§ 3. NHỊ THỨC NEWTON

☆☆☆

1. Nhị thức Newton: Cho $a,\ b$ là các số thực và $n \in \mathbb{N}^*$. Ta có:

$$\boxed{(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k.a^{n-k}.b^k = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n}$$

- $(x+2)^4 = \sum_{k=0}^{4} C_4^k.x^{4-k}.2^k = C_4^0.x^4.2^0 + C_4^1.x^3.2^1 + C_4^2.x^2.2^2 + C_4^3.x^1.2^3 + C_4^4.x^0.2^4$
  $= x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16.$
- $(x+2y)^5 =$ ....
  ....
- $\left(x + \dfrac{1}{x}\right)^6 =$ ....
  ....
- $\left(2x - \dfrac{1}{x}\right)^6 =$ ....
  ....

2. Nhận xét:

— Trong khai triển $(a \pm b)^n$ có $n+1$ số hạng và các hệ số của các cặp số hạng cách đều số hạng đầu và số hạng cuối thì bằng nhau: $C_n^k = C_n^{n-k}$.

— Số hạng tổng quát dạng: $T_{n+1} = C_n^k.a^{n-k}.b^k$ và số hạng thứ N thì $k = N-1$.

— Trong khai triển $(a-b)^n$ thì dấu đan nhau, nghĩa là $+$, rồi $-$, rồi $+$, ...

— Số mũ của a giảm dần, số mũ của b tăng dần nhưng tổng số mũ a và b bằng n.

3. Tam giác Pascal:

Các hệ số của khai triển: $(a+b)^0,\ (a+b)^1,\ (a+b)^2,\ \ldots,\ (a+b)^n$ có thể xếp thành một tam giác gọi là tam giác PASCAL.

$n=0:$	1							
$n=1:$	1	1						
$n=2:$	1	2	1					
$n=3:$	1	3	3	1				
$n=4:$	1	4	6	4	1			
$n=5:$	1	5	10	10	5	1		
$n=6:$	1	6	15	20	15	6	1	
$n=7:$	1	7	21	35	35	21	7	1

....

Hằng đẳng thức

$$\boxed{C_{n-1}^{k-1}} + \boxed{C_{n-1}^{k}}$$
$$\downarrow$$
$$\boxed{C_n^k}$$

Dạng toán 1. Tìm hệ số hoặc số hạng trong khai triển nhị thức Newton

☞ **Cần nhớ**: $\boxed{T_{k+1} = C_n^k a^{n-k}.b^k}$ và $\boxed{x^n.x^m = x^{m+n}}$, $\boxed{\dfrac{x^n}{x^m} = x^{n-m}}$, $\boxed{(x.y)^n = x^n.y^n}$, $\boxed{\left(\dfrac{x}{y}\right)^n = \dfrac{x^n}{y^n}}$.

1. Tìm số hạng không chứa x (độc lập với x) trong khai triển $\left(x^3 - \dfrac{1}{x^2}\right)^5$, $\forall x \neq 0$.

Ta có: $a = x^3$, $b = -\dfrac{1}{x^2}$ và $n = 5$.

Số hạng tổng quát: $T_{k+1} = C_5^k.(x^3)^{5-k}.\left(\dfrac{-1}{x^2}\right)^k$

$= C_5^k.x^{15-3k}.\dfrac{(-1)^k}{x^{2k}} = C_5^k.(-1)^k.x^{15-5k}$.

Số hạng không chứa $x \Rightarrow 15 - 5k = 0 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy số hạng cần tìm là $C_5^3.(-1)^3 = -10$.

2. Tìm số hạng không chứa x (độc lập với x) trong khai triển $\left(x + \dfrac{1}{x}\right)^{12}$, $\forall x \neq 0$.

ĐS: 924.

3. Tìm số hạng không chứa x (độc lập với x) trong khai triển $\left(x + \dfrac{1}{x^4}\right)^{10}$, $\forall x \neq 0$.

ĐS: 45.

4. Tìm số hạng không chứa x (độc lập với x) trong khai triển $\left(\dfrac{x}{3} + \dfrac{3}{x}\right)^{12}$, $\forall x \neq 0$.

ĐS: 924.

5. Tìm số hạng không chứa x (độc lập với x) trong khai triển $\left(2x - \dfrac{1}{x^2}\right)^6$, $\forall x \neq 0$.

ĐS: 240.

6. Tìm số hạng không chứa x (độc lập với x) trong khai triển $\left(2x - \dfrac{1}{x}\right)^{10}$, $\forall x \neq 0$.

ĐS: -8064.

7. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{16} trong khai triển nhị thức $(x^2-2x)^{10}$.

Ta có: $a=x^2,\ b=-2x,\ n=10$.

Số hạng TQ: $T_{k+1}=C_{10}^k.(x^2)^{10-k}.(-2x)^k$

$=C_{10}^k.x^{2(10-k)}.(-2)^k.x^k$

$=C_{10}^k.(-2)^k.x^{20-2k}.x^k$

$=C_{10}^k.(-2)^k x^{20-k}$.

Vì có số hạng $x^{16}\Rightarrow 20-k=16\Rightarrow k=4$.

Hệ số cần tìm là $C_{10}^4.(-2)^4=3360$.

8. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển nhị thức $(1-3x)^{11}$.

ĐS: 336798.

9. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{15} trong khai triển nhị thức $(3x-x^2)^{12}$.

ĐS: -4330260.

10. Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức $(x-3)^9$.

ĐS: -30618.

11. Tìm hệ số của số hạng chứa $x^{12}y^{13}$ trong khai triển nhị thức $(x+y)^{25}$.

ĐS: 5200300.

12. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8y^9 trong khai triển nhị thức $(2x-3y)^{17}$.

ĐS: $C_{17}^9.2^{17-9}.3^9=122494394880$.

13. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6y^7 trong khai triển nhị thức $(2x+y)^{13}$.

ĐS: 109824.

14. Tìm hệ số của số hạng chứa $x^{25}y^{10}$ trong khai triển nhị thức $(x^3-xy)^{15}$.

ĐS: 3003.

15. *Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức $(1+x+3x^2)^{10}$.

Ta có: $(1+x+3x^2)^{10} = [1+(x+3x^2)]^{10}$

$$(a=1,\ b=x+3x^2,\ n=10)$$

$$=\sum_{k=0}^{10} C_{10}^k.1^{10-k}.(x+3x^2)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k(x+3x^2)^k$$

$$(a=x,\ b=3x^2,\ n=k)$$

$$=\sum_{k=0}^{10} C_{10}^k.\sum_{p=0}^{k} C_k^p.x^{k-p}.(3x^2)^p$$

$$=\sum_{k=0}^{10}\sum_{p=0}^{k} C_{10}^k.C_k^p.x^{k-p}.3^p.x^{2p}$$

$$=\sum_{k=0}^{10}\sum_{p=0}^{k} C_{10}^k.C_k^p.3^p x^{k+p}.$$

Vì có số hạng $x^4 \Rightarrow k+p=4$ với điều kiện $0\le p\le k\le 10,\ (p,\ k\in\mathbb{N})$ nên có bảng:

p	0	1	2	3
$k=4-p$	4	3	2	1 (L)

Do đó hệ số của số hạng chứa x^4 là:

$C_{10}^4C_4^0.3^0 + C_{10}^3C_3^1.3^1 + C_{10}^2C_2^2.3^2 = 1695.$

16. *Tìm hệ số của số hạng chứa x^{17} trong khai triển nhị thức $(1+x+2x^2)^{10}$.

ĐS: 38400.

17. *Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức $(1+x^2-x^3)^8$.

ĐS: 238.

18. *Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển nhị thức $(x^2+x-1)^5$.

ĐS: 5.

19. *Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $P(x)=(1+x+x^2+x^3)^5$.

Ta có: $P(x)=\left[(1+x)+x^2(1+x)\right]^5$

$=\left[(1+x)(1+x^2)\right]^5$

$=(1+x)^5.(1+x^2)^5$

$=\sum\limits_{k=0}^{5}C_5^k.1^{5-k}.x^k.\sum\limits_{p=0}^{5}C_5^p.1^{5-p}.x^{2p}$

$=\sum\limits_{k=0}^{5}\sum\limits_{p=0}^{5}C_5^kC_5^p.x^{k+2p}$.

Vì có số hạng x^{10} nên $k+2p=10$ và có bảng

p	2	3	4	5	6
$k=10-2p$	6	4	2	0	-2
$(0\le p;\ k\le 5)$	(L)	(N)	(N)	(N)	(L)

Do đó hệ số của số hạng chứa x^{10} là

$C_5^4C_5^3+C_5^2C_5^4+C_5^0C_5^5=101$.

20. *Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $P(x)=(1+x+x^2+x^3)^{10}$.

ĐS: 1902.

21. Xét $P(x)=x(1-2x)^5+x^2(1+3x)^{10}$. Tìm hệ số x^5 trong khai triển $P(x)$.

Ta có $P(x)=x\sum\limits_{k=0}^{5}C_5^k(-2x)^k+x^2\sum\limits_{p=0}^{10}C_{10}^p(3x)^p$

$=\sum\limits_{k=0}^{5}C_5^k.x.(-2)^k.x^k+\sum\limits_{p=0}^{10}C_{10}^p.x^2.3^p.x^p$

$=$

ĐS: 3320.

