



ĐỀ CƯƠNG GIỮA HỌC KỲ II

NĂM HỌC 2022 - 2023

MÔN: TOÁN - KHỐI: 11

I. KIẾN THỨC ÔN TẬP:

1. **ĐẠI SỐ & GIẢI TÍCH:** TỪ PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC ĐẾN HẾT GIỚI HẠN MỘT BÊN CỦA HÀM SỐ.

2. **HÌNH HỌC:** TỪ HAI MẶT PHẪNG SONG SONG ĐẾN HẾT VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN.

II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

A. ĐẠI SỐ & GIẢI TÍCH

1. PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC

Câu 1. Khi sử dụng phương pháp quy nạp để chứng minh mệnh đề chứa biến $A(n)$ đúng với mọi số tự nhiên $n \geq p$ (p là một số tự nhiên), ta tiến hành hai bước:

- Bước 1, kiểm tra mệnh đề $A(n)$ đúng với $n = p$.
- Bước 2, giả thiết mệnh đề $A(n)$ đúng với số tự nhiên bất kỳ $n = k \geq p$ và phải chứng minh rằng nó cũng đúng với $n = k + 1$.

Trong hai bước trên:

- A. Chỉ có bước 1 đúng. B. Chỉ có bước 2 đúng.
C. Cả hai bước đều đúng. D. Cả hai bước đều sai.

Câu 2. Cho $S_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $S_n = \frac{n-1}{n}$. B. $S_n = \frac{n}{n+1}$. C. $S_n = \frac{n+1}{n+2}$. D. $S_n = \frac{n+2}{n+3}$.

Câu 3. Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, hệ thức nào sau đây là **sai**?

- A. $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ B. $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$.
C. $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ D. $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2 = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{6}$.

2. Dãy số - CSC – CSN

Câu 4. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

- A. Mỗi hàm số là một dãy số.
B. Dãy số (u_n) được gọi là dãy đơn điệu giảm nếu $u_{n+1} \geq u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$
C. Một dãy số được gọi là vô hạn nếu dãy đó có phần tử lớn đến vô hạn.
D. Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại số M sao cho $u_n < M, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 5. Dãy số (u_n) xác định bởi công thức $u_n = 2n - 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ chính là

- A. dãy số tự nhiên lẻ. B. dãy số tự nhiên chẵn.
C. dãy số 1,3,5,9,13,17,... D. cấp số cộng với $u_1 = -1$, công sai $d = 2$.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) biết
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_n = \frac{1}{2 - u_{n-1}} \end{cases} \quad (n \geq 2).$$
 Giá trị của u_4 bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{6}{7}$.

Câu 7. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{2^{n+1} + 1}{2^n}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng u_1, u_3, u_5 có giá trị lần lượt là

- A. $\frac{3}{2}, \frac{17}{8}, \frac{65}{32}$. B. $\frac{5}{2}, \frac{9}{8}, \frac{65}{32}$. C. $\frac{5}{2}, \frac{17}{8}, \frac{65}{32}$. D. $\frac{3}{2}, \frac{9}{8}, \frac{33}{32}$.

Câu 8. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{2n}{n^2 + 1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Số $\frac{9}{41}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số?

- A. 10. B. 8. C. 9. D. 11.

Câu 9. Cho dãy số (u_n) biết
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases} \quad (n \geq 1).$$
 Số hạng tổng quát của dãy số là

- A. $u_n = 2^{n+1} - 3$. B. $u_n = 3^n + 2$. C. $u_n = 2^n - 1$. D. $u_n = 2n + 3$.

Câu 10. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $u_7 = \frac{8}{15}$. B. (u_n) là dãy tăng. C. (u_n) là dãy bị chặn. D. (u_n) là dãy vô hạn.

Câu 11. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ và dãy (v_n) biết
$$\begin{cases} u_1 = v_1 \\ v_{n+1} = v_n + u_{n+1} \end{cases} \quad (n \geq 1).$$
 Số hạng tổng quát của dãy (v_n) là

- A. $v_n = \frac{n}{n+1}$. B. $v_n = \frac{n}{n+2}$. C. $v_n = \frac{n+1}{n+3}$. D. $v_n = \frac{2n}{2n+1}$.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) biết
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases} \quad (n \geq 1).$$
 Số 33 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số?

- A. 14. B. 15. C. 16. D. 17.

