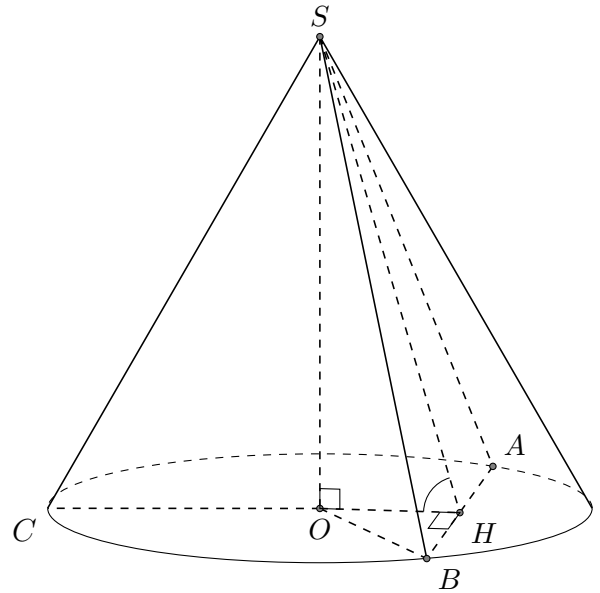
Theo bài ra ta có tam giác SOC vuông cân ở O suy ra $OC = SO = a\sqrt{2}$.

Giả sử mặt phẳng (P) cắt đường tròn đáy theo dây cung AB . Gọi H là trung điểm của AB suy ra $OH \perp AB$, kết hợp với SO vuông góc với đáy suy ra $AB \perp (SOH)$, từ đó suy ra $\widehat{SHO} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông SOH có

$$OH = SO \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{3},$$

$$SH = \frac{SO}{\sin 60^\circ} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}.$$



Trong tam giác vuông OHB có

$$BH^2 = OB^2 - OH^2 = 2a^2 - \frac{6a^2}{9} = \frac{12a^2}{9} \Rightarrow BH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Từ đó ta có diện tích thiết diện } S_{\Delta SAB} = \frac{SH \cdot AB}{2} = SH \cdot BH = \frac{2a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{4a^2\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 132.

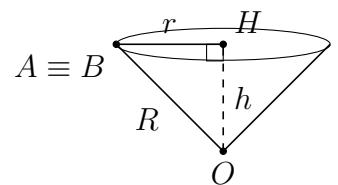
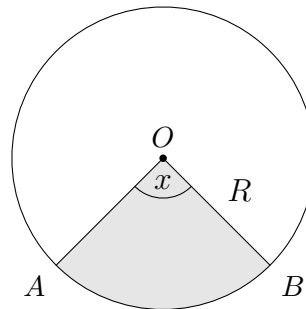
Bạn An có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, An muốn biến hình tròn đó thành một cái phễu hình nón. Khi đó An phải cắt bỏ hình quạt tròn OAB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất.

A. $x = \frac{\pi}{4}$.

B. $x = \frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$.

C. $x = \frac{\pi}{3}$.

D. $x = \frac{\pi}{2}$.

**Lời giải.**

Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy, chiều cao của phễu.

Xét tam giác vuông OAH có $h = \sqrt{R^2 - r^2}$, từ đó suy ra thể tích của phễu

$$V = \frac{1}{3}h\pi r^2 = \frac{\pi}{3}\sqrt{(R^2 - r^2)r^4}. \quad (1)$$

$$\text{Nhận thấy } (R^2 - r^2)r^4 = 4(R^2 - r^2) \cdot \frac{r^2}{2} \cdot \frac{r^2}{2} \leq 4 \left(\frac{R^2 - r^2 + \frac{r^2}{2} + \frac{r^2}{2}}{3} \right)^3 = \frac{4R^6}{27}. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } V \text{ lớn nhất khi và chỉ khi } \frac{r^2}{2} = R^2 - r^2 \Leftrightarrow r = \frac{R\sqrt{6}}{3}.$$

Theo giả thiết ta có chu vi đáy phễu bằng chiều dài cung $\widehat{AB}$ hay

$$Rx = 2\pi r \Leftrightarrow x = \frac{2\pi r}{R} = \frac{2\pi \frac{R\sqrt{6}}{3}}{R} = \frac{2\pi\sqrt{6}}{3}.$$

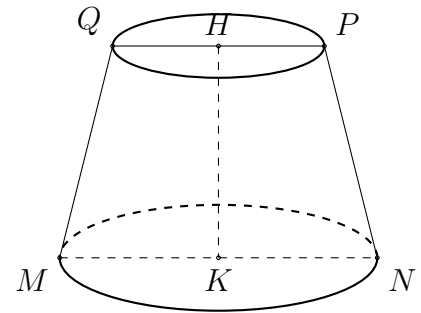
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 133.

Có một chiếc cốc làm bằng giấy được úp ngược như hình vẽ bên. Chiều cao của chiếc cốc là $HK = 2\sqrt{143}$ cm, bán kính đáy cốc $HP = 1$ cm, bán kính miệng cốc là $KN = 3$ cm. Một con kiến đang đứng ở điểm M của miệng cốc dự định sẽ bò hai vòng quanh thân cốc để lên đến đáy cốc ở điểm P . Tính quãng đường ngắn nhất để con kiến có thể thực hiện được dự định của mình.

- A. $1 + \sqrt{579}$ cm. B. $12\sqrt{7}$ cm.
C. $24 + 6(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ cm. D. $\sqrt{579}$ cm.



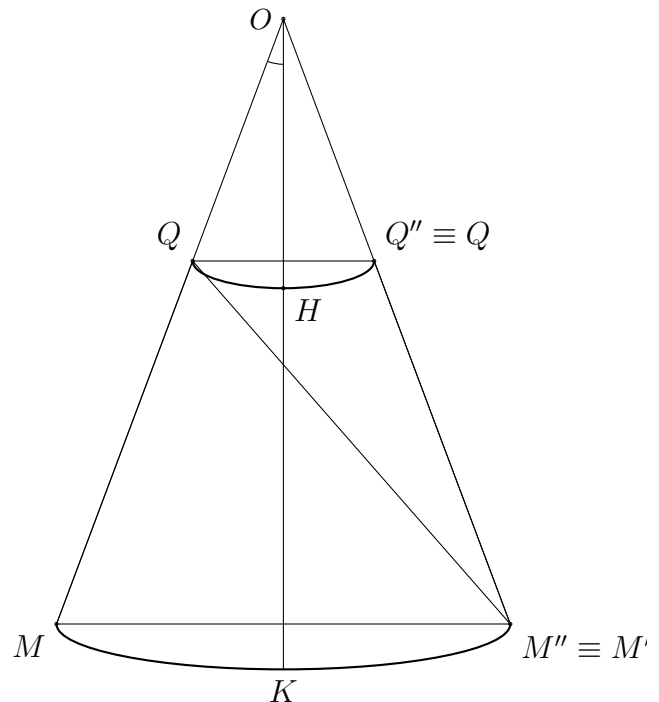
Lời giải.

Đặt b, a, h lần lượt là bán kính đáy cốc, miệng cốc và chiều cao của cốc, α là góc kí hiệu như trên hình vẽ bên. Ta “trải” hai lần mặt xung quanh cốc lên mặt phẳng sẽ được một hình quạt của một khuyên với cung nhỏ $QQ' = 4\pi b$ và cung lớn $MM' = 4\pi a$. Độ dài ngắn nhất của đường đi của con kiến là độ dài đoạn thẳng QM'' . Áp dụng định lí hàm số cosin ta được

$$l = \sqrt{QO^2 + OM''^2 - 2QO \cdot OM'' \cdot \cos 2\alpha}.$$

Ta có $Q''M'' = MQ = \sqrt{(a-b)^2 + h^2}$.

Gọi l_1, l_2 lần lượt là độ dài cung nhỏ QQ'' và MM'' , ta có



$$\frac{a}{b} = \frac{4\pi a}{4\pi b} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{OM}{OQ} = \frac{OQ + AM}{OQ} = 1 + \frac{MQ\alpha}{2\pi b} \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi(a-b)}{MQ} = \frac{2\pi(a-b)}{\sqrt{(a-b)^2 + h^2}} \quad (2)$$

$$\frac{MQ}{OQ} = \frac{a}{b} - 1 = \frac{a-b}{b} \Rightarrow OQ = \frac{b\sqrt{(a-b)^2 + h^2}}{a-b} \quad (3)$$

$$OM'' = OQ + QM = \frac{b\sqrt{(a-b)^2 + h^2}}{a-b} + \sqrt{(a-b)^2 + h^2} \quad (4).$$

Thay (2), (3), (4) vào (1) ta được $l = 12\sqrt{7}$ cm.

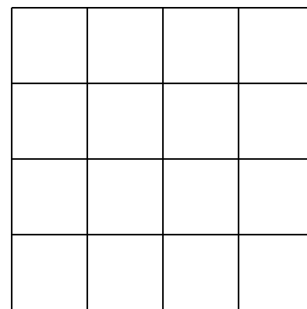
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 134.

Cho một bảng ô vuông 4 (hình vẽ bên). Người ta điền vào mỗi ô vuông của bảng một trong hai số 1 hoặc -1 . Tính xác suất P để tổng các số trong mỗi hàng và mỗi cột bằng 0.

A. $P = \frac{27}{8192}$. B. $P = \frac{45}{32768}$. C. $P = \frac{69}{32768}$. D. $P = \frac{81}{4096}$.

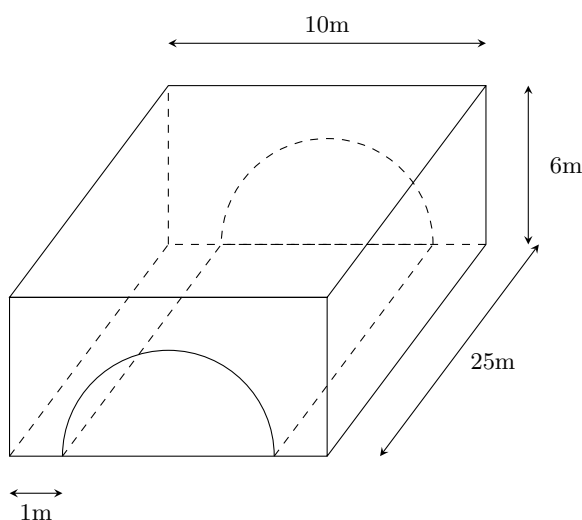


Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 2^{16} = 65536$ Xét một hàng (hoặc một cột) bất kì. Giả sử trên hàng đó có x số 1 và y số -1 . Ta có tổng các số trên hàng đó là $x - y$. Theo đề bài ta có $x - y = 0 \Rightarrow x = y = 2$, do đó có $C_4^2 = 6$ cách chọn hàng đó. Do các cột có tổng các số bằng không nên khi chọn trước 2 cột thì 2 cột còn lại có duy nhất một cách chọn. Do vậy số cách chọn thỏa mãn là $C_4^2 \cdot C_6^2 = 90$. Vậy $P = \frac{45}{32768}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 135. Viện Hải dương học dự định làm một bể cá bằng kính phục vụ khách tham quan (như hình vẽ), biết rằng mặt cắt dành cho lối đi là nửa hình tròn.



Tổng diện tích mặt kính của bể cá gần nhất với số nào sau đây?

A. 872 m^2 . B. 914 m^2 . C. 984 m^2 . D. 949 m^2 .

Lời giải.

Diện tích mặt ngoài

$$S_1 = 2 \cdot 25 \cdot 6 + 25 \cdot 10 + 2 \cdot \left(6 \cdot 10 - \frac{1}{2} \pi \cdot 4^2 \right) = 670 - 16\pi \text{ (m}^2\text{)}.$$

Diện tích mái vòm và mặt dưới

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \pi \cdot 25 + 2 \cdot 1 \cdot 25 = 100\pi + 50 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Vậy diện tích mặt kính của bể cá bằng

$$S = S_1 + S_2 = 670 - 16\pi + 100\pi + 50 = 720 + 84\pi \simeq 984 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 136. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BC = a$. Cạnh bên $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên cạnh bên SB, SC . Thể tích của khối cầu tạo bởi mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKB$ là

A. $\frac{\pi a^3}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

C. $\sqrt{2}\pi a^3$.

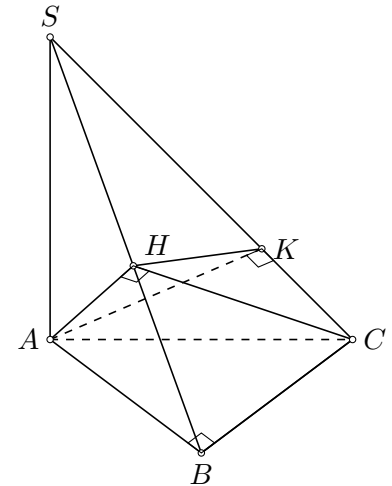
D. $\frac{\pi a^3}{6}$.

Lời giải.

Ta có $\triangle ACB$, $\triangle ACH$, $\triangle ACK$ là các tam giác vuông chung cạnh huyền AC . Nên A, C, B, H, K cùng nằm trên mặt cầu đường kính AC .

Do đó mặt cầu ngoại tiếp $A.HKB$ có bán kính là $\frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.

$$\Rightarrow V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 137. Cho hình chóp $S.ABC$. Tam giác ABC vuông tại A , $AB = 1$ cm, $AC = \sqrt{3}$ cm. Tam giác SAB , SAC lần lượt vuông góc tại B và C . Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}$ cm³. Tính khoảng cách từ C tới mặt phẳng (SAB) .

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ cm.

B. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ cm.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm.

D. 1 cm.

Lời giải.

Gọi O là trung điểm của SA . Ta có các tam giác SAB , SAC lần lượt vuông góc tại B và C nên $OS = OA = OB = OC = \frac{SA}{2}$.

Suy ra O là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Bán kính mặt cầu tương ứng là $R = \frac{SA}{2}$.

Theo giả thiết, ta có $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{5\sqrt{5}\pi}{6} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow SA = \sqrt{5}$.

Gọi I là trung điểm của BC và H là điểm đối xứng của A qua I , ta có $ABHC$ là hình chữ nhật.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp SB \\ AB \perp BH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBH) \Rightarrow AB \perp SH. \quad (1)$$

$$\text{Lại có } \begin{cases} AC \perp SC \\ AC \perp CH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SCH) \Rightarrow AC \perp SH. \quad (2)$$

Từ (1) & (2) suy ra $SH \perp (ABHC)$.

Ta có $AB \parallel HC \Rightarrow d(C, (SAB)) = d(H, (SAB))$.

Lại có $AB \perp (SBH) \Rightarrow (SAB) \perp (SBH)$ theo giao tuyến SB .

Trong mặt phẳng (SBH) , kẻ $HK \perp SB$ tại K , ta có $HK \perp (SAB) \Rightarrow HK = d(H, (SAB))$.

Tam giác ABC vuông tại A nên $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2 \Rightarrow AH = BC = 2$.

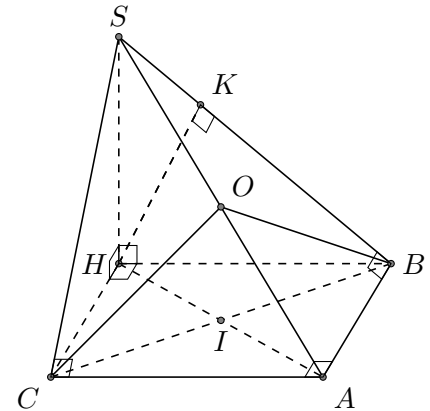
Tam giác SAH vuông tại H nên $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = 1$.

Tam giác SHB vuông tại H có HK là đường cao nên ta có:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HB^2} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow HK = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm.}$$

Chọn đáp án **(C)**

□



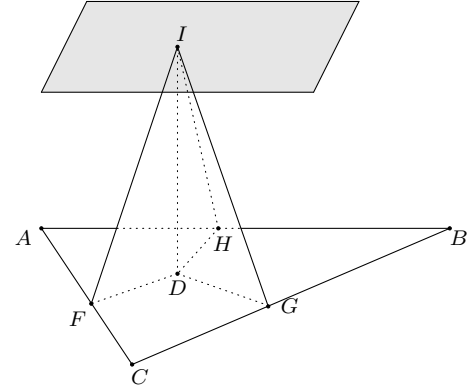
Câu 138. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1) : x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y + z = 0$, $(S_2) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - y - z = 0$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) và ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa đường tròn (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng AB , AC , BC .

- A. Một mặt cầu. B. Hai mặt cầu. C. Bốn mặt cầu. D. Vô số mặt cầu.

Lời giải.

Gọi I là tâm của mặt cầu, H là hình chiếu của I lên (ABC) , và F , G , H lần lượt là hình chiếu của I lên AC , CB , BA . Khi đó, $DF \perp AC$, $DG \perp BC$, $DH \perp AB$ và $DF = DG = DH$.

Vậy D là tâm đường tròn nội tiếp hoặc bàng tiếp của ΔABC . Có tất cả bốn vị trí của D .



Ngược lại, với mỗi vị trí của D , ta có các vị trí phân biệt của I là giao của đường thẳng đi qua D , vuông góc với (ABC) và mặt phẳng chứa đường tròn (C) .

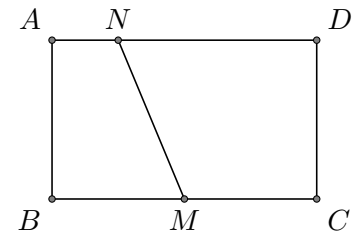
Vậy có tất cả bốn mặt cầu tương ứng với bốn vị trí của I xác định như trên.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 139.

Có một mảnh bìa hình chữ nhật $ABCD$ có đường chéo $AC = 1$. Người ta đánh dấu M là trung điểm của BC , N là điểm thuộc cạnh AD với $AD = 4AN$. Sau đó người ta cuộn mảnh bìa lại sao cho cạnh AB trùng với cạnh CD tạo thành một hình trụ. Tìm độ dài cạnh BC sao cho thể tích của tứ diện $ABMN$ đạt giá trị lớn nhất với các đỉnh A , B , M , N nằm trên hình trụ vừa tạo thành.



- A. $BC = \frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $BC = \frac{1}{3}$. C. $BC = \frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $BC = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Giả sử hình trụ như hình vẽ. Kẻ các đường sinh MM' , NN' . Khi đó N là điểm chính giữa cung $AM' \Rightarrow$ tam giác ANM' vuông cân tại N .

Đặt $BC = x \Rightarrow AB = \sqrt{1 - x^2}$.

Gọi R là bán kính đường tròn đáy, ta có $AD = 2\pi R = x \Rightarrow R = \frac{x}{2\pi} \Rightarrow AN = \frac{x}{\sqrt{2\pi}}$.

Ta có $V_{ABMN} = \frac{1}{3}V_{AM'N.BMN'} = \frac{1}{3}AB \cdot \frac{1}{2}AN^2$
 $= \frac{1}{12\pi^2}x^2\sqrt{1 - x^2} = \frac{1}{12\pi^2}\sqrt{x^4(1 - x^2)}$.

Ta có $x^4(1 - x^2) = \frac{1}{2}x^2 \cdot x^2(2 - 2x^2) \leq \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x^2 + x^2 + 2 - 2x^2}{3}\right)^3 = \frac{4}{27}$.

Đẳng thức xảy ra khi $x^2 = 2 - 2x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 140. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD = DC = CB = a$; $AB = 2a$.

Chân đường cao là trung điểm OA , đường thẳng AC cắt BD tại O , góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{61\pi\sqrt{61}}{162}a^3$. B. $V = \frac{31\pi\sqrt{61}}{81}a^3$. C. $V = \frac{31\pi\sqrt{51}}{162}a^3$. D. $V = \frac{17\pi\sqrt{59}}{54}a^3$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của OA , ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow (SAC) \perp (ABCD)$.

Gọi K là trung điểm của AB , ta có K là tâm của đường tròn ngoại tiếp hình thang $ABCD$.

Gọi T là trung điểm của AC ; E là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác SAC ; I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$, ta có $IETK$ là hình chữ nhật. Tam giác ABC vuông tại C nên $AC^2 = AB^2 - BC^2 = 3a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$.

$ABCD$ là hình thang có hai đáy AB, CD thỏa $AB = 2CD$ nên $OA = 2OC$.

$$\Rightarrow CH = \frac{2}{3}AC = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \text{ và } AH = \frac{1}{3}AC = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow HC$ là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$.

$$\Rightarrow \widehat{SCH} = 60^\circ \Rightarrow SH = HC \cdot \tan 60^\circ = 2a.$$

$$\Rightarrow SA^2 = SH^2 + AH^2 = 4a^2 + \frac{3a^2}{9} = \frac{39a^2}{9} \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{39}}{3}.$$

$$\text{Áp dụng định lý sin trong tam giác } SAC, \text{ ta có } AE = \frac{SA}{2 \sin 60^\circ} = \frac{a\sqrt{13}}{3}.$$

$$\text{Tam giác } ATE \text{ vuông tại } T \text{ nên } ET^2 = AE^2 - AT^2 = \frac{13a^2}{9} - \frac{3a^2}{4} = \frac{25a^2}{36}.$$

$$\text{Tam giác } IAK \text{ vuông tại } K \text{ nên } IA^2 = AK^2 + IK^2 = a^2 + \frac{25a^2}{36} = \frac{61a^2}{36}.$$

$$\Rightarrow \text{Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp } S.ABCD \text{ là } R = IA = \frac{a\sqrt{61}}{6}.$$

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là

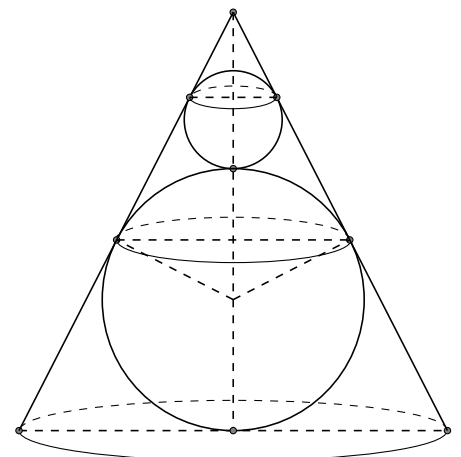
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi}{3} \cdot \left(\frac{a\sqrt{61}}{6}\right)^3 = \frac{61\pi\sqrt{61}}{162}a^3.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 141.

Người ta chế tạo ra một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên, chế tạo ra một hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\alpha = 60^\circ$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón, quả cầu lớn tiếp xúc với cả mặt đáy của hình nón (hình vẽ). Biết rằng chiều cao của hình nón bằng . Bỏ qua bề dày của các lớp vỏ thủy tinh, tổng thể tích của hai khối cầu bằng



A. $\frac{112\pi}{3} \text{ cm}^3$.

B. $\frac{40\pi}{3} \text{ cm}^3$.

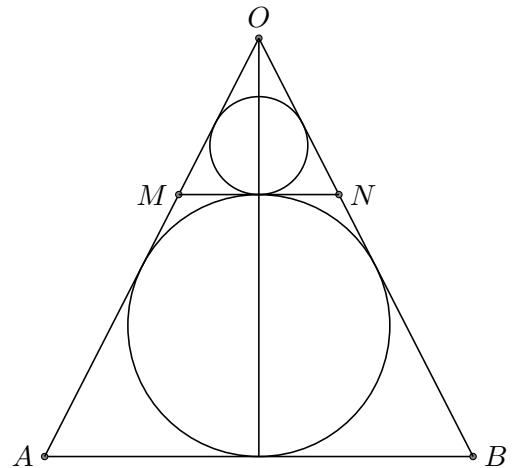
C. $\frac{38\pi}{3} \text{ cm}^3$.

D. $\frac{100\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Gọi AB là đường kính mặt nón, O là đỉnh, M, N lần lượt là giao điểm của tiếp tuyến chung của hai mặt cầu và OA, OB (hình vẽ). Ta có tam giác OAB đều nên bán kính đường tròn nội tiếp bằng $r = \frac{1}{3}h = 3$. Tương tự, tam giác OMN đều, có chiều cao $h = 9 - 2r = 3$ nên có bán kính đường tròn nội tiếp $r' = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1$. Thể tích hai khối cầu bằng

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 + \frac{4}{3}\pi \cdot r'^3 = \frac{112\pi}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 142.

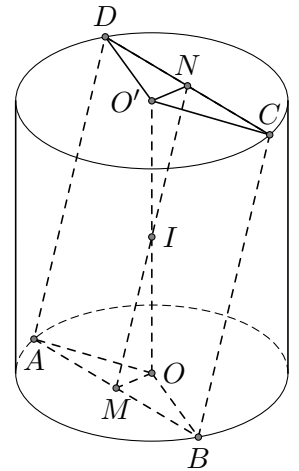
Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có 2 đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy của hình trụ góc 45° . Tính thể tích khối trụ.

A. $\frac{3\pi a^3}{16}$.

B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{16}$.

C. $\frac{\pi a^3}{16}$.

D. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$.



Lời giải.

• Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD , O và O' lần lượt là tâm hai mặt đáy. Gọi I là giao điểm của MN và OO' .

• Góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt đáy là góc $(MN, OM) = \widehat{IMO}$. Do đó $\widehat{IMO} = 45^\circ$. Suy ra $\triangle IMO$ vuông cân tại O .

• Ta có $MN = BC = a$ nên $IM = \frac{a}{2}$ và $AM = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$. Suy ra $OM = OI = \frac{a}{2\sqrt{2}} \Rightarrow OO' = 2OI = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

$\triangle OMA$ vuông tại M nên $OA^2 = OM^2 + AM^2 = \frac{a^2}{8} + \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{8}$. Suy ra $R = OA = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$.

• Ta có $V_{\text{trụ}} = \pi R^2 h = \pi \cdot \frac{3a^2}{8} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 143. Cho hình chóp $O.ABC$ có $OA = OB = OC = a$, $\widehat{AOB} = 60^\circ$, $\widehat{BOC} = 90^\circ$, $\widehat{COA} = 120^\circ$. Gọi S là trung điểm của OB . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

C. $\frac{a}{4}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải.

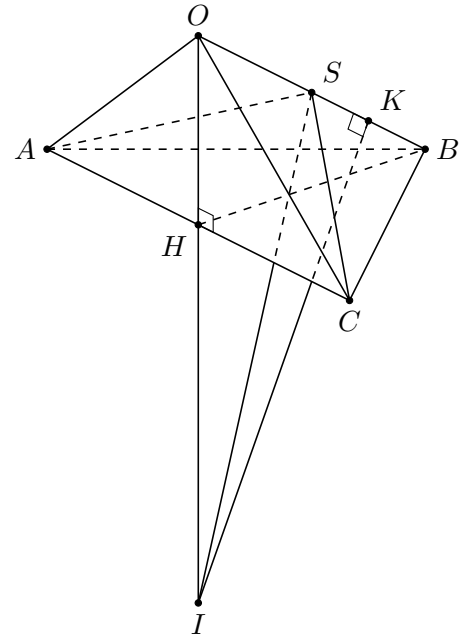
Ta có $AB = a, BC = a\sqrt{2}, CA = a\sqrt{3}$ nên tam giác ABC vuông tại B . Gọi H là trung điểm AC thì $HA = HB = HC$, mà $OA = OB = OC$ nên $OH \perp (ABC)$.

Ta có $OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \frac{a}{2}$.

Trong mặt phẳng (OHB) , gọi K là trung điểm SB và trung trực SB cắt đường thẳng OH tại I . Khi đó ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.

Vì $\triangle OIK \sim \triangle OBH \Rightarrow OI = \frac{OK \cdot OB}{OH} = \frac{3a}{2} \Rightarrow IH = a$.

Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $IA = \sqrt{AH^2 + HI^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 144. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Điểm M thay đổi trong không gian sao cho $\widehat{AMB} = \widehat{AMD} = 90^\circ$. Biết rằng luôn tồn tại một đường tròn cố định đi qua M . Bán kính của đường tròn đó là

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

C. a .

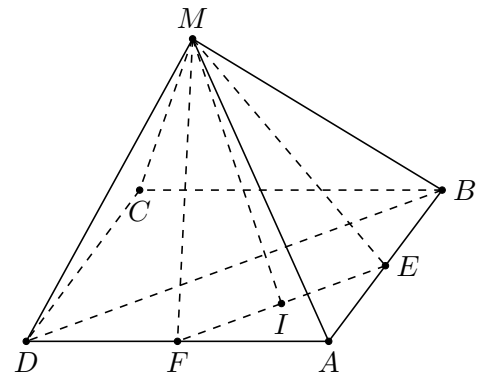
D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải.

Gọi E, F, I lần lượt là trung điểm AB, AD, EF . Vì $\triangle AMB, \triangle AMD$ vuông tại M nên $ME = MF = \frac{a}{2}$.

Mà $EF = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $MI^2 = \frac{1}{2}(ME^2 + MF^2) - \frac{1}{4}EF^2 = \frac{a^2}{8} \Rightarrow MI = \frac{a\sqrt{2}}{4}$. Mà $MI \perp EF$ nên M nằm trên

giao tuyến của mặt cầu tâm I , bán kính $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ và mặt phẳng đi qua I vuông góc với EF , giao tuyến này là một đường tròn cố định với tâm I , bán kính $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 145. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 8$ và các điểm $A(3;0;0), B(4;2;1)$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S) . Giá trị nhỏ nhất của $MA + 2MB$ bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. $6\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{3}$.

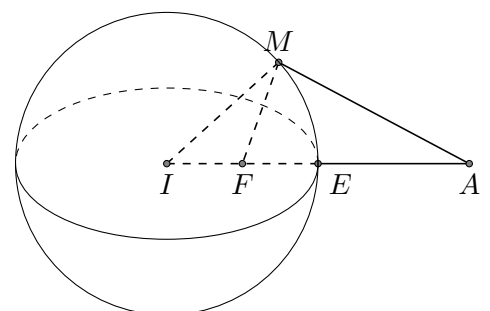
D. $6\sqrt{3}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;0)$ và có bán kính $R = 2\sqrt{2}$. Ta có $IA = 4\sqrt{2} = 2R$.

Gọi E là giao điểm của IA với (S) ta có E là trung điểm của $IA, E(1;2;0)$.

Gọi F là trung điểm của $IE, F(0;3;0)$. Với $M \in (S)$, vì $\triangle IFM$ và $\triangle IMA$ có $\widehat{AIM}$ chung và có $\frac{IF}{IM} = \frac{1}{2} = \frac{IE}{IA}$ nên $\triangle AIM \sim \triangle MIF$.



Từ đó ta có $MA = 2MF$, $MA + 2MB = 2(MF + MB) \geq 2FB = 6\sqrt{2}$. (Đẳng thức xảy ra khi M là giao điểm của FB và (S) do F nằm trong (S) còn B nằm ngoài (S) .)

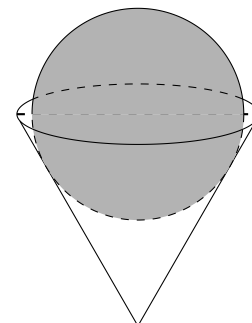
Vậy $MA + 2MB$ có giá trị nhỏ nhất bằng $6\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 146.

Một chiếc ly đựng nước giải khát có hình dạng (không kể chân ly) là hình nón như hình vẽ (hình vẽ chỉ mang tính chất minh họa). Biết rằng bán kính miệng ly bằng 5 cm, thiết diện qua trục là tam giác đều. Ban đầu chiếc ly chứa đầy nước, sau đó người ta bỏ vào ly một viên đá hình cầu có đường kính bằng $4\sqrt{3}$ cm. Gọi $V \text{ cm}^3$ là lượng nước tràn ra ngoài. Chọn khẳng định đúng.



A. $50 < V < 75$.

B. $75 < V < 100$.

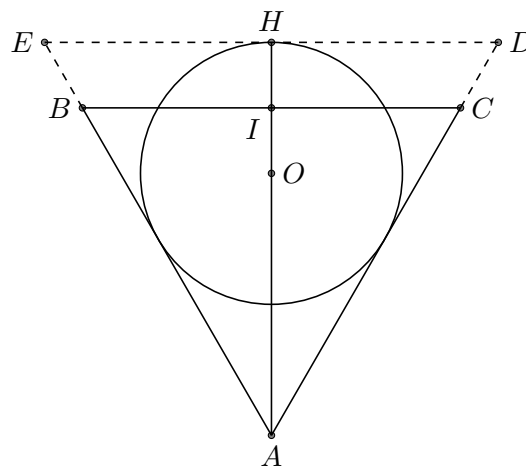
C. $100 < V < 150$.

D. $V > 150$.

Lời giải.

Xét một thiết diện qua trục như hình vẽ. Vì đường tròn (O) có bán kính lớn hơn bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC ($R_{ABC} = \frac{5\sqrt{3}}{3} < 4\sqrt{3}$) nên sau khi bỏ viên đá vào ly, nước trong ly không ngập hết viên đá. Ta tính được tam giác ADE ngoại tiếp đường tròn (O) có cạnh bằng 12 nên phần ngập nước có kích thước như hình vẽ.

Lượng nước tràn ra ngoài bằng thể tích phần viên đá ngập nước.



$$\text{Ta có } IH = AH - AI = \frac{12\sqrt{3}}{2} - \frac{10\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

Thể tích phần mặt cầu nằm ngoài ly là (công thức tính thể tích chỏm cầu)

$$\pi \cdot IH^2 \cdot \left(R_{\text{viên đá}} - \frac{IH}{3} \right) = 5\pi\sqrt{3}.$$

Vậy thể tích nước tràn ra ngoài là

$$V_{\text{viên đá}} - V_{\text{chỏm cầu}} = \frac{4}{3}\pi \cdot (2\sqrt{3})^3 - 5\pi\sqrt{3} = 32\pi\sqrt{3} - 5\pi\sqrt{3} = 27\pi\sqrt{3} \approx 146,91774 \in (100; 150).$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 147. Một hình nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $2a\sqrt{3}$, góc ở đỉnh là 120° . Thiết diện qua đỉnh của hình nón là một tam giác. Diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của thiết diện đó là bao nhiêu?

A. $S_{\max} = 8a^2$.

B. $S_{\max} = 4a^2\sqrt{2}$.

C. $S_{\max} = 4a^2$.

D. $S_{\max} = 16a^2$.

Lời giải.

Giả sử O là tâm đáy và AB là một đường kính của đường tròn đáy hình nón.

Thiết diện qua đỉnh của hình nón là tam giác cân SAM .

Theo giả thiết hình nón có bán kính đáy $R = OA = 2a\sqrt{3}$, $\widehat{ASB} = 120^\circ$ nên $\widehat{ASO} = 60^\circ$.

Xét tam giác SOA vuông tại O , ta có $\sin 60^\circ = \frac{OA}{SA} \Rightarrow$

$$SA = \frac{OA}{\sin 60^\circ} = 4a.$$

$$\text{Diện tích thiết diện là } S_{SAM} = \frac{1}{2} SA \cdot SM \cdot \sin \widehat{ASM} = \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot 4a \cdot \sin \widehat{ASM} = 8a^2 \cdot \sin \widehat{ASM}.$$

Do $0 < \sin \widehat{ASM} \leq 1$ nên S_{SAM} lớn nhất khi và chỉ khi $\sin \widehat{ASM} = 1$ hay khi tam giác ASM vuông cân tại đỉnh S (vì $\widehat{ASB} = 120^\circ > 90^\circ$ nên tồn tại tam giác ASM thỏa mãn).

Vậy diện tích thiết diện lớn nhất là $S_{\max} = 8a^2$ (đvdt).

Chọn đáp án **A**

□

Câu 148. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$. Cho $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = 2a$. Mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với SC . Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) .

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{6}}{5}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của SC . Do $SA = AC = 2a$ nên

$$AM \perp SC. \quad (1)$$

Trong (SBC) , gọi điểm N thuộc cạnh SB sao cho

$$MN \perp SC. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp (AMN)$. Khi đó thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) là tam giác AMN .

$$\text{Ta có } AM = \frac{SC}{2} = a\sqrt{2}. \quad (3)$$

Vì $\triangle SMN \sim \triangle SBC$ nên

$$\frac{SM}{SB} = \frac{MN}{BC} \Leftrightarrow MN = \frac{SM \cdot BC}{SB} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3}}{a\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{30}}{5}. \quad (4)$$

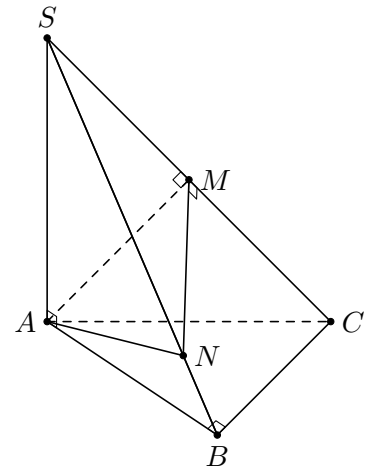
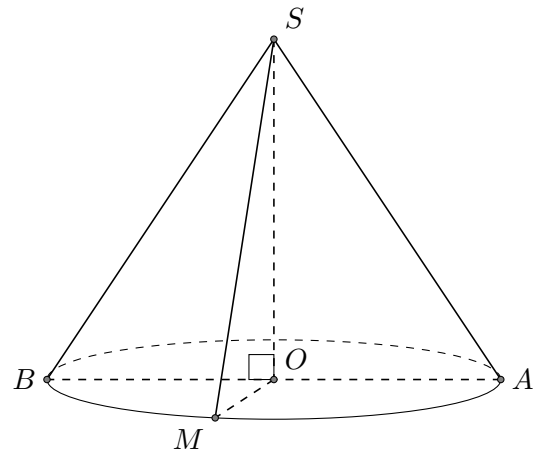
$$\frac{SN}{SC} = \frac{MN}{BC} \Leftrightarrow SN = \frac{SC \cdot MN}{BC} = \frac{2a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{30}}{5}}{a\sqrt{3}} = \frac{4a\sqrt{5}}{5}.$$

Cách 1.

$$\text{Xét } \triangle SAB, \cos S = \frac{SA}{SB} = \frac{2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Xét $\triangle SAB$,

$$\begin{aligned} AN^2 &= SA^2 + SN^2 - 2SA \cdot SN \cdot \cos S = 4a^2 + \frac{16a^2}{5} - 2 \cdot 2a \cdot \frac{4a\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{4a^2}{5}. \\ \Leftrightarrow AN &= \frac{2a\sqrt{5}}{5}. \end{aligned} \quad (5)$$



Từ (3),(4) và (5) đặt $p = \frac{AM + MN + AN}{2}$. Ta tính được

$$S_{AMN} = \sqrt{p(p-AM)(p-MN)(p-AN)} = \frac{a^2\sqrt{6}}{5}.$$

Cách 2.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACB}} &= \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SB} \\ \Leftrightarrow \frac{SM \cdot S_{AMN}}{SA \cdot S_{ACB}} &= \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SB} \\ \Leftrightarrow S_{AMN} &= \frac{S_{ACB} \cdot SA \cdot SN}{SC \cdot SB} = \frac{\frac{1}{2}a^2\sqrt{3} \cdot 2a \cdot \frac{4a\sqrt{5}}{5}}{2a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{5}} = \frac{a^2\sqrt{6}}{5}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 149. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB đều, góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Biết rằng hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ nằm trong hình vuông $ABCD$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AC là

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{10}$.

C. $\frac{3a\sqrt{5}}{10}$.

D. $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm cạnh CD , khi đó $\begin{cases} AB \perp SM \\ AB \perp MI \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SMI).$

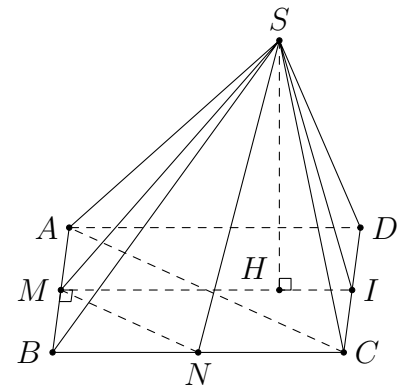
Do $CD \parallel AB$ nên $CD \perp (SMI) \Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = \widehat{SIM}$.

Vẽ $SH \perp MI$ tại $H \in MI$ thì $SH \perp (ABCD)$.

$\triangle SMI$ có $SM^2 = MI^2 + SI^2 - 2MI \cdot SI \cos \widehat{SIM}$

$$\Leftrightarrow 3a^2 = 4a^2 + SI^2 - 2aSI$$

$$\Leftrightarrow SI^2 - 2aSI + a^2 = 0 \Leftrightarrow SI = a.$$



Cách 1:

Theo định lý Pythagore đảo thì $\triangle SMI$ vuông tại $S \Rightarrow SH = \frac{SM \cdot SI}{MI} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi N là trung điểm cạnh BC ta có $AC \parallel MN$

$$\Rightarrow d(AC, SM) = d(AC, (SMN)) = d(C, (SMN)) = \frac{3V_{SMNC}}{S_{\triangle SMN}}.$$

$$\text{Ta có } V_{SMNC} = V_{S.MNB} = \frac{1}{3}SH \cdot \frac{1}{2}BM \cdot BN = \frac{1}{6} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

$$\text{Tam giác } SIC \text{ có } SC = \sqrt{SI^2 + IC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Tam giác } SBC \text{ có } SN^2 = \frac{SB^2 + SC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = 2a^2 \Rightarrow SN = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Tam giác } SMN \text{ có nửa chu vi } p = \frac{SM + SN + MN}{2} = \frac{a\sqrt{3} + a\sqrt{2} + a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Và diện tích } \triangle SMN \text{ là } S_{\triangle SMN} = \sqrt{p(p-SM)(p-SN)(p-MN)} = \frac{a^2\sqrt{15}}{4}.$$

$$\text{Vậy } d(AC, SM) = \frac{3V_{SMNC}}{S_{\triangle SMN}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{12}}{\frac{a^2\sqrt{15}}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Cách 2:

Ta thấy $SM^2 + SI^2 = MI^2$ nên $\triangle SMI$ vuông tại S . Suy ra $SH = \frac{SM \cdot SI}{MI} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $HM = \frac{3a}{2}$.
 Gọi $O = AC \cap BD$; N là trung điểm cạnh BC ta có $AC \parallel (SMN)$.
 Do đó, $d(AC, SM) = d(AC, (SMN)) = d(O, (SMN)) = \frac{2}{3}d(H, (SMN))$.

Gọi K là hình chiếu của H lên MN , ta có $\triangle HKM$ vuông cân tại K nên $HK = \frac{HM}{\sqrt{2}} = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

$$\text{Vậy } d(AC, SM) = \frac{2}{3} \frac{SH \cdot HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 150. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA', BB' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $B'M$ và CN .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

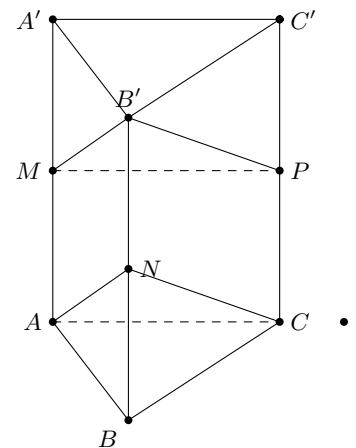
C. $\frac{a\sqrt{3}}{8}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi P là trung điểm của CC' . Khi đó

$$\begin{aligned} d(B'M, CN) &= d((B'MP), (ANC)) = \frac{V_{ACN.MPB'}}{S_{\triangle ANC}} \\ &= \frac{V_{ABC.A'B'C'} - V_{B'.A'MPC'} - V_{N.ABC}}{\frac{1}{2}AC \cdot \sqrt{AN^2 - \frac{AC^2}{4}}} \\ &= \frac{\frac{a^3\sqrt{3}}{4} - \frac{a^3\sqrt{3}}{12} - \frac{a^3\sqrt{3}}{24}}{\frac{1}{2}a \cdot \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 151.

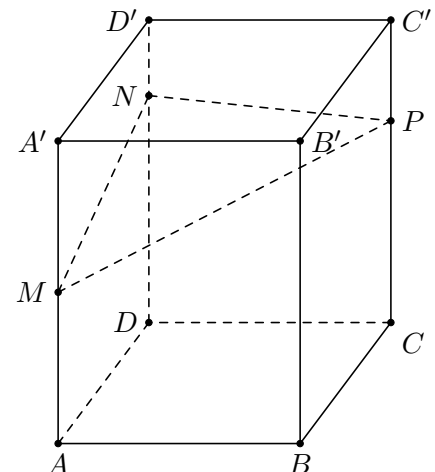
Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2110. Biết $A'M = MA$, $DN = 3ND'$ và $CP = 2CP'$ như hình vẽ. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng

A. $\frac{7385}{18}$.

B. $\frac{5275}{12}$.

C. $\frac{8440}{9}$.

D. $\frac{5275}{6}$.

**Lời giải.**

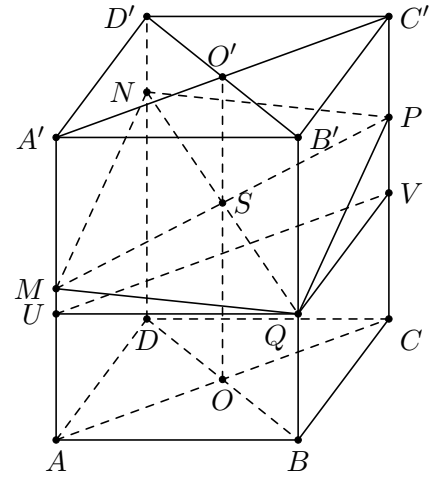
Từ đề ta có $D'N = \frac{1}{4}DD'$, $C'P = \frac{1}{3}CC'$, $A'M = \frac{1}{2}AA'$.

Dựng $MQ \parallel NP$ ($Q \in BB'$). Khi đó $MNPQ$ là thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) cắt khối hộp chữ nhật.

Ta có $(D'C'D) \parallel (A'B'BA)$ và giao tuyến của hai mặt phẳng này với (MNP) lần lượt là NP và QM . Do đó $NP \parallel MQ$. Tương tự $MN \parallel QP$. Vậy $MNPQ$ là hình bình hành.

Vẽ $MM' \parallel D'C'$ ($M' \in BB'$). Khi đó dễ chứng minh $A'B'M'M$ là hình chữ nhật, suy ra $B'M' = A'M = \frac{1}{2}AA'$.

Vậy $B'Q = B'M' + M'Q = \frac{7}{12}BB'$.



Gọi S là giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $MNPQ$ thì ta có $NS = SQ$. Gọi O' là trung điểm của $D'B'$ thì ta suy ra $O'S$ là đường trung bình của hình thang $D'NQB'$.

Tương tự, gọi O là trung điểm của DB , ta cũng có SO là đường trung bình của hình thang $DNQB$. Suy ra O', S, O thẳng hàng.

Vậy mặt phẳng $A'C'CA$ chia khối đa diện $MNPQABCD$ thành hai khối $MNPQCD$ và $MNPQBA$. Xét hình lăng trụ tam giác $A'D'C'.ADC$. Ta có

$$\begin{aligned} V_{A'D'C'.ADC} &= \frac{1}{2}S_{A'B'C'D'} \cdot DD' = \frac{1}{2}A'D' \cdot D'C' \cdot DD' = \frac{1}{2}A'C' \cdot d(D', (A'C'CA)) \cdot DD' \\ &= \frac{1}{2}S_{A'C'CA} \cdot d(D', (A'C'CA)) \end{aligned}$$

Tương tự

$$V_{A'B'C'.ABC} = \frac{1}{2}S_{ACC'A'} \cdot d(B, (ACC'A'))$$

Vẽ $QU \parallel A'B'$ và $QV \parallel B'C'$ với $U \in AA'$, $V \in CC'$.

Ta thấy $ABC.UQV$ là hình lăng trụ tam giác và $V_{ABC.UQV} = \frac{5}{24}V_{ABCD.A'B'C'D'}$.

Ta tính $V_{Q.UMPV}$. Nhận thấy $\frac{V_{Q.UMPV}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{3}S_{UMPV} \cdot d(Q, (MUV P))}{\frac{1}{2}S_{ACC'A'} \cdot d(B, (ACC'A'))} = \frac{2}{3} \cdot \frac{S_{MUV P}}{S_{ACC'A'}}$.

Có $UVPM$ là hình thang vuông tại U và V , do đó

$$S_{MUV P} = \frac{UV \cdot (MU + PV)}{2} = \frac{UV \cdot (\frac{1}{12}AA' + \frac{1}{4}CC')}{2} = \frac{1}{6}A'C' \cdot AA' = \frac{1}{6}S_{ACC'A'}.$$

Vậy $V_{Q.UMPV} = \frac{1}{6}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{12}V_{ABCD.A'B'C'D'}$.

Suy ra $V_{MQPCBA} = \left(\frac{5}{24} + \frac{1}{12}\right)V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{7}{24}V_{ABCD.A'B'C'D'}$.

Tương tự, $V_{MNPCDA} = \frac{7}{24}V_{ABCD.A'B'C'D'}$.

Suy ra $V_{MNPQABCD} = \frac{7}{12}V_{ABCD.A'B'C'D'}$.

Vậy khối nhỏ hơn là khối $MNPQA'B'C'D'$. Khối này có thể tích bằng $\frac{5}{12}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{5275}{6}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 152. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $BA = BC = a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

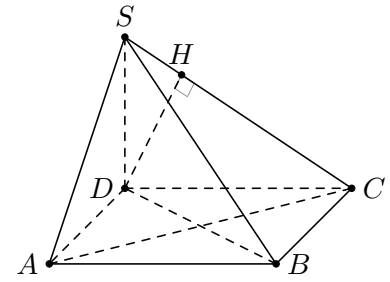
C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $a^3\sqrt{6}$.

Lời giải.

Gọi D là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) . Khi đó $SD \perp (ABCD)$, suy ra $SD \perp AB$, kết hợp $SA \perp AB$ ta được $AD \perp AB$; tương tự $CD \perp BC$. Hơn nữa $\triangle ABC$ là tam giác vuông cân tại B nên $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của D lên SC , ta có

$$d(A, (SBC)) = d(D, (SBC)) = DH = a\sqrt{2}.$$



Xét $\triangle SCD$ vuông tại D , có DH là đường cao, ta có

$$\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{DS^2} \Leftrightarrow \frac{1}{2a^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{DS^2} \Leftrightarrow \frac{1}{DS^2} = \frac{1}{6a^2}.$$

Suy ra $SD = a\sqrt{6}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SD \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{6} \cdot 3a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 153. Cho khối chóp $S.ABC$ có $AB = 5$ cm, $BC = 4$ cm, $CA = 7$ cm. Các mặt bên tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{4\sqrt{6}}{3} \text{ cm}^3$.

B. $V = \frac{4\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$.

C. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$.

D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S trên (ABC) .

Dựng $HE \perp AB, HD \perp BC, HF \perp AC$ ($E \in AB, D \in BC, F \in AC$).

$$\text{Ta có } \begin{cases} SH \perp AB \\ HE \perp AB \end{cases} \Rightarrow (SHE) \perp AB \Rightarrow SE \perp AB.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SHE) \cap (SAB) = AB \\ HE \perp AB \\ SE \perp AB \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Góc giữa (SHE) và (SAB) là $\widehat{SEH} = 30^\circ$.

$$\Rightarrow HE = SH \cdot \cot 30^\circ = SH\sqrt{3}.$$

Chứng minh tương tự ta có $HD = HF = SH\sqrt{3}$.

Vậy $HD = HE = HF \Rightarrow H$ là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 4\sqrt{6} \text{ cm}^2 \left(\text{với } AB = c, BC = a, CA = b, p = \frac{a+b+c}{2} \right).$$

Mà $S_{\triangle ABC} = pr$ (với r là bán kính đường tròn nội tiếp).

$$\text{Nên } r = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ cm} \Rightarrow HE = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ cm}.$$

$$\Rightarrow SH = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp đã cho là } V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 4\sqrt{6} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 154. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 1, mặt bên tạo với đáy góc 75° . Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng AB và tạo với đáy góc 45° chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai

khối đa diện. Thể tích của khối đa diện chứa đỉnh S bằng

A. $\frac{2 + \sqrt{3}}{3(1 + \sqrt{2})}$.

B. $\frac{16 + 9\sqrt{3}}{26}$.

C. $\frac{5 + 3\sqrt{3}}{36}$.

D. $\frac{2 + \sqrt{3}}{6(1 + \sqrt{2})}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của đáy, E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi P là một điểm thuộc cạnh SC .

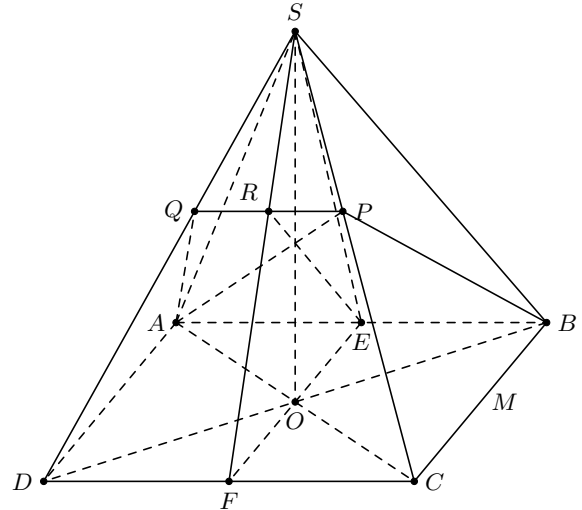
Ta có $(ABP) \cap (SDC) = \Delta$ qua P và song song với AB , Δ cắt SD tại Q . Ta có $(P) \equiv (ABPQ)$.

Vì $SE \perp AB, OE \perp AB$ nên $\widehat{SEO}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$.

Ta có $SO = OE \cdot \tan 75^\circ = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{2 + \sqrt{3}}{6}$.

Gọi R là giao của SF và QP , dễ thấy R là trung điểm của PQ .



Vì $ABPQ$ là hình thang cân nên $RE \perp AB, FE \perp AB$ nên góc $\widehat{REF}$ là góc giữa (P) và $(ABCD)$. Xét tam giác REF có $\widehat{REF} = 45^\circ, \widehat{RFE} = 75^\circ$ áp dụng định lý sin ta có

$$\frac{EF}{\sin 60^\circ} = \frac{RF}{\sin 45^\circ} \Leftrightarrow RF = \frac{EF \sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Mà $SF = OF : \cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$. Vậy $\frac{RF}{SF} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$ hay $\frac{SR}{SF} = \frac{SP}{SC} = \frac{SQ}{SD} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lại có $\frac{V_{S.APQ}}{V_{S.ADC}} = \frac{SQ}{SD} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.APQ} = \frac{1}{6} V_{S.ABCD}$.

Và $\frac{V_{S.ABP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SP}{SC} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow V_{S.ABP} = \frac{\sqrt{3}}{6} V_{S.ABCD}$.

Vậy $V_{S.ABPQ} = \frac{\sqrt{3} + 1}{6} V_{S.ABCD} = \frac{5 + 3\sqrt{3}}{36}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 155. Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 2. Gọi α là góc giữa 2 mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Tính $\cos \alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

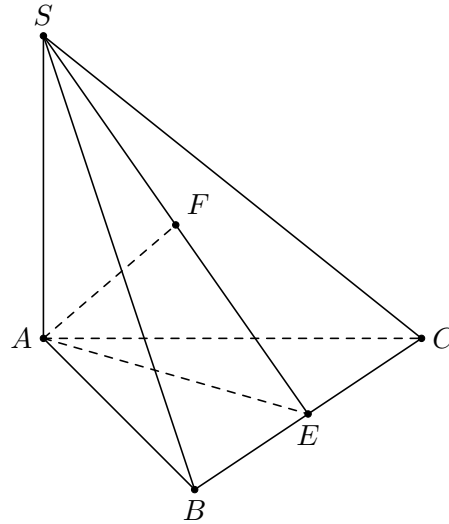
A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

C. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.



Gọi E là trung điểm của BC , F là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SE , dễ thấy $AF \perp (SBC)$.
Đặt $AB = x$. Ta có

$$\begin{aligned} V_{S.ABC} &= \frac{1}{3} AF \cdot S_{SBC} = \frac{1}{3} AF \cdot \frac{S_{ABC}}{\cos \alpha} \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}x}{\sqrt{3x^2 - 16}} \\ &= \frac{x^3}{2\sqrt{3x^2 - 16}}. \end{aligned}$$

Khảo sát hàm số $V = \frac{x^3}{2\sqrt{3x^2 - 16}}$ với $x > 2$, ta nhận được $V_{\min} = 8$ với $x = 2\sqrt{2}$. Khi đó $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 156. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và BC . Mặt phẳng (DMN) chia khối lập phương đã cho thành hai khối đa diện. Gọi (H) là khối đa diện chứa đỉnh A , (H') là khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}}$.

- A. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{55}{89}$. B. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{37}{48}$. C. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{1}{2}$. D. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Dựng được thiết diện như hình vẽ.

Ta có $\frac{SA'}{SA} = \frac{SM}{SI} = \frac{SP}{SD} = \frac{AM}{AI} = \frac{1}{4}$ suy ra

$$\frac{V_{S.AMP}}{V_{S.ADI}} = \frac{1}{64} \Rightarrow V_{AMP.ADI} = \frac{63}{64} \cdot V_{S.ADI}.$$

$$V_{S.ADI} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AD \cdot AI \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot \frac{4a}{3} =$$

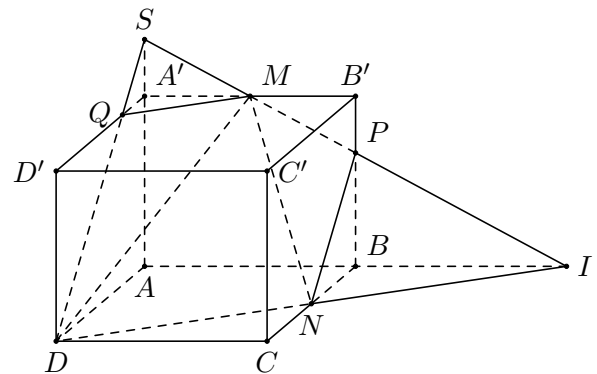
$$\frac{4a^3}{9} \Rightarrow V_{AMP.ADI} = \frac{63}{64} \cdot V_{S.ADI} \cdot \frac{63}{64} \cdot \frac{4a^3}{9} = \frac{7a^3}{16}.$$

$$V_{IPBN} = \frac{1}{6} \cdot BN \cdot BI \cdot BP = \frac{1}{6} \cdot \frac{a}{2} \cdot a \cdot \frac{2a}{3} = \frac{a^3}{18}.$$

$$\Rightarrow V_{(H)} = V_{AMP.ADI} - V_{IPBN} = \frac{7a^3}{16} - \frac{a^3}{18} = \frac{55a^3}{144}.$$

$$V_{(H')} = V_p - V_{(H)} = a^3 - \frac{55a^3}{144} = \frac{89a^3}{144} \text{ suy ra } \frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{55}{89}.$$

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 157. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = BD = CD = 1$. Khi thể tích khối tứ diện là lớn nhất thì khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC bằng

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.Đặt $BC = x$, $AD = y$ ($x, y > 0$).

Gọi H, K lần lượt là trung điểm của BC và AD . Do các tam giác ABC và DBC cân tại A và D nên $AH \perp BC$, $DH \perp BC \Rightarrow BC \perp (ADH) \Rightarrow BC \perp HK$.

Lại do các tam giác ABC và DBC bằng nhau nên $AH = DH \Rightarrow HK \perp AD$ hay $HK = d(AD, BC)$.

$$\text{Ta có } AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{2}$$

$$\Rightarrow HK = \sqrt{AH^2 - AK^2} = \frac{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle HAD} = \frac{1}{2} HK \cdot AD \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot BC \cdot S_{\triangle HAD} = \frac{1}{3} \cdot BC \cdot \frac{1}{2} \cdot HK \cdot AD = \frac{1}{12} xy \sqrt{4 - x^2 - y^2}.$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$V_{ABCD} = \frac{1}{12} xy \sqrt{4 - x^2 - y^2} = \frac{1}{12} xy \sqrt{x^2 y^2 (4 - x^2 - y^2)} \leq \frac{1}{12} \sqrt{\left(\frac{x^2 + y^2 + 4 - x^2 - y^2}{3} \right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{27}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $x^2 = y^2 = 4 - x^2 - y^2 \Leftrightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

$$\text{Vậy } V_{\max} = \frac{2\sqrt{3}}{27} \Leftrightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}. \text{ Khi đó } HK = \frac{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } d(AD, BC) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 158. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $AC = 2\sqrt{3}a$, $BD = 2a$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Biết khoảng cách từ tâm O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = a^3\sqrt{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD , theo giả thiết ta có $SO \perp (ABCD)$.

Dựng $OH \perp AB$ tại $H \Rightarrow AB \perp (SOH)$ $\Rightarrow (SAB) \perp (SOH)$.Dựng $OK \perp SH$ tại K

$$\Rightarrow (SK) \perp (SAB) \Rightarrow OK = d(O, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Vì $ABCD$ là hình thoi nên $OA \perp OB$

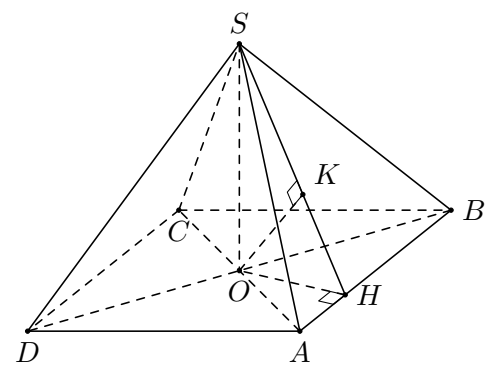
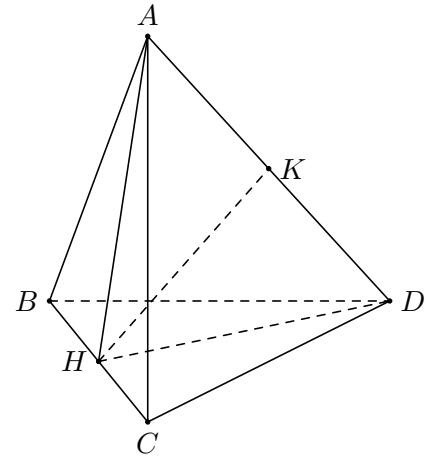
$$\Rightarrow \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Rightarrow \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{OK^2} - \frac{1}{OA^2} - \frac{1}{OB^2} = \frac{16}{3a^2} - \frac{1}{3a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{4}{a^2}$$

$$\Rightarrow SO = \frac{a}{2}, S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = 2a^2\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot 2a^2\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án (B)

□



Câu 159. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều và $SA = SB = SC = 1$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max} = \frac{1}{6}$.

B. $V_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

C. $V_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

D. $V_{\max} = \frac{1}{12}$.

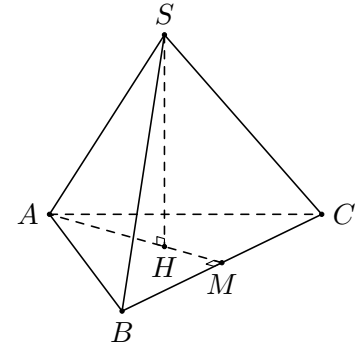
Lời giải.

Gọi H là trọng tâm tam giác đều ABC , theo giả thiết suy ra $SH \perp (ABC)$.

Đặt $AB = x \Rightarrow AH = \frac{x\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow SH = \sqrt{1 - \frac{3x^2}{9}} = \frac{\sqrt{9 - 3x^2}}{3}, S_{\triangle ABC} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{9 - 3x^2}}{3} \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{12} \cdot x^2 \cdot \sqrt{3 - x^2}.$



Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{12\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^2 \cdot x^2 \cdot (6 - 2x^2)} \leq \frac{1}{12\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left(\frac{x^2 + x^2 + 6 - 2x^2}{3}\right)^2} = \frac{1}{6}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $x = \sqrt{2}$.

Vậy $V_{\max} = \frac{1}{6}$ khi và chỉ khi $AB = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 160. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1, biết khoảng cách từ A đến (SBC) là $\frac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến (SCA) là $\frac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến (SAB) là $\frac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác ABC . Tính thể tích khối chóp $V_{S.ABC}$.

A. $\frac{1}{36}$.

B. $\frac{1}{48}$.

C. $\frac{1}{12}$.

D. $\frac{1}{24}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC) , các điểm M, N, P lần lượt là hình chiếu của H lên BC, AC, AB . Khi đó ta chứng minh được SM, SN, SP lần lượt là đường cao trong $\triangle SBC, \triangle SAC, \triangle SAB$.

Ta có

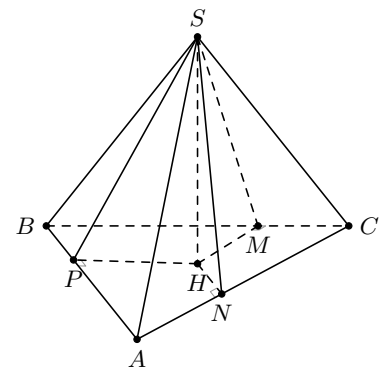
$$\begin{aligned} V_{SABC} &= \frac{1}{3}h \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}d(A, SBC) \cdot S_{SBC} \\ &= \frac{1}{3}d(B, SAC) \cdot S_{SAC} \\ &= \frac{1}{3}d(C, SAB) \cdot S_{SAB} \end{aligned}$$

Suy ra $\frac{\sqrt{3}h}{12} = \frac{SM\sqrt{6}}{24} = \frac{SN\sqrt{15}}{60} = \frac{SP\sqrt{30}}{120}.$

Do đó $\begin{cases} SM = h\sqrt{2} \\ SN = h\sqrt{5} \\ SP = h\sqrt{10} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} HM = h \\ HN = 2h \\ HP = 3h. \end{cases}$

$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}(HM + HN + HP) \cdot AB \Rightarrow 3h = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{12}.$ Vậy

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{48}.$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 161. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3$, $SB = 4$, $SC = 5$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ lớn nhất bằng

A. 20.

B. 15.

C. 10.

D. 25.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A lên (SBC) .

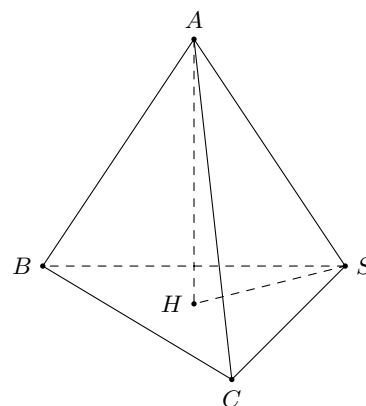
Ta có $S_{SBC} = \frac{1}{2} \cdot SB \cdot SC \cdot \sin \widehat{BSC} \leq \frac{1}{2} \cdot SB \cdot SC = 10$.

Ta có $AH = SA \cdot \sin \widehat{ASH} \leq SA = 3$.

Suy ra $V_{S.ABC} = V_{A.SBC} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{SBC} \leq \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 10 = 10$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi SA, SB, SC đôi một vuông góc.

Vậy thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABC$ bằng 10.



Chọn đáp án (C)

□

Câu 162. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo $AC' = \sqrt{18}$. Gọi S là diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật này. Tính giá trị lớn nhất của S .

A. 18.

B. $36\sqrt{3}$.

C. $18\sqrt{3}$.

D. 36.

Lời giải.

Đặt $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Ta có

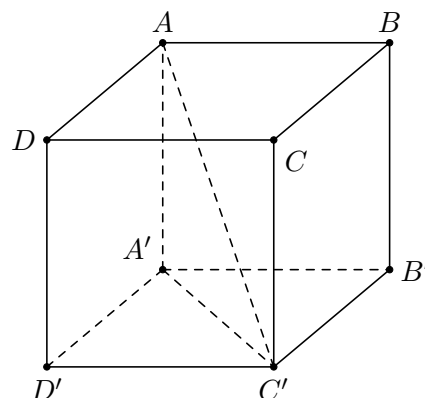
$$AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 18.$$

Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật là

$$S = 2(ab + bc + ca).$$

Ta có $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow ab + bc + ca \leq 18 \Rightarrow S \leq 36$.

Vậy giá trị lớn nhất của S là 36.



Chọn đáp án (D)

□

Câu 163. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = x$, $BC = y$, $AB = AC = SB = SC = 1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ đạt giá trị lớn nhất khi tổng $x + y$ bằng

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

D. $4\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC .

Để thấy $BC \perp AN, BC \perp SN$ suy ra $BC \perp (SAN)$, do đó ta có

$$\begin{aligned} V_{S.ABC} &= V_{S.ABN} + V_{S.ANC} \\ &= \frac{1}{3} \cdot BN \cdot S_{ASN} + \frac{1}{3} \cdot CN \cdot S_{ASN} \\ &= \frac{1}{3} (BN + CN) S_{ASN} = \frac{BC \cdot S_{ASN}}{3}. \end{aligned}$$

Ta có $AN = SN$ nên tam giác AMN vuông, suy ra

$$MN = \sqrt{AN^2 - AM^2} = \sqrt{AB^2 - BN^2 - AM^2} = \sqrt{1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}},$$

$$\text{suy ra } S_{ASN} = \frac{SA \cdot MN}{2} = \frac{x}{2} \sqrt{1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}}, \text{ do đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{6} xy \sqrt{1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có

$$V_{S.ABC}^2 = \frac{1}{36} x^2 y^2 \left(1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}\right) = \frac{16}{36} \cdot \frac{x^2}{4} \cdot \frac{y^2}{4} \cdot \left(1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}\right) \leq \frac{4}{9} \left(\frac{1}{3}\right)^3.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } \frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{4} = 1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} \Leftrightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

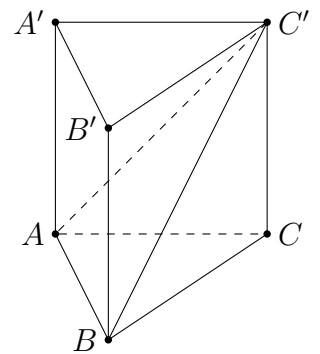
Chọn đáp án **C**

□

Câu 164.

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều (tham khảo hình bên). Biết tam giác ABC' có diện tích S không đổi và nằm trong mặt phẳng tạo với mặt phẳng đáy một góc α thay đổi. Tính $\cos \alpha$ để thể tích khối lăng trụ là lớn nhất.

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.



Lời giải.

Gọi M là trung điểm của cạnh $AB \Rightarrow \widehat{CMC'} = \alpha$.

Ta có $S_{ABC} = S \cdot \cos \alpha$.

$$\text{Đặt } AB = x \Rightarrow S_{ABC} = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow x^2 = \frac{4 \cdot S_{ABC}}{\sqrt{3}} = \frac{4 \cdot S \cdot \cos \alpha}{\sqrt{3}}.$$

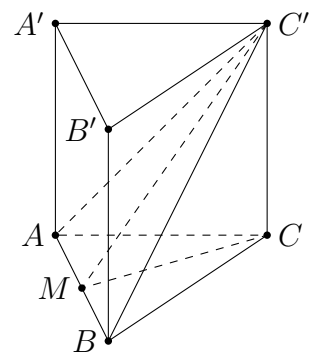
$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{S \cos \alpha}}{\sqrt[4]{3}}.$$

$$\text{Xét tam giác } MCC' \text{ ta có } CC' = CM \cdot \tan \alpha = \frac{x\sqrt{3}}{2} \tan \alpha.$$

$$\text{Khi đó thể tích khối lăng trụ là } V = CC' \cdot S_{ABC} = \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \tan \alpha \cdot S \cdot \cos \alpha$$

$$= \frac{2\sqrt{S \cos \alpha}}{\sqrt[4]{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \tan \alpha \cdot S \cdot \cos \alpha = \frac{S\sqrt{3}S}{\sqrt[4]{3}} \sin \alpha \sqrt{\cos \alpha} = \sqrt[4]{3} S \sqrt{S} \cdot \sqrt{\cos \alpha - \cos^3 \alpha}.$$

Xét hàm $f(\alpha) = \cos \alpha - \cos^3 \alpha$. Đặt $t = \cos \alpha, t \in (0; 1)$.



Ta được hàm số $g(t) = t - t^3$, có $g'(t) = 1 - 3t^2$. $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Ta được bảng biến thiên của hàm số

t	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$	0	$g\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta được V đạt giá trị lớn nhất khi $t = \frac{\sqrt{3}}{3}$ hay $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 165. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SC , G là trọng tâm tam giác SAC . Mặt phẳng (α) đi qua AM và song song với BD , cắt SB , SD lần lượt tại E , F . Tỉ số thể tích của hai khối chóp $O.AEMF$ và $G.ABCD$ là

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

— Ta có $GS \cap (ABCD) = O$, suy ra

$$\frac{V_{G.ABCD}}{V_{S.ABCD}} = \frac{d(G; (ABCD))}{d(S; (ABCD))} = \frac{GO}{SO} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow V_{G.ABCD} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD}.$$

— Áp dụng công thức tỉ số thể tích, ta có

$$\frac{V_{S.AEM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{1}{3},$$

$$\frac{V_{S.AFM}}{V_{S.ADC}} = \frac{SF}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{1}{3}.$$
Do $V_{S.ADC} = V_{S.ABC} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD}$
nên
$$\frac{V_{S.AFM} + V_{S.AEM}}{\frac{1}{2}V_{S.ABCD}} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.AEMF} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD} = V_{G.ABCD}.$$

— Ta có $OS \cap (AEMF) = G$, suy ra

$$\frac{V_{O.AEMF}}{V_{S.AEMF}} = \frac{d(O; (AEMF))}{d(S; (AEMF))} = \frac{OG}{SG} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow V_{O.AEMF} = \frac{1}{2}V_{S.AEMF} = \frac{1}{2}V_{G.ABCD}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 166. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = 2a$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SBC) bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

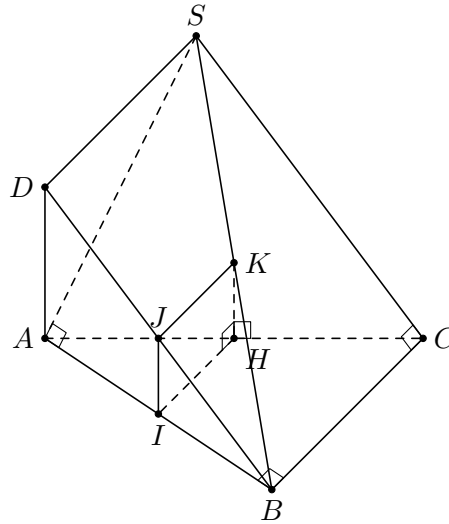
A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{9}$.

C. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $V = \frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.



Gọi I, H, K lần lượt là trung điểm của AB, AC, SB .

Vì $\triangle ABC$ vuông tại B nên $HA = HB = HC$.

Vì $\triangle SAB, \triangle SBC$ lần lượt vuông tại A, C nên $KA = KB = KC (= KS)$.

Do đó HK là trục vuông góc qua tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$, suy ra $HK \perp (ABC)$.

Dựng hình chữ nhật $SCBD$, gọi J là trung điểm của BD .

Khi đó $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp BD \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ABD) \Rightarrow (ABD) \perp (SBC)$ theo giao tuyến BD .

Do đó $(AB, (SBC)) = (AB, BD) = \widehat{ABD} = 30^\circ$.

Ta có $JK \parallel SD \parallel BC \parallel IH$ và $JK = \frac{1}{2}SD = \frac{1}{2}BC = IH$ nên $IHKJ$ là hình bình hành, suy ra $IJ \parallel HK$, mà $HK \perp (ABC)$ nên $IJ \perp (ABC) \Rightarrow IJ \perp IB$.

Xét $\triangle IJB$ vuông tại I ta có $IJ = IB \tan 30^\circ = a \frac{\sqrt{3}}{3}$.

$\Rightarrow d(S, (ABC)) = 2d(K, (ABC)) = 2HK = 2IJ = 2a \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}d(S, (ABC)) S_{ABC} = \frac{1}{3}2a \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{4a^2}{3} = \frac{4\sqrt{3}a^3}{9}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 167. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 3, AC = 6, AD = 9, \widehat{BAD} = \widehat{CAD} = 60^\circ, \widehat{BAC} = 90^\circ$.
Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

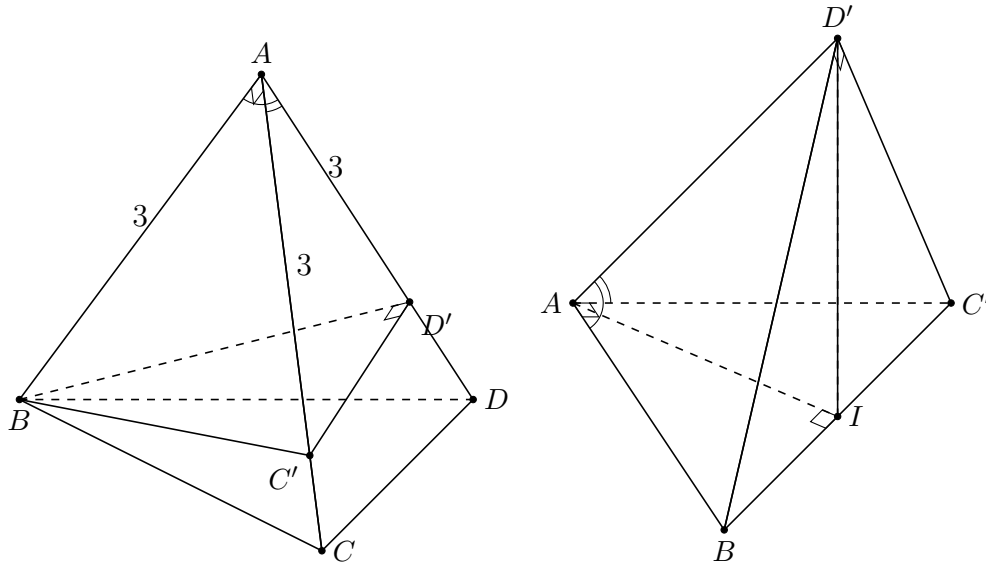
A. $\frac{27\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{27\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{27\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.



Lấy trên hai cạnh AC , AD hai điểm C' và D' sao cho $AC' = AD' = 3$.

Xét tứ diện $ABC'D'$ có:

$$BC' = 3\sqrt{2}; AI = \frac{1}{2}BC' = \frac{3\sqrt{2}}{2}; AD' = 3.$$

Các tam giác $AC'D'$ và ABD' là những tam giác đều.

$$C'D' = 3; BD' = 3; BC' = 3\sqrt{2}.$$

Tam giác $BC'D'$ vuông tại D' suy ra $ID' = \frac{1}{2}BC' = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Xét tam giác $AD'I$ có:

$$\cos \widehat{AID'} = \frac{AI^2 + ID'^2 - AD'^2}{2AI \cdot ID'} = \frac{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 3^2}{2 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2}} = 0.$$

Suy ra tam giác $AD'I$ vuông tại I .

$$\Rightarrow V_{D'.ABC'} = \frac{1}{3}D'I \cdot S_{\triangle ABC'} = \frac{9\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Mà } \frac{V_{ABC'D'}}{V_{ABCD}} = \frac{AC'}{AC} \cdot \frac{AD'}{AD} = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{9} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow V_{ABCD} = 6 \cdot V_{ABC'D'} = 6 \cdot \frac{9\sqrt{2}}{4} = \frac{27\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 168. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có khoảng cách từ tâm O của đáy đến (SCD) bằng $2a$, a là hằng số dương. Đặt $AB = x$, giá trị của x để thể tích $S.ABCD$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $\sqrt{3}a$.

B. $2\sqrt{6}a$.

C. $\sqrt{2}a$.

D. $\sqrt{6}a$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, hạ $OI \perp CD$ (1). Do giả thiết $SO \perp (ABCD)$ suy ra $SO \perp OI$ và $SO \perp CD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $CD \perp (SOI)$.

Trong mặt phẳng (SOI) kẻ $OH \perp SI$, từ chứng minh trên ta suy ra $CD \perp OH$.

Khi đó $\begin{cases} OH \perp CD \\ OH \perp SH \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD)$.

Nên $d(O, (SCD)) = OH$.

Do $AB = x$ nên $OI = \frac{x}{2}$, trong tam giác SOI ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{OH^2} &= \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{OI^2} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{4a^2} - \frac{1}{\frac{x^2}{4}} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{4a^2} - \frac{4}{x^2} \\ &\Leftrightarrow SO^2 = \frac{4a^2x^2}{x^2 - 16a^2} \Leftrightarrow SO = \sqrt{\frac{4a^2x^2}{x^2 - 16a^2}}. \end{aligned}$$

Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$ ta có

$$V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{4a^2x^2}{x^2 - 16a^2}} \cdot x^2 = \frac{2ax^3}{3\sqrt{x^2 - 16a^2}}$$

. Xét hàm số $f(x) = \frac{2ax^3}{3\sqrt{x^2 - 16a^2}}$ trên khoảng $(4a; +\infty)$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3ax^2\sqrt{x^2 - 16a^2} - \frac{ax^4}{\sqrt{x^2 - 16a^2}}}{(x^2 - 16a^2)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2ax^4 - 48a^3x^2}{(x^2 - 16a^2) \cdot \sqrt{x^2 - 16a^2}}.$$

Xét $f'(x) = 0$ suy ra

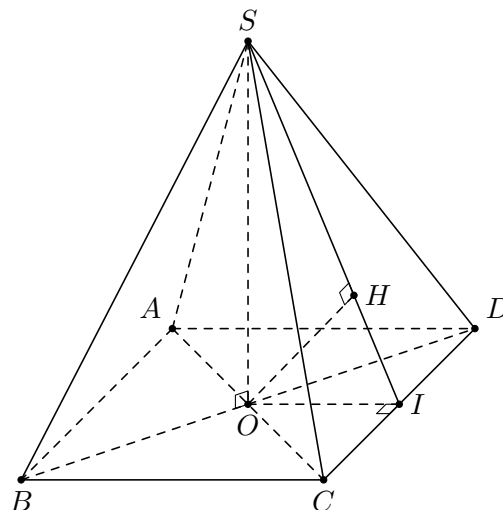
$$\begin{aligned} 2ax^4 - 48a^3x^2 &= 0 \Leftrightarrow 2ax^2(x^2 - 24a^2) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 24a^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2\sqrt{6}a \\ x = -2\sqrt{6}a \end{cases} \Rightarrow x = 2\sqrt{6}a. \end{aligned}$$

$$\text{Mà } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2ax^3}{3\sqrt{x^2 - 16a^2}} = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow 4a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4a^+} \frac{2ax^3}{3\sqrt{x^2 - 16a^2}} = +\infty$$

Ta có bảng biến

x	$4a$	$2\sqrt{6}a$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$16\sqrt{3}a^3$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $\min_{x \in (4a; +\infty)} f(x) = 16\sqrt{3}a^3$ khi $x = 2\sqrt{6}a$.



Chọn đáp án (B)

□

Câu 169. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Các điểm A', C' thỏa mãn $\overrightarrow{SA'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA}$, $\overrightarrow{SC'} = \frac{1}{5}\overrightarrow{SC}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $A'C'$ cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại B', D' và đặt $k = \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}}$. Giá trị nhỏ nhất của k là

A. $\frac{4}{15}$.

B. $\frac{1}{30}$.

C. $\frac{1}{60}$.

D. $\frac{\sqrt{15}}{16}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD ; I là giao điểm của SO và $A'C'$.

Do giả thiết ta có $V_{SABC} = V_{SADC} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD}$.

Mà $V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'D'C'}$.

Mặt khác ta có

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{SB'}{SB} = \frac{1}{15} \cdot \frac{SB'}{SB}.$$

Tương tự

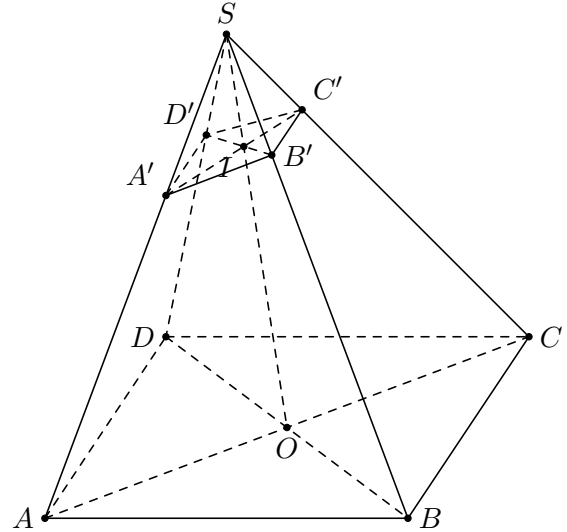
$$\frac{V_{S.A'D'C'}}{V_{SADC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{15} \cdot \frac{SD'}{SD}.$$

Khi đó

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{SABC}} + \frac{V_{S.A'D'C'}}{V_{SADC}} = \frac{2V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABCD}} + \frac{2V_{S.A'D'C'}}{V_{S.ABCD}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{15} \cdot \frac{SB'}{SB} + \frac{1}{15} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{2V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{30} \cdot \left(\frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \right) = k$$



Mặt khác ta có

$$\frac{S_{\triangle SA'I}}{S_{\triangle SAO}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SI}{SO} = \frac{1}{3} \cdot \frac{SI}{SO} \quad \text{và} \quad \frac{S_{\triangle SC'I}}{S_{\triangle SCO}} = \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SI}{SO} = \frac{1}{5} \cdot \frac{SI}{SO}.$$

Mà $S_{\triangle SAO} = S_{\triangle SCO} = \frac{1}{2} \cdot S_{\triangle SAC}$ nên

$$\frac{S_{\triangle SA'I}}{S_{\triangle SAO}} + \frac{S_{\triangle SC'I}}{S_{\triangle SCO}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{SI}{SO} + \frac{1}{5} \cdot \frac{SI}{SO} = \frac{8}{15} \cdot \frac{SI}{SO}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2S_{\triangle SA'I}}{S_{\triangle SAC}} + \frac{2S_{\triangle SC'I}}{S_{\triangle SAC}} = \frac{8}{15} \cdot \frac{SI}{SO}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2S_{\triangle SA'C'}}{S_{\triangle SAC}} = \frac{8}{15} \cdot \frac{SI}{SO}$$

$$\Leftrightarrow \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{4}{15} \cdot \frac{SI}{SO} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{15} \cdot \frac{SI}{SO} \Leftrightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{1}{4} \quad (1).$$

Chứng minh tương tự

$$\Leftrightarrow \frac{2S_{\triangle SB'D'}}{S_{\triangle SBD}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SI}{SO} + \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SI}{SO}$$

$$\Leftrightarrow \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{SI}{SO} \cdot \left(\frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \right) \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \right)$ (*).

Dễ chứng minh được $\left(\frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \right)^2 \geq 4 \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SD'}{SD}$ (**).

Từ (*) và (**) suy ra $\left(\frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \right)^2 \geq \frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \Leftrightarrow \frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \geq 1$.

Do đó $30k \geq 1 \Leftrightarrow k \geq \frac{1}{30}$. Nên $\min k = \frac{1}{30}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 170. Cho tứ diện $ABCD$ có độ dài các cạnh $AB = a$, $AD = BC = b$, AB là đoạn vuông góc chung của BC và AD và $(AB, CD) = \alpha$, $\left(0 < \alpha < 90^\circ, \tan \alpha < \frac{2b}{a} \right)$. Nếu thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất thì giá trị của $\tan \alpha$ bằng

A. $\frac{b}{2a}$.

B. $\frac{b\sqrt{3}}{a}$.

C. $\frac{b\sqrt{2}}{a}$.

D. $\frac{b}{3a}$.

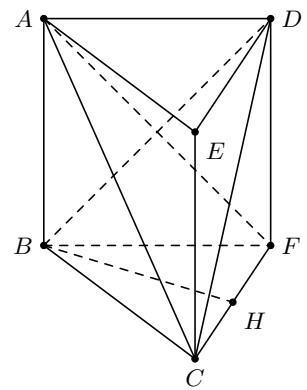
Lời giải.

Dựng hình lăng trụ đứng tam giác $ADE.BFC$ như hình vẽ, H là trung điểm của CF . Khi đó ta có

$$\widehat{CDF} = (CD, FD) = (CD, AB) = \alpha.$$

Suy ra $FC = DF \tan \alpha = a \tan \alpha$. Dễ thấy tam giác BFC cân tại B nên

$$BH = \sqrt{BF^2 - HF^2} = \frac{\sqrt{4b^2 - a^2 \tan^2 \alpha}}{2}.$$



Ta có

$$\begin{aligned} V_{D.ABC} &= V_{F.ABC} = V_{A.BCF} = \frac{1}{3} AB \cdot S_{BCF} \\ &= \frac{1}{6} AB \cdot BH \cdot FC = \frac{1}{12} a^2 \tan \alpha \sqrt{4b^2 - a^2 \tan^2 \alpha} \\ &= \frac{a^3}{12} \tan \alpha \sqrt{\frac{4b^2}{a^2} - \tan^2 \alpha} \leq \frac{a^3}{12} \cdot \frac{\tan^2 \alpha + \frac{4b^2}{a^2} - \tan^2 \alpha}{2} \\ &= \frac{ab^2}{6}. \end{aligned}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \tan \alpha = \sqrt{\frac{4b^2}{a^2} - \tan^2 \alpha} \text{ hay } \tan \alpha = \frac{b\sqrt{2}}{a}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 171. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến BB' bằng 5, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' , CC' lần lượt bằng 3, 4, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm H của $B'C'$ và $A'H = 5$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $15\sqrt{3}$.

B. $20\sqrt{3}$.

C. $10\sqrt{3}$.

D. $5\sqrt{3}$.

Lời giải.

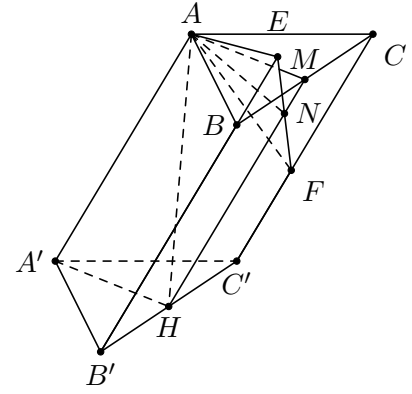
— Gọi M là trung điểm của BC .

Kẻ $AE \perp B'B$ ($E \in B'B$), $AF \perp C'C$ ($F \in C'C$).

Gọi N là giao của EF và HM .

— Ta có M, N là trung điểm của BC và EF . Có $BB' \perp AE$ và $BB' \parallel CC'$ nên $BB' \perp AF$.

Suy ra $BB' \perp (AEF) \Rightarrow FE \perp BB'$.



— Theo đề bài ta có $AE = 3$, $AF = 4$, $FE = d(F, BB') = d(C, BB') = 5$.

Vì $AE^2 + AF^2 = EF^2$ nên $\triangle AEF$ vuông tại A . Vậy $AN = \frac{1}{2}EF = \frac{5}{2}$.

— Vì $AH \perp AM$ và $AN \perp MH$ (vì $MH \parallel BB'$) nên ta có $\frac{1}{AN^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AH^2}$,
mà $AN = \frac{5}{2}$, $AM = A'H = 5 \Rightarrow AH = \frac{5}{\sqrt{3}}$.

— Áp dụng định lí hình chiếu thì $S_{AEF} = S_{ABC} \cdot \cos \alpha$ với $\alpha = ((ABC), (AEF))$.

Ta lại có $AH \perp (ABC)$, $HM \perp (AEF)$

$\Rightarrow \alpha = \widehat{AHM} = 60^\circ$ (vì $\tan \widehat{AHM} = \frac{AM}{AH} = \sqrt{3}$)

$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot AE \cdot AF = S_{ABC} \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow S_{ABC} = 12$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AH \cdot S_{ABC} = \frac{5}{\sqrt{3}} \cdot 12 = 20\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 172.

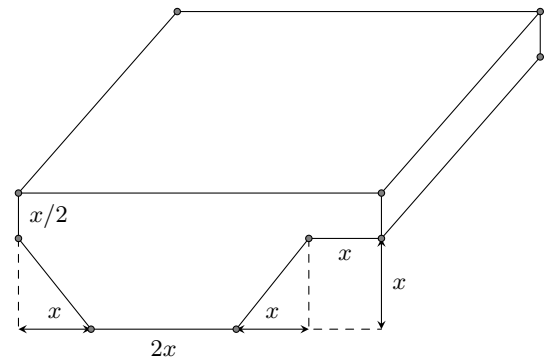
Người ta muốn xây một bể bơi (hình vẽ bên) có thể tích là $V = \frac{968}{4 + 2\sqrt{2}} \text{ m}^3$. Khi đó để diện tích xung quanh của bể bơi là nhỏ nhất thì giá trị thực của x thuộc khoảng nào sau đây?

A. (0; 3).

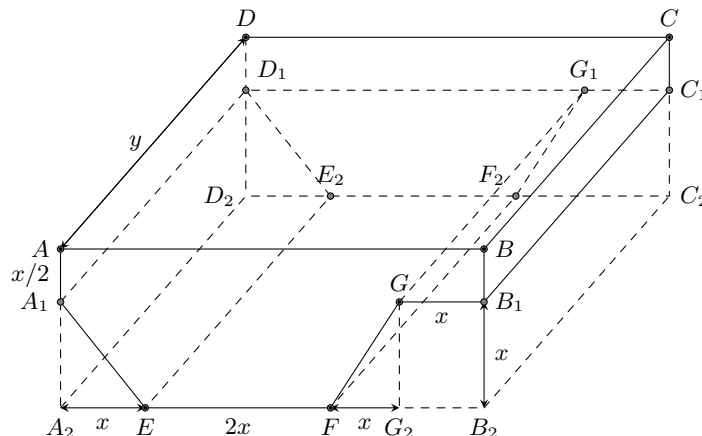
B. (3; 5).

C. (5; 6).

D. (6; 7).



Lời giải.



Ta có $V = V_{ABCD.A_2B_2C_2D_2} - V_{A_1A_2E.D_1D_2E_2} - V_{B_1B_2FG.C_1C_2F_2G_1}$.

Đặt $AD = y$. Khi đó

$$— V_{ABCD.A_2B_2C_2D_2} = 5x \cdot \frac{3x}{2} \cdot y = \frac{15}{2}x^2y.$$

$$— V_{A_1A_2E.D_1D_2E_2} = \frac{1}{2}x^2y.$$

$$— V_{B_1B_2FG.C_1C_2F_2G_1} = \frac{(x+2x) \cdot x}{2} \cdot y = \frac{3}{2}x^2y.$$

$$\text{Suy ra } V = \frac{15}{2}x^2y - \frac{1}{2}x^2y - \frac{3}{2}x^2y = \frac{11}{2}x^2y \Rightarrow y = \frac{2V}{11x^2} = \frac{176}{(4+2\sqrt{2})x^2}.$$

Diện tích xung quanh của hồ bơi $S_{xq} = S_1 + S_2$,

với S_1 là diện tích xung quanh thành hồ, S_2 là diện tích xung quanh đáy hồ.

Ta có

$$— S_1 = 2 \cdot \frac{x}{2} \cdot y + 2 \cdot \frac{x}{2} \cdot 5x + 2 \cdot \frac{(4x+2x) \cdot x}{2} = xy + 11x^2.$$

$$— S_2 = \sqrt{2}xy + 2xy + \sqrt{2}xy + xy = (3+2\sqrt{2})xy.$$

$$\text{Khi đó } S_{xq} = (4+2\sqrt{2})xy + 11x^2 = \frac{176}{x} + 11x^2.$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho ba số, ta được

$$S_{xq} = \frac{176}{2x} + \frac{176}{2x} + 11x^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{176}{2x} \cdot \frac{176}{2x} \cdot 11x^2} = 132 \text{ (đvdt)}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $\frac{176}{2x} = 11x^2 \Leftrightarrow x = 2 \in (0; 3)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 173. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SC = x$ ($0 < x < a\sqrt{3}$), các cạnh còn lại đều bằng a . Biết rằng thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất khi và chỉ khi $x = \frac{a\sqrt{m}}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

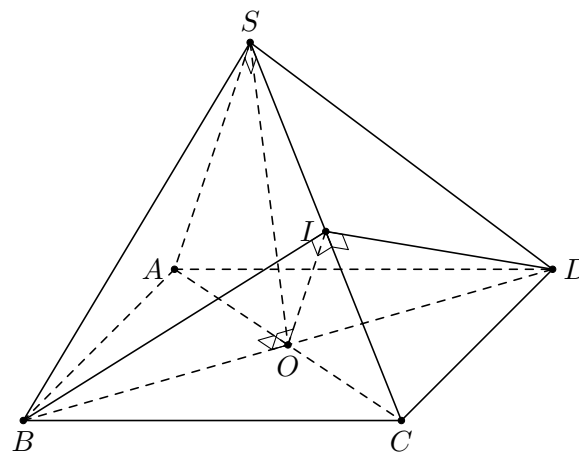
A. $m + 2n = 10$.

B. $m^2 - n = 30$.

C. $2n^2 - m < 15$.

D. $4m - n^2 = -20$.

Lời giải.



— Gọi $O = AC \cap BD$, I là trung điểm của SC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BI \perp SC \\ DI \perp SC \end{cases} \Rightarrow SC \perp (BID) \Rightarrow BD \perp SC. \quad (1)$$

$$\text{Mà } ABCD \text{ là hình thoi nên } BD \perp AC. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $BD \perp (SAC)$.

$$— V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 2V_{B.SAC}.$$

— Từ $SC \perp (BID) \Rightarrow SC \perp OI$. Do đó

$$\begin{aligned} AO^2 &= AB^2 - BO^2 = AB^2 - (BI^2 - OI^2) = AB^2 - (SB^2 - SI^2) + OI^2 \\ &= SI^2 + OI^2 = SO^2. \end{aligned}$$

Suy ra $AO = OC = SC \Rightarrow \triangle SAC$ vuông đỉnh S .

$$\text{Bởi vậy } AC^2 = SC^2 + SA^2 = x^2 + a^2 \Rightarrow AO = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{2}.$$

$$\text{— } BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \frac{\sqrt{3a^2 - x^2}}{2}.$$

$$\text{— } V_{S.ABCD} = 2V_{B.SAC} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot BO \cdot \frac{1}{2} \cdot SA \cdot SC = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3a^2 - x^2}}{2} \cdot a \cdot x = \frac{ax\sqrt{3a^2 - x^2}}{6}.$$

$$\text{— Ta có } x\sqrt{3a^2 - x^2} = \sqrt{x^2(3a^2 - x^2)} \leq \frac{x^2 + (3a^2 - x^2)}{2} = \frac{3a^2}{2}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABCD} \leq \frac{a^3}{4}. \text{ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } x^2 = 3a^2 - x^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất khi và chỉ khi $x = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow m = 6; n = 2$. Do đó $m + 2n = 10$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 174. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích toàn phần bằng $18a^2$ và độ dài đường chéo AC' bằng $\sqrt{18}a$ ($a > 0$), khi đó thể tích lớn nhất của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $V_{\max} = \sqrt{8}a^3.$

B. $V_{\max} = 3a^3.$

C. $V_{\max} = 8a^3.$

D. $V_{\max} = 4a^3.$

Lời giải.

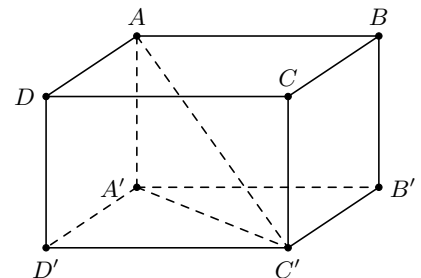
Đặt $AB = x, AD = y, AA' = z, (x, y, z > 0)$.

Theo giả thiết $2(xy + yz + zx) = 18a^2$. (1)

$$\text{Ta có } AC' = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{18}a \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 18a^2.$$

$$\Rightarrow (x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 36a^2.$$

$$\Rightarrow x + y + z = 6a.$$



Từ (1) ta có $xy = 9a^2 - (x + y)z = 9a^2 - (6a - z)z = 9a^2 - 6az + z^2$.

Suy ra $V = xyz = 9a^2z - 6az^2 + z^3$. Tối đây ta có 2 cách xử lý như sau:

Cách 1: Do vai trò x, y, z như nhau nên ta giả sử z là số nhỏ nhất.

Khi đó $6a = x + y + z \geq 3z$ nên $z \leq 2a$. Xét hàm số $f(z) = 9a^2z - 6az^2 + z^3$ trên khoảng $[0; 2a]$.

Ta có $f'(z) = 3(z - a)(z - 3a) = 0 \Leftrightarrow z = a$ hoặc $z = 3a$.

Mà $f(0) = 0, f(2a) = 2a^3$ và $f(a) = 4a^3$.

Vậy $\max_{[0; 2a]} f(z) = 4a^3$ nên $\max V = 4a^3$ khi $(x; y; z) = (a; 4a; a)$ và các hoán vị.

Cách 2: Ta có $V = \frac{1}{2} \cdot 2z \cdot (3a - z)^2 \leq \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2z + 3a - z + 3a - z}{3} \right)^3 = 4a^3$.

Vậy $\max V = 4a^3$ khi $(x; y; z) = (a; 4a; a)$ và các hoán vị.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 175. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a; AC = a\sqrt{3}, SB > 2a$ và $\widehat{ABC} = \widehat{BAS} = \widehat{BCS} = 90^\circ$.

Biết sin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{\sqrt{11}}{11}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}.$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}.$

Lời giải.

Dựng $SD \perp (ABC)$, khi đó

$$+ \begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp SD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SDA) \supset AD \Rightarrow AB \perp AD. \quad (1)$$

$$+ \begin{cases} BC \perp SC \\ BC \perp SD \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SDC) \supset CD \Rightarrow BC \perp CD. \quad (2)$$

Từ (1), (2) $\Rightarrow ABCD$ là hình chữ nhật.

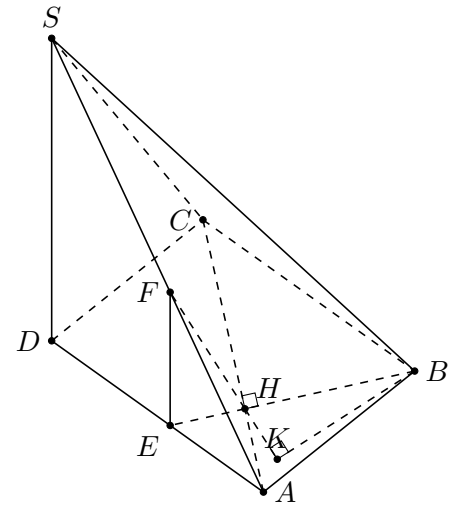
Từ B kẻ $BH \perp AC$; Gọi $E = BH \cap AD$.

Qua E kẻ đường thẳng song song với SD cắt SA tại F .

Trong tam giác ABC , ta có

$$BH \cdot AC = AB \cdot BC \Rightarrow BH = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Mặt khác } AB^2 = AH \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{AB^2}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$



$$\text{Trong tam giác } AHB, \text{ ta có } \cos \widehat{ABH} = \frac{BH}{AB} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Mà } \widehat{ABH} = \widehat{EAH} \Rightarrow \cos \widehat{EAH} = \frac{\sqrt{6}}{3}. \text{ Trong tam giác } EAH, \cos \widehat{EAH} = \frac{AH}{AE} \Rightarrow AE = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Nối } HF, \text{ kẻ } BK \perp HF \text{ kéo dài} \Rightarrow BK \perp (SAC) \Rightarrow \widehat{BSK} = (\widehat{SB}, (\widehat{SAC})).$$

Đặt $SD = x$.

$$\text{Vì hai tam giác } SAD \text{ và } FAE \text{ đồng dạng nên } \frac{AE}{AD} = \frac{EF}{SD} \Rightarrow EF = \frac{x}{2}.$$

$$\text{— Trong tam giác } AEH \text{ ta có } EH^2 = AE^2 - AH^2 \Rightarrow EH = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{— Trong tam giác } EFH \text{ ta có } FH^2 = EF^2 + EH^2 \Rightarrow FH = \frac{\sqrt{3x^2 + 2a^2}}{2\sqrt{3}}.$$

$$\text{— Trong tam giác } EHF \text{ ta có } \sin \widehat{EHF} = \frac{EF}{FH} = \frac{x\sqrt{3}}{\sqrt{3x^2 + 2a^2}}.$$

$$\text{— } \widehat{EHF} = \widehat{BHK} \Rightarrow \sin \widehat{BHK} = \frac{BK}{BH} = \frac{x\sqrt{3}}{\sqrt{3x^2 + 2a^2}}.$$

$$\text{Mà } \sin \widehat{BSK} = \frac{BK}{SB} = \frac{\sqrt{11}}{11} \Rightarrow SB = BK \cdot \sqrt{11} = \frac{ax\sqrt{22}}{\sqrt{3x^2 + 2a^2}}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } \triangle SBD, \text{ ta có } SD^2 + BD^2 = SB^2 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 3a^2 \\ x^2 = \frac{2}{3}a^2. \end{cases}$$

$$\text{Vì } SB > 2a \text{ nên } x^2 = 3a^2 \Rightarrow x = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SD \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Cách khác

Gọi I là hình chiếu của D lên AC ; E là hình chiếu của D lên SI và gọi F là điểm đối xứng của E qua O .

Khi đó khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) là BF và

$$\sin(SB, (SAC)) = \frac{BF}{SB} = \frac{DE}{SB} = \frac{\sqrt{11}}{11}.$$

Đặt $SD = x$, suy ra $SB = \sqrt{x^2 + 3a^2}$, suy ra

$$DE = \frac{\sqrt{11}}{11} \cdot \sqrt{x^2 + 3a^2} \quad (1).$$

$$\text{Mặt khác } DE = \frac{DI \cdot DS}{\sqrt{DI^2 + DS^2}} = \frac{xa\sqrt{6}}{\sqrt{6a^2 + 9x^2}} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{\sqrt{11}}{11} \cdot \sqrt{x^2 + 3a^2} = \frac{xa\sqrt{6}}{\sqrt{6a^2 + 9x^2}}$$

$$\Leftrightarrow x = a\sqrt{3} \text{ (vì } SB > 2a).$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SD \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 176. Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) , giá trị $\cos \alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất là

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC và trong mặt phẳng (SAM) kẻ $AH \perp SM$.

Ta có $AM \perp BC$ (do $\triangle ABC$ vuông cân tại A). Mặt khác do $SA \perp (ABC)$ nên $BC \perp SA$.

Suy ra $BC \perp (SAM) \Rightarrow AH \perp BC$.

Vậy $d(A, (SBC)) = AH = 3$.

$$\text{Vì } \begin{cases} BC = (ABC) \cap (SBC) \\ AM \perp BC, AM \subset (ABC) \\ SM \perp BC, SM \subset (SBC) \end{cases}$$

nên $((ABC), (SBC)) = (AM, SM) = \widehat{AMS} = \alpha$ (do $\triangle SAM$ vuông tại A).

$$\text{Xét } \triangle AHM \text{ vuông tại } H \text{ nên } AM = \frac{AH}{\sin \alpha} = \frac{3}{\sin \alpha}, \text{ do đó } BC = 2AM = \frac{6}{\sin \alpha}.$$

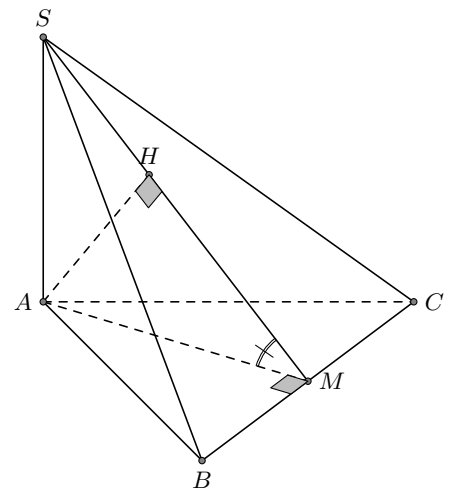
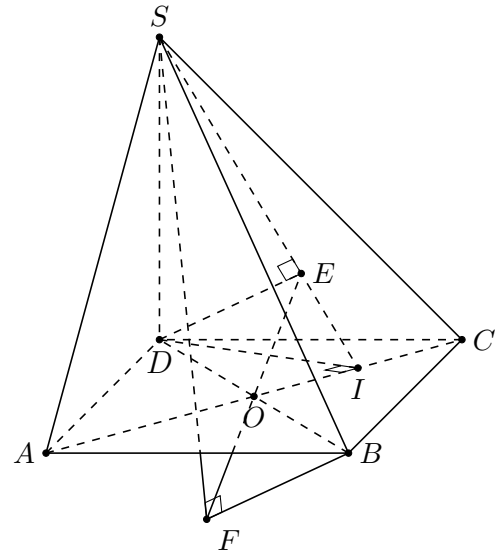
$$\text{Vậy } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{\sin \alpha} \cdot \frac{6}{\sin \alpha} = \frac{9}{\sin^2 \alpha} = \frac{9}{1 - \cos^2 \alpha}.$$

$$\text{Xét } \triangle SAM \text{ vuông tại } A, \text{ ta có } SA = AM \cdot \tan \alpha = \frac{3}{\sin \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3}{\cos \alpha}.$$

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{\cos \alpha} \cdot \frac{9}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{9}{\cos \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}.$$

$$\text{Đặt } t = \cos \alpha, \text{ điều kiện } t \in (0; 1). \text{ Xét hàm } f(t) = \frac{9}{t(1 - t^2)}. \text{ Khi đó } f'(t) = \frac{-9(1 - 3t^2)}{t^2(1 - t^2)^2}.$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{-9(1 - 3t^2)}{t^2(1 - t^2)^2} = 0 \Leftrightarrow 1 - 3t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{\sqrt{3}}{3} & (\text{loại}) \\ t = \frac{\sqrt{3}}{3} & (\text{nhận}). \end{cases}$$



Khi đó ta có bảng xét chiều biến thiên

t	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$		

Vậy $V_{S.ABC}$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 177. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a\sqrt{3}$, chiều cao bằng $4a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, AB và SC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và NP .

A. a .

B. $a\sqrt{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải.

Ta có $S.ABC$ là hình chóp đều, G là trọng tâm $\triangle ABC$ nên

$SG \perp (ABC)$, suy ra $CG = BC \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 2a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 2a$.

Xét $\triangle SGC$ vuông tại G , ta có

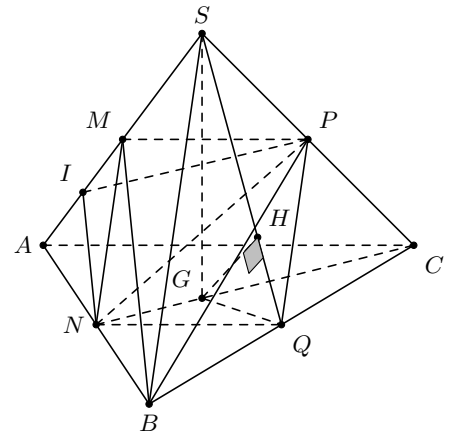
$$SC^2 = SG^2 + CG^2 = 16a^2 + 4a^2 = 20a^2 \Rightarrow SC = 2a\sqrt{5}.$$

Ta có nửa chu vi của $\triangle SBC$ là

$$p = \frac{SC + SB + BC}{2} = 2a\sqrt{5} + a\sqrt{3}.$$

Vậy $S_{\triangle SBC} = \sqrt{p(p-SB)(p-SC)(p-BC)} = a^2\sqrt{51}$, do đó

$$S_{\triangle BPQ} = \frac{1}{4}S_{\triangle SBC} = \frac{a^2\sqrt{51}}{4}.$$



Mặt khác, ta có $d(N, (BPQ)) = \frac{3}{2}d(G, (BPQ)) = \frac{3}{2}d(G, (SBC))$.

Trong mặt phẳng (SGQ) , kẻ $GH \perp SQ, H \in SQ$.

Ta có $GQ \perp BC$ mà $SG \perp BC$ nên $BC \perp (SGQ) \Rightarrow GH \perp BC$. Suy ra $GH \perp (SBC)$.

Vậy $d(G, (SBC)) = GH$.

Xét $\triangle SGQ$ vuông tại G , đường cao GH

$$\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{SG^2} + \frac{1}{GQ^2} = \frac{1}{16a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{16}{17a^2} \Rightarrow GH = \frac{4a}{\sqrt{17}}.$$

Do đó $d(N, (BPQ)) = \frac{3}{2}d(G, (SBC)) = \frac{3}{2}GH = \frac{6a}{\sqrt{17}}$.

Do đó $V_{BMNP} = V_{NBPQ} = \frac{1}{3} \cdot d(N, (BPQ)) \cdot S_{\triangle BPQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{51}}{4} \cdot \frac{6a}{\sqrt{17}} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Xét $\triangle SAB$ cân tại S , BM là đường trung tuyến

$$BM^2 = \frac{2(BA^2 + BS^2) - SA^2}{4} = \frac{2(20a^2 + 12a^2) - 20a^2}{4} = 11a^2 \Rightarrow BM = a\sqrt{11}.$$

Xét $\triangle SGN$ vuông tại G nên $SN^2 = 17a^2 \Rightarrow SN = a\sqrt{17}$.

Xét $\triangle SCN$ có NP là trung tuyến

$$NP^2 = \frac{2(NC^2 + NS^2) - SC^2}{4} = \frac{2(9a^2 + 17a^2) - 20a^2}{4} = 8a^2 \Rightarrow NP = 2a\sqrt{2}.$$

Gọi I là trung điểm AM nên $NI = \frac{1}{2}BM = \frac{a\sqrt{11}}{2}$.