22. Xét $P(x)=x(2x-1)^6+(3x-1)^8$. Tìm hệ số x^5 trong khai triển $P(x)$.

ĐS: -13368.

23. *Tìm hệ số của x^6 trong khai triển biểu thức $P(x)=(2x+1)^6\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)^4$.

Ta có: $P(x)=(2x+1)^6\left(\frac{4x^2+4x+1}{4}\right)^4$

$$=(2x+1)^6.\left[\frac{(2x+1)^2}{4}\right]^4$$

$$=(2x+1)^6.\frac{(2x+1)^8}{4^4}$$

$$=\frac{1}{256}(2x+1)^{14}.$$

Đáp số: $\frac{3003}{4}$.

24. *Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $P(x)=\left(\frac{x^2}{4}+x+1\right)^2(x+2)^{15}$.

ĐS: $a_{10}=\frac{1}{16}.C_{19}^{9}.2^9=2956096$.

25. *Tìm hệ số của x^5 trong khai triển sau: $(2x+1)^4+(2x+1)^5+(2x+1)^6+(2x+1)^7$.

Đáp số: 896.

26. *Tìm hệ số của x^5 trong khai triển sau: $(x+1)^6+(x+1)^7+(x+1)^8+\cdots+(x+1)^{12}$

ĐS: 1715.

27. Giả sử có khai triển đa thức:

$(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n.$

Tìm a_5, biết rằng $a_0 + a_1 + a_2 = 71.$

Có $(1-2x)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k(-2x)^k = \sum_{k=0}^{n} C_n^k(-2)^k x^k$

Dạng tổng quát của hệ số là $a_k = C_n^k(-2)^k.$

- Với $k=0 \Rightarrow a_0 = C_n^1(-2)^0 = 1.$
- Với $k=1 \Rightarrow a_1 = -2C_n^1 = -2n.$
- Với $k=2 \Rightarrow a_2 = 4C_n^2.$

Theo đề bài ta có: $a_0 + a_1 + a_2 = 71$

$\Leftrightarrow 1 - 2n + 4C_n^2 = 71 \Leftrightarrow$ ....

Đáp số: $a_5 = C_7^5(-2)^5 = -672.$

28. Giả sử có khai triển đa thức:

$(1-4x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n.$

Tìm a_5 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 1197.$

ĐS: $a_5 = -1317888.$

29. *Giả sử có khai triển đa thức:

$(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n.$

Tìm n biết $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1.$

ĐS: $n = 5.$

30. *Giả sử có khai triển đa thức:

$(1+2x)^n = a_o + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n.$

Biết $a_3 = 2014a_2$. Tìm $n.$

ĐS: $n = 6044.$

BÀI TẬP VỀ NHÀ 1

Câu 1. Có bao nhiêu số hạng trong khai triển nhị thức $(2x-3)^{2018}$.

A. 2017. **B.** 2018.
C. 2019. **D.** 2020.

Câu 2. Trong khai triển $(a+b)^n$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_n^k a^{n-k} b^k$. **B.** $C_n^{k-1} a^{n+1} b^{n-k+1}$.
C. $C_n^k a^{n-k} b^{n-k}$. **D.** $C_n^{k+1} a^{n-k+1} b^{k+1}$.

Câu 3. Tìm số hạng chứa x^3y^3 trong khai triển $(x+2y)^6$ thành đa thức.

A. $120x^3y^3$. **B.** $160x^3y^3$.
C. $20x^3y^3$. **D.** $8x^3y^3$.

Câu 4. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển nhị thức Niutơn $(2x-1)^6$.

A. 160. **B.** -960.
C. 960. **D.** -160.

Câu 5. Giả sử có khai triển $(1-2x)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_7x^7$. Tìm a_5.

A. $672x^5$. **B.** -672.
C. $-672x^5$. **D.** 672.

Câu 6. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển thành đa thức của $(2-3x)^{10}$.

A. $C_{10}^6.2^6.(-3)^4$. **B.** $C_{10}^6.2^4.(-3)^6$.
C. $-C_{10}^4.2^6.(-3)^4$. **D.** $-C_{10}^6.2^4.3^6$.

Câu 7. Số hạng không chứa x trong khai triển $P(x) = \left(2x - \dfrac{1}{x}\right)^{10}$ là số hạng thứ

A. 6. **B.** 7.
C. 8. **D.** 9.

Câu 8. Hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển nhị thức $\left(\dfrac{3}{x} - \dfrac{x}{3}\right)^{12}$ (với $x \neq 0$) là

A. $-\dfrac{220}{729}$. **B.** $\dfrac{220}{729}x^6$.
C. $-\dfrac{220}{729}x^6$. **D.** $\dfrac{220}{729}$.

Câu 9. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x-\dfrac{1}{x^2}\right)^6$ là

A. 60. B. 120.
C. 480. D. 240.

Câu 10. Hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(\dfrac{1}{x}+x^3\right)^9$, (với $x \neq 0$) bằng

A. 36. B. 84.
C. 126. D. 54.

Câu 11. Số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2+x)^7$ thành đa thức là

A. $8C_7^4$. B. C_7^4.
C. $8C_7^4x^4$. D. $C_7^4x^4$.

Câu 12. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x-\dfrac{1}{x^2}\right)^{45}$ là

A. $-C_{45}^5$. B. C_{45}^5.
C. $-C_{45}^{15}$. D. C_{45}^{15}.

Câu 13. Trong khai triển của $(1+3x)^9$ số hạng thứ 3 theo số mũ tăng dần của x là

A. $180x^2$. B. $120x^2$.
C. $324x^2$. D. $4x^2$.

Câu 14. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton $\left(x-\dfrac{2}{x^2}\right)^{21}$.

A. $2^7C_{21}^7$. B. $2^8C_{21}^8$.
C. $-2^8C_{21}^8$. D. $-2^7C_{21}^7$.

Câu 15. Cho x là số thực dương, khai triển nhị thức $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^{12}$ ta có hệ số của số hạng chứa x^m bằng 495. Tập hợp giá trị của m là

A. $\{4;8\}$. B. $\{0\}$.
C. $\{0;12\}$. D. $\{8\}$.

Câu 16. Biết hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(3x^2+\dfrac{1}{x}\right)^n$ là $3^4C_n^5$. Khi đó giá trị của n bằng

A. 15. B. 9.
C. 16. D. 12.

Câu 17. * Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển $x^3(1-x)^8$.

A. -28. B. 70.
C. -56. D. 56.

Câu 18. * Tìm hệ số x^5 trong khai triển $x(2x-1)^6+(x-3)^8$.

A. -1752. B. 1272.
C. 1752. D. -1272.

Câu 19. * Hệ số của x^4 trong khai triển đa thức $f(x)=x(1-x)^5+x^2(1+2x)^{10}$ bằng

A. 965. B. 263.
C. 632. D. 956.

Câu 20. * Giả sử $(1-x+x^2)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{2n}x^{2n}$. Đặt $S=a_0+a_2+\cdots+a_{2n}$, khi đó S bằng

A. $\dfrac{3^n+1}{2}$. B. $\dfrac{3^n}{2}$.
C. $\dfrac{3^n-1}{2}$. D. 2^n+1.

ĐÁP ÁN BÀI TẬP VỀ NHÀ 1

1.C	2.A	3.B	4.D	5.B	6.B	7.A	8.A	9.A	10.B
11.C	12.C	13.C	14.D	15.C	16.B	17.C	18.D	19.A	20.A

BÀI TẬP VỀ NHÀ 2

Câu 1. Số hạng tổng quát trong khai triển của $(1-2x)^{12}$ là

A. $(-1)^k C_{12}^k 2x^k$. **B.** $-C_{12}^k 2^k x^k$.
C. $(-1)^k C_{12}^k 2^k x^k$. **D.** $C_{12}^k 2^k x^{12-k}$.

Câu 2. Hệ số của x^5 trong khai triển $(1+x)^{12}$ là

A. 820. **B.** 210.
C. 792. **D.** 220.

Câu 3. Hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $(1-x)^{10}$ là

A. 30. **B.** -120.
C. 120. **D.** -30.

Câu 4. Hệ số của x^{10} trong biểu thức $P=(2x-3x^2)^5$ bằng

A. 357. **B.** 243.
C. 628. **D.** -243.

Câu 5. Trong khai triển biểu thức $(x+y)^{21}$, hệ số của số hạng chứa $x^{13}y^8$ là

A. 116280. **B.** 293930.
C. 203490. **D.** 1287.

Câu 6. Trong khai triển $(a-2b)^8$, hệ số của số hạng chứa $a^4.b^4$ là

A. 560. **B.** 70.
C. 1120. **D.** 140.

Câu 7. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển thành đa thức của $(2-3x)^{10}$.