Câu 13. Biết dãy số 2, 7, 12, ..., x là một cấp số cộng. Tìm x biết $2 + 7 + 12 + \dots + x = 245$?

- A. $x = 45$. B. $x = 42$. C. $x = 52$. D. $x = 47$.

Câu 14. Trong các dãy (u_n) sau, dãy số nào là cấp số cộng?

- A. $u_n = \frac{2n}{n+1}$. B. $\frac{8}{5}; \frac{18}{5}; \frac{28}{5}; \frac{38}{5}$.
C. $u_n = 2^n$ D. dãy các số nguyên chia hết cho 3.

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 + u_3 = 7$ và $u_2 + u_4 = 12$. Tính u_{20} ?

- A. 48,5. B. 47,5. C. 51. D. 49

Câu 16. Cho cấp số cộng với $u_1 = -15$, công sai $d = \frac{1}{3}$ và $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = 0$. Tìm n?

- A. $n = 0$. B. $n = 0$ hoặc $n = 91$. C. $n = 31$. D. $n = 91$.

Câu 17. Cho cấp số cộng 2, a, 6, b. Giá trị của ab bằng

- A. 32. B. 40. C. 48. D. 22.

Câu 18. Viết 3 số xen giữa các số 2 và 22 để được CSC có 5 số hạng. Ba số đó là

- A. 7;12;17. B. 6,10,14. C. 8,13,18. D. Tất cả đều sai.

Câu 19. Cho CSC có $u_1 = -1, d = 2, S_n = 483$. Hãy tìm số các số hạng của CSC đó ?

- A. $n = 20$. B. $n = 21$. C. $n = 22$. D. $n = 23$.

Câu 20. Cho CSC có tổng 10 số hạng đầu tiên và 100 số hạng đầu tiên lần lượt là 100 và 10. Khi đó tổng của 110 số hạng đầu tiên bằng

- A. 90. B. -90. C. 110. D. -110.

Câu 21. Cho cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 31 \\ u_1 + u_3 = 26 \end{cases}$. Giá trị u_1 và q là

- A. $u_1 = 2; q = 5$ hoặc $u_1 = 25; q = \frac{1}{5}$. B. $u_1 = 5; q = 1$ hoặc $u_1 = 25; q = \frac{1}{5}$.
C. $u_1 = 25; q = 5$ hoặc $u_1 = 1; q = \frac{1}{5}$. D. $u_1 = 1; q = 5$ hoặc $u_1 = 25; q = \frac{1}{5}$.

Câu 22. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Giá trị u_1 và d là

- A. $u_1 = 3; d = 2$. B. $u_1 = 2; d = 2$. C. $u_1 = 2; d = 4$. D. $u_1 = 2; d = 3$.

Câu 23. Cho CSN có $u_1 = -1; q = \frac{-1}{10}$. Giá trị $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ bao nhiêu của CSN đó ?

- A. số hạng thứ 103. B. số hạng thứ 104. C. số hạng thứ 105. D. Đáp án khác.

Câu 24. Xen giữa số 3 và số 19683 là 7 số để được một CSN có $u_1 = 3$. Khi đó u_5 bằng

- A. -243. B. 729. C. ± 243 . D. 243.

Câu 25. Trong các dãy số sau, dãy số nào là CSN ?

- A. $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$. B. $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$. C. $u_n = n + \frac{1}{3}$. D. $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$.

Câu 26. Nếu ba số $\frac{2}{b-a}; \frac{1}{b}; \frac{2}{b-c}$ (với $b \neq 0; b \neq a; b \neq c$) theo thứ tự lập thành một CSC thì

- A. ba số a, b, c lập thành cấp số cộng. B. ba số b, a, c lập thành cấp số nhân.
C. ba số b, a, c lập thành cấp số cộng. D. ba số a, b, c lập thành cấp số nhân.

Câu 27. Giá trị của $S = 3 + 8 + 13 + \dots + 2023$ là

- A. $S = 2039189$ B. $S = 410263$ C. $S = 410265$ D. $S = 406221$

Câu 28. Xác định x để 3 số $2x-1; x; 2x+1$ lập thành CSN ?

- A. $x = \pm \frac{1}{3}$. B. $x = \pm \sqrt{3}$.
C. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$. D. Không có giá trị nào của x .

