

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$?

A) $(3; -2; 1)$. B) $(2; 1; 3)$. C) $(-3; 2; 1)$. D) $(-2; 1; -3)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ phương trình nào sau đây không phải là phương trình của một mặt cầu?

- A) $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - x - y - z = 0$. B) $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z - 3 = 0$.
C) $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y + 6z + 3 = 0$. D) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 10 = 0$.

Câu 3. Tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{7-x}$ là

- A) $[3; 7]$. B) $[2; 2\sqrt{2}]$. C) $[0; 2\sqrt{2}]$. D) $(3; 7)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0; 2; -1)$, $B(-5; 4; 2)$ và $C(-1; 0; 5)$. Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là

- A) $(-6; 6; 6)$. B) $(-2; 2; 2)$. C) $(-1; 1; 1)$. D) $(-3; 3; 3)$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ với bảng biến thiên dưới đây

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		-2	3	-4		$+\infty$	

Hỏi hàm số $y = |f(|x|)|$ có bao nhiêu cực trị?

- A) 5. B) 3. C) 7. D) 1.

Câu 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn $|z+2-i| + |z-4-i| = 10$.

- A) 20π . B) 15π . C) 12π . D) Đáp án khác.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích toàn phần của vật tròn xoay thu được khi quay tam giác $AA'C$ quanh trục AA' .

- A) $2\pi(\sqrt{6}+1)a^2$. B) $\pi(\sqrt{6}+2)a^2$. C) $\pi(\sqrt{3}+2)a^2$. D) $2\pi(\sqrt{2}+1)a^2$.

Câu 8. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng 8 (m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A) $m > 10$. B) $8 < m < 10$. C) $0 < m < 4$. D) $4 < m < 8$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\ln(\ln x)}$ là

- A) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\ln(\ln x)}}$. B) $f'(x) = \frac{1}{\ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.
C) $f'(x) = \frac{1}{x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$. D) $f'(x) = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{25-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A) 2 B) 3 C) 1 D) 4

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; -2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

- A) 243π . B) $\frac{243\pi}{2}$. C) $\frac{81\pi}{2}$. D) 81π .

Câu 12. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = +\infty$. B) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{3x - 2}{x + 1} = -\infty$.
C) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = -\frac{3}{2}$. D) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{3x - 2}{x + 1} = -\infty$

Câu 13. Cho số phức z khác 0. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A) $z + \bar{z}$ là số thực. B) $z - \bar{z}$ là số ảo. C) $\frac{z}{\bar{z}}$ là số thuần ảo. D) $z \cdot \bar{z}$ là số thực.

Câu 14. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích V , đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh SB, BC, CD, DA . Tính thể tích khối chóp $M.CNQP$ theo V .

- A) $\frac{V}{16}$. B) $\frac{3V}{16}$. C) $\frac{3V}{8}$. D) $\frac{3V}{4}$.

Câu 15. Số $20182019^{20192020}$ có bao nhiêu chữ số?

- A) 147501992. B) 147501991. C) 147433277. D) 147433276.

Câu 16. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng 40 số hạng đầu bằng 3320. Tìm công sai của cấp số cộng đó.

- A) 8. B) -8. C) 4. D) -4.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 7 - 4x^3 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x^2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và các đường thẳng $x = 0, x = 3, y = 0$.

- A) 10. B) $\frac{16}{3}$. C) $\frac{20}{3}$. D) 9.

Câu 18. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và $B'C'$. Khi đó đường thẳng AB' song song với mặt phẳng

- A) $(A'CN)$. B) $(A'BN)$. C) (BMN) . D) $(C'MN)$.

Câu 19. Cho một đa giác đều 48 đỉnh. Lấy ngẫu nhiên ba đỉnh của đa giác. Tính xác suất để tam giác tạo thành từ ba đỉnh đó là một tam giác nhọn.

- A) $\frac{22}{47}$. B) $\frac{33}{47}$. C) $\frac{33}{94}$. D) $\frac{11}{47}$.

Câu 20. Một mô hình gồm các khối cầu xếp chồng lên nhau tạo thành một cột thẳng đứng. Biết rằng mỗi khối cầu có bán kính gấp đôi bán kính của khối cầu nằm ngay trên nó và bán kính khối cầu dưới cùng là 50 cm. Hỏi mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A) Mô hình có thể đạt được chiều cao tùy ý. B) Chiều cao mô hình dưới 2 mét.
C) Chiều cao mô hình không quá 1,5 mét. D) Chiều cao mô hình tối đa là 2 mét.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{\log(x^2 - 9)}{\log(3 - x)} \leq 1$ là

- A) $\emptyset$. B) $(-4; -3)$. C) $(3; 4]$. D) $[-4; -3)$.

Câu 22. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2|x^2 - 4|$ với đường thẳng $y = 3$ là

- A) 2 B) 6 C) 8 D) 4

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(-3; 1; 2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy là

- A) $(3; -1; -2)$. B) $(3; 1; -2)$. C) $(3; -1; 2)$. D) $(-3; -1; 2)$.

- Câu 24.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $(d) : \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta) : x + y - 2z + 1 = 0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào dưới đây?
- A) $(5; 6; 8)$. B) $(1; -2; 0)$. C) $(2; 3; 3)$. D) $(0; 1; 3)$.
- Câu 25.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = 4x + 3$ và $f(1) = -1$. Biết rằng phương trình $f(x) = 10$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 . Tính tổng $\log_2 |x_1| + \log_2 |x_2|$.
- A) 8. B) 16. C) 3. D) 4.
- Câu 26.** Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\sqrt{2}a$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính diện tích thiết diện cắt lăng trụ đã cho bởi mặt phẳng $(A'C'M)$.
- A) $\frac{3\sqrt{35}}{16}a^2$. B) $\frac{3\sqrt{2}}{4}a^2$. C) $\frac{9}{8}a^2$. D) $\frac{7\sqrt{2}}{16}a^2$.
- Câu 27.** Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1$. Đặt $P = \frac{x^2 + 6xy}{1 + 2xy + 2y^2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A) P không có giá trị nhỏ nhất. B) P không có giá trị lớn nhất.
C) Giá trị lớn nhất của P là 1. D) Giá trị nhỏ nhất của P là -3 .
- Câu 28.** Phương trình $\cos 2x + 2 \cos x - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2019)$?
- A) 1009. B) 1010. C) 321. D) 320.
- Câu 29.** Cho số tự nhiên n thỏa mãn $C_n^2 + A_n^2 = 15n$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A) n không chia hết cho 2. B) n chia hết cho 7.
C) n chia hết cho 5. D) n không chia hết cho 11.
- Câu 30.** Cho khai triển $(\sqrt{3} + x)^{2019} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{2019}x^{2019}$. Hãy tính tổng $S = a_0 - a_2 + a_4 - a_6 + \dots + a_{2016} - a_{2018}$.
- A) $(\sqrt{3})^{1009}$. B) 0. C) 2^{2019} . D) 2^{1009} .
- Câu 31.** Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là
- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9
- Câu 32.** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là một tam giác vuông cân tại B với trọng tâm G , cạnh bên SA tạo với đáy (ABC) một góc 30° . Biết hai mặt phẳng (SBG) và (SCG) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính $\cos$ của góc giữa hai đường thẳng SA và BC .
- A) $\frac{\sqrt{15}}{10}$. B) $\frac{\sqrt{15}}{5}$. C) $\frac{3\sqrt{15}}{20}$. D) $\frac{\sqrt{30}}{20}$.
- Câu 33.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^3 f(x)dx = 8$ và $\int_0^5 f(x)dx = 4$. Tính $\int_{-1}^1 f(|4x-1|)dx$.
- A) $\frac{11}{4}$. B) 3. C) 6. D) $\frac{9}{4}$.
- Câu 34.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1}-2x}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ -\frac{5}{4} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính $f'(1)$.
- A) $-\frac{7}{50}$. B) 0. C) $-\frac{9}{64}$. D) không tồn tại.
- Câu 35.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x)} - 16 - 4}{x^2 + 2x - 8}$.
- A) $\frac{5}{24}$. B) $\frac{5}{12}$. C) $\frac{1}{5}$. D) $\frac{1}{4}$.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là một tam giác đều và nằm trong một mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A) $\frac{a^3}{6}$. B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C) $\frac{a^3}{2}$. D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD = BC = BD = a$, $(ACD) \perp (BCD)$ và $(ABC) \perp (ABD)$. Tính độ dài cạnh CD .

- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. C) $\sqrt{2}a$. D) $2\sqrt{2}a$.

Câu 38. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$. Biết góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng ABC bằng 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC là

- A) $\frac{2\sqrt{13}}{13}a$. B) $\frac{2\sqrt{7}}{7}a$. C) $\frac{\sqrt{39}}{13}a$. D) $\frac{2\sqrt{51}}{17}a$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số $y = \ln(x^2 + 2) - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A) 4038. B) 2019. C) 2020. D) 1009.

Câu 40. Cho hai số thực $a > 1, b > 1$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $a^x b^{x^2-1} = 1$. Trong trường hợp biểu thức $S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}\right)^2 - 4x_1 - 4x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A) $ab = 4$. B) $ab = 2$. C) $a < b$. D) $a \geq b$.

Câu 41. Biết tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Newton của $(5x - 1)^n$ bằng 2^{100} . Tìm hệ số của x^3 .

- A) -161700. B) -19600. C) -20212500. D) -2450000.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(0; 0; 3), B(-2; 0; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Hỏi có bao nhiêu điểm C trên mặt phẳng (α) sao cho tam giác ABC đều?

- A) 2. B) 1. C) 0. D) vô số.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(8; 5; -11), B(5; 3; -4), C(1; 2; -6)$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 9$. Gọi điểm $M(a; b; c)$ là điểm trên (S) sao cho $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Hãy tìm $a + b$.

- A) 6. B) 9. C) 2. D) 4.

Câu 44. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có 5 ghế. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh, gồm 5 nam và 5 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Tính xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ.

- A) $\frac{1}{252}$. B) $\frac{8}{63}$. C) $\frac{4}{63}$. D) $\frac{1}{945}$.

Câu 45. Cho phương trình $\frac{\cos 4x - \cos 2x + 2 \sin^2 x}{\cos x + \sin x} = 0$. Tính diện tích đa giác có các đỉnh là các điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác.

- A) $\sqrt{2}$. B) $2\sqrt{2}$. C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$. D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 46. Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x + 2$ và điểm M di chuyển trên (C) . Gọi d_1, d_2 là các đường thẳng đi qua M sao cho d_1 song song với trục tung và d_1, d_2 đối xứng nhau qua tiếp tuyến của (C) tại M . Biết rằng khi M di chuyển trên (C) thì d_2 luôn đi qua một điểm $I(a; b)$ cố định. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A) $a + b = 0$. B) $ab = -1$. C) $5a + 4b = 0$. D) $3a + 2b = 0$.

Câu 47. Phương trình $\sin x = 2019x$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A) 1290 B) 1289. C) 1288 D) 1287

Câu 48. Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(0; -2; 2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O . Giả sử (P) có phương trình $x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và (Q) có phương trình $x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2 + c_1c_2$.