A. $C_{10}^6.2^6.(-3)^4$. **B.** $C_{10}^6.2^4.(-3)^6$.
C. $-C_{10}^4.2^6.(-3)^4$ **D.** $-C_{10}^6.2^4.3^6$.

Câu 8. Hệ số của x^6 trong khai triển $\left(\dfrac{1}{x}+x^3\right)^{10}$ bằng

A. 792 **B.** 210
C. 165 **D.** 252

Câu 9. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x^2+\dfrac{2}{x}\right)^7$.

A. 84. B. 672.
C. 560. D. 280.

Câu 10. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \dfrac{1}{x^2}\right)^6$.

A. 15. B. 240.
C. -240. D. -15.

Câu 11. Tìm hệ số của x^{10} trong khai triển biểu thức $\left(3x^3 - \dfrac{2}{x^2}\right)^5$.

A. -240. B. 810.
C. -810. D. 240.

Câu 12. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{1}{x}\right)^7$.

A. $\dfrac{35}{16}x^5$. B. $-\dfrac{35}{16}x^5$.
C. $-\dfrac{16}{35}x^5$. D. $\dfrac{16}{35}x^5$.

Câu 13. Xét khai triễn: $(5x-1)^{2017} = a_{2017}x^{2017} + a_{2016}x^{2016} + \cdots + a_1x + a_0$. Giá trị a_{2000} bằng

A. $-C_{2017}^{17}.5^{17}$. B. $C_{2017}^{17}.5^{17}$.
C. $-C_{2017}^{17}.5^{2000}$. D. $C_{2017}^{17}.5^{2000}$.

Câu 14. Hệ số của x^2 trong khai triển của $\left(x^2 + \dfrac{1}{x}\right)^7 + (2x+1)^2$ bằng

A. 4. B. 40.
C. 35. D. 39.

Câu 15. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = (x+1)^6 + (x+1)^7 + \cdots + (x+1)^{12}$.

A. 1715. B. 1711.
C. 1287. D. 1716.

Câu 16. *Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển nhị thức Newton $(1+2x)(3+x)^{11}$.

A. 4620. B. 1380.
C. 9405. D. 2890.

Câu 17. *Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$.

A. 3240. **B.** 3320.
C. 80. **D.** 259200.

Câu 18. *Cho khai triển $(1-2x)^9 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_9x^9$. Tổng $a_0 + a_1 + a_2$ bằng

A. 127. **B.** 46.
C. -2816. **D.** 163.

Câu 19. *Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $f(x) = (1-3x+2x^3)^{10}$ thành đa thức.

A. 204120. **B.** -262440.
C. -4320. **D.** -62640.

Câu 20. *Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(1+x+x^2+x^3)^{10}$.

A. 582. **B.** 1902.
C. 7752. **D.** 252.

ĐÁP ÁN BÀI TẬP VỀ NHÀ 2

1.C	2.C	3.B	4.D	5.C	6.C	7.B	8.B	9.D	10.B
11.C	12.C	13.C	14.D	15.A	16.C	17.B	18.A	19.D	20.B

Dạng toán 2. Chứng minh hoặc tính tổng

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k.a^{n-k}.b^k = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n$$

- Số mũ của a giảm dần, số mũ của b tăng dần nhưng tổng số mũ a và b bằng n.
  - Trong khai triển $(a-b)^n$ thì dấu đan nhau, nghĩa là $+$, rồi $-$, rồi $+$, ...

31. Chứng minh: $3^{16} C_{16}^0 - 3^{15} C_{16}^1 + 3^{14} C_{16}^2 - \cdots\cdots - 3C_{16}^{15} + C_{16}^{16} = 2^{16}$.

☞ ***Suy luận:***

- *Số mũ của số 3 giảm dần* $\longrightarrow$ *Chọn* $a = 3$.
- *Không có số mũ của số nào tăng* $\longrightarrow$ *Chọn* $b = 1$ *(vì* $1^0 = 1^1 = 1^2 = \cdots = 1^{16} = 1$*).*
- *Dấu đan nhau (cộng rồi trừ, cộng trừ…..) nên chọn khai triễn* $(a-b)^n = (3-1)^n$.
- *Vì tổ hợp dạng:* $C_{16}^0,\ C_{16}^1,\ C_{16}^2,\ \ldots C_{16}^{16}$ *nên chọn* $n = 16$.

Lời giải tham khảo

Xét $(3-1)^{16} = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k.3^{16-k}.(-1)^k = 3^{16} C_{16}^0 - 3^{15} C_{16}^1 + 3^{14} C_{16}^2 - \cdots - 3C_{16}^{15} + C_{16}^{16}$

$\Leftrightarrow 2^{16} = 3^{16} C_{16}^0 - 3^{15} C_{16}^1 + 3^{14} C_{16}^2 - \cdots - 3C_{16}^{15} + C_{16}^{16}$ (đpcm).

32. Tính tổng $S = C_5^0 + 2C_5^1 + 2^2 C_5^2 + \cdots\cdots + 2^5 C_5^5$.

....

....

Đáp số: $S = 3^5$. ....

33. Tính tổng $S = 4^0 C_8^0 + 4^1 C_8^1 + 4^2 C_8^2 + \cdots\cdots + 4^8 C_8^8$.

....

....

Đáp số: $S = 5^8$. ....

34. Tìm $n \in \mathbb{Z}^+$ thỏa mãn $3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - 3^{n-3} C_n^3 + \cdots\cdots + (-1)^n C_n^n = 2048$.

....

....

Đáp số: $n = 11$. ....

35. Tìm $n \in \mathbb{Z}^+$ thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^{n-1} + C_n^n = 4095$.

....

....

Đáp số: $n = 12$. ....

Dạng toàn chẵn hoặc toàn lẻ

☞ Trong biểu thức có $C_n^{\boxed{0}} + C_n^{\boxed{2k}} + \ldots$ (toàn chẵn) hoặc $C_n^{\boxed{1}} + C_n^{\boxed{2k+1}} + \ldots$ (toàn lẻ) thì đó là dấu hiệu nhận dạng khai triển hai biểu thức dạng $(a-b)^n$ và $(a+b)^n$ khi chọn $a,\ b$ rồi cộng lại (khi toàn chẵn) hoặc trừ đi (khi toàn lẻ) theo từng vế.

36. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn: $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + C_{2n}^6 + \cdots\cdots + C_{2n}^{2n} = 512.$

☞ ***Suy luận***: *Đây là dạng toàn chẵn, sẽ khai triển* 2 *nhị thức* $(a+b)^{2n}$ *và* $(a-b)^{2n}$ *rồi cộng lại.*

- *Không có số mũ của số nào giảm* $\longrightarrow$ *Chọn* $a = 1.$
- *Không có số mũ của số nào tăng* $\longrightarrow$ *Chọn* $b = 1.$

Lời giải tham khảo

Xét $(1+1)^{2n} = \sum_{k=0}^{2n} C_{2n}^k.1^{2n-k}.1^k \quad = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + C_{2n}^3 + C_{2n}^4 + \cdots + C_{2n}^{2n}$ (1)

Xét $(1-1)^{2n} = \sum_{k=0}^{2n} C_{2n}^k.1^{2n-k}.(-1)^k = C_{2n}^0 - C_{2n}^1 + C_{2n}^2 - C_{2n}^3 + C_{2n}^4 - \cdots + C_{2n}^{2n}$ (2)

Lấy $(1)+(2) \Rightarrow 2^{2n} + 0^{2n} = 2.(C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + C_{2n}^6 + \cdots + C_{2n}^{2n})$

$\Leftrightarrow 2^{2n} = 2.512 \Leftrightarrow 2^{2n} = 1024 \Leftrightarrow 2^{2n} = 2^{10} \Leftrightarrow 2n = 10 \Leftrightarrow n = 5.$

37. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn: $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + C_{2n+1}^5 + \cdots + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024.$

Đáp số: $n = 5.$

38. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn: $C_{2014}^2 + C_{2014}^4 + C_{2014}^6 + C_{2014}^8 + \cdots + C_{2014}^{1006} = 2^{503n} - 1.$

Đáp số: $n = 4.$

39. Chứng minh: $C_{2n}^{0}+C_{2n}^{2}+\cdots+C_{2n}^{2n}=C_{2n}^{1}+C_{2n}^{3}+\cdots+C_{2n}^{2n-1}=2^{2n-1}$.

40. Tính tổng: $S=C_{100}^{0}+C_{100}^{2}+C_{100}^{4}+\cdots+C_{100}^{100}$.

ĐS: $S=2^{99}$.

41. Tính tổng: $S=C_{2001}^{0}+3^{2}C_{2001}^{2}+3^{4}C_{2001}^{4}+\cdots+3^{2020}C_{2001}^{2000}$.

ĐS: $S=4^{2001}-2^{2001}$.

42. * Tìm số tự nhiên n thỏa mãn: $C_{2n}^{0}+3^{2}C_{2n}^{2}+3^{4}C_{2n}^{4}+\cdots+3^{2n}C_{2n}^{2n}=2^{15}(2^{16}+1)$.

ĐS: $n=8$.