Câu 29. Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:

- A. $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$. B. $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$. C. $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$. D. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

Câu 30. Cho hai cấp số cộng hữu hạn, mỗi cấp số cộng có 100 số hạng là 4, 7, 10, 13, 16, ... và 1, 6, 11, 16, 21, ... Hỏi có tất cả bao nhiêu số có mặt trong cả hai cấp số cộng trên?

- A. 20. B. 18. C. 21. D. 19.

Câu 31. S là tập hợp tất cả các số tự nhiên k sao cho $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A. 12. B. 8. C. 10. D. 6.

Câu 32. Giải phương trình $1+8+15+22+\dots+x=7944$

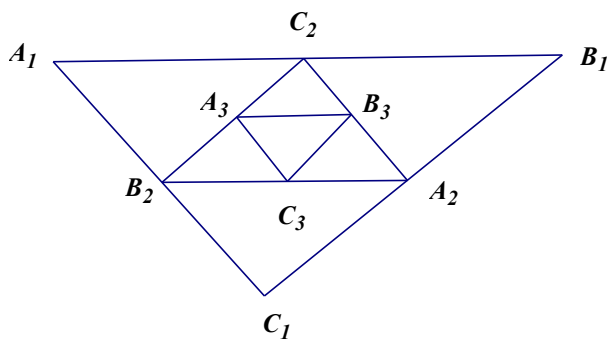
A. $x=330$.

B. $x=220$.

C. $x=351$.

D. $x=407$.

Câu 33. Cho tam giác đều $A_1B_1C_1$ có độ dài cạnh bằng 4. Trung điểm của các cạnh tam giác $A_1B_1C_1$ tạo thành tam giác $A_2B_2C_2$, trung điểm của các cạnh tam giác $A_2B_2C_2$ tạo thành tam giác $A_3B_3C_3$... Gọi $P_1, P_2, P_3, \dots$ lần lượt là chu vi của tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$. Tính tổng chu vi $P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$



A. $P=8$.

B. $P=24$.

C. $P=6$.

D. $P=18$.

Câu 34. Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A , biết độ dài cạnh đáy BC , đường cao AH và cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội q . Giá trị của q^2 bằng

A. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

Câu 35. Cho bốn số a, b, c, d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T = a - b + c - d$.

A. $T = \frac{101}{27}$.

B. $T = \frac{100}{27}$.

C. $T = -\frac{100}{27}$.

D. $T = -\frac{101}{27}$.

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $(x-1)(x-3)(x-m)=0$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số nhân tăng?

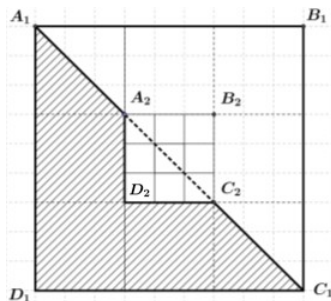
A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 37. Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

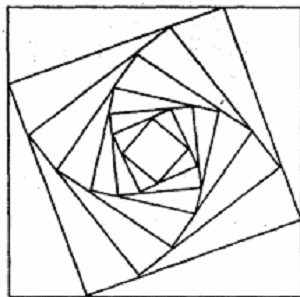
A. 9 bước.

B. 4 bước.

C. 8 bước.

D. 7 bước.

Câu 38. Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) (Hình vẽ).



Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$. Gọi S_i là diện tích của hình vuông C_i ($i \in \{1, 2, 3, \dots\}$). Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$. Biết $T = \frac{32}{3}$, tính a ?

A. 2.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{2}$.

3. GIỚI HẠN

Câu 39. $\lim (1 - n - 2n^2)$ bằng

A. 1.

B. $+\infty$.

C. -2.

D. $-\infty$.

Câu 40. Tìm $\lim \frac{2n-1}{n+1}$?

A. -2.

B. -1.

C. 2.

D. $+\infty$.

Câu 41. Tìm $\lim \frac{4 \cdot 5^n - 2}{5^{n+1} + 2}$?

A. -1.

B. 4.

C. $\frac{4}{5}$.

D. 2.

Câu 42. Tìm $\lim (\sqrt{n^2 - n} - n)$?

A. $-\infty$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. $+\infty$.

D. 0.

Câu 43. Tìm $\lim (\sqrt{n^2 + n + 1} - 2n)$?

