

MŨ-LOGARIT QUA CÁC ĐỀ THI THỬ-ĐỀ KIỂM TRA

Mục lục

1	Mức độ nhận biết	3
2	Mức độ thông hiểu	73
3	Mức độ vận dụng thấp	245
4	Mức độ vận dụng cao	340
5	Bài toán vận dụng thực tế	386

NỘI DUNG CÂU HỎI

1 Mức độ nhận biết

Câu 1. Giá trị của biểu thức $P = 3^{1-\sqrt{2}} \cdot 3^{2+\sqrt{2}} \cdot 9^{\frac{1}{2}}$ bằng

- A. 3. B. 81. C. 1. D. 9.

Lời giải.

Ta có $P = 3^{1-\sqrt{2}} \cdot 3^{2+\sqrt{2}} \cdot 9^{\frac{1}{2}} = 3^{1-\sqrt{2}+2+\sqrt{2}+1} = 3^4 = 81$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2. Biến đổi $P = \sqrt{x^{\frac{4}{3}} \sqrt[6]{x^4}}$ với $x > 0$ thành dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ, ta được

- A. $P = x^{\frac{4}{9}}$. B. $P = x^{\frac{4}{3}}$. C. $P = x$. D. $P = x^2$.

Lời giải.

Ta có $P = \sqrt{x^{\frac{4}{3}} \sqrt[6]{x^4}} = \sqrt{x^{\frac{4}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}}} = \sqrt{x^2} = x$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3. Cho số thực $a > 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\frac{\sqrt[3]{a^4}}{a} > 1$. B. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$. C. $\frac{1}{a^{2018}} > \frac{1}{a^{2019}}$. D. $a^{-\sqrt{2}} > \frac{1}{a^{\sqrt{3}}}$.

Lời giải.

Áp dụng tính chất $\begin{cases} a > 1 \\ m > n \end{cases} \Rightarrow a^m > a^n$.

Với $\begin{cases} a > 1 \\ \frac{1}{3} < \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a^{\frac{1}{3}} < a^{\frac{1}{2}} \Rightarrow a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 4. Giá trị của biểu thức $\log_2 5 \cdot \log_5 64$ bằng

- A. 6. B. 4. C. 5. D. 2.

Lời giải.

$\log_2 5 \cdot \log_5 64 = \log_2 64 = \log_2 2^6 = 6$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 5. Cho hàm số $y = (2x - 1)^{\sqrt{3}}$. Tìm tập xác định của hàm số.

- A. $(1; +\infty)$. B. $(\frac{1}{2}; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. D. $[\frac{1}{2}; +\infty)$.

Lời giải.

Đáp án là B

ĐK: $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2} \Rightarrow \text{TXĐ: } \mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 (4 - x^2)$ là tập hợp nào sau đây?

- A. $\mathcal{D} = (-2; 2)$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = [-2; 2]$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Điều kiện để hàm số $y = \log_a f(x)$ ($0 < a \neq 1$) có nghĩa là $f(x) > 0$.

Cách giải:

Điều kiện xác định $4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-2; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 7. Cho biểu thức $P = x^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\sqrt{x^5}}$, $x > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $P = x^{-2}$. B. $P = x^{-\frac{1}{2}}$. C. $P = x^{\frac{1}{2}}$. D. $P = x^2$.

Lời giải.

$$P = x^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\sqrt{x^5}} = x^{-\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{5}{4}} = x^{\frac{1}{2}}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 8. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$?

- A. $y = (2 + \sqrt{x})^\pi$. B. $y = \left(2 + \frac{1}{x^2}\right)^\pi$. C. $y = (2 + x^2)^\pi$. D. $y = (2 + x)^\pi$.

Lời giải.

Hàm số $y = (2 + \sqrt{x})^\pi$ có tập xác định $\mathcal{D} = [0; +\infty)$.

Hàm số $y = \left(2 + \frac{1}{x^2}\right)^\pi$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Hàm số $y = (2 + x^2)^\pi$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Hàm số $y = (2 + x)^\pi$ có tập xác định $\mathcal{D} = (-2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 9. Cho hai số thực a và b với $a > 0$, $a \neq 1$, $b \neq 0$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\log_{a^2} |b| = \frac{1}{2} \log_a |b|$. B. $\frac{1}{2} \log_a a^2 = 1$.
C. $\frac{1}{2} \log_a b^2 = \log_a |b|$. D. $\frac{1}{2} \log_a b^2 = \log_a b$.

Lời giải.

Vì $\frac{1}{2} \log_a b^2 = \log_a |b|$ nên câu D sai.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10. Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$ trên đoạn $[-2; 1]$. Tính giá trị $T = 2M - m$.

- A. $T = 16$. B. $T = 26$. C. $T = 20$. D. $T = 36$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$ liên tục trên $[-2; 1]$.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x - 9 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Ta có $y(-2) = -3$, $y(-1) = 4$, $y(1) = -12$.

Vậy $M = 4$ và $m = -12 \Rightarrow 2M - m = 20$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 11. Cho hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$ có đồ thị (C) . Gọi d là đường thẳng đi qua giao điểm của (C) với trục tung. Để d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt thì d có hệ số góc k thỏa mãn.

- A. $k < 0$. B. $\begin{cases} k < 0 \\ k \neq -9 \end{cases}$. C. $\begin{cases} k > 0 \\ k \neq 9 \end{cases}$. D. $-9 < k < 0$.

Lời giải.

Gọi A là giao điểm của (C) với trục tung, suy ra $A(0; 4)$.

Đường thẳng d có phương trình $d: y = k(x - 0) + 4 = kx + 4$. Hoành độ giao điểm của d và (C) là

nghiệm của phương trình

$$-x^3 + 6x^2 - 9x + 4 = kx + 4 \Leftrightarrow x(x^2 - 6x + 9 - k) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ g(x) = x^2 - 6x + 9 + k = 0. \end{cases}$$

Đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $g(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 0, tương đương với

$$\begin{cases} \Delta'_g > 0 \\ g(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - (9 + k) > 0 \\ 9 + k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k < 0 \\ k \neq -9. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 12. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.
- B. Hình chóp có đáy là tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.
- C. Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì có mặt cầu ngoại tiếp.
- D. Hình chóp có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải.

Hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp khi và chỉ khi đáy nội tiếp được trong một đường tròn. Trong các hình gồm: hình thang cân, tứ giác thường, hình thang vuông và hình bình hành thì chỉ có hình thang cân nội tiếp trong một đường tròn. Vậy hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 13. Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn $(1 + i)^2 z + (-3 + i)\bar{z} = -13 + 21i$.

- A. $2\sqrt{5}$.
- B. 5.
- C. $\sqrt{10}$.
- D. $5\sqrt{2}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có

$$\begin{aligned} (1 + i)^2 z + (-3 + i)\bar{z} &= -13 + 21i \Leftrightarrow 2i(a + bi) + (-3 + i)(a - bi) = -13 + 21i \\ \Leftrightarrow (-3a - b) + (3a + 3b)i &= -13 + 21i \Leftrightarrow \begin{cases} -3a - b = -13 \\ 3a + 3b = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $z = 3 + 4i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 14. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log(ab^2)$ bằng

- A. $2 \log a + \log b$.
- B. $\log a + 2 \log b$.
- C. $2(\log a + \log b)$.
- D. $\log a + \frac{1}{2} \log b$.

Lời giải.

$$\log(ab^2) = \log a + \log b^2 = \log a + 2 \log b.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 15. Với a và b là hai số dương tùy ý, $\log_2(a^3 b^4)$ bằng

- A. $\frac{1}{3} \log_2 a + \frac{1}{4} \log_2 b$.
- B. $3 \log_2 a + 4 \log_2 b$.
- C. $2(\log_3 a + \log_4 b)$.
- D. $4 \log_2 a + 3 \log_2 b$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(a^3 b^4) = \log_2 a^3 + \log_2 b^4 = 3 \log_2 a + 4 \log_2 b$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x + 1) < 2$ là

- A. $\left[-\frac{1}{3}; 1\right)$. B. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. C. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

ĐK: $x > -\frac{1}{3}$

$$\log_2(3x + 1) < 2 \Leftrightarrow 3x + 1 < 4 \Leftrightarrow x < 1.$$

Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là $-\frac{1}{3} < x < 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 17. Biết $\log_2 a = x$ và $\log_2 b = y$, biểu thức $\log_2(4a^2b^3)$ bằng

- A. x^3y^2 . B. $2x + 3y + 2$. C. $x^2 + y^3 + 4$. D. $6xy$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(4a^2b^3) = \log_2 4 + \log_2 a^2 + \log_2 b^3 = 2\log_2 a + 3\log_2 b + 2 = 2x + 3y + 2$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 18. Cho a là số thực dương tùy ý khác 3, giá trị của $\log_{\frac{a}{3}}\left(\frac{a^2}{9}\right)$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. 2. D. -2.

Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{a}{3}}\left(\frac{a^2}{9}\right) = \log_{\frac{a}{3}}\left(\left(\frac{a}{3}\right)^2\right) = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3 - x) < 2$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-1; 3)$. C. $(1; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $3 - x > 0 \Leftrightarrow x < 3$.

$$\log_2(3 - x) < 2 \Leftrightarrow 3 - x < 4 \Leftrightarrow x > -1.$$

Kết hợp điều kiện ta được tập nghiệm $S = (-1; 3)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{3-x}{2x}$ là

- A. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (0; 3]$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (0; 3)$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi $\frac{3-x}{2x} > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 3)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 21. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(3x - 2) = 3$.

- A. $x = \frac{8}{3}$. B. $x = \frac{10}{3}$. C. $x = \frac{16}{3}$. D. $x = \frac{11}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(3x - 2) = 3 \Leftrightarrow 3x - 2 = 2^3 \Leftrightarrow 3x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 22. Cho biểu thức $P = 2^x \times 2^y$, $x, y \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $P = 2^{x-y}$. B. $P = 4^{xy}$. C. $P = 2^{xy}$. D. $P = 2^{x+y}$.

Lời giải.

Ta có $P = 2^x \times 2^y = 2^{x+y}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 23. Cho hai số thực a, b với $a > 0, a \neq 1, b \neq 0$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\log_{a^3} |b| = \frac{1}{2} \log_a |b|$. B. $\frac{1}{2} \log_a b^2 = \log_a |b|$. C. $\frac{1}{2} \log_a a^2 = 1$. D. $\frac{1}{2} \log_a b^2 = \log_a b$.

Lời giải.

Dễ thấy các phương án A, B, C đều đúng theo tính chất logarit. Đáp án D sai vì chưa biết $b > 0$ hay $b < 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 24. Tìm nghiệm của phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^{2x+1} = 2 - \sqrt{3}$.

- A. $x = \frac{1}{4}$. B. $x = -\frac{3}{4}$. C. $x = -1$. D. $x = -\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta có $(7 + 4\sqrt{3})^{2x+1} = 2 - \sqrt{3} \Leftrightarrow 2x + 1 = \log_{7+4\sqrt{3}} (2 - \sqrt{3}) \Leftrightarrow 2x + 1 = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 25. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $7^{x^2-5x+9} = 343$. Tính $x_1 + x_2$.

- A. $x_1 + x_2 = 4$. B. $x_1 + x_2 = 6$. C. $x_1 + x_2 = 5$. D. $x_1 + x_2 = 3$.

Lời giải.

Ta có $7^{x^2-5x+9} = 343 \Leftrightarrow 7^{x^2-5x+9} = 7^3 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 9 = 3 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3. \end{cases}$

Do đó tổng hai nghiệm $x_1 + x_2 = 2 + 3 = 5$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 26. Cho các số thực a, b thỏa mãn $0 < a < 1 < b$. Tìm khẳng định **đúng**

- A. $\log_a b < 0$. B. $\ln a > \ln b$. C. $(0, 5)^a < (0, 5)^b$. D. $2^a > 2^b$.

Lời giải.

Phương pháp:

Xét tính đúng sai của từng đáp án dựa vào điều kiện của a, b .

Cách giải:

- a) $\log_a b < \log_a 1 = 0$ (vì $0 < a < 1$ và $b > 1$) nên $\log_a b < 0$ đúng.
 b) $\ln a < \ln b$ vì $a < b$ nên $\ln a > \ln b$ sai.
 c) Vì $0 < 0,5 < 1$ và $a < b$ nên $(0,5)^a > (0,5)^b$ nên $(0,5)^a < (0,5)^b$ sai.
 d) Vì $2 > 1$ và $a < b$ nên $2^a < 2^b$ nên $2^a > 2^b$ sai.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 27. Cho a, b là hai số thực dương tùy ý và $b \neq 1$. Tìm kết luận **đúng**.

- A. $\ln a + \ln b = \ln(a + b)$. B. $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$.
 C. $\ln a - \ln b = \ln(a - b)$. D. $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng tính chất của logarit nhận xét tính đúng sai của từng đáp án.

Cách giải:

① $\ln a + \ln b = \ln(ab) \neq \ln(a + b)$ nên $\ln a + \ln b = \ln(a + b)$ sai.

② $\ln(a + b) \neq \ln a \cdot \ln b$ nên $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$ sai.

③ $\ln a - \ln b = \ln \frac{a}{b} \neq \ln(a - b)$ nên $\ln a - \ln b = \ln(a - b)$ sai.

④ $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$ nên $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$ đúng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 28. Tập xác định của hàm số $y = \log(x - 2)^2$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $[2; +\infty)$.

Lời giải.

Phương pháp:

Hàm số $y = \log_a f(x)$ xác định nếu $f(x)$ xác định và $f(x) > 0$.

Cách giải:

Hàm số $y = \log(x - 2)^2$ xác định nếu $(x - 2)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Vậy TXĐ $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Chú ý: Khi giải nhiều học sinh biến đổi $(x - 2)^2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$ rồi chọn $\mathcal{D} = (2; +\infty)$ là sai.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 29. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 + e^{2x})$.

A. $y' = \frac{-2e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$.

B. $y' = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1}$.

C. $y' = \frac{1}{e^{2x} + 1}$.

D. $y' = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 1}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng công thức đạo hàm $(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$ và $(e^u)' = u' \cdot e^u$.

Cách giải:

Ta có $y' = (\ln(1 + e^{2x}))' = \frac{(1 + e^{2x})'}{1 + e^{2x}} = \frac{2e^{2x}}{1 + e^{2x}}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 30. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\ln \frac{a^4 e}{b}$ bằng

A. $4 \ln a - \ln b + 1$.

B. $4 \ln b - \ln a + 1$.

C. $4 \ln a + \ln b - 1$.

D. $4 \ln a + \ln b + 1$.

Lời giải.

Ta có: $\ln \frac{a^4 e}{b} = \ln a^4 + \ln e - \ln b = 4 \ln a + 1 - \ln b = 4 \ln a - \ln b + 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 31. Hàm số $y = 2^{x^2-x}$ có đạo hàm là.

A. $y' = (2x - 1)2^{x^2-x}$.

B. $y' = (x^2 - x)2^{x^2-x-1}$.

C. $y' = (2x - 1)2^{x^2-x} \ln 2$.

D. $y' = 2^{x^2-x} \ln 2$.

Lời giải.

$y' = (x^2 - x)' \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2 = (2x - 1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 32. Cho $a, b > 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. $\log(ab^2) = 2 \log a + 2 \log b$.

B. $\log(ab) = \log a - \log b$.

C. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$.

D. $\log(ab^2) = \log a + 2 \log b$.

Lời giải.

Ta có $\log(ab^2) = \log a + \log b^2 = \log a + 2 \log b$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 33. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^\pi$ là

- A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

Lời giải.

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}.$$

Vậy tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^\pi$ là $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 34. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x} = \frac{1}{4}$ là

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \{1; 2\}$. C. $S = \{0\}$. D. $S = \{1\}$.

Lời giải.

$$2^{x^2-3x} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2^{x^2-3x} = 2^{-2} \Leftrightarrow x^2 - 3x = -2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 2.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 35. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $f(x) = (x+1)^\pi$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = [-1; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Lời giải.

Vì π không nguyên, nên điều kiện xác định $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 36. Phương trình $3^{x-4} = 1$ có nghiệm là

- A. $x = -4$. B. $x = 4$. C. $x = 0$. D. $x = 5$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$3^{x-4} = 3^0 \Leftrightarrow x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 37. Cho $x > 0$, biểu thức $P = x^{\sqrt[5]{x}}$ bằng

- A. $x^{\frac{7}{5}}$. B. $x^{\frac{6}{5}}$. C. $x^{\frac{1}{5}}$. D. $x^{\frac{4}{5}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = x^{\sqrt[5]{x}} = x \cdot x^{\frac{1}{5}} = x^{\frac{6}{5}}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 38. Phương trình $3^{x-4} = 1$ có nghiệm là

- A. $x = -4$. B. $x = 5$. C. $x = 4$. D. $x = 0$.

Lời giải.

Phương trình tương đương: $3^{x-4} = 1 \Leftrightarrow x - 4 = \log_3 1 = 0 \Leftrightarrow x = 4$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 39. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{2019} |x|$, $\forall x \neq 0$.

- A. $y' = \frac{1}{|x| \ln 2019}$. B. $y' = \frac{1}{|x|}$. C. $y' = \frac{1}{x \ln 2019}$. D. $y' = x \ln 2019$.

Lời giải.

Theo công thức đạo hàm, ta có $y' = \frac{1}{x \ln 2019}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 40. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = 27 \log_a b$. B. $P = 15 \log_a b$. C. $P = 9 \log_a b$. D. $P = 6 \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3 \log_a b + \frac{6}{2} \log_a b = 3 \log_a b + 3 \log_a b = 6 \log_a b$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 41. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^\pi$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. B. $(1; 2)$. C. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. D. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 42. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực?

- A. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. C. $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$. D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Lời giải.

Loại phương án C và D vì các hàm số trong các phương án này không xác định trên $\mathbb{R}$.

Chọn A vì $\frac{2}{e} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 43. Cho $a, b, c > 0, a \neq 1; b \neq 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$. B. $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$.
C. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. D. $\log_{a^c} b = c \log_a b$.

Lời giải.

Sai, vì $\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 44. Tính giá trị của $a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$ với $a > 0, a \neq 1$.

- A. 8. B. 4. C. 16. D. 2.

Lời giải.

Ta có $a^{\log_{\sqrt{a}} 4} = a^{2 \log_a 4} = a^{\log_a 16} = 16$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 45. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m^2 + n^2 = 543$. B. $m^2 - n^2 = 312$. C. $m^2 - n^2 = -312$. D. $m^2 + n^2 = 409$.

Lời giải.

Ta có:
$$A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}} = \frac{a^{\frac{7}{3}} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot a^{-\frac{5}{7}}} = \frac{a^6}{a^{\frac{23}{7}}} = a^{6 - \frac{23}{7}} = a^{\frac{19}{7}}.$$

Suy ra $m = 19, n = 7$ nên $m^2 + n^2 = 410$ và $m^2 - n^2 = 312$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 46. Cho các mệnh đề sau

- (I). Cơ số của lôgarit phải là số dương.
 (II). Chỉ số số thực dương mới có lôgarit.
 (III). $\ln(A + B) = \ln A + \ln B$ với mọi $A > 0, B > 0$.
 (IV). $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$ với mọi $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Số mệnh đề đúng là

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải.

- (I) Sai vì cơ số của $\log_a b$ chỉ cần thỏa mãn $0 < a \neq 0$.
 (II) Đúng vì điều kiện có nghĩa của $\log_a b$ là $b > 0$.
 (III) Sai vì $\ln A + \ln B = \ln(AB) \neq \ln(A + B)$ với $A, B > 0$.
 (IV) Sai vì nếu $a, b, c < 0$ thì các biểu thức $\log_a b, \log_b c, \log_c a$ không có nghĩa.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 47. Giá trị của biểu thức $P = \log_a \left(a^3 \sqrt{a} \right)$ bằng

- A. 3. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} P &= \log_a \left(a^3 \sqrt{a} \right) \\ &= \log_a \left(a^3 \sqrt{a^{\frac{1}{2}}} \right) \\ &= \log_a \left(a^3 a^{\frac{1}{4}} \right) \\ &= \log_a \left(a^{\frac{13}{4}} \right) \\ &= \log_a a^{\frac{13}{4}} \\ &= \frac{13}{4}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 48. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ thì cơ số phải thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

- A. Cơ số phải là số thực khác 0. B. Cơ số phải là số nguyên .
 C. Cơ số phải là số thực tùy ý. D. Cơ số phải là số thực dương.

Lời giải.

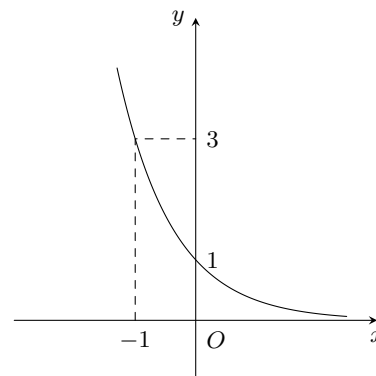
Theo định nghĩa lũy thừa mũ hữu tỉ $a^{\frac{m}{n}}$ thì $a > 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 49.

Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



- A. $y = (\sqrt{2})^x$. B. $y = (\sqrt{3})^x$. C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Lời giải.

Đồ thị đi xuống nên hàm số đã cho là nghịch biến nên loại A và B.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 3)$ nên chỉ có đáp án C thỏa.

Chọn đáp án **C** □

Câu 50. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{\pi}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$.

Lời giải.

Do $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3} > 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 51. Tập xác định của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$ là

- A. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $\mathcal{D} = [3; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x^3 - 27 > 0 \Leftrightarrow x > 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 52. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $\ln 3a = \ln 3 + \ln a$. B. $\ln \frac{a}{3} = \frac{1}{3} \ln a$.
C. $\ln a^5 = \frac{1}{5} \ln a$. D. $\ln (3 + a) = \ln 3 + \ln a$.

Lời giải.

Ta có $\ln 3a = \ln 3 + \ln a$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 53. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_5 x$. B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. C. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$. D. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$.

Lời giải.

chú ý rằng $\frac{e}{3} < 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 54. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log a = x, \log b = y$. Tính $P = \log(a^2 b^3)$

- A. $P = 6xy$. B. $P = x^2 y^3$. C. $P = x^2 + y^3$. D. $P = 2x + 3y$.

Lời giải.

Ta có $\log(a^2b^3) = \log(a^2) + \log(b^3) = 2\log a + 3\log b = 2x + 3y$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 55. Tập xác định của hàm số $y = (2-x)^{\sqrt{3}}$ là

A. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 56. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

A. $y = \log_{\sqrt{10}-3} x$.

B. $y = \log_2(x^2 - x)$.

C. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^{2x}$.

D. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_{\sqrt{10}-3} x$ có cơ số $a = \sqrt{10} - 3$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Hàm số $y = \log_2(x^2 - x)$ có tập xác định $D = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \left(\frac{e}{3}\right)^{2x}$ có $\frac{e}{3} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ có $\frac{\pi}{3} > 1$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 57. Với các số thực dương x, y . Ta có $8^x, 4^4, 2$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân và các số $\log_2 45, \log_2 y, \log_2 x$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Khi đó y bằng

A. 225.

B. 15.

C. 105.

D. $\sqrt{105}$.

Lời giải.

Từ $8^x, 4^4, 2$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân nên công bội $q = \frac{2}{4^4} = \frac{1}{2^7}$

Suy ra $4^4 = 8^x \cdot \frac{1}{2^7} \Rightarrow x = 5$.

Mặt khác $\log_2 45, \log_2 y, \log_2 x$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng suy ra

$$\log_2 y = (\log_2 45 + \log_2 x) : 2 \Leftrightarrow \log_2 y = (\log_2 45 + \log_2 5) : 2 \Leftrightarrow \log_2 y = \log_2 \sqrt{225} \Leftrightarrow y = 15.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 58. Cho $a, b > 0, \log_3 a = p, \log_3 b = p$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d}\right) = r + pm - qd$.

B. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d}\right) = r + pm + qd$.

C. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d}\right) = r - pm - qd$.

D. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d}\right) = r - pm + qd$.

Lời giải.

Ta có $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d}\right) = \log_3 3^r - \log_3 (a^m b^d) = r - \log_3 a^m - \log_3 b^d = r - m \log_3 a - d \log_3 b$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 59. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{— } 3^{2x-1} > 27 \Leftrightarrow 3^{2x-1} > 3^3 \Leftrightarrow 2x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 2.$$

$$\text{— } \text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình là } (2; +\infty).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 60. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

B. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

D. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} (2x^2 + 1)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ là hàm số mũ, có cơ số $0 < a = \frac{2}{e} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 61. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{5}}$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $[1; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

— Điều kiện xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{5}}$ là $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

— Vậy tập xác định $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 62. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(5 - 3x^2)$ là

A. $\frac{6}{3x^2 - 5}$.

B. $\frac{2x}{5 - 3x^2}$.

C. $\frac{6x}{3x^2 - 5}$.

D. $\frac{-6x}{3x^2 - 5}$.

Lời giải.

Phương pháp: Sử dụng công thức tính đạo hàm $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

Cách giải: $[\ln(5 - 3x^2)]' = \frac{-6x}{5 - 3x^2} = \frac{6x}{3x^2 - 5}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 63. Tập nghiệm của phương trình $\log_{0,25}(x^2 - 3x) = -1$ là:

A. $\{4\}$.

B. $\left\{\frac{3 - 2\sqrt{2}}{2}; \frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}\right\}$.

C. $\{1; -4\}$.

D. $\{-1; 4\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x^2 - 3x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 3 \end{cases}$.

Ta có

$$\log_{0,25}(x^2 - 3x) = -1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x = 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 & (\text{nhận}) \\ x = 4 & (\text{nhận}). \end{cases}$$

Vậy $S = \{-1; 4\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 64. Tìm tập xác định của hàm số $y = \ln(1 - x)$.

A. $\mathcal{D} = (-\infty; -1)$.

B. $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.

D. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \ln(1 - x)$ xác định $\Leftrightarrow 1 - x > 0 \Leftrightarrow x < 1$. Do đó tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 65. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^x$.

A. $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$.

B. $y' = 2^x \ln 2$.

C. $y' = x \cdot 2^{x-1} \ln 2$.

D. $y' = x \cdot 2^{x-1}$.

Lời giải.

Sử dụng công thức đạo hàm $(a^x)' = a^x \ln a$. Do đó ta có $(2^x)' = 2^x \ln 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 66. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 2x + 4) = 2$ là

A. $\{0; -2\}$.

B. $\{2\}$.

C. $\{0\}$.

D. $\{0; 2\}$.

Lời giải.

Ta có $x^2 - 2x + 4 = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{0; 2\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 67. Nếu $a^{2x} = 3$ thì $3a^{6x}$ bằng

A. 54.

B. 45.

C. 27.

D. 81.

Lời giải.

Ta có $3a^{6x} = 3(a^{2x})^3 = 3 \cdot 3^3 = 81$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 68. Phương trình $\log_2(x+1) = 2$ có nghiệm là

A. $x = -3$.

B. $x = 1$.

C. $x = 3$.

D. $x = 8$.

Lời giải.

Phương pháp: $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$.

Cách giải: $\log_2(x+1) = 2 \Leftrightarrow x+1 = 2^2 \Leftrightarrow x+1 = 4 \Leftrightarrow x = 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 69. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$.

C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

D. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$.

Lời giải.

Phương pháp: Hàm số $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$

— Nếu $a > 1$ thì hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

— Nếu $0 < a < 1$ thì hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Cách giải: Ta có $\frac{\pi}{3} > 1 \Rightarrow$ Hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 70. Cho $a = \log_3 2, b = \log_3 5$. Khi đó $\log 60$ bằng

A. $\frac{-2a+b-1}{a+b}$.

B. $\frac{2a+b+1}{a+b}$.

C. $\frac{2a+b-1}{a+b}$.

D. $\frac{2a-b-1}{a+b}$.

Lời giải.

Phương pháp: $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \log_a b^c = c \log_a b$ (các biểu thức trên đều xác định).

Cách giải:

$$\log 60 = \frac{\log_3 60}{\log_3 10} = \frac{\log_3 2^2 + \log_3 3 + \log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 5} = \frac{2\log_3 2 + 1 + \log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 5} = \frac{2a + b + 1}{a + b}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 71. Có bao nhiêu giá trị x thỏa mãn $5^{x^2} = 5^x$?

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 5^{x^2} = 5^x \Leftrightarrow x^2 = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 72.** Với giá trị nào của x thì biểu thức $(4 - x^2)^{\frac{1}{3}}$ sau có nghĩa?

A. $x \geq 2$.

B. Không có giá trị x .

C. $-2 < x < 2$.

D. $x \leq -2$.

Lời giải.

Vì $\frac{1}{3}$ là số hữu tỉ nên điều kiện xác định của biểu thức là $4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 73.**

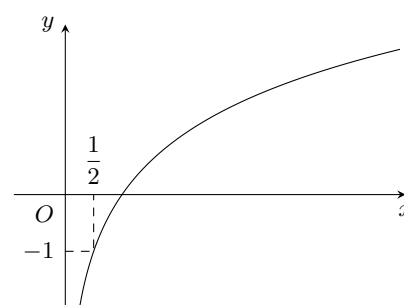
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?

A. $y = \log_2(2x)$.

B. $y = \log_2 x$.

C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

D. $y = \log_{\sqrt{2}} x$.

**Lời giải.**

Từ hình vẽ suy ra hàm số đồng biến nên loại hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Lại từ hình vẽ suy đồ thị hàm số đi qua điểm $(\frac{1}{2}; -1)$.

Kiểm tra ta thấy $-1 \neq \log_2(2 \cdot \frac{1}{2})$; $-1 = \log_2 \frac{1}{2}$ và $-1 \neq \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2}$ nên loại các hàm số $y = \log_2(2x)$ và $y = \log_{\sqrt{2}} x$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 74.** Đạo hàm của hàm số $y = \sin x + \log_3 x^3$ ($x > 0$) là

A. $y' = \cos x + \frac{3}{x \ln 3}$.

B. $y' = -\cos x + \frac{1}{x^3 \ln 3}$.

C. $y' = \cos x + \frac{1}{x^3 \ln 3}$.

D. $y' = -\cos x + \frac{1}{x \ln 3}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $(\sin x)' = \cos x$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$, ($0 < a \neq 1$), ta có $y' = \cos x + \frac{3}{x \ln 3}$.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 75.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3)^{-3}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\sqrt{3}\}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2 - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm\sqrt{3}$.

Vậy tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3)^{-3}$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm\sqrt{3}\}$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 76.** Cho $a, b, c > 0, a \neq 1$. Khẳng định nào sai?

A. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

B. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

C. $\log_a c = c \Leftrightarrow b = a^c$.

D. $\log_a(b + c) = \log_a b + \log_a c$.

Lời giải.

Áp dụng tính chất của Logarit.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 77. Phương trình $\log(x+1) = 2$ có nghiệm là

A. 11.

B. 9.

C. 101.

D. 99.

Lời giải.

Điều kiện: $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$

Ta có $\log(x+1) = 2 \Leftrightarrow x+1 = 10^2 \Leftrightarrow x = 99$ (thỏa mãn điều kiện).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 78. Giả sử a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a^2b^3 = 4^4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2\log_2 a - 3\log_2 b = 8$.

B. $2\log_2 a + 3\log_2 b = 8$.

C. $2\log_2 a + 3\log_2 b = 4$.

D. $2\log_2 a - 3\log_2 b = 4$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\log_2(a^2b^3) = \log_2 4^4 \Leftrightarrow \log_2 a^2 + \log_2 b^3 = 4\log_2 4 \Leftrightarrow 2\log_2 a + 3\log_2 b = 8$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 79. Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$. Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau là đúng?

A. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{8}}$.

B. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{18}$.

C. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{18}}$.

D. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Lời giải.

$$P = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 80. Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) = 2$.

A. $x = 9$.

B. $x = 8$.

C. $x = 11$.

D. $x = 10$.

Lời giải.

Ta có:

$$\log_3(x-2) = 2$$

$$\Leftrightarrow x-2 = 3^2$$

$$\Leftrightarrow x-2 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = 11.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 11$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 81. Cho số thực $a > 0, a \neq 1$. Giá trị $\log_{\sqrt{a^3}} \sqrt[3]{a^2}$ bằng

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 1.

D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \log_{\sqrt{a^3}} \sqrt[3]{a^2} = \log_{\frac{a^3}{2}} a^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \log_a a = \frac{4}{9}.$$

□

Câu 82. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_9(x^2+1)$.

A. $y' = \frac{1}{(x^2+1)\ln 9}$.

B. $y' = \frac{x}{(x^2+1)\ln 3}$.

C. $y' = \frac{2x \ln 9}{x^2+1}$.

D. $y' = \frac{2 \ln 3}{x^2+1}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1) \ln 9} = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 3^2} = \frac{2x}{(x^2 + 1) 2 \ln 3} = \frac{x}{(x^2 + 1) \ln 3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 83. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{2}}$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Do $\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$ Hàm số xác định $\Leftrightarrow x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 84. Tìm tập nghiệm của phương trình $3^{x^2+2x} = 1$.

- A. $S = \{-1; 3\}$. B. $S = \{-2; 0\}$. C. $S = \{-3; 1\}$. D. $S = \{0; 2\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 3^{x^2+2x} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$$

Do đó tập nghiệm của phương trình là $S = \{0; 2\}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 85. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2+x} = 9$ bằng

- A. -2 . B. -1 . C. 2 . D. 3 .

Lời giải.

$$\begin{aligned} 3^{x^2+x} = 9 &\Leftrightarrow 3^{x^2+x} = 3^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 + x = 2 \\ &\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tích tất cả các nghiệm của phương trình đã cho bằng -2 .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 86. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính khoảng cách giữa AC và DC' .

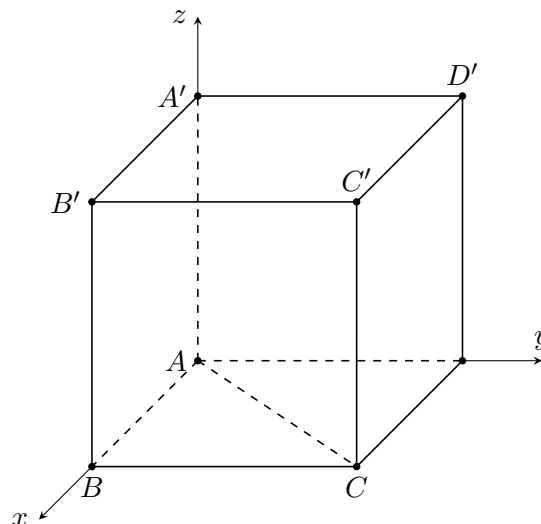
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. a .

Lời giải.

Chọn hệ trục $Axyz$ như hình vẽ.

Ta có $A(0; 0; 0)$, $C(a; a; 0)$, $D(0; a; 0)$, $C'(a; a; a)$. Khi đó
 $\overrightarrow{AC} = (a; a; 0)$, $\overrightarrow{DC'} = (a; 0; a)$, $\overrightarrow{AD} = (0; a; 0)$. Suy ra
 $[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DC'}] = (a^2; -a^2; -a^2)$. Khi đó

$$d(AC, DC') = \frac{|[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DC'}] \cdot \overrightarrow{AD}|}{|[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DC'}]|} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 87. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $4^{x-1} - m(2^x + 1) > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m \in (-\infty; 0]$.

B. $m \in (0; +\infty)$.

C. $m \in (0; 1)$.

D. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$, $t > 0 \Rightarrow t + 1 > 0$.

Bài toán đã cho trở thành

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{t^2}{4(t+1)} > m, \forall t > 0$. (1)

$$\text{Đặt } f(t) = \frac{t^2}{4(t+1)}, (t > 0) \Rightarrow f'(t) = \frac{t^2 + 2t}{4(t+1)^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \text{ (loại)} \\ t = -2 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	0	$+\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên ta có $m \in (-\infty; 0]$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 88. Tính $P = \log_{2018} 4 - \frac{1}{1009} + \ln e^{2018}$.

A. 2000.

B. 1009.

C. 1000.

D. 2018.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = \log_{2018} 2^2 - \frac{1}{1009} + 2018 \cdot \ln e = \frac{1}{1009} - \frac{1}{1009} + 2018 = 2018.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 89. Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $[3; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 90. Đạo hàm y' của hàm số $y = \log_2(2x^2 + x + 3)$ là

A. $y' = \frac{1}{2x^2 + x + 3}$.

B. $y' = \frac{(4x + 1) \cdot \ln 2}{2x^2 + x + 3}$.

C. $y' = \frac{4x + 1}{(2x^2 + x + 3) \cdot \ln 2}$.

D. $y' = \frac{1}{(2x^2 + x + 3) \cdot \ln 2}$.

Lời giải.

$$y = \log_2(2x^2 + x + 3) \Rightarrow y' = \frac{(2x^2 + x + 3)'}{(2x^2 + x + 3) \cdot \ln 2} = \frac{4x + 1}{(2x^2 + x + 3) \cdot \ln 2}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 91. Cho a, b, c là các số thực dương và $a, b \neq 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$.

B. $a^{\log_a b} = b$.

C. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.

D. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$.

Lời giải.

Ta có

① Nếu $a > 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.

② Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 92. Tìm nghiệm của phương trình $\log(x - 1) = 2$.

A. 99.

B. 101.

C. $e^2 - 1$.

D. $e^2 + 1$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với $x - 1 = 10^2 \Leftrightarrow x = 101$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 93. Cho $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

B. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

C. $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$.

D. $\log_a(b + c) = \log_a b + \log_a c$.

Lời giải.

Các công thức $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$, $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$ là các tính chất của logarit nên đúng.

Công thức $\log_a b + \log_a c = \log_a(bc)$ nên $\log_a(b + c) = \log_a b + \log_a c$ là sai.

Chọn đáp án **D** □

Câu 94. Tập xác định của hàm số $y = (2x - 1)^{\sqrt{3}}$ là

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

B. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right]$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (2x - 1)^{\sqrt{3}}$ xác định khi $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 95. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$ là

A. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right]$.

B. $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right]$.

C. $\left(\frac{2}{5}; +\infty\right]$.

D. $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{-4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \Leftrightarrow -4x \leq 2 - x \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 96. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) \geq 2$.

- A. $(-\infty; 11)$. B. $(2; +\infty)$. C. $[11; +\infty)$. D. $(11; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Vì $3 > 1$ nên $\log_3(x-2) \geq 2 \Leftrightarrow x-2 \geq 3^2 \Leftrightarrow x \geq 11$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[11; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 97. Cho x, y là hai số thực thỏa mãn $2^x = 5$ và $4^y = 20$. Tính $x + 2y$.

- A. $2 + 2\log_2 5$. B. $2 + \log_2 5$. C. $1 + 2\log_2 5$. D. $4 + 2\log_2 5$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} 2^x = 5 \\ 4^y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2 5 \\ y = \log_4 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2 5 \\ y = 1 + \frac{1}{2}\log_2 5 \end{cases} \Rightarrow x + 2y = 2 + 2\log_2 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 98. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\ln(2108a) = 2018 \ln a$. B. $\ln a^{2018} = \frac{1}{2018} \ln a$.
C. $\ln a^{2018} = 2018 \ln a$. D. $\ln(2018a) = \frac{1}{2018} \ln a$.

Lời giải.

Ta thấy mệnh đề đúng là $\ln a^{2018} = 2018 \ln a$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 99. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+6}$ là

- A. $(0; 6)$. B. $(-\infty; 6)$. C. $(0; 64)$. D. $(6; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+6} \Leftrightarrow 3x < 2x+6 \Leftrightarrow x < 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 100. Với a, b là các số thực dương bất kì, $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_{\sqrt{a}} b = \frac{1}{2} \log_a b$. B. $\log_{\sqrt{a}} b = -\frac{1}{2} \log_a b$. C. $\log_{\sqrt{a}} b = -2 \log_a b$. D. $\log_{\sqrt{a}} b = 2 \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_{\sqrt{a}} b = \log_{a^{\frac{1}{2}}} b = 2 \log_a b$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 101. Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-5x-1} = \frac{1}{8}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x \in \mathbb{R}$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} 2^{2x^2-5x-1} &= 2^{-3} \\ \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 1 &= -3 \\ \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} & \text{(thỏa mãn).} \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **C** □

Câu 102. Phương trình $\log_2(x-2) = 1$ có nghiệm là

- A. $x = 1$. B. $x = 4$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_2(x-2) = 1 \Leftrightarrow x-2 = 2 \Leftrightarrow x = 4.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 103. Cho a là số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_3(3a) = 3 + \log_3 a$. B. $\log_3(3a) = 1 + a$.
C. $\log_3(3a) = 1 + \log_3 a$. D. $\log_3(3a) = \log_3 a$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_3(3a) = \log_3 3 + \log_3 a = 1 + \log_3 a.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 104. Cho $0 < a \neq 1$ và $x > 0, y > 0$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây.

- A. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$. B. $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y$.
C. $\log_a(x+y) = \log_a x + \log_a y$. D. $\log_a(x+y) = \log_a x \cdot \log_a y$.

Lời giải.

Mệnh đề đúng là $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 105. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^8} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^5 \cdot \sqrt[4]{a^{-3}}}$ ($a > 0$), ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$

và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $3m^2 - 2n = 0$. B. $m^2 + n^2 = 25$. C. $m^2 - n^2 = 25$. D. $2m^2 + n^2 = 10$.

Lời giải.

Ta có $A = \frac{a^{\frac{8}{3}} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^5 \cdot a^{-\frac{3}{4}}} = a^{\frac{3}{4}}$. Suy ra $m = 3, n = 4$ và $m^2 + n^2 = 25$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 106. Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là

- A. $\mathcal{D} = [0; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. D. $\mathcal{D} = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện: $4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{1}{2}$ nên tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 107. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $\log_{a\sqrt{a}} a\sqrt[3]{a}$.

A. $\frac{8}{9}$.

B. 2.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{9}{8}$.

Lời giải.

$$\log_{a\sqrt{a}} a\sqrt[3]{a} = \log_{a^{\frac{3}{2}}} a^{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{3}{2}} = \frac{8}{9}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 108. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x}$.

A. $y' = 2^{2x} \cdot \ln 2$.

B. $y' = x \cdot 4^{x-1}$.

C. $y' = 2^{2x} \cdot \ln 4$.

D. $y' = x \cdot 2^{2x}$.

Lời giải.

$$y' = 2 \cdot 2^{2x} \cdot \ln 2 = 2^{2x} \cdot \ln 4.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 109. Cho số thực $a > 0, a \neq 1$. Giá trị $\log_{a^2} \sqrt[4]{a^3}$ bằng

A. $\frac{5}{4}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 2.

D. $\frac{3}{8}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{a^2} a^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 110. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

A. $(1; +\infty)$.

B. $[1; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Vì $\frac{1}{5} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ xác định khi và chỉ khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 111. Bất phương trình $\left(\frac{\pi}{2}\right)^{x-1} \leq \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2x+3}$ có nghiệm là

A. $x > -4$.

B. $x \geq -4$.

C. $x \leq -4$.

D. $x < -4$.

Lời giải.

Vì $\frac{\pi}{2} > 1$ nên bất phương trình tương đương $x-1 \leq 2x+3 \Leftrightarrow x \geq -4$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 112. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $2^{x^2} < 2^{6-x}$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -3)$.

C. $(-3; 2)$.

D. $(-2; 3)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2^{x^2} < 2^{6-x} \Leftrightarrow x^2 < 6-x \Leftrightarrow x^2 + x - 6 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 113. Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1) = 3$ là

A. 66.

B. 63.

C. 68.

D. 65.

Lời giải.

$$x = 1 + 4^3 = 65.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 114. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$ và $\log_a b > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$

B. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 1 < a, b \end{cases}$

C. $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 1 < a, b \end{cases}$

D. $\begin{cases} 0 < b, a < 1 \\ 0 < b < 1 < a \end{cases}$

Câu 115. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{5}}$ là:

- A. $(0; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 116. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. C. $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$. D. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

Câu 117. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$. B. $\log a > \log b \Leftrightarrow a > b > 0$.
C. $\log a < \log b \Leftrightarrow 0 < a < b$. D. $\ln x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Lời giải.

Mệnh đề $\ln x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ sai vì cơ số e là cơ số lớn hơn 1 nên $\ln x < 1 \Leftrightarrow x < e$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 118. Với mọi số thực dương a, b, x, y và a, b khác 1, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$. B. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$.
C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. D. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

Lời giải.

Ta có $\log_a \frac{1}{x} = \log_a x^{-1} = -\log_a x \neq \frac{1}{\log_a x}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 119. Cho hàm số $f(x) = \log_3(2x + 1)$. Giá trị của $f'(0)$ bằng

- A. $\frac{2}{\ln 3}$. B. 0. C. $2 \ln 3$. D. 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \frac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 3} = \frac{2}{(2x+1)\ln 3} \Rightarrow f'(0) = \frac{2}{\ln 3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 120. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải.

Ta có: $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9 \Leftrightarrow x < \log_{\frac{1}{3}} 9 \Leftrightarrow x < -2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 121. Hàm số $y = \log_3(3 - 2x)$ có tập xác định là

- A. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Điều kiện $3 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$ nên hàm số có tập xác định là $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 122. Hàm số nào sau đây là đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x - 1)$?

- A. $y' = \frac{1}{2(x-1)}$. B. $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$. C. $y' = \frac{\ln 2}{x-1}$. D. $y' = \frac{1}{2(x-1)\ln 2}$.

Lời giải.

Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x - 1)$ là $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 123. Tìm nghiệm thực của phương trình $2^x = 7$.

- A. $x = \sqrt{7}$. B. $x = \frac{7}{2}$. C. $x = \log_2 7$. D. $x = \log_7 2$.

Lời giải.

Ta có $2^x = 7 \Leftrightarrow x = \log_2 7$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 124. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{1-2x} > \frac{1}{125}$.

- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 2)$. C. $S = (0; 2)$. D. $S = (-\infty; 1)$.

Lời giải.

$$5^{1-2x} > \frac{1}{125} \Leftrightarrow 5^{1-2x} > 5^{-3} \Leftrightarrow 1 - 2x > -3 \Leftrightarrow 2x < 4 \Leftrightarrow x < 2.$$

Vậy $S = (-\infty; 2)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 125. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\log \sqrt{a} = 2 \log a$. B. $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$.
C. $\log \sqrt{a} = \frac{1}{2} \log a$. D. $\log \frac{b}{a} = \log b - \log a$.

Lời giải.

Áp dụng công thức logarit của một thương và logarit của một lũy thừa suy ra đáp án sai là $\log \sqrt{a} = 2 \log a$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 126. Với a là số thực dương bất kì và $a \neq 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\ln a^5 = \frac{1}{5} \ln a$. B. $\log_{a^5} e = 5 \log_a e$. C. $\log_{a^5} e = \frac{1}{5 \ln a}$. D. $\ln a^5 = \frac{5}{\ln a}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{a^5} e = \frac{\ln e}{\ln a^5} = \frac{1}{5 \ln a}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 127. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$. B. $y = x^{\frac{4}{3}}$. C. $y = \log_2 x$. D. $y = x^3 + x^2 + 1$.

Lời giải.

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} = 2^x. \text{ Vậy hàm số } y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \text{ đồng biến trên } \mathbb{R}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 128. Đạo hàm y' của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A. $y' = \frac{2}{x}$. B. $y' = \frac{1}{x}$. C. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$. D. $y' = \frac{2}{x \ln 2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (\log_2 x)' = \frac{1}{x \ln 2}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 129. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2 (x+2) \leq 0$ là

- A. $S = (-\infty; -1]$. B. $S = [-1; +\infty)$. C. $S = (-2; -1]$. D. $S = (-2; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Bất phương trình } \log_2 (x+2) \leq 0 \Leftrightarrow 0 < x+2 \leq 1 \Leftrightarrow -2 < x \leq -1.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 130. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{2}}$ là

- A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$.
C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Vì $\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi và chỉ khi $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Vậy tập xác định $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 131. Nếu $\log x = \frac{2}{3} \log a - \frac{1}{5} \log b$ thì x bằng

- A. $a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{1}{5}}$. B. $a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{5}}$. C. $a^{\frac{3}{2}}b^{-\frac{1}{5}}$. D. $a^{\frac{3}{2}}b^{-5}$.

Lời giải.

Ta có $\log x = \frac{2}{3} \log a - \frac{1}{5} \log b = \log a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{1}{5}} \Rightarrow x = a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{1}{5}}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 132. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{3x} \leq 3^{x+2}$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1]$. D. $(0; 1]$.

Lời giải.

$3^{3x} \leq 3^{x+2} \Leftrightarrow 3x \leq x + 2 \Leftrightarrow x \leq 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 133. Tính tổng T các nghiệm của phương trình $(\log 10x)^2 - 3 \log(100x) = -5$.

- A. $T = 12$. B. $T = 110$. C. $T = 11$. D. $T = 10$.

Lời giải.

Điều kiện của phương trình là $x > 0$. Phương trình đã cho tương đương với

$$(1 + \log x)^2 - 3(2 + \log x) + 5 = 0 \Leftrightarrow \log^2 x - \log x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log x = 0 \\ \log x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 10 \end{cases}.$$

Do đó $T = 11$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 134. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 2)^{-4} + \log_4(x - 1)$ là

- A. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (1; 2)$.
C. $\mathcal{D} = (1; 2) \cup (2; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x - 2)^{-4} + \log_4(x - 1)$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x - 2 \neq 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > 1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (1; 2) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 135. Cho hàm số $y = 3^{x+1}$. Đẳng thức nào sau đây là một mệnh đề đúng?

- A. $y'(1) = \frac{9}{\ln 3}$. B. $y'(1) = 3 \ln 3$. C. $y'(1) = 9 \ln 3$. D. $y'(1) = \frac{3}{\ln 3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3^{x+1} \ln 3$. Suy ra $y'(1) = 3^2 \ln 3 = 9 \ln 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 136. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây:

- A. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- B. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.
 C. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 D. Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_2 x$ có tập xác định là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Do đó hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ (chứ không phải trên $\mathbb{R}$).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 137. Tìm tất cả các giá trị x thỏa mãn bất phương trình $\log_2(3x - 1) > 3$.

- A. $x > 3$. B. $\frac{1}{3} < x < 3$. C. $x < 3$. D. $x > \frac{10}{3}$.

Câu 138. Cho $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}$, $\log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a > 1$, $0 < b < 1$. B. $a > 1$, $b > 1$.
 C. $0 < a < 1$, $0 < b < 1$. D. $0 < a < 1$, $b > 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{3}{4} < \frac{4}{5} \\ a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}} \end{cases} \Rightarrow 0 < a < 1; \begin{cases} \frac{1}{2} < \frac{2}{3} \\ \log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow b > 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 139. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x > 2^{x+8}$ là

- A. $[8; +\infty)$. B. $(-\infty; 8)$. C. $(0; 8)$. D. $(8; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $4^x > 2^{x+8} \Leftrightarrow 2^{2x} > 2^{x+8} \Leftrightarrow 2x > x + 8 \Leftrightarrow x > 8$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 140. Với a là một số thực dương bất kì, mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $\ln 3a = \ln 3 + \ln a$. B. $\ln(3 + a) = \ln 3 + \ln a$.
 C. $\ln \frac{a}{3} = \frac{1}{3} \ln a$. D. $\ln a^5 = \frac{1}{5} \ln a$.

Lời giải.

Theo công thức lôgarit của một tích ta có $\ln 3a = \ln 3 + \ln a$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 141. Nghiệm của phương trình $\log_4(x + 1) = 3$ là

- A. $x = 66$. B. $x = 63$. C. $x = 68$. D. $x = 65$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > -1$, với điều kiện, phương trình $\Leftrightarrow x + 1 = 4^3 = 64 \Leftrightarrow x = 63$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 142. Với các số thực x, y dương bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_2 \left(\frac{x}{y} \right) = \frac{\log_2 x}{\log_2 y}$. B. $\log_2(x^2 - y) = 2 \log_2 x - \log_2 y$.
 C. $\log_2(xy) = \log_2 x \cdot \log_2 y$. D. $\log_2(xy) = \log_2 x + \log_2 y$.

Lời giải.

Ta có công thức $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ (với điều kiện có nghĩa).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 143. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x - 1) + \log_2(x - 3)$ là

A. $\mathcal{D} = (1; 3)$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.

C. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} x - 1 > 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3 \Rightarrow \mathcal{D} = (3; +\infty).$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 144.** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+4}$ là

A. $(0; 4)$.

B. $(-\infty; 4)$.

C. $(0; 16)$.

D. $(4; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2^{2x} < 2^{x+4} \Leftrightarrow 2x < x + 4 \Leftrightarrow x < 4.$$

Chọn đáp án **B** □**Câu 145.** Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_a \sqrt[3]{a}$.

A. $I = \frac{1}{3}$.

B. $I = 3$.

C. $I = 0$.

D. $I = -3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \log_a \sqrt[3]{a} = \log_a a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 146.** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_3 x$.

B. $y = \log_5 \left(\frac{1}{x^2} \right)$.

C. $y = \left(\frac{1}{2} \right)^x$.

D. $y = 2018^x$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = 2018^x$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và cơ số $a = 2018 > 1$. Do đó, hàm số $y = 2018^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **D** □**Câu 147.** Cho a là số thực khác 0, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\log_2^2 a^2 = \log_2^2 a$.

B. $\log_2^2 a^2 = 4 \log_2^2 |a|$.

C. $\log_2^2 a^2 = 4 \log_2^2 a$.

D. $\log_2^2 a^2 = \frac{1}{4} \log_2^2 |a|$.

Lời giải.

$$\log_2^2 a^2 = 4 \log_2^2 |a|. \text{ Vì điều kiện } a \text{ phải dương.}$$

Chọn đáp án **B** □**Câu 148.** Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ các số 1, 2, 3, 4, 5?

A. A_5^4 .

B. P_5 .

C. C_5^4 .

D. P_4 .

Câu 149. Với α là số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(10^\alpha)^2 = 100^\alpha$.

B. $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha$.

C. $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$.

D. $(10^\alpha)^2 = 10^{\alpha^2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } (10^\alpha)^2 = 10^{2\alpha} \text{ nên mệnh đề } (10^\alpha)^2 = 10^{\alpha^2} \text{ sai.}$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 150.** Phương trình $\log_2(3x - 2) = 3$ có nghiệm là

A. $x = \frac{8}{3}$.

B. $x = \frac{10}{3}$.

C. $x = \frac{16}{3}$.

D. $x = \frac{11}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Trong điều kiện } x > \frac{2}{3}, \text{ phương trình tương đương với } 3x - 2 = 8 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 151. Cho $a > 0, a \neq 1; x, y > 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$.

B. $a^{\log_a(xy)} = xy$.

C. $\log_a x^y = y \log_a x$.

D. $\log_a(x + y) = \log_a x + \log_a y$.

Lời giải.

Mệnh đề $\log_a(x + y) = \log_a x + \log_a y$ sai. Mệnh đề nếu đúng phải là $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 152. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (2x - 1)^\pi$.

A. $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty \right)$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

C. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty \right)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi $2x - 1 > 0$ hay $x > \frac{1}{2}$. Vậy tập xác định của hàm số $y = (2x - 1)^\pi$ là $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty \right)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 153. Với các số thực x, y dương bất kì, $y \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 \left(\frac{x}{y} \right) = \frac{\log_2 x}{\log_2 y}$.

B. $\log_2(xy) = \log_2 x + \log_2 y$.

C. $\log_2(x^2 - y) = 2 \log_2 x - \log_2 y$.

D. $\log_2(xy) = \log_2 x \log_2 y$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(xy) = \log_2 x + \log_2 y$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 154. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x - 3) \geq -1$ là

A. $(-\infty; 5)$.

B. $[5; +\infty)$.

C. $(3; 5]$.

D. $(3; 5)$.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương

$$0 < x - 3 \leq \left(\frac{1}{2} \right)^{-1} \Leftrightarrow 3 < x \leq 5.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 155. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = (2x - 3) \cdot e^x$ trên $[0; 3]$ là

A. $\max_{x \in [0; 3]} f(x) = e^3$.

B. $\max_{x \in [0; 3]} f(x) = 4e^3$.

C. $\max_{x \in [0; 3]} f(x) = 3e^3$.

D. $\max_{x \in [0; 3]} f(x) = 5e^3$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 2e^x + (2x - 3) \cdot e^x = (2x - 1) \cdot e^x$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Ta có $f(0) = -3, f(3) = 3e^3, f\left(\frac{1}{2}\right) = -2\sqrt{e}$.

Vậy $\max_{x \in [0; 3]} f(x) = 3e^3 = f(3) = 3e^3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 156. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(3x - 5) > \log_{\frac{1}{5}}(x + 1)$ là

A. $S = (2; +\infty)$.

B. $S = \left(\frac{5}{3}; 3 \right)$.

C. $S = (-\infty; 3)$.

D. $S = \left(\frac{3}{5}; 3 \right)$.

Lời giải.

Điều kiện $3x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$. Khi đó

$$\log_{\frac{1}{5}}(3x - 5) > \log_{\frac{1}{5}}(x + 1) \Leftrightarrow 3x - 5 < x + 1 \Leftrightarrow x < 3.$$

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{5}{3}; 3\right)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 157. Nghiệm thực của phương trình $2^{x-3} = 8$ là

A. $x = 0$.

B. $x = -6$.

C. $x = 3$.

D. $x = 6$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với $2^{x-3} = 2^3 \Leftrightarrow x - 3 = 3 \Leftrightarrow x = 6$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 158. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3x - 4)^{-3}$ là

A. $\mathcal{D} = [-1; 4]$.

B. $\mathcal{D} = (-1; 4)$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm lũy thừa với số mũ nguyên âm nên cơ số khác 0.

Do đó $x^2 - 3x - 4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 4 \end{cases}$. Suy ra $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 159. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x + 1) < 0$ là

A. $(-1; 0)$.

B. $(-\infty; 9)$.

C. $(-1; 9)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải.

Ta có $\log(x + 1) < 0 \Leftrightarrow 0 < x + 1 < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-1; 0)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 160. Cho a, x, y dương, $a \neq 1$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\log x = \frac{\log_a x}{\log_a 10}$.

B. $\log x = \frac{\log_a x}{\log_a e}$.

C. $\log x = \frac{\log_a x}{\ln 10}$.

D. $\log x = \frac{\log_a x}{\log a}$.

Lời giải.

Ta có $\log x = \frac{\log_a x}{\log_a 10}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 161. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} > 3^{x+2}$.

A. $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}\right)$.

B. $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}\right)$.

C. $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}\right]$.

D. $\left(\log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x > \frac{9}{2} \Leftrightarrow x < \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}\right)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 162. Phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - 6 \geq 0 \\ x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{6} \\ x \leq -\sqrt{6} \Leftrightarrow x \geq \sqrt{6} \\ x \geq 2 \end{cases}$$

Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_3(x^2 - 6) = \log_3 3(x - 2) \Leftrightarrow x^2 - 6 = 3(x - 2) \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 3 \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 163. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (2x - 1)^\pi$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.B. $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.C. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện xác định: } 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là } \mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 164. Phương trình $\log_2 x + \log_2(x - 3) = 2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} x > 0 \\ x - 3 > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3.$$

$$\log_2 x + \log_2(x - 3) = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x(x - 3) = 2$$

$$\Leftrightarrow x(x - 3) = 2^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (loại vì } x > 3) \\ x = 4. \end{cases}$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm $x = 4$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 165. Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt[3]{5})^{x-1} < 5^{x+3}$ là

A. $(-\infty; -5)$.B. $(-5; +\infty)$.C. $(0; +\infty)$.D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

$$(\sqrt[3]{5})^{x-1} < 5^{x+3} \Leftrightarrow 5^{\frac{x-1}{3}} < 5^{x+3} \Leftrightarrow \frac{x-1}{3} < x+3 \Leftrightarrow x > -5.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 166. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(4x + 1)$ là

A. $y' = \frac{\ln 3}{4x + 1}$.B. $y' = \frac{4}{(4x + 1) \ln 3}$.C. $y' = \frac{4 \ln 3}{4x + 1}$.D. $y' = \frac{1}{(4x + 1) \ln 3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(4x+1)'}{(4x+1)\ln 3} = \frac{4}{(4x+1)\ln 3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 167.** Cho a là số thực dương khác 1. Giá trị của biểu thức $\log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right)$ bằng

A. $\frac{12}{5}$.

B. $\frac{9}{5}$.

C. 2.

D. 3.

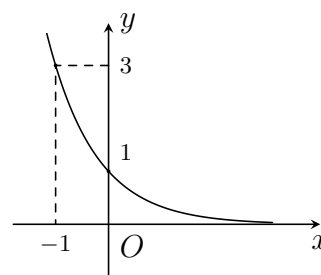
Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right) = \log_a \left(\frac{a^2 a^{\frac{2}{3}} a^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{7}{15}}} \right) = \log_a \frac{a^{\frac{52}{15}}}{a^{\frac{7}{15}}} = \log_a a^{\frac{52}{15} - \frac{7}{15}} = \log_a a^3 = 3.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 168.**

Đồ thị có trong hình vẽ bên là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = (\sqrt{3})^x$. B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. C. $y = (\sqrt{2})^x$. D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

**Lời giải.**Đồ thị hàm số trong hình chỉ có thể là của hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên hàm số $y = (\sqrt{3})^x$ và $y = (\sqrt{2})^x$ bị loại.Ngoài ra do đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1; 3)$ nên chỉ còn hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ thỏa mãn.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 169.** Với mọi $a > b > 1$, khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $a^b > b^a$.

B. $\log_a b < \log_b a$.

C. $a^{a-b} > b^{b-a}$.

D. $\log_a \frac{a+b}{2} < 1$.

Lời giải.Với $a = 4, b = 2, 4^2 = 2^4$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 170.** Cho $a > 0, a \neq 1$, giá trị của $\log_{a^3} a$ bằng

A. -3.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 3.

Lời giải.

$$\log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 171.** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 5x + 6 = 0$. Tính giá trị của $A = 5^{x_1} + 5^{x_2}$.

A. $A = 125$.

B. $A = 3125$.

C. $A = 150$.

D. $A = 15625$.

Câu 172. Gọi $\mathcal{D}$ là tập tất cả các giá trị của x để $\log_3(2018 - x)$ có nghĩa. Tìm $\mathcal{D}$?

A. $\mathcal{D} = [0; 2018]$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; 2018)$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; 2018]$.

D. $\mathcal{D} = (0; 2018)$.

Câu 173. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{3}}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 174. Cho a là một số thực dương. Viết biểu thức $P = a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^2}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

- A. $P = a^{\frac{1}{15}}$. B. $P = a^{\frac{2}{5}}$. C. $P = a^{-\frac{1}{15}}$. D. $P = a^{\frac{19}{15}}$.

Câu 175. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2017^x$.

- A. $y' = 2017^x \cdot \ln 2017$. B. $y' = 2017^x$.
C. $y' = \frac{2017^x}{\ln 2017}$. D. $y' = x \cdot 2017^{x-1}$.

Lời giải.

$$y' = (2017^x)' = 2017^x \cdot \ln 2017.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 176. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 - 3x + 2)$ trên tập xác định của nó.

- A. $y' = \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$. B. $y' = \frac{2x + 3}{x^2 - 3x + 2}$. C. $y' = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$. D. $y' = \frac{2x - 3}{x^2 + 3x + 2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = [\ln(x^2 - 3x + 2)]' = \frac{(x^2 - 3x + 2)'}{x^2 - 3x + 2} = \frac{2x - 3}{x^2 - 3x + 2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 177. Xét bất phương trình $5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+2} + 32 < 0$. Nếu đặt $t = 5^x$ thì bất phương trình trở thành bất phương trình nào sau đây?

- A. $t^2 - 3t + 32 < 0$. B. $t^2 - 16t + 32 < 0$. C. $t^2 - 6t + 32 < 0$. D. $t^2 - 75t + 32 < 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+2} + 32 < 0 \Leftrightarrow 5^{2x} - 3 \cdot 5^x \cdot 25 + 32 < 0 \Leftrightarrow 5^{2x} - 75 \cdot 5^x + 32 < 0.$$

Nếu đặt $t = 5^x > 0$ thì bất phương trình $5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+2} + 32 < 0$ trở thành bất phương trình $t^2 - 75t + 32 < 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 178. Cho $0 < a \neq 1$ và x, y là các số thực âm. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\log_a(-x^2y) = -2\log_a x + \log_a y$. B. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{\log_a(-x)}{\log_a(-y)}$.
C. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$. D. $\log_a(x^4y^2) = 2(\log_a x^2 + \log_a |y|)$.

Lời giải.

Với các điều kiện đề bài cho, ta có

$$\log_a(x^4y^2) = \log_a x^4 + \log_a y^2 = 2\log_a x^2 + 2\log_a |y| = 2(\log_a x^2 + \log_a |y|).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 179. Tập nghiệm của phương trình $9^{x+1} = 27^{2x+1}$ là

- A. $\emptyset$. B. $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$. C. $\{0\}$. D. $\left\{-\frac{1}{4}; 0\right\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 9^{x+1} = 27^{2x+1} \Leftrightarrow 9 \cdot 9^x = 27 \cdot 729^x \Leftrightarrow 81^x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 180. Nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq 2$ là

- A. $3 \leq x \leq \frac{13}{4}$. B. $3 < x \leq \frac{13}{4}$. C. $x \leq \frac{13}{4}$. D. $x \geq \frac{13}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq 2 \Leftrightarrow 0 < x-3 \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow 3 < x \leq \frac{13}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 181. Phương trình $\log_3(2x + 1) = 3$ có nghiệm duy nhất bằng

A. 12.

B. 13.

C. 4.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_3(2x + 1) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ 2x + 1 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow x = 13.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 182. Cho các số thực m, n và a là số thực dương. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $a^{m+n} = (a^m)^n$.B. $a^{m+n} = \frac{a^m}{a^n}$.C. $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$.D. $a^{m+n} = a^m + n$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } a^{m+n} = a^m \cdot a^n.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 183. Tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{5}}|x + 1| = 2$ là

A. $S = \{3\}$.B. $S = \{-10; 2\}$.C. $S = \{-4; 2\}$.D. $S = \{-3; 2\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{\sqrt{5}}|x + 1| = 2 \Leftrightarrow |x + 1| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 184. Cho phương trình $9^x + 2 \cdot 3^x - 3 = 0$. Khi đặt $3^x = t$ ta được phương trình nào dưới đây?

A. $t^2 + 2t - 3 = 0$.B. $12^{2x+1} = 0$.C. $2t^2 - 3 = 0$.D. $t^2 + t - 3 = 0$.

Lời giải.

$$\text{Xét phương trình } 9^x + 2 \cdot 3^x - 3 = 0. \text{ Đặt } 3^x = t > 0, \text{ ta được phương trình } t^2 + 2t - 3 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 185. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(2x + 1)$ là

A. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.B. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.C. $\mathcal{D} = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.D. $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Hàm số đã cho xác định } \Leftrightarrow 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2} \Rightarrow \mathcal{D} = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 186. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2$.

A. $(-\infty; -1]$.B. $[1; +\infty)$.C. $(-\infty; -1)$.D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Xét bất phương trình } \left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \Leftrightarrow x \leq -1 \Rightarrow \text{tập nghiệm } S = (-\infty; -1].$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 187. Bất phương trình $(\sqrt{2})^{x^2-2x} \leq (\sqrt{2})^3$ có tập nghiệm là

A. $(-2; 1)$.B. $(-1; 3)$.C. $[-2; 1]$.D. $[-1; 3]$.

Lời giải.

$$\bullet \text{ Ta có } (\sqrt{2})^{x^2-2x} \leq (\sqrt{2})^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x \leq 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 188. Cho a, b, x, y là các số thực dương, $a \neq 1, b \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log_b a \log_a x = \log_b x$.

B. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

C. $\log_a \frac{1}{x} = \log_a x$.

D. $\log_a(x + y) = \log_a x + \log_a y$.

Lời giải.

Theo công thức đổi cơ số, ta có $\log_b a \log_a x = \log_b x$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 189. Cho a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log \sqrt[3]{a} = \log \frac{1}{3} \cdot \log a$.

B. $\log \sqrt[3]{a} = \frac{1}{3} \log a$.

C. $\log \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{\log a}$.

D. $\log \sqrt[3]{a} = a \log \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\log \sqrt[3]{a} = \frac{1}{3} \log a$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 190. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{e}{3}} 2x < \log_{\frac{e}{3}} (9 - x)$.

A. $S = (3; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 3)$.

C. $S = (3; 9)$.

D. $S = (0; 3)$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_{\frac{e}{3}} 2x < \log_{\frac{e}{3}} (9 - x)$$

$$\Leftrightarrow 0 < 9 - x < 2x$$

$$\Leftrightarrow 3 < x < 9.$$

Vậy $S = (3; 9)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 191. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1 - \log_{\frac{1}{2}} x}{\sqrt{2 - 6x}} < 0$ là

A. $\left(0; \frac{1}{6}\right)$.

B. $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$.

D. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện: $0 < x < \frac{1}{3}$.

Bất phương trình đã cho tương đương với $1 - \log_{\frac{1}{2}} x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{2}$.

Kết hợp điều kiện, suy ra bất phương trình có nghiệm $0 < x < \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 192. Tính đạo hàm của hàm số $y = 7^{x^2+x-2}$.

A. $y' = 7^{x^2+x-2} (2x + 1) \ln 7$.

B. $y' = 7^{x^2+x-2} (2x + 1)$.

C. $y' = 7^{x^2+x-2} \frac{(2x + 1)}{\ln 7}$.

D. $y' = 7^{x^2+x-2} \ln 7$.

Lời giải.

$$y' = 7^{x^2+x-2} (2x + 1) \ln 7.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 193. Cho số thực $a > 1, b \neq 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log_a b^2 = -2 \log_a |b|$.

B. $\log_a b^2 = 2 \log_a b$.

C. $\log_a b^2 = 2 \log_a |b|$.

D. $\log_a b^2 = -2 \log_a b$.

Lời giải.Ta có $b \neq 0 \Leftrightarrow |b| > 0$. Khi đó ta có $\log_a b^2 = \log_a |b|^2 = 2 \log_a |b|$.Chọn đáp án **C** □**Câu 194.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (-1; 1)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Lời giải.Hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2}$ là hàm số lũy thừa có số mũ -2 là số nguyên âm nên hàm số xác định khi $x^2 - 1 \neq 0$.Vậy $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ là tập xác định của hàm số đã cho.Chọn đáp án **D** □**Câu 195.** Cho hai hàm số $f(x) = \log_{0,5} x$ và $g(x) = 2^{-x}$. Xét các mệnh đề sau:(I) Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$.(II) Tập xác định của hai hàm số trên là $\mathbb{R}$.

(III) Đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại đúng một điểm.

(IV) Hai hàm số đều nghịch biến trên tập xác định của nó.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.Ta có $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$, $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.* Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x \Rightarrow$ (I) sai.* Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $(0; +\infty) \Rightarrow$ (II) sai.* Đồ thị của 2 hàm số cắt nhau tại đúng 1 điểm thuộc đường thẳng $y = x \Rightarrow$ (III) đúng.* Do $\frac{1}{2} < 1$ nên hai hàm số đều nghịch biến trên tập xác định của nó $\Rightarrow$ (IV) đúng.

Vậy có hai mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **B** □**Câu 196.** Cho $(\sqrt{5} - 2)^a > (\sqrt{5} - 2)^b$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a > b$.

B. $a < b$.

C. $a \leq b$.

D. $a \geq b$.

Lời giải.Ta có $\sqrt{5} - 2 < 1$, do đó nếu $(\sqrt{5} - 2)^a > (\sqrt{5} - 2)^b$ thì ta suy ra $a < b$.Chọn đáp án **B** □**Câu 197.** Cho a là một số dương lớn hơn 1. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$ với $x, y > 0$.

B. $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$.

C. $\log_a x$ có nghĩa khi và chỉ khi $x > 0$.

D. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$ với $x, y > 0$.

Lời giải.Các công thức đúng theo sách giáo khoa Toán 12, chỉ có công thức sau sai: $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$ với $x, y > 0$. Công thức đúng là $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ với $x, y > 0$.Chọn đáp án **D** □

Câu 198. Có bao nhiêu số nguyên $x > 0$ để hàm số $y = \log_{2018}(10 - x)$ xác định?

- A. 10. B. 2018. C. Vô số. D. 9.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_{2018}(10 - x)$ xác định khi và chỉ khi $10 - x > 0 \Leftrightarrow x < 10$.

Kết hợp với giả thiết x là số nguyên dương, suy ra $x \in \{1; 2; \dots; 9\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 199. Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $a^{\frac{6}{5}}$. B. $a^{\frac{11}{6}}$. C. $a^{\frac{5}{6}}$. D. $a^{\frac{7}{6}}$.

Lời giải.

Ta có $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{6}}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 200. Tính $K = \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$, ta được

- A. 24. B. 12. C. 16. D. 18.

Lời giải.

$$K = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{16}\right)^{-3}} + \sqrt[3]{\left(\frac{1}{8}\right)^{-4}} = \sqrt[4]{16^3} + \sqrt[3]{8^4} = 2^3 + 2^4 = 24.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 201. Biểu thức $\sqrt{x}\sqrt[3]{x}\sqrt[6]{x^5}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $x^{\frac{7}{3}}$. B. $x^{\frac{5}{2}}$. C. $x^{\frac{2}{3}}$. D. $x^{\frac{5}{3}}$.

Lời giải.

$$\sqrt{x}\sqrt[3]{x}\sqrt[6]{x^5} = x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{3}}x^{\frac{5}{6}} = x^{\frac{5}{3}} \quad (x > 0).$$

Câu 202. Cho $\pi^\alpha < \pi^\beta$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. $\alpha > \beta$. B. $\alpha\beta = 1$. C. $\alpha < \beta$. D. $\alpha + \beta = 0$.

Lời giải.

Do $\pi > 1$ nên từ $\pi^\alpha < \pi^\beta$, ta có $\alpha < \beta$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 203. Rút gọn biểu thức $b^{(\sqrt{3}-1)^2} : b^{-2\sqrt{3}}$ ($b > 0$) ta được

- A. b^4 . B. b^3 . C. b^2 . D. b .

Lời giải.

$$b^{(\sqrt{3}-1)^2} : b^{-2\sqrt{3}} = b^{(\sqrt{3}-1)^2 + 2\sqrt{3}} = b^4.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 204. Cho a là số thực dương và α, β là các số thực. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $a^{\alpha+\beta} = a^\alpha \cdot a^\beta$. B. $a^{\alpha\beta} = (a^\alpha)^\beta$. C. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\frac{\alpha}{\beta}}$. D. $a^\alpha \cdot b^\alpha = (ab)^\alpha$.

Lời giải.

Ta có $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$ nên $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\frac{\alpha}{\beta}}$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 205. Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

- A. $(xy)^n = x^n y^n$. B. $x^m y^n = (xy)^{m+n}$. C. $(x^m)^n = (x)^{mn}$. D. $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$.

Lời giải.

Đẳng thức sai là $x^m y^n = (xy)^{m+n}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 206. Với các số thực a, b bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\frac{5^a}{5^b} = 5^{a-b}$. B. $\frac{5^a}{5^b} = 5^{\frac{a}{b}}$. C. $\frac{5^a}{5^b} = 5^{ab}$. D. $\frac{5^a}{5^b} = 5^{a+b}$.

Lời giải.

Áp dụng tính chất của lũy thừa $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$. Ta suy ra đẳng thức $\frac{5^a}{5^b} = 5^{a-b}$ đúng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 207. Cho hai số thực dương a và b . Biểu thức $\sqrt[5]{\frac{a}{b} \sqrt[3]{\frac{b}{a} \sqrt{\frac{a}{b}}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{30}{31}}$. B. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{7}}$. C. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$. D. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{31}{30}}$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt[5]{\frac{a}{b} \sqrt[3]{\frac{b}{a} \sqrt{\frac{a}{b}}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{5}} \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{15}} \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{30}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{5}} \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{1}{15}} \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{30}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{5} - \frac{1}{15} + \frac{1}{30}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 208. Biểu thức $P = \sqrt{x^3 \cdot \sqrt[3]{x^2}} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ ($x > 0$) viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $P = x^{\frac{8}{3}}$. B. $P = x^{\frac{5}{6}}$. C. $P = x^{\frac{1}{3}}$. D. $P = x^3$.

Lời giải.

Ta có $P = \sqrt{x^3 \cdot \sqrt[3]{x^2}} \cdot \sqrt[6]{x^5} = \sqrt{x^3 \cdot x^{\frac{2}{3}}} \cdot x^{\frac{5}{6}} = x^{\frac{11}{6}} \cdot x^{\frac{5}{6}} = x^{\frac{8}{3}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 209. Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x \sqrt[4]{x^3 \sqrt{x}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. B. $P = x^{\frac{7}{12}}$. C. $P = x^{\frac{5}{8}}$. D. $P = x^{\frac{7}{24}}$.

Lời giải.

Ta có : $P = \sqrt[3]{x \sqrt[4]{x^3 \sqrt{x}}} = [x(x^3 x^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}}]^{\frac{1}{3}} = [x(x^{\frac{7}{2}})^{\frac{1}{4}}]^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{3}} x^{\frac{7}{24}} = x^{\frac{5}{8}}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 210. Cho $m > 0$. Biểu thức $m^{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{1}{m}\right)^{\sqrt{3}-2}$ bằng

- A. $m^{2\sqrt{3}-2}$. B. $m^{2\sqrt{3}-3}$. C. m^{-2} . D. m^2 .

Lời giải.

Ta có: $m^{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{1}{m}\right)^{\sqrt{3}-2} = m^{\sqrt{3}-(\sqrt{3}-2)} = m^2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 211. Số nào dưới đây nhỏ hơn 1?

- A. e^π . B. $(\sqrt{3})^e$. C. π^e . D. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{2}{3} < 1 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{\sqrt{2}} < \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 212. Tính giá trị của biểu thức $K = \frac{2 : 4^{-2} + (3^{-2})^3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{-3}}{5^{-3} \cdot 25^2 + (0,7)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}}$.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{8}{3}$.

C. $\frac{5}{3}$.

D. $\frac{33}{13}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} K &= \frac{2 : 4^{-2} + (3^{-2})^3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{-3}}{5^{-3} \cdot 25^2 + (0,7)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}} = \frac{2 \cdot 2^4 + 3^{-6} \cdot 3^6}{5^{-3} \cdot 5^4 + 1 \cdot 2^3} \\ &= \frac{2^5 + 1}{5 + 2^3} \\ &= \frac{33}{13}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 213. Biết số nguyên dương M sẽ có n chữ số (khi biểu diễn thập phân) nếu $10^{n-1} \leq M < 10^n$. Hỏi số $M = 2^{400}$ có bao nhiêu chữ số?

A. 121.

B. 278.

C. 120.

D. 122.

Lời giải.

Ta có $M = 2^{400} \Leftrightarrow \log M = 400 \log 2 \approx 120.4$.

Do đó $10^{120} < M < 10^{121}$. Vậy $n = 121$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 214. Cho hàm số $f(x) = (x^2 + x + 6)^{\frac{3}{2}}$. Khi đó giá trị của $f(-1)$ bằng

A. $3\sqrt{3}$.

B. $6\sqrt{6}$.

C. 8.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Vì $x^2 + x + 6 > 0 \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$ nên tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $-1 \in \mathcal{D}$ nên $f(-1) = [(-1)^2 - 1 + 6]^{\frac{3}{2}} = 6^{\frac{3}{2}} = 6\sqrt{6}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 215. Cho x, y, u, v là các số thực dương tùy ý. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $(y^u)^v = y^{uv}$.

B. $x^u \cdot x^v = x^{uv}$.

C. $\frac{x^u}{x^v} = x^{u-v}$.

D. $x^u \cdot y^u = (xy)^u$.

Lời giải.

Ta có $x^u \cdot x^v = x^{u+v}$ nên khẳng định sai là $x^u \cdot x^v = x^{uv}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 216. Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^2 \sqrt[3]{a}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số hữu tỉ là

A. $a^{\frac{4}{3}}$.

B. $a^{\frac{7}{3}}$.

C. $a^{\frac{5}{3}}$.

D. $a^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

$$a^2 \sqrt[3]{a} = a^{2+\frac{1}{3}} = a^{\frac{7}{3}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 217. Cho $0 < a \neq 1$ và các số thực α, β . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$.

B. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha\beta}$.

C. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$.

D. $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}$.

Lời giải.

Theo tính chất lũy thừa ta suy ra mệnh đề $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha\beta}$ là sai.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 218. Rút gọn biểu thức $P = a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{a}$ với $a > 0$.

- A. $P = a^{\frac{1}{2}}$. B. $P = a^{\frac{9}{2}}$. C. $P = a^{\frac{11}{6}}$. D. $P = a^3$.

Lời giải.

Với $a > 0$ ta có $P = a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{a} = a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{11}{6}}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 219. Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^2 \cdot \sqrt[3]{a}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $a^{\frac{4}{3}}$. B. $a^{\frac{7}{3}}$. C. $a^{\frac{5}{3}}$. D. $a^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

$a^2 \cdot \sqrt[3]{a} = a^2 \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{2+\frac{1}{3}} = a^{\frac{7}{3}}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 220. Kết quả viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ của biểu thức $F = \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}} : a^{\frac{11}{16}}$ với $(a > 0)$ là

- A. $F = a^{\frac{1}{4}}$. B. $F = a^{\frac{3}{8}}$. C. $F = a^{\frac{1}{2}}$. D. $F = a^{\frac{3}{4}}$.

Lời giải.

Với $(a > 0)$ ta có

$$F = \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}} : a^{\frac{11}{16}} = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{8}} \cdot a^{\frac{1}{16}} : a^{\frac{11}{16}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{11}{16}} = a^{\frac{1}{4}}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 221. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$ trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m^2 - n^2 = 312$. B. $m^2 + n^2 = 543$. C. $m^2 - n^2 = -312$. D. $m^2 + n^2 = 409$.

Lời giải.

Ta có

$$A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}} = \frac{a^{\frac{7}{3} + \frac{11}{3}}}{a^{4 - \frac{5}{7}}} = a^{\frac{19}{7}}.$$

Vậy $m^2 - n^2 = 312$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 222. Tìm hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = x - \frac{1}{x^2} + 2$ và $f(1) = 3$.

- A. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x} + 2x - \frac{1}{2}$. B. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x} + 2x + \frac{3}{2}$.
C. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x} + 2x - \frac{1}{2}$. D. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x} + 2$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = \int \left(x - \frac{1}{x^2} + 2 \right) dx = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x} + 2x + c$.

Từ $f(1) = 3$ suy ra $c = -\frac{1}{2}$.

Vậy $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x} + 2x - \frac{1}{2}$

Chọn đáp án **C**

□

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x} + 2.$$

Câu 223. Cho a, b là các số thực dương, rút gọn $P = \frac{a^{\frac{4}{3}}b + ab^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$ ta được

A. $P = ab$.

B. $P = a + b$.

C. $P = a^4b + ab^4$.

D. $P = a^2b + ab^2$.

Lời giải.

Ta có $P = \frac{ab \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}} = ab$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 224. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[5]{x}$ (với $x > 0$).

A. $x^{\frac{5}{16}}$.

B. $x^{\frac{5}{8}}$.

C. $x^{\frac{1}{16}}$.

D. x^4 .

Lời giải.

Ta có $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{5}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}} = x^{\frac{5}{10}}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 225. Cho số dương a và $m, n \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^m \cdot a^n = a^{m-n}$.

B. $a^m \cdot a^n = (a^m)^n$.

C. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

D. $a^m \cdot a^n = a^{mn}$.

Lời giải.

Từ công thức hàm lũy thừa thì công thức đúng là $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 226. Cho số thực a dương và hai số $m, n \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^{m+n} = (a^m)^n$.

B. $a^{m+n} = \frac{a^m}{a^n}$.

C. $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$.

D. $a^{m+n} = a^m + n$.

Lời giải.

Ta có $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 227. Với α là một số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$.

B. $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha$.

C. $(10^\alpha)^2 = 100^\alpha$.

D. $(10^\alpha)^2 = 10^{\alpha^2}$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha = 10^{\frac{\alpha}{2}}$, $(10^\alpha)^2 = 100^\alpha$ và $(10^\alpha)^2 = 10^{2\alpha}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 228. Cho $(\sqrt{2} - 1)^m < (\sqrt{2} - 1)^n$. Khi đó

A. $m = n$.

B. $m < n$.

C. $m > n$.

D. $m \neq n$.

Lời giải.

Do $0 < \sqrt{2} - 1 < 1$ nên $(\sqrt{2} - 1)^m < (\sqrt{2} - 1)^n \Leftrightarrow m > n$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 229. Cho biết $(x - 2)^{-\frac{1}{3}} > (x - 2)^{-\frac{1}{6}}$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2 < x < 3$.

B. $0 < x < 1$.

C. $x > 2$.

D. $x > 1$.

Lời giải.

Do $-\frac{1}{3} < -\frac{1}{6}$ và $-\frac{1}{3}; -\frac{1}{6} \notin \mathbb{Z}$ nên bất phương trình tương đương $\begin{cases} x - 2 > 0 \\ x - 2 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 230. Rút gọn biểu thức $P = \frac{(a^{\sqrt{3}-1})^{\sqrt{3}+1}}{a^{4-\sqrt{5}} \cdot a^{\sqrt{5}-2}}$ (với $a > 0$ và $a \neq 1$).

- A. $P = 2$. B. $P = a^2$. C. $P = 1$. D. $P = a$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = \frac{(a^{\sqrt{3}-1})^{\sqrt{3}+1}}{a^{4-\sqrt{5}} \cdot a^{\sqrt{5}-2}} = \frac{a^{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}}{a^{4-\sqrt{5}+\sqrt{5}-2}} = \frac{a^2}{a^2} = 1.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 231. Cho hàm số $f(x) = (2x^2 + 3x + 1)^{\frac{3}{2}}$. Khi đó giá trị của $f(1)$ bằng bao nhiêu?

- A. 8. B. $\frac{3}{2}$. C. $6\sqrt{6}$. D. $6^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

Để thấy $x = 1$ thuộc tập xác định hàm số đã cho.

$$\text{Ta có } f(1) = 6^{\frac{3}{2}} = 6\sqrt{6}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 232. Cho α là một số thực dương. Viết $\alpha^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\alpha}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

- A. $\alpha^{\frac{7}{3}}$. B. $\alpha^{\frac{7}{6}}$. C. $\alpha^{\frac{5}{3}}$. D. $\alpha^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải.

$$\alpha^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\alpha} = \alpha^{\frac{2}{3}} \cdot \alpha^{\frac{1}{2}} = \alpha^{\frac{7}{6}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 233. Cho các số thực a, b thỏa mãn $0 < a < b$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a^x < b^x$ với mọi $x \neq 0$. B. $a^x < b^x$ với mọi $x > 0$.
C. $a^x < b^x$ với mọi $x < 0$. D. $a^x < b^x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

Theo tính chất lũy thừa, ta có $a^x < b^x$ với mọi $x > 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 234. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[8]{x}$ (với $x > 0$).

- A. x^4 . B. $x^{\frac{1}{16}}$. C. $x^{\frac{5}{16}}$. D. $x^{\frac{5}{8}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = x^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[8]{x} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{8}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{8}} = x^{\frac{5}{8}}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 235. Với $a > 0$, $b > 0$ và α, β là các số thực bất kì, đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$. B. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$. C. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha-\beta}$. D. $a^\alpha \cdot b^\alpha = (ab)^\alpha$.

Lời giải.

Theo tính chất của lũy thừa thì mệnh đề sai là $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha-\beta}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 236. Tính giá trị của $a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$ với $a > 0$, $a \neq 1$.

- A. 8. B. 4. C. 16. D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } a^{\log_{\sqrt{a}} 4} = a^{2 \log_a 4} = a^{\log_a 4^2} = 16.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 237. Với mọi số thực dương a và m, n là hai số thực bất kì. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$. B. $(a^m)^n = a^{m^n}$. C. $(a^m)^n = a^{m+n}$. D. $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$.

Lời giải.

Với mọi số thực dương a và m, n là hai số thực bất kì, ta có $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 238. Cho $\pi^\alpha > \pi^\beta$. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. $\alpha \cdot \beta = 1$. B. $\alpha > \beta$. C. $\alpha < \beta$. D. $\alpha + \beta = 0$.

Lời giải.

Do $\pi > 1$ nên từ giả thiết $\pi^\alpha > \pi^\beta$ ta có $\alpha > \beta$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 239. Cho $a > 0, a \neq 1; m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0$, chọn đẳng thức đúng.

- A. $(a^m)^n = a^{m+n}$. B. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$. C. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^n}$. D. $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$.

Lời giải.

Ta có $(a^m)^n = a^{mn}, a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 240. Cho số thực dương a và các số thực x, y . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $a^x - a^y = a^{x-y}$. B. $a^x + a^y = a^y + a^x$. C. $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$. D. $(a^x)^y = (a^y)^x$.

Lời giải.

$a^x - a^y = a^{x-y}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 241. Cho a là một số thực dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $a^{\frac{5}{6}}$. B. $a^{\frac{7}{6}}$. C. $a^{\frac{11}{6}}$. D. $a^{\frac{5}{5}}$.

Lời giải.

Ta có $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{6}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 242. Biểu thức $\sqrt[3]{x^4\sqrt{x}}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $x^{\frac{1}{12}}$. B. $x^{\frac{1}{7}}$. C. $x^{\frac{5}{4}}$. D. $x^{\frac{5}{12}}$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt[3]{x^4\sqrt{x}} = \sqrt[3]{x^4 \cdot x^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{x^{\frac{5}{2}}} = x^{\frac{5}{12}}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 243. Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x^5}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{5}{4}}$. B. $P = x^{\frac{4}{5}}$. C. $P = x^9$. D. $P = x^{20}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ ($a > 0$), suy ra $P = \sqrt[4]{x^5} = x^{\frac{5}{4}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 244. Với các số thực a, b bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2^a \cdot 2^b = 2^{ab}$. B. $2^a \cdot 2^b = 2^{a-b}$. C. $2^a \cdot 2^b = 2^{a+b}$. D. $2^a \cdot 2^b = 4^{ab}$.

Lời giải.

Theo định nghĩa nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta có $2^a \cdot 2^b = 2^{a+b}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 245. Với các số thực a, b bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\frac{5^a}{5^b} = 5^{\frac{a}{b}}$. B. $5^{-a} \cdot 5^b = 5^{a+b}$. C. $2^a \cdot 2^b = 2^{ab}$. D. $\frac{3^a}{3^b} = 3^{a-b}$.

Lời giải.

Mệnh đề đúng là “ $\frac{3^a}{3^b} = 3^{a-b}$ ”.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 246. Cho các số thực $a, b, n, m (a, b > 0)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$. B. $(a^m)^n = a^{m+n}$.
C. $(a+b)^m = a^m + b^m$. D. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Lời giải.

Theo quy tắc nhân hai lũy thừa cùng cơ số ta có $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 247. Cho α là một số thực dương. Viết $\alpha^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\alpha}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

- A. $\alpha^{\frac{7}{3}}$. B. $\alpha^{\frac{7}{6}}$. C. $\alpha^{\frac{5}{3}}$. D. $\alpha^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải.

$$\alpha^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\alpha} = \alpha^{\frac{2}{3}} \cdot \alpha^{\frac{1}{2}} = \alpha^{\frac{7}{6}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 248. Cho a là số thực dương. Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{a^5} \frac{1}{\sqrt{a}}$ dưới dạng lũy thừa cơ số a ta được kết quả

- A. $P = a^{\frac{19}{6}}$. B. $P = a^{\frac{5}{6}}$. C. $P = a^{\frac{7}{6}}$. D. $P = a^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải.

$$P = a^{\frac{5}{3}} a^{-\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{3} + \frac{-1}{2}} = a^{\frac{7}{6}}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 249. Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $(x^n)^m = x^{nm}$. B. $x^m y^n = (xy)^{m+n}$. C. $x^m x^n = x^{m+n}$. D. $(xy)^n = x^n y^n$.

Lời giải.

Theo công thức lũy thừa thì đẳng thức $x^m y^n = (xy)^{m+n}$ là sai.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 250. Cho đẳng thức $\frac{\sqrt[3]{a^2 \sqrt{a}}}{a^3} = a^\alpha, 0 < a \neq 1$. Khi đó α thuộc khoảng nào?

- A. $(-1; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(-2; -1)$. D. $(-3; -2)$.

Lời giải.

$$\text{Ta thấy } a^\alpha = \frac{\sqrt[3]{a^2 \sqrt{a}}}{a^3} = \frac{a^{\frac{5}{6}}}{a^3} = a^{-\frac{13}{6}} \Rightarrow \alpha = -\frac{13}{6} \in (-3; -2).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 251. Biến đổi biểu thức $A = \sqrt[5]{a^3 \sqrt{a \sqrt{a}}}$, ta được biểu thức nào sau đây? ($a \geq 0$).

- A. $A = a^{\frac{3}{10}}$. B. $A = a^{\frac{7}{10}}$. C. $A = a^{\frac{3}{5}}$. D. $A = a^{\frac{7}{5}}$.

Lời giải.

$$A = \sqrt[5]{a^3 \sqrt{a \sqrt{a}}} = \sqrt[5]{a^3 \sqrt[4]{a \sqrt{a}}} = \sqrt[5]{\sqrt[3]{a^4 \sqrt{a}}} = \sqrt[5]{\sqrt[3]{\sqrt{a^9}}} = \left(\left((a^9)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{5}} = (a)^{\frac{9}{30}} = (a)^{\frac{3}{10}}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 252. Cho các số thực m, n và a là số thực dương. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $a^{m+n} = (a^m)^n$. B. $a^{m+n} = \frac{a^m}{a^n}$. C. $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$. D. $a^{m+n} = a^m + n$.

Lời giải.

Ta có $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 253. Cho $(\sqrt{5} - 2)^a > (\sqrt{5} - 2)^b$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a > b$. B. $a < b$. C. $a \leq b$. D. $a \geq b$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{5} - 2 < 1$, do đó nếu $(\sqrt{5} - 2)^a > (\sqrt{5} - 2)^b$ thì ta suy ra $a < b$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 254. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^8} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^5 \cdot \sqrt[4]{a^{-3}}}$ ($a > 0$), ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$

và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $3m^2 - 2n = 0$. B. $m^2 + n^2 = 25$. C. $m^2 - n^2 = 25$. D. $2m^2 + n^2 = 10$.

Lời giải.

Ta có $A = \frac{a^{\frac{8}{3}} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^5 \cdot a^{-\frac{3}{4}}} = a^{\frac{3}{4}}$. Suy ra $m = 3, n = 4$ và $m^2 + n^2 = 25$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 255. Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$. B. $x^m \cdot y^n = (xy)^{m+n}$. C. $(x^n)^m = x^{nm}$. D. $(xy)^n = x^n \cdot y^n$.

Lời giải.

Ta có $(xy)^{m+n} = x^{m+n} \cdot y^{m+n} = x^m x^n \cdot y^m y^n$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 256. Biết $a^x < a^y \Leftrightarrow x > y$. Khi đó, khẳng định đúng về a là

- A. $a > 0$. B. $0 < a < 1$. C. $a \in \mathbb{R}$. D. $a > 1$.

Lời giải.

Ta xét hàm số $y = a^x$ ($0 < a, a \neq 1$). Hàm số đồng biến khi $a > 1$ và nghịch biến khi $0 < a < 1$.

Từ điều kiện $a^x < a^y \Leftrightarrow x > y$, ta suy ra $0 < a < 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 257. Rút gọn biểu thức $A = (\sqrt{a})^3 \cdot (\sqrt[3]{a^4}) \cdot (\sqrt[4]{a^5})$ (với $a > 0$).

- A. $A = a^{\frac{133}{60}}$. B. $A = a^{\frac{23}{12}}$. C. $A = a^{\frac{49}{12}}$. D. $A = a^{\frac{5}{2}}$.

Lời giải.

$A = (\sqrt{a})^3 \cdot (\sqrt[3]{a^4}) \cdot (\sqrt[4]{a^5}) = a^{\frac{3}{2} + \frac{4}{3} + \frac{5}{4}} = a^{\frac{49}{12}}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 258. Với α là số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $(10^\alpha)^2 = 100^\alpha$. B. $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha$. C. $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$. D. $(10^\alpha)^2 = 10^{\alpha^2}$.

Lời giải.

Ta có: $(10^\alpha)^2 = 10^{2\alpha}$ nên mệnh đề $(10^\alpha)^2 = 10^{\alpha^2}$ sai.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 259. Cho a là một số dương. Biểu thức $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

A. $a^{\frac{7}{6}}$.

B. $a^{\frac{11}{6}}$.

C. $a^{\frac{6}{5}}$.

D. $a^{\frac{5}{6}}$.

Lời giải.

Ta có $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{6}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 260. Với các số dương a, b bất kỳ, đặt $M = \left(\frac{a^{12}}{\sqrt[5]{b^3}} \right)^{-0,3}$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. $\log M = -\frac{18}{5} \log a - \frac{9}{50} \log b$.

B. $\log M = -\frac{18}{5} \log a + \frac{9}{50} \log b$.

C. $\log M = \frac{18}{5} \log a - \frac{9}{50} \log b$.

D. $\log M = \frac{18}{5} \log a + \frac{9}{50} \log b$.

Lời giải.

Ta có: $M = \left(a^{12} b^{-\frac{3}{5}} \right)^{-0,3} = a^{-\frac{18}{5}} b^{\frac{9}{50}}$, suy ra: $\log M = -\frac{18}{5} \log a + \frac{9}{50} \log b$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 261. Cho x, y là hai số thực dương khác 1 và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$.

B. $x^n \cdot y^n = (xy)^n$.

C. $\frac{x^n}{y^m} = \left(\frac{x}{y} \right)^{n-m}$.

D. $\frac{x^n}{y^n} = \left(\frac{x}{y} \right)^n$.

Lời giải.

Theo tính chất lũy thừa với số mũ thực ta có:

— $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$.

— $x^n \cdot y^n = (xy)^n$.

— $\frac{x^n}{y^n} = \left(\frac{x}{y} \right)^n$.

Do đó đẳng thức $\frac{x^n}{y^m} = \left(\frac{x}{y} \right)^{n-m}$ là **sai**.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 262. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = \sqrt{x}$.

B. $P = x^{\frac{1}{8}}$.

C. $P = x^{\frac{2}{9}}$.

D. $P = x^2$.

Lời giải.

Ta có $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 263. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào có nghĩa?

A. $(-2)^{\sqrt{2}}$.

B. $(-3)^{-6}$.

C. $(-5)^{-\frac{3}{4}}$.

D. 0^{-3} .

Lời giải.

Các biểu thức $(-2)^{\sqrt{2}}$ và $(-5)^{-\frac{3}{4}}$ không có nghĩa vì các số mũ không là số nguyên nên cơ số phải là số thực dương. Biểu thức 0^{-3} không có nghĩa.

Biểu thức $(-3)^{-6}$ là biểu thức có nghĩa.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 264. Cho các số thực a, b, n, m ($a, b > 0$). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(a^m)^n = a^{m+n}$.

B. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

C. $\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$.

D. $(a+b)^m = a^m + b^m$.

Lời giải.

Áp dụng lý thuyết sách giáo khoa.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 265. Cho biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{11}{6}}$. B. $P = x^{\frac{7}{6}}$. C. $P = x^{\frac{5}{6}}$. D. $P = x$.

Lời giải.

$$P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 266. Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

- A. $Q = b^{\frac{5}{9}}$. B. $Q = b^2$. C. $Q = b^{-\frac{4}{3}}$. D. $Q = b^{\frac{4}{3}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } Q = b^{\frac{5}{3}} : b^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{5}{3} - \frac{1}{3}} = b^{\frac{4}{3}}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 267. Cho số thực $a > 1$ và các số thực α, β . Kết luận nào sau đây đúng?

- A. $\frac{1}{a^\alpha} < 0, \alpha \in \mathbb{R}$. B. $a^\alpha < 1, \alpha \in \mathbb{R}$. C. $a^\alpha > 1, \alpha \in \mathbb{R}$. D. $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

Lời giải.

Theo tính chất của lũy thừa với cơ số $a > 1$. Khi đó $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 268. Cho số dương a khác 1 và các số thực α, β . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$. B. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha\beta}$. C. $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}$. D. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 269. Cho a, b là các số thực dương. Rút gọn biểu thức $P = \frac{(\sqrt[4]{a^3b^2})^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}b^6}}}$.

- A. $P = ab^2$. B. $P = a^2b$. C. $P = ab$. D. $P = a^2b^2$.

Lời giải.

$$P = \frac{(a^3b^2)^{\frac{1}{4} \cdot 4}}{(a^{12}b^6)^{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}}} = \frac{a^3b^2}{a^2b} = ab.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 270. Tìm dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ của biểu thức $\sqrt[3]{a^5\sqrt[4]{a}}$ (với $a > 0$).

- A. $a^{\frac{7}{4}}$. B. $a^{\frac{1}{4}}$. C. $a^{\frac{4}{7}}$. D. $a^{\frac{1}{7}}$.

Lời giải.

$$\sqrt[3]{a^5\sqrt[4]{a}} = a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{12}} = a^{\frac{7}{4}}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 271. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[5]{x}$ với x là số thực dương.

- A. $P = x^{\frac{7}{15}}$. B. $P = x^{\frac{1}{5}}$. C. $P = x^{\frac{3}{8}}$. D. $P = x^{\frac{13}{15}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = x^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[5]{x} = x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{5}} = x^{\frac{11}{15}}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 272. Cho biểu thức $T = \sqrt[5]{a\sqrt[3]{a}}$ với $a > 0$. Viết biểu thức T dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $a^{\frac{1}{3}}$.

B. $a^{\frac{3}{5}}$.

C. $a^{\frac{4}{15}}$.

D. $a^{\frac{2}{15}}$.

Lời giải.

Ta có $T = \sqrt[5]{a\sqrt[3]{a}} = \sqrt[5]{a^{\frac{4}{3}}} = a^{\frac{4}{15}}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 273. Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

A. $a^{\frac{3}{8}}$.

B. $a^{\frac{8}{3}}$.

C. $\sqrt[3]{a^2}$.

D. $\sqrt[6]{a}$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}} = a^{\frac{2}{3 \cdot 4}} = a^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 274. Hãy rút gọn biểu thức $A = a^{1+\sqrt{5}} \cdot a^{1-\sqrt{5}}$.

A. $A = \frac{1}{a^4}$.

B. $A = \frac{1}{a^{-4}}$.

C. $A = a^2$.

D. $A = a^4$.

Lời giải.

$A = a^{1+\sqrt{5}} \cdot a^{1-\sqrt{5}} = a^{1+\sqrt{5}+1-\sqrt{5}} = a^2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 275. Rút gọn biểu thức $P = (2 - \sqrt{3})^{2017} \cdot (2 + \sqrt{3})^{2018}$.

A. $P = 2 - \sqrt{3}$.

B. $P = 1$.

C. $P = -2 - \sqrt{3}$.

D. $P = 2 + \sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có: $(2 - \sqrt{3}) \cdot (2 + \sqrt{3}) = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$.

Do đó:

$P = (2 - \sqrt{3})^{2017} \cdot (2 + \sqrt{3})^{2018} = (2 + \sqrt{3})^{-2017} \cdot (2 + \sqrt{3})^{2018} = (2 + \sqrt{3})^{-2017+2018} = 2 + \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 276. Cho số thực a thỏa $a^3 > a^\pi$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $0 < a < 1$.

B. $a < 0$.

C. $a > 1$.

D. $a = 1$.

Lời giải.

Trong đề bài có lũy thừa với số mũ thực, là a^π , nên $a > 0$.

Lại có: $3 < \pi$ mà $a^3 > a^\pi \Rightarrow 0 < a < 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 277. Tính giá trị của biểu thức $P = \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$.

A. $P = 16$.

B. $P = 18$.

C. $P = 12$.

D. $P = 24$.

Lời giải.

Ta có $P = (2^{-4})^{-0,75} + (2^{-3})^{-\frac{4}{3}} = 2^3 + 2^4 = 24$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 278. Tính $P = \left(\frac{3}{7}\right)^{-1} - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{-1}$.

A. $P = 2$.

B. $P = \frac{31}{48}$.

C. $P = \frac{2}{21}$.

D. $P = -\frac{141}{112}$.

Lời giải.

Ta có $P = \frac{7}{3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9} = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 279. Giá trị của biểu thức $A = 64^{\frac{1}{2}} \cdot 64^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{64}$ là

- A. $A = \sqrt[36]{64}$. B. $A = 2$. C. $A = 64$. D. $A = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $A = 64^{\frac{1}{2}} \cdot 64^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{64} = 8 \cdot 4 \cdot 2 = 64$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 280. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{a} \cdot a^{-2} \cdot a^{\frac{3}{4}}$, với $a > 0$.

- A. $P = a^{-\frac{7}{4}}$. B. $P = a^{-\frac{3}{4}}$. C. $P = a^{-\frac{1}{2}}$. D. $P = a^{\frac{5}{4}}$.

Lời giải.

$\sqrt{a} \cdot a^{-2} \cdot a^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-2} \cdot a^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{1}{2} + (-2) + \frac{3}{4}} = a^{-\frac{3}{4}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 281. Biểu thức $2^2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 8$ viết dưới dạng lũy thừa cơ số 2 với số mũ hữu tỷ là

- A. $2^{\frac{7}{2}}$. B. $2^{\frac{5}{2}}$. C. $2^{\frac{11}{2}}$. D. $2^{\frac{9}{2}}$.

Lời giải.

Ta có $2^2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 8 = 2^2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^3 = 2^{2+\frac{1}{2}+3} = 2^{\frac{11}{2}}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 282. Tập xác định của hàm số $y = (2 - x)^{\sqrt{3}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $2 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 283. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào đồng biến trên các khoảng xác định của nó?

- A. $y = \sqrt[3]{x}$. B. $y = x^4$. C. $y = x^{-4}$. D. $y = x^{-\frac{3}{4}}$.

Lời giải.

Hiển nhiên $\sqrt[3]{x_1} > \sqrt[3]{x_2}, \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 > x_2$. Vậy $y = \sqrt[3]{x}$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 284. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{5}}$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Vì hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{5}}$ có số mũ $\frac{1}{5}$ không nguyên nên hàm số xác định khi $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 285. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (3x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$. D. $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $3x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ x > \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$. Vậy $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 286. Tìm tập xác định của hàm số $y = (9x^2 - 1)^{\frac{1}{5}}$.

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.
 B. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right\}$.
 C. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.
 D. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $9x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ x < -\frac{1}{3} \end{cases}$. Vậy $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 287. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ thì cơ số phải thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

- A. Cơ số phải là số thực khác 0.
 B. Cơ số phải là số nguyên.
 C. Cơ số phải là số thực tùy ý.
 D. Cơ số phải là số thực dương.

Lời giải.

Lũy thừa với số mũ hữu tỉ thì cơ số phải là số thực dương.

Chọn đáp án **D** □

Câu 288. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 5x + 6)^{-2019}$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.
 B. $\mathcal{D} = (-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$.
 C. $\mathcal{D} = (2; 3)$.
 D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x^2 - 5x + 6)^{-2019}$ xác định khi và chỉ khi

$$x^2 - 5x + 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 3. \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 5x + 6)^{-2019}$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 289. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x + 1)^{\frac{1}{3}}$ là

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; -1)$.
 B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
 C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
 D. $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số lũy thừa $y = (x + 1)^{\frac{1}{3}}$ có số mũ bằng $\frac{1}{3} \notin \mathbb{Z}$.

Do đó điều kiện xác định của hàm số là

$$x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1.$$

Suy ra tập xác định của hàm số là

$$\mathcal{D} = (-1; +\infty).$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 290. Tập xác định của hàm số $f(x) = (2x^2 - 3x - 9)^{\frac{1}{2}}$ là

- A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (3; +\infty)$.
 B. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [3; +\infty)$.
 C. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup [3; +\infty)$.
 D. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup \left(-\frac{3}{2}; -1\right] \cup [3; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $2x^2 - 3x - 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \\ x > 3. \end{cases}$

Vậy tập xác định là $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 291. Cho hàm số $y = x^\pi$. Tính $y''(1)$.

A. $y''(1) = 0$.

B. $y''(1) = \ln^2 \pi$.

C. $y''(1) = \pi \ln \pi$.

D. $y''(1) = \pi(\pi - 1)$.

Lời giải.

Ta có $y' = \pi \cdot x^{\pi-1}$ nên $y'' = \pi(\pi - 1) \cdot x^{\pi-2}$.

Do đó $y''(1) = \pi(\pi - 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 292. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 + 2x - 3)^{\sqrt{2}}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1\}$.

D. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $x^2 + 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -3$ hoặc $x > 1$.

Vậy $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 293. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $f(x) = (4x - 3)^{\frac{1}{2}}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{4}\right\}$.

C. $\mathcal{D} = \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

D. $\mathcal{D} = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $4x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{4}$.

Vậy, tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 294. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $f(x) = (4x - 3)^{\frac{1}{2}}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{4}\right\}$.

C. $\mathcal{D} = \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

D. $\mathcal{D} = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Hàm số $f(x) = (4x - 3)^{\frac{1}{2}}$ có số mũ $\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$ nên xác định khi và chỉ khi $4x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{4}$.

Vậy $\mathcal{D} = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 295. Tập xác định của hàm số $y = (3x - x^2)^{-\frac{3}{2}}$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $(0; 3)$.

C. $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (3x - x^2)^{-\frac{3}{2}}$ xác định khi $3x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 3$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $(0; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 296. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^\pi$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. B. $(1; 2)$. C. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. D. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 297. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (1 - x)^{\sqrt{2}}$.

- A. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Ta có $y = (1 - x)^{\sqrt{2}}$ là hàm số lũy thừa với số mũ vô tỉ nên có điều kiện xác định: $1 - x > 0 \Leftrightarrow x < 1$.

Vậy tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 298. Tập xác định của hàm số $y = (x - 2)^{-3}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $[2; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $y = (x - 2)^{-3}$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 299. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-4}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = (-1; 1)$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$ (-4 là số mũ nguyên âm).

Vậy tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 300. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 5)^{\sqrt{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = [5; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (5; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; 5)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$.

Vậy $\mathcal{D} = (5; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 301. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{-\frac{1}{3}}$.

- A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. C. $(1; 2)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Vì $-\frac{1}{3}$ không nguyên nên: $y = (x^2 - 3x + 2)^{-\frac{1}{3}}$ xác định khi và chỉ khi $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2. \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 302. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (5 + 4x - x^2)^{\sqrt{2019}}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 5\}$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (1; 5)$. D. $\mathcal{D} = (-1; 5)$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $5 + 4x - x^2 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 5$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = (-1; 5)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 303. Tìm tập xác định của hàm số $y = (2 - x)^{-3}$.

- A. $(-\infty; 2]$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải.

Hàm số $y = (2 - x)^{-3}$ xác định khi $2 - x \neq 0$ hay $x \neq 2$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = (2 - x)^{-3}$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 304. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 2)^{\frac{1}{2}}$.

- A. $\mathcal{D} = [2; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. C. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x - 2)^{\frac{1}{2}}$ xác định khi $x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = [2; +\infty)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 305. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (-x^2 + 3x - 2)^{\frac{1}{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = (1; 2)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = [1; 2]$.

Lời giải.

Điều kiện $-x^2 + 3x - 2 > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$.

Vậy $\mathcal{D} = (1; 2)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 306. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{-4}$ là

- A. $[-1; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(1; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x - 1)^{-4}$ xác định khi và chỉ khi $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 307. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{-2019}$ là

- A. $\{1\}$. B. $(1; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x - 1)^{-2019}$ là hàm số lũy thừa có số mũ nguyên âm nên nó xác định

$$\Leftrightarrow x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 308. Hàm số $y = (4x^2 - 1)^4$ có tập xác định là

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 309. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^\pi$.

- A. $(1; 2)$. B. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.
C. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. D. $(\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^\pi$ xác định khi và chỉ khi $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2. \end{cases}$

Vậy $\mathcal{D} = (\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 310. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-4}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$. Do đó tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 311. Tập xác định của hàm số $y = (-x^2 + 6x - 8)^{\sqrt{2}}$ là

A. $\mathcal{D} = (2; 4)$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.

C. $\mathcal{D} = (4; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (-x^2 + 6x - 8)^{\sqrt{2}}$ là hàm lũy thừa có số mũ không nguyên nên hàm số xác định khi $-x^2 + 6x - 8 > 0 \Leftrightarrow x \in (2; 4)$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 312. Cho $\alpha \in \mathbb{R}$, tập xác định của hàm số $y = (1 + x)^\alpha$ là

A. $(-1; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $[-1; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $1 + x > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Vậy tập xác định là $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 313. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^n$ là

A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 314. Tìm tập xác định của hàm số $y = (2x - 1)^{-\frac{5}{3}}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

C. $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Ta có số mũ $-\frac{5}{3} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 315. Cho hai số nguyên n, k , với $0 \leq k \leq n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $C_n^k = C_n^{n-k}$.

B. $C_n^k = C_{n-k}^n$.

C. $C_n^k = C_n^{k+1}$.

D. $C_n^k = C_{n+1}^{n-k}$.

Lời giải.

— Theo tính chất của tổ hợp, khẳng định $C_n^k = C_n^{n-k}$ là khẳng định đúng.

— $C_n^k = C_{n-k}^n$ là sai vì với $k \neq n$ thì C_{n-k}^n không có nghĩa.

— $C_n^k = C_n^{k+1}$ là sai, chẳng hạn, với $k = 0, n > 1$ thì $1 = C_n^0 \neq C_n^1 = n$.

— $C_n^k = C_{n+1}^{n-k}$ sai, chẳng hạn, với $n > 1, k = 0$ thì $1 = C_n^0 \neq C_{n+1}^n = n + 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 316. Hàm số $f(x) = 2^{3x+4}$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = \frac{3 \cdot 2^{3x+4}}{\ln 2}$.

B. $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x+4} \ln 2$.

C. $f'(x) = 2^{3x+4} \ln 2$.

D. $f'(x) = \frac{2^{3x+4}}{\ln 2}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $(a^u)' = u' \cdot a^u \ln a$

Ta có $f'(x) = (3x + 4)' \cdot 2^{3x+4} \ln 2 = 3 \cdot 2^{3x+4} \ln 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 317. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{1}{5}}$.

A. $\mathcal{D} = [-2; 3]$.

B. $\mathcal{D} \setminus \{\pm 2\}$.

C. $\mathcal{D} = (-2; 2)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{5} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

Vậy hàm số đã cho có tập xác định $\mathcal{D} = (-2; 2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 318. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = \left(\frac{3}{4}\right)^x$.

B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

C. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

D. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$.

Lời giải.

Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$. Xét hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ có cơ số $a = \frac{\pi}{3} > 1$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 319. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{-3}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Lời giải.

Biểu thức $(x - 1)^{-3}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x \neq 1$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 320. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = 2$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. 1.

B. 8.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - z_0| = R$ là đường tròn có tâm I là điểm biểu diễn cho số phức z_0 và bán kính R . Vậy đường tròn có bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 321. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ là

A. $\mathcal{D} = (-\infty; 0)$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

C. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải.

Vì $\frac{1}{3} \notin \mathbb{Z}$ nên $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 322. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (3x - 5)^{\frac{\pi}{3}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{3}\right\}$. B. $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$. C. $\left[\frac{5}{3}; +\infty\right)$. D. $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Hàm số $y = (3x - 5)^{\frac{\pi}{3}}$ xác định khi và chỉ khi $3x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$.

Vậy, tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 323. Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = 2^x$. B. $y = e^x$. C. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$. D. $y = \log x$.

Lời giải.

Do $\frac{2}{3} < 1$, theo lý thuyết thì $\left(\frac{2}{3}\right)^x$ nghịch biến.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 324. Cho hàm số $y = x^{-\sqrt{2018}}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng về đường tiệm cận của đồ thị hàm số?

- A. Có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.
B. Có một tiệm cận ngang và không có tiệm cận đứng.
C. Không có tiệm cận.
D. Không có tiệm cận ngang và có một tiệm cận đứng.

Lời giải.

Hàm số $y = x^{-\sqrt{2018}}$ là hàm số lũy thừa có số mũ âm nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là trục Ox và tiệm cận đứng là trục Oy .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 325. Tìm tập xác định của hàm số $y = (1 + \sqrt{x-1})^{\sqrt{5}}$.

- A. $\mathcal{D} = [1; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 1+\sqrt{x-1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1 \Rightarrow \mathcal{D} = [1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 326. Tập xác định của hàm số $y = (x+2)^{\frac{3}{2}} - \sqrt{3-x}$ là

- A. $\mathcal{D} = (-2; 3]$. B. $\mathcal{D} = (-2; 3)$.
C. $\mathcal{D} = (-2; +\infty) \setminus \{3\}$. D. $\mathcal{D} = (-2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x+2)^{\frac{3}{2}} - \sqrt{3-x}$ xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x+2 > 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x \leq 3.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 327. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 + x - 2)^{-3}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
C. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số đã cho là hàm số lũy thừa với số mũ nguyên nên điều kiện xác định là

$$x^2 + x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 1. \end{cases}$$

Suy ra tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 328. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 2)^{\frac{4}{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải.

Vì $\frac{4}{3} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 329. Tìm tập xác định của hàm số $y = (2 - x)^{-3}$.

- A. $(-\infty; 2]$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải.

Hàm số $y = (2 - x)^{-3}$ xác định khi $2 - x \neq 0$ hay $x \neq 2$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = (2 - x)^{-3}$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 330. Cho các số thực a, b thỏa mãn $\log_{0,2} a > \log_{0,2} b$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a > b > 1$. B. $b > a > 1$. C. $a > b > 0$. D. $b > a > 0$.

Lời giải.

Vì $\log_a x$ với $0 < a < 1$ là hàm nghịch biến nên từ $\log_{0,2} a > \log_{0,2} b \Leftrightarrow b > a > 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 331. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (-1; 1)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2}$ là hàm số lũy thừa có số mũ -2 là số nguyên âm nên hàm số xác định khi $x^2 - 1 \neq 0$.

Vậy $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ là tập xác định của hàm số đã cho.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 332. Tập xác định của hàm số $y = (2x - 1)^{\sqrt{3}}$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (2x - 1)^{\sqrt{3}}$ xác định khi $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 333. Hàm số $y = (2x - 1)^{-4}$ có tập xác định là

- A. $(0; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. C. $\mathbb{R}$. D. $[0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $2x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 334. Tập xác định của hàm số $y = (x - 2)^{-\frac{1}{3}}$ là

A. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

D. $\mathcal{D} = (0; 2)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$. Suy ra $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 335. Tìm điều kiện của x để biểu thức $(x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$ có nghĩa.

A. $\forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

B. $\forall x \in (-1; 1)$.

C. $\forall x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

D. $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Lời giải.

Biểu thức $(x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$ có nghĩa khi $x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 336. Tập xác định của hàm số $y = (2 - x)^{\sqrt{3}}$ là

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

B. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; 2]$.

Lời giải.

Điều kiện $2 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2$.

Tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 337. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{2}{5}}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

B. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 338. Tập xác định của hàm số $y = (x - 3)^{-\sqrt{5}}$ là

A. $(-2; 1)$.

B. $(1; 3)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(3; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 339. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{2}}$ là

A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

B. $[1; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Vì $\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi và chỉ khi $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Vậy tập xác định $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 340. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 2)^{\frac{4}{3}}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

C. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x > 2$ nên tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 341. Tìm đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{2}{3}}$.

A. $y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$.

B. $y' = \frac{2}{3}x$.

C. $y' = \frac{2}{3}\sqrt[3]{x}$.

D. $y' = \frac{2}{3x^3}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức đạo hàm của hàm số $y = x^\alpha \Rightarrow y' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$.

Với $x > 0$ ta có $y' = \frac{2}{3} \cdot x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 342. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

A. $(1; +\infty)$.

B. $[1; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Vì $\frac{1}{5} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ xác định khi và chỉ khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 343. Tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{-1}$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $\{2\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm lũy thừa có số mũ nguyên âm nên điều kiện là $x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 344. Tập xác định của hàm số $y = x^{(\sin 2018\pi)}$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. $[0; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y = x^{(\sin 2018\pi)} = x^0 \Rightarrow$ tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 345. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (2x-1)^{\frac{1}{3}}$.

A. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

B. $\mathcal{D} = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

C. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $2x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$. Tập xác định là $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 346. Tập xác định của hàm số $y = (2-x)^{\sqrt{3}}$ là

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; 2]$.

Lời giải.

Vì $\sqrt{3} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi và chỉ khi $2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$.

Vậy $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 347. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = (\sqrt{3}-1)^x$.

B. $y = (\pi - e)^x$.

C. $y = \pi^x$.

D. $y = (e-2)^x$.

Lời giải.

Ta có hàm số $y = \pi^x$ có cơ số $\pi > 1$ nên hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 348. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2}$.

- A. $[-1; 1]$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.
C. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2 - 1 \neq 0$ hay $x \neq \pm 1$.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 349. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (3x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$. B. $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $3x^2 - 1 > 0 \Rightarrow$ tập xác định $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 350. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3)^{-2}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{3}\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x^2 - 3)^{-2}$ xác định khi và chỉ khi $x^2 - 3 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \sqrt{3} \\ x \neq -\sqrt{3} \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 351. Tìm tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{1}{2}}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; 0)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Do $\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$ nên điều kiện xác định là $x > 0$, vậy $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 352. Cho hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ xác định trên khoảng $(0; +\infty)$. Đạo hàm của hàm số đã cho là

- A. $y' = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1} \ln \sqrt{2}$. B. $y' = x^{\sqrt{2}}$.
C. $y' = x^{\sqrt{2}} \ln \sqrt{2}$. D. $y' = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$, ta có: $y' = (x^{\sqrt{2}})' = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 353. Hàm số $y = x^{\pi+1} + (x^2 - 1)^{2e}$ có tập xác định là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \Leftrightarrow x > 1. \\ x > 0 \end{cases}$

Vậy tập xác định là $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 354. Tập xác định của hàm số $y = (x + 1)^{\frac{1}{2}}$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. C. $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = [-1; +\infty)$.

Lời giải.

Do số mũ không phải là số nguyên nên điều kiện xác định của hàm số là $x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$. Suy ra tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 355. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 + x - 2)^{-2}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (-2; 1)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$.

Lời giải.

Biểu thức $(x^2 + x - 2)^{-2}$ có nghĩa khi $x^2 + x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -2. \end{cases}$

Suy ra $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 356. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x + 2)^{0,1}$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; -2)$. B. $\mathcal{D} = [-2; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (-2; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Số 0,1 là số không nguyên nên điều kiện xác định của hàm số là $x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$. Vậy $\mathcal{D} = (-2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 357. Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là

- A. $\mathcal{D} = [0; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. D. $\mathcal{D} = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện: $4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{1}{2}$ nên tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 358. Tập xác định của hàm số $y = (2x - x^2)^{\frac{2}{3}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus (0; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $\mathbb{R}$. D. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện với lũy thừa hữu tỉ là: $2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 359. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = x^{\frac{1}{5}}$ là

- A. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{5}; +\infty\right)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{5}\right\}$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số lũy thừa $y = x^{\frac{1}{5}}$ có cơ số $\frac{1}{5} \in \mathbb{Q}$ và $\frac{1}{5} \notin \mathbb{Z}$ nên có tập xác định là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 360. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 1)^{-3}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Lời giải.

Vì -3 là số nguyên âm nên điều kiện xác định của hàm số là $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Vậy tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 361. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\ln(3a) = \ln 3 + \ln a$.

B. $\ln \frac{a}{3} = \frac{1}{3} \ln a$.

C. $\ln a^5 = \frac{1}{5} \ln a$.

D. $\ln(3 + a) = \ln 3 + \ln a$.

Lời giải.

Ta có

— $\ln(3a) = \ln 3 + \ln a$,

— $\ln \frac{a}{3} = \ln a - \ln 3$,

— $\ln a^5 = 5 \ln a$,

— $\ln(3 + a)$ không phân tích được.

Chọn đáp án **A** □

Câu 362. Cho hai số dương a, b thỏa mãn $a \neq 1$ và số thực α . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a a = 2a$.

B. $\log_a a^\alpha = \alpha$.

C. $\log_a 1 = 0$.

D. $a^{\log_a b} = b$.

Lời giải.

Ta có $\log_a a = 1$ nên $\log_a a = 2a$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **A** □

Câu 363. Giá trị của $4^{\frac{1}{2} \log_2 3 + 3 \log_8 5}$ bằng

A. 25.

B. 50.

C. 75.

D. 45.

Lời giải.

Ta có $4^{\frac{1}{2} \log_2 3 + 3 \log_8 5} = 4^{\log_4 3} \cdot 2^{2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \log_2 5} = 3 \cdot 5^2 = 75$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 364. $\log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right)$ bằng

A. 3.

B. $\frac{12}{5}$.

C. $\frac{9}{5}$.

D. 2.

Lời giải.

Có $\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} = \frac{a^2 \cdot a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{7}{15}}} = a^3$ nên $\log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right) = \log_a a^3 = 3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 365. Giá trị của $\log_{0,5} 0,125$ bằng

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

$\log_{0,5} 0,125 = \log_{0,5} (0,5)^3 = 3$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 366. Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$, x và y là hai số dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $\log_a(x + y) = \log_a x + \log_a y$.

B. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

D. $\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x$.

Lời giải.

$$— \log_a x + \log_a y = \log_a xy \neq \log_a(x + y).$$

$$— \log_a \frac{1}{x} = -\log_a x \neq \frac{1}{\log_a x}.$$

$$— \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y \neq \frac{\log_a x}{\log_a y}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 367. Giá trị của $\log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7}$ ($a > 0, a \neq 1$) bằng

A. $\frac{5}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 4.

D. $-\frac{7}{3}$.

Lời giải.

$$\log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7} = -\log_a a^{\frac{7}{3}} = -\frac{7}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 368. Giá trị của $64^{\frac{1}{2} \log_2 10}$ bằng

A. 400.

B. 1000.

C. 200.

D. 1200.

Lời giải.

$$64^{\frac{1}{2} \log_2 10} = 4^{3 \log_4 10} = 4^{\log_4 1000} = 1000.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 369. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $\log_a xy = \log_a x \cdot \log_a y$.

B. $\log_a x$ có nghĩa với mọi x .

C. $\log_a x^n = n \log_a x$ ($x > 0, n \neq 0$).

D. $\log_a 1 = a$ và $\log_a a = 0$.

Lời giải.

$$— \log_a xy = \log_a x + \log_a y \neq \log_a x \cdot \log_a y.$$

$$— \log_a x \text{ không có nghĩa với } x \leq 0.$$

$$— \log_a 1 = 0 \text{ và } \log_a a = 1.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 370. $\log_{\frac{1}{8}} \sqrt[4]{32}$ bằng

A. $\frac{5}{4}$.

B. 3.

C. $-\frac{5}{12}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải.

$$\log_{\frac{1}{8}} \sqrt[4]{32} = -\frac{1}{3} \log_2 2^{\frac{5}{4}} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{4} = -\frac{5}{12}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 371. Cho a, b, c là 3 số dương khác 1. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

B. $\log_a c = \log_a b + \log_b c$.

C. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$.

D. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ ($\alpha \neq 0$).

Lời giải.

Ta có $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ ($\alpha \neq 0$) nên $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$ là một khẳng định sai.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 372. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$.

B. $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b$.

C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 373. Cho hai số thực a, b với $1 < a < b$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $\log_a b < 1 < \log_b a$. B. $1 < \log_a b < \log_b a$. C. $\log_a b^2 < 1 < \log_b a$. D. $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Lời giải.

Do $1 < a < b$ nên ta có $\begin{cases} \log_b a < \log_b b \\ \log_a a < \log_a b. \end{cases}$

Từ đó suy ra $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 374. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log(ab^2)$ bằng

- A. $2 \log a + \log b$. B. $\log a + 2 \log b$. C. $2(\log a + \log b)$. D. $\log a + \frac{1}{2} \log b$.

Lời giải.

Ta có $\log(ab^2) = \log a + \log b^2 = \log a + 2 \log b$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 375. Cho a, b, c là các số thực dương và khác 1. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a \frac{a}{b} = \frac{\log_c a}{\log_c b}$. B. $\log_a(a+b) = \log_a b \log_a c$.
C. $\log_a b = \frac{1}{c} \log_a b$. D. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Lời giải.

Theo công thức đổi cơ số ta có $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 376. Cho $a > 0, a \neq 1$ và x, y là hai số thực thỏa mãn $xy > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a(x+y) = \log_a x + \log_a y$. B. $\log_a x^2 = 2 \log_a x$.
C. $\log_a(xy) = \log_a |x| + \log_a |y|$. D. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

Lời giải.

Các đẳng thức $\log_a x^2 = 2 \log_a x, \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$ sai khi $x < 0, y < 0$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 377. Cho $a, b, c > 0$ và $a \neq 1, b \neq 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$. B. $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$.
C. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. D. $\log_{a^c} b = c \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 378. Giá trị của biểu thức $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$ bằng

- A. 48. B. 56. C. 36. D. $8 \log_2 256$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
M &= \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256 \\
&= \log_2 2 + \log_2 2^2 + \log_2 2^3 + \dots + \log_2 2^8 \\
&= 1 + 2 + 3 + \dots + 8 \\
&= 36.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 379.** Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$. B. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$. C. $\log a^3 = 3 \log a$. D. $\log(3a) = 3 \log a$.

Lời giải.Áp dụng công thức $\log a^\alpha = \alpha \log a, \forall a > 0, \alpha \in \mathbb{R}$.Chọn đáp án **C** □**Câu 380.** Cho các mệnh đề sau:

- ① Cơ số của logarit phải là số nguyên dương.
- ② Chỉ số thực dương mới có logarit.
- ③ $\ln(A + B) = \ln A + \ln B$ với mọi $A > 0, B > 0$.
- ④ $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$, với mọi $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Số mệnh đề đúng là

A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải.

- ① Cơ số của logarit phải là số nguyên dương và khác 1 nên mệnh đề này **sai**.
- ② Chỉ số thực dương mới có logarit, đúng theo định nghĩa.
- ③ $\ln(A + B) = \ln A + \ln B$ với mọi $A > 0, B > 0$ là **sai** vì $\ln(A \cdot B) = \ln A + \ln B$.
- ④ $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$, với mọi $a, b, c \in \mathbb{R}$ là **sai** vì chưa thỏa điều kiện logarit.

Vậy số mệnh đề đúng là 1.

Chọn đáp án **A** □**Câu 381.** Giá trị của biểu thức $P = \log_a \left(a \cdot \sqrt[3]{a\sqrt{a}} \right)$ bằng

A. 3. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $P = \log_a \left(a \cdot \sqrt[3]{a\sqrt{a}} \right) = \log_a \left(a \cdot \sqrt[3]{a \cdot a^{\frac{1}{2}}} \right) = \log_a \left(a \cdot \sqrt[3]{a^{\frac{3}{2}}} \right) = \log_a \left(a^{\frac{3}{2}} \right) = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **B** □**Câu 382.** Số nào dưới đây lớn hơn 1?

A. $\log_3 2$. B. $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$. C. $\log_\pi e$. D. $\ln 3$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
&— \log_3 2 < \log_3 3 = 1. \\
&— \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4} < \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1. \\
&— \log_\pi e < \log_\pi \pi = 1. \\
&— \ln 3 > \ln e = 1.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 383. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$. B. $\log a^3 = 3 \log a$. C. $\log(3a) = 3 \log a$. D. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.

Lời giải.

Xét mệnh đề $\log a^3 = 3 \log a$ là đúng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 384. Biết $\log_6 3 = a$, $\log_6 5 = b$. Tính $I = \log_3 5$ theo a , b .

- A. $I = \frac{b}{a}$. B. $I = \frac{b}{1+a}$. C. $I = \frac{b}{1-a}$. D. $I = \frac{b}{a-1}$.

Lời giải.

Có $I = \log_3 5 = \frac{\log_6 5}{\log_6 3} = \frac{b}{a}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 385. Cho mệnh đề A: $\left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^{2018} > \left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^{2019}$ và mệnh đề B: $\log_{\frac{e}{2}} 2018 > \log_{\frac{e}{2}} 2019$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. A sai, B sai. B. A đúng, B đúng. C. A đúng, B sai. D. A sai, B đúng.

Lời giải.

Ta có $0 < \sin \frac{\pi}{12} < 1$ nên $\left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^{2018} > \left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^{2019}$ đúng.

Ta có $\frac{e}{2} > 1$ nên $\log_{\frac{e}{2}} 2018 > \log_{\frac{e}{2}} 2019$ là sai.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 386. Với $\log 3 = a$ thì $\log 9000$ được biểu diễn theo a bằng

- A. a^2 . B. $3 + 2a$. C. $a^2 + 3$. D. $3a^2$.

Lời giải.

Ta có $\log 9000 = \log (3^2 \cdot 10^3) = 2 \log 3 + 3 = 3 + 2a$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 387. Cho ba số thực dương bất kỳ a , b , c và cả ba số a , b , c đều khác 1. Tìm đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau.

- A. $\log_a bc - \log_a b = \log_a c$. B. $\log_a \frac{b}{c} - \log_a c = \log_a b$.
C. $\log_b a - \log_b c \cdot \log_c a = \log_a 1$. D. $\log_a b^c - c \cdot \log_a b \cdot \log_b b = 0$.

Lời giải.

Với ba số thực dương bất kỳ a , b , c và cả ba số a , b , c đều khác 1, ta có

- $\log_a bc - \log_a b = \log_a b + \log_a c - \log_a b = \log_a c$.
- $\log_a \frac{b}{c} - \log_a c = \log_a b - \log_a c - \log_a c = \log_a b - 2 \log_a c$.
- $\log_b a - \log_b c \cdot \log_c a = \log_b a - \log_b a = 0 = \log_a 1$.
- $\log_a b^c - c \cdot \log_a b \cdot \log_b b = c \cdot \log_a b - c \cdot \log_a b = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 388. Cho a là số thực dương bất kỳ. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$. B. $\log(3a) = 3 \log a$. C. $\log a^3 = 3 \log a$. D. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$.

Lời giải.

Với a là số thực dương bất kỳ, ta có $\log a^3 = 3 \log a$ và $\log(3a) = \log 3 + \log a$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 389. Với a , b , c là các số dương tùy ý và $a \neq 1$, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\log_a(b+c) = \log_a b \cdot \log_a c$. B. $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$.
 C. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$. D. $\log_a\left(\frac{1}{b}\right) = -\log_a b$.

Lời giải.

Theo tính chất của logarit với a, b, c là các số dương tùy ý và $a \neq 1$ ta có:

- $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$.
 — $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.
 — $\log_a\left(\frac{1}{b}\right) = \log_a b^{-1} = -\log_a b$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 390. Cho số thực $a > 0$ và $a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\log_a x$ có nghĩa với mọi x . B. $\log_a 1 = a$ và $\log_a a = 0$.
 C. $\log_a(x \cdot y) = \log_a x \cdot \log_a y$. D. $\log_a x^n = n \log_a x$ với $x > 0, n \neq 0$.

Lời giải.

Với số thực $a > 0$ và $a \neq 1$, ta có

- $\log_a x$ có nghĩa với mọi $x > 0$.
 — $\log_a 1 = 0$ và $\log_a a = 1$.
 — Với $x > 0, y > 0$ thì $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$.
 — $\log_a x^n = n \log_a x$ với $x > 0, n \neq 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 391. Cho $0 < a \neq 1, x > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\log_a x^2 = \log_{a^2} x$. B. $\log_a x^2 = \log_a(2x)$. C. $\log_a x^2 = 2 \log_a x$. D. $\log_a x^2 = \frac{1}{2} \log_a x$.

Lời giải.

Áp dụng định lý “Cho hai số dương $a, b; a \neq 1$. Với mọi α , ta có $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ ”.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 392. Cho hai số thực a, b bất kì với $0 < a \neq 1$. Tính $S = \log_a a^b$.

- A. $S = b^a$. B. $S = a$. C. $S = b$. D. $S = a^b$.

Lời giải.

Ta có $\log_a a^b = b, \forall 0 < a \neq 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 393. Với các số thực dương a, b bất kì, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. B. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. C. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$. D. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

Lời giải.

Với các số thực dương a, b bất kì thì $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 394. Cho a, b là các số thực dương. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$. C. $\ln(ab) = \ln a - \ln b$. D. $\ln(ab) = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Lời giải.

Ta có công thức $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 395. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a) = 3 \log a$. B. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$. C. $\log a^3 = 3 \log a$. D. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$.

Lời giải.

Ta có $\log a^3 = 3 \log a$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 396. Cho a, b là các số thực dương. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$. C. $\ln(ab) = \ln a - \ln b$. D. $\ln(ab) = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Lời giải.

Ta có $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 397. Cho $a, b > 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^{\ln b} = b^{\ln a}$. B. $\ln^2(ab) = \ln a^2 + \ln b^2$.
C. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}$. D. $\ln \sqrt{ab} = \frac{1}{2} (\ln \sqrt{a} + \ln \sqrt{b})$.

Lời giải.

Với $a, b > 0$, ta có $a^{\ln b} = b^{\ln a} \Leftrightarrow \ln a^{\ln b} = \ln b^{\ln a} \Leftrightarrow \ln b \cdot \ln a = \ln a \cdot \ln b$.

Bởi vậy, khẳng định đúng là “ $a^{\ln b} = b^{\ln a}$ ”.

Chọn đáp án **A** □

Câu 398. Giả sử $\log 2$ là 0,3010 khi viết 2^{2008} trong hệ thập phân ta được một số có bao nhiêu chữ số?

A. 605. B. 550. C. 600. D. 575.

Lời giải.

Số các chữ số của số đã cho là $[\log 2^{2008}] + 1 = [2008 \log 2] + 1 = [604, 408] + 1 = 605$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 399. Cho hai số thực dương x, y bất kỳ. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_2 \frac{x^2}{y} = \frac{2 \log_2 x}{\log_2 y}$. B. $\log_2 (x^2 y) = 2 \log_2 x + \log_2 y$.
C. $\log_2 (x^2 + y) = 2 \log_2 x \cdot \log_2 y$. D. $\log_2 (x^2 y) = \log_2 x + 2 \log_2 y$.

Lời giải.

Ta có $\log_2 (x^2 y) = \log_2 (x^2) + \log_2 y = 2 \log_2 x + \log_2 y$ nên $\log_2 (x^2 y) = 2 \log_2 x + \log_2 y$ là khẳng định đúng.

Chọn đáp án **B** □

Câu 400. Với số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. B. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. C. $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$. D. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.

Lời giải.

Theo lý thuyết.

Chọn đáp án **A** □

Câu 401. Rút gọn biểu thức $A = \log_a (a^3 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt[5]{a})$, ta được kết quả là:

A. $\frac{3}{10}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{35}{10}$. D. $\frac{37}{10}$.

Lời giải.

Ta có: $A = \log_a (a^3 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt[5]{a}) = \log_a \left(a^3 \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{5}} \right) = \log_a a^{3+\frac{1}{2}+\frac{1}{5}} = \log_a a^{\frac{37}{10}} = \frac{37}{10}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 402. Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$, mệnh đề nào sai?

A. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$.

D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Lời giải.

Ta có $\log_a \frac{1}{x} = \log_a x^{-1} = -\log_a x \neq \frac{1}{\log_a x}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 403. Cho a là số thực dương khác 4. Tính $I = \log_{\frac{a}{4}} \left(\frac{a^3}{64} \right)$.

A. $I = -\frac{1}{3}$.

B. $I = -3$.

C. $I = 3$.

D. $I = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $I = \log_{\frac{a}{4}} \left(\frac{a^3}{64} \right) = \log_{\frac{a}{4}} \left(\frac{a}{4} \right)^3 = 3 \log_{\frac{a}{4}} \left(\frac{a}{4} \right) = 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 404. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $P = \log_{a^2} a$.

A. $P = 2$.

B. $P = -\frac{1}{2}$.

C. $P = \frac{1}{2}$.

D. $P = -2$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_{a^2} a = \frac{1}{2} \log_a a = \frac{1}{2}$, do $\log_a a = 1$.

Vậy $P = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 405. Với số dương a tùy ý, ta có $\ln(6a) - \ln(2a)$ bằng

A. $\ln(4a)$.

B. $\ln(12a^2)$.

C. $4 \ln a$.

D. $\ln 3$.

Lời giải.

Ta có $\ln(6a) - \ln(2a) = \ln \frac{6a}{2a} = \ln 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 406. Cho $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$ sao cho $\log_a b = 3, \log_a c = -2$. Tính $\log_a(a^3 b^2 \sqrt{c})$.

A. 6.

B. -18.

C. -9.

D. 8.

Lời giải.

Ta có $\log_a(a^3 b^2 \sqrt{c}) = \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a \sqrt{c} = 3 + 2 \log_a b + \frac{1}{2} \log_a c = 3 + 2 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot (-2) = 8$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 407. Với a là số thực dương tùy ý, tính $\ln 7a - \ln 3a$.

A. $\frac{\ln 7a}{\ln 3a}$.

B. $\ln \frac{7}{3}$.

C. $\frac{\ln 7}{\ln 3}$.

D. $\ln 4a$.

Lời giải.

Ta có $\ln 7a - \ln 3a = \ln \frac{7a}{3a} = \ln \frac{7}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 408. Cho a, b là các số thực dương khác 1. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai?

A. $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$.

B. $a^{\log_a b} = b$.

C. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$.

D. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.

Lời giải.

Ta có $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$ khi và chỉ khi $a > 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 409. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = 27 \log_a b$. B. $P = 15 \log_a b$. C. $P = 9 \log_a b$. D. $P = 6 \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3 \log_a b + 6 \cdot \frac{1}{2} \log_a b = 6 \log_a b$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 410. Tính giá trị biểu thức $P = \log_{a^2}(a^{10}b^2) + \log_{\sqrt{a}}\left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right) + \log_{\sqrt[3]{b}}(b^{-2})$ (với $0 < a \neq 1$; $0 < b \neq 1$).

- A. $\sqrt{3}$. B. 1. C. $\sqrt{2}$. D. 2.

Lời giải.

Ta có $P = \log_{a^2}(a^{10}b^2) + \log_{\sqrt{a}}\left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right) + \log_{\sqrt[3]{b}}(b^{-2}) = 5 + \log_a b + 2 - \log_a b - 6 = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 411. Với a, b là hai số thực khác 0 tùy ý, $\ln(a^2b^4)$ bằng

- A. $2 \ln a + 4 \ln b$. B. $4 \ln a + 2 \ln b$. C. $2 \ln |a| + 4 \ln |b|$. D. $4 (\ln |a| + \ln |b|)$.

Lời giải.

Ta có $\ln(a^2b^4) = \ln a^2 + \ln b^4 = 2 \ln |a| + 4 \ln |b|$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 412. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. $\log_a x^n = n \log_a x$ (với $x > 0$). B. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$ (với $x > 0, y > 0$).
C. $\log_a x$ có nghĩa với mọi x . D. $\log_a 1 = a, \log_a a = 1$.

Lời giải.

Theo công thức của logarit thì công thức đúng là $\log_a x^n = n \log_a x$ (với $x > 0$).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 413. Cho a là số thực dương khác 1. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $\log_a 2 \cdot \log_2 a = 1$. B. $\log_a a = 1$. C. $a^{-\log_a 3} = 3$. D. $\log_a 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có $a^{-\log_a 3} = a^{\log_a 3^{-1}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 414. Cho số thực $a \neq 0$ và biểu thức $P = \log_3^2 a^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $P = 2 \log_3^2 a$. B. $P = 4 \log_3^2 a$. C. $P = 2 \log_3^2 |a|$. D. $P = 4 \log_3^2 |a|$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_3^2 a^2 = (2 \log_3 |a|)^2 = 4 \log_3^2 |a|$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 415. Với a, b là các số thực dương ($a \neq 1$). Giá trị của $a^{\log_a b^3}$ bằng

- A. $b^{\frac{1}{3}}$. B. $\frac{1}{3}b$. C. $3b$. D. b^3 .

Lời giải.

Ta có $a^{\log_a b^3} = b^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 416. Cho số thực $0 < a \neq 1$. Với mọi số thực dương x, y . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

B. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$.

D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a(x - y)$.

Lời giải.

Theo công thức lôgarit ta có $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 417. Cho $a > 0, b > 0$. Tìm đẳng thức sai.

A. $\log_2(ab)^2 = 2\log_2(ab)$.

B. $\log_2 a + \log_2 b = \log_2(ab)$.

C. $\log_2 a - \log_2 b = \log_2 \frac{a}{b}$.

D. $\log_2 a + \log_2 b = \log_2(a + b)$.

Lời giải.

$\log_2 a + \log_2 b = \log_2(a \cdot b) \neq \log_2(a + b)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 418. Với $a, b > 0$ tùy ý, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(ab) = \log a \log b$.

B. $\log(ab^2) = 2\log a + 2\log b$.

C. $\log(ab^2) = \log a + 2\log b$.

D. $\log(ab) = \log a - \log b$.

Lời giải.

Với $a, b > 0$ ta có:

$\log(ab) = \log a + \log b, \log(ab^2) = \log a + \log b^2 = \log a + 2\log b$.

Vậy “ $\log(ab^2) = \log a + 2\log b$ ” đúng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 419. Cho $a, b > 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log(ab^2) = \log a + 2\log b$.

B. $\log(ab) = \log a \log b$.

C. $\log(ab^2) = 2\log a + 2\log b$.

D. $\log(ab) = \log a - \log b$.

Lời giải.

$\log(ab^2) = \log a + \log b^2 = \log a + 2\log b$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 420. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\ln \frac{a}{b}$ bằng

A. $\frac{\ln a}{\ln b}$.

B. $\ln a + \ln b$.

C. $\ln a - \ln b$.

D. $\ln a \cdot \ln b$.

Lời giải.

Ta có $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 421. Cho a là số thực dương khác 1, mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\log a \cdot \log_a 10 = 1$.

B. $\log a = \frac{1}{\log 10}$.

C. $\ln a = \ln 10 \cdot \log a$.

D. $\log a = \frac{1}{\log_a 10}$.

Lời giải.

Ta có $\log a = \frac{1}{\log_a 10}$ nên mệnh đề sai là $\log a = \frac{1}{\log 10}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 422. Với a, b là các số dương tùy ý. Khi đó $\ln(a^2b^3)$ bằng

A. $\frac{\ln a}{2} + \frac{\ln b}{3}$.

B. $2 \ln a + 3 \ln b$.

C. $3 \ln a + 2 \ln b$.

D. $\frac{\ln a}{3} + \frac{\ln b}{2}$.

Lời giải.Với a, b là các số dương tùy ý, ta có: $\ln(a^2b^3) = \ln a^2 + \ln b^3 = 2 \ln a + 3 \ln b$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 423.** Với a, b là hai số thực khác 0 tùy ý, $\ln(a^2b^4)$ bằng

A. $2 \ln |a| + 4 \ln |b|$.

B. $4 (\ln |a| + \ln |b|)$.

C. $2 \ln a + 4 \ln b$.

D. $4 \ln a + 2 \ln b$.

Lời giải.Ta có $\ln(a^2b^4) = \ln a^2 + \ln b^4 = 2 \ln |a| + 4 \ln |b|$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 424.** Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$, khi đó $\log_{a^4}(ab)$ bằng

A. $\frac{1}{4} \log_a b$.

B. $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \log_a b$.

C. $4 \log_a b$.

D. $4 + 4 \log_a b$.

Lời giải.Ta có $\log_{a^4}(ab) = \frac{1}{4} \log_a(ab) = \frac{1}{4} (1 + \log_a b) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \log_a b$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 425.** Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\log(ab^4)$ bằng

A. $\log a + \frac{1}{4} \log b$.

B. $4 (\log a + \log b)$.

C. $\log a + 4 \log b$.

D. $4 \log a + \log b$.

Lời giải.Với a, b là các số thực dương, ta có $\log(ab^4) = \log a + 4 \log b$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 426.** Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.

A. $I = 2$.

B. $I = -\frac{1}{2}$.

C. $I = -2$.

D. $I = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right) = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a}{2} \right)^2 = 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 427.** Với a số thực dương khác 1. Giá trị $\log_a(5a^3)$ bằng

A. $5 + \log_a 3$.

B. $3 + \log_a 5$.

C. 15.

D. $5 \log_a 3$.

Lời giải.Ta có $\log_a(5a^3) = \log_a 5 + \log_a a^3 = 3 + \log_a 5$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 428.** Cho $\log_8 c = m$ và $\log_{c^3} 2 = n$. Khẳng định đúng là

A. $m \cdot n = \frac{1}{9} \log_2 c$.

B. $m \cdot n = 9$.

C. $m \cdot n = 9 \log_c 2$.

D. $m \cdot n = \frac{1}{9}$.

Lời giải.Ta thấy $m \cdot n = \log_8 c \cdot \log_{c^3} 2 = \frac{1}{9} \cdot \log_2 c \cdot \log_c 2 = \frac{1}{9}$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 429.** Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Biểu thức $\ln \frac{a}{b^2}$ bằng

A. $\ln a - 2 \ln b$.

B. $\ln a + \frac{1}{2} \ln b$.

C. $\ln a + 2 \ln b$.

D. $\ln a - \frac{1}{2} \ln b$.

Lời giải.

Ta có $\ln \frac{a}{b^2} = \ln a - \ln b^2 = \ln a - 2 \ln |b| = \ln a - 2 \ln b$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 430. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$.

B. $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b$.

C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 431. Với a, b, c là các số thực dương tùy ý khác 1 và $\log_a c = x, \log_b c = y$. Khi đó giá trị của $\log_c(ab)$ là

A. $x + y$.

B. $\frac{xy}{x + y}$.

C. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

D. $\frac{1}{xy}$.

Lời giải.

Ta có $\log_c(ab) = \log_c a + \log_c b = \frac{1}{\log_a c} + \frac{1}{\log_b c} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 432. Cho $\log_a b = 12$. Giá trị của $\log_a(a^3b)$ bằng

A. 1.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $\log_a(a^3b) = \log_a a^3 + \log_a b = 3 + 2 = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 433. Cho các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.

B. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$.

C. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

D. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Lời giải.

Ta có $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 434. Cho $a, b, c > 0; a \neq 1$ và số $\alpha \in \mathbb{R}$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a a^\alpha$.

B. $\log_a a = 1$.

C. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

D. $\log_a |b - c| = \log_a b - \log_a c$.

Lời giải.

Ta có mệnh đề $\log_a |b - c| = \log_a b - \log_a c$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 435. Với a là một số thực dương tùy ý khác 1, giá trị của $\log_{\sqrt{a}} a$ bằng

A. 2.

B. 0.

C. $\frac{1}{2}$.

D. -2.

Lời giải.

Ta có $\log_{\sqrt{a}} a = \log_a a^2 = 2 \log_a a = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 436. Cho a, b là các số thực dương, chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

A. $e^{\ln a - \ln b} = \frac{a}{b}$.

B. $\ln \frac{a}{\sqrt[3]{b}} = \ln a - 3 \ln b$.

C. $\ln(a^2b^4) = 2\ln(ab) + 2\ln b$.

D. $a \ln \frac{1}{b} = \ln(b^{-a})$.

Lời giải.

Ta có $\ln \frac{a}{\sqrt[3]{b}} = \ln a - \ln \sqrt[3]{b} = \ln a - \frac{1}{3} \ln b$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 437.** Cho hai số thực x và y , với $1 < y < x$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_x y < \log_y x < 1$. B. $1 < \log_x y < \log_y x$. C. $\log_x y < 1 < \log_y x$. D. $\log_y x < 1 < \log_x y$.

Lời giải.Với $1 < y < x$, ta có $\log_x y < 1$ và $1 < \log_y x$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 438.** Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. $\log_{a^2}(ab) = 2 + \log_a b$.

B. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$.

C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 439.** Biết $\log_2 a = x$ và $\log_2 b = y$, biểu thức $\log_2(4a^2b^3)$ bằng

A. x^3y^2 .

B. $2x + 3y + 2$.

C. $x^2 + y^3 + 4$.

D. $6xy$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(4a^2b^3) = \log_2 4 + \log_2 a^2 + \log_2 b^3 = 2\log_2 2 + 2\log_2 a + 3\log_2 b = 2x + 3y + 2$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 440.** Cho a là số thực dương tùy ý khác 3, giá trị của $\log_{\frac{a}{3}}\left(\frac{a^2}{9}\right)$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. -2.

Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{a}{3}}\left(\frac{a^2}{9}\right) = \log_{\frac{a}{3}}\left(\left(\frac{a}{3}\right)^2\right) = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 441.** Cho $a > 0, a \neq 1$. Tính $\log_a(a^2)$.

A. $2a$.

B. -2.

C. 2.

D. a .

Lời giải.

Ta có $\log_a(a^2) = 2\log_a a = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 442.** Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a) = 3\log a$.

B. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.

C. $\log a^3 = 3\log a$.

D. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$.

Lời giải.

Ta có $\log a^3 = 3\log a$.

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 443.** Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$.

B. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a - \log_2 b$.

C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b.$

D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b.$

Lời giải.

Ta thấy $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = \log_2 (2a^3) - \log_2 b = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 444. Biết $\log_{a^2} \left(\frac{a^3}{\sqrt{b}} \right) = 3$, tính $\log_a b$.

A. -6.

B. 5.

C. 12.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $3 = \log_{a^2} \left(\frac{a^3}{\sqrt{b}} \right) = \frac{1}{2}\log_a a^3 - \frac{1}{4}\log_a b = \frac{3}{2} - \frac{1}{4}\log_a b \Rightarrow \log_a b = -6.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 445. Với hai số thực dương a và b , $\ln \frac{a^2}{b^3}$ bằng

A. $2\ln a + 3\ln b.$

B. $2\ln a - \ln b.$

C. $2\ln a - 3\ln b.$

D. $\frac{2}{3}\ln \frac{a}{b}.$

Lời giải.

Ta có $\ln \frac{a^2}{b^3} = \ln a^2 - \ln b^3 = 2\ln a - 3\ln b.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 446. Cho $\log_3 5 = a$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_{\sqrt{3}} 75 = 2a.$

B. $\log_{\sqrt{3}} 75 = 2 + 4a.$

C. $\log_{\sqrt{3}} 75 = \frac{1+2a}{2}.$

D. $\log_{\sqrt{3}} 75 = 4a.$

Lời giải.

Ta có

$$\log_{\sqrt{3}} 75 = 2\log_3 75 = 2\log_3 (5^2 \cdot 3) = 2\log_3 3 + 2\log_3 5^2 = 2 + 4a.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 447. Với $0 < a \neq 0$, biểu thức nào sau đây có giá trị dương?

A. $\log_2 (\log_{\sqrt[4]{a}} a).$

B. $\log_a \left(\frac{1}{\sqrt[4]{a}} \right).$

C. $\log_a \left(\frac{1}{\log 10} \right).$

D. $\log_2 (\log_{a^2} a).$

Lời giải.

— $\log_2 (\log_{\sqrt[4]{a}} a) = \log_2 4 + \log_2 (\log_a a) = 2 > 0.$

— $\log_a \left(\frac{1}{\sqrt[4]{a}} \right) = \log_a a^{-\frac{1}{4}} = -\frac{1}{4}.$

— $\log_a \left(\frac{1}{\log 10} \right) = \log_a 1 = 0.$

— $\log_2 (\log_{a^2} a) = \log_2 \left(\frac{1}{2} \right) = -1.$

Vậy $\log_2 (\log_{\sqrt[4]{a}} a) > 0.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 448. Cho $a, b, c > 0$, $a \neq 1$ và số $\alpha \in \mathbb{R}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\log_a (b - c) = \log_a \left(\frac{b}{c} \right).$

B. $\log_a a = 1.$

C. $\log_a a^c = c.$

D. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b.$

Lời giải.

Ta có $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c \neq \log_a (b - c).$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 449. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log_2(a^3b^4)$ bằng

- A. $\frac{1}{3}\log_2 a + \frac{1}{4}\log_2 b$. B. $3\log_2 a + 4\log_2 b$. C. $2(\log_3 a + \log_4 b)$. D. $4\log_2 a + 3\log_2 b$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(a^3b^4) = \log_2(a^3) + \log_2(b^4) = 3\log_2 a + 4\log_2 b$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 450. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\log(a^2b^3)$ bằng

- A. $\frac{1}{2}\log a + \frac{1}{3}\log b$. B. $2\log a \cdot 3\log b$. C. $2\log a + \log b$. D. $2\log a + 3\log b$.

Lời giải.

Ta có $\log(a^2b^3) = \log a^2 + \log b^3 = 2\log a + 3\log b$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 451. Với x là số thực dương tùy ý, giá trị của biểu thức $\ln(10x) - \ln(5x)$ bằng

- A. $\ln(5x)$. B. 2. C. $\frac{\ln(10x)}{\ln(5x)}$. D. $\ln 2$.

Lời giải.

Ta có $\ln(10x) - \ln(5x) = \ln \frac{10x}{5x} = \ln 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 452. Cho a, b là các số dương tùy ý, khi đó $\ln(a + ab)$ bằng

- A. $\ln a \cdot \ln(ab)$. B. $\ln a + \ln(1 + b)$. C. $\frac{\ln a}{\ln(1 + b)}$. D. $\ln a + \ln(ab)$.

Lời giải.

Ta có $\ln(a + ab) = \ln[a(1 + b)] = \ln a + \ln(1 + b)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 453. Giá trị của biểu thức $9^{\frac{1}{2}\log_3 4}$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 16.

Lời giải.

Ta có $9^{\frac{1}{2}\log_3 4} = 3^{2 \cdot \frac{1}{2}\log_3 4} = 3^{\log_3 4} = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 454. Giá trị của $\log_2(4\sqrt{2})$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. 4. D. 3.

Lời giải.

Ta có $\log_2(4\sqrt{2}) = \log_2(2^{\frac{5}{2}}) = \frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 455. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $\log_{a^2}(a)$.

- A. $\log_{a^2}(a) = \frac{1}{2}$. B. $\log_{a^2}(a) = -\frac{1}{2}$. C. $\log_{a^2}(a) = 2$. D. $\log_{a^2}(a) = -2$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^2}(a) = \frac{1}{2}\log_a a = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 456. Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$. B. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$.
C. $\log(ab) = \log a + \log b$. D. $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$.

Lời giải.

Với các số thực dương a, b bất kỳ, ta có

$$\text{— } \log(ab) = \log a + \log b.$$

$$\text{— } \log \frac{a}{b} = \log a - \log b.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 457. Cho a là số thực dương, $a \neq 1$ và $P = \log_{\sqrt[3]{a}} a^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $P = \frac{3}{2}$.

B. $P = \frac{2}{3}$.

C. $P = 6$.

D. $P = 2$.

Lời giải.

Với $a > 0$ thì $P = \log_{\sqrt[3]{a}} a^2 = 6 \log_a a = 6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 458. Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$.

B. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$.

C. $\log(ab) = \log a + \log b$.

D. $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$.

Lời giải.

Theo công thức lôgarit ta có $\log(ab) = \log a + \log b$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 459. Cho $a, b > 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\ln(a + b) = \ln a + \ln b$.

B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.

C. $\ln(a^k) = \ln b \cdot \ln a$.

D. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Lời giải.

Với $a, b > 0$, ta có $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 460. Cho $0 < a \neq 1, 0 < b \neq 1, x > 0, y > 0, m \in \mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\log_a x = \log_a b \cdot \log_b x$.

B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

D. $\log_{a^m} x = \frac{1}{m} \cdot \log_a x$.

Lời giải.

Theo lý thuyết thì $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ nên $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **C** □

Câu 461. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$, ($0 < a \neq 1, b > 0, c > 0$). Tính giá trị của $P = \log_a \left(\frac{a^2 b^3}{c} \right)$.

A. $P = 6$.

B. $P = 5$.

C. $P = 1$.

D. $P = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$P = \log_a a^2 + \log_a b^3 - \log_a c = 2 + 3 \log_a b - 3 = 2 + 3 \cdot 2 - 3 = 5.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 462. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln a - \ln(3a)$ bằng

A. $\frac{\ln a}{\ln(3a)}$.

B. $-\ln(2a)$.

C. $-\ln 3$.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $\ln a - \ln(3a) = \ln a - (\ln 3 + \ln a) = -\ln 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 463. Cho a là số dương khác 1, x và y là các số dương. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_a x + \log_a y = \log_a(x + y)$.

B. $\log_a x + \log_a y = \log_a(xy)$.

C. $\log_a x + \log_a y = \log_a(x - y)$.

D. $\log_a x + \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$.

Lời giải.

Sử dụng tính chất của logarit.

Chọn đáp án **B** □

Câu 464. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Chỉ có lô-ga-rít của một số thực dương.

B. Chỉ có lô-ga-rít của một số thực lớn hơn 1.

C. Có lô-ga-rít của một số thực bất kỳ.

D. Chỉ có lô-ga-rít của một số thực dương khác 1.

Lời giải.

Theo định nghĩa lô-ga-rít, chỉ có lô-ga-rít của một số thực dương.

Chọn đáp án **A** □

Câu 465. Cho $\log_a b = 3$. Giá trị của biểu thức $\log_a(a^2b^3)$ bằng

A. 11.

B. 6.

C. 23.

D. 13.

Lời giải.

Ta thấy $\log_a(a^2b^3) = \log_a a^2 + \log_a b^3 = 2 + 3 \cdot 3 = 11$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 466. Với a là số thực dương tùy $\ln(2019a) - \ln(3a)$ bằng

A. $\ln \frac{2019}{3}$.

B. $\frac{\ln 2019}{\ln 3}$.

C. $\ln(2016a)$.

D. $\frac{\ln(2019a)}{\ln(3a)}$.

Lời giải.

Ta có $\ln(2019a) - \ln(3a) = \ln \frac{2019a}{3a} = \ln \frac{2019}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 467. Với a, b là hai số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. $\ln(a^b) = \frac{1}{b} \ln a$.

B. $\ln(a^b) = \frac{1}{a} \ln b$.

C. $\ln(ab) = \ln a - \ln b$.

D. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Lời giải.

Theo quy tắc tính lôgarit của một tích, ta có $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 468. Cho a, b, c là những số thực dương và $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a(b + c) = \log_a b + \log_a c$.

B. $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$.

C. $\log_a b = \log_c b \cdot \log_a c, (c \neq 1)$.

D. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

Lời giải.

Ta có

— $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$,

— $\log_a b = \log_c b \cdot \log_a c, (c \neq 1)$,

$$— \log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$$

là các mệnh đề đúng.

Mệnh đề $\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 469. Cho a là thực dương khác 3. Tính $I = \log_{\frac{a}{3}} \left(\frac{a^2}{9} \right)$.

A. $I = \frac{1}{2}$.

B. $I = 2$.

C. $I = -\frac{1}{2}$.

D. $I = -2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \log_{\frac{a}{3}} \left(\frac{a^2}{9} \right) = \log_{\frac{a}{3}} \left(\frac{a}{3} \right)^2 = 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 470. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\ln(a^2b^3)$ bằng

A. $2 \ln a + \ln 3b$.

B. $2 \ln a + 3 \ln b$.

C. $2(\ln a + \ln b)$.

D. $\ln a + \ln b^3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \ln(a^2b^3) = 2 \ln a + 3 \ln b.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 471. Cho a là số thực khác 0, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\log_3 a^2 = 2 \log_3 a$. B. $\log_3 a^2 = 2 \log_3 |a|$. C. $\log_3 a^2 = \frac{1}{2} \log_3 a$. D. $\log_3 a^2 = \frac{1}{2} \log_3 |a|$.

Lời giải.

$$\text{Vì } a \text{ là số thực khác 0 nên ta có } \log_3 a^2 = 2 \log_3 |a|.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 472. Với hai số thực dương a và b . Khi đó $\ln \frac{a^2}{b^6}$ bằng

A. $\ln a - 3 \ln b$.

B. $2 \ln a - \frac{1}{6} \ln b$.

C. $2 \ln a - 6 \ln b$.

D. $\frac{1}{3} \ln \frac{a}{b}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \ln \frac{a^2}{b^6} = \ln a^2 - \ln b^6 = 2 \ln a - 6 \ln b.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 473. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng

A. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$.

B. $\ln(2a)$.

C. $\ln \frac{5}{3}$.

D. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \ln(5a) - \ln(3a) = \ln \frac{5a}{3a} = \ln \frac{5}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 474. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng

A. $3 \log_3 a$.

B. $3 + \log_3 a$.

C. $1 + \log_3 a$.

D. $1 - \log_3 a$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_3(3a) = \log_3 3 + \log_3 a = 1 + \log_3 a.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 475. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a) - \ln(3a)$ bằng

A. $\frac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$.

B. $\frac{\ln 7}{\ln 3}$.

C. $\ln \frac{7}{3}$.

D. $\ln(4a)$.

Lời giải.

Ta có $\ln(7a) - \ln(3a) = \ln\left(\frac{7a}{3a}\right) = \ln\frac{7}{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 476. Giả sử x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_2(x + y) = \log_2 x + \log_2 y$.

B. $\log_2 \sqrt{xy} = \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$.

C. $\log_2 xy = \log_2 x + \log_2 y$.

D. $\log_2 \frac{x}{y} = \log_2 x - \log_2 y$.

Lời giải.

Theo lý thuyết, ta có $\log_2(x + y) \neq \log_2 x + \log_2 y$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 477. Cho a là số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_2(8a) = 4 + \log_2 a$.

B. $\log_2(8a) = 4 - \log_2 a$.

C. $\log_2(8a) = 3 + \log_2 a$.

D. $\log_2(8a) = 3 - \log_2 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(8a) = \log_2 8 + \log_2 a = 3 + \log_2 a$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 478. Cho a là số thực dương và khác 1. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\log_a \log_a 10 = 1$.

B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \forall x > 0, y > 0$.

C. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y, \forall x > 0, y > 0$.

D. $\log_a x^2 = 2 \log_a |x|, \forall x$.

Lời giải.

Các mệnh đề $\log_a \log_a 10 = 1, \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \forall x > 0, y > 0$ và $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y, \forall x > 0, y > 0$ đều đúng do tính chất của lô-ga-rít.

Mệnh đề $\log_a x^2 = 2 \log_a |x|, \forall x$ sai vì khi $x = 0$, cả hai vế của đẳng thức đều không xác định.

Chọn đáp án **D** □

Câu 479. Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln 3a = \frac{1}{3} \ln a$.

B. $\ln a^3 = \frac{1}{3} \ln a$.

C. $\ln a^3 = 3 \ln a$.

D. $\ln 3a = 3 \ln a$.

Lời giải.

Vì $a > 0$ nên $\ln a^3 = 3 \ln a$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 480. Cho a và b là các số thực dương bất kì. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

A. $\ln ab = \ln a + \ln b$.

B. $\ln a^2 + \ln \sqrt[3]{b} = 2 \ln a + \frac{1}{3} \ln b$.

C. $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$.

D. $\log(10ab)^2 = 2 + \log a + \log b$.

Lời giải.

$\log(10ab)^2 = 2 + \log a + \log b$ là mệnh đề sai vì $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 481. Với a là số thực khác 0 bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(10a^2) = \log(a^2) + 1$.

B. $\log |3a| = 3 \log |a|$.

C. $\log a^2 = 2 \log a$.

D. $\log(10a^2) = 10 \log(a^2)$.

Lời giải.

Theo lý thuyết.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 482. Cho a là số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(10a) = 10 \log a$.

B. $\log(10a) = \log a$.

C. $\log(10a) = 10 + \log a$.

D. $\log(10a) = 1 + \log a$.

Lời giải.

Ta có $\log(10a) = \log(10) + \log a = 1 + \log a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 483. Với a, b là các số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\log_{\frac{1}{5}} a > \log_{\frac{1}{5}} b \Leftrightarrow a > b$.

B. $\log_5 a > 1 \Leftrightarrow a > 5$.

C. $\log_5 a = \log_5 b \Leftrightarrow a = b$.

D. $\log_5 a > \log_5 b \Leftrightarrow a > b$.

Lời giải.

Do $\frac{1}{5} < 1$ nên $\log_{\frac{1}{5}} a > \log_{\frac{1}{5}} b \Leftrightarrow a < b$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 484. Tính giá trị biểu thức $\log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right)$ bằng

A. $\frac{9}{5}$.

B. 3.

C. $\frac{12}{5}$.

D. 2.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} a \neq 1 \\ a > 0 \end{cases}$.

$$\text{Ta có } \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right) = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{7}{15}}} \right) = \log_a \left(\frac{a^{\frac{52}{15}}}{a^{\frac{7}{15}}} \right) = \log_a a^3 = 3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 485. Cho a và b là các số thực dương bất kỳ, $a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $m = \log_a b \Leftrightarrow a^b = m$.

B. $m = \log_a b \Leftrightarrow a^m = b$.

C. $m = \log_a b \Leftrightarrow b^m = a$.

D. $m = \log_a b \Leftrightarrow b^a = m$.

Lời giải.

Ta có $m = \log_a b \Leftrightarrow a^m = b$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 486. Cho $a, b > 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log(ab^2) = \log a + 2 \log b$.

B. $\log(ab) = \log a \log b$.

C. $\log(ab^2) = 2 \log a + 2 \log b$.

D. $\log(ab) = \log a - \log b$.

Lời giải.

$$\log(ab^2) = \log a + \log b^2 = \log a + 2 \log b.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 487. Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a) < 0$.

B. $\log(3a) = 3 \log a$.

C. $\log_{2018} a^3 = 3 \log_{2018} a$.

D. $\log a^3 > 0$.

Lời giải.

Theo công thức trong sách giáo khoa, thì công thức đúng với a là số thực dương bất kỳ là $\log_{2018} a^3 = 3 \log_{2018} a$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 488. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a < b < 0$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \log a^2 - \log b^2$.

B. $\log(ab) = \log a + \log b$.

C. $\log \left(\frac{a}{b}\right) = \log |a| - \log |b|$.

D. $\log(a^2 - b)^3 = 3 \log(a^2 - b)$.

Lời giải.

Do $a < b < 0$ nên $\log a$ và $\log b$ không tồn tại nên mệnh đề $\log(ab) = \log a + \log b$ sai.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 489. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$.

B. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.

C. $\log a^3 = 3 \log a$.

D. $\log(3a) = 3 \log a$.

Lời giải.

Ta có: $\log a^3 = 3 \log a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 490. Cho a, x, y là các số thực dương, $a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y$.

B. $\log_a xy = \log_a x \cdot \log_a y$.

C. $\log_a x^y = y \log_a x$.

D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Lời giải.

Mệnh đề sai là $\log_a xy = \log_a x \cdot \log_a y$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 491. Với a, b là các số thực dương và $a \neq 1$. Biểu thức $\log_a(a^2b)$ bằng

A. $2 \log_a b$.

B. $1 + 2 \log_a b$.

C. $2 + \log_a b$.

D. $2 - \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_a(a^2b) = \log_a a^2 + \log_a b = 2 + \log_a b$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 492. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, $a \neq 0, n \in \mathbb{Z}^+$.

B. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$; $a, b, c > 0$; $a, c \neq 1$.

C. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, $m \in \mathbb{Z}$; $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

D. $a^{\log_a b} = b$; $a, b > 0$; $a \neq 1$.

Lời giải.

Mệnh đề sai là $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, $m \in \mathbb{Z}$; $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ vì thiếu điều kiện $a > 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 493. Giả sử x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\log_2(x + y) = \log_2 x + \log_2 y$.

B. $\log_2 \sqrt{xy} = \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$.

C. $\log_2 xy = \log_2 x + \log_2 y$.

D. $\log_2 \frac{x}{y} = \log_2 x - \log_2 y$.

Lời giải.

— Mệnh đề “ $\log_2 xy = \log_2 x + \log_2 y$ ” đúng, theo quy tắc tính lô-ga-rít của một tích.

— Mệnh đề “ $\log_2 \frac{x}{y} = \log_2 x - \log_2 y$ ” đúng, theo quy tắc tính lô-ga-rít của một thương.

— Ta có $\log_2 \sqrt{xy} = \log_2(xy)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_2 xy = \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$. Do đó, mệnh đề “ $\log_2 \sqrt{xy} = \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$ ” đúng.

— Mệnh đề “ $\log_2(x+y) = \log_2 x + \log_2 y$ ” sai.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 494. Cho a là số thực dương bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\ln(3a) = 3 \ln a$. B. $\ln(9a^2) = 18 \ln a$. C. $\ln(3a) = \frac{1}{3} \ln a$. D. $\ln(9a^2) = 2 \ln(3a)$.

Lời giải.

$$\ln(9a^2) = \ln[(3a)^2] = 2 \ln(3a).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 495. Cho a, b, c là ba số thực dương, khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a b = \log_b c \cdot \log_a b$. B. $a^{\log_b c} = b$.
C. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$. D. $\log_a \left(\frac{b}{a^3}\right) = \log_a b - 3$.

Lời giải.

— Sai, vì $\log_b c \cdot \log_a b = \log_a c$

— Sai, $b^{\log_b c} = c$.

— Sai, $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$.

— Đúng, $\log_a \left(\frac{b}{a^3}\right) = \log_a b - 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 496. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Nếu $0 < a < b$ thì $\log_{\frac{e}{2}} a < \log_{\frac{e}{2}} b$. B. Nếu $0 < a < b$ thì $\log a < \log b$.
C. Nếu $0 < a < b$ thì $\ln a < \ln b$. D. Nếu $0 < a < b$ thì $\log_{\frac{\pi}{4}} a < \log_{\frac{\pi}{4}} b$.

Lời giải.

Ta có, nếu $\begin{cases} 0 < a < b \\ c > 1 \end{cases}$ thì $\log_c a < \log_c b$ đúng, và nếu $\begin{cases} 0 < a < b \\ 0 < c < 1 \end{cases}$ thì $\log_c a < \log_c b$ sai.

Như vậy:

— Nếu $0 < a < b$ thì $\log_{\frac{e}{2}} a < \log_{\frac{e}{2}} b$ đúng vì $c = \frac{e}{2} > 1$.

— Nếu $0 < a < b$ thì $\log a < \log b$ đúng vì $c = 10 > 1$.

— Nếu $0 < a < b$ thì $\ln a < \ln b$ đúng vì $c = e > 1$.

— Nếu $0 < a < b$ thì $\log_{\frac{\pi}{4}} a < \log_{\frac{\pi}{4}} b$ sai vì $c = \frac{\pi}{4} < 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 497. Cho a, b, c là các số thực dương, $a \neq 1$, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \log_a x^2 = 2 \log_a x$. B. $\log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c$.
C. $\log_a \frac{b}{c} = \frac{\log_a b}{\log_a c}$. D. $2^a = 3 \Leftrightarrow a = \log_2 3$.

Lời giải.

Mệnh đề đúng là $2^a = 3 \Leftrightarrow a = \log_2 3$.

Mệnh đề $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \log_a x^2 = 2 \log_a x$ sai vì $\log_a x^2 = 2 \log_a |x|$.

Mệnh đề $\log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c$ sai vì $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

Mệnh đề $\log_a \frac{b}{c} = \frac{\log_a b}{\log_a c}$ sai vì $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 498. Với a, b là các số thực dương, mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng.

A. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$.

B. $\log ab = \log a \cdot \log b$.

C. $\log ab = \log a + \log b$.

D. $\log \frac{a}{b} = \log_b a$.

Lời giải.

Ta có các công thức

$$\log \frac{a}{b} = \log a - \log b,$$

$$\log ab = \log a + \log b.$$

Chọn đáp án **C** ☐**Câu 499.** Cho a, x, y dương, $a \neq 1$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\log x = \frac{\log_a x}{\log_a 10}$.

B. $\log x = \frac{\log_a x}{\log_a e}$.

C. $\log x = \frac{\log_a x}{\ln 10}$.

D. $\log x = \frac{\log_a x}{\log a}$.

Lời giải.

Ta có $\log x = \frac{\log_a x}{\log_a 10}$.

Chọn đáp án **A** ☐**Câu 500.** Với mọi $a > b > 1$, khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $a^b > b^a$.

B. $\log_a b < \log_b a$.

C. $a^{a-b} > b^{b-a}$.

D. $\log_a \frac{a+b}{2} < 1$.

Lời giải.

Với $a = 4, b = 2, 4^2 = 2^4$.

Chọn đáp án **A** ☐**Câu 501.** Cho $a > 0, a \neq 1$, giá trị của $\log_{a^3} a$ bằng

A. -3 .

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 3 .

Lời giải.

$$\log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **C** ☐**Câu 502.** Cho a, b, x, y là các số thực dương, $a \neq 1, b \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log_b a \log_a x = \log_b x$.

B. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

C. $\log_a \frac{1}{x} = \log_a x$.

D. $\log_a(x+y) = \log_a x + \log_a y$.

Lời giải.Theo công thức đổi cơ số, ta có $\log_b a \log_a x = \log_b x$.Chọn đáp án **A** ☐**Câu 503.** Cho a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log \sqrt[3]{a} = \log \frac{1}{3} \cdot \log a$.

B. $\log \sqrt[3]{a} = \frac{1}{3} \log a$.

C. $\log \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{\log a}$.

D. $\log \sqrt[3]{a} = a \log \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\log \sqrt[3]{a} = \frac{1}{3} \log a$.

Chọn đáp án **B** ☐**Câu 504.** Cho số thực $a > 1, b \neq 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a b^2 = -2 \log_a |b|$.

B. $\log_a b^2 = 2 \log_a b$.

C. $\log_a b^2 = 2 \log_a |b|$.

D. $\log_a b^2 = -2 \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $b \neq 0 \Leftrightarrow |b| > 0$. Khi đó ta có $\log_a b^2 = \log_a |b|^2 = 2 \log_a |b|$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 505. Cho a là một số dương lớn hơn 1. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$ với $x, y > 0$.

B. $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$.

C. $\log_a x$ có nghĩa khi và chỉ khi $x > 0$.

D. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$ với $x, y > 0$.

Lời giải.

Các công thức đúng theo sách giáo khoa Toán 12, chỉ có công thức sau sai: $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$ với $x, y > 0$. Công thức đúng là $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ với $x, y > 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 506. Cho $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

B. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

C. $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$.

D. $\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c$.

Lời giải.

Các công thức $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$, $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$ là các tính chất của logarit nên đúng.

Công thức $\log_a b + \log_a c = \log_a(bc)$ nên $\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c$ là sai.

Chọn đáp án **D** □

Câu 507. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(2108a) = 2108 \ln a$.

B. $\ln a^{2018} = \frac{1}{2018} \ln a$.

C. $\ln a^{2018} = 2018 \ln a$.

D. $\ln(2018a) = \frac{1}{2018} \ln a$.

Lời giải.

Ta thấy mệnh đề đúng là $\ln a^{2018} = 2018 \ln a$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 508. Cho a là số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_3(3a) = 3 + \log_3 a$.

B. $\log_3(3a) = 1 + a$.

C. $\log_3(3a) = 1 + \log_3 a$.

D. $\log_3(3a) = \log_3 a$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_3(3a) = \log_3 3 + \log_3 a = 1 + \log_3 a.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 509. Cho $0 < a \neq 1$ và $x > 0, y > 0$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây.

A. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

B. $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y$.

C. $\log_a(x+y) = \log_a x + \log_a y$.

D. $\log_a(x+y) = \log_a x \cdot \log_a y$.

Lời giải.

Mệnh đề đúng là $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 510. Cho a và b lần lượt là số hạng thứ nhất và thứ năm của một cấp số cộng có công sai

$d \neq 0$. Giá trị của $\log_2 \left(\frac{b-a}{d} \right)$ bằng

A. $\log_2 5$.

B. 3.

C. 2.

D. $\log_2 3$.

Lời giải.

Theo bài ra ta có: $b = a + 4d \Rightarrow \frac{b-a}{d} = 4 \Rightarrow \log_2 \left(\frac{b-a}{d} \right) = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 511. Cho các số dương a, b, c và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_a b + \log_a c = \log_a(bc)$.

B. $\log_a b + \log_a c = \log_a(b-c)$.

C. $\log_a b + \log_a c = \log_a |b-c|$.

D. $\log_a b + \log_a c = \log_a(b+c)$.

Lời giải.

Ta có $\log_a b + \log_a c = \log_a(bc)$ (vì a, b, c dương và $a \neq 1$).

Chọn đáp án **A**

□

Câu 512. Với a là một số thực dương bất kì, mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $\ln 3a = \ln 3 + \ln a$.

B. $\ln(3+a) = \ln 3 + \ln a$.

C. $\ln \frac{a}{3} = \frac{1}{3} \ln a$.

D. $\ln a^5 = \frac{1}{5} \ln a$.

Lời giải.

Theo công thức lôgarit của một tích ta có $\ln 3a = \ln 3 + \ln a$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 513. Với các số thực x, y dương bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 \left(\frac{x}{y} \right) = \frac{\log_2 x}{\log_2 y}$.

B. $\log_2(x^2 - y) = 2 \log_2 x - \log_2 y$.

C. $\log_2(xy) = \log_2 x \cdot \log_2 y$.

D. $\log_2(xy) = \log_2 x + \log_2 y$.

Lời giải.

Ta có công thức $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ (với điều kiện có nghĩa).

Chọn đáp án **D**

□

Câu 514. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_a \sqrt[3]{a}$.

A. $I = \frac{1}{3}$.

B. $I = 3$.

C. $I = 0$.

D. $I = -3$.

Lời giải.

Ta có $I = \log_a \sqrt[3]{a} = \log_a a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 515. Cho a là số thực khác 0, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\log_2^2 a^2 = \log_2^2 a$.

B. $\log_2^2 a^2 = 4 \log_2^2 |a|$.

C. $\log_2^2 a^2 = 4 \log_2^2 a$.

D. $\log_2^2 a^2 = \frac{1}{4} \log_2^2 |a|$.

Lời giải.

$\log_2^2 a^2 = 4 \log_2^2 |a|$. Vì điều kiện a phải dương.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 516. Với các số thực x, y dương bất kì, $y \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 \left(\frac{x}{y} \right) = \frac{\log_2 x}{\log_2 y}$.

B. $\log_2(xy) = \log_2 x + \log_2 y$.

C. $\log_2(x^2 - y) = 2 \log_2 x - \log_2 y$.

D. $\log_2(xy) = \log_2 x \log_2 y$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(xy) = \log_2 x + \log_2 y$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 517. Cho $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$.

B. $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$.

C. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$.

D. $\log_a (b + c) = \log_a b + \log_a c$.

Lời giải.

Theo các công thức về logarit.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 518. Cho $a, b > 0$; $a, b \neq 1$ và x, y là hai số thực dương. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

D. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$.

Lời giải.

Có $\log_a \frac{1}{x} = \log_a (x^{-1}) = -\log_a x$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 519. Với hai số thực bất kì $a \neq 0, b \neq 0$, khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\log (a^2 b^2) = 2 \log(ab)$.

B. $\log (a^2 b^2) = 3 \log \sqrt[3]{a^2 b^2}$.

C. $\log (a^2 b^2) = \log (a^4 b^6) - \log (a^2 b^4)$.

D. $\log (a^2 b^2) = \log a^2 + \log b^2$.

Lời giải.

Chọn $a = 1, b = -1$, ta có $\log (a^2 b^2) = 1$, nhưng $2 \log(ab)$ không có nghĩa.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 520. Cho a, b là hai số dương bất kì. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\ln a^b = b \ln a$.

B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.

C. $\ln(a + b) = \ln a + \ln b$.

D. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức logarit của lũy thừa $\ln a^\alpha = \alpha \ln a$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 521. Tính $M = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \dots + \ln \frac{2017}{2018}$.

A. $M = 2018$.

B. $M = \ln 2017$.

C. $M = \ln \frac{1}{2017}$.

D. $M = -\ln 2018$.

Lời giải.

$M = \ln 1 - \ln 2 + \ln 2 - \ln 3 + \dots + \ln 2017 - \ln 2018 = -\ln 2018$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 522. Cho a và b là số hạng thứ nhất và thứ năm của một cấp số cộng có công sai $d \neq 0$. Giá trị của $\log_2 \frac{b-a}{d}$ bằng

A. $\log_2 5$.

B. 2.

C. 3.

D. $\log_2 9$.

Lời giải.

Ta có $b = a + 4d$ nên $b - a = 4d$. Do đó, $\log_2 \frac{b-a}{d} = \log_2 \frac{4d}{d} = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 523. Với a là số thực dương bất kì và $a \neq 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln a^5 = \frac{1}{5} \ln a$.

B. $\log_{a^5} e = 5 \log_a e$.

C. $\log_{a^5} e = \frac{1}{5 \ln a}$.

D. $\ln a^5 = \frac{5}{\ln a}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{a^5} e = \frac{\ln e}{\ln a^5} = \frac{1}{5 \ln a}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 524. Cho $a > 0; a \neq 1$ và $x; y$ là hai số dương. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\log_a(x + y) = \log_a x + \log_a y.$

B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y.$

C. $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y.$

D. $\log_a(x + y) = \log_a x \cdot \log_a y.$

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 525. Cho các số thực dương a, b, c và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\log_a b + \log_a c = \log_a(b + c).$

B. $\log_a b + \log_a c = \log_a |b - c|.$

C. $\log_a b + \log_a c = \log_a(bc).$

D. $\log_a b + \log_a c = \log_a(b - c).$

Lời giải.

$$\text{Với } a, b, c \text{ và } a \neq 1 \text{ thì } \log_a b + \log_a c = \log_a(bc).$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 526. Với a và b là các số thực dương. Biểu thức $\log_a(a^2b)$ bằng

A. $2 + \log_a b.$

B. $2 - \log_a b.$

C. $2 \log_a b.$

D. $1 + 2 \log_a b.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_a(a^2b) = \log_a a^2 + \log_a b = 2 + \log_a b.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 527. Cho a, b, c là các số thực dương, a khác 1. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c.$

B. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c.$

C. $\log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c.$

D. $\log_a(b^c) = c \cdot \log_a b.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_a(bc) = \log_a b + \log_a c \text{ nên } \log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c \text{ sai.}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 528. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\log_3 5 > 0.$

B. $\log_{2+x^2} 2016 < \log_{2+x^2} 2017.$

C. $\log_{0,3} 0,8 < 0.$

D. $\log_3 4 > \log_4 \left(\frac{1}{3}\right).$

Lời giải.

$$\text{Vì } 3 > 1 \text{ và } 5 > 1 \text{ nên } \log_3 5 > \log_3 1 \Leftrightarrow \log_3 5 > 0 \text{ (đúng).}$$

$$\text{Vì } 2 + x^2 > 1 \text{ và } 2016 < 2017 \text{ nên } \log_{2+x^2} 2016 < \log_{2+x^2} 2017 \text{ (đúng).}$$

$$\text{Vì } \log_3 4 > 0 \text{ và } \log_4 \left(\frac{1}{3}\right) < 0 \text{ nên } \log_3 4 > \log_4 \left(\frac{1}{3}\right) \text{ (đúng).}$$

$$\text{Vì } 0,3 < 1 \text{ và } 0,8 < 1 \text{ nên } \log_{0,3} 0,8 > \log_{0,3} 1 \Leftrightarrow \log_{0,3} 0,8 > 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 529. Cho a, b là các số dương phân biệt khác 1 và thỏa mãn $ab = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_a b = 1.$

B. $\log_a(b + 1) < 0.$

C. $\log_a b = -1.$

D. $\log_a(b + 1) > 0.$

Lời giải.

$$\text{Ta có: } ab = 1 \Leftrightarrow b = a^{-1}. \text{ Từ đó ta có: } \log_a b = \log_a a^{-1} = -1.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 530. Cho các số thực dương a, b, c và khác 1. Hãy chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

A. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c.$

B. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c.$

C. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$

D. $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}.$

Lời giải.

Ta có $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 531. Biết $\log 3 = m, \log 5 = n$, tìm $\log_9 45$ theo m, n .

A. $1 - \frac{n}{2m}.$

B. $1 + \frac{n}{m}.$

C. $2 + \frac{n}{2m}.$

D. $1 + \frac{n}{2m}.$

Lời giải.

Ta có $\log_9 45 = \frac{\log 3^2 \cdot 5}{\log 3^2} = 1 + \frac{\log 5}{2 \log 3} = 1 + \frac{n}{2m}.$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 532. Cho a là số thực dương khác 1. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. $\log_a 2 \cdot \log_2 a = 1.$

B. $\log_a 1 = 0.$

C. $\log_a a = 1.$

D. $\log_a 2 = \frac{1}{\log_a 2}.$

Lời giải.

$\log_a 2 = \frac{1}{\log_a 2}$ không phải là công thức đổi cơ số, nếu đúng là $\log_a 2 = \frac{1}{\log_2 a}.$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 533. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b.$

B. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a.$

C. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b.$

D. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}.$

Lời giải.

Dễ thấy $\ln(ab) = \ln a + \ln b.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 534. Cho $0 < a \neq 1$ và x, y là hai số dương. Tìm mệnh đề đúng.

A. $\log_a(x + y) = \log_a x + \log_a y.$

B. $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y.$

C. $\log_a(x \cdot y) = \log_a x \cdot \log_a y.$

D. $\log_a(x + y) = \log_a x \cdot \log_a y.$

Lời giải.

Với $0 < a \neq 1$ và x, y là hai số dương thì ta luôn có $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y.$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 535. Cho ba số dương a, b, c (a và b khác 1). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_b a \cdot \log_b c = \log_b c.$

B. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c.$

C. $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c.$

D. $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c.$

Lời giải.

Công thức đổi cơ số: $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c.$

Quy tắc logarit của một tích: $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c.$

Quy tắc logarit của một thương: $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 536. Tính giá trị của biểu thức $I = a \cdot \log_2 \sqrt{8}$.

A. $I = \frac{2}{3}$.

B. $I = \frac{3a}{2}$.

C. $I = \frac{2a}{3}$.

D. $I = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$I = a \cdot \log_2 \sqrt{8} = a \cdot \log_2 2^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \cdot a \cdot \log_2 2 = \frac{3a}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 537. Cho a là số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2(8a) = 3 - \log_2 a$.

B. $\log_2(8a) = 3 + \log_2 a$.

C. $\log_2(8a) = 3 \log_2 a$.

D. $\log_2(8a) = 8 \log_2 a$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \log_2(8a) = \log_2 8 + \log_2 a = \log_2 2^3 + \log_2 a = 3 + \log_2 a.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 538. Cho $0 < a \neq 1$ và x, y là hai số dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\log_a(x \cdot y) = \log_a x \cdot \log_a y$.

B. $\log_a(x + y) = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$.

D. $\log_a(x + y) = \log_a x \cdot \log_a y$.

Lời giải.

$$\text{Theo lý thuyết ta có } \log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 539. Tính giá trị của biểu thức $A = \log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20$

A. 1.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 2.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } A = \log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20 = \log_8 \frac{12 \cdot 20}{15} = \log_8 16 = \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 540. Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng với mọi số dương x, y ?

A. $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$.

B. $\log_a(x + y) = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_a x \cdot \log_a y = \log_a(x + y)$.

D. $\log_a(x - y) = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

Lời giải.

$$\text{Theo công thức ta có } \log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y \text{ với mọi số dương } a, x, y \text{ và } a \neq 1.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 541. Giá trị của biểu thức $\log_4 25 + \log_2 1,6$ bằng

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_4 25 + \log_2 1,6 = \log_{2^2} 5^2 + \log_2 \frac{8}{5} = \log_2 5 + \log_2 8 - \log_2 5 = \log_2 2^3 = 3.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 542. Với x là số thực dương tùy ý, mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\log_{100} x = \log x$.

B. $\log_{100} x = 2 \log x$.

C. $\log_{100} x = \frac{1}{2} \log x$.

D. $\log_{100} x = -\log x$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{100} x = \log_{10^2} x = \frac{1}{2} \log_{10} x = \frac{1}{2} \log x.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 543. Với a, b, c là các số thực dương khác 1, mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề sai?

A. $\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$. B. $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$. C. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. D. $\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}$.

Lời giải.

Với a, b, c dương và khác 1, $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ mới là công thức đổi cơ số đúng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 544. Cho các số thực $a, b > 1$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $\log_a \frac{a}{b} = \log_b a$. B. $\log_a \frac{a}{b} = 1 + \log_a b$. C. $\log_a \frac{a}{b} = \log_a b$. D. $\log_a \frac{a}{b} = 1 - \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_a \frac{a}{b} = \log_a a - \log_a b = 1 - \log_a b$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 545. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $\log_{a^2} a$.

A. $\log_{a^2} a = \frac{1}{2}$. B. $\log_{a^2} a = -\frac{1}{2}$. C. $\log_{a^2} a = 2$. D. $\log_{a^2} a = -2$.

Lời giải.

Ta có: $\log_{a^2} a = \frac{1}{2} \log_a a = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 546. Với các số thực x, y dương bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2(x + y) = \log_2 x + \log_2 y$. B. $\log_2 \left(\frac{x}{y} \right) = \frac{\log_2 x}{\log_2 y}$.
C. $\log_2 \left(\frac{x^2}{y} \right) = 2 \log_2 x - \log_2 y$. D. $\log_2(xy) = \log_2 x \cdot \log_2 y$.

Lời giải.

Ta có $\log_2 \left(\frac{x^2}{y} \right) = \log_2(x^2) - \log_2 y = 2 \log_2 x - \log_2 y$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 547. Cho a là số thực dương tùy ý khác 3, giá trị của $\log_{\frac{a}{3}} \left(\frac{a^2}{9} \right)$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. 2. D. -2.

Lời giải.

Ta có: $\log_{\frac{a}{3}} \left(\frac{a^2}{9} \right) = 2 \cdot \log_{\frac{a}{3}} \frac{a}{3} = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 548. Cho $a, b > 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\ln(a + b) = \ln a + \ln b$. B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.
C. $\ln(a^b) = \ln b \cdot \ln a$. D. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 549. Cho a là số thực dương, $a \neq 1$ và $P = \log_{\sqrt[3]{a}} a^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $P = 6$. B. $P = 2$. C. $P = \frac{3}{2}$. D. $P = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_{\sqrt[3]{a}} a^2 = \log_{\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}}} a^2 = 3 \cdot 2 \cdot \log_a a = 6$ ($a > 0, a \neq 1$).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 550. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. B. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. C. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$. D. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

Lời giải.

Dựa vào lý thuyết.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 551. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln a - \ln(3a)$ bằng.

- A. $\frac{\ln a}{\ln(3a)}$. B. $-\ln(2a)$. C. $-\ln 3$. D. 0.

Lời giải.

$\ln a - \ln(3a) = \ln a - (\ln 3 + \ln a) = -\ln 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 552. Với a, b là các số thực dương tùy ý, $\ln(ab^2)$ bằng

- A. $2\ln a + \ln b$. B. $\ln a + 2\ln b$. C. $2(\ln a + \ln b)$. D. $\ln a + \frac{1}{2}\ln b$.

Lời giải.

$\ln(ab^2) = \ln a + \ln b^2 = \ln a + 2\ln b$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 553. Đặt $2^a = 3$, khi đó $\log_3 \sqrt[3]{16}$ bằng

- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{3}{4a}$. C. $\frac{4}{3a}$. D. $\frac{4a}{3}$.

Lời giải.

Ta có $2^a = 3 \Leftrightarrow \log_2 3 = a \Rightarrow \log_3 2 = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_3 \sqrt[3]{16} = \frac{4}{3a}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 554. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_5 x$. B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. C. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$. D. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$.

Lời giải.

Nhận thấy hàm số $y = \log_5 x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ vì cơ số $5 > 1$.

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ vì cơ số $0 < \frac{1}{2} < 1$.

Hàm số $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x} = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ vì cơ số $\frac{3}{2} > 1$.

Hàm số $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ vì cơ số $0 < \frac{e}{3} < 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 555. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $(\sqrt{3} - 1)^{2018} > (\sqrt{3} - 1)^{2017}$. B. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.
C. $(\sqrt{2} - 1)^{2017} > (\sqrt{2} - 1)^{2018}$. D. $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$.

Lời giải.

Ta có $0 < \sqrt{3} - 1 < 1$ nên $(\sqrt{3} - 1)^x$ là hàm nghịch biến. Suy ra $(\sqrt{3} - 1)^{2018} < (\sqrt{3} - 1)^{2017}$.

Do đó mệnh đề $(\sqrt{3} - 1)^{2018} > (\sqrt{3} - 1)^{2017}$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 556. Cho $f(x) = x^\pi \cdot \pi^x$. Khi đó $f'(1)$ bằng

- A. $\pi(\pi + \ln \pi)$. B. $\pi^2 \ln \pi$. C. $\pi \ln \pi$. D. $\pi(1 + \ln 2)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = x^{\pi-1}\pi^{x+1} + x^\pi \pi^x \ln \pi$. Suy ra $f'(1) = \pi(\pi + \ln \pi)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 557. Đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x+3}$ là

- A. $2^{2x+3} \ln 2$. B. $(2x+3)2^{x+2} \ln 2$. C. $2 \cdot 2^{2x+3}$. D. $2 \cdot 2^{2x+3} \ln 2$.

Lời giải.

$$y' = (2x+3)'2^{2x+3} \ln 2 = 2 \cdot 2^{2x+3} \ln 2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 558. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$. B. $y = \log_{\frac{e}{\pi}} x$. C. $\log_2 x$. D. $\log_{\pi} x$.

Lời giải.

Do $\frac{e}{\pi} < 1$ nên $\log_{\frac{e}{\pi}} x$ nghịch biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 559. Hàm số $y = \log_5(4x - x^2)$ có tập xác định là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(0; 4)$. C. $\mathbb{R}$. D. $(2; 6)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $4x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4$. Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $(0; 4)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 560. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$. D. $y = \ln x$.

Lời giải.

Theo tính chất ta có hàm số $y = \ln x$ đồng biến trên tập xác định $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 561. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = -\log(2x - x^2)$.

- A. $\mathcal{D} = \left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $\mathcal{D} = (0; 2)$. C. $\mathcal{D} = [0; 2]$. D. $\mathcal{D} = \left[0; \frac{1}{2}\right]$.

Lời giải.

Điều kiện: $2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 562. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_{\sqrt{10}-3} x$. B. $y = \log_2(x^2 - x)$. C. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^{2x}$. D. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_{\sqrt{10}-3} x$ có cơ số $a = \sqrt{10} - 3 < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Hàm số $y = \log_2(x^2 - x)$ có tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ nên hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \left(\frac{e}{3}\right)^{2x}$ có $\frac{e}{3} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ có $\frac{\pi}{3} > 1$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 563. Tập hợp các giá trị của x để biểu thức $A = \log_2(3 - 2x)$ có nghĩa là

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$. B. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$. D. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Biểu thức A có nghĩa khi và chỉ khi $3 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 564. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{x+3}{2-x}$ là

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 2\}$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = [-3; 2]$.

D. $\mathcal{D} = (-3; 2)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $\frac{x+3}{2-x} > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 565. Một người mỗi tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% mỗi tháng. Biết sau 15 tháng người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau ?

A. 613.000 đồng.

B. 645.000 đồng.

C. 635.000 đồng.

D. 535.000 đồng.

Lời giải.

Số tiền cả lãi lẫn gốc sau n tháng gửi: $S_n = \frac{T}{r}(1+r)[(1+r)^n - 1]$.

Số tiền cả lãi lẫn gốc sau 15 tháng gửi:

$$10.000.000 = \frac{T}{0,006}(1+0,006)[(1+0,006)^{15} - 1] \Leftrightarrow T \approx 635.301.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 566. Tập xác định của hàm số $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là

A. $[2; 3]$.

B. $(2; 3)$.

C. $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$.

D. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $-x^2 + 5x - 6 > 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$. Vậy $\mathcal{D} = (2; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 567. Cho $f(x) = xe^{-3x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là

A. $(-\infty; \frac{1}{3})$.

B. $(0; \frac{1}{3})$.

C. $(\frac{1}{3}; +\infty)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = e^{-3x} - 3xe^{-3x} = e^{-3x}(1 - 3x)$. Do đó $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 1 - 3x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{3}$. Vậy

$$S = (-\infty; \frac{1}{3}).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 568. Đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$ là

A. $y' = 2e^{1-2x}$.

B. $y' = -2e^{1-2x}$.

C. $y' = -\frac{e^{1-2x}}{2}$.

D. $y' = e^{1-2x}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (1 - 2x)'e^{1-2x} = -2e^{1-2x}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 569. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$.

B. $y = \left(\frac{\pi}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^x$.

C. $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}\right)^x$.

D. $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$.

Lời giải.

Ta có hàm số mũ $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 1$. Đối chiếu các phương án ta thấy chỉ có $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3} > 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 570. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(3 - 5x^2)$ là

A. $-\frac{10x}{5x^2 - 3}$.

B. $\frac{10}{5x^2 - 3}$.

C. $\frac{10x}{5x^2 - 3}$.

D. $\frac{2x}{3 - 5x^2}$.

Lời giải.

$$y' = \frac{(3 - 5x^2)'}{3 - 5x^2} = -\frac{10x}{3 - 5x^2} = \frac{10x}{5x^2 - 3}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 571. Cho hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} x$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.

B. Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là trục tung.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ nên phương án B sai.

Ta có $y' = \frac{1}{\ln \sqrt{5}x} > 0, \forall x > 0$ nên phương án A đúng.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = -\infty$ nên phương án C đúng.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên phương án D đúng.

Chọn đáp án **B** □

Câu 572. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(2x + 1)$.

A. $y' = \frac{1}{2x + 1}$.

B. $y' = \frac{1}{\ln(2x + 1)}$.

C. $y' = \frac{2}{2x + 1}$.

D. $y' = \frac{2}{\ln(2x + 1)}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(2x + 1)'}{2x + 1} = \frac{2}{2x + 1}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 573. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$.

A. $y' = x^2 e^x$.

B. $y' = 2e^x$.

C. $y' = -2xe^x$.

D. $y' = (2x - 2)e^x$.

Lời giải.

Ta có $y' = (2x - 2)e^x + (x^2 - 2x + 2)e^x = x^2 e^x$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 574. Với a là số thực dương bất kì mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(2018a) = 2018 \log a$.

B. $\log a^{2018} = \frac{1}{2018} \log a$.

C. $\log(2018a) = \frac{1}{2018} \log a$.

D. $\log a^{2018} = 2018 \log a$.

Lời giải.

Ta có

① Nếu $a, b > 0$ và $a \neq 1$ với n tùy ý thì $\log_a b^n = n \log_a b$.

② Nếu $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$ thì $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 575. Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $B = \log_2(2x - 1)$ xác định.

- A. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. B. $x \in (-1; +\infty)$. C. $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$. D. $x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của B là $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Suy ra tập xác định của B là $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 576. Cường độ một trận động đất M (richter) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ rung chấn tối đa gấp 4 lần biên độ rung chấn tối đa của trận động đất ở San Francisco. Tính cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ (làm tròn đến 1 chữ số thập phân).

- A. 33,2 richter. B. 12,3 richter. C. 8,9 richter. D. 2,1 richter.

Lời giải.

Do trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ rung chấn tối đa gấp 4 lần biên độ rung chấn tối đa của trận động đất ở San Francisco nên cường độ của trận động đất ở đó là

$$\log 4A - \log A_0 = \log 4 + \log A - \log A_0 = \log 4 + M \approx 8,9.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 577. Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = 2^x$. B. $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$. C. $y = \log_2 x$. D. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_2 x$ luôn nhận trục tung làm tiệm cận đứng

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 578. Xác định a để hàm số $y = (a^2 - a - 5)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $a > 0$. B. $\begin{cases} a < -2 \\ a > 3 \end{cases}$. C. $-2 < a < 3$. D. $a > 1$.

Lời giải.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow a^2 - a - 5 > 1 \Leftrightarrow a^2 - a - 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a < -2 \\ a > 3 \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 579. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log(2 - x)$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log(2 - x)$ xác định khi và chỉ khi $2 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 580. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x + 1)$.

- A. $y' = \frac{2 \ln 2}{2x + 1}$. B. $y' = \frac{2}{(2x + 1) \ln 2}$. C. $y' = \frac{2}{(2x + 1) \log 2}$. D. $y' = \frac{1}{(2x + 1) \ln 2}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$, ta được $y' = \frac{(2x+1)'}{(2x+1) \cdot \ln 2} = \frac{2}{(2x+1) \cdot \ln 2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 581. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{1}{(\sqrt{2}-1)^x}$. B. $y = \ln x$. C. $y = \frac{1}{3^x}$. D. $y = (\sqrt{3}-1)^x$.

Lời giải.

Vì $\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1 > 1$ nên hàm số $y = \frac{1}{(\sqrt{2}-1)^x}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 582. Hàm số nào dưới đây **không phải** là hàm số lũy thừa?

A. $y = x^{\frac{1}{3}}$ với $x > 0$. B. $y = x^3$. C. $y = x^{-1}$ với $x \neq 0$. D. $y = 2^x$.

Lời giải.

Hàm số $y = 2^x$ là hàm số mũ.

Các hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ với $x > 0$; $y = x^3$; $y = x^{-1}$ với $x \neq 0$ là các hàm số lũy thừa.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 583. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(3x+1)$.

A. $y' = \frac{3}{3x+1}$. B. $y' = \frac{1}{3x+1}$. C. $y' = \frac{3}{(3x+1) \ln 3}$. D. $y' = \frac{1}{(3x+1) \ln 3}$.

Lời giải.

$$y' = \frac{3}{(3x+1) \ln 3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 584. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

A. $(0; +\infty)$. B. $[0; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $x > 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 585. Tính đạo hàm của hàm số $y = 7^x$.

A. $y' = x \cdot 7^{x-1}$. B. $y' = 7^x \cdot \ln 7$. C. $y' = 7^x$. D. $y' = \frac{7^x}{\ln 7}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $(a^x)' = a^x \ln a$ ta được $(7^x)' = 7^x \cdot \ln 7$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 586. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2-1)$.

A. $y' = \frac{2x}{x^2-1}$. B. $y' = \frac{2x}{(x^2-1) \ln 3}$. C. $y' = \frac{2x \ln 3}{x^2-1}$. D. $y' = \frac{1}{(x^2-1) \ln 3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(x^2-1)'}{(x^2-1) \ln 3} = \frac{2x}{(x^2-1) \ln 3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 587. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$.

A. $\mathcal{D} = (-\infty; 0)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Lời giải.

Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 588. Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^x$.

A. $y' = 3^x \ln 3$.

B. $y' = 3^x$.

C. $y' = x \cdot 3^{x-1}$.

D. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3^x \ln 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 589. Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ ($a > 0; a \leq 1$) là

A. $(0; +\infty)$.

B. $[0; +\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Với $a > 0; a \leq 1$ thì $a^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra, tập giá trị của hàm số đã cho là $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 590. Tập xác định của hàm số $y = \log_{0.5}(x+1)$ là

A. $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

C. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; -1)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_{0.5}(x+1)$ xác định khi $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 591. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + x + 1)$ là hàm số nào sau đây?

A. $y' = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$.

B. $y' = \frac{1}{x^2+x+1}$.

C. $y' = \frac{-(2x+1)}{x^2+x+1}$.

D. $y' = \frac{-1}{x^2+x+1}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(x^2 + x + 1)'}{x^2 + x + 1} = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 592. Cho hai hàm số $f(x) = \log_2 x, g(x) = 2^x$. Xét các mệnh đề sau

(1) Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

(2) Tập xác định của hai hàm số trên là $\mathbb{R}$.

(3) Đồ thị hai hàm số cắt nhau tại đúng 1 điểm.

(4) Hai hàm số đều đồng biến trên tập xác định của nó.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Theo tính chất ta có

— Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

— Tập xác định của hàm số $f(x) = \log_2 x$ là $(0; +\infty)$, của hàm số $g(x) = 2^x$ là $\mathbb{R}$.

— Đồ thị hai hàm số đã cho không cắt nhau.

— Vì $a = 2 > 0$ nên hai hàm số đã cho đều đồng biến trên tập xác định của nó.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 593. Tập xác định của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$ là

A. $\mathcal{D} = [3; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

D. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^3 - 27 > 0 \Leftrightarrow x > 3$. Do đó $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 594. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(3x + 1)$.

- A. $y' = \frac{3}{3x+1}$. B. $y' = \frac{1}{3x+1}$. C. $y' = \frac{3}{(3x+1)\ln 3}$. D. $y' = \frac{1}{(3x+1)\ln 3}$.

Lời giải.

$$y = \log_3(3x + 1) \Rightarrow y' = \frac{3}{(3x + 1)\ln 3}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 595. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2x)e^x$ bằng

- A. $(x^2 - 2x + 2)e^x$. B. $(x^2 + 2)e^x$. C. $(x^2 - x)e^x$. D. $(x^2 - 2)e^x$.

Lời giải.

Ta có:

$$y = (x^2 - 2x)e^x \Rightarrow y' = (x^2 - 2x)'e^x + (x^2 - 2x)(e^x)' = (2x - 2)e^x + (x^2 - 2x)e^x = (x^2 - 2)e^x.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 596. Cho hàm số $f(x) = e^{2x+1}$. Khi đó $f'(1)$ bằng

- A. e^3 . B. e^2 . C. $2e^3$. D. $2e$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 2e^{2x+1}$ nên $f'(1) = 2e^3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 597. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$. B. $y = \log_{\pi} x$. C. $y = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^x$. D. $y = 2^x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên tập xác định của nó khi và chỉ khi $0 < a < 1$ và hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên tập xác định của nó khi và chỉ khi $0 < a < 1$.

Trong các hàm số trên, hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

Chọn đáp án **A** □

Câu 598. Hàm số $y = \log(x^2 - 2x)$ có đạo hàm là

- A. $y' = \frac{1}{x^2 - x}$. B. $y' = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x)\ln 10}$.
C. $y' = \frac{2x - 2}{x^2 - 2x}$. D. $y' = \frac{(2x - 2)\ln 10}{x^2 - 2x}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(x^2 - 2x)'}{(x^2 - 2x)\ln 10} = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x)\ln 10}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 599. Tìm tập xác định của hàm số $y = (2x - x^2)^{\sqrt{2019}}$.

- A. $(-\infty; 0] \cup [0; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $\mathbb{R}$. D. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = (2x - x^2)^{\sqrt{2019}}$ xác định khi $2x - x^2 > 0$, tức là $0 < x < 2$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 600. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. B. $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$.
C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$. D. $y = \log_{\frac{2}{3}} x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và có cơ số $0 < \frac{2}{e} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 601. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{2019} |x|$, $\forall x \neq 0$.

A. $y' = \frac{1}{|x| \ln 2019}$. B. $y' = \frac{1}{|x|}$. C. $y' = \frac{1}{x \ln 2019}$. D. $y' = x \ln 2019$.

Lời giải.

Áp dụng công thức đạo hàm, ta có $y' = \frac{1}{x \ln 2019}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 602. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\log(x+1) - 1}$.

A. $\mathcal{D} = (10; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = [9; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; 9]$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x+1 > 0 \\ \log(x+1) \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x+1 \geq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \geq 9 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 9$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = [9; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 603. Đạo hàm của hàm số $y = \log(1-x)$ là

A. $\frac{1}{(x-1) \ln 10}$. B. $\frac{1}{x-1}$. C. $\frac{1}{1-x}$. D. $\frac{1}{(1-x) \ln 10}$.

Lời giải.

$$y' = \frac{(1-x)'}{(1-x) \ln 10} = \frac{-1}{(1-x) \ln 10} = \frac{1}{(x-1) \ln 10}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 604. Hàm số $y = 2^{2x}$ có đạo hàm

A. $f'(x) = 2^{2x} \ln 2$. B. $f'(x) = 2^{2x-1}$. C. $f'(x) = 2^{2x+1} \ln 2$. D. $f'(x) = 2x 2^{2x-1}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (2x)' \cdot 2^{2x} \ln 2 = 2^{2x+1} \ln 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 605. Hàm số nào trong bốn hàm số liệt kê dưới đây nghịch biến trên các khoảng xác định của nó?

A. $y = \left(\frac{e}{2}\right)^{-2x}$. B. $y = \left(\frac{3}{e}\right)^x$. C. $y = 2017^x$. D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$.

Lời giải.

Ta có $y = \left(\frac{e}{2}\right)^{-2x} = \left(\frac{4}{e^2}\right)^x$ là hàm nghịch biến trên tập xác định vì $0 < \frac{4}{e^2} < 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 606. Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$. Tính $f'(1)$.

A. $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$. B. $f'(1) = \frac{1}{2}$. C. $f'(1) = \frac{1}{2 \ln 2}$. D. $f'(1) = 1$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \frac{2x}{\ln 2 \cdot (x^2 + 1)} \Rightarrow f'(1) = \frac{2 \cdot 1}{\ln 2 \cdot (1^2 + 1)} = \frac{1}{\ln 2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 607. Đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2+1}$ là

- A. $y' = 2x \cdot 2^{x^2+1}$. B. $y' = 2^{x^2+1} \ln 2$. C. $y' = (x^2 + 1) \cdot 2^{x^2}$. D. $y' = 2x \cdot 2^{x^2+1} \ln 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2x \cdot 2^{x^2+1} \ln 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 608. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 2018^x$. B. $y = 3^{-x}$. C. $y = (\sqrt{\pi})^x$. D. $y = e^x$.

Lời giải.

Ta có $y = 3^{-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ có cơ số $a = \frac{1}{3} < 1$ nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 609. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số logarit $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có tập xác định là khoảng $(0; +\infty)$.
 B. Đồ thị hàm số mũ $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) nhận trục tọa độ Ox làm tiệm cận ngang.
 C. Hàm số mũ $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) có tập xác định là khoảng $(0; +\infty)$.
 D. Hàm số mũ $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) và hàm số logarit $y = \log_a x$ đồng biến khi cơ số $a > 1$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số mũ $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 610. Đạo hàm của hàm số $y = 2020^x$ là

- A. $y' = x \cdot 2020^{x-1}$. B. $y' = 2020^x \cdot \log 2020$.
 C. $y' = 2020^x \cdot \ln 2020$. D. $y' = \frac{2020^x}{\ln 2020}$.

Lời giải.

Với $y = 2020^x$, ta có $y' = 2020^x \cdot \ln 2020$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 611. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + 2)$ là

- A. $\frac{2x}{x^2 + 2}$. B. $\frac{x}{x^2 + 1}$. C. $\frac{2x + 2}{x^2 + 2}$. D. $\frac{1}{x^2 + 2}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$ ta có: Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + 2)$ là $\frac{2x}{x^2 + 2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 612. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến?

- A. $y = \ln x$. B. $y = \log_{1-\sqrt{\frac{2018}{2019}}} x$. C. $y = \log_{\pi} x$. D. $y = \log_{4-\sqrt{3}} x$.

Lời giải.

Dựa vào kết quả: Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến khi $a < 0$, đồng biến khi $a > 0$, ta có $y = \log_{1-\sqrt{\frac{2018}{2019}}} x$ là hàm số nghịch biến.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 613. Tìm hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $f(x) = 3^x$. B. $f(x) = 3^{-x}$. C. $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$. D. $f(x) = \frac{3}{3^x}$.

Lời giải.

Hàm số $f(x) = 3^{-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ có cơ số $0 < a = \frac{1}{3} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$ có cơ số $0 < a = \frac{1}{\sqrt{3}} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $f(x) = \frac{3}{3^x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$ có cơ số $0 < a = \frac{1}{3} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $f(x) = 3^x$ có cơ số $a = 3 > 1$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 614. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\forall x \in \mathbb{R}, e^{x^2} \geq 1$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, e^{-x} < 1$.

C. $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{1}{e} \leq e^{\sin x} \leq e$.

D. $\forall x \in \mathbb{R}, e^x > 0$.

Lời giải.

Ta có $\forall x \in \mathbb{R}$ thì $y = e^x$ có tập giá trị là $(0; +\infty)$ do đó $\forall x \in \mathbb{R}, e^{-x} < 1$ là sai.

Chọn đáp án **B** □

Câu 615. Cho hàm số $f(x) = e^{\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2}$. Tìm mệnh đề đúng.

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(3; +\infty)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.

D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(3; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$; $f'(x) = (x^2 - 3x)e^{\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	∞	0	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	0	1	$e^{-\frac{9}{2}}$	$+\infty$	

Vậy hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(3; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 616. Hàm số $y = \log_2(3x - x^2)$ có tập xác định là

A. $(0; +\infty)$.

B. $(0; 3)$.

C. $[0; 3]$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow 3x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 3 \Leftrightarrow x \in (0; 3)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 617. Cho $f(x) = 3^x \cdot 2^x$. Khi đó, đạo hàm $f'(x)$ của hàm số là

A. $f'(x) = 3^x \cdot 2^x \ln 2 \cdot \ln 3$.

B. $f'(x) = 2^x \ln 2 + 3^x \ln 3$.

C. $f'(x) = 2^x \ln 2 - 3^x \ln 3$.

D. $f'(x) = 6^x \ln 6$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = 3^x \cdot 2^x = 6^x \Rightarrow f'(x) = 6^x \ln 6$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 618. Hàm số $y = xe^x$ có đạo hàm là

- A. $y' = xe^x$. B. $y' = (x+1)e^x$. C. $y' = 2e^x$. D. $y' = e^x$.

Lời giải.

Ta có $y' = x'e^x + x(e^x)' = e^x(1+x)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 619. Một người gửi tiết kiệm số tiền 80.000.000 đồng với lãi suất là 6,9%/năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc, hỏi sau đúng 5 năm người đó có rút được cả gốc và lãi số tiền gần với con số nào nhất sau đây?

- A. 107.677.000. B. 105.370.000. C. 111.680.000. D. 116.570.000.

Lời giải.

Áp dụng công thức lãi kép $N_k = N_0(1+a\%)^k$.

Số tiền sau đúng 5 năm người đó rút được là $80.000.000 \cdot \left(1 + \frac{6,9}{100}\right)^5 \approx 111.680.000$ đồng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 620. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$. B. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$. C. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. D. $y = \log_2(\sqrt{x} + 1)$.

Lời giải.

Ta có $0 < \frac{\pi}{4} < 1 \Rightarrow$ hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ nghịch biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 621. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + x + 1)$.

- A. $y' = (2x+1)\ln 3$. B. $y' = \frac{1}{(x^2+x+1)\ln 3}$.
C. $y' = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$. D. $y' = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{(x^2+x+1)\ln 3} \cdot (x^2+x+1)' = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 622. Đạo hàm của hàm số $f(x) = 2^x + x$ là

- A. $f'(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2}$. B. $f'(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 1$. C. $f'(x) = 2^x + 1$. D. $f'(x) = 2^x \ln 2 + 1$.

Lời giải.

$f'(x) = 2^x \ln 2 + 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 623. Hàm số $f(x) = \log_3(x^2 + x)$ có đạo hàm là

- A. $f'(x) = \frac{1}{(x^2+x)\ln 3}$. B. $f'(x) = \frac{(2x+1)\ln 3}{x^2+x}$.
C. $f'(x) = \frac{2x+1}{(x^2+x)\ln 3}$. D. $f'(x) = \frac{\ln 3}{x^2+x}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = [\log_3(x^2+x)]' = \frac{(x^2+x)'}{(x^2+x)\ln 3} = \frac{2x+1}{(x^2+x)\ln 3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 624. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$. B. $y = \log_{\pi} x$. C. $y = \log_2 x$. D. $y = \log_{0,3} x$.

Lời giải.

Vì $0 < 0,3 < 1$ nên hàm số $y = \log_{0,3} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

Các hàm số $y = \log_{\sqrt{3}} x$, $y = \log_{\pi} x$, $y = \log_2 x$ đều có cơ số lớn hơn 1 nên là các hàm đồng biến trên tập xác định.

Chọn đáp án (D) □

Câu 625. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x + 1)$.

A. $y' = \frac{1}{2x+1}$. B. $y' = \frac{2}{2x+1}$. C. $y' = \frac{1}{(2x+1)\ln 2}$. D. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 626. Cho hàm số $y = \frac{x}{1+\ln x}$ có đạo hàm bằng

A. $\frac{2+\ln x}{(1+\ln x)^2}$. B. $\frac{x \ln x}{(1+\ln x)^2}$. C. $\frac{\ln x}{(1+\ln x)^2}$. D. $\frac{(1-x)\ln x}{(1+\ln x)^2}$.

Lời giải.

Ta có

$$y' = \left(\frac{x}{1+\ln x} \right)' = \frac{x'(1+\ln x) - (1+\ln x)'x}{(1+\ln x)^2} = \frac{\ln x}{(1+\ln x)^2}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 627. Tìm tập xác định của hàm số $y = \ln(1-x)^2$.

A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định là $(1-x)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Vậy tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 628. Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{x+1}$.

A. $y' = 3^{x+1} \cdot \ln 3$. B. $y' = (1+x) \cdot 3^x$. C. $y' = \frac{3^{x+1}}{\ln 3}$. D. $y' = \frac{3^{x+1} \cdot \ln 3}{1+x}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3^{x+1} \cdot \ln 3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 629. Cho số thực $a > 0$, $a \neq 0$. Chọn khẳng định **sai** về hàm số $y = \log_a x$.

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- B. Hàm số có tiệm cận đứng là trục Oy .
- C. Hàm số có tập xác định là $(0; +\infty)$.
- D. Hàm số có tập giá trị là $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_a x$ luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi $a > 1$ và luôn nghịch biến trên $(0; +\infty)$ khi $0 < a < 1$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 630. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{\log_2(x-1)}}$.

A. $(1; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x-1 > 0 \\ \log_2(x-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x-1 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2.$$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 631. Đạo hàm của hàm số $y = \log_8(x^3 - 3x - 4)$ là

A. $\frac{1}{(x^3 - 3x - 4) \ln 8}$. B. $\frac{3x^2 - 3}{x^3 - 3x - 4}$. C. $\frac{x^2 - 1}{(x^3 - 3x - 4) \ln 2}$. D. $\frac{3x^2 - 3}{(x^3 - 3x - 4) \ln 2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{3x^2 - 3}{(x^3 - 3x - 4) \ln 8} = \frac{x^2 - 1}{(x^3 - 3x - 4) \ln 2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 632. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_2(2^x + 1)$. B. $y = 2^{1-3x}$. C. $y = \log_2(x + 1)^2$. D. $y = \log_2(x - 1)$.

Lời giải.

Ta xét

- ① $y = \log_2(2^x + 1)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có cơ số $a = 2 > 1$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- ② $y = \log_2(x + 1)^2$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có cơ số $a = 2 > 1$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
- ③ $y = 2^{1-3x}$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có $y' = -3 \cdot 2^{1-3x} < 0$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- ④ $y = \log_2(x - 1)$ xác định trên $(1; +\infty)$ và có cơ số $a = 2 > 1$ nên hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 633. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 + 2x - 3)^e$.

A. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$. B. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.
C. $(-3; 1)$. D. $[-3; 1]$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x^2 + 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 634. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_\pi(4x^2 + 1)$. B. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. C. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. D. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

Lời giải.

Ta có

- Hàm số $y = \log_\pi(4x^2 + 1)$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và cơ số $\pi > 1$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$, do đó loại.
- Hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và cơ số $\frac{\pi}{3} > 1$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$, do đó loại.
- Hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ có tập xác định $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ nên loại.
- Hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và cơ số $0 < \frac{2}{e} < 1$ nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$, do đó thỏa.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 635. Đồ thị hàm số $y = \ln x$ đi qua điểm

- A. $B(0; 1)$. B. $C(2; e^2)$. C. $D(2e; 2)$. D. $A(1; 0)$.

Lời giải.

Vì $\ln 1 = 0$ nên đồ thị hàm số $y = \ln x$ đi qua điểm $A(1; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 636. Tập xác định của hàm số $y = 2^x$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $[0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = 2^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 637. Hàm số $f(x) = \log_3(2x + 1)$ có đạo hàm là

- A. $\frac{2}{(2x + 1) \ln 3}$. B. $\frac{2 \ln 3}{2x + 1}$. C. $\frac{\ln 3}{2x + 1}$. D. $\frac{1}{(2x + 1) \ln 3}$.