Nhóm bài toán tính tổng hoặc chứng minh dựa vào tính chất hoặc biến đổi (nâng cao)

43. *Tính tổng: $S=\dfrac{1}{2!.2012!}+\dfrac{1}{4!.2010!}+\cdots+\dfrac{1}{2012!.2!}+\dfrac{1}{2014!}$.

☞ ***Suy luận***: *Dựa vào công thức tổ hợp $C_n^k=\dfrac{n!}{k!.(n-k)!}$, có: $k+(n-k)=n$ nên sẽ phân tích $\dfrac{1}{2!.2012!}=\dfrac{1}{2!.(2014-2)!}$ và gợi cho ta nhân thêm hai vế cho $2014!$ sẽ đưa được về C_{2014}^2.*

Lời giải tham khảo

Ta có: $S=\dfrac{1}{2!.2012!}+\dfrac{1}{4!.2010!}+\cdots+\dfrac{1}{2012!.2!}+\dfrac{1}{2014!}$

$\Leftrightarrow 2014!.S=\dfrac{2014!}{2!.2012!}+\dfrac{2014!}{4!.2010!}+\cdots+\dfrac{2014!}{2012!.2!}+\dfrac{2014!}{2014!}$

$\Leftrightarrow 2014!.S=\dfrac{2014!}{2!.(2014-2)!}+\dfrac{2014!}{4!.(2014-4)!}+\cdots+\dfrac{2014!}{2012!.(2014-2)!}+\dfrac{2014!}{2014!.(2014-2014)!}$

$\Leftrightarrow 2014!.S=C_{2014}^2+C_{2014}^4+C_{2014}^6+\cdots+C_{2014}^{2012}+C_{2014}^{2014}$.

Xét ....

....

....

....

Đáp số: $S=\dfrac{2^{2013}-1}{2014!}$. ....

44. *Tính tổng: $S=\dfrac{1}{2019!}+\dfrac{1}{3!.2017!}+\cdots+\dfrac{1}{2017!.3!}+\dfrac{1}{2020!}$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Đáp số: $S=\dfrac{2^{2019}-1}{2020!}$. ....

45. *Tính tổng: $S=\dfrac{C_{2013}^0}{1}+\dfrac{C_{2013}^1}{2}+\dfrac{C_{2013}^2}{3}+\cdots+\dfrac{C_{2013}^{2013}}{2014}\cdot$

Ta có: $S=\dfrac{C_{2013}^0}{1}+\dfrac{C_{2013}^1}{2}+\dfrac{C_{2013}^2}{3}+\cdots+\dfrac{C_{2013}^{2013}}{2014}=\sum\limits_{k=0}^{2013}\dfrac{C_{2013}^k}{1+k}=\sum\limits_{k=0}^{2013}\dfrac{1}{1+k}\cdot C_{2013}^k$

$$=\sum_{k=0}^{2013}\frac{1}{1+k}\cdot\frac{2013!}{k!.(2013-k)!}=\sum_{k=0}^{2013}\frac{1}{2014}\cdot\frac{2014.2013!}{(1+k).k!.(2013-k)!}$$

$$=\sum_{k=0}^{2013}\frac{1}{2014}\cdot\frac{2014!}{(k+1)!.[2014-(k+1)]!}=\sum_{k=0}^{2013}\frac{1}{2014}C_{2014}^{k+1}$$

$$=\frac{1}{2014}\cdot\left(C_{2014}^1+C_{2014}^2+\cdots+C_{2014}^{2014}\right).$$

....

....

....

Đáp số: $S=\dfrac{2^{2014}-1}{2014}$. ....

46. *Chứng minh: $k^2C_n^k=n(n-1)C_{n-2}^{k-2}+nC_{n-1}^{k-1}$, với $k,\ n$ là số nguyên thỏa $2\le k\le n$.

Tính tổng: $S=1^2.C_{2013}^1+2^2.C_{2013}^2+3^2.C_{2013}^3+\cdots+2013^2.C_{2013}^{2013}$.

Ta có: $k^2C_n^k=k.k.C_n^k=k.[(k-1)+1].C_n^k=k(k-1).C_n^k+k.C_n^k$

$=$ ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Đáp số: $S=2013.2014.2^{2011}$. ....

47. *Chứng minh: $(C_n^0)^2+(C_n^1)^2+\cdots+(C_n^n)^2=C_{2n}^n$ với $n\ge 2,\ n\in\mathbb{N}$.

☞ ***Suy luận***: *Ta có* $(1+x)^{2n}=(1+x)^n(x+1)^n$ *nên suy nghĩ đến việc khai triển* $(1+x)^{2n}$ *và khai triển tích* $(1+x)^n.(x+1)^n$, *sau đó so sánh hệ số* x^n *với nhau sẽ đưa đến đpcm.*

Lời giải tham khảo

Xét khai triễn: $P(x)=(1+x)^{2n}=\sum\limits_{k=0}^{2n}C_{2n}^k x^k$ có hệ số của x^n là C_{2n}^n.

Xét khai triễn $P(x)=(1+x)^n(x+1)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k.x^k.\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k x^{n-k}=\sum\limits_{k=0}^{n}\left[\sum\limits_{k=0}^{n}(C_n^k)^2.x^n\right]$ có hệ số của x^n là $\sum\limits_{k=0}^{n}(C_n^k)^2.x^n$. Suy ra: $\sum\limits_{k=0}^{n}(C_n^k)^2.x^n=C_{2n}^n\Leftrightarrow(C_n^0)^2+(C_n^1)^2+\cdots+(C_n^n)^2=C_{2n}^n$ (đpcm).

48. *Tính tổng: $S=(C_{2020}^0)^2+(C_{2020}^1)^2+(C_{2020}^2)^2+\cdots+(C_{2020}^{2020})^2$.

....

ĐS: $S=C_{4040}^{2020}$.

49. *Cho số tự nhiên $n\ge 2$, chứng minh: $\left(\dfrac{C_n^0}{1}\right)^2+\left(\dfrac{C_n^1}{2}\right)^2+\cdots+\left(\dfrac{C_n^n}{n+1}\right)^2=\dfrac{C_{2n+2}^{n+1}-1}{(n+1)^2}$.

Ta có: $\left(\dfrac{C_n^0}{1}\right)^2+\left(\dfrac{C_n^1}{2}\right)^2+\cdots+\left(\dfrac{C_n^n}{n+1}\right)^2=\sum\limits_{k=0}^{n}\left(\dfrac{C_n^k}{k+1}\right)^2=\sum\limits_{k=0}^{n}\left[\left(\dfrac{1}{k+1}\cdot\dfrac{n!}{k!.(n-k)!}\right)^2\right]$

$$=\sum_{k=0}^{n}\left[\frac{1}{n+1}\cdot\frac{n!.(n+1)}{k!.(k+1).(n-k)!}\right]^2=\sum_{k=0}^{n}\left[\frac{1}{n+1}\cdot\frac{(n+1)!}{(k+1)!.[(n+1)-(k+1)!}\right]^2$$

$$=\sum_{k=0}^{n}\left[\frac{1}{n+1}\cdot C_{n+1}^{k+1}\right]^2=\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{(n+1)^2}\cdot(C_{n+1}^{k+1})^2.$$

Suy ra $VT=\dfrac{1}{(n+1)^2}\left[(C_{n+1}^1)^2+(C_{n+1}^1)^2+\cdots+(C_{n+1}^{n+1})^2\right]$

....

50. * Tìm số nguyên dương n thỏa mãn: $2C_n^0+5C_n^1+8C_n^2+\cdots+(3n+2)C_n^n=1600.$

Hướng dẫn: $2C_n^0+5C_n^1+8C_n^2+\cdots+(3n+2)C_n^n=\sum_{k=0}^{n}(3k+2)C_n^k$ **ĐS**: $n=7.$

51. * Tính tổng: $S=\dfrac{C_{12}^{12}}{11.12}+\dfrac{C_{13}^{12}}{11.12}+\dfrac{C_{14}^{12}}{11.12}+\cdots+\dfrac{C_{2013}^{12}}{2012.2013}+\dfrac{C_{2014}^{12}}{2013.2014}.$

Hướng dẫn: $S=\sum_{k=12}^{2014}\dfrac{C_k^{12}}{(k-1).k}=\cdots=\dfrac{C_{n-2}^{10}}{132}.$ **ĐS**: $S=\dfrac{C_{2013}^{11}}{132}.$

52. * Tìm số nguyên dương n thỏa mãn: $C_n^0+\dfrac{1}{2}C_n^1+\dfrac{1}{3}C_n^2+\dfrac{1}{4}C_n^3+\cdots+\dfrac{1}{n+1}C_n^n=\dfrac{1023}{n+1}.$

Hướng dẫn: $VT=\sum_{k=0}^{n}\dfrac{1}{k+1}C_n^k=\cdots=\sum_{k=0}^{n}\dfrac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}.$ **ĐS**: $n=9.$

53. * Tính tổng: $S=1.2.C_{2013}^2+2.3.C_{2013}^3+\cdots+2012.2013.C_{2013}^{2013}.$

Hướng dẫn: $S=\sum_{k=2}^{2013}(k-1).k.C_{2013}^k=\cdots=2012.2013.C_{2011}^{k-2}.$ **ĐS**: $2012.2013.2^{2011}.$