A. $-\frac{3}{2}$.

B. 1.

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Câu 44. Tìm $\lim \frac{(2n-1)(3n^2+n+2)}{2n^3-3n^2+2}$?

A. 6.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 45. Tính tổng $S = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \frac{1}{81} + \dots$?

A. $+\infty$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. -3.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 46. Cho dãy số (u_n) có $\lim u_n = 1$. Tìm kết quả sai?

A. $\lim(\sqrt{u_n+1}-\sqrt{2}u_n)=+\infty$

B. $\lim\frac{u_n^2-1}{u_n-1}=2$.

C. $\lim(u_n+2)=3$

D. $\lim\frac{u_n+1}{u_n-2}=-2$

Câu 47. Tính tổng $S=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{2^n}+\dots$?

A. 2.

B. 1.

C. $+\infty$.

D. $-\infty$.

Câu 48. Cho dãy số (u_n) có $\lim u_n=+\infty$. Tìm $\lim\frac{2u_n+3}{4u_n-1}$?

A. -3.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $+\infty$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 49. Giới hạn $\lim\frac{8n^5-2n^3+1}{2n^2-4n^5+2019}$ bằng

A. -2.

B. 4.

C. $+\infty$.

D. 0.

Câu 50. Giá trị của $B=\lim\frac{4n^2+3n+1}{(3n-1)^2}$ bằng

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 0.

D. 4

Câu 51. Tính $L=\lim\frac{n^3+n^2+1}{2018-3n^3}$.

A. $\frac{1}{2018}$.

B. -3.

C. $+\infty$.

D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 52. Gọi S là tập hợp các tham số nguyên a thỏa mãn $\lim\left(\frac{3n+2}{n+2}+a^2-4a\right)=0$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Câu 53. Cho $a \in \mathbb{R}$ sao cho giới hạn $\lim\frac{an^2+a^2n+1}{(n+1)^2}=a^2-a+1$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $0 < a < 2$.

B. $0 < a < \frac{1}{2}$.

C. $-1 < a < 0$.

D. $1 < a < 3$.

Câu 54. Dãy số (u_n) với $u_n=\frac{(3n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3}$ có giới hạn bằng phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Tính $a.b$

A. 192

B. 68

C. 32

D. 128

Câu 55. Biết $\lim\frac{2n^3+n^2-4}{an^3+2}=\frac{1}{2}$ với a là tham số. Khi đó $a-a^2$ bằng

A. -12.

B. -2.

C. 0.

D. -6.

Câu 56. Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{1+2+3+\dots+n}{n^2+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\lim u_n=0$.

B. $\lim u_n=\frac{1}{2}$.

C. Dãy số (u_n) không có giới hạn khi $n \rightarrow +\infty$. D. $\lim u_n = 1$.

Câu 57. Giới hạn $\lim \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2}{n^3 + 2n + 7}$ có giá trị bằng?

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. 0. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 58. $\lim \frac{1+3+5+\dots+2n+1}{3n^2+4}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. 0. C. $\frac{1}{3}$. D. $+\infty$.

Câu 59. $\lim \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$ bằng

- A. 1. B. 0. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 60. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n = \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{2n-1}{n^2}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. $\lim u_n$ bằng

- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 1

Câu 61. $\lim \left[\left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \right]$ bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 62. Tính giới hạn $\lim (n - \sqrt{n^2 - 4n})$.

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 63. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $\lim (\sqrt{n^2 - 4n + 7} + a - n) = 0$?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 64. Tính $I = \lim \left[n(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 - 1}) \right]$.

- A. $I = +\infty$. B. $I = \frac{3}{2}$. C. $I = 1,499$. D. $I = 0$.

Câu 65. Tính $\lim n(\sqrt{4n^2 + 3} - \sqrt[3]{8n^3 + n})$.

- A. $+\infty$. B. 1. C. $-\infty$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 66. Tính giới hạn $L = \lim (\sqrt{9n^2 + 2n - 1} - \sqrt{4n^2 + 1})$.

- A. $+\infty$. B. 1. C. $-\infty$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 67. Tính giới hạn $L = \lim (\sqrt{4n^2 + n + 1} - 9n)$.

- A. $+\infty$. B. -7. C. $-\infty$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 68. Cho các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$, hỏi $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng

- A. 5. B. 2. C. -6. D. 3.