Lời giải.

Do $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$ với $\forall a > 0, a \neq 1$ nên $f'(x) = \frac{2}{(2x + 1) \ln 3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 638. Cho hàm số $y = 3^{x^2+2}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' = 3^{x^2+2} \cdot \ln 3$. B. $y' = 2x \cdot 3^{x^2+2} \cdot \ln 3$.
C. $y' = (x^2 + 2)3^{x^2+1}$. D. $y' = 2x \cdot 3^{x^2+2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (x^2 + 2)' \cdot 3^{x^2+2} \cdot \ln 3 = 2x \cdot 3^{x^2+2} \cdot \ln 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 639. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = 2^x$.

- A. $2^x \ln 2$. B. $x \cdot 2^{x-1}$. C. $\frac{2^x}{\ln 2}$. D. 2^x .

Lời giải.

Theo công thức ta có $f'(x) = 2^x \ln 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 640. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log(2x^2 - 4x + 2)$.

- A. $\mathbb{R}$. B. $(-\infty; 1]$. C. $(1; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số là $2x^2 - 4x + 2 > 0 \Rightarrow x \neq 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 641. Cho $a > 1$, chọn khẳng định đúng.

- A. Hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
D. Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_a x$ xác định trên khoảng $(0; +\infty)$ và có $y' = \frac{1}{x \ln a} > 0, \forall x > 0$.

Mà $a > 1$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 642. Nếu $a^{\frac{\sqrt{3}}{3}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ và $\log_b \frac{3}{4} < \log_b \frac{4}{5}$ thì

A. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

B. $0 < a < 1, b > 1$.

C. $a > 1, b > 1$.

D. $a > 1, 0 < b < 1$.

Lời giải.

Vì $\frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{\sqrt{2}}{2}$ nên $0 < a < 1$.

Vì $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$ nên $b > 1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 643. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ là

A. $[0; 2]$.

B. $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 644. Tập xác định của hàm số $y = (x - 2)^{-3}$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 645. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \ln(1 - x)$.

A. $\mathcal{D} = (-\infty; -1)$.

B. $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.

D. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \ln(1 - x)$ xác định khi và chỉ khi $1 - x > 0 \Leftrightarrow x < 1$.

Vậy tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 646. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^x$.

A. $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$.

B. $y' = 2^x \ln 2$.

C. $y' = x \cdot 2^{x-1} \ln 2$.

D. $y' = x \cdot 2^{x-1}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (2^x)' = 2^x \ln 2$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 647. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = 3^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

C. $y = \left(\frac{1}{e}\right)^x$.

D. $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$.

Lời giải.

Hàm số $y = a^x$ với $a > 0, a \neq 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a > 1$. Do đó hàm số $y = 3^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 648. Hàm số $f(x) = 2^{2x-x^2}$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = (2x - 2) \cdot 2^{2x-x^2} \cdot \ln 2.$

B. $f'(x) = \frac{(2x - 2) \cdot 2^{2x-x^2}}{\ln 2}.$

C. $f'(x) = (1 - x) \cdot 2^{1+2x-x^2} \cdot \ln 2.$

D. $f'(x) = \frac{(1 - x) \cdot 2^{2x-x^2}}{\ln 2}.$

Lời giải.Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}.$ Khi đó $f'(x) = (2^{2x-x^2})' = (2x - x^2)' \cdot 2^{2x-x^2} \cdot \ln 2 = (2 - 2x) \cdot 2^{2x-x^2} \cdot \ln 2 = (1 - x) \cdot 2^{1+2x-x^2} \cdot \ln 2.$ Chọn đáp án **C** □**Câu 649.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \log(x^2 - x - 2).$

A. $(-\infty; 2).$

B. $(1; +\infty).$

C. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty).$

D. $(-1; 1).$

Lời giải.Điều kiện $x^2 - x - 2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty).$ Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty).$ Chọn đáp án **C** □**Câu 650.** Tính đạo hàm của hàm số $y = 2019^x.$

A. $y' = x \cdot 2019^{x-1}.$

B. $y' = 2019^{x-1}.$

C. $y' = 2019^x \cdot \ln 2019.$

D. $y' = 2019^x.$

Lời giải.Ta có $y' = 2019^x \cdot \ln 2019.$ Chọn đáp án **C** □**Câu 651.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \ln(2x^2 - 5x + 2).$

A. $(-\infty; \frac{1}{2}).$

B. $(\frac{1}{2}; 2).$

C. $(-\infty; \frac{1}{2}) \cup (2; +\infty).$

D. $[\frac{1}{2}; 2].$

Lời giải.Biểu thức $\ln(2x^2 - 5x + 2)$ có nghĩa khi và chỉ khi $2x^2 - 5x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x > 2. \end{cases}$ Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $(-\infty; \frac{1}{2}) \cup (2; +\infty).$ Chọn đáp án **C** □**Câu 652.** Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(5x - 3)$ có dạng $y' = \frac{a}{(5x - 3) \ln b}$ ($a; b \in \mathbb{Z}, a < 10$). Tính $a + b.$

A. 7.

B. 3.

C. 1.

D. 9.

Lời giải.Ta có $y' = \frac{(5x - 3)'}{(5x - 3) \ln 2} = \frac{5}{(5x - 3) \ln 2} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 7.$ Chọn đáp án **A** □**Câu 653.** Hàm số $y = e^{x^2}$ có đạo hàm

A. $y' = x^2 \cdot e^{x^2-1}.$

B. $y' = e^{x^2}.$

C. $y' = 2x \cdot e^{x^2}.$

D. $y' = e^{2x}.$

Lời giải.

$$y' = (x^2)' \cdot e^{x^2} = 2xe^{x^2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 654. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x) = \ln(4 - x^2)$ xác định?

- A. $x \in \mathbb{R} \setminus (-2; 2)$. B. $x \in (-2; 2)$. C. $x \in \mathbb{R} \setminus [-2; 2]$. D. $x \in [-2; 2]$.

Lời giải.

Biểu thức đã cho xác định khi và chỉ khi $4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 655. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. B. $y = (\sqrt{2})^x$. C. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$.

Lời giải.

Vì $\sqrt{2} > 1$ nên hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ đồng biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 656. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ là

- A. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. B. $[0; 2]$. C. $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2. \end{cases}$

Vậy hàm số đã cho có tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 657. Đạo hàm của hàm số $y = \log(1 - x)$ bằng

- A. $\frac{1}{(x-1)\ln 10}$. B. $\frac{1}{1-x}$. C. $\frac{1}{(1-x)\ln 10}$. D. $\frac{1}{x-1}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(1-x)'}{(1-x)\ln 10} = \frac{1}{(x-1)\ln 10}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 658. Hàm số nào sau đây là hàm số mũ?

- A. $y = (\sin x)^3$. B. $y = 3^x$. C. $y = \sqrt[3]{x}$. D. $y = x^3$.

Lời giải.

Hàm số $y = 3^x$ là hàm số mũ.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 659. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $y' = x \ln 3$. B. $y' = x3^{x-1}$. C. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. D. $y' = 3^x \ln 3$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3^x \ln 3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 660. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^4 + 4x^3 - 3)$.

- A. $y' = \frac{1}{x^4 + 4x^3 - 3}$. B. $y' = \frac{1}{4x^3 + 12x^2}$.
C. $y' = \frac{4x^3 + 12x^2}{(x^4 + 4x^3 - 3)^2}$. D. $y' = \frac{4x^3 + 12x^2}{x^4 + 4x^3 - 3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = [\ln(x^4 + 4x^3 - 3)]' = \frac{(x^4 + 4x^3 - 3)'}{x^4 + 4x^3 - 3} = \frac{4x^3 + 12x^2}{x^4 + 4x^3 - 3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 661. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định là $x > 0$. Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 662. Điểm $A(1; -e)$ thuộc đồ thị hàm số nào dưới đây?

- A. $y = x^{-3}$. B. $y = 3^{-x}$. C. $y = -e^x$. D. $y = \log x$.

Lời giải.

Xét đáp án “ $y = x^{-3}$ ”, thay tọa độ điểm A vào $y = x^{-3}$ ta được $-e = 1$ (vô lý).

Xét đáp án “ $y = 3^{-x}$ ”, thay tọa độ điểm A vào $y = 3^{-x}$ ta được $-e = 3^{-1}$ (vô lý).

Xét đáp án “ $y = -e^x$ ”, thay tọa độ điểm A vào $y = -e^x$ ta được $-e = -e$ (đúng).

Xét đáp án “ $y = \log x$ ”, thay tọa độ điểm A vào $y = \log x$ ta được $-e = 0$ (vô lý).

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 663. Đạo hàm của hàm số $y = \ln x - x^2$ là

- A. $y' = \frac{1}{x} - x$. B. $y' = \frac{1}{x} - 2x$. C. $y' = \frac{1}{x} - \frac{x^3}{3}$. D. $y' = \frac{1}{x} + 2x$.

Lời giải.

Ta có $y = \ln x - x^2 \Rightarrow y' = (\ln x - x^2)' = \frac{1}{x} - 2x$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 664. Điều kiện xác định của hàm số $y = \log_2(x - 1)$ là

- A. $\forall x \in \mathbb{R}$. B. $x > 1$. C. $x \neq 1$. D. $x < 1$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 665. Đạo hàm của hàm số $y = \log_8(x^2 - 3x - 4)$ là

- A. $y' = \frac{1}{(x^2 - 3x - 4) \ln 8}$. B. $y' = \frac{2x - 3}{(x^2 - 3x - 4) \ln 8}$.
C. $y' = \frac{1}{(x^2 - 3x - 4) \ln 2}$. D. $y' = \frac{2x - 3}{x^2 - 3x - 4}$.

Lời giải.

Ta có

$$y' = \frac{(x^2 - 3x - 4)'}{(x^2 - 3x - 4) \ln 8} = \frac{2x - 3}{(x^2 - 3x - 4) \ln 8}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 666. Hàm số nào trong các hàm số sau là hàm số mũ?

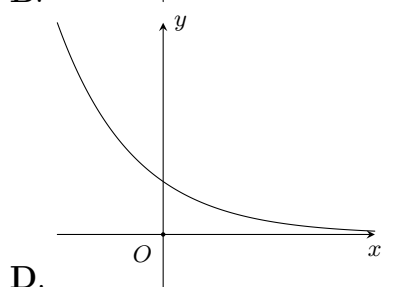
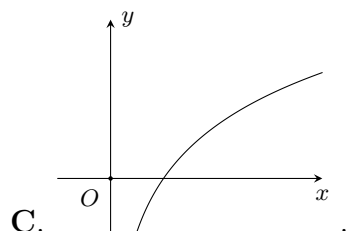
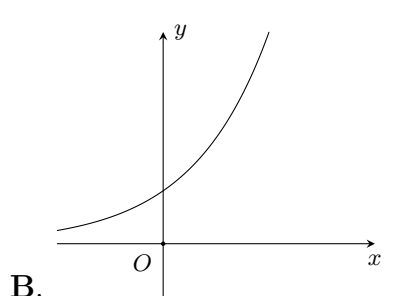
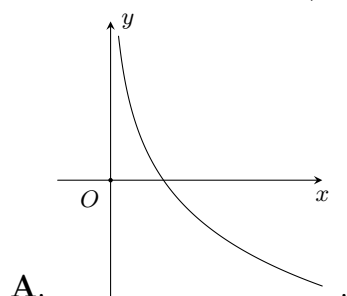
- A. $y = \log_3 x$. B. $y = 3^x$. C. $y = x^{\frac{1}{3}}$. D. $y = x^3$.

Lời giải.

Hàm số mũ là hàm số nhận công thức $y = a^x$ với $a > 0$ và $a \neq 1$.

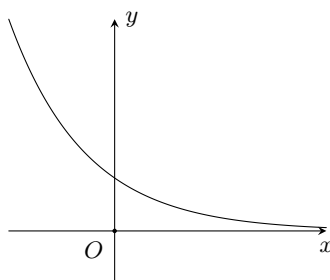
Chọn đáp án **(B)** □

Câu 667. Hàm số $y = (0,5)^x$ có đồ thị là hình nào trong các hình sau đây?



Lời giải.

Hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) đồng biến khi $a > 1$ và nghịch biến khi $0 < a < 1$, vậy nên đồ thị hàm số $y = (0,5)^x$ có dạng



Chọn đáp án **D**

□

Câu 668. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-3}$ là

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Lời giải.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 1. \end{cases}$

Vậy hàm số có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 669. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 5x + 6)^{2019}$ là

- A. $\mathcal{D} = (2; 3)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. D. $\mathcal{D} \setminus \{2; 3\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x^2 - 5x + 6)^{2019}$ có nghĩa $\forall x \in \mathbb{R}$. Vậy $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 670. Tập xác định của hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}}(4 - 2x)$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $[2; +\infty)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $4 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 671. Hàm số $f(x) = 2019^x$ có đạo hàm

A. $f'(x) = \ln 2019^{x+1}$.

B. $f'(x) = \frac{1}{2019} 2019^x$.

C. $f'(x) = \frac{2019^x}{\ln 2019}$.

D. $f'(x) = 2019^x \ln 2019$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính đạo hàm của hàm số mũ ta có $f'(x) = 2019^x \ln 2019$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 672. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x+1)$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

A. $y' = \frac{1}{(x+1)^2}$.

B. $y' = \frac{-1}{x+1}$.

C. $y' = \frac{-1}{(x+1)^2}$.

D. $y' = \frac{1}{x+1}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(x+1)'}{x+1} = \frac{1}{x+1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 673. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 7x + 10)$ là

A. $(2; 5)$.

B. $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.

C. $(-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$.

D. $[2; 5]$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x^2 - 7x + 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x < 2. \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 674. Đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = 4^x$ có phương trình là

A. $y = 0$.

B. $y = 1$.

C. $x = 1$.

D. $x = 0$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = 4^x$ có đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 675. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$.

B. $y = (\sqrt{2})^x$.

C. $y = (0,5)^x$.

D. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Lời giải.

Hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ là hàm số mũ có $a = \sqrt{2} > 1$ nên hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 676. Tìm đạo hàm của hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

A. $f'(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \log 2$.

B. $f'(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x \ln 2$.

C. $f'(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \ln 2$.

D. $f'(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \log 2$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-x}$.

Theo công thức tính đạo hàm ta có $f'(x) = (-x)' 2^{-x} \ln 2 = -\left(\frac{1}{2}\right)^x \ln 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 677. Tính đạo hàm của hàm số $y = 15^x$.

A. $y' = x \cdot 15^{x-1}$.

B. $y' = 15^x \ln 15$.

C. $y' = 15^x$.

D. $y' = \frac{15^x}{\ln 15}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 15^x \ln 15$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 678. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2^x + 1)$.

A. $y' = \frac{2^x}{2^x + 1}$.

B. $y' = \frac{2^x}{(2^x + 1) \ln 2}$.

C. $\frac{2^x \ln 2}{2^x + 1}$.

D. $\frac{1}{2^x + 1}$.

Lời giải.

$$y' = \frac{2^x \ln 2}{(2^x + 1) \ln 2} = \frac{2^x}{2^x + 1}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 679. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + x - e^x$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

A. $3 - e$.

B. 0 .

C. $2 - e - \frac{1}{e}$.

D. $2 - e$.

Lời giải.

$$y' = 1 - e^x, \quad y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \in [-1; 1].$$

$$\text{Ta có } y(-1) = -\frac{1}{e}, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 2 - e.$$

$$\text{Do đó } \max_{[-1;1]} y = 0, \quad \min_{[-1;1]} y = 2 - e.$$

$$\text{Vậy } \max_{[-1;1]} y + \min_{[-1;1]} y = 2 - e.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 680. Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \log_3 x$ tại điểm có hoành độ $x = 2$ bằng

A. $\frac{1}{\ln 3}$.

B. $\ln 3$.

C. $\frac{1}{2 \ln 3}$.

D. $2 \ln 3$.

Lời giải.

$$\text{Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số } y = \log_3 x \text{ tại điểm có hoành độ } x = 2 \text{ bằng } y'(2) = \frac{1}{2 \ln 3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 681. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x+1}$.

A. $y' = 2^{x+1} \log 2$.

B. $y' = 2^{x+1} \ln 2$.

C. $y' = (x + 1)2^x \ln 2$.

D. $y' = \frac{2^{x+1}}{\ln 2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = (2^{x+1})' = (x + 1)' \cdot 2^{x+1} \cdot \ln 2 = 2^{x+1} \ln 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 682. Cho các số thực x, y . Điều kiện cần và đủ của x, y để biểu thức $\log_2(x - y)^2$ có nghĩa là

A. $x \neq y$.

B. $x \geq y$.

C. $x > y$.

D. $x = y$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện để biểu thức có nghĩa là } (x - y)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq y.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 683. Đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+x}$ là

A. $y' = (x^2 + x)e^{2x+1}$.

B. $y' = (2x + 1)e^x$.

C. $y' = (2x + 1)e^{2x+1}$.

D. $y' = (2x + 1)e^{x^2+x}$.

Lời giải.

$$y' = (x^2 + x)'e^{x^2+x} = (2x + 1)e^{x^2+x}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 684. Hàm số nào sau đây không phải hàm số mũ?

- A. $y = 3^x$. B. $y = \frac{1}{2^x}$. C. $y = e^x$. D. $y = x^e$.

Lời giải.

Ta thấy hàm số $y = x^e$ không phải là hàm số mũ.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 685. Cho hàm số $y = \ln(2x^2 + e^2)$. Tập xác định của hàm số là

- A. $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2e}\right)$. D. $D = \left(\frac{e}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $2x^2 + e^2 > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 686. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x + e^x)$.

- A. $y' = \frac{1}{(x + e^x) \cdot \ln 2}$. B. $y' = \frac{1 + e^x}{(x + e^x) \cdot \ln 2}$. C. $y' = \frac{1 + e^x}{x + e^x}$. D. $y' = \frac{1 + e^x}{\ln 2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(x + e^x)'}{(x + e^x) \cdot \ln 2} = \frac{1 + e^x}{(x + e^x) \cdot \ln 2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 687. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
 B. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 D. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ luôn đi qua điểm $M(1; 1)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ vì có cơ số $0 < a < 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 688. Đạo hàm của hàm số $y = 2018^x$ là

- A. $y' = x \cdot 2018^x$. B. $y' = 2018^x \cdot \ln 2018$.
 C. $y' = 2018^x$. D. $y' = \frac{2018^x}{\ln 2018}$.

Lời giải.

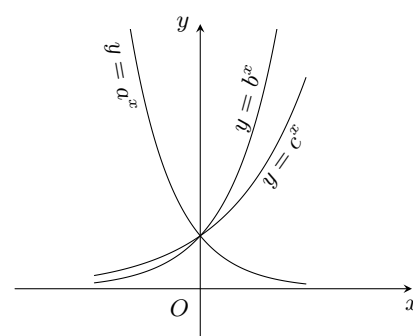
Ta có $(a^x)' = a^x \ln a$. Áp dụng ta được $(2018^x)' = 2018^x \cdot \ln 2018$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 689.

Cho ba số thực dương a, b, c . Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Hãy chọn đáp án đúng?

- A. $a = \ln \frac{4}{3}; b = \ln 4^3; c = \ln 3^4$.
 B. $a = \ln \frac{4}{3}; b = \ln 3^4; c = \ln 4^3$.
 C. $a = \ln 4^3; b = \ln 3^4; c = \ln \frac{4}{3}$.
 D. $a = \ln 3^4; b = \ln \frac{4}{3}; c = \ln 4^3$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị, ta có hàm số $y = a^x$ nghịch biến nên $a < 1$.

Vậy $a = \ln \frac{4}{3}$.

Xét $x > 0$ thì đồ thị hàm số $y = b^x$ nằm trên $y = c^x$, do đó $b > c$.

Vậy $c = \ln 4^3$ và $b = \ln 3^4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 690. Hàm số nào sau đây luôn nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = 2^x$. B. $y = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x$. C. $y = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^x$. D. $y = (\sqrt{7} - \sqrt{2})^x$.

Lời giải.

Các hàm số đã cho đều có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- Hàm số $y = 2^x$ có $y' = 2^x \ln 2 > 0$ nên nó đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x$ có $y' = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x \ln (\sqrt{3} - \sqrt{2}) < 0$ nên nó nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^x$ có $y' = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^x \ln (\sqrt{3} + \sqrt{2}) > 0$ nên nó đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = (\sqrt{7} - \sqrt{2})^x$ có $y' = (\sqrt{7} - \sqrt{2})^x \ln (\sqrt{7} - \sqrt{2}) > 0$ nên nó đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 691. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định?

- A. $y = \log_2(1 - x)$. B. $y = x^2 - 2x$. C. $y = 3^x$. D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Lời giải.

Hàm số $y = 3^x$ đồng biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 692. Cho a, b là các số thực dương khác 1 và x, y là hai số thực dương. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \frac{\log_a x}{\log_a y}$. B. $\log_a \left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{\log_a x}$.
 C. $\log_a x = \log_a b \cdot \log_b x$. D. $\log_a(x + y) = \log_a x + \log_a y$.

Lời giải.

$$\log_a x = \log_a b \cdot \log_b x.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 693. Hàm số $y = \log_2(3x - x^2)$ có tập xác định là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(0; 3)$. C. $[0; 3]$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow 3x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 3 \Leftrightarrow x \in (0; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 694. Đạo hàm của hàm số $y = 3^{x^2-3x}$ là

- A. $y' = (2x - 3)3^{x^2-3x}$. B. $y' = 3^{x^2-3x} \ln 3$.
 C. $y' = (2x - 3)3^{x^2-3x} \ln 3$. D. $y' = (x^2 - 3x)3^{x^2-3x-1}$.

Lời giải.

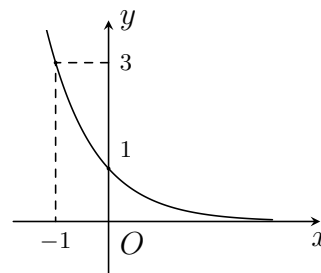
Ta có $y' = (x^2 - 3x)' 3^{x^2-3x} \ln 3 = (2x - 3)3^{x^2-3x} \ln 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 695.

Đồ thị có trong hình vẽ bên là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = (\sqrt{3})^x$. B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. C. $y = (\sqrt{2})^x$. D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số trong hình chỉ có thể là của hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên hàm số $y = (\sqrt{3})^x$ và $y = (\sqrt{2})^x$ bị loại.

Ngoài ra do đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1; 3)$ nên chỉ còn hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 696. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2017^x$.

A. $y' = 2017^x \cdot \ln 2017$. B. $y' = 2017^x$.
C. $y' = \frac{2017^x}{\ln 2017}$. D. $y' = x \cdot 2017^{x-1}$.

Lời giải.

$$y' = (2017^x)' = 2017^x \cdot \ln 2017.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 697. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 - 3x + 2)$ trên tập xác định của nó.

A. $y' = \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$. B. $y' = \frac{2x + 3}{x^2 - 3x + 2}$. C. $y' = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$. D. $y' = \frac{2x - 3}{x^2 + 3x + 2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = [\ln(x^2 - 3x + 2)]' = \frac{(x^2 - 3x + 2)'}{x^2 - 3x + 2} = \frac{2x - 3}{x^2 - 3x + 2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 698. Cho hai hàm số $f(x) = \log_{0,5} x$ và $g(x) = 2^{-x}$. Xét các mệnh đề sau:

- (I) Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$.
- (II) Tập xác định của hai hàm số trên là $\mathbb{R}$.
- (III) Đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại đúng một điểm.
- (IV) Hai hàm số đều nghịch biến trên tập xác định của nó.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x, \quad g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x.$$

* Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x \Rightarrow$ (I) sai.

* Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $(0; +\infty) \Rightarrow$ (II) sai.

* Đồ thị của 2 hàm số cắt nhau tại đúng 1 điểm thuộc đường thẳng $y = x \Rightarrow$ (III) đúng.

* Do $\frac{1}{2} < 1$ nên hai hàm số đều nghịch biến trên tập xác định của nó $\Rightarrow$ (IV) đúng.

Vậy có hai mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 699. Có bao nhiêu số nguyên $x > 0$ để hàm số $y = \log_{2018}(10 - x)$ xác định?

A. 10. B. 2018. C. Vô số. D. 9.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_{2018}(10 - x)$ xác định khi và chỉ khi $10 - x > 0 \Leftrightarrow x < 10$.

Kết hợp với giả thiết x là số nguyên dương, suy ra $x \in \{1; 2; \dots; 9\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 700. Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_2 x$. B. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. C. $y = e^{-x}$. D. $y = \log_{\frac{2}{5}} x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_2 x$ ($x > 0$) có $y' = \frac{1}{x \cdot \ln 2} > 0, \forall x > 0$ nên là hàm đồng biến.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 701. Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $\mathbb{R}$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_3 x$ xác định trên $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 702. Đạo hàm của hàm số $y = x2^x$ là

- A. $y' = (1 + x \ln 2)2^x$. B. $y' = (1 - x \ln 2)2^x$. C. $y' = (1 + x)2^x$. D. $y' = 2^x + x^2 2^{x-1}$.

Lời giải.

$y' = (x2^x)' = 2^x + x2^x \ln 2 = 2^x(1 + x \ln 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 703. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x - 1) + \log_2(x - 3)$ là

- A. $\mathcal{D} = (1; 3)$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.
C. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x - 1 > 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3 \Rightarrow \mathcal{D} = (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 704. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_3 x$. B. $y = \log_5 \left(\frac{1}{x^2}\right)$. C. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. D. $y = 2018^x$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = 2018^x$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và cơ số $a = 2018 > 1$. Do đó, hàm số $y = 2018^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 705. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = (2x - 3) \cdot e^x$ trên $[0; 3]$ là

- A. $\max_{x \in [0; 3]} f(x) = e^3$. B. $\max_{x \in [0; 3]} f(x) = 4e^3$. C. $\max_{x \in [0; 3]} f(x) = 3e^3$. D. $\max_{x \in [0; 3]} f(x) = 5e^3$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 2e^x + (2x - 3) \cdot e^x = (2x - 1) \cdot e^x$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Ta có $f(0) = -3, f(3) = 3e^3, f\left(\frac{1}{2}\right) = -2\sqrt{e}$.

Vậy $\max_{x \in [0; 3]} f(x) = 3e^3 = f(3) = 3e^3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 706. Đạo hàm của hàm số $y = 3^{2x}$ bằng

- A. $y' = 3^{2x}$. B. $y' = \frac{3^{2x}}{\ln 3}$. C. $y' = 2 \cdot 3^{2x} \ln 3$. D. $y' = 3^{2x} \cdot \ln 3$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2 \cdot 3^{2x} \ln 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 707. Hàm số nào sau đây là hàm số mũ?

- A. $y = (\sin x)^3$. B. $y = 3^x$. C. $y = x^3$. D. $y = \sqrt[3]{x}$.

Lời giải.

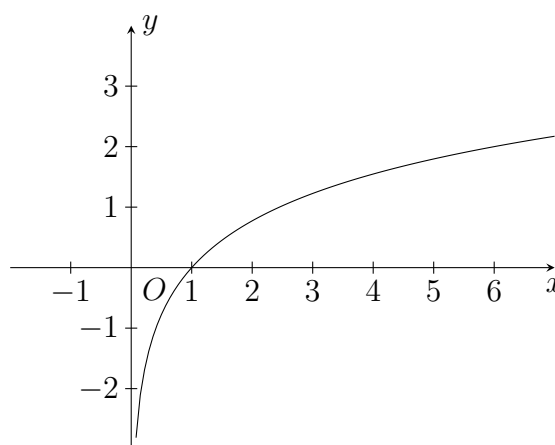
Các hàm số $y = (\sin x)^3$, $y = x^3$, $y = \sqrt[3]{x}$ là các hàm số lũy thừa với số mũ hữu tỉ, hàm số $y = 3^x$ là hàm số mũ với cơ số là 3.

Chọn đáp án **B** □

Câu 708.

Hàm số nào sau đây có đồ thị phù hợp với hình vẽ:

- A. $y = \log_{0,6} x$. B. $y = \log_{\sqrt{6}} x$.
C. $y = \left(\frac{1}{6}\right)^x$. D. $y = 6^x$.



Lời giải.

Ta có: $y(1) = 0$ và hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên chỉ có hàm số $y = \log_{\sqrt{6}} x$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **B** □

Câu 709. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{e}\right)^x$.
C. $y = \log_7 (x^4 + 5)$. D. $y = \left(\frac{\sqrt{2018} - \sqrt{2015}}{10^{-1}}\right)^x$.

Lời giải.

Ta có $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{e} > 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{e}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 710. Ông V gửi tiết kiệm 200 triệu đồng vào ngân hàng với hình thức lãi kép và lãi suất 7,2% một năm. Hỏi sau 5 năm ông V thu về số tiền (cả vốn lẫn lãi) gần nhất với số nào sau đây?

- A. 283.145.000 đồng. B. 283.155.000 đồng. C. 283.142.000 đồng. D. 283.151.000 đồng.

Lời giải.

Gọi T là tổng số tiền thu được sau 5 năm.

Khi đó $T = 200.000.000 \left(1 + \frac{7,2}{100}\right)^5 \approx 283.142.000$ đồng.

Chọn đáp án **C** □

Câu 711. Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định?

- A. $y = \log x$. B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. D. $y = 1 - 4^x$.

Lời giải.

- Hàm số $y = \log x$ đồng biến trên tập xác định $(0; +\infty)$.
- Hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định $(0; +\infty)$.
- Hàm số $y = 1 - 4^x$ nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 712. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(2x + 1)$.

- A. $y' = \frac{1}{(2x + 1) \ln 3}$. B. $y' = \frac{1}{2x + 1}$. C. $y' = \frac{2}{(2x + 1) \ln 3}$. D. $y' = (2x + 1) \ln 3$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(2x + 1)'}{(2x + 1) \ln 3} = \frac{2}{(2x + 1) \ln 3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 713. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{e^x - e^5}}$.

- A. $\mathcal{D} = (\ln 5; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = [\ln 5; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{5\}$. D. $\mathcal{D} = (5; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $e^x - e^5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 714. Giả sử cứ sau một năm diện tích rừng của nước ta giảm x phần trăm diện tích hiện có.

Hỏi sau đây 4 năm diện tích rừng của nước ta sẽ là bao nhiêu phần trăm diện tích hiện nay?

- A. $(1 - x)^4$. B. $1 - \frac{4x}{100}$. C. $1 - \left(\frac{x}{100}\right)^4$. D. $\left(1 - \frac{x}{100}\right)^4$.

Lời giải.

Diện tích rừng lúc đầu là S , diện tích rừng sau 4 năm là S_0 ; $x\% = \frac{x}{100}$. Ta có

$$S = S_0 \left(1 - \frac{x}{100}\right)^4 = S_0 \left(1 - \frac{x}{100}\right)^4 \Leftrightarrow \frac{S}{S_0} = \left(1 - \frac{x}{100}\right)^4.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 715. Cho hàm số $y = 3^{x+1}$. Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

- A. $y'(1) = \frac{9}{\ln 3}$. B. $y'(1) = 3 \ln 3$. C. $y'(1) = 9 \ln 3$. D. $y'(1) = \frac{3}{\ln 3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3^{x+1} \ln 3$ nên $y'(1) = 9 \ln 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 716. Cho hàm số $f(x) = \log_3(2x + 1)$. Giá trị của $f'(0)$ bằng

- A. $\frac{2}{\ln 3}$. B. 0. C. $2 \ln 3$. D. 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \frac{(2x + 1)'}{(2x + 1) \ln 3} = \frac{2}{(2x + 1) \ln 3} \Rightarrow f'(0) = \frac{2}{\ln 3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 717. Hàm số $y = \log_3(3 - 2x)$ có tập xác định là

- A. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Điều kiện $3 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$ nên hàm số có tập xác định là $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 718. Hàm số nào sau đây là đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x - 1)$?

A. $y' = \frac{1}{2(x-1)}$. B. $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$. C. $y' = \frac{\ln 2}{x-1}$. D. $y' = \frac{1}{2(x-1)\ln 2}$.

Lời giải.

Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x - 1)$ là $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 719. Một người gửi vào ngân hàng 500 triệu đồng với lãi suất 0,6% một tháng, sau mỗi tháng lãi suất được nhập vào vốn. Hỏi sau một năm người đó rút tiền thì tổng số tiền người đó nhận được là bao nhiêu?

A. $500 \cdot 1,006$ (triệu đồng). B. $500 \cdot 1,06^{12}$ (triệu đồng).
C. $500 \cdot (1 + 12 \cdot 0,006)^{12}$ (triệu đồng). D. $500 \cdot 1,006^{12}$ (triệu đồng).

Lời giải.

Công thức lãi suất $A(1 + x\%)^n = 500 \cdot (1 + 0,6\%)^{12} = 500 \cdot 1,006^{12}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 720. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 2)^{-4} + \log_4(x - 1)$ là

A. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (1; 2)$.
C. $\mathcal{D} = (1; 2) \cup (2; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x - 2)^{-4} + \log_4(x - 1)$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x - 2 \neq 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > 1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (1; 2) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 721. Cho hàm số $y = 3^{x+1}$. Đẳng thức nào sau đây là một mệnh đề đúng?

A. $y'(1) = \frac{9}{\ln 3}$. B. $y'(1) = 3 \ln 3$. C. $y'(1) = 9 \ln 3$. D. $y'(1) = \frac{3}{\ln 3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3^{x+1} \ln 3$. Suy ra $y'(1) = 3^2 \ln 3 = 9 \ln 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 722. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây:

A. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.
C. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_2 x$ có tập xác định là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Do đó hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ (chứ không phải trên $\mathbb{R}$).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 723. Hàm số nào sau đây được gọi là hàm số lũy thừa?

A. $y = x^{-3}$.

B. $y = 3^{-x}$.

C. $y = e^x$.

D. $y = \ln x$.

Lời giải.

Ta có

- Hàm số $y = x^{-3}$ là hàm số lũy thừa.
- Hàm số $y = 3^{-x}$ và hàm số $y = e^x$ là hàm số mũ.
- Hàm số $y = \ln x$ là hàm số lôgarit.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 724.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$.

A. $y' = \frac{1}{x \cdot \ln 3}$.

B. $y' = \frac{1}{x}$.

C. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

D. $y' = 3^x \cdot \ln 3$.

Lời giải.Ta có: $y' = (\log_3 x)' = \frac{1}{x \ln 3}$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 725.** Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$. Tính $f'(1)$.

A. $f'(1) = \frac{1}{2}$.

B. $f'(1) = \frac{1}{2 \ln 2}$.

C. $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$.

D. $f'(1) = 1$.

Lời giải.Ta có $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}$ nên $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 726.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

B. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

C. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$.

D. $y = 2^{-x}$.

Lời giải.Hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và có cơ số $\frac{\pi}{3} > 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 727.** Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = e^{2x-3}$.

A. $f'(x) = 2e^{2x-3}$.

B. $f'(x) = -2e^{2x-3}$.

C. $f'(x) = 2e^{x-3}$.

D. $f'(x) = e^{2x-3}$.

Lời giải.Ta có: $f'(x) = (2x - 3)' \cdot e^{2x-3} = 2e^{2x-3}$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 728.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x + 3^x$.

A. $y' = 2 \cos 2x + x 3^x - 1$.

B. $y' = -\cos 2x + 3^x$.

C. $y' = -2 \cos 2x - 3^x \ln 3$.

D. $y' = 2 \cos 2x + 3^x \ln 3$.

Lời giải.Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 2 \cos 2x + 3^x \ln 3.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 729.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y = \log_3 x$.

B. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

C. $y = x^3 + x + 1$.

D. $y = x^4 - x^2 - 2$.

Lời giải.Hàm số $y = x^3 + x + 1$ có $y' = 3x^2 + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên y là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$.Chọn đáp án **(C)** □

Câu 730. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; -1)$. B. $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = [-1; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Điều kiện $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$. Suy ra tập xác định $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 731. Cho hàm số $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$. Giá trị $f'(1)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{1}{1 + \sqrt{2}}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $1 + \sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \Rightarrow f'(x) = \frac{(x + \sqrt{x^2 + 1})'}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$

$$\text{Vậy } f'(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 732. Hàm số nào sau đây **không phải** là hàm số mũ?

- A. $y = 3^x$. B. $y = \frac{1}{4^x}$. C. $y = \pi^x$. D. $y = x^\pi$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^\pi$ là hàm số lũy thừa, không phải là hàm số mũ.

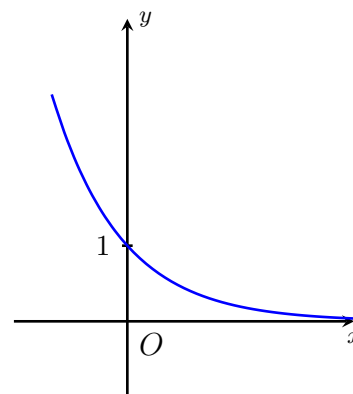
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 733.

Hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong 4 hàm số dưới đây?

- A. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$. B. $y = (\sqrt{2})^x$.
C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. D. $y = 3^x$.



Lời giải.

Đồ thị đã cho là của một hàm số nghịch biến trên tập xác định của nó. Trong bốn phương án đã cho, chỉ có hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ thỏa mãn điều này.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 734. Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$. Đạo hàm $f'(1)$ bằng

- A. 2. B. $4 \ln 2$. C. $\frac{1}{\ln 2}$. D. $1 + \ln 2$.

Lời giải.

$$\text{Với } f(x) = \log_2(x^2 + 1) \text{ ta có } f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2} \Rightarrow f'(1) = \frac{1}{\ln 2}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 735. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_5(x^2 + 2)$.

A. $y' = \frac{1}{(x^2 + 2) \ln 5}$. B. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2)}$. C. $y' = \frac{2x \ln 5}{(x^2 + 2)}$. D. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2) \ln 5}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(x^2 + 2)'}{(x^2 + 2) \ln 5} = \frac{2x}{(x^2 + 2) \ln 5}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 736. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

A. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (0; 1)$.

Câu 737. Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi số dương x ?

A. $(\log x)' = \frac{1}{x \cdot \ln 10}$. B. $(\log x)' = \frac{\ln 10}{x}$. C. $(\log x)' = x \ln 10$. D. $(\log x)' = \frac{x}{\ln 10}$.

Lời giải.

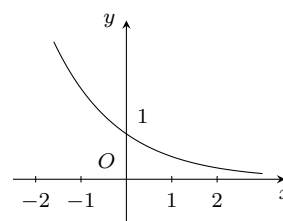
Ta có $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a} \forall x > 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 738.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số được liệt kê trong bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = -x^2 + 2x + 1$. B. $y = \log_{0,5} x$.
C. $y = \frac{1}{2^x}$. D. $y = 2^x$.



Lời giải.

Hàm số đã cho nghịch biến trên tập xác định, đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(0; 1)$, nhận đường thẳng $x = 0$ làm tiệm cận ngang. Từ đó chỉ có hàm số $y = \frac{1}{2^x}$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 739. Cho hàm số $y = a^x, 0 < a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Hàm số $y = a^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và có tập giá trị là $(0; +\infty)$.
B. Đồ thị hàm số $y = a^x$ có đường tiệm cận ngang là trục hoành.
C. Đồ thị hàm số $y = a^x$ có đường tiệm cận đứng là trục tung.
D. Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên tập xác định của nó khi $a > 1$.

Lời giải.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 740. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x + 1)$.

A. $y' = \frac{1}{(x + 1) \ln 2}$. B. $y' = \frac{1}{x + 1}$. C. $y' = \frac{x}{(x + 1) \ln 2}$. D. $y' = 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{(x + 1) \ln 2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 741. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(3x + 1)$.

A. $y' = \frac{3}{3x + 1}$. B. $y' = \frac{1}{3x + 1}$. C. $y' = \frac{3}{(3x + 1) \ln 3}$. D. $y' = \frac{1}{(3x + 1) \ln 3}$.

Lời giải.

$y' = \frac{3}{(3x + 1) \ln 3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 742. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. $y = a^x$ với $0 < a < 1$ là hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.
- B. Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$ luôn đi qua điểm $(a; 1)$.
- C. $y = a^x$ với $a > 1$ là hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.
- D. Đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ (với $0 < a \neq 1$) đối xứng với nhau qua trục Oy .

Lời giải.

Xét hai hàm số $y = f(x) = a^x$ và $y = g(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^x$.

$$\forall x \in \mathbb{R} \text{ ta có } f(-x) = a^{-x} = \left(\frac{1}{a}\right)^x = g(x)$$

Suy ra đồ thị các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ đối xứng với nhau qua trục Oy .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 743. Một người gửi 75 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất 5,4%/năm. Giả sử lãi suất không thay đổi, hỏi sau 6 năm thì người đó nhận về số tiền là bao nhiêu kể cả gốc và lãi? (làm tròn đến nghìn đồng).

- A. 102.826.000 đồng. B. 97.860.000 đồng. C. 150.260.000 đồng. D. 120.628.000 đồng.

Lời giải.

Số tiền thu được sau 6 năm là $C = 75(1 + 0.054)^6 = 102.826.470$ đồng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 744. Cho hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$ có đồ thị (C) . Hãy chọn khẳng định **sai**.

- A. Đồ thị (C) đối xứng với đồ thị hàm số $y = \log_a x$ qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.
- B. Đồ thị (C) không có tiệm cận.
- C. Đồ thị (C) đi lên từ trái sang phải khi $a > 1$.
- D. Đồ thị (C) luôn đi qua điểm có tọa độ $(0; 1)$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = a^x$ luôn nhận trục hoành là tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 745. Cho hàm số $y = 12^x$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Đồ thị hàm số nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số luôn nằm phía trên trục hoành.
- D. Đồ thị hàm số luôn nằm bên phải trục tung.

Câu 746. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = e^{x^2-2x}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = [0; 2]$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$. D. $\mathcal{D} = \emptyset$.

Lời giải.

Hàm số $y = e^{x^2-2x}$ xác định với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 747. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_3(3-x)$.

- A. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; 3)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 3-x > 0 \Leftrightarrow x < 3$. Suy ra, $\mathcal{D} = (-\infty; 3)$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 748. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{\cos x}$.

- A. $y' = -\sin x \cdot e^{\cos x}$. B. $y' = \sin x \cdot e^{\cos x}$. C. $y' = e^{\cos x}$. D. $y' = \cos x \cdot e^{\cos x-1}$.

Lời giải.

Ta có: $(e^{\cos x})' = (\cos x)' \cdot e^{\cos x} = -\sin x \cdot e^{\cos x}$.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 749. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = (0,2)^x$. B. $y = (\sqrt{3})^x$. C. $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$.

Lời giải.

Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên tập xác định khi $a > 1$.

Do $\sqrt{3} > 1$ nên $y = (\sqrt{3})^x$ là hàm số cần tìm.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 750. Cho $0 < a < 1$. Câu nào **sai** trong các câu sau?

- A. Nếu $x_1 < x_2$ thì $a^{x_1} < a^{x_2}$.
 B. $a^x > 1$ khi $x < 0$.
 C. $0 < a^x < 1$ khi $x > 0$.
 D. Trục hoành là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = a^x$.

Lời giải.

Với $0 < a < 1$ thì hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó, nếu $x_1 < x_2$ thì $a^{x_1} > a^{x_2}$.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 751. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $y' = 3^x \ln 3$. B. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. C. $y' = x3^{x-1}$. D. $y' = 3^x$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính đạo hàm của hàm số mũ, ta có $(3^x)' = 3^x \ln 3$.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 752. Hàm số $y = \log_{\sqrt{3}}(x^2 - 4x)$ có tập xác định là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$. B. $\mathcal{D} = [0; 4]$.
 C. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (0; 4)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số là $x^2 - 4x > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$. Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 753. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $0 < a < 1$.
 B. Hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) luôn luôn nằm ở phía trên trục hoành.
 D. Hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $0 < a < 1$.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 754. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

- A. Hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a > 1$.
 B. Hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Đồ thị hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) luôn nằm ở phía bên phải trục tung.
 D. Hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $0 < a < 1$.

Lời giải.

Hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a > 1$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 755. Đạo hàm của hàm số $y = 3^{x+1}$ là

- A. $y' = 3^{x+1} \ln 3$. B. $y' = \frac{3^{x+1}}{\ln 3}$. C. $y' = (x+1)3^x$. D. $y' = \frac{1}{3^{x+1} \ln 3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (3^{x+1})' = (x+1)'3^{x+1} \cdot \ln 3 = 3^{x+1} \cdot \ln 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 756. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-2)$ là

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$ nên hàm số có tập xác định $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 757. Cho hàm số $y = \ln x$. Tính đạo hàm của hàm số trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $y' = x$. B. $y' = \frac{1}{x}$. C. $y' = -\frac{1}{x}$. D. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (\ln x)' = \frac{1}{x}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 758. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log(x-2)$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$. B. $\mathcal{D} = [2; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$. Vậy $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 759. Đồ thị hàm số nào dưới đây đi qua điểm $A(1; 0)$?

- A. $y = xe^x$. B. $y = 1 - \ln x$. C. $y = 1 - e^x$. D. $y = e^x - e$.

Lời giải.

Ta có $e^1 - e = 0 \Rightarrow A(1; 0)$ thuộc đồ thị hàm số $y = e^x - e$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 760. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $x \ln 3$. B. $x3^{x-1}$. C. $\frac{3^x}{\ln 3}$. D. $3^x \ln 3$.

Lời giải.

Công thức đạo hàm: $(a^x)' = a^x \ln a$.

Từ đó suy ra $(3^x)' = 3^x \ln 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 761. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x + 3)$.

- A. $\mathcal{D} = (1; 3)$. B. $\mathcal{D} = (2 - \sqrt{2}; 1) \cup (3; 2 + \sqrt{2})$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; 2 - \sqrt{2}) \cup (2 + \sqrt{2}; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3. \end{cases}$$

Tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 762. Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x^2 - x + 2)$ là hàm số nào sau đây?

- A. $y' = \frac{2x-1}{(x^2-x+2)\ln 2}$. B. $y' = \frac{-(2x-1)}{(x^2-x+2)\ln 2}$.
C. $y' = \frac{1}{(x^2-x+2)\ln 2}$. D. $y' = \frac{2x-1}{x^2-x+2}$.

Lời giải.

Ta có $y = \log_a u$ có đạo hàm $y' = \frac{u'}{u \ln a}$. Vậy $y' = \frac{2x-1}{(x^2-x+2)\ln 2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 763. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2-x}$.

- A. $y' = (2x-2) \cdot e^{x^2-x}$. B. $y' = (2x-1) \cdot e^{x^2-x}$.
C. $y' = (x^2-x) \cdot e^{x^2-x-1}$. D. $y' = (x^2-x) \cdot e^{x^2-x}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $(e^u)' = u' \cdot e^u$ ta được: $y' = (x^2-x)'e^{x^2-x} = (2x-1)e^{x^2-x}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 764. Hàm số $f(x) = \ln \frac{x+1}{x-1}$ có đạo hàm là

- A. $f'(x) = \frac{-2}{x^2+1}$. B. $f'(x) = \frac{-2}{x^2-1}$. C. $f'(x) = \frac{-2}{(x+1)^2}$. D. $f'(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

Lời giải.

Ta có: $f'(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)' \cdot \frac{x-1}{x+1} = \frac{-2}{(x-1)^2} \cdot \frac{x-1}{x+1} = \frac{-2}{x^2-1}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 765. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{4}{3}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

Lời giải.

- Xét hàm số $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ có cơ số $a = \frac{3}{2} > 1$ nên nó đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- Xét hàm số $y = \left(\frac{4}{3}\right)^x$ có cơ số $a = \frac{4}{3} > 1$ nên nó đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- Xét hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ có cơ số $a = \frac{\pi}{3} > 1$ nên nó đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- Xét hàm số $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$ có cơ số $a = \frac{\pi}{4} \in (0; 1)$ nên nó nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 766. Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 767.

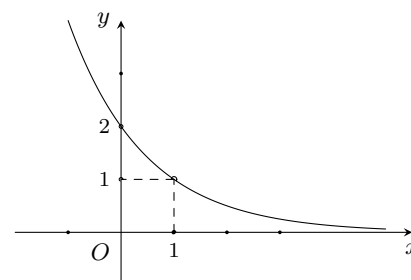
Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^{-\frac{1}{2}}$.

B. $y = \log_2(x+1)$.

C. $y = 2^{1-x}$.

D. $y = x^{-1}$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có hàm số có đồ thị trên là hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Do đó ta loại đáp án A vì có tập xác định $(0; +\infty)$.

Loại đáp án B vì có tập xác định $(-1; +\infty)$.

Loại đáp án D vì có tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

(Ta có thể chỉ cần thử $x = 0$ là chọn được đáp án).

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 768. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_2 |x^2 - 2x|$ là

A. $\frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2}$.

B. $\frac{1}{(x^2-2x)\ln 2}$.

C. $\frac{(2x-2)\ln 2}{x^2-2x}$.

D. $\frac{2x-2}{|x^2-2x|\ln 2}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \frac{(x^2-2x)'}{(x^2-2x)\ln 2} = \frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 769. Nếu $\log_a x = \frac{1}{2} \log_a 9 - \log_a 5 + \log_a 2$ ($a > 0, a \neq 1$) thì x bằng

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{6}{5}$.

D. 3.

Lời giải.

Theo giả thiết $\log_a x = \log_a 3 - \log_a 5 + \log_a 2 = \log_a \frac{6}{5}$. Vậy $x = \frac{6}{5}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 770. Cho $3^x + 3^{-x} = 15$. Giá trị biểu thức $P = 9^x + 9^{-x}$ là

A. 221.

B. 225.

C. 223.

D. 227.

Lời giải.

Ta có $3^x + 3^{-x} = 15 \Leftrightarrow 9^x + 9^{-x} + 2 = 225 \Leftrightarrow 9^x + 9^{-x} = 223$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 771. Nghiệm của phương trình $2^x = 5$ là

A. $\sqrt[5]{2}$.

B. $\log_2 5$.

C. $\log_5 2$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

$$2^x = 5 \Leftrightarrow x = \log_2 5.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 772. Tập nghiệm của phương trình $\log_5(2x-1) = 2$ là

A. $S = \left\{ \frac{11}{2} \right\}$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \left\{ \frac{33}{2} \right\}$.

D. $S = \{13\}$.

Lời giải.

Ta có $\log_5(2x - 1) = 2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 5^2 \Leftrightarrow 2x = 26 \Leftrightarrow x = 13$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 773. Phương trình $\log_3(3x - 2) = 3$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{25}{3}$. B. $x = 87$. C. $x = \frac{29}{3}$. D. $x = \frac{11}{3}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > \frac{2}{3}$.

Phương trình tương đương với $3x - 2 = 3^3 \Leftrightarrow x = \frac{29}{3}$ (nhận). Vậy $S = \left\{\frac{29}{3}\right\}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 774. Tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$ là

- A. $S = \{4\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{3\}$. D. $S = \{2\}$.

Lời giải.

Phương trình tương đương $2^{x+1} = 2^3$.

Lấy logarit cơ số 2 hai vế ta có $x + 1 = 3$, hay $x = 2$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 775. Giá trị x bằng bao nhiêu để $4^{3x-2} = 16$?

- A. $x = \frac{4}{3}$. B. $x = \frac{3}{4}$. C. $x = 3$. D. $x = 5$.

Lời giải.

Ta có $4^{3x-2} = 16 \Leftrightarrow 3x - 2 = 2 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 776. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x + 2) = 3$ là

- A. $\{2\}$. B. $\{-1 + \sqrt{10}\}$.
C. $\{-1 + \sqrt{10}; -1 - \sqrt{10}\}$. D. $\{2; -4\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình trở thành

$$\log_2(x^2 + 2x) = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4. \end{cases}$$

So với điều kiện $x > 0$, phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 777. Phương trình $2^{x+1} = 8$ có nghiệm là

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 4$. D. $x = 3$.

Lời giải.

Ta có $2^{x+1} = 8 \Leftrightarrow x + 1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 778. Phương trình $\ln(x + 1) = 2$ có tập nghiệm là

- A. $\{e^2 - 1\}$. B. $\{1\}$. C. $\{2e - 1\}$. D. $\{e^2 + 1\}$.

Lời giải.

Điều kiện là $x > -1$. Khi đó, phương trình tương đương $x+1 = e^2 \Leftrightarrow x = e^2 - 1$ (thỏa mãn điều kiện).
 Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{e^2 - 1\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 779. Nghiệm của phương trình $3^x = 6$ là

A. $\log_3 2$.

B. 2.

C. $\log_3 6$.

D. $\log_6 3$.

Lời giải.

Vì $6 > 0$ nên $3^x = 6 \Leftrightarrow x = \log_3 6$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 780. Số nào dưới đây là nghiệm của phương trình $2^{\sqrt{x^2+3x}} = 4$?

A. 1.

B. 2.

C. -3.

D. 0.

Lời giải.

Thay $x = 1$ vào phương trình $2^{\sqrt{1^2+3 \cdot 1}} = 4$. (đúng)

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 781. Tìm nghiệm của phương trình $4^{2x+5} = 2^{2-x}$.

A. $-\frac{8}{5}$.

B. $\frac{12}{5}$.

C. 3.

D. $\frac{8}{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$4^{2x+5} = 2^{2-x} \Leftrightarrow 2^{2(2x+5)} = 2^{2-x} \Leftrightarrow 2(2x+5) = 2-x \Leftrightarrow x = -\frac{8}{5}.$$

Vậy, nghiệm của phương trình là $x = -\frac{8}{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 782. Tìm nghiệm của phương trình $4^{2x+5} = 2^{2-x}$.

A. $-\frac{8}{5}$.

B. $\frac{12}{5}$.

C. 3.

D. $\frac{8}{5}$.

Lời giải.

Ta có $4^{2x+5} = 2^{2-x} \Leftrightarrow 2^{4x+10} = 2^{2-x} \Leftrightarrow 4x+10 = 2-x \Leftrightarrow 5x = -8 \Leftrightarrow x = -\frac{8}{5}$.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm là $x = -\frac{8}{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 783. Một người gửi số tiền 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm. Cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Người đó sẽ lĩnh được số tiền cả vốn lẫn lãi là 80 triệu đồng sau n năm. Hỏi nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi thì n gần nhất với số nào dưới đây.

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải.

Áp dụng công thức lãi kép: $T_n = T_0(1+r)^n$.

Với số tiền ban đầu $T_0 = 50$ triệu; số tiền sau n năm là $T_n = 80$ triệu; lãi suất $r = 8,4\% = 0,084$.

Ta có: $80 = 50(1+0,084)^n = 50 \cdot 1,084^n \Rightarrow 1,084^n = 1,6 \Leftrightarrow n = \log_{1,084} 1,6 \Rightarrow n \approx 5,83$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 784. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng

A. -6.

B. -5.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2^{x^2+2x} &= 8^{2-x} \Leftrightarrow 2^{x^2+2x} = 2^{6-3x} \\ &\Leftrightarrow x^2 + 2x = 6 - 3x \\ &\Leftrightarrow x^2 + 5x - 6 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -6. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tổng hai nghiệm bằng -5 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 785. Cho phương trình $4^{x^2-2x} + 2^{x^2-2x+3} - 3 = 0$. Khi đặt $2^{x^2-2x} = t$, $t > 0$ ta được phương trình nào dưới đây?

- A. $4t - 3 = 0$. B. $2t^2 - 3 = 0$. C. $t^2 + 8t - 3 = 0$. D. $t^2 + 2t - 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$4^{x^2-2x} + 2^{x^2-2x+3} - 3 = 0 \Leftrightarrow (2^{x^2-2x})^2 + 8 \cdot 2^{x^2-2x} - 3 = 0 \quad (1).$$

Đặt $t = 2^{x^2-2x} > 0$. Khi đó (1) trở thành

$$t^2 + 8t - 3 = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 786. Nghiệm của phương trình $9^{\sqrt{x-1}} = e^{\ln 81}$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 5$. C. $x = 6$. D. $x = 17$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = [1; +\infty)$. Ta có

$$9^{\sqrt{x-1}} = e^{\ln 81} \Leftrightarrow 9^{\sqrt{x-1}} = 81 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 2 \Leftrightarrow x = 5 \text{ (nhận)}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 787. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$ là

- A. $\{-1\}$. B. $\{2\}$. C. $\{2; -1\}$. D. $\{-2; 1\}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1. \quad (1)$$

Với điều kiện (1), phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$\log_2 x(x-1) = 1 \Leftrightarrow x(x-1) = 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (thoả mãn)} \\ x = -1 \text{ (không thoả mãn)}. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{2\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 788. Phương trình $2^{x-1} = 32$ có nghiệm là

- A. $x = 5$. B. $x = 6$. C. $x = 4$. D. $x = 3$.

Lời giải.

Ta có $2^{x-1} = 32 \Leftrightarrow x - 1 = \log_2 32 \Leftrightarrow x - 1 = 5 \Leftrightarrow x = 6$.

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 789. Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_3 (2x^2 + x + 3) = 1$.

- A. $\{0\}$. B. $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. C. $\left\{0; -\frac{1}{2}\right\}$. D. $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải.

Ta có $\log_3 (2x^2 + x + 3) = 1 \Leftrightarrow 2x^2 + x + 3 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 790. Phương trình $3^x = 2$ có nghiệm là

- A. $x = \log_2 3$. B. $x = 2^3$. C. $x = \log_3 2$. D. $x = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $3^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_3 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 791. Giá trị nào sau đây là một nghiệm của phương trình $\log_3 (2x^2 + 1) = 2$?

- A. $x = 2$. B. $x = 4$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Lời giải.

ĐKXD: $x \in \mathbb{R}$.

Ta có $\log_3 (2x^2 + 1) = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 1 = 9 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 792. Tính tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x+1} = 8$.

- A. 0. B. -2. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2-2x+1} = 8 = 2^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2 = 0$.

Theo định lý Vi-ét, tổng các nghiệm của phương trình là 2.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 793. Phương trình $3^{1-x} = 2 + \left(\frac{1}{9}\right)^x$ có bao nhiêu nghiệm âm?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$PT \Leftrightarrow 3 \cdot 3^{-x} = 2 + (3^{-x})^2 \Leftrightarrow (3^{-x})^2 - 3 \cdot 3^{-x} + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{-x} = 1 \\ 3^{-x} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\log_3 2 < 0. \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm âm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 794. Nghiệm phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$ là

- A. $x = 9$. B. $x = -5$ hoặc $x = 9$.
C. $x = 2$ hoặc $x = \log_3 5$. D. $x = 2$.

Lời giải.

Phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 4 \cdot 3^x - 45 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 9 \\ 3^x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 795. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2^{x^2} = \sqrt{3}$ là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$2^{x^2} = \sqrt{3} \Leftrightarrow x^2 = \log_2 \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\log_2 \sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 796. Giải phương trình $\log_3(x-1) = 2$

A. $x = 10$.

B. $x = 11$.

C. $x = 8$.

D. $x = 7$.

Lời giải.

Tập xác định của phương trình là $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. Với điều kiện đó, phương trình

$$\log_3(x-1) = 2 \Leftrightarrow x-1 = 9 \Leftrightarrow x = 10.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 10$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 797. Xác định số thực x để dãy số $\log 2, \log 7; \log x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

A. $x = \frac{49}{2}$.

B. $x = \frac{2}{49}$.

C. $x = \frac{2}{7}$.

D. $x = \frac{7}{2}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Để $\log 2, \log 7; \log x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng thì

$$\log 2 + \log x = 2 \log 7 \Leftrightarrow \log 2x = \log 7^2 \Leftrightarrow \log 2x = \log 49 \Leftrightarrow 2x = 49 \Leftrightarrow x = \frac{49}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 798. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x+2} = 4$ là

A. $S = \{0\}$.

B. $S = \{3\}$.

C. $S = \{0; 3\}$.

D. $S = \{0; -3\}$.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2-3x+2} = 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases}$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 799. Tìm tập nghiệm của phương trình $3^{x^2+2x} = 1$.

A. $S = \{-1; 3\}$.

B. $S = \{0; -2\}$.

C. $S = \{1; -3\}$.

D. $S = \{0; 2\}$.

Lời giải.

$$3^{x^2+2x} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 800. Số các nghiệm phân biệt của phương trình $\log_2(x^2 - 2)^2 = 2$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Điều kiện $x^2 - 2 \neq 0$.

Ta có

$$\log_2(x^2 - 2)^2 = 2 \Leftrightarrow (x^2 - 2)^2 = 4 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (nhận)} \\ x = \pm 2 \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 801. Phương trình $5^{x+2} - 1 = 0$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{0\}$. D. $S = \{-2\}$.

Lời giải.

$$5^{x+2} - 1 = 0 \Leftrightarrow 5^{x+2} = 1 \Leftrightarrow x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 802. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + x + 3) = 1$ là

- A. $\{-1; 0\}$. B. $\{0; 1\}$. C. $\{0\}$. D. $\{-1\}$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình } \log_3(x^2 + x + 3) = 1 \Leftrightarrow x^2 + x + 3 = 3 \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0; -1\}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 803. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x + 1) - \log_3(x - 1) = 1$.

- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{2\}$. D. $S = \{4\}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 2x + 1 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Phương trình đã cho tương đương

$$\log_3 \frac{2x + 1}{x - 1} = 1 \Leftrightarrow \frac{2x + 1}{x - 1} = 3 \Leftrightarrow 2x + 1 = 3x - 3 \Leftrightarrow x = 4.$$

Vậy $S = \{4\}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 804. Phương trình $4^{3x-2} = 16$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{3}{4}$. B. $x = 5$. C. $x = \frac{4}{3}$. D. $x = 3$.

Lời giải.

Ta có

$$4^{3x-2} = 16 \Leftrightarrow 3x - 2 = 2 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 805. Tích các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2} = 4$ bằng

- A. 0. B. -4. C. 4. D. -2.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2-2} = 4 \Leftrightarrow x^2 - 2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$. Tích các nghiệm là -4 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 806. Phương trình $\log(x+1) = 2$ có nghiệm là

A. 11.

B. 9.

C. 101.

D. 99.

Lời giải.

Ta có $\log(x+1) = 2 \Leftrightarrow x+1 = 100 \Leftrightarrow x = 99$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 807. Tìm nghiệm của phương trình $\log_{25}(x+1) = \frac{1}{2}$.

A. $x = 4$.

B. $x = 6$.

C. $x = 24$.

D. $x = 0$.

Lời giải.

Điều kiện xác định là $x > -1$. Phương trình tương đương với $x+1 = 5 \Leftrightarrow x = 4$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình có nghiệm $x = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 808. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

A. $x = 5$.

B. $x = 10$.

C. $x = 7$.

D. $x = 9$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 2^3 \Leftrightarrow x = 9$.

Vậy phương trình đã cho có duy nhất nghiệm $x = 9$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 809. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 8$ là

A. $x = \frac{5}{2}$.

B. $x = 2$.

C. $x = \frac{3}{2}$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

Ta có $2^{2x-1} = 8 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = 2^3 \Leftrightarrow 2x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 810. Số nghiệm dương của phương trình $\ln|x^2-5| = 0$ là

A. 1.

B. 4.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với:

$$\ln|x^2-5| = 0 \Leftrightarrow |x^2-5| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5 = 1 \\ x^2-5 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{6} \\ x = \pm 2. \end{cases}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm dương là $x = \sqrt{6}$ và $x = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 811. Nghiệm của phương trình $\log(x-1) = 2$ là

A. $x = 5$.

B. $x = 21$.

C. $x = 101$.

D. $x = 1025$.

Lời giải.

Ta có $\log(x-1) = 2 \Leftrightarrow x-1 = 10^2 \Leftrightarrow x = 101$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 812. Phương trình $\log_2(x-1) = 1$ có nghiệm là

A. $x = \frac{1}{3}$.

B. $x = 3$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $x = 2$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 1$. Ta có

$$\log_2(x-1) = 1 \Leftrightarrow x-1 = 2 \Leftrightarrow x = 3.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 813. Nghiệm của phương trình $2^{7x-1} = 8^{2x-1}$ là

A. $x = 2$.

B. $x = -3$.

C. $x = -2$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2^{7x-1} = 8^{2x-1} \Leftrightarrow 2^{7x-1} = 2^{3(2x-1)} \Leftrightarrow 7x-1 = 6x-3 \Leftrightarrow x = -2.$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm là $x = -2$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 814. Phương trình $\log_3(3x-2) = 3$ có nghiệm là

A. $\frac{25}{3}$.

B. $\frac{29}{3}$.

C. $\frac{11}{3}$.

D. 87.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện xác định: } 3x-2 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}.$$

$$\text{Ta có } \log_3(3x-2) = 3 \Leftrightarrow 3x-2 = 3^3 \Leftrightarrow x = \frac{29}{3}.$$

$$\text{Vậy phương trình } \log_3(3x-2) = 3 \text{ có nghiệm } x = \frac{29}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 815. Tập nghiệm của phương trình $\log_{0,25}(x^2-3x) = -1$ là

A. $\{4\}$.

B. $\left\{\frac{3-2\sqrt{2}}{2}; \frac{3+2\sqrt{2}}{2}\right\}$.

C. $\{-4; 1\}$.

D. $\{-1; 4\}$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_{0,25}(x^2-3x) = -1 \Leftrightarrow x^2-3x = 0,25^{-1} \Leftrightarrow x^2-3x-4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm phương trình là $\{-1; 4\}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 816. Phương trình $2^{x^2-3x+2} = 1$ có tổng các nghiệm là

A. 2.

B. 3.

C. -7.

D. 7.

Lời giải.

$$\text{Phương trình đã cho } \Leftrightarrow x^2-3x+2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Do đó tổng các nghiệm là 3.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 817. Số nghiệm của phương trình $(x^2-3x+2)\log_2(x-1) = 0$ là

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 1$.

Với điều kiện trên, ta có

$$(x^2 - 3x + 2) \log_2(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ \log_2(x - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (loại)} \\ x = 2 \text{ (thỏa mãn)}. \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm duy nhất $x = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 818. Phương trình $\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 x_2$.

A. 32.

B. 36.

C. 8.

D. 16.

Lời giải.

Ta có

$$\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 16. \end{cases}$$

Vậy $x_1 x_2 = 2 \cdot 16 = 32$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 819. Số nghiệm của phương trình $3^{2x^2-7x+5} = 1$ là

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $3^{2x^2-7x+5} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2}. \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 820. Cho biết $\ln x^2 = \ln(\sqrt{2} + 1) + \ln(\sqrt{2} - 1)$. Hãy tính x .

A. $x = \pm 1$.

B. $x = \frac{1}{e}$.

C. $x = e$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x \neq 0$.

Ta có $\ln x^2 = \ln(\sqrt{2} + 1) + \ln(\sqrt{2} - 1) \Leftrightarrow \ln x^2 = \ln 1 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 821. Tập nghiệm của phương trình $3^{x^2-4x+3} = 1$ là

A. $\{1\}$.

B. $\{1; 3\}$.

C. $\{3\}$.

D. $\{-1; -3\}$.

Lời giải.

Ta có $3^{x^2-4x+3} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3. \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; 3\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 822. Nghiệm của phương trình $\log_4(x - 1) = 3$ là

A. $x = 80$.

B. $x = 65$.

C. $x = 82$.

D. $x = 63$.

Lời giải.

Ta có $\log_4(x - 1) = 3 \Leftrightarrow x - 1 = 4^3 \Leftrightarrow x = 65$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 823. Phương trình $\log_2(5 \cdot 2^x - 4) = 2x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$\begin{aligned} 5 \cdot 2^x - 4 &= 2^{2x} \\ \Leftrightarrow 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình có một nghiệm nguyên dương là $x = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 824. Tập hợp các số thực m để phương trình $\log_2 x = m$ có nghiệm thực là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $[0; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Phương trình $\log_2 x = m \Leftrightarrow x = 2^m$ luôn có nghiệm thực với mọi m .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 825. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 2x + 3) = 1$ là

- A. $\{-2\}$. B. $\{0; -2\}$. C. $\{0; 2\}$. D. $\{0\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_3(x^2 + 2x + 3) = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-2; 0\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 826. Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(x - 9) = 3$ là

- A. $x = 36$. B. $x = 27$. C. $x = 18$. D. $x = 9$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_3(x - 9) = 3 \Leftrightarrow x - 9 = 3^3 \Leftrightarrow x = 36.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 827. Phương trình $\log_2(x + 1) = 4$ có nghiệm là

- A. $x = 4$. B. $x = 15$. C. $x = 3$. D. $x = 16$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_2(x + 1) = 4 \Leftrightarrow x + 1 = 16 \Leftrightarrow x = 15.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 828. Phương trình $\log(x - 2) = 1$ có nghiệm là

- A. $x = 12$. B. Vô nghiệm. C. $x = e + 2$. D. $x = 3$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2.$$

$$\text{Ta có } \log(x - 2) = 1 \Leftrightarrow x - 2 = 10^1 \Leftrightarrow x = 12 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = 12$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 829. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 |x + 1| = 3$ là

- A. $S = \{7\}$. B. $S = \{-10; 8\}$. C. $S = \{-9; 7\}$. D. $S = \{8\}$.

Lời giải.

Điều kiện $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$.

$$\text{Ta có } \log_2 |x + 1| = 3 \Leftrightarrow |x + 1| = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 8 \\ x + 1 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -9. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 830. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ là

- A. $\{-2\}$. B. $\{1\}$. C. $\{-1; 2\}$. D. $\{1; -2\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2^{x^2+x} = 4 \Leftrightarrow x^2 + x = 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{1; -2\}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 831. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = 3$ là

- A. $\{-3; 3\}$. B. $\{-3\}$. C. $\{3\}$. D. $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_2(x^2 - 1) = 3 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 2^3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $\{-3; 3\}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 832. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 7) = 2$ là

- A. $\{-\sqrt{15}; \sqrt{15}\}$. B. $\{-4; 4\}$. C. $\{4\}$. D. $\{-4\}$.

Lời giải.

$$\text{Với điều kiện } x^2 - 7 > 0 \text{ ta có } \log_3(x^2 - 7) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 7 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4. \end{cases}$$

So với điều kiện ta nhận cả 2 nghiệm.

Chọn đáp án **B** □

Câu 833. Biết rằng x là số thực thỏa mãn $3^x = \sqrt{27}\sqrt[5]{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $x = \frac{17}{10}$. B. $x = \frac{19}{10}$. C. $x = \frac{9}{5}$. D. $x = \frac{7}{5}$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình tương đương } 3^x = 3^{\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{5}} \Leftrightarrow 3^x = 3^{\frac{17}{10}} \Leftrightarrow x = \frac{17}{10}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 834. Phương trình $\log_5(x + 5) = 2$ có nghiệm là

- A. $x = 20$. B. $x = 5$. C. $x = 27$. D. $x = 30$.

Lời giải.

$$\log_5(x + 5) = 2 \Leftrightarrow x + 5 = 25 \Leftrightarrow x = 20.$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 20$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 835. Số nghiệm của phương trình $2^{-x^2+x+2} = 1$ là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2^{-x^2+x+2} = 1 \Leftrightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Phương trình có tập nghiệm $S = \{-1; 2\}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 836. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 2$ là

A. $x = 3$.

B. $x = 5$.

C. $x = 4$.

D. $x = -3$.

Lời giải.

$$\log_2(x-1) = 2 \Leftrightarrow x-1 = 4 \Leftrightarrow x = 5.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 837. Phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x-2) + 1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - 6 \geq 0 \\ x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{6} \\ x \leq -\sqrt{6} \Leftrightarrow x \geq \sqrt{6}. \\ x \geq 2 \end{cases}$$

Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_3(x^2 - 6) = \log_3 3(x-2) \Leftrightarrow x^2 - 6 = 3(x-2) \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 3 \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 838. Xét bất phương trình $5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+2} + 32 < 0$. Nếu đặt $t = 5^x$ thì bất phương trình trở thành bất phương trình nào sau đây?

A. $t^2 - 3t + 32 < 0$.

B. $t^2 - 16t + 32 < 0$.

C. $t^2 - 6t + 32 < 0$.

D. $t^2 - 75t + 32 < 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+2} + 32 < 0 \Leftrightarrow 5^{2x} - 3 \cdot 5^x \cdot 25 + 32 < 0 \Leftrightarrow 5^{2x} - 75 \cdot 5^x + 32 < 0.$$

Nếu đặt $t = 5^x > 0$ thì bất phương trình $5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+2} + 32 < 0$ trở thành bất phương trình $t^2 - 75t + 32 < 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 839. Phương trình $\log_3(2x+1) = 3$ có nghiệm duy nhất bằng

A. 12.

B. 13.

C. 4.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_3(2x+1) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ 2x+1 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow x = 13.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 840. Tìm nghiệm của phương trình $\log(x-1) = 2$.

A. 99.

B. 101.

C. $e^2 - 1$.

D. $e^2 + 1$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình tương đương với } x-1 = 10^2 \Leftrightarrow x = 101.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 841. Sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = Ae^{Nr}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Theo số liệu từ tổng cục thống kê, dân số Việt Nam năm 2015 là 91,7 triệu người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam trong giai đoạn 2015 – 2030 ở mức không đổi là 1,1%. Hãy ước tính dân số Việt Nam năm 2030 (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

A. 109,35 triệu người. B. 105,97 triệu người. C. 477,48 triệu người. D. 108,15 triệu người.

Lời giải.

$$S = Ae^{Nr} \Rightarrow S = 91,7 \cdot e^{15 \cdot 1,1\%} = 108,15 \text{ triệu người.}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 842. Cho x, y là hai số thực thỏa mãn $2^x = 5$ và $4^y = 20$. Tính $x + 2y$.

A. $2 + 2\log_2 5$. B. $2 + \log_2 5$. C. $1 + 2\log_2 5$. D. $4 + 2\log_2 5$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} 2^x = 5 \\ 4^y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2 5 \\ y = \log_4 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2 5 \\ y = 1 + \frac{1}{2} \log_2 5 \end{cases} \Rightarrow x + 2y = 2 + 2\log_2 5.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 843. Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-5x-1} = \frac{1}{8}$ là

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x \in \mathbb{R}$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} 2^{2x^2-5x-1} &= 2^{-3} \\ \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 1 &= -3 \\ \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} & \text{ (thỏa mãn).} \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 844. Phương trình $\log_2(x-2) = 1$ có nghiệm là

A. $x = 1$. B. $x = 4$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_2(x-2) = 1 \Leftrightarrow x-2 = 2 \Leftrightarrow x = 4.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 845. Phương trình $4^{2x-4} = 16$ có nghiệm là

A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 4$. D. $x = 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 4^{2x-4} = 16 \Leftrightarrow 4^{2x-4} = 4^2 \Leftrightarrow 2x-4 = 2 \Leftrightarrow x = 3.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 846. Tìm nghiệm của phương trình $5^{2018x} = \sqrt{5^{2018}}$.

- A. $x = 1 - \log_5 2$. B. $x = -\log_5 2$. C. $x = \frac{1}{2}$. D. $x = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 5^{2018x} = \sqrt{5^{2018}} &\Leftrightarrow 5^{2018x} = 5^{1009} \\ &\Leftrightarrow 2018x = 1009 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 847. Nghiệm của phương trình $\log_4(x+1) = 3$ là

- A. $x = 66$. B. $x = 63$. C. $x = 68$. D. $x = 65$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > -1$, với điều kiện, phương trình $\Leftrightarrow x+1 = 4^3 = 64 \Leftrightarrow x = 63$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 848. Giải phương trình $\log_2(1-x) = 2$.

- A. $x = -4$. B. $x = 3$. C. $x = -3$. D. $x = 5$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(1-x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x > 0 \\ 1-x = 2^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = -3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 849. Phương trình $4^x + 3 \cdot 2^x - 4 = 0$ có nghiệm là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải.

Phương trình tương đương với $\begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = -4 \end{cases} \text{ (vô nghiệm)} \Leftrightarrow x = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 850. Phương trình $2^{x+1} = 8$ có nghiệm là

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = 4$.

Lời giải.

Có $2^{x+1} = 8 \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^3 \Leftrightarrow x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 851. Tìm nghiệm thực của phương trình $2^x = 7$.

- A. $x = \sqrt{7}$. B. $x = \frac{7}{2}$. C. $x = \log_2 7$. D. $x = \log_7 2$.

Lời giải.

Ta có $2^x = 7 \Leftrightarrow x = \log_2 7$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 852. Nếu $\log x = \frac{2}{3} \log a - \frac{1}{5} \log b$ thì x bằng

- A. $a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{1}{5}}$. B. $a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{5}}$. C. $a^{\frac{3}{2}}b^{-\frac{1}{5}}$. D. $a^{\frac{3}{2}}b^{-5}$.

Lời giải.

Ta có $\log x = \frac{2}{3} \log a - \frac{1}{5} \log b = \log a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{1}{5}} \Rightarrow x = a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{1}{5}}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 853. Tính tổng T các nghiệm của phương trình $(\log 10x)^2 - 3 \log(100x) = -5$.

A. $T = 12$.

B. $T = 110$.

C. $T = 11$.

D. $T = 10$.

Lời giải.

Điều kiện của phương trình là $x > 0$. Phương trình đã cho tương đương với

$$(1 + \log x)^2 - 3(2 + \log x) + 5 = 0 \Leftrightarrow \log^2 x - \log x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log x = 0 \\ \log x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 10 \end{cases}.$$

Do đó $T = 11$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 854. Phương trình $\log_3(3x - 1) = 2$ có nghiệm là

A. $x = \frac{3}{10}$.

B. $x = 3$.

C. $x = \frac{10}{3}$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

Điều kiện: $3x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$.

$$\log_3(3x - 1) = 2 \Leftrightarrow 3x - 1 = 9 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 855. Giải phương trình $\log_3(x - 2) = 211$.

A. $x = 3^{211} - 2$.

B. $x = 211^3 - 2$.

C. $x = 211^3 + 2$.

D. $x = 3^{211} + 2$.

Lời giải.

Ta có $\log_3(x - 2) = 211 \Leftrightarrow x - 2 = 3^{211} \Leftrightarrow x = 2 + 3^{211}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 856. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất không đổi là 8,4%/năm và lãi hằng năm được nhập vào vốn, hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được cả vốn lẫn lãi gấp đôi số tiền ban đầu (lấy giá trị quy tròn)?

A. 9.

B. 8.

C. 7.

D. 10.

Lời giải.

Gọi số tiền gửi ban đầu là A . Khi đó số tiền nhận được sau n năm là

$$T = A(1 + 8,4\%)^n = 1,084^n \cdot A.$$

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow 1,084^n \cdot A = 2A \Leftrightarrow 1,084^n = 2 \Leftrightarrow n \approx 8,59.$$

Vậy sau 9 năm người đó sẽ nhận được cả vốn lẫn lãi gấp đôi số tiền ban đầu.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 857. Phương trình $\log_3(x + 2) = 3$ có nghiệm là

A. 5.

B. 25.

C. 7.

D. -3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_3(x + 2) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x + 2 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow x = 25.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 858. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x + 3) = 1$.

A. $S\{3\}$.

B. $S = \{-1\}$.

C. $S = \{0\}$.

D. $S = \{1\}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương $2x + 3 = 3$ hay $x = 0$. Vậy $S = \{0\}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 859. Tìm nghiệm của phương trình $\log_3 x = 2$.

A. $x = 3$.

B. $x = 9$.

C. $x = 8$.

D. $x = 6$.

Lời giải.

$$\log_3 x = 2 \Leftrightarrow x = 3^2 \Leftrightarrow x = 9.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 860. Phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 861. Giải phương trình $\log_2(x - 2) = 1$.

A. $x = \frac{5}{3}$.

B. $x = 4$.

C. $x = 2$.

D. $x = 3$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = (2; +\infty)$. Ta có $x - 2 = 2^1 \Leftrightarrow x = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 862. Giải phương trình $(2,5)^{5x-7} = \left(\frac{2}{5}\right)^{x+1}$.

A. $x \geq 1$.

B. $x = 1$.

C. $x < 1$.

D. $x = 2$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{7-5x} = \left(\frac{2}{5}\right)^{x+1} \Leftrightarrow 7 - 5x = x + 1 \Leftrightarrow x = 1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 863. Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(3x - 2) = 3$.

A. $x = \frac{29}{3}$.

B. $x = \frac{11}{3}$.

C. $x = \frac{25}{3}$.

D. $x = 87$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương $3x - 2 = 3^3$ hay $x = \frac{29}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 864. Tìm nghiệm của phương trình $9^x - 3^x - 6 = 0$.

A. $x = -2$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. $x = 3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 9^x - 3^x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 3 \\ 3^x = -2 \end{cases} \Rightarrow 3^x = 3 \Leftrightarrow x = 1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 865. Giải phương trình $\log_2(2x - 2) = 3$.

A. $x = 3$.

B. $x = 2$.

C. $x = 5$.

D. $x = 4$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 1$.

$$\log_2(2x - 2) = 3 \Leftrightarrow 2x - 2 = 8 \Leftrightarrow x = 5.$$

Vậy tập nghiệm phương trình đã cho là $S = \{5\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 866. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên bằng SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

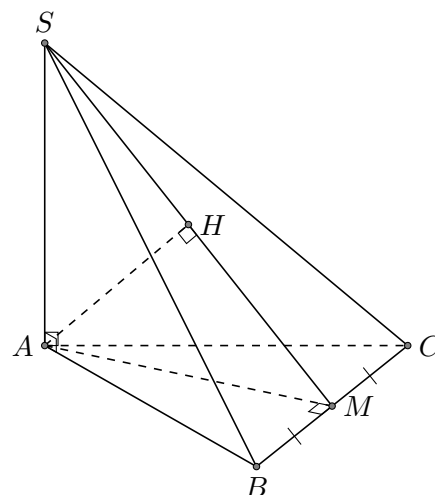
Lời giải.

— Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó $AM \perp BC$.

— Kẻ AH vuông góc với SM tại H .

— Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{SA^2}$.

— Suy ra $d = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **A** □

Câu 867. Cho phương trình $\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) = 1$. Khi đặt $t = \log_5(5^x - 1)$, ta được phương trình nào dưới đây?

A. $t^2 - 1 = 0$.

B. $t^2 + t - 2 = 0$.

C. $t^2 - 2 = 0$.

D. $2t^2 + 2t - 1 = 0$.

Lời giải.

$$\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) = 1 \Leftrightarrow \log_5(5^x - 1) \cdot \frac{1}{2} [1 + \log_5(5^x - 1)] = 1.$$

Khi đặt $t = \log_5(5^x - 1)$, ta được phương trình $t^2 + t - 2 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 868. Cho phương trình $9^x - 6 \cdot 3^{x-1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 3^x$, ta được phương trình nào sau đây?

A. $2t^2 - 3 = 0$.

B. $t^2 - 2t - 3 = 0$.

C. $t^2 - t - 3 = 0$.

D. $t^2 - 6t - 3 = 0$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình } 9^x - 6 \cdot 3^{x-1} - 3 = 0 \Leftrightarrow 9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0.$$

Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$), ta được phương trình $t^2 - 2t - 3 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 869. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x + 1) = 2$ là

A. $x = \frac{5}{2}$.

B. $x = -2$.

C. $x = 4$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có: } \log_3(2x + 1) = 2 \Leftrightarrow 2x + 1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (thỏa điều kiện).}$$

Vậy $x = 4$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 870. Hệ phương trình $\begin{cases} 2^{x+y} = 8 \\ 2^x + 2^y = 5 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 1.

C. 0.

D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} 2^{x+y} = 8 \\ 2^x + 2^y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ 2^x + 2^y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - x \\ (2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 8 = 0 \end{cases}$$

Hệ vô nghiệm vì phương trình $(2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 8 = 0$ vô nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 871. Nghiệm của phương trình $\log_{2017}(2018x) = 0$.

A. 2017^{2018} .

B. 1.

C. 2018.

D. $\frac{1}{2018}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{2017}(2018x) = 0 \Leftrightarrow 2018x = 1$ hay $x = \frac{1}{2018}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 872. Giải phương trình $2^{x^2+3x} = 1$.

A. $x = 0, x = 3$.B. $x = 1, x = -3$.C. $x = 1, x = 2$.D. $x = 0, x = -3$.

Lời giải.

$$2^{x^2+3x} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 873. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2 2018x = 3$.

A. $x = 3 + \log_2 2018$.B. $x = \frac{4}{1009}$.C. $x = 3 - \log_2 2018$.D. $x = \frac{3^2}{2018}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

$\log_2 2018x = 3 \Leftrightarrow 2018x = 2^3 \Leftrightarrow x = \frac{4}{1009}$ (thỏa điều kiện).

Chọn đáp án **B**

□

Câu 874. Cho phương trình $3^{2x+2} - 2 \cdot 6^x - 7 \cdot 4^x = 0$. Bằng cách đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ ta thu được phương trình nào sau đây?

A. $7t^2 - 2t - 9 = 0$.B. $7t^2 + 2t - 9 = 0$.C. $3t^2 - 2t - 7 = 0$.D. $3t^2 - 2t + 7 = 0$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} 3^{2x+2} - 2 \cdot 6^x - 7 \cdot 4^x &= 0 \\ \Leftrightarrow 7 \cdot 4^2 + 2 \cdot 6^x - 9 \cdot 9^x &= 0 \\ \Leftrightarrow 7 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^x + 2 \cdot \left(\frac{6}{9}\right)^x - 9 &= 0 \\ \Leftrightarrow 7 \cdot \left[\left(\frac{2}{3}\right)^x\right]^2 + 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x - 9 &= 0 \end{aligned}$$

Khi đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^x$, ta được phương trình: $7t^2 + 2t - 9 = 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 875. Giải phương trình $2^x = 3$.

- A. $x = 2^{\sqrt{3}}$. B. $x = \log_2 3$. C. $x = \log_3 2$. D. $x = 3^{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Ta có $2^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_2 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 876. Cho phương trình $\log^2 x + 3 \log 10x = 0$. Nếu đặt $t = \log x$ thì ta được phương trình nào dưới đây?

- A. $t^2 + 3t + 3 = 0$. B. $t^2 + 3t - 3 = 0$. C. $t^2 + 3t = 0$. D. $t^2 + 10t = 0$.

Lời giải.

Ta có $\log^2 x + 3 \log 10x = 0 \Leftrightarrow \log^2 x + 3 \log 10 + 3 \log x = 0$.

Đặt $t = \log x$ ta được phương trình $t^2 + 3t + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 877. Cho phương trình $4^x - 2^{x+1} + 2 = 0$. Đặt $t = 2^x$ thì ta được phương trình nào dưới đây?

- A. $t^2 - t + 2 = 0$. B. $4t^2 - t + 2 = 0$. C. $t^2 + 2t + 2 = 0$. D. $t^2 - 2t + 2 = 0$.

Lời giải.

PT $\Leftrightarrow (2^x)^2 - 2 \cdot 2^x + 2 = 0$. Đặt $t = 2^x$ ta được phương trình $t^2 - 2t + 2 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 878. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^{x^2} = 9$.

- A. $S = \{\sqrt{2}; 2\}$. B. $S = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$. C. $S = \{-\sqrt{2}; 2\}$. D. $S = \{-2; 2\}$.

Lời giải.

PT $\Leftrightarrow 3^{x^2} = 3^2 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 879. Giải phương trình $\log_6(x - 1) = 1$.

- A. $x = 2$. B. $x = 7$. C. $x = -4$. D. $x = 6$.

Lời giải.

Ta có $\log_6(x - 1) = 1 \Leftrightarrow x - 1 = 6^1 \Leftrightarrow x = 7$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 880. Nghiệm của phương trình $2^{7x-1} = 8^{2x-1}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = -3$. C. $x = -2$. D. $x = 1$.

Lời giải.

Ta có: $2^{7x-1} = 8^{2x-1} \Leftrightarrow 2^{7x-1} = 2^{3(2x-1)} \Leftrightarrow 7x - 1 = 3(2x - 1) \Leftrightarrow x = -2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 881. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 4x) = 2$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Lời giải.

$\log_2(x^2 - 4x) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{5} \\ x = 1 + \sqrt{5} \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 882. Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-4x+3} = 2$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải.

Ta có $2^{2x^2-4x+3} = 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 3 = 1 \Leftrightarrow x = 1$.

Suy ra phương trình đã cho có đúng một nghiệm.

Chọn đáp án **C** □

Câu 883. Với $a, b \in \mathbb{R}$, nghiệm thực x của phương trình $(a^2 + 2)^x = b^2 + 1$ là

- A. $\log_{b^2+1}(a^2 + 2)$. B. $\log_{a^2+1}(b^2 + 2)$. C. $\log_{a^2+2}(b^2 + 1)$. D. $\log_{b^2+2}(a^2 + 1)$.

Lời giải.

Dựa vào định nghĩa lô-ga-rít.

Chọn đáp án **C** □

Câu 884. Giải bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-4} > \left(\frac{3}{4}\right)^{x+1}$.

- A. $S = (-\infty; 5)$. B. $S = (-1; 2)$. C. $S = [5; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương với $2x - 4 < x + 1 \Leftrightarrow x < 5$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 885. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

- A. $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$. B. $\log x < 0 \Leftrightarrow x < 10$.
C. $\log_{\frac{1}{2}} a < \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a > b > 0$. D. $\log_2 a = \log_2 b \Leftrightarrow a = b > 0$.

Lời giải.

— Ta có $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > e^0 = 1$ do đó khẳng định $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$ là đúng.

— Ta có $\log x < 0 \Leftrightarrow x < 10^0 \Leftrightarrow x < 1$ do đó khẳng định $\log x < 0 \Leftrightarrow x < 10$ là sai.

— Ta có $\log_{\frac{1}{2}} a < \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow \begin{cases} a > b \\ a > 0, b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a > b > 0$ do đó khẳng định $\log_{\frac{1}{2}} a < \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a > b > 0$ là đúng.

— Ta có $\log_2 a = \log_2 b \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a > 0, b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b > 0$ do đó khẳng định $\log_2 a = \log_2 b \Leftrightarrow a = b > 0$ là đúng.

Chọn đáp án **B** □

Câu 886. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. C. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $3^{2x-1} > 27 \Leftrightarrow 2x - 1 > \log_3 27 \Leftrightarrow 2x - 1 > 3 \Leftrightarrow x > 2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 887. Tập hợp nào sau đây là tập hợp nghiệm của bất phương trình $4^x < 2^{x+1} + 3$?

- A. $(\log_2 3; 5)$. B. $(-\infty; \log_2 3)$. C. $(1; 3)$. D. $(2; 4)$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương với $(2^x)^2 - 2 \cdot 2^x - 3 < 0$. Đặt $t = 2^x$, $t > 0$, bất phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - 2t - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < t < 3.$$

Từ đó ta được $2^x < 3 \Leftrightarrow x < \log_2 3$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 888. Giải bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$.

A. $x > 0$.

B. $x < 0$.

C. $x < 4$.

D. $x \geq -4$.

Lời giải.

Ta có $3^{x+2} \geq \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x+2} \geq 3^{-2} \Leftrightarrow x+2 \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -4$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 889. Giải bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$.

A. $x > 3$.

B. $\frac{1}{3} < x < 3$.

C. $x < 3$.

D. $x > \frac{10}{3}$.

Lời giải.

ĐKXD: $3x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$.

Ta có $\log_2(3x-1) > 3 \Leftrightarrow 3x-1 > 2^3 \Leftrightarrow 3x > 9 \Leftrightarrow x > 3$ (thỏa mãn).

Vậy bất phương trình có nghiệm $x > 3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 890. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là

A. $(0; 6)$.

B. $(-\infty; 6)$.

C. $(0; 64)$.

D. $(6; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $2^{2x} < 2^{x+6} \Leftrightarrow 2x < x+6 \Leftrightarrow x < 6$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 891. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x-1) \leq \log x$ là

A. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

B. $(-\infty; 1]$.

C. $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$.

D. $(0; 1]$.

Lời giải.

$\log(2x-1) \leq \log x \Leftrightarrow 0 < 2x-1 \leq x \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x \leq 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 892. Tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 2^{2x-1}$ là

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.

D. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 2^{2x-1} \Leftrightarrow 2^{-x} > 2^{2x-1} \Leftrightarrow -x > 2x-1 \Leftrightarrow x < \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 893. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x > -2$.

A. $S = (4; +\infty)$.

B. $S = [0; 4)$.

C. $S = (-\infty; 4)$.

D. $S = (0; 4)$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}} x > -2 \Leftrightarrow -\log_2 x > -2 \Leftrightarrow \log_2 x < 2 \Leftrightarrow x < 4$.

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm $S = (0; 4)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 894. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3}(3x-2) \geq 0$ là

- A. $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$. B. $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; 1\right]$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \log_{0,3}(3x-2) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2 > 0 \\ 3x-2 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < x \leq 1.$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{2}{3}; 1\right]$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 895. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$.

- A. $S = (-\infty; 7]$. B. $S = [7; +\infty)$. C. $S = (3; 7]$. D. $S = [3; 7]$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 3$.

Ta có

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4 \Leftrightarrow x-3 \leq 4 \Leftrightarrow x \leq 7.$$

Kết hợp với điều kiện ta được $S = (3; 7]$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 896. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (-1; 2)$. C. $S = (-\infty; 2)$. D. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$. Ta có

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow x+1 > 2x-1 \Leftrightarrow x < 2.$$

Kết hợp với điều kiện xác định, ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 897. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 8$.

- A. $S = (-3; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 3)$. C. $S = (-\infty; -3)$. D. $S = (3; +\infty)$.

Lời giải.

Vì cơ số $\frac{1}{2} < 1$ nên $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 8 \Leftrightarrow x < \log_{\frac{1}{2}} 8 \Leftrightarrow x < -3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 898. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4}$.

- A. $S = [1; 2]$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = (1; 2)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4} \\ \Leftrightarrow & \left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ \Leftrightarrow & -x^2 + 3x > 2 \\ \Leftrightarrow & x^2 - 3x + 2 < 0 \\ \Leftrightarrow & 1 < x < 2. \end{aligned}$$

Vậy $S = (1; 2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 899. Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x+1} \leq 8^{x-2}$ là

- A. $[8; +\infty)$. B. $\emptyset$. C. $(0; 8)$. D. $(-\infty; 8]$.

Lời giải.

Ta có $4^{x+1} \leq 8^{x-2} \Leftrightarrow 2^{2x+2} \leq 2^{3x-6} \Leftrightarrow 2x+2 \leq 3x-6 \Leftrightarrow x \geq 8$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [8; +\infty)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 900. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\ln x^2 < 0$.

- A. $S = (-1; 1)$. B. $S = (-1; 0)$. C. $S = (-1; 1) \setminus \{0\}$. D. $S = (0; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\ln x^2 < 0 \Leftrightarrow 0 < x^2 < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ -1 < x < 1 \end{cases}$. Vậy $S = (-1; 1) \setminus \{0\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 901. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$ là

- A. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $\left[1; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải.

$$\log_{0,5}(x-1) > 1 \Leftrightarrow 0 < x-1 < 0,5 \Leftrightarrow 1 < x < \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 902. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.

Lời giải.

Vì $0 < \frac{e}{\pi} < 1$ nên $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1 \Leftrightarrow x < 0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 0)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 903. Tập nghiệm $\mathcal{S}$ của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

- A. $(1; 9)$. B. $(-\infty; 9)$. C. $(-\infty; 10)$. D. $(1; 10)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > 1$.

Ta có $\log_2(x-1) < 3 \Leftrightarrow x-1 < 2^3 \Leftrightarrow x < 9$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\mathcal{S} = (1; 9)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 904. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$ là

- A. 6. B. 5. C. 3. D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ x-3 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x \leq 7. \end{cases}$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (3; 7]$.

Từ đó suy ra bất phương trình có 4 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 905. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+2x} \leq 8$ là

- A. $(-\infty; -3]$. B. $[-3; 1]$. C. $(-3; 1)$. D. $(-3; 1]$.

Lời giải.

$$\text{Bất phương trình } 2^{x^2+2x} \leq 8 \Leftrightarrow 2^{x^2+2x} \leq 2^3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-3; 1].$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[-3; 1]$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 906. Tập nghiệm S của bất phương trình $3^x < 9$ là

- A. $S = (-\infty; 2]$. B. $S = (2; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 2)$. D. $S = \{2\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 3^x < 9 \Leftrightarrow x < 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 907. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{-x^2} > \frac{81}{256}$ là

- A. $(-2; 2)$. B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
C. $\mathbb{R}$. D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải.

Ta có

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-x^2} > \frac{81}{256} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{-x^2} > \left(\frac{3}{4}\right)^4 \Leftrightarrow -x^2 < 4 \Leftrightarrow x^2 + 4 > 0 \text{ (nghiệm đúng } \forall x \in \mathbb{R}).$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 908. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 4^{x+6}$ là

- A. $(6; +\infty)$. B. $(12; +\infty)$. C. $(-\infty; -12)$. D. $(-\infty; -6)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2^x > 4^{x+6} \Leftrightarrow 2^x > 2^{2x+12} \Leftrightarrow x > 2x + 12 \Leftrightarrow x < -12.$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm $S = (-\infty; -12)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 909. Cho bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1}$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Giá trị của $b - a$ bằng

- A. -2. B. -1. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương

$$x^2 - x + 1 < 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 2)$.

Do đó $a = 1, b = 2 \Rightarrow b - a = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 910. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 8$ là

- A. $(-\infty; 3)$. B. $[3; +\infty)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3]$.

Lời giải.

Ta có $2^x > 8 \Leftrightarrow 2^x > 2^3 \Leftrightarrow x > 3$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(3; +\infty)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 911. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\sqrt{x}} < 2$ là

- A. $[0; 1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-\infty; 1]$. D. $(0; 1)$.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq 0$.

Bất phương trình đã cho tương đương với $\sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow 0 \leq x < 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 912. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} > 3^{x+4}$.

- A. $S = (-\infty; 4)$. B. $S = (0; 4)$. C. $S = (-4; +\infty)$. D. $S = (4; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $3^{2x} > 3^{x+4} \Leftrightarrow 2x > x + 4 \Leftrightarrow x > 4$. Do đó tập nghiệm của bất phương trình là $S = (4; +\infty)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 913. Giải bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ được tập nghiệm là $(a; b)$. Hãy tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = \frac{31}{6}$. B. $S = \frac{28}{15}$. C. $S = \frac{8}{3}$. D. $S = \frac{11}{5}$.

Lời giải.

Điều kiện $\frac{2}{3} < x < \frac{6}{5}$.

Bất phương trình đã cho tương đương với $3 - 2x > 6 - 5x \Leftrightarrow x > 1$.

Kết hợp với điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(1; \frac{6}{5}\right)$, khi đó $S = a + b = \frac{11}{5}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 914. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x^2 - 4x + 5) > 1$ là?

- A. $(-1; 5)$. B. $(-\infty; -1)$.
C. $(5; +\infty)$. D. $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có

$$\log(x^2 - 4x + 5) > 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 > 10 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 > 0 \Leftrightarrow x < -1 \cup x > 5.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 915. Bất phương trình $\log_2 x < 3$ có nghiệm là

- A. $(8; +\infty)$. B. $(-\infty; 8)$. C. $(0; 8)$. D. $(-\infty; 6)$.

Lời giải.

Ta có $\log_2 x < 3 \Leftrightarrow 0 < x < 2^3 \Leftrightarrow 0 < x < 8$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 916. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 1) > 0$.

A. $x > \frac{1}{2}$.

B. $x < \frac{2}{3}$.

C. $x > \frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3} < x < \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 1) > 0 \Leftrightarrow 0 < 3x - 1 < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < x < \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 917. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2$.

A. $(-\infty; -1]$.

B. $[-1; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2 \Leftrightarrow 2^{-x} \geq 2 \Leftrightarrow -x \geq 1 \Leftrightarrow x \leq -1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-\infty; -1]$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 918. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $16 - 2^{2x+1} \geq 0$.

A. $S = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

B. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

C. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$.

D. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right]$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 16 - 2^{2x+1} \geq 0 &\Leftrightarrow 2^{2x+1} \leq 16 \\ &\Leftrightarrow 2x + 1 \leq \log_2 16 \Leftrightarrow 2x + 1 \leq 4 \\ &\Leftrightarrow x \leq \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Vậy $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 919. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} < 25$.

A. $S = (-1; +\infty)$.

B. $S = (3; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; -1)$.

D. $S = (-\infty; 3)$.

Lời giải.

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} < 25 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} < \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \Leftrightarrow x - 1 > -2 \Leftrightarrow x > -1.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 920. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $e^{2x} < e^{x+6}$ là

A. $(0; 6)$.

B. $(-\infty; 6)$.

C. $(0; 64)$.

D. $(6; +\infty)$.

Lời giải.

$$e^{2x} < e^{x+6} \Leftrightarrow 2x < x + 6 \Leftrightarrow x < 6.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 921. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x} > \left(\frac{1}{5}\right)^{x+3}$ là

A. $S = (0; 3)$.

B. $S = (-\infty; 3)$.

C. $S = (-\infty; -1)$.

D. $S = (3; +\infty)$.

Lời giải.

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{2x} > \left(\frac{1}{5}\right)^{x+3} \Leftrightarrow 2x < x+3 \Leftrightarrow x < 3.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 922.** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 2^{2x+1}$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 2^{2x+1} \Leftrightarrow -x > 2x+1 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 923.** Tập nghiệm của bất phương trình $\pi^{3x} \geq \pi^{x-4}$ là

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2]$. C. $[2; +\infty)$. D. $[-2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\pi^{3x} \geq \pi^{x-4} \Leftrightarrow 3x \geq x-4 \Leftrightarrow x \geq -2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[-2; +\infty)$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 924.** Tập hợp nghiệm của bất phương trình $2^{x^2} < 2^{6-x}$ là

- A. $(-3; 2)$. B. $(-2; 3)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; -3)$.

Lời giải.

$2^{x^2} < 2^{6-x} \Leftrightarrow x^2 < 6-x \Leftrightarrow x^2 + x - 6 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 925.** Giải bất phương trình $\log_3(2x-3) > 2$.

- A. $3 < x < 6$. B. $\frac{3}{2} < x < 6$. C. $x > \frac{3}{2}$. D. $x > 6$.

Lời giải.

$$\log_3(2x-3) > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3 > 0 \\ 2x-3 > 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x > 6 \end{cases} \Leftrightarrow x > 6.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 926.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x-1) < \log_2(x+5)$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; 6\right)$. B. $(-\infty; 6)$. C. $\left(-5; \frac{1}{2}\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của bất phương trình là $\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ x+5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Ta có $\log_2(2x-1) < \log_2(x+5) \Leftrightarrow 2x-1 < x+5 \Leftrightarrow x < 6$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{1}{2}; 6\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 927.**

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.
 Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $f(x) = \log_2 m$ có ba nghiệm phân biệt

- A. 28. B. 29. C. 31. D. 30.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		5		$-\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, yêu cầu bài toán tương đương với $1 < \log_2 m < 5 \Leftrightarrow 2 < m < 32 \Rightarrow m \in \{3, 4, \dots, 31\}$. Vậy có 29 giá trị m cần tìm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 928. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $4 - 2^{2x-1} \geq 0$.

- A. $S = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. C. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$. D. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right]$.

Lời giải.

Ta có

$$4 - 2^{2x-1} \geq 0 \Leftrightarrow 2^{2x-1} \leq 4 \Leftrightarrow 2x - 1 \leq 2 \Leftrightarrow x \leq \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 929. Tập nghiệm của bất phương trình $\log 2x < \log(x+6)$ là

- A. $(6; +\infty)$. B. $(0; 6)$. C. $[0; 6)$. D. $(-\infty; 6)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow 2x < x + 6 \Leftrightarrow x < 6$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(0; 6)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 930. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 4$.

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(0; 4)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 4 \Leftrightarrow x > \log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 931. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+1) < 0$ là

- A. $(-1; 0)$. B. $(-\infty; 9)$. C. $(-1; 9)$. D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải.

Ta có $\log(x+1) < 0 \Leftrightarrow 0 < x+1 < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-1; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 932. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} > 3^{x+2}$.

- A. $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}\right)$. B. $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}\right)$. C. $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}\right]$. D. $\left(\log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x > \frac{9}{2} \Leftrightarrow x < \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 933. Bất phương trình $(\sqrt{2})^{x^2-2x} \leq (\sqrt{2})^3$ có tập nghiệm là

- A. $(-2; 1)$. B. $(-1; 3)$. C. $[-2; 1]$. D. $[-1; 3]$.

Lời giải.

• Ta có $(\sqrt{2})^{x^2-2x} \leq (\sqrt{2})^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x \leq 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 934. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{e}{3}} 2x < \log_{\frac{e}{3}} (9-x)$.

- A. $S = (3; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 3)$. C. $S = (3; 9)$. D. $S = (0; 3)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{\frac{e}{3}} 2x &< \log_{\frac{e}{3}} (9-x) \\ \Leftrightarrow 0 &< 9-x < 2x \\ \Leftrightarrow 3 &< x < 9. \end{aligned}$$

Vậy $S = (3; 9)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 935. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1 - \log_{\frac{1}{2}} x}{\sqrt{2} - 6x} < 0$ là

- A. $\left(0; \frac{1}{6}\right)$. B. $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$. C. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện: $0 < x < \frac{1}{3}$.

Bất phương trình đã cho tương đương với $1 - \log_{\frac{1}{2}} x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{2}$.

Kết hợp điều kiện, suy ra bất phương trình có nghiệm $0 < x < \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 936. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$ là

- A. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right]$. B. $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right]$. C. $\left(\frac{2}{5}; +\infty\right]$. D. $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{-4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \Leftrightarrow -4x \leq 2-x \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 937. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) \geq 2$.

- A. $(-\infty; 11)$. B. $(2; +\infty)$. C. $[11; +\infty)$. D. $(11; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Vì $3 > 1$ nên $\log_3(x-2) \geq 2 \Leftrightarrow x-2 \geq 3^2 \Leftrightarrow x \geq 11$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[11; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 938. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+6}$ là

- A. $(0; 6)$. B. $(-\infty; 6)$. C. $(0; 64)$. D. $(6; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+6} \Leftrightarrow 3x < 2x + 6 \Leftrightarrow x < 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 939. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < 0$ là

- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình đã cho tương đương với $x < 1$.

Kết hợp điều kiện ta có nghiệm $0 < x < 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 940. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Ta có $3^{2x-1} > 27 \Leftrightarrow 2x - 1 > 3 \Leftrightarrow x > 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 941. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} > 0$ là

- A. $x \in \mathbb{R}$. B. $x > -1$. C. $x > 1$. D. $x > 0$.

Lời giải.

Ta có $2^{x+1} > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 942. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x+1) \leq 1$ là

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $2x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$.

Bất phương trình đã cho tương đương với $2x+1 \leq 2 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{2}$.

Do đó tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 943. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x > 0$ là

- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > 0$.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}} x > 0 \Leftrightarrow x < 1$. Kết hợp với điều kiện xác định ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 944. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x > 2^{x+8}$ là

- A. $[8; +\infty)$. B. $(-\infty; 8)$. C. $(0; 8)$. D. $(8; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $4^x > 2^{x+8} \Leftrightarrow 2^{2x} > 2^{x+8} \Leftrightarrow 2x > x+8 \Leftrightarrow x > 8$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 945. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+4}$ là

- A. $(0; 4)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(0; 16)$. D. $(4; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $2^{2x} < 2^{x+4} \Leftrightarrow 2x < x+4 \Leftrightarrow x < 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 946. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-3) \geq -1$ là

- A. $(-\infty; 5)$. B. $[5; +\infty)$. C. $(3; 5]$. D. $(3; 5)$.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương

$$0 < x-3 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \Leftrightarrow 3 < x \leq 5.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 947. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3^{2x} > 3^{x+4}$.

- A. $S = (0; 4)$. B. $S = (-\infty; 4)$. C. $S = (4; +\infty)$. D. $S = (-4; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $3^{2x} > 3^{x+4} \Leftrightarrow 2x > x+4 \Leftrightarrow x > 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 948. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải.

Ta có: $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9 \Leftrightarrow x < \log_{\frac{1}{3}} 9 \Leftrightarrow x < -2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 949. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{3x} \leq 3^{x+2}$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1]$. D. $(0; 1]$.

Lời giải.

$3^{3x} \leq 3^{x+2} \Leftrightarrow 3x \leq x+2 \Leftrightarrow x \leq 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 950. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > \log_2(8-x)$ là

- A. $(8; +\infty)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(4; 8)$. D. $(0; 4)$.

Lời giải.

Điều kiện $0 < x < 8$.

Do $2 > 1$ nên bất phương trình đã cho tương đương với

$x > 8-x \Leftrightarrow 2x > 8 \Leftrightarrow x > 4$.

Kết hợp với điều kiện $0 < x < 8$ ta được tập nghiệm của bất phương trình là $(4; 8)$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 951. Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ là

- A. $x > -\frac{2}{3}$. B. $x > \frac{3}{2}$. C. $x > \frac{2}{3}$. D. $x < \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $3^{2x+1} > 3^{3-x} \Leftrightarrow 2x+1 > 3-x \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 952. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $2^{x^2} < 2^{6-x}$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; -3)$. C. $(-3; 2)$. D. $(-2; 3)$.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2} < 2^{6-x} \Leftrightarrow x^2 < 6-x \Leftrightarrow x^2+x-6 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 953. Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ là

- A. $x > -\frac{2}{3}$. B. $x < \frac{2}{3}$. C. $x > \frac{2}{3}$. D. $x > \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $3^{2x+1} > 3^{3-x} \Leftrightarrow 2x+1 < 3-x \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 954. Cho hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 5^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x^2 + x \log_2 5 > 0$. B. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x - x^2 \log_2 5 < 0$.
C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x^2 - x \log_5 2 > 0$. D. $f(x) > 1 \Leftrightarrow -x \ln 2 + x^2 \ln 5 > 0$.

Lời giải.

Dễ thấy $x = -1$ là nghiệm của bất phương trình $f(x) > 1$ nhưng không là nghiệm của bất phương trình $x^2 + x \log_2 5 > 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 955. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 8$ là.

- A. $S = (-\infty; -3)$. B. $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. C. $S = (-3; +\infty)$. D. $S = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải.

$\left(\frac{1}{2}\right)^x < 8 \Leftrightarrow x > \log_{\frac{1}{2}} 8 \Leftrightarrow x > -3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 956. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $(3; +\infty)$. C. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

$3^{2x-1} > 27 \Leftrightarrow 2x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 957. Bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ có tập nghiệm là

- A. $(-3; 1)$. B. $\left(1; \frac{6}{5}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x) \Leftrightarrow \begin{cases} 6-5x > 0 \\ 3x-2 > 6-5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{6}{5} \\ 8x > 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{6}{5} \\ x > 1 \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 958. Bất phương trình $3^x < 9$ có nghiệm là

- A. $x < 2$. B. $x < 3$. C. $0 < x < 2$. D. $0 < x < 3$.

Lời giải.

Ta có $3^x < 9 \Leftrightarrow x < 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 959. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 9$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $3^x > 9 \Leftrightarrow 3^x > 3^2 \Leftrightarrow x > 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 960. Tập nghiệm của bất phương trình: $2^{2x} < 2^{x^2-3}$ là

- A. $(-1; 3)$. B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.
C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương với $x^2 - 3 > 2x$ (vì số 2 > 1).

Hay $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 961. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\frac{1}{x}} < \frac{1}{4}$ là

- A. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{0\}$. D. $(-2; 0)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x \neq 0$

Với điều kiện đó, $2^{\frac{1}{x}} < \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2^{\frac{1}{x}} < 2^{-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x} < -2 \Leftrightarrow \frac{2x+1}{x} < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 0$ (thỏa mãn).

Chọn đáp án **(A)** □

ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. B	4. A	5. B	6. A	7. C	8. C	9. D	10. C
11. B	12. A	13. B	14. B	15. B	16. C	17. B	18. C	19. B	20. D
21. B	22. D	23. D	24. B	25. C	26. A	27. D	28. B	29. D	30. A
31. C	32. D	33. A	34. B	35. C	36. B	37. B	38. C	39. C	40. D
41. D	42. A	43. D	44. C	45. B	46. A	47. C	48. D	49. C	50. C
51. A	52. A	53. D	54. D	55. C	56. D	57. B	58. C	59. D	60. C
61. C	62. C	63. D	64. C	65. B	66. D	67. D	68. C	69. A	70. B
71. D	72. C	73. B	74. A	75. B	76. D	77. D	78. B	79. D	80. C
82. B	83. C	84. D	85. A	86. C	87. A	88. D	89. B	90. C	91. C
92. B	93. D	94. B	95. D	96. C	97. A	98. C	99. B	100. D	101. C
102. B	103. C	104. A	105. B	106. B	107. A	108. C	109. D	110. A	111. B
112. C	113. D	114. B	115. C	116. D	117. D	118. D	119. A	120. D	121. B
122. B	123. C	124. B	125. A	126. C	127. A	128. C	129. C	130. C	131. C
132. C	133. C	134. C	135. C	136. A	137. A	138. D	139. D	140. A	141. B
142. D	143. C	144. B	145. A	146. D	147. B	148. A	149. D	150. B	151. D
152. C	153. B	154. C	155. C	156. B	157. D	158. C	159. A	160. A	161. B
162. C	163. C	164. A	165. B	166. B	167. D	168. D	169. A	170. C	171. C
172. B	173. B	174. D	175. A	176. D	177. D	178. D	179. B	180. B	181. B
182. C	183. C	184. A	185. C	186. A	187. D	188. A	189. B	190. C	191. C
192. A	193. C	194. D	195. B	196. B	197. D	198. D	199. D	200. A	202. C
203. A	204. C	205. B	206. A	207. C	208. A	209. C	210. D	211. D	212. D
213. A	214. B	215. B	216. B	217. B	218. C	219. C	220. A	221. A	222. C
223. A	224. B	225. C	226. C	227. D	228. C	229. A	230. C	231. C	232. B
233. B	234. D	235. C	236. C	237. A	238. B	239. B	240. A	241. B	242. D
243. A	244. C	245. D	246. D	247. B	248. C	249. B	250. D	251. A	252. C
253. B	254. B	255. B	256. B	257. C	258. D	259. A	260. B	261. C	262. A
263. B	264. B	265. D	266. D	267. D	268. A	269. C	270. A	271. D	272. C
273. D	274. C	275. D	276. A	277. D	278. A	279. C	280. B	281. C	282. C
283. A	284. C	285. A	286. C	287. D	288. D	289. D	290. A	291. D	292. B
293. D	294. D	295. B	296. D	297. C	298. A	299. C	300. B	301. A	302. D
303. B	304. C	305. A	306. D	307. D	308. D	309. D	310. A	311. A	312. A
313. B	314. D	315. A	316. B	317. C	318. C	319. C	320. C	321. C	322. B
323. C	324. A	325. A	326. A	327. A	328. C	329. B	330. D	331. D	332. B
333. B	334. A	335. A	336. C	337. B	338. D	339. C	340. C	341. A	342. A
343. C	344. C	345. C	346. C	347. C	348. B	349. B	350. A	351. B	352. D
353. B	354. C	355. D	356. C	357. B	358. B	359. D	360. C	361. A	362. A
363. C	364. A	365. B	366. D	367. D	368. B	369. C	370. C	371. C	372. C
373. D	374. B	375. D	376. C	377. D	378. C	379. C	380. A	381. B	382. D
383. B	384. A	385. C	386. B	387. B	388. C	389. A	390. D	391. C	392. C
393. B	394. A	395. C	396. A	397. A	398. A	399. B	400. A	401. D	402. A
403. C	404. C	405. D	406. D	407. B	408. D	409. D	410. B	411. C	412. A

413. C	414. D	415. D	416. A	417. D	418. C	419. A	420. C	421. B	422. B
423. A	424. B	425. C	426. A	427. B	428. D	429. A	430. C	431. C	432. B
433. D	434. D	435. A	436. B	437. C	438. C	439. B	440. C	441. C	442. C
443. A	444. A	445. C	446. B	447. A	448. A	449. B	450. D	451. D	452. B
453. B	454. B	455. A	456. C	457. C	458. C	459. D	460. C	461. B	462. C
463. B	464. A	465. A	466. A	467. D	468. A	469. B	470. B	471. B	472. C
473. C	474. C	475. C	476. A	477. C	478. D	479. C	480. D	481. A	482. D
483. A	484. B	485. B	486. A	487. C	488. B	489. D	490. B	491. C	492. C
493. A	494. D	495. D	496. D	497. D	498. C	499. A	500. A	501. C	502. A
503. B	504. C	505. D	506. D	507. C	508. C	509. A	510. C	511. A	512. A
513. D	514. A	515. B	516. B	517. D	518. C	519. A	520. A	521. D	522. B
523. C	524. B	525. C	526. A	527. C	528. C	529. C	530. D	531. D	532. D
533. A	534. B	535. A	536. B	537. B	538. C	539. B	540. A	541. B	542. C
543. B	544. D	545. A	546. C	547. C	548. D	549. A	550. A	551. C	552. B
553. C	554. C	555. A	556. A	557. D	558. B	559. B	560. D	561. B	562. D
563. B	564. D	565. C	566. B	567. A	568. B	569. C	570. C	571. B	572. C
573. A	574. D	575. D	576. C	577. C	578. B	579. D	580. B	581. A	582. D
583. C	584. A	585. B	586. B	587. D	588. A	589. A	590. A	591. A	592. B
593. D	594. C	595. D	596. C	597. A	598. B	599. B	600. C	601. C	602. B
603. A	604. C	605. A	606. A	607. D	608. B	609. C	610. C	611. A	612. B
613. A	614. B	615. A	616. B	617. D	618. B	619. C	620. B	621. D	622. D
623. C	624. D	625. D	626. C	627. D	628. A	629. A	630. B	631. C	632. A
633. B	634. D	635. D	636. B	637. A	638. B	639. A	640. D	641. C	642. B
643. D	644. C	645. C	646. B	647. A	648. C	649. C	650. C	651. C	652. A
653. C	654. B	655. B	656. A	657. A	658. B	659. D	660. D	661. B	662. C
663. B	664. B	665. B	666. B	667. D	668. D	669. B	670. A	671. D	672. D
673. B	674. A	675. B	676. B	677. B	678. A	679. D	680. C	681. B	682. A
683. D	684. B	685. B	686. B	687. B	688. B	689. B	690. B	691. C	692. C
693. B	694. C	695. D	696. A	697. D	698. B	699. D	700. A	701. D	702. A
703. C	704. D	705. C	706. C	707. B	708. B	709. B	710. C	711. A	712. C
713. D	714. D	715. C	716. A	717. B	718. B	719. D	720. C	721. C	722. A
723. A	724. A	725. C	726. B	727. A	728. D	729. C	730. B	731. C	732. D
733. C	734. C	735. D	736. B	737. A	738. C	739. C	740. A	741. C	742. D
743. A	744. B	745. D	746. A	747. C	748. A	749. B	750. A	751. A	752. C
753. A	754. A	755. A	756. B	757. B	758. D	759. D	760. D	761. D	762. A
763. B	764. B	765. C	766. B	767. C	768. A	769. C	770. C	771. B	772. D
773. C	774. D	775. A	776. A	777. A	778. A	779. C	780. A	781. A	782. A
783. C	784. B	785. C	786. B	787. B	788. B	789. C	790. C	791. A	792. C
793. B	794. D	795. B	796. A	797. A	798. C	799. B	800. C	801. D	802. A
803. D	804. C	805. B	806. D	807. A	808. D	809. B	810. D	811. C	812. B
813. C	814. B	815. D	816. B	817. B	818. A	819. D	820. A	821. B	822. B
823. D	824. D	825. B	826. A	827. B	828. A	829. C	830. D	831. A	832. B
833. A	834. A	835. C	836. B	837. C	838. D	839. B	840. B	841. D	842. A

843. C	844. B	845. A	846. C	847. B	848. C	849. C	850. A	851. C	852. C
853. C	854. C	855. D	856. A	857. B	858. C	859. B	860. B	861. B	862. B
863. A	864. B	865. C	866. A	867. B	868. B	869. C	870. C	871. D	872. D
873. B	874. B	875. B	876. A	877. D	878. B	879. B	880. C	881. A	882. C
883. C	884. A	885. B	886. D	887. B	888. D	889. A	890. B	891. C	892. C
893. D	894. C	895. C	896. D	897. C	898. C	899. A	900. C	901. B	902. B
903. A	904. D	905. B	906. C	907. C	908. C	909. C	910. C	911. A	912. D
913. D	914. D	915. C	916. D	917. A	918. C	919. A	920. B	921. B	922. D
923. D	924. A	925. D	926. A	927. B	928. C	929. B	930. A	931. A	932. B
933. D	934. C	935. C	936. D	937. C	938. B	939. A	940. A	941. A	942. C
943. A	944. D	945. B	946. C	947. C	948. D	949. C	950. C	951. C	952. C
953. C	954. A	955. C	956. D	957. B	958. A	959. A	960. B	961. A	

NỘI DUNG CÂU HỎI

2 Mức độ thông hiểu

Câu 1. Tính $\frac{a^{\frac{5}{3}}(a^{-\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}})}{a+1}$, với $a > 0$.

A. $a - 1$.B. $a^2 + 1$.C. a .D. $a + 1$.

Lời giải.

$$\frac{a^{\frac{5}{3}} \left(a^{-\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} \right)}{a+1} = \frac{a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{-\frac{2}{3}} + a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}}}{a+1} = \frac{a + a^2}{a+1} = a.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\pi^{20} < e^{20}$.B. $\left(\frac{2}{3}\right)^{12} < \left(\frac{2}{3}\right)^{10}$.C. $\left(\frac{1}{5}\right)^{18} > \left(\frac{1}{5}\right)^{16}$.D. $5^{20} < 5^{19}$.

Lời giải.

$$+) \begin{cases} 20 > 0 \\ \pi > e \end{cases} \Leftrightarrow \pi^{20} > e^{20}. \text{ Do đó mệnh đề A sai.}$$

$$+) \begin{cases} 12 > 10 \\ \frac{2}{3} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{12} < \left(\frac{2}{3}\right)^{10}. \text{ Do đó mệnh đề B đúng.}$$

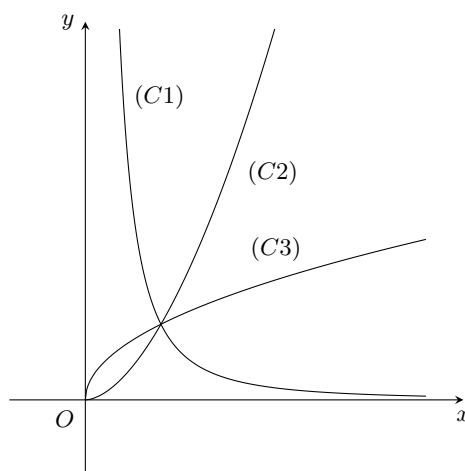
$$+) \begin{cases} 18 > 16 \\ \frac{1}{5} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{18} < \left(\frac{1}{5}\right)^{16}. \text{ Do đó mệnh đề C sai.}$$

$$+) \begin{cases} 20 > 19 \\ 5 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 5^{20} > 5^{19}. \text{ Do đó mệnh đề D sai.}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3. Cho ba hàm số $y = x^{\sqrt{3}}$, $y = x^{\frac{1}{2}}$, $y = x^{-2}$. Khi đó đồ thị của ba hàm số $y = x^{\sqrt{3}}$, $y = x^{\frac{1}{2}}$, $y = x^{-2}$ lần lượt là:

A. $(C3), (C2), (C1)$.B. $(C2), (C3), (C1)$.C. $(C2), (C1), (C3)$.D. $(C1), (C3), (C2)$.

Lời giải.

Nhìn vào đồ thị (C_1) ta thấy nó đi xuống từ trái sang phải. Là đồ thị của hàm số nghịch biến nên nó là đồ thị của hàm số $y = x^{-2}$.

Vì $\sqrt{3} > 1$ nên đồ thị của hàm số $y = x^{\sqrt{3}}$ là (C_2)

Do đó (C_3) là đồ thị của hàm số $y = x^{\frac{1}{2}}$;

Vậy đáp án là: B.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 4. Cho $a, b, c > 0, a, b \neq 1$. Tính $A = \log_a(b^2) \cdot \log_b(\sqrt{bc}) - \log_a(c)$.

A. $\log_a c$.

B. 1.

C. $\log_a b$.

D. $\log_a bc$.

Lời giải.

$$\text{Có: } A = \log_a(b^2) \cdot \log_b(\sqrt{bc}) - \log_a(c) = 2\log_a b \cdot \frac{1}{2} \log_b(bc) - \log_a(c)$$

$$= 2\log_a b \cdot \frac{1}{2} (\log_b b + \log_b c) - \log_a(c)$$

$$= \log_a b \cdot (1 + \log_b c) - \log_a c = \log_a b + \log_a b \cdot \log_b c - \log_a c = \log_a b + \log_a c - \log_a c = \log_a b.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = (2x - 3)^{\frac{5}{6}}$. Tính $f'(2)$.

A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $\frac{-5}{6}$.

D. $\frac{-5}{3}$.

Lời giải.

$$\text{TXĐ: } \left(\frac{2}{3}; +\infty\right).$$

$$\text{Ta có } f(x) = (2x - 3)^{\frac{5}{6}} \Rightarrow f'(x) = \frac{5}{3} \cdot (2x - 3)^{\frac{-1}{6}} \Rightarrow f'(2) = \frac{5}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. Hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ đồng biến khi $a > 1$.

B. Hàm số logarit $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) có tập xác định là $(0; +\infty)$.

C. Hàm số mũ $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) có tập xác định là $(0; +\infty)$.

D. Đồ thị hàm số mũ $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) nhận Ox làm tiệm cận ngang.

Lời giải.

Phương pháp: Sử dụng tính chất hàm mũ và lôgarit.

- Hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ đồng biến khi $a > 1$ và nghịch biến khi $0 < a < 1$.
- Hàm số lôgarit $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) có tập xác định là $(0; +\infty)$ và tập giá trị $\mathbb{R}$; đồ thị có tiệm cận đứng là trục Ox .
- Hàm số mũ $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) có tập xác định là $\mathbb{R}$ và tập giá trị $(0; +\infty)$; đồ thị có tiệm cận ngang là trục Oy .

Cách giải:

Phát biểu sai là: Hàm số mũ $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) có tập xác định là $(0; +\infty)$.

Sửa lại: Hàm số mũ $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 7. Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$ là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Phương pháp:

Phương trình $a^x = b$ ($a, b > 0, a \neq 1$) $\Leftrightarrow x = \log_a b$.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } 2^{2x^2-7x+5} = 1 \Leftrightarrow 2^{2x^2-7x+5} = 2^0 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > \log_2(2x + 1)$ là

- A. $S = \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$. B. $S = \emptyset$. C. $S = (-\infty; -1)$. D. $S = (1; 3)$.

Lời giải.

Phương pháp:

+ Với $a > 1$: $\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x > y$.

+ Với $0 < a < 1$: $\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x < y$.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \log_2 x > \log_2(2x + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2x + 1 \\ x > 0 \\ 2x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 0 \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset.$$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > \log_2(2x + 1)$ là $S = \emptyset$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 9. Ông Toán gửi ngân hàng 150 triệu đồng với lãi suất 0,8%/tháng, sau mỗi tháng tiền lãi được nhập vào vốn. Hỏi sau một năm số tiền lãi ông Toán thu được là bao nhiêu? (làm tròn đến nghìn đồng)

- A. 15.050.000 đồng. B. 165.050.000 đồng. C. 165.051.000 đồng. D. 15.051.000 đồng.

Lời giải.

Ta có $P_n = P_0 \cdot (1 + r)^n$, trong đó P_0 là số tiền gửi ban đầu; r là lãi suất; n là số kỳ hạn đã gửi.

Số tiền ông Toán thu được sau 1 năm là $P_{12} = 150.000.000 \cdot (1 + 0.8\%)^{12} = 165.050.000$ đồng.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 10. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_8(6x - 5)$.

- A. $y' = \frac{2}{(6x - 5) \ln 2}$. B. $y' = \frac{1}{(6x - 5) \ln 8}$. C. $y' = \frac{6}{6x - 5}$. D. $y' = \frac{6}{(6x - 5) \ln 4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(6x - 5)'}{(6x - 5) \cdot \ln 8} = \frac{6}{3(6x - 5) \cdot \ln 2} = \frac{2}{(6x - 5) \cdot \ln 2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 11. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$. B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. C. $y = \left(\frac{4}{\pi}\right)^x$. D. $y = \log_2 x$.

Lời giải.

Nhận xét:

— Hàm số $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ vì cơ số $\left(\frac{e}{3}\right) < 1$.

— Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có tập xác định $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ nên không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

— $y = \left(\frac{4}{\pi}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ vì có cơ số $\left(\frac{4}{\pi}\right) > 1$.

— Hàm số $y = \log_2 x$ có tập xác định $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ nên không thể nghịch biến hoặc đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 12. Phương trình $\ln(x - 2) \cdot \ln(x + 1) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.Điều kiện: $x > 0$, với điều kiện trên ta có

$$\ln(x-2) \cdot \ln(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \ln(x-2) = 0 \\ \ln(x+1) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=1 \\ x+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \text{ (nhận)} \\ x=0 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 13. Cho a, b là hai số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_3(3ab)^3 = 3(1 + \log_3 a + \log_3 b)$.

B. $\log_3(3ab)^3 = 3 + 3\log_3(ab)$.

C. $\log_3(3ab)^3 = (1 + \log_3 a + \log_3 b)^3$.

D. $\log_3(3ab)^3 = 3 + \log_3(ab)^3$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_3(3ab)^3 &= 3(\log_3 3 + \log_3 a + \log_3 b) \\ &= 3(1 + \log_3 a + \log_3 b) \\ &= 3 + 3\log_3 ab \\ &= 3 + \log_3(ab)^3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 14. Tìm tập nghiệm S của phương trình $(0,6)^{\frac{1}{x}} \leq (0,6)^{\frac{1}{6}}$

A. $S = (-\infty; 6]$.

B. $S = (0; 6]$.

C. $[0; 6]$.

D. $(-\infty; 0) \cup [6; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } (0,6)^{\frac{1}{x}} \leq (0,6)^{\frac{1}{6}} \Leftrightarrow \frac{1}{x} \geq \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{6-x}{x} \geq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq 6.$$

Tập nghiệm bất phương trình là $S = (0; 6]$.Chọn đáp án **B**

□

Câu 15. Phương trình $7^{2x^2+6x+4} = 49$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. 1.

B. $\frac{5}{2}$.

C. -1.

D. $-\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$7^{2x^2+6x+4} = 7^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = -2. \end{cases}$$

$$\text{Vậy tổng tất cả các nghiệm bằng } -\frac{1}{2} - 2 = -\frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 16. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3x - 4)\sqrt{2-\sqrt{3}}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus (-1; 4)$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số là $x^2 - 3x - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < -1. \end{cases}$

Vậy $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 17. Cho a là số thực dương khác 5. Tính $I = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a^3}{125} \right)$.

- A. $I = -\frac{1}{3}$. B. $I = -3$. C. $I = \frac{1}{3}$. D. $I = 3$.

Lời giải.

Ta có $I = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a^3}{125} \right) = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a}{5} \right)^3 = 3 \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a}{5} \right) = 3$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 18. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$

- A. $\{0\}$. B. $\{0; 1\}$. C. $\{-1; 0\}$. D. $\{1\}$.

Lời giải.

Điều kiện $x^2 - x + 2 > 0$.

$$\log_2(x^2 - x + 2) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 2 = 2 \Leftrightarrow x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 19. Đặt $\log_3 2 = a$ khi đó $\log_{16} 27$ bằng

- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{3}{4a}$. C. $\frac{4}{3a}$. D. $\frac{4a}{3}$.

Lời giải.

$$\log_{16} 27 = \log_{2^4} 3^3 = \frac{3}{4} \log_2 3 = \frac{3}{4 \log_3 2} = \frac{3}{4a}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 20. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(3; +\infty)$.
C. $(-1; 3)$. D. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

$$3^{x^2-2x} < 27 \Leftrightarrow 3^{x^2-2x} < 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 21. Hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2x)$ có đạo hàm

- A. $f'(x) = \frac{\ln 2}{x^2 - 2x}$. B. $f'(x) = \frac{1}{(x^2 - 2x) \ln 2}$.
C. $f'(x) = \frac{(2x - 2) \ln 2}{x^2 - 2x}$. D. $f'(x) = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x) \ln 2}$.

Lời giải.

$$f'(x) = (\log_2(x^2 - 2x))' = \frac{(x^2 - 2x)'}{(x^2 - 2x) \ln 2} = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x) \ln 2}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 22. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(7 - 3^x) = 2 - x$

- A. 2. B. 1. C. 7. D. 3.

Lời giải.

Ta có $\log_3(7 - 3^x) = 2 - x \Leftrightarrow 7 - 3^x = 3^{2-x} \Leftrightarrow 7 - 3^x = \frac{9}{3^x} \Leftrightarrow (3^x)^2 - 7 \cdot 3^x + 9 = 0. \quad (*)$

Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt thỏa $3^{x_1} + 3^{x_2} = 7; 3^{x_1} \cdot 3^{x_2} = 9$,

suy ra $3^{x_1+x_2} = 3^2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 23. Tập nghiệm của phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ là

A. $\{0; 1\}$.

B. $\{1\}$.

C. $\{0\}$.

D. $\{1; 3\}$.

Lời giải.

Ta có $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 24. Cho $\log_2 3 = a$ và $\log_2 5 = b$, khi đó $\log_{15} 8$ bằng

A. $\frac{a+b}{3}$.

B. $\frac{1}{3(a+b)}$.

C. $3(a+b)$.

D. $\frac{3}{a+b}$.

Lời giải.

$\log_{15} 8 = 3 \log_{15} 2 = \frac{3}{\log_2 15} = \frac{3}{\log_2 3 + \log_2 5} = \frac{3}{a+b}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 25. Hàm số $y = (x^2 - x + 1)e^x$ có đạo hàm là

A. $y' = (2x - 1)e^x$.

B. $y' = (x^2 - x)e^x$.

C. $y' = (x^2 + x)e^x$.

D. $y' = (x^2 + 1)e^x$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$y' = (x^2 - x + 1)'e^x + (x^2 - x + 1)(e^x)' = (x^2 + x)e^x$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 26. Tích các nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_8 x \cdot \log_{16} x = \frac{81}{24}$ là

A. 3.

B. 2.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Ta có

$\log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_8 x \cdot \log_{16} x = \frac{81}{24} \Leftrightarrow \log_2 x \cdot \log_{2^2} x \cdot \log_{2^3} x \cdot \log_{2^4} x = \frac{81}{24}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \log_2^4 x = \frac{81}{24} \Leftrightarrow \log_2^4 x = 81 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = \frac{1}{8} \end{cases}$

Do đó tích các nghiệm của phương trình bằng 1.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 27. Rút gọn biểu thức $B = \log_{\frac{1}{a}} \frac{a \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{a}}$, (giả sử tất cả các điều kiện đều được thỏa mãn)

ta được kết quả là

A. $\frac{60}{91}$.

B. $-\frac{91}{60}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $-\frac{5}{3}$.

Lời giải.

Ta có $B = \log_{\frac{1}{a}} \frac{a \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{a}} = \log_{a^{-1}} \frac{a \cdot a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{4}}} = \log_{a^{-1}} \frac{a^{\frac{29}{12}}}{a^{\frac{3}{4}}} = \log_{a^{-1}} a^{\frac{5}{3}} = -\frac{5}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 28. Trong các hàm số sau, hàm số nào không xác định trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 3^x$. B. $y = \log(x^2)$. C. $y = \ln(|x| + 1)$. D. $y = (0,3)^x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log(x^2)$ xác định khi $x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 29. Số nghiệm của phương trình $9^x + 2 \cdot 3^{x+1} - 7 = 0$ là

- A. 0. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x, t > 0$

Phương trình đã cho trở thành $t^2 + 6t - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (nhận)} \\ t = -7 \text{ (loại)} \end{cases}$.

Với $t = 1$ thì $3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 30. Với giá trị nào của x thì biểu thức $B = \log_2(2x - 1)$ xác định?

- A. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. B. $x \in (-1; +\infty)$. C. $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. D. $x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Để biểu thức $B = \log_2(2x - 1)$ xác định thì $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 31. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x + 1)^{\frac{1}{3}}$ là

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; -1)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. D. $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x + 1)^{\frac{1}{3}}$ xác định khi $x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 32. Nghiệm của phương trình $2^{7x-1} = 8^{2x-1}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = -3$. C. $x = -2$. D. $x = 1$.

Lời giải.

$2^{7x-1} = 8^{2x-1} \Leftrightarrow 2^{7x-1} = 2^{6x-3} \Leftrightarrow 7x - 1 = 6x - 3 \Leftrightarrow x = -2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 33. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 4x) = 2$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Lời giải.

Để logarit có nghĩa thì $x^2 - 4x > 0 \Leftrightarrow x < 0$ hoặc $x > 4$.

Khi đó $\log_2(x^2 - 4x) = 2 \Leftrightarrow \log_2(x^2 - 4x) = \log_2 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 + 2\sqrt{2} > 4$ hoặc $x = 2 - 2\sqrt{2} < 0$, thỏa mãn điều kiện. Phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 34. Số nghiệm nguyên của phương trình $4^{x+1} - 2^{x+2} + 1 = 0$ bằng

- A. 0. B. 4. C. 1. D. 2.

Lời giải.

$4^{x+1} - 2^{x+2} + 1 = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot 2^{2x} - 4 \cdot 2^x + 1 = 0 \Leftrightarrow (2 \cdot 2^x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow 2^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 35. Cho $\log_a b = 2$; $\log_a c = 3$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a (ab^3c^3)$.

- A. $P = 251$. B. $P = 21$. C. $P = 22$. D. $P = 252$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_a (ab^3c^3) = \log_a a + \log_a b^3 + \log_a c^3 = 1 + 3\log_a b + 3\log_a c = 1 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 22$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 36. Đặt $a = \log_7 11$, $b = \log_2 7$. Hãy biểu diễn $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8}$ theo a và b .

- A. $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = 6a + \frac{9}{b}$. B. $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = 6a - \frac{9}{b}$.
C. $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = 6a - 9b$. D. $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = \frac{2}{3}a - \frac{9}{b}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = 3(\log_7 121 - \log_7 8) = 6\log_7 11 - 9\log_7 2 = 6 \cdot \log_7 11 - 9 \cdot \frac{1}{\log_2 7} = 6a - \frac{9}{b}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 37. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

- A. $y = 2^{1-3x}$. B. $y = \log_2(x-1)$. C. $y = \log_2(2^x+1)$. D. $y = \log_2(x^2+1)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_2(2^x+1)$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = \frac{2^x}{2^x+1} > 0 \forall x \in \mathbb{R}.$$

Vậy hàm số $y = \log_2(2^x+1)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 38. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2+2x-3)^e$.

- A. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. B. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$.
C. $(-3; 1)$. D. $[-3; 1]$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x^2+2x-3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x > 1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 39. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}$.

- A. $S = [1; +\infty)$. B. $S = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. C. $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. D. $S = (-\infty; 1]$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4} \Leftrightarrow 1-3x \leq \log_{\frac{2}{5}} \frac{25}{4} \Leftrightarrow 1-3x \leq -2 \Leftrightarrow -3x \leq -3 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 40. Cho số thực $a > 0$, $a \neq 1$. Giá trị của $\log_{a^2}(\sqrt[7]{a^3})$ bằng

- A. $\frac{3}{14}$. B. $\frac{6}{7}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{7}{6}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^2}(\sqrt[7]{a^3}) = \frac{1}{2} \log_a a^{\frac{3}{7}} = \frac{3}{14} \log_a a = \frac{3}{14}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 41. Cho $9^x + 9^{-x} = 14$. Khi đó biểu thức $M = \frac{2 + 81^x + 81^{-x}}{11 - 3^x - 3^{-x}}$ có giá trị bằng
 A. 14. B. 49. C. 42. D. 28.

Lời giải.

$$— 81^x + 81^{-x} = 9^{2x} + 9^{-2x} = (9^x + 9^{-x})^2 - 2 \cdot 9^x \cdot 9^{-x} = (9^x + 9^{-x})^2 - 2 = 194.$$

$$— (3^x + 3^{-x})^2 = 9^x + 9^{-x} + 2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x + 3^{-x} = 4 \\ 3^x + 3^{-x} = -4 \text{ (vô lý)} \end{cases} \Rightarrow 3^x + 3^{-x} = 4.$$

$$\text{Từ đó suy ra } M = \frac{2 + 81^x + 81^{-x}}{11 - 3^x - 3^{-x}} = \frac{2 + 81^x + 81^{-x}}{11 - (3^x + 3^{-x})} = \frac{2 + 194}{11 - 4} = 28.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 42. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1$ là

A. 6. B. 5. C. 4. D. 0.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp đưa về cùng cơ số.

Sử dụng các công thức

$$\textcircled{1} \log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b.$$

$$\textcircled{2} \log_a b^\alpha = \alpha \cdot \log_a b \text{ với } (a; b > 0; a \neq 1).$$

Cách giải:

Điều kiện: $x \neq 0$.

$$\text{Ta có } \log_4 x^2 - \log_2 3 = 1 \Leftrightarrow \log_2^2 x^2 - \log_2 3 = 1 \Leftrightarrow \log_2 |x| - \log_2 3 = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{|x|}{3} = 1 \Leftrightarrow \frac{|x|}{3} = 2 \Leftrightarrow |x| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \text{ (thoả mãn)} \\ x = -6 \text{ (thoả mãn)} \end{cases}$$

Tổng các nghiệm của phương trình là $6 + (-6) = 0$.

Chú ý: $\log_a x^2 = \log_a |x|$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 43. Tập nghiệm của phương trình $\log_{0,25} (x^2 - 3x) = -1$ là

A. $\{4\}$. B. $\{1; -4\}$.

C. $\left\{ \frac{3 - 2\sqrt{2}}{2}; \frac{3 + 2\sqrt{2}}{2} \right\}$. D. $\{-1; 4\}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$.

Cách giải:

$$\text{Điều kiện: } x^2 - 3x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 3 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \log_{0,25} (x^2 - 3x) = -1 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0,25^{-1} \Leftrightarrow x^2 - 3x = 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (nhận)} \\ x = 4 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{-1; 4\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 44. Trong các hàm số dưới đây, đồ thị hàm số nào nhận trục tung là đường tiệm cận?

A. $y = \log_3 x$. B. $y = \frac{1}{3^x}$. C. $y = \frac{1}{x+1}$. D. $y = (\sqrt{3})^x$.

Lời giải.*Phương pháp:*

Sử dụng:

① Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d} \left(x \neq -\frac{d}{c}\right)$ nhận đường thẳng $y = \frac{a}{c}$ làm tiệm cận ngang và đường thẳng $x = -\frac{d}{c}$ làm tiệm cận đứng.

② Đồ thị hàm số $y = \log_a x, (x > 0)$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

③ Đồ thị hàm số $y = a^x, (a > 0)$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang (không có tiệm cận đứng).

Cách giải:

① Đồ thị hàm số $y = \log_3 x, (x > 0)$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

② Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3^x} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ và $y = (\sqrt{3})^x$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang (không có tiệm cận đứng).

③ Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x+1}$ nhận $x = -1$ làm tiệm cận đứng và $y = 0$ làm tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 45. Nghiệm của phương trình $3^{2x-1} = 27$ làA. $x = 2$.B. $x = 3$.C. $x = 0$.D. $x = -2$.**Lời giải.**Ta có: $3^{2x-1} = 27 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 46. Nghiệm của bất phương trình $\log_{2-\sqrt{3}}(2x-5) \geq \log_{2-\sqrt{3}}(x-1)$ làA. $\frac{5}{2} < x \leq 4$.B. $1 < x \leq 4$.C. $\frac{5}{2} \leq x \leq 4$.D. $x \geq 4$.**Lời giải.**

$$\log_{2-\sqrt{3}}(2x-5) \geq \log_{2-\sqrt{3}}(x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-5 \leq x-1 \\ 2x-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x > \frac{5}{2} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $\frac{5}{2} < x \leq 4$.Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 47. Đặt $\log_5 2 = a$. Khi đó $\log_{25} 800$ bằng.A. $\frac{5a+2}{2}$.B. $\frac{2a-5}{2}$.C. $\frac{5a-2}{2}$.D. $\frac{2a+5}{2}$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \log_{25} 800 = \frac{\log_5 800}{\log_5 25} = \frac{\log_5 2^5 \cdot 5^2}{\log_5 5^2} = \frac{5 \log_5 2 + 2}{2} = \frac{5a+2}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 48. Phương trình $4^x - 2^{x+2} + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Đặt $P = 2x_1 + 3x_2$. Khi đóA. $P = 3 \log_3 2$.B. $P = 3 \log_2 3$.C. $P = 0$.D. $P = 2 \log_3 2$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } 4^x - 2^{x+2} + 3 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 4 \cdot 2^x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_2 3 \end{cases}$$

Do $x_1 < x_2$ nên $x_1 = 0, x_2 = \log_2 3$.Vậy $P = 2x_1 + 3x_2 = 3 \log_2 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 49. Phương trình $\log_3(3x - 2) = 3$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{29}{3}$. B. $x = 87$. C. $x = \frac{11}{3}$. D. $x = \frac{25}{3}$.

Lời giải.

Điều kiện $3x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$.

Ta có: $\log_3(3x - 2) = 3 \Leftrightarrow \log_3(3x - 2) = \log_3 3^3 \Leftrightarrow 3x - 2 = 27 \Leftrightarrow x = \frac{29}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 50. Hàm số $y = 3^{x^2+2}$ có đạo hàm là

- A. $y' = \frac{3^{x^2+2}}{\ln 3}$. B. $y' = \frac{2x \cdot 3^{x^2+2}}{\ln 3}$.
C. $y' = 2x \cdot 3^{x^2+2} \cdot \ln 3$. D. $y' = 2x \cdot 3^{x^2+2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (3^{x^2+2})' = 3^{x^2+2} \ln 3 \cdot (x^2 + 2)' = 2x \cdot 3^{x^2+2} \ln 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 51. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x - 1) > -3$ là

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x - 1) > -3 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 > 0 \\ x - 1 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 9 \end{cases}$.

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $S = (1; 9)$, suy ra có 7 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 52. Biết đồ thị của hàm số $y = f(x)$ đối xứng với đồ thị hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) qua điểm $I(2; 2)$. Giá trị của $f(4 - a^{2018})$ là

- A. -2020. B. 2014. C. -2014. D. 2020.

Lời giải.

Gọi $M(x; \log_a x)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \log_a x$ thì điểm đối xứng với M qua I là $M'(4 - x; 4 - \log_a x)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Do đó $f(4 - x) = 4 - \log_a x$. Suy ra: $f(4 - a^{2018}) = 4 - \log_a a^{2018} = -2014$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 53. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp một và cấp hai trên khoảng $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $y'(x_0) = 0$.
B. $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.
C. $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) = 0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số.
D. $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) \neq 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

Lời giải.

- Hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp một và cấp hai trên khoảng $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$, nên hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $y'(x_0) = 0$, **A** đúng.
- $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số, **B** đúng, theo điều kiện đủ để hàm số có cực trị.

— $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) = 0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số, **C** sai.

Ví dụ, xét hàm số $f(x) = x^4 - 1$.

TXD: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 4x^3 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Ta có $f''(x) = 12x^2 \Rightarrow f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$

Vậy hàm số $f(x) = x^4 - 1$ có $f'(0) = 0$; $f''(0) = 0$ nhưng vẫn đạt cực tiểu tại $x = 0$, $y_{CT} = -1$.
+ $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) \neq 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số, **D** đúng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 54. Đặt $a = \log_3 2$, khi đó $\log_6 48$ bằng

- A. $\frac{3a-1}{a-1}$. B. $\frac{3a+1}{a+1}$. C. $\frac{4a-1}{a-1}$. D. $\frac{4a+1}{a+1}$.

Lời giải.

$$\log_6 48 = \log_6 3 + \log_6 16 = \frac{1}{\log_3 2 + 1} + \frac{4}{\log_2 3 + 1} = \frac{1}{a+1} + \frac{4}{\frac{1}{a} + 1} = \frac{4a+1}{a+1}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 55. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(1; 4]$. C. $(1; 4)$. D. $\left[4; \frac{11}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện: $1 < x < \frac{11}{2}$.

Bất phương trình tương đương $-\log_3(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$

$$\Leftrightarrow \log_3 \frac{11-2x}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{11-2x}{x-1} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{12-3x}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow 1 < x \leq 4.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 56. Phương trình $3^{1-x} = 2 + \left(\frac{1}{9}\right)^x$ có bao nhiêu nghiệm âm?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

$$3^{1-x} = 2 + \left(\frac{1}{9}\right)^x \Leftrightarrow \left(\frac{1}{9}\right)^x - 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\left(\frac{1}{3}\right)^x\right]^2 - 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x = 1 \\ \left(\frac{1}{3}\right)^x = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\log_3 2. \end{cases}$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm âm.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 57. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2019; 2019]$ để hàm số $y = \frac{\ln x - 6}{\ln x - 3m}$ đồng biến trên khoảng $(1; e^6)$?

A. 2020.

B. 2021.

C. 2018.

D. 2019.

Lời giải.

Đặt $t = \ln x$. Khi đó hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; e^6)$ khi và chỉ khi hàm số $f(t) = \frac{t - 6}{t - 3m}$ đồng biến trên khoảng $(0; 6)$.

Ta có $f'(t) = \frac{-3m + 6}{(t - 3m)^2}$.

Hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; 6)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} -3m + 6 > 0 \\ 3m \notin (0; 6) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \leq 0 \text{ hoặc } m \geq 2 \end{cases} \Rightarrow m \leq 0.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2019, -2018, \dots, 0\}$.

Vậy có tất cả 2020 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 58. Nghiệm của phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$ là

A. $x = 9$.B. $x = -5$ hoặc $x = 9$.C. $x = 2$ hoặc $x = \log_3 5$.D. $x = 2$.

Lời giải.

$$9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 9 \\ 3^x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 59. Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x+1} \leq 8^{x-2}$ là

A. $[8; +\infty)$.B. $\emptyset$.C. $(0; 8)$.D. $(-\infty; 8]$.

Lời giải.

Ta có: $4^{x+1} \leq 8^{x-2} \Leftrightarrow 2^{2x+2} \leq 2^{3x-6} \Leftrightarrow 2x + 2 \leq 3x - 6 \Leftrightarrow 8 \leq x$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[8; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 60. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\log x + 1 - 1}$.

A. $\mathcal{D} = (10; +\infty)$.B. $\mathcal{D} = (9; +\infty)$.C. $\mathcal{D} = (-\infty; 9)$.D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x + 1 > 0 \\ \log x + 1 - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 > 0 \\ \log x + 1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 > 0 \\ x + 1 \geq 10 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 9.$$

Vậy $\mathcal{D} = (9; +\infty)$.

□

Câu 61. Tính giá trị biểu thức: $P = \log_{a^2} a^{10} b^2 + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{5}} b^{-2}$ (Với $0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1$)

A. $\sqrt{3}$.

B. 1.

C. $\sqrt{2}$.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$P = \log_{a^2} (a^{10} b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{5}} (b^{-2}).$$

$$= \log_{a^2} a^{10} + \log_{a^2} b^2 + \log_{\sqrt{a}} a - \log_{\sqrt{a}} \sqrt{b} - 2 \log_{\frac{1}{3}} b.$$

$$= 5 + \log_a b + 2 - \log_a b - 6 = 1.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 62. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\ln x^2 < 0$.

- A. $S = (-1; 1)$. B. $S = (-1; 0)$. C. $S = (-1; 1) \setminus \{0\}$. D. $S = (0; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \ln x^2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x^2 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ -1 < x < 1 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-1; 1) \setminus \{0\}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 63. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0$ là

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2 + 4x > 0 \\ 2x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -4 \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > 0.$$

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \log_3(x^2 + 4x) - \log_3(2x + 3) &= 0 \Leftrightarrow \log_3 \frac{x^2 + 4x}{2x + 3} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2 + 4x}{2x + 3} = 1 \\ &\Leftrightarrow x^2 + 4x = 2x + 3 \\ &\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có duy nhất 1 nghiệm.

Chọn đáp án (D) □

Câu 64. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$ và $\log_a b > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\begin{bmatrix} 0 < a, b < 1 \\ 0 < a < 1 < b \end{bmatrix}$. B. $\begin{bmatrix} 0 < a, b < 1 \\ 1 < a, b \end{bmatrix}$. C. $\begin{bmatrix} 0 < a, b < 1 \\ 0 < b < 1 < a \end{bmatrix}$. D. $\begin{bmatrix} 0 < b < 1 < a \\ 1 < a, b \end{bmatrix}$.

Lời giải.

TH1: $0 < a < 1 \Rightarrow \log_a b > 0 = \log_a 1 \Leftrightarrow 0 < b < 1$.

TH2: $a > 1 \Rightarrow \log_a b > 0 = \log_a 1 \Leftrightarrow b > 1$.

Vậy $\begin{bmatrix} 0 < a, b < 1 \\ 1 < a, b \end{bmatrix}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 65. Đặt $a = \log_2 5, b = \log_3 5$. Hãy biểu diễn $\log_6 5$ theo a và b .

- A. $\log_6 5 = \frac{1}{a+b}$. B. $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$. C. $\log_6 5 = a^2 + b^2$. D. $\log_6 5 = a + b$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{\log_2 5} + \frac{1}{\log_3 5}} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 66. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{5}}(x-4) + 1 > 0$.

- A. $\left[\frac{13}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{13}{2}\right)$. C. $(4; +\infty)$. D. $\left(4; \frac{13}{2}\right)$.

Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{2}{5}}(x-4) + 1 > 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{2}{5}}(x-4) > -1 \Leftrightarrow 0 < x-4 < \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} \Leftrightarrow 4 < x < \frac{13}{2}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(4; \frac{13}{2}\right)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 67. Cho hai số thực dương a và b . Biểu thức $\sqrt[5]{\frac{a}{b}} \sqrt[3]{\frac{b}{a}} \sqrt{\frac{a}{b}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số

- mũ hữu tỉ là
A. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{30}{31}}$. B. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{7}}$. C. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$. D. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{31}{30}}$.

Lời giải.

$$\sqrt[5]{\frac{a}{b}} \sqrt[3]{\frac{b}{a}} \sqrt{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{5}} \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{a^{\frac{1}{5}-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{5}-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 68. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{x+3}{2-x}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 2\}$. B. $D = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.
C. $D = [-3; 2]$. D. $D = (-3; 2)$.

Lời giải.

Hàm số $\log_2 \frac{x+3}{2-x}$ có nghĩa khi $\frac{x+3}{2-x} > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 69. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(2018a) = 2018 \log a$. B. $\log a^{2018} = \frac{1}{2018} \log a$.
C. $\log(2018a) = \frac{1}{2018} \log a$. D. $\log a^{2018} = 2018 \log a$.

Lời giải.

Phương pháp

Sử dụng các công thức: $\log ab = \log a + \log b$; $\log a^n = n \log a$

Cách giải:

Ta có: $\log(2018a) = \log 2018 + \log a$

$\log a^{2018} = 2018 \log a$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 70. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. B. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. C. $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 + 1)$. D. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

Lời giải.

Phương pháp

Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Cách giải:

Xét đáp án A có: $\frac{\pi}{3} \approx 1.047 > 0 \Rightarrow y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ đồng biến trên loại đáp án A.

Loại đáp án B vì TXĐ là: $(0; +\infty)$.

Xét đáp án C có: $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln \frac{\pi}{4}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$\Rightarrow$ hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ loại đáp án C.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 71. Cho $(\sqrt{2019} - \sqrt{2018})^a > (\sqrt{2019} - \sqrt{2018})^b$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $a > b$.

B. $a < b$.

C. $a = b$.

D. $a \geq b$.

Lời giải.

Phương pháp

Với $0 < a < 1 \Rightarrow a^m > a^n \Leftrightarrow m < n$

Cách giải:

Ta có: $0 < \sqrt{2019} - \sqrt{2018} < 1 \Rightarrow (\sqrt{2019} - \sqrt{2018})^a > (\sqrt{2019} - \sqrt{2018})^b \Leftrightarrow a < b$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 72. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + \ln(x-1)$ là

A. $\mathcal{D} = [1; 2]$.

B. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (1; 2)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.

Lời giải.

Phương pháp

Hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ xác định $\Leftrightarrow f(x) > 0$

Hàm số $y = \ln f(x)$ xác định $\Leftrightarrow f(x) > 0$

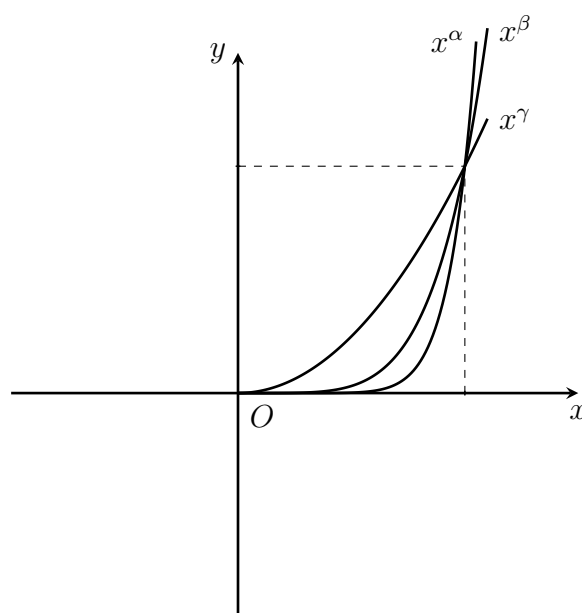
Cách giải:

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 2-x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 1 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 73.

Cho đồ thị hàm số $y = x^\alpha$; $y = x^\beta$; $y = x^\gamma$ trên $(0; +\infty)$ trên cùng một hệ trục tọa độ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $\gamma < \beta < \alpha < 0$.

B. $0 < \gamma < \beta < \alpha < 1$.

C. $0 < \alpha < \beta < \gamma < 1$.

D. $1 < \gamma < \beta < \alpha$.

Lời giải.

Phương pháp

Sử dụng đơn điệu của hàm số mũ $y = a^x$: Với $0 < a < 1$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ với $a > 1$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Cách giải:

Ta có: $a < x < 1$ thì $x^\alpha < x^\beta < x^\gamma < x^2 \Rightarrow \alpha > \beta > \gamma > 1$

Với $x > 1$ thì : $a^1 < x^\gamma < x^\beta < x^\alpha \Rightarrow 1 < \gamma < \beta < \alpha$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 74. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) > \log_3(2-x)$ là $S = (a; b) \cup (c; d)$ với a, b, c, d là các số thực. Khi đó $a + b + c + d$ bằng:

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Phương pháp

— Tìm điều kiện xác định của bất phương trình.

— Giải bất phương trình.

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{cases} x+1 > 0 \\ 2-x > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}}(x+1) > \log_3(2-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 2 \\ -\log_3(x+1) > \log_3(2-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 2 \\ \log_3(2-x) + \log_3(x+1) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 2 \\ x^2 + x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 2 \\ \begin{cases} x > \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x < \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \left(-1; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 2\right)$$

$$a + b + c + d = -1 + \frac{1-\sqrt{5}}{2} + \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 2 = 2.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 75. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = x - \ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$ theo thứ tự là

A. 1 và e.

B. 1 và $\frac{1}{2} + \ln 2$.

C. 1 và e - 1.

D. $\frac{1}{2} + \ln 2$ và e - 1.

Lời giải.

Ta có $y' = 1 - \frac{1}{x}$, suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in \left(\frac{1}{2}; 3\right)$. Do đó $y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \ln 2$, $y(1) = 1$, $y(e) = e - 1$.

Vậy $\max_{\left[\frac{1}{2}; 3\right]} y = e - 1$ và $\min_{\left[\frac{1}{2}; 3\right]} y = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 76. Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{2}{3}} x - 5 \log_3 x + 4 = 0$. Tính T

A. $T = 84$.

B. $T = 4$.

C. $T = 5$.

D. $T = -5$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$. Ta có

$$\log_{\frac{2}{3}} x - 5 \log_3 x + 4 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - 5 \log_3 x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 81. \end{cases}$$

Vậy $T = 84$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 77. Cho $m > 0$. Biểu thức $m^{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{1}{m}\right)^{\sqrt{3}-2}$ bằng

- A. $m^{2\sqrt{3}-2}$. B. $m^{2\sqrt{3}-3}$. C. m^{-2} . D. m^2 .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} m^{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{1}{m}\right)^{\sqrt{3}-2} &= m^{\sqrt{3}} \cdot (m^{-1})^{\sqrt{3}-2} \\ &= m^{\sqrt{3}} \cdot m^{2-\sqrt{3}} \\ &= m^{\sqrt{3}+2-\sqrt{3}} \\ &= m^2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 78. Cho $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$.

- A. $P = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2}$. B. $P = \sqrt{3}-1$. C. $P = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+2}$. D. $P = \sqrt{3}+1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} P &= \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \\ &= \frac{\log_a \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a}} \\ &= \frac{\log_a \sqrt{b} - \log_a \sqrt{a}}{\log_a \sqrt{b} - \log_a a} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \log_a b - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \log_a b - 1} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - 1} \\ &= \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 79. Nếu $3^{2x} + 9 = 10 \cdot 3^x$ thì giá trị của $x^2 + 1$ bằng

A. 1 và 5.

B. 5.

C. 0 và 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 3^{2x} + 9 &= 10 \cdot 3^x \\ \Leftrightarrow 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 9 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Với $x = 0$ thì $x^2 + 1 = 1$.

Với $x = 2$ thì $x^2 + 1 = 5$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 80. Cho hàm số $y = \frac{2^x}{\ln 2} - 2x + 3$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu là $y = \frac{2}{\ln 2} + 1$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

D. Hàm số đạt cực trị tại $x = 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2^x - 2 \Rightarrow \forall x \in (0; 1), y' > 0$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 81. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) = 0$ bằng

A. 6.

B. 7.

C. 13.

D. 5.

Lời giải.

Phương trình tương đương với $x^2 - 5x + 7 = \left(\frac{1}{2}\right)^0$, tổng các nghiệm của phương trình này là 5 (theo định lý Vi-et).

Chọn đáp án **D** □

Câu 82. Phương trình $2^{x-2} = 3^{x^2+2x-8}$ có một nghiệm dạng $x = \log_a b - 4$ với a, b là các số nguyên dương thuộc khoảng $(1; 5)$. Khi đó $a + 2b$ bằng

A. 6.

B. 14.

C. 9.

D. 7.

Lời giải.

$$\begin{aligned} (x - 2) \log_3 2 &= x^2 + 2x - 8 \\ \Leftrightarrow (x - 2) \log_3 2 &= (x - 2)(x + 4) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \log_3 2 - 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $a = 3; b = 2$ nên $a + 2b = 7$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 83. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = \log_2(2x)$ là

$$\text{A. } S = \left\{ \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \right\}.$$

$$\text{B. } S = \{1 + \sqrt{2}\}.$$

$$\text{C. } S = \{1 + \sqrt{2}; 1 - \sqrt{2}\}.$$

$$\text{D. } S = \{2; 4\}.$$

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_2(x^2 - 1) = \log_2(2x) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 2x \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 1 = 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 84. Số thực x thỏa mãn $\log_2(\log_4 x) = \log_4(\log_2 x) - a$, với $a \in \mathbb{R}$. Giá trị của $\log_2 x$ bằng bao nhiêu?

$$\text{A. } \left(\frac{1}{2}\right)^a.$$

$$\text{B. } a^2.$$

$$\text{C. } 2^{1-a}.$$

$$\text{D. } 4^{1-a}.$$

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \log_2(\log_4 x) = \log_4(\log_2 x) - a &\Leftrightarrow \log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right) = \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) - a \\ &\Leftrightarrow \log_2(\log_2 x) - 1 = \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) - a \\ &\Leftrightarrow \log_2(\log_2 x) = 2 - 2a \\ &\Leftrightarrow \log_2 x = 2^{2-2a} = 4^{1-a}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 85. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\log_2(5-x)}$ là

$$\text{A. } (-\infty; 5) \setminus \{4\}.$$

$$\text{B. } (5; \infty).$$

$$\text{C. } (-\infty, 5).$$

$$\text{D. } [5; +\infty).$$

Lời giải.

$$\text{— Điều kiện } \begin{cases} 5-x > 0 \\ \log_2(5-x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 5 \\ 5-x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 5 \\ x \neq 4 \end{cases}.$$

$$\text{— Vậy tập xác định của hàm số là } \mathcal{D} = (-\infty; 5) \setminus \{4\}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 86. Cho $\log_{12} 3 = a$. Tính $\log_{24} 18$ theo a

$$\text{A. } \frac{3a-1}{3-a}.$$

$$\text{B. } \frac{3a+1}{3-a}.$$

$$\text{C. } \frac{3a+1}{3+a}.$$

$$\text{D. } \frac{3a-1}{3+a}.$$

Lời giải.

$$\text{— } a = \log_{12} 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 12} = \frac{\log_2 3}{\log_2(2^2 \cdot 3)} = \frac{\log_2 3}{\log_2(2^2) + \log_2 3} = \frac{\log_2 3}{2 + \log_2 3} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{2a}{1-a}.$$

$$\text{— } \log_{24} 18 = \frac{\log_2 18}{\log_2 24} = \frac{\log_2(2 \cdot 3^2)}{\log_2(2^2 \cdot 3)} = \frac{1 + 2\log_2 3}{3 + \log_2 3} = \frac{1 + 2 \cdot \frac{2a}{1-a}}{3 + \frac{2a}{1-a}} = \frac{3a+1}{3-a}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 87. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 2$.

$$\text{A. } 0.$$

$$\text{B. } 1.$$

$$\text{C. } 3.$$

$$\text{D. } 2.$$

Lời giải.

$$\text{— Điều kiện } x > 1.$$

$$\text{— Ta có}$$

$$\log_2 x + \log_2(x-1) = 2 \Leftrightarrow \log_2 x(x-1) = 2 \Leftrightarrow x(x-1) = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2} \end{cases}.$$

— Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x = \frac{x + \sqrt{17}}{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 88. Hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ xác định với mọi giá trị của x khi

- A. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$. B. $m > 2$. C. $-2 < m < 2$. D. $m < 2$.

Lời giải.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2 + mx + 1 > 0, \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 89. Đặt $a = \log_2 5$ và $b = \log_3 5$. Biểu diễn đúng $\log_6 5$ của theo a, b là

- A. $\frac{1}{a+b}$. B. $a+b$. C. $\frac{ab}{a+b}$. D. $\frac{a+b}{ab}$.

Lời giải.

Phương pháp: Sử dụng các công thức: $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$; $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$ ($0 < a, b \neq 1; c > 0$).

Cách giải: Ta có:

$$\log_5 2 = \frac{1}{\log_2 5} = \frac{1}{a}.$$

$$\log_5 3 = \frac{1}{\log_3 5} = \frac{1}{b}.$$

$$\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 90. Cho hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} |x|$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định.
B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là trục tung.
D. Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải.

Phương pháp: Xét hàm số $y = \log_a x$ ta có:

+) TXĐ: $D = (0; +\infty)$.

+) Đồ thị hàm số nhận trục Oy làm TCD.

+) Có $a > 1$ thì hàm số luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$ và $0 < a < 1$ thì hàm số luôn nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

+) Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $(1; 0)$, $(a; 1)$ và nằm bên phải trục tung.

Cách giải: Tập xác định của hàm số: $|x| > 0 \Leftrightarrow x \neq 0 \Rightarrow$ đáp án D đúng.

$$\text{Ta có: } y = \log_{\frac{1}{2}} |x| = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x & \text{khi } x > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} (-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}.$$

Vì $0 < a = \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow$ hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ và hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} (-x)$ đồng

biến trên $(-\infty; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 91. Cho các số thực a, b thỏa mãn $0 < a < 1 < b$. Tìm khẳng định đúng:

- A. $\ln a > \ln b$. B. $(0, 5)^a < (0, 5)^b$. C. $\log_a b < 0$. D. $2^a > 2^b$.

Lời giải.

Ta có:

- ① $\ln a > \ln b \Leftrightarrow a > b$ (sai vì $0 < a < b < 1$).
 ② $(0, 5)^a < (0, 5)^b \Leftrightarrow a > b$ (sai vì $0 < a < b < 1$).
 ③ $\log_a b < 0 \Leftrightarrow b > 1$ (đúng vì $0 < a < 1 < b$).
 ④ $2^a > 2^b \Leftrightarrow a > b$ (sai vì $0 < a < 1 < b$).

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 92. Phương trình $9^x - 6^x = 2^{2x+1}$ có bao nhiêu nghiệm âm?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải.

$$\begin{aligned} 9^x - 6^x &= 2^{2x+1} \\ \Leftrightarrow 9^x - 6^x &= 2 \cdot 4^x \\ \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{3}{2}\right)^x - 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2 & (\text{nhận}) \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = -1 & (\text{loại}) \end{cases} \\ \Leftrightarrow x &= \log_{\frac{3}{2}} 2 > 0. \end{aligned}$$

Vậy phương trình không có nghiệm âm nào.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 93. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 4x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. $m > -4$. B. $m < 0$. C. $m < -4$. D. $m < -3$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log(x^2 - 4x - m + 1)$ xác định khi và chỉ khi $x^2 - 4x - m + 1 > 0$.

$$\text{Yêu cầu bài toán thỏa mãn} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ 16 + 4m - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 94. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1$ là

- A. 6. B. 0. C. 5. D. 4.

Lời giải.

Xét phương trình $\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1$, điều kiện $x \neq 0$.

Với điều kiện phương trình $\Leftrightarrow \log_4 x^2 = 1 + \log_2 3 = \log_2 6 = \log_4 36 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow x = \pm 6$.

Do đó tổng các nghiệm của phương trình là 0.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 95. Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_3 x^2$.

B. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$.

C. $y = \log x^3$.

D. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{-x}$.

Lời giải.Do $\frac{e}{4} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 96.** Đạo hàm của hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2+1} - x)$ là

A. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

B. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1} - x}$.

C. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1} + x}$.

D. $y' = -\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(\sqrt{x^2+1} - x)'}{\sqrt{x^2+1} - x} = \frac{\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1}{\sqrt{x^2+1} - x} = -\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 97.** Tập hợp tất cả các số thực x thỏa mãn $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$ là

A. $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

B. $\left[\frac{2}{5}; +\infty\right)$.

C. $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right]$.

D. $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right]$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} &\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{-4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \\ &\Leftrightarrow -4x \leq 2-x \\ &\Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq x. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 98.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$.

A. $(0; +\infty)$.

B. $[0; +\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. $\mathbb{R}$.

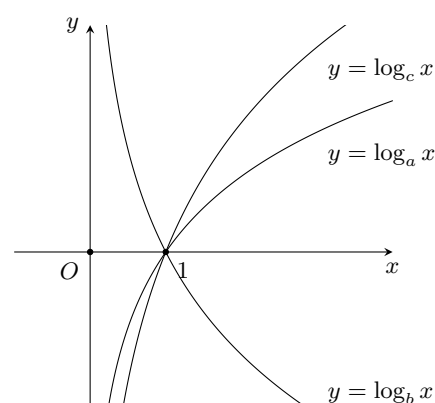
Lời giải.Hàm số xác định khi $x > 0$. Tập xác định của hàm số là $(0; +\infty)$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 99.**Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \log_x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $b < c < a$.

B. $b < a < c$.

C. $a < b < c$.

D. $c < a < b$.

**Lời giải.**Từ đồ thị hàm số suy ra $b < 1 < c < a$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 100.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ là hàm số chẵn.
 B. Tập giá trị của hàm số $y = \ln(x^2 + 1)$ là $[0; +\infty)$.
 C. Hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
 D. $[\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})]' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

Lời giải.

- $y(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$, $y(-x) = \ln(-x + \sqrt{x^2 + 1}) \Rightarrow \exists x: y(x) \neq y(-x)$. Nên hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ không là hàm chẵn.
 — Do $x^2 + 1 \geq 1$ nên $\ln(x^2 + 1) \geq \ln 1 = 0$. Vậy Tập giá trị của hàm số $y = \ln(x^2 + 1)$ là $[0; +\infty)$.
 — Hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$ xác định khi và chỉ khi $\sqrt{x^2 + 1} - x > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1} > x$ (hiển nhiên).
 — Ta có

$$\begin{aligned} [\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})]' &= \frac{(x + \sqrt{x^2 + 1})'}{x + \sqrt{x^2 + 1}} \\ &= \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}}{x + \sqrt{x^2 + 1}} \\ &= \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{[x + \sqrt{x^2 + 1}] \sqrt{x^2 + 1}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 101. Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = \log_2 \frac{x + \sqrt{x} - 2}{x - 2}$.

- A. $\mathbb{R}^+ \setminus \{2\}$. B. $[0; 1) \cup (2; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $[0; +\infty) \setminus \{2\}$.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$ xác định khi

$$\frac{x + \sqrt{x} - 2}{x - 2} = \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)}{x - 2} > 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x < 1 \\ 2 < x. \end{cases}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 102. Với $a = \log_2 7$, $b = \log_5 7$. Tính giá trị của $\log_{10} 7$.

- A. $\frac{ab}{a+b}$. B. $\frac{1}{a+b}$. C. $a+b$. D. $\frac{a+b}{ab}$.

Lời giải.

$$\text{Biến đổi } \log_{10} 7 = \frac{1}{\log_7 10} = \frac{1}{\log_7 2 + \log_7 5} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 103. Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{8}$ có tập nghiệm là

- A. $[3; +\infty)$. B. $(-\infty; -1]$. C. $[-1; 3]$. D. $(-1; 3)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} &\geq \frac{1}{8} \\ \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} &\geq \left(\frac{1}{2}\right)^3 \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x &\leq 3 \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 &\leq 0 \\ \Leftrightarrow -1 \leq x &\leq 3. \end{aligned}$$

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = [-1; 3]$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 104. Hàm số $y = x2^x$ có đạo hàm là

A. $y' = (1 - x \ln 2)2^x$. B. $y' = (1 + x \ln 2)2^x$. C. $y' = (1 + x)2^x$. D. $y' = 2^x + x^2 2^{x-1}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (x2^x)' = 2^x + x2^x \ln 2 = (1 + x \ln 2)2^x$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 105. Với a, b là hai số thực dương. Khi đó, $\log(a^2b)$ bằng

A. $2 \log a - \log b$. B. $2 \log a + b$. C. $2 \log a + \log b$. D. $2 \log b + \log a$.

Lời giải.

Ta có $\log(a^2b) = \log a^2 + \log b = 2 \log a + \log b$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 106. Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $\log_9 a^4 + \log_3 b = 8$ và $\log_3 a + \log_{\sqrt[3]{3}} b = 9$. Giá trị biểu thức $P = ab + 1$ bằng

A. 82. B. 27. C. 243. D. 244.

Lời giải.

Theo điều kiện ta có $\begin{cases} \log_9 a^4 + \log_3 b = 8 \\ \log_3 a + \log_{\sqrt[3]{3}} b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \log_3 a + \log_3 b = 8 \\ \log_3 a + 3 \log_3 b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 a = 3 \\ \log_3 b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 27 \\ b = 9. \end{cases}$

Vậy $P = ab + 1 = 244$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 107. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\ln(\ln x)}$ là

A. $f'(x) = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$. B. $f'(x) = \frac{1}{x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.
C. $f'(x) = \frac{1}{2x \sqrt{\ln(\ln x)}}$. D. $f'(x) = \frac{1}{\ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng công thức đạo hàm của các hàm số cơ bản và hàm hợp $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$, $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

Cách giải:

Ta có $f'(x) = (\sqrt{\ln(\ln x)})' = \frac{[\ln(\ln x)]'}{2\sqrt{\ln(\ln x)}} = \frac{\frac{(\ln x)'}{\ln x}}{2\sqrt{\ln(\ln x)}} = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$

Chọn đáp án **A** □

Câu 108. Số 20182019²⁰¹⁹²⁰²⁰ có bao nhiêu chữ số?

A. 147501991.

B. 147501992.

C. 147433277.

D. 147433276.

Lời giải.**Phương pháp:** Số các chữ số của số a^m là $[\log a^m] + 1$ chữ số.**Cách giải:**Ta có: $[\log 20182019^{20192020}] + 1 = [20192020 \log 20182019] + 1 = 147501991 + 1 = 147501992.$ $\square$ **Câu 109.** Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$ làA. $S = [0; 3]$.B. $S = [0; 2) \cup (3; 7]$.C. $S = [0; 1] \cup (2; 3]$.D. $S = (1; +\infty)$.**Lời giải.****Phương pháp:** $\log_a f(x) \geq b \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a < 1 \\ 0 < f(x) \leq a^b. \end{cases}$ **Cách giải:** Ta có:

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x^2 - 3x + 2 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [0; 1) \cup (2; 3].$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = [0; 1] \cup (2; 3]$.**Chú ý:** Học sinh cần chú ý Điều kiện xác định của hàm logarit.Chọn đáp án  $\square$ **Câu 110.** Số nghiệm của phương trình $(\log_2 4x)^2 - 3 \log_{\sqrt{2}} x - 7 = 0$ là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.**Phương pháp:** $\log_a b + \log_a c = \log_a(bc)$, $\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b$.**Cách giải:** ĐKXD: $x > 0$.Ta có: $(\log_2 4x)^2 - 3 \log_{\sqrt{2}} x - 7 = 0 \Leftrightarrow (2 + \log_2 x)^2 - 6 \log_2 x - 7 = 0$.

$$\Leftrightarrow \log_2^2 x - 2 \log_2 x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 8 \end{cases}.$$

Phương trình đã cho có 2 nghiệm $x = \frac{1}{2}, x = 8$.Chọn đáp án  $\square$ **Câu 111.** Tích $\frac{1}{2019!} \left(1 - \frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right)^3 \cdots \left(1 - \frac{1}{2019}\right)^{2018}$ được viết dưới dạng a^b , khi đó $(a; b)$ là cặp nào trong các cặp sau?A. $(2020; -2019)$.B. $(2019; -2019)$.C. $(2019; -2020)$.D. $(2018; -2019)$.**Lời giải.**

Ta có

$$\frac{1}{2019!} \left(1 - \frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right)^3 \cdots \left(1 - \frac{1}{2019}\right)^{2018} = \frac{1}{2019!} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdots \left(\frac{2018}{2019}\right)^{2018}$$

$$= \frac{1}{2019!} \cdot \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 2018}{2019^{2018}}$$

$$= \frac{1}{2019^{2019}}$$

$$= 2019^{-2019}.$$

Khi đó (a, b) là $(2019; -2019)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 112. Cho $\log_3 x = 3 \log_3 2$. Khi đó giá trị của x là

- A. 8. B. 6. C. $\frac{2}{3}$. D. 9.

Lời giải.

Sử dụng công thức $\log_a b^c = c \log_a b$ ($0 < a \neq 1, b > 0$), ta có $\log_3 x = 3 \log_3 2 \Leftrightarrow \log_3 x = \log_3 2^3 \Leftrightarrow x = 8$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 113. Số nghiệm của phương trình $\ln(x^2 - 6x + 7) = \ln(x - 3)$ là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 7 = x - 3 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 10 = 0 \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 2 \\ x = 5 \end{cases} \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 114. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = e^{4x+x^2}$ trên đoạn $[-3; 0]$.

- A. $\frac{1}{e^2}$. B. e^3 . C. $\frac{1}{e^3}$. D. 1.

Lời giải.

Ta có $f(x) = e^{4x+x^2} \Rightarrow f'(x) = (4 + 2x) \cdot e^{4x+x^2}$.

$f'(x) = 0 \Rightarrow (4 + x) \cdot e^{4x+x^2} = 0 \Leftrightarrow x = -2 \in [-3; 0]$.

Khi đó $f(-3) = e^{-3}$; $f(-2) = e^{-4}$; $f(0) = 1$.

Nên $\max_{[-3;0]} f(x) = 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 115. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_a(ab^3c^5)$.

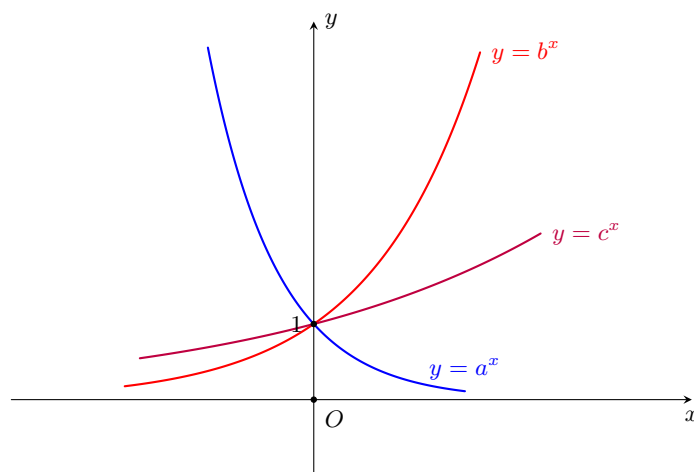
- A. $P = 251$. B. $P = 22$. C. $P = 21$. D. $P = 252$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_a(ab^3c^5) = \log_a a + \log_a b^3 + \log_a c^5 = 1 + 3 \log_a b + 5 \log_a c = 1 + 6 + 15 = 22$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 116. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x$; $y = b^x$; $y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $a < 1 < c < b$. B. $1 < a < c < b$. C. $1 < a < b < c$. D. $a < 1 < b < c$.

Lời giải.

Do hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow a < 1$.

Do hàm số $y = b^x$ và $y = c^x$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow b, c > 1$.

Ta có: $\forall x \in (0; +\infty) : b^x > c^x \Leftrightarrow \left(\frac{b}{c}\right)^x > 1 \Rightarrow \frac{b}{c} > 1 \Rightarrow b > c$. Vậy $a < 1 < c < b$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 117. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{-2x^2 + 5x - 2} + \ln \sqrt[4]{\frac{1}{x^2 - 1}}$.

- A. $\mathcal{D} = [1; 2]$. B. $\mathcal{D} = (1; 2)$. C. $\mathcal{D} = [1; 2)$. D. $\mathcal{D} = (1; 2]$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi
$$\begin{cases} -2x^2 + 5x - 2 \geq 0 \\ \frac{1}{x^2 - 1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \leq x \leq 2 \\ \begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 2.$$

Vậy $\mathcal{D} = (1; 2]$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 118. Rút gọn biểu thức $P = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x^5}}{x \sqrt{x}}$ với $x > 0$?

- A. $P = \sqrt{x}$. B. $P = \sqrt[3]{x^2}$. C. $x^{-\frac{2}{3}}$. D. $x^{-\frac{1}{3}}$.

Lời giải.

$$P = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x^5}}{x \sqrt{x}} = \frac{x^{\frac{1}{3} + \frac{5}{6}}}{x^{1 + \frac{1}{2}}} = x^{\frac{7}{6} - \frac{3}{2}} = x^{-\frac{1}{3}}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 119. Tìm nghiệm của phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^{2x+1} = 2 - \sqrt{3}$.

- A. $x = -\frac{3}{4}$. B. $x = \frac{1}{4}$. C. $x = -\frac{1}{4}$. D. $x = -1$.

Lời giải.

$$(7 + 4\sqrt{3})^{2x+1} = 2 - \sqrt{3} \Leftrightarrow (2 + \sqrt{3})^{4x+2} = (2 + \sqrt{3})^{-1} \Leftrightarrow 4x + 2 = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 120. Biết rằng phương trình $\log_2^2 x - 7 \log_2 x + 9 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Giá trị $x_1 \cdot x_2$ bằng

A. 128.

B. 64.

C. 9.

D. 512.

Lời giải.

Cách 1: Điều kiện: $x > 0$. $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = \frac{7 - \sqrt{13}}{2} \\ \log_2 x = \frac{7 + \sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^{\frac{7 - \sqrt{13}}{2}} \\ x = 2^{\frac{7 + \sqrt{13}}{2}} \end{cases} \text{ (nhận)}.$

Vậy $x_1 x_2 = 2^{\frac{7 - \sqrt{13}}{2}} \cdot 2^{\frac{7 + \sqrt{13}}{2}} = 128$

Cách 2: Điều kiện: $x > 0$. $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0$ là phương trình bậc 2 theo $\log_2 x$

có $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 13 > 0$. $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 13 > 0$

Theo định lý Vi-et ta có: $\log_2 x_1 + \log_2 x_2 = 7 \Leftrightarrow \log_2 (x_1 x_2) = 7 \Leftrightarrow x_1 x_2 = 2^7 = 128$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 121. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{3^x - 1}{3^x + 1}$ là:

A. $f'(x) = -\frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x.$

B. $f'(x) = \frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x.$

C. $f'(x) = \frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x \ln 3.$

D. $f'(x) = -\frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x \ln 3.$

Lời giải.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(3^x - 1)'(3^x + 1) - (3^x - 1)(3^x + 1)'}{(3^x + 1)^2} \\ &= \frac{3^x \ln 3 (3^x + 1) - (3^x - 1) 3^x \ln 3}{(3^x + 1)^2} = \frac{3^x \ln 3 (3^x + 1 - 3^x + 1)}{(3^x + 1)^2} = \frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x \ln 3 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 122. Biết rằng α, β là các số thực thỏa mãn $2^\beta (2^\alpha + 2^\beta) = 8 (2^\alpha + 2^{-\beta})$. Giá trị của $\alpha + 2\beta$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 2^\beta (2^\alpha + 2^\beta) &= 8 (2^\alpha + 2^{-\beta}) \Leftrightarrow 2^\beta (2^\alpha + 2^\beta) = 8 \frac{2^\alpha + 2^\beta}{2^{\alpha+\beta}} \\ &\Leftrightarrow (2^\alpha + 2^\beta) \left(2^\alpha - \frac{8}{2^{\alpha+\beta}} \right) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2^\beta - \frac{8}{2^{\alpha+\beta}} = 0 \\ &\Leftrightarrow 2^{\alpha+2\beta} = 8 \\ &\Leftrightarrow \alpha + 2\beta = 3. \end{aligned}$$

Vậy $\alpha + 2\beta = 3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 123. Nghiệm của phương trình $2^{x-3} = \frac{1}{2}$ là

A. 0.

B. 2.

C. -1.

D. 1.

Lời giải.

Ta có: $2^{x-3} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^{x-3} = 2^{-1} \Leftrightarrow x - 3 = -1 \Leftrightarrow x = 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 124. Biết tập hợp nghiệm của bất phương trình $2^x < 3 - \frac{2}{2^x}$ là khoảng $(a; b)$. Giá trị $a + b$ là

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Ta có: $2^x < 3 - \frac{2}{2^x} \Leftrightarrow (2^x)^2 < 3 \cdot 2^x - 2 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 3 \cdot 2^x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < 2^x < 2 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

Vậy tập hợp nghiệm của bất phương trình là khoảng $(0; 2)$. Suy ra $a + b = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 125. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{\log_2 x}{x^2}$ là

A. $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$. B. $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2 \ln 2}$. C. $f'(x) = \frac{1 - \log_2 x}{x^2 \ln 2}$. D. $f'(x) = \frac{1 - \log_2 x}{x^2}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{(\log_2 x)' \cdot x - (\log_2 x) \cdot (x)'}{x^2} = \frac{\frac{1}{x \ln 2} x - \log_2 x}{x^2} = \frac{\frac{1}{\ln 2} - \log_2 x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2 \ln 2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 126. Nghiệm các phương trình $\log_3(2x - 1) = 2$ là

A. $x = 4$. B. $x = \frac{7}{2}$. C. $x = \frac{9}{2}$. D. $x = 5$.

Lời giải.

Điều kiện: $2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$.

$$\log_3(2x - 1) = 2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3^2 = 9 \Leftrightarrow 2x = 10 \Leftrightarrow x = 5 \text{ (thỏa mãn)}.$$

Vậy $x = 5$ là nghiệm của phương trình.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 127. Với các số thực $a, b > 0, a \neq 1$ tùy ý, biểu thức $\log_{a^2}(ab^2)$ bằng

A. $\frac{1}{2} + 4\log_a b$. B. $2 + 4\log_a b$. C. $\frac{1}{2} + \log_a b$. D. $2 + \log_a b$.

Lời giải.

$$\log_{a^2}(ab^2) = \log_{a^2} a + \log_{a^2} b^2 = \frac{1}{2} \log_a a + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \log_a b = \frac{1}{2} + \log_a b.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 128. Với các số $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 6ab$, biểu thức $\log_2(a + b)$ bằng

A. $\frac{1}{2} (3 + \log_2 a + \log_2 b)$. B. $\frac{1}{2} (1 + \log_2 a + \log_2 b)$.
C. $1 + \frac{1}{2} (\log_2 a + \log_2 b)$. D. $2 + \frac{1}{2} (\log_2 a + \log_2 b)$.

Lời giải.

Ta có: $a^2 + b^2 = 6ab \Leftrightarrow (a + b)^2 = 8ab$

$$\Rightarrow \log_2(a + b)^2 = \log_2 8ab$$

$$\Leftrightarrow 2\log_2(a + b) = \log_2 8 + \log_2 a + \log_2 b$$

$$\Leftrightarrow \log_2(a + b) = \frac{1}{2} (3 + \log_2 a + \log_2 b).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 129. Cho hàm số $f(x) = 3^x \cdot 2^x$. Khi đó đạo hàm $f'(x)$ của hàm số là

A. $f'(x) = 3^x \cdot 2^x \cdot \ln 2 \cdot \ln 3$. B. $f'(x) = 6^x \ln 6$.
C. $f'(x) = 2^x \ln 2 - 3^x \ln x$. D. $f'(x) = 2^x \ln 2 + 3^x \ln x$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = 3^x \cdot 2^x = (3 \cdot 2)^x = 6^x$. Cho nên $f'(x) = 6^x \ln 6$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 130. Với a, b, c là các số thực dương tùy ý khác 1 và $\log_a c = x, \log_b c = y$. Khi đó giá trị của $\log_c(ab)$ bằng

- A. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$. B. $\frac{xy}{x+y}$. C. $\frac{1}{xy}$. D. $x+y$.

Lời giải.

Với a, b, c là các số thực dương tùy ý khác 1, ta có $\log_c a = \frac{1}{x}$ và $\log_c b = \frac{1}{y}$.

Khi đó $\log_c(ab) = \log_c a + \log_c b = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 131. Xác định số thực x để dãy số $\log 2; \log 7; \log x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

- A. $x = \frac{7}{2}$. B. $x = \frac{49}{2}$. C. $x = \frac{2}{49}$. D. $x = \frac{2}{7}$.

Lời giải.

Phương pháp

Cho ba số a, b, c lập thành cấp số cộng thì ta có $2b = a + c$.

Cách giải

Điều kiện $x > 0$.

Ta có 3 số $\log 2; \log 7; \log x$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng

nên $2 \log 7 = \log 2 + \log x$

$$\Leftrightarrow \log 7^2 = \log 2x$$

$$\Leftrightarrow 2x = 49 \Leftrightarrow x = \frac{49}{2}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 132. Số nghiệm thực của phương trình $\log_3 x + \log_3(x-6) = \log_3 7$.

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải.

Điều kiện của phương trình $x > 6$. Phương trình đã cho tương đương

$$\log_3(x^2 - 6x) = \log_3 7 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7. \end{cases}$$

So với điều kiện, phương trình có một nghiệm $x = 7$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 133. Số nghiệm thực của phương trình $4^{x-1} + 2^{x+3} - 4 = 0$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải.

$$\begin{aligned} 4^{x-1} + 2^{x+3} - 4 = 0 &\Leftrightarrow 2^{2(x-1)} + 16 \cdot 2^{x-1} - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x-1} = -8 + 2\sqrt{17} \\ 2^{x-1} = -8 - 2\sqrt{17} \end{cases} \quad (\text{VN}) \\ &\Rightarrow x - 1 = \log_2(-8 + 2\sqrt{17}) \Leftrightarrow x = 1 + \log_2(-8 + 2\sqrt{17}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 134. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1$ (với a là tham số, $a \neq 0$) là

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Vì $0 < \frac{1}{1+a^2} < 1$ nên $\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1 \Leftrightarrow 2x+1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 135. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$. B. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$. C. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. D. $y = \log_2(\sqrt{x} + 1)$.

Lời giải.

Phương pháp:

Hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) đồng biến trên TXĐ khi $a > 1$ và nghịch biến trên TXĐ khi $0 < a < 1$.

Hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) đồng biến trên TXĐ khi $a > 1$ và nghịch biến trên TXĐ khi $0 < a < 1$.

Cách giải:

Đáp án A: $\sqrt{3} > 1$, nên hàm số đồng biến trên TXĐ.

Đáp án B: $\frac{\pi}{4} < 1$, nên hàm số nghịch biến trên TXĐ.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 136. Cho $\log_{12} 3 = a$. Tính $\log_{24} 18$ theo a .

- A. $\frac{3a+1}{3+a}$. B. $\frac{3a-1}{3+a}$. C. $\frac{3a-1}{3-a}$. D. $\frac{3a+1}{3-a}$.

Lời giải.

Có $a = \log_{12} 3 = \frac{1}{\log_3 12} = \frac{1}{\log_3 3 + \log_3 4} = \frac{1}{1 + 2\log_3 2} \Rightarrow \log_3 2 = \frac{1-a}{2a}$.

Lại có $\log_{24} 18 = \frac{\log_3 18}{\log_3 24} = \frac{\log_3 9 + \log_3 2}{\log_3 3 + \log_3 8} = \frac{2 + \log_3 2}{1 + 3\log_3 2} = \frac{2 + \frac{1-a}{2a}}{1 + 3 \cdot \frac{1-a}{2a}} = \frac{3a+1}{3-a}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 137. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. B. $y = \log_{\frac{\pi}{3}}(x^2 + 1)$. C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

Lời giải.

— Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có tập xác định là $(0; +\infty)$ và có cơ số $0 < \frac{1}{2} < 1$ nên nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

— Hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{3}}(x^2 + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln \frac{\pi}{3}}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$, nên y' đổi dấu khi qua $x = 0$, suy ra hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.

— Hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và có cơ số $0 < \frac{2}{e} < 1$, suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

— Hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và có cơ số $\frac{\pi}{3} > 1$, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 138. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$.

A. $(-\infty; 10)$.B. $(1; 9)$.C. $(1; 10)$.D. $(\infty; 9)$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \log_2(x-1) < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 9.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 139.** Với a và b là các số thực dương, tính giá trị của biểu thức $\log_a(a^2b)$.A. $2 - \log_a b$.B. $2 + \log_a b$.C. $1 + 2 \log_a b$.D. $2 \log_a b$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \log_a(a^2b) = \log_a a^2 + \log_a b = 2 + \log_a b.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 140.** Tính đạo hàm y' của hàm số $y = \log_2(2x+1)$.A. $\frac{2 \ln 2}{2x+1}$.B. $\frac{2}{(2x+1) \ln 2}$.C. $\frac{2}{(2x+1)} \log 2$.D. $\frac{1}{(2x+1) \ln 2}$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } y' = \frac{(2x+1)'}{(2x+1) \ln 2} = \frac{2}{(2x+1) \ln 2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 141.** Nghiệm của phương trình $\log 10^{100x} = 250$ thuộc khoảng nào sau đây?A. $(0; 2)$.B. $(2; +\infty)$.C. $(-\infty; -2)$.D. $(-2; 0)$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \log 10^{100x} = 250 \Leftrightarrow 100x \cdot \log 10 = 250 \Leftrightarrow 100x = 250 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \in (2; +\infty).$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 142.** Có tất cả bao nhiêu mệnh đề đúng trong bốn mệnh đề sau đây?(I) $\log_a b > \log_a c$ với mọi số thực $a > 0; b > 0; c > 0; a \neq 1; b > c$.(II) $\log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c$ với mọi số thực $a > 0; b > 0; c > 0; a \neq 1$.(III) $\log_a b^n = n \log_a b$ với mọi số thực $a > 0; a \neq 1; b \neq 0, n$ là số tự nhiên khác 0.(IV) $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ với mọi $a > 0; b > 0; c > 0; b \neq 1$.

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.Mệnh đề (I) **sai**, phải thêm điều kiện $a > 1$.Mệnh đề (II) **sai**, $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.Mệnh đề (III) **sai**, phải thêm điều kiện $b > 0$.

Mệnh đề (IV) đúng.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 143.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{\ln(5-x)}$ làA. $\mathbb{R} \setminus \{4\}$.B. $[-1; 5) \setminus \{4\}$.C. $(-1; 5)$.D. $[-1; 5]$.**Lời giải.**

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 5-x > 0 \\ \ln(5-x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x < 5 \\ 5-x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 5 \\ x \neq 4. \end{cases}$$

Vậy tập xác định là $\mathcal{D} = [-1; 5) \setminus \{4\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 144. Bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ có tập nghiệm là

- A. $(0; +\infty)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. C. $(-3; 1)$. D. $\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Lời giải.

$$\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2 > 6 - 5x \\ 6 - 5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \frac{6}{5} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{6}{5}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 145. Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị của biểu thức $A = 2x_1 + 3x_2$ bằng

- A. 2. B. 0. C. $4 \log_2^3$. D. $3 \log_3 2$.

Lời giải.

$$9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_3 2. \end{cases}$$

Vì $x_1 < x_2$ nên $x_1 = 0$ và $x_2 = \log_3 2$, suy ra $A = 3 \log_3 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 146. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_3(2x - 1) = 2 \log_2 x$ là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải.

Điều kiện: $x > \frac{1}{2}$. Ta có

$$\log_2 x \cdot \log_3(2x - 1) = 2 \log_2 x \Leftrightarrow \log_2 x [\log_3(2x - 1) - 2] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 0 \\ \log_3(2x - 1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5. \end{cases}$$

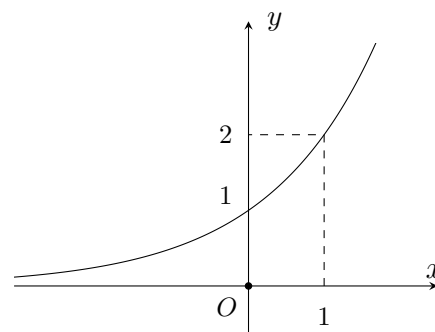
Hai giá trị $x = 1, x = 5$ đều thỏa mãn điều kiện. Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 147.

Đường cong trong hình sau là đồ thị hàm số nào?

- A. $y = 2^x$. B. $y = (\sqrt{2})^x$.
C. $y = \log_2(2x)$. D. $y = \frac{1}{2}x + 1$.



Lời giải.

Đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(1; 2)$ nên chỉ có hàm số $y = 2^x$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 148. Hàm số $y = \log_5(4x - x^2)$ có tập xác định là

- A. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (0; 4)$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $4x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4$.

Vậy tập xác định $\mathcal{D} = (0; 4)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 149. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \frac{4x+6}{x} \leq 0$ là

- A. $S = \left[-2; -\frac{3}{2}\right)$. B. $S = [-2; 0)$. C. $S = (-\infty; 2]$. D. $S = \mathbb{R} \setminus \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \frac{4x+6}{x} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \\ x > 0. \end{cases}$$

$$\log_3 \frac{4x+6}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{4x+6}{x} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{3x+6}{x} \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x < 0.$$

Kết hợp với điều kiện ta có $S = \left[-2; -\frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 150. Cho $\log_2 3 = a, \log_3 5 = b, \log_7 2 = c$. Tính $\log_{140} 63$ theo a, b, c .

- A. $\frac{2ac+1}{a+abc+2b}$. B. $\frac{2bc+1}{2c+abc+1}$. C. $\frac{2ac+1}{2c+abc+1}$. D. $\frac{3ab+1}{2a+abc+b}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{140} 63 = \log_{(2^2 \cdot 5 \cdot 7)} (3^2 \cdot 7) = \frac{2\log_2 3 + \log_2 7}{2 + \log_2 5 + \log_2 7}$ và $\log_2 5 = \log_2 3 \cdot \log_3 5 = ab$.

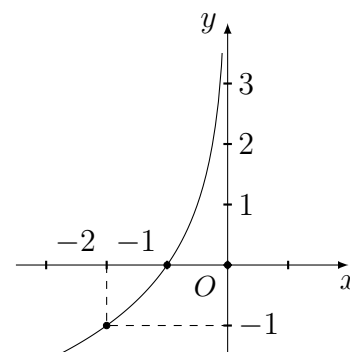
$$\text{Vậy } \log_{140} 63 = \frac{2a + \frac{1}{c}}{2 + ab + \frac{1}{c}} = \frac{2ac + 1}{2c + abc + 1}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 151.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- A. $y = -2^{-x}$. B. $y = 2^{-x}$.
C. $y = \log_2(-x)$. D. $y = -\log_2(-x)$.

**Lời giải.**

Từ đồ thị ta có $x = -1 \Rightarrow y = 0; x = -2 \Rightarrow y = -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 152. Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\sqrt{3}} x \left(1 + \frac{1}{3} \log_{\sqrt[3]{3}} 3x\right) \leq 6$ là $[a; b]$. Tính

$$T = 81a^2 + b^2.$$

- A. $T = \frac{82}{9}$. B. $T = \frac{84}{3}$. C. $T = \frac{80}{9}$. D. $T = \frac{80}{3}$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_3 x$, ta có bất phương trình $t^2 + 2t - 3 \leq 0$, suy ra $-3 \leq t \leq 1$ hay $\frac{1}{27} \leq x \leq 3$. Do đó $[a; b] = \left[\frac{1}{27}; 3\right]$, dẫn đến $T = 81a^2 + b^2 = \frac{82}{9}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 153. Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\log_4 a = \log_9 b = \log_6(a - b)$. Tính $M = \frac{a}{a+b}$.

A. $M = \frac{5 + \sqrt{5}}{10}$. B. $M = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$. C. $M = \frac{2 + \sqrt{3}}{5}$. D. $M = \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$.

Lời giải.

Ta có $\log_4 a = \log_9 b = \log_6(a - b) = t \Rightarrow a = 4^t; b = 9^t; a - b = 6^t$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow 4^t - 9^t = 6^t \\ &\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2t} - \left(\frac{2}{3}\right)^t - 1 = 0 \\ &\Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} < 0 \quad (\text{loại}) \\ \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases} \\ &\Rightarrow M = \frac{5 + \sqrt{5}}{10}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 154. Phương trình $\frac{1}{\log_3 x - 3} + \frac{1}{\log_{27} x + 3} = 1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Đặt $t = \log_3 x$ với $x > 0$ và $\begin{cases} t \neq 3 \\ t \neq -9 \end{cases}$, phương trình trở thành

$$\begin{aligned} &\frac{1}{t - 3} + \frac{1}{\frac{1}{3}t + 3} = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{t - 3} + \frac{3}{t + 9} = 1 \\ &\Leftrightarrow t + 9 + 3(t - 3) = (t - 3)(t + 9) \\ &\Leftrightarrow 4t + t^2 + 6t - 18 = 0 \\ &\Leftrightarrow t^2 + 2t - 18 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 - \sqrt{19} \text{ (nhận)} \\ t = -1 + \sqrt{19} \text{ (nhận)} \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} \log_3 x = -1 - \sqrt{19} \\ \log_3 x = -1 + \sqrt{19} \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x = 3^{-1 - \sqrt{19}} \\ x = 3^{-1 + \sqrt{19}} \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 155. Giải phương trình: $2\log_3(x - 2) + \log_3(x - 4)^2 = 0$. Một học sinh làm như sau:

— Bước 1: Điều kiện: $\begin{cases} x > 2 \\ x \neq 4 \end{cases} (*)$

— Bước 2: Phương trình đã cho tương đương với $2\log_3(x-2) + 2\log_3(x-4) = 0$.

— Bước 3: Hay là

$$\begin{aligned} \log_3(x-2)(x-4) = 0 &\Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 1 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 6x + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2} \\ x = 3 - \sqrt{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Đối chiếu với điều kiện (*), suy ra phương trình đã cho có nghiệm là $x = 3 + \sqrt{2}$.

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Sai ở bước 2.

B. Sai ở bước 1.

C. Tất cả các bước đều đúng.

D. Sai ở bước 3.

Lời giải.

Sai ở bước 2 vì $\log_3(x-4)^2 = 2\log_3|x-4|$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 156. Cho $a = \log_2 5$, $b = \log_5 3$, $\log_{30} 150 = \frac{x \cdot a \cdot b + y \cdot a + z \cdot b + 1}{m \cdot a \cdot b + n \cdot a + p \cdot b + q}$ (x, y, z, m, n, p, q là các số nguyên). Tính $x + y + z + m + n + p + q$.

A. 5 .

B. 4 .

C. 6 .

D. 1 .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{30} 150 &= \frac{\log_5 150}{\log_5 30} \\ &= \frac{\log_5 5 + \log_5 3 + \log_5 2 + \log_5 5}{\log_5 5 + \log_5 3 + \log_5 2} \\ &= \frac{2 + b + \frac{1}{a}}{1 + b + \frac{1}{a}} \\ &= \frac{ab + 2a + 1}{ab + a + 1}. \end{aligned}$$

Khi đó, $x = 1, y = 2, z = 0, m = 1, n = 1, p = 0, q = 1$ suy ra $x + y + z + m + n + p + q = 6$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 157. Hàm số $y = (x^2 - x)^{\frac{3}{2}}$ có tập xác định là

A. $\mathbb{R}$.

B. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $x^2 - x > 0 \Leftrightarrow x < 0$ hay $x > 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 158. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $3\log a + 2\log b = 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^3 + b^2 = 1$.

B. $3a + 2b = 10$.

C. $a^3 b^2 = 10$.

D. $a^3 + b^2 = 10$.

Lời giải.

Ta có: $3\log a + 2\log b = 1 \Leftrightarrow \log a^3 + \log b^2 = 1 \Leftrightarrow \log(a^3 b^2) = 1 \Leftrightarrow a^3 b^2 = 10$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 159. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3^{2x-1} > 243$.

- A. $S = (-\infty; 3)$. B. $S = (3; +\infty)$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 2)$.

Lời giải.

Ta có

$$3^{2x-1} > 243 \Leftrightarrow 3^{2x-1} > 3^5 \Leftrightarrow 2x - 1 > 5 \Leftrightarrow x > 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 160. Tích các nghiệm của phương trình $\log_3(3x) \cdot \log_3(9x) = 4$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{1}{27}$. D. 1.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_3(3x) \cdot \log_3(9x) = 4 &\Leftrightarrow (1 + \log_3 x)(2 + \log_3 x) = 4 \\ &\Leftrightarrow \log_3^2 x + 3\log_3 x - 2 = 0. \quad (*) \end{aligned}$$

Phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt $\log_3 x_1, \log_3 x_2$ và

$$\log_3 x_1 + \log_3 x_2 = -3 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 3^{-3} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{27}.$$

Vậy tích các nghiệm phương trình là $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{27}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 161. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-5x+6} < 1$.

- A. $(-3; 2)$. B. $(1; 6)$. C. $(2; 3)$. D. $(-6; -1)$.

Lời giải.

$$2^{x^2-5x+6} < 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 162. Biết phương trình $2\log_2 x + 3\log_x 2 = 7$ có hai nghiệm thực $x_1 < x_2$. Tính giá trị của biểu thức $T = (x_1)^{x_2}$.

- A. $T = 32$. B. $T = 64$. C. $T = 16$. D. $T = 8$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > 0; x \neq 1$.

$$\text{Ta có } 2\log_2 x + 3\log_x 2 = 7 \Leftrightarrow 2\log_2 x + \frac{3}{\log_2 x} - 7 = 0 \Leftrightarrow 2\log_2^2 x - 7\log_2 x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow T = 16.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 163. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log(x^2 + 2x + 3)$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; -1\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
C. $\mathcal{D} = \emptyset$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (-1; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số là $x^2 + 2x + 3 > 0$ (đúng $\forall x \in \mathbb{R}$).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 164. Cho $n = \log_{20} 5$. Hãy biểu diễn $\log_2 20$ theo n .

A. $\log_2 20 = \frac{n+2}{n}$. B. $\log_2 20 = \frac{2}{1-n}$. C. $\log_2 20 = \frac{1-n}{2}$. D. $\log_2 20 = \frac{1}{1-n}$.

Lời giải.

Ta có $n = \log_{20} 5 = \log_{20} \frac{20}{4} = 1 - 2 \log_{20} 2$.

Suy ra $\log_{20} 2 = \frac{1-n}{2}$ hay $\log_2 20 = \frac{2}{1-n}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 165. Cho phương trình $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $P = x_1 \cdot x_2$.

A. $P = 6$. B. $P = \log_2 3$. C. $P = \log_2 6$. D. $P = 2 \log_2 3$.

Lời giải.

$$2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \log_2 3. \end{cases}$$

Suy ra $P = \log_2 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 166. Giải bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$.

A. $x > 3$. B. $\frac{1}{3} < x < 3$. C. $x < 3$. D. $x > \frac{10}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(3x-1) > 3 \Leftrightarrow 3x-1 > 2^3 \Leftrightarrow x > 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 167. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

A. $S = 13$. B. $S = \frac{81}{12}$. C. $S = \frac{9}{4}$. D. $S = \frac{37}{12}$.

Lời giải.

Ta có $x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Vậy $S = \left| \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) \, dx \right| + \left| \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) \, dx \right| = \frac{37}{12}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 168. Bất phương trình $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 2. B. 4. C. 6. D. 3.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10} \Leftrightarrow 2^{x^2-3x+4} \leq 2^{-2x+10} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 \leq -2x + 10$

$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$.

Có 3 số nguyên dương trong $[-2; 6]$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 169. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 6 \\ x > 2 \\ \log_3(x^2 - 6) = \log_3 3(x - 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{6} \\ x > 2 \\ x^2 - 6 = 3x - 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{6} \\ x > 2 \\ x(x - 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 170. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln\left(x + \frac{1}{x-1} + m\right)$ xác định với mọi x thuộc khoảng $(1; +\infty)$.

A. $m \leq -3$.B. $m \geq -3$.C. $m > -3$.D. $m < -3$.**Lời giải.**

Từ giả thiết suy ra $x + \frac{1}{x-1} + m > 0$ với mọi $x \in (1; +\infty)$.

Suy ra $x + \frac{1}{x-1} > -m$ với mọi $x \in (1; +\infty)$.

Theo bất đẳng thức Cô-si ta có $x + \frac{1}{x-1} = x - 1 + \frac{1}{x-1} + 1 \geq 3$ với $x > 1$.

Dấu “=” xảy ra khi $x - 1 = \frac{1}{x-1} \Rightarrow x = 2$ (thỏa mãn).

Từ đó $3 > -m \Leftrightarrow m > -3$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 171. Phương trình $(2x^2 - x)^{4x^2 - 9x + 2} = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{— } 2x^2 - x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow 1 = 1 \text{ (luôn đúng).}$$

$$\text{— } 4x^2 - 9x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow 1 = 1 \text{ (luôn đúng).}$$

Vậy phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 172. Cho bốn mệnh đề:

(I) $b = a^{\log_a b}$ với mọi $1 \neq a > 0, b > 0$.

(II) $a^{\log_b c} = b^{\log_a c}$ với mọi $1 \neq a > 0, 1 \neq b > 0, c > 0$.

(III) $\log_a b^{2m} = 2m \log_a b$ với mọi $0 < a \neq 1, b \neq 0, m \in \mathbb{Z}^+$.

(IV) $\log_{a^x} b = -x \log_a b$ với mọi $1 \neq a > 0, b > 0, x \in \mathbb{R}$.

Tìm số mệnh đề đúng trong bốn mệnh đề đã cho.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

— (I) là mệnh đề đúng.

— (II) là mệnh đề sai vì $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$.

— (III) là mệnh đề sai vì điều kiện phải có $b > 0$.

— (IV) là mệnh đề sai vì $\log_{a^x} b = \frac{1}{x} \log_a b$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 173. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_2 \frac{2x}{1-x^2}}$ có dạng $[a; b) \cup [c; d)$. Tính $a + b + c + d$.

A. 1.

B. -2.

C. 3.

D. -4.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \frac{2x}{1-x^2} > 0 \\ \log_2 \frac{2x}{1-x^2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2x}{1-x^2} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x - 1}{1-x^2} \geq 0. \quad (1)$$

Xét dấu vế trái (1), ta được $x \in [-1 - \sqrt{2}; -1) \cup [-1 + \sqrt{2}; 1)$.

Suy ra $a + b + c + d = -2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 174. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-x^2} = 5^{6x-10}$. Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng

A. -5.

B. $\log_5 2 + 1$.

C. 7.

D. 10.

Lời giải.

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x-x^2} = 5^{6x-10} \Leftrightarrow 5^{x^2-x} = 5^{6x-10}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x = 6x - 10 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 7.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 175. Với mọi số $a, b > 0$ thỏa mãn $9a^2 + b^2 = 10ab$ thì đẳng thức đúng là

A. $2 \log(3a + b) = \log a + \log b$.

B. $\frac{\log(3a + b)}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}$.

C. $\log a + \log(b + 1) = 1$.

D. $\log \frac{3a + b}{4} = \frac{1}{2} (\log a + \log b)$.

Lời giải.

Ta có $9a^2 + b^2 = 10ab \Leftrightarrow 9a^2 + 6ab + b^2 = 16ab \Leftrightarrow (3a + b)^2 = 16ab$.

$$\Leftrightarrow \log \frac{(3a + b)^2}{16} = \log(ab) \Leftrightarrow 2 \log \frac{3a + b}{4} = \log a + \log b \Leftrightarrow \log \frac{3a + b}{4} = \frac{1}{2} (\log a + \log b).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 176. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(-\log_2 x) < 0$ là

A. $(0; 5)$.

B. $(1; 2)$.

C. $\left(\frac{1}{4}; 4\right)$.

D. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ -\log_2 x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1.$$

$$\log_{\frac{1}{3}}(-\log_2 x) < 0 \Leftrightarrow -\log_2 x > 1 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}.$$

Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 177. Cho các số thực dương a, b, x thỏa mãn $\log_5 x = \log_{\sqrt[3]{5}} b - 2 \log_{\frac{1}{5}} a$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x = a^2 b^3$.

B. $x = a^3 b$.

C. $x = a^3 b^2$.

D. $x = \sqrt{ab}$.

Lời giải.

Ta có $\log_5 x = \log_{\sqrt[3]{5}} b - 2 \log_{\frac{1}{5}} a \Leftrightarrow \log_5 x = 3 \log_5 b + 2 \log_5 a$
 $\Leftrightarrow \log_5 x = \log_5 (a^2 b^3) \Leftrightarrow x = a^2 b^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 178. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 5$ là

- A. $x = 33$. B. $x = 6$. C. $x = 26$. D. $x = 32$.

Lời giải.

$\log_2(x-1) = 5 \Leftrightarrow x-1 = 2^5 = 32 \Rightarrow x = 33$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 179. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $49^{x+1} + 35 \cdot 7^x + m = 0$ có nghiệm

- A. $m < 0$. B. $m < \frac{9}{4}$. C. $m \leq \frac{6}{25}$. D. $0 \leq m \leq \frac{9}{4}$.

Lời giải.

Đặt $t = 7^{x+1}, t > 0$, phương trình đã cho trở thành: $t^2 + 5t + m = 0 \Leftrightarrow t^2 + 5t = -m$ (*).

Xét hàm số $f(t) = t^2 + 5t$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có $y' = 2t + 5 > 0, \forall t > 0$.

Phương trình ban đầu có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm dương.

Phương trình (*) có nghiệm dương khi và chỉ khi $-m > f(0) = 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 180. Cho a, b là hai số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_b a = \log_a b + 2$. Tính $\log_a b$.

- A. $\log_a b = -1 - \sqrt{2}$. B. $\log_a b = -1 \pm \sqrt{2}$. C. $\log_a b = -1 + \sqrt{2}$. D. $\log_a b = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta thấy $\log_b a = \log_a b + 2 \Leftrightarrow \log_a^2 b + 2 \log_a b - 1 = 0 \Rightarrow \log_a b = -1 + \sqrt{2}$ (vì $a, b > 1$).

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 181. Cho $a, b > 0$ và $2 \log_2 b - 3 \log_2 a = 2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $b^2 - a^3 = 4$. B. $2b - 3a = 2$. C. $2b - 3a = 4$. D. $b^2 = 4a^3$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\log_2 \left(\frac{b^2}{a^3} \right) = 2 \Leftrightarrow b^2 = 4a^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 182. Cho hàm số $y = \log_3(2x+1)$. Chọn khẳng định đúng.

- A. Khoảng đồng biến của hàm số là $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 B. Khoảng đồng biến của hàm số là $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 D. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Ta có $y' = \frac{2}{2x+1} > 0, \forall x \in \mathcal{D}$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng xác định.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 183. Tập xác định của hàm số $y = (3x - x^2)^{-\frac{3}{2}}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$. C. $(0; 3)$. D. $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $3x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 184. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-4) + 1 \geq 0$ là

- A. $(-\infty; 6)$. B. $(4; 6]$. C. $(4; +\infty)$. D. $\left(4; \frac{9}{2}\right]$.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương

$$0 < x - 4 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \Leftrightarrow 4 < x \leq 6.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 185. Số nghiệm thực của phương trình $2\log_2(x-3) = 2 + \log_{\sqrt{2}}\sqrt{3-2x}$ là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x-3 > 0 \\ 3-2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}$ (vô nghiệm).

Chọn đáp án **A** □

Câu 186. Tập xác định của hàm số $y = (3x - \sqrt{x+3})^{2018}$ là

- A. $[-3; +\infty)$. B. $(-3; +\infty)$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{1; -\frac{3}{4}\right\}$. D. $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right] \cup [1; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x+3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -3$.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = [-3; +\infty)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 187. Cho $\log_b a = x$ và $\log_b c = y$. Hãy biểu diễn $\log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5 c^4})$ theo x và y .

- A. $\frac{5+4y}{6x}$. B. $\frac{20y}{3x}$. C. $\frac{5+3y^4}{3x^2}$. D. $20x + \frac{20y}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5 c^4}) = \frac{1}{6} \log_a(b^5 c^4) = \frac{5}{6} \log_a b + \frac{2}{3} \log_a c = \frac{5}{6 \log_b a} + \frac{2 \log_b c}{3 \log_b a} = \frac{5+4y}{6x}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 188. Cho $a > 0, b > 0; a \neq 1, b \neq 1, n \in \mathbb{N}^*$, một học sinh tính biểu thức

$$P = \frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \dots + \frac{1}{\log_{a^n} b}$$

theo các bước sau.

I. $P = \log_b a + \log_b a^2 + \dots + \log_b a^n$.

II. $P = \log_b a \cdot a^2 \dots a^n$.

III. $P = \log_b a^{1+2+3+\dots+n}$.

IV. $P = n(n+1) \log_b a$.

Bạn học sinh trên đã giải **sai** ở bước nào?

- A. III. B. II. C. I. D. IV.

Lời giải.

Ta có $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ nên bạn học sinh trên đã làm sai ở bước IV.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 189. Giải bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{4}{3}\right)^{-2+x}$ ta được nghiệm là

A. $x \geq 1$.

B. $x > 1$.

C. $x < 1$.

D. $x \leq 1$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\left(\frac{4}{3}\right)^{-2x+1} \leq \left(\frac{4}{3}\right)^{-2+x} \Leftrightarrow 1 - 2x \leq -2 + x \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 190. Cho các số dương a, b, c với $a > 1$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.

B. $\log_a b > 1 \Leftrightarrow b > a$.

C. $\log_a b < 0 \Leftrightarrow b < 1$.

D. $\log_a b > c \Leftrightarrow b < a^c$.

Lời giải.

Với $a > 1$, ta có $\log_a b > c \Leftrightarrow \log_a b > \log_a a^c \Leftrightarrow b > a^c$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 191. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{1-2x}$.

A. $y' = -2 \cdot 2^{1-2x}$.

B. $y' = 2^{1-2x} \ln 2$.

C. $y' = -2^{2-2x} \ln 2$.

D. $y' = (1 - 2x)^{-2x}$.

Lời giải.

Ta có $y' = -2 \cdot 2^{1-2x} \cdot \ln 2 = -2^{2-2x} \cdot \ln 2$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 192. Cho a, b, c là các số thực dương và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$.

B. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

C. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

D. $\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c$.

Lời giải.

Khẳng định $\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c$ là một khẳng định sai.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 193. Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32}$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Khi đó $b - a$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. 6.

D. 8.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương với $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \left(\frac{1}{2}\right)^5 \Leftrightarrow x^2 + 4x < 5 \Leftrightarrow -1 < x < 5$.

Suy ra $a = -1, b = 5 \Rightarrow S = b - a = 6$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 194. Cho $f(x) = \sqrt{1+3x} - \sqrt[3]{1+2x}$, $g(x) = \sin x$. Tính giá trị của $\frac{f'(0)}{g'(0)}$.

A. $\frac{5}{6}$.

B. $-\frac{5}{6}$.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$— f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{1+3x}} - \frac{2}{3\sqrt[3]{(1+2x)^2}} \Rightarrow f'(0) = \frac{5}{6}.$$

$$— g'(x) = \cos x \Rightarrow g'(0) = 1$$

$$\text{Vậy } \frac{f'(0)}{g'(0)} = \frac{5}{6}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 195. Cho $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

A. 6.

B. -6.

C. $\frac{1}{6}$.D. $-\frac{1}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Từ } \log_a x = 2, \log_b x = 3 \text{ ta có } \log_b x = \log_b a \log_a x \Rightarrow \log_b a = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Do đó: } P = \log_{\frac{a}{b^2}} x = \frac{\log_b x}{\log_b \left(\frac{a}{b^2}\right)} = \frac{\log_b x}{\log_b a - \log_b b^2} = \frac{3}{\frac{3}{2} - 2} = -6.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 196. Gọi a, b lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^2 + \log_2(2-x)$ trên đoạn $[-2; 0]$. Tổng của $a + b$ bằng

A. 0.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 2x - \frac{1}{(2-x)\ln 2} < 0, \forall x \in [-2; 0] \text{ nên hàm số nghịch biến trên } [-2; 0]. \text{ Do đó}$$

$$\max_{[-2; 0]} y = y(-2) = 6, \quad \min_{[-2; 0]} y = y(0) = 1.$$

$$\text{Vậy, } a = 1, b = 6. \text{ Suy ra } a + b = 7.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 197. Tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 3\log_3 x \cdot \log_2 3 + 2 = 0$ bằng

A. 18.

B. 20.

C. 6.

D. 25.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_2 3 \cdot \log_3 x = \log_2 x. \text{ Do đó phương trình đã cho tương đương}$$

$$\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4. \end{cases}$$

$$\text{Vậy tổng bình phương của các nghiệm bằng } 2^2 + 4^2 = 20.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 198. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 = 0$ bằng

A. 2.

B. -3.

C. $\frac{17}{2}$.D. $\frac{9}{8}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \\ x_2 = 8. \end{cases}$$

$$\text{Từ đó suy ra } S = x_1 + x_2 = \frac{1}{2} + 8 = \frac{17}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 199. Phương trình $\log_3(2x + 1) = 2$ có nghiệm là

- A. $x = 5$. B. $x = -3$. C. $x = 1$. D. $x = 4$.

Lời giải.

Ta có $\log_3(2x + 1) = 2 \Leftrightarrow 2x + 1 = 9 \Leftrightarrow x = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 200. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3^{x-1} > 27$.

- A. $S = [4; +\infty)$. B. $S = (4; +\infty)$. C. $S = (0; 4)$. D. $S = (-\infty; 4)$.

Lời giải.

Ta có $3^{x-1} > 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} > 3^3 \Leftrightarrow x - 1 > 3 \Leftrightarrow x > 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = (4; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 201. Hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$ có đạo hàm y' bằng

- A. $\frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}$. B. $\frac{2x}{(x^2 + 1)}$. C. $\frac{2x \ln 2}{x^2 + 1}$. D. $\frac{1}{(x^2 + 1) \ln 2}$.