Xét $\triangle SAC$, ta có

$$IP^2 = SP^2 + SI^2 - 2 \cdot SP \cdot SI \cdot \frac{SC^2 + SA^2 - AC^2}{2 \cdot SC \cdot SA} = \frac{23a^2}{4} \Rightarrow IP = \frac{a\sqrt{23}}{2}.$$

Ta có $(BM, NP) = (IN, NP) = \alpha$, khi đó xét $\triangle PIN$ thì

$$\cos \alpha = \frac{NI^2 + NP^2 - IP^2}{2 \cdot NI \cdot NP} = \frac{\frac{11a^2}{4} + 8a^2 - \frac{23a^2}{4}}{2 \cdot 2a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{11}}{2}} = \frac{5\sqrt{22}}{44} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3\sqrt{154}}{44}.$$

$$\text{Vậy } d(BM, NP) = \frac{6V_{BMNP}}{BM \cdot NP \cdot \sin \alpha} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{a\sqrt{11} \cdot 2a\sqrt{2} \cdot \frac{3\sqrt{154}}{44}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 178. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SC = x$ ($0 < x < \sqrt{3}$), các cạnh còn lại đều bằng 1. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Ta có $\triangle SBD = \triangle ABD$ (c-c-c). Suy ra $SO = AO = OC$ nên $\triangle SAC$ vuông tại S .

$$\text{Ta có } AO = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{1+x^2}}{2} \Rightarrow BO = \frac{\sqrt{3-x^2}}{2}.$$

Suy ra $S_{ABCD} = 4S_{ABO}$ nên

$$S_{ABCD} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{1+x^2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3-x^2}}{2} = \frac{\sqrt{(1+x^2)(3-x^2)}}{2}.$$

$$\text{Ta có } SH = \frac{SA \cdot SC}{\sqrt{SA^2 + SC^2}} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \cdot \frac{\sqrt{(1+x^2)(3-x^2)}}{2} = \frac{\sqrt{x^2(3-x^2)}}{6}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta được

$$V_{S.ABCD} \leq \frac{x^2 + 3 - x^2}{12} = \frac{1}{4}.$$

Khi đó, thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{1}{4}$ khi $x^2 = 3 - x^2$ hay $x = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 179. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $S_{\triangle ABC'} = \sqrt{3}$, mặt phẳng (ABC') tạo với mặt phẳng đáy góc α . Tính $\cos \alpha$ khi thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ lớn nhất.

A. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

B. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

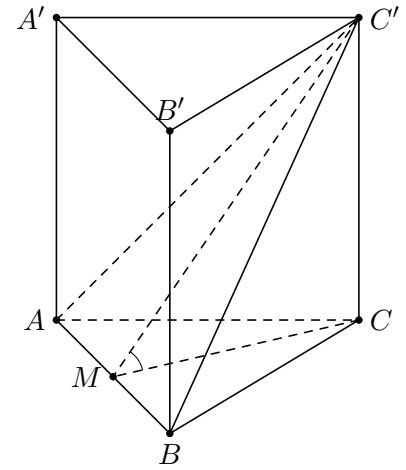
Lời giải.

• Cách 1:

Ta có $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều $\Rightarrow \triangle ABC$ là tam giác đều và $AA' \perp (ABC)$.

Gọi M là trung điểm của AB , ta có $\begin{cases} CM \perp AB \\ C'M \perp AB \end{cases} \Rightarrow$ góc giữa mặt phẳng (ABC') và (ABC) chính là góc $\widehat{CMC'} \Rightarrow \alpha = \widehat{CMC'}$.
Đặt $x = AA'$, $AB = a$, khi đó

$$C'M = \sqrt{CM^2 + CC'^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + x^2}.$$



Suy ra diện tích tam giác $\triangle ABC'$ là

$$S_{\triangle ABC'} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot C'M = \frac{1}{2} \cdot a \sqrt{\frac{3a^2}{4} + x^2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{4}a^4 + a^2x^2} = \sqrt{3}. \quad (1)$$

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \cdot x = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2x.$$

Ta có

$$\frac{3}{4}a^4 + a^2x^2 = \frac{3}{4}a^4 + \frac{x^2}{2}a^2 + \frac{x^2}{2}a^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{3a^4}{4} \cdot \frac{x^2a^2}{2} \cdot \frac{x^2a^2}{2}} = 3\sqrt[3]{\frac{3a^8x^4}{16}}. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow (2\sqrt{3})^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{3}{16}}(a^2x)^4 \Rightarrow 4 \geq a^2x \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} \leq \sqrt{3}. \quad (3)$$

Dấu bằng của (2) xảy ra khi và chỉ khi

$$\frac{3}{4}a^4 = \frac{a^2x^2}{2} \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{a} = \sqrt{\frac{3}{2}}.$$

$$\text{Ta có } \tan \alpha = \frac{CC'}{MC} = \frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{2}a} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{x}{a} = \sqrt{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

• **Cách 2:**

$$\text{Đặt } AB = x \Rightarrow CM = \frac{x\sqrt{3}}{2}.$$

Ta có

$$\begin{cases} MC' \perp AB \\ MC \perp AB \end{cases} \Rightarrow \alpha = \widehat{CMC'} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{CC'}{MC}.$$

Ta có diện tích đáy của lăng trụ là

$$S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}x^2}{4} = S_{\triangle ABC'} \cdot \cos \alpha = \sqrt{3} \cos \alpha.$$

Từ đó suy ra $x = 2\sqrt{\cos \alpha}$.

$$\text{Do } \tan \alpha = \frac{CC'}{CM} \Rightarrow CC' = CM \cdot \tan \alpha = \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \tan \alpha = \sqrt{3 \cos \alpha} \tan \alpha.$$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot CC' = \sqrt{3} \cos \alpha \cdot \sqrt{3 \cos \alpha} \tan \alpha = 3\sqrt{\cos \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}.$$

Xét hàm số $f(t) = -t^3 + t, t \in (0; 1)$.

Ta có $f'(t) = -3t^2 + 1, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Kết hợp điều kiện $t \in (0; 1) \Rightarrow t = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

x	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	0	$\frac{2}{3\sqrt{3}}$	0

Từ bảng biến thiên của $f(t) \Rightarrow f(t)$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow t = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}$ lớn nhất $\Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 180. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a ; hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ đã cho.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC và H là trọng tâm $\triangle ABC$.

Theo giả thiết $A'H \perp (ABC)$. Kẻ $MN \perp AA'$ tại N .

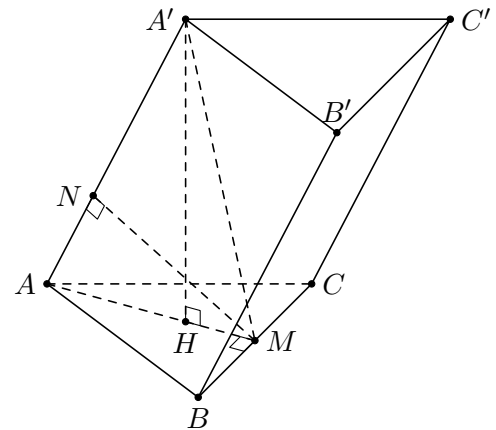
Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A'H \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AM)$

$\Rightarrow BC \perp MN$. Khi đó MN là đoạn vuông góc chung của AA' và BC hay $d(AA', BC) = MN \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Đặt $h = A'H$, ta có AM là đường trung tuyến của $\triangle ABC$

đều cạnh a nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow AH = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.



Tam giác $A'AH$ vuông tại $H \Rightarrow AA'^2 = A'H^2 + AH^2 = h^2 + \frac{a^2}{3}$ (1).

Tam giác $A'AM$ có diện tích là $S = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot A'H = \frac{1}{2} \cdot AA' \cdot MN \Rightarrow \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot h = AA' \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow AA' = 2h$.

Thay vào (1) $\Rightarrow 4h^2 = h^2 + \frac{a^2}{3} \Rightarrow h = \frac{a}{3}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = S \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 181. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi

H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (SBC) . Mặt phẳng (ACH) chia hình chóp đã cho thành 2 phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 với $V_1 \leq V_2$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. 1.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm cạnh BC , khi đó $BC \perp (SAM)$.

Suy ra $H \in SM$.

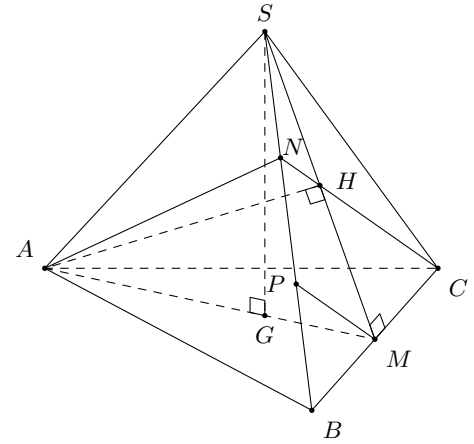
Mà $SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow H$ là trung điểm SM .

Gọi P là điểm thuộc SB sao cho $MP \parallel CN$.

Vì NH là đường trung bình của $\triangle SPM \Rightarrow SN = NP$.

Vì MP là đường trung bình của $\triangle BNC \Rightarrow BP = PN$.

Khi đó $SN = \frac{1}{3}SB$.



Suy ra

$$\frac{V_{S.ANC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow V_{S.ANC} = \frac{1}{3}V_{S.ABC}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{S.ANC}}{V_{N.ABC}} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 182.

Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a , góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ

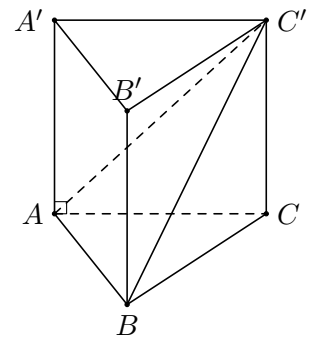
$ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.



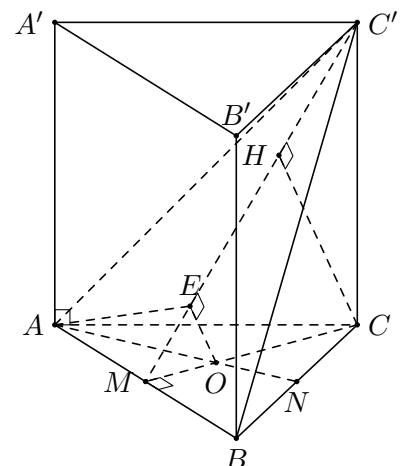
Lời giải.

Gọi M, N là trung điểm của AB, BC , H là hình chiếu vuông góc của C trên $C'M$, $O = AN \cap CM$.

Ta có $\begin{cases} CM \perp AB \\ C'M \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CC'M) \Rightarrow AB \perp CH$.

$\begin{cases} AB \perp CH \\ C'M \perp CH \end{cases} \Rightarrow CH \perp (ABC') \Rightarrow a = d(C, (ABC')) = CH$.

Từ O kẻ đường thẳng song song với CH cắt $C'M$ tại E , suy ra $OE \perp (ABC')$, $\triangle AEO$ vuông tại E , $OE = \frac{1}{3}CH = \frac{a}{3}$.



Ta có $\begin{cases} OE \perp (ABC') \\ AO \perp (BCC'B') \end{cases} \Rightarrow ((ABC'), (BCC'B')) = (OE, AO) = \widehat{AOE} = \alpha$.

Gọi $AB = x$, suy ra $AO = \frac{2}{3} \cdot AN = \frac{x\sqrt{3}}{3}$.

Trong $\triangle AEO$ vuông tại E , ta có $AO = \frac{OE}{\cos \alpha} = \frac{\frac{a}{3}}{\frac{1}{2\sqrt{3}}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = 2a$.

Trong $\triangle CC'M$ vuông tại C , ta có $\frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{CM^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} = \frac{2}{3a^2} \Rightarrow CC' = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = CC' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 183. Người ta muốn xây dựng một bồn chứa hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích 10 m^3 . Chiều dài mặt đáy gấp đôi chiều rộng. Để xây dựng mặt đáy cần 10 triệu đồng cho 1 m^2 , để xây dựng mặt xung quanh cần 6 triệu đồng cho 1 m^2 . Giá trị xây dựng bồn chứa nhỏ nhất gần với kết quả nào dưới đây? (đơn vị tính triệu đồng)

A. 164.

B. 161.

C. 168.

D. 166.

Lời giải.

Gọi chiều rộng của đáy là x ($x > 0$) (m) suy ra chiều dài của đáy là $2x$ (m).

Gọi chiều cao của bồn là h ($h > 0$) (m).

Ta có $V_{\text{bồn}} = 10 \Leftrightarrow x \cdot 2x \cdot h = 10 \Rightarrow h = \frac{5}{x^2}$.

Giá trị xây dựng bồn $f(x) = 2(x \cdot h + 2x \cdot h) \cdot 6 + x \cdot 2x \cdot 10 = 20x^2 + \frac{180}{x}$.

$f'(x) = 40x - \frac{180}{x^2} = 0 \Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{9}{2}}$.

x	0	$\sqrt[3]{\frac{9}{2}}$	$+\infty$
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$20\sqrt[3]{\frac{81}{4}} + 180\sqrt[3]{\frac{2}{9}}$	$+\infty$

Vậy giá trị xây dựng bồn chứa nhỏ nhất gần 164 triệu đồng.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 184. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, tam giác ABC đều cạnh bằng a , $AA' = a$ và đỉnh A' cách đều A, B, C . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và $A'B$. Tính theo a khoảng cách từ C đến mặt phẳng (AMN) .

A. $\frac{a\sqrt{5}}{23}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{33}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{22}$.

D. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } AM &= \frac{a\sqrt{3}}{2}, AO = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}, \\ A'O &= \sqrt{AA'^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}. \end{aligned}$$

$$V_{NAMC} = \frac{1}{3} S_{AMC} \cdot d(N, (ABC)).$$

$$S_{AMC} = \frac{1}{2}S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8};$$

$$d(N, (ABC)) = \frac{1}{2}A'O = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Nên } V_{NAMC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{8} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}.$$

Lại có $AM = AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên tam giác AMN cân tại A . Gọi E là trung điểm của MN , suy ra

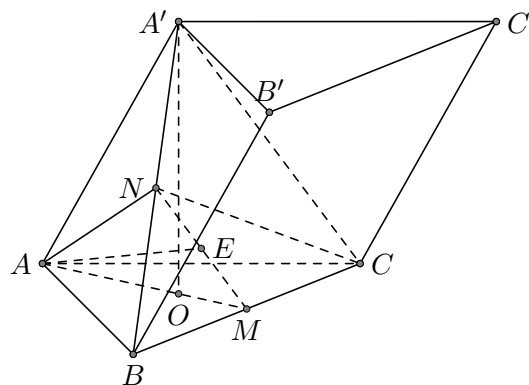
$$AE \perp MN, MN = \frac{A'C}{2} = \frac{a}{2}. \text{ Từ đó } AE = \sqrt{AN^2 - NE^2} = \sqrt{\frac{3}{4}a^2 - \frac{a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{11}}{4};$$

$$S_{AMN} = \frac{1}{2}AE \cdot MN = \frac{a^2\sqrt{11}}{16}.$$

Ta lại có $V_{NAMC} = \frac{1}{3} S_{AMN} \cdot d(C, (AMN)) \Rightarrow d(C, (AMN)) = \frac{3V_{NAMC}}{S_{AMN}}$.

$$\text{Vây d}(C, (AMN)) = \frac{3a^3\sqrt{2}}{48} : \frac{a^2\sqrt{11}}{16} = \frac{a\sqrt{22}}{11}.$$

Chọn đáp án **A**



Câu 185. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích là V . Gọi P là trung điểm đoạn SC , một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SD, SB lần lượt tại M, N . Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Giả sử $\overrightarrow{SD} = m\overrightarrow{SM}$, $\overrightarrow{SB} = n\overrightarrow{SN}$, với $m, n > 0$.

Ta có $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SI}$.

Vì A, M, N, P đồng phẳng nên tồn tại các số x, y sao cho

$$\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AM} + y\overrightarrow{AN}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AC}) = x(\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SM}) + y(\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SN})$$

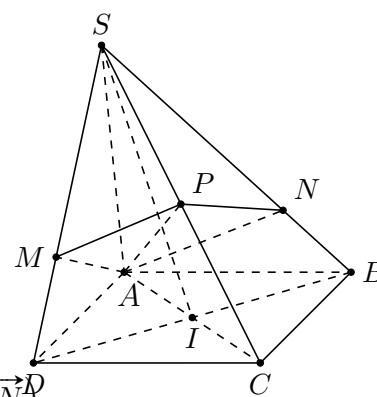
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = x(\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SM}) + y(\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SN})$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} (\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SD}) = x (\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SM}) + y (\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SN})$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\overrightarrow{AS} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{2}SD = (x+y)\overrightarrow{AS} + \frac{x}{m}\overrightarrow{SD} + \frac{y}{n}\overrightarrow{SB}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = \frac{3}{2} \\ \frac{x}{m} = \frac{1}{2} \\ \frac{y}{n} = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Suy ra $m + n = 3$.



$$\text{Ta có } \frac{V_{S.ANP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} \text{ nên } V_{S.ANP} = \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot V_{S.ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{V}{2}. \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ADC}} = \frac{SM}{SD} \cdot \frac{SP}{SC} \text{ nên } V_{S.ANP} = \frac{SM}{SD} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot V_{S.ADC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SM}{SD} \cdot \frac{V}{2}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{V_1}{V} = \frac{1}{4} \left(\frac{SN}{SB} + \frac{SM}{SD} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right) \geq \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{m+n} = \frac{1}{m+n} = \frac{1}{3}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $m = n = \frac{3}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$ bằng $\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 186. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh a , tam giác SBA vuông tại B , tam giác SAC vuông tại C . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải.

• Gọi D là hình chiếu của S trên (ABC) , ta có $(SAD) \perp (ABC)$.

$AB \perp SB$ và $AB \perp SD$ nên $AB \perp (SBD)$, do đó $(SBD) \perp (SAB)$.

• (SAD) cắt (SAB) và (ABC) theo các giao tuyến SB và BD nên góc giữa (SAB) và (ABC) là $\widehat{SBD}$. Suy ra $\widehat{SBD} = 60^\circ$ nên $SD = BD \tan \widehat{SBD} = BD \cdot \tan 60^\circ$.

• Mặt khác, $AB \perp BD$ và $AC \perp CD$ nên tứ giác $ABDC$ là tứ giác nội tiếp có $\widehat{BDC} = 120^\circ$ và $DB = DC$. Suy ra $BD = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

• Suy ra $SD = BD \tan 60^\circ = a$. Mặt khác $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

nên $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SD \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 187. Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = x$, các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để khối tứ diện $ABCD$ có thể tích lớn nhất?

A. $x = 3\sqrt{2}$.

B. $x = \sqrt{6}$.

C. $x = \sqrt{14}$.

D. $x = 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

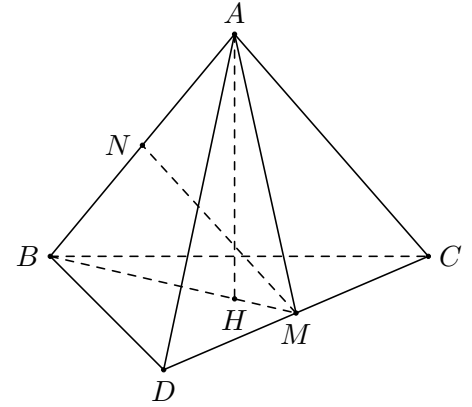
Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và AB , H là hình chiếu vuông góc của A trên BM . Ta có

$$\left. \begin{array}{l} CD \perp BM \\ CD \perp AM \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (ABM) \Rightarrow (ABM) \perp (ABC).$$

Mà $AH \perp BM$, $BM = (ABM) \cap (ABC) \Rightarrow AH \perp (ABC)$.

Do $\triangle ACD$ và $\triangle BCD$ là hai tam giác đều cạnh $2\sqrt{3}$ nên

$$AM = BM = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2\sqrt{3} = 3.$$



Tam giác AMN vuông tại N nên $MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = \sqrt{9 - \frac{x^2}{4}}$.

Mặt khác $AH = \frac{AB \cdot MN}{BM} = \frac{x\sqrt{36-x^2}}{6}$, $S_{\triangle BCD} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2\sqrt{3})^2 = 3\sqrt{3}$.

Suy ra $V_{ABCD} = \frac{1}{3}AH \cdot S_{\triangle BCD} = \frac{\sqrt{3}}{6}x\sqrt{36-x^2} \leq \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{x^2 + 36 - x^2}{2} = 3\sqrt{3}$.

Vậy $\max V_{ABCD} = 3\sqrt{3}$ khi và chỉ khi $x^2 = 36 - x^2 \Leftrightarrow x = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 188. Khối chóp $S.ABCD$ có cạnh đáy là hình thoi cạnh a , $SA = SB = SC = a$. Cạnh SD thay đổi. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất khi độ dài cạnh SD là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. a .

D. $\frac{2a}{3}$.

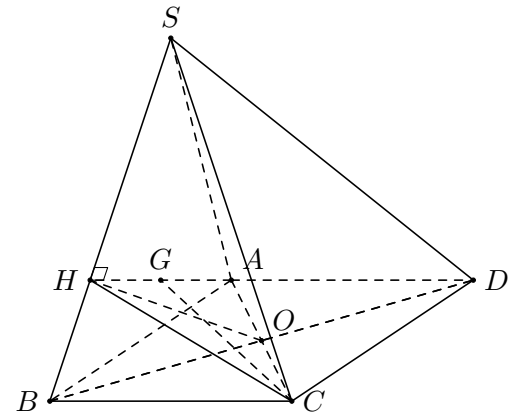
Lời giải.

Gọi H là trung điểm của SB , G là hình chiếu vuông góc của C trên AH . Ta có $BS \perp (CAH)$ vì $BS \perp HC, BS \perp HA$, suy ra $BS \perp CG$.

Mà $CG \perp AH$ nên $CG \perp (SAB)$.

Ta có $CG \leq CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ Do đó

$$V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = \frac{1}{3}CG \cdot S_{SAB} \leq \frac{a^3}{8}.$$



Suy ra $V_{S.ABCD}$ lớn nhất $\Leftrightarrow CG \equiv CH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow CH \perp AH$. Khi đó trong tam giác vuông CAH ,

ta có $AC = \sqrt{AH^2 + HC^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow OH = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$. Ta được $SD = 2OH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 189. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6}$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{3a}{2}$. Tính thể tích khối chóp.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Gọi F là trung điểm của BC , G là hình chiếu vuông góc của F lên SA .

Khi đó $BC \perp (SAF) \Rightarrow BC \perp FG$ hay FG là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau SA và BC .

Vì $S \cdot ABC$ là hình chóp đều nên khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC là độ dài đoạn $FG = \frac{3a}{2}$.

Mà FA là đường cao của tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{6}$ nên

$$FA = \frac{a\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}.$$

Từ đó, suy ra

$$AG = \sqrt{FA^2 - FG^2} = \sqrt{\left(\frac{3a\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{3a}{2}\right)^2} = \frac{3a}{2}.$$

Như vậy tam giác AGF vuông cân tại G .

Suy ra tam giác SHA vuông cân tại H . (vì $\hat{A} = 45^\circ$)

Do đó $SH = AH = \frac{2}{3}AF = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của khối chóp $S \cdot ABC$ là

$$V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{(a\sqrt{6})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 190. Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) , tính $\cos \alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

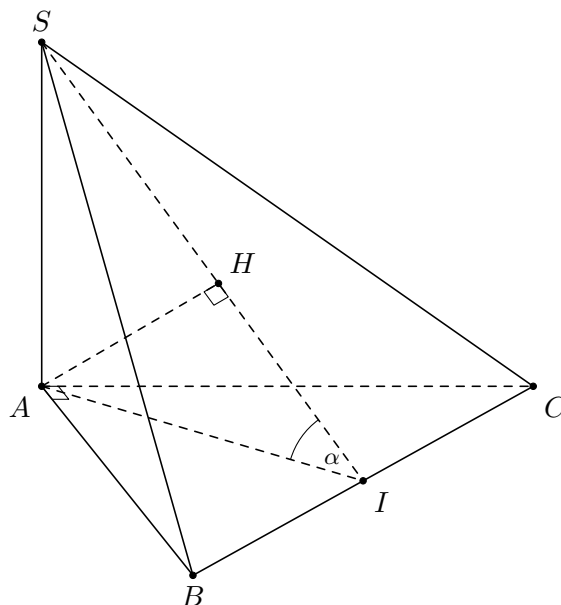
A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

B. $\cos \alpha = \frac{2}{3}.$

C. $\cos \alpha = \frac{1}{3}.$

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}.$

Lời giải.



Đặt $AB = AC = x$, ($x > 0$). Ta có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{2}x$

Gọi I là trung điểm của BC , hạ $AH \perp SI$ tại H .

Ta có góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $\widehat{SIA} = \alpha$ là góc nhọn.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp AH \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Từ đó suy ra $AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH = 3$.

Xét tam giác AHI vuông tại H , ta có $\cos \alpha = \frac{HI}{AI} \Rightarrow HI = \frac{\sqrt{2}x}{2} \cos \alpha$.

Ta có $AH^2 = AI^2 - HI^2 \Leftrightarrow 9 = \frac{x^2}{2} - \frac{x^2}{2} \cos^2 \alpha \Rightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{\sin \alpha}, AI = \frac{\sqrt{2}x}{2} = \frac{3}{\sin \alpha}$.

Xét tam giác SAI vuông tại A , ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{SA^2} \Rightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{9} - \frac{\sin^2 \alpha}{9} = \frac{\cos^2 \alpha}{9} \Rightarrow SA = \frac{3}{\cos \alpha}.$$

Thể tích hình chóp

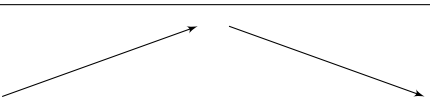
$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{2} x^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{3\sqrt{2}}{\sin \alpha} \right)^2 = \frac{9}{\cos \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}.$$

Thể tích chóp nhỏ nhất khi $\cos \alpha (1 - \cos^2 \alpha)$ lớn nhất.

Đặt $\cos \alpha = t$, ($0 < t < 1$).

Xét hàm số $f(t) = t(1 - t^2) = t - t^3$, $f'(t) = 1 - 3t^2$, $f'(t) = 0 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên

t	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$			

Suy ra $f(t)$ đạt giá trị lớn nhất trên $(0, 1)$ tại $t = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Vậy khi thể tích chóp nhỏ nhất thì $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 191. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 1$, $AC = 2$, $AA' = 3$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi M , N lần lượt là các điểm trên cạnh BB' , CC' sao cho $BM = 3B'M$, $CN = 2C'N$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(A'BN)$.

- A. $\frac{9\sqrt{138}}{184}$. B. $\frac{3\sqrt{138}}{46}$. C. $\frac{9\sqrt{3}}{16\sqrt{46}}$. D. $\frac{9\sqrt{138}}{46}$.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 \sin 120^\circ \cdot 3 = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

Ta có $V_{N.A'BM} = V_{C'.A'BM} = \frac{3}{4} V_{C'.A'BB'} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3\sqrt{3}}{8}.$

Ta tính được

$$— A'B = \sqrt{AB^2 + AA'^2} = \sqrt{10},$$

$$— A'N = \sqrt{A'C'^2 + C'N^2} = \sqrt{5},$$

$$— BN = \sqrt{BC^2 + CN^2} = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cos 120^\circ + CN^2} = \sqrt{11}.$$

Diện tích tam giác $A'BN$ là $S_{A'BN} = \frac{\sqrt{46}}{2} \sqrt{p(p-\sqrt{10})(p-\sqrt{5})(p-\sqrt{11})} = \frac{\sqrt{46}}{2}$, trong đó $p = \frac{\sqrt{10} + \sqrt{5} + \sqrt{11}}{2}.$

Vậy khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BN)$ là $\frac{3V_{M.A'BN}}{S_{A'BN}} = \frac{3V_{N.A'BM}}{S_{A'BN}} = \frac{3 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8}}{\frac{\sqrt{46}}{2}} = \frac{9\sqrt{138}}{184}.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 192. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a, SB = 2a, SC = \frac{3a}{2}$ và $\widehat{ASB} = 60^\circ, \widehat{BSC} = 90^\circ, \widehat{ASC} = 120^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}.$

C. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{9}.$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$

Lời giải.

Gọi B', C' lần lượt thuộc SB, SC sao cho $SB' = SC' = a$.

Từ giả thiết ta có $AB' = a, B'C' = a\sqrt{2}, AC' = a\sqrt{3}$. Suy ra tam giác $AB'C'$ vuông tại B' .

Áp dụng định lý cosin trong các tam giác $SAB', SAC', SB'C'$, ta tính được $AB' = a, B'C' = a\sqrt{2}, AC' = a\sqrt{3}$. Do đó tam giác $AB'C'$ vuông tại B' .

Vì $SA = SB' = SC' = a$ nên chân đường cao H hạ từ S của hình chóp $S.A'B'C'$ là trung điểm của AC' .

Ta có $AH = \frac{B'A \cdot B'C'}{AC'} = \frac{a}{2}, S_{AB'C'} = \frac{\sqrt{2}}{2} a^2.$

Thể tích $V_{S.AB'C'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}.$

Theo công thức tỉ số thể tích ta có $\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$

Do đó $V_{S.ABC} = 3V_{S.AB'C'} = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}.$

Chọn đáp án **B**

□

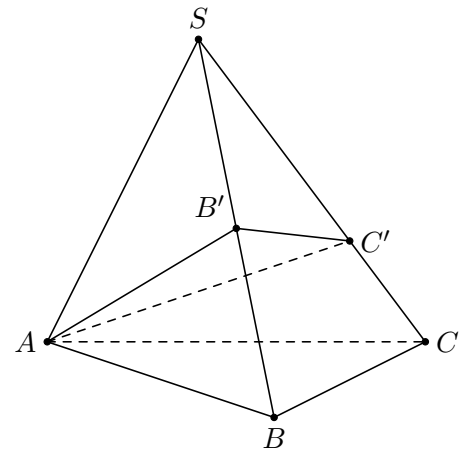
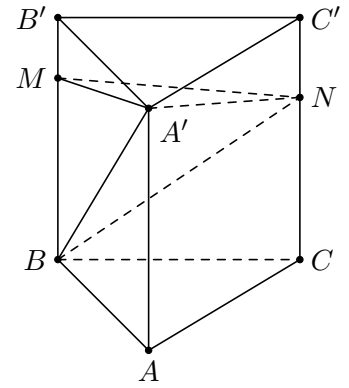
Câu 193. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\sqrt{3}.$

B. 2.

C. 1.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}.$



Lời giải.

Dựng $\triangle AEF$ như hình vẽ sao cho $AA' \perp (AEF)$.

Khi đó $V_{ABC.A'B'C'}$ bằng với thể tích của lăng trụ (T) có mặt đáy AEF và cạnh bên AA'

Tức là $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle AEF} \cdot AA'$.

Từ cách dựng ta suy ra $AE = 1, AF = \sqrt{3}$ và $EF =$

2. Suy ra $\triangle AEF$ vuông tại A .

Từ đó $S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2}AE \cdot AF = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Gọi N là trung điểm BC và $H = EF \cap MN$ thì $MN \parallel AA'$; H là trung điểm EF và $AH \perp MN$

Từ đó $AH = \frac{1}{2}EF = 1$.

$\triangle AMN$ vuông tại A có $\frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow AM = 2$.

Cuối cùng $AA' = MN = \sqrt{AM^2 + AN^2} = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle AEF} \cdot AA' = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} = 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 194. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AA' và BB' . Đường thẳng CE cắt đường thẳng $C'A'$ tại E' , đường thẳng CF cắt đường thẳng $C'B'$ tại F' . Tính thể tích của khối đa diện $EFA'B'F'E'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó

$CM \perp (ABB'A')$ và $CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó $V_{C.ABFE} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABFE} \cdot CM = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Thể tích khối đa diện $A'B'C'EFC$ là

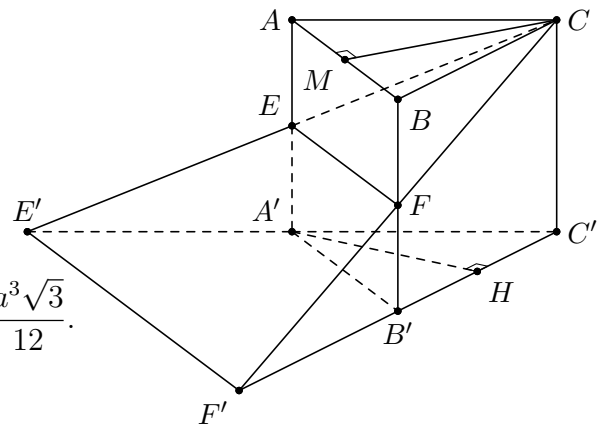
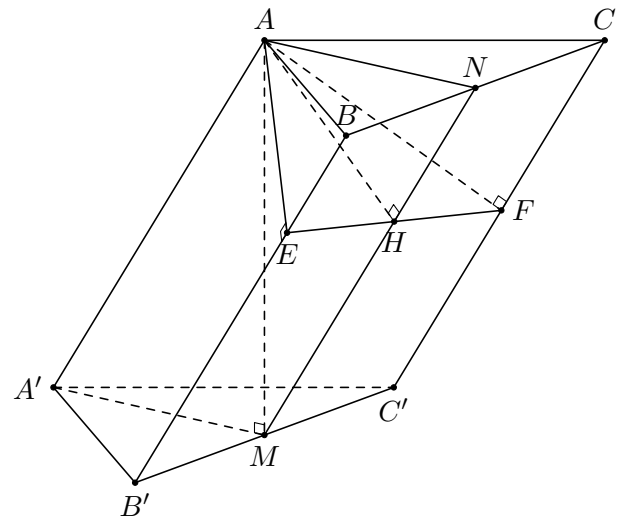
$$V_{A'B'C'EFC} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C.ABFE} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4} - \frac{a^3\sqrt{3}}{12} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Gọi H là trung điểm của $B'C'$. Ta có, $A'H \perp B'C' \Rightarrow A'H \perp (BCC'B')$ và $A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do A' là trung điểm của $C'E'$ nên $d(E', (BCC'B')) = 2d(A', (BCC'B')) = 2AH = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Ta có $S_{CC'F'} = S_{F'B'F} + S_{FB'C'C} = S_{FBC} + S_{FB'C'C} = S_{BCC'B'} = a^2$.

Thể tích khối chóp $E'.CC'F'$ là $V_{E'.CC'F'} = \frac{1}{3} \cdot S_{CC'F'} \cdot d(E', (BCC'B')) = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Thể tích khối đa diện $EF A' B' E' F'$ là

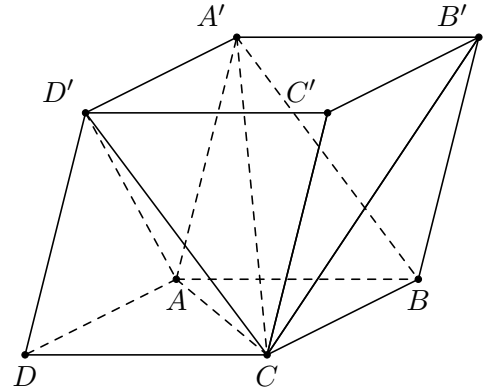
$$V_{EF A' B' E' F'} = V_{E'.CC'F'} - V_{A'B'C'EFC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3} - \frac{a^3\sqrt{3}}{6} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 195. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ và $AA' = A'B = A'C = 2\sqrt{2}a$. Thể tích của khối tứ diện $AB'D'C$ bằng

- A. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.
 B. $\frac{4\sqrt{6}a^3}{3}$.
 C. $\frac{4a^3}{3}$.
 D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.



Lời giải.

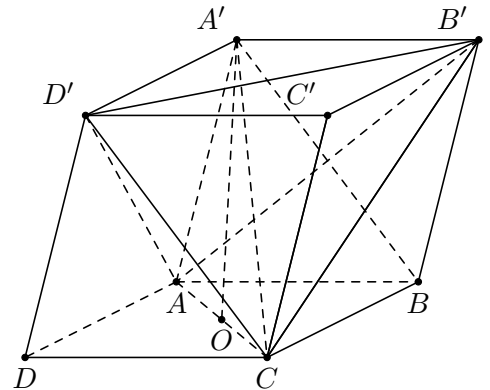
Gọi O là hình chiếu vuông góc của A' lên $(ABCD)$.

Ta có $\triangle OA'B$, $\triangle OA'C$, $\triangle OA'A$ là các tam giác vuông tại A , đồng thời $A'A = A'B = A'C \Rightarrow OA = OB = OC \Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Do $\triangle ABCD$ là hình vuông nên O chính là tâm của hình vuông.

Thể tích của khối hộp là

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD.A'B'C'D'} \cdot A'O. \quad (1)$$



$$\text{Ta có } \triangle OAA' \text{ vuông tại } O \Rightarrow A'O = \sqrt{AA'^2 - AO^2} = \sqrt{8 - 2} = \sqrt{6}a.$$

Ta có $S_{ABCD} = 4a^2$, $A'O = \sqrt{6}a$ nên thế vào (1) ta được

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = 4a^2 \cdot \sqrt{6}a = 4\sqrt{6}a^3.$$

Mặt khác

$$V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{D'.ACD} - V_{B'.ABC} - V_{D'.CC'B} - V_{B'.AA'D'}. \quad (2)$$

Ta có

$$V_{D'.ACD} = V_{B'.ABC} = V_{D'.CC'B} = V_{B'.AA'D'} = \frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'}. \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra ta có

$$V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - \frac{4}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{4\sqrt{6}a^3}{3}.$$

Vậy thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ bằng $\frac{4\sqrt{6}a^3}{3}$.

• **Lưu ý:** Trong thực hành ta có thể dùng công thức

$$V_{ACB'D'} = \frac{1}{6}AC \cdot B'D' \cdot \sin(AC, B'D') = \frac{1}{6} \times 2\sqrt{2}a \times 2\sqrt{2}a \times \sqrt{6}a = \frac{4\sqrt{6}a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 196. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a . Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải.

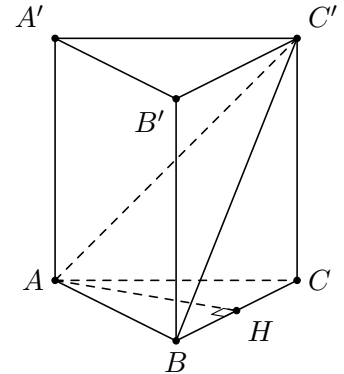
Gọi H là trung điểm BC , vì $\triangle ABC$ đều nên ta có

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AH \perp (BCC'B').$$

Trong mặt phẳng $(BCC'B')$ kẻ $HI \perp BC'$ tại I .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC' \perp HI \\ BC' \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC' \perp (AHI) \Rightarrow BC' \perp AI.$$

$$\text{Vậy } ((ABC'); (BCC'B')) = (AI; HI) = \widehat{AIH}.$$



Trong tam giác AHI kẻ $HK \perp AI$ ta suy ra $d(H; (ABC')) = HK$.

$$\text{Ta có } HC \cap (ABC') = B \text{ suy ra } \frac{d(H; (ABC'))}{d(C; (ABC'))} = \frac{BH}{BC} \Rightarrow$$

$$d(H; (ABC')) = \frac{1}{2}d(C; (ABC')) = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy } HK = \frac{a}{2}.$$

Trong tam giác $\triangle AHI$ vuông tại H ta có $\cos \widehat{AIH} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ do đó ta

tính được $\sin \widehat{AIH} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{12}}$ và $\tan \widehat{AIH} = \sqrt{11}$. Mặt khác:

$$\text{— } \sin \widehat{AIH} = \frac{HK}{HI} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{12}} \Rightarrow HI = \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{11}}.$$

$$\text{— } \tan \widehat{AIH} = \frac{AH}{HI} = \sqrt{11} \Rightarrow AH = \sqrt{11} \cdot \frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{11}} = a\sqrt{3}.$$

Mà AH là đường cao trong tam giác đều ABC nên suy ra $BC = 2a$. Nên $BH = a$.

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác $\triangle BIH$ vuông tại I ta có:

$$BI = \sqrt{BH^2 - HI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{11}} = \frac{\sqrt{8}a}{\sqrt{11}}.$$

Ta có tam giác $\triangle BIH$ đồng dạng với $\triangle BCC'$ nên

$$\frac{BI}{BC} = \frac{IH}{CC'} \Rightarrow CC' = \frac{IH}{IB} \cdot BC = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \cdot 2a = \frac{\sqrt{6}}{2}a.$$

$$\text{Ta có } V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot CC' = (2a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{6}}{2}a = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

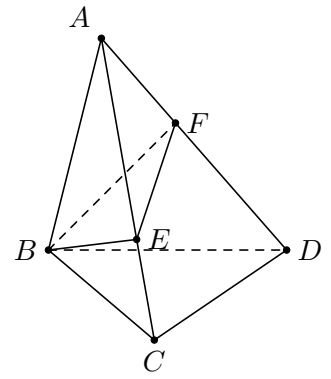
□

Câu 197. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 1$, $AC = 2$, $AD = 3$ và $\widehat{BAC} = \widehat{CAD} = \widehat{DAB} = 60^\circ$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải.

Gọi E, F lần lượt nằm trên cạnh AC và AD sao cho $AE = AF = 1$.
 Khi đó $ABEF$ là tứ diện đều có tất cả các cạnh bằng 1.



Gọi O là trọng tâm tam giác đều $\triangle BEF$, M là trung điểm EF .
 Ta có BM là đường trung tuyến trong tam giác đều cạnh 1 nên $BM = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Suy ra } BO = \frac{2}{3}BM = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác $\triangle ABO$ vuông tại O ta có:

$$AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Khi đó } V_{A.BEF} = \frac{1}{3} \cdot AO \cdot S_{\triangle BEF} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{12}.$$

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta được:

$$\frac{V_{A.BEF}}{V_{A.BCD}} = \frac{AB}{AB} \cdot \frac{AE}{AC} \cdot \frac{AF}{AD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

$$\text{Suy ra } V_{A.BCD} = 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 198. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của đoạn AM (M là trung điểm cạnh BC). Biết khoảng cách giữa BC và AA' bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối chóp $C'.ABC$ bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Ta có $A'H \perp BC$ và $AM \perp BC$ suy ra $BC \perp (AA'M)$.

Kẻ $MK \perp AA'$ tại K , khi đó $MK \perp BC$ nên $MK = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

$$\text{Ta có } AM = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow AK = \sqrt{AM^2 - MK^2} = \frac{a\sqrt{15}}{3}.$$

Ta có $\triangle AA'H \sim \triangle AMK$ (g.g), suy ra $\frac{A'H}{MK} = \frac{AH}{AK}$ dẫn tới

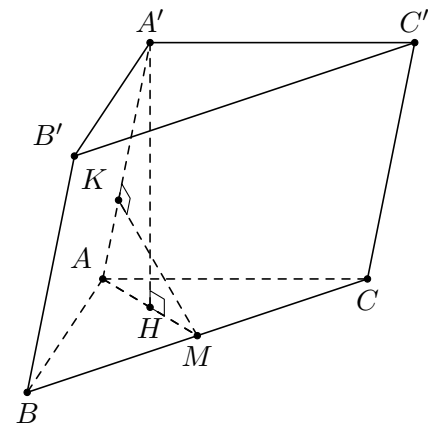
$$A'H = \frac{MK \cdot AH}{AK} = \frac{\frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{15}}{3}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Vậy } V_{C'.ABC} = \frac{A'H \cdot S_{ABC}}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{5} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 199. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a . Gọi I là trung điểm của AB , hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của CI , góc giữa SA và mặt đáy bằng 45° .



Gọi G là trọng tâm $\triangle SBC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CG bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

B. $\frac{a\sqrt{14}}{8}$.

C. $\frac{a\sqrt{77}}{22}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm SB . Khi đó $SA \parallel NI \Rightarrow SA \parallel (CNI)$. Vậy $d(SA, CG) = d(SA, (CNI)) = d(A, (CNI)) = d(B, (CNI))$.

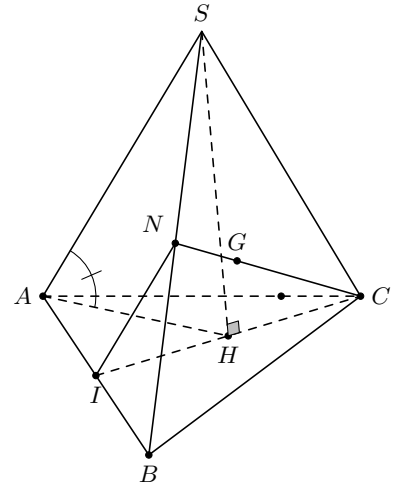
Ta có $CI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Xét $\triangle HIA$ vuông tại I nên $AH = \sqrt{IH^2 + AI^2} = \frac{a\sqrt{7}}{4}$.

Xét $\triangle SHA$ vuông tại H nên $SH = AH \cdot \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{7}}{4}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{21}}{48}$.

Ta có $\frac{V_{B.INC}}{V_{B.ASC}} = \frac{BI}{BA} \cdot \frac{BN}{BS} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{B.INC} = \frac{a^3\sqrt{21}}{192}$.



Ta cũng có $SB = SA = \frac{AH}{\cos 45^\circ} = \frac{a\sqrt{14}}{4} \Rightarrow IN = \frac{a\sqrt{14}}{8}$.

Xét $\triangle SHC$ vuông tại H , ta có $SC = \sqrt{SH^2 + HC^2} = \sqrt{\frac{7a^2}{16} + \frac{3a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$.

Xét $\triangle SBC$ có CN là đường trung tuyến nên ta có $CN^2 = \frac{SC^2 + BC^2}{2} - \frac{SB^2}{4} = \frac{19a^2}{32}$.

Do đó $CN = \frac{a\sqrt{38}}{8}$ nên $p = \frac{IN + CN + CI}{2} = \frac{\frac{a\sqrt{14}}{8} + \frac{a\sqrt{3}}{2} + \frac{a\sqrt{38}}{8}}{2} = \frac{a}{16}(\sqrt{14} + 4\sqrt{3} + \sqrt{38})$.

Ta có $S_{\triangle ICN} = \sqrt{p(p-IN)(p-CI)(p-NC)} = \frac{a^2\sqrt{33}}{32}$.

Mà $V_{B.INC} = \frac{1}{3} \cdot d(B, (INC)) \cdot S_{\triangle ICN} \Rightarrow d(B, (INC)) = \frac{3V_{B.INC}}{S_{\triangle ICN}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{21}}{192}}{\frac{a^2\sqrt{33}}{32}} = \frac{a\sqrt{77}}{22}$.

Vậy $d(SA, CG) = \frac{a\sqrt{77}}{22}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 200. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Tính thể tích V khối chóp $S.ADMN$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

C. $V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{16}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} BD = (SBD) \cap (ABCD) \\ AO \perp BD, AO \subset (ABCD) \\ SO \perp BD, SO \subset (SBD) \end{cases} \text{ nên}$$

$$((SBD), (ABCD)) = (SO, AO) = \widehat{SOA} = 60^\circ$$

(do $\triangle SAO$ vuông tại A).

Do đó $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên

$$SA = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$

Khi đó $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{4}$ nên $V_{S.AMN} = \frac{1}{4} \cdot V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{48}.$

Và $\frac{V_{S.ADN}}{V_{S.ADC}} = \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$ nên $V_{S.ADN} = \frac{1}{2} \cdot V_{S.ADC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}.$

Vậy $V_{S.ADMN} = V_{S.AMN} + V_{S.ADN} = \frac{a^3\sqrt{6}}{48} + \frac{a^3\sqrt{6}}{24} = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 201. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$. Gọi M là trung điểm của SA . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (MBC) bằng $\frac{6a}{7}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{5\sqrt{3}a^3}{12}.$

B. $V = \frac{5\sqrt{3}a^3}{6}.$

C. $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}.$

D. $V = \frac{7\sqrt{3}a^3}{12}.$

Lời giải.

Vì $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ nên S, A, B, C cùng thuộc mặt cầu đường kính SB .

Gọi D là trung điểm BC , I là trung điểm SB và O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$, ta có $OI \perp (ABC)$.

Gọi H là điểm đối xứng với B qua $O \Rightarrow SH \perp (ABC)$ (vì OI là đường trung bình $\triangle SHB$).

Gọi $J = BM \cap AI$, ta có J là trọng tâm $\triangle SAB$.

Trong $\triangle AID$, kẻ $JN \parallel OI$. Khi đó, vì $BC \perp (JND)$ nên $(JND) \perp (MBC)$.

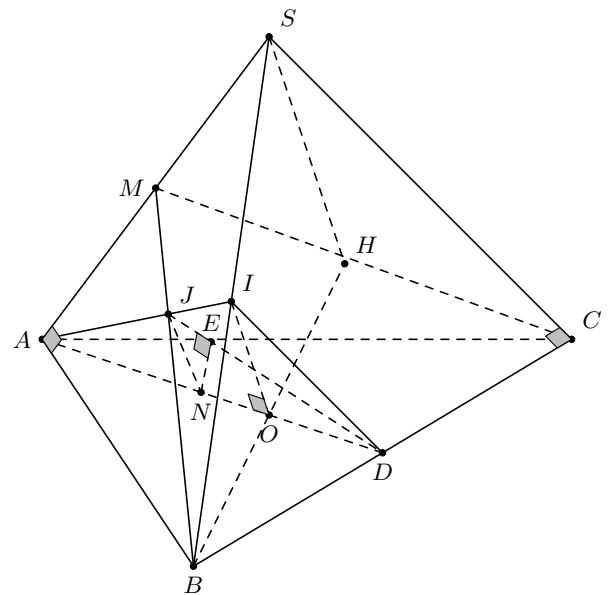
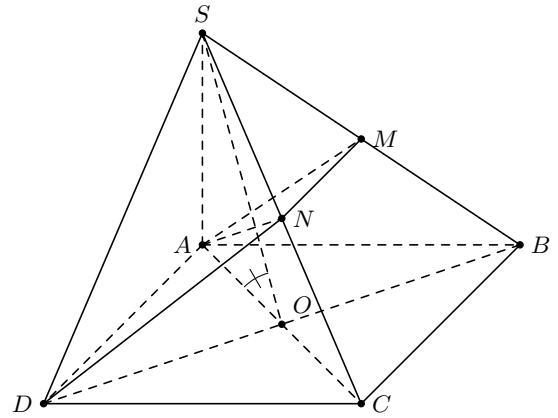
Kẻ $NE \perp JD$, ta có $NE \perp (MBC)$. Do đó $d(N, (MBC)) = NE$.

Ta có $\frac{ND}{AD} = \frac{AD - AN}{AD} = \frac{AD - \frac{2}{3}AO}{AD} = \frac{5}{9} \Rightarrow d(N, (MBC)) = \frac{5}{9}d(A, (MBC)) = \frac{10a}{21}.$

Xét $\triangle JND$ vuông tại N , đường cao NE và $ND = \frac{5}{9}AD = \frac{5a\sqrt{3}}{18}$, ta có

$$\frac{1}{NE^2} = \frac{1}{ND^2} + \frac{1}{NJ^2} \Leftrightarrow \frac{441}{100a^2} = \frac{1}{NJ^2} + \frac{324}{75a^2} \Rightarrow NJ^2 = \frac{100a^2}{9} \Rightarrow NJ = \frac{10a}{3}.$$

Do đó $OI = \frac{3}{2}NJ = \frac{3}{2} \cdot \frac{10a}{3} = 5a \Rightarrow SH = 10a.$



$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot 10a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{5a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 202. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$. Gọi M là trung điểm của SA . Lấy điểm N trên cạnh SB sao cho $\frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$. Mặt phẳng (α) qua MN và song song với SC chia khối thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa A , V_2 là thể tích của khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{16}.$

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{8}.$

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{11}.$

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{9}.$

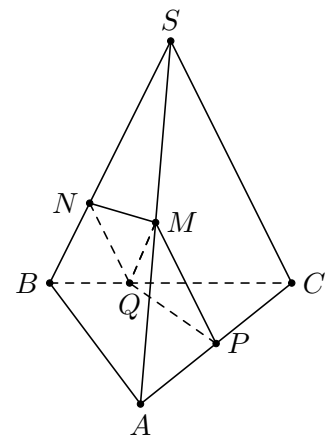
Lời giải.

Đầu tiên ta xác định thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và $S.ABC$. Trên mặt phẳng (SAC) , kẻ đường thẳng qua M và song song với SC . Gọi P là giao điểm đường thẳng trên và AC .

Trên mặt phẳng (SBC) , kẻ đường thẳng qua N và song song với SC . Gọi Q là giao điểm đường thẳng trên và BC .

Khi đó $MNQP$ là thiết diện cần tìm.

Trên mặt phẳng (SAC) , do $MP \parallel SC$ nên theo định lý Thales ta có $\frac{PC}{PA} = \frac{SM}{MA} = 1$.



Tương tự $\frac{QC}{QB} = \frac{SN}{NB} = 2$.

Ta có $\frac{V_{AQMP}}{V_{AQSC}} = \frac{AQ}{AQ} \cdot \frac{AM}{AS} \cdot \frac{AP}{AC} = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{AQMP} = \frac{1}{4} V_{AQSC}.$

Tương tự, ta có $\frac{V_{SMNQ}}{V_{SABQ}} = \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SQ}{SQ} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{MNBAQ} = \frac{2}{3} V_{SABQ}.$

Do $BQ = \frac{1}{2} QC \Rightarrow S_{ABQ} = \frac{1}{2} S_{ACQ} \Rightarrow V_{SABQ} = \frac{1}{2} V_{SACQ}.$

Khi đó ta được $V_{SABQ} = \frac{1}{3} V_{SABC}$ và $V_{SACQ} = \frac{2}{3} V_{SABC}.$

Vậy $V_{MNBAQ} = \frac{2}{3} V_{SABQ} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} V_{SABC} = \frac{2}{9} V_{SABC}$ và $V_{AMQP} = \frac{1}{4} V_{SACQ} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} V_{SABC} = \frac{1}{6} V_{SABC}.$

Nên $V_{PQBA MN} = V_{MNBAQ} + V_{AMQP} = \frac{7}{18} V_{SABC} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{11}.$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 203. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm thuộc cạnh $AA', BB', CC', B'C'$ thỏa mãn $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{1}{3}, \frac{CP}{CC'} = \frac{1}{4}, \frac{C'Q}{C'B'} = \frac{1}{5}$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối tứ diện $MNPQ$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

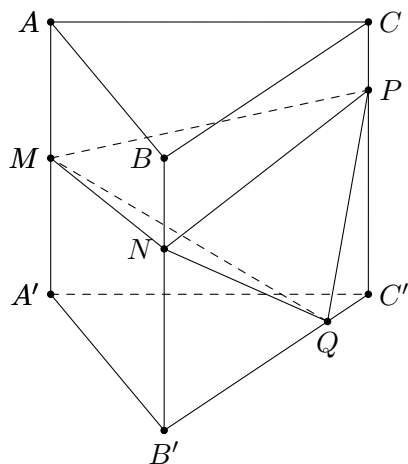
A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{30}.$

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{45}.$

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{19}{45}.$

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{22}{45}.$

Lời giải.



Ta có $V_{M.NPQ} = V_{A.NPQ}$ và

$$\begin{aligned} S_{NPQ} &= S_{BCB'C'} - S_{BCP} - S_{PBN} - S_{PQC'} - S_{B'QN} \\ &= S_{BCB'C'} - \frac{1}{8}S_{BCB'C'} - \frac{1}{6}S_{BCB'C'} - \frac{3}{40}S_{BCB'C'} - \frac{4}{15}S_{BCB'C'} \\ &= \frac{11}{30}S_{BCB'C'}. \\ \Rightarrow V_{A.NPQ} &= \frac{11}{30}V_{BCB'C'}. \end{aligned}$$

Do đó

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{V_2} &= \frac{V_{A.NPQ}}{V_2} = \frac{11}{30} \cdot \frac{V_{BCB'C'}}{V_2} \\ &= \frac{11}{30} \cdot \frac{V_2 - V_{A.A'B'C'}}{V_2} = \frac{11}{30} \cdot \frac{V_2 - \frac{1}{3}V_2}{V_2} \\ &= \frac{11}{45}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 204. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $AC = a\sqrt{2}$. Góc $\widehat{SAB} = 60^\circ$, $\widehat{BAC} = 90^\circ$, $\widehat{CAS} = 120^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

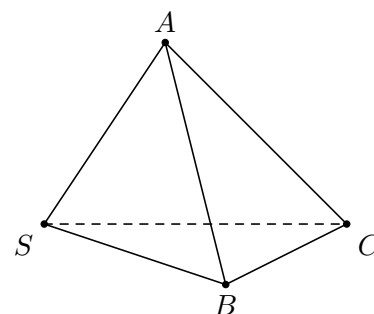
D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Tứ diện có ba cạnh cùng xuất phát từ một đỉnh là x, y, z và các góc ở đỉnh đó lần lượt α, β, γ thì có thể tích là

$$V = \frac{xyz}{6} \sqrt{1 + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma}.$$

Áp dụng với $x = a$, $y = a\sqrt{3}$, $z = a\sqrt{2}$ và $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 90^\circ$, $\gamma = 120^\circ$ ta được $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 205. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Mặt phẳng (P) chứa cạnh BC cắt cạnh AD tại E . Biết góc giữa hai mặt phẳng (P) và (BCD) có số đo là α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{5\sqrt{2}}{7}$. Gọi thể tích của hai tứ diện $ABCE$ và tứ diện $BCDE$ lần lượt là V_1 và V_2 . Tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{3}{8}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{5}{8}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của BC , G là trọng tâm tam giác BCD .

Do tứ diện $ABCD$ là tứ diện đều nên $AG \perp (BCD)$. Do ID, IA là đường cao của các tam giác đều cạnh bằng a nên $ID = IA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\Rightarrow IG = \frac{1}{3}ID = \frac{a\sqrt{3}}{6}; AG = \sqrt{IA^2 - IG^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Dựng $EH \parallel AG$ với $H \in (BCD)$, khi đó: $EH \perp (BCD)$. Từ đó suy ra góc giữa hai mặt phẳng (P) và (BCD) là $\widehat{EID} = \alpha$.

Đặt $DE = x$ với $0 < x < a$. Do $EH \parallel AG$ nên theo định lý Ta-lét ta có:

$$\frac{EH}{AG} = \frac{DE}{DA} = \frac{x}{a} \Rightarrow EH = \frac{x}{a} \cdot AG = \frac{x}{a} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{x\sqrt{6}}{3}.$$

Trong tam giác EHI vuông tại H , ta có: $IH = \frac{EH}{\tan \alpha} = \frac{7x\sqrt{3}}{15}$ và $IE = \sqrt{IH^2 + EH^2} = \frac{x\sqrt{33}}{5}$.

Trong tam giác EDI , ta có:

$$\begin{aligned} ED^2 &= IE^2 + ID^2 - 2 \cdot IE \cdot ID \cdot \cos \alpha \Leftrightarrow x^2 = \frac{33}{25}x^2 + \frac{3a^2}{4} - 2 \cdot \frac{x\sqrt{33}}{5} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{5} \cdot \frac{7\sqrt{11}}{33} \\ &\Leftrightarrow \frac{8}{25}x^2 - \frac{7}{5}ax + \frac{3}{4}a^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{15}{4}a & (\text{loại}) \\ x = \frac{5}{8}a & (\text{nhận}) \end{cases} \end{aligned}$$

Gọi V là thể tích khối tứ diện $ABCD$. Ta có: $\frac{V_2}{V} = \frac{V_{D.BCE}}{V_{D.ABC}} = \frac{DE}{DA} = \frac{x}{a} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{3}{8}$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 206. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Biết rằng $\widehat{ASB} = \widehat{ASD} = 90^\circ$, mặt phẳng chứa AB vuông góc với $ABCD$ cắt SD tại N . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $DABN$.

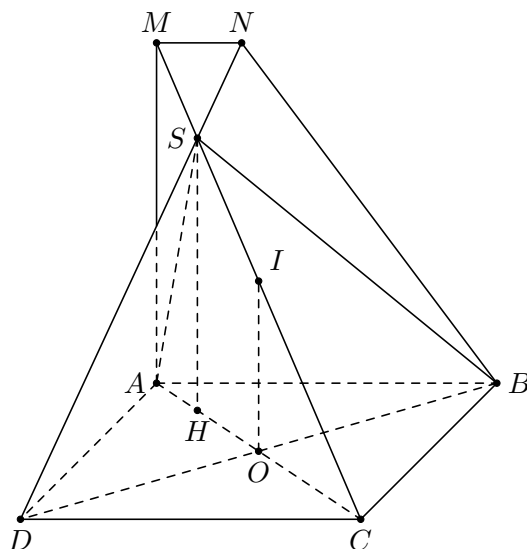
A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

C. $\frac{4a^3}{3}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.



Ta có $\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SD \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBD) \Rightarrow BD \perp SA.$

Lại có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$

$$\text{Ta có } \begin{cases} OI \perp AC \\ OI \perp BD \end{cases} \Rightarrow OI \perp (ABCD) \Rightarrow OI \parallel (\alpha).$$
$$V_{DANB} = \frac{1}{3}d(N, (ABD)) \cdot S_{ABD} = \frac{2}{3}d(I, (ABD)) \cdot S_{ABD} = \frac{2}{3}OI \cdot S_{ABD}.$$

Ta có $SO = \sqrt{2a^2 - x^2}$; $SH = \frac{x\sqrt{2a^2 - x^2}}{a\sqrt{2}}$; $OH = \frac{2a^2 - x^2}{a\sqrt{2}}$; $CH = CO + OH = \frac{4a^2 - x^2}{a\sqrt{2}}$;

$$OI = \frac{CO \cdot SH}{CH} = \frac{ax\sqrt{4a^2 - 2x^2}}{4a^2 - x^2} \leq \frac{a(x^2 + 4a^2 - 2x^2)}{2(4a^2 - x^2)} = \frac{a}{2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = \sqrt{4a^2 - 2x^2} \Leftrightarrow x = \frac{2a}{\sqrt{3}}$. Khi đó $\max V_{DANB} = \frac{2a^3}{3}$.

Chọn đáp án **A**

Câu 207. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V . Gọi M là một điểm trên cạnh SB . Thiết diện qua M song song với đường thẳng SA và BC chia khối chóp $S.ABC$ thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích phần khối chóp $S.ABC$ chứa cạnh SA . Biết $\frac{V_1}{V} = \frac{20}{27}$. Tính tỉ số $\frac{SM}{SB}$.

- A. $\frac{4}{5}$.

- B. $\frac{2}{3}$.

- C. $\frac{3}{4}$.

- D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Kẻ $ME \parallel AB$, đặt $\frac{SM}{SB} = k$.

Suy ra $V_1 = V_{S.EMP} + V_{EMP.ANQ}$.

Ta có $V_{S.EMP} = k^3 \cdot V$ và $V_{EMP.ANQ} = h_1 \cdot S_{AQN}$ với h_1 là độ dài đường cao hạ từ đỉnh E của lăng trụ $EPM.AQN$.

Gọi h_2 là độ dài đường cao của hình chóp $S.ABC$ hạ từ đỉnh S .

Khi đó $\frac{h_1}{h_2} = 1 - k$ và $S_{\triangle AQN} = k^2 \cdot S_{\triangle ABC}$.

Suy ra $V_{EMP.ANQ} = h_1 \cdot S_{AQN} = 3(1 - k)k^2 \cdot V$.

Khi đó $\frac{V_1}{V} = k^3 + 3(1 - k)k^2 = \frac{20}{7} \Rightarrow k = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 208. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân với đáy $AB = 2a$, $AD = BC = CD = a$, mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{2a\sqrt{15}}{5}$, tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $V = \frac{3a^3}{4}$.

C. $V = \frac{3a^3\sqrt{5}}{4}$.

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải.

Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB, BC .

Theo giả thiết thì $SH \perp (ABCD)$.

Ta có $ABCD$ là hình thang cân với đáy $AB = 2a$, $AD = BC = CD = a$ suy ra $\widehat{ACB} = 90^\circ$.

Vì H là trung điểm của AB nên $d[H, (SBC)] = \frac{1}{2}d[A, (SBC)] = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Tam giác ABC vuông tại C có H là trung điểm của cạnh huyền AB nên tam giác BHC cân tại H . Khi đó $HI \perp BC$ nên $BC \perp (SHI)$.

Trong mặt phẳng (SHI) , kẻ $HJ \perp SI$. Khi đó $HJ \perp (SBC)$ hay $HJ = d[H, (SBC)] = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$. Khi đó $HI = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

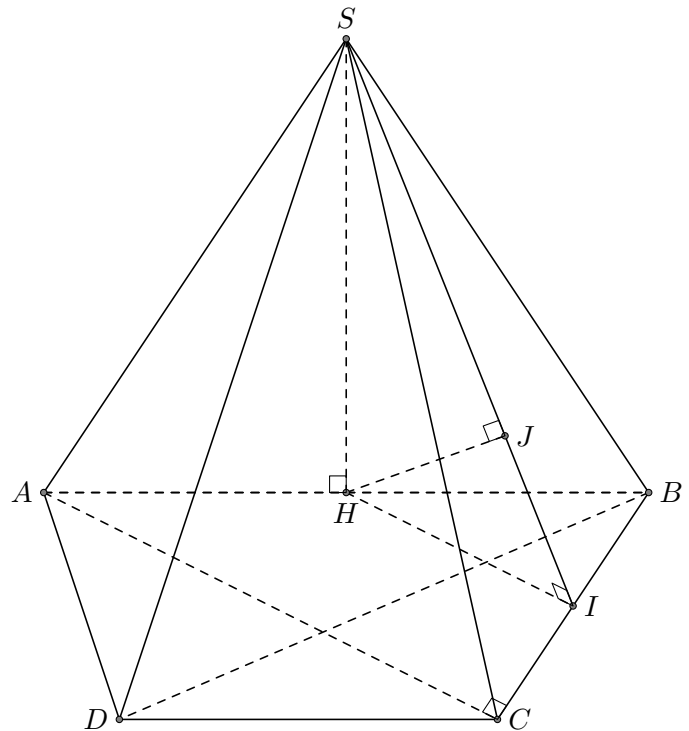
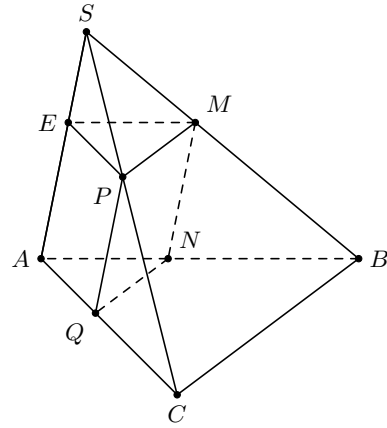
Khi đó trong tam giác vuông SHI có đường cao HJ có

$$\frac{1}{HJ^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} \Leftrightarrow SH = \sqrt{\frac{HI^2 \cdot HJ^2}{HI^2 - HJ^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{5}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{15}}{5}\right)^2}} = a\sqrt{3}.$$

Ta có tam giác HBC có $HB = BC = HC = a$ nên tam giác HBC đều suy ra $d[H, CB] = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ hay

$d[C, AB] = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Diện tích $ABCD$ là $S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2} \cdot d[C, AB] = \frac{3a\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}$.



Chọn đáp án (B)

□

Câu 209. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi K, M lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng SA, SB , (α) là mặt phẳng qua K song song với AC và AM . Mặt phẳng (α) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{25}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{11}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}$.

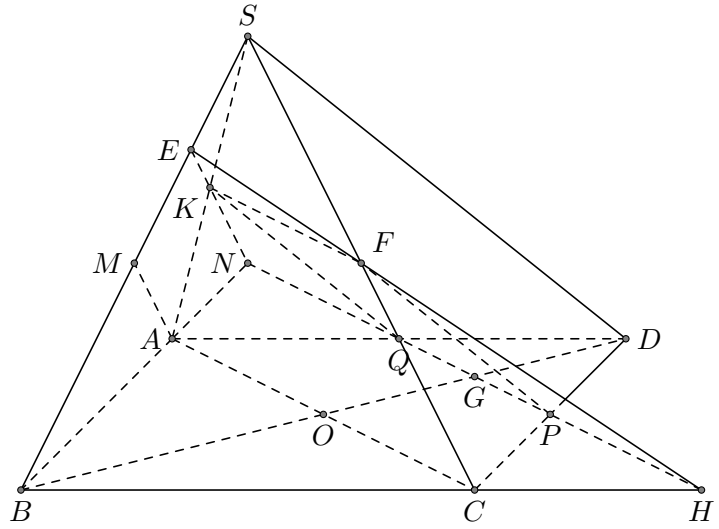
D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{23}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} K \in (\alpha) \cap (SAC) \\ (\alpha) \parallel AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SAC) = KF \parallel AC$ (với $F \in SC$). Suy ra F là trung điểm SC .

Ta có $\begin{cases} K \in (\alpha) \cap (SAB) \\ (\alpha) \parallel AM \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SAB) = KE \parallel AM$ (với $E \in SB$). Suy ra E là trung điểm SM .

Gọi N là giao điểm của AB với EK . Ta có $\frac{BA}{BN} = \frac{BM}{BE} = \frac{2}{3}$.



Ta có $\begin{cases} N \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ (\alpha) \parallel AC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = Nx \parallel AC$. Gọi Nx cắt AD, BD, CD lần lượt tại Q, G, P .

Từ $AO \parallel NG$ nên $\frac{BA}{BN} = \frac{BO}{BG} = \frac{2}{3}$ suy ra G là trung điểm của OD . Khi đó P, Q lần lượt là trung điểm của CD, AD .

Khi đó (α) cắt hình chóp theo thiết diện $KEFPQ$ và chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối $KEFPQABC$ và khối $SKEFPQD$.

$$\text{Ta có } \frac{d[E, (ABCD)]}{d[S, (ABCD)]} = \frac{EB}{SB} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Và } \triangle ANQ = \triangle DPQ = \triangle CPH \text{ nên } S_{ANQ} = S_{DPQ} = S_{CPH} = \frac{1}{4}S_{ADC} = \frac{1}{8}S_{ABCD} \text{ hay } S_{NBH} = S_{ABCD} + \frac{1}{8}S_{ABCD} = \frac{9}{8}S_{ABCD}. \text{ Khi đó } \frac{V_{E.NBH}}{V_{S.ABCD}} = \frac{\frac{1}{3}d[E, (ABCD)] \cdot S_{NBH}}{\frac{1}{3}d[S, (ABCD)] \cdot S_{ABCD}} = \frac{27}{32}.$$

$$\text{Mặt khác } \frac{d[K, (ABCD)]}{d[S, (ABCD)]} = \frac{KA}{SA} = \frac{1}{2}. \text{ Và } \frac{d[F, (ABCD)]}{d[S, (ABCD)]} = \frac{FC}{SC} = \frac{1}{2}.$$

$$\frac{V_{K.ANQ}}{V_{S.ABCD}} = \frac{\frac{1}{3}d[K, (ABCD)] \cdot S_{ANQ}}{\frac{1}{3}d[S, (ABCD)] \cdot S_{ABCD}} = \frac{1}{16}. \text{ Tương tự } \frac{V_{F.CPH}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{16}$$

$$\text{Vậy } V_2 = V_{KEF.ABCPQ} = V_{E.NPH} - V_{K.ANQ} - V_{F.CPH} = \left(\frac{27}{32} - \frac{1}{16} - \frac{1}{16} \right) V_{S.ABCD} = \frac{23}{32} V_{S.ABCD}. \text{ Khi}$$

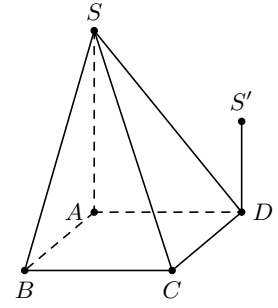
$$\text{đó } V_1 = \frac{9}{32} V_{S.ABCD}. \text{ Do đó } \frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{23}.$$

Chọn đáp án (D)

□

Câu 210.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Trên đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ tại D , lấy điểm S' sao cho $S'D = \frac{1}{2}SA$ và S, S' ở cùng một phía so với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi V_1 là thể tích phần chung của hai khối chóp $S.ABCD$ và $S'.ABCD$, V_2 là thể tích của khối chóp $S.ABCD$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



- A. $\frac{7}{18}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{7}{9}$.

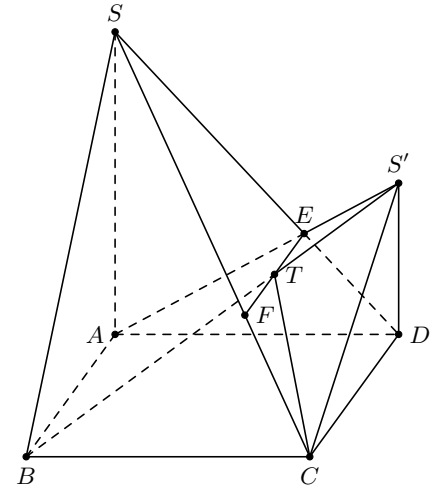
Lời giải.

Gọi E là giao điểm của SD và $S'A$. Vì hai mặt phẳng (SCD) và $(S'AB)$ có chung điểm E và $CD \parallel AB$ nên giao tuyến d của chúng phải đi qua E và song song với CD .

Giả sử d cắt SC tại F và $S'B$ cắt EF tại T . Khi đó phần chung của hai khối chóp $S.ABCD$ và $S'.ABCD$ là khối đa diện $ABTEDC$. Ta có $V_1 = V_{ABTEDC} = V_{S'.ABCD} - V_{S'.ETCD}$.

Lại có

$$\begin{aligned} \frac{S'D}{SA} = \frac{1}{2} &\Rightarrow \frac{S'E}{AE} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S'E}{S'A} = \frac{1}{3} = \frac{S'T}{S'B}. \\ \frac{V_{S'.ETD}}{V_{S'.ABD}} = \frac{S'E}{S'A} \cdot \frac{S'T}{S'B} = \frac{1}{9} &\Rightarrow V_{S'.ETD} = \frac{1}{18} V_{S'.ABCD}. \\ \frac{V_{S'.TCD}}{V_{S'.BCD}} = \frac{S'T}{S'B} = \frac{1}{3} &\Rightarrow V_{S'.TCD} = \frac{1}{6} V_{S'.ABCD}. \end{aligned}$$



$$\text{Suy ra } V_{S'.ETCD} = \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{6} \right) V_{S'.ABCD} = \frac{2}{9} V_{S'.ABCD}.$$

$$\text{Do đó } V_1 = \frac{7}{9} V_{S'.ABCD}. \text{ Mà } V_2 = 2V_{S'.ABCD} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{18}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 211. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AD = BC = 3$, $AC = BD = 4$, $AB = CD = 2\sqrt{3}$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

- A. $\frac{\sqrt{2740}}{12}$. B. $\frac{\sqrt{2474}}{12}$. C. $\frac{\sqrt{2047}}{12}$. D. $\frac{\sqrt{2470}}{12}$.

Lời giải.

Gọi B', C', D' là các điểm sao cho B, C, D lần lượt là trung điểm các cạnh của $\triangle B'C'D'$ như hình vẽ bên.

Khi đó vì $AC = BD = \frac{1}{2}B'D'$ nên $\triangle AB'D'$ vuông tại A .

Hoàn toàn tương tự, hai tam giác $AB'C'$ và $AC'D'$ cũng vuông tại A .

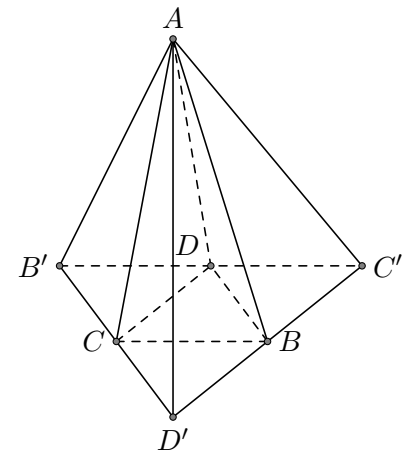
$$\text{Suy ra } \begin{cases} AB'^2 + AD'^2 = B'D'^2 = 8^2 \\ AD'^2 + AC'^2 = D'C'^2 = (4\sqrt{3})^2 \\ AB'^2 + AC'^2 = A'C'^2 = 6^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB' = \sqrt{26} \\ AC' = \sqrt{10} \\ AD' = \sqrt{38}. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{8} V_{AB'C'D'} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3} \cdot AB' \cdot AC' \cdot AD' = \frac{\sqrt{2470}}{12}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 212. Cho tứ diện $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 1$. Mặt phẳng (α) thay đổi nhưng luôn đi qua trọng tâm của tứ diện và cắt SA, SB, SC lần lượt tại A_1, B_1, C_1 . Tìm giá trị lớn nhất của



$$\frac{1}{SA_1 \cdot SB_1} + \frac{1}{SB_1 \cdot SC_1} + \frac{1}{SC_1 \cdot SA_1}.$$

A. $\frac{16}{3}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{16}{9}$. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải.

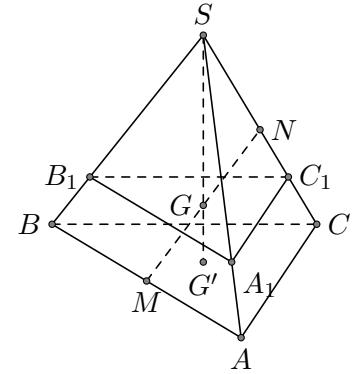
Trước tiên ta sẽ chứng minh $\frac{1}{SA_1} + \frac{1}{SB_1} + \frac{1}{SC_1} = 4$.

Gọi G là trọng tâm tứ diện, G' là trọng tâm tam giác ABC .

Ta có S, G, G' thẳng hàng và $\frac{SG}{SG'} = \frac{3}{4}$.

Ta có $\frac{SG}{SG'} \cdot \frac{SA_1}{SA} \cdot \frac{SB_1}{SB} = \frac{V_{S.A_1B_1G}}{V_{S.ABG'}} = 3 \cdot \frac{V_{S.A_1B_1G}}{V_{S.ABC}}$; tương tự:

$$\frac{SG}{SG'} \cdot \frac{SB_1}{SB} \cdot \frac{SC_1}{SC} = 3 \cdot \frac{V_{S.B_1C_1G}}{V_{S.ABC}} \text{ và } \frac{SG}{SG'} \cdot \frac{SA_1}{SA} \cdot \frac{SC_1}{SC} = 3 \cdot \frac{V_{S.A_1C_1G}}{V_{S.ABC}}.$$



Suy ra

$$\begin{aligned} & \frac{SG}{SG'} \cdot \left(\frac{SA_1}{SA} \cdot \frac{SB_1}{SB} + \frac{SB_1}{SB} \cdot \frac{SC_1}{SC} + \frac{SA_1}{SA} \cdot \frac{SC_1}{SC} \right) \\ &= 3 \cdot \frac{V_{S.A_1B_1G} + V_{S.B_1C_1G} + V_{S.A_1C_1G}}{V_{S.ABC}} \\ &= 3 \cdot \frac{V_{S.A_1B_1C_1}}{V_{S.ABC}} \\ &= 3 \cdot \frac{SA_1 \cdot SB_1 \cdot SC_1}{SA \cdot SB \cdot SC}. \end{aligned}$$

Suy ra $SA_1 \cdot SB_1 + SB_1 \cdot SC_1 + SA_1 \cdot SC_1 = 4SA_1 \cdot SB_1 \cdot SC_1 \Rightarrow \frac{1}{SA_1} + \frac{1}{SB_1} + \frac{1}{SC_1} = 4$.

Áp dụng bất đẳng thức $(ab + bc + ca) \leq \frac{(a + b + c)^2}{3}$ cho ba số $\frac{1}{SA_1}$, $\frac{1}{SB_1}$ và $\frac{1}{SC_1}$, ta được

$$\frac{1}{SA_1 \cdot SB_1} + \frac{1}{SB_1 \cdot SC_1} + \frac{1}{SC_1 \cdot SA_1} \leq \frac{\left(\frac{1}{SA_1} + \frac{1}{SB_1} + \frac{1}{SC_1} \right)^2}{3} = \frac{16}{3}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\frac{1}{SA_1} = \frac{1}{SB_1} = \frac{1}{SC_1}$; khi đó, (α) là mặt phẳng qua G và song song với (ABC) .

Chọn đáp án **A** □

Câu 213. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = x$, $BC = y$, $AB = AC = SB = SC = 1$. Thể tích $S.ABC$ lớn nhất khi tích $3xy$ bằng

A. 6.

B. 3.

C. 4.

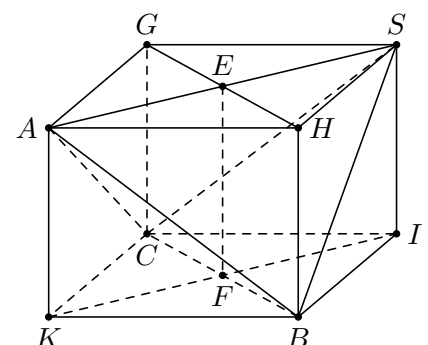
D. $4\sqrt{3}$.

Lời giải.

Dựng hình hộp $AGSH.KCIB$ ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Do $AC = SB = AB = SC$ nên các mặt bên $AGCK$, $AHBK$ là hình chữ nhật suy ra $AK \perp (AGSH)$.

Gọi E, F là trung điểm SA, BC ta có $EF = AK$ và thể tích $S.ABC$ lớn nhất khi thể tích hình hộp đứng $AGCK, AHBK$ lớn nhất.



$$\text{Có } V_{AGSH.KCIB} = EF \cdot \frac{1}{2} SA \cdot GH \cdot \sin \widehat{SEH} = EF \cdot \frac{1}{2} xy \cdot \sin \widehat{SEH} \leq EF \cdot \frac{1}{2} xy.$$

$$\text{Có } EF^2 = 1 - \frac{x^2 + y^2}{4} \Rightarrow EF = \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{4}} \leq \sqrt{1 - \frac{xy}{2}}$$

Nên

$$V_{AGSH.KCIB} = \frac{1}{2} xy \cdot \sqrt{1 - \frac{xy}{2}} = \sqrt{(xy) \cdot (xy) \cdot \frac{4 - 2xy}{4}} \leq \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{xy + xy + 4 - 2xy}{3}\right)^3} = \frac{4\sqrt{3}}{9}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $xy = 4 - 2xy \Leftrightarrow xy = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 3xy = 4$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 214. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng a , góc hợp bởi đường thẳng SH và mặt bên của hình chóp là φ với H là trung điểm đoạn thẳng AC . Tìm φ để thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất.

A. $\varphi = 75^\circ$.

B. $\varphi = 30^\circ$.

C. $\varphi = 45^\circ$.

D. $\varphi = 60^\circ$.

Lời giải.

Gọi K là trung điểm của CD , ta có $CD \perp (SHK)$.

Suy ra $(SHK) \perp (SCD)$ nên $(\widehat{SH}, (\widehat{SCD})) = \varphi = \widehat{HSK}$.

Đặt $SH = x$, suy ra $HC = \sqrt{SC^2 - SH^2} = \sqrt{a^2 - x^2}$.

Khi đó, $BC = HC\sqrt{2} = \sqrt{2(a^2 - x^2)}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

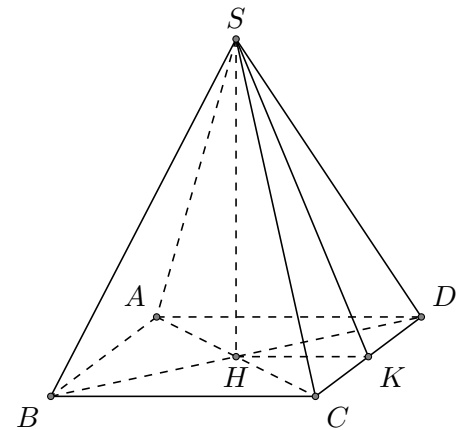
$$\begin{aligned} V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} \\ &= \frac{2}{3} x (a^2 - x^2) = \frac{2}{3} (xa^2 - x^3). \end{aligned}$$

Xét $f(x) = a^2x - x^3$, $f'(x) = a^2 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Từ bảng biến thiên ta suy ra $V_{S.ABCD}$ lớn nhất khi $x = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Khi đó, $BC = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$, suy ra $HK = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{\sqrt{3}} = SH$.

Vậy tam giác SHK vuông cân tại H nên $\varphi = \widehat{HSK} = 45^\circ$.



x	0	$\frac{a}{\sqrt{3}}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Chọn đáp án **C**

□

Câu 215. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = SB = SC = AB = BC = CD = DA = 1$. Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA ; AC cắt BD tại O . Khi thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất thì thể tích khối chóp $O.G_1G_2G_3G_4$ bằng

A. $\frac{1}{27}$.

B. $\frac{1}{81}$.

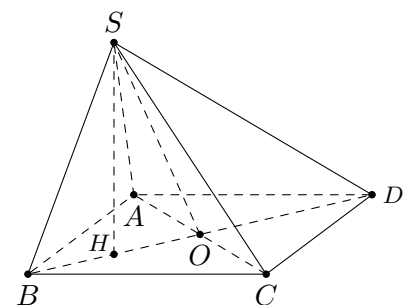
C. $\frac{1}{54}$.

D. $\frac{2}{81}$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CD^2 = OC^2 + OD^2 \\ SC^2 = OC^2 + SO^2 \end{cases}$
 $\Rightarrow SO = OD = \frac{1}{2}BD \Rightarrow \triangle SBD$ vuông tại S .

Lại có: $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD).$



Dựng $SH \perp BD$ tại $H \Rightarrow AC \perp SH \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Đặt $SD = x$ ($x > 0$).

$$\text{Ta có } BD = \sqrt{SB^2 + SD^2} = \sqrt{1 + x^2} \Rightarrow OD = \frac{\sqrt{1 + x^2}}{2}.$$

$$\Rightarrow OC = \sqrt{1 - \frac{1 + x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3 - x^2}}{2} \Rightarrow AC = \sqrt{3 - x^2}, \quad (0 < x < \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \sqrt{1 + x^2} \cdot \sqrt{3 - x^2}.$$

$$\text{Tam giác } SBD \text{ vuông tại } S \text{ có đường cao } SH = \frac{SB \cdot SD}{BD} = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{6} x \cdot \sqrt{3 - x^2} \leq \frac{1}{6} \cdot \frac{x^2 + 3 - x^2}{2} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ hay } \max V_{S.ABCD} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Khi } V_{S.ABCD} = \frac{1}{4} \text{ ta có: } S_{G_1 G_2 G_3 G_4} = \frac{2}{9} S_{ABCD}, \quad d(O, (G_1 G_2 G_3)) = \frac{1}{3} d(S, (ABCD)) = \frac{1}{3} SH.$$

$$\Rightarrow V_{O.G_1 G_2 G_3 G_4} = \frac{2}{27} V_{S.ABCD} = \frac{2}{27} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{54}.$$

Vậy khi thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất thì $V_{O.G_1 G_2 G_3 G_4} = \frac{1}{54}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 216. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 1. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD . M là điểm thuộc cạnh AB sao cho $BM = 2AM$. Mặt phẳng (MNP) cắt AD tại Q . Thể tích của khối đa diện $MAQNCP$ bằng

A. $\frac{7}{9}$.

B. $\frac{5}{16}$.

C. $\frac{7}{18}$.

D. $\frac{5}{8}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{AMQNPC} = V_{A.CNP} + V_{A.MNPQ} = V_{A.CNP} + V_{A.MNQ} + V_{A.QNP}.$$

Do N, P lần lượt là trung điểm của BC và CD nên ta có

$$\frac{1}{2} S_{BCD} = S_{BDN} = S_{CDN} = 2S_{NPD} = 2S_{CNP}.$$

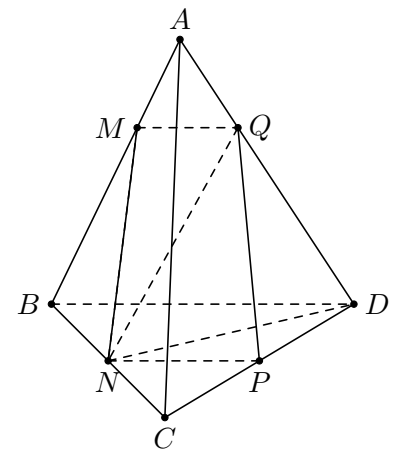
Từ đó suy ra

$$V_{A.CNP} = V_{A.NPD} = \frac{1}{4} V_{A.BCD} = \frac{1}{4} \text{ và } V_{A.NBD} = \frac{1}{2} V_{A.BCD} = \frac{1}{2}.$$

$$\frac{V_{A.MNQ}}{V_{A.BND}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{BN} \cdot \frac{AQ}{AD} = \frac{1}{9} \Rightarrow V_{A.MNQ} = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{18}.$$

$$\frac{V_{A.QNP}}{V_{A.DNP}} = \frac{AQ}{AD} \cdot \frac{AN}{DN} \cdot \frac{AP}{DP} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{A.QNP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}.$$

$$\Rightarrow V_{AMQNPC} = \frac{1}{4} + \frac{1}{18} + \frac{1}{12} = \frac{7}{18}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 217. Ông A dự định sử dụng hết $6,5 \text{ m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $1,33 \text{ m}^3$.

B. $2,26 \text{ m}^3$.

C. $1,61 \text{ m}^3$.

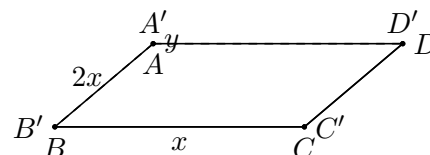
D. $1,50 \text{ m}^3$.

Lời giải.

Dựng hình hộp chữ nhật như hình vẽ.

Đặt $AB = 2x$, $BC = x$, $AA' = y$ ($x, y > 0$).

Theo đề bài ta có:



$$S_{xq} + S_{\text{đáy}} = 6,5$$

$$2 \cdot (2xy + xy) + 2x^2 = 6,5$$

$$3xy + x^2 = 3,25$$

$$\Rightarrow y = \frac{3,25 - x^2}{3x}$$

Ta có: Thể tích của bể cá bằng $V = 2x \cdot x \cdot y = 2x^2y = \frac{2}{3}x(3,25 - x^2)$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{2}{3}x(3,25 - x^2) = \frac{13}{6}x - \frac{2}{3}x^3$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ta có: $f'(x) = \frac{13}{6} - 2x^2$.

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\sqrt{39}}{6} \text{ (loại)} \\ x = \frac{\sqrt{39}}{6} = a. \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên:

x	0	a	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	$f(a)$	$-\infty$

Vậy thể tích lớn nhất của bể cá là $V_{\max} = f(a) \approx 1,50$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 218. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh B và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) , $SB = a$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Thể tích khối chóp lớn nhất khi φ bằng

A. $\arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $\arcsin \frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\arctan \sqrt{\frac{2}{3}}$.

D. $\arcsin \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $BC \perp AB$ và $BC \perp SA$ nên $BC \perp SB$.

Suy ra $((SBC), (ABC)) = (SB, AB) = \widehat{SBA} = \varphi$ với $0^\circ < \varphi < 90^\circ$.

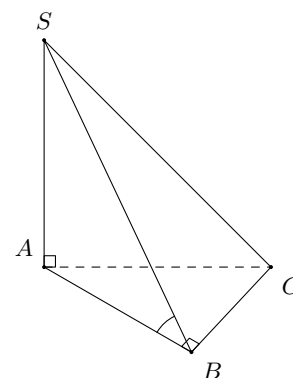
Xét tam giác SAB vuông tại A , ta có

$$SA = SB \cdot \sin \varphi = a \sin \varphi, \quad AB = SB \cdot \cos \varphi = a \cos \varphi.$$

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} a^2 \cos^2 \varphi.$$

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

$$\begin{aligned} V_{S.ABC} &= \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \sin \varphi \cdot \frac{1}{2} a^2 \cos^2 \varphi \\ &= \frac{1}{6} \cdot a^3 \sin \varphi \cdot \cos^2 \varphi = \frac{1}{6} \cdot a^3 \sin \varphi \\ &= \frac{a^3}{6} (\sin \varphi - \sin^3 \varphi). \end{aligned}$$



Khi đó $V_{S.ABC}$ đạt giá trị lớn nhất khi $\sin \varphi - \sin^3 \varphi$ đạt giá trị lớn nhất.

Đặt $t = \sin \varphi$, với $0^\circ < \varphi < 90^\circ \Rightarrow t \in [0; 1]$. Xét hàm số $f(t) = t - t^3$ với $t \in [0; 1]$.

$$\text{Khi đó, } f'(t) = 1 - 3t^2, \quad f'(t) = 0 \Leftrightarrow 1 - 3t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{\sqrt{3}} \in [0; 1] \\ t = -\frac{1}{\sqrt{3}} \notin [0; 1]. \end{cases}$$

Ta có $f(0) = 0$, $f(1) = 0$, $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{9}$. Do đó, $\max_{t \in [0; 1]} f(t) = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

Suy ra, thể tích khối chóp lớn nhất bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{27}$ khi $\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \varphi = \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 219. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $ABCD$. Biết $SD = a$, gọi K là trung điểm AB , góc giữa đường thẳng SK với mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{4a^3\sqrt{42}}{49}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{42}}{147}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{42}}{49}$. D. $V = \frac{4a^3\sqrt{42}}{147}$.

Lời giải.

Gọi độ dài cạnh hình vuông $ABCD$ là x ($x > 0$).

Gọi H là trung điểm $AD \Rightarrow HA = HD = \frac{AD}{2} = \frac{x}{2}$ và $SH \perp AD$ vì $(\triangle SAD$ cân tại S).

Suy ra $SH \perp (ABCD)$. Do đó $(SK, (ABCD)) = (SK, HK) = \widehat{SKH} = 60^\circ$.

Ta lại có $HK = \frac{BD}{2} = \frac{x\sqrt{2}}{2}$ (vì HK là đường trung bình $\triangle ABD$).

Xét $\triangle SHK$ vuông tại H

$$— SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}}.$$

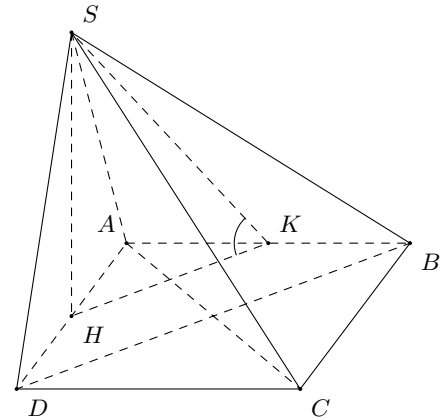
— Ta có

$$\begin{aligned} \tan 60^\circ = \frac{SH}{HK} &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}}}{\frac{x\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{3} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}} = \frac{x\sqrt{6}}{2} \\ &\Leftrightarrow a^2 - \frac{x^2}{4} = \frac{3}{2}x^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 = \frac{4a^2}{7} \\ &\Leftrightarrow x = \frac{2a}{\sqrt{7}}. \end{aligned}$$

Khi đó $S_{ABCD} = \frac{4a^2}{7}$; $SH = \frac{a\sqrt{42}}{7}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{42}}{7} \cdot \frac{4a^2}{7} = \frac{4a^3\sqrt{42}}{147}.$$

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 220. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $ABCD$ trùng với giao điểm của AC và BD . Góc giữa hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối tứ diện $ACB'D'$.

A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{3a^3}{2}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AD , H là giao điểm của AC và BD , suy ra H là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $ABCD$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AD \perp A'H \\ AD \perp HM. \end{cases}$$

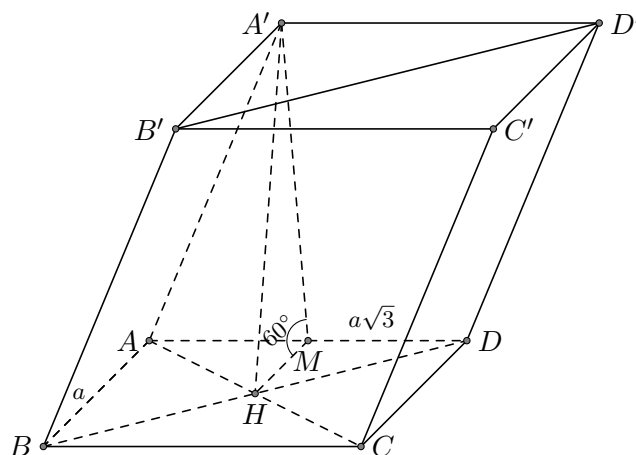
$$\Rightarrow AD \perp (A'HM) \Rightarrow AD \perp A'M.$$

Suy ra

$$\widehat{A'MH} = ((ABCD); (ADD'A')) = 60^\circ.$$

$$HM = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}.$$

$$A'H = HM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Ta có

$$\begin{aligned} V_{B'.ABC} = V_{D'.ACD} = V_{C.B'C'D'} = V_{A.A'B'D'} &= \frac{1}{3} \cdot A'H \cdot S_{ABC} \\ &= \frac{1}{6} \cdot A'H \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}. \end{aligned}$$

Suy ra

$$\begin{aligned} V_{ACB'D'} &= V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{B'.ABC} - V_{D'.ACD} - V_{C.B'C'D'} - V_{A.A'B'D'} \\ &= V_{ABCD.A'B'C'D'} - 4V_{B'.ABC} \\ &= A'H \cdot S_{ABCD} - 4V_{B'.ABC} \\ &= \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} - 4 \cdot \frac{a^3}{4} = \frac{a^3}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 221. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với AB song song CD , $CD = 7AB$. Gọi M trên cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = k$, ($0 < k < 1$). Giá trị của k để (CDM) chia khối chóp thành hai phần có thể tích bằng nhau là

A. $k = \frac{-7 + \sqrt{53}}{2}$.

B. $k = \frac{-7 + \sqrt{65}}{2}$.

C. $k = \frac{-7 + \sqrt{71}}{4}$.

D. $k = \frac{-7 + \sqrt{53}}{4}$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng (SAB) , kẻ $MN \parallel AB$ với $N \in SB$.

Gọi V, V_1 lần lượt là thể tích khối chóp $S.ABCD$ và $S.CMND$.

Ta có $V_1 = V_{S.CMN} + V_{S.CND}$.

Vì $CD = 7AB$ nên $S_{\triangle BCD} = 7S_{\triangle ABC}$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{8}S_{ABCD}.$$

Do đó $V_{S.CAB} = \frac{1}{8}V_{S.ABCD} = \frac{1}{8}V$ và

$$V_{S.BCD} = \frac{7}{8}V.$$

Theo công thức tỉ số thể tích

$$\frac{V_{S.CMN}}{V_{S.CAB}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} = k \cdot k = k^2 \Rightarrow V_{S.CMN} = \frac{k^2}{8}V$$

$$\frac{V_{S.CND}}{V_{S.CBD}} = \frac{SN}{SB} = k \Rightarrow V_{S.CND} = \frac{7k}{8}V.$$

$$\text{Khi đó } V_1 = \frac{k^2}{8}V + \frac{7k}{8}V = \left(\frac{k^2}{8} + \frac{7k}{8}\right)V.$$

Mặt phẳng (CDM) chia khối chóp thành hai phần có thể tích bằng nhau $\Leftrightarrow V_1 = \frac{1}{2}V$

$$\Leftrightarrow \frac{k^2}{8} + \frac{7k}{8} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k^2 + 7k - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{-7 - \sqrt{65}}{2} \text{ (loại)} \\ k = \frac{-7 + \sqrt{65}}{2} \text{ (thỏa mãn).} \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 222. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 7$ cm, $BC = 8$ cm, $AC = 9$ cm. Các mặt bên tạo với đáy một góc 30° . Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng $(ABCD)$ nằm ở miền trong của tam giác ABC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ (cm³). B. $20\sqrt{3}$ (cm³). C. $\frac{63\sqrt{3}}{2}$ (cm³). D. $72\sqrt{3}$ (cm³).

Lời giải.

Gọi I là chân đường cao hạ từ S của khối chóp.

Do các mặt bên tạo với đáy các góc bằng nhau nên I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Đặt $p = \frac{AB + BC + CA}{2} = 12$, khi đó, diện tích tam giác ABC tính bởi:

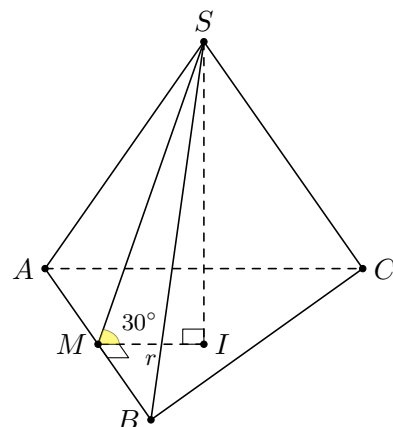
$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-7)(p-8)(p-9)} = 12\sqrt{5}.$$

Bán kính đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$

$$r = \frac{S_{ABC}}{p} = \sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy } SI = r \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{15}}{3}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } V = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SI = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 223. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = 2$, $A'A = A'B = A'C = 3$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên hai cạnh $A'A, A'B$ lấy các điểm P, Q tương ứng sao cho $A'P = 1$, $A'Q = 2$. Tỷ số $\frac{V_{PQMN}}{V_{ABC.A'B'C'}}$ bằng

A. $\frac{1}{36}$.

B. $\frac{1}{12}$.

C. $\frac{1}{24}$.

D. $\frac{1}{48}$.

Lời giải.

Gọi $I = A'B \cap (PMN) \Rightarrow PI \parallel AB$ (do $MN \parallel AB$).

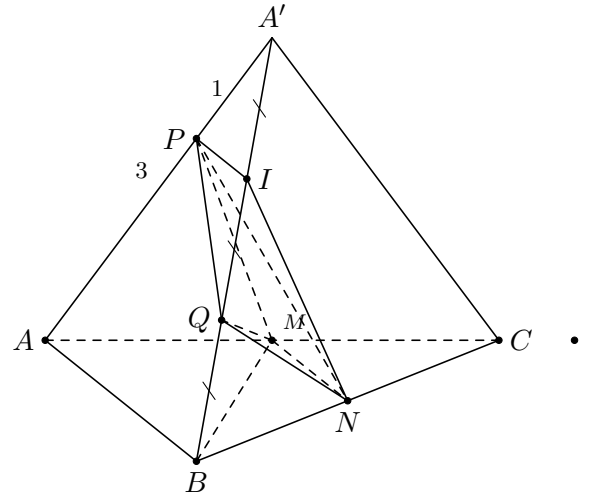
Vậy $A'I = IQ = QB$. Ta có:

$$\begin{aligned} V_{Q.PMN} &= \frac{1}{2} V_{B.PMN} \text{ (do } QI = \frac{1}{2} BI) \\ &= \frac{1}{2} V_{P.BMN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} V_{P.ABC} \text{ (do } S_{BMN} = \frac{1}{4} S_{ABC}) \\ &= \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{3} V_{A'.ABC} \text{ (do } PA = \frac{2}{3} A'A) \\ &= \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} \\ &= \frac{1}{36} V_{ABC.A'B'C'}. \end{aligned}$$

Vậy $\frac{V_{PQMN}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{36}$.

Chọn đáp án **A**

□



Câu 224. Cho khối chóp $A.BCD$ có đáy BCD là tam giác đều cạnh 2, $AB = AC = 2$ và $AD = 1$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCD$. Thể tích khối $IBCD$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{11}}{77}$.

B. $\frac{3\sqrt{11}}{88}$.

C. $\frac{\sqrt{11}}{44}$.

D. $\frac{\sqrt{11}}{33}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (ACD) .

Do $BA = BC = BD = 2$ suy ra $HA = HC = HD$, nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD .

Ta có $p = \frac{5}{2}$ suy ra $S_{ACD} = \sqrt{\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

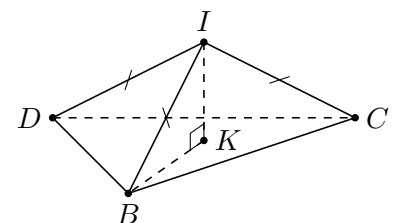
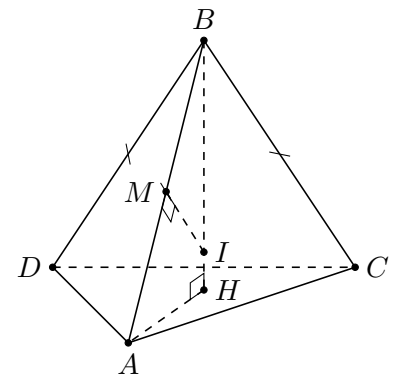
Áp dụng công thức $S = \frac{abc}{4R}$ ta được $\frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 1}{4HA} \Rightarrow HA = \frac{4}{\sqrt{15}}$.

Ta có $BH = \sqrt{AB^2 - HA^2} = \sqrt{4 - \frac{16}{15}} = \frac{2\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$.

Do $IA = IC = ID$ nên $I \in BH$. Trong mặt phẳng (BHA) , do $IA = IB$ nên I là giao điểm của BH với đường trung trực AB , gọi M là trung điểm của AB thì tứ giác $MAHI$ nội tiếp, do đó $BM \cdot BA = BI \cdot BH$, suy ra $BI = \frac{BM \cdot BA}{BH} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{11}}$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (BCD) , ta tính được $BK = \frac{2}{\sqrt{3}}$, $IK = \frac{1}{\sqrt{33}}$, $S_{BCD} = \sqrt{3}$.

Do đó $V_{IBCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{33}} = \frac{1}{3\sqrt{11}}$.



Cách thứ hai:

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC và G là trọng tâm tam giác BCD . Khi đó I thuộc mặt phẳng (ADN) và do $IA = ID$ nên I, M, N thẳng hàng.

Ta tính được $DN = \sqrt{3}, GN = \frac{DN}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}, MN = \sqrt{DN^2 - GN^2} = \sqrt{3 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{11}}{2}$ và $S_{BCD} = \sqrt{3}$.

Do tam giác NIG đồng dạng với tam giác NDM nên ta có

$$\frac{IG}{DM} = \frac{GN}{MN} \text{ suy ra } IG = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{11}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{33}}. \text{ Vậy } V_{I.BCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{33}} = \frac{\sqrt{11}}{33}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 225. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $SA = \sqrt{11}a$, cô-sin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SDC) bằng $\frac{1}{10}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3a^3$.

B. $9a^3$.

C. $4a^3$.

D. $12a^3$.

Lời giải.

Kẻ DM là đường cao của tam giác SDC , khi đó vì các mặt bên của hình chóp tứ giác đều bằng nhau nên BM cũng là đường cao của tam giác SBC . Do đó góc giữa hai mặt bên (SBC) và (SDC) chính là góc giữa hai đường MB, MD .

Gọi x là độ dài cạnh đáy.

Xét tam giác SDO vuông tại O , ta có

$$SO = \sqrt{SD^2 - DO^2} = \sqrt{11a^2 - \frac{x^2}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{44a^2 - 2x^2}.$$

Mặt khác $SC \perp (MBD) \Rightarrow SC \perp OM$. Khi đó:

$$\frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OC^2} \Rightarrow OM = \frac{x\sqrt{44a^2 - 2x^2}}{2a\sqrt{11}}.$$

Suy ra

$$MD^2 = MO^2 + OD^2 = \frac{x^2(44a^2 - 2x^2)}{88a^2} + \frac{x^2}{2} = \frac{x^2(44a^2 - x^2)}{44a^2}.$$

Xét tam giác BMD , ta có

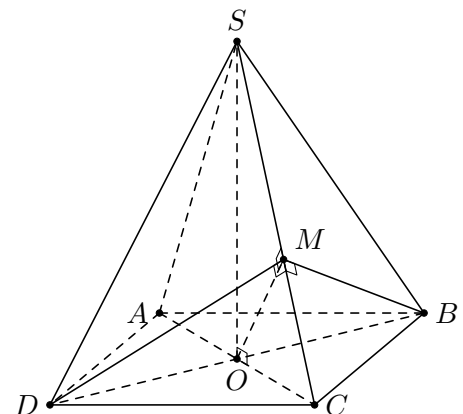
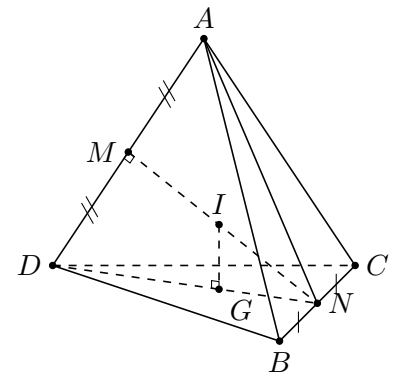
$$\cos \widehat{DMB} = \frac{MB^2 + MD^2 - DB^2}{2MB \cdot MD} = \frac{\frac{2x^2(44a^2 - x^2)}{44a^2} - 2x^2}{\frac{2x^2(44a^2 - x^2)}{44a^2}} = \frac{-x^4}{44a^2x^2 - x^4}.$$

Từ giả thiết cô-sin góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SDC) bằng $\frac{1}{10}$ suy ra $\cos \widehat{DMB} = \pm \frac{1}{10}$.

$$- \frac{-x^4}{44a^2x^2 - x^4} = \frac{1}{10} \Rightarrow -9x^4 = 44a^2x^2 \text{ (không thỏa mãn).}$$

$$- \frac{-x^4}{44a^2x^2 - x^4} = -\frac{1}{10} \Rightarrow 11x^4 = 44a^2x^2 \Rightarrow x = 2a.$$

Với $x = 2a$ suy ra



— Đường cao $SO = \sqrt{11a^2 - 2a^2} = 3a$.

— Diện tích đáy $S_{ABCD} = 4a^2$.

Vậy thể tích khối chóp là $V = 4a^3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 226. Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$, chiều cao bằng đường kính đáy. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A , trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B . Thể tích của khối tứ diện $OO'AB$ có giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{R^3}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}R^3}{3}$.

C. $\frac{R^3}{6}$.

D. $\frac{R^3}{3}$.

Lời giải.

Ta dựng hình lăng trụ $OAA'.O'B'B$ như hình vẽ.

Thể tích của lăng trụ là

$$V = 2R \cdot S_{OAA'} = 2R \cdot \frac{1}{2} OA \cdot OA' \cdot \sin \widehat{AOA'} \leq R^3.$$

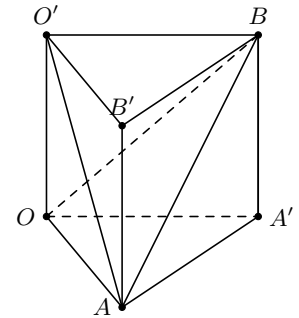
Thể tích của khối tứ diện

$$V_{B.OO'A} = \frac{1}{3} V \leq \frac{R^3}{3}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $OA \perp OA'$.

Vậy thể tích của khối tứ diện $OO'AB$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{R^3}{3}$.

Chọn đáp án **D** □



Câu 227. Cho hai đường thẳng Ax , By chéo nhau và vuông góc với nhau, có AB là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó và $AB = a$. Hai điểm M và N lần lượt di động trên Ax và By sao cho $MN = b$. Xác định độ dài đoạn thẳng AM theo a và b sao cho thể tích tứ diện $ABMN$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $AM = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{3}$.

B. $AM = \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{2}}$.

C. $AM = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{2}$.

D. $AM = \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{3}}$.

Lời giải.

Đặt $AM = x$ với $x > 0$.

Suy ra $AN = \sqrt{b^2 - x^2}$ và $BN = \sqrt{b^2 - x^2 - a^2}$.

Ta có $\begin{cases} AM \perp AB \\ AM \perp By \end{cases} \Rightarrow AM \perp (ABN).$

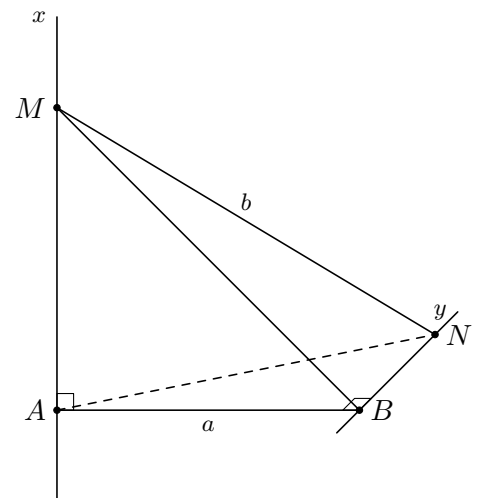
Khi đó

$$\begin{aligned} V_{M.ABN} &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BN \cdot AM \\ &= \frac{1}{6} \cdot a \cdot x \cdot \sqrt{b^2 - a^2 - x^2}. \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có

$$x \cdot \sqrt{b^2 - a^2 - x^2} \leq \frac{x^2 + b^2 - a^2 - x^2}{2} = \frac{b^2 - a^2}{2}.$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x^2 = \frac{b^2 - a^2}{2} \Leftrightarrow AM = x = \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{2}}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 228. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'B$ vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, góc giữa AA' và $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và DD' bằng 1. Góc giữa mặt $(BB'C'C)$ và mặt phẳng $(CC'D'D)$ bằng 60° . Thể tích khối hộp đã cho là

A. $2\sqrt{3}$.

B. 2.

C. $\sqrt{3}$.D. $3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi H, K lần lượt là các hình chiếu vuông góc của A' trên các đường thẳng BB' và DD' .

Ta có $d(A, BB') = d(A', BB') = A'H = 1$,

$d(A, DD') = d(A', DD') = A'K = 1$.