Câu 69. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1)$ bằng

A. $+\infty$.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 70. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 3}{x^3 + 4}$ bằng

A. $-\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{5}{3}$.

D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 71. $\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{\frac{2x}{x^3 - x - 6}}$ bằng

A. $-\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 72. $\lim_{x \rightarrow -3} \sqrt[3]{\frac{x^4 + 27x}{4x^2 - 36}}$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $-\frac{3}{4}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 73. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 2x^2 - 3}}{\sqrt{2x^2 + 4}}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. 1.

C. 0.

D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 74. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 - 1)^2}{(x^3 + 1)(x^2 + x)}$ bằng

A. $+\infty$.

B. $-\frac{4}{3}$.

C. $-\infty$.

D. -2.

Câu 75. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - x + 1}}{x + 1}$ bằng

A. 2

B. -2.

C. 1.

D. -1.

Câu 76. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{2x^2 - x - 1}$ bằng

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. -4.

Câu 77. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 9}{-x^4 + 5x^2 - 5x}$ bằng

A. -2

B. 2.

C. 0.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 78. Giả sử ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$.

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$.

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$.

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$.

Câu 79. Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1} + ax + b \right) = 1$. Khi đó giá trị của biểu thức $T = a + b$ bằng

A. -2.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 80. Biết rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x-2} + ax - b \right) = -5$. Tính tổng $a+b$.

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 5.

Câu 81. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2023} + x - 2}{x^{2022} + x - 2}$ bằng $\frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $a^2 - b^2$.

A. 4045.

B. 4035.

C. -4035.

D. 4043.

Câu 82. Tìm $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - (1+a^2)x + a}{x^3 - a^3}, a \neq 0$.

A. $\frac{2a^2}{a^2+3}$.

B. $\frac{2a^2-1}{3a^2}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{2a^2-1}{3}$.

Câu 83. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{13}{12}$.

C. $+\infty$.

D. $\frac{10}{11}$.

Câu 84. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{6\sqrt{x+8} - x - 17}$.

A. $-\infty$.

B. 0.

C. $+\infty$.

D. $\frac{1}{6}$.

B. HÌNH HỌC

1. Hai mặt phẳng song song

Câu 85. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d // d'$.

B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P) .

C. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q) .

D. Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a // (P)$.

Câu 86. Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) ; đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$. Tìm khẳng định **sai** trong các mệnh đề sau.

A. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // b$.

B. Nếu $(P) // (Q)$ thì $b // (P)$.

C. Nếu $(P) // (Q)$ thì a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

D. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // (Q)$.

Câu 87. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. Nếu hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng khác thì chúng song song với nhau.

B. Nếu ba mp phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó đồng quy.

C. Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P) .

D. Cho hai đường thẳng a, b nằm trong mặt phẳng (P) và hai đường thẳng a', b' nằm trong mặt phẳng (Q) . Khi đó, nếu $a // a'; b // b'$ thì $(P) // (Q)$.

Câu 88. Trong không gian, cho đường thẳng a và hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Nếu (P) và (Q) cùng cắt a thì (P) song song với (Q) .
- B. Nếu (P) và (Q) cùng song song với a thì (P) song song với (Q) .
- C. Nếu (P) song song với (Q) và a nằm trong mp (P) thì a song song với (Q) .
- D. Nếu (P) song song với (Q) và a cắt (P) thì a song song với (Q) .

Câu 89. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mp nào sau đây?

- A. $(BA'C')$.
- B. $(C'BD)$.
- C. (BDA') .
- D. (ACD') .

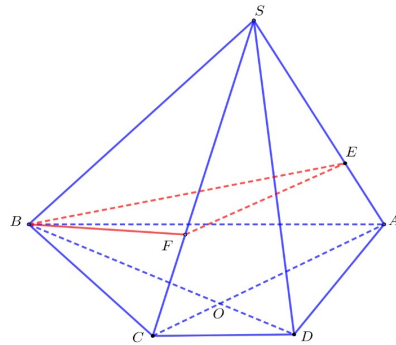
Câu 90. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, ACC', AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

- A. $(BC'A)$.
- B. $(AA'B)$.
- C. $(BB'C)$.
- D. $(CC'A)$.

Câu 91. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD . Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBC) .
- B. (SCD) .
- C. $(ABCD)$.
- D. (SAB) .

Câu 92. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Lấy E thuộc cạnh SA , F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây).



Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (BEF) . Gọi P là giao điểm của SD với

(α) . Tính tỉ số $\frac{SP}{SD}$.

- A. $\frac{SP}{SD} = \frac{3}{7}$.
- B. $\frac{SP}{SD} = \frac{7}{3}$.
- C. $\frac{SP}{SD} = \frac{7}{6}$.
- D. $\frac{SP}{SD} = \frac{6}{7}$.

2. Vectơ trong không gian

Câu 93. Cho hình tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$
- B. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$
- C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
- D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$

Câu 94. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{DD'} = k\overrightarrow{AC'}$?

- A. $k = 0$
- B. $k = 1$
- C. $k = 2$
- D. $k = 4$

Câu 99. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Vì $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP} = \vec{0}$ nên N là trung điểm đoạn MP.

B. Vì I là trung điểm của đoạn AB nên với O bất kỳ ta đều có : $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$.

C. Từ hệ thức $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC} - 8\overrightarrow{AD}$ ta suy ra ba vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng.

D. Vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ nên 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng.

Câu 100. Cho tứ diện ABCD, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD; Đẳng thức nào sai?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD})$.

D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

Câu 101. Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là:

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.

D. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.

Câu 102. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D'. Khi đó, vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ bằng

A. $\overrightarrow{D'C'}$.

B. $\overrightarrow{BA}$.

C. $\overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{B'A'}$.

Câu 103. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Gọi I và K lần lượt là tâm của hình bình hành ABB'A' và BCC'B'. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Bốn điểm I, K, C, A đồng phẳng.

B. Ba vectơ $\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{IK}; \overrightarrow{B'C'}$ không đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{IK} = 2\overrightarrow{BC}$

D. $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{A'C'}$.

Câu 104. Cho hình hộp ABCD.EFGH. Gọi I là tâm hình bình hành ABEF và K là tâm hình bình hành BCGF. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

Câu 105. Cho hình chóp S.ABC có $BC = a\sqrt{2}$, các cạnh còn lại đều bằng a. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng

A. 60° .

B. 120° .

C. 30° .

D. 90° .

Câu 106. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Tính $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'})$

A. $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = 0$.

B. $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = 1$.

C. $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = \frac{1}{2}$.

D. $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 107. Cho hình chóp O.ABC có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB. Góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

A. 135° .

B. 150° .

C. 120° .

D. 60° .

III. BÀI TẬP TỰ LUẬN

A. ĐẠI SỐ & GIẢI TÍCH

Bài 1. Tìm số hạng cuối u_n và số số hạng của một cấp số cộng biết: $u_1 = 2, d = 5, S_n = 245$.

Bài 2. Cho một *cấp số nhân* (u_n) có công bội $q < 0$ thỏa mãn:
$$\begin{cases} u_5 - u_2 = 54 \\ u_3 - u_2 = 18 \end{cases}$$

- Tìm số hạng đầu tiên và công bội của cấp số nhân trên.
- Số 3072 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân này?
- Tính tổng $S = u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{2022} + u_{2024}$.

Bài 3. Ba số theo thứ tự lập thành một *cấp số nhân* có số hạng cuối lớn hơn số hạng đầu 16 đơn vị. Ba số đó là các số hạng thứ nhất, thứ 2 và thứ 5 của một cấp số cộng. Tìm ba số đó.

Bài 4. a. Cho ba số a, b, c lập thành cấp số cộng. Chứng minh rằng: $a^2 + 2bc = c^2 + 2ab$.

b. Cho a, b, c lập thành cấp số nhân. Chứng minh rằng: $(a + b + c)(a - b + c) = a^2 + b^2 + c^2$.

Bài 5. Tìm x, y biết các số $x + 5y, 5x + 2y, 8x + y$ lập thành cấp số cộng và các số

$(y - 1)^2, xy - 1, (x + 1)^2$ lập thành cấp số nhân.