Lời giải.

$$y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 202. Cho hai số thực dương a và b . Rút gọn biểu thức $A = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$.

- A. $A = \sqrt[6]{ab}$. B. $A = \sqrt[3]{ab}$. C. $A = \frac{1}{\sqrt[3]{ab}}$. D. $A = \frac{1}{\sqrt[6]{ab}}$.

Lời giải.

Đặt $u = \sqrt[6]{a}$, $v = \sqrt[6]{b}$. Khi đó ta có $A = \frac{u^2v^3 + u^3v^2}{u + v} = u^2v^2 = \sqrt[3]{ab}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 203. Nếu $(2 - \sqrt{3})^{a-1} < 2 + \sqrt{3}$ thì

- A. $a \geq 0$. B. $a \leq 1$. C. $a > 0$. D. $a < 1$.

Lời giải.

Ta có

$$2 + \sqrt{3} > (2 - \sqrt{3})^{a-1} = (2 + \sqrt{3})^{1-a}.$$

Do $2 + \sqrt{3} > 1$ nên $1 > 1 - a$ hay $a > 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 204. Rút gọn biểu thức $A = a^{2\log_{\sqrt{a}} 3}$ với $0 < a \neq 1$ ta được kết quả là

- A. 9. B. 6. C. 3^4 . D. 3^8 .

Lời giải.

$$A = a^{2\log_{\sqrt{a}} 3} = a^{4\log_a 3} = a^{\log_a 3^4} = 3^4.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 205. Cho phương trình $3^x = m + 1$. Chọn phát biểu đúng.

- A. Phương trình có nghiệm dương nếu $m > 0$.
 B. Phương trình luôn có nghiệm với mọi m .
 C. Phương trình luôn có nghiệm duy nhất $x = \log_3(m + 1)$.
 D. Phương trình có nghiệm với $m \geq -1$.

Lời giải.

Phương trình $3^x = m + 1$ có nghiệm khi $m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Ta có $x > 0 \Rightarrow 3^x > 3^0 = 1$ nên phương trình đã cho có nghiệm dương khi $m + 1 > 1 \Leftrightarrow m > 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 206. Phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = m$ có nghiệm khi

- A. $m \in (-\infty; 5)$. B. $m \in (2; +\infty)$. C. $m \in (-\infty; 5]$. D. $m \in [2; +\infty)$.

Lời giải.

Đặt $(2 + \sqrt{3})^x = t > 0 \Rightarrow (2 - \sqrt{3})^x = \frac{1}{t}$. Khi đó phương trình thành $t + \frac{1}{t} = m, t > 0$.

Vì $t > 0$ nên $t + \frac{1}{t} \geq 2$ nên $m \geq 2$ thì phương trình có nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 207. Số nghiệm của phương trình $3^x - 3^{1-x} = 2$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Ta có $3^x - 3^{1-x} = 2 \Leftrightarrow 3^x - \frac{3}{3^x} = 2 \Leftrightarrow 3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = -1 \text{ (vô nghiệm)} \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 208. Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Giá trị của $2x_1 + 3x_2$ là

- A. $3 \log_3 2$. B. 1. C. $4 \log_3 2$. D. $2 \log_2 3$.

Lời giải.

Ta có $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 = 0 \\ x = x_2 = \log_3 2 \end{cases}$. Khi đó $2x_1 + 3x_2 = 3 \log_3 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 209. Phương trình $\log_x 2 + \log_2 x = \frac{5}{2}$

- A. Có hai nghiệm dương. B. Vô nghiệm.
C. Có một nghiệm âm. D. Có một nghiệm âm và một nghiệm dương.

Lời giải.

Điều kiện: $0 < x \neq 1$. Khi đó phương trình đã cho thành:

$$\frac{1}{\log_2 x} + \log_2 x - \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow 2 \log_2^2 x - 5 \log_2 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm dương.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 210. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - (m + 1)2^x + m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

- A. $m > 1$. B. $m > 0$. C. $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$. D. $0 < m < 1$.

Lời giải.

Ta có

$$4^x - (m+1)2^x + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2^x = m. \end{cases}$$

Phương trình có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $2^x = m$ có một nghiệm khác 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1. \end{cases}$

Chọn đáp án **C** □

Câu 211. Cho m là một số thực. Số nghiệm của phương trình $2^{x^2} = m^2 - m + 2$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Không xác định.

Lời giải.

Ta có $m^2 - m + 2 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4} > 1, \forall m \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$2^{x^2} = m^2 - m + 2 \Leftrightarrow x^2 = \log_2(m^2 - m + 2) \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\log_2(m^2 - m + 2)} \quad (\text{vì } \log_2(m^2 - m + 2) > 0).$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **B** □

Câu 212. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x + 3 = 5^m$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

- A. $m > 1$. B. $m < 0$. C. $0 < m < 1$. D. $m > 5$.

Lời giải.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = 5^m$. Xét $f(x) = x^3 - 3x + 3$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Bảng biến thiên hàm số $f(x)$:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			5		1		$+\infty$
	$-\infty$						

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình có ba nghiệm thực $\Leftrightarrow 1 < 5^m < 5 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 213. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) > -1$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$.

Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) > -1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}$ Suy ra bất phương trình có tập nghiệm là $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 214. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 2^x$. B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. C. $y = (\sqrt{\pi})^x$. D. $y = e^x$.

Lời giải.

Tập xác định của các hàm số đã cho đều là $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ có đạo hàm $y' = \left(\frac{1}{3}\right)^x \ln \frac{1}{3} = -\left(\frac{1}{3}\right)^x \ln 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = 2^x$ có đạo hàm $y' = 2^x \ln 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = e^x$ có đạo hàm $y' = e^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = e^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = (\sqrt{\pi})^x$ có đạo hàm $y' = (\sqrt{\pi})^x \ln \sqrt{\pi} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = (\sqrt{\pi})^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 215. Tìm nghiệm của phương trình $9^{\sqrt{x-1}} = e^{\ln 81}$.

- A. $x = 5$. B. $x = 4$. C. $x = 6$. D. $x = 17$.

Lời giải.

Điều kiện của phương trình $x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$.

$$\begin{aligned} 9^{\sqrt{x-1}} &= e^{\ln 81} \\ \Leftrightarrow 9^{\sqrt{x-1}} &= 81 \\ \Leftrightarrow \sqrt{x-1} &= 2 \\ \Leftrightarrow x-1 &= 4 \\ \Leftrightarrow x &= 5. \end{aligned}$$

Đối chiếu điều kiện $x \geq 1$ ta nhận $x = 5$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 216. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

- A. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $S = (-1; 2)$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 2)$.

Lời giải.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 2x-1 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2.$$

Suy ra tập nghiệm bất phương trình là $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 217. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^{\log_2 5} = 4, b^{\log_4 6} = 16, c^{\log_7 3} = 49$. Tính giá trị $T = a^{\log_2^2 5} + b^{\log_4^2 6} + 3c^{\log_7^2 3}$.

- A. $T = 126$. B. $T = 5 + 2\sqrt{3}$. C. $T = 88$. D. $T = 3 - 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$\begin{cases} a^{\log_2 5} = 4 \\ b^{\log_4 6} = 16 \\ c^{\log_7 3} = 49 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^{\log_2^2 5} = 4^{\log_2 5} \\ b^{\log_4^2 6} = 16^{\log_4 6} \\ c^{\log_7^2 3} = 49^{\log_7 3} \end{cases} \Rightarrow T = 5^2 + 6^2 + 3 \cdot 3^2 = 88.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 218. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?

A. Với mọi $a > b > 1$, ta có $a^b > b^a$.

B. Với mọi $a > b > 1$, ta có $\log_a b < \log_b a$.

C. Với mọi $a > b > 1$, ta có $a^{a-b} > b^{b-a}$.

D. Với mọi $a > b > 1$, ta có $\log_a \frac{a+b}{2} < 1$.

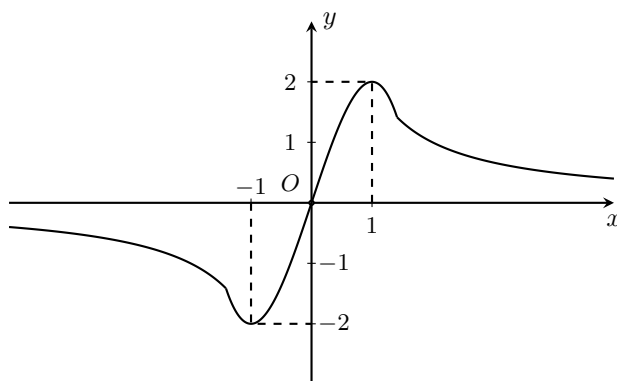
Lời giải.

Với $a = 4, b = 2, 4^2 = 2^4$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 219. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới



Biết rằng trục hoành là tiệm cận ngang của đồ thị. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = 4^{m+2\log_4 \sqrt{2}}$ có hai nghiệm phân biệt dương.

A. $m > 1$.

B. $0 < m < 1$.

C. $m < 0$.

D. $0 < m < 2$.

Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 4^{m+2\log_4 \sqrt{2}}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 4^{m+2\log_4 \sqrt{2}}$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 4^{m+2\log_4 \sqrt{2}} < 2 \Leftrightarrow 2m + 4\log_4 \sqrt{2} < 1 \Leftrightarrow m < 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 220. Tập nghiệm của bất phương trình $2 \cdot 7^{x+2} + 7 \cdot 2^{x+2} \leq 351 \cdot \sqrt{14^x}$ có dạng là đoạn $S = [a; b]$. Giá trị $b - 2a$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(3; \sqrt{10})$.

B. $(-4; 2)$.

C. $(\sqrt{7}; 4\sqrt{10})$.

D. $\left(\frac{2}{9}; \frac{49}{5}\right)$.

Lời giải.

Phương trình

$$\begin{aligned} 2 \cdot 7^{x+2} + 7 \cdot 2^{x+2} &\leq 351 \cdot \sqrt{14^x} \\ \Leftrightarrow 98 \cdot 7^x + 28 \cdot 2^x - 351 \cdot 7^{\frac{x}{2}} \cdot 2^{\frac{x}{2}} &\leq 0 \\ \Leftrightarrow 98 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^x + 28 - 351 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^{\frac{x}{2}} &\leq 0 \\ \Leftrightarrow 98 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^{2 \cdot \frac{x}{2}} - 351 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^{\frac{x}{2}} + 28 &\leq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{4}{49} \leq \left(\frac{7}{2}\right)^{\frac{x}{2}} \leq \frac{7}{2} &\Leftrightarrow -4 \leq x \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow b - 2a = 10 \in (\sqrt{7}; 4\sqrt{10}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 221. Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2} = 1$ là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2} = 1 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 222. Cho hàm số $y = \ln \frac{1}{x+2}$. Hệ thức nào sau đây đúng?

- A. $xy' - 1 = 2e^x$. B. $xy' + 1 = 2e^y$. C. $xy' + 1 = 2e^x$. D. $xy' - 1 = 2e^y$.

Lời giải.

Ta có $y = \ln \frac{1}{x+2} = -\ln(x+2) \Rightarrow y' = -\frac{1}{x+2}$.

Do đó, ta có $xy' + 1 = -\frac{x}{x+2} + 1 = \frac{2}{x+2} = 2e^{\ln \frac{1}{x+2}} = 2e^y$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 223. Cho $4^x + 4^{-x} = 14$, khi đó biểu thức $M = \frac{2 + 2^x + 2^{-x}}{7 - 2^x - 2^{-x}}$ có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 3. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

Lời giải.

Ta có $4^x + 4^{-x} = 14 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 - 2 \cdot 2^x \cdot 2^{-x} = 14 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 16 \Rightarrow 2^x + 2^{-x} = 4$.

Vậy $M = \frac{2 + 2^x + 2^{-x}}{7 - 2^x - 2^{-x}} = \frac{2 + 4}{7 - 4} = 2$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 224. Phương trình $\log_3(x+2) + \frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}}(3-2x) - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị của biểu thức $A = 2x_1 + 3x_2$ là

- A. $A = \frac{13}{2}$. B. $A = 0$. C. $A = 6$. D. $A = -\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình: $-2 < x < \frac{3}{2}$. Khi đó, ta có

$$\log_3(x+2) + \frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}}(3-2x) - 1 = 0 \Rightarrow (x+2)(3-2x) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{3}{2} & (\text{thỏa mãn điều kiện}) \\ x_2 = 1 & (\text{thỏa mãn điều kiện}). \end{cases}$$

Vậy $A = 2x_1 + 3x_2 = 0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 225. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7} > 3^{2x-21}$ là

- A. Vô số. B. 6. C. 7. D. 8.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7} > 3^{2x-21} \Leftrightarrow 2x^2 - x - 28 < 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{2} < x < 4$.

Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là 7.

Chọn đáp án (C) □

Câu 226. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = e^{2x} - 2e^x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$. Khi đó giá trị của $M - m$ là

- A. $(e^2 - 1)^2$. B. $(e^2 + 1)^2$. C. $-(e^2 + 1)^2$. D. $-(e^2 - 1)^2$.

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-1; 2]$.

Ta có $y' = 2e^{2x} - 2e^x = 2(e^{2x} - e^x)$; $y' = 0 \Leftrightarrow e^{2x} = e^x \Leftrightarrow x = 0 \in (-1; 2)$.

Ta có $y(-1) = \frac{1}{e^2} - \frac{2}{e} + 2$; $y(0) = 1$; $y(2) = e^4 - 2e^2 + 2$.

Suy ra $m = \min_{[-1;2]} y = y(0) = 1$ và $M = \max_{[-1;2]} y = y(2) = e^4 - 2e^2 + 2$.

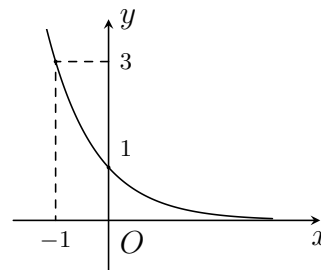
Vậy $M - m = e^4 - 2e^2 + 1 = (e^2 - 1)^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 227.

Đồ thị có trong hình vẽ bên là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = (\sqrt{3})^x$. B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. C. $y = (\sqrt{2})^x$. D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số trong hình chỉ có thể là của hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên A, C bị loại.

Ngoài ra do đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1; 3)$ nên chỉ còn hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ thoả mãn.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 228. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $4 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0$.

A. $T = 2$. B. $T = 3$. C. $T = \frac{13}{4}$. D. $T = \frac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta có $4 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0 \Leftrightarrow 4\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 13\left(\frac{3}{2}\right)^x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x = 1 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0$ bằng 2.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 229. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x^2 - 4x + 3) = \log_2(4x - 4)$.

A. $S = \{7\}$. B. $S = \{3; 7\}$. C. $S = \{1; 7\}$. D. $S = \{1\}$.

Lời giải.

$\log_2(x^2 - 4x + 3) = \log_2(4x - 4) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 4x - 4 \\ 4x - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + 7 = 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 7$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 230. Tìm giá trị của biểu thức $A = \log_{a^3} a + \log_2 8^a$, ($a > 0, a \neq 1$).

A. $-\frac{1}{3} - 3a$. B. $3a - \frac{1}{3}$. C. $3(a - 1)$. D. $3a + \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $A = \log_{a^3} a + \log_2 8^a = \frac{1}{3} \log_a a + 3a \log_2 2 = \frac{1}{3} + 3a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 231. Cho a là số dương khác 1, b là số dương và α là số thực bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$. B. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$. C. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$. D. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$.

Lời giải.

— $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ sai công thức.

- $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ luôn đúng.
- $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$ vừa sai công thức, vừa sai với $\alpha = 0$.
- $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ sai với $\alpha = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 232. Cho a là một số dương lớn hơn 1. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$ với $x, y > 0$. B. $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$.
 C. $\log_a x$ có nghĩa khi với mọi $x > 0$. D. $\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$ với $x > 0$ và $n \in \mathbb{N}$.

Lời giải.

$n \in \mathbb{N}$ thì chưa chắc $n \neq 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 233. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\left(\frac{3}{4}\right)^5 < \left(\frac{3}{4}\right)^6$. B. $\left(\frac{4}{3}\right)^{-7} > \left(\frac{4}{3}\right)^{-6}$. C. $\left(\frac{3}{2}\right)^6 > \left(\frac{3}{2}\right)^7$. D. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-6} > \left(\frac{2}{3}\right)^{-5}$.

Lời giải.

$$\begin{cases} 0 < \frac{2}{3} < 1 \\ -6 < -5 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{-6} > \left(\frac{2}{3}\right)^{-5}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 234. Cho các số thực a, b thỏa mãn $1 < a < b$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\frac{1}{\log_a b} < 1 < \frac{1}{\log_b a}$. B. $\frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a} < 1$.
 C. $1 < \frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a}$. D. $\frac{1}{\log_b a} < 1 < \frac{1}{\log_a b}$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $0 < \log_b a < 1 < \log_a b$, suy ra $\frac{1}{\log_b a} > 1 > \frac{1}{\log_a b}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 235. Phương trình $4^{x^2+2} = 16$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$4^{x^2+2} = 4^2 \Leftrightarrow x^2 + 2 = 2 \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 236. Tính $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$.

- A. $L = +\infty$. B. $L = 0$. C. $L = 1$. D. $L = -1$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 237. Cho a, b là các số thực và $a \cdot b > 0$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $\ln(a + b) = \ln a + \ln b$. B. $\ln \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$.

C. $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$.

D. $\ln(ab) = \ln|a| + \ln|b|$.

Lời giải.

Vì a, b là các số thực nên $\ln a$ và $\ln b$ đều không xác định khi $a, b < 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 238. Đồ thị của hàm số nào dưới đây không có tiệm cận đứng?

A. $y = e^{\frac{-1}{\sqrt{x}}}$.

B. $y = \ln x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \ln x$ nhận đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số $y = \tan x$ có các đường tiệm cận đứng là $x = \pm \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$ nhận đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số $y = e^{\frac{-1}{\sqrt{x}}}$ không có tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 239. Rút gọn biểu thức $A = \log_a \left(a^5 \sqrt{a^3 \sqrt{a \sqrt{a}}} \right)$ với $a > 0, a \neq 1$ ta được kết quả nào sau đây?

A. $\frac{7}{4}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. 2.

Lời giải.

$$\begin{aligned} A &= \log_a \left(a^5 \sqrt{a^3 \sqrt{a \sqrt{a}}} \right) = \log_a \left(a^5 \sqrt{a^3 \sqrt{a^{1+\frac{1}{2}}}} \right) \\ &= \log_a \left(a^5 \sqrt{a^3 \cdot a^{\frac{3}{4}}} \right) = \log_a \left(a^5 \sqrt{a^{\frac{15}{4}}} \right) \\ &= \log_a \left(a \cdot a^{\frac{3}{4}} \right) = \log_a a^{\frac{7}{4}} = \frac{7}{4}. \end{aligned}$$

Cách khác: Ta có thể cho $a = 2$ thay vào biểu thức để tính một cách rất đơn giản.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 240. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) \geq \log_{\frac{1}{2}}(5 - x)$ có tập nghiệm là

A. $\left(\frac{1}{2}; 2\right]$.

B. $(-\infty; 2]$.

C. $[2; +\infty)$.

D. $[2; 5)$.

Lời giải.

— Điều kiện xác định của phương trình: $\begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ 5 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 5$.

— Bất phương trình trở thành $2x - 1 \leq 5 - x \Leftrightarrow 3x \leq 6 \Leftrightarrow x \leq 2$.

— Kết hợp điều kiện suy ra bất phương trình có tập nghiệm $\left(\frac{1}{2}; 2\right]$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 241. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $\log^2 x + \log_3 x \cdot \log 27 - 4 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = \log x_1 + \log x_2$.

A. $A = 3$.

B. $A = -3$.

C. $A = -2$.

D. $A = 4$.

Lời giải.

— Điều kiện: $x > 0$.

$$\text{Khi đó } \log^2 x + \log_3 x \cdot \log 27 - 4 = 0 \Leftrightarrow \log^2 x + 3 \log 3 \cdot \log_3 x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log^2 x + 3 \log x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log x = 1 \\ \log x = -4. \end{cases}$$

$$\text{— Vậy } A = \log x_1 + \log x_2 = 1 + (-4) = -3.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 242. Tập nghiệm của phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ là

A. $\{0; 1\}$.

B. $\{0; -1\}$.

C. $\{1; 3\}$.

D. $\{1; -3\}$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x$, điều kiện $t > 0$.

$$\text{Phương trình đã cho trở thành } t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 243. Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = (1 + \sqrt{x-1})^{\sqrt{5}}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

B. $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Với điều kiện $x \geq 1$, ta có $1 + \sqrt{x-1} > 0$. Vậy $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 244. Cho hàm số $y = x \ln x$. Chọn khẳng định **sai** trong số các khẳng định dưới đây.

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$.

C. Hàm số có đạo hàm $y' = 1 + \ln x$.

D. Hàm số có tập xác định là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số có $y' = 1 + \ln x, y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}$. Lập bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$-\frac{1}{e}$	$+\infty$

Từ đó suy ra được hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 245. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x + e^x)$.

A. $y' = \frac{1 + e^x}{\ln 2}$.

B. $y' = \frac{1 + e^x}{(x + e^x) \ln 2}$.

C. $y' = \frac{1 + e^x}{x + e^x}$.

D. $y' = \frac{1}{(x + e^x) \ln 2}$.

Lời giải.

$$\text{Lấy đạo hàm } y' = (\log_2(x + e^x))' = \frac{(x + e^x)'}{(x + e^x) \ln 2} = \frac{1 + e^x}{(x + e^x) \ln 2}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 246. Cho a, b, c, d là các số thực dương, khác 1 bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$\text{A. } a^c = b^d \Leftrightarrow \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{d}{c}.$$

$$\text{B. } a^c = b^d \Leftrightarrow \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{c}{d}.$$

$$\text{C. } a^c = b^d \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} = \frac{c}{d}.$$

$$\text{D. } a^c = b^d \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} = \frac{d}{c}.$$

Lời giải.

Với a, b, c, d là các số thực dương, khác 1 ta có

$$a^c = b^d \Leftrightarrow \ln(a^c) = \ln(b^d) \Leftrightarrow c \cdot \ln a = d \cdot \ln b \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} = \frac{d}{c}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 247. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1}$.

A. $I = -\infty$.

B. $I = +\infty$.

C. $I = 1$.

D. $I = 0$.

Lời giải.

Đặt $x - 1 = t$ ta được $I = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1$. (Định lý SGK Giải tích 12 nâng cao tr.102.)

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 248. Cho $\log 5 = a$. Tính $\log 25000$ theo a .

A. $2a + 3$.

B. $5a^2$.

C. $2a^2 + 1$.

D. $5a$.

Lời giải.

Ta có $\log 25000 = \log(25 \cdot 1000) = \log 25 + \log 1000 = 2 \log 5 + \log 10^3 = 2a + 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 249. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x - 1) > 3$ là

A. $(9; +\infty)$.

B. $(4; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(10; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x - 1) > 3 \Leftrightarrow (x - 1) > 2^3 \Leftrightarrow x > 9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 250. Phương trình $\log_x 4 \cdot \log_2 \left(\frac{5 - 12x}{12x - 8} \right) = 2$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} 0 < x \neq 1 \\ \frac{5}{12} < x < \frac{2}{3} \end{cases}$.

Khi đó:

$$\begin{aligned} \log_x 4 \cdot \log_2 \left(\frac{5 - 12x}{12x - 8} \right) = 2 &\Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{5 - 12x}{12x - 8} \right) = \log_2 x \\ \Leftrightarrow \frac{5 - 12x}{12x - 8} = x &\Leftrightarrow \frac{-12x^2 - 4x + 5}{12x - 8} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{5}{6} (\text{loại}). \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 251. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^x + 2^{2-x}$ bằng 4.

B. Hàm số $y = 2^{3-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

Lời giải.

Ta có $2^x + 2^{2-x} \geq 2\sqrt{2^x \cdot 2^{2-x}} = 4$. Dấu bằng xảy ra khi $x = 1$. Suy ra **A** đúng.

Hàm số $y = 2^{3-x}$ có đạo hàm $y' = -\ln 2 \cdot 2^{3-x} < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó $y = 2^{3-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Vậy **B** đúng.

Hàm số $y = \log_2(x^2+1)$ có đạo hàm $y' = \frac{2x}{\ln 2 \cdot (x^2+1)} < 0, \forall x < 0$. Do đó Hàm số $y = \log_2(x^2+1)$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$. Vậy **C** sai.

Hàm số $y = \log_1(x^2+1)$ có đạo hàm $y' = -\frac{2x}{\ln 2 \cdot (x^2+1)} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0, y'' = \frac{2x^2-2}{\ln 2 \cdot (x^2+1)^2} \Rightarrow y''(0) = \frac{-2}{\ln 2} < 0$. Do đó $y = \log_1(x^2+1)$ đạt cực đại tại $x = 0$. Vậy **D** đúng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 252. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-3) + \log_2 x \geq 2$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $[4; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.

D. $(3; 4]$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 3$. Khi đó BPT $\Leftrightarrow (x-3)x \geq 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 4 \end{cases}$.

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm $S = [4; +\infty)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 253. Với các số thực x, y dương bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2(x+y) = \log_2 x + \log_2 y$.

B. $\log_2\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{\log_2 x}{\log_2 y}$.

C. $\log_2\left(\frac{x^2}{y}\right) = 2\log_2 x - \log_2 y$.

D. $\log_2(xy) = \log_2 x \cdot \log_2 y$.

Lời giải.

$$\log_2\left(\frac{x^2}{y}\right) = \log_2 x^2 - \log_2 y = 2\log_2 x - \log_2 y$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 254. Cho $\log_2 5 = a, \log_3 5 = b$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo a và b là

A. $a^2 + b^2$.

B. $\frac{1}{a+b}$.

C. $\frac{ab}{a+b}$.

D. $a+b$.

Lời giải.

Ta có $\log_5 6 = \log_5 2 + \log_5 3 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab}$, suy ra $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 255. Phương trình $\log_3(3x-2) = 3$ có nghiệm là

A. $x = \frac{29}{3}$.

B. $x = \frac{25}{3}$.

C. $x = \frac{11}{3}$.

D. $x = 87$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với $3x-2 = 27 \Leftrightarrow x = \frac{29}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 256. Giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = e^x(x^2 - 3)$ trên đoạn $[-2; 2]$ là

- A. $\min_{[-2;2]} y = e^2$. B. $\min_{[-2;2]} y = e^{-2}$. C. $\min_{[-2;2]} y = -4e$. D. $\min_{[-2;2]} y = -2e$.

Lời giải.

Ta có $y' = e^x(x^2 + 2x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$. Xét các giá trị: $f(-2) = e^{-2}$; $f(1) = -2e$; $f(2) = e^2$, từ

đó suy ra $y_{\min} = -2e$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 257. Phương trình $3^{1-x} = 2 + \left(\frac{1}{9}\right)^x$ có bao nhiêu nghiệm âm?

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$3 \cdot 3^{-x} = 2 + 3^{-2x} \Leftrightarrow 3^{-2x} - 3 \cdot 3^{-x} + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{-x} = 1 \\ 3^{-x} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\log_3 2 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có một nghiệm âm.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 258. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số: $y = \log_2(2x - 1)$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. B. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện: $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 259. Cho số thực $a > 0$ và $a \neq 1$. Hãy rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}}\right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}}\right)}$.

- A. $P = 1 + a$. B. $P = 1$. C. $P = a$. D. $P = 1 - a$.

Câu 260. Đặt $\ln 2 = a$; $\log_5 4 = b$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $\ln 100 = \frac{ab + 2a}{b}$. B. $\ln 100 = \frac{4ab + 2a}{b}$. C. $\ln 100 = \frac{ab + a}{b}$. D. $\ln 100 = \frac{2ab + 4a}{b}$.

Câu 261. Số nghiệm thực của phương trình $4^x - 2^{x+2} + 3 = 0$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 262. Cho hàm số $y = \ln(e^x + m^2)$. Với giá trị nào của m thì $y'(1) = \frac{1}{2}$

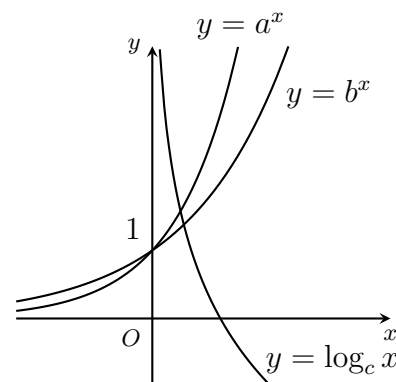
- A. $m = e$. B. $m = -e$. C. $m = \frac{1}{e}$. D. $m = \pm\sqrt{e}$.

Câu 263. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. B. $m = 2$. C. $m < 2$. D. $-2 < m < 2$.

Câu 264.

Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. $a < b < c$.
- B. $c < b < a$.
- C. $a < c < b$.
- D. $c < a < b$.

Câu 265. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2 \log_2 (2x - 2) + \log_2 (x - 3)^2 = 2$ trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng

- A. 8.
- B. $4 + \sqrt{2}$.
- C. $8 + \sqrt{2}$.
- D. $6 + \sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{TXĐ: } \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 3 \end{cases}.$$

Phương trình đã cho tương đương:

$$\log_2 2 + \log_2 (x - 1) + \log_2 |x - 3| = 1 \Leftrightarrow \log_2 (x - 1) + \log_2 |x - 3| = 0 \Leftrightarrow \log_2 [(x - 1) \cdot |x - 3|] = 0 \Leftrightarrow (x - 1) \cdot |x - 3| = 1(1).$$

$$\text{Với } x > 3 \text{ phương trình (1) trở thành } (x - 1) \cdot (x - 3) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2 - \sqrt{2} \text{ (loại)} \end{cases}.$$

$$\text{Với } 1 < x < 3 \text{ phương trình (1) trở thành } (x - 1) \cdot (3 - x) = 1 \Leftrightarrow x = 2.$$

$$\text{Vậy } S = 4 + \sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 266. Cho các số a, b, c, d thỏa mãn $0 < a < b < 1 < c < d$. Số lớn nhất trong $\log_a b, \log_b c, \log_c d, \log_d a$ là

- A. $\log_c d$.
- B. $\log_d a$.
- C. $\log_a b$.
- D. $\log_b c$.

Lời giải.

Ta có: $0 < a < b < 1 < c < d$ nên $\log_d a < 0, \log_b c < 0$ và $0 < \log_a b < 1 < \log_c d$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 267. Cho hàm số $y = \log_5 x$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.
- B. Tập xác định của hàm số là $(0; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên tập xác định.
- D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là trục tung.

Lời giải.

Vì hàm số $y = \log_5 x$ có cơ số $a = 5 > 1$ nên nó đồng biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 268. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$ và cắt mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z - 1 = 0$ theo một đường tròn bán kính bằng $\sqrt{8}$ có phương trình

- A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$.
- B. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$.
- C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.
- D. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$.

Lời giải.

Ta có $d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 + 2 \cdot (-1) - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 1$. Bán kính mặt cầu $R = \sqrt{1^2 + (\sqrt{8})^2} = 3$. Do đó, phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2 - 1)$, bán kính $R = 3$ là $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.
 Chọn đáp án **C** □

Câu 269. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 - x^2)$ là

- A. $\frac{1}{x^2 - 1}$. B. $\frac{x}{1 - x^2}$. C. $\frac{-2x}{x^2 - 1}$. D. $\frac{2x}{x^2 - 1}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{1 - x^2} \cdot (1 - x^2)' = \frac{-2x}{x^2 - 1}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 270. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0$ là

- A. $(2; 3)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương với $\begin{cases} x^2 - 5x + 7 > 0 & (\text{luôn đúng}) \\ x^2 - 5x + 7 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (2; 3)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 271. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log(x^3)$. B. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$. C. $y = \log_3 x^2$. D. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$.

Lời giải.

- $y = \log(x^3)$ đồng biến vì cơ số $a = 10 > 1$.
- $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x} = \left(\frac{5}{2}\right)^x$ đồng biến vì cơ số $a = \frac{5}{2} > 1$.
- $y = \log_3 x^2$ đồng biến vì cơ số $a = 3 > 1$.
- $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ nghịch biến vì cơ số $a = \frac{e}{4} < 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 272. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x = \log_2 \frac{x}{4} + 4$.

- A. $\frac{17}{4}$. B. 0. C. 4. D. $\frac{65}{4}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình

$$\begin{aligned} \log_2^2 x &= \log_2 \frac{x}{4} + 4 \\ \Leftrightarrow \log_2^2 x &= \log_2 x - \log_2 4 + 4 \\ \Leftrightarrow \log_2^2 x - \log_2 x - 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 4 \end{cases} \\ \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4^2 &= \frac{65}{4}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 273. Cho $a = \log_2 3$ và $b = \log_2 5$. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào đúng?

$$\begin{aligned} \text{A. } \log_2 \sqrt[6]{360} &= \frac{1}{6} + \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b. \\ \text{C. } \log_2 \sqrt[6]{360} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B. } \log_2 \sqrt[6]{360} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{4}a + \frac{1}{6}b. \\ \text{D. } \log_2 \sqrt[6]{360} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{6}a + \frac{1}{3}b. \end{aligned}$$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2 \sqrt[6]{360} &= \frac{1}{6} \log_2 (2^3 \cdot 3^2 \cdot 5) = \frac{1}{6} (3 \log_2 2 + 2 \log_2 3 + \log_2 5) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \log_2 3 + \frac{1}{6} \log_2 5 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 274. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4}$.

$$\begin{aligned} \text{A. } S &= \{x \in \mathbb{R} | x > 3\}. & \text{B. } S &= \{x \in \mathbb{R} | 1 < x \leq 3\}. \\ \text{C. } S &= \{x \in \mathbb{R} | x \leq 3\}. & \text{D. } S &= \{x \in \mathbb{R} | x \geq 3\}. \end{aligned}$$

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow x-1 \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 275. Hàm số $y = \log_7(3x+1)$ có tập xác định là

$$\begin{aligned} \text{A. } \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right). & \quad \text{B. } \left[-\frac{1}{3}; +\infty\right). & \text{C. } \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right). & \quad \text{D. } (0; +\infty). \end{aligned}$$

Lời giải.

Điều kiện $3x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}$
 $\Rightarrow$ Tập xác định của hàm số là $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 276. Giả sử a, b là các số thực dương bất kì. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

$$\begin{aligned} \text{A. } \log(10ab)^2 &= 2(1 + \log a + \log b). & \text{B. } \log(10ab)^2 &= 2 + 2 \log(ab). \\ \text{C. } \log(10ab)^2 &= (1 + \log a + \log b)^2. & \text{D. } \log(10ab)^2 &= 2 + \log(ab)^2. \end{aligned}$$

Lời giải.

$$\begin{aligned} &— \log(10ab)^2 = 2(\log 10 + \log a + \log b) = 2(1 + \log a + \log b) \text{ (đúng).} \\ &— \log(10ab)^2 = 2(\log 10 + \log ab) = 2 + 2 \log(ab) \text{ (đúng).} \\ &— \log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b) \neq (1 + \log a + \log b)^2 \text{ (sai).} \\ &— \log(10ab)^2 = 2 + 2 \log(ab) = 2 + \log(ab)^2 \text{ (đúng).} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 277. Phương trình $\ln(x^2+1) \cdot \ln(x^2-2018) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

$$\begin{aligned} \text{A. } 1. & \quad \text{B. } 4. & \text{C. } 3. & \quad \text{D. } 2. \end{aligned}$$

Lời giải.

Điều kiện: $x^2 - 2018 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{2018} \\ x < -\sqrt{2018} \end{cases}$.

Phương trình $\ln(x^2+1) \cdot \ln(x^2-2018) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \ln(x^2+1) = 0 \\ \ln(x^2-2018) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2019} \end{cases}$.

Kết hợp với điều kiện ta suy ra phương trình có hai nghiệm $x = \pm\sqrt{2019}$.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 278. Cho $y = \ln(4x + 3)$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $4y' + (4x + 3)y'' = 0$.

B. $4y' + 3y'' = 0$.

C. $y + 4y' - (4x + 3)y'' = 0$.

D. $y' + 4y'' = 0$.

Lời giải.

$$y = \ln(4x + 3) \Rightarrow y' = \frac{4}{4x + 3} \Rightarrow y'' = \frac{-16}{(4x + 3)^2}.$$

$$\text{Ta có } 4y' + (4x + 3)y'' = \frac{16}{4x + 3} - \frac{16}{4x + 3} = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 279. Giá trị của biểu thức $P = a^{\log_{\sqrt{a}} 3}$, ($0 < a \neq 1$) bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. 3.

C. $\sqrt{3}$.

D. 9.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = a^{\log_{\sqrt{a}} 3} = a^{2 \log_a 3} = (a^{\log_a 3})^2 = 3^2 = 9.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 280. Tập xác định của hàm số $y = \log(x - 1)$ là

A. $[1; +\infty)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ hay $x \in (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 281. Cho $0 < a < 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là $\mathbb{R}$.

B. Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là $(0; +\infty)$.

C. Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ là $\mathbb{R}$.

D. Tập giá trị của hàm số $\log_a x$ là $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_a x$ có tập xác định là $(0; +\infty)$ và tập giá trị là $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = a^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và tập giá trị là $(0; \infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 282. Có bao nhiêu số nguyên trên $[0; 10]$ nghiệm đúng bất phương trình $\log_2(3x - 4) > \log_2(x - 1)$?

A. 10.

B. 11.

C. 9.

D. 8.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \log_2(3x - 4) > \log_2(x - 1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4 > 0 \\ 3x - 4 > x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}.$$

Vì x là số nguyên thuộc $[0; 10]$ nên có 9 giá trị của x thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 283. Phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. 1.

B. -1.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $-\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với $2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0$.

Theo định lý Vi-ét tổng các nghiệm của phương trình là $-\frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 284. Cho hàm số $y = x - \ln(1 + x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

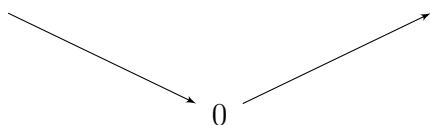
- A. Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$.
 B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
 C. Hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$.
 D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Lời giải.

Ta có $y = x - \ln(1 + x)$ có tập xác định $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$ và $y' = 1 - \frac{1}{1+x}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{1+x} = 0 \Leftrightarrow 1+x = 1 \Leftrightarrow x = 0.$$

Bảng biến thiên

x	-1	0	$+\infty$
y'	-	0	+
y			

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 285. Cho a, b là hai số thực khác 0. Biết $\left(\frac{1}{125}\right)^{a^2+4ab} = \left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-10ab}$. Tính tỉ số $\frac{a}{b}$.

- A. $\frac{76}{21}$.
 B. 2.
 C. $\frac{4}{21}$.
 D. $\frac{76}{3}$.

Lời giải.

Đẳng thức tương đương với

$$-3(a^2 + 4ab) = \frac{4}{3} \cdot (3a^2 - 10ab) \Leftrightarrow -21a = -4b \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{21}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 286. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3^{-3x} > 3^{-x+2}$.

- A. $S = (-\infty; 1)$.
 B. $S = (-\infty; -1)$.
 C. $S = (-1; 0)$.
 D. $S = (-1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 3^{-3x} > 3^{-x+2} \Leftrightarrow -3x > -x+2 \Leftrightarrow 2x < -2 \Leftrightarrow x < -1.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 287. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5} x > \log_{0,5} 2$ là

- A. $(1; 2)$.
 B. $(-\infty; 2)$.
 C. $(2; +\infty)$.
 D. $(0; 2)$.

Lời giải.

$$\text{Bất phương trình tương đương với } \begin{cases} x > 0 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(0; 2)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 288. Cho các số thực a, b . Giá trị của biểu thức $A = \log_2 \frac{1}{2^a} + \log_2 \frac{1}{2^b}$ bằng với giá trị nào trong các biểu thức sau đây?

- A. $a + b$.
 B. ab .
 C. $-ab$.
 D. $-a - b$.

Lời giải.

Ta có $A = \log_2 \frac{1}{2^a} + \log_2 \frac{1}{2^b} = \log_2 2^{-a} + \log_2 2^{-b} = -a - b$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 289. Nghiệm của phương trình $2^{\frac{1}{x}} = 3$ là

A. $-\log_3 2$.

B. $-\log_2 3$.

C. $\log_2 3$.

D. $\log_3 2$.

Lời giải.

Phương trình tương đương $\begin{cases} x \neq 0 \\ \frac{1}{x} = \log_2 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\log_2 3} = \log_3 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 290.

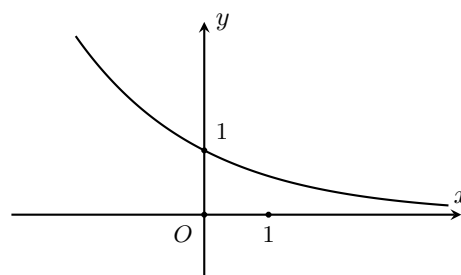
Hình bên là đồ thị của hàm nào trong các hàm số dưới đây?

A. $y = \log_{0,4} x$.

B. $y = (\sqrt{2})^x$.

C. $y = (0,8)^x$.

D. $y = \log_2 x$.

**Lời giải.**

Ta thấy đây đồ thị hàm số mũ với cơ số bé hơn 1.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 291. Với $x > 0$, hãy rút gọn biểu thức $T = x^\pi \cdot \sqrt[4]{x^2 : x^{4\pi}}$.

A. $T = x^{\frac{1}{2}}$.

B. $T = x$.

C. $T = x^2$.

D. $T = x^{\frac{5\pi}{2}}$.

Lời giải.

Ta có $T = x^\pi \cdot \sqrt[4]{x^2 : x^{4\pi}} = x^\pi \cdot \sqrt[4]{x^{2-4\pi}} = x^\pi \cdot x^{\frac{1}{2}-\pi} = x^{\frac{1}{2}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 292. Cho a, b, c là ba số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây **SAI**?

A. $\log_b a = \log_b c \cdot \log_c a$.

B. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$.

C. $\log_a \left(\frac{b}{a^3} \right) = \frac{\log_a b}{3}$.

D. $a^{\log_a b} = b$.

Lời giải.

Ta có $\log_a \left(\frac{b}{a^3} \right) = \frac{\log_a b}{3} = \log_a b - \log_a a^3 = \log_a b - 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 293. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1}$.

A. $\mathcal{D} = \left(-\infty; \frac{10}{3} \right]$.

B. $\mathcal{D} = \left(3; \frac{10}{3} \right]$.

C. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = \left[3; \frac{10}{3} \right)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x-3 > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x \leq \frac{10}{3} \end{cases}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 294. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $7^{x+1} = \left(\frac{1}{7} \right)^{x^2-2x-3}$.

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$7^{x+1} = 7^{-x^2+2x+3} \Leftrightarrow x+1 = -x^2+2x+3 \Leftrightarrow x^2-x-2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2. \end{cases}$$

Từ đó suy ra $x_1^2 + x_2^2 = (-1)^2 + 2^2 = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 295. Cho các mệnh đề sau:

- ① Hàm số $y = \ln |x|$ có đạo hàm tại mọi $x \neq 0$ và $(\ln |x|)' = \frac{1}{|x|}$.
- ② $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_2 x = -\infty$.
- ③ Đồ thị hai hàm số $y = a^x$ và $y = -\log_a(-x)$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ là hai đường cong đối xứng với nhau qua $y = -x$.
- ④ Hàm số $y = x^\alpha$ ($\alpha \in \mathbb{Z}$) có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Hỏi có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

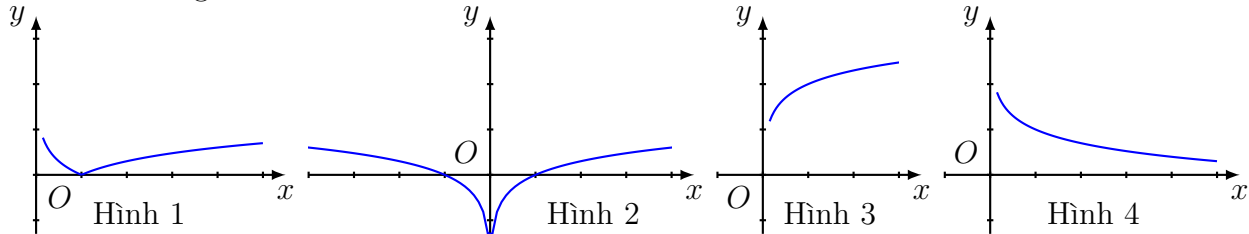
Lời giải.

Ta có $(\ln |x|)' = \frac{1}{x} \Rightarrow (\ln |x|)' = \frac{1}{|x|}$ sai.

Hàm số $y = x^2$ có tập xác định là $\mathbb{R} \Rightarrow$ "Hàm số $y = x^\alpha$ ($\alpha \in \mathbb{Z}$) có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ " sai.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 296. Đồ thị các hàm số $y = \log x + 2$, $y = 1 - \log x$, $y = \log |x|$ và $y = |\log x|$ lần lượt là các hình nào trong các hình sau?



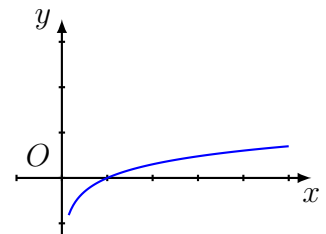
- A. 3, 1, 4, 2. B. 4, 3, 2, 1. C. 3, 4, 2, 1. D. 3, 4, 1, 2.

Lời giải.

Ta có đồ thị (C) của hàm số $y = \log x$ như hình vẽ bên

Tịnh tiến (C) lên trên 2 đơn vị ta được đồ thị ở Hình 3. Đây là đồ thị của hàm số $y = \log x + 2$.

Dựng đối xứng đồ thị (C) qua trục Ox sau đó tịnh tiến lên trên 1 đơn vị ta được đồ thị ở Hình 3. Đây là đồ thị của hàm số $y = 1 - \log x$.



Dựng đối xứng đồ thị (C) qua trục Oy cùng với đồ thị (C) ta được đồ thị ở Hình 2. Đây là đồ thị của hàm số $y = \log |x|$.

Dựng đối xứng đồ thị (C) phía dưới trục Ox qua trục Ox , sau đó xóa phần đồ thị (C) phía dưới Ox ta được đồ thị ở Hình 1. Đây là đồ thị của hàm số $y = |\log x|$. Vậy thứ tự đồ thị là lần lượt là các Hình 3, 4, 2, 1.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 297. Với số thực dương a bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_2 2a^2 = 1 + 2 \log_2 a$. B. $\log_2 2a^2 = 2 + 2 \log_2 a$.

C. $\log_2(2a)^2 = 2 + \log_2 a$.

D. $\log_2(2a)^2 = 1 + 2\log_2 a$.

Lời giải.

— $\log_2 2a^2 = \log_2 2 + \log_2 a^2 = 1 + 2\log_2 a$.

— $\log_2(2a)^2 = 2\log_2(2a) = 2(\log_2 2 + \log_2 a) = 2 + 2\log_2 a$.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 298.** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $(1 + \log_2 x) \cdot \log_4 2x = 2$ bằng

A. $\frac{1}{8}$.

B. 4.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.Điều kiện $x > 0$. Phương trình đã cho tương đương

$$(1 + \log_2 x) \cdot \frac{1}{2}(1 + \log_2 x) = 2 \Leftrightarrow (1 + \log_2 x)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \log_2 x = -2 \\ 1 + \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{8} \\ x = 2. \end{cases}$$

Do đó tích các nghiệm $x_1 x_2 = \frac{1}{8} \cdot 2 = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 299.** Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\frac{\log_2 x}{\log_2(xy) + 1} = \frac{\log_2 y}{\log_2(xy) - 1} = \log_2 x + \log_2 y$.Tính $x + y$.

A. $x + y = 2$.

B. $x + y = 2$ hoặc $x + y = \sqrt[4]{8} + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

C. $x + y = 2 + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

D. $x + y = \frac{1}{2}$ hoặc $x + y = 2$.

Lời giải.Điều kiện xác định $x > 0, y > 0, xy \neq \frac{1}{2}$ và $xy \neq 2$.

$$\frac{\log_2 x}{\log_2(xy) + 1} = \log_2 x + \log_2 y \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2^2(xy) + \log_2(xy)$$

$$\frac{\log_2 y}{\log_2(xy) - 1} = \log_2 x + \log_2 y \Leftrightarrow \log_2 y = \log_2^2(xy) - \log_2(xy)$$

Cộng hai biểu thức trên về theo về ta được

$$\log_2 x + \log_2 y = 2\log_2^2(xy) \Leftrightarrow \log_2(xy) = 2\log_2^2(xy) \Leftrightarrow \log_2(xy) = 0 \vee \log_2(xy) = \frac{1}{2}.$$

Với $\log_2(xy) = 0 \Leftrightarrow xy = 1$, ta có $\log_2 x = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 1$.

$$\text{Với } \log_2(xy) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow xy = \sqrt{2}, \text{ ta có } \log_2 x = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \sqrt[4]{8} \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 300.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x \ln x$ tại điểm có hoành độ bằng e là

A. $y = 2x + 3e$.

B. $y = x + e$.

C. $y = ex - 2e$.

D. $y = 2x - e$.

Lời giải.Tại điểm có hoành độ bằng e thì tung độ $y = e$.Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $(e; e)$ là

$$y = f'(x_0)(x - e) + e \Leftrightarrow y = (\ln e + 1)(x - e) + e \Leftrightarrow y = 2x - e.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 301. Cho $P = \log_a b^2$ với $0 < a \neq 1$ và $b < 0$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $P = -\frac{1}{2} \log_a(-b)$. B. $P = 2 \log_a(-b)$. C. $P = -2 \log_a(-b)$. D. $P = \frac{1}{2} \log_a(-b)$.

Lời giải.

$$P = \log_a b^2 = \frac{1}{4} \cdot 2 \log_a(-b) = \frac{1}{2} \log_a(-b) \text{ (vì } b < 0).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 302. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) < \log_2(3-x)$ là

- A. $S = (-\infty; 1)$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = (1; 3]$. D. $S = (-1; 1)$.

Lời giải.

$$\log_2(x+1) < \log_2(3-x) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 < 3-x \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 303. Phương trình $\log_3(x+2) + \frac{1}{2} \log_3(x-5)^2 + \log_{\frac{1}{3}} 8 = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > -2 \\ x \neq 5 \end{cases}.$$

Với điều kiện trên phương trình tương đương với

$$\begin{aligned} & \log_3(x+2) + \log_3|x-5| - \log_3 8 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x+2)|x-5| = 8 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (x+2)(x-5) = 8 \\ (x+2)(x-5) = -8 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x^2 - 3x - 18 = 0 \\ x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 6 \text{ (nhận)} \\ x = -3 \text{ (loại)} \\ x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \text{ (nhận)} \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 304. Biết x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$. Tổng $5^{x_1} + 5^{x_2}$ bằng

- A. 6. B. 1. C. 5. D. 3.

Lời giải.

Đặt $t = 5^x$.

$$\text{Phương trình trở thành: } t^2 - 6t + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = 5 \end{cases}.$$

Nên $5^{x_1} + 5^{x_2} = t_1 + t_2 = 6$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 305. Cho các số thực dương a, x, y và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$. B. $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y$.

C. $\log_a(xy) = \log_a x - \log_a y$.

D. $\log_a(xy) = y \log_a x$.

Lời giải.

Công thức lôgarit của một tích.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 306.** Phương trình $2^{2x-1} = 8$ có nghiệm là

A. $x = 4$.

B. $x = 1$.

C. $x = 3$.

D. $x = 2$.

Lời giải.

$$2^{2x-1} = 8 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = 2^3 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 2.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 307.** Đặt $\log_2 5 = a, \log_3 2 = b$. Tính $\log_{15} 20$ theo a và b ta được

A. $\log_{15} 20 = \frac{2b+a}{1+ab}$.

B. $\log_{15} 20 = \frac{2b+ab}{1+ab}$.

C. $\log_{15} 20 = \frac{2b+1}{1+ab}$.

D. $\log_{15} 20 = \frac{b+ab+1}{1+ab}$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_{15} 20 = \frac{\log_2 20}{\log_2 15} = \frac{2 + \log_2 5}{\log_2 3 + \log_2 5} = \frac{2+a}{\frac{1}{b}+a} = \frac{2b+ab}{1+ab}.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 308.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(x^2 - 1)) \leq -1$ là

A. $S = [1; \sqrt{5}]$.

B. $S = (-\infty; -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; +\infty)$.

C. $S = [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$.

D. $S = [-\sqrt{5}; -1) \cup (1; \sqrt{5}]$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}}(\log_2(x^2 - 1)) \leq -1 \Leftrightarrow \log_2(x^2 - 1) \geq 2 \Leftrightarrow x^2 - 1 \geq 4 \Leftrightarrow x^2 \geq 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{5} \\ x \leq -\sqrt{5} \end{cases}.$$

Vậy $S = (-\infty; -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; +\infty)$ là tập nghiệm của bất phương trình.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 309.** Tập xác định của hàm số $y = \log(2x - x^2)$ là

A. $\mathcal{D} = [0; 2]$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (0; 2)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } 2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (0; 2)$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 310.** Cho $a = \log_2 5, b = \log_2 9$. Biểu diễn của $P = \log_2 \frac{40}{3}$ theo a và b là

A. $P = 3 + a - 2b$.

B. $P = 3 + a - \frac{1}{2}b$.

C. $P = \frac{3a}{2b}$.

D. $P = 3 + a - \sqrt{b}$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_2 \frac{40}{3} = \log_2 40 - \log_2 3 = \log_2(5 \cdot 8) - \frac{1}{2} \log_2 9 = \log_2 5 + \log_2 8 - \frac{1}{2} \log_2 9 = a + 3 - \frac{1}{2}b.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 311. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là **SAI**?

- A. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.
 B. $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$.
 C. $(\sqrt{2} - 1)^{2017} > (\sqrt{2} - 1)^{2018}$.
 D. $(\sqrt{3} - 1)^{2018} > (\sqrt{3} - 1)^{2017}$.

Câu 312. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2 - \ln(ex)}$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(0; e]$. D. $(1; 2)$.

Câu 313. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **SAI**?

- A. Hàm số $y = e^x$ không chẵn cũng không lẻ.
 B. Hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ không chẵn cũng không lẻ.
 C. Hàm số $y = e^x$ có tập giá trị là $(0; +\infty)$.
 D. Hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 314. Cho hai hàm số $y = f(x) = \log_a x$ và $y = g(x) = a^x$. Xét các mệnh đề sau

- I. Đồ thị hàm số $f(x)$ và $g(x)$ luôn cắt nhau tại một điểm.
 II. Hàm số $f(x) + g(x)$ đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$.
 III. Đồ thị hàm số $f(x)$ nhận trục Oy làm tiệm cận.
 IV. Chỉ có đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận.

Số mệnh đề đúng là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 315. Tập xác định của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$ là

- A. $\mathcal{D} = [3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. D. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.

Câu 316. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \ln(x - 2)^2 + \log(x + 1)$.

- A. $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.
 C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$. D. $\mathcal{D} = (-1; 2) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} (x - 2)^2 > 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > -1 \end{cases}$.

Vậy $\mathcal{D} = (-1; 2) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 317. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x + 1) > \log_{\frac{1}{2}}(x + 7)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

$$\log_{\frac{1}{2}}(3x + 1) > \log_{\frac{1}{2}}(x + 7) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 1 > 0 \\ 3x + 1 < x + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{3} \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 3.$$

Vậy bất phương trình có 3 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 318. Số nghiệm của phương trình $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$ là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x > 0 \text{ (*)} \\ \log_4 x > 0 \end{cases}$

$$\log_4 (\log_2 x) + \log_2 (\log_4 x) = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 (\log_2 x) + \log_2 \left(\frac{1}{2} \log_2 x \right) = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 (\log_2 x) + \log_2 \frac{1}{2} + \log_2 (\log_2 x) = 2 \Leftrightarrow \frac{3}{2} \log_2 (\log_2 x) = 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (\log_2 x) = 2 \Leftrightarrow \log_2 x = 4 \Leftrightarrow x = 16 \text{ (thỏa mãn điều kiện (*))}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 319. Cho $a > 0, a \neq 1$. Tính $A = \log_{a^2} a^4$.

A. $A = 16$.

B. $A = 6$.

C. $A = 2$.

D. $A = 4$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } A = \log_{a^2} a^4 = (\log_{a^2} a^4)^2 = \left(4 \cdot \frac{1}{2} \log_a a \right)^2 = 4.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 320. Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{2})^{x^2-2x} \leq (\sqrt{2})^3$ là

A. $[-2; 1]$.

B. $[-1; 3]$.

C. $(2; 5)$.

D. $(-1; 3)$.

Lời giải.

$$(\sqrt{2})^{x^2-2x} \leq (\sqrt{2})^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x \leq 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 321. Phương trình $\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = 22$ có nghiệm là một số có tổng các chữ số bằng

A. 17.

B. 16.

C. 19.

D. 18.

Lời giải.

$$\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = 22 \Leftrightarrow \log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x + \frac{1}{3} \log_3 x = 22$$

$$\Leftrightarrow \frac{11}{6} \log_3 x = 22$$

$$\Leftrightarrow x = 3^{12} = 531441$$

Từ đó suy ra phương trình đã cho có nghiệm là một số có tổng các chữ số bằng 18.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 322. Cho a là số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 3 - \frac{1}{2} \log_3 a$.

B. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 3 - 2 \log_3 a$.

C. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 1 - 2 \log_3 a$.

D. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 1 + 2 \log_3 a$.

Lời giải.

$$\log_3 \frac{3}{a^2} = \log_3 3 - \log_3 a^2 = 1 - 2 \log_3 a.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 323. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$.

A. $S = (3; 7]$.

B. $S = [3; 7]$.

C. $S = (-\infty; 7]$.

D. $S = [7; +\infty)$.

Lời giải.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ x-3 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x \leq 7.$$

Chọn đáp án (A) □**Câu 324.** Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng

A. 5.

B. -5.

C. 6.

D. -6.

Lời giải.

$$2^{x^2+2x} = 8^{2-x} \Leftrightarrow x^2 + 2x = 3(2-x) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -6 \end{cases}. \text{ Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng } -5.$$

Chọn đáp án (B) □**Câu 325.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 3 \ln x$ trên đoạn $[1; e]$ bằng

A. 1.

B. $3 - 3 \ln 3$.

C. e.

D. $e - 3$.**Lời giải.**

Ta có $y' = 1 - \frac{3}{x} = \frac{x-3}{x} < 0, \forall x \in [1; e]$. Suy ra hàm số đã cho giảm trên $[1; e]$. Vậy $\min_{[1; e]} y = y(e) = e - 3$.

Chọn đáp án (D) □**Câu 326.** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2 \log_3(4x-3) \leq \log_3(18x+27)$.A. $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$.B. $S = [3; +\infty)$.C. $S = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.D. $S = \left[-\frac{3}{8}; 3\right]$.**Lời giải.**Điều kiện: $x > \frac{3}{4}$, với điều kiện trên, bất phương trình

$$\Leftrightarrow \log_3(4x-3)^2 \leq \log_3(18x+27) \Leftrightarrow 16x^2 - 24x + 9 \leq 18x + 27 \Leftrightarrow 16x^2 - 42x - 19 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x \in \left[-\frac{3}{8}; 3\right]. \text{ Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là } S = \left(\frac{3}{4}; 3\right].$$

Chọn đáp án (A) □**Câu 327.** Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Giá trị $A = 2x_1 + 3x_2$ là

A. 8.

B. $2 \log_3 2$.C. $2 \log_2 3$.D. $3 \log_3 2$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } 9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_3 2 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = \log_3 2.$$

$$\text{Vậy } A = 2x_1 + 3x_2 = 3 \log_3 2.$$

Chọn đáp án (D) □**Câu 328.** Bất phương trình $3^{x+2} > 9^{x-1008}$ có nghiệm làA. $x \geq 2018$.B. $x > 2018$.C. $x < 2018$.D. $x > 1010$.**Lời giải.**Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$. Ta có

$$3^{x+2} > 9^{x-1008} \Leftrightarrow 3^{x+2} > 3^{2x-2016}$$

$$\Leftrightarrow x + 2 > 2x - 2016$$

$$\Leftrightarrow x < 2018.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 329. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $0 < a < b < 1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $\log_a b > 1$. B. $\log_b a < 0$. C. $\log_a b > \log_b a$. D. $\log_b a > \log_a b$.

Lời giải.

Với $a, b \in (0; 1)$, ta có $\log_a b < \log_a a = 1$; $\log_b a > \log_b b = 1$.

Do đó ta có $\log_a b < \log_b a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 330. Cho hàm số $y = \log x$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Hàm số có tập giá trị là $(-\infty; +\infty)$. B. Hàm số có tập giá trị là $(0; +\infty)$.
C. Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(1; 0)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Theo tính chất: Hàm số lôgarit $y = \log_a x$ với $a > 0, a \neq 1$ có tập giá trị là $\mathbb{R} = (-\infty; +\infty)$ với $\forall x \in (0; +\infty)$. Vậy khẳng định sai là “Hàm số có tập giá trị là $(0; +\infty)$ ”.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 331. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2 2x > \log_2(9 - x)$.

- A. $S = (-\infty; 3)$. B. $S = (9; +\infty)$. C. $S = (3; +\infty)$. D. $S = (3; 9)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 2x > 0 \\ 9 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 9.$$

Ta có

$$\log_2 2x > \log_2(9 - x) \Leftrightarrow 2x > 9 - x \Leftrightarrow 3x > 9 \Leftrightarrow x > 3.$$

Kết hợp với điều kiện ta có $3 < x < 9$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 332. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x+1}$.

- A. $y' = \frac{2^{x+1}}{\ln 2}$. B. $y' = (x+1)2^x \ln 2$. C. $y' = 2^{x+1} \log 2$. D. $y' = 2^{x+1} \ln 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2^{x+1} \ln 2 (x+1)' = 2^{x+1} \ln 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 333. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}$.

- A. $[1; +\infty)$. B. $\left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. D. $(-\infty; 1]$.

Lời giải.

Ta có bất phương trình

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \Leftrightarrow 1-3x \leq -2 \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 334. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$?

- A. $m = 2$. B. $m = 4$. C. $m = 1$. D. $m = 3$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$), ta có phương trình $t^2 - 2mt + 2m = 0$. (1)

Để phương trình ban đầu có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ khi chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm dương thỏa mãn $t_1 t_2 = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} = 8$.

Điều đó tương đương với

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - 2m > 0 \\ t_1 + t_2 = 2m > 0 \\ t_1 t_2 = 2m = 8 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 335. Giải bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ được tập nghiệm là khoảng $(a; b)$. Hãy tính tổng $S = a + b$.

A. $S = \frac{8}{5}$. B. $S = \frac{26}{5}$. C. $S = \frac{28}{15}$. D. $S = \frac{11}{5}$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ 6 - 5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < x < \frac{6}{5}$.

Bất phương trình tương đương với $3x - 2 > 6 - 5x \Leftrightarrow 8x > 8 \Leftrightarrow x > 1$.

Kết hợp với điều kiện ta có $1 < x < \frac{6}{5}$.

Vậy $S = a + b = \frac{11}{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 336. Phương trình $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} = 0$ có tích các nghiệm là

A. -1. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải.

Đặt $t = (\sqrt{2} - 1)^x$ ($t > 0$), ta được phương trình

$$t + \frac{1}{t} - 2\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2\sqrt{2}t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 + \sqrt{2} \\ t = 1 + \sqrt{2} \end{cases}$$

Với $t = -1 + \sqrt{2}$, ta có: $(\sqrt{2} - 1)^x = -1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow x = 1$.

Với $t = 1 + \sqrt{2}$, ta có: $(\sqrt{2} - 1)^x = 1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow x = -1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 337. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là

A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $[-4; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $3^{x+2} \geq \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x+2} \geq 3^{-2} \Leftrightarrow x + 2 \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 338. Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = 2^x$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$. D. $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$.

Lời giải.

— Hai hàm số $y = 2^x$ và $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên đồ thị của chúng không có tiệm cận đứng.

— Hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x-3)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x-3) = 4;$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x-3)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-3) = 4.$$

Do đó, đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$ không có tiệm cận đứng.

— Đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 339. Cho hai số thực dương a, b và $a \neq 1$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

A. $\log_{\sqrt{a}} ab = \frac{1}{2} + \log_{\sqrt{a}} \sqrt{b}$.

B. $2018 \log_a ab = 1 + \log_a b^{2018}$.

C. $\log_a a^{2018} b = 2018 + \log_a b$.

D. $\log_a a^{2018} b = 2018(1 + \log_a b)$.

Lời giải.

Với hai số thực dương a, b và $a \neq 1$, ta có

$$\log_a a^{2018} b = \log_a a^{2018} + \log_a b = 2018 + \log_a b.$$

Do đó, khẳng định $\log_a a^{2018} b = 2018 + \log_a b$ là khẳng định đúng.

Chọn đáp án (C) □

Câu 340. Tìm tập nghiệm D của bất phương trình $9^x < 3^{x+4}$.

A. $D = (0; 6)$.

B. $D = (-\infty; 4)$.

C. $D = (0; 4)$.

D. $D = (4; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 9^x < 3^{x+4} \Leftrightarrow 3^{2x} < 3^{x+4} \Leftrightarrow 2x < x+4 \Leftrightarrow x < 4.$$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $D = (-\infty; 4)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 341. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\sqrt{x}} < 2$ là

A. $[0; 1)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } 2^{\sqrt{x}} < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x < 1.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 342. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 + \log_2 x} + \sqrt[3]{\log_2(1-x)}$ là

A. $(0; 1)$.

B. $\left[\frac{1}{2}; 1\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số:

$$\begin{cases} x > 0 \\ 1-x > 0 \\ 1+\log_2 x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 1 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x < 1.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\left[\frac{1}{2}; 1\right)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 343. Hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2 + x - 2} - x)$ có tập xác định là

A. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2] \cup (2; +\infty)$.

D. $(-2; 2)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi

$$\sqrt{x^2 + x - 2} - x > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x - 2} > x \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^2 + x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x > 2 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 344. Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt[3]{5})^{x-1} < 5^{x+3}$ là

A. $(-\infty; -5)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-5; +\infty)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương

$$5^{\frac{x-1}{3}} < 5^{x+3} \Leftrightarrow \frac{x-1}{3} < x+3 \Leftrightarrow x > -5.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-5; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 345. Phương trình $\log_2 x + \log_2(x-3) = 2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$\begin{cases} x > 3 \\ \log_2 [x(x-3)] = \log_2 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x^2 - 3x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

Vậy phương trình đã cho có đúng một nghiệm.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 346. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2} < 2^{6-x}$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -3)$.

C. $(-3; 2)$.

D. $(-2; 3)$.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2} < 2^{6-x} \Leftrightarrow x^2 < 6-x \Leftrightarrow x^2 + x - 6 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 347. Cho a, b là các số thực dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\log_a b \log_b a = 1$.

B. $\log_{a^2} b^3 = \frac{2}{3} \log_a b$.

C. $\log_a a^2 b = 2 + \log_a b$.

D. $\log_a \frac{b}{a} = \log_a b - 1$.

Lời giải.

Đáp án **B** sai vì $\log_{a^2} b^3 = \frac{3}{2} \log_a b$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 348. Tìm m để phương trình $4^x - 2^{x+3} + 3 = m$ có đúng hai nghiệm $x \in (1; 3)$?

- A. $-9 < m < 3$. B. $3 < m < 9$. C. $-13 < m < -9$. D. $-13 < m < 3$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$ ta có phương trình $t^2 - 8t + 3 = m$ với $t \in (2; 8)$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 8t + 3$ trên $(2; 8)$, ta có:

$$f'(t) = 2t - 8; f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 4.$$

Ta có bảng biến thiên:

t	2	4	8
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	-9	-13	3

Nhìn vào bảng biến thiên thì phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $-13 < m < -9$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 349. Tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4} < 8$ là

- A. $S = (-1; +\infty)$. B. $S = (-\infty; -1)$. C. $S = (-\infty; 1)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{2}\right)^{x-4} < 8 \Leftrightarrow 2^{x-4} > \frac{1}{8} \Leftrightarrow x - 4 > \log_2 \frac{1}{8} \Leftrightarrow x - 4 > -3 \Leftrightarrow x > 1.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 350. Hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây đồng biến trên các khoảng xác định của nó?

- A. $y = (\ln 2)^x$. B. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$.
C. $y = \left(\frac{3}{2 + \sin 2018}\right)^x$. D. $y = (\sin 2018)^x$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{3}{2 + \sin 2018} > 1 \text{ nên } \left(\frac{3}{2 + \sin 2018}\right)^x \text{ đồng biến.}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 351. Biết đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_b x$ cắt nhau tại điểm $A\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. Giá trị của biểu thức $T = a^2 + 2b^2$ bằng

- A. $T = 15$. B. $T = 9$. C. $T = 17$. D. $T = \frac{33}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Từ giả thiết ta có } a^{\frac{1}{2}} = 2 \Leftrightarrow a = 4, \log_b \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow b = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Vậy } a^2 + 2b^2 = 4^2 + 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 17.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 352. Biết khoảng nghịch biến của hàm số $y = \log_2(-x^2 + 6x - 5)$ là khoảng $(a; b)$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $T = 4a - b$ bằng

- A. 1. B. -1. C. 0. D. 2.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = (1; 5)$. Ta có $y' = \frac{-2x + 6}{(-x^2 + 6x - 5) \cdot \ln \frac{2}{e}}$.

Vì $\ln \frac{2}{e} < 0$ nên ta cho $-2x + 6 > 0 \Leftrightarrow x < 3$.

Vậy $(1; 3)$ là khoảng nghịch biến của hàm số. Tóm lại $4a - b = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 353. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^x \ln x$ với $x > 0$.

A. $y' = 2^x \left(\ln 2 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \right)$.

B. $y' = 2^x \cdot \frac{1}{x} \cdot \ln 2$.

C. $y' = 2^x \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$.

D. $y' = 2^x \left(\ln 2 + \frac{1}{x} \right)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2^x \ln 2 \cdot \ln x + 2^x \cdot \frac{1}{x} = 2^x \left(\ln 2 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 354. Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương x, y ?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a(x - y)$.

B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$.

D. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

Lời giải.

Theo công thức $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 355. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\log_2(x+1)} - 1$.

A. $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

C. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; 1]$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x+1 > 0 \\ \log_2(x+1) - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ \log_2(x+1) \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x+1 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Tập xác định là $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 356. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng xác định của nó?

A. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$.

B. $y = 3^x$.

C. $y = \left(\frac{e}{2}\right)^{-x}$.

D. $y = \left(\frac{5}{e}\right)^x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \left(\frac{e}{2}\right)^{-x}$ có $y' = -\left(\frac{e}{2}\right)^{-x} \ln \frac{e}{2} < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số $y = \left(\frac{e}{2}\right)^{-x}$ nghịch biến trên khoảng xác định.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 357. Cho hai số thực dương a và b , với $a \neq 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$.

B. $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b$.

C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$.

Lời giải.

Ta biến đổi như sau

$$\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a(ab) = \frac{1}{2} (1 + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 358. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(\log_3(\log_4 x^{18})) = 1$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 4. D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_2(\log_3(\log_4 x^{18})) = 1 \Leftrightarrow \log_3(\log_4 x^{18}) = 2 \Leftrightarrow \log_4 x^{18} = 9 \Leftrightarrow x^{18} = 4^9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 359. Cho $P = \log_{a^4} b^2$ với $0 < a \neq 1$ và $b < 0$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $P = -\frac{1}{2} \log_a(-b)$. B. $P = \frac{1}{2} \log_a(-b)$. C. $P = 2 \log_a(-b)$. D. $P = -2 \log_a(-b)$.

Lời giải.

$$P = \log_{a^4} b^2 = \frac{2}{4} \log_{|a|} |b| = \frac{1}{2} \log_a(-b) \text{ (vì } 0 < a \neq 1 \text{ và } b < 0).$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 360. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. $\emptyset$. B. $(-2; 2)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$). Khi đó phương trình ban đầu có dạng $t^2 - 2mt + m + 2 = 0$ (1).

Để phương trình ban đầu có hai nghiệm phân biệt thì phương trình (1) phải có hai nghiệm dương phân biệt. Điều này xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta' = m^2 - (m + 2) > 0 \\ 2m > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ m > 0 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \\ m > 0 \\ m > -2. \end{cases}$$

Kết hợp các điều kiện trên ta có $m > 2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 361. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^x$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

- A. $y = 4x - 4$. B. $y = 4 \ln 2x - 8 \ln 2 + 4$.
C. $y = 4(1 + \ln 2)x - 8 \ln 2 - 4$. D. $y = 2x$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = x^x = e^{x \ln x}$.

Do đó $f'(x) = (e^{x \ln x})' = (1 + \ln x) e^{x \ln x} = (1 + \ln x)x^x$. Suy ra $f'(2) = (1 + \ln 2)2^2 = 4 + 4 \ln 2$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^x$ tại điểm có hoành độ bằng 2 là

$$\begin{aligned} y &= f'(2)(x - 2) + f(2) \\ &= (4 + 4 \ln 2)(x - 2) + 4 \\ &= 4(1 + \ln 2)x - 8 \ln 2 - 4. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 362. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 = 0$ bằng

A. 2.

B. -3.

C. $\frac{17}{2}$.D. $\frac{9}{8}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow (\log_2 x - 3)(\log_2 x + 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = -1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó tổng hai nghiệm là $8 + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 363. Phương trình $\log_3(2x + 1) = 2$ có nghiệm là

A. $x = 5$.B. $x = -3$.C. $x = 1$.D. $x = 4$.

Lời giải.

Ta có $\log_3(2x + 1) = 2 \Leftrightarrow 2x + 1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 4$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 364. Tập nghiệm S của bất phương trình $3^{x-1} > 27$ là

A. $S = [4; +\infty)$.B. $S = (4; +\infty)$.C. $S = (0; 4)$.D. $S = (-\infty; 4)$.

Lời giải.

Ta có $3^{x-1} > 27 \Leftrightarrow x - 1 > 3 \Leftrightarrow x > 4 \Rightarrow S = (4; +\infty)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 365. Cho a là số thực dương và khác 1. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y, \forall x > 0, y > 0$.

B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \forall x > 0, y > 0$.

C. $\log_a x^2 = \frac{1}{2} \log_a x, \forall x > 0$.

D. $\log a = \frac{1}{\log_a 10}$.

Lời giải.

Với $0 < a \neq 1, x > 0$ ta có $\log_a x^2 = 2\log_a x$ nên C sai.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 366. Cho $a > 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$.

B. $\frac{1}{a^{2017}} < \frac{1}{a^{2018}}$.

C. $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$.

D. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$.

Lời giải.

— Vì $a > 1$ nên $a^2 < a^3 \Rightarrow \sqrt[3]{a^2} < \sqrt[3]{a^3}$ hay $\sqrt[3]{a^2} < a$. Suy ra $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} < 1$. Do đó $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$ sai.

— Vì $a > 1$ nên $a^{2017} < a^{2018} \Leftrightarrow \frac{1}{a^{2017}} > \frac{1}{a^{2018}}$. Do đó $\frac{1}{a^{2017}} < \frac{1}{a^{2018}}$ sai.

— Vì $a > 1$ nên $a^{\sqrt{3}} < a^{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{1}{a^{\sqrt{3}}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$ hay $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. Do đó $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$ đúng.

— Vì $a > 1$ nên $\sqrt[3]{a} < \sqrt{a}$ hay $a^{\frac{1}{3}} < \sqrt{a}$. Do đó $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$ sai.
 Vậy mệnh đề $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$ là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **C** □

Câu 367. Cho $\log_6 45 = a + \frac{\log_2 5 + b}{\log_2 3 + c}$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a + b + c$.

A. -4.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\log_6 45 &= a + \frac{\log_2 5 + b}{\log_2 3 + c} = a + \frac{\log_2 5 + \log_2 2^b}{\log_2 3 + \log_2 2^c} \\ &= a + \frac{\log_2 (5 \cdot 2^b)}{\log_2 (3 \cdot 2^c)} = a + \log_{(3 \cdot 2^c)} (5 \cdot 2^b) \\ &= \log_{3 \cdot 2^c} (3 \cdot 2^c)^a + \log_{(3 \cdot 2^c)} (5 \cdot 2^b) \\ &= \log_{3 \cdot 2^c} (5 \cdot 3^a \cdot 2^{ac+b})\end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 3 \cdot 2^c = 6 \\ 5 \cdot 3^a \cdot 2^{ac+b} = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ 3^a \cdot 2^{a+b} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ a = 2 \\ b = -2 \end{cases} \quad (\text{vì } a, b, c \in \mathbb{Z})$$

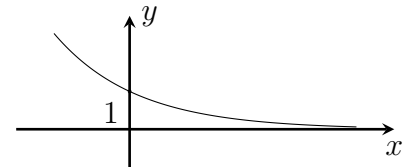
Do đó $a + b + c = 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 368.

Hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $y = \log_2 x$. B. $y = \log_{\frac{\pi}{5}} x$. C. $y = \left(\frac{\pi}{5}\right)^x$. D. $y = (\sqrt{2})^x$.



Lời giải.

Đồ thị của hàm số đi qua điểm $(0; 1)$ và có tiệm cận ngang $y = 0$. Trong các đáp án chỉ có hàm số $y = \left(\frac{\pi}{5}\right)^x$ là thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 369. Tập nghiệm của bất phương trình $(2^{x^2-4} - 1) \cdot \ln x^2 < 0$ là

A. $(-2; -1) \cup (1; 2)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta xét hai trường hợp sau:

$$\begin{aligned}\text{— TH1: } \begin{cases} 2^{x^2-4} - 1 > 0 \\ \ln x^2 < 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ 0 < x^2 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 4 \\ 0 < x^2 < 1 \end{cases} \quad (\text{loại}). \\ \text{— TH2: } \begin{cases} 2^{x^2-4} - 1 < 0 \\ \ln x^2 > 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < -1 \\ 1 < x < 2 \end{cases}.\end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\mathcal{D} = (-2; -1) \cup (1; 2)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 370. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{25}\right)^{2x-\frac{3}{2}} < 5^{1-2x}$.

- A. $S = (-\infty; 1)$. B. $S = (-1; +\infty)$. C. $S = (-\infty; -1)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có: $\left(\frac{1}{25}\right)^{2x-\frac{3}{2}} < 5^{1-2x} \Leftrightarrow 5^{-4x+3} < 5^{1-2x} \Leftrightarrow -4x+3 < 1-2x \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 371. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-5}$.

- A. $(-\infty; -3)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-5} \Leftrightarrow x-2 < 2x-5 \Leftrightarrow x > 3$.

Do đó tập nghiệm của bất phương trình là $(3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 372. Cho $a > 0, a \neq 1, x, y$ là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $\log_a \frac{x}{y^2} = \frac{\log_a x}{2 \log_a y}$. B. $\log_a \frac{x}{y^2} = \log_a x - \frac{1}{2} \log_a y$.
C. $\log_a \frac{x}{y^2} = \frac{1}{2} (\log_a x - \log_a y)$. D. $\log_a \frac{x}{y^2} = \log_a x - 2 \log_a y$.

Lời giải.

Ta có $\log_a \frac{x}{y^2} = \log_a x - 2 \log_a y$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 373. Phương trình $\log_2 (x-1) = 1$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = \frac{1}{3}$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 1$.

Phương trình tương đương $x-1 = 2 \Leftrightarrow x = 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 374. Cho $0 < a, b \neq 1; n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_a b = \frac{\log a}{\log b}$. B. $\log_{\sqrt[n]{a}} b = n \log_a b$. C. $\log_{\sqrt[n]{a}} b = \frac{1}{n} \log_a b$. D. $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_b a$.

Lời giải.

— Vì $\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$ nên mệnh đề “ $\log_a b = \frac{\log a}{\log b}$ ” sai.

— Ta có $\log_{\sqrt[n]{a}} b = \log_{a^{\frac{1}{n}}} b = n \log_a b$ nên mệnh đề “ $\log_{\sqrt[n]{a}} b = n \log_a b$ ” đúng và mệnh đề “ $\log_{\sqrt[n]{a}} b = \frac{1}{n} \log_a b$ ” sai.

— Vì $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$ nên mệnh đề “ $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_b a$ ” sai.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 375. Tập nghiệm của bất phương trình $(2 - \sqrt{3})^x > (7 - 4\sqrt{3})(2 + \sqrt{3})^{x+1}$ là

- A. $(-\infty; \frac{1}{2})$. B. $(\frac{1}{2}; +\infty)$. C. $(-2; \frac{1}{2})$. D. $(\frac{1}{2}; 2)$.

Lời giải.

Ta có $(2 - \sqrt{3}) \cdot (2 + \sqrt{3}) = 1 \Rightarrow (2 - \sqrt{3}) = (2 + \sqrt{3})^{-1}$. Do đó

$$\begin{aligned} & (2 - \sqrt{3})^x > (7 - 4\sqrt{3})(2 + \sqrt{3})^{x+1} \\ \Leftrightarrow & (2 + \sqrt{3})^{-x} > (2 - \sqrt{3})^2 (2 + \sqrt{3})^{x+1} \\ \Leftrightarrow & (2 + \sqrt{3})^{-x} > (2 + \sqrt{3})^{-2} (2 + \sqrt{3})^{x+1} \\ \Leftrightarrow & (2 + \sqrt{3})^{-x} > (2 + \sqrt{3})^{x-1} \\ \Leftrightarrow & -x > x - 1 \\ \Leftrightarrow & x < \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 376. Cho $\log_5 2 = m, \log_3 5 = n$. Tính $A = \log_{25} 2000 + \log_9 675$ theo m, n .

A. $A = 3 + 2m - n$. B. $A = 3 + 2m + n$. C. $A = 3 - 2m + n$. D. $A = 3 - 2m - n$.

Câu 377. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{(4 + 2\sqrt{3})^{2016} \cdot (1 - \sqrt{3})^{2014}}{(1 + \sqrt{3})^{2018}}$.

A. -2^{2015} . B. -2^{2017} . C. 2^{2014} . D. 2^{2016} .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} P &= \frac{(4 + 2\sqrt{3})^{2016} \cdot (1 - \sqrt{3})^{2014}}{(1 + \sqrt{3})^{2018}} \\ &= \frac{(1 + \sqrt{3})^{4032} \cdot (1 - \sqrt{3})^{2014}}{(1 + \sqrt{3})^{2018}} \\ &= (1 + \sqrt{3})^{2014} \cdot (1 - \sqrt{3})^{2014} \\ &= (-2)^{2014} \\ &= 2^{2014}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 378. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$.

A. $y' = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$. B. $y' = \frac{1 + 2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$.
C. $y' = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$. D. $y' = \frac{1 + 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$.

Lời giải.

$$y' = \left(\frac{x+1}{4^x}\right)' = \frac{1 \cdot 4^x - 4^x(x+1)\ln 4}{4^{2x}} = \frac{1 - (x+1)\ln 4}{4^x} = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 379. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{\frac{1}{x}} < \left(\frac{\pi}{3}\right)^{\frac{3}{x}+5}$.

A. $S = (0; +\infty)$. B. $S = \left(-\infty; -\frac{2}{5}\right)$.
C. $S = \left(-\infty; -\frac{2}{5}\right) \cup (0; +\infty)$. D. $S = \left(-\frac{2}{5}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Ta có

$$\left(\frac{\pi}{3}\right)^{\frac{1}{x}} < \left(\frac{\pi}{3}\right)^{\frac{3}{x}+5} \Leftrightarrow \frac{1}{x} < \frac{3}{x} + 5 \Leftrightarrow \frac{-2}{x} - 5 < 0 \Leftrightarrow \frac{-2-5x}{x} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{2}{5} \\ x > 0. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm $S = \left(-\infty; -\frac{2}{5}\right) \cup (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 380. Cho x, y, z là các số thực dương tùy ý khác 1 và $xyz \neq 1$. Đặt $a = \log_x y$ và $b = \log_z y$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \log_{xyz}(y^3 z^2) = \frac{3ab + 2a}{a + b + 1}. & \text{B. } \log_{xyz}(y^3 z^2) = \frac{3ab + 2b}{ab + a + b}. \\ \text{C. } \log_{xyz}(y^3 z^2) = \frac{3ab + 2b}{a + b + 1}. & \text{D. } \log_{xyz}(y^3 z^2) = \frac{3ab + 2a}{ab + a + b}. \end{array}$$

Lời giải.

$$\log_{xyz}(y^3 z^2) = \frac{3 + 2 \log_y z}{\log_y x + 1 + \log_y z} = \frac{3 + \frac{2}{b}}{\frac{1}{a} + 1 + \frac{1}{b}} = \frac{(3b + 2)ab}{b(b + ab + a)} = \frac{3ab + 2a}{ab + a + b}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 381. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

$$\text{A. } y = \log_3(x + 1). \quad \text{B. } y = \ln(x^2 + 1). \quad \text{C. } y = 5^x. \quad \text{D. } y = \left(\frac{1}{2}\right)^x.$$

Lời giải.

Xét hàm số $y = 5^x$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và $y' = 5^x \ln 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = 5^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 382. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm thực của phương trình $16^x - 5 \cdot 4^x + 4 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2$.

$$\text{A. } T = 4. \quad \text{B. } T = 0. \quad \text{C. } T = 1. \quad \text{D. } T = 17.$$

Lời giải.

Ta có

$$16^x - 5 \cdot 4^x + 4 = 0 \Leftrightarrow (4^x)^2 - 5 \cdot 4^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4^x = 1 \\ 4^x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Vậy $T = 0^2 + 1^2 = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 383. Cho hàm số $f(x) = 3^{x^2} 4^x$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

$$\begin{array}{ll} \text{A. } f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 \ln 3 + x \ln 4 > 2 \ln 3. & \text{B. } f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 + 2x \log_3 2 > 2. \\ \text{C. } f(x) > 9 \Leftrightarrow 2x \log 3 + x \log 4 > \log 9. & \text{D. } f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 \log_2 3 + 2x > 2 \log_2 3. \end{array}$$

Lời giải.

Ta có

$$f(x) > 9 \Leftrightarrow 3^{x^2} 4^x > 9 \Leftrightarrow \ln(3^{x^2} 4^x) > \ln 9 \Leftrightarrow \ln 3^{x^2} + \ln 4^x > \ln 9 \Leftrightarrow x^2 \ln 3 + x \ln 4 > 2 \ln 3.$$

$$f(x) > 9 \Leftrightarrow 3^{x^2} 4^x > 9 \Leftrightarrow \log_3(3^{x^2} 4^x) > \log_3 9 \Leftrightarrow \log_3 3^{x^2} + \log_3 4^x > \log_3 9 \Leftrightarrow x^2 + 2x \log_3 2 > 2.$$

$$f(x) > 9 \Leftrightarrow 3^{x^2} 4^x > 9 \Leftrightarrow \log_2(3^{x^2} 4^x) > \log_2 9 \Leftrightarrow \log_2 3^{x^2} + \log_2 4^x > \log_2 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 \log_2 3 + 2x > 2 \log_2 3.$$

$$f(x) > 9 \Leftrightarrow 3^{x^2} 4^x > 9 \Leftrightarrow \log(3^{x^2} 4^x) > \log 9 \Leftrightarrow \log 3^{x^2} + \log 4^x > \log 9 \Leftrightarrow x^2 \log 3 + x \log 4 > \log 9.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 384. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3(4x - x^2) \leq 1$.

A. Vô số.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Điều kiện xác định $4x - x^2 > 0$ hay $0 < x < 4$.

Ta có

$$4x - x^2 \leq 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 3. \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện xác định ta được $0 < x \leq 1$ hoặc $3 \leq x < 4$.

Theo giả thiết x nguyên nên $x \in \{1; 3\}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 385. Cho hàm số $f(x) = x^3 \ln^2 x$. Giá trị của $f'(e) + f''(e)$ là

A. $15e$.

B. $5e^2 + 18e$.

C. $5e^2$.

D. $6e + 6$.

Lời giải.

Ta có

$$— f'(x) = 3x^2 \ln^2(x) + 2x^2 \ln(x)$$

$$— f''(x) = 6x \ln^2(x) + 10x \ln(x) + 2x$$

$$\text{Vậy } f'(e) + f''(e) = 3e^2 \ln^2(e) + 2e^2 \ln e + 6e \ln^2 e + 10e \ln e + 2e = 5e^2 + 18e.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 386. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2[\log_3(\log_4 x^{18})] = 1$ bằng

A. 2.

B. 0.

C. -2.

D. 4.

Lời giải.

$$\log_2[\log_3(\log_4 x^{18})] = 1 \Leftrightarrow \log_3(\log_4(x^{18})) = 2 \Leftrightarrow \log_4(x^{18}) = 9 \Leftrightarrow \log_4((x^2)^9) = 9$$

$$\Leftrightarrow 9 \log_4(x^2) = 9 \Leftrightarrow \log_4(x^2) = 1 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2.$$

Vậy tổng giá trị các nghiệm của phương trình là $-2 + 2 = 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 387. Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 2ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2(a + b) = 2 + \log_2 a + \log_2 b$.

B. $\log(a + b) = 2 + \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

C. $\log_2(a + b) = \frac{1}{2}(2 + \log_2 a + \log_2 b)$.

D. $\log_2(a + b) = \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$.

Lời giải.

Với mọi số thực dương a và b , ta có $a^2 + b^2 = 2ab \Leftrightarrow (a + b)^2 = 4ab$. Do đó, ta có

$$\log_2(a + b)^2 = \log_2(4ab) \Leftrightarrow 2 \log_2(a + b) = \log_2 4 + \log_2 a + \log_2 b \Leftrightarrow \log_2(a + b) = \frac{1}{2}(2 + \log_2 a + \log_2 b).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 388. Một người gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất không thay đổi là 8%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Người đó định gửi tiền trong vòng 3 năm, sau đó rút tiền ra để mua ô tô trị giá 500 triệu đồng. Hỏi số tiền ít nhất người đó phải gửi vào ngân hàng để có đủ tiền mua ô tô (kết quả làm tròn đến hàng triệu) là bao nhiêu?

A. 395 triệu đồng.

B. 394 triệu đồng.

C. 397 triệu đồng.

D. 396 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi T (triệu đồng) là số tiền người đó cần gửi vào ngân hàng. Khi đó, ta có

$$T(1 + 8\%)^3 = 500 \Rightarrow T = \frac{500}{(1 + 8\%)^3} \approx 397.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 389. Cho hàm số $y = \frac{mx - m^2 - 2}{-x + 1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max_{[-4; -2]} y = -\frac{1}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $1 \leq m < 3$. B. $m > 4$. C. $-\frac{1}{2} < m < 0$. D. $-3 < m < -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-4; -2]$.

Ta có $y' = \frac{-m^2 + m - 2}{(1 - x)^2} < 0, \forall x \in [-4; -2]$. Suy ra hàm số nghịch biến trên đoạn $[-4; -2]$.

$$\text{Do đó } \max_{[-4; -2]} y = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow y(-4) = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{-m^2 - 4m - 2}{5} = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow 3m^2 + 12m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-6 \pm \sqrt{33}}{3}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 390. Cho $\log_a c = x > 0$ và $\log_b c = y > 0$. Khi đó giá trị của $\log_{ab} c$ là

- A. $\frac{1}{xy}$. B. $\frac{xy}{x+y}$. C. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$. D. $x + y$.

Lời giải.

Ta có: $\log_a c > 0 \Rightarrow c > 0$ và $c \neq 1$. Suy ra

$$\log_{ab} c = \frac{1}{\log_c ab} = \frac{1}{\log_c a + \log_c b} = \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{xy}{x+y}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 391. Phương trình $\ln\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \ln\left(x + \frac{1}{2}\right) \cdot \ln\left(x + \frac{1}{4}\right) \cdot \ln\left(x + \frac{1}{8}\right) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Điều kiện: $x > \frac{1}{2}$.

$$\text{Phương trình đã cho tương đương với } \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{2} = 1 \\ x + \frac{1}{2} = 1 \\ x + \frac{1}{4} = 1 \\ x + \frac{1}{8} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{3}{4} \\ x = \frac{7}{8} \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện, ta suy ra tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}\right\}$.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Chọn đáp án **B** □

Câu 392. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + x + 1)^{\frac{1}{3}}$ là

- A. $y' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$. B. $y' = \frac{2x+1}{3\sqrt{x^2+x+1}}$.

C. $\frac{1}{3}(x^2 + x + 1)^{-\frac{2}{3}}$.

D. $\frac{1}{3}(x^2 + x + 1)^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

$$y' = \frac{1}{3}(x^2 + x + 1)^{\frac{1}{3}-1} \cdot (x^2 + x + 1)' = \frac{1}{3}(x^2 + x + 1)^{-\frac{2}{3}} \cdot (2x + 1) = \frac{2x + 1}{3\sqrt[3]{(x^2 + x + 1)^2}}.$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 393.** Số nghiệm thực của phương trình $2^{\sqrt{x}} = 2^{2-x}$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x + \sqrt{x} - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} = 1 \vee \sqrt{x} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy phương trình có đúng 1 nghiệm thực.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 394.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?A. Tập giá trị của hàm số $y = \ln(x^2 + 1)$ là $[0; +\infty)$.B. Hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.C. $\left[\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})\right]' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.D. Hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ không phải là hàm chẵn, cũng không phải là hàm lẻ.**Lời giải.**Ta có $\sqrt{x^2 + 1} > |x| \geq -x, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \sqrt{x^2 + 1} + x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.Từ đó, hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.Đặt $y = f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$. Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có

$$f(-x) = \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x) = \ln \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = -\ln(\sqrt{x^2 + 1} + x) = -f(x).$$

Vậy hàm số $y = f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ là hàm số lẻ.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 395.** Biết phương trình $\log_3(3^x - 1) \cdot [1 + \log_3(3^x - 1)] = 6$ có hai nghiệm là $x_1 < x_2$ và tỉ số $\frac{x_1}{x_2} = \log \frac{a}{b}$, trong đó $a, b \in \mathbb{N}^*$ và a, b có ước chung lớn nhất bằng 1. Tính $a + b$.A. $a + b = 38$.B. $a + b = 37$.C. $a + b = 56$.D. $a + b = 55$.**Lời giải.**Điều kiện $3^x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 0$. Phương trình tương đương với

$$\log_3^2(3^x - 1) + \log_3(3^x - 1) - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(3^x - 1) = 2 \\ \log_3(3^x - 1) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 10 \\ 3^x = \frac{28}{27} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_3 10 \\ x = \log_3 \frac{28}{27} \end{cases}.$$

Vì $x_1 < x_2$ nên $x_1 = \log_3 \frac{28}{27}, x_2 = \log_3 10$.Ta có $\frac{x_1}{x_2} = \frac{\log_3 \frac{28}{27}}{\log_3 10} = \log \frac{28}{27}$. Suy ra $a = 28; b = 27$. Tính được $a + b = 55$.Chọn đáp án **(D)** □

Câu 396. Cho a là số thực dương. Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{a^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^3}}$ dưới dạng lũy thừa cơ số a ta được kết quả

A. $P = a^{\frac{1}{6}}$.

B. $P = a^{\frac{5}{6}}$.

C. $P = a^{\frac{7}{6}}$.

D. $P = a^{\frac{19}{6}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{-\frac{3}{2}} = a^{\frac{1}{6}}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 397. Cho a là số thực dương thỏa mãn $a \neq 10$, mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\log(10a) = 1 + \log a$.

B. $-\log\left(\frac{10}{a}\right) = \log a - 1$.

C. $\log(10^a) = a$.

D. $\log(a^{10}) = a$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log(a^{10}) \neq a, \forall a \neq 10.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 398. Với $a = \log_2 5$ và $b = \log_3 5$, giá trị của $\log_6 5$ bằng

A. $\frac{ab}{a+b}$.

B. $\frac{a+b}{ab}$.

C. $\frac{1}{a+b}$.

D. $a+b$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 399. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. -1 .

D. 0 .

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } 3 \cdot 2^x - 1 > 0 \Leftrightarrow 2^x > \frac{1}{3} \Leftrightarrow x > \log_2\left(\frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow x > -\log_2 3.$$

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2(3 \cdot 2^x - 1) &= 2x + 1 \\ \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 &= 2^{2x+1} \\ \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 &= 2 \cdot (2^x)^2 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tổng của các nghiệm bằng $S = -1$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 400. Với $\log 2 = a$, giá trị của $\log \sqrt[3]{\frac{8}{5}}$ bằng

A. $4a + 1$.

B. $4a - 1$.

C. $\frac{2a-1}{3}$.

D. $\frac{4a-1}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log \sqrt[3]{\frac{8}{5}} = \frac{1}{3} \log \frac{16}{10} = \frac{1}{3} (4 \log 2 - 1) = \frac{4a-1}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 401. Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} \leq (\sqrt{5} - 2)^{x-1}$ là

- A. $S = (-\infty; 1]$. B. $S = [1; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 1)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} \leq (\sqrt{5} - 2)^{x-1} \Leftrightarrow (\sqrt{5} + 2)^{x-1} \leq (\sqrt{5} + 2)^{-x+1} \Leftrightarrow x - 1 \leq -x + 1 \Leftrightarrow x \leq 1$.

Vậy $S = (-\infty; 1]$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 402. Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(1 + \sqrt{x})$ là

- A. $y' = \frac{\ln 2}{2\sqrt{x} \cdot (1 + \sqrt{x})}$. B. $y' = \frac{1}{(1 + \sqrt{x}) \cdot \ln 2}$.
C. $y' = \frac{1}{\sqrt{x} \cdot (1 + \sqrt{x}) \cdot \ln 2}$. D. $y' = \frac{1}{\sqrt{x} \cdot (1 + \sqrt{x}) \cdot \ln 4}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{\ln 2 \cdot (1 + \sqrt{x})} \cdot (1 + \sqrt{x})' = \frac{1}{\ln 2 \cdot (1 + \sqrt{x})} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x} \cdot (1 + \sqrt{x}) \cdot \ln 4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 403. Xét a, b là các số thực thỏa mãn $ab > 0$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\sqrt[5]{ab} = (ab)^{\frac{1}{5}}$. B. $\sqrt[8]{(ab)^8} = ab$. C. $\sqrt[6]{ab} = \sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[6]{b}$. D. $\sqrt[3]{\sqrt{ab}} = \sqrt[6]{ab}$.

Lời giải.

Ta có $ab > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$. Vậy $\sqrt[6]{ab} = \sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[6]{b}$ sai khi $a < 0$ và $b < 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 404. Cho hai số thực a, b khác 0 và hàm số $y = \ln(2018 + ax) + \ln(2018 + bx)$. Tính $P = ab$, biết $y'(1) = 1$.

- A. $P = 1$. B. $P = 2018$. C. $P = \frac{1}{2018}$. D. $P = 2018^2$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{a}{2018 + ax} + \frac{b}{2018 + bx} \Rightarrow y'(1) = \frac{a}{2018 + a} + \frac{b}{2018 + b} = 1 \Rightarrow ab = 2018^2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 405. Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$ và $\alpha \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $\log_{a^\alpha} b = \log_a b^\alpha$. B. $\log_{a^\alpha} b = \sqrt[\alpha]{\log_a b}$. C. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$. D. $\log_{a^\alpha} b = \log_a^\alpha b$.

Lời giải.

Ta có “ $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ ” là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 406. Bất phương trình $2\log_9(x + 2) - \log_3(1 - x) \geq 1$ có tập nghiệm $S = [a; b)$. Tính $P = (4a + 1)^2 + b^3$.

- A. $P = -1$. B. $P = 5$. C. $P = 4$. D. $P = 1$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x + 2 > 0 \\ 1 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < 1$. Với điều kiện trên, ta có

$$\begin{aligned} 2\log_9(x + 2) - \log_3(1 - x) &\geq 1 \Leftrightarrow \log_3(x + 2) - \log_3(1 - x) \geq 1 \\ \Leftrightarrow \log_3 \frac{x + 2}{1 - x} &\geq 1 \Leftrightarrow \frac{x + 2}{1 - x} \geq 3 \Leftrightarrow x + 2 \geq 3(1 - x) \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

So với điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[\frac{1}{4}; 1\right)$.

Vậy $a = \frac{1}{4}$, $b = 1$, suy ra $P = (4a + 1)^2 + b^3 = 4 + 1 = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 407. Phương trình $27 \cdot 4^x - 30 \cdot 6^x + 8 \cdot 9^x = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $x^2 + 3x + 2 = 0$.

B. $x^2 - 3x + 2 = 0$.

C. $27x^2 - 30x + 8 = 0$.

D. $8x^2 - 30x + 27 = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } 27 \cdot 4^x - 30 \cdot 6^x + 8 \cdot 9^x = 0 \Leftrightarrow 27 - 30 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 8 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1. \end{cases}$$

Mặt khác, phương trình " $x^2 - 3x + 2 = 0$ " có hai nghiệm là $x = 1$ và $x = 2$, nên tương đương với phương trình đã cho.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 408. Giải phương trình $\log_3(x^4 - x^3 + 50x^2 - 60x + 20) = 3 \log_{27}(13x^3 - 11x^2 + 22x - 2)$ ta được bốn nghiệm a, b, c, d với $a < b < c < d$. Tính $P = a^2 + c^2$.

A. $P = 32$.

B. $P = 42$.

C. $P = 22$.

D. $P = 72$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^4 - x^3 + 50x^2 - 60x + 20 > 0 \\ 13x^3 - 11x^2 + 22x - 2 > 0. \end{cases} (*)$$

Với điều kiện trên, ta có

$$\log_3(x^4 - x^3 + 50x^2 - 60x + 20) = 3 \log_{27}(13x^3 - 11x^2 + 22x - 2)$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x^4 - x^3 + 50x^2 - 60x + 20) = \log_3(13x^3 - 11x^2 + 22x - 2)$$

$$\Leftrightarrow x^4 - x^3 + 50x^2 - 60x + 20 = 13x^3 - 11x^2 + 22x - 2$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 14x^3 + 61x^2 - 82x + 22 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 6x + 2)(x^2 - 8x + 11) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 2 = 0 \\ x^2 - 8x + 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{7} \\ x = 3 - \sqrt{7} \\ x = 4 + \sqrt{5} \\ x = 4 - \sqrt{5}. \end{cases}$$

So với điều kiện (*), ta nhận cả bốn nghiệm trên, và suy ra $\begin{cases} a = 3 - \sqrt{7} \\ c = 3 + \sqrt{7}. \end{cases}$

$$\text{Vậy ta có } P = (3 + \sqrt{7})^2 + (3 - \sqrt{7})^2 = 32.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 409. Với hai số thực dương a, b tùy ý và $\frac{\log_3 5 \cdot \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $a = b \log_6 2$.

B. $a = 36b$.

C. $2a + 3b = 0$.

D. $a = b \log_6 3$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \frac{\log_3 5 \cdot \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2 &\Leftrightarrow \frac{\log_3 a}{\log_3 6} - \log_6 b = 2 \Leftrightarrow \log_6 a - \log_6 b = 2 \\ &\Leftrightarrow \log_6 \frac{a}{b} = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 36 \Leftrightarrow a = 36b \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 410. Cho hai hàm số $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = 2^x$. Xét các mệnh đề sau:

- (I). Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$
- (II). Tập xác định của hai hàm số trên là $\mathbb{R}$
- (III). Đồ thị hai hàm số cắt nhau tại đúng 1 điểm.
- (IV). Hai hàm số đều đồng biến trên tập xác định của nó.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 411. Cho hai số thực dương a và b , với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\log_{\sqrt{a}}(ab) = \log_a \sqrt{ab}$. B. $\log_{\sqrt{a}}(ab) = \log_a(ab)$.
 C. $\log_{\sqrt{a}}(ab) = 2 + 2\log_a b$. D. $\log_{\sqrt{a}}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$.

Lời giải.

Do $\log_{\sqrt{a}}(ab) = \log_{a^{\frac{1}{2}}}(ab) = 2\log_a(ab) = 2(\log_a a + \log_a b) = 2 + 2\log_a b$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 412. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{4-\sqrt{3}}(9x-5) < \log_{4-\sqrt{3}}(3x+1)$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $\left(\frac{5}{9}; 1\right)$. C. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$. D. $\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{9}\right)$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_{4-\sqrt{3}}(9x-5) < \log_{4-\sqrt{3}}(3x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} 9x-5 > 0 \\ 9x-5 < 3x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{5}{9} \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{9} < x < 1.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 413. Số nghiệm của phương trình $\frac{1}{3}\log_2(5-x) + 2\log_8\sqrt{3-x} = 1$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

- Điều kiện $3 < x < 5$.

•

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}\log_2(5-x) + 2\log_8\sqrt{3-x} = 1 \\ \Leftrightarrow & \log_2(5-x) + \log_2(3-x) = 3 \\ \Leftrightarrow & \log_2(5-x)(3-x) = 3 \\ \Leftrightarrow & (5-x)(3-x) = 8 \\ \Leftrightarrow & x^2 - 8x + 7 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 1 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = 7 \text{ (loại).} \end{cases} \end{aligned}$$

- Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Chọn đáp án (B) □

Câu 414. Phương trình $\log \sqrt{x-1} + \log \sqrt{4x-15} - \sqrt{3} = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x-1 > 0 \\ 4x-15 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{15}{4}.$$

Ta có

$$\begin{aligned} & \log \sqrt{x-1} + \log \sqrt{4x-15} - \sqrt{3} = 0 \\ \Leftrightarrow & \log \sqrt{4x^2 - 19x + 15} = \sqrt{3} \\ \Leftrightarrow & 4x^2 - 19x + 15 = 10^{2\sqrt{3}} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x \approx 29,39 \text{ (nhận)} \\ x \approx -24,64 \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó phương trình đã cho chỉ có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 415. Nghiệm của phương trình $\log_{2018} x + \log_{\sqrt{2018}} x + \log_{\sqrt[3]{2018}} x + \dots + \log_{\sqrt[2018]{2018}} x = \frac{2019}{2}$ là

A. $\sqrt[2019]{2018}$.

B. 1.

C. 2018.

D. $\sqrt[2018]{2018}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$. Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & \log_{2018} x + 2 \log_{2018} x + 3 \log_{2018} x + \dots + 2018 \log_{2018} x = \frac{2019}{2} \\ \Leftrightarrow & (1 + 2 + 3 + \dots + 2018) \log_{2018} x = \frac{2019}{2} \\ \Leftrightarrow & \frac{2018 \cdot 2019}{2} \log_{2018} x = \frac{2019}{2} \\ \Leftrightarrow & \log_{2018} x = \frac{1}{2018} \Leftrightarrow x = \sqrt[2018]{2018}. \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = \sqrt[2018]{2018}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 416. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\sqrt{3}} x + \log_{\sqrt[4]{3}} x + \log_{\sqrt[5]{3}} x + \dots + \log_{\sqrt[16]{3}} x < 36$ là

A. $(0; \sqrt[4]{3})$.B. $(0; \sqrt{3})$.C. $(0; 1)$.D. $(1; \sqrt{3})$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$. Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & \log_{\sqrt{3}} x + 2 \log_{\sqrt{3}} x + 3 \log_{\sqrt{3}} x + \dots + 8 \log_{\sqrt{3}} x < 36 \\ \Leftrightarrow & (1 + 2 + 3 + \dots + 8) \log_{\sqrt{3}} x < 36 \\ \Leftrightarrow & 36 \log_{\sqrt{3}} x < 36 \\ \Leftrightarrow & \log_{\sqrt{3}} x < 1 \Leftrightarrow x < \sqrt{3}. \end{aligned}$$

Vậy bất phương trình có nghiệm $x \in (0; \sqrt{3})$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 417. Phương trình $\log_4(x+1) = 3$ có nghiệm là

A. $x = 66$.B. $x = 63$.C. $x = 68$.D. $x = 65$.

Lời giải.

Ta có $\log_4(x+1) = 3 \Leftrightarrow x+1 = 64 \Leftrightarrow x = 63$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 418. Cho các số thực a, b đồng thời thỏa mãn $3^{-a}2^b = 1152$ và $\log_{\sqrt{5}}(a+b) = 2$. Tính giá trị của biểu thức $P = a - b$.

A. $P = -9$.

B. $P = -3$.

C. $P = 8$.

D. $P = -6$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có hệ $\begin{cases} 3^{-a}2^b = 1152 \\ \log_{\sqrt{5}}(a+b) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{b-5}2^b = 1152 \\ a+b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 7 \end{cases}$.

Vậy ta có $P = a - b = -9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 419. Bất phương trình $\log_{0,4}(4x+11) < \log_{0,4}(x^2+6x+8)$ có tập nghiệm là

A. $S = (-3; 1)$.

B. $S = \left(-\frac{11}{4}; 1\right)$.

C. $S = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

D. $S = (-2; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\log_{0,4}(4x+11) < \log_{0,4}(x^2+6x+8) \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+11 > x^2+6x+8 \\ x^2+6x+8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 420. Hàm số $y = \sqrt[3]{(x^2-2x-3)^2} + 2$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = \frac{2}{3} \cdot \frac{2x-2}{\sqrt[3]{x^2-2x-3}}, \forall x \neq -1, x \neq 3$.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$	2	$\sqrt[3]{16} + 2$	2	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 421. Cho $\log_2 5 = a$. Giá trị của $\log_8 25$ theo a bằng

A. $3a$.

B. $2a$.

C. $\frac{3}{2}a$.

D. $\frac{2}{3}a$.

Lời giải.

Ta có $\log_8 25 = \log_{2^3} 5^2 = \frac{2}{3} \log_2 5 = \frac{2}{3}a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 422. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log(e^x + 2)$.

A. $y' = \frac{e^x}{e^x + 2}$.

B. $y' = \frac{e^x}{(e^x + 2) \ln 10}$.

C. $y' = \frac{1}{e^x + 2}$.

D. $y' = \frac{1}{(e^x + 2) \ln 10}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(e^x + 2)'}{(e^x + 2) \ln 10} = \frac{e^x}{(e^x + 2) \ln 10}$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 423.** Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{x + 1}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2y' + (x + 1)y'' + \frac{1}{x^2} = 0$.

B. $y' + (x + 1)y'' + \frac{1}{x^2} = 0$.

C. $y' + (x + 1)y'' - \frac{1}{x^2} = 0$.

D. $2y' + (x + 1)y'' - \frac{1}{x^2} = 0$.

Lời giải.

Ta có $y = \frac{\ln x}{x + 1} \Rightarrow y(x + 1) = \ln x$.

Lấy đạo hàm hai vế ta được $y'(x + 1) + y = \frac{1}{x}$

$\Rightarrow y''(x + 1) + 2y' = -\frac{1}{x^2}$ suy ra $2y' + (x + 1)y'' + \frac{1}{x^2} = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 424.** Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^4 - 3x^2 - 4)^{\sqrt{2}}$.

A. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

B. $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^4 - 3x^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 4 \\ x^2 < -1 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 425.** Cho số dương a , biểu thức $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a^5}$ viết dưới dạng lũy thừa hữu tỷ là

A. $a^{\frac{5}{7}}$.

B. $a^{\frac{1}{6}}$.

C. $a^{\frac{7}{3}}$.

D. $a^{\frac{5}{3}}$.

Lời giải.

Ta có

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a^5} = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{5}{6}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6}} = a^{\frac{5}{3}}.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 426.** Biểu thức $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}$ ($x > 0$) được viết dưới dạng lũy thừa số mũ hữu tỷ là

A. $x^{\frac{15}{16}}$.

B. $x^{\frac{15}{18}}$.

C. $x^{\frac{3}{16}}$.

D. $x^{\frac{7}{18}}$.

Lời giải.

Ta có

$$\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{4}} \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot x^{\frac{1}{16}} = x^{\frac{15}{16}}.$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 427.** Rút gọn biểu thức $Q = a^{\frac{5}{3}} : \sqrt{a}$ với $a > 0$.

A. $Q = a^{\frac{2}{3}}$.

B. $Q = a^{-\frac{2}{3}}$.

C. $Q = a^{\frac{4}{3}}$.

D. $a^{\frac{7}{6}}$.

Lời giải.

Với $a > 0$ ta có $Q = a^{\frac{5}{3}} : \sqrt{a} = a^{\frac{5}{3} - \frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{6}}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 428. Cho biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{7}{6}}$. B. $P = x$. C. $P = x^{\frac{11}{6}}$. D. $P = x^{\frac{5}{6}}$.

Lời giải.

Ta có $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 429. Rút gọn biểu thức $a^{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1}$ với $a > 0$ ta được

- A. a . B. $2a$. C. $3a$. D. $4a$.

Lời giải.

Ta có $a^{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1} = a^{\sqrt{2}} \cdot a^{1-\sqrt{2}} = a^1 = a$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 430. Với α là số thực tùy ý, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $(10^\alpha)^2 = 100^\alpha$. B. $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha$. C. $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$. D. $(10^\alpha)^2 = 10^{\alpha^2}$.

Lời giải.

Ta có $(10^\alpha)^2 = 10^{2\alpha} = 100^\alpha$. Vậy mệnh đề sai là $(10^\alpha)^2 = 10^{\alpha^2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 431. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}}$, $b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}}$. Khi đó

- A. $0 < a < 1, 0 < b < 1$. B. $a > 0, b > 1$.
C. $0 < a < 1, b > 1$. D. $a > 1, 0 < b < 1$.

Lời giải.

$$\text{— } a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}} \Rightarrow a > 1;$$

$$\text{— } b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}} \Rightarrow 0 < b < 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 432. Cho các số thực dương a, b . Rút gọn biểu thức $P = \left(\sqrt[7]{\frac{a}{b}} \sqrt[5]{\frac{b}{a}}\right)^{\frac{35}{4}}$ là

- A. $\frac{b}{a}$. B. $\frac{a}{b}$. C. $\left(\frac{a}{b}\right)^2$. D. $\sqrt{\frac{a}{b}}$.

Lời giải.

Ta có $P = \left(\sqrt[7]{\frac{a}{b}} \sqrt[5]{\frac{b}{a}}\right)^{\frac{35}{4}} = \left(\sqrt[7]{\frac{a}{b}} \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{35}{4}} = \left(\sqrt[7]{\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{4}{5}}}\right)^{\frac{35}{4}} = \left(\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{7}}\right)^{\frac{35}{4}} = \frac{a}{b}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 433. Rút gọn biểu thức $H = (\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} + 1)(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)$ (điều kiện H có nghĩa) ta được

- A. $x^2 - x + 1$. B. $x^2 + 1$. C. $x^2 + x + 1$. D. $x^2 - 1$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} H &= (\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} + 1)(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1) \\ \Leftrightarrow H &= [(\sqrt{x} + 1)^2 - (\sqrt[4]{x})^2] \cdot (x - \sqrt{x} + 1) \\ \Leftrightarrow H &= (x + \sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1) \\ \Leftrightarrow H &= (x + 1)^2 - x \\ \Leftrightarrow H &= x^2 + x + 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 434. Cho biểu thức $\sqrt[5]{8\sqrt{2\sqrt[3]{2}}} = 2^{\frac{m}{n}}$, trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Gọi $P = m^2 + n^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $P \in (330; 340)$. B. $P \in (350; 360)$. C. $P \in (260; 370)$. D. $P \in (340; 350)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sqrt[5]{8\sqrt{2\sqrt[3]{2}}} = \sqrt[5]{2^3 \sqrt{2\sqrt[3]{2}}} = 2^{\frac{3}{5}} \cdot 2^{\frac{1}{10}} \cdot 2^{\frac{1}{30}} = 2^{\frac{3}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30}} = 2^{\frac{11}{15}}.$$

$$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{11}{15} \Rightarrow \begin{cases} m = 11 \\ n = 15 \end{cases} \Rightarrow P = m^2 + n^2 = 11^2 + 15^2 = 346.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 435. Cho biểu thức $P = x^{-\frac{3}{4}} \sqrt{\sqrt{x^5}}$, $x > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $P = x^{-2}$. B. $P = x^{-\frac{1}{2}}$. C. $P = x^{\frac{1}{2}}$. D. $P = x^2$.

Lời giải.

$$P = x^{-\frac{3}{4}} \sqrt{\sqrt{x^5}} = x^{-\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{5}{4}} = x^{\frac{1}{2}}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 436. Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\frac{5}{3}} \left(a^{-\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} \right)}{a + 1}$, với $a > 0$, ta được

- A. $P = a - 1$. B. $P = a^2 + 1$. C. $P = a$. D. $P = a + 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = \frac{a^{\frac{5}{3}} \left(a^{-\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} \right)}{a + 1} = \frac{a + a^2}{a + 1} = \frac{a(a + 1)}{a + 1} = a.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 437. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. $\pi^{20} < e^{20}$. B. $\left(\frac{2}{3}\right)^{12} < \left(\frac{2}{3}\right)^{10}$. C. $\left(\frac{1}{5}\right)^{18} > \left(\frac{1}{5}\right)^{16}$. D. $5^{20} < 5^{19}$.

Lời giải.

Do $\frac{2}{3} < 1$ nên $\left(\frac{2}{3}\right)^{12} < \left(\frac{2}{3}\right)^{10}$ là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 438. Cho a là số thực dương. Viết và rút gọn biểu thức $a^{\frac{3}{2018}} \cdot \sqrt[2018]{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ. Tìm số mũ của biểu thức rút gọn đó.

- A. $\frac{2}{1009}$. B. $\frac{1}{1009}$. C. $\frac{3}{1009}$. D. $\frac{3}{2018^2}$.

Lời giải.

$$a^{\frac{3}{2018}} \cdot \sqrt[2018]{a} = a^{\frac{3}{2018}} \cdot a^{\frac{1}{2018}} = a^{\frac{3}{2018} + \frac{1}{2018}} = a^{\frac{2}{1009}}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 439. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(\sqrt{5} + 2)^{-2017} < (\sqrt{5} + 2)^{-2018}$. B. $(\sqrt{5} + 2)^{2018} > (\sqrt{5} + 2)^{2019}$.
C. $(\sqrt{5} - 2)^{2018} > (\sqrt{5} - 2)^{2019}$. D. $(\sqrt{5} - 2)^{2018} < (\sqrt{5} - 2)^{2019}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 0 < \sqrt{5} - 2 < 1 \\ 2018 < 2019 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{5} - 2)^{2018} > (\sqrt{5} - 2)^{2019}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 440. Biến đổi $\sqrt[3]{x^5\sqrt[4]{x}}$ ($x > 0$), thành dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ được kết quả là

A. $x^{\frac{7}{4}}$.

B. $x^{\frac{23}{12}}$.

C. $x^{\frac{20}{3}}$.

D. $x^{\frac{12}{5}}$.

Lời giải.

$$\sqrt[3]{x^5\sqrt[4]{x}} = \sqrt[3]{x^5 \cdot x^{\frac{1}{4}}} = \sqrt[3]{x^{\frac{21}{4}}} = x^{\frac{7}{4}}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 441. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\left(\frac{4}{3}\right)^{-7} > \left(\frac{4}{3}\right)^{-6}$. B. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-6} > \left(\frac{2}{3}\right)^{-5}$. C. $\left(\frac{3}{4}\right)^5 < \left(\frac{3}{4}\right)^6$. D. $\left(\frac{3}{2}\right)^6 > \left(\frac{3}{2}\right)^7$.

Lời giải.

— Ta có $\begin{cases} -7 < -6 \\ \frac{4}{3} > 1 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{-7} < \left(\frac{4}{3}\right)^{-6}$.

— Ta có $\begin{cases} -6 < -5 \\ \frac{2}{3} < 1 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{-6} > \left(\frac{2}{3}\right)^{-5}$.

— Ta có $\begin{cases} 5 < 6 \\ \frac{3}{4} < 1 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^5 > \left(\frac{3}{4}\right)^6$.

— Ta có $\begin{cases} 6 < 7 \\ \frac{3}{2} > 1 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^6 < \left(\frac{3}{2}\right)^7$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 442. Cho hai số thực dương a, b . Rút gọn biểu thức $A = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$ ta thu được $A = a^m \cdot b^n$.

Tích mn là

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{21}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{1}{18}$.

Lời giải.

Đặt $\begin{cases} x = \sqrt[6]{a} \\ y = \sqrt[6]{b} \end{cases}$, khi đó $A = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} = \frac{x^2y^3 + x^3y^2}{x + y} = x^2y^2 = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}$.

Suy ra $mn = \frac{1}{9}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 443. Tính giá trị biểu thức $A = \left(\frac{1}{625}\right)^{\frac{-1}{4}} + 16^{\frac{3}{4}} - 2^{-2} \cdot 64^{\frac{1}{3}}$

A. 14.

B. 12.

C. 11.

D. 10.

Lời giải.

$$A = \left(\frac{1}{625}\right)^{\frac{-1}{4}} + 16^{\frac{3}{4}} - 2^{-2} \cdot 64^{\frac{1}{3}} = 5 + 8 - 1 = 12.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 444. Rút gọn biểu thức $a^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1}$, $a > 0$ ta được

A. a .

B. a^2 .

C. $a^{\sqrt{2}}$.

D. $a^{-\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Ta có $a^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1} = a^{\sqrt{2}} \cdot a^{1-\sqrt{2}} = a$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 445. Cho a là số thực dương. Đơn giản biểu thức $P = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)}$.

- A. $P = a(a+1)$. B. $P = a-1$. C. $P = a$. D. $P = a+1$.

Lời giải.

Ta có $P = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)} = \frac{a^{\frac{4}{3}-\frac{1}{3}} + a^{\frac{4}{3}+\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}} + a^{\frac{1}{4}-\frac{1}{4}}} = \frac{a+a^2}{a+1} = \frac{a(a+1)}{a+1} = a$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 446. Biểu thức rút gọn của $Q = \frac{b^{\frac{5}{3}}}{\sqrt[3]{b}}$ với $b > 0$ là

- A. b^2 . B. $b^{-\frac{4}{3}}$. C. $b^{\frac{4}{3}}$. D. $b^{\frac{5}{9}}$.

Lời giải.

Ta có $Q = \frac{b^{\frac{5}{3}}}{\sqrt[3]{b}} = \frac{b^{\frac{5}{3}}}{b^{\frac{1}{3}}} = b^{\frac{5}{3}-\frac{1}{3}} = b^{\frac{4}{3}}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 447. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt[4]{x}}$ với $x > 0$.

- A. $P = x^{\frac{20}{21}}$. B. $P = x^{\frac{7}{4}}$. C. $P = x^{\frac{20}{5}}$. D. $P = x^{\frac{12}{5}}$.

Lời giải.

Ta có : $P = \sqrt[3]{x^5 \cdot x^{\frac{1}{4}}} = \left(x^{\frac{21}{4}}\right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{7}{4}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 448. Cho $(\sqrt{2019} - \sqrt{2018})^a > (\sqrt{2019} - \sqrt{2018})^b$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. $a > b$. B. $a < b$. C. $a = b$. D. $a \geq b$.

Lời giải.

Ta có $0 < \sqrt{2019} - \sqrt{2018} < 1$ nên $(\sqrt{2019} - \sqrt{2018})^a > (\sqrt{2019} - \sqrt{2018})^b \Leftrightarrow a < b$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 449. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = x^{\frac{1}{8}}$. B. $P = \sqrt{x}$. C. $P = x^{\frac{2}{9}}$. D. $P = x^2$.

Lời giải.

Với $x > 0$ ta có $P = x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 450. Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{-1} - a}{a^{-\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2}}} + \frac{2a - 5 + 2a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}} - 2a^{-\frac{1}{2}}}$ ($a > 0$, $a \neq -1$, $a \neq 2$) ta được $P = ma^n$. Khi đó $2m + n$ bằng

- A. $-\frac{5}{2}$. B. 5. C. $\frac{5}{2}$. D. -5.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} P &= \frac{1-a^2}{a\left(a^{-\frac{1}{2}}+a^{\frac{1}{2}}\right)} + \frac{2a^2-5a+2}{a\left(a^{\frac{1}{2}}-2a^{-\frac{1}{2}}\right)} \\ &= \frac{1-a^2}{a^{\frac{1}{2}}(1+a)} + \frac{(a-2)(2a-1)}{a^{\frac{1}{2}}(a-2)} \\ &= \frac{1-a}{a^{\frac{1}{2}}} + \frac{2a-1}{a^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{1-a+2a-1}{a^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Từ đó suy ra $m=1, n=\frac{1}{2} \Rightarrow 2m+n=\frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 451. Cho đẳng thức $\frac{\sqrt[3]{a^2\sqrt{a}}}{a^3} = a^\alpha, 0 < a \neq 1$. Khi đó α thuộc khoảng nào sau đây?
A. $(-2; -1)$. **B.** $(-1; 0)$. **C.** $(-3; -2)$. **D.** $(0; 1)$.

Lời giải.

Với $0 < a \neq 1$ ta có $\frac{\sqrt[3]{a^2\sqrt{a}}}{a^3} = \frac{\sqrt[3]{a^2 \cdot a^{\frac{1}{2}}}}{a^3} = \frac{\sqrt[3]{a^{\frac{5}{2}}}}{a^3} = \frac{a^{\frac{5}{6}}}{a^3} = a^{-\frac{13}{6}}$. Suy ra $\alpha = -\frac{13}{6} \in (-3; -2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 452. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào có giá trị **không phải** là số nguyên?

- A.** $\sqrt[3]{3\sqrt{3}} - \sqrt{27}$. **B.** $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}}$.
C. $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{a^5}} - \sqrt{a^{-2}}, (a > 0)$. **D.** $\sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{-8}$.

Lời giải.

Ta có

- $\sqrt[3]{3\sqrt{3}} - \sqrt{27} = \sqrt[3]{\sqrt{27}} - 3\sqrt{3} = \sqrt{\sqrt[3]{27}} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3} - 3\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$.
- $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (3^2)^{\frac{2}{5}} \cdot (3^3)^{\frac{2}{5}} = 3^{\frac{4}{5}} \cdot 3^{\frac{6}{5}} = 3^{\frac{4}{5}+\frac{6}{5}} = 3^2 = 9$.
- Với $a > 0$ ta có $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{a^5}} - \sqrt{a^{-2}} = \sqrt{\frac{a^3}{a^5}} - \sqrt{a^{-2}} = \sqrt{a^{-2}} - \sqrt{a^{-2}} = 0$.
- $\sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{-8} = \sqrt[5]{4 \cdot (-8)} = \sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 453. Rút gọn biểu thức $A = [\sqrt{2}a(1+a^2) - 2\sqrt{2}a] : a^2(1-a^{-2})$ với $a \neq 0$ và $a \neq \pm 1$ ta được

- A.** $A = 2a$. **B.** $A = \sqrt{2}a$. **C.** $A = \frac{\sqrt{2}}{a}$. **D.** $A = \frac{2}{a}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{2}a(1+a^2-2) : a^2\left(1-\frac{1}{a^2}\right) = \sqrt{2}a(a^2-1) : a^2\left(\frac{a^2-1}{a^2}\right) \\ &= \sqrt{2}a(a^2-1) \cdot \frac{1}{a^2-1} = \sqrt{2}a. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 454. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}}, b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}}$. Khi đó khẳng định nào đúng?

- A.** $0 < a < 1, 0 < b < 1$. **B.** $0 < a < 1, b > 1$.
C. $a > 1, 0 < b < 1$. **D.** $a > 1, b > 1$.

Lời giải.

$$a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}} \Rightarrow a > 1.$$

$$b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}} \Rightarrow 0 < b < 1.$$

Vậy $a > 1, 0 < b < 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 455. Cho $a > 0$. Biết $\sqrt[3]{a \sqrt[3]{a \sqrt[3]{a \sqrt[3]{a}}}} = a^x$. Tìm x .

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{1}{81}$.

C. $\frac{40}{81}$.

D. $\frac{13}{27}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sqrt[3]{a \sqrt[3]{a \sqrt[3]{a \sqrt[3]{a}}}} = \sqrt[3]{a \sqrt[3]{a \sqrt[3]{a^{\frac{4}{3}}}}} = \sqrt[3]{a \sqrt[3]{a \cdot a^{\frac{4}{9}}}} = \sqrt[3]{a \sqrt[3]{a^{\frac{13}{9}}}} = \sqrt[3]{a \cdot a^{\frac{13}{27}}} = \sqrt[3]{a^{\frac{40}{27}}} = a^{\frac{40}{81}}.$$

$$\text{Vậy } x = \frac{40}{81}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 456. Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$.

A. $P = a$.

B. $P = a^3$.

C. $P = a^4$.

D. $P = a^5$.

Lời giải.

$$\text{Với } a > 0, \text{ ta có } P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} = \frac{a^{\sqrt{3}+1+2-\sqrt{3}}}{a^{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)}} = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 457. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{(4 + 2\sqrt{3})^{2018} \cdot (1 - \sqrt{3})^{2017}}{(1 + \sqrt{3})^{2019}}$.

A. -2^{2017} .

B. -1 .

C. -2^{2019} .

D. 2^{2018} .

Lời giải.

$$\begin{aligned} P &= \frac{(4 + 2\sqrt{3})^{2018} \cdot (1 - \sqrt{3})^{2017}}{(1 + \sqrt{3})^{2019}} \\ &= \frac{(1 + \sqrt{3})^{4036} \cdot (1 - \sqrt{3})^{2017}}{(1 + \sqrt{3})^{2019}} \\ &= (1 + \sqrt{3})^{2017} \cdot (1 - \sqrt{3})^{2017} \\ &= [(1 + \sqrt{3}) \cdot (1 - \sqrt{3})]^{2017} \\ &= (-2)^{2017} = -2^{2017}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 458. Cho biết $9^x - 12^2 = 0$, tính giá trị biểu thức $P = \frac{1}{3^{-x-1}} - 8 \cdot 9^{\frac{x-1}{2}} + 19$.

A. 31.

B. 23.

C. 22.

D. 15.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 9^x - 12^2 = 0 \Leftrightarrow 3^{2x} = 12^2 \Leftrightarrow 3^x = 12.$$

$$\text{Vậy } P = 3 \cdot 3^x - \frac{8}{3} \cdot 3^x + 19 = 3 \cdot 12 - \frac{8}{3} \cdot 12 + 19 = 23.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 459. Cho $0 < a < 1$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\frac{1}{a^{2017}} > \frac{1}{a^{2018}}$. B. $a^{2017} > a^{2018}$. C. $a^{2017} < \frac{1}{a^{2018}}$. D. $a^{2018} < \frac{1}{a^{2017}}$.

Lời giải.

Do $0 < a < 1$ nên $a^{2017} > a^{2018} > 0$. Từ đó $\frac{1}{a^{2017}} < \frac{1}{a^{2018}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 460. Cho số thực $a > 0$. Biểu thức $(\sqrt{a\sqrt{a}})^3$ bằng

- A. $a^{\frac{9}{4}}$. B. $a^{\frac{3}{2}}$. C. $a^{\frac{4}{3}}$. D. $a^{\frac{9}{2}}$.

Lời giải.

Ta có $(\sqrt{a\sqrt{a}})^3 = (\sqrt{a^{\frac{3}{2}}})^3 = a^{\frac{9}{4}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 461. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}}$, với $a > 0$ ta thu được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. $m^2 + n^2 = 543$. B. $m^2 - n^2 = 312$. C. $m^2 - n^2 = -312$. D. $m^2 + n^2 = 409$.

Lời giải.

Ta có

$$A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}} = \frac{a^{\frac{7}{3}} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot a^{-\frac{5}{7}}} = a^{\frac{7}{3} + \frac{11}{3} - 4 + \frac{5}{7}} = a^{\frac{19}{7}}.$$

Vậy $m = 19$ và $n = 7$, do đó $m^2 - n^2 = 312$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 462. Cho a, b là các số thực dương. Rút gọn biểu thức $P = \frac{(\sqrt[4]{a^3b^2})^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}b^6}}}$ được kết quả là

- A. ab . B. a^2b^2 . C. ab^2 . D. a^2b .

Lời giải.

Biểu thức viết thành $P = \frac{a^3b^2}{\sqrt[3]{a^6b^3}} = \frac{a^3b^2}{a^2b} = ab$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 463. Biết $(a-1)^{-2} > (a-1)^{\sqrt{2}}$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a \neq 1$. B. $1 < a < 2$. C. $0 < a < 1$. D. $a > 2$.

Lời giải.

Vì $\begin{cases} -2 < \sqrt{2} \\ (a-1)^{-2} > (a-1)^{\sqrt{2}} \end{cases}$ nên $0 < a-1 < 1 \Leftrightarrow 1 < a < 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 464. Cho biểu thức $T = \frac{1}{5^{-x-1}} + 3 \cdot (\sqrt{5})^{2x} - 25^{\frac{x-1}{2}}$. Khi $5^x = \sqrt{7}$ thì giá trị của biểu thức T là

- A. $\frac{9\sqrt{7}}{5}$. B. $\frac{7\sqrt{7}}{5}$. C. $\frac{3\sqrt{7}}{5}$. D. $\frac{39\sqrt{7}}{5}$.

Lời giải.

$$T = 5 \cdot 5^x + 3 \cdot 5^x - 5^{x-1} = 8 \cdot 5^x - \frac{1}{5} \cdot 5^x = \frac{39}{5} \cdot 5^x = \frac{39\sqrt{7}}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 465. Chi phí tối thiểu để học đại học tại thành phố Hồ Chí Minh là 8 triệu đồng một tháng, trong đó học phí là 5 triệu đồng một tháng. Biết rằng sau mỗi năm học (mỗi năm học là 10 tháng),

học phí tăng 10% và các chi phí còn lại tăng 5%. Hỏi tổng chi phí tối thiểu sau 4 năm học là bao nhiêu?

A. 101.278.750 đồng.

B. 361.363.750 đồng.

C. 331.153.750 đồng.

D. 471.023.937,5 đồng.

Lời giải.

Tổng học phí năm học đầu tiên là $5 \cdot 10 = 50$ triệu đồng.

Tổng học phí năm học thứ hai là $50 + 50 \cdot 0,1 = 50 \cdot 1,1$ triệu đồng.

Tổng học phí năm học thứ ba là $50 \cdot 1,1 + 50 \cdot 1,1 \cdot 0,1 = 50 \cdot 1,1^2$ triệu đồng.

Tổng học phí năm học thứ tư là $50 \cdot 1,1^2 + 50 \cdot 1,1^2 \cdot 0,1 = 50 \cdot 1,1^3$ triệu đồng.

Vậy tổng học phí sau 4 năm là $50 \cdot (1 + 1,1 + 1,1^2 + 1,1^3) = 232,05$ triệu đồng.

Tương tự, tổng chi phí khác sau 4 năm là $30 \cdot (1 + 1,05 + 1,05^2 + 1,05^3) = 129,30375$ triệu đồng.

Vậy tổng chi phí tối thiểu sau 4 năm học là $232.050.000 + 129.303.750 = 361.363.750$ đồng.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 466. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}$.

B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$.

C. $3^{-\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$.

D. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{200}$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi} \Leftrightarrow (2^{-1})^{-\pi} < (3^{-1})^{-\pi} \Leftrightarrow 2^{\pi} < 3^{\pi}$ (đúng).

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 467. Biểu thức $\sqrt[3]{x\sqrt[5]{x^2\sqrt{x}}} = x^{\alpha}$ với $x > 0$, giá trị của α là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt[3]{x\sqrt[5]{x^2\sqrt{x}}} = \sqrt[3]{x\sqrt[5]{x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt[3]{x \cdot \left(x^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}} = \sqrt[3]{x \cdot x^{\frac{1}{2}}} = \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}}$.

Vậy $\alpha = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 468. Cho hàm số $f(x) = (2x^2 + 3x + 1)^{\frac{3}{2}}$. Khi đó giá trị của $f(1)$ bằng bao nhiêu?

A. 8.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $6\sqrt{6}$.

D. $6^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

Dễ thấy $x = 1$ thuộc tập xác định hàm số đã cho.

Ta có $f(1) = 6^{\frac{3}{2}} = 6\sqrt{6}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 469. Cho $a > 0$, biểu thức $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{7}{6}}$.

B. $a^{\frac{5}{6}}$.

C. $a^{\frac{6}{5}}$.

D. $a^{\frac{11}{6}}$.

Lời giải.

Ta có $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{6}}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 470. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. $a^m < a^n \Leftrightarrow m > n$.

B. $a^m > a^n \Leftrightarrow m > n$.

C. $\left(\frac{\pi}{4}\right)^9 > \left(\frac{\pi}{4}\right)^3$.

D. Nếu $0 < a < b$ và $a^m < b^m$ thì $m > 0$.

Lời giải.

Ta có nếu $0 < a < b$ và $a^m < b^m$ thì $m > 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 471. Cho $0 < a, b \neq 1$ và $m, n \in \mathbb{R}$. Chọn công thức **sai**.

A. $a^m \cdot b^m = (ab)^m$.

B. $a^{m^n} = a^{m \cdot n}$.

C. $a^{m \cdot n} = (a^m)^n$.

D. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Lời giải.

Ta có $a^{m^n} \neq (a^m)^n = a^{m \cdot n}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 472. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{a}}}} : \sqrt[24]{a^7} \ (a > 0)$.

A. $P = a^{\frac{1}{3}}$.

B. $P = a$.

C. $P = a^{\frac{1}{5}}$.

D. $P = a^{\frac{1}{2}}$.

Lời giải.

Ta có $P = \left[a \left[a^2 (a^{-1})^{\frac{1}{4}} \right]^{\frac{1}{3}} \right]^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{7}{24}} = \left[a \left(a^{\frac{7}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{7}{24}} = \left(a^{\frac{19}{12}} \right)^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{7}{24}} = a^{\frac{19}{24}} : a^{\frac{7}{24}} = a^{\frac{1}{2}}$.

Vậy $P = a^{\frac{1}{2}}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 473. Cho p, q là các số thực thỏa mãn $m = \left(\frac{1}{e}\right)^{2p-q}$, $n = \left(\frac{1}{e}\right)^{2q-p}$. Biết $m > n$, hãy so sánh p và q .

A. $2p > q$.

B. $p > 2q$.

C. $p > q$.

D. $p < q$.

Lời giải.

Vì $0 < \frac{1}{e} < 1$ nên từ $m > n$ suy ra $2p - q < 2q - p \Leftrightarrow 3p < 3q \Leftrightarrow p < q$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 474. Viết biểu thức $\sqrt[3]{\frac{b}{a} \sqrt[5]{\frac{a}{b}}}$ (với $a, b > 0$) về dạng lũy thừa $\left(\frac{a}{b}\right)^m$ ta được m bằng

A. $-\frac{4}{15}$.

B. $\frac{4}{15}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $-\frac{2}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt[3]{\frac{b}{a} \sqrt[5]{\frac{a}{b}}} = \left[\frac{b}{a} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{5}} \right]^{\frac{1}{3}} = \left[\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{4}{5}} \right]^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{4}{15}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{4}{15}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 475. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{(4 + 2\sqrt{3})^{2016} \cdot (1 - \sqrt{3})^{2014}}{(1 + \sqrt{3})^{2018}}$.

A. -2^{2015} .

B. -2^{2017} .

C. 2^{2014} .

D. 2^{2016} .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} P &= \frac{(4 + 2\sqrt{3})^{2016} \cdot (1 - \sqrt{3})^{2014}}{(1 + \sqrt{3})^{2018}} \\ &= \frac{(1 + \sqrt{3})^{4032} \cdot (1 - \sqrt{3})^{2014}}{(1 + \sqrt{3})^{2018}} \\ &= (1 + \sqrt{3})^{2014} \cdot (1 - \sqrt{3})^{2014} \\ &= (-2)^{2014} \\ &= 2^{2014}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 476. Xét a, b là các số thực thỏa mãn $ab > 0$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\sqrt[5]{ab} = (ab)^{\frac{1}{5}}$. B. $\sqrt[8]{(ab)^8} = ab$. C. $\sqrt[6]{ab} = \sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[6]{b}$. D. $\sqrt[3]{\sqrt{ab}} = \sqrt[6]{ab}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } ab > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ a < 0 \\ b < 0 \end{cases}. \text{ Vậy } \sqrt[6]{ab} = \sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[6]{b} \text{ sai khi } a < 0 \text{ và } b < 0.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 477. Cho hai số thực dương a và b . Rút gọn biểu thức $A = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$.

- A. $A = \sqrt[6]{ab}$. B. $A = \sqrt[3]{ab}$. C. $A = \frac{1}{\sqrt[3]{ab}}$. D. $A = \frac{1}{\sqrt[6]{ab}}$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } u = \sqrt[6]{a}, v = \sqrt[6]{b}. \text{ Khi đó ta có } A = \frac{u^2v^3 + u^3v^2}{u + v} = u^2v^2 = \sqrt[3]{ab}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 478. Nếu $(2 - \sqrt{3})^{a-1} < 2 + \sqrt{3}$ thì

- A. $a \geq 0$. B. $a \leq 1$. C. $a > 0$. D. $a < 1$.

Lời giải.

Ta có

$$2 + \sqrt{3} > (2 - \sqrt{3})^{a-1} = (2 + \sqrt{3})^{1-a}.$$

Do $2 + \sqrt{3} > 1$ nên $1 > 1 - a$ hay $a > 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 479. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$. B. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.
C. $(\sqrt{2} - 1)^{2017} > (\sqrt{2} - 1)^{2018}$. D. $(\sqrt{3} - 1)^{2018} > (\sqrt{3} - 1)^{2017}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 0 < \sqrt{3} - 1 < 1 \text{ do đó } (\sqrt{3} - 1)^{2018} < (\sqrt{3} - 1)^{2017}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 480. Rút gọn biểu thức $P = a^{\frac{7}{4}} : \sqrt[4]{a}$ với $a > 0$.

A. $P = a^{\frac{3}{2}}$.

B. $P = a^2$.

C. $P = a^{\frac{7}{16}}$.

D. $P = a^{-\frac{3}{2}}$.

Lời giải.

$$P = a^{\frac{7}{4}} : \sqrt[4]{a} = a^{\frac{7}{4}-\frac{1}{4}} = a^{\frac{3}{2}}.$$

Chọn đáp án (A) □**Câu 481.** Biết rằng $3^x = 2$. Tính giá trị của biểu thức $A = 3^{2x-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9^{x+1}$.

A. $A = \frac{81}{2}$.

B. $A = 37$.

C. $A = \frac{45}{2}$.

D. $A = 25$.

Lời giải.

$$A = 3^{2x-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9^{x+1} = 1 + 9 \cdot (3^x)^2 = 1 + 9 \cdot 4 = 37.$$

Chọn đáp án (B) □**Câu 482.** Cho x là số thực dương và $P = \left(\sqrt[3]{x^2\sqrt{x}}\right)^5$. Biết rằng P được biểu diễn dưới dạng $P = x^{\frac{m}{n}}$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và m, n là các số nguyên dương. Tính $m + n$.

A. $m + n = 21$.

B. $m + n = 25$.

C. $m + n = 29$.

D. $m + n = 31$.

Lời giải.

$$P = \left(\sqrt[3]{x^2\sqrt{x}}\right)^5 = (x^2\sqrt{x})^{\frac{5}{3}} = x^{\frac{10}{3}}x^{\frac{5}{6}} = x^{\frac{25}{6}}.$$

$$m + n = 25 + 6 = 31.$$

Chọn đáp án (D) □**Câu 483.** Nếu $a^{\frac{2017}{2018}} < a^{\frac{2018}{2017}}$ và $\left(\sqrt{2018} - \sqrt{2017}\right)^b > \sqrt{2018} + \sqrt{2017}$ thì

A. $a < 1, b > -1$.

B. $a > 1, b > 1$.

C. $a < 1, b < -1$.

D. $a > 1, b < -1$.

Lời giải.

$$\text{Vì } a^{\frac{2017}{2018}} < a^{\frac{2018}{2017}} \text{ nên } a > 1 \text{ do } \frac{2017}{2018} < \frac{2018}{2017}.$$

$$\text{Ta có } \left(\sqrt{2018} - \sqrt{2017}\right)^b > \sqrt{2018} + \sqrt{2017} \Leftrightarrow \left(\sqrt{2018} - \sqrt{2017}\right)^b > \left(\sqrt{2018} - \sqrt{2017}\right)^{-1} \\ \Rightarrow b < -1 \text{ vì } \sqrt{2018} - \sqrt{2017} < 1.$$

Chọn đáp án (D) □**Câu 484.** Rút gọn biểu thức $A = \frac{a - 3a^{\frac{1}{3}} + 2}{\sqrt[3]{a} - 1} + \frac{\sqrt{a} - a^{\frac{5}{6}} + \sqrt[6]{a}}{\sqrt[6]{a}}$.

A. $A = 2\sqrt{a} - 1$.

B. $A = 2a - 1$.

C. $A = 2\sqrt[6]{a} - 1$.

D. $A = 2\sqrt[3]{a} - 1$.

Lời giải.

Ta có

$$A = \frac{a - 3a^{\frac{1}{3}} + 2}{\sqrt[3]{a} - 1} + \frac{\sqrt{a} - a^{\frac{5}{6}} + \sqrt[6]{a}}{\sqrt[6]{a}} = \frac{(\sqrt[3]{a} - 1)(a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{a} - 2)}{\sqrt[3]{a} - 1} + \frac{\sqrt[6]{a}(\sqrt[3]{a} - a^{\frac{2}{3}} + 1)}{\sqrt[6]{a}} \\ = a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{a} - 2 + \sqrt[3]{a} - a^{\frac{2}{3}} + 1 = 2\sqrt[3]{a} - 1.$$

Chọn đáp án (D) □**Câu 485.** Với $x > 0$, hãy rút gọn biểu thức $T = x^\pi \cdot \sqrt[4]{x^2 : x^{4\pi}}$.

A. $T = x^{\frac{1}{2}}$.

B. $T = x$.

C. $T = x^2$.

D. $T = x^{\frac{5\pi}{2}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } T = x^\pi \cdot \sqrt[4]{x^2 : x^{4\pi}} = x^\pi \cdot \sqrt[4]{x^{2-4\pi}} = x^\pi \cdot x^{\frac{1}{2}-\pi} = x^{\frac{1}{2}}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 486. Cho a, b, c là ba số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_b a = \log_b c \cdot \log_c a$.

B. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$.

C. $\log_a \left(\frac{b}{a^3} \right) = \frac{\log_a b}{3}$.

D. $a^{\log_a b} = b$.

Lời giải.

Ta có $\log_a \left(\frac{b}{a^3} \right) = \frac{\log_a b}{3} = \log_a b - \log_a a^3 = \log_a b - 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 487. Viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ của biểu thức $P = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$.

A. $P = \left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{1}{2}}$.

B. $P = \left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{1}{18}}$.

C. $P = \left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{1}{8}}$.

D. $P = \left(\frac{2}{3} \right)^{18}$.

Lời giải.

Ta có: $P = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3} \right)^3} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 488. Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, $x > 0$. Biểu thức nào sau đây đúng?

A. $P = x^{\frac{1}{4}}$.

B. $P = x^{\frac{1}{2}}$.

C. $P = x^{\frac{2}{3}}$.

D. $P = x^{\frac{13}{24}}$.

Lời giải.

Với $x > 0$, ta có

$$P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot x^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^{\frac{7}{2}}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{7}{6}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{7}{6}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{13}{6}}} = x^{\frac{13}{24}}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 489. Tích $(2017!) \left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 \cdots \left(1 + \frac{1}{2017}\right)^{2017}$ được viết dưới dạng a^b , khi đó $(a; b)$ là cặp nào trong các cặp sau?

A. (2018; 2017).

B. (2019; 2018).

C. (2015; 2014).

D. (2016; 2015).

Lời giải.

Ta có

$$(2017!) \left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 \cdots \left(1 + \frac{1}{2017}\right)^{2017} = 2017! \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{3^2}{2^2} \cdots \frac{2018^{2017}}{2017^{2017}} = 2018^{2017}.$$

Suy ra $a = 2018$, $b = 2017$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 490. Cho hai số thực dương a và b . Rút gọn biểu thức $A = \frac{a^{\frac{1}{3}} \sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}} \sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$.

A. $A = \sqrt[6]{ab}$.

B. $A = \sqrt[3]{ab}$.

C. $A = \frac{1}{\sqrt[3]{ab}}$.

D. $A = \frac{1}{\sqrt[6]{ab}}$.

Lời giải.

Ta có $A = \frac{a^{\frac{1}{3}} \sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}} \sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} (a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}})}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{ab}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 491. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{6^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}} \cdot 3^{1+\sqrt{5}}}$.

- A. 1. B. $6^{-\sqrt{5}}$. C. 18. D. 9.

Lời giải.

$$\text{Ta có } A = \frac{6^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}} \cdot 3^{1+\sqrt{5}}} = \frac{2^{3+\sqrt{5}} \cdot 3^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}} \cdot 3^{1+\sqrt{5}}} = 2 \cdot 3^2 = 18.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 492. Cho $(0,25\pi)^\alpha > (0,25\pi)^\beta$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. $\alpha \cdot \beta = 1$. B. $\alpha > \beta$. C. $\alpha + \beta = 0$. D. $\alpha < \beta$.

Lời giải.

Do $0 < 0,25\pi < 1$ nên $(0,25\pi)^\alpha > (0,25\pi)^\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 493. Giả sử a là số thực dương, khác 1. Biểu thức $\sqrt{a\sqrt[3]{a}}$ được viết dưới dạng a^α . Khi đó giá trị α bằng bao nhiêu?

- A. $\alpha = \frac{2}{3}$. B. $\alpha = \frac{11}{6}$. C. $\alpha = \frac{1}{6}$. D. $\alpha = \frac{5}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sqrt{a\sqrt[3]{a}} = \sqrt{\sqrt[3]{a^4}} = \sqrt[6]{a^4} = a^{\frac{2}{3}}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 494. Cho $x > 0$; $y > 0$. Viết biểu thức $x^{\frac{4}{5}} \cdot \sqrt[6]{x^5\sqrt{x}}$ về dạng x^m và biểu thức $y^{\frac{4}{5}} : \sqrt[6]{y^5\sqrt{y}}$ về dạng y^n . Tính $m - n$.

- A. $\frac{11}{6}$. B. $-\frac{8}{5}$. C. $-\frac{11}{6}$. D. $\frac{8}{5}$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra

$$\begin{aligned} x^{\frac{4}{5}} \cdot \sqrt[6]{x^5\sqrt{x}} &= x^{\frac{4}{5}} \cdot \sqrt[6]{x^{\frac{11}{2}}} = x^{\frac{4}{5}} \cdot x^{\frac{11}{12}} = x^{\frac{103}{60}} \Rightarrow m = \frac{103}{60}. \\ y^{\frac{4}{5}} : \sqrt[6]{y^5\sqrt{y}} &= y^{\frac{4}{5}} : \sqrt[6]{y^{\frac{11}{2}}} = y^{\frac{4}{5}} : y^{\frac{11}{12}} = y^{-\frac{7}{60}} \Rightarrow n = -\frac{7}{60}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } m - n = \frac{11}{6}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 495. Cho biểu thức $P = \sqrt[5]{x^3\sqrt[3]{x^2\sqrt{x}}}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{23}{30}}$. B. $P = x^{\frac{37}{15}}$. C. $P = x^{\frac{53}{30}}$. D. $P = x^{\frac{31}{10}}$.

Lời giải.

$$P = \sqrt[5]{x^3\sqrt[3]{x^{\frac{5}{2}}}} = \sqrt[5]{x^3 \cdot x^{\frac{5}{6}}} = \sqrt[5]{x^{\frac{23}{6}}} = x^{\frac{23}{30}}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 496. Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b^2}$, $b > 0$.

- A. $Q = b^2$. B. $Q = \sqrt[3]{b^4}$. C. $Q = b$. D. $Q = b^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } Q = \frac{b^{\frac{5}{3}}}{b^{\frac{2}{3}}} = b.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 497. Viết biểu thức $P = \frac{a^2 a^{\frac{5}{2}} \sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[6]{a^5}}$ ($a > 0$) dưới dạng số mũ hữu tỷ.

A. $P = a$.

B. $P = a^5$.

C. $P = a^4$.

D. $P = a^2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = \frac{a^2 a^{\frac{5}{2}} \sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[6]{a^5}} = \frac{a^{2+\frac{5}{2}+\frac{4}{3}}}{a^{\frac{5}{6}}} = \frac{a^{\frac{35}{6}}}{a^{\frac{5}{6}}} = a^5.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 498. Cho $x > 0$, $y > 0$ và biểu thức $K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \cdot \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x} + \frac{y}{x}}\right)^{-1}$. Hãy xác định mệnh đề đúng.

A. $K = 2x$.

B. $K = x + 1$.

C. $K = x - 1$.

D. $K = x$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \cdot \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x} + \frac{y}{x}}\right)^{-1} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{\left(1 - \sqrt{\frac{y}{x}}\right)^2} = x.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 499. Cho $a > 0$, $b > 0$ và biểu thức $T = 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$. Tính giá trị của T .

A. $T = \frac{2}{3}$.

B. $T = \frac{1}{3}$.

C. $T = \frac{1}{2}$.

D. $T = 1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} T &= 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \\ &= 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{a}{b} - 2 + \frac{b}{a}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \\ &= 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\frac{1}{4} \left(\frac{a+b}{\sqrt{ab}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \\ &= 2 \cdot \frac{1}{a+b} \cdot \sqrt{ab} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a+b}{\sqrt{ab}} \\ &= 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 500. Cho $a > 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$.

B. $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$.

C. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$.

D. $\frac{1}{a^{2016}} < \frac{1}{a^{2017}}$.

Lời giải.

$$\frac{1}{a^{\sqrt{5}}} = a^{-\sqrt{5}}. \text{ Do } a > 1 \text{ suy ra } a^{-\sqrt{3}} > a^{-\sqrt{5}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 501. Biến đổi $\sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt[4]{x}$, ($x > 0$) thành dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ ta được

A. $x^{\frac{20}{3}}$.

B. $x^{\frac{23}{12}}$.

C. $x^{\frac{21}{12}}$.

D. $x^{\frac{12}{5}}$.

Lời giải.

Với $x > 0$ ta có $\sqrt[3]{x^5 \cdot \sqrt[4]{x}} = \sqrt[3]{x^5 \cdot x^{\frac{1}{4}}} = \sqrt[3]{x^{5+\frac{1}{4}}} = \left(x^{\frac{21}{4}}\right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{21}{4} \cdot \frac{1}{3}} = x^{\frac{7}{4}}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 502. Giá trị của biểu thức $4^{2+2\sqrt[3]{5}} : 16^{\sqrt[3]{5}}$ là

- A. 16. B. 8. C. 1. D. $16^{\sqrt[3]{5}}$.

Lời giải.

Ta có $4^{2+2\sqrt[3]{5}} : 16^{\sqrt[3]{5}} = 4^{2+2\sqrt[3]{5}} : 4^{2\sqrt[3]{5}} = 4^2 = 16$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 503. Tìm điều kiện của m để $(m-1)^{-2\sqrt{3}} > (m-1)^{-3\sqrt{2}}$.

- A. $0 < m < 1$. B. $m > 1$. C. $1 < m < 2$. D. $m > 2$.

Lời giải.

Ta có: $-2\sqrt{3} = -\sqrt{12}$ và $-3\sqrt{2} = -\sqrt{18}$ nên $-2\sqrt{3} > -3\sqrt{2}$.

Để $(m-1)^{-2\sqrt{3}} > (m-1)^{-3\sqrt{2}}$ thì $m-1 > 1 \Leftrightarrow m > 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 504. Tìm một biểu thức sau khi rút gọn ta được kết quả bằng $a^{2,5}$ (với $a > 0$).

- A. $\sqrt{a} \cdot \sqrt[5]{a}$. B. $\frac{\sqrt[4]{a^5}}{\sqrt{a}}$. C. $\frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}}$. D. $a^5 \cdot \sqrt{a}$.

Lời giải.

Với $a > 0$, ta có:

$$\frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}} = \frac{a^{\frac{7}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{3}}} = a^{\frac{7}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{2}} = a^{2,5}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 505. Cho số thực dương a , rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\frac{4}{3}}(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}})}{a^{\frac{1}{4}}(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}})}$.

- A. $P = a^2$. B. $P = a$. C. $P = 1 + a$. D. $P = 2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = \frac{a^{\frac{4}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{3}}(1 + a)}{a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{-\frac{1}{4}}(a + 1)} = a.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 506. Rút gọn biểu thức $P = \frac{b^{\frac{12}{35}}\sqrt[5]{a} + a^{\frac{12}{35}}\sqrt[5]{b}}{\sqrt[7]{a} + \sqrt[7]{b}}$.

- A. $P = ab$. B. $P = a^{\frac{1}{5}}b^{\frac{1}{5}}$. C. $P = a^{\frac{1}{7}}b^{\frac{1}{7}}$. D. $P = 2a^{\frac{1}{5}}b^{\frac{1}{5}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = \frac{a^{\frac{1}{5}}b^{\frac{1}{5}}\left(a^{\frac{1}{7}} + b^{\frac{1}{7}}\right)}{a^{\frac{1}{7}} + b^{\frac{1}{7}}} = a^{\frac{1}{5}}b^{\frac{1}{5}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 507. Với $a > 0$, hãy viết biểu thức $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{a^4}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

- A. $a^{\frac{1}{2}}$. B. $a^{\frac{8}{9}}$. C. $a^{-\frac{1}{2}}$. D. a^2 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{a^4} = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{4}{3}} = a^2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 508. Với a là số thực dương, biểu thức rút gọn của $\frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ là

- A. a . B. a^7 . C. a^5 . D. a^3 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} = \frac{a^{\sqrt{7}+1+2-\sqrt{7}}}{a^{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)}} = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 509. Cho số thực $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $x\sqrt{x^2} = x^2$. B. $x\sqrt{x^2} = \sqrt[3]{x^2}$. C. $x\sqrt{x^2} = -x^2$. D. $x\sqrt{x^2} = \sqrt{x^3}$.

Lời giải.

$$\text{Vì } x > 0 \text{ nên } \sqrt{x^2} = x \Rightarrow x\sqrt{x^2} = x^2.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 510. Biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt{x^2 \sqrt{x}}} = x^\alpha$ (với $x > 0$), giá trị của α là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt{x^2 \sqrt{x}}} = \left[x \cdot (x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} = \left(x \cdot x^{\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}}.$$

$$\text{Lại có } P = x^\alpha, \text{ đồng nhất số mũ suy ra } \alpha = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Cách viết khác } P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt{x^2 \sqrt{x}}} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{15}} \cdot x^{\frac{1}{30}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{2}{15} + \frac{1}{30}} = x^{\frac{1}{2}}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 511. Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện xác định là } 4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 512. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^{\frac{\pi}{2}}$ tại điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ bằng 1 là

- A. $y = \frac{\pi}{2}x - 1$. B. $y = \frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{2} + 1$. C. $y = \frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2} - 1$. D. $y = \frac{\pi}{2}x + 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{\pi}{2}x^{\frac{\pi}{2}-1}$, $y'(1) = \frac{\pi}{2}$, $y(1) = 1$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^{\frac{\pi}{2}}$ tại điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ bằng 1 là

$$y = y'(1)(x - 1) + y(1) = \frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{2} + 1.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 513. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 2x)^{\frac{3}{2}}$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus [0; 2]$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus (0; 2)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện xác định } x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}.$$

Vậy tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus [0; 2]$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 514. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{3}}$.

A. $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty) \setminus \{1, 2\}$.

D. $\mathcal{D} = [1; 2]$.

Lời giải.

Hàm xác định khi $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 515. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{5}}$.

A. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Do đó $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 516. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$.

A. $\mathcal{D} = [3; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

D. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x^3 - 27 > 0 \Leftrightarrow x > 3$.

Vậy $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 517. Tập xác định của hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $\mathcal{D} = (-2; 2)$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

D. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$. Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-2; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 518. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3x - 4)^{-3}$ là

A. $\mathcal{D} = (-1; 4)$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = [-1; 4]$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2 - 3x - 4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 4 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 519. Cho hàm số $y = x^{-\frac{3}{4}}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị hàm số nhận trục tung làm tiệm đứng.

B. Đồ thị hàm số nhận trục hoành làm tiệm ngang.

C. Đồ thị hàm số luôn đi qua gốc tọa độ $O(0; 0)$.

D. Là hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^{-\frac{3}{4}}$ có các tính chất

— Đồ thị hàm số nhận trục tung làm tiệm đứng.

— Đồ thị hàm số nhận trục hoành làm tiệm ngang.

— Là hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 520. Cho hàm số $y = (4 - x^2)^{\sqrt{3}}$. Hàm số xác định trên tập nào dưới đây?

A. $[-2; 2]$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải.

$\sqrt{3} \notin \mathbb{Z}$, suy ra hàm số xác định khi $4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 521. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$?

A. $y = (2 + \sqrt{x})^\pi$.

B. $y = \left(2 + \frac{1}{x^2}\right)^\pi$.

C. $y = (2 + x^2)^\pi$.

D. $y = (2 + x)^\pi$.

Lời giải.

Hàm số $y = (2 + \sqrt{x})^\pi$ có tập xác định $\mathcal{D} = [0; +\infty)$.

Hàm số $y = \left(2 + \frac{1}{x^2}\right)^\pi$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Hàm số $y = (2 + x^2)^\pi$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Hàm số $y = (2 + x)^\pi$ có tập xác định $\mathcal{D} = (-2; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 522. Cho hàm số $y = (2x - 1)^{\sqrt{3}}$. Tìm tập xác định của hàm số.

A. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

D. $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 523.

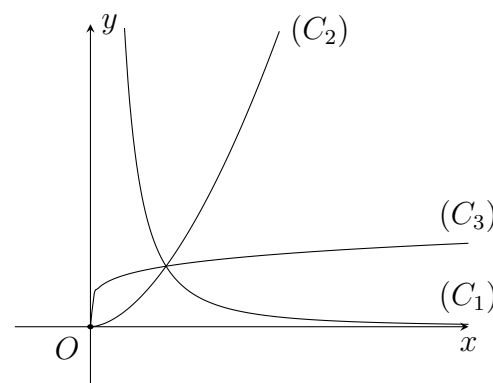
Cho ba hàm số $y = x^{\sqrt{3}}$, $y = x^{\frac{1}{5}}$, $y = x^{-2}$. Khi đó đồ thị của ba hàm số đó lần lượt là

A. (C_3) , (C_2) , (C_1) .

B. (C_2) , (C_3) , (C_1) .

C. (C_2) , (C_1) , (C_3) .

D. (C_1) , (C_3) , (C_2) .



Lời giải.

Đồ thị của ba hàm số đó lần lượt là $(C_2) : y = x^{\sqrt{3}}$, $(C_3) : y = x^{\frac{1}{5}}$, $(C_1) : y = x^{-2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 524. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x)^{-4}$.

A. $\mathcal{D} = (0; 3)$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

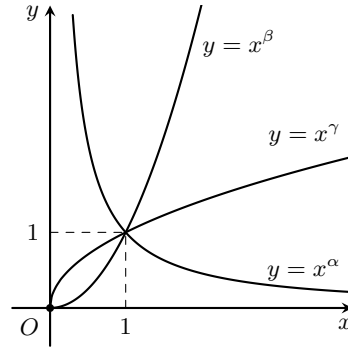
Lời giải.

Vì -4 là số nguyên âm nên điều kiện xác định của hàm số là $x^2 - 3x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 3. \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 525. Cho các hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$, $y = x^\beta$, $y = x^\gamma$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $\alpha > \beta > \gamma$.

B. $\beta > \alpha > \gamma$.

C. $\beta > \gamma > \alpha$.

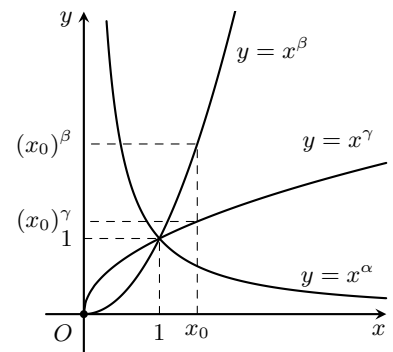
D. $\gamma > \beta > \alpha$.

Lời giải.

Trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số $y = x^\alpha$ nghịch biến nên $\alpha < 0$, các hàm số $y = x^\beta$, $y = x^\gamma$ đồng biến nên $\beta, \gamma > 0$.

Với $x_0 > 1$ ta có $(x_0)^\beta > (x_0)^\gamma \Rightarrow \beta > \gamma$.

Từ đó suy ra $\beta > \gamma > \alpha$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 526. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào không có nghĩa?

A. $1,3^{-\frac{3}{4}}$.

B. $(-3)^{\frac{2}{3}}$.

C. $(-2)^{-3}$.

D. $(\sqrt{2})^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

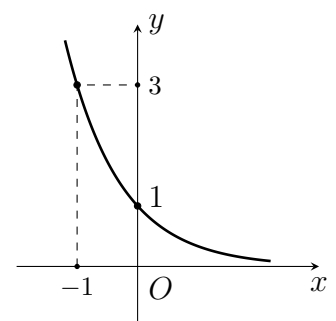
Biểu thức $(-3)^{\frac{2}{3}}$ không có nghĩa vì $-3 < 0$ và $\frac{2}{3}$ không nguyên.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 527.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong các hàm số có trong các phương án A,B,C,D. Đó là hàm số nào?

A. $y = (\sqrt{2})^x$. B. $y = (\sqrt{3})^x$. C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.



Lời giải.

Từ đồ thị, suy ra hàm nghịch biến nên cơ số nhỏ hơn 1.

Mặt khác, đồ thị qua $(-1; 3)$ nên hàm số thỏa mãn là $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 528. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$ là

- A. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $\mathcal{D} = [3; +\infty)$.

Lời giải.

Do $\frac{\pi}{2}$ không nguyên nên hàm số xác định khi $x^3 - 27 > 0 \Leftrightarrow x > 3$.

Vậy tập xác định là $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 529. Hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{3}{5}}$ có tập xác định là

- A. $(-\infty; 2] \cup [2; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $[-2; 2]$. D. $(-2; 2)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định hàm số đã cho là $4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-2; 2)$.

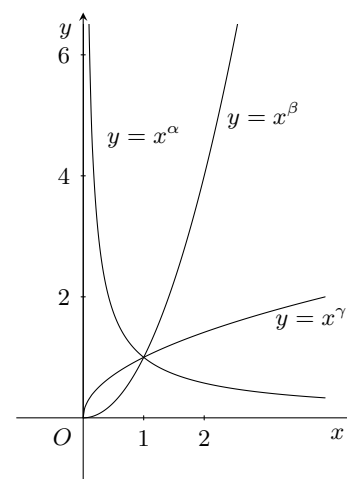
Chọn đáp án **(D)** □

Câu 530.

Cho các hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$, $y = x^\beta$, $y = x^\gamma$ có đồ thị như hình vẽ.

Chọn đáp án đúng.

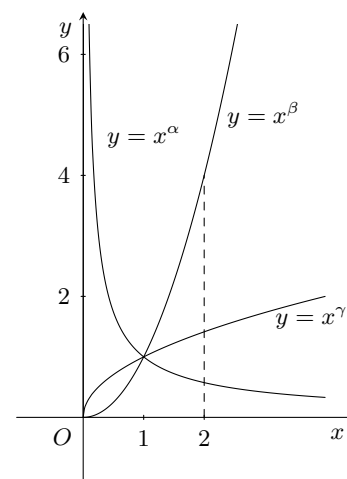
- A. $\gamma > \beta > \alpha$. B. $\beta > \gamma > \alpha$. C. $\beta > \alpha > \gamma$. D. $\alpha > \beta > \gamma$.



Lời giải.

Xét đường thẳng $x = 2$ cắt đồ thị các hàm số $y = x^\alpha$, $y = x^\beta$, $y = x^\gamma$.

Từ đồ thị suy ra $2^\alpha < 2^\gamma < 2^\beta \Leftrightarrow \alpha < \gamma < \beta$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 531. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - x^2)^{-\frac{3}{2}}$ là

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. D. $\mathcal{D} = (0; 1)$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x - x^2)^{-\frac{3}{2}}$ xác định khi và chỉ khi $x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = (0; 1)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 532. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 12x + 36)^{\frac{1}{2}}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = (6; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{6\}$. D. $\mathcal{D} = [6; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x^2 - 12x + 36 > 0 \Leftrightarrow x \neq 6$.

Vậy $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{6\}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 533. Tập xác định của hàm số $y = (3x - x^2)^{-\frac{3}{2}}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(0; 3)$. C. $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.

Lời giải.

• $3x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 3$ nên $\mathcal{D} = (0; 3)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 534. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 2x + 3)^{-3}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. B. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2 - 2x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + 2 \neq 0 \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 535. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3x - 4)^{\frac{1}{3}}$ là

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 4\}$.
C. $\mathcal{D} = (-1; 4)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x^2 - 3x - 4 > 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 4$.

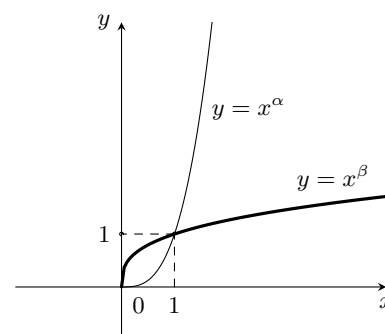
Vậy tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 536. Cho các số thực α và β . Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha$, $y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$ như hình vẽ bên, trong đó đường **đậm hơn** là đồ thị hàm số $y = x^\beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $0 < \beta < \alpha < 1$.
B. $\alpha < 0 < \beta < 1$.
C. $0 < \beta < 1 < \alpha$.
D. $\beta < 0 < 1 < \alpha$.



Lời giải.

Do hai hàm số $y = x^\alpha$ và $y = x^\beta$ cùng đồng biến trên $(0; +\infty)$

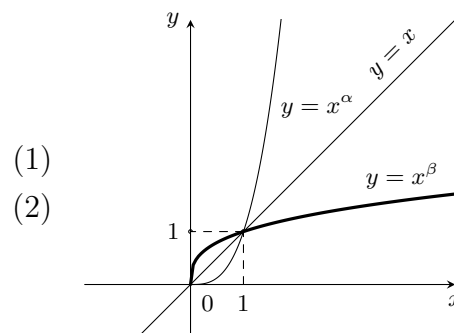
$$\Rightarrow \alpha > 0, \beta > 0.$$

Xét tại $x = 2$, theo đồ thị ta có

$$— 2^\beta < 2^1 \Leftrightarrow \beta < 1.$$

$$— 2^\alpha > 2^1 \Leftrightarrow \alpha > 1.$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 0 < \beta < 1 < \alpha$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 537. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - x + 1)^{\frac{1}{3}}$.

$$\text{A. } y' = \frac{2x-1}{\sqrt[3]{(x^2-x+1)^2}}.$$

$$\text{B. } y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x^2-x+1)^2}}.$$

$$\text{C. } y' = \frac{2x-1}{3\sqrt[3]{x^2-x+1}}.$$

$$\text{D. } y' = \frac{2x-1}{3\sqrt[3]{(x^2-x+1)^2}}.$$

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{1}{3} \cdot (x^2 - x + 1)^{-\frac{2}{3}} \cdot (2x - 1) = \frac{2x - 1}{3\sqrt[3]{(x^2 - x + 1)^2}}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 538. Cho hàm số $y = (x - 1)^{-5} \cdot \sqrt{x}$. Tập xác định của hàm số là

$$\text{A. } \mathcal{D} = (1; +\infty).$$

$$\text{B. } \mathcal{D} = [0; +\infty) \setminus \{1\}.$$

$$\text{C. } \mathcal{D} = [0; +\infty).$$

$$\text{D. } \mathcal{D} = \mathbb{R}.$$

Lời giải.

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} x - 1 \neq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \geq 0. \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = [0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 539. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x) = (2x^2 + mx + 2)^{\frac{3}{2}}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$?

$$\text{A. } 5.$$

$$\text{B. } 9.$$

$$\text{C. } 7.$$

$$\text{D. } 4.$$

Lời giải.

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} 2x^2 + mx + 2 &> 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow \Delta = m^2 - 16 &< 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4. \end{aligned}$$

Do m nguyên nên $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Vậy có 7 giá trị nguyên của m .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 540. Cho hàm số $y = x^{-\frac{1}{3}}$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng và không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số cắt trục Ox .

D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. Ta có

— $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{-\frac{1}{3}} = 0$. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y = 0$.

— $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{-\frac{1}{3}} = +\infty$. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 541. Tìm tập xác định của hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-3}$.

A. $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$.

D. $\mathcal{D} = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-3}$ xác định khi và chỉ khi $4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{1}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 542. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+2}{9^x}$.

A. $y' = \frac{1 + (x+2) \ln 3}{3^{2x}}$.

B. $y' = \frac{1 - 2(x+2) \ln 3}{3^{2x}}$.

C. $y' = \frac{1 - (x+2) \ln 3}{3^{2x}}$.

D. $y' = \frac{1 + 2(x+2) \ln 3}{3^{2x}}$.

Lời giải.

$$y' = \frac{9^x - (x+2) \cdot 9^x \ln 9}{9^{2x}} = \frac{1 - 2(x+2) \ln 3}{9^x} = \frac{1 - 2(x+2) \ln 3}{3^{2x}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 543. Hàm số $f(x) = (x^2 + 2x)e^{-x}$ có đạo hàm

A. $f'(x) = (x^2 + 4x + 2)e^{-x}$.

B. $f'(x) = (2x + 2)e^{-x}$.

C. $f'(x) = (-2x - 2)e^{-x}$.

D. $f'(x) = (-x^2 + 2)e^{-x}$.

Lời giải.

$$f'(x) = (2x + 2)e^{-x} - e^{-x}(x^2 + 2x) = (-x^2 + 2)e^{-x}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 544. Tập xác định của hàm số $y = (x+3)^{\frac{3}{2}} - \sqrt[4]{5-x}$ là

A. $\mathcal{D} = (-3; 5]$.

B. $\mathcal{D} = (-3; +\infty) \setminus \{5\}$.

C. $\mathcal{D} = (-3; 5)$.

D. $\mathcal{D} = (-3; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x+3 > 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x \leq 5 \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-3; 5]$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 545. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 + 3x + 4)^{-3}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; -4\}$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; -4) \cup (-1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

D. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x^2 + 3x + 4 \neq 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \neq 0$ (luôn đúng).

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 546. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^\pi$ là

- A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^\pi$ xác định khi và chỉ khi $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Vậy, tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^\pi$ là $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 547. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{3}{5}} + (x - 3)^{-2}$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty) \setminus \{3\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \vee x > 2 \\ x \neq 3. \end{cases}$

Vậy nên tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty) \setminus \{3\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 548. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (3x - 1)^{\frac{1}{3}}$.

- A. $\left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$. D. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số là $3x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 549. Tập xác định của hàm số $y = (2x - x^2)^{\frac{2}{3}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$. B. $(0; 2)$. C. $\mathbb{R}$. D. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

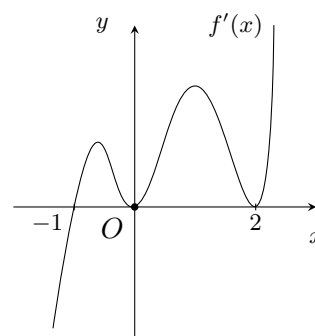
Ta có hàm số $y = (2x - x^2)^{\frac{2}{3}}$ xác định khi và chỉ khi $2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 550.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng K , đồ thị hàm số $f'(x)$ trên khoảng K như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị.

- A. 0. B. 1. C. 4. D. 2.



Lời giải.

Hàm số liên tục và có đạo hàm trên khoảng K và đạo hàm đổi dấu khi đi qua $x = -1$.

Vậy hàm số có 1 cực trị tại $x = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 551. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{3}}$.

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

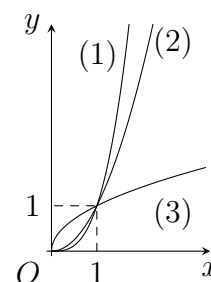
Điều kiện $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$. Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 552.

Cho các hàm số lũy thừa $y = x^a, y = x^b, y = x^c$ có đồ thị là các đường (1), (2), (3) như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng.

- A. $c < b < a$. B. $a < b < c$. C. $c < a < b$. D. $a < c < b$.



Lời giải.

Chọn $x_0 > 1$ từ đồ thị ta có bất đẳng thức sau $x_0^a > x_0^b > x_0^c$. Nên $c < b < a$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 553. Số nào dưới đây lớn hơn 1?

- A. $\log_3 2$. B. $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$. C. $\log_{\pi} e$. D. $\ln 3$.

Lời giải.

Ta có $\ln 3 \approx 1,0986 > 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 554. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ tại điểm $x = -8$.

- A. $\frac{1}{21}$. B. $-\frac{1}{12}$. C. Không tồn tại. D. $\frac{1}{12}$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ xác định khi $x > 0$. Nên hàm số có đạo hàm trên khoảng $(0; +\infty)$.

Vì $x = -8 \notin (0; +\infty)$ nên không tồn tại đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ tại điểm $x = -8$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 555. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = x^{2\pi-3}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $\mathcal{D} = [0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^{2\pi-3}$ có điều kiện xác định là $x > 0$.

Vậy tập xác định $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 556. Cho hàm số $f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$ với $k \in \mathbb{R}$. Tìm k để $f'(1) = \frac{3}{2}$.

- A. $k = 3$. B. $k = 1$. C. $k = \frac{9}{2}$. D. $k = -3$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \frac{k}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Để $f'(1) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{k}{3} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow k = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 557. Tìm tập xác định của hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. D. $\mathcal{D} = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{1}{2}$.

Vậy $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 558. Tập xác định của hàm số $y = (3x - x^2)^{-\frac{3}{2}}$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $(0; 3)$.

C. $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $3x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 559. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + x + 1)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $y' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$.

B. $y' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{x^2+x+1}}$.

C. $\frac{1}{3}(x^2+x+1)^{-\frac{2}{3}}$.

D. $\frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

$$y' = \frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{1}{3}-1} \cdot (x^2+x+1)' = \frac{1}{3}(x^2+x+1)^{-\frac{2}{3}} \cdot (2x+1) = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 560. Hàm số $y = \sqrt[3]{(x^2 - 2x - 3)^2} + 2$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = \frac{2}{3} \cdot \frac{2x-2}{\sqrt[3]{x^2-2x-3}}, \forall x \neq -1, x \neq 3$.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$	2	$\sqrt[3]{16} + 2$	2	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 561. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^4 - 3x^2 - 4)^{\sqrt{2}}$.

A. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

B. $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^4 - 3x^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 4 \\ x^2 < -1 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 562. Hàm số $y = (x^2 - x)^{\frac{3}{2}}$ có tập xác định là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. C. $(0; 1)$. D. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $x^2 - x > 0 \Leftrightarrow x < 0$ hay $x > 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 563. Tìm tập xác định của hàm số $y = (2 - \sqrt{x-1})^{\sqrt{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; 5)$. B. $\mathcal{D} = [1; 5)$. C. $\mathcal{D} = [1; 3)$. D. $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

Lời giải.

Chú ý: Hàm số $y = (f(x))^a$ với a không nguyên thì điều kiện xác định là $f(x) > 0$.

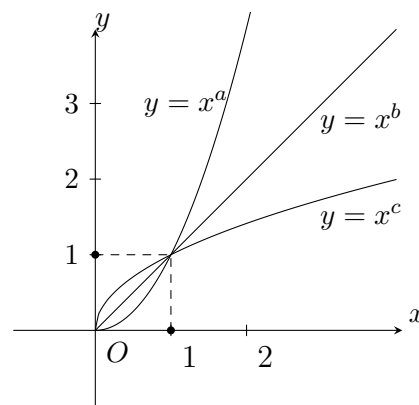
Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - \sqrt{x-1} > 0 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} < 2 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 5 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x < 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 564.

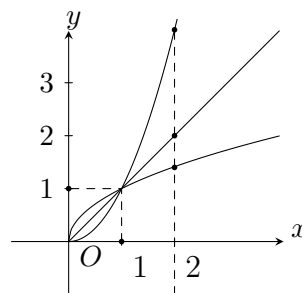
Cho đồ thị các hàm số $y = x^a$, $y = x^b$, $y = x^c$ trên miền $(0; +\infty)$ (hình vẽ bên cạnh). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây.

- A. $a > b > c$. B. $b > c > a$. C. $c > b > a$. D. $a > c > b$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị, với $x = 2$ ta thấy $2^a > 2^b > 2^c$ dễ dàng suy ra $a > b > c$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 565. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 10$. Tính $I = \int_0^2 f\left(\frac{x}{2}\right) dx$.

- A. $I = \frac{5}{2}$. B. $I = 10$. C. $I = 20$. D. $I = 5$.

Lời giải.

Bằng cách đổi biến số $t = \frac{x}{2}$, ta được

$$I = \int_0^2 f\left(\frac{x}{2}\right) dx = \int_0^1 f(t) d(2t) = 2 \int_0^1 f(t) dt = 20.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 566. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 5x + 6)^{-2018}$.

- A. $(2; 3)$. B. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus (2; 3)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$.

Lời giải.

Vì -2018 là số nguyên âm nên hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2 - 5x + 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 3. \end{cases}$

Vậy tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 567. Tìm tập xác định của hàm số $y = [x^2(x + 3)]^{\sqrt{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (-3; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-3; +\infty) \setminus \{0\}$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2(x + 3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x \neq 0$. Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-3; +\infty) \setminus \{0\}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 568. Gọi $\mathcal{D}$ là tập xác định của hàm số $y = (6 - x - x^2)^{-\frac{1}{3}}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $\{3\} \in \mathcal{D}$. B. $\{-3\} \in \mathcal{D}$. C. $(-2; 2) \subset \mathcal{D}$. D. $\mathcal{D} \subset (-2; 5)$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $6 - x - x^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$. Từ đó suy ra trong các khẳng định trên chỉ có một khẳng định đúng là $(-2; 2) \subset \mathcal{D}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 569. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\sqrt{2}}$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $[1; +\infty)$.

Lời giải.

$\sqrt{2}$ là số vô tỉ nên $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Vậy tập xác định của hàm số là $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 570. Hàm số $y = (4 - x^2)^{-4}$ có tập xác định là

- A. $\mathcal{D} = (0; +\infty]$. B. $\mathcal{D} = (-2; 2)$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (4 - x^2)^{-4}$ xác định khi và chỉ khi $4 - x^2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -2 \end{cases}$.

Vậy tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 571. Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(0; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^n$ với n không nguyên có tập xác định là tập các số thực dương.

Chọn đáp án **C** □

Câu 572. Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = (1 + \sqrt{x - 1})^{\sqrt{5}}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = [1; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Với điều kiện $x \geq 1$, ta có $1 + \sqrt{x-1} > 0$. Vậy $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 573. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (-1; 1)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2}$ là hàm số lũy thừa có số mũ -2 là số nguyên âm nên hàm số xác định khi $x^2 - 1 \neq 0$.

Vậy $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ là tập xác định của hàm số đã cho.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 574. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 + x - 12)^{-3}$ là

- A. $\mathcal{D} = (-4; 3)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-4; 3\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus (-4; 3)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

Do số mũ là số nguyên âm nên ta có điều kiện $x^2 + x - 12 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -4 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-4; 3\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 575. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{2}}$.

- A. $\mathcal{D} = [1; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$. D. $\mathcal{D} = (0; 1)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Vậy $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 576. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{-\frac{1}{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (1; 2)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số có nghĩa khi $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 577. Tìm tập xác định của hàm số $y = (1 - 2x)^{\frac{1}{3}}$.

- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. C. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Điều kiện $1 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$, suy ra tập xác định $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 578. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào xác định với mọi giá trị thực của x ?

- A. $y = (2x - 1)^{\frac{1}{3}}$. B. $y = (2x^2 + 1)^{-\frac{1}{3}}$. C. $y = (1 - 2x)^{-3}$. D. $y = (1 + 2\sqrt{x})^3$.

Lời giải.

$y = (2x^2 + 1)^{-\frac{1}{3}}$ xác định khi $2x^2 + 1 > 0, x \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 579. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x + 2)^{\frac{1}{2}}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

C. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (-2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 580. Tìm tập xác định của hàm số $y = (3x - x^2)^{\frac{2}{3}}$.

A. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

C. $\mathcal{D} = (0; 3)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.

Lời giải.

Vì $\frac{2}{3} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi $3x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 581. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (x^2 + m)^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. Mọi giá trị m .

B. $m \neq 0$.

C. $m > 0$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải.

Do $\sqrt{2} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số $y = (x^2 + m)^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2 + m > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow m > 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 582. Tìm đạo hàm y' của hàm số $y = \sqrt[3]{(1 - 3x)^5}$ trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.

A. $y' = -5(1 - 3x)^{\frac{2}{3}}$. B. $y' = \frac{5}{3}(1 - 3x)^{\frac{4}{3}}$. C. $y' = -5(1 - 3x)^{\frac{4}{3}}$. D. $y' = \frac{5}{3}(1 - 3x)^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

Với điều kiện $x < \frac{1}{3}$, ta có $y = \sqrt[3]{(1 - 3x)^5} = (1 - 3x)^{\frac{5}{3}}$. Khi đó:

$$y' = \left[(1 - 3x)^{\frac{5}{3}}\right]' = \frac{5}{3} \cdot (1 - 3x)' \cdot (1 - 3x)^{\frac{2}{3}} = -5(1 - 3x)^{\frac{2}{3}}.$$

Vậy $y' = -5(1 - 3x)^{\frac{2}{3}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 583. Tìm đạo hàm số của hàm số $y = \sqrt[4]{x + 2}, x > -2$.

A. $y' = \frac{1}{4\sqrt[4]{(x + 2)^3}}$.

B. $y' = \frac{1}{4\sqrt[4]{x + 2}}$.

C. $y' = \frac{1}{2\sqrt[4]{(x + 2)^3}}$.

D. $y' = 4\sqrt[4]{x + 2}$.

Lời giải.

$$\text{Có } y' = \frac{(x + 2)'}{4\sqrt[4]{(x + 2)^3}} = \frac{1}{4\sqrt[4]{(x + 2)^3}}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 584. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 2)^{-3}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 585. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{2}}$.

A. $\mathcal{D} = (1; 2)$.

B. $\mathcal{D} = [1; 2]$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

$$y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{2}} \text{ có nghĩa } \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty).$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 586.** Tìm tập xác định của hàm số $y = (x - \sqrt{x})^{-2}$.

A. $\mathcal{D} = (0; +\infty) \setminus \{1\}$.

B. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = [0; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = [0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Lời giải.

$$y = (x - \sqrt{x})^{-2} \text{ có nghĩa } \Leftrightarrow x - \sqrt{x} > 0 \Leftrightarrow x \in (0; +\infty) \setminus \{1\}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (0; +\infty) \setminus \{1\}$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 587.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 1)^{-\frac{1}{5}}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

Lời giải.Vì hàm số $y = (x - 1)^{-\frac{1}{5}}$ là hàm số lũy thừa với số mũ không nguyên, nên điều kiện xác định là $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x \in (1; +\infty)$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 588.** Tập xác định của hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ là

A. $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

B. $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } 4x^2 - 1 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{1}{2} \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{Hàm số có tập xác định } \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$$

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 589.** Cho $f(x) = \sqrt{1+3x} - \sqrt[3]{1+2x}$, $g(x) = \sin x$. Tính giá trị của $\frac{f'(0)}{g'(0)}$.

A. $\frac{5}{6}$.

B. $-\frac{5}{6}$.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$— f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{1+3x}} - \frac{2}{3\sqrt[3]{(1+2x)^2}} \Rightarrow f'(0) = \frac{5}{6}.$$

$$— g'(x) = \cos x \Rightarrow g'(0) = 1$$

$$\text{Vậy } \frac{f'(0)}{g'(0)} = \frac{5}{6}.$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 590.** Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{4}{3}}$ là

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (1; 2)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số là $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2. \end{cases}$

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 591. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (2x - 1)^{-\frac{5}{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. C. $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 592. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log a = x, \log b = y$. Tính $P = \log(a^2 b^3)$.

- A. $P = 6xy$. B. $P = x^2 y^3$. C. $P = x^2 + y^3$. D. $P = 2x + 3y$.

Lời giải.

Ta có $P = \log(a^2 b^3) = \log(a^2) + \log(b^3) = 2 \log a + 3 \log b = 2x + 3y$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 593. Số $p = 2^{756839} - 1$ là một số nguyên tố. Hỏi nếu viết trong hệ thập phân, số đó có bao nhiêu chữ số?

- A. 227831. B. 227834. C. 227832. D. 227835.

Lời giải.

Số chữ số của p được tính theo công thức

$$N = [\log(2^{756839} - 1)] + 1 = [756839 \log 2] + 1 = 227832.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 594. Nếu $a = \log_2 3; b = \log_2 5$ thì

- A. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{6} + \frac{a}{2} + \frac{b}{3}$. B. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{3} + \frac{a}{4} + \frac{b}{6}$.
C. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{2} + \frac{a}{6} + \frac{b}{3}$. D. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{2} + \frac{a}{3} + \frac{b}{6}$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{6} \log_2(2^3 \cdot 3^2 \cdot 5) = \frac{1}{2} + \frac{a}{3} + \frac{b}{6}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 595. Cho $0 < a \neq 1$ và x, y là hai số dương. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y$. B. $\log_a(x + y) = \log_a x \cdot \log_a y$.
C. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$. D. $\log_a(x + y) = \log_a x + \log_a y$.

Lời giải.

Theo tính chất của hàm số logarit $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$ là khẳng định đúng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 596. Với a, b, c là các số thực dương tùy ý a khác 1. Đặt $Q = \log_{a^2} b^8 + \log_a b^4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $Q = 5 \log_a b$.

B. $Q = 7 \log_a b$.

C. $Q = 8 \log_a b$.

D. $Q = 12 \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $Q = \log_{a^2} b^8 + \log_a b^4 = \frac{8}{2} \log_a b + 4 \log_a b = 8 \log_a b$.

Chọn đáp án **C** □**Câu 597.** Cho a là số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_5(5a) = 5 + \log_5 a$.

B. $\log_5(5a) = \log_5 a$.

C. $\log_5(5a) = 1 + \log_5 a$.

D. $\log_5(5a) = 1 + a$.

Lời giải.

Ta có $\log_5(5a) = \log_5 5 + \log_5 a = 1 + \log_5 a$.

Chọn đáp án **C** □**Câu 598.** Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -2$. Khi đó $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng

A. 8.

B. 13.

C. 5.

D. 10.

Lời giải.

Ta có $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c}) = \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a \sqrt{c} = 3 + 2 \log_a b + \frac{1}{2} \log_a c = 3 + 2 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot (-2) = 8$.

Chọn đáp án **A** □**Câu 599.** Với $\log_{27} 5 = a, \log_3 7 = b$ và $\log_2 3 = c$, giá trị của $\log_6 35$ bằng

A. $\frac{(3a+b)c}{1+b}$.

B. $\frac{(3a+b)c}{1+c}$.

C. $\frac{(3a+b)c}{1+a}$.

D. $\frac{(3b+a)c}{1+c}$.

Lời giải.

Ta có $\log_6 35 = \log_6 5 \cdot 7 = \frac{\log_3 5 + \log_3 7}{\log_3 6} = \frac{\log_3 5 + \log_3 7}{\log_3 2 + 1}$.

Mặt khác $\log_{27} 5 = a \Rightarrow \log_3 5 = 3a; \log_2 3 = c \Rightarrow \log_3 2 = \frac{1}{c}$.

Vậy $\log_6 35 = \frac{3a+b}{\frac{1}{c}+1} = \frac{(3a+b)c}{1+c}$.

Chọn đáp án **B** □**Câu 600.** Đặt $\log_3 2 = a$, khi đó $\log_{16} 27$ bằng

A. $\frac{3a}{4}$.

B. $\frac{3}{4a}$.

C. $\frac{4}{3a}$.

D. $\frac{4a}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{16} 27 = \log_{2^4} 3^3 = \frac{3}{4} \log_2 3 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\log_3 2} = \frac{3}{4a}$.

Chọn đáp án **B** □**Câu 601.** Cho 2 số thực a và b với $a > 0, a \neq 1, b \neq 0$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\log_{a^2} |b| = \frac{1}{2} \log_a |b|$.

B. $\frac{1}{2} \log_a a^2 = 1$.

C. $\frac{1}{2} \log_a b^2 = \log_a |b|$.

D. $\frac{1}{2} \log_a b^2 = \log_a b$.

Lời giải.

Vì $\frac{1}{2} \log_a b^2 = \log_a |b|$ nên khẳng định $\frac{1}{2} \log_a b^2 = \log_a b$ là khẳng định **sai**.

Chọn đáp án **D** □**Câu 602.** Cho a, b là các số thực dương và khác 1. Đặt $\alpha = \log_a 5, \beta = \log_b 5$. Hãy biểu diễn $\log_{ab^2} 25$ theo α, β .

A. $\frac{2}{\alpha + \beta}$.

B. $\frac{2\alpha\beta}{2\alpha + \beta}$.

C. $\frac{2\alpha\beta}{\alpha + 2\beta}$.

D. $\frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta}$.

Lời giải.

$$\alpha = \log_a 5 \Leftrightarrow \log_5 a = \frac{1}{\alpha};$$

$$\beta = \log_b 5 \Leftrightarrow \log_5 b = \frac{1}{\beta}.$$

$$\text{Ta có } \log_{ab^2} 25 = 2 \log_{ab^2} 5 = \frac{2}{\log_5 ab^2} = \frac{2}{\log_5 a + 2 \log_5 b} = \frac{2}{\frac{1}{\alpha} + 2 \cdot \frac{1}{\beta}} = \frac{2\alpha\beta}{\beta + 2\alpha}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 603. Cho hai số thực a, b với $1 < a < b$. Chọn khẳng định **đúng**?

A. $\log_b a < 1 < \log_a b$. B. $\log_a b < \log_b a < 1$. C. $\log_a b < 1 < \log_b a$. D. $1 < \log_a b < \log_b a$.

Lời giải.

$$\text{Do } 1 < a < b \text{ nên suy ra } \begin{cases} \log_b a < \log_b b = 1 \\ 1 = \log_a a < \log_a b \end{cases} \Rightarrow \log_b a < 1 < \log_a b.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 604. Đặt $\log_7 2 = a$, $\log_7 3 = b$, $Q = \log_7 \frac{1}{2} + \log_7 \frac{2}{3} + \dots + \log_7 \frac{2014}{2015} + \log_7 \frac{2015}{2016}$. Tính Q theo a, b .

A. $-5a - 2b - 1$. B. $5a + 2b - 1$. C. $5a + 2b + 1$. D. $5a - 2b - 1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} Q &= \log_7 \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdots \frac{2014}{2015} \cdot \frac{2015}{2016} \right) = \log_7 \frac{1}{2016} \\ &= -\log(2^5 \cdot 3^2 \cdot 7) = -5 \log_7 2 - 2 \log_7 3 - 1 = -5a - 2b - 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 605. Cho $0 < a \neq 1$ và x, y là các số thực âm. mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a (x^2 y^4) = 2(\log_a |x| + \log_a y^2)$. B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$.
C. $\log_a (-x^2 y) = 2 \log_a (-x) + \log_a y$. D. $\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \frac{\log_a (-x)}{\log_a (-y)}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có, } \log_a (x^2 y^4) = \log_a x^2 + \log_a y^4 = 2 \log_a |x| + 2 \log_a y^2 = 2(\log_a |x| + \log_a y^2).$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 606. Cho $a, b, c > 0$, $a, b \neq 1$. Tính $A = \log_a b^2 \cdot \log_b \sqrt{bc} - \log_a c$.

A. $\log_a c$. B. 1. C. $\log_a b$. D. $\log_a bc$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } A = 2 \log_a b \cdot \frac{1}{2} \log_b (bc) - \log_a c = \log_a (bc) - \log_a c = \log_a b.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 607. Nếu $\log_8 p = m$ và $\log_{p^3} 3 = n$ thì giá trị của tích $m \cdot n$ bằng

A. $\frac{1}{9} \log_2 3$. B. $9 \log_2 3$. C. $9 \log_3 2$. D. $\frac{1}{9} \log_3 2$.

Lời giải.

$$\text{Ta thấy } \begin{cases} \log_8 p = m \\ \log_{p^3} 3 = n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} \log_2 p = m \\ \frac{1}{3} \log_p 3 = n \end{cases} \Rightarrow m \cdot n = \frac{1}{9} \log_2 3.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 608. Giá trị của biểu thức $M = (\ln a + \log_a e)^2 + \ln^2 a - \log_a^2 e$ khi được rút gọn là

- A. 2. B. $2 + 2 \ln^2 a$. C. $2 \ln^2 a - 2$. D. $\ln^2 a$.

Lời giải.

Ta có $M = \ln^2 a + \log_a^2 e + 2 \ln a \log_a e + \ln^2 a - \log_a^2 e = 2 \ln^2 a + 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 609. Biết $\log x = 5 \log m + \frac{2}{3} \log n - \frac{1}{4} \log p$. Giá trị của x bằng

- A. $\frac{m^5 \sqrt[3]{n^2}}{\sqrt[4]{p}}$. B. $m^5 \sqrt[3]{n^2} \sqrt[4]{p}$. C. $\frac{m^5 \sqrt[3]{n^2}}{p^4}$. D. $m^5 + \sqrt[3]{n^2} + \sqrt[4]{p}$.

Lời giải.

$$\log x = \log m^5 + \log n^{\frac{2}{3}} - \log p^{\frac{1}{4}} = \log \left(\frac{m^5 \sqrt[3]{n^2}}{\sqrt[4]{p}} \right) \Rightarrow x = \frac{m^5 \sqrt[3]{n^2}}{\sqrt[4]{p}}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 610. Với các số thực dương x, y . Ta có $8^x, 4^4, 2$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân và các số $\log_2 45, \log_2 y, \log_2 x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Khi đó y bằng

- A. 225. B. 15. C. 105. D. $\sqrt{105}$.

Lời giải.

$$\text{Theo đề bài ta có hệ } \begin{cases} 8^x \cdot 2 = 4^8 \\ \log_2 45 + \log_2 x = 2 \log_2 y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 15 \\ 45x = y^2. \end{cases}$$

Vậy $x = 5, y = 15$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 611. Cho số thực x thỏa mãn $\log_2(\log_4 x) = \log_4(\log_2 x) - a, a \in \mathbb{R}$. Giá trị của $\log_2 x$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{2^a}$. B. a^2 . C. 2^{1-a} . D. 4^{1-a} .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2(\log_4 x) = \log_4(\log_2 x) - a &\Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{1}{2} \log_2 x \right) = \frac{1}{2} \log_2(\log_2 x) - a \\ &\Leftrightarrow \log_2(\log_2 x) - 1 = \frac{1}{2} \log_2(\log_2 x) - a \\ &\Leftrightarrow \log_2(\log_2 x) = 2 - 2a \\ &\Leftrightarrow \log_2 x = 2^{2-2a} = 4^{1-a}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 612. Cho $a, b > 0, \log_3 a = p, \log_3 b = q$. Đẳng thức nào dưới đây là đúng?

- A. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m \cdot b^d} \right) = r + p \cdot m - q \cdot d$. B. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m \cdot b^d} \right) = r + p \cdot m + q \cdot d$.
C. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m \cdot b^d} \right) = r - p \cdot m - q \cdot d$. D. $\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m \cdot b^d} \right) = r - p \cdot m + q \cdot d$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\log_3 \left(\frac{3^r}{a^m b^d} \right) &= \log_3 3^r - \log_3 (a^m b^d) \\ &= r - \log_3 a^m - \log_3 b^d \\ &= r - m \log_3 a - d \log_3 b \\ &= r - p \cdot m - q \cdot d.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 613. Cho các số thực dương a, b, c với a và b khác 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \log_a c$. B. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \frac{1}{4} \log_a c$.
C. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 4 \log_a c$. D. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a c$.

Lời giải.

Ta có $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a b \cdot \log_{b^{\frac{1}{2}}} c = 4 \log_a b \cdot \log_b c = 4 \log_a c$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 614. Với hai số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + 3 \log_2 a + \log_2 b$. B. $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a - \log_2 b$.
C. $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + 3 \log_2 a - \log_2 b$. D. $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b$.

Lời giải.

$$\log_2 \frac{2a^3}{b} = \log_2 2a^3 - \log_2 b = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b = 1 + 3 \log_2 a - \log_2 b.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 615. Cho $a, b > 0$, $a, b \neq 1$, $a \neq b^2$. Biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a}$ có giá trị bằng

- A. 6. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = \log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a} = 4 \log_a b + 2 \log_a \frac{a}{b^2} = 4 \log_a b + 2(1 - 2 \log_a b) = 2.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 616. Nếu $\log_{12} 6 = a$; $\log_{12} 7 = b$ thì

- A. $\log_2 7 = \frac{a}{1+b}$. B. $\log_2 7 = \frac{a}{a-1}$. C. $\log_2 7 = \frac{b}{1-a}$. D. $\log_2 7 = \frac{a}{1-b}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_2 7 = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} 2} = \frac{b}{\log_{12} \frac{12}{6}} = \frac{b}{1 - \log_{12} 6} = \frac{b}{1-a}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 617. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_3 a = x$, $\log_3 b = y$. Tính $P = \log_3 (3a^4b^5)$.

- A. $P = 3x^4y^5$. B. $P = 3 + x^4 + y^5$. C. $P = 1 + 4x + 5y$. D. $P = 60xy$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}P &= \log_3 (3a^4b^5) = \log_3 3 + \log_3 a^4 + \log_3 b^5 \\ &= \log_3 3 + 4 \log_3 a + 5 \log_3 b \\ &= 1 + 4x + 5y.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 618. Cho $\log_3 5 = a$, $\log_4 7 = b$, $\log_2 3 = c$. Tính $\log_{24} 175$ theo a, b, c .

A. $P = \frac{ac + 2b}{3 + c}$. B. $P = \frac{2ac + 2b}{3 + c}$. C. $P = \frac{4ac + 2b}{3 + c}$. D. $P = \frac{2ac + b}{3 + c}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\log_{24} 175 &= \frac{\log_2 175}{\log_2 24} \\ &= \frac{2\log_2 5 + \log_2 7}{3\log_2 2 + \log_2 3} \\ &= \frac{2\log_2 3 \log_3 5 + \log_2 7}{3 + \log_2 3} \\ &= \frac{4ac + 2b}{3 + c}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 619. Cho $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$.

A. $P = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 2}$. B. $P = \sqrt{3} - 1$. C. $P = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 2}$. D. $P = \sqrt{3} + 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{\log_a \left(\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right)}{\log_a \left(\frac{\sqrt{b}}{a} \right)} = \frac{\frac{1}{2} \log_a b - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \log_a b - 1} = \frac{\log_a b - 1}{\log_a b - 2} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 620. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1$, $a \neq \frac{1}{b}$ và $\log_a b = \sqrt{5}$. Tính $P = \log_{\sqrt{ab}} \frac{b}{\sqrt{a}}$.

A. $P = \frac{11 + 3\sqrt{5}}{2}$. B. $P = \frac{11 + 3\sqrt{5}}{4}$. C. $P = \frac{11 - 2\sqrt{5}}{4}$. D. $P = \frac{11 - 3\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}\log_{\sqrt{ab}} \frac{b}{\sqrt{a}} &= \log_{\sqrt{ab}} \frac{b\sqrt{b}}{\sqrt{ab}} \\ &= \log_{\sqrt{ab}} \sqrt{b^3} - 1 \\ &= 3\log_{ab} b - 1 \\ &= \frac{3}{\log_b a + 1} - 1 \\ &= \frac{3}{\frac{1}{\sqrt{5}} + 1} - 1 \\ &= \frac{11 - 3\sqrt{5}}{4}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 621. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng.

A. $\log_{a^2} ab = \frac{1}{4} \log_a b.$

B. $\log_{a^2} ab = \frac{1}{2} \log_a b.$

C. $\log_{a^2} ab = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b.$

D. $\log_{a^2} ab = 2 + 2 \log_a b.$

Lời giải.

Ta có $\log_{a^2} ab = \frac{1}{2}(1 + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b.$

Chọn đáp án **C** □**Câu 622.** Cho $\log_2 3 = a$ khi đó $\log_2 12$ bằng

A. $a + 1.$

B. $2a + 1.$

C. $a + 2.$

D. $2a + 2.$

Lời giải.

Ta có $\log_2 12 = \log_2(2^2 \cdot 3) = 2 + \log_2 3 = 2 + a.$

Chọn đáp án **C** □**Câu 623.** Cho $\alpha = \log_a x$, $\beta = \log_b x$ với a, b, x là các số thực dương và khác 1. Khi đó $\log_{ab^2} x^2$ bằng

A. $\frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta}.$

B. $\frac{2\alpha\beta}{2\alpha + \beta}.$

C. $\frac{2}{2\alpha + \beta}.$

D. $\frac{2(\alpha + \beta)}{\alpha + 2\beta}.$

Lời giải.

Đặt $m = \log_{ab^2} x^2.$

Khi đó $\frac{1}{m} = \log_{x^2} ab^2 = \log_{x^2} a + \log_{x^2} b^2 = \frac{1}{2} \log_x a + \log_x b = \frac{1}{2 \log_a x} + \frac{1}{\log_b x} = \frac{1}{2\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{2\alpha + \beta}{2\alpha\beta}.$

Vậy $m = \frac{2\alpha\beta}{2\alpha + \beta}$ hay $\log_{ab^2} x^2 = \frac{2\alpha\beta}{2\alpha + \beta}.$

Chọn đáp án **B** □**Câu 624.** Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5 \log_2 a + 3 \log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $x = 3a + 5b.$

B. $x = a^5 + b^3.$

C. $x = a^5 b^3.$

D. $x = 5a + 3b.$

Lời giải.

Ta có $\log_2 x = 5 \log_2 a + 3 \log_2 b \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 a^5 + \log_2 b^3 \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 a^5 b^3 \Leftrightarrow x = a^5 b^3.$

Chọn đáp án **C** □**Câu 625.** Cho $\log_2 5 = a$, $\log_3 5 = b$. Tính $\log_6 5$ theo a và b .

A. $\frac{ab}{a + b}.$

B. $a + b.$

C. $\frac{1}{a + b}.$

D. $a^2 + b^2.$

Lời giải.

Ta có $\log_5 2 = \frac{1}{a}$, $\log_5 3 = \frac{1}{b}.$

$$\log_5 6 = \log_5 2 + \log_5 3 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a + b}{ab}.$$

Vậy $\log_6 5 = \frac{ab}{a + b}.$

Chọn đáp án **A** □**Câu 626.** Cho $a > 0, b < 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log(10ab)^2 = 1 + \log a + \log(-b)^2.$

B. $\log(10ab)^2 = 1 + \log a + \log b^2.$

C. $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log(-b)).$

D. $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b).$

Lời giải.

Ta có $\log(10ab)^2 = 2 \log 10a(-b) = 2(1 + \log a + \log(-b)).$

Chọn đáp án **C** □

Câu 627. Với $a = \log_2 7$, $b = \log_5 7$. Tính giá trị của $\log_{10} 7$.

- A. $\frac{ab}{a+b}$. B. $\frac{1}{a+b}$. C. $a+b$. D. $\frac{a+b}{ab}$.

Lời giải.

$$\text{Biến đổi } \log_{10} 7 = \frac{1}{\log_7 10} = \frac{1}{\log_7 2 + \log_7 5} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 628. Rút gọn biểu thức $B = \log_{\frac{1}{a}} \frac{a^5 \sqrt{a^3} \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a^4} \sqrt[4]{a}}$, (giả sử tất cả các điều kiện đều được thỏa mãn) ta được kết quả là

- A. $\frac{60}{91}$. B. $-\frac{91}{60}$. C. $\frac{16}{5}$. D. $-\frac{5}{16}$.

Lời giải.

Ta có: $\frac{1}{a} = a^{-1}$ và

$$\frac{a^5 \sqrt{a^3} \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a^4} \sqrt[4]{a}} = \frac{a \cdot a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{4}}} = \frac{a^{1+\frac{3}{2}+\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}} = \frac{a^{\frac{34}{6}}}{a^{\frac{3}{4}}} = a^{\frac{34}{15}-\frac{3}{4}} = a^{\frac{91}{60}}.$$

Suy ra

$$B = \log_{\frac{1}{a}} \frac{a^5 \sqrt{a^3} \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a^4} \sqrt[4]{a}} = \log_{a^{-1}} a^{\frac{91}{60}} = \frac{1}{-1} \cdot \frac{91}{60} = -\frac{91}{60}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 629. Rút gọn biểu thức $M = 3 \log_{\sqrt{3}} \sqrt{x} - 6 \log_9(3x) + \log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{9}$.

- A. $M = -\log_3(3x)$. B. $M = 2 + \log_3\left(\frac{x}{3}\right)$. C. $M = -\log_3\left(\frac{x}{3}\right)$. D. $M = 1 + \log_3(x)$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} M &= 3 \log_3 x - 3 \log_3(3x) - \log_3\left(\frac{x}{9}\right) \\ &= 3 \log_3 x - 3(1 + \log_3 x) - (\log_3 x - 2) \\ &= -1 - \log_3 x = -(1 + \log_3 x) = -\log_3(3x). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 630. Giá trị của biểu thức $P = \log_a \sqrt[5]{a^4 \cdot \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^2}}$ (với $0 < a \neq 1$) bằng

- A. $\frac{71}{60}$. B. $\frac{57}{60}$. C. $\frac{52}{15}$. D. $\frac{73}{31}$.

Lời giải.

$$P = \frac{1}{5} \left(4 + \frac{1}{2} \left(3 + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2}{3} \right) \right) \right) = \frac{71}{60}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 631. Giá trị của biểu thức $P = 3^{2 \log_9 64+2} - \left(\frac{1}{5}\right)^{\log_{0,2} 6-2} - (\sqrt{2})^{\log_2 49+4}$ bằng

- A. 562. B. 398. C. 472. D. 354.

Lời giải.

$$P = 3^{\log_3 64+2} - \left(\frac{1}{5}\right)^{\log_{\frac{1}{5}} 6-2} - 2^{\log_2 7+2} = 3^{\log_3 576} - \left(\frac{1}{5}\right)^{\log_{\frac{1}{5}} 150} - 2^{\log_2 28} = 576 - 150 - 28 = 398.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 632. Cho $\log_{75} 3 = a$. Tính $\log_5 3$ theo a .

- A. $\frac{2a-1}{a+1}$. B. $\frac{2a}{1-a}$. C. $\frac{1-a}{2a}$. D. $\frac{a+1}{1-2a}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } a = \log_{75} 3 = \frac{1}{\log_3 75} = \frac{1}{1 + 2\log_3 5} \Rightarrow \log_3 5 = \frac{1-a}{2a} \Rightarrow \log_5 3 = \frac{2a}{1-a}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 633. Nếu $\log_a b = 4$ thì $\log_{\sqrt{a}} b^2 + \log_a(ab)$ bằng

- A. 9. B. 21. C. 20. D. 13.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{\sqrt{a}} b^2 + \log_a(ab) = \frac{1}{\frac{1}{2}} 2\log_a b + \log_a a + \log_a b = 1 + 5\log_a b = 1 + 5 \cdot 4 = 21.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 634. Xét các số thực dương a, b, c thỏa mãn $\log_a b = 2$ và $\log_b^2 c \leq 2(\log_a c - 2)$. Khi đó $\log_c(ab)$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_a b = 2 \Rightarrow b = a^2. \quad (1)$$

Ta có

$$\begin{aligned} \log_b^2 c \leq 2(\log_a c - 2) &\Leftrightarrow \log_{a^2}^2 c - 2\log_a c + 4 \leq 0 \text{ (theo (1))} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{4} \log_a^2 c - 2\log_a c + 4 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow (\log_a c - 4)^2 \leq 0 \Leftrightarrow \log_a c = 4 \Leftrightarrow c = a^4 \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } \log_c(ab) = \log_{a^4}(a \cdot a^2) = \frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 635. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 8]$.

- A. $m = \frac{17}{2}$. B. $m = 5$. C. $m = 4$. D. $m = -4$.

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[1; 8]$.

$$\text{Ta có } y' = 1 - \frac{4}{x^2}, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 8] \\ x = -2 \notin [1; 8]. \end{cases}$$

$$\text{Ta có } y(2) = 4, y(1) = 5, y(8) = \frac{17}{2}.$$

$$\text{Vậy } \min_{x \in [1; 8]} y = 4 \text{ khi } x = 2.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 636. Cho $0 < a \neq 1, b > 0, c > 0$. Biết $\log_a b = 2, \log_a c = 3$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{a^2}(b^2 c^3)$.

- A. $P = \frac{13}{2}$. B. $P = 26$. C. $P = 54$. D. $P = 108$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = \log_{a^2} b^2 + \log_{a^2} c^3 = \log_a b + \frac{3}{2} \log_a c = 2 + 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{13}{2}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 637. Cho số thực x thỏa mãn $\log_2(\log_4 x) = \log_4(\log_2 x) + m$. Tính giá trị của $\log_2 x$ theo m .

A. 4^m .B. m^2 .C. 4^{m+1} .D. 2^{m+1} .

Lời giải.

$$\begin{aligned}\log_2(\log_4 x) = \log_4(\log_2 x) + m &\Leftrightarrow \log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right) = \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) + m \\ &\Leftrightarrow -1 + \log_2(\log_2 x) = \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) + m \\ &\Leftrightarrow \log_2(\log_2 x) = 2(m+1) \\ &\Leftrightarrow \log_2 x = 4^{m+1}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 638. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a^2$.

A. $I = \frac{1}{2}$.

B. 1.

C. -4.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $I = \log_{\sqrt{a}} a^2 = 2 \cdot 2 \cdot \log_a a = 4$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 639. Với a là số thực dương bất kỳ và $a \neq 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{a^5} e = \frac{1}{5 \ln a}$.B. $\ln a^5 = \frac{1}{5}a$.C. $\ln a^5 = \frac{5}{\ln a}$.D. $\log_{a^5} e = 5 \log_a e$.

Lời giải.

$$\log_{a^5} e = \frac{1}{5} \log_a e = \frac{1}{5 \ln a}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 640. Cho $\log_a x = -1$ và $\log_a y = 4$. Tính $P = \log_a (x^2 y^3)$.

A. $P = -14$.B. $P = 3$.C. $P = 10$.D. $P = 65$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0; y > 0$.

Ta có $P = \log_a (x^2 y^3) = 2 \log_a x + 3 \log_a y = 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 4 = 10$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 641. Cho $a, b > 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^{\ln b} = b^{\ln a}$.B. $\ln^2(ab) = \ln a^2 + \ln b^2$.C. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}$.D. $\ln \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(\ln \sqrt{a} + \ln \sqrt{b})$.

Lời giải.

Ta có

$$— \ln^2(ab) = (\ln a + \ln b)^2 \neq 2(\ln a + \ln b) = \ln a^2 + \ln b^2,$$

$$— \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b \neq \frac{\ln a}{\ln b},$$

$$— \ln \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b) \neq \frac{1}{2}(\ln \sqrt{a} + \ln \sqrt{b}),$$

$$— a^{\ln b} = a^{\log_a b \cdot \log_e a} = (a^{\log_a b})^{\ln a} = b^{\ln a}.$$

Vậy khẳng định đúng là $a^{\ln b} = b^{\ln a}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 642. Với a là số thực dương bất kỳ và $a \neq 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{a^5} e = \frac{1}{5 \ln 5a}$. B. $\log a^5 = \frac{1}{5} \ln a$. C. $\log a^5 = \frac{5}{\ln a}$. D. $\log_{a^5} e = 5 \log_a e$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^5} e = \frac{1}{5} \log_a e = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{\log_e a} = \frac{1}{5 \ln 5a}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 643. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$ và $\log_a b > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$. B. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 1 < a, b \end{cases}$. C. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 0 < b < 1 < a \end{cases}$. D. $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 1 < a, b \end{cases}$.

Lời giải.

— Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a b > 0 \Leftrightarrow \log_a b > \log_a 1 \Leftrightarrow 0 < b < 1$.

— Nếu $a > 1$ thì $\log_a b > 0 \Leftrightarrow \log_a b > \log_a 1 \Leftrightarrow b > 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 644. Đặt $a = \log_2 5$, $b = \log_3 5$. Hãy biểu diễn $\log_6 5$ theo a và b .

A. $\log_6 5 = \frac{1}{a+b}$. B. $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$. C. $\log_6 5 = a^2 + b^2$. D. $\log_6 5 = a + b$.

Lời giải.

Ta có $\log_5 6 = \log_5 2 + \log_5 3 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} \Rightarrow \log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 645. Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\log_a \left(\frac{a^3}{\sqrt{b}} \right) = 3 - 2 \log_a b$. B. $\log_a \left(\frac{a^3}{\sqrt{b}} \right) = 3 + 2 \log_a b$.
C. $\log_a \left(\frac{a^3}{\sqrt{b}} \right) = 3 - \frac{1}{2} \log_a b$. D. $\log_a \left(\frac{a^3}{\sqrt{b}} \right) = 3 + \frac{1}{2} \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_a \left(\frac{a^3}{\sqrt{b}} \right) = \log_a a^3 - \log_a \sqrt{b} = 3 - \log_a b^{\frac{1}{2}} = 3 - \frac{1}{2} \log_a b$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 646. Cho $\log_a b = -2$, $\log_a c = 5$ trong đó $a, b, c > 0$, $a \neq 1$. Tính $S = \log_a \frac{ab^2}{c^3}$.

A. $S = -17$. B. $S = -18$. C. $S = 18$. D. $S = -19$.

Lời giải.

Ta có $S = \log_a \frac{ab^2}{c^3} = \log_a a + \log_a b^2 - \log_a c^3 = 1 + 2 \log_a b - 3 \log_a c = 1 - 4 - 15 = -18$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 647. Biết $a = \log_2 5$, $b = \log_3 5$. Hãy biểu diễn $\log_6 5$ theo a, b .

A. $\log_6 5 = a + b$. B. $\log_6 5 = \frac{1}{a+b}$. C. $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$. D. $\log_6 5 = a^2 + b^2$.

Lời giải.

Ta có $\log_3 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 3} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{\log_2 5}{\log_3 5} = \frac{a}{b}$.

Khi đó $\log_6 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 6} = \frac{\log_2 5}{1 + \log_2 3} = \frac{a}{1 + \frac{a}{b}} = \frac{ab}{a+b}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 648. Cho bốn số thực dương a, b, c, x ; với a, b, c không đồng thời bằng nhau và $x \neq 1$ thỏa mãn $\log_x a, \log_x b, \log_x c$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. a, b, c theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân.

B. a, b, c theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng.

C. b, a, c theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng.

D. b, a, c theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân.

Lời giải.

Vì $\log_x a, \log_x b, \log_x c$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên $2\log_x b = \log_x a + \log_x c \Leftrightarrow \log_x b^2 = \log_x (ac) \Leftrightarrow b^2 = ac$.

Vậy a, b, c theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 649. Với a, b là hai số thực dương tùy ý. Khi đó $\ln \left(\frac{ab^2}{a+1} \right)$ bằng

A. $\ln a + 2\ln b - \ln(a+1)$.

B. $\ln a + \ln b - \ln(a+1)$.

C. $\ln a + 2\ln b + \ln(a+1)$.

D. $2\ln b$.

Lời giải.

Ta có $I = \ln \frac{ab^2}{a+1} = \ln \frac{a}{a+1} + \ln b^2 = 2\ln b + \ln a - \ln(a+1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 650. Đặt $\log_5 3 = a$, khi đó $\log_{81} 75$ bằng

A. $\frac{a}{2} + \frac{1}{4}$.

B. $\frac{a+1}{4}$.

C. $\frac{1}{2a} + \frac{1}{4}$.

D. $\frac{a+2}{4a}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{81} 75 = \frac{1}{4}(\log_3 25 + \log_3 3) = \frac{1}{2\log_5 3} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 651. Cho a, b là các số dương ($a \neq 1$). Khi đó $\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{b})$ bằng

A. $2 + 2\log_a b$.

B. $\frac{1}{2} + \log_a b$.

C. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$.

D. $2 + \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{b}) = \log_{\sqrt{a}} a + \log_{\sqrt{a}} \sqrt{b} = 2 + 2\log_a \sqrt{b} = 2 + \log_a b$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 652. Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

B. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$.

C. $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$.

D. $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$.

Lời giải.

Ta có $a^2 + b^2 = 8ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 10ab \Leftrightarrow \log(a+b)^2 = \log(10ab) \Leftrightarrow 2\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$.

Hay $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 653. Đặt $a = \log_2 3$ và $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

A. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$.

B. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$.

C. $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab}$.

D. $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab+b}$.

Lời giải.

Ta có $\log_6 45 = \frac{\log_2 45}{\log_2 6} = \frac{\log_2 5 + 2\log_2 3}{1 + \log_2 3} = \frac{\log_2 3 \cdot \log_3 5 + 2\log_2 3}{1 + a} = \frac{a \cdot \frac{1}{b} + 2a}{1 + a} = \frac{a + 2ab}{b + ab}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 654. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2x}{1-x} \right)$ và hai số thực m, n thuộc khoảng $(0; 1)$ sao cho $m + n = 1$. Tính $f(m) + f(n)$.

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} f(m) + f(n) &= \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2m}{1-m} \right) + \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2n}{1-n} \right) = \frac{1}{2} \log_2 \left[\frac{4mn}{(1-m)(1-n)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \log_2 \left[\frac{4mn}{1 - (m+n) + mn} \right] = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{4mn}{1 - 1 + mn} \right) = \frac{1}{2} \log_2 4 = 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 655. Cho $\log_2 3 = a$. Tính $\log_3 18$ theo a .

A. $\frac{2a+1}{a}$.B. $\frac{a}{2a+1}$.C. $\frac{2a}{a+1}$.D. $\frac{a+1}{2a}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_3 18 = \log_3 (2 \cdot 3^2) = \log_3 2 + 2 = \frac{1}{a} + 2 = \frac{2a+1}{a}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 656. Đặt $\log_2 a = x$ và $\log_2 b = y$. Biết $\log_{\sqrt{8}} \sqrt[3]{ab^2} = mx + ny$. Tìm $T = m + n$.

A. $T = \frac{3}{2}$.B. $T = \frac{2}{3}$.C. $T = \frac{2}{9}$.D. $T = \frac{8}{9}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{\sqrt{8}} \sqrt[3]{ab^2} = \log_{2^{\frac{3}{2}}} \left(a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}} \right) = \frac{1}{\frac{3}{2}} \log_2 a + \frac{2}{\frac{3}{2}} \log_2 b = \frac{2}{9}x + \frac{4}{9}y. \text{ Do đó } m = \frac{2}{9}, n = \frac{4}{9}.$$

$$\text{Vậy } T = m + n = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 657. Cho $M = \log_{12} x = \log_3 y$. Khi đó M bằng biểu thức nào dưới đây ?

A. $\log_4 \left(\frac{x}{y} \right)$.B. $x = \log_{36} \left(\frac{x}{y} \right)$.C. $\log_9(x - y)$.D. $\log_{15}(x + y)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{12} x = M \Rightarrow x = 12^M; \log_3 y = M \Rightarrow y = 3^M.$$

$$\text{Ta có } \frac{x}{y} = \frac{12^M}{3^M} = 4^M \Rightarrow \log_4 \left(\frac{x}{y} \right) = \log_4 4^M = M.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 658. Nếu $\log_3 5 = a$ thì biểu thức $\log_{45} 75$ bằng

A. $\frac{2+a}{1+2a}$.B. $\frac{1+a}{2+a}$.C. $\frac{1+2a}{2+a}$.D. $\frac{1+2a}{1+a}$.

Lời giải.

Ta có:

$$\log_{45} 75 = \frac{\log_3 75}{\log_3 45} = \frac{\log_3 (3 \cdot 5^2)}{\log_3 (3^2 \cdot 5)} = \frac{1 + 2 \log_3 5}{2 + \log_3 5} = \frac{1 + 2a}{2 + a}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 659. Cho $\log_5 a = 5$ và $\log_3 b = \frac{2}{3}$. Tính giá trị biểu thức $I = 2 \log_6 [\log_5(5a)] + \log_{\frac{1}{9}} b^3$.