A) -7 .

B) 9 .

C) 7 .

D) -9 .

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x \cdot f(\cos^2 x) dx = \int_1^8 \frac{f(\sqrt[3]{x})}{x} dx = 6$. Tính tích phân

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{2}} \frac{f(x^2)}{x} dx.$$

A) 10 .

B) 7 .

C) 4 .

D) 6 .

Câu 50. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x$ có đồ thị (C) . Gọi A, B, C, D là bốn điểm trên đồ thị (C) với hoành độ lần lượt là a, b, c, d sao cho tứ giác $ABCD$ là một hình thoi đồng thời hai tiếp tuyến tại A, C song song với nhau và đường thẳng AC tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân. Tính tích $abcd$.

A) 120 .

B) 60 .

C) 180 .

D) 144 .

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ LẦN 2 NĂM HỌC 2018-2019

Môn: Toán 12

Mã đề 123

1D	2C	3A	4C	5D	6D	7A	8B	9A	10D	11B	12C	13C
14A	15B	16C	17D	18D	19B	20A	21C	22A	23D	24A	25A	26C
27A	28A	29B	30C	31C	32D	33B	34B	35D	36C	37A	38D	39C
40C	41D	42C	43A	44B	45C	46B	47C	48B	49D	50A		

Mã đề 345

1C	2B	3A	4D	5D	6B	7D	8C	9B	10B	11D	12C	13D
14B	15A	16C	17D	18A	19C	20D	21A	22D	23C	24D	25B	26C
27A	28B	29D	30B	31C	32D	33A	34D	35C	36A	37C	38A	39B
40D	41A	42C	43B	44C	45A	46B	47C	48B	49C	50D		

Mã đề 567

1B	2D	3C	4A	5B	6D	7C	8A	9B	10D	11A	12A	13B
14D	15B	16C	17B	18D	19C	20C	21B	22B	23A	24D	25C	26D
27B	28C	29D	30A	31A	32C	33C	34B	35B	36A	37C	38B	39C
40B	41A	42C	43B	44D	45A	46C	47A	48B	49D	50C		

Mã đề 789

1C	2D	3B	4B	5C	6A	7B	8B	9D	10A	11B	12D	13C
14B	15A	16C	17A	18A	19D	20B	21D	22B	23B	24C	25C	26A
27D	28C	29A	30B	31D	32A	33B	34C	35A	36D	37B	38D	39B
40C	41D	42C	43C	44B	45A	46C	47D	48D	49B	50A		

Mục tiêu: Đề thi thử THPT Chuyên KHTN - Hà Nội được tổ chức vào ngày 17/03/2019, được đánh giá là một đề thi khá hay và khó. Đề thi khá dài, có thể dễ gây hoang mang cho học sinh, các câu hỏi phía cuối khá khó và lạ. Đề thi với mục tiêu giúp HS có cái nhìn rõ nhất về lực học của bản thân sau 2 kì thi thử, giúp HS cọ sát và có tâm lý tốt nhất để bước vào kì thi THPTQG sắp tới. Học sinh sau đề thi này sẽ có chương trình ôn tập tốt nhất để bù vào những lỗ hổng trống của mình.

Câu 1 (TH): Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = -\frac{3}{2}$

B. $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{3x - 2}{x + 1} = -\infty$

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = +\infty$

D. $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{3x - 2}{x + 1} = -\infty$

Câu 2 (VD): Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{\log(x^2 - 9)}{\log(3 - x)} \leq 1$ là:

A. $\emptyset$

B. $(-4; -3)$

C. $(3; 4]$

D. $[-4; -3]$

Câu 3 (TH): Cho số phức $z \neq 0$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $z + \bar{z}$ là số thực

B. $z - \bar{z}$ là số ảo

C. $\frac{z}{\bar{z}}$ là số thuần ảo

D. $z \cdot \bar{z}$ là số thực

Câu 4 (NB): Vecto nào sau đây là một vecto chỉ phương của đường thẳng $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$?

A. $(-3; 2; 1)$

B. $(-2; 1; -3)$

C. $(3; -2; 1)$

D. $(2; 1; 3)$

Câu 5 (NB): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0; 2; -1)$, $B(-5; 4; 2)$ và $C(-1; 0; 5)$.

Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là:

A. $(-1; 1; 1)$

B. $(-2; 2; 2)$

C. $(-6; 6; 6)$

D. $(-3; 3; 3)$

Câu 6 (VD): Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 |x^2 - 4|$ với đường thẳng $y = 3$ là:

A. 8

B. 2

C. 4

D. 6

Câu 7 (TH): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ phương trình nào sau đây không phải là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z - 3 = 0$

B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - x - y - z = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 10 = 0$

D. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y + 6z + 3 = 0$

Câu 8 (TH): Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng 40 số hạng đầu bằng 3320. Tìm công sai của cấp số cộng đó.

- A. 4 B. -4 C. 8 D. -8

Câu 9 (TH): Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{25-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 10 (NB): Trong không gian với hệ tọa độ cho điểm $A(-3;1;2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy là:

- A. $(3;-1;-2)$ B. $(3;-1;2)$ C. $(-3;-1;2)$ D. $(3;1;-2)$

Câu 11 (TH): Tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{7-x}$ là:

- A. $[2; 2\sqrt{2}]$ B. $[3; 7]$ C. $[0; 2\sqrt{2}]$ D. $(3; 7)$

Câu 12 (TH): Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\ln(\ln x)}$ là:

- A. $f'(x) = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$ B. $f'(x) = \frac{1}{x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$
C. $f'(x) = \frac{1}{2x \sqrt{\ln(\ln x)}}$ D. $f'(x) = \frac{1}{\ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$

Câu 13 (VD): Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn $|z+2-i| + |z-4-i| = 10$

- A. 12π B. 20π C. 15π D. Đáp án khác

Câu 14 (VD): Cho hàm số $f(x)$ với bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	-4	$+\infty$

Hỏi hàm số $y = |f(|x|)|$ có bao nhiêu cực trị?

- A. 5 B. 3 C. 1 D. 7

Câu 15 (TH): Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BC' . Khi đó đường thẳng AB' song song với mặt phẳng:

- A. $(C'MN)$ B. $(A'CN)$ C. $(A'BN)$ D. (BMN)

Câu 16 (VD): Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng 8 (m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $0 < m < 4$

B. $4 < m < 8$

C. $8 < m < 10$

D. $m > 10$

Câu 17 (TH): Số 20182019²⁰¹⁹²⁰²⁰ có bao nhiêu chữ số?

A. 147501991

B. 147501992

C. 147433277

D. 147433276

Câu 18 (VD): Phương trình $\cos 2x + 2\cos x - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2019)$?

A. 1009

B. 1010

C. 320

D. 321

Câu 19 (VD): Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 7-4x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4-x^2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và các đường thẳng $x=0, x=3, y=0$

A. $\frac{16}{3}$

B. $\frac{20}{3}$

C. 10

D. 9

Câu 20 (TH): Cho hình chóp tứ giác $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là một tam giác đều và nằm trong một mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $SABCD$.

A. $\frac{a^3}{6}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{a^3}{2}$

Câu 21 (TH): Cho số tự nhiên n thỏa mãn $C_n^2 + A_n^2 = 15n$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. n chia hết cho 7B. n không chia hết cho 2C. n chia hết cho 5D. n không chia hết cho 11

Câu 22 (VD): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; -2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho H là trực tâm của $\triangle ABC$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

A. $\frac{81\pi}{2}$

B. $\frac{243\pi}{2}$

C. 81π

D. 243π

Câu 23 (VD): Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích toàn phần của vật tròn xoay thu được khi quay tam giác $AA'C'$ quanh trục AA'

A. $\pi(\sqrt{6}+2)a^2$

B. $\pi(\sqrt{3}+2)a^2$

C. $2\pi(\sqrt{2}+1)a^2$

D. $2\pi(\sqrt{6}+1)a^2$

Câu 24 (VD): Một mô hình gồm các khối cầu xếp chồng lên nhau tạo thành một cột thẳng đứng. Biết rằng mỗi khối cầu có bán kính gấp đôi bán kính của khối cầu nằm ngay trên nó và bán kính khối cầu dưới cùng là 50cm. Hỏi mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Mô hình có thể đạt được chiều cao tùy ý.

B. Chiều cao mô hình không quá 1,5 mét.

C. Chiều cao mô hình tối đa là 2 mét.

D. Chiều cao mô hình dưới 2 mét.

Câu 25 (VD): Cho khối chóp tứ giác $SABCD$ có thể tích V , đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh SB, BC, CD, DA . Tính thể tích khối chóp $M.CNQP$ theo V .

A. $\frac{3V}{4}$

B. $\frac{3V}{8}$

C. $\frac{3V}{16}$

D. $\frac{V}{16}$

Câu 26 (VD): Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = 4x + 3$ và $f(1) = -1$. Biết rằng phương trình $f(x) = 10$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 . Tính tổng $\log_2 |x_1| + \log_2 |x_2|$

- A. 8 B. 16 C. 4 D. 3

Câu 27 (VD): Cho khai triển $(\sqrt{3} + x)^{2019} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{2019}x^{2019}$. Hãy tính tổng

$$S = a_0 - a_2 + a_4 - a_6 + \dots + a_{2016} - a_{2018}$$

- A. $(\sqrt{3})^{1009}$ B. 0 C. 2^{2019} D. 2^{1009}

Câu 28 (VD): Biết tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Newton của $(5x - 1)^n$ bằng 2^{100} . Tìm hệ số của x^3

- A. -161700 B. -19600 C. -2450000 D. -20212500

Câu 29 (VD): Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là:

- A. 3 B. 5 C. 7 D. 9

Câu 30 (VD): Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $\int_0^3 f(x)dx = 8$ và $\int_0^5 f(x)dx = 4$. Tính $\int_{-1}^1 (|4x - 1|)dx$

- A. 3 B. 6 C. $\frac{9}{4}$ D. $\frac{11}{4}$

Câu 31 (VDC): Cho hai số thực $a > 1, b > 1$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $a^x b^{x^2-1} = 1$.

Trong trường hợp biểu thức $S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \right)^2 - 4x_1 - 4x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất, mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. $a < b$ B. $a \geq b$ C. $ab = 4$ D. $ab = 2$

Câu 32 (VD): Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là một tam giác vuông cân tại B với trọng tâm G , cạnh bên SA tạo với đáy (ABC) một góc 30° . Biết hai mặt phẳng (SBG) và (SCG) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SA và BC .

- A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ B. $\frac{3\sqrt{15}}{20}$ C. $\frac{\sqrt{15}}{10}$ D. $\frac{\sqrt{30}}{20}$

Câu 33 (VD): Cho hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có 5 ghế. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh, gồm 5 nam, 5 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Tính xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ.