54. * Tính tổng: $S=C_{2012}^0+2C_{2012}^1+3C_{2012}^2+4C_{2012}^3+5C_{2012}^4+\cdots+2013C_{2012}^{2012}.$

Hướng dẫn: $S=\sum_{k=0}^{2012}(k+1)C_{2012}^k=\cdots=\sum_{k=1}^{2011}2012C_{2011}^{k-1}+\sum_{k=0}^{2012}C_{2012}^k.$ **ĐS**: $1007.2^{2012}.$

55. * Tìm $n\in\mathbb{N}^*$ thỏa: $C_{2011}^0C_{2011}^{2010}+C_{2011}^1C_{2010}^{2009}+\cdots+C_{2011}^kC_{2011-k}^{2010-k}+\cdots+C_{2011}^{2010}C_1^0=2011.2^n.$

Hướng dẫn: $VT=\sum_{k=0}^{2010}C_{2011}^kC_{2011-k}^{2010-k}=\cdots=2011C_{2010}^k.$ **ĐS**: $n=2010.$

56. * Tìm số nguyên dương $n\geq 3$ thỏa mãn: $\dfrac{1}{C_3^3}+\dfrac{1}{C_4^3}+\dfrac{1}{C_5^3}+\cdots+\dfrac{1}{C_n^3}=\dfrac{89}{30}.$

Hướng dẫn: $VT=\sum_{k=3}^{n}\dfrac{1}{C_k^3}=\cdots=\sum_{k=3}^{n}3\left[\dfrac{1}{(k-1)(k-2)}-\dfrac{1}{k(k-1)}\right].$ **ĐS**: $n=10.$

57. * Tính tổng: $S=\dfrac{A_{2013}^0}{0!}+\dfrac{A_{2013}^1}{1!}+\dfrac{A_{2013}^2}{2!}+\cdots+\dfrac{A_{2013}^{2013}}{2013!}.$

Hướng dẫn: $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}=\dfrac{A_n^k}{k!}$ và $0!=1.$ **ĐS**: $S=2^{2013}.$

58. * Tìm số nguyên dương $n\geq 2$ thỏa mãn: $\dfrac{1}{A_2^2}+\dfrac{1}{A_3^2}+\dfrac{1}{A_4^2}+\cdots+\dfrac{1}{A_n^2}=\dfrac{2013}{2014}.$

Hướng dẫn: $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}=\dfrac{A_n^k}{k!}\Rightarrow\dfrac{1}{A_n^k}=\dfrac{1}{k!C_n^k}\Rightarrow VT=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{C_2^2}+\dfrac{1}{C_3^2}+\dfrac{1}{C_4^2}+\cdots+\dfrac{1}{C_n^2}\right)$

59. * Tính tổng: $S=C_{20}^0C_{12}^{11}+C_{20}^1C_{12}^{10}+C_{20}^2C_{12}^9+\cdots+C_{20}^{10}C_{12}^1+C_{20}^{11}C_{12}^0.$

Hướng dẫn: So sánh hệ số x^{11} trong $(1+x)^{32}$ và $(1+x)^{20}(1+x)^{12}.$ **ĐS**: $S=C_{32}^{11}.$

BÀI TẬP VỀ NHÀ 3

Câu 1. Xét $(1-2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{20}x_{20}$. Giá trị $a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{20}$ bằng

A. 1. **B.** 3^{20}.
C. 0. **D.** -1.

Câu 2. Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^{2018}$.

A. -1. **B.** 1.
C. -2018. **D.** 2018.

Câu 3. Xét khai triễn đa thức $(1+2x+3x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{20}x^{20}$. Giá trị của tổng $S = a_0 + 2a_1 + 4a_2 + \cdots + 2^{20}a_{20}$ bằng

A. 15^{10}. **B.** 17^{10}.
C. 7^{10}. **D.** 17^{20}.

Câu 4. Cho đa thức $P(x) = (x-2)^{2017} + (3-2x)^{2018} = a_{2018}x^{2018} + a_{2017}x^{2017} + \cdots + a_1x + a_0$. Khi đó $S = a_{2018} + a_{2017} + \cdots + a_1 + a_0$ bằng

A. 0. **B.** 1.
C. 2018. **D.** 2017.

Câu 5. Tổng $C_{2016}^1 + C_{2016}^2 + C_{2016}^3 + \cdots + C_{2016}^{2016}$ bằng

A. 4^{2016}. **B.** $2^{2016}+1$.
C. $4^{2016}-1$. **D.** $2^{2016}-1$.

Câu 6. Tính tổng $S = C_{10}^0 + 2.C_{10}^1 + 2^2.C_{10}^2 + \cdots + 2^{10}.C_{10}^{10}$.

A. $S = 2^{10}$. **B.** $S = 4^{10}$.
C. $S = 3^{10}$. **D.** $S = 3^{11}$.

Câu 7. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \cdots + 2^nC_n^n = 14348907$.

A. $n = 15$. **B.** $n = 14$.
C. $n = 10$. **D.** $n = 11$.

Câu 8. Tìm số nguyên dương n thỏa: $3^nC_n^0 - 3^{n-1}C_n^1 + 3^{n-2}C_n^2 - \cdots + (-1)^nC_n^n = 2048$.

A. $n = 8$. **B.** $n = 9$.
C. $n = 10$. **D.** $n = 11$.

Câu 9. Tính tổng $S = 5^n C_n^0 + 5^{n-1}.3.C_n^{n-1} + 3^2.5^{n-2}C_n^{n-2} + \cdots + 3^n C_n^0$.

A. 28^n. **B.** $1+8^n$.
C. 8^{n-1}. **D.** 8^n.

Câu 10. Tổng tất cả các hệ số của khai triển $(x+y)^{20}$ bằng bao nhiêu ?

A. 77520. **B.** 1860480.
C. 1048576. **D.** 81920.

Câu 11. Trong khai triển nhị thức $(3+0,02)^7$, tìm tổng số ba số hạng đầu tiên ?

A. $2289,3283$. **B.** $2291,1012$.
C. $2275,93801$. **D.** $2291,1141$.

Câu 12. Tổng $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \cdots + C_{2n}^{2n}$ bằng

A. 2^{n-2}. **B.** 2^{n-1}.
C. 2^{2n-2}. **D.** 2^{2n-1}.

Câu 13. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + \cdots + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024$.

A. $n=10$. **B.** $n=5$.
C. $n=9$. **D.** $n=11$.

Câu 14. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \cdots + C_{2n+1}^{2n} = 1024$.

A. $n=6$. **B.** $n=10$.
C. $n=5$. **D.** $n=9$.

Câu 15. Tổng $T = C_{2017}^1 + C_{2017}^3 + C_{2017}^5 + \cdots + C_{2017}^{2017}$ bằng

A. $2^{2017}-1$. **B.** 2^{2016}.
C. 2^{2017}. **D.** $2^{2016}-1$.

Câu 16. * Tổng $S = C_n^0.C_{2n}^1 + C_n^1.C_{2n}^2 + \cdots + C_n^n.C_{2n}^{n+1}$ bằng

A. C_{3n}^{2n}. **B.** C_{3n}^{n}.

C. C_{3n}^{n+1}. **D.** C_{3n}^{2n-1}.

Câu 17. * Tính tổng $P = (C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \cdots + (C_n^n)^2$ theo n.

A. C_n^n. **B.** C_n^2.

C. C_{2n}^n. **D.** C_{2n}^{2n}.

Câu 18. * Tính tổng $S = C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \cdots + nC_n^n$.

A. $4n.2^{n-1}$. **B.** $n.2^{n-1}$.

C. $3n.2^{n-1}$. **D.** $2n.2^{n-1}$.

Câu 19. * Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $2C_n^0 + 5C_n^1 + 8C_n^2 + \cdots + (3n+2)C_n^n = 1600$.

A. $n = 5$. **B.** $n = 7$.

C. $n = 10$. **D.** $n = 8$.

Câu 20. * Tính các tổng sau: $S_1 = C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \cdots + \frac{1}{n+1}C_n^n$.

A. $\frac{2^{n+1}+1}{n+1}$. **B.** $\frac{2^{n+1}-1}{n+1}$.

C. $\frac{2^{n+1}-1}{n+1}+1$. **D.** $\frac{2^{n+1}-1}{n+1}-1$.

ĐÁP ÁN ĐỀ VỀ NHÀ SỐ 03

1.A	2.B	3.B	4.A	5.D	6.C	7.A	8.D	9.D	10.C
11.B	12.D	13.B	14.C	15.B	16.C	17.C	18.B	19.B	20.B

Dạng toán 3. Tìm hệ số hoặc số hạng dạng có điều kiện (kết hợp giữa dạng 1 & 2)

60. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3+\dfrac{2}{x^2}\right)^n$, biết $C_n^1+C_n^2=55$.

Điều kiện: $n\geq 2$ và $n\in\mathbb{N}$.