A. $I = 3$.B. $I = -2$.C. $I = 1$.D. $I = 2 \log_6 5 + 1$.

Lời giải.

Ta có

$$I = 2 \log_6 [\log_5(5a)] + \log_{\frac{1}{9}} b^3 = 2 \log_6 [\log_5 5 + \log_5 a] - \frac{3}{2} \log_3 b = 2 \log_6 6 - \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 660. Cho $f(1) = 1$, $f(m+n) = f(m) + f(n) + mn$ với mọi $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log \left[\frac{f(96) - f(69) - 241}{2} \right]$.

A. 9.

B. 3.

C. 10.

D. 4.

Lời giải.

$$f(2) = f(1) + f(1) + 1 = 3.$$

$$f(3) = f(2) + f(1) + 2 = 6.$$

$$f(4) = f(3) + f(1) + 3 = 10.$$

$$f(5) = f(3) + f(2) + 6 = 6 + 3 + 6 = 15.$$

$$f(8) = f(5) + f(3) + 15 = 15 + 6 + 15 = 36.$$

$$f(9) = f(8) + f(1) + 8 = 36 + 1 + 8 = 45.$$

$$f(10) = f(9) + f(1) + 9 = 45 + 1 + 9 = 55.$$

$$f(17) = f(8) + f(9) + 72 = 36 + 45 + 72 = 153.$$

$$f(27) = f(10) + f(17) + 170 = 55 + 153 + 170 = 378.$$

$$f(96) = f(69) + f(27) + 1863 \Leftrightarrow f(96) - f(69) = f(27) + 1863 = 2241.$$

$$\text{Khi đó } T = \log \left[\frac{f(96) - f(69) - 241}{2} \right] = \log \left[\frac{2241 - 241}{2} \right] = 3.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 661. Cho p, q là các số thực thỏa mãn điều kiện $\log_{16} p = \log_{20} q = \log_{25}(p+q)$. Tìm giá trị của $\frac{p}{q}$.

A. $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$.

B. $\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{5})$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{8}{5}$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } t = \log_{16} p = \log_{20} q = \log_{25}(p+q) \Rightarrow \begin{cases} p = 16^t \\ q = 20^t \\ p+q = 25^t \end{cases}. \text{ Khi đó ta có}$$

$$16^t + 20^t = 25^t \Rightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^{2t} + \left(\frac{4}{5}\right)^t - 1 = 0 \Rightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{p}{q} = \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 662. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\ln(e^2 a^7 b^5)$ bằng

A. $2 + 5 \ln a + 7 \ln b$.

B. $7 \ln a + 5 \ln b$.

C. $2 + 7 \ln a + 5 \ln b$.

D. $5 \ln a + 7 \ln b$.

Lời giải.

$$\text{Với } a, b \text{ là hai số thực dương tùy ý, ta có } \ln(e^2 a^7 b^5) = \ln e^2 + \ln a^7 + \ln b^5 = 2 + 7 \ln a + 5 \ln b.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 663. Cho $3^a = 5$, khi đó $\log_{25} 81$ bằng

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{2}{a}$.

C. $2a$.

D. $\frac{1}{2a}$.

Lời giải.

Ta có $3^a = 5 \Leftrightarrow a = \log_3 5$. Do đó, ta có $\log_{25} 81 = \log_{5^2} 3^4 = 2 \log_5 3 = \frac{2}{a}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 664. Cho $a \log_6 3 + b \log_6 2 + c \log_6 5 = a$ với a, b và c là các số hữu tỉ. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $a = b = c \neq 0$.

B. $c = a$.

C. $a = b$.

D. $b = c$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} a \log_6 3 + b \log_6 2 + c \log_6 5 &= a \\ \Leftrightarrow \log_6 (3^a \cdot 2^b \cdot 5^c) &= a \\ \Leftrightarrow 3^a \cdot 2^b \cdot 5^c &= 6^a \\ \Leftrightarrow 2^b \cdot 5^c &= 2^a \\ \Leftrightarrow 5^c &= 2^{a-b} \\ \Leftrightarrow c &= (a-b) \log_2 5. \end{aligned}$$

Do a, b, c hữu tỷ nên $a-b=0$ hay $a=b$. Khi đó $c=0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 665. Cho $\log_{27} 5 = a, \log_8 7 = b, \log_2 3 = c$; hãy biểu diễn $\log_{12} 35$ theo a, b, c .

A. $\frac{3b+3ac}{c+2}$.

B. $\frac{3b+3ac}{c+1}$.

C. $\frac{3b+2ac}{c+3}$.

D. $\frac{3b+2ac}{c+2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_{12} 35 = \frac{\log_2 35}{\log_2 12} = \frac{\log_2 7 + \log_2 5}{\log_2 12} = \frac{\log_2 7 + \log_2 3 \cdot \log_3 5}{\log_2 3 + 2} = \frac{3 \log_8 7 + \log_2 3 \cdot 3 \log_{27} 5}{\log_2 3 + 2} = \frac{3b + 3ac}{c + 2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 666. Với $0 < a \neq 1, 0 < b \neq 1$, giá trị của $\log_{a^2} (a^{10} b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} (b^{-2})$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} &\log_{a^2} (a^{10} b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} (b^{-2}) \\ &= \log_{a^2} a^{10} + \log_{a^2} b^2 + \log_{\sqrt{a}} a - \log_{\sqrt{a}} \sqrt{b} + \log_{b^{\frac{1}{3}}} (b^{-2}) \\ &= \frac{10}{2} \log_a a + \frac{2}{2} \log_a b + \log_{\frac{1}{2}} a - \log_{a^{\frac{1}{2}}} b^{\frac{1}{2}} + \frac{-2}{\frac{1}{3}} \log_b b \\ &= 5 + \log_a b + 2 - \log_a b - 6 = 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 667. Cho $0 < a \neq 1$ và một số thực dương x . Đẳng thức nào dưới đây sai?

A. $a^{\log_a x} = a$.

B. $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.

C. $a^{\log_a x} = x$.

D. $\log_{\sqrt{a}} x^3 = 6 \log_a x$.

Lời giải.

Ta có $a^{\log_a x} = x$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 668. Cho a, b là hai số thực thỏa $0 < a < b < 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a b < 1 < \log_b a$. B. $\log_b a < 1 < \log_a b$. C. $\log_a b < \log_b a < 1$. D. $1 < \log_a b < \log_b a$.

Lời giải.

Ta có $0 < a < b < 1$ nên $\begin{cases} \log_a b < \log_a a = 1 \\ \log_b a > \log_b b = 1 \end{cases} \Rightarrow \log_a b < 1 < \log_b a$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 669. Với a, b, c là các số thực dương tùy ý khác 1 và $\log_a c = x, \log_b c = y$. Khi đó giá trị của $\log_c(ab)$ là

- A. $\frac{1}{xy}$. B. $x + y$. C. $\frac{xy}{x + y}$. D. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Lời giải.

Ta có $\log_a c = x \Rightarrow \log_c a = \frac{1}{x}, \log_b c = y \Rightarrow \log_c b = \frac{1}{y}$.

Vậy $\log_c a + \log_c b = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \Leftrightarrow \log_c(ab) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 670. Giả sử x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\log x + \log y = \log(xy)$. B. $\log(x + y) = \log x + \log y$.
C. $\log \sqrt{xy} = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$. D. $\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$.

Lời giải.

Ta có $\log x + \log y = \log(xy)$ nên $\log(x + y) = \log x + \log y$ sai.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 671. Cho các số thực dương $a, b, a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_{a^3}(ab) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \log_a b$. B. $\log_{a^3}(ab) = \frac{1}{3} \log_a b$.
C. $\log_{a^3}(ab) = 3 \log_a b$. D. $\log_{a^3}(ab) = 3 + 3 \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^3}(ab) = \frac{1}{3} \log_a(ab) = \frac{1}{3}(1 + \log_a b) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \log_a b$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 672. Cho hai số thực a và b với $1 < a < b$. Chọn khẳng định **đúng**.

- A. $1 < \log_a b < \log_b a$. B. $\log_a b < 1 < \log_b a$. C. $\log_a b^2 < 1 < \log_b a$. D. $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Lời giải.

Ta có: $1 < a < b \Leftrightarrow \log_a 1 < \log_a a < \log_a b \Rightarrow 1 < \log_a b$ (1).

Ta có: $1 < a < b \Leftrightarrow \log_b 1 < \log_b a < \log_b b \Rightarrow \log_b a < 1$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 673. Biết $\log_3 15 = a$, tính $P = \log_{25} 81$ theo a ta được

- A. $P = 2(a + 1)$. B. $P = 2(a - 1)$. C. $P = \frac{2}{a + 1}$. D. $P = \frac{2}{a - 1}$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_{5^2} 3^4 = 2 \log_5 3$.

Mặt khác $a = \log_3 15 = \log_3 3 + \log_3 5 = 1 + \log_3 5 \Leftrightarrow \log_3 5 = a - 1 \Rightarrow \log_5 3 = \frac{1}{a - 1}$.

Khi đó $P = \frac{2}{a - 1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 674. Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, $\log_{a^2} a^3$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 8. D. 6.

Lời giải.

$$\log_{a^2} a^3 = \frac{1}{2} \log_a a^3 = \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 675. Cho $a = \log_2 5$. Tính $\log_4 1250$ theo a .

- A. $\frac{1-4a}{2}$. B. $\frac{1+4a}{2}$. C. $2(1+4a)$. D. $2(1-4a)$.

Lời giải.

$$\log_4 1250 = \log_{2^2} (2 \cdot 5^4) = \frac{1 + 4 \log_2 5}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 676. Đặt $\log_a b = m$, $\log_b c = n$. Khi đó $\log_a (ab^2c^3)$ bằng

- A. $1 + 6mn$. B. $1 + 2m + 3n$. C. $6mn$. D. $1 + 2m + 3mn$.

Lời giải.

$$\log_a (ab^2c^3) = \log_a a + 2 \log_a b + 3 \log_a c = \log_a a + 2 \log_a b + 3 \log_a b \cdot \log_b c = 1 + 2m + 3mn.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 677. Cho $\log a = 10$ và $\log b = 100$. Khi đó $\log(ab^3)$ bằng

- A. 290. B. 310. C. -290. D. 30.

Lời giải.

$$\log(ab^3) = \log a + 3 \log b = 10 + 3 \cdot 100 = 310.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 678. Nếu $\log_3 2 = a$ và $\log_3 5 = b$ thì $\log_2 15$ bằng

- A. $\frac{1+a}{b}$. B. $\frac{1+b}{a}$. C. $\frac{a}{1+b}$. D. $\frac{1+b}{1+a}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_2 15 = \frac{\log_3 15}{\log_3 2} = \frac{\log_3 3 + \log_3 5}{\log_3 2} = \frac{1+b}{a}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 679. Cho $a > 0$, $a \neq 1$, giá trị của $\log_{\sqrt{a}} (a\sqrt{a})$ bằng

- A. 3. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{3}{4}$. D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{\sqrt{a}} (a\sqrt{a}) = \log_{a^{\frac{1}{2}}} (a \cdot a^{\frac{1}{2}}) = 2 \log_a a^{\frac{3}{2}} = 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \log_a a = 3.$$

$$\text{Vậy } \log_{\sqrt{a}} (a\sqrt{a}) = 3.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 680. Với các số $a, b > 0$, $a \neq 1$, giá trị của biểu thức $\log_{a^3} (ab^6)$ bằng

- A. $3 + 2 \log_a b$. B. $3 + \frac{1}{2} \log_a b$. C. $2 + 3 \log_a b$. D. $\frac{1}{3} + 2 \log_a b$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{a^3} (ab^6) = \frac{1}{3} (\log_a a + \log_a b^6) = \frac{1}{3} \cdot (1 + 6 \log_a b) = \frac{1}{3} + 2 \log_a b.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 681. Cho $\log_{12} 3 = a$. Tính $\log_{24} 18$ theo a .

- A. $\frac{3a+1}{3+a}$. B. $\frac{3a-1}{3+a}$. C. $\frac{3a-1}{3-a}$. D. $\frac{3a+1}{3-a}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{12} 3 = a \Rightarrow \frac{1}{a} = \log_3 12 = \log_3 3 + \log_3 4 = 1 + 2\log_3 2 \Rightarrow \log_3 2 = \frac{1-a}{2a}$.

$$\text{Suy ra } \log_{24} 18 = \frac{\log_3 18}{\log_3 24} = \frac{\log_3 9 + \log_3 2}{\log_3 3 + \log_3 8} = \frac{2 + \log_3 2}{1 + 3\log_3 2} = \frac{2 + \frac{1-a}{2a}}{1 + \frac{3(1-a)}{2a}} = \frac{3a+1}{3-a}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 682. Cho số thực $a > 0$, $a \neq 1$. Giá trị của $\log_{a^2} (\sqrt[7]{a^3})$ bằng

- A. $\frac{3}{14}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{7}{6}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^2} (\sqrt[7]{a^3}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} \log_a a = \frac{3}{14}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 683. Nếu $\log_2 3 = a$ thì $\log_{72} 108$ bằng

- A. $\frac{3+2a}{2+3a}$. B. $\frac{2+3a}{2+2a}$. C. $\frac{2+a}{3+a}$. D. $\frac{2+3a}{3+2a}$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_{72} 108 = \frac{\log_2 108}{\log_2 72} = \frac{\log_2 4 + \log_2 27}{\log_2 8 + \log_2 9} = \frac{2 + 3\log_2 3}{3 + 2\log_2 3} = \frac{2+3a}{3+2a}.$$

Vậy $\log_{72} 108 = \frac{2+3a}{3+2a}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 684. Số $20182019^{2019}2020$ có bao nhiêu chữ số?

- A. 147501991. B. 147433276. C. 147501992. D. 147433277.

Lời giải.

Khái niệm phần nguyên của một số: “Với mọi số thực A , số nguyên lớn nhất mà không vượt quá A được gọi là phần nguyên của A và kí hiệu là $[A]$.”

Trước tiên ta chứng minh bổ đề:

Giả sử A là một số tự nhiên có n chữ số thì $n = [\log A] + 1$.

Chứng minh:

Giả sử số tự nhiên A có n chữ số:

$$A = \overline{a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1} = a_n \cdot 10^{n-1} + a_{n-1} \cdot 10^{n-2} + a_{n-2} \cdot 10^{n-3} + \dots + a_1.$$

Khi đó:

$$\text{— } \log(A) = \log(a_n 10^{n-1} + a_{n-1} 10^{n-2} + a_{n-2} 10^{n-3} + \dots + a_1) < \log(10^n) = n. \quad (1)$$

$$\text{— } \log(A) = \log(a_n 10^{n-1} + a_{n-1} 10^{n-2} + a_{n-2} 10^{n-3} + \dots + a_1) \geq \log(a_n \cdot 10^{n-1}) \geq n-1. \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra: $n-1 \leq \log(A) < n \Leftrightarrow \log(A) < n \leq \log(A) + 1$.

Giữa $\log A$ và $(\log A + 1)$ chỉ có duy nhất một số tự nhiên lớn hơn $\log A$ đó là $[\log A] + 1$.

Vậy $n = [\log A] + 1$. (điều phải chứng minh).

Áp dụng bổ đề trên

Ta có số chữ số trong số cần tìm là:

$$\begin{aligned} [\log(20182019^{20192020})] + 1 &= [20192020 \cdot \log(20182019)] + 1 \\ &= [147501991,5] + 1 \\ &= 147501991 + 1 \\ &= 147501992. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 685. Cho $\log_a b = 2$, $\log_a c = 3$. Giá trị của biểu thức $P = \log_a \left(\frac{b^2}{c^3} \right)$ bằng

- A. 36. B. $\frac{4}{9}$. C. -5. D. 13.

Lời giải.

Ta có

$$P = \log_a \left(\frac{b^2}{c^3} \right) \Leftrightarrow P = 2 \log_a b - 3 \log_a c \Leftrightarrow P = 2 \cdot 2 - 3 \cdot 3 = -5.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 686. Cho $\log_5 3 = m$, khi đó $\log_{25} 81$ bằng

- A. $\frac{2m}{3}$. B. $\frac{3m}{2}$. C. $2m$. D. $\frac{m}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{25} 81 = \log_{5^2} 3^4 = 2 \log_5 3 = 2m$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 687. Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$ và $\alpha \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_a b^\alpha = (\alpha - 1) \log_a b$. B. $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$.
C. $\log_a b^\alpha = \log_a^\alpha b$. D. $\log_a b^\alpha = a \log_a b$.

Lời giải.

Theo lý thuyết, $\log_a b^\alpha = (\alpha - 1) \log_a b$, $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$, $\log_a b^\alpha = \log_a^\alpha b$ là các mệnh đề sai.
 $\log_a b^\alpha = a \log_a b$ là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **D** □

Câu 688. Cho hai số thực dương x, y tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_2 \frac{x^2}{y} = \frac{2 \log_2 x}{\log_2 y}$. B. $\log_2(x^2 y) = 2 \log_2 x + \log_2 y$.
C. $\log_2(x^2 y) = \log_2 x + 2 \log_2 y$. D. $\log_2(x^2 + y) = 2 \log_2 x \cdot \log_2 y$.

Lời giải.

Dựa vào công thức biến đổi lô-ga-rit, ta thấy công thức đúng là

$$\log_2(x^2 y) = \log_2 x^2 + \log_2 y = 2 \log_2 x + \log_2 y.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 689. Đặt $\log_2 5 = a$, $\log_5 3 = b$. Khi đó $\log_{24} 15$ bằng

- A. $\frac{ab+1}{b}$. B. $\frac{b+1}{a+1}$. C. $\frac{ab+1}{a+1}$. D. $\frac{a(b+1)}{3+ab}$.

Lời giải.

Ta có $ab = \log_2 5 \cdot \log_5 3 = \log_2 3$. Khi đó

$$\log_{24} 15 = \frac{\log_2 15}{\log_2 24} = \frac{\log_2 5 + \log_2 3}{3 + \log_2 3} = \frac{a + ab}{3 + ab} = \frac{a(b+1)}{3 + ab}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 690. Cho $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$. Giá trị của biểu thức $A = a^{1+\log_a 2} + b^{2\log_b 3}$ là

A. $a + 3b$.

B. $2a + 3b$.

C. $2a + 9b$.

D. $2a + 9$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} A &= a^{1+\log_a 2} + b^{2\log_b 3} \\ &= a \cdot a^{\log_a 2} + b^{\log_b 3^2} \\ &= 2a + 9. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 691. Chọn mệnh đề đúng?

A. $\ln a^2 b^3 = 2 \ln a + 3 \ln b$ với $a \neq 0, b > 0$.

B. $\log_3 x^2 = \log_2 |x|$ với $x \neq 0$.

C. $\log_3 \sqrt{x} = \sqrt{\log_3 x}$ với $x > 0$.

D. $\log(a+b) = \log a + \log b$ với $a, b > 0$.

Lời giải.

- Mệnh đề 1 sai khi $a < 0$.
- Mệnh đề 2 đúng.
- Mệnh đề 3 sai khi $x = 3$.
- Mệnh đề 4 sai khi $a = b = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 692. Cho $\log_{30} 3 = a, \log_{30} 5 = b$. Tính $\log_{30} 1350$ theo a, b .

A. $\log_{30} 1350 = 2a + b$.

B. $\log_{30} 1350 = 2a + b + 1$.

C. $\log_{30} 1350 = 2a + b - 1$.

D. $\log_{30} 1350 = 2a + b - 2$.

Lời giải.

Ta có $\log_{30} 1350 = \log_{30} (3^2 \times 5 \times 30) = \log_{30} 3^2 + \log_{30} 5 + 2 \log_{30} 30 = 2a + b + 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 693. Tính $T = \log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{99}{100}$.

A. $\frac{1}{10}$.

B. -2 .

C. $\frac{1}{100}$.

D. 2 .

Lời giải.

Ta có $T = \log \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{99}{100} \right) = \frac{1}{10}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 694. Biết $\log_2 3 = a; \log_2 5 = b$. Tính $\log_5 360$ theo a và b .

A. $b(2a + b + 3)$.

B. $\frac{3a + b + 2}{b}$.

C. $\frac{2a + b + 3}{b}$.

D. $b(3a + b + 2)$.

Lời giải.

Ta có $\log_5 360 = \frac{\log_2 (2^3 \cdot 3^2 \cdot 5)}{\log_2 5} = \frac{3 + 2 \log_2 3 + \log_2 5}{\log_2 5} = \frac{2a + b + 3}{b}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 695. Đặt $a = \log_5 2; b = \log_5 3$. Tính $\log_5 72$ theo a, b .

A. $3a + 2b$.

B. $a^3 + b^2$.

C. $3a - 2b$.

D. $6ab$.

Lời giải.

Ta có $\log_5 72 = \log_5 (8 \cdot 9) = \log_5 8 + \log_5 9 = 3 \log_5 2 + 2 \log_5 3 = 3a + 2b$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 696. Biết $\log(x^3y) = \log(xy^2) = 1$. Tính $\log(xy)$.

- A. $\log(xy) = \frac{1}{4}$. B. $\log(xy) = \frac{2}{5}$. C. $\log(xy) = \frac{3}{4}$. D. $\log(xy) = \frac{3}{5}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x^3y = 10 \\ xy^2 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^3y = 10 \\ xy(x^2 - y) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^5 = 10 \\ y^5 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log x = \frac{1}{5} \\ \log y = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow \log(xy) = \frac{3}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 697. Đặt $\log_2 3 = a$. Tính theo a giá trị của $\log_{18} 12$.

- A. $\frac{2a+1}{a+2}$. B. $\frac{a+2}{2a-1}$. C. $\frac{a-2}{2a+1}$. D. $\frac{2+a}{1+2a}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{18} 12 = \frac{\log_2 12}{\log_2 18} = \frac{\log_2 4 + \log_2 3}{\log_2 9 + \log_2 2} = \frac{2+a}{2a+1}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 698. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, khi đó $\ln(a^2b^3)$ bằng

- A. $6(\ln a + \ln b)$. B. $2\ln a + 3\ln b$. C. $6\ln a + \ln b$. D. $\frac{1}{2}\ln a + \frac{1}{3}\ln b$.

Lời giải.

$$\text{Với } a > 0, b > 0 \text{ ta có } \ln(a^2b^3) = \ln a^2 + \ln b^3 = 2\ln a + 3\ln b.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 699. Cho $\log_3 15 = a$. Tính $A = \log_{25} 15$ theo a .

- A. $A = \frac{a}{2(a-1)}$. B. $A = \frac{a}{a-1}$. C. $A = \frac{a}{2(1-a)}$. D. $A = \frac{2a}{a-1}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } a = \log_3 15 = \log_3 3 + \log_3 5 = 1 + \log_3 5 \Rightarrow \log_3 5 = a - 1.$$

Mặt khác,

$$A = \log_{25} 15 = \frac{\log_3 15}{\log_3 25} = \frac{a}{2\log_3 5} = \frac{a}{2(a-1)}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 700. Độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $pH = -\log[H^+]$ với $[H^+]$ là nồng độ ion H^+ trong dung dịch đó. Cho dung dịch A có độ pH ban đầu bằng 6. Nếu nồng độ ion H^+ trong dung dịch A tăng lên 4 lần thì độ pH trong dung dịch mới gần bằng giá trị nào dưới đây?

- A. 5,2. B. 6,6. C. 5,7. D. 5,4.

Lời giải.

$$\text{Gọi } x \text{ là nồng độ ion } H^+ \text{ ở thời điểm ban đầu, ta có } -\log[x] = 6.$$

Khi tăng nồng độ ion H^+ lên 4 lần ta được độ pH trong dung dịch bằng

$$-\log[4x] = -\log[x] - \log 4 \approx 6,6.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 701. Đặt $\log_5 3 = a$, khi đó $\log_9 1125$ bằng

- A. $1 + \frac{3}{2a}$. B. $2 + \frac{3}{a}$. C. $2 + \frac{3}{2a}$. D. $1 + \frac{3}{a}$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_9 1125 = \log_9 (9 \cdot 125) = \log_9 9 + \log_{3^2} (5^3) = 1 + \frac{3}{2} \log_3 5 = 1 + \frac{3}{2a}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 702. Giả sử a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a^2 b^3 = 4^4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2 \log_2 a - 3 \log_2 b = 8.$

B. $2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 8.$

C. $2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 4.$

D. $2 \log_2 a - 3 \log_2 b = 4.$

Lời giải.

Vì a, b là các số thực dương nên

$$a^2 b^3 = 4^4 \Leftrightarrow \log_2 (a^2 b^3) = \log_2 (4^4) \Leftrightarrow 2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 8.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 703. Cho hai biểu thức $M = \log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_2 \left(\cos \frac{\pi}{12} \right)$, $N = \log_{\frac{1}{4}} (\log_3 4 \cdot \log_2 3)$. Tính

$$T = \frac{M}{N}.$$

A. $T = \frac{3}{2}.$

B. $T = 2.$

C. $T = 3.$

D. $T = -1.$

Lời giải.

Ta có $M = \log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_2 \left(\cos \frac{\pi}{12} \right) = \log_2 \sin \frac{\pi}{6} = \log_2 \frac{1}{2} = -1.$

Lại có $N = \log_{\frac{1}{4}} (2 \log_3 2 \cdot \log_2 3) = \log_{2^{-2}} 2 = -\frac{1}{2}.$

Vậy $T = \frac{M}{N} = 2.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 704. Rút gọn biểu thức $B = \log_{\frac{1}{a}} \frac{a^5 \sqrt{a^3} \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}}$, ta được kết quả là

A. $-\frac{91}{60}.$

B. $\frac{60}{91}.$

C. $\frac{16}{5}.$

D. $-\frac{5}{16}.$

Lời giải.

$$B = \log_{\frac{1}{a}} \frac{a^5 \sqrt{a^3} \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}} = \log_{\frac{1}{a}} \frac{a \cdot a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{4}}} = \log_{\frac{1}{a}} \frac{a^{\frac{34}{15}}}{a^{\frac{3}{4}}} = \log_{a^{-1}} \left(a^{\frac{91}{60}} \right) = -\frac{91}{60}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 705. Cho b là số thực dương khác 1. Tính $P = \log_b \left(b^3 \cdot b^{\frac{1}{2}} \right).$

A. $P = \frac{3}{2}.$

B. $P = 1.$

C. $P = \frac{7}{2}.$

D. $P = \frac{5}{2}.$

Lời giải.

Ta có $P = \log_b \left(b^3 \cdot b^{\frac{1}{2}} \right) = \log_b b^{3+\frac{1}{2}} = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 706. Cho $P = \log_{a^4} b^2$ với $0 < a \neq 1$ và $b < 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $P = -\frac{1}{2} \log_a (-b).$ B. $P = -2 \log_a (-b).$ C. $P = \frac{1}{2} \log_a (-b).$ D. $P = 2 \log_a (-b).$

Lời giải.

Ta có $P = \log_{a^4} b^2 = \frac{2}{4} \log_a |b| = \frac{1}{2} \log_a (-b)$ vì $b < 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 707. Cho $\log_2 3 = a$, $\log_2 5 = b$. Khi đó $\log_{15} 8$ bằng

A. $\frac{a+b}{3}$.

B. $I = \frac{1}{3(a+b)}$.

C. $3(a+b)$.

D. $\frac{3}{a+b}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{15} 8 = \frac{1}{\log_8 15} = \frac{3}{\log_2 (3 \cdot 5)} = \frac{3}{a+b}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 708. Cho $a, b > 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log(ab^2) = 2\log a + 2\log b$.

B. $\log(ab) = \log a - \log b$.

C. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$.

D. $\log(ab^2) = \log a + 2\log b$.

Lời giải.

Với $a, b > 0$ ta có $\log(ab^2) = \log a + \log b^2 = \log a + 2\log b$. Bởi vậy, trong các khẳng định đã cho, khẳng định đúng là “ $\log(ab^2) = \log a + 2\log b$ ”.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 709. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\log_5 (ab^5)$ bằng

A. $\log_5 a + \frac{1}{5}\log_5 b$.

B. $5(\log_5 a + \log_5 b)$.

C. $\log_5 a + 5\log_5 b$.

D. $5\log_5 a + \log_5 b$.

Lời giải.

Ta có $\log_5 (ab^5) = \log_5 a + \log_5 b^5 = \log_5 a + 5\log_5 b$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 710. Đặt $a = \log_3 4$. Khi đó $\log_{16} 81$ bằng

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{2}{a}$.

C. $\frac{2a}{3}$.

D. $\frac{3}{2a}$.

Lời giải.

Ta có $a = \log_3 4 \Leftrightarrow a = \log_3 2^2 \Leftrightarrow a = 2\log_3 2 \Leftrightarrow \log_2 3 = \frac{2}{a}$.

Khi đó $\log_{16} 81 = \log_{2^4} 3^4 = \log_2 3 = \frac{2}{a}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 711. Cho $\log_{14} 2 = a$. Giá trị của $\log_{14} 49$ tính theo a là

A. $2(1-a)$.

B. $2a$.

C. $\frac{1}{2(1-a)}$.

D. $\frac{2}{1+a}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\log_2 14 = \frac{1}{a} \Leftrightarrow 1 + \log_2 7 = \frac{1}{a} \Leftrightarrow \log_2 7 = \frac{1-a}{a}$.

Ta có $\log_{14} 49 = 2\log_{14} 7 = \frac{2}{\log_7 14} = \frac{2}{1 + \log_7 2} = \frac{2}{1 + \frac{a}{1-a}} = 2(1-a)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 712. Đặt $a = \log_3 45$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\log_{45} 5 = \frac{a+2}{a}$.

B. $\log_{45} 5 = \frac{a-1}{a}$.

C. $\log_{45} 5 = \frac{2-a}{a}$.

D. $\log_{45} 5 = \frac{a-2}{a}$.

Lời giải.

Ta có $a = \log_3 45 \Leftrightarrow \log_{45} 3 = \frac{1}{a}$ nên

$$\log_{45} 5 = \log_{45} \frac{45}{9} = 1 - 2\log_{45} 3 = 1 - \frac{2}{a} = \frac{a-2}{a}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 713. Cho $a = \log_2 m$ và $A = \log_m 16m$, với $0 < m \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $A = \frac{4-a}{a}$. B. $A = \frac{4+a}{a}$. C. $A = (4+a)a$. D. $A = (4-a)a$.

Lời giải.

Với điều kiện $0 < m \neq 1$, ta có

$$A = \log_m 16m = \log_m 16 + \log_m m = 4\log_m 2 + 1 = \frac{4}{\log_2 m} + 1 = \frac{4}{a} + 1 = \frac{4+a}{a}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 714. Cho $\log_2 5 = a$; $\log_3 5 = b$. Khi đó $\log_5 6$ tính theo a và b là

- A. $a + b$. B. $\frac{ab}{a+b}$. C. $\frac{a+b}{ab}$. D. $a^2 + b^2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_5 6 = \log_5 2 + \log_5 3 = \frac{1}{\log_2 5} + \frac{1}{\log_3 5} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 715. Cho m, n, p là các số thực thỏa mãn $p \log 2 = m \log 4 + n \log 8$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $p = \log_2 (2^m + 3^n)$. B. $p = 3m + 2n$. C. $p = \log_2 (4^m + 8^n)$. D. $p = 2m + 3n$.

Lời giải.

Ta có biến đổi

$$p \log 2 = m \log 4 + n \log 8 \Leftrightarrow \log 2^p = \log 4^m + \log 8^n \Leftrightarrow 2^p = 2^{2m} + 2^{3n} \Leftrightarrow p = \log_2 (2^m + 3^n).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 716. Cho $a, b > 0$, biểu thức $P = \log_{\frac{1}{2}} a + 4 \log_4 b$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $P = \log_2 \left(\frac{2b}{a} \right)$. B. $P = \log_2 (b^2 - a)$. C. $P = \log_2 (ab^2)$. D. $P = \log_2 \left(\frac{b^2}{a} \right)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = \log_{\frac{1}{2}} a + 4 \log_4 b = -\log_2 a + 2 \log_2 b = \log_2 b^2 - \log_2 a = \log_2 \left(\frac{b^2}{a} \right).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 717. Cho $0 < a \neq 1$ và $b, c > 0$ thỏa mãn $\log_a b = 3$, $\log_a c = -2$. Tính $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$.

- A. -18 . B. 7 . C. 10 . D. 8 .

Lời giải.

Ta có

$$\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c}) = \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a \sqrt{c} = 3 + 2 \log_a b + \frac{1}{2} \log_a c = 3 + 2 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot (-2) = 8.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 718. Đặt $a = \log_2 3$, $b = \log_5 3$. Biểu diễn $\log_6 10$ theo a, b .

- A. $\log_6 10 = \frac{a+b}{ab}$. B. $\log_6 10 = \frac{a+b}{ab+b}$. C. $\log_6 10 = \frac{a+2ab}{ab}$. D. $\log_6 10 = \frac{a-ab}{ab+b}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_6 10 = \frac{\log_3 10}{\log_3 6} = \frac{\log_3 2 + \log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 3} = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} + 1} = \frac{a+b}{ab+b}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 719. Cho số thực x thỏa mãn $\log x = \frac{1}{2} \log 3a - 2 \log b + 3 \log \sqrt{c}$, (a, b, c là các số thực dương).

Hãy biểu diễn x theo a, b, c .

A. $x = \frac{c^3 \sqrt{3a}}{b^2}$. B. $x = \frac{\sqrt{3a}}{b^2 c^3}$. C. $x = \frac{\sqrt{3ac}}{b^2}$. D. $x = \frac{\sqrt{3ac^3}}{b^2}$.

Lời giải.

Ta có $\log x = \frac{1}{2} \log 3a - 2 \log b + 3 \log \sqrt{c} = \log \sqrt{3a} - \log b^2 + \log \sqrt{c^3} = \log \frac{\sqrt{3ac^3}}{b^2}$.

Vậy suy ra $x = \frac{\sqrt{3ac^3}}{b^2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 720. Cho $a > 1, b > 1, P = \ln a^2 + 2 \ln(ab) + \ln b^2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $P = 2(\ln a + \ln b)$. B. $P = 2 \ln(a + b)^2$. C. $P = 4(\ln a + \ln b)$. D. $P = \ln(a + b)^2$.

Lời giải.

Ta có $P = \ln a^2 + 2 \ln(ab) + \ln b^2 = 2 \ln a + 2(\ln a + \ln b) + 2 \ln b = 4(\ln a + \ln b)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 721. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a^3)$ bằng

A. $6 \log a$. B. $10 + 3 \log a$. C. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \log a$. D. $2 + 3 \log a$.

Lời giải.

Với a là số thực dương tùy ý, ta có $\log(100a^3) = \log 100 + \log a^3 = 2 + 3 \log a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 722. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\ln(xy^3) = 1$ và $\ln(x^2y) = 1$. Giá trị của $\ln(xy)$ bằng

A. $-\frac{3}{5}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \ln(xy^3) = 1 \\ \ln(x^2y) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x + 3 \ln y = 1 \\ 2 \ln x + \ln y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x = \frac{2}{5} \\ \ln y = \frac{1}{5} \end{cases}$.

Suy ra $\ln(xy) = \ln x + \ln y = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 723. Ký hiệu $a = \log_2 10$ thì $\log_{16} 125$ bằng

A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{4}{3a}$. C. $\frac{3a-1}{4}$. D. $\frac{3a-3}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{16} 125 = \frac{3}{4} \log_2 5 = \frac{3}{4} (\log_2 5 + \log_2 2) - \frac{3}{4} = \frac{3a-3}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 724. Tính giá trị của biểu thức $K = \log_a \sqrt{a\sqrt{a}}$ với $0 < a \neq 1$.

A. $K = \frac{4}{3}$. B. $K = \frac{1}{8}$. C. $K = \frac{3}{4}$. D. $K = 2$.

Lời giải.

Ta có $\log_a \sqrt{a\sqrt{a}} = \log_a a^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \cdot \log_a a = \frac{3}{4}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 725. Với a, b, c là các số thực dương khác 1 tùy ý, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_c b \cdot \log_b a = \log_c a$.

B. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$.

C. $\log_a b = -\frac{1}{\log_b a}$.

D. $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$.

Lời giải.Ta có $\log_a b = -\frac{1}{\log_b a}$ là **sai** vì $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$.Chọn đáp án **C** □**Câu 726.** Cho a, b là các số thực dương $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_{a^2} \left(\frac{a^5}{\sqrt[4]{b}} \right) = 2$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng là

A. 4.

B. -4.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải.Ta có $\log_{a^2} \left(\frac{a^5}{\sqrt[4]{b}} \right) = 2 \Leftrightarrow \frac{5}{2} - \frac{1}{8} \log_a b = 2 \Leftrightarrow \log_a b = 4$.Chọn đáp án **A** □**Câu 727.** Cho các số thực dương a, b, c và $a \neq 1$. Biết $\log_{a^2} (b^2 c^3) = m \log_a b + n \log_a c$. Tổng $m + 2n$ có giá trị bằng

A. 4.

B. $\frac{5}{2}$.

C. 1.

D. 5.

Lời giải.Ta có $\log_{a^2} (b^2 c^3) = \frac{1}{2} (\log_a b^2 + \log_a c^3) = \frac{1}{2} (2 \log_a b + 3 \log_a c) = \log_a b + \frac{3}{2} \log_a c$.Từ đó suy ra $m = 1, n = \frac{3}{2}$. Vậy $m + 2n = 1 + 2 \cdot \frac{3}{2} = 4$.Chọn đáp án **A** □**Câu 728.** Biết $\log_a b = 2, \log_a c = -3$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_a \frac{a^2 b^3}{c^4}$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. 20.

C. -1.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 \log_a \frac{a^2 b^3}{c^4} &= \log_a (a^2 b^3) - \log_a c^4 \\
 &= \log_a a^2 + \log_a b^3 - \log_a c^4 \\
 &= 2 + 3 \log_a b - 4 \log_a c \\
 &= 2 + 3 \cdot 2 - 4 \cdot (-3) = 20.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B** □**Câu 729.** Cho $a > 0, b > 0$. Nếu viết $\log_3 \left(\sqrt[5]{a^4 b} \right)^{\frac{3}{4}} = \frac{x}{5} \log_3 a + \frac{y}{20} \log_3 b$ thì $x + y$ bằng bao nhiêu?

A. 6.

B. 9.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 \log_3 \left(\sqrt[5]{a^4 b} \right)^{\frac{3}{4}} &= \frac{3}{4} \log_3 \left(\sqrt[5]{a^4 b} \right) = \frac{3}{20} \log_3 (a^4 b) \\
 &= \frac{3}{20} (\log_3 a^4 + \log_3 b) = \frac{3}{5} \log_3 a + \frac{3}{20} \log_3 b.
 \end{aligned}$$

Suy ra $x = 3, y = 3$. Do đó $x + y = 3 + 3 = 6$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 730. Với $a < 0 \neq 1$, biểu thức nào sau đây có giá trị dương?

A. $\log_a \left(\log_2 \left(2^{\frac{1}{a}} \right) \right)$. B. $\log_a \left(\frac{1}{\log 10} \right)$. C. $\log_a \left(\frac{1}{\sqrt[4]{a}} \right)$. D. $\log_2 (\log \sqrt[3]{a} a)$.

Lời giải.

Ta có

$$— \log_a \left(\log_2 \left(2^{\frac{1}{a}} \right) \right) = \log_a \frac{1}{a} = \log_a a^{-1} = -1.$$

$$— \log_a \left(\frac{1}{\log 10} \right) = \log_a 1 = 0.$$

$$— \log_a \left(\frac{1}{\sqrt[4]{a}} \right) = \log_a a^{-\frac{1}{4}} = -\frac{1}{4}.$$

$$— \log_2 (\log \sqrt[3]{a} a) = \log_2 (\log_{a^{\frac{1}{3}}} a) = \log_2 3 > \log_2 1 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 731. Cho $a = \log_2 5, b = \log_3 5$. Tính $\log_{24} 600$ theo a, b

A. $\log_{24} 600 = \frac{2ab + a - 3b}{a + 3b}$. B. $\log_{24} 600 = \frac{2 + a + b}{a + b}$.
C. $\log_{24} 600 = \frac{2ab + a + 3b}{a + 3b}$. D. $\log_{24} 600 = \frac{2ab + 1}{3a + b}$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_{24} 600 = \frac{\log_5 600}{\log_5 24} = \frac{2 + 3\log_5 2 + \log_5 3}{3\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{2 + \frac{3}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{3}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{2ab + a + 3b}{a + 3b}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 732. Biết rằng $a = \log_2 3$ và $b = \log_5 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_3 10 = \frac{a}{a + b}$. B. $\log_3 10 = \frac{b}{ab + b}$. C. $\log_3 10 = \frac{ab}{1 + b}$. D. $\log_3 10 = \frac{ab}{a + b}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_2 5 = \log_2 3 \cdot \log_3 5 = \frac{\log_2 3}{\log_5 3} = \frac{a}{b}.$$

$$\text{Suy ra } \log_3 10 = \frac{\log_2 3}{\log_2 10} = \frac{\log_2 3}{1 + \log_2 5} = \frac{a}{1 + \frac{a}{b}} = \frac{ab}{a + b}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 733. Với a, b và c là ba số thực dương tùy ý, $\ln \left(\frac{a^2 b}{c} \right)$ bằng

A. $2 \ln a + \ln b - \ln c$. B. $\ln a + 2 \ln b - \ln c$.
C. $-\ln a - 2 \ln b + \ln c$. D. $\frac{1}{2} \ln a + \ln b - \ln c$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \ln \left(\frac{a^2 b}{c} \right) = 2 \ln a + \ln b - \ln c.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 734. Đặt $\log_2 5 = a$, khi đó $\log_{125} 32$ bằng

A. $\frac{5}{3a}$. B. $\frac{5a}{3}$. C. $\frac{3a}{5}$. D. $\frac{3}{5a}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{125} 32 = \frac{5}{3} \log_5 2 = \frac{5}{3a}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 735. Cho $a, b > 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log(ab^2) = 2\log a + 2\log b$.

B. $\log(ab) = \log a - \log b$.

C. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$.

D. $\log(ab^2) = \log a + 2\log b$.

Lời giải.

Với $a, b > 0$ ta có $\log(ab^2) = \log a + \log b^2 = \log a + 2\log b$. Bởi vậy, trong các khẳng định đã cho, khẳng định đúng là “ $\log(ab^2) = \log a + 2\log b$ ”.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 736. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $2\log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$.

B. $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b)$.

C. $2\log_2(a+b) = \log_2 a + \log_2 b$.

D. $4\log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$.

Lời giải.

Ta có $a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab$. Do đó

$$\log_2(a+b)^2 = \log_2(9ab) \Leftrightarrow 2\log_2(a+b) = 2\log_2 3 + \log_2 a + \log_2 b \Leftrightarrow 2\log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 737. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 \left(\frac{3}{a}\right)$ bằng

A. $1 - \log_3 a$.

B. $3 - \log_3 a$.

C. $\frac{1}{\log_3 a}$.

D. $1 + \log_3 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_3 \left(\frac{3}{a}\right) = \log_3 3 - \log_3 a = 1 - \log_3 a$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 738. Cho a, b, c là ba số thực dương, khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a b = \log_b c \cdot \log_c a$.

B. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$.

C. $a^{\log_b c} = b$.

D. $\log_a \left(\frac{b}{a^3}\right) = \log_a b - 3$.

Lời giải.

$\log_a \left(\frac{b}{a^3}\right) = \log_a b - \log_a a^3 = \log_a b - 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 739. Giá trị của biểu thức $\log_a (a\sqrt[3]{a})$ (với $0 < a \neq 1$) là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $\log_a (a\sqrt[3]{a}) = \log_a a^{\frac{4}{3}} = \frac{4}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 740. Cho $a > 0; b > 0$ và $a^2 + b^2 = 7ab$. Đẳng thức nào dưới đây là đúng?

A. $\log_7 \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log_7 a + \log_7 b)$.

B. $\log_3 \frac{a+b}{7} = \frac{1}{2}(\log_3 a + \log_3 b)$.

C. $\log_3 \frac{a+b}{2} = \frac{1}{7}(\log_3 a + \log_3 b)$.

D. $\log_7 \frac{a+b}{2} = \frac{1}{3}(\log_7 a + \log_7 b)$.

Lời giải.

Ta có

$$a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = ab.$$

Suy ra

$$\log_7 \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = \log_7(ab) \Leftrightarrow \log_7 \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log_7 a + \log_7 b).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 741. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_{a^3}(ab^6)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = 2 + 3 \log_a b$. B. $P = \frac{1}{3} + 2 \log_a b$. C. $P = 2 \log_a(ab)$. D. $P = 3 \log_a b$.

Lời giải.

$$\text{Biến đổi } P = \log_{a^3}(ab^6) = \frac{1}{3} \log_a(ab^6) = \frac{1}{3}(\log_a a + \log_a b^6) = \frac{1}{3} + 2 \log_a b.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 742. Có 2017^{2018} khi viết thành số tự nhiên có bao nhiêu chữ số?

- A. 6666 chữ số. B. 6668 chữ số. C. 6667 chữ số. D. 6669 chữ số.

Lời giải.

Ta xét $\log 2017^{2018} = 2018 \cdot \log 2017 \approx 6668,9$. Vậy 2017^{2018} có $6668 + 1 = 6669$ chữ số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 743. Ta có $\log_6 28 = a + \frac{\log_3 7 + b}{\log_3 2 + c}$ thì $a + b + c$ bằng

- A. -1. B. 5. C. 1. D. 3.

Lời giải.

$$\log_6 28 = \frac{\log_3 28}{\log_3 6} = \frac{\log_3 4 + \log_3 7}{\log_3 3 + \log_3 2} = \frac{2 \log_3 2 + \log_3 7}{1 + \log_3 2} = 2 + \frac{\log_3 7 - 2}{\log_3 2 + 1}.$$

Vậy $a = 2; b = -2; c = 1 \Rightarrow a + b + c = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 744. Cho $\log_2 x = \frac{1}{2}$. Khi đó giá trị của biểu thức $P = \frac{\log_2(4x) + \log_2 \frac{x}{2}}{x^2 - \log_{\sqrt{2}} x}$ bằng

- A. 2. B. 1. C. $\frac{4}{7}$. D. $\frac{8}{7}$.

Lời giải.

Ta có $\log_2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$.

$$P = \frac{\log_2(4 \cdot \sqrt{2}) + \log_2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{(\sqrt{2})^2 - \log_{\sqrt{2}} \sqrt{2}} = 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 745. Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\ln(a+b) = \ln a \ln b$. B. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.
C. $\ln(ab) = \ln a \ln b$. D. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Lời giải.

Ta có $\ln(ab) = \ln a + \ln b, \forall a, b > 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 746. Với a là số thực bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log a^2 = 2 \log a$.

B. $\log |3a| = 3 \log |a|$.

C. $\log(10a^2) = \log(a^2) + 1$.

D. $\log(10a^2) = 10 \log(a^2)$.

Lời giải.

Với a là số thực bất kỳ thì

① $\log a^2 = 2 \log |a|$

② $\log |3a| = 3 + \log |a|$

③ $\log(10a^2) = \log 10 + \log(a^2) = \log(a^2) + 1$

Vậy chỉ có lựa chọn $\log(10a^2) = \log(a^2) + 1$ đúng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 747. Cho $a > 0, a \neq 1$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

A. $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y$.

B. $\log_a x^n = n \log_a x$ ($x > 0, n \neq 0$).

C. $\log_a 1 = a$.

D. $\log_a x$ có nghĩa với $\forall x$.

Lời giải.

Trong các mệnh đề đã cho, mệnh đề đúng là “ $\log_a x^n = n \log_a x$ ($x > 0, n \neq 0$)”.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 748. Cho a là số thực dương, khác 1; x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a(x - y)$.

B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Lời giải.

Áp dụng công thức Logarit.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 749. Cho các số thực $a, b > 0$ và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $2 + 2 \log_a b = \log_a(a^2 + b^2)$.

B. $\log_3 b = \frac{\log_a b}{\log_a 3}$.

C. $\log_a(a^3 b^4) = 3 + 4 \log_a b$.

D. $\log_a b \cdot \log_b 9 = 2 \log_a 3$.

Lời giải.

Ta có

$$2 + 2 \log_a b = \log_a a^2 + \log_a b^2 = \log_a(a^2 b^2).$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 750. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f(x) - \log_2 7 = 0$ là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x) - \log_2 7 = 0$ chính là số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ với đường thẳng $y = \log_2 7$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy số nghiệm của phương trình đã cho là 3.

Chọn đáp án **C** □

Câu 751. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $2 \log_2(a + b) = \log_2 a + \log_2 b$.

B. $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b)$.

C. $4 \log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$.

D. $2 \log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$.

Lời giải.

Ta có $a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a + b)^2 = 9ab$. Do đó

$$\log_2(a + b)^2 = \log_2(9ab) \Leftrightarrow 2 \log_2(a + b) = 2 \log_2 3 + \log_2 a + \log_2 b \Leftrightarrow 2 \log_2 \frac{a + b}{3} = \log_2 a + \log_2 b.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 752. Cho hai số thực dương a, b và $a \neq 1$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

A. $\log_{\sqrt{a}}(ab) = \frac{1}{2} + \log_a \sqrt{b}$.

B. $\log_a(a^{2018}b) = 2018 + \log_a b$.

C. $\log_a(a^{2018}b) = 2018(1 + \log_a b)$.

D. $2018 \log_a(ab) = 1 + \log_a b^{2018}$.

Lời giải.

Ta có $\log_a(a^{2018}b) = \log_a a^{2018} + \log_a b = 2018 + \log_a b$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 753. Cho $x > 0$ thỏa mãn $\log_3(\log_9 x) = 0$. Tính $(\log_3 x)^2$.

A. 4.

B. 1.

C. 9.

D. 0.

Lời giải.

Ta có

$$\log_3(\log_9 x) = 0 \Leftrightarrow \log_9 x = 1 \Leftrightarrow x = 9.$$

Từ đó $(\log_3 x)^2 = (\log_3 9)^2 = 4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 754. Tìm điều kiện của a, b sao cho $a^{\frac{1}{3}} < a^{\frac{1}{5}}$, $\log_b \frac{1}{3} < \log_b \frac{1}{4}$.

A. $a > 1, b > 1$.

B. $a > 1, 0 < b < 1$.

C. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

D. $a > 0, 0 < b < 1$.

Lời giải.

Vì $\frac{1}{3} > \frac{1}{5}$ nên $a^{\frac{1}{3}} < a^{\frac{1}{5}} \Rightarrow 0 < a < 1$. Lại có $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ nên $\log_b \frac{1}{3} < \log_b \frac{1}{4} \Rightarrow 0 < b < 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 755. Mệnh đề nào sau đây **không** đúng?

A. $3^{\log_2 \frac{1}{\pi}} > 2^{\log_2 \frac{1}{5}}$.

B. $\log_{\frac{1}{3}} 4 < \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{5}$.

C. $\log_{\frac{1}{2}} a > \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow 0 < a < b$.

D. $\log_{x^2+2} 2017 < \log_{x^2+2} 2018$.

Lời giải.

— $\log_{x^2+2} 2017 < \log_{x^2+2} 2018$: Đây là mệnh đề đúng vì $2017 < 2018$ và $x^2 + 2 > 1$.

— $\log_{\frac{1}{2}} a > \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow 0 < a < b$: Đây là mệnh đề đúng.

— $\log_{\frac{1}{3}} 4 < \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{5}$: Đây là mệnh đề đúng vì $\log_{\frac{1}{3}} 4 < 0 < \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{5}$.

— $3^{\log_2 \frac{1}{\pi}} > 2^{\log_{\frac{2}{3}} \frac{1}{5}}$: Đây là mệnh đề sai vì $\log_2 \frac{1}{\pi} < 0$ nên $3^{\log_2 \frac{1}{\pi}} < 1$ và $\log_{\frac{2}{3}} \frac{1}{5} > 0$ nên $2^{\log_{\frac{2}{3}} \frac{1}{5}} > 1$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 756. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $0 < a \neq 1, b > 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_a(a^4 + b) = 4 + \log_a b$.

B. $\log_a(a + b) = 1 + \log_a b$.

C. $\log_a(a^2 + a^2 b^2) = 2 + \log_a(1 + b^2)$.

D. $\log_a(a^3 b + a) = 1 + 3 \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_a(a^2 + a^2 b^2) = \log_a[a^2(1 + b^2)] = \log_a a^2 + \log_a(1 + b^2) = 2 + \log_a(1 + b^2)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 757. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^{\frac{3}{2}} > a^{\frac{4}{3}}, \log_2 b < \log_3 b$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $b > 1 > a$.

B. $b > a > 1$.

C. $b < a < 1$.

D. $b < 1 < a$.

Lời giải.

Vì $\frac{3}{2} > \frac{4}{3}$ và $a^{\frac{3}{2}} > a^{\frac{4}{3}}$ nên $a > 1$. (1)

Vì $2 < 3$ và $\log_2 b < \log_3 b$ nên $0 < b < 1$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $0 < b < 1 < a$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 758. Cho $0 < a \neq 1$. Tính $A = a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$.

A. 8.

B. 16.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $A = a^{\log_{\sqrt{a}} 4} = a^{2 \log_a 4} = (a^{\log_a 4})^2 = 4^2 = 16$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 759. Cho $0 < a \neq 1$ và một số thực dương x . Đẳng thức nào dưới đây **sai**?

A. $a^{\log_a x} = a$.

B. $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.

C. $a^{\log_a x} = x$.

D. $\log_{\sqrt{a}} x^3 = 6 \log_a x$.

Lời giải.

Ta có $a^{\log_a x} = x$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 760. Cho hai số thực dương a, b . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log a + \log b = \log ab$.

B. $\log a + \log b = \log(a + b)$.

C. $\log \sqrt{a} = \log_{100} a$.

D. $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$.

Lời giải.

Khẳng định **sai** là $\log a + \log b = \log(a + b)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 761. Cho a, b là hai số thực dương khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2 b - 8 \log_b(a\sqrt[3]{b}) = -\frac{8}{3}$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_a(a\sqrt[3]{ab}) + 2016$.

A. $P = 2018$.

B. $P = 2017$.

C. $P = 2016$.

D. $P = 2019$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_a b$. Ta có

$$\begin{aligned}\log_a^2 b - 8 \log_b(a\sqrt[3]{b}) &= -\frac{8}{3} \Leftrightarrow \log_a^2 b - 8 \left(\log_b(a) + \frac{1}{3} \right) = -\frac{8}{3} \\ &\Leftrightarrow \log_a^2 b - \frac{8}{\log_a b} = 0 \\ &\Leftrightarrow \log_a b = 2.\end{aligned}$$

Mặt khác $P = \log_a(a\sqrt[3]{ab}) + 2016 = \frac{4}{3} + \frac{1}{3} \log_a b + 2016 = 2018$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 762. Cho hai số thực dương a, b và $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a(ab) = \log_a b$. B. $\log_a a^b = a^b$. C. $a^{\log_a b} = b$. D. $\log a = -\log_a 10$.

Lời giải.

Theo tính chất của logarit ta có $a^{\log_a b} = b$ là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 763. Cho a, b là các số thực dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\log_a b \log_b a = 1$. B. $\log_{a^2} b^3 = \frac{2}{3} \log_a b$.
C. $\log_a a^2 b = 2 + \log_a b$. D. $\log_a \frac{b}{a} = \log_a b - 1$.

Lời giải.

Đáp án **B** sai vì $\log_{a^2} b^3 = \frac{3}{2} \log_a b$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 764. Cho $P = \log_{a^4} b^2$ với $0 < a \neq 1$ và $b < 0$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $P = -\frac{1}{2} \log_a(-b)$. B. $P = \frac{1}{2} \log_a(-b)$. C. $P = 2 \log_a(-b)$. D. $P = -2 \log_a(-b)$.

Lời giải.

$P = \log_{a^4} b^2 = \frac{2}{4} \log_{|a|} |b| = \frac{1}{2} \log_a(-b)$ (vì $0 < a \neq 1$ và $b < 0$).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 765. Cho $a > 0, a \neq 1, x, y$ là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $\log_a \frac{x}{y^2} = \frac{\log_a x}{2 \log_a y}$. B. $\log_a \frac{x}{y^2} = \log_a x - \frac{1}{2} \log_a y$.
C. $\log_a \frac{x}{y^2} = \frac{1}{2} (\log_a x - \log_a y)$. D. $\log_a \frac{x}{y^2} = \log_a x - 2 \log_a y$.

Lời giải.

Ta có $\log_a \frac{x}{y^2} = \log_a x - 2 \log_a y$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 766. Cho $0 < a, b \neq 1; n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_a b = \frac{\log a}{\log b}$. B. $\log_{\sqrt[n]{a}} b = n \log_a b$. C. $\log_{\sqrt[n]{a}} b = \frac{1}{n} \log_a b$. D. $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_b a$.

Lời giải.

— Vì $\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$ nên mệnh đề “ $\log_a b = \frac{\log a}{\log b}$ ” sai.

— Ta có $\log_{\sqrt[n]{a}} b = \log_{a^{\frac{1}{n}}} b = n \log_a b$ nên mệnh đề “ $\log_{\sqrt[n]{a}} b = n \log_a b$ ” đúng và mệnh đề “ $\log_{\sqrt[n]{a}} b = \frac{1}{n} \log_a b$ ” sai.

— Vì $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$ nên mệnh đề “ $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_b a$ ” sai.

Chọn đáp án (B) □

Câu 767. Cho x, y, z là các số thực dương tùy ý khác 1 và $xyz \neq 1$. Đặt $a = \log_x y$ và $b = \log_z y$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_{xyz}(y^3 z^2) = \frac{3ab + 2a}{a + b + 1}$.

B. $\log_{xyz}(y^3 z^2) = \frac{3ab + 2b}{ab + a + b}$.

C. $\log_{xyz}(y^3 z^2) = \frac{3ab + 2b}{a + b + 1}$.

D. $\log_{xyz}(y^3 z^2) = \frac{3ab + 2a}{ab + a + b}$.

Lời giải.

$$\log_{xyz}(y^3 z^2) = \frac{3 + 2 \log_y z}{\log_y x + 1 + \log_y z} = \frac{3 + \frac{2}{b}}{\frac{1}{a} + 1 + \frac{1}{b}} = \frac{(3b + 2)ab}{b(b + ab + a)} = \frac{3ab + 2a}{ab + a + b}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 768. Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 2ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2(a + b) = 2 + \log_2 a + \log_2 b$.

B. $\log(a + b) = 2 + \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

C. $\log_2(a + b) = \frac{1}{2}(2 + \log_2 a + \log_2 b)$.

D. $\log_2(a + b) = \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$.

Lời giải.

Với mọi số thực dương a và b , ta có $a^2 + b^2 = 2ab \Leftrightarrow (a + b)^2 = 4ab$. Do đó, ta có $\log_2(a + b)^2 = \log_2(4ab) \Leftrightarrow 2 \log_2(a + b) = \log_2 4 + \log_2 a + \log_2 b \Leftrightarrow \log_2(a + b) = \frac{1}{2}(2 + \log_2 a + \log_2 b)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 769. Cho hàm số $y = \frac{mx - m^2 - 2}{-x + 1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max_{[-4; -2]} y = -\frac{1}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $1 \leq m < 3$.

B. $m > 4$.

C. $-\frac{1}{2} < m < 0$.

D. $-3 < m < -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-4; -2]$.

Ta có $y' = \frac{-m^2 + m - 2}{(1 - x)^2} < 0, \forall x \in [-4; -2]$. Suy ra hàm số nghịch biến trên đoạn $[-4; -2]$.

$$\text{Do đó } \max_{[-4; -2]} y = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow y(-4) = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{-m^2 - 4m - 2}{5} = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow 3m^2 + 12m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-6 \pm \sqrt{33}}{3}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 770. Cho $\log_a c = x > 0$ và $\log_b c = y > 0$. Khi đó giá trị của $\log_{ab} c$ là

A. $\frac{1}{xy}$.

B. $\frac{xy}{x + y}$.

C. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

D. $x + y$.

Lời giải.

Ta có: $\log_a c > 0 \Rightarrow c > 0$ và $c \neq 1$. Suy ra

$$\log_{ab} c = \frac{1}{\log_c ab} = \frac{1}{\log_c a + \log_c b} = \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{xy}{x + y}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 771. Với $a = \log_2 5$ và $b = \log_3 5$, giá trị của $\log_6 5$ bằng

A. $\frac{ab}{a + b}$.

B. $\frac{a + b}{ab}$.

C. $\frac{1}{a + b}$.

D. $a + b$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 772. Với $\log 2 = a$, giá trị của $\log \sqrt[3]{\frac{8}{5}}$ bằng

- A. $4a + 1$. B. $4a - 1$. C. $\frac{2a-1}{3}$. D. $\frac{4a-1}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log \sqrt[3]{\frac{8}{5}} = \frac{1}{3} \log \frac{16}{10} = \frac{1}{3} (4 \log 2 - 1) = \frac{4a-1}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 773. Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$ và $\alpha \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $\log_{a^\alpha} b = \log_a b^\alpha$. B. $\log_{a^\alpha} b = \sqrt[\alpha]{\log_a b}$. C. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$. D. $\log_{a^\alpha} b = \log_a^\alpha b$.

Lời giải.

Ta có “ $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ ” là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 774. Cho hai số thực dương a và b , với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\log_{\sqrt{a}}(ab) = \log_a \sqrt{ab}$. B. $\log_{\sqrt{a}}(ab) = \log_a(ab)$.
C. $\log_{\sqrt{a}}(ab) = 2 + 2 \log_a b$. D. $\log_{\sqrt{a}}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

Lời giải.

$$\text{Do } \log_{\sqrt{a}}(ab) = \log_{a^{\frac{1}{2}}}(ab) = 2 \log_a(ab) = 2(\log_a a + \log_a b) = 2 + 2 \log_a b.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 775. Cho $\log_2 5 = a$. Giá trị của $\log_8 25$ theo a bằng

- A. $3a$. B. $2a$. C. $\frac{3}{2}a$. D. $\frac{2}{3}a$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_8 25 = \log_{2^3} 5^2 = \frac{2}{3} \log_2 5 = \frac{2}{3}a.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 776. Cho $a = \log_2 5$, $b = \log_5 3$, $\log_{30} 150 = \frac{x \cdot a \cdot b + y \cdot a + z \cdot b + 1}{m \cdot a \cdot b + n \cdot a + p \cdot b + q}$ (x, y, z, m, n, p, q là các số nguyên). Tính $x + y + z + m + n + p + q$.

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{30} 150 &= \frac{\log_5 150}{\log_5 30} \\ &= \frac{\log_5 5 + \log_5 3 + \log_5 2 + \log_5 5}{\log_5 5 + \log_5 3 + \log_5 2} \\ &= \frac{2 + b + \frac{1}{a}}{1 + b + \frac{1}{a}} \\ &= \frac{ab + 2a + 1}{ab + a + 1}. \end{aligned}$$

Khi đó, $x = 1, y = 2, z = 0, m = 1, n = 1, p = 0, q = 1$ suy ra $x + y + z + m + n + p + q = 6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 777. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $3 \log a + 2 \log b = 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a^3 + b^2 = 1$. B. $3a + 2b = 10$. C. $a^3 b^2 = 10$. D. $a^3 + b^2 = 10$.

Lời giải.

Ta có: $3 \log a + 2 \log b = 1 \Leftrightarrow \log a^3 + \log b^2 = 1 \Leftrightarrow \log (a^3 b^2) = 1 \Leftrightarrow a^3 b^2 = 10$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 778. Cho $n = \log_{20} 5$. Hãy biểu diễn $\log_2 20$ theo n .

- A. $\log_2 20 = \frac{n+2}{n}$. B. $\log_2 20 = \frac{2}{1-n}$. C. $\log_2 20 = \frac{1-n}{2}$. D. $\log_2 20 = \frac{1}{1-n}$.

Lời giải.

Ta có $n = \log_{20} 5 = \log_{20} \frac{20}{4} = 1 - 2 \log_{20} 2$.

Suy ra $\log_{20} 2 = \frac{1-n}{2}$ hay $\log_2 20 = \frac{2}{1-n}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 779. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

- A. $S = 13$. B. $S = \frac{81}{12}$. C. $S = \frac{9}{4}$. D. $S = \frac{37}{12}$.

Lời giải.

Ta có $x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Vậy $S = \left| \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) \, dx \right| + \left| \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) \, dx \right| = \frac{37}{12}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 780. Cho bốn mệnh đề:

- (I) $b = a^{\log_a b}$ với mọi $1 \neq a > 0, b > 0$.
 (II) $a^{\log_b c} = b^{\log_a c}$ với mọi $1 \neq a > 0, 1 \neq b > 0, c > 0$.
 (III) $\log_a b^{2m} = 2m \log_a b$ với mọi $0 < a \neq 1, b \neq 0, m \in \mathbb{Z}^+$.
 (IV) $\log_{a^x} b = -x \log_a b$ với mọi $1 \neq a > 0, b > 0, x \in \mathbb{R}$.

Tìm số mệnh đề đúng trong bốn mệnh đề đã cho.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

- (I) là mệnh đề đúng.
- (II) là mệnh đề sai vì $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$.
- (III) là mệnh đề sai vì điều kiện phải có $b > 0$.
- (IV) là mệnh đề sai vì $\log_{a^x} b = \frac{1}{x} \log_a b$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 781. Với mọi số $a, b > 0$ thỏa mãn $9a^2 + b^2 = 10ab$ thì đẳng thức đúng là

- A. $2 \log(3a + b) = \log a + \log b$. B. $\frac{\log(3a + b)}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}$.
 C. $\log a + \log(b + 1) = 1$. D. $\log \frac{3a + b}{4} = \frac{1}{2} (\log a + \log b)$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 9a^2 + b^2 = 10ab &\Leftrightarrow 9a^2 + 6ab + b^2 = 16ab \Leftrightarrow (3a + b)^2 = 16ab. \\ &\Leftrightarrow \log \frac{(3a + b)^2}{16} = \log(ab) \Leftrightarrow 2 \log \frac{3a + b}{4} = \log a + \log b \Leftrightarrow \log \frac{3a + b}{4} = \frac{1}{2} (\log a + \log b). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 782. Cho các số thực dương a, b, x thỏa mãn $\log_5 x = \log_{\sqrt[3]{5}} b - 2 \log_{\frac{1}{5}} a$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $x = a^2 b^3$. B. $x = a^3 b$. C. $x = a^3 b^2$. D. $x = \sqrt{ab}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \log_5 x = \log_{\sqrt[3]{5}} b - 2 \log_{\frac{1}{5}} a &\Leftrightarrow \log_5 x = 3 \log_5 b + 2 \log_5 a \\ &\Leftrightarrow \log_5 x = \log_5 (a^2 b^3) \Leftrightarrow x = a^2 b^3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 783. Cho a, b là hai số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_b a = \log_a b + 2$. Tính $\log_a b$.

- A. $\log_a b = -1 - \sqrt{2}$. B. $\log_a b = -1 \pm \sqrt{2}$. C. $\log_a b = -1 + \sqrt{2}$. D. $\log_a b = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta thấy } \log_b a = \log_a b + 2 \Leftrightarrow \log_a^2 b + 2 \log_a b - 1 = 0 \Rightarrow \log_a b = -1 + \sqrt{2} \text{ (vì } a, b > 1).$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 784. Cho $a, b > 0$ và $2 \log_2 b - 3 \log_2 a = 2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $b^2 - a^3 = 4$. B. $2b - 3a = 2$. C. $2b - 3a = 4$. D. $b^2 = 4a^3$.

Lời giải.

$$\text{Từ giả thiết ta có } \log_2 \left(\frac{b^2}{a^3} \right) = 2 \Leftrightarrow b^2 = 4a^3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 785. Cho $\log_b a = x$ và $\log_b c = y$. Hãy biểu diễn $\log_{a^2} (\sqrt[3]{b^5 c^4})$ theo x và y .

- A. $\frac{5 + 4y}{6x}$. B. $\frac{20y}{3x}$. C. $\frac{5 + 3y^4}{3x^2}$. D. $20x + \frac{20y}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{a^2} (\sqrt[3]{b^5 c^4}) = \frac{1}{6} \log_a (b^5 c^4) = \frac{5}{6} \log_a b + \frac{2}{3} \log_a c = \frac{5}{6 \log_b a} + \frac{2 \log_b c}{3 \log_b a} = \frac{5 + 4y}{6x}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 786. Cho $a > 0, b > 0; a \neq 1, b \neq 1, n \in \mathbb{N}^*$, một học sinh tính biểu thức

$$P = \frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \dots + \frac{1}{\log_{a^n} b}$$

theo các bước sau.

I. $P = \log_b a + \log_b a^2 + \dots + \log_b a^n$.

II. $P = \log_b a \cdot a^2 \dots a^n$.

III. $P = \log_b a^{1+2+3+\dots+n}$.

IV. $P = n(n+1) \log_b a$.

Bạn học sinh trên đã giải **sai** ở bước nào?

- A. III. B. II. C. I. D. IV.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ nên bạn học sinh trên đã làm sai ở bước IV.}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 787. Rút gọn biểu thức $A = a^{2\log_{\sqrt{a}} 3}$ với $0 < a \neq 1$ ta được kết quả là

A. 9.

B. 6.

C. 3^4 .D. 3^8 .

Lời giải.

$$A = a^{2\log_{\sqrt{a}} 3} = a^{4\log_a 3} = a^{\log_a 3^4} = 3^4.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 788. Cho $0 < a \neq 1$, $x \neq 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_a x^4 = 4 \log_a x$. B. $\log_a x^4 = \frac{1}{4} \log_a |x|$. C. $\log_a x^4 = 4 \log_a |x|$. D. $\log_a x^4 = \log_a |4x|$.

Lời giải.

Do điều kiện $x \neq 0$ nên ta có $\log_a x^4 = 4 \log_a |x|$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 789. Biết $\log a = 2$ và $\log b = 3$, khi đó giá trị của $\log(a^2 \cdot b^3)$ là

A. 31.

B. 13.

C. 30.

D. 108.

Lời giải.

$$\log(a^2 \cdot b^3) = 2 \log a + 3 \log b = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 13.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 790. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $2 \log_2(a + b) = \log_2 a + \log_2 b$.B. $2 \log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$.C. $\log_2 \frac{a+b}{2} = 2(\log_2 a + \log_2 b)$.D. $4 \log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$.

Lời giải.

Đẳng thức ở giả thiết tương đương với $\left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = ab$. Lấy lô-ga-rít cơ số 2 vào 2 vế của đẳng thức này, ta được $2 \log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 791. Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a) = 3 \log a$. B. $\log a^3 = 3 \log a$. C. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$. D. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.

Lời giải.

Theo tính chất ta có $\log a^3 = 3 \log a$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 792. Cho $\log_{ab} b = 3$ (với $a > 0$, $b > 0$, $ab \neq 1$). Tính $\log_{\sqrt{ab}} \left(\frac{a}{b^2}\right)$.

A. -16.

B. 5.

C. -4.

D. -10.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{ab} b = 3 \Leftrightarrow \log_b(ab) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \log_b a + 1 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \log_b a = -\frac{2}{3}.$$

Do đó

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{ab}} \left(\frac{a}{b^2}\right) &= 2 \log_{ab} \left(\frac{a}{b^2}\right) = 2(\log_{ab} a - 2 \log_{ab} b) = 2(\log_{ab} b \cdot \log_b a - 2 \cdot 3) \\ &= 2\left(3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - 6\right) = -16. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 793. Cho $a = \log_2 3$. Hãy tính $\log_{12} 18$ theo a .

$$\text{A. } \log_{12} 18 = \frac{a+2}{2a+1}. \quad \text{B. } \log_{12} 18 = \frac{2a+2}{2-a}. \quad \text{C. } \log_{12} 18 = \frac{2a-2}{2-a}. \quad \text{D. } \log_{12} 18 = \frac{2a+1}{2+a}.$$

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{12} 18 = \frac{\log_2 18}{\log_2 12} = \frac{\log_2 9 + \log_2 2}{\log_2 4 + \log_2 3} = \frac{2\log_2 3 + 1}{2 + \log_2 3} = \frac{2a+1}{2+a}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 794. Cho $\ln x = 2$. Tính giá trị biểu thức $T = 2\ln \sqrt{ex} - \ln \frac{e^2}{\sqrt{x}} + \ln 3 \cdot \log_3(ex^2)$.

$$\text{A. } T = 13. \quad \text{B. } T = 12. \quad \text{C. } T = 7. \quad \text{D. } T = 21.$$

Lời giải.

$\ln x = 2 \Rightarrow x = e^2$. Khi đó

$$T = 2\ln \sqrt{ex} - \ln \frac{e^2}{\sqrt{x}} + \ln 3 \cdot \log_3(ex^2) = \ln e^3 - \ln \frac{e^2}{e} + \ln e^5 = 3 - 1 + 5 = 7.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 795. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $A = \log_a \frac{\sqrt{a^3}}{a\sqrt[4]{a}}$.

$$\text{A. } A = \frac{1}{4}. \quad \text{B. } A = \frac{1}{2}. \quad \text{C. } A = \frac{1}{3}. \quad \text{D. } A = \frac{3}{4}.$$

Lời giải.

$$A = \log_a \frac{\sqrt{a^3}}{a\sqrt[4]{a}} = \log_a \frac{a^{\frac{3}{2}}}{a^{1+\frac{1}{4}}} = \log_a a^{\frac{3}{2}-\frac{5}{4}} = \frac{3}{2} - \frac{5}{4} = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 796. Cho $a = \log_2 5$, $b = \log_2 9$. Biểu diễn của $P = \log_2 \frac{40}{3}$ theo a và b là

$$\text{A. } P = 3 + a - 2b. \quad \text{B. } P = 3 + a - \frac{1}{2}b. \quad \text{C. } P = \frac{3a}{2b}. \quad \text{D. } P = 3 + a - \sqrt{b}.$$

Lời giải.

Ta có

$$\log_2 \frac{40}{3} = \log_2 40 - \log_2 3 = \log_2(5 \cdot 8) - \frac{1}{2}\log_2 9 = \log_2 5 + \log_2 8 - \frac{1}{2}\log_2 9 = a + 3 - \frac{1}{2}b.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 797. Cho $a > 0$, $a \neq 1$. Tính $A = \log_{a^2}^2 a^4$.

$$\text{A. } A = 16. \quad \text{B. } A = 6. \quad \text{C. } A = 2. \quad \text{D. } A = 4.$$

Lời giải.

$$\text{Ta có } A = \log_{a^2}^2 a^4 = (\log_{a^2} a^4)^2 = \left(4 \cdot \frac{1}{2} \log_a a\right)^2 = 4.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 798. Cho a là số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$\begin{aligned} \text{A. } \log_3 \frac{3}{a^2} &= 3 - \frac{1}{2} \log_3 a. & \text{B. } \log_3 \frac{3}{a^2} &= 3 - 2 \log_3 a. \\ \text{C. } \log_3 \frac{3}{a^2} &= 1 - 2 \log_3 a. & \text{D. } \log_3 \frac{3}{a^2} &= 1 + 2 \log_3 a. \end{aligned}$$

Lời giải.

$$\log_3 \frac{3}{a^2} = \log_3 3 - \log_3 a^2 = 1 - 2 \log_3 a.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 799. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $0 < a < b < 1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $\log_a b > 1$. B. $\log_b a < 0$. C. $\log_a b > \log_b a$. D. $\log_b a > \log_a b$.

Lời giải.

Với $a, b \in (0; 1)$, ta có $\log_a b < \log_a a = 1$; $\log_b a > \log_b b = 1$.

Do đó ta có $\log_a b < \log_b a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 800. Cho hai số thực dương a, b và $a \neq 1$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

- A. $\log_{\sqrt{a}} ab = \frac{1}{2} + \log_{\sqrt{a}} \sqrt{b}$. B. $2018 \log_a ab = 1 + \log_a b^{2018}$.
C. $\log_a a^{2018} b = 2018 + \log_a b$. D. $\log_a a^{2018} b = 2018 (1 + \log_a b)$.

Lời giải.

Với hai số thực dương a, b và $a \neq 1$, ta có

$$\log_a a^{2018} b = \log_a a^{2018} + \log_a b = 2018 + \log_a b.$$

Do đó, khẳng định $\log_a a^{2018} b = 2018 + \log_a b$ là khẳng định đúng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 801. Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương x, y ?

- A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$. B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.
C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$. D. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

Lời giải.

Theo công thức $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 802. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^2 + \log_{a^3} b^8$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = 26 \log_a b$. B. $P = 10 \log_a b$. C. $P = 5 \log_a b$. D. $P = \frac{14}{3} \log_a b$.

Lời giải.

$$P = \log_a b^2 + \log_{a^3} b^8 = 2 \log_a b + \frac{8}{3} \log_a b = \frac{14}{3} \log_a b.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 803. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\log_3^2 a^2 = 2 \log_3^2 a$. B. $\log_3^2 a^2 = 4 \log_3^2 |a|$. C. $\log_3^2 a^2 = 4 \log_3^2 a$. D. $\log_3^2 a^2 = 2 \log_3^2 |a|$.

Lời giải.

$$\log_3^2 a^2 = (\log_3 a^2)^2 = (2 \log_3 |a|)^2 = 4 \log_3^2 |a|.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 804. Với a, b là hai số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\ln(ab) = \ln(a + b)$. B. $\ln(ab) = \frac{\ln a}{\ln b}$. C. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$. D. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Lời giải.

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ là mệnh đề đúng với a, b là hai số thực dương bất kì.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 805. Cho a là số thực dương và khác 1. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y, \forall x > 0, \forall y > 0.$ B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \forall x > 0, \forall y > 0.$
 C. $\log_a x^2 = \frac{1}{2} \log_a x, \forall x > 0.$ D. $\log a = \frac{1}{\log_a 10}.$

Lời giải.

Ta có: $\log_a x^2 = \frac{1}{2} \log_a |x| = \frac{1}{2} \log_a x, \forall x > 0.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 806. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a(b^2 c^3)$?

- A. $P = 31.$ B. $P = 13.$ C. $P = 30.$ D. $P = 108.$

Lời giải.

Theo tính chất lôgarit, suy ra $P = \log_a(b^2 c^3) = \log_a b^2 + \log_a c^3 = 2 \log_a b + 3 \log_a c = 13.$

Chọn đáp án **B** □

Câu 807. Giá trị biểu thức $P = \ln(\sin 1^\circ) \cdot \ln(\sin 2^\circ) \cdots \ln(\sin 90^\circ)$ bằng

- A. 90. B. 1. C. 2018.. D. 0.

Lời giải.

Do $\sin 90^\circ = 1$ nên $\ln(\sin 90^\circ) = 0$. Vậy $P = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 808. Cho bốn số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a \neq 1, b \neq 1$ và $x^2 + y^2 = 1$. Biết rằng $\log_a(x+y) < 0$ và $\log_b(xy) < 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\begin{cases} a > 1 \\ b > 1 \end{cases}.$ B. $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ 0 < b < 1 \end{cases}.$ C. $\begin{cases} a > 1 \\ 0 < b < 1 \end{cases}.$ D. $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ b > 1 \end{cases}.$

Lời giải.

Ta có $(x+y)^2 > x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow x+y > 1$. Lại có $xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2} = \frac{1}{2} < 1$.

Từ giả thiết $\log_a(x+y) < 0 = \log_a 1$ và $x+y > 1$ suy ra $0 < a < 1$. Từ $\log_b(xy) < 0 = \log_b 1$ và $xy < 1$ suy ra $b > 1$. Vậy $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ b > 1 \end{cases}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 809. Với a là số thực âm bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_2 a^2 = 2 \log_2(-a).$ B. $\log_2 a^2 = -2 \log_2 a.$
 C. $\log_2 a^2 = 2 \log_2 a.$ D. $\log_2 a^2 = 2a.$

Lời giải.

Vì a là số thực âm nên $\log_2 a^2 = 2 \log_2 |a| = 2 \log_2(-a).$

Chọn đáp án **A** □

Câu 810. Cho a, b là các số thực dương. Rút gọn $P = 2 \log_2 a - \log_{\frac{1}{2}} b^2$.

- A. $P = \log_2(2ab^2).$ B. $P = \log_2(ab)^2.$ C. $P = \log_2 \left(\frac{a}{b} \right)^2.$ D. $P = \log_2 \left(\frac{2a}{b^2} \right).$

Lời giải.

Ta có $P = 2 \log_2 a - \log_{\frac{1}{2}} b^2 = \log_2 a^2 + \log_2 b^2 = \log_2 a^2 b^2 = \log_2 (ab)^2.$

Chọn đáp án **B** □

Câu 811. Cho a là một số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_4 \sqrt{a} = 5$. Tính $\log_a 2$.

- A. $\log_a 2 = \frac{1}{5}.$ B. $\log_a 2 = 5.$ C. $\log_a 2 = 20.$ D. $\log_a 2 = \frac{1}{20}.$

Lời giải.

$$\log_4 \sqrt{a} = 5 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \log_2 a = 5 \Leftrightarrow \log_2 a = 20.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 812.** Với a là số thực khác 0, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log a^{2016} = 672 \log a^3$.

B. $\log(3a) = 3 + \log a$.

C. $\log a^{2010} = 1005 \log a^2$.

D. $\log a^{2018} = 2018 \log a$.

Lời giải.Với a là số thực khác 0, ta có $\log a^{2010} = \log(a^2)^{1005} = 1005 \log a^2$.Chọn đáp án **C** □**Câu 813.** Cho $\log_a x = 2, \log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

A. $P = -6$.

B. $P = \frac{1}{6}$.

C. $-\frac{1}{6}$.

D. $P = 6$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \log_a x = 2 \\ \log_b x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a^2 \\ x = b^3 \end{cases} \Rightarrow a^2 = b^3 \Leftrightarrow a = b^{\frac{3}{2}}.$$

$$\text{Do đó, } P = \log_{\frac{a}{b^2}} x = \log_{b^{-\frac{1}{2}}} x = -2 \log_b x = -2 \times 3 = -6.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 814.** Cho $a = \log_2 3$ và $b = \log_2 5$. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào đúng?

A. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b$.

B. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}a + \frac{1}{6}b$.

C. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b$.

D. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}a + \frac{1}{3}b$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2 \sqrt[6]{360} &= \frac{1}{6} \log_2 (2^3 \cdot 3^2 \cdot 5) = \frac{1}{6} (3 \log_2 2 + 2 \log_2 3 + \log_2 5) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \log_2 3 + \frac{1}{6} \log_2 5 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 815.** Giả sử a, b là các số thực dương bất kì. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b)$.

B. $\log(10ab)^2 = 2 + 2 \log(ab)$.

C. $\log(10ab)^2 = (1 + \log a + \log b)^2$.

D. $\log(10ab)^2 = 2 + \log(ab)^2$.

Lời giải.

— $\log(10ab)^2 = 2(\log 10 + \log a + \log b) = 2(1 + \log a + \log b)$ (đúng).

— $\log(10ab)^2 = 2(\log 10 + \log ab) = 2 + 2 \log(ab)$ (đúng).

— $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b) \neq (1 + \log a + \log b)^2$ (sai).

— $\log(10ab)^2 = 2 + 2 \log(ab) = 2 + \log(ab)^2$ (đúng).

Chọn đáp án **C** □**Câu 816.** Giá trị của biểu thức $P = a^{\log_{\sqrt{a}} 3}$, ($0 < a \neq 1$) bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. 3.

C. $\sqrt{3}$.

D. 9.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = a^{\log_{\sqrt{a}} 3} = a^{2 \log_a 3} = (a^{\log_a 3})^2 = 3^2 = 9.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 817. Cho các số thực a, b . Giá trị của biểu thức $A = \log_2 \frac{1}{2^a} + \log_2 \frac{1}{2^b}$ bằng với giá trị nào trong các biểu thức sau đây?

A. $a + b$.

B. ab .

C. $-ab$.

D. $-a - b$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } A = \log_2 \frac{1}{2^a} + \log_2 \frac{1}{2^b} = \log_2 2^{-a} + \log_2 2^{-b} = -a - b.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 818. Cho các số thực dương a, x, y và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

B. $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y$.

C. $\log_a(xy) = \log_a x - \log_a y$.

D. $\log_a(xy) = y \log_a x$.

Lời giải.

Công thức lôgarit của một tích.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 819. Đặt $\log_2 5 = a, \log_3 2 = b$. Tính $\log_{15} 20$ theo a và b ta được

A. $\log_{15} 20 = \frac{2b+a}{1+ab}$.

B. $\log_{15} 20 = \frac{2b+ab}{1+ab}$.

C. $\log_{15} 20 = \frac{2b+1}{1+ab}$.

D. $\log_{15} 20 = \frac{b+ab+1}{1+ab}$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_{15} 20 = \frac{\log_2 20}{\log_2 15} = \frac{2 + \log_2 5}{\log_2 3 + \log_2 5} = \frac{2+a}{\frac{1}{b}+a} = \frac{2b+ab}{1+ab}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 820. Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Đặt $M = \log_{\sqrt{a}} b$. Tính M theo $N = \log_a b$.

A. $M = \sqrt{N}$.

B. $M = 2N$.

C. $M = \frac{1}{2}N$.

D. $M = N^2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } M = \log_{\sqrt{a}} b = 2 \log_a b \Rightarrow M = 2N.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 821. Ta có $\log_6 28 = a + \frac{\log_3 7 + b}{\log_3 2 + c}$ thì $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

A. -1 .

B. 1 .

C. 5 .

D. 3 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_6 28 = \frac{\log_3 28}{\log_3 6} = \frac{\log_3 2^2 \cdot 7}{\log_3 2 \cdot 3} = \frac{2 \log_3 2 + \log_3 7}{\log_3 2 + 1} = 2 + \frac{\log_3 7 - 2}{\log_3 2 + 1} \text{ suy ra } a = 2, b = -2, c = 1$$

$$\text{hay } a + b + c = 1.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 822. Cho $\log_{a^2+1} 27 = b^2 + 1$. Hãy tính giá trị của biểu thức $I = \log_{\sqrt{3}} \sqrt[6]{a^2 + 1}$ theo b .

A. $\frac{1}{b^2 + 1}$.

B. $\frac{3}{b^2 + 1}$.

C. $\frac{4}{3(b^2 + 1)}$.

D. $\frac{1}{36(b^2 + 1)}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \log_{a^2+1} 27 = b^2 + 1 \Leftrightarrow 3 \log_{a^2+1} 3 = b^2 + 1 \Leftrightarrow \log_{a^2+1} 3 = \frac{b^2 + 1}{3} \Leftrightarrow \log_3(a^2 + 1) = \frac{3}{b^2 + 1}.$$

$$\text{Suy ra } I = \log_{3^{\frac{1}{2}}}(a^2 + 1)^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{3} \cdot \log_3(a^2 + 1) = \frac{1}{b^2 + 1}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 823. Cho a, b là các số thực và $a \cdot b > 0$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$.

B. $\ln \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$.

C. $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$.

D. $\ln(ab) = \ln|a| + \ln|b|$.

Lời giải.

Vì a, b là các số thực nên $\ln a$ và $\ln b$ đều không xác định khi $a, b < 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 824. Rút gọn biểu thức $A = \log_a \left(a \sqrt[5]{a^3 \sqrt{a \sqrt{a}}} \right)$ với $a > 0, a \neq 1$ ta được kết quả nào sau đây?

A. $\frac{7}{4}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. 2.

Lời giải.

$$\begin{aligned} A &= \log_a \left(a \sqrt[5]{a^3 \sqrt{a \sqrt{a}}} \right) = \log_a \left(a \sqrt[5]{a^3 \sqrt{a^{1+\frac{1}{2}}}} \right) \\ &= \log_a \left(a \sqrt[5]{a^3 \cdot a^{\frac{3}{4}}} \right) = \log_a \left(a \sqrt[5]{a^{\frac{15}{4}}} \right) \\ &= \log_a \left(a \cdot a^{\frac{3}{4}} \right) = \log_a a^{\frac{7}{4}} = \frac{7}{4}. \end{aligned}$$

Cách khác: Ta có thể cho $a = 2$ thay vào biểu thức để tính một cách rất đơn giản.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 825. Cho $\log_2 5 = a, \log_3 5 = b$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo a và b là

A. $a^2 + b^2$.

B. $\frac{1}{a+b}$.

C. $\frac{ab}{a+b}$.

D. $a+b$.

Lời giải.

Ta có $\log_5 6 = \log_5 2 + \log_5 3 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab}$, suy ra $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 826. Cho $a^{\frac{\sqrt{3}}{3}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ và $\log_b \frac{2017}{2018} < \log_b \frac{2018}{2019}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

B. $0 < a < 1, b > 1$.

C. $a > 1, 0 < b < 1$.

D. $a > 1, b > 1$.

Lời giải.

Vì $\frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{\sqrt{2}}{2}$ nên $0 < a < 1$ và $\frac{2017}{2018} < \frac{2018}{2019}$ nên $b > 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 827. Cho $a = \log_5 3$. Tính $\log_{25} 15$.

A. $\log_{25} 15 = \frac{1+a}{2}$.

B. $\log_{25} 15 = \frac{3}{5(1-a)}$.

C. $\log_{25} 15 = \frac{5}{3(1-a)}$.

D. $\log_{25} 15 = \frac{1}{1-a}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{25} 15 = \frac{1}{2} \log_5 (3 \cdot 5) = \frac{1}{2} (\log_5 3 + \log_5 5) = \frac{1+a}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 828. Biểu thức nào sau đây có giá trị lớn hơn 1?

A. $\log_{0,5} \frac{1}{8}$.

B. $\log_{0,5} 125$.

C. $\log_{\frac{1}{6}} 36$.

D. $\log_{0,5} \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

- $\log_{\frac{1}{6}} 36 = -\log_6 6^2 = -2 < 1.$
- $\log_{0,5} \frac{1}{8} = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 3 > 1.$
- $\log_{0,5} \frac{1}{2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1.$
- $\log_{0,5} 125 = \log_{\frac{1}{5}} 125 = -\log_5 5^3 = -3 < 1.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 829. Biết $\log_7 2 = m$, khi đó giá trị của $\log_{49} 28$ được tính theo m là

- A. $\frac{1+2m}{2}.$ B. $\frac{m+2}{4}.$ C. $\frac{1+m}{2}.$ D. $\frac{1+4m}{2}.$

Lời giải.

Ta có $\log_{49} 28 = \log_{7^2} 28 = \frac{1}{2} \log_7 (7 \cdot 2^2) = \frac{1}{2} (\log_7 7 + \log_7 2^2) = \frac{1}{2} (1 + 2 \log_7 2) = \frac{1}{2} (1 + 2m).$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 830. Đặt $a = \log_5 3$. Tính theo a giá trị biểu thức $\log_9 1125$.

- A. $\log_9 1125 = 1 + \frac{3}{2a}.$ B. $\log_9 1125 = 2 + \frac{3}{a}.$ C. $\log_9 1125 = 2 + \frac{2}{3a}.$ D. $\log_9 1125 = 1 + \frac{3}{a}.$

Lời giải.

Ta có $\log_9 1125 = \log_9 (5^3 \cdot 3^2) = \frac{3}{2 \log_5 3} + 1 = 1 + \frac{3}{2a}.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 831. Cho $\log_a b = 2$ với $a, b > 0, a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\log_a(ab) = 3.$ B. $\log_a(a^2b) = 4.$ C. $\log_a(b^2) = 4.$ D. $\log_a(ab^2) = 3.$

Lời giải.

Ta có

- $\log_a(ab) = \log_a a + \log_a b = 1 + 2 = 3.$
- $\log_a(a^2b) = \log_a a^2 + \log_a b = 2 + 2 = 4.$
- $\log_a b^2 = 2 \log_a b = 4.$
- $\log_a(ab^2) = \log_a a + \log_a b^2 = 1 + 2 \log_a b = 5.$

Vậy khẳng định $\log_a(ab^2) = 3$ là khẳng định **sai**.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 832. Cho a, b, c là các số thực dương và $a, b \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b.$ B. $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}.$
- C. $\log_a c = \log_a b \cdot \log_b c.$ D. $\log_a b \cdot \log_b a = 1.$

Lời giải.

Ta có $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 833. Năm 1992, người ta đã biết số $p = 2^{756839} - 1$ là một số nguyên tố (số nguyên tố lớn nhất được biết đến cho đến lúc đó). Hãy tìm số các chữ số của p khi viết trong hệ thập phân.

- A. 227830 chữ số. B. 227834 chữ số. C. 227832 chữ số. D. 227831 chữ số.

Lời giải.

Ta có $\log p < \log 2^{756839} = 756839 \log 2 \approx 227831,2409$. Suy ra $10^{227831} \leq p < 10^{227832}$. Vậy p có 227832 chữ số.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 834. Cho các số thực $a < b < 0$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\ln\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \ln(a^2) - \ln(b^2)$.

B. $\ln(ab)^2 = \ln(a^2) + \ln(b^2)$.

C. $\ln\sqrt{ab} = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$.

D. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln|a| - \ln|b|$.

Lời giải.

Ta có

— $\ln\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \ln\left(\frac{a^2}{b^2}\right) = \ln(a^2) - \ln(b^2)$ (đúng).

— $\ln(ab)^2 = \ln(a^2b^2) = \ln(a^2) + \ln(b^2)$ (đúng).

— $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln|a| - \ln|b|$ (đúng).

Vì $a < b < 0$ nên $\ln\sqrt{ab} = \frac{1}{2}\ln(ab) = \frac{1}{2}(\ln(-a) + \ln(-b))$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 835. Biết $\log_6 2 = a, \log_6 5 = b$. Tính $I = \log_3 5$ theo a, b .

A. $I = \frac{b}{1+a}$.

B. $I = \frac{b}{1-a}$.

C. $I = \frac{b}{a-1}$.

D. $I = \frac{b}{a}$.

Lời giải.

Ta có : $I = \log_3 5 = \frac{\log_6 5}{\log_6 3} = \frac{\log_6 5}{\log_6 \frac{6}{2}} = \frac{\log_6 5}{1 - \log_6 2} = \frac{b}{1-a}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 836. Cho $\log_{ab} b = 3$ (với $a > 0, b > 0, ab \neq 1$). Tính $\log_{\sqrt{ab}}\left(\frac{a}{b^2}\right)$.

A. 5.

B. -4.

C. -10.

D. -16.

Lời giải.

Từ $\log_{ab} b = 3$ suy ra $b = a^3 b^3 \Leftrightarrow a = b^{-\frac{2}{3}}$, thay vào $\log_{\sqrt{ab}}\left(\frac{a}{b^2}\right) = \log_{\sqrt{\frac{1}{b^{\frac{1}{3}}}}}\left(b^{-\frac{8}{3}}\right) = -16$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 837. Cho $\log_2(a+1) = 3$. Tính $3^{\log_9(a-3)}$.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $\log_2(a+1) = 3 \Leftrightarrow a = 7$. Khi đó $3^{\log_9(a-3)} = 3^{\log_9(4)} = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 838. Cho các số thực a, b dương khác 1 thỏa mãn $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{5}{6}}$ và $\log_b \frac{2}{3} < \log_b \frac{3}{4}$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $a > 1, b > 1$.

B. $a > 1, 0 < b < 1$.

C. $0 < a < 1, b > 1$.

D. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

Lời giải.

Vì $\begin{cases} \frac{3}{4} < \frac{5}{6} \\ a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{5}{6}} \end{cases}$ nên $0 < a < 1$; vì $\begin{cases} \frac{2}{3} < \frac{3}{4} \\ \log_b \frac{2}{3} < \log_b \frac{3}{4} \end{cases}$ nên $b > 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 839. Giả sử x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_2(x+y) = \log_2 x + \log_2 y$.

B. $\log_2 \sqrt{xy} = \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$.

C. $\log_2 xy = \log_2 x + \log_2 y$.

D. $\log_2 \frac{x}{y} = \log_2 x - \log_2 y$.

Lời giải.

Khi $x, y > 0$ thì $\log_2 x + \log_2 y = \log_2 xy$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 840. Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$, biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 18. B. 24. C. 12. D. 6.

Lời giải.

Ta có $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4 = (6\log_a b) \cdot (4\log_b a) = 24$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 841. Đặt $a = \ln 2, b = \ln 5$, hãy biểu diễn $I = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \dots + \ln \frac{98}{99} + \ln \frac{99}{100}$ theo a và b .

- A. $-2(a - b)$. B. $-2(a + b)$. C. $2(a - b)$. D. $2(a + b)$.

Lời giải.

Ta có $\ln \frac{n}{n+1} = \ln n - \ln(n+1)$.

Suy ra

$$\begin{aligned} I &= \ln 1 - \ln 2 + \ln 2 - \ln 3 + \dots + \ln 99 - \ln 100 \\ &= -\ln 100 = -(\ln 4 + \ln 25) \\ &= -2(\ln 2 + \ln 5) = -2(a + b). \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 842. Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2\log_3[\log_3(3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

- A. $I = 4$. B. $I = 0$. C. $I = \frac{5}{4}$. D. $I = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\log_3 a = 2 \Leftrightarrow a = 9$; $\log_2 b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow b = \sqrt{2}$. Suy ra

$$\begin{aligned} I &= 2\log_3[\log_3(3 \cdot 9)] + \log_{\frac{1}{4}}(\sqrt{2})^2 = 2\log_3[\log_3 3^3] + \log_{2^{-2}} 2 \\ &= 2\log_3 3 - \frac{1}{2}\log_2 2 = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 843. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $\ln(3a) = \ln 3 + \ln a$. B. $\ln(3 + a) = \ln 3 + \ln a$.
C. $\ln \sqrt[3]{a} = 3 \ln a$. D. $\ln \frac{a}{3} = \ln 3 - \ln a$.

Lời giải.

Có $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \forall x, y > 0$ nên $\ln(3a) = \ln 3 + \ln a$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 844. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2018}} a \leq \log_{\frac{1}{2018}} b$, mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $a > b > 0$. B. $a \geq b > 0$. C. $b > a > 0$. D. $b \geq a > 0$.

Lời giải.

Do $\frac{1}{2018} < 1$ nên $a \geq b > 0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 845. Biểu thức $\log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12}\right) + \log_2 \left(2 \cos \frac{\pi}{12}\right)$ có giá trị bằng

- A. -2. B. -1. C. 1. D. $\log_2 \sqrt{3} - 1$.

Lời giải.

Ta có: $\log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12}\right) + \log_2 \left(\cos \frac{\pi}{12}\right) = \log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}\right) = \log_2 \left(\sin \frac{\pi}{6}\right) = \log_2 \frac{1}{2} = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 846. Đặt $a = \log_{12} 6$, $b = \log_{12} 7$. Hãy biểu diễn $\log_2 7$ theo a và b .

- A. $\frac{b}{a+1}$. B. $\frac{b}{1-a}$. C. $\frac{a}{b-1}$. D. $\frac{a}{b+1}$.

Lời giải.

$$\log_2 7 = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} 2} = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} \frac{12}{6}} = \frac{\log_{12} 7}{1 - \log_{12} 6} = \frac{b}{1-a}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 847. Cho $a = \log_2 5$, $b = \log_3 5$. Tính $\log_{24} 600$ theo a, b

- A. $\log_{24} 600 = \frac{2ab + a - 3b}{a + 3b}$. B. $\log_{24} 600 = \frac{2 + a + b}{a + b}$.
C. $\log_{24} 600 = \frac{2ab + a + 3b}{a + 3b}$. D. $\log_{24} 600 = \frac{2ab + 1}{3a + b}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{24} 600 = \frac{\log_5 600}{\log_5 24} = \frac{2 + 3 \log_5 2 + \log_5 3}{3 \log_5 2 + \log_5 3} = \frac{2 + \frac{3}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{3}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{2ab + a + 3b}{a + 3b}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 848. Cho n là số nguyên dương và $a > 0$, $a \neq 1$. Tìm n sao cho

$$\log_a 2019 + \log_{\sqrt{a}} 2019 + \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \cdots + \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 2033136 \log_a 2019.$$

- A. $n = 2017$. B. $n = 2016$. C. $n = 2018$. D. $n = 2019$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2033136 \log_a 2019 &= \log_a 2019 + \log_{\sqrt{a}} 2019 + \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \cdots + \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 \\ &= \log_a 2019 + 2 \log_a 2019 + \cdots + n \log_a 2019 \\ &= \frac{n(n+1)}{2} \log_a 2019. \end{aligned}$$

Suy ra $\frac{n(n+1)}{2} = 2033136$ hay $n = 2016$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 849. Cho $\log_2 5 = a$; $\log_3 5 = b$. Tính $\log_6 5$ theo a, b .

- A. $a^2 + b^2$. B. $\frac{1}{a+b}$. C. $\frac{ab}{a+b}$. D. $a+b$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 850. Cho $\log_2 m = a$, $A = \log_m(8m)$ với $m > 0$, $m \neq 1$. Tìm mối liên hệ giữa A và a .

- A. $A = \frac{a+3}{a}$. B. $A = \frac{-a+3}{a}$. C. $A = a(a+3)$. D. $A = a(-a+3)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } A = \log_m(8m) = \log_m 8 + \log_m m = 3\log_m 2 + 1 = \frac{3}{a} + 1 = \frac{a+3}{a}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 851. Cho $a, b > 0$, $a \neq 1$, $b \neq 1$, $n \in \mathbb{N}^*$. Một học sinh đã tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \dots + \frac{1}{\log_{a^n} b}$ như sau

Bước 1: $P = \log_b a + \log_b a^2 + \dots + \log_b a^n$.

Bước 2: $P = \log_b(a \cdot a^2 \cdot \dots \cdot a^n)$.

Bước 3: $P = \log_b(a^{1+2+3+\dots+n})$.

Bước 4: $P = n(n-1) \log_b \sqrt{a}$.

Hỏi bạn học sinh đó giải **sai** từ bước nào?

A. Bước 4.

B. Bước 1.

C. Bước 3.

D. Bước 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = \log_b a + \log_b a^2 + \dots + \log_b a^n = \log_b(a \cdot a^2 \cdot \dots \cdot a^n) = \log_b(a^{1+2+3+\dots+n}) = n(n+1) \log_b \sqrt{a}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 852. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\sqrt{a} \neq b$; $a \neq 1$; $\log_a b = 2$. Tính $T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba}$.

A. $T = -\frac{2}{5}$.

B. $T = \frac{2}{5}$.

C. $T = \frac{2}{3}$.

D. $T = -\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba} = \frac{\log_a \sqrt[3]{ba}}{\log_a \frac{\sqrt{a}}{b}} = \frac{\frac{1}{3}(\log_a b + 1)}{\frac{1}{2} - \log_a b} = -\frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 853. Cho $a > 0$, $b > 0$ và $a^2 + b^2 = 7ab$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $2(\ln a + \ln b) = \ln 7ab$.

B. $3\ln(a+b) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$.

C. $\ln\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$.

D. $\ln(a+b) = \frac{3}{2}(\ln a + \ln b)$.

Lời giải.

Ta có

$$a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = ab \Rightarrow \ln\left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = \ln(ab) \Leftrightarrow \ln\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b).$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 854. Cho a là số thực dương khác 1. Tính giá trị biểu thức

$$P = \log_a 2018 + \log_{\sqrt{a}} 2018 + \log_{\sqrt[3]{a}} 2018 + \dots + \log_{2018\sqrt{a}} 2018.$$

A. 2017^{2018} .

B. $2018 \cdot 2019 \cdot \log_a 2018$.

C. $1009 \cdot 2019 \cdot \log_a 2018$.

D. $2019 \cdot \log_a 2018$.

Lời giải.

Ta có

$$P = \log_a 2018 + 2\log_a 2018 + 3\log_a 2018 + \dots + 2018\log_a 2018 = \frac{(1+2018) \cdot 2018}{2} \log_a 2018.$$

Ta chọn được đáp án đúng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 855. Cho $a = \log 2$, $b = \ln 2$, hệ thức nào sau đây đúng?

A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{10e}$.

B. $\frac{a}{b} = \frac{e}{10}$.

C. $10^a = e^b$.

D. $10^b = e^a$.

Lời giải.

Ta có $a = \log 2$, $b = \ln 2$ suy ra $2 = 10^a = e^b$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 856. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. $\log_3 5 > \log_7 4$.

B. $\log_{\frac{1}{2}} 2 > 0$.

C. $\log_3 \pi = 0$.

D. $\ln 3 < \log_3 e$.

Lời giải.

Ta có $5 > 3 \Leftrightarrow \log_3 5 > \log_3 3 = 1$.

Mặt khác, $4 < 7 \Leftrightarrow \log_7 4 < \log_7 7 = 1$.

Vậy $\log_3 5 > \log_7 4$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 857. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$; x, y là hai số dương. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

B. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

C. $a^{\log_a x} = x$.

D. $\log_a x = \log_b a \cdot \log_a x$.

Lời giải.

Theo tính chất của logarit ta có $a^{\log_a x} = x$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 858. Tính giá trị của biểu thức $A = 2^{\log_4 9 + \log_2 5}$.

A. $A = 8$.

B. $A = 405$.

C. $A = 15$.

D. $A = 86$.

Lời giải.

Ta có

$$A = 2^{\log_4 9 + \log_2 5} = 2^{\log_4 9} \cdot 2^{\log_2 5} = (2^{\log_2 9})^{\frac{1}{2}} \cdot 5 = 3 \cdot 5 = 15.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 859. Giá trị biểu thức $H = 9^{\frac{1}{\log_6 3}} + 4^{\frac{1}{\log_8 2}}$ là

A. 110.

B. 100.

C. 90.

D. 80.

Lời giải.

Ta có $H = 9^{\log_3 6} + 4^{\log_2 8} = (3^{\log_3 6})^2 + (2^{\log_2 8})^2 = 6^2 + 8^2 = 100$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 860. Cho $\log_2 5 = a$. Khi đó $P = \log_4 500$ được tính theo a là

A. $3a + 2$.

B. $\frac{3a + 2}{2}$.

C. $2(5a + 4)$.

D. $6a - 2$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_4 500 = \log_{2^2}(2^2 \cdot 5^3) = 1 + \frac{3}{2} \log_2 5 = \frac{3a + 2}{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 861. Biết rằng $\log_6 \sqrt{a} = 2$. Tính $\log_6 a$.

A. $\log_6 a = 36$.

B. $\log_6 a = 4$.

C. $\log_6 a = 6$.

D. $\log_6 a = 1296$.

Lời giải.

Từ $\log_6 \sqrt{a} = 2$ suy ra $a > 0$. Do đó: $\log_6 a = \log_6 (\sqrt{a})^2 = 2 \log_6 \sqrt{a} = 2 \cdot 2 = 4$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 862. Rút gọn biểu thức $S = 2 \ln a + 3 \log_a e - \frac{3}{\ln a} - \frac{2}{\log_a e}$ ($a > 0, a \neq 1$).

A. $S = 2$.

B. $S = 1$.

C. $S = 3$.

D. $S = 0$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} S &= 2 \ln a + 3 \log_a e - \frac{3}{\ln a} - \frac{2}{\log_a e} \\ &= 2 \ln a + 3 \cdot \frac{\ln e}{\ln a} - \frac{3}{\ln a} - \frac{2}{\frac{\ln e}{\ln a}} \\ &= 2 \ln a + \frac{3}{\ln a} - \frac{3}{\ln a} - 2 \ln a \\ &= 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 863. Cho $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}$ và $\log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{3}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0 < a < 1, b > 1$.

B. $a > 1, b > 1$.

C. $a > 1, 0 < b < 1$.

D. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

Lời giải.

Vì $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$ và $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}$ nên $0 < a < 1$.

Vì $\frac{1}{2} < \frac{3}{2}$ và $\log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{3}{2}$ nên $b > 1$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 864. Cho $a = \log_2 3$ và $b = \log_2 5$. Tính $P = \log_2 \sqrt[6]{360}$ theo a và b .

A. $P = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b$.

B. $P = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}a + \frac{1}{3}b$.

C. $P = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}a + \frac{1}{6}b$.

D. $P = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b$.

Lời giải.

Ta có $P = \frac{1}{6} \log_2 360 = \frac{1}{6} (\log_2 8 + \log_2 9 + \log_2 5) = \frac{1}{6} (3 + 2a + b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 865. Rút gọn biểu thức $N = \log_{\frac{1}{3}} 7 + 2 \log_9 49 - \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{7}$ ta được

A. $N = -\log_3 7$.

B. $N = 5 \log_3 7$.

C. $N = \log_3 7$.

D. $N = 3 \log_3 7$.

Lời giải.

Ta có $N = \log_{\frac{1}{3}} 7 + 2 \log_9 49 - \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{7} = -\log_3 7 + 2 \log_3 7 + 2 \log_3 7 = 3 \log_3 7$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 866. Giá trị của biểu thức $M = 3^{\log_{\frac{1}{27}} 2}$ là

A. $M = 2\sqrt[3]{3}$.

B. $\sqrt[3]{2}$.

C. $M = \frac{2}{\sqrt[3]{3}}$.

D. $M = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Lời giải.

Ta có $M = 3^{\log_{\frac{1}{27}} 2} = 3^{-\frac{1}{3} \log_3 2} = (3^{\log_3 2})^{-\frac{1}{3}} = 2^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 867. Cho $\log_a b = 5$, $\log_a c = -3$. Giá trị biểu thức $\log_a \left(\frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^2} \right)$ là

A. $-\frac{1}{3}$.

B. -40 .

C. 40 .

D. $\frac{35}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\log_a b = 5 \Rightarrow b = a^5$, $\log_a c = -3 \Rightarrow c = a^{-3}$.

Vậy $\log_a \left(\frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^2} \right) = \log_a \left(\frac{a^4 \cdot a^{\frac{5}{3}}}{a^{-6}} \right) = \log_a a^{\frac{35}{3}} = \frac{35}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 868. Cho ba số dương a, b, c . Hãy chọn câu **sai**.

A. $\log_{\sqrt{e}} \sqrt{ab} = \ln a + \ln b$.

B. $\ln \sqrt{\frac{a^2}{b}} = \ln a - \ln b$.

C. $\log \sqrt[3]{\frac{a^2 b}{c}} = \frac{1}{3}(2 \log a + \log b - \log c)$.

D. $\log \frac{a^3 b^2}{\sqrt{c}} = 3 \log a + 2 \log b - \frac{1}{2} \log c$.

Lời giải.

Ta có $\ln \sqrt{\frac{a^2}{b}} = \frac{1}{2} \ln \frac{a^2}{b} = \ln a - \frac{1}{2} \ln b$. Suy ra câu $\ln \sqrt{\frac{a^2}{b}} = \ln a - \ln b$ sai.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 869. Cho $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị của biểu thức $A = \log \tan x + \log \cot x$.

A. $A = \log (\tan x + \cot x)$.

B. $A = 0$.

C. $A = 1$.

D. $A = -1$.

Lời giải.

Ta có $A = \log (\tan x \cot x) = \log 1 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 870. Cho $0 < a \neq 1; b, c > 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\log_a b + \log_a c = c \log_a b$.

B. $\log_a b + \log_a c = b \log_a c$.

C. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b + c)$.

D. $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$.

Lời giải.

Theo tính chất của logarit ta có $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$ là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 871. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $T = \log_a a^{\sqrt[3]{a}}$.

A. $T = \frac{1}{3}$.

B. $T = \frac{3}{4}$.

C. $T = \frac{4}{3}$.

D. $T = \frac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta có $T = \log_a a^{1+\frac{1}{3}} = \log_a a^{\frac{4}{3}} = \frac{4}{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 872. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

A. Với $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$ ta luôn có $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$.

B. Với $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$ ta luôn có $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$.

C. Với $0 < a \neq 1$ và $b \in \mathbb{R}$ ta luôn có $\log_a b^2 = 2 \log_a b$.

D. Với $a, b, c > 0$ và $a, b \neq 1$ ta luôn có $\log_a c = \log_b c \cdot \log_a b$.

Lời giải.

Xét đáp án Với $0 < a \neq 1$ và $b \in \mathbb{R}$ ta luôn có $\log_a b^2 = 2 \log_a b$ sai khi $b < 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 873. Tính $T = a^{\log_a 2^4}$.

A. $T = 2$.

B. $T = 4$.

C. $T = 8$.

D. $T = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$

$T = a^{\log_a 2^4} = a^{\log_a 2^4} = 2^4 = 16$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 874. Cho $\log_2 5 = a$. Tính $\log_4 1250$ theo a .

A. $\log_4 1250 = 2(1 + 4a)$.

B. $\log_4 1250 = \frac{1 - 4a}{2}$.

C. $\log_4 1250 = 2(1 - 4a)$.

D. $\log_4 1250 = \frac{1 + 4a}{2}$.

Lời giải.

$$\log_4 1250 = \log_4 (2 \cdot 5^4) = \log_4 2 + \log_4 5^4 = \frac{1}{2} + 2 \log_2 5 = \frac{1 + 4 \log_2 5}{2} = \frac{1 + 4a}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 875. Với bộ ba số thực a, b, c thỏa mãn $a > 0, a \neq 1, b + c > 0$ và $\log_a(b + c) = 2$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $b + c = 2a$.

B. $b + c = \frac{a}{2}$.

C. $b + c = 2^a$.

D. $b + c = a^2$.

Lời giải.

$$\log_a(b + c) = 2 \Leftrightarrow b + c = a^2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 876. Cho a, b, c, x, y, z là các số dương khác 1. Biết $\log_x a, \log_y b, \log_z c$ theo thứ tự lập thành 1 cấp số cộng. Hãy biểu diễn $\log_b y$ theo $\log_a x, \log_c z$.

A. $\log_b y = \frac{\log_a x \log_c z}{\log_a x + \log_c z}$.

B. $\log_b y = \frac{2(\log_a x + \log_c z)}{\log_a x \log_c z}$.

C. $\log_b y = \frac{(\log_a x + \log_c z)}{2 \log_a x \log_c z}$.

D. $\log_b y = \frac{2 \log_a x \log_c z}{\log_a x + \log_c z}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_x a + \log_z c = 2 \log_y b \Leftrightarrow \frac{1}{\log_y b} = \frac{2}{\log_x a + \log_z c}.$$

$$\Rightarrow \log_b y = \frac{2}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_c z}} = \frac{2 \log_a x \log_c z}{\log_a x + \log_c z}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 877. Với $a = \log_2 5$ giá trị của $\log_4 1250$ là

A. $\frac{1 + 4a}{2}$.

B. $2(1 - 4a)$.

C. $\frac{1 - 4a}{2}$.

D. $2(1 + 4a)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_4 1250 = \frac{1}{2} \log_2 (2 \cdot 5^4) = \frac{1}{2} (\log_2 2 + \log_2 5^4) = \frac{1}{2} (1 + 4 \log_2 5) = \frac{1}{2} (1 + 4a).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 878. Biết $\log_3 x = a, \log_3 y = b$. Tính $\log_{\sqrt{3}}(3xy)$ theo a, b .

A. $\log_{\sqrt{3}}(3xy) = 2(1 + a + b)$.

B. $\log_{\sqrt{3}}(3xy) = \frac{1 + a + b}{2}$.

C. $\log_{\sqrt{3}}(3xy) = 2 + a + b$.

D. $\log_{\sqrt{3}}(3xy) = 1 + \frac{a + b}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{\sqrt{3}}(3xy) = \log_{\sqrt{3}} 3 + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\sqrt{3}} y = 2 + 2 \log_3 x + 2 \log_3 y = 2 + 2a + 2b = 2(1 + a + b).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 879. Biết $\log_a b = 2$. Tính $\log_{a^2} b + \log_a b^2$.

A. $\log_{a^2} b + \log_a b^2 = 2$.

B. $\log_{a^2} b + \log_a b^2 = -4$.

C. $\log_{a^2} b + \log_a b^2 = 5$.

D. $\log_{a^2} b + \log_a b^2 = 3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{a^2} b + \log_a b^2 = \frac{1}{2} \log_a b + 2 \log_a b = \frac{5}{2} \log_a b = 5.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 880. Cho số thực $a > 1$, $b \neq 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a b^2 = -2\log_a |b|$.

B. $\log_a b^2 = 2\log_a b$.

C. $\log_a b^2 = 2\log_a |b|$.

D. $\log_a b^2 = -2\log_a b$.

Lời giải.

Ta có $b \neq 0 \Leftrightarrow |b| > 0$. Khi đó ta có $\log_a b^2 = \log_a |b|^2 = 2\log_a |b|$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 881. Cho $\log_5 a = 4$ và $\log_3 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2\log_5[\log_5(5a)] + \log_{\frac{1}{9}} b^2$.

A. $I = 0$.

B. $I = \frac{3}{2}$.

C. $I = 4$.

D. $I = \frac{5}{4}$.

Lời giải.

$$I = 2\log_5(1 + \log_5 a) - \log_3 b = 2\log_5(1 + 4) - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 882. Với a và b là các số thực dương, tính giá trị của biểu thức $\log_a(a^2b)$.

A. $2 - \log_a b$.

B. $2 + \log_a b$.

C. $1 + 2\log_a b$.

D. $2\log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_a(a^2b) = \log_a a^2 + \log_a b = 2 + \log_a b$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 883. Cho $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

A. 6.

B. -6.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Từ $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$ ta có $\log_b x = \log_b a \log_a x \Rightarrow \log_b a = \frac{3}{2}$.

$$\text{Do đó: } P = \log_{\frac{a}{b^2}} x = \frac{\log_b x}{\log_b \left(\frac{a}{b^2}\right)} = \frac{\log_b x}{\log_b a - \log_b b^2} = \frac{3}{\frac{3}{2} - 2} = -6.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 884. Với x, y là các số thực dương tùy ý và $x \neq 1$, đặt $P = \log_{xy}^3 + \log_{x^2} y^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 9\log_x y$.

B. $P = 6\log_x y$.

C. $P = 15\log_x y$.

D. $P = 27\log_x y$.

Lời giải.

Với x, y là các số thực dương tùy ý và $x \neq 1$, ta có

$$P = \log_{xy}^3 + \log_{x^2} y^6 = 3\log_x y + \frac{6}{2}\log_x y = 6\log_x y.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 885. Cho $0 < a \neq 1$; $b, c > 0$ thỏa mãn $\log_a b = 3$; $\log_a c = -2$. Tính $\log_a(a^3b^2\sqrt{c})$.

A. -18.

B. 7.

C. 10.

D. 8.

Lời giải.

$$\text{Chọn } a = 2 \Rightarrow \begin{cases} b = 8 \\ c = \frac{1}{4} \end{cases}. \text{ Khi đó } \log_a(a^3b^2\sqrt{c}) = \log_2\left(2^3 \cdot 8^2 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}}\right) = 8.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 886. Cho $0 < a \neq 1$, $0 < b \neq 1$; $x, y > 0$, $m \in \mathbb{R}^*$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\log_a x = \log_a b \cdot \log_b x$.

B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

D. $\log_{a^m} x = \frac{1}{m} \log_a x$.

Lời giải.

Ta có $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 887. Biết $\log_{12} 27 = a$. Tính $\log_6 16$ theo a

A. $\frac{4(3-a)}{3+a}$.

B. $\frac{4(a+3)}{3-a}$.

C. $\frac{3-a}{4(3+a)}$.

D. $\frac{3+a}{4(3-a)}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{12} 27 = a \Leftrightarrow \frac{\log_2 27}{\log_2 12} = a \Leftrightarrow \frac{3 \log_2 3}{\log_2 3 + 2} = a \Leftrightarrow \log_2 3 = \frac{2a}{3-a}$.

Do đó $\log_6 16 = \frac{\log_2 16}{\log_2 6} = \frac{4}{1 + \log_2 3} = \frac{4}{1 + \frac{2a}{3-a}} = \frac{4(3-a)}{3+a}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 888. Biết $\log_2 a = x$ và $\log_2 b = y$, biểu thức $\log_2 (4a^2b^3)$ bằng

A. x^3y^2 .

B. $2x + 3y + 2$.

C. $x^2 + y^3 + 4$.

D. $6xy$.

Lời giải.

Ta có: $\log_2 (4a^2b^3) = \log_2 4 + \log_2 a^2 + \log_2 b^3 = 2 + 2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 2 + 2x + 3y$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 889. Cho $a, b > 0$, biểu thức $P = \log_{\frac{1}{2}} a + 4 \log_4 b$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $P = \log_2 \left(\frac{2b}{a} \right)$.

B. $P = \log_2 (b^2 - a)$.

C. $P = \log_2 (ab^2)$.

D. $P = \log_2 \left(\frac{b^2}{a} \right)$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_{\frac{1}{2}} a + 4 \log_4 b = -\log_2 a + 2 \log_2 b = \log_2 \left(\frac{b^2}{a} \right)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 890. Cho hàm số $f(x) = \log_2 x$, với $x > 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = f\left(\frac{4}{x}\right) + f(x)$

A. $P = \log_2 \frac{4+x^2}{x}$.

B. $P = \log_2 \left(\frac{4}{x} \right) \log_2 x$.

C. $P = 2$.

D. $P = 1$.

Lời giải.

Ta có $P = f\left(\frac{4}{x}\right) + f(x) = \log_2 \frac{4}{x} + \log_2 x = \log_2 \left(\frac{4}{x} \cdot x \right) = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 891. Cho các số thực a , $0 < b \neq 1$, c và x thỏa mãn các điều kiện $\log_b 3 = a$, $\log_b 6 = c$ và $9^x = 6$. Hãy biểu diễn x theo a và c .

A. $a + c$.

B. $\frac{c}{a}$.

C. $\frac{c}{2a}$.

D. $\frac{c}{3a}$.

Lời giải.

Ta có $a = \log_b 3$, $c = \log_b 6$ nên $\frac{c}{a} = \frac{\log_b 6}{\log_b 3}$.

Khi đó, vì $9^x = 6$ nên $x = \log_9 6 = \frac{1}{2} \log_3 6 = \frac{c}{2a}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 892. Cho m, n, p là các số thực thỏa mãn $p \log 2 = m \log 8 + n \log 4$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $p = \log_2(2^n + 3^m)$. B. $p = 3n + 2m$. C. $p = \log_2(4^n + 8^m)$. D. $p = 2n + 3m$.

Lời giải.

Theo giả thiết $p \log 2 = m \log 8 + n \log 4 \Leftrightarrow p \log 2 = 3m \log 2 + 2n \log 2 \Leftrightarrow p = 3m + 2n$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 893. Cho các số thực a, b, c thỏa $2^a = 6^b = 12^{-c}$ và $(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 = 8$. Tính $a + b + c$.

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Cách 1:

Đặt $2^a = 6^b = 12^{-c} = t$, ta được $a = \log_2 t, b = \log_6 t, c = -\log_{12} t$.

Thay a, b, c vào. $(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 = 8$. ta được phương trình

$$(\log_2 t - 2)^2 + (\log_6 t - 2)^2 + (\log_{12} t + 2)^2 = 8.$$

+ Sử dụng chức năng dò nghiệm của Casio ta lưu được nghiệm phương trình (*) vào biến A

+ Tính $a + b + c = \log_2 A + \log_6 A + \log_{12} A = 2$.

Cách 2:

Đặt $2^a = 6^b = 12^{-c} = t$, ta được $\log_t 2 = \frac{1}{a}, \log_t 6 = \frac{1}{b}, \log_t 12 = -\frac{1}{c}$

Suy ra $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \log_t 1 = 0 \Leftrightarrow ab + bc + ca = 0$. $(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 = 8 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 4 = 0$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) - 4(a+b+c) + 4 = 0 \Leftrightarrow (a+b+c)^2 - 4(a+b+c) + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow a + b + c = 2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 894. Cho $\log 3 = a$. Giá trị của $\frac{1}{\log_{81} 1000}$ bằng

- A. $\frac{3}{4}a$. B. $\frac{4}{3}a$. C. $\frac{1}{12a}$. D. $12a$.

Lời giải.

$$\frac{1}{\log_{81} 1000} = \frac{1}{\log_{3^4} 10^3} = \frac{1}{\frac{3}{4} \log_3 10} = \frac{4}{3} \log 3 = \frac{4}{3}a.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 895. Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Biểu diễn $\log_6 10$ theo a và b .

- A. $\log_6 10 = \frac{a+b}{ab}$. B. $\log_6 10 = \frac{a+b}{ab+b}$. C. $\log_6 10 = \frac{a+2ab}{ab}$. D. $\log_6 10 = \frac{a-ab}{ab+b}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
\log_6 10 &= \log_6(2 \cdot 5) = \log_6 2 + \log_6 5 = \frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_5 6} \\
&= \frac{1}{\log_2(2 \cdot 3)} + \frac{1}{\log_5(2 \cdot 3)} = \frac{1}{1 + \log_2 3} + \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} \\
&= \frac{1}{1 + a} + \frac{1}{\log_5 3 \cdot \log_3 2 + b} = \frac{1}{a + 1} + \frac{1}{\frac{b}{a} + b} \\
&= \frac{1}{a + 1} + \frac{a}{b(a + 1)} = \frac{a + b}{b(a + 1)} = \frac{a + b}{ab + b}.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 896. Cho a, b là các số thực dương và a khác 1 thỏa mãn $\log_{a^3} \left(\frac{a^5}{\sqrt[4]{b}} \right) = 2$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

A. 4.

B. -4.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta thấy

$$\log_{a^3} \left(\frac{a^5}{\sqrt[4]{b}} \right) = 2 \Leftrightarrow \log_{a^3} a^5 - \log_{a^3} b^{\frac{1}{4}} = 2 \Leftrightarrow \frac{5}{3} - \frac{1}{12} \log_a b = 2 \Leftrightarrow 20 - \log_a b = 24 \Leftrightarrow \log_a b = -4.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 897. Cho $\log_{30} 3 = a, \log_{30} 5 = b$. Tính $\log_{30} 1350$ theo a, b bằng

A. $2a + b - 1$.

B. $2a + b - 2$.

C. $2a + b + 1$.

D. $2a + b$.

Lời giải.

Vì $1350 = 9 \cdot 5 \cdot 30$ nên $\log_{30} 1350 = \log_{30} 9 + \log_{30} 5 + \log_{30} 30 = 2a + b + 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 898. Cho hàm số $y = \frac{2^x}{\ln 2} - 2x + 3$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu là $y = \frac{2}{\ln 2} + 1$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

D. Hàm số đạt cực trị tại $x = 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2^x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 899. Theo thống kê dân số thế giới đến tháng 01/2017, dân số Việt Nam có 94,97 triệu người. Nếu mỗi năm dân số nước ta tăng thêm 1,03% thì đến tháng 01/2020 dân số nước ta có bao nhiêu triệu người (chọn đáp án gần nhất)?

A. 100 triệu người.

B. 99 triệu người.

C. 98 triệu người.

D. 97 triệu người.

Lời giải.

Dân số đến tháng 01/2020 là $94,97 \cdot (1 + 0,0103)^3 \approx 98$ triệu người.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 900. E.Coli là vi khuẩn đường ruột gây tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ 20 phút thì số lượng vi khuẩn E.coli lại tăng gấp đôi một lần. Ban đầu chỉ có 60 vi khuẩn E.Coli. Hỏi sau 8 giờ thì số vi khuẩn là bao nhiêu?

A. 1006623960.

B. 1006632690.

C. 1006632960.

D. 1006632900.

Lời giải.

Số vi khuẩn E.Coli sau 8 giờ là $60 \cdot 2^{24} = 1006632960$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 901. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2-3x+2}$.

A. $y' = (2x - 3)e^x$.

B. $y' = e^{x^2-3x+2}$.

C. $y' = (x^2 - 3x + 2)e^{x^2-3x+2}$.

D. $y' = (2x - 3)e^{x^2-3x+2}$.

Lời giải.

Ta có

$$y' = (x^2 - 3x + 2)'e^{x^2-3x+2} = (2x - 3)e^{x^2-3x+2}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 902. Hàm số $y = x^2 \ln x$ đạt cực trị tại điểm

A. $x = 0; x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

B. $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

C. $x = 0$.

D. $x = \sqrt{e}$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. Ta có $y' = x(2 \ln x + 1); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = \frac{1}{\sqrt{e}} \end{cases}$

Dễ thấy $y'' \left(\frac{1}{\sqrt{e}} \right) \neq 0$, suy ra hàm số đạt cực trị tại $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 903. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log(x^2 - 3x + 2)$.

A. $\mathcal{D} = (-2; 1)$.

B. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (-2; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số là $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 904. Cho hàm số $y = 2^x - 2x$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị hàm số luôn cắt trục tung.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất lớn hơn -1 .

C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại duy nhất một điểm.

D. Đồ thị hàm số luôn cắt đường thẳng $y = 2$.

Lời giải.

Dễ thấy $f(1) = f(2) = 0$ cho nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ít nhất hai điểm.

Chọn đáp án **C** □

Câu 905. Cho $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$. Đạo hàm $f'(1)$ bằng

A. $6e$.

B. $4e$.

C. e^2 .

D. $-e$.

Lời giải.

Có $f'(x) = \frac{e^x(x-2)}{x^3}$ nên $f'(1) = -e$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 906. Cho $f(x) = e^{\sin 2x}$. Đạo hàm $f'(0)$ bằng

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Có $f'(x) = e^{\sin 2x} (\sin 2x)' = 2e^{\sin 2x} \cos 2x$ nên $f'(0) = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 907. Một khu rừng có trữ lượng gỗ $4 \cdot 10^5$ mét khối. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Tìm trữ lượng gỗ của khu rừng đó sau 5 năm.

- A. $4,8666 \cdot 10^5 \text{ m}^3$. B. $4,0806 \cdot 10^5 \text{ m}^3$. C. $4,6666 \cdot 10^5 \text{ m}^3$. D. $4,6888 \cdot 10^5 \text{ m}^3$.

Lời giải.

Khối lượng gỗ của khu rừng đó sau 5 năm là $4 \cdot 10^5 (1,04)^5 = 4,8666 \cdot 10^5 \text{ m}^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 908. Hàm số $y = 2^{\ln x + x^2}$ có đạo hàm y' là

- A. $\left(\frac{1}{x} + 2x\right) 2^{\ln x + x^2}$. B. $\left(\frac{1}{x} + 2x\right) 2^{\ln x + x^2} \ln 2$.
C. $\frac{2^{\ln x + x^2}}{\ln 2}$. D. $\left(\frac{1}{x} + 2x\right) \frac{2^{\ln x + x^2}}{\ln 2}$.

Lời giải.

$$y' = (\ln x + x^2)' 2^{\ln x + x^2} \ln 2 = \left(\frac{1}{x} + 2x\right) 2^{\ln x + x^2} \ln 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 909. Cho $f(x) = \ln(x^4 + 1)$. Đạo hàm $f'(1)$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Lời giải.

$$\text{Có } f'(x) = \frac{4x^3}{x^4 + 1} \text{ nên } f'(1) = 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 910. Cho $9^x + 9^{-x} = 23$. Khi đó biểu thức $K = \frac{1 - 3^x - 3^{-x}}{5 + 3^x + 3^{-x}}$ có giá trị bằng

- A. $-\frac{5}{2}$. B. $-\frac{2}{5}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$3^x + 3^{-x} = \sqrt{(3^x + 3^{-x})^2} = \sqrt{9^x + 9^{-x} + 2} = \sqrt{23 + 2} = 5.$$

$$\text{Vậy } K = \frac{1 - 3^x - 3^{-x}}{5 + 3^x + 3^{-x}} = \frac{1 - 5}{5 + 5} = -\frac{2}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 911. Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{4 - \left(\frac{1}{2}\right)^x}$ là

- A. $[-2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2]$. C. $[0; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } 4 - \left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 0 \Leftrightarrow 2^{-x} \leq 4 \Leftrightarrow -x \leq 2 \Leftrightarrow x \geq -2.$$

Tập xác định là $\mathcal{D} = [-2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 912. Tập xác định của hàm số $y = \ln(2^x - 2)$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(2; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } 2^x - 2 > 0 \Leftrightarrow 2^x > 2 \Leftrightarrow x > 1.$$

Tập xác định là $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 913. Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-2)}$ là

- A. $(2; 3)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(2; 3]$. D. $[3; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x-2 > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x-2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x-2 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x \leq 3.$$

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (2; 3]$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 914. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_3 \frac{x+3}{2-x}$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 2\}$. B. $\mathcal{D} = [-3; 2]$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-3; 2)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} \frac{x+3}{2-x} > 0 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 2 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x < 2.$$

Vậy tập xác định là $\mathcal{D} = (-3; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 915. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x}{4^x}$ là

- A. $\frac{1-x \ln 4}{4^{2x}}$. B. $\frac{1}{4^x \ln 4}$. C. $\frac{1-x}{4^x} \ln 4$. D. $\frac{1-x \ln 4}{4^x}$.

Lời giải.

$$y' = \frac{4^x - x4^x \ln 4}{4^{2x}} = \frac{1-x \ln 4}{4^x}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 916. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{2018}(3x - x^2)$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (0; 3)$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. D. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm xác định khi $3x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 917. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2018^x \ln x$ với $x > 0$.

- A. $y' = 2018^x \left(\ln 2018 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \right)$. B. $y' = 2018^x \cdot \frac{1}{x} \cdot \ln 2018$.
C. $y' = 2018^x \cdot \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$. D. $y' = 2018^x \cdot \left(\ln 2018 + \frac{1}{x} \right)$.

Lời giải.

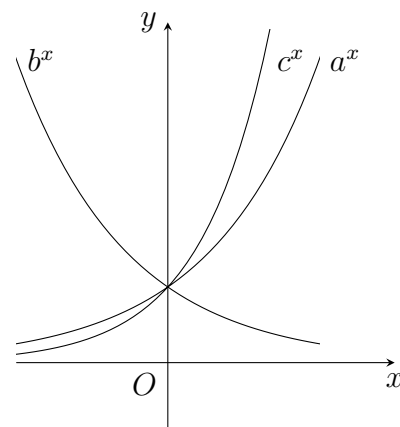
$$\text{Ta có } y' = (2018^x)' \cdot \ln x + (\ln x)' \cdot 2018^x = 2018^x \cdot \ln 2018 \cdot \ln x + \frac{2018^x}{x} = 2018^x \left(\ln 2018 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \right).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 918.

Cho đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ và $y = c^x$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $c > a > b$. B. $c > b > a$. C. $a > c > b$. D. $b > a > c$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy $b < 1$, $a > 1$, $c > 1$, lấy $x_0 > 1$ ta thấy $c^{x_0} > a^{x_0} \Leftrightarrow c > a$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 919. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. B. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$. D. $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$.

Lời giải.

- Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên $(0; \infty)$.
- Hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ do cơ số $\frac{\pi}{3} > 1$.
- Hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ do cơ số $\frac{2}{e} < 1$.
- Hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$ không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 920. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\log_2(5-x)}$.

- A. $(-\infty; 5) \setminus \{4\}$. B. $(5; +\infty)$. C. $(-\infty; 5)$. D. $[5; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} 5-x > 0 \\ \log_2(5-x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 5 \\ 5-x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 5 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 921. Hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ xác định với mọi giá trị của x khi

- A. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$. B. $m > 2$. C. $-2 < m < 2$. D. $m < 2$.

Lời giải.

Để thỏa mãn bài toán khi

$$\begin{aligned} x^2 + mx + 1 &> 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow \Delta &< 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \\ \Leftrightarrow -2 &< m < 2 \end{aligned}$$

Vậy với $-2 < m < 2$ thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 922. Trong các hàm số được cho dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. C. $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$. D. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

Lời giải.

Ta có $\frac{2}{e} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ luôn nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 923. Cho các số thực a, x thỏa mãn $0 < a < 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a x < 1$ khi $0 < x < a$.
- B. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ nhận trục Oy làm đường tiệm cận đứng.
- C. Nếu $0 < x_1 < x_2$ thì $\log_a x_1 < \log_a x_2$.
- D. $\log_a x > 0$ khi $x > 1$.

Lời giải.

Các mệnh đề **sai**

- $\log_a x < 1$ khi $0 < x < a$ là mệnh đề **sai** vì $\log_a x < 1 \Leftrightarrow x > a$.
- Nếu $0 < x_1 < x_2$ thì $\log_a x_1 < \log_a x_2$ là mệnh đề **sai** vì nếu $0 < x_1 < x_2$ thì $\log_a x_1 > \log_a x_2$.
- $\log_a x > 0$ khi $x > 1$ là mệnh đề **sai** vì $\log_a x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Ta có đồ thị hàm số $y = \log_a x$ nhận trục Oy làm đường tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 924. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x + e^x)$.

- A. $y' = \frac{1 + e^x}{\ln 2}$.
- B. $y' = \frac{1 + e^x}{(x + e^x) \ln 2}$.
- C. $y' = \frac{1 + e^x}{x + e^x}$.
- D. $y' = \frac{1}{(x + e^x) \ln 2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(x + e^x)'}{(x + e^x) \ln 2} = \frac{1 + e^x}{(x + e^x) \ln 2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 925. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Hàm số $y = e^{10x+2017}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số $y = \log_{1,2} x$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- C. $a^{x+y} = a^x + a^y, \forall a > 0, a \neq 1, x, y \in \mathbb{R}$.
- D. $\log(a + b) = \log a + \log b, \forall a > 0, b > 0$.

Lời giải.

Ta có $y = e^{10x+2017} \Rightarrow y' = 10 \cdot e^{10x+2017} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số $y = e^{10x+2017}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 926. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\ln(\ln x)}$.

- A. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\ln(\ln x)}}$.
- B. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{\ln(\ln x)}}$.
- C. $f'(x) = \frac{1}{2x\sqrt{\ln(\ln x)}}$.
- D. $f'(x) = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.

Lời giải.

Ta có

$$f'(x) = \frac{(\ln(\ln x))'}{2\sqrt{\ln(\ln x)}} = \frac{\frac{(\ln x)'}{\ln x}}{2\sqrt{\ln(\ln x)}} = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 927. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \ln x$ trên đoạn $[1; e]$ lần lượt là

A. 1 và 0.

B. 0 và -1 .C. $\frac{1}{\ln 2}$ và 0.D. $\ln 2$ và 0.**Lời giải.**Ta có $y' = \frac{1}{x} > 0, \forall x \in [1; e]$.Vì $y(1) = 0$ và $y(e) = 1$ nên giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số lần lượt là 1; 0.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 928.** Ông A gửi ngân hàng một số tiền theo thể thức lãi kép định kỳ một tháng với lãi suất 12% năm. Sau hai tháng ông A rút cả vốn lẫn lãi được số tiền là 188718500 đồng. Hỏi số tiền ban đầu ông A gửi ngân hàng là bao nhiêu?

A. 180 triệu.

B. 185 triệu.

C. 187 triệu.

D. 188 triệu.

Lời giải.Gọi T là số tiền ban đầu ông A gửi, lãi suất một tháng là $r = \frac{12\%}{12} = 1\% = 0,01$.

Sau hai tháng số tiền cả vốn lẫn lãi là

$$T_2 = T(1+r)^2 \Rightarrow T = \frac{T_2}{(1+r)^2} = \frac{188718500}{(1+0,01)^2} = 185000000 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 929.** Hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2x)$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = \frac{\ln 2}{x^2 - 2x}$.

B. $f'(x) = \frac{1}{(x^2 - 2x) \ln 2}$.

C. $f'(x) = \frac{(2x - 2) \ln 2}{x^2 - 2x}$.

D. $f'(x) = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x) \ln 2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{(x^2 - 2x)'}{(x^2 - 2x) \ln 2} = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x) \ln 2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 930.** Sinh nhật của An vào ngày 1 tháng 5. Bạn An muốn mua một chiếc máy ảnh giá khoảng 600.000 đồng để làm quà cho chính mình. Bạn ấy quyết định bỏ ống tiết kiệm 10.000 đồng vào ngày 1 tháng 1 của năm đó, sau đó cứ liên tục những ngày sau, mỗi ngày bạn bỏ ống tiết kiệm 5.000 đồng. Biết trong năm đó, tháng 1 có 31 ngày, tháng 2 có 28 ngày, tháng 3 có 31 ngày và tháng 4 có 30 ngày. Gọi a (đồng) là số tiền An có được đến sinh nhật của mình (ngày sinh nhật An không bỏ tiền vào ống). Khi đó ta cóA. $a \in [610000; 615000)$.B. $a \in [605000; 610000)$.C. $a \in [600000; 605000)$.D. $a \in [595000; 600000)$.**Lời giải.**

Theo giả thiết An quyết định bỏ ống tiết kiệm vào ngày 1 tháng 1 đến ngày 30 tháng 4 nên tổng số ngày bạn An bỏ tiết kiệm là 120 ngày.

Ngày thứ nhất An bỏ ống tiết kiệm là 10.000 đồng.

119 ngày sau đó An bỏ ống là $119 \cdot 5000 = (120 - 1) \cdot 5000 = 600.000 - 5000$ đồng.Vậy tổng số tiền An bỏ ống tiết kiệm là $600.000 - 5000 + 10.000 = 605.000$ đồng.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 931.** Cho hàm số $y = \ln x - \frac{1}{2}x^2 + 1$. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

A. $M = \frac{1}{2}$.

B. $M = \frac{7}{8} + \ln 2$.

C. $M = \frac{7}{8} - \ln 2$.

D. $M = \ln 2 - 1$.

Lời giải.

$$y' = \frac{1}{x} - x;$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin \left[\frac{1}{2}; 2\right] \\ x = 1 \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]. \end{cases}$$

$$f(1) = \frac{1}{2}; f\left(\frac{1}{2}\right) = \ln \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \frac{7}{8} - \ln 2; f(2) = \ln 2 - 1.$$

$$\text{Vậy } \max_{\left[\frac{1}{2}; 2\right]} y = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 932.** Tính đạo hàm của hàm số $y = x \cdot e^x$.

A. $y = e^x$.

B. $y = e^x - xe^x$.

C. $y = (x+1)e^x$.

D. $y = x + e^x$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = x' \cdot e^x + x \cdot (e^x)' = e^x + x \cdot e^x = (x+1) \cdot e^x.$$

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 933.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$.

A. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}$.

B. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1)}$.

C. $y' = \frac{1}{(x^2 + 1)}$.

D. $y' = \frac{1}{(x^2 + 1) \ln 2}$.

Lời giải.

$$y' = \frac{(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1) \cdot \ln 2} = \frac{2x}{(x^2 + 1) \cdot \ln 2}.$$

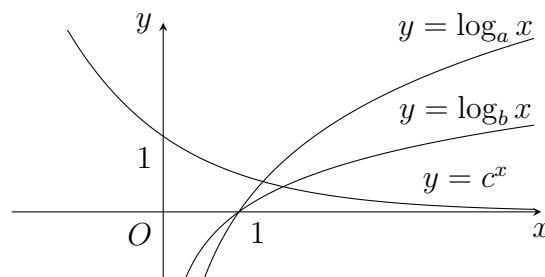
Chọn đáp án **(A)** □**Câu 934.** Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = c^x$ (a, b, c là các hằng số dương khác 1) như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b < c < a$.

B. $b > a > c$.

C. $a > b > c$.

D. $a < b < c$.

**Lời giải.**Để thấy hàm số $y = c^x$ nghịch biến nên $0 < c < 1$.

— $\forall x > 1$ thì $\log_a x > \log_b x \Leftrightarrow a < b$.

— $\forall 0 < x < 1$ thì $\log_a x < \log_b x \Leftrightarrow a < b$.

Vậy $c < a < b$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 935.** Một người gửi vào Ngân hàng 50 triệu đồng thời hạn 15 tháng, lãi suất 0,6% tháng (lãi kép). Hỏi hết kì hạn thì số tiền người đó là bao nhiêu?

A. 55,664000 triệu.

B. 54,694000 triệu.

C. 55,022000 triệu.

D. 54,368000 triệu.

Lời giải.

Sau khi hết kì hạn, số tiền người đó nhận được là

$$T = 50 \cdot 10^6 \cdot (1 + 0,6\%)^{15} = 54,694000 \text{ triệu.}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 936. Cho hàm số $y = f(x) = e^{\sin 3x}$. Giá trị của $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ bằng

- A. -3 . B. $-\sqrt{3}e$. C. $\sqrt{3}e$. D. 3 .

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3 \cdot \cos 3x \cdot e^{\sin 3x}$.

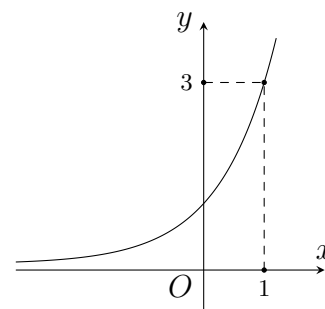
Ta được $f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 3 \cdot \cos \pi \cdot e^{\sin \pi} = -3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 937.

Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

- A. $y = (\sqrt{3})^x$. B. $y = 3^{-x}$. C. $y = \frac{3}{3^{x-1}}$. D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$.



Lời giải.

Ta thấy $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} = 3^x$.

Ta có đồ thị hàm số $y = 3^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ và đi qua điểm $A(1; 3)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 938. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $[1; e^3]$ bằng

- A. $\frac{4}{e^2}$. B. 0 . C. $\frac{9}{e^3}$. D. $\frac{1}{e}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-\ln^2 x + 2 \ln x}{x^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = e^2 \end{cases}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} y(1) = 0 \\ y(e^2) = \frac{4}{e^2} \\ y(e^3) = \frac{9}{e^3} \end{cases} \Rightarrow \max_{x \in [1; e^3]} y = \frac{4}{e^2}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 939. Hàm số $F(x) = x^2 \ln(\sin x - \cos x)$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A. $f(x) = \frac{x^2}{\sin x - \cos x}$.
 B. $f(x) = 2x \ln(\sin x - \cos x) + \frac{x^2}{\sin x - \cos x}$.
 C. $f(x) = 2x \ln(\sin x - \cos x) + \frac{x^2(\cos x + \sin x)}{\sin x - \cos x}$.
 D. $f(x) = \frac{x^2(\cos x + \sin x)}{\sin x - \cos x}$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = F'(x) = 2x \ln(\sin x - \cos x) + x^2 \frac{\cos x + \sin x}{\sin x - \cos x}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 940. Cho hàm số $y = f(x) = \log_3 \left(\frac{e^{x^2} - x}{2018} \right)$. Khi đó $f'(1)$ bằng

- A. $\frac{1}{(e-1) \cdot \ln 3}$. B. $\frac{2e-1}{(e-1) \cdot \ln 3}$. C. $\frac{4e-1}{(e-1) \cdot \ln 3}$. D. $\frac{2}{(e-1) \cdot \ln 3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(x) = \log_3 \left(\frac{e^{x^2} - x}{2018} \right) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\frac{e^{x^2} - x}{2018} \cdot \ln 3} \cdot \frac{2x \cdot e^{x^2} - 1}{2018} = \frac{2x \cdot e^{x^2} - 1}{(e^{x^2} - x) \cdot \ln 3}.$$

$$\text{Suy ra } f'(1) = \frac{2 \cdot 1 \cdot e^1 - 1}{(e^1 - 1) \cdot \ln 3} = \frac{2e-1}{(e-1) \cdot \ln 3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 941. Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây **sai**?

- A. Hàm số $y = \left(\frac{2018}{\pi} \right)^{x^2+1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 B. Hàm số $y = \log x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số $y = \ln(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 D. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

- Các hàm số $y = \log x$ và $y = 2^x$ có cơ số lớn hơn 1 nên đồng biến trên các khoảng xác định.
- Hàm số $y = \ln(-x)$ xác định trên khoảng $(-\infty; 0)$ và có đạo hàm $y' = \frac{1}{x} < 0, \forall x \in (-\infty; 0)$ nên nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.
- Xét hàm số $y = \left(\frac{2018}{\pi} \right)^{x^2+1}$ xác định trên $\mathbb{R}$ và $y' = 2x \left(\frac{2018}{\pi} \right)^{x^2+1} \ln \left(\frac{2018}{\pi} \right)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} y' > 0 \text{ nếu } x > 0 \\ y' < 0 \text{ nếu } x < 0 \end{cases}. \text{ Nên hàm số không đồng biến trên } \mathbb{R}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 942. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$.

- A. $y' = \frac{2}{2x+1}$. B. $y' = \frac{1}{2x+1}$. C. $y' = \frac{1}{(2x+1) \ln 2}$. D. $y' = \frac{2}{(2x+1) \ln 2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(2x+1)'}{(2x+1) \ln 2} = \frac{2}{(2x+1) \ln 2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 943. Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng theo thể thức lãi kép (tức là tiền lãi của kỳ trước được cộng vào vốn của kỳ kế tiếp) với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm gửi tiền vào ngân hàng gần bằng với kết quả nào sau đây. Biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền lãi suất ngân hàng không thay đổi và người đó không rút tiền ra.

- A. 212 triệu đồng. B. 216 triệu đồng. C. 210 triệu đồng. D. 220 triệu đồng.

Lời giải.

Số tiền người đó có được sau 6 tháng (2 kỳ hạn) là

$$100000000 \cdot (1 + 0,02)^2 = 104040000 \text{ (đồng)}.$$

Người đó gửi thêm vào 100 triệu nên số tiền gốc mới là 204040000 đồng.

Số tiền người đó có được sau 1 năm (thêm 2 kỳ hạn nữa) là

$$204040000 \cdot (1 + 0,02)^2 = 212238216 \text{ (đồng)}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 944. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Đồ thị của hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$.

B. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

C. Đồ thị của hai hàm số $y = 2^x$ và $y = \frac{1}{2^x}$ đối xứng nhau qua trục hoành.

D. Đồ thị của hai hàm số $y = \log_2 x$ và $y = \log_2 \frac{1}{x}$ đối xứng nhau qua trục tung.

Lời giải.

Do đồ thị hàm số $y = e^x$ và đồ thị hàm số $y = \ln x$ đối xứng với nhau qua đường phân giác góc phần tư thứ nhất ($y = x$).

Chọn đáp án **B**

□

Câu 945. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2}$.

A. $y' = \frac{x \cdot 2^{1+x^2}}{\ln 2}$.

B. $y' = x \cdot 2^{x^2} \cdot \ln 4$.

C. $y' = x^2 \cdot 2^{1+x^2}$.

D. $y' = x \cdot 2^{x^2} \cdot \ln 2$.

Lời giải.

Với $y = 2^{x^2}$ ta có $y' = (x^2)' \cdot 2^{x^2} \cdot \ln 2 = 2x \cdot 2^{x^2} \cdot \ln 2 = x \cdot 2^{x^2} \cdot \ln 4$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 946. Tìm tập xác định của hàm số $y = 2^{\sqrt{x}} + \log(3 - x)$.

A. $[0; +\infty)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $[0; 3)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số $\begin{cases} x \geq 0 \\ 3 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 3 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = [0; 3)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 947. Hàm số $y = x - \ln x$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$.

B. $(0; e)$.

C. $(0; 1)$.

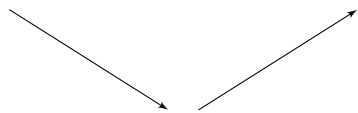
D. $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Ta có $y' = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$.

Bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$	
y'		-	0	+
y				

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**

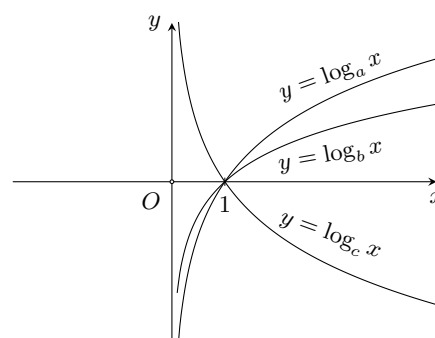
□

Câu 948.

Từ các đồ thị $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ đã cho ở hình vẽ.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < c < 1 < a < b$. B. $0 < a < b < 1 < c$.
C. $0 < c < a < 1 < b$. D. $0 < c < 1 < b < a$.

**Lời giải.**

Đồ thị hàm số $y = \log_c x$ nghịch biến nên $0 < c < 1$.

Đồ thị hàm số $y = \log_b x$ và $y = \log_a x$ đồng biến nên $a, b > 1$.

Từ đồ thị ta có với $x > 1$ thì $\log_a x > \log_b x \Rightarrow 1 < a < b$

Chọn đáp án **A** □

Câu 949. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Hàm số $y = (3^{-1})^x$ là hàm số mũ.
B. Hàm số $y = \ln x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
C. Hàm số $y = \log x$ là hàm số lôgarit.
D. Hàm số $y = \pi^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

— Hàm số $y = (3^{-1})^x = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ là hàm số mũ.

— Hàm số $y = \ln x$ có tập xác định $(0; +\infty)$ và $y' = \frac{1}{x} > 0, \forall x \in (0; +\infty)$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

— Hàm số $y = \log x$ là hàm số lôgarit.

— Hàm số $y = \pi^x$ có hệ số $\pi > 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 950. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- A. Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ là một hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.
B. Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ là một hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.
C. Đồ thị hàm số $y = a^x$ luôn đi qua điểm $(a; 1)$.
D. Đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ với $(0 < a \neq 1)$ đối xứng nhau qua trục tung.

Lời giải.

— Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ là một hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ chứ **không** phải là hàm số đồng biến.

— Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ là một hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ chứ **không** phải là hàm số nghịch biến.

— Đồ thị hàm số $y = a^x$ luôn đi qua điểm $(1; a)$ chứ **không** phải là điểm $(a; 1)$.

— Đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ với $(0 < a \neq 1)$ đối xứng nhau qua trục tung là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **D** □

Câu 951. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + x + 1)$ là

$$\text{A. } y' = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 3}.$$

$$\text{C. } y' = \frac{(2x+1)\ln 3}{x^2+x+1}.$$

$$\text{B. } y' = \frac{1}{(x^2+x+1)\ln 3}.$$

$$\text{D. } y' = \frac{2x+1}{x^2+x+1}.$$

Lời giải.

Hàm số $y = \log_3(x^2 + x + 1)$ luôn xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(x^2+x+1)'}{(x^2+x+1)\ln 3} = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 3}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 952. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ là

$$\text{A. } (-1; 3).$$

$$\text{B. } [-1; 3].$$

$$\text{C. } (-\infty; -1) \cup (3; +\infty).$$

$$\text{D. } (-\infty; -1] \cup [3; +\infty).$$

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số là

$$x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty).$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 953. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_2(4-x) - 1}$ là

$$\text{A. } (-\infty; 4).$$

$$\text{B. } [2; 4).$$

$$\text{C. } (-\infty; 2].$$

$$\text{D. } (-\infty; 2).$$

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \log_2(4-x) - 1 \geq 0 \\ 4-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(4-x) \geq 1 \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x \geq 2 \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq 2.$$

Vậy tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = (-\infty; 2]$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 954. Cho hàm số $y = x \ln x$, khẳng định nào sau đây đúng?

$$\text{A. } xy' - y'' = y.$$

$$\text{B. } y' + xy'' = y.$$

$$\text{C. } xy' - x^2y'' = y.$$

$$\text{D. } y' - x^2y'' = y.$$

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \ln x + 1, y'' = \frac{1}{x}.$$

$$xy' = x \ln x + x,$$

$$x^2y'' = x.$$

$$\text{Vậy } xy' - x^2y'' = x \ln x + x - x = x \ln x = y.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 955. Số 2^{2017} là số tự nhiên có bao nhiêu chữ số?

$$\text{A. } 608.$$

$$\text{B. } 609.$$

$$\text{C. } 606.$$

$$\text{D. } 607.$$

Lời giải.

$$\text{Số chữ số cần tìm là } [\log 2^{2017}] + 1 = [2017 \log 2] + 1 = 607 + 1 = 608.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 956. Tập xác định của hàm số $y = (7-x)^{\frac{1}{5}} + \log_5(x-4)$ là

$$\text{A. } (4; 7).$$

$$\text{B. } \mathbb{R} \setminus \{4\}.$$

$$\text{C. } (4; +\infty).$$

$$\text{D. } (4; 7].$$

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} 7-x > 0 \\ x-4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 7 \\ x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow 4 < x < 7.$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (4; 7)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 957. Đạo hàm của hàm số $y = (x+2)e^{2x}$.

A. $y' = (2x+5)e^x$. B. $y' = (2x+5)e^{2x}$. C. $y' = (2x+4)e^{2x}$. D. $y' = (2x-4)e^x$.

Lời giải.

Ta có : $y' = e^{2x} + 2(x+2)e^{2x} = (1+2x+4)e^{2x} = (2x+5)e^{2x}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 958. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

A. Hàm số $y = e^{2018x}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Đồ thị của các hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

C. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) nằm bên phải trục tung.

D. Hàm số $y = x^\alpha$ luôn nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ với $0 < \alpha < 1$.

Lời giải.

Theo lý thuyết về hàm số mũ thì "hàm số $y = x^\alpha$ luôn nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ với $0 < \alpha < 1$ " là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 959. Anh Long gửi 200 triệu đồng vào ngân hàng với kỳ hạn 1 năm, lãi suất 7% một năm theo hình thức "lãi kép". Hỏi sau 4 năm tính từ lần gửi đầu tiên anh Long nhận được số tiền gần với kết quả nào sau đây nhất, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và anh Long không rút tiền ra?

A. 262 triệu đồng. B. 256 triệu đồng. C. 260 triệu đồng. D. 264 triệu đồng.

Lời giải.

Theo công thức lãi kép ta có số tiền anh Long nhận được số tiền là:

$A = A_0(1+r)^n = 200(1+0,07)^4 \approx 262,2$ (triệu đồng).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 960. Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 4\ln(1-x)$ trên đoạn $[-2; 0]$. Tính $M - N$.

A. $M - N = 4\ln 2 - 1$.

B. $M - N = 4\ln 2$.

C. $M - N = 4\ln 3 - 4$.

D. $M - N = -1$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.

Ta có $y' = 2x + \frac{4}{1-x} = \frac{-2x^2 + 2x + 4}{1-x}$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 2x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 & (\text{nhận}) \\ x = 2 & (\text{loại}). \end{cases}$

Khi đó $\begin{cases} y(-2) = 4 - 4\ln 3 \approx -0,4 \\ y(-1) = 1 - 4\ln 2 \approx -1,7 \Rightarrow M = 0, N = 1 - 4\ln 2 \\ y(0) = 0. \end{cases}$

Vậy $M - N = 4\ln 2 - 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 961. Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_3 x^2$.

B. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$.

C. $y = \log x^3$.

D. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{-x}$.

Lời giải.

Do $\frac{e}{4} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 962. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2+1} - x)$ là

A. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

B. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1} - x}$.

C. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1} + x}$.

D. $y' = -\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(\sqrt{x^2+1} - x)'}{\sqrt{x^2+1} - x} = \frac{\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1}{\sqrt{x^2+1} - x} = -\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 963. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$.

A. $(0; +\infty)$.

B. $[0; +\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x > 0$. Tập xác định của hàm số là $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 964.

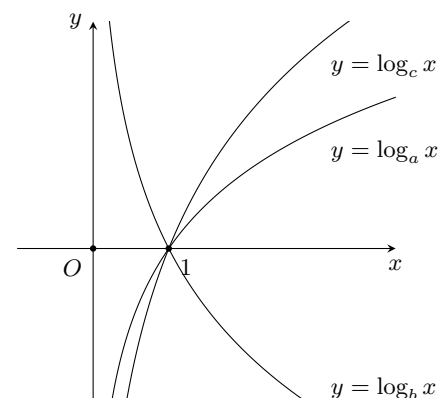
Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \log_x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $b < c < a$.

B. $b < a < c$.

C. $a < b < c$.

D. $c < a < b$.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số suy ra $b < 1 < c < a$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 965. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$ là hàm số lẻ.

B. Tập giá trị của hàm số $y = \ln(x^2+1)$ là $[0; +\infty)$.

C. Hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2+1} - x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

D. $\left[\ln(\sqrt{x^2+1})\right]' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Lời giải.

Ta có $\left[\ln(\sqrt{x^2+1})\right]' = \frac{(\sqrt{x^2+1})'}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{x^2+1}$. Suy ra mệnh đề sai là $\left[\ln(\sqrt{x^2+1})\right]' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 966. Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = \log_2 \frac{x + \sqrt{x} - 2}{x - 2}$.

A. $\mathbb{R}^+ \setminus \{2\}$.

B. $[0; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $[0; +\infty) \setminus \{2\}$.

Lời giải.Hàm số $f(x)$ xác định khi

$$\frac{x + \sqrt{x} - 2}{x - 2} = \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)}{x - 2} > 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x < 1 \\ 2 < x. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 967.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

B. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.

C. $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 + 1)$.

D. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

Lời giải.

Ta có

- ① Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $0 < a < 1$ và đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 1$.
 ② Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ khi $0 < a < 1$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi $a > 1$.
 ③ Hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 + 1)$ có đạo hàm $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln \frac{\pi}{4}}$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 968.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + \ln(x-1)$ là:

A. $\mathcal{D} = [1; 2]$.

B. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (1; 2)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 2-x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 2.$$

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 969.** Trong các hàm số sau, hàm số nào không xác định trên $\mathbb{R}$?

A. $y = 3^x$.

B. $y = \log(x^2)$.

C. $y = \ln(|x| + 1)$.

D. $y = 0,3^x$.

Lời giải.

- Hàm số $y = 3^x$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên có tập xác định là $\mathbb{R}$.
 — Hàm số $y = \log(x^2)$ xác định khi $x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$ nên có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
 — Hàm số $y = \ln(|x| + 1)$ xác định khi $|x| + 1 > 0$ (nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$) nên có tập xác định là $\mathbb{R}$.
 — Hàm số $y = 0,3^x$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 970.** Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{2015}{2016}\right)^x$.

B. $y = \left(\frac{3}{\sqrt{2016} - \sqrt{2}}\right)^x$.

C. $y = (0,1)^{2x}$.

D. $y = (2016)^{2x}$.

Lời giải.Trong bốn hàm số trên thì chỉ có hàm số $y = (2016)^{2x} = (2016^2)^x$ có cơ số $2016^2 > 1$ $\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 971.** Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+x}$.

A. $(2x+1)e^x$.

B. $(2x+1)e^{x^2+x}$.

C. $(2x+1)e^{2x+1}$.

D. $(x^2+x)e^{2x+1}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (x^2 + x)' \cdot e^{x^2+x} = (2x + 1)e^{x^2+x}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 972. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} \frac{1}{6-x}$.

- A. $(-\infty; 6)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(0; +\infty)$. D. $(6; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $\frac{1}{6-x} > 0 \Leftrightarrow 6-x > 0 \Leftrightarrow x < 6$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 973. Ông An gửi 100 triệu vào tiết kiệm ngân hàng theo thể thức lãi kép trong một thời gian khá lâu mà không rút ra với lãi suất ổn định trong mấy chục năm qua là 10%/1 năm. Tết năm nay do ông kẹt tiền nên rút hết ra để gia đình đón Tết. Sau khi rút cả vốn lẫn lãi, ông trích ra gần 10 triệu để sắm sửa đồ Tết trong nhà thì ông còn 250 triệu. Hỏi ông đã gửi tiết kiệm bao nhiêu lâu?

- A. 10 năm. B. 17 năm. C. 15 năm. D. 20 năm.

Lời giải.

Gọi n là số năm ông An gửi tiết kiệm.

Ta có $T_n = T(1+r)^n$, trong đó $T = 100$ triệu là số tiền gửi ban đầu, $r = 10\% = 0,1$ là lãi suất gửi một năm, T_n là tổng số tiền cả vốn và lãi.

Theo giả thiết $T_n \approx 260$ triệu.

Do đó $100(1+0,1)^n \approx 260 \Leftrightarrow 1,1^n \approx 2,6 \Leftrightarrow n \approx \log_{1,1} 2,6 \Leftrightarrow n \approx 10$.

Vậy ông An đã gửi tiết kiệm 10 năm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 974. Đồ thị (C) của hàm số $f(x) = \ln x$ cắt trục hoành tại điểm A , tiếp tuyến của (C) tại A có phương trình là

- A. $y = 2x + 1$. B. $y = x - 1$. C. $y = 3x$. D. $y = 4x - 3$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow \ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Vì đồ thị (C) cắt trục hoành tại điểm A nên $A(1; 0)$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{x}, \forall x > 0$

$\Rightarrow f'(1) = 1 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến của (C) tại A là $y = f'(1)(x - 1) + f(1) \Rightarrow y = x - 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 975. Đạo hàm của hàm số $y = x \cdot 3^{x^2}$ là

- A. $y' = 2x \cdot 3^{x^2} \cdot \ln 3$. B. $y' = 3^{x^2} + x^2 \cdot 3^{x^2} \cdot \ln 3$.
C. $y' = 3^{x^2} + 2x^2 \cdot 3^{x^2} \cdot \ln 3$. D. $y' = 3^{x^2} + x \cdot 3^{x^2} \cdot \ln 3$.

Lời giải.

Ta có $y = x \cdot 3^{x^2} \Rightarrow y' = 3^{x^2} + x \cdot 2x \cdot 3^{x^2} \cdot \ln 3 = 3^{x^2} + 2x^2 \cdot 3^{x^2} \cdot \ln 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 976. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 4^x - 2^{x+3}$ trên đoạn $[0; 3]$ là

- A. -16 . B. -15 . C. $\frac{-3999}{250}$. D. $\frac{-9}{4}$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$. Khi đó, $0 \leq x \leq 3 \Rightarrow 1 \leq 2^x \leq 8$.

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = g(t) = t^2 - 8t$ trên đoạn $[1; 8]$.

Ta có $y' = g'(t) = 2t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

$g(1) = -7$, $g(8) = 0$, $g(4) = -16$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là -16 tại $t = 4$ hay $x = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 977. Cho $f(x) = 5^x$ thì $f(x+2) - f(x)$ bằng

A. 24.

B. 25.

C. $25f(x)$.

D. $24f(x)$.

Lời giải.

$f(x+2) - f(x) = 5^{x+2} - 5^x = 24 \cdot 5^x = 24f(x)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 978. Tìm tập xác định của $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\sqrt{3x-1}}{\log(3x)}$.

A. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

C. $\mathcal{D} = (0; +\infty) \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$.

D. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi
$$\begin{cases} 3x - 1 \geq 0 \\ 3x > 0 \\ \log(3x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ x > 0 \\ 3x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{3}; +\infty\right).$$

Vậy $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 979. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt[4]{x+2} - \frac{1}{3}(6-x)^{-\frac{5}{2}} + 4 \ln x^2$ là

A. $(-2; 6]$.

B. $[-2; 6) \setminus \{0\}$.

C. $[-2; 6] \setminus \{0\}$.

D. $[-2; 6]$.

Lời giải.

Điều kiện

$$\begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ 6 - x > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x < 6 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 980. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2018x)}{\sin 2x}$

A. 1.

B. 1009.

C. 1109.

D. 2018.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2018x)}{\sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\ln(1+2018x)}{2018x} \cdot \frac{2x}{\sin 2x} \cdot 1009 \right] = 1009.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 981. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \pi^x$.

B. $y = e^x$.

C. 2^{-x} .

D. $y = (\sqrt{2})^x$.

Lời giải.

Hàm số mũ $y = a^x$, $0 < a \neq 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 1$, nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $0 < a < 1$.
 Vì $\frac{1}{2} \in (0; 1)$ nên hàm số $y = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C** □**Câu 982.** Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{x^2}$.

A. $y' = 2x \cdot 3^{x^2} \ln 3$.

B. $y' = x^2 \cdot 3^{x^2-1}$.

C. $y' = 3^{x^2} \ln 3$.

D. $y' = 2x \cdot 3^{x^2}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $(a^u)' = u'a^u \ln a$, $0 < a \neq 1$ ta được $y = (x^2)' \cdot 3^{x^2} \ln 3 = 2x \cdot 3^{x^2} \ln 3$.

Chọn đáp án **A** □**Câu 983.** Cho hàm số $y = \log_2(2^x + 1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $y' = 2^{x-y}$.

B. $y' = 2^{y-x}$.

C. $y' = 2^{x+y}$.

D. $y' = 2^{x-y+1}$.

Lời giải.

$$y = \log_2(2^x + 1) \Rightarrow y' = \frac{2^x \ln 2}{(2^x + 1) \ln 2} = \frac{2^x}{2^x + 1}.$$

$$\text{Ta có } 2^{x-y} = 2^{x-\log_2(2^x+1)} = \frac{2^x}{2^{\log_2(2^x+1)}} = \frac{2^x}{2^x + 1} = y'.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 984.** Tập xác định của hàm số $y = \log(-x^2 + 6x - 5)$ là $\mathcal{D} = (a; b)$. Tính $b - a$.

A. 4.

B. 5.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Điều kiện: $-x^2 + 6x - 5 > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 5$.

Vậy $\mathcal{D} = (1; 5) \Rightarrow b = 5, a = 1$. Vậy $b - a = 4$.

Chọn đáp án **A** □**Câu 985.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \pi^{1-x}$.

B. $y = -\ln(x^2 + 1)$.

C. $y = \left(\frac{1}{e}\right)^{-2x+1}$.

D. $y = x^{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

— Xét hàm số $y = \pi^{1-x}$ ta có $y' = -\pi^{1-x} \ln \pi < 0 \forall x \in \mathcal{D} = \mathbb{R}$.

— Xét hàm số $y = -\ln(x^2 + 1)$ ta có $y' = -\frac{2x}{x^2 + 1} < 0 \forall x \in (0; +\infty)$.

— Xét hàm số $y = \left(\frac{1}{e}\right)^{-2x+1} = e^{2x-1}$ ta có $y' = 2e^{2x-1} > 0 \forall x \in \mathcal{D} = \mathbb{R}$.

— Xét hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ ta có $y' = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1} > 0 \forall x \in \mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **A** □**Câu 986.**

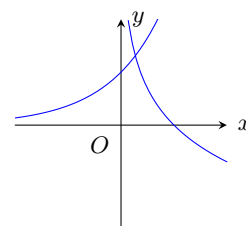
Cho hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ sau. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $a; b > 1$.

B. $0 < a; b < 1$.

C. $0 < a < 1 < b$.

D. $0 < b < 1 < a$.

**Lời giải.**

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $y = a^x$ là hàm đồng biến. Vậy có $a > 1$.

Ta cũng có hàm số $y = \log_b x$ là hàm nghịch biến, vậy $0 < b < 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 987. Cho hàm số $f(x) = \ln(4x - x^2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f'(\pi) = \frac{4 - \pi}{4\pi - \pi^2}$. B. $f'(\pi) = -\frac{\pi}{4}$. C. $f'(e) = \frac{e}{7}$. D. $f'(e) = \frac{4 - 2e}{4e - e^2}$.

Lời giải.

Hàm số $f(x) = \ln(4x - x^2)$ xác định khi và chỉ khi $4x - x^2 > 0$ hay $0 < x < 4$.

Ta có $f'(x) = \frac{(4x - x^2)'}{4x - x^2} = \frac{4 - 2x}{4x - x^2}$.

Do đó, $f'(\pi) = \frac{4 - 2\pi}{4\pi - \pi^2}$ và $f'(e) = \frac{4 - 2e}{4e - e^2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 988. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{e^{2x}}$ là

A. $y' = \frac{2}{e^{4x}}$. B. $y' = -\frac{2}{e^{2x}}$. C. $y' = \frac{2}{e^{2x}}$. D. $y' = -\frac{2}{e^{4x}}$.

Lời giải.

Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{e^{2x}}$ là $y' = -\frac{(e^{2x})'}{(e^{2x})^2} = -\frac{(2x)' \cdot e^{2x}}{(e^{2x})^2} = -\frac{2}{e^{2x}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 989. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ với $x > 0$ là

A. $y' = \frac{1 - x \ln x}{x^2}$. B. $y' = \frac{\ln x}{x^2}$. C. $y' = -\frac{\ln x}{x^2}$. D. $y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}$.

Lời giải.

Với $x > 0$, đạo hàm của hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ là $y' = \frac{(\ln x)' \cdot x - \ln x \cdot (x)'}{x^2} = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 990. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = e^x(x^2 - x - 5)$ trên đoạn $[1; 3]$.

A. $2e^2$. B. $3e^2$. C. $-7e^3$. D. e^3 .

Lời giải.

Hàm số $y = e^x(x^2 - x - 5)$ xác định và liên tục trên đoạn $[1; 3]$.

Ta có $y' = e^x(x^2 - x - 5) + e^x(2x - 1) = e^x(x^2 + x - 6)$. Khi đó

$$y' = 0 \Leftrightarrow e^x(x^2 + x - 6) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -3 \notin [1; 3] \end{cases}$$

Mặt khác $y(1) = -5e$, $y(2) = -3e^2$, $y(3) = e^3$.

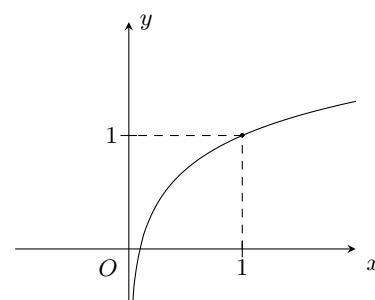
Vậy $\max_{[1;3]} y = e^3$ khi $x = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 991.

Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $y = \log x + 1$. B. $y = e^{-x}$.
C. $y = \sqrt{x}$. D. $y = \ln x$.



Lời giải.

Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị của hàm số xác định trên $(0; +\infty)$, hàm số này đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$, đồ thị của nó đi qua điểm $(1; 1)$ và nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

Hàm số $y = \log x + 1$ có tập xác định $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{1}{x \ln 10} > 0, \forall x > 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Mặt khác với $x = 0$ thì $y = \log 1 + 1 = 1$.

Vậy đồ thị trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y = \log x + 1$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 992. Cho hàm số $y = (x^2 + x)e^x$ xác định trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số chỉ có một cực đại, không có cực tiểu.
- B. Hàm số có một cực đại và một cực tiểu.
- C. Hàm số chỉ có một cực tiểu, không có cực đại.
- D. Hàm số không có cực trị.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = (2x + 1)e^x + (x^2 + x)e^x = (x^2 + 3x + 1)e^x$. Khi đó

$$y' = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 3x + 1)e^x = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Lại có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	0	y_{CD}	y_{CT}	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên trên ta thấy hàm số có một cực đại và một cực tiểu.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 993. Ông A gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép. Lãi suất ngân hàng là 8% năm và không đổi qua các năm ông gửi tiền. Hỏi sau đúng 5 năm ông rút toàn bộ số tiền cả vốn lẫn lãi được bao nhiêu? (đơn vị triệu đồng)

- A. 188,95.
- B. 128,46.
- C. 156,93.
- D. 146,93.

Lời giải.

Theo công thức lãi kép ta có $100(1 + 8\%)^5 = 146,93$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 994.

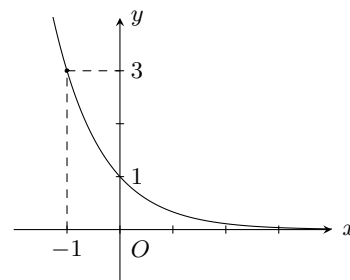
Hàm số nào có đồ thị là đường cong như hình vẽ?

A. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$.

C. $y = 3^x$.

D. $y = (\sqrt{2})^x$.



Lời giải.

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của một hàm số luôn nghịch biến trên tập xác định của nó, luôn đi qua điểm có tọa độ $(0; 1)$ và nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.

Vậy hàm số thỏa mãn những tính chất trên là hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 995. Bố An muốn An được đi học đại học nên cứ đầu mỗi năm học THPT của An bố An gửi tiết kiệm ngân hàng 10 triệu đồng với lãi suất 6% một năm và biết rằng nếu không rút tiền thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Số tiền mà bố An nhận được sau 3 năm đi học THPT của An gần bằng với số tiền nào dưới đây? Biết trong 3 năm đó ngân hàng không thay đổi lãi suất và bố An cũng không rút đồng nào.

A. 34794000 đồng.

B. 32465000 đồng.

C. 34163000 đồng.

D. 33746000 đồng.

Lời giải.

Gọi A là số tiền mà bố của An gửi tiết kiệm vào ngân hàng mỗi đầu năm và r là lãi suất tiền gửi mỗi năm.

Số tiền mà bố An có trong ngân hàng cuối năm thứ nhất là $A(1 + r)$.

Đầu năm thứ hai bố của An tiếp tục gửi tiết kiệm vào ngân hàng A thì số tiền lúc này mà bố của An có trong ngân hàng là $A(1 + r) + A$.

Số tiền mà bố An có trong ngân hàng cuối năm thứ hai là

$$[A(1 + r) + A](1 + r) = A(1 + r)^2 + A(1 + r) = A[(1 + r)^2 + (1 + r)].$$

Số tiền mà bố An nhận được sau cuối năm thứ ba là

$$A[(1 + r)^3 + (1 + r)^2 + (1 + r)] = A(1 + r) \cdot \frac{(1 + r)^3 - 1}{r} = \frac{A}{r} [(1 + r)^3 - 1](1 + r).$$

Vậy số tiền mà bố An nhận được sau 3 năm đi học THPT của An là

$$\frac{10000000}{6\%} [(1 + 6\%)^3 - 1](1 + 6\%) = 33746160 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 996. Một người gửi tiết kiệm số tiền 80 triệu đồng với lãi suất 6,9%/năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc. Hỏi sau đúng 5 năm người đó rút được cả gốc và lãi số tiền gần nhất với con số nào sau đây?

A. 116,57 triệu đồng.

B. 107,667 triệu đồng.

C. 105,370 triệu đồng.

D. 111,68 triệu đồng.

Lời giải.

Số tiền rút sau 5 năm là $S = A(1 + r)^5 = 80 \cdot (1 + 0,069)^5 \approx 111,68$ triệu đồng.

Chọn đáp án **D** □

Câu 997. Cho hàm số $f(x) = e^{e^x}$. Giá trị $f'(1)$ bằng

- A. e . B. e^e . C. e^{2e} . D. e^{e+1} .

Lời giải.

Ta có $f'(x) = e^x \cdot e^{e^x}$ nên $f'(1) = e \cdot e^e = e^{e+1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 998. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Hỏi nếu cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

- A. 2020. B. 2022. C. 2025. D. 2026.

Lời giải.

Ta có $S = A \cdot e^{Nr}$ nên $N = \frac{1}{r} \ln \frac{S}{A}$.

Để dân số nước ta ở mức 120 triệu người thì cần số năm $N = \frac{100}{1,7} \cdot \ln \frac{120 \cdot 10^6}{78685800} \approx 25$.

Lúc đấy là năm $2001 + 25 = 2026$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 999. Một người gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,45%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 10 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây? Nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi.

- A. 209 184 000 đồng. B. 211 594 000 đồng. C. 209 183 000 đồng. D. 210 593 000 đồng.

Lời giải.

Áp dụng công thức $T = A(1 + r)^n$ với $A = 200$ triệu đồng, $r = 0,45\%$ và $n = 10$ ta có

$$T_{10} = 200000000 \cdot (1 + 0,45\%)^{10} \approx 209184454 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1000. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **sai**?

- A. Nếu $0 < a < b$ thì $\log_{\frac{\pi}{4}} a < \log_{\frac{\pi}{4}} b$. B. Nếu $0 < a < b$ thì $\ln a < \ln b$.
C. Nếu $0 < a < b$ thì $\log_{\frac{e}{2}} a < \log_{\frac{e}{2}} b$. D. Nếu $0 < a < b$ thì $\log a < \log b$.

Lời giải.

Vì $\frac{\pi}{4} < 1$ nên hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

$\Rightarrow$ Mệnh đề “Nếu $0 < a < b$ thì $\log_{\frac{\pi}{4}} a < \log_{\frac{\pi}{4}} b$ ” là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1001. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_{2018} (9 - x^2) + (2x - 3)^{-2019}$.

- A. $\mathcal{D} = \left(\frac{3}{2}; 3\right)$. B. $\mathcal{D} = (-3; 3)$.
C. $\mathcal{D} = \left[-3; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 3\right]$. D. $\mathcal{D} = \left(-3; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 3\right)$.

Lời giải.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 9 - x^2 > 0 \\ 2x - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 3 \\ x \neq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \mathcal{D} = \left(-3; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 3\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1002. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Nếu $0 < a < b$ thì $\log_{\frac{\pi}{4}} a < \log_{\frac{\pi}{4}} b$.

B. Nếu $0 < a < b$ thì $\ln a < \ln b$.

C. Nếu $0 < a < b$ thì $\log_{\frac{e}{2}} a < \log_{\frac{e}{2}} b$.

D. Nếu $0 < a < b$ thì $\log a < \log b$.

Lời giải.

Nếu $0 < a < b$ thì $\log_{\frac{\pi}{4}} a < \log_{\frac{\pi}{4}} b$ là SAI vì $\frac{\pi}{4} < 1$ nên hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ nghịch biến.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1003. Cho hàm số $y = x^2 e^x$. Nghiệm của bất phương trình $y' < 0$ là

A. $x \in (0; 2)$.

B. $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

C. $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$.

D. $x \in (-2; 0)$.

Lời giải.

Ta có $y' = (x^2)'e^x + x^2(e^x)' = xe^x(2 + x)$. Do đó

$$y' < 0 \Leftrightarrow xe^x(2 + x) < 0 \Leftrightarrow x(2 + x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-2; 0).$$

Vậy, nghiệm của bất phương trình $y' < 0$ là $x \in (-2; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1004. Cho hàm số $y = x^2 e^x$. Nghiệm của bất phương trình $y' < 0$ là

A. $x \in (0; 2)$.

B. $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

C. $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$.

D. $x \in (-2; 0)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2xe^x + x^2 e^x = e^x(x^2 + 2x)$.

Do đó, $y' < 0 \Leftrightarrow e^x(x^2 + 2x) < 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x < 0 \Leftrightarrow x \in (-2; 0)$.

Vậy nghiệm của bất phương trình $y' < 0$ là $x \in (-2; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1005. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$.

B. $y = 4^{-x}$.

C. $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$.

D. $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$.

Lời giải.

Các hàm số $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$ và $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$ là hàm số mũ có cơ số nhỏ hơn 1 nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}\right]' = -\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Xét hàm số $y = 4^{-x}$ có $(4^{-x})' = -4^{-x} \cdot \ln 4 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1006.

Cho a, b, c dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ như hình vẽ

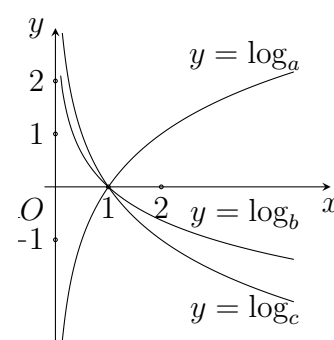
Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a > c > b$.

B. $b > c > a$.

C. $c > b > a$.

D. $a > b > c$.



Lời giải.

$$\text{Xét } y = 1 \text{ khi đó } \begin{cases} \log_a x = 1 \Leftrightarrow x = a \\ \log_b x = 1 \Leftrightarrow x = b \\ \log_c x = 1 \Leftrightarrow x = c. \end{cases}$$

Từ đó, dựa vào đồ thị ta suy ra được $a > c > b$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1007. Ông An gửi vào ngân hàng 60 triệu đồng theo hình thức lãi kép. Lãi suất ngân hàng là 8% trên năm. Sau 5 năm ông An tiếp tục gửi vào thêm 60 triệu nữa. Hỏi sau 10 năm kể từ lần gửi đầu tiên ông An đến rút toàn bộ tiền gốc và lãi được bao nhiêu? (Biết lãi suất không thay đổi qua các năm ông gửi tiền).

A. 231,815 (triệu đồng).

B. 197,201 (triệu đồng).

C. 217,695 (triệu đồng).

D. 190,271 (triệu đồng).

Lời giải.

Ta sử dụng công thức $T = M \cdot (1 + r)^n$. Trong đó T là số tiền cả vốn lẫn lãi sau n kỳ hạn, M là số tiền gửi ban đầu, r là lãi suất theo định kỳ, tính theo %, n là số kỳ hạn tính lãi.

Cả vốn lẫn lãi của ông An sau 5 năm đầu tiên:

$$T_1 = 60 \cdot (1 + 8\%)^5 = 60 \cdot 1,08^5 \text{ (triệu đồng)}.$$

Sau 5 năm ông An tiếp tục gửi vào thêm 60 triệu vào ngân hàng, vậy tổng số tiền ông An gửi vào ngân hàng lúc đó là

$$60 \cdot 1,08^5 + 60 = 60 \cdot (1,08^5 + 1) \text{ (triệu đồng)}.$$

Cả vốn lẫn lãi của ông An sau 10 năm kể từ lần đầu tiên gửi tiền là

$$60 \cdot (1,08^5 + 1) \cdot (1 + 8\%)^5 \approx 217,695 \text{ (triệu đồng)}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1008. Cho hàm số $y = e^{-2x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'' + y' - y = 0$.

B. $y'' + y' + y = 0$.

C. $y'' + y' + 2y = 0$.

D. $y'' + y' - 2y = 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = -2e^{-2x}$, $y'' = 4e^{-2x}$.

$$\text{— } y'' + y' - 2y = 4e^{-2x} - 2e^{-2x} - 2e^{-2x} = 0.$$

$$\text{— } y'' + y' - y = e^{-2x} \neq 0.$$

$$\text{— } y'' + y' + 2y = 4e^{-2x} \neq 0.$$

$$\text{— } y'' + y' + y = 3e^{-2x} \neq 0.$$

Vậy mệnh đề đúng là “ $y'' + y' - 2y = 0$ ”.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1009. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $\ln(x^2 - 2x + 1)$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

B. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = \emptyset$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số: $x^2 - 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1010. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$.

A. $y' = \frac{1 + 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$.

B. $y' = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$.

C. $y' = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{x^2}}$.

D. $y' = \frac{1 + 2(x+1) \ln 2}{2^{x^2}}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{4^x - (x+1)4^x \ln 4}{(4^x)^2} = \frac{1 - (x+1) \ln 4}{4^x} = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1011.

Hình vẽ bên dưới biểu diễn đồ thị hai hàm số $y = a^x$, $y = \log_b x$, với a là số thực dương, b là số thực dương khác 1.

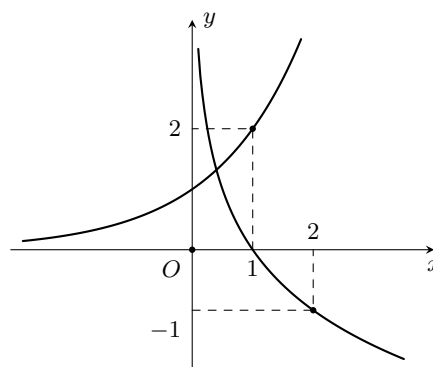
Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\log_a b^2 > 0$.

B. $\log_a b < 0$.

C. $\log_a b > 0$.

D. $\log_b a > 0$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta suy ra:

— Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $a > 1$.

— Hàm số $y = \log_b x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ nên $b < 1$.

Suy ra $b < 1 < a$ nên $\log_a b < 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1012. Tập xác định của hàm số $y = \log(x^2 - 1)$ là

A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-1; 1)$.

Lời giải.

Điều kiện $x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1. \end{cases}$

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1013. Đạo hàm của hàm số $y = x \cdot e^{x+1}$ là

A. $y' = (1+x)e^{x+1}$.

B. $y' = (1-x)e^{x+1}$.

C. $y' = e^{x+1}$.

D. $y' = xe^x$.

Lời giải.

Ta có $y' = e^{x+1} + x \cdot e^{x+1} = (x+1) \cdot e^{x+1}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1014. Hàm số $y = \log_3(x^3 - x)$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{3x^2 - 1}{(x^3 - x)}$.

B. $y' = \frac{1}{(x^3 - x) \ln 3}$.

C. $y' = \frac{3x^2 - 1}{(x^3 - x) \ln 3}$.

D. $y' = \frac{3x - 1}{(x^3 - x) \ln 3}$.

Lời giải.

Điều kiện $x^3 - x > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 0) \cup (1; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{(x^3 - x)'}{(x^3 - x) \cdot \ln 3} = \frac{3x^2 - 1}{(x^3 - x) \cdot \ln 3}$.

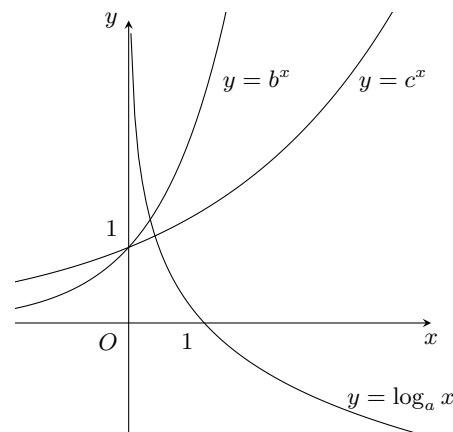
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1015.

Cho các hàm số $y = \log_a x$, $y = b^x$, $y = c^x$ có đồ thị như hình bên. Chọn khẳng định đúng.

- A. $b > c > a$. B. $a > b > c$. C. $b > a > c$. D. $c > b > a$.



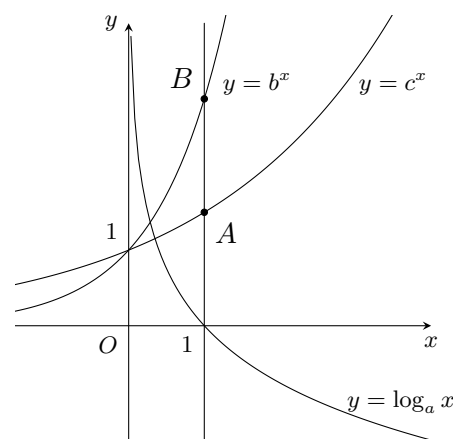
Lời giải.

Nhận thấy hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ nên $0 < a < 1$. Hàm số $y = b^x$ và $y = c^x$ đều đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $b > 1$ và $c > 1$.

Đường thẳng $x = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = b^x$ tại điểm $A(1, b)$ và cắt đồ thị hàm số $y = c^x$ tại điểm $B(1, c)$.

Nhìn vào đồ thị ta thấy $b > c$.

Vậy $b > c > a$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1016. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$.

- A. $\mathcal{D} = [-1; 3]$. B. $\mathcal{D} = (-1; 3)$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số là $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3. \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1017. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2}$.

- A. $y' = \frac{x \cdot 2^{1+x^2}}{\ln 2}$. B. $y' = x \cdot 2^{1+x^2} \cdot \ln 2$. C. $y' = 2^x \cdot \ln 2^x$. D. $y' = \frac{x \cdot 2^{1+x}}{\ln 2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (2^{x^2})' = (x^2)' \cdot 2^{x^2} \cdot \ln 2 = 2x \cdot 2^{x^2} \cdot \ln 2 = x \cdot 2^{1+x^2} \cdot \ln 2$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1018. Tìm đạo hàm của hàm số $y = 3^{x^2-2x}$.

- A. $y' = 3^{x^2-2x} \ln 3$. B. $y' = \frac{3^{x^2-2x}(2x-2)}{\ln 3}$.
C. $y' = 3^{x^2-2x}(2x-2) \ln 3$. D. $y' = \frac{3^{x^2-2x}}{\ln 3}$.

Lời giải.

Ta có $(3^{x^2-2x})' = (2x-2) \cdot 3^{x^2-2x} \ln 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1019. Cho hàm số $y = \log_2 x$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Đồ thị hàm số nhận trục tung làm tiệm cận đứng.
- B. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A(1; 0)$.
- C. Đồ thị hàm số luôn nằm phía trên trục hoành.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Với $x = \frac{1}{2}$, $\log_2 \frac{1}{2} = -1 < 0$ nên khẳng định đồ thị hàm số luôn nằm phía trên trục hoành sai.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1020. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_3(x^2 - x - 2)$.

- A. $\mathcal{D} = (-1; 2)$.
- B. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.
- C. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.
- D. $\mathcal{D} = (-\infty; -1)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x^2 - x - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -1. \end{cases}$

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1021. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{\ln x}$, ($x > 0, x \neq 1$).

- A. $y' = \frac{\ln x - x - 1}{x(\ln x)^2}$.
- B. $y' = \frac{x \ln x - x - 1}{x(\ln x)^2}$.
- C. $y' = \frac{\ln x - x - 1}{(\ln x)^2}$.
- D. $y' = \frac{\ln x - x - 1}{x \ln x}$.

Lời giải.

Ta có

$$y' = \frac{\ln x - \frac{x+1}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{x \ln x - x - 1}{x(\ln x)^2}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1022. Việt Nam là quốc gia nằm ở phía Đông bán đảo Đông Dương thuộc khu vực Đông Nam Á. Với dân số ước tính 93,7 triệu dân vào đầu năm 2018, Việt Nam là quốc gia đông dân thứ 15 trên thế giới và là quốc gia đông dân thứ 8 của châu Á, tỉ lệ tăng dân số hàng năm 1,2%. Giả sử rằng tỉ lệ tăng dân số từ năm 2018 đến năm 2030 không thay đổi thì dân số nước ta đầu năm 2030 khoảng bao nhiêu?

- A. 118,12 triệu dân.
- B. 106,12 triệu dân.
- C. 128,12 triệu dân.
- D. 108,12 triệu dân.

Lời giải.

Dân số Việt Nam đầu năm 2030 là

$$93,7 \cdot (1 + 0,012)^{12} \approx 108,12 \text{ (triệu dân)}.$$

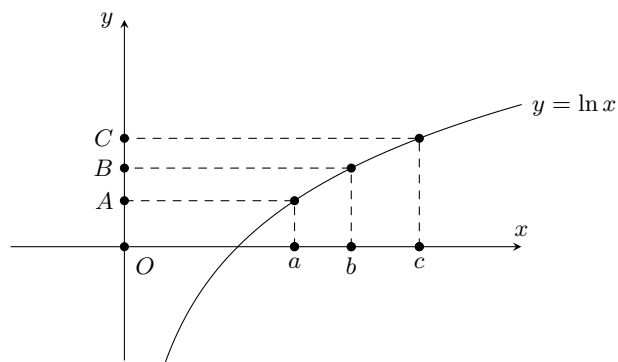
Chọn đáp án **D**

□

Câu 1023.

Trong hình dưới đây, điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a + c = 2b$. B. $ac = b^2$.
C. $ac = 2b^2$. D. $ac = b$.



Lời giải.

Ta có: $A(0; \ln a)$, $B(0; \ln b)$, $C(0; \ln c)$.

Do B là trung điểm của AC nên suy ra

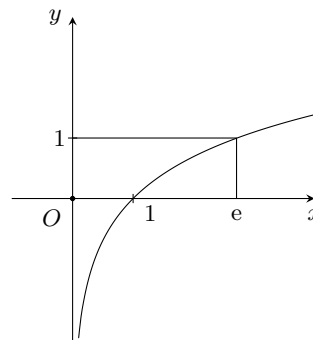
$$2y_B = y_A + y_C \Leftrightarrow 2\ln b = \ln a + \ln c \Leftrightarrow b^2 = ca.$$

Vậy $ac = b^2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1024. Đường cong trong hình vẽ bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?

- A. $y = |\ln x|$. B. $y = e^x$. C. $y = \ln x$. D. $y = -e^x$.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số ta thấy với $x = e$ thì $y = 1$ và với $0 < x < 1 \Rightarrow y < 0$ nên đồ thị là của hàm số $y = \ln x$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1025. Hàm số $f(x) = \log_3(\sin x)$ có đạo hàm là

- A. $f'(x) = \frac{\tan x}{\ln 3}$. B. $f'(x) = \cot x \cdot \ln 3$. C. $f'(x) = \frac{1}{\sin x \cdot \ln 3}$. D. $f'(x) = \frac{\cot x}{\ln 3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{(\sin x)'}{\sin x \cdot \ln 3} = \frac{\cos x}{\sin x \cdot \ln 3} = \frac{\cot x}{\ln 3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1026. Cho hàm số $y = 7^{\frac{x}{2}}$ có đồ thị (C) . Hàm số nào sau đây có đồ thị đối xứng với (C) qua đường thẳng có phương trình $y = x$?

- A. $y = \log_7 x^2$. B. $y = \log_7 \frac{x}{2}$. C. $y = \frac{1}{2} \log_7 x$. D. $y = \log_{\sqrt{7}} x$.

Lời giải.

Vì đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = a^x$ với $a > 0$ đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất. Nên ta có đồ thị $y = \log_7 \frac{x}{2}$ đối xứng với đồ thị hàm số $y = 7^{\frac{x}{2}}$ qua đường thẳng $y = x$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1027. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{1 - \ln x}$.

A. $(0; +\infty) \setminus \{e\}$.

B. $(e; +\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{e\}$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.Hàm số $y = \frac{1}{1 - \ln x}$ xác định khi

$$\begin{cases} x > 0 \\ 1 - \ln x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq e. \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{1 - \ln x}$ là $\mathcal{D} = (0; +\infty) \setminus \{e\}$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1028.** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?A. Tập xác định của hàm số $y = (1 - x)^{-3}$ là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.B. Tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ là $(0; \infty)$.C. Tập xác định của hàm số $y = x^{-2}$ là $\mathbb{R}$.D. Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{1}{2}}$ là $(0; \infty)$.**Lời giải.**

Ta xét lần lượt các hàm số

— Hàm số $y = (1 - x)^{-3}$ xác định khi $1 - x \neq 0$ nên nó có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.— Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ xác định khi $x > 0$ nên nó có tập xác định là $(0; \infty)$.— Hàm số $y = x^{-2}$ xác định khi $x \neq 0$ nên nó có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.— Hàm số $y = x^{\frac{1}{2}}$ xác định khi $x \geq 0$ nên nó có tập xác định là $[0; \infty)$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1029.** Một người gửi tiết kiệm số tiền 80 triệu đồng với lãi suất 6,9%/năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc. Hỏi sau đúng 5 năm người đó rút được cả gốc và lãi số tiền gần với con số nào nhất dưới đây?

A. 105,370 triệu.

B. 107,667 triệu.

C. 111,680 triệu.

D. 116,570 triệu.

Lời giải.Gọi P_n là số tiền người đó rút được sau n năm.Ta có $P_5 = (1 + 6,9\%)^5 \times 80 \simeq 111,680$ triệu.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1030.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + \ln(x-1)$ làA. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.B. $\mathcal{D} = (1; 2)$.C. $\mathcal{D} = [1; 2)$.D. $\mathcal{D} = (1; 2]$.**Lời giải.**Hàm số xác định khi $\begin{cases} 2-x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 2$.Vậy $\mathcal{D} = (1; 2)$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1031.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\sqrt{3x-1}}{\log(3x)}$.A. $\mathcal{D} = (0; +\infty) \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$.B. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.C. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.D. $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.**Lời giải.**

Điều kiện xác định của hàm số đã cho là

$$\begin{cases} 3x - 1 \geq 0 \\ 3x > 0 \\ 3x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ x > 0 \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}.$$

Vậy $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1032. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x+3}$.

A. $y' = 2^{2x+2} \ln 4$. B. $y' = 4^{x+2} \ln 4$. C. $y' = 2^{2x+2} \ln 16$. D. $y' = 2^{2x+3} \ln 2$.

Lời giải.

Ta có

$$y' = (2x + 3)' \cdot 2^{2x+3} \cdot \ln 2 = 2^{2x+2} \cdot 2 \cdot 2 \ln 2 = 2^{2x+2} \cdot 4 \ln 2 = 2^{2x+2} \ln 16.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1033. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 5% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Sau ít nhất là bao nhiêu năm thì người đó nhận được số tiền lớn hơn 150% số tiền gửi ban đầu?

A. 8 năm. B. 10 năm. C. 9 năm. D. 11 năm.

Lời giải.

Gọi A là số tiền gửi ban đầu.

Số tiền nhận được sau n năm với lãi suất r là $A(1+r)^n$. Theo đề bài ta có

$$A(1+r)^n > 1,5A \Leftrightarrow 1,05^n > 1,5 \Leftrightarrow \log_{1,05} 1,5 \approx 8,3.$$

Vậy sau ít nhất 9 năm thì người đó nhận được số tiền lớn hơn 150% số tiền gửi ban đầu.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1034. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = xe^{x+1}$ trên đoạn $[-2; 0]$.

A. e^2 . B. 0. C. $-\frac{2}{e}$. D. -1.

Lời giải.

Ta có $y' = e^{x+1} + xe^{x+1} = (x+1)e^{x+1}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$. Suy ra bảng biến thiên

x	-2	-1	0
y'	-	0	+
y	$-\frac{2}{e}$	-1	0

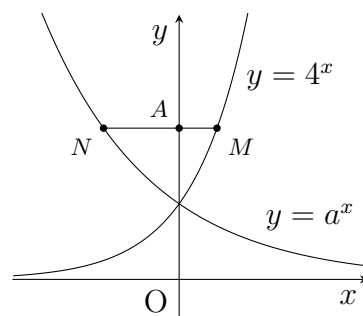
Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = xe^{x+1}$ trên đoạn $[-2; 0]$ là -1.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1035.

Cho số thực a dương, khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào song song với trục Ox mà cắt các đường $y = 4^x$, $y = a^x$, trục tung lần lượt tại M , N , A thì $AN = 2AM$ (hình vẽ bên). Giá trị a bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.



Lời giải.

Giả sử M , N có hoành độ lần lượt là m , n . Theo đề bài ta có

$$-n = 2m \text{ và } a^n = 4^m \Rightarrow a^{-2m} = 4^m \Rightarrow (4a^2)^m = 1 \Rightarrow 4a^2 = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1036. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 4x)^{\frac{2019}{2020}}$ là

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (0; 4)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $x^2 - 4x > 0 \Leftrightarrow x < 0$ hoặc $x > 4$.

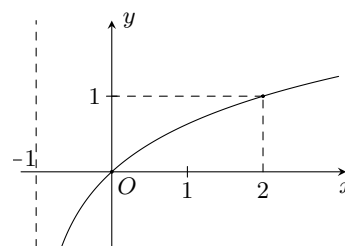
Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1037.

Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào bên dưới

- A. $y = \log_3 x + 1$. B. $y = \log_2(x + 1)$.
C. $y = \log_2 x$. D. $y = \log_3(x + 1)$.



Lời giải.

— Dựa vào đồ thị hàm số ta có hàm số xác định với mọi $x > -1$. Suy ra $y = \log_3 x + 1$ và $y = \log_2 x$ bị loại.

— Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; 1)$ nên hàm số $y = \log_2(x + 1)$.

— Hàm số $y = \log_3(x + 1)$ đi qua $(0; 0)$, $(2; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Vậy đồ thị hình bên chính là đồ thị của hàm số $y = \log_3(x + 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1038. Một người gửi tiết kiệm linh hoạt của ngân hàng cho con với số tiền là 500.000.000 VNĐ, lãi suất 7%/năm. Biết rằng người ấy không lấy lãi hàng năm theo định kỳ sổ tiết kiệm. Hỏi sau 18 năm, số tiền người ấy nhận về là bao nhiêu? (Biết rằng, theo định kì rút tiền hằng năm, nếu không lấy lãi thì số tiền sẽ được nhập vào thành tiền gốc và sổ tiết kiệm sẽ chuyển thành kì hạn 1 năm tiếp theo và lãi suất không thay đổi trong 18 năm).

- A. 1.689.966.000 VNĐ. B. 2.639.636.000 VNĐ.
C. 1.669.266.000 VNĐ. D. 3.689.966.000 VNĐ.

Lời giải.

Theo công thức lãi kép ta có $P_{18} = 500.000.000 \cdot (1 + 7\%)^{18} \approx 1.689.966.000$ VNĐ.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1039. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^x \ln x - \frac{1}{e^x}$.

- A. $y' = 2^x \left(\frac{1}{x} + (\ln 2)(\ln x) \right) + \frac{1}{e^x}$.
 B. $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x} + e^{-x}$.
 C. $y' = 2^x \frac{1}{x} \ln 2 + \frac{1}{e^x}$.
 D. $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x} - e^{-x}$.

Lời giải.

Với mọi $x > 0$, $y' = 2^x (\ln 2)(\ln x) + \frac{1}{x} \cdot 2^x + \frac{e^x}{(e^x)^2} = 2^x \left(\frac{1}{x} + (\ln 2)(\ln x) \right) + \frac{1}{e^x}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1040. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x+1) - 2\ln(x-1) + 2x$ tại điểm $x = 2$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$.
 B. $\frac{1}{3\ln 3} + 2$.
 C. $\frac{1}{3\ln 3} - 1$.
 D. $\frac{1}{3\ln 3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3} - \frac{2}{x-1} + 2$.

Thay $x = 2$ vào được $y'(2) = \frac{1}{3\ln 3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1041. Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^2$.
 B. $y = \log_2 x$.
 C. $y = \sqrt{x^2 - 1}$.
 D. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$.

Lời giải.

Ta lần lượt xét các hàm số

- Hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số này không có tiệm cận đứng.
- Hàm số $y = \log_2 x$ có tập xác định là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ và $\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \log_2 x = -\infty$.
- Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$ có tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ nên đồ thị hàm số này không có tiệm cận đứng.
- Hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ và $\lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 2) = 3$ nên đồ thị hàm số này không có tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1042. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln \frac{1}{x}$.

- A. $y' = -\frac{1}{x}$.
 B. $y' = -\frac{1}{x^3}$.
 C. $y' = \frac{1}{x}$.
 D. $y' = -x$.

Lời giải.

Ta có $y = \ln \frac{1}{x} = -\ln x$ nên suy ra $y' = -\frac{1}{x}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1043. Cho hàm số $y = \log_{2019} x$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào là mệnh đề sai?

- A. Đồ thị (C) có đúng một tiệm cận.
 B. Đồ thị (C) không có tiệm cận ngang.
 C. Hàm số $y = \log_{2019} x$ đồng biến trên tập xác định của nó.
 D. Đồ thị (C) không có tiệm cận đứng.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \log_{2019} x$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1044. Một khu rừng có trữ lượng gỗ 400.000 m^3 . Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 5 năm, khu rừng đó sẽ có bao nhiêu m^3 gỗ (làm tròn tới hàng đơn vị)?

- A. 486.662 m^3 . B. 480.000 m^3 . C. 486.660 m^3 . D. 486.661 m^3 .

Lời giải.

Sản lượng gỗ sinh ra tuân thủ theo quy tắc “lãi kép” nên sản lượng gỗ sau 5 năm là

$$A = 400.000(1 + 4\%)^5 \approx 486.661,161 \approx 486.661 \text{ m}^3.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1045. Cho hàm số $y = \frac{\ln(x^2 + 1)}{x}$ thỏa mãn $f'(1) = a \ln 2 + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. 1. B. -1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } y = f(x) = \frac{\ln(x^2 + 1)}{x} &\Rightarrow f'(x) = \frac{\frac{2x}{x^2 + 1}x - \ln(x^2 + 1)}{x^2}. \\ \Rightarrow f'(1) = \frac{1 - \ln 2}{1} = 1 - \ln 2 &\Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1046. Một người gửi 500 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 7,5%/ năm, theo thể thức nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó nhận được số tiền nhiều hơn một tỉ đồng bao gồm cả gốc và lãi? Biết rằng trong suốt thời gian gửi, lãi suất ngân hàng không đổi và người đó không rút tiền ra.

- A. 9. B. 11. C. 8. D. 10.

Lời giải.

Số tiền cả gốc và lãi sau n năm là $P = 500(1 + 0,075)^n = 500 \cdot 1,075^n$ triệu đồng.

Theo yêu cầu đề bài ta có

$$500 \cdot 1,075^n > 1000 \Leftrightarrow 1,075^n > 2 \Leftrightarrow n > \log_{1,075} 2 \approx 9,58.$$

Vậy người đó cần ít nhất 10 năm để có được số tiền như yêu cầu.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1047. Kết quả thống kê cho biết ở thời điểm năm 2013 dân số Việt Nam là 80902400 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,47%/năm. Nếu mức tăng dân số ổn định như vậy thì dân số Việt Nam vào năm 2019 là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng trăm).

- A. 102.354.600. B. 100.861.000. C. 105.408.500. D. 103.870.300.

Lời giải.

Gọi A là dân số của năm lấy mốc tính, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm và S là dân số sau N năm.

Ta có $S = Ae^{Nr}$.

Theo đề bài ta có $A = 80.902.400$, $r = 1,47 = 0,0147\%$ và $N = 2019 - 2003 = 16$.

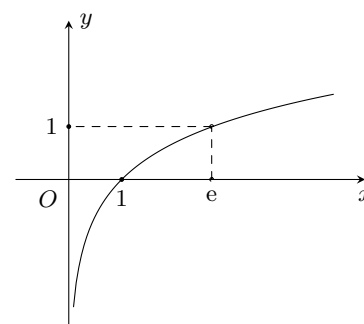
Dân số Việt Nam vào năm 2019 là $S = 80.902.400 \cdot e^{16 \cdot 0,0147} \approx 102.354.600$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1048.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -e^x$. B. $y = |\ln x|$. C. $y = \ln x$. D. $y = e^x$.

**Lời giải.**

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số qua điểm $(1; 0)$ nên loại đáp án $y = -e^x$, $y = e^x$.

Hàm số $y = |\ln x|$ có đồ thị nằm phía trên trục hoành nên loại đáp án $y = |\ln x|$.

Vậy chọn đáp án $y = \ln x$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1049. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x - e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 1]$.

A. $\max_{[-1;1]} y = \frac{-(\ln 2 + 1)}{2}$.

B. $\max_{[-1;1]} y = 1 - e^2$.

C. $\max_{[-1;1]} y = -(1 + e^{-2})$.

D. $\max_{[-1;1]} y = \frac{\ln 2 + 1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 1 - 2e^{2x}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \ln 2$. Bảng biến thiên của hàm số đã cho

x	-1	$-\frac{1}{2} \ln 2$	1
y'	$+$	0	$-$
y	$y(-1)$	$y\left(-\frac{1}{2} \ln 2\right)$	$y(1)$

Vậy $\max_{[-1;1]} y = y\left(-\frac{1}{2} \ln 2\right) = \frac{-(\ln 2 + 1)}{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1050. Cho hàm số $f(x) = \ln x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. Ta có

$$f'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x} \quad \text{và} \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng xét dấu đạo hàm của hàm $y = f(x)$

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1051. Cho hàm số $y = f(x) = (2m - 1)e^x + 3$. Giá trị của m để $f'(-\ln 3) = \frac{5}{3}$ là

A. $m = \frac{7}{9}$. B. $m = \frac{2}{9}$. C. $m = 3$. D. $m = -\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = (2m - 1)e^x \Rightarrow f'(-\ln 3) = -3(2m - 1)$. (1)

Theo giả thiết ta có $f'(-\ln 3) = \frac{5}{3}$. (2)

Từ (1) và (2) ta được $-3(2m - 1) = \frac{5}{3} \Leftrightarrow \frac{2}{9}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1052. Hàm số $y = \ln(2x^2 - 4x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1; +\infty)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{4x - 4}{2x^2 - 4x} = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (loại).

Với $x > 2$ thì $\begin{cases} 4x - 4 > 0 \\ 2x^2 - 4x > 0 \end{cases} \Rightarrow y' = \frac{4x - 4}{2x^2 - 4x} > 0$.

Với $x < 0$ thì $\begin{cases} 4x - 4 < 0 \\ 2x^2 - 4x > 0 \end{cases} \Rightarrow y' = \frac{4x - 4}{2x^2 - 4x} < 0$.

Do đó hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1053. Chu kỳ bán rã của nguyên tố phóng xạ poloni 210 là 138 ngày (nghĩa là sau 138 ngày khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn một nửa). Thời gian phân rã phóng xạ poloni 210 để từ 20 gam còn lại $2,22 \cdot 10^{-15}$ gam gần đúng với đáp án nào nhất.

A. Khoảng 18 năm. B. Khoảng 21 năm. C. Khoảng 19 năm. D. Khoảng 20 năm.

Lời giải.

Gọi m là khối lượng ban đầu của poloni. T là chu kỳ bán rã và m_i là khối lượng còn lại sau i chu kỳ.

— Sau $1T$ thì khối lượng còn lại là $m_1 = \frac{m}{2}$.

— Sau $2T$ thì khối lượng còn lại là $m_2 = \frac{m_1}{2} = \frac{m}{4}$.

— Sau nT thì khối lượng còn lại là $m_n = \frac{m_{n-1}}{2} = \frac{m}{2^n}$.

Vậy để khối lượng còn lại là $2,22 \cdot 10^{-15}$ gam từ 20 gam ban đầu. Thay vào công thức ta có $2,22 \cdot 10^{-15} = \frac{20}{2^n} \Rightarrow n \approx 53$. Tức là sau $\frac{53 \cdot 138}{365} \approx 20$ năm.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1054. Hàm số $f(x) = 3^{\cos x}$ có đạo hàm

A. $f'(x) = -\frac{3^{\cos x} \sin x}{\ln 3}$.

B. $f'(x) = \frac{3^{\cos x} \sin x}{\ln 3}$.

C. $f'(x) = (3^{\cos x} \sin x) \ln 3$.

D. $f'(x) = -(3^{\cos x} \sin x) \ln 3$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = (3^{\cos x} \ln 3)(\cos x)' = -(3^{\cos x} \sin x) \ln 3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1055. Hàm số $y = xe^{-3x}$ đạt cực trị tại điểm

A. $x = \frac{1}{3e}$.

B. $x = \frac{1}{3}$.

C. $x = \frac{1}{e}$.

D. $x = 0$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = e^{-3x}(1 - 3x)$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\infty$	$\frac{1}{3e}$	0

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1056. Cho $4^x + 4^{-x} = 2$ và biểu thức $A = \frac{4 - 2^x - 2^{-x}}{1 + 2^x + 2^{-x}} = \frac{a}{b}$, (với $a, b \in \mathbb{Z}$, $\frac{a}{b}$ tối giản). Tích $a \cdot b$ có giá trị bằng

A. 6.

B. -10.

C. -8.

D. 8.

Lời giải.

Ta thấy $4^x + 4^{-x} = 2 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 4 \Rightarrow 2^x + 2^{-x} = 2$.

Ta được $A = \frac{4 - (2^x + 2^{-x})}{1 + (2^x + 2^{-x})} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3. \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1057. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{3^x - 1}{3^x + 1}$ là

A. $f'(x) = -\frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x$.

B. $f'(x) = \frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x$.

C. $f'(x) = -\frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x \ln 3$.

D. $f'(x) = \frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x \ln 3$.

Lời giải.

Ta có

$$f'(x) = \frac{3^x \ln 3 \cdot (3^x + 1) - 3^x \ln 3 \cdot (3^x - 1)}{(3^x + 1)^2} = \frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x \ln 3.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1058. Cho hàm số $y = a^x$, ($0 < a < 1$) có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Đồ thị (C) có tiệm cận $y = 0$.

B. Đồ thị (C) luôn nằm phía trên trục hoành.

C. Đồ thị (C) luôn đi qua $M(0; 1)$.

D. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Ta có $y' = a^x \cdot \ln a < 0$ với $0 < a < 1$ suy ra y nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Vậy mệnh đề **sai** là “Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ ”.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1059. Tính đến 31/12/2018 diện tích rừng trồng ở nước ta là 3886337 ha. Giả sử cứ sau một năm diện tích rừng trồng của nước ta tăng 6,1%. Hỏi sau ba năm diện tích rừng trồng ở nước ta là bao nhiêu ha? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

- A. 4123404 ha. B. 4834603 ha. C. 4641082 ha. D. 4600000 ha.

Lời giải.

Diện tích rừng sau 3 năm là $3886337 \cdot (1,061)^3 \approx 4641082$ ha.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1060. Tập xác định của hàm số $y = [\ln(x - 2)]^\pi$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(3; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} \ln(x - 2) > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 > 1 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x - 2 > 1 \Leftrightarrow x > 3$.

Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1061. Trong các hàm số cho sau đây, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. B. $y = \log_{\frac{\pi}{3}}(x^2 + 1)$. C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

Lời giải.

Dễ thấy $0 < \frac{2}{e} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1062. Trong các khẳng định sau đây có bao nhiêu khẳng định đúng?

- ① $\log_{12}(x + 1) + \log_{12} x = 1$ là điều kiện cần để có $\log_{12}[(x + 1)x] = 1$.
- ② $\log_{12}(x + 1) + \log_{12} x = 1$ là điều kiện đủ để có $\log_{12}[(x + 1)x] = 1$.
- ③ $\log_{12}[(x + 1)x] = 1$ là điều kiện cần để có $\log_{12}(x + 1) + \log_{12} x = 1$.
- ④ $\log_{12}[(x + 1)x] = 1$ là điều kiện đủ để có $\log_{12}(x + 1) + \log_{12} x = 1$.
- ⑤ $\log_{12}[(x + 1)x] = 1$ là điều kiện cần và đủ để có $\log_{12}(x + 1) + \log_{12} x = 1$.

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Nếu có mệnh đề kéo theo " $P \Rightarrow Q$ " thì P là điều kiện đủ để có Q , Q là điều kiện cần để có P .

Ta có $\log_{12}(x + 1) + \log_{12} x = 1 \Rightarrow \log_{12}[(x + 1)x] = 1$, chiều ngược lại chưa chắc đúng vì vẫn có $(x + 1)x > 0$ trong khi $x + 1 < 0$ và $x < 0$ (hay về phải có nghĩa trong khi về trái vô nghĩa). Do đó, chỉ có ② và ③ đúng.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1063. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm kể từ khi bắt đầu gửi tiền gần với kết quả nào sau đây?

- A. 212 triệu. B. 216 triệu. C. 220 triệu. D. 210 triệu.

Lời giải.

Ta có công thức lãi kép $T_n = T(1 + r)^n$, trong đó T là số tiền gửi tiết kiệm, r là lãi suất một kỳ và n là số kỳ gửi.

Người đó gửi 100 triệu đồng trước trong 4 kỳ và 100 triệu đồng sau trong 2 kỳ.

Do đó sau 1 năm người đó thu được tổng số tiền là

$$100 \times (1,02)^4 + 100 \times (1,02)^2 \approx 212 \text{ (triệu đồng).}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1064. Cường độ ánh sáng đi qua môi trường nước biển giảm dần theo công thức $I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$, với I_0 là cường độ ánh sáng bắt đầu đi vào môi trường nước biển và x là độ dày của môi trường đó (x tính theo đơn vị mét). Biết rằng môi trường nước biển có hằng số hấp thụ là $\mu = 1,4$. Hỏi ở độ sâu 30 mét thì cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần so với cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào nước biển?

- A. e^{-21} lần. B. e^{42} lần. C. e^{21} lần. D. e^{-42} lần.

Lời giải.

Cường độ ánh sáng lúc bắt đầu đi vào nước biển là I_0 .

Ở độ sâu $x = 30$ mét với hằng số hấp thụ là $\mu = 1,4$, cường độ ánh sáng đi vào nước biển là

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu x} = I_0 \cdot e^{-30 \cdot 1,4} = I_0 \cdot e^{-42} = \frac{I_0}{e^{42}}.$$

Vậy ở độ sâu 30 mét thì cường độ ánh sáng giảm đi e^{42} lần so với cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào nước biển.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1065. Cho $M = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + \dots + C_{2019}^{2019}$. Viết M dưới dạng một số trong hệ thập phân thì số này có bao nhiêu chữ số?

- A. 610. B. 608. C. 607. D. 609.

Lời giải.

Khái niệm phần nguyên của một số: Với mọi số thực a , số nguyên lớn nhất không vượt quá a gọi là phần nguyên của a và kí hiệu là $[a]$.

Trước tiên ta chứng minh bổ đề:

Nếu A là một số tự nhiên có n chữ số thì $n = [\log A] + 1$.

Chứng minh:

Giả sử số tự nhiên A có n chữ số:

$$A = \overline{a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1} = a_n \cdot 10^{n-1} + a_{n-1} \cdot 10^{n-2} + a_{n-2} \cdot 10^{n-3} + \dots + a_1.$$

Khi đó:

- $\log(A) = \log(a_n 10^{n-1} + a_{n-1} 10^{n-2} + a_{n-2} 10^{n-3} + \dots + a_1) < \log(10^n) = n$
- $\log(A) = \log(a_n 10^{n-1} + a_{n-1} 10^{n-2} + a_{n-2} 10^{n-3} + \dots + a_1) \geq \log(a_n \cdot 10^{n-1}) \geq n - 1$

Từ (1), (2) suy ra: $n - 1 \leq \log(A) < n \Leftrightarrow \log(A) < n \leq \log(A) + 1$.

Giữa $\log A$ và $(\log A + 1)$ chỉ có duy nhất một số tự nhiên lớn hơn $\log A$ đó là $[\log A] + 1$.

Vậy $n = [\log A] + 1$. (điều phải chứng minh).

Từ giả thiết, ta có

$$M = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + \dots + C_{2019}^{2019} = (1 + 1)^{2019} = 2^{2019}.$$

Áp dụng bổ đề trên, ta suy ra số chữ số của M khi viết dưới dạng một số trong hệ thập phân là

$$[\log M] + 1 = [\log 2^{2019}] + 1 = [2019 \cdot \log 2] + 1 = 608.$$

Vậy số M có 608 chữ số.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1066. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\ln(\ln x)}$ là

A. $f'(x) = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.

B. $f'(x) = \frac{1}{x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.

C. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\ln(\ln x)}}$.

D. $f'(x) = \frac{1}{\ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.

Lời giải.

Ta có: $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\ln(\ln x)}} (\ln(\ln x))' = \frac{1}{2\sqrt{\ln(\ln x)}} \cdot \frac{1}{\ln x} (\ln x)' = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.

Vậy $f'(x) = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1067. Hàm số $y = \log_3 \frac{1}{\sqrt{6-x}}$ có tập xác định là

A. $(6; +\infty)$.

B. $(-\infty; 6)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $6 - x > 0 \Leftrightarrow x < 6$. Vậy tập xác định là $\mathcal{D} = (-\infty; 6)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1068. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2^x$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. 4.

C. 2.

D. -1.

Lời giải.

Ta có $y' = 2^x \ln 2 > 0 \forall x \in [-1; 2]$.

Vì $y(-1) = \frac{1}{2}$, $y(2) = 4$ nên $\max_{[-1; 2]} y = y(2) = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1069. Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$, tính hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$.

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{2 \ln 2}$.

D. $\frac{1}{\ln 2}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}$. Suy ra hệ số góc $k = f'(x_0) = f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1070. Tập xác định của hàm số $\log \frac{-x^2 - 2x + 8}{|x + 1|}$ có chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 4.

B. 7.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Điều kiện xác định

$$\begin{cases} x \neq -1 \\ \frac{-x^2 - 2x + 8}{|x + 1|} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 + 2x - 8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ -4 < x < 2. \end{cases}$$

Kết hợp với $x \in \mathbb{Z}$, ta có $x \in \{-3; -2; 0; 1\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của x nằm trong tập xác định của hàm số đã cho.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1071. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{3-x}{2x}$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $(0; 3]$.

C. $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

D. $(0; 3)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_2 \frac{3-x}{2x}$ xác định khi $\frac{3-x}{2x} > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 3)$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (0; 3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1072. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 4x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m > -4$.

B. $m < 0$.

C. $m < -4$.

D. $m < -3$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log(x^2 - 4x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$x^2 - 4x - m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + m - 1 < 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1073. Cho các số thực a, b thỏa mãn $0 < a < 1 < b$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\ln a > \ln b$.

B. $(0,5)^a < (0,5)^b$.

C. $\log_a b < 0$.

D. $2^a > 2^b$.

Lời giải.

Theo giả thiết đề bài thì

— Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ nên $b > 1 \Rightarrow \log_a b < \log_a 1 = 0$.

— Hàm số $y = \ln x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên $a < b \Rightarrow \ln a < \ln b$.

— Hàm số $y = 0,5^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $a < b \Rightarrow (0,5)^a > (0,5)^b$.

— Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $a < b \Rightarrow 2^a < 2^b$.

Vậy khẳng định đúng là $\log_a b < 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1074. Tìm hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \ln(1 - 2x)$ tại điểm có hoành độ $x = -3$.