Ta có $\begin{cases} (AA', (ABCD)) = 45^\circ \\ A'B \perp (ABCD) \end{cases}$

$\Rightarrow \widehat{A'AB} = 45^\circ$. (1)

Lại có $A'B \perp (ABCD) \Rightarrow A'B \perp AB$. (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra $\triangle A'AB$ là tam giác vuông cân tại $B \Rightarrow A'B = AB$.

$\Rightarrow A'B = A'B' \Rightarrow H$ là trung điểm BB' .

$\Rightarrow S_{ABB'A'} = A'H \cdot BB' = 2$.

Ta có $\begin{cases} A'H \perp BB' \\ A'K \perp BB' \text{ (vì } BB' \parallel DD') \end{cases} \Rightarrow BB' \perp (A'HK) \Rightarrow (ABB'A') \perp (A'HK)$.

Suy ra $((BB'C'C), (CC'D'D)) = ((AA'D'D), (ABB'A')) = (A'H, A'K) = 60^\circ$ nên $\widehat{HA'K} = 60^\circ$ hoặc $\widehat{HA'K} = 120^\circ$, mà $A'H = A'K = 1$ nên $S_{A'HK} = \frac{\sqrt{3}}{4}$. Do đó, ta có

$$d(D, (ABB'A')) = d(K, (ABB'A')) = d(K, A'H) = \frac{2S_{A'HK}}{A'H} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABB'A'} \cdot d(D, (ABB'A')) = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 229. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = SB = SC = SD = 1$, đáy $ABCD$ là hình bình hành, O là giao điểm của AC và BD . Gọi I là trung điểm của SO . Một mặt phẳng (α) thay đổi và luôn đi qua điểm I , đồng thời cắt các đoạn thẳng SA, SB, SC, SD lần lượt tại A', B', C', D' khác S . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{1}{(SA')^2} + \frac{1}{(SB')^2} + \frac{1}{(SC')^2} + \frac{1}{(SD')^2}$ khi (α) thay đổi.

A. 4.

B. 16.

C. 64.

D. 8.

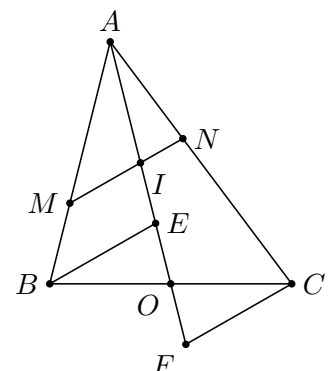
Lời giải.

Bổ đề

Cho $\triangle ABC$ có O là trung điểm BC . Một đường thẳng d cắt các cạnh AB, AC, AO lần lượt tại M, N, I . Chứng minh rằng

$$\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} = \frac{2AI}{AO}. \quad (*)$$

Chứng minh.



TH 1. $d \parallel BC \Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{AI}{AO}$. Suy ra (*) đúng.

TH 2. d không song song với BC . Không mất tính tổng quát, ta giả sử $AM > AN$.

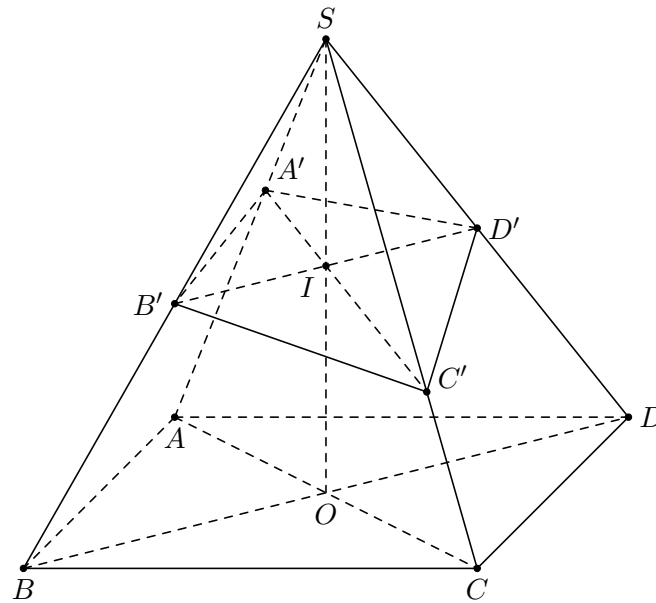
Qua B, C kẻ các đường thẳng BE, CF song song d ($E, F \in AO$).

$\Rightarrow \triangle BOE = \triangle COF$ (g-c-g) $\Rightarrow OE = OF$.

Theo Ta-lét ta có

$$\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} = \frac{AE}{AI} + \frac{AF}{AI} = \frac{AO - OE + AO + OF}{AI} = \frac{2AO}{AI}.$$

Kết hợp 2 trường hợp ta chứng minh được bổ đề.



Áp dụng bổ đề trên, ta được $\frac{SA}{SA'} + \frac{SC}{SC'} = \frac{SB}{SB'} + \frac{SD}{SD'} = 2 \cdot \frac{SO}{SI}$.

Do đó $\frac{1}{SA'} + \frac{1}{SB'} + \frac{1}{SC'} + \frac{1}{SD'} = 8$.

Suy ra $64 = \left(\frac{1}{SA'} + \frac{1}{SB'} + \frac{1}{SC'} + \frac{1}{SD'} \right)^2 \leq 4 \left[\frac{1}{(SA')^2} + \frac{1}{(SB')^2} + \frac{1}{(SC')^2} + \frac{1}{(SD')^2} \right]$.

Ta được $\frac{1}{(SA')^2} + \frac{1}{(SB')^2} + \frac{1}{(SC')^2} + \frac{1}{(SD')^2} \geq 16$, đẳng thức xảy ra khi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD .

Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là 16.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 230. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P, Q là các điểm lần lượt thuộc các cạnh $AA', BB', CC', B'C'$ thỏa mãn $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{1}{3}, \frac{CP}{CC'} = \frac{1}{4}, \frac{C'Q}{C'B'} = \frac{1}{5}$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối tứ diện $MNPQ$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{22}{45}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{45}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{19}{45}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{30}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}V_2 \Rightarrow V_{A.BCC'B'} = \frac{2}{3}V_2.$$

$$\text{Mà } V_{M.BCC'B'} = V_{A.BCC'B'} \Rightarrow V_{M.BCC'B'} = \frac{2}{3}V_2.$$

Ta có

$$— S_{B'QN} = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot S_{B'C'B} = \frac{4}{15}S_{BCC'B'}.$$

$$— S_{C'QP} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot S_{C'B'C} = \frac{3}{40}S_{BCC'B'}.$$

$$— S_{NPCB} = S_{NPB} + S_{BPC} = \frac{1}{3}S_{CB'B} + \frac{1}{4}S_{CB'B} = \frac{7}{24}S_{BCC'B'}.$$

$$\Rightarrow S_{QNP} = \frac{11}{30}S_{BCC'B'}.$$

$$\Rightarrow V_{MQNP} = \frac{11}{30}V_{M.BCC'B'} = \frac{11}{30} \cdot \frac{2}{3}V_2 = \frac{11}{45}V_2.$$

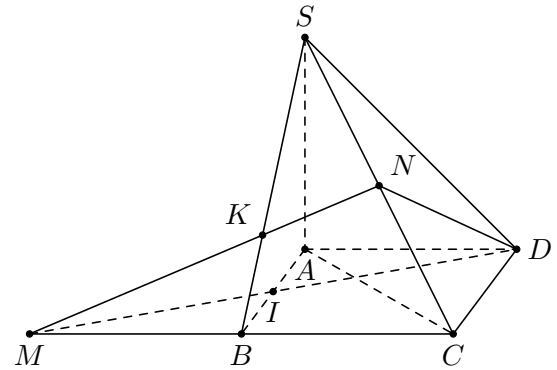
Chọn đáp án (B)

□

Câu 231. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua B và N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (MND) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh S có thể tích V_1 , khối đa diện còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ sau). Tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}.$
C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{12}{7}.$

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{3}.$
D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}.$

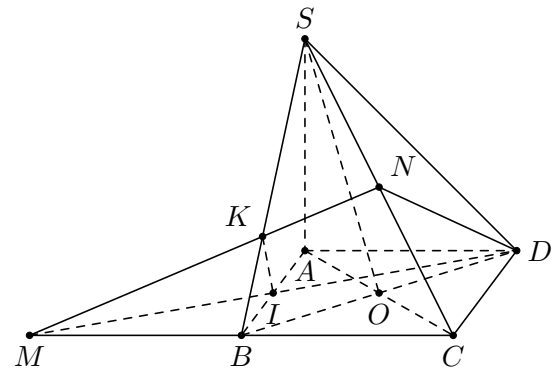


Lời giải.

Gọi O là tâm hình thoi $ABCD$, K là giao điểm của MN và SB , I là giao điểm của MD và AB .

Ta có B là trung điểm MC , N là trung điểm SC nên K là trọng tâm tam giác SMC .

Ta có I là trung điểm MD và B là trung điểm MC nên IB là đường trung bình của tam giác MCD .



Từ đó ta có

$$\frac{V_{MBKI}}{V_{MCND}} = \frac{MB}{MC} \cdot \frac{MK}{MN} \cdot \frac{MI}{MD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow V_{MBKI} = \frac{1}{6}V_{MCND} \Rightarrow V_{BKICND} = 5V_{MKBI}.$$

— Tính V_{SABCD}

— Ta có $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$, do đó $\triangle ABC$ đều cạnh a .

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

– Ta có $[(SBD), (ABCD)] = \widehat{SOA} \Rightarrow \widehat{SOA} = 45^\circ \Rightarrow SA = OA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}.$$

— Tính V_{KMIB}

– Ta có $d[K, (MIB)] = \frac{1}{3} \cdot d[S, (MIB)]$ và $S_{MIB} = S_{AID} = \frac{1}{2}S_{ABD}$ nên

$$V_{KMIB} = \frac{1}{3} \cdot d[K, (MIB)] \cdot S_{MIB} = \frac{1}{9} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{ABD} = \frac{1}{18} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{48}.$$

$$\text{Vậy } V_2 = V_{BKICND} = 5V_{MBKI} = \frac{5a^3}{48}, V_1 = V_{SABCD} - V_2 = \frac{a^3}{4} - \frac{5a^3}{48} = \frac{7a^3}{48}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 232. Cho tứ diện ABCD $AC = AD = BC = BD = a$, $(ACD) \perp (BCD)$ và $(ABC) \perp (ABD)$. Tính độ dài cạnh CD .

A. $\sqrt{2}a$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

C. $2\sqrt{2}a$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Ta có $\triangle ABC = \triangle ABD \Rightarrow CM = DM$.

(1)

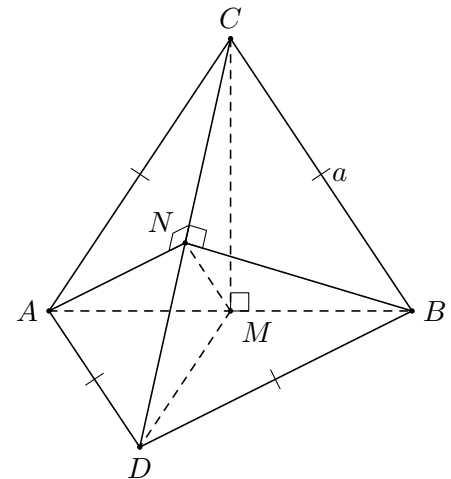
$$\text{Ta có } \begin{cases} (ABC) \perp (ABD) \\ (ABC) \cap (ABD) = AB \Rightarrow MC \perp (ABD). \\ MC \perp AB \end{cases}$$

$$\Rightarrow \widehat{CMD} = 90^\circ.$$

(2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow \triangle MCD$ vuông cân tại $M \Rightarrow MN \perp CD$.

Tương tự, ta cũng có $\triangle ABN$ vuông cân tại $N \Rightarrow MN \perp AB$



Đặt $CD = 2x$, ($0 < x < a$) ta có: $CN = DN = MN = x$ và $AN = BN = \sqrt{a^2 - x^2}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABN .

$$\text{Ta có: } \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{1}{MN^2} \Leftrightarrow \frac{2}{a^2 - x^2} = \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3}a.$$

$$\text{Vậy } CD = 2x = \frac{2\sqrt{3}}{3}a.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 233. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, A'C', BB'$. Tính thể tích khối tứ diện $CMNP$.

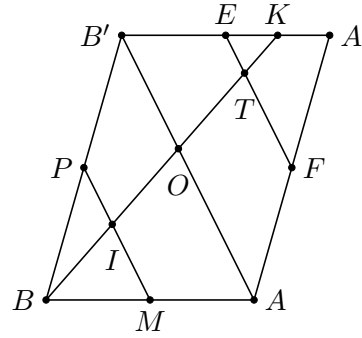
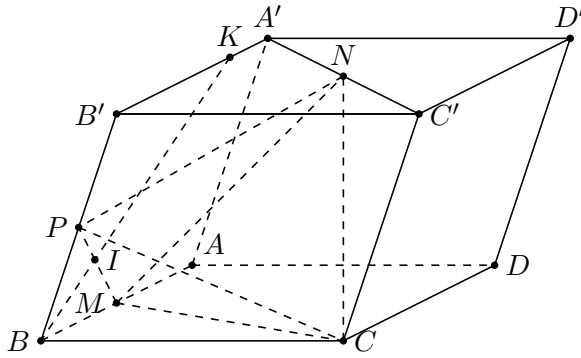
A. $\frac{5}{48}V$.

B. $\frac{1}{8}V$.

C. $\frac{7}{48}V$.

D. $\frac{1}{6}V$.

Lời giải.



Dựng $NK \parallel CM, K \in A'B'$ suy ra $NK \parallel (CMP)$. Gọi $I = BK \cap PM$.

Ta có

$$\frac{V_{CMNP}}{V_{BPMC}} = \frac{d(N, (PMC))}{d(B, (PMC))} = \frac{d(K, (PMC))}{d(B, (PMC))} = \frac{KI}{BI}.$$

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của $A'B', A'A, T = BK \cap EF, O = BK \cap AB'$.

Ta có $BI = IO = OT = 2KT$. Suy ra $\frac{KI}{BI} = \frac{5KT}{2KT} = \frac{5}{2}$.

Do đó $V_{CMNP} = \frac{5}{2}V_{BPMC} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot V = \frac{5}{48}V$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 234. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Điểm I thuộc đoạn SA . Biết mặt phẳng (MNI) chia hình chóp $S.ABCD$ thành hai phần, phần chứa đỉnh S có thể tích bằng $\frac{7}{13}$ lần phần còn lại. Tỉ số $k = \frac{IA}{IS}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi V_1 là thể tích phần chứa đỉnh S , V_2 là thể tích phần còn lại.

Ta có: $\frac{MH}{MN} = \frac{AM}{BM} = 1, \frac{FN}{MN} = \frac{NC}{NB} = 1$

$\Rightarrow HM = MN = FN$.

Ta có: $\frac{HA}{HD} = \frac{1}{3}, \frac{FC}{FD} = \frac{1}{3}, \frac{CD}{GD} = \frac{1}{2}$.

Trong tam giác SAD ta có: $\frac{HA}{HD} \cdot \frac{IS}{IA} \cdot \frac{GD}{GS} = 1$

$\Rightarrow \frac{GD}{GS} = 3k \Rightarrow \frac{DG}{DS} = \frac{3k}{3k+1}$.

$\frac{SG}{SD} = \frac{1}{3k+1}, \frac{SG}{SD} \cdot \frac{EF}{EG} \cdot \frac{CD}{CF} = 1 \Rightarrow \frac{EF}{EG} = \frac{3k+1}{2} \Rightarrow \frac{FE}{FG} = \frac{3k+1}{3k+3}$.

Ta có: $\frac{V_{F.NCE}}{V_{F.GHD}} = \frac{FN \cdot FC \cdot FE}{FH \cdot FD \cdot FG} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3k+1}{3k+3}$.

$\Rightarrow V_{F.NCE} = \frac{1}{27} \cdot \frac{3k+1}{k+1} \cdot V_{F.GHD} = \frac{1}{27} \cdot \frac{3k+1}{k+3} \cdot V_{G.HFD}$.

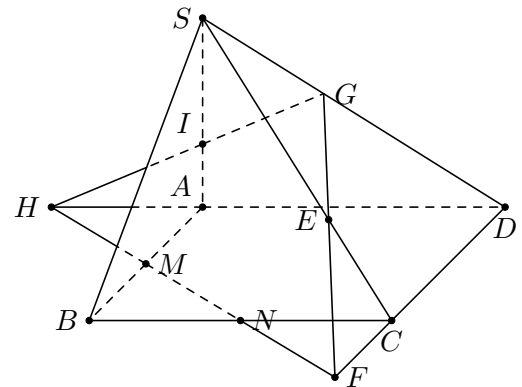
Tương tự ta có: $V_{H.MAI} = \frac{1}{27} \cdot \frac{3k+1}{k+1} \cdot V_{G.HFD}$.

$\Rightarrow V_2 = \left(1 - \frac{2}{27} \cdot \frac{3k+1}{k+1}\right) V_{G.HFD} = \frac{21k+25}{27(k+1)} \cdot V_{G.HFD} = \frac{3k}{3k+1} \cdot \frac{21k+25}{27(k+1)} \cdot V_{S.HFD}$

$\Rightarrow V_2 = \frac{3k}{3k+1} \cdot \frac{21k+25}{27(k+1)} \cdot \frac{9}{8} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{13}{20} \cdot V_{S.ABCD} \Rightarrow k = \frac{2}{3}$

Chọn đáp án **C**

□



Câu 235. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC . Điểm E trên cạnh CD sao cho $EC = 2ED$. Mặt phẳng (MNE) cắt AD tại F . Thể tích của khối đa diện $BMNEFD$ bằng

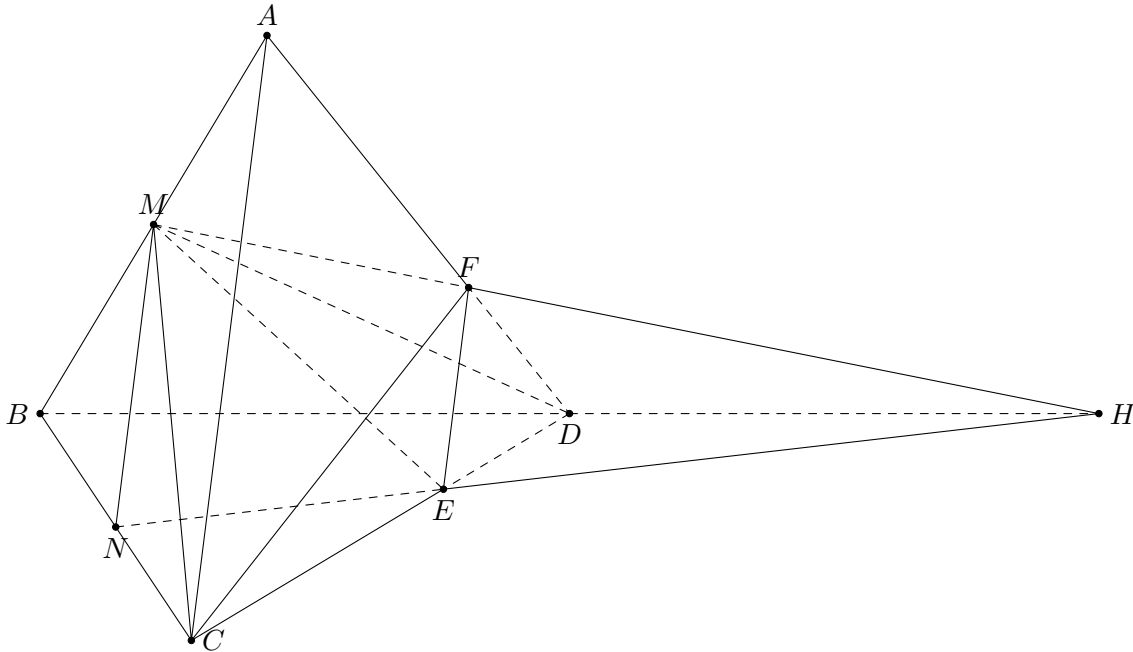
A. $\frac{7\sqrt{2}}{216}$.

B. $\frac{11\sqrt{2}}{216}$.

C. $\frac{5\sqrt{2}}{108}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{27}$.

Lời giải.



Gọi H là điểm đối xứng với B qua D , E là giao điểm của NH với CD .

Do E là trọng tâm tam giác $BCH \Rightarrow EC = 2ED$.

F là giao điểm của MH với $AD \Rightarrow F$ là trọng tâm tam giác $ABH \Rightarrow AF = 2FD$.

Thể tích tứ diện $ABCD$ là $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

$$\text{Ta có: } \frac{V_{AMCF}}{V_{ABCD}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AF}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{AMCF} = \frac{1}{3}V.$$

$$\frac{V_{CMNE}}{V_{CMBD}} = \frac{CN}{CB} \cdot \frac{CE}{CD} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{CMNE} = \frac{1}{3}V_{CMBD} = \frac{1}{6}V_{ABCD} = \frac{1}{6}V.$$

$$\text{Ta có } S_{\triangle MFD} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle MAD} = \frac{1}{6} \cdot S_{\triangle ABD} \Rightarrow V_{CMFD} = \frac{1}{6}V_{ABCD} = \frac{1}{6}V.$$

$$\frac{V_{CMEF}}{V_{CMDF}} = \frac{CE}{CD} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{CMEF} = \frac{2}{3}V_{CMFD} = \frac{1}{9}V.$$

$$\Rightarrow V_{BMNEFD} = V_{ABCD} - V_{AMFC} - V_{CMNE} - V_{CMEF} = V - \frac{1}{3}V - \frac{1}{6}V - \frac{1}{9}V = \frac{7}{18}V = \frac{7\sqrt{2}}{216}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 236. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và AC . Thể tích V của khối đa diện $AMNA'B'C'$ bằng

A. $V = \frac{34\sqrt{3}}{12}$.

B. $V = \frac{21\sqrt{3}}{5}$.

C. $V = \frac{63\sqrt{3}}{16}$.

D. $V = \frac{45\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải.

Để có $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{27\sqrt{3}}{4}$. Ta có

$$V_{AMN.A'B'C'} = V_{A'AMN} + V_{B'C'A'MN}.$$

Mà $S_{\triangle AMN} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$ nên

$$V_{A'AMN} = \frac{1}{12}V_{ABC.A'B'C'}.$$

Lại có

$$V_{B'C'A'MN} = V_{MNA'B'} + V_{NA'B'C'}.$$

Vì $S_{MA'B'} = S_{BA'B'}$, suy ra

$$V_{MNA'B'} = \frac{1}{2}V_{CBA'B'} = \frac{1}{6}V_{ABC.A'B'C'}. \quad (4)$$

Và

$$V_{NA'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}. \quad (5)$$

Từ (3), (4), (5), suy ra

$$V_{B'C'A'MN} = \frac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'}. \quad (6)$$

Từ (2) và (6), suy ra

$$V_{AMN.A'B'C'} = \frac{7}{12}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{63\sqrt{3}}{16}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 237. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a$. Gọi M, N là hai điểm thuộc cạnh BB' và DD' sao cho $BM = DN = \frac{a}{3}$. Mặt phẳng (AMN) chia khối hộp thành hai phần, gọi V_1 là thể tích khối đa diện chứa A' và V_2 là thể tích phần còn lại. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. 2.

C. $\frac{5}{2}$.

D. 3.

Lời giải.

Gọi O, I lần lượt là trung điểm của BD và MN , K là giao điểm của AI và CC' . Ta có

$$\frac{OI}{CK} = \frac{AO}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow CK = 2OI = \frac{2a}{3}.$$

Gọi V là thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$. Xét khối chóp $A.BCKM$, gọi V_3 là thể tích của nó, ta có

$$\begin{aligned} V_3 &= \frac{1}{3} \cdot S_{BCKM} \cdot d(A, (BCKM)) \\ &= \frac{1}{6} \cdot S_{BCC'B'} \cdot d(A, (BCKM)) = \frac{V}{6}. \end{aligned}$$

Tương tự, gọi V_4 là thể tích của khối chóp $A.CDNK$ thì tính được $V_4 = \frac{V}{6}$. Từ đó suy ra

$$V_2 = V_3 + V_4 = \frac{V}{3}, \quad V_1 = \frac{2V}{3}, \quad \frac{V_1}{V_2} = 2.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 238. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Các điểm M, N, E lần lượt nằm trên cạnh $A'B', A'C', AB$ sao cho $MA' = 3MB', NA' = NC', EB = 3EA$. Mặt phẳng (MNE) cắt AC tại F . Thể tích khối đa diện lồi $BEFCC'MN$ bằng

A. $\frac{53}{72}V$. B. $\frac{5}{24}V$. C. $\frac{3}{8}V$. D. $\frac{41}{72}V$.

Lời giải.

Kẻ $EF \parallel MN$ ($F \in AC$), dựng điểm S như hình vẽ.

Đặt $V_0 = V_{BEFCC'MN}$; $V_1 = V_{M.BB'C'C}$; $V_2 = V_{AEFA'MN}$.

$\triangle AEF \sim \triangle A'MN$ theo hệ số tỉ lệ $k = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{A'MN}} = \frac{1}{9}$.

$$\frac{S_{A'MN}}{S_{A'B'C'}} = \frac{A'M}{A'B'} \cdot \frac{A'N}{A'C'} = \frac{3}{8}.$$

$$\Rightarrow S_{A'MN} = \frac{3}{8}S_{A'B'C'} \text{ và } S_{AEF} = \frac{1}{24}S_{A'B'C'}.$$

Ta có

$$\begin{aligned} V_2 &= V_{S.A'MN} - V_{S.AEF} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2}AA' \cdot S_{A'MN} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}AA' \cdot S_{AEF} \\ &= \frac{1}{2}AA' \cdot \frac{3}{8}S_{A'B'C'} - \frac{1}{6}AA' \cdot \frac{1}{24}S_{A'B'C'} \\ &= \frac{3}{16}V - \frac{1}{144}V = \frac{13}{72}V. \end{aligned}$$

$$\text{Lại có } V_1 = \frac{1}{4}V_{A'.BB'C'C} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}V = \frac{1}{12}V.$$

$$\text{Vậy } V_0 = V - \frac{13}{72}V - \frac{1}{12}V = \frac{53}{72}V.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 239. Cho hình chóp $S.ABC$ có mỗi mặt bên là một tam giác vuông và $SA = SB = SC = a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC ; D là điểm đối xứng của S qua P . I là giao điểm của AD với mặt phẳng (SMN) . Tính theo a thể tích khối tứ diện $MBSI$.

A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. C. $\frac{a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{36}$.

Lời giải.

Do các mặt bên là các tam giác vuông cân tại S nên $AS \perp (SBC)$.

$$\text{Suy ra ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle SBC} = \frac{a^3}{6}. \quad (1)$$

Gọi E là trung điểm của ID , ta có

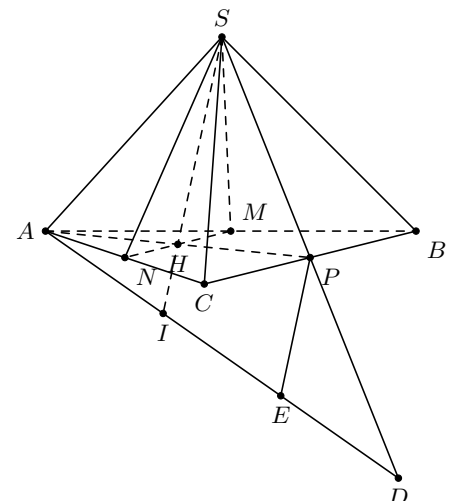
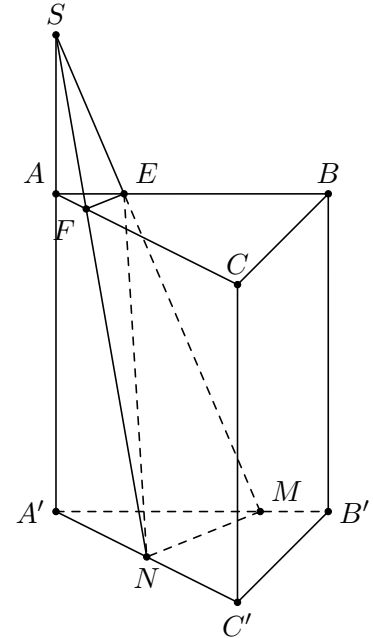
$$IH = \frac{1}{2}PE = \frac{1}{4}SI \Rightarrow \frac{IS}{HS} = \frac{4}{3}.$$

(Tính chất đường trung bình của $\triangle APE, \triangle DSI$).

Suy ra

$$\begin{aligned} d(I, (SAB)) &= \frac{4}{3}d(H, (SAB)) = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{3}d(P, (SAB)) \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}d(C, (SAB)) = \frac{1}{3}d(C, (SAB)). \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{Mặt khác } S_{\triangle SMB} = \frac{1}{2}S_{\triangle SAB}. \quad (3)$$



Từ (1), (2), (3) suy ra

$$V_{I.SMB} = \frac{1}{6} \cdot V_{S.ABC} = \frac{a^3}{36}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 240. Cho x là các số thực dương. Xét các hình chóp $S.ABC$ có cạnh $SA = x$, các cạnh còn lại đều bằng 1. Khi thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị lớn nhất, giá trị của x bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. D. 1.

Lời giải.

Gọi O là hình chiếu của C lên mặt phẳng (SAB) .

Vì $CS = CA = CB = 1$ nên C thuộc trục đường tròn ngoại tiếp $\triangle SAB$. Suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SAB$.

Nửa chu vi $\triangle SAB$ là $p = \frac{x+1+1}{2} = \frac{1}{2}x + 1$.

$$S_{SAB} = \sqrt{p(p-x)(p-1)(p-1)} = \frac{1}{4}x\sqrt{4-x^2}.$$

Mặt khác $S_{SAB} = \frac{SA \cdot AB \cdot SB}{4 \cdot OA} = \frac{x}{4 \cdot OA}$. Suy ra $OA = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$.

$$\triangle ACO \text{ vuông tại } O \text{ có } CO = \sqrt{CA^2 - OA^2} = \sqrt{\frac{3-x^2}{4-x^2}}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}CO \cdot S_{SAB} = \frac{1}{12}x\sqrt{3-x^2} \leq \frac{1}{12} \cdot \frac{x^2+3-x^2}{2} = \frac{3}{24}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi } x^2 = 3 - x^2 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Vậy } \max V_{S.ABC} = \frac{3}{24} \text{ khi } x = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 241. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Các điểm M, N lần lượt thuộc các đoạn $A'B'$ và $A'D'$ sao cho hai mặt phẳng (MAC') và (NAC') vuông góc với nhau. Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $A.A'MC'N$.

- A. $\frac{\sqrt{3}+1}{3}$. B. $\frac{\sqrt{5}-2}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}-1}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}-1}{3}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ thỏa mãn

$$A' \equiv O(0;0;0), B'(1;0;0), D'(0;1;0), A(0;0;1).$$

Khi đó $C'(1;1;0)$.

$$\text{Giả sử } \begin{cases} M(m;0;0) \\ N(0;n;0) \end{cases} \text{ với } m, n \in [0;1].$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AM}(m;0;-1) \\ \overrightarrow{C'M}(m-1;-1;0) \end{cases}$$

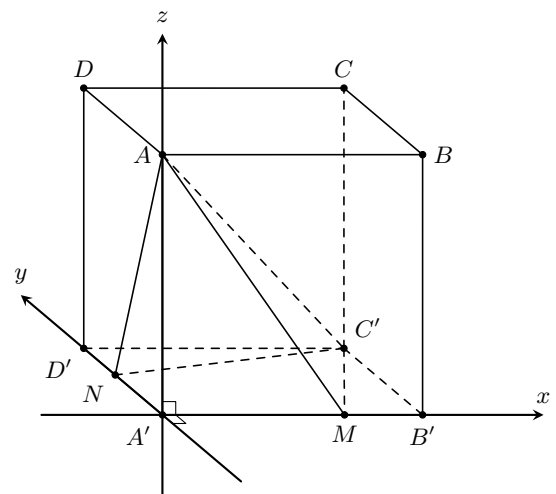
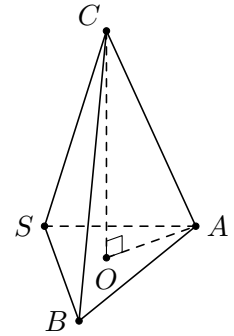
$$\Rightarrow \vec{n}_{(AMC')} = [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{C'M}] = (-1; 1-m; -m).$$

$$\text{Tương tự } \begin{cases} \overrightarrow{AN}(0;n;-1) \\ \overrightarrow{C'N}(-1;n-1;0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{(ANC')} = [\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{C'N}] = (n-1; 1; n).$$

$$\text{Do } (AMC') \perp (ANC') \text{ nên } \vec{n}_{(AMC')} \cdot \vec{n}_{(ANC')} = 1-n+1-m-mn = 0 \text{ hay } mn+m+n=2.$$

$$\text{Mặt khác } S_{A'MC'N} = S_{A'B'C'D'} - S_{B'MC'} - S_{C'ND'} = 1 - \frac{1}{2}[(1-m) + (1-n)] = \frac{1}{2}(m+n).$$



$$\text{Suy ra } V_{A.A'MC'N} = \frac{1}{3} \cdot AA' \cdot S_{A'MC'N} = \frac{1}{6}(m+n).$$

$$\text{Mà } 2 = m + n + mn \leq m + n + \frac{(m+n)^2}{4} \text{ nên } m + n \geq 2\sqrt{3} - 2 \text{ (do } m, n \in [0; 1]).$$

$$\text{Từ đó ta có } V_{A.A'MC'N} = \frac{1}{6}(m+n) \geq \frac{\sqrt{3}-1}{3}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $m = n = \sqrt{3} - 1$ hay $M(\sqrt{3} - 1; 0; 0)$ và $N(0; \sqrt{3} - 1; 0)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 242. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và BC . Mặt phẳng (DMN) chia hình lập phương thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích của phần chứa đỉnh A và V_2 là thể tích của phần còn lại. Tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{55}{89}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{37}{48}$.

Lời giải.

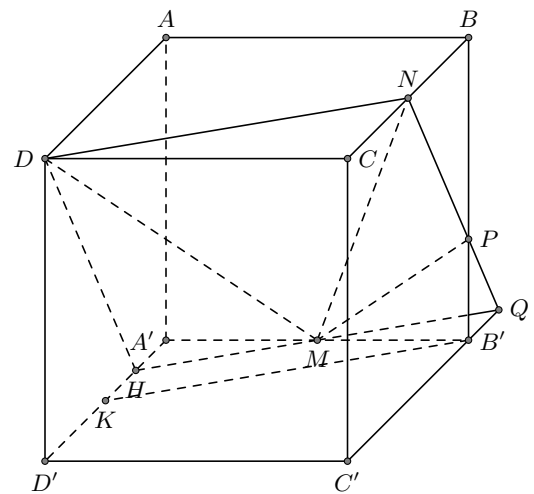
Gọi K là trung điểm của $A'D'$. Khi đó $B'K \parallel DN$. Từ M kẻ $MH \parallel B'K$, kéo dài MH cắt $B'C'$ tại Q , nối QN cắt BB' tại P . Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (DMN) là ngũ giác $PMHND$.

$$\text{Ta có } V_{P.B'MHK} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} a^2 = \frac{a^3}{48};$$

$$V_{P.B'KDC'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{3}{4} a^2 = \frac{a^3}{12}; \quad V_{P.D'C'D} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 = \frac{a^3}{6};$$

$$V_{D.PNCC'} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a \cdot \frac{2a}{3} = \frac{2a^3}{9}; \quad V_{P.HDD'} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{3}{8} \cdot a^2 = \frac{a^3}{8}.$$

$$\text{Do đó } V_2 = V_{P.B'MHK} + V_{P.B'KDC'} + V_{P.D'CD} + V_{D.PNCC'} + V_{P.HDD'} = \frac{89}{144} a^3. \text{ Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{55}{89}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 243. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ đó.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

Gọi M là trung điểm BC , do tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$. (1)

Mặt khác, $A'G \perp BC$ nên $BC \perp (AA'M)$.

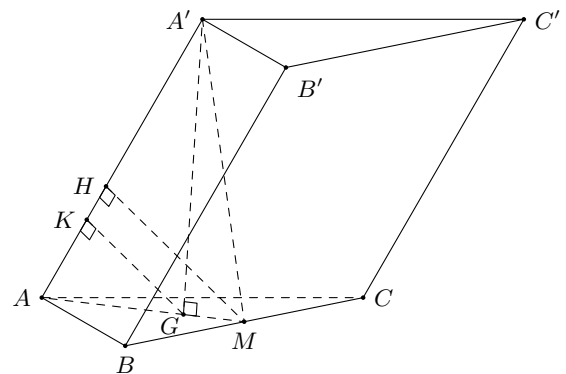
Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên cạnh AA' . (2)

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } MH = d(AA', BC) = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của G lên cạnh AA' , suy ra

$$GK \parallel MH \Leftrightarrow \frac{MH}{GK} = \frac{MA}{GA} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Khi đó, } GK = \frac{2}{3}MH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$



Trong tam giác $AA'G$, ta có $\frac{1}{GK^2} = \frac{1}{GA^2} + \frac{1}{GA'^2} \Rightarrow \frac{1}{GA'^2} = \frac{12}{a^2} - \frac{3}{a^2} = \frac{9}{a^2} \Rightarrow GA' = \frac{a}{3}$.

Do đó, $V_{ABC.A'B'C'} = A'G \cdot S_{ABC} = \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 244. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có khoảng cách từ A đến mặt phẳng SBC bằng $2a$. Gọi α là góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp. Khối chóp có thể tích nhỏ nhất khi $\cos \alpha = \frac{m\sqrt{3}}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m^2 + n$.

A. 4.

B. -4.

C. 3.

D. -3.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC . Góc giữa mặt bên và mặt đáy là $\widehat{SMO} = \alpha$.

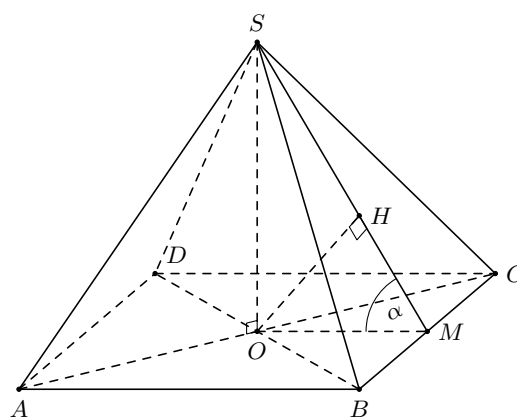
Kẻ $OH \perp SM$, ta có $OK \perp (SBC)$.

Ta có $d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC)) = 2OH$.

Do đó $OH = a$.

Đặt cạnh $AB = 2x$ với $x > 0$. Suy ra $OM = x$.

Trong tam giác vuông SOM , có $SO = \frac{ax}{\sqrt{x^2 - a^2}}$.



Thể tích của khối chóp là $V = \frac{4ax^3}{3\sqrt{x^2 - a^2}}$.

$$V' = \frac{4ax^2(2x^2 - 3a^2)}{2(x^2 - a^2)\sqrt{x^2 - a^2}}.$$

$$V' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{a\sqrt{6}}{2}$	$+\infty$
V'	-	0	+
V			

Khi $x = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ thì $SO = a\sqrt{3}$ và $SM = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. Do đó $\cos \alpha = \frac{OM}{SM} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Vậy $m^2 + n = 4$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 245. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M, N, P lần lượt là trung điểm của $CC', A'C', A'B'$. Biết thể tích khối tứ diện $GMNP$ bằng 5, tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. 72.

B. 21.

C. 18.

D. 17.

Lời giải.

Ta có

$$V_{N.GMP} = \frac{1}{3} S_{GMP} \cdot d[N; (GMP)] \Rightarrow S_{GMP} \cdot d[N; (GMP)] = 15.$$

Gọi $S = S_{C'PP'C}$ và $h = d[A'; (C'PP'C)]$. Suy ra

$$S_{GMP} = S - \frac{S}{4} - \frac{S}{6} - \frac{S}{6} = \frac{5S}{12}.$$

Từ đó, suy ra

$$\frac{5S}{12} \cdot \frac{h}{2} = 15 \Leftrightarrow S \cdot h = 72 \Rightarrow \frac{1}{3} Sh = 24 = \frac{2}{3} \cdot \frac{V}{2} \Rightarrow V = 72.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 246. Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước a (cm) $\times b$ (cm) $\times c$ (cm), trong đó a, b, c là các số nguyên và $1 \leq a \leq b \leq c$. Gọi V (cm³) và S (cm²) lần lượt thể tích và diện tích toàn phần của hình hộp. Biết $V = S$, tìm số các bộ ba số (a, b, c) ?

A. 10.

B. 12.

C. 21.

D. 4.

Lời giải.

Ta có thể tích của khối hộp chữ nhật là $V = abc$.

Diện tích toàn phần của hình hộp là $S = 2(ab + bc + ac)$.

Theo giả thiết $V = S \Leftrightarrow abc = 2(ab + bc + ac) \Leftrightarrow \frac{ab + bc + ac}{abc} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}$ (1).

Do $1 \leq a \leq b \leq c \Rightarrow \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b} \geq \frac{1}{c} \Rightarrow \frac{3}{a} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{3}{c} \Rightarrow \frac{3}{a} \geq \frac{1}{2} \geq \frac{3}{c} \Rightarrow \begin{cases} a \leq 6 \\ c \geq 6. \end{cases}$

Ta có $\frac{1}{a} < \frac{1}{2} \Rightarrow a > 2$. Do đó $a \in \{3; 4; 5; 6\}$.

— Trường hợp $a = 6$. Từ (1) $\Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{3}$.

Do $b \leq c$ nên $\frac{1}{c} \leq \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq \frac{2}{b} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{2}{b} \Rightarrow b \leq 6$. Suy ra $a = 6; b = 6; c = 6$.

— Trường hợp $a = 5$. Từ (1) $\Rightarrow \frac{1}{5} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{3}{10}$.

Do $b \leq c$ nên $\frac{1}{c} \leq \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq \frac{2}{b} \Leftrightarrow \frac{3}{10} \leq \frac{2}{b} \Rightarrow b \leq \frac{20}{3}$.

Với $b = 5 \Rightarrow c = 10$ (Nhận).

Với $b = 4 \Rightarrow c = \frac{15}{2}$ (Loại).

— Trường hợp $a = 4$ Từ (1) $\Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{4}$.

Do $b \leq c$ nên $\frac{1}{4} \leq \frac{2}{b} \Rightarrow b \leq 8$. Suy ra $b \in \{5; 6; 7; 8\}$.

Thay lần lượt các giá trị của b ta có các bộ số $(a; b; c)$ như sau $(4; 5; 20), (4; 6; 12); (4; 8; 8)$.

— Trường hợp $a = 3$, từ (1) $\Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{6}$. Ta lại có $\frac{1}{6} \leq \frac{2}{b} \Rightarrow b \leq 12 \Rightarrow b = \{7; 8; \dots; 12\}$.

Thay lần lượt các số của b , ta có được bộ số $(a; b; c)$ như sau

$(3; 7; 42), (3; 8; 24), (3; 9; 18), (3; 10; 15), (3; 12; 12)$.

Vậy tổng số có 10 bộ $(a; b; c)$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 247. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$, $BC = 2x$ với a là hằng số và x thay đổi thuộc khoảng $\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của hình chóp $S.ABC$.

A. $V_{\max} = \frac{a^3}{6}$.

B. $V_{\max} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

C. $V_{\max} = \frac{a^3}{8}$.

D. $V_{\max} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải.

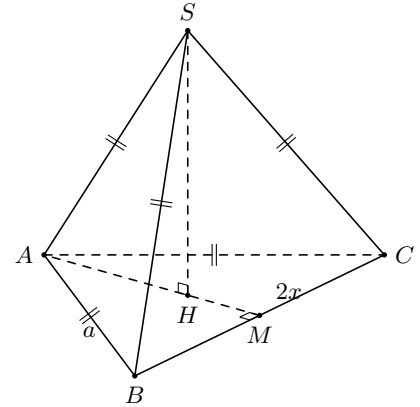
Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) và M là trung điểm của BC .

Vì $SA = SB = SC$ nên $\triangle SHA = \triangle SHB = \triangle SHC$.

Suy ra $HA = HB = HC \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ và $HA = HB = HC = R$.

Vì $\triangle ABC$ cân tại A nên $H \in AM$.

Xét $\triangle ABM \Rightarrow AM^2 = AB^2 - BM^2 = a^2 - x^2$
 $\Rightarrow AM = \sqrt{a^2 - x^2}$.



Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AM = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot \sqrt{a^2 - x^2} = x\sqrt{a^2 - x^2}$.

Xét $\triangle ABM$ vuông tại $M \Rightarrow \sin \widehat{ABM} = \frac{AM}{AB} = \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a}$.

Theo định lý sin trong tam giác ABC

$$\frac{AC}{\sin \widehat{ABM}} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{a^2}{2\sqrt{a^2 - x^2}} \Rightarrow HA = \frac{a^2}{2\sqrt{a^2 - x^2}}.$$

Xét $\triangle SAH$ vuông tại $H \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^4}{4(a^2 - x^2)}} = \frac{a\sqrt{3a^2 - 4x^2}}{2\sqrt{a^2 - x^2}}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot x\sqrt{a^2 - x^2} \cdot \frac{a\sqrt{3a^2 - 4x^2}}{2\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{1}{6}xa\sqrt{3a^2 - 4x^2} = \frac{a}{12} \cdot 2x \cdot \sqrt{3a^2 - 4x^2}.$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM suy ra $2x \cdot \sqrt{3a^2 - 4x^2} \leq \frac{4x^2 + 3a^2 - 4x^2}{2} = \frac{3a^2}{2}$.

Do đó $V \leq \frac{a^3}{8}$. Dấu bằng xảy ra khi $2x = \sqrt{3a^2 - 4x^2} \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{4}$ (thỏa mãn).

Vậy thể tích lớn nhất của hình chóp $S.ABC$ là $V_{\max} = \frac{a^3}{8}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 248. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

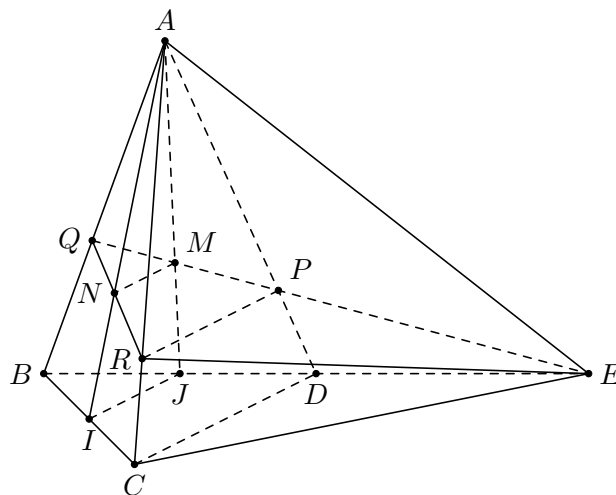
A. $V = \frac{9\sqrt{2}a^3}{320}$.

B. $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{320}$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{96}$.

D. $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{80}$.

Lời giải.



Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC, BD .

Trong (ABD) , gọi P, Q lần lượt là giao điểm của ME với AD, AB .

Trong (ABC) , gọi $R = QN \cap AC$. Khi đó (MNE) cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là PQR .

Ta có M, N là trọng tâm $\triangle ABD, \triangle ABC \Rightarrow \frac{AN}{AI} = \frac{AM}{AJ} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN \parallel IJ$.

Đồng thời $IJ \parallel CD$ nên $MN \parallel CD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (AIJ) \cap (MNE) = MN \\ (ACD) \cap (MNE) = PR \\ IJ \subset (AIJ), MN \subset (AMN), IJ \parallel MN \end{cases} \Rightarrow MN \parallel PR \Rightarrow PR \parallel CD \Rightarrow \frac{AR}{AC} = \frac{AP}{AD}.$$

Trong $\triangle AJE$, theo định lý Ménélaus, ta có

$$\frac{ED}{EJ} \cdot \frac{MJ}{MA} \cdot \frac{PA}{PD} = 1 \Rightarrow \frac{PA}{PD} = 3 \Rightarrow \frac{AR}{AC} = \frac{AP}{AD} = \frac{3}{4}.$$

Trong $\triangle ABD$, theo định lý Ménélaus, ta có

$$\frac{ED}{EB} \cdot \frac{QB}{QA} \cdot \frac{PA}{PD} = 1 \Rightarrow \frac{QB}{QA} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AQ}{AB} = \frac{3}{5}.$$

Ta có tỉ số thể tích

$$\frac{V_{APQR}}{V_{ABCD}} = \frac{AP}{AD} \cdot \frac{AQ}{AB} \cdot \frac{AR}{AC} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{80} \Rightarrow V = \frac{27}{80} \cdot \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{9a^3 \sqrt{2}}{320}.$$

Lưu ý: tứ diện đều $ABCD$ có cạnh $x > 0$ thì có thể tích $V = \frac{x^3 \sqrt{2}}{12}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 249. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng 1 và các góc phẳng tại đỉnh A đều bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'C'$.

A. $\frac{\sqrt{22}}{11}$.

B. $\frac{2}{11}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{11}$.

D. $\frac{3}{11}$.

Lời giải.

Có $A.A'BD$ là khối chóp tứ diện đều có tất cả các cạnh bằng 1

$$\Rightarrow V_{A'.ABD} = V_{A.A'BC} = \frac{\sqrt{2}}{12} = V_{B'.ABC} = V_{B.B'AC}.$$

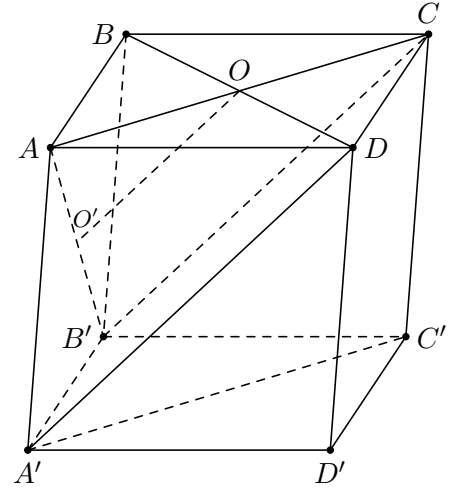
Ta có

$$h = d(AB', A'C') = d(A', (ACB')) = d(B, (ACB')) = \frac{3V_{B.B'AC}}{S_{\triangle B'AC}}.$$

$\triangle AB'C$ có $B'C = A'D = 1$, $AC = AB' = \sqrt{3}$ (do $ABCD$ là hình thoi cạnh 1 có $\widehat{ABD} = 60^\circ$).

$$\text{Do đó } S_{\triangle B'AC} = \frac{\sqrt{11}}{4}.$$

$$\text{Vậy } h = \frac{\sqrt{2}}{4} : \frac{\sqrt{11}}{4} = \frac{\sqrt{22}}{11}.$$



Cách 2: Ta có $h = d(AB', A'C') = d(A', (ACB')) = d(A', (AOO'))$. Gọi $E = OO' \cap BI$, kẻ $HK \perp AE$. Khi đó HK là khoảng cách từ H đến (AOO') .

Do $AA'BD$ là tứ diện đều cạnh bằng 1 nên

$$A'H = \frac{2}{3} \cdot A'O = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

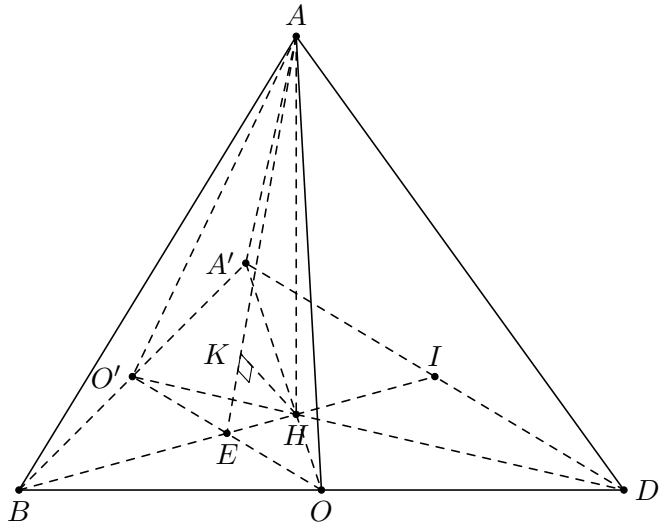
$$AH = \sqrt{AA'^2 - A'H^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

$$HE = BH - BE = \frac{2}{3}BI - \frac{1}{2}BI = \frac{1}{6}BI =$$

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{12}.$$

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{3}{2} + \frac{12^2}{3} = \frac{99}{2}$$

$$\Rightarrow HK = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{11}}.$$



$$\frac{d(A', (AOO'))}{d(H, (AOO'))} = \frac{A'O}{HO} = 3 \Rightarrow d(A', (AOO')) = 3d(H, (AOO')) = 3HK = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{22}}{11}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 250. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V . Gọi M là trung điểm của SB . P là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SP = 2DP$. Mặt phẳng (AMP) cắt cạnh SC tại N . Tính thể tích của khối đa diện $ABCDMNP$ theo V .

$$\text{A. } V_{ABCDMNP} = \frac{23}{30}V.$$

$$\text{B. } V_{ABCDMNP} = \frac{19}{30}V.$$

$$\text{C. } V_{ABCDMNP} = \frac{2}{5}V.$$

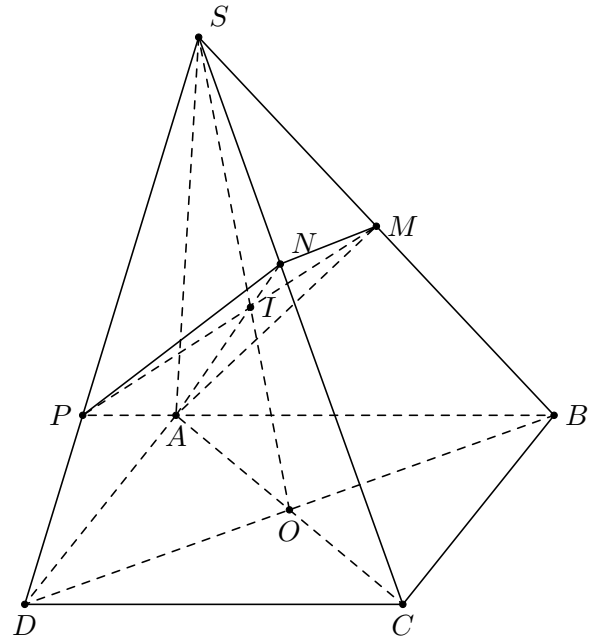
$$\text{D. } V_{ABCDMNP} = \frac{7}{30}V.$$

Lời giải.

Gọi O là tâm hình bình hành.

Gọi $I = MP \cap SO \Rightarrow N = AI \cap SC$. Ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} &= \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SM}{SB} = \frac{S_{SPM}}{S_{SDB}} \\ &= \frac{S_{SPI} + S_{SMI}}{S_{SDB}} = \frac{S_{SPI}}{2S_{SDO}} + \frac{S_{SMI}}{2S_{SBO}} \\ &= \frac{SI}{2SO} \cdot \left(\frac{SP}{SD} + \frac{SM}{SB} \right) \\ &= \frac{7}{12} \cdot \frac{SI}{SO} \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{4}{7}. \end{aligned}$$



Suy ra

$$\begin{aligned} \frac{SN}{SC} &= \frac{S_{SAN}}{S_{SAC}} = \frac{S_{SAI} + S_{SNI}}{S_{SAC}} \\ &= \frac{S_{SAI}}{2S_{SAO}} + \frac{S_{SNI}}{2S_{SAO}} \\ &= \frac{SI}{2SO} + \frac{2}{7} \cdot \frac{SN}{SC} \Rightarrow \frac{SN}{SC} = \frac{2}{5}. \end{aligned}$$

Suy ra

$$\begin{aligned} \frac{V_{S.AMNP}}{V} &= \frac{V_{S.AMP} + V_{S.MNP}}{V} = \frac{V_{S.AMP}}{2V_{S.ABD}} + \frac{V_{S.MNP}}{2V_{S.BCD}} \\ &= \frac{SA \cdot SM \cdot SP}{2SA \cdot SB \cdot SD} + \frac{SM \cdot SN \cdot SP}{2SB \cdot SC \cdot SD} = \frac{7}{30} \\ \Rightarrow V_{ABCDMNP} &= \frac{23}{30}V. \end{aligned}$$

Chọn đáp án A

□

Câu 251. Trong không gian cho đoạn thẳng AB cố định và có độ dài bằng 4. Qua các điểm A và B lần lượt kẻ các tia Ax và By chéo nhau và hợp nhau góc 30° , đồng thời cùng vuông góc với đoạn thẳng AB . Trên các tia Ax và By lần lượt lấy các điểm M , N sao cho $MN = 5$. Đặt $AM = a$, $BN = b$. Biết thể tích khối tứ diện $ABMN$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Tính giá trị biểu thức $S = (a^2 + b^2)^2$.

A. 144.

B. 324.

C. 100.

D. 256.

Lời giải.

Từ đó suy ra $ab = \sqrt{3}$.

$$MP^2 = AP^2 + AM^2 - 2 \cdot AM \cdot AP \cdot \cos 30^\circ = a^2 + b^2 - ab\sqrt{3} = a^2 + b^2 - 3.$$

Chọn đáp án **A**

A. $\frac{2\sqrt{3}}{27}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Khi đó $AM^2 = 1 - \frac{y^2}{4}$, $MK^2 = AM^2 - \frac{x^2}{4} = 1 - \frac{x^2 + y^2}{4}$.

$$SH = \frac{MK \cdot SA}{AM}.$$

A diagram of a tetrahedron with apex S and base triangle ABC . The base is shown in perspective. Point H is the orthocenter of the base triangle ABC , indicated by dashed lines $AH \perp BC$ and $CH \perp AB$. A dashed line SH connects the apex S to H . Point M is the midpoint of edge BC , and a solid line SM connects S to M . Point K is the midpoint of edge SA , and a solid line BK connects vertex B to K . A dashed line CK connects vertex C to K . A right-angle symbol is shown at K for the intersection of BK and CK .

$$\begin{aligned} V_{S,ABC} &= \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SH \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AM \cdot BC \cdot \frac{MK \cdot SA}{AM} \\ &= \frac{1}{6} SA \cdot BC \cdot MK \\ &= \frac{1}{12} x \cdot y \cdot \sqrt{4 - (x^2 + y^2)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{S,ABC} &= \frac{1}{12} x \cdot y \cdot \sqrt{4 - (x^2 + y^2)} \\ &\leq \frac{1}{12} \sqrt{\frac{[x^2 + y^2 + (4 - (x^2 + y^2))]^3}{27}} = \frac{2\sqrt{3}}{27}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

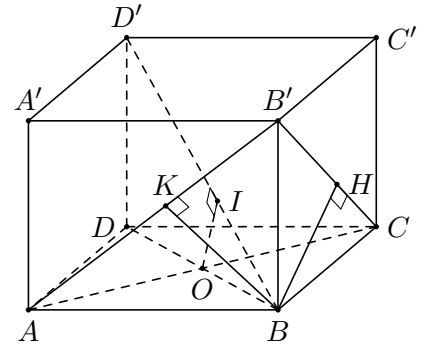
Câu 253. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khoảng cách giữa AB và $B'C$ là $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$, khoảng cách giữa BC và AB' là $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$, khoảng cách giữa AC và BD' là $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $2a^3$.B. $5a^3$.C. $3a^3$.D. $4a^3$.**Lời giải.**

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên $B'C$ và AB' .

Do $\begin{cases} AB \perp BC \\ AB \perp BB' \end{cases}$ nên $AB \perp (BCC'B') \Rightarrow AB \perp BH \Rightarrow BH$ là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau AB và $B'C \Rightarrow BH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Tương tự, ta có: $BK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.



Giả sử: $AB = x; BC = y; BB' = z$, ta có: $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} (*)$; $\frac{1}{BK^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{z^2} (**)$, mà $BH = BK \Rightarrow x = y \Rightarrow$ tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Dựng $OI \perp BD'$ tại I .

Do $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp BB' \end{cases}$ nên $AC \perp (BDD'B') \Rightarrow AC \perp OI \Rightarrow OI$ là đoạn vuông góc chung của hai đường

thẳng chéo nhau AC và $BD' \Rightarrow OI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có $\triangle IOB \sim \triangle DD'B$ ($g - g$) nên

$$\frac{OI}{DD'} = \frac{OB}{D'B} \Leftrightarrow OI \cdot D'B = OB \cdot DD' \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{2x^2 + z^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot z \Leftrightarrow z = 2x.$$

Thay $z = 2x$ vào $(**)$ ta được: $x = a \Rightarrow y = a; z = 2a$.

Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là: $V = xyz = 2a^3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 254. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi K là trung điểm SC . Mặt phẳng AK cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại M và N . Gọi V_1, V theo thứ tự là thể tích khối chóp $S.AMKN$ và khối chóp $S.ABCD$. Giá trị nhỏ nhất của tỷ số $\frac{V_1}{V}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.B. $\frac{2}{3}$.C. $\frac{1}{3}$.D. $\frac{3}{8}$.**Lời giải.**

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên

$$V_{S.ABC} = V_{S.ADC} = V_{S.ABD} = V_{S.BCD} = \frac{V}{2},$$

với $V = V_{S.ABCD}$.

Đặt $\frac{SM}{SB} = x$ và $\frac{SN}{SD} = y$.

Ta có $\frac{V_{S.AMK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SK}{SC} = \frac{x}{2} \Rightarrow V_{S.AMK} = \frac{xV}{4}$.

Tương tự $V_{S.ANK} = \frac{yV}{4}$; $V_{S.AMN} = \frac{xyV}{2}$

và $V_{S.KMN} = \frac{xyV}{4}$.

Suy ra
$$\begin{cases} V_1 = V_{S.AMK} + V_{S.ANK} = \frac{x+y}{4} \cdot V \\ V_1 = V_{S.AMN} + V_{S.KMN} = \frac{3xy}{4} \cdot V. \end{cases}$$

Suy ra $x + y = 3xy$.

Theo bất đẳng thức Cô-si ta có $x + y \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow 3xy \geq 2\sqrt{xy}$

Do $\sqrt{xy} > 0$ nên $\sqrt{xy} \geq \frac{2}{3} \Rightarrow xy \geq \frac{4}{9}$.

Do đó $\frac{V_1}{V} = \frac{3xy}{4} \geq \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 255. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{DAB} = \widehat{CBD} = 90^\circ$; $AB = a$; $AC = a\sqrt{5}$; $\widehat{ABC} = 135^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (ABD) , (BCD) bằng 30° . Thể tích của tứ diện $ABCD$ là

A. $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$.

B. $\frac{a^3}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$.

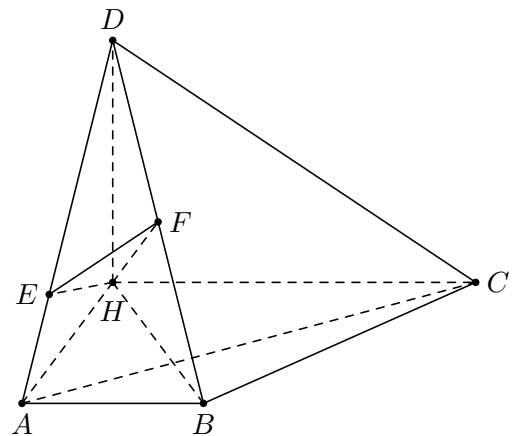
D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải.

— Dựng $DH \perp (ABC)$.

— Ta có $\begin{cases} BA \perp DA \\ BA \perp DH \end{cases} \Rightarrow BA \perp AH,$

$\begin{cases} BC \perp DB \\ BC \perp DH \end{cases} \Rightarrow BC \perp BH.$



— Tam giác AHB có $AB = a$, $\widehat{ABH} = 45^\circ \Rightarrow \triangle HAB$ vuông cân tại A. Suy ra $AH = AB = a$.

— Ta có $AC^2 = BA^2 + BC^2 - 2BA \cdot BC \cos \widehat{ABC}$. Suy ra

$$5a^2 = a^2 + BC^2 - 2a \cdot BC \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \Leftrightarrow BC^2 + a\sqrt{2} \cdot BC - 4a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} BC = a\sqrt{2} \\ BC = -2\sqrt{2}a. \text{ (loại)} \end{cases}$$

— $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot \sin \widehat{CBA} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2}{2}$.

— Dựng $\begin{cases} HE \perp DA \\ HF \perp DB \end{cases} \Rightarrow HE \perp (DAB) \text{ và } HF \perp (DBC).$

Suy ra $((DBA), (DBC)) = (HE, HF) = \widehat{EHF}$ (vì tam giác HEF vuông tại E).

— Đặt $DH = x$, khi đó $HE = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}}$, $HF = \frac{xa\sqrt{2}}{\sqrt{2a^2 + x^2}}$.

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{EHF} = \frac{HE}{HF} = \frac{\sqrt{x^2 + 2a^2}}{\sqrt{2x^2 + 2a^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{x^2 + 2a^2}}{\sqrt{2x^2 + 2a^2}} \Leftrightarrow 6x^2 + 6a^2 = 4x^2 + 8a^2 \Leftrightarrow x^2 = a^2 \Rightarrow x = a.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot DH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3}{6}.$$

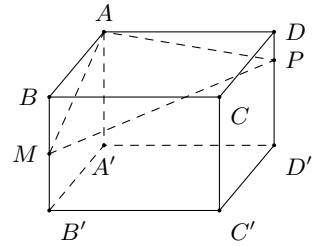
Chọn đáp án **D**

□

Câu 256.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$, gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP = \frac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N . Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng

A. $V = \frac{9a^3}{4}$. B. $V = \frac{11a^3}{3}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = 3a^3$.



Lời giải.

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là

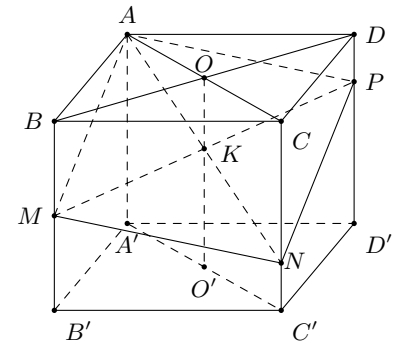
$$V = (2a)^3 = 8a^3.$$

Gọi O, O' là tâm hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

Gọi $K = OO' \cap MP$, khi đó $N = AK \cap CC'$.

$$\text{Ta có } OK = \frac{1}{2}(DP + BM) = \frac{1}{2}\left(a + \frac{a}{2}\right) = \frac{3a}{4}.$$

$$\text{Do đó } CN = 2OK = \frac{3a}{2}.$$



$$\text{Diện tích hình thang } BMNC \text{ là } S_{BMNC} = \frac{1}{2}(BM + CN) \cdot BC = \frac{1}{2}\left(a + \frac{3a}{2}\right) \cdot 2a = \frac{5a^2}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } A.BMNC \text{ là } V_{A.BMNC} = \frac{1}{3}S_{BMNC} \cdot AB = \frac{1}{3} \cdot \frac{5a^2}{2} \cdot 2a = \frac{5a^3}{3}.$$

$$\text{Diện tích hình thang } DPNC \text{ là } S_{DPNC} = \frac{1}{2}(DP + CN) \cdot CD = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{2} + \frac{3a}{2}\right) \cdot 2a = 2a^2.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } A.DPNC \text{ là } V_{A.DPNC} = \frac{1}{3}S_{DPNC} \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot 2a = \frac{4a^3}{3}.$$

$$\text{Thể tích khối đa diện } AMNPBCD \text{ bằng } V = V_{A.BMNC} + V_{A.DPNC} = \frac{5a^3}{3} + \frac{4a^3}{3} = 3a^3.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 257. Cho khối trụ ta giác đều $ABC.A'B'C'$. Các mặt phẳng (ABC') và $(A'B'C)$ chia khối lăng trụ thành 4 khối đa diện. Kí hiệu H_1, H_2 lần lượt là khối có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất trong bốn khối trên. Giá trị của $\frac{V_{(H_1)}}{V_{(H_2)}}$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

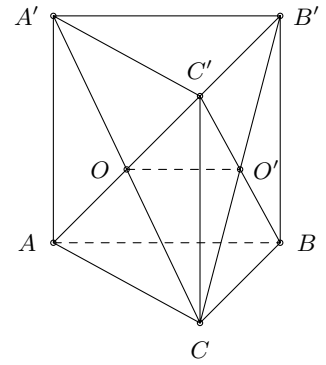
Đặt $V = V_{ABC.A'B'C'}$.

Ta có

$$V_{C'.OO'C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} V_{C'.ABC} = \frac{V}{12} \Rightarrow V_{C'.A'B'O'O} = V_{C.ABO'O} = \frac{1}{3}V - \frac{1}{12}V = \frac{1}{4}V.$$

$$\text{Ta có } V_{OO'BB'A'A} = V_{C.ABB'A'} - V_{C.ABO'O} = \frac{2V}{3} - \frac{V}{4} = \frac{5V}{12}.$$

$$\text{Suy ra } V_{(H_1)} = \frac{5}{12}V, V_{(H_2)} = \frac{1}{12}V \Leftrightarrow \frac{V_{(H_1)}}{V_{(H_2)}} = 5.$$



Chọn đáp án **C**

□

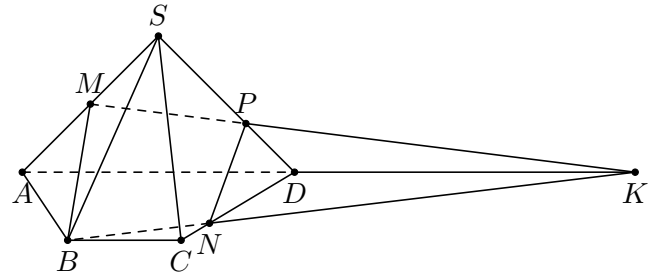
Câu 258. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1, đáy $ABCD$ là hình thang với cạnh đáy lớn là AD và $AD = 3BC$. Gọi M là trung điểm cạnh SA , N là điểm thuộc cạnh CD sao cho $ND = 3NC$. Mặt phẳng (BMN) cắt cạnh SD tại P . Thể tích khối chóp $A.MBNP$ bằng

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{5}{16}$. D. $\frac{9}{32}$.

Lời giải.

— Kéo dài BN cắt AD tại K và MK cắt SD tại P .

— Có $BC \parallel DK \Rightarrow \frac{DK}{BC} = \frac{ND}{NC} = 3$.
Suy ra $DK = 3BC = AD$.



— Ta có MD là đường trung bình của $\triangle ASK$ nên $MD \parallel SK$.

$$\text{Suy ra } \frac{DP}{PS} = \frac{MD}{SK} = \frac{1}{2} \Rightarrow SP = 2DP.$$

— Vì M là trung điểm của AS và $M \in (MPNB)$ nên $V_{A.MPNB} = V_{S.MPNB} = V_{S.MBP} + V_{S.BNP}$.

$$\frac{V_{S.MBP}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} = \frac{1}{3}.$$

— Gọi h là chiều cao của hình thang $ABCD$, $S_{ABD} = \frac{1}{2}h \cdot AD$;

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}h \cdot (AD + BC) \text{ mà } AD = 3BC \Rightarrow S_{ABD} = \frac{3}{4}S_{ABCD} \Rightarrow \frac{V_{S.ABD}}{V_{S.ABCD}} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{S.MBP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{4}.$$

$$\frac{V_{S.BNP}}{V_{S.BND}} = \frac{SP}{SD} = \frac{2}{3}; \frac{V_{S.BND}}{V_{S.BCD}} = \frac{DN}{DC} = \frac{3}{4}; \frac{V_{S.BCD}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{4} \left(\text{vì } \frac{V_{S.ABD}}{V_{S.ABCD}} = \frac{3}{4} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{V_{S.BNP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{— Vậy } \frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} \Rightarrow V_{S.BMPN} = \frac{3}{8}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 259. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V , trên các cạnh AA' , BB' , CC' lần lượt lấy các điểm M , N , P sao cho $AM = \frac{1}{2}AA'$, $BN = \frac{2}{3}BB'$, $CP = \frac{1}{6}CC'$. Thể tích khối đa diện $ABCMNP$ bằng

- A. $\frac{2V}{5}$. B. $\frac{4V}{9}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{5V}{9}$.

Lời giải.

$$V_{B'ACB} = \frac{BN}{BB'} \cdot \frac{1}{3} \cdot V_{ABC.A'B'C'}.$$

$$\frac{V_{NACPM}}{V_{B',ACC'A'}} = \frac{S_{ACPM}}{S_{ACC'A'}} = \frac{\frac{1}{2}(CP + AM)}{AA'} = \frac{1}{2} \left(\frac{CP}{CC'} + \frac{AM}{AA'} \right).$$

$$V_{\text{ay}} V_{NACPM} = \frac{1}{2} \left(\frac{CP}{CC' + \frac{AM}{AA'}} \right) \cdot \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'}.$$

$$\text{Do đó } V_{ABCMNP} = \frac{1}{3} \left(\frac{AM}{AA'} + \frac{CP}{CC'} + \frac{BN}{BB'} \right) V_{ABC.A'B'C'}.$$

Vậy $V_{ABCMNP} = \frac{4V}{9}$.

7

A. $2\sqrt{3}a^3$.

B. $2a^3$.

C. $3\sqrt{3}a^3$.

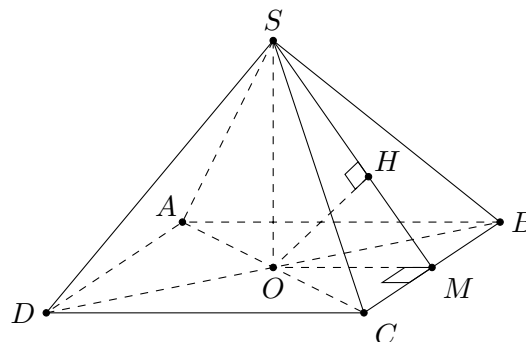
D. $4\sqrt{3}a^3$.

Gọi O, M lần lượt là trung điểm của AC và BC , gọi H là hình chiếu của O lên SM . Vì $AC = 2OC$ nên

$$d(A, (SBD)) = 2d(O, (SBC)) = 2OH.$$

$$\text{Mà } d(A, (SBC)) = 2a \Rightarrow 2OH = 2a \Rightarrow OH = a.$$

Đặt $OM = x$ ($x > a$). Khi đó



$$AB = 2x, \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{x^2} \Rightarrow OS = \sqrt{\frac{a^2 x^2}{x^2 - a^2}} = \frac{ax}{\sqrt{x^2 - a^2}}.$$

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{4x^2}{3} \cdot \frac{ax}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{4a}{3} \cdot \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - a^2}}.$$

Đặt $f(x) = \frac{4a}{3} \cdot \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - a^2}}$. Ta có

$$f'(x) = \frac{4a}{3} \cdot \frac{3x^2\sqrt{x^2 - a^2} - x^3 \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}}}{x^2 - a^2} = \frac{4a}{3} \cdot \frac{x^2(2x^2 - 3a^2)}{(x^2 - a^2)\sqrt{x^2 - a^2}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

x	a	$\frac{a\sqrt{6}}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\swarrow \quad \searrow$ $2\sqrt{3}a^3$		

Vậy khối chóp có thể tích nhỏ nhất bằng $2\sqrt{3}a^3$.

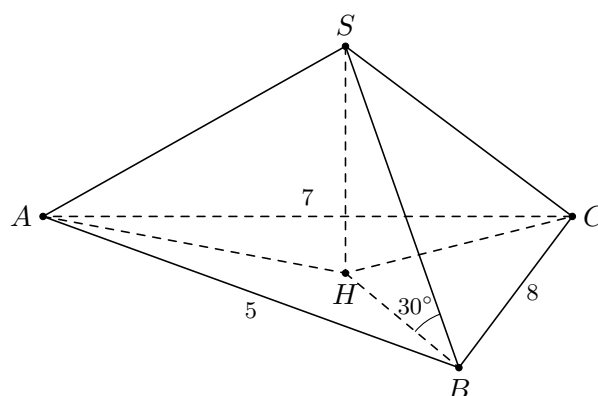
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 261.

Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh bên SA, SB, SC tạo với đáy các góc bằng nhau và đều bằng 30° , biết $AB = 5, BC = 8, AC = 7$. Khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $d = \frac{35\sqrt{39}}{13}$. B. $d = \frac{35\sqrt{39}}{52}$.
 C. $d = \frac{35\sqrt{13}}{52}$. D. $d = \frac{35\sqrt{13}}{26}$.



Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên $(ABC) \Rightarrow \triangle SHA = \triangle SHB = \triangle SHC$
 $\Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

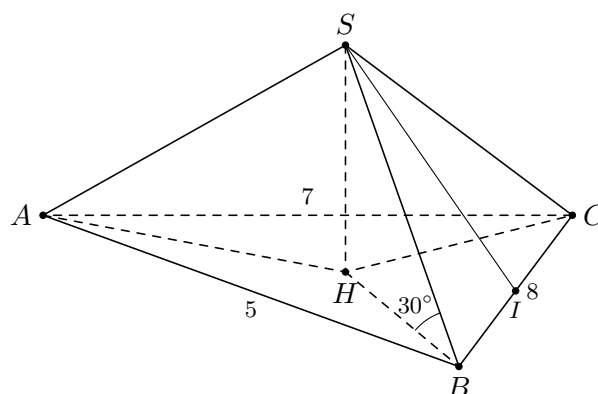
Nửa chu vi tam giác ABC là

$$p = \frac{AB + BC + CA}{2} = 10$$

$$\Rightarrow p - AB = 5, p - AC = 3, p - BC = 2.$$

Diện tích $\triangle ABC$ là

$$S_{ABC} = \sqrt{10 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2} = 10\sqrt{3}.$$



$$\text{Bán kính đường tròn ngoại tiếp là } BH = R = \frac{abc}{4S} = \frac{5 \cdot 7 \cdot 8}{4 \cdot 10\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Xét } \triangle SHB \Rightarrow SH = BH \cdot \tan 30^\circ = \frac{7}{3}; SC = SB = \frac{SH}{\sin 30^\circ} = \frac{14}{3}.$$

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm } BC \Rightarrow SI = \sqrt{SB^2 - BI^2} = \frac{2\sqrt{13}}{3}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } SBC \text{ là } S_{SBC} = \frac{1}{2} SI \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{13}}{3} \cdot 8 = \frac{8\sqrt{13}}{3}.$$

Ta có

$$3V_{S.ABC} = SH \cdot S_{ABC} = d(A, (SBC)) \cdot S_{SBC}$$

$$\Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{SH \cdot S_{ABC}}{S_{SBC}} = \frac{\frac{7}{3} \cdot 10\sqrt{3}}{\frac{8\sqrt{13}}{3}} = \frac{35\sqrt{39}}{52}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 262. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Gọi V_1 là thể tích phần không gian chung giới hạn của hai hình tứ diện $ACB'D'$ và $A'C'BD$, V_2 là phần không gian bên trong hình lập phương đã cho mà không bị chiếm chỗ bởi hai khối tứ diện nêu trên. Tính tỷ số $\frac{V_2}{V_1}$.

- A. 3. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{3}{\sqrt{2}}$. D. 2.

Lời giải.

Gọi V là thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D' \Rightarrow V = 1$.

Phần không gian chung giới hạn của hai hình tứ diện $ACB'D'$ và $A'C'BD$ là hình bát diện đều $MNPQEF$ cạnh

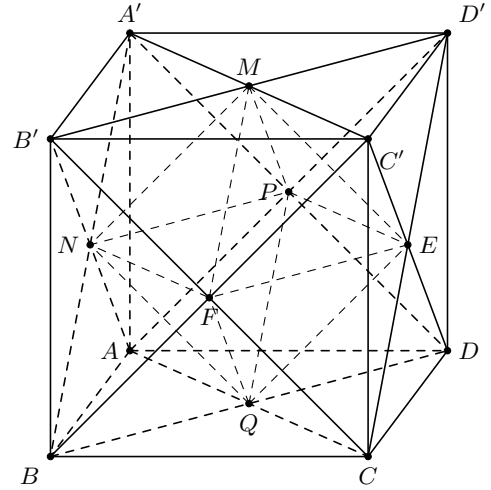
$$\text{bằng } \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ nên } V_1 = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 \sqrt{2}}{3} = \frac{1}{6}.$$

$$V_2 = V - (V_{ACB'D'} + V_{A'C'BD} - V_1).$$

$$\text{Mà } V_{ACB'D'} = V_{A'C'BD} = \frac{V}{3} = \frac{1}{3} \text{ nên}$$

$$V_2 = V - (V_{ACB'D'} + V_{A'C'BD} - V_1) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3.$$



Chọn đáp án **A** □

Câu 263. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(ABCD)$ là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$, khoảng cách giữa SA và BC là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. Biết hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ nằm trong tam giác ABC . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

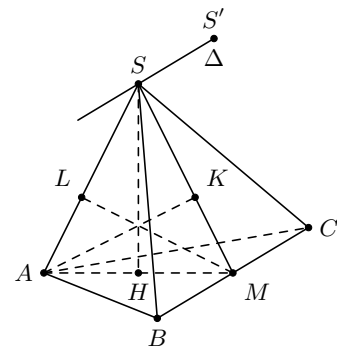
Lời giải.

Ta chỉ cần xét hình chóp $S.ABC$.

Gọi Δ là đường thẳng qua S , song song với BC . Trên Δ lấy điểm S' bất kì. Gọi (P) là mặt phẳng sinh bởi A và Δ . Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) , M là trung điểm BC . Để ý rằng

$$d(A, (S'BC)) = d(A, (SBC)),$$

$$d(BC, SA) = d(BC, (P)) = d(BC, S'A).$$



Nhờ nhận xét trên, ta có thể giả sử S là điểm có hình chiếu $H \in AM$ (khi đó H là giao của hình chiếu của Δ trên mặt phẳng (ABC) với AM). Gọi K, L là hình chiếu của A, M trên SM, SA . Khi đó

$$AK = d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{15}}{5}, \quad AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \widehat{SMA} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \tan \widehat{SMA} = 2;$$

Lại có $ML = d(BC, SA) = AK$ nên tam giác SAM cân tại S , suy ra H là trung điểm AM , do đó

$$HM = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow SH = HM \cdot \tan \widehat{SMA} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{8}$ suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{4}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 264. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$, điểm M nằm trên cạnh CC' thỏa mãn $CC' = 3CM$. Mặt phẳng $(AB'M)$ chia khối hộp thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh A' , V_2 là thể tích khối đa diện chứa B . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{41}{13}$.

B. $\frac{27}{7}$.

C. $\frac{27}{13}$.

D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải.

Gọi N là điểm thuộc cạnh CD thỏa mãn $CD = 3CN$.

Do $MN \parallel AB' \Rightarrow AB'MN$ chính là thiết diện của hình hộp cắt bởi $(AB'M)$.

Đặt $S = S_{A'B'BA}$, $h = d(C, (A'B'BA))$, $V = V_{ABCD.A'B'C'D'}$.

Ta có $S_{\triangle CMN} = \frac{1}{18}S$, $S_{\triangle BAB'} = \frac{1}{2}S$.

Ta có

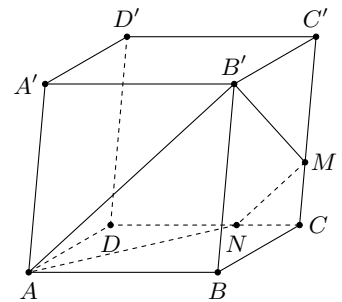
$$\begin{aligned} V_2 = V_{CMN.BB'A} &= \frac{1}{3}h \left(S_{\triangle CMN} + \sqrt{S_{\triangle CMN} \cdot S_{\triangle BB'A}} + S_{\triangle BB'A} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \right) Sh \\ &= \frac{13}{54}V \end{aligned}$$

Suy ra $V_1 = V - V_2 = \frac{41}{54}V$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{41}{54} : \frac{13}{54} = \frac{41}{13}$.

Chọn đáp án **A**

□



Câu 265. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh a , SA vuông góc đáy $(ABCD)$, góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Tính thể tích khối đa diện $ABCDNM$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

D. $V = \frac{5\sqrt{6}a^3}{48}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

Do đó góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SOA} = 60^\circ$.

$$\text{Do đó } SA = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Ta có } V_{ABCDNM} = V_{S.ABCD} - V_{S.AMND} \quad (1).$$

$$\text{Lại có } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Áp dụng công thức tỉ số thể tích, ta có

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{4} \text{ và } \frac{V_{S.AND}}{V_{S.ACD}} = \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}.$$

Do đó

$$V_{S.ADMN} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{8} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}.$$

$$\text{Từ (1) suy ra } V_{ABCDNM} = \frac{5\sqrt{6}a^3}{48}.$$

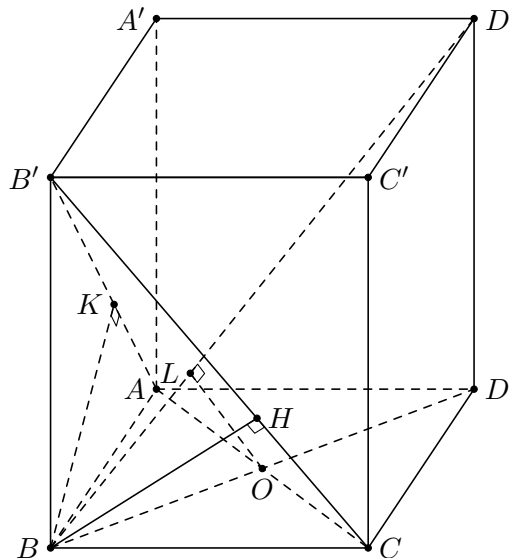
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 266. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khoảng cách giữa AB và $B'C$ là $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$, giữa BC và AB' là $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$, giữa AC và BD' là $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối hộp đó là

A. $8a^3$. B. $4a^3$. C. $2a^3$. D. a^3 .

Lời giải.



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên AB' và $B'C$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BK \perp AB' \\ BK \perp BC \text{ (do } BC \perp (ABB') \supset BK) \end{cases} \Rightarrow d(AB', BC) = BK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Tương tự ta có $d(AB, B'C) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$ nên $AB = BC$. Vậy tứ giác $ABCD$ là hình vuông. Suy ra $AC \perp BD$, mà $AC \perp AA'$ nên $AC \perp (BB'D'D)$.

$$\text{Gọi } L \text{ là hình chiếu vuông góc của } O \text{ lên } BD', \text{ suy ra } d(AC, BD') = OL = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Đặt $AB = BC = x$, $BB' = y$. Ta có $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{5}{4a^2}$. (*)

Mặt khác, do $\triangle BOL \sim \triangle BD'D$ (g - g) nên

$$\begin{aligned}\frac{OL}{DD'} &= \frac{BO}{BD'} \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{3}}{3y} = \frac{x\sqrt{2}}{2\sqrt{2x^2 + y^2}} \\ &\Leftrightarrow \frac{3a^2}{9y^2} = \frac{2x^2}{8x^2 + 4y^2} \\ &\Leftrightarrow 2a^2(8x^2 + 4y^2) = 18x^2y^2 \\ &\Leftrightarrow y^2 = \frac{24a^2x^2}{18x^2 - 12a^2}.\end{aligned}$$

Thay vào (*) ta được

$$\frac{1}{x^2} + \frac{18x^2 - 12a^2}{24a^2x^2} = \frac{5}{4a^2} \Leftrightarrow \frac{12a^2 + 18x^2}{24a^2x^2} = \frac{5}{4a^2} \Leftrightarrow x = a \Rightarrow y = 2a.$$

Vậy, $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB \cdot BC \cdot BB' = 2a^3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 267. Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC vuông tại A , $AD = a$, $AC = b$, $AB = c$. Gọi S là diện tích tam giác DBC . Bất đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $2S \leq \sqrt{abc(a+b+c)}$.

B. $S \geq \sqrt{abc(a+b+c)}$.

C. $2S \geq \sqrt{abc(a+b+c)}$.

D. $S \leq \sqrt{abc(a+b+c)}$.

Lời giải.

Gọi V là thể tích tứ diện, ta có $V = \frac{1}{6}abc$.

Gọi h là chiều cao tứ diện kẻ từ A , ta có $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

Khi đó

$$\begin{aligned}S^2 &= \frac{9V^2}{h^2} = \frac{1}{4}a^2b^2c^2 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \\ &= \frac{1}{4}(b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2) \\ &= \frac{1}{8}(b^2c^2 + a^2c^2 + b^2c^2 + a^2b^2 + a^2c^2 + a^2b^2) \\ &\geq \frac{1}{4}(abc^2 + acb^2 + bca^2) = \frac{1}{4}abc(a+b+c).\end{aligned}$$

Vậy $2S \geq \sqrt{abc(a+b+c)}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 268. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của $A'B'$, AC và P là điểm thuộc cạnh CC' sao cho $CP = 2C'P$. Tính thể tích khối tứ diện $BMNP$ theo V .

A. $\frac{2V}{9}$.

B. $\frac{V}{3}$.

C. $\frac{5V}{24}$.

D. $\frac{4V}{9}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB và G là trọng tâm $\triangle ABC$.

Trong $(MICP)$, gọi $MP \cap IC = E$.

Vì $CP \parallel IM$ nên $\frac{EC}{EI} = \frac{CP}{IM} = \frac{2}{3}$.

Xét $\triangle ABC$, $CG = \frac{2}{3}CI$

$\Rightarrow CE = 2CI = 3CG$.

Theo công thức tỉ số thể tích

$$\frac{V_{M.BNP}}{V_{M.BNE}} = \frac{MP}{ME} = \frac{IC}{IE} = \frac{1}{3}. \quad (1)$$

Ta có $\frac{S_{\triangle EBN}}{S_{\triangle CBN}} = \frac{d(E, BN)}{d(C, BN)} = \frac{GE}{GC} = 4$.

Vì N là trung điểm của AC nên $S_{\triangle CBN} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} \Rightarrow S_{\triangle EBN} = 4S_{\triangle CBN} = 2S_{\triangle ABC}$.

Mặt khác $A'M \parallel (ABC) \Rightarrow d(A'; (ABC)) = d(M; (ABC)) = d(M; (BNE))$.

Ta có $\frac{V_{M.BNE}}{V} = \frac{\frac{1}{3} \cdot S_{\triangle BNE} \cdot d(M; (BNE))}{S_{\triangle ABC} \cdot d(A'; (ABC))} = \frac{2}{3}. \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow V_{M.BNP} = \frac{2V}{9}$.

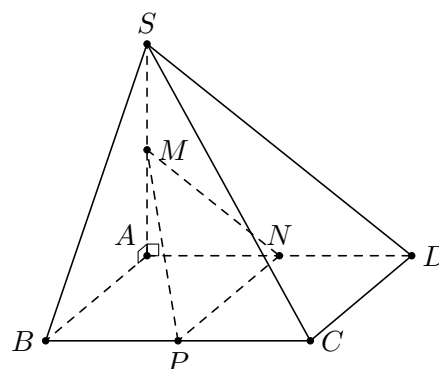
Chọn đáp án **A**

□

Câu 269.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, $AB = 3$, $AD = 4$, $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Cạnh bên $SA = 2\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, AD và BC (tham khảo hình vẽ bên). Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (MNP) .

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .



Lời giải.

Ta có $(MNP) \parallel (SCD)$ nên số đo góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và (SBC) bằng số đo góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và (SBC) . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và (SBC) .

Trong tứ diện $SBCE$ ta có công thức tính thể tích sau: $V_{SBCE} = \frac{2S_{\triangle SBC} \cdot S_{\triangle SCD} \sin \varphi}{3SC} \quad (1)$.

Ta lại có $V_{S.BCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle BCD} = \frac{1}{3}SA \cdot \frac{1}{2}BC \cdot CD \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6$.

Trong tam giác ABC theo định lý cosin $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 60^\circ = 13$.

Từ đó $SC^2 = SA^2 + AC^2 = 25$, $SB^2 = SA^2 + AB^2 = 21$, $SD^2 = SA^2 + AD^2 = 28$.

Lại theo định lý cosin trong tam giác SBC ta có

$$\cos \widehat{SCB} = \frac{BC^2 + SC^2 - SB^2}{2BC \cdot SC} = \frac{25 + 16 - 21}{2 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $\sin \widehat{SCB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ nên $S_{\triangle SBC} = \frac{1}{2}BC \cdot SC \cdot \sin \widehat{SCB} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$.

Tương tự $S_{\triangle SCD} = 3\sqrt{6}$.

Từ (1) ta được $\sin \varphi = \frac{3V_{SBCD} \cdot SC}{2S_{\triangle SBC} \cdot S_{\triangle SCD}} = \frac{3 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 5\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ do đó $\varphi = 45^\circ$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 270. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', BC, CC'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối lăng trụ thành hai phần, phần chứa điểm B có thể tích là V_1 . Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{49}{144}$.

B. $\frac{95}{144}$.

C. $\frac{73}{144}$.

D. $\frac{49}{95}$.

Lời giải.

Gọi D, F lần lượt là giao điểm của NP với $B'C', BB'$.

Gọi E là giao điểm của MD và $A'C'$; G là giao điểm của MF và AB .

Ta có $MGNPE$ là thiết diện của (MNP) với hình lăng trụ đã cho.

Ta có $DC' = NC = \frac{BC}{2} \Rightarrow \frac{DC'}{DB'} = \frac{1}{3}$.

Áp dụng định lí Menelaus cho 3 điểm thẳng hàng D, E, M và $\triangle A'B'C'$ ta có

$$\frac{EC'}{EA'} \cdot \frac{MA'}{MB'} \cdot \frac{DB'}{DC'} = 1 \Rightarrow \frac{EC'}{EA'} = \frac{1}{3}.$$

Áp dụng định lí Menelaus cho 3 điểm thẳng hàng A', E, C' và $\triangle DMB'$ ta có

$$\frac{EM}{ED} \cdot \frac{C'D}{C'B'} \cdot \frac{A'B'}{A'M} = 1 \Rightarrow EM = ED.$$

Ta có $\frac{BG}{BA} = \frac{BG}{B'M} \cdot \frac{B'M}{BA} = \frac{BN}{B'D} \cdot \frac{B'M}{BA} = \frac{1}{6}$.

Gọi h là độ dài đường cao của hình lăng trụ, S là diện tích đáy của hình lăng trụ.

Khi đó,

$$\frac{d(F, (ABC))}{d(F, (A'B'C'))} = \frac{FB}{FB'} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{d(F, (ABC))}{d(F, (A'B'C')) - d(F, (ABC))} = \frac{1}{3-1} \Leftrightarrow \frac{d(F, (ABC))}{h} = \frac{1}{2}.$$

Ta có

$$— S_{BGN} = \frac{BG}{BA} \cdot \frac{BN}{BC} \cdot S = \frac{1}{12}S \Rightarrow V_{F.BGN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}h \cdot \frac{1}{12}S = \frac{1}{72}hS.$$

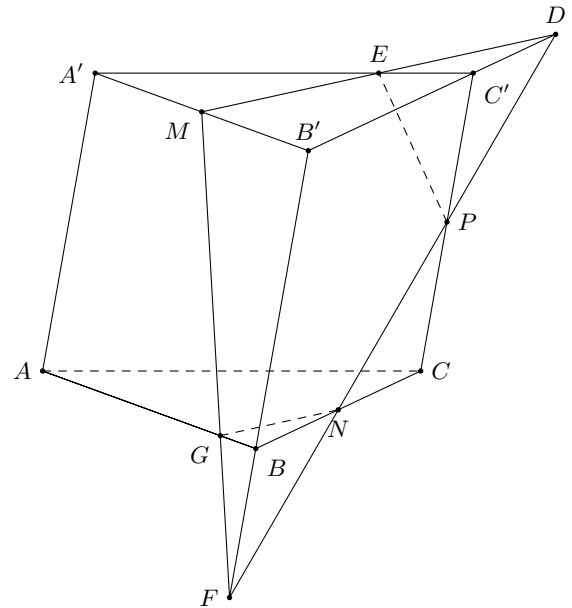
$$— S_{EC'D} = \frac{EC'}{EA'} \cdot \frac{ED}{EM} \cdot S_{A'ME} = \frac{1}{3}S_{A'ME} = \frac{1}{3} \cdot \frac{A'M}{A'B} \cdot \frac{A'E}{A'C'} \cdot S = \frac{1}{8}S$$

$$\Rightarrow V_{P.EC'D} = \frac{1}{3} \cdot d(P, (A'B'C')) \cdot S_{EC'D} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}h \cdot \frac{1}{8}S = \frac{1}{48}hS.$$

Mặt khác, $\frac{V_{F.BGN}}{V_{F.B'MD}} = \frac{FG}{FM} \cdot \frac{FB}{FB'} \cdot \frac{FN}{FD} = \frac{1}{27} \Rightarrow V_{F.B'MD} = 27 \cdot V_{F.BGN} = \frac{3}{8}hS.$

Vậy $V_1 = V_{F.B'MD} - V_{F.BGN} - V_{P.C'ED} = \frac{3}{8}hS - \frac{1}{72}hS - \frac{1}{48}hS = \frac{49}{144}hS \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{\frac{49}{144}hS}{hS} = \frac{49}{144}.$

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 271. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a . Góc $\widehat{DAB} = 120^\circ$, hình chiếu của S lên mặt đáy là trung điểm của OB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và SD . Tìm thể tích khối chóp biết rằng cô-sin góc tạo bởi SM và CN là $\frac{4+4\sqrt{3}}{9}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

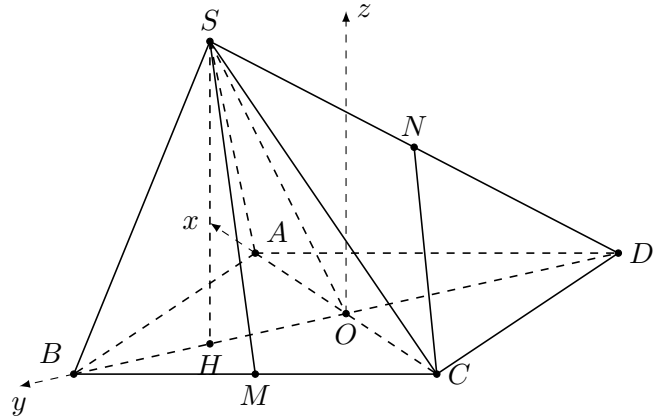
Lời giải.

Tứ giác $ABCD$ là hình thoi có góc $\widehat{BAD} = 120^\circ$
 $\Rightarrow \widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ là tam giác đều.

Suy ra $AC = a$ và $OB = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BD = a\sqrt{3}$.

Do đó $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, sao cho Ox trùng với tia OA , Oy trùng với tia OB và Oz vuông góc với mặt đáy (cùng chiều với OS). Khi đó, ta có tọa độ các điểm như sau



$$C\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right), B\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right), D\left(0; -\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right).$$

Gọi h là chiều cao của hình chóp, ta có $S\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{4}; h\right)$. Khi đó $M\left(-\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; 0\right)$ và $N\left(0; -\frac{a\sqrt{3}}{8}; \frac{h}{2}\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{SM} = \left(-\frac{a}{4}; 0; -h\right)$ và $\overrightarrow{CN} = \left(\frac{a}{2}; -\frac{a\sqrt{3}}{8}; \frac{h}{2}\right)$.

$$\text{Từ giả thiết ta có } \frac{4 + 4\sqrt{3}}{9} = \frac{\left|-\frac{a^2}{8} - \frac{a^2\sqrt{3}}{8} - \frac{h^2}{2}\right|}{\sqrt{\frac{a^2}{16} + h^2} \cdot \sqrt{\frac{19a^2}{64} + \frac{h^2}{4}}} \Leftrightarrow h = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot h = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 272. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy là hình thoi cạnh $2a$, và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SC . Biết cosin góc giữa đường thẳng SM với BN là $\frac{1}{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{41 + 5\sqrt{57}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{\frac{41 + 5\sqrt{57}}{12}}$.

C. $\frac{a^3}{3} \cdot \sqrt{\frac{41 + 5\sqrt{57}}{12}}$.

D. $a^3\sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{41 + 5\sqrt{57}}{12}}$.

Lời giải.

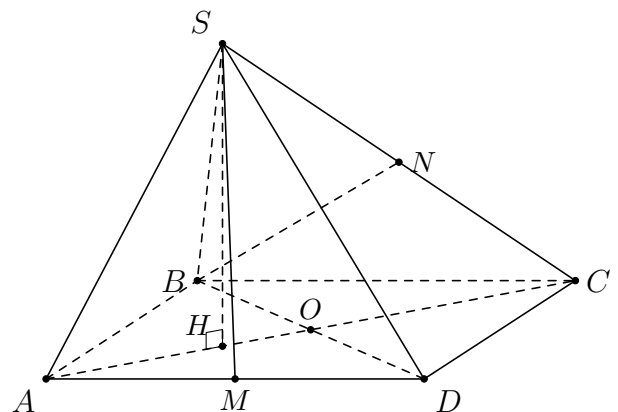
Chọn $a = 1$ và xét hệ tọa độ $Oxyz$ với $H(0; 0; 0)$, $A\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}; 0; 0\right)$, $B\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; 1; 0\right)$,

$D\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; -1; 0\right)$, $C\left(-\frac{4\sqrt{3}}{3}; 0; 0\right)$, $S(0; 0; m)$ với

$m = SH$. Khi đó tọa độ M, N là $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{6}; -\frac{1}{2}; 0\right)$

và $N\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}; 0; \frac{m}{2}\right)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MS} = \left(\frac{\sqrt{3}}{6}; \frac{1}{2}; m\right) \text{ và } \overrightarrow{BN} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; -1; \frac{m}{2}\right).$$



A. $\frac{\sqrt{15}}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải.

Kẻ $AI \perp BB'$, $AK \perp CC'$. Khoảng cách từ A đến BB' , CC' lần lượt là 1; 2 nên $AI = 1$, $AK = 2$.

Gọi F là trung điểm của BC .

$$\text{Vì } A'M = \frac{\sqrt{15}}{3} \Rightarrow AF = \frac{\sqrt{15}}{3}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} AI \perp BB' \\ BB' \perp AK \end{cases} \Rightarrow BB' \perp (AIK)$$

$$\Rightarrow BB' \perp IK.$$

Vì $CC' \parallel BB'$ nên

$$d(C, BB') = d(K, BB') = IK = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \triangle AIK \text{ vuông tại } A.$$

Gọi E là trung điểm của $IK \Rightarrow EF \parallel BB' \Rightarrow EF \perp (AIK) \Rightarrow EF \perp AE$.

Mà $AM \perp (ABC)$ nên $((ABC), (AIK)) = (\widehat{EF, AM}) = \widehat{AME} = \widehat{FAE}$ ($\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{AM}$ là véc-tơ pháp tuyến của của (AKI) , (ABC)).

Ta có $\cos \widehat{FAE} = \frac{AE}{AF} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{15}}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{FAE} = 30^\circ$ (AE là đường trung tuyến của tam giác AKI vuông tại A).

Hình chiếu vuông góc của tam giác ABC lên mặt phẳng (AIK) là tam giác AIK nên

$$S_{\triangle AIK} = S_{\triangle ABC} \cdot \cos \widehat{EAF} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{S_{\triangle AIK}}{\cos \widehat{EAF}} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Xét tam giác AMF vuông tại A , ta có $\tan \widehat{AMF} = \frac{AF}{AM} \Rightarrow AM = \frac{AF}{\tan \widehat{AMF}} = \sqrt{5}$.

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = \sqrt{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 275. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = 2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. 2.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. 1.

Lời giải.

Dựng $\triangle AEF$ như hình vẽ sao cho $AA' \perp (AEF)$.

Khi đó $V_{ABC.A'B'C'}$ bằng với thể tích của lăng trụ (T) có mặt đáy AEF và cạnh bên AA' .

Tức là $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle AEF} \cdot AA'$.

Từ cách dựng ta suy ra $AE = 1, AF = \sqrt{3}$ và $EF = 2$.

Suy ra $\triangle AEF$ vuông tại A .

Từ đó $S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2}AE \cdot AF = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Gọi N là trung điểm BC và $H = EF \cap MN$ thì $MN \parallel AA'$; H là trung điểm EF và $AH \perp MN$.

Từ đó $AH = \frac{1}{2}EF = 1$.

$\triangle AMN$ vuông tại A có $\frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AN^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow AM = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Cuối cùng $AA' = MN = \sqrt{AM^2 + AN^2} = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle AEF} \cdot AA' = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} = 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 276. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $AM = \sqrt{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

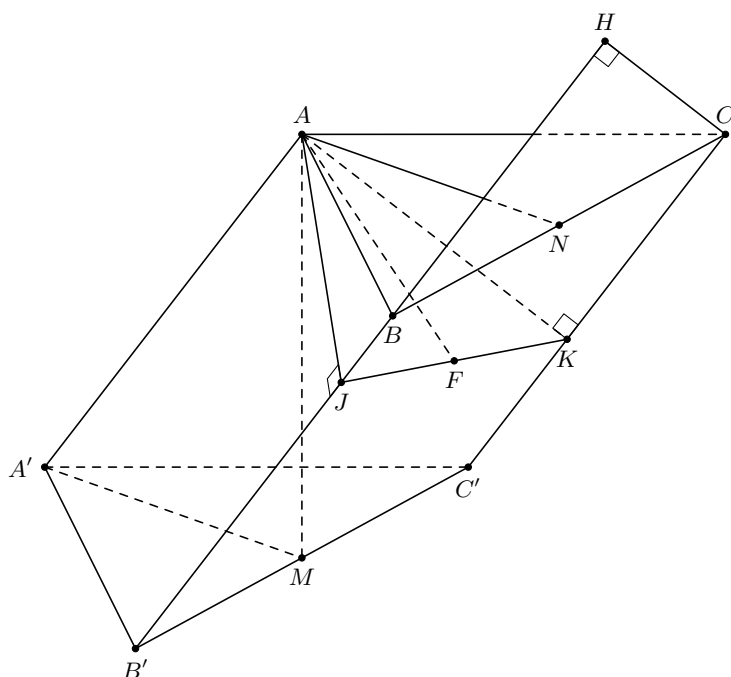
A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải.



Gọi J, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A nên BB' và CC' , H là hình chiếu vuông góc của C lên BB' .

Ta có $AJ \perp BB'$ và $AK \perp CC' \Rightarrow AK \perp BB' \Rightarrow BB' \perp (AJK)$.

Suy ra $BB' \perp JK \Rightarrow JK \parallel CH \Rightarrow JK = CH = \sqrt{5}$.

Xét $\triangle AJK$ có $JK^2 = AJ^2 + AK^2 = 5 \Rightarrow \triangle AJK$ vuông tại A .

Gọi F là trung điểm JK khi đó $AF = JF = FK = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Gọi N là trung điểm BC , khi đó $A'M = AN = \sqrt{5}$. Xét tam giác vuông ANF

$$\cos \widehat{NAF} = \frac{AF}{AN} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{NAF} = 60^\circ.$$

Vậy ta có $S_{\triangle AJK} = \frac{1}{2}AJ \cdot AK = 1 \Rightarrow S_{\triangle AJK} = S_{\triangle ABC} \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{S_{\triangle AJK}}{\cos 60^\circ} = 2$.

Xét $\triangle AMA'$ vuông tại M có $\widehat{MAA'} = \widehat{AMF} = 30^\circ$ hay $AM = A'M \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = AM \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{2\sqrt{15}}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 277. Cho điểm M nằm trên cạnh SA , điểm N nằm trên cạnh SB của khối chóp tam giác $S.ABC$ sao cho $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}$; $\frac{SN}{NB} = 2$. Mặt phẳng (α) đi qua MN và song song với SC chia khối chóp thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa A , V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{4}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{6}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{6}{5}$.

Lời giải.

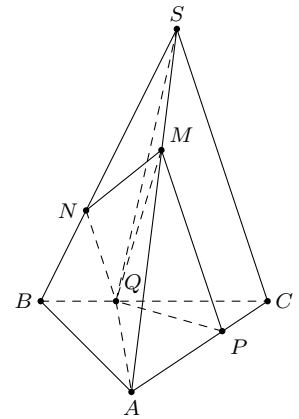
Đầu tiên ta xác định thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và $S.ABC$.

Trên mặt phẳng (SAC) , kẻ đường thẳng qua M và song song với SC . Gọi P là giao điểm đường thẳng trên và AC .

Trên mặt phẳng (SBC) , kẻ đường thẳng qua N và song song với SC . Gọi Q là giao điểm đường thẳng trên và BC .

Khi đó $MNQP$ là thiết diện cần tìm.

Trên mặt phẳng (SAC) , do $MP \parallel SC$ nên theo Ta-lét ta có $\frac{PC}{PA} = \frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}$.



Tương tự $\frac{QC}{QB} = \frac{SN}{NB} = 2$.

Ta có $\frac{V_{AQMP}}{V_{AQSC}} = \frac{AQ}{AQ} \cdot \frac{AM}{AS} \cdot \frac{AP}{AC} = 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{AQMP} = \frac{4}{9}V_{AQSC}$.

Tương tự, ta có $\frac{V_{SMNQ}}{V_{SNBA}} = \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SQ}{SQ} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{2}{9} \Rightarrow V_{MNBAQ} = \frac{7}{9}V_{SABQ}$.

Do $BQ = \frac{1}{2}QC \Rightarrow S_{ABQ} = \frac{1}{2}S_{QAC} \Rightarrow V_{SBAQ} = \frac{1}{2}V_{SQAC}$.

Khi đó ta được $V_{SQBA} = \frac{1}{3}V_{SABC}$; $V_{SQCA} = \frac{2}{3}V_{SABC}$.

Vậy $V_{MNBAQ} = \frac{7}{9}V_{SABQ} = \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{3}V_{SABC} = \frac{7}{27}V_{SABC}$ và $V_{AMQP} = \frac{7}{9}V_{SACQ} = \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{3}V_{SABC} = \frac{8}{27}V_{SABC}$.

Nên $V_{PQBAMN} = V_{MNBAQ} + V_{AMQP} = \frac{5}{9}V_{SABC} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 278. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $\frac{a}{2}$. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{96}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

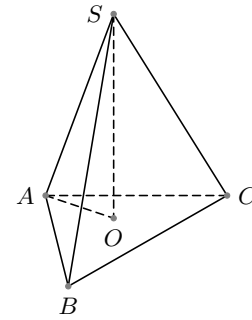
Lời giải.

Gọi O tâm của tam giác ABC , ta có $SO \perp (ABC)$.

$$(\widehat{SA, (ABC)}) = \widehat{SAO} = 60^\circ.$$

$$AO = \frac{a\sqrt{3}}{6}, SO = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2}.$$

$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{16}, V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{16} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{96}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 279. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V = a^3$.

B. $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$.

C. $V = a^3\sqrt{\frac{3}{2}}$.

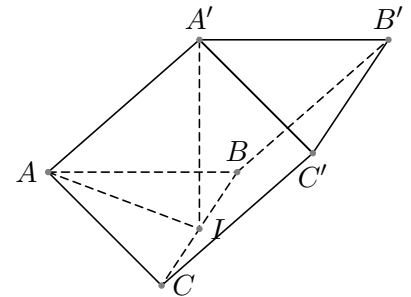
D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của BC , ta có $A'I \perp (ABC)$.

$$AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AI = \sqrt{AA'^2 - A'I^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}, S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$V = AI \cdot S_{ABC} = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 280. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Các góc $\widehat{SAB}$, $\widehat{SCB}$ vuông, M là trung điểm SA . Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (MBC) bằng $\frac{6a}{\sqrt{21}}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

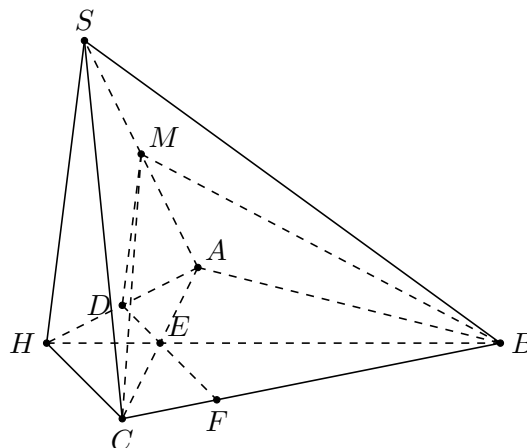
A. $\frac{8a^3\sqrt{39}}{3}$.

B. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{9}$.

C. $\frac{4a^3\sqrt{13}}{3}$.

D. $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.



Hai tam giác vuông SAB và SCB có $AB = BC$, SB chung nên hai tam giác bằng nhau, suy ra $SA = SC$. Gọi E là trung điểm của AC , $AC \perp SE$ và $AC \perp BE$ nên $AC \perp (SEB)$ (1). Dựng $SH \perp$

EB , từ (1) suy ra $SH \perp (ABC)$ (2). Gọi D là trung điểm của AH , $MD \parallel SH \Rightarrow MD \perp (ABC)$.
Ta có $BC \perp SC$, mặt khác từ (2) suy ra $BC \perp SH$ nên $BC \perp (SHC) \Rightarrow BC \perp HC$. Chứng minh tương tự $AB \perp AH$. Gọi E là trung điểm của AC , F là giao điểm của DE và BC , dễ thấy $DF \perp BC$, $DE = \frac{1}{2}HC = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $EF = \frac{3}{4}HC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và

$$\begin{aligned} d(A, (MBC)) &= 2d(E, (MBC)) = 2 \cdot \frac{EF}{DF} \cdot d(D, (MBC)) = \frac{6}{5}d(D, (MBC)) \\ &= \frac{6MD \cdot DF}{5\sqrt{MD^2 + DF^2}} = \frac{a\sqrt{3}MD}{\sqrt{MD^2 + \frac{25a^2}{12}}} = \frac{6a}{\sqrt{21}} \end{aligned}$$

Suy ra $MD = \frac{5a}{3}$, $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{10a}{3} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{10a^3\sqrt{3}}{9}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 281. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích là V . Trên hai cạnh SA , SB lần lượt lấy hai điểm M , N sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}$; $\frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$. Mặt phẳng (α) chứa MN và song song với SC chia khối chóp $S.ABC$ thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của phần chứa đỉnh A . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{V_1}{V} = \frac{3}{5}$. C. $\frac{V_1}{V} = \frac{4}{7}$. D. $\frac{V_1}{V} = \frac{5}{9}$.