Ta có: $C_n^1+C_n^2=55\Leftrightarrow\dfrac{n!}{(n-1)!}+\dfrac{n!}{(n-2)!2!}=55\Leftrightarrow n^2+n-110=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=10\\n=-11\ (L)\end{array}\right.$.

Với $n=10$ ta có $\left(x^3+\dfrac{2}{x^2}\right)^{10}$ với số hạng tổng quát: $T_{k+1}=C_{10}^k x^{3(10-k)}.\left(\dfrac{2}{x^2}\right)^k=C_{10}^k 2^k x^{30-5k}$.

Số hạng không chứa x ứng với k thỏa $30-5k=0\Leftrightarrow k=6$.

Vậy số hạng không chứa x là $C_{10}^6 2^6=13440$.

61. Tìm số hạng chứa x^{10} trong khai triển $\left(x^3-\dfrac{1}{x^2}\right)^n$, biết $C_n^4=13C_n^2$.

ĐS: $C_{10}^4(-1)^4.x^{10}=210x^{10}$.

62. Tìm hệ số của x^{20} trong khai triển nhị thức Newton $\left(x^4-\dfrac{1}{2}\right)^n$, biết $A_n^2+3n=440$.

ĐS: $(-1)^{15}C_{20}^{15}2^{-15}$.

63. Tìm số hạng chứa x^8 trong khai triển $(x^2+2)^n$, biết $A_n^3-8C_n^2+C_n^1=49$.

ĐS: $280x^8$.

64. Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển $\left(x^3+\dfrac{1}{x^2}\right)^n$, $x\ne 0$, biết $C_n^0+C_n^1+C_n^2=11$.

ĐS: $6x^2$.

65. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $\left(\dfrac{2}{x}-x^3\right)^n$, $\forall x\ne 0$, biết $C_{n-4}^{n-6}+n.A_n^2=454$.

ĐS: -1792.

66. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x+\dfrac{3}{x^3}\right)^n$, biết $A_{n+1}^2+C_{n+1}^2=18P_3$.

ĐS: 252.

67. Tìm hệ số của x^{11} trong khai triển $x^3\left(x^{n-8}-\dfrac{n}{3x}\right)^n$, biết $C_n^{n-3}-C_{n-1}^2=C_{n-1}^1C_{n+3}^{n+2}$.

ĐS: 32440320.

68. Tìm $n \in \mathbb{Z}^+$ để trong khai triển $(1+x^2)^n$ có hệ số của x^8 bằng 6 lần hệ số của x^4.

Ta có: $(1+x^2)^n = \sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k.1^{n-k}.(x^2)^k = \sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k x^{2k}$.

Hệ số của x^8 ứng với $k=4$ là C_n^4 và hệ của x^4 ứng với $k=2$ là C_n^2.

Theo đề bài, ta có: $C_n^4 = 6C_n^2 \Leftrightarrow$ ....

....

ĐS: $n = 11$. ....

69. Tính A_{20}^n, biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1+3x)^n$ là 90.

....

....

....

....

ĐS: $n=5,\ 1860480$. ....

70. Trong khai triển nhị thức $(1+2ax)^n$, $(x \neq 0)$ ta có được số hạng đầu là 1, số hạng thứ hai là $48x$, số hạng thứ ba là $1008x^2$. Tìm n và a ?

Theo đề, ta có số mũ của x tăng dần nên $(1+2ax)^n$ ta chọn $a=1,\ b=2ax$.

Ta có số hạng tổng quát: $T_{k+1} = C_n^k.1^{n-k}.(2ax)^k = C_n^k.(2a)^k.x^k$.

Số hạng thứ $2 \Rightarrow k=1 \longrightarrow C_n^1.2ax = 48x \Leftrightarrow na = 24$ (1)

Số hạng thứ $3 \Rightarrow k=2 \longrightarrow C_n^2(2a)^2x^2 = 1008x^2 \Leftrightarrow aC_n^2 = 252$

$\Leftrightarrow \dfrac{n!.a}{2!.(n-2)!} = 252 \Leftrightarrow na.(n-1) = 504$ (2)

Thế (1) vào (2), ta được: $24(n-1) = 504 \Leftrightarrow n = 22$ và thế $n=22$ vào (1), được $a = \dfrac{12}{11}\cdot$

71. Trong khai triển nhị thức $(1+ax)^n$, ta có số hạng đầu bằng 1, số hạng thứ hai bằng $24x$, số hạng thứ ba bằng $252x^2$. Tìm n và a ?

....

....

....

....

....

ĐS: $n=8,\ a=3$. ....

72. Biết hệ số của x^{n-2} trong khai triển $(x-2)^n$ bằng $220.$ Tìm hệ số của x^2.

ĐS: $n=11,\ 28160.$

73. Biết hệ số của x^{n-2} trong khai triển $\left(x-\dfrac{1}{4}\right)^n$ bằng $31.$ Tìm số nguyên dương $n.$

ĐS: $n=32.$

74. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^n$, biết hiệu số của số hạng thứ ba và thứ hai bằng $35.$

ĐS: $n=10,\ 252.$

75. Trong khai triển của nhị thức $\left(x^2-\dfrac{2}{x}\right)^n$ cho biết tổng hệ số của ba số hạng đầu tiên trong khai triển trên bằng $97.$ Tìm hệ số của số hạng có chứa x^4.

ĐS: $n=8,\ 1120.$

76. Biết tổng các hệ số trong khai triển $(1+x^2)^n$ là $1024.$ Tìm hệ số của x^{12} ?

Tổng hệ số của khai triển nghĩa là lấy phần hệ số của từng số hạng cộng lại sẽ không có ẩn $x,$ vậy chọn $x=1 \Rightarrow$ tổng hệ số cần tìm là $(1+1^2)^n = 1024 \Leftrightarrow 2^n = 2^{10} \Leftrightarrow n=10.$

Với $n=10,$ ta có khai triễn $(1+x^2)^{10}$ với số hạng tổng quát: $T_{k+1} =$ ....

....

....

ĐS: $n=11.$ ***Lưu ý***: *Học sinh có thể khai triễn $(1+x^2)^n$ và xác định tổng hệ số, rồi tìm n.* ....

77. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $\left(\dfrac{1}{x}+x^3\right)^n$, với n là số nguyên dương và biết rằng tổng các hệ số trong khai triển bằng 1024 ?

....

....

....

....

ĐS: $n=10,\ 210.$ ....

78. Biết tổng các hệ số của khai triển nhị thức $\left(x+\dfrac{1}{x^2}\right)^{3n}$ là $64.$ Tìm số hạng không chứa $x.$

....

....

....

....

ĐS: $15.$ ....

79. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển của biểu thức $(x-4x^{\frac{1}{2}})^n$ với $x \geq 0$ và biết rằng $C_n^0 + 3C_n^1 + 3^2C_n^2 + \cdots\cdots + 3^n = 65536$ với $n \in \mathbb{N}.$

....

....

....

....

....

ĐS: $17920.$ ....

80. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của biểu thức $\left(x^3+\dfrac{2}{x^4}\right)^n$ với $x \neq 0$ và biết rằng $C_n^0 7^n - 7^{n-1}.2.C_n^1 + 7^{n-2}.2^2.C_n^2 - \cdots\cdots + (-1)^n 2^n = 390625$ với $n \in \mathbb{N}$.

ĐS: 448.

81. Tìm hệ số của x^{10} trong khai triển nhị thức $(2+x)^n$, biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn điều kiện $3^n C_n^0 - 3^{n-1}C_n^1 + 3^{n-2}C_n^2 - 3^{n-3}C_n^3 + \cdots\cdots + (-1)^n C_n^n = 2048$.

ĐS: 22.

82. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển $P(x) = \left(\dfrac{2}{x^3}+x^{\frac{5}{2}}\right)^n$ với $x>0$. Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^{n-1} + C_n^n = 4095$.

ĐS: 7920.

83. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển đa thức $(2-3x)^{2n}$, trong đó n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + C_{2n+1}^5 + \cdots + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024.$

ĐS: $-2099520.$

84. Tìm hệ số của x trong khai triển đa thức $\left(2x + x^{-\frac{1}{3}}\right)^n$, $x \neq 0,$ trong đó n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \cdots + C_{2n}^{2n} = 512.$

ĐS: $40.$

85. Tìm a để trong khai triễn $(1+ax)(1-3x)^n$ có hệ số của hạng chứa x^3 bằng $405.$ Biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = 64.$

Tìm n? Xét khai triễn:

Với $n = 6,$ có $(1+ax)(1-3x)^6 = (1-3x)^6 + ax(1-3x)^6 = \sum_{k=0}^{6} C_6^k (-3x)^k + ax.\sum_{p=0}^{6} C_6^p (-3x)^p$

$=$

ĐS: $a = 7.$

86. Cho xét khai triển $f(x)=(1+2x)^n=a_o+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$. Tính n và a_{11} biết rằng $a_0+\dfrac{a_1}{2}+\dfrac{a_2}{2^2}+\dfrac{a_3}{2^3}+\cdots+\dfrac{a_n}{2^n}=4096.$

Với $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\left(1+2.\dfrac{1}{2}\right)^n=a_0+\dfrac{a_1}{2}+\dfrac{a_2}{2^2}+\dfrac{a_3}{2^3}+\cdots+\dfrac{a_n}{2^n}\Leftrightarrow 2^n=4096\Leftrightarrow 2^n=2^{12}\Leftrightarrow n=12.$

Với $n=12\Rightarrow f(x)=(1+2x)^{12}$ có số hạng tổng quát là $T_{k+1}=$ ....