A. 6.

B. 7.

C. -2.

D. $-\frac{2}{7}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-2}{1-2x}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = -3$ là $f'(-3) = -\frac{2}{7}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1075. Cho hàm số $y = \log_{2009}(-x^2 + mx - 3m)$, tìm m để hàm số có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

A. $(-1; 12)$.

B. $\emptyset$.

C. $(-\infty, 0) \cup (2; +\infty)$.

D. $(-12; 0)$.

Lời giải.

Hàm số có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ khi $-x^2 + mx - 3m > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 > 0 \\ \Delta < 0. \end{cases}$

Vậy không có giá trị nào thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1076. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

B. $y = \log_{\sqrt{3}} x$.

C. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$.

D. $y = \log_2(\sqrt{x} + 1)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó vì $\frac{\pi}{4} < 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1077. Cho hàm số $f(x) = \ln^4(x^2 - 4x + 7)$. Tìm các giá trị của x để $f'(x) \leq 0$.

A. $x \geq 1$.

B. $x \leq 0$.

C. $x \leq 2$.

D. $\forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 4 \cdot \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 7} \cdot \ln^3(x^2 - 4x + 7)$.

Nhận xét: $\ln^3(x^2 - 4x + 7) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ do $x^2 - 4x + 7 \geq 3 > 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó $f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow 2x - 4 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1078.

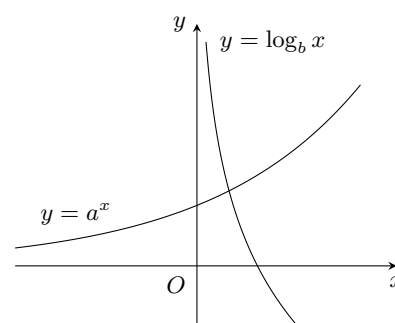
Cho hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0 < a < 1 < b$.

B. $0 < b < 1 < a$.

C. $a > 1, b < 0$.

D. $a > 1, b > 1$.

**Lời giải.**

Ta thấy đồ thị hàm số $y = \log_b x$ đi xuống từ trái qua phải nên ta được $0 < b < 1$.

Ta thấy đồ thị hàm số $y = a^x$ đi lên từ trái qua phải nên ta được $a > 1$.

Vậy $0 < b < 1 < a$ là khẳng định đúng.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1079. Hàm số $f(x) = 2019^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = 2019^{x^2-x} \ln 2019$.

B. $f'(x) = (2x + 1)2019^{x^2-x} \ln 2019$.

C. $f'(x) = \frac{2019^{x^2-x}}{\ln 2019}$.

D. $f'(x) = (2x - 1)2019^{x^2-x} \ln 2019$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = (x^2 - x)' \cdot 2019^{x^2-x} \cdot \ln 2019 = (2x - 1)2019^{x^2-x} \ln 2019$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1080. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x) = \log_5(x^3 - x^2 - 2x)$ xác định?

A. $x \in (-1; 0) \cup (2; +\infty)$.

B. $x \in (0; 2) \cup (4; +\infty)$.

C. $x \in (0; 1)$.

D. $x \in (1; +\infty)$.

Lời giải.

Biểu thức xác định $\Leftrightarrow x^3 - x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x(x^2 - x - 2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 2. \end{cases}$

Vậy $x \in (-1; 0) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1081. Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $y = x^4$.

B. $y = \tan x$.

C. $y = x^3$.

D. $y = \log_2 x$.

Lời giải.

- Hàm số $y = \log_2 x$ có tập xác định là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$ nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = x^4$ có $y' = 4x^3$ và $y' < 0, \forall x < 0$ nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = x^3$ có $y' = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1082. Cho hàm số $y = ex + e^{-x}$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$. D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Ta có $y' = e - e^{-x}$.

Giải $y' = 0 \Leftrightarrow e^{-x} = e \Leftrightarrow -x = 1 \Leftrightarrow x = -1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1083. Hàm số $y = \ln(1 - x^2)$ có đạo hàm là

- A. $\frac{2x}{x^2 - 1}$. B. $\frac{-2x}{x^2 - 1}$. C. $\frac{1}{x^2 - 1}$. D. $\frac{x}{1 - x^2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(1 - x^2)'}{1 - x^2} = \frac{-2x}{1 - x^2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1084. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{\log_2 x}{x}$ là

- A. $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$. B. $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2 \ln 2}$. C. $f'(x) = \frac{1 - \log_2 x}{x^2 \ln 2}$. D. $f'(x) = \frac{1 - \log_2 x}{x^2}$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. Ta có

$$f'(x) = \frac{(\log_2 x)' \cdot x - (\log_2 x) \cdot (x)'}{x^2} = \frac{\frac{1}{x \ln 2} \cdot x - \log_2 x}{x^2} = \frac{\frac{1}{\ln 2} - \log_2 x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2 \ln 2}.$$

Chọn đáp án **B**

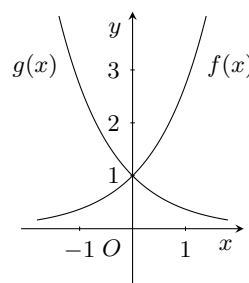
□

Câu 1085. Đồ thị của hàm số $f(x) = e^x$ và đồ thị của hàm số $g(x) = e^{-x}$ đối xứng nhau qua đường thẳng nào trong các đường dưới đây?

- A. Trục hoành. B. Trục tung.
 C. Phân giác góc phần tư thứ hai $y = -x$. D. Phân giác góc phần tư thứ nhất $y = x$.

Lời giải.

Ta thấy đồ thị hai hàm số $f(x) = e^x$ và $g(x) = e^{-x}$ đối xứng nhau qua trục tung Oy .



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1086. Tập xác định của hàm số $y = \left(\frac{x-2}{1-x}\right)^{\frac{1}{3}}$ là

- A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $(1; 2)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\frac{x-2}{1-x} > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1087. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x + e^x)$.

- A. $y' = \frac{2+e^x}{\ln 2}$. B. $y' = \frac{1}{(2x+e^x)\ln 2}$. C. $y' = \frac{2+e^x}{(2x+e^x)\ln 2}$. D. $y' = \frac{2+e^x}{2x+e^x}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{2+e^x}{(2x+e^x)\ln 2}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1088. Thầy giáo Công gửi vào ngân hàng 10 triệu đồng theo hình thức lãi kép với kì hạn 4 tháng. Biết rằng lãi suất của ngân hàng là 0,5%/tháng. Hỏi sau 2 năm thầy giáo thu được số tiền lãi gần nhất với số nào sau đây?

- A. 1.262.000 đồng. B. 1.271.000 đồng. C. 1.272.000 đồng. D. 1.261.000 đồng.

Lời giải.

Nếu gửi vào ngân hàng với số tiền A_0 đồng theo hình thức lãi kép với kì hạn m tháng với lãi suất $r\%/tháng$ thì số tiền thu được sau n kì hạn là $A_n = A_0(1 + m \cdot r\%)^n$.

Suy ra số tiền thu được sau 2 năm (24 tháng) hay 6 kì hạn là $A_6 = 10.000.000(1 + 4 \cdot 0,5\%)^6 = 11.262.000$ đồng.

Vậy số tiền lãi sau 2 năm là $11.262.000 - 10.000.000 = 1.262.000$ đồng.

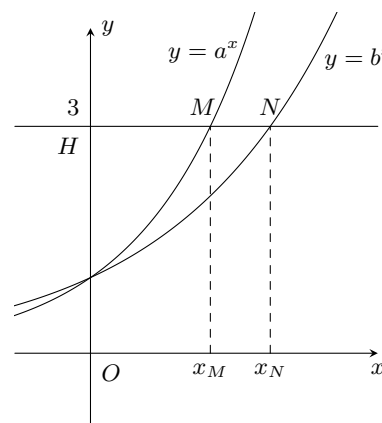
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1089.

Cho a và b là hai số thực dương khác 1 và các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ có đồ thị như hình bên. Đường thẳng $y = 3$ cắt trục tung, đồ thị hàm số $y = a^x$, đồ thị hàm số $y = b^x$ lần lượt tại H , M , N . Biết rằng $HM = 2MN$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $2a = b$. B. $a^3 = b^2$. C. $a^2 = b^3$. D. $3a = 2b$.



Lời giải.

Tọa độ điểm H , M , N lần lượt là $H(0; 3)$, $M(\log_a 3; 3)$, $N(\log_b 3; 3)$.

Khi đó ta có $HM = \log_a 3$, $HN = \log_b 3$.

Mà $HM = 2MN$ nên $HM = \frac{2}{3}HN$ hay $\log_a 3 = \frac{2}{3}\log_b 3 \Leftrightarrow \log_3 a = \frac{3}{2}\log_3 b \Leftrightarrow a^2 = b^3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1090. Cho hàm số $y = (x^2 - x + 1)e^x$ có đạo hàm

A. $y' = (2x - 1)e^x$. B. $y' = (x^2 - x)e^x$. C. $y' = (x^2 + x)e^x$. D. $y' = (x^2 + 1)e^x$.

Lời giải.

$$y = (x^2 - x + 1)e^x \Rightarrow y' = (2x - 1)e^x + (x^2 - x + 1)e^x = (x^2 + x)e^x.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1091. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - x)$ là

A. $[0; 1]$. B. $(0; 1)$. C. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$. D. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x^2 - x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$. Do đó tập xác định của hàm số $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1092. Cho hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.
- B. Hàm số $y = a^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và tập giá trị là $(0; +\infty)$.
- C. Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên tập xác định của nó khi $a > 1$.
- D. Đồ thị hàm số $y = a^x$ có tiệm cận đứng là trục tung.

Lời giải.

Theo lý thuyết, ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} a^x = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} a^x = 1$ nên không nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1093. Trong các hàm số $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x^3+1}$, $h(x) = x^{\frac{1}{3}}$, $k(x) = 3^{x^2}$ có bao nhiêu hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải.

Xét từng hàm số ta có

- Hàm số $f(x) = \log_2 x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
- Hàm số $g(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x^3+1}$ có $g'(x) = -3x^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x^3+1} \cdot \ln \frac{1}{2} \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số $h(x) = x^{\frac{1}{3}}$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
- Hàm số $k(x) = 3^{x^2}$ có $k'(x) = 2x \cdot 3^{x^2}$, dễ thấy $k'(x)$ đổi dấu khi đi qua $x = 0$ nên không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy có 1 hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1094. Cho hàm số $f(x) = x \ln x$. Tính $P = f(x) - xf'(x) + x$.

A. $P = 1$. B. $P = 0$. C. $P = -1$. D. $P = x$.

Lời giải.

Ta có: $f'(x) = \ln x + 1$, suy ra $P = f(x) - x \cdot f'(x) + x = x \ln x - x(\ln x + 1) + x = 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1095. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (2 - x)^{\frac{2}{3}} + \log_3(x + 2)$.

A. $\mathcal{D} = (-2; 2)$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = [-2; 2]$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} 2 - x > 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

Vậy $\mathcal{D} = (-2; 2)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1096. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. Hàm số $y = a^x$ ($a > 1$) nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ ($0 < a \neq 1$) đối xứng nhau qua trục tung.

C. Đồ thị hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) luôn đi qua điểm có tọa độ $(a; 1)$.

D. Hàm số $y = a^x$ ($0 < a < 1$) đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

— Xét hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) ta có $y' = a^x \ln a$.

Nếu $a > 1$, ta có hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$, nếu $0 < a < 1$, ta có hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

— Đồ thị hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) luôn đi qua điểm $(0; 1)$.

— Xét điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số $y = a^x$, khi đó điểm $M'(-x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$. Vậy đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua trục tung.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1097. Hàm số $y = \log_5(4x - x^2)$ có tập xác định là

A. $\mathbb{R}$.

B. $(2; 6)$.

C. $(0; 4)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số là $4x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (0; 4)$.

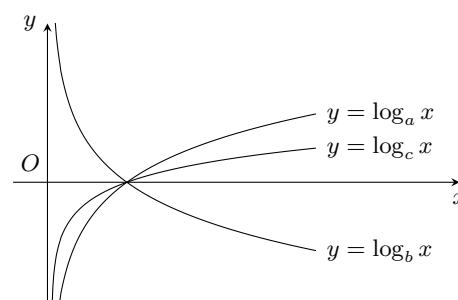
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1098.

Cho các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

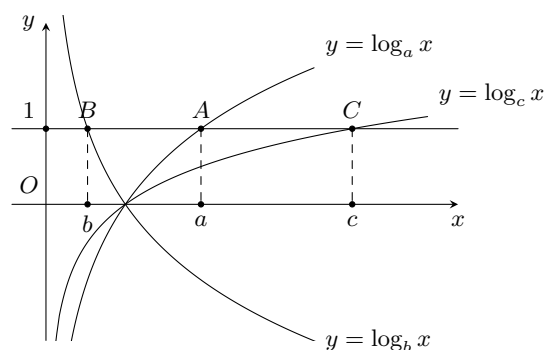
A. $b > c > a$. B. $c > a > b$. C. $a > b > c$. D. $a > c > b$.



Lời giải.

Kẻ đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ lần lượt tại A , B và C .

Từ đồ thị, ta thấy $b < a < c$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1099. Cho hàm số $f(x) = \ln(e^x + \pi m)$ thỏa mãn $f'(\ln 3) = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m \in (-1; 0)$.

B. $m \in (1; 3)$.

C. $m \in (0; 1)$.

D. $m \in (-2; -1)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \frac{e^x}{e^x + \pi m}$.

Ta thấy $f'(\ln 3) = \frac{e^{\ln 3}}{e^{\ln 3} + \pi m} = \frac{3}{3 + \pi m}$. Vì $f'(\ln 3) = 3$ nên $m = -\frac{2}{\pi} \approx -0,64$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1100. Hàm số nào trong các hàm số sau đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. $y = \ln x$.

B. $y = 2^{-x}$.

C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

D. $y = (x - 1)^{-3}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \ln x$ có tập xác định $\mathcal{D} = (0, +\infty)$ và cơ số $e > 1$, do đó luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1101. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x+3}$.

A. $y' = 2^{2x+2} \ln 4$.

B. $y' = 4^{x+2} \ln 4$.

C. $y' = 2^{2x+2} \ln 16$.

D. $y' = 2^{2x+3} \ln 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = (2x + 3)' 2^{2x+3} \ln 2 = 2^{2x+4} \ln 2 = 2^{2x+2} \cdot 4 \cdot \ln 2 = 2^{2x+2} \ln 16$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1102.

Trong hình dưới đây, điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AC .

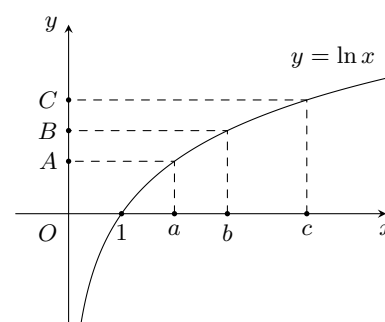
Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $ac = b^2$.

B. $ac = b$.

C. $ac = 2b^2$.

D. $a + c = 2b$.



Lời giải.

Vì B là trung điểm của đoạn thẳng AC nên ta có

$$\ln b = \frac{\ln a + \ln c}{2} \Leftrightarrow 2 \ln b = \ln(ac) \Leftrightarrow \ln b^2 = \ln(ac) \Leftrightarrow b^2 = ac.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1103. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log(1 + \sqrt{x+1})$.

A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(1 + \sqrt{x+1}) \ln 10}$.

B. $y' = \frac{1}{(1 + \sqrt{x+1}) \ln 10}$.

$$\text{C. } y' = \frac{\ln 10}{2\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}.$$

$$\text{D. } y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}.$$

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi $x \geq -1$.

Với mọi $x > -1$ ta có

$$y' = \frac{(1+\sqrt{x+1})'}{(1+\sqrt{x+1})\ln 10} = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})\ln 10}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1104. Hàm số $f(x) = \ln \frac{x+1}{x-1}$ có đạo hàm là

$$\text{A. } f'(x) = \frac{-2}{(x+1)^2}. \quad \text{B. } f'(x) = \frac{x-1}{x+1}. \quad \text{C. } f'(x) = \frac{-2}{x^2+1}. \quad \text{D. } f'(x) = \frac{-2}{x^2-1}.$$

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = \left(\ln \frac{x+1}{x-1} \right)' = \frac{\left(\frac{x+1}{x-1} \right)'}{\frac{x+1}{x-1}} = \frac{\frac{-2}{(x-1)^2}}{\frac{x+1}{x-1}} = \frac{-2}{x^2-1}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1105. Một người gửi 50 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép với lãi suất 6,5% /năm, kì hạn một năm. Hỏi sau 5 năm người đó rút cả vốn lẫn lãi được số tiền gần với số nào nhất trong các số tiền sau? (Biết lãi suất hàng năm không đổi).

$$\text{A. } 68,5 \text{ triệu đồng.} \quad \text{B. } 53,3 \text{ triệu đồng.} \quad \text{C. } 73 \text{ triệu đồng.} \quad \text{D. } 64,3 \text{ triệu đồng.}$$

Lời giải.

Số tiền 5 năm người đó rút cả vốn lẫn lãi là $T = 50 \cdot (1 + 0,065)^5 \approx 68,5$ triệu đồng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1106. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(3e^x)$.

$$\text{A. } y' = \frac{3e^x}{\ln 2}. \quad \text{B. } y' = \frac{1}{3e^x \ln 2}. \quad \text{C. } y' = \frac{1}{3e^x}. \quad \text{D. } y' = \frac{1}{\ln 2}.$$

Lời giải.

$$y' = \frac{(3e^x)'}{3e^x \cdot \ln 2} = \frac{3e^x}{3e^x \cdot \ln 2} = \frac{1}{\ln 2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1107. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x-1}{4^x}$ là

$$\begin{aligned} \text{A. } y' &= \frac{1 - 2(x-1)\ln 2}{2^{x^2}}. & \text{B. } y' &= \frac{1 - 2(x-1)\ln 2}{2^{2x}}. \\ \text{C. } y' &= \frac{1 + 2(x-1)\ln 2}{2^{x^2}}. & \text{D. } y' &= \frac{1 + 2(x-1)\ln 2}{2^{2x}}. \end{aligned}$$

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(x-1)' \cdot 4^x - (x-1) \cdot (4^x)'}{4^{2x}} = \frac{1 - 2(x-1)\ln 2}{2^{2x}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1108. Hàm số nào dưới đây có tập xác định là khoảng $(0; +\infty)$

$$\text{A. } y = x^{\frac{1}{2}}. \quad \text{B. } y = \ln(x+1). \quad \text{C. } y = e^x. \quad \text{D. } y = x - \sqrt[3]{x}.$$

Lời giải.

- Hàm số $y = x^{\frac{1}{2}}$ có tập xác định $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.
- Hàm số $y = \ln(x+1)$ có tập xác định $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.
- Hàm số $y = e^x$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

— Hàm số $y = x - \sqrt[3]{x}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1109. Một kĩ sư nhận được lương khởi điểm là 8.000.000 đồng/tháng. Cứ sau 2 năm lương mỗi tháng của kĩ sư đó được tăng thêm 10% so với lương hiện tại. Tính tổng số tiền T (đồng) kĩ sư đó nhận được sau 6 năm làm việc.

- A. 635.520.000. B. 696.960.000. C. 633.600.000. D. 766.656.000.

Lời giải.

- Số tiền lĩnh trong 2 năm đầu là $N_1 = 24 \cdot 8.000.000 = 192.000.000$.
- Số tiền lương hàng tháng lĩnh ở năm thứ 3 và thứ 4 là $8.000.000 + 8.000.000 \cdot 10\% = 8.800.000$.
Số tiền lĩnh trong hai năm thứ 3 và 4 là $N_2 = 24 \cdot 8.800.000 = 211.200.000$.
- Số tiền lương hàng tháng lĩnh ở năm thứ 5 và thứ 6 là $8.800.000 + 8.800.000 \cdot 10\% = 9.608.000$.
Số tiền lĩnh trong hai năm thứ 5 và 6 là $N_3 = 24 \cdot 9.608.000 = 232.320.000$.
- Tổng số tiền kĩ sư nhận được sau 6 năm làm việc là

$$T = N_1 + N_2 + N_3 = 635.520.000.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1110. Tập xác định của hàm số $y = \ln(-x^2 + 3x - 2)$ là

- A. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. B. $[1; 2]$. C. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. D. $(1; 2)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số là $-x^2 + 3x - 2 > 0 \Leftrightarrow x \in (1; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1111. Trong mặt phẳng Oxy , tổng khoảng cách từ gốc tọa độ đến tất cả các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \log_2 \frac{2x+3}{x-1}$ bằng

- A. 2. B. 3. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \frac{2x+3}{x-1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases}.$$

Ta xét các giới hạn sau

$$\begin{aligned} & \text{— } \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\log_2 \frac{2x+3}{x-1} \right) = +\infty. \\ & \text{— } \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^-} \left(\log_2 \frac{2x+3}{x-1} \right) = -\infty. \end{aligned}$$

Từ đó suy ra tiệm cận đứng là $d_1: x = -\frac{3}{2}$; $d_2: x = 1$.

$$\text{Mặt khác } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\log_2 \frac{2x+3}{x-1} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\log_2 \frac{2x+3}{x-1} \right) = 1.$$

Từ đó suy ra tiệm cận ngang là $(d_3): y = 1$.

$$\text{Ta có } T = d(O, d_1) + d(O, d_2) + d(O, d_3) = \frac{3}{2} + 1 + 1 = \frac{7}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1112. Hàm số $f(x) = \log_7(xe^x)$ có đạo hàm là

- A. $\frac{2e}{xe^x \ln 7}$. B. $\frac{x+1}{x \ln 7}$. C. $\frac{x+1}{xe^x \ln 7}$. D. $\frac{e^x(x+1)}{x \ln 7}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } [f(x)]' = [\log_7(xe^x)]' = \frac{(xe^x)'}{xe^x \ln 7} = \frac{e^x + xe^x}{xe^x \ln 7} = \frac{e^x(1+x)}{xe^x \ln 7} = \frac{1+x}{x \ln 7}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1113. Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{4}{e}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$. C. $y = \log_{\frac{1}{\pi}}(x^2 + 1)$. D. $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^3)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{\pi}}(x^2 + 1)$ nghịch biến trên tập xác định của nó là $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1114. Biết rằng đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{\sqrt{3^x}}{\ln 3}$ cắt trục tung tại điểm M và tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M và cắt trục hoành tại N . Tọa độ điểm N là

A. $N\left(-\frac{1}{\ln 3}; 0\right)$. B. $N\left(\frac{2}{\ln 3}; 0\right)$. C. $N\left(-\frac{2}{\ln 3}; 0\right)$. D. $N\left(\frac{1}{3}; 0\right)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{1}{2 \ln 3} \cdot 3^{\frac{x}{2}} \cdot \ln 3 = \frac{1}{2} \cdot 3^{\frac{x}{2}}.$$

Giao điểm của đồ thị hàm số với Oy là $M\left(0; \frac{1}{\ln 3}\right)$.

Ta có phương trình của tiếp tuyến tại tiếp điểm M là

$$y = y'(0) \cdot x + y(0) \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{\ln 3}.$$

Giao điểm của tiếp tuyến với trục hoành Ox là $N\left(-\frac{2}{\ln 3}; 0\right)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1115. Hàm số $f(x) = 2^{x^2+3x+1}$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = 2^{x^2+3x+1}(2x+3) \ln 2$. B. $f'(x) = \frac{2x+3}{2^{x^2+3x+1}}$.
C. $f'(x) = 2^{x^2+3x+1}(2x+3)$. D. $f'(x) = \frac{2x+3}{2^{x^2+3x+1} \ln 2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = [2^{x^2+3x+1}]' = 2^{x^2+3x+1}(2x+3) \ln 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1116. Đối với hàm số $y = \ln \frac{1}{x+1}$, khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $xy' + 1 = -e^y$. B. $xy' + 1 = e^y$. C. $xy' - 1 = e^y$. D. $xy' - 1 = -e^y$.

Lời giải.

Hàm số $y = \ln \frac{1}{x+1}$ có tập xác định $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

$$\text{Khi đó, } y = \ln \frac{1}{x+1} = -\ln(x+1) \Rightarrow \begin{cases} y' = -\frac{1}{x+1} \\ \frac{1}{x+1} = e^y. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } xy' + 1 = \frac{-x}{x+1} + 1 = \frac{1}{x+1} = e^y.$$

Vậy khẳng định đúng là $xy' + 1 = e^y$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1117. Hàm số $f(x) = xe^{-x}$ đạt cực trị tại điểm

A. $x = e$. B. $x = e^2$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = e^{-x} - xe^{-x} = (1-x)e^{-x}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{1}{e}$	0

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực trị tại $x = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1118. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{x+3}{2-x}$ là

A. $\mathcal{D} = [-3; 2]$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 2\}$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (-3; 2)$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} \frac{x+3}{2-x} > 0 \\ 2-x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-3; 2)$.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-3; 2)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1119. Tập hợp các giá trị x để biểu thức $\log_5(x^3 - x^2 - 2x)$ có nghĩa là

A. $(0; 1)$.

B. $(-1; 0) \cup (2; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải.

Biểu thức $\log_5(x^3 - x^2 - 2x)$ có nghĩa khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} x^3 - x^2 - 2x &> 0 \\ \Leftrightarrow x(x^2 - x - 2) &> 0 \\ \Leftrightarrow x &\in (-1; 0) \cup (2; +\infty). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1120. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{(x-2)^0} + \log_2(9-x^2)$ là

A. $D = (2; 3)$.

B. $D = (-3; 3) \setminus \{2\}$.

C. $D = (3; +\infty)$.

D. $D = (-3; 3)$.

Lời giải.

Hàm số có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \neq 0 \\ 9-x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ -3 < x < 3 \end{cases}$.

Do đó $D = (-3; 3) \setminus \{2\}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1121. Cho hàm số $y = \ln x - \frac{1}{2}x^2 + 1$. Giá trị lớn nhất M của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ là

A. $M = \frac{7}{8} + \ln 2$.

B. $M = \frac{7}{8} - \ln 2$.

C. $M = \ln 2 - 1$.

D. $M = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{x} - x$ và $y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} - x = 0 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in \left[\frac{1}{2}; 2\right] \\ x = -1 \notin \left[\frac{1}{2}; 2\right] \end{cases}$.

Khi đó, $y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{8} - \ln 2$, $y(1) = \frac{1}{2}$, $y(2) = \ln 2 - 1$.

Vậy $M = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1122. Hàm số $f(x) = \ln(3x^2 + 2x + 1)$ có đạo hàm

A. $f'(x) = \frac{6x+2}{3x^2+2x+1}$.

B. $f'(x) = \frac{1}{3x^2+2x+1}$.

C. $f'(x) = \frac{x^2+2x+1}{3x^2+2x+1}$.

D. $f'(x) = \frac{6x+2}{(3x^2+2x+1)\ln 2}$.

Lời giải.

Ta thấy

$$f'(x) = (\ln(3x^2 + 2x + 1))' = \frac{(3x^2 + 2x + 1)'}{3x^2 + 2x + 1} = \frac{6x + 2}{3x^2 + 2x + 1}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1123. Cho hàm số $y = \frac{e^{2x}}{x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2y' + xy'' - 4e^{2x} = 0$.

B. $2y' + xy'' + 4e^{2x} = 0$.

C. $y' + xy'' - \frac{1}{4}e^{2x} = 0$.

D. $y' + xy'' + \frac{1}{4}e^{2x} = 0$.

Lời giải.

Ta có $y = \frac{e^x}{x} \Rightarrow xy = e^{2x}$.

Lấy đạo hàm hai vế ta được $xy' + y = 2e^{2x}$.

Lấy đạo hàm hai vế lần nữa ta được $xy'' + 2y' = 4e^{2x}$ hay $2y' + xy'' - 4e^{2x} = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1124. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + \frac{1}{x}$ là

A. $e^x + \frac{1}{x} + C$.

B. $e^x + \frac{\log x}{x} + C$.

C. $\frac{1}{x}e^x + \frac{1}{x} + C$.

D. $e^x + \ln x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x) dx = e^x + \ln x + C$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1125. Hàm số $f(x) = \log_3(x^3 - 7x^2 + 1)$ có đạo hàm

A. $f'(x) = \frac{3x^2 - 14x}{(x^3 - 7x^2 + 1)\ln 3}$.

B. $f'(x) = \frac{(3x^2 - 14x)\ln 3}{x^3 - 7x^2 + 1}$.

C. $f'(x) = \frac{1}{(x^3 - 7x^2 + 1)\ln 3}$.

D. $f'(x) = \frac{\ln 3}{x^3 - 7x^2 + 1}$.

Lời giải.

$$f'(x) = \frac{(x^3 - 7x^2 + 1)'}{(x^3 - 7x^2 + 1)\ln 3} = \frac{3x^2 - 14x}{(x^3 - 7x^2 + 1)\ln 3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1126. Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 7,5 %/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số

tiền đã gửi, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

- A. 11 năm. B. 9 năm. C. 10 năm. D. 12 năm.

Lời giải.

Áp dụng công thức: $S_n = A(1+r)^n \Rightarrow n = \log_{(1+r)} \left(\frac{S_n}{A} \right) \Rightarrow n = \log_{(1+7,5\%)}(2) \approx 9,6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1127. Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

- A. $S = \{-1; 1\}$. B. $S = \{-1\}$. C. $S = \{1\}$. D. $S = (-1; 1)$.

Lời giải.

$$4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1128. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_4 x} = 1$ bằng

- A. 24. B. 18. C. 9. D. 12.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1. \end{cases}$

Ta có $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_4 x} = 1 \Leftrightarrow \log_x 2 + \log_x 3 + \log_x 4 = 1 \Leftrightarrow \log_x (2 \cdot 3 \cdot 4) = 1 \Leftrightarrow x = 24$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1129. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 3) - \log_2(6x - 10) + 1 = 0$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \log_2(x^2 - 3) - \log_2(6x - 10) + 1 = 0 \\ \Leftrightarrow & \log_2(x^2 - 3) + 1 = \log_2(6x - 10) \\ \Leftrightarrow & \log_2[2(x^2 - 3)] = \log_2(6x - 10) \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2(x^2 - 3) = 6x - 10 \\ 6x - 10 > 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x^2 - 6x + 4 = 0 \\ x > \frac{5}{3} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & x = 2. \end{aligned}$$

Vậy, phương trình có nghiệm duy nhất là $x = 2$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1130. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 3) - \log_2(6x - 10) + 1 = 0$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x^2 - 3 > 0 \\ 6x - 10 > 0. \end{cases}$

Khi đó, phương trình đã cho tương đương với

$$\log_2 2(x^2 - 3) = \log_2(6x - 10) \Leftrightarrow 2x^2 - 6x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Thử lại, chỉ có $x = 2$ thỏa mãn điều kiện.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1131. Tích giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $(\log x^3)^2 - 20 \log \sqrt{x} + 1 = 0$ bằng

A. $10\sqrt[9]{10}$.

B. 10.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $(0; +\infty)$.

$$(\log x^3)^2 - 20 \log \sqrt{x} + 1 = 0 \Leftrightarrow 9 \log^2 x - 10 \log x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log x = 1 \\ \log x = \frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = 10^{\frac{1}{9}}. \end{cases}$$

Vậy $x_1 \cdot x_2 = 10^{\frac{10}{9}} = 10\sqrt[9]{10}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1132. Các phương trình $\log_2 [x(x+2)] = 1$ và $\log_2 x + \log_2(x+2) = 1$ có tập nghiệm là S và P . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $S = P$.

B. $S \subset P$.

C. $P \subset S$.

D. $S \cap P = \emptyset$.

Lời giải.

Ta có $\log_2 [x(x+2)] = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \text{ hoặc } x > 0 \\ x(x+2) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 - \sqrt{3} \\ x = -1 + \sqrt{3}. \end{cases}$

Do đó $S = \{-1 - \sqrt{2}, -1 + \sqrt{2}\}$.

Lại có $\log_2 x + \log_2(x+2) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x+2 > 0 \\ \log_2 [x(x+2)] = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x(x+2) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1 + \sqrt{3}.$

Do đó $P = \{-1 + \sqrt{2}\}$.

Vậy $P \subset S$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1133. Cho phương trình $(3 + 2\sqrt{2})^x - 2(\sqrt{2} - 1)^x = 3$. Đặt $t = (\sqrt{2} - 1)^x$ ta thu được phương trình nào sau đây?

A. $t^3 - 3t - 2 = 0$.

B. $2t^3 + 3t^2 - 1 = 0$.

C. $2t^3 + 3t - 1 = 0$.

D. $2t^2 + 3t - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có $(\sqrt{2} + 1) \cdot (\sqrt{2} - 1) = 1$.

Vì $3 + 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} + 1)^2 = \frac{1}{(\sqrt{2} - 1)^2}$ nên phương trình đã cho trở thành

$$\frac{1}{t^2} - 2t = 3 \Leftrightarrow 2t^3 + 3t^2 - 1 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1134. Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

- A. $S = \{-1; 1\}$. B. $S = \{-1\}$. C. $S = \{1\}$. D. $S = (-1; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} = 2^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = \{-1; 1\}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1135. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

- A. 0. B. $\frac{80}{9}$. C. $\frac{82}{9}$. D. 9.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x &= \frac{2}{3} \\ \Leftrightarrow \log_3 x \cdot \frac{1}{2} \log_3 x \cdot \frac{1}{3} \log_3 x \cdot \frac{1}{4} \log_3 x &= \frac{2}{3} \\ \Leftrightarrow (\log_3 x)^4 &= \frac{2}{3} : \frac{1}{24} \\ \Leftrightarrow (\log_3 x)^4 &= 16 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 2 \Leftrightarrow x_1 = 3^2 = 9 \\ \log_3 x = -2 \Leftrightarrow x_2 = 3^{-2} = \frac{1}{9}. \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó tổng các nghiệm là $S = 9 + \frac{1}{9} = \frac{82}{9}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1136. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0$ là

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2 + 4x > 0 \\ 2x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0.$$

Phương trình tương đương với

$$\begin{aligned} \log_3(x^2 + 4x) &= \log_3(2x + 3) \Leftrightarrow x^2 + 4x = 2x + 3 \\ \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Đối chiếu điều kiện, ta thấy $x = 1$ là nghiệm của phương trình.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1137. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}} x \cdot \log_2 x = 18$ bằng

- A. $\frac{37}{6}$. B. 8. C. $\frac{65}{8}$. D. $\frac{63}{8}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$2 \log_2 x \cdot \log_2 x = 18 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = \frac{1}{8}. \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $8 + \frac{1}{8} = \frac{65}{8}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1138. Biết rằng phương trình $\log_2^2(2x) - 5\log_2 x = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tính x_1x_2 .

A. 8.

B. 5.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Xét phương trình $\log_2^2(2x) - 5\log_2 x = 0 \Leftrightarrow (1 + \log_2 x)^2 - 5\log_2 x = 0$. (1)

Đặt $t = \log_2 x$. Phương trình (1) trở thành $(1 + t)^2 - 5t = 0 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 1 = 0$. (2)

Ta thấy $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 5 > 0$ nên phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 + t_2 = 3$.

Khi đó, phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $t_1 = \log_2 x_1, t_2 = \log_2 x_2$.

Suy ra $x_1x_2 = 2^{t_1} \cdot 2^{t_2} = 2^{t_1+t_2} = 2^3 = 8$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1139. Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5\log_3 x + 4 = 0$. Tính T .

A. $T = 4$.

B. $T = -5$.

C. $T = 84$.

D. $T = 5$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5\log_3 x + 4 = 0 \\ \Leftrightarrow & (-\log_3 x)^2 - 5\log_3 x + 4 = 0 \\ \Leftrightarrow & \log_3^2 x - 5\log_3 x + 4 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = 4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 3 \\ x = 3^4 = 81. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $3 + 81 = 84$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1140. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 2) = 1$.

A. $S = \{0\}$.

B. $S = \{1; 2\}$.

C. $S = \{0; 2\}$.

D. $S = \{0; 3\}$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x^2 - 3x + 2) = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases}$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1141. Tìm tập nghiệm S của phương trình $9^{x^2-3x+2} = 1$.

A. $S = \{1\}$.

B. $S = \{0; 1\}$.

C. $S = \{1; -2\}$.

D. $S = \{1; 2\}$.

Lời giải.

Ta có

$$9^{x^2-3x+2} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1142. Tập hợp các giá trị thực của m để phương trình $\log_2 x = m$ có nghiệm thực là

- A. $(0; +\infty)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Bảng biến thiên của hàm số $y = \log_2 x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

x	0	$+\infty$
y'	+	
y	$-\infty$	$+\infty$

Từ đó suy ra phương trình $\log_2 x = m$ có 1 nghiệm thực duy nhất với mọi số thực m .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1143. Số nghiệm thực của phương trình $\log_3(x^2 - 3x + 9) = 2$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_3(x^2 - 3x + 9) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 9 = 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm thực.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1144. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_5(6 - 5^x) = 1 - x$ bằng

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Tập xác định $(-\infty; \log_5 6)$. Ta có

$$\log_5(6 - 5^x) = 1 - x \Leftrightarrow 6 - 5^x = 5^{1-x} \Leftrightarrow 5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Suy ra tổng các nghiệm của phương trình là $0 + 1 = 1$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1145. Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$ là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$2^{2x^2-7x+5} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}. \text{ Vậy phương trình có hai nghiệm.}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1146. Phương trình $(2^x - 5)(\log_2 x - 3) = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 (với $x_1 < x_2$). Tính giá trị biểu thức $K = x_1 + 3x_2$.

- A. $K = 32 + \log_3 2$. B. $K = 18 + \log_2 5$. C. $K = 24 + \log_2 5$. D. $K = 32 + \log_2 3$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. Khi đó

$$(2^x - 5)(\log_2 x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x - 5 = 0 \\ \log_2 x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2 5 \\ x = 8. \end{cases}$$

Khi đó $x_1 = \log_2 5, x_2 = 8$. Vậy $K = x_1 + 3x_2 = 24 + \log_2 5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1147. Số nghiệm thực của phương trình $4^x - 2^{x+2} + 3 = 0$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$). Khi đó

$$\begin{aligned} 4^x - 2^{x+2} + 3 = 0 &\Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 & (\text{nhận}) \Rightarrow 2^x = 1 \Leftrightarrow x = 0 \\ t = 3 & (\text{nhận}) \Rightarrow 2^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_2 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Tập nghiệm $S = \{0; \log_2 3\}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1148. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - \log_2 9 \cdot \log_3 x = 3$ là

- A. 2. B. -2. C. $\frac{17}{2}$. D. 8.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

$$\log_2^2 x - \log_2 9 \cdot \log_3 x = 3 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 2 \log_2 x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 8. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{1}{2} + 8 = \frac{17}{2}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1149. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ là

- A. $\{0; 1\}$. B. $\{0\}$. C. $\{-1; 0\}$. D. $\{1\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_2(x^2 - x + 2) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1150. Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{5}{2}$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Lời giải.

Ta có

$$5^{2x+1} = 125 \Leftrightarrow 2x + 1 = \log_5 125 \Leftrightarrow 2x + 1 = 3 \Leftrightarrow x = 1.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1151. Cho phương trình $\log_2^2(4x) - \log_{\sqrt{2}}(2x) = 5$. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng

- A. $(1; 3)$. B. $(5; 9)$. C. $(3; 5)$. D. $(0; 1)$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned}\log_2^2(4x) - \log_{\sqrt{2}}(2x) = 5 &\Leftrightarrow (\log_2 4 + \log_2 x)^2 - 2(\log_2 2 + \log_2 x) - 5 = 0 \\ &\Leftrightarrow (2 + \log_2 x)^2 - 2(\log_2 2 + \log_2 x) - 5 = 0 \\ &\Leftrightarrow \log_2^2 x + 2\log_2 x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{8} \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}.\end{aligned}$$

Vậy nghiệm nhỏ nhất của phương trình là $\frac{1}{8}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1152. Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x+1} + 3^{1-x} = 10$ là

A. 1.

B. 3.

C. -1.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $3^{x+1} + 3^{1-x} = 10 \Leftrightarrow 3 \cdot 3^x + \frac{3}{3^x} = 10$. Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$), khi đó

$$3t + \frac{3}{t} = 10 \Leftrightarrow 3t^2 - 10t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$

Do đó tổng các nghiệm của phương trình là 0.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1153. Phương trình $(\sqrt{5})^{x^2+4x+6} = \log_2 128$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $(\sqrt{5})^{x^2+4x+6} = \log_2 128 \Leftrightarrow (\sqrt{5})^{x^2+4x+6} = 7 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 6 - \log_{\sqrt{5}} 7 = 0$.

Phương trình này có biệt số $\Delta' = 4 - 6 + \log_{\sqrt{5}} 7 > 0$.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1154. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 3$.

Phương trình đã cho trở thành:

$$\log_2(x^2 - 4x + 3) = 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 8 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5. \end{cases}$$

So với điều kiện phương trình có một nghiệm là $x = 5$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1155. Số nghiệm của phương trình $16^x + 3 \cdot 4^x + 2 = 0$ là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $16^x + 3 \cdot 4^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4^x = -1 & (\text{vô nghiệm}) \\ 4^x = -2 & (\text{vô nghiệm}). \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1156. Một thầy giáo cứ đầu mỗi tháng lại gửi vào ngân hàng 8 triệu đồng với lãi suất 0,5%/tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng thầy giáo có thể tiết kiệm tiền để mua một chiếc xe ô tô trị giá 400 triệu đồng.

- A. 60 tháng. B. 50 tháng. C. 55 tháng. D. 45 tháng.

Lời giải.

Số tiền thầy giáo có được sau khi gửi ngân hàng n tháng là $8 \cdot \left[(1 + 0,5\%) \frac{(1 + 0,5\%)^n - 1}{(1 + 0,5\%) - 1} \right]$.

Ta có $8 \cdot \left[(1 + 0,5\%) \frac{(1 + 0,5\%)^n - 1}{(1 + 0,5\%) - 1} \right] = 400 \Leftrightarrow n \approx 44,5$.

Vậy sau 45 tháng thì thầy giáo đủ tiền mua xe.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1157. Tập nghiệm của phương trình $4^{x+1} + 4^{x-1} = 272$ là

- A. $\{3; 2\}$. B. $\{2\}$. C. $\{3\}$. D. $\{3; 5\}$.

Lời giải.

$4^{x+1} + 4^{x-1} = 272 \Leftrightarrow 4 \cdot 4^x + \frac{4^x}{4} = 272 \Leftrightarrow 4^x = 64 \Leftrightarrow x = 3$.

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{3\}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1158. Phương trình $\log_{2018}^2 x + 4 \log_{\frac{1}{2018}} x + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức $x_1 x_2$.

- A. 2018. B. 2018^3 . C. 2018^4 . D. 2018^2 .

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Phương trình tương đương với

$$\log_{2018}^2 x - 4 \log_{2018} x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{2018} x = 1 \\ \log_{2018} x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2018 \\ x = 2018^3. \end{cases}$$

Vậy ta có $x_1 x_2 = 2018^4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1159. Số nghiệm thực của phương trình $4^{x-1} + 2^{x+3} - 4 = 0$ là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Đặt $f(x) = 4^{x-1} + 2^{x+3} - 4$.

Ta có $f'(x) = 4^{x-1} \ln 4 + 2^{x+3} \ln 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x)$ là hàm đồng biến.

Mặt khác $f(-2) = \frac{1}{64} + 2 - 4 = -\frac{127}{64}, f(0) = \frac{17}{4} > 0 \Rightarrow f(-2) \cdot f(0) < 0$ và $f(x)$ là hàm liên tục nên phương trình $f(x) = 0$ có duy nhất 1 nghiệm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1160. Số nghiệm thực của phương trình $\log_3 x + \log_3(x - 6) = \log_3 7$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 6$.

$$\log_3 x + \log_3(x-6) = \log_3 7 \Leftrightarrow \log_3 x(x-6) = \log_3 7 \Leftrightarrow x(x-6) = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (loại)} \\ x = 7 \text{ (thỏa mãn)}. \end{cases}$$

Phương trình có duy nhất 1 nghiệm $x = 7$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1161. Biết rằng với mọi $a, b \in \mathbb{R}$ phương trình $\log_2^2 x - a \log_2 x - 3^b = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Khi đó tích $x_1 x_2$ bằng

- A. 3^a . B. a . C. $b \log_2 3$. D. 2^a .

Lời giải.

Đặt $t = \log_2 x \Leftrightarrow x = 2^t$. Phương trình trở thành $t^2 - at - 3^b = 0$: phương trình này luôn có 2 nghiệm phân biệt trái dấu t_1, t_2 .

Do đó $x_1 x_2 = 2^{t_1+t_2} = 2^a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1162. Biết rằng phương trình $\log_3^2 x - (m+2) \log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 = 27$. Khi đó tổng $(x_1 + x_2)$ bằng

- A. 6. B. $\frac{34}{3}$. C. 12. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_3 x$, phương trình đã cho trở thành với $t^2 - (m+2)t + 3m - 1 = 0$ (1).

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 \cdot x_2 = 27$ suy ra phương trình (1) có hai nghiệm $t_1 = \log_3 x_1, t_2 = \log_3 x_2$ và $t_1 + t_2 = \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = \log_3(x_1 \cdot x_2) = \log_3 27 = 3$.

Từ đó suy ra $S = m + 2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$.

Thay $m = 1$ vào ta giải được $t_1 = 1, t_2 = 2$, suy ra $x_1 = 3, x_2 = 9$ và $x_1 + x_2 = 12$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1163. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x + 3 \log_x 2 = 4$ là

- A. 0. B. 1. C. 4. D. 2.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0, x \neq 1$. Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_2 x + \frac{3}{\log_2 x} = 4 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 4 \log_2 x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = 2. \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1164. Biết phương trình $9^x - 3^{x+1} + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Đặt $P = 2x_1 + 3x_2$. Khi đó

- A. $P = 0$. B. $P = 3 \log_3 2$. C. $P = 2 \log_3 2$. D. $P = 3 \log_2 3$.

Lời giải.

$$9^x - 3^{x+1} + 2 = 0 \Leftrightarrow 3^{2x} - 3 \cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_3 2. \end{cases}$$

Vì $\log_3 2 > 0$ nên $x_1 = 0$ và $x_2 = \log_3 2$.

Do vậy, $P = 2x_1 + 3x_2 = 3 \log_3 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1165. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x+2) + \log_4(x-5)^2 + \log_{\frac{1}{2}} 8 = 0$ là

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = (-2; +\infty) \setminus \{5\}$.

Ta có:

$$\begin{aligned} & \log_2(x+2) + \log_4(x-5)^2 + \log_{\frac{1}{2}} 8 = 0 \\ \Leftrightarrow & \log_2(x+2) + \log_2|x-5| - 3 = 0 \\ \Leftrightarrow & \log_2((x+2)|x-5|) = 3 \\ \Leftrightarrow & (x+2)|x-5| = 2^3 = 8. \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (x+2)(x-5) = 8 \\ x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1166. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 7,5% trên năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được nhiều hơn gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 11 năm.

B. 12 năm.

C. 9 năm.

D. 10 năm.

Lời giải.

Áp dụng công thức: $S_n = A(1+r)^n \Rightarrow n = \log_{(1+r)} \left(\frac{S_n}{A} \right) = \log_{(1+7,5\%)}(2) \approx 9,6$.

Vậy sau ít nhất 10 năm người đó thu được nhiều hơn gấp đôi số tiền gửi ban đầu.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1167. Tích hai nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 6 \log_3 x + 8 = 0$ bằng

A. 90.

B. 6.

C. 729.

D. 8.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$. Đặt $t = \log_3 x$, phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - 6t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 4. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \text{ (nhận)} \\ x = 81 \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

Vậy tích hai nghiệm của phương trình bằng $9 \cdot 81 = 729$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1168. Cho phương trình $3^{2x+10} - 18 \cdot 3^{x+4} - 3 = 0$ (1). Nếu đặt $t = 3^{x+5}$, $t > 0$ thì phương trình (1) trở thành phương trình nào sau đây?

A. $9t^2 - 2t - 3 = 0$.B. $t^2 - 18t - 3 = 0$.C. $t^2 - 6t - 3 = 0$.D. $9t^2 - 6t - 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có $(1) \Leftrightarrow (3^{x+5})^2 - 6 \cdot 3^{x+5} - 3 = 0$.

Đặt $t = 3^{x+5}$, $t > 0$ ta được phương trình $t^2 - 6t - 3 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1169. Phương trình $5^{2x^2+5x+4} = 25$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- A. 1. B. $\frac{5}{2}$. C. -1. D. $-\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$5^{2x^2+5x+4} = 5^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $S = -2 - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1170. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-3) = 2$ là

- A. $S = \{4\}$. B. $S = \{-1; 4\}$. C. $S = \{-1\}$. D. $S = \{4; 5\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 3$.

Phương trình tương đương với

$$\log_2 [x(x-3)] = 2 \Leftrightarrow x(x-3) = 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (loại)} \\ x = 4 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{4\}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1171. Phương trình $4^x - m2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ khi và chỉ khi

- A. $m = 4$. B. $m = 3$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x, t > 0$. Khi đó phương trình có dạng $t^2 - 2mt + 2m = 0$ (*).

Phương trình đã cho có hai nghiệm thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ khi và chỉ khi (*) có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $\log_2 t_1 + \log_2 t_2 = 3$, tương đương với (*) có hai nghiệm thỏa mãn $t_1 t_2 = 8$. Điều này tương đương với

$$\begin{cases} \Delta' = m^2 - 2m \geq 0 \\ 2m = 8 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4.$$

Vậy $m = 4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1172. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 4|x| + 4) = 2$ là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải.

Điều kiện $x^2 - 4|x| + 4 > 0$. Khi đó

$$\begin{aligned}\log_2(x^2 - 4|x| + 4) &= 2 \\ \Leftrightarrow x^2 - 4|x| &= 0 \\ \Leftrightarrow x^4 &= 16x^2 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \\ x = -4. \end{cases}\end{aligned}$$

So điều kiện ta được $\begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$ là nghiệm của phương trình.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1173. Phương trình $6^{2x-1} - 5 \cdot 6^{x-1} + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó tổng hai nghiệm $x_1 + x_2$ là

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

$$\begin{aligned}6^{2x-1} - 5 \cdot 6^{x-1} + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow 6 \cdot 6^{2(x-1)} - 5 \cdot 6^{x-1} + 1 &= 0.\end{aligned}$$

Áp dụng định lý Viet ta có

$$\begin{aligned}6^{x_1-1} \cdot 6^{x_2-1} &= \frac{1}{6} \\ \Leftrightarrow x_1 + x_2 &= 1.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1174. Biết rằng phương trình $\log_3^2 x - (m+2) \log -3x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 27$. Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng

A. 6.

B. 12.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{34}{3}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$ Áp dụng định lý Viet ta được

$$\begin{aligned}\log_3 x_1 + \log_3 x_2 &= m + 2 \\ \Leftrightarrow \log_3(x_1 \cdot x_2) &= m + 2 \\ \Leftrightarrow 3 &= m + 2 \\ \Leftrightarrow m &= 1.\end{aligned}$$

Với $m = 1$ thì ta được

$$\begin{aligned} \log_3^2 x - 3 \log -3x + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x_1 = 1 \\ \log_3 x_2 = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 9. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $x_1 + x_3 = 12$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1175. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-x} = 3^{x-1}$ là

- A. $1 + \log_2 3$. B. $2 \log_2 3$. C. $1 - \log_2 3$. D. -1 .

Lời giải.

Phương trình tương đương với $x^2 - x = (x - 1) \log_2 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \log_2 3. \end{cases}$

Tổng các nghiệm bằng $1 + \log_2 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1176. Tập nghiệm của phương trình $4^{\cos^2 x} - 1 = 0$ là

- A. $\{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$. C. $\{k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

Ta có $4^{\cos^2 x} - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1177. Biết phương trình $\log_2^2 x - 7 \log_2 x + 9 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị $x_1 x_2$ bằng

- A. 64. B. 512. C. 128. D. 9.

Lời giải.

Ta có

$$\log_2^2 x - 7 \log_2 x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = \frac{7 - \sqrt{13}}{2} \\ \log_2 x = \frac{7 + \sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^{\frac{7 - \sqrt{13}}{2}} = x_1 \\ x = 2^{\frac{7 + \sqrt{13}}{2}} = x_2. \end{cases}$$

Suy ra $x_1 x_2 = 2^{\frac{7 - \sqrt{13}}{2}} \cdot 2^{\frac{7 + \sqrt{13}}{2}} = 2^7 = 128$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1178. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^x + 4 = 0$ là

- A. 2. B. -1. C. 0. D. 1.

Lời giải.

Ta có $2 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1. \end{cases}$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho bằng $2 + (-1) = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1179. Tổng các nghiệm của phương trình $4^x - 6 \cdot 2^x + 2 = 0$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 6. D. 2.

Lời giải.

$$4^x - 6 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 6 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 3 + \sqrt{7} \\ 2^x = 3 - \sqrt{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2(3 + \sqrt{7}) \\ x = \log_2(3 - \sqrt{7}) \end{cases}.$$

Vậy tổng hai nghiệm của phương trình là

$$\log_2(3 + \sqrt{7}) + \log_2(3 - \sqrt{7}) = \log_2[(3 + \sqrt{7})(3 - \sqrt{7})] = \log_2 2 = 1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1180. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2+x} = 9$ bằng

A. -2.

B. -1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $3^{x^2+x} = 9 \Leftrightarrow x^2 + x = 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$. Do đó tích tất cả các nghiệm của phương trình đã cho bằng -2.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1181. Cho $\log_2(\log_3(\log_4 x)) = \log_3(\log_4(\log_2 y)) = \log_4(\log_2(\log_3 z)) = 0$. Tính $x + y + z$.

A. 58.

B. 89.

C. 111.

D. 1296.

Lời giải.

Với $x > 0, y > 0, z > 0$, ta có

$$\begin{cases} \log_2(\log_3(\log_4 x)) = 0 \\ \log_3(\log_4(\log_2 y)) = 0 \\ \log_4(\log_2(\log_3 z)) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(\log_4 x) = 1 \\ \log_4(\log_2 y) = 1 \\ \log_2(\log_3 z) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_4 x = 3 \\ \log_2 y = 4 \\ \log_3 z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 64 \\ y = 16 \\ z = 9 \end{cases} \text{ (Nhận).}$$

Vậy $x + y + z = 89$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1182. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$.

A. $m \in (1; 3)$.B. $m \in \left(\frac{9}{2}; 5\right)$.C. $m \in (3; 5)$.D. $m \in (-2; -1)$.**Lời giải.**

Ta có $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0 \quad (1) \Leftrightarrow 4^x - 2m \cdot 2^x + 2m = 0$.

Đặt $t = 2^x$, điều kiện $t > 0$, phương trình trở thành $t^2 - 2mt + 2m = 0 \quad (2)$.

Ta có $x_1 + x_2 = 3 \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = 8 \Leftrightarrow t_1 t_2 = 8$.

Bài toán quy về tìm m để phương trình (2) có 2 nghiệm t_1, t_2 sao cho $t_1 t_2 = 8$.

Áp dụng định lý Vi-ét ta có $t_1 t_2 = 8 \Leftrightarrow 2m = 8 \Leftrightarrow m = 4$.

Thử lại với $m = 4$ vào phương trình (1) ta thấy thỏa, vậy $m = 4$.

Do đó $m \in (3; 5)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1183. Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{2}{3}} x - 5 \log_3 x + 4 = 0$. Tính T .

A. $T = 84$.B. $T = 4$.C. $T = 5$.D. $T = -5$.**Lời giải.**

Điều kiện xác định $x > 0$. Ta có

$$\begin{aligned} & \log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5 \log_3 x + 4 = 0 \\ \Leftrightarrow & \log_3^2 x - 5 \log_3 x + 4 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 & (\text{nhận}) \\ x = 3^4 & (\text{nhận}). \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $T = 3 + 3^4 = 84$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1184. Số nghiệm thực của phương trình $2^{\sqrt{x}} = 2^{2-x}$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2^{\sqrt{x}} = 2^{2-x} \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ x = (2 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \text{ (loại)} \end{cases} \end{cases}.$$

Vậy phương trình có một nghiệm thực.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1185. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x + 3 \log_x 2 = 4$ là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0, x \neq 1$.

Ta có phương trình tương đương

$$\begin{aligned} \log_2 x + \frac{3}{\log_2 x} = 4 & \Leftrightarrow \log_2^2 x - 4 \log_2 x + 3 = 0 \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 8 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).} \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1186. Biết rằng phương trình $\log_3^2 x - (m+2) \log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 27$. Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng

A. 12.

B. $\frac{34}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 6.

Lời giải.

Vì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt nên theo định lý Vi-ét, ta có

$$\log_3 x_1 + \log_3 x_2 = m + 2 \Leftrightarrow \log_3 (x_1 x_2) = m + 2 \Leftrightarrow \log_3 27 = m + 2 \Leftrightarrow 3 = m + 2 \Leftrightarrow m = 1.$$

Với $m = 1$, phương trình trở thành

$$\log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 9. \end{cases}$$

Vậy $x_1 + x_2 = 3 + 9 = 12$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1187. Phương trình $4^x - 2^{x+2} + 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 4^x - 2^{x+2} + 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2^{2x} - 4 \cdot 2^x + 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_2 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm thực.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1188. Tập nghiệm của phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$ là

A. $\{1; 2\}$.

B. $\{2; 3\}$.

C. $\{4; 8\}$.

D. $\{1; 8\}$.

Lời giải.

Ta có $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0 \Leftrightarrow 4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$.

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$) phương trình trở thành $t^2 - 6t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \text{ (nhận)} \\ t = 4 \text{ (nhận)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1. \end{cases}$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1189. Tích các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} (6^{x+1} - 36^x) = -2$ bằng

A. 5.

B. 1.

C. 0.

D. $\log_6 5$.

Lời giải.

$$\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} (6^{x+1} - 36^x) = -2 \quad (1)$$

Điều kiện $6^{x+1} - 36^x > 0$.

$$\begin{aligned} (1) &\Rightarrow 6 \cdot 6^x - 6^{2x} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2} \\ &\Leftrightarrow 6^{2x} - 6 \cdot 6^x + 5 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 6^x = 1 \\ 6^x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_6 5 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(thỏa DK)} \\ \text{(thỏa DK)} \end{matrix} \end{aligned}$$

Vậy tích hai nghiệm của phương trình đã cho là $0 \cdot \log_6 5 = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1190. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_3^2(3x) + \log_3(9x) - 7 = 0$ bằng

A. 84.

B. $\frac{28}{81}$.

C. $\frac{244}{81}$.

D. $\frac{244}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & \log_3^2(3x) + \log_3(9x) - 7 = 0 \\
 \Leftrightarrow & \log_3^2(3x) + \log_3(3x) - 6 = 0 \\
 \Leftrightarrow & (\log_3(3x) + 2)(\log_3(3x) - 3) = 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} \log_3(3x) = -2 \\ \log_3(3x) = 3 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x = \frac{1}{27} \\ x = 9. \end{cases}
 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Tổng các nghiệm của phương trình đã cho bằng $\left(\frac{1}{27} + 9\right) = \frac{244}{81}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1191. Phương trình $\log_2 x + \log_2(x - 1) = 1$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{-1; 3\}$. B. $S = \{1; 3\}$. C. $S = \{2\}$. D. $S = \{1\}$.

Lời giải.

Điều kiện của phương trình $x > 1$. Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_2 x(x - 1) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (loại)} \\ x = 2. \end{cases}$$

Vậy phương trình có một nghiệm $x = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1192. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{5}{2}$. B. 0. C. $\frac{3}{2}$. D. 1.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x > 0$. Phương trình trở thành $2t^2 - 5t + 2 = 0$.

Vì phương trình có hai nghiệm t_1, t_2 nên theo định lý Vi-ét ta có $t_1 \cdot t_2 = 1 \Rightarrow 2^{x_1+x_2} = t_1 \cdot t_2 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1193. Số nghiệm của phương trình $\log_2(\sin x) + 1 = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ là

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Điều kiện: $\sin x > 0 \Leftrightarrow x \in (0; \pi)$.

Với điều kiện trên phương trình đã cho tương đương

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Do $x \in [0; \pi]$ nên tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1194. Số nghiệm của phương trình $\log_2(4^x + 4) = x - \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} - 3)$ là

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Lời giải.

Điều kiện: $2^{x+1} > 3 \Leftrightarrow x > \log_2 3 - 1$.

Với điều kiện trên phương trình đã cho tương đương

$$\begin{aligned}\log_2(4^x + 4) &= \log_2 2^x + \log_2(2^{x+1} - 3) \Leftrightarrow 4^x + 4 = 2 \cdot 4^x - 3 \cdot 2^x \\ &\Leftrightarrow (2^x)^2 - 3 \cdot 2^x - 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = -1 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow x = 2.\end{aligned}$$

So sánh điều kiện ta được $x = 2$ là nghiệm của phương trình.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1195. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x-2) = \log_5 125$ là

- A. $\frac{3 + \sqrt{33}}{2}$. B. $\frac{3 - \sqrt{33}}{2}$. C. 3. D. $\sqrt{33}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 2$.

Phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$\begin{aligned}\log_2[(x-1)(x-2)] &= 3 \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 &= 8 \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x - 6 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{33}}{2} \text{ (nhận)} \\ x = \frac{3 - \sqrt{33}}{2} \text{ (loại)}. \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $\frac{3 + \sqrt{33}}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1196. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)^2 = 2$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = 3, x = -1$.

Lời giải.

$\log_2(x-1)^2 = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 4 \Leftrightarrow x = 3$ hoặc $x = -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1197. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-x-4} = \frac{1}{16}$ là

- A. $\{-2; 2\}$. B. $\{2; 4\}$. C. $\emptyset$. D. $\{0; 1\}$.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2-x-4} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 1$.

Vậy tập nghiệm là $S = \{0; 1\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1198. Số nghiệm của phương trình $\pi^{2x^2+x-3} = 1$ là

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \pi^{2x^2+x-3} &= 1 \\ \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-3}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy số nghiệm của phương trình ban đầu là 2.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1199. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 4x) = 2$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_2(x^2 - 4x) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 2\sqrt{2} \\ x = 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 4x) = 2$ là 2.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1200. Số nghiệm nguyên của phương trình $4^{x+1} - 2^{x+2} + 1 = 0$ bằng

- A. 0. B. 4. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Ta có:

$$4^{x+1} - 2^{x+2} + 1 = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot 2^{2x} - 4 \cdot 2^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -1.$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1201. Bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ có tập nghiệm là

- A. $(0; +\infty)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. C. $(-3; 1)$. D. $\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ 6 - 5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < x < \frac{6}{5}.$$

$$\text{Khi đó, } \log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x) \Leftrightarrow 3x - 2 > 6 - 5x \Leftrightarrow 8x > 8 \Leftrightarrow x > 1.$$

Kết hợp với điều kiện, bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1202. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1$ là

- A. 6. B. 0. C. 5. D. 4.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq 0$. Khi đó phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \log_2 |x| - \log_2 3 &= 1 \Leftrightarrow \log_2 \frac{|x|}{3} = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{|x|}{3} = 2 \\ &\Leftrightarrow |x| = 6 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \text{ (nhận)} \\ x = -6 \text{ (nhận)} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tổng hai nghiệm của phương trình đã cho bằng 0.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1203. Phương trình $9^x - 6^x = 2^{2x+1}$ có bao nhiêu nghiệm âm?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 9^x - 6^x = 2^{2x+1} &\Leftrightarrow 9^x - 6^x = 2 \cdot 4^x \\ &\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{3}{2}\right)^x - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x = -1 \text{ (vô nghiệm)} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow x = \log_{\frac{3}{2}} 2 > 0. \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho không có nghiệm âm.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1204. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình $\log_5(x^2 - 3x + 5) = 1$ là

A. -3.

B. a.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

$$\log_5(x^2 - 3x + 5) = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 5 = 5 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases}$$

Nghiệm nhỏ nhất của phương trình là $x = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1205. Phương trình $\log_{13}(-x^2 + 2019x + 179) = 3$ có hai nghiệm là $x_1 < x_2$. Tính $x_1^2 + x_2$.

A. 1.

B. 2020.

C. 2019.

D. 2018.

Lời giải.

Ta có $\log_{13}(-x^2 + 2019x + 179) = 3 \Leftrightarrow -x^2 + 2019x + 179 = 13^3 \Leftrightarrow -x^2 + 2019x - 2018 = 0$.

Do đó $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2018 \end{cases}$. Vậy $x_1^2 + x_2 = 2019$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1206. Tính tổng các nghiệm của phương trình của phương trình $2^{x^2-x} - 2^{2+x-x^2} = 3$.

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $t = 2^{x^2-x} > 0$, phương trình đã cho trở thành $t - \frac{4}{t} = 3 \Leftrightarrow t^2 - 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -1 \text{ (loại)}. \end{cases}$

Với $t = 4 \Rightarrow 2^{x^2-x} = 4 \Leftrightarrow x^2 - x = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2. \end{cases}$

Vậy $-1 + 2 = 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1207. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 10x + 9) = 2$ là

A. $S = \{10; 0\}$.

B. $S = \{10; 9\}$.

C. $S = \{-2; 0\}$.

D. $S = \{-2; 9\}$.

Lời giải.

$$\log_3(x^2 - 10x + 9) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 9 = 9 \Leftrightarrow x^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow x = 10 \text{ hoặc } x = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1208. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\frac{1}{4 + \log_2 x} + \frac{2}{2 - \log_2 x} = 1$. Khi đó tổng các phần tử của S bằng

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{5}{4}$.

Lời giải.

Phương pháp tự luận

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 4 \\ x \neq \frac{1}{16} \end{cases}$$

Đặt $t = \log_2 x$, điều kiện $\begin{cases} t \neq -4 \\ t \neq 2 \end{cases}$. Khi đó phương trình trở thành

$$\frac{1}{4+t} + \frac{2}{2-t} = 1 \Leftrightarrow t^2 + 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Vậy $x_1 + x_2 = \frac{3}{4}$.

Phương pháp trắc nghiệm

Dùng chức năng SOLVE trên máy tính bỏ túi tìm được 2 nghiệm là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1209. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $\ln(-x) = m$ có nghiệm x .

A. $m \geq 0$.

B. $m > 0$.

C. $m < 0$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

Ta thấy $y = \ln(-x)$ có tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; 0)$.

Ta thấy $y' = \frac{-1}{-x} = \frac{1}{x} < 0, \forall x \in \mathcal{D}$.

Ta thấy $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(-x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \ln(-x) = -\infty \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0
y'	—	
y	$+\infty$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy $\ln(-x) = m$ luôn có nghiệm x với mọi m .

Cách khác:

Ta có $\ln(-x) = m \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ e^m = -x \end{cases}$ đúng $\forall x < 0; m \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1210. Tất cả các giá trị thực của a để phương trình $4^x - 2^{x+1} = a$ vô nghiệm là

- A. $a \leq -\frac{1}{2}$. B. $a < -1$. C. $a \leq -1$. D. $a \geq -1$.

Lời giải.

Ta thấy $4^x - 2^{x+1} = a \Leftrightarrow (2^x - 1)^2 = a + 1$. (*)

Phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow a < -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1211. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $\log_6 a = \log_2 \sqrt[3]{b} = \log(a + b)$. Tính giá trị của $b - a$.

- A. $b - a = 28$. B. $b - a = -4$. C. $b - a = 10$. D. $b - a = 2$.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned} \log_6 a = \log_2 \sqrt[3]{b} = \log(a + b) &= t \\ \Rightarrow \begin{cases} a = 6^t \\ b = 2^{3t} \\ a + b = 10^t \end{cases} \\ \Rightarrow 6^t + 8^t &= 10^t. \quad (*) \end{aligned}$$

Dễ thấy phương trình (*) có nghiệm duy nhất $t = 2$.

Vậy $b - a = 8^2 - 6^2 = 28$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1212. Giá trị của m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$ là

- A. $m = 8$. B. $m = \frac{13}{2}$. C. $m = \frac{5}{2}$. D. $m = 2$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x > 0$. Phương trình ban đầu trở thành $t^2 - 2mt + 2m + 3 = 0$. (1)

Ta thấy $x_1 + x_2 = 4 \Rightarrow 2^{x_1+x_2} = 2^4 \Rightarrow t_1 \cdot t_2 = 2^4$. (2).

Khi đó

Yêu cầu bài toán ban đầu

$\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm dương t_1, t_2 thỏa mãn (2)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 3 \geq 0 \\ m > 0 \\ 2m + 3 = 2^4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{13}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1213. Tập các nghiệm của phương trình $(x^2 - 2x - 3) \ln(x - 1) = 0$ là

- A. $\{1; 2; -3\}$. B. $\{-1; 2; 3\}$. C. $\{1; 2; 3\}$. D. $\{2; 3\}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

- Khi $x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$
 — Khi $\ln(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = e^0 \Leftrightarrow x = 2$.

Đối chiếu với điều kiện của phương trình, tập nghiệm là $\{2; 3\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1214. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2(17 \cdot 2^x - 8) = 2x$ bằng

- A. 1. B. 2. C. -2. D. 3.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $17 \cdot 2^x - 8 > 0 \Leftrightarrow 2^x > \frac{8}{17} \Leftrightarrow x > \log_2 \frac{8}{17}$.

Phương trình đã cho viết lại như sau

$$17 \cdot 2^x - 8 = 2^{2x} \Leftrightarrow (2^x)^2 - 17 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = \frac{17 + \sqrt{257}}{2} \\ 2^x = \frac{17 - \sqrt{257}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2 \frac{17 + \sqrt{257}}{2} \\ x = \log_2 \frac{17 - \sqrt{257}}{2} \end{cases}.$$

Đối chiếu điều kiện, phương trình có hai nghiệm là $\log_2 \frac{17 + \sqrt{257}}{2}, \log_2 \frac{17 - \sqrt{257}}{2}$.

Vậy, tổng các nghiệm là

$$\log_2 \frac{17 + \sqrt{257}}{2} + \log_2 \frac{17 - \sqrt{257}}{2} = \log_2 \left(\frac{17 - \sqrt{257}}{2} \right) \cdot \left(\frac{17 + \sqrt{257}}{2} \right) = \log_2 8 = 3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1215. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 2x) = 1$ là

- A. $\{1; -3\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{0\}$. D. $\{-3\}$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_3(x^2 + 2x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x > 0 \\ x^2 + 2x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{1; -3\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1216. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(6 - 2^x) = 1 - x$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải.

Điều kiện xác định là $6 - 2^x > 0$ hay $x < \log_2 6$. Ta có

$$\log_2(6 - 2^x) = 1 - x \Leftrightarrow 6 - 2^x = 2^{1-x} \Leftrightarrow 2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 3 + \sqrt{7} \\ 2^x = 3 - \sqrt{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2(3 + \sqrt{7}) \\ x = \log_2(3 - \sqrt{7}). \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện xác định ta nhận tất cả các nghiệm này.

Vậy $\log_2(3 - \sqrt{7}) + \log_2(3 + \sqrt{7}) = \log_2 [(3 + \sqrt{7})(3 - \sqrt{7})] = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1217. Tìm số nghiệm của phương trình $\ln x + \ln(2x - 1) = 0$.

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 0.

Lời giải.

Điều kiện $x > \frac{1}{2}$.

Ta có

$$\begin{aligned}\ln x + \ln(2x - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow \ln [x(2x - 1)] &= 0 \\ \Leftrightarrow x(2x - 1) &= 1 \\ \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (\text{thỏa mãn}) \\ x = -\frac{1}{2} & (\text{loại}). \end{cases}\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1218. Gọi a, b là 2 nghiệm của phương trình $4 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$. Tính giá trị $P = \log_2 |a| + \log_2 |b|$.

A. $P = 3$.

B. $P = 1$.

C. $P = 4$.

D. $P = 2$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x > 0$, phương trình đã cho trở thành

$$4t^2 - 18t + 8 = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - 9t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 & (\text{thỏa mãn}) \\ t = \frac{1}{2} & (\text{thỏa mãn}). \end{cases}$$

Với $t = 4 \Rightarrow 2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2$.

Với $t = \frac{1}{2} \Rightarrow 2^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -1$.

Khi đó $a = 2, b = -1 \Rightarrow P = \log_2 |2| + \log_2 |-1| = 1$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1219. Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x + 1) - \log_3(x - 1) = 1$ là

A. $S = \{1\}$.

B. $S = \{-2\}$.

C. $S = \{3\}$.

D. $S = \{4\}$.

Lời giải.

Điều kiện của phương trình là $x > 1$.

Ta có

$$\begin{aligned}\log_3(2x + 1) - \log_3(x - 1) &= 1 \\ \Leftrightarrow \log_3(2x + 1) &= \log_3(x - 1) + \log_3 3 \\ \Leftrightarrow 2x + 1 &= 3(x - 1) \\ \Leftrightarrow x &= 4 \text{ (thỏa điều kiện).}\end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \{4\}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1220. Tích các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(6^{x+1} - 36^x) = -2$ bằng

A. 5.

B. 0.

C. 1.

D. $\log_6 5$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $6^{x+1} - 36^x > 0$.

Ta có phương trình đã cho tương đương với

$$6^{x+1} - 36^x = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2} = 5 \Leftrightarrow 36^x - 6 \cdot 6^x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 6^x = 1 \\ 6^x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_6 5. \end{cases}$$

Vậy tích các nghiệm của phương trình đã cho bằng 0.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1221. Nghiệm của phương trình $2^{x-3} = \frac{1}{2}$ là

- A. 0. B. 2. C. -1. D. 1.

Lời giải.

$$2^{x-3} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^{x-3} = 2^{-1} \Leftrightarrow x - 3 = -1 \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1222. Biết tập hợp nghiệm của bất phương trình $2^x < 3 - \frac{2}{2^x}$ là khoảng $(a; b)$. Giá trị $a + b$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$, điều kiện $t > 0$. Khi đó bất phương trình đề cho tương đương

$$\begin{aligned} t &< 3 - \frac{2}{t} \\ \Leftrightarrow t^2 &< 3 \cdot t - 2 \\ \Leftrightarrow 1 &< t < 2 \\ \Leftrightarrow 1 &< 2^x < 2 \\ \Leftrightarrow 0 &< x < 1. \end{aligned}$$

Vậy $a = 0$, $b = 1$ suy ra $a + b = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1223. Biết rằng phương trình $2018^{x^2-10x+1} = 2019$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ bằng

- A. 1. B. $1 - \log_{2018} 2019$. C. $\log_{2018} 2019$. D. 10.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2018^{x^2-10x+1} = 2019 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 1 - \log_{2018} 2019 = 0.$$

Phương trình này có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , theo định lý Vi-ét ta có $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 10$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1224. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- A. $\log_3(x-1) = 4$. B. $5^x - 5 = 0$. C. $\log(x+2) = -2$. D. $3^x + 1 = 0$.

Lời giải.

Do $3^x > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên suy ra phương trình $3^x + 1 = 0$ vô nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1225. Tích các nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_8 x \cdot \log_{16} x = \frac{81}{24}$

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}$.**Lời giải.**Điều kiện: $x > 0$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned}
 \log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_8 x \cdot \log_{16} x &= \frac{81}{24} \\
 \Leftrightarrow \log_2 x \cdot \log_{2^2} x \cdot \log_{2^3} x \cdot \log_{2^4} x &= \frac{81}{24} \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{24} (\log_2 x)^4 &= \frac{3^4}{24} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = -3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^3 \\ x = 2^{-3}. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy tích các nghiệm là 1.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1226. Tập nghiệm của phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ làA. $\{0; 1\}$.B. $\{1\}$.C. $\{0\}$.D. $\{1; 3\}$.**Lời giải.**

$$\text{Phương trình } 9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Tập nghiệm của phương trình là $\{0; 1\}$.Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1227. Phương trình $\log_3(3x - 2) = 3$ có nghiệm làA. $x = \frac{29}{3}$.B. $x = 87$.C. $x = \frac{11}{3}$.D. $x = \frac{25}{3}$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \log_3(3x - 2) = 3 \Leftrightarrow 3x - 2 = 3^3 \Leftrightarrow x = \frac{29}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1228. Phương trình $\log(54 - x^3) = 3 \log x$ có nghiệm làA. $x = 4$.B. $x = 2$.C. $x = 1$.D. $x = 3$.**Lời giải.**

$$\log(54 - x^3) = 3 \log x \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 54 - x^3 = x^3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1229. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2 x \log_2(32x) + 4 = 0$ làA. $\frac{7}{16}$.B. $\frac{9}{16}$.C. $\frac{1}{32}$.D. $\frac{1}{2}$.**Lời giải.**

Điều kiện $x > 0$. Ta có

$$\begin{aligned}\log_2 x \log_2(32x) + 4 = 0 &\Leftrightarrow \log_2^2 x + 5 \log_2 x + 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = -4 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{1}{16} \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy tổng hai nghiệm là $\frac{9}{16}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1230. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-3)$ là

- A. $\left(\frac{3}{2}; 5\right)$. B. $(-\infty; 5)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(-2; 5)$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x+2 > 0 \\ 2x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$.

Vì $0 < \frac{1}{2} < 1$ nên bất phương trình đã cho tương đương với $x+2 > 2x-3 \Leftrightarrow x < 5$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{3}{2}; 5\right)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1231. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(5-2^x) = 2-x$ bằng

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Ta có $\log_2(5-2^x) = 2-x \Leftrightarrow 5-2^x = 2^{2-x} \Leftrightarrow 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Tổng các nghiệm của phương trình đã cho bằng $0+2=2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1232. Phương trình $\log(x^2-6x+7) = \log(x-3)$ có tập nghiệm là

- A. $\{5\}$. B. $\{2; 5\}$. C. $\emptyset$. D. $\{4; 8\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x^2-6x+7 > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3 + \sqrt{2}$.

Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương với $x^2-6x+7 = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 & (\text{nhận}) \\ x=2 & (\text{loại}). \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{5\}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1233. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2} = 5^{x+1}$ là

- A. 1. B. $2 - \log_3 5$. C. $P = -\log_3 45$. D. $P = \log_3 5$.

Lời giải.

Ta có $3^{x^2-2} = 5^{x+1} \Leftrightarrow x^2 - 2 = (x+1) \log_3 5 \Leftrightarrow x^2 - x \log_3 5 - 2 - \log_3 5 = 0$.

Ta có $\Delta = \log_3^2 5 + 4 \log_3 5 + 8 = (\log_3 5 + 2)^2 + 4 > 0 \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Theo Vi-ét, ta có $x_1 x_2 = -2 - \log_3 5 = -\log_3 3^2 - \log_3 5 = -\log_3 45$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1234. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 \frac{1}{x} = \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - x - 1)$ là

- A. $\{1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}\}$. B. $\{2\}$. C. $\{1 + \sqrt{2}\}$. D. $\{1\}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - x - 1) \Leftrightarrow x = x^2 - x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{2} \\ x = 1 - \sqrt{2} \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1 + \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1235. Kí hiệu x_1, x_2 là hai nghiệm thực của phương trình $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$. Giá trị của $|x_1 - x_2|$ bằng

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Ta có phương trình tương đương

$$4^{x^2-x} + 2 \cdot 2^{x^2-x} - 3 = 0.$$

Đặt $t = 2^{x^2-x}$, ($t > 0$), phương trình trở thành

$$t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (nhận)} \\ t = -3 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Với $t = 1$ suy ra

$$2^{x^2-x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Vậy $|x_1 - x_2| = 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1236. Cho m, n thỏa mãn $\begin{cases} 2^{m+n} = 8 \\ 2^m + 2^n = 6 \end{cases}$. Giá trị của $m \cdot n$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 8.

Lời giải.

Ta viết lại hệ phương trình $\begin{cases} 2^m \cdot 2^n = 8 \\ 2^m + 2^n = 6. \end{cases}$

Theo định lý Vi-ét đảo thì $2^m; 2^n$ là các nghiệm của phương trình

$$t^2 - 6t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = 2. \end{cases}$$

Như vậy $2^m = 4, 2^n = 2$ hoặc ngược lại $2^m = 2, 2^n = 4$. Do đó $m = 2, n = 1$ hoặc $m = 1, n = 2$.

Vậy $m \cdot n = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1237. Biết phương trình $2\log_2 x + 3\log_x 2 = 7$ có hai nghiệm thực phân biệt $x_1 < x_2$. Tính giá trị của biểu thức $T = (x_1)^{x_2}$.

A. $T = 64$.

B. $T = 32$.

C. $T = 8$.

D. $T = 16$.

Lời giải.

Điều kiện $0 < x \neq 1$, ta có

$$2\log_2 x + 3\log_x 2 = 7 \Leftrightarrow 2\log_2^2 x - 7\log_2 x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$$

Suy ra $x_1 = \sqrt{2}$, $x_2 = 8$. Vậy $T = (x_1)^{x_2} = (\sqrt{2})^8 = 16$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1238. Cho hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$. Xét các khẳng định sau:

(I). Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(II). Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

(III). Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Trong các khẳng định (I), (II), (III) có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Điều kiện: $x^2 - 2x - 3 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3. \end{cases}$

$$y' = \frac{(x^2 - 2x - 3)'}{(x^2 - 2x - 3) \ln 2} = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x - 3) \ln 2}$$

$$y' = 0 \Rightarrow x = 1 \notin (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$$

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
y'	$-$		0	$+$	
y	$+\infty$ ↘ $-\infty$			$-\infty$ ↗ $+\infty$	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1239. Cho hàm số $y = e^{\cos x}$. Tính đạo hàm của hàm số tại $x = \frac{\pi}{2}$.

A. -1 .

B. 1 .

C. $-e$.

D. e .

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = e^{\cos x} (\cos x)' = -(\sin x)e^{\cos x} \Rightarrow y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = -\left(\sin \frac{\pi}{2} \right) e^{\cos \frac{\pi}{2}} = -1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1240. Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

A. $y = x^6 - 1$.

B. $y = 2^x$.

C. $y = \ln(8x - x^2)$.

D. $y = 2^{x^2}$.

Lời giải.

Ta có $(2^x)' = 2^x \ln 2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên không có cực trị.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1241. Cho hàm số $y = 2^{x^2+2x}$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên $[-2; 0]$.

- A. $m = \ln 2$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Lời giải.

Hàm số $y = 2^{x^2+2x}$ xác định và liên tục trên $[-2; 0]$. Ta có

$$y' = 2^{x^2+2x} \cdot \ln 2 \cdot (x^2 + 2x)' = (2x + 2)2^{x^2+2x} \ln 2, y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \in [-2; 0].$$

Ta có $y(-2) = 1$, $y(-1) = \frac{1}{2}$, $y(0) = 1$. Suy ra $m = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1242. Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có đường tiệm cận?

- A. $y = x^4$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = 5^x$. D. $y = \frac{1}{x-5}$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^4$: TXĐ $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

— $\forall x_0 \in \mathbb{R}, \lim_{x \rightarrow x_0} x^4 = x_0^4$ nên đồ thị hàm số $y = x^4$ không có đường tiệm cận đứng.

— $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^4 = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = x^4$ không có đường tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1243. Cho hàm số $y = x + \ln x$. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số trên đoạn $[1; e]$.

- A. $M = 1$. B. $M = e + 1$. C. $M = e^2 + 1$. D. $M = 1 - e$.

Lời giải.

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[1; e]$.

Ta có $y' = 1 + \frac{1}{x} > 0 \quad \forall x \in [1; e]$.

Suy ra $\max_{[1; e]} y = y(e) = e + 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1244. Cho $A = \left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x$ và $x > 2$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $A \geq 1$. B. $A \leq 1$. C. $A < 1$. D. $A > 1$.

Lời giải.

Có $\frac{3}{5} < 1$ và $\frac{4}{5} < 1$ nên với $x > 2$ ta có $A < \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1245. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_2(x^2 - 6x + 9)$.

- A. $\mathcal{D} = \{3\}$. B. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x^2 - 6x + 9 > 0 \Leftrightarrow x \neq 3$. Vậy $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1246. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề sai?

- A. Đồ thị của hàm số $y = 2^x$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.
 B. Đồ thị của hàm số $y = \log_2 x$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng.
 C. Đồ thị của hàm số $y = 2^x$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng.
 D. Đồ thị của hàm số $y = \log_2 x$ nằm bên phải trục tung.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} 2^x = 1$ nên đồ thị của hàm số $y = 2^x$ không thể nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1247. Tính đạo hàm của hàm số $y = (e^{\sqrt{x}})^2$.

A. $y' = \frac{e^{2\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$.

B. $y' = e^x$.

C. $y' = \frac{e^{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$.

D. $y' = e^{2\sqrt{x}}$.

Lời giải.

$$y = (e^{\sqrt{x}})^2 = e^{2\sqrt{x}}, y' = (2\sqrt{x})' \cdot e^{2\sqrt{x}} = \frac{e^{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1248. Tính đạo hàm y' của hàm số $y = \log_2(2x + 1)$.

A. $\frac{2 \ln 2}{2x + 1}$.

B. $\frac{2}{(2x + 1) \ln 2}$.

C. $\frac{2}{(2x + 1)} \log 2$.

D. $\frac{1}{(2x + 1) \ln 2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(2x + 1)'}{(2x + 1) \ln 2} = \frac{2}{(2x + 1) \ln 2}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1249. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{3-x}{2x}$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $(0; 3]$.

C. $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

D. $(0; 3)$.

Lời giải.

$$\text{Hàm số } y = \log_2 \frac{3-x}{2x} \text{ xác định khi } \frac{3-x}{2x} > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 3).$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1250. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(3e^x)$.

A. $y' = \frac{3 \cdot e^x}{\ln 2}$.

B. $y' = \frac{1}{3 \cdot e^x \cdot \ln 2}$.

C. $y' = \frac{1}{3 \cdot e^x}$.

D. $y' = \frac{1}{\ln 2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(3 \cdot e^x)'}{3 \cdot e^x \cdot \ln 2} = \frac{3 \cdot e^x}{3 \cdot e^x \cdot \ln 2} = \frac{1}{\ln 2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1251. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2x\sqrt{m+2} + 2019)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. vô số.

B. 2019.

C. 2020.

D. 2018.

Lời giải.

$$\text{Hàm số } y = \log(x^2 - 2x\sqrt{m+2} + 2019) \text{ xác định với mọi } x \in \mathbb{R} \text{ khi và chỉ khi } x^2 - 2x\sqrt{m+2} + 2019 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \geq 0 \\ (\sqrt{m+2})^2 - 2019 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m < 2017 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < 2017.$$

Vậy có 2019 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1252. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$ là

A. $\frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$.

B. $\frac{1 + 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$.

C. $\frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{x^2}}$.

D. $\frac{1 + 2(x+1) \ln 2}{2^{x^2}}$.

Lời giải.

$$y = \frac{x+1}{4^x} \Rightarrow y' = \frac{4^x - 4^x \ln 4(x+1)}{(4^x)^2} = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1253. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x-1}{4^x}$ là:

A. $y' = \frac{1 - 2(x-1) \ln 2}{2^{x^2}}$.

B. $y' = \frac{1 - 2(x-1) \ln 2}{2^{2x}}$.

$$\text{C. } y' = \frac{1 + 2(x-1)\ln 2}{2^{x^2}}.$$

$$\text{D. } y' = \frac{1 + 2(x-1)\ln 2}{2^{2x}}.$$

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} y' &= \left(\frac{x-1}{4^x} \right)' \\ &= \frac{(x-1)' \cdot 4^x - (x-1) \cdot (4^x)'}{(4^x)^2} \\ &= \frac{4^x - (x-1) \cdot 4^x \cdot \ln 4}{(4^x)^2} \\ &= \frac{4^x [1 - (x-1) \cdot \ln 4]}{(4^x)^2} \\ &= \frac{1 - (x-1) \cdot \ln 2^2}{4^x} \\ &= \frac{1 - 2(x-1)\ln 2}{2^{2x}}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1254. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 7x + 10)$ là

A. $(2; 5)$. B. $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$. C. $(-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$. D. $[2; 5]$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi

$$x^2 - 7x + 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 5. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1255. Ông A vay của ngân hàng 100 triệu đồng, lãi suất mỗi tháng là 1% và hàng tháng ông A đều trả góp ngân hàng 5 triệu đồng (mỗi tháng số tiền lãi sẽ được cộng thêm vào khoản nợ, rồi trừ đi 5 triệu đồng trả góp, lãi tháng sau là 1% của khoản tiền này). Hỏi sau một năm (đã trả góp 12 lần) ông A còn nợ ngân hàng bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 51.848.000. B. 49.270.000. C. 45.636.000. D. 47.210.000.

Lời giải.

Ta có công thức $S_n = A(1+r)^n - X \frac{(1+r)^n - 1}{r}$.

Trong đó S_n là số tiền còn nợ, A là số tiền ban đầu, r là lãi suất, n là số tháng đã trả, X là số tiền trả hàng tháng.

Từ đó ta tính được $S_{12} = 100(1+0,01)^{12} - 5 \cdot \frac{(1+0,01)^{12} - 1}{0,01} \approx 49,27$ (triệu đồng).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1256. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) = 0$ bằng

A. 6. B. 7. C. 13. D. 5.

Lời giải.

Phương trình tương đương với $x^2 - 5x + 6 = 0$. Áp dụng định lý Vi-et ta có tổng các nghiệm của phương trình là 5.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1257. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = \log_2(2x)$ là

A. $S = \left\{ \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \right\}.$

B. $S = \{1 + \sqrt{2}\}.$

C. $S = \{1 + \sqrt{2}; 1 - \sqrt{2}\}.$

D. $S = \{2; 4\}.$

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$

Với điều kiện trên ta được

$$\log_2(x^2 - 1) = \log_2(2x) \Leftrightarrow x^2 - 1 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{2} \\ x = 1 - \sqrt{2}. \end{cases}$$

So với điều kiện phương trình có nghiệm $x = 1 + \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1258. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-5} < 9$ là

A. $\left(-\infty; \frac{7}{2}\right).$

B. $\left(\frac{7}{2}; +\infty\right).$

C. $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right).$

D. $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right).$

Lời giải.

Ta có

$$3^{2x-5} < 9 \Leftrightarrow 2x - 5 < 2 \Leftrightarrow x < \frac{7}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1259. Phương trình $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3 &\Leftrightarrow 2^{2(x^2-x)} + 2 \cdot 2^{x^2-x} - 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2-x} = 1 \\ 2^{x^2-x} = -3 \text{ (loại)} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1260. Cho phương trình $\ln x + \ln(x+1) = 0$. Chọn khẳng định đúng.

A. Phương trình vô nghiệm.

B. Phương trình có hai nghiệm.

C. Phương trình có nghiệm thuộc $(1; 2)$.

D. Phương trình có nghiệm thuộc $(0; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\ln x + \ln(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 + x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1261. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^3 - 3x) = \frac{1}{2}$.

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $\log_3(x^3 - 3x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^3 - 3x - \sqrt{3} = 0$, suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1262. Để giải phương trình $\log_x(x+1)^2 = 6$. Một học sinh giải như sau:

Bước 1: Điều kiện $(x+1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq -1$.

Bước 2: Phương trình tương đương với $2\log_2(x+1) = 6 \Leftrightarrow \log_2(x+1) = 3 \Leftrightarrow x+1 = 8 \Leftrightarrow x = 7$.

Bước 3: Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = 7$.

Dựa vào bài giải trên chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Bài giải trên hoàn toàn chính xác..

B. Bài giải trên sai từ Bước 1.

C. Bài giải trên sai từ Bước 2.

D. Bài giải trên sai từ Bước 3.

Lời giải.

Bài giải trên thiếu điều kiện ở Bước 1. Điều kiện xác định là $0 < x \neq 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1263. Trung bình cộng các nghiệm của phương trình là $\log_2(-2x-6) + \log_2(x+9) - 4 = 0$ là

A. -12.

B. -6.

C. 6.

D. 12.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} -2x-6 > 0 \\ x+9 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -9 < x < -3$. Phương trình tương đương

$$\log_2[(-2x-6)(x+9)] = 4 \Leftrightarrow (-2x-6)(x+9) = 16 \Leftrightarrow 2x^2 + 24x + 70 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = -7 \text{ (thỏa mãn)}. \end{cases}$$

Trung bình cộng các nghiệm của phương trình là -6.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1264. Số nghiệm của phương trình $\log_{2016}(2x+1)^2 = 2017$ là

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Phương trình tương đương với $(2x+1)^2 = 2016^{2017} \Leftrightarrow 2x+1 = \pm 2016^{\frac{2017}{2}} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 2016^{\frac{2017}{2}}}{2}$.

Vậy phương trình có 2 nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1265. Xét phương trình $\log_2^2 x - 9\log_8 x = 4$. Tích các nghiệm của phương trình đã cho bằng

A. 4.

B. 8.

C. 6.

D. -4.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$. Phương trình tương đương

$$\log_2^2 x - 3\log_2 x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \text{ (thỏa mãn)} \\ x = 16 \text{ (thỏa mãn)}. \end{cases}$$

Vậy tích các nghiệm bằng 8.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1266. Cho phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \left(\frac{x^2 + 2x - 2}{x^2 - 3x + 5} \right) + 2 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất.
- B. Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu.
- C. Phương trình đã cho có hai nghiệm âm phân biệt.
- D. Phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - 2}{x^2 - 3x + 5} > 0 \\ x^2 - 3x + 5 \neq 0. \end{cases}$$

$$\text{Phương trình tương đương } \frac{x^2 + 2x - 2}{x^2 - 3x + 5} = 2 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = 6 \text{ (thỏa mãn)}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1267. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sin \frac{\pi}{3}} \left(\log_{\sin \frac{\pi}{6}} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} \right) \right) = 0$ là

- A. $\frac{5}{2}$.
- B. $\frac{7}{2}$.
- C. $\frac{3}{2}$.
- D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} > 0 \\ \log_{\sin \frac{\pi}{6}} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} \right) > 0. \end{cases}$$

Phương trình tương đương

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} \right) = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = \frac{1}{2} \text{ (thỏa mãn)}. \end{cases}$$

Tổng các nghiệm của phương trình là $\frac{7}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1268. Số nghiệm của phương trình là $\log_{\frac{1}{2}} (x^3 - 9x^2 + 23x - 13) + 1 = 0$ là

- A. 2.
- B. 3.
- C. 1.
- D. 0.

Lời giải.

Phương trình tương đương

$$x^3 - 9x^2 + 23x - 13 = 2 \Leftrightarrow x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 8x + 15) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = 5. \end{cases}$$

Vậy phương trình có 3 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1269. Số nghiệm của phương trình là $\log_2 (4^x - 2^{x+1} + 1) = 2017$ là

- A. 2.
- B. 3.
- C. 1.
- D. 0.

Lời giải.

Điều kiện $4^x - 2^{x+1} + 1 > 0$.

Phương trình tương đương $4^x - 2 \cdot 2^x + 1 = 2^{2017}$. Đặt $t = 2^x$, $0 < t \neq 1$, phương trình trở thành

$$t^2 - 2t + 1 - 2^{2017} = 0.$$

Vì $1 - 2^{2017} < 0$ và $-2^{2017} \neq 0$ nên phương trình có hai nghiệm trái dấu và khác 1 ($t_1 < 0 < t_2 \neq 1$)
 $\Rightarrow$ phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1270. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 19x + 2) = 9$ là

- A. 19. B. 34. C. 15. D. -34.

Lời giải.

Phương trình tương đương với $x^2 - 19x + 2 = 2^9 \Leftrightarrow x^2 - 19x - 510 = 0 \begin{cases} x = 34 \\ x = -15. \end{cases}$

Tổng các nghiệm của phương trình là 19.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1271. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $3^{x^2} = m$ có nghiệm.

- A. $m \in [1; +\infty)$. B. $m \in [3; +\infty)$. C. $m \in (1; +\infty)$. D. $m \in (0; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $x^2 \geq 0$ nên $3^{x^2} \geq 3^0 = 1$. Do đó phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow m \geq 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1272. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = x_1 + x_2$.

- A. 2. B. 4. C. 9. D. 8.

Lời giải.

Ta có $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$

Vậy $P = x_1 + x_2 = 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1273. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2(x - 1)^2 = 1$ là

- A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. $-2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2} + 1$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x - 1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 1)^2 = 2 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} + 1 \\ x = -\sqrt{2} + 1 \end{cases}$.

Vậy tổng các nghiệm bằng 2.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1274. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x - 1) = 2$.

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 1$. Ta có

$\log_2 x + \log_2(x - 1) = 2 \Leftrightarrow \log_2[x(x - 1)] = 2 \Leftrightarrow x(x - 1) = 4 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}. \end{cases}$

Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1275. Phương trình $4^x - 2^{x+2} + 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 4^x - 2^{x+2} + 3 &= 0 \\
 \Leftrightarrow 2^{2x} - 4 \cdot 2^x + 3 &= 0 \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_2 3. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm thực.

Chọn đáp án **C** □**Câu 1276.** Cho hàm số $f(x) = x \cdot 5^x$. Tổng các nghiệm của phương trình $25^x + f'(x) - x \cdot 5^x \cdot \ln 5 - 2 = 0$ là

A. -2.

B. 0.

C. -1.

D. 1.

Lời giải.Ta có $f(x) = x \cdot 5^x \Rightarrow f'(x) = 5^x + x \cdot 5^x \ln 5$. Do đó

$$25^x + f'(x) - x \cdot 5^x \ln 5 - 2 = 0 \Leftrightarrow (5^x)^2 + 5^x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = -2 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Chọn đáp án **B** □**Câu 1277.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(7 - 3^x) = 2 - x$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 7.

D. 3.

Lời giải.

$$\log_3(7 - 3^x) = 2 - x \Leftrightarrow 7 - 3^x = 3^{2-x} \Leftrightarrow 7 - 3^x = \frac{9}{3^x} \Leftrightarrow (3^x)^2 - 7 \cdot 3^x + 9 = 0. \quad (*)$$

$$\text{Phương trình } (*) \text{ có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn } \begin{cases} 3^{x_1} + 3^{x_2} = 7 \\ 3^{x_1} \cdot 3^{x_2} = 9 \end{cases} \Rightarrow 3^{x_1+x_2} = 3^2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 1278.** Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ làA. $\{0\}$.B. $\{0; 1\}$.C. $\{-1; 0\}$.D. $\{1\}$.**Lời giải.**Điều kiện: $x^2 - x + 2 > 0$, đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } \log_2(x^2 - x + 2) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 2 = 2 \Leftrightarrow x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **B** □**Câu 1279.** Phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - 6 > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \sqrt{6}.$$

$$\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1 \Leftrightarrow \log_3 \frac{x^2 - 6}{x - 2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 6}{x - 2} = 3 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 3 \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

Vậy phương trình có một nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1280. Cho phương trình $4^x - 2^{x+1} - 3 = 0$ có một nghiệm duy nhất là a . Tính $P = a \log_3 4 + 1$.

A. $P = 5$.

B. $P = 2$.

C. $P = 4$.

D. $P = 3$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} 4^x - 2^{x+1} - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2 \cdot 2^x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 3 \\ 2^x = -1 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \\ \Leftrightarrow x &= \log_2 3. \end{aligned}$$

Suy ra $P = \log_2 3 \cdot \log_3 4 + 1 = \log_2 4 + 1 = 3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1281. Họ nghiệm của phương trình $4^{\tan^2 x} + 3 \cdot 2^{\tan^2 x} - 4 = 0$ là

A. $\{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $\left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $\cos x \neq 0$. (*)

Ta có

$$\begin{aligned} 4^{\tan^2 x} + 3 \cdot 2^{\tan^2 x} - 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow (2^{\tan^2 x} + 4)(2^{\tan^2 x} - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2^{\tan^2 x} &= 1 \\ \Leftrightarrow \tan^2 x &= 0 \\ \Leftrightarrow \sin x &= 0, \text{ (thỏa (*))} \\ \Leftrightarrow x &= k\pi, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1282. Nghiệm của phương trình $3^x \cdot 2^{x+1} = 72 \cdot 6^a$ là

A. $x = a + 1$.

B. $x = 2a$.

C. $x = a + 2$.

D. $x = a$.

Lời giải.

Ta có $3^x \cdot 2^{x+1} = 72 \cdot 6^a \Leftrightarrow 6^x = 6^{a+2} \Leftrightarrow x = a + 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1283. Tổng hai nghiệm $x_1; x_2$ của phương trình $\log_2 (2^{(a^2+1)x} + 4 \cdot 3^{(a^2+1)x} - 6^{(a^2+1)x}) = 2$ là

A. $\frac{1}{a^2 + 1}$.

B. $a^2 + 1$.

C. $\frac{2}{a^2 + 1}$.

D. $2(a^2 + 1)$.

Lời giải.

Ta thấy

$$\log_2 (2^{(a^2+1)x} + 4 \cdot 3^{(a^2+1)x} - 6^{(a^2+1)x}) = 2$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow 2^{(a^2+1)x} + 4 \cdot 3^{(a^2+1)x} - 6^{(a^2+1)x} = 4 \\
&\Leftrightarrow [3^{(a^2+1)x} - 1] \cdot [2^{(a^2+1)x} - 4] = 0 \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{(a^2+1)x} - 1 = 0 \\ 2^{(a^2+1)x} - 4 = 0 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{a^2+1} \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy tổng hai nghiệm $x_1 + x_2 = \frac{2}{a^2+1}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1284. Giá trị của m để phương trình $16^{x+1} + 4^{x-1} - 5m = 0$ có nghiệm duy nhất là
A. $m \leq 0$. **B.** $m = -\frac{1}{192}$. **C.** $m > 0$. **D.** $m = -1$.

Lời giải.

$$\text{Xét } f(x) = 16^{x+1} + 4^{x-1}, \text{ ta có } \begin{cases} f'(x) = 16^{x+1} \ln 16 + 4^{x-1} \ln 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty. \end{cases}$$

Do vậy, $16^{x+1} + 4^{x-1} - 5m = 0$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow 5m > 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1285. Nghiệm của phương trình $\left[(3 - 2\sqrt{2})^{(a^2+1)x} - (3 + 2\sqrt{2}) \right] [4^x - (b^2 + 2)] = 0$ là
A. $x = -\frac{1}{a^2+1} \vee x = \log_4(b^2 + 2)$. **B.** $x = \frac{1}{a^2+1} \vee x = \frac{1}{2} \log_2(b^2 + 2)$.
C. $x = -\frac{1}{a^2+1} \vee x = \log_2 4$. **D.** $x = -\frac{1}{a^2+1} \vee x = b^2 + 2$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$\begin{cases} (3 - 2\sqrt{2})^{(a^2+1)x} = (3 - 2\sqrt{2})^{-1} \\ 4^x = b^2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{a^2+1} \\ x = \log_4(b^2 + 2) \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1286. Cho phương trình $4^x - (10m + 1) \cdot 2^x + 32 = 0$, biết rằng phương trình này có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1 x_2} = 1$. Khi đó, khẳng định nào sau đây về m là đúng?
A. $0 < m < 1$. **B.** $2 < m < 3$. **C.** $-1 < m < 0$. **D.** $1 < m < 2$.

Lời giải.

Đặt $2^x = t$, ($t > 0$). Khi đó phương trình trở thành $t^2 - (10m + 1)t + 32 = 0 (*)$.

Để phương trình ban đầu có hai nghiệm x_1, x_2 thì phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (10m + 1)^2 - 4 \cdot 32 > 0 \\ 10m + 1 > 0 \\ 32 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (10m + 1 - 8\sqrt{2}) \cdot (10m + 1 + 8\sqrt{2}) > 0 \\ m > -\frac{1}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{8\sqrt{2} - 1}{10} \\ m > -\frac{1}{10} \end{cases} \\
&\Leftrightarrow m > \frac{8\sqrt{2} - 1}{10}.
\end{aligned}$$

Khi đó theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} t_1 + t_2 = 10m + 1 \\ t_1 \cdot t_2 = 32. \end{cases}$

Với $t_1 \cdot t_2 = 32 \Rightarrow 2^{x_1+x_2} = 32 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 5$.

Lại có $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1 x_2} = 1 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + 1 = x_1 x_2$ nên $x_1 x_2 = 6$.

Khi đó ta có x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $X^2 - 5X + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} X = 2 \Rightarrow t_1 = 4 \\ X = 3 \Rightarrow t_2 = 8. \end{cases}$

Mặt khác, $t_1 + t_2 = 10m + 1 \Leftrightarrow 12 = 10m + 1 \Leftrightarrow m = \frac{11}{10}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $1 < m < 2$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1287. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 4$. Khi đó $x_1^2 + 2x_2^2$ bằng

A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 4 &\Leftrightarrow (2 - \sqrt{3})^x + \frac{1}{(2 - \sqrt{3})^x} = 4 \\ &\Leftrightarrow (2 - \sqrt{3})^{2x} - 4(2 - \sqrt{3})^x + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (2 - \sqrt{3})^x = 2 + \sqrt{3} = (2 - \sqrt{3})^{-1} \\ (2 - \sqrt{3})^x = 2 - \sqrt{3} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó $x_1^2 + 2x_2^2 = |x_1|^2 + 2|x_2|^2 = 1 + 2 = 3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1288. Phương trình $\log_x 2 + \log_2 x = \frac{5}{2}$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Khi đó tổng $x_1^2 + x_2$ bằng

A. $\frac{9}{2}$.

B. 3.

C. 6.

D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải.

Điều kiện: $0 < x \neq 1$.

$$\log_x 2 + \log_2 x = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{\log_2 x} + \log_2 x = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \log_2^2 x - \frac{5}{2} \log_2 x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = \sqrt{2}. \end{cases}$$

Vì $x_1 < x_2$ nên $x_1^2 + x_2 = (\sqrt{2})^2 + 4 = 6$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1289. Số nghiệm của phương trình $9^x - 3^{x+1} - 10 = 0$ là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $9^x - 3^{x+1} - 10 = 0 \Leftrightarrow 9^x - 3 \cdot 3^x - 10 = 0$.

Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$), ta được phương trình $t^2 - 3t - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = -2 \text{ (loại)} \end{cases}$.

Với $t = 5$, ta có $3^x = 5 \Leftrightarrow x = \log_3 5$. Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1290. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = S(0) \cdot 2^t$, trong đó $S(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

- A. 19 phút. B. 48 phút. C. 12 phút. D. 7 phút.

Lời giải.

Sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là $S(3) = S(0) \cdot 2^3 = 625000 \Leftrightarrow S(0) = \frac{625000}{8}$.

Số lượng vi khuẩn A đạt 10 triệu con khi $\frac{625000}{8} \cdot 2^t = 10000000 \Leftrightarrow 2^t = 128 \Leftrightarrow t = 7$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1291. Biết phương trình $9^x - 2^{x+\frac{1}{2}} = 2^{x+\frac{3}{2}} - 3^{2x-1}$ có nghiệm là a . Tính giá trị biểu thức $P = a + \frac{1}{2} \log_{\frac{9}{2}} 2$

- A. $P = 1 - \frac{1}{2} \log_{\frac{9}{2}} 2$. B. $P = 1$. C. $P = 1 - \log_{\frac{9}{2}} 2$. D. $P = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Khi đó

$$\begin{aligned} 9^x - 2^{x+\frac{1}{2}} &= 2^{x+\frac{3}{2}} - 3^{2x-1} \\ \Leftrightarrow 3^{2x} - 2^x \cdot 2^{\frac{1}{2}} &= 2^x \cdot 2^{\frac{3}{2}} - 3^{2x} \cdot 3^{-1} \\ \Leftrightarrow 9^x \cdot \frac{4}{3} &= 2^x(\sqrt{8} + \sqrt{2}) \Leftrightarrow \left(\frac{9}{2}\right)^x = \frac{3\sqrt{8} + 3\sqrt{2}}{4} \Leftrightarrow x = \log_{\frac{9}{2}} \frac{3\sqrt{8} + 3\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

Suy ra $a = \log_{\frac{9}{2}} \frac{3\sqrt{8} + 3\sqrt{2}}{4}$. Vậy $P = \log_{\frac{9}{2}} \frac{3\sqrt{8} + 3\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2} \log_{\frac{9}{2}} 2 = 1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1292. Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(1-x) = 2$

- A. $x = 10$. B. $x = -4$. C. $x = -3$. D. $x = -8$.

Lời giải.

Phương trình $\log_3(1-x) = 2 \Leftrightarrow 1-x = 3^2 \Leftrightarrow x = -8$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1293. Kí hiệu $\max\{a; b\}$ là số lớn nhất trong hai số $a; b$. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\max\{\log_2 x; \log_{\frac{1}{3}} x\} < 1$.

- A. $S = \left(\frac{1}{3}; 2\right)$. B. $S = (0; 2)$. C. $S = \left(0; \frac{1}{3}\right)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

— Nếu $x \geq 1$, ta có: $\log_2 x \geq 0$; $\log_{\frac{1}{3}} x \leq 0$.

$$\Rightarrow \max\{\log_2 x; \log_{\frac{1}{3}} x\} = \log_2 x \Rightarrow \max\{\log_2 x; \log_{\frac{1}{3}} x\} < 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x < 1 \Leftrightarrow 1 \leq x < 2. \quad (1)$$

— Nếu $0 < x < 1$, ta có: $\log_2 x < 0$; $\log_{\frac{1}{3}} x > 0 \Rightarrow \max \{\log_2 x; \log_{\frac{1}{3}} x\} = \log_{\frac{1}{3}} x$
 $\Rightarrow \max \{\log_2 x; \log_{\frac{1}{3}} x\} < 1 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}} x < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < x < 1. \quad (2)$

Kết hợp (1) và (2) ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{1}{3}; 2\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1294. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $3\sqrt{\log_2 x} - \log_2(4x) = 0$.

A. 5.

B. 324.

C. 9.

D. 260.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$.

Với $x \geq 1$, phương trình trở thành

$$-\log_2 x + 3\sqrt{\log_2 x} - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\log_2 x} = 2 \\ \sqrt{\log_2 x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = 2. \end{cases}$$

Khi đó tổng bình phương các nghiệm của phương trình đã cho là $16^2 + 2^2 = 260$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1295. Nếu $3^{2x} + 9 = 10 \cdot 3^x$ thì giá trị của $x^2 + 1$ bằng

A. 1 hoặc 5.

B. 5.

C. 0 hoặc 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $3^{2x} + 9 = 10 \cdot 3^x \Leftrightarrow 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$

Vậy $x^2 + 1 = 1$ hoặc $x^2 + 1 = 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1296. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$.

A. $-\frac{5}{2}$.

B. -1.

C. 1.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} 2^{2x^2+5x+4} &= 4 \\ \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 &= 2 \\ \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{1}{2} \vee x = -2. \end{aligned}$$

Ta có ngay tổng hai nghiệm của phương trình là $-\frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1297. Cho $a, b > 0$, nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của ab bằng.

A. 2^9 .

B. 2.

C. 8.

D. 2^{18} .

Lời giải.

Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} \log_8 a + \log_4 b^2 = 5 \\ \log_4 a^2 + \log_8 b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b = 5 \\ \log_2 a + \frac{1}{3} \log_2 b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 6 \\ \log_2 b = 3. \end{cases}$$

Ta có $\log_2 a + \log_2 b = \log_2 ab \Rightarrow 6 + 3 = \log_2 ab \Rightarrow ab = 2^9$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1298. Số nghiệm thực của phương trình $3\log_3(2x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3 = 3$ là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $x > 5$.

Với điều kiện xác định phương trình đã cho trở thành

$$\begin{aligned} \log_3(2x-1)^3 + \log_3(x-5)^3 &= 3 \\ \Leftrightarrow \log_3[(2x-1)^3(x-5)^3] &= 3 \\ \Leftrightarrow (2x-1)^3(x-5)^3 &= 3^3 \\ \Leftrightarrow (2x-1)(x-5) &= 3 \\ \Leftrightarrow 2x^2 - 11x + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11 + \sqrt{105}}{4} \\ x = \frac{11 - \sqrt{105}}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện xác định, phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = \frac{11 + \sqrt{105}}{4}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1299. Phương trình $25^x + 10^x = 2^{2x+1}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 25^x + 10^x = 2^{2x+1} &\Leftrightarrow 5^{2x} + 5^x \cdot 2^x - 2 \cdot 2^{2x} = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{2x} + \left(\frac{5}{2}\right)^x - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{5}{2}\right)^x = 1 \\ \left(\frac{5}{2}\right)^x = -2 \quad (\text{vô nghiệm}) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow x = 0. \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1300. Giải bất phương trình $\log_3(2x-1) > 3$.

A. $x > 5$.

B. $x < 2$.

C. $x > 14$.

D. $2 < x < 14$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_3(2x-1) > 3 &\Leftrightarrow 2x-1 > 3^3 \\ &\Leftrightarrow 2x > 28 \\ &\Leftrightarrow x > 14. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1301. Phương trình $3^{4x-3} = 9$ có nghiệm là

- A. $x = 1$. B. $x = -\frac{5}{4}$. C. $x = 5$. D. $x = \frac{5}{4}$.

Lời giải.

Ta có : $3^{4x-3} = 9 \Leftrightarrow 3^{4x-3} = 3^2 \Leftrightarrow 4x - 3 = 2 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1302. Phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x-1}$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} &= 7^{x-1} \\ \Leftrightarrow 7^{-x^2+2x+3} &= 7^{x-1} \\ \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 &= x - 1 \\ \Leftrightarrow x^2 - x - 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}. \end{aligned}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1303. Số nghiệm của phương trình $9^x + 2 \cdot 3^{x+1} - 7 = 0$ là

- A. 0. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải.

Ta có:

$$9^x + 2 \cdot 3^{x+1} - 7 = 0 \Leftrightarrow 9^x + 6 \cdot 3^x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = -7 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1304. Nghiệm của phương trình: $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$ là

- A. $x = 2; x = 1$. B. $x = 9; x = 1$. C. $x = 3; x = 0$. D. $x = 2; x = 0$.

Lời giải.

$$\text{Có: } 9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 9 \\ 3^x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1305. Số nghiệm của phương trình $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7)$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Điều kiện $x > -1$.

Phương trình tương đương với

$$\begin{aligned} \ln[(x+1)(x+3)] &= \ln(x+7) \\ \Leftrightarrow (x+1)(x+3) &= x+7 \\ \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = -4 \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1306. Tập nghiệm của phương trình $(x^2 - 1)(\log_2 x + 1) = 0$ có bao nhiêu phần tử?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (x^2 - 1)(\log_2 x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 1 = 0 \\ \log_2 x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm phương trình đã cho có 2 phần tử.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1307. Tính tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{\log_2 x} + 3^{2-\log_2 x} = 10$.

A. 0.

B. 2.

C. 9.

D. 4.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $t = 3^{\log_2 x} > 0$ ta được phương trình

$$t + \frac{9}{t} = 10 \Leftrightarrow t^2 - 10t + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 9. \end{cases}$$

— Với $t = 1$ thì $3^{\log_2 x} = 1 \Leftrightarrow \log_2 x = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa điều kiện).

— Với $t = 9$ thì $3^{\log_2 x} = 9 \Leftrightarrow \log_2 x = 2 \Leftrightarrow x = 4$ (thỏa điều kiện).

Vậy tích hai nghiệm của phương trình đã cho là $1 \cdot 4 = 4$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1308. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $5^{x-1} = 2^{x^2-1}$. Tính $P = (x_1 + 1)(x_2 + 1)$.

A. 0.

B. $2 \log_2 5 + 2$.

C. $2 \log_2 5 - 1$.

D. $\log_2 25$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 5^{x-1} &= 2^{x^2-1} \\ \Leftrightarrow (x-1) \log_2 5 &= x^2 - 1 \\ \Leftrightarrow (x-1)(\log_2 5 - x - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \log_2 5 - 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $P = (x_1 + 1)(x_2 + 1) = (1 + 1)(\log_2 5 - 1 + 1) = 2 \log_2 5 = \log_2 25$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1309. Phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2 - 6 > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \sqrt{6}.$$

Với điều kiện trên phương trình tương đương

$$\begin{aligned}\log_3(x^2 - 6) &= \log_3(x - 2) + \log_3 3 \\ \Leftrightarrow \log_3(x^2 - 6) &= \log_3[3(x - 2)] \\ \Leftrightarrow x^2 - 6 &= 3x - 6 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 3 \text{ (nhận).} \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x = 3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1310. Số nghiệm của phương trình $3^{2x^2-5x+3} = 1$ là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. vô nghiệm.

Lời giải.

$$3^{2x^2-5x+3} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1311. Phương trình $\log_5(-x^2 - 5x - m + 20) = 2$ có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

- A. $m > -5$. B. $m < 5$. C. $m < -5$. D. $m > 5$.

Lời giải.

- $\log_5(-x^2 - 5x - m + 20) = 2 \Leftrightarrow -x^2 - 5x - m + 20 = 25 \Leftrightarrow x^2 + 5x + m + 5 = 0$.
- Phương trình có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow m + 5 < 0 \Leftrightarrow m < -5$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1312. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 6,1%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi ít nhất sau bao nhiêu năm người đó thu được số tiền (cả gốc và lãi) gần nhất với số tiền gấp đôi tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

- A. 10 năm. B. 11 năm. C. 12 năm. D. 13 năm.

Lời giải.

- Theo công thức lãi kép $S = A(1 + r)^n$, trong đó A là số tiền gửi ban đầu, r là lãi suất, n là số chu kỳ tính lãi.
- Ta có $S = 2A \Leftrightarrow (1 + r)^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{1+r} 2 \approx 11,7$. Do đó cần ít nhất 12 năm.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1313. Phương trình $\log_{\frac{1}{2}} 4x + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Khi đó, số nguyên dương nhỏ nhất thỏa mãn $a > x_1$ có giá trị bằng

- A. $a = 1$. B. $a = \frac{1}{2}$. C. $a = 2$. D. $a = 4$.

Lời giải.

- Điều kiện $x > 0$.

— Ta có

$$\begin{aligned}\log_2^2 4x + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8 &\Leftrightarrow \log_2^2 4x + 2\log_2 x - 3 = 8 \Leftrightarrow (\log_2 x + 2)^2 + 2\log_2 x - 3 = 8 \\ &\Leftrightarrow \log_2^2 x + 6\log_2 x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2^{-7}. \end{cases}\end{aligned}$$

— Vậy $a = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1314. Biết phương trình $2\log_2 x + 3\log_x 2 = 7$ có 2 nghiệm thực x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Tính giá trị của biểu thức $T = (x_1)^{x_2}$.

A. $T = 64$.

B. $T = 16$.

C. $T = 32$.

D. $T = 8$.

Lời giải.

— Điều kiện: $x > 0$ và $x \neq 1$.

— Ta có

$$\begin{aligned}2\log_2 x + 3\log_x 2 = 7 &\Leftrightarrow 2\log_2 x + \frac{3}{\log_2 x} = 7 \Leftrightarrow 2\log_2^2 x - 7\log_2 x + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = \sqrt{2}. \end{cases}\end{aligned}$$

— Vậy $(x_1)^{x_2} = 16$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1315. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x+3) - 1 = \log_{\sqrt{2}} x$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

— Điều kiện $x > 0$.

$$\log_2(x+3) - 1 = \log_{\sqrt{2}} x \Leftrightarrow \log_2(x+3) = \log_2 2x^2 \Leftrightarrow x+3 = 2x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (loại)} \\ x = \frac{3}{2} \text{ (thỏa mãn)}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1316. Phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x - 5 = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 5 \\ x = \log_3 5 \end{cases}$.

C. $x = \log_3 5$.

D. $\begin{cases} x = -1 \\ x = \log_3 5 \end{cases}$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } t = 3^x, t > 0 \text{ khi đó phương trình đã cho trở thành } t^2 - 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = 5. \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 5 \Rightarrow 3^x = 5 \Rightarrow x = \log_3 5.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1317. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $4^{x^2} - 5 \cdot 2^{x^2} + 4 = 0$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

$$4^{x^2} - 5 \cdot 2^{x^2} + 4 = 0 \Leftrightarrow (2^{x^2})^2 - 5 \cdot 2^{x^2} + 4 = 0. \quad (1)$$

Đặt $t = 2^{x^2}$, điều kiện $t > 0$.

Phương trình (1) tương đương $t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$.

Số nghiệm thực của phương trình là 3.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1318. Phương trình $21^x + 1323 = 27 \cdot 7^x + 49 \cdot 3^x$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó tổng $x_1 + x_2$ là

A. 5.

B. 6.

C. 1323.

D. 76.

Lời giải.

Ta có $21^x + 1323 = 27 \cdot 7^x + 49 \cdot 3^x \Leftrightarrow (3^x - 27)(7^x - 49) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 27 \\ 7^x = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$.

Khi đó $x_1 + x_2 = 5$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1319. Phương trình $\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0$ có tập nghiệm là

A. $\{6; 2\}$.

B. $\{1; 3\}$.

C. $\{8; 2\}$.

D. $\{6; 8\}$.

Lời giải.

Điều kiện là $x > 0$.

Đặt $t = \log_2 x$, khi đó phương trình trở thành

$$t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2^3 = 8 \end{cases}.$$

Vậy $S = \{8; 2\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1320. Phương trình $\log_3(5x - 3) - \log_3(x^2 + 1) = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$. Tính giá trị của $P = 2x_1 + 3x_2$?

A. 14.

B. 13.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} 5x - 3 > 0 \\ x^2 + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{3}{5}$.

$$\log_3(5x - 3) - \log_3(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \log_3(5x - 3) = \log_3(x^2 + 1) \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

$$P = 2x_1 + 3x_2 = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 = 14.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1321. Nghiệm của phương trình $\left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^{-x} = 0,125 \cdot 4^{2x-3}$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0; 1)$.

B. $(5; 7)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(3; 5)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^{-x} = 0,125 \cdot 4^{2x-3} &\Leftrightarrow \left(\frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^3}\right)^{-x} = 2^{-3} \cdot 2^{2(2x-3)} \Leftrightarrow 2^{\frac{5}{2}x} = 2^{2(2x-3)-3} \\ &\Leftrightarrow \frac{5}{2}x = 2(2x-3) - 3 \Leftrightarrow 3x = 18 \Leftrightarrow x = 6. \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của phương trình thuộc $(5; 7)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1322. Biết nghiệm duy nhất của phương trình $\log_2 x + \log_3 x = 1$ có dạng $x = a^{\log_b c}$; trong đó a, b, c là các số nguyên dương và a, c là các số nguyên tố. Khi đó $a + b + c$ bằng

- A. 8. B. 9. C. 11. D. 10.

Lời giải.

$$\log_2 x + \log_3 x = 1 \Leftrightarrow \log_2 x + \frac{\log_2 x}{\log_2 3} = 1 \Leftrightarrow \log_2 x (1 + \log_3 2) = 1 \Leftrightarrow \log_2 x = \log_6 3 \Leftrightarrow x = 2^{\log_6 3}.$$

Suy ra $a = 2, b = 6, c = 3$. Vậy $a + b + c = 11$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1323. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-4x+5} = 8$ là

- A. -2. B. -4. C. 4. D. 2.

Lời giải.

$$\text{Phương trình tương đương } x^2 - 4x + 5 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{2} \\ x = 2 + \sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình bằng 4.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1324. Tìm các số thực a biết $\log_2 a \cdot \log_{\sqrt{2}} a = 32$.

- A. $a = 256, a = \frac{1}{256}$. B. $a = 16$. C. $a = 16, a = \frac{1}{16}$. D. $a = 64$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $a > 0$.

Ta có

$$\log_2 a \cdot \log_{\sqrt{2}} a = 32 \Leftrightarrow \log_2 a \cdot 2 \log_2 a = 32 \Leftrightarrow \log_2^2 a = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 4 \\ \log_2 a = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 16 \\ a = \frac{1}{16} \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện xác định ta được $a = 16, a = \frac{1}{16}$ là các giá trị cần tìm.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1325. Phương trình $3^{x^3+x^2} = 9^{x^2+x-1}$ có tích tất cả các nghiệm bằng

- A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. $-2\sqrt{2}$. D. -2.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 3^{x^3+x^2} &= 9^{x^2+x-1} \Leftrightarrow 3^{x^3+x^2} = (3^2)^{x^2+x-1} \\ &\Leftrightarrow 3^{x^3+x^2} = 3^{2x^2+2x-2} \\ &\Leftrightarrow x^3 - x^2 - 2x + 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó tích các nghiệm của phương trình đã cho bằng -2.

Chú ý: Có thể sử dụng định lí Vi-ét cho phương trình bậc ba $x^3 - x^2 - 2x + 2 = 0$ ta được tích tất cả các nghiệm của phương trình này bằng $-\frac{2}{1} = -2$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1326. Cho phương trình $(\log_2 x)^2 - 5\log_2 x + 1 = 0$. Bằng cách đặt $t = \log_2 x$ phương trình đã cho trở thành phương trình nào sau đây?

- A. $2t^2 - 5t + 1 = 0$. B. $t^4 - 5t + 1 = 0$. C. $4t^2 - 5t + 1 = 0$. D. $2t^4 - 5t + 1 = 0$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $x > 0$.

Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương với phương trình $(2\log_2 x)^2 - 5\log_2 x + 1 = 0$.

Bằng cách đặt $t = \log_2 x$ phương trình đã cho trở thành

$$(2t)^2 - 5t + 1 = 0 \Leftrightarrow 4t^2 - 5t + 1 = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1327. Biết $2018^{2019a} = 2$. Tìm a .

- A. $a = \frac{1}{2018 \log_2 2019}$. B. $a = \frac{\log_2 2018}{2019}$. C. $a = \frac{1}{2019 \log_2 2018}$. D. $a = \frac{\log_2 2019}{2018}$.

Lời giải.

Ta có

$$2018^{2019a} = 2 \Leftrightarrow \log_2 (2018^{2019a}) = \log_2 2 \Leftrightarrow 2019a \cdot \log_2 2018 = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2019 \log_2 2018}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1328. Cho phương trình $13^{1-2x} - 13^{-x} - 12 = 0$. Bằng cách đặt $t = 13^x$ phương trình trở thành phương trình nào sau đây?

- A. $12t^2 - t - 13 = 0$. B. $12t^2 + t - 13 = 0$. C. $13t^2 - t - 12 = 0$. D. $13t^2 + t - 12 = 0$.

Lời giải.

Đặt $t = 13^x$, với $t > 0$. Khi đó phương trình trở thành

$$13 \cdot \frac{1}{t^2} - \frac{1}{t} - 12 = 0 \Leftrightarrow 13 - t - 12t^2 = 0 \Leftrightarrow 12t^2 + t - 13 = 0.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1329. Cho phương trình $(\sqrt{7+4\sqrt{3}})^x + (\sqrt{7-4\sqrt{3}})^x = 14$ (*). Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. Đặt $t = (\sqrt{7+4\sqrt{3}})^x$ phương trình (*) sau trở thành $t^2 - 14t - 1 = 0$.
 B. Đặt $t = (\sqrt{7-4\sqrt{3}})^x$ phương trình (*) sau trở thành $t^2 - 14t + 1 = 0$.
 C. Đặt $t = (\sqrt{7-4\sqrt{3}})^x$ phương trình (*) sau trở thành $t^2 + t - 14 = 0$.
 D. Đặt $t = (\sqrt{7+4\sqrt{3}})^x$ phương trình (*) sau trở thành $t^2 + t - 14 = 0$.

Lời giải.

Ta có $(\sqrt{7+4\sqrt{3}})^x \cdot (\sqrt{7-4\sqrt{3}})^x = 1$. Đặt $t = (\sqrt{7+4\sqrt{3}})^x$, khi đó $(\sqrt{7-4\sqrt{3}})^x = \frac{1}{t}$.

Phương trình (*) trở thành $t + \frac{1}{t} = 14 \Leftrightarrow t^2 - 14t + 1 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1330. Cho phương trình $\log_5 (x^3 - x) + \log_{0.2} (x^2 - 2) = 0$ (*). Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

- A. (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - x > 0 \\ \log_5 (x^3 - x) = \log_5 (x^2 - 2) \end{cases}$ B. (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - x > 0 \\ x^2 - 2 > 0 \\ x^3 - x^2 - x + 2 = 0 \end{cases}$

$$\text{C. } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 > 0 \\ x^3 - x^2 - x + 2 = 0. \end{cases} \quad \text{D. } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^3 - x}{x^2 - 2} > 0 \\ \log_5 \frac{x^3 - x}{x^2 - 2} = 0. \end{cases}$$

Lời giải.

Ta có $(*) \Leftrightarrow \log_5 (x^3 - x) = \log_5 (x^2 - 2)$. Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} \text{— } (*) &\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - x > 0 \\ \log_5 (x^3 - x) = \log_5 (x^2 - 2). \end{cases} \quad (\text{đúng}) \\ \text{— } (*) &\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - x > 0 \\ x^2 - 2 > 0 \\ x^3 - x^2 - x + 2 = 0. \end{cases} \quad (\text{đúng}) \\ \text{— } (*) &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 > 0 \\ x^3 - x^2 - x + 2 = 0. \end{cases} \quad (\text{đúng}) \\ \text{— } (*) &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^3 - x}{x^2 - 2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x^3 - x > 0 \\ x^2 - 2 > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x^3 - x < 0 \\ x^2 - 2 < 0. \end{cases} \end{cases} \quad (\text{sai}) \quad (\text{sai}) \\ \log_5 \frac{x^3 - x}{x^2 - 2} = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1331. Số nghiệm của phương trình $\log_2 (x^2 - x + 3) = 2$ là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $\log_2 (x^2 - x + 3) = 2 \Leftrightarrow x^2 - x + 3 = 4 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1332. Phương trình $4^{2x+3} = 8^{4-x}$ có nghiệm là

A. $x = \frac{6}{7}$.

B. $x = \frac{2}{3}$.

C. $x = \frac{4}{5}$.

D. $x = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$4^{2x+3} = 8^{4-x} \Leftrightarrow 2^{4x+6} = 2^{12-3x} \Leftrightarrow 4x + 6 = 12 - 3x \Leftrightarrow 7x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{6}{7}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1333. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{2^x}$ là

A. $y' = \frac{1 - (x+1) \ln 2}{4^x}$.

B. $y' = \frac{1 - (x+1) \ln 2}{2^x}$.

C. $y' = -\frac{x}{4^x}$.

D. $y' = -\frac{x}{2^x}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(x+1)' \cdot 2^x - (x+1) \cdot (2^x)'}{(2^x)^2} = \frac{2^x - (x+1) \cdot 2^x \cdot \ln 2}{2^{2x}} = \frac{1 - (x+1) \ln 2}{2^x}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1334. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 (3 - 2x - x^2)$ là

A. $\mathcal{D} = (-1; 3)$.

B. $\mathcal{D} = (0; 1)$.

C. $\mathcal{D} = (-1; 1)$.

D. $\mathcal{D} = (-3; 1)$.

Lời giải.Hàm số $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$ xác định khi $3 - 2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$.Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-3; 1)$ Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1335.** Giá trị cực tiểu của hàm số $y = e^x(x^2 - 3)$ là

A. $\frac{6}{e}$.

B. $\frac{6}{e^3}$.

C. $-3e$.

D. $-2e$.

Lời giải.

$$y' = 0 \Leftrightarrow e^x(x^2 - 2x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên như bên. Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số là $-2e$.

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			$\frac{6}{e^3}$		$-2e$	$+\infty$
	$-\infty$					

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1336.** Cho hàm số $y = e^x(x^2 + mx)$. Biết $y'(0) = 1$. Tính $y'(1)$.

A. $6e$.

B. $3e$.

C. $5e$.

D. $4e$.

Lời giải.Ta có $y' = e^x(x^2 + mx + 2x + m)$. Khi đó $y'(0) = 1 \Leftrightarrow m = 1$ hay $y' = e^x(x^2 + 3x + 1)$ nên $y'(1) = 6e$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1337.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\log_2(5-x)}$.

A. $(-\infty; 5) \setminus \{4\}$.

B. $(5; +\infty)$.

C. $(-\infty; 5)$.

D. $[5; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Hàm số xác định khi và chỉ khi } \begin{cases} \log_2(5-x) \neq 0 \\ 5-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5-x \neq 1 \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 4 \\ x < 5 \end{cases} \text{ hay } x \in (-\infty; 5) \setminus \{4\}.$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1338.** Cho đồ thị $(C) : y = 3^x$. Tìm kết luận **sai**:A. Đồ thị (C) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.B. Đồ thị (C) nằm về phía trên trục hoành.C. Đồ thị (C) đi qua điểm $(0; 1)$.D. Đồ thị (C) nhận trục tung làm tiệm cận đứng.**Lời giải.**Ta biết: Đồ thị (C) có tính chất:+ Đồ thị (C) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.+ Đồ thị (C) nằm về phía trên trục hoành.+ Đồ thị (C) đi qua điểm $(0; 1)$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1339.** Hàm số $y = \log_{a^2-2a+1} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ khi

- A. $a < 0$. B. $\begin{cases} a \neq 1 \\ 0 < a < 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a \neq 1 \\ a > \frac{1}{2} \end{cases}$. D. $a > 1$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_{a^2-2a+1} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a^2 - 2a + 1 > 0 \\ a^2 - 2a + 1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 1 \\ 0 < a < 2 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1340. Tìm hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{x} - \ln x$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

- A. $\frac{1}{2} - \ln 2$. B. $-\frac{1}{4}$. C. $-\frac{3}{4}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{x} - \ln x$ tại điểm có hoành độ bằng 2 là $y'(2) = -\frac{3}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1341. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log_3(4x + 1)$.

- A. $y' = \frac{4}{(4x + 1) \ln 3}$. B. $y' = \frac{1}{(4x + 1) \ln 3}$. C. $y' = \frac{4 \ln 3}{4x + 1}$. D. $y' = \frac{\ln 3}{4x + 1}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(4x + 1)'}{(4x + 1) \ln 3} = \frac{4}{(4x + 1) \ln 3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1342. Ông A gửi tiết kiệm vào ngân hàng 300 triệu đồng, với loại kì hạn 3 tháng và lãi suất 12,8%/năm. Biết trong thời gian gửi ông không rút lãi ra khỏi ngân hàng. Hỏi sau 4 năm 6 tháng thì số tiền T ông nhận được là bao nhiêu?

- A. $T = 3 \cdot 10^8(1,032)^{18}$ (triệu đồng). B. $T = 3 \cdot 10^8(1,032)^{54}$ (triệu đồng).
C. $T = 3 \cdot 10^2(1,032)^{18}$ (triệu đồng). D. $T = 3 \cdot 10^2(1,023)^{18}$ (triệu đồng).

Lời giải.

Lãi suất trong một kì hạn là $r = \frac{12,8\%}{4} = 3,2\%$ / kì hạn. Sau 4 năm 6 tháng số kì hạn ông A đã gửi là 18 kì hạn.

Số tiền T ông nhận được là $T = M(1 + r)^n = 300(1 + 3,2\%)^{18} = 3 \cdot 10^2(1,032)^{18}$ (triệu đồng).

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1343. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{-2x^2 + 5x - 2} + \ln \frac{1}{x^2 - 1}$.

- A. $[1; 2]$. B. $(1; 2)$. C. $[1; 2)$. D. $(1; 2]$.

Lời giải.

Hàm số $y = \sqrt{-2x^2 + 5x - 2} + \ln \frac{1}{x^2 - 1}$ xác định khi

$$\begin{aligned} & \begin{cases} -2x^2 + 5x - 2 \geq 0 \\ \frac{1}{x^2 - 1} > 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -2x^2 + 5x - 2 \geq 0 \\ x^2 - 1 > 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \frac{1}{2} \leq x \leq 2 \\ \begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & 1 < x \leq 2. \end{aligned}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (1; 2]$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1344. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_5 (x^2 + 2)$.

A. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2) \ln 5}$. B. $y' = \frac{2x}{x^2 + 2}$. C. $y' = \frac{2x \ln 5}{x^2 + 2}$. D. $y' = \frac{1}{(x^2 + 2) \ln 5}$.

Lời giải.

$$y' = \frac{(x^2 + 2)'}{(x^2 + 2) \ln 5} = \frac{2x}{(x^2 + 2) \ln 5}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1345. Cho hàm số $y = 3^{\sin 2x}$. Tính y' .

A. $y' = \sin 2x \cdot 3^{\sin 2x - 1}$. B. $y' = 2 \cos 2x \cdot 3^{\sin 2x} \cdot \ln 3$.
C. $y' = 3^{\sin 2x}$. D. $y' = \cos 2x \cdot 3^{\sin 2x} \cdot \ln 3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 3^{\sin 2x} \cdot \ln 3 \cdot (\sin 2x)' = 2 \cos 2x \cdot 3^{\sin 2x} \cdot \ln 3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1346. Cho $y = \ln \frac{1}{1+x}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $y' + e^y = 0$. B. $y' - 4e^y = 0$. C. $y' - 2y = 1$. D. $yy' - 2 = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{1}{\frac{1}{1+x}} \cdot \left(\frac{1}{1+x} \right)' = (1+x) \cdot \frac{-1}{(1+x)^2} = -\frac{1}{1+x}; e^y = e^{\ln \frac{1}{1+x}} = \frac{1}{1+x}.$$

$$\text{Suy ra } y' + e^y = -\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+x} = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1347. Đầu năm 2018, ông A đầu tư 500 triệu vốn vào kinh doanh. Cứ sau mỗi năm, số tiền của ông tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi đến năm nào dưới đây là năm đầu tiên ông A có tổng số tiền lớn hơn 1 tỷ đồng?

A. 2023. B. 2022. C. 2024. D. 2025.

Lời giải.

Tổng số tiền ông A có được sau n năm là $P_n = 500(1 + 0,15)^n$ (triệu đồng).

Theo yêu cầu bài toán, ta cần có $P_n > 1000 \Leftrightarrow n > 4,95$ nên bắt đầu từ $n = 5$ hay từ năm 2023 thì ông A có tổng số tiền lớn hơn 1 tỷ đồng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1348. Cho hàm số $f(x) = x^2 \ln x$. Đạo hàm cấp hai $f''(e)$ bằng

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 5.

Lời giải.

Với $f(x) = x^2 \ln x$ ta có $f'(x) = 2x \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x} = 2x \ln x + x$.

$$f''(x) = 2 \ln x + 2x \cdot \frac{1}{x} + 1 = 2 \ln x + 3.$$

$$f''(e) = 2 \ln e + 3 = 5.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1349. Cho hàm số $y = \ln \frac{1}{1+x}$. Hệ thức giữa y và y' không phụ thuộc vào biến số x là

A. $y' - 2y = 1$.B. $yy' - 2 = 0$.C. $y' - 4e^y = 0$.D. $y' + e^y = 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = \left(\ln \frac{1}{1+x} \right)' = (-\ln(1+x))' = -\frac{1}{1+x} = -e^y \Rightarrow y' + e^y = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1350. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_2(x^2 - 3x + 2)$.

A. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.C. $\mathcal{D} = (1; 2)$.D. $\mathcal{D} = [1; 2]$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2. \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1351. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln^2 \sqrt{x}$.

A. $y' = \frac{\ln \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$.B. $y' = \frac{\ln x}{2x}$.C. $y' = \frac{\ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.D. $y' = \frac{2 \ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.

Lời giải.

Có $y' = 2 \cdot \ln \sqrt{x} \cdot (\ln \sqrt{x})' = 2 \cdot \ln \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{\ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\ln x}{2x}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1352. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

A. Đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2018^x}$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.B. Đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2018^x}$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng.C. Đồ thị của hàm số $y = \log_{2018} x$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng.D. Đồ thị của hàm số $y = \log_{2018} x$ nằm bên phải trục tung.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = a^x$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và luôn cắt trục tung tại điểm $(0, 1)$ nên mệnh đề “Đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2018^x}$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng” là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1353. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.B. $y = \frac{x+2017}{x-2018}$.C. $y = -2$.D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Lời giải.

— Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có tập xác định là $(0; +\infty)$ nên bị loại.

- Hàm số $y = \frac{x+2017}{x-2018}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{2018\}$ nên bị loại.
- $y = -2$ là hàm số hằng nên bị loại.
- Hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ vì $0 < \frac{1}{3} < 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1354. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định?

- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$. B. $y = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x$. C. $y = \ln x$. D. $y = \pi^x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} = 2^x$, $y = \ln x$, $y = \pi^x$ là các hàm số mũ, logarit có cơ số lớn hơn 1 nên đồng biến trên tập xác định. Hàm số $y = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x$ là hàm số logarit có cơ số bé hơn 1 nên nghịch biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1355. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\log_{0,3}(x+3)}$.

- A. $\mathcal{D} = (-3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (-3; -2)$. C. $\mathcal{D} = [-3; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-3; -2]$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x+3 > 0 \\ \log_{0,3}(x+3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 > 0 \\ (x+3) \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x \leq -2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1356. Tìm tất cả các giá trị thực của a để biểu thức $B = \log_3(2-a)$ có nghĩa.

- A. $a > 2$. B. $a = 3$. C. $a \leq 2$. D. $a < 2$.

Lời giải.

Biểu thức có nghĩa khi và chỉ khi $2-a > 0$, hay $a < 2$.

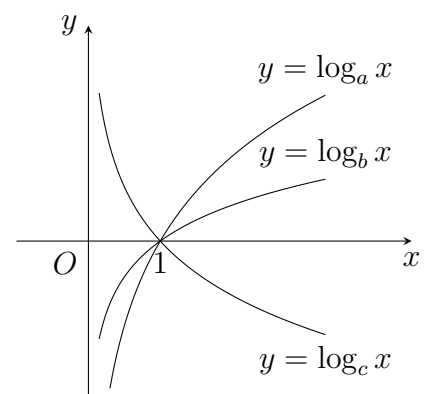
Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1357.

Cho a, b, c là ba số thực dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên.

Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $a < b < c$.
B. $c < a < b$.
C. $c < b < a$.
D. $b < c < a$.



Lời giải.

Hàm số $y = \log_c x$ nghịch biến nên $0 < c < 1$. Hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ đồng biến nên $a, b > 1$. Ta thấy khi $\log_a x > \log_b x$ với $x > 1$, suy ra $b > a$. Vậy $c < a < b$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1358. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?

- A. Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.
B. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ ($0 < a \neq 1$) đối xứng với nhau qua trục tung.

C. Hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) là một hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

D. Đồ thị hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) luôn đi qua điểm $(a; 1)$.

Lời giải.

Ta xét $y = f(x) = a^x$.

Ta có $\left(\frac{1}{a}\right)^x = a^{-x} = f(-x)$.

Do đó đồ thị của hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ đối xứng với nhau qua trục tung.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1359. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_9(x^2 + 1)$.

A. $y' = \frac{2x \ln 9}{x^2 + 1}$. B. $y' = \frac{1}{(x^2 + 1) \ln 9}$. C. $y' = \frac{x}{(x^2 + 1) \ln 3}$. D. $y' = \frac{2 \ln 3}{x^2 + 1}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 9} = \frac{x}{(x^2 + 1) \ln 3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

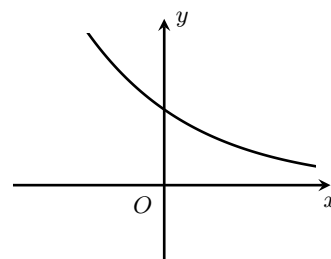
Câu 1360. Đồ thị bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y = \log_2 x$.

B. $y = 2^x$.

C. $y = \sqrt{x}$.

D. $y = 2^{-x}$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số nằm bên trên trục hoành nên $y \geq 0 \Rightarrow y = \log_2 x$ (loại).

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ nên $y = \sqrt{x}$ (loại).

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $y = 2^{-x}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1361. Tìm tập xác định hàm số $y = \log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 4x + 3)$.

A. $\mathcal{D} = (1; 3)$.

B. $\mathcal{D} = [1; 3]$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1362. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x^2+2x}$.

A. $\mathbb{R}$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(-2; 0)$.

Lời giải.

Ta có: $y' = (2x + 2) \left(\frac{1}{4}\right)^{x^2+2x} \ln \frac{1}{4} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	0	4	0

Chọn đáp án **C** □

Câu 1363. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = \left(\frac{e}{2}\right)^x$. B. $y = (\sqrt{5} - 2)^x$. C. $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$. D. $y = (0, 7)^x$.

Lời giải.

Vì $\frac{e}{2} > 1$ nên $y = \left(\frac{e}{2}\right)^x$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1364. Cho hàm số $y = \ln \frac{1}{x+1}$. Xác định mệnh đề đúng.

- A. $xy' - 1 = e^y$. B. $xy' - 1 = -e^y$. C. $xy' + 1 = -e^y$. D. $xy' + 1 = e^y$.

Lời giải.

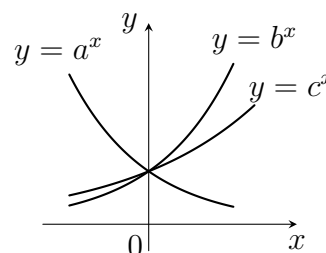
Ta có $y = -\ln(x+1) \Rightarrow y' = -\frac{1}{x+1} \Rightarrow xy' = -\frac{x}{x+1}$. Mà $e^y = \frac{1}{x+1} \Rightarrow xy' + 1 = \frac{1}{x+1} = e^y$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1365.

Cho ba số $a, b, c > 0$ và khác 1. Đồ thị của các hàm $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ được cho trong hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a < b < c$. B. $b < c < a$. C. $c < a < b$. D. $a < c < b$.



Lời giải.

Ta thấy $y = a^x$ nghịch biến nên $a < 1$. Đồ thị $y = b^x$, $y = c^x$ đồng biến nên $b, c > 1$. Do $y = c^x$ nằm dưới $y = b^x$ (phần $x > 0$) nên $c < b$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1366. Cho hàm số $f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x$. Hãy chọn mệnh đề **sai**.

- A. Hàm số có 1 điểm cực trị.
B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.
D. $f(-1) = \frac{5}{e}$.

Lời giải.

$f'(x) = (2x - 2)e^x + e^x(x^2 - 2x + 2) = x^2e^x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số không có cực trị.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1367. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x^2 - x + 1)$.

- A. $y' = \frac{2+x}{(x^2-x+1)\ln 2}$. B. $y' = \frac{2-x}{(x^2-x+1)\ln 2}$.
C. $y' = \frac{2x-1}{(x^2-x+1)\ln 2}$. D. $y' = \frac{1-2x}{(x^2-x+1)\ln 2}$.

Lời giải.

$$y = \log_2(x^2 - x + 1) \Rightarrow y' = \frac{(x^2 - x + 1)'}{(x^2 - x + 1) \ln 2} = \frac{2x - 1}{(x^2 - x + 1) \ln 2}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1368. Cho bốn hàm số $f_1(x) = -x^3 + 3x - 2$, $f_2(x) = \frac{2x-3}{x+1}$, $f_3(x) = \sin x + 3$, $f_4(x) = \ln(x^2 + 1)$. Hỏi có bao nhiêu hàm số đã cho liên tục trên tập hợp $\mathbb{R}$?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Hàm số $f_1(x) = -x^3 + 3x - 2$ là dạng hàm đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $f_3(x) = \sin x + 3$ là dạng hàm lượng giác xác định là $\mathbb{R}$ nên liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $f_4(x) = \ln(x^2 + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Với mỗi $x_0 \in \mathbb{R}$, ta có:

$\lim_{x \rightarrow x_0} f_4(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \ln(x^2 + 1) = \ln(x_0^2 + 1) = f_4(x_0)$. Vậy hàm số $f_4(x) = \ln(x^2 + 1)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $f_2(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ không xác định tại $x = -1$ nên không liên tục tại $x = -1$. Do đó không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1369. Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 - 3x)$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $f'(x) = 0$.

A. $S = \{0; 3\}$.B. $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.C. $S = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.D. $S = \emptyset$.**Lời giải.**

Hàm số $f(x) = \ln(x^2 - 3x)$ xác định trên $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

Ta có: $f'(x) = \frac{2x-3}{x^2-3x}$.

Xét phương trình $f'(x) = 0$ trên $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-3}{x^2-3x} = 0 \Rightarrow 2x-3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \text{ (loại vì không thuộc } D).$$

Vậy phương trình $f'(x) = 0$ vô nghiệm nên chọn phương án D.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1370. Cho hàm số $y = \log_3 x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Đồ thị không có đường tiệm cận đứng khi $x \rightarrow 0^+$.B. Hàm số đồng biến trong khoảng $(0; +\infty)$.C. Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.D. Miền giá trị của hàm số là khoảng $(0; +\infty)$.**Lời giải.**

Hàm số $y = \log_3 x$ xác định trên khoảng $(0; +\infty)$ và có cơ số $a = 3 > 1$ nên đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1371. Cho hai hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$. Xét các mệnh đề sau:

(I) Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

(II) Tập xác định của hai hàm số trên là $\mathbb{R}$.

(III) Đồ thị hai hàm số cắt nhau tại đúng một điểm.

(IV) Hai hàm số đều đồng biến trên tập xác định của nó.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Mệnh đề (I) đúng.

Mệnh đề(IV) đúng. Vì hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ có cơ số $a = 2 > 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1372. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2 (2^{3-6x} - 1)$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. C. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $\mathcal{D} = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_2 (2^{3-6x} - 1)$ xác định khi và chỉ khi $2^{3-6x} - 1 > 0 \Leftrightarrow 3 - 6x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1373. Tìm đạo hàm y' của hàm số $y = e^{1-2x}$.

- A. $y' = 2e^{1-2x}$. B. $y' = e^{1-2x}$. C. $y' = -2e^{1-2x}$. D. $y' = e^x$.

Lời giải.

Ta có $y = e^u \Rightarrow y' = u'e^u$. Vậy $y' = -2e^{1-2x}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1374. Cho hàm số $y = \ln \frac{1}{1+x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. $y' = \frac{-1}{x+1}$. B. $x \cdot y' + 1 = e^y$. C. $x \cdot y' + 1 = 0$. D. $x \cdot y' + 1 = \frac{1}{x+1}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } y' = \left(\ln \frac{1}{1+x} \right)' = \frac{\left(\frac{1}{1+x} \right)'}{\frac{1}{1+x}} = \frac{-\frac{1}{(1+x)^2}}{\frac{1}{1+x}} = \frac{-1}{1+x}$$

$$\Rightarrow x \cdot y' + 1 = x \left(\frac{-1}{1+x} \right) + 1 = \frac{1}{1+x} = e^y.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1375. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. C. $y = \log_{\frac{\pi}{3}} (2x^2 + 1)$. D. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

Lời giải.

— Hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$ vì $0 < \frac{2}{e} < 1$.

— Hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$ vì $\frac{\pi}{3} > 1$.

— Hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{3}} (2x^2 + 1)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ vì $\frac{\pi}{3} > 1$.

— Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ vì $0 < \frac{1}{2} < 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1376. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $\log(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

- A. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. B. $m = 2$. C. $m < 2$. D. $-2 < m < 2$.

Lời giải.

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1377. Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của chúng?

A. $y = \ln x$.

B. $y = e^{-x}$.

C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

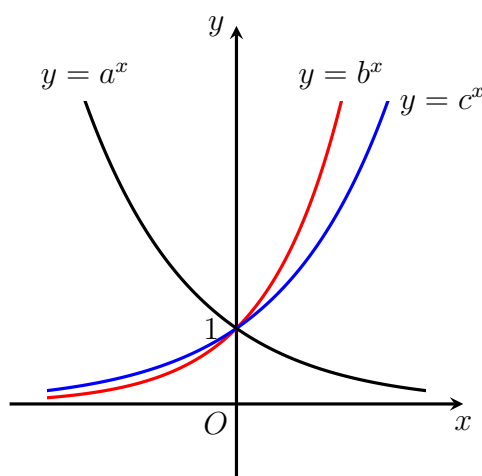
D. $y = \log_{\frac{1}{5}} x$.

Lời giải.

Dễ thấy $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ cho nên hàm số đồng biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1378. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < c < b$.

B. $c < a < b$.

C. $b < c < a$.

D. $a < b < c$.

Lời giải.

Từ đồ thị hàm số suy ra $a < 1, b > c > 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1379. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 3x + 2)$.

A. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.

C. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (1; 2)$.

Lời giải.

Điều kiện $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1380. Hàm số nào trong bốn hàm số liệt kê ở dưới nghịch biến trên các khoảng xác định của nó?

A. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$.

B. $y = \left(\frac{e}{2}\right)^{-2x+1}$.

C. $y = \left(\frac{3}{e}\right)^x$.

D. $y = 2017^x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \left(\frac{e}{2}\right)^{-2x+1}$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có $y' = -2 \left(\frac{e}{2}\right)^{-2x+1} \cdot \ln \left(\frac{e}{2}\right) < 0 \forall x \in \mathbb{R}$ do đó hàm số $y = \left(\frac{e}{2}\right)^{-2x+1}$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

Các hàm số $y = \left(\frac{3}{e}\right)^x$; $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} = 3^x$ và $y = 2017^x$ đều là các hàm số mũ có cơ số lớn hơn 1 nên chúng đều đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1381. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = (x - 2)^2 e^x$ trên $[1; 3]$ là

A. e^3 .

B. e .

C. 0 .

D. e^4 .

Lời giải.

Ta có $y' = 2(x - 2)e^x + (x - 2)^2 e^x = x(x - 2)e^x$. Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$

Mà $y(1) = e, y(3) = e^3, y(2) = 0$, suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $y = (x - 2)^2 e^x$ trên $[1; 3]$ là e^3 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1382. Hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định trên $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x) \cdot \ln 2}$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến khi $\begin{cases} x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty) \\ \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x) \cdot \ln 2} > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 2$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1383. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^x(\sin x - \cos x)$.

A. $y' = -2e^x \cdot \sin x$.

B. $y' = 2e^x \cdot \sin x$.

C. $y' = -2e^x \cdot \cos x$.

D. $y' = 2e^x \cdot \cos x$.

Lời giải.

Ta có $y' = e^x(\sin x - \cos x) + (\cos x + \sin x)e^x = (\sin x - \cos x + \cos x + \sin x)e^x = 2e^x \cdot \sin x$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1384. Cho các hàm số $y = \log_2 x$, $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ và $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. Trong các hàm số trên, có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của nó?

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Các hàm số mũ và logarit đồng biến trên tập xác định của nó khi hàm số đó có cơ số lớn hơn 1.

Hàm số đồng biến trong đề bài là $y = \log_2 x$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1385. Cho hàm số $y = (\sqrt{2} - 1)^x$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là trục tung.

D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là trục hoành.

Lời giải.

Ta thấy $0 < \sqrt{2} - 1 < 1$ nên hàm số $y = (\sqrt{2} - 1)^x$ luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1386. Anh Việt muốn mua một ngôi nhà trị giá 500 triệu đồng sau 3 năm nữa. Vậy ngay từ bây giờ Việt phải gửi tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép là bao nhiêu tiền để có đủ tiền

mua nhà, biết rằng lãi suất hàng năm vẫn không đổi là 8% một năm và lãi suất được tính theo kỳ hạn một năm? (kết quả làm tròn đến hàng triệu)

- A. 397 triệu đồng. B. 396 triệu đồng. C. 395 triệu đồng. D. 394 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi A (triệu đồng) là số tiền mà anh Việt cần gửi theo yêu cầu bài toán.

Áp dụng công thức tính lãi kép ta có : $500 = A \cdot (1 + 8\%)^3 \Rightarrow A = 396,916 \approx 397$ (triệu đồng).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1387. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x.e^x$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

- A. e . B. $2e$. C. $\frac{1}{e}$. D. $-\frac{1}{e}$.

Lời giải.

Ta có $y' = e^x(x + 1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$; $y' > 0, \forall x \in [-1; 1]$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = x \cdot e^x$ trên đoạn $[-1; 1]$ là $y = y(1) = e$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1388. Hãy tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số

$$y = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{2x - 1} - 6 \log_{\frac{1}{5}}(3 - x) - 12 \log_8(x - 1)^3.$$

- A. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; 3)$. C. $\mathcal{D} = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$. D. $\mathcal{D} = (1; 3)$.

Lời giải.

$$\text{Hàm số xác định khi: } \begin{cases} \sqrt{2x - 1} > 0 \\ 3 - x > 0 \\ (x - 1)^3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ 3 - x > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < 3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 3.$$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = (1; 3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1389. Một người gửi tiền tiết kiệm với lãi suất 7,5% một năm và lãi suất hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được cả vốn lẫn lãi gấp đôi số tiền ban đầu?

- A. 7 năm. B. 9 năm. C. 10 năm. D. 8 năm.

Lời giải.

Gọi số tiền ban đầu là A .

Ta có sau n năm thì cả vốn lẫn lãi là $A \cdot (1 + 0,075)^n$.

Theo đề: $A \cdot (1 + 0,075)^n = 2A \Leftrightarrow n = \log_{1,075} 2 = 9,58$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1390. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^x - 1}$ là đường nào sau đây?

- A. Đường thẳng $x = 1$. B. Đường thẳng $x = -1$.
C. Trục tung. D. Đường thẳng $x = e$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

- Với $x > 0$ ta có $e^x > 1$ hay $e^x - 1 > 0$. Cho nên $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{e^x - 1} = +\infty$.
— Với $x < 0$ ta có $e^x < 1$ hay $e^x - 1 < 0$. Cho nên $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{e^x - 1} = -\infty$.

Vậy đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số hay đồ thị hàm số đã cho nhận trục tung làm đường tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1391. Cho hàm số $y = x^2 e^{x-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số chỉ có một cực đại.

B. Hàm số không có cực trị.

C. Hàm số có một cực đại và một cực tiểu.

D. Hàm số chỉ có một cực tiểu.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = (x^2 + 2x)e^{x-1}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 2x)e^{x-1} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\swarrow$ CD $\searrow$ CT		$+\infty$	

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1392. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} \frac{1}{6-x}$.

A. $\mathcal{D} = (6; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; 6)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số là $6 - x > 0 \Leftrightarrow x < 6$. Vậy ta có $\mathcal{D} = (-\infty; 6)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1393. Cho hàm số $y = \ln |\sin 2x|$. Tính $Q = y' \left(\frac{\pi}{8} \right)$.

A. $Q = 1$.

B. $Q = 4$.

C. $Q = 3$.

D. $Q = 2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(\sin 2x)'}{\sin 2x} = 2 \cot 2x \Rightarrow Q = y' \left(\frac{\pi}{8} \right) = 2.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1394. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \ln \frac{3x+6}{1-x}$ là

A. $\mathcal{D} = (-2; 1)$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = [-2; 1)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; -2] \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện xác định: } \frac{3x+6}{1-x} > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 1.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-2; 1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1395. Đạo hàm của hàm số $y = 2^x + \log(x^2 - x + 1)$ là

$$\text{A. } y' = 2^x \ln 2 + \frac{2x-1}{(x^2-x+1) \ln 10}.$$

$$\text{B. } y' = 2^x + \frac{2x-1}{x^2-x+1}.$$

$$\text{C. } y' = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{2x-1}{(x^2-x+1)\ln 10}.$$

$$\text{D. } y' = 2^x \ln 2 + \frac{2x-1}{x^2-x+1}.$$

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 2^x \ln 2 + \frac{2x-1}{(x^2-x+1)\ln 10}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1396. Cho hàm số $y = \ln(3x^2 - 2x - 1)$. Số nghiệm của phương trình $y' = 0$ là

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $3x^2 - 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3}$ hoặc $x > 1$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{6x-2}{3x^2-2x-1}; y' = 0 \Leftrightarrow 6x-2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \text{ (không thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy phương trình $y' = 0$ vô nghiệm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1397. Cho hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - 3)$. Tập nghiệm S của bất phương trình $y' \geq 0$ là

A. $S = (-1; 1] \cup (3; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; -1) \cup [1; 3)$.

C. $S = (3; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 3$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{2x-2}{x^2-2x-3}.$$

$$\text{Khi đó, } y' \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x-2}{x^2-2x-3} \geq 0 \Rightarrow x \geq 1.$$

So sánh với điều kiện, ta được $x > 3$.

Vậy $S = (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1398. Bà A gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ tiếp theo) với lãi suất 7%/năm. Hỏi sau 2 năm bà A thu được lãi là bao nhiêu? (Giả sử lãi suất không thay đổi).

A. 20 triệu đồng.

B. 14,50 triệu đồng.

C. 14,49 triệu đồng.

D. 15 triệu đồng.

Lời giải.

Tiền lãi của kỳ thứ nhất (hết năm đầu tiên) là: $100 \cdot 7\% = 7$ triệu đồng.

Vốn của kỳ thứ hai là: $100 + 7 = 107$ triệu.

Tiền lãi của kỳ thứ hai (hết hai năm) là: $107 \cdot 7\% = 7,49$ triệu đồng.

Vậy sau hai năm bà A thu được tiền lãi là: $7 + 7,49 = 14,49$ triệu đồng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1399. Hàm số $y = x^2 e^{-2x}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 2xe^{-2x} - 2e^{-2x}x^2 = 2e^{-2x}(x - x^2).$$

$$\text{Suy ra } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}, y' > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1, y' < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 1 \end{cases}.$$

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1400. Tọa độ của điểm trên đồ thị hàm số $y = \ln(4x - 1)$, mà tiếp tuyến tại đó song song với đường thẳng $y = x$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$. B. $(1; \ln 3)$. C. $\left(\frac{5}{4}; \ln 4\right)$. D. $(2; \ln 5)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

$y' = \frac{4}{4x-1}$. Gọi $(x_0; y_0)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số đã cho mà tiếp tuyến tại đó song song với đường thẳng $y = x$. Khi đó ta có $y'(x_0) = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{4x_0-1} = 1 \Leftrightarrow 4x_0 - 1 = 4 \Leftrightarrow x_0 = \frac{5}{4}$.

$$x_0 = \frac{5}{4} \Rightarrow y_0 = \ln 4.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1401. Giả sử các logarit đều có nghĩa. Xét các mệnh đề sau:

- (I). $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$;
 (II). $\log_3 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$;
 (III). $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0$;
 (IV). $\log_{x^2+2} 2017 > \log_{x^2+2} 2018$.

Số mệnh đề đúng là:

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Áp dụng tính đồng biến, nghịch biến của hàm số logarit:

+ Nếu $a > 1$ thì hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$;

+ Nếu $0 < a < 1$ thì hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Suy ra (I) và (II) đúng, (III) và (IV) sai.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1402. Tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{10}}(12 - x - x^2)$ là

- A. $(-4; 3)$. B. $(-3; 4)$.
 C. $[-4; 3]$. D. $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $12 - x - x^2 > 0 \Leftrightarrow -4 < x < 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $(-4; 3)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1403. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = e^x$ trên đoạn $[-1; 1]$ là

- A. 0. B. $\frac{1}{e}$. C. 1. D. e.

Lời giải.

Hàm số $y = e^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ đó là $y(-1) = \frac{1}{e}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1404. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(2 - x)$ là

- A. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; -2]$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; 2]$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.

Lời giải.

Điều kiện: $2 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2$. Vậy tập xác định của hàm số là $(-\infty; 2)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1405. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x + 2018$ là

A. $y' = \frac{3^x}{3 \ln 3}$.

B. $y' = 3^x \ln 3$.

C. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$.

D. $y' = 3^x$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3^x \ln 3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1406. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log(5x + 1)$.

A. $y' = \frac{5}{(5x + 1) \ln 10}$.

B. $y' = \frac{5}{5x + 1}$.

C. $y' = \frac{1}{(5x + 1) \ln 10}$.

D. $y' = \frac{1}{5x + 1}$.

Lời giải.

Ta có $y = \frac{\ln(5x + 1)}{\ln 10} \Rightarrow y' = \frac{5}{(5x + 1) \ln 10}$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1407. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$.

A. $y' = \frac{2x}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$.

B. $y' = 1 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}}$.

C. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

D. $y' = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}} \cdot (x + \sqrt{x^2 + 1})' = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}} \cdot \left(1 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}}\right) \\ &= \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}} \cdot \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1408. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^x + \ln x$.

A. $y' = e^x - \frac{1}{x}$.

B. $y' = \frac{e^x}{x}$.

C. $y' = e^x + \frac{x}{e}$.

D. $y' = e^x + \frac{1}{x}$.

Lời giải.

$y' = (e^x + \ln x)' = (e^x)' + (\ln x)' = e^x + \frac{1}{x}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1409. Đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2}$ tại điểm $x = 2$ có giá trị là

A. 16.

B. 32.

C. $64 \ln 2$.

D. $32 \ln 2$.

Lời giải.

Có $y' = (x^2)' \cdot 2^{x^2} \cdot \ln 2 = 2x \cdot 2^{x^2} \ln 2 \Rightarrow y'(2) = 64 \ln 2$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1410. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(2x + 1) - 2 \ln x + 2x$ tại điểm $x = 1$ có giá trị bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{2}{3 \ln 3}$.

C. $\frac{2}{3 \ln 3} - 1$.

D. $\frac{2}{3 \ln 3} + 4$.

Lời giải.

Có $y' = \frac{2}{(2x + 1) \ln 3} - 2 \cdot \frac{1}{x} + 2 \Rightarrow y'(1) = \frac{2}{3 \ln 3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1411. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(2 - x)$ là

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(-\infty; 2]$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. $[2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $2 - x > 0 \Rightarrow x < 2$

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.

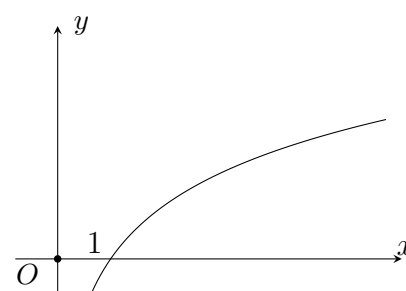
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1412.

Biết đồ thị hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây, hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = 2^x$. B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. C. $y = \log_2 x$. D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

**Lời giải.**

Từ hình vẽ ta có hàm số đồng biến và có đồ thị đi qua điểm (1; 0) nên chỉ có hàm số $y = \log_2 x$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 1413. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^x \cdot 3^x$.

- A. $y' = 2^x + 3^x$. B. $y' = 6^x$. C. $y' = 6^x \ln 6$. D. $y' = x \cdot 6^{x-1}$.

Lời giải.

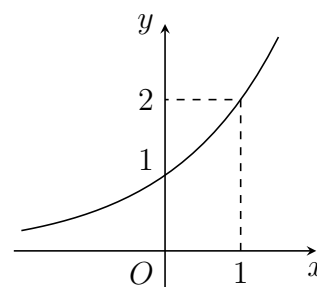
$$y = 2^x 3^x = 6^x \Rightarrow y' = 6^x \ln 6.$$

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 1414.

Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có đồ thị là đường cong được cho trong hình vẽ?

- A. $y = \log_2(x + 3)$. B. $y = \log_3 x$.
C. $y = 2^x$. D. $y = 2^{-x}$.

**Lời giải.**

Dựa trên hình vẽ ta nhận định được ngay tập xác định của hàm số phải là $\mathbb{R}$ do đó hàm số không phải là các hàm số lôgarit có trong 4 phương án.

Ngoài ra đồ thị hàm số đi qua điểm (1; 2) nên hàm số cần tìm phải là $y = 2^x$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 1415. Cho hàm số $y = 2^x$ có đồ thị (C) và đường thẳng d là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 2. Hệ số góc của đường thẳng d là

- A. $\ln 2$. B. $2 \ln 2$. C. $4 \ln 2$. D. $3 \ln 2$.

Lời giải.

Với $y = 2^x$ ta có $y' = 2^x \ln 2$

$\Rightarrow$ Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 có hệ số góc là $k = y'(2) = 4 \ln 2$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 1416. Biết khoảng nghịch biến của hàm số $y = \log_{\frac{2}{e}}(-x^2 + 6x - 5)$ là khoảng (a; b) với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $T = 4a - b$ bằng

- A. 1. B. -1. C. 0. D. 2.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = (1; 5)$. Ta có $y' = \frac{-2x + 6}{(-x^2 + 6x - 5) \cdot \ln \frac{2}{e}}$.

Vì $\ln \frac{2}{e} < 0$ nên ta cho $-2x + 6 > 0 \Leftrightarrow x < 3$.

Vậy $(1; 3)$ là khoảng nghịch biến của hàm số. Tóm lại $4a - b = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1417. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^x \ln x$ với $x > 0$.

A. $y' = 2^x \left(\ln 2 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \right)$.

B. $y' = 2^x \cdot \frac{1}{x} \cdot \ln 2$.

C. $y' = 2^x \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$.

D. $y' = 2^x \left(\ln 2 + \frac{1}{x} \right)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2^x \ln 2 \cdot \ln x + 2^x \cdot \frac{1}{x} = 2^x \left(\ln 2 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1418. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\log_2(x+1) - 1}$.

A. $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

C. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; 1]$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x+1 > 0 \\ \log_2(x+1) - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ \log_2(x+1) \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x+1 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Tập xác định là $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1419. Một người gửi số tiền 2 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,65%/tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Số tiền người đó lãnh được sau hai năm, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không đổi là bao nhiêu?

A. $(2,0065)^{24}$ triệu đồng.

B. $2 \cdot (2,0065)^{24}$ triệu đồng.

C. $(1,0065)^{24}$ triệu đồng.

D. $2 \cdot (1,0065)^{24}$ triệu đồng.

Lời giải.

Số tiền lĩnh sau 2 năm (24 tháng) là $2 \cdot 10^6 \cdot \left(1 + \frac{0,65}{100}\right)^{24} = 2 \cdot (2,0065)^{24}$ triệu đồng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1420. Một người gửi 150 triệu đồng vào một ngân hàng với lại suất 0.4%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 8 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 154.423.000 đồng.

B. 153.636.000 đồng.

C. 154.868.000 đồng.

D. 154.251.000 đồng.

Lời giải.

Số tiền mà người đó nhận được sau 8 tháng là

$$S = 150 \cdot (1 + 0.4\%)^8 = 154,868 \text{ (triệu đồng)} = 154.868.000 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1421. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{2018x}{2017^x}$ là

A. $y' = \frac{2018}{2017^x \ln 2017}$.

B. $y' = \frac{2018}{2017^x}$.

C. $y' = \frac{2018(1-x)}{2017^x}$.

D. $y' = \frac{2018(1-x \ln 2017)}{2017^x}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(2018x)' \cdot 2017^x - (2018x) \cdot (2017^x)'}{(2017^x)^2} \\ &= \frac{2018 \cdot 2017^x - 2018x \cdot 2017^x \cdot \ln 2017}{(2017^x)^2} \\ &= \frac{2018(1 - x \ln 2017)}{2017^x}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1422. Cho hàm số $y = a^x$ ($a > 1$), khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Đồ thị của hàm số luôn đi qua điểm $A(0; 1)$.
- B. Tập xác định của hàm số là $(0; +\infty)$.
- C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là trục hoành.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1423. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$.

- A. $y' = \frac{1 + 2(x+1) \cdot \ln 2}{2^{2x}}$.
- B. $y' = \frac{1 + 2(x+1) \cdot \ln 2}{2^{x^2}}$.
- C. $y' = \frac{1 - 2(x+1) \cdot \ln 2}{2^{2x}}$.
- D. $y' = \frac{1 - 2(x+1) \cdot \ln 2}{2^{x^2}}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \left(\frac{x+1}{4^x} \right)' = \frac{4^x - 4^x \cdot \ln 4 \cdot (x+1)}{(4^x)^2} = \frac{1 - 2(x+1) \cdot \ln 2}{2^{2x}}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1424. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào **không** đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{2}{x^2 + 1}$.
- B. $y = \left(\frac{6}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} \right)^x$.
- C. $y = 2x^3 + 3x^2 + 7x$.
- D. $y = 10x - 7 \cos x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$, có đạo hàm $y' = \frac{-4x}{(x^2 + 1)^2}$ đổi dấu qua điểm $x = 0$, nên không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1425. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{\sin x}$.

- A. $y' = \cos x \cdot e^{\sin x}$.
- B. $y' = e^{\cos x}$.
- C. $y' = \sin x \cdot e^{\sin x - 1}$.
- D. $y' = e^{\sin x}$.

Lời giải.

$y = e^{\sin x} \Rightarrow y' = (\sin x)' \cdot e^{\sin x} = \cos x \cdot e^{\sin x}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1426. Điểm cực đại của hàm số $y = (2x+1)e^{1-x}$ là

- A. $x = -1$.
- B. $x = \frac{1}{2}$.
- C. $x = 1$.
- D. $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (2x+1)'e^{1-x} + (2x+1)(e^{1-x})' = (-2x+1)e^{1-x}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	y_{CD}	$-\infty$

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1427. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$ xác định trên $(2; 3)$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

Lời giải.

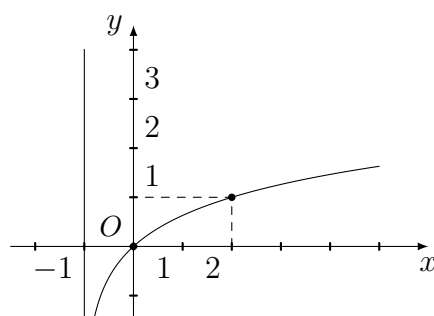
Điều kiện để hàm số xác định là: $\begin{cases} 2m+1-x > 0 \\ x-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < x < 2m+1$.

Hàm số xác định trên $(2; 3)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m \leq 2 \\ 2m+1 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2$. Vậy có 2 số tự nhiên m thỏa mãn bài ra.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1428. Đồ thị cho bởi hình bên là của hàm số nào?



A. $y = \log_2 x + 1$.

B. $y = \log_3(x+1)$.

C. $y = \log_3 x$.

D. $y = \log_2(x+1)$.

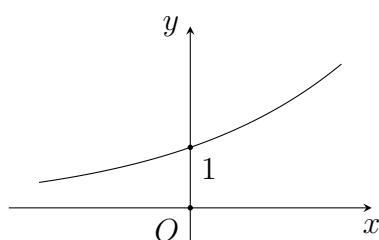
Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta có tập xác định: $x > -1$ suy ra loại $y = \log_2 x + 1$, $y = \log_3 x$. Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(2; 1)$ suy ra chọn $y = \log_3(x+1)$.

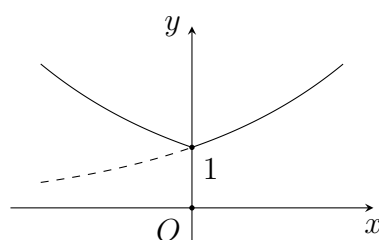
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1429. Cho hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ có đồ thị là hình 1. Đồ thị hình 2 là đồ thị hàm số nào sau đây.



Hình 1



Hình 2

A. $y = (\sqrt{2})^{|x|}$. B. $y = -\left|(\sqrt{2})^x\right|$. C. $y = \left|(\sqrt{2})^x\right|$. D. $y = -(\sqrt{2})^x$.

Lời giải.

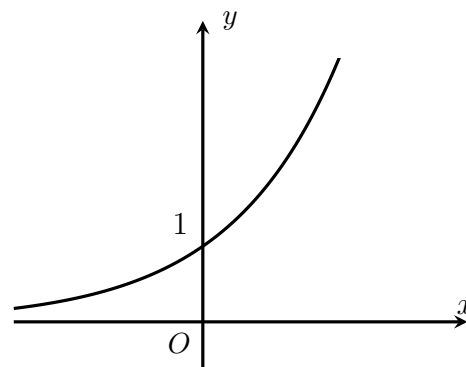
Hàm số $f(x)$ có đồ thị trong hình 2, thỏa mãn $f(x) \geq 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mặt khác với mọi $x < 1$, ta có $f(x) > (\sqrt{2})^2 = \left|(\sqrt{2})^2\right|$ nên hình 2 là đồ thị hàm số $y = (\sqrt{2})^{|x|}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1430.

Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

A. $y = 2^x$. B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.
C. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. D. $y = \log_2 x$.



Lời giải.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên loại các phương án $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ và $y = \log_2 x$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1431. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2 \sqrt{6-x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{6\}$. B. $D = (-\infty; 6)$. C. $D = (6; +\infty)$. D. $D = (-\infty; 6]$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi: $6-x > 0 \Leftrightarrow x < 6$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; 6)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1432. Đạo hàm của hàm số $y = (x+2)e^{2x}$ là

A. $y' = (2x-4)e^x$. B. $y' = (2x+5)e^{2x}$. C. $y' = (2x+5)e^x$. D. $y' = (2x+4)e^{2x}$.

Lời giải.

$$y' = (x+2)'e^{2x} + (x+2)(e^{2x})' = e^{2x} + 2(x+2)e^{2x} = (2x+5)e^{2x}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1433. Một người gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất không thay đổi là 8%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Người đó định gửi tiền trong vòng 3 năm, sau đó rút tiền ra để mua ô tô trị giá 500 triệu đồng. Hỏi số tiền ít nhất người đó phải gửi vào ngân hàng để có đủ tiền mua ô tô (kết quả làm tròn đến hàng triệu) là bao nhiêu?

A. 395 triệu đồng. B. 394 triệu đồng. C. 397 triệu đồng. D. 396 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi A, T lần lượt là tiền vốn ban đầu và số tiền sau 3 năm người đó nhận được. Ta có

$$T = A(1+0,08)^3 \Leftrightarrow 500 = A(1+0,08)^3 \Rightarrow A = 397 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1434. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^x - \ln 3x$.

A. $y' = e^x - \frac{1}{3x}$.

B. $y' = e^x - \frac{1}{x}$.

C. $y' = e^x - \frac{3}{x}$.

D. $y' = e^x + \frac{1}{x}$.

Lời giải.

Ta có $y' = e^x - \frac{(3x)'}{3x} = e^x - \frac{3}{3x} = e^x - \frac{1}{x}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1435.

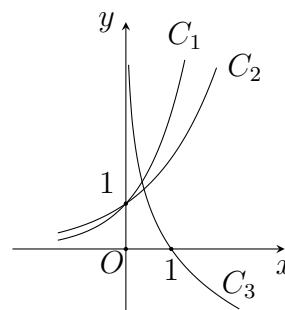
Cho ba hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$ lần lượt có đồ thị $(C_1), (C_2), (C_3)$ như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a > b > c$.

B. $b > a > c$.

C. $c > b > a$.

D. $c > a > b$.

**Lời giải.**

Quan sát trên đồ thị ta thấy đồ thị hàm số $y = a^x, y = b^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $a > 1, b > 1$.

Với $x = 1 \Rightarrow a^1 > b^1$ hay $a > b$.

Quan sát đồ thị (C_3) nghịch biến $\Rightarrow c < 1$.

Vậy $a > b > c$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 1436. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sauA. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.B. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.C. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.D. Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.**Lời giải.**

Do hàm số lô-ga-rít có tập xác định $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ nên khẳng định sai là: Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 1437. Tập xác định của hàm số $y = (x - 2)^{-4} + \log_4(x - 1)$ là

A. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = (1; 2)$.

C. $\mathcal{D} = (1; 2) \cup (2; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} x - 2 \neq 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > 1 \end{cases}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (1; 2) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 1438. Xét các khẳng định sau:I. Hàm số $y = \log_3 x$ đồng biến trên tập xác định.II. Đồ thị hàm số $y = 2^x$ nhận trục tung Oy làm tiệm cận đứng.III. Đồ thị các hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ và $y = \log_{\sqrt{2}} x$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt.IV. Hàm số $y = a^x, (a > 0, a \neq 1)$ là hàm số chẵn.V. Đồ thị các hàm số $y = 3^x$ và $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục tung Oy .

Có bao nhiêu khẳng định **sai** trong các khẳng định trên?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Dễ thấy khẳng định I, V đúng.

Dễ thấy đồ thị hai hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ và $y = \log_{\sqrt{2}} x$ đi qua điểm (2; 2) và điểm (4; 4) nên khẳng định III đúng

Khẳng định II sai vì đồ thị hàm số $y = 2^x$ cắt trục tung tại điểm (0; 1).

Khẳng định IV sai vì $y(-x) = a^{-x} \neq a^x = y(x)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1439. Hàm số $y = \log_7(3x + 1)$ có tập xác định là

A. $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$.B. $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$.C. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$.D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $3x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}$

$\Rightarrow$ Tập xác định của hàm số là $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1440. Cho $y = \ln(4x + 3)$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $4y' + (4x + 3)y'' = 0$.B. $4y' + 3y'' = 0$.C. $y + 4y' - (4x + 3)y'' = 0$.D. $y' + 4y'' = 0$.

Lời giải.

$y = \ln(4x + 3) \Rightarrow y' = \frac{4}{4x + 3} \Rightarrow y'' = \frac{-16}{(4x + 3)^2}$.

Ta có $4y' + (4x + 3)y'' = \frac{16}{4x + 3} - \frac{16}{4x + 3} = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1441. Tập xác định của hàm số $y = \log(x - 1)$ là

A. $[1; +\infty)$.B. $\mathbb{R}$.C. $(1; +\infty)$.D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ hay $x \in (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1442. Cho $0 < a < 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là $\mathbb{R}$.B. Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là $(0; +\infty)$.C. Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ là $\mathbb{R}$.D. Tập giá trị của hàm số $\log_a x$ là $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_a x$ có tập xác định là $(0; +\infty)$ và tập giá trị là $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = a^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và tập giá trị là $(0; \infty)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1443. Cho hàm số $y = x - \ln(1 + x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

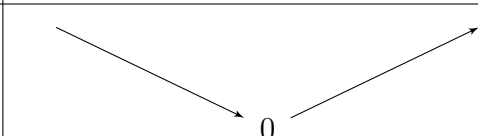
A. Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$.B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.C. Hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$.D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Lời giải.

Ta có $y = x - \ln(1+x)$ có tập xác định $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$ và $y' = 1 - \frac{1}{1+x}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{1+x} = 0 \Leftrightarrow 1+x = 1 \Leftrightarrow x = 0.$$

Bảng biến thiên

x	-1	0	$+\infty$
y'	-	0	+
y			

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1444. Ông A đầu tư 150 triệu đồng vào một công ti với lãi 8% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau 5 năm số tiền lãi ông A rút về gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này ông A không rút tiền ra và lãi không đổi.

A. 54.073.000 đồng. B. 54.074.000 đồng. C. 70.398.000 đồng. D. 70.399.000 đồng.

Lời giải.

Số tiền lãi ông A rút về sau 5 năm

$$S = a(1+r)^5 - a = 150.000.000(1+0,08)^5 - 150.000.000 \approx 70.399.211.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1445.

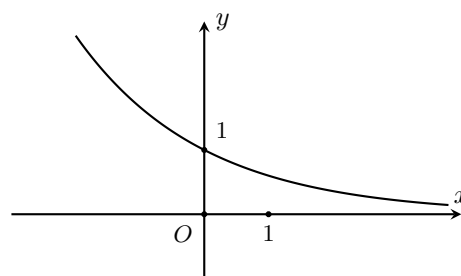
Hình bên là đồ thị của hàm nào trong các hàm số dưới đây?

A. $y = \log_{0,4} x$.

B. $y = (\sqrt{2})^x$.

C. $y = (0,8)^x$.

D. $y = \log_2 x$.

**Lời giải.**

Ta thấy đây đồ thị hàm số mũ với cơ số bé hơn 1.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1446. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1}$.

A. $\mathcal{D} = \left(-\infty; \frac{10}{3}\right]$.

B. $\mathcal{D} = \left(3; \frac{10}{3}\right]$.

C. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = \left[3; \frac{10}{3}\right)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi
$$\begin{cases} x-3 > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x \leq \frac{10}{3} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1447. Bà A gửi tiết kiệm 50 triệu đồng theo kỳ hạn 3 tháng. Sau 2 năm, bà ấy nhận được số tiền cả gốc và lãi là 73 triệu đồng. Hỏi lãi suất ngân hàng là bao nhiêu một tháng (làm tròn đến

hàng phần nghìn)? Biết rằng trong các tháng của kỳ hạn, chỉ cộng thêm lãi chứ không cộng vốn và lãi tháng trước để tính lãi tháng sau, hết một kỳ hạn lãi sẽ được cộng vào vốn để tính lãi trong đủ một kỳ hạn tiếp theo.

A. 0,24.

B. 0,048.

C. 0,008.

D. 0,016.

Lời giải.

Gọi r là lãi suất ngân hàng kỳ hạn 3 tháng Ta có 2 năm là 8 kỳ (kỳ hạn 3 tháng).

Số tiền bà A nhận được sau 8 kỳ là 73 triệu nên $73 = 50(1+r)^8 \Leftrightarrow r = 0,048$. Vậy lãi suất ngân hàng 1 tháng là $\frac{0,048}{3} = 0,016$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1448. Cho biết sự tăng trưởng dân số được tính theo công thức tăng trưởng liên tục $S = A \cdot e^{Nr}$, trong đó A là dân số tại thời điểm mốc, S là số dân sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2013 dân số thế giới vào khoảng 7.095 triệu người. Biết rằng tỉ lệ tăng dân số thế giới hàng năm là 1,32%, nếu tỉ lệ tăng dân số không thay đổi thì đến năm 2020 dân số thế giới gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 7.879 triệu người.

B. 7.680 triệu người.

C. 7.782 triệu người.

D. 7.777 triệu người.

Lời giải.

Áp dụng công thức $S = A \cdot e^{Nr}$ với $A = 7.095$, $N = 7$; $r = 0.0132$.

Ta có $S = 7.095 \cdot e^{7 \cdot 0,0132} \approx 7.782$ triệu người.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1449. Đạo hàm cấp 2 của hàm số $y = \ln x$ là

A. $y'' = \frac{1}{x^2}$.B. $y'' = \frac{-1}{x^2}$.C. $y'' = \frac{1}{x}$.D. $y'' = \frac{-1}{x}$.**Lời giải.**

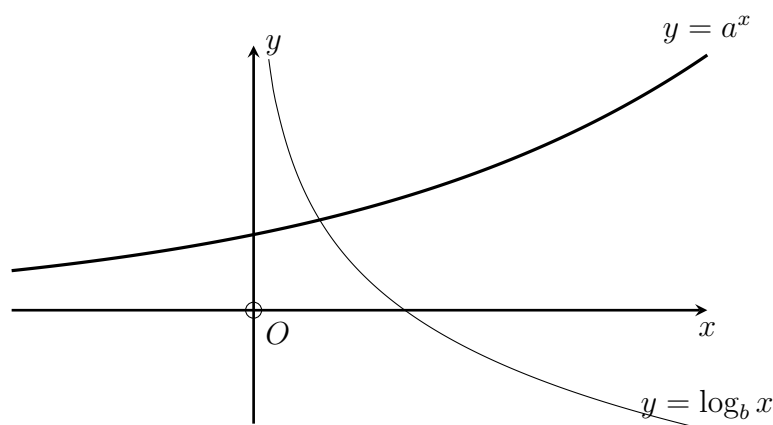
Ta có $y' = \frac{1}{x}$ và $y'' = \frac{-1}{x^2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1450.

Cho $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ được xác định như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a > 1; 0 < b < 1$.B. $0 < a < 1; b > 1$.C. $0 < a < 1; 0 < b < 1$.D. $a > 1; b > 1$.**Lời giải.**

+ Từ đồ thị hàm số $y = a^x$ ta thấy đồ thị đi lên từ trái qua (có giới hạn sau: $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$) nên hàm số đồng biến hay $a > 1$.

+ Từ đồ thị hàm số $y = \log_b x$ ta thấy đồ thị đi xuống từ trái qua (có giới hạn sau: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_b x = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0} \log_b x = +\infty$) nên hàm số nghịch biến hay $0 < b < 1$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1451. Tính đạo hàm của hàm số $y = 7^{2x} - \log_2(5x)$.

A. $y' = \frac{2 \cdot 7^{2x}}{\ln 5} 7 - \frac{\ln 2}{5x}$.

B. $y' = 2 \cdot 7^{2x} \cdot \ln 7 - \frac{1}{x \ln 5}$.

C. $y' = 2 \cdot 7^{2x} \cdot \ln 7 - \frac{1}{x \ln 2}$.

D. $y' = \frac{2 \cdot 7^{2x}}{\ln 5} - \frac{\ln 2}{5x}$.

Lời giải.

Theo công thức tính đạo hàm của hàm số mũ và hàm số lôgarit ta có $y' = 2 \cdot 7^{2x} \cdot \ln 7 - \frac{1}{x \ln 2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1452. Sự tăng dân số ước tính theo công thức $P_n = P_0 e^{nr}$, trong đó P_0 là dân số của năm lấy làm mốc tính, P_n là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Hỏi cứ tăng dân số với tỉ lệ như trên thì đến năm nào dân số nước ta đạt mức 100 triệu người?

A. 2018.

B. 2017.

C. 2016.

D. 2015.

Lời giải.

$$P_n = P_0 e^{nr} \Rightarrow n = \frac{1}{r} \ln \frac{P_n}{P_0} = \frac{1}{0,017} \ln \frac{100000000}{78685800} \approx 14.$$

Vậy đến năm 2015 thì dân số nước ta đạt mức 100 triệu người.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1453.

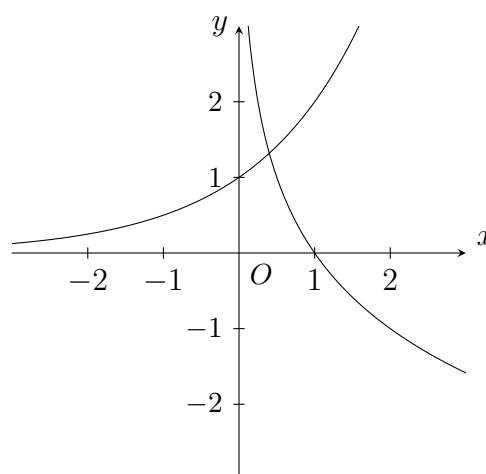
Cho hai đồ thị $y = a^x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm khẳng định đúng.

A. $0 < a < 1; 0 < b < 1$.

B. $a > 1; b > 1$.

C. $a > 1; 0 < b < 1$.

D. $0 < a < 1; b > 1$.



Lời giải.

Từ đồ thị suy ra:

Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên tập xác định $\mathbb{R} \Rightarrow a > 1$;

Hàm số $y = \log_b x$ nghịch biến trên tập xác định $(0; +\infty) \Rightarrow 0 < b < 1$.

Vậy khẳng định đúng là $a > 1; 0 < b < 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1454. Tìm tập xác định của hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2 + x - 2} - x)$.

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; -2] \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện

$$\sqrt{x^2 + x - 2} - x > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x - 2} > x \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^2 + x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x > 2 \end{cases}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $(-\infty; -2] \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1455. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^2 e^x$ trên đoạn $[-1; 1]$.

- A. $\max_{[-1;1]} f(x) = e$. B. $\max_{[-1;1]} f(x) = 0$. C. $\max_{[-1;1]} f(x) = 2e$. D. $\max_{[-1;1]} f(x) = \frac{1}{e}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = e^x(2x + x^2)$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (\text{nhận}) \\ x = -2 & (\text{loại}) \end{cases}$.

Suy ra $f(-1) = \frac{1}{e}$, $f(0) = 0$, $f(1) = e \Rightarrow \max_{[-1;1]} f(x) = f(1) = e$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1456. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 2^x$. B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. C. $y = (\sqrt{\pi})^x$. D. $y = e^x$.

Lời giải.

Tập xác định của các hàm số đã cho đều là $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ có đạo hàm $y' = \left(\frac{1}{3}\right)^x \ln \frac{1}{3} = -\left(\frac{1}{3}\right)^x \ln 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = 2^x$ có đạo hàm $y' = 2^x \ln 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = e^x$ có đạo hàm $y' = e^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = e^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = (\sqrt{\pi})^x$ có đạo hàm $y' = (\sqrt{\pi})^x \ln \sqrt{\pi} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = (\sqrt{\pi})^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1457. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

- A. 2022. B. 2020. C. 2025. D. 2026.

Lời giải.

Ta có $S = A \cdot e^{Nr} \Leftrightarrow e^{Nr} = \frac{S}{A} \Leftrightarrow N = \frac{1}{r} \ln \frac{S}{A} \approx 25$.

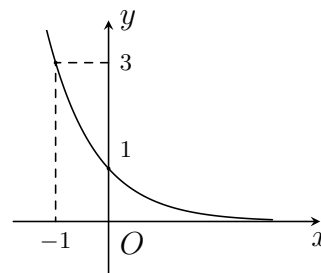
Vậy dân số nước ta ở mức 120 triệu người là năm 2026.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1458.

Đồ thị có trong hình vẽ bên là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = (\sqrt{3})^x$. B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. C. $y = (\sqrt{2})^x$. D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số trong hình chỉ có thể là của hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên A, C bị loại.

Ngoài ra do đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1; 3)$ nên chỉ còn hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1459. Tính $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$.

A. $L = +\infty$.

B. $L = 0$.

C. $L = 1$.

D. $L = -1$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1460. Đồ thị của hàm số nào dưới đây không có tiệm cận đứng?

A. $y = e^{\frac{-1}{\sqrt{x}}}$.

B. $y = \ln x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \ln x$ nhận đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số $y = \tan x$ có các đường tiệm cận đứng là $x = \pm \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$ nhận đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số $y = e^{\frac{-1}{\sqrt{x}}}$ không có tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1461. Cho hàm số $y = x \ln x$. Chọn khẳng định **sai** trong số các khẳng định dưới đây.

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$.

C. Hàm số có đạo hàm $y' = 1 + \ln x$.

D. Hàm số có tập xác định là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số có $y' = 1 + \ln x, y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}$. Lập bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$-\frac{1}{e}$	$+\infty$

Từ đó suy ra được hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1462. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x + e^x)$.

A. $y' = \frac{1+e^x}{\ln 2}$.

B. $y' = \frac{1+e^x}{(x+e^x)\ln 2}$.

C. $y' = \frac{1+e^x}{x+e^x}$.

D. $y' = \frac{1}{(x+e^x)\ln 2}$.

Lời giải.

Lấy đạo hàm $y' = (\log_2(x+e^x))' = \frac{(x+e^x)'}{(x+e^x)\ln 2} = \frac{1+e^x}{(x+e^x)\ln 2}$.

Chọn đáp án (B) □**Câu 1463.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = e^x(x^2 - 3)$ trên đoạn $[-2; 2]$ là

A. $\min_{[-2;2]} y = e^2$.

B. $\min_{[-2;2]} y = e^{-2}$.

C. $\min_{[-2;2]} y = -4e$.

D. $\min_{[-2;2]} y = -2e$.

Lời giải.

Ta có $y' = e^x(x^2 + 2x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$. Xét các giá trị: $f(-2) = e^{-2}$; $f(1) = -2e$; $f(2) = e^2$, từ

đó suy ra $y_{\min} = -2e$.Chọn đáp án (D) □**Câu 1464.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số: $y = \log_2(2x - 1)$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

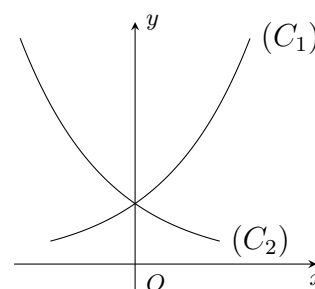
B. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện: $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án (B) □**Câu 1465.**Cho hai hàm số $y = a^x, y = b^x$ với a, b là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là (C_1) và (C_2) như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0 < a < b < 1$.

B. $0 < a < 1 < b$.

C. $0 < b < a < 1$.

D. $0 < b < 1 < a$.

Lời giải.Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y = a^x$ đồng biến, hàm số $y = b^x$ nghịch biến. Từ đó suy ra $a > 1, 0 < b < 1$.Chọn đáp án (D) □**Câu 1466.** Tính đạo hàm của hàm số $y = x(\ln x - 1)$.

A. $\ln x - 1$.

B. $\ln x$.

C. $\frac{1}{x} - 1$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $y' = \ln x - 1 + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x$.

Chọn đáp án (B) □**Câu 1467.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} + \log_3(x - 4)$ là

A. $\mathcal{D} = (-4; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = [-4; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (4; 5) \cup (5; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (4; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 5 > 0 \\ x - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 4.$$

Vậy, tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (4; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1468. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$.

A. $y' = (x^2 + 2)e^x$. B. $y' = x^2e^x$. C. $y' = (2x - 2)e^x$. D. $y' = -2xe^x$.

Lời giải.

Ta có $y' = (x^2 - 2x + 2)'e^x + (x^2 - 2x + 2)(e^x)' = (2x - 2)e^x + (x^2 - 2x + 2)e^x = x^2e^x$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1469. Hàm số $y = \log_2(2x + 1)$ có đạo hàm y' bằng

A. $\frac{2}{(2x + 1)\ln 2}$. B. $\frac{2}{(2x + 1)\log 2}$. C. $\frac{2\ln 2}{2x + 1}$. D. $\frac{1}{(2x + 1)\ln 2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(2x + 1)'}{(2x + 1)\ln 2} = \frac{2}{(2x + 1)\ln 2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1470. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\log_{0,3}(3 - x)}$.

A. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; 3)$. C. $\mathcal{D} = [2; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = [2; 3)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định

$$\log_{0,3}(3 - x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - x > 0 \\ 3 - x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x < 3.$$

Tập xác định là $\mathcal{D} = [2; 3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1471. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_5(x^2 + 2)$.

A. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2)\ln 5}$. B. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2)}$. C. $y' = \frac{2x \ln 5}{(x^2 + 2)}$. D. $y' = \frac{1}{(x^2 + 2)\ln 5}$.

Lời giải.

Đạo hàm $y' = [\log_5(x^2 + 2)]' = \frac{(x^2 + 2)'}{(x^2 + 2) \cdot \ln 5} = \frac{2x}{(x^2 + 2)\ln 5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1472. Tìm điểm cực tiểu của hàm số $f(x) = (x - 3)e^x$.

A. $x = 0$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Lời giải.

— Ta có $f'(x) = e^x(x - 2)$, $f''(x) = e^x(x - 1)$.

— $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 2$ và $f''(2) = e^2 > 0$.

Vậy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1473. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 1.

B. 0.

C. 5.

D. 3.

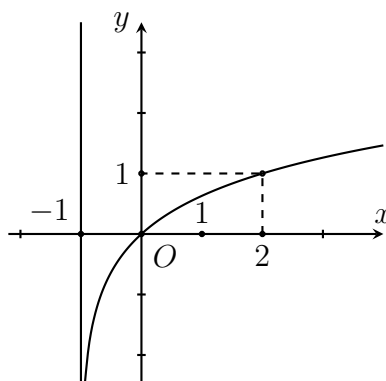
Lời giải.Hàm số đã cho xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$x^2 - 2m + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán là $-1, 0, 1$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1474.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log \frac{2-x}{x+3}$.A. $\mathcal{D} = (-3; 2)$.B. $\mathcal{D} = [-3; 2]$.C. $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup [2; +\infty)$.D. $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.**Lời giải.**Hàm số xác định khi và chỉ khi $\frac{2-x}{x+3} > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$. Vậy $\mathcal{D} = (-3; 2)$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1475.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?A. $y = \left(\frac{e}{2}\right)^x$.B. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{5}}\right)^x$.C. $y = \left(\frac{4}{\sqrt{3} + 2}\right)^x$.D. $y = \left(\frac{\pi + 3}{2\pi}\right)^x$.**Lời giải.**Cả 4 hàm số đã cho đều là hàm số mũ, ta thấy chỉ có hàm số $y = \left(\frac{\pi + 3}{2\pi}\right)^x$ có cơ số $\frac{\pi + 3}{2\pi} \in (0; 1)$ nên chỉ có hàm số $y = \left(\frac{\pi + 3}{2\pi}\right)^x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1476.** Cho $f(x) = 2 \cdot 3^{\log_{81} x} + 3$. Tính $f'(1)$.A. $f'(1) = \frac{1}{2}$.B. $f'(1) = \frac{-1}{2}$.C. $f'(1) = 1$.D. $f'(1) = 1$.**Lời giải.**TXĐ: $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

$$f'(x) = 2 \cdot 3^{\log_{81} x} \cdot \ln 3 \cdot (\log_{81} x)' = 2 \cdot 3^{\log_{81} x} \cdot \ln 3 \cdot \frac{1}{x \ln 81}.$$

$$f'(1) = 2 \cdot 3^0 \cdot \ln 3 \cdot \frac{1}{\ln 81} = 2 \cdot 1 \cdot \ln 3 \cdot \frac{1}{4 \ln 3} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1477.** Đồ thị (hình dưới) là đồ thị của hàm số nào?A. $y = \log_2 x + 1$.B. $y = \log_2(x + 1)$.C. $y = \log_3 x$.D. $y = \log_2(x + 1)$.**Lời giải.**

Nhìn hình ta thấy đồ thị đi qua điểm $M(2; 1)$ và chỉ có hàm số $y = \log_2(x + 1)$ có đồ thị thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1478. Hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ xác định với mọi giá trị của x khi

A. $m < 2$.

B. $-2 < m < 2$.

C. $m < -2$ hoặc $m > 2$.

D. $m > 2$.

Lời giải.

Hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ xác định với mọi giá trị của x khi và chỉ khi $x^2 + mx + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1479. Hàm số nào dưới đây là hàm số đồng biến?

A. $y = \left(\frac{1}{2 + \sqrt{5}}\right)^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$.

C. $y = e^{-x}$.

D. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{5} - 2}\right)^x$.

Lời giải.

— $0 < \frac{1}{2 + \sqrt{5}} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{1}{2 + \sqrt{5}}\right)^x$ nghịch biến.

— $0 < \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$ nghịch biến.

— $y' = -e^{-x} < 0 \forall x$ nên hàm số $y = e^{-x}$ nghịch biến.

— $\frac{1}{\sqrt{5} - 2} > 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{1}{\sqrt{5} - 2}\right)^x$ đồng biến.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1480. Tính đạo hàm của hàm số $y = x(\ln x - 1)$.

A. $y' = \ln x$.

B. $y' = 1$.

C. $y' = 1 - \frac{1}{x}$.

D. $y' = \ln x - 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = (x(\ln x - 1))' = \ln x - 1 + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x - 1 + 1 = \ln x$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1481. Cho hàm số $y = \left|\log_{\frac{1}{2}} x\right|$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y = \left|\log_{\frac{1}{2}} x\right| = \begin{cases} -\log_{\frac{1}{2}} x & \text{nếu } x > 1 \\ \log_{\frac{1}{2}} x & \text{nếu } 0 < x < 1 \end{cases}$.

Với $x > 1$ thì $y' = -\frac{1}{x \ln \frac{1}{2}} > 0$ nên hàm số đồng biến. Trường hợp $0 < x < 1$ thì $y' = \frac{1}{x \ln \frac{1}{2}} < 0$, do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1482. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 6,6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 11 năm.

B. 10 năm.

C. 13 năm.

D. 12 năm.

Lời giải.

Với số tiền gửi ban đầu là A , lãi suất cố định là r /năm, sau n năm gửi tiền, số tiền có được là:

$$T_n = A(1 + r)^n.$$

Theo giả thiết: $T_n = 2A$ nên $(1 + r)^n = 2$.

Thay số ta được: $(1 + 0,066)^n = 2 \Rightarrow n = \log_{1,066} 2 \Rightarrow n \approx 10,85$.

Vậy sau ít nhất 11 năm gửi tiền số tiền của người gửi đạt gấp đôi số tiền vốn ban đầu.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1483. Cho a là một số thực dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ là $(0; +\infty)$.
- B. Tập giá trị của hàm số $y = \log_a x$ là $(0; +\infty)$.
- C. Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là $(0; +\infty)$.
- D. Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Tập giá trị của hàm số $y = \log_a x$ là $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1484. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau đúng 5 năm người đó mới rút lãi thì số tiền lãi người đó nhận được gần nhất với số tiền nào dưới đây? (nếu trong khoảng thời gian này người này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi)

- A. 20,15 triệu đồng.
- B. 60,5 triệu đồng.
- C. 30,3 triệu đồng.
- D. 40,3 triệu đồng.

Lời giải.

Tổng số tiền mà người đó nhận được sau 5 năm là $100(1 + 0,07)^5 \approx 140,3$ triệu đồng.

Vậy số tiền lãi mà người đó nhận được là 40,3 triệu đồng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1485. Cho $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}, \log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a > 1, 0 < b < 1$.
- B. $a > 1, b > 1$.
- C. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.
- D. $0 < a < 1, b > 1$.

Lời giải.

Ta có $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$, kết hợp với $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}$, suy ra $0 < a < 1$.

Ta có $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$, kết hợp $\log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3}$ suy ra $b > 1$.

Vậy $0 < a < 1, b > 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1486. Tập xác định của hàm số $\log(-x^2 - 2x + 3)$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-3; 1\}$.
- B. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$.
- C. $(-3; 1)$.
- D. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $-x^2 - 2x + 3 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$. Do đó tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-3; 1)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1487. Cho a là một số thực dương khác 1. Chọn mệnh đề **sai**.

- A. Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ là $(0; +\infty)$.
- B. Tập giá trị của hàm số $y = \log_a x$ là $(0; +\infty)$.

C. Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là $(0; +\infty)$.

D. Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Tập giá trị của hàm số $y = \log_a x$ là $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1488. Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn một quý với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao nhiêu lâu người đó có được ít nhất 20 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu? (Giả sử lãi suất không thay đổi).

A. 4 năm 2 quý.

B. 4 năm 3 quý.

C. 5 năm.

D. 4 năm 1 quý.

Lời giải.

Áp dụng công thức lãi kép $T_n = T_0(1 + a)^n$.

Thay số $20 = 15(1 + 1,65\%)^n \Rightarrow n = \log_{1+1,65\%} \left(\frac{20}{15} \right) \approx 18$ quý = 4 năm 2 quý.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1489. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2}xe^{-x}$, với $x \geq 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\min_{x \in [0; +\infty)} f(x) = -\frac{1}{2e}$.

B. $\min_{x \in [0; +\infty)} f(x) = \frac{1}{e}$.

C. $\max_{x \in [0; +\infty)} f(x) = -\frac{1}{e}$.

D. $\max_{x \in [0; +\infty)} f(x) = \frac{1}{2e}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{2}(e^{-x} - xe^{-x})$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-
y	0	$\frac{1}{2e}$	0

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1490. Cho hàm số $y = \log_3(3^x + x)$, biết $y'(1) = \frac{a}{4} + \frac{1}{b \ln 3}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của $a + b$.

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 7.

Lời giải.

$y' = \frac{3^x \ln 3 + 1}{(3^x + x) \ln 3}$, $y'(1) = \frac{3 \ln 3 + 1}{4 \ln 3} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4 \ln 3}$. Ta có $a = 3$, $b = 4$. Vậy $a + b = 7$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1491. Cho hàm số $y = \log_a x$, với $0 < a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Nếu $0 < a < 1$ thì hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

B. Nếu $a > 1$ thì hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

C. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

D. Đạo hàm của hàm số là $y' = x \ln a$.

Lời giải.

Khi $a > 1$ thì hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1492. Đạo hàm của hàm số $y = 2^{3x}$ là

- A. $y' = 2^{3x} \ln 2$. B. $y' = \frac{1}{\ln 2}$. C. $y' = 2^{3x} 3 \ln 2$. D. $y' = \frac{1}{2^{3x} 3 \ln 2}$.

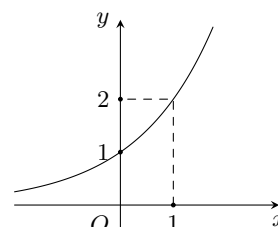
Lời giải.

Ta có $(2^{3x})' = 2^{3x} 3 \ln 2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1493. Hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

- A. $y = 2^x$. B. $y = (0,8)^x$.
C. $y = \log_2 x$. D. $y = \log_{0,5} x$.



Lời giải.

Theo hình ta có $f(0) = 1$, $f(1) = 2$ suy ra đồ thị hàm số cần tìm là $y = 2^x$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1494. Người ta thả một số lá bèo vào một hồ nước. Sau 10 giờ, số lượng lá bèo sẽ sinh sôi kín cả mặt hồ. Biết rằng sau mỗi giờ, số lượng lá bèo tăng gấp 10 lần số lượng lá bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau khoảng thời gian nào sau đây thì số lá bèo phủ kín tối thiểu một nửa mặt hồ?

- A. 8,7 giờ. B. 9,7 giờ. C. 10,7 giờ. D. 11,7 giờ.

Lời giải.

Gọi a_t là diện tích phủ mặt hồ của các lá bèo tại thời điểm t (giờ).

Gọi b là diện tích mặt hồ. Theo giả thiết ta có $a_{10} = b$.

Vì sau mỗi giờ, số lượng lá bèo tăng gấp 10 lần số lượng lá bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi nên ta có $a_t = 10^t a_0$.

Để số lá bèo phủ kín tối thiểu một nửa mặt hồ thì

$$a_t = \frac{1}{2}b \Leftrightarrow a_t = \frac{1}{2}a_{10} \Leftrightarrow 10^t a_0 = \frac{1}{2} \cdot 10^{10} a_0 \Leftrightarrow 10^t = \frac{1}{2} \cdot 10^{10} \Leftrightarrow t \approx 9,7 \text{ giờ.}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1495. Đạo hàm của hàm số $y = \log_{2018}(x^2 + 2x + 2)$ là

- A. $y' = \frac{2x+2}{x^2+2x+2}$. B. $y' = \frac{2x+2}{(x^2+2x+2) \cdot \ln 2018}$.
C. $y' = \frac{2x+2}{\ln 2018}$. D. $y' = \frac{1}{(x^2+2x+2) \cdot \ln 2018}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = (\log_{2018}(x^2 + 2x + 2))' = \frac{(x^2 + 2x + 2)'}{(x^2 + 2x + 2) \cdot \ln 2018} = \frac{2x + 2}{(x^2 + 2x + 2) \cdot \ln 2018}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1496. Cho a và b là hai số thực. Biết rằng hàm số $y = \left(\frac{a}{3}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = \log_{2b} x$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $1 < b < a$. B. $0 < b < \frac{1}{2}$, $a > 3$. C. $3 < a < b$. D. $0 < a < 3$, $b > \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \left(\frac{a}{3}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $\frac{a}{3} > 1 \Leftrightarrow a > 3$.

Hàm số $y = \log_{2b} x$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ nên $0 < 2b < 1 \Leftrightarrow 0 < b < \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1497. Tỷ lệ tăng dân số hằng năm ở Việt Nam được duy trì ở mức 1,05%. Theo số liệu của tổng cục Thống kê, dân số của Việt Nam năm 2014 là 90725500 người. Với tốc độ tăng dân số như thế thì vào năm n với $n \geq 2015$, $n \in \mathbb{N}$ thì dân số của Việt Nam là P_n người. Hãy thiết lập công thức P_n .

A. $P_n = 90725500 \left(1 + \frac{1,05}{100}\right)^{n-2014}$.

B. $P_n = 90725500 (1 + 0,0105)^n$.

C. $P_n = 90725500 \left[1 + \left(\frac{1,05}{100}\right)^{n-2014}\right]$.

D. $P_n = 90725500 \left(1 + \frac{0,05}{100}\right)^{n-2014}$.

Lời giải.

Đặt $P = 90725500$, $r = 1,05\%$.

— Năm 2015 dân số là $P_{2015} = P \cdot (1 + r)$.

— Năm 2016 dân số là $P_{2016} = P \cdot (1 + r)^2$.

— Năm 2017 dân số là $P_{2017} = P \cdot (1 + r)^3$.

— ...

— Năm n dân số là $P_n = P \cdot (1 + r)^{n-2014} = 90725500 \cdot \left(1 + \frac{1,05}{100}\right)^{n-2014}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1498. Xét hai số thực dương a, b làm cho hai hàm số $y = a^{bx}$ và $y = (\log_a b)^x$ đều đồng biến trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $1 < a < b$.

B. $1 < b < a$.

C. $a < b < 1$.

D. $b < a < 1$.

Lời giải.

Xét

— $y = a^{bx}$, điều kiện $a > 0$. Ta có $y' = ba^{bx} \ln a$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi

$$b \ln a > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a < 1 \\ b < 0 \end{cases} \vee \begin{cases} a > 1 \\ b > 0 \end{cases} \quad (1).$$

— $y = (\log_a b)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi

$$\begin{cases} \log_a b > 1 \\ a > 0, a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a < 1 \\ 0 < b < a \end{cases} \vee \begin{cases} a > 1 \\ b > a \end{cases} \quad (2).$$

Từ (1), (2) ta có $1 < a < b$ thì thỏa đề bài.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1499. Chọn hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y = \ln x$.

B. $y = \sqrt[3]{x}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

D. $y = x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x}$.

— Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

— Với mọi $x_1, x_2 \in D$, ta có $x_1 < x_2 \Rightarrow \sqrt[3]{x_1} < \sqrt[3]{x_2} \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

Vậy hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1500. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)\sqrt{2}$.

A. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

Lời giải.

$$x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1501. Tập xác định của hàm số $y = \log |x|$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

Hàm số xác định với mọi $|x| > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$ hay $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1502. Cho hàm số $y = x \ln x$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$.

C. Hàm số có đạo hàm $y' = 1 + \ln x$.

D. Hàm số có tập xác định là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Ta có $y' = 1 + \ln x$. Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow \ln x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}$.

Bảng xét dấu y'

x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
y'		-	+

Vậy hàm số không đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1503. Một người gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,45%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số nào dưới đây, nếu trong thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 205.462.000 đồng.

B. 205.461.000 đồng.

C. 205.016.000 đồng.

D. 205.017.000 đồng.

Lời giải.

Sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) là

$$T = 200000000 \cdot (1 + 0,45\%)^6 = 205461115,7 \text{ (đồng)}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1504. Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $4 \cdot 10^5 \text{ m}^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây của khu rừng đó là 4% mỗi năm. Tìm trữ lượng gỗ của khu rừng đó sau 5 năm.

A. $4,8666 \cdot 10^5 \text{ (m}^3\text{)}$.

B. $4,6888 \cdot 10^5 \text{ (m}^3\text{)}$.

C. $4,6666 \cdot 10^5 \text{ (m}^3\text{)}$.

D. $4,0806 \cdot 10^5 \text{ (m}^3\text{)}$.

Lời giải.

Trữ lượng gỗ của khu rừng đó sau 5 năm là: $4.10^5 \cdot (1 + 0,04)^5 \approx 4,8666.10^5 \text{ (m}^3\text{)}.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1505. Bác An gửi ngân hàng 155 triệu đồng, với lãi suất 1,02% một quý. Hỏi sau một năm số tiền lãi bác An nhận được là bao nhiêu?

- A. 1581000 đồng. B. 6421000 đồng. C. 161421000 đồng. D. 6324000 đồng.

Lời giải.

Ta có $1,02\% = \frac{1.02}{100}$ và một năm có 4 quý.

Số tiền lãi bác An nhận được là $155.10^6 \left(1 + \frac{1.02}{100}\right)^4 - 155.10^6 \approx 6421000.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1506. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập và gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau 7 năm người đó nhận được bao nhiêu tiền cả gốc lẫn lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra.

- A. 50,363 triệu đồng. B. 70,128 triệu đồng. C. 150 triệu đồng. D. 150,363 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi M là số tiền nhận được sau 7 năm, do giả thiết khi đó ta có $M = 100 \cdot (1 + 0,06)^7 = 150,363$ (triệu đồng).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1507. Tổng số tiền mà một công ty A dự định trả lương cho nhân viên trong năm 2017 là 1 tỷ và cứ mỗi năm sau đó tổng số tiền mà công ty A trả lương cho nhân viên lại tăng thêm 20% so với năm trước đó. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền để công ty A trả lương cho nhân viên vượt quá 2 tỷ.

- A. 2021. B. 2022. C. 2023. D. 2024.

Lời giải.

Số tiền lương mà nhân viên nhận được sau n năm là $1\text{ tỷ} \times 1,2^n.$

Số tiền này vượt quá 2 tỷ khi $1,2^n > 2 \Leftrightarrow n > \log_{1,2} 2 = 3,8.$

Như vậy, năm đầu tiên nhân viên nhận được vượt quá 2 tỷ đồng là năm $2017 + 4 = 2021.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1508. Một người gửi vào ngân hàng 300 triệu đồng với lãi suất 6,8%/năm. Biết rằng nếu không rút lãi khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền, người đó nhận được số tiền lãi gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

- A. 342187000 triệu đồng. B. 400800000 triệu đồng.
C. 18252000 triệu đồng. D. 42187000 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi số tiền người đó gửi vào ngân hàng là A và lãi suất $r.$

Sau năm thứ nhất, số tiền người đó có là $A_1 = A + A \cdot r = A(1 + r).$

Sau năm thứ hai, số tiền người đó có là $A_2 = A(1 + r) + A(1 + r) \cdot r = A(1 + r)^2.$

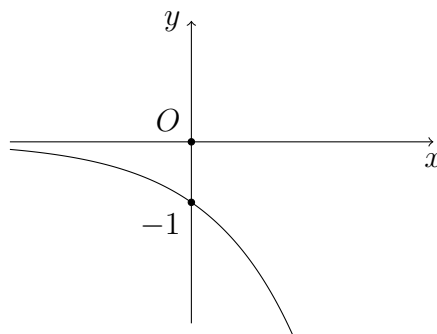
Thay $A = 300000000$, $r = 0,068$, số tiền lãi người đó nhận được là

$$A_2 - A = 300000000 \cdot (1 + 0,068)^2 - 300000000 \approx 42187000 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1509. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào ?



A. $y = 2^x$.

B. $y = -\frac{1}{2^x}$.

C. $y = -2^x$.

D. $y = \frac{1}{2^x}$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; -1)$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow y' < 0$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1510. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{(x^2 + 2x - 3)^{\sqrt{2}}}{\log_2(x + 4)}$ là

A. $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = (-4; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

D. $\mathcal{D} = (-4; -3) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 + 2x - 3 > 0 \\ x + 4 > 0 \\ \log_2(x + 4) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-4; -3) \cup (1; +\infty).$$

Vậy tập xác định $\mathcal{D} = (-4; -3) \cup (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1511. Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định

A. $y = \log_{\frac{1}{2}}(1 - x)$.

B. $y = \log_2 \frac{1}{x}$.

C. $y = \log_{\frac{1}{3}}(x + 1)$.

D. $y = \log_4(4 - x)$.

Lời giải.

— A Đúng. Vì $\left[\log_{\frac{1}{2}}(1 - x)\right]' = -\frac{1}{(1 - x) \ln \frac{1}{2}} > 0, \forall x < 1$.

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên tập xác định.

— B Sai. Vì $\left(\log_2 \frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x \ln 2}$. Hàm số này đồng biến với $x < 0$.

— C Sai. Vì $\left(\log_{\frac{1}{3}}(x + 1)\right)' = -\frac{1}{(x + 1) \ln 3}$. Hàm số này đồng biến với $x < -1$ (không thuộc tập xác định).

— D Sai. Vì $[\log_4(4 - x)]' = -\frac{1}{(4 - x) \ln 4}$. Hàm số này đồng biến với $x > 4$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1512. Trong các hàm số sau hàm số nào luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 + 1$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = (\sqrt{2} - 1)^x$. D. $y = x^2 - x + 1$.

Lời giải.

- Hàm $y = x^3 + 1$ có $y' = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $y' = 0$ chỉ tại $x = 0$. Suy ra, hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm $y = \log_2 x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
- Hàm $y = (\sqrt{2} - 1)^x$ có $0 < \sqrt{2} - 1 < 1$ nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm $y = x^2 - x + 1$ có đồ thị là parabol, do đó hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1513. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2 (-2x^2 + x + 1)$.

- A. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.
 C. $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $-2x^2 + x + 1 > 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1514. Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = \sqrt{x^2 - 1}$. D. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$.

Lời giải.

Ta lần lượt xét các hàm số

- Hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số này không có tiệm cận đứng.
- Hàm số $y = \log_2 x$ có tập xác định là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ và $\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \log_2 x = -\infty$.
- Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$ có tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ nên đồ thị hàm số này không có tiệm cận đứng.
- Hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ và $\lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 2) = 3$ nên đồ thị hàm số này không có tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1515. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.85.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như năm 2001 thì ít nhất bao nhiêu năm thì dân số cả nước ta hơn 120 triệu người.

- A. 2020. B. 2026. C. 2022. D. 2025.

Lời giải.

Theo giả thiết thì $120.000.000 \leq 78.85.800 \cdot e^{N \cdot 1,7} \Leftrightarrow N \geq 24,825$. Vì N nguyên nên $N = 25$. Vậy để đạt được dân số hơn 120 triệu người thì phải đến năm 2026.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1516. Cho các hàm số $y = \log_2 x$, $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$, $y = \log x$, $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số nghịch biến trên tập xác định của hàm số đó?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Nhắc lại một số tính chất.

- Hàm số mũ $y = a^x$ đồng biến với mọi $x \in \mathbb{R}$ nếu $a > 1$ và nghịch biến với mọi $x \in \mathbb{R}$ nếu $0 < a < 1$.
- Hàm số logarit $y = \log_a x$ đồng biến với mọi $x \in (0, +\infty)$ nếu $a > 1$ và nghịch biến nếu $0 < a < 1$.

Như vậy từ các hàm số đã cho có hai hàm số nghịch biến trên tập xác định là

$$y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x, y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1517. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)}$.

- A. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = [1; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; 1\right]$. D. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định là $\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \geq 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \leq 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1518. Một người lần đầu gửi ngân hàng 200 triệu đồng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 4%/quý và lãi từng quý sẽ được nhập vào vốn. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 150 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Hỏi tổng số tiền người đó nhận được sau hai năm kể từ khi gửi thêm tiền lần hai là bao nhiêu?

- A. 521,39 triệu đồng. B. 480,05 triệu đồng. C. 463,51 triệu đồng. D. 501,33 triệu đồng.

Lời giải.

Số tiền cả vốn lẫn lãi sau 6 tháng là $200 \cdot (1 + 0,04)^2 = 216,32$ triệu đồng.

Khi người đó gửi thêm 150 triệu đồng thì số tiền vốn là 366,32 triệu đồng.

Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi người đó nhận được sau hai năm kể từ khi gửi thêm tiền lần thứ hai là $366,32 \cdot (1 + 0,04)^8 \approx 501,33$ triệu đồng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1519. Tính đạo hàm của hàm số $y = 7^{2x} - \log_2(5x)$.

- A. $y' = \frac{2 \cdot 7^{2x}}{\ln 5} 7 - \frac{\ln 2}{5x}$. B. $y' = \frac{2 \cdot 7^{2x}}{\ln 7} - \frac{\ln 2}{5x}$.
C. $y' = 2 \cdot 7^{2x} \cdot \ln 7 - \frac{1}{x \ln 5}$. D. $y' = 2 \cdot 7^{2x} \cdot \ln 7 - \frac{1}{x \ln 2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (2x)' \cdot 7^{2x} \cdot \ln 7 - \frac{(5x)'}{5x \ln 2} = 2 \cdot 7^{2x} \cdot \ln 7 - \frac{1}{x \ln 2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1520. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2017^x}$. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

- A. (C) cắt trục tung tại điểm $M(0; 1)$. B. (C) không có điểm chung với trục Ox .
C. (C) nhận trục Ox làm tiệm cận ngang. D. (C) nhận Oy làm tiệm cận đứng.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} y = 1$ nên (C) không nhận Oy làm tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1521. Hàm số $y = \log_3(3 - 2x)$ có tập xác định là

- A. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$. C. $\mathbb{R}$. D. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện $3 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$.

Tập xác định là $\mathcal{D} = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1522. Một người gửi tiết kiệm 10 triệu đồng với lãi suất 8,4%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó có số tiền gấp đôi số tiền ban đầu?

- A. 10. B. 7. C. 8. D. 9.

Lời giải.

Gọi T , T_n , r lần lượt là số tiền ban đầu, tổng số tiền sau n năm và lãi suất một năm.

Theo giả thiết $T = 10$, $r = 8,4$.