Lời giải.

Từ M , N kẻ các đường thẳng song song với SC lần lượt cắt AC , BC lần lượt tại Q , P .

Nối PQ khi đó ta có $V_1 = V_{MNABPQ} = V_{N.ABPQ} + V_{N.AMQ}$.

Theo giả thiết và định lí Ta-lét ta có $\frac{CQ}{CA} = \frac{1}{3}$, $\frac{CP}{CB} = \frac{2}{3}$, $\frac{AQ}{AC} = \frac{2}{3}$, $\frac{NB}{SB} = \frac{1}{3}$.

Suy ra $S_{ABPQ} = \frac{7}{9}S_{ABC}$, $S_{APQ} = \frac{4}{9}S_{SAC}$.

$$\frac{V_{N.ABPQ}}{V} = \frac{\frac{1}{3}d(N, (ABC))S_{ABPQ}}{\frac{1}{3}d(S, (ABC))S_{ABC}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{9} = \frac{7}{27}.$$

$$\frac{V_{N.AMQ}}{V} = \frac{\frac{1}{3}d(N, (SAC))S_{AMQ}}{\frac{1}{3}d(S, (SAC))S_{SAC}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9} = \frac{8}{27}.$$

Vậy $\frac{V_1}{V} = \frac{7}{27} + \frac{8}{27} = \frac{5}{9}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 282.

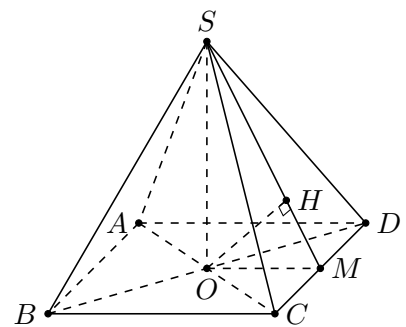
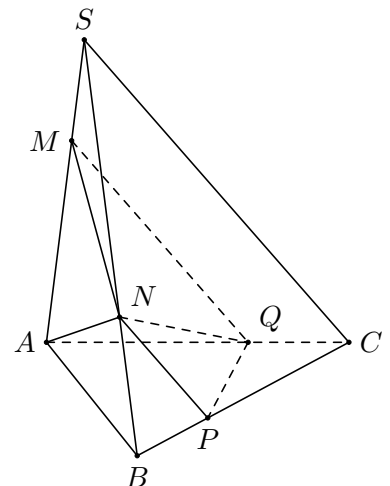
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng 4 (tham khảo hình vẽ bên). Gọi V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$. Tính giá trị nhỏ nhất của V .

A. $V = 32\sqrt{3}$. B. $V = 8\sqrt{3}$. C. $V = 16\sqrt{3}$. D. $V = 4\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm CD , H là hình chiếu của O trên SM .

Ta có $CD \perp (SMO) \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD)) = 2 \cdot OH = 4 \Rightarrow OH = 2$.



Đặt $AB = x > 0 \Rightarrow OM = \frac{x}{2}$ và $SO = h > 0$.

Mặt khác ta có $\frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{4}{x^2} + \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 = \frac{16h^2}{h^2 - 4}$.

Thể tích của hình chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{h}{3} \cdot x^2 = \frac{16}{3} \cdot \frac{h^3}{h^2 - 4}$.

Xét hàm số $f(h) = \frac{h^3}{h^2 - 4}$ với $h > 0$.

Ta có $f'(h) = \frac{h^2(h^2 - 12)}{(h^2 - 4)^2}$. Vậy $f'(h) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} h = 0 \\ h = 2\sqrt{3} \end{cases}$.

Bảng biến thiên hàm số $f(h)$:

h	0	2	$2\sqrt{3}$	$+\infty$
$f'(h)$		-	0	+
$f(h)$	0	$+\infty$	$3\sqrt{3}$	$+\infty$

Vậy $V_{min} = \frac{16}{3} \cdot 3\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

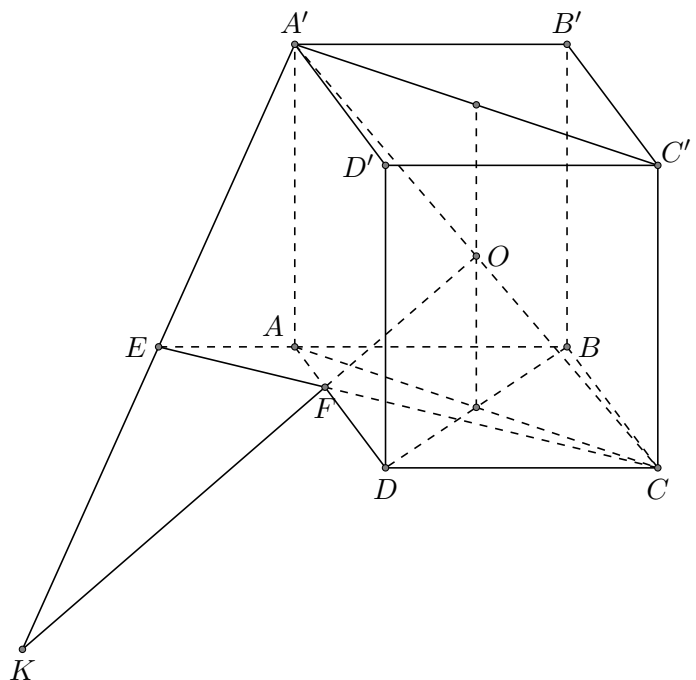
Câu 283. Cho lăng trụ đều $ABCD.A'B'C'D'$ nội tiếp mặt cầu tâm O bán kính R . Một đường thẳng d thay đổi đi qua C , nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$ và cắt đường thẳng AB, AD ở E, F . Hai đường thẳng $A'E, OF$ cắt nhau tại K . Biết rằng khi d thay đổi thì điểm K luôn thuộc đường thẳng cố định vuông góc với $A'C$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng

- A. R . B. $\frac{R\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{2R}{3}$. D. $\frac{R\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi a, b lần lượt là độ dài cạnh đáy và chiều cao hình hộp chữ nhật và h là khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BD)$. Gắn hệ tọa độ $Axyz$ với A là gốc tọa độ, tia Ox, Oy, Oz trùng tia AB, AD, AA' . Tọa độ hóa các điểm ta có

- $A(0; 0; 0), D(0; a; 0), C(a; a; 0), A'(0; 0; b)$.
- $\overrightarrow{A'C} = (a; a; -b)$.
- Ta có $F(0; ka; 0)$ với $k \in [0; 1)$.
- Khi $k = 0$ ta có $A \equiv E \equiv F$. Vậy KA là đường thẳng cố định vuông góc $A'C$.



- Khi $k = \frac{1}{3}$ ta có $F(0; \frac{a}{3}; 0) \Rightarrow E(-\frac{a}{2}; 0; 0)$.
- Mặt khác $\frac{KE}{KA'} = \frac{FE}{FC} = \frac{1}{2} \Rightarrow K(-a; 0; -b) \Rightarrow \overrightarrow{AK} = (-a; 0; -b)$.
- $A'C \perp AK \Leftrightarrow \overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{AK} = 0 \Leftrightarrow -a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b$.

Vậy $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương, khi đó

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{3}{a^2}.$$

Mặt khác ta có $\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = R^2 \Rightarrow a^2 = \frac{4}{3}R^2$.

$$\text{Vậy } h^2 = \frac{a^2}{3} = \frac{4}{9}R^2 \Rightarrow h = \frac{2R}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 284. Tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = BC = BD = a$ và $CD = a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC bằng

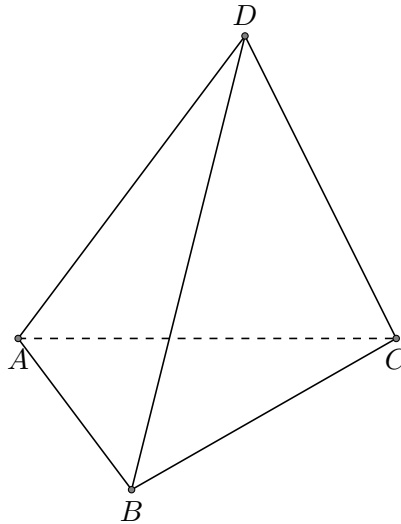
A. $\frac{a\sqrt{21}}{6}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.



Ta có $CD^2 = BD^2 + BC^2 \Rightarrow \triangle DBC$ vuông tại B , tương tự thì $\triangle DAC$ vuông tại A .

Từ đó

$$\begin{aligned} V_{ABCD} &= \frac{1}{6} BA \cdot BD \cdot BC \sqrt{1 + 2 \cos \widehat{DBA} \cdot \cos \widehat{DBC} \cdot \cos \widehat{CBA} - \cos^2 \widehat{DBA} - \cos^2 \widehat{DBC} - \cos^2 \widehat{CBA}} \\ &= \frac{1}{6} a^3 \sqrt{1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4}} \quad (\text{vì } \widehat{DBA} = 60^\circ, \widehat{DBC} = 90^\circ, \widehat{CBA} = 60^\circ). \end{aligned}$$

Từ đó $V_{ABCD} = \frac{1}{6\sqrt{2}} a^3$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \vec{AD} \cdot \vec{BC} &= \vec{AD} \cdot (\vec{AC} - \vec{AB}) = AD \cdot AC \cdot \cos 90^\circ - AD \cdot AB \cdot \cos 60^\circ = -\frac{1}{2} a^2 \\ \Rightarrow \cos(\vec{AD}; \vec{BC}) &= -\frac{1}{2} \Rightarrow (AD; BC) = 60^\circ. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } V_{ABCD} = \frac{1}{6} AD \cdot BC \cdot \sin(AD; BC) \cdot d(AD; CB) \Rightarrow d(AD; CB) = \frac{\frac{1}{6\sqrt{2}} a^3}{\frac{1}{6} a^2 \sin 60^\circ} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

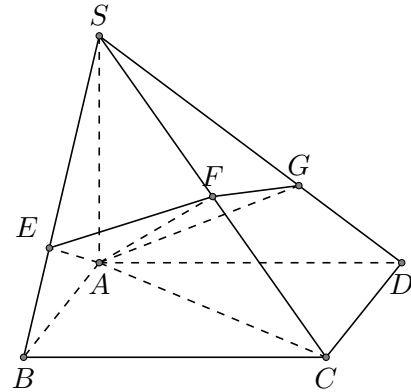
Chọn đáp án **D**

□

Câu 285.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, SA vuông góc với đáy. Mặt phẳng (P) qua A vuông góc với SC cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại E, F, G . Biết rằng (P) chia khối chóp thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính $\frac{SF}{SC}$.

- A. $k = \frac{\sqrt{17} - 1}{4}$. B. $k = \frac{1 + \sqrt{13}}{6}$.
C. $k = \frac{1 + \sqrt{17}}{8}$. D. $k = \frac{\sqrt{13} - 1}{4}$.

**Lời giải.**

- Ta có $\triangle SAB = \triangle SAD \Rightarrow SB = SD$, từ đó $\triangle SBC = \triangle SDC \Rightarrow \triangle SFE = \triangle SFG \Rightarrow SE = SG$.
— Ta có $\frac{SC}{SF} + \frac{SA}{SA} = \frac{SD}{SG} + \frac{SB}{SE} \Rightarrow \frac{SC}{SF} + 1 = 2\frac{SD}{SG} = 2\frac{SB}{SE}$.
Gọi $\frac{SF}{SC} = x > 0 \Rightarrow \frac{SG}{SD} = \frac{SE}{SB} = \frac{2x}{x+1}$.
Có $\frac{V_{S.EAGF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.AFG}}{V_{S.ACD}} = \frac{SF}{SC} \cdot \frac{SG}{SD} = \frac{2x^2}{x+1}$.
— Vì mặt phẳng (P) chia hình chóp thành 2 phần bằng nhau nên $\frac{V_{S.EAGF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2x^2}{x+1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 4x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 + \sqrt{17}}{8}$.
Vậy $\frac{SF}{SC} = \frac{1 + \sqrt{17}}{8}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 286. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$, đáy là hình bình hành có diện tích bằng $2a^2$, chiều cao bằng $4a$. Gọi M là điểm thuộc cạnh $A'B'$ sao cho $A'M = xA'B'$ ($0 < x < 1$). Mặt phẳng (MBD) chia lăng trụ thành hai phần thể tích. Gọi V là phần thể tích chứa điểm A . Tìm x để $V = \frac{4(\sqrt{3} + 1)a^3}{3}$.

- A. $x = \frac{\sqrt{1 + 4\sqrt{3}} - 1}{2}$. B. $x = \frac{\sqrt{1 + \sqrt{3}} - 1}{2}$.
C. $x = \frac{\sqrt{1 + 2\sqrt{3}} - 1}{2}$. D. $x = \frac{\sqrt{1 + 3\sqrt{3}} - 1}{2}$.

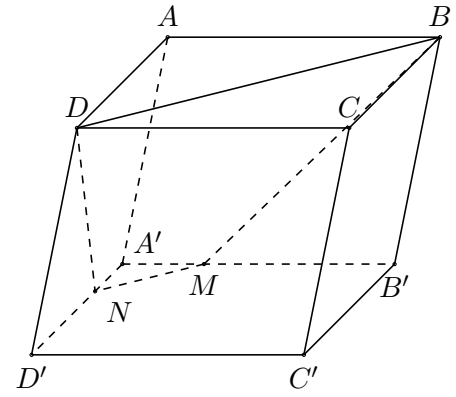
Lời giải.

Gọi N là giao điểm của (MBD) và $A'D'$.
 Khi đó, $ABD.A'MN$ là chóp cắt. Ta có

$$V = V_{ABD.A'MN} = \frac{4a}{3} \cdot (S_{ABD} + S_{A'MN} + \sqrt{S_{ABD} \cdot S_{A'MN}})$$

$$= \frac{4a^3}{3} \cdot [x^2 + x + 1].$$

Suy ra, $x^2 + x - \sqrt{3} = 0$. Vậy $x = \frac{\sqrt{1+4\sqrt{3}}-1}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 287. Cho bát diện đều $ABCDEF$ có các cạnh bằng 1. Dựng điểm E' sao cho $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{EE'}$, B' là điểm đối xứng với B qua trung điểm của cạnh DE . Tính thể tích của khối đa diện $BFB'EE'A$.

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\sqrt{2}$.

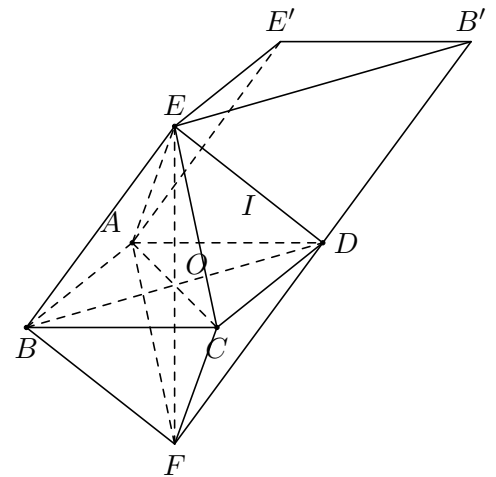
Lời giải.

Khối đa diện $BFB'EE'A$ được chia thành khối chóp $F.ABD$ và khối lăng trụ $ABD.E'EB'$.

Thể tích khối chóp $F.ABD$ là $V_1 = \frac{1}{3} \cdot FO \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABD.E'EB'$ là $V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Vậy thể tích của khối đa diện $BFB'EE'A$ là $V_3 = V_1 + V_2 = \frac{\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 288. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

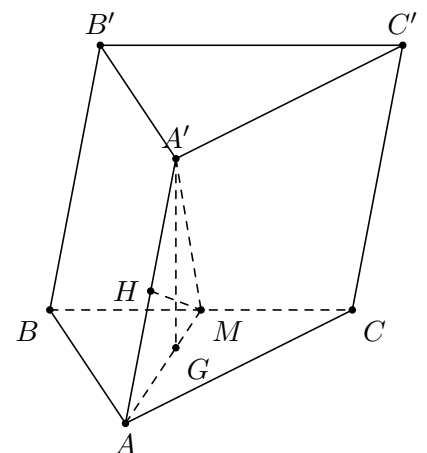
Lời giải.

Do $\triangle ABC$ đều có trọng tâm G và $A'G \perp (ABC)$ nên $A'.ABC$ là hình chóp đều.

Do M là trung điểm của BC , khi đó $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi H là hình chiếu của M trên AA' . Khi đó do $BC \perp (AA'M) \Rightarrow BC \perp HM$ nên HM là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AA' và BC . Do đó $HM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Đặt $AA' = BB' = CC' = x$, khi đó $A'G = \sqrt{x^2 - \frac{a^2}{3}}$.



$$\text{Do } A'G \cdot AM = MH \cdot AA' = 2S_{AA'M} \Rightarrow \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{x^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot x \Rightarrow x = \frac{2a}{3}.$$

$$\text{Khi đó } A'G = \frac{a}{3} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = A'G \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 289. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , góc giữa mặt bên và mặt đáy là α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Mặt phẳng (P) qua AC và vuông góc với mặt phẳng (SAD) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Tỷ số thể tích của hai khối đa diện (khối bé chia khối lớn) bằng

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{1}{10}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $\frac{9}{10}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của AD .

$$\text{Có } \begin{cases} SO \perp AD \\ OM \perp AD \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SOM)$$

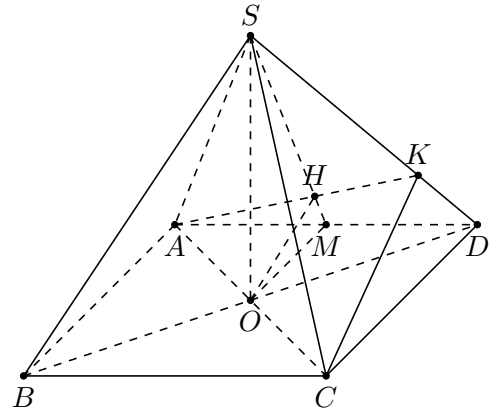
$$\Rightarrow ((SAD), (ABCD)) = (SM, OM) = \widehat{SMO}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{SMO} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{OM}{SM} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Kẻ } OH \perp SM \Rightarrow OH \perp (SAD) \Rightarrow (P) \equiv (AHC).$$

Gọi $K = AH \cap SD \Rightarrow$ Thiết diện là tam giác AKC , chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần.

$$\text{Ta có } \frac{MH}{SM} = \frac{OM^2}{SM^2} = \frac{1}{9}.$$



$$\text{Ba điểm } K, H, A \text{ thẳng hàng nên } \frac{KD}{KS} \cdot \frac{HS}{HM} \cdot \frac{AM}{AD} = 1 \Rightarrow \frac{KD}{KS} \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{KD}{KS} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Suy ra } \frac{V_{DACK}}{V_{DACs}} = \frac{DK}{DS} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{V_{DACK}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{V_{DACK}}{V_{S.ABCK}} = \frac{1}{9}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 290. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a , góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $3a^3 \frac{\sqrt{2}}{8}$.

B. $3a^3 \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $a^3 \frac{\sqrt{2}}{8}$.

D. $3a^3 \frac{\sqrt{2}}{4}$.

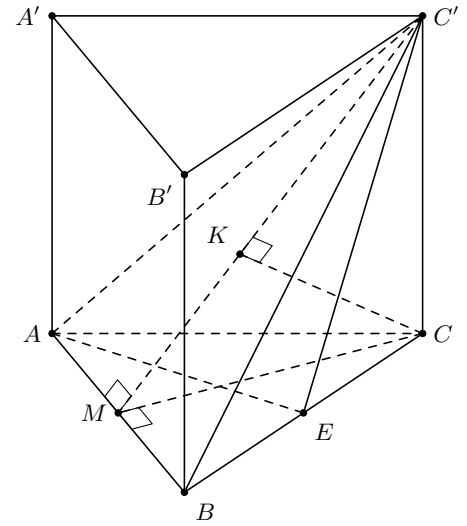
Lời giải.

Gọi M, E lần lượt là trung điểm của AB, BC và K là hình chiếu vuông góc của C lên $C'M$.

Khi đó $d(C, (ABC')) = CK = a$.

Hình chiếu của $\triangle ABC'$ lên mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\triangle EBC'$.

$$\begin{aligned}
 & \text{Ta có } S_{EBC'} = S_{ABC'} \cdot \cos \alpha \\
 & \Rightarrow S_{ABC'} = \frac{S_{EBC'}}{\cos \alpha} = \frac{CC' \cdot BC}{4 \cos \alpha} \\
 & \Rightarrow V_{C'.ABC} = \frac{1}{3} CC' \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} CK \cdot S_{ABC'} \\
 & \Rightarrow CC' \frac{BC^2 \sqrt{3}}{4} = CK \frac{CC' \cdot BC}{4 \cos \alpha} \\
 & \Rightarrow BC = \frac{CK}{\sqrt{3} \cos \alpha} = 2a \\
 & \Rightarrow CM = a\sqrt{3} \\
 & \Rightarrow C'M = \sqrt{CM^2 + C'C^2} = \sqrt{3a^2 + C'C^2} \quad S_{C'AB} = \frac{1}{2} C'M \cdot AB \\
 & AB = \frac{1}{2} 2a\sqrt{3a^2 + C'C^2} = a\sqrt{3a^2 + C'C^2} \\
 & S_{C'EB} = \frac{1}{2} C'C \cdot EB = \frac{a \cdot C'C}{2}
 \end{aligned}$$



Do $\triangle C'EB$ là hình chiếu vuông góc của $\triangle C'AB$ lên mặt phẳng $(BCC'B')$.

$$\begin{aligned}
 & \text{nên } S_{C'EB} = S_{C'AB} \cdot \cos \alpha \\
 & \Rightarrow a\sqrt{3a^2 + C'C^2} \cdot \cos \alpha = \frac{a \cdot C'C}{2} \\
 & \Leftrightarrow \frac{a^4}{4} = \frac{a^2 \cdot C'C}{6} \\
 & \Leftrightarrow C'C = \frac{a\sqrt{6}}{2}
 \end{aligned}$$

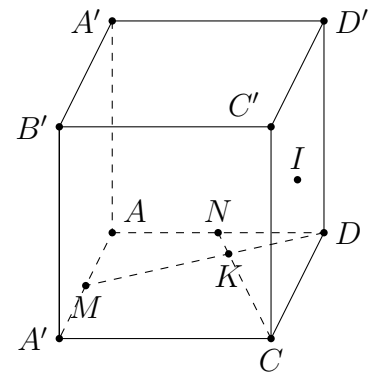
$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = CC' \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = 3a^3 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 291.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AD , DM cắt CN tại K , gọi I là tâm của mặt bên $CC'D'D$ (tham khảo hình vẽ bên). Giả sử thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là V và thể tích khối chóp $I.BMKC$ là V' . Tỉ số $\frac{V'}{V}$ là



- A. $\frac{11}{60}$ B. $\frac{17}{120}$ C. $\frac{3}{40}$ D. $\frac{11}{120}$

Lời giải.

Xét hình vuông $ABCD$. Dễ dàng chứng minh được $DM \perp CN$.

$$\text{Hai tam giác } DKN \text{ và } DAM \text{ đồng dạng} \Rightarrow \frac{S_{DKN}}{S_{DAM}} = \left(\frac{DN}{DM} \right)^2 = \frac{1}{5}$$

Khi đó $S_{AMKN} = \frac{4}{5} S_{DAM}$. Đặt cạnh hình lập phương là x .

$$\text{Ta có } S_{BMKC} = S_{ABCD} - S_{CDN} - S_{AMKN} = \frac{11x^2}{20}$$

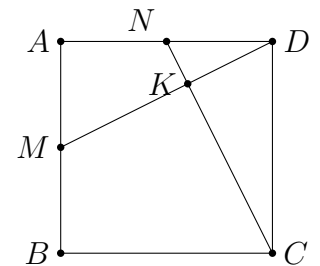
$$\text{Khi đó } V' = \frac{1}{3} d(I, (ABCD)) \cdot S_{BMKC} = \frac{11x^3}{120}$$

$$\text{Đồng thời } V = x^3 \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{11}{120}$$

Chọn đáp án **(D)**

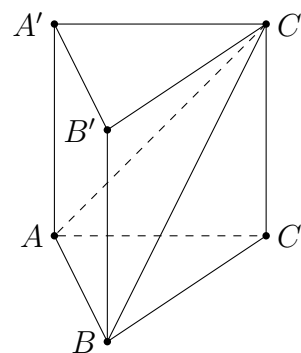
□

Câu 292.



Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều (tham khảo hình bên). Biết tam giác ABC' có diện tích S không đổi và nằm trong mặt phẳng tạo với mặt phẳng đáy một góc α thay đổi. Tính $\cos \alpha$ để thể tích khối lăng trụ là lớn nhất.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.



Lời giải.

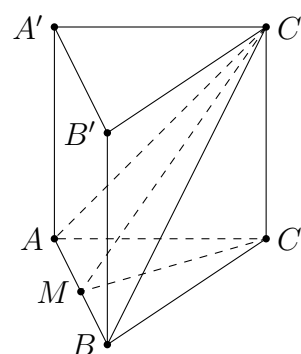
Gọi M là trung điểm của cạnh $AB \Rightarrow \widehat{CMC'} = \alpha$.

Đặt $AB = x \Rightarrow S_{ABC} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$ và $S = S_{ABC} \cdot \cos \alpha \Rightarrow S_{ABC} = \frac{S}{\cos \alpha}$.

Xét tam giác MCC' ta có $CC' = CM \cdot \tan \alpha = \frac{x\sqrt{3}}{2} \tan \alpha$.

Khi đó thể tích khối lăng trụ là

$$V = CC' \cdot S_{ABC} = \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \frac{S}{\cos \alpha} = \frac{S\sqrt{3}S}{\sqrt{3}} \sin \alpha \sqrt{\cos \alpha}.$$



Xét hàm $f(\alpha) = \sin \alpha \sqrt{\cos \alpha}$. Đặt $\sin \alpha = t \in (0; 1)$.

Ta được hàm số $g(t) = t\sqrt{1-t^2}$, có $g'(t) = 1 - 3t^2 = 0 \Leftrightarrow t = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Ta được bảng biến thiên của hàm số

t	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$	0	$\frac{2}{3\sqrt{3}}$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta được V đạt giá trị lớn nhất khi $t = \frac{1}{\sqrt{3}}$ hay $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

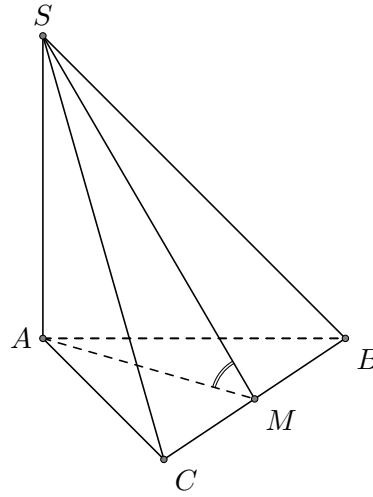
Chọn đáp án **A**

□

Câu 293. Xét khối chóp $SABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Tính $\cos \alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.



Gọi a là độ dài cạnh bên của tam giác đáy, M là trung điểm BC .

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{SBC} \cdot d(A; (SBC)) = S_{SBC}.$$

$$\text{Mà } S_{ABC} = S_{SBC} \cdot \cos \alpha \Rightarrow S_{SBC} = \frac{S_{ABC}}{\cos \alpha} = \frac{a^2}{2 \cos \alpha} \quad (1).$$

$$\text{Mặt khác: } V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{a^2}{6} \cdot SA = \frac{a^2}{6} \cdot AM \cdot \tan \alpha = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} \tan \alpha \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } \frac{a^2}{2 \cos \alpha} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} \tan \alpha \Rightarrow a = \frac{3\sqrt{2}}{\sin \alpha}.$$

$$\text{Thay vào (1) ta được } V = \frac{a^3}{\cos \alpha - \cos^3 \alpha}.$$

Đặt $x = \cos \alpha, x \in (0; 1)$. Xét hàm số $f(x) = x - x^3, x \in (0; 1)$, $V_{\min}$ khi $f(x)_{\max}$.

$$\max_{(0;1)} f(x) = f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{9}.$$

$$\text{Vậy } V_{\min} \text{ khi } \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 294. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC cân tại $B, AB = BC = a, \widehat{ABC} = 120^\circ$ và $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$. Gọi φ là góc tạo bởi đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) và $\sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{8}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$, biết rằng khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) nhỏ hơn $2a$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3.$

B. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3.$

C. $\frac{\sqrt{3}}{24}a^3.$

D. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3.$

Lời giải.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC khi đó tam giác OAB và OBC là các tam giác đều cạnh bằng a .

Gọi I là trung điểm của SB .

Suy ra $IA = IB = IC$.

Do đó $OI \perp (ABC)$, $OI = x < a$ (do $2OI = d(S, (ABC)) < 2a$)).

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, BC .

Ta có $\sin \varphi = \sin(IE, (SBC)) = \frac{d(E, (SBC))}{IE}$.

Hai tam giác $\triangle OAE$ và $\triangle JBE$ có

$$\widehat{BEJ} = \widehat{AEO}$$

$$AE = BE$$

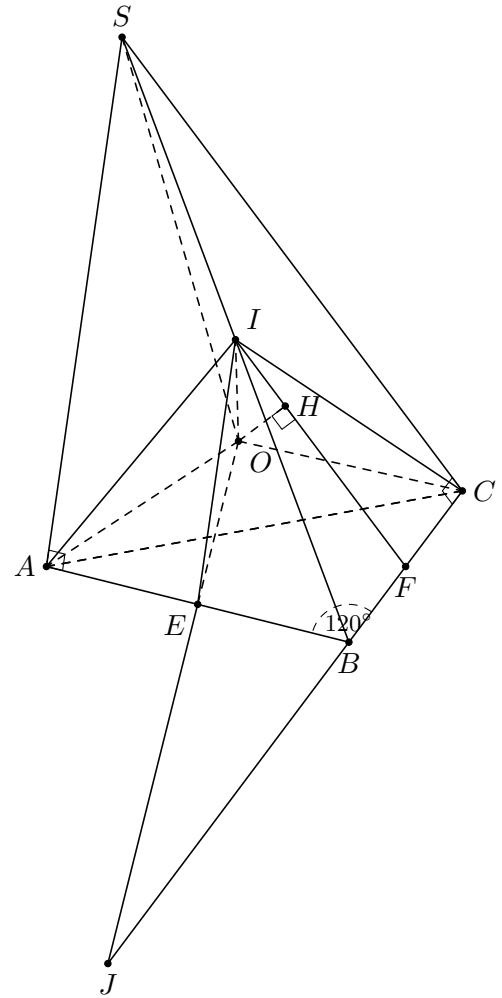
$$\widehat{EBJ} = \widehat{EAO} = 60^\circ$$

Suy ra $\triangle OAE = \triangle JBE$ (g.c.g).

Suy ra $OE = EJ$ nên E là trung điểm OJ .

Suy ra $d(E, (SBC)) = \frac{1}{2}d(O, (SBC))$.

$$\text{Do đó } \sin \varphi = \frac{\frac{1}{2}d(O, (SBC))}{IF}.$$



Kẻ $OH \perp IF$.

Tam giác OBC đều nên $OF \perp BC$. Mà $BC \perp OI$ nên $BC \perp OH$.

Suy ra $d(O, (SBC)) = OH$.

Tam giác OIF vuông tại O nên $OH = \frac{OI \cdot OF}{IF}$.

Do đó

$$\sin \varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{OI \cdot OF}{IF^2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{x}{2} \cdot a\sqrt{3}}{x^2 + \frac{3a^2}{4}} \Rightarrow x = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = V_{I.OABC} = \frac{1}{3}OI \cdot 2S_{\triangle OAB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot 2 \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 295. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tỷ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng

A. $\frac{1}{7}$.

B. $\frac{7}{5}$.

C. $\frac{7}{3}$.

D. $\frac{6}{5}$.

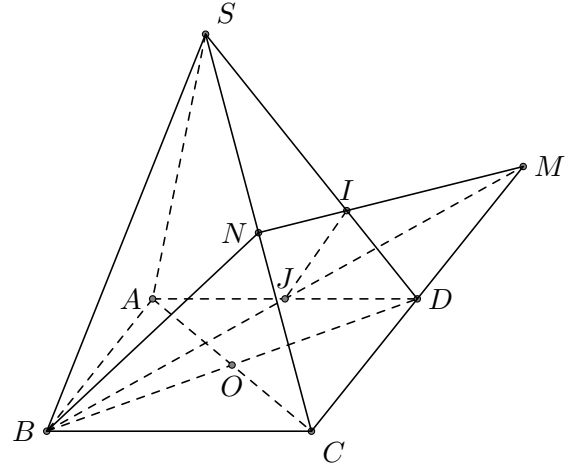
Lời giải.

Đặt $I = MN \cap SD$, $J = mb \cap AD$. Mặt phẳng (BMN) chia hình chóp đã cho thành hai khối đa diện $SABCNIJ$ và $BCDJIN$.

Ta có $S_{MJD} = S_{ABJ}$ nên

$$S_{BCM} = S_{BCDJ} + S_{MJD} = S_{BCDJ} + S_{ABJ} = S_{ABCD};$$

$$\begin{aligned} V_{N.BCM} &= \frac{1}{3} d(N; (BCM)) \cdot S_{BCM} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{d(S; (ABCD))}{2} \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD}. \end{aligned}$$



Ta thấy I là trọng tâm của tam giác SCM nên $\frac{MI}{MN} = \frac{2}{3}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \frac{V_{M.JDI}}{V_{M.BCN}} &= \frac{MJ}{MB} \cdot \frac{MD}{MC} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \\ \Rightarrow V_{BCDJIN} &= \frac{5}{6} V_{M.BCN} = \frac{5}{12} V_{S.ABCD} \Rightarrow \frac{V_{SABCNIJ}}{V_{BCDJIN}} = \frac{7}{5}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 296. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 3a$ và $\widehat{ASB} = 60^\circ$, $\widehat{BSC} = 90^\circ$, $\widehat{CSA} = 120^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi $M \in SB$, $N \in SC$ sao cho $SM = SN = a$.

Công thức tỉ số thể tích

$$\begin{aligned} \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} &= \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \\ \Rightarrow V_{S.ABC} &= 6V_{S.AMN}. \end{aligned}$$

Vì tam giác SAM đều nên $AM = a$.

Tam giác SMN vuông tại S nên $MN = a\sqrt{2}$.

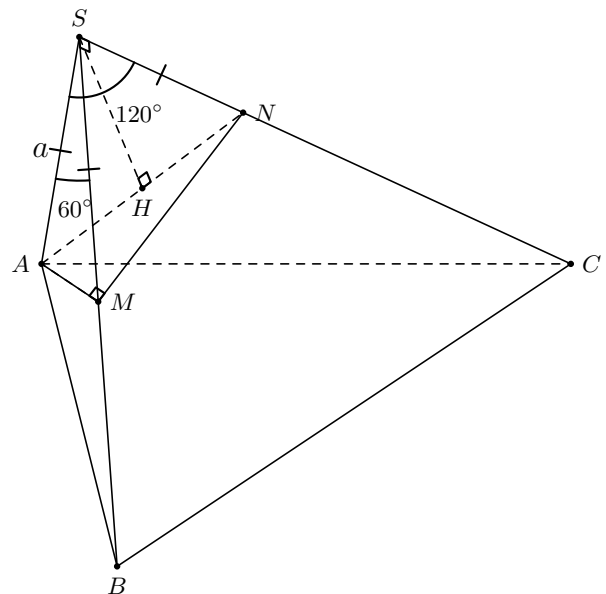
Xét tam giác SAN

$$\Rightarrow AN^2 = SA^2 + SN^2 - 2 \cdot SA \cdot SN \cdot \cos 60^\circ = 3a^2.$$

Xét tam giác AMN có

$$AM^2 + MN^2 = a^2 + 2a^2 = 3a^2 = AN^2$$

$\Rightarrow \triangle AMN$ vuông tại M .



Gọi H là trung điểm của $AN \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp AMN .

Vì hình chóp $S.AMN$ có $SA = SM = SN = a$ nên $SH \perp (AMN)$.

$$\text{Ta có } S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Tam giác } SHN \text{ vuông tại } H \Rightarrow SH = \sqrt{SN^2 - HN^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Thể tích } V_{S.AMN} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle AMN} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

$$\text{Thể tích } V_{S.ABC} = 6 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 297. Cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

A. $V = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. B. $V = \frac{7\sqrt{2}a^3}{216}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{18}$. D. $V = \frac{13\sqrt{2}a^3}{216}$.

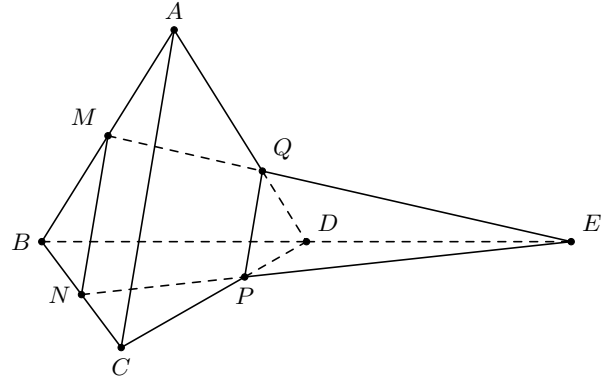
Lời giải.

Ta có thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{12} = X$.

Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của NE với CD và ME với AD . Sử dụng định lý Menelaus với tam giác ABD ta có

$$\frac{MA}{MB} \cdot \frac{EB}{ED} \cdot \frac{QD}{QA} = 1 \Rightarrow \frac{AQ}{AD} = \frac{2}{3}.$$

Tương tự cũng có $\frac{CP}{CD} = \frac{2}{3}$.



Áp dụng công thức tỷ số thể tích ta có

$$\frac{V_{B.MNE}}{V_{B.ACD}} = \frac{BM}{BA} \cdot \frac{BN}{BC} \cdot \frac{BE}{BD} = \frac{1}{2}.$$

Từ đó có $V_{E.BMN} = \frac{1}{2}X$. Áp dụng tỷ số thể tích ta có $\frac{V_{E.PQD}}{V_{E.BMN}} = \frac{2}{9}$.

Suy ra $V_{E.PQD} = \frac{2}{9} \cdot V_{E.BMN} \Rightarrow V_{BMNQPD} = \frac{7}{9} \cdot V_{E.BMN} = \frac{7}{18}X$.

Tức là phần khối đa diện không chứa đỉnh A có thể tích bằng $\frac{7}{18}X$, nên phần chứa đỉnh A có thể tích là $\frac{11}{18}X = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 298. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1, BC = 2, AA' = 3$. Mặt phẳng (P) thay đổi và luôn đi qua C' , mặt phẳng (P) cắt các tia AB, AD, AA' lần lượt tại E, F, G (khác A). Tính tổng $S = \frac{1}{AE} + \frac{1}{AF} + \frac{1}{AG}$ sao cho thể tích khối tứ diện $AEFG$ nhỏ nhất.

A. $\frac{11}{18}$. B. $\frac{7}{15}$. C. $\frac{1}{27}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với ba tia Ox , Oy , Oz lần lượt trùng với các tia AB , AD , AA' và điểm $A \equiv O(0;0;0)$. Khi đó $B(1;0;0)$, $D(0;2;0)$, $C(1;2;0)$, $A'(0;0;3)$, $C'(1;2;3)$.

Giả sử $E(a;0;0)$, $F(0;b;0)$ và $G(0;0;c)$, với $a, b, c > 0$.

Phương trình mặt phẳng (P) là

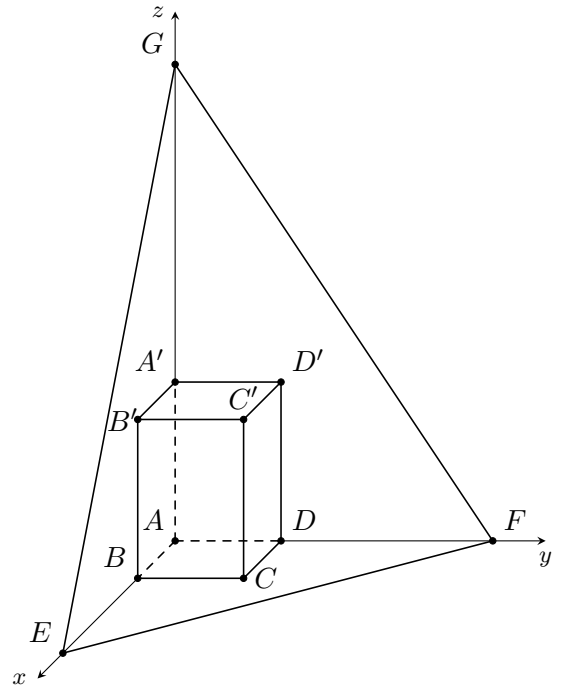
$$(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

Vì điểm C' thuộc mặt phẳng (P) nên

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1.$$

Áp dụng Bất đẳng thức Cô-si, ta có

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a} \cdot \frac{2}{b} \cdot \frac{3}{c}} \Leftrightarrow 1 \geq \frac{3\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{abc}} \Leftrightarrow abc \geq 162.$$



Thể tích tứ diện $AEFG$ là $V = \frac{1}{6} \cdot AE \cdot AF \cdot AG = \frac{abc}{6} \geq 27$. Suy ra V đạt giá trị nhỏ nhất khi

$$\begin{cases} \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} \\ \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S = \frac{1}{AE} + \frac{1}{AF} + \frac{1}{AG} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \frac{11}{18}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 299. Cho khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O , có đáy là hình thoi $AC = 2\sqrt{3}a$. Góc giữa $A'C$ và mặt đáy là 45° , khoảng cách từ O đến mặt phẳng $(C'CDD')$ bằng a . Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $3\sqrt{3}a^3$.

B. $6\sqrt{6}a^3$.

C. $\sqrt{3}a^3$.

D. $3a^3$.

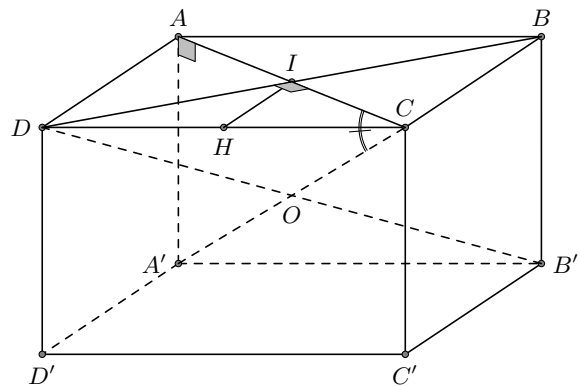
Lời giải.

Gọi H là trung điểm cạnh CD và $I = BD \cap AC$, suy ra $IH = d(O; (C'CDD')) = a$, $IC = \sqrt{3}a$. Tam giác ICD vuông tại I nên

$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IC^2} + \frac{1}{ID^2} = \frac{1}{(\sqrt{3}a)^2} + \frac{1}{ID^2} \Rightarrow ID = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Khi đó,

$$S_{ABCD} = 2 \cdot S_{ABD} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AI \cdot BD = \sqrt{3}a \cdot \sqrt{6}a = 3\sqrt{2}a^2.$$



Mặt khác, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy $(ABCD)$ bằng góc giữa đường thẳng $A'C$ và đường thẳng AC , hay $\widehat{A'CA} = 45^\circ$. Từ đó, $AA' = AC = 2\sqrt{3}a$. Do đó, thể tích khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ là

$$V = AA' \cdot S_{ABCD} = 2\sqrt{3}a \cdot 3\sqrt{2}a^2 = 6\sqrt{6}a^3.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 300. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B cạnh $AB = 2a$, $AD = 3a$, $BC = a$, tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SD . Tính khoảng cách từ H đến (SBC) .

A. $\frac{4\sqrt{3}}{13}a$.

B. $\sqrt{3}a$.

C. $\frac{4\sqrt{3}}{9}a$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB thì $SI \perp (ABCD)$

$\Rightarrow SI \perp AD$ mà $AD \perp AB$ nên ta có $AD \perp SA$.

Chứng minh tương tự, ta có $BC \perp SB$.

Trong tam giác đều SAB , ta có

$$SA = AB = 2a, SI = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = \sqrt{3}a.$$

$$\triangle SAD \text{ vuông tại } A \text{ có } \begin{cases} SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} \\ SA^2 = SH \cdot SD \end{cases}$$

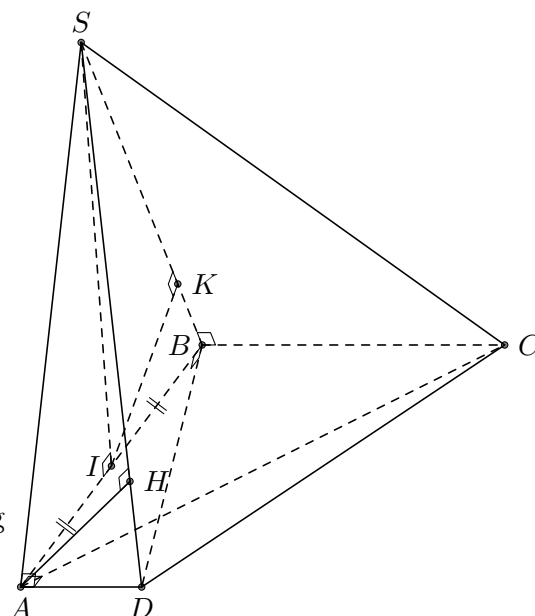
$$\Rightarrow SD = a\sqrt{13}, SH = \frac{4}{\sqrt{13}}a.$$

Dựng $IK \perp SB$ thì $IK \perp (SBC)$ (do $BC \perp (SAB)$), trong tam giác vuông SIB ,

$$\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IS^2} + \frac{1}{IB^2} \Rightarrow IK = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Ta có

$$d(H, (SBC)) = \frac{SH}{SD} \cdot d(D, (SBC)) = \frac{4}{13}d(A, (SBC)) = \frac{8}{13}d(I, (SBC)) = \frac{8}{13}IK = \frac{4\sqrt{3}}{13}a.$$



Chọn đáp án (A)

□

Câu 301. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là trung điểm của $BC, C'D', DD'$. Biết thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng V . Tính thể tích khối tứ diện $AMNP$.

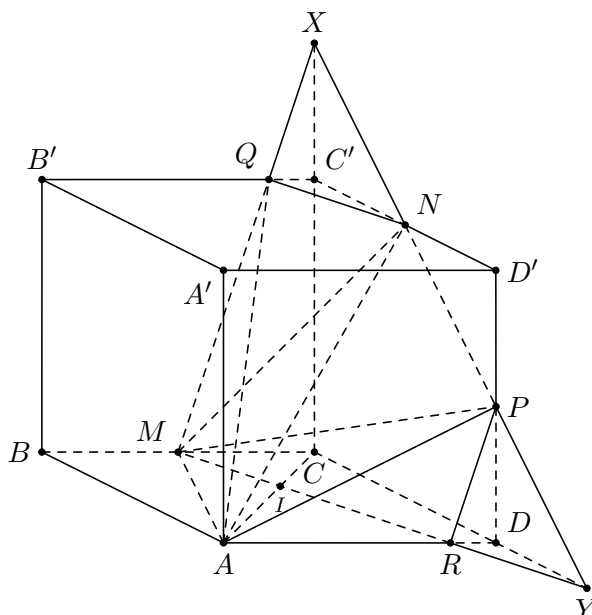
A. $\frac{5V}{16}$.

B. $\frac{5V}{48}$.

C. $\frac{V}{16}$.

D. $\frac{V}{48}$.

Lời giải.



Gọi X, Y lần lượt là giao điểm của NP với CC', CD ; Q, R lần lượt là giao điểm của MX với $B'C', MY$ với AD ; I là giao điểm của AC với MY . Dễ thấy $XC' = \frac{DD'}{2}$ nên $QC' = \frac{1}{3}MC = \frac{1}{6}BC$.

Tương tự $DR = \frac{1}{6}AD$. Suy ra

$$\frac{CI}{AI} = \frac{CM}{AR} = \frac{BC}{2} : \frac{5AD}{6} = \frac{3}{5} \Rightarrow d(A, (MNP)) = \frac{5}{3}d(C, (MNP)).$$

Do đó $V_{A.MNP} = \frac{5}{3}V_{C.MNP}$. Lại có $XN = BP = PY$ nên $S_{MNP} = \frac{1}{3}S_{MXY}$ nên $V_{C.MNP} = \frac{1}{3}V_{C.MXY}$.

Ta có

$$V_{C.MXY} = \frac{1}{6} \cdot CX \cdot CY \cdot CM = \frac{1}{6} \cdot \frac{3CC'}{2} \cdot \frac{3CD}{2} \cdot \frac{CB}{2} = \frac{3}{16}V.$$

$$\text{Vậy } V_{A.MNP} = \frac{5}{3}V_{C.MNP} = \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{3}V_{C.MXY} = \frac{5}{9} \cdot \frac{3V}{16} = \frac{5}{48}V.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 302. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SC , N thuộc cạnh SD sao cho $SN = 3ND$. Mặt phẳng (AMN) cắt khối chóp thành hai phần, gọi thể tích phần chứa đỉnh S là V_1 , thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{27}{80}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{27}{53}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{29}{80}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm là hình bình hành $ABCD$.

Trong mặt phẳng (SAC) gọi I là giao điểm của SO và AM .

Trong mặt phẳng (SBD) gọi E là giao điểm của NI và SB .

Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (AMN) là tứ giác $ANME$.

Cách 1. Dùng tỉ số thể tích

Ta có

$$\frac{V_{SANE}}{V_{SADB}} = \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SE}{SB} = \frac{3}{4} \cdot \frac{SE}{SB}. \quad (1)$$

$$\frac{V_{SMNE}}{V_{SCDB}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SE}{SB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{SE}{SB} = \frac{3}{8} \cdot \frac{SE}{SB}. \quad (2)$$

Lấy (1) cộng (2) ta được

$$\frac{V_1}{\frac{1}{2}V_2} = \frac{9}{8} \cdot \frac{SE}{SB} \Leftrightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{16} \cdot \frac{SE}{SB}. \quad (3)$$

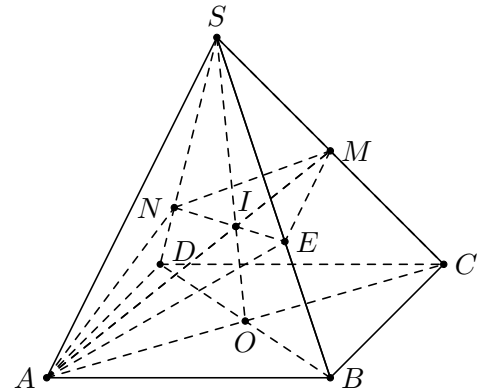
Ta có

$$\frac{V_{SNAM}}{V_{SDAC}} = \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}. \quad (4)$$

$$\frac{V_{SEAM}}{V_{SBAC}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SE}{SB}. \quad (5)$$

Lấy (4) cộng (5) ta được

$$\frac{V_1}{\frac{1}{2}V_2} = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{SE}{SB} \Leftrightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{16} + \frac{1}{4} \cdot \frac{SE}{SB}. \quad (6)$$



Từ (3) và (6) ta có phương trình

$$\frac{9}{16} \cdot \frac{SE}{SB} = \frac{3}{16} + \frac{1}{4} \cdot \frac{SE}{SB} \Leftrightarrow \frac{SE}{SB} = \frac{3}{5}. \quad (7)$$

Thế (7) vào (3) ta được

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{16} \cdot \frac{SE}{SB} = \frac{9}{16} \cdot \frac{3}{5} = \frac{27}{80}.$$

Cách 2. Dùng tính chất thiết diện

Tính chất. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại A', B', C', D' thì ta có đẳng thức

$$\frac{SA}{SA'} + \frac{SC}{SC'} = \frac{SB}{SB'} + \frac{SD}{SD'}.$$

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{SD}{SN} + \frac{SB}{SE} &= \frac{SC}{SM} + \frac{SA}{SA} \\ \Leftrightarrow \frac{SB}{SE} &= 1 + 2 - \frac{4}{3} = \frac{5}{3} \\ \Leftrightarrow \frac{SE}{SB} &= \frac{3}{5}. \end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{V_{SAMN}}{V_{SACD}} &= \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8} \Rightarrow V_{SAMN} = \frac{3}{16} V_2. \\ \frac{V_{SAME}}{V_{SACB}} &= \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SE}{SB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10} \Rightarrow V_{SAME} = \frac{3}{20} V_2. \end{aligned}$$

Suy ra

$$V_1 = V_{SAMN} + V_{SAME} = \frac{3}{16} V_2 + \frac{3}{20} V_2 = \frac{27}{80} V_2.$$

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{27}{80}.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 303. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi $A_1B_1C_1D_1$ là tứ diện với các đỉnh lần lượt là trọng tâm tam giác $BCD, (CDA), DAB, ABC$ và có thể tích V_1 . Gọi $A_2B_2C_2D_2$ là tứ diện với các đỉnh lần lượt là trọng tâm tam giác $B_1C_1D_1, C_1D_1A_1, D_1A_1B_1, A_1B_1C_1$ và có thể tích $V_2, \dots$ cứ như vậy cho tứ diện $A_nB_nC_nD_n$ có thể tích V_n với n là số tự nhiên lớn hơn 1. Tính giá trị của biểu thức $P = \lim_{n \rightarrow +\infty} (V + V_1 + \dots + V_n).$

A. $\frac{27}{26} V.$

B. $\frac{82}{81} V.$

C. $\frac{1}{27} V.$

D. $\frac{9}{8} V.$

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$.

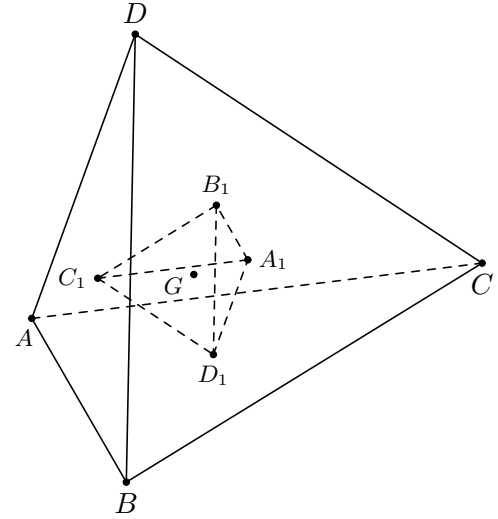
Phép vị tự tâm G tỉ số $k = -\frac{1}{3}$ biến $ABCD$ thành $A_1B_1C_1D_1$.

Do vậy, ta được $V_{A_1B_1C_1D_1} = \frac{1}{3^3}V = \frac{1}{27}V$.

Tương tự, ta được $V, V_1, V_2, \dots, V_n$ là cấp số nhân lùi vô hạn với số hạn đầu V , công bội $q = \frac{1}{27}$.

Do đó,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (V + V_1 + \dots + V_n) = \frac{V}{1 - q} = \frac{27}{26}V.$$



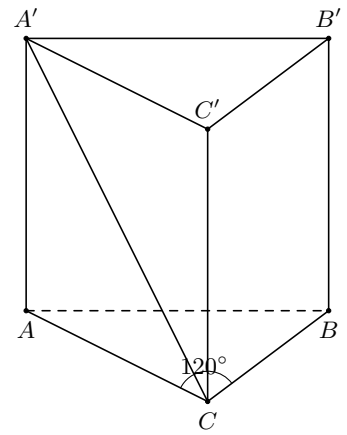
Chọn đáp án **A**

□

Câu 304.

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = a, BC = 2a, \widehat{ACB} = 120^\circ$ và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc 30° (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{105}}{28}$. B. $\frac{a^3\sqrt{35}}{7}$. C. $\frac{a^3\sqrt{105}}{7}$. D. $\frac{a^3\sqrt{105}}{14}$.



Lời giải.

Kẻ $CH \perp AB (H \in AB)$.

Khi đó $\widehat{HA'C}$ là góc giữa $A'C$ với $(ABB'A')$.

Ta có $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos 120^\circ} = a\sqrt{7}$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Từ đó có } CH = \frac{2S_{ABC}}{AB} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

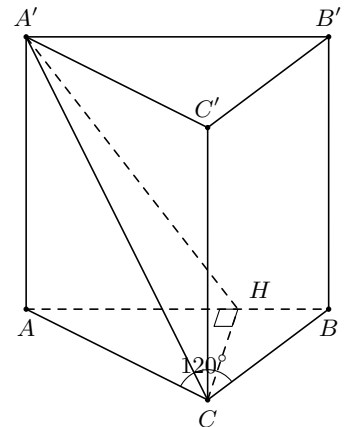
$$\text{Suy ra } A'C = \frac{CH}{\sin 30^\circ} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Suy ra } A''A = \sqrt{A'C^2 - AC^2} = \frac{a\sqrt{35}}{7}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCA'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{35}}{7} = \frac{a^3\sqrt{105}}{14}.$$

Chọn đáp án **D**

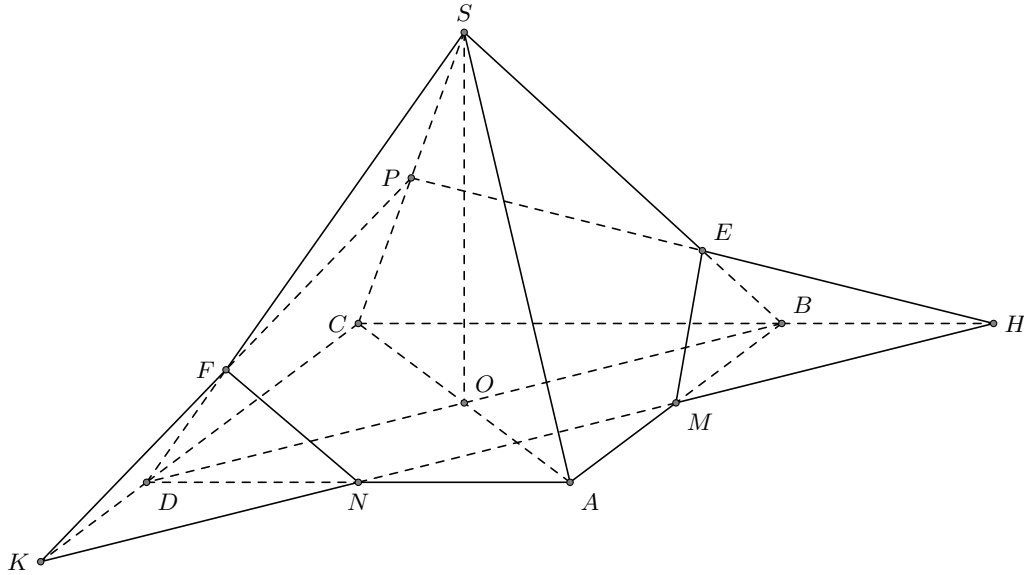
□



Câu 305. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AD, SC . Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp $S.ABCD$ chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Gọi k ($k \leq 1$) là tỷ số thể tích giữa hai khối đa diện đó. Tính k .

- A. $k = \frac{1}{3}$. B. $k = 1$. C. $k = \frac{1}{4}$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Lời giải.



Trong $(ABCD)$, gọi $K = MN \cap CD$, $H = MN \cap BC$.

Gọi $E = SB \cap PH \Rightarrow \begin{cases} (MNP) \cap (SBC) = PE \\ (MNP) \cap (SAB) = ME \end{cases}$.

Gọi $F = SC \cap PK \Rightarrow \begin{cases} (MNP) \cap (SCD) = PF \\ (MNP) \cap (SAD) = NF \end{cases}$.

Do đó, thiết diện của hình chóp tạo bởi mặt phẳng (MNP) là ngũ giác $PFNME$.

Gọi V_1, V_2 là thể tích 2 khối đa diện mà mặt phẳng (MNP) chia khối chóp, trong đó V_1 là khối đa diện có chứa đỉnh C . Ta có

$$V_1 = V_{P.CKH} - V_{F.KND} - V_{E.BMH}$$

Dễ thấy $S_{\triangle KND} = S_{\triangle BMH} = S_{\triangle AMN} = \frac{1}{8}S_{ABCD}$. Suy ra

$$S_{\triangle CKH} = S_{ABCD} - S_{\triangle AMN} + S_{\triangle BMH} + S_{\triangle KND} = \frac{9}{8}S_{ABCD}.$$

Mặt khác, $d_{(P,(ABCD))} = \frac{1}{2}SO$; $d_{(E,(ABCD))} = d_{(F,(ABCD))} = \frac{1}{4}SO$. Nên

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{3} \cdot d_{(P,(ABCD))} \cdot S_{\triangle CKH} - \frac{1}{3} \cdot d_{(E,(ABCD))} \cdot S_{\triangle BMH} - \frac{1}{3} \cdot d_{(F,(ABCD))} \cdot S_{\triangle KND} \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \cdot SO \cdot \frac{9}{8} \cdot S_{ABCD} - \frac{1}{4} \cdot SO \cdot \frac{1}{8} \cdot S_{ABCD} - \frac{1}{4} \cdot SO \cdot \frac{1}{8} \cdot S_{ABCD} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} \right) = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{2}V_{S.ABCD}. \end{aligned}$$

Do đó, $k = \frac{V_1}{V_2} = 1$.

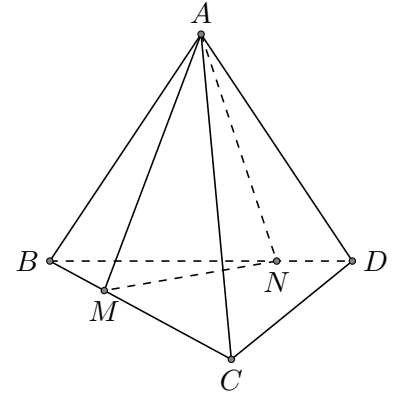
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 306.

Cho tứ diện $ABCD$. Hai điểm M, N lần lượt di động trên hai đoạn thẳng BC và BD sao cho $2\frac{BC}{BM} + 3\frac{BD}{BN} = 10$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $ABMN$ và $ABCD$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{5}{8}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{6}{25}$.



Lời giải.

Đặt $a = \frac{BC}{BM}$, $b = \frac{BD}{BN}$. Từ giả thiết ta có a, b là hai số thực dương và thỏa mãn $2a + 3b = 10$.

Ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{BA \cdot BM \cdot BN}{BA \cdot BC \cdot BD} = \frac{1}{ab}$.

Từ đó ta thấy $\frac{V_1}{V_2}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi ab đạt giá trị lớn nhất với $2a + 3b = 10$.

Theo bất đẳng thức Côsi ta có $10 = 2a + 3b \geq 2\sqrt{6ab} \Rightarrow \frac{25}{6} \geq ab$ nên ab đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{25}{6}$ khi $a = \frac{5}{2}$ và $b = \frac{5}{3}$.

Khi đó $\frac{V_1}{V_2} = \frac{6}{25}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 307. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 4$, $AC = BD = 5$, $AD = BC = 6$. Tính khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (BCD)

- A. $\frac{3\sqrt{6}}{7}$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{5}$. C. $\frac{3\sqrt{42}}{7}$. D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải.

Dựng $\triangle A'B'C'$ sao cho A, B, C lần lượt là trung điểm của BC', CA', AB' .

$\Rightarrow B'C' = 12; A'B' = 10; A'C' = 8$.

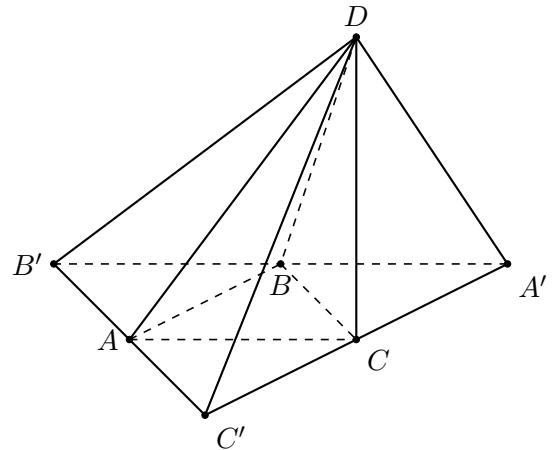
Ta có: $B'A = C'A = BC = AD$.

$\Rightarrow \triangle DB'C'$ vuông tại D .

$\Rightarrow DB' \perp DC'$.

Tương tự ta có: $DC' \perp DA'; DA' \perp DB'$.

$\Rightarrow V_{DA'B'C'} = \frac{1}{6} DA' \cdot DB' \cdot DC'$.



$$\text{Ta có: } \begin{cases} DB'^2 + DC'^2 = B'C'^2 = 144 \\ DC'^2 + DA'^2 = A'C'^2 = 64 \\ DA'^2 + DB'^2 = A'B'^2 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} DA' = \sqrt{10} \\ DB' = 3\sqrt{10} \\ DC' = 3\sqrt{6} \end{cases}$$

Suy ra $V_{DA'B'C'} = 15\sqrt{6}$.

Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4} S_{\triangle A'B'C'} \Rightarrow V_{DABC} = \frac{1}{4} V_{DA'B'C'} \Rightarrow V_{DABC} = \frac{15\sqrt{6}}{4}$.

Sử dụng công thức Heron ta có $S_{\triangle BCD} = \frac{15\sqrt{7}}{3}$.

Mà $V_{ABCD} = \frac{1}{3} d(A, (BCD)) \cdot S_{\triangle BCD} \Rightarrow d(A, (BCD)) = \frac{3V_{ABCD}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{3\sqrt{42}}{7}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 308. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAB cân tại S . Góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy bằng 60° , góc giữa SA và mặt đáy bằng 45° . Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. Chiều cao của hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $a\sqrt{3}$.

B. $a\sqrt{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Giả sử $SH \perp (ABCD)$ tại H .

Khi đó $(SA, (ABCD)) = \widehat{SAH} = 45^\circ$.

Gọi M là trung điểm của AB .

Vì $\triangle SAB$ cân nên $SM \perp AB$ mà $SH \perp AB$

Suy ra $AB \perp (SMH) \Rightarrow ((SAB), (ABCD)) = \widehat{SMH}$.

Khi đó $\widehat{SMH} = 60^\circ$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} SH = x \\ AB = y \end{cases} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}y^2x = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } xy^2 = 8a^3\sqrt{3} \quad (1).$$

$$\text{Xét } \triangle SAH \text{ có } \sin \widehat{SAH} = \frac{SH}{SA} \Rightarrow SA = x\sqrt{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle SHM \text{ có } \sin \widehat{SMH} = \frac{SH}{SM} \Rightarrow SM = \frac{2x}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Xét } \triangle SAM \text{ vuông tại } M \text{ ta có } SA^2 = SM^2 + MA^2 \Rightarrow y^2 = \frac{8x^2}{3}.$$

$$\text{Thế vào (1) ta được } x^3 = 3a^3\sqrt{3} \Rightarrow x = a\sqrt{3} \Rightarrow SH = a\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 309. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy (ABC) bằng 60° , khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{6\sqrt{7}}{7}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \frac{5\sqrt{7}}{3}$.

C. $V = \frac{10\sqrt{7}}{3}$.

D. $V = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Đặt $AB = BC = CA = x$.

Gọi M là trung điểm BC và N là chân đường vuông góc hạ từ M đến SA .

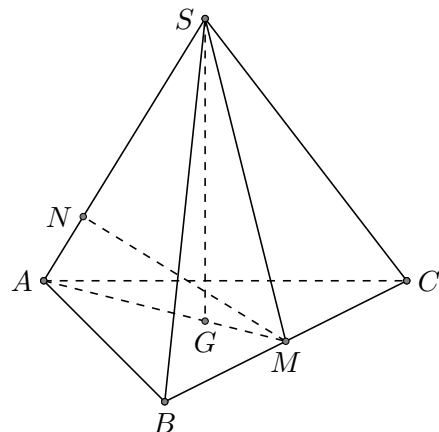
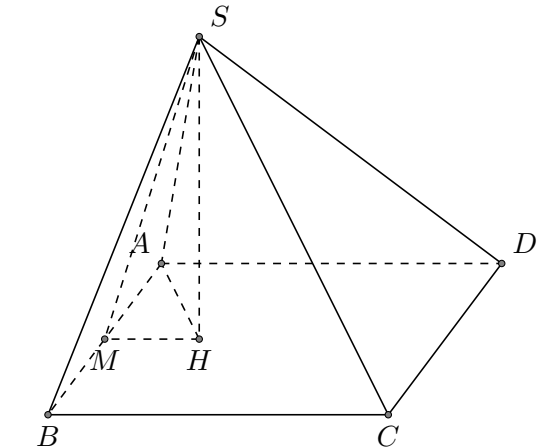
$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \cap (ABC) = BC \\ (SAM) \perp BC \\ (SAM) \perp (SBC) = SM \\ (SAM) \perp (ABC) = AM \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } ((SBC), (ABC)) = (SM, AM) = \widehat{SMA} = 60^\circ.$$

Tam giác ABC đều nên

$$AM = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow GM = \frac{1}{3}AM = \frac{x\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Tam giác } SGM \text{ vuông tại } G \text{ nên } \tan \widehat{SMG} = \frac{SG}{GM} \Rightarrow SG = \frac{x}{2}.$$



Vì $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp MN$ do đó MN là đoạn vuông góc chung của SA, BC .

$$\text{Khi đó } MN = \frac{6\sqrt{7}}{7}.$$

$$\text{Tam giác } SAG \text{ có } SA = \sqrt{SG^2 + AG^2} = \frac{x\sqrt{7}}{\sqrt{12}}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } SAM \text{ là } S_{SAM} = \frac{1}{2}SG \cdot AM = \frac{1}{2}MN \cdot SA \Rightarrow x = 4.$$

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{x}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 310. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích V . Gọi M là điểm trên cạnh SC sao cho $MC = 2MS$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AM và song song với đường thẳng BD , (α) cắt hai cạnh SB, SD lần lượt tại hai điểm N, P . Tính theo V thể tích khối chóp $S.APMN$.

A. $\frac{V}{6}.$

B. $\frac{V}{27}.$

C. $\frac{V}{9}.$

D. $\frac{V}{12}.$

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD ,

I là giao điểm của SO với AM .

Khi đó, đường thẳng qua I song song với BD cắt SB, SD tại N và P .

Gọi Q là điểm thuộc AM sao cho OQ song song với SC .

$$\text{Đặt } k = \frac{MC}{MS} = 2.$$

$$\text{Ta có } \frac{IO}{IS} = \frac{OQ}{SM} = \frac{OQ}{MC \cdot \frac{MS}{MC}} = \frac{OA}{AC \cdot \frac{MS}{MC}} = \frac{k}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } \frac{DP}{PS} = \frac{BN}{NS} = \frac{IO}{IS} = \frac{k}{2}.$$

$$\text{Do đó, } \frac{SP}{SD} = \frac{k}{k+2}.$$

$$\text{Ta cũng có: } \frac{SM}{SC} = \frac{1}{k+1}.$$

$$\begin{aligned} V_{S.APMN} &= 2 \cdot V_{S.APM} = 2 \cdot \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot V_{S.ADC} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot V_{S.ABCD} \\ &= \frac{2}{(k+2)(k+1)} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{V}{6}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 311. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 5a$, $BC = 6a$ và các mặt bên cùng tạo với đáy góc 60° . Biết hình chiếu của S lên đáy là H và thuộc miền trong tam giác ABC . Tính thể tích V của khối chóp đã cho theo a .

A. $V = 8a^3.$

B. $V = 6a^3\sqrt{3}.$

C. $V = a^3\sqrt{3}.$

D. $V = \frac{2a^3}{\sqrt{3}}.$

Lời giải.

Kẻ HM, HN, HP lần lượt vuông góc với AC, AB, BC .

Khi đó $\begin{cases} AC \perp SM \\ AB \perp SN, \text{ suy ra } \widehat{SMH}, \widehat{SNH}, \widehat{SPH} \text{ lần lượt là các góc} \\ BC \perp SP \end{cases}$

tạo bởi các mặt bên $(SAC), (SAB), (SBC)$ với mặt đáy.

Suy ra $\widehat{SMH} = \widehat{SNH} = \widehat{SPH} = 60^\circ$.

Do đó $HM = HN = HP$ nên H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Suy ra $S_{\triangle ABC} = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)} = \sqrt{8a \cdot (8a-5a) \cdot (8a-5a) \cdot (8a-6a)} = 12a^2$.

$$\Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{3a}{2} \Rightarrow SH = r \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Do đó } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = 6a^3\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 312. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, A'C', BB'$. Tính thể tích khối tứ diện $CMNP$.

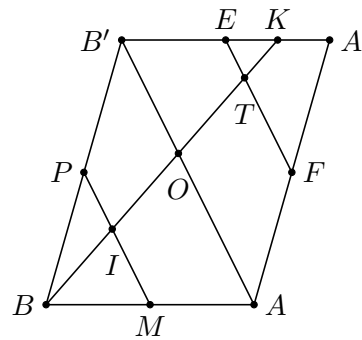
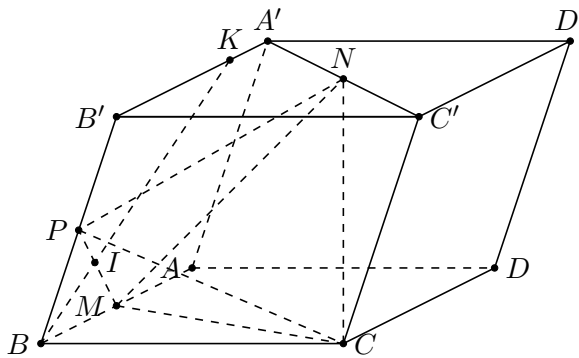
A. $\frac{5}{48}V$.

B. $\frac{1}{8}V$.

C. $\frac{7}{48}V$.

D. $\frac{1}{6}V$.

Lời giải.



Dựng $NK \parallel CM, K \in A'B'$ suy ra $NK \parallel (CMP)$. Gọi $I = BK \cap PM$.

Ta có

$$\frac{V_{CMNP}}{V_{BPMC}} = \frac{d(N, (PMC))}{d(B, (PMC))} = \frac{d(K, (PMC))}{d(B, (PMC))} = \frac{KI}{BI}.$$

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của $A'B', A'A, T = BK \cap EF, O = BK \cap AB'$.

Ta có $BI = IO = OT = 2KT$. Suy ra $\frac{KI}{BI} = \frac{5KT}{2KT} = \frac{5}{2}$.

$$\text{Do đó } V_{CMNP} = \frac{5}{2}V_{BPMC} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot V = \frac{5}{48}V.$$

Chọn đáp án (A)

□

Câu 313. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AC = \frac{a}{2}, BC = a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng tạo với mặt đáy (ABC) góc 60° , mặt phẳng (SBC) vuông góc với đáy (ABC) . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{(3-\sqrt{3})a^3}{32}$. B. $V = \frac{(3-\sqrt{3})a^3}{16}$. C. $V = \frac{(3+\sqrt{3})a^3}{32}$. D. $V = \frac{(3+\sqrt{3})a^3}{16}$.

Lời giải.

Kẻ $SH \perp BC$ tại H . Vì $(SBC) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

Trong tam giác vuông ABC ta có $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Khi đó $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC} = \sqrt{3}$, suy ra $\widehat{ACB} = 60^\circ$.

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$.

Kẻ $HM \perp AC$ tại M và $HN \perp AB$ tại N . Khi đó dễ dàng chứng minh được góc giữa (SAB) và (ABC) là $\widehat{SNH} = 60^\circ$; góc giữa (SAC) và (ABC) là $\widehat{SMH} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông SHN ta có $SH = HN \tan 60^\circ$.

Trong tam giác vuông SHM ta có $SH = HM \tan 60^\circ$.

Suy ra $HM = HN = x$.

Trong tam giác vuông MCH ta có $CH = \frac{x}{\sin 60^\circ} = \frac{2x}{\sqrt{3}}$.

Trong tam giác vuông NBH ta có $BH = \frac{x}{\sin 30^\circ} = 2x$.

Mà $BH + CH = BC$ nên

$$2x + \frac{2x}{\sqrt{3}} = a \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 2}.$$

Như vậy $SH = x \tan 60^\circ = \frac{3a}{2\sqrt{3} + 2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{8} \cdot \frac{3a}{2\sqrt{3} + 2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{16(\sqrt{3} + 1)} = \frac{(3 - \sqrt{3})a^3}{32}.$$

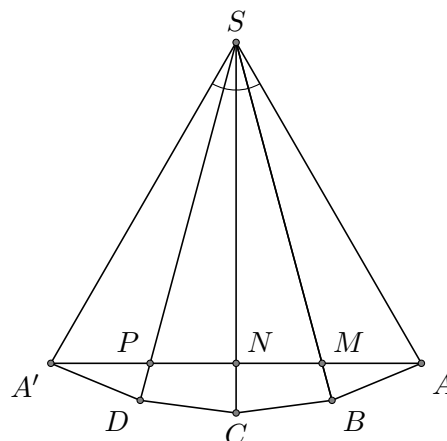
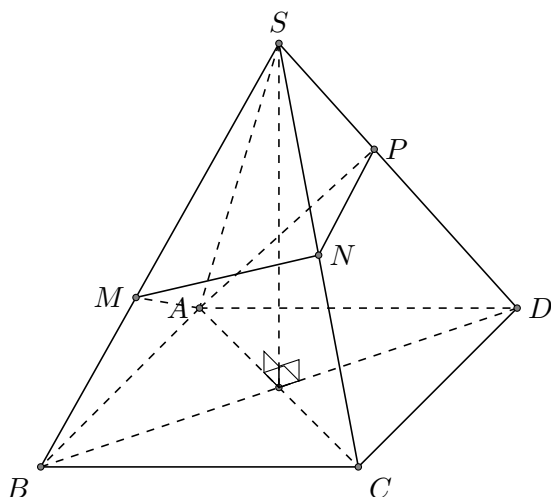
Chọn đáp án **A**

□

Câu 314. Người ta cần trang trí một cây thông Noel có dạng hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với cạnh bên $SA = a$, $\widehat{SAB} = \frac{11\pi}{24}$. Quấn một vòng dây đèn trang trí (tùy ý) xuất phát từ A vòng quanh cây thông rồi trở về A . Độ dài nhỏ nhất của dây quấn nằm trong khoảng/ đoạn nào?

- A. $\left(2a; \frac{5a}{2}\right)$. B. $\left(\frac{3a}{2}; 2a\right)$. C. $[3a; 4a]$. D. $\left[a; \frac{3a}{2}\right]$.

Lời giải.



Trải các mặt bên của hình chóp trên một mặt phẳng. Khi đó độ dài ngắn nhất của dây quần là AA' (hình vẽ).

$$\text{Ta có } \widehat{SAB} = \frac{11\pi}{24} \Rightarrow \widehat{ASB} = \frac{\pi}{12} \Rightarrow \widehat{ASA'} = \frac{\pi}{3}.$$

Tam giác SAA' cân tại S có $\widehat{ASA'} = \frac{\pi}{3}$ nên tam giác SAA' đều cạnh a .

$$\text{Suy ra } AA' = a \in \left[a; \frac{3a}{2} \right].$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 315. Trong mặt phẳng (P) cho đường tròn (T) đường kính $AB = 2r$, C là một điểm di động trên đường tròn (T) . Trên đường thẳng d vuông góc với (P) tại A lấy điểm S sao cho $SA = r$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Tính thể tích lớn nhất của tứ diện $SAHK$ khi điểm C chạy trên đường tròn.

A. $\frac{r^3}{3}$.

B. $\frac{r^3\sqrt{5}}{25}$.

C. $\frac{r^3\sqrt{5}}{75}$.

D. $\frac{r^3\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Tam giác SAB vuông tại A có AH là đường cao nên

$$\frac{SH}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2}.$$

Tam giác SAC vuông tại A có AK là đường cao nên

$$\frac{SK}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2}.$$

Tam giác ABC nội tiếp đường tròn (T) đường kính $AB = 2r$ nên tam giác ABC vuông tại C .

Đặt $AC = x$, ta có $BC = \sqrt{4r^2 - x^2}$.

$$\text{Ta có } \frac{V_{SAHK}}{V_{SABC}} = \frac{SH}{SB} \cdot \frac{SK}{SC} = \frac{SA^4}{SB^2 \cdot SC^2}.$$

$$\Rightarrow V_{SAHK} = \frac{SA^4}{SB^2 \cdot SC^2} \cdot V_{SABC} = \frac{r^4}{5r^2 \cdot (r^2 + x^2)} \cdot \frac{1}{3}r \cdot \frac{1}{2}x\sqrt{4r^2 - x^2} = \frac{1}{30}r^3 \cdot \frac{x\sqrt{4r^2 - x^2}}{r^2 + x^2}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{x^2(4r^2 - x^2)}{(r^2 + x^2)^2} = \frac{t(4r^2 - t)}{(t + r^2)^2} = g(t) \quad (t > 0).$$

$$\text{Ta có } g'(t) = \frac{-6r^2t^2 - 2r^4t + 4r^6}{(t + r^2)^4}; g'(t) = 0 \Leftrightarrow -6r^2t^2 - 2r^4t + 4r^6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -r^2 \\ t = \frac{2r^2}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

t	0	$\frac{2r^2}{3}$	$+\infty$
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$		$\frac{4}{5}$	

Vậy thể tích lớn nhất của tứ diện $SAHK$ khi điểm C chạy trên đường tròn là

$$\max V_{SAHK} = \frac{1}{30}r^3 \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{5}}{75}r^3.$$

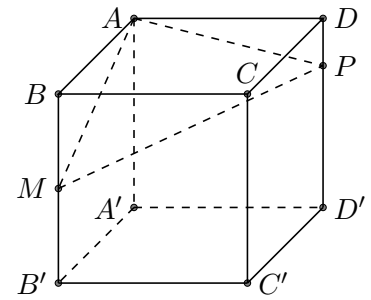
Chọn đáp án **C**

□

Câu 316.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$. Gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP = \frac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N . Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng

- A. $V = 2a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = \frac{11a^3}{3}$. D. $V = \frac{9a^3}{4}$.

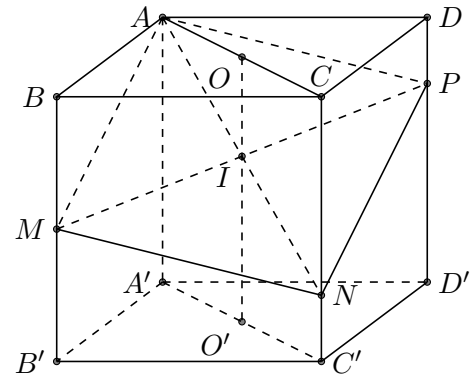


Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là trung điểm của $AC, A'C'$ và I là giao điểm của OO' với MP . Khi đó N là giao điểm của CC' với AI . Ta dễ dàng chứng minh được tứ giác $AMNP$ là hình bình hành và $CN = \frac{3}{4}CC'$.

Từ đó suy ra $BM = a, CN = \frac{3a}{2}, DP = \frac{a}{2}$.

Ta có: $V_{AMNPBCD} = V_{A.BMNC} + V_{A.CNPD}$.



$$V_{A.BMNC} = \frac{1}{3}AB \cdot S_{BMNC} = \frac{1}{3}AB \cdot \frac{1}{2} \cdot BC \cdot (MB + NC) = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \left(a + \frac{3a}{2}\right) = \frac{5a^3}{3}.$$

$$V_{A.CNPD} = \frac{1}{3}AD \cdot S_{CNPD} = \frac{1}{3}AD \cdot \frac{1}{2} \cdot CD \cdot (CN + PD) = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \left(\frac{a}{2} + \frac{3a}{2}\right) = \frac{4a^3}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{AMNPBCD} = \frac{5a^3}{3} + \frac{4a^3}{3} = 3a^3.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 317. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Tam giác ABC' có diện tích là $\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng tạo với đáy một góc α . Tìm α để thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $\alpha = \arctan \frac{1}{\sqrt{6}}$. B. $\alpha = \arctan \sqrt{6}$. C. $\alpha = \arctan \sqrt{2}$. D. $\alpha = \arctan \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

• Gọi H là trung điểm AB . Ta có $\triangle ABC$ đều nên $CH \perp AB$. Mặt khác $\triangle C'AB$ là tam giác cân nên $C'H \perp AB$. Do đó góc giữa hai mặt phẳng $(C'AB)$ và (ABC) là góc $\widehat{CHC'}$. Suy ra góc $\widehat{CHC'} = \alpha$.

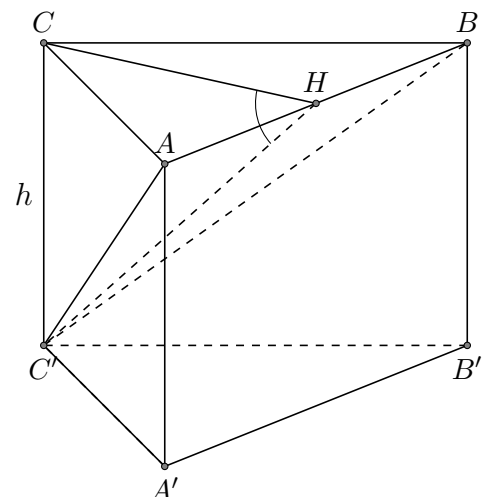
$$\bullet S_{\text{đáy}} = S_{C'AB} \cos \alpha = \sqrt{3} \cos \alpha.$$

$$\text{Đặt } x = AB. \text{ Ta có } S_{\text{đáy}} = \frac{1}{2}x^2 \sin 60^\circ$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{2S_{\text{đáy}}}{\sin 60^\circ} = 4 \cos \alpha \Rightarrow x = 2\sqrt{\cos \alpha}.$$

$$\text{Ta có } CH = AB \sin 60^\circ = \sqrt{3}\sqrt{\cos \alpha}.$$

$$\text{Do đó } h = CC' = CH \tan \alpha = \sqrt{3} \cos \alpha \tan \alpha.$$



$$\bullet \text{ Ta có } V_{ABC.A'B'C'} = h S_{\text{đáy}} = \sqrt{3} \cos \alpha \tan \alpha \sqrt{3} \cos \alpha = 3 \sin \alpha \sqrt{\cos \alpha} = 3 \sqrt{\cos \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}.$$

Đặt $t = \cos \alpha$ với $0 < t < 1$ và $f(t) = t(1 - t^2)$.

$$f'(t) = 1 - 3t^2. \text{ Do đó } f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (thỏa mãn)} \\ t = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên như sau

x	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1
$f(t)'$	—	0	+
$f(t)$	0	$\frac{2}{3\sqrt{3}}$	0

Từ bảng biến thiên suy ra thể tích khối lăng trụ đạt giá trị lớn nhất khi $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ hay $\tan \alpha = \sqrt{2}$.
 Vậy $\alpha = \arctan \sqrt{2}$.

Chọn đáp án 

□

Câu 318. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và SC là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. a .

D. $\frac{a}{2}$.

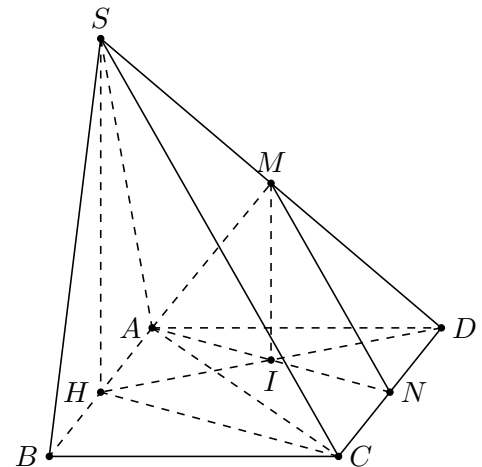
Lời giải.

Gọi N là trung điểm CD . Ta có $MN \parallel SC \Rightarrow SC \parallel (AMN)$
 $\Rightarrow d(AM, SC) = d[(AMN), SC] = d[C, (AMN)]$.

Kẻ $SH \perp AB$, ta có $SH \perp (ABCD)$, $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}. \text{ Khi đó}$$

$$\begin{aligned} V_{ACNM} &= \frac{1}{3} \cdot d[M, (ACN)] \cdot S_{ACN} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} d[S, (ACN)] \cdot \frac{1}{4} S_{ABCD} \\ &= \frac{1}{8} V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{48}. \end{aligned}$$



Ta có $AN = HD = HC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Lại có $SD^2 = SH^2 + HD^2 = SH^2 + HA^2 + AD^2 = SA^2 + AD^2 = 2a^2$

$\Rightarrow SD = a\sqrt{2}$ và $\triangle SAD$ vuông tại A nên $AM = \frac{SD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vì $HC = HD$ nên $SC = SD = a\sqrt{2} \Rightarrow MN = \frac{SC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lấy I là trung điểm của AN thì $MI \perp AN$ nên $MI = \sqrt{AM^2 - AI^2} = \sqrt{\frac{a^2}{2} - \frac{5a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra $S_{AMN} = \frac{AN \cdot MI}{2} = \frac{a^2\sqrt{15}}{16} \Rightarrow d[C, (AMN)] = \frac{3V_{ACNM}}{S_{AMN}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 319. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA . Gọi O là điểm bất kỳ trên mặt đáy $(ABCD)$. Biết thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng V . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{27}{8}V$.

B. $\frac{27}{2}V$.

C. $\frac{9}{4}V$.

D. $\frac{27}{4}V$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích } V_{O.MNPQ} = \frac{1}{3} d(O, (MNPQ)) \cdot S_{MNPQ}.$$

Gọi E, F, I, J lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Ta có $PQ \parallel IJ$ và $PQ = \frac{2}{3}IJ$.

Hai hình bình hành $MNPQ$ và $EFIJ$ đồng dạng với tỉ số đồng dạng $k = \frac{2}{3}$.

$$\text{Suy ra, } \frac{S_{MNPQ}}{S_{EFIJ}} = k^2 \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{4}{9}S_{EFIJ}.$$

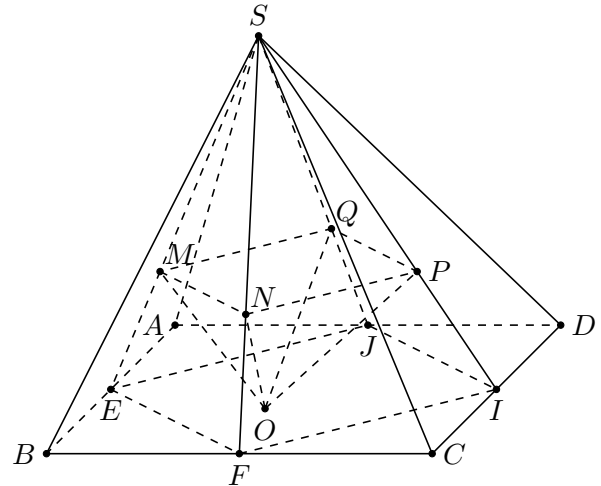
$$\text{mà } S_{EFIJ} = \frac{1}{2}S_{ABCD} \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{2}{9}S_{ABCD}.$$

Mặt khác, do $(MNPQ) \parallel (ABCD)$ nên

$$d(O, (MNPQ)) = d(P, (ABCD)) = \frac{1}{3} d(S, (ABCD)).$$

Do đó

$$\begin{aligned} V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} d(S, (ABCD)) \cdot S_{ABCD} \\ &= \frac{1}{3} \cdot 3 d(O, (MNPQ)) \cdot \frac{9}{2} S_{MNPQ} \\ &= \frac{27}{2} \cdot \frac{1}{3} d(O, (MNPQ)) \cdot S_{MNPQ} = \frac{27}{2} V. \end{aligned}$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 320. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AA' và BB' ; đường thẳng CE cắt đường thẳng $C'A'$ tại E' , đường thẳng CF cắt đường thẳng $C'B'$ tại F' . Thể tích khối đa diện $EFA'B'E'F'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

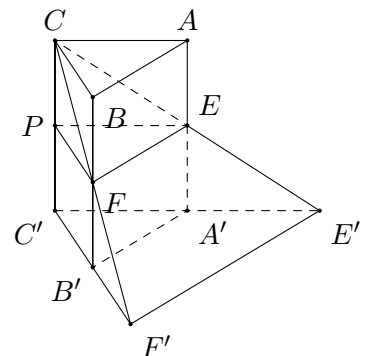
Lời giải.

Gọi P là trung điểm của CC' . Ta có

$$V_{C.C'E'F'} = \frac{1}{3} CC' \cdot S_{C'E'F'} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$V_{CC'A'B'EF} = V_{A'B'C'.EFP} + V_{C.EFP} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) V_{ABC.A'B'C'} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Suy ra } V_{EFA'B'E'F'} = V_{C.C'E'F'} - V_{CC'A'B'EF} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án (A)

□

Câu 321. Cho tam giác ABC đều cạnh a , gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Trên d lấy điểm S và đặt $AS = x_0$ ($x > 0$). Gọi H và K lần lượt là trực tâm của các

tam giác ABC và SBC . Biết HK cắt d tại điểm S' . Khi SS' ngắn nhất thì khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{27}$.

Lời giải.

Xét tam giác $SA'S'$ có H là trực tâm, ta có:

$$\triangle S'AH \sim \triangle A'AS$$

$$\Rightarrow \frac{AS'}{AA'} = \frac{AH}{AS} \Rightarrow AS' \cdot AS = AA' \cdot AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2}{2}.$$

Theo bất đẳng thức Cauchy ta có

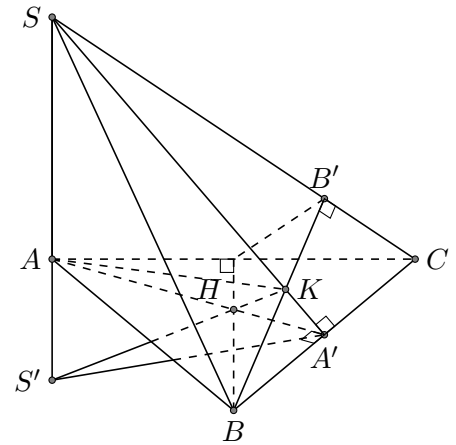
$$SS' = SA + AS' \geq 2\sqrt{AS \cdot AS'} = 2\sqrt{\frac{a^2}{2}} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } SA = AS' = x = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Do đó } SS' \text{ ngắn nhất khi } x = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}.$$

Chọn đáp án **A**



□

Câu 322.

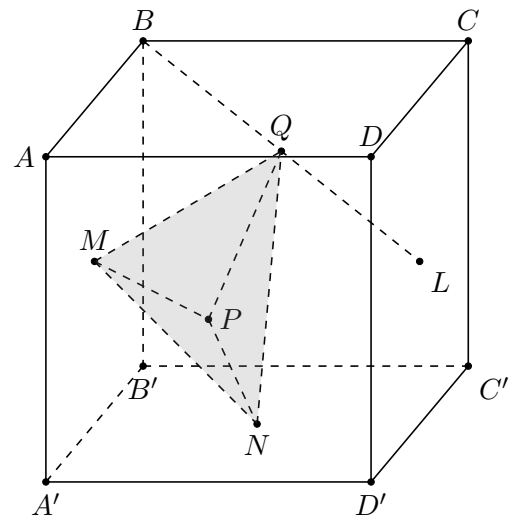
Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh 1. Gọi M, N, P, L lần lượt là tâm các hình vuông $ABB'A', A'B'C'D', ADD'A'$ và $CDD'C'$. Gọi Q là trung điểm của BL . Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$ (tham khảo hình vẽ bên).

A. $\frac{1}{24}$.

B. $\frac{1}{16}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{27}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{27}$.



Lời giải.

Ta thấy $BL \parallel MPD'N$ là hình bình hành.

$$\Rightarrow V_{MNPQ} = V_{Q.MNP} = V_{B.MNB},$$

do $A'M = BM$ nên

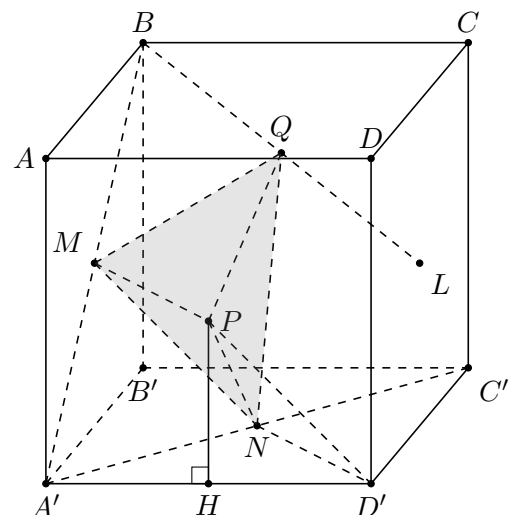
$$V_{B.MNB} = V_{A'.MNP} = V_{A'.PD'N} = V_{P.A'D'N},$$

hơn nữa

$$V_{P.A'D'N} = \frac{1}{3} \cdot PH \cdot S_{A'D'N} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}.$$

$$\text{Vậy } V_{MNPQ} = \frac{1}{24}$$

Chọn đáp án **A**

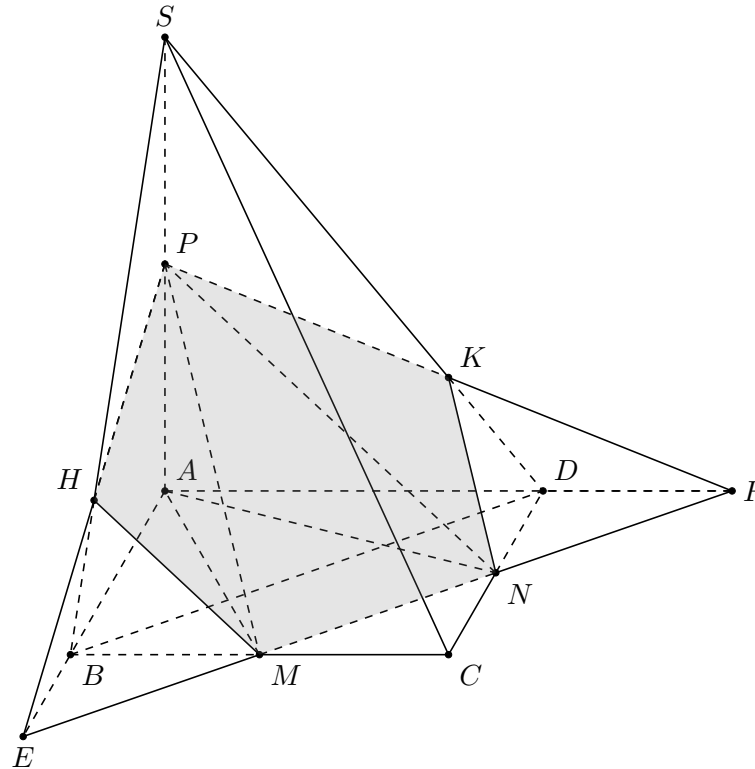


□

Câu 323. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các đoạn BC, CD và SA . Mặt phẳng (MNP) chia khối chóp thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1 và V_2 . Biết rằng $V_1 \leq V_2$, tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.



Theo định lí Menelaus ta có $\frac{EB}{EA} \cdot \frac{AP}{PS} \cdot \frac{SH}{HB} = 1 \Rightarrow SH = 3HB \Rightarrow \frac{SH}{SB} = \frac{3}{4}$.

Tương tự, ta cũng có $\frac{SK}{SD} = \frac{3}{4}$.

Gọi V_A và V_S lần lượt là thể tích của phần chứa đỉnh A và đỉnh S .

Ta chia khối chóp chứa đỉnh A thành ba khối có thể tích như sau

$$V_A = V_{M.BHPA} + V_{P.AMN} + V_{N.APKD}.$$

Ta có $S_{SAB} = \frac{1}{2}SA \cdot SB \cdot \sin \widehat{ASB} = \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{2}SA \cdot SB \cdot \sin \widehat{ASB} = \frac{8}{3}S_{SPH} \Rightarrow S_{BHPA} = \frac{5}{8}S_{SAB}$.

Suy ra

$$V_{M.BHPA} = \frac{1}{2}V_{C.BHPA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{8}V_{C.SAB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{8}V_{S.ABC} = \frac{5}{32}V_{S.ABCD} = \frac{5}{32}V.$$

Tương tự, ta có $V_{N.APKD} = \frac{5}{32}V$.

Dễ dàng tính được $S_{AMN} = \frac{3}{8}S_{ABCD} \Rightarrow V_{P.AMN} = \frac{1}{2}V_{S.AMN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{8}V_{S.ABCD} = \frac{3}{16}V$.

Khi đó

$$\begin{aligned} V_A &= V_{M.BHPA} + V_{P.AMN} + V_{N.APKD} \\ &= \frac{5}{32}V + \frac{3}{16}V + \frac{5}{32}V = \frac{1}{2}V \Rightarrow \frac{V_A}{V_S} = 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

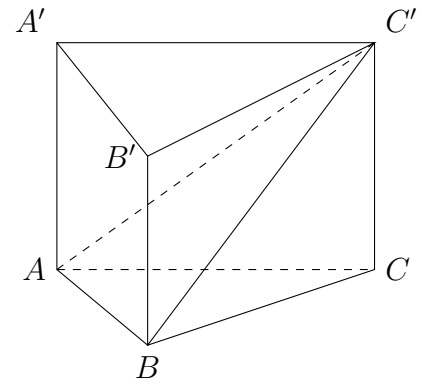
□

Câu 324.

Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a , góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ (tham khảo hình vẽ bên).

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.
B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.
C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.
D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.



Lời giải.

Gọi M là trung điểm AB , H là hình chiếu của C lên $C'M$ thì $CH \perp (ABC')$. Theo giả thiết, suy ra $CH = a$.

Gọi N là hình chiếu của C lên BC' , khi đó $BC' \perp (CHN)$ nên $BC' \perp NH$. Suy ra góc giữa (ABC') và (BCC') bằng góc $\widehat{CNH}$, suy ra $\widehat{CNH} = \alpha$. Đặt $AB = x$.

Tam giác CHN vuông tại H

$$CN = \frac{CH}{\sin \alpha} = a \div \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{33}}{11}.$$

Mặt khác, ta có

$$\frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CN^2} - \frac{1}{BC'^2}, \quad \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{CM^2}.$$

Suy ra

$$\frac{1}{CN^2} - \frac{1}{BC'^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{CM^2} \Leftrightarrow \frac{11}{12a^2} - \frac{1}{x^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{4}{3x^2} \Leftrightarrow \frac{1}{3x^2} = \frac{1}{12a^2} \Rightarrow x = 2a.$$

$$\text{Vậy, } S_{ABC} = a\sqrt{3}, \quad CC' = \frac{a\sqrt{6}}{2}. \quad \text{Từ đó, } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot CC' = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 325. Trong các khối chóp có tất cả các cạnh bằng 1, gọi S là thể tích của khối chóp có số cạnh nhiều nhất. Khi đó S gần bằng giá trị nào sau đây nhất?

- A. 0,2. B. 0,1. C. 0,3. D. 0,4.

Lời giải.

Giả sử $S.A_1A_2...A_n$ là hình chóp đều có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi O là tâm của đáy. Xét tam giác OA_1A_2 cân tại O và $A_1A_2 = SA_1 > OA_1$ nên $\widehat{A_1OA_2} > \widehat{OA_1A_2} = \widehat{OA_2A_1} \Rightarrow \widehat{A_1OA_2} > 60^\circ \Rightarrow n < 6$. Dễ thấy hình chóp ngũ giác có tất cả các cạnh bằng 1 tồn tại. Vậy Trong các khối chóp có tất cả các cạnh bằng 1 khối chóp ngũ giác có số cạnh nhiều nhất.

Ta giác $\triangle A_1OA_2$ có $A_1A_2 = 1$, $\widehat{A_1OA_2} = 72^\circ$ suy ra $A_1O = A_2O = \frac{1}{2 \cos 36^\circ}$.

$$S_{A_1A_2A_3A_4A_5} = 5S_{\triangle A_1OA_2} = 5 \cdot \frac{1}{2} OA_1 \cdot OA_2 \sin \widehat{A_1OA_2} =$$

$$5 \tan 36^\circ. \text{ Lại có } SO = \sqrt{SA_1^2 - OA_1^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4 \cos^2 36^\circ}}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} SO \cdot S_{A_1A_2A_3A_4A_5} \approx 0,3.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 326. Khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $SA = SB = SC = a$, cạnh SD thay đổi. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất khi độ dài cạnh SD là

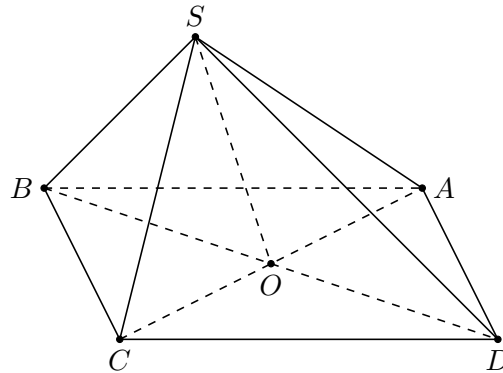
A. a .

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải.



Gọi O là tâm hình thoi $ABCD$. Đặt $\alpha = \widehat{BSC}$, $\beta = \widehat{CSA}$, $\gamma = \widehat{ASB}$, ta có

$$\begin{aligned} V_{S.ABCD} &= 2V_{S.ABC} \\ &= 2 \cdot \frac{SA \cdot SB \cdot SC}{6} \sqrt{1 + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma} \\ &= \frac{a^3}{3} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \beta - \cos^2 \beta} \\ &= \frac{a^3}{3} \sqrt{\frac{9}{16} - \left(\frac{1}{4} - \cos \beta\right)} \leq \frac{a^3}{4}. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $\cos \beta = \frac{1}{4}$. Khi đó

$$AC^2 = SA^2 + SC^2 - 2 \cdot SA \cdot SC \cos \beta = \frac{3a^2}{2},$$

$$SO^2 = SA^2 - \frac{AC^2}{4} = \frac{5a^2}{8}.$$

Mặt khác $OD = OB = SO$ nên tam giác BSD vuông tại S . Vậy

$$SD = \sqrt{BD^2 - SB^2} = \sqrt{4SO^2 - SB^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

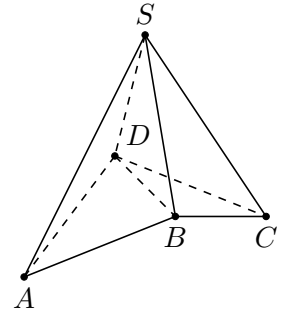
Chọn đáp án **C**

□

Câu 327.

Cho hình đa diện $S.ABCD$ có $SA = 4$, $SB = 2$, $SC = 3$, $SD = 1$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSD} = \widehat{DSA} = \widehat{BSD} = 60^\circ$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) là

- A. $\frac{8\sqrt{6}}{9}$. B. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.



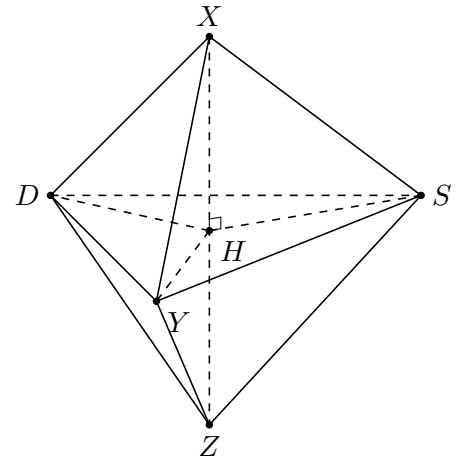
Lời giải.

Trên các cạnh SA , SB , SC lấy các điểm X , Y , Z sao cho $SX = SY = SZ = 1$. Khi đó $SXYD$ và $SZYD$ là các tứ diện đều cạnh 1. Gọi H là tâm của tam giác đều SDY . Ta có

$$V_{SXYZD} = 2V_{SXYD} = 2 \cdot \frac{1^3 \cdot \sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{2}}{6}.$$

Suy ra

$$V_{XZDS} = V_{XZSY} = V_{XZYD} = \frac{V_{SXYZD}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{18}.$$



Do đó

$$d(X, (SZD)) = \frac{3V_{XZDS}}{S_{SDZ}} = \frac{\sqrt{2}}{6} \cdot \frac{4}{1^2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{9}.$$

$$\text{Vậy } d(A, (SCD)) = 4d(X, (SCD)) = 4 \cdot \frac{2\sqrt{6}}{9} = \frac{8\sqrt{6}}{9}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 328. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của khối đa diện $MBP.A'B'N$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P . Tính thể tích khối đa diện $MBP.A'B'N$.

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. B. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{96}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{24}$.

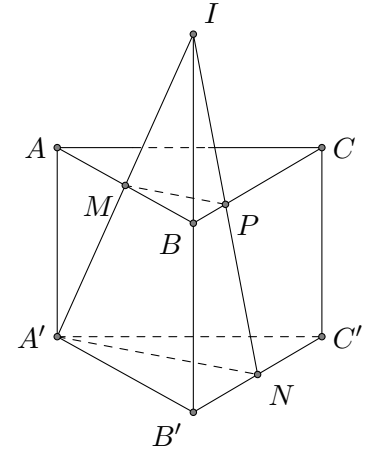
Lời giải.

Theo định lý ba giao tuyến, $A'M$, $B'B$ và NP đồng quy. Gọi I là giao điểm của 3 đường thẳng $A'M$, $B'B$ và NP .

$$\begin{aligned} \text{Ta có } V_{I.A'B'N} &= V_1 = \frac{1}{3} S_{A'B'N} \cdot IB' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (A'N \cdot NB) \cdot (2B'B) \\ &= \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} \right) \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}. \end{aligned} \quad (1)$$

$$V_{I.MBP} = V_2 = \frac{1}{3} \cdot S_{MBP} \cdot IB = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{32} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{96}. \quad (2)$$

$$\text{Lấy (1) trừ (2), về theo về, ta được: } V_{MBP.A'B'N} = V_1 - V_2 = \frac{7a^3\sqrt{3}}{96}.$$



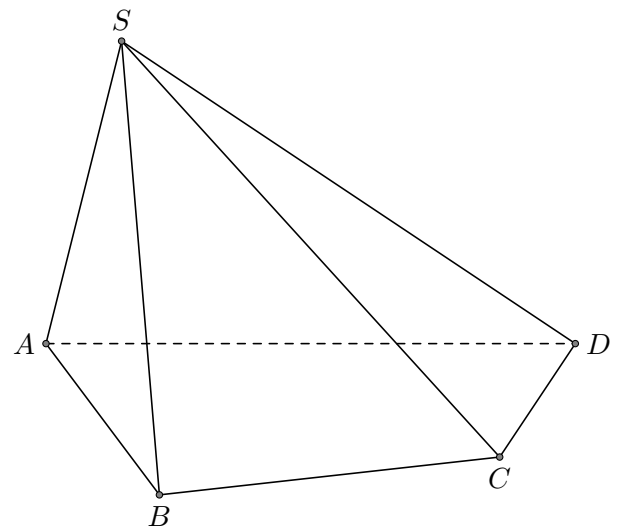
Chọn đáp án **B**

□

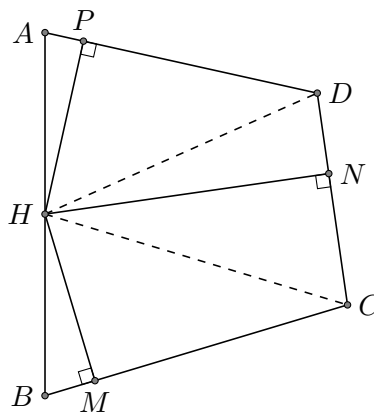
Câu 329.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi và góc tạo bởi các mặt phẳng (SAB) , (SBC) , (SCD) , (SDA) với mặt đáy lần lượt là $90^\circ, 60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$. Biết rằng tam giác SAB vuông cân tại S , $AB = a$ và chu vi tứ giác $ABCD$ là $9a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$.
C. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.



Lời giải.



- Gọi H là hình chiếu của S lên cạnh AB . Do tam giác ABS vuông cân tại đỉnh S nên ta có chiều cao khối chóp $SH = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$.
- Gọi M, N, P theo thứ tự là hình chiếu của H lên các cạnh BC, CD, DA . Khi đó góc giữa các mặt phẳng (SBC) , (SCD) , (SDA) với mặt đáy lần lượt là $\widehat{SMH}$, $\widehat{SNH}$, và $\widehat{SPH}$ và đều có số đo bằng 60° .

$$\Rightarrow HM = HN = HP = SH \div \tan 60^\circ = \frac{a}{2} \div \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Ta có, } S_{ABCD} = S_{HBC} + S_{HCD} + S_{HDA} = \frac{1}{2}HM \cdot BC + \frac{1}{2}HN \cdot CD + \frac{1}{2}HP \cdot DA = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{3}}{6} (BC + CD + DA) \\ \frac{a\sqrt{3}}{12} (9a - a) = \frac{2\sqrt{3}a^2}{3}.$$

$$\bullet \text{ Suy ra, thể tích của khối chóp } S_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{2a^2\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 330. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $SA \perp (ABCD)$, cạnh bên SC tạo với $(ABCD)$ một góc 60° và tạo với (SAB) một góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\sqrt{3}a^3$.