- A. $\frac{1}{252}$ B. $\frac{1}{945}$ C. $\frac{8}{63}$ D. $\frac{1}{63}$

Câu 34 (VD): Phương trình $\sin x = 2019x$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 1288 B. 1287 C. 1290 D. 1289

Câu 35 (VD): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng

$d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y - 2z + 1 = 0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) là:

A. $(1; -2; 0)$

B. $(2; 3; 3)$

C. $(5; 6; 8)$

D. $(0; 1; 3)$

Câu 36 (VD): Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$. Tính giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 16} - 4}{x^2 + 2x - 8}$$

A. $\frac{5}{24}$

B. $\frac{5}{12}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{5}$

Câu 37 (VD): Cho phương trình $\frac{\cos 4x - \cos 2x + 2 \sin^2 x}{\sin x + \cos x} = 0$. Tính diện tích đa giác có các đỉnh là các điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác.

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\sqrt{2}$

D. $2\sqrt{2}$

Câu 38 (VD): Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(0; -2; 2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox , Oy tại hai điểm cách đều O. Giả sử (P) có phương trình $x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và (Q) có phương trình $x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $b_1b_2 + c_1c_2$

A. -7

B. -9

C. 9

D. 7

Câu 39 (VD): Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , bạnh bên bằng $\sqrt{2}a$. Gọi M là trung điểm AB . Tính diện tích thiết diện cắt lăng trụ đã cho bởi mặt phẳng $(A'C'M)$

A. $\frac{9}{8}a^2$

B. $\frac{3\sqrt{2}}{4}a^2$

C. $\frac{3\sqrt{35}}{16}a^2$

D. $\frac{7\sqrt{2}}{16}a^2$

Câu 40 (VD): Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số $y = \ln(x^2 + 2) - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. 4038

B. 2019

C. 2020

D. 1009

Câu 41 (VDC): Cho hai số thực thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1$. Đặt $P = \frac{x^2 + 6xy}{1 + 2xy + 2y^2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Giá trị nhỏ nhất của P là -3

B. Giá trị lớn nhất của P là 1

C. P không có giá trị lớn nhất

D. P không có giá trị nhỏ nhất

Câu 42 (VD): Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1} - 2x}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ -\frac{5}{4} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính $f'(1)$

A. 0

B. $-\frac{7}{50}$

C. $-\frac{9}{64}$

D. không tồn tại

Câu 43 (VD): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(0; 0; 3)$, $B(-2; 0; 1)$ và mặt phẳng

$(\alpha): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Hỏi có bao nhiêu điểm C trên mặt phẳng (α) sao cho tam giác ABC đều.

A. 2

B. 0

C. 1

D. vô số

Câu 44 (VDC): Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x + 2$ và điểm M di chuyển trên (C) . Gọi d_1, d_2 là các đường thẳng đi qua M sao cho d_1 song song với trục tung và d_1, d_2 đối xứng nhau qua tiếp tuyến của (C) tại M . Biết rằng khi M di chuyển trên (C) thì d_2 luôn đi qua một điểm $I(a; b)$ cố định. Hằng thức nào sau đây là **đúng**?

A. $ab = -1$

B. $a + b = 0$

C. $3a + 2b = 0$

D. $5a + 4b = 0$

Câu 45 (VD): Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $\angle SBA = \angle SCA = 90^\circ$. Biết góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng ABC bằng 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC là:

A. $\frac{2\sqrt{51}}{17}a$

B. $\frac{2\sqrt{7}}{7}a$

C. $\frac{\sqrt{39}}{13}a$

D. $\frac{2\sqrt{13}}{13}a$

Câu 46 (VD): Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x f(\cos^2 x) dx = \int_1^8 \frac{f(\sqrt[3]{x})}{x} dx = 6$. Tính

tích phân $\int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{2}} \frac{f(x^2)}{x} dx$

A. 4

B. 6

C. 7

D. 10

Câu 47 (VD): Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD = BC = BD = a$, $(ACD) \perp (BCD)$ và $(ABC) \perp (ABD)$. Tính độ dài cạnh CD .

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$

B. $2\sqrt{2}a$

C. $\sqrt{2}a$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$

Câu 48 (VD): Cho một đa giác đều có 48 đỉnh. Lấy ngẫu nhiên ba đỉnh của đa giác. Tính xác suất để tam giác tạo thành từ ba đỉnh đó là một tam giác nhọn.

A. $\frac{22}{47}$

B. $\frac{11}{47}$

C. $\frac{33}{47}$

D. $\frac{33}{94}$

Câu 49 (VD): Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x$ có đồ thị (C) . Gọi A, B, C, D là bốn điểm trên đồ thị (C) với hoành độ lần lượt là a, b, c, d sao cho tứ giác $ABCD$ là một hình thoi đồng thời hai tiếp tuyến tại A, C song song với nhau và đường thẳng AC tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân. Tính tích $abcd$.

A. 144

B. 60

C. 180

D. 120

Câu 50 (VD): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(8; 5; -11), B(5; 3; -4), C(1; 2; -6)$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 9$. Gọi điểm $M(a; b; c)$ là điểm trên (S) sao cho $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Hãy tìm $a + b$

A. 9

B. 4

C. 2

D. 6

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1.B	2.D	3.C	4.A	5.B	6.D	7.C	8.A	9.B	10.D
11.A	12.A	13.B	14.D	15.B	16.C	17.D	18.D	19.C	20.C
21.B	22.B	23.A	24.D	25.C	26.D	27.B	28.C	29.D	30.A
31.A	32.C	33.C	34.B	35.B	36.A	37.C	38.B	39.C	40.B
41.A	42.C	43.B	44.D	45.A	46.C	47.A	48.B	49.D	50.C

Câu 1:

Phương pháp:

Sử dụng các phương pháp tính giới hạn hàm số để tính các giới hạn và chọn đáp án đúng.

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{aligned}
 +) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2)(\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2)}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x + 1 - (x - 2)^2}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 3}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - \frac{3}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1 + \frac{2}{x}} = -\frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

$$+) \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{3x - 2}{x + 1} = +\infty \quad \left(\text{do} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (3x - 2) = -5 \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (x + 1) = 0; x - 1 < 0 \end{cases} \right)$$

$$\begin{aligned}
 +) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2)(\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2)}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1 - (x - 2)^2}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 3}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{3}{x}}{\sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1 + \frac{2}{x}} = +\infty
 \end{aligned}$$

$$+) \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{3x - 2}{x + 1} = -\infty \quad \left(\text{do} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (3x - 2) = -5 \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x + 1) = 0; x - 1 > 0 \end{cases} \right)$$

Chọn: B

Câu 2:

Phương pháp:

Giải bất phương trình logarit cơ bản $\log_a x < b \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ x < a^b \\ 0 < a < 1 \\ x > a^b \end{cases}$

Cách giải:

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - 9 > 0 \\ 3 - x > 0 \\ \log(3 - x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -3 \\ x < 3 \\ 3 - x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x < -3$$

$$\frac{\log(x^2 - 9)}{\log(3 - x)} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{\log(x^2 - 9) - \log(3 - x)}{\log(3 - x)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{\log \frac{x^2 - 9}{3 - x}}{\log(3 - x)} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\log[-(x + 3)]}{\log(3 - x)} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log[-(x + 3)] \geq 0 \\ \log(3 - x) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x - 3 \geq 1 \\ 3 - x < 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \\ x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow -4 \leq x < 2 \Rightarrow -4 \leq x < -3$$

Chọn: D

Câu 3:

Phương pháp:

Cho số phức $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$. Sử dụng các phép tính cộng, trừ, nhân, chia để tính và chọn đáp án đúng.

Cách giải:

Gọi số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}; a, b \neq 0$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$

Ta có: $z + \bar{z} = a + bi + a - bi = 2a \Rightarrow z + \bar{z}$ là số thực $\Rightarrow$ đáp án A đúng.

$z - \bar{z} = a + bi - a + bi = 2bi \Rightarrow z - \bar{z}$ là số ảo $\Rightarrow$ đáp án B đúng.

$$\frac{z}{\bar{z}} = \frac{a + bi}{a - bi} = \frac{(a + bi)^2}{(a - bi)(a + bi)} = \frac{a^2 - b^2 + 2abi}{a^2 + b^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} + \frac{2abi}{a^2 + b^2} \Rightarrow \frac{z}{\bar{z}}$$

$z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \Rightarrow z \cdot \bar{z}$ là số thực $\Rightarrow$ đáp án D đúng.

Chọn: C

Câu 4:

Phương pháp:

Đường thẳng $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có 1 VTCP $\vec{u} = (a; b; c)$

Cách giải:

Đường thẳng $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$ có 1 VTCP là: $(3; -2; -1) = -(-3; 2; 1)$

Chọn: A

Câu 5:

Phương pháp:

Trọng tâm $G(x_G; y_G; z_G)$ của ΔABC có tọa độ
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases}$$

Cách giải:

Ta có tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = -2 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 2 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow G(-2; 2; 2)$$

Chọn: B

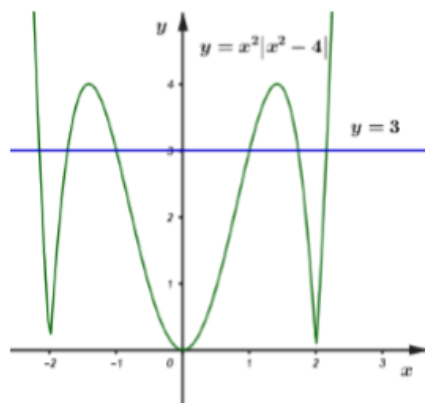
Câu 6:

Phương pháp:

Vẽ đồ thị hoặc BBT của hàm số $y = x^2|x^2 - 4|$ và đường thẳng $y = 3$ để tìm số giao điểm.

Cách giải:

Ta có đồ thị hàm số:



Như vậy ta thấy đường thẳng $y = 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2|x^2 - 4|$ tại 6 điểm phân biệt.

Chọn: D

Câu 7:**Phương pháp:**

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

Cách giải:

Xét từng đáp án ta được:

+) Đáp án A: $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z - 3 = 0$ có: $a = -\frac{1}{2}; b = 1; c = -2; d = -3 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d = \frac{33}{4} > 0$

$\Rightarrow$ phương trình này là phương trình mặt cầu.

+) Đáp án B: $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - x - y - z = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = 0$ có:

$a = \frac{1}{4}; b = \frac{1}{4}; c = \frac{1}{4}; d = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d = \frac{3}{16} > 0 \Rightarrow$ phương trình này là phương trình mặt cầu.

+) Đáp án C: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 10 = 0$ có: $a = 1; b = -2; c = 2; d = 10 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d = -1 < 0$

$\Rightarrow$ phương trình này không phải là phương trình mặt cầu.

Chọn: C

Câu 8:**Phương pháp:**

Công thức tổng quát của CSC có số hạng đầu là u_1 và công sai d : $u_n = u_1 + (n-1)d$

Tổng của n số hạng đầu của CSC có số hạng đầu là u_1 và công sai d : $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$

Cách giải:

Gọi d là công sai của CSC đã cho ta có: $S_{40} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} \Leftrightarrow \frac{40(2.5 + 39d)}{2} = 3320 \Leftrightarrow d = 4$

Chọn: A

Câu 9:**Phương pháp:**

+) Đường thẳng $x = a$ được gọi là TCD của đồ thị hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$

+) Đường thẳng $y = b$ được gọi là TCN của đồ thị hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = b$

Cách giải:

TXĐ: $D \setminus [-5; 5]$

Hàm số đã cho liên tục trong $[-5; 5]$ và $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x-1}{\sqrt{25-x^2}} = -\infty; \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x-1}{\sqrt{25-x^2}} = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai

đường TCD là $x = 5, x = -5$ và đồ thị hàm số không có TCN.