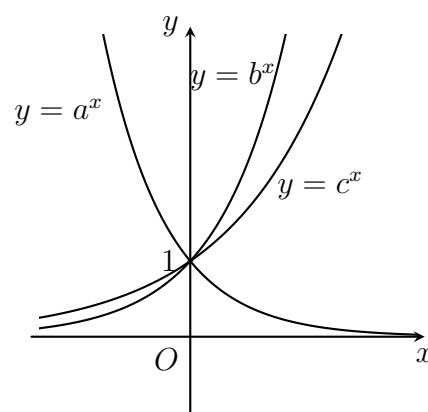
Ta có $T_n = T \cdot (1 + r)^n$.

Khi đó $T_n = 2T \Leftrightarrow 2T = T(1 + r)^n \Leftrightarrow n = \log_{1+r} 2 = \log_{1,084} 2 \approx 8,59 \Rightarrow n = 9$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1523.

Cho ba số thực dương a , b , c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $1 < a < b < c$. B. $a < 1 < b < c$. C. $a < 1 < c < b$. D. $1 < a < c < b$.

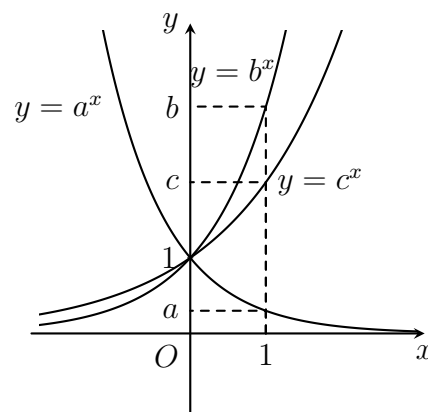
Lời giải.

Từ đồ thị suy ra hàm số $y = a^x$ nghịch biến $\Rightarrow 0 < a < 1$ và

hàm số $y = b^x$, $y = c^x$ đồng biến $\Rightarrow b, c > 1$.

Đường thẳng $x = 1$ cắt đồ thị $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ lần lượt tại các điểm có tung độ là a , b , c .

Từ đồ thị suy ra $0 < a < 1 < c < b$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 1524. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(4x - x^2)$.

- A. $y' = \frac{4 - 2x}{|4x - x^2|}$. B. $y' = \frac{2(2 - x)}{4x - x^2}$. C. $y' = \frac{1}{4x - x^2}$. D. $y' = \frac{1}{|4x - x^2|}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(4x - x^2)'}{4x - x^2} = \frac{4 - 2x}{4x - x^2} = \frac{2(2 - x)}{4x - x^2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1525. Một người gửi ngân hàng 100 triệu theo thẻ thức lãi kép, lãi suất 0,5% mỗi tháng. Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu?

- A. 45 tháng. B. 47 tháng. C. 44 tháng. D. 46 tháng.

Lời giải.

Số tiền người đó nhận được sau n tháng là $T = 100(1 + 0.5\%)^n$ (triệu).

Theo giả thiết $T = 100(1 + 0.5\%)^n \geq 125 \Leftrightarrow 1,005^n \geq 1,25 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,005} 1,25 \approx 44,74$. Vậy sau ít nhất 45 tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1526. Hàm số $y = \ln(x^2 + 1)$ có đạo hàm là

- A. $\frac{x+1}{x^2+1}$. B. $\frac{1}{x^2+1}$. C. $\frac{2}{x^2+1}$. D. $\frac{2x}{x^2+1}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (\ln(x^2 + 1))' = \frac{(x^2 + 1)'}{x^2 + 1} = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1527. Cho hàm số $f(x) = xe^{-2x}$. Gọi $f''(x)$ là đạo hàm cấp 2 của $f(x)$. Tính $f''\left(-\frac{1}{2}\right)$.

- A. 0. B. $-6e$. C. $-8e$. D. $-2e$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = e^{-2x} - 2xe^{-2x}$ và $f''(x) = -2e^{-2x} - 2(e^{-2x} - 2xe^{-2x}) = -4e^{-2x} + 4xe^{-2x}$.

Do đó $f''\left(-\frac{1}{2}\right) = -6e$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1528. Hiện nay (năm 2018), huyện Cam Lâm có tổng dân số là 105.759 người. Biết tỉ lệ tăng dân số bình quân hàng năm là 1,2%. Hỏi sau 5 năm, tổng dân số của huyện Cam Lâm là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng trăm).

- A. 112.000. B. 112.300. C. 112.260. D. 112.259.

Lời giải.

Ta có

$$S = A \times e^{nr} = 105.759 \times e^{5 \times 1,2\%} \approx 112.300 \text{ người.}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1529. Tìm tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

- A. $(-\infty; -1]$. B. $(-1; 1)$. C. $[-1; 1]$. D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{2x}{x^2 + 1} - m = \frac{-mx^2 + 2x - m}{x^2 + 1}$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m > 0 \\ \Delta' = 1 - m^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -1$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1530. Bà Tư gửi tiết kiệm 75 triệu đồng vào ngân hàng Agribank theo kỳ hạn 3 tháng và lãi suất 0,59% một tháng. Nếu bà không rút lãi ở tất cả các định kỳ thì sau ba năm bà ấy nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (làm tròn tới hàng nghìn)? Biết rằng trong các tháng của kỳ hạn, chỉ cộng thêm lãi chứ không cộng vốn và lãi tháng trước để tính lãi tháng sau; hết một kỳ hạn lãi sẽ được cộng vào để tính lãi trong đủ một kỳ hạn tiếp theo.

- A. 80486000 đồng. B. 9093000 đồng. C. 92690000 đồng. D. 92576000 đồng.

Lời giải.

Gọi A và r số tiền gửi ban đầu và lãi suất ngân hàng của một tháng.

Sau quý 1 số tiền lãi là $3Ar$ và số tiền bà Tư có $A(1 + 3r) = Ak$ với $k = 1 + 3r$.

Sau quý 2 số tiền lãi là $3Akr$ và số tiền bà Tư có $Ak + 3Akr = Ak(1 + 3r) = Ak^2$.

Sau 3 năm (12 quý) số tiền bà Tư là $Ak^{12} = A(1 + 3r)^{12}$.

Áp dụng 75 triệu và $r = \frac{0.59}{100}$ ta được: $A(1 + 3r)^{12} = 75 \cdot \left(1 + 3 \cdot \frac{0.59}{100}\right)^{12} = 92,57603104$.

Vậy số tiền của bà Tư trong ba năm có được là: 92576000 đồng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1531. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$.

- A. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}$. B. $y' = \frac{1}{x^2 + 1}$. C. $y' = \frac{2x}{x^2 + 1}$. D. $y' = \frac{1}{(x^2 + 1) \ln 2}$.

Lời giải.

$$y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1532. Cho $f(x) = \ln |\cos 2x|$. Tính $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

- A. 1. B. 2. C. -2. D. 0.

Lời giải.

Ta có: $f'(x) = \frac{-2 \sin 2x}{\cos 2x} = -2 \tan 2x$.

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = -2 \tan \frac{\pi}{4} = -2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1533. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a^0 = 1; \forall a \in \mathbb{R}$. B. $e^x = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
C. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, \forall a \in \mathbb{R}$. D. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \forall n \in \mathbb{N}^*, a \in \mathbb{R}^*$.

Lời giải.

- $a^0 = 1$ khi $a \neq 0$.
- $e^x > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ khi $a > 0$ và $n \neq 0$.
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \forall n \in \mathbb{N}^*, a \in \mathbb{R}^*$ là đáp án đúng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1534. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau

- A. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.
B. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số chỉ đồng biến hoặc nghịch biến trên khoảng chứ không đồng biến hay nghịch biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1535. Cho hàm số $y = x - \ln(1+x)$. Trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-1; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$.

C. Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

Ta có $y' = 1 - \frac{1}{x+1} = \frac{x}{x+1}$.

Ta có bảng biến thiên như hình bên.

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-1; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.

x	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$		↘ 0 ↗	

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1536. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_3 \frac{x+1}{x-3}$

A. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; -1)$.

D. $\mathcal{D} = (-1; 3)$.

Lời giải.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \frac{x+1}{x-3} > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1537. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng theo kì hạn 3 tháng với lãi suất 1,5% một quý (mỗi quý là 3 tháng). Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi quý số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu quý thì người đó nhận được số tiền nhiều hơn 130 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 19 quý.

B. 16 quý.

C. 18 quý.

D. 17 quý.

Lời giải.

Sau n quý thì số tiền thu được gồm cả lãi và gốc là $100 \cdot (1 + 0,015)^n$.

Sau 17 quý thu được 128,8 triệu đồng.

Sau 18 quý thu được 130,7 triệu đồng.

Vậy phải sau ít nhất 18 quý thì người đó thu được nhiều hơn 130 triệu đồng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1538. Đạo hàm cấp 1 của hàm số $y = \ln(2x+1)$ là

A. $(2x+1) \ln 2$.

B. $\frac{2}{2x+1}$.

C. $\frac{1}{(2x+1) \ln 2}$.

D. $\frac{1}{2x+1}$.

Lời giải.

$y' = \frac{1}{2x+1} \cdot (2x+1)' = \frac{2}{2x+1}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1539. Hàm số $y = \log_2(x^2 + 4x - 5)$ có tập xác định là

A. $\mathcal{D} = (-5; 1)$.

B. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; -5)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } x^2 + 4x - 5 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -5. \end{cases}$$

$$\text{Vậy TXĐ: } \mathcal{D} = (-\infty; -5) \cup (1; +\infty).$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1540. Một người gửi 200 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ba năm người đó được lĩnh số tiền (cả gốc lẫn lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 238.810.000 đồng. B. 238.811.000 đồng. C. 238.203.000 đồng. D. 238.204.000 đồng.

Lời giải.

Do nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo nên sau 1 năm người đó gửi x triệu đồng thì số tiền để tính lãi năm sau là $x + x \cdot 6\% = x(1 + 6\%)$.

$$\Rightarrow \text{Số tiền người đó nhận được sau 3 năm là: } 200000000 \cdot (1 + 6\%)^3 = 238203200 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1541. Một người muốn gửi tiền vào ngân hàng để đến ngày 19/5/2020 rút được khoản tiền là 100.000.000 đồng (cả vốn lẫn lãi). Lãi suất ngân hàng là 0,75%/tháng, tính theo thể thức lãi kép. Hỏi vào ngày 19/5/2018 người đó phải gửi ngân hàng số tiền là bao nhiêu để đáp ứng nhu cầu trên, nếu lãi suất không thay đổi trong thời gian người đó gửi tiền (giá trị gần đúng làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 84.573.000 đồng. B. 84.533.000 đồng. C. 83.533.000 đồng. D. 83.583.000 đồng.

Lời giải.

Gọi A là số tiền cần gửi ngân hàng, $r = 0,75\%$ là lãi suất 1 tháng.

$$\text{Theo giả thiết, ta có } 100.000.000 = A(1 + r)^{24}.$$

$$\text{Suy ra } A = \frac{100.000.000}{(1 + r)^{24}} \simeq 83.583.000 \text{ (đồng).}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1542. Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được một năm sau khi gửi thêm tiền gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. 212 triệu. B. 216 triệu. C. 220 triệu. D. 210 triệu.

Lời giải.

$$\text{Ta sử dụng công thức lãi kép } C = A(1 + r)^N.$$

$$\text{Sau hai quý đầu, số tiền trong ngân hàng của người đó là } 100(1 + 0,02)^2 \text{ triệu.}$$

$$\text{Sau khi gửi thêm 100 triệu đồng, số tiền trong ngân hàng là } 100(1,02^2 + 1) \text{ triệu.}$$

Sau một năm tiếp đó, số tiền trong ngân hàng là $100(1,02^2 + 1)(1 + 0,02)^4 \approx 220,86$ triệu.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1543. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^x$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

A. $y = 4x - 4$.

B. $y = 4 \ln 2x - 8 \ln 2 + 4$.

C. $y = 4(1 + \ln 2)x - 8 \ln 2 - 4$.

D. $y = 2x$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = x^x = e^{x \ln x}$.

Do đó $f'(x) = (e^{x \ln x})' = (1 + \ln x) e^{x \ln x} = (1 + \ln x)x^x$. Suy ra $f'(2) = (1 + \ln 2)2^2 = 4 + 4 \ln 2$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^x$ tại điểm có hoành độ bằng 2 là

$$\begin{aligned} y &= f'(2)(x - 2) + f(2) \\ &= (4 + 4 \ln 2)(x - 2) + 4 \\ &= 4(1 + \ln 2)x - 8 \ln 2 - 4. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1544. Một người gửi M triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì người đó có được nhiều hơn gấp đôi số tiền mang đi gửi?

A. 10 năm.

B. 7 năm.

C. 8 năm.

D. 9 năm.

Lời giải.

Theo công thức lãi kép $P_n = P_0(1 + r)^n \geq 2P_0 \Rightarrow n \geq \log_{1+r} 2 = \log_{1,084} 2 \approx 9$ năm.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1545. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$.

A. $y' = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$.

B. $y' = \frac{1 + 2(x+1) \ln 2}{2^{x^2}}$.

C. $y' = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{x^2}}$.

D. $y' = \frac{1 + 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$.

Lời giải.

$$y' = \left(\frac{x+1}{4^x} \right)' = \frac{1 \cdot 4^x - 4^x(x+1) \ln 4}{4^{2x}} = \frac{1 - (x+1) \ln 4}{4^x} = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1546. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_3(x+1)$.

B. $y = \ln(x^2 + 1)$.

C. $y = 5^x$.

D. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = 5^x$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và $y' = 5^x \ln 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = 5^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1547. Cho hàm số $f(x) = x^3 \ln^2 x$. Giá trị của $f'(e) + f''(e)$ là

A. $15e$.

B. $5e^2 + 18e$.

C. $5e^2$.

D. $6e + 6$.

Lời giải.

Ta có

$$— f'(x) = 3x^2 \ln^2(x) + 2x^2 \ln(x)$$

$$— f''(x) = 6x \ln^2(x) + 10x \ln(x) + 2x$$

$$\text{Vậy } f'(e) + f''(e) = 3e^2 \ln^2(e) + 2e^2 \ln e + 6e \ln^2 e + 10e \ln e + 2e = 5e^2 + 18e.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1548. Một người gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất không thay đổi là 8%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Người đó định gửi tiền trong vòng 3 năm, sau đó rút tiền ra để mua ô tô trị giá 500 triệu đồng. Hỏi số tiền ít nhất người đó phải gửi vào ngân hàng để có đủ tiền mua ô tô (kết quả làm tròn đến hàng triệu) là bao nhiêu?

- A. 395 triệu đồng. B. 394 triệu đồng. C. 397 triệu đồng. D. 396 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi T (triệu đồng) là số tiền người đó cần gửi vào ngân hàng. Khi đó, ta có

$$T(1 + 8\%)^3 = 500 \Rightarrow T = \frac{500}{(1 + 8\%)^3} \approx 397.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 1549. Cho hai số thực a, b khác 0 và hàm số $y = \ln(2018 + ax) + \ln(2018 + bx)$. Tính $P = ab$, biết $y'(1) = 1$.

- A. $P = 1$. B. $P = 2018$. C. $P = \frac{1}{2018}$. D. $P = 2018^2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{a}{2018 + ax} + \frac{b}{2018 + bx} \Rightarrow y'(1) = \frac{a}{2018 + a} + \frac{b}{2018 + b} = 1 \Rightarrow ab = 2018^2.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 1550. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log(e^x + 2)$.

- A. $y' = \frac{e^x}{e^x + 2}$. B. $y' = \frac{e^x}{(e^x + 2) \ln 10}$. C. $y' = \frac{1}{e^x + 2}$. D. $y' = \frac{1}{(e^x + 2) \ln 10}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(e^x + 2)'}{(e^x + 2) \ln 10} = \frac{e^x}{(e^x + 2) \ln 10}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1551. Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng 200 triệu đồng theo thể thức lãi kép (tức là tiền lãi được cộng vào vốn của kỳ tiếp theo). Ban đầu người đó gửi với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 2%/kỳ hạn, sau hai năm người đó thay đổi phương thức gửi, chuyển thành kỳ hạn 1 tháng với lãi suất 0,6%/tháng. Tính tổng số tiền lãi và gốc nhận được sau 5 năm (kết quả làm tròn đến đơn vị nghìn đồng).

- A. 290640000. B. 290642000. C. 290646000. D. 290644000.

Lời giải.

— Số tiền cả vốn lẫn lãi sau 2 năm khi gửi tiết kiệm 200 triệu đồng, với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 2%/kỳ hạn là

$$200 \cdot (1 + 0,02)^8 \approx 234,332 \text{ triệu đồng.}$$

— Số tiền cả vốn lẫn lãi sau 3 năm khi gửi tiết kiệm 234,332 triệu đồng, với kỳ hạn 1 tháng, lãi suất 0,6%/tháng là

$$234,332 \cdot (1 + 0,006)^{36} \approx 290,642 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1552. Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{x+1}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2y' + (x+1)y'' + \frac{1}{x^2} = 0.$

B. $y' + (x+1)y'' + \frac{1}{x^2} = 0.$

C. $y' + (x+1)y'' - \frac{1}{x^2} = 0.$

D. $2y' + (x+1)y'' - \frac{1}{x^2} = 0.$

Lời giải.

Ta có $y = \frac{\ln x}{x+1} \Rightarrow y(x+1) = \ln x.$

Lấy đạo hàm hai vế ta được $y'(x+1) + y = \frac{1}{x}$

$\Rightarrow y''(x+1) + 2y' = -\frac{1}{x^2}$ suy ra $2y' + (x+1)y'' + \frac{1}{x^2} = 0.$

Chọn đáp án (A) □

Câu 1553.

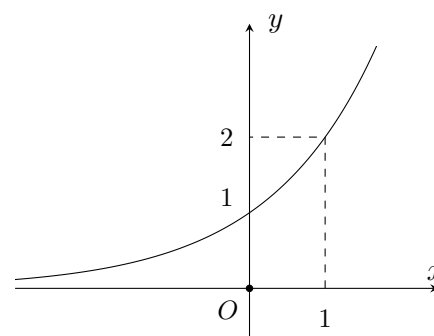
Đường cong trong hình sau là đồ thị hàm số nào?

A. $y = 2^x.$

B. $y = (\sqrt{2})^x.$

C. $y = \log_2(2x).$

D. $y = \frac{1}{2}x + 1.$



Lời giải.

Đồ thị đi qua điểm có tọa độ (1; 2) nên chỉ có hàm số $y = 2^x$ thỏa mãn.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1554. Một người đem 100000000 (đồng) đi gửi tiết kiệm với lãi suất 7%/tháng, sau mỗi tháng số tiền lãi được nhập vào vốn. Hỏi sau khi hết kì hạn 6 tháng, người đó được lĩnh về bao nhiêu tiền?

A. $10^8 \cdot (1,07)^6$ (đồng).

B. $10^8 \cdot (1,07)^7$ (đồng).

C. $10^8 \cdot (0,07)^6$ (đồng).

D. $10^8 \cdot (1,07)^5$ (đồng).

Lời giải.

Số tiền người này nhận được sau 6 tháng là

$$100000000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^6 = 10^8 \cdot (1,07)^6 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 1555. Hàm số $y = \log_5(4x - x^2)$ có tập xác định là

A. $\mathcal{D} = (0; +\infty).$

B. $\mathcal{D} = (0; 4).$

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}.$

D. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty).$

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $4x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4.$

Vậy tập xác định $\mathcal{D} = (0; 4).$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1556. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log(x^2 + 2x + 3).$

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; -1\}.$

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}.$

C. $\mathcal{D} = \emptyset$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (-1; +\infty)$.

Lời giải.Điều kiện xác định của hàm số là $x^2 + 2x + 3 > 0$ (đúng $\forall x \in \mathbb{R}$).Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1557. Một khu rừng ban đầu có trữ lượng gỗ là $4 \cdot 10^5$ mét khối gỗ. Gọi tốc độ sinh trưởng mỗi năm của khu rừng đó là $a\%$. Biết sau 5 năm thì sản lượng gỗ là xấp xỉ $4,8666 \cdot 10^5$ mét khối. Giá trị của a xấp xỉ

A. 3,5%.

B. 4%.

C. 4,5%.

D. 5%.

Lời giải.Trữ lượng gỗ sau một năm của khu rừng là: $N = 4 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^5 \cdot a\% = 4 \cdot 10^5(1 + a\%)$.Trữ lượng gỗ sau năm thứ hai của khu rừng là: $N = 4 \cdot 10^5(1 + a\%)^2$

:

Trữ lượng gỗ sau 5 năm của khu rừng: $N = 4 \cdot 10^5(1 + a\%)^5 = 4,8666 \cdot 10^5 \Rightarrow a \approx 4\%$.Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1558. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln\left(x + \frac{1}{x-1} + m\right)$ xác định với mọi x thuộc khoảng $(1; +\infty)$.

A. $m \leq -3$.

B. $m \geq -3$.

C. $m > -3$.

D. $m < -3$.

Lời giải.Từ giả thiết suy ra $x + \frac{1}{x-1} + m > 0$ với mọi $x \in (1; +\infty)$.Suy ra $x + \frac{1}{x-1} > -m$ với mọi $x \in (1; +\infty)$.Theo bất đẳng thức Cô-si ta có $x + \frac{1}{x-1} = x - 1 + \frac{1}{x-1} + 1 \geq 3$ với $x > 1$.Dấu “=” xảy ra khi $x - 1 = \frac{1}{x-1} \Rightarrow x = 2$ (thỏa mãn).Từ đó $3 > -m \Leftrightarrow m > -3$.Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1559. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_2 \frac{2x}{1-x^2}}$ có dạng $[a; b) \cup [c; d)$. Tính $a + b + c + d$.

A. 1.

B. -2.

C. 3.

D. -4.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \frac{2x}{1-x^2} > 0 \\ \log_2 \frac{2x}{1-x^2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2x}{1-x^2} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x - 1}{1-x^2} \geq 0. \quad (1)$$

Xét dấu vế trái (1), ta được $x \in [-1 - \sqrt{2}; -1) \cup [-1 + \sqrt{2}; 1)$.Suy ra $a + b + c + d = -2$.Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1560. Cho hàm số $y = \log_3(2x + 1)$. Chọn khẳng định đúng.

A. Khoảng đồng biến của hàm số là $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. Khoảng đồng biến của hàm số là $(0; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Ta có $y' = \frac{2}{2x+1} > 0, \quad \forall x \in \mathcal{D}$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng xác định.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1561. Tập xác định của hàm số $y = (3x - x^2)^{-\frac{3}{2}}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$. C. $(0; 3)$. D. $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $3x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1562. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép, kỳ hạn 1 năm với lãi suất 7% một năm. Hỏi sau bao nhiêu năm người gửi sẽ có ít nhất 200 triệu đồng từ số tiền gửi ban đầu (giả sử trong suốt quá trình gửi lãi suất không thay đổi và người gửi không rút tiền)?

- A. 11 năm. B. 10 năm. C. 12 năm. D. 9 năm.

Lời giải.

Đặt $r = 0,07$. Số tiền người đó nhận được sau n năm gửi với hình thức lãi kép là

$$A_n = A_0 \cdot (1 + r)^n.$$

với A_0 là số tiền gửi ban đầu. Từ giả thiết ta có

$$n > \log_{1+r} 2 \approx 10,24.$$

Vậy sau 11 năm người gửi có ít nhất 200 triệu đồng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1563. Tập xác định của hàm số $y = (3x - \sqrt{x+3})^{2018}$ là

- A. $[-3; +\infty)$. B. $(-3; +\infty)$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{1; -\frac{3}{4}\right\}$. D. $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right] \cup [1; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -3$.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = [-3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1564. Một người gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,6%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- A. 207 309 000 đồng. B. 207 307 000 đồng. C. 207 310 000 đồng. D. 207 300 000 đồng.

Lời giải.

Theo công thức lãi kép $A = a(1 + r)^n = 200\,000\,000(1 + 0.6\%)^6 = 207\,308\,868$ đồng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1565. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{1-2x}$.

- A. $y' = -2 \cdot 2^{1-2x}$. B. $y' = 2^{1-2x} \ln 2$. C. $y' = -2^{2-2x} \ln 2$. D. $y' = (1 - 2x)^{-2x}$.

Lời giải.

Ta có $y' = -2 \cdot 2^{1-2x} \cdot \ln 2 = -2^{2-2x} \cdot \ln 2$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1566. Gọi a, b lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^2 + \log_2(2-x)$ trên đoạn $[-2; 0]$. Tổng của $a + b$ bằng

A. 0.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

Lời giải.

Ta có $y' = 2x - \frac{1}{(2-x)\ln 2} < 0, \forall x \in [-2; 0]$ nên hàm số nghịch biến trên $[-2; 0]$. Do đó

$$\max_{[-2;0]} y = y(-2) = 6, \quad \min_{[-2;0]} y = y(0) = 1.$$

Vậy, $a = 1, b = 6$. Suy ra $a + b = 7$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1567. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 năm, người đó lĩnh được số tiền (*cả vốn lẫn lãi*) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong thời gian đó người này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 166 846 000 đồng.

B. 164 246 000 đồng.

C. 160 246 000 đồng.

D. 162 246 000 đồng.

Lời giải.

Tổng số tiền thu được sau 6 năm gửi là $S = 100000000 \cdot (1 + 8,4\%)^6 \approx 162246000$ đồng.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1568. Hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$ có đạo hàm y' bằng

A. $\frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}.$

B. $\frac{2x}{(x^2 + 1)}.$

C. $\frac{2x \ln 2}{x^2 + 1}.$

D. $\frac{1}{(x^2 + 1) \ln 2}.$

Lời giải.

$$y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1569. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1) - 1}$ là

A. $(1; +\infty).$

B. $[1; +\infty).$

C. $\left(1; \frac{3}{2}\right).$

D. $\left(1; \frac{3}{2}\right].$

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định với

$$\begin{cases} x-1 > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x-1 \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1570. Cho hàm số $y = x^2 e^{-x}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số không có điểm cực trị.

B. Hàm số chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và đạt cực đại tại $x = 2$.

Lời giải.

$$y' = xe^{-x}(2-x); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$y''(0) > 0$, cho nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

$y''(2) < 0$, cho nên hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1571. Cho $f(x) = e^{e^x}$. Giá trị $f'(1)$ bằng

A. e.

B. e^e .

C. e^{2e} .

D. e^{e+1} .

Lời giải.

$$f'(x) = e^x \cdot e^{e^x} \Rightarrow f'(1) = e^{e+1}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1572. Tìm đạo hàm của hàm số $y = xe^x$.

A. $1 + e^x$.

B. $(1+x)e^x$.

C. $(1-x)e^x$.

D. e^x .

Lời giải.

$$y' = e^x + xe^x = (1+x)e^x.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1573.

Cho a, b, c là các số thực dương, khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ dưới đây.

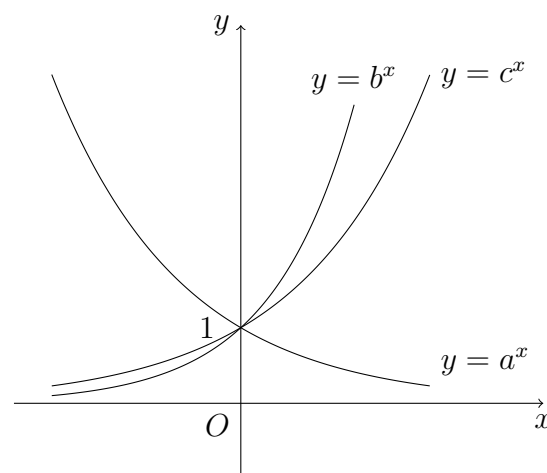
Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $1 < a < c < b$.

B. $a < 1 < c < b$.

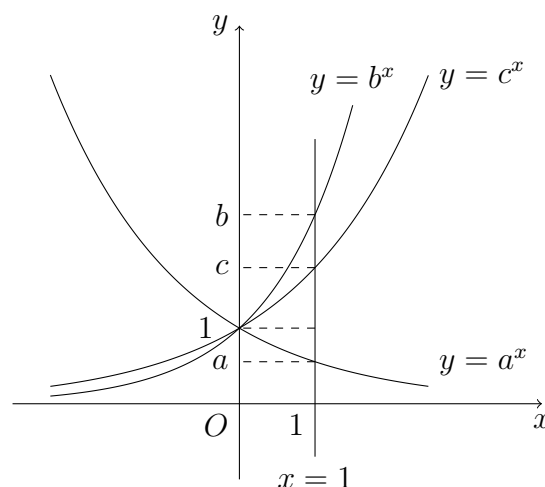
C. $a < 1 < b < c$.

D. $1 < a < b < c$.



Lời giải.

Xét đường thẳng $x = 1$. Nó cắt các đường cong $y = a^x, y = b^x, y = c^x, y = 1$ lần lượt tại các điểm mà tung độ là $a, b, c, 1$. Căn cứ vào đồ thị đã cho, ta suy ra $a < 1 < c < b$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1574. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.

A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

B. $y = \left(\frac{2}{\pi}\right)^x$.

C. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

D. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} (2x^2 + 1)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \left(\frac{2}{\pi}\right)^x$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và cơ số $a = \frac{2}{\pi} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1575. Cho hàm số $y = \ln(4 - x^2)$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' \leq 0$ là

A. $(0; 2]$.B. $[0; 2]$.C. $[0; 2)$.D. $(0; 2)$.**Lời giải.**

Ta có tập xác định $\mathcal{D} = (-2; 2)$ và $y' = \frac{-2x}{4 - x^2} = \frac{2x}{(x - 2)(x + 2)}$.

Bất phương trình $y' < 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{(x - 2)(x + 2)} < 0$. Lập bảng xét dấu

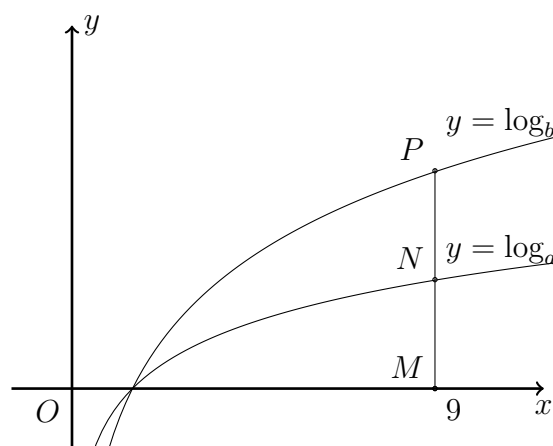
x	-2	0	2
y'		+	-

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[0; 2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1576.

Cho hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị lần lượt là (C) và (C') (như hình vẽ bên). Đường thẳng $x = 9$ cắt trục hoành và các đồ thị (C) và (C') lần lượt tại M , N và P . Biết rằng $MN = NP$, hãy xác định biểu thức liên hệ giữa a và b

A. $a = b^2$.B. $a = 9b$.C. $a = 3b$.D. $a = b + 3$.**Lời giải.**

Dựa vào đồ thị suy $a > b$ và N thuộc đồ thị $y = \log_a x$ và P thuộc đồ thị hàm số $y = \log_b x$. Do giả thiết suy ra $MN = \log_a 9$ và $MP = \log_b 9$. Vì $MN = NP$ suy ra $MP = 2MN$ nên

$$\log_b 9 = 2 \log_a 9 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_9 b} = \frac{2}{\log_9 a} \Leftrightarrow \log_9 a = 2 \log_9 b \Leftrightarrow \log_9 a = \log_9 b^2 \Leftrightarrow a = b^2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1577. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\log_2(5 - x)}$.

A. $[5; +\infty)$.B. $(5; +\infty)$.C. $(-\infty; 5)$.D. $(-\infty; 5) \setminus \{4\}$.**Lời giải.**

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 5 - x > 0 \\ \log_2(5 - x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 5 \\ 5 - x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 5 \\ x \neq 4 \end{cases}$.

Vậy tập xác định là $(-\infty; 5) \setminus \{4\}$.

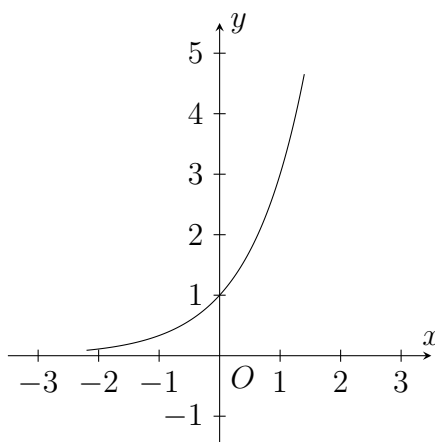
Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1578. Cho hàm số $y = 3^x$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. (C) nằm về phía trên trục hoành. B. (C) đi qua điểm $(0; 1)$.
C. (C) nhận trục tung làm tiệm cận đứng. D. (C) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.

Lời giải.

Câu hỏi lý thuyết. Đồ thị hàm số $y = 3^x$ như hình vẽ sau:



Chọn đáp án **C** □

Câu 1579. Cho hàm số $y = e^x(x^2 + mx)$. Biết $y'(0) = 1$. Tính $y'(1)$.

- A. $5e$. B. $3e$. C. $6e$. D. $4e$.

Lời giải.

$$y' = e^x(x^2 + mx) + e^x(2x + m) = e^x(x^2 + (m+2)x + m).$$

$$y'(0) = 1 \Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow y' = e^x(x^2 + 3x + 1).$$

$$\text{Vậy } y'(1) = 5e.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1580. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 - 2x + 1)$ là

- A. $y' = \frac{2}{(x-1)\ln 3}$. B. $y' = \frac{2}{(x^2 - 2x + 1)\ln 3}$.
C. $y' = \frac{2x-2}{x^2 - 2x + 3}$. D. $y' = \frac{2x-2}{\ln 3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(x^2 - 2x + 1)'}{(x^2 - 2x + 1)\ln 3} = \frac{2x-2}{(x-1)^2 \ln 3} = \frac{2}{(x-1)\ln 3}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1581. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x + \ln x$ tại điểm $M(1; 1)$.

- A. $y = 2x - 1$. B. $y = 2x + 1$. C. $y = 2x - 2$. D. $y = 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 1 + \frac{1}{x}. \text{ Phương trình tiếp tuyến cần tìm là } y = y'(1)(x-1) + y(1) \Leftrightarrow y = 2x - 1.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1582. Tính đạo hàm của hàm số $y = 8^{x^2+1}$.

- A. $y' = 6x \cdot 8^{x^2+1} \ln 2$. B. $y' = 2x \cdot 8^{x^2}$.
C. $y' = 2x(x^2 + 1) \cdot 8^{x^2} \ln 8$. D. $y' = (x^2 + 1) \cdot 8^{x^2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 2x \cdot 8^{x^2+1} \ln 8 \Leftrightarrow y' = 6x \cdot 8^{x^2+1} \cdot \ln 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1583. Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{2018x}{x+1}$. Tính tổng $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018)$.

A. $S = \ln 2018$.

B. $S = 1$.

C. $S = 2018$.

D. $S = \frac{2018}{2019}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \quad \forall x > 0$.

Suy ra

$$\begin{aligned} S &= f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018) \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2018} - \frac{1}{2019}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{2019} \\ &= \frac{2018}{2019}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1584. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = (x^2 + 1) \ln x$ trên đoạn $[1; e]$.

A. $\max_{[1;e]} y = e^2 + 1$.

B. $\max_{[1;e]} y = 0$.

C. Không tồn tại.

D. $\max_{[1;e]} y = 4e^2 - 1$.

Lời giải.

Xét trên đoạn $[1; e]$, ta có $y' = 2x \ln x + \frac{x^2 + 1}{x} > 0, \forall x \in [1; e]$. Suy ra $\max_{[1;e]} y = f(e) = e^2 + 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1585. Tính đạo hàm hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$.

A. $y' = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$.

B. $y' = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$.

C. $y' = \frac{1 + 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$.

D. $y' = \frac{1 + 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(x+1)' \cdot 4^x - (4^x)'(x+1)}{(4^x)^2} = \frac{4^x - 4^x(x+1) \ln 4}{(4^x)^2} \\ &= \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{4^x} = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1586. Tập xác định của hàm số $y = \log(2x - x^2)$ là

A. $\mathcal{D} = [0; 2]$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (0; 2)$.

Lời giải.

Điều kiện $2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (0; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1587. Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để

tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi người đó phải gửi trong bao nhiêu tháng để lĩnh về được 70 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

- A. 85 tháng. B. 83 tháng. C. 86 tháng. D. 84 tháng.

Lời giải.

Giả sử sau n tháng thì người gửi lĩnh về được 70 triệu đồng. Khi đó, ta có

$$50(1 + 0,4\%)^n = 70 \Rightarrow n = \log_{1,004} \frac{7}{5}$$

Từ đó suy ra số tháng người đó phải gửi là 85.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1588. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 3 \ln x$ trên đoạn $[1; e]$ bằng

- A. 1. B. $3 - 3 \ln 3$. C. e . D. $e - 3$.

Lời giải.

Ta có $y' = 1 - \frac{3}{x} = \frac{x-3}{x} < 0, \forall x \in [1; e]$. Suy ra hàm số đã cho giảm trên $[1; e]$. Vậy $\min_{[1; e]} y = y(e) = e - 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1589. Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn một quý với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao nhiêu quý thì người đó có được ít nhất 20 triệu?

- A. 17. B. 18. C. 15. D. 16.

Lời giải.

Số tiền có được sau n kỳ hạn là $T = M(1 + r)^n$.

Áp dụng vào bài toán ta có $20 = 15(1 + 1,65\%)^n \Leftrightarrow n = 17,57 \Rightarrow$ sau 18 quý người này sẽ có ít nhất 20 triệu.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1590. Cho hàm số $y = \log x$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Hàm số có tập giá trị là $(-\infty; +\infty)$. B. Hàm số có tập giá trị là $(0; +\infty)$.
C. Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(1; 0)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Theo tính chất: Hàm số lôgarit $y = \log_a x$ với $a > 0, a \neq 1$ có tập giá trị là $\mathbb{R} = (-\infty; +\infty)$ với $\forall x \in (0; +\infty)$. Vậy khẳng định sai là “Hàm số có tập giá trị là $(0; +\infty)$ ”.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1591. Anh Nam gửi vào ngân hàng 10 triệu đồng với lãi kép 5%/năm. Tính số tiền cả gốc lẫn lãi anh Nam nhận được sau khi gửi ngân hàng 10 năm (tính gần đúng).

- A. 16.2889. B. 19.9763. C. 17.34236. D. 25.3141.

Lời giải.

Sau 1 năm thì số tiền là $10 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)$.

Sau 2 năm: $10 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^2$.

Số tiền cả gốc lẫn lãi anh Nam nhận được sau khi gửi ngân hàng 10 năm là

$$10 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^{10} = 16.2889.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1592. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x+1}$.

- A. $y' = \frac{2^{x+1}}{\ln 2}$. B. $y' = (x+1)2^x \ln 2$. C. $y' = 2^{x+1} \log 2$. D. $y' = 2^{x+1} \ln 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2^{x+1} \ln 2 (x+1)' = 2^{x+1} \ln 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1593. Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = 2^x$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$. D. $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$.

Lời giải.

— Hai hàm số $y = 2^x$ và $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên đồ thị của chúng không có tiệm cận đứng.

— Hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x-3)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x-3) = 4;$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x-3)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-3) = 4.$$

Do đó, đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$ không có tiệm cận đứng.

— Đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1594. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 + \log_2 x} + \sqrt[3]{\log_2(1-x)}$ là

- A. $(0; 1)$. B. $\left[\frac{1}{2}; 1\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số:

$$\begin{cases} x > 0 \\ 1 - x > 0 \\ 1 + \log_2 x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 1 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x < 1.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\left[\frac{1}{2}; 1\right)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1595. Hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây đồng biến trên các khoảng xác định của nó?

- A. $y = (\ln 2)^x$. B. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$.
C. $y = \left(\frac{3}{2 + \sin 2018}\right)^x$. D. $y = (\sin 2018)^x$.

Lời giải.

Ta có $\frac{3}{2 + \sin 2018} > 1$ nên $\left(\frac{3}{2 + \sin 2018}\right)^x$ đồng biến.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1596. Biết đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_b x$ cắt nhau tại điểm $A\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. Giá trị của biểu thức $T = a^2 + 2b^2$ bằng

A. $T = 15$.

B. $T = 9$.

C. $T = 17$.

D. $T = \frac{33}{2}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $a^{\frac{1}{2}} = 2 \Leftrightarrow a = 4$, $\log_b \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow b = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

$$\text{Vậy } a^2 + 2b^2 = 4^2 + 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 17.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1597. Phương trình $\log_3^2 x - 2\log_{\sqrt{3}} x - 2\log_{\frac{1}{3}} x - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_1, x_2 .

Tính giá trị của biểu thức $P = \log_3 x_1 + \log_{27} x_2$ biết $x_1 < x_2$.

A. $P = 0$.

B. $P = \frac{8}{3}$.

C. $P = \frac{1}{3}$.

D. $P = 1$.

Lời giải.

Với $x > 0$, phương trình

$$\begin{aligned} \log_3^2 x - 2\log_{\sqrt{3}} x - 2\log_{\frac{1}{3}} x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \log_3^2 x - 4\log_3 x + 2\log_3 x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \log_3^2 x - 2\log_3 x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = -1 \\ \log_3 x = 3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = 27 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = 27 \text{ nên } P = \log_3 \frac{1}{3} + \log_{27} 27 = -1 + 1 = 0.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1598. Biết rằng phương trình $\log_2^2 x - \log_2 2018x - 2019 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 . Tích $x_1 x_2$ bằng

A. $\log_2 2018$.

B. 0,5.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

$$\text{— Ta có } \log_2^2 x - \log_2 2018x - 2019 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - \log_2 x - \log_2 2018 - 2019 = 0.$$

$$\text{— Do } ac = -\log_2 2018 - 2019 < 0 \text{ nên phương trình luôn có 2 nghiệm } \log_2 x_1, \log_2 x_2.$$

$$\text{— Ta có } \log_2 x_1 + \log_2 x_2 = \log_2(x_1 x_2) = 1 \Rightarrow x_1 x_2 = 2.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1599. Tập nghiệm S của phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1}$ là

A. $S = \{-1\}$.

B. $S = \{-1; 2\}$.

C. $S = \{-1; 4\}$.

D. $S = \{2\}$.

Lời giải.

Ta có

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1} \Leftrightarrow 7^{-x^2+2x+3} = 7^{x+1} \Leftrightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-1; 2\}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1600. Biết rằng phương trình $\log_3(3^{x+1} - 1) = 2x + \log_{\frac{1}{3}} 2$ có hai nghiệm x_1 và x_2 . Hãy tính tổng $S = 27^{x_1} + 27^{x_2}$.

A. $S = 252$.

B. $S = 180$.

C. $S = 9$.

D. $S = 45$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $x > -1$.

Với $x > -1$ phương trình đã cho trở thành

$$\log_3(3^{x+1} - 1) = \log_3 3^{2x} - \log_3 2 \Leftrightarrow 3 \cdot 3^x - 1 = \frac{3^{2x}}{2} \Leftrightarrow 3^{2x} - 6 \cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 3 + \sqrt{7} \\ 3^x = 3 - \sqrt{7} \end{cases}$$

Vì $x > -1$ nên $3^x > \frac{1}{3}$. Do đó phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $3^{x_1} = 3 + \sqrt{7}$ và $3^{x_2} = 3 - \sqrt{7}$.

Khi đó

$$\begin{aligned} 27^{x_1} + 27^{x_2} &= (3^{x_1})^3 + (3^{x_2})^3 = (3^{x_1} + 3^{x_2})^3 - 3 \cdot 3^{x_1} 3^{x_2} (3^{x_1} + 3^{x_2}) \\ &= 6^3 - 3(3 + \sqrt{7})(3 - \sqrt{7}) \cdot 6 = 216 - 3 \cdot 2 \cdot 6 = 180. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1601. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^x + 3^{4-x} = 30$ bằng

A. 3.

B. 1.

C. 9.

D. 27.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 3^x + 3^{4-x} = 30 \Leftrightarrow 3^x + \frac{3^4}{3^x} = 30 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 30 \cdot 3^x + 81 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 27 \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1. \end{cases}$$

Từ đây ta suy ra tích 2 nghiệm bằng 3.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1602. Phương trình $\log_{\sqrt{2}} x = \log_2(x + 2)$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $x > 0$.

Phương trình đã cho viết lại như sau

$$2 \log_2 x = \log_2(x + 2) \Leftrightarrow \log_2 x^2 = \log_2(x + 2) \Leftrightarrow x^2 = x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1603. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x-1} \cdot 3^{x^2-2x} = 18$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải.

Phương trình đã cho viết lại như sau

$$2^{x^2-2x-1} \cdot 3^{x^2-2x} = 2 \cdot 3^2 \Leftrightarrow 2^{x^2-2x-2} \cdot 3^{x^2-2x-2} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2 = 0.$$

Phương trình $x^2 - 2x - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt và tổng các nghiệm là 2.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1604. Tập nghiệm của phương trình $2 \log_2 x = \log_2(2 - x)$ là

A. $S = \{-2; 1\}$.

B. $S = \{1\}$.

C. $S = \{-2\}$.

D. $S = \emptyset$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2 \log_2 x = \log_2(2-x) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ x^2 = 2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1605. Biết rằng phương trình $5 \log_3^2 x - \log_3(9x) + 1 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Tìm khẳng định đúng.

A. $x_1 x_2 = \sqrt[5]{3}$. B. $x_1 x_2 = \frac{1}{\sqrt[5]{3}}$. C. $x_1 x_2 = \frac{1}{5}$. D. $x_1 x_2 = -\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$. Phương trình đã cho tương đương $5 \log_3^2 x - \log_3 x - 1 = 0$. Do x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình nên

$$\log_3 x_1 + \log_3 x_2 = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \log_3(x_1 x_2) = \frac{1}{5} \Leftrightarrow x_1 x_2 = \sqrt[5]{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1606. Tập nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(x-2) = 1$ là

A. $\{3\}$. B. $\{-1; 2\}$.
C. $\left\{\frac{1+\sqrt{11}}{2}\right\}$. D. $\left\{\frac{1+\sqrt{11}}{2}; \frac{1-\sqrt{11}}{2}\right\}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > 2$.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{2}}(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(x-2) = 1 &\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x+1)(x-2) = 1 \\ &\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 5 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{11}}{2} \\ x = \frac{1-\sqrt{11}}{2} \end{cases} \text{ (loại)}. \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{1+\sqrt{11}}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1607. Tập hợp các giá trị m để phương trình $e^x = m - 2019$ có nghiệm thực.

A. $[2019; +\infty)$. B. $(2019; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2019\}$.

Lời giải.

Ta có $e^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Phương trình $e^x = m - 2019$ có nghiệm thực khi và chỉ khi

$$m - 2019 > 0 \Leftrightarrow m > 2019 \Leftrightarrow m \in (2019; +\infty).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1608. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x+1) = \log_2(x^2+2) - 1$. Số phần tử của tập S là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.Điều kiện $x > -1$. Ta có

$$\begin{aligned}\log_{\sqrt{2}}(x+1) &= \log_2(x^2+2) - 1 \Leftrightarrow \log_2(x+1)^2 = \log_2(x^2+2) - \log_2 2 \\ &\Leftrightarrow \log_2(x+1)^2 = \log_2\left(\frac{x^2+2}{2}\right) \Leftrightarrow (x+1)^2 = \frac{x^2+2}{2} \\ &\Leftrightarrow x^2+4x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ x=0. \end{cases}\end{aligned}$$

So sánh với điều kiện ta có nghiệm duy nhất $x=0$. Vậy tập S có một phần tử.Chọn đáp án **C** □**Câu 1609.** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $3\log_2^2 x - 2\log_2 x - 1 = 0$. Tính $P = x_1x_2$.A. $-\frac{1}{3}$.B. $2\sqrt[3]{2}$.C. $\sqrt[3]{4}$.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 3\log_2^2 x - 2\log_2 x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = x_1x_2 = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{4}.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 1610.** Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$ là

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2^{2x^2-7x+5} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}. \text{ Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm.}$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 1611.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $(2x^2 - 5x + 2)[\log_x(7x - 6) - 2] = 0$ bằngA. $\frac{17}{2}$.

B. 9.

C. 8.

D. $\frac{19}{2}$.**Lời giải.**

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x > \frac{6}{7} \\ x \neq 1. \end{cases}$$

$$\text{Ta có } (2x^2 - 5x + 2)[\log_x(7x - 6) - 2] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 2 = 0 \\ \log_x(7x - 6) - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 2 = 0 \\ x^2 - 7x + 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = 1 \\ x = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy tổng các nghiệm bằng 8.

Chọn đáp án **C** □**Câu 1612.** Phương trình $\log_2(x^3 + 1) = \log_2(4x + 1)$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_2(x^3 + 1) = \log_2(4x + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 1 > 0 \\ x^3 + 1 = 4x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \text{ (loại)}. \end{cases} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1613. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_x 2 - \log_{16} x = 0$. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}.$$

$$\text{Phương trình tương đương với } \log_x 2 - \frac{1}{4} \log_2 x = 0 \quad (1).$$

$$\text{Đặt } t = \log_2 x \Rightarrow t \neq 0.$$

$$\text{Phương trình (1) trở thành } \frac{1}{t} - \frac{t}{4} = 0 \Leftrightarrow 4 - t^2 = 0 \Leftrightarrow t = \pm 2.$$

$$\text{— Với } t = 2 \text{ suy ra } \log_2 x = 2 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\text{— Với } t = -2 \text{ suy ra } \log_2 x = -2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\text{Khi đó } x_1 \cdot x_2 = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1614. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $4 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$. Khi đó, tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

A. -2.

B. 1.

C. 2.

D. -1.

Lời giải.

$$\text{Phương trình tương đương với } 4 \cdot 4^x - 18 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^x + 4 = 0 \quad (1).$$

$$\text{Đặt } t = 2^x \Rightarrow t > 0. \text{ Phương trình (1) trở thành}$$

$$2t^2 - 9t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$\text{— Với } t = 4 \text{ suy ra } 2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2.$$

$$\text{— Với } t = \frac{1}{2} \text{ suy ra } 2^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -1.$$

$$\text{Khi đó } x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (-1) = -2.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1615. Tổng các nghiệm của phương trình $3^{3x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x^2}$ bằng

A. 0.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 3^{3x-2} &= \left(\frac{1}{3}\right)^{-x^2} \Leftrightarrow 3^{3x-2} = 3^{x^2} \\ &\Leftrightarrow 3x - 2 = x^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy, tổng các nghiệm của phương trình đã cho bằng $1 + 2 = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1616. Giải phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0$. Ta có tổng các nghiệm là

- A. $\frac{5}{2}$. B. 6. C. $\frac{9}{2}$. D. 3.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

$$\text{Ta có } \log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4. \end{cases}$$

Do đó, tổng các nghiệm của phương trình bằng $2 + 4 = 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1617. Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 5\log_3 x + 6 = 0$. Tính T .

- A. $T = 5$. B. $T = -3$. C. $T = 36$. D. $T = \frac{1}{243}$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình đã cho tương đương với } \begin{cases} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = 27. \end{cases}$$

Do đó $T = 9 + 27 = 36$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1618. Số nghiệm của phương trình $\log_2 \frac{2^x + 4}{2^x + 12} = x - 3$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2 \frac{2^x + 4}{2^x + 12} = x - 3 &\Leftrightarrow 2^{x-3} = \frac{2^x + 4}{2^x + 12} \\ &\Leftrightarrow \frac{2^x}{8} = \frac{2^x + 4}{2^x + 12} \\ &\Leftrightarrow 2^{2x} + 4 \cdot 2^x - 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = -8 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow x = 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1619. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$ trong đó, $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 20 triệu con?

A. 48 phút.

B. 7 phút.

C. 8 phút.

D. 12 phút.

Lời giải.

Ta có $s(3) = s(0) \cdot 2^3 \Leftrightarrow s(0) = \frac{s(3)}{8} = \frac{625 \cdot 10^3}{8}$.

Khi số lượng vi khuẩn A là 20 triệu con, ta có

$$20 \cdot 10^6 = s(0) \cdot 2^t \Leftrightarrow 2^t = \frac{20 \cdot 10^6}{\frac{625 \cdot 10^3}{8}} = 256.$$

Khi đó, $2^t = 256 \Leftrightarrow t = \log_2 256 = 8$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1620. Tập nghiệm của phương trình $\ln(x^2 - 3x + 3) = 0$ là

A. $\{2\}$.B. $\{1; 2\}$.C. $\emptyset$.D. $\{1\}$.**Lời giải.**

Điều kiện $x^2 - 3x + 3 > 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Ta thấy

$$\ln(x^2 - 3x + 3) = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 3 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1621. Số nghiệm của phương trình $\log_2(3 + 4^x) = 2 + x$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Ta thấy

$$\log_2(3 + 4^x) = 2 + x \Leftrightarrow 3 + 4^x = 2^{2+x} \Leftrightarrow (2^x)^2 - 4 \cdot 2^x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_2 3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1622. Phương trình $3^x(3^x + 2^x) - 6 \cdot 4^x = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $9^x + 6^x - 6 \cdot 4^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} + \left(\frac{3}{2}\right)^x - 6 = 0$.

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, với $t > 0$ ta được $t^2 + t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 & (\text{loại}) \\ t = 2. & (\text{nhận}) \end{cases}$

Với $t = 2$ ta có $\left(\frac{3}{2}\right)^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_{\frac{3}{2}} 2$.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = \log_{\frac{3}{2}} 2$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1623. Tập nghiệm của phương trình $\log_4(x^2 - x + 2) = 1$ là

A. $\{-1; 2\}$.B. $\{-1; 0\}$.C. $\{0\}$.D. $\{0; 1\}$.**Lời giải.**

Ta có $\log_4(x^2 - x + 2) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1624. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_5(12 - 5^x) = 2 - x$ bằng

- A. 2. B. 5. C. 12. D. 2.

Lời giải.

Điều kiện $12 - 5^x > 0 \Leftrightarrow x < \log_5 12$.

$$\log_5(12 - 5^x) = 2 - x \Leftrightarrow 5^{2-x} - 12 \cdot 5^x + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 6 - \sqrt{11} \\ 5^x = 6 + \sqrt{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_5(6 - \sqrt{11}) \\ x = \log_5(6 + \sqrt{11}) \end{cases} \text{ (nhận)}.$$

Vậy tổng là $\log_5(6 - \sqrt{11}) + \log_5(6 + \sqrt{11}) = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1625. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 2x) = 1$ là

- A. $\{1; -3\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{0\}$. D. $\{-3\}$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_3(x^2 + 2x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x > 0 \\ x^2 + 2x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{1; -3\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1626. Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{5}{2}$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = 3$.

Lời giải.

Ta có $2^{2x+1} = 32 \Leftrightarrow 2x + 1 = 5 \Leftrightarrow x = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1627. Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{3}{2}$. B. $x = \frac{5}{2}$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Lời giải.

Phương trình $5^{2x+1} = 125 \Leftrightarrow 2x + 1 = \log_5 125 \Leftrightarrow 2x + 1 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1628. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 6,1 %/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

- A. 13 năm. B. 10 năm. C. 11 năm. D. 12 năm.

Lời giải.

Gọi số tiền ban đầu người đó gửi là A_0 .

Số tiền người đó thu được sau n năm gửi là $A_n = A_0 \cdot (1 + 6,1\%)^n$.

Số tiền người đó thu được gấp đôi số tiền gửi ban đầu khi và chỉ khi

$$A_n = 2A_0 \Leftrightarrow A_0 \cdot (1 + 6,1\%)^n = 2A_0 \Leftrightarrow n = \log_{(1+6,1\%)} 2 \approx 11,7.$$

Vì n là số tự nhiên nên $n = 12$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1629. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 = 0$ bằng

A. 2.

B. -3.

C. $\frac{17}{2}$.D. $\frac{9}{8}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 = 0 &\Leftrightarrow (\log_2 x + 1)(\log_2 x - 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 8. \end{cases}\end{aligned}$$

Suy ra, tổng các nghiệm của phương trình đã cho bằng $\frac{1}{2} + 8 = \frac{17}{2}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1630. Phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^5 + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

A. 36.

B. 32.

C. 16.

D. 64.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x > 0$.

$$\log_2^2 x - \log_2 x^5 + 4 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 16. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1631. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

A. $\frac{82}{9}$.

B. 0.

C. 1.

D. 9.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$. Khi đó

$$\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} (\log_3 x)^4 = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = \frac{1}{9}. \end{cases}$$

Tích hai nghiệm của phương trình bằng $9 \cdot \frac{1}{9} = 1$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1632. Số nghiệm của phương trình $3^{2x^2-7x+5} = 1$ là?

A. 1 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 3^{2x^2-7x+5} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2}. \end{cases}$$

Vậy số nghiệm của phương trình là 2.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1633. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $2 \cdot 4^{x+2018} - \frac{5}{2} \cdot 2^{x+2019} + 2 = 0$ bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. 0.

C. -4036.

D. 4037.

Lời giải.

$$2 \cdot 4^{x+2018} - \frac{5}{2} \cdot 2^{x+2019} + 2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2(x+2018)} - 5 \cdot 2^{x+2018} + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x+2018} = 2 \\ 2^{x+2018} = 2^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2017 \\ x = -2019. \end{cases}$$

Vậy tổng giá trị tất cả các nghiệm là $-2017 + (-2019) = -4036$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1634. Tổng các nghiệm của phương trình $3^{2x+3} - 5 \cdot 3^{x+2} + 18 = 0$ là

- A. $\frac{5}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\log_3 \frac{2}{3}$. D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 3^{2x+3} - 5 \cdot 3^{x+2} + 18 = 0 &\Leftrightarrow 27 \cdot 3^{2x} - 45 \cdot 3^x + 18 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_3 \frac{2}{3}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $\log_3 \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1635. Nghiệm của phương trình: $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$ là

- A. $x = 3; x = 0$. B. $x = 9; x = 1$. C. $x = 2; x = 0$. D. $x = 2; x = 1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 9 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1636. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - x) = \log_3(2x - 2)$ là

- A. $S = \{-2; -1\}$. B. $S = \{-1\}$. C. $S = \{1; 2\}$. D. $S = \{2\}$.

Lời giải.

$$\log_3(x^2 - x) = \log_3(2x - 2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 > 0 \\ x^2 - x = 2x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{2\}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1637. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2 + 2) \leq 3$ là

- A. $S = \mathbb{R}$. B. $S = [-5; 5]$.
C. $S = (-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$. D. $S = \emptyset$.

Lời giải.

Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$.

Ta có $\log_3(x^2 + 2) \leq 3 \Leftrightarrow \log_3(x^2 + 2) \leq \log_3 27 \Leftrightarrow x^2 + 2 \leq 27 \Leftrightarrow x^2 \leq 25 \Leftrightarrow x \in [-5; 5]$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $S = [-5; 5]$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1638. Giả sử phương trình $2^{x^2-4x+5} = 4$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 . Tính giá trị của biểu thức $P = x_1^3 + x_2^3$?

A. 26.

B. 27.

C. 28.

D. 25.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2^{x^2-4x+5} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-4x+5} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 3. \end{cases}$$

Vậy $P = 28$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1639. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_5 x \log_{25} x + \log_{125} x \log_{625} x = \frac{7}{3}$ bằng

A. $\frac{624}{25}$.B. $\frac{626}{25}$.

C. 76.

D. 125.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

— Ta có

$$\begin{aligned} \log_5 x \log_{25} x + \log_{125} x \log_{625} x &= \frac{7}{3} \Leftrightarrow \log_5 x \cdot \frac{1}{2} \log_5 x + \frac{1}{3} \log_5 x \cdot \frac{1}{4} \log_5 x = \frac{7}{3} \\ &\Leftrightarrow \frac{7}{12} \log_5^2 x = \frac{7}{3} \\ &\Leftrightarrow \log_5^2 x = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 x = 2 \\ \log_5 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = \frac{1}{25} \text{ (thỏa mãn)}. \end{cases} \end{aligned}$$

— Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho là $\frac{626}{25}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1640. Số nghiệm của phương trình $\log_{2017} x + \log_{2017}(3x - 2) = 0$ là

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Điều kiện $x > \frac{2}{3}$.

Với điều kiện trên phương trình tương đương với

$$\log_{2017}(3x^2 - 2x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (nhận)} \\ x = -\frac{1}{3} \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1641. Tích các nghiệm thực của phương trình $4^{x+0.5} - 3 \cdot 2^x + 1 = 0$ là

A. -1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Ta có

$$4^{x+0.5} - 3 \cdot 2^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Do đó tích hai nghiệm là 0.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1642. Tập nghiệm của phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ là

- A. $\{0; -1\}$. B. $\{1; -3\}$. C. $\{1; 3\}$. D. $\{0; 1\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1643. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_5 x \log_{25} x + \log_{125} x \log_{625} x = \frac{7}{3}$ bằng

- A. $\frac{626}{25}$. B. 125. C. 76. D. $\frac{624}{25}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

$$\begin{aligned} \log_5 x \log_{25} x + \log_{125} x \log_{625} x &= \frac{7}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_5^2 x + \frac{1}{12} \log_5^2 x = \frac{7}{3} \\ &\Leftrightarrow \log_5^2 x = 4 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 x = 2 \\ \log_5 x = -2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 \\ x = \frac{1}{25}. \end{cases} \end{aligned}$$

So với điều kiện ta nhận hai nghiệm trên.

Vậy tổng giá trị tất cả các nghiệm là $25 + \frac{1}{25} = \frac{626}{25}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1644. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $2 \log_4(x-3) + \log_4(x-5)^2 = 0$ là

- A. 8. B. $4 + \sqrt{2}$. C. $8 - \sqrt{2}$. D. $8 + \sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x > 3 \\ x \neq 5 \end{cases}.$$

Với điều kiện trên phương trình đã cho tương đương

$$\begin{aligned} \log_2(x-3) + \log_2|x-5| &= 0 \Leftrightarrow (x-3)|x-5| = 1 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)(x-5) = 1, \text{ khi } x \in (5; +\infty) \\ (x-3)(5-x) = 1, \text{ khi } x \in (3; 5) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + \sqrt{2} \\ x = 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tổng các nghiệm thực của phương trình đã cho là $8 + \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1645. Biết rằng phương trình $2 \log(x+2) + \log 4 = \log x + 4 \log 3$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Tính $P = \frac{x_1}{x_2}$.

- A. $P = \frac{1}{64}$. B. $P = \frac{1}{16}$. C. $P = 4$. D. $P = \frac{1}{4}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$. Phương trình trở thành

$$\log [4(x+2)^2] = \log(81x) \Rightarrow 4x^2 - 65x + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 = x_2 \\ x = \frac{1}{4} = x_1. \end{cases}$$

Vậy $P = \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{64}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1646. Tính T là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0$.

A. $T = 2$. B. $T = \frac{1}{4}$. C. $T = 3$. D. $T = \frac{13}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 4 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0 &\Leftrightarrow 4 \cdot 9^x - 4 \cdot 6^x - 9 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0 \\ &\Leftrightarrow 4 \cdot 3^x (3^x - 2^x) - 9 \cdot 2^x (3^x - 2^x) = 0 \\ &\Leftrightarrow (4 \cdot 3^x - 9 \cdot 2^x) \cdot (3^x - 2^x) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4 \cdot 3^x - 9 \cdot 2^x = 0 \\ 3^x - 2^x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \cdot 3^x = 9 \cdot 2^x \\ 3^x = 2^x \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{2} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra tổng các nghiệm $T = 2 + 0 = 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1647. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $3^x + 2 = 0$. B. $5^x - 1 = 0$. C. $\log_2 x = 3$. D. $\log(x-1) = 1$.

Lời giải.

Xét phương trình $3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow 3^x = -2$ (Vô lý).

Vậy phương trình $3^x + 2 = 0$ vô nghiệm.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1648. Tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 3 \log_3 x \log_2 3 + 2 = 0$ bằng

A. 20. B. 18. C. 6. D. 25.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$ (*)

$$\log_2^2 x - 3 \log_3 x \log_2 3 + 2 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 3 \log_2 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4. \end{cases}$$

So với điều kiện (*) ta có phương trình đã cho có 2 nghiệm $x_1 = 2$ và $x_2 = 4$.

Khi đó $x_1^2 + x_2^2 = 4 + 16 = 20$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1649. Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^x - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$.

A. $S = \{2; 3\}$. B. $S = \{1; 6\}$. C. $S = \{1; \log_3 2\}$. D. $S = \{1; \log_2 3\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 4^x - 5 \cdot 2^x + 6 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \log_2 3. \end{cases}$$

Vậy $S = \{1; \log_2 3\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1650. Phương trình $\log_3(x+2) + \frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}}(3-2x) - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị của biểu thức $A = 2x_1 + 3x_2$ là

A. $A = \frac{13}{2}$.

B. $A = 0$.

C. $A = 6$.

D. $A = -\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Điều kiện $x \in \left(-2; \frac{3}{2}\right)$.

Xét phương trình $\log_3(x+2) + \frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}}(3-2x) - 1 = 0$ (*).

$$(*) \Leftrightarrow \log_3(x+2) + \log_3(3-2x) = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_3[(x+2)(3-2x)] = 1$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(3-2x) = 3$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 - x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{3}{2}. \end{cases}$$

Vậy $x_1 = -\frac{3}{2}; x_2 = 1 \Rightarrow A = 2x_1 + 3x_2 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1651. Tính tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1$.

A. 5.

B. 2.

C. -6.

D. 12.

Lời giải.

Ta có $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 = 4^{x-1} \Leftrightarrow \frac{1}{4} \cdot 4^x - 3 \cdot 2^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 4^x - 12 \cdot 2^x + 4 = 0$.

Đặt $t = 2^x > 0$, ta có phương trình $t^2 - 12t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 6 + \sqrt{32} & (\text{thỏa}) \\ t = 6 - \sqrt{32} & (\text{thỏa}). \end{cases}$

Với $t = 6 + \sqrt{32}$ suy ra $x = \log_2(6 + \sqrt{32})$.

Với $t = 6 - \sqrt{32}$ suy ra $x = \log_2(6 - \sqrt{32})$.

Tổng các nghiệm của phương trình là

$$\log_2(6 + \sqrt{32}) + \log_2(6 - \sqrt{32}) = \log_2[(6 + \sqrt{32})(6 - \sqrt{32})] = \log_2 4 = 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1652. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 2$.

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Điều kiện $x > 1$.

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow \log_2[x(x-1)] = 2 \Leftrightarrow x(x-1) = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2} & (\text{thỏa mãn}) \\ x = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} & (\text{loại}). \end{cases}$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1653. Cho phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Tính giá trị của $A = 2x_1 + x_2$.

A. $A = 4 \log_2 3$.

B. $A = 2$.

C. $A = 1$.

D. $A = 3 \log_3 2$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x > 0$. Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 & (\text{thỏa mãn}) \\ t = 3 & (\text{thỏa mãn}). \end{cases}$

Với $t = 1 \Rightarrow 3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Với $t = 3 \Rightarrow 3^x = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Vì $x_1 < x_2$ nên $x_1 = 0$ và $x_2 = 1$. Khi đó $A = 2 \cdot 0 + 1 = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1654. Phương trình $\log_3^2 x - 2 \log_{\sqrt{3}} x - 2 \log_{\frac{1}{3}} x - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_1, x_2 . Tính giá trị của biểu thức $P = \log_3 x_1 + \log_{27} x_2$ biết $x_1 < x_2$.

A. $P = \frac{1}{3}$.

B. $P = 0$.

C. $P = \frac{8}{3}$.

D. $P = 1$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} & \log_3^2 x - 2 \log_{\sqrt{3}} x - 2 \log_{\frac{1}{3}} x - 3 = 0 \\ \Leftrightarrow & \log_3^2 x - 2 \cdot 2 \log_3 x + 2 \log_3 x - 3 = 0 \\ \Leftrightarrow & \log_3^2 x - 2 \log_3 x - 3 = 0 \\ \Leftrightarrow & (\log_3 x - 3)(\log_3 x + 1) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \log_3 x = 3 \\ \log_3 x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 27 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases} \text{ (thỏa mãn ĐKXD)}. \end{aligned}$$

Do $x_1 < x_2$ nên $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = 27$. Vậy $P = \log_3 x_1 + \log_{27} x_2 = \log_3 \frac{1}{3} + \log_{27} 27 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1655. Tổng lập phương các nghiệm của phương trình $(2^x - 2)(1 - 3^x) = 0$ bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. 1.

C. 7.

D. 25.

Lời giải.

Ta có $(2^x - 2)(1 - 3^x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 3^x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \end{cases}$.

Tổng lập phương các nghiệm bằng 1.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1656. Phương trình $\log_3(x + 2) + \frac{1}{2} \log_3(x - 5)^2 + \log_{\frac{1}{3}} 8 = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x + 2 > 0 \\ (x - 5)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \neq 5. \end{cases}$

Phương trình đã cho trở thành

$$\begin{aligned} & \log_3(x+2) + \log_3|x-5| = \log_3 8 \\ \Leftrightarrow & (x+2)|x-5| = 8 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (x+2)(x-5) = 8 \\ x \geq 5 \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} (x+2)(x-5) = -8 \\ x < 5 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 6 \\ x = \frac{3+\sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{3-\sqrt{17}}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Vì 3 nghiệm này đều thỏa mãn điều kiện, nên phương trình đã cho có 3 nghiệm thực.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1657. Biết phương trình $\left[\log_{\frac{1}{3}}(9x)\right]^2 + \log_3 \frac{x^2}{81} - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tính $P = x_1 x_2$.

A. $P = \frac{1}{9^3}$.

B. $P = 3^6$.

C. $P = 9^3$.

D. $P = 3^8$.

Lời giải.

ĐKXD: $x > 0$.

Ta có:

$$\begin{aligned} & \left[\log_{\frac{1}{3}}(9x)\right]^2 + \log_3 \frac{x^2}{81} - 7 = 0 \\ \Leftrightarrow & [-\log_3(9x)]^2 + 2\log_3 x - 4 - 7 = 0 \\ \Leftrightarrow & [\log_3 x + 2]^2 + 2\log_3 x - 11 = 0 \\ \Leftrightarrow & \log_3^2 x + 6\log_3 x - 7 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{3^7} \end{cases} \end{aligned}$$

Tích hai nghiệm của phương trình: $x_1 x_2 = \frac{1}{9^3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1658. Phương trình $\log_x 3 + \log_3 x = 2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1 nghiệm.

B. Vô nghiệm.

C. 2 nghiệm.

D. 3 nghiệm.

Lời giải.

Điều kiện của phương trình $x > 0$ và $x \neq 1$. Khi đó phương trình đã cho tương đương

$$\log_3 x + \frac{1}{\log_3 x} = 2 \Leftrightarrow \log_3^2 x - 2\log_3 x + 1 = 0 \Leftrightarrow \log_3 x = 1 \Leftrightarrow x = 3.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x_0 = 3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1659. Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_3 x + 2\log_9(x-6) = 3$.

A. $\{9\}$.

B. $\emptyset$.

C. $\{-3\}$.

D. $\{-3; 9\}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x > 0 \\ x - 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 6.$$

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \log_3 x + \log_3(x - 6) &= 3 \\ \Leftrightarrow \log_3 x(x - 6) &= 3 \\ \Leftrightarrow x(x - 6) &= 27 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \text{ (nhận)} \\ x = -3 \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1660. Tìm tập nghiệm của phương trình $4^{x+1} - 20 \cdot 2^x + 16 = 0$.

A. $\{-2; 0\}$.

B. $\{0; 2\}$.

C. $\{1; 4\}$.

D. $\{2; 3\}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 4^{x+1} - 20 \cdot 2^x + 16 &= 0 \\ \Leftrightarrow 4 \cdot 4^x - 20 \cdot 2^x + 16 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0; 2\}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1661. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{125}$.

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{125} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x \leq 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3.$$

Suy ra x là có 5 nghiệm nguyên $x = \{-1; 0; 1; 2; 3\}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1662. Lãi suất gửi tiền tiết kiệm của các ngân hàng trong thời gian liên tục thay đổi. Bác Mạnh gửi vào một ngân hàng số tiền 5 triệu đồng với lãi suất 0,7%/1tháng. Sau 6 tháng gửi tiền, lãi suất tăng lên 0,9%/1tháng. Đến tháng thứ 10 sau khi gửi tiền, lãi suất giảm xuống 0,6%/1tháng và giữ ổn định. Biết rằng nếu bác Mạnh không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau một năm gửi tiền, bác Mạnh rút được bao nhiêu tiền? (Biết trong suốt năm đó bác Mạnh không rút tiền ra).

A. 5436521,164 đồng.

B. 5436566,169 đồng.

C. 5452771,729 đồng.

D. 5452733,453 đồng.

Lời giải.

Số tiền của bác Mạnh sau 6 tháng đầu tiên là $5 \times (1 + 0,007)^6$ (triệu đồng).

Số tiền bác Mạnh tới tháng thứ 10 là $5 \times (1 + 0,07)^6 \times (1 + 0,009)^3$ (triệu đồng).

Số tiền bác Mạnh sau 1 năm là $5 \times (1 + 0,07)^6 \times (1 + 0,009)^3 \times (1 + 0,006)^3 = 5,452733453$ (triệu đồng).

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1663. Tập nghiệm của phương trình $4^x + 2^x - 2 = 0$ là

A. $S = \{0; 1\}$.

B. $S = \{0; -1\}$.

C. $S = \{1\}$.

D. $S = \{0\}$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$, $t > 0$ ta được

$$t^2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{0; 1\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1664. Giải phương trình $\left(\frac{1}{25}\right)^{x-1} = 125^{2x}$.

A. $x = -\frac{1}{4}$.

B. $x = -\frac{1}{8}$.

C. $x = \frac{1}{4}$.

D. $x = 4$.

Lời giải.

Có: $\left(\frac{1}{25}\right)^{x-1} = 125^{2x} \Leftrightarrow 5^{2-2x} = 5^{6x} \Leftrightarrow 2 - 2x = 6x \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1665. Giả sử a và b là các số thực thoả mãn $3 \cdot 2^a + 2^b = 7\sqrt{2}$ và $5 \cdot 2^a - 2^b = 9\sqrt{2}$. Tổng $a + b$ bằng bao nhiêu?

A. $a + b = 1$.

B. $a + b = 3$.

C. $a + b = 4$.

D. $a + b = 2$.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 3 \cdot 2^a + 2^b = 7\sqrt{2} \\ 5 \cdot 2^a - 2^b = 9\sqrt{2} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 2^a = 2\sqrt{2} \\ 2^b = \sqrt{2} \end{cases} \\ & \Rightarrow 2^a \cdot 2^b = 4 \\ & \Leftrightarrow 2^{a+b} = 2^2 \\ & \Leftrightarrow a + b = 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1666. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_4 x} = 1$ bằng

A. 12.

B. 24.

C. 18.

D. 9.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$ (*)

Với điều kiện (*), phương trình đã cho tương đương với

$$\log_x 2 + \log_x 3 + \log_x 4 = 1 \Leftrightarrow \log_x (2 \cdot 3 \cdot 4) = 1 \Leftrightarrow x = 24.$$

Đối chiếu điều kiện, phương trình có nghiệm duy nhất $x = 24$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1667. Biết rằng phương trình $4 \cdot 3^{\log(100x^2)} + 9 \cdot 4^{\log(10x)} = 13 \cdot 6^{1+\log x}$ có 2 nghiệm thực phân biệt a, b . Tính tích $a \cdot b$.

- A. $a \cdot b = 1$. B. $a \cdot b = 100$. C. $a \cdot b = \frac{1}{10}$. D. $a \cdot b = 10$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$. Ta có

$$\begin{aligned} 4 \cdot 3^{\log(100x^2)} + 9 \cdot 4^{\log(10x)} &= 13 \cdot 6^{1+\log x} \\ \Leftrightarrow 4 \cdot 9^{\log(10x)} - 13 \cdot 6^{\log(10x)} + 9 \cdot 4^{\log(10x)} &= 0 \\ \Leftrightarrow 4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2\log(10x)} - 13 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{\log(10x)} + 9 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^{\log(10x)} = 1 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^{\log(10x)} = \frac{9}{4} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \log(10x) = 0 \\ \log(10x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{10} \\ x = 10. \end{cases} \text{ (thỏa).} \end{aligned}$$

Suy ra tích hai nghiệm của phương trình bằng 1.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1668. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $9^x - 5 \cdot 3^{x+1} + 9 = 0$ là

- A. 15. B. 2. C. 5. D. 9.

Lời giải.

Đặt $3^x = t$ ($t > 0$).

Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 15t + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{15 + 3\sqrt{21}}{2} \text{ (thỏa mãn)} \\ t = \frac{15 - 3\sqrt{21}}{2} \text{ (thỏa mãn).} \end{cases}$

Vậy tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình đã cho là

$$\log_3 \frac{15 + 3\sqrt{21}}{2} + \log_3 \frac{15 - 3\sqrt{21}}{2} = \log_3 9 = 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1669. Phương trình $\log_{2018}^2 x + 4 \log_{\frac{1}{2018}} x + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức $x_1 x_2$.

- A. 2018. B. 2018^3 . C. 2018^4 . D. 2018^2 .

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Phương trình tương đương với

$$\log_{2018}^2 x - 4 \log_{2018} x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{2018} x = 1 \\ \log_{2018} x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2018 \\ x = 2018^3. \end{cases}$$

Vậy ta có $x_1 x_2 = 2018^4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1670. Tìm m để phương trình $4^x - 2^{x+3} + 3 = m$ có đúng hai nghiệm $x \in (1; 3)$?

- A. $-9 < m < 3$. B. $3 < m < 9$. C. $-13 < m < -9$. D. $-13 < m < 3$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$ ta có phương trình $t^2 - 8t + 3 = m$ với $t \in (2; 8)$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 8t + 3$ trên $(2; 8)$, ta có:

$$f'(t) = 2t - 8; f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 4.$$

Ta có bảng biến thiên:

t	2	4	8
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	-9	-13	3

Nhìn vào bảng biến thiên thì phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $-13 < m < -9$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1671. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(\log_3(\log_4 x^{18})) = 1$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_2(\log_3(\log_4 x^{18})) = 1 \Leftrightarrow \log_3(\log_4 x^{18}) = 2 \Leftrightarrow \log_4 x^{18} = 9 \Leftrightarrow x^{18} = 4^9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1672. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $\emptyset$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$). Khi đó phương trình ban đầu có dạng $t^2 - 2mt + m + 2 = 0$ (1).

Để phương trình ban đầu có hai nghiệm phân biệt thì phương trình (1) phải có hai nghiệm dương phân biệt. Điều này xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta' = m^2 - (m + 2) > 0 \\ 2m > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ m > 0 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \\ m > 0 \\ m > -2. \end{cases}$$

Kết hợp các điều kiện trên ta có $m > 2$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1673. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 = 0$ bằng

A. 2.

B. -3.

C. $\frac{17}{2}$.

D. $\frac{9}{8}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned}\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow (\log_2 x - 3)(\log_2 x + 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = -1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = \frac{1}{2}. \end{cases}\end{aligned}$$

Do đó tổng hai nghiệm là $8 + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1674. Phương trình $\log_3(2x + 1) = 2$ có nghiệm là

- A. $x = 5$. B. $x = -3$. C. $x = 1$. D. $x = 4$.

Lời giải.

Ta có $\log_3(2x + 1) = 2 \Leftrightarrow 2x + 1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1675. Phương trình $\log_2(x - 1) = 1$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = \frac{1}{3}$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 1$.

Phương trình tương đương $x - 1 = 2 \Leftrightarrow x = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1676. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm thực của phương trình $16^x - 5 \cdot 4^x + 4 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2$.

- A. $T = 4$. B. $T = 0$. C. $T = 1$. D. $T = 17$.

Lời giải.

Ta có

$$16^x - 5 \cdot 4^x + 4 = 0 \Leftrightarrow (4^x)^2 - 5 \cdot 4^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4^x = 1 \\ 4^x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Vậy $T = 0^2 + 1^2 = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1677. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2[\log_3(\log_4 x^{18})] = 1$ bằng

- A. 2. B. 0. C. -2. D. 4.

Lời giải.

$$\begin{aligned}\log_2[\log_3(\log_4 x^{18})] &= 1 \Leftrightarrow \log_3(\log_4(x^{18})) = 2 \Leftrightarrow \log_4(x^{18}) = 9 \Leftrightarrow \log_4((x^2)^9) = 9 \\ &\Leftrightarrow 9\log_4(x^2) = 9 \Leftrightarrow \log_4(x^2) = 1 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2.\end{aligned}$$

Vậy tổng giá trị các nghiệm của phương trình là $-2 + 2 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1678. Phương trình $\ln\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \ln\left(x + \frac{1}{2}\right) \cdot \ln\left(x + \frac{1}{4}\right) \cdot \ln\left(x + \frac{1}{8}\right) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.Điều kiện: $x > \frac{1}{2}$.

$$\text{Phương trình đã cho tương đương với } \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{2} = 1 \\ x + \frac{1}{2} = 1 \\ x + \frac{1}{4} = 1 \\ x + \frac{1}{8} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{3}{4} \\ x = \frac{7}{8} \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện, ta suy ra tập nghiệm của phương trình là $\left\{\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}\right\}$.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1679. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1$ bằngA. $\frac{3}{2}$.B. $\frac{1}{2}$.

C. -1.

D. 0.

Lời giải.Điều kiện: $3 \cdot 2^x - 1 > 0 \Leftrightarrow 2^x > \frac{1}{3} \Leftrightarrow x > \log_2\left(\frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow x > -\log_2 3$.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2(3 \cdot 2^x - 1) &= 2x + 1 \\ \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 &= 2^{2x+1} \\ \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 &= 2 \cdot (2^x)^2 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tổng của các nghiệm bằng $S = -1$.Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1680. Phương trình $27 \cdot 4^x - 30 \cdot 6^x + 8 \cdot 9^x = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây?A. $x^2 + 3x + 2 = 0$.B. $x^2 - 3x + 2 = 0$.C. $27x^2 - 30x + 8 = 0$.D. $8x^2 - 30x + 27 = 0$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có: } 27 \cdot 4^x - 30 \cdot 6^x + 8 \cdot 9^x = 0 \Leftrightarrow 27 - 30 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 8 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1. \end{cases}$$

Mặt khác, phương trình " $x^2 - 3x + 2 = 0$ " có hai nghiệm là $x = 1$ và $x = 2$, nên tương đương với phương trình đã cho.Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1681. Giải phương trình $\log_3(x^4 - x^3 + 50x^2 - 60x + 20) = 3 \log_{27}(13x^3 - 11x^2 + 22x - 2)$ ta được bốn nghiệm a, b, c, d với $a < b < c < d$. Tính $P = a^2 + c^2$.A. $P = 32$.B. $P = 42$.C. $P = 22$.D. $P = 72$.**Lời giải.**

Điều kiện: $\begin{cases} x^4 - x^3 + 50x^2 - 60x + 20 > 0 \\ 13x^3 - 11x^2 + 22x - 2 > 0. \end{cases} (*)$

Với điều kiện trên, ta có

$$\begin{aligned} \log_3 (x^4 - x^3 + 50x^2 - 60x + 20) &= 3 \log_{27} (13x^3 - 11x^2 + 22x - 2) \\ \Leftrightarrow \log_3 (x^4 - x^3 + 50x^2 - 60x + 20) &= \log_3 (13x^3 - 11x^2 + 22x - 2) \\ \Leftrightarrow x^4 - x^3 + 50x^2 - 60x + 20 &= 13x^3 - 11x^2 + 22x - 2 \\ \Leftrightarrow x^4 - 14x^3 + 61x^2 - 82x + 22 &= 0 \Leftrightarrow (x^2 - 6x + 2)(x^2 - 8x + 11) = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 2 = 0 \\ x^2 - 8x + 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{7} \\ x = 3 - \sqrt{7} \\ x = 4 + \sqrt{5} \\ x = 4 - \sqrt{5}. \end{cases}$$

So với điều kiện (*), ta nhận cả bốn nghiệm trên, và suy ra $\begin{cases} a = 3 - \sqrt{7} \\ c = 3 + \sqrt{7}. \end{cases}$

Vậy ta có $P = (3 + \sqrt{7})^2 + (3 - \sqrt{7})^2 = 32$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1682. Số nghiệm của phương trình $\frac{1}{3} \log_2(5-x) + 2 \log_8 \sqrt{3-x} = 1$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

- Điều kiện $3 < x < 5$.

-

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \log_2(5-x) + 2 \log_8 \sqrt{3-x} &= 1 \\ \Leftrightarrow \log_2(5-x) + \log_2(3-x) &= 3 \\ \Leftrightarrow \log_2(5-x)(3-x) &= 3 \\ \Leftrightarrow (5-x)(3-x) &= 8 \\ \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = 7 \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

- Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1683. Phương trình $\log \sqrt{x-1} + \log \sqrt{4x-15} - \sqrt{3} = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x-1 > 0 \\ 4x-15 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{15}{4}.$

Ta có

$$\begin{aligned} & \log \sqrt{x-1} + \log \sqrt{4x-15} - \sqrt{3} = 0 \\ \Leftrightarrow & \log \sqrt{4x^2 - 19x + 15} = \sqrt{3} \\ \Leftrightarrow & 4x^2 - 19x + 15 = 10^{2\sqrt{3}} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x \approx 29,39 \text{ (nhận)} \\ x \approx -24,64 \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó phương trình đã cho chỉ có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1684. Nghiệm của phương trình $\log_{2018} x + \log_{\sqrt{2018}} x + \log_{\sqrt[3]{2018}} x + \dots + \log_{\sqrt[2018]{2018}} x = \frac{2019}{2}$ là

- A. $\sqrt[2019]{2018}$. B. 1. C. 2018. D. $\sqrt[2018]{2018}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$. Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & \log_{2018} x + 2 \log_{2018} x + 3 \log_{2018} x + \dots + 2018 \log_{2018} x = \frac{2019}{2} \\ \Leftrightarrow & (1 + 2 + 3 + \dots + 2018) \log_{2018} x = \frac{2019}{2} \\ \Leftrightarrow & \frac{2018 \cdot 2019}{2} \log_{2018} x = \frac{2019}{2} \\ \Leftrightarrow & \log_{2018} x = \frac{1}{2018} \Leftrightarrow x = \sqrt[2018]{2018}. \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = \sqrt[2018]{2018}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1685. Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị của biểu thức $A = 2x_1 + 3x_2$ bằng

- A. 2. B. 0. C. $4 \log_2^3$. D. $3 \log_3 2$.

Lời giải.

$$9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_3 2. \end{cases}$$

Vì $x_1 < x_2$ nên $x_1 = 0$ và $x_2 = \log_3 2$, suy ra $A = 3 \log_3 2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1686. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_3(2x-1) = 2 \log_2 x$ là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải.

Điều kiện: $x > \frac{1}{2}$. Ta có

$$\log_2 x \cdot \log_3(2x-1) = 2 \log_2 x \Leftrightarrow \log_2 x [\log_3(2x-1) - 2] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 0 \\ \log_3(2x-1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5. \end{cases}$$

Hai giá trị $x = 1, x = 5$ đều thỏa mãn điều kiện. Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1687. Phương trình $\frac{1}{\log_3 x - 3} + \frac{1}{\log_{27} x + 3} = 1$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 4 . B. 3 . C. 1 . D. 2.

Lời giải.

Đặt $t = \log_3 x$ với $x > 0$ và $\begin{cases} t \neq 3 \\ t \neq -9 \end{cases}$, phương trình trở thành

$$\begin{aligned} & \frac{1}{t-3} + \frac{1}{\frac{1}{3}t+3} = 1 \\ \Leftrightarrow & \frac{1}{t-3} + \frac{3}{t+9} = 1 \\ \Leftrightarrow & t+9+3(t-3) = (t-3)(t+9) \\ \Leftrightarrow & 4t+t^2+6t-18=0 \\ \Leftrightarrow & t^2+2t-18=0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} t = -1 - \sqrt{19} \text{ (nhận)} \\ t = -1 + \sqrt{19} \text{ (nhận)} \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} \log_3 x = -1 - \sqrt{19} \\ \log_3 x = -1 + \sqrt{19} \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} x = 3^{-1-\sqrt{19}} \\ x = 3^{-1+\sqrt{19}}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1688. Giải phương trình: $2\log_3(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$. Một học sinh làm như sau:

— Bước 1: Điều kiện: $\begin{cases} x > 2 \\ x \neq 4 \end{cases} (*)$

— Bước 2: Phương trình đã cho tương đương với $2\log_3(x-2) + 2\log_3(x-4) = 0$.

— Bước 3: Hay là

$$\begin{aligned} \log_3(x-2)(x-4) = 0 & \Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 1 \\ & \Leftrightarrow x^2 - 6x + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2} \\ x = 3 - \sqrt{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

Đối chiếu với điều kiện (*), suy ra phương trình đã cho có nghiệm là $x = 3 + \sqrt{2}$.

Bài giải trên đúng hay **sai**? Nếu sai thì sai ở bước nào?

- A. Sai ở bước 2. B. Sai ở bước 1.
C. Tất cả các bước đều đúng. D. Sai ở bước 3.

Lời giải.

Sai ở bước 2 vì $\log_3(x-4)^2 = 2\log_3|x-4|$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1689. Tích các nghiệm của phương trình $\log_3(3x) \cdot \log_3(9x) = 4$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{1}{27}$. D. 1.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned}\log_3(3x) \cdot \log_3(9x) &= 4 \Leftrightarrow (1 + \log_3 x)(2 + \log_3 x) = 4 \\ &\Leftrightarrow \log_3^2 x + 3 \log_3 x - 2 = 0. \quad (*)\end{aligned}$$

Phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt $\log_3 x_1, \log_3 x_2$ và

$$\log_3 x_1 + \log_3 x_2 = -3 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 3^{-3} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{27}.$$

Vậy tích các nghiệm phương trình là $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{27}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1690. Cho phương trình $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $P = x_1 \cdot x_2$.

- A. $P = 6$. B. $P = \log_2 3$. C. $P = \log_2 6$. D. $P = 2 \log_2 3$.

Lời giải.

$$2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \log_2 3. \end{cases}$$

Suy ra $P = \log_2 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1691. Phương trình $(2x^2 - x)^{4x^2 - 9x + 2} = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải.

$$\begin{aligned}\text{— } 2x^2 - x = 1 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow 1 = 1 \text{ (luôn đúng).} \\ \text{— } 4x^2 - 9x + 2 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow 1 = 1 \text{ (luôn đúng).}\end{aligned}$$

Vậy phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1692. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-x^2} = 5^{6x-10}$. Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng

- A. -5 . B. $\log_5 2 + 1$. C. 7. D. 10.

Lời giải.

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x-x^2} = 5^{6x-10} \Leftrightarrow 5^{x^2-x} = 5^{6x-10}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x = 6x - 10 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 7.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1693. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 5$ là

- A. $x = 33$. B. $x = 6$. C. $x = 26$. D. $x = 32$.

Lời giải.

$$\log_2(x-1) = 5 \Leftrightarrow x-1 = 2^5 = 32 \Rightarrow x = 33.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1694. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $49^{x+1} + 35 \cdot 7^x + m = 0$ có nghiệm

- A. $m < 0$. B. $m < \frac{9}{4}$. C. $m \leq \frac{6}{25}$. D. $0 \leq m \leq \frac{9}{4}$.

Lời giải.

Đặt $t = 7^{x+1}, t > 0$, phương trình đã cho trở thành: $t^2 + 5t + m = 0 \Leftrightarrow t^2 + 5t = -m$ (*).

Xét hàm số $f(t) = t^2 + 5t$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có $y' = 2t + 5 > 0, \forall t > 0$.

Phương trình ban đầu có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm dương.

Phương trình (*) có nghiệm dương khi và chỉ khi $-m > f(0) = 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1695. Số nghiệm thực của phương trình $2 \log_2(x-3) = 2 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{3-2x}$ là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x-3 > 0 \\ 3-2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}$ (vô nghiệm).

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1696. Tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 3 \log_3 x \cdot \log_2 3 + 2 = 0$ bằng

- A. 18. B. 20. C. 6. D. 25.

Lời giải.

Ta có $\log_2 3 \cdot \log_3 x = \log_2 x$. Do đó phương trình đã cho tương đương

$$\log_2^2 x - 3 \log_2 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4. \end{cases}$$

Vậy tổng bình phương của các nghiệm bằng $2^2 + 4^2 = 20$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1697. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 2 \log_2 x - 3 = 0$ bằng

- A. 2. B. -3. C. $\frac{17}{2}$. D. $\frac{9}{8}$.

Lời giải.

Ta có $\log_2^2 x - 2 \log_2 x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \\ x_2 = 8. \end{cases}$

Từ đó suy ra $S = x_1 + x_2 = \frac{1}{2} + 8 = \frac{17}{2}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1698. Phương trình $\log_3(2x+1) = 2$ có nghiệm là

- A. $x = 5$. B. $x = -3$. C. $x = 1$. D. $x = 4$.

Lời giải.

Ta có $\log_3(2x+1) = 2 \Leftrightarrow 2x+1 = 9 \Leftrightarrow x = 4$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1699. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x - m2^{x+1} + 2m = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 4$.

D. $m = 3$.

Lời giải.• Đặt $t = 2^x$. Ta có $t^2 - 2mt + 2m = 0$ (*).• PT đã cho có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3 \Leftrightarrow$ PT (*) có 2 nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa

$$\text{mãn } t_1 \cdot t_2 = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 2m = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m > 0 \\ m = 4 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 1700.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của m để phương trình

$$1 + \log_5(x^2 + 1) = \log_5(mx^2 + 4x + m)$$

có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in (3; 7) \setminus \{5\}$.

B. $m \in (3; 7)$.

C. $m \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} 1 + \log_5(x^2 + 1) &= \log_5(mx^2 + 4x + m) \\ \Leftrightarrow \log_5[5(x^2 + 1)] &= \log_5(mx^2 + 4x + m) \\ \Leftrightarrow 5(x^2 + 1) &= mx^2 + 4x + m \\ \Leftrightarrow (5 - m)x^2 - 4x + 5 - m &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 5 \\ \Delta = 16 - 4(5 - m)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 5 \\ (m - 3)(7 - m) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 5 \\ 3 < m < 7 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 1701.** Kí hiệu A và B lần lượt là tập nghiệm của các phương trình $\log_3 x(x + 2) = 1$ và $\log_3(x + 2) + \log_3 x = 1$. Khi đó khẳng định đúng là

A. $A = B$.

B. $A \subset B$.

C. $B \subset A$.

D. $A \cap B = \emptyset$.

Lời giải.

$$\log_3 x(x + 2) = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = -3 \text{ cho nên } A = \{1; -3\}.$$

$$\log_3(x + 2) + \log_3 x = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ cho nên } B = \{1\}.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 1702.** Cho phương trình $\frac{1}{2} \log(x^2 + 2x + 1) + \log(x + 11) = 2 - \log 4$. Tính S là tổng tất cả các nghiệm của phương trình.

A. $S = -12 - 5\sqrt{2}$.

B. $S = -12$.

C. $S = -6$.

D. $S = -12 + 5\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } x \neq -1, x \geq -11.$$

$$\text{Phương trình tương đương với } (x + 11)|x + 1| = 25.$$

$$\text{— Với } x \geq -1 \text{ phương trình trở thành } x^2 + 12x - 14 = 0 \Leftrightarrow x = -6 + 5\sqrt{2}.$$

$$\text{— Với } x < -1 \text{ phương trình trở thành } x^2 + 12x + 36 = 0 \Leftrightarrow x = -6.$$

$$\text{Vậy } S = -12 + 5\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 1703.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^x - 2016 \cdot 3^x + 2018 = 0$ bằng

A. $\log_3 1008$.

B. $\log_3 1009$.

C. $\log_3 2016$.

D. $\log_3 2018$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$). Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2016t + 2018 = 0$. (2)

Phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 . Theo Vi-ét ta có $\begin{cases} t_1 + t_2 = 2016 \\ t_1 t_2 = 2018 \end{cases}$.

Vì 3^x là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên ứng với mỗi giá trị dương t_1, t_2 ta có tương ứng duy nhất một giá trị thực x_1, x_2 là nghiệm của phương trình ban đầu. Khi đó

$$3^{x_1+x_2} = 3^{x_1} \cdot 3^{x_2} = t_1 t_2 = 2018 \Rightarrow x_1 + x_2 = \log_3 2018.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1704. Số nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^3 - 2x^2 - 3x + 4) + \log_2(x - 1) = 0$ là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$\begin{aligned} \log_2(x^3 - 2x^2 - 3x + 4) &= \log_2(x - 1) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 > 0 \\ x^3 - 2x^2 - 3x + 4 = x - 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ (x - 1)(x^2 - x - 5) = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1 + \sqrt{21}}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1705. Tìm tất cả giá trị của m để bất phương trình $9^x - 2(m + 1)3^x - 3 - 2m > 0$ nghiệm đúng với mọi số thực x .

A. $m \in (-5 - 2\sqrt{3}; -5 + 2\sqrt{3})$.

B. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$.

C. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right]$.

D. $m \neq 2$.

Lời giải.

Xét bất phương trình $9^x - 2(m + 1)3^x - 3 - 2m > 0$ (1).

Đặt $t = 3^x$, $t > 0$. Khi đó (1) trở thành $t^2 - 2(m + 1)t - 3 - 2m > 0$ (2).

Yêu cầu bài toán bất phương trình (1) có nghiệm đúng với mọi x hay bất phương trình (2) có nghiệm $\forall t \in (0; +\infty)$.

Xét (2), ta có

$$t^2 - 2(m + 1)t - 3 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{t^2 - 2t - 3}{2t + 2}.$$

Xét hàm $f(t) = \frac{t^2 - 2t - 3}{2t + 2}$ có $f'(t) = \frac{2t^2 + 4t + 2}{(2t + 2)^2}$.

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t^2 + 4t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Ta có bảng biến thiên như sau

t	-1	0	$+\infty$
$f'(t)$		+	+
$f(t)$			$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m \leq \min_{(0;+\infty)} f(t) \Leftrightarrow m \leq f(0) \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1706. Biết rằng phương trình $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$ có hai nghiệm. Hãy tính tổng của hai nghiệm đó.

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Đặt $t = 2^{x^2-x} > 0$, ta có phương trình $t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \text{ (loại)} \end{cases}$.

Với $t = 1 \Rightarrow 2^{x^2-x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là 1.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1707. Tập nghiệm của phương trình $\log_4(9^{50} + 5x^2) = \log_2(3^{50} + 2x)$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $\{0; 4 \cdot 3^{50}\}$.

C. $\{0\}$.

D. $\{0; 1\}$.

Lời giải.

Đặt $a = 3^{50}$. Điều kiện: $x > -\frac{a}{2}$.

Phương trình đã cho tương đương với

$a^2 + 5x^2 = (a + 2x)^2 \Leftrightarrow x^2 - 4ax = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 4a$ (cả hai nghiệm đều thỏa mãn điều kiện).

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1708. Cho $\log_3(a + 1) = 3$. Tính $3^{\log_9(a-1)}$.

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $\log_3(a + 1) = 3 \Leftrightarrow a + 1 = 27 \Leftrightarrow a = 26$.

Khi đó $3^{\log_9(a-1)} = 3^{\log_9(26-1)} = 3^{\log_3 5} = 5$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1709. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - \log_3 9 \cdot \log_2 x = 3$ là

A. 2.

B. 8.

C. $\frac{17}{2}$.

D. -2.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

$\log_2^2 x - \log_3 9 \cdot \log_2 x = 3 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 2 \cdot \log_2 x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 8. \end{cases}$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $\frac{1}{2} + 8 = \frac{17}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1710. Phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

A. 22.

B. 36.

C. 32.

D. 16.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $\begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 8. \end{cases}$

Từ đó, hai số x_1, x_2 là hai số 2, 8. Vậy $x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot 8 = 16$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1711. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2(\log_9 x)^2 - 3\log_9 x + 1 \leq 0$.

A. $S = [3; 9]$.B. $S = [-3; 9]$.C. $S = (3; 9)$.D. $S = (3; 9]$.

Lời giải.

Ta có $2(\log_9 x)^2 - 3\log_9 x + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq \log_9 x \leq 1 \Leftrightarrow 3 \leq x \leq 9$.

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là $S = [3; 9]$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1712. Giải phương trình $\log_4(x+1) + \log_4(x-3) = 3$.

A. $x = 1 \pm 2\sqrt{17}$.B. $x = 1 + 2\sqrt{17}$.C. $x = 5$.D. $x = 33$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$.

Ta có $\log_4(x+1) + \log_4(x-3) = 3 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) = 64 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 67 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \pm 2\sqrt{17}$. Kết hợp với điều kiện xác định ta có nghiệm của phương trình là $x = 1 + 2\sqrt{17}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1713. Gọi P là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1$. Tính P .

A. $P = 0$.B. $P = -1$.C. $P = \frac{3}{2}$.D. $P = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $3 \cdot 2^x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \log_2 \frac{1}{3}$.

Ta có $\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 = 2^{2x+1} \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1. \end{cases}$

Kết hợp với điều kiện xác định ta có tập nghiệm của phương trình là $x \in \{-1; 0\} \Rightarrow P = -1$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1714. Gọi n là số nghiệm của phương trình $\log_2 x^2 = 2\log_2(3x+4)$. Tìm n .

A. $n = -1$.B. $n = 0$.C. $n = 2$.D. $n = 1$.

Lời giải.

Điều kiện $x > -\frac{4}{3}$ và $x \neq 0$.

$\log_2 x^2 = 2\log_2(3x+4) \Leftrightarrow x^2 = (3x+4)^2 \Leftrightarrow 8x^2 + 24x + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (thỏa)} \\ x = -2 \text{ (loại)}. \end{cases}$

Phương trình đã cho có đúng 1 nghiệm. Vậy $n = 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1715. Biết rằng phương trình $2^{x^2-4x+2} = 2^{x-4}$ có hai nghiệm phân biệt là x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức $S = x_1^4 + x_2^4$.

A. $S = 17$.

B. $S = 257$.

C. $S = 97$.

D. $S = 92$.

Lời giải.

$$2^{x^2-4x+2} = 2^{x-4} \Leftrightarrow x^2 - 4x + 2 = x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 3. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } S = x_1^4 + x_2^4 = 2^4 + 3^4 = 97.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 1716.** Số nghiệm của phương trình $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$ là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x > 0 (*) \\ \log_4 x > 0 \end{cases}$$

$$\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2(\log_2 x) + \log_2\left(\frac{1}{2} \log_2 x\right) = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2(\log_2 x) + \log_2 \frac{1}{2} + \log_2(\log_2 x) = 2 \Leftrightarrow \frac{3}{2} \log_2(\log_2 x) = 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2(\log_2 x) = 2 \Leftrightarrow \log_2 x = 4 \Leftrightarrow x = 16 \text{ (thỏa mãn điều kiện (*))}.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 1717.** Phương trình $\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = 22$ có nghiệm là một số có tổng các chữ số bằng

A. 17.

B. 16.

C. 19.

D. 18.

Lời giải.

$$\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = 22 \Leftrightarrow \log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x + \frac{1}{3} \log_3 x = 22$$

$$\Leftrightarrow \frac{11}{6} \log_3 x = 22$$

$$\Leftrightarrow x = 3^{12} = 531441$$

Từ đó suy ra phương trình đã cho có nghiệm là một số có tổng các chữ số bằng 18.

Chọn đáp án **D** □**Câu 1718.** Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng

A. 5.

B. -5.

C. 6.

D. -6.

Lời giải.

$$2^{x^2+2x} = 8^{2-x} \Leftrightarrow x^2 + 2x = 3(2-x) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -6 \end{cases}. \text{ Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng } -5.$$

Chọn đáp án **B** □**Câu 1719.** Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-5x+3} = 1$ là

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2^{2x^2-5x+3} = 1 = 2^0 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1720. Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Giá trị $A = 2x_1 + 3x_2$ là

- A. 8. B. $2 \log_3 2$. C. $2 \log_2 3$. D. $3 \log_3 2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_3 2 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = \log_3 2.$$

$$\text{Vậy } A = 2x_1 + 3x_2 = 3 \log_3 2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1721. Ông Phúc gửi 27 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép, kỳ hạn là một quý, với lãi suất 1,85% một quý. Hỏi thời gian nhanh nhất là bao lâu để ông Phúc có được ít nhất 36 triệu đồng tính cả vốn lẫn lãi?

- A. 15 quý. B. 4 năm. C. 5 năm. D. 19 quý.

Lời giải.

Giả sử ông Phúc gửi trong n quý thì được ít nhất 36 triệu đồng tính cả vốn lẫn lãi.

$$\text{Từ đó ta có } 36 = 27(1 + 0,0185)^n \Leftrightarrow n \approx 15,69.$$

Từ đó, suy ra sau 4 năm thì ông Phúc có ít nhất 36 triệu.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1722. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$?

- A. $m = 2$. B. $m = 4$. C. $m = 1$. D. $m = 3$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } t = 2^x \ (t > 0), \text{ ta có phương trình } t^2 - 2mt + 2m = 0. \quad (1)$$

Để phương trình ban đầu có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ khi chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm dương thỏa mãn $t_1 t_2 = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} = 8$.

Điều đó tương đương với

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - 2m > 0 \\ t_1 + t_2 = 2m > 0 \\ t_1 t_2 = 2m = 8 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1723. Phương trình $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} = 0$ có tích các nghiệm là

- A. -1. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải.

$$\text{Đặt } t = (\sqrt{2} - 1)^x \ (t > 0), \text{ ta được phương trình}$$

$$t + \frac{1}{t} - 2\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2\sqrt{2}t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 + \sqrt{2} \\ t = 1 + \sqrt{2}. \end{cases}$$

$$\text{Với } t = -1 + \sqrt{2}, \text{ ta có: } (\sqrt{2} - 1)^x = -1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow x = 1.$$

$$\text{Với } t = 1 + \sqrt{2}, \text{ ta có: } (\sqrt{2} - 1)^x = 1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow x = -1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1724. Cho phương trình $3^{x^2-3x+8} = 9^{2x-1}$. Tập nghiệm S của phương trình đó là

- A. $S = \left\{ \frac{5 - \sqrt{61}}{2}; \frac{5 + \sqrt{61}}{2} \right\}$.
 B. $S = \left\{ \frac{-5 - \sqrt{61}}{2}; \frac{-5 + \sqrt{61}}{2} \right\}$.
 C. $S = \{2; 5\}$.
 D. $S = \{-2; -5\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 3^{x^2-3x+8} = 9^{2x-1} \Leftrightarrow 3^{x^2-3x+8} = 3^{4x-2} \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 5. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1725. Kí hiệu x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $4 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$. Tính tích $x_1 \cdot x_2$.

- A. 1. B. -1. C. -2. D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 4 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot 4^x - 18 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2^{-1} \\ 2^x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Suy ra tích hai nghiệm là -2.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1726. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log(x^4 - 5x^2 + 2x + 7) = \frac{\ln(2x + 3)}{\ln 10}$.

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 5.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^4 - 5x^2 + 2x + 7 > 0 \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases}.$$

Với điều kiện trên, phương trình đã cho trở thành

$$\begin{aligned} \log(x^4 - 5x^2 + 2x + 7) &= \log(2x + 3) \\ \Leftrightarrow x^4 - 5x^2 + 2x + 7 &= 2x + 3 \\ \Leftrightarrow x^4 - 5x^2 + 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = -2 \quad (\text{loại}) \\ x = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó, tổng các nghiệm của phương trình đã cho bằng 2.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1727. Tập nghiệm S của phương trình $4^x - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$ là

- A. $S = \{1; \log_3 2\}$. B. $S = \{1; 6\}$. C. $S = \{2; 3\}$. D. $S = \{1; \log_2 3\}$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình } 4^x - 5 \cdot 2^x + 6 = 0 \Leftrightarrow (2^x - 3)(2^x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 3 \\ 2^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2 3 \\ x = 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1728. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2^{x^2+2x-3}} = 4^x$.

A. $S = \{-3\}$.

B. $S = \{1; 3\}$.

C. $S = \{-1; 3\}$.

D. $S = \{-3; 1\}$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$\sqrt{2^{x^2+2x-3}} = \sqrt{2^{4x}} \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 1729.** Phương trình $\log_2(x - 2) = 3$ có nghiệm là

A. $x = 5$.

B. $x = 6$.

C. $x = 10$.

D. $x = 8$.

Lời giải.Điều kiện của phương trình là $x > 2$.

$$\log_2(x - 2) = 3 \Leftrightarrow x - 2 = 8 \Leftrightarrow x = 10.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 1730.** Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} x - 2 > 0 \\ x^2 - 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \sqrt{6}.$$

$$\text{Ta có } \log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1 \Leftrightarrow x^2 - 6 = 3(x - 2) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 3 \text{ (thỏa mãn)}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 1731.** Tổng các nghiệm của phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$ là

A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{10}{3}$.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

$$3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{tổng các nghiệm của phương trình là } 0.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 1732.** Tính tổng tất cả các nghiệm nguyên của phương trình $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

A. 0.

B. $\frac{5}{2}$.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{2x} = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tổng các nghiệm nguyên của phương trình đã cho bằng 0.

Chọn đáp án **A** □**Câu 1733.** Tìm số nghiệm của phương trình $27^{\frac{x-2}{x-1}} = \frac{\sqrt{3}^{7x}}{243}$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải.Điều kiện: $x \neq 1$.

Phương trình đã cho tương đương với:

$$3^{\frac{3(x-2)}{x-1}} = \frac{3^{\frac{7x}{2}}}{3^5} \Leftrightarrow \frac{3(x-2)}{x-1} = \frac{7x}{2} - 5 \Leftrightarrow 7x^2 - 23x + 22 = 0 \text{ (vô nghiệm)}$$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1734. Biết nghiệm của phương trình $2^x \cdot 15^{x+1} = 3^{x+3}$ được viết dưới dạng $x = 2 \log a - \log b$, với a, b là hai số nguyên dương nhỏ hơn 10. Tính $S = 2017a^3 - 2018b^2$.

A. $S = 4009$.B. $S = 2014982$.C. $S = 1419943$.D. $S = -107791$.**Lời giải.**

Ta có:

$$\begin{aligned} 2^x \cdot 15^{x+1} &= 3^{x+3} \\ \Leftrightarrow 15 \cdot 30^x &= 27 \cdot 3^x \\ \Leftrightarrow 10^x &= \frac{9}{5} \\ \Leftrightarrow x &= \log \frac{9}{5} \end{aligned}$$

Hay $x = 2 \log 3 - \log 5 \Rightarrow a = 3; b = 5$. Vậy $S = 2017 \cdot 3^3 - 2018 \cdot 5^2 = 4009$.Chọn đáp án **A** □

Câu 1735. Phương trình $\log_2(4x+3) - \log_2(x-1) = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m > 4$.B. $2 < m < 3$.C. $0 < m < 2$.D. $m > 2$.**Lời giải.**Điều kiện: $x > 1$.

$$\log_2(4x+3) - \log_2(x-1) = m \Leftrightarrow \log_2 \frac{4x+3}{x-1} = m \Leftrightarrow \frac{4x+3}{x-1} = 2^m.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{4x+3}{x-1}$ trên $(1; +\infty)$. Ta có $f'(x) = -\frac{7}{(x-1)^2}$.

Bảng biến thiên

x	1	$+\infty$
f'		—
f	$+\infty$	4

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $2^m > 4 \Leftrightarrow m > 2$.Chọn đáp án **D** □

Câu 1736. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+3} + 15 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $x_1 x_2 = \log_2 15$.B. $x_1 + x_2 = \log_2 8$.C. $x_1 x_2 = 15$.D. $x_1 + x_2 = \log_2 15$.

Lời giải.

$$4^x - 3 \cdot 2^{x+3} + 15 = 0 \Leftrightarrow 4^x - 24 \cdot 2^x + 15 = 0.$$

$$\text{Khi đó } 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 15 \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = 15 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = \log_2 15.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1737. Tính tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x = \frac{17}{4}$.

A. $\frac{17}{4}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Đặt $t = \log_2 x \Leftrightarrow x = 2^t$, phương trình tương đương $t^2 + t - \frac{17}{4} = 0$. Dễ thấy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt t_1 và t_2 . Suy ra $t_1 + t_2 = -1$.

$$\text{Vậy: } x_1 \cdot x_2 = 2^{t_1} \cdot 2^{t_2} = 2^{t_1+t_2} = 2^{-1} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1738. Phương trình $(x^2 - 5x + 4) \log(x - 2) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > 2$.

Ta có

$$(x^2 - 5x + 4) \log(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 4 = 0 \\ \log(x - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 4 = 0 \\ x - 2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \\ x = 3. \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện xác định ta nhận $x = 3, x = 4$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 3, x = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1739. Giải phương trình $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$.

A. $x = 3$.

B. $\begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

$$9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 2 \cdot 3^x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = -1 \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow 3^x = 3 \Leftrightarrow x = 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1740. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2 x = 1 + \log_2(3x-5)$ bằng

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > \frac{5}{3}$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \log_2(x(x-1)) &= \log_2(2(3x-5)) \\ \Leftrightarrow x^2 - x &= 6x - 10 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó tổng các nghiệm của phương trình là 7.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1741. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x = \log_2 \frac{x}{4} + 4$.

A. $\frac{17}{4}$. B. 0. C. 4. D. $\frac{65}{4}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình

$$\begin{aligned}\log_2^2 x &= \log_2 \frac{x}{4} + 4 \\ \Leftrightarrow \log_2^2 x &= \log_2 x - \log_2 4 + 4 \\ \Leftrightarrow \log_2^2 x - \log_2 x - 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 4 \end{cases} \\ \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4^2 &= \frac{65}{4}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1742. Phương trình $\ln(x^2 + 1) \cdot \ln(x^2 - 2018) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Điều kiện: $x^2 - 2018 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{2018} \\ x < -\sqrt{2018} \end{cases}$.

Phương trình $\ln(x^2 + 1) \cdot \ln(x^2 - 2018) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \ln(x^2 + 1) = 0 \\ \ln(x^2 - 2018) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2019} \end{cases}$.

Kết hợp với điều kiện ta suy ra phương trình có hai nghiệm $x = \pm\sqrt{2019}$.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1743. Phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. 1. B. -1. C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với $2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0$.

Theo định lí Vi-ét tổng các nghiệm của phương trình là $-\frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1744. Cho a, b là hai số thực khác 0. Biết $\left(\frac{1}{125}\right)^{a^2+4ab} = \left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-10ab}$. Tính tỉ số $\frac{a}{b}$.

A. $\frac{76}{21}$. B. 2. C. $\frac{4}{21}$. D. $\frac{76}{3}$.

Lời giải.

Đẳng thức tương đương với

$$-3(a^2 + 4ab) = \frac{4}{3} \cdot (3a^2 - 10ab) \Leftrightarrow -21a = -4b \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{21}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1745. Nghiệm của phương trình $2^{\frac{1}{x}} = 3$ là

A. $-\log_3 2$.

B. $-\log_2 3$.

C. $\log_2 3$.

D. $\log_3 2$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình tương đương } \begin{cases} x \neq 0 \\ \frac{1}{x} = \log_2 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\log_2 3} = \log_3 2.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1746. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $7^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$.

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$7^{x+1} = 7^{-x^2+2x+3} \Leftrightarrow x+1 = -x^2+2x+3 \Leftrightarrow x^2-x-2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2. \end{cases}$$

Từ đó suy ra $x_1^2 + x_2^2 = (-1)^2 + 2^2 = 5$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1747. Phương trình $\log_3(x+2) + \frac{1}{2}\log_3(x-5)^2 + \log_{\frac{1}{3}} 8 = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > -2 \\ x \neq 5 \end{cases}.$$

Với điều kiện trên phương trình tương đương với

$$\begin{aligned} & \log_3(x+2) + \log_3|x-5| - \log_3 8 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x+2)|x-5| = 8 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (x+2)(x-5) = 8 \\ (x+2)(x-5) = -8 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x^2 - 3x - 18 = 0 \\ x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 6 \quad (\text{nhận}) \\ x = -3 \quad (\text{loại}) \\ x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \quad (\text{nhận}) \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1748. Với điều kiện nào sau đây của m thì phương trình $9^x - m \cdot 3^x + 6 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $|m| > 2\sqrt{6}$.

B. $|m| > \sqrt{6}$.

C. $m > \sqrt{6}$.

D. $m > 2\sqrt{6}$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$) thì phương trình trở thành $t^2 - mt + 6 = 0$. (1)

Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt khi phương trình (1) có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 24 > 0 \\ m > 0 \\ 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m| > 2\sqrt{6} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2\sqrt{6}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1749. Phương trình $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2018} x} = 2018$ có nghiệm là

- A. $x = 2018 \cdot 2018!$. B. $x = \sqrt[2018]{2018!}$. C. $x = 2017!$. D. $x = (2018!)^{2018}$.

Lời giải.

Điều kiện: $0 < x \neq 1$.

Ta có $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2018} x} = 2018$

$$\Leftrightarrow \log_x 2 + \log_x 3 + \dots + \log_x 2018 = 2018 \Leftrightarrow \log_x (2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2018) = 2018 \Leftrightarrow \log_x (2018!) = 2018$$

$$\Leftrightarrow x^{2018} = 2018! \Leftrightarrow x = \sqrt[2018]{2018!}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1750. Số nghiệm phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

$$2^{2x^2-7x+5} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = 1 \end{cases}.$$

Do đó số nghiệm của phương trình là 2.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1751. Cho phương trình $4\log_{25} x + \log_x 5 = 3$. Tích các nghiệm của phương trình là bao nhiêu?

- A. $5\sqrt{5}$. B. $3\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 8.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0; x \neq 1$.

$$\text{Ta có } 4\log_{25} x + \log_x 5 = 3 \Leftrightarrow 2\log_5 x + \frac{1}{\log_5 x} = 3 \Leftrightarrow 2\log_5^2 x - 3\log_5 x + 1 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 x = 1 \\ \log_5 x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = \sqrt{5} \end{cases}$$

Vậy tích các nghiệm của phương trình là $5\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1752. Tìm nghiệm của phương trình $9^{\sqrt{x-1}} = e^{\ln 81}$.

- A. $x = 5$. B. $x = 4$. C. $x = 6$. D. $x = 17$.

Lời giải.

Điều kiện của phương trình $x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$.

$$\begin{aligned} 9^{\sqrt{x-1}} &= e^{\ln 81} \\ \Leftrightarrow 9^{\sqrt{x-1}} &= 81 \\ \Leftrightarrow \sqrt{x-1} &= 2 \\ \Leftrightarrow x-1 &= 4 \\ \Leftrightarrow x &= 5. \end{aligned}$$

Đối chiếu điều kiện $x \geq 1$ ta nhận $x = 5$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1753. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $4 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0$.

A. $T = 2$. B. $T = 3$. C. $T = \frac{13}{4}$. D. $T = \frac{1}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 4 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0 \Leftrightarrow 4\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 13\left(\frac{3}{2}\right)^x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x = 1 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0$ bằng 2.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1754. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $\log^2 x + \log_3 x \cdot \log 27 - 4 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = \log x_1 + \log x_2$.

A. $A = 3$. B. $A = -3$. C. $A = -2$. D. $A = 4$.

Lời giải.

— Điều kiện: $x > 0$.

$$\text{Khi đó } \log^2 x + \log_3 x \cdot \log 27 - 4 = 0 \Leftrightarrow \log^2 x + 3 \log 3 \cdot \log_3 x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log^2 x + 3 \log x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log x = 1 \\ \log x = -4. \end{cases}$$

— Vậy $A = \log x_1 + \log x_2 = 1 + (-4) = -3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1755. Tập nghiệm của phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ là

A. $\{0; 1\}$. B. $\{0; -1\}$. C. $\{1; 3\}$. D. $\{1; -3\}$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x$, điều kiện $t > 0$.

$$\text{Phương trình đã cho trở thành } t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1756. Phương trình $\log_3(3x - 2) = 3$ có nghiệm là

A. $x = \frac{29}{3}$. B. $x = \frac{25}{3}$. C. $x = \frac{11}{3}$. D. $x = 87$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình tương đương với } 3x - 2 = 27 \Leftrightarrow x = \frac{29}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1757. Phương trình $3^{1-x} = 2 + \left(\frac{1}{9}\right)^x$ có bao nhiêu nghiệm âm?

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$3 \cdot 3^{-x} = 2 + 3^{-2x} \Leftrightarrow 3^{-2x} - 3 \cdot 3^{-x} + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{-x} = 1 \\ 3^{-x} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\log_3 2 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có một nghiệm âm.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1758. Xác định số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

$$2^{2x^2-7x+5} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = 1 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1759. Giải phương trình $4^{x-1} = 8^{3-2x}$.

- A. $x = \frac{11}{8}$. B. $x = \frac{4}{3}$. C. $x = \frac{1}{8}$. D. $x = \frac{8}{11}$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với $2^{2(x-1)} = 2^{3(3-2x)} \Leftrightarrow 2(x-1) = 3(3-2x) \Leftrightarrow x = \frac{11}{8}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1760. Số nghiệm của phương trình $\log_{x^2-x+2}(x+3) = \log_{x+5}(x+3)$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Điều kiện $x > -3$. Phương trình tương đương với

$$\begin{cases} x+3=1 \\ x^2-x+2=x+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=-1 \\ x=3. \end{cases}$$

Vậy phương trình có ba nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1761. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x = \log_2 (x^2 - x)$ là

- A. $\{2\}$. B. $\{0\}$. C. $\{0; 2\}$. D. $\{1; 2\}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $\begin{cases} x > 0 \\ x^2 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.

Phương trình đã cho tương đương với phương trình sau: $x = x^2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 2. \end{cases}$

Nghiệm của phương trình là $x = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1762. Phương trình $\log_2(x^2 - 9x) = 3$ có tích hai nghiệm bằng

A. 9.

B. 3.

C. 27.

D. -8.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x^2 - 9x) = 3 \Leftrightarrow x^2 - 9x = 8 \Leftrightarrow x^2 - 9x - 8 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình, theo định lý Viet suy ra $x_1 \cdot x_2 = -8$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1763. Phương trình $\log_3(x^2 - 10x + 9) = 2$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = 0 \\ x = 10 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -2 \\ x = 9 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 9 \\ x = 10 \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho

$$\log_3(x^2 - 10x + 9) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 9 = 9 \Leftrightarrow x^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 10. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1764. Phương trình $2^{x^2-3x+2} = 4$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Hãy tính giá trị của $T = x_1^3 + x_2^3$.

A. $T = 9$.

B. $T = 1$.

C. $T = 3$.

D. $T = 27$.

Lời giải.

Ta có phương trình đã cho

$$\begin{aligned} 2^{x^2-3x+2} = 4 &\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 2 \\ &\Leftrightarrow x(x - 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $T = x_1^3 + x_2^3 = 27$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1765. Phương trình $3^x + 4^x = 25$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $x = 2$ là một nghiệm của phương trình.

Xét hàm số $f(x) = 3^x + 4^x$ có $f'(x) = 3^x \ln 3 + 4^x \ln 4 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(x)$ liên tục và đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy phương trình $f(x) = 25$ có duy nhất một nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1766. Tích các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(6^{x+1} - 36^x) = -2$ bằng

A. 5.

B. 0.

C. 1.

D. $\log_6 5$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(6^{x+1} - 36^x) = -2 \Leftrightarrow 6^{x+1} - 36^x = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 6^x = 1 \\ 6^x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_6 5. \end{cases}$$

Vậy tích các nghiệm của phương trình bằng 0.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1767. Phương trình $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3$ có nghiệm là một số

- A. chẵn. B. chia hết cho 3. C. chia hết cho 7. D. chia hết cho 5.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 3$.

Phương trình trở thành:

$$\log_2(x-3)(x-1) = 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 8 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 & (\text{loại}) \\ x = 5 & (\text{nhận}). \end{cases}$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 1768. Gọi a là một nghiệm của phương trình $4 \cdot 2^{2\log x} - 6^{\log x} - 18 \cdot 3^{2\log x} = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng khi đánh giá về a ?

- A. $(a-10)^2 = 1$.
 B. a cũng là nghiệm của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{\log x} = \frac{9}{4}$.
 C. $a^2 + a + 1 = 2$.
 D. $a = 10^2$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} 4 \cdot 2^{2\log x} - 6^{\log x} - 18 \cdot 3^{2\log x} = 0 &\Leftrightarrow 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2\log x} - \left(\frac{2}{3}\right)^{\log x} - 18 = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{\log x} = \frac{9}{4} \vee \left(\frac{2}{3}\right)^{\log x} = -2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1769. Phương trình $(\sqrt{2}+1)^{x-1} + (\sqrt{2}-1)^{x-1} = 2$ có bao nhiêu nghiệm thực.

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải.

$$(\sqrt{2}+1)^{x-1} + \frac{1}{(\sqrt{2}+1)^{x-1}} = 2.$$

Đặt $t = (\sqrt{2}+1)^{x-1}$, ($t > 0$). Phương trình trở thành

$$t + \frac{1}{t} = 2 \Leftrightarrow t^2 - 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \text{ hay } (\sqrt{2}+1)^{x-1} = 1 \Leftrightarrow x-1 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm thực.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1770. Phương trình $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 9^x + 3^{x+1} - 4 = 0 \Leftrightarrow 3^{2x} + 3 \cdot 3^x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow 3^x = 3^0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1771. Tìm nghiệm của phương trình $(7+4\sqrt{3})^{2x+1} = 2-\sqrt{3}$.

- A. $x = \frac{1}{4}$. B. $x = -1 + \log_{7+4\sqrt{3}}(2-\sqrt{3})$.

C. $x = -\frac{3}{4}$.

D. $x = \frac{25 - 15\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.Phương trình đã cho tương đương $[(2 + \sqrt{3})^2]^{2x+1} = (2 + \sqrt{3})^{-1}$.

$$\Leftrightarrow 4x + 2 = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 1772.** Tìm nghiệm của phương trình $3^x + 3^{x+1} = 2^{x+2}$.

A. $x = \log_2 3$.

B. $x = 0$.

C. $x = \frac{2}{3}$.

D. $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$3^x + 3^{x+1} = 2^{x+2} \Leftrightarrow 4 \cdot 3^x = 4 \cdot 2^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x = 0.$$

Chọn đáp án **B** □**Câu 1773.** Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 2$.

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.Điều kiện xác định: $x > 1$.

$$\log_2 x + \log_2(x-1) = 2 \Leftrightarrow \log_2 [x(x-1)] = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2} \text{ (thỏa mãn)} \\ x = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} \text{ (không thỏa mãn)}. \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$.Chọn đáp án **B** □**Câu 1774.** Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = \frac{1}{2}$ là

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $x = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2^{x-1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x - 1 = -1 \Leftrightarrow x = 0.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 1775.** Cơ số x bằng bao nhiêu để $\log_x \sqrt[10]{5} = -0,1$?

A. $x = -5$.

B. $x = -\frac{1}{5}$.

C. $x = \frac{1}{5}$.

D. $x = 5$.

Lời giải.

$$\text{Với điều kiện } x > 0, x \neq 1 \text{ ta có } \log_x \sqrt[10]{5} = -0,1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 1776.** Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $3^x + 6 \cdot 3^{-x} - 5 = 0$. Tính giá trị biểu thức $A = |x_1 - x_2|$.

A. $A = 1 + \log_3 2$.

B. $A = 1$.

C. $A = \log_3 \frac{2}{3}$.

D. $A = \log_3 \frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình } 3^x + 6 \cdot 3^{-x} - 5 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 5 \cdot 3^x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 2 \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_3 2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Vì vậy, $A = |x_1 - x_2| = \log_3 \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1777. Biết rằng phương trình $3\log_2^2 x - \log_2 x - 1 = 0$ có hai nghiệm là a, b . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a + b = \frac{1}{3}$.

B. $ab = -\frac{1}{3}$.

C. $ab = \sqrt[3]{2}$.

D. $a + b = \sqrt[3]{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 3\log_2^2 x - \log_2 x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^{\frac{1+\sqrt{13}}{6}} \\ x = 2^{\frac{1-\sqrt{13}}{6}} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy tích hai nghiệm là } \left(2^{\frac{1-\sqrt{13}}{6}}\right) \cdot \left(2^{\frac{1+\sqrt{13}}{6}}\right) = 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1778. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - \log_3 9 \cdot \log_2 x = 3$

A. 2.

B. 8.

C. -2.

D. $\frac{17}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_2^2 x - \log_3 9 \cdot \log_2 x = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ hay tổng các nghiệm của phương trình}$$

$$\text{đã cho } \frac{17}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1779. Số nghiệm của phương trình $6 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 4^x = 0$ là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Chia cả hai vế của phương trình cho 4^x . Phương trình đã cho tương đương với

$$6\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 13\left(\frac{3}{2}\right)^x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{2} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1780. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x + m = 0$ có nghiệm x thuộc $(0; 1)$.

A. $m \leq 1$.

B. $m \leq \frac{1}{4}$.

C. $m \geq \frac{1}{4}$.

D. $m \geq 1$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_2 x$, phương trình đã cho trở thành $t^2 + t + m = 0$ (1).

Để phương trình có nghiệm $x \in (0; 1) \Leftrightarrow$ (1) có nghiệm âm. Điều kiện cần và đủ là

$$\begin{cases} \Delta = 1 - 4m \geq 0 \\ -1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1781. Phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm $x_1 + x_2 = 3$ khi

A. $m = 3$.

B. $m = 4$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Lời giải.Đặt $t = 2^x, t > 0$, phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2mt + 2m = 0$ (1).Phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm $x_1 + x_2 = 3$ nghĩa là phương trình (1) có hai nghiệm dương t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 t_2 = 8$.Điều này xảy ra khi $2m = 8 \Leftrightarrow m = 4$.Thử lại ta được $t^2 - 8t + 8 = 0$ có 2 nghiệm dương thỏa mãn yêu cầu.Chọn đáp án (B) □**Câu 1782.** Tập nghiệm S của phương trình $4^{x+1} - 6 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$ là

A. $S = \{0; 1\}$.

B. $S = \{1; 2\}$.

C. $S = \{-2; 3\}$.

D. $S = \{0; 3\}$.

Lời giải.

Ta có $4^{x+1} - 6 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot 4^x - 12 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Vậy $S = \{0; 1\}$.Chọn đáp án (A) □**Câu 1783.** Phương trình $\ln x + \ln(3x - 2) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Điều kiện: $x > \frac{2}{3}$.

Ta có $\ln x + \ln(3x - 2) = 0 \Leftrightarrow x(3x - 2) = 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (\text{nhận}) \\ x = -\frac{1}{3} & (\text{loại}) \end{cases}$

Vậy phương trình $\ln x + \ln(3x - 2) = 0$ có 1 nghiệm duy nhất.Chọn đáp án (B) □**Câu 1784.** Phương trình $9^x + 6^x = 2 \cdot 4^x$ có nghiệm

A. $x = 2$.

B. $x = 0$.

C. $x = 3$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

$$9^x + 6^x = 2 \cdot 4^x \Leftrightarrow \frac{3^{2x}}{2^{2x}} + \frac{3^x 2^x}{2^{2x}} - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\left(\frac{3}{2} \right)^x \right]^2 + \left(\frac{3}{2} \right)^x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2} \right)^x = 1 \\ \left(\frac{3}{2} \right)^x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Chọn đáp án (B) □**Câu 1785.** Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^{2x} = 2$.

A. $S = \left\{ \log_3 \sqrt{2} \right\}$.

B. $S = \left\{ \log_{\sqrt{3}} 2 \right\}$.

C. $S = \left\{ \log_2 \sqrt{3} \right\}$.

D. $S = \left\{ \log_{\sqrt{2}} 3 \right\}$.

Lời giải.

pt $\Leftrightarrow 2x = \log_3 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \log_3 2 \Leftrightarrow x = \log_3 \sqrt{2}$.

Chọn đáp án (A) □**Câu 1786.** Phương trình $\log_2 x + \log_2(x - 1) = 1$ có tập nghiệm là

A. $\{-1; 3\}$.

B. $\{1; 3\}$.

C. $\{2\}$.

D. $\{1\}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 1$.

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow \log_2 [x(x-1)] = 1 \Leftrightarrow x(x-1) = 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 & (\text{loại}) \\ x = 2 & (\text{thỏa mãn}). \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1787. Nghiệm của phương trình $2^x + 2^{x+1} = 3^x + 3^{x+1}$ là

A. $x = \log_3 \frac{3}{4}$. B. $x = 1$. C. $x = \log_3 \frac{3}{4}$. D. $x = \log_3 \frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x = 4 \cdot 3^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \log_3 \frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1788. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - (m+2) \log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 27$.

A. $m = -2$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } t = \log_3 x \Leftrightarrow x = 3^t, \text{ ta được phương trình } t^2 - (m+2)t + 3m - 1 = 0. \quad (1)$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 27$

$\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $3^{t_1} \cdot 3^{t_2} = 27$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m+2)^2 - 4(3m-1) \geq 0 \\ t_1 + t_2 = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m + 8 \geq 0 \\ m + 2 = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m = 1.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1789. Giải phương trình $\log_{2017}(13x+3) = \log_{2017} 16$.

A. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{0\}$. D. $S = \{2\}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $13x+3 = 16$. Từ đó ta giải được $x = 1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1790. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_6 [x(5-x)] = 1$.

A. $S = \{2; -6\}$. B. $S = \{2; 3; 4\}$. C. $S = \{2; 3\}$. D. $S = \{-1; 2; 3\}$.

Lời giải.

$$\log_6 [x(5-x)] = 1 \Leftrightarrow x(5-x) = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}. \text{ Vậy } S = \{2; 3\}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1791. Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_2 x = -x + 6$.

A. $\{4\}$. B. $\{2; 5\}$. C. $\{3\}$. D. $\emptyset$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình trở thành $\log_2 x + x - 6 = 0$.

Xét $f(x) = \log_2 x + x - 6$ có $f'(x) = \frac{1}{x \ln 2} + 1 > 0$ với mọi $x > 0$. Do đó hàm số $y = f(x)$ đồng biến

trên $(0; +\infty)$.

Mặt khác ta có $f(4) = 0$ nên phương trình $\log_2 x = -x + 6$ có duy nhất nghiệm $x = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1792. Tìm tập nghiệm của phương trình $3^{x^2+4x-1} = 27$.

A. $\{-2\}$.

B. $\{-2 - 2\sqrt{2}; -2 + 2\sqrt{2}\}$.

C. $\{-2 - \sqrt{7}; -2 + \sqrt{7}\}$.

D. $\{-2 + 2\sqrt{2}\}$.

Lời giải.

Phương trình $3^{x^2+4x-1} = 27 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \pm 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1793. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $4^x - 2^{x+3} + 15 = 0$. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

A. $x_1 + x_2 = \log_2 8$.

B. $x_1 \cdot x_2 = 15$.

C. $x_1 \cdot x_2 = \log_2 15$.

D. $x_1 + x_2 = \log_2 15$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x > 0$, phương trình trở thành $t^2 - 8t + 15 = 0$ (1).

Gọi $t_1; t_2$ là hai nghiệm của phương trình (1), suy ra $t_1 = 2^{x_1}; t_2 = 2^{x_2}$.

Theo định lý Vi - ét của phương trình (1):

$t_1 \cdot t_2 = 15 \Rightarrow 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 15 \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = 15 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = \log_2 15$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1794. Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 9 viên bi màu đỏ, 6 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi. Tính xác suất để 3 viên bi lấy ra có không quá 2 màu.

A. $\frac{183}{190}$.

B. $\frac{9}{38}$.

C. $\frac{82}{95}$.

D. $\frac{29}{38}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{20}^3 = 1140$.

Gọi A là biến cố: "3 viên bi lấy ra có không quá 2 màu".

Gọi B là biến cố: "3 viên bi lấy ra có cả 3 màu".

Suy ra $n(B) = 9 \cdot 6 \cdot 5 = 270 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{270}{1140} = \frac{9}{38}$.

$A = \overline{B} \Rightarrow P(A) = 1 - P(B) = 1 - \frac{9}{38} = \frac{29}{38}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1795. Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-x} = 1$ là

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

$2^{x^2-x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1796. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log(x^2 - 3x + 1) = -9$.

A. -3.

B. 9.

C. 10^{-9} .

D. 3.

Lời giải.

$\log(x^2 - 3x + 1) = -9 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 - 10^{-9} = 0$ theo định lý vi-et ta có $x_1 + x_2 = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1797. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$.

- A. $S = \{0; 1\}$. B. $S = \{-1; 1\}$. C. $S = \{0; -1\}$. D. $S = \{1\}$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình tương đương với } \begin{cases} 3^x = 3 \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1798. Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

- A. $S = \{-1; 1\}$. B. $S = \{-1\}$. C. $S = \{1\}$. D. $S = (-1; 1)$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} 4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 &\Leftrightarrow 2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy $S = \{-1; 1\}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1799. Giải phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = -2$.

- A. $x = 2$. B. $x = \frac{5}{2}$. C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = 5$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}}(x-1) = -2 \Leftrightarrow x-1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow x = 5.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1800. Cho phương trình $3^{x^2-3x+8} = 9^{2x-1}$, khi đó tập nghiệm của phương trình là

- A. $S = \{2; 5\}$. B. $S = \left\{\frac{-5-\sqrt{61}}{2}; \frac{-5+\sqrt{61}}{2}\right\}$.
C. $S = \left\{\frac{5-\sqrt{61}}{2}; \frac{5+\sqrt{61}}{2}\right\}$. D. $S = \{-2; -5\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có : } 3^{x^2-3x+8} = 9^{2x-1} \Leftrightarrow 3^{x^2-3x+8} = 3^{4x-2} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 8 = 4x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 5. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \{2; 5\}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1801. Phương trình $\log_3(3x-2) = 3$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{29}{3}$. B. $x = \frac{11}{3}$. C. $x = \frac{25}{3}$. D. $x = 87$.

Lời giải.

Điều kiện của phương trình là $3x-2 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$. Khi đó ta có:

$$\log_3(3x-2) = 3 \Leftrightarrow 3x-2 = 3^3 = 27 \Leftrightarrow x = \frac{29}{3}. (\text{thỏa điều kiện})$$

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{29}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1802. Tìm nghiệm của phương trình $2018^{2017x} = 2$.

A. $x = \frac{\log_2 2018}{2017}$. B. $x = \frac{\log_{2018} 2}{2017}$. C. $x = \frac{\log_2 2017}{2018}$. D. $x = \frac{\log_{2017} 2}{2018}$.

Lời giải.

$$2018^{2017x} = 2$$

$$\Leftrightarrow 2017x = \log_{2018} 2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\log_{2018} 2}{2017}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1803. Biết phương trình $8^{x^2-3} = 32^{x+1}$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 \cdot x_2$.

A. $x_1 \cdot x_2 = -\frac{14}{3}$. B. $x_1 \cdot x_2 = -4$. C. $x_1 \cdot x_2 = \frac{7}{3}$. D. $x_1 \cdot x_2 = \frac{5}{3}$.

Lời giải.

Ta có:

$$8^{x^2-3} = 32^{x+1} \Leftrightarrow 2^{3x^2-9} = 2^{5x+5} \Leftrightarrow 3x^2 - 9 = 5x + 5$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 5x - 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{193}}{6} \\ x = \frac{5 - \sqrt{193}}{6} \end{cases}$$

Từ đó ta có tích hai nghiệm là: $x_1 \cdot x_2 = -\frac{14}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1804. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\pi \log_7^2 x - 10 \log_7 x + e = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{7}} x_1 \cdot \log_{\sqrt{7}} x_2$.

A. $P = \frac{e}{4\pi}$. B. $P = \frac{2e}{\pi}$. C. $P = \frac{4e}{\pi}$. D. $P = \frac{e}{\pi}$.

Lời giải.

Ta có $P = 4 \cdot (\log_7 x_1 \cdot \log_7 x_2) = 4 \cdot \frac{e}{\pi}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1805. Giải phương trình $e^{2x} = 2e^x + 3$.

A. $x = \ln 3$. B. $\begin{cases} x = 0 \\ x = \ln 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = \frac{1}{e} \\ x = \ln 3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$e^{2x} - 2e^x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} e^x = -1 \\ e^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = \ln 3.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 1806. Tập nghiệm S của phương trình $9^{\frac{1}{x}} + 2 \cdot 6^{\frac{1}{x}} - 3 \cdot 4^{\frac{1}{x}} = 0$ là

A. $S = \left\{-\frac{1}{3}; 1\right\}$. B. $S = \emptyset$. C. $S = \{1\}$. D. $S = \{0\}$.

Lời giải.

Ta có $9^{\frac{1}{x}} + 2 \cdot 6^{\frac{1}{x}} - 3 \cdot 4^{\frac{1}{x}} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{x}} + 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}} - 3 = 0$.

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$ ($t > 0, t \neq 1$), ta được phương trình

$$t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (không thỏa mãn điều kiện)} \\ t = -3 \text{ (không thỏa mãn điều kiện).} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1807. Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(-x) - \log_2(8x^2) + 1 = 0$ là

A. $S = \left\{-\frac{1}{4}; 0\right\}$. B. $S = \left\{-\frac{1}{4}\right\}$. C. $S = \emptyset$. D. $S = \{0; 4\}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $-x > 0 \Leftrightarrow x < 0$.

Ta có $\log_2(-x) - \log_2(8x^2) + 1 = 0 \Leftrightarrow -\frac{x}{8x^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}$ (thỏa mãn điều kiện).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1808. Tập nghiệm S của phương trình $\log_5(3x^2 - 2x + 1) = \log_5(x + 1)$ là

A. $S = \{1\}$. B. $S = \{0\}$. C. $S = \{0; 1\}$. D. $S = \emptyset$.

Lời giải.

Ta có: $\log_5(3x^2 - 2x + 1) = \log_5(x + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 > 0 \\ 3x^2 - 2x + 1 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ 3x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0. \end{cases}$ Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{0; 1\}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1809. Tập nghiệm của phương trình $49^{x+1} + 7 \cdot 7^x - 56 = 0$ là

A. $S = \emptyset$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{0; 1\}$. D. $S = \{0\}$.

Lời giải.

Ta có $49^{x+1} + 7 \cdot 7^x - 56 = 0 \Leftrightarrow 49 \cdot 7^{2x} + 7 \cdot 7^x - 56 = 0$

$\Leftrightarrow (7^x - 1)(49 \cdot 7^x + 56) = 0 \Leftrightarrow 7^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{0\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1810. Giải phương trình $\log_2(x^2 + 2x - 3) = \log_2(6x + 2)$ được

A. $x = -1$. B. $x = 5$. C. $\begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $\begin{cases} x > -\frac{1}{3} \\ x^2 + 2x - 3 = 6x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x^2 - 4x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases} \end{cases}$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1811. Phương trình $\log_2^2 x^2 + \log_{\sqrt{2}} x = 2$ tương đương với phương trình nào sau đây:

A. $2\log_2^2 x + \frac{1}{2}\log_2 x = 2$. B. $4\log_2^2 x + \frac{1}{2}\log_2 x = 2$.

C. $2\log_2^2 x + 2\log_2 x = 2$.

D. $2\log_2^2 x + \log_2 x - 1 = 0$.

Lời giải.ĐK: $x > 0$.

Phương trình đã cho tương đương với $(2\log_2 x)^2 + 2\log_2 x = 2 \Leftrightarrow 4\log_2^2 x + 2\log_2 x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2\log_2^2 x + \log_2 x - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1812.** Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x^2 - 6 > 0 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > \sqrt{6}.$$

PT đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \log_3(x^2 - 6) &= \log_3[3(x - 2)] \Leftrightarrow x^2 - 6 = 3x - 6 \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (\text{loại}) \\ x = 3 & (\text{thỏa mãn}) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy PT đã cho có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1813.** Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+3x-3} = 2.4^{x+1}$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. -5.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $2^{x^2+3x-3} = 2^{2x+3} \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$. Phương trình này có tổng các nghiệm bằng -1.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1814.** Phương trình $2^{7x-5} = 16$ có nghiệm là

A. $x = \frac{9}{7}$.

B. $x = 8$.

C. $x = \frac{7}{9}$.

D. $x = \frac{5}{7}$.

Lời giải.

$$2^{7x-5} = 16 \Leftrightarrow 2^{7x-5} = 2^4 \Leftrightarrow 7x - 5 = 4 \Leftrightarrow x = \frac{9}{7}.$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1815.** Phương trình $9^x - 2.3^x - 15 = 0$ có nghiệm là

A. $x = \log_5 3$.

B. $x = -3$.

C. $x = 5$.

D. $x = \log_3 5$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình tương đương } (3^x)^2 - 2.3^x - 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = -3 \\ 3^x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = \log_3 5.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1816.** Giải phương trình $\log_3(x - 1) = 2$.

A. $x = 10$.

B. $x = 9$.

C. $x = 1$.

D. $x = 8$.

Lời giải.

$$\log_3(x - 1) = 2 \Leftrightarrow x - 1 = 9 \Leftrightarrow x = 10.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1817. Giải phương trình $\log_{\frac{1}{8}}(0,5+x) = -1$.

A. $x = 0$.

B. $x = 5,5$.

C. $x = 7,5$.

D. $x = 4,5$.

Lời giải.

$$\log_{\frac{1}{8}}(0,5+x) = -1 \Leftrightarrow 0,5+x = 8 \Leftrightarrow x = 7,5.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1818. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-2) = \log_2(2x-3)$.

A. $S = \{3\}$.

B. $S = \{1; 3\}$.

C. $S = \emptyset$.

D. $S = \{1\}$.

Lời giải.

Điều kiện của phương trình $x > 2$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_2[x(x-2)] = \log_2(2x-3) \Leftrightarrow x(x-2) = 2x-3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (loại)} \\ x = 3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1819. Phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Khi đó tổng hai nghiệm bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. -1 .

C. $\frac{10}{3}$.

D. 0 .

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$3 \cdot (3^x)^2 - 10 \cdot 3^x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 3 \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$

Vậy tổng hai nghiệm của phương trình $x_1 + x_2 = 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1820. Tổng các giá trị thực của x thỏa mãn $2^{1+x} + 2^{1-x} = 5$ bằng

A. 1 .

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. 0 .

Lời giải.

$$\text{Phương trình } 2^{1+x} + 2^{1-x} = 5 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^x + 2 \cdot \frac{1}{2^x} = 5 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{tổng các nghiệm bằng } 0.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1821. Gọi x_1, x_2 là hai số thực của x thỏa mãn $\log_3^2 x - \log_3 x - 6 = 0$. Biểu thức $P = |x_1 - x_2|$ có giá trị bằng

A. $\frac{242}{9}$.

B. 1 .

C. 25 .

D. $\frac{244}{9}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$, phương trình

$$\log_3^2 x - \log_3 x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 3 \\ \log_3 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3^3 = 27 \\ x = 3^{-2} = \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = |x_1 - x_2| = \left| 27 - \frac{1}{9} \right| = \frac{242}{9}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1822. Phương trình $\log_4(x+2) = \log_2 x$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 2 nghiệm. B. 1 nghiệm. C. Vô số nghiệm. D. Vô nghiệm.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

$$\log_4(x+2) = \log_2 x \Leftrightarrow \log_2(x+2) = 2\log_2 x \Leftrightarrow \log_2(x+2) = \log_2 x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 = x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-1 \text{ (loại)} \end{cases}. \text{ Vậy phương trình có 1 nghiệm.}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1823. Giá trị thực của tham số a để phương trình $\log_2(x+a) = 3$ có nghiệm $x = 2$ là

- A. $a = 6$. B. $a = 1$. C. $a = 10$. D. $a = 5$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_2(x+a) = 3 \Leftrightarrow x+a = 2^3 \Leftrightarrow x = 8-a.$$

$$\text{Phương trình } \log_2(x+a) = 3 \text{ có nghiệm } x = 2 \Leftrightarrow 8-a = 2 \Leftrightarrow a = 6.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1824. Nghiệm của phương trình $\log_3(\log_2 x) = 1$ là

- A. $x = 9$. B. $x = 3$. C. $x = 8$. D. $x = 6$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_3(\log_2 x) = 1 \Leftrightarrow \log_2 x = 3 \Leftrightarrow x = 2^3 = 8.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1825. Phương trình $5^{\sqrt{x}} - 5^{1+\sqrt{x}} = 30$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Lời giải.

$$\text{PT } \Leftrightarrow 5^{\sqrt{x}} - 5 \cdot 5^{\sqrt{x}} = 30 \Leftrightarrow -4 \cdot 5^{\sqrt{x}} = 30 \Leftrightarrow 5^{\sqrt{x}} = -\frac{15}{2} \text{ vô nghiệm.}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1826. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 6 \\ x > 2 \\ \log_3(x^2 - 6) = \log_3 3(x - 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{6} \\ x > 2 \\ x^2 - 6 = 3x - 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{6} \\ x > 2 \\ x(x - 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1827. Cho phương trình $3^x = m + 1$. Chọn phát biểu đúng.

- A. Phương trình có nghiệm dương nếu $m > 0$.
 B. Phương trình luôn có nghiệm với mọi m .
 C. Phương trình luôn có nghiệm duy nhất $x = \log_3(m + 1)$.
 D. Phương trình có nghiệm với $m \geq -1$.

Lời giải.

Phương trình $3^x = m + 1$ có nghiệm khi $m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Ta có $x > 0 \Rightarrow 3^x > 3^0 = 1$ nên phương trình đã cho có nghiệm dương khi $m + 1 > 1 \Leftrightarrow m > 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1828. Phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = m$ có nghiệm khi

- A. $m \in (-\infty; 5)$. B. $m \in (2; +\infty)$. C. $m \in (-\infty; 5]$. D. $m \in [2; +\infty)$.

Lời giải.

Đặt $(2 + \sqrt{3})^x = t > 0 \Rightarrow (2 - \sqrt{3})^x = \frac{1}{t}$. Khi đó phương trình thành $t + \frac{1}{t} = m, t > 0$.

Vì $t > 0$ nên $t + \frac{1}{t} \geq 2$ nên $m \geq 2$ thì phương trình có nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1829. Số nghiệm của phương trình $3^x - 3^{1-x} = 2$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Ta có $3^x - 3^{1-x} = 2 \Leftrightarrow 3^x - \frac{3}{3^x} = 2 \Leftrightarrow 3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = -1 \text{ (vô nghiệm)} \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1830. Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Giá trị của $2x_1 + 3x_2$ là

- A. $3 \log_3 2$. B. 1. C. $4 \log_3 2$. D. $2 \log_3 2$.

Lời giải.

Ta có $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 = 0 \\ x = x_2 = \log_3 2 \end{cases}$. Khi đó $2x_1 + 3x_2 = 3 \log_3 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1831. Phương trình $\log_x 2 + \log_2 x = \frac{5}{2}$

- A. Có hai nghiệm dương. B. Vô nghiệm.
C. Có một nghiệm âm. D. Có một nghiệm âm và một nghiệm dương.

Lời giải.

Điều kiện: $0 < x \neq 1$. Khi đó phương trình đã cho thành:

$$\frac{1}{\log_2 x} + \log_2 x - \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow 2 \log_2^2 x - 5 \log_2 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm dương.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1832. Biết rằng phương trình $\log_2^2 x - \log_2(2018x) - 2019 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 . Tích $x_1 x_2$ bằng

- A. $\log_2 2018$. B. 0,5. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có $\log_2^2 x - \log_2(2018x) - 2019 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - \log_2(x) - \log_2(2018) - 2019 = 0$. (*)

Đặt $t = \log_2(x)$, khi đó (*) trở thành $t^2 - t - \log_2 2018 - 2019 = 0 \Rightarrow x_1 x_2 = 2^{t_1 + t_2} = 2^1 = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1833. Biết rằng phương trình $5\log_3^2 x - \log_3(9x) + 1 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Tìm khẳng định đúng?

- A. $x_1 x_2 = \sqrt[5]{3}$. B. $x_1 x_2 = \frac{1}{\sqrt[5]{3}}$. C. $x_1 + x_2 = \frac{1}{5}$. D. $x_1 x_2 = -\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Xét phương trình $5\log_3^2 x - \log_3(9x) + 1 = 0$ (*).

Điều kiện: $x > 0$. Với điều kiện trên, (*) $\Leftrightarrow 5\log_3^2 x - \log_3 x - 1 = 0$.

Đặt $t = \log_3 x$, phương trình trở thành: $5t^2 - t - 1 = 0$ có $\Delta = 21 > 0$.

Gọi t_1, t_2 là hai nghiệm của phương trình trên, ta có: $t_1 + t_2 = \frac{1}{5} \Rightarrow 3^{t_1+t_2} = 3^{\frac{1}{5}} \Rightarrow x_1 x_2 = \sqrt[5]{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1834. Số nghiệm nguyên của phương trình $4^{x+1} - 2^{x+2} + 1 = 0$ bằng

- A. 0. B. 4. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Có: $4^{x+1} - 2^{x+2} + 1 = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot 2^{2x} - 4 \cdot 2^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \log_2\left(\frac{1}{2}\right) = -1$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1835. Tập nghiệm của phương trình $2\log_2 x = \log_2(2-x)$ là

- A. $S = \{-2; 1\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{-2\}$. D. $S = \emptyset$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 2\log_2 x = \log_2(2-x) &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 2-x > 0 \\ \log_2 x^2 = \log_2(2-x) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ x^2 = 2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1836. Phương trình $x + \log_2(9 - 2^x) = 3$ có nghiệm nguyên dương là a . Tính giá trị biểu thức

$$T = a^3 - 5a - \frac{9}{a^2}.$$

- A. $T = -7$. B. $T = 11$. C. $T = 6$. D. $T = 12$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} x + \log_2(9 - 2^x) &= 3 \\ \Leftrightarrow \log_2(9 - 2^x) &= 3 - x \\ \Leftrightarrow 9 - 2^x &= 2^{3-x} \\ \Leftrightarrow 9 - 2^x &= \frac{8}{2^x} \\ \Leftrightarrow (2^x)^2 - 9 \cdot 2^x + 8 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 8 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ phương trình $x + \log_2(9 - 2^x) = 3$ có nghiệm nguyên dương là $a = 3$.

$$\text{Vậy } T = 3^3 - 5 \cdot 3 - \frac{9}{3^2} = 11.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1837. Cho phương trình: $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Tính giá trị của $A = 2x_1 - 3x_2$.

A. 4.

B. -6.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0. \end{cases}$$

Vì $x_1 < x_2$ nên $x_1 = 0$; $x_2 = 2$. Suy ra $A = 2x_1 - 3x_2 = -6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1838. Cho a, b là hai số thực khác 0, biết $\left(\frac{1}{125}\right)^{a^2+4ab} = \left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-3ab}$. Tỉ số $\frac{a}{b}$ là:

A. $\frac{1}{7}$.

B. $\frac{4}{21}$.

C. $-\frac{4}{21}$.

D. $-\frac{8}{7}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{125}\right)^{a^2+4ab} = \left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-3ab} \Leftrightarrow 5^{-3a^2-12ab} = 5^{4a^2-4ab} \Leftrightarrow -3a^2 - 12ab = 4a^2 - 4ab$$

$$\Leftrightarrow 7a^2 + 8ab = 0 \Leftrightarrow a(7a + 8b) = 0 \Leftrightarrow 7a = -8b \text{ (vì } a \neq 0 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b} = -\frac{8}{7} \text{ (vì } b \neq 0 \text{)}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1839. Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(x^2 + 2x + 3) = 1$ là

A. $S = \{0; 2\}$.

B. $S = \{-2\}$.

C. $S = \{0\}$.

D. $S = \{0; -2\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_3(x^2 + 2x + 3) = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1840. Phương trình $\log_{\sqrt{3}} x = \log_3(x + 2)$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = (0; +\infty)$

$$\log_{\sqrt{3}} x = \log_3(x + 2) \Leftrightarrow \log_3 x^2 = \log_3(x + 2) \Leftrightarrow x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện $x = 2$ thỏa mãn.

Phương trình có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1841. Một người thả một lượng bèo chiếm 3% diện tích mặt hồ. Giả sử tỉ lệ tăng trưởng của bèo hàng ngày là 20%. Sau ít nhất bao nhiêu ngày thì bèo phủ kín mặt hồ?

A. 20.

B. 19.

C. 21.

D. 18.

Lời giải.

Ngày đầu tiên, lượng bèo chiếm $u_1 = 3\%$ diện tích mặt hồ.

Ngày thứ hai, lượng bèo chiếm $u_2 = u_1 + u_1 \cdot 20\% = 3\% \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right)$ diện tích mặt hồ.

Ngày thứ ba, lượng bèo chiếm $u_3 = u_2 + u_2 \cdot 20\% = 3\% \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right) + 3\% \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right) \frac{1}{5} = 3\% \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right)^2$ diện tích mặt hồ.

Ngày thứ n , lượng bèo chiếm $u_n = 3\% \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right)^{n-1}$.

Để bèo phủ kín mặt hồ thì $u_n = 100\% \Leftrightarrow 3 \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right)^{n-1} = 100 \Leftrightarrow n - 1 = \log_{\frac{6}{5}} \frac{100}{3} \Leftrightarrow n \approx 20,2$.

Vậy sau ít nhất 21 ngày kể từ ngày thả bèo thì lượng bèo phủ kín mặt hồ.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1842. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-x-1} \cdot 3^{x^2-x} = 18$ bằng

A. 1.

B. -2.

C. 2.

D. -1.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2-x-1} \cdot 3^{x^2-x} = 18 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} \cdot 3^{x^2-x} = 36 \Leftrightarrow (2 \cdot 3)^{x^2-x} = 36 \Leftrightarrow 6^{x^2-x} = 6^2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$

Như vậy tổng các nghiệm của phương trình thỏa hệ thức Vi-et: $S = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1843. Tập nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(x-2) = 1$ là

A. $\{3\}$.

B. $\{-1; 2\}$.

C. $\left\{\frac{1+\sqrt{11}}{2}\right\}$.

D. $\left\{\frac{1-\sqrt{11}}{2}; \frac{1+\sqrt{11}}{2}\right\}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x > 2$

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(x-2) = 1 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}[(x+1)(x-2)] = 1$

$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 - x - \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \mp \sqrt{11}}{2}$

Đối chiếu điều kiện tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{\frac{1+\sqrt{11}}{2}\right\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1844. Tập nghiệm của bất phương trình $(2 - \sqrt{3})^{x^2+4x-14} \geq 7 + 4\sqrt{3}$ là

A. $[-6; 2]$.

B. $(-\infty; -6] \cup [2; +\infty)$.

C. $(-6; 2)$.

D. $(-\infty; -6) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & (2 - \sqrt{3})^{x^2+4x-14} \geq 7 + 4\sqrt{3} \\ \Leftrightarrow & (2 - \sqrt{3})^{x^2+4x-14} \geq (2 + \sqrt{3})^2 \\ \Leftrightarrow & (2 - \sqrt{3})^{x^2+4x-14} \geq (2 - \sqrt{3})^{-2} \\ \Leftrightarrow & x^2 + 4x - 14 \leq -2 \\ \Leftrightarrow & x^2 + 4x - 12 \leq 0 \\ \Leftrightarrow & -6 \leq x \leq 2. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-6; 2]$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1845. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $(2x^2 - 5x + 2) [\log_x(7x - 6) - 2] = 0$ bằng

A. $\frac{17}{2}$.

B. 9.

C. 8.

D. $\frac{19}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 7x - 6 > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{6}{7} \\ x \neq 1 \end{cases}.$$

Ta thấy

$$\begin{aligned} (2x^2 - 5x + 2) [\log_x(7x - 6) - 2] &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 2 = 0 \\ \log_x(7x - 6) = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \\ x^2 - 7x + 6 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (nhận)} \\ x = \frac{1}{2} \text{ (loại)} \\ x = 1 \text{ (loại)} \\ x = 6 \text{ (nhận)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tổng các nghiệm bằng 8.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1846. Phương trình $9^{\sin^2 x} + 9^{\cos^2 x} = 10$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[-2019; 2019]$?

A. 2571.

B. 1927.

C. 2570.

D. 1929.

Lời giải.

Đặt $t = 9^{\sin^2 x}$, $t \in [1; 9]$.

$$\text{Phương trình trở thành } t + \frac{9}{t} = 10 \Leftrightarrow t^2 - 10t + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 9. \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 1 \Rightarrow 9^{\sin^2 x} = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}. \quad (1)$$

$$\text{Với } t = 9 \Rightarrow 9^{\sin^2 x} = 9 \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được nghiệm của phương trình là $x = \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Có } x \in [-2019; 2019] \Rightarrow -2019 \leq \frac{k\pi}{2} \leq 2019 \Leftrightarrow -\frac{4038}{\pi} \leq k \leq \frac{4038}{\pi}.$$

Do $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{-1285; -1284; \dots; 1284; 1285\}$, gồm 2571 giá trị.

Vậy phương trình đã cho có 2571 nghiệm trên đoạn $[-2019; 2019]$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1847. Nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_4 x = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{3}$ là

A. $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $x = \sqrt[3]{3}$.

C. $x = \frac{1}{3}$.

D. $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

$$\log_2 x + \log_4 x = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{3} \Leftrightarrow \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x = -\log_2 \sqrt{3} \Leftrightarrow \log_2 x^{\frac{3}{2}} = \log_2 \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x =$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3}}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1848. Cho hai số thực a, b phân biệt thỏa mãn $\log_3(7 - 3^a) = 2 - a$ và $\log_3(7 - 3^b) = 2 - b$. Giá trị biểu thức $9^a + 9^b$ bằng

A. 67.

B. 18.

C. 31.

D. 82.

Lời giải.

Ta có $\log_3(7 - 3^a) = 2 - a \Leftrightarrow 7 - 3^a = 3^{2-a} \Leftrightarrow 9^a - 7 \cdot 3^a + 9 = 0$.

Đặt $t = 3^a$ với $t > 0$ khi đó ta có phương trình $t^2 - 7t + 9 = 0$. (1)

Ta có $9^a + 9^b = t_1^2 + t_2^2 = (t_1 + t_2)^2 - 2t_1 \cdot t_2 = 49 - 18 = 31$.

Với t_1, t_2 là nghiệm của phương trình (1).

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1849. Một người gửi 50 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8,4% /năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó được lĩnh số tiền không ít hơn 80 triệu đồng (cả vốn ban đầu lẫn lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

A. 4 năm.

B. 7 năm.

C. 5 năm.

D. 6 năm.

Lời giải.

Theo công thức lãi kép số tiền người đó nhận được bao gồm cả vốn và lãi sau n năm là

$$S_n = A(1 + r)^n.$$

Do đó yêu cầu bài toán

$$S_n \geq 80 \Leftrightarrow 50 \left(1 + \frac{8,4}{100}\right)^n \geq 80 \Leftrightarrow 1,084^n \geq 1,6 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,084} 1,6 \approx 5,83.$$

Vậy để đạt được số tiền không ít hơn 80 triệu đồng thì thời gian gửi ít nhất là 6 năm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1850. Tập nghiệm của bất phương trình $(\log_2 x)^2 - 4 \log_2 x + 3 > 0$ là

A. $(0; 2) \cup (8; +\infty)$.B. $(-\infty; 2) \cup (8; +\infty)$.C. $(2; 8)$.D. $(8; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có

$$(\log_2 x)^2 - 4 \log_2 x + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x > 3 \\ \log_2 x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 8 \\ 0 < x < 2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1851. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x - 6) \geq -3$ là

A. $(-1; 6)$.B. $(-2; -1) \cup (6; 7)$.C. $(7; +\infty)$.D. $[-2; -1) \cup (6; 7]$.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương

$$0 < x^2 - 5x - 6 \leq 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x - 6 > 0 \\ x^2 - 5x - 14 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -1) \cup (6; +\infty) \\ x \in [-2; 7] \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-2; -1) \cup (6; 7].$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1852. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{2 - \ln(ex)}$.

- A. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (0; 1)$. C. $\mathcal{D} = (0; e]$. D. $(1; 2)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2 - \ln(ex) \geq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x \leq 1 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq e \\ x > 0 \end{cases}.$$

Vậy tập xác định $\mathcal{D} = (0; e]$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1853. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(3; +\infty)$.
C. $(-1; 3)$. D. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

$$3^{x^2-2x} < 27 \Leftrightarrow 3^{x^2-2x} < 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1854. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0.2}(4x + 11) < \log_{0.2}(x^2 + 6x + 8)$ là

- A. $S = (-2; 4)$. B. $S = (-3; 1)$. C. $S = (-2; 1)$. D. $S = (-4; -2)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \log_{0.2}(4x + 11) < \log_{0.2}(x^2 + 6x + 8) \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x^2 + 6x + 8 > 0 \\ 4x + 11 > x^2 + 6x + 8 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x^2 + 6x + 8 > 0 \\ x^2 + 2x - 3 < 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x < -4 \vee x > -2 \\ -3 < x < 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & -2 < x < 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1855. Bất phương trình $6 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 9^x > 0$ có tập nghiệm là

- A. $S = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$. B. $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Chia cả 2 vế của bất phương trình cho 9^x ta được $6 \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 13 \left(\frac{2}{3}\right)^x + 6 > 0$.

$$\text{Đặt } \left(\frac{2}{3}\right)^x = t (t > 0). \text{ Ta được } 6t^2 - 13t + 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < \frac{2}{3} \\ t > \frac{3}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^x < \frac{2}{3} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^x > \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1856. Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

- A. $S = (-\infty; 2)$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = (1; +\infty)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+2} < 5^{2x} \Leftrightarrow x+2 < 2x \Leftrightarrow x > 2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1857. Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1$ là

- A. $[3; 5]$. B. $(1; 3]$. C. $[1; 3]$. D. $(1; 5)$.

Lời giải.

Điều kiện của bất phương trình là $1 < x < 5$. Khi đó bất phương trình đã cho tương đương

$$\log_2(x-1)^2 \leq \log_2(10-2x) \Leftrightarrow (x-1)^2 \leq 10-2x \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$$

Vì $x \in (1; 5)$ nên tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 3]$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1858. Tập hợp tất cả các số thực x thỏa mãn $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$ là

- A. $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. B. $\left[\frac{2}{5}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right]$. D. $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right]$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} &\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{-4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \\ &\Leftrightarrow -4x \leq 2-x \\ &\Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq x. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1859. Giải bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ được tập nghiệm là $(a; b)$. Tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = \frac{8}{3}$. B. $S = \frac{28}{15}$. C. $S = \frac{11}{15}$. D. $S = \frac{31}{6}$.

Lời giải.

Xét bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$. (1)

$$\text{Bất phương trình (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} 6-5x > 0 \\ 3x-2 > 6-5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{6}{5} \\ 8x-8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(1; \frac{6}{5}\right).$$

$$\text{Do đó } a = 1, b = \frac{6}{5} \Rightarrow a + b = \frac{11}{5}.$$

$$\text{Vậy } S = a + b = \frac{11}{5}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1860. Có bao nhiêu số nguyên dương x thỏa mãn điều kiện $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) > -3$?

- A. vô số. B. 8. C. 10. D. 7.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 3$.

Bất phương trình trở thành $x - 3 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \Leftrightarrow x < 11$.

Vậy có 7 số nguyên dương x thỏa điều kiện $\log_{\frac{1}{2}}(x - 3) > -3$ là 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1861. Có bao nhiêu số tự nhiên x không vượt quá 2018 thỏa mãn $\log_2\left(\frac{x}{4}\right) \log_2^2 x \geq 0$?

A. 2017.

B. 2016.

C. 2014.

D. 2015.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$. Bất phương trình trở thành

$$(\log_2 x - 2) \cdot \log_2^2 x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 0 \\ \log_2 x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x \geq 4. \end{cases}$$

Vậy có tất cả $2018 - 4 + 1 + 1 = 2016$ số tự nhiên không vượt quá 2018 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1862. Cho hàm số $y = \frac{x-5}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{x-m}{x+2} - 1}}$ có tập xác định $\mathcal{D} = (a; b)$. Tìm giá trị dương của

tham số m để $b - a = 7$.

A. $m = 9$.

B. $m = 5$.

C. $m = 6$.

D. $m = 8$.

Lời giải.

— Điều kiện: $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x-m}{x+2} - 1 > 0 \Leftrightarrow 0 < \frac{x-m}{x+2} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < m \\ -2 < x < 2m+2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < m$ (do $m > 0$).

— $b - a = 7 \Leftrightarrow m + 2 = 7 \Leftrightarrow m = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1863. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\ln^2 x - 3 \ln x + 2 \geq 0$.

A. $[e^2; +\infty]$.

B. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

C. $(0; e] \cup [e^2; +\infty]$.

D. $(-\infty; e] \cup [e^2; +\infty]$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$. Đặt $t = \ln x$.

Bất phương trình tương đương

$$t^2 - 3t + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 1 \\ t \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x \leq 1 = \ln e \\ \ln x \geq 2 = \ln e^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq e \\ x \geq e^2. \end{cases}$$

Tập nghiệm bất phương trình là $S = (0; e] \cup [e^2; +\infty]$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1864. Giải bất phương trình $5 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x \leq 0$.

A. $\leq x \leq \frac{5}{2}$.

B. $-\frac{5}{2} \leq x \leq -1$.

C. $0 \leq x \leq 1$.

D. $-1 \leq x \leq 0$.

Lời giải.

Bất phương trình $5 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x \leq 0 \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{2x} - 7 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^x + 5 \leq 0$. (1)

Đặt $t = \left(\frac{5}{2}\right)^x$, điều kiện $t > 0$. Bất phương trình (1) tương đương

$$2t^2 - 7t + 5 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq t \leq \frac{5}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^0 \leq \left(\frac{5}{2}\right)^x \leq \left(\frac{5}{2}\right)^1 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1865. Giải bất phương trình $(\sqrt{3+\sqrt{8}})^x + (\sqrt{3-\sqrt{8}})^x \leq 34$.

- A. $-6 \leq x \leq 6$. B. $-2 \leq x \leq 2$. C. $-8 \leq x \leq 8$. D. $-4 \leq x \leq 4$.

Lời giải.

Do $\sqrt{3+\sqrt{8}} \cdot \sqrt{3-\sqrt{8}} = 1$ nên

$$\begin{aligned} \text{BPT} &\Leftrightarrow \left(\sqrt{3+\sqrt{8}}\right)^x + \frac{1}{\left(\sqrt{3+\sqrt{8}}\right)^x} \leq 34 \\ &\Leftrightarrow \left(\sqrt{3+\sqrt{8}}\right)^{2x} - 34\left(\sqrt{3+\sqrt{8}}\right)^x + 1 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow 17 - 12\sqrt{2} \leq \left(\sqrt{3+\sqrt{8}}\right)^x \leq 17 + 12\sqrt{2} \\ &\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3+\sqrt{8}}}(17 - 12\sqrt{2}) \leq x \leq \log_{\sqrt{3+\sqrt{8}}}(17 + 12\sqrt{2}) \\ &\Leftrightarrow -4 \leq x \leq 4. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1866. Bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ có tập nghiệm là

- A. $(5; +\infty)$. B. $(-1; 2)$. C. $(-\infty; 5)$. D. $(1; 4)$.

Lời giải.

Điều kiện $x > -1$.

$$\begin{aligned} \text{BPT} &\Leftrightarrow \log_2 \sqrt{x+7} > \log_2(x+1) \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x+7} > x+1 \\ &\Leftrightarrow x+7 > (x+1)^2 \text{ (Do } x > -1) \\ &\Leftrightarrow x^2 + x - 6 < 0 \\ &\Leftrightarrow -3 < x < 2. \end{aligned}$$

Đối chiếu điều kiện ta được tập nghiệm bất phương trình là $(-1; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1867. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-3) + 1 \geq 0$ là

- A. $\left(3; \frac{7}{2}\right]$. B. $(3; +\infty)$. C. $(3; 5]$. D. $(-\infty; 5)$.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương

$$\log_{0,5}(x-3) \geq -1 \Leftrightarrow 0 < x-3 \leq 0,5^{-1} \Leftrightarrow 3 < x \leq 5.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1868. Tìm tập hợp nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{3-4x} < 9$.

- A. $\left(\frac{5}{4}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty, \frac{5}{4}\right)$. C. $\left[\frac{5}{4}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{5}{4}\right]$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{3}\right)^{3-4x} < 9 \Leftrightarrow 4x - 3 < 2 \Leftrightarrow x < \frac{5}{4}.$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty, \frac{5}{4}\right)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1869. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0$ là

A. $S = (-\infty; 2)$.

B. $S = (2; 3)$.

C. $S = (3; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 7 > 0 \\ x^2 - 5x + 7 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (2; 3)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1870. Có tất cả bao nhiêu số nguyên x nhỏ hơn 10 thỏa mãn bất phương trình

$$\log_2(2x + 5) > \log_2(x - 1)$$

A. 9.

B. 15.

C. 8.

D. 10.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_2(2x + 5) > \log_2(x - 1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5 > x - 1 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Mà x nguyên và nhỏ hơn 10 nên $x \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Vậy có 8 giá trị của x .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1871. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 2^{2x-1}$ là

A. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{2}\right)^x > 2^{2x-1} \Leftrightarrow 2^{-x} > 2^{2x-1} \Leftrightarrow -x > 2x - 1 \Leftrightarrow x < \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1872. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x - 1) \leq \log x$ là

A. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

B. $(-\infty; 1]$.

C. $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$.

D. $(0; 1]$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log(2x - 1) \leq \log x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ 2x - 1 \leq x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x \leq 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1873. Bất phương trình $\log_4(x + 7) > \log_2(x + 1)$ có tập nghiệm là

A. $(-1; 2)$.

B. $(2; 4)$.

C. $(-3; 2)$.

D. $(5; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned}\log_4(x+7) > \log_2(x+1) &\Leftrightarrow \log_2 \sqrt{x+7} > \log_2(x+1) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+7} > x+1 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-6 < 0 \\ x > -1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 2 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 2.\end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(-1; 2)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1874. Giải bất phương trình $(10 + 3\sqrt{11})^x + (10 - 3\sqrt{11})^x \leq 20$.

- A. $0 \leq x \leq 1$. B. $-1 \leq x < 1$. C. $-1 < x \leq 1$. D. $-1 \leq x \leq 1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Đặt $t = (10 + 3\sqrt{11})^x$, điều kiện $t > 0$. Khi đó $(10 - 3\sqrt{11})^x = \frac{1}{t}$.

Bất phương trình đã cho tương đương

$$t + \frac{1}{t} \leq 20 \Leftrightarrow t^2 - 20t + 1 \leq 0 \Leftrightarrow 10 - 3\sqrt{11} \leq t \leq 10 + 3\sqrt{11}.$$

Do đó $10 - 3\sqrt{11} \leq (10 + 3\sqrt{11})^x \leq 10 + 3\sqrt{11} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1875. Giải bất phương trình $64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x < 0$.

- A. $\frac{9}{16} < x < \frac{3}{4}$. B. $x < 1 \vee x > 2$. C. $1 < x < 2$. D. Vô nghiệm.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x &< 0 \\ \Leftrightarrow 64 - 84 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^x + 27 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{2x} &< 0 \\ \Leftrightarrow \frac{4}{3} < \left(\frac{4}{3}\right)^x < \frac{16}{9} \\ \Leftrightarrow 1 < x < 2.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1876. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{5}}(x-4) + 1 > 0$.

- A. $\left[\frac{13}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{13}{2}\right)$. C. $(4; +\infty)$. D. $\left(4; \frac{13}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 4$.

Bất phương trình tương đương với $\log_{\frac{2}{5}}(x-4) > -1 \Leftrightarrow x-4 < \frac{5}{2} \Leftrightarrow x < \frac{13}{2}$.

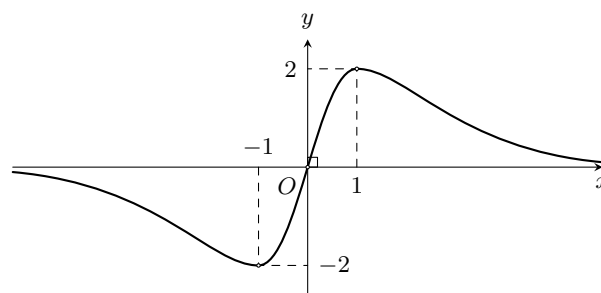
Kết hợp điều kiện ta có $x \in \left(4; \frac{13}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1877.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Biết rằng trục hoành là tiệm cận ngang của đồ thị. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = 4^{m+2\log_4 \sqrt{2}}$ có hai nghiệm dương phân biệt.



A. $0 < m < 2$.

B. $0 < m < 1$.

C. $m > 1$.

D. $m < 0$.

Lời giải.

Từ đồ thị và giả thiết trục hoành là tiệm cận ngang của đồ thị ta được

$$\begin{aligned} \text{Ycbt} &\Leftrightarrow 0 < 4^{m+2\log_4 \sqrt{2}} < 2 \\ &\Leftrightarrow 4^{m+2\log_4 \sqrt{2}} < 4^{\frac{1}{2}} \\ &\Leftrightarrow m + 2\log_4 \sqrt{2} < \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow m < \frac{1}{2} - \log_4 2 \\ &\Leftrightarrow m < 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1878. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x+3) - \log_2 x \leq 4$.

A. $S = [1; +\infty)$.

B. $S = [1; 9]$.

C. $S = (-\infty; 9]$.

D. $S = (0; 9]$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\begin{cases} x+3 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; +\infty)$.

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \log_{2^{\frac{1}{2}}}(x+3) - \log_2 x \leq 0 &\Leftrightarrow 2\log_2(x+3) \leq \log_2 16x \\ &\Leftrightarrow (x+3)^2 \leq 16x \\ &\Leftrightarrow x^2 - 10x + 9 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow x \in [1; 9]. \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện xác định, ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = [1; 9]$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1879. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2x} > \frac{1}{27}$ là

A. $1 < x < 3$.

B. $-1 < x < 3$.

C. $\begin{cases} x < -3 \\ x > 1 \end{cases}$.

D. $-3 < x < 1$.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương với $x^2 + 2x < 3 \Leftrightarrow -3 < x < 1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1880. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là

A. $S = (1; 4]$.

B. $S = (-\infty; 4]$.

C. $S = \left[4; \frac{11}{2}\right)$.

D. $S = (1; 4)$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x-1 > 0 \\ 11-2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{11}{2}.$

Bất phương trình đó tương đương với

$$\begin{aligned} \log_3(11-2x) - \log_3(x-1) &\geq 0 \Leftrightarrow \log_3 \frac{11-2x}{x-1} \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{11-2x}{x-1} \geq 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{12-3x}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow 1 < x \leq 4. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện, suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 4]$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1881. Ông A gửi vào ngân hàng 300 triệu đồng theo thể thức lãi kép với lãi suất 10%/năm. Trong quá trình gửi lãi suất không đổi và ông A không rút tiền ra. Hỏi sau ít nhất mấy năm thì ông A rút được số tiền cả vốn và lãi đủ 500 triệu đồng?

- A. 4 năm. B. 3 năm. C. 6 năm. D. 5 năm.

Lời giải.

Số tiền mà ông A có sau n năm là $T_n = 300 \cdot (1 + 0,1)^n = 300 \cdot 1,1^n$ triệu đồng.

Theo bài ra ta có $300 \cdot 1,1^n \geq 500 \Leftrightarrow 1,1^n \geq \frac{5}{3} \Leftrightarrow n \geq \log_{1,1} \frac{5}{3} \approx 5,359$, mà n nguyên nên $n \geq 6$.

Vậy sau ít nhất 6 năm thì ông A rút được số tiền cả vốn và lãi đủ 500 triệu đồng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1882. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(5 - 2^{x+1}) \geq 1 - x$ là đoạn $[a, b]$. Khi đó $b - a$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Điều kiện: $5 - 2^{x+1} > 0 \Leftrightarrow x + 1 > \log_2 5 \Leftrightarrow x > \log_2 5 - 1$.

Bất phương trình tương đương với

$$\begin{aligned} 5 - 2^{x+1} &\geq 2^{1-x} \Leftrightarrow 5 \cdot 2^x - 2 \cdot 4^x \geq 2 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq 2^x \leq 2 \\ &\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện ta có $x \in [-1; 1]$, khi đó $a = -1, b = 1$ nên $b - a = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1883. Có tất cả bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} [\log_2(2 - x^2)] > 0$?

- A. Vô số. B. 1. C. 0. D. 2.

Lời giải.

$$\log_{\frac{1}{2}} [\log_2(2 - x^2)] > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x^2 > 0 \\ \log_2(2 - x^2) > 0 \\ \log_2(2 - x^2) < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 < 2 \\ 2 - x^2 > 1 \\ 2 - x^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 < 1 \\ x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x \neq 0. \end{cases}$$

Vậy không có giá nguyên nào của x thỏa mãn bất phương trình đã cho.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1884. Tìm tập nghiệm S của phương trình $5^{1-2x} > \frac{1}{125}$.

- A. $S = (0; 2)$. B. $S = (-\infty; 2)$. C. $S = (-\infty; -3)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $5^{1-2x} > \frac{1}{125} \Leftrightarrow 5^{1-2x} > 5^{-3} \Leftrightarrow 1 - 2x > -3 \Leftrightarrow x < 2$.

Vậy $S = (-\infty; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1885. Giá trị còn lại của một chiếc xe ô-tô loại X thuộc hãng xe Toyota sau t năm kể từ khi mua đã được các nhà kinh tế nghiên cứu và ước lượng bằng công thức $G(t) = 600 \cdot e^{-0,12t}$ (triệu đồng). Ông A mua một chiếc xe ô-tô loại X thuộc hãng xe đó từ khi xe mới xuất xưởng và muốn bán sau một thời gian sử dụng với giá từ 300 triệu đến 400 triệu đồng. Hỏi ông A phải bán trong khoảng thời gian nào gần nhất với kết quả dưới đây kể từ khi mua?

- A. từ 2,4 năm đến 3,2 năm. B. từ 3,4 năm đến 5,8 năm.
C. từ 3 năm đến 4 năm. D. từ 4,2 năm đến 6,6 năm.

Lời giải.

Theo điều kiện đề bài ta có

$$300 \leq 600 \cdot e^{-0,12t} \leq 400 \Leftrightarrow \log_e \frac{1}{2} \leq -0,12t \leq \log_e \frac{2}{3} \Leftrightarrow 5,8 \geq t \geq 3,4.$$

Do đó ông A muốn bán sau một thời gian sử dụng với giá từ 300 triệu đến 400 triệu đồng thì phải bán trong khoảng thời gian từ 3,4 năm đến 5,8 năm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1886. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \leq \tan \left(\frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$ là

- A. $S = (-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$. B. $S = [-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}]$.
C. $S = (-\infty; -2\sqrt{2}] \cup [2\sqrt{2}; +\infty)$. D. $S = [-2; 4]$.

Lời giải.

Ta có $0 < \tan \frac{\pi}{7} < 1$ do đó

$$\begin{aligned} \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} &\leq \tan \left(\frac{\pi}{7}\right)^{x-1} \\ \Leftrightarrow x^2 - x - 9 &\geq x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq -2. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra tập nghiệm $S = (-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1887. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là

- A. $[-4; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $[0; +\infty)$. D. $(-\infty; 4)$.

Lời giải.

Ta có $3^{x+2} \geq \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x+2} \geq 3^{-2} \Leftrightarrow x + 2 \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1888. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < e^x$ là

- A. $S = (-\infty; 0)$. B. $S = \mathbb{R}$. C. $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $S = (0; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $3^x < e^x \Leftrightarrow x \ln 3 < x \Leftrightarrow x(\ln 3 - 1) < 0 \Leftrightarrow x < 0$ vì $3 > e$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1889. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{0,8}(15x + 2) > \log_{0,8}(13x + 8)$ là

A. Vô số.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{0,8}(15x + 2) > \log_{0,8}(13x + 8) \Leftrightarrow \begin{cases} 15x + 2 < 13x + 8 \\ 15x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > -\frac{2}{15} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{2}{15} < x < 3.$$

Vậy bất phương trình đã cho có 3 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1890. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x + 2^{x+1} \leq 3^x + 3^{x-1}$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(-\infty; 2]$.

D. $[2; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } 2^x + 2^{x+1} \leq 3^x + 3^{x-1} \Leftrightarrow 2^x + 2 \cdot 2^x \leq 3^x + \frac{3^x}{3} \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x \leq \frac{4}{3} \cdot 3^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x \geq \frac{9}{4} \Leftrightarrow x \geq 2.$$

Vậy $S = [2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1891. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}$ là

A. $S = (-\infty; 1]$.

B. $S = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

C. $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$.

D. $S = [1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \Leftrightarrow 1-3x \leq -2 \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1892. Tập nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 3 \log_2 x + 2 < 0$ là khoảng $(a; b)$. Giá trị biểu thức $a^2 + b^2$ bằng

A. 16.

B. 5.

C. 20.

D. 10.

Lời giải.

$$\log_2^2 x - 3 \log_2 x + 2 < 0 \Leftrightarrow (\log_2 x - 1)(\log_2 x - 2) < 0 \Leftrightarrow 1 < \log_2 x < 2 \Leftrightarrow 2 < x < 4 \Leftrightarrow x \in (2; 4).$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = 20.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1893. Bất phương trình $2^{x+2} + 8 \cdot 2^{-x} - 33 < 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 4.

B. 6.

C. 7.

D. Vô số.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} 4 \cdot 2^x + \frac{8}{2^x} - 33 < 0 &\Leftrightarrow 4 \cdot (2^x)^2 - 33 \cdot 2^x + 8 < 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{4} < 2^x < 8 \Leftrightarrow -2 < x < 3. \end{aligned}$$

Suy ra, phương trình đã cho có 4 nghiệm nguyên là $-1, 0, 1, 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1894. Bất phương trình $\log_{\frac{4}{5}} \frac{2x+1}{x+5} \geq 2$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Ta có bất phương trình tương đương với

$$\begin{cases} \frac{2x+1}{x+5} > 0 \\ \frac{2x+1}{x+5} \leq \frac{16}{25} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x+1}{x+5} > 0 \\ \frac{34x-55}{15(x+5)} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -5 \\ x > -\frac{1}{2} \\ -5 < x \leq \frac{55}{34} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x \leq \frac{55}{34}.$$

Do chỉ xét nghiệm nguyên nên ta có $x \in \{0; 1\}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1895. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2\log_{\frac{1}{2}} |x-1| < \log_{\frac{1}{2}} x - 1$ là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1. \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} 2\log_{\frac{1}{2}} |x-1| < \log_{\frac{1}{2}} x - 1 &\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} (x-1)^2 < \log_{\frac{1}{2}} (2x) \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 > 2x \\ &\Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 > 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 + \sqrt{3} \\ x < 2 - \sqrt{3}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vì x là số nguyên nên $x \geq 4$ và $x \in \mathbb{Z}$. Suy ra bất phương trình có vô số nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1896. Tập hợp các nghiệm của bất phương trình $\ln(3x) < \ln(2x+6)$ là

A. $[0; 6)$.B. $(0; 6)$.C. $(6; +\infty)$.D. $(-\infty; 6)$.

Lời giải.

Ta có $\ln(3x) < \ln(2x+6) \Leftrightarrow 0 < 3x < 2x+6 \Leftrightarrow 0 < x < 6$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1897. Cho bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} (x-1) \geq -2$. Số nghiệm nguyên của bất phương trình là

A. 3.

B. Vô số.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}} (x-1) \geq -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 5$.

Suy ra các nghiệm nguyên của bất phương trình là 2; 3; 4; 5.

Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình là 4.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1898. Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x^2-15x+13} < \left(\frac{1}{2}\right)^{4-3x}$. Tập nghiệm của bất phương trình là

A. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

D. $\emptyset$.

Lời giải.

Ta có

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{4x^2-15x+13} < \left(\frac{1}{2}\right)^{4-3x} \Leftrightarrow 4x^2 - 15x + 13 > 4 - 3x \Leftrightarrow (2x - 3)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{3}{2}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1899. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1$ (với a là tham số, $a \neq 0$) là

A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $a^2 + 1 > 1, \forall a \neq 0 \Rightarrow 0 < \frac{1}{a^2 + 1} < 1$.

Từ đây ta có bất phương trình

$$\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > \left(\frac{1}{1+a^2}\right)^0 \Leftrightarrow 2x+1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1900. Số nghiệm thực nguyên của bất phương trình $\log(2x^2 - 11x + 15) \leq 1$ là

A. 3.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } 2x^2 - 11x + 15 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{5}{2} \\ x > 3. \end{cases}$$

Ta có

$$\log(2x^2 - 11x + 15) \leq 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 11x + 15 \leq 10 \Leftrightarrow 2x^2 - 11x + 5 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq 5.$$

Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm $S = \left[\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right) \cup (3; 5]$.

Khi đó, tập các nghiệm thực nguyên là $\{1; 2; 4; 5\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1901. Bất phương trình $\log_3(x^2 - 2x) > 1$ có tập nghiệm là

A. $S = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

B. $S = (-1; 3)$.

C. $S = (3; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; -1)$.

Lời giải.

$$\log_3(x^2 - 2x) > 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x > 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1902. Biết rằng bất phương trình $\log_2(5^x + 2) + 2\log_{(5^x+2)} 2 > 3$ có tập nghiệm là $S = (\log_a b; +\infty)$, với a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 6 và $a \neq 1$. Tính $P = 2a + 3b$.

A. $P = 7$.

B. $P = 11$.

C. $P = 18$.

D. $P = 16$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_2(5^x + 2)$. Khi đó bất phương trình đã cho có dạng

$$t + \frac{2}{t} > 3 \Leftrightarrow \frac{t^2 - 3t + 2}{t} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t > 2 \\ 0 < t < 1. \end{cases}$$

— Với $t > 2 \Leftrightarrow \log_2(5^x + 2) > 2 \Leftrightarrow 5^x + 2 > 4 \Leftrightarrow 5^x > 2 \Leftrightarrow x > \log_5 2$.

— Với $0 < t < 1 \Leftrightarrow 0 < \log_2(5^x + 2) < 1 \Leftrightarrow 1 < 5^x + 2 < 2 \Leftrightarrow -1 < 5^x < 0$ (vô nghiệm).

Vậy $a = 5, b = 2 \Rightarrow P = 2 \cdot 5 + 3 \cdot 2 = 16$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1903. Tập nghiệm của bất phương trình $e^{x^2-x-1} < \frac{1}{e}$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $(1; 2)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; 1)$.

Lời giải.

$$e^{x^2-x-1} < \frac{1}{e} \Leftrightarrow x^2 - x - 1 < -1 \Leftrightarrow 0 < x < 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1904. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{14}(x^3 - 1) + \log_{14} x < 1$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $(1; 2)$. C. $(0; 1)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 1$. Khi đó

$$\begin{aligned} & \log_{14}(x^3 - 1) + \log_{14} x < 1 \\ & \Leftrightarrow \log_{14}(x^4 - x) < \log_{14} 14 \\ & \Leftrightarrow x^4 - x - 14 < 0 \\ & \Leftrightarrow (x - 2)(x^3 + 2x^2 + 4x + 7) < 0 \\ & \Leftrightarrow x < 2 \quad (\text{vì } x^3 + 2x^2 + 4x + 7 > 0, \forall x > 1) \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện ta được $1 < x < 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1905. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x - 4) < 5$ là

- A. $(-\infty; 18)$. B. $(2; +\infty)$.
C. $(2; 18)$. D. $(-\infty; 2) \cup (18; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Bất phương trình tương đương với } \begin{cases} 2x - 4 > 0 \\ 2x - 4 < 2^5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 18 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 18.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1906. Một người gửi 50 triệu vào ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi?

- A. 11 năm. B. 12 năm. C. 13 năm. D. 14 năm.

Lời giải.

Gọi n ($n \in \mathbb{N}^*$) là số năm người đó gửi tiền vào ngân hàng.

Tổng số tiền gốc lẫn lãi người đó nhận được sau n năm là $50 \cdot 10^6 \cdot (1 + 0,06)^n$.

Theo yêu cầu của bài toán ta có

$$50 \cdot 10^6 \cdot (1 + 0,06)^n > 100 \cdot 10^6 \Leftrightarrow (1,06)^n > 2 \Leftrightarrow n > \log_{1,06} 2 \approx 11,9.$$

Vậy sau ít nhất 12 năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1907. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}$.

A. $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. B. $S = (-\infty; 1]$. C. $S = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $S = [1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \left(\frac{5}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 1 - 3x \leq -2 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1908. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+2x} \leq 8$ là

A. $(-\infty; -3]$. B. $(-3; 1)$. C. $(-3; 1]$. D. $[-3; 1]$.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2+2x} \leq 8 \Leftrightarrow x^2 + 2x \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1$.

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $[-3; 1]$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1909. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{\log(x^2 - 9)}{\log(3 - x)} \leq 1$ là

A. $[-4; -3)$. B. $\emptyset$. C. $(-4; -3)$. D. $(3; 4]$.

Lời giải.

Ta xét hai trường hợp:

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} x^2 - 9 > 0 \\ 3 - x > 0 \\ \log(3 - x) > 0 \\ \log(x^2 - 9) \leq \log(3 - x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 9 > 0 \\ 3 - x > 0 \\ 3 - x > 1 \\ x^2 - 9 \leq 3 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty) \\ x \in (-\infty; 2) \\ x \in [-4; 3] \end{cases}$$

Nên tập nghiệm $S_1 = [-4; -3)$.

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} x^2 - 9 > 0 \\ 3 - x > 0 \\ \log(3 - x) < 0 \\ \log(x^2 - 9) \geq \log(3 - x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 9 > 0 \\ 3 - x > 0 \\ 3 - x < 1 \\ x^2 - 9 \geq 3 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty) \\ x \in (-\infty; 3) \\ x \in (2; +\infty) \\ x \in (-\infty; -4] \cup [3; +\infty) \end{cases}$$

Nên tập nghiệm $S_2 = \emptyset$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = S_1 \cup S_2 = [-4; -3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1910. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x > \frac{3}{4}$ là

A. $(2; +\infty)$.B. $(-\infty; -2)$.C. $(-\infty; 2)$.D. $(-2; +\infty)$.**Lời giải.**

Chú ý $\frac{\sqrt{3}}{2} < 1$. Ta có $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x > \frac{3}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x > \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x < 2$.

Chọn đáp án **C** □**Câu 1911.** Bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

$$\log_4(x+7) > \log_2(x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+7 > (x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ -3 < x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 2.$$

Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{0; 1\}$.Chọn đáp án **A** □**Câu 1912.** Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,8}(2x-1) < 0$ làA. $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.B. $S = (1; +\infty)$.C. $S = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.D. $S = (-\infty; 1)$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \log_{0,8}(2x-1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 > (0,8)^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; +\infty)$.Chọn đáp án **B** □**Câu 1913.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(5x+14) \leq \log_{0,5}(x^2+6x+8)$ làA. $S = (-2; 2]$.B. $S = (-\infty; 2]$.C. $S = \mathbb{R} \setminus \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$.D. $S = [-3; 2]$.**Lời giải.**

$$\begin{aligned} \log_{0,5}(5x+14) &\leq \log_{0,5}(x^2+6x+8) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+14 > 0 \\ x^2+6x+8 > 0 \\ 5x+14 \geq x^2+6x+8 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{14}{5} \\ x < -4 \vee x > -2 \\ -3 \leq x \leq 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow -2 < x \leq 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 1914.** Tìm tất cả giá trị x thỏa mãn bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2+2x-8) \leq -4$.A. $4 \leq x \leq 6$.B. $\begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq 6 \end{cases}$.C. $-6 \leq x \leq 4$.D. $\begin{cases} x \leq -6 \\ x \geq 4 \end{cases}$.**Lời giải.**

Điều kiện $x^2 + 2x - 8 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -4 \\ x > 2. \end{cases}$

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 2x - 8) \leq -4 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 \geq 16 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 24 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -6 \\ x \geq 4. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1915. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) < 2$ là

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(-1; 4)$. C. $(-1; 3)$. D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_2(x+1) < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 < 2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-1; 3)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1916. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{3}{5}}(2x^2 - x + 1) < 0$ là

- A. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$. B. $(-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.
C. $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Với điều kiện trên phương trình đã cho tương đương

$$2x^2 - x + 1 > 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1917. Cho $(a-1)^{\frac{-2}{3}} < (a-1)^{\frac{-1}{3}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 1$. B. $1 < a < 2$. C. $0 < a < 1$. D. $a > 2$.

Lời giải.

Ta có $-\frac{2}{3} < -\frac{1}{3}$ mà $(a-1)^{\frac{-2}{3}} < (a-1)^{\frac{-1}{3}}$. Do đó $a-1 > 1 \Rightarrow a > 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1918. Xác định tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3} \geq 3$.

- A. $S = (-\infty; 1]$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = [1; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3} \geq 3 \Leftrightarrow 3^{-2x+3} \geq 3 \Leftrightarrow -2x+3 \geq 1 \Leftrightarrow x \leq 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 1]$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1919. Tập nghiệm bất phương trình $2^{x^2-3x} < 16$ là

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(4; +\infty)$.
C. $(-1; 4)$. D. $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2-3x} < 16 \Leftrightarrow x^2 - 3x < 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 < 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 4)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1920. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3-x) < 2$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-1; 3)$. C. $(1; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $3-x > 0 \Leftrightarrow x < 3$.

Ta có

$$\log_2(3-x) < 2 \Leftrightarrow 3-x < 2^2 \Leftrightarrow x > -1.$$

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-1; 3)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1921. Nghiệm của bất phương trình $\lg(3-2x) \geq \lg(x+1)$ là

- A. $-1 < x \leq \frac{2}{3}$. B. $x \geq -\frac{2}{3}$. C. $1 \leq x < \frac{3}{2}$. D. $-1 \leq x \leq \frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 3-2x > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < \frac{3}{2}.$$

$$\text{Ta có } \lg(3-2x) \geq \lg(x+1) \Leftrightarrow 3-2x \geq x+1 \Leftrightarrow x \leq \frac{2}{3}.$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện ta có } -1 < x \leq \frac{2}{3}.$$

$$\text{Tập nghiệm bất phương trình là } -1 < x \leq \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1922. Bất phương trình $3^{2x+1} - 7 \cdot 3^x + 2 > 0$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} x < -1 \\ x > \log_2 3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x < -2 \\ x > \log_2 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x < -1 \\ x > \log_3 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x < -2 \\ x > \log_3 2 \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có

$$3^{2x+1} - 7 \cdot 3^x + 2 > 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 3^{2x} - 7 \cdot 3^x + 2 > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x < \frac{1}{3} \\ 3^x > 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < \log_3 \frac{1}{3} \\ x > \log_3 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > \log_3 2 \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1923. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $4^{x^2-2x} < 64$ là

A. 2.

B. -1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $4^{x^2-2x} < 64 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3 \Leftrightarrow -1 < x < 3$.

Vậy nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình là $x = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1924. Tập nghiệm của bất phương trình $(0,5)^{x^2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2}$ là khoảng $(a; b)$. Tính $3a + 13b + 2019$.

A. 2048.

B. 2038.

C. 20048.

D. 2019.

Lời giải.

Ta có $(0,5)^{x^2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} \Leftrightarrow x^2 < 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow x \in (1; 2)$.

Do đó $a = 1; b = 2$. Vậy $3a + 13b + 2019 = 2048$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1925. Bất phương trình $(\sqrt{2} - 1)^{2x-1} < (\sqrt{2} + 1)^{x+3}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc $[-100; 100]$?

A. 98.

B. 99.

C. 100.

D. 101.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho viết lại như sau

$$\begin{aligned} & (\sqrt{2} - 1)^{2x-1} \cdot (\sqrt{2} + 1)^{2x-1} < (\sqrt{2} + 1)^{x+3} (\sqrt{2} + 1)^{2x-1} \\ \Leftrightarrow & 1 < (\sqrt{2} + 1)^{3x+2} \Leftrightarrow 0 < 3x + 2 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < x. \end{aligned}$$

Do $x \in [-100; 100]$ nên $x \in \{0; 1; 2; \dots; 100\}$. Vậy có 101 nghiệm nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1926. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2x} > 8$ là

A. $(-\infty; -1)$.B. $(-1; 3)$.C. $(3; +\infty)$.D. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.**Lời giải.**

Ta có

$$2^{x^2-2x} > 8 \Leftrightarrow x^2 - 2x > 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $S = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1927. Ông A gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất 0,5%/tháng. Hỏi ít nhất bao nhiêu tháng thì ông A có số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 60 triệu đồng? Biết rằng trong suốt thời gian gửi lãi suất ngân hàng không thay đổi và ông A không rút tiền ra.

A. 36 tháng .

B. 38 tháng .

C. 37 tháng .

D. 40 tháng .

Lời giải.

Số tiền ông A gửi sau n tháng là $P_n = 50 \cdot (1 + 0,5\%)^n$ (triệu đồng).

Để số tiền ông A thu được nhiều hơn 60 triệu đồng thì

$$50 \cdot (1 + 0,5\%)^n > 60 \Leftrightarrow n > \log_{1+0,5\%} \frac{6}{5} \approx 36,555.$$

Vậy ông A phải gửi ít nhất là 37 tháng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1928. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x} < 8$ là

A. $S = (-\infty; 3)$.

B. $S = (1; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

D. $S = (1; 3)$.

Lời giải.

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow 2^{-x^2+4x} < 2^3 \Leftrightarrow -x^2 + 4x < 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1929. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 2x - 8) \geq -4$ là

A. 6.

B. Vô số.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Ta có

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 2x - 8) \geq -4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 8 > 0 \\ x^2 + 2x - 8 \leq 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -4 \\ x > 2 \\ -6 \leq x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq x < -4 \\ 2 < x \leq 4. \end{cases}$$

Suy ra tập các nghiệm nguyên là $\{-6; -5; 3; 4\}$.

Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là 4.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1930. Cho hàm số $g(x) = \log_{0,5}(x^2 - 5x + 7)$. Nghiệm của bất phương trình $g(x) > 0$ là

A. $x > 3$.

B. $x < 2$ hoặc $x > 3$.

C. $2 < x < 3$.

D. $x < 2$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$g(x) > 0 \Leftrightarrow \log_{0,5}(x^2 - 5x + 7) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 7 < 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1931. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(4x - 3) \leq \log_9(18x + 27)$.

A. $S = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

B. $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$.

C. $S = \left[-\frac{3}{8}; 3\right]$.

D. $S = [3; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 4x - 3 > 0 \\ 18x + 27 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{3}{4}.$$

Bất phương trình được viết lại là

$$\begin{aligned} \log_3(4x - 3) &\leq \frac{1}{2} \log_3(18x + 27) \Leftrightarrow \log_3(4x - 3)^2 \leq \log_3(18x + 27) \\ \Leftrightarrow (4x - 3)^2 &\leq 18x + 27 \Leftrightarrow 16x^2 - 42x - 18 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq x \leq 3. \end{aligned}$$

So điều kiện, tập nghiệm bất phương trình là $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1932. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9$ là

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9 \Leftrightarrow x \leq \log_{\frac{1}{3}} 9 \Leftrightarrow x < -2$.

Vậy tập nghiệm là $S = (-\infty, -2)$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1933.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x+1) < 2$ là

A. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

B. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $\left[-\frac{1}{3}; 1\right)$.

Lời giải.

Điều kiện $3x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}$.

Bất phương trình $\log_2(3x+1) < 2 \Leftrightarrow 3x+1 < 2^2 \Leftrightarrow x < 1$.

Kết hợp điều kiện suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(-\frac{1}{3}, 1\right)$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1934.** Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x - 6 \leq 0$ là

A. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [64; +\infty)$.

B. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right]$.

C. $S = \left[\frac{1}{2}; 64\right]$.

D. $S = [64; +\infty]$.

Lời giải.

Ta có $\log_2^2 x - 5\log_2 x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq \log_2 x \leq 6 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq 64$.

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1935.** Bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ có tập nghiệm là $(a; b)$. Tổng $S = a + b$ bằng

A. $S = \frac{8}{3}$.

B. $S = \frac{28}{15}$.

C. $S = \frac{26}{5}$.

D. $S = \frac{11}{5}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định là $\begin{cases} 3x-2 > 0 \\ 6-5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < x < \frac{6}{5}$. Ta có

$$\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x) \Leftrightarrow 3x-2 > 6-5x \Leftrightarrow x > 1.$$

So điều kiện, ta có tập nghiệm bất phương trình là $S = \left(1; \frac{6}{5}\right)$, suy ra $a+b = \frac{11}{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1936.** Nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{9x^2-10x+7} \geq \left(\frac{1}{5}\right)^{3+2x}$ là

A. $x = \frac{2}{3}$.

B. $x < \frac{2}{3}$.

C. $x > \frac{2}{3}$.

D. $x \neq \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{5}\right)^{9x^2-10x+7} \geq \left(\frac{1}{5}\right)^{3+2x} \Leftrightarrow 9x^2-10x+7 \leq 3+2x \Leftrightarrow (3x-2)^2 \leq 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1937.** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x} < 27$ là

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

D. $(1; 3)$.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương $x^2 - 4x > -3 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3. \end{cases}$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1938. Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} > \frac{1}{8}$ có tập nghiệm là $(a; b)$. Khi đó giá trị của $b - a$ là

A. 4. B. -4. C. 2. D. -2.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} > \frac{1}{8} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} > \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3 \Leftrightarrow x \in (-1; 3)$.

Suy ra $a = -1, b = 3$. Vậy $b - a = 4$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1939. Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(x^2 - 6x - 7) \leq 7$ là

A. 48. B. 75. C. 54. D. 42.

Lời giải.

Ta có

$$\log_2(x^2 - 6x - 7) \leq 7 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x - 7 > 0 \\ x^2 - 6x - 63 \leq 135 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 \leq x < -1 \\ 7 < x \leq 15. \end{cases}$$

Mặt khác $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-9; -8; \dots; -2\} \cup \{8; 9; \dots; 15\}$. Vậy tổng các nghiệm nguyên của phương trình là 48.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1940. Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}} + 3\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}+1} > 12$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Tính giá trị của biểu thức $P = 3a + 10b$.

A. 5. B. -3. C. -4. D. 2.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq 0$, ta có

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}} + 3\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}+1} > 12 \Leftrightarrow 3^{-\frac{2}{x}} + 3^{-\frac{1}{x}} - 12 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{-\frac{1}{x}} < -4 \\ 3^{-\frac{1}{x}} > 3 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

Bất phương trình (1) vô nghiệm.

Bất phương trình (2) $\Leftrightarrow -\frac{1}{x} > 1 \Leftrightarrow \frac{x+1}{x} < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 0$.

Do đó $a = -1, b = 0, P = -3$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1941. Biết rằng bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x} \geq \left(\frac{9}{4}\right)^{x-1}$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Tính $b - a$.

A. $b - a = 2\sqrt{5}$. B. $b - a = 3$. C. $b - a = \sqrt{5}$. D. $b - a = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x} \geq \left(\frac{9}{4}\right)^{x-1} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x} \geq \left(\frac{2}{3}\right)^{2-2x} \Leftrightarrow x^2 - x \leq 2 - 2x \Leftrightarrow x^2 + x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 1.$$

Vậy $b - a = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1942. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\ln x^2 > \ln(4x - 4)$.

A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $S = (1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Lời giải.

Ta có

$$\ln x^2 > \ln(4x - 4) \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 4 > 0 \\ x^2 > 4x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ (x - 2)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}.$$

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = (1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1943. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x-2} \geq 4$ là

A. $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$. B. $[0; 3]$. C. $(-\infty; 0]$. D. $[3; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x-2} \geq 4 \Leftrightarrow 2^{-x^2+3x+2} \geq 2^2 \Leftrightarrow -x^2 + 3x + 2 \geq 2 \Leftrightarrow -x^2 + 3x \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [0; 3]$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1944. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 \leq 0$ là

A. $[4; +\infty)$. B. $[2; 4]$. C. $(0; 2] \cup [4; +\infty)$. D. $(0; 2]$.

Lời giải.

Ta có $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq \log_2 x \leq 2 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [2; 4]$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1945. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\ln x^2 > \ln(4x - 4)$.

A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $S = (1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 1$.

Khi đó $\ln x^2 > \ln(4x - 4) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 4x - 4 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 4 > 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\ln x^2 > \ln(4x - 4)$ là $S = (1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1946. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x+1} > 1$ là

A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

Ta có: $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x+1} > 1 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2x+1} > \left(\frac{2}{3}\right)^0 \Leftrightarrow 2x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1947. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}$ là

A. $S = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. B. $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. C. $S = (-\infty; 1]$. D. $S = [1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} &\geq \frac{25}{4} \\ \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} &\geq \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \\ \Leftrightarrow 1-3x &\leq -2 \Leftrightarrow 3x \geq 3 \Leftrightarrow x \geq 1. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1948. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1) > 0$ là

A. $\left(-\frac{1}{4}; 0\right)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Lời giải.

Do cơ số $\frac{1}{2} < 1$ nên

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 > 0 \\ 2x+1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 0.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1949. Tìm số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $2^{3x+3} \leq 2^{2019-7x}$.

A. 201. B. 100. C. 102. D. 200.

Lời giải.

Ta có

$$2^{3x+3} \leq 2^{2019-7x} \Leftrightarrow 3x+3 \leq 2019-7x \Leftrightarrow 10x \leq 2016 \Leftrightarrow x \leq \frac{1008}{5} \Leftrightarrow x \leq 201,6.$$

Vậy bất phương trình đã cho có 201 nghiệm nguyên dương.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1950. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x^2-3}$ là

A. $(-1; 3)$. B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.
C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2^{2x} < 2^{x^2-3} \Leftrightarrow 2x < x^2-3 \Leftrightarrow x^2-2x-3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1951. Bất phương trình $\frac{x-1}{x+1} \geq m$ có nghiệm thuộc đoạn $[1; 2]$ khi và chỉ khi

A. $m \leq \frac{1}{3}$. B. $m \leq 0$. C. $m \geq 0$. D. $m \geq \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[1; 2]$.

$$f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in [1; 2] \text{ suy ra } \max_{[1;2]} f(x) = f(2) = \frac{1}{3}.$$

Bất phương trình $\frac{x-1}{x+1} \geq m$ có nghiệm thuộc đoạn $[1; 2]$ khi và chỉ khi $\max_{[1;2]} f(x) \geq m \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1952. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x^2 - 4) > \log(3x)$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(2; +\infty)$.
C. $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$. D. $(4; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log(x^2 - 4) > \log(3x) \Leftrightarrow x^2 - 4 > 3x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < -1 \Leftrightarrow x > 4 \text{ hay } x \in (4; +\infty). \\ x > 0 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1953. Nghiệm của bất phương trình $9^x - 8 \cdot 3^x - 9 > 0$.

- A. $x < 0$. B. $x > 3$. C. $x < 2$. D. $x > -1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 9^x - 8 \cdot 3^x - 9 > 0 \Leftrightarrow (3^x + 1)(3^x - 9) > 0 \Leftrightarrow 3^x - 9 > 0 \Leftrightarrow x > 2 \Rightarrow x > 3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1954. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2+2x} > 27$ là

- A. $(-1; 3)$. B. $(-3; 1)$.
C. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Bất phương trình } 3^{x^2+2x} > 27 \Leftrightarrow 3^{x^2+2x} > 3^3 \Leftrightarrow x^2 + 2x > 3 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty).$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1955. Bất phương trình $\log_2(x-2) < 2$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 4. B. 2. C. 5. D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có bất phương trình tương đương } \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-2 < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 6. \end{cases}$$

Vì x là số nguyên nên $x = 3; x = 4; x = 5$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của x .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1956. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ là

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x$, ($t > 0$).

$$\text{Bất phương trình đã cho trở thành : } 3t^2 - 10t + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq t \leq 3.$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{3} \leq 3^x \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1.$$

Có 3 giá trị nguyên $x = -1; x = 0; x = 1$ thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1957. Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x^2} \leq 2^{4x}$ là

- A. $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$. B. $(0; 2]$. C. $[0; 2]$. D. $(0; 2)$.

Lời giải.

Ta có $4^{x^2} \leq 2^{4x} \Leftrightarrow 2^{2x^2} \leq 2^{4x} \Leftrightarrow 2x^2 \leq 4x \Leftrightarrow 2x^2 - 4x \leq 0 \Leftrightarrow x(x - 2) \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[0; 2]$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1958. Tập nghiệm của bất phương trình $(2 - \sqrt{3})^{x^2+4x-14} \geq 7 + 4\sqrt{3}$ là

- A. $[-6; 2]$. B. $(-\infty; -6] \cup [2; +\infty)$.
C. $(-6; 2)$. D. $(-\infty; -6) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $(2 - \sqrt{3})^{x^2+4x-14} \geq 7 + 4\sqrt{3} \Leftrightarrow x^2 + 4x - 14 \leq \log_{(2-\sqrt{3})}(7 + 4\sqrt{3}) \Leftrightarrow x^2 + 4x - 14 \leq -2$
 $\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-6; 2]$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1959. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2(2x) + \log_2 \frac{x}{4} < 9$ chứa tập hợp nào sau đây?

- A. $\left(\frac{3}{2}; 6\right)$. B. $(0; 3)$. C. $(1; 5)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > 0$.

Phương trình tương đương

$$(1 + \log_2 x)^2 + \log_2 x - 2 < 9 \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 + 3\log_2 x - 10 < 0 \Leftrightarrow -5 < \log_2 x < 2 \Leftrightarrow \frac{1}{32} < x < 4.$$

Vậy tập nghiệm của BPT chứa tập $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1960. Tập nghiệm của bất phương trình $11^{\sqrt{x+6}} \geq 11^x$ là $S = [a; b]$. Tính $a + b$.

- A. -2 . B. 3 . C. 2 . D. -3 .

Lời giải.

Điều kiện $x \geq -6$.

Ta có $11^{\sqrt{x+6}} \geq 11^x \Leftrightarrow \sqrt{x+6} \geq x$ (1).

TH1. $x \in [-6; 0) \Rightarrow$ (1) luôn đúng.

TH2. $x \geq 0$. Khi đó (1) $\Leftrightarrow x + 6 \geq x^2 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-2; 3]$.

Vì $x \geq 0$ nên $x \in [0; 3]$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = [-6; 0) \cup [0; 3] = [-6; 3]$.

Suy ra $a = -6, b = 3$. Vậy $a + b = -3$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1961. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+5x+5} > 2$ là

- A. $(-\infty; -4) \cup (-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$.
C. $(-4; -1)$. D. $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải.

Ta thấy

$$2^{x^2+5x+5} > 2 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 5 > 1 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -4 \\ x > -1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1962. Bất phương trình $3\log_8(x+1) - \log_2(3-x) \leq 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+1 > 0 \\ 3-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 3.$$

Với điều kiện trên, ta có

$$\begin{aligned} 3\log_8(x+1) - \log_2(3-x) &\leq 1 \Leftrightarrow \log_2(x+1) - \log_2(3-x) \leq 1 \\ &\Leftrightarrow \log_2 \frac{x+1}{3-x} \leq 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{x+1}{3-x} \leq 2 \\ &\Leftrightarrow x+1 \leq 2(3-x) \\ &\Leftrightarrow x \leq \frac{5}{3}. \end{aligned}$$

Đối chiếu với điều kiện ta được $-1 < x \leq \frac{5}{3}$. Vậy phương trình có 2 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1963. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x^2-2x} > \frac{1}{5}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.B. $\mathbb{R}$.C. $(1; +\infty)$.D. $\{1\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 5^{x^2-2x} > \frac{1}{5} \Leftrightarrow x^2 - 2x > -1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1964. Tập nghiệm S của bất phương trình $3^{x-1} > 27$ là

A. $S = [4; +\infty)$.B. $S = (4; +\infty)$.C. $S = (0; 4)$.D. $S = (-\infty; 4)$.

Lời giải.

Ta có

$$3^{x-1} > 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} > 3^3 \Leftrightarrow x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 4.$$

Suy ra, tập nghiệm S của bất phương trình đã cho là $S = (4; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1965. Bất phương trình $\log_2(x-1) < \log_4(x+2) + 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 7.

B. 5.

C. 0.

D. Vô số.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > 1$.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2(x-1) < \log_4(x+2) + 1 &\Leftrightarrow \log_2(x-1) < \frac{1}{2}\log_2(x+2) + \log_2 2 \\ &\Leftrightarrow \log_2(x-1) < \log_2(2\sqrt{x+2}) \\ &\Leftrightarrow x-1 < 2\sqrt{x+2} \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 < 4(x+2) \\ &\Leftrightarrow x^2 - 6x - 4 < 0 \\ &\Leftrightarrow 3 - \sqrt{13} < x < 3 + \sqrt{13} \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện ta có $1 < x < 3 + \sqrt{13}$.

Vậy bất phương trình có 5 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1966. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x) < \log_2(x+1)$.

A. $(0; 1)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} 2x > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$.

$$\log_2(2x) < \log_2(x+1) \Leftrightarrow 2x < x+1 \Leftrightarrow x < 1.$$

Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm $S = (0; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1967. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x+1) > \log_{\frac{1}{2}}(x+7)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương với

$$\begin{cases} 3x+1 > 0 \\ x+7 > 0 \\ 3x+1 < x+7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+1 > 0 \\ 2x < 6 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 3.$$

Do x nguyên nên $x \in \{0; 1; 2\}$. Vậy có tất cả ba nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1968. Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32}$ có tập nghiệm là

A. $S = (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$.

C. $S = (-5; 1)$.

D. $S = (-1; 5)$.

Lời giải.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \left(\frac{1}{2}\right)^5 \Leftrightarrow x^2+4x < 5 \Leftrightarrow x^2+4x-5 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -5. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1969. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,4}(x-2) + 1 \geq 0$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $\left(2; \frac{9}{2}\right]$.

C. $\left[\frac{9}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left(-\infty; \frac{9}{2}\right]$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{0,4}(x-2) + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x-2 \leq \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x \leq \frac{9}{2}.$$

Tập nghiệm bất phương trình là $\left(2; \frac{9}{2}\right]$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1970. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3} x > \log_{0,3} 3$ là

A. $(1; 3)$.

B. $(-\infty; 3)$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(0; 3)$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_{0,3} x > \log_{0,3} 3 \Leftrightarrow 0 < x < 3.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1971. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x > \frac{3}{4}$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải.

Chú ý $\frac{\sqrt{3}}{2} < 1$. Ta có $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x > \frac{3}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x > \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x < 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1972. Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1$ là

- A. $(1; 5)$. B. $[3; 5]$. C. $(1; 3]$. D. $[-3; 3]$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x-1 > 0 \\ 5-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 5$. Ta có

$$\begin{aligned} 2\log_2(x-1) &\leq \log_2(5-x) + 1 \Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 \leq \log_2(10-2x) \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 \leq 10-2x \\ &\Leftrightarrow x^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3. \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện, ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 3]$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1973. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{2^{1-x}} < 2^{3x-7}$ là

- A. $(0; 3)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(3; 6)$. D. $(3; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có

$$\frac{1}{2^{1-x}} < 2^{3x-7} \Leftrightarrow 1 < 2^{2x-6} \Leftrightarrow 2x-6 > 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(3; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1974. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1) > 1 - \log_3(x+1)$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(1; 2)$.
C. $(-2; -1)$. D. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 1$.

Với điều kiện trên, phương trình tương đương với

$$\log_3(x-1) + \log_3(x+1) > 1 \Leftrightarrow \log_3(x^2-1) > 1 \Leftrightarrow x^2 > 4 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty).$$

So với điều kiện thì tập nghiệm phương trình là $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1975. Tập nghiệm của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ là $T = [a; b]$. Khi đó $a - b$ bằng

- A. $\frac{5}{2}$. B. -2 . C. 1 . D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x$ với $t > 0$.

Bất phương trình trên trở thành $3t^2 - 10t + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq t \leq 3$.

Theo cách đặt ta được $\frac{1}{3} \leq 3^x \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$.

Vậy $a - b = -2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1976. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) + \log_2(2-x) \geq 0$ là

- A. $\left(1, \frac{4}{3}\right)$. B. $\left(1, \frac{3}{2}\right]$. C. $\left(1, \frac{5}{3}\right)$. D. $\left(1, \frac{2}{3}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $1 < x < 2$. Khi đó

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq -\log_2(2-x) \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq \log_{\frac{1}{2}}(2-x) \Leftrightarrow x-1 \leq 2-x \Leftrightarrow x \leq \frac{3}{2}.$$

Kết hợp với điều kiện ta có $1 < x \leq \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1977. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{2^{1-x}} < 2^{3x-7}$ là

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(3; 6)$. C. $(0; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2^{1-x}} < 2^{3x-7} &\Leftrightarrow 2^{x-1} < 2^{3x-7} \\ &\Leftrightarrow x-1 < 3x-7 \\ &\Leftrightarrow x > 3 \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (3; +\infty)$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1978. Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}} + 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}+1} > 12$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Giá trị của biểu thức $P = 3a + 10b$ là

- A. -4. B. 5. C. -3. D. 2.

Lời giải.

Điều kiện: $x \neq 0$.

Với điều kiện trên, bất phương trình đã cho tương đương

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}} + \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} - 12 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} < -4 \text{ (vô nghiệm)} \\ \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} > 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \Leftrightarrow \frac{1}{x} < -1 \Leftrightarrow \frac{x+1}{x} < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 0 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Khi đó tập nghiệm của phương trình là $S = (-1; 0)$.

Vậy $P = -3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1979. Bất phương trình $4^x < 2^{x+1} + 3$ có tập nghiệm là

- A. $S = (\log_2 3; 5)$. B. $S = (2; 4)$. C. $S = (-\infty; \log_2 3)$. D. $S = (1; 3)$.

Lời giải.

Ta có $4^x < 2^{x+1} + 3 \Leftrightarrow 4^x - 2 \cdot 2^x - 3 < 0$.

Đặt $t = 2^x$, $t > 0$, ta có $t^2 - 2t - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < t < 3$.

Kết hợp điều kiện $t > 0$ ta có $0 < t < 3$.

Như vậy $2^x < 3 \Leftrightarrow x < \log_2 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1980. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$.

A. $S = (1; 4]$.

B. $S = (1; 4)$.

C. $S = (-\infty; 4]$.

D. $S = \left(3; \frac{11}{2}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x-1 > 0 \\ 11-2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{11}{2} \quad (*).$$

Với điều kiện (*) ta có

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) &\geq 0 \Leftrightarrow -\log_3(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \log_3(11-2x) \geq \log_3(x-1) \\ &\Leftrightarrow 11-2x \geq x-1 \Leftrightarrow x \leq 4. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện (*) suy ra nghiệm của bất phương trình là $1 < x \leq 4$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 4]$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1981. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình: $3^{2018x+2019} < m$ có nghiệm.

A. $m > 0$.

B. $m \geq 0$.

C. $m \geq 1$.

D. $m \geq 2018$.

Lời giải.

Vì $3^{2018x+2019} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Nên $m > 0$ thì bất phương trình luôn có nghiệm.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1982. Tập nghiệm của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ có dạng $S = [a; b]$ trong đó a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $5b - 2a$ bằng

A. 7.

B. $\frac{43}{3}$.

C. 3.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq 3^x \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [-1; 1]$, nên $a = -1, b = 1$. Suy ra $5b - 2a = 7$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1983. Bất phương trình $\log_{125}(x+3)^3 + \log_{\frac{1}{5}}\sqrt{x+4} \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 5.

B. 1.

C. Vô số.

D. 12.

Lời giải.

Điều kiện: $x > -3$. Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}\log_{125}(x+3)^3 - \log_5 \sqrt{x+4} &\leq 0 \Leftrightarrow \log_5(x+3) \leq \log_5 \sqrt{x+4} \\ &\Leftrightarrow x+3 \leq \sqrt{x+4} \\ &\Leftrightarrow (x+3)^2 \leq x+4 \quad (\text{vì } x+3 > 0) \\ &\Leftrightarrow x^2 + 5x + 5 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{-5 - \sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{-5 + \sqrt{5}}{2}.\end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện ta có nghiệm $-3 < x < \frac{-5 + \sqrt{5}}{2}$, nên phương trình chỉ có một nghiệm nguyên $x = -2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1984. Bất phương trình $\log_{\sqrt{3}}(2x-1) > \log_3(4x+1)$ có tập nghiệm là

A. $(2; +\infty)$.

B. $\left(-\frac{1}{4}; 0\right) \cup (2; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

D. $\left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 4x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2} \quad (*)$. Bất phương trình đã cho tương đương

$$\begin{aligned}\log_3(2x-1)^2 > \log_3(4x+1) &\Leftrightarrow (2x-1)^2 > 4x+1 \\ &\Leftrightarrow 4x^2 - 8x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2. \end{cases}\end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện (*), ta được $x > 2$. Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1985. Bất phương trình $2^{x+2} + 8 \cdot 2^{-x} - 33 < 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 4.