B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

C. $2a^3$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải.

Giả sử $AD = BC = x > 0$, khi đó $AC = \sqrt{a^2 + x^2}$

Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = 60^\circ$.

$$\text{Suy ra } \frac{AC}{SC} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow SC = 2AC = 2\sqrt{a^2 + x^2}.$$

Lại có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $AB \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Dẫn tới $(SC, (SAB)) = (SC, SB) = \widehat{BSC}$.

$$\text{Theo bài ra ta có } \sin \widehat{BSC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow \frac{BC}{SC} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

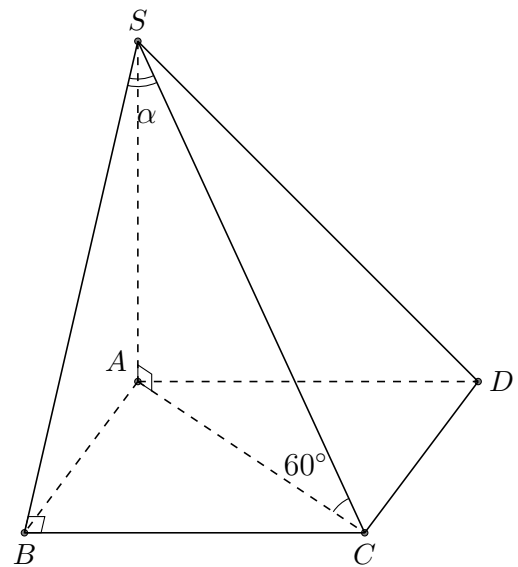
$$\Leftrightarrow \frac{x}{2\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow 2x = \sqrt{3(a^2 + x^2)}$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 = 3(a^2 + x^2) \Leftrightarrow x^2 = 3a^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{3} \text{ (vì } x > 0).$$

Từ đó suy ra $SA = AC \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$.

$$\text{Dẫn tới } V_{S.ABCD} = \frac{SA \cdot S_{ABCD}}{3} = \frac{2a\sqrt{3} \cdot a \cdot a\sqrt{3}}{3} = 2a^3.$$

Chọn đáp án **(C)** □



Câu 331. Hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng 4, diện tích ba mặt bên lần lượt là 9, 18 và 10. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\sqrt[4]{11951}$.

B. $\frac{\sqrt[4]{11951}}{2}$.

C. $\sqrt{11951}$.

D. $\frac{\sqrt{11951}}{2}$.

Lời giải.

Gọi chiều cao khối lăng trụ là h .

Khi đó ta có các cạnh của $\triangle ABC$ lần lượt bằng $\frac{9}{h}$; $\frac{18}{h}$; $\frac{10}{h}$.

Áp dụng công thức Hê-rông, khi đó ta có diện tích tam giác ABC là

$$S_{ABC} = \sqrt{\frac{1}{16} \left(\frac{9}{h} + \frac{18}{h} + \frac{10}{h} \right) \left(\frac{9}{h} + \frac{18}{h} - \frac{10}{h} \right) \left(\frac{9}{h} - \frac{18}{h} + \frac{10}{h} \right) \left(-\frac{9}{h} + \frac{18}{h} + \frac{10}{h} \right)} = \sqrt{\frac{11951}{16h^4}}$$

$$\text{Theo bài ra ta có } \sqrt{\frac{11951}{16h^4}} = 4 \Leftrightarrow h = \frac{\sqrt[4]{11951}}{4}, \text{ suy ra } V_{ABC.A'B'C'} = 4h = \sqrt[4]{11951}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 332. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 3$. Gọi D, E lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA, SC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$, biết đường thẳng BD vuông góc với đường thẳng AE .

A. $V_{S.ABC} = \frac{3\sqrt{21}}{2}$. B. $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{21}}{2}$. C. $V_{S.ABC} = \frac{27\sqrt{2}}{4}$. D. $V_{S.ABC} = \frac{27\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm AC , vẽ hình bình hành $AMFB$.

Gọi x là độ dài cạnh $\triangle ABC$. Khi đó

$$AF^2 = x^2 + \frac{x^2}{4} - 2 \cdot x \cdot \frac{x}{2} \cdot \cos 120^\circ = \frac{7x^2}{4}.$$

Lại có

$$BD^2 = \frac{x^2 + 3^2}{2} - \frac{3^2}{4} = \frac{2x^2 + 9}{4} = AE^2 = EF^2.$$

Mà $\triangle AEF$ vuông cân tại E nên

$$2AE^2 = AF^2 \Leftrightarrow \frac{2x^2 + 9}{2} = \frac{7x^2}{4} \Leftrightarrow x = \sqrt{6}.$$

Từ đó ta tính được diện tích đáy hình chóp bằng $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. Chiều cao hình chóp bằng $\sqrt{7}$.

Vậy thể tích hình chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{7} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{21}}{2}$.

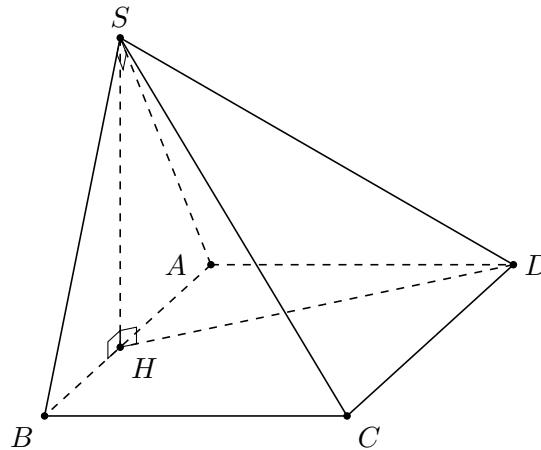
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 333. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. $\triangle SAB$ vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi φ là góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC) , với $\varphi < 45^\circ$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $a^2\sqrt{2}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.



Kẻ $SH \perp ABCD \Rightarrow H \in AB$. Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD}$.

Do đó V_{ABCD} lớn nhất khi SH lớn nhất. Lại có $\triangle SAB$ vuông tại S nên S thuộc đường tròn đường kính AB . Do đó SH lớn nhất khi S là điểm chính giữa của cung AB hay H là trung điểm của AB .

Khi đó $SH = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Vậy $V_{\max} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot 2a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 334. Cho hai hình cầu đồng tâm $(O; 2)$ và $(O; \sqrt{10})$. Một tứ diện $ABCD$ có hai đỉnh A, B nằm trên mặt cầu $(O; 2)$ và các đỉnh C, D nằm trên mặt cầu $(O; \sqrt{10})$. Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $12\sqrt{2}$.

B. $4\sqrt{2}$.

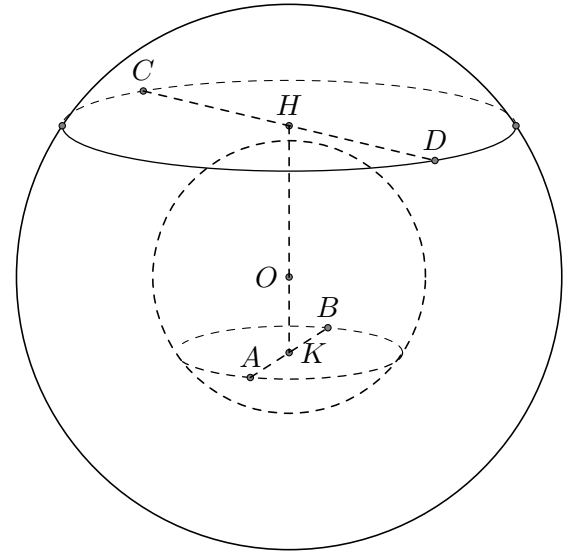
C. $8\sqrt{2}$.

D. $6\sqrt{2}$.

Lời giải.Đặt $OH = a$, $OK = b$.

Ta có

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{CD \cdot AB \cdot d(AB, CD) \cdot \sin(AB, CD)}{6} \\
 &\leq \frac{CD \cdot AB \cdot HK \cdot 1}{6} \\
 &\leq \frac{2}{3} \sqrt{10 - a^2} \cdot \sqrt{4 - b^2} \cdot (a + b) \\
 &\leq \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(10 - a^2)(4 - b^2)(a^2 + 2b^2)} \\
 &\leq \frac{2\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{(10 - a^2)(8 - 2b^2)(a^2 + 2b^2)} \\
 &\leq \frac{2\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{216} \\
 &\leq 6\sqrt{2}.
 \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi $a = 2$, $b = 1$.Chọn đáp án **D**

□

Câu 335. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Góc tạo bởi mặt bên (SAB) với đáy bằng α . Tỉ số diện tích của tam giác SAB và hình bình hành $ABCD$ bằng k . Mặt phẳng (P) đi qua AB và chia hình chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau. Gọi β là góc tạo bởi mặt phẳng (P) và mặt đáy. Tính $\cot \beta$ theo k và α .

A. $\cot \beta = \cot \alpha + \frac{\sqrt{5} + 1}{4k \sin \alpha}$.

B. $\cot \beta = \tan \alpha + \frac{\sqrt{5} + 1}{4k \sin \alpha}$.

C. $\cot \beta = \cot \alpha + \frac{\sqrt{5} - 1}{4k \sin \alpha}$.

D. $\cot \beta = \tan \alpha + \frac{\sqrt{5} - 1}{4k \sin \alpha}$.

Lời giải.

Đặt $\frac{SM}{SD} = \frac{SN}{SC} = m > 0$.

Ta có

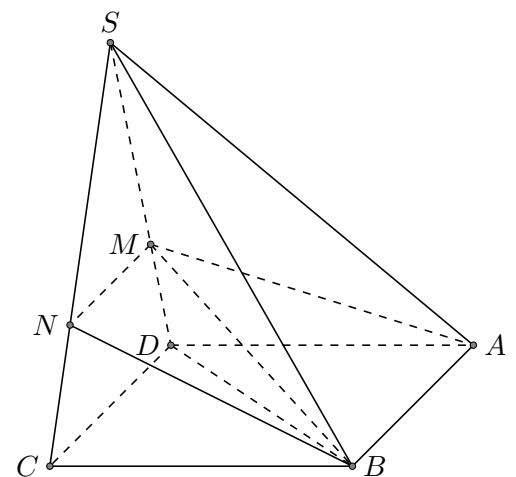
$$\frac{V_{S.AMB}}{V_{S.ADB}} = 1 \cdot 1 \cdot m \text{ và } \frac{V_{S.MNB}}{V_{S.CDB}} = 1 \cdot m \cdot m$$

$$\text{Mà } \frac{V_{S.AMB}}{V_{S.ADB}} + \frac{V_{S.MNB}}{V_{S.CDB}} = 2 \frac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}} = 1. \text{ Suy ra}$$

$$m^2 + m = 1 \Rightarrow m = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}.$$

Ta có

$$\frac{V_{S.ABM}}{V_{M.ABD}} = \frac{d(M, (SAB)) \cdot S_{SAB}}{d(M, (ABD)) \cdot S_{ABD}} = \frac{S_{SAB} \cdot \sin(\alpha - \beta)}{S_{ABD} \cdot \sin \beta} = \frac{2k \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\sin \beta}.$$



Suy ra

$$\begin{aligned}\frac{V_{S.ABM}}{V_{M.ABD}} &= \frac{V_{S.ABM}}{\frac{V_{S.ABCD}}{2} - V_{S.ABM}} = 2k(\sin \alpha \cot \beta - \cos \alpha). \\ \Rightarrow \frac{m \cdot \frac{V_{S.ABCD}}{2}}{\frac{V_{S.ABCD}}{2} - m \cdot \frac{V_{S.ABCD}}{2}} &= 2k(\sin \alpha \cot \beta - \cos \alpha). \\ \Rightarrow \frac{m}{1-m} &= 2k \sin \alpha \cot \beta - 2k \cos \alpha \\ \Rightarrow \frac{1+\sqrt{5}}{2} &= 2k \sin \alpha \cot \beta - 2k \cos \alpha \\ \Rightarrow \cot \beta &= \cot \alpha + \frac{1+\sqrt{5}}{4k \sin \alpha}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 336. Cho tứ diện $ABCD$, trên các cạnh BC, BD, AC lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $BC = 3BM, BD = \frac{3}{2}BN, AC = 2AP$. Mặt phẳng (MNP) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai phần có thể tích là V_1, V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{26}{13}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{15}{19}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{19}$.

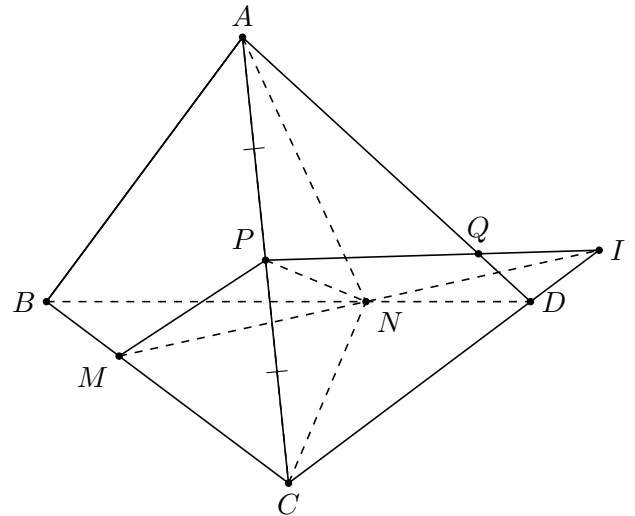
D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{26}{19}$.

Lời giải.

Đặt $V_{ABCD} = V$, gọi $I = MN \cap CD, Q = IP \cap AD$, ta có $Q = AD \cap (MNP)$. Do đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện là tứ giác $MNPQ$.

Áp dụng định lý Menelaus trong các tam giác $\triangle BCD$ và $\triangle ACD$, ta có

$$\begin{cases} \frac{NB}{ND} \cdot \frac{ID}{IC} \cdot \frac{MC}{MB} = 1 \\ \frac{ID}{IC} \cdot \frac{PC}{PA} \cdot \frac{QA}{QD} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{ID}{IC} = \frac{1}{4} \\ \frac{QA}{QD} = 4 \end{cases}.$$



Áp dụng công thức tính tỉ số thể tích, ta có

$$\frac{V_{ANPQ}}{V_{ANCD}} = \frac{AP}{AC} \cdot \frac{AQ}{AD} = \frac{2}{5} \Rightarrow V_{ANPQ} = \frac{2}{5} V_{ANCD} = \frac{2}{15} V. \text{ Suy ra } V_{N.PQDC} = \frac{1}{3} V - \frac{2}{15} V = \frac{1}{5} V.$$

$$\frac{V_{CMNP}}{V_{CBNA}} = \frac{CM}{CB} \cdot \frac{CP}{CA} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{CMNP} = \frac{1}{3} V_{CBNA} = \frac{2}{9} V.$$

$$\text{Ta có } V_2 = V_{N.PQDC} + V_{CMNP} = \frac{19}{45} V, \text{ suy ra } V_1 = V - V_2 = \frac{26}{45} V. \text{ Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{26}{19}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 337. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a , gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AA' và AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và $B'C'$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.

B. $\frac{3\sqrt{5}}{10}a$.

C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}a$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{15}a$.

Lời giải.

Gọi H và H' lần lượt là trung điểm của AC và $A'C'$, K là trung điểm của AH , L là giao của MN với AB' .

Ta có $\frac{AK}{AC} = \frac{AL}{AB'} = \frac{1}{4} \Rightarrow CB' \parallel AB' \Rightarrow CB' \parallel (MNK)$.

Từ đó $d(CB'; MN) = d(C; (MNK))$.

Ta có

$$V_{M.CNK} = \frac{1}{3} \cdot MA \cdot S_{NCK} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{64}.$$

$$S_{MNK} = \frac{1}{2} \cdot NK \cdot KM = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{4} = \frac{a^2\sqrt{15}}{32}.$$

$$\Rightarrow d(C; (MNK)) = \frac{3V_{M.CNK}}{S_{MNK}} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{64} \div \frac{a^2\sqrt{15}}{32} = \frac{3a\sqrt{5}}{10}.$$

$$\text{Vậy, } d(MN, CB') = \frac{3a\sqrt{5}}{10}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 338. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S . Gọi M là điểm thuộc CD sao cho $BM \perp SA$. Tính thể tích V của $S.BDM$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}.$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{32}.$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}.$

Lời giải.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Khi đó $SF \perp CD, SE \perp AB$ nên $SE \perp CD$

$\Rightarrow CD \perp (SEF) \Rightarrow (SEF) \perp (ABCD)$.

Kẻ $SH \perp EF \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Do $BM \perp SA$ nên $BM \perp (SAH)$. Suy ra $BM \perp AH$.

Đặt $G = BM \cap AH$. Ta có $SE = \frac{a\sqrt{3}}{2}, SF = \frac{DC}{2} = \frac{a}{2},$

$EF = a \Rightarrow \triangle SEF$ vuông tại S . Ta có

$$\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SE^2} + \frac{1}{SF^2}, EH \cdot EF = SE^2$$

$$\Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{4}, EH = \frac{3a}{4}. \text{ Mà } \triangle AEH \sim \triangle BCM \text{ (g.g.)}$$

$$\text{Suy ra } \frac{AE}{BC} = \frac{EH}{CM} \Rightarrow CM = \frac{3a}{2} \Rightarrow MD = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{BDM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 339.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành có $AB = a,$

$SA = SB = SC = SD = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Giá

trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

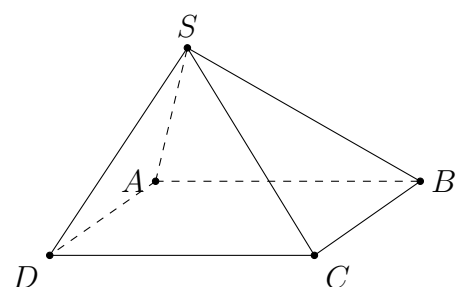
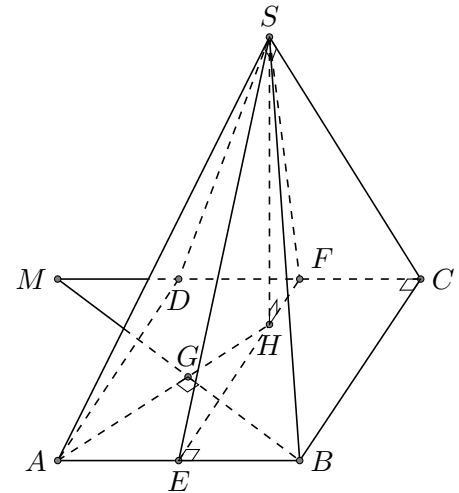
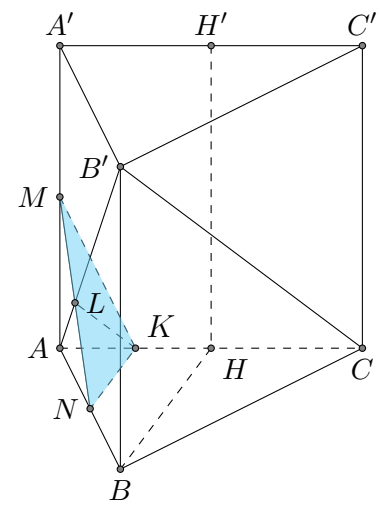
A. $\frac{a^3}{3}.$

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}.$

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$

D. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}.$

Lời giải.



Gọi O là hình chiếu của S xuống mặt đáy.

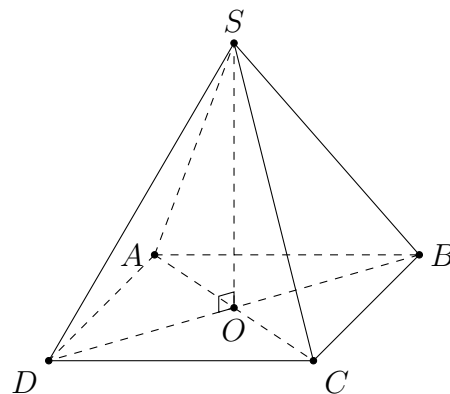
Vì các cạnh bên bằng nhau nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCD$.

Vì vậy $ABCD$ là hình chữ nhật. Đặt $AD = x$. Khi đó

$$SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{\frac{5a^2}{4} - \frac{a^2 + x^2}{4}} = \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}}.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} \cdot a \cdot x \cdot \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}} \\ &= \frac{1}{6} \cdot a \cdot \sqrt{x^2(4a^2 - x^2)} \\ &\leq \frac{1}{6} \cdot a \cdot \left(\frac{x^2 + 4a^2 - x^2}{2} \right) \\ &\leq \frac{a^3}{3}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 340. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích là V_1, V_2 trong đó V_1 là phần thể tích chứa đỉnh A . Tính tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$.

A. $\frac{5}{7}$.

B. $\frac{7}{5}$.

C. $\frac{12}{5}$.

D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải.

Gọi $MN \cap SD = P$ và $MB \cap AD = Q$. Khi đó, mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện $SABNPQ$ và $BCNPQD$.

Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Theo giả thiết V_2 là thể tích khối đa diện $BCNPQD$.

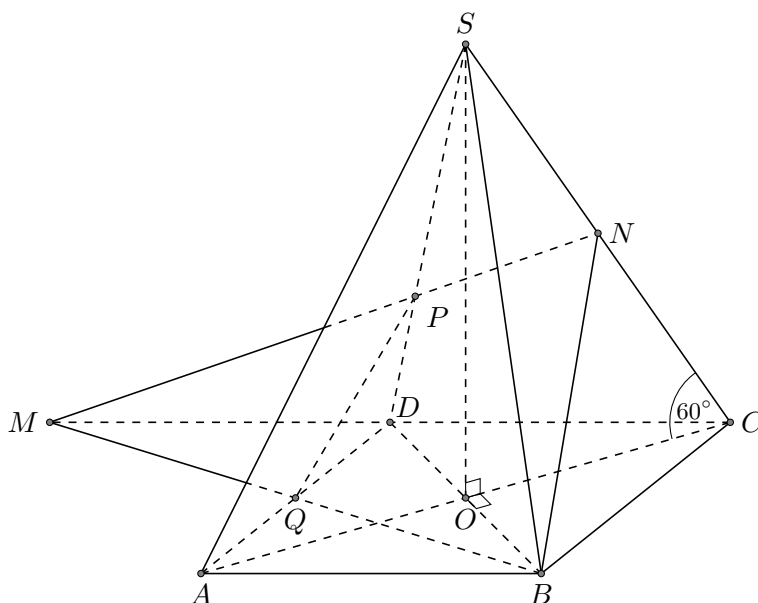
Xét tam giác SCM có N, D là trung điểm $SC, MC \Rightarrow P$ là trọng tâm tam giác $SCM \Rightarrow \frac{MP}{MN} = \frac{2}{3}$.

Vì M đối xứng với C qua D nên

$$\begin{cases} MD = AB \\ MD \parallel AB \end{cases}$$

$\Rightarrow ABDM$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \frac{MQ}{MB} = \frac{1}{2}.$$



Theo công thức tỉ số thể tích $\frac{V_{M.DPQ}}{V_{M.CNB}} = \frac{MD}{MC} \cdot \frac{MP}{MN} \cdot \frac{MQ}{MB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

Suy ra $V_2 = \frac{5}{6}V_{M.CNB}$. (1)

Ta có $S_{ABCD} = 2 \cdot S_{\triangle BCD} = S_{\triangle BCM}$ và $d(N, (ABCD)) = \frac{1}{2}d(S, (ABCD))$ (vì N là trung điểm SC).

Mặt khác $V_{M.CNB} = V_{N.BCM} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle BCM} \cdot d(M, (ABCD)) = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot \frac{1}{2}d(S, (ABCD)) = \frac{1}{2}V$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $V_2 = \frac{5}{12}V \Rightarrow V_1 = \frac{7}{12}V \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{5}{7}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 341. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = y$ ($y > 0$) và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Trên cạnh AD lấy điểm M và đặt $AM = x$ ($0 < x < a$). Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.ABCM$, biết $x^2 + y^2 = a^2$.

A. $V_{\max} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $V_{\max} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V_{\max} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $V_{\max} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải.

Diện tích hình thang $ABCM$ bằng $\frac{(a+x)a}{2}$.

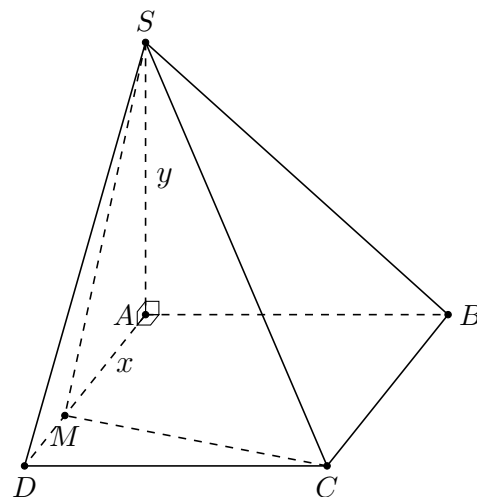
Thể tích của khối chóp $S.ABCM$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{(a+x)a}{2} \cdot y = \frac{ay(a+x)}{6}.$$

Từ $x^2 + y^2 = a^2$, suy ra $y^2 = a^2 - x^2 = (a-x)(a+x)$.

Ta có

$$V^2 = \frac{1}{36}a^2y^2(x+a)^2 = \frac{a^2}{36}(a-x)(a+x)^3.$$



Xét hàm số $f(x) = \frac{a^2}{36}(a-x)(a+x)^3$ trên khoảng $(0; a)$.

Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{a^2}{36} [-(a+x)^3 + 3(a-x)(a+x)^2] \\ &= \frac{a^2}{36} (2a^3 - 6ax^2 - 4x^3) = -\frac{a^2}{18} (2x^3 + 3ax^2 - a^3) = -\frac{a^2}{18} (x+a)^2 (2x-a). \\ f'(x) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -a \\ x = \frac{a}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{a}{2}$	a
y'	+	0	-
y	$\frac{a^6}{36}$	$\frac{3a^6}{64}$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{3a^6}{64}$ tại $x = \frac{a}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{\max} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8} \text{ khi } x = \frac{a}{2}.$$

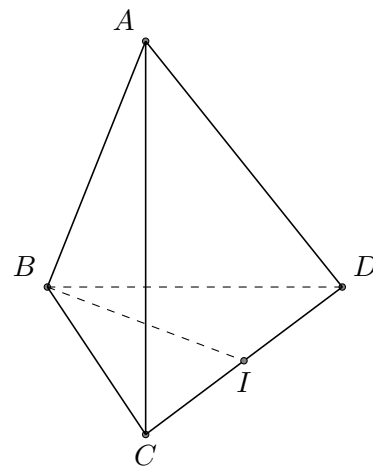
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 342.

Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $\sqrt{11}$. Gọi I là trung điểm cạnh CD (tham khảo hình vẽ bên). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BI .

- A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.



Lời giải.

Tứ diện $ABCD$ đều có cạnh bằng $\sqrt{11}$ nên $V_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{12} \times (\sqrt{11})^3 = \frac{11\sqrt{22}}{12}$.

Thể tích tứ diện $ABCI$ là $V = \frac{1}{2}V_{ABCD} = \frac{11\sqrt{22}}{24}$.

Gọi M là trung điểm của AD . Ta tính được $BI = BM = \frac{\sqrt{33}}{2}$, $IM = \frac{\sqrt{11}}{2}$.

Góc giữa AC và BI là góc giữa BI và CM . Ta có

$$\cos \widehat{BIM} = \frac{BI^2 + IM^2 - BM^2}{2BI \times IM} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \sin \widehat{BIM} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{12}}.$$

Ta có khoảng cách giữa AC và BI được tính theo công thức

$$d(AC, BI) = \frac{6V}{AC \cdot BI \cdot \sin(\widehat{AC; BI})} = \sqrt{2}.$$

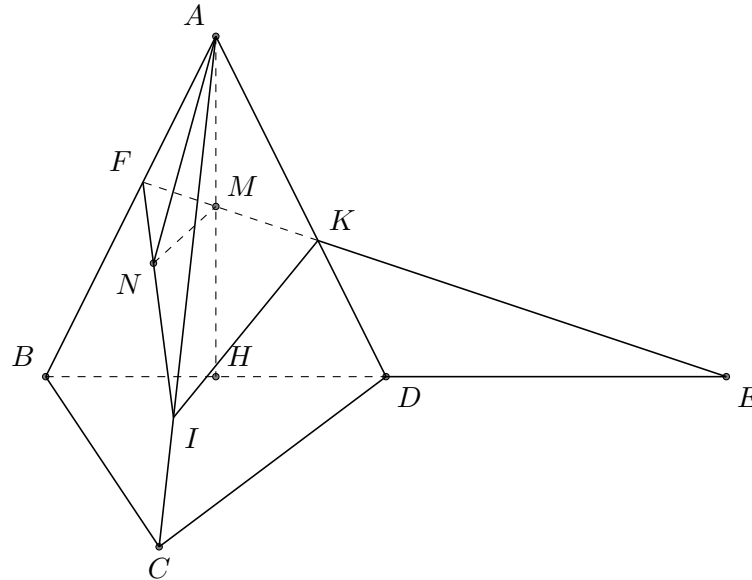
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 343. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích là V . Tính V .

- A. $V = \frac{9\sqrt{2}a^3}{320}$. B. $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{320}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{96}$. D. $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{80}$.

Lời giải.



Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$.

Áp dụng định lý Mê-nê-la-uyt vào $\triangle ADH$, cát tuyến MKE :

$$\frac{MA}{MH} \times \frac{EH}{ED} \times \frac{KD}{KA} = 1 \Rightarrow 2 \times \frac{3}{2} \times \frac{KD}{KA} = 1 \Leftrightarrow \frac{KD}{KA} = \frac{1}{3}.$$

Suy ra $\frac{AK}{AD} = \frac{AI}{AC} = \frac{3}{4}$ (1).

Áp dụng định lý Mê-nê-la-uyt vào $\triangle ABD$, cát tuyến FKE :

$$\frac{FA}{FB} \times \frac{EB}{ED} \times \frac{KD}{KA} = 1 \Rightarrow \frac{FA}{FB} \times 2 \times \frac{1}{3} = 1 \Leftrightarrow \frac{FA}{FB} = \frac{3}{2}.$$

Suy ra $\frac{AF}{AB} = \frac{3}{5}$ (2).

Ta có $\frac{V_{AFIK}}{V_{ABCD}} = \frac{AF}{AB} \times \frac{AI}{AC} \times \frac{AK}{AD} = \frac{27}{80}$. Vậy $V_{AFIK} = \frac{9\sqrt{2}a^3}{320}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 344. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60° . Tính thể tích V của khối đa diện $AB'CA'C'$.

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

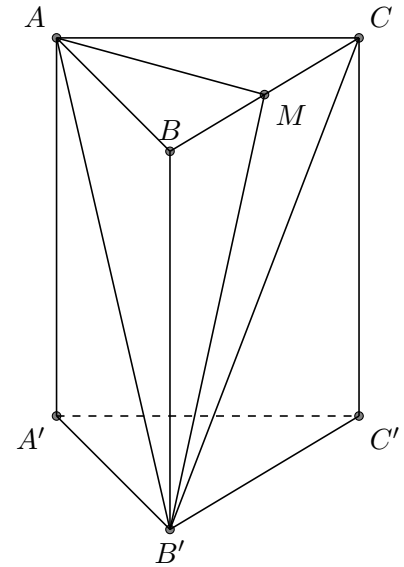
Gọi M là trung điểm BC thì $AM \perp (BCC'B')$ nên $\triangle MB'C$ là hình chiếu của $\triangle AB'C$ trên $(BCC'B')$. Đặt $AA' = x$ ta có

$$S_{MB'C} = \frac{1}{4} \cdot x \cdot BC = \frac{ax\sqrt{6}}{4}.$$

Ta có $AB' = \sqrt{x^2 + 3a^2}$, $AC = a\sqrt{3}$. Mà $AC \perp (ABB'A')$ nên $AC \perp AB'$ nên

$$S_{AB'C} = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot \sqrt{x^2 + 3a^2}.$$

$$\text{Lại có } \frac{1}{2} = \cos 60^\circ = \frac{S_{MB'C}}{S_{AB'C}} = \frac{x\sqrt{2}}{2\sqrt{x^2 + 3a^2}} \Rightarrow x = a\sqrt{3}.$$



Từ đó thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ nên thể tích đa diện cần tính bằng $\frac{2}{3}V = a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 345. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. $\triangle SAB$ cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm của SD . Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (SAC) .

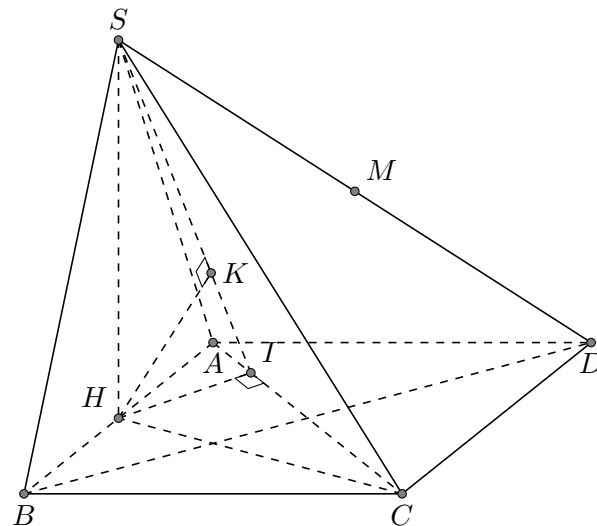
A. $d = \frac{2a\sqrt{1513}}{89}$.

B. $d = \frac{2a\sqrt{1315}}{89}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{1315}}{89}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$.

Lời giải.



Gọi H là trung điểm AB . Vì $\triangle SAB$ cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SH \perp (ABCD)$.

Lại thấy $V_{H.SAC} = V_{M.SAC} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD}$ nên $d(M, (SAC)) = d(H, (SAC))$.

Kẻ $HI \perp AC$, $HK \perp SI$, khi đó $d(H, (SAC)) = HK$.

Lại có $(SC, (ABCD)) = 45^\circ$ nên $\widehat{SCH} = 45^\circ$ và $\triangle SHC$ vuông cân tại H .

Mà $HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$, do đó $SH = \frac{a\sqrt{17}}{2}$.

Mặt khác, $HI = \frac{1}{2}d(B, AC) = \frac{BA \cdot BC}{\sqrt{BA^2 + BC^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. Suy ra $HK = \frac{HS \cdot HI}{\sqrt{HS^2 + HI^2}} = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 346. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Trên các cạnh AB và CD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{NC} = -2\overrightarrow{ND}$. Mặt phẳng (P) chứa MN song song với AC chia khối tứ diện thành hai khối đa diện, trong đó có khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích là V . Tính V .

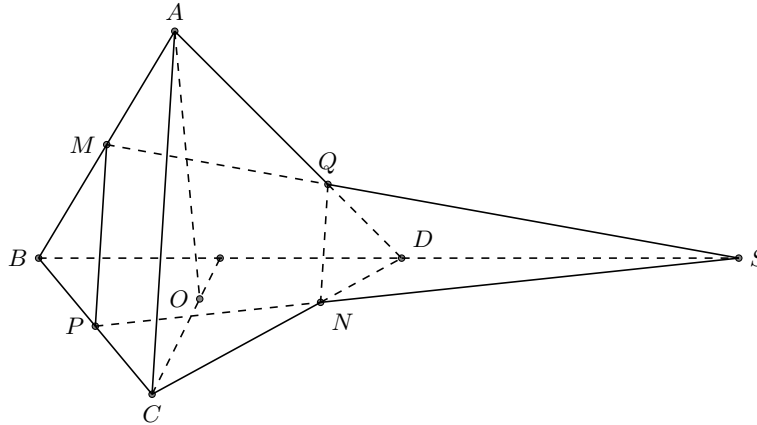
A. $\frac{\sqrt{2}}{18}$.

B. $\frac{7\sqrt{2}}{216}$.

C. $\frac{11\sqrt{2}}{216}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{108}$.

Lời giải.



Gọi O là tâm của tam giác đều ABC ; P là trung điểm BC , Q thỏa $\overrightarrow{QA} = -\overrightarrow{QD}$, $S = MQ \cap BD$. Suy ra BD, MQ, PN đồng qui tại S .

$$V_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{12}.$$

$$V_{S.MPB} = \frac{1}{3} \cdot d(S, (ABC)) \cdot \frac{1}{4} \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} d(D, (ABC)) \cdot S_{ABC}$$

$$= \frac{1}{2} V_{ABCD} \cdot \frac{V_{S.DNQ}}{V_{S.MPB}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{9} \Rightarrow V_{BPNDQM} = \frac{7}{9} \cdot V_{S.MPB} = \frac{7}{18} \cdot V_{ABCD}$$

$$V_{AMPCNQ} = V_{ABCD} - V_{BPNDQM} = V_{ABCD} - \frac{7}{18} \cdot V_{ABCD} = \frac{11}{18} \cdot V_{ABCD} = \frac{11}{18} \cdot \frac{\sqrt{2}}{12} = \frac{11\sqrt{2}}{216}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 347. Cho x, y là các số thực dương thay đổi. Xét hình chóp $S.ABC$ có $SA = x$, $BC = y$, các cạnh còn lại đều bằng 1. Khi thể tích khối chóp $S.ABC$ đạt giá trị lớn nhất thì tích $x \cdot y$ bằng

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Vì $SB = SC = AB = AC$ nên các tam giác SBC và ABC cân tại S và A .

Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC, SA .

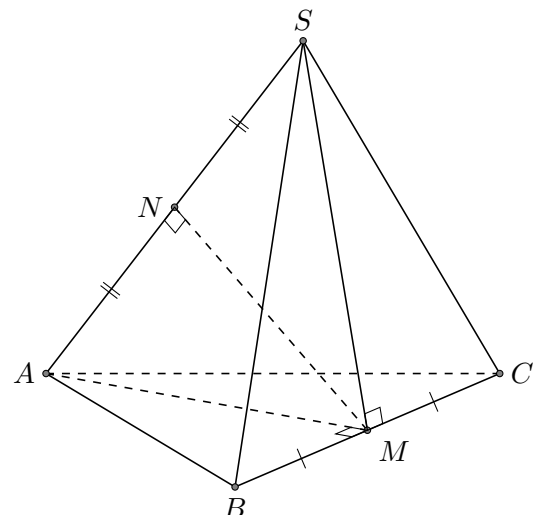
$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp SM \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM).$$

$$\text{Ta có } AM = \sqrt{1 - \frac{y^2}{4}}.$$

Vì $SM = AM$ nên tam giác SAM cân tại M .

$$\text{Suy ra } MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = \sqrt{1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}}.$$

$$S_{SAM} = \frac{1}{2} \cdot SA \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}}.$$



$$\begin{aligned}
V_{S.ABC} &= \frac{1}{3} \cdot BC \cdot S_{SAM} \\
&= \frac{1}{3} \cdot y \cdot \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}} \\
&= \frac{1}{12} xy \sqrt{4 - x^2 - y^2} \\
&= \frac{1}{12} \sqrt{x^2 y^2 (4 - x^2 - y^2)} \\
&\leq \frac{1}{12} \sqrt{\left(\frac{x^2 + y^2 + 4 - x^2 - y^2}{3} \right)^3} = \frac{2\sqrt{3}}{27}.
\end{aligned}$$

$$V_{\max} = \frac{2\sqrt{3}}{27} \text{ khi } x^2 = y^2 = 4 - 2x^2 \Leftrightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } xy = \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 348. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ cạnh đáy bằng 1 và chiều cao bằng x . Tìm x để góc tạo bởi đường thẳng B_1D và (B_1D_1C) lớn nhất.

A. $x = 1$.

B. $x = 0,5$.

C. $x = 2$.

D. $x = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Góc tạo bởi đường thẳng B_1D và (B_1D_1C) là α . Ta có

$$\sin \alpha = \frac{d(D, (B_1D_1C))}{DB_1} = \frac{d(C_1, (B_1D_1C))}{DB_1}$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{d^2(C_1, (B_1D_1C))} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{2x^2 + 1}{x^2}$$

$$\Rightarrow d(C_1, (B_1D_1C)) = \frac{x}{\sqrt{1 + 2x^2}}$$

$$\text{mà } DB_1 = \sqrt{2 + x^2} \text{ nên } \sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{(2 + x^2)(1 + 2x^2)}}.$$

Để góc α lớn nhất thì $\sin \alpha$ lớn nhất.

Tức là hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{(2 + x^2)(1 + 2x^2)}}$ lớn nhất.

$$\text{Ta có } (1 + 1 + x^2)(1 + x^2 + x^2) \geq (3\sqrt[3]{x^2})(3\sqrt[3]{x^4}) = 9x^2 \Rightarrow f(x) \leq \frac{1}{3}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 349. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Điểm I thuộc đoạn SA . Biết mặt phẳng (MNI) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần, phần chứa đỉnh S có thể tích bằng $\frac{7}{13}$ lần phần còn lại. Tính tỉ số $k = \frac{IA}{IS}$?

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNI) với hình chóp là hình ngũ giác $IMNJH$ với $MN \parallel JI$. Ta có MN, AD, IH đồng qui tại E với $EA = \frac{1}{3}ED$ và MN, CD, HJ đồng qui tại F với $FC = \frac{1}{3}FD$, chú ý E, F cố định.

Dùng định lí Menelaus với tam giác SAD ta có $\frac{HS}{HD} \cdot \frac{ED}{EA} \cdot \frac{IA}{SI} = 1 \Leftrightarrow \frac{HS}{HD} \cdot 3 \cdot k = 1 \Leftrightarrow \frac{HS}{HD} = \frac{1}{3k}$.

Từ đó $\frac{d(H, (ABCD))}{d(S, (ABCD))} = \frac{HD}{SD} = \frac{3k}{3k+1}$.

Suy ra $V_{HJMIAMNCD} = V_{H.DFE} - V_{I.AEM} - V_{J.NFC}$.

Đặt $V = V_{S.ABCD}$ và $S = S_{ABCD}$, $h = d(S, (ABCD))$ ta có $S_{AEM} = S_{NFC} = \frac{1}{8}S$ và

$$\frac{d(I, (ABCD))}{d(S, (ABCD))} = \frac{IA}{SA} = \frac{k}{k+1}.$$

Thay vào ta được $V_{HJMIAMNCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3k}{3k+1} h \cdot \left(\frac{9}{8}S\right) - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{k}{k+1} h \cdot \frac{1}{8}S = \frac{1}{8} \cdot \frac{21k^2 + 25k}{(3k+1)(k+1)} V$.

Theo giả thiết ta có $V_{HJMIAMNCD} = \frac{13}{20}V$ nên ta có phương trình

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{21k^2 + 25k}{(3k+1)(k+1)} = \frac{13}{20} \Leftrightarrow k = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 350. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 5a$, $BC = 6a$, $CA = 7a$. Các mặt bên cùng tạo với đáy một góc 60° . Hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) nằm trong tam giác ABC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3 8\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.

C. $8a^3 \sqrt{3}$.

D. $4a^3 \sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) .

Gọi E, F, J là hình chiếu của H lần lượt lên các cạnh AB, BC, CA .

Dễ dàng chứng minh được $\widehat{SEH}, \widehat{SFH}, \widehat{SJH}$ lần lượt là góc giữa các mặt bên và mặt đáy.

Theo giả thiết ta có: $\widehat{SEH} = \widehat{SFH} = \widehat{SJH} = 60^\circ$

$\Rightarrow \triangle SHE = \triangle SHF = \triangle SHJ$ nên $HE = HF = HJ$. Mà H nằm trong tam giác ABC nên H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Có $S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 6\sqrt{6}a^2$.

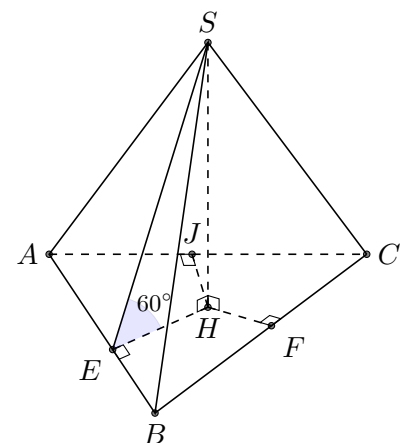
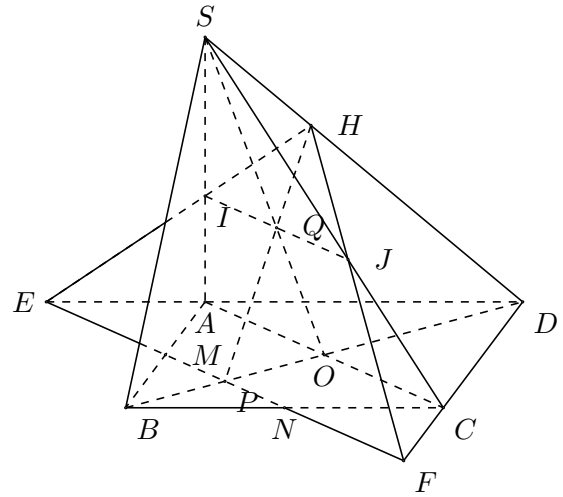
EH là bán kính đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ nên $EH = \frac{S_{\triangle ABC}}{p} = \frac{2a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow SH = 2a\sqrt{2}$.

Suy ra $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABC} = 8a^3 \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 351. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, biết $SC = a\sqrt{3}$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SD, CD, BC . Tính thể tích của khối chóp $A.MNPQ$.



A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{8}$.

D. $\frac{a^3}{12}$.

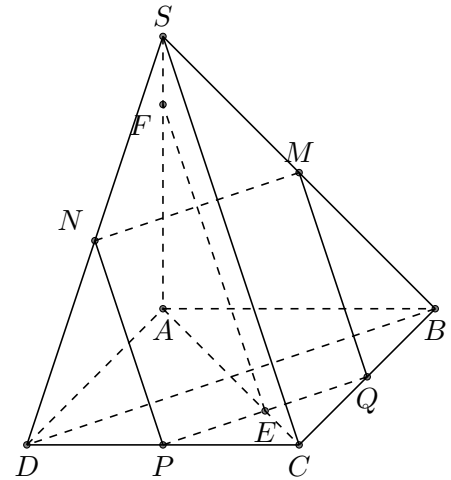
Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD)$. Gọi $\{E\} = PQ \cap AC$, đường thẳng qua E và song song với SC cắt SA tại F .

Ta có tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

$$AC = BD = a\sqrt{2}, SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a, NP = \frac{a\sqrt{3}}{2},$$

$$PQ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{a^2\sqrt{6}}{4}$$



Kẻ $CH \perp FE \Rightarrow CH \perp (MNPQ) \Rightarrow d(C, (MNPQ)) = CH$.

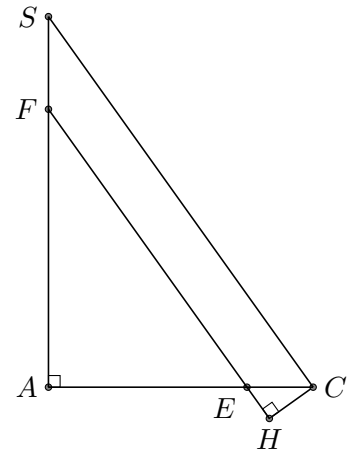
Có $\triangle AFE$ đồng dạng với $\triangle HCE$

$$\Rightarrow \frac{HC}{FA} = \frac{CE}{FE} \Rightarrow HC = \frac{CE}{FE} \cdot FA$$

$$= \frac{\frac{AC}{4}}{\sqrt{FA^2 + AE^2}} \cdot \frac{3SA}{4} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{\left(\frac{3a}{4}\right)^2 + \left(\frac{3a\sqrt{2}}{4}\right)^2}} \cdot \frac{3a}{4} = \frac{a\sqrt{6}}{12}.$$

$$d(A, (MNPQ)) = 3HC = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

$$\Rightarrow V_{A.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot d(A, (MNPQ)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} = \frac{a^3}{8}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 352. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối chứa điểm A có thể tích V . Tính V .

A. $\frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$.

B. $\frac{7\sqrt{2}a^3}{216}$.

C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{18}$.

D. $\frac{13\sqrt{2}a^3}{216}$.

Lời giải.

Gọi $V_{ABCD} = V_1$

$$V_{ACMNPQ} = V_{E.ACMN} - V_{E.ACPQ}$$

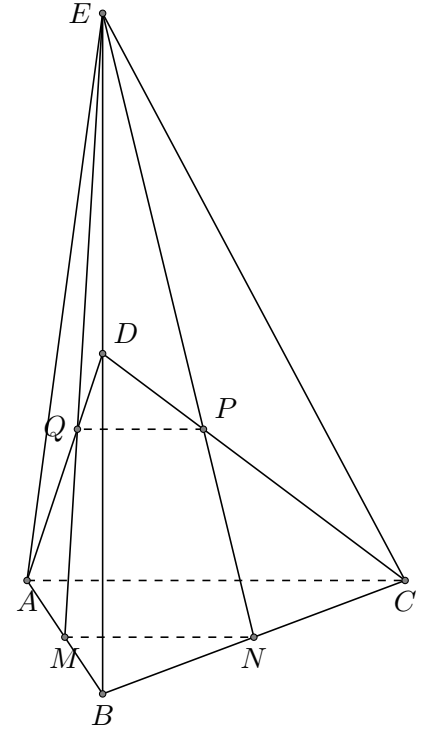
$$V_{E.ACMN} = \frac{1}{3}d(E, (ABC)) \cdot S_{AMNC} = \frac{1}{3}d(E, (ABC)) \cdot \frac{3}{4}S_{ABC} = \frac{1}{3}d(D, (ABC)) \cdot \frac{3}{4}S_{ABC} = \frac{3V_1}{2}$$

$$V_{E.ACPQ} = \frac{1}{3}d(B, (ACD)) \cdot (S_{ACD} - S_{QPD}) = \frac{1}{3}d(B, (ACD)) \cdot \frac{8}{9}S_{ACD} = \frac{8}{9}V_1$$

$$V_{ACMNPQ} = \frac{3V_1}{2} - \frac{8}{9}V_1 = \frac{11}{18}V_1.$$

Áp dụng công thức giải nhanh thể tích tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a có $V_1 = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{11}{18}V_1 = \frac{11}{18} \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 353. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , ($a > 0$). Biết hai mặt bên (SAB) , (SAC) cùng tạo với đáy một góc 60° , mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc 30° và hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt đáy là H thuộc miền trong tam giác ABC . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}.$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{56}.$

C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{32}.$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{40}.$

Lời giải.

H là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) .

Kẻ OP, OQ lần lượt vuông góc với AB, AC .

$$[(SAB), (ABC)] = \widehat{SPH} = 60^\circ$$

$$[(SAC), (ABC)] = \widehat{SQH} = 60^\circ.$$

Ta có $\triangle SHP = \triangle SHQ$ (g-c-g) nên $QH = HP$. Do

đó AH vuông góc với BC tại K .

Suy ra $[(SBC), (ABC)] = 30^\circ$.

Đặt $SO = x$. Xét $\triangle SHO$ vuông tại O có

$$\widehat{SQH} = 30^\circ. \text{ Suy ra } OH = \frac{x\sqrt{3}}{3}.$$

Xét $\triangle AQH$ vuông tại Q có $\widehat{HAQ} = 30^\circ$. Ta có

$$HA = 2QH = \frac{2x\sqrt{3}}{3}.$$

Xét $\triangle SHK$ vuông tại H có $\widehat{SKH} = 60^\circ$. Khi đó

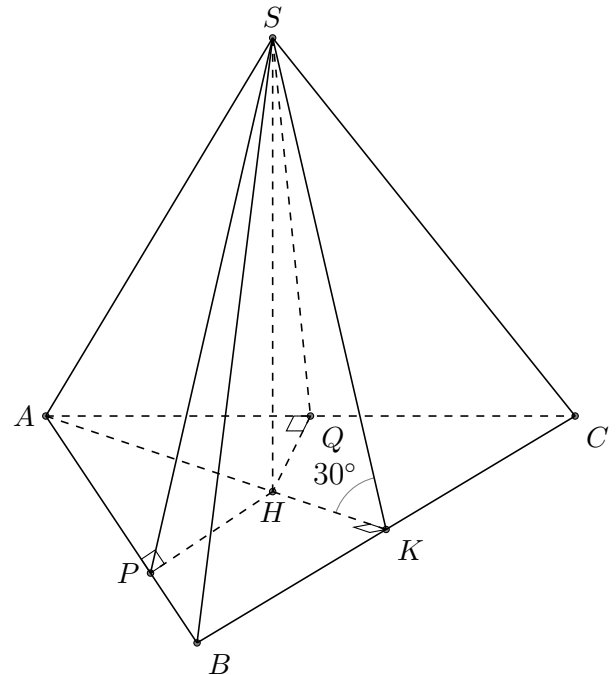
$$OK = x\sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có } AH + HK = AK = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{2x\sqrt{3}}{3} + x\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{3x\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3a}{10}.$$

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{10} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{40}.$$

Chọn đáp án **D**

□



Câu 354. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành thỏa mãn $AB = a, AC = a\sqrt{3}, BC = 2a$. Biết tam giác SBC cân tại S , tam giác SCD vuông tại C và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{2a^3}{3\sqrt{5}}$.

B. $V = \frac{a^3}{3\sqrt{5}}$.

C. $\frac{a^3}{3\sqrt{3}}$.

D. $\frac{a^3}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

Áp dụng định lý Pitago, ta có $\triangle DAC$ vuông tại C

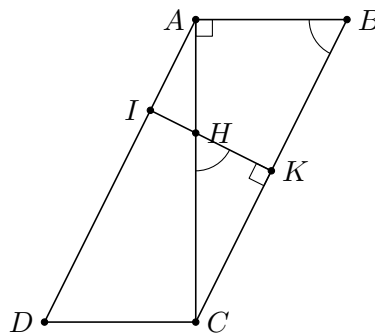
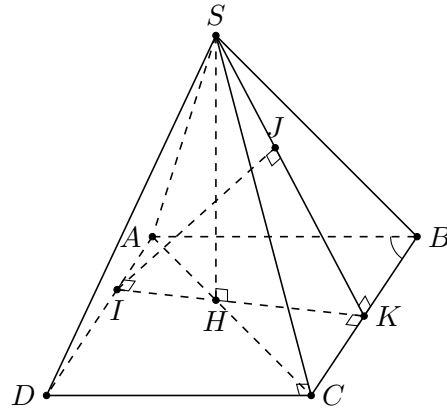
Do $\begin{cases} DC \perp AC \\ DC \perp SC \end{cases} \Rightarrow DC \perp (SAC).$

$\Rightarrow (SAC) \perp (ABCD)$. Kẻ $SH \perp AC$ tại H , suy ra $SH \perp (ABCD)$. Gọi K là trung điểm của BC , và I là giao điểm của KH với AD . Ta có $BC \perp (SKI)$.

Kẻ $IJ \perp SK$ tại J , ta có $IJ \perp (SBC)$.

Xét $\triangle ABC$, ta có:

$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{CBA} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 30^\circ.$



Ta có $KH = CK \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}$, mà $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = a^2\sqrt{3} \Leftrightarrow KI \cdot BC = a^2\sqrt{3} \Rightarrow KI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta lại có $d(D, (SBC)) = d(AD, (SBC)) = d(I, (SBC)) = IJ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SIK , ta có $SH \cdot IK = IJ \cdot SK \Rightarrow SK = \frac{3}{2} \cdot SH$.

Mà $SK^2 = SH^2 + HK^2 \Leftrightarrow \frac{9}{4}SH^2 = SH^2 + \frac{a^2}{3} \Rightarrow SH = \frac{2a}{\sqrt{15}}$.

Suy ra $V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{2a^3}{3\sqrt{5}}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 355. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi AM và BK lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SBC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V_{ABKD} = V_{MBKD}$.

B. $V_{ABKD} = \frac{1}{2}V_{MBKD}$.

C. $V_{ABKD} = \frac{2}{3}V_{MBKD}$.

D. $V_{ABKD} = \frac{3}{2}V_{MBKD}$.

Lời giải.

Trong (SAC) dựng SA cắt OK tại N . Khi đó

$$\frac{V_{ABKD}}{V_{MBKD}} = \frac{d(A, (BKD))}{d(M, (BKD))} = \frac{\frac{AN}{SN} \cdot d(S, (BKD))}{\frac{BM}{BS} \cdot d(S, (BKD))} = \frac{AN \cdot BS}{BM \cdot SN}.$$

Đặt $SA = x, AB = a$.

Khi đó $SB = \sqrt{a^2 + x^2}, AC = a\sqrt{2}, SC = \sqrt{x^2 + 2a^2}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAB ta tính được

$$BM = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + x^2}}.$$

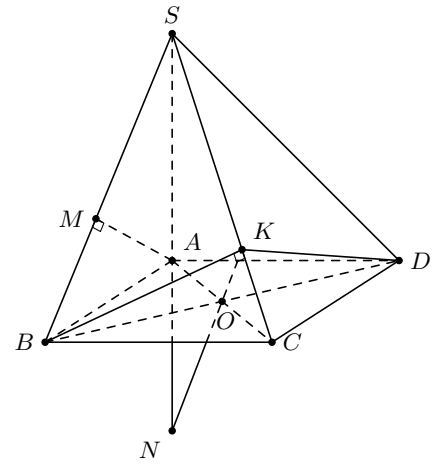
Ta có $CK \cdot CS = CO \cdot CA$.

$$\Rightarrow CK = \frac{a^2}{\sqrt{2a^2 + x^2}} \Rightarrow OK = \frac{ax}{\sqrt{2(2a^2 + x^2)}}.$$

Do $\triangle NAO \sim \triangle CKO$ nên $\frac{NA}{CK} = \frac{AO}{KO} \Rightarrow NA = \frac{CK \cdot AO}{OK} = \frac{a^2}{x} \Rightarrow SN = SA + AN = \frac{a^2 + x^2}{x}$.

$$\text{Vậy } \frac{V_{ABKD}}{V_{MBKD}} = \frac{AN \cdot BS}{BM \cdot SN} = 1.$$

Chọn đáp án **A**



Câu 356. Cho hình nón đỉnh S có đường cao $SO = 6a$ và có bán kính đáy bằng a . Biết đường tròn đáy của hình nón nội tiếp trong hình thang cân $ABCD$ với $AB \parallel CD$ và $AB = 4CD$, hãy tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $10a^3$.

B. $5a^3$.

C. $30a^3$.

D. $15a^3$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của 4 tia phân giác trong hình thang $ABCD$.

Dễ thấy $\widehat{DOA} = 90^\circ$. Kẻ OK vuông với DC tại K , OJ vuông với CD tại J , OI vuông với

AB tại I .

$$\frac{DK}{KA} = \frac{DJ}{AI} = \frac{1}{4}.$$

$$\Rightarrow AK = 4DK.$$

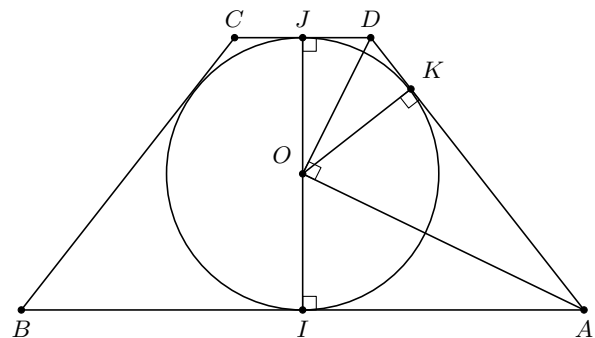
$$AK \cdot DK = OK^2 = a^2 = 4DK^2.$$

$$\Rightarrow DK = \frac{a}{2} \Rightarrow CD = a \Rightarrow AB = 4a.$$

$$\text{Suy ra } S_{ABCD} = \frac{2a(a + 4a)}{2} = 5a^2.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = 10a^3.$$

Chọn đáp án **A**



Câu 357. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi B', D' là hình chiếu của A lần lượt trên SB, SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C' . Thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$ là

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

D. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Từ $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases}$, suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AB'$.

Từ $\begin{cases} BC \perp AB' \\ SB \perp AB' \end{cases}$, suy ra $AB' \perp (SBC) \Rightarrow AB' \perp SC$.

Tương tự, ta có $AD' \perp SC$.

Từ $AB' \perp SC$ và $AD' \perp SC$ suy ra $SC \perp (AB'D') \Rightarrow SC \perp AC'$.

Ta có $SA^2 = SB' \cdot SB \Rightarrow \frac{SB'}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{(a\sqrt{2})^2}{(a\sqrt{2})^2 + a^2} = \frac{2}{3}$. Tương tự $\frac{SD'}{SD} = \frac{2}{3}$.

Ta cũng có $SA^2 = SC' \cdot SC \Rightarrow \frac{SC'}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{(a\sqrt{2})^2}{(a\sqrt{2})^2 + (a\sqrt{2})^2} = \frac{1}{2}$.

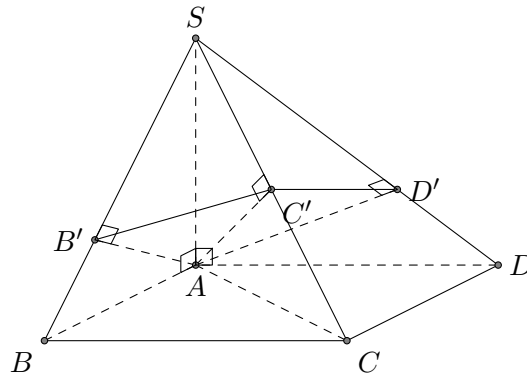
Từ đó ta có

$$\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AB'C'} = \frac{1}{3} V_{S.ABC}.$$

$$\frac{V_{S.AD'C'}}{V_{S.ADC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AD'C'} = \frac{1}{3} V_{S.ADC}.$$

Mặt khác $V_{S.ABC} = V_{S.ADC} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Do đó $V_{S.AB'C'D'} = V_{S.AB'C'} + V_{S.AD'C'} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{6} = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 358. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Gọi M, N là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc cạnh BC, BD sao cho mặt phẳng (AMN) luôn vuông góc với mặt phẳng (BCD) . Gọi V_1, V_2 lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $ABMN$. Tính $V_1 + V_2$.

A. $\frac{17\sqrt{2}}{216}$.

B. $\frac{17\sqrt{2}}{72}$.

C. $\frac{17\sqrt{2}}{144}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

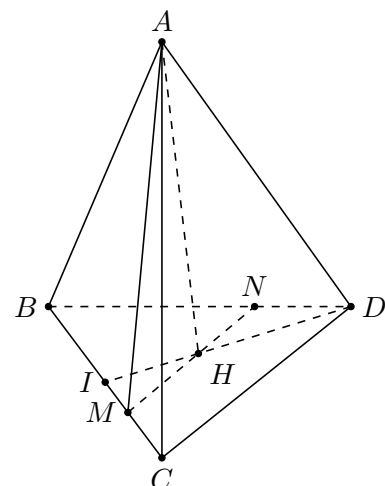
Lời giải.

Ta có $(AMN) \perp (BCD)$, Gọi H là tâm BCD thì cũng có $AH \perp (BCD)$, do đó $AH \subset (AMN)$ hay M, H, N thẳng hàng. Lại có

$$V_{A.BMN} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{BMN} = \frac{\sqrt{6}}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot BM \cdot BN \cdot \sin 60^\circ$$

Đặt $BM = x, BN = y$ với $x, y \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

Ta có M, H, N thẳng hàng nên áp dụng định lý Menelaus cho $\triangle BDI$ ta được



$$\begin{aligned} \frac{MB}{MI} \cdot \frac{HI}{HD} \cdot \frac{ND}{NB} &= 1 \\ \Leftrightarrow \frac{x}{x-\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1-y}{y} &= 1 \\ \Leftrightarrow 3xy = x+y &\Leftrightarrow y = \frac{x}{3x-1}. \end{aligned}$$

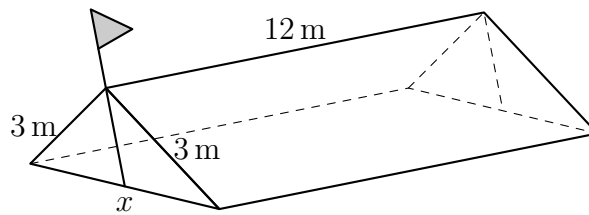
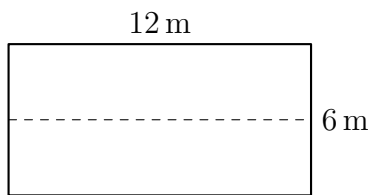
Do đó $BM \cdot BN = f(x) = \frac{x^2}{3x-1}$, $f'(x) = \frac{3x^2-2x}{(3x-1)^2}$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$.

Từ đó suy ra $\max_{[\frac{1}{2};1]} f(x) = \frac{1}{2}$ và $\min_{[\frac{1}{2};1]} f(x) = \frac{4}{9}$ và $V_1 + V_2 = \frac{17\sqrt{2}}{216}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 359. Kết thúc học kỳ 1, trường THPT Triệu Quang Phục có tổ chức cho học sinh các lớp tham quan học tập trải nghiệm tại nhà thờ Phát Diệm và chùa Bái Đính, trong số đó có lớp 12A1. Để có thể có chỗ nghỉ ngơi trong quá trình tham quan, lớp 12A1 đã dựng trên mặt đất bằng một chiếc lều bằng bạt từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài là 12 m và chiều rộng là 6 m bằng cách: Gập đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều rộng của tấm bạt sao cho hai mép chiều dài còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau x (m) (như hình vẽ). Tìm x để khoảng không gian phía trong lều là lớn nhất.



A. $x = 3\sqrt{3}$.

B. $x = 3$.

C. $x = 4$.

D. $x = 3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Khoảng không gian phía trong lều bằng thể tích khối lăng trụ đứng tam giác có chiều cao 12 m và tam giác đáy cân có hai cạnh bằng 3 m cạnh còn lại bằng x , ($0 < x < 6$).

Thể tích khối lăng trụ $V(x) = 12 \cdot \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{3^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = 3x\sqrt{36 - x^2}$.

Xét hàm số $V(x) = 3x\sqrt{36 - x^2}$ trên $(0; 6)$, ta có:

$$V'(x) = 3\sqrt{36 - x^2} + 3x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{36 - x^2}} = \frac{3(36 - x^2) - 3x^2}{\sqrt{36 - x^2}} = \frac{6(18 - x^2)}{\sqrt{36 - x^2}}.$$

$$V'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3\sqrt{2} \\ x = 3\sqrt{2} \end{cases}.$$

Trên khoảng $(0; 6)$, ta có $V'(x) > 0, \forall x \in (0; 3\sqrt{2})$ và $V'(x) < 0, \forall x \in (3\sqrt{2}; 6)$.

Vậy $\max_{(0;6)} V(x) = V(3\sqrt{2})$ khi $x = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 360. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , các cạnh $AB = 1$, $AC = 2$. Các tam giác SAB và SAC lần lượt vuông tại B và C . Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{15}}{5}$.

C. $\frac{2\sqrt{15}}{15}$.

D. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là đỉnh của hình chữ nhật $ACHB$. Khi đó ta có:

$$AB \perp SB \text{ và } AB \perp HB \Rightarrow AB \perp SH \quad (1).$$

$$AC \perp SC \text{ và } AC \perp HC \Rightarrow AC \perp SH \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $SH \perp (ABC) \Rightarrow h = SH$ là chiều cao của hình chóp $S.ABC$.

Dựng $SM \perp BC$ tại $M \Rightarrow HM \perp BC$. Suy ra góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $\widehat{SMH} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{MH^2} = \frac{1}{BH^2} + \frac{1}{CH^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{5}{4}.$$

$$\Rightarrow MH = \frac{2\sqrt{5}}{5}. \text{ Suy ra } h = MH \tan 60^\circ = \frac{2\sqrt{5}}{5} \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} h S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{15}}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = \frac{2\sqrt{15}}{15}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 361. Tính thể tích V của hình chóp $S.ABC$ có độ dài các cạnh $SA = BC = 5a$, $SB = AC = 6a$ và $SC = AB = 7a$.

A. $V = \frac{35a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. $V = 2\sqrt{105}a^3$.

C. $V = \frac{35}{2}a^3$.

D. $V = 2\sqrt{95}a^3$.

Lời giải.

Dựng tam giác $A'B'C'$ sao cho A, B, C lần lượt là trung điểm của $B'C', A'C'$ và $A'B'$. Khi đó ta có $SA = \frac{1}{2}B'C', SB = \frac{1}{2}A'C', SC = \frac{1}{2}A'B'$. Suy ra SA', SB', SC' đôi một vuông góc.

Do đó:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{4} V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{24} SA' \cdot SB' \cdot SC'.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} SA'^2 + SC'^2 = (12a)^2 \\ SC'^2 + SB'^2 = (10a)^2 \\ SB'^2 + SA'^2 = (14a)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} SA' = a\sqrt{120} \\ SB' = a\sqrt{76} \\ SC' = a\sqrt{24} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{24} \cdot a\sqrt{120} \cdot a\sqrt{76} \cdot a\sqrt{24} = 2\sqrt{95}a^3.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 362. Một hình hộp chữ nhật có kích thước a (cm) $\times$ b (cm) $\times$ c (cm), trong đó a, b, c là các số nguyên và $1 \leq a \leq b \leq c$. Gọi V (cm³) và S (cm²) lần lượt là thể tích và diện tích toàn phần của hình hộp. Biết $V = S$, tìm số các bộ ba số (a, b, c) ?

A. 4.

B. 10.

C. 12.

D. 21.

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} V = abc \\ S = 2(ab + bc + ca) \end{cases}.$$

Theo bài ra ta có $abc = 2(ab + bc + ca) \Leftrightarrow \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} = 1$.

Mặt khác do $1 \leq a \leq b \leq c$ nên ta suy ra $\frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} \leq \frac{2}{a} + \frac{2}{a} + \frac{2}{a} = \frac{6}{a}$, do đó $\frac{6}{a} \geq 1 \Rightarrow a \leq 6$.

Kết hợp với điều kiện $\frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} = 1$ ta suy ra

$$(a; b; c) \in \{(6; 6; 6), (5; 5; 10), (4; 8; 8), (4; 6; 12), (4; 5; 20); (3; 12; 12), (3; 10; 15), (3; 9; 18), (3; 8; 24), (3; 7; 42)\}.$$

Vậy có tất cả 10 bộ số $(a; b; c)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 363. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và góc giữa SC với mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Gọi M là điểm di động trên cạnh CD và H là hình chiếu vuông góc của S lên đường thẳng BM . Khi điểm M di động trên cạnh CD thì thể tích chóp $S.ABH$ lớn nhất là bao nhiêu?

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{15}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow \widehat{BSC} = 30^\circ.$$

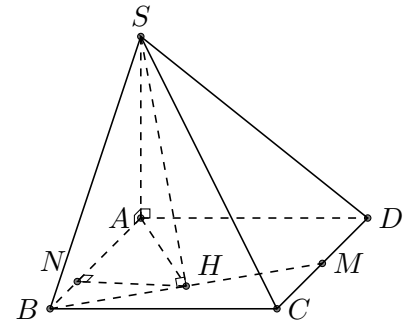
Trong tam giác vuông SBC có $SB = \frac{BC}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow SA = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{SAB} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Kẻ $HN \perp AB$, do
$$\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ HN \perp AB \end{cases} \Rightarrow HN \perp (SAB)$$

$\Rightarrow V_{S.ABH} = \frac{1}{3}HN \cdot S_{SAB}$.

Suy ra thể tích cần tính lớn nhất khi HN lớn nhất.



Chọn hệ trục tọa độ Oxy , sao cho $D(0; 0)$, $A(0; 1)$, $B(1; 1)$, $C(1; 0)$

Giả sử $M(m; 0)$ với $0 \leq m < 1$ ($m = 1$ thì không tạo thành hình chóp)

Phương trình đường thẳng BM : $x + (m - 1)y = m$ và đường thẳng AH : $(m - 1)x - y = -1$.

Suy ra tung độ điểm H là: $y = \frac{m^2 - m + 1}{m^2 - 2m + 2}$.

$$HN = 1 - \frac{m^2 - m + 1}{m^2 - 2m + 2} = \frac{1 - m}{(1 - m)^2 + 1} = \frac{1}{1 - m + \frac{1}{1 - m}} \leq \frac{1}{2}.$$

$$HN = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = 0 \Rightarrow M \equiv D. \text{ Áp dụng vào bài toán trên } M \equiv D \Rightarrow HN = \frac{a}{2} \Rightarrow V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 364. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Vì $AB \parallel CD$ và $AB \not\subset (SCD)$ nên $AB \parallel (SCD)$.

Vậy $d(AB, SC) = d(A, (SCD))$.

Gọi H là tâm của hình vuông $ABCD$ cạnh a . Khi đó $SH \perp (ABCD)$.

Ta dễ dàng tính được $HD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Áp dụng định lý Pi-ta-go cho tam giác SHD có

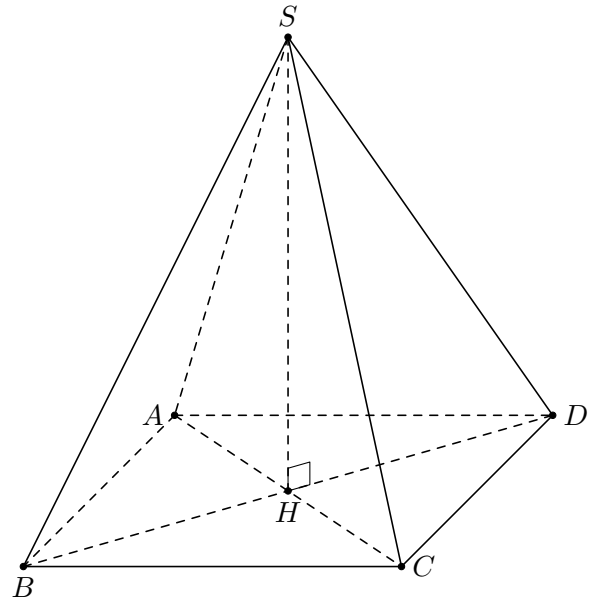
$$SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}}{6} a^3.$$

$$\Rightarrow V_{S.ACD} = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3.$$

Mà tam giác SCD đều nên $S_{SCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$$\Rightarrow d(AB, SC) = d(A, (SCD)) = \frac{3V_{S.ACD}}{S_{SCD}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 365. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Tính $\cos \alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

A. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $AH = 3$, do đó $AI = \frac{3}{\sin \alpha}$.

Mà $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên ta có $AB = \frac{3\sqrt{2}}{\sin \alpha}$.

$$\text{Suy ra } S_{\triangle ABC} = \frac{9}{\sin^2 \alpha} = \frac{9}{1 - \cos^2 \alpha}.$$

$$\text{Mặt khác } SA = AI \tan \alpha = \frac{3}{\cos \alpha}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{9}{\cos \alpha - \cos^3 \alpha}.$$

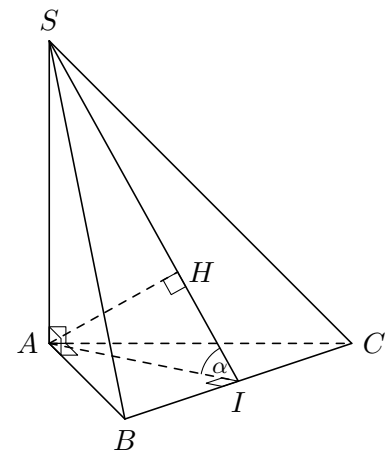
Ta xét hàm số $f(x) = \frac{9}{x - x^3}$, với $x \in (0; 1)$.

$$\text{Ta có } f'(x) = -\frac{9(1 - 3x^2)}{(x - x^3)^2}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{3} \in (0; 1) \\ x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \notin (0; 1) \end{cases}.$$

Từ đó ta có bảng biến thiên

x	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{27\sqrt{3}}{2}$	$+\infty$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất khi $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.



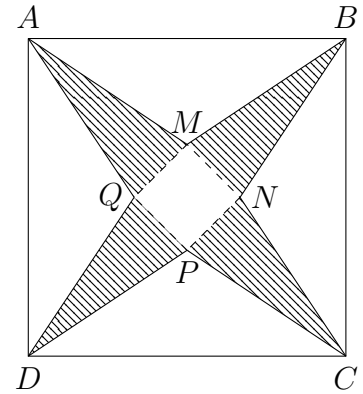
Chọn đáp án **B**



Câu 366.

Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 5 dm, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau là AMB , BNC , CPD và DQA . Với phần còn lại, người ta gấp lên và ghép lại thành hình chóp tứ giác đều. Hỏi cạnh đáy của khối chóp bằng bao nhiêu để thể tích của nó là lớn nhất?

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ dm. B. $\frac{5}{2}$ dm. C. $2\sqrt{2}$ dm. D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ dm.



Lời giải.

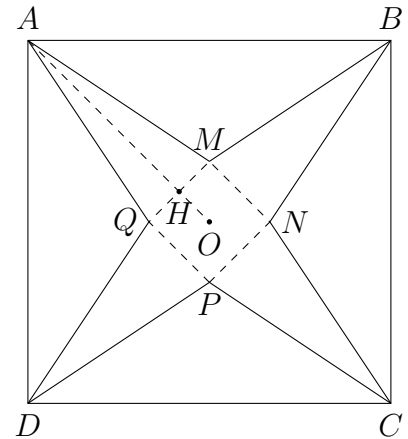
Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Đặt $AQ = x$, $PQ = y$.

Gọi H là trung điểm MQ . Ta có: $AH = \sqrt{x^2 - \frac{y^2}{4}}$.

Ta có:

$$2(AH + HO) = AC \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 - \frac{y^2}{4}} + y = 5\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - \frac{y^2}{4}} = \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{y}{2} \Leftrightarrow x^2 - \frac{y^2}{2} = \frac{25 - 5\sqrt{2}y}{2} \quad (1)$$



Khi ghép lại thành hình chóp ta có:

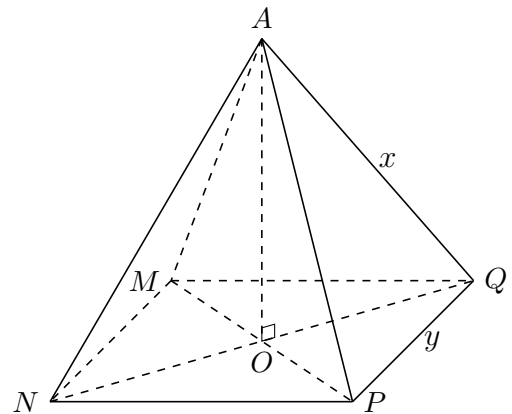
$$OQ = \frac{y}{\sqrt{2}} \Rightarrow AO = \sqrt{x^2 - \frac{y^2}{2}}$$

Ta có: $V = \frac{1}{3} \cdot y^2 \cdot \sqrt{x^2 - \frac{y^2}{2}}$, từ (1) ta có:

$$V = \frac{1}{3} \cdot y^2 \cdot \sqrt{\frac{25 - 5\sqrt{2}y}{2}}$$

$$\text{Suy ra: } V^2 = \frac{5\sqrt{2}}{72} \cdot y^4 \cdot \left(\frac{20}{\sqrt{2}} - 4y \right) \leq \frac{5^5\sqrt{2}}{288}$$

$$\text{Dấu " = " xảy ra khi } y = \frac{20}{\sqrt{2}} - 4y \Leftrightarrow y = 2\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **C**



Câu 367. Xét các hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = BC = a$. Giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{8}$.

Lời giải.

Đặt $AC = x$. Gọi M là trung điểm AC và O là tâm đường tròn ngoại tiếp đáy, khi đó SO là chiều cao của hình chóp.

$$\text{Ta có: } BM = \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}}.$$

Lại có $S_{\triangle ABC} = \frac{xa^2}{4R}$ với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp

$$\triangle ABC. \text{ Suy ra: } R = \frac{a^2}{2\sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}}} = BO.$$

$$\text{Suy ra: } SO^2 = SB^2 - BO^2 = a^2 - \frac{a^4}{4a^2 - x^2} = \frac{3a^4 - a^2x^2}{4a^2 - x^2}.$$

$$\Rightarrow SO = \sqrt{\frac{3a^4 - a^2x^2}{4a^2 - x^2}}.$$

$$\text{Ta có: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{12} \cdot a \cdot \sqrt{3a^2 - x^2} \cdot x \leq \frac{1}{12} \cdot a \cdot \frac{3a^2 - x^2 + x^2}{2} = \frac{a^3}{8}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $x = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Vậy GTLN của $V_{S.ABC}$ là $\frac{a^3}{8}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 368. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Một mặt phẳng thay đổi nhưng luôn song song với đáy và cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q . Gọi M', N', P', Q' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, P, Q lên mặt phẳng $(ABCD)$. Tính tỉ số $\frac{SM}{SA}$ để thể tích khối đa diện $MNPQ.M'N'P'Q'$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Đặt $\frac{SM}{SA} = k$ với $k \in [0; 1]$.

Xét tam giác SAB có $MN \parallel AB$ nên

$$\frac{MN}{AB} = \frac{SM}{SA} = k \Rightarrow MN = k \cdot AB.$$

Xét tam giác SAD có $MQ \parallel AD$ nên

$$\frac{MQ}{AD} = \frac{SM}{SA} = k \Rightarrow MQ = k \cdot AD.$$

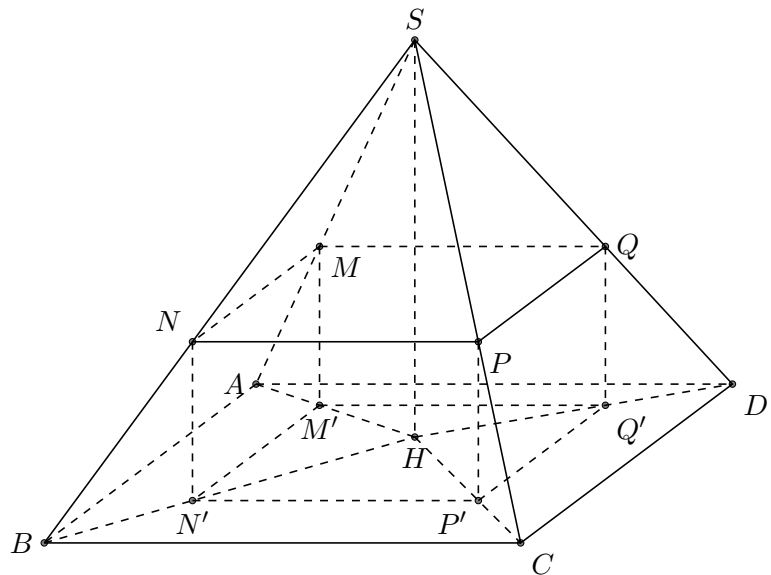
Kẻ đường cao SH của hình chóp. Xét

tam giác SAH có $MM' \parallel SH$ nên

$$\frac{MM'}{SH} = \frac{AM}{SA} = \frac{SA - SM}{SA} = 1 -$$

$$\frac{SM}{SA} = 1 - k$$

$$\Rightarrow MM' = (1 - k) \cdot SH.$$



$$\text{Ta có } V_{MNPQ.M'N'P'Q'} = MN \cdot MQ \cdot MM' = AB \cdot AD \cdot SH \cdot k^2 \cdot (1 - k).$$

$$\text{Mà } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot AB \cdot AD \Rightarrow V_{MNPQ.M'N'P'Q'} = 3 \cdot V_{S.ABCD} \cdot k^2 \cdot (1 - k).$$

Thể tích khối chóp không đổi nên $V_{MNPQ.M'N'P'Q'}$ đạt giá trị lớn nhất khi $k^2 \cdot (1 - k)$ lớn nhất.

Ta có

$$k^2 \cdot (1 - k) = \frac{2(1 - k) \cdot k \cdot k}{2} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2 - 2k + k + k}{3} \right)^3 \Rightarrow k^2 \cdot (1 - k) \leq \frac{4}{27}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: $2(1-k) = k \Leftrightarrow k = \frac{2}{3}$.

Vậy $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 369. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Điểm M thay đổi trong tam giác ABC . Các đường thẳng qua M và song song với DA, DB, DC lần lượt cắt các mặt phẳng $(ACD), (ABD), (DBC)$ tại N, P, Q . Giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $MNPQ$ là

A. $\frac{V}{27}$.

B. $\frac{V}{16}$.

C. $\frac{V}{8}$.

D. $\frac{3V}{54}$.

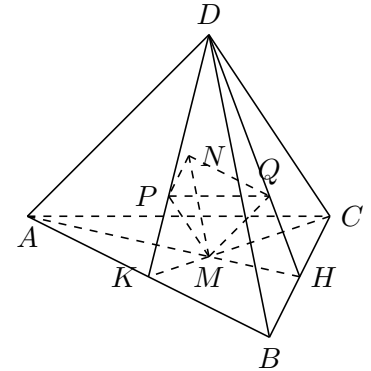
Lời giải.

Gọi V_1, V_2, V_3 lần lượt là thể tích các khối chóp $MCBD, MDCA, MDAB$. Ta có $\frac{V_1}{V} + \frac{V_2}{V} + \frac{V_3}{V} = 1$ (*)

Do $MQ \parallel DA$ ta có $\frac{V_1}{V} = \frac{V_{MCBD}}{V_{A.BCD}} = \frac{d(M, (DBC))}{d(A, (DBC))} = \frac{MQ}{AD}$.

Tương tự $\frac{V_2}{V} = \frac{MN}{AD}, \frac{V_3}{V} = \frac{MP}{CD}$. Do đó thay vào (*) ta được:

$$\frac{MQ}{AD} + \frac{MN}{BD} + \frac{MP}{CD} = 1.$$



Gọi V_4 là thể tích khối chóp $MNPQ$. Vì $MQ \parallel AD, MP \parallel CD, MN \parallel BD$ do đó có một phép dời hình để biến M trùng với S (đó là hợp của phép đối xứng và phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{MD}$), các điểm N, P, Q lần lượt nằm trên các cạnh BD, CD, AD của hình chóp $S.ABC$.

Do $\frac{V_4}{V} = \frac{MQ}{AD} \cdot \frac{MN}{BD} \cdot \frac{MP}{CD}$. Từ đó V_4 lớn nhất $\Leftrightarrow \frac{V_4}{V}$ lớn nhất.

Vì $\frac{MQ}{AD} + \frac{MN}{BD} + \frac{MP}{CD} = 1$ nên $\frac{V_4}{V} = \frac{MQ}{AD} \cdot \frac{MN}{BD} \cdot \frac{MP}{CD}$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $\frac{MQ}{AD} = \frac{MN}{BD} = \frac{MP}{CD} = \frac{1}{3}$, điều này xảy ra khi và chỉ khi M là trọng tâm tam giác ABC .

Vậy M là trọng tâm tam giác ABC thì V_{MNPQ} lớn nhất và bằng $\frac{V}{27}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 370. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SC và (SAB) bằng 30° . Gọi M là điểm di động trên cạnh CD và H là hình chiếu vuông góc của S trên BM . Khi điểm M di động trên CD thì thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABH$ là bao nhiêu?

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải.

Ta có $BC \perp (SAB)$ nên $\widehat{(SC, (SAB))} = \widehat{(SC, SB)} = \widehat{CSB} = 30^\circ$.

Khi đó $SB = \frac{BC}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}, SA = a\sqrt{2}$.

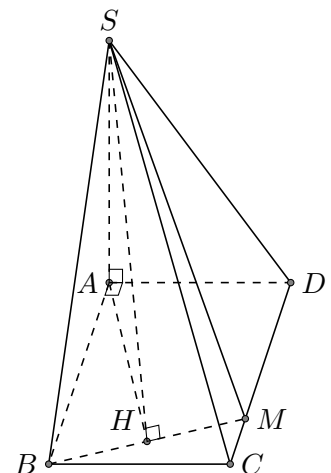
Ta có $SH \perp BM \Rightarrow BM \perp (SAH) \Rightarrow BH \perp AH$.

Suy ra $S_{ABH} = \frac{1}{2}AH.BH$. Mà $AH^2 + BH^2 = AB^2 = a^2$

$\Rightarrow AH.BH \leq \frac{1}{2}(AH^2 + BH^2) = \frac{1}{2}a^2 \Rightarrow S_{ABH} \leq \frac{1}{4}a^2$.

Vậy $V_{S.ABH} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABH} \leq \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow HA = HB \Rightarrow \widehat{ABH} = 45^\circ \Rightarrow M \equiv D$.



Chọn đáp án (D)

□

Câu 371. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{6}$, $AD = \sqrt{3}$, tam giác SAC nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết hai mặt phẳng (SAB) , (SAC) tạo với nhau góc α mà $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ và cạnh $SC = 3$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

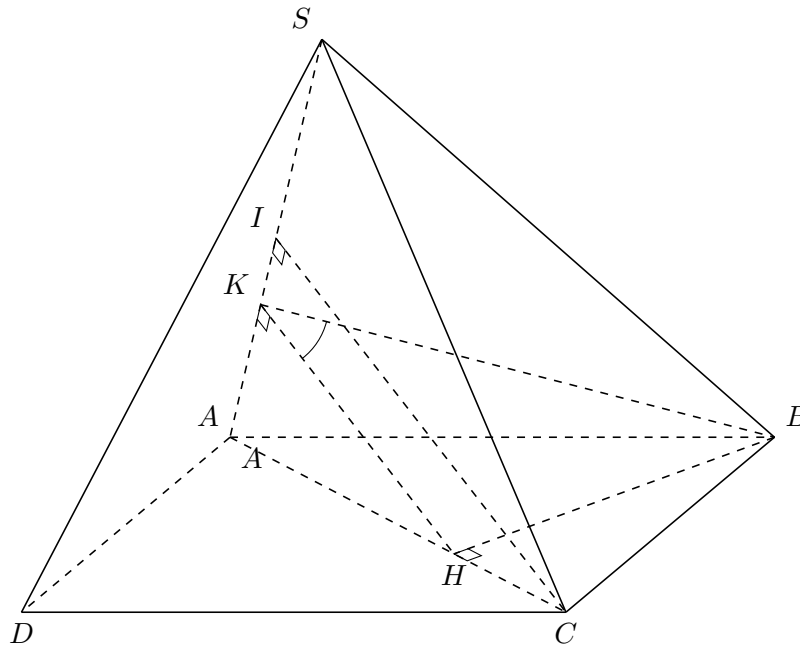
A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{8}{3}$.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.



Ta có $V_{S.ABCD} = 2V_{S.BAC} = 2V_{B.SAC}$. Vì $(BAC) \perp (SAC)$, nên từ B kẻ $BH \perp AC \Rightarrow BH \perp (SAC)$. Ta dễ dàng tính được $BH = \sqrt{2}$. Từ H kẻ $HK \perp SA$.

Ta có $((SAB), (SAC)) = (HK, KB) = \widehat{BKH}$ và $\tan \widehat{BKH} = \frac{3}{4} \Rightarrow HK = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Ta có $\triangle AKH \sim \triangle AIC \Rightarrow \frac{IC}{KH} = \frac{AC}{AH} \Rightarrow IC = 2\sqrt{2}$.

Mà $SA = 2IA = \sqrt{AC^2 - IC^2} = 2$ nên $S_{\triangle SAC} = \frac{1}{2}CI \cdot SA = 2\sqrt{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = 2V_{B.SAC} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle SAC} \cdot BH = \frac{8}{3}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 372. Trong mặt phẳng (α) cho đường tròn (T) đường kính $AB = 2a$, lấy điểm C di động trên đường tròn (T) . Trên đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) tại A , lấy điểm S sao cho $SA = a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của điểm A trên SB và SC . Tính giá trị lớn nhất V của thể tích khối chóp $S.AHK$.

A. $V = \frac{a^3}{6}$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{75}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{15}$.

Lời giải.

Do C nằm trên đường tròn đường kính AB nên $\triangle ABC$ vuông tại C .

$$\text{Có } \frac{V_{S.AHK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SH}{SB} \cdot \frac{SK}{SC} = \frac{SA^2}{SB^2} \cdot \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{a^4}{5a^2(a^2 + AC^2)}$$

$$\Rightarrow V_{S.AHK} = \frac{a^2}{5(a^2 + AC^2)} \cdot V_{S.ABC}.$$

$$\text{Mà ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{a}{6} AC \sqrt{4a^2 - AC^2}.$$

$$\Rightarrow V_{S.AHK} = \frac{a^3}{30(a^2 + x^2)} \cdot x \sqrt{4a^2 - x^2}, \text{ với } x = AC.$$

$$\Leftrightarrow V_{S.AHK} = \frac{a^3 \sqrt{\frac{4a^2}{x^2} - 1}}{30\left(\frac{a^2}{x^2} + 1\right)} \text{ (chia tử và mẫu cho } x^2).$$

$$\text{Đặt } t = \frac{a^2}{x^2}, V_{S.AHK} = \frac{a^3}{30} \cdot \frac{\sqrt{4t-1}}{t+1}, \text{ đặt } f(t) = \frac{\sqrt{4t-1}}{t+1}, t > \frac{1}{4}.$$

$$\text{Có } f'(t) = \frac{3-2t}{(t+1)^2 \sqrt{4t-1}}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{2}.$$

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
$f'(t)$	$ $	$+$	0	$-$
$f(t)$	0	$\frac{2\sqrt{5}}{5}$	0	

Vậy thể tích lớn nhất của khối chóp $S.AHK$ là $V = \frac{a^3 \sqrt{5}}{75}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 373. Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, CD thỏa mãn $AB^2 + CD^2 = 18$ và các cạnh còn lại đều bằng 5. Biết thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất có dạng $V_{\max} = \frac{x\sqrt{y}}{4}$ với $x, y \in \mathbb{N}^*$; $(x; y) = 1$. Khi đó x, y thỏa mãn bất đẳng thức nào dưới đây?

A. $x + y^2 - xy > 4550$.

B. $xy + 2x + y > 2550$.

C. $x^2 - xy + y^2 < 5240$.

D. $x^3 - y > 19602$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

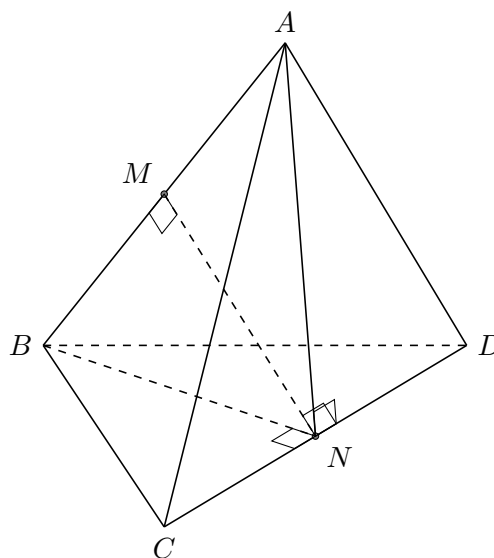
$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp BN \\ CD \perp AN \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABN) \Rightarrow \begin{cases} CD \perp AB \\ CD \perp MN. \end{cases}$$

Tương tự, ta có $AB \perp MN$.

$\Rightarrow MN$ là đoạn vuông góc chung của AB và CD .

$$\text{Ta có } MN^2 = AN^2 - AM^2 = AD^2 - ND^2 - AM^2 = \frac{41}{2}.$$

$$\Rightarrow MN = \frac{\sqrt{82}}{2}.$$



$$\text{Ta có } V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot MN \leq \frac{\sqrt{82}}{12} \left(\frac{AB^2 + CD^2}{2} \right) = \frac{3\sqrt{82}}{4}.$$

Suy ra $V_{\max} = \frac{3\sqrt{82}}{4}$. Do đó, ta có $x = 3, y = 82$ thỏa mãn $x + y^2 - xy > 4550$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 374. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M di động trên cạnh SC , đặt $\frac{MC}{MS} = k$. Mặt phẳng qua A, M song song với BD cắt SB, SD theo thứ tự N, P . Thể tích khối chóp $C.APMN$ lớn nhất khi

A. $k = \sqrt{3}$.

B. $k = 1$.

C. $k = 2$.

D. $k = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD ,

I là giao điểm của SO với AM . Khi đó, đường thẳng qua I song song với BD cắt SB, SD tại N và P .

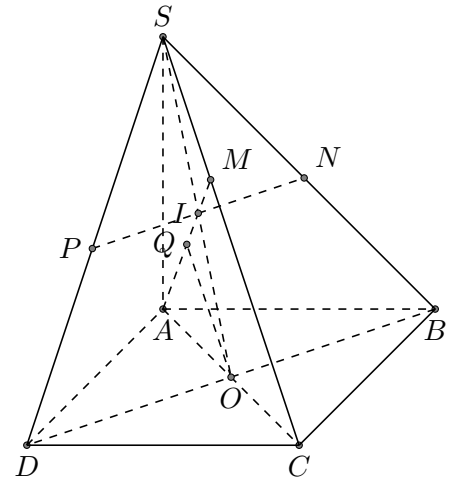
Gọi Q là điểm thuộc AM sao cho OQ song song với SC .

$$\text{Ta có } \frac{IO}{IS} = \frac{OQ}{SM} = \frac{OQ}{MC \cdot \frac{MS}{MC}} = \frac{OA}{AC} \cdot \frac{MS}{MC} = \frac{k}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } \frac{DP}{PS} = \frac{BN}{NS} = \frac{IO}{IS} = \frac{k}{2}.$$

$$\text{Do đó, } \frac{SM}{SD} = \frac{k+2}{k+1}.$$

$$\text{Ta cũng có: } \frac{SM}{SC} = \frac{1}{k+1}.$$



$$\begin{aligned} \text{Do đó: } V_{C.APMN} &= \frac{MC}{MS} \cdot V_{S.APMN} = \frac{MC}{MS} \cdot 2V_{S.APM} = \frac{MC}{MS} \cdot 2 \cdot \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot V_{S.ADC} \\ &= \frac{MC}{MS} \cdot \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{2k}{(k+2)(k+1)} \cdot V_{S.ABCD}. \end{aligned}$$

Khảo sát hàm số $f(k) = \frac{2k}{(k+2)(k+1)}$ trên $(0; +\infty)$ ta tìm được giá trị lớn nhất của $f(k)$ là $3 - 2\sqrt{2}$ đạt được khi $k = \sqrt{2}$.

Vậy khi $k = \sqrt{2}$ thì thể tích của $C.APMN$ lớn nhất.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 375.

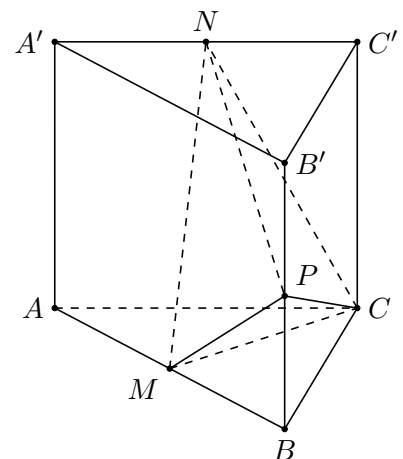
Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, A'C', BB'$. Tính thể tích V' của khối tứ diện $CMNP$.

A. $V' = \frac{5}{24}V$.

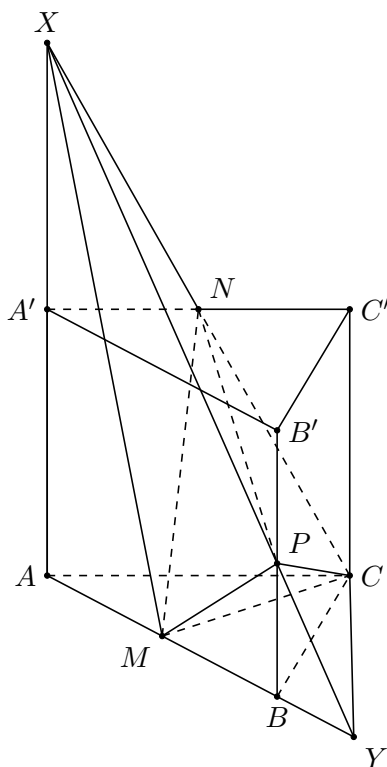
B. $V' = \frac{1}{4}V$.

C. $V' = \frac{7}{24}V$.

D. $V' = \frac{1}{3}V$.



Lời giải.



Gọi X, Y lần lượt là giao điểm của CN và AA' , XP và AB .

Dễ thấy N là trung điểm XC nên $S_{CNM} = \frac{1}{2}S_{CMX}$, suy ra $V_{PCNM} = \frac{1}{2}V_{PCMX}$.

Áp dụng định lý Thales ta có

$$\frac{YP}{YX} = \frac{YB}{YA} = \frac{PB}{XA} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{XP}{XY} = \frac{3}{4} \text{ và } YM = \frac{5}{6}AB.$$

Ta có $\frac{V_{PCMX}}{V_{XMCY}} = \frac{XP}{XY} = \frac{3}{4}$, mà

$$\frac{V_{XMCY}}{V_{XABC}} = \frac{S_{CMY}}{S_{ABC}} = \frac{MY}{AB} = \frac{5}{6}$$

nên

$$V_{PCMX} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} V_{XABC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot 2V_{A'ABC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{5V}{12}.$$

$$\text{Vậy } V_{PCNM} = \frac{1}{2}V_{PCMX} = \frac{5V}{24}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 376. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của BB' . Mặt phẳng (MDC') chia khối hộp chữ nhật thành hai khối đa diện, một khối chứa đỉnh C và một khối chứa đỉnh A' . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện chứa C và A' . Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{24}.$

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}.$

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{12}.$

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{17}{24}.$

Lời giải.

Gọi $I = BC \cap C'M \Rightarrow DI \cap AB = K$.

Khi đó ta có $V_1 = V_{ICDC'} - V_{IBKM}$ trong đó

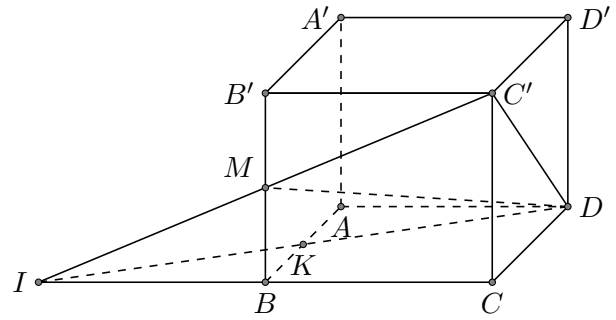
$$V_{ICDC'} = \frac{1}{3}IC \cdot \frac{1}{2}CD \cdot CC' = \frac{1}{3}V;$$

Mặt khác $\frac{V_{IBKM}}{V_{ICDC'}} = \frac{1}{8}$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3}V - \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3}V = \frac{7}{24}V$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{17}{24}V$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 377. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , đáy nhỏ của hình thang là CD , cạnh bên $SC = a\sqrt{15}$. Tam giác SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy hình chóp. Gọi H là trung điểm cạnh AD , khoảng cách từ B tới mặt phẳng (SHC) bằng $2\sqrt{6}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

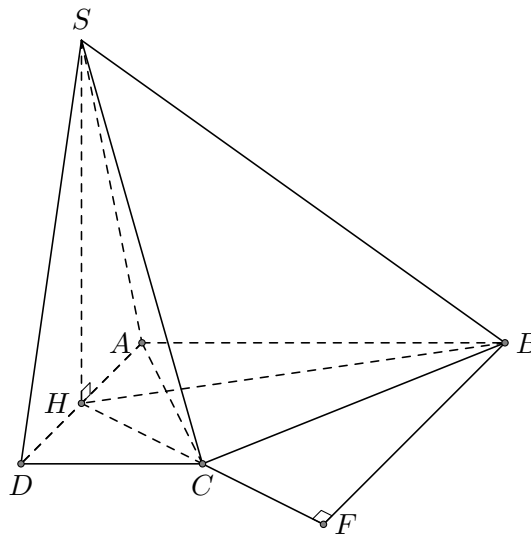
A. $8\sqrt{6}a^3$.

B. $12\sqrt{6}a^3$.

C. $4\sqrt{6}a^3$.

D. $24\sqrt{6}a^3$.

Lời giải.



Ta có: $\begin{cases} (SAD) \perp (ABCD) \\ SH \perp AD, SH \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD).$

$$SH = a\sqrt{3}, HC = \sqrt{SC^2 - SH^2} = 2\sqrt{3}a, CD = \sqrt{HC^2 - HD^2} = a\sqrt{11}.$$

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, dựng $BF \perp HC$.

Ta có: $\begin{cases} BF \perp CH \\ BF \perp SH \end{cases} \Rightarrow BF \perp (SHC) \text{ nên } d(B, (SHC)) = BF = 2\sqrt{6}a.$

$$S_{HBC} = \frac{1}{2}BF \cdot HC = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{6}a \cdot 2\sqrt{3}a = 6\sqrt{2}a^2.$$

$$\text{Đặt } AB = x \text{ nên } S_{AHB} = \frac{1}{2}AH \cdot AB = \frac{a}{2} \cdot x; S_{CDH} = \frac{1}{2}DH \cdot DC = \frac{a^2\sqrt{11}}{2}.$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(CD + AB) \cdot AD = (a\sqrt{11} + x)a.$$

$$S_{AHB} = S_{ABCD} - S_{CDH} - S_{HBC} \Leftrightarrow \frac{a}{2} \cdot x = (a\sqrt{11} + x)a - \frac{a^2\sqrt{11}}{2} - 6\sqrt{2}a^2 \Leftrightarrow x = (12\sqrt{2} - \sqrt{11})a.$$

$$S_{ABCD} = (a\sqrt{11} + (12\sqrt{2} - \sqrt{11})a)a = 12\sqrt{2}a^2.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot 12\sqrt{2}a^2 = 4\sqrt{6}a^3.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 378. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy ABC bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$, góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng 60° . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB' và BC' .

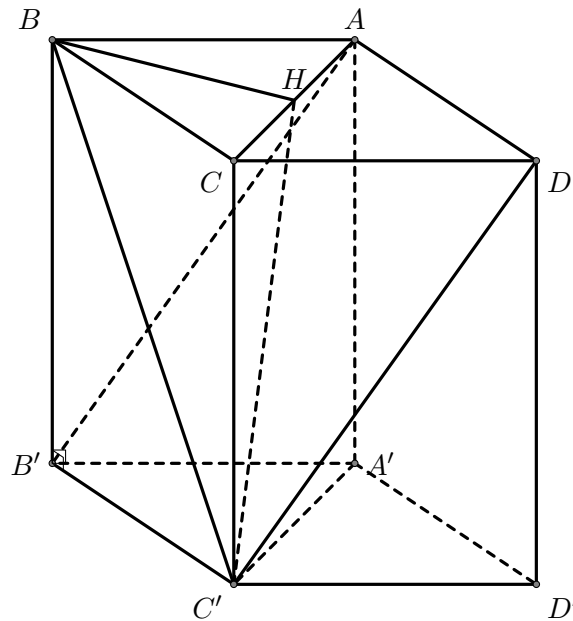
A. $d = \frac{2\sqrt{2}a}{3}$.

B. $d = \frac{4a}{3}$.

C. $d = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

D. $d = \frac{2\sqrt{6}a}{3}$.

Lời giải.



$$\text{Có } S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4R} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow R = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AB = 2a.$$

Dựng hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ suy ra $AB' \parallel DC'$ nên $\widehat{(AB', BC')} = \widehat{(DC', BC')} = 60^\circ$.

TH1: $\widehat{BC'D} = 120^\circ$. Xét tam giác BDC' có $\sin 60^\circ = \frac{BH}{BC'} \Rightarrow BC' = 2a = BC$ (loại).

TH2: $\widehat{BC'D} = 60^\circ$ suy ra $BC' = 2BH = 2a\sqrt{3} \Rightarrow BB' = 2\sqrt{2}a > BC$.

$$d = d(AB', BC') = d(AB', (BC'D)) = d(A, (BC'D)) = d(C, (BC'D))$$

$$= \frac{3V_{C'.BCD}}{S_{\triangle BC'D}} = \frac{3 \cdot \frac{2\sqrt{6}a^3}{3}}{3\sqrt{3}a^2} = \frac{2\sqrt{2}a}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 379. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành có thể tích là V , M là một điểm trên cạnh AB sao cho $\frac{MA}{MB} = x, 0 < x < 1$. Biết rằng mặt phẳng (α) qua M và song song với (SBC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành 2 phần trong đó phần chứa điểm A có thể tích bằng $\frac{4}{27}V$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1-x}{1+x}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải.

Vì $(\alpha) \parallel (SBC)$ nên thiết diện của (α) với hình chóp là

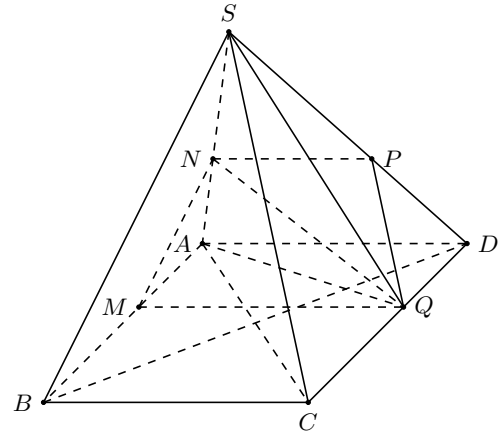
tứ giác $MNPQ$ với $MN \parallel SB$, $PQ \parallel SC$, $MQ \parallel BC$.

$$\text{Vì } \frac{MA}{MB} = x \text{ nên } \frac{QD}{QC} = \frac{PD}{PC} = \frac{AN}{NS} = x.$$

$$\text{Ta có: } \frac{S_{\triangle AQD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{DQ}{DC} = \frac{x}{x+1}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle AQD} = \frac{x}{2(x+1)} S_{ABCD}$$

$$\Rightarrow V_{S.AQD} = \frac{x}{2(x+1)} V_{S.ABCD} = \frac{x}{2(x+1)} V.$$



Theo công thức tỉ số thể tích suy ra

$$\frac{V_{S.NQP}}{V_{S.AQD}} = \frac{SN}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} = \frac{1}{x+1} \cdot \frac{1}{x+1} = \frac{1}{(x+1)^2}.$$

$$\Rightarrow V_{S.NQP} = \frac{1}{(x+1)^2} \cdot V_{S.AQD} = \frac{x}{2(x+1)^3} V.$$

$$\Rightarrow V_1 = V_{AQDNP} = V_{S.AQD} - V_{S.NQP}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{x}{2(x+1)} V - \frac{x}{2(x+1)^3} V.$$

$$\text{Tương tự: } \frac{V_{S.MNQ}}{V_{S.MAQ}} = \frac{SN}{SA} = \frac{1}{x+1}$$

$$\Rightarrow V_{S.MNQ} = \frac{1}{x+1} V_{S.MAQ} = \frac{1}{x+1} \cdot \frac{x}{2(x+1)} V = \frac{x}{2(x+1)^2} V$$

$$\Rightarrow V_2 = V_{AMNQ} = V_{S.MAQ} - V_{S.MNQ}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{x}{2(x+1)} V - \frac{x}{2(x+1)^2} V$$

$$\text{Suy ra } V_1 + V_2 = \frac{x}{x+1} V - \frac{x}{2(x+1)^3} V - \frac{x}{2(x+1)^2} V = \frac{2x^3 + 3x^2}{2(x+1)^3} V.$$

$$\text{Theo giả thiết } V_1 + V_2 = \frac{4}{27} V \Rightarrow \frac{2x^3 + 3x^2}{2(x+1)^3} = \frac{4}{27}$$

$$\Leftrightarrow 46x^3 + 57x^2 - 24x - 8 = 0 \Leftrightarrow (2x-1)(23x^2 + 40x + 8) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ (vì } x > 0)$$

$$\text{Suy ra } P = \frac{1-x}{1+x} = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 380. Trong tất cả các hình chóp tam giác đều nội tiếp hình cầu có bán kính bằng 9. Tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $V = 225$.

B. $V = 21\sqrt{3}$.

C. $V = 216\sqrt{3}$.

D. $V = 27\sqrt{3}$.

Lời giải.

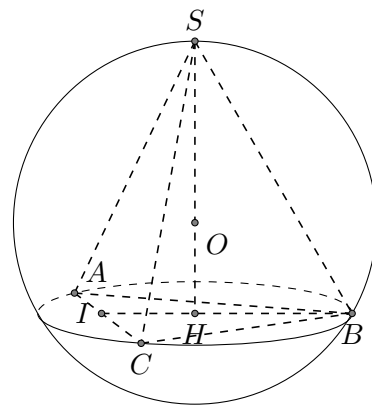
Như vậy

$$\text{Ta có } f'(x) = -3x^2 - 18x + 81 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -9. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	3	9
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	135	-729

Chọn đáp án **C**



B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

D. $4\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC khi đó $\begin{cases} SH \perp BC \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH).$

$$V_{S.ABC} = V_{B.AHS} + V_{C.AHS} = \frac{1}{3} \cdot S_{AHS} (HB + HC) = \frac{1}{3} S_{AHS} \cdot BC.$$

Ta có $AH = SH = \sqrt{1 - HB^2} = \sqrt{1 - \frac{y^2}{4}}$.

$$\text{Khi đó } HE = \sqrt{AH^2 - AE^2} = \sqrt{1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}}.$$

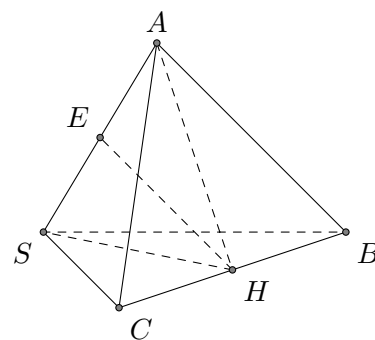
$$\text{Do đó } S_{AHS} = \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{4}} \cdot \frac{x}{2} \Rightarrow V = \frac{1}{12} \cdot xy \sqrt{4 - x^2 - y^2}.$$

Theo BĐT Cau-Chy ta có $abc \leq \left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \right)^{\frac{3}{2}}$.