Chọn: B

Câu 10:**Phương pháp:**

Điểm A' đối xứng với $A(a; b; c)$ qua trục $Oy \Rightarrow A'(-a; b; -c)$

Cách giải:

Toạ độ điểm A' đối xứng với $A(-3;1;2)$ qua trục Oy là $(3;1;-2)$

Chọn: D

Câu 11:**Phương pháp:**

Tìm TXĐ của hàm số sau đó xét sự biến thiên, lập BBT và tìm tập giá trị của hàm số.

Cách giải:

TXĐ: $D = [3; 7]$

Xét hàm số $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{7-x}$ ta có: $y' = \frac{1}{2\sqrt{x-3}} - \frac{1}{2\sqrt{7-x}}$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{x-3}} - \frac{1}{2\sqrt{7-x}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-3} = \sqrt{7-x}$$

$$\Leftrightarrow x-3 = 7-x \Leftrightarrow 2x = 10 \Leftrightarrow x = 5$$

Ta có BBT:

x	3		5		7	
y'			-	0	+	
y		2	$2\sqrt{2}$		2	

Vậy tập giá trị của hàm số là: $[2; 2\sqrt{2}]$.

Chọn: A

Câu 12:**Phương pháp:**

Sử dụng công thức đạo hàm của các hàm số cơ bản và hàm hợp: $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}, (\ln x)' = \frac{1}{x}$

Cách giải:

Ta có:

$$f'(x) = \left(\sqrt{\ln(\ln x)} \right)' = \frac{[\ln(\ln x)]'}{2\sqrt{\ln(\ln x)}} = \frac{\frac{(\ln x)'}{\ln x}}{2\sqrt{\ln(\ln x)}} = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$$

Chọn: A

Câu 13:**Phương pháp:**

Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức bài cho sau đó tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các điểm đó.

Cách giải:

Ta có: $|z+2-i|+|z-4-i|=10 \Leftrightarrow |z-(-2+i)|+|z-(4+i)|=10 (*)$

Gọi $z=x+yi \Rightarrow M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z .

Gọi $A(-2;1)$ là điểm biểu diễn cho số phức $-2+i$ và $B(4;1)$ là điểm biểu diễn cho số phức $4+i$

Từ $(*) \Rightarrow MA+MB=10 \Rightarrow$ Tập hợp điểm M là elip có A, B là hai tiêu điểm và độ dài trục lớn bằng 10.

Ta có $AB=\sqrt{6^2}=6=2c \Rightarrow c=3$ và $MA+MB=2a=10 \Rightarrow a=5$

$\Rightarrow b^2=a^2-c^2=5^2-3^2=4^2 \Rightarrow b=4$

Vậy $\Rightarrow S_{(E)}=\pi ab=\pi.5.4=20\pi$

Chọn: B

Câu 14:

Phương pháp:

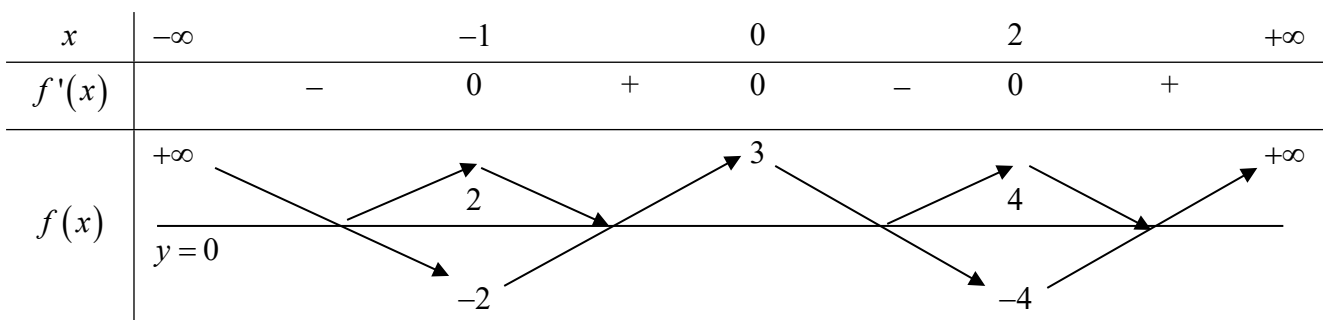
Cách 1: Dựa vào BBT, vẽ BBT của đồ thị hàm số $y=|f(|x|)|$ và suy ra số các điểm cực trị của hàm số.

Cách 2: Từ BBT suy ra công thức hàm số $y=f(x)$ từ đó vẽ đồ thị hàm số $y=|f(|x|)|$ và suy ra số các điểm cực trị của hàm số.

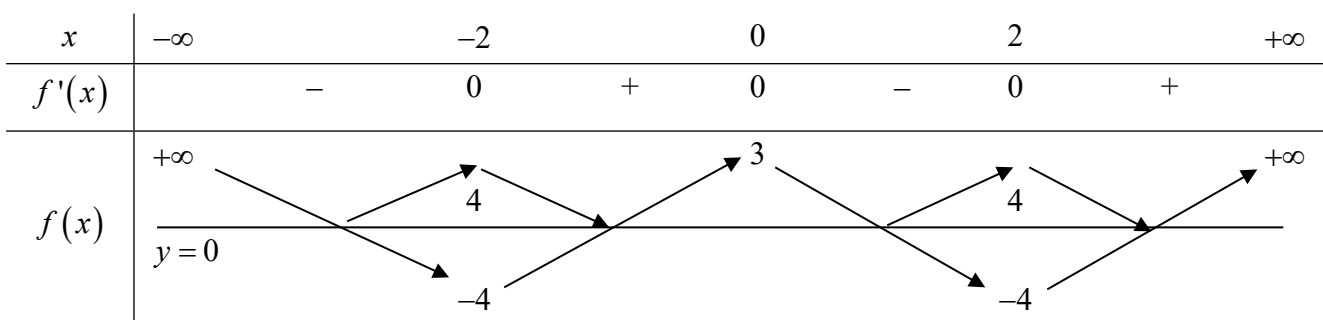
Cách giải:

Dựa vào BBT ta thấy hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị $(-1;-2), (0;3), (2;-4)$

Khi đó ta có BBT của hàm số $y=|f(|x|)|$ như sau:



BBT của hàm số $y=|f(|x|)|$ là:



Như vậy hàm số $y=|f(|x|)|$ có 7 điểm cực trị.

Chọn: D

Câu 15:

Phương pháp:

Sử dụng quan hệ song song trong không gian để chứng minh và chọn đáp án đúng.

Cách giải:

+) Đáp án A: Ta có $(C'MN)$ chính là $(C'MB')$

$\Rightarrow AB' \cap (C'MN) = \{B'\} \Rightarrow$ loại đáp án A.

+) Đáp án C: Ta có $AB' \cap A'B$ vì hai đường thẳng cùng thuộc $(A'B'BA)$

$\Rightarrow$ loại đáp án C.

+) Đáp án D: Ta có $AB' \cap BM$ do hai đường thẳng này cùng thuộc $(A'B'BA)$

$\Rightarrow$ loại đáp án D.

Chọn: B

Câu 16:

Phương pháp:

+) Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên $[a; b]$ bằng cách:

+) Giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm x_i

+) Tính các giá trị $f(a), f(b), f(x_i)$ ($x_i \in [a; b]$). Khi đó:

$$\min_{[a; b]} f(x) = \min \{f(a); f(b); f(x_i)\}, \max_{[a; b]} f(x) = \max \{f(a); f(b); f(x_i)\}$$

Cách giải:

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}. \text{ Ta có: } y' = \frac{x+1-x-m}{(x+1)^2} = \frac{1-m}{(x+1)^2}$$

Vì hàm số đã cho là hàm bậc nhất trên bậc nhất nên hàm số đơn điệu trên từng khoảng xác định của hàm số.

$$\Rightarrow \text{Xét trên } [1; 2] \text{ ta có: } y(1) = \frac{1+m}{2}; y(2) = \frac{2+m}{3} \text{ là các GTNN và GTLN của hàm số.}$$

$$\Rightarrow y(1) + y(2) = \frac{m+1}{2} + \frac{m+2}{3} = 8 \Leftrightarrow 3m+3+2m+4=48 \Leftrightarrow m = \frac{41}{5}$$

$$\Rightarrow 8 < m < 10$$

Chọn: C

Câu 17:

Phương pháp:

Số các chữ số của số a^m là: $\lceil \log a^m \rceil + 1$ chữ số.

Cách giải:

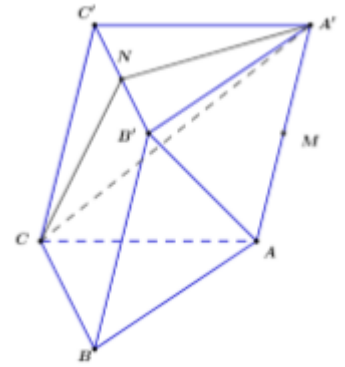
$$\text{Ta có: } \lceil \log 20182019^{20192020} \rceil + 1 = \lceil 20192020 \log 20182019 \rceil + 1 = 147501991 + 1 = 147501992$$

Chọn: B

Câu 18:

Phương pháp:

Giải phương trình lượng giác tìm nghiệm $x = \alpha + k\pi$ sau đó cho nghiệm đó thuộc $(0; 2019)$ tìm số các giá trị $k \in \mathbb{Z}$ rồi suy ra số nghiệm của phương trình đã cho.



Cách giải:

$$\cos 2x + 2 \cos x - 3 = 0 \Leftrightarrow 2 \cos^2 x + 2 \cos x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -2 \text{ (ktm)} \end{cases} \Leftrightarrow x = k2\pi \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}$$

Phương trình có nghiệm thuộc $(0; 2019)$

$$\Leftrightarrow 0 < k2\pi < 2019 \Leftrightarrow 0 < k < 321,33$$

$$\Rightarrow k \in \{1; 2; \dots; 321\}$$

Chọn: D

Câu 19:**Phương pháp:**

Công thức tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) và các đồ thị

$$\text{hàm số } y = f(x), y = g(x) \text{ là: } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

Cách giải:

Xét các phương trình hoành độ giao điểm:

$$4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \notin (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$$

$$7 - 4x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{7}}{2} \notin [0; 1]$$

$$\Rightarrow S = \int_0^1 |7 - 4x^3| dx + \int_1^2 |4 - x^2| dx + \int_2^3 |4 - x^2| dx$$

$$= \int_0^1 (7 - 4x^3) dx + \int_1^2 (4 - x^2) dx + \int_2^3 (x^2 - 4) dx$$

$$= \left(7x - x^4 \right) \Big|_0^1 + \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^2 + \left(\frac{x^3}{3} - 4x \right) \Big|_2^3$$

$$= 7 - 1 + \frac{16}{3} - \frac{11}{3} - 3 + \frac{16}{3} = 10$$

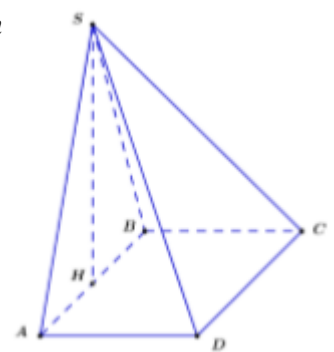
Chọn: C

Câu 20:**Phương pháp:**

Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là: $V = \frac{1}{3}Sh$

Cách giải:

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$



$$\Rightarrow SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$$

Chọn: C

Câu 21:

Phương pháp:

Sử dụng các công thức $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$, giải phương trình tìm n rồi chọn đáp án đúng.