B. 6.

C. 7.

D. Vô số.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}4 \cdot 2^x + \frac{8}{2^x} - 33 < 0 &\Leftrightarrow 4 \cdot (2^x)^2 - 33 \cdot 2^x + 8 < 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{4} < 2^x < 8 \Leftrightarrow -2 < x < 3.\end{aligned}$$

Suy ra, phương trình đã cho có 4 nghiệm nguyên là $-1, 0, 1, 2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1986. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-1) < \log_2(x+1)$ là

A. $S = (\infty; 1)$.

B. $S = \left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

C. $S = (1; +\infty)$.

D. $S = (0; 1)$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_2(3x-1) < \log_2(x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1 > 0 \\ 3x-1 < x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < x < 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1987. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{\frac{2}{x}} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{\frac{3}{2}}$ là

A. $\left[0; \frac{4}{3}\right]$.

B. $\left[0; \frac{4}{3}\right)$.

C. $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right]$.

D. $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq 0$, với điều kiện bất phương trình tương đương với

$$\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{\frac{2}{x}} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow \frac{2}{x} \geq \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{4-3x}{2x} \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{4}{3}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[0; \frac{4}{3}\right)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1988. Ông Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất 12% một năm. Sau n năm ông Nam rút toàn bộ số tiền (cả vốn lẫn lãi). Số nguyên dương n nhỏ nhất để số tiền lãi ông Nam nhận được lớn hơn 40 triệu đồng (giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi) là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 5.

Lời giải.

Số tiền cả vốn lẫn lãi sau n kì hạn là $T = 100 \cdot (1 + 0,12)^n = 100 \cdot 1,12^n$ (triệu đồng).

Số tiền lãi sau n kì hạn là $L = 100 \cdot 1,12^n - 100$ (triệu đồng).

Theo bài ra ta có $100 \cdot 1,12^n - 100 > 40 \Leftrightarrow 1,12^n > 1,4 \Leftrightarrow n > 2,97$.

Vậy số nguyên dương nhỏ nhất thỏa mãn là $n = 3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1989. Bất phương trình $2^{x+1} \leq 4^{x-1009}$ có nghiệm là

A. $x < 2019$.

B. $x > 2019$.

C. $x \geq 2019$.

D. $x \leq 2019$.

Lời giải.

Ta có $2^{x+1} \leq 4^{x-1009} \Leftrightarrow 2^{x+1} \leq 2^{2x-2018} \Leftrightarrow x+1 \leq 2x-2018 \Leftrightarrow x \geq 2019$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1990. Nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{9x^2-17x+11} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{7-5x}$ là

A. $x > \frac{2}{3}$.

B. $x = \frac{2}{3}$.

C. $x \neq \frac{2}{3}$.

D. $x < \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^{9x^2-17x+11} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{7-5x} \Leftrightarrow 9x^2-17x+11 \leq 7-5x \Leftrightarrow 9x^2-12x+4 \leq 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1991. Giải bất phương trình $\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)^{\frac{1}{x}} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)^3$.

A. $S = \left(0; \frac{1}{3}\right]$.

B. $S = \left(0; \frac{1}{3}\right] \cup (0; +\infty)$.

C. $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$.

D. $S = \left(0; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là: $x \neq 0$. Ta có

$$\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)^{\frac{1}{x}} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{1}{x} \geq 3 \Leftrightarrow \frac{1-3x}{x} \geq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{1}{3}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(0; \frac{1}{3}\right]$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1992. Tính tổng giá trị tất cả các nghiệm nguyên dương của bất phương trình

$$2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2.$$

A. 6.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Điều kiện của bất phương trình là

$$\begin{cases} 4x-3 > 0 \\ 2x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{3}{4}. \quad (1)$$

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & 2\log_3(4x-3) - \log_3(2x+3) \leq 2 \\ \Leftrightarrow & \log_3 \frac{(4x-3)^2}{2x+3} \leq 2 \Leftrightarrow (4x-3)^2 \leq 9(2x+3) \\ \Leftrightarrow & 16x^2 - 42x - 18 \leq 0 \\ \Leftrightarrow & -\frac{3}{8} \leq x \leq 3. \end{aligned}$$

Kết hợp với (1) ta được

$$\frac{3}{4} < x \leq 3.$$

Khi đó các nghiệm nguyên dương của bất phương trình là: 1, 2, 3.

Vậy $S = 1 + 2 + 3 = 6$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1993. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32$ là:

A. $S = (-5; +\infty)$.

B. $S = (5; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; -5)$.

D. $S = (-\infty; 5)$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32 \Leftrightarrow 2^{-x} > 2^5 \Leftrightarrow -x > 5 \Leftrightarrow x < -5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1994. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-4) + 1 \geq 0$ là

A. $\left(4; \frac{9}{2}\right]$.

B. $(4; +\infty)$.

C. $(4; 6]$.

D. $(-\infty; 6)$.

Lời giải.

Ta có $\log_{0,5}(x-4) + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \log_{0,5}(x-4) \geq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-4 > 0 \\ x-4 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow 4 < x \leq 6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1995. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x - 1) \geq \log x$ là

- A. $[1; +\infty)$. B. $[-1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1]$. D. $(-\infty; -1]$.

Lời giải.

$$\log(2x - 1) \geq \log x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 \geq x \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1996. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x - 1) < 1$ là

- A. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. B. $S = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. C. $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. D. $S = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

$$\log_2(2x - 1) < 1 \Leftrightarrow 0 < 2x - 1 < 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1997. Ông A gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn một năm với lãi suất là 12% một năm. Sau n năm ông A rút toàn bộ tiền (cả vốn lẫn lãi). Tìm n nguyên dương nhỏ nhất để số tiền lãi nhận được hơn 40 triệu đồng. (Giả sử rằng lãi suất hàng năm không thay đổi).

- A. 2. B. 5. C. 4. D. 3.

Lời giải.

Số tiền lãi sau n năm là $100(1 + 12\%)^n - 100$ (triệu đồng).

$$\text{Ta có } 100(1 + 12\%)^n - 100 > 40 \Leftrightarrow 1,12^n > \frac{7}{5} \Rightarrow n > 2,96.$$

Vậy giá trị nguyên dương nhỏ nhất của n là 3.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1998. Tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4} < 8$ là

- A. $S = (-1; +\infty)$. B. $S = (-\infty; -1)$. C. $S = (-\infty; 1)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{2}\right)^{x-4} < 8 \Leftrightarrow 2^{x-4} > \frac{1}{8} \Leftrightarrow x - 4 > \log_2 \frac{1}{8} \Leftrightarrow x - 4 > -3 \Leftrightarrow x > 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1999. Tập nghiệm S của bất phương trình $3^{x-1} > 27$ là

- A. $S = [4; +\infty)$. B. $S = (4; +\infty)$. C. $S = (0; 4)$. D. $S = (-\infty; 4)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 3^{x-1} > 27 \Leftrightarrow x - 1 > 3 \Leftrightarrow x > 4 \Rightarrow S = (4; +\infty).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2000. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{25}\right)^{2x-\frac{3}{2}} < 5^{1-2x}$.

- A. $S = (-\infty; 1)$. B. $S = (-1; +\infty)$. C. $S = (-\infty; -1)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{25}\right)^{2x-\frac{3}{2}} < 5^{1-2x} \Leftrightarrow 5^{-4x+3} < 5^{1-2x} \Leftrightarrow -4x+3 < 1-2x \Leftrightarrow x > 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2001. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-5}$.

A. $(-\infty; -3)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(-3; +\infty)$.

D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-5} \Leftrightarrow x-2 < 2x-5 \Leftrightarrow x > 3.$$

Do đó tập nghiệm của bất phương trình là $(3; +\infty)$.Chọn đáp án **B** □**Câu 2002.** Tập nghiệm của bất phương trình $(2 - \sqrt{3})^x > (7 - 4\sqrt{3})(2 + \sqrt{3})^{x+1}$ là

A. $(-\infty; \frac{1}{2})$.

B. $(\frac{1}{2}; +\infty)$.

C. $(-2; \frac{1}{2})$.

D. $(\frac{1}{2}; 2)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (2 - \sqrt{3}) \cdot (2 + \sqrt{3}) = 1 \Rightarrow (2 - \sqrt{3}) = (2 + \sqrt{3})^{-1}. \text{ Do đó}$$

$$\begin{aligned} & (2 - \sqrt{3})^x > (7 - 4\sqrt{3})(2 + \sqrt{3})^{x+1} \\ \Leftrightarrow & (2 + \sqrt{3})^{-x} > (2 - \sqrt{3})^2 (2 + \sqrt{3})^{x+1} \\ \Leftrightarrow & (2 + \sqrt{3})^{-x} > (2 + \sqrt{3})^{-2} (2 + \sqrt{3})^{x+1} \\ \Leftrightarrow & (2 + \sqrt{3})^{-x} > (2 + \sqrt{3})^{x-1} \\ \Leftrightarrow & -x > x - 1 \\ \Leftrightarrow & x < \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là } S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right).$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 2003.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{\frac{1}{x}} < \left(\frac{\pi}{3}\right)^{\frac{3}{x}+5}$.

A. $S = (0; +\infty)$.

B. $S = \left(-\infty; -\frac{2}{5}\right)$.

C. $S = \left(-\infty; -\frac{2}{5}\right) \cup (0; +\infty)$.

D. $S = \left(-\frac{2}{5}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Ta có

$$\left(\frac{\pi}{3}\right)^{\frac{1}{x}} < \left(\frac{\pi}{3}\right)^{\frac{3}{x}+5} \Leftrightarrow \frac{1}{x} < \frac{3}{x} + 5 \Leftrightarrow \frac{-2}{x} - 5 < 0 \Leftrightarrow \frac{-2-5x}{x} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{2}{5} \\ x > 0. \end{cases}$$

$$\text{Vậy tập nghiệm } S = \left(-\infty; -\frac{2}{5}\right) \cup (0; +\infty).$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 2004.** Cho hàm số $f(x) = 3^{x^2} 4^x$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

A. $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 \ln 3 + x \ln 4 > 2 \ln 3$.

B. $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 + 2x \log_3 2 > 2$.

C. $f(x) > 9 \Leftrightarrow 2x \log 3 + x \log 4 > \log 9$.

D. $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 \log_2 3 + 2x > 2 \log_2 3$.

Lời giải.

Ta có

$$f(x) > 9 \Leftrightarrow 3^{x^2} 4^x > 9 \Leftrightarrow \ln(3^{x^2} 4^x) > \ln 9 \Leftrightarrow \ln 3^{x^2} + \ln 4^x > \ln 9 \Leftrightarrow x^2 \ln 3 + x \ln 4 > 2 \ln 3.$$

$$f(x) > 9 \Leftrightarrow 3^{x^2} 4^x > 9 \Leftrightarrow \log_3(3^{x^2} 4^x) > \log_3 9 \Leftrightarrow \log_3 3^{x^2} + \log_3 4^x > \log_3 9 \Leftrightarrow x^2 + 2x \log_3 2 > 2.$$

$$f(x) > 9 \Leftrightarrow 3^{x^2} 4^x > 9 \Leftrightarrow \log_2 (3^{x^2} 4^x) > \log_2 9 \Leftrightarrow \log_2 3^{x^2} + \log_2 4^x > \log_2 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 \log_2 3 + 2x > 2 \log_2 3.$$

$$f(x) > 9 \Leftrightarrow 3^{x^2} 4^x > 9 \Leftrightarrow \log (3^{x^2} 4^x) > \log 9 \Leftrightarrow \log 3^{x^2} + \log 4^x > \log 9 \Leftrightarrow x^2 \log 3 + x \log 4 > \log 9.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2005. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3 (4x - x^2) \leq 1$.

A. Vô số.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Điều kiện xác định $4x - x^2 > 0$ hay $0 < x < 4$.

Ta có

$$4x - x^2 \leq 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 3. \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện xác định ta được $0 < x \leq 1$ hoặc $3 \leq x < 4$.

Theo giả thiết x nguyên nên $x \in \{1; 3\}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2006. Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} \leq (\sqrt{5} - 2)^{x-1}$ là

A. $S = (-\infty; 1]$.

B. $S = [1; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 1)$.

D. $S = (1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} \leq (\sqrt{5} - 2)^{x-1} \Leftrightarrow (\sqrt{5} + 2)^{x-1} \leq (\sqrt{5} + 2)^{-x+1} \Leftrightarrow x - 1 \leq -x + 1 \Leftrightarrow x \leq 1$.

Vậy $S = (-\infty; 1]$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2007. Bất phương trình $2\log_9(x+2) - \log_3(1-x) \geq 1$ có tập nghiệm $S = [a; b)$. Tính $P = (4a+1)^2 + b^3$.

A. $P = -1$.

B. $P = 5$.

C. $P = 4$.

D. $P = 1$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x+2 > 0 \\ 1-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < 1$. Với điều kiện trên, ta có

$$\begin{aligned} 2\log_9(x+2) - \log_3(1-x) &\geq 1 \Leftrightarrow \log_3(x+2) - \log_3(1-x) \geq 1 \\ \Leftrightarrow \log_3 \frac{x+2}{1-x} &\geq 1 \Leftrightarrow \frac{x+2}{1-x} \geq 3 \Leftrightarrow x+2 \geq 3(1-x) \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

So với điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[\frac{1}{4}; 1\right)$.

Vậy $a = \frac{1}{4}$, $b = 1$, suy ra $P = (4a+1)^2 + b^3 = 4 + 1 = 5$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2008. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{4-\sqrt{3}}(9x-5) < \log_{4-\sqrt{3}}(3x+1)$ là

A. $(1; +\infty)$.

B. $\left(\frac{5}{9}; 1\right)$.

C. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

D. $\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{9}\right)$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_{4-\sqrt{3}}(9x-5) < \log_{4-\sqrt{3}}(3x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} 9x-5 > 0 \\ 9x-5 < 3x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{5}{9} \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{9} < x < 1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2009. Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng theo thể thức lãi kép, với lãi suất 1,85%/quý. Sau tối thiểu bao nhiêu quý, người đó nhận được ít nhất 72 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- A. 20 quý. B. 19 quý. C. 14 quý. D. 15 quý.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} A_n &\geq 72 \\ \Leftrightarrow A(1+r)^n &\geq 72 \\ \Leftrightarrow 50 \left(1 + \frac{1,85}{100}\right)^n &\geq 72 \\ \Leftrightarrow n &\geq \log_{1,0185} 1,44 \approx 19,89. \end{aligned}$$

Vậy sau 20 quý thì người gửi nhận được ít nhất 72 triệu đồng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2010. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\sqrt{3}} x + \log_{\sqrt[4]{3}} x + \log_{\sqrt[6]{3}} x + \dots + \log_{\sqrt[16]{3}} x < 36$ là

- A. $(0; \sqrt[4]{3})$. B. $(0; \sqrt{3})$. C. $(0; 1)$. D. $(1; \sqrt{3})$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$. Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{3}} x + 2 \log_{\sqrt{3}} x + 3 \log_{\sqrt{3}} x + \dots + 8 \log_{\sqrt{3}} x &< 36 \\ \Leftrightarrow (1 + 2 + 3 + \dots + 8) \log_{\sqrt{3}} x &< 36 \\ \Leftrightarrow 36 \log_{\sqrt{3}} x &< 36 \\ \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}} x < 1 &\Leftrightarrow x < \sqrt{3}. \end{aligned}$$

Vậy bất phương trình có nghiệm $x \in (0; \sqrt{3})$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2011. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \frac{4x+6}{x} \leq 0$ là

- A. $S = \left[-2; -\frac{3}{2}\right)$. B. $S = [-2; 0)$. C. $S = (-\infty; 2]$. D. $S = \mathbb{R} \setminus \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Điều kiện: } \frac{4x+6}{x} > 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \\ x > 0. \end{cases} \\ \log_3 \frac{4x+6}{x} \leq 0 &\Leftrightarrow \frac{4x+6}{x} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{3x+6}{x} \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x < 0. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện ta có $S = \left[-2; -\frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2012. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3^{2x-1} > 243$.

- A. $S = (-\infty; 3)$. B. $S = (3; +\infty)$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 2)$.

Lời giải.

Ta có

$$3^{2x-1} > 243 \Leftrightarrow 3^{2x-1} > 3^5 \Leftrightarrow 2x-1 > 5 \Leftrightarrow x > 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2013. Giải bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$.

- A. $x > 3$. B. $\frac{1}{3} < x < 3$. C. $x < 3$. D. $x > \frac{10}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(3x-1) > 3 \Leftrightarrow 3x-1 > 2^3 \Leftrightarrow x > 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2014. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(-\log_2 x) < 0$ là

- A. $(0; 5)$. B. $(1; 2)$. C. $\left(\frac{1}{4}; 4\right)$. D. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ -\log_2 x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

$$\log_{\frac{1}{3}}(-\log_2 x) < 0 \Leftrightarrow -\log_2 x > 1 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}.$$

Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2015. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-4) + 1 \geq 0$ là

- A. $(-\infty; 6)$. B. $(4; 6]$. C. $(4; +\infty)$. D. $\left(4; \frac{9}{2}\right]$.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương

$$0 < x-4 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \Leftrightarrow 4 < x \leq 6.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2016. Cho các số dương a, b, c với $a > 1$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$. B. $\log_a b > 1 \Leftrightarrow b > a$.
C. $\log_a b < 0 \Leftrightarrow b < 1$. D. $\log_a b > c \Leftrightarrow b < a^c$.

Lời giải.

Với $a > 1$, ta có $\log_a b > c \Leftrightarrow \log_a b > \log_a a^c \Leftrightarrow b > a^c$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2017. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3^{x-1} > 27$.

- A. $S = [4; +\infty)$. B. $S = (4; +\infty)$. C. $S = (0; 4)$. D. $S = (-\infty; 4)$.

Lời giải.

Ta có $3^{x-1} > 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} > 3^3 \Leftrightarrow x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = (4; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2018. Bất phương trình $3^{2x+1} - 7 \cdot 3^x + 2 > 0$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} x < -1 \\ x > \log_2 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x < -2 \\ x > \log_2 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x < -1 \\ x > \log_3 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x < -2 \\ x > \log_3 2 \end{cases}$

Lời giải.

• Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$) ta có $3t^2 - 7t + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t > 2 \\ t < \frac{1}{3} \end{cases}$.

• Ta có $\begin{cases} 3^x > 2 \\ 3^x < \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \log_3 2 \\ x < -1 \end{cases}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2019. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,6%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lại cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó được lĩnh số tiền không ít hơn 110 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không đổi?

- A. 17 tháng. B. 18 tháng. C. 16 tháng. D. 15 tháng.

Lời giải.

Cuối tháng thứ nhất người đó có $100 + 100 \cdot 0,006 = 100 \cdot 1,006$ (triệu đồng).

Cuối tháng thứ 2 người đó có $100 \cdot 1,006 + 100 \cdot 1,006 \cdot 0,006 = 100 \cdot 1,006^2$ (triệu đồng).

Cuối tháng thứ 3 người đó có $100 \cdot 1,006^2 + 100 \cdot 1,006^2 \cdot 0,006 = 100 \cdot 1,006^3$ (triệu đồng).

Hoàn toàn tương tự, cuối tháng thứ n người đó sẽ có $100 \cdot 1,006^n$ triệu đồng.

Để người đó có ít nhất 110 triệu đồng thì ta có

$$100 \cdot 1,006^n \geq 110 \Leftrightarrow 1,006^n \geq 1,1 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,006} 1,1 \approx 15,93.$$

Vậy cần ít nhất 16 tháng để người đó có không ít hơn 110 triệu đồng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2020. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+5) < 3$ là

- A. $S = (-5; 3)$. B. $S = (-\infty; 3)$. C. $S = (-5; 4)$. D. $S = -\infty; 4)$.

Lời giải.

$$\log_2(x+5) < 3 \Leftrightarrow 0 < x+5 < 8 \Leftrightarrow x \in (-5; 3).$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2021. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4}$.

- A. $S = (-\infty; 3]$. B. $S = [3; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 1]$. D. $S = [1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x-1 \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 3.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2022. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \geq \log_{\frac{1}{2}}(5-x)$ có tập nghiệm là

- A. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$. B. $[2; +\infty)$. C. $[2; 5)$. D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \geq \log_{\frac{1}{2}}(5-x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 \leq 5-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x \leq 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right]$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2023. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{18} + \sqrt{17})^{x^2} < \frac{1}{\sqrt{18} - \sqrt{17}}$ là
A. $S = (-1; 0)$. **B.** $S = [-1; 1]$. **C.** $S = (0; 1)$. **D.** $S = (-1; 1)$.

Lời giải.

Ta có

$$(\sqrt{18} + \sqrt{17})^{x^2} < \frac{1}{\sqrt{18} - \sqrt{17}} \Leftrightarrow (\sqrt{18} + \sqrt{17})^{x^2} < (\sqrt{18} + \sqrt{17}) \Leftrightarrow x^2 < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-1; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2024. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > \left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2}$ là

- A.** $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$. **B.** $(1; +\infty)$.
C. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

Lời giải.

Ta có

$$3^{2x+1} > \left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2} \Leftrightarrow 3^{2x+1} > 3^{3x^2} \Leftrightarrow 2x+1 > 3x^2 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 1$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2025. Bất phương trình $\log_2^2 x - \log_2(4x) < 0$ có số nghiệm nguyên là

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$, khi đó

$$\begin{aligned} \log_2^2 x - \log_2(4x) < 0 &\Leftrightarrow \log_2^2 x - \log_2 x - \log_2 4 < 0 \\ &\Leftrightarrow \log_2^2 x - \log_2 x - 2 < 0 \Leftrightarrow -1 < \log_2 x < 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 4. \end{aligned}$$

Giá trị nguyên của x là $\{1, 2, 3\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2026. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $25^{x-5} - 5^x \leq 0$.

- A.** $S = (0; 10]$. **B.** $S = (\infty; 10]$. **C.** $S = (-\infty; 10)$. **D.** $S = (0; 10)$.

Lời giải.

Ta có $25^{x-5} - 5^x \leq 0 \Leftrightarrow 5^{2x-10} \leq 5^x \Leftrightarrow 2x-10 \leq x \Leftrightarrow x \leq 10$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 10]$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2027. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_6 x + 8 \log_{36} x \leq 10$.

- A. $S = (0; 36]$. B. $S = (-\infty; 36]$. C. $S = (-\infty; 36)$. D. $S = [0; 36]$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > 0$. Bất phương trình viết lại $\log_6 x + 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_6 x \leq 10 \Leftrightarrow \log_6 x \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 36$.

Kết hợp với điều kiện xác định, bất phương trình có tập nghiệm là $S = (0; 36]$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2028. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $16^x - 5 \cdot 4^x + 4 \leq 0$.

- A. $S = (0; 1)$. B. $S = [1; 4]$. C. $S = (1; 4)$. D. $S = [0; 1]$.

Lời giải.

Ta có $16^x - 5 \cdot 4^x + 4 \leq 0 \Leftrightarrow (4^x)^2 - 5 \cdot 4^x + 4 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq 4^x \leq 4 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1$.

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là $S = [0; 1]$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2029. Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ là $(a; b)$. Khi đó, giá trị của ab bằng

- A. 1. B. $\frac{6}{5}$. C. $\frac{12}{5}$. D. $+\infty$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $\frac{2}{3} < x < \frac{6}{5}$.

Bất phương trình đã cho tương đương với $3x - 2 > 6 - 5x \Leftrightarrow 8x > 8 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(1; \frac{6}{5}\right)$. Do đó $a = 1$ và $b = \frac{6}{5}$, nên $ab = \frac{6}{5}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2030. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(1 + \log_{\frac{1}{9}} x - \log_9 x) < 1$ có dạng $S = \left(\frac{1}{a}; b\right)$

với a, b là những số nguyên. Mỗi liên hệ giữa a và b là

- A. $a = b$. B. $a = 2b$. C. $a + b = 1$. D. $a = -b$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Bất phương trình đã cho tương đương

$$\begin{aligned} \log_2(1 + \log_{\frac{1}{9}} x - \log_9 x) < 1 &\Leftrightarrow 0 < 1 - 2 \log_9 x < 2 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} > \log_9 x > -\frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow 3 > x > \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Suy ra $a = b = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2031. Giải bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ ta được tập nghiệm $(a; b)$ (với $a < b$).

Tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = \frac{26}{5}$. B. $S = \frac{8}{5}$. C. $S = \frac{11}{5}$. D. $S = \frac{28}{5}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ 6 - 5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < x < \frac{6}{5}$.

Ta có $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x) \Leftrightarrow 3x - 2 > 6 - 5x \Leftrightarrow x > 1$. Kết hợp với điều kiện xác định ta có

tập nghiệm của bất phương trình là $\left(1; \frac{6}{5}\right) \Rightarrow S = \frac{11}{5}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2032. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(3x - 2) - \log_2(6 - 5x) > 0$.

- A. $S = \left(1; \frac{6}{5}\right)$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = \left(1; \frac{6}{5}\right]$. D. $S = \left(\frac{2}{3}; 1\right)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ 6 - 5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < x < \frac{6}{5}$.

Bất phương trình

$$\begin{aligned} & \log_2(3x - 2) - \log_2(6 - 5x) > 0 \\ \Leftrightarrow & \log_2 \frac{3x - 2}{6 - 5x} > 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{3x - 2}{6 - 5x} > 1 \\ \Leftrightarrow & \frac{8x - 8}{6 - 5x} > 0 \\ \Leftrightarrow & 1 < x < \frac{6}{5} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện xác định}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2033. Giải phương trình $2\log_4 x + \log_2(x - 3) = 2$.

- A. $x = 4$. B. $x = 1$. C. $x = 16$. D. $x = 3$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\begin{cases} x > 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$.

Phương trình

$$\begin{aligned} & 2\log_4 x + \log_2(x - 3) = 2 \\ \Leftrightarrow & \log_2 x + \log_2(x - 3) = 2 \\ \Leftrightarrow & \log_2(x^2 - 3x) = 2 \\ \Leftrightarrow & x^2 - 3x - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = -1 \\ x = 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện xác định, phương trình có nghiệm duy nhất là $x = 4$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2034. Cho hàm số $f(x) = \frac{3^{x-2}}{7^{x^2-4}}$. Hỏi mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

- A. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x - 2 - (x^2 - 4)\log_3 7 > 0$.
 B. $f(x) > 1 \Leftrightarrow (x - 2)\log 3 - (x^2 - 4)\log 7 > 0$.
 C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow (x - 2)\ln 3 - (x^2 - 4)\ln 7 > 0$.
 D. $f(x) > 1 \Leftrightarrow (x - 2)\log_{0,3} 3 - (x^2 - 4)\log_{0,3} 7 > 0$.

Lời giải.

Xét bất phương trình $f(x) > 1 \Leftrightarrow \frac{3^{x-2}}{7^{x^2-4}} > 1 \quad (*)$.

- Lấy logarit cơ số 3 hai vế ta được (*) $\Leftrightarrow x - 2 - (x^2 - 4) \log_3 7 > 0$.
- Lấy logarit thập phân hai vế ta được (*) $\Leftrightarrow (x - 2) \log 3 - (x^2 - 4) \log 7 > 0$.
- Lấy logarit Nê-pe hai vế ta được (*) $\Leftrightarrow (x - 2) \ln 3 - (x^2 - 4) \ln 7 > 0$.
- Lấy logarit cơ số 0,3 ta được (*) $\Leftrightarrow (x - 2) \log_{0,3} 3 - (x^2 - 4) \log_{0,3} 7 < 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2035. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2}^2 x - \log_{0,2} x - 6 \leq 0$ có dạng $S = [a; b]$. Giá trị của $A = a \cdot b$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. D. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Đặt $t = \log_{0,2} x$, bất phương trình trở thành $t^2 - t - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq t \leq 3$.

Suy ra $-2 \leq \log_{0,2} x \leq 3 \Leftrightarrow \frac{1}{125} \leq x \leq 25$ (thỏa điều kiện).

Khi đó $a = \frac{1}{125}$, $b = 25$. Vậy $A = a \cdot b = \frac{1}{125} \cdot 25 = \frac{1}{5} \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2036. Bất phương trình $3^{x^2-6x-16} < 9^{x+2}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 11. B. 9. C. 10. D. 12.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương với

$$3^{x^2-6x-16} < 3^{2x+4} \Leftrightarrow x^2 - 6x - 16 < 2x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 8x - 20 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 10.$$

Số nghiệm nguyên trên khoảng $(-2; 10)$ là 11 nghiệm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2037. Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{2})^{x^2-2x} \leq (\sqrt{2})^3$ là

- A. $[-2; 1]$. B. $[-1; 3]$. C. $(2; 5)$. D. $(-1; 3)$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} (\sqrt{2})^{x^2-2x} &\leq (\sqrt{2})^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x \leq 3 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2038. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$.

- A. $S = (3; 7]$. B. $S = [3; 7]$. C. $S = (-\infty; 7]$. D. $S = [7; +\infty)$.

Lời giải.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ x-3 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x \leq 7.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2039. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2 \log_3(4x-3) \leq \log_3(18x+27)$.

- A. $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$. B. $S = [3; +\infty)$. C. $S = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$. D. $S = \left[-\frac{3}{8}; 3\right]$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > \frac{3}{4}$, với điều kiện trên, bất phương trình

$$\Leftrightarrow \log_3 (4x-3)^2 \leq \log_3 (18x+27) \Leftrightarrow 16x^2 - 24x + 9 \leq 18x + 27 \Leftrightarrow 16x^2 - 42x - 19 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x \in \left[-\frac{3}{8}; 3\right]. \text{ Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là } S = \left(\frac{3}{4}; 3\right].$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2040. Bất phương trình $3^{x+2} > 9^{x-1008}$ có nghiệm là

A. $x \geq 2018$.

B. $x > 2018$.

C. $x < 2018$.

D. $x > 1010$.

Lời giải.

Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$. Ta có

$$3^{x+2} > 9^{x-1008} \Leftrightarrow 3^{x+2} > 3^{2x-2016}$$

$$\Leftrightarrow x+2 > 2x-2016$$

$$\Leftrightarrow x < 2018.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2041. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2 2x > \log_2 (9-x)$.

A. $S = (-\infty; 3)$.

B. $S = (9; +\infty)$.

C. $S = (3; +\infty)$.

D. $S = (3; 9)$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} 2x > 0 \\ 9-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 9.$

Ta có

$$\log_2 2x > \log_2 (9-x) \Leftrightarrow 2x > 9-x \Leftrightarrow 3x > 9 \Leftrightarrow x > 3.$$

Kết hợp với điều kiện ta có $3 < x < 9$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2042. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}$.

A. $[1; +\infty)$.

B. $\left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

C. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.

D. $(-\infty; 1]$.

Lời giải.

Ta có bất phương trình

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \Leftrightarrow 1-3x \leq -2 \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2043. Giải bất phương trình $\log_2 (3x-2) > \log_2 (6-5x)$ được tập nghiệm là khoảng $(a; b)$.

Hãy tính tổng $S = a + b$.

A. $S = \frac{8}{5}$.

B. $S = \frac{26}{5}$.

C. $S = \frac{28}{15}$.

D. $S = \frac{11}{5}$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} 3x-2 > 0 \\ 6-5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < x < \frac{6}{5}.$

Bất phương trình tương đương với $3x-2 > 6-5x \Leftrightarrow 8x > 8 \Leftrightarrow x > 1.$

Kết hợp với điều kiện ta có $1 < x < \frac{6}{5}$.

Vậy $S = a + b = \frac{11}{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2044. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $[-4; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $3^{x+2} \geq \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x+2} \geq 3^{-2} \Leftrightarrow x+2 \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2045. Tìm tập nghiệm D của bất phương trình $9^x < 3^{x+4}$.

- A. $D = (0; 6)$. B. $D = (-\infty; 4)$. C. $D = (0; 4)$. D. $D = (4; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $9^x < 3^{x+4} \Leftrightarrow 3^{2x} < 3^{x+4} \Leftrightarrow 2x < x+4 \Leftrightarrow x < 4$.

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $D = (-\infty; 4)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2046. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\sqrt{x}} < 2$ là

- A. $[0; 1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có: $2^{\sqrt{x}} < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x < 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2047. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2} < 2^{6-x}$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; -3)$. C. $(-3; 2)$. D. $(-2; 3)$.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2} < 2^{6-x} \Leftrightarrow x^2 < 6-x \Leftrightarrow x^2 + x - 6 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2048. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(3x) > \log_{\frac{2}{3}}(2x+7)$ là

- A. $(-\infty; 7)$. B. $(0; 7)$. C. $(7; +\infty)$. D. $\left(0; \frac{14}{3}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Bất phương trình đã cho tương đương với $3x < 2x+7 \Leftrightarrow x < 7$.

So với điều kiện, ta có $x \in (0; 7)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2049. Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32}$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Khi đó giá trị của $b-a$ là

- A. 4. B. 2. C. 6. D. 8.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \left(\frac{1}{2}\right)^5 \Leftrightarrow x^2+4x < 5 \Leftrightarrow -5 < x < 1 \Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 1 \end{cases}$.

Do đó $b-a = 6$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2050. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} > 3^{x+2}$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

$$3^{2x} > 3^{x+2} \Leftrightarrow 2x > x + 2 \Leftrightarrow x > 2.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2051. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\log_{2018}(x+3)}$.

- A. $\mathcal{D} = (-3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = [-2; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (-3; -2]$. D. $\mathcal{D} = (-2; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x+3 > 0 \\ \log_{2018}(x+3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x+3 \geq 1 \Leftrightarrow x \geq -2.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = [-2; +\infty)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2052. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_4(2x-5) - \log_2\left(x - \frac{3}{2}\right) < 1$ là

- A. $S = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. B. $S = \left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$.
C. $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$. D. $S = (-\infty; 1) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Điều kiện của bất phương trình là $x > \frac{5}{2}$. Khi đó

$$\begin{aligned} \log_4(2x-5) - \log_2\left(x - \frac{3}{2}\right) < 1 &\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2(2x-5) - \log_2\frac{2x-3}{2} < 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2(2x-5) - \log_2(2x-3) < 0 \\ &\Leftrightarrow \log_2(2x-5) < 2\log_2(2x-3) \\ &\Leftrightarrow 2x-5 < (2x-3)^2 \\ &\Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 7 > 0 \text{ (nghiệm đúng với } \forall x \in \mathbb{R}) \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2053. Giải bất phương trình $\sqrt{4-x^2} \cdot \log_2(x+1) \geq 0$.

- A. $x \geq 0$. B. $-1 < x \leq 2$. C. $0 \leq x \leq 2$. D. $-1 \leq x \leq 2$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2^x \leq 4 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x \leq 2.$$

— Nếu $x = 2$, bất phương trình đúng.

— Nếu $x \neq 2$, khi đó $\sqrt{4-x^2} > 0$ thì bất phương trình tương đương với:

$$\log_2(x+1) \geq 0 \Leftrightarrow x+1 \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 0.$$

Kết hợp điều kiện ta có nghiệm $0 \leq x < 2$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $0 \leq x \leq 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2054. Một người gửi 20 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,8%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng người đó được lãnh số tiền nhiều hơn 50 triệu đồng bao gồm cả tiền gốc và lãi, nếu trong thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- A. 115 tháng. B. 114 tháng. C. 143 tháng. D. 12 tháng.

Lời giải.

$$50 < 20 \left(1 + \frac{0,8}{100}\right)^N \Leftrightarrow 1,008^N > \frac{5}{2} \Leftrightarrow N > \log_{1,008} \frac{5}{2} \approx 114,99 \text{ tháng.}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2055. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x + 5) > \log_2(x - 1)$. Hỏi trong tập S có bao nhiêu phân tử là số dương bé hơn 10?

- A. 9. B. 15. C. 8. D. 10.

Lời giải.

Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} 2x + 5 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{5}{2} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Bất phương trình

$$\begin{aligned} \log_2(2x + 5) &> \log_2(x - 1) \\ \Leftrightarrow 2x + 5 &> x - 1 \\ \Leftrightarrow x &> -6 \end{aligned}$$

So sánh điều kiện suy ra: $S = (1; +\infty)$. Vậy trong tập S có 9 phân tử là số dương bé hơn 10.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2056. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 2) > \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}}(22 - 5x)^2$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. Nhiều hơn 2 và ít hơn 10. B. Nhiều hơn 10 nghiệm.
C. 2. D. 1.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương

$$\begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ 22 - 5x \neq 0 \\ 3x - 2 < |22 - 5x| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{3} < x < 3 \\ x > 10. \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có nhiều hơn 10 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2057. Một người gửi ngân hàng 100 triệu theo thể thức lãi kép, lãi suất 0,5% một tháng. Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu? (Giả sử rằng lãi suất hàng tháng không thay đổi)

- A. 44 tháng. B. 47 tháng. C. 45 tháng. D. 46 tháng.

Lời giải.

Theo công thức lãi kép, ta có

$$100 \cdot (1 + 0,005)^x > 125 \Leftrightarrow x > \log_{1,005} \frac{125}{100} \Leftrightarrow x > 44,74.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2058. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,8}(x^2 + x) < \log_{0,8}(-2x + 4)$ là:

A. $(-\infty; -4) \cup (1; 2)$.

B. $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$.

C. $(-4; 1)$.

D. $(-4; 1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 2)$.

$$\begin{aligned} \log_{0,8}(x^2 + x) &< \log_{0,8}(-2x + 4) \\ \Leftrightarrow x^2 + x &> -2x + 4 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 > 0 \\ \Leftrightarrow x &\in (-\infty; -4) \cup (1; +\infty) \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện ta được $S = (-\infty; -4) \cup (1; 2)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2059. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{3}$.

A. $(-\infty; 0]$.

B. $(0; 1]$.

C. $[1; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1]$.

Lời giải.

Do $\frac{1}{3} < 1$ nên bất phương trình tương đương $2x - 1 \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2060. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(2x + 1) \geq \log_2(x - 1)$.

A. $S = (1; +\infty)$.

B. $S = [-2; +\infty)$.

C. $S = \mathbb{R}$.

D. $S = [2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_2(2x + 1) \geq \log_2(x - 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 > 0 \\ 2x + 1 \geq x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2061. Giải bất phương trình $\log_2(x + 1) \leq 3$.

A. $x \leq 7$.

B. $-1 < x \leq 7$.

C. $-1 \leq x \leq 7$.

D. $-1 < x < 7$.

Lời giải.

$$\log_2(x + 1) \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 > 0 \\ x + 1 \leq 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \leq 7 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x \leq 7.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 2062. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(2x + 1)$ là

A. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x + 1) + C$.

B. $F(x) = \frac{1}{2} \cos(2x + 1) + C$.

C. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x + 1)$.

D. $F(x) = \cos(2x + 1)$.

Lời giải.

Ta xét hàm $F(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x+1) + C$. Khi đó $F'(x) = \left(-\frac{1}{2} \cos(2x+1) + C\right)' = \sin(2x+1)$ theo định nghĩa của nguyên hàm suy ra $F(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x+1) + C$ là họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(2x+1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2063. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(x^2-1)) \leq -1$ là

- A. $S = [1; \sqrt{5}]$. B. $S = (-\infty; -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; +\infty)$.
C. $S = [1; \sqrt{5}]$. D. $S = [-\sqrt{5}; -1] \cup (1; \sqrt{5}]$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{2}}(\log_2(x^2-1)) \leq -1 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-1 > 0 \\ \log_2(x^2-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-1 > 0 \\ \log_2(x^2-1) \geq 2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-1 > 0 \\ x^2-1 \geq 4 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow x^2-1 \geq 4 \Leftrightarrow x^2 \geq 5 \Leftrightarrow |x| \geq \sqrt{5}. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2064. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4}$.

- A. $S = \{x \in \mathbb{R} | x > 3\}$. B. $S = \{x \in \mathbb{R} | 1 < x \leq 3\}$.
C. $S = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 3\}$. D. $S = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 3\}$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow x-1 \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2065. Có bao nhiêu số nguyên trên $[0; 10]$ nghiệm đúng bất phương trình $\log_2(3x-4) > \log_2(x-1)$?

- A. 10. B. 11. C. 9. D. 8.

Lời giải.

Ta có: $\log_2(3x-4) > \log_2(x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-4 > 0 \\ 3x-4 > x-1 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$.

Vì x là số nguyên thuộc $[0; 10]$ nên có 9 giá trị của x thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2066. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3^{-3x} > 3^{-x+2}$.

- A. $S = (-\infty; 1)$. B. $S = (-\infty; -1)$. C. $S = (-1; 0)$. D. $S = (-1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $3^{-3x} > 3^{-x+2} \Leftrightarrow -3x > -x+2 \Leftrightarrow 2x < -2 \Leftrightarrow x < -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2067. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5} x > \log_{0,5} 2$ là

- A. $(1; 2)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương với $\begin{cases} x > 0 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 2.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(0; 2).$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2068. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) < \log_2(3-x)$ là

A. $S = (-\infty; 1).$

B. $S = (1; +\infty).$

C. $S = (1; 3].$

D. $S = (-1; 1).$

Lời giải.

$\log_2(x+1) < \log_2(3-x) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 < 3-x \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 1.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2069. Phương trình $2^{2x-1} = 8$ có nghiệm là

A. $x = 4.$

B. $x = 1.$

C. $x = 3.$

D. $x = 2.$

Lời giải.

$2^{2x-1} = 8 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = 2^3 \Leftrightarrow 2x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 2.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2070. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(x^2-1)) \leq -1$ là

A. $S = [1; \sqrt{5}].$

B. $S = (-\infty; -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; +\infty).$

C. $S = [-\sqrt{5}; \sqrt{5}].$

D. $S = [-\sqrt{5}; -1) \cup (1; \sqrt{5}].$

Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(x^2-1)) \leq -1 \Leftrightarrow \log_2(x^2-1) \geq 2 \Leftrightarrow x^2-1 \geq 4 \Leftrightarrow x^2 \geq 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{5} \\ x \leq -\sqrt{5} \end{cases}.$

Vậy $S = (-\infty; -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; +\infty)$ là tập nghiệm của bất phương trình.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2071. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\sqrt{3}}{2}}(x-2) > 0$ là

A. $(3; +\infty).$

B. $(0; 3).$

C. $(-\infty; 3).$

D. $(2; 3).$

Lời giải.

Điều kiện xác định của bất phương trình là $x > 2.$

Ta có $\log_{\frac{\sqrt{3}}{2}}(x-2) > 0 \Leftrightarrow x-2 < 1 \Leftrightarrow x < 3.$ Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(2; 3).$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2072. Một người gửi ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất 0,58% một tháng (kể từ tháng thứ hai trở đi, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng tiền gốc và tiền lãi tháng trước đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó có 225 triệu đồng?

A. 30 tháng.

B. 21 tháng.

C. 24 tháng.

D. 22 tháng.

Lời giải.

Ta có $225 \leq 200 \left(1 + \frac{0,58}{100}\right)^n \Leftrightarrow n \geq \log_{1,0058} \left(\frac{9}{8}\right) \approx 20,37.$

Vậy sau ít nhất 21 tháng thì người đó có 225 triệu đồng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2073. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1).$

- A. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $S = (-1; 2)$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 2)$.

Lời giải.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 2x-1 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2.$$

Suy ra tập nghiệm bất phương trình là $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2074. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \geq \log_{\frac{1}{2}}(5-x)$ có tập nghiệm là

- A. $\left(\frac{1}{2}; 2\right]$. B. $(-\infty; 2]$. C. $[2; +\infty)$. D. $[2; 5)$.

Lời giải.

— Điều kiện xác định của phương trình: $\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 5-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 5.$

— Bất phương trình trở thành $2x-1 \leq 5-x \Leftrightarrow 3x \leq 6 \Leftrightarrow x \leq 2.$

— Kết hợp điều kiện suy ra bất phương trình có tập nghiệm $\left(\frac{1}{2}; 2\right]$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2075. Cho bất phương trình $9^x + 9^{x+1} + 9^{x+2} < 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. Bất phương trình có đúng một nghiệm âm. B. Bất phương trình chỉ có nghiệm âm.
C. Bất phương trình vô nghiệm. D. Bất phương trình có một nghiệm dương.

Lời giải.

$$9^x + 9^{x+1} + 9^{x+2} < 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} \Leftrightarrow 91 \cdot 9^x < 7 \cdot 2^x \Leftrightarrow \left(\frac{9}{2}\right)^x < \frac{7}{91} \Leftrightarrow x < \log_{\frac{9}{2}} \frac{7}{91} < 0.$$

Vậy bất phương trình chỉ có nghiệm âm.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2076. Phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1) > \log_{\frac{1}{2}}(7-x)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 7. B. Vô số. C. 2. D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}}(2x+1) > \log_{\frac{1}{2}}(7-x) \Leftrightarrow 0 < 2x+1 < 7-x \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-1}{2} < x < 2.$$

Suy ra nghiệm nguyên của bất phương trình là 0; 1.

Vậy bất phương trình có 2 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2077. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau?

- A. $\log_{2018} x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$. B. $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b > 0$.
C. $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0$. D. $\log x > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Lời giải.

$$\text{Do } \frac{1}{3} < 1 \text{ nên } \log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow b > a > 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 2078. Điều kiện xác định của của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{\log_9 \frac{2x}{x+1} - \frac{1}{2}}}$ là

A. $x < -3$.

B. $x > -1$.

C. $-3 < x < -1$.

D. $0 < x < 3$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \frac{2x}{x+1} > 0 \\ \log_9 \frac{2x}{x+1} - \frac{1}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x}{x+1} > 0 \\ \frac{2x}{x+1} > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2x}{x+1} > 3 \Leftrightarrow \frac{x+3}{x+1} < 0 \Leftrightarrow -3 < x < -1.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 2079.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-3) < \log_{0,5}(x^2-4x+3)$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $\emptyset$.

D. $(2; 3)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-3 > 0 \\ x^2-4x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow x > 3.$$

$$\text{Bpt } \Leftrightarrow x-3 > x^2-4x+3 \Leftrightarrow x^2-5x+6 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

Kết hợp với điều kiện ta có nghiệm của bất phương trình là $S = \emptyset$.Chọn đáp án **C** □**Câu 2080.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2\log_3(4x-3) \leq \log_3(18x+27)$.

A. $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$.

B. $S = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

C. $S = [3; +\infty)$.

D. $S = \left[-\frac{3}{8}; 3\right]$.

Lời giải.Điều kiện $x > \frac{3}{4}$. Bất phương trình tương đương với

$$(4x-3)^2 \leq 18x+27 \Leftrightarrow 16x^2-42x-18 \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{3}{8}; 3\right].$$

Đổi chiều điều kiện ta được tập nghiệm $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$.Chọn đáp án **A** □**Câu 2081.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{2018} x \leq \log_x 2018$ là

A. $\begin{cases} x \leq \frac{1}{2018} \\ 1 < x \leq 2018 \end{cases}$.

B. $0 < x \leq 2018$.

C. $\frac{1}{2018} \leq x \leq 2018$.

D. $\begin{cases} 0 < x \leq \frac{1}{2018} \\ 1 < x \leq 2018 \end{cases}$.

Lời giải.ĐK: $0 < x \neq 1$.

BPT tương đương với

$$\log_{2018} x \leq \frac{1}{\log_{2018} x} \Leftrightarrow \frac{\log_{2018}^2 x - 1}{\log_{2018} x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{2018} x \leq -1 \\ 0 < \log_{2018} x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq \frac{1}{2018} \\ 1 < x \leq 2018. \end{cases}$$

Kết hợp với ĐK, ta có tập nghiệm của BPT đã cho là $\begin{cases} 0 < x \leq \frac{1}{2018} \\ 1 < x \leq 2018. \end{cases}$ Chọn đáp án **D** □**Câu 2082.** Giải phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-4} \geq 1$ ta được tập nghiệm là T . Tìm T ?

A. $T = [-2; 2]$.

B. $T = [2; +\infty)$.

C. $T = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

D. $T = (-\infty; -2]$.

Lời giải.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-4} \geq 1 \Leftrightarrow x^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2083. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

- A. $(-\infty; 9)$. B. $(1; 10)$. C. $(-\infty; 10)$. D. $(1; 9)$.

Lời giải.

BPT đã cho tương đương với $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 8 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 9.$

Vậy tập nghiệm của BPT đã cho là $(1; 9)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2084. Bất phương trình $\log_{0,5}(2x-1) \geq 0$ có tập nghiệm là

- A. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$.

Lời giải.

Ta có $\log_{0,5}(2x-1) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right]$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2085. Bất phương trình $\log_2 \frac{x^2-6x+8}{4x-1} \geq 0$ có tập nghiệm là $T = \left(\frac{1}{4}; a\right] \cup [b; +\infty)$. Tính $M = a + b$.

- A. $M = 12$. B. $M = 8$. C. $M = 9$. D. $M = 10$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $\frac{x^2-6x+8}{4x-1} > 0$ (*). Ta có

$$\begin{aligned} \log_2 \frac{x^2-6x+8}{4x-1} \geq 0 &\Leftrightarrow \frac{x^2-6x+8}{4x-1} \geq 1 \text{ (thỏa mãn điều kiện (*))} \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2-10x+9}{4x-1} \geq 0 \\ &\Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{4}; 1\right] \cup [9; +\infty). \end{aligned}$$

Vậy $T = a + b = 10$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2086. Tập nghiệm của bất phương trình $16^x - 5 \cdot 4^x + 4 \geq 0$ là

- A. $T = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$. B. $T = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.
C. $T = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. D. $T = (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

Lời giải.

Đặt $t = 4^x$, $t > 0$.

$16^x - 5.4^x + 4 \geq 0$ trở thành

$$\begin{aligned} t^2 - 5.t + 4 \geq 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 4 \\ t \leq 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 4 \\ 0 < t \leq 1 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} 4^x \geq 4 \\ 0 < 4^x \leq 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $T = (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2087. Biết tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{6}} [\log_3(x-2)] > 0$ là khoảng $(a; b)$. Tính $b - a$.

A. $b - a = 2$.

B. $b - a = 4$.

C. $b - a = 3$.

D. $b - a = 5$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương

$$\begin{cases} x > 2 \\ 0 < \log_3(x-2) < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ 1 < x-2 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x < 5.$$

Vậy $a = 3$, $b = 5$ và $b - a = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2088. Cho $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 5^{2x+1}$; $g(x) = 5^x + 4x \cdot \ln 5$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > g'(x)$ là

A. $x < 0$.

B. $x > 1$.

C. $0 < x < 1$.

D. $x > 0$.

Lời giải.

Ta có: $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot 5^{2x+1} \cdot (2x+1)' \cdot \ln 5 = 5^{2x+1} \cdot \ln 5$.

Và $g'(x) = 5^x \cdot \ln 5 + 4 \ln 5 = (5^x + 4) \ln 5$.

Do đó: $f'(x) > g'(x) \Leftrightarrow 5^{2x+1} \cdot \ln 5 > (5^x + 4) \ln 5 \Leftrightarrow 5^{2x+1} > 5^x + 4 \Leftrightarrow 5 \cdot 5^{2x} - 5^x - 4 > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5^x < -\frac{4}{5} \text{ (VN)} \\ 5^x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 5^x > 1 \Leftrightarrow x > 0.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là $x > 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2089. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}} \frac{4x+6}{x} \geq 0$ là

A. $\left(-2, -\frac{3}{2}\right]$.

B. $\left[-2, -\frac{3}{2}\right]$.

C. $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$.

D. $\left[-2, -\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} \frac{4x+6}{x} > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Bất phương trình tương đương: } \frac{4x+6}{x} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{4x+6-x}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3x+6}{x} \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x < 0.$$

Kết hợp với điều kiện ta được: $-2 \leq x < -\frac{3}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left[-2, -\frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2090. Cho $f(x) = xe^{-3x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là

- A. $(0, 1)$. B. $\left(0, \frac{1}{3}\right)$. C. $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = e^{-3x} + (-3)e^{-3x}x = e^{-3x}(1 - 3x)$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow e^{-3x}(1 - 3x) > 0 \Leftrightarrow 1 - 3x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{3}$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2091. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} > 3^{-x}$ là

- A. $(1; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $[2; +\infty]$. D. $(1; 2]$.

Lời giải.

$$\text{BPT} \Leftrightarrow 3^{-\sqrt{x+2}} > 3^{-x} \Leftrightarrow x > \sqrt{x+2} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 > x+2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2092. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^x + 9 \cdot 3^{-x} < 10$ là

- A. Vô số. B. 2. C. 0. D. 1.

Lời giải.

$$3^x + 9 \cdot 3^{-x} < 10 \Leftrightarrow 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9 < 0 \Leftrightarrow 1 < 3^x < 9 \Leftrightarrow 0 < x < 2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2093. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2(\log_4 x) \geq \log_4(\log_2 x)$ là

- A. $x = 16$. B. $x = 9$. C. $x = 10$. D. $x = 8$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \log_4 x > 0 \\ \log_2 x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

Bất phương trình tương đương

$$\begin{aligned} \log_2(\log_4 x) &\geq \log_2 \sqrt{\log_2 x} \Leftrightarrow \log_4 x \geq \sqrt{\log_2 x} \\ \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 &\geq \log_2 x \Leftrightarrow \frac{1}{4}(\log_2 x)^2 \geq \log_2 x \\ \Leftrightarrow \log_2 x &\geq 4 \Leftrightarrow x \geq 16. \end{aligned}$$

Vậy nghiệm nguyên nhỏ nhất là $x = 16$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2094. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log |x| = |\log x|$.

- A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = (0; +\infty)$. C. $S = \{1; 10\}$. D. $S = [1; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Phương trình trở thành $\log x = |\log x| \Rightarrow \log x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2095. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(\sqrt{2})^{x^2-2x} \leq (\sqrt{2})^3$ là

- A. 3. B. 2. C. 5. D. 4.

Lời giải.

$$(\sqrt{2})^{x^2-2x} \leq (\sqrt{2})^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3.$$

Do x nguyên, suy ra $x \in \{-1; 0; 1; 2; 3\}$. Vậy bất phương trình có 5 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2096. Tìm tất cả các giá trị thực của x để đồ thị hàm số $y = \log_{0,5} x$ nằm hoàn toàn phía trên đường thẳng $y = 2$.

- A. $x \geq \frac{1}{4}$. B. $0 < x \leq \frac{1}{4}$. C. $0 < x < \frac{1}{4}$. D. $x \geq -\frac{1}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{0,5} x > 2 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2097. Bất phương trình $\log_2(3x - 1) > 3$ có nghiệm là

- A. $x > \frac{10}{3}$. B. $x > 3$. C. $x < 3$. D. $\frac{1}{3} < x < 3$.

Lời giải.

$$\log_2(3x - 1) > 3 \Leftrightarrow 3x - 1 > 2^3 \Leftrightarrow x > 3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2098. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $9^x - 2 \cdot 6^x + 4^x > 0$.

- A. $S = (0; +\infty)$. B. $S = \mathbb{R}$. C. $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $S = [0; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Chia hai vế cho } 4^x > 0, \text{ phương trình tương đương } \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 1 > 0.$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{3}{2}\right)^x, \text{ điều kiện } t > 0.$$

$$\text{Khi đó pt tương đương } t^2 - 2 \cdot t + 1 > 0 \Leftrightarrow (t - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow t \neq 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 0.$$

$$\text{Vậy } S = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2099. Giải bất phương trình $\log_2(3x - 1) > 3$.

- A. $x < 3$. B. $x > 3$. C. $x > \frac{10}{3}$. D. $\frac{1}{3} < x < 3$.

Lời giải.

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow 3x - 1 > 2^3 \Leftrightarrow x > 3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2100. Nghiệm của bất phương trình $9^{x-1} - 36 \cdot 3^{x-3} + 3 \leq 0$ là

- A. $1 \leq x \leq 3$. B. $1 \leq x \leq 2$. C. $1 \leq x$. D. $x \leq 3$.

Lời giải.

$$\text{Bất phương trình tương đương với } 9^{x-1} - \frac{36}{9} \cdot 3^{x-1} + 3 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq 3^{x-1} \leq 3 \Leftrightarrow 0 \leq x - 1 \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2101. Bất phương trình $25^{x+1} + 9^{x+1} \geq 34 \cdot 15^x$ có tập nghiệm S là

- A. $S = (-\infty; 2]$. B. $S = [-2; 0]$.

C. $S = (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$.

D. $S = [0; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
25^{x+1} + 9^{x+1} &\geq 34 \cdot 15^x \Leftrightarrow 25 \cdot 25^x - 34 \cdot 15^x + 9 \cdot 9^x \geq 0 \\
&\Leftrightarrow 25 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{2x} - 34 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^x + 9 \geq 0 \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{5}{3}\right)^x \leq \frac{9}{25} \\ \left(\frac{5}{3}\right)^x \geq 1 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{5}{3}\right)^x \leq \left(\frac{5}{3}\right)^{-2} \\ \left(\frac{5}{3}\right)^x \geq \left(\frac{5}{3}\right)^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 0. \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy $S = (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$.Chọn đáp án **C** □**Câu 2102.** Tìm tập nghiệm S của hệ phương trình $\begin{cases} 4^{x+1} \leq 8^{6-2x} \\ 3^{4x+5} \geq 27^{1+x} \end{cases}$.

A. $S = [2; +\infty)$.

B. $S = [-2; 2]$.

C. $S = (-\infty; 1]$.

D. $S = [2; 5]$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} 4^{x+1} \leq 8^{6-2x} \\ 3^{4x+5} \geq 27^{1+x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{2x+2} \leq 2^{18-6x} \\ 3^{4x+5} \geq 3^{3+3x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2 \leq 18-6x \\ 4x+5 \geq 3+3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2.$$

Chọn đáp án **B** □**Câu 2103.** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $5^{x^2-x} < 25$.

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

C. $(-1; 2)$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow 5^{x^2-x} < 5^2 \Leftrightarrow x^2 - x < 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 < 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 2).$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 2104.** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 1) \leq 0$.

A. $S = \left[0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right]$.

B. $S = \left(0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right)$.

C. $S = \left[\frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$.

D. $S = \emptyset$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương

$$0 < x^2 - 3x + 1 \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 > 0 \\ x^2 - 3x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x < \frac{3-\sqrt{5}}{2} \\ \frac{3+\sqrt{5}}{2} < x \leq 3. \end{cases}$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình là } S = \left[0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right].$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 2105. Tìm tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 - 3x) < \log_{\frac{\pi}{4}}(x + 4)$ là

A. $2 - 2\sqrt{2} < x < 2 + \sqrt{2}$.

B. $2 - 2\sqrt{2} < x < 0$.

C. $\begin{cases} -4 < x < 2 - 2\sqrt{2} \\ x > 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x < 2 - 2\sqrt{2} \\ x > 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x^2 - 3x > 0 \\ x + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x > 3 \\ x < 0 \end{cases} \\ x > -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -4 < x < 0. \end{cases}$

$\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 - 3x) < \log_{\frac{\pi}{4}}(x + 4) \Rightarrow x^2 - 3x > x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 + 2\sqrt{2} \\ x < 2 - 2\sqrt{2} \end{cases}$.

Kết hợp điều kiện, ta có tập nghiệm của bất phương trình là $\begin{cases} -4 < x < 2 - 2\sqrt{2} \\ x > 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2106. Giải bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-4} \geq 1$ ta được tập nghiệm T . Tìm T .

A. $T = [-2; 2]$.

B. $T = [2; +\infty)$.

C. $T = (-\infty; -2]$.

D. $T = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải.

Bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-4} \geq 1 \Leftrightarrow x^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-2; 2]$. Vậy tập nghiệm là $T = [-2; 2]$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2107. Khi đặt $t = \log_5 x$ thì bất phương trình $\log_5^2(5x) - 3\log_{\sqrt{5}} x - 5 \leq 0$ tương đương với bất phương trình nào sau đây?

A. $t^2 - 6t - 4 \leq 0$.

B. $t^2 - 6t - 5 \leq 0$.

C. $t^2 - 4t - 4 \leq 0$.

D. $t^2 - 3t - 5 \leq 0$.

Lời giải.

$\log_5^2(5x) - 3\log_{\sqrt{5}} x - 5 \leq 0 \Leftrightarrow (\log_5 x + 1)^2 - 6\log_5 x - 5 \leq 0 \Leftrightarrow \log_5^2 x - 4\log_5 x - 4 \leq 0$.

Đặt $t = \log_5 x$ bất phương trình trở thành $t^2 - 4t - 4 \leq 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2108. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{25}(x + 1) > \frac{1}{2}$.

A. $S = (-4; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 4)$.

C. $S = (-1; 4)$.

D. $S = (4; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có: $\log_{25}(x + 1) > \frac{1}{2} \Leftrightarrow x + 1 > 25^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x > 4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2109. Bất phương trình $\log_4(x + 7) > \log_2(x + 1)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Điều kiện: $x > -1$. Ta có

$\log_4(x + 7) > \log_2(x + 1) \Leftrightarrow \log_2 \sqrt{x + 7} > \log_2(x + 1)$

$\Leftrightarrow \sqrt{x + 7} > x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 > 0 \\ x + 7 > (x + 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x^2 + x - 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 2$.

Kết hợp với $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \{0; 1\}$ là hai giá trị cần tìm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2110. Nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(2x - 3) > -1$ là

- A. $x < 4$. B. $x > \frac{3}{2}$. C. $4 > x > \frac{3}{2}$. D. $x > 4$.

Lời giải.

$$\log_{\frac{1}{5}}(2x - 3) > -1 \Leftrightarrow 0 < 2x - 3 < 5 \Leftrightarrow \frac{3}{2} < x < 4.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2111. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) + \log_3(11 - 2x) \geq 0$.

- A. $S = (1; 4]$. B. $S = (-\infty; 4]$. C. $S = \left(3; \frac{11}{2}\right)$. D. $S = (1; 4)$.

Lời giải.

$$\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) + \log_3(11 - 2x) \geq 0 \Leftrightarrow \log_3(11 - 2x) \geq \log_3(x - 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 > 0 \\ 11 - 2x \geq x - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 4.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2112. Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

- A. $S = (-\infty; 2)$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = (1; +\infty)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Lời giải.

$$5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+2} < 5^{2x} \Leftrightarrow x + 2 < 2x \Leftrightarrow x > 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2113. Nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32$ là

- A. $x \in (-\infty; -5)$. B. $x \in (-\infty; 5)$. C. $x \in (-5; +\infty)$. D. $x \in (5; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{2}\right)^x > 32 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \Leftrightarrow x < -5.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là $x \in (-\infty; -5)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2114. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{25}\right)^{2x-\frac{3}{2}} < 5^{1-2x}$.

- A. $S = (-\infty; 1)$. B. $S = (-1; +\infty)$. C. $S = (-\infty; -1)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{25}\right)^{2x-\frac{3}{2}} < 5^{1-2x} \Leftrightarrow 5^{-4x+3} < 5^{1-2x} \Leftrightarrow -4x + 3 < 1 - 2x \Leftrightarrow x > 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2115. Biết phương trình $\log_3(x^2 + 10) + \log_{\frac{1}{3}}x - 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 + x_2$.

A. $x_1 + x_2 = 9$.

B. $x_1 + x_2 = 8$.

C. $x_1 + x_2 = 10$.

D. $x_1 + x_2 = 6$.

Lời giải.Điều kiện: $x > 0$.

Ta có: $\log_3(x^2 + 10) + \log_{\frac{1}{3}} x - 2 = 0 \Leftrightarrow \log_3(x^2 + 10) - \log_3 x = 2 \Leftrightarrow \log_3 \frac{x^2 + 10}{x} = 2$.

Hay: $\frac{x^2 + 10}{x} = 9 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9 + \sqrt{41}}{2} \\ x = \frac{9 - \sqrt{41}}{2} \end{cases}$.

Suy ra, tổng hai nghiệm là: $x_1 + x_2 = 9$.**Chú ý:** Ta có thể sử dụng định lý Vi-et để tính nhanh $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 9$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 2116.** Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{\log_2(x-1)} \leq 1$ là

A. $S = [2; 3]$.

B. $S = (1; 3]$.

C. $S = (1; 3)$.

D. $S = (1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\sqrt{\log_2(x-1)} \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ \log_2(x-1) \geq 0 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3. \\ \log_2(x-1) \leq 1 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 2117.** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > \log_{0,5}(2x-1)$

A. $(0; +\infty)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

$$\log_{0,5}(x-1) > \log_{0,5}(2x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x-1 \\ x-1 < 2x-1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 2118.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) < 1$.

A. $S = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

B. $S = \left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

C. $S = \left(-\infty; \frac{3}{4}\right)$.

D. $S = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định là $2x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

BPT $\Leftrightarrow 2x-1 > \frac{1}{2} \Leftrightarrow x > \frac{3}{4}$. Vậy $S = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 2119.** Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{x^2+1} \geq (\sqrt{3}-\sqrt{2})^{3x-1}$.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

$$(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{x^2+1} \geq (\sqrt{3}-\sqrt{2})^{3x-1} \Leftrightarrow x^2+1 \leq 3x-1 \Leftrightarrow x^2-3x+2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2.$$

Các nghiệm nguyên của phương trình là $x = 1$ và $x = 2$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 2120.** Với mọi cặp số thực $a; b$ thỏa mãn $(\sqrt{2}-1)^a \leq (\sqrt{2}-1)^b$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a = b$.

B. $a \geq b$.

C. $a \leq b$.

D. $a > b$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{2} - 1 < 1$ nên $(\sqrt{2} - 1)^a \leq (\sqrt{2} - 1)^b \Leftrightarrow a \geq b$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2121. Hiện nay, huyện X có 100.000 người. Giả sử với tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 1,75%, hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì dân số huyện X vượt trên 140.000 người. Biết sự tăng dân số được tính theo công thức lãi kép liên tục là $S = Ae^{nr}$ với S là số dân sau n năm; A là số dân của năm lấy làm mốc tính; r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm.

A. 18 năm.

B. 20 năm.

C. 19 năm.

D. 21 năm.

Lời giải.

Dân số của huyện X sau n năm là $S_n = 100.000e^{0.0175n}$

Ta có $S_n > 140.000 \Leftrightarrow e^{0.0175n} > \frac{7}{5} \Leftrightarrow n > 19,22$.

Hay sau ít nhất 20 năm thì dân số huyện X sẽ vượt trên 140.000 người.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2122. Cho bất phương trình $12 \cdot 9^x - 35 \cdot 6^x + 18 \cdot 4^x > 0$. Nếu đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ với $t > 0$ thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình nào trong các bất phương trình dưới đây?

A. $12t^2 - 35t + 18 > 0$.

B. $18t^2 - 35t + 12 > 0$.

C. $12t^2 - 35t + 18 < 0$.

D. $18t^2 - 35t + 12 < 0$.

Lời giải.

Ta có $12 \cdot 9^x - 35 \cdot 6^x + 18 \cdot 4^x > 0 \Leftrightarrow 12 - 35 \left(\frac{6}{9}\right)^x + 18 \left(\frac{4}{9}\right)^x > 0 \Leftrightarrow 12 - 35 \left(\frac{2}{3}\right)^x + 18 \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} > 0$.

Đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ với $t > 0$ thì bất phương trình đã cho trở thành $18t^2 - 35t + 12 > 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2123. Tập nghiệm của bất phương trình $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 \leq 0$ có dạng $S = [a; b]$. Tính giá trị của biểu thức $b - a$.

A. $\frac{3}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{5}{2}$.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq 2^x \leq 2 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = [-1; 1] \Rightarrow a = -1; b = 1 \Rightarrow b - a = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2124. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2^{-x^2-2x} \geq \frac{1}{8}$.

A. $S = (1; +\infty)$.

B. $S = [-3; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; -3]$.

D. $S = [-3; 1]$.

Lời giải.

Ta có $2^{-x^2-2x} \geq \frac{1}{8} \Leftrightarrow 2^{-x^2-2x} \geq 2^{-3} \Leftrightarrow -x^2 - 2x \geq -3 \Leftrightarrow -x^2 - 2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-3; 1]$.

Vậy $S = [-3; 1]$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2125. Giải bất phương trình $\log_2(1 - x) < 2$.

A. $x > -3$.

B. $x < 1$.

C. $-3 \leq x \leq 1$.

D. $-3 < x < 1$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(1 - x) < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x > 0 \\ 1 - x < 2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x < 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2126. Bất phương trình $9^x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{x-6}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Bất phương trình $\Leftrightarrow 3^{2x} \leq 3^{6-x} \Leftrightarrow 2x \leq 6-x \Leftrightarrow x \leq 2$.

Vậy có 2 số nguyên dương x thỏa bất phương trình.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2127. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$.

- A. $(-\infty; 10)$. B. $(1; 9)$. C. $(1; 10)$. D. $(\infty; 9)$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x-1) < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 9$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2128. Bất phương trình $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 3.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10} \Leftrightarrow 2^{x^2-3x+4} \leq 2^{-2x+10} \Leftrightarrow x^2-3x+4 \leq -2x+10$

$\Leftrightarrow x^2-x-6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$.

Có 3 số nguyên dương trong $[-2; 6]$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2129. Biết rằng bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x} \geq \left(\frac{9}{4}\right)^{x-1}$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Tính $b-a$.

- A. $b-a = 2\sqrt{5}$. B. $b-a = 3$. C. $b-a = \sqrt{5}$. D. $b-a = 2$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x} \geq \left(\frac{9}{4}\right)^{x-1} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{x-x^2} \geq \left(\frac{3}{2}\right)^{2x-2} \Leftrightarrow x-x^2 \geq 2x-2 \Leftrightarrow x^2+x-2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 1.$$

Vậy $b-a = 1 - (-2) = 3$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2130. Anh A vào làm ở công ty X với mức lương ban đầu là 10 triệu đồng/ tháng. Nếu hoàn thành tốt nhiệm vụ thì cứ sau 6 tháng làm việc, mức lương của anh lại được tăng thêm 20%. Hỏi bắt đầu từ tháng thứ mấy kể từ khi vào làm ở công ty X, tiền lương mỗi tháng của anh A nhiều hơn 20 triệu đồng (biết rằng trong suốt thời gian làm ở công ty X anh A luôn hoàn thành tốt nhiệm vụ)?

- A. Tháng thứ 31. B. Tháng thứ 25. C. Tháng thứ 19. D. Tháng thứ 37.

Lời giải.

Tiền lương mỗi tháng lúc ban đầu là $a = 10$.

Sau chu kỳ mỗi lần 6 tháng hoàn thành tốt nhiệm vụ, mức lương tăng thêm là $r = 20\%$. Áp dụng công thức lãi suất kép, ta có mức lương mỗi tháng sau n kỳ hạn (mỗi kỳ hạn 6 tháng)

$$P_n = a(1+r)^n.$$

Bài toán đưa về việc tìm số tự nhiên k nhỏ nhất sao cho

$$P_k > 20 \Leftrightarrow a(1+r)^k > 20 \Leftrightarrow (1+r)^k > 2 \Leftrightarrow k > \log_{1+r} 2 \Leftrightarrow k > 3,8 \Rightarrow k = 4.$$

Vậy sau 1 tháng lương đầu tiên và 4 kì hạn tiếp theo (mỗi kì hạn 6 tháng), anh A sẽ nhận được mức lương nhiều hơn 20 triệu đồng mỗi tháng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2131. Một người gửi M triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì người đó có được nhiều hơn gấp đôi số tiền mang đi gửi?

A. 7 năm.

B. 10 năm.

C. 9 năm.

D. 8 năm.

Lời giải.

Áp dụng công thức lãi kép, sau n năm thì số tiền cả gốc lẫn lãi nhận được là $M(1+r)^n$ với r là lãi suất tiền gửi.

Theo giả thiết, $M(1+0,084)^n \geq 2M \Leftrightarrow 1,084^n \geq 2 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,084} 2 \approx 8,59$.

Vậy sau ít nhất 9 năm thì số tiền người đó nhận sẽ nhiều hơn gấp đôi số tiền mang đi gửi.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2132. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1) > 0$ là

A. $S = \left(-\frac{1}{4}; 0\right)$. B. $S = (0; +\infty)$. C. $S = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $S = \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Lời giải.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 > 0 \\ 2x+1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 0$.

Tập nghiệm bất phương trình là $S = \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2133. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3-x) < 2$ là

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $3-x > 0 \Leftrightarrow x < 3$.

$\log_2(3-x) < 2 \Leftrightarrow 3-x < 2^2 \Leftrightarrow x > -1$.

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $(-1; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2134. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}$ là

A. $S = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. B. $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. C. $S = (-\infty; 1]$. D. $S = [1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{3x-1} \geq \left(\frac{5}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 3x-1 \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2135. Cho bất phương trình $2 \cdot 5^{x+2} + 5 \cdot 2^{x+2} - 133\sqrt{10^x} \leq 0$ có tập nghiệm là $S = [a; b]$. Biểu thức $A = 1000b - 5a - 1$ có giá trị bằng:

A. 2021.

B. 2020.

C. 2019.

D. 2018.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2 \cdot 5^{x+2} + 5 \cdot 2^{x+2} - 133\sqrt{10^x} \leq 0 \Leftrightarrow 50 \cdot 5^x + 20 \cdot 2^x - 133\sqrt{2^x \cdot 5^x} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 50 \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{x}{2}} + 20 \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{x}{2}} - 133 \leq 0 (*)$$

Đặt $t = \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{x}{2}}$, $t > 0$ ta được

$$(*) \Rightarrow 50t + \frac{20}{t} - 133 \leq 0 \Leftrightarrow 50t^2 - 133t + 20 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{4}{25} \leq t \leq \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{25} \leq \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{x}{2}} \leq \frac{5}{2} \Leftrightarrow -2 \leq \frac{x}{2} \leq 1 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 2. \text{ Suy ra } a = -4, b = 2.$$

$$\text{Vậy } A = 1000b - 5a - 1 = 2019.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2136. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x-2} \geq 4$.

A. $S = (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 0]$.

C. $S = [3; +\infty)$.

D. $S = [0; 3]$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x-2} \geq 4 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x-2} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow x^2 - 3x \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2137. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 \leq 0$ là

A. $S = [4; +\infty)$.

B. $S = [2; 4]$.

C. $S = (0; 2] \cup [4; +\infty)$.

D. $S = (0; 2]$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > 0$.

$$\text{Ta có: } \log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq \log_2 x \leq 2 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 4.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [2; 4]$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2138. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

A. $S = (2; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 2)$.

C. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

D. $S = (-1; 2)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow x+1 > 2x-1 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2. \text{ Vậy } S = \left(\frac{1}{2}; 2\right).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2139. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2(2x) + \log_2 \frac{x}{4} < 9$ chứa tập hợp nào sau đây?

A. $\left(\frac{3}{2}; 6\right)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(1; 5)$.

D. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

$$\text{Xét } \log_2^2(2x) + \log_2 \frac{x}{4} < 9 \Leftrightarrow (1 + \log_2 x)^2 + \log_2 x - \log_2 4 - 9 < 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x + 3\log_2 x - 10 < 0.$$

Đặt $\log_2 x = t$. Bất phương trình trở thành

$$t^2 + 3t - 10 < 0 \Leftrightarrow -5 < t < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x > -5 \\ \log_2 x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{32} \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{32}; 4\right).$$

Kết hợp với kết quả $x \in \left(\frac{1}{32}; 4\right)$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình trên chứa tập hợp $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2140. Bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ có tập nghiệm là

- A. $(0; +\infty)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. C. $(-3; 1)$. D. $\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ 6 - 5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x < \frac{6}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < x < \frac{6}{5}.$$

$$\text{Ta có } \log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x) \Leftrightarrow 3x - 2 > 6 - 5x \Leftrightarrow x > 1.$$

$$\text{So điều kiện suy ra } S = \left(1; \frac{6}{5}\right).$$

Chọn đáp án **D** □

ĐÁP ÁN

1127.A	1128.A	1129.B	1130.B	1131.A	1132.C	1133.B	1134.A	1135.C	1136.D
1137.C	1138.A	1139.C	1140.D	1141.D	1142.D	1143.A	1144.A	1145.D	1146.C
1147.B	1148.C	1149.A	1150.D	1151.D	1152.D	1153.C	1154.C	1155.A	1156.D
1157.C	1158.C	1159.A	1160.B	1161.D	1162.C	1163.D	1164.B	1165.A	1166.D
1167.C	1168.C	1169.D	1170.A	1171.A	1172.B	1173.D	1174.B	1175.A	1176.B
1177.C	1178.D	1179.B	1180.A	1181.B	1182.C	1183.A	1184.A	1185.B	1186.A
1187.C	1188.A	1189.C	1190.C	1191.C	1192.B	1193.D	1194.B	1195.A	1196.D
1197.D	1198.A	1199.A	1200.C	1201.D	1202.B	1203.C	1204.D	1205.C	1206.B
1207.A	1208.B	1209.D	1210.B	1211.A	1212.B	1213.D	1214.D	1215.A	1216.A
1217.C	1218.B	1219.D	1220.B	1221.B	1222.D	1223.D	1224.D	1225.B	1226.A
1227.A	1228.D	1229.B	1230.A	1231.C	1232.A	1233.C	1234.C	1235.D	1236.A
1237.D	1238.B	1239.A	1240.B	1241.B	1242.A	1243.B	1244.C	1245.C	1246.C
1247.C	1248.B	1249.D	1250.D	1251.B	1252.A	1253.B	1254.B	1255.B	1256.D
1257.B	1258.A	1259.D	1260.D	1261.B	1262.B	1263.B	1264.D	1265.B	1266.D
1267.B	1268.B	1269.C	1270.A	1271.A	1272.A	1273.A	1274.B	1275.C	1276.B
1277.A	1278.B	1279.C	1280.D	1281.A	1282.C	1283.C	1284.C	1285.A	1286.D
1287.D	1288.C	1289.C	1290.D	1291.B	1292.D	1293.A	1294.D	1295.A	1296.A
1297.A	1298.D	1299.D	1300.C	1301.D	1302.D	1303.D	1304.D	1305.A	1306.B
1307.D	1308.D	1309.B	1310.A	1311.C	1312.C	1313.A	1314.B	1315.A	1316.C
1317.C	1318.A	1319.C	1320.A	1321.B	1322.C	1323.C	1324.C	1325.D	1326.C
1327.C	1328.B	1329.B	1330.D	1331.A	1332.A	1333.B	1334.D	1335.D	1336.A
1337.A	1338.D	1339.B	1340.B	1341.A	1342.C	1343.D	1344.A	1345.B	1346.A
1347.A	1348.D	1349.D	1350.A	1351.B	1352.B	1353.D	1354.B	1355.D	1356.D
1357.B	1358.B	1359.C	1360.D	1361.D	1362.C	1363.A	1364.D	1365.D	1366.A
1367.C	1368.D	1369.D	1370.B	1371.A	1372.D	1373.C	1374.B	1375.D	1376.D
1377.A	1378.A	1379.A	1380.B	1381.A	1382.D	1383.B	1384.D	1385.A	1386.A
1387.A	1388.D	1389.C	1390.C	1391.C	1392.C	1393.D	1394.A	1395.A	1396.A
1397.C	1398.C	1399.B	1400.C	1401.C	1402.A	1403.B	1404.D	1405.B	1406.A
1407.C	1408.D	1409.C	1410.B	1411.A	1412.C	1413.C	1414.C	1415.C	1416.A
1417.A	1418.A	1419.D	1420.C	1421.D	1422.B	1423.C	1424.A	1425.A	1426.B
1427.B	1428.B	1429.A	1430.A	1431.C	1432.B	1433.C	1434.B	1435.A	1436.A
1437.C	1438.B	1439.A	1440.A	1441.C	1442.D	1443.D	1444.D	1445.C	1446.B
1447.D	1448.C	1449.B	1450.A	1451.C	1452.D	1453.C	1454.D	1455.A	1456.B
1457.D	1458.D	1459.C	1460.A	1461.A	1462.B	1463.D	1464.B	1465.D	1466.B
1467.D	1468.B	1469.A	1470.D	1471.A	1472.B	1473.D	1474.A	1475.D	1476.A
1477.D	1478.B	1479.D	1480.A	1481.C	1482.A	1483.B	1484.D	1485.D	1486.C
1487.B	1488.A	1489.D	1490.D	1491.B	1492.C	1493.A	1494.B	1495.B	1496.B
1497.A	1498.A	1499.B	1500.A	1501.A	1502.A	1503.B	1504.A	1505.B	1506.D
1507.A	1508.D	1509.C	1510.D	1511.A	1512.A	1513.B	1514.B	1515.B	1516.B
1517.C	1518.D	1519.D	1520.D	1521.D	1522.D	1523.C	1524.B	1525.A	1526.D
1527.B	1528.B	1529.A	1530.D	1531.A	1532.C	1533.D	1534.A	1535.A	1536.B

1537.C	1538.B	1539.D	1540.C	1541.D	1542.C	1543.C	1544.D	1545.A	1546.C
1547.B	1548.C	1549.D	1550.B	1551.B	1552.A	1553.A	1554.A	1555.B	1556.B
1557.B	1558.C	1559.B	1560.A	1561.C	1562.A	1563.A	1564.A	1565.C	1566.D
1567.D	1568.A	1569.D	1570.D	1571.D	1572.B	1573.B	1574.B	1575.C	1576.A
1577.D	1578.C	1579.A	1580.A	1581.A	1582.A	1583.D	1584.A	1585.B	1586.D
1587.A	1588.D	1589.B	1590.B	1591.A	1592.D	1593.B	1594.B	1595.C	1596.C
1597.A	1598.D	1599.B	1600.B	1601.A	1602.D	1603.C	1604.B	1605.A	1606.C
1607.B	1608.C	1609.C	1610.D	1611.C	1612.A	1613.C	1614.A	1615.D	1616.B
1617.C	1618.B	1619.C	1620.B	1621.A	1622.B	1623.A	1624.A	1625.A	1626.B
1627.C	1628.D	1629.C	1630.B	1631.C	1632.B	1633.C	1634.C	1635.C	1636.D
1637.B	1638.C	1639.B	1640.A	1641.D	1642.D	1643.A	1644.D	1645.A	1646.A
1647.A	1648.A	1649.D	1650.B	1651.B	1652.D	1653.C	1654.B	1655.B	1656.C
1657.A	1658.A	1659.A	1660.B	1661.A	1662.D	1663.A	1664.C	1665.D	1666.B
1667.A	1668.B	1669.C	1670.C	1671.A	1672.D	1673.C	1674.D	1675.C	1676.C
1677.B	1678.B	1679.C	1680.B	1681.A	1682.B	1683.A	1684.D	1685.D	1686.A
1687.D	1688.A	1689.A	1690.B	1691.B	1692.C	1693.A	1694.A	1695.A	1696.B
1697.C	1698.D	1699.C	1700.A	1701.C	1702.D	1703.D	1704.C	1705.C	1706.A
1707.B	1708.C	1709.C	1710.D	1711.A	1712.B	1713.B	1714.D	1715.C	1716.D
1717.D	1718.B	1719.B	1720.D	1721.B	1722.B	1723.A	1724.C	1725.C	1726.B
1727.D	1728.C	1729.C	1730.A	1731.D	1732.A	1733.A	1734.A	1735.D	1736.D
1737.D	1738.D	1739.D	1740.A	1741.D	1742.D	1743.D	1744.C	1745.D	1746.B
1747.C	1748.D	1749.B	1750.C	1751.A	1752.A	1753.A	1754.B	1755.A	1756.A
1757.C	1758.C	1759.A	1760.D	1761.A	1762.D	1763.A	1764.D	1765.D	1766.B
1767.D	1768.B	1769.A	1770.B	1771.C	1772.B	1773.B	1774.D	1775.C	1776.D
1777.C	1778.D	1779.B	1780.B	1781.B	1782.A	1783.B	1784.B	1785.A	1786.C
1787.C	1788.C	1789.B	1790.C	1791.A	1792.B	1793.D	1794.D	1795.D	1796.D
1797.B	1798.A	1799.D	1800.A	1801.A	1802.B	1803.A	1804.C	1805.A	1806.B
1807.B	1808.C	1809.D	1810.B	1811.D	1812.C	1813.A	1814.A	1815.D	1816.A
1817.C	1818.A	1819.D	1820.D	1821.A	1822.B	1823.A	1824.C	1825.C	1826.B
1827.A	1828.D	1829.B	1830.A	1831.A	1832.D	1833.A	1834.C	1835.B	1836.B
1837.B	1838.D	1839.D	1840.C	1841.C	1842.A	1843.C	1844.A	1845.C	1846.A
1847.A	1848.C	1849.D	1850.A	1851.D	1852.C	1853.C	1854.C	1855.B	1856.D
1857.B	1858.A	1859.C	1860.D	1861.B	1862.B	1863.C	1864.C	1865.D	1866.B
1867.C	1868.B	1869.B	1870.C	1871.A	1872.C	1873.A	1874.D	1875.C	1876.D
1877.D	1878.B	1879.D	1880.A	1881.C	1882.D	1883.C	1884.B	1885.B	1886.A
1887.A	1888.A	1889.D	1890.D	1891.D	1892.C	1893.A	1894.A	1895.D	1896.B
1897.D	1898.C	1899.A	1900.C	1901.A	1902.D	1903.D	1904.B	1905.C	1906.B
1907.D	1908.D	1909.A	1910.C	1911.A	1912.B	1913.A	1914.D	1915.C	1916.C
1917.D	1918.A	1919.C	1920.B	1921.A	1922.C	1923.A	1924.A	1925.D	1926.D
1927.C	1928.C	1929.C	1930.C	1931.B	1932.A	1933.B	1934.C	1935.D	1936.A
1937.C	1938.A	1939.A	1940.B	1941.B	1942.D	1943.B	1944.B	1945.D	1946.A
1947.D	1948.D	1949.A	1950.B	1951.A	1952.D	1953.B	1954.C	1955.D	1956.B
1957.C	1958.A	1959.D	1960.D	1961.A	1962.B	1963.A	1964.B	1965.B	1966.A

1967.C	1968.A	1969.B	1970.D	1971.C	1972.C	1973.D	1974.A	1975.B	1976.B
1977.D	1978.C	1979.C	1980.A	1981.A	1982.A	1983.B	1984.A	1985.A	1986.B
1987.B	1988.A	1989.C	1990.B	1991.A	1992.A	1993.C	1994.C	1995.A	1996.B
1997.D	1998.D	1999.B	2000.D	2001.B	2002.A	2003.C	2004.C	2005.D	2006.A
2007.B	2008.B	2009.A	2010.B	2011.A	2012.B	2013.A	2014.D	2015.B	2016.D
2017.B	2018.C	2019.C	2020.A	2021.A	2022.A	2023.D	2024.D	2025.A	2026.B
2027.A	2028.D	2029.B	2030.A	2031.B	2032.A	2033.A	2034.D	2035.A	2036.A
2037.B	2038.A	2039.A	2040.C	2041.D	2042.A	2043.D	2044.D	2045.B	2046.A
2047.C	2048.B	2049.C	2050.B	2051.B	2052.A	2053.C	2054.A	2055.A	2056.B
2057.C	2058.A	2059.D	2060.A	2061.B	2062.A	2063.B	2064.C	2065.C	2066.B
2067.D	2068.D	2069.D	2070.B	2071.D	2072.B	2073.A	2074.A	2075.B	2076.C
2077.C	2078.C	2079.C	2080.A	2081.D	2082.A	2083.D	2084.D	2085.D	2086.D
2087.A	2088.D	2089.D	2090.C	2091.B	2092.D	2093.A	2094.D	2095.C	2096.C
2097.B	2098.C	2099.B	2100.B	2101.C	2102.B	2103.C	2104.A	2105.C	2106.A
2107.C	2108.D	2109.B	2110.C	2111.A	2112.D	2113.A	2114.D	2115.A	2116.A
2117.B	2118.A	2119.B	2120.B	2121.B	2122.B	2123.D	2124.D	2125.D	2126.C
2127.B	2128.D	2129.B	2130.B	2131.C	2132.D	2133.B	2134.D	2135.C	2136.D
2137.B	2138.C	2139.D	2140.D						

NỘI DUNG CÂU HỎI

3 Mức độ vận dụng thấp

Câu 1. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{25} \frac{2a-b}{3}$. Tính tỉ số $T = \frac{a}{b}$.

- A. $0 < T < \frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2} < T < \frac{2}{3}$. C. $1 < T < 2$. D. $-2 < T < 0$.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng công thức: $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$.

Cách giải:

$$\text{Đặt } \log_{16} a = \log_{25} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3} = t \Rightarrow \begin{cases} a = 16^t \\ b = 20^t \\ 2a - b = 3 \cdot 25^t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \cdot 16^t - 20^t = 3 \cdot 25^t & (1) \\ \frac{a}{b} = \left(\frac{4}{5}\right)^t \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{16}{25}\right)^t - \left(\frac{4}{5}\right)^t - 3 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{2t} - \left(\frac{4}{5}\right)^t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{4}{5}\right)^t = -1 < 0 \\ \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy } T = \frac{a}{b} = \frac{3}{2} \Rightarrow 1 < T < 2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2. Cho $a > 0, b > 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = 2(a+b)^{-1}(ab)^{\frac{1}{2}} \left[1 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

- A. $T = 1$. B. $T = \frac{1}{3}$. C. $T = \frac{2}{3}$. D. $T = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } T = \frac{2}{a+b} \sqrt{ab} \left[1 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{a-b}{\sqrt{ab}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{ab}}{a+b} \sqrt{1 + \frac{(a-b)^2}{4ab}} = \frac{2\sqrt{ab}}{a+b} \sqrt{\frac{(a+b)^2}{4ab}} = 1.$$

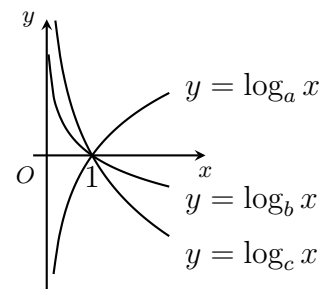
Chọn đáp án **A**

□

Câu 3.

Cho a, b, c dương và khác 1. Các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?

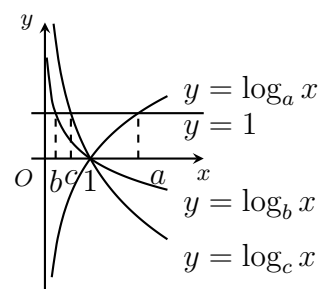
- A. $b > c > a$.
B. $a > b > c$.
C. $a > c > b$.
D. $c > b > a$.



Lời giải.

Kẻ đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị của các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ lần lượt tại các điểm có hoành độ là a, b, c .

Từ đồ thị ta có $a > c > b$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 4. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 4b^2 = 5ab$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2\log(a + 2b) = 5(\log a + \log b)$.

B. $\log(a + 1) + \log b = 1$.

C. $2\log \frac{a + 2b}{3} = \frac{\log a + \log b}{2}$.

D. $\log(a + 2b) = \log a - \log b$.

Lời giải.

Ta có $a^2 + 4b^2 = 5ab \Leftrightarrow (a + 2b)^2 = 9ab$.

Logarit cơ số 10 hai vế ta được

$$\begin{aligned}\log(a + 2b)^2 &= \log(9ab) \Leftrightarrow 2\log(a + 2b) = \log 9 + \log a + \log b \\ &\Leftrightarrow 2(\log(a + 2b) - \log 3) = \log a + \log b \\ &\Leftrightarrow 2\log \frac{a + 2b}{3} = \frac{\log a + \log b}{2}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 5. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) + \log_3(11 - 2x) \geq 0$ là

A. $S = \left(3; \frac{11}{2}\right)$.

B. $S = (-\infty; 4]$.

C. $S = (1; 4]$.

D. $S = (1; 4)$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x - 1 > 0 \\ 11 - 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{11}{2}$. Ta có

$$\begin{aligned}\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) + \log_3(11 - 2x) &\geq 0 \Leftrightarrow -\log_3(x - 1) + \log_3(11 - 2x) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \log_3 \frac{11 - 2x}{x - 1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{11 - 2x}{x - 1} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{11 - 2x}{x - 1} - 1 \geq 0 \text{ (vì } x - 1 > 0) \\ &\Leftrightarrow 12 - 3x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 4.\end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện ta có $1 < x \leq 4$.

Vậy $S = (1; 4]$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 6. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12} \frac{5b - a}{2}$. Tính giá trị $T = \frac{a}{b}$.

A. $T = \frac{3 + \sqrt{6}}{4}$.

B. $T = 7 - 2\sqrt{6}$.

C. $T = 7 + 2\sqrt{6}$.

D. $T = \frac{3 - \sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Đặt $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12} \frac{5b - a}{2} = t$, ta được $a = 9^t, b = 16^t, \frac{5b - a}{2} = 12^t$.

Suy ra $\frac{5 \cdot 16^t - 9^t}{2} = 12^t \Leftrightarrow 5 \cdot 16^t - 2 \cdot 12^t - 9^t = 0 \Leftrightarrow 5 - 2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^t - \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^t = \sqrt{6} - 1$.

Do đó $\frac{a}{b} = \frac{9^t}{16^t} = \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} = (\sqrt{6} - 1)^2 = 7 - 2\sqrt{6}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	0	$-\infty$

Bất phương trình $f(x) < e^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

A. $m \geq f(1) - e$.

B. $m > f(-1) - \frac{1}{e}$.

C. $m \geq f(-1) - \frac{1}{e}$.

D. $m > f(1) - e$.

Lời giải.

Ta có $f(x) < e^x + m \Leftrightarrow f(x) - e^x < m$.

Xét $h(x) = f(x) - e^x$, $x \in (-1; 1)$.

Khi đó $h'(x) = f'(x) - e^x < 0$, $\forall x \in (-1; 1)$ (Vì $f'(x) < 0$, $\forall x \in (-1; 1)$ và $e^x > 0$, $\forall x \in (-1; 1)$).

$\Rightarrow h(x)$ nghịch biến trên $(-1; 1) \Rightarrow h(-1) > h(x) > h(1)$, $\forall x \in (-1; 1)$.

Để bất phương trình $f(x) < e^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1) \Leftrightarrow m \geq h(-1) \Leftrightarrow m \geq f(-1) - \frac{1}{e}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 8. Giải bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ được tập nghiệm là $(a; b)$. Hãy tính tổng $S = a + b$.

A. $S = \frac{8}{3}$.

B. $S = \frac{28}{15}$.

C. $S = \frac{11}{5}$.

D. $S = \frac{31}{6}$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} 6 - 5x > 0 \\ 3x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{6}{5} \\ x > \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < x < \frac{6}{5}$.

$\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x) \Leftrightarrow 3x - 2 > 6 - 5x \Leftrightarrow x > 1$.

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $1 < x < \frac{6}{5} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{6}{5} \end{cases}$.

Vậy $S = a + b = 1 + \frac{6}{5} = \frac{11}{5}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 9. Biết phương trình $8 \log_2^2 \sqrt[3]{x} + 2(m - 1) \log_{\frac{1}{4}} x - 2019 = 0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 x_2 = 4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m \in (1; 2)$.

B. $m \in (2; 5)$.

C. $m \in (0; 1)$.

D. $m \in (4; 7)$.

Lời giải.

Ta có $8 \log_2^2 \sqrt[3]{x} + 2(m - 1) \log_{\frac{1}{4}} x - 2019 = 0 \Leftrightarrow \frac{8}{9} \log_2^2 x - (m - 1) \log_2 x - 2019 = 0$.

Đặt $t = \log_2 x \Leftrightarrow x = 2^t$ ta được $\frac{8}{9} t^2 - (m - 1)t - 2019 = 0$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 x_2 = 4$ khi và chỉ khi

$$\frac{8}{9} t^2 - (m - 1)t - 2019 = 0$$

có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn

$$2^{t_1+t_2} = 4 \Leftrightarrow t_1 + t_2 = 2 \Leftrightarrow \frac{9(m-1)}{8} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{25}{9} \in (2; 5).$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m + 3)9^x + (2m - 1)3^x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $-3 < m < -1$.

B. $-3 < m < -\frac{3}{4}$.

C. $-1 < m < -\frac{3}{4}$.

D. $m \geq -3$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x > 0$ ta có phương trình $(m + 3)t^2 + (2m - 1)t + m + 1 = 0$ (1).

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu (giả sử $x_1 < 0 < x_2$) $\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm dương phân biệt thỏa $0 < t_1 = 3^{x_1} < 1 < 3^{x_2} = t_2$, nghĩa là $0 < t_1 < 1 < t_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+3 \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ (t_1-1)(t_2-1) < 0 \\ t_1 t_2 > 0 \\ t_1+t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ -20m-11 > 0 \\ t_1 t_2 - (t_1+t_2) + 1 < 0 \\ t_1 t_2 > 0 \\ t_1+t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m < -\frac{11}{20} \\ \frac{m+1}{m+3} + \frac{2m-1}{m+3} + 1 < 0 \\ \frac{m+1}{m+3} > 0 \\ -\frac{2m-1}{m+3} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m < -\frac{11}{20} \\ \frac{4m+3}{m+3} < 0 \\ \frac{m+1}{m+3} > 0 \\ -\frac{2m-1}{m+3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m < -\frac{11}{20} \\ -3 < m < -\frac{3}{4} \\ m < -3 \vee m > -1 \\ -3 < m < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < -\frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x - m = 0$ có nghiệm $x \in (0; 1)$.

- A. $m \geq 0$. B. $m \geq -\frac{1}{4}$. C. $m \geq -1$. D. $m \leq -\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_2 x$, vì $0 < x < 1$ nên $t < 0$ hay $t \in (-\infty; 0)$.

Phương trình trở thành $t^2 + t - m = 0 \Leftrightarrow m = t^2 + t$.

Xét hàm $f(t) = t^2 + t$ trên $(-\infty; 0)$.

Đồ thị hàm số $y = f(t)$ là parabol có hoành độ đỉnh $t = -\frac{1}{2} \in (-\infty; 0)$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0
y'		$-$	$+$
y	$+\infty$	$-\frac{1}{4}$	0

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc $(0; 1)$ khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại ít nhất 1 điểm thuộc $(-\infty; 0) \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 12. Cho phương trình $\log_3^2 x - 4 \log_3 x + m - 3 = 0$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 > x_2 > 1$.

- A. 6. B. 4. C. 3. D. 5.

Lời giải.

Đặt $t = \log_3 x$. Phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 4t + m - 3 = 0$ (*).

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 > t_2 > 0$.

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 > t_2 > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - m > 0 \\ m - 3 > 0 \\ 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 7.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 13. Cho các số thực $a, b > 1$ thỏa mãn $a^{\log_b a} + 16b^{\log_a \left(\frac{b^8}{a^3}\right)} = 12b^2$. Giá trị của biểu thức $P = a^3 + b^3$ là

A. $P = 20$.

B. $P = 39$.

C. $P = 125$.

D. $P = 72$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} a^{\log_b a} + 16b^{\log_a \left(\frac{b^8}{a^3}\right)} &= 12b^2 \\ \Leftrightarrow a^{\log_b a} + 16b^{\log_a b^8 - \log_a a^3} &= 12b^2 \\ \Leftrightarrow a^{\log_b a} + 16b^{8\log_a b - 3} &= 12b^2 \\ \Leftrightarrow a^{\log_b a} + 16b^{\frac{8}{\log_b a} - 3} &= 12b^2 \end{aligned}$$

Đặt $t = \log_b a \Rightarrow t > 0$. Khi đó: $b^{t^2} + 16b^{\frac{8}{t} - 3} = 12b^2$

Ta có

$$\begin{aligned} b^{t^2} + 16b^{\frac{8}{t} - 3} &= b^{t^2} + 8b^{\frac{8}{t} - 3} + 8b^{\frac{8}{t} - 3} \geq 3\sqrt[3]{b^{t^2} \cdot 8b^{\frac{8}{t} - 3} \cdot 8b^{\frac{8}{t} - 3}} \\ &= 12\sqrt[3]{b^{t^2 + \frac{8}{t} - 3 + \frac{8}{t} - 3}} \geq 12\sqrt[3]{b^{3\sqrt[3]{t^2 \cdot \frac{8}{t} \cdot \frac{8}{t}} - 6}} = 12b^2 \end{aligned}$$

Vậy ta có: $b^{t^2} + 16b^{\frac{8}{t} - 3} \geq 12b^2$. Yêu cầu bài toán tương đương với dấu bằng xảy ra

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ b^4 = 8b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_b a = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases}$$

Từ đó ta có: $P = a^3 + b^3 = 72$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 14. Phương trình $9^x - 6^x = 2^{2x+1}$ có bao nhiêu nghiệm âm?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Phương pháp:

Chuyển vế, chia cả hai vế cho 4^x và giải phương trình thu được tìm nghiệm.

Cách giải:

$$9^x - 6^x = 2^{2x+1} \Leftrightarrow 9^x - 2 \cdot 4^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{3}{2}\right)^x - 2 = 0$$

$$\text{Đặt } \left(\frac{3}{2}\right)^x = t > 0 \text{ thì } t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = 2 \text{ (nhận)} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_{\frac{3}{2}} 2 > 0.$$

Vậy phương trình không có nghiệm nào âm.

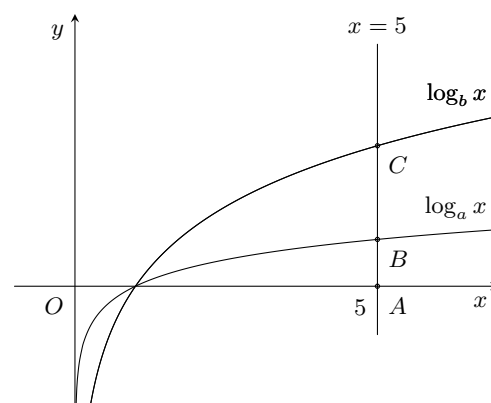
Chọn đáp án **B**

□

Câu 15.

Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng $x = 5$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B và C . Biết rằng $CB = 2AB$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. $a = 5b$. B. $a = b^2$. C. $a = b^3$. D. $a^3 = b$.

**Lời giải.**

Ta có $A(5; 0)$, $B(5; \log_a 5)$, $C(5; \log_b 5)$.

$$CB = 2AB \Leftrightarrow \log_b 5 - \log_a 5 = 2 \log_a 5 \Leftrightarrow \log_b 5 = 3 \log_a 5 \Leftrightarrow \log_5 b = \frac{1}{3} \log_5 a \Leftrightarrow a = b^3.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 16. Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm phân biệt là

- A. Vô số. B. 4. C. 3. D. 5.

Lời giải.

$$\text{Phương trình đã cho} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ mx - 8 = (x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ m = \frac{x^2 - 2x + 9}{x} \end{cases} (*)$$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 9}{x}$ trên khoảng $(0; 1)$. Ta có $f'(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 3$ (do $x > 1$).

Cùng với $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 8$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, ta có bảng biến thiên của $f(x)$ như sau.

x	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	8	4	$+\infty$

Từ bảng biến thiên trên, ta thấy phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 khi và chỉ khi $4 < m < 8$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{5; 6; 7\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{x+1}{x+4}$.

Tính giá trị của biểu thức $P = f'(0) + f'(3) + f'(6) + \dots + f'(2019)$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{2024}{2023}$. C. $\frac{2022}{2023}$. D. $\frac{2020}{2023}$.

Lời giải.

Với $x \in [0; +\infty)$ ta có $x+1 > 0$ và $x+4 > 0$ nên $f(x) = \ln \frac{x+1}{x+4} = \ln(x+1) - \ln(x+4)$.

Từ đó $f'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+4}$. Do đó

$$\begin{aligned} P &= f'(0) + f'(3) + f'(6) + \dots + f'(2019) \\ &= \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2020} - \frac{1}{2023}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{2023} = \frac{2022}{2023}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 18. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2x - y$.

A. 4.

B. -4.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x+y > 0 \\ x-y > 0 \end{cases}$. Từ đó suy ra $x > 0$.

$$\log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1 \Leftrightarrow \log_4(x^2 - y^2) \geq 1 \Leftrightarrow x^2 - y^2 \geq 4 \Leftrightarrow x \geq \sqrt{y^2 + 4} \text{ (do } x > 0 \text{)}.$$

$$P = 2x - y \geq 2\sqrt{y^2 + 4} - y \text{ với } y \in \mathbb{R}.$$

Xét hàm số $f(y) = 2\sqrt{y^2 + 4} - y$ với $y \in \mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$f'(y) = \frac{2y}{\sqrt{y^2 + 4}} - 1 = \frac{2y - \sqrt{y^2 + 4}}{\sqrt{y^2 + 4}}; f'(y) = 0 \Leftrightarrow 2y = \sqrt{y^2 + 4} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0 \\ y^2 = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow y = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Bảng biến thiên

y	$-\infty$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$+\infty$
$f'(y)$	-	0	+
$f(y)$	$+\infty$	$2\sqrt{3}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $\min_{y \in \mathbb{R}} f(y) = 2\sqrt{3} = f\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

Suy ra $P \geq 2\sqrt{3}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x = \sqrt{y^2 + 4} \\ y = \frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{\sqrt{3}} \\ y = \frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases}$.

Vậy $\min P = 2\sqrt{3}$ đạt được khi $(x; y) = \left(\frac{4}{\sqrt{3}}; \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 19. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $16^x - 2(m+1)4^x + 3m - 8 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. 6.

B. 7.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $t = 4^x, t > 0$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 0 < x_2$ khi và chỉ khi phương trình $t^2 - 2(m+1)t + 3m - 8 = 0$ có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn

$$0 < t_1 < 1 < t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m + 9 > 0 \\ m > -1 \\ m > \frac{8}{3} \\ m < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{8}{3} < m < 9.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{3; 4; 5; 6; 7; 8\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 20. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{16}(a + 3b) = \log_9 a = \log_{12} b$. Giá trị của $\frac{a^3 - ab^2 + b^3}{a^3 + a^2b + 3b^3}$ bằng

A. $\frac{6 - \sqrt{13}}{11}$. B. $\frac{82 - 17\sqrt{13}}{69}$. C. $\frac{5 - \sqrt{13}}{6}$. D. $\frac{3 - \sqrt{13}}{11}$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_{16}(a + 3b) = \log_9 a = \log_{12} b$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 16^t = a + 3b \\ 9^t = a \\ 12^t = b \end{cases} \Rightarrow 9^t + 3 \cdot 12^t = 16^t \Rightarrow \left(\frac{9}{16}\right)^t + 3\left(\frac{3}{4}\right)^t = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} = \frac{a}{b}$$

$$\text{Vậy } \frac{a^3 - ab^2 + b^3}{a^3 + a^2b + 3b^3} = \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^3 - \frac{a}{b} + 1}{\left(\frac{a}{b}\right)^3 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 3} = \frac{5 - \sqrt{13}}{6}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 21. Để đầu tư dự án trồng rau sạch theo công nghệ mới bác Năm đã làm hợp đồng xin vay vốn ngân hàng với số tiền 100 triệu đồng với lãi suất $x\%$ trên một năm. Điều kiện kèm theo của hợp đồng là số tiền lãi tháng trước sẽ được tính làm vốn để sinh lãi cho tháng sau. Sau hai năm thành công với dự án rau sạch của mình, bác Năm đã thanh toán hợp đồng ngân hàng số tiền làm tròn là 129.512.000 đồng. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x = 13$. B. $x = 15$. C. $x = 12$. D. $x = 14$.

Lời giải.

Lãi suất mỗi tháng là $\frac{x}{12}\%$. Theo công thức lãi kép, ta có

$$100 \cdot \left(1 + \frac{x}{12}\%\right)^{24} = 129,512 \Rightarrow \frac{x}{12}\% = \sqrt[24]{\frac{129,512}{100}} - 1 \approx 0,0108.$$

Vậy $x \approx 13$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 22. Cho $M = \log_{12} x = \log_3 y$. Khi đó M bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\log_4 \frac{x}{y}$. B. $\log_{36} \frac{x}{y}$. C. $\log_9(x - y)$. D. $\log_{15}(x + y)$.

Lời giải.

$$\text{Do } M = \log_{12} x = \log_3 y \text{ nên } \begin{cases} x = 12^M > 0 \\ y = 3^M > 0 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{x}{y} = \frac{12^M}{3^M} = 4^M \text{ hay } M = \log_4 \frac{x}{y}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để bất phương trình

$$(6 + 2\sqrt{7})^x + (2 - m)(3 - \sqrt{7})^x - (m + 1)2^x \geq 0$$

nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$?

A. 10.

B. 9.

C. 12.

D. 11.

Lời giải.

Chia cả 2 vế của bất phương trình cho $2^x > 0$ ta được

$$(3 + \sqrt{7})^x + (2 - m) \left(\frac{3 - \sqrt{7}}{2} \right)^x - (m + 1) \geq 0.$$

Nhận thấy $(3 + \sqrt{7})^x \cdot \left(\frac{3 - \sqrt{7}}{2} \right)^x = 1$, do đó đặt $t = (3 + \sqrt{7})^x$ ($t > 0$) $\Rightarrow \left(\frac{3 - \sqrt{7}}{2} \right)^x = \frac{1}{t}$.

Phương trình trở thành

$$\begin{aligned} t + (2 - m) \frac{1}{t} - (m + 1) &\geq 0 \Leftrightarrow t^2 - (m + 1)t + 2 - m \geq 0 \\ &\Leftrightarrow t^2 - t + 2 \geq m(t + 1) \\ &\Leftrightarrow m \leq \frac{t^2 - t + 2}{t + 1}. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - t + 2}{t + 1}$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = \frac{(2t - 1)(t + 1) - t^2 + t - 2}{(t + 1)^2} = \frac{t^2 + 2t - 3}{(t + 1)^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

t	0	1	$+\infty$		
$f'(t)$		-	0	+	
$f(t)$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $m \leq 1$.

Kết hợp điều kiện đề bài có 12 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 24. Cho $a, b > 0$; $a, b \neq 1$; $a \neq b^2$. Biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_a a} \frac{a}{b^2}$ có giá trị bằng

A. 6.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$P = \log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_a a} \frac{a}{b^2} = 4 \log_a b + 2 \log_a \frac{a}{b^2} = 4 \log_a b + 2 (\log_a a - 2 \log_a b) = 2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 25. Dân số thế giới cuối năm 2010, ước tính khoảng 7 tỉ người. Hỏi với mức tăng trưởng 1,5% mỗi năm thì sau ít nhất bao nhiêu năm nữa dân số thế giới sẽ lên đến 10 tỉ người?

A. 2.

B. 28.

C. 23.

D. 24.

Lời giải.

Áp dụng công thức: $S_n = A(1 + r)^n$

Suy ra: $n = \log_{(1+r)} \left(\frac{S_n}{A} \right)$

Trong đó: $A = 7; S_n = 10; r = 1,5\% = \frac{1,5}{100}$.

Ta được $n = 23,95622454$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 26. Phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x-1}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Phương pháp

Sử dụng công thức: $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

Giải phương trình mũ: $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.

Cách giải:

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x-1} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = \left(\frac{1}{7}\right)^{1-x}$$

$$x^2 - 2x - 3 = 1 - x \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 27. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$.

A. $m \in (1; 3)$.

B. $m \in \left(\frac{9}{2}; 5\right)$.

C. $m \in (3; 5)$.

D. $m \in (-2; -1)$.

Lời giải.

Ta có $4^x - m2^{x+1} + 2m = 0 \Leftrightarrow 4^x - 2m2^x + 2m = 0$. (1)

Đặt $t = 2^x > 0$, phương trình (1) trở thành $t^2 - 2mt + 2m = 0$. (2)

Phương trình (1) có hai nghiệm thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$, khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm

thỏa mãn $t_1 \cdot t_2 = 8$. Tức là $\begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ P = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m \geq 0 \\ 2m = 8 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 28. Tính tổng T của các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $e^x + (m^2 - m)e^{-x} = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn $\frac{1}{\log e}$.

A. $T = 28$.

B. $T = 20$.

C. $T = 21$.

D. $T = 27$.

Lời giải.

Đặt $t = e^x, t > 0$. Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2mt + m^2 - m = 0$ (1).

Phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn $\frac{1}{\log e}$ khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa $0 < t_1 < t_2 < 10$.

Nghĩa là

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ af(10) > 0 \\ 0 < \frac{S}{2} < 10 \\ P > 0. \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < \frac{21 - \sqrt{41}}{2}.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Vậy $T = 27$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 29. Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 sao cho $y^x \cdot (e^x)^{e^y} \geq x^y \cdot (e^y)^{e^x}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $y^x \cdot (e^x)^{e^y} \geq x^y \cdot (e^y)^{e^x} \Leftrightarrow x \ln y + x e^y \geq y \ln x + y e^x \Leftrightarrow \frac{\ln y + e^y}{y} \geq \frac{\ln x + e^x}{x}$.

Đặt $f(t) = \frac{\ln t + e^t}{t}$, với $t > 1$.

Ta có $f'(t) = \frac{e^t(t-1) + 1 - \ln t}{t^2}$.

Xét hàm số $g(t) = e^t(t-1) + 1 - \ln t$ có $g'(t) = e^t(t-1) + e^t - \frac{1}{t} > 0$, mọi $t > 1$. Suy ra $g(t) > g(1) > 0$ với mọi $t > 1$, suy ra $f'(t) > 0$ với mọi $t > 1$.

Do vậy $\frac{\ln y + e^y}{y} \geq \frac{\ln x + e^x}{x} \Leftrightarrow y \geq x \Rightarrow \log_x y > 1$. Vậy nên

$$\begin{aligned} P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x &= \frac{1}{2}(1 + \log_x y) + \frac{1}{\log_x y} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_x y + \frac{1}{\log_x y} \\ &\geq \frac{1}{2} + \sqrt{2} \\ &= \frac{1+2\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 30. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(1; 20)$ để $\forall x \in \left(\frac{1}{3}; 1\right)$ đều là nghiệm của bất phương trình $\log_m x > \log_x m$?

A. 18.

B. 16.

C. 17.

D. 0.

Lời giải.

ĐK $0 < x \neq 1$. BPT $\Leftrightarrow \log_m x > \frac{1}{\log_m x} \Leftrightarrow \frac{(\log_m x)^2 - 1}{\log_m x} > 0$. (*)

Do $x \in \left(\frac{1}{3}; 1\right) \Rightarrow \log_m x < 0$. Do đó (*) $\Leftrightarrow -1 < \log_m x < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{m} < x < m$

Để mọi $x \in \left(\frac{1}{3}; 1\right)$ đều là nghiệm của BPT thì $\frac{1}{m} \leq \frac{1}{3} < 1 \leq m \Leftrightarrow m \geq 3 \Rightarrow m \in \{3; 4; \dots; 19\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 31. Tính bình phương tổng các nghiệm của phương trình $3\sqrt{\log_2 x} - \log_2(4x) = 0$.

A. 5.

B. 324.

C. 9.

D. 260.

Lời giải.

Điều kiện : $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$.

Khi đó

$$\begin{aligned}
 & 3\sqrt{\log_2 x} - \log_2(4x) = 0 \\
 \Leftrightarrow & 3\sqrt{\log_2 x} - (2 + \log_2 x) = 0 \\
 \Leftrightarrow & -\log_2 x + 3\sqrt{\log_2 x} - 2 = 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 2 \\ x = 16. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ta thấy $x = 2, x = 16$ thỏa điều kiện.

Vậy tổng bình phương các nghiệm bằng $2^2 + 16^2 = 260$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 32. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. 2019.

B. 15.

C. 12.

D. 2018.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x, t > 0$ thì phương trình đã cho trở thành $t^2 - 4t + m + 2 = 0$ (1)

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\begin{aligned}
 \Leftrightarrow & \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 4 - (m + 2) > 0 \\ 4 > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 6 - m > 0 \\ m > -2 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & -2 < m < 6.
 \end{aligned}$$

Các giá trị nguyên thỏa yêu cầu bài toán là 3, 4, 5.

Vậy tổng $S = 3 + 4 + 5 = 12$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 33. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2}{2} - mx + \ln(x - 1)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Hàm số luôn xác định trên $(1; +\infty)$, có $y' = x - m + \frac{1}{x-1} = x + \frac{1}{x-1} - m$.

Để hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow x + \frac{1}{x-1} \geq m, \forall x \in (1; +\infty)$.

Với $x > 1$, áp dụng bất đẳng thức AM-GM:

$$g(x) = x + \frac{1}{x-1} = x - 1 + \frac{1}{x-1} + 1 \geq 2\sqrt{(x-1) \cdot \frac{1}{x-1}} + 1 = 3.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 2$, (thỏa mãn).

Vậy $\min_{(1;+\infty)} g(x) = 3$, hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$ khi và chỉ khi $m \leq 3$ mà $m \in \mathbb{Z}^+$, suy ra $m \in \{1; 2; 3\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 34. Cho hàm số $f(x) = \ln 2018 - \ln \left(\frac{x+1}{x} \right)$. Tính $S = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2017)$

A. $\frac{4035}{2018}$.

B. 2017.

C. $\frac{2016}{2017}$.

D. $\frac{2017}{2018}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = -\frac{x}{x+1} \cdot \left(-\frac{1}{x^2} \right) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$.

Do đó $S = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018} = 1 - \frac{1}{2018} = \frac{2017}{2018}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị của thực của tham số m để phương trình $9^{|\cos x|} - (m-1)3^{|\cos x|} - m - 2 = 0$ có nghiệm thực.

A. $m \geq \frac{5}{2}$.

B. $m \leq 0$.

C. $0 < m < \frac{5}{2}$.

D. $0 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^{|\cos x|}$, ($1 \leq t \leq 3$). Phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - (m-1)t - m - 2 = 0 \Leftrightarrow m(1+t) = t^2 + t - 2 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 + t - 2}{t+1} = f(t), t \in [1; 3]. \quad (1)$$

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm thực thuộc $[1; 3]$

$$\Leftrightarrow \min_{[1;3]} f(t) \leq m \leq \max_{[1;3]} f(t).$$

Ta có $f'(t) = \frac{t^2 + 2t + 3}{(t+1)^2} > 0, \forall t \in [1; 3]$. Và $f(1) = 0; f(3) = \frac{5}{2}$.

Vậy $0 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 36. Bất phương trình $6 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 9^x > 0$ có tập nghiệm là?

A. $S = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

Chia cả hai vế của bất phương trình cho 9^x ta được $6 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{2x} - 13 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^x + 6 > 0$.

Đặt $\left(\frac{2}{3} \right)^x = t$ ($t > 0$). Ta được bất phương trình mới $6t^2 - 13t + 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < \frac{3}{2} \\ t > \frac{3}{2} \end{cases}$.

Suy ra $\begin{cases} \left(\frac{2}{3} \right)^x < \frac{3}{2} \\ \left(\frac{2}{3} \right)^x > \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 37. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 4$. Khi đó $x_1^2 + 2x_2^2$ bằng

A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } (2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x - 4 &\Leftrightarrow (2 - \sqrt{3})^x + \frac{1}{(2 - \sqrt{3})^x} = 4 \\ &\Leftrightarrow (2 - \sqrt{3})^{2x} - 4(2 - \sqrt{3})^x + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (2 - \sqrt{3})^x = 2 + \sqrt{3} = (2 - \sqrt{3})^{-1} \\ (2 - \sqrt{3})^x = 2 - \sqrt{3} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}. \end{aligned}$$

Do đó $x_1^2 + 2x_2^2 = |x_1|^2 + 2|x_2|^2 = 1 + 2 = 3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m \log_2 x - 2}{\log_2 x - m - 1}$ nghịch biến trên $(4; +\infty)$.

A. $m < -2$ hoặc $m > 1$.B. $m \leq -2$ hoặc $m = 1$.C. $m < -2$ hoặc $m = 1$.D. $m < -2$.

Lời giải.

— Đặt $t = \log_2 x$; Ta có $x \in (4; +\infty) \Rightarrow t \in (2; +\infty)$.

— Hàm số được viết lại $y = \frac{mt - 2}{t - m - 1}$. (1)

— Vì $t = \log_2 x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên yêu cầu bài toán Tương đương với (1) nghịch biến trên $(2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m(m+1) + 2 < 0 \\ m+1 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 1 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 39. Hàm số $y = \log_2 (4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi

A. $m \geq \frac{1}{4}$.B. $m > 0$.C. $m < \frac{1}{4}$.D. $m > \frac{1}{4}$.

Lời giải.

— Điều kiện $4^x - 2^x + m > 0$.

— Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow 4^x - 2^x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m > -4^x + 2^x, \forall x \in \mathbb{R}$. (*)

— Đặt $t = 2^x, t > 0$. Khi đó (*) trở thành $m > -t^2 + t, \forall t > 0 \Leftrightarrow \max_{(0; +\infty)} \lim f(t)$

với $f(t) = -t^2 + t, t > 0$.

— Ta có $f'(t) = -2t + 1, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

— Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	0	$\frac{1}{4}$	$+\infty$

- Từ bảng biến thiên ta thấy $\max_{(0;+\infty)} \lim_{t \rightarrow \frac{1}{2}} f(t) = \frac{1}{4}$ đạt được khi $t = \frac{1}{2}$.

- Vậy $m > \max_{(0;+\infty)} f(t) \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 40. Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 4$

A. $S = \{4\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{3\}$. D. $S = \{2\}$.

Lời giải.

Phương pháp: Giải phương trình mũ: $a^{f(x)} = a^m \Leftrightarrow f(x) = m$.

Cách giải: Ta có: $2^{x+1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^2 \Leftrightarrow x+1 = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{1\}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 41. Tính tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$.

A. 1. B. $\frac{5}{2}$. C. $-\frac{5}{2}$. D. -1.

Lời giải.

Phương pháp:

+) Giải phương trình mũ: $a^{f(x)} = a^m \Leftrightarrow f(x) = m$.

+) Áp dụng hệ thức Vi-ét.

Cách giải:

Ta có: $2^{2x^2+5x+4} = 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow x_1 x_2 = 1$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(7 - 3\sqrt{5})^{x^2} + m(7 + 3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1}$ có đúng bốn nghiệm phân biệt.

A. $0 < m < \frac{1}{16}$. B. $0 \leq m < \frac{1}{16}$. C. $-\frac{1}{2} < m < 0$. D. $-\frac{1}{2} < m \leq \frac{1}{16}$.

Lời giải.

Phương pháp:

+) Ta có: $(7 + 3\sqrt{5})(7 - 3\sqrt{5}) = 49 - 45 = 4 \Rightarrow 7 - 3\sqrt{5} = \frac{4}{7 + 3\sqrt{5}}$

+) Đặt ẩn phụ và đưa phương trình đã cho về phương trình bậc hai ẩn t từ đó tìm m theo yêu cầu của đề bài.

Cách giải:

Ta có: $(7 + 3\sqrt{5})(7 - 3\sqrt{5}) = 49 - 45 = 4 \Rightarrow 7 + 3\sqrt{5} = \frac{4}{7 - 3\sqrt{5}}$

$$\begin{aligned}
&\text{Khi đó } (7 - 3\sqrt{5})^{x^2} + m(7 + 3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1} \\
&\Leftrightarrow \left(\frac{4}{7 + 3\sqrt{5}}\right)^{x^2} + m(7 + 3\sqrt{5})^{x^2} = \frac{1}{2} \cdot 2^{x^2} \\
&\Leftrightarrow 2 \cdot 2^{x^2} - 2^{x^2} \cdot (7 + 3\sqrt{5})^2 + 2m(7 + 3\sqrt{5})^{x^2} = 0 \\
&\Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{2}{7 + 3\sqrt{5}}\right)^{2x^2} - \left(\frac{2}{7 + 3\sqrt{5}}\right)^{x^2} + 2m = 0(*)
\end{aligned}$$

$$\text{Đặt } \left(\frac{2}{7 + 3\sqrt{5}}\right)^{2x^2} = t \Rightarrow x^2 = \log_{\frac{2}{7+3\sqrt{5}}} t.$$

$$\text{Ta có: } 0 < \frac{2}{7 + 3\sqrt{5}} < 1 \Rightarrow \log_{\frac{2}{7+3\sqrt{5}}} t > 0 \Leftrightarrow 0 < t < 1 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 2t^2 - t + 2m = 0(1)$$

Để phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ pt (1) có hai nghiệm phân biệt $t \in (0; 1)$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ af(0) > 0 \\ af(1) > 0 \\ 0 < -\frac{b}{2a} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 16m > 0 \\ 4m > 0 \\ 2(2m + 1) > 0 \\ 0 < \frac{1}{2} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{16} \\ m > 0 \\ m > -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{16}
\end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log(2x^2 + 3) < \log(x^2 + mx + 1)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. Vô số.

B. 2.

C. 5.

D. 0.

Lời giải.

Phương pháp: Tìm điều kiện xác định của bất phương trình. Giải bất phương trình logarit: $\log f(x) < \log g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < g(x)$.

Cách giải:

$$\log(2x^2 + 3) < \log(x^2 + mx + 1), \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 0 < 2x^2 + 3 < x^2 + mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - mx + 2 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 < 0 \\ \Delta = m^2 - 8 < 0 \end{cases} \text{ (vô nghiệm)}$$

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 44. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{4x + 7}{\log_{2018}(x^2 - 2x + m^2 - 6m + 10)}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ là:

A. $(2; 4) \setminus \{3\}$.

B. $[2; 4] \setminus \{3\}$.

C. $[4; +\infty)$.

D. $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải.

Phương pháp: +) Hàm số $y = \log_a f(x)$ ($0 < a \neq 1$) xác định $\Leftrightarrow f(x) > 0$.

+) Hàm số $\frac{1}{A}$ xác định $\Leftrightarrow A \neq 0$.

Cách giải: Hàm số $y = \frac{4x + 7}{\log_{2018}(x^2 - 2x + m^2 - 6m + 10)}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} \log_{2018}(x^2 - 2x + m^2 - 6m + 10) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 - 2x + m^2 - 6m + 10 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + m^2 - 6m + 10 \neq 1, \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 - 2x + m^2 - 6m + 10 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (m-3)^2 \neq 1, \forall x \in \mathbb{R} \\ (x-1)^2 + (m-3)^2 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 \neq 1 - (x-1)^2, \forall x \in \mathbb{R} \\ (x-1)^2 + (m-3)^2 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 > 1 \\ m-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < 2 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < 2 \end{cases}
\end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(4x - x^2) = \log_2 m$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						

- A. $m \in (0; 8)$. B. $m \in \left(\frac{1}{2}; 8\right)$. C. $m \in (-1; 3)$. D. $m \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, suy ra

$$f'(4x - x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - x^2 = 0 \\ 4x - x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \\ x = 2. \end{cases} \quad (\text{bội hai})$$

$$f'(4x - x^2) > 0 \Leftrightarrow 0 < 4x - x^2 < 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 4 \\ x \neq 2. \end{cases}$$

Đặt $g(x) = f(4x - x^2)$, suy ra $g'(x) = (4 - 2x) \cdot f'(4x - x^2)$. Lập bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
$4 - 2x$		+	0	+	0	-	0	-	
$f'(4x - x^2)$		-	0	+	0	+	0	-	
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$g(x)$	$+\infty$								

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $g(x)$, suy ra phương trình $f(4x - x^2) = \log_2 m$ có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $\max\{g(0); g(4)\} < \log_2 m < g(2)$.

Ta có $g(0) = f(0) = -1$, $g(4) = f(0) = -1$ và $g(2) = f(4) = 3$.

Vậy $-1 < \log_2 m < 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 8$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 46. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1)^2 - \log_2(x-3)^2 = 2\log_2(x-1)$ trên $\mathbb{R}$. Tìm số phần tử của S .

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $x > 1$ và $x \neq 3$.

Phương trình đã cho viết lại như sau

$$\begin{aligned} & \log_2(x-1)^4 - \log_2(x-3)^2 = \log_2(x-1)^2 \\ \Leftrightarrow & \log_2(x-1)^4 = \log_2[(x-1)^2 \cdot (x-3)^2] \\ \Leftrightarrow & (x-1)^4 = (x-3)^2 \cdot (x-1)^2 \\ \Leftrightarrow & (x-1)^2 = (x-3)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = x-3 \\ x-1 = 3-x \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \quad (\text{nhận}). \end{aligned}$$

Vậy $S = \{2\}$. Khi đó, số phần tử của S là 1.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số $y = \ln(x^2 + 2) - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 2019.

B. 2020.

C. 4038.

D. 1009.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{2x}{x^2 + 2} - m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{x^2 + 2} - m \geq 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{2x}{x^2 + 2} \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}.$$

Xét $h(x) = \frac{2x}{x^2 + 2}$ với $x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } h'(x) = \frac{4 - 2x^2}{(x^2 + 2)^2}.$$

$$\text{Cho } h'(x) = 0 \Leftrightarrow 4 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$+\infty$			
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	0		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		0

Suy ra $m \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$, m là số nguyên trong đoạn $[-2019; 2019]$ nên có 2019 số.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 48. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $[-2017; 2017]$ để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

A. 4015.

B. 4014.

C. 2017.

D. 2018.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log(mx) = 2\log(x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ mx = (x+1)^2 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Để thấy } x=0 \text{ không phải là nghiệm của (1), do đó (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ m = \frac{(x+1)^2}{x} = x + \frac{1}{x} + 2 \end{cases} \quad (2)$$

Xét hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x} + 2$ trên $\in (-1; +\infty) \setminus \{0\}$.

Ta có $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \text{ (loại)} \end{cases}$. Bảng biến thiên

x	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	0	$+\infty$	4	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: phương trình đã cho có 1 nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m = 4 \end{cases}$.

Mà $m \in \mathbb{Z}, m \in [-2017; 2017] \Rightarrow m \in \{-2017; -2016; \dots; -1\} \cup \{4\}$. Vậy, có 2018 giá trị của m thoả mãn.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 49. Số nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 + \log_8 (x-6)^3 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{7}$:

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

ĐK: $x > 6$.

$$\text{Ta có } \log_4 x^2 + \log_8 (x-6)^3 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{7} \Leftrightarrow \log_2 x + \log_2 (x-6) = \log_2 7.$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x(x-6) = \log_2 7 \Leftrightarrow x(x-6) = 7 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \end{cases} \quad (l)$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 50. Tìm m của hàm số $y = \frac{5^{-x} + 2}{5^{-x} - m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

A. $m < -2$.B. $m > -2$.C. $m \leq -2$.D. $-2 < m \leq 1$.

Lời giải.

$$y = \frac{5^{-x} + 2}{5^{-x} - m} \Rightarrow y' = \frac{-5^{-x} \ln 5 (5^{-x} - m) + 5^{-x} \ln 5 (5^{-x} + 2)}{(5^{-x} - m)^2} = \frac{5^{-x} \ln 5 (2 + m)}{(5^{-x} - m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m + 2 > 0 \\ 5^{-x} - m \neq 0, \forall x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ 5^{-x} \neq m, \forall x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m \leq 1 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 51. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x + m = 0$ có nghiệm $x \in (0; 1)$.

A. $m \leq \frac{1}{4}$.

B. $m \leq 1$.

C. $m \geq \frac{1}{4}$.

D. $m \geq 1$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_2 x$. Với $x \in (0; 1) \Leftrightarrow t \in (-\infty; 0)$.

Phương trình trở thành $t^2 + t + m = 0 \Leftrightarrow m = -t^2 - t$ (*).

Ta cần tìm m để phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có nghiệm.

Xét hàm $f(t) = -t^2 - t$ với $t \in (-\infty; 0)$; $f'(t) = -2t - 1$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(t)$		+	0
$f(t)$	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$-\infty$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 52. Bất phương trình $(x^3 - 9x) \ln(x + 5) \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên ?

A. 4.

B. 7.

C. 6.

D. Vô số.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > -5$ (*).

Xét $(x^3 - 9x) \ln(x + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 9x = 0 \\ \ln(x + 5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \text{ (thỏa mãn điều kiện (*))} \\ x = -4 \end{cases}$.

Bảng xét dấu của biểu thức $f(x) = (x^3 - 9x) \ln(x + 5)$ trên khoảng $(-5; +\infty)$.

x	-5	-4	-3	0	3	$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	0	+

Khi đó $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq x \leq -3 \\ 0 \leq x \leq 3. \end{cases}$

Vì $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-4; -3; 0; 1; 2; 3\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 53. Cho hàm số $f(x) = 2^x - 2^{-x}$. Gọi m_0 là số lớn nhất trong các số nguyên m thỏa mãn $f(m) + f(2m - 2^{12}) < 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m_0 \in [1; 505]$.

B. $m_0 \in [505; 1009]$.

C. $m_0 \in [1009; 1513]$.

D. $m_0 \in [1513; 2009]$.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có $f(x) + f'(x) = e^{-x} \Leftrightarrow f(x)e^x + f'(x)e^x = 1 \Leftrightarrow (f(x)e^x)' = 1 \Leftrightarrow f(x)e^x = x + C_1$. Vì $f(0) = 2 \Rightarrow C_1 = 2 \Rightarrow f(x)e^{2x} = (x + 2)e^x$ nên $\int f(x)e^{2x} dx = \int (x + 2)e^x dx = \int (x + 2)d(e^x) = (x + 2)e^x - \int e^x d(x + 2) = (x + 2)e^x - \int e^x dx = (x + 2)e^x - e^x + C = (x + 1)e^x + C$. □

Câu 54. Cho các số thực a, b thỏa mãn $1 < a < b$ và $\log_a b + \log_b a^2 = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{ab} \frac{a^2 + b}{2}$.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 6.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\log_a b + \log_b a^2 = 3 \Leftrightarrow \log_a b + 2 \log_b a = 3$. (1)

Đặt $t = \log_a b$. Do $1 < a < b \Leftrightarrow t > \log_a b \Rightarrow t > 1$.

Khi đó (1) trở thành: $t + \frac{2}{t} = 3 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (không thỏa)} \\ t = 2 \text{ (thỏa)} \end{cases}$.

Với $t = 2$ ta có $\log_a b = 2 \Leftrightarrow b = a^2$.

Suy ra $T = \log_{ab} \frac{a^2 + b}{2} = \log_{a^3} a^2 = \frac{2}{3} \log_a a = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 55. Cho $f(x) = \frac{x^2}{-x+1}$. Tính $f^{(2018)}(x)$

A. $-\frac{2018!}{(-x+1)^{2018}}$.

B. $\frac{2018!}{(-x+1)^{2019}}$.

C. $-\frac{2018!}{(-x+1)^{2019}}$.

D. $\frac{2018!}{(-x+1)^{2018}}$.

Lời giải.

Ta có: $f(x) = \frac{x^2}{-x+1} = -x-1 - \frac{1}{x-1}$ $f'(x) = -1 + \frac{1}{(x-1)^2}$; $f''(x) = -\frac{1 \cdot 2}{(x-1)^3}$; $f'''(x) = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{(x-1)^4}$

Dự đoán: $f^{(2018)}(x) = \frac{-2018!}{(x-1)^{2019}}$

(Có thể chứng minh tổng quát bằng phương pháp quy nạp. Nhưng do đây là bài thi Trắc nghiệm nên bỏ qua!)

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 56. Tìm tổng tất cả các nghiệm của phương trình

$$\frac{1}{2} \cdot \log_2(x+3) = \log_2(x+1) + x^2 - x - 4 + 2\sqrt{x+3}.$$

A. $S = -1$.

B. $S = 1 - \sqrt{2}$.

C. $S = 1$.

D. $S = 2$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x+3 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > -1$.

Phương trình đã cho tương đương với:

$$\log_2 \sqrt{x+3} - 2\sqrt{x+3} + x + 3 = \log_2(x+1) - 2(x+1) + (x+1)^2. \quad (1)$$

Xét $f(t) = \log_2 t - 2t + t^2$ với $t > 0$.

$$f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} - 2 + 2t = \frac{(2 \ln 2)t^2 - (2 \ln 2)t + 1}{t \ln 2} = \frac{2 \ln 2 \cdot \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 - \frac{1}{2} \ln 2}{t \cdot \ln 2} > 0, \forall t > 0.$$

Ta có $f(t)$ là hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ và $\begin{cases} (\sqrt{x+3}) \in (0; +\infty) \\ (x+1) \in (0; +\infty) \end{cases}$.

Do đó (1) $\Leftrightarrow f(\sqrt{x+3}) = f(x+1) \Leftrightarrow \sqrt{x+3} = x+1$

$$\Leftrightarrow x+3 = (x+1)^2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2. \end{cases}$$

So với điều kiện ta nhận $x = 1$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho là $S = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 57. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+2} + 27 = 0$ bằng

A. 9.

B. 18.

C. 3.

D. 27.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
 & 3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+2} + 27 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 3^{2x} - 2 \cdot 9 \cdot 3^x + 27 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 3^{2x} - 18 \cdot 3^x + 27 = 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 3^{x_1} = 9 + 3\sqrt{6} \\ 3^{x_2} = 9 - 3\sqrt{6} \end{cases} \\
 \Rightarrow & 3^{x_1} \cdot 3^{x_2} = (9 + 3\sqrt{6})(9 - 3\sqrt{6}) \\
 \Leftrightarrow & 3^{x_1+x_2} = 9^2 - (3\sqrt{6})^2 = 27 \\
 \Leftrightarrow & x_1 + x_2 = 3.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 58. Cho các số thực dương $x, y \neq 1$ và thỏa mãn $\log_x y = \log_y x, \log_x(x-y) = \log_y(x+y)$. Giá trị của $x^2 + xy - y^2$ bằng

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Điều kiện: $x > y > 0, x, y \neq 1$

Ta có:

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} \log_x y = \log_y x \\ \log_x(x-y) = \log_y(x+y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_x y = \frac{1}{\log_x y} \\ \log_x(x-y) = \log_y(x+y) \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} \log_x y = \pm 1 \\ \log_x(x-y) = \log_y(x+y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} y = x (\text{không thỏa mãn}) \\ y = \frac{1}{x} \end{cases} \\ \log_x(x-y) = \log_y(x+y) \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ \log_x(x-y) = \log_{x^{-1}}(x+y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ \log_x(x-y) + \log_x(x+y) = 0 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ \log_x(x^2 - y^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1 \\ x^2 - y^2 = 1 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & x^2 + xy - y^2 = 1 + 1 = 2.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 59. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2 \log_{\frac{1}{2}} |x-1| < \log_{\frac{1}{2}} x - 1$ là

A. 3.

B. Vô số.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.Điều kiện $0 < x \neq 1$.

$$\begin{aligned}
 2\log_{\frac{1}{2}} |x-1| < \log_{\frac{1}{2}} x-1 &\Leftrightarrow -2\log_2 |x-1| < -\log_2 x-1 \\
 &\Leftrightarrow \log_2 (x-1)^2 > \log_2 2x \Leftrightarrow (x-1)^2 > 2x \\
 &\Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 + \sqrt{3} \\ x < 2 - \sqrt{3} \end{cases}.
 \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện ta được $\begin{cases} 0 < x < 2 - \sqrt{3} \\ x > 2 + \sqrt{3} \end{cases}$. Do $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{4; 5; \dots\}$.

Vậy bất phương trình có vô số nghiệm.

Chọn đáp án (B) □

Câu 60. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^x + 2m + 1 = 0$ có nghiệm. Tập $\mathbb{R} \setminus S$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 1.

B. 4.

C. 9.

D. 7.

Lời giải.Đặt $t = 2^x > 0$. Khi đó phương trình trở thành $t^2 - mt + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 + 1 = m(t - 2)$.

Nhận thấy $t = 2$ không là nghiệm của phương trình nên chia cả 2 vế của phương trình cho $t - 2$ ta được $m = \frac{t^2 + 1}{t - 2} = f(t) \ (t > 0)(*)$.

Số nghiệm của phương trình (*) chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(t)$ và đường thẳng $y = m$ song song với trục hoành.

$$\text{Ta có: } f'(t) = \frac{2t(t-2) - t^2 - 1}{(t-2)^2} = \frac{t^2 - 4t - 1}{(t-2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 + \sqrt{5} \in (0; +\infty) \\ t = 2 - \sqrt{5} \notin (0; +\infty) \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

t	0	2	$2 + \sqrt{5}$	$+\infty$
$f'(t)$		-	- 0 +	
$f(t)$	$-\frac{1}{2}$		$4 + 2\sqrt{5}$	$+\infty$
		$-\infty$		

$$\text{Dựa vào BBT ta thấy phương trình (*) có nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m \geq 4 + 2\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup [4 + 2\sqrt{5}; +\infty) \Rightarrow \mathbb{R} \setminus S = \left[-\frac{1}{2}; 4 + 2\sqrt{5}\right) \text{ có 9 giá trị nguyên là } \{0; 1; 2; \dots; 8\}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 61. Tập hợp tất cả các số thực x không thỏa mãn bất phương trình $9^{x^2-4} + (x^2-4) \cdot 2019^{x-2} \geq 1$ là khoảng $(a; b)$. Tính $b - a$.

A. 5.

B. 4.

C. -5.

D. -1.

Lời giải.— Trường hợp 1. $x^2 - 4 < 0$ ta có $9^{x^2-4} + (x^2-4) \cdot 2019^{x-2} < 9^0 + 0 \cdot 2019^{x-2} = 1$.— Trường hợp 2. $x^2 - 4 \geq 0$ ta có $9^{x^2-4} + (x^2-4) \cdot 2019^{x-2} \geq 9^0 + 0 \cdot 2019^{x-2} = 1$.

Vậy tập hợp các giá trị của x không thỏa mãn bất phương trình là $x \in (-2; 2) \Rightarrow a = -2$,
 $b = 2 \Rightarrow b - a = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 62. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

A. 2018.

B. 1009.

C. 2019.

D. 2017.

Lời giải.

Phương pháp: Hàm số $y = \log_a f(x)$ xác định khi và chỉ khi $f(x) > 0$.

Cách giải:

Hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ xác định trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ 1 + m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0.$$

$$\text{Do } \begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-2018; 2018] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-2018; 0) \end{cases} \Rightarrow m \in \{-2018; -2017; \dots; -1\}.$$

Vậy có 2018 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 63. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(x + y)$ và

$$\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}, \text{ với } a, b \text{ là hai số nguyên dương. Tính } T = a^2 + b^2.$$

A. $T = 26$.

B. $T = 29$.

C. $T = 20$.

D. $T = 25$.

Lời giải.

Đặt $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(x + y) = t$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ x + y = 4^t. \end{cases}$$

$$\text{Khi đó ta có: } 9^t + 6^t = 4^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \left(\forall \left(\frac{3}{2}\right)^t > 0 \right).$$

$$\text{Lại có } \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)^t \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow a = 1, b = 5 \text{ hay } T = 26.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 64. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - m2^{x+1} + (2m^2 - 5) = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 1.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x > 0$, phương trình trở thành $t^2 - 2mt + (2m^2 - 5) = 0$ (*).

Yêu cầu bài toán tương đương với “Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình (*)

có hai nghiệm dương phân biệt”. Ta có:

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - (2m^2 - 5) > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m^2 - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m| < \sqrt{5} \\ m > 0 \\ |m| > \frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{10}}{2} < m < \sqrt{5} \Rightarrow m = 2.$$

Vậy có 1 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 65. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $4^x - m2^{x+1} + 3m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$), phương trình trở thành $t^2 - 2mt + 3m - 3 = 0$ (*)

Ta có $\Delta' = m^2 - 3m + 3 > 0$ nên (*) có hai nghiệm là $t_{1,2} = m \pm \sqrt{m^2 - 3m + 3}$.

Để $t_{1,2} > 0$ thì $m > \sqrt{m^2 - 3m + 3} \Leftrightarrow m > 1$.

Hơn nữa $x_1 x_2 < 0$ nên ta có thể giả sử $x_1 > 0, x_2 < 0$, suy ra $t_1 > 1, t_2 < 1$.

Suy ra $(t_1 - 1)(t_2 - 1) < 0$ tức

$$\begin{aligned} & (m + \sqrt{m^2 - 3m + 3} - 1)(m - \sqrt{m^2 - 3m + 3} - 1) < 0 \\ \Leftrightarrow & (m - 1)^2 - (m^2 - 3m + 3) < 0 \\ \Leftrightarrow & m - 2 < 0 \\ \Leftrightarrow & m < 2. \end{aligned}$$

Vậy $1 < m < 2$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 66. Giả sử trong khai triển $(1 + ax)(1 - 3x)^6$ với $a \in \mathbb{R}$ thì hệ số của số hạng chứa x^3 là 405. Tính a .

A. 9.

B. 6.

C. 7.

D. 14.

Lời giải.

Ta có $(1 + ax) \cdot (1 - 3x)^6 = (1 + ax) \cdot \sum_{k=0}^6 C_6^k (-3)^k x^k$.

Số hạng chứa x^3 là $1 \cdot C_6^3 (-3)^3 x^3 + ax \cdot C_6^2 (-3)^2 x^2 = (135a - 540)x^3$.

Theo giả thiết suy ra $135a - 540 = 405 \Leftrightarrow a = 7$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 67. Giả sử x, y, z thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} 2^x \cdot 4^y \cdot 16^z = 1 \\ 4^x \cdot 16^y \cdot 2^z = 2 \\ 16^x \cdot 2^y \cdot 4^z = 4 \end{cases}$. Tìm x .

A. $\frac{3}{8}$.

B. $\frac{8}{3}$.

C. $\frac{4}{7}$.

D. $\frac{7}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$2^x \cdot 4^y \cdot 16^z = 1 \Leftrightarrow \log_2 (2^x \cdot 4^y \cdot 16^z) = 0 \Leftrightarrow \log_2 2^x + \log_2 4^y + \log_2 16^z = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 4z = 0.$$

$$4^x \cdot 16^y \cdot 2^z = 2 \Leftrightarrow \log_2 (4^x \cdot 16^y \cdot 2^z) = \log_2 2 \Leftrightarrow \log_2 4^x + \log_2 16^y + \log_2 2^z = \log_2 2 \Leftrightarrow 2x + 4y + z = 1.$$

$$16^x \cdot 2^y \cdot 4^z = 4 \Leftrightarrow \log_2 (16^x \cdot 2^y \cdot 4^z) = \log_2 4 \Leftrightarrow \log_2 16^x + \log_2 2^y + \log_2 4^z = \log_2 4 \Leftrightarrow 4x + y + 2z = 2.$$

Suy ra hệ
$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 0 \\ 2x + 4y + z = 1 \\ 4x + y + 2z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{7} \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{7}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 68. Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $16^x - 2(m-3)4^x + 3m + 1 = 0$ có nghiệm là

A. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right] \cup [8; +\infty)$.

B. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup [8; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1] \cup [8; +\infty)$.

D. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (8; +\infty)$.

Lời giải.

Đặt $4^x = t$. Phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - 2(m-3)t + 3m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 + 6t + 1}{2t - 3}. \quad (*)$$

Xét hàm số $g(t) = \frac{t^2 + 6t + 1}{2t - 3}$, với $t > 0$ có $g'(t) = \frac{2t^2 - 6t - 20}{(2t - 3)^2}$.

Cho $g'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 5 \text{ (nhận)} \\ t = -2 \text{ (loại)}. \end{cases}$

Bảng biến thiên

t	0	$\frac{3}{2}$	5	$+\infty$
$g'(t)$	-		- 0 +	
$g(t)$	$-\frac{1}{3}$	$+\infty$	8	$+\infty$

Phương trình đã cho có nghiệm khi phương trình (*) có ít nhất 1 nghiệm $t > 0$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có điều kiện của m để phương trình (*) có ít nhất 1 nghiệm $t > 0$ là $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup [8; +\infty)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 69. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{2x^2+3x+7} + 1$. Khi đó S là

A. $\{1; 2\}$.

B. $\{1; 2; -1\}$.

C. $\{1; 2; -1; -5\}$.

D. $\emptyset$.

Lời giải.

Đặt $u = 4^{x^2-3x+2}$, $v = 4^{x^2+6x+5}$ suy ra $4^{2x^2+3x+7} = uv$. Khi đó phương trình trở thành

$$\begin{aligned} u + v &= uv + 1 \\ \Leftrightarrow (u - 1)(v - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ v = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4^{x^2-3x+2} = 1 \\ 4^{x^2+6x+5} = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x^2 + 6x + 7 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -1 \\ x = -5. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; 2; -1; -5\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 70. Cho cấp số cộng (u_n) có tất cả các số hạng đều dương và thỏa mãn $u_1 + u_2 + \dots + u_{2018} = 4(u_1 + u_2 + \dots + u_{1009})$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_3^2 u_2 + \log_3^2 u_5 + \log_3^2 u_{14}$ bằng bao nhiêu?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $S_{2018} = 4S_{1009} \Leftrightarrow 2018u_1 + \frac{2018 \cdot 2017}{2}d = 4 \left(1009u_1 + \frac{1009 \cdot 1008}{2}d \right) \Leftrightarrow d = 2u_1$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} u_2 = 3u_1 \\ u_5 = 9u_1 \\ u_{14} = 27u_1. \end{cases}$$

Do đó,

$$\begin{aligned} P &= \log_3^2 u_2 + \log_3^2 u_5 + \log_3^2 u_{14} = \log_3^2(3u_1) + \log_3^2(9u_1) + \log_3^2(27u_1) \\ &= 3\log_3^2 u_1 + 12\log_3^2 u_1 + 14 \\ &= 3(\log_3 u_1 + 2)^2 + 2 \geq 2 \end{aligned}$$

Vậy $P_{\min} = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 71. Giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2(2m + 1)3^x + 3(4m - 1) = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(3; 9)$.

B. $(9; +\infty)$.

C. $\left(\frac{1}{4}; 3\right)$.

D. $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x$, điều kiện $t > 0$, phương trình trở thành

$$t^2 - 2(2m + 1)t + 3(4m - 1) = 0 \Leftrightarrow (t - 3)(t - 4m + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 4m - 1. \end{cases}$$

Phương trình có hai nghiệm thực x_1, x_2 khi và chỉ khi $\begin{cases} 4m - 1 > 0 \\ 4m - 1 \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{4} \\ m \neq 1. \end{cases}$

Với $t = 3$ ta có $x_1 = 1$.

Với $t = 4m - 1$ ta có $x_2 = \log_3(4m - 1)$.

Mà

$$\begin{aligned} (x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12 &\Leftrightarrow x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) - 8 = 0 \\ &\Leftrightarrow \log_3(4m - 1) + 2[1 + \log_3(4m - 1)] - 8 = 0 \\ &\Leftrightarrow \log_3(4m - 1) = 2 \Leftrightarrow 4m - 1 = 9 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2} \in \left(\frac{1}{4}; 3\right). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 72. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m - 1)x + x^2 + \ln(2x - 1)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ là nửa khoảng $[-a\sqrt{b}; +\infty)$ (với a, b là các số thực dương xác định). Khi đó

A. $a \leq b$.

B. $a \geq b$.

C. $a = b$.

D. $a < b$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > \frac{1}{2}$.

Ta có $y' = \frac{2}{2x - 1} + 2x + m - 1$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0$ với mọi $x > 1$

$\Leftrightarrow \frac{2}{2x - 1} + 2x \geq -m + 1$ với mọi $x > 1$.

Xét hàm $f(x) = \frac{2}{2x - 1} + 2x$ trên miền $(1; +\infty)$. Ta có $f'(x) = 2 - \frac{4}{(2x - 1)^2}$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (2x - 1)^2 = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$. Ta có bảng biến thiên

x	1	$\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	4	$1 + 2\sqrt{2}$	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ khi $-m + 1 \leq 1 + 2\sqrt{2} \Leftrightarrow m \geq -2\sqrt{2}$

$\Rightarrow a = 2, b = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 73. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_5 - 2 \log u_2 = 2(1 + \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1})$ và $u_n = 3u_{n-1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị lớn nhất của n để $u_n < 7^{100}$ bằng

A. $n = 179$.

B. $n = 177$.

C. $n = 191$.

D. $n = 192$.

Lời giải.

Vì $u_n = 3u_{n-1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q = 3$. Do đó $u_5 = 3^3 u_2$. Do vậy,

$$\begin{aligned} \log u_5 - 2 \log u_2 &= 2(1 + \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1}) &\Leftrightarrow 25 \log u_2 &= 2\sqrt{25 \log u_2 + 1} + 2 \\ &\Leftrightarrow (\sqrt{25 \log u_2 + 1} + 1)^2 - 2 \cdot (\sqrt{25 \log u_2 + 1} + 1) - 3 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{25 \log u_2 + 1} = 1 \text{ (thỏa mãn)} \\ \sqrt{25 \log u_2 + 1} = -3 \text{ (loại)} \end{cases} \end{aligned}$$

Với $\sqrt{25 \log u_2 + 1} = 1 \Leftrightarrow \log u_2 = 0 \Leftrightarrow u_2 = 1 \Leftrightarrow u_1 = \frac{1}{3}$. Do đó $u_n = \frac{1}{3} \cdot 3^{n-1} = 3^{n-2}$.

Khi đó

$$u_n < 7^{100} \Leftrightarrow 3^{n-2} < 7^{100} \Leftrightarrow n - 2 < 100 \cdot \log_3 7 \Leftrightarrow n < 2 + 100 \cdot \log_3 7 \approx 179,124.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 74. Cho dãy (u_n) là một cấp số nhân có tất cả các số hạng đều dương và có công bội q . Xét dãy (v_n) với $v_n = \log_a u_n$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$), trong đó $0 < a \neq 1$. Xác định công sai d của cấp số cộng (v_n) .

- A. $d = \log_a \frac{1}{q}$. B. $d = \log_a 2q$. C. $d = \log_a q$. D. $d = \log_a q^2$.

Lời giải.

Ta có $u_n = q \cdot u_{n-1} \Leftrightarrow \log_a u_n = \log_a (q \cdot u_{n-1}) = \log_a q + \log_a u_{n-1} \Leftrightarrow v_n = \log_a q + v_{n-1}$.

Do đó (v_n) là cấp số cộng với công sai $d = \log_a q$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 75. Cho $a \geq b > 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \log_a \left(\frac{a^2}{b} \right) + \log_b \left(\frac{b^3}{a} \right)$ là

- A. -2. B. 3. C. 2. D. 0.

Lời giải.

$$S = 2 - \log_a b + 3 - \log_b a = 5 - \left(\log_b a + \frac{1}{\log_b a} \right).$$

Do $a \geq b > 1$ nên $\log_b a > 0$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có $\log_b a + \frac{1}{\log_b a} \geq 2$.

Suy ra $S \leq 5 - 2 = 3$

Suy ra $\max S = 3$ khi $a = b$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 76. Cho tập hợp $A = \{2^k | k = \overline{1..10}\}$ có 10 phần tử là các lũy thừa của 2. Chọn ngẫu nhiên từ tập A hai số khác nhau a và b . Xác suất để $\log_a b$ là một số nguyên bằng

- A. $\frac{17}{90}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{19}{90}$.

Lời giải.

$$n(\Omega) = A_{10}^2 = 90.$$

Gọi B: " $\log_a b$ là một số nguyên".

Ta có: $\log_a b$ là một số nguyên $\Leftrightarrow b = a^n$ với $a \neq 1$ và $n \in \mathbb{N}$.

$a = 2$ thì b có 10 cách chọn.

$a = 2^2$ thì b có 5 cách chọn.

$a = 2^3$ thì b có 3 cách chọn.

$a = 2^4$ thì b có 2 cách chọn.

$a = 2^5$ thì b có 2 cách chọn.

$a = 2^6$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^7$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^7$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^8$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^9$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^{10}$ thì b có 1 cách chọn.

Suy ra $n(B) = 27$.

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3}{10}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 77. Giá trị của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ là

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 3$.

D. $m = 4$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$, phương trình đã cho với ẩn số t là $t^2 - 2mt + 2m = 0$.

Điều kiện $x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow 2m = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} = 2^3 = 8 \Rightarrow m = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 78. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9(a+b)$. Tính $\frac{a}{b}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

C. $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.

D. $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } t = \log_4 a = \log_6 b = \log_9(a+b) \Rightarrow \begin{cases} a = 4^t \\ b = 6^t \\ a+b = 9^t \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = \left(\frac{2}{3}\right)^t > 0.$$

$$\text{Vậy ta có } a+b = 9^t \Leftrightarrow 4^t + 6^t = 9^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2t} + \left(\frac{2}{3}\right)^t - 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 79. Tìm giá trị m để phương trình $2^{2|x-1|+1} + 2^{|x-1|} + m = 0$ có nghiệm duy nhất.

A. $m = 3$.

B. $m = \frac{1}{8}$.

C. $m = 1$.

D. $m = -3$.

Lời giải.

Giả sử phương trình có nghiệm x_0 của phương trình thì $2 - x_0$ cũng là nghiệm của phương trình.

Do phương trình có nghiệm duy nhất nên $2 - x_0 = x_0 \Leftrightarrow x_0 = 1$.

Với $x_0 = 1$ thay vào phương trình đã cho ta có $2 + 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -3$.

Thử lại với $m = -3$ ta có phương trình: $2^{2|x-1|+1} + 2^{|x-1|} - 3 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2|x-1|} + 2^{|x-1|} - 3 = 0$.

Đặt $t = 2^{|x-1|} > 0$ ta có $2t^2 + t - 3 = 0 \Rightarrow t = 1$ (nhận) hoặc $t = \frac{-3}{2}$ (loại).

Với $2^{|x-1|} = 1 \Leftrightarrow x = 1$. Vậy $m = -3$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 80. Cho x, y là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $\ln x + \ln y = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $x + y$.

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Với $x, y > 0$, ta có $\ln x + \ln y = 0 \Leftrightarrow \ln xy = 0 \Leftrightarrow xy = 1$.

Theo bất đẳng thức Cauchy, ta có

$$1 = xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \Rightarrow x+y \geq 2.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $x + y$ là 2.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 81. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m \cdot 4^{x^2-2x-1} - (1-2m) \cdot 10^{x^2-2x-1} + m \cdot 25^{x^2-2x-1} \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

- A. $m < 0$. B. $m \geq \frac{100}{841}$. C. $m \leq \frac{1}{4}$. D. $m \leq \frac{100}{841}$.

Lời giải.

$$m \cdot 4^{x^2-2x-1} - (1-2m) \cdot 10^{x^2-2x-1} + m \cdot 25^{x^2-2x-1} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m - (1-2m) \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{x^2-2x-1} + m \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{2(x^2-2x-1)} \leq 0 \quad (1).$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{5}{2}\right)^{x^2-2x-1}, t > 0.$$

$$\text{Xét } u(x) = x^2 - 2x - 1, \forall x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right].$$

$$u'(x) = 2x - 2; u'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$u\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{7}{4}; u(1) = -2; u(2) = -1 \Rightarrow \min_{x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]} u(x) = -2; \max_{x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]} u(x) = -1.$$

$$\Rightarrow \frac{4}{25} \leq t \leq \frac{2}{5}.$$

$$\text{Khi đó } (1) \Leftrightarrow m - (1-2m)t + mt^2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{t}{t^2 + 2t + 1}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{t}{t^2 + 2t + 1}, t \in \left[\frac{4}{25}; \frac{2}{5}\right].$$

$$f'(t) = \frac{-t^2 + 1}{(t^2 + 2t + 1)^2} > 0, \forall t \in \left[\frac{4}{25}; \frac{2}{5}\right].$$

$$\Rightarrow \min_{x \in \left[\frac{4}{25}; \frac{2}{5}\right]} f(t) = f\left(\frac{4}{25}\right) = \frac{100}{841}.$$

$$\text{Vậy } m \leq \frac{100}{841} \text{ thì bất phương trình nghiệm đúng với mọi } x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right].$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 82. Bất phương trình $5^{(\log_5 x)^2} + x^{\log_5 x} \leq 10$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 5. B. 6. C. 8. D. 9.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$. Đặt $t = \log_5 x \Rightarrow x = 5^t$, ta có

$$5^{(\log_5 x)^2} + x^{\log_5 x} \leq 10$$

$$\Leftrightarrow 5^{t^2} + (5^t)^t \leq 10$$

$$\Leftrightarrow 5^{t^2} \leq 5$$

$$\Leftrightarrow t^2 \leq 1$$

$$\Rightarrow -1 \leq \log_5 x \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5} \leq x \leq 5$$

$$\Rightarrow x \in \{1; 2; 3; 4; 5\}, (\text{ vì } x \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 83. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $9^x - (m+1)3^x + 2m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 1)(x_2 + 1) \leq 3$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta thấy

$$9^x - (m+1)3^x + 2m - 2 = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 2 \\ 3^x = m - 1. \end{cases}$$

Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \neq 3. \end{cases} \quad (2)$

Ta thấy

$$\begin{aligned} (x_1 + 1) \cdot (x_2 + 1) &\leq 3 \\ \Rightarrow [\log_3(m-1) + 1] \cdot (\log_3 2 + 1) &\leq 3 \\ \Leftrightarrow \log_3 6 \cdot \log_3 [3 \cdot (m-1)] &\leq \log_3 27 \\ \Leftrightarrow \log_3 [3 \cdot (m-1)] &\leq \log_6 27 \\ \Rightarrow \log_3 [3 \cdot (m-1)] &< 2 \\ \Rightarrow 3 \cdot (m-1) &< 9 \\ \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \begin{cases} 1 < m < 4 \\ m \neq 3 \end{cases} \\ \Rightarrow m &= 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 84. Cho $\log_3(\sqrt{a^2+9}+a) = 2$. Giá trị biểu thức $\log_3(2a^2+9-2a\sqrt{a^2+9})$ bằng**A.** 3.**B.** 0.**C.** 2.**D.** 4.**Lời giải.**Từ giả thiết có $\sqrt{a^2+9}+a=9 \Leftrightarrow \sqrt{a^2+9}-a=1$. Ta có

$$\log_3(2a^2+9-2a\sqrt{a^2+9}) = \log_3(\sqrt{a^2+9}-a)^2 = \log_3 1 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 85. Tìm số thực a để đường cong $y = 3^x(3^x - a + 2) + a^2 - 3a$ tiếp xúc với đường cong $y = 3^x + 1$.

A. $a = \frac{5-2\sqrt{10}}{3}$.

B. $a = \frac{5+2\sqrt{10}}{3}$.

C. $a = \frac{5 \pm 2\sqrt{10}}{3}$.

D. $a = 1$.

Lời giải.

Để hai đường cong tiếp xúc thì hệ $\begin{cases} 3^x(3^x - a + 2) + a^2 - 3a = 3^x + 1 & (1) \\ (3^x(3^x - a + 2) + a^2 - 3a)' = (3^x + 1)' & (2) \end{cases}$ có nghiệm.

Từ (2) ta có $3^x \ln 3(2 \cdot 3^x - a + 2) = 3^x \ln 3 \Leftrightarrow 2 \cdot 3^x - a + 2 = 1 \Leftrightarrow 3^x = \frac{a-1}{2}$ chú ý khi đó $a > 1$.

Thay lên (1) ta có

$$\begin{aligned} & \frac{a-1}{2} \left(\frac{a-1}{2} - a + 1 \right) + a^2 - 3a - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow & -(a-1)^2 + 4a^2 - 12a - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow & 3a^2 - 10a - 5 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} a = \frac{5+2\sqrt{10}}{3} & (\text{thỏa mãn}) \\ a = \frac{5-2\sqrt{10}}{3} & (\text{loại}). \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 86. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trên $[-2018; 2018]$ để phương trình

$$(x^2 - 1) \log^2(x^2 + 1) - m\sqrt{2(x^2 - 1)} \cdot \log(x^2 + 1) + m + 4 = 0$$

có đúng hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $1 \leq |x_1| \leq |x_2| \leq 3$?

A. 4024.

B. 4028.

C. 4026.

D. 4030.

Lời giải.

Đặt $t = x^2$. Để phương trình có đúng hai nghiệm thỏa mãn $1 \leq |x_1| \leq |x_2| \leq 3$ tương đương với phương trình có đúng một nghiệm $1 \leq t \leq 9$.

Đặt $u = \sqrt{2(x^2 - 1)} \log(x^2 + 1) = \sqrt{2(t - 1)} \log(t + 1) = f(t)$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{\sqrt{2(t-1)}} \log(t+1) + \sqrt{2(t-1)} \frac{1}{t+1} > 0$ với $1 \leq t \leq 9$.

Vì hàm $f(t)$ là hàm đồng biến nên ứng với mỗi giá trị của t chỉ có duy nhất một giá trị của u . Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để phương trình $g(u) = \frac{1}{2}u^2 - mu + m + 4 = 0$ có đúng một nghiệm

thỏa mãn $f(1) = 0 \leq u_1 \leq u_2 \leq f(9) = 4 \Leftrightarrow m = \frac{\frac{1}{2}u^2 + 4}{u - 1} = g(u)$.

Ta có $g'(u) = \frac{(u-4)(u+2)}{2(u-1)^2} < 0$ với mọi $u \in (0; 4)$.

Ta có bảng biến thiên như sau

u	0	1	4
$g'(u)$		—	—
$g(u)$	-4	$+\infty$	4

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để phương trình có đúng một nghiệm thì $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$. Kết hợp với m

là giá trị nguyên và $m \in [-2018; 2018]$ thì có tất cả 4030 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 87. Gọi T là tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x) = \log_3\left(\frac{2}{3}\right)$. Khi đó $T - 9$ bằng

A. $\frac{82}{9}$.

B. $\frac{80}{9}$.

C. 9.

D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 \log_3 (\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x) &= \log_3 \left(\frac{2}{3} \right) \\
 \Leftrightarrow \log_3 \left(\log_3 x \cdot \frac{1}{2} \log_3 x \cdot \frac{1}{3} \log_3 x \cdot \frac{1}{4} \log_3 x \right) &= \log_3 \left(\frac{2}{3} \right) \\
 \Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{1}{24} \cdot (\log_3 x)^4 \right) &= \log_3 \left(\frac{2}{3} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{24} \cdot (\log_3 x)^4 = \frac{2}{3} \\
 \Leftrightarrow (\log_3 x)^4 = 16 &\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = \frac{1}{9} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } T - 9 = 9 + \frac{1}{9} - 9 = \frac{1}{9}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 88. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $9^x - 2 \cdot 6^x + (m-3)4^x = 0$ có nghiệm dương?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{— Ta có } 9^x - 2 \cdot 6^x + (m-3)4^x = 0 \Leftrightarrow m = -\left(\frac{9}{4}\right)^x + 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 3.$$

$$\text{— Đặt } t = \left(\frac{3}{2}\right)^x, \text{ vì } x > 0 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x > 1 \Rightarrow t > 1.$$

$$\text{— Xét hàm số } f(t) = -t^2 + 2t + 3 \text{ với } t \in (1; +\infty). \text{ Ta có } f'(t) = -2t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

t	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	$-\infty$	4	$-\infty$

$$\text{— Từ bảng biến thiên ta suy ra YCBT} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in \mathbb{Z}^+ \\ m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \{1; 2; 3\}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 89. Tìm m để phương trình $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$ có đúng 3 nghiệm.

A. $m > 3$.

B. $m = 3$.

C. $m = 2$.

D. $2 < m < 3$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } t = 2^{x^2} \text{ với } t \geq 1, \text{ ta được phương trình } t^2 - 4t + 6 - m = 0 \quad (1).$$

Một nghiệm $t = 1$ của (1) cho ta nghiệm $x = 0$ của phương trình ban đầu, một nghiệm $t > 1$ của (1) cho ta hai nghiệm đối nhau của phương trình ban đầu. Do đó, yêu cầu bài toán tương đương với phương trình (1) có một nghiệm bằng 1 và nghiệm còn lại lớn hơn 1.

Thay $t = 1$ vào (1) được $m = 3$.

$$\text{Khi đó ta có phương trình } t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3 \end{cases} \text{ (phù hợp).}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 90. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số sau đồng biến trên $\mathbb{R}$: $y = \frac{2}{3}e^{3x} - me^x + 4x - 2018$.

A. $m \geq -6$.

B. $m \leq 6$.

C. $m \leq -5$.

D. $m \geq 6$.

Lời giải.

Đặt $t = e^x, t > 0$ thì ta có $y = \frac{2}{3}t^3 - mt + 4\ln t - 2018 = f(t)$. Ta có $f'(t) = 2t^2 - m + \frac{4}{t}, t > 0$.

Từ yêu cầu bài toán, ta có $y' \geq 0 \quad \forall t > 0 \Leftrightarrow 2t^2 + \frac{4}{t} \geq m \quad \forall t > 0$.

Ta có $2t^2 + \frac{4}{t} = 2t^2 + \frac{2}{t} + \frac{2}{t} \geq 3\sqrt[3]{8} = 6$. Đẳng thức xảy ra khi $t = 1$.

Từ đó ta có $m \leq 6$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 91. Cho phương trình $2\log_3(x^3 + 1) = \log_3(2x - 1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(x + 1)$. Tổng các nghiệm của phương trình là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\begin{cases} x > -1 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \log_3(x^3 + 1) &= \log_3 |2x - 1| + \log_3(x + 1) \\ \Leftrightarrow \log_3(x^3 + 1) &= \log_3 [|2x - 1|(x + 1)] \\ \Leftrightarrow x^3 + 1 &= |2x - 1|(x + 1) \\ \Leftrightarrow x^2 - x + 1 &= |2x - 1| \quad (*) \quad \text{vì } x > -1. \end{aligned}$$

— Nếu $x > \frac{1}{2}$ thì phương trình (*) tương đương với

$$\begin{aligned} x^2 - x + 1 &= 2x - 1 \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (\text{thỏa mãn}) \\ x = 2 & (\text{thỏa mãn}). \end{cases} \end{aligned}$$

— Nếu $x \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$ thì phương trình (*) tương đương với

$$\begin{aligned} x^2 - x + 1 &= 1 - 2x \\ \Leftrightarrow x^2 + x &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (\text{thỏa mãn}) \\ x = -1 & (\text{loại}). \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 3.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 92. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{2x^2-15x+100} - 2^{x^2+10x-50} + x^2 - 25x + 150 < 0$.

A. 6.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$2^{2x^2-15x+100} + 2x^2 - 15x + 100 < 2^{x^2+10x-50} + x^2 + 10x - 50 \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t$ với $t \in \mathbb{R}$, ta có $f'(t) = 2^t \ln 2 + 1 > 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$, do đó $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mà bất phương trình $(*)$ tương đương với

$$\begin{aligned} f(2x^2 - 15x + 100) &< f(x^2 + 10x - 50) \\ \Leftrightarrow x^2 - 25x + 150 &< 0 \\ \Leftrightarrow 10 < x < 15. \end{aligned}$$

Vậy bất phương trình đã cho có 4 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 93. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $5^{\sin^2 x} + 6^{\cos^2 x} = 7^{\cos^2 x} \cdot \log_2 m$ có nghiệm?

A. 63.

B. 64.

C. 65.

D. 66.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x \in \mathbb{R}$.

Với $m > 0$, phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \frac{5^{1-\cos^2 x}}{7^{\cos^2 x}} + \left(\frac{6}{7}\right)^{\cos^2 x} &= \log_2 m \\ \Leftrightarrow 5 \cdot \left(\frac{1}{35}\right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{6}{7}\right)^{\cos^2 x} &= \log_2 m \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } f(x) = 5 \cdot \left(\frac{1}{35}\right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{6}{7}\right)^{\cos^2 x}.$$

Vì $1 \geq \cos^2 x \geq 0$ và $\frac{1}{35}; \frac{6}{7} \in (0; 1)$, nên

$$5 \cdot \left(\frac{1}{35}\right)^1 + \left(\frac{6}{7}\right)^1 \leq 5 \cdot \left(\frac{1}{35}\right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{6}{7}\right)^{\cos^2 x} \leq 5 \cdot \left(\frac{1}{35}\right)^0 + \left(\frac{6}{7}\right)^0.$$

Suy ra $1 \leq f(x) \leq 6$, do đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi

$$1 \leq \log_2 m \leq 6 \Leftrightarrow 2 \leq m \leq 64.$$

Vậy có 63 giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 94. Phương trình $2 \log_3 x = \frac{x+1}{x-1}$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > 0, x \neq 1$

Với điều kiện đó phương trình $\Leftrightarrow \log_3 x - \frac{x+1}{2x-2} = 0$.

Xét $f(x) = \log_3 x - \frac{x+1}{2x-2}$, $\mathcal{D} = (0; +\infty) \setminus \{1\}$.

$$f'(x) = \frac{1}{x \ln 3} + \frac{4}{(2x-2)^2} > 0, \forall x \in \mathcal{D}.$$

Ta có bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$
y'		+	+
y		$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow +\infty$

Từ bảng biến thiên ta suy ra phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án **C** □

Câu 95. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $9^x - 2 \cdot 6^x + (m - 2) \cdot 4^x = 0$ có nghiệm dương?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Ta có: $9^x - 2 \cdot 6^x + (m - 2) \cdot 4^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + m - 2 = 0$.

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, khi đó $x > 0 \Leftrightarrow t > 1$.

Phương trình đã cho có nghiệm dương $\Leftrightarrow$ phương trình $t^2 - 2t + m - 2 = 0$ có nghiệm $t > 1 \Leftrightarrow$ phương trình $(t - 1)^2 = 3 - m$ có nghiệm $t > 1 \Leftrightarrow m < 3$.

Do m nguyên dương nên $m \in \{1, 2\}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 96. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{\log_2 \frac{x}{2}}{\log_2 x} - \frac{\log_2 x^2}{\log_2 x - 1} \leq 1$.

A. $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup (1; \sqrt{2}] \cup (2; +\infty)$.

B. $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup (1; \sqrt{2}]$.

C. $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$.

D. $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [1; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > 0, x \neq 1, x \neq 2$.

Đặt $t = \log_2 x$, ta được

$$\frac{t-1}{t} - \frac{2t}{t-1} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{(2t-1)(t+1)}{t(t-1)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq -1 \\ 0 < t \leq \frac{1}{2} \\ t > 1. \end{cases}$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} \log_2 x \leq -1 \\ 0 < \log_2 x \leq \frac{1}{2} \\ \log_2 x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ 1 < x \leq \sqrt{2} \\ x > 2 \end{cases}$$

Như vậy $S = \left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 97. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72$.

A. $m = \frac{61}{2}$.

B. $m = 3$.

C. không tồn tại.

D. $m = \frac{9}{2}$.

Lời giải.

Với điều kiện $\Delta = 37 - 4m \geq 0$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 .

Ta có $\log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 3 \Leftrightarrow \log_3 (x_1 x_2) = 3 \Rightarrow x_1 x_2 = 27$.

Từ đó $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72 \Leftrightarrow x_1 x_2 + 3(x_1 + x_2) + 9 = 72 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 12$

Bởi vậy $\{x_1; x_2\} = \{3; 9\}$.

Suy ra $(\log_3 x_1) \cdot (\log_3 x_2) = 2m - 7 \Rightarrow (\log_3 3) \cdot (\log_3 9) = 2m - 7 \Leftrightarrow 2m - 7 = 2 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 98. Số giá trị nguyên của m để phương trình $4^x - 2^{x+3} + 1 = m$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 17.

B. 15.

C. 14.

D. 16.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương $2^{2x} - 8 \cdot 2^x + 1 = m$. (1)

Đặt $t = 2^x$, điều kiện $t > 0$, thu được phương trình $t^2 - 8t + 1 = m$. (2)

Chú ý rằng, với mỗi $t > 0$ thì sự tương ứng $t \leftrightarrow x$ là 1 - 1. Do đó phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt.

Bảng biến thiên của hàm số $f(t) = t^2 - 8t + 1$ trên $(0; +\infty)$

t	0	4	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	0	$+$
$f(t)$	1	-15	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi $-15 < m < 1$, tương ứng có $0 - (-14) + 1 = 15$ giá trị nguyên của m .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 99. Cho hàm số $y = e^{-2x} \cdot \cos x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' + 4y'' + 5y = 0$.

B. $y'' + 4y' + 5y = 0$.

C. $y'' - 4y' + 5y = 0$.

D. $y' - 4y'' + 5y = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$y' = -2e^{-2x} \cos x - e^{-2x} \sin x = e^{-2x}(-2 \cos x - \sin x).$$

$$y'' = -2e^{-2x}(-2 \cos x - \sin x) + e^{-2x}(2 \sin x - \cos x) = e^{-2x}(3 \cos x + 4 \sin x).$$

$$\Rightarrow y'' + 4y' = e^{-2x}(3 \cos x + 4 \sin x - 8 \cos x - 4 \sin x) = -5e^{-2x} \cos x = -5y.$$

Vậy mệnh đề đúng là $y'' + 4y' + 5y = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 100.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.

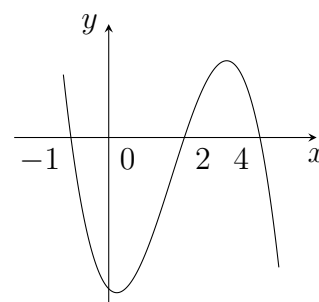
Hàm số $y = f(10 - 2^x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(2; 4)$.

B. $(\log_2 6; 4)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $(\log_2 11; +\infty)$.



Lời giải.

Ta có $y' = -2^x \ln 2 f'(10 - 2^x)$.

Xét $y' > 0 \Leftrightarrow -2^x \ln 2 f'(10 - 2^x) > 0 \Leftrightarrow f'(10 - 2^x) < 0$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(10 - 2^x) < 0$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} -1 < 10 - 2^x < 2 \\ 10 - 2^x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -11 < -2^x < -8 \\ -2^x > -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 11 > x > 3 \\ x < \log_2 6 \simeq 2,6. \end{cases}$$

Vậy hàm số $y = f(10 - 2^x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 101. Phương trình $2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

- A. $1 \leq m \leq \sqrt{2}$. B. $\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2} \leq m \leq 3$. D. $3 \leq m \leq 4$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^{\sin^2 x}$ suy ra $2^{\cos^2 x} = \frac{2}{t}$ ($1 \leq t \leq 2$).

Từ đó ta có phương trình $t + \frac{2}{t} = m$. (*)

Xét hàm số $f(t) = t + \frac{2}{t}$ với $1 \leq t \leq 2$.

Ta có $f'(t) = 1 - \frac{2}{t^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\sqrt{2} \\ t = \sqrt{2}. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	1	$\sqrt{2}$	2
y'	-	0	+
y	3	$2\sqrt{2}$	3

Từ bảng biến thiên ta thấy, để phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $2\sqrt{2} \leq m \leq 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 102. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2(1 + x^3) + \log_{\frac{1}{3}}(1 - x^3) = 2018$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Điều kiện $-1 < x < 1$.

Đặt $f(x) = \log_2(1 + x^3) + \log_{\frac{1}{3}}(1 - x^3)$, ta có $y' = \frac{3x^2}{(1 + x^3) \ln 2} + \frac{3x^2}{(1 - x^3) \ln 3} \geq 0, \forall x \in (-1; 1)$,

suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-1; 1)$.

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow 1^-} (\log_2(1 + x^3) + \log_{\frac{1}{3}}(1 - x^3)) = +\infty; \lim_{x \rightarrow -1^+} (\log_2(1 + x^3) + \log_{\frac{1}{3}}(1 - x^3)) = -\infty$.

Vậy phương trình có duy nhất nghiệm.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 103. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\ln(u_3 - 4) = \ln(2u_n - 4n + 3)$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Tính tổng $S_{100} = u_1 + u_2 + \dots + u_{100}$.

- A. 4950. B. 10000. C. 9999. D. 10100.

Lời giải.

Theo giả thiết, ta có

$$2u_n - 4n + 3 = u_3 - 4, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$\Rightarrow u_n = \frac{u_3 + 4n - 7}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Thay $n = 3$, ta được $u_3 = 5$, do đó $u_n = 2n - 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy

$$S_{100} = \sum_{n=1}^{100} u_n = \sum_{n=1}^{100} (2n - 1) = \frac{100(1 + 199)}{2} = 10000.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 104. Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2 - x - 6) + x = \log(x + 2) + 4$ là

- A. $\{1\}$. B. $\{4\}$. C. $\{3\}$. D. $\{2\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 3$.

PT đã cho tương đương với $\log[(x + 2)(x - 3)] + x = \log(x + 2) + 4 \Leftrightarrow \log(x - 3) = 4 - x (*)$.

Vế trái của (*) là hàm tăng, còn vế phải là hàm giảm và $x = 4$ là một nghiệm của (*).

Vậy $x = 4$ là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 105. Gọi $(x; y)$ là nghiệm nguyên của hệ phương trình $\begin{cases} y^{5x^2-51x+10} = 1 \\ xy = 15 \end{cases}$. Khi đó $x + y$ bằng

A. 16. B. 75. C. $\frac{32}{2}$. D. -14.

Lời giải.

Ta có $y^{5x^2-51x+10} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ 5x^2 - 51x + 10 = 0. \end{cases}$

TH1: Với $y = 1$ từ $xy = 15$ cho ta $x = 15$. Do đó $x + y = 16$.

TH2: Với $5x^2 - 51x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = \frac{1}{5} \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ nên $x = 10 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$ (loại).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 106. Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x) \log_{25}^2 x = 1$ bằng

- A. $\frac{7}{25}$. B. $\frac{630}{625}$. C. $\frac{1}{125}$. D. 630.

Lời giải.

Điều kiện: $0 < x \neq 1$.

Ta có $\log_x(125x) \log_{25}^2 x = 1 \Leftrightarrow \log_{25}^2 x + \log_{25}^2 x \cdot \log_x 125 = 1 \Leftrightarrow \log_{25}^2 x + \frac{3}{2} \log_{25} x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_{25} x = \frac{1}{2} \\ \log_{25} x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = \frac{1}{625} \end{cases}$. Vậy tích các nghiệm của phương trình đã cho bằng $\frac{1}{125}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 107. Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$.

- A. $1 \leq m \leq 16$. B. $4 \leq m \leq 8$. C. $3 \leq m \leq 8$. D. $0 \leq m \leq 2$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}$, với $x \in [1; 3^{\sqrt{3}}]$ thì $t \in [1; 2]$ ta được phương trình $t^2 + t - 2m - 2 = 0$ (*).

Phương trình đã cho có nghiệm $x \in [1; 3^{\sqrt{3}}] \Leftrightarrow (*)$ có nghiệm $t \in [1; 2]$.

Ta có $(*) \Leftrightarrow f(t) = t^2 + t = 2m + 2$ có nghiệm $t \in [1; 2] \Leftrightarrow f(1) \leq 2m + 2 \leq f(2) \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 108. Số tiền mà An để dành hàng ngày là x (đơn vị nghìn đồng, với $0 < x \in \mathbb{Z}$) biết x là nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x - 2) + \log_3(x - 4)^2 = 0$. Tổng số tiền mà An để dành được sau 1 tuần (7 ngày) là

A. 7.

B. 21.

C. 24.

D. 14.

Lời giải.

Điều kiện: $2 < x \in \mathbb{Z}, x \neq 4$.

Khi đó phương trình đã cho tương đương với $2 \log_3(x - 2) + 2 \log_3 |x - 4| = 0 \Leftrightarrow (x - 2)|x - 4| = 1$.

TH1: Nếu $x > 4$ thì $(x - 2)|x - 4| = 1 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \pm \sqrt{2}$ (loại do $x \in \mathbb{Z}$).

TH2: Nếu $2 < x < 4$ thì $(x - 2)|x - 4| = 1 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ (nhận).

Vậy tổng số tiền mà An để dành được sau 1 tuần (7 ngày) là 21 (nghìn đồng).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 109. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $2^x = 3^y = 6^{-z}$. Giá trị của biểu thức $M = xy + yz + xz$ là

A. 0.

B. 6.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Đặt } 2^x = 3^y = 6^{-z} = t > 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \log_2 t \\ y = \log_3 t \\ z = -\log_6 t \end{cases}.$$

$$\text{Mặt khác } \log_6 t = \frac{1}{\log_t 6} = \frac{1}{\log_t 3 + \log_t 2} = \frac{1}{\frac{1}{\log_3 t} + \frac{1}{\log_2 t}} = \frac{\log_3 t \cdot \log_2 t}{\log_3 t + \log_2 t}.$$

$$\text{Khi đó } M = xy + yz + xz = \log_2 t \cdot \log_3 t - \log_3 t \cdot \log_6 t - \log_2 t \cdot \log_6 t = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 110. Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau

$$4^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m \cdot 7^{\cos^2 x}$$

có nghiệm là $m \in \left[\frac{a}{b}; +\infty\right)$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó tổng $S = a + b$ bằng

A. $S = 13$.

B. $S = 15$.

C. $S = 9$.

D. $S = 11$.

Lời giải.

$$\text{Đưa BPT ban đầu về } 4^{1-\cos^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m \cdot 7^{\cos^2 x} \Leftrightarrow \frac{4}{28^{\cos^2 x}} + \left(\frac{5}{7}\right)^{\cos^2 x} \leq m.$$

$$\text{Đặt } \cos^2 x = t, t \in [0; 1], \text{ BPT trở thành } \frac{4}{28^t} + \left(\frac{5}{7}\right)^t \leq m.$$

$$\text{Xét } f(t) = \frac{4}{28^t} + \left(\frac{5}{7}\right)^t, t \in [0; 1]$$

$$f'(t) = -\frac{4 \ln 28}{28^t} + \left(\frac{5}{7}\right)^t \cdot \ln \frac{5}{7} < 0, \forall t \in [0; 1] \Rightarrow f(t) \text{ nghịch biến trên } [0; 1], \text{ lại có } f(1) = \frac{6}{7}.$$

$$\text{Từ đó suy ra BPT có nghiệm } \Leftrightarrow m \geq f(1) = \frac{6}{7} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{6}{7} \Rightarrow S = 13.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 111. Cho cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $b_2 > b_1 \geq 1$ và hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ sao cho $f(\log_2 b_2) + 2 = f(\log_2 b_1)$. Giá trị nhỏ nhất của n để $b_n > 5^{100}$ bằng bao nhiêu?

A. 234.

B. 229.

C. 333.

D. 292.

Lời giải.

Gọi q là công bội của cấp số nhân. Ta có $b_2 > b_1 \geq 1$ nên $\log_2 b_2 > \log_2 b_1 \geq 0$ và $q = \frac{b_2}{b_1} > 1$.

Đặt $m = \log_2 b_1$ và $n = \log_2 q$ (với $m \geq 0, n > 0$).

Ta có

$$\begin{aligned} f(\log_2 b_2) + 2 &= f(\log_2 b_1) \\ \Leftrightarrow f(\log_2 b_1 + \log_2 q) + 2 &= f(\log_2 b_1) \\ \Leftrightarrow f(m + n) + 2 &= f(m) \\ \Leftrightarrow (m + n)^3 - 3(m + n) + 2 &= m^3 - 3m \\ \Leftrightarrow 3mn(m + n) + (n - 1)^2(n + 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ n = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Với $m = 0$ và $n = 1$ thì $b_1 = 1$ và $q = 2$.

Cho nên $b_n = 2^{n-1}$.

Khi đó

$$b_n > 5^{100} \Leftrightarrow 2^{n-1} > 5^{100} \Leftrightarrow n - 1 > 100 \log_2 5 \Leftrightarrow n > 1 + 100 \log_2 5.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của n để $b_n > 5^{100}$ bằng 234.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 112. Cho $f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdots f(2017) = e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m - n^2$.

A. $m - n^2 = -1$.B. $m - n^2 = 1$.C. $m - n^2 = 2018$.D. $m - n^2 = -2018$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } g(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}.$$

Với $x > 0$ ta có

$$\begin{aligned} g(x) &= \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}} = \frac{\sqrt{x^2 + (x+1)^2 + x^2(x+1)^2}}{x(x+1)} = \frac{\sqrt{(x^2 + x + 1)^2}}{x(x+1)} \\ &= \frac{x^2 + x + 1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}. \end{aligned}$$

Suy ra

$$\begin{aligned} &g(1) + g(2) + g(3) + \cdots + g(2017) \\ &= \left(1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(1 + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018}\right) \\ &= 2018 - \frac{1}{2018}. \end{aligned}$$

Khi đó

$$f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdots f(2017) = e^{g(1)+g(2)+g(3)+\cdots+g(2017)} = e^{2018-\frac{1}{2018}} = e^{\frac{2018^2-1}{2018}} = e^{\frac{m}{n}}.$$

Do đó $m = 2018^2 - 1$ và $n = 2018$.

Vậy $m - n^2 = 2018^2 - 1 - 2018^2 = -1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 113. Bất phương trình $(3^x - 1)(x^2 + 3x - 4) > 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên nhỏ hơn 6?

A. 9.

B. 5.

C. 7.

D. Vô số.

Lời giải.

Với $x > 0$, bất phương trình tương đương $\begin{cases} 3^x - 1 > 0 \\ x^2 + 3x - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$

Với $x < 0$, bất phương trình tương đương $\begin{cases} 3^x - 1 < 0 \\ x^2 + 3x - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x < -4.$

Chọn đáp án **D** □

Câu 114. Tìm giá trị dương của k để $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{(3k+1)x^2+1}}{x} = 9f'(2)$ với $f(x) = \ln(x^2+5)$.

A. 12.

B. 2.

C. 5.

D. 9.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{(3k+1)x^2+1}}{x} = 9f'(2) \Leftrightarrow \sqrt{3k+1} = 4 \Leftrightarrow k = 5.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 115. Tìm các giá trị thực của m để hàm số $y = 2^{x^3-x^2+mx+1}$ đồng biến trên $[1; 2]$.

A. $m > -8$.

B. $m \geq -1$.

C. $m \leq -8$.

D. $m < -1$.

Lời giải.

Ta có $y' = (3x^2 - 2x + m) \cdot 2^{x^3-x^2+mx+1} \cdot \ln 2$.

Hàm số đồng biến trên $[1; 2] \Leftrightarrow 3x^2 - 2x + m \geq 0, \forall x \in [1; 2] \Leftrightarrow 3x^2 - 2x \geq -m, \forall x \in [1; 2]$.

Xét hàm $y = 3x^2 - 2x \Rightarrow y' = 6x - 2 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \notin [1; 2]$.

Có $y(1) = 1; y(2) = 8 \Rightarrow \min_{[1;2]} y = 1$.

$\Rightarrow -m \leq 1 \Rightarrow m \geq -1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 116. Cho phương trình $8^{x+1} + 8 \cdot (0,5)^{3x} + 3 \cdot 2^{x+3} = 125 - 24 \cdot (0,5)^x$. Khi đặt $t = 2^x + \frac{1}{2^x}$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

A. $8t^3 - 3t - 12 = 0$.

B. $8t^3 + 3t^2 - t - 10 = 0$.

C. $8t^3 - 125 = 0$.

D. $8t^3 + t - 36 = 0$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} 8^{x+1} + 8 \cdot (0,5)^{3x} + 3 \cdot 2^{x+3} &= 125 - 24 \cdot (0,5)^x \\ \Leftrightarrow 8 \left(2^{3x} + 3 \cdot 2^x + 3 \cdot \frac{1}{2^x} + \frac{1}{2^{3x}} \right) &= 125 \\ \Leftrightarrow 8 \left(2^x + \frac{1}{2^x} \right)^3 &= 125 \\ \Leftrightarrow 8t^3 - 125 &= 0. \end{aligned}$$

với $t = 2^x + \frac{1}{2^x}$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 117. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 2x^2 - 11x + \sin x$ và u, v là hai số thỏa mãn $u < v$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $f(u) < f(3v \cdot \log e)$.

B. $f(u) > f(3v \cdot \log e)$.

C. $f(u) = f(v)$.

D. Cả ba đáp án đều sai.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = -3x^2 + 4x - 11 + \cos x = -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{29}{3} + \cos x < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Từ $u < v \Rightarrow u < 3v \cdot \log e \Rightarrow f(u) > f(3v \cdot \log e)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 118. Cho hàm số $y = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$. Tìm số phần tử của S .

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Đặt $t = \ln x$ với $x \in (1; e) \Rightarrow t \in (0; 1)$.

Hàm số trở thành $y = \frac{t - 4}{t - 2m} \Rightarrow y' = \frac{-2m + 4}{(t - 2m)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(0; 1) \Leftrightarrow$ hàm số $y = \frac{t - 4}{t - 2m}$ đồng biến trên $(0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} -2m + 4 > 0 \\ 2m \leq 0 \\ 2m \geq 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m \leq 0 \Rightarrow$ có một giá trị nguyên dương thỏa mãn $m = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 119. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 + \log_2 x + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi giá trị $x \in (1; 64)$.

A. $m \leq 0$.

B. $m \geq 0$.

C. $m < 0$.

D. $m > 0$.

Lời giải.

Ta có $4(\log_2 \sqrt{x})^2 + \log_2 x + m \geq 0 \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 + \log_2 x + m \geq 0$.

Đặt $\log_2 x = t$, khi $x \in (1; 64)$ thì $t \in (0; 6)$.

Khi đó, ta có $t^2 + t + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -t^2 - t (*)$.

Xét hàm số $f(t) = -t^2 - t$ với $t \in (0; 6)$.

Ta có $f'(t) = -2t - 1 < 0, \forall t \in (0; 6)$.

Ta có bảng biến thiên:

t	0	6
$f'(t)$	—	
$f(t)$	0	—42

Bất phương trình đã cho đúng với mọi $x \in (1; 64)$ khi và chỉ khi bất phương trình $(*)$ đúng với mọi $t \in (0; 6) \Leftrightarrow m \geq 0$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 120. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $4^{x+1} - 2 \cdot 6^x + m \cdot 9^x = 0$ có đúng một nghiệm thực.

- A. $\begin{cases} m = \frac{1}{4} \\ m \leq 0 \end{cases}$ B. $m = \frac{1}{4}$ C. $0 < m < \frac{1}{4}$ D. $m < 0$.

Lời giải.

Ta có $4^{x+1} - 2 \cdot 6^x + m \cdot 9^x = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x + m = 0$

Đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ ($t > 0$), ta được phương trình $4t^2 - 2t + m = 0 \Leftrightarrow -4t^2 + 2t = m$.

Xét hàm số $f(t) = -4t^2 + 2t$ có $f'(t) = -8t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{4}$.

Ta có bảng biến thiên

t	0	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	0	$\frac{1}{4}$	$-\infty$

Phương trình đã cho có đúng một nghiệm thực khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y = f(t)$ và $y = m$ cắt nhau tại đúng 1 giao điểm trên khoảng $(0; +\infty)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta được $m = \frac{1}{4}$ và $m \leq 0$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 121. Phương trình $3^{2x+1} - 28 \cdot 3^x + 9 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị của $T = x_1 - 2x_2$ là

- A. -3. B. 0. C. 4. D. -5.

Lời giải.

$$3^{2x+1} - 28 \cdot 3^x + 9 = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (3^x)^2 - 28 \cdot 3^x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 9 \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy $T = x_1 - 2x_2 = (-1) - 2 \cdot (2) = -5$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 122. Bất phương trình $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \right) \geq 0$ có tập nghiệm là $(a; b]$. Giá trị biểu thức $P = 3a - b$ là

- A. 5. B. 4. C. 10. D. 7.

Lời giải.

$$\text{DK: } 0 < \frac{3x-7}{x+3} \neq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x > \frac{7}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \log_2 \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \right) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} &\geq 1 \\ \Leftrightarrow \frac{3x-7}{x+3} &\leq \frac{1}{3} \\ \Leftrightarrow \frac{8x-24}{3(x+3)} &\leq 0 \\ \Leftrightarrow -3 < x &\leq 3. \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện, tập nghiệm $S = \left(\frac{7}{3}; 3 \right]$.

Suy ra $a = \frac{7}{3}; b = 3$. Vậy $P = 3a - b = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 123. Cho a, b là các số dương thỏa $\log_4 a = \log_{25} b = \log \frac{4b-a}{2}$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ là

A. $6 - 2\sqrt{5}$. B. $\frac{3 + \sqrt{5}}{8}$. C. $6 + 2\sqrt{5}$. D. $\frac{3 - \sqrt{5}}{8}$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } \log_4 a = \log_{25} b = \log \frac{4b-a}{2} = t$$

$$\text{Suy ra } a = 4^t, b = 25^t, \frac{4b-a}{2} = 10^t, (a, b > 0)$$

Ta có

$$\begin{aligned} 4^t \cdot 25^t &= (10^t)^2 \\ \Rightarrow ab &= \left(\frac{4b-a}{2} \right)^2 \\ \Rightarrow a^2 + 16b^2 - 12ab &= 0 \\ \Rightarrow \left(\frac{a}{b} \right)^2 - 12 \left(\frac{a}{b} \right) + 16 &= 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = 6 - 2\sqrt{5} \\ \frac{a}{b} = 6 + 2\sqrt{5} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Do } \frac{4b-a}{2} = 10^t > 0 \text{ nên } 4b-a > 0 \Leftrightarrow \frac{a}{b} < 4.$$

$$\text{Vậy } \frac{a}{b} = 6 - 2\sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 124. Phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ khi

A. $m = 3$. B. $m = 4$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$) $\Rightarrow$ ta có $t^2 - 2mt + 2m = 0$ (*). Gọi t_1, t_2 là hai nghiệm của phương trình (*)
 $\Rightarrow t_1 = 2^{x_1}, t_2 = 2^{x_2}$. Vì $x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow t_1 t_2 = 2^{x_1+x_2} = 8$. Theo Viet ta có $t_1 t_2 = 2m = 8 \Rightarrow m = 4$.
 Với $m = 4$, thay vào phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ ta thấy phương trình có hai nghiệm phân biệt (thỏa mãn).

Chọn đáp án (B) □

Câu 125. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x + m = 0$ có nghiệm thực $x \in (0; 1)$.

A. $m \leq \frac{1}{4}$.

B. $m < \frac{1}{4}$.

C. $m > \frac{1}{4}$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải.

Vì $x \in (0; 1) \Rightarrow \log_2 x < 0$. Đặt $t = \log_2 x \Rightarrow t < 0$. Ta có phương trình

$$t^2 + t + m = 0 \Leftrightarrow t^2 + t = -m$$

Xét $f(t) = t^2 + t$ trên miền $(-\infty; 0)$, ta có $f'(t) = 2t + 1 = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $-m \geq -\frac{1}{4} \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$ thỏa mãn đề bài.

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0
$f'(t)$	$-$	0	$+$
$f(t)$	$+\infty$	$-\frac{1}{4}$	0

Chọn đáp án (A) □

Câu 126. Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm thực phân biệt là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. vô số.

Lời giải.

Điều kiện của phương trình $x > 1$ và $mx > 8$. Khi đó phương trình đã cho tương đương

$$(x-1)^2 = mx-8 \Leftrightarrow x^2 - (m+2)x + 9 = 0.$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - (m+2)x + 9$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1. Điều này tương đương

$$\begin{cases} (m+2)^2 - 36 > 0 \\ f(1) > 0 \\ \frac{m+2}{2} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m+2| > 6 \\ 8-m > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4 < m < 8.$$

Vậy có tất cả 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án (A) □

Câu 127. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

A. $m > 3$.

B. $m \in (0; 3)$.

C. $m > 2$.

D. $m \in (-\infty; -1)$.

Lời giải.

— Đặt $2^x = t$, suy ra $t > 0$.

— Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2mt + m + 2 = 0$ (1).

— Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi phương trình (1) có hai nghiệm t phân biệt

$$\text{đương} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{(1)} > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ 2m > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 128. Tìm tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2018}}(x-2) = \log_{2018}(mx)$ có nghiệm duy nhất.

A. $1 < m < 2$.

B. $m > 1$.

C. $m > 0$.

D. $m < 2$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình đã cho} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ mx = (x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ m = \frac{(x-2)^2}{x} \end{cases}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x}$ với $x \in (2; +\infty)$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x^2} > 0 \quad \forall x > 2.$$

Ta có bảng biến thiên

x	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	0	$+\infty$

Suy ra phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $m > 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 129. Đồ thị của hàm số nào dưới đây không có tiệm cận đứng?

A. $y = e^{-\frac{1}{\sqrt{x}}}$.

B. $y = \tan x$.

C. $y = \ln x$.

D. $y = \frac{x^2-1}{x+2}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{-\frac{1}{\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{e^{\frac{1}{\sqrt{x}}}} = 0$. Vậy hàm số $y = e^{-\frac{1}{\sqrt{x}}}$ không có tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 130. Phương trình $3 \cdot 2^x + 4 \cdot 3^x + 5 \cdot 4^x = 6 \cdot 5^x$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Tập xác định $x \in \mathbb{R}$. Chia hai vế cho 5^x ta được

$$3 \frac{2^x}{5^x} + 4 \frac{3^x}{5^x} + 5 \frac{4^x}{5^x} = 1 \Leftrightarrow 3 \left(\frac{2}{5}\right)^x + 4 \left(\frac{3}{5}\right)^x + 5 \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1$$

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đường thẳng $y = 1$ và $y = 3 \left(\frac{2}{5}\right)^x + 4 \left(\frac{3}{5}\right)^x + 5 \left(\frac{4}{5}\right)^x$.

Ta có hàm số $y = 3 \left(\frac{2}{5}\right)^x + 4 \left(\frac{3}{5}\right)^x + 5 \left(\frac{4}{5}\right)^x$ nghịch biến trên tập xác định nên phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 131. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2^x = 3^{x^2}$. Tính $S = x_1 + x_2$.

A. $S = \log_3 2$.

B. $S = 5$.

C. $S = 0$.

D. $S = \log_2 3$.

Lời giải.

$$2^x = 3^{x^2} \Leftrightarrow x \log_3 2 = x^2 \Leftrightarrow x^2 - x \log_3 2 = 0. \text{ Theo định lý Vi-ét ta có } x_1 + x_2 = \log_3 2.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 132. Tìm tập nghiệm S của phương trình $(x-1)(x-2)(x^x+1)=0$.

- A. $S = \{1; 2; -1\}$. B. $S = \{1; -1\}$. C. $S = \{1; 2\}$. D. $S = \{2; -1\}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$. Khi đó: $(x-1)(x-2)(x^x+1)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2. \end{cases}$

Chọn đáp án **C** □

Câu 133. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4^x - 8 \cdot 2^x + 4 = 0$ bằng bao nhiêu?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 8.

Lời giải.

Dễ thấy phương trình có hai nghiệm phân biệt. Theo Vi-et, $2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 4$. Suy ra $2^{x_1+x_2} = 4$, hay $x_1 + x_2 = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 134. Cho hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x)$. Tập nghiệm bất phương trình $y' > 0$ là

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases}$

$y' = -\frac{2x-2}{(x^2-2x) \cdot \ln 3} \Rightarrow y' > 0 \Leftrightarrow 2x-2 < 0 \Leftrightarrow x < 1$. Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 0)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 135. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m (với $m < 6$) thì phương trình: $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = m$ có hai nghiệm thực phân biệt?

- A. 5. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Đặt $t = (2 + \sqrt{3})^x$ với $t > 0$ suy ra $(2 - \sqrt{3})^x = \frac{1}{t}$, thay vào phương trình ban đầu ra có $t + \frac{1}{t} = m \Leftrightarrow t^2 - mt + 1 = 0$.

Để phương trình ban đầu có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $t^2 - mt + 1 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt tương đương với

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ m > 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Kết hợp với điều kiện ban đầu ta có $2 < m < 6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 136. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình: $\log_2 \left(\frac{x^2 + 2x + 2}{3x^2 + x + 2} \right) = x^2 - 3x - 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2$.

- A. $T = \frac{25}{4}$. B. $T = \frac{33}{4}$. C. $T = 15$. D. $T = 13$.

Lời giải.

- Điều kiện $x \in \mathbb{R}$.
- Phương trình tương đương với

$$\log_2 \left(\frac{2x^2 + 4x + 4}{3x^2 + x + 2} \right) = x^2 - 3x - 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(2x^2 + 4x + 4) - \log_2(3x^2 + x + 2) = (3x^2 + x + 2) - (2x^2 + 4x + 4)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(2x^2 + 4x + 4) + (2x^2 + 4x + 4) = \log_2(3x^2 + x + 2) + (3x^2 + x + 2). (*)$$

- Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$ với $(t > 0)$, có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0$ với mọi $t > 0$ nên hàm số luôn đồng biến trên tập xác định.
- Từ (*) ta có

$$f(2x^2 + 4x + 4) = f(3x^2 + x + 2) \Leftrightarrow 2x^2 + 4x + 4 = 3x^2 + x + 2 \Leftrightarrow$$

$$x^2 - 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{17}}{2} \\ \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \end{cases}.$$

Từ đó suy ra $T = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3^2 + 4 = 13$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 137. Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2 \left(\frac{2x^2 + 1}{2x} \right) + 2^{(x + \frac{1}{2x})} = 5$.

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \frac{2x^2 + 1}{2x} > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0$$

$$\text{Đặt } t = \frac{2x^2 + 1}{2x}, t > 0$$

Ta có: $\log_2 t + 2^t = 5$ (*) Nhận xét: $t = 2$ là 1 nghiệm của phương trình (*).

Mà $f(t) = \log_2 t + 2^t$ là hàm đồng biến trên $(0; +\infty)$ (vì $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2^t \ln 2 > 0 \forall t \in (0; +\infty)$).

Nên $t = 2$ là nghiệm duy nhất của phương trình (*).

$$\text{Ta có: } t = 2 \Leftrightarrow \frac{2x^2 + 1}{2x} = 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}.$$

Vậy tích 2 nghiệm là $\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 138. Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x - 1) = \log_2(mx - 8)$ có hai nghiệm thực phân biệt là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. vô số.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 1$.

$$\log_{\sqrt{2}}(x - 1) = \log_2(mx - 8) (*)$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 = mx - 8.$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (2 + m)x + 9 = 0 (**).$$

Phương trình (*) có hai nghiệm thực phân biệt khi phương trình (**) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$\text{thỏa mãn: } 1 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} (2+m)^2 - 36 > 0 \\ \frac{2+m}{2} > 1 \\ 8-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4 < m < 8.$$

Có 3 giá trị nguyên m cần tìm.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 139. Phương trình $4\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2x} + 25 \cdot 2^x = 100 + 100^{\frac{x}{2}}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. Vô nghiệm.

Lời giải.

$$\begin{aligned} & 4\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2x} + 25 \cdot 2^x = 100 + 100^{\frac{x}{2}} \\ \Leftrightarrow & 4 \cdot 5^x + 25 \cdot 2^x = 100 + 10^x \\ \Leftrightarrow & 5^x(4 - 2^x) - 25(4 - 2^x) = 0 \\ \Leftrightarrow & (4 - 2^x)(5^x - 25) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 4 - 2^x = 0 \\ 5^x - 25 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 140. Giải bất phương trình $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{9}}(2x+3)^2 \leq 2$.

A. $\left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

B. $\left[\frac{3}{4}; 3\right]$.

C. vô nghiệm.

D. $\left[-\frac{3}{8}; 3\right]$.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq \frac{3}{4}$.

Với điều kiện trên bất phương trình

$$\begin{aligned} & 2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{9}}(2x+3)^2 \leq 2 \\ \Leftrightarrow & \log_3(4x-3)^2 - \log_3(2x+3) \leq 2 \\ \Leftrightarrow & \log_3 \frac{(4x-3)^2}{2x+3} \leq 2 \\ \Leftrightarrow & \frac{16x^2 - 24x + 9}{2x+3} \leq 9 \\ \Leftrightarrow & 16x^2 - 24x + 9 \leq 18x + 27 \\ \Leftrightarrow & 16x^2 - 42x - 18 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq x \leq 3. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $\left[\frac{3}{4}; 3\right]$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 141. Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3 + y^3 = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z}$ đúng với mọi các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\log(x+y) = z$ và $\log(x^2 + y^2) = z + 1$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. $\frac{31}{2}$.

B. $\frac{29}{2}$.

C. $-\frac{31}{2}$.

D. $-\frac{25}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} \log(x+y) = z \\ \log(x^2 + y^2) = z + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 10^z \\ x^2 + y^2 = 10 \cdot 10^z \end{cases} \Rightarrow xy = \frac{10^{2z} - 10 \cdot 10^z}{2}.$$

Khi đó

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 + y^2 - xy) = 10^z \left(10 \cdot 10^z - \frac{10^{2z} - 10 \cdot 10^z}{2} \right) = 15 \cdot 10^{2z} - \frac{1}{2} \cdot 10^{3z}.$$

Vậy $a = 15, b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a + b = \frac{29}{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 142. Tổng tất cả các giá trị m nguyên dương để hàm số $y = \left(\frac{\pi}{6}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 2}$ luôn nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$ là

A. 253.

B. 300.

C. 276.

D. 231.

Lời giải.

$$y' = (3e^{3x} - (m-1)e^x) \cdot \ln\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \left(\frac{\pi}{6}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 2}.$$

Hàm nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in (1; 3)$.

Do $\begin{cases} \ln\left(\frac{\pi}{6}\right) < 0 \\ \left(\frac{\pi}{6}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 2} > 0 \end{cases}$ nên $y' \leq 0, \forall x \in (1; 3) \Leftrightarrow 3e^{3x} - (m-1)e^x \geq 0, \forall x \in (1; 3)$
 $\Leftrightarrow 3e^{2x} + 1 \geq m, \forall x \in (1; 3).$

Xét hàm số $f(x) = 3e^{2x} + 1$. Ta có $f'(x) = 6e^{2x} > 0, \forall x \in (1; 3)$. Xét bảng biến thiên

x	1	3
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$f(1)$	$f(3)$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m \leq \min_{x \in (1; 3)} f(x) \Leftrightarrow m \leq 3e^2 + 1$. Khi đó tổng các giá trị nguyên dương của m là $\frac{23(1+23)}{2} = 276$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 143. Phương trình $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0$ có nghiệm khi

A. $m \leq 1$.

B. $m > \frac{1}{2}$.

C. $m \leq 0$.

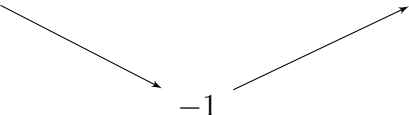
D. $m \geq 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0 \Leftrightarrow (2^{x+1})^2 - 2 \cdot 2^{x+1} + m = 0 \Leftrightarrow (2^{x+1})^2 - 2 \cdot 2^{x+1} = -m.$$

$$\text{Đặt } t = 2^{x+1}, t > 0. \text{ Phương trình trở thành } t^2 - 2t = -m \quad (1).$$

Xét hàm số $y = f(t) = t^2 - 2t$ có $y' = f'(t) = 2t - 2$. Cho $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Ta có bảng biến thiên

t	0			1	$+\infty$
$f'(t)$		-	0	+	
$f(t)$					

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $-m \geq -1 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 144. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$?

- A. $m = \frac{13}{2}$. B. $m = \frac{5}{2}$. C. $m = 8$. D. $m = 2$.

Lời giải.

Ta có: $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m + 3 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2m \cdot 2^x + 2m + 3 = 0$.

Đặt $t = 2^x, t > 0$. Khi đó phương trình trở thành $t^2 - 2mt + 2m + 3 = 0$.

Phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$ khi và chỉ khi phương trình $t^2 - 2mt + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 \cdot t_2 = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} = 2^4 = 16$.

$$\text{Điều này tương đương với } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 3 > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m + 3 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{13}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 145. Biết rằng phương trình $2 \log(x+2) + \log 4 = \log x + 4 \log 3$ có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$. Tính $P = \frac{x_1}{x_2}$.

- A. $P = \frac{1}{64}$. B. $P = \frac{1}{4}$. C. $= 4$. D. $P = 64$.

Lời giải.

$$\text{ĐKXD: } \begin{cases} x+2 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0.$$

$$2 \log(x+2) + \log 4 = \log x + 4 \log 3$$

$$\Leftrightarrow \log(x+2)^2 \cdot 4 = \log 3^4 \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 4(x+2)^2 = 81x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 65x + 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x_1 = \frac{1}{4}, x_2 = 16, P = \frac{1}{64}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 146. Biết rằng phương trình $2 \ln(x+2) + \ln 4 = \ln x + 4 \ln 3$ có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$. Tính $P = \frac{x_1}{x_2}$.

- A. 64. B. 4. C. $\frac{1}{64}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

$$2 \ln(x+2) + \ln 4 = \ln x + 4 \ln 3 \Leftrightarrow \ln(x+2)^2 - \ln x = \ln \frac{3^4}{4} \Leftrightarrow \ln \frac{(x+2)^2}{x} = \ln \frac{81}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4(x+2)^2 = 81x \Leftrightarrow 4x^2 - 65x + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$P = \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{64}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 147. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $e^{u_{18}} + 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = e^{4u_1}$ và $u_{n+1} = u_n + 3$ với $n \geq 1$. Giá trị lớn nhất của n để $\log_3 u_n < \ln 2018$ bằng

A. 1420.

B. 1419.

C. 1417.

D. 1418.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} = u_n + 3 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 3 \Rightarrow$ dãy số (u_n) là cấp số cộng với $d = 3$.

$$\text{Xét } e^{u_{18}} + 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = e^{4u_1} \Leftrightarrow e^{u_{18}} - e^{4u_1} + 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = 0 \\ \sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = -5 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow u_{18} = 4u_1 \Leftrightarrow u_1 + 17d = 4u_1 \Rightarrow 3u_1 = 51 \Rightarrow u_1 = 17.$$

$$\log_3 u_n < \ln 2018 \Leftrightarrow \log_3 (u_1 + (n-1)d) < \ln 2018 \Leftrightarrow \log_3 (17 + 3(n-1)) < \ln 2018.$$

$$\Leftrightarrow 3n + 14 < 3^{\ln 2018} \Leftrightarrow n < \frac{3^{\ln 2018} - 14}{3} \approx 1419,935.$$

Vậy giá trị lớn nhất của n là $n = 1419$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 148. Cho phương trình $4^{|x|} - (m+1)2^{|x|} + m = 0$. Tìm điều kiện của tham số m để phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.

A. $m \geq 1$.B. $m > 1$.C. $m > 0$ và $m \neq 1$.D. $m > 0$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$4^{|x|} - 2^{|x|} - m2^{|x|} + m = 0 \Leftrightarrow (2^{|x|} - 1)(2^{|x|} - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{|x|} = 0 \\ 2^{|x|} - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ m = 2^{|x|}. \end{cases}$$

Phương trình $4^{|x|} - (m+1)2^{|x|} + m = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $m = 2^{|x|}$ có đúng 2 nghiệm phân biệt khác 0. Do $|x| > 0, \forall x \neq 0$ nên $2^{|x|} > 1, \forall x \neq 0$. Từ đó suy ra $m > 1$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 149. Cho dãy số (u_n) với 89 số hạng thỏa mãn $u_n = \tan n^\circ, \forall n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 89$. Gọi P là tích của tất cả 89 số hạng của dãy số. Giá trị của biểu thức $\log P$ là

A. 89.

B. 1.

C. 0.

D. 10.

Lời giải.

$\forall n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 89$, ta có $\tan(90^\circ - n^\circ) = \cot n^\circ \Rightarrow \tan n^\circ \cdot \tan(90^\circ - n^\circ) = 1$. Khi đó

$$\begin{aligned} P &= u_1 \cdot u_2 \cdots u_{89} = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdots \tan 89^\circ \\ &= (\tan 1^\circ \cdot \tan 89^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \cdot \tan 88^\circ) \cdots (\tan 44^\circ \cdot \tan 46^\circ) \cdot \tan 45^\circ \\ &= 1 \cdot 1 \cdots 1 = 1 \Rightarrow \log P = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 150. Cho a, b là độ dài hai cạnh góc vuông, c là độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông. Trong đó, $c - b \neq 1$ và $c + b \neq 1$. Kết luận nào dưới đây đúng?

A. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.B. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.C. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = -2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.D. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = -\log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

Lời giải.

Theo bài ra ta có $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow a^2 = c^2 - b^2 = (c - b)(c + b)$.

$$\begin{aligned} \text{Từ đó suy ra } 2 = \log_a a^2 &= \log_a((c - b)(c + b)) = \log_a(c - b) + \log_a(c + b) = \frac{1}{\log_{c-b} a} + \frac{1}{\log_{c+b} a} \\ &\Leftrightarrow \log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 151. Cho $\log_7 12 = x$; $\log_{12} 24 = y$ và $\log_{54} 168 = \frac{axy + 1}{bxy + cx}$ (trong đó a, b, c là các số nguyên).

Tính giá trị của biểu thức $S = a + 2b + 3c$.

A. $S = 4$.

B. $S = 19$.

C. $S = 10$.

D. $S = 15$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_{12} 24 \log_{24} 54 = \log_{12} 54 = \log_{12} \frac{12^8}{24^5} = 8 - 5 \log_{12} 24 \Rightarrow \log_{24} 54 = \frac{8 - 5y}{y} \Rightarrow \log_{54} 24 = \frac{y}{8 - 5y}.$$

và

$$\log_7 54 = \log_7 12 \log_{12} 54 = x(8 - 5y) \Rightarrow \log_{54} 7 = \frac{1}{x(8 - 5y)}.$$

Từ đó ta có

$$\log_{54} 168 = \log_{54} 7 + \log_{54} 24 = \frac{xy + 1}{-5xy + 8x}$$

suy ra $a = 1, b = -5, c = 8 \Rightarrow S = 1 + 2(-5) + 3 \cdot 8 = 15$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 152. Cho hàm số $f(x) = 2018e^x + x^2 - 2019x - 1$. Hỏi phương trình $|f(x) - 2018| = m$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm thực.

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

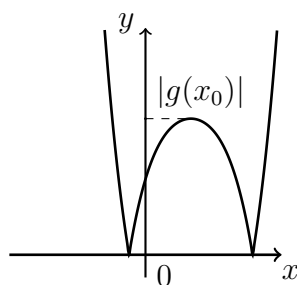
Xét hàm số $g(x) = f(x) - 2018 = 2018e^x + x^2 - 2019x - 2019$.

Ta có $g'(x) = 2018e^x + 2x - 2019$ và $g''(x) = 2018e^x + 2 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R} \Rightarrow g'(x)$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Ta có $g'(x) < 0, g'(1) > 0$ do đó $g'(x)$ có một nghiệm duy nhất $x_0 \in (0; 1)$. Kết hợp với

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$, suy ra $g(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
y'		$- \quad 0 \quad +$	
y	$+\infty$	$g(x_0)$	$+\infty$

Nếu $g(x_0) < 0$ thì đồ thị của hàm số $y = |f(x) - 2018|$ có dạng như hình vẽ



Vậy phương trình nhiều nhất có 4 nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 153. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $4e^{2u_9} + 2e^{u_9} - 4e^{u_1+u_9} = e^{u_1} - e^{2u_1} + 3$ và $u_{n+1} = u_n + 3$ với mọi $n \geq 1$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 3$ là

A. 11.

B. 12.

C. 9.

D. 10.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 + (n-1)3 \Rightarrow u_9 = u_1 + 24$. Từ giả thiết ta có

$$(2e^{u_9} - e^{u_1})^2 + (2e^{u_9} - e^{u_1}) - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2e^{u_9} - e^{u_1} = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \\ 2e^{u_9} - e^{u_1} = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{u_1} (2e^{24} - 1) = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \text{ (loại)} \\ e^{u_1} (2e^{24} - 1) = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}. \end{cases}$$

$$\text{Do đó } u_1 = \ln \frac{-1 + \sqrt{13}}{2(2e^{24} - 1)} \Rightarrow u_n > 3 \Rightarrow \ln \frac{-1 + \sqrt{13}}{2(2e^{24} - 1)} + 3(n-1) > 3 \Rightarrow n > 9.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của n là 10.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 154. Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình $m9^{x^2-2x} - (2m+1)6^{x^2-2x} + m4^{x^2-2x} = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 2)$?

A. 2012.

B. 2013.

C. 2011.

D. 2010.

Lời giải.

$$\text{PT} \Leftrightarrow m \left(\frac{3}{2}\right)^{2(x^2-2x)} - (2m+1) \left(\frac{3}{2}\right)^{(x^2-2x)} + m = 0.$$

$$\text{Với } x \in (0; 2) \Rightarrow x^2 - 2x \in (-1; 0). \text{ Đặt } t = \left(\frac{3}{2}\right)^{(x^2-2x)} \in \left(\frac{2}{3}; 1\right).$$

$$\text{Phương trình trở thành } mt^2 - (2m+1)t + m = 0 \Rightarrow m = \frac{t}{(t-1)^2}.$$

Xét hàm $g(t) = \frac{t}{(t-1)^2}$, $g'(t) = \frac{-t-1}{(t-1)^3}$. Bảng biến thiên của hàm số $g(t)$ với $t \in \left(\frac{2}{3}; 1\right)$ như hình bên, suy ra $m > 6$.

t	$\frac{2}{3}$	1
g'	+	
g	6	$+\infty$

Vậy có 2012 giá trị m nguyên thuộc đoạn $[-2018; 2018]$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 155. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m nhỏ hơn 2018 để phương trình

$$e^{\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2}} - \sqrt{x + \frac{1}{x} + m}} = \frac{x^3 + mx^2 + x}{x^4 + 1}$$

có nghiệm thực dương.

A. 2014.

B. 2015.

C. 2016.

D. 2017.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x \neq 0$.

$$\text{PT} \Leftrightarrow e^{\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2}} - \sqrt{x + \frac{1}{x} + m}} = \frac{x + \frac{1}{x} + m}{x^2 + \frac{1}{x^2}} \Leftrightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) e^{\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2}}} = \left(x + \frac{1}{x} + m\right) e^{\sqrt{x + \frac{1}{x} + m}}.$$

Xét hàm số $g(t) = te^t$. Ta có $g'(t) = (t+1)e^t > 0$ với mọi $t > 0 \Rightarrow y = g(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty) \Rightarrow \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2}} = \sqrt{x + \frac{1}{x} + m} \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - \left(x + \frac{1}{x}\right) = m \quad (*)$.

Đặt $u = x + \frac{1}{x} \Rightarrow |u| \geq 2$. Phương trình (*) trở thành $u^2 - u - 2 = m$. Bảng biến thiên của Parabol $y = u^2 - u - 2$ với $|u| \geq 2$. Như hình vẽ bên. Suy ra $m \geq 0$. Vậy có 2017 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn điều kiện đề bài.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
y'	+			+
y	$+\infty$			$+\infty$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 156. Biết tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{\log_2 \frac{3-2x}{1-x}} \leq \sqrt{2}$ có dạng $(-\infty; a] \cup [b; +\infty)$.

Tính giá trị $T = ab$.

A. $T = 0$.

B. $T = 2$.

C. $T = 3$.

D. $T = 1$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x \neq 1$ và $\frac{3-2x}{1-x} \geq 1$. BPT $\Leftrightarrow \log_2 \frac{3-2x}{1-x} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{3-2x}{1-x} \leq 4$.

Ta có hệ $\begin{cases} \frac{3-2x}{1-x} \geq 1 \\ \frac{3-2x}{1-x} \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; 1) \cup [2; +\infty) \\ \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. Vậy $T = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 157. Có bao nhiêu số tự nhiên m để hàm số $y = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{m-1}{2}x^2 + mx - \ln x + 2$ đồng biến trên $(2; +\infty)$?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} y' &\geq 0, \forall x \in (2; +\infty) \\ \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - (m-1)x + m - \frac{1}{x} &\geq 0, \forall x \in (2; +\infty) \\ \Leftrightarrow m &\leq \frac{x^4 - 2x^3 + x^2 - 1}{x^2 - x}, \forall x \in (2; +\infty) \\ \Leftrightarrow m &\leq x^2 - x - \frac{1}{x^2 - x}, \forall x \in (2; +\infty) \quad (1). \end{aligned}$$

Đặt $t = x^2 - x$, ta có $t' = 2x - 1 > 0, \forall x \in (2; +\infty)$. Do đó $x \in (2; +\infty) \Rightarrow t \in (2; +\infty)$.

Xét hàm $f(t) = t - \frac{1}{t}$ trên $(2; +\infty)$. Ta có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t^2} > 0, \forall t \in (2; +\infty)$.