Do đó $xy\sqrt{4-x^2-y^2} \leq \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{3}{2}}$.

$$\text{Đấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow x^2 = y^2 = 4 - x^2 - y^2 \Leftrightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **C**



Câu 382. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA , N là điểm trên đoạn SB sao cho $SN = 2NB$. Mặt phẳng (R) chứa MN cắt đoạn SD tại Q và cắt

đoạn SC tại P . Tỉ số $\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}$ lớn nhất bằng

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{3}{8}$.

Lời giải.

Bổ đề 1: Cho tam giác ABC với trung tuyến AM , I là điểm trên đường thẳng AM (I khác A). Đường thẳng qua I lần lượt cắt các đường thẳng AB, AC tại hai điểm phân biệt E, F . Khi đó

$$\frac{2AM}{AI} = \frac{AB}{AE} + \frac{AC}{AF}.$$

Chứng minh:

Ta có $\frac{S_{AEI}}{S_{ABM}} = \frac{AE}{AB} \cdot \frac{AI}{AM}$; $\frac{S_{AFI}}{S_{ACM}} = \frac{AF}{AC} \cdot \frac{AI}{AM}$; $\frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \frac{AE}{AB} \cdot \frac{AF}{AC}$ và $S_{AEI} = S_{AFI} = \frac{1}{2}S_{ABC}$

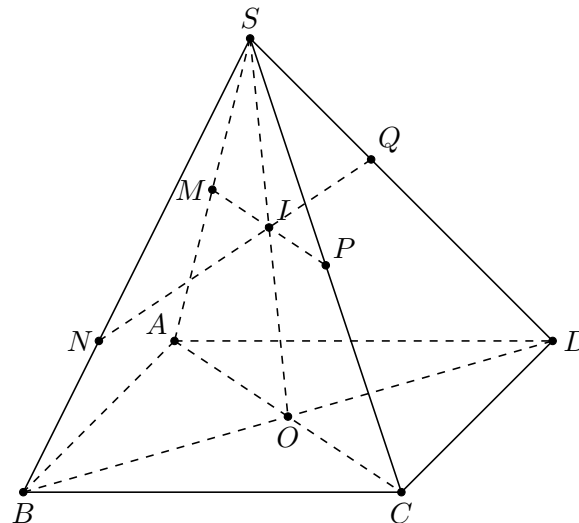
suy ra $\frac{AI}{AM} \left(\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC} \right) = \frac{2AE \cdot AF}{AB \cdot AC} \Leftrightarrow \frac{2AM}{AI} = \frac{AB}{AE} + \frac{AC}{AF}.$

Bổ đề 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , I là điểm trên đường thẳng SO (I khác S). Mặt phẳng đi qua I lần lượt cắt các đường thẳng SA, SB, SC, SD tại 4 điểm phân biệt M, N, P, Q . Khi đó

$$\frac{SA}{SM} + \frac{SC}{SP} = \frac{SB}{SN} + \frac{SD}{SQ}$$

Chứng minh:

Áp dụng bổ đề 1 ta có $\frac{SA}{SM} + \frac{SC}{SP} = \frac{2SO}{SI} = \frac{SB}{SN} + \frac{SD}{SQ}$



Đặt $x = \frac{SP}{SC}, y = \frac{SQ}{SD}, 0 < x \leq 1$, theo bổ đề 2 ta có $\frac{SA}{SM} + \frac{SC}{SP} = \frac{SB}{SN} + \frac{SD}{SQ} \Leftrightarrow 2 + \frac{1}{x} = \frac{3}{2} + \frac{1}{y} \Leftrightarrow$

$$y = \frac{2x}{x+2}.$$

$$\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} + \frac{1}{2} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} \cdot \frac{SM}{SA} = \frac{2x + 3xy}{12} = \frac{2x^2 + x}{3(x+2)}.$$

Hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + x}{3(x+2)}$ liên tục trên $(0; 1]$ và $f'(x) = \frac{2x^2 + 8x + 2}{3(x+2)^2} > 0$ với mọi $0 < x < 1$ suy ra

$$\max_{(0;1]} f(x) = f(1) = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 383. Cho khối chóp $S.ABC$ có $M \in SA, N \in SB$ sao cho $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MS}, \overrightarrow{NS} = -2\overrightarrow{NB}$. Mặt phẳng (α) qua hai điểm M, N và song song với SC chia khối chóp thành hai khối đa diện. Tính tỉ số thể tích của hai khối đa diện đó (số bé chia số lớn).

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{4}{9}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Kẻ $MQ \parallel SC$, $NP \parallel SC$ thì $MNPQ$ là thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp. Và hình chóp được chia làm hai phần có thể tích là $V_1 = V_{CSMNPQ}$ và $V_2 = V_{BAMNPQ}$.

Gọi $K = MN \cap AB \cap PQ$ (Vì giao tuyến 3 mặt phẳng hoặc đồng quy, hoặc song song).

Theo định lí Menelaus ta có

$$\frac{MA}{MS} \cdot \frac{NS}{NB} \cdot \frac{KB}{KA} = 1 \Rightarrow \frac{KB}{KA} = \frac{1}{4}.$$

$$\frac{MS}{BA} \cdot \frac{NB}{NK} \cdot \frac{KA}{SM} = 1 \Rightarrow \frac{KN}{NM} = 1 \Rightarrow \frac{KN}{KM} = \frac{1}{2} = \frac{KP}{KQ}.$$

$$\Rightarrow \frac{V_{KBNP}}{V_{KAMQ}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}. \text{ Mà } \frac{V_{KAMQ}}{V_{BASC}} = \frac{KA \cdot AM \cdot AQ}{BA \cdot AS \cdot AC} = \frac{16}{27}.$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{15}{16} \cdot \frac{16}{27} V_{S.ABC} = \frac{5}{9} V_{S.ABC} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 384. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2018. Biết M, N, P lần lượt nằm trên các cạnh AA', DD', CC' sao cho $A'M = MA, DN = 3ND', CP = 2PC'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Tính thể tích khối đa diện nhỏ hơn.

A. $\frac{7063}{6}$.

B. $\frac{5045}{6}$.

C. $\frac{5045}{9}$.

D. $\frac{5045}{12}$.

Lời giải.

Giả sử (MNP) cắt BB' tại điểm Q , suy ra $MN \parallel PQ$ và $NP \parallel MQ$. Do đó mặt phẳng (MNP) cắt hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là hình bình hành $MNPQ$.

Gọi I, I' lần lượt là tâm của tứ giác $ABCD, MNPQ$.

$$\text{Đặt } AA' = a \Rightarrow AM = \frac{a}{2} \text{ và } PC = \frac{2a}{3}.$$

$$\text{Ta có: } DN + BQ = 2II' = AM + CP = \frac{7a}{6}.$$

$$\text{Ta có: } V_{MNPQ.ADCB} = V_{MNQ.ADB} + V_{NPQ.DCB}.$$

$$V_{MNQ.ADB} = \frac{1}{3a}(MA + ND + QB) \cdot V_{ADB.A'D'B'}.$$

$$V_{NPQ.DCB} = \frac{1}{3a}(ND + PC + QB) \cdot V_{DCB.D'C'B'}.$$

$$\Rightarrow V_{MNPQ.ADCB} = \frac{7}{12} V_{ABCD.A'B'C'D'}.$$

$$\Rightarrow V_{A'B'C'D'.MQPN} = \frac{5}{12} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{5}{12} \cdot 2018 = \frac{5045}{6}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 385. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông và có thể tích là V . Để diện tích toàn phần của lăng trụ nhỏ nhất thì cạnh đáy của lăng trụ bằng bao nhiêu?

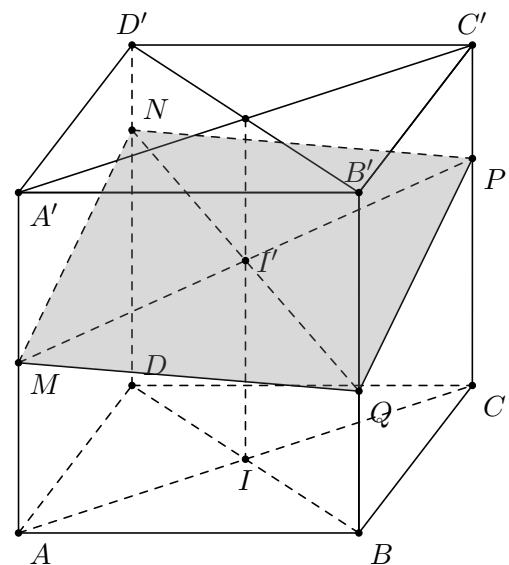
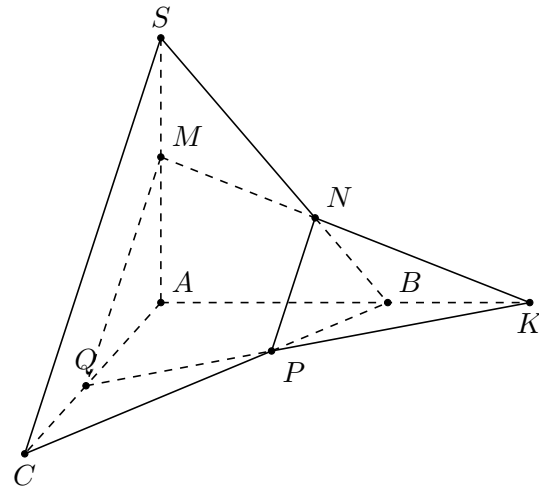
A. $\sqrt[3]{V}$.

B. $\sqrt[3]{V^2}$.

C. $\sqrt{V}$.

D. $\sqrt[3]{\frac{V}{2}}$.

Lời giải.



Cách 1.

Gọi x là cạnh của đáy, y là chiều cao của hình hộp.

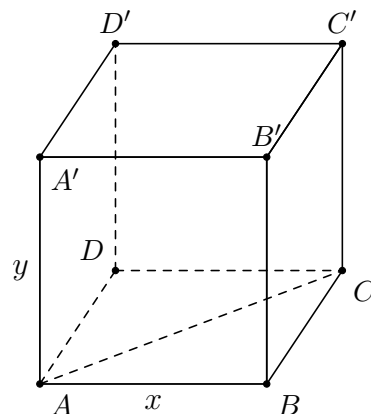
$$\text{Ta có } V = x^2 y \Rightarrow y = \frac{V}{x^2}.$$

Gọi S là diện tích toàn phần của lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$.

$$\text{Ta có } S = 2x^2 + 4xy = 2x^2 + \frac{4V}{x} = 2x^2 + \frac{2V}{x} + \frac{2V}{x}.$$

$$\text{Vậy } S \geq 3\sqrt[3]{2x^2 \cdot \frac{2V}{x} \cdot \frac{2V}{x}} = 6\sqrt[3]{V^2}.$$

$$\text{Vậy } S \text{ nhỏ nhất khi } 2x^2 = \frac{2V}{x} \Rightarrow x = \sqrt[3]{V}.$$

**Cách 2.**

Xét hàm số $f(x) = 2x^2 + \frac{4V}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ ta được kết quả tương tự.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 386. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $SB = a\sqrt{2}$, $SC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích lớn nhất của khối chóp.

A. $a^3\sqrt{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Gọi α là góc giữa SA và (ABC) . Gọi $\beta = \widehat{BSC}$.

Ta có

$$\begin{aligned} V_{SABC} &= \frac{1}{3}d(A; (SBC)) \cdot S_{SBC} \\ &= \frac{1}{6} \cdot SA \cdot SB \cdot SC \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \\ &\leq \frac{1}{6} \cdot SA \cdot SB \cdot SC = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}. \end{aligned}$$

Suy ra thể tích $SABC$ lớn nhất bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ khi

$$\sin \alpha = \sin \beta = 1 \Rightarrow \alpha = \beta = 90^\circ.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 387. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Một mặt phẳng không qua S và song song với mặt phẳng $(ABCD)$ cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q . Gọi M', N', P', Q' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, P, Q trên mặt phẳng $(ABCD)$. Đặt $\frac{SA}{SM} = k$. Tìm k để khối lăng trụ $MNPQ.M'N'P'Q'$ có thể tích lớn nhất.

A. $k = 2$.

B. $k = \frac{4}{3}$.

C. $k = \frac{3}{2}$.

D. $k = 3$.

Lời giải.

Đặt $V_{MNPQ.M'N'P'Q'} = V$.

Chú ý từ đề bài ta có: $k > 1$.

Gọi H là chân đường cao của hình chóp.

Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot AB \cdot AD$

cố định.

Ta có: $\frac{SA}{SM} = k \Rightarrow \frac{AM}{AS} = \frac{k-1}{k}$.

Và: $\frac{MN}{AB} = \frac{MQ}{AD} = \frac{1}{k}$.

Lại có: $\frac{MM'}{SH} = \frac{AM}{AS} = \frac{k-1}{k}$.

Suy ra:

$$V = MM' \cdot MQ \cdot MN = \frac{k-1}{k^3} \cdot (3V_{S.ABCD})$$

Từ đó, V đạt GTLN khi và chỉ khi $\frac{k-1}{k^3}$ đạt GTLN.

Xét hàm số $f(k) = \frac{k-1}{k^3}$ với $k > 1$. Ta có: $f'(k) = \frac{3-2k}{k^4}$, $f'(k) = 0 \Leftrightarrow k = \frac{3}{2}$.

Ta có bảng biến thiên:

k	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(k)$	+	0	-
$f(k)$	0	$\frac{4}{27}$	0

Từ đó ta có $\max f(k) = \frac{4}{27}$ khi $k = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 388. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác SIA cân tại S , $(SAD) \perp (ABCD)$ vuông góc với đáy. Biết góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

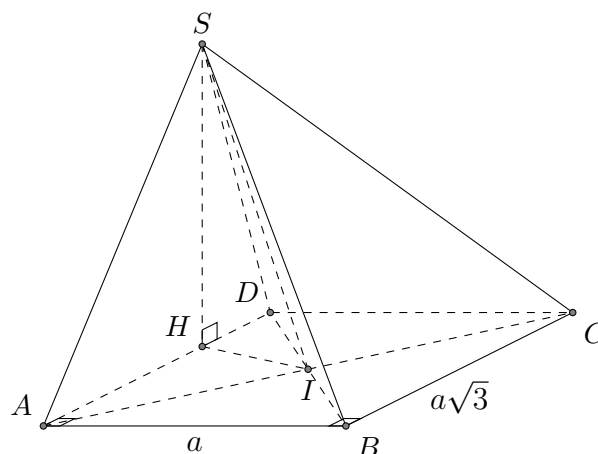
D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên AD .

Do $(SAD) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD) \Rightarrow h = SH$ là chiều cao hình chóp và góc giữa SD và $(ABCD)$ là $\widehat{SDH} = 60^\circ$.

Ta có HA, HI lần lượt là hình chiếu của SA, SI trên $(ABCD)$. Do $\triangle SIA$ cân tại S nên $HA = HI$. Trong tam giác vuông ABD vuông tại A , ta có $AD = a\sqrt{3}$, $AB = a \Rightarrow BD = 2a$, $\widehat{ABD} = 60^\circ$. Suy ra $\triangle AIH$ cân tại H và có $AI = a$, $\widehat{HAI} = \widehat{HIA} = 30^\circ$, $\widehat{AHI} = 120^\circ$.



$$\text{Suy ra } \frac{AH}{\sin 30^\circ} = \frac{AI}{\sin 120^\circ} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow HD = a\sqrt{3} - \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Trong } \triangle SHD \text{ ta có } SH = HD \tan 60^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \sqrt{3} = 2a.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 389. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi M là điểm đối xứng với C qua D và N là trung điểm cạnh SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) , trong đó (H_1) chứa điểm C . Thể tích khối (H_1) là

A. $\frac{7\sqrt{6}a^3}{72}$.

B. $\frac{5\sqrt{6}a^3}{72}$.

C. $\frac{5\sqrt{6}a^3}{36}$.

D. $\frac{7\sqrt{6}a^3}{36}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$

$$\Rightarrow SO \perp (ABCD) \Rightarrow (SB, (ABCD)) = \widehat{SBO}.$$

Theo giả thiết $\widehat{SBO} = 60^\circ$

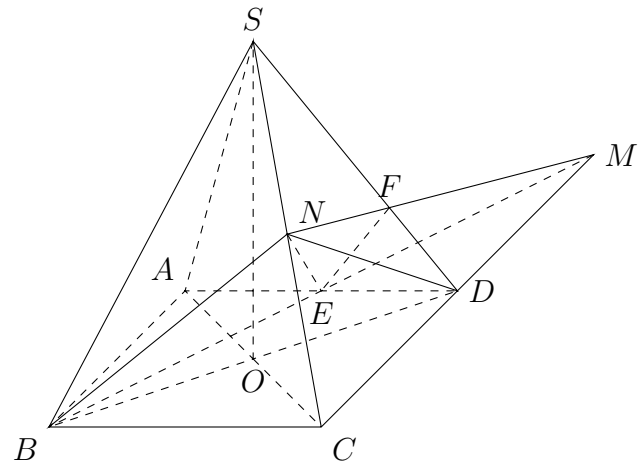
$$\Rightarrow SO = BO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Trong $(ABCD)$, gọi $E = BM \cap AD$

Trong (SCD) , gọi $F = MN \cap SD$

Vì D là trung điểm CM nên E là trung điểm AD

và F là trọng tâm tam giác SCM .



$$V_{N.BCDE} = \frac{1}{3} \cdot d(N, (ABCD)) \cdot \frac{1}{2} \cdot CD \cdot (BC + DE) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a \left(a + \frac{a}{2}\right) = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}.$$

$$\frac{V_{DNEF}}{V_{DNAS}} = \frac{DE}{DA} \cdot \frac{DF}{DS} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{N.DEF} = V_{D.NEF} = \frac{1}{6} \cdot V_{DNAS} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot DO \cdot S_{\triangle SAN}$$

$$= \frac{1}{18} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} S_{\triangle SAC} = \frac{a\sqrt{2}}{72} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{144} a^3$$

$$\Rightarrow V_1 = V_{N.BCDE} + V_{N.DEF} = \frac{5a^3\sqrt{6}}{72}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 390. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 7, AC = 5, BC = 6$. Các mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$, biết hình chiếu của đỉnh S nằm trong tam giác ABC .

A. $6\sqrt{3}$.

B. $8\sqrt{3}$.

C. $3\sqrt{11}$.

D. $11\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S trên (ABC) .

Vì các mặt bên cùng tạo với đáy một góc 60° và H nằm trong tam giác ABC nên H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Đặt $p = \frac{AB + AC + BC}{2} = 9$, ta có

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = 6\sqrt{6}.$$

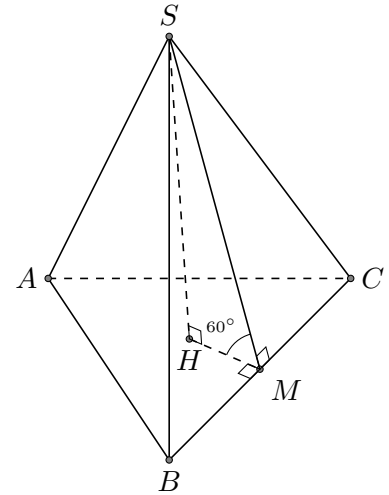
$S_{ABC} = pr$ với r là bán kính đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$

$$\text{nên } r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

Kẻ $HM \perp BC = M$ ta có $((SBC), (ABC)) = \widehat{SMH} = 60^\circ$

$$\text{và } r = MH = \frac{2\sqrt{6}}{3}. \text{ Suy ra } SH = MH \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = 8\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 391. Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 2. Gọi α là góc giữa 2 mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Tính $\cos \alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

A. $\cos \alpha = \frac{2}{3}.$

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}.$

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}.$

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow AM \perp BC$

Có $SA \perp BC$ nên $BC \perp (SAM)$, vậy $(SAM) \perp (ABC)$.

$\Rightarrow \widehat{SMA} = \alpha$ và $d_{A,(SBC)} = AH = 2$ với H là hình chiếu của A lên SM .

$$\triangle AHM \text{ có } AM = \frac{AH}{\sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}.$$

$$\triangle SAM \text{ có } SA = AM \tan \alpha = \frac{2}{\cos \alpha}.$$

$$\text{Có } AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{\sin \alpha} \Rightarrow AB = \frac{4}{\sqrt{3} \sin \alpha}.$$

$$S_{ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{3 \sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{8\sqrt{3}}{9 \cos \alpha \sin^2 \alpha}$$

$$\text{Có } \cos \alpha \sin^2 \alpha = \cos \alpha (1 - \cos^2 \alpha) = t - t^3, \text{ với } t = \cos \alpha.$$

$$\text{Xét } f(t) = t - t^3, f'(t) = 1 - 3t^2 = 0 \Leftrightarrow t^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow t = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} \text{ nhỏ nhất khi } f(t) \text{ lớn nhất } \Leftrightarrow t = \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 392. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BD = 3a$, hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ trùng với trung điểm của $A'C'$. Gọi (α) là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$. Tính thể tích khối hộp.

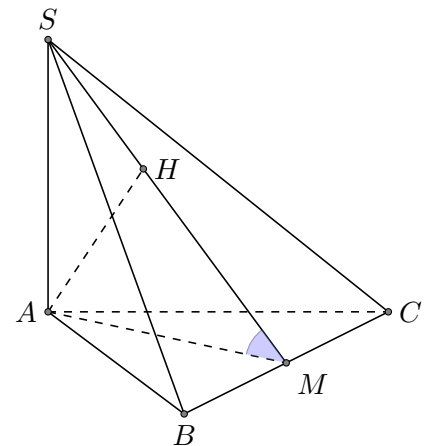
A. $\frac{3a^3}{4}.$

B. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{4}.$

C. $\frac{9a^3}{4}.$

D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}.$

Lời giải.



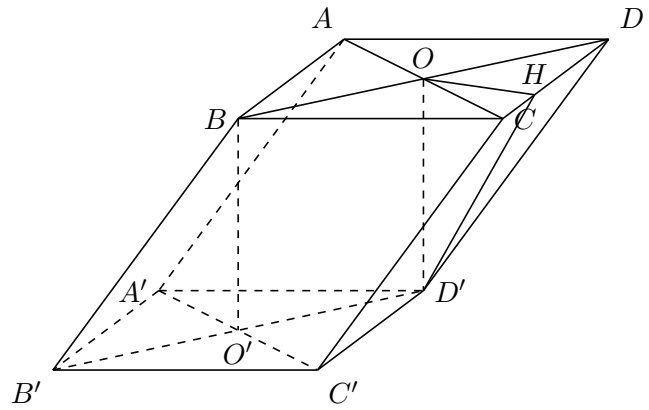
t	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1
$f'(t)$		+	0 -
$f(t)$			

Gọi O và O' lần lượt là tâm của hình thoi $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Vì $BO' \perp (A'B'C'D')$ nên $OD' \perp (ABCD)$.

Ta có $AD = a\sqrt{3}$, $DO = \frac{3a}{2}$ nên

$$AO = \sqrt{AD^2 - DO^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra $AC = a\sqrt{3}$, do đó, tam giác ACD đều.



Từ O kẻ $OH \perp CD$, kết hợp với $OD' \perp CD$ (do $OD' \perp (ABCD)$) suy ra $HD' \perp CD$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$ là $\widehat{OHD'}$.

Ta có $OH = \frac{1}{2} \cdot h_A = \frac{3a}{4}$, $\widehat{OHD'} = \alpha$ và $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Suy ra $OD' = OH \cdot \tan \alpha = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích đáy hình hộp là $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$.

Từ đó, $V = S_{ABCD} \cdot OD' = \frac{9a^3}{4}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 393. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD , ABC và E là điểm đối xứng với điểm B qua điểm D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành chia khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{96}$.

B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{80}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{320}$.

D. $\frac{9a^3\sqrt{2}}{320}$.

Lời giải.

Gọi $P = EM \cap AB$, $Q = EM \cap AB$, $R = PN \cap AC$, $E = PN \cap BC$.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm BD , BC . Vì M, N lần lượt là trọng tâm tam giác ABD và ABC nên suy ra $MN \parallel IJ$, từ đó suy ra $QR \parallel EF \parallel CD$.

Kẻ $MK \parallel AD$ với $K \in BD$, ta có $DK = \frac{2}{3}DI = \frac{1}{3}BD = \frac{1}{3}ED$, do đó $\frac{DQ}{KM} = \frac{ED}{EK} = \frac{3}{4}$, từ đó ta có $DQ = \frac{3}{4}MK$. Mặt khác $MK = \frac{1}{3}AD$ nên suy ra $DQ = \frac{1}{4}AD$, hay $\frac{AQ}{AD} = \frac{3}{4}$.

Như vậy $\frac{AQ}{AD} = \frac{AR}{AC} = \frac{3}{4}$.

Kẻ $DH \parallel AB$ với $H \in EP$, ta có $DH = \frac{1}{2}PB$. Mặt khác $\frac{DH}{AP} = \frac{QD}{QA} = \frac{1}{3}$ nên suy ra $DH = \frac{1}{3}AP$.

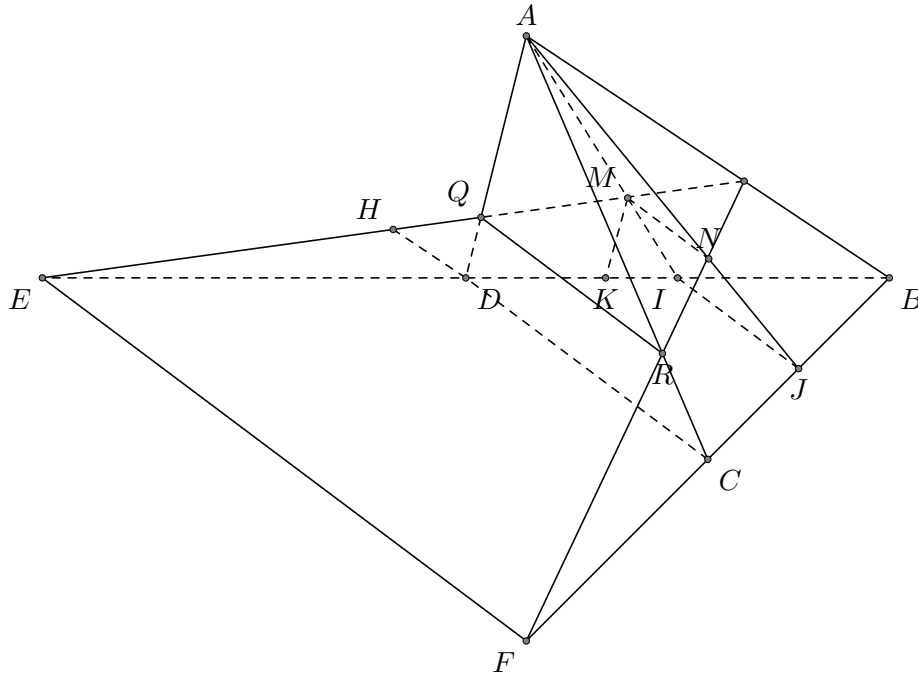
Từ đó ta có $3BP = 2AP \Rightarrow \frac{AP}{AB} = \frac{3}{5}$.

Tứ diện $ABCD$ đều cạnh a nên $V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Bởi vậy:

$$\frac{V_{APRQ}}{V_{ABCD}} = \frac{AP}{AB} \cdot \frac{AQ}{AD} \cdot \frac{AR}{AC} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{80}$$

$$\text{Do đó } V_{APRQ} = \frac{27}{80} V_{ABCD} = \frac{9a^3\sqrt{2}}{320}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 394. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1, đáy $ABCD$ là hình thang với cạnh đáy lớn là AD và $AD = 3BC$. Gọi M là trung điểm của SA , N là điểm thuộc cạnh CD sao cho $ND = 3NC$. Mặt phẳng (BMN) cắt cạnh SD tại P . Thể tích khối chóp $A.MBNP$ bằng

A. $\frac{3}{8}$.

B. $\frac{5}{12}$.

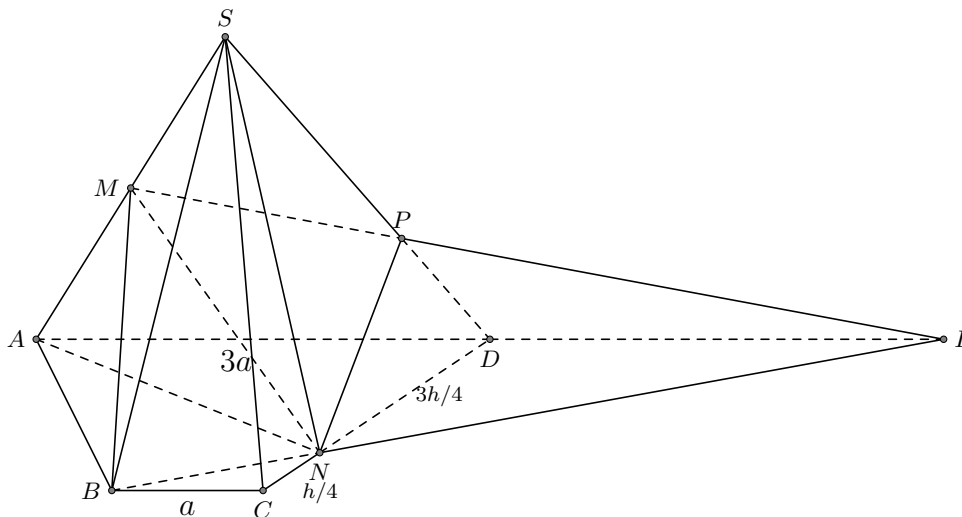
C. $\frac{5}{16}$.

D. $\frac{9}{32}$.

Lời giải.

Gọi $I = BN \cap AD \Rightarrow \frac{DI}{BC} = \frac{DN}{NC} = 3$, vậy $DI = 3BC \Rightarrow DI = AD$ hay D là trung điểm của AI .

Nói $MI \cap SD = P \Rightarrow P$ là trọng tâm tam giác SAI , vậy $SP = \frac{2}{3}SD$.



Do M là trung điểm AS nên $V_{A.MBNP} = V_{S.MBNP} = V_{S.MBN} + V_{S.MNP}$.

Theo định lý về tỉ số thể tích ta có: $V_{S.MBN} = \frac{SM}{SA} \cdot V_{S.ABN} = \frac{1}{2}V_{S.ABN}$.

$V_{S.MNP} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} \cdot V_{S.AND} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot V_{S.AND} = \frac{1}{3}V_{S.AND}$.

Gọi h là chiều cao của hình thang $ABCD$ và $BC = a$, ta có:

$$S_{ABCD} = 2ah, \text{ và } S_{AND} = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot \frac{3}{4}h = \frac{9}{8}ah = \frac{9}{16}S_{ABCD}.$$

$$S_{BNC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{1}{4}h = \frac{1}{8}ah = \frac{1}{16}S_{ABCD} \Rightarrow S_{ABN} = \left(1 - \frac{1}{16} - \frac{9}{16}\right) S_{ABCD} = \frac{6}{16}S_{ABCD}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.MBN} = \frac{1}{2}V_{S.ABN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{16}V_{S.ABCD} = \frac{3}{16}.$$

$$V_{S.MNP} = \frac{1}{3}V_{S.AND} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{16}V_{S.ABCD} = \frac{3}{16}.$$

$$\text{Cuối cùng ta có } V_{A.MBNP} = V_{S.MBN} + V_{S.MNP} = \frac{3}{8}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 395. Cho khối tứ diện $ABCD$ có $AB = x$, $AC = AD = CB = DB = 2\sqrt{3}$, khoảng cách giữa AB , CD bằng 1. Tìm x để khối tứ diện $ABCD$ có thể tích lớn nhất.

A. $x = \sqrt{11}$.

B. $x = \sqrt{13}$.

C. $x = \sqrt{26}$.

D. $x = \sqrt{22}$.

Lời giải.

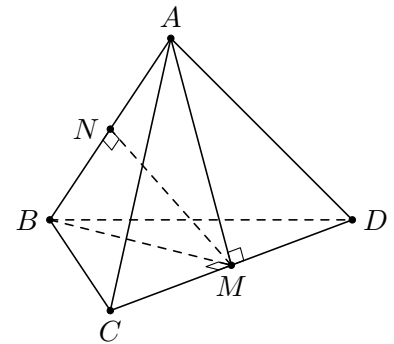
Gọi M , N lần lượt là trung điểm của CD và AB . Dễ thấy $CD \perp (ABM)$ và $MN = 1$ là đường vuông góc chung của AB , CD .

$$\text{Ta có } MN = 1, BN = \frac{x}{2} \Rightarrow BM = \sqrt{\frac{x^2}{4} + 1} = \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{2}$$

$$\Rightarrow CM = \sqrt{BC^2 - BM^2} = \sqrt{11 - \frac{x^2}{4}} = \frac{\sqrt{44 - x^2}}{2}.$$

Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ là

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot CD \cdot S_{\triangle ABM} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{44 - x^2} \cdot x \leq \frac{1}{3} \cdot \frac{44}{2} = \frac{22}{3}.$$



Vậy $ABCD$ có thể tích lớn nhất bằng $\frac{22}{3}$ khi $x = \sqrt{44 - x^2} \Rightarrow x^2 = 22 \Rightarrow x = \sqrt{22}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 396. Trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ mà khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $2a$, khối chóp có thể tích nhỏ nhất bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$.

B. $2a^3$.

C. $3\sqrt{3}a^3$.

D. $4\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Gọi x là độ dài cạnh đáy của hình chóp và α là góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của hình chóp.

Gọi F là trung điểm BC . Khi đó, ta có $\widehat{SFO} = \alpha$.

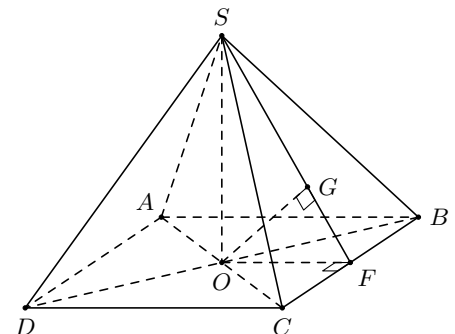
Từ O kẻ $OG \perp SF \Rightarrow OG \perp (SBC)$

$$\Rightarrow OG = d(O, (SBC)) = \frac{1}{2}d(A, (SBC)) = a.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } OGF, \text{ ta có } OF = \frac{OG}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin \alpha}.$$

$$\text{Suy ra } AB = \frac{2a}{\sin \alpha}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SOF, \text{ ta có } SO = OF \cdot \tan \alpha = \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \tan \alpha = \frac{a}{\cos \alpha}.$$



$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\cos \alpha} \cdot \frac{4a^2}{\sin^2 \alpha} = \frac{4a^3}{3} \cdot \frac{1}{\cos \alpha \cdot (1 - \cos^2 \alpha)}.$$

Đặt $\cos \alpha = t$ ($0 < t < 1$) và xét hàm $f(t) = \frac{1}{t - t^3}$.

$$f'(t) = \frac{3t^2 - 1}{(t - t^3)^2}$$

$$\Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{3t^2 - 1}{(t - t^3)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ t = -\frac{1}{\sqrt{3}} (L) \end{cases}$$

Bảng biến thiên (hình bên)

t	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1
$f'(t)$	—	0	+
$f(t)$	$+\infty$	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\min_{(0;1)} f(x) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD}$ nhỏ nhất bằng $2\sqrt{3}a^3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 397. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và BC . Mặt phẳng (DMN) chia hình lập phương thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của phần chứa đỉnh A và V_2 là thể tích của phần còn lại. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

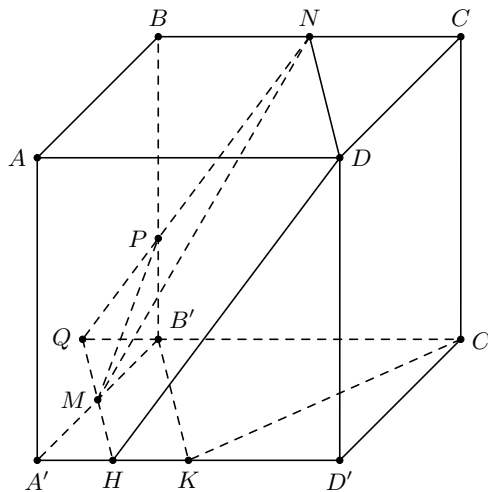
A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{55}{89}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{37}{48}$.

Lời giải.



Chọn K là trung điểm của $A'D'$. Khi đó $B'K \parallel DN$. Từ M dựng MH sao cho $MH \parallel B'K$. Kéo dài MH cắt $B'C'$ tại Q . Nối QN cắt BB' tại P . Như vậy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (DMN) và hình chóp là $PMHDN$.

Từ hình vẽ ta chia thể tích V_2 thành các phần nhỏ như sau

$$V_2 = V_{P.B'MHK} + V_{P.B'KD'C'} + V_{P.D'C'D} + V_{D.PNCC'} + V_{P.HDD'}.$$

$$\text{Ta có: } V_{P.B'MHK} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} a^2 = \frac{a^3}{48}; V_{P.B'KD'C'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{3}{4} \cdot a^2 = \frac{a^3}{12}; V_{P.D'C'D} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} a^2 = \frac{a^3}{6}.$$

$$V_{D.PNCC'} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a \cdot \frac{2a}{3} = \frac{2a^3}{9}; V_{P.HDD'} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{3}{8} a^2 = \frac{1}{8} a^3. \text{ Suy ra } V_2 = \frac{89}{144} a^3. \text{ Suy ra } \frac{V_1}{V_2} = \frac{55}{89}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 398. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với hai đáy là AB và CD , $AB = 2CD$. Gọi E là một điểm trên cạnh SC . Mặt phẳng (ABE) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện có thể tích bằng nhau. Tính tỉ số $\frac{SE}{SC}$.

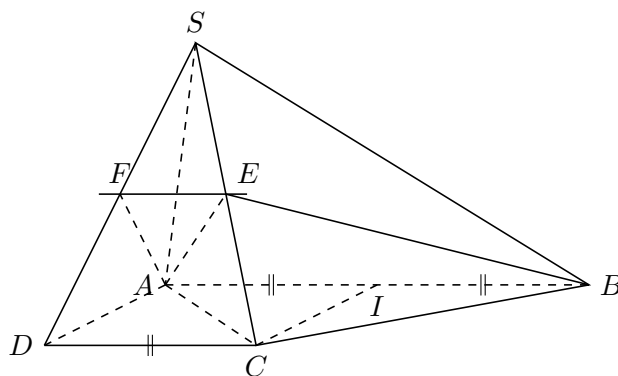
A. $\frac{\sqrt{10} - 2}{2}$.

B. $\sqrt{6} - 2$.

C. $\sqrt{2} - 1$.

D. $\frac{\sqrt{26} - 4}{2}$.

Lời giải.



Từ E dựng đường thẳng d song song với DC , $d \cap SD = \{F\}$.

Mặt phẳng (ABE) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện là $S.ABEF$ và $ABCFE$.

Gọi V_1, V_2, V_3, V_4 lần lượt là thể tích các khối chóp $S.AEF, S.AEB, S.ADC, S.ACB$.

Đặt $a = \frac{SE}{SC}, a > 0$.

Ta có: $\frac{V_1}{V_3} = \frac{SF}{SD} \cdot \frac{SE}{SC} = a^2 \Rightarrow V_1 = a^2 \cdot V_3$.

$\frac{V_2}{V_4} = \frac{SE}{SC} = a \Rightarrow V_2 = a \cdot V_4$

$V_{S.ABEF} = V_1 + V_2 = a^2 \cdot V_3 + a \cdot V_4$, $V_{ABCFE} = V_{S.ABCD} - (V_1 + V_2) = V_3 + V_4 - (a^2 \cdot V_3 + a \cdot V_4)$.

Theo giả thiết $V_{S.ABEF} = V_{ABCFE} \Leftrightarrow a^2 \cdot V_3 + a \cdot V_4 = V_3 + V_4 - (a^2 \cdot V_3 + a \cdot V_4)$

$\Leftrightarrow (2a^2 - 1) \cdot V_3 + (2a - 1) \cdot V_4 = 0$ (với $V_4 = 2V_3$)

$\Leftrightarrow (2a^2 - 1) + 2(2a - 1) = 0 \Leftrightarrow 2a^2 + 4a - 3 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-2 - \sqrt{10}}{2} \\ a = \frac{-2 + \sqrt{10}}{2} \end{cases} (l)$

Vậy $\frac{SE}{SC} = \frac{\sqrt{10} - 2}{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 399. Một hình trụ có độ dài đường cao bằng 3, các đường tròn đáy lần lượt là $(O; 1)$ và $(O'; 1)$. Giả sử AB là đường kính cố định của $(O; 1)$ và MN là đường kính thay đổi trên $(O'; 1)$. Tìm giá trị lớn nhất $V_{\max}$ của thể tích khối tứ diện $ABMN$.

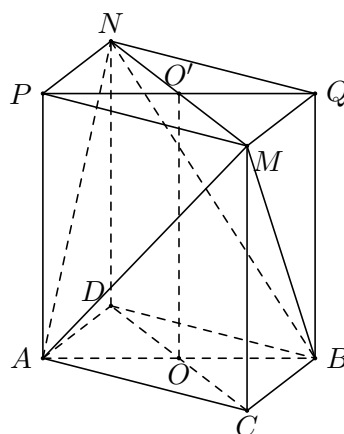
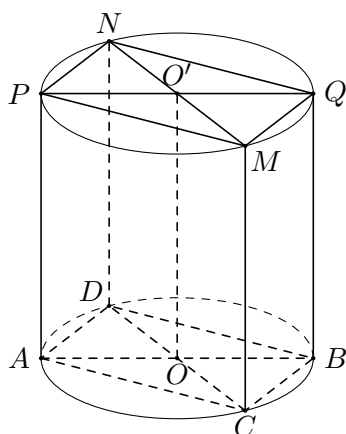
A. $V_{\max} = 2$.

B. $V_{\max} = 6$.

C. $V_{\max} = \frac{1}{2}$.

D. $V_{\max} = 1$.

Lời giải.



Dựng hình hộp chữ nhật $ABCD.PMNQ$ nội tiếp hình trụ như hình vẽ.

Dễ thấy $V_{ACBD.PMQN} = V_{PAMN} + V_{QBMN} + V_{CAMB} + V_{DNAB} + V_{ABMN}$.

Mà $V_{PAMN} = V_{QBMN} = V_{CAMB} = V_{DNAB} = V_{ABMN} = \frac{1}{6}V$ nên $V_{ABMN} = \frac{1}{3}V_{ABCD.PMQN}$.

$$V_{ABCD.PMQN} = S_{PMQN} \cdot OO' \leq \frac{1}{2}MN \cdot PQ \cdot OO' = 2 \cdot 3 = 6.$$

Vậy $V_{ABMN} = \frac{1}{3}V_{ABCD.PMQN} \leq \frac{1}{3} \cdot 6 = 2 \Rightarrow V_{\max} = 2$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi AB và MN vuông góc với nhau.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 400. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, ABC là tam giác vuông tại B . Biết $BC = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $AD = 3a$. Quay các tam giác ABC và ABD (bao gồm cả điểm bên trong 2 tam giác) xung quanh đường thẳng AB ta được 2 khối tròn xoay. Thể tích phần chung của 2 khối tròn xoay đó bằng

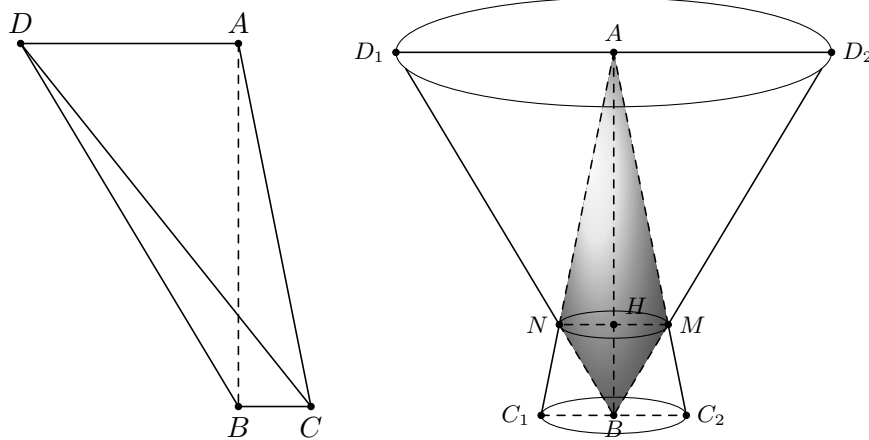
A. $\frac{5\sqrt{3}\pi a^3}{16}$.

B. $\frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{16}$.

C. $\frac{8\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{16}$.

Lời giải.



Tứ diện $ABCD$ có $\begin{cases} DA \perp (ABC) \\ BC \perp (ABD) \end{cases}$, do đó khi quay hai tam giác ABC và ABD quanh trục AB ta sẽ được hai hình nón tròn xoay, và phần chung của hai hình nón này là phần tô màu xám ở hình trên.

Khi đó xét mặt phẳng qua trục AB của hai hình nón $(C_1C_2D_2D_1)$, gọi $M = BD_2 \cap AC_2$; $N = BD_1 \cap AC_1$.

Ta có $\triangle BMC_2 \sim \triangle D_2MA$, nên

$$\frac{BM}{D_2M} = \frac{BC_2}{AD_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{HM}{AD_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{HM}{BC_2} = \frac{3}{4} \Rightarrow HM = \frac{3a}{4}.$$

Suy ra

— Thể tích khối nón (ANM) là $V_1 = \frac{1}{3}\pi HM^2 \cdot AH = \frac{1}{3}\pi \frac{9a^2}{16} \cdot AH$.

— Thể tích khối nón (BNM) là $V_2 = \frac{1}{3}\pi HM^2 \cdot BH = \frac{1}{3}\pi \frac{9a^2}{16} \cdot BH$.

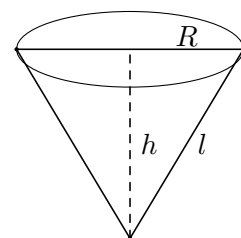
Vậy thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V_1 + V_2 = \frac{1}{3}\pi \frac{9a^2}{16} (AH + BH) = \frac{1}{3}\pi \frac{9a^2}{16} \cdot AB = \frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{16}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 401.

Khi sản xuất cái phễu hình nón (không có nắp) bằng nhôm, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm phễu ít nhất, tức là diện tích xung quanh của hình nón là nhỏ nhất. Hỏi nếu ta muốn sản xuất cái phễu có thể tích là 2 dm^3 thì diện tích xung quanh của cái phễu sẽ có giá trị nhỏ nhất gần với giá trị nào sau đây nhất?



- A. $6,85 \text{ dm}^2$. B. $6,75 \text{ dm}^2$. C. $6,65 \text{ dm}^2$. D. $6,25 \text{ dm}^2$.

Lời giải.

Gọi R, h, l lần lượt là bán kính đáy, chiều cao và độ dài đường sinh của cái phễu.

$$\text{Khi đó } V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h = 2 \Leftrightarrow h = \frac{6}{\pi R^2} \text{ và } l = \sqrt{h^2 + R^2} = \sqrt{\frac{36}{\pi^2 R^4} + R^2}.$$

$$\text{Diện tích xung quanh của hình nón là } S_{xq} = \pi \cdot R \cdot l = \pi R \sqrt{\frac{36}{\pi^2 R^4} + R^2} = \sqrt{\frac{36}{R^2} + \pi^2 R^4}.$$

$$\text{Ta có } \frac{36}{R^2} + \pi^2 R^4 = \frac{18}{R^2} + \frac{18}{R^2} + \pi^2 R^4 \geq 3\sqrt{(18\pi)^2}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } \frac{18}{R^2} = \pi^2 R^4 \Leftrightarrow R = \sqrt[6]{\frac{18}{\pi^2}}.$$

$$\text{Suy ra min } S_{xq} = \sqrt{3\sqrt{(18\pi)^2}} \approx 6,65.$$

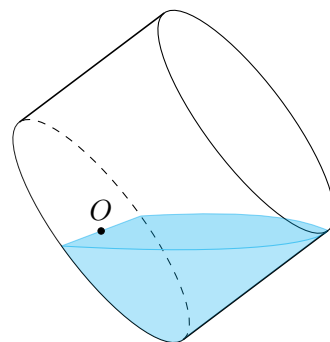
Chọn đáp án **C**

□

Câu 402.

Một chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy bằng 6cm, chiều cao 15cm chứa đầy nước. Nghiêng cốc cho nước chảy từ từ ra ngoài đến khi mép nước ngang với đường kính của đáy cốc (tham khảo hình vẽ). Khi đó diện tích của bề mặt nước trong cốc bằng

- A. $\frac{9\sqrt{26}}{10}\pi \text{ cm}^2$. B. $9\sqrt{26}\pi \text{ cm}^2$. C. $\frac{9\sqrt{26}}{2}\pi \text{ cm}^2$. D. $\frac{9\sqrt{26}}{5}\pi \text{ cm}^2$.



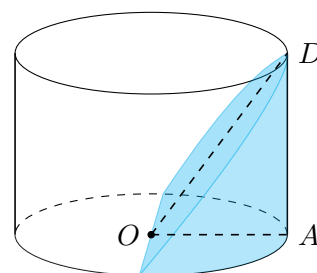
Lời giải.

Từ giả thiết, suy ra diện tích bề mặt cốc chính là nửa elip có trục nhỏ $2b = 2R = 6 \Rightarrow b = 3\text{cm}$ và nửa độ dài trục lớn là

$$a = OD = \sqrt{h^2 + R^2} = \sqrt{15^2 + 3^2} = 3\sqrt{26}\text{cm}.$$

Diện tích bề mặt nước trong cốc là

$$S = \frac{1}{2} \cdot ab\pi = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3\sqrt{26} = \frac{9\sqrt{26}}{2}\pi \text{ cm}^2.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 403. Một khối cầu (S) tâm I bán kính R không đổi. Một khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy r thay đổi nhưng nội tiếp trong khối cầu. Tính chiều cao h theo R để thể tích khối trụ lớn nhất.

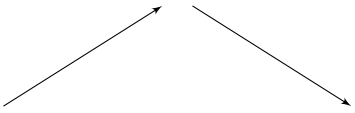
- A. $h = \sqrt{2}R$. B. $h = \frac{2\sqrt{3}}{3}R$. C. $h = \frac{\sqrt{2}}{2}R$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}R$.

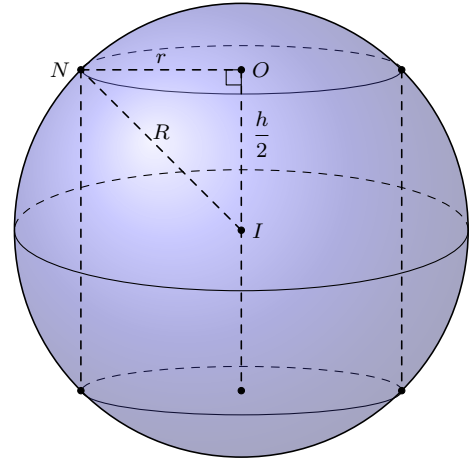
Lời giải.

Ta có $r^2 = R^2 - \frac{h^2}{4}$.

$$V_{\text{Trụ}} = h \cdot \pi r^2 = h\pi \left(R^2 - \frac{h^2}{4} \right) = h\pi R^2 - \frac{\pi h^3}{4}$$

$$\Rightarrow V'(h) = \pi R^2 - \frac{3\pi h^2}{4} = 0 \Rightarrow h = \frac{2\sqrt{3}}{3}R.$$

x	0	$\frac{2\sqrt{3}}{3}R$	$2R$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			



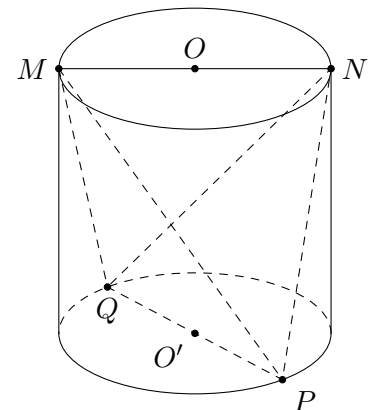
Vậy thể tích khối trụ lớn khi $h = \frac{2\sqrt{3}}{3}R$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 404.

Một người thợ có một khối đá hình trụ. Kẻ hai đường kính MN, PQ của hai đáy sao cho $MN \perp PQ$. Người thợ đó cắt khối đá theo các mặt cắt đi qua 3 trong 4 điểm M, N, P, Q để thu được khối đá có hình tứ diện $MNPQ$ (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng $MN = 60$ cm và thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng 30 dm^3 . Hãy tìm thể tích của lượng đá bị cắt bỏ (làm tròn kết quả đến 1 chữ số thập phân).



A. $101,3 \text{ dm}^3$.

B. $141,3 \text{ dm}^3$.

C. $121,3 \text{ dm}^3$.

D. $111,3 \text{ dm}^3$.

Lời giải.

Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$, biết rằng d là khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD , α là góc giữa hai đường thẳng đó là $V = \frac{1}{6}AB \cdot CD \cdot d \cdot \sin \alpha$.

Áp dụng ta có

$$V_{MNPQ} = \frac{1}{6}MN \cdot PQ \cdot h \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow h = \frac{6 \cdot 30}{6 \cdot 6} = 5 \text{ dm (với } h \text{ là độ dài đường cao của hình trụ)}.$$

Khi đó thể tích khối trụ là $V = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 45\pi \text{ dm}^3$.

Suy ra thể tích của lượng đá bị cắt bỏ là $45\pi - 30 \approx 111,3 \text{ dm}^3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 405. Cho hình nón có bán kính đáy R , chiều cao h . Bán kính r của hình trụ nội tiếp hình nón mà có thể tích lớn nhất là

A. $r = \frac{R}{4}$.

B. $r = \frac{R}{2}$.

C. $r = \frac{2R}{3}$.

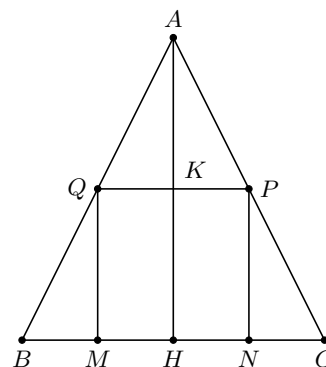
D. $r = \frac{R}{3}$.

Lời giải.

Cắt hình nón (N) theo mặt phẳng đi qua trục AH của nó ta được thiết diện là tam giác cân ABC , mặt phẳng này cắt hình trụ (T) nội tiếp hình nón theo thiết diện là hình chữ nhật $MNPQ$ (như hình vẽ).

Gọi h' là độ dài đường cao của hình trụ. Ta có

$$\frac{h'}{h} = \frac{KH}{AH} = \frac{QB}{AB} = \frac{AB - AQ}{AB} = 1 - \frac{AQ}{AB} = 1 - \frac{r}{R}.$$



Do đó $h' = h \left(1 - \frac{r}{R}\right)$.

Thể tích khối trụ nội tiếp hình nón là

$$V = \pi r^2 h' = \pi h \left(r^2 - \frac{r^3}{R}\right).$$

Xét hàm số $f(r) = \pi h \left(r^2 - \frac{r^3}{R}\right)$ với $0 < r < R$.

Ta có $f'(r) = \pi h \left(2r - \frac{3r^2}{R}\right)$, $f'(r) = 0 \Leftrightarrow r = \frac{2R}{3}$.

Bảng biến thiên

r	0	$\frac{2R}{3}$	R
$f'(r)$	+	0	-
$f(r)$	0	$\frac{4\pi R^2}{27}$	0

Từ bảng biến thiên ta có $\max V = \frac{4\pi R^2}{27}$ đạt được khi $r = \frac{2R}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 406. Bác An cần làm một cái bể đựng nước hình trụ (có đáy và nắp đáy) có thể tích $16\pi \text{ m}^3$. Tính bán kính đáy của hình trụ để nguyên vật liệu làm bể ít nhất.

A. 0,8 m.

B. 1,2 m.

C. 2 m.

D. 2,4 m.

Lời giải.

Gọi bán kính mặt đáy là R , $R > 0$. Khi đó chiều cao của hình trụ là $\frac{16}{R^2}$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là

$$\begin{aligned} S_{tp} &= 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi R \cdot \frac{16}{R^2} + 2\pi R^2 \\ &= 2\pi \left(\frac{16}{R} + R^2\right) = 2\pi \left(\frac{8}{R} + \frac{8}{R} + R^2\right) \\ &\geq 2\pi \cdot 3\sqrt[3]{64} = 24\pi. \end{aligned}$$

Giá trị nhỏ nhất đạt được khi $\frac{8}{R} = R^2 \Leftrightarrow R = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 407. Một khối gỗ hình lập phương có thể tích V_1 . Một người thợ mộc muốn gọt giữa khối gỗ đó thành một khối trụ có thể tích V_2 . Tính tỷ số lớn nhất $k = \frac{V_2}{V_1}$.

A. $k = \frac{\pi}{4}$.

B. $k = \frac{2}{\pi}$.

C. $k = \frac{\pi}{2}$.

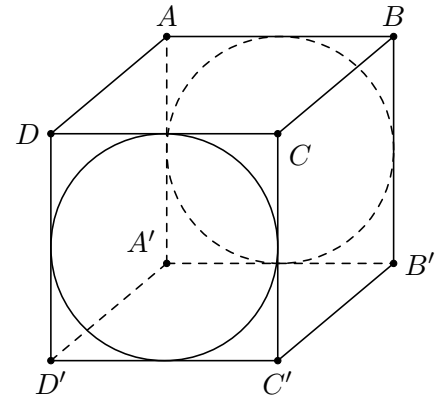
D. $k = \frac{4}{\pi}$.

Lời giải.Giả sử khối lập phương có cạnh $2a$, suy ra $V_1 = 8a^3$.

Khối trụ có thể tích lớn nhất khi hai đáy nội tiếp hai mặt đối diện của khối lập phương, khi đó bán kính đáy của khối trụ là $R = a$, chiều cao $h = 2a$. Từ đó suy ra

$$V_2 = h \cdot S = 2a \cdot \pi a^2 = 2\pi a^3.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_2}{V_1} = \frac{\pi}{4}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 408. Anh T dự định làm một cái bể đựng nước hình trụ bằng inox có nắp đáy, thể tích 20m^3 . Chi phí làm mỗi m^2 đáy là 500 ngàn đồng, mỗi m^2 nắp là 300 ngàn đồng, mỗi m^2 mặt xung quanh là 400 ngàn đồng. Để chi phí làm bể là ít nhất thì anh T cần chọn bán kính bể gần nhất với số nào sau đây? (Xem độ dày của tấm inox là không đáng kể)

A. 1,45m.

B. 1,47m.

C. 1,08m.

D. 1,50m.

Lời giải.Gọi bán kính đáy và chiều cao của bể lần lượt là r, h (mét).Khi đó $\pi r^2 h = 20$.Tổng chi phí làm bể là $\pi r^2 \cdot 500 + \pi r^2 \cdot 300 + 2\pi r h \cdot 400 = 800\pi(r^2 + rh)$ ngàn đồng.

Áp dụng BDT AM-GM ta có

$$r^2 + rh = r^2 + \frac{rh}{2} + \frac{rh}{2} \geq 3\sqrt[3]{r^2 \cdot \frac{rh}{2} \cdot \frac{rh}{2}} = 3\sqrt[3]{\frac{r^4 h^2}{4}} = 3\sqrt[3]{\frac{100}{\pi^2}}.$$

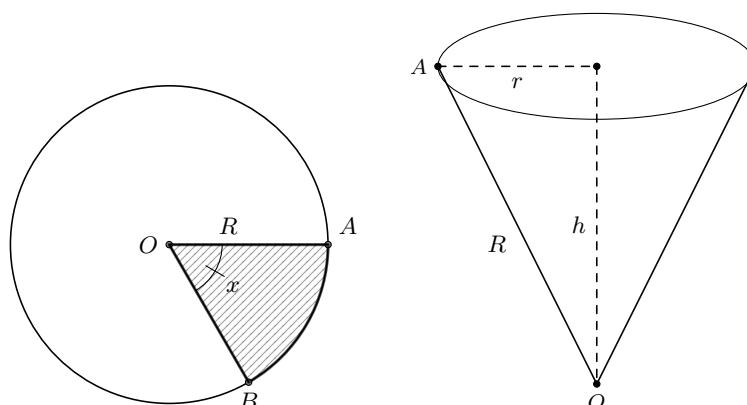
$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} r^2 = \frac{rh}{2} \\ \pi r^2 h = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = 2r \\ \pi r^2 h = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = \sqrt[3]{\frac{10}{\pi}} \approx 1,47 \\ h = 2\sqrt[3]{\frac{10}{\pi}} \end{cases}$$

Vậy để chi phí làm bể là ít nhất thì anh T cần chọn bán kính bể là 1,47 mét.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 409. Huyền có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, Huyền muốn biến hình tròn đó thành cái phễu hình nón. Khi đó Huyền phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất?



A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải.Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy, chiều cao của phễu hình nón.Để tiện cho việc tính toán, ta chuẩn hóa $R = 1$.Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi}{3}r^2\sqrt{1-r^2}$.Xét hàm số $f(r) = r^2\sqrt{1-r^2}$ trên $(0; 1)$. Ta có $f'(r) = \frac{2r-3r^3}{\sqrt{1-r^2}}; \forall r \in (0; 1)$.Do đó $f'(r) = 0 \Leftrightarrow 2r - 3r^3 = 0 \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Khi đó ta có bảng biến thiên

r	0	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	1
$f'(r)$	+	0	-
$f(r)$	$f\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$		

Do đó hàm $f(r)$ đạt giá trị lớn nhất khi $r = \frac{\sqrt{6}}{3}$. Vậy $V_{\max} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{27}$.Mà độ dài cung phần cuộn làm phễu chính là chu vi đáy hình tròn nên $x = 2\pi r = \frac{2\pi\sqrt{6}}{3}$.Chọn đáp án **A** □

Câu 410. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , thiết diện qua trục là hình vuông. Gọi A, B là hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O') . Biết $AB = 2a$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Bán kính đáy bằng

A. $\frac{a\sqrt{14}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{14}}{4}$.

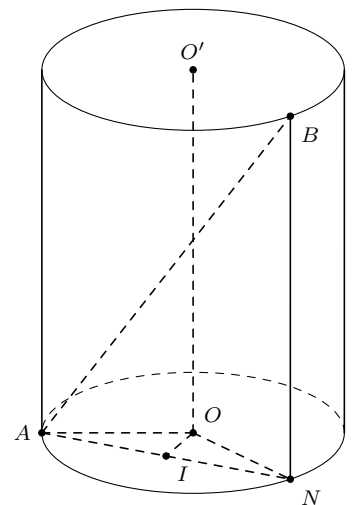
D. $\frac{a\sqrt{14}}{9}$.

Lời giải.Kẻ $BN \parallel OO'$, đặt $ON = x$, khi đó $BN = 2x$.Do $OO' \parallel BN \Rightarrow OO' \parallel (ABN)$ nên $d(OO', AB) = d(OO', (ABN)) = d(O, (ABN))$.Gọi I là trung điểm AN thì $OI \perp (ABN)$.Vậy $d(O, (ABN)) = OI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.Xét $\triangle ABN$ vuông tại N , ta có

$$AN^2 = AB^2 - BN^2 = 4a^2 - 4x^2.$$

Xét $\triangle OIN$ vuông tại I , ta có

$$ON^2 = OI^2 + IN^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{3a^2}{4} + \frac{1}{4}(4a^2 - 4x^2) \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{14}}{4}.$$

Vậy bán kính đáy là $R = \frac{a\sqrt{14}}{4}$.Chọn đáp án **C** □

Câu 411. Tính chiều cao của khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình cầu có bán kính R .

A. $\frac{R\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

C. $R\sqrt{3}$.

D. $\frac{4R\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Giả sử chiều cao của hình trụ là $2x$, $0 < x < R$. Khi đó bán kính đáy của hình trụ là $r = \sqrt{R^2 - x^2}$.

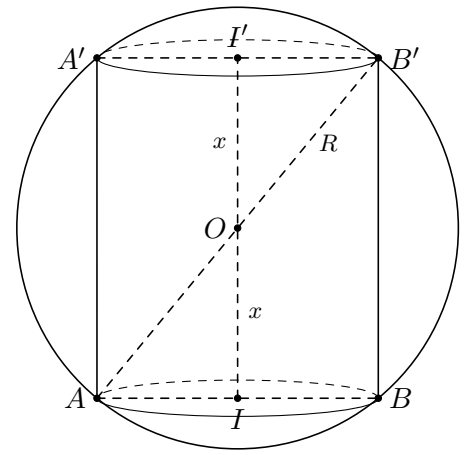
Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi (R^2 - x^2) 2x$.

Xét hàm số $V(x) = 2\pi x (R^2 - x^2)$ với $0 < x < R$.

Ta có $V'(x) = 2\pi (R^2 - 3x^2)$, $V'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{R\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{R\sqrt{3}}{3}$	R
$V'(x)$	+	0	-
$V(x)$	0	$\frac{4\pi R^3 \sqrt{3}}{9}$	0



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy thể tích khối trụ lớn nhất là $V_{\max} = \frac{4\pi R^3 \sqrt{3}}{9}$ khi chiều cao của khối trụ là $h = 2x = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

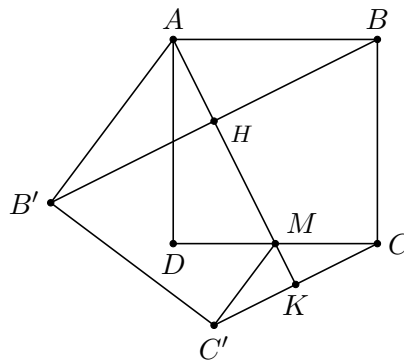
Câu 412. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 1, điểm M là trung điểm của CD . Cho hình vuông (tính cả điểm trong của nó) quay quanh trục là đường thẳng AM ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.

A. $\frac{7\sqrt{10}\pi}{15}$.

B. $\frac{7\sqrt{5}\pi}{30}$.

C. $\frac{7\sqrt{2}\pi}{30}$.

D. $\frac{7\sqrt{2}\pi}{15}$.

Lời giải.

Thể tích V của khối tròn xoay là $V = V_1 + V_2 - V_3$. Trong đó V_1 là thể tích của khối nón với đường sinh AB , bán kính đáy BH , V_2 là thể tích của khối nón cụt với đường sinh BC , bán kính đáy lớn BH , bán kính đáy nhỏ CK , V_3 là thể tích của khối nón với đường sinh MC , bán kính đáy CK .

Ta có $AH = \frac{1}{\sqrt{5}}$; $BH = \frac{2}{\sqrt{5}}$; $CK = \frac{1}{\sqrt{5}}$; $MK = \frac{1}{2\sqrt{5}}$.

Khi đó

$$V_1 = \frac{1}{3} AH \cdot \pi \cdot HB^2 = \frac{4\sqrt{5}\pi}{75}; V_2 = \frac{1}{3} \pi (BH^2 + CK^2 + BH \cdot CK) HK = \frac{14\sqrt{5}\pi}{75}; V_3 = \frac{1}{3} MK \cdot \pi \cdot CK^2 = \frac{\sqrt{5}\pi}{150}.$$

Vậy $V = \frac{7\sqrt{5}\pi}{30}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 413. Cho hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng 4 cm. Điểm A nằm trên đường tròn đáy tâm O , điểm B nằm trên đường tròn đáy tâm O' của hình trụ. Biết khoảng cách giữa 2 đường thẳng OO' và AB bằng $2\sqrt{2}$ cm. Khi đó khoảng cách giữa $O'A$ và OB bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm. B. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ cm. C. $2\sqrt{3}$ cm. D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm.

Lời giải.

Gọi AA' là đường sinh của hình trụ, ta có

$$OO' \parallel AA' \Rightarrow OO' \parallel (AA'B).$$

Suy ra $d(OO', AB) = d(OO', (AA'B)) = d(O', (AA'B))$.

Kẻ $O'I \perp A'B$. Ta có $\begin{cases} O'I \perp A'B \\ O'I \perp AA' \end{cases} \Rightarrow O'I \perp (AA'B)$.

$$\Rightarrow d(OO', AB) = O'I = 2\sqrt{2}.$$

Trong $\triangle O'A'I$ vuông tại I có

$$A'I = \sqrt{O'A'^2 - O'I^2} = \sqrt{16 - 8} = 2\sqrt{2}.$$

Suy ra $A'B = 2A'I = 4\sqrt{2}$.

Kẻ $\begin{cases} OC \parallel O'A \\ OC = O'A \end{cases} \Rightarrow O'A \parallel (OBC)$.

$$\Rightarrow d(O'A, OB) = d(O'A, (OBC)) = d(O', (OBC)).$$

Kẻ $O'J \perp BC$, mà $BC \perp (OO'J)$ (vì $OO' \perp (A'BC)$)

$$\Rightarrow BC \perp (OO'J).$$

$$\Rightarrow (OO'J) \perp (OBC), (OO'J) \cap (OBC) = OJ. \text{ Kẻ } O'H \perp OJ \Rightarrow O'H \perp (OBC)$$

$$\Rightarrow d(O'A, OB) = d(O', (OBC)) = O'H.$$

$$\text{Trong } \triangle A'BC \text{ vuông tại } B \text{ có } BC = \sqrt{A'C^2 - A'B^2} = \sqrt{64 - 32} = 4\sqrt{2}.$$

Suy ra $\triangle A'BC$ vuông cân tại B , kẻ $O'J \perp BC \Rightarrow O'J = O'I = 2\sqrt{2}$.

$$\text{Trong } \triangle OO'J \text{ vuông tại } O' \Rightarrow O'H = \frac{OO' \cdot O'J}{OJ} = \frac{4 \cdot 2\sqrt{2}}{\sqrt{4^2 + (2\sqrt{2})^2}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

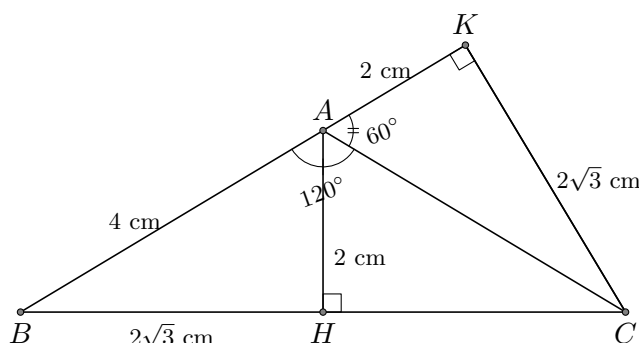
Chọn đáp án **D**

□

Câu 414. Cho $\triangle ABC$ cân tại A , $\widehat{BAC} = 120^\circ$ và $AB = 4$ cm. Tính thể tích khối tròn xoay lớn nhất có thể khi ta quay $\triangle ABC$ quanh đường thẳng chứa một cạnh của $\triangle ABC$.

- A. $16\sqrt{3}\pi$. B. 16π . C. $\frac{16\pi}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{16\pi}{3}$.

Lời giải.



Trường hợp 1: Khối tròn xoay khi quay $\triangle ABC$ quanh đường thẳng chứa AB (hoặc AC) có thể tích bằng hiệu thể tích của hai khối nón (N_1) và (N_2).

$$\text{Dựng } CK \perp BA \text{ tại } K \text{ suy ra } \begin{cases} AK = AC \cdot \cos \widehat{CAK} = 4 \cdot \cos 60^\circ = 2 \text{ cm} \\ BK = BA + AK = 4 + 2 = 6 \text{ cm} \\ CK = AC \cdot \sin \widehat{CAK} = 4 \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \text{ cm.} \end{cases}$$

+ (N_1) có $h_1 = BK = 6 \text{ cm}$, $r_1 = CK = 2\sqrt{3} \text{ cm}$.

+ (N_2) có $h_2 = AK = 2 \text{ cm}$, $r_2 = CK = 2\sqrt{3} \text{ cm}$.

$$\text{Do đó } V = \frac{1}{3}\pi \cdot CK^2 \cdot (BK - AK) = \frac{1}{3}\pi \cdot (2\sqrt{3})^2 \cdot (6 - 2) = 16\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Trường hợp 2: Khối tròn xoay khi quay $\triangle ABC$ quanh đường thẳng chứa BC có thể tích bằng tổng thể tích của hai khối nón (N_3) và (N_4).

$$\text{Kẻ đường cao } AH, (H \in BC) \text{ suy ra } \begin{cases} AH = AB \cdot \cos \widehat{BAH} = 4 \cdot \cos 60^\circ = 2 \text{ cm} \\ BH = CH = AB \cdot \sin \widehat{BAH} = 4 \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \text{ cm.} \end{cases}$$

(N_3) và (N_4) có $h_3 = h_4 = BH = CH = 2\sqrt{3} \text{ cm}$, $r_3 = r_4 = HA = 2 \text{ cm}$.

$$\text{Do đó } V = 2 \cdot \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot BH = 2 \cdot \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 2\sqrt{3} = \frac{16\pi}{\sqrt{3}} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

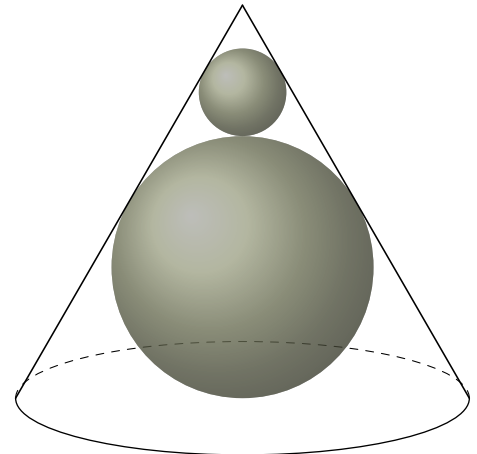
Vậy $V_{\max} = 16\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 415.

Cho khối nón có độ lớn góc ở đỉnh là $\frac{\pi}{3}$. Một khối cầu (S_1) nội tiếp trong khối nón. Gọi S_2 là khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón và với S_1 , S_3 là khối tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón và với S_2 ;...; S_n là khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón và với S_{n-1} . Gọi $V_1, V_2, V_3, \dots, V_{n-1}, V_n$ lần lượt là thể tích của khối cầu $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{n-1}, S_n$ và V là thể tích của khối nón. Tính giá trị biểu thức $T = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{V_1 + V_2 + \dots + V_n}{V}$.



A. $\frac{7}{9}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{6}{13}$.

Lời giải.

Gọi đường kính đáy là a . Bán kính đáy là $R = \frac{a}{2}$. Vì góc ở đỉnh là $\frac{\pi}{3}$ nên thiết diện qua trục là một tam giác đều, suy ra $l = a$.

$$\text{Đường cao } h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \frac{2h}{\sqrt{3}}.$$

Bán kính của khối cầu S_1 là $R_1 = \frac{h}{3}$, bán kính của khối cầu S_2 là $R_2 = \frac{h - 2R_1}{3} = \frac{h}{9} = \frac{h}{3^2}$, bán kính của khối cầu S_n là $\frac{h}{3^n}$.

Như vậy ta có

$$\frac{V_1 + V_2 + \dots + V_n}{V} = \frac{\frac{4\pi}{3} \left(\frac{h^3}{3^3} + \frac{h^3}{3^6} + \dots + \frac{h^3}{3^{3n}} \right)}{\frac{\pi}{3} h \cdot \left(\frac{a}{2} \right)^2} = \frac{\frac{4h^3}{27} \left(1 + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{27^{n-1}} \right)}{h \cdot \frac{h^2}{3}} = \frac{4}{9} \frac{1 - \frac{1}{27^n}}{1 - \frac{1}{27}}.$$

Suy ra

$$T = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{V_1 + V_2 + \dots + V_n}{V} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4}{9} \frac{1 - \frac{1}{27^n}}{1 - \frac{1}{27}} = \frac{6}{13}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 416. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$. AB là một dây cung của đường tròn $(O; R)$ sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O; R)$ một góc 60° . Tính theo R thể tích V của khối trụ đã cho.

A. $V = \frac{\pi\sqrt{7}R^3}{7}$. B. $V = \frac{3\pi\sqrt{5}R^3}{5}$. C. $V = \frac{\pi\sqrt{5}R^3}{5}$. D. $V = \frac{3\pi\sqrt{7}R^3}{7}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB . Khi đó $\widehat{O'HO} = 60^\circ$. Suy ra

$$\frac{O'A\sqrt{3}}{2} = O'H = \frac{O'O}{\sin 60^\circ} = \frac{2O'O\sqrt{3}}{3} \Rightarrow O'A = \frac{4O'O}{3}.$$

Suy ra

$$\frac{16O'O^2}{9} = O'A^2 = O'O^2 + OA^2 \Rightarrow O'O = \frac{3\sqrt{7}R}{7}.$$

$$\text{Vậy } V = \pi R^2 \cdot \frac{3\sqrt{7}R}{7} = \frac{3\pi\sqrt{7}R^3}{7}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 417. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2$, $AD = 2\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng (P) . Quay (P) một vòng quanh đường thẳng BD . Khối tròn xoay được tạo thành có thể tích bằng

A. $\frac{28\pi}{9}$. B. $\frac{28\pi}{3}$. C. $\frac{56\pi}{9}$. D. $\frac{56\pi}{3}$.

Lời giải.

Gọi các điểm E, F, I, J, H, L, K như hình vẽ.

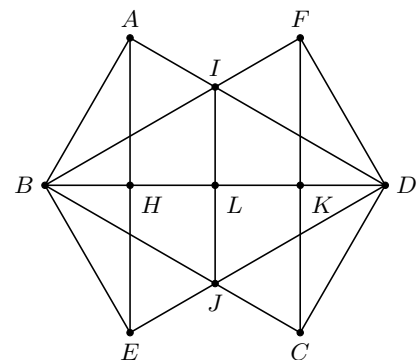
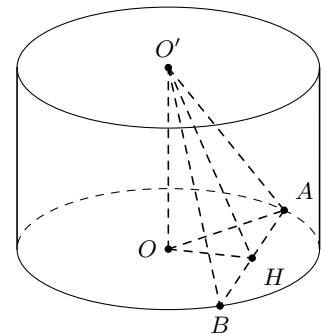
Gọi V_1, V_2, V_3 lần lượt là thể tích các khối nón nhận được khi quay các tam giác ABH, ADH, IDL một vòng quanh đường thẳng BD .

Ta có $AH = \sqrt{3}$, $IL = \frac{2}{\sqrt{3}}$, $BH = 1$, $HD = 3$, $LD = 2$. Khi đó thể tích khối tròn xoay được tạo thành là

$$\begin{aligned} V &= 2(V_1 + V_2 - V_3) \\ &= 2 \left[\frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot BH + \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot DH - \frac{1}{3}\pi \cdot IL^2 \cdot LD \right] \\ &= \frac{2\pi}{3} \left(3 \cdot 1 + 3 \cdot 3 - \frac{4}{3} \cdot 2 \right) \\ &= \frac{56\pi}{9}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 418. Trong số các hình trụ có diện tích toàn phần đều bằng S thì bán kính R và chiều cao h của khối trụ có thể tích lớn nhất là



$$\text{A. } R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}; h = 2\sqrt{\frac{S}{6\pi}}.$$

$$\text{B. } R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}; h = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}.$$

$$\text{C. } R = \sqrt{\frac{2S}{3\pi}}; h = 4\sqrt{\frac{2S}{3\pi}}.$$

$$\text{D. } R = \sqrt{\frac{S}{2\pi}}; h = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{2\pi}}.$$

Lời giải.

Ta có diện tích toàn phần $S = S_{\text{dây}} + S_{\text{xq}} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh$ và thể tích hình trụ $V = \pi R^2 h$.

Suy ra

$$\begin{aligned} \frac{S}{2\pi} = R^2 + Rh &\Leftrightarrow \frac{S}{2\pi} = R^2 + \frac{V}{\pi R} = R^2 + \frac{V}{2\pi R} + \frac{V}{2\pi R} \geq 3\sqrt[3]{\frac{V^2}{4\pi^2}} \\ &\Leftrightarrow \frac{27V^2}{4\pi^2} \leq \left(\frac{S}{2\pi}\right)^3 \Leftrightarrow V \leq \sqrt{\frac{S^3}{54\pi}}. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $R^2 = \frac{V}{2\pi R} \Leftrightarrow R^2 = \frac{\pi R^2 h}{2\pi R} = \frac{Rh}{2}$.

Suy ra $h = 2R$ và $S = 6\pi R^2$.

Khi đó ta có $R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}$ và $h = 2R = 2\sqrt{\frac{S}{6\pi}}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 419. Cho hai mặt cầu (S_1) có tâm I_1 , bán kính $R_1 = 1$, (S_2) có tâm I_2 bán kính $R_2 = 5$. Lần lượt lấy hai điểm M_1, M_2 thuộc hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$. Gọi K là trung điểm của $M_1 M_2$. Khi M_1, M_2 di chuyển trên $(S_1), (S_2)$ thì K quét miền không gian là một khối tròn xoay có thể tích bằng

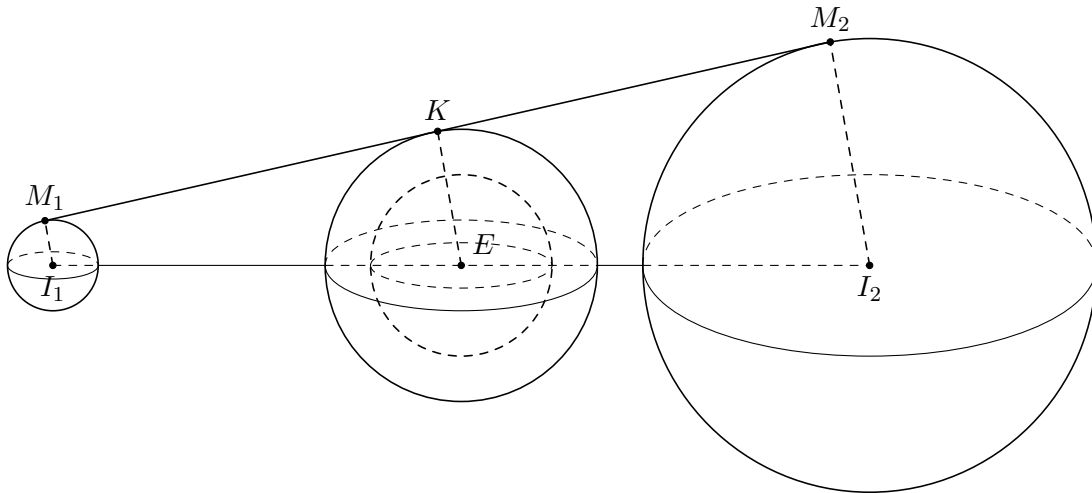
$$\text{A. } \frac{55\pi}{3}.$$

$$\text{B. } \frac{68\pi}{3}.$$

$$\text{C. } \frac{76\pi}{3}.$$

$$\text{D. } \frac{82\pi}{3}.$$

Lời giải.



Gọi E là trung điểm của đoạn $I_1 I_2$. Khi đó, ta có

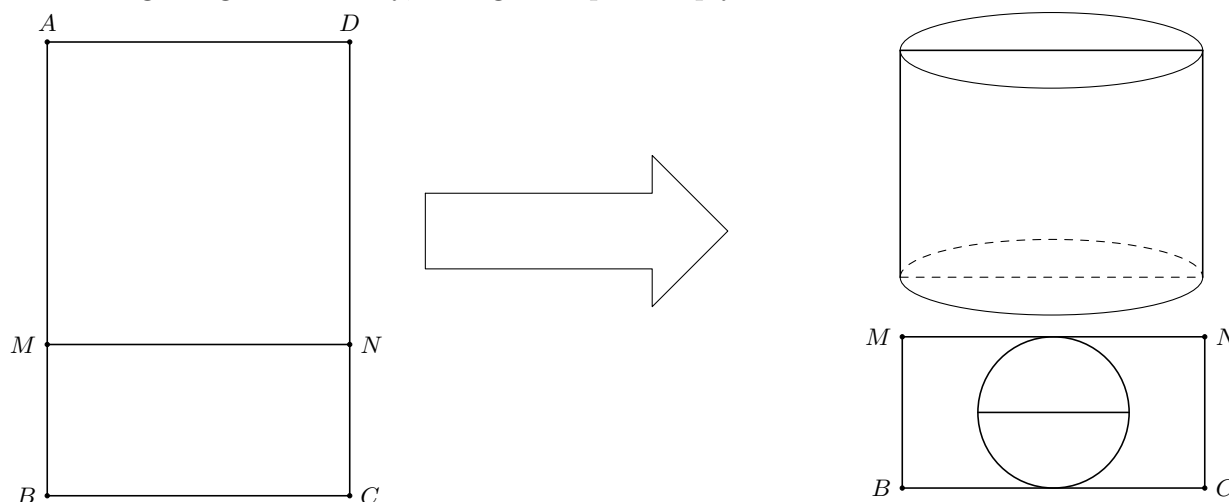
$$\begin{aligned} \overrightarrow{I_1 M} + \overrightarrow{I_2 N} &= (\overrightarrow{I_1 E} + \overrightarrow{EM}) + (\overrightarrow{I_2 E} + \overrightarrow{EN}) \\ &= (\overrightarrow{I_1 E} + \overrightarrow{I_2 E}) + (\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN}) \\ &= \vec{0} + 2 \cdot \overrightarrow{EK} \\ &\Rightarrow |I_1 M - I_2 N| \leq 2EK \leq I_1 M + I_2 N \\ &\Rightarrow 2 \leq EK \leq 3. \end{aligned}$$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V = \frac{4}{3}\pi \cdot (3^3 - 2^3) = \frac{76\pi}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 420. Sử dụng mảnh inox hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 1 (m^2), cạnh $BC = x$ (m) để làm một thùng đựng nước có đáy, không có nắp theo quy trình như sau:



Chia hình chữ nhật $ABCD$ thành 2 hình chữ nhật $ADNM$ và $BCNM$, trong đó phần hình chữ nhật $ADNM$ được gò thành phần xung quanh hình trụ có chiều cao bằng AM ; phần hình chữ nhật $BCNM$ được cắt ra một hình tròn để làm đáy của hình trụ trên (phần inox còn thừa được bỏ đi). Tính gần đúng giá trị x để thùng nước trên có thể tích lớn nhất (coi như các mép nối không đáng kể).

A. 1,37 m.

B. 1,02 m.

C. 0,97 m.

D. 1 m.

Lời giải.

Ta có $AB \cdot BC = 1 \Rightarrow AB = \frac{1}{x}$.

Gọi R (m) là bán kính đáy của hình trụ inox gò được, chu vi hình tròn đáy bằng $BC = x$ (m).

Do đó $2\pi R = x \Leftrightarrow R = \frac{x}{2\pi}$, $BM = 2R = \frac{x}{\pi} \Rightarrow AM = AB - BM = \frac{1}{x} - \frac{x}{\pi}$.

Thể tích khối trụ inox gò được là $V = \pi R^2 h = \pi \cdot \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{x}{\pi}\right) = \frac{x(\pi - x^2)}{4\pi^2}$.

Xét $f(x) = x(\pi - x^2)$ với $x > 0$.

Ta có $f'(x) = \pi - 3x^2$, giải $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{\pi}{3}}$ (vì $x > 0$). Bảng biến thiên

x	0	$\sqrt{\frac{\pi}{3}}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	$\frac{2\pi\sqrt{3\pi}}{9}$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $\max_{(0;+\infty)} f(x) = f\left(\sqrt{\frac{\pi}{3}}\right) = \frac{2\pi\sqrt{3\pi}}{9}$.

Thể tích V lớn nhất khi và chỉ khi $f(x)$ lớn nhất $\Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \approx 1,02$ (m).

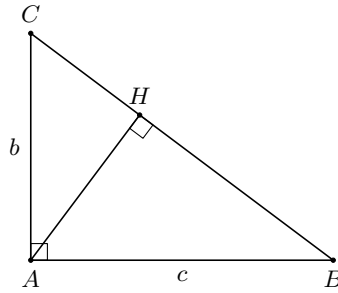
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 421. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi V_1 , V_2 , V_3 lần lượt là thể tích hình tròn xoay bởi tam giác ABC khi nó quay quanh các cạnh BC , AC , AB . Biết $V_2 = 3\pi$, $V_3 = 4\pi$. Tính V_1 .

- A. $\frac{19\pi}{5}$. B. $\frac{8\pi}{5}$. C. $\frac{16\pi}{5}$. D. $\frac{12\pi}{5}$.

Lời giải.



Đặt $AB = c$, $AC = b \Rightarrow BC = \sqrt{b^2 + c^2}$.

— Khi quay $\triangle ABC$ quanh cạnh AC ta có khối nón tròn xoay có bán kính đáy $r_2 = AB = c$, chiều cao $h_2 = AC = b$. Do đó

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2 = \frac{1}{3}\pi b c^2 \Rightarrow b c^2 = 9. \quad (1)$$

— Khi quay $\triangle ABC$ quanh cạnh AB ta có khối nón tròn xoay có bán kính đáy $r_3 = AC = b$, chiều cao $h_3 = AB = c$. Do đó

$$V_3 = \frac{1}{3}\pi r_3^2 h_3 = \frac{1}{3}\pi b^2 c \Rightarrow b^2 c = 12. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $b = 2\sqrt[3]{2}$ và $c = \frac{3\sqrt[3]{2}}{2}$. Từ đó $BC = \sqrt{b^2 + c^2} = \frac{5\sqrt[3]{2}}{2}$.

— Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh BC , ta có

$$AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{6\sqrt[3]{2}}{5}.$$

Khi quay $\triangle ABC$ quanh cạnh BC ta có khối tròn xoay hợp bởi khối nón sinh bởi $\triangle ABH$ và khối nón sinh bởi $\triangle ACH$. Do đó, thể tích của khối tròn xoay này là

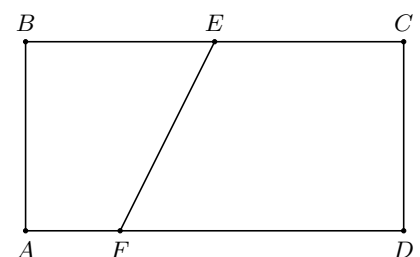
$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{3}\pi AH^2 \cdot (BH + CH) \\ &= \frac{1}{3}\pi AH^2 \cdot BC \\ &= \frac{1}{3}\pi \left(\frac{6\sqrt[3]{2}}{5} \right)^2 \cdot \frac{5\sqrt[3]{2}}{2} \\ &= \frac{12\pi}{5}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 422.

Có một mảnh bìa hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 2a$, $AD = 4a$. Người ta đánh dấu điểm E là trung điểm BC và $F \in AD$ sao cho $AF = a$. Sau đó người ta cuốn mảnh bìa lại sao cho cạnh DC trùng với cạnh AB tạo thành một hình trụ. Tính thể tích tứ diện $ABEF$ với các đỉnh A, B, E, F nằm trên hình trụ vừa tạo thành.



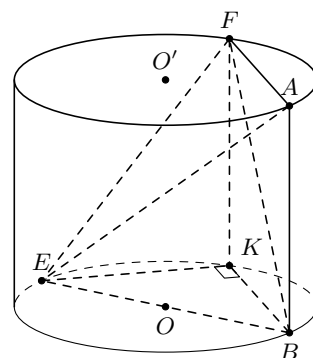
- A. $\frac{16a^3}{3\pi^2}$. B. $\frac{8a^3}{3\pi^2}$. C. $\frac{a^3}{3\pi}$. D. $\frac{8a^3}{\pi^2}$.

Lời giải.

Gọi O, O' là tâm các đường tròn đáy của hình trụ tạo thành khi cuộn mảnh bìa. Gọi R là bán kính đường tròn đáy, ta có

$$2\pi R = 4a \Rightarrow R = \frac{2a}{\pi}.$$

Vì E là trung điểm BC nên suy ra BE là đường kính của đường tròn đáy. Gọi K là hình chiếu vuông góc của điểm F trên mặt đáy là đường tròn tâm O , khi đó $\widehat{BKE} = 90^\circ$ và tứ giác $ABKF$ là hình chữ nhật.



Do $AF = a, AD = 4a$ nên cung $AF = \frac{1}{4}$ cung $AD = \frac{1}{4}$ chu vi đường tròn đáy, do đó $\widehat{AO'F} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BOK} = 90^\circ$. Suy ra $\triangle BKE$ vuông cân tại K .

Từ đó ta có $EK = KB = \frac{BE}{\sqrt{2}} = R\sqrt{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{\pi}$ và $EK \perp (ABF)$.

Vậy nên

$$\begin{aligned} V_{ABEF} &= V_{E.ABF} = \frac{1}{3} S_{ABF} \cdot EK \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AF \cdot EK \\ &= \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot \frac{2a\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{2a\sqrt{2}}{\pi} = \frac{8a^3}{3\pi^2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 423. Khi cắt hình nón chiều cao bằng 16 cm, đường kính đáy bằng 24 cm bởi một mặt phẳng song song với đường sinh của hình nón ta thu được thiết diện có diện tích lớn nhất gần với giá trị nào sau đây?

A. 170.

B. 208.

C. 294.

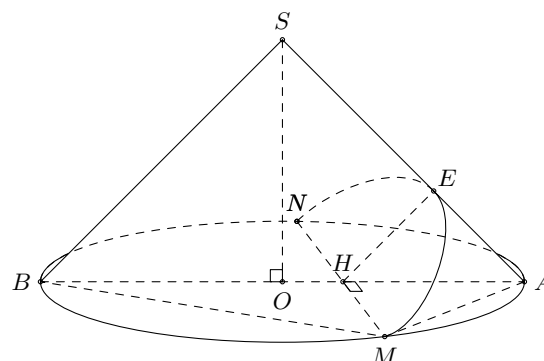
D. 260.

Lời giải.

Cắt hình nón bởi một mặt phẳng song song với đường sinh của hình nón ta thu được thiết diện là một parabol.

Với dây cung bất kỳ chứa đoạn MH như hình vẽ, suy ra tồn tại đường kính $AB \perp MH$.

Trong tam giác SAB , kẻ $HE \parallel SB, E \in SA$ nên thiết diện là parabol nhận HE làm trục.



Đặt $AH = x$ (với $0 < x < 24$).

Trong tam giác ABM có: $HM^2 = BH \cdot AH = x(24 - x)$.

Trong tam giác SAB có: $\frac{HE}{BS} = \frac{AH}{AB} \Leftrightarrow HE = \frac{AH}{AB} \cdot BS = \frac{AH}{AB} \cdot \sqrt{SO^2 + OB^2} = \frac{5x}{6}$.

Thiết diện thu được là một parabol có diện tích:

$$\begin{aligned} S &= \frac{4}{3}MH \cdot HE = \frac{10}{9} \cdot \sqrt{24x^3 - x^4} \\ &= \frac{10}{9} \sqrt{x \cdot x \cdot x(24 - x)} \\ &= \frac{10}{9\sqrt{3}} \cdot \sqrt{x \cdot x \cdot x \cdot (72 - 3x)} \\ &\leq \frac{10}{9\sqrt{3}} \sqrt{\left(\frac{x + x + x + (72 - 3x)}{4}\right)^4} \approx 207,8 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi $x = 72 - 3x \Leftrightarrow x = 18$.

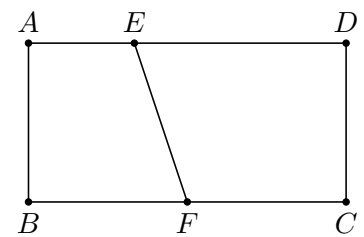
Vậy thiết diện có diện tích lớn nhất là: $\frac{10}{9} \sqrt{34992} \approx 207,8 \text{ cm}^2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 424.

Có một miếng bìa hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 3$, $AD = 6$. Trên cạnh AD lấy điểm E sao cho $AE = 2$, trên cạnh BC lấy điểm F là trung điểm của BC . Cuốn miếng bìa lại sao cho cạnh AB và DC trùng nhau để tạo mặt xung quanh của một hình trụ. Khi đó tính thể tích V của tứ diện $ABEF$.



A. $V = \frac{\pi}{3}$. B. $V = \frac{9\sqrt{3}}{2\pi^2}$. C. $V = \frac{2}{3\pi^2}$. D. $V = \frac{3\pi^3}{2}$.

Lời giải.

Vì $AD = 6$ nên suy ra chu vi đáy hình trụ là $2\pi r = 6 \Rightarrow r = \frac{3}{\pi}$.
Do F là trung điểm của BC nên BF là đường kính và $BF = \frac{6}{\pi}$.

Ta tính được $FE = \sqrt{10}$.

Dựng hình lăng trụ $MAE.FNB$ (như hình vẽ), đáy MEA là tam giác vuông tại E , suy ra $V_{AEBF} = \frac{1}{3}V_{MAE.FNB}$.

Ta có

$$AE = \frac{1}{3}AB = \frac{1}{3}2\pi r \Rightarrow \widehat{EOA} = \frac{1}{3}2\pi = \frac{2\pi}{3}.$$

Xét trong tam giác cân OEA có

$$EA = \sqrt{2OA^2 - 2OA^2 \cos \frac{2\pi}{3}} = OA\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi}.$$

$$\text{Suy ra } ME = \sqrt{\left(\frac{6}{\pi}\right)^2 - \left(\frac{3\sqrt{3}}{\pi}\right)^2} = \frac{3}{\pi}.$$

Khi đó

$$V_{MAE.FNB} = \left(\frac{1}{2}ME \cdot EA\right) AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{\pi} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \cdot 3 = \frac{27\sqrt{3}}{2\pi^2}.$$

$$\text{Vậy } V_{AEBF} = \frac{1}{3}V_{MAE.FNB} = V = \frac{9\sqrt{3}}{2\pi^2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 425. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao $a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón cắt hình nón này theo một thiết diện. Tính giá trị lớn nhất của thiết diện này.

A. $2a^2\sqrt{3}$. B. $a^2\sqrt{3}$. C. $2a^2$. D. $a^2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Xét hình nón như hình vẽ.

Giả sử (P) đi qua đỉnh cắt hình nón theo một thiết diện là

$\triangle SAB$ (theo hình vẽ). Ta có

$$SA = SB = \sqrt{SO^2 + OA^2} = 2a.$$

Do đó $\triangle SAA'$ là tam giác đều.

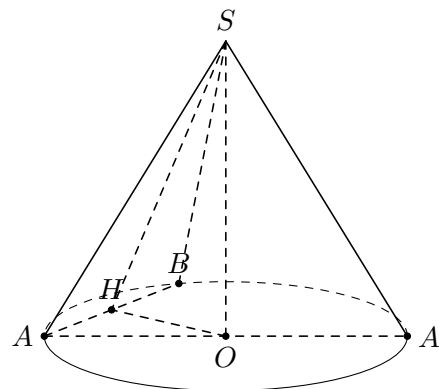
$$S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} SA \cdot SB \cdot \sin \widehat{ASB}.$$

$$S_{\triangle SAB} \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow \sin \widehat{ASB} \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow \widehat{ASB} = 90^\circ.$$

$$\text{Vậy } \max(S_{\triangle SAB}) = 2a^2.$$

Chọn đáp án **C**

□



Câu 426.

Một khối gỗ có hình trụ với bán kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 8. Trên một đường tròn đáy nào đó lấy hai điểm A, B sao cho cung AB có số đo 120° . Người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua A, B và tâm của hình trụ (tâm của hình trụ là trung điểm của đoạn nối tâm hai đáy) để được thiết diện như hình vẽ. Biết diện tích thiết diện thu được có dạng $S = a\pi + b\sqrt{3}$. Tính $P = a + b$.

A. $P = 60$. B. $P = 30$. C. $P = 50$. D. $P = 45$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa thiết diện.

Gọi M là trung điểm AB ; I là trung điểm OO' .

MI cắt đáy trên tại N ; kẻ CD qua N , song song với AB thì ta được thiết diện được giới hạn bởi các đoạn thẳng AB, CD và các cung AD, BC như hình vẽ.

M là trung điểm AB thì $OM \perp AB$ nên góc giữa (α) và (ABO) là $\widehat{IMO}$.

$$\text{Ta có } OM = OB \cdot \cos 60^\circ = 3 \Rightarrow MI = 5 \text{ nên } \cos((\alpha), (ABO)) = \frac{3}{5}.$$

Gọi C', D' lần lượt là hình chiếu của C, D lên (ABO) thì $ABC'D'$ là hình chiếu của $ABCD$ lên (ABO) .

Ta có

$$S_{ABC'D'} = 2(S_{\triangle OAB} + S_{\text{quạt } OBC'}) = 2\left(\frac{1}{2}OB \cdot OA \cdot \sin 120^\circ + \frac{1}{6}\pi \cdot 36\right) = 18\sqrt{3} + 12\pi.$$

$$\text{Suy ra } S_{ABCD} = \frac{S_{ABC'D'}}{\cos((\alpha), (ABO))} = 30\sqrt{3} + 20\pi.$$

$$\text{Vậy } P = 20 + 30 = 50.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 427. Cho hình trụ có chiều cao bằng đường kính đáy và có hai đường kính AB, CD lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy. Biết AB vuông góc với CD và thể tích của khối tứ diện $A.BCD$ bằng 18. Tính diện tích xung quanh hình trụ.

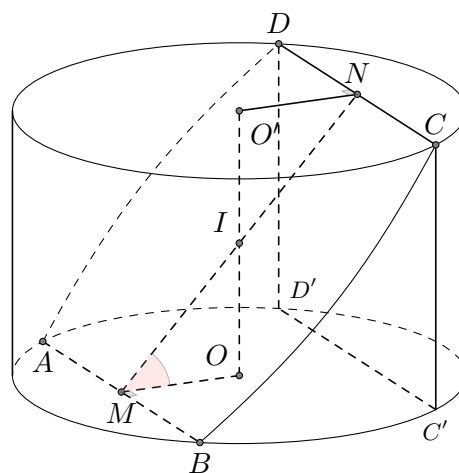
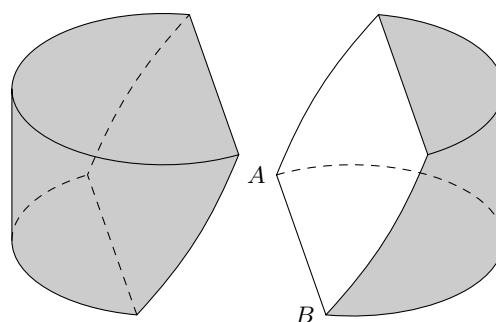
A. 24π .

B. $18\pi\sqrt{2}$.

C. 72π .

D. 48π .

Lời giải.



Dựng thêm hai đường kính vuông góc với các đường kính AB và CD .

Ta được hình hộp chữ nhật như hình bên $AA'B'B'.C'C'D'D$.

Theo giả thiết ta có chiều cao $AC' = AB = h$, gọi V là thể tích hình hộp.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } V &= V_{DABB'} + V_{BCDD'} + V_{CABA'} + V_{ACDC'} + V_{ABCD} \\ V_{DABB'} &= V_{BCDD'} = V_{CABA'} = V_{ACDC'} = \frac{1}{3}AC' \cdot S_{CDD'} = \frac{1}{6}V. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } V = \frac{2}{3}V + V_{ABCD} \Rightarrow \frac{1}{3}V = 18 \Rightarrow V = 54.$$

$$\text{Ta có } V = h \cdot S_{AA'B'B'} = \frac{h^3}{2} \Rightarrow h^3 = 108 \Rightarrow h = 3\sqrt[3]{4}.$$

$$\text{Do đó diện tích xung quanh hình trụ } S_{xq} = 2\pi \cdot r \cdot h = 18\pi\sqrt[3]{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 428. Một hình nón cắt bởi mặt phẳng (P) song song với đáy. Mặt phẳng (P) chia hình nón thành 2 phần (N_1) và (N_2) . Cho hình cầu nội tiếp (N_2) sao cho thể tích hình cầu bằng một nửa thể tích của (N_2) . Một mặt phẳng đi qua trục hình nón và vuông góc với đáy cắt (N_2) theo thiết diện là hình thang cân, tang góc nhọn của hình thang cân là

A. 1.

B. 4.

C. 2.

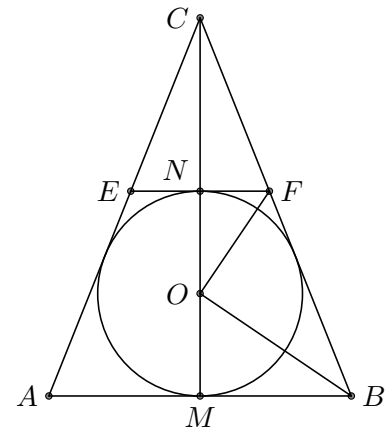
D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Xét mặt cắt qua trục của hình nón (như hình vẽ).

Đặt $MB = x > 0$ và $\widehat{MBF} = \alpha$. Ta có

- $OM = MB \cdot \tan \widehat{MBO} = x \cdot \tan \frac{\alpha}{2}$;
- thể tích khối cầu là $V_1 = \frac{4}{3}\pi OM^3 = \frac{4}{3}\pi x^3 \tan^3 \frac{\alpha}{2}$;
- $\widehat{NFB} + \widehat{MBF} = 180^\circ$ (trong cùng phía)
 $\Rightarrow \widehat{NFO} + 2\widehat{MBO} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{NFO} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$;
- $NF = ON \cdot \cot \widehat{NFO} = x \cdot \tan \frac{\alpha}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2} = x \cdot \tan^2 \frac{\alpha}{2}$;
- $MN = 2OM = 2x \tan \frac{\alpha}{2}$;



— thể tích hình nón cụt (N_2) là

$$V_2 = \frac{\pi \cdot MN}{3} (MB^2 + NF^2 + MB \cdot NF) = \frac{2\pi x \tan \frac{\alpha}{2}}{3} \left(x^2 + x^2 \tan^4 \frac{\alpha}{2} + x^2 \tan^2 \frac{\alpha}{2} \right);$$

$$\text{Ta có } V_2 = 2V_1 \Leftrightarrow \tan \frac{\alpha}{2} \cdot \left(1 + \tan^4 \frac{\alpha}{2} + \tan^2 \frac{\alpha}{2} \right) = 4 \tan^3 \frac{\alpha}{2}.$$

Đặt $t = \tan \frac{\alpha}{2}$. Do $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên $t = \tan \frac{\alpha}{2} \in (0; 1)$. Ta có phương trình

$$t \cdot (t^4 + t^2 + 1) = 4t^3 \Leftrightarrow t^4 + t^2 + 1 = 4t^2 \Leftrightarrow t^4 - 3t^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} & (\text{loại vì } t \in (0; 1)) \\ t^2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} & (\text{nhận}). \end{cases}$$

$$t^2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{2t}{1 - t^2} = 2.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 429. Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $MNPQ$ cạnh a có hai đỉnh liên tiếp M, N nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(MNPQ)$ tạo với đáy hình trụ góc 45° . Tính thể tích khối lăng trụ.

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{16}\pi$. B. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{16}\pi$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}\pi$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}\pi$.

Lời giải.

Theo giả thiết, suy ra H là trung điểm đoạn OO' .

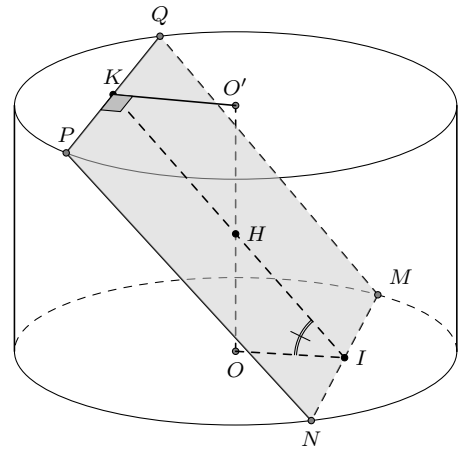
Đặt $x = OH$. Trong tam giác HOI vuông tại O , ta có

$$\frac{OH}{IH} = \sin 45^\circ \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow OO' = \frac{\sqrt{2}}{2}a.$$

Lại có $OI = OH = \frac{\sqrt{2}a}{4}$, suy ra bán kính của đường tròn đáy

$$\text{là } r = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{8}} = \sqrt{\frac{3}{8}}a.$$

Do đó, thể tích khối lăng trụ là $V = OO' \cdot \pi \cdot \frac{3}{8} = \frac{3\sqrt{2}a^3}{16}\pi$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 430. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I cạnh $AB = 3a, BC = 4a$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm ID . Biết rằng SB tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45° . Tính diện tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

- A. $4\pi a^2$. B. $\frac{125\pi}{4}a^2$. C. $\frac{125\pi}{2}a^2$. D. $\frac{25\pi}{2}a^2$.

Lời giải.

Ta có hình chiếu của SB lên mặt đáy là SH nên $\widehat{SBH}$ là góc giữa SB và $(ABCD) \Rightarrow \widehat{SBH} = 45^\circ$.

Trong mặt phẳng (SBD) dựng O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBD$.

Ta có $OI \parallel SH \Rightarrow OI \perp (ABCD) \Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

Ta có $BD = \sqrt{(4a)^2 + (3a)^2} = 5a$

$$\Rightarrow BH = \frac{3}{4}BD = \frac{15}{4}a.$$

Tam giác SHB vuông cân tại H do $\widehat{SBH} = 45^\circ$

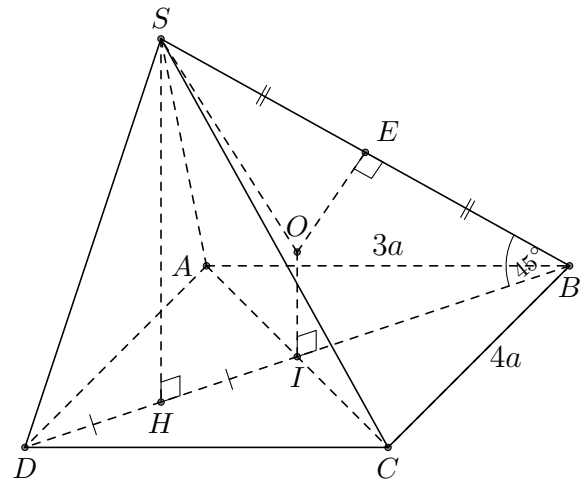
$$\Rightarrow SH = HB = \frac{15a}{4} \Rightarrow SD = \sqrt{SH^2 + DH^2} = \frac{5\sqrt{5}a}{2\sqrt{2}}.$$

$$\text{Trong tam giác } SBD, \text{ ta có } 2OS = \frac{SD}{\sin \widehat{SBD}} \Rightarrow OS = \frac{5\sqrt{5}a}{4}.$$

Diện tích khối cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$:

$$S = 4\pi \left(\frac{5\sqrt{5}a}{4} \right)^2 = \frac{125\pi}{4}a^2.$$

Chọn đáp án **(B)** □



Câu 431. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4); B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C)

sao cho khối nón có đỉnh là tâm của (S) , có đáy là (C) có thể tích lớn nhất. Biết mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax + by - z + c = 0$, khi đó $a - b + c$ bằng

A. -4.

B. 8.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$; bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

Gọi bán kính của đường tròn (C) là r và khoảng cách từ I đến mặt phẳng (α) là h .

Ta có: $r^2 + h^2 = R^2 = 27$.

Thể tích của khối nón có đỉnh I và đáy là (C) là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có: $\frac{r^2}{2} + \frac{r^2}{2} + h^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{r^4 h^2}{4}} \Leftrightarrow 27 \geq 3\sqrt[3]{\frac{r^4 h^2}{4}} \Leftrightarrow r^2 h \leq 54$.
 $\Rightarrow V \leq 18\pi$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} h = 3 \\ r = 3\sqrt{2} \end{cases}$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; 0; 4)$; $\vec{n} = (a; b; -1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 2a - 4 = 0 \Leftrightarrow a = 2$.

$\Rightarrow (\alpha): 2x + by - z + c = 0$.

Ta có: $A \in (\alpha) \Leftrightarrow c + 4 = 0 \Leftrightarrow c = -4$.

$\Rightarrow (\alpha): 2x + by - z - 4 = 0$.

$d(I; (\alpha)) = h = 3 \Leftrightarrow \frac{|-2b - 5|}{\sqrt{b^2 + 5}} = 3 \Leftrightarrow |2b + 5| = 3\sqrt{b^2 + 5} \Leftrightarrow 4b^2 + 20b + 25 = 9(b^2 + 5) \Leftrightarrow b = 2$.

$\Rightarrow a - b + c = 2 - 2 - 4 = -4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 432. Cho khối trụ có chiều cao $h = 16$ và hai đáy là hai hình tròn tâm O, O' với bán kính $R = 12$. Gọi I là trung điểm của OO' và AB là một dây cung của đường tròn (O) sao cho $AB = 12\sqrt{3}$. Tính diện tích thiết diện của khối trụ với mặt phẳng (IAB) .

A. $120\sqrt{3} + 80\pi$.B. $48\pi + 24\sqrt{3}$.C. $60\sqrt{3} + 40\pi$.D. $120\sqrt{3}$.

Lời giải.