Cách giải:

Ta có:

$$C_n^2 + A_n^2 = 15n \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} + \frac{n!}{(n-2)!} = 15n \quad (n \geq 2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)}{1} = 15n \Leftrightarrow n^2 - n + 2n^2 - 2n - 30n = 0$$

$$\Leftrightarrow 3n^2 - 33n = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \text{ (ktm)} \\ n = 11 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy n không chia hết cho 2.

Chọn: B

Câu 22:

Phương pháp:

Gọi tọa độ các điểm A, B, C.

Lập phương trình mặt phẳng đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz bằng phương trình đoạn chắn.

Từ đó tìm được các điểm A, B, C. Từ đó tính được bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC.

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R : $S = 4\pi R^2$

Cách giải:

Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ lần lượt thuộc các trục tọa độ Ox, Oy, Oz.

Khi đó ta có phương trình (α) đi qua các điểm A, B, C: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

$$H \in (\alpha) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} - \frac{2}{c} = 1 \quad (1)$$

$$\text{Theo đề bài ta có H là trọng tâm } \Delta ABC \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AH} = (1-a; 2; -2), \overrightarrow{BC} = (0; -b; c) \\ \overrightarrow{BH} = (1; 2-b; -2), \overrightarrow{AC} = (-a; 0; c) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2b - 2c = 0 \\ -a - 2c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2c \\ b = -c \end{cases}$$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow \frac{1}{-2c} + \frac{2}{-c} - \frac{2}{c} = 1 \Rightarrow -\frac{9}{2c} = 1 \Leftrightarrow c = -\frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -2c = 9 \\ b = -c = \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(9; 0; 0) \\ B\left(0; \frac{9}{2}; 0\right) \\ C\left(0; 0; -\frac{9}{2}\right) \end{cases}$$

Gọi $I(x_0; y_0; z_0)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp tứ giác OABC.

$$\Rightarrow \begin{cases} OI = IA \\ OI = IB \\ OI = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = (x_0 - 9)^2 + y_0^2 + z_0^2 \\ x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = x_0^2 + \left(y_0 - \frac{9}{2}\right)^2 + z_0^2 \\ x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = x_0^2 + y_0^2 + \left(z_0 + \frac{9}{2}\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 = (x_0 - 9)^2 \\ y_0^2 = \left(y_0 - \frac{9}{2}\right)^2 \\ z_0^2 = \left(z_0 + \frac{9}{2}\right)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -x_0 + 9 \\ y_0 = -y_0 + \frac{9}{2} \\ z_0 = -z_0 - \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{9}{2} \\ y_0 = \frac{9}{4} \\ z_0 = -\frac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{9}{2}; \frac{9}{4}; -\frac{9}{4}\right) \Rightarrow R = OI = \frac{9\sqrt{6}}{4}$$

$$\Rightarrow S_{(I)} = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{9\sqrt{6}}{4}\right)^2 = \frac{243\pi}{2}$$

Chọn: B

Câu 23:

Phương pháp:

Khi quay tam giác $AA'C$ quanh trục AA' ta được hình nón có bán kính đáy $R = AC$, đường sinh $l = A'C'$ và chiều cao $h = AA'$

Công thức tính diện tích toàn phần hình nón có bán kính đáy R , chiều cao h và đường sinh l :

$$S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2$$

Cách giải:

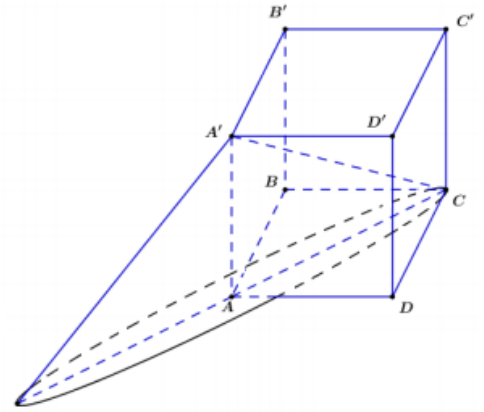
Khi quay tam giác $AA'C$ quanh trục AA' ta được hình nón có bán kính đáy $R = AC$, đường sinh $l = A'C'$ và chiều cao $h = AA'$

Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$

$A'C = \sqrt{AC^2 + AA'^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2 = \pi \cdot AC \cdot A'C + \pi \cdot AC^2$
 $= \pi(a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3} + 2a^2) = \pi(\sqrt{6} + 2)a^2$

Chọn: A



Câu 24:

Phương pháp:

Gọi các quả cầu được xếp trong mô hình là n quả.

Bán kính các quả cầu tạo thành cấp số nhân có công bội là 2.

Tổng của n số hạng đầu của CSN có số hạng đầu là u_1 và công bội q : $S_n = \frac{u_1(q^n - 1)}{q - 1}$

Cách giải:

Gọi các quả cầu được xếp trong mô hình là n quả. ($n \in \mathbb{N}^*$)

$\Rightarrow$ Bán kính các quả cầu tạo thành cấp số nhân có công bội là 2.

Gọi bán kính quả cầu trên cùng hay quả cầu nhỏ nhất là R_1 . ($0 < R_1 < 50$)

$\Rightarrow$ Bán kính quả cầu dưới cùng là: $R_n = 50cm = R_1 \cdot 2^{n-1} \Leftrightarrow 2^n = \frac{100}{R_1}$

Khi đó chiều cao của mô hình có thể là: $h = 2S_n = \frac{2 \cdot R_1(2^n - 1)}{2 - 1} = 2R_1 \left(\frac{100}{R_1} - 1 \right) = 200 - 2R_1 < 200cm = 2m$

Vậy chiều cao của mô hình là dưới 2 mét.

Chọn: D

Câu 25:

Phương pháp:

Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là: $V = \frac{1}{3}Sh$

Cách giải:

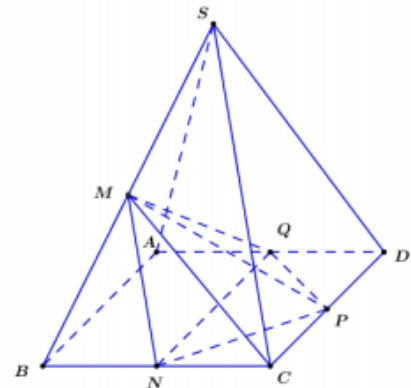
Ta có:

$$S_{CNPQ} = S_{NQDC} - S_{DPQ} = \frac{1}{2}S_{ABCD} - S_{DPQ}$$

$$= \frac{1}{2}S - \frac{1}{8}S = \frac{3}{8}S$$

$$\text{Lại có: } d(M; (ABCD)) = \frac{1}{2}d(A; (ABCD))$$

$$\Rightarrow V_{MCNPQ} = \frac{1}{3}d(M; (ABCD)) \cdot S_{CNPQ} = \frac{1}{2}h \cdot \frac{3}{8}S = \frac{3}{16}V$$



Chọn: C

Câu 26:

Phương pháp:

Sử dụng công thức: $f(x) = \int f'(x) dx$ để tìm hàm số $f(x)$ sau đó giải phương trình và tính tổng đề bài yêu cầu.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } f(x) = \int (4x+3) dx = 2x^2 + 3x + C$$

$$\text{Lại có: } f(1) = -1 \Rightarrow 2.1 + 3.1 + C = -1 \Leftrightarrow C = -6 \Rightarrow f(x) = 2x^2 + 3x - 6$$

$$\Rightarrow f(x) = 10 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 6 = 10 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 16 = 0 (*)$$

Ta có: $ac = 2.(-16) = -32 < 0 \Rightarrow (*)$ luôn có hai nghiệm trái dấu.

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{3}{2} \\ x_1 x_2 = -8 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \log_2 |x_1| + \log_2 |x_2| = \log_2 |x_1 x_2| = \log_2 |-8| = \log_2 2^3 = 3$$

Chọn: D

Câu 27:

Phương pháp:

Sử dụng công thức khai triển của nhị thức: $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$

Cách giải:

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + x)^{2019} &= \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k (\sqrt{3})^k x^{2019-k} \\ &= C_{2019}^0 (\sqrt{3})^{2019} + C_{2019}^1 (\sqrt{3})^{2018} x + C_{2019}^2 (\sqrt{3})^{2017} x^2 + \dots + C_{2019}^{2018} \sqrt{3} x^{2018} + C_{2019}^{2019} x^{2019} \\ &= a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots + a_{2019} x^{2019} \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } i^m = \begin{cases} 1 & \text{ khi } m = 4l \\ i & \text{ khi } m = 4l + 1 \\ -1 & \text{ khi } m = 4l + 2 \\ -i & \text{ khi } m = 4l + 3 \end{cases} (l \in \mathbb{Z})$$

Chọn $x = i$ ta có:

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + i)^{2019} &= \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k (\sqrt{3})^k i^{2019-k} (i^2 = -1) \\ &= C_{2019}^0 (\sqrt{3})^{2019} + C_{2019}^1 (\sqrt{3})^{2018} i + C_{2019}^2 (\sqrt{3})^{2017} i^2 + \dots + C_{2019}^{2018} \sqrt{3} i^{2018} + C_{2019}^{2019} i^{2019} \\ &= a_0 + a_1 i + a_2 i^2 + a_3 i^3 + \dots + a_{2018} i^{2018} + a_{2019} i^{2019} \\ &= a_0 + a_1 i - a_2 - a_3 i + \dots - a_{2018} - a_{2019} i \end{aligned}$$

Chọn $x = -i$ ta có:

$$\begin{aligned}
(\sqrt{3}-i)^{2019} &= \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k (\sqrt{3})^k (-i)^{2019-k} \\
&= C_{2019}^0 (\sqrt{3})^{2019} - C_{2019}^1 (\sqrt{3})^{2018} i + C_{2019}^2 (\sqrt{3})^{2017} i^2 - \dots + C_{2019}^{2018} \sqrt{3} i^{2018} - C_{2019}^{2019} i^{2019} \\
&= a_0 - a_1 i + a_2 i^2 - a_3 i^3 + \dots + a_{2018} i^{2018} - a_{2019} i^{2019} \\
&= a_0 - a_1 i - a_2 + a_3 i + \dots - a_{2018} + a_{2019} i \\
&\Rightarrow (\sqrt{3}+1)^{2019} + (\sqrt{3}-1)^{2019} = 2(a_0 - a_2 + a_4 - a_6 + \dots + a_{2016} - a_{2018}) \\
&\Leftrightarrow 2S = \left[(\sqrt{3}+1)^3 \right]^{673} + \left[(\sqrt{3}-1)^3 \right]^{673} = (8i)^{673} + (-8i)^{673} = 0 \\
&\Leftrightarrow 2S = 8^{673} i^{673} - 8^{673} i^{673} = 0 \Leftrightarrow S = 0
\end{aligned}$$

Chọn: B

Câu 28:

Phương pháp:

Sử dụng công thức khai triển của nhị thức $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } (5x-1)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (5x)^k (-1)^{n-k}$$

Chọn $x=1$ ta được tổng các hệ số của khai triển

$$\Rightarrow (5 \cdot 1 - 1)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k 5^k (-1)^{n-k} = 2^{100}$$

$$\Leftrightarrow 2^{100} = 4^n \Leftrightarrow 2^{100} = 2^{2n} \Leftrightarrow 2n = 100 \Leftrightarrow n = 50$$

Vậy hệ số của x^3 trong khai triển là: $C_{50}^3 \cdot 5^3 \cdot (-1)^{50-3} = -C_{50}^3 \cdot 5^3 = -2450000$

Chọn: C

Câu 29:

Phương pháp:

Sử dụng lý thuyết khối đa diện để làm bài toán.