Bài 6. Tính các giới hạn sau:

a. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n^3 + 3n - 1)}{2n + 3n^4}$

b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{3n^2 + 2n}}$

c. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^n}{3^n - 2 \cdot 5^n}$

d. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4n^2 + n} - \sqrt{4n^2 + 2} \right)$

e. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n+1} - \sqrt{n+3}}{\sqrt{4n-5}}$

g. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n+4} - \sqrt[3]{n+1} \right)$

h. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{8n^3 + 3n^2 - 2} + \sqrt[3]{5n^2 - 8n^3} \right)$

k. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n - n^3} + n + 2 \right)$

Bài 7. Tính các giới hạn sau:

a. $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 + x + 1)$

b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

c. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 2}{x - 1}$

e. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{x^3 + 2x + 3}$

g. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 4x^2 + 1} - x}{3x + 5}$

h. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 3x + 4} + 3x}{\sqrt{x^2 + x + 1} - x}$

k. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x^2 - 3x - 1}{|x - 1|}$

l. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{|x - 2|}$

m. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{|x + 3|}{x^2 + 5x + 6}$

Bài 8. Xét xem các hàm số sau có giới hạn tại các điểm đã chỉ ra hay không? Nếu có hãy tìm giới hạn đó?

a. $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 5x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ -3x + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ tại $x = 1$.

b. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2} & \text{khi } x > 2 \\ 2x + 1 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ tại $x = 2$.

Bài 9. Tìm giá trị của tham số m để hàm số sau

a. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + mx + 2m + 1}{x + 1} & \text{khi } x \geq 0 \\ \frac{2x + 3m - 1}{\sqrt{1 - x} + 2} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ có giới hạn khi $x \rightarrow 0$

$$b. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{1-x}} + mx + 1 & \text{khi } x < 1 \\ 3mx + 2m - 1 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases} \text{ có giới hạn khi } x \rightarrow 1$$

B. HÌNH HỌC

Bài 10. Cho các hình bình hành ABCD và ABEF nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo AC, BF theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $MC = 2AM$, $NF = 2BN$. Qua M, N lần lượt kẻ các đường thẳng song song với cạnh AB, cắt các cạnh AD, AF lần lượt tại M_1, N_1 . Chứng minh rằng

- a) $MN \parallel DE$. b) $M_1N_1 \parallel (CDEF)$. c) $(MNN_1M_1) \parallel (DEF)$.

Bài 11. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, CD.

- a) Chứng minh $(OMN) \parallel (SBC)$.

b*) Giả sử hai tam giác SAD, ABC đều cân tại A. Gọi AE, AF lần lượt là các đường phân giác trong ứng với đỉnh A của các tam giác ACD, SAB. Chứng minh $EF \parallel (SAD)$.

Bài 12. Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C'. Gọi I, J, K lần lượt trọng tâm tam giác ABC, ACC', A'B'C'.

- a) Chứng minh rằng

$$a_1) IJ \parallel (ABC') \quad a_2) (IJK) \parallel (BB'C'C) \quad a_3) (A'JK) \parallel (AIB').$$

- b) Xác định thiết diện của hình lăng trụ cắt bởi mp(IJK).

Bài 13. Cho lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA', CC' và G là trọng tâm của tam giác A'B'C'.

Bài 14. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Gọi E, F, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, DD', DC; I là tâm của mặt bên AA'B'B

- a) Chứng minh rằng: $BC' \parallel (EFI)$; $(BJC') \parallel (EFI)$.

- b) Xác định thiết diện của hình hộp cắt bởi mp(EFI).

Bài 15. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD). Thiết diện là hình gì?

Bài 16. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O có $AC = a$, $BD = b$. Tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) di động song song với mặt phẳng (SBD) và đi qua điểm I trên đoạn AC và $AI = x$ ($0 < x < a$).

- a) Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) .

- b) Tính diện tích thiết diện theo a, b, x.

Bài 17. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Chứng minh rằng $\overrightarrow{SA}^2 + \overrightarrow{SC}^2 = \overrightarrow{SB}^2 + \overrightarrow{SD}^2$

Bài 18. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D', M, N là các điểm thỏa $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{NA'} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$. Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{a}, \overrightarrow{BB'} = \vec{b}, \overrightarrow{BC} = \vec{c}$. Hãy biểu diễn các vectơ $\overrightarrow{BM}$, $\overrightarrow{BN}$ theo các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Bài 19. Cho tứ diện ABCD. Lấy các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc AB, BC, CD, DA sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DP} = k\overrightarrow{DC}$. Hãy xác định k để M, N, P, Q đồng phẳng.

Bài 20. Cho tứ diện ABCD có tất cả các cạnh bằng m. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tính góc giữa các vectơ $\overrightarrow{MC}$ và $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AN}$ và $\overrightarrow{BD}$.

----- HẾT -----