(IAB) cắt khối trụ theo thiết diện như hình vẽ.

Gọi α là góc giữa (IAB) và đáy; H là trung điểm của AB .

Ta có: $IH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{3})^2} = 6$.

$\Rightarrow IH = \sqrt{IO^2 + OH^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$.

Ta có: $\cos \alpha = \cos \widehat{IHO} = \frac{OH}{IH} = \frac{6}{10}$.

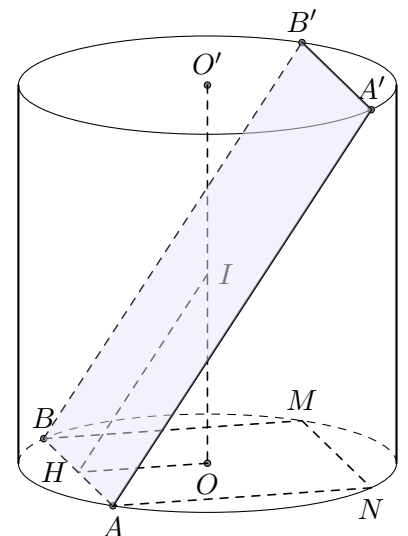
Diện tích của thiết diện của khối trụ cắt bởi (IAB) là S .

Hình chiếu của S trên mặt đáy tâm O là hình giới hạn bởi đường tròn tâm O , bán kính 12 và hai đường thẳng AB và MN ; gọi diện tích của hình này là S_1 .

Khi đó, $S_1 = 4 \int_0^6 \sqrt{144 - x^2} dx = 4(18\sqrt{3} + 12\pi) = 72\sqrt{3} + 48\pi$.

Ta có: $S_1 = S \cdot \cos \alpha \Rightarrow S = \frac{10}{6}(72\sqrt{3} + 48\pi) = 120\sqrt{3} + 80\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 433. Một hình nón có bán kính đáy bằng 2 và chiều cao bằng 4. Một mặt phẳng (P) song song với đáy và cắt hình nón theo một đường tròn. Khối trụ (H) có một đáy là đường tròn giao của (P)

và hình nón và đáy còn lại nằm trên đáy của hình nón, trục của hình trụ (H) cũng là trục của hình nón. Thể tích của khối trụ (H) trong trường hợp thể tích đó lớn nhất là

A. $\frac{24}{13}\pi$.

B. $\frac{64}{27}\pi$.

C. $\frac{42}{13}\pi$.

D. $\frac{32}{27}\pi$.

Lời giải.

Giả sử

$$r_t =$$

$$x \cdot h_n =$$

$$2x \quad (0 <$$

$$x < 1).$$

Khi đó

$$h_t =$$

$$(1 -$$

$$x)h_n =$$

$$4(1 -$$

$$x).$$

Thể

tích

khối

trụ (H)

là

$$V =$$

$$\pi r_t^2 \cdot$$

$$h_t =$$

$$\pi \cdot 4x^2 \cdot$$

$$4(1 -$$

$$x) =$$

$$16\pi(x^2 -$$

$$x^3).$$

Xét

hàm

$$\text{số } y =$$

$$x^2 - x^3$$

trên

khoảng

$$(0; 1).$$

Ta có

$$y' =$$

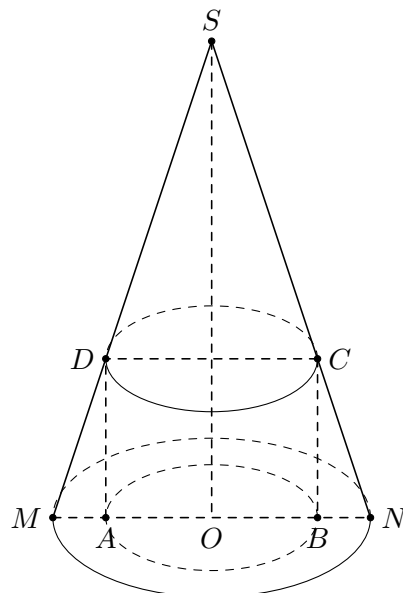
$$2x -$$

$$3x^2,$$

$$y' =$$

$$0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{3}. \end{cases}$$



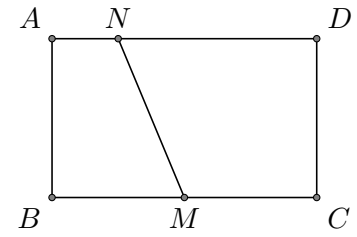
x	0	$\frac{2}{3}$	1
y'	0	+	0
			-
y		$\frac{4}{27}$	

Chọn đáp án (B)

□

Câu 434.

Có một mảnh bìa hình chữ nhật $ABCD$ có đường chéo $AC = 1$. Người ta đánh dấu M là trung điểm của BC , N là điểm thuộc cạnh AD với $AD = 4AN$. Sau đó người ta cuốn mảnh bìa lại sao cho cạnh AB trùng với cạnh CD tạo thành một hình trụ. Tìm độ dài cạnh BC sao cho thể tích của tứ diện $ABMN$ đạt giá trị lớn nhất với các đỉnh A, B, M, N nằm trên hình trụ vừa tạo thành.



- A. $BC = \frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $BC = \frac{1}{3}$. C. $BC = \frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $BC = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Giả sử hình trụ như hình vẽ. Kẻ các đường sinh MM', NN' . Khi đó N là điểm chính giữa cung $AM' \Rightarrow$ tam giác ANM' vuông cân tại N .

Đặt $BC = x \Rightarrow AB = \sqrt{1 - x^2}$.

Gọi R là bán kính đường tròn đáy, ta có $AD = 2\pi R = x \Rightarrow R = \frac{x}{2\pi} \Rightarrow AN = \frac{x}{\sqrt{2\pi}}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } V_{ABMN} &= \frac{1}{3} V_{AM'N.BMN'} = \frac{1}{3} AB \cdot \frac{1}{2} AN^2 \\ &= \frac{1}{12\pi^2} x^2 \sqrt{1 - x^2} = \frac{1}{12\pi^2} \sqrt{x^4(1 - x^2)}. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } x^4(1 - x^2) = \frac{1}{2} x^2 \cdot x^2(2 - 2x^2) \leq \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x^2 + x^2 + 2 - 2x^2}{3} \right)^3 = \frac{4}{27}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $x^2 = 2 - 2x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

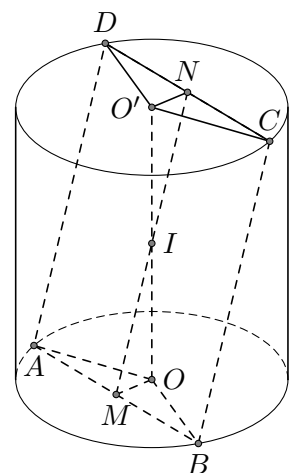
Chọn đáp án (A)

□

Câu 435.

Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có 2 đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy của hình trụ góc 45° . Tính thể tích khối trụ.

- A. $\frac{3\pi a^3}{16}$. B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{16}$. C. $\frac{\pi a^3}{16}$. D. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$.



Lời giải.

- Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD , O và O' lần lượt là tâm hai mặt đáy. Gọi I là giao điểm của MN và OO' .
- Góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt đáy là góc $(MN, OM) = \widehat{IMO}$. Do đó $\widehat{IMO} = 45^\circ$. Suy ra $\triangle IMO$ vuông cân tại O .
- Ta có $MN = BC = a$ nên $IM = \frac{a}{2}$ và $AM = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2}$. Suy ra $OM = OI = \frac{a}{2\sqrt{2}} \Rightarrow OO' =$

$$2OI = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

$\triangle OMA$ vuông tại M nên $OA^2 = OM^2 + AM^2 = \frac{a^2}{8} + \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{8}$. Suy ra $R = OA = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$.

• Ta có $V_{\text{trụ}} = \pi R^2 h = \pi \cdot \frac{3a^2}{8} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 436. Một hình nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $2a\sqrt{3}$, góc ở đỉnh là 120° . Thiết diện qua đỉnh của hình nón là một tam giác. Diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của thiết diện đó là bao nhiêu?

A. $S_{\max} = 8a^2$. B. $S_{\max} = 4a^2\sqrt{2}$. C. $S_{\max} = 4a^2$. D. $S_{\max} = 16a^2$.

Lời giải.

Giả sử O là tâm đáy và AB là một đường kính của đường tròn đáy hình nón.

Thiết diện qua đỉnh của hình nón là tam giác cân SAM .

Theo giả thiết hình nón có bán kính đáy $R = OA = 2a\sqrt{3}$, $\widehat{ASB} = 120^\circ$ nên $\widehat{ASO} = 60^\circ$.

Xét tam giác SOA vuông tại O , ta có $\sin 60^\circ = \frac{OA}{SA} \Rightarrow$

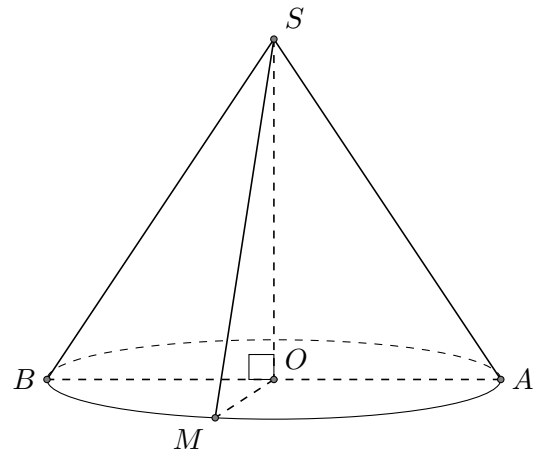
$$SA = \frac{OA}{\sin 60^\circ} = 4a.$$

Diện tích thiết diện là $S_{SAM} = \frac{1}{2}SA \cdot SM \cdot \sin \widehat{ASM} = \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot 4a \cdot \sin \widehat{ASM} = 8a^2 \cdot \sin \widehat{ASM}$.

Do $0 < \sin \widehat{ASM} \leq 1$ nên S_{SAM} lớn nhất khi và chỉ khi $\sin \widehat{ASM} = 1$ hay khi tam giác ASM vuông cân tại đỉnh S (vì $\widehat{ASB} = 120^\circ > 90^\circ$ nên tồn tại tam giác ASM thỏa mãn).

Vậy diện tích thiết diện lớn nhất là $S_{\max} = 8a^2$ (đvdt).

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 437. Người ta cần làm một cái bồn chứa dạng hình trụ (có hai nắp) có thể tích 1000l để chứa nước. Tính bán kính đáy R (đơn vị mét) của cái bồn hình trụ đó sao cho ít tốn vật liệu nhất.

A. $R = \sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}(m)$. B. $R = 10 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}(m)$. C. $R = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}(m)$. D. $R = \sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}(m)$.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của cái bồn hình trụ.

Ta có: $V = \pi R^2 h = 1000 \Leftrightarrow h = \frac{1000}{\pi R^2}$.

$$S_{tp} = 2\pi R h + 2\pi R^2 = 2\pi R \cdot \frac{1000}{\pi R^2 + 2\pi R^2} = 2\pi \left(\frac{1000}{\pi R} + R^2 \right) = 2\pi \left(\frac{500}{\pi R} + \frac{500}{\pi R} + R^2 \right) \geq 6\pi \sqrt[3]{\frac{500^2}{\pi^2}}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{500}{\pi R} = R^2 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}} = 10 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 438. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng 2 và diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2}{\sqrt[3]{\pi}}$. B. $\frac{1}{\sqrt[3]{\pi}}$. C. $\frac{2}{\pi}$. D. $\frac{1}{2\pi}$.

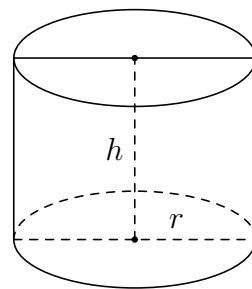
Lời giải.

Gọi h và r là chiều cao và bán kính đáy của lon. Ta có $V = h\pi r^2 \Rightarrow h = \frac{2}{\pi r^2}$.

Ta có $S_{\text{xq}} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = \frac{2}{r} + \frac{2}{r} + 2\pi r^2$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có $S_{\text{xq}} \geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{r} \cdot \frac{2}{r} \cdot 2\pi r^2} = 6\sqrt[3]{\pi}$.

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{2}{r} = 2\pi r^2 \Leftrightarrow r = \frac{1}{\sqrt[3]{\pi}}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 439. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 2AC$. M là một điểm thay đổi trên cạnh BC . Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các cạnh AB , AC . Gọi V và V' tương ứng là thể tích của vật thể tròn xoay tạo bởi tam giác ABC và hình chữ nhật $MHAK$ khi quay quanh trục AB . Tỉ số $\frac{V'}{V}$ lớn nhất bằng

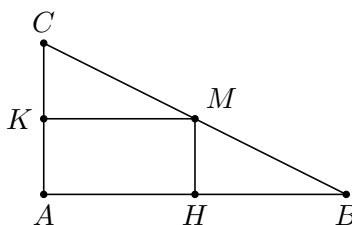
A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

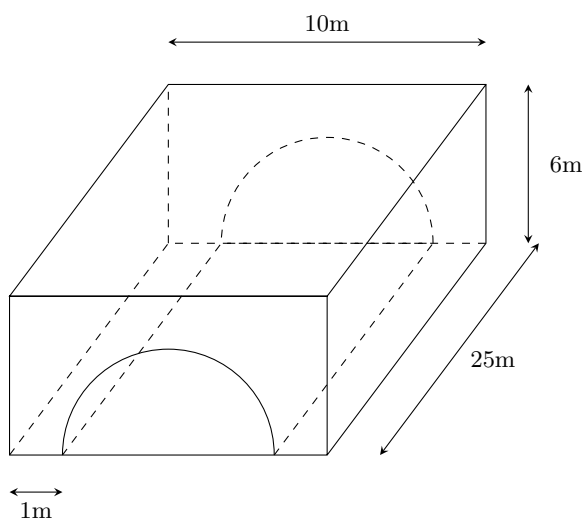


Ta có $V = \frac{1}{3}\pi AB \cdot AC^2$; $V' = \pi AH \cdot AK^2$; $\frac{V'}{V} = 3 \cdot \frac{AH}{AB} \cdot \left(\frac{AK}{AC}\right)^2$.

Đặt $x = \frac{BM}{BC}$, ($0 < x < 1$), suy ra $\frac{AK}{AC} = x$, $\frac{AH}{AB} = 1 - x$. Áp dụng BĐT Cauchy-Schwarz ta có $(1-x)x^2 = \frac{1}{2}(2-2x)x^2 \leq \frac{1}{2}\left(\frac{2-2x+x+x}{3}\right)^3 = \frac{4}{27}$. Suy ra $\frac{V'}{V}$ lớn nhất bằng $\frac{4}{9}$ khi $x = \frac{BM}{BC} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 440. Viện Hải dương học dự định làm một bể cá bằng kính phục vụ khách tham quan (như hình vẽ), biết rằng mặt cắt dành cho lối đi là nửa hình tròn.



Tổng diện tích mặt kính của bể cá gần nhất với số nào sau đây?

A. 872 m^2 .

B. 914 m^2 .

C. 984 m^2 .

D. 949 m^2 .

Lời giải.

Diện tích mặt ngoài

$$S_1 = 2 \cdot 25 \cdot 6 + 25 \cdot 10 + 2 \cdot \left(6 \cdot 10 - \frac{1}{2} \pi \cdot 4^2 \right) = 670 - 16\pi \text{ (m}^2\text{)}.$$

Diện tích mái vòm và mặt dưới

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \pi \cdot 25 + 2 \cdot 1 \cdot 25 = 100\pi + 50 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Vậy diện tích mặt kính của bể cá bằng

$$S = S_1 + S_2 = 670 - 16\pi + 100\pi + 50 = 720 + 84\pi \simeq 984 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 441. Cắt bỏ hình quạt tròn AOB (phần sẫm màu trong hình dưới) từ một mảnh các tông hình tròn bán kính R rồi dán hai bán kính OA và OB của hình quạt tròn còn lại với nhau để được một cái phễu có dạng của một hình nón. Gọi x là số đo góc ở tâm của hình quạt tròn dùng làm phễu, $0 < x < 2\pi$. Tìm x để khối nón có thể tích lớn nhất.

A. $x = \frac{2\sqrt{3}}{5}\pi.$

B. $x = \frac{2\sqrt{6}}{9}\pi.$

C. $x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi.$

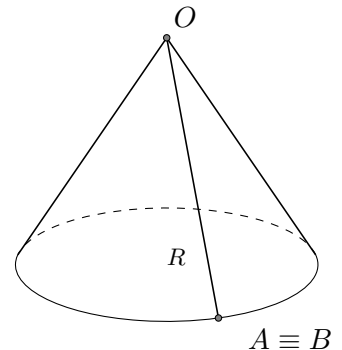
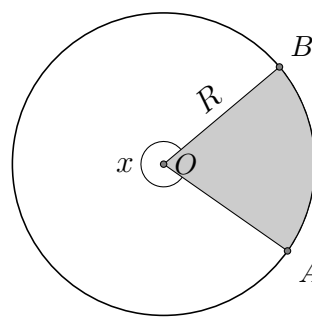
D. $x = \frac{2\sqrt{6}}{27}\pi.$

A.

B.

C.

D.



Lời giải.

Vì độ dài của đường tròn đáy hình nón bằng độ dài cung AB của quạt tròn dùng làm phễu nên ta có

$$2\pi r = Rx \Rightarrow r = \frac{Rx}{2\pi} \Rightarrow h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{R^2 x^2}{4\pi^2}} = \frac{R}{2\pi} \sqrt{4\pi^2 - x^2}.$$

Do đó thể tích của hình nón là $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{R^3}{24\pi^2} x^2 \sqrt{4\pi^2 - x^2}.$

Ta có $V = \frac{R^3}{24\pi^2} \sqrt{x^4 (4\pi^2 - x^2)} = \frac{R^3}{24\sqrt{2}\pi^2} \sqrt{x^2 \cdot x^2 (8\pi^2 - 2x^2)}.$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có $x^2 \cdot x^2 (8\pi^2 - 2x^2) \leq \left(\frac{x^2 + x^2 + 8\pi^2 - 2x^2}{3} \right)^3 = \left(\frac{8\pi^2}{3} \right)^3.$

Đẳng thức xảy ra khi $x^2 = 8\pi^2 - 2x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{8\pi^2}{3} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{6}\pi}{3}.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 442.

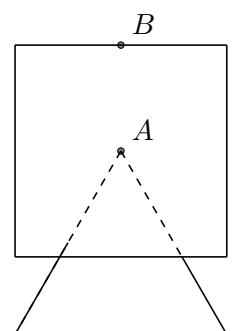
Trong mặt phẳng (P) cho tam giác đều và hình vuông cùng có độ dài cạnh bằng 4 được xếp chồng lên nhau sao cho một đỉnh của tam giác trùng với tâm của hình vuông, trục của tam giác trùng với trục của hình vuông (như hình bên). Thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục AB bằng

A. $\frac{136\pi + 24\pi\sqrt{3}}{9}.$

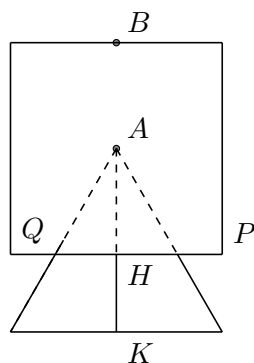
B. $\frac{48\pi + 7\pi\sqrt{3}}{3}.$

C. $\frac{128\pi + 24\pi\sqrt{3}}{9}.$

D. $\frac{144\pi + 24\pi\sqrt{3}}{9}.$



Lời giải.



Khi xoay quanh trục AB ta được hình gồm hai phần:

- Phần hình vuông phía trên trở thành hình trụ có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng 4. Suy ra thể tích khối trụ là $V_1 = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi$.
- Phần dưới trở thành hình nón cụt. Ta có AK là đường cao của tam giác đều cạnh bằng 4 nên $AK = 2\sqrt{3}$.

Gọi H là giao điểm của AK và PQ , R' là bán kính đáy nhỏ, R là bán kính của đáy lớn, h là chiều cao của hình nón cụt.

Ta có $h = HK = AK - AH = 2\sqrt{3} - 2 = 2(\sqrt{3} - 1)$ và $R = 2$.

$$\text{Mà } \frac{R'}{R} = \frac{AH}{AK} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow R' = \frac{R}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Áp dụng công thức tính thể tích khối nón cụt ta có

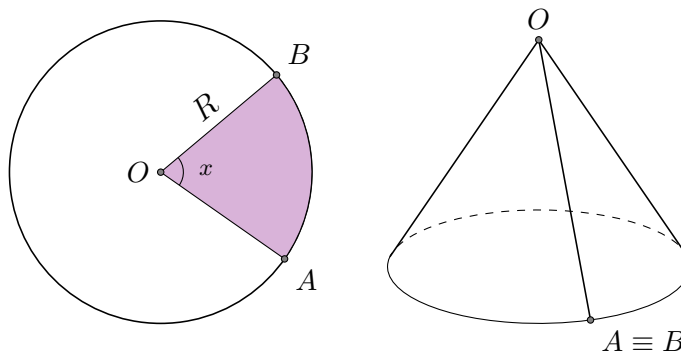
$$V_2 = \frac{1}{3}\pi h (R^2 + R'^2 + RR') = \frac{24\sqrt{3} - 8}{9}.$$

$$\text{Vậy thể tích của khối tròn xoay là } V = V_1 + V_2 = \frac{136\pi + 24\pi\sqrt{3}}{9}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 443. Cho miếng tôn hình tròn tâm O , bán kính R . Cắt bớt từ miếng tôn một hình quạt OAB và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh O không đáy (OA trùng với OB) như hình vẽ.



Gọi S và S' lần lượt là diện tích của miếng tôn ban đầu và miếng tôn còn lại sau khi cắt bớt. Tìm tỷ số $\frac{S'}{S}$ để thể tích khối nón lớn nhất.

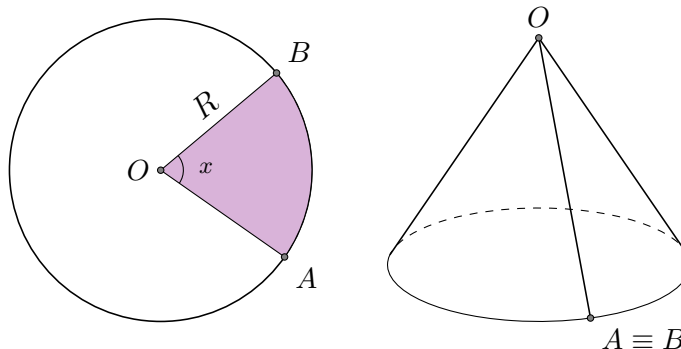
A. $\frac{S'}{S} = \frac{1}{4}.$

B. $\frac{S'}{S} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$

C. $\frac{S'}{S} = \frac{\sqrt{2}}{3}.$

D. $\frac{S'}{S} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$

Lời giải.



Đặt $\widehat{AOB} = x$.

Độ dài cung tròn AB dùng làm phễu là $Rx = 2\pi r \Leftrightarrow r = \frac{Rx}{2\pi}$.

Chiều cao hình nón là $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \frac{R}{2\pi} \sqrt{4\pi^2 - x^2}$.

Thể tích khối nón $V = f(x) = \frac{R^3}{24\pi^2} x^2 \sqrt{4\pi^2 - x^2}$ với $x \in (0; 2\pi)$.

Ta có: $f'(x) = \frac{R^3}{24\pi^2} \cdot \frac{x(8\pi^2 - 3x^2)}{\sqrt{4\pi^2 - x^2}}$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 8\pi^2 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$	2π
y'	+	0	-
y	$f\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi\right)$		

Giá trị của $x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$ thì thể tích phễu lớn nhất.

Diện tích miếng tôn ban đầu $S = \pi R^2$.

Diện tích miếng tôn còn lại sau khi cắt $S' = S_{xq} = \pi r l = \pi \frac{Rx}{2\pi} R = \frac{\sqrt{6}}{3} \pi R^2$.

Suy ra $\frac{S'}{S} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 444. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , M, N, P lần lượt là trung điểm SA, SB, SC . Dựng một hình trụ có một đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP , một đáy thuộc mặt phẳng (ABC) . Biết diện tích xung quanh của hình trụ bằng tổng diện tích hai đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{1}{4}a^3$.

B. $\frac{1}{12}a^3$.

C. $\frac{1}{8}a^3$.

D. $\frac{1}{6}a^3$.

Lời giải.

Vì MN là đường trung bình của tam giác SAB nên
 $MN = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$. Tương tự ta cũng có $NP = MP = \frac{a}{2}$, dẫn
 tới $\triangle MNP$ đều.

Khi đó bán kính đáy của hình trụ là $r = \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

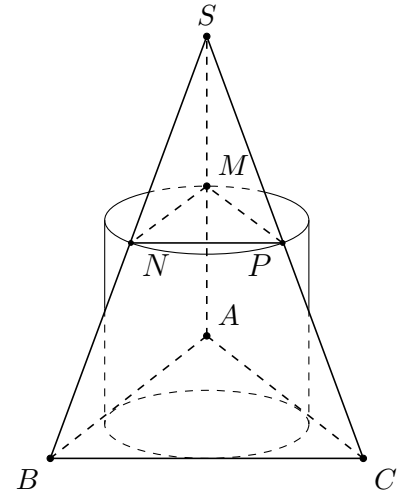
Gọi h là chiều cao của hình trụ, khi đó ta có:

$$2r\pi h = 2r^2\pi \Rightarrow h = r = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Vì M là trung điểm SA nên

$$d[S, (ABC)] = 2d[M, (ABC)] = 2h = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Dẫn tới } V_{S.ABC} = \frac{S_{ABC} \cdot d[S, (ABC)]}{3} = \frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3}}{3} = \frac{a^3}{12}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 445. Cho hình nón (N) có bán kính đáy $r = 20(\text{cm})$, chiều cao $h = 60(\text{cm})$ và một hình trụ (T) nội tiếp hình nón (N) (hình trụ (T) có một đáy thuộc hình nón và một đáy nằm trên mặt xung quanh của hình nón). Tính thể tích V của hình trụ (T) có diện tích xung quanh lớn nhất?

A. $V = 3000\pi(\text{cm}^3)$. B. $V = \frac{32000}{9}\pi(\text{cm}^3)$. C. $V = 3600\pi(\text{cm}^3)$. D. $V = 4000\pi(\text{cm}^3)$.

Lời giải.

Giả sử hình nón (N) có đường tròn đáy tâm O , bán kính r , S là đỉnh và hình trụ (T) có hai đường tròn đáy tâm O, O' bán kính R . Do giả thiết ta có $SO = h = 60 \text{ cm}$.

Xét tam giác SOB vì $FN \parallel SO$ theo định lý Talet ta có

$$\frac{NB}{BO} = \frac{FN}{SO} = \frac{BF}{SB}.$$

Suy ra

$$FN = \frac{NB \cdot SO}{BO} \Leftrightarrow FN = \frac{60(20 - R)}{20} \Leftrightarrow FN = 3(20 - R).$$

Gọi S_{xq} là diện tích xung quanh của hình trụ (T) khi đó

$$S_{xq} = 2\pi R \cdot FN = 6\pi R(20 - R).$$

Do giả thiết $0 < R < 20$ nên theo bất đẳng thức Côsi $R(20 - R) \leq \left(\frac{R + 20 - R}{2}\right)^2 \leq 100$. Do đó $S_{xq} \leq 200\pi$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $R = 20 - R \Leftrightarrow R = 10(\text{cm})$ suy ra $FN = 30(\text{cm})$.

Khi đó thể tích hình trụ $V = \pi R^2 \cdot FN = \pi \cdot 100 \cdot 30 = 3000\pi(\text{cm}^3)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 446. Cho hình nón có đường sinh bằng $2a$ và góc ở đỉnh bằng 90° . Cắt hình nón bằng mặt phẳng (P) đi qua đỉnh sao cho góc giữa (P) và mặt đáy hình nón bằng 60° . Tính diện tích S của thiết diện tạo thành.

A. $S = \frac{4\sqrt{2}a^2}{3}$. B. $S = \frac{\sqrt{2}a^2}{3}$. C. $S = \frac{8\sqrt{2}a^2}{3}$. D. $S = \frac{5\sqrt{2}a^2}{3}$.

Lời giải.

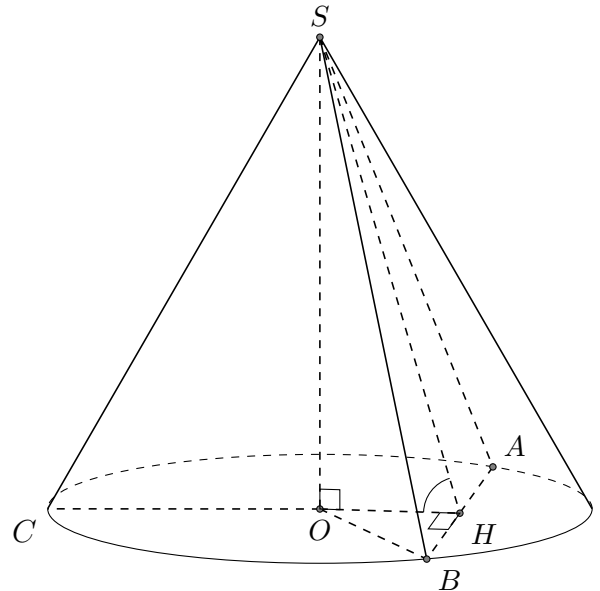
Theo bài ra ta có tam giác SOC vuông cân ở O suy ra $OC = SO = a\sqrt{2}$.

Giả sử mặt phẳng (P) cắt đường tròn đáy theo dây cung AB . Gọi H là trung điểm của AB suy ra $OH \perp AB$, kết hợp với SO vuông góc với đáy suy ra $AB \perp (SOH)$, từ đó suy ra $\widehat{SHO} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông SOH có

$$OH = SO \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{3},$$

$$SH = \frac{SO}{\sin 60^\circ} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}.$$



Trong tam giác vuông OHB có

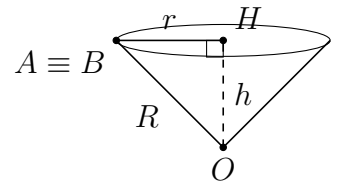
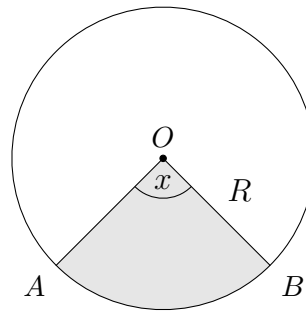
$$BH^2 = OB^2 - OH^2 = 2a^2 - \frac{6a^2}{9} = \frac{12a^2}{9} \Rightarrow BH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Từ đó ta có diện tích thiết diện } S_{\triangle SAB} = \frac{SH \cdot AB}{2} = SH \cdot BH = \frac{2a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{4a^2\sqrt{2}}{3}. \quad \square$$

Câu 447.

Bạn An có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, An muốn biến hình tròn đó thành một cái phễu hình nón. Khi đó An phải cắt bỏ hình quạt tròn OAB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất.

- A. $x = \frac{\pi}{4}$.
B. $x = \frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$.
C. $x = \frac{\pi}{3}$.
D. $x = \frac{\pi}{2}$.



Lời giải.

Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy, chiều cao của phễu.

Xét tam giác vuông OAH có $h = \sqrt{R^2 - r^2}$, từ đó suy ra thể tích của phễu

$$V = \frac{1}{3}h\pi r^2 = \frac{\pi}{3}\sqrt{(R^2 - r^2)}r^2. \quad (1)$$

$$\text{Nhận thấy } (R^2 - r^2)r^2 = 4(R^2 - r^2) \cdot \frac{r^2}{2} \cdot \frac{r^2}{2} \leq 4 \left(\frac{R^2 - r^2 + \frac{r^2}{2} + \frac{r^2}{2}}{3} \right)^3 = \frac{4R^6}{27}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra V lớn nhất khi và chỉ khi $\frac{r^2}{2} = R^2 - r^2 \Leftrightarrow r = \frac{R\sqrt{6}}{3}$.

Theo giả thiết ta có chu vi đáy phễu bằng chiều dài cung $\widehat{AB}$ hay

$$Rx = 2\pi r \Leftrightarrow x = \frac{2\pi r}{R} = \frac{2\pi \frac{R\sqrt{6}}{3}}{R} = \frac{2\pi\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 448. Một đại lý xăng dầu cần làm một cái bồn dầu hình trụ bằng tôn có thể tích $16\pi \text{ m}^3$. Tìm bán kính r của đáy bồn sao cho bồn được làm tốn ít nguyên vật liệu nhất.

A. $r = 0,8 \text{ m}$.B. $r = 1,2 \text{ m}$.C. $r = 2 \text{ m}$.D. $r = 2,4 \text{ m}$.

Lời giải.

Ta có: $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{16}{r^2}$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là:

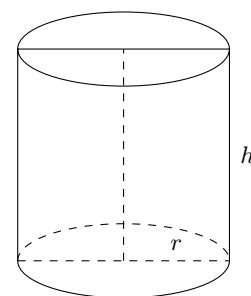
$$S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r^2 + \frac{32\pi}{r}, (r > 0).$$

Xét hàm số $f(r) = 2\pi r^2 + \frac{32\pi}{r}$ trên khoảng $(0; +\infty)$, ta có:

$$f'(r) = 4\pi r - \frac{32\pi}{r^2}; f'(r) = 0 \Leftrightarrow r = 2.$$

Bảng biến thiên của hàm số là

r	0	2	$+\infty$
$f'(r)$		-	+
$f(r)$	$+\infty$	24π	$+\infty$



Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra diện tích đạt giá trị nhỏ nhất khi $r = 2 \text{ m}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 449. Một khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân và đường sinh có độ dài bằng $3\sqrt{2} \text{ cm}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với đáy một góc 60° chia khối nón thành 2 phần. Tính thể tích phần nhỏ (Tính gần đúng đến hàng phần trăm).

A. $4,36 \text{ cm}^3$.B. $4,53 \text{ cm}^3$.C. $5,37 \text{ cm}^3$.D. $5,61 \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Xét khối nón như hình vẽ.

Ta có $\triangle SBO$ là nửa tam giác vuông cân đỉnh S nên

$$BO = \frac{SB \times \sqrt{2}}{2} = 3.$$

Mặt phẳng qua đỉnh S cắt đáy theo dây cung AB , tâm đường tròn đáy là O .

Gọi I là hình chiếu vuông góc của O lên $AB \Rightarrow \widehat{SIO} = 60^\circ$.

Xét $\triangle SOB$, $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = 3$.

Xét $\triangle SIO$, $OI = \frac{SO}{\tan 60^\circ} = \sqrt{3}$.

Xét $\triangle IOA$, $\cos \widehat{IOA} = \frac{OI}{OA} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Suy ra $\widehat{AOB} = 2 \times \widehat{IOA} \approx 109,47^\circ$.

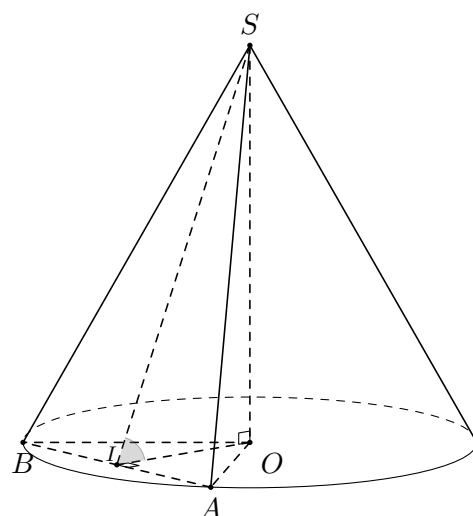
Gọi S là diện tích hình phẳng tạo bởi dây cung AB và đường tròn (O) (phần nhỏ).

$$S = \frac{1}{2} \times 109,47 \times \frac{\pi}{180} \times OB^2 - \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin 109,47^\circ \approx 4,36 \text{ cm}^2.$$

Gọi V_n là thể tích phần nhỏ, $V_n = \frac{1}{3} S \times SO \approx 4,36 \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **A**

□



Câu 450. Cho hình trụ (T) có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng 2. Gọi AB là đường kính của đáy dưới và CD là đường kính của đáy trên sao cho AB và CD chéo nhau. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{16}{3}$.

B. $\frac{20}{3}$.

C. $\frac{32}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

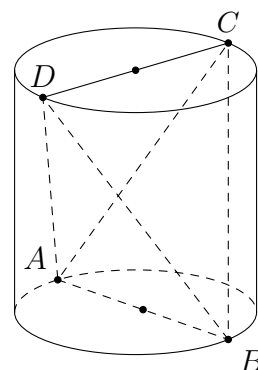
Lời giải.

Ta có thể tích khối tứ diện được tính theo công thức $V = \frac{1}{6} \cdot a \cdot b \cdot d \cdot \sin \alpha$, trong đó a, b là độ dài hai cạnh đối diện, d là khoảng cách giữa hai cạnh đó, α là góc giữa hai cạnh đó.

$$\text{Suy ra } V_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot AB \cdot CD \cdot d(AB, CD) \cdot \sin(AB, CD).$$

Theo đề ta có $AB = CD = 4$, $d(AB, CD) = 2$ không đổi nên để V đạt giá trị lớn nhất khi $\sin(AB, CD) = 1$.

$$\text{Vậy } V_{\max} = \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 2 = \frac{16}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 451. Trong các khối trụ có cùng diện tích toàn phần là 6π . Tìm bán kính đáy của khối trụ có thể tích lớn nhất.

A. $R = 1$.

B. $R = \frac{1}{3}$.

C. $R = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $R = 3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 6\pi \Leftrightarrow Rh + R^2 = 3 \Leftrightarrow h = \frac{3 - R^2}{R}. \text{ Điều kiện: } 0 < R < \sqrt{3}.$$

$$V = \pi R^2 h = \pi R^2 \cdot \frac{3 - R^2}{R} = \pi R(3 - R^2) = -\pi R^3 + 3\pi R.$$

$$V' = -3\pi R^2 + 3\pi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} R = 1 \text{ (nhận)} \\ R = -1 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

R	0	1	$\sqrt{3}$
$V'(R)$	+	0	-
$V(R)$			

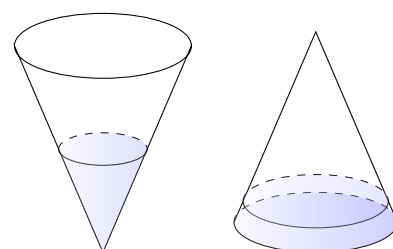
Nhìn bảng biến thiên ta thấy $V_{\max} = V(1) = 2\pi$ (đvtt).

Chọn đáp án **A**

□

Câu 452.

Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20 cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10 cm. Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng với giá trị nào sau đây?



A. $\sqrt[3]{7}$ cm.

B. 1 cm.

C. $(20 - 10\sqrt[3]{7})$ cm.

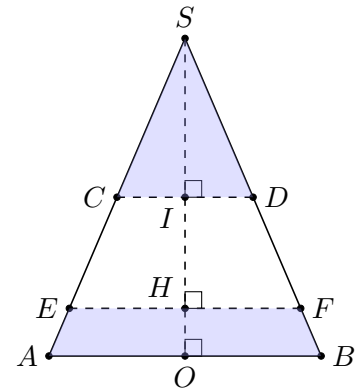
D. $(20\sqrt[3]{7} - 10)$ cm.

Lời giải.

Giả sử phễu nước là hình nón (N_1) đỉnh S , đáy là đường tròn (O) đường kính AB .

Khi đổ nước vào phễu khối nước trong phễu là khối nón (N_2) đỉnh S , đáy là hình tròn (I) đường kính CD . Phần còn lại là khối nón cụt (NC_1) đáy lớn là đường tròn (O), đáy nhỏ là đường tròn (I).

Khi lộn ngược phễu khối nước trong phễu là khối nón cụt (NC_2) đáy lớn là hình tròn (O), đáy nhỏ là hình tròn (H) đường kính EF . Phần còn lại là khối nón (N_3) đỉnh S đáy là đường tròn (H).



$$\begin{aligned} \text{Vì } V_{N_2} = V_{NC_2} \text{ nên } V_{N_3} = V_{NC_1} = V_{N_1} - V_{N_2} = V_{N_1} - \frac{V_{N_1}}{8} = \frac{7V_{N_1}}{8}. \\ \Rightarrow \frac{V_{N_3}}{V_{N_1}} = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{SH}{SO} = \sqrt[3]{\frac{7}{8}} \Rightarrow HO = \left(1 - \sqrt[3]{\frac{7}{8}}\right) \cdot 20 = 20 - 10\sqrt[3]{7}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 453. Trong số các hình trụ có diện tích toàn phần đều bằng S thì bán kính R và chiều cao h của khối trụ có thể tích lớn nhất là bao nhiêu?

$$\begin{aligned} \text{A. } R = \sqrt{\frac{2S}{3\pi}}; h = 4\sqrt{\frac{2S}{3\pi}}. & \quad \text{B. } R = \sqrt{\frac{S}{2\pi}}; h = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{2\pi}}. \\ \text{C. } R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}; h = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}. & \quad \text{D. } R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}; h = 2\sqrt{\frac{S}{6\pi}}. \end{aligned}$$

Lời giải.

$$\text{Ta có } S = 2\pi \cdot R \cdot (R + h) \Rightarrow h = \frac{S}{2\pi R} - R.$$

$$\text{Thể tích } V = \pi R^2 h = \pi R^2 \left(\frac{S}{2\pi R} - R \right) = \frac{RS}{2} - \pi R^3.$$

$$\text{Xét hàm số } f(R) = \frac{RS}{2} - \pi R^3 \Rightarrow f'(R) = \frac{S}{2} - 3\pi R^2 = 0 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}.$$

$$\text{Vì } f'(R) \text{ là hàm bậc hai có hệ số } a = -3\pi < 0 \text{ nên hàm } f(R) \text{ đạt giá trị lớn nhất tại } R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 454. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi V_a, V_b, V_c tương ứng là thể tích của các hình tròn xoay tạo bởi tam giác ABC khi cho nó lần lượt quay xung quanh các cạnh BC, CA, AB . Hệ thức nào sau đây đúng?

$$\begin{aligned} \text{A. } \frac{1}{V_a^2} = \frac{1}{V_b^2} + \frac{1}{V_c^2}. & \quad \text{B. } V_a^2 = V_b^2 + V_c^2. & \quad \text{C. } V_a^2 = V_b^2 V_c^2. & \quad \text{D. } \frac{1}{V_a^2} = \frac{V_b^2 V_c^2}{V_b^2 + V_c^2}. \end{aligned}$$

Lời giải.

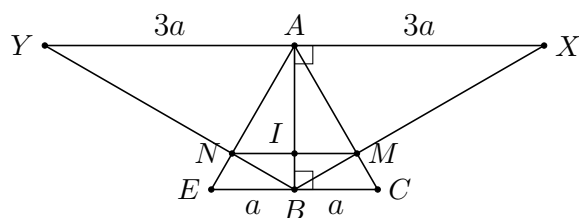
$$\text{Đặt } AB = c, BC = a, AC = b. \text{ Ta có, } V_b = \frac{bc^2\pi}{3}, V_c = \frac{cb^2\pi}{3}, V_a = \frac{b^2c^2\pi}{3a}. \text{ Khi đó, } \frac{1}{V_a^2} = \frac{1}{V_b^2} + \frac{1}{V_c^2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 455. Cho hình tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, ABC là tam giác vuông tại B . Biết $BC = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $AD = 3a$. Quay các tam giác ABC và ABD (bao gồm cả điểm bên trong hai tam giác) xung quanh đường thẳng AB ta được hai khối trong xoay. Tính thể tích V phần chung của hai khối tròn xoay đó.

$$\begin{aligned} \text{A. } V = \frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{16}. & \quad \text{B. } V = \frac{8\sqrt{3}\pi a^3}{3}. & \quad \text{C. } V = \frac{5\sqrt{3}\pi a^3}{16}. & \quad \text{D. } V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{16}. \end{aligned}$$

Lời giải.



Cắt khối tròn xoay bởi mặt phẳng (ABC) ta thu được thiết diện như hình vẽ. Áp dụng định lý Thales ta có

$$\frac{BN}{YN} = \frac{NE}{NA} = \frac{BE}{AY} = \frac{1}{3},$$

$$\frac{BM}{XM} = \frac{CM}{AM} = \frac{BC}{AX} = \frac{1}{3}.$$

Suy ra $IM = \frac{1}{4}AX = \frac{3a}{4}$. Phần chung của hai khối tròn xoay thu được gồm hai khối nón khi quay các tam giác AIM và BIM quanh trục AB . Do đó thể tích của nó là

$$V = \frac{1}{3}\pi IM^2 \cdot IA + \frac{1}{3}\pi IM^2 \cdot IB = \frac{1}{3}\pi IM^2 \cdot AB = \frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{16}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 456. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh $2\sqrt{3}$ cm với AB là đường kính của đường tròn đáy tâm O . Gọi M là điểm thuộc cung $\widehat{AB}$ của đường tròn đáy sao cho $\widehat{ABM} = 60^\circ$. Tính thể tích của khối tứ diện $ACDM$.

A. $V = 3 \text{ cm}^3$.

B. $V = 4 \text{ cm}^3$.

C. $V = 6 \text{ cm}^3$.

D. $V = 7 \text{ cm}^3$.

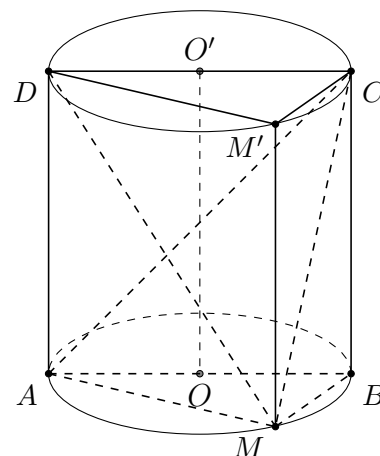
Lời giải.

Giả sử hình trụ (T) có trục OO' . Thiết diện qua trục là hình chữ vuông $ABCD$ (A, B thuộc đường tròn tâm O và C, D thuộc đường tròn tâm O').

Ta có $r = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3}$ cm, $h = l = 2\sqrt{3}$ cm.

Gọi M' là hình chiếu của M lên mặt phẳng chứa đường tròn tâm O' .

Ta có $V_{ADMC} = \frac{1}{3}V_{AMB.DM'C} = 3 \text{ cm}^3$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 457. Một hộp đựng phần hình hộp chữ nhật có chiều dài 30 cm, chiều rộng 5 cm và chiều cao 6 cm. Người ta xếp đứng vào đó các viên phần giống nhau, mỗi viên phần là khối trụ có chiều cao là 6 cm và bán kính đáy là $\frac{1}{2}$ cm. Hỏi có thể xếp được tối đa bao nhiêu viên phần.

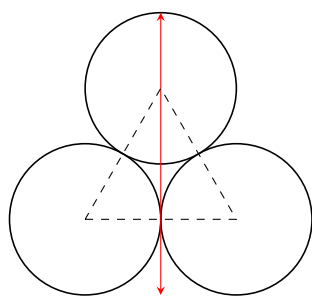
A. 150 viên.

B. 153 viên.

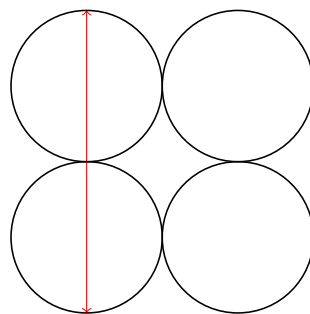
C. 151 viên.

D. 154 viên.

Lời giải.



Hình 1



Hình 2

Ta có hai phương án xếp phần theo hình 1 và hình 2.

- Xếp theo hình 1 thì hai hàng liên tiếp sẽ có một hàng 4 viên và một hàng 5 viên. Chiều dài của hai hàng là $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ cm (hai lần bán kính đáy cộng với chiều cao của tam giác đều nối ba tâm).

Chiều dài của n hàng là $1 + \frac{(n-1)\sqrt{3}}{2}$ cm. Do chiều dài hộp là 30 cm nên $1 + \frac{(n-1)\sqrt{3}}{2} \leq 30 \Leftrightarrow n = 34$. Vậy số viên phần xếp được là $17 \cdot 5 + 17 \cdot 4 = 153$ viên.

- Xếp theo hình 2 thì hai hàng liên tiếp đều có 5 viên. Chiều dài của hai hàng 2 cm. Chiều dài hộp là 30 cm nên ta sẽ xếp được 30 hàng, tức là 150 viên.

Vậy có thể xếp được tối đa 153 viên.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 458. Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\tan \alpha = \sqrt{2}$. B. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. D. $\tan \alpha = 1$.

Lời giải.

Kẻ đường sinh BC của hình trụ, ta có AC là hình chiếu của AB lên mặt đáy nên $\widehat{BAC} = \alpha$.

Gọi H là hình chiếu của O lên AC .

$\triangle ABC$ có $AC = BC \cdot \cot \alpha = 2a \cot \alpha$.

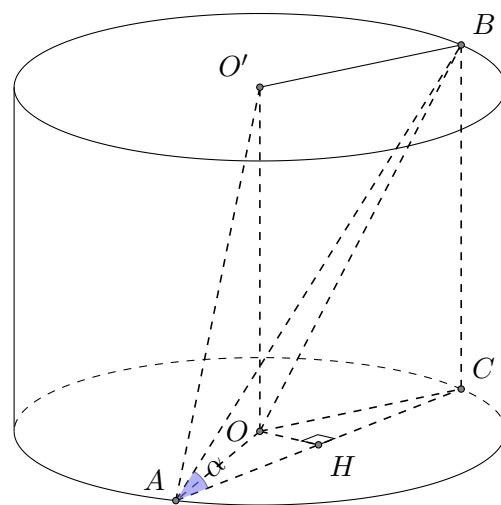
$\triangle OAC$ có $OH = \sqrt{OC^2 - CH^2} = a\sqrt{4 - \cot^2 \alpha}$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } V_{OO'AB} &= \frac{1}{2} V_{A.OO'BC} = V_{B.AOC} \\ &= \frac{1}{3} \cdot BC \cdot S_{AOC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cot \alpha \cdot 2a\sqrt{4 - \cot^2 \alpha} \\ &= \frac{4a^3}{3} \sqrt{4 \cot^2 \alpha - \cot^4 \alpha}. \end{aligned}$$

Đặt $t = \cot \alpha$, xét $f(t) = 4t^2 - t^4$

$$f'(t) = 8t - 4t^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \sqrt{2} \\ t = -\sqrt{2}. \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(t)$, suy ra hàm số $f(t)$ đạt giá trị lớn nhất khi $t = \sqrt{2}$.



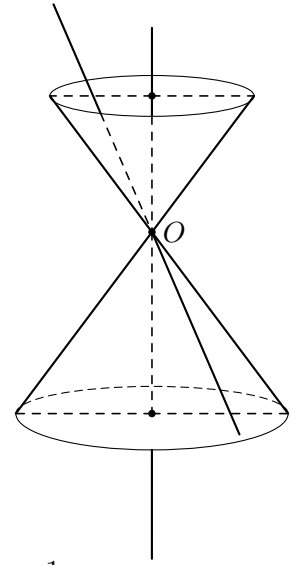
Vậy khi $\cot \alpha = \sqrt{2} \Leftrightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ thì thể tích khối $OO'AB$ sẽ lớn nhất.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 459.

Cho một đồng hồ cát như hình vẽ bên dưới (gồm 2 hình nón chung đỉnh ghép lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc 60° . Biết rằng chiều cao của đồng hồ là 30 cm và tổng của thể tích của đồng hồ là $1000\pi \text{ cm}^3$. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, tỷ lệ thể tích cát chiếm chỗ và thể tích phần phía dưới là bao nhiêu?



A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{27}$.

C. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$.

D. $\frac{1}{64}$.

Lời giải.

Gọi chiều cao hình nón nhỏ, hình nón lớn, thể tích khối nón nhỏ, khối nón lớn lần lượt là h_1, h_2, V_1, V_2 . Khi đó ta có $h_1 + h_2 = 30$ (1) và $V_1 = \frac{1}{9}\pi h_1^3; V_2 = \frac{1}{9}\pi h_2^3$.

Do đó $V_1 + V_2 = \frac{1}{9}\pi(h_1^3 + h_2^3) = 1000\pi \Rightarrow h_1^3 + h_2^3 = 9000$ (2).

Từ (1), (2) ta được $h_1 = 10; h_2 = 20$ do đó $\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 = \left(\frac{10}{20}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 460. Cho hình trụ có trục OO' , bán kính đáy r và chiều cao $h = \frac{3r}{2}$. Hai điểm M, N di động trên đường tròn đáy (O) sao cho tam giác OMN đều. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên mặt phẳng ($O'MN$). Khi M, N di động trên đường tròn (O) thì đoạn thẳng OH tạo thành mặt xung quanh của một hình nón, tính diện tích S của mặt này.

A. $S = \frac{9\sqrt{3}\pi r^2}{32}$.

B. $S = \frac{9\sqrt{3}\pi r^2}{16}$.

C. $S = \frac{9\pi r^2}{32}$.

D. $S = \frac{9\pi r^2}{16}$.

Lời giải.

Gọi K là trung điểm MN . Khi đó $OK = \frac{r\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{O'O^2} + \frac{1}{OK^2} = \frac{4}{9r^2} + \frac{4}{3r^2} = \frac{16}{9r^2} \Rightarrow OH = \frac{3r}{4}$.

Ta có $O'K^2 = O'O^2 + OK^2 = 3r^2$.

Trong tam giác $O'OK$ vuông tại O , đường cao OH ta có

$\frac{O'H}{O'K} = \frac{O'H \cdot O'K}{O'K^2} = \frac{O'O^2}{O'K^2} = \frac{3}{4}$. Từ đó suy ra bán kính đáy của hình

nón do đoạn OH quay tạo thành là $r_1 = \frac{3r}{4}$.

Vậy $S = \pi r_1 OH = \frac{9\pi r^2}{16}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 461. Gọi d là đường thẳng tùy ý đi qua điểm $M(1;1)$ và có hệ số góc âm. Giả sử d cắt các

trục Ox, Oy lần lượt tại A, B . Quay tam giác OAB quanh trục Oy thu được một khối tròn xoay có thể tích là V . Giá trị nhỏ nhất của V bằng

- A. 3π . B. $\frac{9\pi}{4}$. C. 2π . D. $\frac{5\pi}{2}$.

Lời giải.

Cách 1: Dùng đạo hàm.

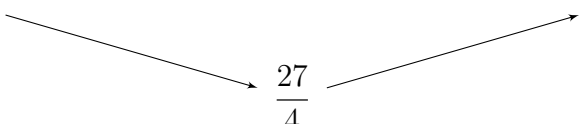
Do d có hệ số góc âm, đi qua điểm $M(1;1)$ và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại $A(a;0), B(0;b)$ nên $a, b > 1$.

Khi đó ta có $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$. Thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác OAB quanh trục Oy bằng

$$V = \frac{1}{3}\pi a^2 b = \frac{1}{3}\pi a^2 b = \frac{1}{3}\pi \frac{a^3}{a-1}.$$

Đặt $f(a) = \frac{a^3}{a-1}$ ta có $f'(a) = \frac{2a^3 - 3a^2}{(a-1)^2}; f'(a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ (loại)} \\ a = \frac{3}{2} \end{cases}$.

Bảng biến thiên

a	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(a)$	-	0	+
$f(a)$			

Vậy giá trị lớn nhất của $f(a) = \frac{a^3}{a-1}$ bằng $\frac{27}{4}$ khi $a = \frac{3}{2}$.

Khi đó thể tích lớn nhất bằng $V = \frac{9\pi}{4}$.

Cách 2: Dùng bất đẳng thức.

Ta có $1 = \frac{1}{2a} + \frac{1}{2a} + \frac{1}{b} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{4a^2b}} \Rightarrow a^2b \geq \frac{27}{4}$.

Suy ra $V = \frac{1}{3}\pi a^2 b \geq \frac{9\pi}{4}$, dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} \frac{1}{2a} = \frac{1}{b} \\ a+b=ab \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = 3 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 462. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD . Biết AM vuông góc với CN . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{2a}{\sqrt{10}}$. B. $\frac{3a}{\sqrt{10}}$. C. $\frac{a}{\sqrt{10}}$. D. $\frac{4a}{\sqrt{10}}$.

Lời giải.

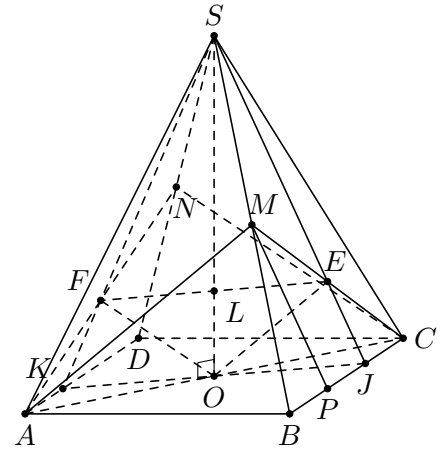
Gọi O là trung điểm AC , E là trung điểm CM , F là trung điểm AN .

Khi đó OE là đường trung bình $\triangle ACM$ nên $OE \parallel AM$. Tương tự $OF \parallel CN$ nên suy ra $OE \perp OF$.

Gọi J là giao điểm của SE và BC , kẻ $MP \parallel SJ$.

Khi đó ta có P là trung điểm BJ và J là trung điểm PC , hay $BP = PJ = JC = \frac{a}{3}$.

Tương tự, gọi K là giao điểm của SF và AD , khi đó $AK = \frac{a}{3}$. Từ đó suy ra KJ đi qua O và EF cắt SO tại L .



$$\text{Ta có } \frac{EJ}{MP} = \frac{MP}{SJ} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{EJ}{SJ} = \frac{1}{4}.$$

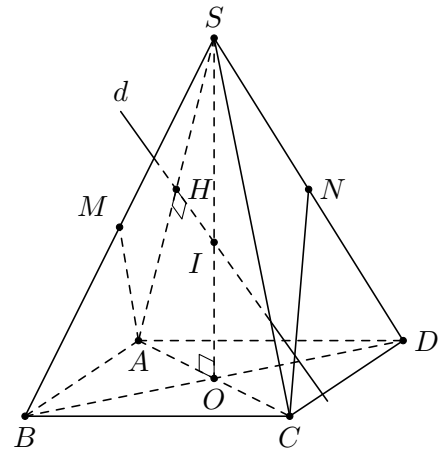
$$\text{Tương tự } \frac{KF}{SK} = \frac{1}{4} \text{ nên } EF \parallel KJ.$$

$$\text{Suy ra } \frac{EF}{KJ} = \frac{SE}{SJ} = \frac{3}{4} \Rightarrow EF = \frac{3}{4}KJ.$$

$$\text{Mà } KJ = \sqrt{KP^2 + PJ^2} = \frac{a\sqrt{10}}{3} \Rightarrow EF = \frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

$$\text{Ta có } L \text{ là trung điểm } EF \text{ nên } OL = \frac{1}{2}EF = \frac{a\sqrt{10}}{8}.$$

$$\text{Lại có } \frac{OL}{SO} = \frac{EJ}{SJ} = \frac{1}{4} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$



Gọi H là trung điểm của SA . Trong mặt phẳng (SAC) dựng đường trung trực d của SA và I là giao điểm của d và SO .

Khi đó mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ có tâm I , bán kính $R = SI$.

$$\text{Ta có } SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{\frac{5a^2}{2} + \frac{a^2}{2}} = a\sqrt{3} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vì } \triangle SHI \sim \triangle SOA \Rightarrow \frac{SI}{SA} = \frac{SH}{SO} \Rightarrow SI = \frac{SA \cdot SH}{SO} = \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{2}}} = \frac{3a}{\sqrt{10}}.$$

$$\text{Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp } S.ABCD \text{ là } R = \frac{3a}{\sqrt{10}}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 463. Cho ba hình cầu tiếp xúc ngoài nhau từng đôi một và cùng tiếp xúc với một mặt phẳng. Các tiếp điểm của các hình cầu trên mặt phẳng lập thành tam giác có các cạnh bằng 4, 2 và 3. Tích bán kính của ba hình cầu trên là

A. 12.

B. 3.

C. 6.

D. 9.

Lời giải.

Gọi I, J, K lần lượt là tâm của ba hình cầu và A, B, C lần lượt là hình chiếu của I, J, K trên mặt phẳng đã cho.

Đặt $IA = R_1, JB = R_2, KC = R_3$ là bán kính của ba hình cầu (không mất tính tổng quát giả sử $R_1 > R_2 > R_3$).

Trong hình thang vuông $IABJ$ kẻ $JH \perp IA$ thì ta có $JH = AB$ và $IH = R_1 - R_2$.

Trong tam giác IJH vuông ta có

$$IJ^2 = JH^2 + IH^2 \Leftrightarrow (R_1 + R_2)^2 = AB^2 + (R_1 - R_2)^2$$

$$\Leftrightarrow R_1 R_2 = \frac{AB^2}{4}.$$

$$\text{Tương tự ta có } R_2 R_3 = \frac{BC^2}{4}, R_1 R_3 = \frac{AC^2}{4} \Rightarrow R_1 R_2 R_3 = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{8} = 3.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 464. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AD = BC = 8, AC = BD = 6$ và $CD = 4$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $\sqrt{\frac{187}{10}}.$

B. 5.

C. $\sqrt{\frac{177}{10}}.$

D. $\sqrt{\frac{287}{30}}.$

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD .

Xét hai tam giác ACD và BCD có

$$BC = AD = 8, \quad BD = AC = 6, \quad CD \text{ chung} \Rightarrow \triangle ACD = \triangle BCD.$$

Suy ra, $AN = BN$ nên tam giác ANB cân tại N . Vậy MN là đường trung trực của đoạn AB .

Xét hai tam giác ABC và ABD có

$$AB = AD = 8, \quad BD = AC = 6, \quad AB \text{ chung} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle ABD.$$

Suy ra, $CM = DM$ nên tam giác MCD cân tại M . Vậy MN là đường trung trực của đoạn CD .

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$, suy ra $I \in MN$. Đặt $IM = x$ với $x > 0$.

Xét tam giác ACD có $AD = 8, CD = 4$ và $AC = 6$ và AN là trung tuyến nên

$$AN^2 = \frac{2AC^2 + 2AD^2 - CD^2}{4} = \frac{2 \cdot 6^2 + 2 \cdot 8^2 - 4^2}{4} = 46 \Rightarrow AN = BN = \sqrt{46}.$$

Xét tam giác ANB có

$$MN^2 = \frac{2AN^2 + 2BN^2 - AB^2}{4} = \frac{4 \cdot 46 - 8^2}{4} = \frac{120}{4} = 30 \Rightarrow MN = \sqrt{30}.$$

Vì I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nên

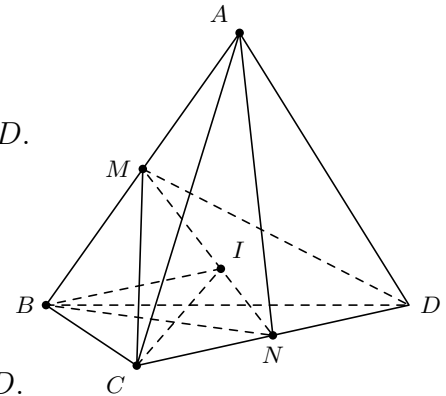
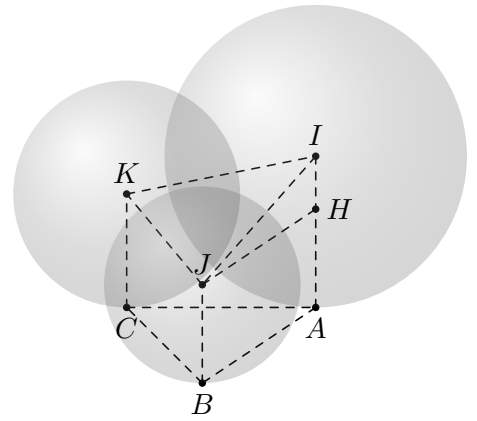
$$IB^2 = IC^2 \Rightarrow IM^2 + BM^2 = IN^2 + NC^2 \Rightarrow x^2 + 4^2 = (\sqrt{30} - x)^2 + 2^2 \Leftrightarrow x = \frac{9}{\sqrt{30}}.$$

$$\text{Khi đó, suy ra } IB^2 = x^2 + 4^2 = \frac{9^2}{30} + 16 = \frac{561}{30} \Rightarrow IB = \sqrt{\frac{187}{10}}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

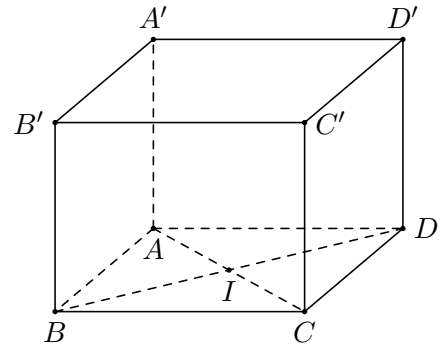
Câu 465. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài chiều cao bằng h không đổi. Gọi I là giao điểm của AC và BD . Biết rằng khi A, B, C, D di động thì $IA \cdot IC = IB \cdot ID = h^2$. Tính giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.



- A. $2h$. B. $\frac{h\sqrt{5}}{2}$. C. h . D. $\frac{h\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

- $IA \cdot IC = IB \cdot ID$ nên $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm K bán kính r . Ta có $IA \cdot IC = IB \cdot ID = r^2 - IK^2$ nên $r^2 = IK^2 + h^2$.
- Giả sử $(O; R)$ là mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ. Suy ra $OK \perp (ABCD)$ và $OK = \frac{1}{2}h$.
- Ta có $R^2 = r^2 + OK^2 = h^2 + IK^2 + \frac{1}{4}h^2 \geq \frac{5}{4}h^2 \Rightarrow R \geq \frac{h\sqrt{5}}{2}$.
Đẳng thức xảy ra khi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$.

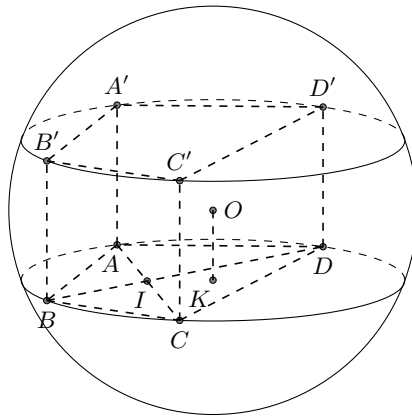


Chọn đáp án **(B)** □

Câu 466. Cho lăng trụ đứng có chiều cao bằng h không đổi, một đáy là tứ giác $ABCD$ với A, B, C, D di động. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD của tứ giác đó. Cho biết $IA \cdot IC = IB \cdot ID = h^2$. Tính giá trị nhỏ nhất bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

- A. $2h$. B. $\frac{h\sqrt{5}}{2}$. C. h . D. $\frac{h\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.



Do lăng trụ nội tiếp mặt cầu nên gọi $(K; r)$ là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$. Khi đó $IA \cdot IC = IB \cdot ID = r^2 - IK^2$. Suy ra $r^2 - IK^2 = h^2 \Rightarrow r^2 = h^2 + IK^2$.

Gọi $(O; R)$ là mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ ta có $R^2 = OA^2 + OK^2 = r^2 + \frac{h^2}{4} = \frac{5}{4}h^2 + IK^2 \geq \frac{5}{4}h^2 \Rightarrow R \geq \frac{h\sqrt{5}}{2}$. Vậy $R_{\min} = \frac{h\sqrt{5}}{2}$ khi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABCD$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 467. Cho lăng trụ đứng có chiều cao bằng h không đổi, một đáy là tứ giác $ABCD$ với A, B, C, D di động. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD của tứ giác đó. Cho biết $IA \cdot IC = IB \cdot ID = h^2$. Tính giá trị nhỏ nhất bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

- A. $2h$. B. $\frac{h\sqrt{5}}{2}$. C. h . D. $\frac{h\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Do lăng trụ nội tiếp mặt cầu nên gọi $(K; r)$ là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$. Khi đó $IA \cdot IC = IB \cdot ID = r^2 - IK^2$. Suy ra $r^2 - IK^2 = h^2 \Rightarrow r^2 = h^2 + IK^2$.

Gọi $(O; R)$ là mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ ta có $R^2 = OA^2 + OK^2 = r^2 + \frac{h^2}{4} = \frac{5}{4}h^2 + IK^2 \geq \frac{5}{4}h^2 \Rightarrow R \geq \frac{h\sqrt{5}}{2}$. Vậy $R_{\min} = \frac{h\sqrt{5}}{2}$ khi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABCD$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 468. Cho hình chóp $O.ABC$ có $OA = OB = OC = a$, $\widehat{AOB} = 60^\circ$, $\widehat{BOC} = 90^\circ$, $\widehat{COA} = 120^\circ$. Gọi S là trung điểm OB . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải.

Vì $\triangle OBC$ vuông tại O nên $BC = a\sqrt{2}$.

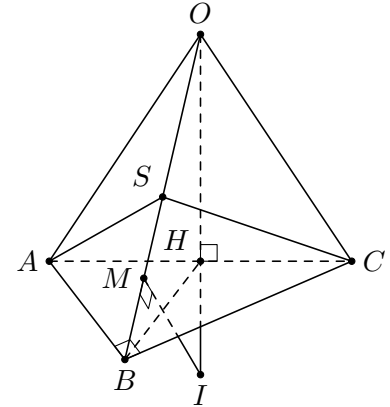
Vì $\triangle OAB$ cân có $\widehat{AOB} = 60^\circ$ nên là tam giác đều. Do đó $AB = a$.

Trong $\triangle OAC$, ta có:

$$AC = \sqrt{OA^2 + OC^2 - 2 \cdot OA \cdot OC \cdot \cos 120^\circ} = a\sqrt{3}.$$

Xét $\triangle ABC$ có

$$AB^2 + BC^2 = a^2 + (a\sqrt{2})^2 = 3a^2 = AC^2.$$



Suy ra $\triangle ABC$ vuông tại B . Khi đó tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là trung điểm H của AC .

Mặt khác hình chóp $O.ABC$ có $OA = OB = OC = a$ nên $OH \perp (ABC)$

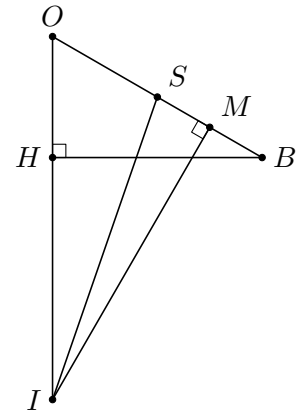
hay OH là trục của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Trong mặt phẳng (OBH) , dựng đường trung trực của SB cắt OH tại I , ta suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có tâm I và bán kính $R = IS$.

Gọi M là trung điểm của SB , ta có $OM = \frac{3a}{4}$ và $OH = \frac{a}{2}$ nên $\widehat{HOB} = 60^\circ$.

Suy ra $MI = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó

$$R^2 = IS^2 = IM^2 + MS^2 = \frac{27a^2}{16} + \frac{a^2}{16} = \frac{7a^2}{4} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{7}}{2}a.$$



Chọn đáp án (C)

□

Câu 469. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại C , CH vuông góc với AB tại H , I là trung điểm của HC . Biết SI vuông góc với mặt phẳng đáy, $\widehat{ASB} = 90^\circ$. Gọi O là trung điểm của đoạn AB , O' là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABSI$, α là góc giữa đường thẳng OO' và mặt phẳng (ABC) . Tính $\cos \alpha$

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Có } \begin{cases} BA \perp SI \\ BA \perp CH \end{cases} \Rightarrow BA \perp (SHC).$$

Trong (SCH) kẻ $CK \perp SH$ tại K , suy ra $CK \perp (SAB)$.

Vì $\triangle SBA$ vuông nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB .

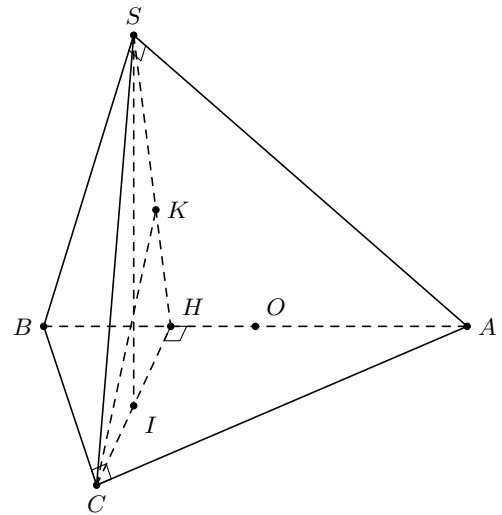
Suy ra $OO' \perp (SAB) \Rightarrow OO' \parallel CK$.

Suy ra góc α bằng góc giữa đường thẳng CK và (ABC) bằng góc $\widehat{KCH}$.

$$\text{Có } SO = OC = \frac{AB}{2} \Rightarrow \triangle SOH = \triangle COH.$$

$$\Rightarrow SH = CH.$$

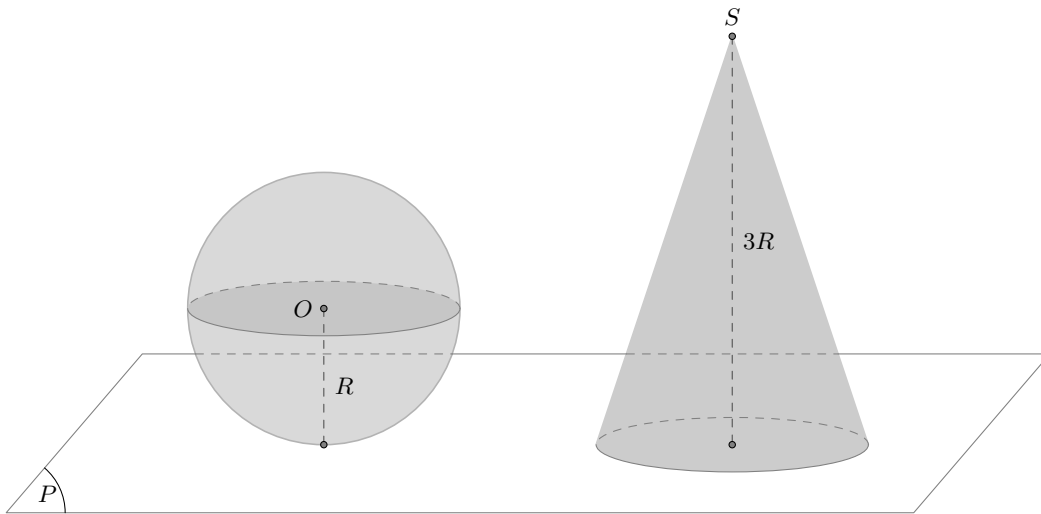
$$\text{Suy ra } \triangle SCH \text{ đều suy ra } \alpha = 30^\circ \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 470. Cho hình cầu tâm O bán kính $R = 5$, tiếp xúc với mặt phẳng (P) . Một hình nón tròn xoay có đáy nằm trên (P) , có chiều cao $h = 15$, có bán kính đáy bằng R . Hình cầu và hình nón nằm về một phía đối với mặt phẳng (P) . Người ta cắt hai hình đó bởi mặt phẳng (Q) song song với (P) và thu được hai thiết diện có tổng diện tích là S . Gọi x là khoảng cách giữa (P) và (Q) ($0 < x \leq 5$). Biết rằng S đạt giá trị lớn nhất khi $x = \frac{a}{b}$ (phân số $\frac{a}{b}$ tối giản). Tính giá trị $T = a + b$.



A. $T = 17$.

B. $T = 19$.

C. $T = 18$.

D. $T = 23$.

Lời giải.

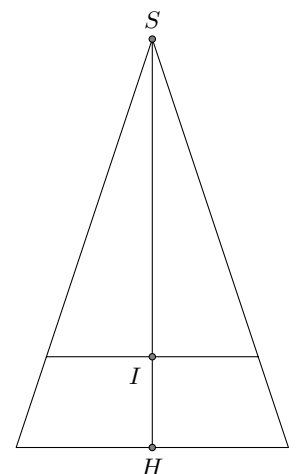
Vì $d((P), (Q)) = x \in (0; 5] \Rightarrow d(O, (Q)) = R - x = 5 - x$ nên mặt cầu (S) sẽ cắt (Q) theo giao tuyến là đường tròn (C_1) có bán kính

$$R_{(C_1)} = \sqrt{R^2 - d^2(O, (Q))} = \sqrt{25 - (5 - x)^2}.$$

Diện tích của hình tròn thiết diện là $S_{(C_1)} = \pi R_{(C_1)}^2 = \pi [25 - (5 - x)^2]$.

Giả sử hình nón (N) có tâm đường tròn đáy là H và mặt phẳng (Q) cắt (N) theo giao tuyến là đường tròn (C_2) có tâm I . Theo định lý Thales ta có

$$\frac{SI}{SH} = \frac{R_{(C_2)}}{R_{(N)}} \Leftrightarrow \frac{h - x}{h} = \frac{R_{(C_2)}}{5} \Leftrightarrow R_{(C_2)} = \frac{15 - x}{3}.$$



Diện tích của hình tròn thiết diện là $S_{(C_2)} = \pi R_{(C_2)}^2 = \pi \left(\frac{15-x}{3} \right)^2$.

Tổng diện tích thiết diện là

$$S = S_{(C_1)} + S_{(C_2)} = \pi [25 - (5-x)^2] + \pi \left(\frac{15-x}{3} \right)^2 = \pi \left[-\frac{8}{9} \left(x - \frac{15}{4} \right)^2 + \frac{75}{2} \right] \leq \frac{75\pi}{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $x = \frac{15}{4}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 471. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = 3a\sqrt{2}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $2a\sqrt{3}$. Tính thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $72\sqrt{18}\pi a^3$.

B. $18\sqrt{18}\pi a^3$.

C. $6\sqrt{18}\pi a^3$.

D. $24\sqrt{18}\pi a^3$.

Lời giải.

Ta có $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ nên mặt cầu đường kính SB ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Gọi O là trung điểm của AC và D là điểm đối xứng với B qua O , ta có $ABCD$ là hình vuông.

Ta có $\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AB \perp SD$ và $\begin{cases} BC \perp SC \\ BC \perp CD \end{cases} \Rightarrow BC \perp SD$.

Suy ra $SD \perp (ABCD)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của D trên SC , ta có $DH \perp (SBC)$.

$\Rightarrow DH = d(D, (SBC)) = d(A, (SBC)) = 2a\sqrt{3}$.

Tam giác SCD vuông tại D có đường cao DH nên

$$\frac{1}{SD^2} = \frac{1}{DH^2} - \frac{1}{DC^2} = \frac{1}{12a^2} - \frac{1}{18a^2} = \frac{1}{36a^2} \Rightarrow SD = 6a.$$

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $AC = AB\sqrt{2} = 6a \Rightarrow DB = 6a$.

Suy ra tam giác SDB vuông cân tại D nên $SB = DB\sqrt{2} = 6a\sqrt{2}$.

Do đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $R = 3a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 24\sqrt{18}\pi a^3.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 472. Trong không gian, cho bốn mặt cầu có bán kính lần lượt là 2, 3, 3, 2 (đơn vị độ dài) đôi một tiếp xúc ngoài với nhau. Mặt cầu nhỏ tiếp xúc ngoài với cả bốn mặt cầu đã cho có bán kính bằng

A. $\frac{7}{15}$.

B. $\frac{3}{7}$.

C. $\frac{6}{11}$.

D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải.

Gọi A, B lần lượt là tâm các quả cầu bán kính bằng 2; C, D lần lượt là tâm các quả cầu bán kính bằng 3.

Gọi I, r lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu cần tìm.

Mặt cầu (I) tiếp xúc ngoài với 4 mặt cầu $(A), (B), (C), (D)$ nên $IA = IB = r + 2$ và $IC = ID = r + 3$.

Vì $IA = IB$ nên I thuộc mặt phẳng (P) -trung trực của AB .

Tương tự I thuộc mặt phẳng (Q) -trung trực của CD .

Suy ra I thuộc giao tuyến của (P) và (Q) .

Tứ diện $ABCD$ có $CA = CB = 5$ và $DA = DB = 5$ nên ta chứng minh được đường thẳng đi qua trung điểm M của AB và trung điểm N của CD là đường vuông góc chung của AB và CD .

Suy ra $MN = (P) \cap (Q)$. Từ đó, ta có $I \in MN$.

Trong tam giác vuông AMI , $IM = \sqrt{IA^2 - AM^2} = \sqrt{(r+2)^2 - 4}$.

Trong tam giác vuông CNI , $IN = \sqrt{IC^2 - CN^2} = \sqrt{(r+3)^2 - 9}$.

Trong tam giác cân ADC , sử dụng công thức đường trung tuyến ta tính được $AN = 4$.

Suy ra $BN = AN = 4$ và $MN = \sqrt{12}$.

Vậy ta có phương trình

$$\sqrt{(r+2)^2 - 4} + \sqrt{(r+3)^2 - 9} = \sqrt{12} \Rightarrow \sqrt{(r+2)^2 - 4} = \sqrt{12} - \sqrt{(r+3)^2 - 9}.$$

$$\text{Bình phương hai vế và rút gọn ta được } \sqrt{12(r^2 + 6r)} = r + 6 \Rightarrow \begin{cases} r = \frac{6}{11} \\ r = -6 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Thử lại, ta thấy $r = \frac{6}{11}$ là nghiệm của phương trình ban đầu. Kết luận: $r = \frac{6}{11}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 473. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng

A. $3\pi a^2$.

B. $24\pi a^2$.

C. $6\pi a^2$.

D. $4\pi a^2$.

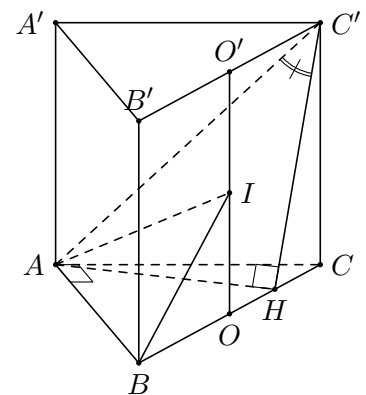
Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp hai đáy của hình lăng trụ.

$\Rightarrow O, O'$ là trung điểm $BC, B'C'$.

Dễ thấy OO' là trục của hai đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$.

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C' \Rightarrow I$ là trung điểm của OO' .



$$\text{Trong } (ABC) \text{ kẻ } AH \perp BC \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Leftrightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (ABC) \perp (BCC'B') \\ (ABC) \cap (BCC'B') = BC \Rightarrow AH \perp (BCC'B'). \\ AH \perp BC \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } (\widehat{AC, (BCC'B')}) = (\widehat{AC', HC'}) = \widehat{AC'H} = 30^\circ.$$

Xét $\triangle AHC'$ vuông tại H có: $\sin \widehat{AC'H} = \frac{AH}{AC'} \Leftrightarrow AC' = \frac{AH}{\sin \widehat{AC'H}} \Leftrightarrow AC' = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sin 30^\circ} = a\sqrt{3}$.

Xét $\triangle ACC'$ vuông tại C có: $CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

$$\Rightarrow OO' = CC' = a\sqrt{2} \Rightarrow OI = O'I = \frac{OO'}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Ta lại có: $BC = 2a \Rightarrow OB = OC = \frac{BC}{2} = a$.

Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Xét $\triangle IBO$ vuông tại O có: $R = IB = \sqrt{OI^2 + OB^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $S = 4\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 = 6\pi a^2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 474. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt đáy là tam giác đều cạnh bằng 2, hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy là điểm H nằm trong tam giác ABC sao cho $\widehat{AHB} = 150^\circ$; $\widehat{BHC} = 120^\circ$; $\widehat{CHA} = 90^\circ$. Biết tổng diện tích mặt cầu ngoại tiếp các hình chóp $S.HAB$; $S.HBC$; $S.HCA$ bằng $\frac{124\pi}{3}$. Tính chiều cao SH của hình chóp.

A. $SH = \frac{4}{3}$.

B. $SH = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $SH = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

D. $SH = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Gọi R_1, R_2, R_3 lần lượt là bán kính mặt cầu ngoại tiếp các hình chóp $S.HAB$; $S.HBC$; $S.HCA$.

Gọi r_1, r_2, r_3 tương ứng là bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác AHB ; BHC ; CHA và $h = SH$.

Ta có

$$R_i^2 = r_i^2 + \frac{h^2}{4} \quad i = 1, 2, 3.$$

Theo giả thiết ta có $4\pi \sum_{i=1}^3 R_i^2 = \frac{124\pi}{3} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^3 R_i^2 = \frac{31}{3}$.

$$\text{Vậy } \sum_{i=1}^3 r_i^2 + \frac{3h^2}{4} = \frac{31}{3} \quad (*).$$

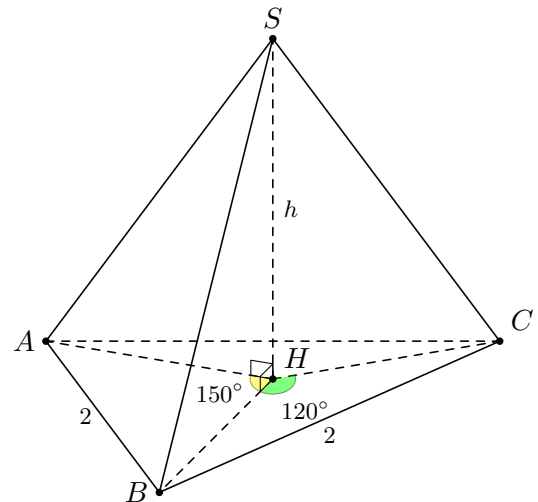
Áp dụng định lý hàm số sin cho các tam giác AHB ; BHC ; CHA ta có:

$$r_1 = \frac{AB}{2 \sin \widehat{AHB}} = 2, \text{ tương tự } r_2 = \frac{2}{\sqrt{3}}; r_3 = 1.$$

$$\text{Vậy } (*) \Leftrightarrow \frac{19}{3} + \frac{3h^2}{4} = \frac{31}{3} \Leftrightarrow h = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□



Câu 475. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = a$, $BC = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ và mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính diện tích xung quanh của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

A. $\frac{12\pi a^2}{7}$.

B. $\frac{4\pi a^2}{7}$.

C. $\frac{3\pi a^2}{7}$.

D. $\frac{15\pi a^2}{7}$.

Lời giải.

Đặt $AC = 2x$. Gọi I là trung điểm AC , vì tam giác

SAC cân tại S suy ra SI vuông góc với AC .

Do đó $SI \perp (ABC) \Rightarrow SI \perp BI$.

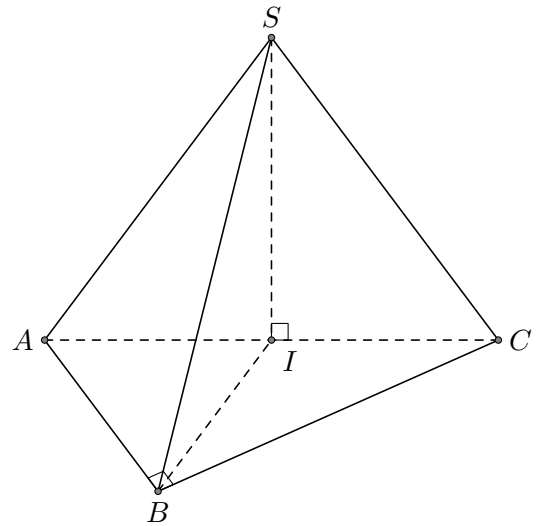
Áp dụng định lý Py-ta-go trong tam giác SAI ta được $SI^2 = a^2 - x^2$.

Áp dụng định lý Py-ta-go trong tam giác SBI ta được $BI = x$.

Do đó tam giác ABC vuông tại B .

Suy ra $AC = \frac{\sqrt{15}}{3} \Rightarrow SI = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}SI \cdot AC = \frac{a\sqrt{35}}{12}$.



Do $\triangle ABC$ vuông tại B và $(ABC) \perp (SAC)$ suy ra tâm mặt cầu ngoại tiếp nằm trên mặt phẳng (SAC) . Do đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác SAC .

Mà ta có $S_{\triangle SAC} = \frac{SA \cdot SC \cdot AC}{4R} \Rightarrow R = \frac{SA \cdot SC \cdot AC}{4S_{\triangle SAC}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy diện tích xung quanh mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ bằng $4\pi R^2 = \frac{12\pi a^2}{7}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 476. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(2; 2; 1)$ và mp $(P): x + y + 2z = 0$. Mặt cầu (S) thay đổi đi qua A, B và tiếp xúc với (P) tại H . Biết H chạy trên một đường tròn cố định. Tìm bán kính đường tròn đó.

A. $3\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 0)$, phương trình tham số của AB là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1. \end{cases}$

Giao điểm của AB và (P) là $M(-1; -1; 1)$. Ta tính được $MA = 2\sqrt{2}$ và $MB = 3\sqrt{2}$.

Xét phương tích của điểm M với mặt cầu (S) ta có $MH^2 = MA \cdot MB = 12$.

Suy ra $MH = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.

Vậy H thuộc đường tròn có bán kính $R = MH = 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 477. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , CH vuông góc AB tại H , I là trung điểm của đoạn thẳng HC . Biết SI vuông góc với mặt phẳng đáy, $\widehat{ASB} = 90^\circ$. Gọi O là trung điểm của AB , O' là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABI$. Góc tạo bởi OO' và (ABC) bằng

A. 45° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I trên SH .

Ta có $IK \perp SH$. (1)

Mặt khác, ta có

$$\begin{cases} AB \perp CH \\ AB \perp SI \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHI) \Rightarrow AB \perp IH. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $IK \perp (SAB)$.

$\triangle SAB$ vuông tại S nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SAB$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua O và $\Delta \parallel IK$

$\Rightarrow \Delta \perp (SAB)$ tại O .

Suy ra Δ là trục của đường tròn ngoại tiếp $\triangle SAB$.

Theo giả thiết O' là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABI$, suy ra $O' \in \Delta$. Do đó

$$\varphi = (OO', (ABC)) = (\Delta, (ABC)) = (IK, (ABC)) = \widehat{KIH}.$$

Trong tam giác vuông SIH , ta có $\widehat{KIH} = \widehat{HSI}$.

$\triangle SHC$ có SI vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến nên $\triangle SHC$ cân tại S . Từ giả thiết, ta suy ra

— Tam giác CAB vuông tại C với CH là đường cao nên $CH^2 = HA \cdot HB$.

— Tam giác SAB vuông tại S với SH là đường cao nên $SH^2 = HA \cdot HB$.

Từ đó suy ra $SH = CH = SC$ nên $\triangle SHC$ đều.

Vậy $\varphi = \widehat{HSI} = 30^\circ$.

Chọn đáp án 

□

Câu 478. Một mô hình gồm các khối cầu xếp chồng lên nhau tạo thành một cột thẳng đứng. Biết rằng mỗi khối cầu có bán kính gấp đôi khối cầu nằm ngay trên nó và bán kính khối cầu dưới cùng là 50 cm. Hỏi mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Chiều cao mô hình dưới 2 mét.

B. Mô hình có thể đạt được chiều cao tùy ý.

C. Chiều cao mô hình không quá 1,5 mét.

D. Chiều cao mô hình tối đa là 2 mét.

Lời giải.

Gọi bán kính khối cầu dưới cùng là $R_1 = 50$ cm.

Gọi $R_2, R_3, \dots, R_n$ lần lượt là bán kính của các khối cầu nằm ngay trên khối cầu dưới cùng R_1 .

$$\text{Ta có } R_2 = \frac{R_1}{2}, R_3 = \frac{R_2}{2} = \frac{R_1}{4}, \dots, R_n = \frac{R_{n-1}}{2} = \frac{R_1}{2^{n-1}}$$

Gọi h_n là chiều cao của mô hình gồm có n khối cầu chồng lên nhau.

Ta có

$$\begin{aligned} h_n &= R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n \\ &= R_1 + \frac{1}{2}R_1 + \frac{1}{4}R_1 + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}R_1 \\ &= R_1 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right) \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra chiều cao mô hình là: } h = \lim_{n \rightarrow +\infty} h_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[R_1 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right) \right].$$

Xét dãy số $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots; \frac{1}{2^{n-1}}; \frac{1}{2^n}; \dots$ là một cấp số nhân có $u_1 = 1$ và công bội $q = \frac{1}{2}$ nên là dãy

cấp số nhân lùi vô hạn.

$$\text{Do đó } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1 - \frac{1}{2^n}}{1 - \frac{1}{2}} \right) = 2.$$

Vậy chiều cao mô hình là $h = 2 \cdot R_1 \cdot 2 = 200$ cm.

Chọn đáp án **A** □

Câu 479. Cho tứ diện $ABCD$ có $BC = a$, $CD = a\sqrt{3}$, $\widehat{BCD} = \widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$. Góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng 60° . Tìm bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. a .

Lời giải.

Gọi K là điểm thuộc mặt phẳng BCD sao cho tứ giác $BCDK$ là hình chữ nhật và O là tâm hình chữ nhật này.

I là trung điểm AC .

Ta có $\triangle ABC$ vuông tại B và $\triangle ACD$ vuông tại D lần lượt có BI và DI là đường trung tuyến, suy ra $IA = IB = IC = ID$ nên mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có tâm là I và bán kính là $R = \frac{AC}{2}$.

Từ $\begin{cases} OB = OC = OD \\ IB = IC = ID \end{cases}$ ta suy ra $IO \perp (BCD)$.

Lại có $AK \parallel IO$ (do OI là đường trung bình tam giác ACK) nên $AK \perp (BCD)$.

Ta có $BC \parallel KD$ nên $(BC; AD) = (KD; AD) = \widehat{ADK} = 60^\circ$.

Suy ra $AK = DK \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Xét $\triangle ACK$ vuông tại K , ta có $AC = \sqrt{AK^2 + CK^2} = \sqrt{AK^2 + BC^2 + CD^2} = a\sqrt{7}$.

Vậy $R = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 480. Cho hai mặt cầu (S_1) và (S_2) đồng tâm I , có bán kính lần lượt là $R_1 = 2$ và $R_2 = \sqrt{10}$. Xét tứ diện $ABCD$ có hai đỉnh A, B nằm trên (S_1) và hai đỉnh C, D nằm trên (S_2) . Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $ABCD$ bằng bao nhiêu?

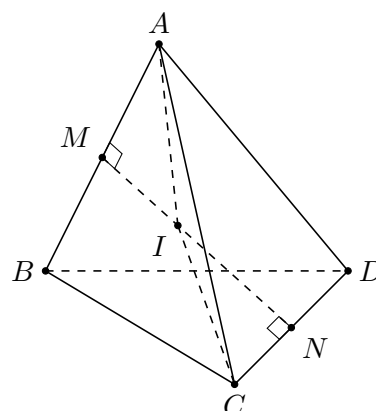
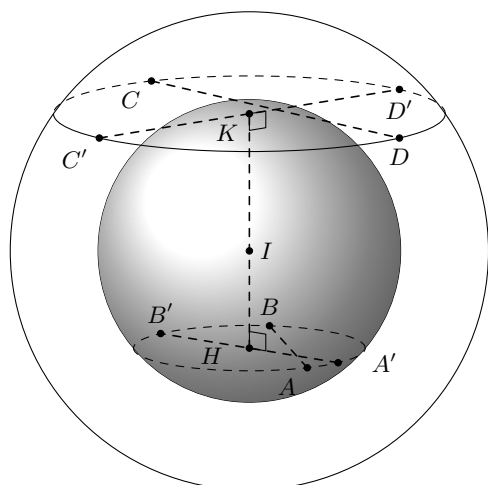
A. $3\sqrt{2}$.

B. $7\sqrt{2}$.

C. $4\sqrt{2}$.

D. $6\sqrt{2}$.

Lời giải.



Dựng mặt phẳng (P) chứa AB và song song CD , cắt mặt cầu (I, R_1) theo giao tuyến là đường tròn tâm H .

Dựng mặt phẳng (Q) chứa CD và song song AB , cắt mặt cầu (I, R_2) theo giao tuyến là đường tròn tâm K .

Lần lượt dựng hai đường kính $A'B'$ của (H) , $C'D'$ của (K) vuông góc nhau.

Khi đó, $HK = d(AB, CD) = d(A'B', C'D')$.

Ta có

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}AB \cdot CD \cdot d(AB, CD) \cdot \sin(AB, CD) \leq \frac{1}{6}A'B' \cdot C'D' \cdot HK = V_{A'B'C'D'}.$$

Do đó chỉ cần xét các tứ diện dạng $A'B'C'D'$.

Vậy điều kiện để V_{ABCD} lớn nhất là $AB \perp CD$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Đặt $CN = x$, $AM = y$ với $x \in (0; \sqrt{10}]$, $y \in (0; 2]$.

Khi đó $IN = \sqrt{10 - x^2}$, $IM = \sqrt{4 - y^2}$, $d(AB, CD) = MN = IN + IM = \sqrt{10 - x^2} + \sqrt{4 - y^2}$.

Do đó

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}AB \cdot CD \cdot d(AB, CD) = \frac{1}{6} \cdot 2x \cdot 2y (\sqrt{10 - x^2} + \sqrt{4 - y^2}) = \frac{2}{3}xy (\sqrt{10 - x^2} + \sqrt{4 - y^2}).$$

Ta có

$$\begin{aligned} V_{ABCD} &= \frac{2}{3}xy \left(\sqrt{2} \sqrt{\frac{10 - x^2}{2}} + \sqrt{1} \sqrt{4 - y^2} \right) \leq \frac{2}{3}xy \sqrt{(2 + 1) \left(\frac{10 - x^2}{2} + 4 - y^2 \right)} \\ \Rightarrow V_{ABCD} &\leq \frac{2}{3}xy \sqrt{\frac{3}{2} [18 - (x^2 + 2y^2)]} \leq \frac{2}{3}xy \sqrt{\frac{3}{2} (18 - 2\sqrt{2}xy)} = \frac{2}{3}xy \sqrt{3(9 - \sqrt{2}xy)} \\ \Rightarrow V_{ABCD}^2 &\leq \frac{4}{9}(xy)^2 \cdot 3(9 - \sqrt{2}xy) = \frac{8}{3} \cdot \frac{xy}{\sqrt{2}} \cdot \frac{xy}{\sqrt{2}} (9 - \sqrt{2}xy) \\ \Rightarrow V_{ABCD}^2 &\leq \frac{8}{3} \left(\frac{\frac{xy}{\sqrt{2}} + \frac{xy}{\sqrt{2}} + 9 - \sqrt{2}xy}{3} \right)^3 = \frac{8}{3} \cdot \left(\frac{9}{3} \right)^3 = 72. \\ \Rightarrow V_{ABCD} &\leq 6\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{\frac{10 - x^2}{2}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{4 - y^2}}{1} \\ \frac{xy}{\sqrt{2}} = 9 - \sqrt{2}xy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{6} \\ y = \sqrt{3}. \end{cases}$$

Vậy thể tích lớn nhất của khối tứ diện $ABCD$ bằng $6\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 481. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có mặt đáy là tam giác đều cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC và P là điểm thuộc tia đối của SC sao cho $SC = 3SP$. Biết rằng trong các mặt cầu đi qua A, M, N thì mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AMNP$ có bán kính nhỏ nhất. Tính chiều cao của hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

C. $\frac{\sqrt{6}a}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{6}a}{12}$.

Lời giải.

Gọi O là trung điểm của AC , ta có $OM = ON = OA = OC \Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $AMNC$. Đặt $SA = x$.

Do mặt cầu ngoại tiếp $P.AMN$ là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất đi qua $A, M, N \Rightarrow (AMN)$ là mặt phẳng kính $\Rightarrow O$ chính là tâm của mặt cầu $\Rightarrow OP = \frac{a}{2}$.

Ta có $OP^2 = OC^2 + CP^2 - 2PC \cdot OC \cdot \cos \widehat{OCP}$. (1)

Ta có (1) $\Leftrightarrow \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{4} + \frac{16}{9}x^2 - 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{4x}{3} \cdot \frac{a}{2x} \Leftrightarrow x^2 = \frac{3}{8} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{4}a$.

Chiều cao của hình chóp $S.ABC$ là

$$SG = \sqrt{SC^2 - GC^2} = \sqrt{\frac{3}{8}a^2 - \frac{1}{3}a^2} = \frac{\sqrt{6}a}{12}.$$

Vậy chiều cao của hình chóp bằng $\frac{\sqrt{6}a}{12}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 482. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I , cạnh $AB = 3a, BC = 4a$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của ID . Biết rằng SB tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45° . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{25\pi a^2}{2}$. B. $\frac{125\pi a^2}{4}$. C. $\frac{125\pi a^2}{2}$. D. $4\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của ID và J là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Ta có $SH \perp (ABCD)$.

Do $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I nên $BD = 5a, HB = \frac{15a}{4}, HD = \frac{5a}{4}$.

Vì $(SB, (ABCD)) = 45^\circ \Rightarrow \widehat{SBH} = 45^\circ \Rightarrow SH = \frac{15a}{4}$.

$$SD = \sqrt{SH^2 + HD^2} = \sqrt{\left(\frac{15a}{4}\right)^2 + \left(\frac{5a}{4}\right)^2} = \frac{5a\sqrt{10}}{4}.$$

Ta có $IJ \perp (ABCD) \Rightarrow IJ \parallel SH \Rightarrow J \in (SBD)$ nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác SBD . Áp dụng định lý sin ta có

$$2R = \frac{SD}{\sin 45^\circ} = \frac{5a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow R = \frac{5a\sqrt{5}}{4}.$$

Vậy diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = \frac{125\pi a^2}{4}$.

Chọn đáp án **(B)**

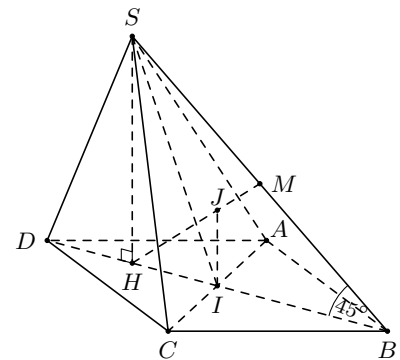
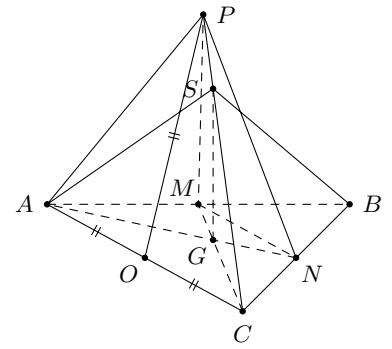
□

Câu 483. Một vật thể đựng đầy nước hình lập phương không có nắp. Khi thả một khối cầu kim loại đặc vào trong hình lập phương thì thấy khối cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình lập phương đó. Tính bán kính của khối cầu, biết thể tích nước còn lại trong hình lập phương là 10 (đvtt). Giả sử các mặt của hình lập phương có độ dày không đáng kể.

- A. $\sqrt[3]{\frac{15}{12-2\pi}}$. B. $\sqrt[3]{\frac{9}{24-4\pi}}$. C. $\sqrt[3]{\frac{15}{24-4\pi}}$. D. $\sqrt[3]{\frac{9}{12-2\pi}}$.

Lời giải.

Gọi x là độ dài cạnh hình lập phương.



Do khi thả khối cầu kim loại đặc vào trong hình lập phương thì thấy khối cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình lập phương đó nên bán kính của khối cầu kim loại bằng $R = \frac{x}{2}$.

Thể tích khối lập phương là $V_{LP} = x^3$.

Thể tích khối cầu là $V_{CẦU} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^3 = \frac{\pi x^3}{6}$.

Thể tích nước còn lại trong hình lập phương là $V_{LP} - V_{CẦU} = x^3 - \frac{\pi x^3}{6} = \left(\frac{6-\pi}{6}\right) \cdot x^3$.

Thể tích nước còn lại trong hình lập phương là 10 (đvtt).

$$V_{LP} - V_{CẦU} = 10 \Leftrightarrow \left(\frac{6-\pi}{6}\right) \cdot x^3 = 10 \Leftrightarrow x^3 = \frac{60}{6-\pi} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{60}{6-\pi}}.$$

$$\text{Vậy bán kính khối cầu là } R = \frac{x}{2} = \frac{\sqrt[3]{\frac{60}{6-\pi}}}{2} = \sqrt[3]{\frac{60}{8(6-\pi)}} = \sqrt[3]{\frac{15}{12-2\pi}}.$$

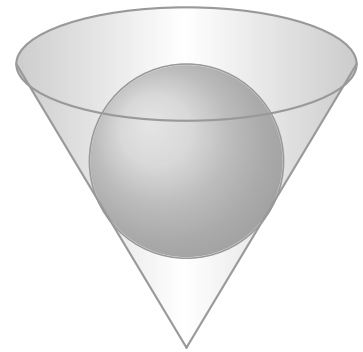
Chọn đáp án **A**

□

Câu 484.

Thả một quả cầu đặc có bán kính 3 cm vào một vật hình nón (có đáy nón không kín) (như hình vẽ bên). Cho biết khoảng cách từ tâm quả cầu đến đỉnh nón là 5 cm. Tính thể tích (theo đơn vị cm^3) phần không gian kín giới hạn bởi bề mặt quả cầu và bề mặt trong của vật hình nón.

- A. $\frac{12\pi}{5}$. B. $\frac{14\pi}{5}$. C. $\frac{16\pi}{5}$. D. $\frac{18\pi}{5}$.



Lời giải.

Theo giả thiết ta có $SI = 5$ cm, $IH = 3$ cm.

Gọi thể tích nón nhỏ là V_1 , thể tích chỏm cầu là V_2 . Khi đó thể tích cần tìm là $V_1 - V_2$.

Xét tam giác vuông HIS có $HS = \sqrt{SI^2 - HI^2} = 4$, $HS^2 = SI \cdot SJ \Rightarrow SJ = \frac{16}{5}$, $JI = 5 - \frac{16}{5} = \frac{9}{5} \Rightarrow JK = 3 - \frac{9}{5} = \frac{6}{5}$.

Ta có $V_1 = \frac{1}{3}\pi HJ^2 \cdot SJ = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{12}{5}\right)^2 \cdot \frac{16}{5} = \frac{768\pi}{125}$.

$$V_2 = \pi JK^2 \left(HI - \frac{JK}{3}\right) = \pi \left(\frac{6}{5}\right)^2 \left(3 - \frac{6}{15}\right) = \frac{468}{125}\pi.$$

Vậy thể tích cần tìm là $V_1 - V_2 = \frac{768}{125}\pi - \frac{468}{125}\pi = \frac{12\pi}{5}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 485. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 1$ cm, $AC = \sqrt{3}$ cm. Tam giác SAB , SAC lần lượt vuông tại B và C . Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6} \text{ cm}^3$. Tính khoảng cách từ C tới (SAB) .

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ cm. B. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ cm. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ cm. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của SA . Khi đó, $IS = IA = IB = IC$ nên I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Như thế bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$R = IB = \sqrt[3]{\frac{5\sqrt{5}\pi}{\frac{6}{\frac{4\pi}{3}}}} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Gọi O là trung điểm của BC . Ta có O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông ABC .

Suy ra $IO \perp (ABC)$ và

$$IO = \sqrt{IB^2 - OB^2} = \sqrt{IB^2 - \frac{BC^2}{4}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \frac{(\sqrt{3})^2 + 1^2}{4}} = \frac{1}{2}.$$

Gọi J là trung điểm của AB . Ta có $OJ = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $OJ \perp AB$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên IJ . Khi đó,

$$d(O, (SAB)) = OH = \sqrt{\frac{OI^2 \cdot OJ^2}{OI^2 + OJ^2}} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) là $d(C, (SAB)) = 2 \cdot d(O, (SAB)) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ cm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 486. Cho tứ diện $ABCD$ có hình chiếu của A lên mặt phẳng (BCD) là H nằm trong tam giác BCD . Biết rằng H cũng là tâm của một bán cầu bán kính $\sqrt{3}$ và tiếp xúc với các cạnh AB , AC , AD . Dựng hình bình hành $AHBS$. Tính giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCD$.

A. 3.

B. $3\sqrt{3}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $d(H, AB) = d(H, AC) = d(H, AD)$.

Suy ra $HB = HC = HD$. Như vậy H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$.

Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$.

Khi đó, $\frac{1}{AH^2} + \frac{1}{r^2} = \frac{1}{(\sqrt{3})^2} \Leftrightarrow AH^2 = \frac{3r^2}{r^2 - 3}$, ($r > \sqrt{3}$).

Do $AH \parallel SB$ nên SB vuông góc mặt phẳng (BCD) . Suy ra tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCD$ là trung điểm I của AH .

Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCD$.

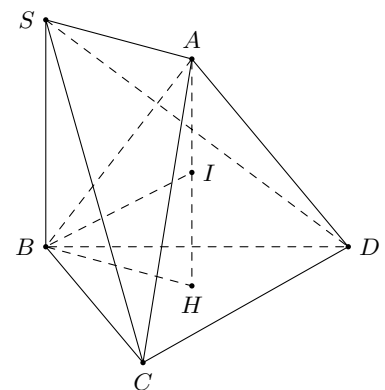
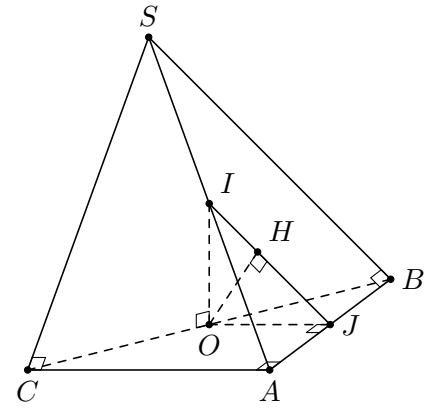
Ta có $R^2 = IB^2 = BH^2 + IH^2 = r^2 + \frac{AH^2}{4} = \frac{3r^2}{4(r^2 - 3)} + r^2 = \frac{1}{4} \left(4r^2 + 3 + \frac{9}{r^2 - 3} \right)$.

Khi đó $R^2 = \frac{1}{4} \left(4(r^2 - 3) + \frac{9}{r^2 - 3} + 15 \right) \geq \frac{1}{4} (2\sqrt{4 \cdot 9} + 15) = \frac{27}{4}$.

Dấu “=” xảy ra khi $4(r^2 - 3) = \frac{9}{r^2 - 3} \Leftrightarrow (r^2 - 3)^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. Khi đó $R = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□



Câu 487. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $V = 144\sqrt{6}$.

B. $V = 144$.

C. $V = 576$.

D. $V = 576\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi a, h, l, R lần lượt là độ dài cạnh đáy, đường cao, cạnh bên và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

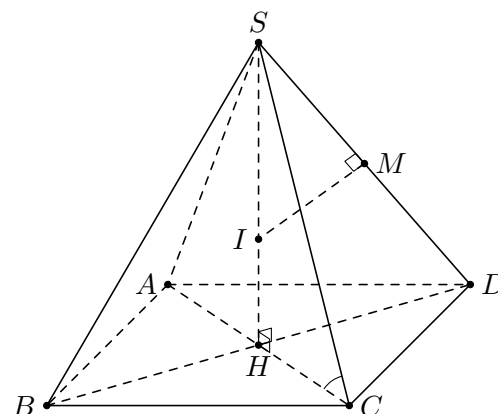
$$\text{Ta có } SI \cdot SH = SM \cdot SD \Rightarrow Rh = \frac{l^2}{2} \Rightarrow 2Rh = l^2.$$

$$\text{Xét tam giác } SHD \text{ có } SD^2 = SH^2 + HD^2 \Rightarrow l^2 = h^2 + \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Suy ra } 2Rh = h^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow a^2 = 4Rh - 2h^2 \quad (*).$$

Thể tích khối chóp là

$$V = \frac{1}{3}ha^2 = \frac{1}{3}h(4Rh - 2h^2) = -\frac{2}{3}h^3 + \frac{4}{3}Rh^2.$$



Coi V là hàm số theo biến h , ta có

$$V' = -2h^2 + \frac{8}{3}Rh; V' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} h = 0 \text{ (loại)} \\ h = \frac{4R}{3}. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

h	0	$\frac{4R}{3}$	$+\infty$
V'	+	0	-
V			

Thể tích khối chóp lớn nhất khi $h = \frac{4R}{3}$. Thay vào (*) ta được

$$a^2 = 4R \cdot \frac{4R}{3} - 2 \cdot \left(\frac{4R}{3}\right)^2 = \left(\frac{4R}{3}\right)^2.$$

$$\text{Vậy thể tích lớn nhất bằng } V = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4R}{3}\right)^3 = \frac{1}{3} \left(\frac{4 \cdot 9}{3}\right)^3 = 576.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 488. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân, đáy lớn $AB = 2a$, $AD = BC = CD = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của SD . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $M.ABC$ bằng

A. $a\sqrt{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

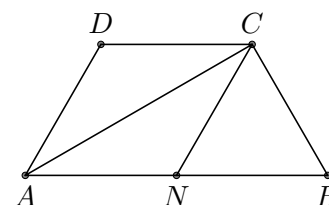
D. a .

Lời giải.

Ta chứng minh rằng $AC \perp BC$ và $AD \perp BD$.

Gọi N là trung điểm của AB . Ta có $AN = \frac{AB}{2} = a$.

Tứ giác $ADCN$ có $AN \parallel CD$ và $AN = CD = a$.



Do đó $ADCN$ là hình bình hành. Vì vậy $CN = AD = a$,

$\triangle ACB$ có đường trung tuyến CN bằng nửa cạnh huyền AB nên $\triangle ACB$ vuông tại C .