Cách giải:

Hình bát diện đều có 9 mặt phẳng đối xứng.

Chọn: D

Câu 30:

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp tích phân đổi biến.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } I = \int_{-1}^1 f(|4x-1|) dx = \int_{-1}^{\frac{1}{4}} f(-4x+1) dx + \int_{\frac{1}{4}}^1 f(4x-1) dx$$

Xét $I_1 = \int_{-1}^{\frac{1}{4}} f(-4x+1)dx$

Đặt $-4x+1=t \Rightarrow dt=-4dx$. Đổi cận: $\begin{cases} x=-1 \Rightarrow t=5 \\ x=\frac{1}{4} \Rightarrow t=0 \end{cases}$

$$\Rightarrow I_1 = -\frac{1}{4} \int_5^0 f(t)dt = \frac{1}{4} \int_0^5 f(t)dt = \frac{1}{4} \int_0^5 f(x)dx = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1$$

Xét $I_2 = \int_{\frac{1}{4}}^1 f(4x-1)dx$

Đặt $4x-1=t \Rightarrow dt=4dx$. Đổi cận: $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t=3 \\ x=\frac{1}{4} \Rightarrow t=0 \end{cases}$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{1}{4} \int_0^3 f(t)dt = \frac{1}{4} \int_0^3 f(t)dt = \frac{1}{4} \int_0^3 f(x)dx = \frac{1}{4} \cdot 8 = 2$$

$$I = I_1 + I_2 = 1 + 2 = 3$$

Chọn: A

Câu 31:

Phương pháp:

- +) Lấy loganepe hai vế, đưa phương trình về dạng phương trình bậc hai ẩn x.
- +) Tìm điều kiện để phương trình có 2 nghiệm. Áp dụng định lí Vi-ét.
- +) Sử dụng BĐT Cô-si cho 3 số không âm đánh giá biểu thức S.

Cách giải:

$$a^x b^{x^2-1} = 1 \Leftrightarrow a^x b^{x^2} = b \Leftrightarrow \ln(a^x b^{x^2}) = \ln b$$

$$\Leftrightarrow x \ln a + x^2 \ln b = \ln b \Leftrightarrow x^2 \ln b + x \ln a - \ln b = 0$$

$$\text{Phương trình có 2 nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln b \neq 0 \text{ (luôn đúng do } b > 1) \\ \ln^2 a + 4 \ln^2 b \geq 0 \text{ (luôn đúng)} \end{cases}$$

Do đó phương trình luôn có 2 nghiệm với mọi $a, b > 1$. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm phân biệt của phương trình

đã cho. Áp dụng định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-\ln a}{\ln b} = -\log_b a \\ x_1 x_2 = \frac{-\ln b}{\ln b} = -1 \end{cases}$

Khi đó ta có:

$$S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \right)^2 - 4x_1 - 4x_2 = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \right)^2 - 4(x_1 + x_2)$$

$$S = \left(\frac{-1}{-\log_b a} \right)^2 + 4 \log_b a = \frac{1}{\log_b^2 a} + 4 \log_b a$$

Do $a, b > 1 \Rightarrow \log_b a > \log_b 1 = 0$

Áp dụng BĐT Cô-si ta có:

$$S = \frac{1}{\log_b^2 a} + 4 \log_b a = \frac{1}{\log_b^2 a} + 2 \log_b a + 2 \log_b a \geq 3 \sqrt[3]{\frac{1}{\log_b^2 a} \cdot 2 \log_b a \cdot 2 \log_b a} = 3 \sqrt[3]{4}$$

$$\Rightarrow S_{\min} = 3 \sqrt[3]{4}. \text{ Dấu "}" xảy ra } \Leftrightarrow \frac{1}{\log_b^2 a} = 2 \log_b a \Leftrightarrow \log_b^3 a = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_b a = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \Leftrightarrow a = b^{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}}$$

Ta có: $b^{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}} < b^1 = b$ (do $b > 1$) $\Rightarrow a < b$

Chọn: A

Câu 32:

Phương pháp:

+) Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, SC, BC, AC . Chứng minh $\angle(SA; BC) = \angle(NQ; MQ)$.

+) Áp dụng định lí cosin trong tam giác MNQ .

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SBG) \perp (ABG) \\ (SCG) \perp (ABC) \\ (SBG) \perp (SCG) = SG \end{cases} \Rightarrow SG \perp (ABC)$$

Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, SC, BC, AC .

Đặt $AB = BC = 1 \Rightarrow AC = \sqrt{2}$

Ta có: $\angle(SA; (ABC)) = \angle(SA; GA) = \angle SAG = 30^\circ$

Ta có NQ là đường trung bình của tam giác $SAC \Rightarrow NQ \parallel SA$

MQ là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow MQ \parallel BC$

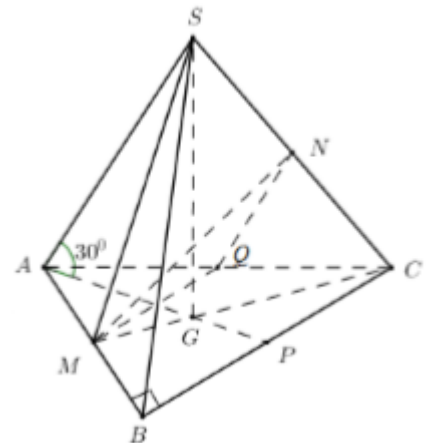
$\Rightarrow \angle(SA; BC) = \angle(NQ; MQ)$

$$\text{Ta có: } AP = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} = CM \Rightarrow AG = \frac{2}{3} AP = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\Rightarrow SG = AG \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{15}}{9}; SA = \frac{AG}{\cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{15}}{9}$$

$$\Rightarrow NQ = \frac{1}{2} SA = \frac{\sqrt{15}}{9} \text{ và } MQ = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2}$$

$$\text{Ta có } MC = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow GC = \frac{2}{3} MC = \frac{\sqrt{5}}{3}; GM = \frac{1}{3} MC = \frac{\sqrt{5}}{6}$$



Áp dụng định lý Pytago ta có: $SC = \sqrt{SG^2 + GC^2} = \frac{2\sqrt{15}}{9}$; $SM = \sqrt{SG^2 + GM^2} = \frac{\sqrt{105}}{18}$

Xét tam giác SMC ta có: $MN^2 = \frac{SM^2 + MC^2}{2} - \frac{SC^2}{4} = \frac{65}{108} \Leftrightarrow MN = \frac{\sqrt{195}}{18}$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác MNQ :

$$\cos \angle MQN = \frac{MQ^2 + NQ^2 - MN^2}{2 \cdot MQ \cdot NQ} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{5}{27} - \frac{65}{108}}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{15}}{9}} = \frac{-\frac{1}{6}}{\frac{\sqrt{15}}{9}} = -\frac{\sqrt{15}}{10} < 0$$

Vậy $\cos \angle (NQ; MQ) = \frac{15}{10} = \cos \angle (SA; BC)$

Chọn: C

Chú ý: Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn nên cosin của góc giữa hai đường thẳng là giá trị dương.

Câu 33:

Phương pháp:

Xếp lần lượt chỗ ngồi cho từng học sinh nam và nữ sao cho mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ. Sử dụng quy tắc nhân.

Cách giải:

Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh vào 10 ghế cho $10!$ cách xếp $\Rightarrow n(\Omega) = 10!$

Gọi A là biến cố: “mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ”.

+) Xếp học sinh nam thứ nhất vào 1 trong 10 vị trí cho 10 cách xếp.

Chọn 1 trong 5 bạn nữ xếp ngồi đối diện với bạn nam thứ nhất có 5 cách xếp.

+) Xếp bạn nam thứ 2 vào 1 trong 8 vị trí còn lại có 8 cách xếp.

Chọn 1 trong 4 bạn nữ còn lại xếp ngồi đối diện với bạn nam thứ hai có 4 cách xếp.

+) Xếp bạn nam thứ 3 vào 1 trong 6 vị trí còn lại có 6 cách xếp.

Chọn 1 trong 3 bạn nữ còn lại xếp ngồi đối diện với bạn nam thứ ba có 3 cách xếp.

+) Xếp bạn nam thứ 4 vào 1 trong 4 vị trí còn lại có 4 cách xếp.

Chọn 1 trong 2 bạn nữ còn lại xếp ngồi đối diện với bạn nam thứ tư có 2 cách xếp.

+) Xếp bạn nam thứ 5 vào 1 trong 2 vị trí còn lại có 2 cách xếp.

Xếp 1 bạn nữ còn lại vào vị trí cuối cùng có 1 cách xếp.

$$\Rightarrow n(A) = 10 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 460800$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{460800}{10!} = \frac{8}{63}$$

Chọn: C

Câu 34:

Chọn: B

Câu 35:

Phương pháp:

$$+) \begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ (\alpha) \supset (d) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_\alpha = [\vec{n}_\beta; \vec{u}_d]$$

+) Lấy $A \in d \Rightarrow A \in (\alpha) \Rightarrow$ Viết phương trình mặt phẳng (α) .

+) Xác định điểm vừa thuộc (α) vừa thuộc (β) .

Cách giải:

Ta có: $\vec{u}_d = (1; 1; 2)$ là 1 VTCP của đường thẳng (d) và $\vec{n}_\beta = (1; 1; -2)$ là 1 VTPT của mặt phẳng (β) .

