

Họ và tên học sinh:

Lớp:

Toán nâng cao

Phần 1 (28 câu hỏi trắc nghiệm khách quan) (7,00 điểm):

Câu 1: Lấy ngẫu nhiên cùng lúc 3 viên bi từ hộp đựng 12 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ, các viên bi cân đối, đồng chất, phân biệt. Xác suất để 3 viên bi lấy ra cùng màu là

- A. $\frac{23}{570}$ B. $\frac{23}{95}$ C. $\frac{96}{1140}$ D. $\frac{50}{323}$

Câu 2: Trên đoạn $[0; 3\pi]$, phương trình $\frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{2 \sin x + 1} = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 3: Ba xạ thủ độc lập cùng bắn vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của ba xạ thủ đó là 35%, 40%, 30%. Xác suất chỉ có một người bắn trúng là

- A. 0,147 B. 0,182 C. 0,446 D. 0,117

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k=2$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 8$. B. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$.
C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 16$. D. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 16$.

Câu 5: Với x thỏa mãn $3 \sin 2x + 3\sqrt{5} \sin x = 4 \cos x + 2\sqrt{5}$ thì $\sin x = \frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a > 0$. Khi đó $a+b^2$ bằng

- A. 11 B. 7 C. 5 D. 6

Câu 6: Với $k \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}^*$, $k \leq n$ thì khẳng định nào dưới đây sai?

- A. $C_n^k = C_n^{n-k}$ B. $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$ C. $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^k$ D. $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$

Câu 7: Hình nào dưới đây không có tâm đối xứng

- A. Tam giác đều B. Hình chữ nhật C. Đường thẳng D. Đường tròn

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép quay tâm O , góc quay -90° biến điểm $M(-1; 4)$ thành điểm ảnh có tọa độ là

- A. $(4; 1)$ B. $(-4; 1)$ C. $(1; -4)$ D. $(-4; -1)$

Câu 9: Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{24}$, $x \neq 0$ là

- A. 2^8 B. $-2^8 \cdot C_{24}^8$ C. -2^8 D. $2^8 \cdot C_{24}^8$

Câu 10: Số lượng tập hợp con có hai phần tử của tập hợp $\{K; I; Ê; M; T; R; A; L; O; P; 11\}$ là

- A. 55 B. 110 C. 2048 D. 22

Câu 11: Gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất liên tiếp hai lần. Xác suất để tổng số chấm ở hai lần gieo đó nhỏ hơn 11 là

- A. $\frac{35}{36}$ B. $\frac{11}{12}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{36}$

Câu 12: Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. Phép biến hình bảo toàn khoảng cách hai điểm bất kì là một phép đồng dạng.
B. Phép vị tự tâm I , tỉ số k biến hai điểm M, N lần lượt thành hai điểm M', N' thì $\overline{M'N'} = k\overline{MN}$.
C. Phép quay tâm I , góc quay 540° là một phép đối xứng tâm I .
D. Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng vuông góc với nó.

Câu 13: Một danh sách có 10 học sinh và 10 lớp học đều được đánh số theo thứ tự từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh và sắp xếp vào 3 lớp học được lấy từ 10 lớp học trên (mỗi lớp chỉ có 1 học sinh). Tính xác suất để học sinh có thứ tự lẻ thì vào lớp học được đánh số lẻ, học sinh có thứ tự chẵn thì vào lớp học được đánh số chẵn.

- A. $\frac{11}{432}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{25}{216}$ D. $\frac{7}{54}$

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3 \cot x}{2 \sin x - 4}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{\arcsin 2 + k2\pi, \pi - \arcsin 2 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ B. $\mathbb{R}$
C. $\mathbb{R} \setminus \{\pm \arcsin 2 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 15: Trong không gian, khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. Nếu hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến, nếu có, của chúng sẽ song song với cả hai đường thẳng đó.
B. Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó đồng qui.
C. Nếu hai đường thẳng a và b chéo nhau thì có hai đường thẳng p và q song song nhau mà mỗi đường đều cắt cả a và b .
D. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

Câu 16: Hàm số $y = 3 + \cos x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ B. $(\pi; 2\pi)$ C. $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ D. $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$ có E, F lần lượt là trung điểm cạnh BC, CD và G là trọng tâm $\triangle ACD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABG) và (ACD) là đường thẳng nào dưới đây?

