

Câu 1: (1 điểm)

1. Cho hai tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4\}$; $B = \{1, 3, 6\}$. Tìm $A \cup B$; $A \setminus B$.
2. Lập mệnh đề phủ định của mệnh đề sau và xét tính đúng sai của nó: Mọi hình vuông đều là hình thoi.

Câu 2: (1 điểm) Giải các phương trình:

- a) $\sqrt{x-3} + x - 5 = \sqrt{9-3x} + 2$. b) $(2x-4038)(x-2) = (2x-4038)(x+2)$.

Câu 3: (2 điểm)

1. Tìm tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{1-4x} - \sqrt{1+2x}$.
2. Tìm a, b để đường thẳng $y = ax + b$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2 , cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 6 .
3. Biết điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = |-x-3| + |2x+1| + |x-2|$ và M có hoành độ bằng -1 . Hãy tìm tung độ điểm M .
4. Xác định hàm số bậc hai $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$, biết rằng đồ thị của nó có hoành độ đỉnh là 2 và đi qua điểm $M(-4; -18)$.

Câu 4: (2 điểm)

1. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4x + 5$.
2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x + 5$ tại hai điểm A, B sao cho vector $\overrightarrow{AB}$ có hoành độ bằng $4\sqrt{2}$.

Câu 5: (2 điểm)

Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O , N là trung điểm của cạnh AB , G là trọng tâm tam giác ABC .

1. Chứng minh $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OD}$.
2. Tìm điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MD}$.
3. Phân tích vector $\overrightarrow{GA}$ theo hai vector $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{NC}$.
4. Biết tam giác ABC là tam giác cân, $AB = a$, $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Tính độ dài của vector $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ theo a .

Câu 6: (1 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{v} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$, $A(3; -5)$.

1. Tìm tọa độ của vector $\vec{v}$.
2. Tìm tọa độ điểm B sao cho $\overrightarrow{AB} = \vec{v}$.
3. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng.

Câu 7: (1 điểm)

Cho các số thực $a, b, c > 0$. Chứng minh rằng: $\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \geq a + b + c$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
1	1	$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 6\}, A \setminus B = \{2; 4\}.$	0,5
	2	Có ít nhất một hình vuông không phải là hình thoi. Mệnh đề sai.	0,5
2	a	Phương trình vô nghiệm.	0,5
	b	$x = 2019.$	0,5
3	1	$\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{4} \right].$	0,5
	2	$a = 3, b = 6.$	0,5
	3	$y_M = 6.$	0,5
	4	$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2.$	0,5
4	1	- Vẽ bảng biến thiên.	0,5
		- Vẽ đồ thị.	0,5
	2	Phương trình hoành độ giao điểm: $-x^2 + 4x + 5 = m \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 + m = 0.$ Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \leq 9.$ Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình. Khi đó $A(x_1; m), B(x_2; m), \overline{AB} = (x_2 - x_1; 0).$	0,5
		Theo bài ra, ta có $x_2 - x_1 = 4\sqrt{2}.$ Mà $x_1 + x_2 = 4, x_1 \cdot x_2 = m - 5$ (Định lí Viet) nên suy ra $m = 1$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy $m = 1.$	0,5
5	1	$\overline{AB} - \overline{AC} = \overline{CB} = \overline{DA} = \overline{OA} - \overline{OD}.$	0,5
	2	$\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = 4\overline{MD} \Leftrightarrow \overline{MD} + \overline{DA} + \overline{MD} + \overline{DB} + \overline{MD} + \overline{DC} = 4\overline{MD}$ $\Leftrightarrow \overline{DA} + \overline{DC} + \overline{DB} = \overline{MD} \Leftrightarrow 2\overline{DB} = \overline{MD} \Leftrightarrow \overline{DM} = 2\overline{BD}.$ Vậy M là điểm xác định bởi $\overline{DM} = 2\overline{BD}.$ (Cách khác: $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = 4\overline{MD} \Leftrightarrow 3\overline{MG} = 4\overline{MD}.$)	0,5
	3	$\overline{GA} = -\overline{AG} = -\frac{1}{3}(\overline{AB} + \overline{AC}); \overline{BD} = \overline{AD} - \overline{AB} = \overline{BC} - \overline{AB} = \overline{AC} - 2\overline{AB};$ $\overline{NC} = -\overline{CN} = -\frac{1}{2}(\overline{CA} + \overline{CB}) = -\frac{1}{2}\overline{AB} + \overline{AC};$	0,25
		$\overline{GA} = x\overline{BD} + y\overline{NC} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{3} = -2x - \frac{1}{2}y \\ -\frac{1}{3} = x + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases}.$ Vậy $\overline{GA} = \frac{1}{3}\overline{BD} - \frac{2}{3}\overline{NC}.$	0,25
	4	Từ giả thiết suy ra tam giác ABD đều cạnh $a.$ Vậy $ \overline{BA} + \overline{BC} = \overline{BD} = a.$	0,5
6	1	$\vec{v} = (-2; 3).$	0,25
	2	$B(1; -2).$	0,25
	3	Gọi $M(x; 0).$ Ta có M, A, B thẳng hàng $\Leftrightarrow \overline{MA}, \overline{AB}$ cùng phương. $\overline{MA} = (3 - x; -5). \frac{3 - x}{-2} = -\frac{5}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}.$ Vậy $M\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$	0,5

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
7		Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $\frac{bc}{a}$ và $\frac{ca}{b}$, ta có: $\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} \geq 2\sqrt{\frac{bc}{a} \cdot \frac{ca}{b}} \Rightarrow \frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} \geq 2c \quad (1).$ Tương tự $\frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \geq 2a \quad (2).$ $\frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} \geq 2b \quad (3).$ Cộng (1), (2), (3) theo vế ta được: $2\left(\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c}\right) \geq 2(a+b+c).$ Suy ra $\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \geq a+b+c.$	1,0