....

....

ĐS: $C_{12}^{11}2^{11}$. ....

87. Cho $P=(2+3x)^n$, $n\in\mathbb{N}^*$. Khai triển P ta được: $P=a_o+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$. Tính n và a_9 biết rằng $a_0+\dfrac{a_1}{3}+\dfrac{a_2}{3^2}+\dfrac{a_3}{3^3}+\cdots+\dfrac{a_n}{3^n}=177147.$

....

....

....

....

....

....

ĐS: $n=11,\ a_9=C_{11}^9 2^2.3^9$. ....

88. *Cho khai triển nhị thức: $(1-2x+x^3)^n=a_o+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{3n}x^{3n}$. Xác định n và tìm a_6, biết rằng: $a_o+\dfrac{a_1}{2}+\dfrac{a_2}{2^2}+\cdots\cdots+\dfrac{a_{3n}}{2^{3n}}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{15}$.

....

....

....

....

....

....

....

....

ĐS: $n=5,\ a_6=-150$. ....

Nhóm bài toán tìm hệ số lớn nhất trong khai triễn $(a+bx)^n$

Xét khai triển nhị thức Newton $(a+bx)^n$ có số hạng tổng quát: $T_{k+1} = C_n^k.a^{n-k}.b^k.x^k$.

Đặt $a_k = C_n^k a^{n-k} b^k,\ 0 \le k \le n$ thì dãy hệ số là $\{a_k\}$. Khi đó hệ số lớn nhất trong khai triển này thỏa hệ bất phương trình $\begin{cases} a_k \ge a_{k+1} \\ a_k \ge a_{k-1} \end{cases} \Rightarrow k_o \Rightarrow a_{k_o \max} = C_n^{k_o} a^{n-k_o} b^{k_o}$.

89. *Xét khai triễn: $\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{2x}{3}\right)^{11} = a_o + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{11}x^{11}$. Hãy tìm k để hệ số a_k lớn nhất và tính nó ? $(0 \le k \le 11,\ k:\text{nguyên})$.

Ta có: $\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{2x}{3}\right)^{11} = \left[\dfrac{1}{3}(1+2x)\right]^{11} = \dfrac{1}{3^{11}}(1+2x) = \displaystyle\sum_{k=0}^{11}\dfrac{C_{11}^k}{3^{11}}.2^k.x^k$.

Hệ số có dạng tổng quát: $a_k = \dfrac{2^k}{3^{11}}.C_{11}^k$ với $0 \le k \le 11,\ k \in \mathbb{N}$.

Hệ số lớn nhất thỏa mãn hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} a_k \ge a_{k+1} \\ a_k \ge a_{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2^k}{3^{11}}C_{11}^k \ge \dfrac{2^{k+1}}{3^{11}}C_{11}^{k+1} \\ \dfrac{2^k}{3^{11}}C_{11}^k \ge \dfrac{2^{k-1}}{3^{11}}C_{11}^{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2^k}{k!(11-k)!} \ge \dfrac{2^{k+1}}{(k+1)!(10-k)!} \\ \dfrac{2^k}{k!(11-k)!} \ge \dfrac{2^{k-1}}{(k-1)!(12-k)!} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k+1 \ge 2(11-k) \\ 2(12-k) > k \end{cases}$$

$\Leftrightarrow 7 \le k \le 8$. Do $k \in \mathbb{N}$ nên $k = 7$ hoặc $k = 8$ thì hệ số sẽ lớn nhất.

Khi đó hệ số lớn nhất là $a_{k\max} = a_7 = a_8 = \dfrac{2^7}{3^{11}}.C_{11}^7 = \dfrac{2^8}{3^{11}}.C_{11}^8 = 0,2384460363$.

90. *Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n$, trong đó $\mathrm{n} \in \mathbb{Z}$ và các hệ số $a_0, a_1, \ldots, a_n$ thỏa mãn hệ thức $a_0 + \dfrac{a_1}{2} + \cdots + \dfrac{a_n}{2^n} = 4096$. Tìm số lớn nhất trong các số $a_0, a_1, \ldots, a_n$?

ĐS: $a_{\max} = a_8 = 2^8C_{12}^8 = 126720$.

91. *Cho khai triển $\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{x}{3}\right)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$. Tìm số lớn nhất trong các số $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$? Biết n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^2C_n^{n-2} + 2C_n^{n-2}C_n^{n-1} + C_n^1C_n^{n-1} = 11025$.

ĐS: $a_{\max} = a_5 = a_6 = C_{14}^5 2^{-9}3^{-5}$.

92. *Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất để khai triển $(1+x)^n$ có tỉ số 2 hệ số liên tiếp $= 7/15$.

ĐS: $n = 21$.

93. *Cho $A = \left(x - \dfrac{1}{x^2}\right)^{20} + \left(x^3 - \dfrac{1}{x}\right)^{10}$. Sau khi khai triển và rút gọn thì biểu thức A sẽ gồm bao nhiêu số hạng ?

Ta có: $A = \left(x - \dfrac{1}{x^2}\right)^{20} + \left(x^3 - \dfrac{1}{x}\right)^{10} =$

$$= \sum_0^{20} C_{20}^k.(-1)^k.x^{20-3k} + \sum_0^{10} C_{10}^i.(-1)^i.x^{30-4i} = A_1 + A_2.$$

Xét trường hợp số mũ bằng nhau trong 2 khai triển $20 - 3k = 30 - 4i \Leftrightarrow k = \dfrac{4i-10}{3}$.

$$\longrightarrow \begin{cases} 0 \le k \le 20 \\ 0 \le i \le 10 \\ (4i-10) \vdots 3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4i - 10 = 6 \\ 4i - 10 = 18 \\ 4i - 10 = 30 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} i = 4 \\ i = 7 \\ i = 10 \end{array}\right. .$$

$\longrightarrow$ Có 3 số hạng trong khai triển A có lũy thừa của x bằng nhau.

Do khai triển A_1 có $n = 20 \Rightarrow$ có 21 số hạng sau khi khai triển và khai triển A_2 có $n = 10 \Rightarrow$ có 11 số hạng sau khi khai triển. Vậy khai triển A có $21 + 11 - 3 = 29$ số hạng.

BÀI TẬP VỀ NHÀ 4

Câu 1. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(1+3x)^{2n}$ biết $A_n^3+2A_n^2=100$.

A. 61236.
B. 63216.
C. 61326.
D. 66321.

Câu 2. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(2x-1)^n$ biết $C_n^{n-1}+C_n^{n-2}=78$.

A. 25344.
B. 101376.
C. -101376.
D. -25344.

Câu 3. Tìm số hạng chứa x^4 trong khai triển biểu thức $\left(\dfrac{2}{x}-x^3\right)^n$ với mọi $x\neq 0$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2+nA_n^2=476$.

A. $1792x^4$.
B. -1792.
C. 1792.
D. $-1792x^4$.

Câu 4. Với n là số tự nhiên thỏa mãn $C_{n-4}^{n-6}+nA_n^2=454$, hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\dfrac{2}{x}-x^3\right)^n$ bằng

A. 1972.
B. 786.
C. 1692.
D. -1792.

Câu 5. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2=55$, số hạng không chứa x trong khai triển của thức $\left(x^3+\dfrac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 322560.
B. 3360.
C. 80640.
D. 13440.

Câu 6. Biết rằng hệ số của x^{n-2} trong khai triển $\left(x-\frac{1}{4}\right)^n$ bằng 31. Tìm n.

A. $n=32$.
B. $n=30$.
C. $n=31$.
D. $n=33$.

Câu 7. Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Tìm n.

A. $n=5$.
B. $n=8$.
C. $n=6$.
D. $n=7$.

Câu 8. Giả sử trong khai triển $(1+ax)(1-3x)^6$ với $a\in\mathbb{R}$ thì hệ số của số hạng chứa x^3 là 405. Giá trị của a bằng

A. 9.
B. 6.
C. 7.
D. 14.

Câu 9. Xét $(1-2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$. Tìm a_5 biết $a_0+a_1+a_2=71$.

A. -672.
B. 672.
C. 627.
D. -627.

Câu 10. Tổng các hệ số trong khai triển $(3x-1)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$ là 2^{11}. Tìm a_6.

A. $a_6=-336798$.
B. $a_6=336798$.
C. $a_6=-112266$.
D. $a_6=112266$.

Câu 11. Với n thỏa mãn $3C_{n+1}^3-3A_n^2=52(n-1)$. Trong khai triển $(x^3+2y^2)^n$, gọi T_k là số hạng mà tổng số mũ của x và y của số hạng đó bằng 34. Hệ số của T_k bằng

A. 54912.
B. 1287.
C. 2574.
D. 41184.

Câu 12. Biết rằng hệ số của x^{n-2} trong khai triển $\left(x-\dfrac{1}{4}\right)^n$ bằng 31. Tìm n.