Gọi $\vec{n}_\alpha$ là 1 VTPT của mặt phẳng (α) .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ (\alpha) \supset (d) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta = 0 \\ \vec{n}_\alpha \cdot \vec{u}_d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \vec{n}_\alpha = [\vec{n}_\beta; \vec{u}_d] = (4; -4; 0) // (1; -1; 0)$$

$$\text{Lấy } A(1; 2; 3) \in (d) \Rightarrow A \in (\alpha)$$

$$\text{Suy ra phương trình mặt phẳng } (\alpha): 1(x-2) - 1(y-3) = 0 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \text{Giao tuyến của } (\alpha) \text{ và } (\beta) \text{ có phương trình } \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + y - 2z + 1 = 0 \end{cases} (*)$$

Dựa vào 4 đáp án ta thấy chỉ có điểm $(2; 3; 3)$ thỏa mãn (*)

Chọn: B

Câu 36:

Phương pháp:

$$\text{Nhân liên hợp để khử dạng } \frac{0}{0}$$

Cách giải:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x)-16}-4}{x^2+2x-8} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt[3]{5f(x)-16}-4)(\sqrt[3]{5f(x)-16}^2+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+16)}{(x+4)(x-2)(\sqrt[3]{5f(x)-16}^2+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+16)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5f(x)-16-64}{(x+4)(x-2)(\sqrt[3]{5f(x)-16}^2+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+16)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5[f(x)-16]}{(x+4)(x-2)(\sqrt[3]{5f(x)-16}^2+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+16)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-16}{x-2} \cdot \frac{5}{(\sqrt[3]{5f(x)-16}^2+4\sqrt[3]{5f(x)-16}+16)} \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-16}{x-2} = 12 \Leftrightarrow f(2) = 16; f'(2) = 12$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x)-16}-4}{x^2+2x-8} = 12 \cdot \frac{5}{6(4^2+4 \cdot 4+16)} = \frac{5}{24}$$

Chọn: A

Câu 37:

Phương pháp:

+) Tìm ĐKXĐ của phương trình.

+) Sử dụng công thức nhân đôi $\cos 4x = 2\cos^2 2x - 1$ và công thức hạ bậc $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ đưa phương trình về dạng phương trình bậc cao đối với 1 hàm số lượng giác.

+) Giải phương trình, biểu diễn các họ nghiệm trên đường tròn lượng giác.

+) Xác định các điểm và tính diện tích đa giác đó.

Cách giải:

$$\text{ĐK: } \sin x + \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$PT \Leftrightarrow \cos 4x - \cos 2x + 2\sin^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 2x - 1 - \cos 2x + 1 - \cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 2x - 2\cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 2x(\cos 2x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2x = \pi + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Đổi chiếu điều kiện ta có: } \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Biểu diễn hai họ nghiệm trên đường tròn lượng giác ta được 4 điểm A, B, C, D như sau:

Trong đó $A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Gọi H lần lượt là hình chiếu của A

trên $Oy \Rightarrow H\left(0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

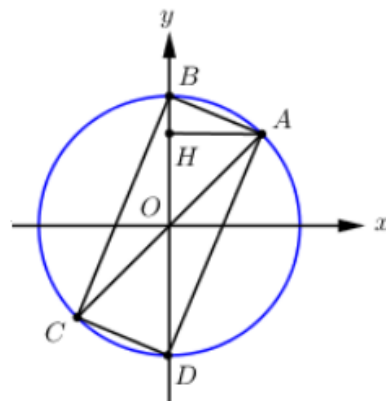
$$\Rightarrow AH = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Ta có: } S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AH \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vậy } S_{ABCD} = 2S_{ABD} = \sqrt{2}$$

Chọn: C

Chú ý: Chú ý đổi chiếu điều kiện xác định để loại nghiệm.

Câu 38:



Phương pháp:

- +) $A, B \in (P) \Rightarrow$ Thay tọa độ A, B vào phương trình mặt phẳng (P) được 2 phương trình.
- +) Gọi $M = (P) \cap Ox$; $N = (P) \cap Oy$. Xác định tọa độ điểm M, N .
- +) Từ giả thiết $OM = ON \Rightarrow$ Phương trình thứ 3.
- +) Giải hệ 3 phương trình $\Rightarrow (P), (Q)$ từ đó tính $b_1b_2 + c_1c_2$

Cách giải:

Ta có: $A, B \in (P) \Rightarrow \begin{cases} 1 + b_1 + c_1 + d_1 = 0 \\ -2b_1 + 2c_1 + d_1 = 0 \end{cases}$

Gọi $\begin{cases} M = (P) \cap Ox \Rightarrow M(-d_1; 0; 0) \Rightarrow OM = |d_1| > 0 \\ N = (P) \cap Oy \Rightarrow N\left(0; \frac{-d_1}{b_1}; 0\right) \Rightarrow ON = \left|\frac{-d_1}{b_1}\right| = \left|\frac{d_1}{b_1}\right| > 0 \end{cases}$

Theo bài ra ta có $OM = ON \Leftrightarrow |d_1| = \left|\frac{d_1}{b_1}\right| \Leftrightarrow |d_1|(|b_1| - 1) = 0 \Leftrightarrow b_1 = \pm 1$ (Do $|d_1| > 0$)

TH1: $b_1 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + c_1 + d_1 = 0 \\ -2 + 2c_1 + d_1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 4 \\ d_1 = -6 \end{cases} \Rightarrow (P): x + y + 4z - 6 = 0$

TH2: $b_1 = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 + d_1 = 0 \\ 2 + 2c_1 + d_1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = -2 \\ d_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow (P): x - y - 2z + 2 = 0$

Do vai trò của $(P), (Q)$ là như nhau nên không mất tính tổng quát ta có $(P): x + y + 4z - 6 = 0$ và

$(Q): x - y - 2z + 2 = 0$

$\Rightarrow b_1b_2 + c_1c_2 = 1(-1) + 4(-2) = -9$

Chọn: B

Câu 39:

Phương pháp:

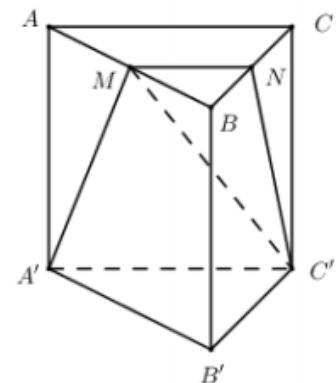
- +) Xác định thiết diện dựa vào các yếu tố song song. Chứng minh thiết diện là hình thang cân.
- +) Tính diện tích hình thang cân.

Cách giải:

Gọi N là trung điểm của BC ta có MN là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow MN \parallel AC$.

Ta có $(A'C'M)$ chứa $A'C' \parallel AC \Rightarrow (A'C'M)$ cắt ABC theo giao tuyến là đường thẳng qua M và song song với $AC \Rightarrow (A'C'M) \cap (ABC) = MN$.

Vậy thiết diện của hình lăng trụ cắt bởi mặt phẳng $(A'C'M)$ là tứ giác $A'C'NM$.



Ta có $MN \parallel AC \parallel A'C' \Rightarrow A'C'NM$ là hình thang.

Xét $\Delta A'AM$ và $\Delta C'CN$ có:

$$A'A = C'C; \angle A'AM = \angle C'CN = 90^\circ; AM = CN = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta A'AM = \Delta C'CN \text{ (c.g.c)} \Rightarrow A'M = C'N$$

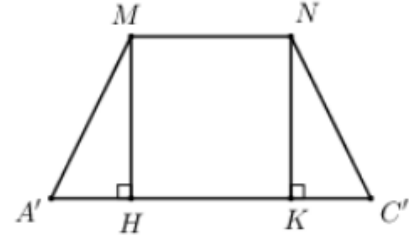
Đễ dàng nhận thấy $A'M$ và $C'N$ không song song nên $A'C'NM$ là hình thang cân.

$$\text{Có } A'C' = a; MN = \frac{a}{2}$$

Kẻ $MH \perp A'C'$ ($H \in A'C'$); $NK \perp A'C'$ ($K \in A'C'$) ta có $MNKH$ là

$$\text{hình chữ nhật} \Rightarrow MN = HK = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow A'H = C'K = \frac{A'C' - HK}{2} = \frac{a - \frac{a}{2}}{2} = \frac{a}{4}$$



$$\text{Xét tam giác vuông } A'MH \text{ có } A'M = \sqrt{A'H^2 + MH^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{3a}{4}$$

$$\text{Xét tam giác vuông } A'MH \text{ có } MH = \sqrt{A'M^2 - A'H^2} = \sqrt{\left(\frac{3a}{4}\right)^2 - \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } S_{A'C'NM} = \frac{1}{2}(A'C' + MN) \cdot MH = \frac{1}{2}\left(a + \frac{a}{2}\right) \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{8}$$

Chọn: C

Câu 40:

Phương pháp:

+) Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Cô lập m , đưa bất phương trình về dạng

$$\Leftrightarrow m \leq g(x) \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq \min_{\mathbb{R}} g(x)$$

+) Lập BBT của hàm số $y = g(x)$ và kết luận.

Cách giải:

Hàm số $y = \ln(x^2 + 2) - mx + 1$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có } y' = \frac{2x}{x^2 + 2} - m$$

$$\text{Để hàm đồng biến trên } \mathbb{R} \text{ thì } y' \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{2x}{x^2 + 2} - m \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{2x}{x^2 + 2} = g(x) \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq \min_{\mathbb{R}} g(x)$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = \frac{2x}{x^2 + 2} \text{ có TXĐ } D = \mathbb{R} \text{ và } g'(x) = \frac{2(x^2 + 2) - 2x \cdot 2x}{(x^2 + 2)^2} = \frac{-2x^2 + 4}{(x^2 + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

BBT:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\nearrow$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\searrow$	0

Từ BBT ta suy ra $\min_{\mathbb{R}} g(x) = g(-\sqrt{2}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow m \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Kết hợp điều kiện đề bài ta có $\begin{cases} m \in \left[-2019; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{-2019; -2018; \dots; -1\}$

Vậy có 2019 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn: B

Câu 41:

Chọn: A

Câu 42:

Phương pháp:

+) Kiểm tra tính liên tục của hàm số tại $x = 1$

+) Nếu hàm số liên tục tại $x = 1$, sử dụng công thức tính đạo hàm bằng định nghĩa:

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Cách giải:

Trước hết ta xét tính liên tục của hàm số tại $x = 1$

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{3x+1} - 2x)(\sqrt{3x+1} + 2x)}{(x-1)(\sqrt{3x+1} + 2x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1 - 4x^2}{(x-1)(\sqrt{3x+1} + 2x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1)(4x+1)}{(x-1)(\sqrt{3x+1} + 2x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-4x-1}{\sqrt{3x+1} + 2x} = \frac{-4-1}{\sqrt{4}+2} = \frac{-5}{4} = f(1) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Hàm số liên tục tại $x = 1$

Tính $f'(1)$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow f'(1) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \frac{\frac{\sqrt{3x+1} - 2x}{x-1} + \frac{5}{4}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4\sqrt{3x+1} - 8x + 5x - 5}{4(x-1)^2} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4\sqrt{3x+1} - 3x - 5}{4(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(4\sqrt{3x+1} - 3x - 5)(4\sqrt{3x+1} + 3x + 5)}{4(x-1)^2(4\sqrt{3x+1} + 3x + 5)} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{16(3x+1) - (9x^2 + 30x + 25)}{4(x-1)^2(4\sqrt{3x+1} + 3x + 5)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-9x^2 + 18x - 9}{4(x-1)^2(4\sqrt{3x+1} + 3x + 5)} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-9(x-1)^2}{4(x-1)^2(4\sqrt{3x+1} + 3x + 5)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-9}{4(4\sqrt{3x+1} + 3x + 5)} = \frac{-9}{64}
\end{aligned}$$

Chọn: C

Chú ý: Trước khi tính đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x = x_0$ cần kiểm tra tính liên tục của hàm số tại điểm đó.