Vậy $AC \perp BC$. Chứng minh tương tự ta có $BD \perp AD$.

Do $\triangle ACB$ vuông tại C nên N là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ACB$.

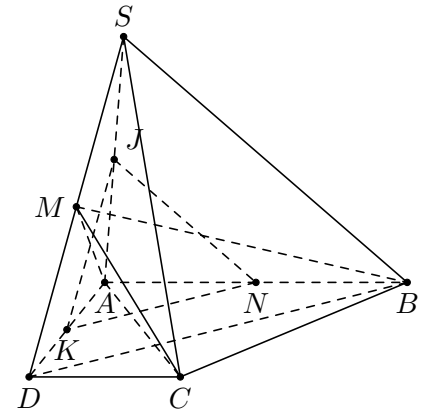
Gọi J, K lần lượt là trung điểm của SA, AD .

Ta có KN là đường trung bình của $\triangle ABD$ nên $KN \parallel BD$.

Mà $BD \perp AD$ nên $KN \perp AD$.

Ta có $KN \perp AD$ và $KN \perp SA$ nên $KN \perp (SAD)$.

Suy ra $KN \perp AM$.



$\triangle SAD$ vuông cân tại A và M là trung điểm SD nên $AM \perp SD$.

Lại có JK là đường trung bình của $\triangle SAD$ nên $JK \parallel SD$. Suy ra $JK \perp AM$.

Ta có $JK \perp AM$ và $KN \perp AM$ nên $AM \perp (JKN)$.

Mặt khác JK đi qua trung điểm của AM (tính chất đường trung bình) nên (JKN) là mặt phẳng trung trực của AM .

Do đó N cách đều A và M .

Vậy N là tâm mặt cầu ngoại tiếp của khối chóp $M.ABC$.

Do đó bán kính mặt cầu đó là $NB = \frac{AB}{2} = a$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 489.

Trong mặt phẳng (P) cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 7 và hình tròn (C) có tâm A , đường kính bằng 14. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục là đường thẳng AC

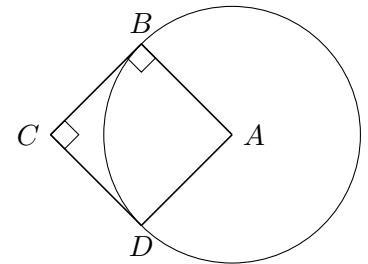
A. $V = \frac{343(4 + 3\sqrt{2}\pi)}{6}$.

B. $V = \frac{343(7 + \sqrt{2}\pi)}{6}$.

C. $V = \frac{343(12 + \sqrt{2}\pi)}{6}$.

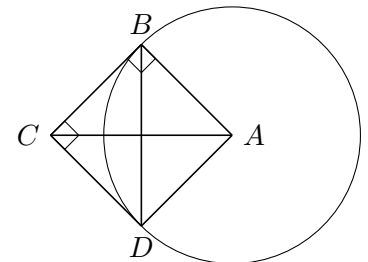
D. $V = \frac{343(6 + \sqrt{2}\pi)}{6}$.

Lời giải.



— Khối cầu tâm A với bán kính $R = AB = 7$ có thể tích là

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1372}{3}\pi.$$



— Khối nón đỉnh C được tạo ra khi quay $\triangle CBD$ quanh trục AC có chiều cao $h = \frac{AC}{2} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$,

bán kính đáy $r = \frac{BD}{2} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$. Khi đó thể tích khối nón này là

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{343\sqrt{2}}{12}\pi.$$

— Phần giao của khối cầu và khối nón trên là một chỏm cầu có chiều cao là

$$h_1 = R - \frac{AC}{2} = 7 - \frac{7\sqrt{2}}{2}.$$

Khi đó thể tích của chỏm cầu này là $V_3 = \pi h_1^2 \left(R - \frac{h_1}{3}\right) = \frac{686}{3}\pi - \frac{1715}{12}\sqrt{2}\pi.$

Thể tích của vật thể tròn xoay cần tìm là $V_1 + V_2 - V_3 = \frac{343(4 + 3\sqrt{2}\pi)}{6}.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 490. Trong không gian, cho tam giác ABC là tam giác đều có cạnh bằng 2 không đổi. Gọi M là một điểm thay đổi luôn thỏa mãn điều kiện $MA^2 + MB^2 + 2MC^2 = 12$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Tập hợp các điểm M là mặt cầu có $R = \frac{2\sqrt{7}}{9}.$
- B. Tập hợp các điểm M là mặt cầu có $R = \frac{\sqrt{7}}{2}.$
- C. Tập hợp các điểm M là mặt cầu có $R = \sqrt{7}.$
- D. Tập hợp các điểm M là mặt cầu có $R = \frac{2\sqrt{7}}{3}.$

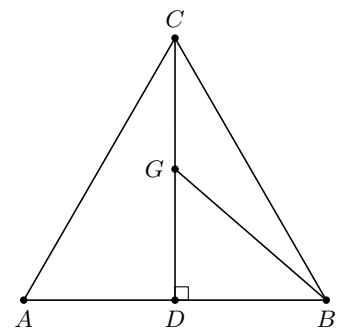
Lời giải.

Gọi D, G lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Khi đó, $\vec{GA} + \vec{GB} + 2\vec{GC} = 2\vec{GD} + 2\vec{GC} = 2(\vec{GD} + \vec{GC}) = \vec{0}.$

Ta tính được $GC = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và

$$GA = GB = \sqrt{DB^2 + GD^2} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$



Ta có,

$$\begin{aligned} &MA^2 + MB^2 + 2MC^2 = 12 \\ \Leftrightarrow &(\vec{MG} + \vec{GA})^2 + (\vec{MG} + \vec{GB})^2 + 2(\vec{MG} + \vec{GC})^2 = 12 \\ \Leftrightarrow &4MG^2 + GA^2 + GB^2 + 2GC^2 + 2\vec{MG}(\vec{GA} + \vec{GB} + 2\vec{GC}) = 12 \\ \Leftrightarrow &4MG^2 + \frac{7}{4} + \frac{7}{4} + 2 \cdot \frac{3}{4} + 2\vec{MG} \cdot \vec{0} = 12 \\ \Leftrightarrow &4MG^2 = 7 \\ \Leftrightarrow &MG = \frac{\sqrt{7}}{2}. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm M là mặt cầu có $R = \frac{\sqrt{7}}{2}.$

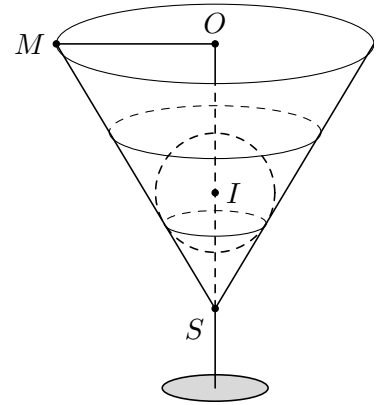
Chọn đáp án **B**

□

Câu 491.

Cho cốc nước như hình vẽ. Phần trên là hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O bán kính $R = \sqrt{5}$ dm, chiều cao $h = SO = \sqrt{7}$ dm. Trong cốc nước đã chứa một lượng nước có chiều cao $a = 2$ dm so với đỉnh S . Người ta bỏ vào cốc nước một viên bi hình cầu thì nước dâng lên vừa phủ kín quả cầu. Hãy tính gần đúng bán kính của viên bi.

- A. 0,9 dm. B. 1,0 dm. C. 1,1 dm. D. 0,8 dm.



Lời giải.

Đặt r là bán kính viên bi, V_1 là thể tích nước ban đầu; V_2 là thể tích của viên bi, V là tổng thể tích của lượng nước và viên bi. Đặt $\alpha = \widehat{OSM}$, ta có $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$, $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}}$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{12}}$. Suy ra

$$SD = ID + SI = \frac{r}{\sin \alpha} + r = \frac{r(1 + \sin \alpha)}{\sin \alpha},$$

$$DX = SI \tan \alpha = \frac{r(1 + \sin \alpha)}{\cos \alpha}.$$

Do đó

$$V = \frac{\pi}{3} \cdot DX^2 \cdot SD = \frac{\pi r^3 (1 + \sin \alpha)^3}{3 \sin \alpha \cos^2 \alpha}.$$

Gọi r_1 là bán kính đường tròn đáy của lượng nước ban đầu, ta có $r_1 = a \tan \alpha = 2 \tan \alpha$ nên

$$V_1 = \frac{\pi}{3} \cdot r_1^2 \cdot a = \frac{8\pi \tan^2 \alpha}{3}.$$

Ta có phương trình

$$V = V_1 + V_2$$

$$\Rightarrow \frac{\pi r^3 (1 + \sin \alpha)^3}{3 \sin \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{8\pi \tan^2 \alpha}{3} + \frac{4\pi r^3}{3}.$$

Giải phương trình, ta được $r = \sqrt[3]{\frac{200}{65 + 54\sqrt{15}}} \approx 0,9$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 492. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 1; 1)$, $B(1; 4; 3)$, $C(5; 1; 3)$. Ba mặt cầu tiếp xúc nhau từng đôi một và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) tại ba đỉnh A , B , C . Tìm tổng bán kính của ba mặt cầu trên.

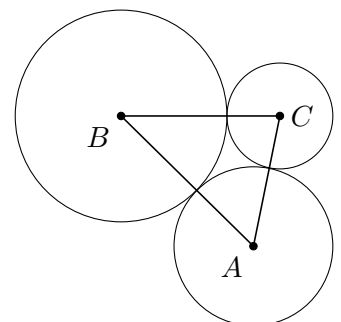
- A. $\frac{769}{120}$. B. $\frac{769}{60}$. C. 6. D. $\frac{37}{5}$.

Lời giải.

Chiếu ba mặt cầu lên mặt phẳng (ABC) , khi đó tâm các mặt cầu trùng với các đỉnh A , B , C , hình chiếu của mỗi mặt cầu là đường tròn tâm A , B , C tiếp xúc nhau với bán kính bằng bán kính mặt cầu. Do đó tổng các bán kính sẽ bằng nửa chu vi tam giác ABC .

Ta có $AB = 3$, $BC = 5$, $AC = 4$, tổng bán kính ba mặt cầu là

$$\frac{AB + BC + CA}{2} = 6.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 493. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(2;3;6)$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$ là

- A. $\frac{1372\pi}{3}$. B. $\frac{343\pi}{6}$. C. 49π . D. $\frac{341\pi}{6}$.

Lời giải.

Ta có bốn đỉnh A, B, C, D là bốn đỉnh của hình hộp chữ nhật có các kích thước 2, 3, 6. Vậy bán kính khối cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$ là $R = \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = \frac{7}{2}$.

Vậy $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{343\pi}{6}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 494. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = a$. Hình cầu có bán kính nhỏ nhất chứa được hình chóp $S.ABC$ có diện tích là

- A. $\frac{2\pi a^2}{3}$. B. $\frac{8\pi a^2}{3}$. C. $\frac{4\pi a^2}{3}$. D. $3\pi a^2$.

Lời giải.

Hình cầu có bán kính nhỏ nhất chứa được hình chóp $S.ABC$ là hình cầu có đường tròn lớn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Ta sẽ chứng minh S cũng nằm trong mặt cầu.

$\triangle ABC$ đều có cạnh $a\sqrt{2}$. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Khi đó $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

mà $\frac{1}{SO^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{3}}{3} < R$.

Vậy S nằm trong mặt cầu.

Vậy diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = \frac{8\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 495. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1) : x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y + z = 0$, $(S_2) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - y - z = 0$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) và ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa đường tròn (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng AB, AC, BC .

- A. Một mặt cầu. B. Hai mặt cầu. C. Bốn mặt cầu. D. Vô số mặt cầu.

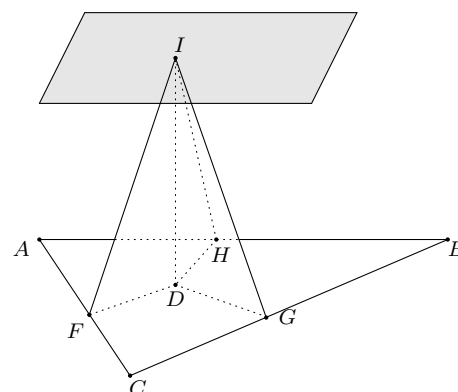
Lời giải.

Gọi I là tâm của mặt cầu, H là hình chiếu của I lên (ABC) , và F, G, H lần lượt là hình chiếu của I lên AC, CB, BA .

Khi đó, $DF \perp AC$, $DG \perp BC$, $DH \perp AB$ và $DF = DG = DH$.

Vậy D là tâm đường tròn nội tiếp hoặc bàng tiếp của $\triangle ABC$.

Có tất cả bốn vị trí của D .



Ngược lại, với mỗi vị trí của D , ta có các vị trí phân biệt của I là giao của đường thẳng đi qua D , vuông góc với (ABC) và mặt phẳng chứa đường tròn (C) .

Vậy có tất cả bốn mặt cầu tương ứng với bốn vị trí của I xác định như trên.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 496. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD = DC = CB = a$; $AB = 2a$. Chân đường cao là trung điểm O , đường thẳng AC cắt BD tại O , góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{61\pi\sqrt{61}}{162}a^3$. B. $V = \frac{31\pi\sqrt{61}}{81}a^3$. C. $V = \frac{31\pi\sqrt{51}}{162}a^3$. D. $V = \frac{17\pi\sqrt{59}}{54}a^3$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của OA , ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow (SAC) \perp (ABCD)$.

Gọi K là trung điểm của AB , ta có K là tâm của đường tròn ngoại tiếp hình thang $ABCD$.

Gọi T là trung điểm của AC ; E là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác SAC ; I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$, ta có $IETK$ là hình chữ nhật. Tam giác ABC vuông tại C nên $AC^2 = AB^2 - BC^2 = 3a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$.

$ABCD$ là hình thang có hai đáy AB, CD thỏa $AB = 2CD$ nên $OA = 2OC$.

$$\Rightarrow CH = \frac{2}{3}AC = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \text{ và } AH = \frac{1}{3}AC = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow HC$ là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$.

$$\Rightarrow \widehat{SCH} = 60^\circ \Rightarrow SH = HC \cdot \tan 60^\circ = 2a.$$

$$\Rightarrow SA^2 = SH^2 + AH^2 = 4a^2 + \frac{3a^2}{9} = \frac{39a^2}{9} \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{39}}{3}.$$

$$\text{Áp dụng định lý sin trong tam giác } SAC, \text{ ta có } AE = \frac{SA}{2 \sin 60^\circ} = \frac{a\sqrt{13}}{3}.$$

$$\text{Tam giác } ATE \text{ vuông tại } T \text{ nên } ET^2 = AE^2 - AT^2 = \frac{13a^2}{9} - \frac{3a^2}{4} = \frac{25a^2}{36}.$$

$$\text{Tam giác } IAK \text{ vuông tại } K \text{ nên } IA^2 = AK^2 + IK^2 = a^2 + \frac{25a^2}{36} = \frac{61a^2}{36}.$$

$$\Rightarrow \text{Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp } S.ABCD \text{ là } R = IA = \frac{a\sqrt{61}}{6}.$$

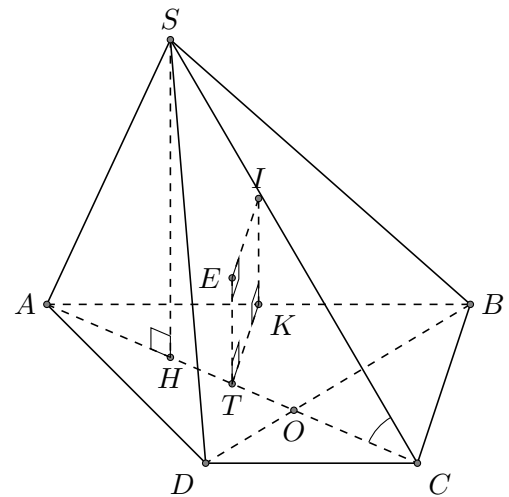
Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi}{3} \cdot \left(\frac{a\sqrt{61}}{6}\right)^3 = \frac{61\pi\sqrt{61}}{162}a^3.$$

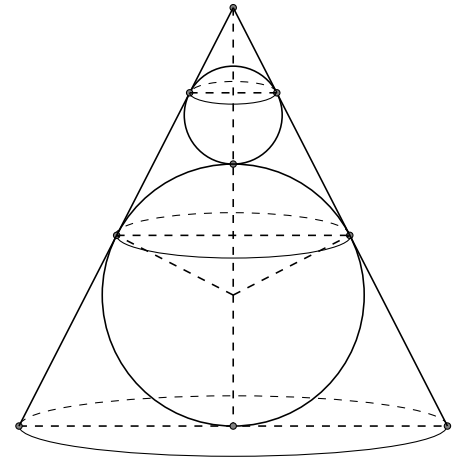
Chọn đáp án **A**

□

Câu 497.



Người ta chế tạo ra một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên, chế tạo ra một hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\alpha = 60^\circ$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón, quả cầu lớn tiếp xúc với cả mặt đáy của hình nón (hình vẽ). Biết rằng chiều cao của hình nón bằng 9. Bỏ qua bề dày của các lớp vỏ thủy tinh, tổng thể tích của hai khối cầu bằng

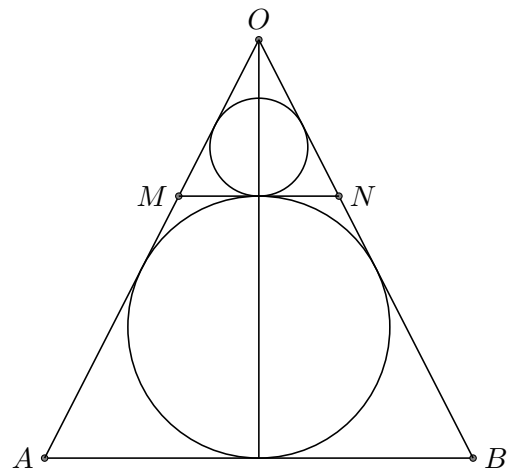


- A. $\frac{112\pi}{3} \text{ cm}^3$. B. $\frac{40\pi}{3} \text{ cm}^3$. C. $\frac{38\pi}{3} \text{ cm}^3$. D. $\frac{100\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Gọi AB là đường kính mặt nón, O là đỉnh, M, N lần lượt là giao điểm của tiếp tuyến chung của hai mặt cầu và OA, OB (hình vẽ). Ta có tam giác OAB đều nên bán kính đường tròn nội tiếp bằng $r = \frac{1}{3}h = 3$. Tương tự, tam giác OMN đều, có chiều cao $h = 9 - 2r = 3$ nên có bán kính đường tròn nội tiếp $r' = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1$. Thể tích hai khối cầu bằng

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 + \frac{4}{3}\pi \cdot r'^3 = \frac{112\pi}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 498. Cho hình chóp $O.ABC$ có $OA = OB = OC = a$, $\widehat{AOB} = 60^\circ$, $\widehat{BOC} = 90^\circ$, $\widehat{COA} = 120^\circ$. Gọi S là trung điểm của OB . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$. C. $\frac{a}{4}$. D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải.

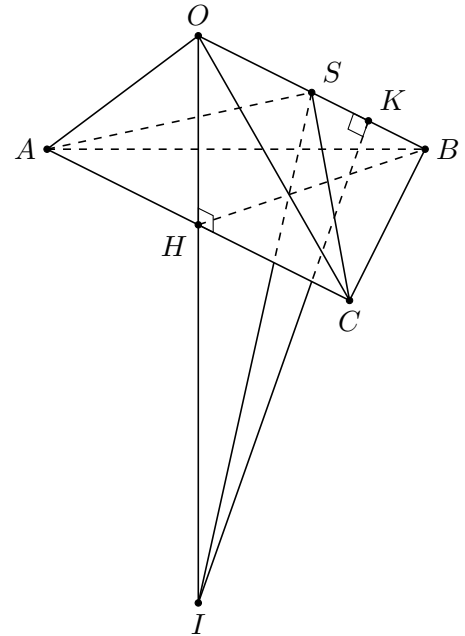
Ta có $AB = a, BC = a\sqrt{2}, CA = a\sqrt{3}$ nên tam giác ABC vuông tại B . Gọi H là trung điểm AC thì $HA = HB = HC$, mà $OA = OB = OC$ nên $OH \perp (ABC)$.

Ta có $OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \frac{a}{2}$.

Trong mặt phẳng (OHB) , gọi K là trung điểm SB và trung trực SB cắt đường thẳng OH tại I . Khi đó ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.

Vì $\triangle OIK \sim \triangle OBH \Rightarrow OI = \frac{OK \cdot OB}{OH} = \frac{3a}{2} \Rightarrow IH = a$.

Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $IA = \sqrt{AH^2 + HI^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 499. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Điểm M thay đổi trong không gian sao cho $\widehat{AMB} = \widehat{AMD} = 90^\circ$. Biết rằng luôn tồn tại một đường tròn cố định đi qua M . Bán kính của đường tròn đó là

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

C. a .

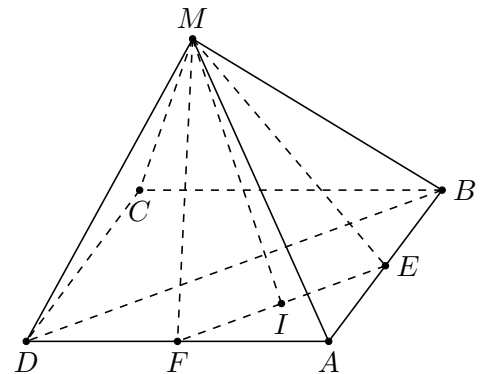
D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải.

Gọi E, F, I lần lượt là trung điểm AB, AD, EF . Vì $\triangle AMB, \triangle AMD$ vuông tại M nên $ME = MF = \frac{a}{2}$.

Mà $EF = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $MI^2 = \frac{1}{2}(ME^2 + MF^2) - \frac{1}{4}EF^2 = \frac{a^2}{8} \Rightarrow MI = \frac{a\sqrt{2}}{4}$. Mà $MI \perp EF$ nên M nằm trên

giao tuyến của mặt cầu tâm I , bán kính $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ và mặt phẳng đi qua I vuông góc với EF , giao tuyến này là một đường tròn cố định với tâm I , bán kính $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 500.

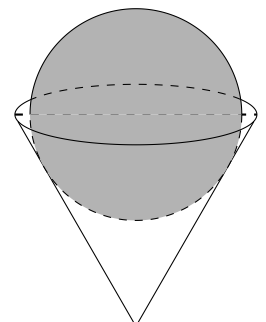
Một chiếc ly đựng nước giải khát có hình dạng (không kể chân ly) là hình nón như hình vẽ (hình vẽ chỉ mang tính chất minh họa). Biết rằng bán kính miệng ly bằng 5 cm, thiết diện qua trục là tam giác đều. Ban đầu chiếc ly chứa đầy nước, sau đó người ta bỏ vào ly một viên đá hình cầu có đường kính bằng $4\sqrt{3}$ cm. Gọi $V \text{ cm}^3$ là lượng nước tràn ra ngoài. Chọn khẳng định đúng.

A. $50 < V < 75$.

B. $75 < V < 100$.

C. $100 < V < 150$.

D. $V > 150$.



Lời giải.

Xét một thiết diện qua trục như hình vẽ. Vì đường tròn (O) có bán kính lớn hơn bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC ($R_{ABC} = \frac{5\sqrt{3}}{3} < 4\sqrt{3}$) nên sau khi bỏ viên đá vào ly, nước trong ly không ngập hết viên đá. Ta tính được tam giác ADE ngoại tiếp đường tròn (O) có cạnh bằng 12 nên phần ngập nước có kích thước như hình vẽ.

Lượng nước tràn ra ngoài bằng thể tích phần viên đá ngập nước.

$$\text{Ta có } IH = AH - AI = \frac{12\sqrt{3}}{2} - \frac{10\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

Thể tích phần mặt cầu nằm ngoài ly là (công thức tính thể tích chỏm cầu)

$$\pi \cdot IH^2 \cdot \left(R_{\text{viên đá}} - \frac{IH}{3} \right) = 5\pi\sqrt{3}.$$

Vậy thể tích nước tràn ra ngoài là

$$V_{\text{viên đá}} - V_{\text{chỏm cầu}} = \frac{4}{3}\pi \cdot (2\sqrt{3})^3 - 5\pi\sqrt{3} = 32\pi\sqrt{3} - 5\pi\sqrt{3} = 27\pi\sqrt{3} \approx 146,91774 \in (100; 150).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 501. Cho tứ diện $ABCD$ với $AB = a$, $CD = b$ và các cạnh còn lại có độ dài bằng nhau. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD và $MN = m$. Biết rằng tồn tại một mặt cầu tiếp xúc với 6 cạnh của tứ diện đã cho. Tìm hệ thức đúng biểu diễn mối liên hệ giữa a, b và m .

A. $ab = m^2$.

B. $ab = 2m^2$.

C. $2ab = m^2$.

D. $3ab = 2m^2$.

Lời giải.

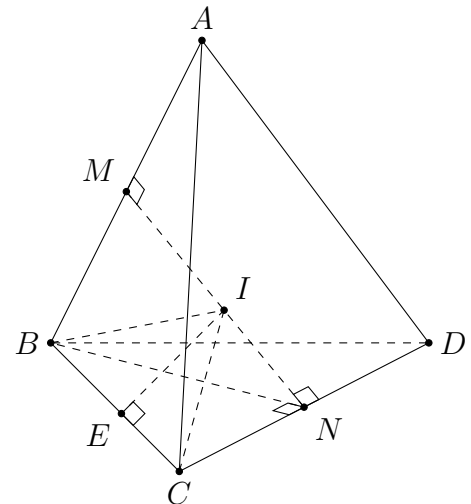
Ta có $AB \perp (MCD)$, $CD \perp (NAB)$ nên MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD .

Gọi I là tâm mặt cầu tiếp xúc với các cạnh của $ABCD$, suy ra I là trung điểm MN .

Kẻ $IE \perp BC$ khi đó $\triangle IEC = \triangle INC$ nên $EC = NC = \frac{b}{2}$.

Tương tự $BM = BE = \frac{a}{2}$. Do đó $BC = \frac{a+b}{2}$.

Lại có $MN^2 = BN^2 - BM^2 = BC^2 - CN^2 - BM^2 = \frac{ab}{2}$. Vậy $m^2 = \frac{ab}{2}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 502. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$ và điểm $A(5; 3; -2)$. Một đường thẳng d thay đổi luôn đi qua A và luôn cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt M, N . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = AM + 4AN$.

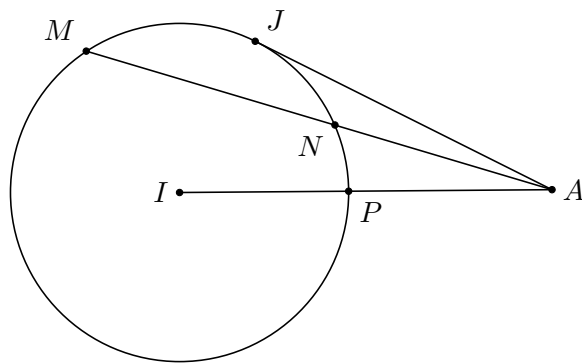
A. $S_{\min} = 30$.

B. $S_{\min} = 20$.

C. $S_{\min} = \sqrt{34} - 3$.

D. $S_{\min} = 5\sqrt{34} - 9$.

Lời giải.



Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 1)$, bán kính $R = 3$. Kẻ tiếp tuyến AJ , $P = AI \cap (S)$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + 4AN$ xảy ra trong trường hợp $AM > AN$.

Ta có $AP \leq AN < AJ$. Lại có $AI = \sqrt{34}$, $AJ = \sqrt{AI^2 - R^2} = 5$.

Do đó $\sqrt{34} - 3 \leq x < 5$, với $x = AN$.

Mà $AM \cdot AN = AJ^2 \Rightarrow AM = \frac{25}{x} \Rightarrow S = 4x + \frac{25}{x}$.

Xét $f(x) = 4x + \frac{25}{x}$ trên $[\sqrt{34} - 3; 5)$. Có $f'(x) = 4 - \frac{25}{x^2} > 0, \forall x \in [\sqrt{34} - 3; 5)$.

Suy ra $S_{\min} = f(\sqrt{34} - 3) = 5\sqrt{34} - 9$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 503. Trong không gian cho một hình cầu (S) tâm O có bán kính R và một điểm S cho trước sao cho $SO = 2R$. Từ S kẻ các tiếp tuyến với mặt cầu với tiếp điểm thuộc đường tròn (C_1) . Trên mặt phẳng (P) chứa đường tròn (C_1) ta lấy điểm E thay đổi nằm ngoài mặt cầu (S) . Gọi N là hình nón có đỉnh là E và đáy là đường tròn (C_2) gồm các tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ E đến mặt cầu (S) . Biết rằng hai đường tròn (C_1) và (C_2) luôn có cùng bán kính. Tính theo R bán kính R' của đường tròn cố định mà E di động trên đó.

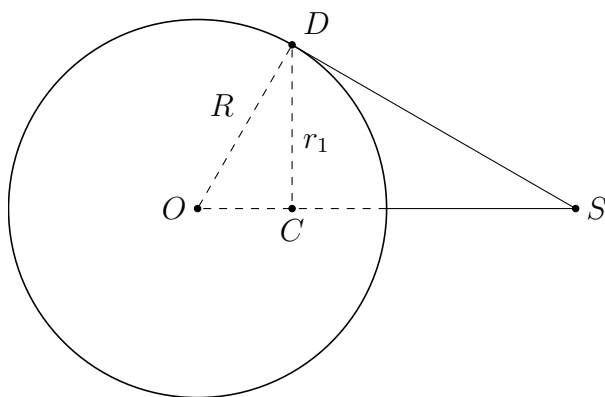
A. $R' = \frac{R\sqrt{15}}{4}$.

B. $R' = \frac{R\sqrt{15}}{2}$.

C. $R' = \frac{3R}{2}$.

D. $R' = \frac{R\sqrt{17}}{2}$.

Lời giải.



Gọi bán kính của (C_1) , (C_2) lần lượt là r_1 , r_2 . Gọi C là tâm của (C_1) và D là một điểm trên (C_1) .

Ta có $\triangle OSD$ vuông tại D nên $CD \cdot OS = DO \cdot DS$.

$$\text{Do đó } r_1 = CD = \frac{R\sqrt{OS^2 - R^2}}{OS} = R\sqrt{1 - \frac{R^2}{OS^2}}.$$

Tương tự ta có $r_2 = R\sqrt{1 - \frac{R^2}{OE^2}}$. Mà $r_1 = r_2$ nên $OE = OS = 2R$.

Suy ra E di động trên đường tròn giao tuyến của mặt cầu tâm O bán kính $2R$ với mặt phẳng (P) .

$$\text{Lại có } OC = \frac{OD^2}{OS} = \frac{R}{2} \Rightarrow R' = \sqrt{OE^2 - OC^2} = \sqrt{4R^2 - \frac{R^2}{4}} = \frac{R\sqrt{15}}{2}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 504. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{7\pi a^2}{4}$. B. $\frac{7\pi a^2}{12}$. C. $\frac{7\pi a^2}{9}$. D. $\frac{7\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB .

Suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Gọi O và G là tâm của đáy $ABCD$ và mặt bên SAB .

Xét mặt phẳng (SHO) .

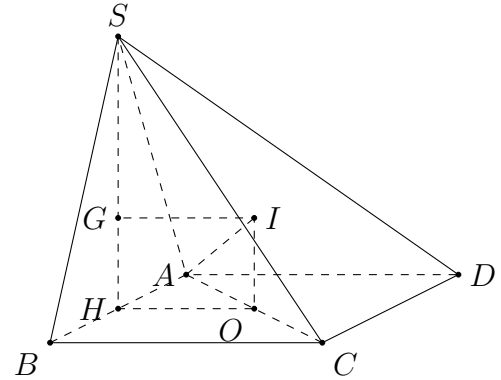
Gọi I là điểm sao cho $OI \parallel SH$, $GI \parallel HO$.

Ta có $OH \perp (SAB)$ và $SH \perp (ABCD)$. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $HG = \frac{1}{3}SH = \frac{\sqrt{3}a}{6}$.

Suy ra $R^2 = IA^2 = AO^2 + OI^2 = \frac{7}{12}a^2$.

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = \frac{7\pi a^2}{3}$.



Chọn đáp án (D)

□

Câu 505. Cho ba mặt cầu có bán kính R_1, R_2, R_3 đôi một tiếp xúc ngoài với nhau. Một mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu lần lượt tại A, B, C . Biết tam giác ABC có số đo ba cạnh lần lượt là 2, 3, 4. Tìm tích $R_1 \cdot R_2 \cdot R_3$.

- A. 6. B. 3. C. $2\sqrt{6}$. D. 24.

Lời giải.

Giả sử $R_1 > R_2 > R_3$.

Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là tâm ba mặt cầu có bán kính R_1, R_2, R_3 .

Gọi I là hình chiếu của B_1 lên AA_1 .

Gọi J là hình chiếu của C_1 lên BB_1 .

Gọi K là hình chiếu của C_1 lên CC_1 .

Ta có $A_1B_1 = R_1 + R_2$.

Ta có $\begin{cases} AB = A_1B_1 \\ A_1I = R_1 - R_2 \end{cases}$.

Do vậy

$$\begin{aligned} AB^2 &= A_1B_1^2 - A_1I^2 \\ \Leftrightarrow AB^2 &= (R_1 + R_2)^2 - (R_1 - R_2)^2 \\ \Leftrightarrow AB^2 &= 4 \cdot R_1 \cdot R_2. \end{aligned}$$

Tương tự như trên, ta được $AB^2 \cdot AC^2 \cdot BC^2 = 4^3 \cdot (R_1 \cdot R_2 \cdot R_3)^2 \Leftrightarrow R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 = 3$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 506. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 3. Tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

- A. $\frac{64}{3}$. B. $\frac{16\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{64\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{16}{3}$.

Lời giải.

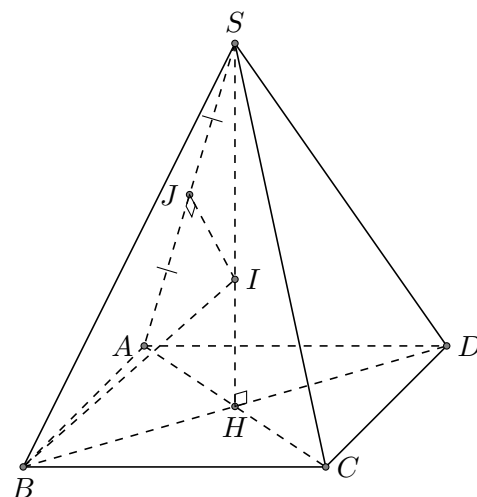
Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi H là giao điểm của AC và BD . Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$, ta có $IS = IB = 3$.

Đặt $AB = x$, ta có $BH = \frac{x\sqrt{2}}{2}$.

Xét $\triangle BIH$ ta có $HI = \sqrt{IB^2 - BH^2} = \sqrt{9 - \frac{x^2}{2}}$.

Suy ra $SH = 3 + \sqrt{9 - \frac{x^2}{2}}$. Mà $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD}$.

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = x^2 + \frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot \sqrt{9 - \frac{x^2}{2}}.$$



Đặt $x^2 = t$, điều kiện $t \in (0; 18)$. Xét hàm số $f(t) = t + \frac{1}{3} \cdot t \cdot \sqrt{9 - \frac{t}{2}}$ với $t \in (0; 18)$.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{12\sqrt{9 - \frac{t}{2}} + 36 - 3t}{4\sqrt{9 - \frac{t}{2}}} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow 12\sqrt{36 - \frac{t}{2}} = 3t - 36 \Leftrightarrow t = 16.$$

Bảng biến thiên

x	0	16	18
y'	+	0	-
y	↗ $\frac{64}{3}$ ↘		

Vậy $\max V_{ABCD} = \frac{64}{3}$, xảy ra khi cạnh đáy hình chóp bằng 4.

Chọn đáp án **A**

□

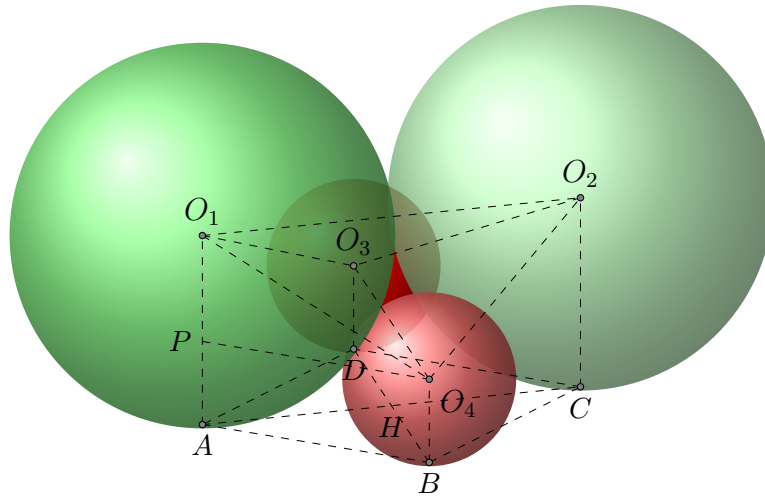
Câu 507. Cho bốn hình cầu $S(O_1; R)$, $S(O_2; R)$, $S(O_3; R')$, $S(O_4; R')$, trong đó $R > R'$. Biết rằng mỗi hình cầu trong chúng đều tiếp xúc với ba hình cầu còn lại và tất cả chúng cùng tiếp xúc với một mặt phẳng. Tính tỉ số $\frac{R}{R'}$.

A. $\frac{R}{R'} = 3$.

B. $\frac{R}{R'} = 2 + \sqrt{3}$.

C. $\frac{R}{R'} = 4$.

D. $\frac{R}{R'} = 4 - \sqrt{3}$.



Lời giải.

Gọi A, B, C, D lần lượt là các tiếp điểm của $S(O_1; R), S(O_2; R), S(O_3; R'), S(O_4; R')$ với mặt phẳng, H là giao điểm của AC và BD . Qua O_4 dựng đường thẳng song song với AB cắt AO_1 tại P .

Ta có: $HB = \frac{1}{2}DB = \frac{1}{2}O_3O_4 = R'$; $AH = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}O_1O_2 = R$;

$AB = PO_4 = \sqrt{O_1O_4^2 - O_1P^2} = \sqrt{(R + R')^2 - (R - R')^2} = 4RR'$.

Tứ giác $ABCD$ có $AB = BC = CA = AD = R + R'$ nên nó là hình thoi, suy ra $AC \perp BD$.

Xét tam giác AHB vuông tại H nên:

$$AH^2 + HB^2 = AB^2 \Rightarrow R^2 + R'^2 = 4RR' \Leftrightarrow \left(\frac{R}{R'}\right)^2 - 4\frac{R}{R'} + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{R}{R'} = 2 + \sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 508. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$, $\widehat{ASB} = 90^\circ$, $\widehat{BSC} = 60^\circ$, $\widehat{CSA} = 120^\circ$.

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

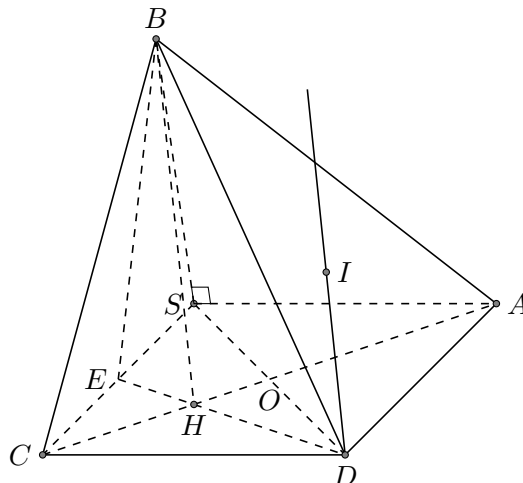
A. $4\pi a^2$.

B. $2\pi a^2$.

C. πa^2 .

D. $\frac{4}{3}\pi a^2$.

Lời giải.



Gọi E là trung điểm của SC . Dựng hình thoi $ASCD$, H là giao điểm của AC và DE . Dễ thấy $BH \perp SA$ và $BH \perp SC$ cho nên $BH \perp (ASCD)$. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có tâm I

thuộc đường thẳng qua D và song song với BH .

Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , ta có $R^2 = r^2 + d^2(I, (ABC))$, dễ thấy tam giác ABC vuông tại B nên $r = OA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $d(I, (ABC)) = d(D, (ABC)) = OD = \frac{a}{2}$. Suy ra $R^2 = a^2$ và diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 509. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = BC = CD = 6$, $AC = BD = 3$, $AD = 3\sqrt{3}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đã cho.

A. $\frac{\sqrt{39}}{2}$.

B. 3.

C. $2\sqrt{7}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

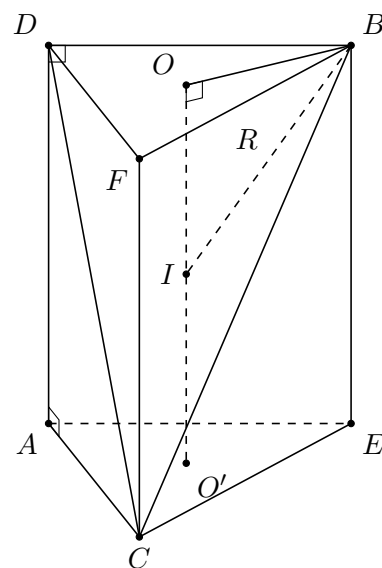
Theo định lý Pitago ta chứng minh được $AD \perp AC$, $AD \perp DB$.

Dựng lăng trụ đứng $ACE.DFB$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3, cạnh bên bằng $3\sqrt{3}$.

Do đó mặt cầu ngoại tiếp tứ diện cũng là mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đều, có tâm là trung điểm OO' (với O, O' là tâm của hai đáy).

Suy ra bán kính mặt cầu là

$$R = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{39}}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 510. Trong mặt phẳng (P) cho tam giác OAB cân tại O , $OA = OB = 2a$, $\widehat{AOB} = 120^\circ$. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) tại O , lấy hai điểm C và D nằm về hai phía của mặt phẳng (P) sao cho tam giác ABC vuông cân tại C và tam giác ABD đều. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{5a\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{5a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow OH = a$ và $AB = 2\sqrt{3}a$.

Xét tam giác CAB vuông cân tại C có $CH = a\sqrt{3}$ và $CA = a\sqrt{6}$.

Xét tam giác COH có $CO = \sqrt{CH^2 - OH^2} = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác đều DAB có

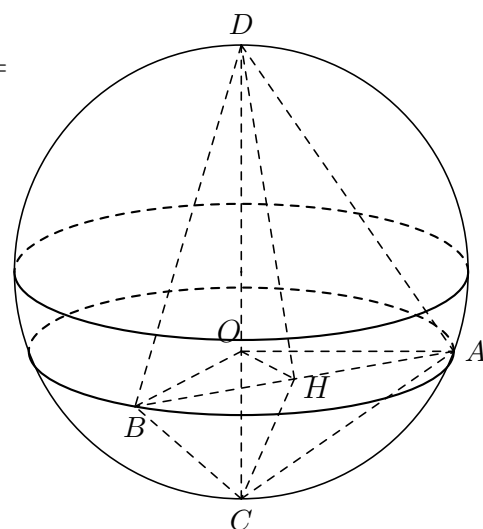
$$DA = AB = 2a\sqrt{3} \text{ và } DH = \sqrt{DA^2 - \frac{AB^2}{4}} = 3a.$$

Xét tam giác DOH có $DO = \sqrt{DH^2 - OH^2} = 2\sqrt{2}a$

$$\Rightarrow CD = CO + OD = 3a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} CD \perp AB \\ OH \perp AB \\ H \text{ là trung điểm } AB \end{cases}$$

$$\Rightarrow (CDH) \text{ là mặt phẳng trung trực của } AB \Rightarrow \triangle ACD = \triangle BCD.$$



Xét $\triangle ACD$ có $AD^2 + AC^2 = 18a^2 = CD^2 \Rightarrow \widehat{CAD} = \widehat{CBD} = 90^\circ \Rightarrow CD$ là đường kính mặt cầu ngoại tiếp $ABCD \Rightarrow$ bán kính mặt cầu ngoại tiếp $ABCD$ là $\frac{3\sqrt{2}a}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 511. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = 2a$. Mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy, biết $\widehat{ASB} = 60^\circ$, $SB = a$. Gọi (S) là mặt cầu tâm B và tiếp xúc với mặt phẳng (SAC) . Tính bán kính r của mặt cầu (S) .

- A. $r = 2a \cdot \sqrt{\frac{3}{19}}$. B. $r = a \cdot \sqrt{\frac{3}{19}}$. C. $r = 2a$. D. $r = 2a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB. \text{ Suy ra } BC \perp (SAB). \\ BC \perp AB \end{cases}$

Kẻ $BM \perp SA$ tại M , $BH \perp CM$ tại H .

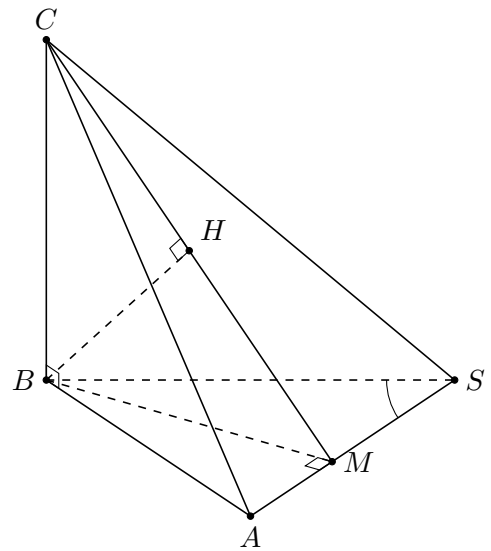
Ta có $SA \perp (BCM) \Rightarrow BH \perp (SAC) \Rightarrow r = BH$.

Ta có $BM = SB \cdot \sin 60^\circ \Rightarrow BM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét $\triangle CBM$, ta có $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{BM^2}$

$\Rightarrow BH = 2a \cdot \sqrt{\frac{3}{19}}$.

Vậy $r = 2a \cdot \sqrt{\frac{3}{19}}$.



Chọn đáp án **A** □

Câu 512. Cho hình chóp $S.ABC$. Tam giác ABC vuông tại A , $AB = 1$ cm, $AC = \sqrt{3}$ cm. Tam giác SAB , SAC lần lượt vuông góc tại B và C . Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6} \text{ cm}^3$. Tính khoảng cách từ C tới mặt phẳng (SAB) .

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ cm. B. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ cm. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm. D. 1 cm.

Lời giải.

Gọi O là trung điểm của SA . Ta có các tam giác SAB , SAC lần lượt vuông góc tại B và C nên $OS = OA = OB = OC = \frac{SA}{2}$.

Suy ra O là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Bán kính mặt cầu tương ứng là $R = \frac{SA}{2}$.

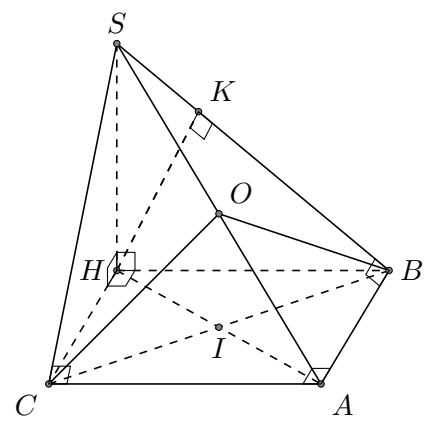
Theo giả thiết, ta có $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{5\sqrt{5}\pi}{6} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow SA = \sqrt{5}$.

Gọi I là trung điểm của BC và H là điểm đối xứng của A qua I , ta có $ABHC$ là hình chữ nhật.

Ta có $\begin{cases} AB \perp SB \\ AB \perp BH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBH) \Rightarrow AB \perp SH. \quad (1)$

Lại có $\begin{cases} AC \perp SC \\ AC \perp CH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SCH) \Rightarrow AC \perp SH. \quad (2)$

Từ (1) & (2) suy ra $SH \perp (ABHC)$.



Ta có $AB \parallel HC \Rightarrow d(C, (SAB)) = d(H, (SAB))$.

Lại có $AB \perp (SBH) \Rightarrow (SAB) \perp (SBH)$ theo giao tuyến SB .

Trong mặt phẳng (SBH) , kẻ $HK \perp SB$ tại K , ta có $HK \perp (SAB) \Rightarrow HK = d(H, (SAB))$.

Tam giác ABC vuông tại A nên $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2 \Rightarrow AH = BC = 2$.

Tam giác SAH vuông tại H nên $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = 1$.

Tam giác SHB vuông tại H có HK là đường cao nên ta có:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HB^2} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow HK = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm.}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 513. Trong mặt phẳng (P) cho tam giác OAB cân tại O , $OA = OB = 2a$, $\widehat{AOB} = 120^\circ$. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) tại O , lấy hai điểm C và D nằm về hai phía của mặt phẳng (P) sao cho tam giác ABC vuông cân tại C và tam giác ABD đều. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{5a\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{5a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow OH = a$ và $AB = 2\sqrt{3}a$.

Xét tam giác CAB vuông cân tại C có $CH = a\sqrt{3}$ và $CA = a\sqrt{6}$.

Xét tam giác COH có $CO = \sqrt{CH^2 - OH^2} = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác DAB đều có $DA = AB = 2a\sqrt{3}$ và $DH = \sqrt{DA^2 - \frac{AB^2}{4}} = 3a$.

Xét tam giác DOH có $DO = \sqrt{DH^2 - OH^2} = 2\sqrt{2}a$

$$\Rightarrow CD = CO + OD = 3a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} CD \perp AB \\ OH \perp AB \\ H \text{ là trung điểm } AB \end{cases}$$

$\Rightarrow (CDH)$ là mặt phẳng trung trực của $AB \Rightarrow \triangle ACD = \triangle BCD$.

Xét $\triangle ACD$ có $AD^2 + AC^2 = 18a^2 = CD^2 \Rightarrow \widehat{CAD} = \widehat{CBD} = 90^\circ$

$\Rightarrow CD$ là đường kính mặt cầu ngoại tiếp $ABCD \Rightarrow$ bán kính mặt cầu ngoại tiếp $ABCD$ là $\frac{3\sqrt{2}a}{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 514. Cho khối cầu tâm O bán kính 6 cm. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng x cm và cắt khối cầu theo đường tròn (C) . Một khối nón có đỉnh thuộc mặt cầu, đáy là hình tròn (C) . Biết khối nón có thể tích lớn nhất, khi đó giá trị của x bằng bao nhiêu?

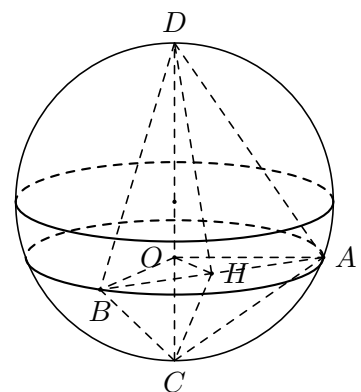
A. 2 cm.

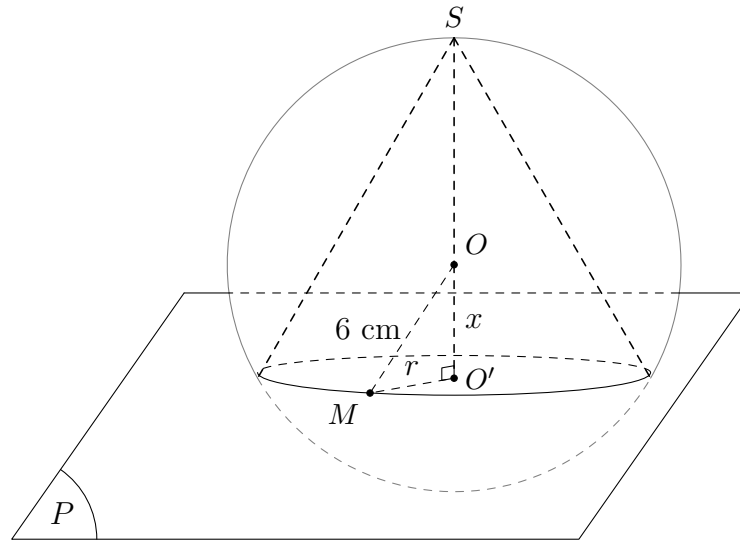
B. 3 cm.

C. 4 cm.

D. 0 cm.

Lời giải.





Gọi đỉnh của khối nón là S , tâm của hình tròn là O' .

Ta có S, O, O' thẳng hàng, đặt $OO' = x$ ($0 \leq x \leq 6$).

Để khối nón có thể tích lớn nhất thì O nằm giữa S và O' , khi đó $h = SO' = SO + OO' = x + 6$.

Bán kính hình tròn (C) bằng $r = \sqrt{6^2 - x^2} = \sqrt{36 - x^2}$.

Diện tích hình tròn (C) bằng $S = \pi R^2 = \pi(36 - x^2)$.

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi(36 - x^2)(x + 6) = \frac{1}{3}\pi(x + 6)^2(6 - x)$.

Xét hàm số $f(x) = (x + 6)^2(6 - x)$. Áp dụng Bất đẳng thức Cauchy ta có

$$f(x) = (x + 6)^2(6 - x) = 4 \cdot \frac{x + 6}{2} \cdot \frac{x + 6}{2} \cdot (6 - x) \leq 4 \cdot \left(\frac{\frac{x + 6}{2} + \frac{x + 6}{2} + 6 - x}{3} \right)^3$$

$$\Leftrightarrow f(x) \leq 4 \cdot \left(\frac{12}{3} \right)^3 = 4^4.$$

Dấu “=” xảy ra khi $\frac{x + 6}{2} = 6 - x \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy khối nón có thể tích lớn nhất khi $x = 2$.

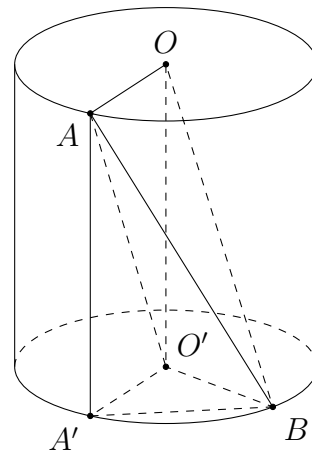
Chọn đáp án **A**

□

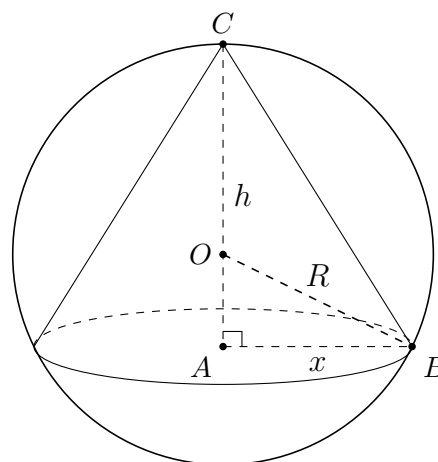
Câu 515. Cho hình trụ (T) có đáy là các đường tròn tâm O và O' , bán kính bằng 1, chiều cao hình trụ bằng 2. Các điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O') sao cho góc $(OA, O'B) = 60^\circ$. Tính diện tích toàn phần của tứ diện $OA O'B$.

A. $S = \frac{4 + \sqrt{19}}{2}$. B. $S = \frac{4 + \sqrt{19}}{4}$. C. $S = \frac{3 + 2\sqrt{19}}{2}$. D. $S = \frac{1 + 2\sqrt{19}}{2}$.

Lời giải.



1



1

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm D trên mặt phẳng (P) .

$$\text{Ta có } V_{ABCD} = V_{D.ABC} = \frac{1}{3}DH \cdot S_{ABC}.$$

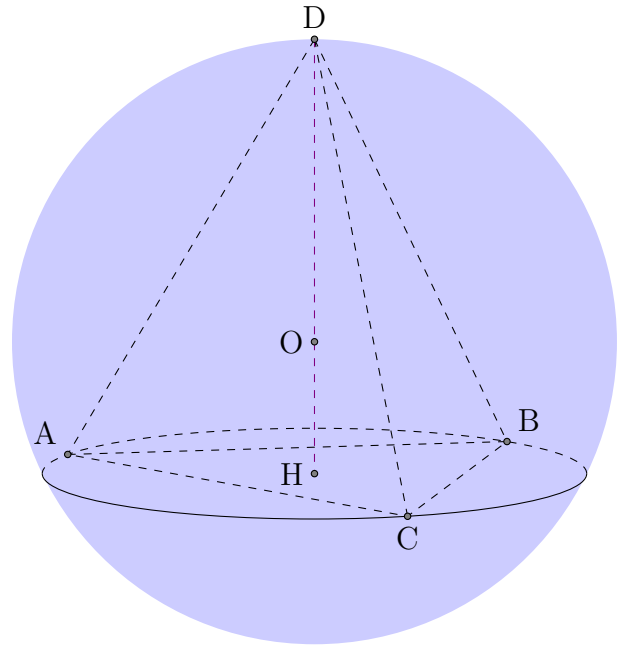
Tam giác đều ABC có bán kính đường tròn ngoại tiếp $r = \frac{8\pi}{2\pi} = 4$ cm, nên có cạnh $a = 4\sqrt{3}$ cm.

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{(4\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3} \text{ cm}^2 \text{ không đổi.}$$

Do đó thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất khi DH lớn nhất.

$$\text{Khi đó } DH = DO + OH = DO + \sqrt{OA^2 - AH^2} = 5 + \sqrt{25 - 16} = 8.$$

$$(V_{D.ABC})_{\max} = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 12\sqrt{3} = 32\sqrt{3} \text{ cm}^3.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 518. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Tính bán kính R của khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.CMN$.

A. $R = \frac{a\sqrt{29}}{8}.$

B. $R = \frac{a\sqrt{93}}{12}.$

C. $R = \frac{a\sqrt{37}}{6}.$

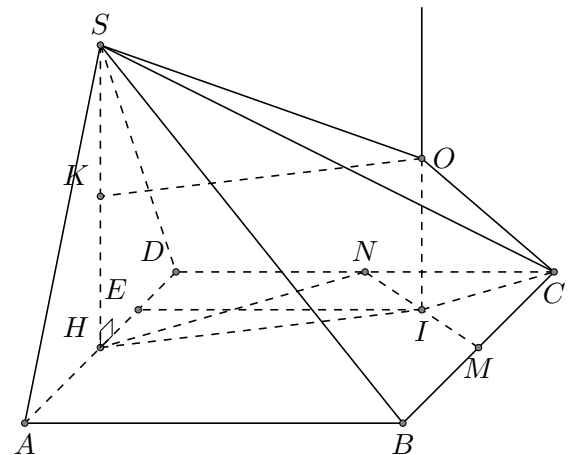
D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{12}.$

Lời giải.

Gọi:

- H là trung điểm của $AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.
- I là trung điểm của $MN \Rightarrow I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CMN .
- d là đường thẳng qua I và vuông góc với mặt đáy.
- E là hình chiếu của I lên AD .
- O là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.CMN$.
- K là hình chiếu của O lên SH .

Đặt $OI = x$.



$$\text{Ta có: } CI = \frac{1}{2}MN = \frac{a\sqrt{2}}{4}; \quad OC = \sqrt{IC^2 + IO^2} = \sqrt{\frac{a^2}{8} + x^2};$$

$$KO = HI = \sqrt{IE^2 + EH^2} = \sqrt{\left(\frac{3a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{4};$$

$$SO = \sqrt{SK^2 + KO^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2} - x\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{10}}{4}\right)^2} = \sqrt{x^2 - \sqrt{3}ax + \frac{22a^2}{16}}.$$

Vì O là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.CMN$ nên $SO = OC$

$$\text{Suy ra: } \sqrt{\frac{a^2}{8} + x^2} = \sqrt{x^2 - \sqrt{3}ax + \frac{22a^2}{16}} \Leftrightarrow \sqrt{3}ax = \frac{5}{4}a^2 \Leftrightarrow x = \frac{5\sqrt{3}a}{12}.$$

$$\text{Vậy } R = OC = \sqrt{\frac{a^2}{8} + \frac{25a^2}{48}} = \frac{\sqrt{93}}{12}a.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 519. Một hình cầu (S) có thể tích $\frac{4\pi}{3} \text{ dm}^3$. Người ta muốn đặt hình cầu này nội tiếp một hình

nón. Tính thể tích nhỏ nhất V của hình nón đó.

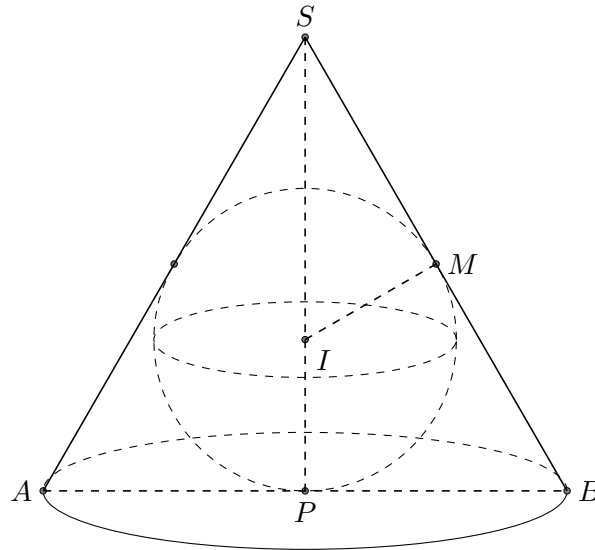
A. $V = 2\pi \text{ dm}^3$.

B. $V = 4\pi \text{ dm}^3$.

C. $V = \frac{10\pi}{3} \text{ dm}^3$.

D. $V = \frac{8\pi}{3} \text{ dm}^3$.

Lời giải.



Gọi h , R lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của hình nón.

Theo bài ra ta có thể tích hình cầu $V_{(S)} = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow r = 1$.

Dễ dàng chứng minh được tam giác SMI và SPB đồng dạng suy ra

$$\frac{SI}{SB} = \frac{MI}{PB} \Rightarrow \frac{h-r}{\sqrt{h^2+R^2}} = \frac{r}{R} \Rightarrow h = \frac{2R^2}{R^2-1}.$$

Khi đó thể tích hình nón là $V_{\text{nón}} = \frac{2\pi}{3} \cdot \frac{R^4}{R^2-1}$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2}{t-1}$ với $t > 1$ có $f'(t) = \frac{t^2-2t}{(t-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=2 \end{cases}$. Từ đó ta suy ra được giá trị nhỏ nhất của hàm số $f_{\min} = f(2) = 4$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 520. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a .

A. $S = 4\pi a^2$.

B. $S = 8\pi a^2$.

C. $S = 12\pi a^2$.

D. $S = 16\pi a^2$.

Lời giải.

Từ tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = a\sqrt{3}$ suy ra $AC = a\sqrt{6}$.

Gọi O là trung điểm SB . Vì $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ nên suy ra $OA = OC = OB = OS$, hay O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Gọi H , K lần lượt là trung điểm AC , BC . Từ $OA = OB = OC$ và $HA = HB = HC$ suy ra $OH \perp (ABC)$. Ta cũng có $HK \perp BC$ và $HK = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vì ABC là tam giác vuông cân tại B nên $HB = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Đặt $OH = x$. Kẻ $HI \perp (OK)$, suy ra $HI \perp (SBC)$, nên $HI = d(H; (SBC))$.

Mặt khác H là trung điểm AC nên $HI = d(H; (SBC)) = \frac{1}{2}d(A; (SBC)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

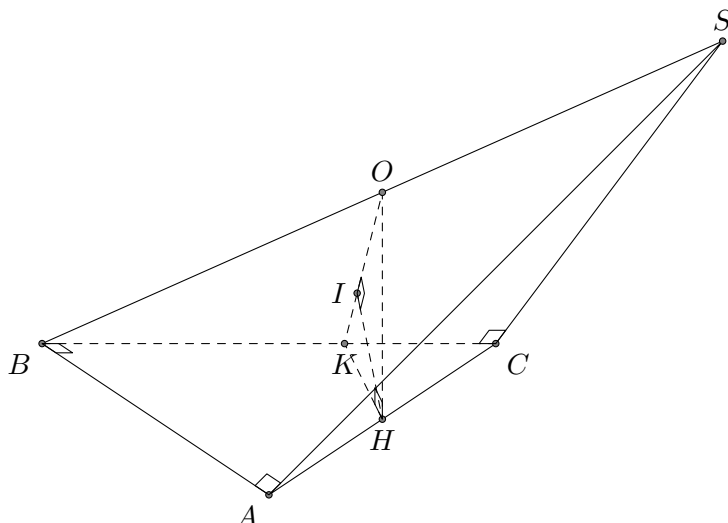
$$\text{Ta có } \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{HK^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2} \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$R = OB = \sqrt{OH^2 + HB^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2} = \frac{3a}{2}.$$

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{3a}{2}\right)^2 = 12\pi a^2.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 521. Tính thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác nội tiếp một mặt cầu bán kính bằng 3.

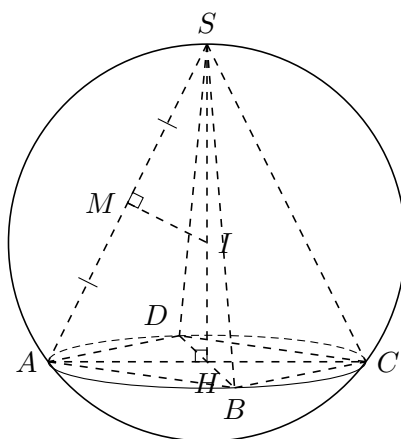
A. $\frac{49}{3}$.

B. 12π .

C. $\frac{32\pi}{3}$.

D. $\frac{64}{3}$.

Lời giải.



Giả sử hình chóp $S.ABCD$ nội tiếp mặt cầu (S) có tâm I bán kính $R = 3$, đường cao của hình chóp là SK .

Gọi H là hình chiếu của I lên $mp(ABCD)$ và cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$.

Dễ thấy đường cao hình chóp lớn nhất khi K trùng H và I nằm giữa đoạn SH . Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm H có diện tích lớn nhất khi $ABCD$ là hình vuông.

Vậy để khối chóp $S.ABCD$ có thể tích lớn nhất cần có $S.ABCD$ là khối chóp đều.

Qua trung điểm M của SA kẻ đường thẳng vuông góc với SA cắt SH tại I , khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABCD$.

Đặt $AB = x$ và $SH = h$.

Xét hai tam giác đồng dạng $\triangle SMI$ và $\triangle SHA$ có $\frac{SM}{SH} = \frac{SI}{SA}$

$$\Rightarrow R = SI = \frac{SM \cdot SA}{SH} = \frac{SA^2}{2SH} \Rightarrow SA^2 = 6SH.$$

Xét tam giác vuông SHA có $SA^2 = SH^2 + AH^2 = SH^2 + \frac{AB^2}{2} = h^2 + \frac{x^2}{2}$.

$$\text{Ta có } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}hx^2 = -\frac{2}{3}h^3 + 4h^2.$$

Xét hàm số $V = -\frac{2}{3}h^3 + 4h^2$. Ta có $V' = -2h^2 + 8h = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} h = 0 \\ h = 4 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

h	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
V'	$-$	0	$+$	0	$-$
V	0 $\frac{64}{3}$				

Vậy, thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác là $\frac{64}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 522. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$. Mặt bên (SAB) , (SAC) lần lượt là các tam giác vuông tại B , C . Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{2}{3}a^3$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. $R = a\sqrt{2}$.

B. $R = a$.

C. $R = \frac{3a}{2}$.

D. $R = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Lời giải.

Gọi M, H lần lượt là trung điểm của AS và BC . Do $\triangle ABS$, $\triangle ACS$ vuông tại B và C nên $MB = MC = MA = MS$ hay M là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$. Lại có $\triangle ABC$ vuông tại A nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$, do đó $MH \perp (ABC)$.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = a^2 \Rightarrow d(S, (ABC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = 2a.$$

$$\text{Mà } SM \cap (ABC) = A \text{ nên } \frac{d(S, (ABC))}{d(M, (ABC))} = \frac{SA}{MA} = 2.$$

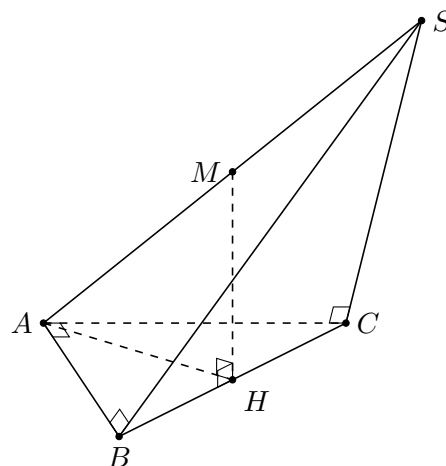
$$\Rightarrow MH = d(M, (ABC)) = \frac{1}{2}d(S, (ABC)) = a.$$

$$\text{Vậy bán kính là } R = MA = \sqrt{AH^2 + MH^2} = \frac{3a}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 523. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = a\sqrt{3}$, góc $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại



tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $2\pi a^2$.

B. $16\pi a^2$.

C. $8\pi a^2$.

D. $12\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi O là trung điểm của SB .

$$\text{Ta có } \begin{cases} OA = OS = OB \\ OC = OS = OB \end{cases} \Rightarrow OS = OA = OB = OC.$$

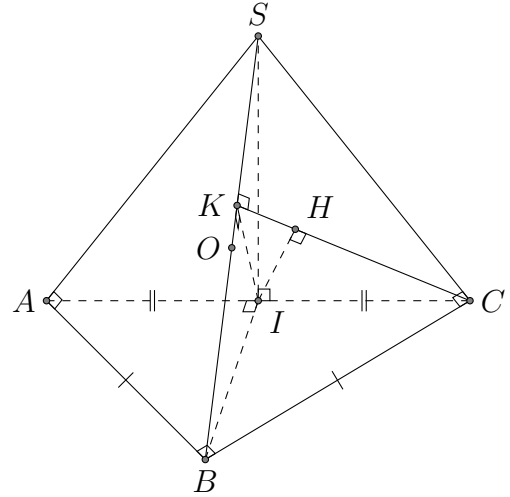
Suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$, bán kính $R = \frac{1}{2}SB$.

Gọi I là trung điểm của AC

$$\Rightarrow d(A; (SBC)) = 2d(I; (SBC)).$$

$$\text{Ta có } \triangle SAB = \triangle SCB \Rightarrow SA = SC \Rightarrow SI \perp AC \quad (1).$$

Mặt khác, $BI \perp AC$ (2).



Từ (1) và (2) suy ra $CI \perp (SIB)$ (3).

Gọi K là điểm thuộc SB sao cho $CK \perp SB$, H là điểm thuộc CK sao cho $IH \perp CK$ (4).

$$\text{Ta có } \begin{cases} BS \perp CK \\ BS \perp CI \text{ (do (3))} \end{cases} \Rightarrow BS \perp IH \quad (5).$$

$$\text{Từ (4) và (5) suy ra } IH \perp (SBC) \Rightarrow d(I; (SBC)) = IH = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Ta có:

$$IC = IB = AB \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}, CH = \sqrt{IC^2 - IH^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = a;$$

$$\triangle CHI \sim \triangle CIK \Rightarrow \frac{CK}{CI} = \frac{CI}{CH} \Rightarrow CK = \frac{CI^2}{CH} = \frac{6a^2}{4a} = \frac{3}{2}a.$$

$$\text{Suy ra } BK = \sqrt{BC^2 - CK^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - \left(\frac{3}{2}a\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ta có } \triangle BKC \sim \triangle BCS \Rightarrow \frac{BK}{BC} = \frac{BC}{BS} \Rightarrow BS = \frac{BC^2}{BK} = \frac{3a^2}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}a \Rightarrow R = \frac{1}{2}BS = a\sqrt{3}.$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là $S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi(a\sqrt{3})^2 = 12\pi a^2$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 524. Cho mặt cầu (S) có bán kính R không đổi, hình nón (H) bất kì nội tiếp mặt cầu (S) . Thể tích khối nón (H) là V_1 và thể tích phần còn lại của khối cầu là V_2 . Giá trị lớn nhất của $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{81}{32}$.

B. $\frac{76}{32}$.

C. $\frac{32}{81}$.

D. $\frac{32}{76}$.

Lời giải.

Gọi I, S là tâm mặt cầu và đỉnh hình nón.

Gọi H là tâm đường tròn đáy của hình nón và AB là một đường kính của đáy.

Ta có $\frac{V_1}{V_2} + 1 = \frac{V}{V - V_1}$. Do đó để $\frac{V_1}{V_2}$ đạt GTLN thì V_1 đạt GTLN.

TH 1: Xét trường hợp $SI \leq R$

Khi đó thể tích của hình nón đạt GTLN khi $SI = R$. Lúc đó

$$V_1 = \frac{\pi R^3}{3}.$$

TH 2: $SI > RI$, I nằm trong tam giác SAB như hình vẽ.

Đặt $IH = x (x > 0)$. Ta có

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi HA^2 \cdot SH = \frac{1}{3}\pi(R^2 - x^2)(R + x) = \frac{\pi}{6}(2R - 2x)(R + x)(R + x) \leq \frac{\pi}{6}\left(\frac{4R}{3}\right)^3 = \frac{32\pi}{81}R^3.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = \frac{R}{3}$.

$$\text{Khi đó } \frac{V_1}{V_2} = \frac{V}{V - V_1} - 1 = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{32}{81}\pi R^3} - 1 = \frac{8}{19}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 525. Cho hình lăng trụ đứng có chiều cao h không đổi, một đáy là tứ giác $ABCD$ với A, B, C, D di động. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD của tứ giác đó. Cho biết $IA \cdot IC = IB \cdot ID = h^2$. Tính giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

- A. $2h$. B. $\frac{h\sqrt{5}}{2}$. C. h . D. $\frac{h\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Bổ đề. Cho đường tròn $(O; r)$, dây cung AB . Nếu I nằm trên dây cung AB thì $IA \cdot IB = r^2 - OI^2$.

Thật vậy, kẻ đường kính AC . Khi đó

$$\begin{aligned} \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} &= \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IC} = (\overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OA}) (\overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OC}) \\ &= (\overrightarrow{IO} + \overrightarrow{IA}) (\overrightarrow{IO} - \overrightarrow{IA}) = OI^2 - r^2. \end{aligned}$$

Do đó $IA \cdot IB = r^2 - OI^2$.

Quay trở lại bài toán, theo giả thiết $IA \cdot IC = IB \cdot ID$ nên tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn $(O; r)$. Gọi O' là tâm đường tròn nội tiếp của đáy còn lại, khi đó tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ là trung điểm S của OO' . Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ là

$$R = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{\frac{h^2}{4} + r^2}. \text{ Áp dụng bổ đề ta có}$$

$$R = \sqrt{\frac{h^2}{4} + IA \cdot IC + OI^2} = \sqrt{\frac{5h^2}{4} + OI^2} \geq \frac{h\sqrt{5}}{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $I \equiv O$ hay tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật. Vậy giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho là $\frac{h\sqrt{5}}{2}$.

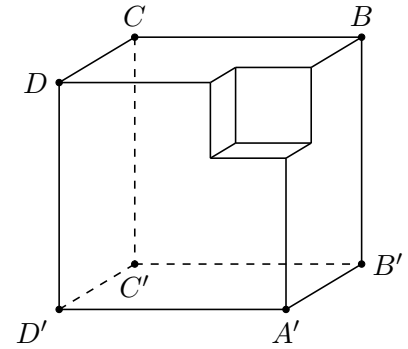
Chọn đáp án **(B)**

□

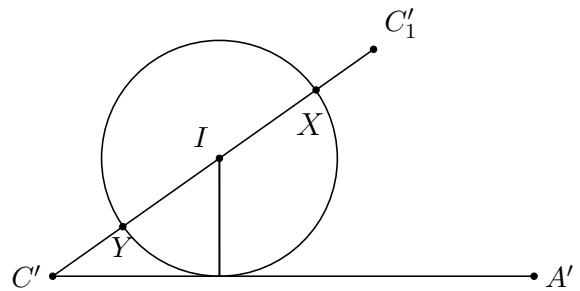
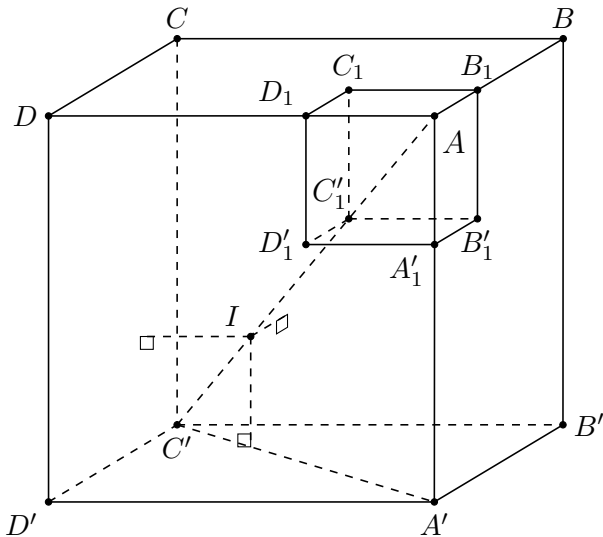
Câu 526.

Một khối đa diện H được tạo thành bằng cách từ một khối lập phương cạnh bằng 3, ta bỏ đi khối lập phương cạnh bằng 1 ở một “góc” của nó như hình vẽ. Gọi S là khối cầu có thể tích lớn nhất chứa trong H và tiếp xúc với các mặt phẳng $(A'B'C'D')$, $(BCC'B')$, $(DCC'D')$. Tìm bán kính của S .

- A. $\frac{2+\sqrt{3}}{3}$. B. $3-\sqrt{3}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $\sqrt{2}$.



Lời giải.



Gọi hình lập phương được cắt ra là $AB_1C_1D_1.A'_1B'_1C'_1D'_1$. Dễ thấy C'_1 nằm trên đoạn AC' và AC' và $C'C'_1 = \frac{2}{3}AC' = 2\sqrt{3}$.

Gọi I, r lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu S . Vì mặt cầu S tiếp xúc với các mặt phẳng $(A'B'C'D')$, $(BCC'B')$, $(DCC'D')$ nên I cách đều các mặt phẳng này. Suy ra I nằm trên đoạn $C'C'_1$. Khi đó mặt cầu S cắt tia IC'_1 tại điểm X . Để mặt cầu S nằm trong H thì $IX \leq IC'_1$. Ta lại có $IC' = r\sqrt{3}$ nên suy ra

$$r\sqrt{3} + r = IC' + IX \leq IC' + IC'_1 = C'C'_1 = 2\sqrt{3}.$$

Suy ra $r \leq 3 - \sqrt{3}$. Vậy bán kính lớn nhất của S là $3 - \sqrt{3}$, đạt được khi I cách C' một khoảng $3(\sqrt{3} - 1)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 527. Cho một chiếc cốc có dạng hình nón cụt và một viên bi có đường kính bằng chiều cao của cốc. Đổ đầy nước vào cốc rồi thả viên bi vào, ta thấy lượng nước tràn ra đúng bằng một nửa lượng nước đổ vào cốc lúc ban đầu. Biết viên bi tiếp xúc với đáy cốc và thành cốc. Tìm tỉ số bán kính của miệng cốc và đáy cốc (bỏ qua độ dày của cốc).

- A. $\sqrt{3}$. B. 2. C. $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

Gọi R, r lần lượt là bán kính miệng cốc và bán kính đáy cốc, h là chiều cao của cốc, V_1 và V_2 lần lượt là thể tích viên bi và thể tích của cốc, khi đó ta có $R \geq r$ và

$$V_1 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^3, V_2 = \frac{\pi}{3} \cdot h \cdot (R^2 + r^2 + Rr).$$

Theo giả thiết ta có $V_2 = 2V_1$, do đó ta có $\frac{\pi}{3} \cdot h \cdot (R^2 + r^2 + Rr) = \frac{8}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^3 \Leftrightarrow R^2 + r^2 + R \cdot r = h^2$.

Mặt khác $h^2 = (R + r)^2 - (R - r)^2$ nên suy ra $R^2 - 3Rr + r^2 = 0$.

$$\text{Khi đó } \left(\frac{R}{r}\right)^2 - 3\left(\frac{R}{r}\right) + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{R}{r} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \\ \frac{R}{r} = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \quad (\text{do } R \geq r).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 528. Trong tất cả các khối chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9. Tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

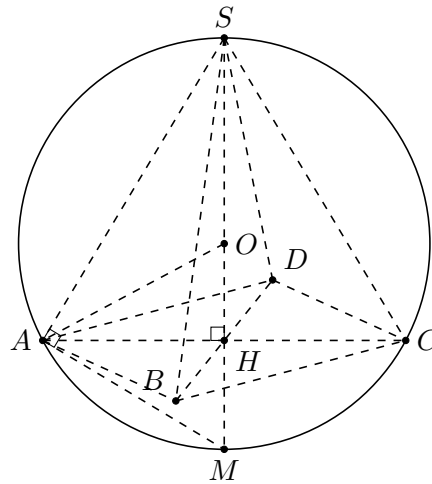
A. $V = 144$.

B. $V = 576\sqrt{2}$.

C. $V = 576$.

D. $V = 144\sqrt{6}$.

Lời giải.



Giả sử hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu tâm O bán kính bằng 9, có đường cao $SH = x$ ($0 < x < 18$).

Gọi SM là đường kính của mặt cầu. Khi đó tam giác SAM vuông tại A .

$$\Rightarrow AH^2 = SH \cdot MH = x(18 - x).$$

Do tam giác ABH vuông cân tại H nên $AB^2 = 2AH^2 = 2x(18 - x)$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $S_{ABCD} = AB^2 = 2x(18 - x)$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot x \cdot 2x(18 - x) = -\frac{2}{3}x^3 + 12x^2.$$

Xét hàm số $y = -\frac{2}{3}x^3 + 12x^2$ trên khoảng $(0; 18)$.

$$\text{Ta có } y' = -2x^2 + 24x.$$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 12.$$

Dễ thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 12)$ và nghịch biến trên $(12; 18)$.

Vậy $\max_{x \in (0; 18)} y = y(12) = 576$ nên khối chóp có thể tích lớn nhất là $V = 576$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 529. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B . Biết $AB = BC = a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $16\pi a^2$.

B. $12\pi a^2$.

C. $8\pi a^2$.

D. $2\pi a^2$.

Lời giải.

Kẻ $AL \perp SB \Rightarrow CL \perp SB$.

Suy ra $SB \perp (ALC)$.

Kẻ $AH \perp LC \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Suy ra $AH = d(A, (SBC)) = a\sqrt{2}$.

$AC = a\sqrt{6}$, $HC = \sqrt{AC^2 - AH^2} = 2a$.

Và $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = a$.

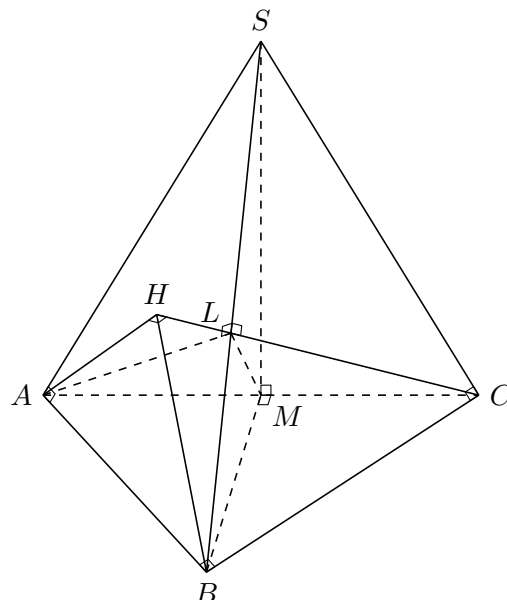
Đặt $LM = x$, ta có:

$$S_{\triangle LAC} = \frac{1}{2} \cdot LM \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot LC$$

Suy ra: $LC = x\sqrt{3}$.

$$\text{Ta có: } BL^2 = BM^2 - LM^2 = \sqrt{\frac{3a^2}{2}} - x^2$$

$$\text{và } LH^2 = BH^2 - BL^2 = x^2 - \frac{a^2}{2}.$$



$$\text{Ta có: } LH = HC - LC \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - \frac{a^2}{2}} = 2a - x\sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < \frac{2a}{\sqrt{3}} \\ x^2 - \frac{a^2}{2} = 4a^2 - 4\sqrt{3}ax + 3x^2 \end{cases}$$

$$\text{Hay } \begin{cases} 0 < x < \frac{2a}{\sqrt{3}} \\ x = \frac{3\sqrt{3}a}{2} \\ x = \frac{\sqrt{3}a}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}a}{2}. \text{ Suy ra: } AL = \frac{3a}{2} \Rightarrow SA = 3a \Rightarrow SB = 2\sqrt{3}a.$$

Gọi I là trung điểm SB , do $\triangle SAB, \triangle SBC$ vuông nên ta có $IS = IB = IA = IC$, suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Suy ra $R = \frac{SB}{2} = a\sqrt{3}$. Từ đó ta có $S_{\text{mặt cầu}} = 4\pi R^2 = 12\pi a^2$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 530. Cho mặt cầu (S) tâm O , bán kính bằng 2 và mặt phẳng (P). Khoảng cách từ O đến (P) bằng 4. Từ điểm M thay đổi trên (P) kẻ các tiếp tuyến MA, MB, MC tới (S) với A, B, C là các tiếp điểm. Biết mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm I cố định. Tính độ dài OI .

A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

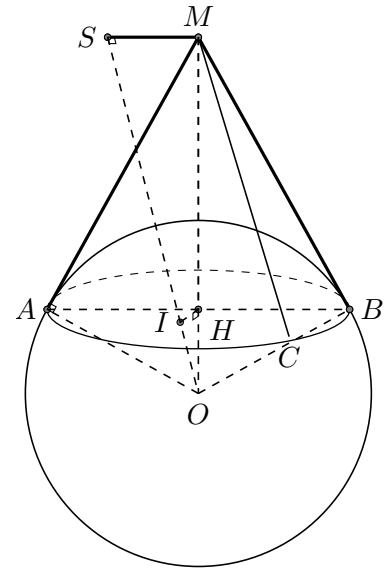
C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải.

Đặc biệt hóa, ta giả sử M trùng với hình chiếu S của O lên mặt phẳng (P) . Khi đó các tiếp tuyến di động qua M là MA, MB, MC , mặt phẳng (ABC) là mặt phẳng cố định và cắt đường thẳng SO tại một điểm I cố định duy nhất. Do đó điểm I là điểm cố định mà bài toán nêu ra.

Thật vậy với bất kỳ M trên mặt phẳng (P) ta kẻ 3 tiếp MA, MB, MC tới (S) với A, B, C là các tiếp điểm. Gọi I là giao điểm của mặt phẳng (ABC) với đường thẳng OS và H là giao điểm của OM với mặt phẳng (ABC) .



Khi đó ta có $OM \perp (ABC)$ nên $OM \perp IH$. Mặt khác $OS \perp (P)$ nên $OS \perp SM$. Do đó tứ giác $SMIH$ nội tiếp có hai cạnh bên cắt nhau tại O nên ta có $OI \cdot OS = OH \cdot OM$. Hơn nữa tam giác OMA vuông tại A có đường cao AH nên $OA^2 = OH \cdot OM = 4$. Khi đó $OI = 1$ không đổi mà I nằm trên đường thẳng OS cố định nên I chính là điểm cần tìm và OI có độ dài là 1.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 531. Cho mặt cầu (S) bán kính R . Hình nón (N) thay đổi có đỉnh và đường tròn đáy thuộc mặt cầu (S) . Thể tích lớn nhất của khối nón (N) là

A. $\frac{32\pi R^3}{81}$.

B. $\frac{32R^3}{81}$.

C. $\frac{32\pi R^3}{27}$.

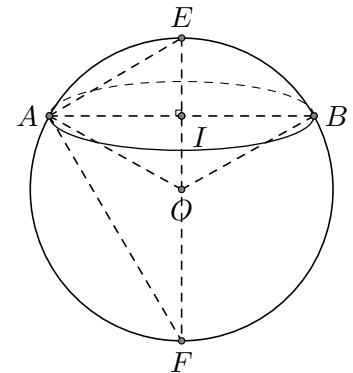
D. $\frac{32R^3}{27}$.

Lời giải.

Giả sử mặt cầu (S) có tâm O và bán kính R như hình vẽ, hình nón có đỉnh F và đường tròn đáy tâm I bán kính IA .

Xét mặt phẳng đi qua tâm mặt cầu cắt hình nón theo giao tuyến là đường tròn ngoại tiếp tam giác AFB và đường kính EF như hình vẽ.

Đặt $FI = x$ suy ra $EI = 2R - x$ và bán kính đường tròn đáy hình nón $r = AI = \sqrt{FI \cdot EI} = \sqrt{x(2R - x)}$.



Khi đó thể tích của khối nón (N) là:

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot AI^2 \cdot FI = \frac{1}{3}\pi x^2(2R - x) = \frac{1}{6}\pi x^2(4R - 2x) \leq \frac{1}{6}\pi \left(\frac{x + x + 4R - 2x}{3} \right)^3 = \frac{32\pi R^3}{81}.$$

Vậy thể tích lớn nhất của khối nón là $\frac{32\pi R^3}{81}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 532. Cho hình cầu (S) tâm I , bán kính R không đổi. Một hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r thay đổi nội tiếp hình cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho diện tích xung quanh của hình trụ lớn nhất.

A. $h = R\sqrt{2}$.

B. $h = R$.

C. $h = \frac{R}{2}$.

D. $h = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $R = IA$ là bán kính mặt cầu, $r = OA$ là bán kính hình trụ, $h = OO' = 2IO$ là chiều cao hình trụ. Xét $\triangle IOA$ ta có

$$R^2 = r^2 + \frac{h^2}{4} \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - \frac{h^2}{4}}.$$

Mà diện tích xung quanh hình trụ là

$$S = 2\pi rh = 2\pi h \sqrt{R^2 - \frac{h^2}{4}}.$$

Xét hàm số

$$f(h) = \frac{h}{2} \sqrt{4R^2 - h^2} = \frac{1}{2} \sqrt{h^2 (4R^2 - h^2)} \leq R^2,$$

dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $h = \sqrt{2}R$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 533. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều, đường cao SH với H nằm trong $\triangle ABC$ và $2SH = BC$, (SBC) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Biết có một điểm O nằm trên đường cao SH sao cho $d(O; AB) = d(O; AC) = d(O; (SBC)) = 1$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $\frac{256\pi}{81}$.

B. $\frac{125\pi}{162}$.

C. $\frac{500\pi}{81}$.

D. $\frac{343\pi}{48}$.

Lời giải.

Kẻ $HM \perp BC$ tại M , $HN \perp AB$ tại N , $HP \perp AC$ tại P , $OK \perp SM$ tại K . Khi đó

$$AB \perp (SHN) \Rightarrow AB \perp ON \Rightarrow d(O; AB) = ON.$$

$$AC \perp (SHP) \Rightarrow AC \perp OP \Rightarrow d(O; AC) = OP.$$

$$BC \perp (SHM) \Rightarrow BC \perp OK \Rightarrow d(O; (SBC)) = OK.$$

Theo giả thiết $\Rightarrow ON = OP = OK = 1$ và $\widehat{SMH} = 60^\circ$.

Vì $ON = OP \Rightarrow HN = HP \Rightarrow H$ thuộc đường phân giác trong góc A của tam giác đều ABC .

Mặt khác $HM \perp BC \Rightarrow A, H, M$ thẳng hàng và M là trung điểm BC . Gọi $BC = x \Rightarrow SH = \frac{BC}{2} = \frac{x}{2}$.

$$\text{Ta có: } \triangle SKO \sim \triangle SHM \Rightarrow \frac{SO}{SM} = \frac{OK}{HM}$$

$$\Rightarrow SO = \frac{SM \cdot OK}{HM} = \frac{SM \cdot 1}{SM \cdot \cos 60^\circ} = 2$$

$$\Rightarrow OH = \left| \frac{x}{2} - 2 \right|$$

$$\text{Xét } \triangle SHM \Rightarrow HM = SH \cdot \cot 60^\circ = \frac{x}{2\sqrt{3}} = \frac{x\sqrt{3}}{6}$$

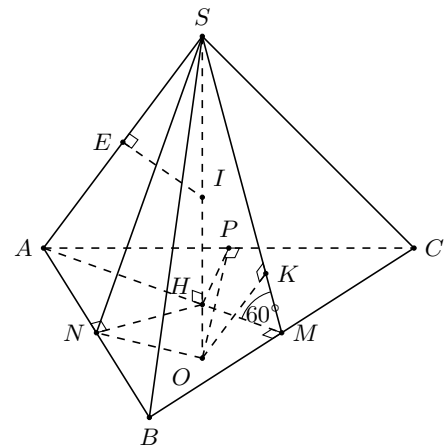
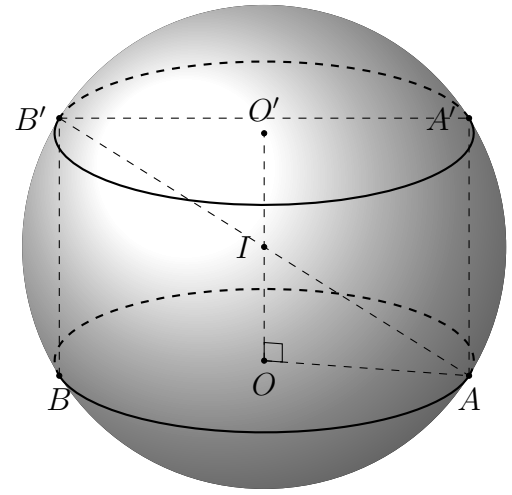
$$\Rightarrow HM = \frac{1}{3}AM \Rightarrow H \text{ là trọng tâm } \triangle ABC \Rightarrow S.ABC \text{ là hình chóp đều.}$$

$$\Rightarrow NH = HM = \frac{x\sqrt{3}}{6} \Rightarrow OH^2 + NH^2 = ON^2 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{2} - 2 \right)^2 + \frac{x^2}{12} = 1$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 24x + 36 = 0 \Leftrightarrow (2x - 6)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3.$$

$$\text{Ta có: } SH = \frac{3}{2}, AH = \frac{x\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} \Rightarrow SA^2 = SH^2 + AH^2 = \frac{9}{4} + 3 = \frac{21}{4}.$$

Gọi E là trung điểm SA . Trong mặt phẳng (SAM) , kẻ đường trung trực SA cắt SH tại I



$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC \Rightarrow R = SI$

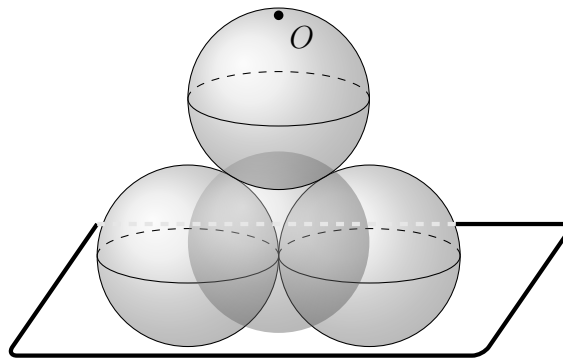
Ta có: $\triangle SEI \sim \triangle SHA \Rightarrow \frac{SE}{SH} = \frac{SI}{SA} \Rightarrow SI = \frac{SA^2}{2SH} = \frac{21}{4.3} = \frac{7}{4} \Rightarrow R = \frac{7}{4}$.

Thể tích khối cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^3 = \frac{343\pi}{48}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 534. Có bốn viên bi hình cầu bán kính bằng 1cm. Người ta đặt 3 viên bi tiếp xúc nhau và cùng tiếp xúc với mặt bàn. Sau đó đai chặt ba viên bi đó lại và đặt một viên bi thứ tư tiếp xúc với cả ba viên bi như hình vẽ. Gọi O là điểm thuộc bề mặt của viên bi thứ tư có khoảng cách đến mặt bàn là lớn nhất. Tính khoảng cách d từ O đến mặt bàn.



A. $d = \frac{6 + 2\sqrt{6}}{3}$.

B. $d = \frac{7}{2}$.

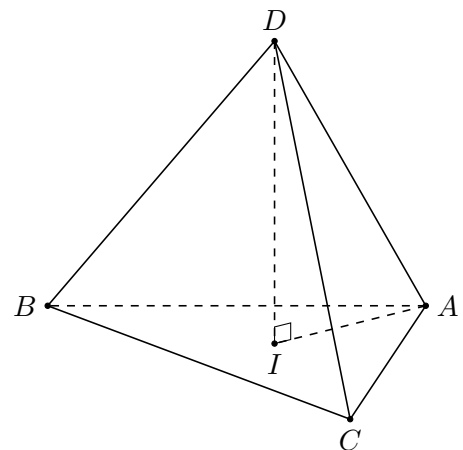
C. $d = \frac{3 + 2\sqrt{6}}{3}$.

D. $d = \frac{4\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Gọi A, B, C là tâm của ba viên bi tiếp xúc với bàn, D là tâm của viên bi thứ tư. Khi đó $ABCD$ là một tứ diện đều cạnh 2 cm. Do đó $AI = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm. Suy ra ta có

$DI = \sqrt{AD^2 - AI^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ cm. Khoảng cách từ O đến mặt bàn bằng tổng cách khoảng cách từ O đến D , khoảng cách từ D đến I và khoảng cách từ I đến bàn. Từ đó ta có $d = DI + 2r = \frac{6 + 2\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 535. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của BC , $SH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BHD$.

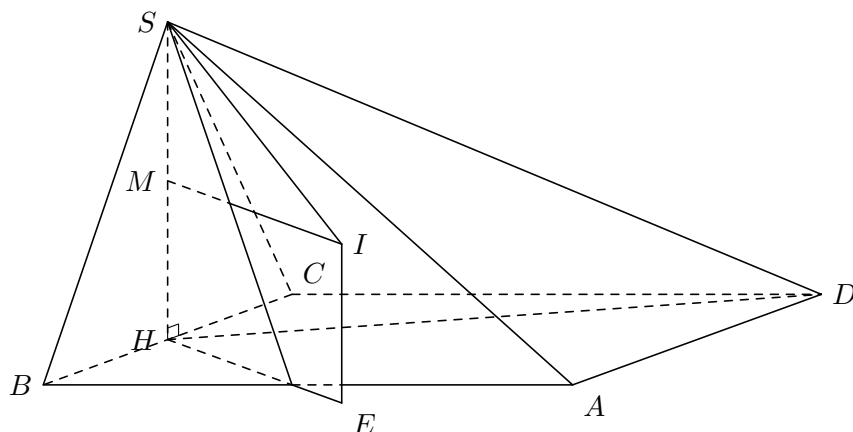
A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{17}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{11}}{4}$.

Lời giải.



Ta có $HD = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, $BD = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$.

$$S_{\Delta BHD} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2} - \frac{a^2\sqrt{2}}{4} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4} \Rightarrow HE = \frac{BH \cdot HD \cdot BD}{4S_{\Delta BHD}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot a\sqrt{3}}{4 \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{4}} = \frac{3a}{2\sqrt{2}}.$$

Vì $HMIE$ là hình chữ nhật nên $MI = HE = \frac{3a}{2\sqrt{2}} \Rightarrow SI = \sqrt{\frac{a^2}{8} + \frac{9a^2}{8}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

7

A. $2a^2$. B. $\frac{3a^2}{8}$. C. a^2 . D. $4a^2$.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với 6 cạnh của tứ diện $ABCD$, nên đường kính của (S) chính là độ dài đường vuông góc chung của các cặp cạnh bên là EF với E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Khi đó $DE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ suy ra $EF = \sqrt{DE^2 - DF^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó bán kính mặt cầu (S) là $R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Khi đó G là trọng tâm tứ diện $ABCD$ và có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ và $DG = \frac{3}{4}DH = \frac{a\sqrt{6}}{4}$ vì $DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

$$T = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD})^2 = 4MG^2 + 4GA^2 = 2a^2.$$

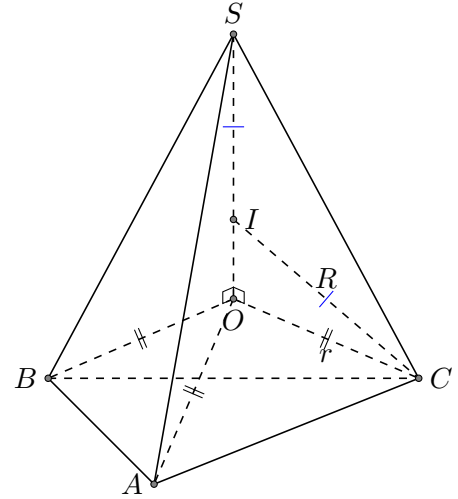
7

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp ta có $R = \frac{b^2}{2\sqrt{b^2 - r^2}}$, trong đó b là cạnh bên và r là bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy.

$$\text{Ta có } r = \frac{BC}{2 \sin \widehat{BAC}} = \frac{2a}{2 \sin 120^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } R = \frac{(2a)^2}{2\sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{2a}{\sqrt{3}}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 538. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) vuông góc với nhau. Biết $AD = a$ và $BA = BC = BD = CA = b$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là

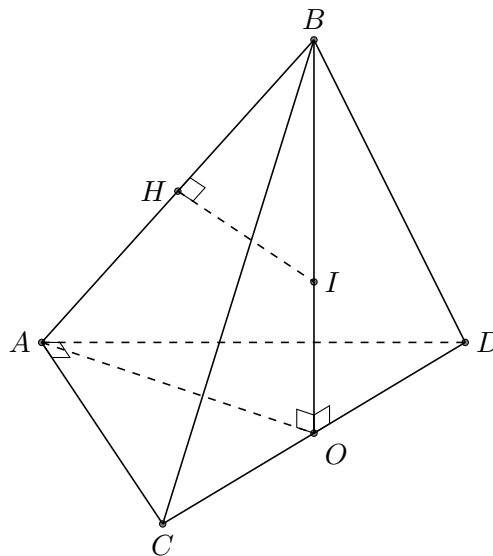
A. $\frac{4\pi a^4}{3a^2 - b^2}.$

B. $\frac{4\pi b^4}{3b^2 - a^2}.$

C. $\frac{4a^4}{3a^2 - b^2}.$

D. $\frac{4b^4}{3b^2 - a^2}.$

Lời giải.



Gọi O là trung điểm của CD , ta có: $BO \perp CD$.

Mà $(ACD) \perp (BCD)$ theo giao tuyến CD nên $BO \perp (ACD)$.

Ta lại có: $BA = BC = BD$ nên $OA = OB = OC$.

Suy ra tam giác ACD vuông tại A và BO là trục của tam giác ACD .

Trong mặt phẳng (ABO) , kẻ đường trung trực của AB cắt BO tại I , ta có I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

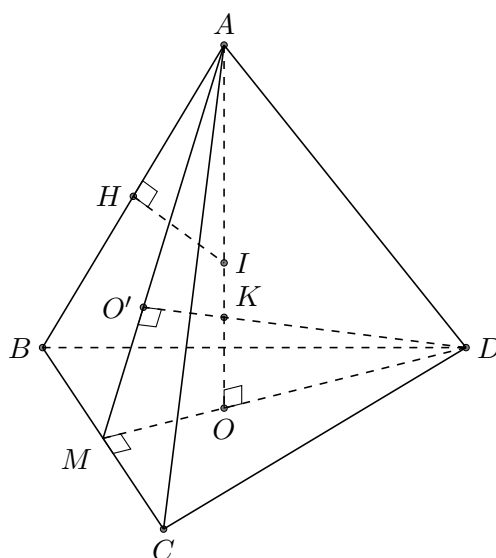
Gọi H là trung điểm của AB , ta có $\triangle BHI \sim \triangle BOA$.

$$\text{Suy ra } \frac{IB}{AB} = \frac{BH}{BO} \text{ hay } IB = \frac{AB \cdot BH}{BO} = \frac{AB^2}{2BO}.$$

$$\text{Tam giác } ACD \text{ vuông tại } A \text{ nên } OA = \frac{CD}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}.$$

1

D. $\frac{1}{81}$.


$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{6}}{12}\right)^3}{\left(\frac{a\sqrt{6}}{4}\right)^3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 540. Trong tất cả các khối chóp tứ giác đều ngoại tiếp mặt cầu có bán kính bằng a , tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $V = \frac{8a^3}{3}$.

B. $V = \frac{10a^3}{3}$.

C. $V = 2a^3$.

D. $V = \frac{32a^3}{3}$.

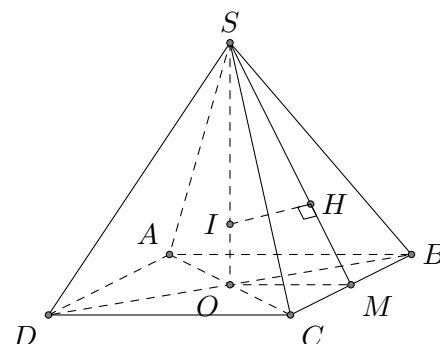
Lời giải.

Với hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ ngoại tiếp mặt cầu (S) tâm

I bán kính a thì $I \in SO$ với O là tâm hình vuông $ABCD$.

Gọi M là trung điểm BC và H là hình chiếu của I trên (SBC) .

Theo cách dựng thì $IH \perp (SBC)$ nên $IH = IO = a$.



Đặt $SO = h$, $AB = 2x$ ta có

$$\frac{a}{h-a} = \sin \widehat{OSM} = \frac{x}{\sqrt{x^2+h^2}} \Rightarrow h = \frac{2x^2a}{x^2-a^2}.$$

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 4x^2 \cdot \frac{2x^2a}{x^2-a^2} = \frac{8a}{3} \cdot \frac{x^4}{x^2-a^2}$.

Xét $f(x) = \frac{x^4}{x^2-a^2}$ trên $(a; +\infty)$ có $f'(x) = \frac{2x^3(x^2-2a^2)}{(x^2-a^2)^2}$.

Nên $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$. Ta có bảng biến thiên

x	a	$a\sqrt{2}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	$4a^2$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $f(x) \geq f(a\sqrt{2}) = 4a^2$.

Suy ra $V_{S.ABCD} \geq \frac{8a}{3} \cdot 4a^2 = \frac{32a^3}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 541. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC là tam giác cân với $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $AB = AC = a$. Hình chiếu của D trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của BC . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ biết thể tích tứ diện $ABCD$ là $V = \frac{a^3}{16}$.

A. $R = \frac{a\sqrt{91}}{8}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{13}}{4}$.

C. $R = \frac{13a}{2}$.

D. $R = 6a$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm BC , O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ta có H là trung điểm của

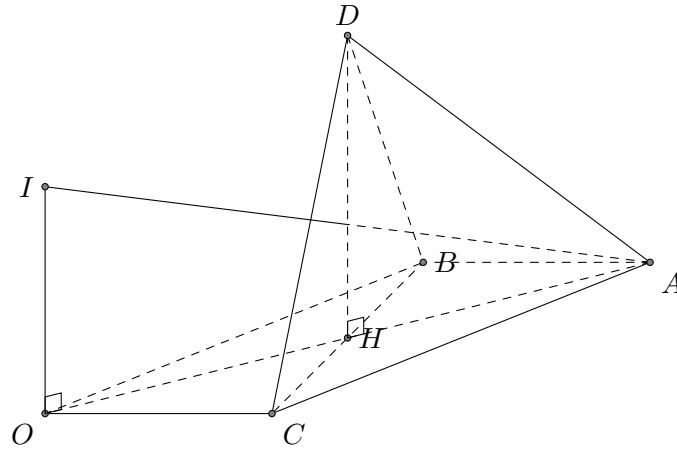
AO . Ta có $DH = \frac{3V_{ABCD}}{S_{ABC}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ ta có $IO \perp (ABC)$. Do $IA = R$, $OA = a$ nên $IO = \sqrt{R^2 - a^2}$.

Do $HO \perp IO$, $HO \perp HD$ nên ta có

$$\left(\frac{a\sqrt{3}}{4} \pm \sqrt{R^2 - a^2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = R^2$$

Giải phương trình trên ta được $R = \frac{a\sqrt{91}}{8}$.



Chọn đáp án A

□

ĐÁP ÁN

1. B	2. A	3. A	4. A	5. B	6. C	7. D	8. D	9. A	10. C
11. A	12. B	13. B	14. B	15. A	16. C	17. D	18. B	19. B	20. C
21. B	22. B	23. C	24. D	25. A	26. C	27. C	28. B	29. B	30. A
31. B	32. A	33. B	34. A	35. C	36. B	37. B	38. A	39. A	40. D
41. D	42. C	43. A	44. C	45. D	46. A	47. A	48. A	49. D	50. A
51. D	52. B	53. C	54. C	55. A	56. A	57. B	58. C	59. D	60. D
61. A	62. B	63. B	64. B	65. D	66. A	67. B	68. A	69. D	70. C
71. C	72. A	73. B	74. A	75. B	76. A	77. D	78. C	79. D	80. B
81. A	82. A	83. C	84. A	85. A	86. A	87. A	88. B	89. A	90. A
91. A	92. D	93. C	94. B	95. A	96. A	97. C	98. B	99. B	100. D
102. C	103. C	104. B	105. B	106. B	107. B	108. A	109. A	110. B	111. D
112. B	113. D	114. A	115. B	116. B	117. A	118. B	119. D	120. A	121. B
122. B	123. C	124. B	125. A	126. B	127. D	128. C	129. B	130. D	131. A
132. B	133. B	134. B	135. C	136. B	137. C	138. C	139. A	140. A	141. A
142. D	143. B	144. B	145. B	146. C	147. A	148. D	149. A	150. A	151. D
152. B	153. C	154. C	155. D	156. A	157. B	158. B	159. A	160. B	161. C
162. D	163. C	164. A	165. C	166. B	167. B	168. B	169. B	170. C	171. B
172. A	173. A	174. D	175. C	176. C	177. D	178. B	179. B	180. D	181. D
182. B	183. A	184. A	185. C	186. B	187. A	188. B	189. A	190. A	191. A
192. B	193. B	194. C	195. B	196. B	197. A	198. D	199. C	200. A	201. B
202. C	203. B	204. B	205. C	206. A	207. B	208. B	209. D	210. A	211. D
212. A	213. C	214. C	215. C	216. C	217. D	218. B	219. D	220. A	221. B
222. A	223. A	224. D	225. C	226. D	227. B	228. C	229. B	230. B	231. D
232. D	233. A	234. C	235. A	236. C	237. B	238. A	239. D	240. A	241. C
242. B	243. A	244. A	245. A	246. A	247. C	248. A	249. A	250. A	251. A
252. A	253. A	254. C	255. D	256. D	257. C	258. A	259. B	260. A	261. B
262. A	263. A	264. A	265. D	266. C	267. C	268. A	269. B	270. A	271. C
272. B	273. A	274. D	275. B	276. B	277. B	278. A	279. B	280. B	281. D
282. C	283. C	284. D	285. C	286. A	287. C	288. A	289. A	290. B	291. D
292. A	293. D	294. B	295. B	296. C	297. A	298. A	299. B	300. A	301. B
302. A	303. A	304. D	305. B	306. D	307. C	308. A	309. A	310. A	311. B
312. A	313. A	314. D	315. C	316. B	317. C	318. B	319. B	320. A	321. A
322. A	323. D	324. B	325. C	326. C	327. A	328. B	329. D	330. C	331. A
332. B	333. A	334. D	335. A	336. D	337. B	338. D	339. A	340. A	341. D
342. D	343. A	344. A	345. D	346. C	347. A	348. A	349. D	350. C	351. C
352. A	353. D	354. A	355. A	356. A	357. C	358. A	359. D	360. C	361. D
362. B	363. B	364. C	365. B	366. C	367. D	368. A	369. A	370. D	371. B
372. C	373. A	374. D	375. A	376. B	377. C	378. A	379. C	380. C	381. C
382. B	383. B	384. B	385. A	386. C	387. C	388. C	389. B	390. B	391. D
392. C	393. D	394. A	395. D	396. A	397. B	398. A	399. A	400. B	401. C
402. C	403. B	404. D	405. C	406. C	407. A	408. B	409. A	410. C	411. B

412. B	413. D	414. B	415. D	416. D	417. C	418. A	419. C	420. B	421. D
422. B	423. B	424. B	425. C	426. C	427. B	428. C	429. B	430. B	431. A
432. A	433. B	434. A	435. D	436. A	437. B	438. B	439. B	440. C	441. C
442. A	443. B	444. B	445. A	447. B	448. C	449. A	450. A	451. A	452. D
453. D	454. A	455. A	456. A	457. B	458. B	459. A	460. D	461. B	462. B
463. B	464. A	465. B	466. B	467. B	468. C	469. B	470. B	471. D	472. C
473. C	474. C	475. A	476. B	477. C	478. A	479. A	480. D	481. D	482. B
483. A	484. A	485. D	486. D	487. C	488. D	489. A	490. B	491. A	492. C
493. B	494. B	495. C	496. A	497. A	498. B	499. B	500. C	501. B	502. D
503. B	504. D	505. B	506. A	507. B	508. A	509. A	510. A	511. A	512. C
513. A	514. A	515. A	516. D	517. A	518. B	519. D	520. C	521. D	522. C
523. D	524. D	525. B	526. B	527. C	528. C	529. B	530. D	531. A	532. A
533. D	534. A	535. B	536. A	537. D	538. B	539. A	540. D	541. A	