A. $n=32$.
B. $n=30$.
C. $n=31$.
D. $n=33$.

Câu 13. Cho $n\in\mathbb{N}$ thỏa mãn $C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=1023$. Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $\left[(12-n)x+1\right]^n$ thành đa thức.

A. 90.
B. 2.
C. 45.
D. 180.

Câu 14. Cho tổng các hệ số của khai triển của nhị thức $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^n$, $n\in\mathbb{N}^*$ bằng 64. Số hạng không chứa x trong khai triển đó là

A. 20.
B. 10.
C. 15.
D. 25.

Câu 15. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0+2C_n^1+2^2C_n^2+\cdots+2^nC_n^n=14348907$. Hệ số cỉa số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(x^2-\dfrac{1}{x^3}\right)^n$ bằng

A. -1365.
B. 32760.
C. 1365.
D. -32760.

Câu 16. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của $(2-3x)^{2n}$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^2+C_{2n+1}^4+\cdots+C_{2n+1}^{2n}=1024$.

A. 2099529.
B. -2099520.
C. -1959552.
D. 1959552.

Câu 17. Cho $(1+2x)^n = a_0 + a_1x^1 + \cdots + a_nx^n$. Biết $a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \cdots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$. Số lớn nhất trong các số $a_0,\ a_1,\ a_2,\ldots,\ a_n$ có giá trị bằng

A. 126720.
B. 924.
C. 972.
D. 1293600.

Câu 18. Khai triển $(\sqrt{5} - \sqrt[4]{7})^{124}$. Có bao nhiêu số hạng hữu tỉ trong khai triển trên ?

A. 30.
B. 31.
C. 32.
D. 33.

Câu 19. Cho khai triển $(x+3)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_nx^n$, trong đó $n \in \mathbb{N}^*$ và $a_0,\ a_1,\ a_2,\ \ldots, a_n$ là các số thực. Gọi S là tập hợp chứa các số tự nhiên n để a_{10} là số lớn nhất trong các số $a_0,\ a_1,\ a_2,\ \ldots, a_n$. Tổng giá trị các phần tử của S bằng

A. 205.
B. 123
C. 81
D. 83

Câu 20. Khai triển đa thức $P(x) = (1+2x)^{12} = a_0 + a_1x + \cdots + a_{12}x^{12}$.. Tìm hệ số a_k lớn nhất trong khai triển trên.

A. $C_{12}^8 2^8$.
B. $C_{12}^9 2^9$.
C. $C_{12}^{10} 2^{10}$.
D. $1 + C_{12}^8 2^8$.

ĐÁP ÁN BÀI TẬP VỀ NHÀ SỐ 04

1.A	2.D	3.D	4.D	5.D	6.A	7.A	8.C	9.A	10.A
11.D	12.A	13.D	14.C	15.C	16.D	17.A	18.C	19.A	20.A

BÀI TẬP VỀ NHÀ 5

Câu 1. Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^3 + 2A_n^2 = 100$. Hệ số của x^5 trong khai triển $(1-3x)^{2n}$ bằng

A. $-3^5C_{10}^5$.
B. $-3^5C_{12}^5$.
C. $3^5C_{10}^5$.
D. $6^5C_{10}^5$.

Câu 2. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 - \dfrac{1}{x}\right)^n$ biết $A_n^2 - C_n^2 = 105$.

A. -3003.
B. -5005.
C. 5005.
D. 3003.

Câu 3. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2 = C_n^2 + C_n^1 + 4n + 6$. Hệ số của số hạng chứa x^9 của khai triển biểu thức $P(x) = \left(x^2 + \dfrac{3}{x}\right)^n$ bằng

A. 18564.
B. 64152.
C. 192456.
D. 194265.

Câu 4. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển Nhị thức Niu tơn của $\left(\dfrac{n}{2x} + \dfrac{x}{2}\right)^{2n}$, biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3 + A_n^2 = 50$.

A. $\dfrac{29}{51}$. B. $\dfrac{297}{512}$.
C. $\dfrac{97}{12}$. D. $\dfrac{279}{215}$.

Câu 5. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^1 - C_n^2 = 5$. Tìm hệ số a của x^4 trong khai triển của biểu thức $\left(2x + \dfrac{1}{x^2}\right)^n$.

A. $a=11520$.

B. $a=256$.

C. $a=45$.

D. $a=3360$.

Câu 6. Biết rằng hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức Newton $(2-x)^n,\ (n\in\mathbb{N}^*)$ bằng 280, tìm n ?

A. $n=8$.
B. $n=6$.
C. $n=7$.
D. $n=5$.

Câu 7. Xét khai triển $(1+3x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$ với $n\in\mathbb{N}^*,\ n\ge 3$. Giả sử $a_1=27$, khi đó a_2 bằng

A. 1053.
B. 243.
C. 324.
D. 351.

Câu 8. Cho n là số nguyên dương thỏa $3^nC_n^0-3^{n-1}C_n^1+3^{n-2}C_n^2-\cdots+(-1)^nC_n^n=2048$. Hệ số của x^{10} trong khai triển $(x+2)^n$ là

A. 11264.
B. 22.
C. 220.
D. 24.

Câu 9. Cho nhị thức $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^n$, $x\ne 0$, trong đó tổng các hệ số của khai triển nhị thức đó là 1024. Khi đó số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức đã cho bằng

A. 252.
B. 125.
C. -252.
D. 525.

Câu 10. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^n$ $(x\neq 0$ và n là số nguyên dương), biết rằng tổng các hệ số của số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ ba trong khai triển bằng 46.

A. 84.

B. 62.

C. 86.

D. 96.

Câu 11. Cho $n\in\mathbb{N}$ thỏa mãn $C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^{n-1}=1022$. Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $\left[1+(12-n)x\right]^n$ thành đa thức.

A. 90.

B. 2.

C. 45.

D. 180.

Câu 12. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của biểu thức $\left(x^3+\dfrac{2}{x^4}\right)^n$ với $x\neq 0$ và biết rằng $C_n^0 7^n-7^{n-1}.2.C_n^1+7^{n-2}.2^2.C_n^2-\cdots\cdots+(-1)^n 2^n=390625$ với $n\in\mathbb{N}$.

A. 448.

B. 1120.

C. 112.

D. 1792.

Câu 13. Tìmhệ số x^7 trong khai triển thành đa thức của $(2-3x)^{2n}$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^3+C_{2n+1}^4+C_{2n+1}^5+\cdots+C_{2n+1}^{2n+1}=1024$.

A. 2099529.

B. -2099520.

C. -2099529.

D. 2099520.

Câu 14. Cho khai triển $(1+2x)^n=a_o+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+\cdots\cdots+a_nx^n$. Tính a_{11}, biết rằng giá trị của biểu thức $P=a_0+\dfrac{a_1}{2}+\dfrac{a_2}{2^2}+\dfrac{a_3}{2^3}+\cdots+\dfrac{a_n}{2^n}=4096$.

A. $C_{12}^{11}2^{10}$.

B. C_{12}^{11}.

C. 2^{11}.

D. $C_{12}^{11}2^{11}$.

Câu 15. Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số x^{3n-3} trong khai triển đa thức của $(x^2+1)^n(x+2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3}=26n$?

A. $n=7$.

B. $n=5$.

C. $n=6$.

D. $n=4$.

Câu 16. Giả sử n là số nguyên dương và $(1+x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{n-1}x^{n-1}+a_nx^n$.

Biết rằng tồn tại số k nguyên $1\le k\le n-1$ sao cho $\dfrac{a_{k-1}}{2}=\dfrac{a_k}{9}=\dfrac{a_{k+1}}{24}\cdot$ Tìm n.

A. $n=20$.

B. $n=10$.

C. $n=15$.

D. $n=25$.

Câu 17. Giả sử có khai triển $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots\cdots+a_nx^n$, $n\in\mathbb{N}$. Tìm số nguyên dương n biết $a_0+8a_1=2a_2+1$.

A. 4.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

Câu 18. Cho $(1-4x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$. Tìm a_5 biết $a_0+a_1+a_2=1197$.

A. $126720x^5$.

B. 126720.

C. $-1317888x^5$.

D. -1317888.

Câu 19. Xét khai triễn $(x+2)^n = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_k x^k + \cdots + a_1 x + a_0$, $n \in \mathbb{N}^*$. Biết $a_{n-9} > a_{n-8}$ và $a_{n-9} > a_{n-10}$. Giá trị của n bằng

A. 13.

B. 14.

C. 12.

D. 15.

Câu 20. Hệ số có giá trị lớn nhất khi khai triển $P(x) = (1+2x^2)^{12}$ thành đa thức là

A. 162270.

B. 162720.

C. 126270.

D. 126720.

ĐÁP ÁN ĐỀ VỀ NHÀ SỐ 05

1.A	2.D	3.C	4.D	5.A	6.C	7.C	8.B	9.A	10.A
11.D	12.A	13.B	14.D	15.D	16.B	17.D	18.D	19.A	20.D