Câu 43:

Phương pháp:

+) Gọi $C(a; b; c) \in (\alpha) \Rightarrow$ phương trình (1).

+) Tam giác ABC đều $\Leftrightarrow AB = BC = CA \Rightarrow$ phương trình (2), (3).

+) Giải hệ 3 phương trình 3 ẩn a, b, c .

Cách giải:

Gọi $C(a; b; c) \in (\alpha) \Rightarrow 2a - b + 2c + 8 = 0$ (1)

Tam giác ABC đều $\Leftrightarrow AB = BC = CA$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = AC^2 \\ AC^2 = BC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 = a^2 + b^2 + (c-3)^2 \\ a^2 + b^2 + (c-3)^2 = (a+2)^2 + b^2 + (c-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8 = a^2 + b^2 + (c-3)^2 \\ -6c + 9 = 4a + 4 - 2c + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 = a^2 + b^2 + (c-3)^2 \\ 4a + 4c = 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \begin{cases} 8 = a^2 + b^2 + (c-3)^2 & (2) \\ a + c = 1 & (3) \end{cases}
\end{aligned}$$

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b + 2c + 8 = 0 \\ a^2 + b^2 + (c-3)^2 = 8 \\ a + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 - a \\ 2a - b + 2(1-a) + 8 = 0 \\ a^2 + b^2 + (c-3)^2 = 8 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases}$$

Vậy không có điểm C nào thỏa mãn.

Chọn: B

Câu 44:

Chọn: D

Câu 45:

Phương pháp:

- +) Trong (ABC) gọi AH là đường kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC . Chứng minh $SH \perp (ABC)$.
- +) Trong (ABC) kẻ đường thẳng qua B song song với AC cắt HC tại M . Chứng minh $d(SB; AC) = d(C; (SBM))$.
- +) Sử dụng phương pháp đổi đỉnh, chứng minh $d(C; (SBM)) = 3d(H; (SBM))$
- +) Dùng khoảng cách từ H đến (SBM) và tính.

Cách giải:

Trong (ABC) gọi I là trung điểm của BC , gọi AH là đường kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

$$\Rightarrow HB \perp AB, HC \perp AC$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BH \perp AB \\ SB \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBH) \Rightarrow AB \perp SH$$

Chứng minh tương tự ta có $AC \perp SH$

$$\Rightarrow SH \perp (ABC)$$

Trong (ABC) kẻ đường thẳng qua B song song với AC cắt HC tại M .

$$\text{Ta có } AC \parallel BM \Rightarrow d(SB; AC) = d(AC; (SBM)) = d(C; (SBM))$$

$$\text{Ta có } CH \perp AC \Rightarrow CM \perp BM$$

$$\text{Xét tam giác vuông } ACH \text{ có: } CH = AC \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Xét tam giác vuông } BCM \text{ có: } CM = BC \cdot \cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$CH \cap (SBM) = M \Rightarrow \frac{d(H; (SBM))}{d(C; (SBM))} = \frac{HM}{CM} = 1 - \frac{CH}{CM} = 1 - \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{3}$$

Trong (SHM) kẻ $HK \perp SM$ ($K \in SM$) ta có:

$$\begin{cases} BM \perp HM \\ BM \perp SH \end{cases} \Rightarrow BM \perp (SHM) \Rightarrow BM \perp HK$$

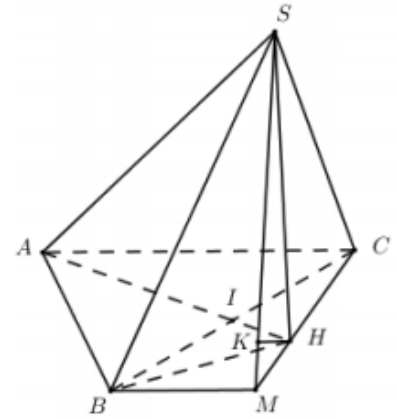
$$\begin{cases} HK \perp BM \\ HK \perp SM \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SBM) \Rightarrow d(H; (SBM)) = HK$$

$$\text{Ta có: } \angle(SA; (ABC)) = \angle(SA; HA) = \angle SAH = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta SAH \text{ vuông cân tại } H \Rightarrow SH = AH = \frac{AC}{\cos 30^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

$$HM = \frac{1}{3}CM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SMH ta có:



$$HK = \frac{SH \cdot HM}{\sqrt{SH^2 + HM^2}} = \frac{\frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6}}{\sqrt{\frac{4a^2}{3} + \frac{3a^2}{36}}} = \frac{\frac{a^2}{3}}{\frac{a\sqrt{51}}{6}} = \frac{2a\sqrt{51}}{51}$$

$$\text{Vậy } d(SB; AC) = \frac{2a\sqrt{51}}{17}$$

Chọn: A

Câu 46:

Chọn: C

Câu 47:

Phương pháp:

+) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD, AB . Chứng minh $\triangle CDN$ và $\triangle ABM$ vuông cân và $MN \perp AB, MN \perp CD$

+) Đặt $CD = x$. Áp dụng định lý Pytago tính x .

Cách giải:

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD, AB .

$\triangle ACD$ và $\triangle BCD$ cân $\Rightarrow AM \perp CD, BM \perp CD$

Ta có:

$$\begin{cases} (ACD) \cap (BCD) = CD \\ (ACD) \supset AM \perp CD \Rightarrow \angle((ACD); (BCD)) = \angle(AM; BM) = 90^\circ \\ (BCD) \supset BM \perp CD \end{cases}$$

$$\Rightarrow AM \perp BM$$

Và ta dễ dàng chứng minh được $\triangle ACD = \triangle BCD (c.c.c) \Rightarrow AM = BM$

$\Rightarrow \triangle ABM$ vuông cân tại $M \Rightarrow MN \perp AB$

Chứng minh tương tự ta có $\triangle CDN$ vuông cân tại N và $MN \perp CD$

Đặt $CD = x$. Áp dụng định lý Pytago ta có: $AM^2 = a^2 - \frac{x^2}{4}$

$$\triangle ABM \text{ vuông cân tại } M \Rightarrow AB^2 = 2AM^2 = 2a^2 - \frac{x^2}{2} \Rightarrow AN^2 = \frac{1}{4}AB^2 = \frac{a^2}{2} - \frac{x^2}{8}$$

$$\text{Áp dụng định lý Pytago ta có: } DN^2 = AD^2 - AN^2 = a^2 - \frac{a^2}{2} + \frac{x^2}{8} = \frac{a^2}{2} + \frac{x^2}{8}$$

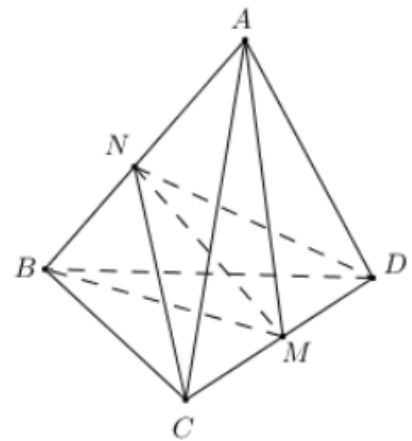
$$\triangle CDN \text{ vuông cân tại } N \Rightarrow CD^2 = 2DN^2 = a^2 + \frac{x^2}{4} = x^2 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$$

Chọn: A

Câu 48:

Phương pháp:

Xác suất của biến cố A được tính bởi công thức: $P(A) = \frac{n_A}{n_\Omega}$



Cách giải:

Số cách chọn 3 đỉnh bất kì của đa giác là: $n_{\Omega} = C_{48}^3$

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều.

Gọi biến cố A: “Chọn 3 đỉnh bất kì của đa giác để được một tam giác nhọn”.

Lấy điểm A thuộc đường tròn (O), kẻ đường kính AA' $\Rightarrow$ A' cũng thuộc đường tròn (O).

Khi đó AA' chia đường tròn (O) thành hai nửa, mỗi nửa có 23 đỉnh.

Chọn 2 đỉnh B, C cùng thuộc 1 nửa đường tròn có C_{23}^2 cách chọn $\Rightarrow$ có C_{23}^2 tam giác ABC là tam giác tù.

Tương tự như vậy đối với nửa còn lại nên ta có $2C_{23}^2$ tam giác tù được tạo thành.

Đa giác đều có 48 đỉnh nên có 24 đường chéo $\Rightarrow$ có $24.2.C_{23}^2$ tam giác tù.

Ứng với mỗi đường kính ta có 23.2 tam giác vuông. Vậy số tam giác vuông là: $23.2.24 = 1104$ tam giác.

$\Rightarrow n_A = C_{48}^3 - 48C_{23}^2 - 1104 = 4048$ tam giác.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{4048}{C_{48}^3} = \frac{11}{47}$$

Chọn: B

Câu 49: Chọn: D

Câu 50:

Cách giải:

Gọi điểm $I(a; b; c)$ thỏa mãn: $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow (8-a; 5-b; -11-c) - (5-a; 3-b; -4-c) - (1-1; 2-b; -6-c) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8-a-5+a-1+a=0 \\ 5-b-3+b-2+b=0 \\ -11-c+4+c+6+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=0 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow I(-2; 0; 1)$$

Theo đề bài ta có: $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ Min

$$\Rightarrow |\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IC}| = |3\overrightarrow{MI} + (\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC})| = 3|\overrightarrow{MI}| = 3MI \text{ Min}$$

Ta có: (S) có tâm $J(2; 4; -1)$, $R=3$. $M \in (S) \Rightarrow MI_{\min} = IJ - R = \sqrt{16+16+4} - 3 = 3$

$$\text{Có: } \overrightarrow{IJ} = (4; 4; -2) = 2(2; 2; -1) \Rightarrow \text{Phương trình đường thẳng } IJ: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

$$M \in IJ \Rightarrow M(-2 + 2t; 2t; 1 - t)$$

$$M \in (S) \Rightarrow (-4 + 2t)^2 + (2t - 4)^2 + (2 - t)^2 = 9 \Leftrightarrow 9(t - 2)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow (t - 2)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t - 2 = 1 \\ t - 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \Rightarrow M(4; 6; -2) \\ t = 1 \Rightarrow M(0; 2; 0) \end{cases}$$

$$\text{Do } MI = 3 \Rightarrow M(0; 2; 0) \text{ thỏa mãn} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2$$

Chọn: C