- A. AE B. AF C. CD D. BG

Câu 18: Tập giá trị của hàm số $y = 2 \sin^2 x - \sin x - 1$ là đoạn $[m; M]$. Khi đó $8m + 3M$ bằng

- A. $-\frac{9}{8}$ B. -2 C. -3 D. 2

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , qua phép tịnh tiến $\vec{u}$, ba điểm $A(9; -4), B(5; 1), C(0; -3)$ có ảnh lần lượt là các điểm $A', B'(3; 4), C'$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $A'(7; -1)$ B. $A'(7; 1)$ C. $\vec{u} = (8; 5)$ D. $C'(2; -6)$

Câu 20: Trong ba hàm số: $y = 2 \sin x, y = |\sin x + 3|, y = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - 2019x\right)$, có bao nhiêu hàm số lẻ?

- A. 3 B. 0 C. 1 D. 2

Câu 21: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trên hai mặt phẳng phân biệt. Gọi O và O' lần lượt là tâm hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

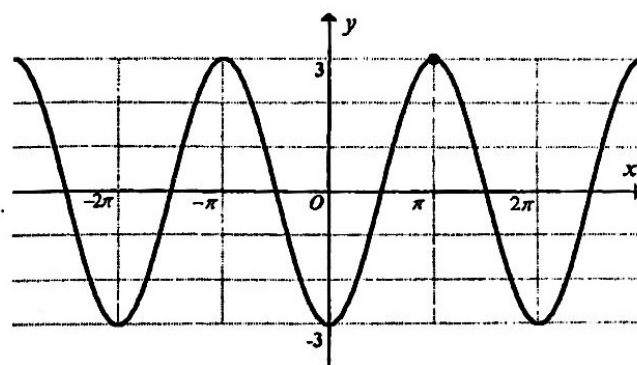
- A. AE cắt (BCF) tại trung điểm đoạn thẳng AE B. $OO' \parallel (ADF)$
C. AE, BD đồng phẳng D. $AB \parallel CD \parallel EF$

Câu 22: Do con súc sắc không cân đối nên mỗi khi gieo con súc sắc đó thì xác suất xuất hiện mặt 2 chấm và mặt 5 chấm lần lượt là 0,35 và 0,25. Xác suất xuất hiện mặt 2 chấm hoặc mặt 5 chấm là

- A. 0,6 B. 0,0875 C. 0,4875 D. 0,9125

Câu 23: Hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \cos x - 4$
 B. $y = -2 - \cos x$
 C. $y = -3 \cos x$
 D. $y = 2 + |\cos x|$



Câu 24: Tập nghiệm của phương trình $3 \cos \left(3x - \frac{\pi}{3} \right) = 0$ là

- A. $\left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $\left\{ \frac{5\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ C. $\left\{ \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $\left\{ \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 25: Trong một trận chung kết bóng đá cần phải đá luân lưu 11 mét để phân định thắng thua. Huấn luyện viên cần trình với trọng tài một danh sách 3 cầu thủ trong 7 cầu thủ đang có trên sân để lần lượt theo thứ tự đá đủ 3 quả sút luân lưu (mỗi cầu thủ đá đúng một lần). Huấn luyện viên có tất cả bao nhiêu cách chọn? A. 70 B. 2187 C. 823543 D. 210

Câu 26: Tập hợp các giá trị tham số m để phương trình $(2 \cos x + 3)(\sin x + m \cos x - \sqrt{2}m) = 0$ có nghiệm là đoạn $[a; b]$. Khi đó $4a + b$ bằng A. 5 B. 3 C. 0 D. -3

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABC$ có E, F lần lượt là trung điểm cạnh AB, BC và điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{SG} = \frac{1}{2} \overrightarrow{SC}$. Thiết diện của hình chóp $S.ABC$ khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) là hình nào dưới đây?

- A. Tam giác B. Hình thang chỉ có một cặp cạnh song song
 C. Hình bình hành D. Hình thoi

Câu 28: Sau khi khai triển và rút gọn, biểu thức $Q = (1 + x^3)^{2019} + x^3 + x^2 + x + 1$ có bao nhiêu số hạng? A. 2020 B. 2022 C. 2023 D. 2021

Phần 2 (03 câu hỏi tự luận) (3,00 điểm):

Câu 29: Giải phương trình lượng giác $2 \cos 2x - 4 \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right) + 1 = 0$.

Câu 30: Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển biểu thức $k(x) = \left(x - \frac{3}{x^2} \right)^n$, $x \neq 0$ với số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^2 = 8n + 9$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Các điểm E, F thỏa mãn $\overrightarrow{SE} = \frac{2}{3} \overrightarrow{SB}$, $\overrightarrow{SF} = \frac{2}{3} \overrightarrow{SC}$, $\overrightarrow{SG} = \frac{1}{2} \overrightarrow{SD}$.

a) Chứng minh rằng $EF \parallel (SAD)$.

b) Xác định giao điểm I của đường thẳng AC và mặt phẳng (EFG) . Tính tỉ số $\frac{IC}{IA}$?

———— Hết ————