Khi đó (1) tương đương với

$$\begin{aligned} m &\leq f(t), \forall t \in (2; +\infty) \\ \Leftrightarrow m &\leq \lim_{t \rightarrow 2^+} f(t) = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Vì $m \in \mathbb{N}$ nên $m = 0, m = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 158. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình

$$4^{1+x} + 4^{1-x} = (6-m)(2^{2+x} - 2^{2-x})$$

có nghiệm thuộc đoạn $[0; 2]$?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương $4^x + 4^{-x} = (6 - m)(2^x - 2^{-x})$. (1)

Đặt $t = 2^x - 2^{-x} \Rightarrow t^2 = 4^x + 4^{-x} - 2$. Xét hàm $g(x) = 2^x - 2^{-x}$ trên $[0; 2]$.

Ta có $g'(x) = 2^x \ln 2 + 2^{-x} \ln 2 > 0 \Rightarrow g$ là hàm đồng biến trên $[0; 2]$. Suy ra $t \in \left[0; \frac{15}{4}\right]$.

Phương trình (1) trở thành

$$\begin{aligned} t^2 + 2 &= (6 - m)t \\ \Leftrightarrow m &= 6 - t - \frac{2}{t} \quad (\text{do } t = 0 \text{ không thỏa}) \end{aligned}$$

Xét hàm $f(t) = 6 - t - \frac{2}{t}$ trên $\left(0; \frac{15}{4}\right]$. Ta có $f'(t) = -1 + \frac{2}{t^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt{2}$.

Bảng biến thiên

t	0	$\sqrt{2}$	$\frac{15}{4}$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	$-\infty$	$6 - 2\sqrt{2}$	$\frac{103}{60}$

Từ bảng biến thiên, suy ra $\frac{103}{60} \leq m \leq 6 - 2\sqrt{2}$. Vì m là số nguyên dương nên $m = 2, m = 3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 159. Cho phương trình $\log_{0,5}(m + 6x) + \log_2(3 - 2x - x^2) = 0$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có nghiệm thực?

A. 9.

B. 10.

C. 8.

D. 17.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} -3 < x < 1 \\ x > -\frac{m}{6} \end{cases}$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} -\log_2(m + 6x) + \log_2(3 - 2x - x^2) &= 0 \Leftrightarrow \log_2 \frac{3 - 2x - x^2}{m + 6x} = 0 \Leftrightarrow \frac{3 - 2x - x^2}{m + 6x} = 1 \\ \Leftrightarrow 3 - 2x - x^2 &= m + 6x \Leftrightarrow 3 - 8x - x^2 = m. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = 3 - 8x - x^2$ là hàm bậc hai nên trên khoảng $(-3; 1)$, $f(x)$ nghịch biến, suy ra $\min_{[-3;1]} f(x) = -6$, $\max_{[-3;1]} f(x) = 18$. Vậy có 17 giá trị nguyên dương của m để phương trình có nghiệm thực.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 160. Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^3 - 6x^2 + mx + 2}$ luôn đồng biến trên khoảng $(1; 3)$ là

A. 8.

B. 9.

C. 10.

D. Vô số.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = (3x^2 - 12x + m) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x^3 - 6x^2 + mx + 2} \cdot \ln \frac{1}{2}.$$

Hàm số y đồng biến trên khoảng $(1; 3) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1; 3) \Leftrightarrow (3x^2 - 12x + m) \leq 0, \forall x \in (1; 3) \Leftrightarrow m \leq -3x^2 + 12x, \forall x \in (1; 3)$.

Đặt $g(x) = -3x^2 + 12x \Rightarrow g'(x) = -6x + 12; g(x) = 0 \Rightarrow x = 2$.

x	1	2	3		
$g'(x)$	0	+	0	−	0
$g(x)$					

Do đó $\Leftrightarrow m \leq -3x^2 + 12x, \forall x \in (1; 3) \Leftrightarrow m \leq 9$.

Mà $m \in \mathbb{N}^*$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Vậy có 9 giá trị nguyên của m thỏa đề.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 161. Cho phương trình $25^x - (m+2)5^x + 2m+1 = 0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [0; 2018]$ để phương trình có nghiệm?

A. 2015.

B. 2016.

C. 2018.

D. 2017.

Lời giải.

Đặt $t = 5^x, (t > 0)$.

Phương trình trở thành $t^2 - (m+2)t + 2m+1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 2t + 1}{t - 2} = f(t)$ ($t = 2$ không thỏa phương trình này).

Khi phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình $m = f(t)$ có nghiệm $t > 0$.

$$f'(t) = \frac{t^2 - 4t + 3}{(t - 2)^2}.$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3. \end{cases}$$

Bảng biến thiên hàm $y = f(t)$ trên khoảng $(0; +\infty)$:

t	0	1	2	3	$+\infty$	
$f'(t)$	+	0	-	-	0	+
$f(t)$	$\frac{1}{2}$	0 		$+\infty$ 	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $m = f(t)$ có nghiệm $t > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 4 \end{cases}$.

Mà m nguyên và $m \in [0; 2018]$ nên $m \in \{0; 4; 5; \dots; 2018\}$. Vậy có 2016 giá trị m thỏa đề.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 162. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\ln^2 u_6 - \ln u_8 = \ln u_4 - 1$ và $u_{n+1} = u_n e$ với mọi $n \geq 1$. Tìm u_1 .

A. e.

B. e^2 .C. e^{-3} .D. e^{-4} .

Lời giải.

Vì $u_{n+1} = u_n e$ với mọi $n \geq 1$ nên dãy (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = e$.

Ta có

$$\begin{aligned} \ln^2 u_6 - \ln u_8 &= \ln u_4 - 1 \Leftrightarrow \ln^2 u_6 - (\ln u_8 + \ln u_4) + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \ln^2 u_6 - \ln(u_8 u_4) + 1 = 0 \Leftrightarrow \ln^2 u_6 - \ln u_6^2 + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \ln^2 u_6 - 2 \ln u_6 + 1 = 0 \Leftrightarrow \ln(u_6 - 1)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \ln u_6 = 1 \Leftrightarrow u_6 = e \\ &\Leftrightarrow u_1 \cdot e^5 = e \Leftrightarrow u_1 = e^{-4}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 163. Với số thực a thỏa mãn $a > 0$ và $a \neq 1$ thì mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a x^n = n \log_a x (x > 0)$.B. $\log_a \sqrt[n]{x} = n \log_a x (x > 0, n \text{ là số nguyên dương lẻ})$.C. $\log_{a^n} x = n \log_a x (x > 0, n \text{ khác } 0)$.D. $\log_a x^n = n \log_a x (x \neq 0, n \text{ là số nguyên dương chẵn})$.

Lời giải.

Theo định lí 3(bài Logarit) thì: Lôgarit của một lũy thừa bằng tích của số mũ với lôgarit của cơ số.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 164. Cho phương trình $\log_2 x \cdot \log_3 x + x \cdot \log_3 x + 3 = \log_2 x + 3 \log_3 x + x$. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình là

A. 35.

B. 9.

C. 5.

D. 10.

Lời giải.

$$\log_2 x \cdot \log_3 x + x \cdot \log_3 x + 3 = \log_2 x + 3 \log_3 x + x \Leftrightarrow (\log_3 x - 1)(\log_2 x + x - 3) = 0.$$

$$\text{Nếu } \log_3 x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 3.$$

$$\text{Nếu } \log_2 x + x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (do vế trái là hàm đồng biến nên } x = 2 \text{ là nghiệm duy nhất).}$$

Tổng các nghiệm là 5.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 165. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1 + \sqrt{-2 + \log u_1 - 2 \log u_8} = 2 \log u_{10}$ và $u_{n+1} = 10u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_{2018} bằng

A. 10^{2000} .B. 10^{2008} .C. 10^{2018} .D. 10^{2017} .

Lời giải.

$$\text{Do } u_8 = 10^7 u_1 \text{ và } u_{10} = 10^9 u_1 \text{ nên } \log u_1 + \sqrt{-16 - \log u_1} = 2 \log u_1 + 18.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{-16 - \log u_1} \Rightarrow \log u_1 = -16 - t^2 \Rightarrow -16 - t^2 + t = 2(-16 - t^2) + 18 \Rightarrow t = 1.$$

$$\text{Do đó } \log u_1 = -17 \Rightarrow u_1 = 10^{-17} \Rightarrow u_{2018} = 10^{2017} u_1 = 10^{2000}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 166. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $4x^2 - 3 \cdot 2^{x^2+1} + m - 3 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt?

A. 4.

B. 12.

C. 9.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$ ($t \geq 1$), Ta cần phương trình $t^2 - 6t + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 2 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12 - m > 0 \\ m - 8 > 0 \end{cases}. \text{ Vậy có 3 giá trị nguyên của } m \text{ là } 9, 10, 11.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 167. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình

$$\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} = x^2 - 5x + 2 - m$$

có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. vô số.

Lời giải.

Điều kiện: $3x^2 + 3x + m + 1 > 0$ (do $2x^2 - x + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$).

Đặt $a = 3x^2 + 3x + m + 1$, $b = 4x^2 - 2x + 2$ ta có

$$\log_2 a - \log_2 b = b - a \Leftrightarrow \log_2 a + a = \log_2 b + b \Leftrightarrow a = b \Leftrightarrow x^2 - 5x + 1 - m = 0. \quad (1)$$

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 > 1$, hay

$$\begin{cases} \Delta = 21 + 4m > 0 \\ x_1 - 1 + x_2 - 1 > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{21}{4} \\ 1 - m - 5 + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{21}{4} < m < -3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 168. Xét các khẳng định sau đây

- (1). Hàm số $y = \log_3 x$ đồng biến trên tập xác định.
- (2). Đồ thị hàm số $y = 2^x$ nhận trục Oy làm tiệm cận đứng.
- (3). Đồ thị các hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ và $y = \log_{\sqrt{2}} x$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt.
- (4). Hàm số $y = a^x$, ($a > 0, a \neq 1$) là hàm số chẵn.
- (5). Đồ thị các hàm số $y = 3^x$ và $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ đối xứng với nhau qua trục tung Oy .

Có bao nhiêu khẳng định **sai** trong các khẳng định trên?

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Các khẳng định sai là (2) và (4), cụ thể là:

- (C): $y = 2^x$ không có tiệm cận đứng mà chỉ có tiệm cận ngang là trục hoành.
- $y = a^x$ luôn tăng hoặc luôn giảm trên $\mathbb{R}$ nên không thể nhận Oy làm trục đối xứng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 169. Phương trình $3^{|4x-4|} = 81^{m-1}$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m < 0$.

B. $m \leq 0$.

C. $m < 1$.

D. $m \leq 1$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$3^{|4x-4|} = 3^{4(m-1)} \Leftrightarrow 4|x-1| = 4(m-1).$$

Do vế trái không âm nên phương trình trên vô nghiệm khi và chỉ khi

$$m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 170. Tích tất cả các giá trị của x thỏa mãn phương trình $(3^x - 3)^2 - (4^x - 4)^2 = (3^x + 4^x - 7)^2$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương $(3^x - 3)^2 - (4^x - 4)^2 = [(3^x - 3) + (4^x - 4)]^2$.

Đặt $a = 3^x - 3$, $b = 4^x - 4$. Thu được

$$a^2 - b^2 = (a + b)^2 \Leftrightarrow (a + b)(a - b) - (a + b)^2 = 0 \Leftrightarrow (a + b)(-2b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -a \\ b = 0 \end{cases}.$$

- Với $b = -a$ thì $4^x - 4 = -3^x + 3 \Leftrightarrow 4^x + 3^x = 7$. Phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1$ (về trái là hàm đồng biến, vế phải là hàm hằng).
- Với $b = 0$ thì $4^x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy tích các nghiệm của phương trình bằng 1.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 171. Đặt $a = \log_2 3$ và $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

A. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab + b}.$

B. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}.$

C. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab}.$

D. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}.$

Câu 172. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) \cdot f(x) = x^4 + x^2$. Biết $f(0) = 2$. Tính $f^2(2)$.

A. $f^2(2) = \frac{313}{15}.$

B. $f^2(2) = \frac{332}{15}.$

C. $f^2(2) = \frac{324}{15}.$

D. $f^2(2) = \frac{323}{15}.$

Lời giải.

Ta có $\int (f'(x) \cdot f(x)) dx = \int (x^4 + x^2) dx$ suy ra $\frac{f^2(x)}{2} = \frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} + C$.

Thay $x = 0$ vào ta được $\frac{f^2(0)}{2} = 2 = C$ suy ra $f^2(x) = 2 \left(\frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} + 2 \right)$.

Vậy $f(2) = \frac{332}{15}.$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 173. Tìm số giá trị nguyên trên đoạn $[-2; 2018]$ của tham số m để hàm số $y = e^{x^3 - x^2 + mx}$ đồng biến trên đoạn $[1; 2]$.

A. 2018.

B. 2019.

C. 2020.

D. 2017.

Lời giải.

Với $y = e^{x^3 - x^2 + mx}$ ta có $y' = (3x^2 - 2x + m)e^{x^3 - x^2 + mx}$.

Hàm số đồng biến trên đoạn $[1; 2] \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in [1; 2] \Leftrightarrow m \geq -3x^2 + 2x, \forall x \in [1; 2]$

Đặt $g(x) = -3x^2 + 2x$ thì $g'(x) = -6x + 2$. Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

Dễ thấy $g'(x) < 0, \forall x \in [1; 2]$ nên $g(x)$ nghịch biến trên đoạn $[1; 2]$.

Từ đó $\max_{[1; 2]} g(x) = g(1) = -1$.

Vậy $m \geq g(x), \forall x \in [1; 2] \Leftrightarrow m \geq \max_{[1; 2]} g(x) \Leftrightarrow m \geq -1$.

Do đó có 2020 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 174. Cho phương trình $(\sqrt{5}-1)^{x^2} + m(\sqrt{5}+1)^{x^2} = 2^{x^2-2}$ (1). Khoảng $(a; b)$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có đúng bốn nghiệm phân biệt. Tính $b-a$.

A. $\frac{1}{16}$.

B. $\frac{49}{64}$.

C. $\frac{1}{64}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình } (\sqrt{5}-1)^{x^2} + m(\sqrt{5}+1)^{x^2} = 2^{x^2-2} \text{ (1)} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{x^2} + m\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{x^2} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{x^2}; 0 < t \leq 1$$

$$\text{Phương trình (1) trở thành } t + \frac{m}{t} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow -t^2 + \frac{1}{4}t = m \text{ (2)}$$

$$\text{Xét } g(t) = -t^2 + \frac{1}{4}t \text{ trên } (0; 1]$$

$$g'(t) = -2t + \frac{1}{4}; g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{8}.$$

Bảng biến thiên

t	0	$\frac{1}{8}$	1
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$	0	$\frac{1}{64}$	$-\frac{3}{4}$

Để phương trình (1) có đúng 4 nghiệm thì phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt thuộc $(0; 1)$.

$$\text{Từ bảng biến thiên } \rightarrow m \in \left(0; \frac{1}{64}\right).$$

$$\text{Vậy } a = 0; b = \frac{1}{64} \Rightarrow b - a = \frac{1}{64}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 175. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 > 1, u_{n+1} = e \cdot u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ và $\ln^2 u_6 - 4 \ln u_9 = \ln u_{13} + 5$. Tính u_{10} .

A. e^{15} .

B. e^{12} .

C. e .

D. e^{10} .

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_n = u_1 \cdot e^{n-1}.$$

Từ đó suy ra

$$\ln^2 u_6 - 4 \ln u_9 = \ln u_{13} + 5 \Leftrightarrow [\ln(u_1 \cdot e^5)]^2 - 4 \ln(u_1 \cdot e^8) = \ln(u_1 \cdot e^{12}) + 5$$

$$\Leftrightarrow \ln^2 u_1 + 5 \ln u_1 - 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \ln u_1 = -8 \\ \ln u_1 = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{1}{e^8} \\ u_1 = e^3. \end{cases}$$

$$\text{Vì } u_1 > 1 \text{ nên } u_1 = e^3, \text{ suy ra } u_{10} = e^3 \cdot e^9 = e^{12}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 176. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_2(4^x - m - 1) = x + 2$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với:

$$4^x - m - 1 = 2^{x+2} \Leftrightarrow (2^x)^2 - 4 \cdot 2^x - m - 1 = 0$$

Đặt $t = 2^x$ với $t > 0$ ta được phương trình $t^2 - 4t - m - 1 = 0$. (1)

Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4 + m + 1 > 0 \\ t_1 + t_2 = 4 > 0 \\ t_1 \cdot t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -5 \\ m < -1. \end{cases}$$

Từ đó suy ra có đúng 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 177. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2(m+1)3^x + 6m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $m < 1$.B. $m < \frac{1}{2}$.C. $m > \frac{1}{2}$.D. $\frac{1}{2} < m < 1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 9^x - 2(m+1)3^x + 6m - 3 = 0 &\Leftrightarrow (3^x + 1 - 2m)(3^x - 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 3 \\ 3^x = 2m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 3^x = 2m - 1 \end{cases} \quad (*). \end{aligned}$$

Phương trình ban đầu có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi (*) có nghiệm âm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 > 0 \\ x = \log_3(2m - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{2} \\ 2m - 1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 178. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình: $18 \cdot 4^x + 12 \cdot 9^x = 35 \cdot 6^x$. Giá trị biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$ bằng

A. $A = 9$.B. $A = 5$.C. $A = 7$.D. $A = -7$.

Lời giải.

Xét phương trình $18 \cdot 4^x + 12 \cdot 9^x = 35 \cdot 6^x \Leftrightarrow 18 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x + 12 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x - 35 = 0$.

$$\text{Đặt } \left(\frac{2}{3}\right)^x = t > 0 \text{ ta được phương trình } 18t + \frac{12}{t} - 35 = 0 \Leftrightarrow 18t^2 - 35t + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{2} \\ t = \frac{4}{9} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{3}{2} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{4}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow A = x_1^3 + x_2^3 = 7.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 179. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(x+2) + \log_4(x-5)^2 + \log_{\frac{1}{2}} 8 = 0$ bằng

A. 6.

B. 3.

C. 9.

D. 12.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x > -2 \\ x \neq 5 \end{cases} (*)$.

Ta có $\log_2(x+2) + \log_2|x-5| - \log_2 8 = 0 \Leftrightarrow \log_2 [(x+2)|x-5|] = \log_2 8$

$$\Leftrightarrow (x+2)|x-5| = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ (x+2)(x-5) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases} \text{ thỏa mãn } (*).$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $6 + \frac{3 + \sqrt{17}}{2} + \frac{3 - \sqrt{17}}{2} = 9$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 180. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 23ab$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\log_5(a+b) = 1 + \log_{25} a + \log_{25} b$.B. $\ln \frac{a+b}{5} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$.C. $2 \log \frac{a+b}{5} = \log a + \log b$.D. $2 \log_5(a+b) = 1 + \log_5 a + \log_5 b$.

Lời giải.

Ta có $a^2 + b^2 = 23ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 25ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{5}\right)^2 = ab (*)$

— Lấy lôgarit thập phân hai vế của (*), ta có

$$2 \log \frac{a+b}{5} = \log a + \log b.$$

— Lấy lôgarit tự nhiên hai vế của (*), ta được

$$2 \ln \frac{a+b}{5} = \ln(ab) = \ln a + \ln b \Rightarrow \ln \frac{a+b}{5} = \frac{\ln a + \ln b}{2}.$$

— Lấy lôgarit cơ số 5 hai vế của (*) ta được

$$2 [\log_5(a+b) - \log_5 5] = \log_5(ab) \Leftrightarrow 2 [\log_5(a+b) - 1] = \log_5 a + \log_5 b \\ \Leftrightarrow \log_5(a+b) = \frac{1}{2} (\log_5 a + \log_5 b) + 1 = 1 + \log_{25} a + \log_{25} b.$$

— Lấy lôgarit cơ số 5 hai vế của (*), ta được

$$2 [\log_5(a+b) - \log_5 5] = \log_5(ab) \Leftrightarrow 2 \log_5(a+b) = 2 + \log_5 a + \log_5 b.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 181. Cho hàm số $f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Tính $\ln(f(1)) + \ln(f(2)) \cdots \ln(f(2018))$.

A. $\frac{2017 \cdot 2018}{2019}$.B. $\frac{2018 \cdot 2019}{2020}$.C. $\frac{2018 \cdot 2020}{2019}$.D. $\frac{2018^2}{2019}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \ln f(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}} = \frac{\sqrt{(x^2+x+1)^2}}{x^2(x+1)^2} = \frac{x^2+x+1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}.$$

Vậy

$$\ln(f(1)) + \ln(f(2)) \cdots \ln(f(2018)) = 2018 + 1 - \frac{1}{2019} = \frac{2018 \cdot 2020}{2019}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 182. Với tham số thực k thuộc tập S nào dưới đây để phương trình $\log_2(x+3) + \log_2 x^2 = k$ có một nghiệm duy nhất?

- A. $S = (-\infty; 0)$. B. $S = (2; +\infty)$. C. $S = (0; +\infty)$. D. $S = (4; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x+3 > 0 \\ x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x \neq 0.$

Ta có phương trình $\log_2[(x+3)x^2] = k \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 = 2^k$. (*)

Xét hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2$ trên các khoảng $(-3; 0)$ và $(0; +\infty)$, ta có

$$f'(x) = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	-3	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$		$+$ 0 $-$		$+$
$f(x)$		$0 \nearrow 4 \searrow 0$	0	$0 \nearrow +\infty$

Từ bảng biến thiên, để phương trình (*) có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $2^k > 4 \Leftrightarrow k > 2$.

Vậy $S = (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 183. Bất phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (7 + 4\sqrt{3})(2 - \sqrt{3})^x \leq 4(2 + \sqrt{3})$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Khi đó $b - a$ bằng

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Đặt $t = (2 + \sqrt{3})^x$ ($t > 0$) suy ra $(2 - \sqrt{3})^x = \frac{1}{t}$.

Từ đó ta có phương trình

$$t + (7 + 4\sqrt{3}) \cdot \frac{1}{t} \leq 4(2 + \sqrt{3})$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 4(2 + \sqrt{3})t + (2 + \sqrt{3})^2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq t \leq (2 + \sqrt{3})^2$$

Từ đó suy ra $0 \leq x \leq 2$, khi đó $b - a = 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 184. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $81^{2x-\sqrt{x}} = m$ có nghiệm.

- A. $m \geq 1$. B. $m \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $m \geq -\frac{1}{8}$. D. $m \geq 0$.

Lời giải.

Điều kiện: $x \geq 0$.

Đặt $t = \sqrt{x}$, ($t \geq 0$). Ta có phương trình

$$\begin{aligned} 81^{2t^2-t} &= m \\ \Leftrightarrow 2t^2 - t &= \log_{81} m \\ \Leftrightarrow (\sqrt{2}t)^2 - 2(\sqrt{2}t) \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{8} &= \log_{81} m + \frac{1}{8} \\ \Leftrightarrow \left(\sqrt{2}t - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 &= \log_{81} m + \frac{1}{8} \end{aligned}$$

Từ đó suy ra, phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\log_{81} m + \frac{1}{8} \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 185. Cho $f(x) = a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + b \sin x + 6$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Biết $f(\log(\log e)) = 2$. Tính giá trị của biểu thức $f(\log(\ln 10))$.

A. 4.

B. 10.

C. 8.

D. 2.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

Đặt $g(x) = f(x) - 6$ (*), hàm số $g(x)$ cũng có tập xác định $\mathbb{R}$.

Dễ thấy $\forall x \in \mathbb{R}$ thì $-x \in \mathbb{R}$, và ta có

$$\begin{aligned} g(-x) &= f(-x) - 6 = a \ln(-x + \sqrt{(-x)^2 + 1}) + b \sin(-x) = a \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x) - b \sin x \\ &= a \ln\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x}\right) - b \sin x = -a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - b \sin x = -g(x) \end{aligned}$$

Suy ra hàm số $g(x)$ là hàm số lẻ trên $\mathbb{R}$.

Ta thấy: $\log(\ln 10) = \log\left(\frac{1}{\log e}\right) = -\log(\log e)$, nên nếu đặt $t = \log(\ln 10)$ thì $\log(\log e) = -t$.

Theo giả thiết có $f(-t) = 2$, từ (*) ta có $g(-t) = f(-t) - 6 = 2 - 6 = -4$. Cần tính $f(t)$.

Từ (*) và kết hợp hàm g là hàm số lẻ ta có: $f(t) = g(t) + 6 = -g(-t) + 6 = 4 + 6 = 10$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 186. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x - m \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 2m + 1 = 0$ có nghiệm. Tập $\mathbb{R} \setminus S$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 4.

B. 9.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $t = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $t > 0$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành: $t^2 - mt + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m \cdot (t - 2) = t^2 + 1$ (*).

Nếu $t = 2$, từ (*) ta có $0 = 5$ (vô lý).

Với $0 < t \neq 2$ ta có (*) $\Leftrightarrow m = \frac{t^2 + 1}{t - 2}$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + 1}{t - 2}$, $0 < t \neq 2$. Ta có $f'(t) = \frac{t^2 - 4t - 1}{(t - 2)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 2 + \sqrt{5}$.

Bảng biến thiên:

t	0	2	$2 + \sqrt{5}$	$+\infty$
$f'(t)$		-	0	+
$f(t)$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$4 + 2\sqrt{5}$	$+\infty$

Phương trình đã cho có nghiệm x khi phương trình (*) có nghiệm t với $0 < t \neq 2$.

Từ bảng biến thiên suy ra $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup [4 + 2\sqrt{5}; +\infty)$.

Khi đó tập $\mathbb{R} \setminus S = \left[-\frac{1}{2}; 4 + 2\sqrt{5}\right)$ có 9 giá trị nguyên.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 187. Cho phương trình $\log_{\sqrt{2}} x + \log_2 (x\sqrt{8}) - 3 = 0$. Khi đặt $t = \log_2 x$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

- A. $8t^2 + 2t - 6 = 0$. B. $4t^2 + t = 0$. C. $4t^2 + t - 3 = 0$. D. $8t^2 + 2t - 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & \log_{\sqrt{2}} x + \log_2 (x\sqrt{8}) - 3 = 0 \\
 \Leftrightarrow & (\log_{\sqrt{2}} x)^2 + \log_2 x + \log_2 \sqrt{8} - 3 = 0 \\
 \Leftrightarrow & (2\log_2 x)^2 + \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 2^3 - 3 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 4(\log_2 x)^2 + \log_2 x + \frac{3}{2} - 3 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 8(\log_2 x)^2 + 2\log_2 x - 3 = 0.
 \end{aligned}$$

Khi đặt $t = \log_2 x$ ta có phương trình $8t^2 + 2t - 3 = 0$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 188. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 8 \cdot 3^x + 3 = m$ có đúng 2 nghiệm thuộc khoảng $(\log_3 2; \log_3 8)$.

- A. $-13 < m < -9$. B. $-9 < m < 3$. C. $3 < m < 9$. D. $-13 < m < 3$.

Lời giải.

Đặt $3^x = t$, ta có phương trình: $t^2 - 8t + 3 = m$ (*).

Khi $x \in (\log_3 2; \log_3 8)$ thì $t \in (2; 8)$. Rõ ràng, với mỗi $t \in (2; 8)$ có duy nhất một $x \in (\log_3 2; \log_3 8)$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 8t + 3$ với $t \in (2; 8)$.

Ta có $f'(t) = 2t - 8$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

Ta có bảng biến thiên:

x	2	4	8
y'	-	0	+
y	-9	-13	3

Phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm $x \in (\log_3 2; \log_3 8)$ khi và chỉ khi phương trình (*) có đúng 2 nghiệm $t \in (2; 8)$. Từ bảng biến thiên ta suy ra tất cả các giá trị của m cần tìm là $-13 < m < -9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 189. Cho hàm số $y = \frac{\ln x - 6}{\ln x - 2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$. Tìm số phần tử của S .

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{\ln x - 6}{\ln x - 2m}$ trên khoảng $(1; e)$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{6 - 2m}{(\ln x - 2m)^2} \cdot \frac{1}{x}.$$

Do đó điều kiện cần và đủ để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$ là

$$\begin{aligned} y' > 0, \forall x \in (1; e) &\Leftrightarrow \frac{6 - 2m}{(\ln x - 2m)^2} \cdot \frac{1}{x} > 0, \forall x \in (1; e) \\ &\Leftrightarrow 6 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < 3. \end{aligned}$$

Vậy, có 2 giá trị nguyên dương của m là $\{1; 2\}$ để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; e)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 190. Số giá trị nguyên của $m < 10$ để hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ là

A. 10.

B. 11.

C. 8.

D. 9.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x^2 + mx + 1 > 0$.

$$y' = \frac{2x + m}{x^2 + mx + 1}.$$

Điều kiện để hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ là

$$\begin{cases} x^2 + mx + 1 > 0 \\ y' \geq 0 \end{cases} (\forall x > 0) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + mx + 1 > 0 \\ 2x + m \geq 0 \end{cases} (\forall x > 0) \quad (*).$$

— Trường hợp 1: Xét $m \geq 0$

Khi đó: (*) luôn đúng. Do đó khi $m \geq 0$ thì hàm số đã cho đồng biến trên $(0; +\infty)$.

— Trường hợp 2: Xét $m < 0$

Khi đó $2x + m \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{m}{2} > 0$ nên (*) không thỏa mãn.

Suy ra các giá trị nguyên $m < 10$ thỏa mãn là: $m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Vậy có 9 giá trị nguyên m thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 191. Cho hàm số $f(x) = \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$. Biết rằng $f(2) + f(3) + \dots + f(2018) = \ln a - \ln b + \ln c - \ln d$ với a, b, c, d là các số nguyên, trong đó a, b, d là các số nguyên tố và $a < b < c < d$. Tính $P = a + b + c + d$.

A. 1986.

B. 1698.

C. 1689.

D. 1968.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 f(2) + f(3) + \dots + f(2018) &= \ln\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) + \ln\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) + \dots + \ln\left(1 - \frac{1}{2018^2}\right) \\
 &= \ln\left[\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\dots\left(1 - \frac{1}{2018^2}\right)\right] \\
 &= \ln\frac{(2^2 - 1)(3^2 - 1)\dots(2018^2 - 1)}{(2 \cdot 3 \dots 2018)^2} \\
 &= \ln\frac{1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \dots 2017 \cdot 2018}{(2 \cdot 3 \dots 2018)^2} \\
 &= \ln\frac{(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 2017)(3 \cdot 4 \cdot 5 \dots 2019)}{(2 \cdot 3 \dots 2018)^2} = \ln\frac{2017! \cdot \frac{2019!}{1 \cdot 2}}{(2018!)^2} \\
 &= \ln\frac{2019}{2018 \cdot 2} = \ln\frac{3 \cdot 763}{2^2 \cdot 1009} = \ln 3 - \ln 4 + \ln 673 - \ln 1009.
 \end{aligned}$$

Vậy $a + b + c + d = 3 + 4 + 673 + 1009 = 1689$.

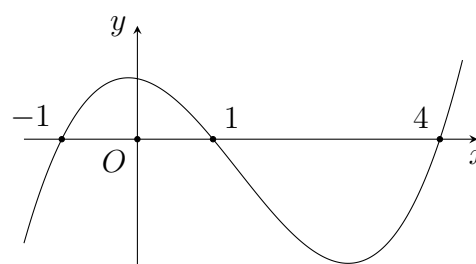
Chọn đáp án **C**

□

Câu 192.

Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = e^{2f(x)+1} + 5f(x)$.

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.



Lời giải.

Ta có

$$y' = 0 \Leftrightarrow f'(x) (2e^{2f(x)+1} + 5f(x) \ln 5) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Mặt khác do $2e^{2f(x)+1} + 5f(x) \ln 5 > 0$ nên y' đổi dấu khi x đi qua các điểm $x_1 = -1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 4$. Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 193. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x - 2) + \log_2(x - 3)^2 = 2$ trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng

- A. 6. B. $4 + \sqrt{2}$. C. $2 + \sqrt{2}$. D. $8 + \sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \neq 3 \\ x > 2. \end{cases}$$

(*)

Với điều kiện (*), ta có

$$\begin{aligned}
 2\log_2(2x - 2) + \log_2(x - 3)^2 &= 2 \\
 \Leftrightarrow [2(x - 1)]^2 \cdot (x - 3)^2 &= 4 \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 2 = 0 \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{2} & (\text{loại}) \\ x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2. \end{cases}$$

Vậy tổng các phần tử của tập S bằng $4 + \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 194. Cho số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$ và $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_b a} = \sqrt{2018}$. Giá trị của biểu thức

$$P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a} \text{ bằng}$$

A. $P = \sqrt{2014}$.

B. $P = \sqrt{2016}$.

C. $P = \sqrt{2018}$.

D. $P = \sqrt{2020}$.

Lời giải.

$$\text{Vì } a > b > 1 \text{ nên ta có } \begin{cases} \log_a b < 1 \\ \log_b a > 1 \end{cases} \Rightarrow \log_b a - \log_a b > 0. \quad (1)$$

Ta thấy

$$\begin{aligned} \frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_b a} &= \sqrt{2018} \\ \Leftrightarrow \log_b a + \frac{1}{\log_b a} &= \sqrt{2018} \\ \Leftrightarrow \log_b^2 a + \frac{1}{\log_b^2 a} &= 2018. \end{aligned} \quad (2)$$

Ta thấy

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a} \\ \Leftrightarrow P &= \log_b(ab) - \log_a(ab) \\ \Leftrightarrow P &= \log_b a - \log_a b \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow P &= \log_b a - \frac{1}{\log_b a} \\ \Leftrightarrow P^2 &= \log_b^2 a + \frac{1}{\log_b^2 a} - 2 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{Từ (2) và (4) ta được } P^2 = 2014. \quad (5)$$

$$\text{Từ (1), (3) và (5) ta được } P = \sqrt{2014}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 195. Giá trị nguyên dương nhỏ nhất của tham số m để bất phương trình $4^x - 2018m2^{x-1} + 3 - 1009m \leq 0$ có nghiệm là

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 3$.

D. $m = 4$.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned}
 4^x - 2018m2^{x-1} + 3 - 1009m &\leq 0 \\
 \Leftrightarrow 4^x + 3 - (2^x + 1) \cdot 1009m &\leq 0 \\
 \Leftrightarrow 1009m &\geq \frac{4^x + 3}{2^x + 1} \\
 \Leftrightarrow 1009m &\geq 2^x + 1 + \frac{4}{2^x + 1} - 2 \\
 \Leftrightarrow 1009m &\geq 2.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Từ (1) ta thấy $2^x + 1 + \frac{4}{2^x + 1} - 2 = 2 \Leftrightarrow x = 0$.

Từ (2) ta suy ra $m = 1$ thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 196. Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên dương k thỏa mãn $\int_1^2 e^{kx} dx < \frac{2018 \cdot e^k - 2018}{k}$.

Số phần tử của tập hợp S bằng

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. Vô số.

Lời giải.

Ta có $\int_1^2 e^{kx} dx = \frac{e^{kx}}{k} \Big|_1^2 = \frac{e^{2k} - e^k}{k}$.

Khi đó bất phương trình tương đương

$$e^{2k} - 2019 \cdot e^k + 2018 < 0 \Leftrightarrow 1 < e^k < 2018 \Leftrightarrow 0 < k < \ln 2018.$$

Vì k nguyên dương nên $k \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 197. Cho phương trình $4^x - (m + 1) \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$. Biết phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 6$. Khẳng định đúng trong bốn khẳng định dưới đây là

A. $m < 2$.

B. $m > 3$.

C. $1 < m < 3$.

D. Không có m .

Lời giải.

Đặt $2^x = t > 0$. Phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - 2(m + 1)t + 8 = 0.$$

Khi $m > -1$. Phương trình đã cho có hai nghiệm $t_1, t_2 > 0$. Từ giả thiết ta có

$$(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 6 \Leftrightarrow (\log_2 t_1 + 1)(\log_2 t_2 + 1) = 6. \tag{1}$$

Mà $\log_2 t_1 + \log_2 t_2 = \log_2(t_1 \cdot t_2) = \log_2 8 = 3$. Thay vào (1) ta có

$$\log_2 t_1 \cdot \log_2 t_2 = 2 \Rightarrow (x_1; x_2) = (1; 2) \text{ hoặc } (2; 1).$$

Thay vào lại phương trình ban đầu ta tìm được $m = 2$ thỏa mãn điều kiện.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 198. Với giá trị nào của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$?

A. $m = \frac{5}{2}$.

B. $m = \frac{13}{2}$.

C. $m = 8$.

D. $m = 2$.

Lời giải.Đặt $t = 2^x$, ($t > 0$). Phương trình trở thành $t^2 - 2mt + 2m + 3 = 0$ (*).Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 3 \geq 0 \\ 2m + 3 > 0 \\ 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \\ m > -\frac{3}{2} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 3.$$

$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} t = t_1 \\ t = t_2. \end{cases}$$

$$\text{Và } t_1 = 2^{x_1} \Leftrightarrow x_1 = \log_2 t_1; t_2 = 2^{x_2} \Leftrightarrow x_2 = \log_2 t_2.$$

Ta có

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 = 4 &\Leftrightarrow \log_2 t_1 + \log_2 t_2 = 4 \\ &\Leftrightarrow \log_2(t_1 \cdot t_2) = 4 \Leftrightarrow t_1 \cdot t_2 = 16 \\ &\Leftrightarrow 2m + 3 = 16 \Leftrightarrow m = \frac{13}{2} \quad (\text{nhận}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 199. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{\sin x}$.

A. 2.

B. 1.

C. -1.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{e^x - 1}{x} + \frac{1 - \cos x}{x}}{\frac{\sin x}{x}}.$$

Sử dụng các giới hạn đặc biệt của hàm số mũ và hàm số lượng giác ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} &= 1. \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{x}{2} \cdot \left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \right)^2 \right] = 0 \cdot 1 = 0. \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} &= 1. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } A = \frac{1 + 0}{1} = 1.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 200. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2(2 \sin x - 1) + \log_{\frac{1}{2}}(\cos 2x + m) = 0$ có nghiệm.

A. $\left[-\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

B. $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$.

C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left(-\frac{1}{2}; 2\right]$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} 2\sin x - 1 > 0 \\ \cos 2x + m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x > \frac{1}{2} \\ \cos 2x > -m. \end{cases}$

Mặt khác $\sin x \leq 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên ta có $1 \geq \sin x > \frac{1}{2}$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \log_2(2\sin x - 1) - \log_2(\cos 2x + m) &= 0 \Leftrightarrow \log_2(2\sin x - 1) = \log_2(\cos 2x + m) \\ &\Leftrightarrow 2\sin x - 1 = \cos 2x + m \\ &\Leftrightarrow 2\sin x - 1 - \cos 2x = m \\ &\Leftrightarrow 2\sin^2 x + 2\sin x - 2 = m. \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $\sin x = t \left(\frac{1}{2} < t \leq 1 \right)$. Khi đó, $m = 2t^2 + 2t - 2$. (2)

Xét hàm số $f(t) = 2t^2 + 2t - 2$ trên $\left(\frac{1}{2}; 1 \right]$.

Ta có $f'(t) = 4t + 2$, $f'(t) > 0$ với mọi $t \in \left(\frac{1}{2}; 1 \right]$.

Bảng biến thiên của hàm số

x	$\frac{1}{2}$	1
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\frac{1}{2}$	2

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có nghiệm thuộc $\left(\frac{1}{2}; 1 \right] \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m \leq 2$.

Do đó, để phương trình ban đầu có nghiệm thì $m \in \left(-\frac{1}{2}; 2 \right]$.

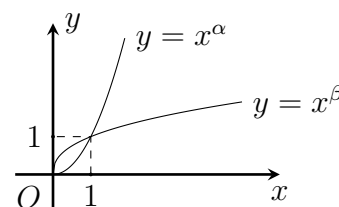
Chọn đáp án **D**

□

Câu 201.

Cho α, β là các số thực. Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha, y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$ được cho trong hình vẽ bên. Chọn mệnh đề đúng?

- A. $0 < \alpha < 1 < \beta$. B. $\alpha < 0 < 1 < \beta$.
C. $0 < \beta < 1 < \alpha$. D. $\beta < 0 < 1 < \alpha$.

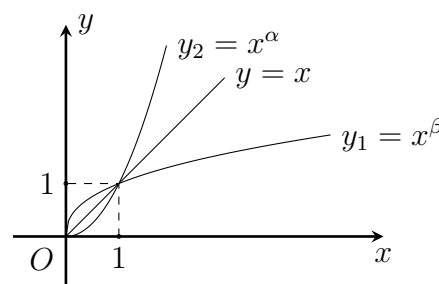


Lời giải.

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ đường thẳng $y = x$. Để thuận tiện cho chứng minh ta gọi $y_1 = x^\beta, y_2 = x^\alpha$.

- Với $x \in [0; 1]$ thì $y_1 > y$ và $y_2 < y$.
- Với $x \in (1; +\infty)$ thì $y_1 < y$ và $y_2 > y$.

Suy ra, $0 < \beta < 1 < \alpha$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 202. Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm thực phân biệt là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 2.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x > 1 \\ mx - 8 > 0 \end{cases}$. Khi đó ta có

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8) \Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 = \log_2(mx-8)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 = mx-8 \Leftrightarrow x^2 - x(m+2) + 9 = 0.$$

Để phương trình $x^2 - x(m+2) + 9 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt thì điều kiện cần là

$$\Delta = (m+2)^2 - 36 > 0 \Leftrightarrow (m-4)(m+8) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < -8 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Theo điều kiện đề bài thì $x > 1$. Đặt $t = m+2 > 6$, khi đó gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho thì

$$\begin{cases} x_1 = \frac{t + \sqrt{t^2 - 36}}{2} > 1 \\ x_2 = \frac{t - \sqrt{t^2 - 36}}{2} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{t^2 - 36} > 2 - t \text{ (luôn đúng)} \\ \sqrt{t^2 - 36} < t - 2 \end{cases} \Leftrightarrow t^2 - 36 < t^2 - 4t + 4 \Leftrightarrow t < 10.$$

Suy ra, $6 < t < 10$ hay $4 < m < 8$. Do đó, có 3 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt là $m = \{7; 8; 9\}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 203. Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$ khi

A. $m > 0$.B. $m \geq \frac{1}{4}$.C. $m < \frac{1}{4}$.D. $m > \frac{1}{4}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $4^x - 2^x + m > 0 \Leftrightarrow m > -4^x + 2^x$.

Xét hàm số $f(x) = -4^x + 2^x$ có $f'(x) = -4^x \cdot 2 \ln 2 + 2^x \ln 2 = 2^x \ln 2 \cdot (-2^{x+1} + 1)$.

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2^{x+1} + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$-\infty$

Suy ra, hàm số $f(x) = -(2^x)^2 + 2^x$ đạt cực đại tại $x = -1$.

Suy ra, để $m > -4^x + 2^x$ đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$ thì $m > \max f(x) = -4^{-1} + 2^{-1} = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 204. Cho bất phương trình $m3^{x+1} + (3m+2)(4 - \sqrt{7})^x + (4 + \sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0]$.

A. $m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.B. $m > \frac{2+2\sqrt{3}}{3}$.C. $m \geq \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.D. $m \geq -\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Xét bất phương trình: $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot (4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$

$$\Leftrightarrow 3m + (3m+2) \cdot \left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x + \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x > 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x$, ($t > 0$) $\Rightarrow \left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x = \frac{1}{t}$ và $0 < t \leq 1$ (do $x \leq 0$).

Bất phương trình (1) trở thành: $t + \frac{3m+2}{t} + 3m > 0 \Leftrightarrow m > \frac{-t^2-2}{3t+3}$.

Xét hàm số $g(t) = \frac{-t^2-2}{3t+3}$, với $0 < t \leq 1$.

Ta có $g'(t) = \frac{-3t^2-6t+6}{(3t+3)^2}$; $g'(t) = 0 \Leftrightarrow -3t^2-6t+6 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \pm \sqrt{3}$.

Bảng biến thiên:

t	0	$-1 + \sqrt{3}$	1
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$		$\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$	

Như vậy (1) đúng với mọi $x \in (-\infty; 0] \Leftrightarrow m > g(t)$ đúng với mọi $t \in (0; 1] \Leftrightarrow m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 205. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 e^{-x}$ trên đoạn $[-1; 1]$. Tính tổng $M + m$.

A. $M + m = 3e$.

B. $M + m = e$.

C. $M + m = 2e - 1$.

D. $M + m = 2e + 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = e^{-x} \cdot (2x - x^2)$.

Trên khoảng $(-1; 1)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (nhận)} \\ x = 2 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$. Ta có $\begin{cases} y(-1) = e \\ y(0) = 0 \\ y(1) = \frac{1}{e} \end{cases}$.

Vì hàm số liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ nên $M = e$ và $m = 0$. Do đó $M + m = e$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 206. Cho hai số thực $a; b$ lớn hơn 1 thay đổi và thỏa mãn $a + b = 10$. Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình $(\log_a x) \cdot (\log_b x) - 2 \log_a x - 3 \log_b x - 1 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = x_1 \cdot x_2$.

A. $\frac{400}{27}$.

B. 3456.

C. $\frac{16875}{16}$.

D. 15625.

Lời giải.

$(\log_a x) \cdot (\log_b x) - 2 \log_a x - 3 \log_b x - 1 = 0 \Leftrightarrow \log_b a (\log_a x)^2 - (2 + 3 \log_a b) \log_a x - 1 = 0$.

Do $\log_a b > 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Áp dụng định lý Viet $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \frac{2 + 3 \log_b a}{\log_b a} = 2 \log_a b + 3$.

$$\Rightarrow x_1 \cdot x_2 = a^{2 \log_a b + 3} = b^2 \cdot a^3.$$

$$\Rightarrow S = \left(\frac{1}{2}b \cdot \frac{1}{2}b \cdot \frac{1}{3}a \cdot \frac{1}{3}a \cdot \frac{1}{3}a\right) \cdot 2^2 \cdot 3^3.$$

$$\Rightarrow S \leq \left(\frac{10}{5}\right)^5 \cdot 2^2 \cdot 3^3 = 3456.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 207. Biết bất phương trình $\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) \leq 1$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. $-2 + \log_5 156$.

B. $2 + \log_5 156$.

C. $-2 + \log_5 26$.

D. $-1 + \log_5 156$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) &\leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_5(5^x - 1) [1 + \log_{25}(5^x - 1)] \leq 1 \\ \Leftrightarrow \log_5^2(5^x - 1) + \log_5(5^x - 1) - 2 &\leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq \log_5(5^x - 1) \leq 1 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{25} \leq 5^x - 1 \leq 5 &\Leftrightarrow \log_5 \frac{26}{25} \leq x \leq \log_5 6. \end{aligned}$$

Suy ra $a + b = \log_5 \frac{26}{25} + \log_5 6 = \log_5 156 - \log_5 25 = \log_5 156 - 2$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 208. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_2(\log_4 x) \cdot \log_4(\log_2 x) = 3$. Giá trị $\log_2 x_1 \cdot \log_2 x_2$ bằng

A. -6 .

B. 2 .

C. 1 .

D. $\sqrt[4]{2^{33}}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2(\log_4 x) \cdot \log_4(\log_2 x) &= 3 \\ \Leftrightarrow \log_2(\log_{2^2} x) \cdot \log_{2^2}(\log_2 x) &= 3 \\ \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{1}{2} \log_2 x\right) \cdot \left[\frac{1}{2} \log_2(\log_2 x)\right] &= 3 \\ \Leftrightarrow \left[\log_2 \frac{1}{2} + \log_2(\log_2 x)\right] \cdot \left[\frac{1}{2} \log_2(\log_2 x)\right] &= 3 \\ \Leftrightarrow [-1 + \log_2(\log_2 x)] \cdot (\log_2(\log_2 x)) &= 6. \end{aligned}$$

Đặt $t = \log_2(\log_2 x)$, ta có phương trình

$$(-1 + t)t = 6 \Leftrightarrow t^2 - t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -2. \end{cases}$$

— Với $t = 3$, ta có: $\log_2(\log_2 x) = 3 \Leftrightarrow \log_2 x = 8$.

— Với $t = -2$, ta có: $\log_2(\log_2 x) = -2 \Leftrightarrow \log_2 x = \frac{1}{4}$.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho thì $\log_2 x_1 \cdot \log_2 x_2 = 8 \cdot \frac{1}{4} = 2$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 209. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2017^{\sin^2 x} + 2018^{\cos^2 x} = m \cdot 2019^{\cos^2 x}$ có nghiệm?

A. 2016.

B. 2017.

C. 2018.

D. 2019.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2017^{\sin^2 x} + 2018^{\cos^2 x} &= m \cdot 2019^{\cos^2 x} \\ \Leftrightarrow \frac{2017^{\sin^2 x}}{2019^{\cos^2 x}} + \frac{2018^{\cos^2 x}}{2019^{\cos^2 x}} &= m \\ \Leftrightarrow 2017 \cdot \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019} \right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{2018}{2019} \right)^{\cos^2 x} &= m \quad (*) \end{aligned}$$

Vì $0 < \frac{1}{2017 \cdot 2019} < 1$, $0 < \frac{2018}{2019} < 1$ và $0 < \cos^2 x \leq 1$ nên

$$— 2017 \cdot \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019} \right)^1 \leq 2017 \cdot \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019} \right)^{\cos^2 x} \leq 2017 \cdot \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019} \right)^0.$$

$$\text{Hay } \frac{1}{2019} \leq 2017 \cdot \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019} \right)^{\cos^2 x} \leq 2017 \quad (1).$$

$$— \left(\frac{2018}{2019} \right)^1 \leq \left(\frac{2018}{2019} \right)^{\cos^2 x} \leq \left(\frac{2018}{2019} \right)^0.$$

$$\text{Hay } \frac{2018}{2019} \leq \left(\frac{2018}{2019} \right)^{\cos^2 x} \leq 1 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{2019} + \frac{2018}{2019} &\leq 2017 \cdot \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019} \right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{2018}{2019} \right)^{\cos^2 x} \leq 2017 + 1 \\ \Leftrightarrow 1 &\leq 2017 \cdot \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019} \right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{2018}{2019} \right)^{\cos^2 x} \leq 2018. \end{aligned}$$

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm. Từ đánh giá trên ta có điều kiện để phương trình có nghiệm là $1 \leq m \leq 2018$.

Vậy có 2018 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Chọn đáp án 

□

Câu 210. Cho dãy (u_n) : $u_1 = e^3, u_{n+1} = u_n^2, k \in \mathbb{N}^*$ thỏa mãn $u_1 \cdot u_2 \cdots u_k = e^{765}$. Giá trị của k là

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

Lời giải.

Đặt $v_n = 3 \cdot 2^{n-1}$ thì $u_n = e^{v_n}$, với $n \in \mathbb{N}^*$.

Ta có $v_1 + v_2 + \cdots + v_k = 3 \cdot \frac{1 - 2^k}{1 - 2}$.

Bởi vậy

$$\begin{aligned} u_1 \cdot u_2 \cdots u_k &= e^{765} \\ \Leftrightarrow 3 \cdot \frac{1 - 2^k}{1 - 2} &= 765 \\ \Leftrightarrow 2^k - 1 &= 255 \\ \Leftrightarrow 2^k &= 256 \\ \Leftrightarrow k &= 8. \end{aligned}$$

Vậy $k = 8$.

Chọn đáp án 

□

Câu 211. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3(1-x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x+m-4) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

- A. $5 < m < \frac{21}{4}$. B. $-\frac{1}{4} \leq m \leq 2$. C. $5 \leq m \leq \frac{21}{4}$. D. $-\frac{1}{4} < m < 0$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x > -m+4. \end{cases} \quad (*)$$

Với điều kiện (*)

$$\begin{aligned} \log_3(1-x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x+m-4) &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{1-x^2}{x+m-4} &= 1 \\ \Leftrightarrow 1-x^2 &= x+m-4 \\ \Leftrightarrow -x^2-x+5 &= m. \quad (2) \end{aligned}$$

Bảng xét dấu

x	-1	$-\frac{1}{2}$	1
$VT(2)$		$\frac{21}{4}$	
	5		3

Phương trình (1) có 2 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm thực phân biệt thỏa điều kiện (*)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5 < m < \frac{21}{4} \\ -m+4 < -1 \end{cases} \Leftrightarrow 5 < m < \frac{21}{4}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 212. Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(\sqrt{x^2+x+2}+1) + 3\log_5(x^2+x+3) < 4$ là $(a; b)$. Khi đó tổng $2a+b$ bằng

- A. -3 . B. 2 . C. 3 . D. 0 .

Lời giải.

$$\log_3(\sqrt{x^2+x+2}+1) + 3\log_5(x^2+x+3) < 4. \quad (1)$$

Đặt $t = \sqrt{x^2+x+2}$, ($t > 0$). Bất phương trình (1) trở thành

$$\log_3(t+1) + 3\log_5(t^2+1) < 4 \Leftrightarrow \log_3(t+1) + 3\log_5(t^2+1) - 4 < 0.$$

$$\text{Đặt } f(t) = \log_3(t+1) + 3\log_5(t^2+1) - 4.$$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{1}{(t+1)\ln 3} + \frac{2t}{(t^2+1)\ln 5} > 0, \forall t > 0.$$

Do đó hàm $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Ta có $f(2) = 0$. Do đó

$$\begin{aligned} f(t) < 0 &\Leftrightarrow t < 2 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x^2+x+2} < 2 \Leftrightarrow x^2+x+2 < 4 \Leftrightarrow x^2+x-2 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 1. \end{aligned}$$

Suy ra (1) có tập nghiệm $S = (-2; 1)$. Vậy $2a+b = -3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 213. Tìm số nghiệm của phương trình $2^x + 3^x + 4^x + \dots + 2017^x + 2018^x = 2017 - x$.

A. 1.

B. 0.

C. 2016.

D. 2017.

Lời giải.

Ta có $2^x + 3^x + 4^x + \dots + 2017^x + 2018^x = 2017 - x \Leftrightarrow x + 2^x + 3^x + 4^x + \dots + 2017^x + 2018^x = 2017$.

Xét hàm số $f(x) = x + 2^x + 3^x + 4^x + \dots + 2017^x + 2018^x$. Ta có hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lại có $f(0) = 2017 \Rightarrow$ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 0$.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 214. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x + 2^x + 4 = 3^m(2^x + 1)$ có 2 nghiệm phân biệt.

A. $\log_4 3 \leq m < 1$.B. $\log_4 3 < m < 1$.C. $1 < m \leq \log_3 4$.D. $1 < m < \log_3 4$.

Lời giải.

Đặt $2^x = t, (t > 0)$. Phương trình trở thành:

$$t^2 + t + 4 = 3^m(t + 1) \Leftrightarrow \frac{t^2 + t + 4}{t + 1} = 3^m.$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + t + 4}{t + 1}$ trên $(0; +\infty)$.

$$f'(t) = \frac{t^2 + 2t - 3}{(t + 1)^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \notin (0; +\infty). \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	4	3	$+\infty$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 3 < 3^m < 4 \Leftrightarrow 1 < m < \log_3 4$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 215. Gọi a là giá trị nhỏ nhất của $f(n) = \frac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4) \dots (\log_3 n)}{9^n}$, với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

Có bao nhiêu số n để $f(n) = a$?

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. Vô số.

Lời giải.

Ta thấy $f(n)$ bé nhất khi và chỉ khi:

$$\begin{aligned} \begin{cases} f(n) \leq f(n+1) \\ f(n) \leq f(n-1) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4) \dots (\log_3 n)}{9^n} \leq \frac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4) \dots (\log_3(n+1))}{9^{n+1}} \\ \frac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4) \dots (\log_3 n)}{9^n} \leq \frac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4) \dots (\log_3(n-1))}{9^{n-1}} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 9 \leq \log_3(n+1) \\ \log_3 n \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 3^9 - 1 \\ n \leq 3^9 \end{cases} \Leftrightarrow n \in \{3^9 - 1, 3^9\}. \end{aligned}$$

Vậy có hai giá trị của n thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 216. Gọi S là tập các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = x^2 + \ln(x + m + 2)$ đồng biến trên tập xác định của nó. Biết $S = (-\infty; a + \sqrt{b}]$. Tính tổng $K = a + b$ là

- A. $K = -5$. B. $K = 5$. C. $K = 0$. D. $K = 2$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x > -m - 2$.

Ta có: $y' = 2x + \frac{1}{x + m + 2} = \frac{2x^2 + 2(m + 2)x + 1}{x + m + 2}$.

Để hàm số đồng biến trên $(m + 2; +\infty)$ thì $g(x) = 2x^2 + 2(m + 2)x + 1 \geq 0, \forall x > -m - 2$.

Nhận thấy: $g(-m - 2) = 1 > 0, g\left(\frac{-b}{2a}\right) = g\left(\frac{-m - 2}{2}\right) = 1 - \frac{(m + 2)^2}{2}$.

— Xét $-m - 2 \geq \frac{-m - 2}{2} \Leftrightarrow m \leq -2 \Rightarrow g(x) > g(-m - 2) = 1 > 0$ luôn thỏa mãn với mọi $x > -m - 2$.

— Xét $-m - 2 < \frac{-m - 2}{2} \Leftrightarrow m > -2 \Rightarrow \min_{x \in (-m - 2; +\infty)} g(x) = g(-m - 2) = 1 - \frac{(m + 2)^2}{2} \geq 0$
 $\Rightarrow -2 < m \leq -2 + \sqrt{2}$.

Kết hợp hai trường hợp ta được: $S = (-\infty; -2 + \sqrt{2}] \Rightarrow a = -2, b = 2 \Rightarrow a + b = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 217. Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log(mx) = 2\log(x + 1)$ có nghiệm là

- A. $m \geq 4$. B. $m > 4$. C. $m < 0$ hoặc $m \geq 4$. D. $m < 0$.

Lời giải.

Ta có $x = 0$ không là nghiệm của phương trình

Với $x \neq 0$: $\log(mx) = 2\log(x + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 > 0 \\ mx = (x + 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ m = x + 2 + \frac{1}{x} \end{cases}$.

Xét hàm số $f(x) = x + 2 + \frac{1}{x}$ với $x \in (-1; +\infty) \setminus \{0\}$.

$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (do $x \in (-1; +\infty) \setminus \{0\}$).

Bảng biến thiên:

x	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	0 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 4	4 ↗ $+\infty$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m < 0$ hoặc $m \geq 4$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 218. Cho phương trình $e^{3x} - 2 \cdot e^{2x + \ln 3} + e^{x + \ln 9} + m = 0$, với m là tham số thực. Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất là

- A. $m < 0$ hoặc $m = 4$. B. $m = 0$ hoặc $m < -4$.
 C. $-4 \leq m < 0$. D. $m > 0$ hoặc $m = -4$.

Lời giải.

Ta có $e^{3x} - 2 \cdot e^{2x + \ln 3} + e^{x + \ln 9} + m = 0 \Leftrightarrow e^{3x} - 6 \cdot e^{2x} + 9 \cdot e^x + m = 0$.

Đặt $t = e^x$ ($t > 0$), phương trình tương đương với $m = -t^3 + 6t^2 - 9t$.

Xét $f(t) = -t^3 + 6t^2 - 9t$ trên $(0; +\infty)$.

$$f'(t) = -3t^2 + 12t - 9, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

t	0	1	3	$+\infty$				
$f'(t)$		-	0	+	0	-		
$f(t)$	0			-4		0		$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: với $m = 0$ hoặc $m < -4$ thì phương trình có nghiệm duy nhất.

Chú ý:

Ta không lấy giá trị $x = 0$ nên tại $m = 0$ đường thẳng $y = m$ vẫn cắt đồ thị tại duy nhất một điểm (điểm tiếp xúc tại $x = 3$).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 219. Với $\log_{27} 5 = a$, $\log_3 7 = b$ và $\log_2 3 = c$, giá trị của $\log_6 35$ bằng

A. $\frac{(3a+b)c}{1+b}$. B. $\frac{(3a+b)c}{1+c}$. C. $\frac{(3a+b)c}{1+a}$. D. $\frac{(3b+a)c}{1+c}$.

Lời giải.

Ta có: $\log_{27} 5 = a \Leftrightarrow \frac{1}{3} \log_3 5 = a \Leftrightarrow \log_3 5 = 3a$. Khi đó

$$\log_6 35 = \frac{\log_3 35}{\log_3 6} = \frac{\log_3 5 + \log_3 7}{\log_3 2 + 1} = \frac{3a + b}{\frac{1}{c} + 1} = \frac{(3a+b)c}{1+c}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 220. Tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình

$$(m-2)2^{2(x^2+1)} - (m+1)2^{x^2+2} + 2m = 6$$

có nghiệm là

A. $m \leq 9$. B. $2 \leq m \leq 9$. C. $2 < m \leq 9$. D. $2 \leq m < 11$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^{x^2+1}$, do $x^2 + 1 \geq 1$ nên $t \geq 2$. Ta có phương trình

$$(m-2)t^2 - 2(m+1)t + 2m - 6 = 0 \Leftrightarrow \frac{2t^2 + 2t + 6}{t^2 - 2t + 2} = m.$$

Để phương trình có nghiệm thì đường thẳng $y = m$ phải cắt đồ thị hàm số $f(t) = \frac{2t^2 + 2t + 6}{t^2 - 2t + 2}$ với $t \geq 2$. Ta có

$$f'(t) = \frac{-6t^2 - 4t + 16}{(t^2 - 2t + 2)^2}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{4}{3} \\ t = -2. \end{cases}$$

Nên hàm số $f(t)$ nghịch biến trên nửa khoảng $[2; +\infty)$, ta lại có $f(2) = 9$; $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 2$. Từ đó, phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $2 < m \leq 9$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 221. Cho a, b, c, d là các số nguyên dương thỏa mãn $\log_a b = \frac{3}{2}$, $\log_c d = \frac{5}{4}$. Nếu $a - c = 9$, thì $b - d$ nhận giá trị nào?

A. 85.

B. 71.

C. 76.

D. 93.

Lời giải.

— Ta có $b = a^{\frac{3}{2}}$, $d = c^{\frac{5}{4}}$. Do b, d là các số nguyên dương nên $a = x^2$, $c = y^4$, với x, y là các số nguyên dương.

— Ta có $a - c = x^2 - y^4 = (x - y^2) \cdot (x + y^2) = 9$. Suy ra $(x - y^2; x + y^2) = (1; 9)$. Dễ dàng suy ra $x = 5$, $y = 2$.

— Do đó, $b - d = x^3 - y^5 = 93$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 222. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc đoạn $[0; 2018]$ sao cho tồn tại số thực x để cho ba số

$$5^{x+1} + 5^{1-x}, \quad \frac{a}{2}, \quad 25^x + 25^{-x},$$

theo thứ tự đó, lập thành một cấp số cộng?

A. 2007.

B. 2018.

C. 2006.

D. 2008.

Lời giải.

Ba số đã cho lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi $25^x + 25^{-x} + 5^{x+1} + 5^{1-x} = a$. (1)

Đặt $t = 5^x + 5^{-x}$, $t \geq 2$, (1) trở thành $t^2 + 5t - 2 = a$. (2)

Xét hàm số $f(t) = t^2 + 5t - 2$, $t \in [2; +\infty)$. Ta có bảng biến thiên

t	2	$+\infty$
$f(t)$	12	$-\infty$

Căn cứ vào bảng biến thiên, phương trình (2) có nghiệm $t \in [2; +\infty)$ khi và chỉ khi $a \geq 12$. Vậy trong đoạn $[0; 2018]$ có 2007 số nguyên a thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 223. Bất phương trình $\log^2 x - 2019 \log x + 2018 \leq 0$ có tập nghiệm là

A. $S = [1; 2018]$.B. $S = [10; 10^{2018}]$.C. $S = (10; 10^{2018})$.D. $S = [10; 10^{2018}]$.

Lời giải.

Ta có $\log^2 x - 2019 \log x + 2018 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq \log x \leq 2018 \Leftrightarrow 10 \leq x \leq 10^{2018}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 224. Cho $S_1 = (2 + \sqrt{3})^{2^2+4^2+\dots+2018^2}$ và $S_2 = (2 - \sqrt{3})^{1^2+3^2+\dots+2017^2}$. Kết quả của $\log_{26+15\sqrt{3}}(S_1 S_2)$ bằng

A. 679057.

B. 579067.

C. 679067.

D. 470071.

Lời giải.

Ta có $(2k)^2 - (2k-1)^2 = 4k-1$ suy ra

$$S_1 S_2 = (2 + \sqrt{3})^{2^2-1^2+4^2-3^2+\dots+2018^2-2017^2} = (2 + \sqrt{3})^{4 \cdot 1 - 1 + 4 \cdot 2 - 1 + \dots + 4 \cdot 1009 - 1} = (2 + \sqrt{3})^{2037171}$$

Vậy $\log_{26+15\sqrt{3}}(S_1 S_2) = \frac{1}{3} \log_{2+\sqrt{3}}(2 + \sqrt{3})^{2037171} = 679057$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 225. Để giải phương trình $2^x(3x^2 - 2) = 2x$ bạn Việt tiến hành giải bốn bước sau:

Bước 1. Ta nhận thấy phương trình không có nghiệm $x = 0$ nên phương trình tương đương $\frac{3x^2 - 2}{2x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Bước 2. Ta nhận thấy phương trình có nghiệm $x = 1$.

Bước 3. Ta có vẽ phải $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ (vì cơ số $\frac{1}{2} < 1$); vẽ trái $y = \frac{3x^2 - 2}{2x}$ có $y' = \frac{3}{2} + \frac{1}{x^2} > 0, \forall x \neq 0$, nên vẽ trái là hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Bước 4. Do đó phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Bạn Việt giải hoàn toàn đúng.

B. Bạn Việt giải sai từ bước 2.

C. Bạn Việt giải sai từ bước 3.

D. Bạn Việt giải sai từ bước 4.

Lời giải.

Bạn Việt giải sai từ bước 4 vì hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = \frac{3x^2 - 2}{2x}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$ không khẳng định được phương trình $\frac{3x^2 - 2}{2x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ có nghiệm duy nhất.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 226. Số nghiệm của phương trình $\log_{2018} |x| + x^2 = 2017$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Đặt $t = |x|, t > 0$, ta có phương trình $\log_{2018} t + t^2 - 2017 = 0$. Hàm số $f(t) = \log_{2018} t + t^2 - 2017$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ và $f(1) \cdot f(50) < 0$ cho nên phương trình $\log_{2018} t + t^2 - 2017 = 0$ có đúng một nghiệm $t_0 > 0$. Suy ra phương trình $\log_{2018} |x| + x^2 = 2017$ có 2 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 227. Cho 3 số thực a, b, c lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b \cdot \log_a c < \log_a \left(\frac{b}{c}\right)$. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_a x + \log_b x > \log_c x$ là

A. $x < 1$.

B. $x > 0$.

C. $\begin{cases} x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$.

D. $0 < x < 1$.

Lời giải.

Theo giả thiết $\log_a b \cdot \log_a c < \log_a \left(\frac{b}{c}\right) \Leftrightarrow \log_a b \cdot \log_a c + \log_a c - \log_a b < 0$. Ta có

$$\begin{aligned} \log_a x + \log_b x > \log_c x &\Leftrightarrow \log_a x + \frac{\log_a x}{\log_a b} > \frac{\log_a x}{\log_a c} \\ &\Leftrightarrow \log_a x (\log_a b \cdot \log_a c + \log_a c - \log_a b) > 0 \\ &\Leftrightarrow \log_a x < 0 \\ &\Leftrightarrow 0 < x < 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 228. Cho hàm số $f(x) = \log_{2017} \left(\frac{x}{1-x}\right)$. Tổng $S = f\left(\frac{1}{2019}\right) + f\left(\frac{2}{2019}\right) + \dots + f\left(\frac{2018}{2019}\right)$ bằng

A. $S = 1008$.

B. $S = 1$.

C. $S = 0$.

D. $S = 1009$.

Lời giải.

Nếu $a + b = 1$ thì $f(a) + f(b) = \log_{2017} \frac{a}{1-a} + \log_{2017} \frac{b}{1-b} = \log_{2017} 1 = 0$. Suy ra

$$S = f\left(\frac{1}{2019}\right) + f\left(\frac{2018}{2019}\right) + f\left(\frac{2}{2019}\right) + f\left(\frac{2017}{2019}\right) + \cdots + f\left(\frac{1009}{2019}\right) + f\left(\frac{1010}{2019}\right) = 0.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 229. Cho hàm số $f(x) = \ln^2(x^2 - 2x + 4)$ Tìm các giá trị của x để $f'(x) > 0$.

A. $x \neq 1$.B. $x > 0$.C. $x > 1$.D. $x \in \mathbb{R}$.**Lời giải.**

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$

$$f'(x) = \frac{4x - 4}{x^2 - 2x + 4} \ln(x^2 - 2x + 4)$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow (4x - 4) \ln(x^2 - 2x + 4) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 > 0 \\ \ln(x^2 - 2x + 4) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2 - 2x + 4 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2 - 2x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x^2 - 2x + 4 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x^2 - 2x + 3 < 0 \end{cases} \text{ (Vô nghiệm)}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 230. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{ax} - 1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$, với $a \neq 0$ Tìm giá trị của a để hàm số $f(x)$

liên tục tại $x_0 = 0$.

A. $a = 1$.B. $a = \frac{1}{2}$.C. $a = -1$.D. $a = -\frac{1}{2}$.**Lời giải.**

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - 1}{ax} \cdot a = a$$

Hàm số liên tục tại $x_0 = 0$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 231. Cho hàm số $f(x) = 5^x \cdot 8^{2x^3}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $f(x) \leq 1 \Leftrightarrow x \log_2 5 + 2x^3 \leq 0$.B. $f(x) \leq 1 \Leftrightarrow x + 6x^3 \log_5 2 \leq 0$.C. $f(x) \leq 1 \Leftrightarrow x \log_2 5 + 3x^3 \leq 0$.D. $f(x) \leq 1 \Leftrightarrow x \log_2 \sqrt{5} + 3x^3 \leq 0$.

Câu 232. Số $20172018^{20162017}$ có bao nhiêu chữ số.

A. 147278481.

B. 147278480.

C. 147347190.

D. 147347191.

Lời giải.

Số tự nhiên N có k chữ số khi $10^{k-1} \leq N \leq 10^k$. Đặt $N = 20172018^{20162017}$ suy ra

$$\begin{aligned}\log N &= \log (20172018^{20162017}) \Leftrightarrow N = 10^{\log(20172018^{20162017})} \\ \Leftrightarrow N &= 10^{[20162017 \cdot \log 20172018]} \simeq 10^{1147278480,5} < 10^{147278481}.\end{aligned}$$

Suy ra số các chữ số là 147278481.

Chọn đáp án **A** □

Câu 233. Gọi M và m là nghiệm nguyên lớn nhất và nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\frac{(|2x+1|-x-2)(1-\log_3(x+4))}{5^{x^2}-5^{|x|}} \geq 0$. Khi đó tích giá trị $M \cdot m$ bằng

- A. 6. B. -24. C. 3. D. -12.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\begin{cases} 5^{x^2}-5^{|x|} \neq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \quad (*)$.

Với điều kiện (*), ta xét phương trình

$$\begin{aligned}|2x+1|-x-2=0 &\Leftrightarrow |2x+1|=x+2 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ \begin{cases} 2x+1=x+2 \\ 2x+1=-x-2 \end{cases} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1. \end{cases}\end{aligned}$$

Tương tự xét phương trình

$$1-\log_3(x+4)=0 \Leftrightarrow \log_3(x+4)=1 \Leftrightarrow x+4=3 \Leftrightarrow x=-1.$$

và

$$\begin{aligned}5^{x^2}-5^{|x|}=0 &\Leftrightarrow 5^{x^2}=5^{|x|} \Leftrightarrow x^2=|x| \\ &\Leftrightarrow x^4=x^2 \Leftrightarrow x^2(x^2-1)=0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2=0 \\ x^2-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-1. \end{cases}\end{aligned}$$

Ta có bảng xét dấu

x	-4	-1	0	1	$+\infty$
$ 2x+1 -x-2$	+	0	-	-	+
$1-\log_3(x+4)$	+	-	0	-	-
$5^{x^2}-5^{ x }$	+	-	-	+	
VT	+	-	-	-	

Dựa vào bảng xét dấu suy ra nghiệm của bất phương trình là $-4 < x < -1$. Do đó nghiệm nguyên lớn nhất là -2 và bé nhất là -3 . Do đó $M \cdot m = (-2) \cdot (-3) = 6$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 234. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $(7 - 3\sqrt{5})^x + m(7 + 3\sqrt{5})^x = 2^{x-1}$ có đúng 1 nghiệm dương.

A. $0 \leq m < \frac{1}{16}$ hoặc $m = -\frac{1}{2}$.

B. $m < \frac{1}{16}$.

C. $-\frac{1}{2} < m \leq \frac{1}{16}$.

D. $-\frac{1}{2} < m \leq 0$ hoặc $m = \frac{1}{16}$.

Lời giải.

•

$$\begin{aligned} (7 - 3\sqrt{5})^x + m(7 + 3\sqrt{5})^x = 2^{x-1} &\Leftrightarrow \left(\frac{4}{7 + 3\sqrt{5}}\right)^x + m(7 + 3\sqrt{5})^x = 2^{x-1} \\ &\Leftrightarrow \left(\frac{2}{7 + 3\sqrt{5}}\right)^x + m\left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right)^x = \frac{1}{2} \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $t = \left(\frac{2}{7 + 3\sqrt{5}}\right)^x$, ta có $t + \frac{m}{t} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2t^2 - t + 2m = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - t = -2m \quad (2)$.

• Phương trình (1) có đúng một nghiệm x dương $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có đúng 1 nghiệm t thuộc khoảng $(0; 1)$.

• Xét hàm $f(t) = 2t^2 - t$ trên $(0; 1)$, ta có $f'(t) = 4t - 1$. Suy ra bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{4}$	1
$f'(t)$	—	0	+
$f(t)$	0	$-\frac{1}{8}$	1

• Từ bảng biến thiên, ta có phương trình $f(t) = -2m$ có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m = -\frac{1}{8} \\ 0 \leq -2m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{16} \\ -\frac{1}{2} < m \leq 0. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 235. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(m - 5)9^x + (2m - 2)6^x + (1 - m)4^x = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (m - 5)9^x + (2m - 2)6^x + (1 - m)4^x &= 0 \\ \Leftrightarrow (m - 5)\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} + 2(m - 1)\left(\frac{3}{2}\right)^x + 1 - m &= 0. \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, $t > 0$. Khi đó phương trình (1) trở thành

$$(m - 5)t^2 + 2(m - 1)t + 1 - m = 0. \quad (2)$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\begin{aligned} \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 - 8m + 6 > 0 \\ -\frac{2(m-1)}{m-5} > 0 \\ \frac{1-m}{m-5} > 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \text{ hoặc } m > 3 \\ 1 < m < 5 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 5. \end{aligned}$$

Vì m là số nguyên nên $m = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 236. Cho dãy số (u_n) có số hạng đầu $u_1 \neq 1$ và thỏa mãn $\log_2^2(5u_1) + \log_2^2(7u_1) = \log_2^2 5 + \log_2^2 7$. Biết $u_{n+1} = 7u_n$ với mọi $n \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 1\,111\,111$.

A. 11.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

Lời giải.

Điều kiện $u_1 > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2^2(5u_1) + \log_2^2(7u_1) &= \log_2^2 5 + \log_2^2 7 \\ \Leftrightarrow \log_2^2 u_1 + 2 \log_2 5 \log_2 u_1 + \log_2^2 u_1 + 2 \log_2 7 \log_2 u_1 &= 0 \\ \Leftrightarrow \log_2 u_1 (\log_2 u_1 + \log_2 35) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 u_1 = 0 \\ \log_2 u_1 + \log_2 35 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \text{ (loại)} \\ u_1 = \frac{1}{35} \text{ (nhận).} \end{cases} \end{aligned}$$

Dãy số (u_n) là cấp số nhân có $u_1 = \frac{1}{35}$ và $q = 7$ nên $u_n = \frac{1}{35} \cdot 7^{n-1}$.

Theo đề bài

$$u_n > 1\,111\,111 \Leftrightarrow \frac{1}{35} \cdot 7^{n-1} > 1\,111\,111 \Leftrightarrow 7^{n-1} > 38\,888\,885 \Leftrightarrow n \gtrsim 9,98.$$

Vậy $n = 10$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 237. Đặt $a = 2^{\log_2 \sqrt{9^{x-1}+7}}$, $b = 2^{\frac{-1}{5} \log_2 (3^{x-1}+1)}$. Giả sử $S = (a+b)^7 = \sum_{i=0}^7 C_7^i a^{7-i} b^i$. Tập hợp tất

cả các giá trị của x để số hạng thứ 6 trong khai triển bằng 84 là

A. $x = 1$ hoặc $x = 2$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$ hoặc $x = 4$.

D. $x = 4$.

Lời giải.

Ta có $a = 2^{\log_2 \sqrt{9^{x-1}+7}} = \sqrt{9^{x-1}+7}$, $b = 2^{\frac{-1}{5} \log_2 (3^{x-1}+1)} = (3^{x-1}+1)^{\frac{-1}{5}}$.

Số hạng thứ 6 trong khai triển trên là $C_7^5 a^2 b^5 = \frac{21(9^{x-1}+7)}{3^{x-1}+1}$. Khi đó ta có

$$\frac{9^{x-1}+7}{3^{x-1}+1} = 4 \Leftrightarrow 9^{x-1} - 4 \cdot 3^{x-1} + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x-1} = 1 \\ 3^{x-1} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 238. Giả sử $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$. Tìm tất cả các giá trị của a, b thỏa mãn đẳng thức $f(a) + f(b) = f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)$.

A. $-1 < a < 1$ và $-1 < b < 1$.

B. $-1 < a \leq 0$ và $-1 < b \leq 0$.

C. $a = b = 0$.

D. $0 \leq a < 1$ và $0 \leq b < 1$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $\mathcal{D} = (-1; 1)$ nên ta phải có $a, b \in (-1; 1)$. Ta có

$$\begin{aligned} f(a) + f(b) &= \ln \frac{1-a}{1+a} + \ln \frac{1-b}{1+b} = \ln \frac{(1-a)(1-b)}{(1+a)(1+b)} \\ &= \ln \frac{1 - \frac{a+b}{1+ab}}{1 + \frac{a+b}{1+ab}} = f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right). \end{aligned}$$

Vậy với mọi $a, b \in (-1; 1)$ ta đều có $f(a) + f(b) = f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 239. Cho bất phương trình $\log 5 + \log(x^2 + 1) \geq \log(mx^2 + 4x + m)$, m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $\log 5 + \log(x^2 + 1) \geq \log(mx^2 + 4x + m) \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 + 5 \geq mx^2 + 4x + m \\ mx^2 + 4x + m > 0 \end{cases}$.

Vậy bất phương trình nghiệm đúng với mọi x khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} &\begin{cases} 5x^2 + 5 \geq mx^2 + 4x + m, \forall x \in \mathbb{R} \\ mx^2 + 4x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (5-m)x^2 - 4x + (5-m) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ mx^2 + 4x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 5-m > 0 \\ 4-(5-m)^2 < 0 \\ m > 0 \\ 2-m^2 < 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow 0 < m < \sqrt{2} \end{aligned}$$

Từ đó suy ra chỉ có một giá trị nguyên $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 240. Cho phương trình $4\log_9^2 x + m\log_{\frac{1}{3}} x - m - \frac{2}{9} = 0$, m là tham số. Biết phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $1 < m < 2$.

B. $3 < m < 4$.

C. $0 < m < \frac{3}{2}$.

D. $2 < m < 3$.

Lời giải.

Ta có $4\log_9^2 x + m\log_{\frac{1}{3}} x - m - \frac{2}{9} = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - m\log_3 x - m - \frac{2}{9} = 0$.

Từ giả thiết x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 3 \Rightarrow \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 1 \Rightarrow m = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 241. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $2\log_4(x-3) + \log_4(x-6)^2 = 1$ là

- A. 9. B. $\frac{27 + \sqrt{17}}{2}$. C. 18. D. $\frac{18 + \sqrt{17}}{2}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $3 < x \neq 6$.

$$\begin{aligned} & 2\log_4(x-3) + \log_4(x-6)^2 = 1 \\ \Leftrightarrow & (x-3)^2(x-6)^2 = 4 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (x-3)(x-6) = 2 \\ (x-3)(x-6) = -2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x^2 - 9x + 16 \\ x^2 - 9x + 20 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 4 \\ x = 5 \\ x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện suy ra nghiệm của phương trình là $x = 4$; $x = 5$; $x = \frac{9 + \sqrt{17}}{2}$.

Vậy tổng các nghiệm là $\frac{27 + \sqrt{17}}{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 242. Cho các số thực x, y thỏa mãn $0 \leq x, y \leq 1$ và $\log_3 \frac{x+y}{1-xy} + (x+1)(y+1) - 2 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = 2x + y$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải.

Điều kiện: $x + y > 0$, $1 - xy > 0$. Ta có

$$\begin{aligned} & \log_3 \frac{x+y}{1-xy} + (x+1)(y+1) - 2 = 0 \\ \Leftrightarrow & \log_3(x+y) + x + y = \log_3(1-xy) + 1 - xy. \quad (1) \end{aligned}$$

Xét hàm $f(t) = \log_3 t + t$ trên $(0; +\infty)$. Ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0$

$\Rightarrow f$ là hàm đồng biến trên $(0; +\infty)$. Từ (1), suy ra,

$$f(x+y) = f(1-xy) \Leftrightarrow x+y = 1-xy \Leftrightarrow y = \frac{1-x}{1+x}.$$

Khi đó, $P = 2x + y = 2x + \frac{1-x}{1+x}$. Xét $g(x) = 2x + \frac{1-x}{1+x}$ trên $[0; 1]$.

$$\text{Ta có } g'(x) = 2 - \frac{2}{(x+1)^2}; g'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Ta có $g(0) = 1$ và $g(1) = 2$. Do đó, $\min_{[0;1]} g(x) = g(0) = 1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 1 khi $x = 0$ và $y = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 243. Cho phương trình $m \cdot 3^{x^2-4x+3} + 3^{1-x^2} = 3 \cdot 3^{3-4x} + m$. Tìm m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

A. $1 \leq m \leq 3$.

B. $-1 < m < 0$.

C. $0 < m < 1$.

D. $\begin{cases} 0 < m < 3, \\ m \neq 1; m \neq \frac{1}{3^8} \end{cases}$.

Lời giải.

Viết phương trình về dạng

$$m \cdot 3^{x^2-4x+3} + 3^{1-x^2} = 3 \cdot 3^{3-4x} + m$$

$$\Leftrightarrow m3^{x^2-4x+3} + 3^{1-x^2} = 3^{(x^2-4x+3)+(1-x^2)} + m$$

$$\Leftrightarrow (3^{x^2-4x+3} - 1)(m - 3^{1-x^2}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ m = 3^{1-x^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ m = 3^{1-x^2} (*) \end{cases}$$

Để phương trình ban đầu có 4 nghiệm phân biệt thì (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 1 và 3.

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 1 - x^2 = \log_3 m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ x^2 = 1 - \log_3 m \end{cases}$$

$$\text{Điều kiện là } \begin{cases} m > 0 \\ 1 - \log_3 m > 0 \\ 1 - \log_3 m \neq 1 \\ 1 - \log_3 m \neq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < 3 \\ m \neq 1 \\ m \neq \frac{1}{3^8} \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 244. Trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(2x-4y+6) \geq 1$. Tìm m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$.

A. $\sqrt{13} - 3$ và $\sqrt{13} + 3$.

B. $\sqrt{13} - 3$.

C. $(\sqrt{13} - 3)^2$.

D. $(\sqrt{13} - 3)^2$ và $(\sqrt{13} + 3)^2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{x^2+y^2+2}(2x-4y+6) \geq 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 \leq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 \leq 9 \quad (1)$$

Giả sử $M(x; y)$ thỏa mãn phương trình (1), khi đó tập hợp điểm M là hình tròn (C_1) tâm $I(1; -2)$ bán kính $R_1 = 3$.

$$\text{Ta có } x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = m. \quad (2)$$

Với $m > 0$ thì (2) là phương trình đường tròn tâm $J(-1; 1)$, bán kính $R_2 = \sqrt{m}$.

Để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ thỏa mãn khi và chỉ khi (C_1) và (C_2) tiếp xúc với nhau

$$\Leftrightarrow IJ = R_1 + R_2 \Leftrightarrow \sqrt{13} = \sqrt{m} + 3 \Leftrightarrow m = (\sqrt{13} - 3)^2$$

$$\text{hoặc } IJ = |R_1 - R_2| \Leftrightarrow \sqrt{13} = |\sqrt{m} - 3| \Leftrightarrow m = (\sqrt{13} + 3)^2$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 245. Cho tập hợp $A = \{2^k | k = \overline{1..10}\}$ có 10 phần tử là các lũy thừa của 2. Chọn ngẫu nhiên từ tập A hai số khác nhau a và b . Xác suất để $\log_a b$ là một số nguyên bằng

A. $\frac{17}{90}$.

B. $\frac{3}{10}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{19}{90}$.

Lời giải.

$$n(\Omega) = A_{10}^2 = 90.$$

Gọi B: " $\log_a b$ là một số nguyên".

Ta có: $\log_a b$ là một số nguyên $\Leftrightarrow b = a^n$ với $a \neq 1$ và $n \in \mathbb{N}$.

$a = 2$ thì b có 10 cách chọn.

$a = 2^2$ thì b có 5 cách chọn.

$a = 2^3$ thì b có 3 cách chọn.

$a = 2^4$ thì b có 2 cách chọn.

$a = 2^5$ thì b có 2 cách chọn.

$a = 2^6$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^7$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^7$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^8$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^9$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^{10}$ thì b có 1 cách chọn.

Suy ra $n(B) = 27$.

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3}{10}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 246. Cho $9^\alpha + 9^{-\alpha} = 23$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Khi đó biểu thức $K = \frac{5 + 3^\alpha + 3^{-\alpha}}{1 - 3^\alpha - 3^{-\alpha}}$ có giá trị bằng

A. $-\frac{5}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. 2.

Lời giải.

Đặt $t = 3^\alpha$, $t > 0$. Khi đó $(t + t^{-1})^2 = (3^\alpha + 3^{-\alpha})^2 = 9^\alpha + 9^{-\alpha} + 2 = 25$, suy ra $t + t^{-1} = 5$ (vì $t > 0$).

$$\text{Vậy } K = \frac{5 + t + t^{-1}}{1 - (t + t^{-1})} = \frac{5 + 5}{1 - 5} = -\frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 247. Trong thời gian liên tục 25 năm, một người lao động luôn gửi đúng 4.000.000 đồng vào một ngày cố định của tháng ở ngân hàng A với lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian gửi tiền là 0,6%/ tháng. Gọi A đồng là số tiền người đó có được sau 25 năm. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $3.350.000.000 < A < 3.400.000.000$.

B. $3.500.000.000 < A < 3.550.000.000$.

C. $3.450.000.000 < A < 3.500.000.000$.

D. $3.400.000.000 < A < 3.450.000.000$.

Lời giải.

Gọi $A = 4.000.000$ là số tiền người đó gửi vào ngân hàng mỗi tháng, $r = 0,6\%$ là lãi suất mỗi tháng.

— Cuối tháng thứ nhất, khi ngân hàng đã tính lãi thì số tiền có được là

$$S_1 = A(1 + r) = \frac{A}{r} [(1 + r)^1 - 1] (1 + r).$$

— Đầu tháng thứ hai, khi đã gửi thêm số tiền A đồng thì số tiền là

$$T_1 = A(1 + r) + A = A [(1 + r) + 1] = A \cdot \frac{[(1 + r)^2 - 1]}{(1 + r) - 1} = \frac{A}{r} [(1 + r)^2 - 1].$$

— Cuối tháng thứ hai, khi ngân hàng đã tính lãi thì số tiền có được là

$$S_2 = \frac{A}{r} [(1 + r)^2 - 1] (1 + r).$$

— Từ đó ta có số tiền có được sau $12 \cdot 25 = 300$ tháng là

$$S_{300} = \frac{A}{r} [(1+r)^{300} - 1] (1+r) = \frac{4.000.000}{0,6\%} [(1+0,6\%)^{300} - 1] (1+0,6\%) = 3.364.000.000.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 248. Cho biểu thức $P = \left\{ a^{\frac{1}{3}} \left[a^{-\frac{1}{2}} b^{-\frac{1}{3}} (a^2 b^2)^{\frac{2}{3}} \right]^{-\frac{1}{2}} \right\}^6$ với a, b là các số dương. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $P = \frac{b^3 \sqrt{a}}{a}.$

B. $P = \frac{\sqrt{a}}{b^3}.$

C. $P = b^3 \sqrt{3}.$

D. $P = \frac{\sqrt{a}}{ab^3}.$

Lời giải.

$$\begin{aligned} P &= \left\{ a^{\frac{1}{3}} \left[a^{-\frac{1}{2}} b^{-\frac{1}{3}} (a^2 b^2)^{\frac{2}{3}} \right]^{-\frac{1}{2}} \right\}^6 \\ &= \left\{ a^{\frac{1}{3}} \left[a^{-\frac{1}{2}} b^{-\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{4}{3}} b^{\frac{4}{3}} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \right\}^6 \\ &= \left\{ a^{\frac{1}{3}} \left[a^{\frac{5}{6}} b \right]^{-\frac{1}{2}} \right\}^6 \\ &= \left\{ a^{\frac{1}{3}} a^{-\frac{5}{12}} b^{-\frac{1}{2}} \right\}^6 \\ &= \left\{ a^{-\frac{1}{12}} b^{-\frac{1}{2}} \right\}^6 \\ &= a^{-\frac{1}{2}} b^{-3} \\ &= \frac{1}{\sqrt{ab^3}} = \frac{\sqrt{a}}{ab^3}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 249. Cho n là số nguyên dương và $a > 0, a \neq 1$. Tìm n sao cho

$$\log_a 2019 + \log_{\sqrt{a}} 2019 + \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \cdots + \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 2\,033\,136 \log_a 2019.$$

A. $n = 2017.$

B. $n = 2016.$

C. $n = 2019.$

D. $n = 2018.$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} &\log_a 2019 + \log_{\sqrt{a}} 2019 + \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \cdots + \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 2\,033\,136 \log_a 2019 \\ \Leftrightarrow &\log_a 2019 + 2 \log_a 2019 + 3 \log_a 2019 + \cdots + n \log_a 2019 = 2\,033\,136 \log_a 2019 \\ \Leftrightarrow &1 + 2 + 3 + \cdots + n = 2\,033\,136 \\ \Leftrightarrow &\frac{n(n+1)}{2} = 2\,033\,136 \\ \Leftrightarrow &n^2 + n - 4\,066\,272 = 0 \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} n = 2016 & (\text{nhận}) \\ n = -2017 & (\text{loại}). \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $n = 2016$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 250. Cho $9^x + 9^{-x} = 14$, khi đó biểu thức $M = \frac{2 + 81^x + 81^{-x}}{11 - 3^x - 3^{-x}}$ có giá trị bằng
A. 28. **B.** 14. **C.** 42. **D.** 49.

Lời giải.

Ta có

$$1) 9^x + 9^{-x} = 14 \Leftrightarrow (9^x + 9^{-x})^2 = 14^2 \Leftrightarrow 81^x + 81^{-x} + 2 = 196 \Leftrightarrow 81^x + 81^{-x} = 194.$$

$$2) 9^x + 9^{-x} = 14 \Leftrightarrow (3^x + 3^{-x})^2 - 2 = 14 \Leftrightarrow 3^x + 3^{-x} = 4.$$

$$\text{Do vậy } M = \frac{2 + 81^x + 81^{-x}}{11 - 3^x - 3^{-x}} = \frac{2 + 194}{11 - 4} = 28.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 251. Cho hàm số $f(x) = \frac{2^x}{2^x + 2}$. Khi đó tổng $f(0) + f\left(\frac{1}{10}\right) + \dots + f\left(\frac{19}{10}\right)$ có giá trị bằng
A. $\frac{59}{6}$. **B.** $\frac{19}{2}$. **C.** $\frac{28}{3}$. **D.** 10.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(2-x) = \frac{2^{2-x}}{2^{2-x} + 2} = \frac{2}{2 + 2^x} \Rightarrow f(x) + f(2-x) = 1. \text{ Do vậy}$$

$$\begin{aligned} f(0) + f\left(\frac{1}{10}\right) + \dots + f\left(\frac{19}{10}\right) &= f(0) + f(1) + \left[f\left(\frac{1}{10}\right) + f\left(\frac{19}{10}\right)\right] + \dots + \left[f\left(\frac{9}{10}\right) + f\left(\frac{11}{10}\right)\right] \\ &= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 9 \cdot 1 = \frac{59}{6}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 252. Cho dãy (u_n) : $u_1 = e^3, u_{n+1} = u_n^2, k \in \mathbb{N}^*$ thỏa mãn $u_1 \cdot u_2 \cdot \dots \cdot u_k = e^{765}$. Giá trị của k là

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải.

Đặt $v_n = 3 \cdot 2^{n-1}$ thì $u_n = e^{v_n}$, với $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\text{Ta có } v_1 + v_2 + \dots + v_k = 3 \cdot \frac{1 - 2^k}{1 - 2}.$$

Bởi vậy

$$\begin{aligned} u_1 \cdot u_2 \cdot \dots \cdot u_k &= e^{765} \\ \Leftrightarrow 3 \cdot \frac{1 - 2^k}{1 - 2} &= 765 \\ \Leftrightarrow 2^k - 1 &= 255 \\ \Leftrightarrow 2^k &= 256 \\ \Leftrightarrow k &= 8. \end{aligned}$$

Vậy $k = 8$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 253. Số $20172018^{2016}2017$ có bao nhiêu chữ số.

A. 147278481. **B.** 147278480. **C.** 147347190. **D.** 147347191.

Lời giải.

Số tự nhiên N có k chữ số khi $10^{k-1} \leq N \leq 10^k$. Đặt $N = 20172018^{20162017}$ suy ra

$$\begin{aligned}\log N &= \log (20172018^{20162017}) \Leftrightarrow N = 10^{\log(20172018^{20162017})} \\ &\Leftrightarrow N = 10^{[20162017 \cdot \log 20172018]} \simeq 10^{1147278480,5} < 10^{147278481}.\end{aligned}$$

Suy ra số các chữ số là 147278481.

Chọn đáp án **A** □

Câu 254. Cho a, b là độ dài hai cạnh góc vuông, c là độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông. Trong đó, $c - b \neq 1$ và $c + b \neq 1$. Kết luận nào dưới đây đúng?

- A. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$. B. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.
C. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = -2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$. D. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = -\log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

Lời giải.

Theo bài ra ta có $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow a^2 = c^2 - b^2 = (c - b)(c + b)$.

Từ đó suy ra $2 = \log_a a^2 = \log_a((c - b)(c + b)) = \log_a(c - b) + \log_a(c + b) = \frac{1}{\log_{c-b} a} + \frac{1}{\log_{c+b} a}$

$$\Leftrightarrow \log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 255. Cho $f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdots f(2017) = e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m - n^2$.

- A. $m - n^2 = -1$. B. $m - n^2 = 1$. C. $m - n^2 = 2018$. D. $m - n^2 = -2018$.

Lời giải.

Đặt $g(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}$.

Với $x > 0$ ta có

$$\begin{aligned}g(x) &= \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}} = \frac{\sqrt{x^2 + (x+1)^2 + x^2(x+1)^2}}{x(x+1)} = \frac{\sqrt{(x^2 + x + 1)^2}}{x(x+1)} \\ &= \frac{x^2 + x + 1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}.\end{aligned}$$

Suy ra

$$\begin{aligned}&g(1) + g(2) + g(3) + \cdots + g(2017) \\ &= \left(1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(1 + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018}\right) \\ &= 2018 - \frac{1}{2018}.\end{aligned}$$

Khi đó

$$f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdots f(2017) = e^{g(1)+g(2)+g(3)+\cdots+g(2017)} = e^{2018 - \frac{1}{2018}} = e^{\frac{2018^2 - 1}{2018}} = e^{\frac{m}{n}}.$$

Do đó $m = 2018^2 - 1$ và $n = 2018$.

Vậy $m - n^2 = 2018^2 - 1 - 2018^2 = -1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 256. Cho $9^x + 9^{-x} = 14$; $\frac{6 + 3(3^x + 3^{-x})}{2 - 3^{x+1} - 3^{1-x}} = \frac{a}{b}$, $\left(\frac{a}{b}\right)$ là phân số tối giản). Tính $P = a \cdot b$.

A. $P = 10$. B. $P = -10$. C. $P = -45$. D. $P = 45$.

Lời giải.

$$9^x + 9^{-x} = 14 \Leftrightarrow (3^x + 3^{-x})^2 = 16 \Rightarrow 3^x + 3^{-x} = 4$$

$$\frac{6 + 3(3^x + 3^{-x})}{2 - 3^{x+1} - 3^{1-x}} = \frac{6 + 3 \cdot 4}{2 - 3 \cdot 4} = \frac{18}{-10} = -\frac{9}{5}. \text{ Vậy } P = a \cdot b = -45.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 257. Bạn Nam là học sinh của một trường đại học, Nam muốn vay ngân hàng với lãi suất ưu đãi để trang trải việc học tập hàng năm. Đầu mỗi năm học Nam vay ngân hàng số tiền 10 triệu đồng với lãi suất hàng năm là 4%. Tính số tiền mà Nam nợ ngân hàng sau 4 năm biết rằng trong 4 năm đó ngân hàng không thay đổi lãi suất (kết quả làm tròn đến nghìn đồng).

A. 46.794.000 đồng. B. 44.163.000 đồng. C. 42.465.000 đồng. D. 41.600.000 đồng.

Lời giải.

Áp dụng công thức lãi kép ta có tổng số tiền Nam nợ ngân hàng sau 4 năm là

$$10 \cdot (1,04^4 + 1,04^3 + 1,04^2 + 1,04) = 44,163 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 258. Đồ thị hàm số $y = x^3 - (3m + 1)x^2 + (m^2 + 3m + 2)x + 3$ có điểm cực tiểu và điểm cực đại nằm về hai phía trục tung khi

A. $1 < m < 2$. B. $-2 < m < -1$. C. $2 < m < 3$. D. $-3 < m < -2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 2(3m + 1)x + m^2 + 3m + 2.$$

Đồ thị có điểm cực đại và cực tiểu khi và chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$\Leftrightarrow \Delta' = (3m + 1)^2 - 3(m^2 + 3m + 2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{3 - \sqrt{129}}{12} \\ m > \frac{3 + \sqrt{129}}{12} \end{cases}.$$

$$\text{Theo định lí Vi-ét ta có } \begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{m^2 + 3m + 2}{3} \\ x_1 + x_2 = \frac{6m + 2}{3} \end{cases}.$$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục tung khi và chỉ khi

$$a \cdot c < 0 \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 < 0 \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < -1.$$

Vậy $-2 < m < -1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 259. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ với $0 < a, a \neq 1$ đối xứng nhau qua trục Oy .

B. Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $0 < a, a \neq 1$ luôn đi qua điểm $(a; 1)$.

C. Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

D. Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Giả sử $M(x_0; a^{x_0})$ thuộc đồ thị hàm số $y = a^x$.

Xét $N\left(-x_0; \left(\frac{1}{a}\right)^{-x_0}\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$.

Rõ ràng

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{-x_0} = (a^{-1})^{-x_0} = a^{x_0}.$$

Khi đó $N(-x_0; a^{x_0})$. Và ta thấy rằng hai điểm M và N đối xứng nhau qua trục Oy .

Do đó đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục Oy .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 260.

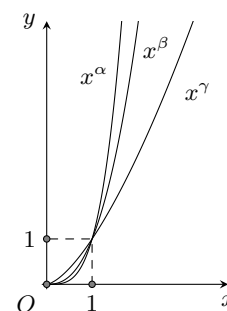
Cho đồ thị của ba hàm số $y = x^\alpha, y = x^\beta, y = x^\gamma$ trên khoảng $(0; +\infty)$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\gamma < \beta < \alpha < 0$.

B. $0 < \gamma < \beta < \alpha < 1$.

C. $0 < \alpha < \beta < \gamma < 1$.

D. $1 < \gamma < \beta < \alpha$.



Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy

— Với $0 < x < 1$ thì $x^\alpha < x^\beta < x^\gamma < x^1$ suy ra $\alpha > \beta > \gamma > 1$.

— Với $x > 1$ thì $x^1 < x^\gamma < x^\beta < x^\alpha$ suy ra $1 < \gamma < \beta < \alpha$.

Vậy $1 < \gamma < \beta < \alpha$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 261. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)dx = 2; \int_0^3 f(x)dx = 6$. Tính $I =$

$$\int_{-1}^1 f(|2x-1|)dx.$$

A. $I = 8$.

B. $I = 6$.

C. $I = 4$.

D. $I = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|)dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(1-2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1)dx = I_1 + I_2.$$

$$\text{Khi đó } I_1 = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(1-2x)dx = -\frac{1}{2} \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(1-2x)d(1-2x) = \frac{1}{2} \int_0^3 f(t)dt = \frac{1}{2} \int_0^3 f(x)dx = 3.$$

$$I_2 = \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1)dx = \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1)d(2x-1) = \frac{1}{2} \int_0^1 f(t)dt = 1.$$

Vậy $I = I_1 + I_2 = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 262. Biết $\int_0^1 \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^2 dx = a + b \ln 2 + c \ln 3, (a, b, c \in \mathbb{Q})$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2(a + b - c) = 7$. B. $2(a + b - c) = 5$. C. $2(a + b + c) = 5$. D. $2(a + b + c) = 7$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^2 dx = \int_0^1 \left(1 - \frac{3}{x+2} \right)^2 dx \\ &= \int_0^1 \left(1 - \frac{6}{x+2} + \frac{9}{(x+2)^2} \right) dx = \left(x - 6 \ln|x+2| - \frac{9}{x+2} \right) \Big|_0^1 \\ &= (1 - 6 \ln 3 - 3) - \left(0 - 6 \ln 2 - \frac{9}{2} \right) = \frac{5}{2} + 6 \ln 2 - 6 \ln 3. \end{aligned}$$

Từ đó ta có $a = \frac{5}{2}$, $b = 6$, $c = -6$. Suy ra $2(a + b + c) = 5$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 263. Biết rằng tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 - (m-3)x + 2017m$ đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ và $(0; 3)$ là đoạn $T = [a; b]$. Tính $a^2 + b^2$

A. $a^2 + b^2 = 13$. B. $a^2 + b^2 = 8$. C. $a^2 + b^2 = 10$. D. $a^2 + b^2 = 5$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = x^2 - 2(m-1)x - (m-3).$$

— Hàm số đã cho đồng biến trên $(0; 3)$ tức là $y' \geq 0, \forall x \in (0; 3) \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1} \geq m, \forall x \in (0; 3)$.

Xét $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1}$ trên $(0; 3)$.

Ta có $f'(x) = \frac{2x^2 + 2x - 4}{(2x + 1)^2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên.

x	0	1	3
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	3	2	$\frac{18}{7}$

Từ bảng biến thiên suy ra $f(x) \geq m \forall x \in (0; 3) \Leftrightarrow m \leq 2$. (1)

— Hàm số đã cho đồng biến trên $(-3; 1)$ tức là $y' \leq 0, \forall x \in (-3; 1) \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1} \geq m, \forall x \in (-3; 1)$.

Xét $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1}$ trên $(-3; 1)$.

Ta có $f'(x) = \frac{2x^2 + 2x - 4}{(2x + 1)^2}$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (loại)} \\ x = -2 \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên.

x	-3	-2	-1
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\frac{6}{5}$	-1	-2

Từ bảng biến thiên suy ra $f(x) \leq m \Leftrightarrow m \geq 1$. (2)

Kết hợp (1) và (2) ta được $-1 \leq m \leq 2$ hay $m \in [-1; 2]$.

Suy ra $a = -1, b = 2$. Khi đó $a^2 + b^2 = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 264. Hàm số $y = (x-1)\sqrt[3]{x^2}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = \sqrt[3]{x^2} + \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}(x-1) = \frac{5x-2}{3\sqrt[3]{x}}.$$

Mặt khác $y' = 0$ tại $x = \frac{2}{5}$ và y' không xác định tại $x = 0$. Ta có bảng biến thiên đạo hàm như sau

x	$-\infty$	0	$\frac{2}{5}$	$+\infty$
y'	+	-	0	+
y	$-\infty$	↗ 0	↘ $y(\frac{2}{5})$	↗ $+\infty$

Dựa vào bảng trên ta thấy hàm số y có 2 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 265. Cho $a = \log_m 3$ và $b = \log_n 3$, với m, n là các số thực dương khác 1. Tính $P = \log_3(nm^2)$.

A. $P = \frac{ab}{a+b}$.

B. $P = \frac{a+2b}{ab}$.

C. $P = \frac{2ab}{a+b}$.

D. $P = \frac{2a+b}{ab}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = \log_3(nm^2) = \log_3 n + 2\log_3 m = \frac{1}{\log_n 3} + \frac{2}{\log_m 3} = \frac{1}{b} + \frac{2}{a} = \frac{a+2b}{ab}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 266. Số nguyên dương lớn nhất không vượt quá $A = \frac{2^{2018}}{3^{1272}}$ là

A. 1.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

$$\text{Ta có } A = e^{\ln A} = e^{\ln \frac{2^{2018}}{3^{1272}}} = e^{2018 \ln 2 - 1272 \ln 3} \approx 3,804.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 267. Cho $\log_{12} 3 = a$. Tính $\log_{24} 18$ theo a .

A. $\frac{3a-1}{3-a}$.

B. $\frac{3a+1}{3-a}$.

C. $\frac{3a+1}{3+a}$.

D. $\frac{3a-1}{3+a}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } a = \log_{12} 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 12} = \frac{\log_2 3}{2 + \log_2 3} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{2a}{1-a}.$$

$$\text{Suy ra } \log_{24} 18 = \frac{\log_2(3^2 \cdot 2)}{\log_2(2^3 \cdot 3)} = \frac{2\log_2 3 + 1}{3 + \log_2 3} = \frac{1 + 2 \cdot \frac{2a}{1-a}}{3 + \frac{2a}{1-a}} = \frac{3a+1}{3-a}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 268. Đặt $a = \log_2 3$, $b = \log_5 3$. Nếu biểu diễn $\log_6 45 = \frac{a(m+nb)}{b(a+p)}$ thì $m+n+p$ bằng

A. 3. B. 4. C. 6. D. -3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_6 45 &= \frac{\log_2 45}{\log_2 6} = \frac{\log_2(5 \cdot 9)}{\log_2(2 \cdot 3)} = \frac{\log_2 5 + 2\log_2 3}{1 + \log_2 3} \\ &= \frac{\log_2 3 \cdot \log_3 5 + 2\log_2 3}{1 + \log_2 3} = \frac{\frac{a}{b} + 2a}{1 + a} \\ &= \frac{a + 2ab}{ab + b} = \frac{a(1+2b)}{b(a+1)}. \end{aligned}$$

Theo đề bài $\log_6 45 = \frac{a(m+nb)}{b(a+p)} \Leftrightarrow \frac{a(1+2b)}{b(a+1)} = \frac{a(m+nb)}{b(a+p)}$ suy ra $m=1$, $n=2$, $p=1$. Vậy $m+n+p=4$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 269. Biết a, b là các số nguyên thỏa $\log_{1350} 2 = 1 + a \log_{1350} 3 + b \log_{1350} 5$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $3a - 5b = 2$. B. $a^2 - b^2 = 4$. C. $a - 2b = 1$. D. $ab = 8$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \log_{1350} 2 &= 1 + a \log_{1350} 3 + b \log_{1350} 5 \\ \Leftrightarrow 1350^{\log_{1350} 2} &= 1350 \cdot (1350^{\log_{1350} 3})^a \cdot (1350^{\log_{1350} 5})^b \\ \Leftrightarrow 2 &= 1350 \cdot 3^a \cdot 5^b \\ \Leftrightarrow \frac{1}{675} &= 3^a \cdot 5^b \\ \Leftrightarrow 3^{-3} \cdot 5^{-2} &= 3^a \cdot 5^b \\ \Leftrightarrow 3^{a+3} \cdot 5^{b+2} &= 1 \\ \Leftrightarrow \log_3 3^{a+3} + \log_3 5^{b+2} &= 0 \\ \Leftrightarrow (a+3) + (b+2) \cdot \log_3 5 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $a - 2b = 1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 270. Số các chữ số của 5^{2018} khi viết trong hệ thập phân là

A. 1412. B. 1409. C. 1410. D. 1411.

Lời giải.

Ta có $\log 5^{2018} = 2018 \log 5$ có phần nguyên là 1410. Vậy số 5^{2018} có $1410 + 1 = 1411$ chữ số.

Chọn đáp án (D) □

Câu 271. Đặt $a = \log_2 3$; $b = \log_3 5$. Biểu diễn đúng của $\log_{20} 12$ theo a, b là

- A. $\frac{ab+1}{b-2}$. B. $\frac{a+b}{b+2}$. C. $\frac{a+1}{b-2}$. D. $\frac{a+2}{ab+2}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta suy ra $\log_2 5 = ab$, từ đây ta tính được

$$\begin{aligned}\log_{20} 12 &= 2\log_{20} 2 + \log_{20} 3 \\ &= \frac{2}{\log_2 20} + \frac{1}{\log_3 20} \\ &= \frac{2}{2 + \log_2 5} + \frac{1}{2\log_3 2 + \log_3 5} \\ &= \frac{2}{2 + ab} + \frac{1}{\frac{2}{a} + b} \\ &= \frac{a+2}{ab+2}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 272. Cho $a > 0$, $b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 9b^2 = 10ab$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. $\log(a+1) + \log b = 1$. B. $\log \frac{a+3b}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}$.
C. $3\log(a+3b) = \log a - \log b$. D. $2\log(a+3b) = \log a + \log b$.

Lời giải.

Ta có

$$a^2 + 9b^2 = 10ab \Leftrightarrow (a+3b)^2 = 16ab.$$

Suy ra

$$\log(a+3b)^2 = \log(16ab) \Leftrightarrow 2\log(a+3b) = 2\log 4 + \log(ab) \Leftrightarrow \log \frac{a+3b}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 273. Cho các số dương a, b với $1 < a < b$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\log_a b < 1 < \log_b a$. B. $1 < \log_a b < \log_b a$. C. $\log_b a < 1 < \log_a b$. D. $\log_b a < \log_a b < 1$.

Lời giải.

$$\forall a, b \text{ ta có } 1 < a < b \Rightarrow \begin{cases} 0 < \log_a a < \log_a b \\ 0 < \log_b a < \log_b b \end{cases} \Rightarrow \log_b a < 1 < \log_a b.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 274. Biết số nguyên dương M sẽ có chữ số đầu tiên là k (khi biểu diễn thập phân) nếu $\log k \leq \{\log M\} < \log(k+1)$ trong đó ký hiệu $\{a\}$ chỉ phần lẻ của số thập phân a (ví dụ $\{300,2\} = 0,2$). Hỏi số $M = 2^{400}$ có chữ số đầu tiên là bao nhiêu?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\log M = \log 2^{400} = 400 \cdot \log 2 \approx 120,41.$$

Suy ra $\{\log M\} \approx 0,41$.

Rõ ràng $\log 2 < \{\log M\} < \log 3$ nên chữ số đầu tiên của M là 2.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 275. Cho $\log_{35} 81 = a$, $\log_{63} 49 = b$. Tính $\log_5 3$ theo a, b .

- A. $\frac{ab-2b}{ab+4a-8}$. B. $\frac{2ab+4b-8}{ab-2a}$. C. $\frac{4ab-b+2a}{2b-ab}$. D. $\frac{ab-2a}{2ab+4b-8}$.

Lời giải.

— Theo giả thiết $\frac{1}{a} = \log_{81} 35 = \frac{1}{4} \log_3 5 + \frac{1}{4} \log_3 7$ (1) và $\frac{1}{b} = \log_{49} 63 = \frac{1}{2} + \log_7 3$.

— Suy ra $\log_7 3 = \frac{1}{b} - \frac{1}{2} = \frac{2-b}{2b} \Rightarrow \log_3 7 = \frac{2b}{2-b}$.

— Ta có $\log_3 5 = \frac{4}{a} - \log_3 7 = \frac{4}{a} - \frac{2b}{2-b} = \frac{2ab+4b-8}{a(b-2)} \Rightarrow \log_5 3 = \frac{ab-2a}{2ab+4b-8}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 276. Cho biểu thức $P = \log_{a^3} \frac{a^2}{\sqrt{b}} - \log_b a^6$ (với a, b là các số thực dương lớn hơn 1). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $P_{\min} = -\frac{11}{2}$. B. $P_{\max} = -\frac{4}{3}$. C. $P_{\min} = -\frac{4}{3}$. D. $P_{\max} = -\frac{11}{2}$.

Lời giải.

Ta có: $P = \log_{a^3} \frac{a^2}{\sqrt{b}} - \log_b a^6 = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \log_a b - 6 \log_b a$.

Đặt $t = \log_a b$, do $a, b > 1$ nên $t > 0$.

Ta được $P = \frac{2}{3} - \frac{t}{6} - \frac{6}{t} \Rightarrow \frac{2}{3} - P = \frac{t}{6} + \frac{6}{t} \geq 2 \Rightarrow P \leq -\frac{4}{3}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{t}{6} = \frac{6}{t} \Rightarrow t = 6 \Leftrightarrow b = a^6$.

Vậy $P_{\max} = -\frac{4}{3} \Leftrightarrow b = a^6$ chẳng hạn $a = 2, b = 64$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 277. Cho x và y là hai số thực dương, $x \neq 1$ thỏa mãn $\frac{(2 + \log_6 y)(1 + \log_3 2)}{\log_5 x} = \log_3 5$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$.

- A. $\frac{x}{y} = \log_6 5$. B. $\frac{x}{y} = 36$. C. $\frac{x}{y} = \frac{1}{36}$. D. $\frac{x}{y} = \log_5 6$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{(2 + \log_6 y)(1 + \log_3 2)}{\log_5 x} &= \log_3 5 \\ \Leftrightarrow 2 + \log_3 4 + \log_6 y [1 + \log_3 2] &= \log_3 x \\ \Leftrightarrow \log_6 y \log_3 6 &= \log_3 \frac{x}{36} \\ \Leftrightarrow \log_3 y &= \log_3 \frac{x}{36} \\ \Leftrightarrow y &= \frac{x}{36} \\ \Leftrightarrow \frac{x}{y} &= 36. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 278. Cho $a, b, x > 0$; $a > b$ và $b, x \neq 1$ thỏa mãn $\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2}$. Khi đó, tính

$$P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+2b)^2}.$$

- A. $P = \frac{5}{4}$. B. $P = \frac{2}{3}$. C. $P = \frac{16}{15}$. D. $P = \frac{4}{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
& \log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2} \\
& \Leftrightarrow \log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \log_{x^2} b \\
& \Leftrightarrow \log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \log_x \sqrt{b} = \log_x \sqrt{ab} \\
& \Leftrightarrow \frac{a+2b}{3} = \sqrt{ab} \\
& \Leftrightarrow (a+2b)^2 = 9ab \\
& \Leftrightarrow a^2 - 5ab + 4b^2 = 0 \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \text{ (loại vì giả thiết } a > b) \\ a = 4b. \end{cases}
\end{aligned}$$

Với $a = 4b$ thay vào P ta được $P = \frac{5}{4}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 279. Cho hàm số $f(x) = \log_2 \left(x - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \frac{17}{4}} \right)$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = f\left(\frac{1}{2019}\right) + f\left(\frac{2}{2019}\right) + \cdots + f\left(\frac{2018}{2019}\right).$$

A. $T = \frac{2019}{2}$.

B. $T = 2019$.

C. $T = 2018$.

D. $T = 1009$.

Lời giải.

Ta có $f(1-x) = \log_2 \left(1-x - \frac{1}{2} + \sqrt{(1-x)^2 - (1-x) + \frac{17}{4}} \right) = \log_2 \left(-x + \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \frac{17}{4}} \right)$.

Do đó $f(x) + f(1-x) = \log_2 \left[x^2 - x + \frac{17}{4} - \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 \right] = \log_2 4 = 2$.

Vậy $T = f\left(\frac{1}{2019}\right) + f\left(\frac{2018}{2019}\right) + \cdots + f\left(\frac{1009}{2019}\right) + f\left(\frac{1010}{2019}\right) = 1009 \cdot 2 = 2018$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 280. Cho ba số $a + \log_2 3$, $a + \log_4 3$, $a + \log_8 3$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Công bội của cấp số nhân đó bằng

A. 1.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có

$$(a + \log_4 3)^2 = (a + \log_2 3)(a + \log_8 3).$$

Suy ra

$$\begin{aligned}
& a^2 + 2a \log_4 3 + (\log_4 3)^2 = a^2 + a(\log_2 3 + \log_8 3) + \log_2 3 \cdot \log_8 3 \\
& \Leftrightarrow a \log_2 3 + \frac{1}{4} (\log_2 3)^2 = a \frac{4}{3} \log_2 3 + \frac{1}{3} (\log_2 3)^2 \\
& \Leftrightarrow \frac{1}{3} a = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} \right) \log_2 3 \\
& \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4} \log_2 3.
\end{aligned}$$

Do đó $a + \log_2 3 = \frac{3}{4} \log_2 3$ và $a + \log_4 3 = \frac{1}{4} \log_2 3$. Suy ra công bội của cấp số nhân bằng $\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 281. Tìm số nguyên dương n sao cho $\log_{2018} 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{2018}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2018}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{2018}} 2019 = 1010^2 \cdot 2021^2 \log_{2018} 2019$.

A. $n = 2021$.

B. $n = 2019$.

C. $n = 2020$.

D. $n = 2018$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \log_{2018} 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{2018}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2018}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{2018}} 2019 = 1010^2 \cdot 2021^2 \\ \Leftrightarrow & (1 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3) \log_{2018} 2019 = 1010^2 \cdot 2021^2 \log_{2018} 2019 \\ \Leftrightarrow & \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 = 1010^2 \cdot 2021^2 \\ \Leftrightarrow & \frac{n(n+1)}{2} = 1010 \cdot 2021 \\ \Leftrightarrow & n = 2020. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 282. Cho ba số thực dương x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số nhân, đồng thời với mỗi số thực dương a ($a \neq 1$) thì $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$ lập thành cấp số cộng. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1959x}{y} + \frac{2019y}{z} + \frac{60z}{x}$.

A. 60.

B. 2019.

C. 4038.

D. $\frac{2019}{2}$.

Lời giải.

Ba số thực dương x, y, z theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên $y^2 = xz \Leftrightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{z}$. (1)

Ba số $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$ lập thành cấp số cộng nên

$$2 \log_{\sqrt{a}} y = \log_a x + \log_{\sqrt[3]{a}} z \Leftrightarrow y^4 = xz^3 \Leftrightarrow \frac{y^3}{z^3} = \frac{x}{y}. \quad (2)$$

Từ (1), (2) ta có $\frac{y^3}{z^3} = \frac{y}{z} \Leftrightarrow \frac{y}{z} = 1$ (do $y, z > 0$), suy ra $\frac{x}{y} = 1, \frac{x}{z} = 1$ và $\frac{z}{x} = 1$.

Vậy $P = 1959 + 2019 + 60 = 4038$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 283. Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương, $x \neq 1$. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

A. $P = 23$.

B. $P = 41$.

C. $P = 43$.

D. $P = 32$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x} \\ \Leftrightarrow & \frac{1}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{3}{\log_3 x} + \dots + \frac{n}{\log_3 x} = \frac{190}{\log_3 x} \\ \Leftrightarrow & 1 + 2 + 3 + \dots + n = 190 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 190 \Leftrightarrow n = 19. \end{aligned}$$

Vậy $P = 2n + 3 = 41$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 284. Cho $a \log_{2019} 9 + b \log_{2019} 673 = 2018$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

A. $b = 2a$.

B. $b = a^2$.

C. $a = b^2$.

D. $a = 2b$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 a \log_{2019} 9 + b \log_{2019} 673 = 2018 &\Leftrightarrow \log_{2019} 9^a + \log_{2019} 673^b = 2018 \\
 &\Leftrightarrow \log_{2019} (9^a \cdot 673^b) = 2018 \\
 &\Leftrightarrow 9^a \cdot 673^b = 2019^{2018} \\
 &\Leftrightarrow 3^{2a} \cdot 673^b = 673^{2018} \cdot 3^{2018} \\
 &\Leftrightarrow 673^{2018-b} = 3^{2a-2018}. \quad (1)
 \end{aligned}$$

Do 673 và 3 nguyên tố cùng nhau nên từ (1) suy ra

$$\begin{cases} 2a = 2018 \\ b = 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1009 \\ b = 2018 \end{cases} \Rightarrow b = 2a.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 285. Cho $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Biết $\log \sin x + \log \cos x = -1$ và $\log(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(\log n - 1)$. Giá trị của n là

A. 11.

B. 12.

C. 10.

D. 15.

Lời giải.

Ta có

$$-1 = \log \sin x + \log \cos x = \log(\sin x \cos x) \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{10}.$$

Lại có

$$\log(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(\log n - 1) \Rightarrow \log(\sin x + \cos x)^2 = \log \frac{n}{10}$$

nên

$$\begin{aligned}
 (\sin x + \cos x)^2 &= \frac{n}{10} \Rightarrow 1 + 2 \sin x \cos x = \frac{n}{10} \\
 &\Rightarrow n = 12.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 286. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_9 a = \log_{12} b = \log_{16}(a+b)$. Tính tỉ số $\frac{a}{b}$.

A. $\frac{a}{b} = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

B. $\frac{a}{b} = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$.

C. $\frac{a}{b} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

D. $\frac{a}{b} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } m = \log_9 a = \log_{12} b = \log_{16}(a+b) \Rightarrow \begin{cases} a = 9^m, b = 12^m \\ a+b = 16^m \end{cases} \Rightarrow 9^m + 12^m = 16^m. \quad (1)$$

$$\text{Ta có (1)} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2m} + \left(\frac{3}{4}\right)^m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{4}\right)^m = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} < 0 \quad (\text{loại}) \\ \left(\frac{3}{4}\right)^m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \quad (\text{thỏa mãn}). \end{cases}$$

$$\text{Vậy ta có } \frac{a}{b} = \left(\frac{3}{4}\right)^m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 287. Cho $\log_{12} 18 = a$. Khi đó $\log_2 3$ bằng

- A. $\frac{2a+1}{a-2}$. B. $\frac{a-2}{2a-1}$. C. $\frac{2a-1}{a-2}$. D. $\frac{2a-1}{2-a}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\log_{12} 18 = a &\Rightarrow a = \frac{\ln 18}{\ln 12} = \frac{\ln 2 \cdot 3^2}{\ln 2^2 \cdot 3} \\ &\Rightarrow a = \frac{\ln 2 + 2 \ln 3}{2 \ln 2 + \ln 3} = \frac{1 + 2 \cdot \frac{\ln 3}{\ln 2}}{2 + \frac{\ln 3}{\ln 2}} = \frac{1 + 2 \log_2 3}{2 + \log_2 3} \\ &\Rightarrow a(2 + \log_2 3) = 1 + 2 \log_2 3 \\ &\Rightarrow \log_2 3 = \frac{2a-1}{2-a}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 288. Cho $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, biết rằng

$$\log_2(\sin x) + \log_2(\cos x) = -2 \text{ và } \log_2(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(\log_2 n + 1).$$

Giá trị của n bằng bao nhiêu?

- A. $n = \frac{1}{4}$. B. $n = \frac{5}{2}$. C. $n = \frac{1}{2}$. D. $n = \frac{3}{4}$.

Lời giải.

Với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $\sin x > 0$ và $\cos x > 0$, cho nên $\sin x + \cos x > 0$.

Lại có $\log_2 n$ xác định khi $n > 0$.

Ta có

$$\log_2(\sin x) + \log_2(\cos x) = -2 \Leftrightarrow \log_2(\sin x \cos x) = -2 \Leftrightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{4}.$$

Mặt khác

$$\log_2(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(\log_2 n + 1) \Leftrightarrow \sin x + \cos x = 2^{\frac{1}{2}(\log_2 n + 1)}.$$

Suy ra

$$1 + 2 \sin x \cos x = 2^{\log_2 n + 1} \Leftrightarrow 1 + 2 \cdot \frac{1}{4} = 2^{\log_2 n} \cdot 2 \Leftrightarrow \frac{3}{2} = 2n \Leftrightarrow n = \frac{3}{4} \text{ (thỏa mãn)}.$$

Vậy $n = \frac{3}{4}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 289. Cho các số thực a, b thỏa mãn $1 < a < b$ và $\log_a b + \log_b a^2 = 3$. Tính giá trị biểu thức

$$T = \log_{ab} \frac{a^2 + b}{2}.$$

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 6. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
& \log_a b + \log_b a^2 = 3 \\
& \Leftrightarrow \log_a b + 2 \log_b a = 3 \\
& \Leftrightarrow (\log_a b)^2 - 3 \log_a b + 2 = 0 \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b = 1 \\ \log_a b = 2 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ b = a^2. \end{cases}
\end{aligned}$$

Vì $1 < a < b$ nên ta chọn $b = a^2$. Khi đó

$$T = \log_{ab} \frac{a^2 + b}{2} = \log_{a^3} a^2 = \frac{2}{3} \log_a a = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 290. Cho $\log_a x = 2, \log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

A. $P = 6$. B. $P = -6$. C. $P = -\frac{1}{6}$. D. $P = \frac{1}{6}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta suy ra $0 < x \neq 1$.

Ta có $P = \frac{1}{\log_x \frac{a}{b^2}} = \frac{1}{\log_x a - 2 \log_x b}$.

Mặt khác $\log_x a = \frac{1}{\log_a x} = \frac{1}{2}, \log_x b = \frac{1}{\log_b x} = \frac{1}{3}$.

Thế vào P ta được $P = \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}} = -6$.

Vậy $P = -6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 291. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = 2x + 1$ và $f(1) = 5$. Phương trình $f(x) = 5$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính tổng $S = \log_2 |x_1| + \log_2 |x_2|$.

A. $S = 0$. B. $S = 2$. C. $S = 1$. D. $S = 4$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = x^2 + x + C, f(1) = 5 \Rightarrow C = 3$.

Do đó $f(x) = 5 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow S = \log_2 |x_1| + \log_2 |x_2| = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 292. Cho a, b, c, d là các số nguyên dương, $a \neq 1, c \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = \frac{3}{2}; \log_c d = \frac{5}{4}$ và $a - c = 9$. Khi đó $b - d$ bằng

A. 93. B. 9. C. 13. D. 21.

Lời giải.

Ta có $\log_a b = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \sqrt[3]{b^2}; \log_c d = \frac{5}{4} \Rightarrow c = \sqrt[5]{d^4}$.

Lại có $a - c = 9 \Leftrightarrow \sqrt[3]{b^2} - \sqrt[5]{d^4} = 9 \Leftrightarrow (\sqrt[3]{b} - \sqrt[5]{d^2})(\sqrt[3]{b} + \sqrt[5]{d^2}) = 9$.

Vì a, b, c, d là các số nguyên dương nên $\sqrt[3]{b^2}, \sqrt[5]{d^4}$ nguyên dương, do đó $\sqrt[3]{b}, \sqrt[5]{d}$ nguyên dương

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{b} - \sqrt[5]{d^2} = 1 \\ \sqrt[3]{b} + \sqrt[5]{d^2} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{b} = 5 \\ \sqrt[5]{d^2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 125 \\ d = 32. \end{cases}$$

Do đó $b - d = 93$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 293. Biết $\log_{12} 27 = a$. Tính $\log_6 16$ theo a .

A. $\frac{4(3-a)}{3+a}$. B. $\frac{4(3+a)}{3-a}$. C. $\frac{3-a}{4(3+a)}$. D. $\frac{3+a}{4(3-a)}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} a = \log_{12} 27 &= 3 \log_{12} 3 = \frac{3}{\log_3 12} = \frac{3}{1 + 2 \log_3 2} \Rightarrow \log_3 2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{a} - 1 \right) = \frac{3-a}{2a}. \\ \Rightarrow \log_6 16 &= 4 \log_6 2 = \frac{4}{\log_2 6} = \frac{4}{1 + \log_2 3} = \frac{4}{1 + \frac{2a}{3-a}} = \frac{4(3-a)}{3+a}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 294. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng

A. 9. B. 6. C. $\frac{27}{4}$. D. $\frac{20}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Do } a, b > 0 \text{ nên } \begin{cases} 16a^2 + b^2 \geq 2\sqrt{16a^2 b^2} \\ 4a + 5b + 1 > 1 \end{cases} \Rightarrow \log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) \geq \log_{4a+5b+1}(8ab + 1).$$

$$\text{Do đó } \log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) \geq \log_{4a+5b+1}(8ab + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) \geq 2 \quad (\text{áp dụng BĐT Cô-si}).$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} 16a^2 = b^2; a > 0, b > 0 \\ 8ab + 1 = 4a + 5b + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = b > 0 \\ 2b^2 + 1 = 6b + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = 3. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a + 2b = \frac{27}{4}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 295. Cho các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $a = b^c, b = c^a, c = a^b$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $abc = 1$. B. $abc = a + b + c$. C. $abc = \frac{a+b+c}{3}$. D. $abc = \frac{3}{a+b+c}$.

Lời giải.

Logarit hóa cả hai vế của các đẳng thức đã cho ta có

$$\begin{cases} \ln a = c \ln b \\ \ln b = a \ln c \Rightarrow \ln a \cdot \ln b \cdot \ln c = abc \cdot \ln a \cdot \ln b \cdot \ln c. \\ \ln c = b \ln a \end{cases}$$

Do $a, b, c \neq 1$ nên $\ln a, \ln b, \ln c \neq 0$. Suy ra $abc = 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 296. Cho $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + mx^5 + 2$ với $m \in \mathbb{R}$. Biết rằng $f(\log(\log e)) = 6$. Tính giá trị của $f(\log(\ln 10))$.

- A. $f(\log(\ln 10)) = -2$. B. $f(\log(\ln 10)) = 8$. C. $f(\log(\ln 10)) = -6$. D. $f(\log(\ln 10)) = 4$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{— Ta có } f(-x) &= \ln(-x + \sqrt{x^2 + 1}) - mx^5 + 2 = \ln\left(\frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}\right) - mx^5 + 2 \\ &= -\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - mx^5 + 2. \end{aligned}$$

$$\text{— } \forall x, \text{ ta có } f(x) + f(-x) = 4. \text{ Mà } \log(\ln 10) = \log\left(\frac{1}{\log e}\right) = -\log(\log e).$$

$$\text{— Do đó } f(\log(\log e)) + f(\log(\ln 10)) = 4 \Rightarrow f(\log(\ln 10)) = 4 - 6 = -2.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 297. Cho a là số thực dương và khác 1. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\log_{\frac{1}{a^3}} a = -\frac{1}{2}$. B. $a^{\log_{\sqrt{a}} 3} = 9$. C. $\log_a \frac{1}{a^3} = -3$. D. $\log_{a^3} \frac{1}{a} = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

$$\text{— A Đúng. Vì } \log_{\frac{1}{a^2}} a = \log_{a^{-2}} a = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{— B Đúng. Vì } a^{\log_{\sqrt{a}} 3} = a^{\log_a \frac{1}{2} \cdot 3} = a^{2 \log_a 3} = (a^{\log_a 3})^2 = 9.$$

$$\text{— C Đúng. Vì } \log_a \frac{1}{a^3} = \log_a a^{-3} = -3.$$

$$\text{— D Sai. Vì } \log_{a^3} \frac{1}{a} = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 298. Biết $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$. Tính $\log_2 x$.

- A. $\sqrt{26}$. B. $3\sqrt{3}$. C. 0. D. $\sqrt[3]{9}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \log_2(\log_8 x) &= \log_8(\log_2 x) \\ \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{1}{3} \log_2 x\right) &= \frac{1}{3} \log_2(\log_2 x) \\ \Leftrightarrow \log_2 \frac{1}{3} + \log_2(\log_2 x) &= \frac{1}{3} \log_2(\log_2 x) \\ \Leftrightarrow \frac{2}{3} \log_2(\log_2 x) &= -\log_2 \frac{1}{3} = \log_2 3 \\ \Leftrightarrow \log_2(\log_2 x) &= \log_2\left(3^{\frac{3}{2}}\right) \\ \Leftrightarrow \log_2 x &= 3\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 299. Cho hàm số $f(x) = 4^x 9^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x(\log 4 + \log 9^x) < 0$. B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow \log 4 + \log 9^x < 0$.
C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_4 9 < 0$. D. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_4 9 > 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(x) < 1 \Leftrightarrow \log_4 f(x) < \log_4 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_4 9 < 0 \Leftrightarrow x(\log 4 + \log 9^x) < 0.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 300. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\ln^2 u_6 - \ln u_8 = \ln u_4 - 1$ và $u_{n+1} = u_n \cdot e$ với mọi $n \geq 1$. Tìm u_1 .

- A. e^{-4} . B. e^{-3} . C. e^2 . D. e .

Lời giải.

Vì $u_{n+1} = u_n \cdot e$ nên dãy (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = e$.

Theo đề ta có $\ln^2 u_6 - (\ln u_8 + \ln u_4) + 1 = 0 \Leftrightarrow \ln^2 u_6 - \ln(u_8 \cdot u_4) + 1 = 0$.

Mặt khác, ta có $u_8 \cdot u_4 = u_1 \cdot q^7 \cdot u_1 \cdot q^3 = u_1^2 \cdot q^{10} = (u_1 \cdot q^5)^2 = u_6^2$.

Do đó phương trình đã cho tương đương với

$$\ln^2 u_6 - \ln u_6^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \ln^2 u_6 - 2 \ln u_6 + 1 = 0 \Leftrightarrow \ln u_6 = 1 \Leftrightarrow u_6 = e \Leftrightarrow u_1 \cdot e^5 = e \Leftrightarrow u_1 = e^{-4}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 301. Cho x, y là các số dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \frac{x+y}{6}$. Tính $P = \frac{x}{y}$.

A. $P = \frac{2}{3}$. B. $P = 2$. C. $P = 1$. D. $P = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Đặt $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \frac{x+y}{6} = t$. Từ đó ta có

$$\begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ \frac{x+y}{6} = 4^t \end{cases} \Rightarrow \frac{x(x+y)}{6} = y^2 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{y}\right)^2 + \frac{x}{y} - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = 2 & (\text{Thỏa mãn}) \\ \frac{x}{y} = -3 & (\text{Loại}). \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 302. Cho x và y là các số thực lớn hơn 1 và thỏa mãn $x^2 = xy + 6y^2$. Tính giá trị của $P = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12}(x+3y)} + 1$.

A. $P = 3$. B. $P = 4$. C. $P = 2$. D. $P = 1$.

Lời giải.

Với điều kiện x, y là các số thực lớn hơn 1 ta có

$$\begin{aligned} x^2 = xy + 6y^2 &\Leftrightarrow x^2 - 3xy + 2xy - 6y^2 = 0 \Leftrightarrow x(x - 3y) + 2y(x - 3y) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 3y)(x + 2y) = 0 \Leftrightarrow x - 3y = 0 \Leftrightarrow x = 3y. \end{aligned}$$

Khi đó

$$P = \frac{1 + \log_{12} 3y + \log_{12} y}{2 \log_{12} 6y} + 1 = \frac{\log_{12} 12 + \log_{12} 3y + \log_{12} y}{\log_{12}(6y)^2} + 1 = \frac{\log_{12} 36y^2}{\log_{12} 36y^2} + 1 = 2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 303. Biết $\log_a x = \log_b y = N$, với a, b, x, y là các số thực dương và a, b khác 1. Khi đó N bằng

A. $\log_{ab} \frac{x}{y}$. B. $\log_{a+b}(xy)$. C. $\log_{ab}(xy)$. D. $\log_{a+b} \frac{x}{y}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \log_a x = N \\ \log_b y = N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a^N \\ y = b^N \end{cases}$. Suy ra $xy = a^N \cdot b^N = (ab)^N \Leftrightarrow N = \log_{ab}(xy)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 304. Cho $a, b > 0$ và $2\log_2 b - 3\log_2 a = 2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $2b - 3a = 2$. B. $b^2 = 4a^3$. C. $2b - 3a = 4$. D. $b^2 - a^3 = 4$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\log_2 \left(\frac{b^2}{a^3} \right) = 2 \Leftrightarrow b^2 = 4a^3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 305. Cho $\log_3 (\sqrt{a^2 + 9} + a) = 2$. Giá trị biểu thức $\log_3 (2a^2 + 9 - 2a\sqrt{a^2 + 9})$ bằng

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Ta có $(\sqrt{a^2 + 9} + a)(\sqrt{a^2 + 9} - a) = 9$.

Từ giả thiết ta có $\sqrt{a^2 + 9} + a = 9 \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + 9} - a = 1$. Ta có

$$\begin{aligned} \log_3 (2a^2 + 9 - 2a\sqrt{a^2 + 9}) &= \log_3 (a^2 + 9 - 2a\sqrt{a^2 + 9} + a^2) \\ &= \log_3 (\sqrt{a^2 + 9} - a)^2 = \log_3 1 = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 306. Gọi a là giá trị nhỏ nhất của $f(n) = \frac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4) \cdots (\log_3 n)}{9^n}$, với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

Có bao nhiêu số n để $f(n) = a$?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. Vô số.

Lời giải.

Ta thấy $f(n)$ bé nhất khi và chỉ khi:

$$\begin{aligned} \begin{cases} f(n) \leq f(n+1) \\ f(n) \leq f(n-1) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4) \cdots (\log_3 n)}{9^n} \leq \frac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4) \cdots (\log_3 (n+1))}{9^{n+1}} \\ \frac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4) \cdots (\log_3 n)}{9^n} \leq \frac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4) \cdots (\log_3 (n-1))}{9^{n-1}} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 9 \leq \log_3 (n+1) \\ \log_3 n \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 3^9 - 1 \\ n \leq 3^9 \end{cases} \Leftrightarrow n \in \{3^9 - 1, 3^9\}. \end{aligned}$$

Vậy có hai giá trị của n thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 307. Với $\log_{27} 5 = a$, $\log_3 7 = b$ và $\log_2 3 = c$, giá trị của $\log_6 35$ bằng

- A. $\frac{(3a+b)c}{1+b}$. B. $\frac{(3a+b)c}{1+c}$. C. $\frac{(3a+b)c}{1+a}$. D. $\frac{(3b+a)c}{1+c}$.

Lời giải.

Ta có: $\log_{27} 5 = a \Leftrightarrow \frac{1}{3} \log_3 5 = a \Leftrightarrow \log_3 5 = 3a$. Khi đó

$$\log_6 35 = \frac{\log_3 35}{\log_3 6} = \frac{\log_3 5 + \log_3 7}{\log_3 2 + 1} = \frac{3a + b}{\frac{1}{c} + 1} = \frac{(3a+b)c}{1+c}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 308. Cho $S_1 = (2 + \sqrt{3})^{2^2+4^2+\cdots+2018^2}$ và $S_2 = (2 - \sqrt{3})^{1^2+3^2+\cdots+2017^2}$. Kết quả của $\log_{26+15\sqrt{3}} (S_1 S_2)$ bằng

- A. 679057. B. 579067. C. 679067. D. 470071.

Lời giải.

Ta có $(2k)^2 - (2k-1)^2 = 4k-1$ suy ra

$$S_1 S_2 = (2 + \sqrt{3})^{2^2-1^2+4^2-3^2+\cdots+2018^2-2017^2} = (2 + \sqrt{3})^{4 \cdot 1-1+4 \cdot 2-1+\cdots+4 \cdot 1009-1} = (2 + \sqrt{3})^{2037171}$$

Vậy $\log_{26+15\sqrt{3}}(S_1 S_2) = \frac{1}{3} \log_{2+\sqrt{3}}(2+\sqrt{3})^{2037171} = 679057$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 309. Cho hàm số $f(x) = \log_{2017} \left(\frac{x}{1-x} \right)$. Tổng $S = f\left(\frac{1}{2019}\right) + f\left(\frac{2}{2019}\right) + \dots + f\left(\frac{2018}{2019}\right)$ bằng

A. $S = 1008$.

B. $S = 1$.

C. $S = 0$.

D. $S = 1009$.

Lời giải.

Nếu $a + b = 1$ thì $f(a) + f(b) = \log_{2017} \frac{a}{1-a} + \log_{2017} \frac{b}{1-b} = \log_{2017} 1 = 0$. Suy ra

$$S = f\left(\frac{1}{2019}\right) + f\left(\frac{2018}{2019}\right) + f\left(\frac{2}{2019}\right) + f\left(\frac{2017}{2019}\right) + \dots + f\left(\frac{1009}{2019}\right) + f\left(\frac{1010}{2019}\right) = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 310. Giả sử $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$. Tìm tất cả các giá trị của a, b thỏa mãn đẳng thức $f(a) + f(b) = f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)$.

A. $-1 < a < 1$ và $-1 < b < 1$.

B. $-1 < a \leq 0$ và $-1 < b \leq 0$.

C. $a = b = 0$.

D. $0 \leq a < 1$ và $0 \leq b < 1$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $\mathcal{D} = (-1; 1)$ nên ta phải có $a, b \in (-1; 1)$. Ta có

$$\begin{aligned} f(a) + f(b) &= \ln \frac{1-a}{1+a} + \ln \frac{1-b}{1+b} = \ln \frac{(1-a)(1-b)}{(1+a)(1+b)} \\ &= \ln \frac{1 - \frac{a+b}{1+ab}}{1 + \frac{a+b}{1+ab}} = f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right). \end{aligned}$$

Vậy với mọi $a, b \in (-1; 1)$ ta đều có $f(a) + f(b) = f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 311. Cho dãy (u_n) là một cấp số nhân có tất cả các số hạng đều dương và có công bội q . Xét dãy (v_n) với $v_n = \log_a u_n$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$), trong đó $0 < a \neq 1$. Xác định công sai d của cấp số cộng (v_n) .

A. $d = \log_a \frac{1}{q}$.

B. $d = \log_a 2q$.

C. $d = \log_a q$.

D. $d = \log_a q^2$.

Lời giải.

Ta có $u_n = q \cdot u_{n-1} \Leftrightarrow \log_a u_n = \log_a (q \cdot u_{n-1}) = \log_a q + \log_a u_{n-1} \Leftrightarrow v_n = \log_a q + v_{n-1}$.

Do đó (v_n) là cấp số cộng với công sai $d = \log_a q$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 312. Cho $\log_3 (\sqrt{a^2+9} + a) = 2$. Giá trị biểu thức $\log_3 (2a^2 + 9 - 2a\sqrt{a^2+9})$ bằng

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Từ giả thiết có $\sqrt{a^2+9} + a = 9 \Leftrightarrow \sqrt{a^2+9} - a = 1$. Ta có

$$\log_3 (2a^2 + 9 - 2a\sqrt{a^2+9}) = \log_3 (\sqrt{a^2+9} - a)^2 = \log_3 1 = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 313. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\ln(u_3 - 4) = \ln(2u_n - 4n + 3)$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Tính tổng $S_{100} = u_1 + u_2 + \dots + u_{100}$.

A. 4950.

B. 10000.

C. 9999.

D. 10100.

Lời giải.

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{aligned} 2u_n - 4n + 3 &= u_3 - 4, \forall n \in \mathbb{N}^* \\ \Rightarrow u_n &= \frac{u_3 + 4n - 7}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*. \end{aligned}$$

Thay $n = 3$, ta được $u_3 = 5$, do đó $u_n = 2n - 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy

$$S_{100} = \sum_{n=1}^{100} u_n = \sum_{n=1}^{100} (2n - 1) = \frac{100(1 + 199)}{2} = 10000.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 314. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 23ab$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\log_5(a + b) = 1 + \log_{25} a + \log_{25} b$.

B. $\ln \frac{a + b}{5} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$.

C. $2 \log \frac{a + b}{5} = \log a + \log b$.

D. $2 \log_5(a + b) = 1 + \log_5 a + \log_5 b$.

Lời giải.

Ta có $a^2 + b^2 = 23ab \Leftrightarrow (a + b)^2 = 25ab \Leftrightarrow \left(\frac{a + b}{5}\right)^2 = ab \quad (*)$

— Lấy lôgarit thập phân hai vế của $(*)$, ta có

$$2 \log \frac{a + b}{5} = \log a + \log b.$$

— Lấy lôgarit tự nhiên hai vế của $(*)$, ta được

$$2 \ln \frac{a + b}{5} = \ln(ab) = \ln a + \ln b \Rightarrow \ln \frac{a + b}{5} = \frac{\ln a + \ln b}{2}.$$

— Lấy lôgarit cơ số 5 hai vế của $(*)$ ta được

$$\begin{aligned} 2 [\log_5(a + b) - \log_5 5] &= \log_5(ab) \Leftrightarrow 2 [\log_5(a + b) - 1] = \log_5 a + \log_5 b \\ \Leftrightarrow \log_5(a + b) &= \frac{1}{2} (\log_5 a + \log_5 b) + 1 = 1 + \log_{25} a + \log_{25} b. \end{aligned}$$

— Lấy lôgarit cơ số 5 hai vế của $(*)$, ta được

$$2 [\log_5(a + b) - \log_5 5] = \log_5(ab) \Leftrightarrow 2 \log_5(a + b) = 2 + \log_5 a + \log_5 b.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 315. Cho $f(x) = a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + b \sin x + 6$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Biết $f(\log(\log e)) = 2$. Tính giá trị của biểu thức $f(\log(\ln 10))$.

A. 4.

B. 10.

C. 8.

D. 2.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

Đặt $g(x) = f(x) - 6 \quad (*)$, hàm số $g(x)$ cũng có tập xác định $\mathbb{R}$.

Dễ thấy $\forall x \in \mathbb{R}$ thì $-x \in \mathbb{R}$, và ta có

$$\begin{aligned} g(-x) &= f(-x) - 6 = a \ln(-x + \sqrt{(-x)^2 + 1}) + b \sin(-x) = a \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x) - b \sin x \\ &= a \ln\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x}\right) - b \sin x = -a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - b \sin x = -g(x) \end{aligned}$$

Suy ra hàm số $g(x)$ là hàm số lẻ trên $\mathbb{R}$.

Ta thấy: $\log(\ln 10) = \log\left(\frac{1}{\log e}\right) = -\log(\log e)$, nên nếu đặt $t = \log(\ln 10)$ thì $\log(\log e) = -t$.

Theo giả thiết có $f(-t) = 2$, từ (*) ta có $g(-t) = f(-t) - 6 = 2 - 6 = -4$. Cần tính $f(t)$.

Từ (*) và kết hợp hàm g là hàm số lẻ ta có: $f(t) = g(t) + 6 = -g(-t) + 6 = 4 + 6 = 10$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 316. Cho hàm số $f(x) = \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$. Biết rằng $f(2) + f(3) + \dots + f(2018) = \ln a - \ln b + \ln c - \ln d$ với a, b, c, d là các số nguyên, trong đó a, b, d là các số nguyên tố và $a < b < c < d$. Tính $P = a + b + c + d$.

A. 1986.

B. 1698.

C. 1689.

D. 1968.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} f(2) + f(3) + \dots + f(2018) &= \ln\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) + \ln\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) + \dots + \ln\left(1 - \frac{1}{2018^2}\right) \\ &= \ln\left[\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2018^2}\right)\right] \\ &= \ln \frac{(2^2 - 1)(3^2 - 1) \dots (2018^2 - 1)}{(2 \cdot 3 \dots 2018)^2} \\ &= \ln \frac{1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \dots 2017 \cdot 2018}{(2 \cdot 3 \dots 2018)^2} \\ &= \ln \frac{(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 2017)(3 \cdot 4 \cdot 5 \dots 2019)}{(2 \cdot 3 \dots 2018)^2} = \ln \frac{2017! \cdot \frac{2019!}{1 \cdot 2}}{(2018!)^2} \\ &= \ln \frac{2019}{2018 \cdot 2} = \ln \frac{3 \cdot 763}{2^2 \cdot 1009} = \ln 3 - \ln 4 + \ln 673 - \ln 1009. \end{aligned}$$

Vậy $a + b + c + d = 3 + 4 + 673 + 1009 = 1689$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 317. Cho số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$ và $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_b a} = \sqrt{2018}$. Giá trị của biểu thức

$P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a}$ bằng

A. $P = \sqrt{2014}$.

B. $P = \sqrt{2016}$.

C. $P = \sqrt{2018}$.

D. $P = \sqrt{2020}$.

Lời giải.

Vì $a > b > 1$ nên ta có $\begin{cases} \log_a b < 1 \\ \log_b a > 1 \end{cases} \Rightarrow \log_b a - \log_a b > 0$. (1)

Ta thấy

$$\begin{aligned} \frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_b a} &= \sqrt{2018} \\ \Leftrightarrow \log_b a + \frac{1}{\log_b a} &= \sqrt{2018} \\ \Leftrightarrow \log_b^2 a + \frac{1}{\log_b^2 a} &= 2016. \end{aligned} \quad (2)$$

Ta thấy

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a} \\ \Leftrightarrow P &= \log_b(ab) - \log_a(ab) \\ \Leftrightarrow P &= \log_b a - \log_a b \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow P &= \log_b a - \frac{1}{\log_b a} \\ \Leftrightarrow P^2 &= \log_b^2 a + \frac{1}{\log_b^2 a} - 2 \end{aligned} \quad (4)$$

Từ (2) và (4) ta được $P^2 = 2014$. (5)

Từ (1), (3) và (5) ta được $P = \sqrt{2014}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 318. Cho $x = 2018!$. Tính giá trị của biểu thức $A = -\frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{\log_3 x} - \dots - \frac{1}{\log_{2018} x}$.

A. 1.

B. -1.

C. 2018.

D. -2018.

Lời giải.

$$\begin{aligned} A &= -\frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{\log_3 x} - \dots - \frac{1}{\log_{2018} x} \\ &= -(\log_x 2 + \log_x 3 + \dots + \log_x 2018) \\ &= -(\log_x (2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2018)) \\ &= -(\log_x 2018!) \\ &= -(\log_x x) = -1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 319. Giả sử $\log 2$ là 0,3010. Khi viết 2^{2018} trong hệ thập phân có bao nhiêu chữ số?

A. 607.

B. 608.

C. 609.

D. 606.

Lời giải.

Ta có: $\log 2 = 0,3010 \Rightarrow \log 2^{2018} = 2018 \cdot 0,3010 = 607,4180$.

Suy ra: $607 < \log 2^{2018} < 608 \Leftrightarrow 10^{607} < 2^{2018} < 10^{608}$, nên 2^{2018} có 608 chữ số khi viết trong hệ thập phân.

Chọn đáp án **B** □

Câu 320. Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3 + y^3 = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z}$ đúng với mọi các số thực dương x, y, z thoả mãn $\log(x+y) = z$ và $\log(x^2 + y^2) = z + 1$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. $\frac{31}{2}$.

B. $\frac{29}{2}$.

C. $-\frac{31}{2}$.

D. $-\frac{25}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} \log(x+y) = z \\ \log(x^2 + y^2) = z + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 10^z \\ x^2 + y^2 = 10 \cdot 10^z \end{cases} \Rightarrow xy = \frac{10^{2z} - 10 \cdot 10^z}{2}.$$

Khi đó

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 + y^2 - xy) = 10^z \left(10 \cdot 10^z - \frac{10^{2z} - 10 \cdot 10^z}{2} \right) = 15 \cdot 10^{2z} - \frac{1}{2} \cdot 10^{3z}.$$

$$\text{Vậy } a = 15, b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a + b = \frac{29}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 321. Cho dãy số (u_n) với 89 số hạng thỏa mãn $u_n = \tan n^\circ, \forall n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 89$. Gọi P là tích của tất cả 89 số hạng của dãy số. Giá trị của biểu thức $\log P$ là

A. 89.

B. 1.

C. 0.

D. 10.

Lời giải.

$\forall n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 89$, ta có $\tan(90^\circ - n^\circ) = \cot n^\circ \Rightarrow \tan n^\circ \cdot \tan(90^\circ - n^\circ) = 1$. Khi đó

$$\begin{aligned} P &= u_1 \cdot u_2 \cdots u_{89} = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdots \tan 89^\circ \\ &= (\tan 1^\circ \cdot \tan 89^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \cdot \tan 88^\circ) \cdots (\tan 44^\circ \cdot \tan 46^\circ) \cdot \tan 45^\circ \\ &= 1 \cdot 1 \cdots 1 = 1 \Rightarrow \log P = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 322. Cho $\log_7 12 = x$; $\log_{12} 24 = y$ và $\log_{54} 168 = \frac{axy + 1}{bxy + cx}$ (trong đó a, b, c là các số nguyên).

Tính giá trị của biểu thức $S = a + 2b + 3c$.

A. $S = 4$.B. $S = 19$.C. $S = 10$.D. $S = 15$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_{12} 24 \log_{24} 54 = \log_{12} 54 = \log_{12} \frac{12^8}{24^5} = 8 - 5 \log_{12} 24 \Rightarrow \log_{24} 54 = \frac{8 - 5y}{y} \Rightarrow \log_{54} 24 = \frac{y}{8 - 5y}.$$

và

$$\log_7 54 = \log_7 12 \log_{12} 54 = x(8 - 5y) \Rightarrow \log_{54} 7 = \frac{1}{x(8 - 5y)}.$$

Từ đó ta có

$$\log_{54} 168 = \log_{54} 7 + \log_{54} 24 = \frac{xy + 1}{-5xy + 8x}$$

suy ra $a = 1, b = -5, c = 8 \Rightarrow S = 1 + 2(-5) + 3 \cdot 8 = 15$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 323. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a - b}{3}$. Tính tỉ số $T = \frac{a}{b}$.

A. $0 < T < \frac{1}{2}$.B. $\frac{1}{2} < T < \frac{2}{3}$.C. $-2 < T < 0$.D. $1 < T < 2$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } \log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a - b}{3} = t \Rightarrow \begin{cases} a = 16^t \\ b = 20^t \\ \frac{2a - b}{3} = 25^t \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } 2 \cdot 16^t - 20^t = 3 \cdot 25^t \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^t - 1 = 3 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^t \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^t - \left(\frac{4}{5}\right)^t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{4}{5}\right)^t = -1 \\ \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Do } \left(\frac{4}{5}\right)^t > 0 \text{ nên } \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{3}{2} \Rightarrow T = \frac{a}{b} = \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 324. Với a, b thỏa mãn để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \geq 1 \\ ax + b & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ có đạo hàm tại điểm $x_0 = 1$.

Khi đó giá trị của biểu thức $S = \log_2(3a + 2b)$ bằng

- A. $S = 1$. B. $S = 2$. C. $S = 3$. D. $S = 4$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 = 1$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax + b) = a + b$.

Vì hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 1$ nên liên tục tại $x_0 = 1$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Rightarrow a + b = 1 \Leftrightarrow b = 1 - a$.

Ta lại có

$$- \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2.$$

$$- \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ax + b - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ax - a + 1 - 1}{x - 1} = a.$$

Vì hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 1$ nên $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \Rightarrow a = 2$.

Thay vào (1) ta được $b = -1$.

Vậy $S = \log_2(3a + 2b) = \log_2 4 = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 325. Biết $\log_6 2 = a, \log_6 5 = b$. Tính $I = \log_3 5$ theo a, b .

- A. $I = \frac{b}{1+a}$. B. $I = \frac{b}{1-a}$. C. $I = \frac{b}{a-1}$. D. $I = \frac{b}{a}$.

Lời giải.

Ta có $a = \log_6 2 = \frac{1}{\log_2 6} = \frac{1}{1 + \log_2 3} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{1-a}{a}$.

Mặt khác $b = \log_6 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 6} = \frac{\log_2 5}{1 + \log_2 3} = a \cdot \log_2 5 \Rightarrow \log_2 5 = \frac{b}{a}$.

Do đó $I = \log_3 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 3} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{1-a}{a}} = \frac{b}{1-a}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 326. Đặt $\log_2 3 = a; \log_2 5 = b$. Hãy biểu diễn $P = \log_3 240$ theo a và b .

- A. $P = \frac{2a+b+4}{a}$. B. $P = \frac{2a-b+3}{a}$. C. $P = \frac{a-b+3}{a}$. D. $P = \frac{a+b+4}{a}$.

Lời giải.

$\log_3 240 = 4 \cdot \log_3 2 + \log_3 5 + 1 = \frac{4 + \log_2 5 + \log_2 3}{\log_2 3} = \frac{a+b+4}{a}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 327. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$.

- A. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$. B. $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$.
C. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. D. $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$.

Lời giải.

Với a, b là các số thực dương, ta có

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 = 8ab &\Leftrightarrow (a+b)^2 = 10ab \\ &\Leftrightarrow \log(a+b)^2 = \log(10ab) \Leftrightarrow 2\log(a+b) = 1 + \log a + \log b \\ &\Leftrightarrow \log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 328. Cho $a, b > 0$, nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của ab bằng

A. 2^9 .

B. 8.

C. 2^{18} .

D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \log_8 a + \log_4 b^2 = 5 \\ \log_4 a^2 + \log_8 b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b = 5 \\ \log_2 a + \frac{1}{3} \log_2 b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 6 \\ \log_2 b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2^6 \\ b = 2^3 \end{cases}$$

Vậy $ab = 2^9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 329. Biết rằng m, n là các số nguyên thỏa mãn $\log_{360} 5 = 1 + m \log_{360} 2 + n \log_{360} 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $3m + 2n = 0$.

B. $m^2 + n^2 = 25$.

C. $mn = 4$.

D. $m + n = -5$.

Lời giải.

Ta có $1 + m \log_{360} 2 + n \log_{360} 3 = \log_{360} 360 \cdot 2^m \cdot 3^n = \log_{360} 2^{3+m} \cdot 3^{2+n} \cdot 5$.

Do đó $m = -3$ và $n = -2$, suy ra $m + n = -5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 330. Đặt $a = \log_2 3$; $b = \log_3 5$. Biểu diễn $\log_{20} 12$ theo a, b .

A. $\log_{20} 12 = \frac{ab+1}{b-2}$. B. $\log_{20} 12 = \frac{a+b}{b+2}$. C. $\log_{20} 12 = \frac{a+2}{ab+2}$. D. $\log_{20} 12 = \frac{a+1}{b-2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{20} 12 = \log_{20} 3 + 2 \log_{20} 2 = \frac{1}{\log_3 20} + \frac{2}{\log_2 20} = \frac{1}{\log_3 5 + 2 \log_3 2} + \frac{2}{\log_2 5 + 2} = \frac{1}{\log_3 5 + 2 \log_3 2} + \frac{2}{\log_2 5 + 2} = \frac{1}{\log_3 5 + 2 \log_3 2} + \frac{2}{b + \frac{2}{a}} = \frac{1}{\log_3 5 + 2 \log_3 2} + \frac{2}{b + \frac{2}{a}} = \frac{a+2}{ab+2}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 331. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_6 x = \log_9 y = \log_4 (2x + 2y)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$.

A. $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$.

B. $\frac{x}{y} = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$.

C. $\frac{x}{y} = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$.

D. $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Giả sử } \log_6 x = \log_9 y = \log_4 (2x + 2y) = t. \text{ Ta có } \begin{cases} x = 6^t & (1) \\ y = 9^t & (2) \\ 2x + 2y = 4^t & (3) \end{cases}$$

Khi đó $\frac{x}{y} = \frac{6^t}{9^t} = \left(\frac{2}{3}\right)^t > 0$.

Thay (1), (2) vào (3) ta được

$$2 \cdot 6^t + 2 \cdot 9^t = 4^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2t} - 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^t = 1 + \sqrt{3} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} & (\text{nhận}) \\ \left(\frac{2}{3}\right)^t = 1 - \sqrt{3} & (\text{loại}). \end{cases}$$

Vậy $\frac{x}{y} = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 332. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \log (\tan 1^\circ) + \log (\tan 2^\circ) + \log (\tan 3^\circ) + \cdots + \log (\tan 89^\circ).$$

- A. $P = 0$. B. $P = 2$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = 1$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} P &= \log(\tan 1^\circ) + \log(\tan 2^\circ) + \log(\tan 3^\circ) + \cdots + \log(\tan 89^\circ) \\ &= \log(\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \cdots \tan 89^\circ) \\ &= \log(\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \cdots \tan 44^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \cot 44^\circ \cdots \cot 3^\circ \cdot \cot 2^\circ \cdot \cot 1^\circ) \\ &= \log 1 = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

- Câu 333.** Cho $a > 0$, $b > 0$ và $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{4}$; $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính tổng $a + b$.
A. 16. B. 12. C. 10. D. 18.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_a b = \frac{b}{4} \Rightarrow b = a^{\frac{b}{4}}; \log_2 a = \frac{16}{b} \Rightarrow a = 2^{\frac{16}{b}}.$$

$$\text{Do đó, } b = \left(2^{\frac{16}{b}}\right)^{\frac{b}{4}} = 2^4 = 16, \text{ suy ra } a = 2.$$

$$\text{Vậy } a + b = 18.$$

Chọn đáp án **D** □

- Câu 334.** Cho $\log_6 45 = a + \frac{\log_2 5 + b}{\log_2 3 + c}$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a + b + c$.
A. 1. B. 0. C. 2. D. -4.

Lời giải.

$$\log_6 45 = \frac{\log_2 45}{\log_2 6} = \frac{\log_2 (3^2 \cdot 5)}{\log_2 (2 \cdot 3)} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 5}{1 + \log_2 3} = \frac{2(1 + \log_2 3) + \log_2 5 - 2}{\log_2 3 + 1} = 2 + \frac{\log_2 5 - 2}{\log_2 3 + 1}$$

$$\Rightarrow a = 2, b = -2, c = 1 \Rightarrow a + b + c = 1.$$

Chọn đáp án **A** □

- Câu 335.** Cho $x = \log_6 30$, $y = \log_{12} 15$ và $\log_2 3 = \frac{1 + ax + by}{x - cy}$. Tính $S = 2a + 3b - c$ biết a, b, c là các số nguyên.

- A. $S = 3$. B. $S = 9$. C. $S = 0$. D. $S = 7$.

Lời giải.

$$\text{Có } x = \log_6 30 = \frac{\log_2 30}{\log_2 6} = \frac{1 + \log_2 3 + \log_2 5}{1 + \log_2 3} \Leftrightarrow \log_2 5 = (1 + \log_2 3)(x - 1)$$

$$y = \log_{12} 15 = \frac{\log_2 15}{\log_2 12} = \frac{\log_2 3 + \log_2 5}{2 + \log_2 3} \Leftrightarrow y(2 + \log_2 3) = \log_2 3 + x - 1 + x \log_2 3 - \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow (x - y) \log_2 3 = 1 - x + 2y \Leftrightarrow \log_2 3 = \frac{1 - x + 2y}{x - y} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow 2a + 3b - c = 3.$$

Chọn đáp án **A** □

- Câu 336.** Cho $\alpha = \log_3 189$. Biểu thức $\log_{189} 7$ được biểu diễn theo α là

- A. $\frac{\alpha + 3}{\alpha}$. B. $\frac{\alpha + 2}{\alpha}$. C. $\frac{\alpha - 3}{\alpha}$. D. $\frac{\alpha - 2}{\alpha}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \alpha = \log_3 189 = \log_3 (3^3 \cdot 7) = 3 + \log_3 7 \Rightarrow \log_3 7 = \alpha - 3.$$

$$\text{Do đó, ta có } \log_{189} 7 = \frac{1}{\log_7 189} = \frac{1}{\log_7 (3^3 \cdot 7)} = \frac{1}{1 + 3 \log_7 3} = \frac{\log_3 7}{\log_3 7 + 3} = \frac{\alpha - 3}{\alpha - 3 + 3} = \frac{\alpha - 3}{\alpha}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 337. Đặt $a = \ln 2$; $b = \ln 5$. Hãy biểu diễn $I = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \dots + \ln \frac{98}{99} + \ln \frac{99}{100}$ theo a và b .

A. $I = -2(a + b)$. B. $I = 2(a + b)$. C. $I = -2(a - b)$. D. $I = 2(a - b)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} I &= \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \dots + \ln \frac{98}{99} + \ln \frac{99}{100} = \ln \frac{1}{100} \\ &= -\ln 100 = -2 \ln(2.5) = -2(\ln 2 + \ln 5) = -2(a + b) \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 338. Cho hai số thực dương a, b với $a \neq 1$ thỏa mãn hệ thức $a^2 + b^2 = 4ab$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $2 \log_a(a - b) = \log_a(2ab)$. B. $\log_a(4ab) = \log_a a^2 + \log_a b^2$.
C. $2 \log_a(a + b) = 1 + \log_a 6b$. D. $\log_a(4ab) = 2 \log_a(a + b)$.

Lời giải.

Ta có $a^2 + b^2 = 4ab \Leftrightarrow (a + b)^2 = 6ab \Leftrightarrow \log_a(a + b)^2 = \log_a(6ab) \Leftrightarrow 2 \log_a(a + b) = 1 + \log_a 6b$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 339. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9(a + b)$. Tính $\frac{a}{b}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } t = \log_4 a = \log_6 b = \log_9(a + b) \Rightarrow \begin{cases} a = 4^t \\ b = 6^t \\ a + b = 9^t \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = \left(\frac{2}{3}\right)^t > 0.$$

$$\text{Vậy ta có } a + b = 9^t \Leftrightarrow 4^t + 6^t = 9^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2t} + \left(\frac{2}{3}\right)^t - 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 340. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $2^x = 3^y = 6^{-z}$. Giá trị của biểu thức $M = xy + yz + xz$ là

- A. 0. B. 6. C. 3. D. 1.

Lời giải.

$$\text{Đặt } 2^x = 3^y = 6^{-z} = t > 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \log_2 t \\ y = \log_3 t \\ z = -\log_6 t \end{cases}.$$

$$\text{Mặt khác } \log_6 t = \frac{1}{\log_t 6} = \frac{1}{\log_t 3 + \log_t 2} = \frac{1}{\frac{1}{\log_3 t} + \frac{1}{\log_2 t}} = \frac{\log_3 t \cdot \log_2 t}{\log_3 t + \log_2 t}.$$

$$\text{Khi đó } M = xy + yz + xz = \log_2 t \cdot \log_3 t - \log_3 t \cdot \log_6 t - \log_2 t \cdot \log_6 t = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 341. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $\log_{16} \left(\frac{x + y + z}{2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 1} \right) = x(x - 2) + y(y - 2) + z(z - 2)$. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $F = \frac{x - y - z}{x + y + z}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{13}{3}$. C. $-\frac{13}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải.

* Điều kiện: $x + y + z > 0$

* Ta có: $\log_{16} \left(\frac{x+y+z}{2x^2+2y^2+2z^2+1} \right) = x(x-2) + y(y-2) + z(z-2)$

$$\Leftrightarrow 2\log_{16}[4(x+y+z)] + [4(x+y+z)] = 2\log_{16}[2x^2+2y^2+2z^2+1] + [2x^2+2y^2+2z^2+1](*)$$

Xét hàm số $f(t) = 2\log_{16} t + t$ trên $(0; +\infty)$ ta có $f'(t) = \frac{2}{t \cdot \ln 16} + 1 > 0; \forall t \in (0; +\infty) \Rightarrow$ Hàm số $f(t) = 2\log_{16} t + t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Từ (*) ta có

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 1 = 4(x+y+z) \Leftrightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + \frac{1}{2} = 0.$$

$$F = \frac{x-y-z}{x+y+z} \Leftrightarrow F(x+y+z) = x-y-z \Leftrightarrow (P): (F-1)x + (F+1)y + (F+1)z = 0$$

* Mặt phẳng (P) có điểm chung với mặt cầu (S) nên ta có:

$$d(I; (P)) \leq R \Leftrightarrow \frac{|3F+1|}{\sqrt{(F-1)^2 + (F+1)^2 + (F+1)^2}} \leq \sqrt{\frac{5}{2}} \Leftrightarrow 3F^2 + 2F - 13 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-1-2\sqrt{10}}{3} \leq F \leq \frac{-1+2\sqrt{10}}{3} \Rightarrow \min F + \max F = -\frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 342. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2}{2} - mx + \ln(x-1)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

$$\text{Ta có } y' = x - m + \frac{1}{x-1}.$$

Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} y' &\geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \\ \Leftrightarrow x - m + \frac{1}{x-1} &\geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \\ \Leftrightarrow g(x) = x + \frac{1}{x-1} &\geq m, \forall x \in (1; +\infty) \\ \Leftrightarrow m &\leq \min_{(1; +\infty)} g(x). \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } g'(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}. \text{ Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên

x	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	—	0	+
$g(x)$	$+\infty$	3	$+\infty$

Suy ra $m \leq 3$.

Vậy các số nguyên dương m thỏa yêu cầu bài toán là $\{1; 2; 3\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 343. Cho hàm số $f(x) = \ln 2018 - \ln \left(\frac{x+1}{x} \right)$. Tính $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2017)$.

A. $\frac{4035}{2018}$.

B. 2017.

C. $\frac{2016}{2017}$.

D. $\frac{2017}{2018}$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

Ta có $f(x) = \ln 2018 + \ln x - \ln(x+1) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$.

Do đó

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018} \\ &= 1 - \frac{1}{2018} = \frac{2017}{2018}. \end{aligned}$$

Vậy $S = \frac{2017}{2018}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 344. Cho hàm số $f(x) = 2x + m + \log_2[mx^2 - 2(m-2)x + 2m - 1]$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị m để hàm số $f(x)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m > 0$.

B. $m > 1$.

C. $m > 1$ hoặc $m < -4$.

D. $m < -4$.

Lời giải.

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$mx^2 - 2(m-2)x + 2m - 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -m^2 - 3m + 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 345. Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{\log_2 \frac{3-2x-x^2}{x+1}}$.

A. $\mathcal{D} = \left(-\infty; \frac{-3-\sqrt{17}}{2}\right] \cup \left(-1; \frac{-3+\sqrt{17}}{2}\right]$.

B. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$.

C. $\left[\frac{-3-\sqrt{17}}{2}; -1\right) \cup \left[\frac{-3+\sqrt{17}}{2}; 1\right)$.

D. $(-\infty; -3] \cup [-1; 1)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số là

$$\log_2 \frac{3-2x-x^2}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2-3x+2}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(-1; \frac{-3+\sqrt{17}}{2}\right] \\ x \in \left(-\infty; \frac{-3-\sqrt{17}}{2}\right] \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 346. Tìm giá trị thực của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2^{-x} - \log_2 x + m$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng $\frac{9}{4}$.

A. $m = 3$.

B. $m = -3$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Lời giải.

$f'(x) = -2^{-x} \ln 2 - \frac{1}{x \ln 2} < 0$ với mọi $x \in [1; 2]$. Do đó hàm số nghịch biến trên $[1; 2]$.

Vậy $\min_{[1;2]} f(x) = \frac{9}{4} \Leftrightarrow f(2) = \frac{9}{4} \Leftrightarrow 2^{-2} - 1 + m = \frac{9}{4} \Leftrightarrow m = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 347. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m \log_2 x - 2}{\log_2 x - m - 1}$ nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$.

A. $m < -2$ hoặc $m > 1$.

B. $m \leq -2$ hoặc $m = 1$.

C. $m < -2$ hoặc $m = 1$.

D. $m < -2$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_2 x$. Vì $x \in (4; +\infty)$ nên $t \in (2; +\infty)$.

Hàm số đã cho được viết lại

$$y = \frac{mt - 2}{t - m - 1}. \quad (1)$$

Do $t = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ nên hàm số $y = \frac{m \log_2 x - 2}{\log_2 x - m - 1}$ nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$ khi (1) nghịch biến trên $(2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m(m+1) + 2 < 0 \\ m+1 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \text{ hoặc } m > 1 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 348. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với đồ thị hàm số $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) qua điểm $I(1; 1)$. Giá trị của biểu thức $f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)$ bằng

A. 2016.

B. -2016.

C. 2020.

D. -2020.

Lời giải.

Giả sử hàm số $y = a^x$ có đồ thị là (C) và hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là (C_1) . Giả sử điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc đồ thị (C_1) và $x_M = 2 + \log_a \frac{1}{2018}$ suy ra $y_M = f(x_M) = f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)$.

Gọi N là điểm thuộc đồ thị (C) , $N(x_N; y_N)$ và đối xứng với M qua điểm I .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} x_M + x_N = 2x_I \\ y_M + y_N = 2y_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + \log_a \frac{1}{2018} + x_N = 2 \\ y_M + y_N = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -\log_a \frac{1}{2018} \\ y_N = 2 - y_M \end{cases}$$

$$\text{Mà } y_N = a^{x_N} \Leftrightarrow y_N = a^{-\log_a \frac{1}{2018}} \Leftrightarrow y_N = a^{\log_a 2018} \Leftrightarrow y_N = 2018.$$

$$\text{Suy ra } 2 - y_M = 2018 \Leftrightarrow y_M = -2016.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 349. Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì

A. $m \geq \frac{1}{4}$.

B. $m > 0$.

C. $m < \frac{1}{4}$.

D. $m > \frac{1}{4}$.

Lời giải.

Để thỏa mãn bài toán khi $4^x - 2^x + m > 0$ (*) $\forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $t = 2^x$ điều kiện $t > 0$ khi đó (*) trở thành $t^2 - t + m > 0$ (**).

Bài toán trở thành tìm điều kiện của m để (**) đúng với mọi $t > 0$.

$$\text{Mà } (**) \Leftrightarrow m > t - t^2.$$

Xét hàm $f(t) = t - t^2$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ta có bảng biến thiên

t	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(t)$	0	$\frac{1}{4}$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m > \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 350. Cho hai hàm số $y = f(x) = \log_a x$ và $y = g(x) = a^x$. Xét 3 mệnh đề sau

- ① Đồ thị của hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ luôn cắt nhau tại một điểm.
- ② Hàm số $f(x) + g(x)$ đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$.
- ③ Đồ thị hàm số $f(x)$ nhận trục Oy làm đường tiệm cận.

Trong 3 mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta xét các trường hợp sau

- Với $a = 2$, thì đồ thị của hàm số $y = \log_2 x$ và hàm số $y = 2^x$ không có điểm chung nào. Do đó mệnh đề a) **sai**.
- Khi $a > 1$ thì $f'(x) + g'(x) > 0, \forall x > 0$ do đó hàm số $f(x) + g(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
 Khi $0 < a < 1$ thì $f'(x) + g'(x) < 0, \forall x > 0$ do đó hàm số $f(x) + g(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
 Vậy mệnh đề b) **đúng**.
- Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ nhận trục Oy làm đường tiệm cận đứng. Vậy mệnh đề c) **đúng**.

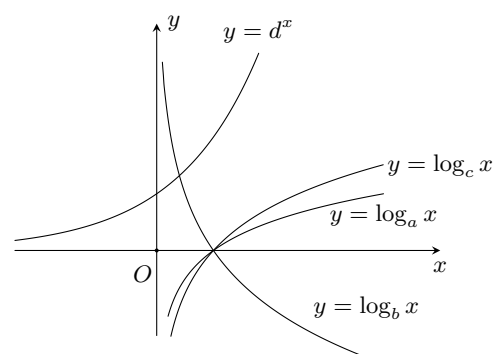
Chọn đáp án **C**

□

Câu 351.

Cho 3 số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x, y = d^x$ được cho trong hình vẽ bên. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây.

- A. $b < d < c < a$. B. $a < b < d < c$.
 C. $b < d < a < c$. D. $d < a < c < b$.

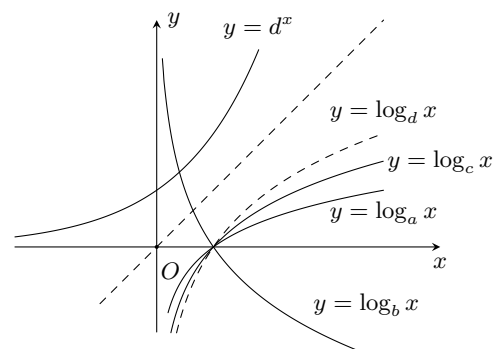


Lời giải.

Dựa vào các đồ thị trong hình vẽ ta thấy

- $d > 1$.
- $0 < b < 1$.
- Cho đường thẳng $y = m > 0$ cắt đồ thị hàm số $y = \log_a x$ tại x_1 và cắt đồ thị hàm số $y = \log_c x$ tại x_2 . Ta suy ra

$$x_1 > x_2 \Leftrightarrow a^m > c^m \Leftrightarrow a > c > 1.$$



— Lấy đối xứng đồ thị $y = d^x$ qua đường thẳng $y = x$ ta được đồ thị $y = \log_d x$. Tương tự, dựa vào đồ thị ta suy ra được $c > d$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 352. Cho hàm số $y = \ln(e^x + m^2)$. Với giá trị nào của m thì $y'(1) = \frac{1}{2}$?

A. $m = e$.

B. $m = -e$.

C. $m = \frac{1}{e}$.

D. $m = \pm\sqrt{e}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(e^x + m^2)'}{e^x + m^2} = \frac{e^x}{e^x + m^2}.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} y'(1) &= \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{e}{e + m^2} &= \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow m^2 = e &\Leftrightarrow m = \pm\sqrt{e}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 353. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m > 2$ hoặc $m < -2$.

B. $m = 2$.

C. $m < 2$.

D. $-2 < m < 2$.

Lời giải.

Điều kiện: $x^2 - 2mx + 4 > 0$.

Để hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì

$$\begin{aligned} x^2 - 2mx + 4 &> 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m^2 - 4 < 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow -2 < m < 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 354. Cho hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Đạo hàm của hàm số là $y' = \frac{\ln x(2 - \ln x)}{x^2}$.

B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[1; e^3]$ là 0.

C. Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = \frac{\ln^2 x}{x} \Rightarrow y' = \frac{2 \ln x - \ln^2 x}{x^2} = \frac{\ln x(2 - \ln x)}{x^2}.$$

$$\text{Trên đoạn } [1; e^3], y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x = 0 \\ 2 - \ln x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (nhận)} \\ x = e^2 \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

Khi đó, $y(1) = 0$; $y(e^2) = \frac{4}{e^2}$; $y(e^3) = \frac{9}{e^3}$. Như vậy $\min_{[1; e^3]} y = 0$.

Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ là $x > 0$.

Do đó tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 355. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = (2x - 3)e^x$ trên đoạn $[0; 3]$.

A. $2e^3$.

B. $5e^3$.

C. $4e^3$.

D. $3e^3$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 2e^x + (2x - 3)e^x = (2x - 1)e^x$.

Khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \in [0; 3]$.

Ta có

$$f(0) = -3; f\left(\frac{1}{2}\right) = -2\sqrt{e}; f(3) = 3e^3.$$

Vậy $\max_{[0;3]} f(x) = 3e^3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 356.

Biết hàm số $f(x) = \frac{a}{b^2 \cdot 3^x}$ có đồ thị đối xứng với đồ thị hàm số $y = 3^x$ qua đường thẳng $x = -1$. Biết a, b là các số nguyên.

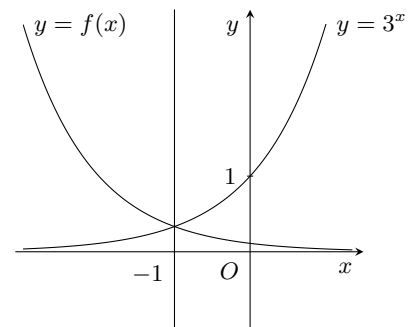
Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $a + b = 5$.

B. $a + 2b = 7$.

C. $2a - b = 0$.

D. $a^3 + b = 12$.



Lời giải.

Lấy $M(0; 1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = 3^x$.

Khi đó M' đối xứng với M qua đường thẳng $x = -1$ có tọa độ là $M'(-2; 1)$.

Theo giả thiết M' thuộc đồ thị hàm số $f(x) = \frac{a}{b^2 \cdot 3^x} \Rightarrow 1 = \frac{a}{b^2 \cdot 3^{-2}} \Leftrightarrow b^2 = 9a \Rightarrow f(x) = \frac{1}{9 \cdot 3^x}$.

Chọn $a = 1, b = 3$ thỏa mãn bài $\Rightarrow a + 2b = 7$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 357. Cho hàm số $y = \frac{\ln x - 6}{\ln x - 2m}$ với m tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$. Tìm số phần tử của S .

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Với m nguyên dương, đặt $t = \ln x, t \in (0; 1) \Rightarrow t' = \frac{1}{x} > 0 \forall x \in (1; e)$. Hàm số trở thành

$$y = \frac{t - 6}{t - 2m} \Rightarrow y' = -\frac{2m - 6}{(t - 2m)^2}.$$

Hàm số $y = \frac{\ln x - 6}{\ln x - 2m}$ đồng biến trên khoảng $(1; e)$ khi và chỉ khi hàm số $y = \frac{t - 6}{t - 2m}$ đồng biến trên $(0; 1) \Leftrightarrow y' > 0 \forall t \in (0; 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 6 < 0 \\ 2m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow m \in S = \{1, 2\}, \text{ (do } m \text{ nguyên dương). Từ đó suy ra } S \text{ có 2 phần tử.}$$

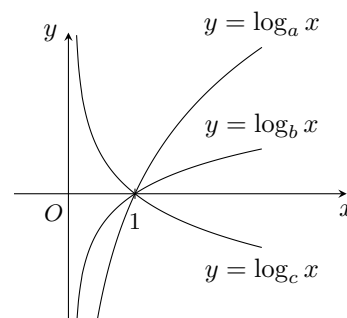
Chọn đáp án **C**

□

Câu 358.

Đồ thị của ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ (với a, b, c là ba số dương khác 1), được biểu diễn trên cùng một mặt phẳng toạ độ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $c < b < a$.
 B. $c > a > b$.
 C. $c < a < b$.
 D. $c > b > a$.



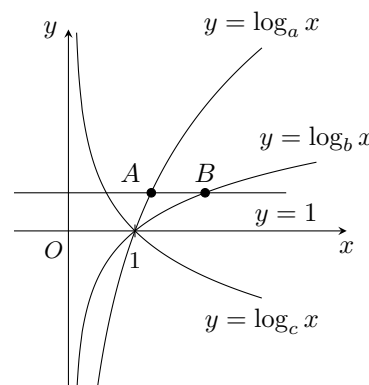
Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy $\begin{cases} 0 < c < 1 \\ a > 1 \\ b > 1. \end{cases}$

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của $(d): y = 1$ với đồ thị của $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$.

Ta thấy $\begin{cases} x_A = a \\ x_B = b \\ x_A < x_B \end{cases} \Rightarrow a < b$.

Vậy $c < a < b$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 359. Cho các số thực a, b sao cho $0 < a, b \neq 1$, biết rằng đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ cắt nhau tại điểm $M\left(\sqrt{2018}, \sqrt[5]{\frac{1}{2019}}\right)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $a > 1, b > 1$.
 B. $a > 1, 0 < b < 1$.
 C. $0 < a < 1, b > 1$.
 D. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = a^x$ đi qua điểm $M\left(\sqrt{2018}, \sqrt[5]{\frac{1}{2019}}\right)$ nên ta có

$$a^{\sqrt{2018}} = \sqrt[5]{\frac{1}{2019}} < 1 \Rightarrow 0 < a < 1.$$

Đồ thị hàm số $y = \log_b x$ đi qua điểm $M\left(\sqrt{2018}, \sqrt[5]{\frac{1}{2019}}\right)$ nên ta có

$$\log_b \sqrt{2018} = \sqrt[5]{\frac{1}{2019}} > 0 \Rightarrow b > 1.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 360. Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \log(mx - m + 2)$ xác định trên $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là

- A. 4.
 B. 5.
 C. Vô số.
 D. 3.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số đã cho là $mx - m + 2 > 0 (*)$.

Nếu $m = 0$ thì $(*) \Leftrightarrow 2 > 0$ luôn đúng với $\forall x \in \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$, thỏa mãn.

Nếu $m > 0$ thì $(*) \Leftrightarrow x > \frac{m-2}{m}$.

Để hàm số đã cho xác định trên $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ thì $\frac{m-2}{m} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{m-4}{2m} < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2; 3\}$.

Nếu $m < 0$ thì $(*) \Leftrightarrow x < \frac{m-2}{2}$, loại.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 361. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{3x+5}{\log_{2018}(x^2-2x+m^2-4m+5)}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ là

- A. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. B. $(1; 3) \setminus \{2\}$. C. $(-\infty; 1]$. D. $[1; 3] \setminus \{2\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{3x+5}{\log_{2018}(x^2-2x+m^2-4m+5)}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x^2 - 2x + m^2 - 4m + 5 > 0 \\ x^2 - 2x + m^2 - 4m + 5 \neq 1 \end{cases} \text{ với } \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x^2 - 2x + m^2 - 4m + 5 > 0 \\ x^2 - 2x + m^2 - 4m + 4 \neq 0 \end{cases} \text{ với } \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \Delta'_1 = 1 - (m^2 - 4m + 5) < 0 \\ \Delta'_2 = 1 - (m^2 - 4m + 4) < 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m^2 - 4m + 4 > 0 \\ m^2 - 4m + 3 > 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & m \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 362. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$ xác định trên khoảng $(2; 3)$?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases} 2m+1-x > 0 \\ x-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2m+1 \\ x > m. \end{cases}$

Trường hợp 1: Xét $2m+1 < m \Leftrightarrow m < -1$.

Khi đó tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \emptyset$.

Do đó $m < -1$ không thỏa yêu cầu bài toán.

Trường hợp 2: Xét $2m+1 \geq m \Leftrightarrow m \geq -1$.

Khi đó tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (m; 2m+1)$.

Để hàm số xác định trên khoảng $(2; 3)$ thì $\begin{cases} m \leq 2 \\ 2m+1 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 1. \end{cases}$

Kết hợp với điều kiện $m \geq -1$ và m nguyên dương, ta có $m \in \{1, 2\}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 363. Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{2018x}{x+1}$. Tính tổng $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018)$.

A. $\ln 2018$.

B. 1.

C. 2018.

D. $\frac{2018}{2019}$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } f'(x) = \left(\ln \frac{2018x}{x+1} \right)' = \frac{\left(\frac{2018x}{x+1} \right)'}{\frac{2018x}{x+1}} = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}.$$

$$\text{Khi đó } S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018) = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2018 \cdot 2019} = 1 - \frac{1}{2019} = \frac{2018}{2019}.$$

Chọn đáp án **(D)** $\square$

Câu 364. Biết đồ thị hàm số $y = a \cdot \log_2^2 x + b \cdot \log_2 x + c$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ thuộc đoạn $[1; 2]$. Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{(a-b)(2a-b)}{a(a-b+c)}$ bằng

A. 2.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Đặt $t = \log_2 x$, theo đề bài ta có $a \cdot \log_2^2 x + b \cdot \log_2 x + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1; 2]$ nên phương trình $at^2 + bt + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt $t_1, t_2 \in [0; 1]$. Theo định lý Vi-et ta có

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = -\frac{b}{a} \\ t_1 t_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Khi đó

$$P = \frac{(a-b)(2a-b)}{a(a-b+c)} = \frac{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 3 \cdot \frac{b}{a} + 2}{1 - \frac{b}{a} + \frac{c}{a}} = \frac{(t_1 + t_2)^2 + 3(t_1 + t_2) + 2}{1 + t_1 + t_2 + t_1 \cdot t_2}.$$

Vì $0 \leq t_1 < t_2 \leq 1 \Rightarrow t_1^2 \leq t_1 \cdot t_2; t_2^2 \leq 1 \Rightarrow (t_1 + t_2)^2 \leq 3t_1 \cdot t_2 + 1$ nên

$$P = \frac{3t_1 \cdot t_2 + 1 + 3(t_1 + t_2) + 2}{1 + t_1 + t_2 + t_1 \cdot t_2} \leq 3.$$

Vậy giá trị lớn nhất của P là 3 khi $\begin{cases} t_1^2 = t_1 \cdot t_2 \\ t_2^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = 1 \\ t_1 = 0. \end{cases}$

Chọn đáp án **(C)** $\square$

Câu 365. Do thời tiết ngày càng khắc nghiệt và nhà cách xa trường học, nên một thầy giáo muốn sau đúng 5 năm nữa có 500 triệu đồng để mua ô tô đi làm. Để đạt nguyện vọng thầy giáo đó có ý định mỗi tháng dành ra một số tiền cố định để gửi vào ngân hàng, (theo hình thức lãi kép) với lãi suất là 0,5%/tháng. Hỏi số tiền ít nhất cần để dành ra mỗi tháng để gửi tiết kiệm là bao nhiêu, (chọn đáp án gần nhất với số tiền thực).

A. 7.632.000 đồng.

B. 6.820.000 đồng.

C. 7.540.000 đồng.

D. 7.131.000 đồng.

Lời giải.

Giả sử A đồng là số tiền ít nhất thầy giáo đó cần gửi mỗi tháng. Đặt $r = 0,005$.

Ta có

— Số tiền cuối tháng 1 có là $S_1 = A + rA = A(r+1)$.

— Số tiền cuối tháng 2 là $S_2 = (S_1 + A)(r+1) = A[(r+1)^2 + (r+1)]$.

— Số tiền cuối tháng 3 là $S_3 = (S_2 + A)(r+1) = A[(r+1)^3 + (r+1)^2 + (r+1)]$.

...

— Số tiền cuối tháng thứ n là

$$S_n = A [(1+r)^n + (1+r)^{n-1} + \dots + (r+1)] = A(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

Theo kế hoạch của thầy giáo đó, ta có

$$n = 60 \Rightarrow A = \frac{500.000.000}{(r+1) \frac{(1+r)^{60} - 1}{r}} \approx 7.130.747 \text{ đồng.}$$

Vậy mỗi tháng thầy giáo đó phải gửi tiết kiệm vào ngân hàng ít nhất là 7.130.247 đồng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 366. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = 4 \ln x + x - m\sqrt{x}$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?

A. 8.

B. 7.

C. 0.

D. 4.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{4}{x} + 1 - \frac{m}{2\sqrt{x}}.$$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathcal{D}$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} y' &\geq 0, \forall x \in \mathcal{D} \\ \Leftrightarrow \frac{4}{x} + 1 - \frac{m}{2\sqrt{x}} &\geq 0, \forall x \in \mathcal{D} \\ \Leftrightarrow 8 + 2x - m\sqrt{x} &\geq 0, \forall x \in \mathcal{D} \\ \Leftrightarrow m &\leq \frac{8}{\sqrt{x}} + 2\sqrt{x}, \forall x \in \mathcal{D}. \end{aligned} \quad (1)$$

Theo bất đẳng thức cô-si thì $P = \frac{8}{\sqrt{x}} + 2\sqrt{x} \geq 8, \forall x \in \mathcal{D}$ và $P = 8 \Leftrightarrow x = 4$. Suy ra $\min_{x \in \mathcal{D}} P = 8$.

Do đó, (1) đúng với mọi x thuộc $\mathcal{D}$ khi $m \leq \min_{x \in \mathcal{D}} P \Leftrightarrow m \leq 8$.

Vậy có 8 số nguyên dương thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 367. Biết thể tích khí CO_2 năm 1998 là $V(\text{m}^3)$, 10 năm tiếp theo, mỗi năm thể tích CO_2 tăng $a\%$, 10 tiếp theo nữa, mỗi năm thể tích khí CO_2 tăng $n\%$. Thể tích khí CO_2 năm 2016 là

A. $V_{2016} = V + V(1+a+n)^{18}(\text{m}^3).$

B. $V_{2016} = V(1+a+n)^{18}(\text{m}^3).$

C. $V_{2016} = V \frac{((100+a)(100+n))^{10}}{10^{20}}(\text{m}^3).$

D. $V_{2016} = V \frac{(100+a)^{10}(100+n)^8}{10^{36}}(\text{m}^3).$

Lời giải.

Từ năm 1998 đến năm 2008 thể tích khí CO_2 mỗi năm tăng thêm $a\%$ nên thể tích khí CO_2 năm 2008 là

$$V_{2008} = V(1+a\%)^{10}.$$

Trong 10 năm tiếp theo thể tích khí CO_2 mỗi năm tăng thêm $n\%$ do đó thể tích khí CO_2 năm 2016 là

$$V_{2016} = V_{2008}(1+n\%)^8 = V(1+a\%)^{10} \cdot (1+n\%)^8 = V \frac{(100+a)^{10}(100+n)^8}{10^{36}}(\text{m}^3).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 368. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. $[-1; 1]$. B. $[-1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1]$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ xác định trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$y' = \frac{2x}{x^2 + 1} - m \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq \frac{2x}{x^2 + 1} \quad \forall x \in \mathbb{R}. \quad (3)$$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{2 - 2x^2}{(1 + x^2)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Từ (1) suy ra $m \leq \min_{\mathbb{R}} f(x) \Leftrightarrow m \leq -1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 369. Cho hàm số $f(x) = \log_2(\cos x)$. Phương trình $f'(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2018\pi)$?

- A. 1010. B. 1008. C. 2016. D. 2018.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = -\frac{\sin x}{\cos x \ln 2}.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x > 0. \end{cases} \quad \text{Phương trình } \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi.$$

Ta có với k lẻ thì $\cos x = -1$ (không thỏa mãn điều kiện xác định của hàm số). Vậy k chẵn.

Trong khoảng $(0; 2018\pi)$ có $\frac{2016\pi - 2\pi}{2\pi} + 1 = 1008$ nghiệm.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 370. Cho hàm số $f(x) = (x+1) \left(1 + \frac{x}{2}\right)^2 \cdots \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của $f'(0)$ bằng?

- A. 0. B. 1. C. n . D. $\frac{1}{n}$.

Lời giải.

Ta có $f(0) = 1$. Xét với $x \geq 0$. Ta có

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+1) \left(1 + \frac{x}{2}\right)^2 \cdots \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n \\ \Leftrightarrow \ln f(x) &= \ln(x+1) + 2 \ln \left(1 + \frac{x}{2}\right) + \cdots + n \ln \left(1 + \frac{x}{n}\right) \\ \Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} &= \frac{1}{x+1} + \frac{1}{\frac{x}{2}+1} + \cdots + \frac{1}{\frac{x}{n}+1} \\ \Rightarrow f'(0) &= n f(0) = n. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 371. Cho dãy số (u_n) biết $\log_2^2 u_1 + \log_2 u_2 = 1$ và $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n$ và $\forall n \geq 1, u_1 > 1$. Tính u_{18} .

A. $u_{18} = \frac{1}{2^{17}}$. B. $u_{18} = \frac{1}{2^{16}}$. C. $u_{18} = \frac{1}{2^{18}}$. D. $u_{18} = \frac{1}{2^{19}}$.

Lời giải.

Theo giả thiết $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n \Rightarrow u_2 = \frac{1}{2}u_1$. Ta có:

$$\begin{aligned} \log_2^2 u_1 + \log_2 u_2 = 1 &\Leftrightarrow \log_2^2 u_1 + \log_2 \left(\frac{1}{2}u_1 \right) = 1 \\ &\Leftrightarrow \log_2^2 u_1 + \log_2 u_1 - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 u_1 = 1 \\ \log_2 u_1 = -2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_1 = \frac{1}{4} \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow u_1 = 2. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } u_{18} = \frac{1}{2^{17}}u_1 = u_{18} = \frac{1}{2^{16}}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 372. Một người gửi tiết kiệm số tiền 80000000 đồng với lãi suất là 6,9%/năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc, hỏi sau đúng 5 năm người đó có rút được cả gốc lẫn lãi số tiền gần với con số nào nhất sau đây?

A. 116570000 đồng. B. 107667000 đồng. C. 105370000 đồng. D. 111680000 đồng.

Lời giải.

Số tiền cả gốc và lãi của người đó nhận được sau 5 năm là

$$T = 80000000 \cdot (1 + 0,069)^5 = 111680799,2 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 373. Cho hàm số $y = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$. Tìm số phần tử của S .

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

$$\text{Tập xác định: } \mathcal{D} = (0; +\infty) \setminus \{e^{2m}\}; y' = \frac{1}{x} \cdot \frac{4 - 2m}{(\ln x - 2m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$ khi

$$\begin{cases} 4 - 2m > 0 \\ e^{2m} \notin (1; e) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m < 4 \\ \begin{cases} e^{2m} \leq 1 \\ e^{2m} \geq e \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq \frac{1}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \leq m < 2 \\ m \leq 0. \end{cases}$$

Do $m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow m = 1$. Vậy có 1 giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 374. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2019; 2019]$ để hàm số $y = \frac{\ln x - 6}{\ln x - 3m}$ đồng biến trên khoảng $(1; e^6)$?

A. 2020. B. 2021. C. 2018. D. 2019.

Lời giải.

Đặt $t = \ln x$.

Khi đó hàm số $y = \frac{\ln x - 6}{\ln x - 3m}$ đồng biến trên $(1; e^6)$ thì hàm số $y(t) = \frac{t - 6}{t - 3m}$ đồng biến trên khoảng $(0; 6)$.

Ta có $y'(t) = \frac{-3m + 6}{(t - 3m)^2}$.

Hàm số $y(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; 6)$

$$\begin{cases} -3m + 6 > 0 \\ 3m \notin (0; 6) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < 2 \\ \begin{cases} m \leq 0 \Rightarrow m \leq 0 \\ m \geq 2 \end{cases} \end{cases} \xrightarrow[m \in \mathbb{Z}]{m \in [-2019; 2019]} m \in \{-2019; -2018; \dots -1; 0\}.$$

Vậy có tất cả: 2020 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 375. Một người nhận hợp đồng dài hạn làm việc cho một công ty với mức lương khởi điểm của mỗi tháng trong 3 năm đầu tiên là 6 triệu đồng. Tính từ ngày đầu tiên làm việc, cứ sau đúng 3 năm liên tiếp thì tăng lương 10% so với mức lương một tháng người đó đang hưởng. Nếu tính theo hợp đồng thì tháng đầu tiên của năm thứ 16 người đó nhận được mức lương là bao nhiêu?

A. $6 \cdot (1,1)^4$ triệu đồng.

B. $6 \cdot (1,1)^6$ triệu đồng.

C. $6 \cdot (1,1)^5$ triệu đồng.

D. $6 \cdot (1,1)^{16}$ triệu đồng.

Lời giải.

Gọi A là số tiền lương một tháng trong 3 năm đầu.

— Mức lương tháng đầu tiên nhận được trong năm thứ 4 là:

$$T_1 = A + A \cdot 0,1 = A(1 + 0,1) = A \cdot (1,1) \text{ (đồng)}.$$

— Mức lương tháng đầu tiên nhận được trong năm thứ 7 là:

$$T_2 = T_1 + T_1 \cdot 0,1 = T_1(1 + 0,1) = T_1 \cdot (1,1) = A(1,1)^2 \text{ (đồng)}.$$

— Mức lương tháng đầu tiên nhận được trong năm thứ 10 là:

$$T_3 = T_2 + T_2 \cdot 0,1 = T_2(1 + 0,1) = T_2 \cdot (1,1) = A(1,1)^3 \text{ (đồng)}.$$

— Mức lương tháng đầu tiên nhận được trong năm thứ 13 là:

$$T_4 = T_3 + T_3 \cdot 0,1 = T_3(1 + 0,1) = T_3 \cdot (1,1) = A(1,1)^4 \text{ (đồng)}.$$

Vậy tháng lương đầu tiên của năm thứ 16 là:

$$T_5 = T_4 + T_4 \cdot 0,1 = T_4 \cdot 1,1 = A(1,1)^5 = 6 \cdot 10^6 \cdot (1,1)^5 \text{ (đồng)}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 376. Anh Nam mới ra trường và đi làm với mức lương khởi điểm là 6 triệu đồng/1tháng. Anh muốn dành một khoản tiền tiết kiệm bằng cách trích ra 20% lương hàng tháng gửi vào ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,5%/tháng. Hỏi sau một năm, số tiền tiết kiệm của anh Nam gần nhất với số nào sau đây?

A. 15320000 đồng.

B. 14900000 đồng.

C. 14880000 đồng.

D. 15876000 đồng.

Lời giải.

Vì lương của anh Nam là không đổi nên số tiền anh Nam gửi vào ngân hàng ở mỗi tháng là như nhau là $q = 6000000 \cdot 20\% = 1200000$ đồng.

Đặt $r = 0,5\%$.

— Sau tháng thứ nhất số tiền trong ngân hàng mà anh có được $x_1 = q(1 + r)$.

— Đầu tháng 2, số tiền trong ngân hàng mà anh có được $x'_2 = q(1 + r) + q$.

Cuối tháng 2, số tiền trong ngân hàng mà anh có được $x_2 = x'_2(1 + r) = q(1 + r)^2 + q(1 + r)$.

— Đầu tháng 3, số tiền trong ngân hàng mà anh có được

$$x'_3 = x_2 + q = q(1 + r)^2 + q(1 + r) + q = q[(1 + r)^2 + (1 + r) + 1].$$

Cuối tháng 3, số tiền trong ngân hàng mà anh có được

$$x_3 = x'_3(1 + r) = q[(1 + r)^3 + (1 + r)^2 + (1 + r)].$$

...

— Đầu tháng 12, số tiền trong ngân hàng mà anh có được

$$x'_{12} = x_{11} + q = q[(1 + r)^{11} + \dots + (1 + r) + 1].$$

Cuối tháng 12, số tiền trong ngân hàng mà anh có được

$$x_{12} = x'_{12}(1 + r) = q[(1 + r)^{12} + \dots + (1 + r)^2 + (1 + r)].$$

Vậy sau một năm, số tiền tiết kiệm của anh Nam là

$$x_{12} = q \cdot (1 + r) \cdot \left[\frac{(1 + r)^{12} - 1}{r} \right] = 1200000 \cdot 1,005 \left[\frac{1,005^{12} - 1}{1,005} \right] = 14876688 \text{ đồng.}$$

Do đó sau một năm, số tiền tiết kiệm của anh Nam gần nhất với số 14880000 đồng.

Chọn đáp án 

□

Câu 377. Sau một tháng thi công xây phòng học của Trường X, công ty xây dựng đã thực hiện được một khối lượng công việc. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 25 tháng nữa công trình sẽ hoàn thành. Để kịp thời đưa công trình vào sử dụng, công ty xây dựng quyết định từ tháng thứ 2, mỗi tháng tăng 5% khối lượng công việc so với tháng kể trước. Hỏi công trình sẽ hoàn thành ở tháng thứ mấy sau khi khởi công?

A. 19.

B. 18.

C. 17.

D. 16.

Lời giải.

Gọi x là khối lượng công việc còn lại dự kiến cần thực hiện. Khi đó khối lượng công việc mà công ty làm được của trong một tháng lúc đầu là $\frac{x}{25}$. Gọi $r = 5\%$. Theo giả thiết

— Hết tháng 1, khối lượng công việc đã làm được là $x_1 = \frac{x}{25}$.

— Hết tháng 2, khối lượng công việc đã làm được là $x_2 = x_1 + x_1 \cdot r = \frac{x}{25}(1 + r)$.

— Hết tháng 3, khối lượng công việc đã làm được là $x_3 = x_2 + x_2 \cdot r = \frac{x}{25}(1 + r)^2$.

— Hết tháng 4, khối lượng công việc đã làm được là $x_4 = x_3 + x_3 \cdot r = \frac{x}{25}(1 + r)^3$.

...

— Hết tháng n , khối lượng công việc đã làm được là $x_n = x_{n-1} + x_{n-1} \cdot r = \frac{x}{25}(1 + r)^{n-1}$.

Để hoàn thành xong công việc thì $x_1 + x_2 + \dots + x_n \geq x$ tương đương với

$$\frac{x}{25} [1 + (1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^{n-1}] \geq x \Leftrightarrow \frac{(1+r)^n - 1}{r} \geq 25 \Leftrightarrow n \geq 16,6207.$$

hay $n \geq 17$.

Vậy công trình sẽ hoàn thành ở tháng thứ 18 sau khi khởi công.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 378. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{m \ln x - 2}{\ln x - m - 1}$ nghịch biến trên $(e^2; +\infty)$ là

A. $\begin{cases} m \leq -2 \\ m = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m < -2 \\ m = 1 \end{cases}$ D. $m < -2$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} \ln x \neq m+1 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq e^{m+1} \\ x > 0. \end{cases}$

Ta có $y' = \frac{m(-m-1)+2}{(\ln x - m - 1)^2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{-m^2 - m + 2}{x(\ln x - m - 1)^2}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 - m + 2 < 0 \\ e^{m+1} \leq e^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \text{ hay } m > 1 \\ m \leq 1. \end{cases}$

Vậy $m < -2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 379. Ông An bắt đầu đi làm với mức lương khởi điểm là 1 triệu đồng một tháng. Cứ sau 3 năm thì ông An được tăng lương 40%. Hỏi sau tròn 20 năm đi làm tổng tiền lương ông An nhận được là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)?

A. 716,74 triệu. B. 858,72 triệu. C. 768,37 triệu. D. 726,74 triệu.

Lời giải.

Gọi u_1 là tiền lương hàng tháng trong năm thứ 1, 2, 3.

Gọi u_2 là tiền lương hàng tháng trong năm thứ 4, 5, 6.

...

Gọi u_6 là tiền lương hàng tháng trong năm thứ 16, 17, 18.

Gọi u_7 là tiền lương hàng tháng trong năm thứ 19, 20. Khi đó

$$\begin{aligned} & \text{— } u_1 = 1. & \text{— } u_5 = u_4(1 + 0,4) = (1 + 0,4)^4. \\ & \text{— } u_2 = u_1(1 + 0,4) = (1 + 0,4). & \text{— } u_6 = u_5(1 + 0,4) = (1 + 0,4)^5. \\ & \text{— } u_3 = u_2(1 + 0,4) = (1 + 0,4)^2. & \text{— } u_7 = u_6(1 + 0,4) = (1 + 0,4)^6. \\ & \text{— } u_4 = u_3(1 + 0,4) = (1 + 0,4)^3. \end{aligned}$$

Vậy tổng số tiền lương ông An nhận được trong 20 năm là

$$36 \cdot (u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6) + 24 \cdot u_7 = \sum_{k=0}^5 (1 + 0,4)^k + 24(1 + 0,4)^6 = 768,37 \text{ (triệu)}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 380. Bạn Nam vừa trúng tuyển đại học, vì hoàn cảnh gia đình khó khăn nên được ngân hàng cho vay vốn trong 4 năm học đại học, mỗi năm 10 triệu đồng vào đầu năm học để nộp học phí với

lãi suất 7,8% /năm (mỗi lần vay cách nhau đúng 1 năm). Sau khi tốt nghiệp đại học đúng 1 tháng, hàng tháng Nam phải trả góp cho ngân hàng số tiền là m đồng/tháng với lãi suất 0,7% /tháng trong vòng 4 năm. Số tiền m mỗi tháng Nam cần trả cho ngân hàng gần nhất với số nào sau đây (ngân hàng tính lãi trên số dư nợ thực tế).

- A. 1468000 (đồng). B. 1398000 (đồng). C. 1191000 (đồng). D. 1027000 (đồng).

Lời giải.

Tổng số tiền Nam nợ ngân hàng sau đúng 4 năm học đại học là

$$A = 10(1 + 0,078)^4 + 10(1 + 0,078)^3 + 10(1 + 0,078)^2 + 10(1 + 0,078) \text{ (triệu đồng)}.$$

Sau khi tốt nghiệp ra trường

- Số tiền còn nợ ngân hàng sau tháng thứ nhất là $A_1 = A(1 + 0,007) - m$;
- Số tiền còn nợ ngân hàng sau tháng thứ hai là

$$A_2 = A_1(1 + 0,007) - m = A(1 + 0,007)^2 - [m + m(1 + 0,007)];$$

- Số tiền còn nợ ngân hàng sau tháng thứ ba là

$$A_3 = A_2(1 + 0,007) - m = A(1 + 0,007)^3 - [m + m(1 + 0,007) + m(1 + 0,007)^2];$$

— ...

- Số tiền còn nợ ngân hàng sau tháng thứ 48 (4 năm) là

$$\begin{aligned} A_{48} &= A(1 + 0,007)^{48} - [m + m(1 + 0,007) + m(1 + 0,007)^2 + \dots + m(1 + 0,007)^{47}] \\ &= A(1,007)^{48} - m \frac{(1,007)^{48} - 1}{0,007}. \end{aligned}$$

Vì sau đúng 4 năm ra trường Nam trả hết nợ nên

$$A_{48} = 0 \Leftrightarrow A(1,007)^{48} - m \frac{(1,007)^{48} - 1}{0,007} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{A \cdot 0,007 \cdot (1,007)^{48}}{(1,007)^{48} - 1} \approx 1,91 \text{ (triệu đồng)}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 381. Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{x}{x+1}$. Tính tổng $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018)$.

- A. $S = \frac{2017}{2018}$. B. $S = \frac{2017}{2019}$. C. $S = 1$. D. $S = \frac{2018}{2019}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \frac{\frac{1}{(x+1)^2}}{\frac{x}{x+1}} = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$. Suy ra

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2018} - \frac{1}{2019} \\ &= 1 - \frac{1}{2019} = \frac{2018}{2019}. \end{aligned}$$

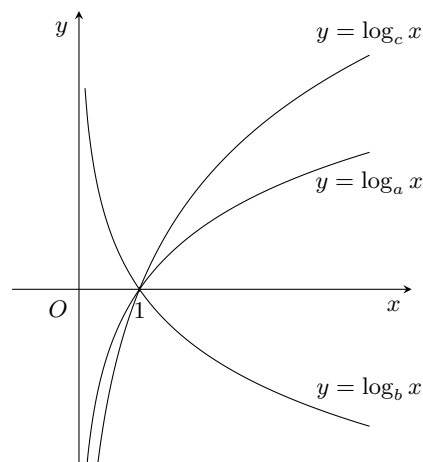
Chọn đáp án **D**

□

Câu 382.

Cho các số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Tìm khẳng định đúng.

- A. $b < c < a$. B. $a < b < c$. C. $b < a < c$. D. $a < c < b$.



Lời giải.

Theo đồ thị ta có hàm số $y = \log_b x$ là hàm nghịch biến, hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_c x$ là hàm đồng biến.

$$\Rightarrow 0 < b < 1 \text{ và } a > 1, c > 1.$$

$$\text{Mặt khác ta có } \log_c e > \log_a e \Leftrightarrow \frac{\ln e}{\ln c} > \frac{\ln e}{\ln a} \Leftrightarrow \frac{1}{\ln c} > \frac{1}{\ln a} \Leftrightarrow \ln c < \ln a \Leftrightarrow c < a.$$

Vậy $b < c < a$.

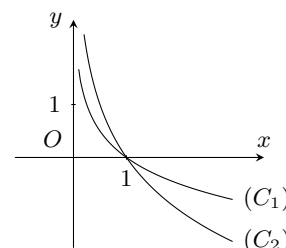
Chọn đáp án **A**

□

Câu 383.

Cho a, b là các số dương khác 1, các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt có đồ thị (C_1) , (C_2) như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $be^a < ae^b$. B. $be^a > ae^b$. C. $be^a = ae^b$. D. $ae^a < be^b$.



Lời giải.

Ta có $\log_a x = 1 \Leftrightarrow x = a$ và $\log_b x = 1 \Leftrightarrow x = b$.

Nên kẻ đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị (C_1) , (C_2) lần lượt tại các điểm có tọa độ $(a; 1)$ và $(b; 1)$.

Nhìn vào đồ thị ta suy ra $a < b$.

Do a, b, e^a, e^b là các số dương và $e > 1$ nên từ $a < b$ ta suy ra

$$\begin{cases} e^a < e^b \\ ae^b < be^b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ae^a < ae^b \\ ae^b < be^b \end{cases} \Rightarrow ae^a < be^b.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 384. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. 2018. B. 1009. C. 2019. D. 2017.

Lời giải.

Hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ xác định khi và chỉ khi

$$x^2 - 2x - m + 1 > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 > m \Leftrightarrow (x - 1)^2 > m.$$

Mà $(x - 1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, do đó để $(x - 1)^2 > m, \forall x \in \mathbb{R}$ thì $m < 0$.

Từ đề bài ta có $m \in [-2018; 2018]$ và m nguyên suy ra $m \in \{-2018; -2017; -2016; \dots; -1\}$.

Vậy có 2018 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 385. Một người cứ đều đặn đầu mỗi tháng đều gửi vào ngân hàng một khoản tiền tiết kiệm là x đồng. Muốn có số tiền 200 triệu đồng sau 36 tháng gửi tiết kiệm thì mỗi tháng người đó phải gửi vào ngân hàng bao nhiêu tiền (làm tròn đến nghìn đồng). Biết rằng tiền tiết kiệm gửi ngân hàng theo hình thức lãi kép, kỳ hạn một tháng với lãi suất là 0,67% một tháng và lãi suất không đổi trong suốt thời gian gửi.

A. $x = 4000000$.

B. $x = 4900000$.

C. $x = 4890000$.

D. $x = 4800000$.

Lời giải.

Gọi T_n , r lần lượt là tổng số tiền người gửi có được sau n tháng và lãi suất một tháng.

Tổng số tiền gốc và lãi sau 1 tháng là $T_1 = x + xr = x(1 + r)$.

Tổng số tiền gốc và lãi sau 2 tháng là

$$T_2 = T_1 + T_1 r + x + xr = T_1(1 + r) + x(1 + r) = x[(1 + r) + (1 + r)^2].$$

.....

Tổng số tiền gốc và lãi sau n tháng là

$$T_n = x[(1 + r) + (1 + r)^2 + \dots + (1 + r)^n] = x(1 + r) \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r}.$$

Theo giả thiết

$$T_{36} = 200$$

$$\Leftrightarrow x \cdot (1 + r) \cdot \frac{(1 + r)^{36} - 1}{r} = 200$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{200r}{(1 + r)^{37} - (1 + r)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{200 \cdot 0,67\%}{(1 + 0,67\%)^{37} - (1 + 0,67\%)}$$

$\Rightarrow x \approx 4900000$ nghìn đồng.

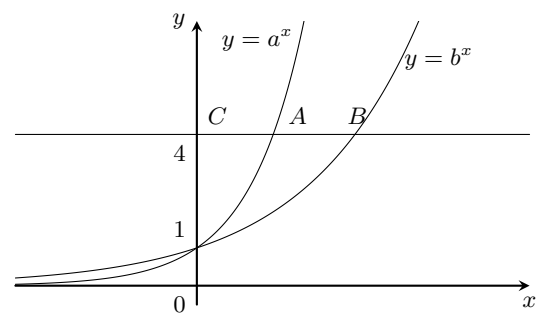
Chọn đáp án **B**

□

Câu 386.

Cho điểm $C(0; 4)$, đường thẳng $y = 4$ cắt hai đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ lần lượt tại A và B sao cho $AB = AC$ (hình vẽ). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a = 2b$. B. $b = a^2$. C. $b = 2a$. D. $a = b^2$.

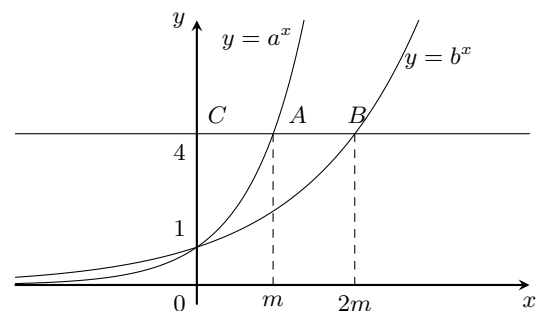


Lời giải.

Gọi m , ($m > 0$) là hoành độ của A thì $2m$ là hoành độ của B .

Ta có $a^m = b^{2m} = 4 \Rightarrow a^m = (b^2)^m \Rightarrow a = b^2$.

Lưu ý $a, b > 1$ và m có thể là số thực bất kỳ.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 387. Anh X muốn mua một chiếc xe máy Yamaha Exciter 150i giá 47 500 000 đồng của cửa hàng Phú Tài nhưng vì chưa đủ tiền nên anh X đã quyết định mua theo hình thức như sau: trả trước 25 triệu đồng và trả góp trong 12 tháng, với lãi suất là 0,6%/tháng. Hỏi mỗi tháng, anh X sẽ phải trả cho cửa hàng Phú Tài số tiền là bao nhiêu? (qui tròn đến hàng đơn vị).

- A. 1 948 927 đồng. B. 1 948 926 đồng. C. 2 014 545 đồng. D. 2 014 546 đồng.

Lời giải.

Số tiền anh X trả góp trong 12 tháng là: $47,5 - 25 = 22,5$ triệu đồng.

Gọi $q = 1 + 0,6\%$ thì sau 12 tháng giá trị số tiền nợ của hàng anh phải trả là: $22,5 \cdot q^{12}$.

Giả sử mỗi tháng anh X trả số tiền m (triệu đồng) để trả hết sau 12 tháng thì tổng số tiền anh X đã trả tính theo lãi suất là: $m \cdot \frac{q^{12} - 1}{q - 1}$.

Anh X trả hết nợ đúng hạn khi

$$22,5 \cdot q^{12} = m \cdot \frac{q^{12} - 1}{q - 1} \Leftrightarrow m = 1,948926902.$$

Vậy mỗi tháng anh X phải trả số tiền 1 948 927 đồng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 388. Một người vay ngân hàng 90.000.000 đồng theo hình thức trả góp trong 3 năm, mỗi tháng người đó phải trả số tiền gốc là như nhau và tiền lãi. Giả sử lãi suất không thay đổi trong toàn bộ quá trình trả nợ là 0.8% trên tháng. Tổng số tiền mà người đó phải trả cho ngân hàng trong toàn bộ quá trình trả nợ là

- A. 103.120.000 đồng. B. 103.420.000 đồng. C. 103.220.000 đồng. D. 103.320.000 đồng.

Lời giải.

Gọi A là số tiền vay, n là số chu kỳ vay, r là lãi suất ngân hàng, m là số tiền trả mỗi tháng và T_i là số tiền còn lại sau i tháng. Lúc đó ta có

$$T_n = A(1 + r)^n - \frac{m}{r}[(1 + r)^n - 1].$$

Vì sau 3 năm người đó trả hết nợ nên ta có

$$0 = 90.000.000(1 + 0.008)^{36} - \frac{m}{0.008}[(1 + 0.008)^{36} - 1] \Rightarrow m = 2887174,408.$$

Vậy người đó phải trả tổng số tiền trong 3 năm là $2887174,408 \cdot 36 = 103.938.278,7$ đồng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 389. Số tất cả các giá trị m nguyên, thuộc đoạn $[-3; 2019]$ để hàm số $y = (m + 1) \ln x - 5x$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là

- A. 2020. B. 12. C. 13. D. 2019.

Lời giải.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \leq 0 \forall x > 2$

$$\Leftrightarrow \frac{m+1}{x} - 5 \leq 0, \forall x > 2 \Leftrightarrow m+1 \leq 5x, \forall x > 2 \quad (1).$$

Do $f(x) = 5x$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\min_{x \geq 2}(5x) = 10$ nên (1) tương đương với

$$m+1 \leq 5x, \forall x \geq 2 \Leftrightarrow m+1 \leq \min_{x \geq 2}(5x) \Leftrightarrow m+1 \leq 10 \Leftrightarrow m \leq 9.$$

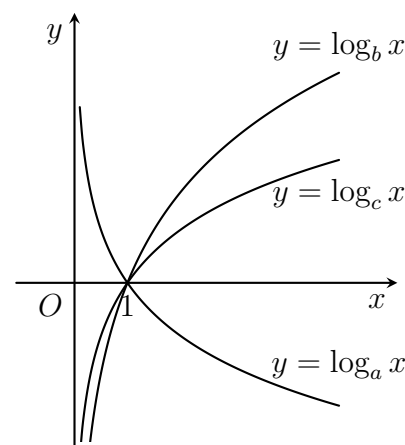
Do m thuộc đoạn $[-3; 2019]$ nên có tất cả 13 giá trị của m .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 390.

Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a < b < c$. B. $a < c < b$. C. $b < a < c$. D. $b > a > c$.

**Lời giải.**

Từ đồ thị ta thấy $y = \log_a x < 0$ với $x > 1 \Rightarrow a < 1$.

Tiếp đến $y = \log_b x > 0$ với $x > 1$ và $y = \log_c x > 0$ với $x > 1$ nên $b, c > 1$.

Với cùng một giá trị của $x > 1$ thì $\log_b x > \log_c x \Leftrightarrow \frac{1}{\log_x b} > \frac{1}{\log_x c} \Leftrightarrow \log_x c > \log_x b \Leftrightarrow c > b$.

Vậy $a < b < c$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 391. Tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. $[-1; 1]$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-\infty; -1]$. D. $(-1; 1)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = \frac{2x}{x^2 + 1} - m$.

Hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{x^2 + 1} - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq \frac{2x}{x^2 + 1}, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = \frac{2 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$	$-$
$f(x)$	0	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$
		-1	1	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra

$$m \leq \frac{2x}{x^2 + 1}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq -1.$$

Vậy tập hợp tất cả các giá trị m là $(-\infty; -1]$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 392. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số $y = \ln(x^2 + 2) - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 4038.

B. 1009.

C. 2020.

D. 2019.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{2x}{x^2 + 2} - m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{2x}{x^2 + 2} - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{2x}{x^2 + 2}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Xét $h(x) = \frac{2x}{x^2 + 2}$ với $x \in \mathbb{R}$.

Ta có $h'(x) = \frac{4 - 2x^2}{(x^2 + 2)^2}$.

Cho $h'(x) = 0 \Leftrightarrow 4 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$+\infty$		
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$h(x)$	0 $\searrow$ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\nearrow$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\searrow$ 0					

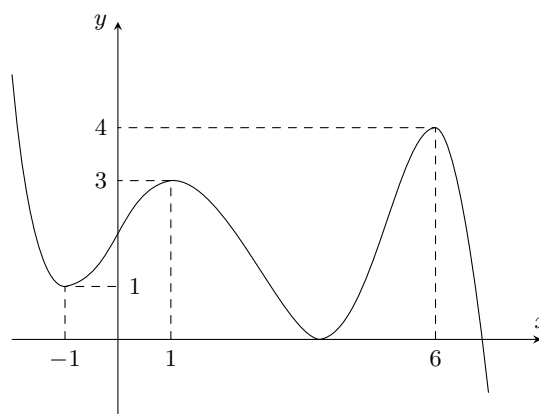
Suy ra $m \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$, m là số nguyên trong đoạn $[-2019; 2019]$ nên có 2019 số.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 393.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình sau có 3 nghiệm phân biệt $\frac{4m^3 + m}{\sqrt{2f^2(x) + 5}} = f^2(x) + 3$?



A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Đặt $t = \sqrt{2f^2(x) + 5}$, phương trình trở thành

$$\begin{aligned}
 4m^3 + m &= t \left(\frac{x^2 - 5}{2} + 3 \right) \\
 \Leftrightarrow 8m^3 + 2m &= t^3 + t \\
 \Leftrightarrow 2m &= t \text{ (do hàm } f(x) = x^3 + x \text{ đồng biến)} \\
 \Leftrightarrow 2m &= \sqrt{2f^2(x) + 5} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ 4m^2 = 2f^2(x) + 5. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{aligned} 4m^2 &= 2f^2(x) + 5 \\ \Leftrightarrow f^2(x) &= \frac{4m^2 - 5}{2} \\ \Leftrightarrow 4m^2 - 5 &\geq 0 \text{ và } \begin{cases} f(x) = \sqrt{\frac{4m^2 - 5}{2}} \\ f(x) = -\sqrt{\frac{4m^2 - 5}{2}} \end{cases} \end{aligned}$$

Xét 2 trường hợp

— Nếu $4m^2 - 5 = 0$ thì phương trình ban đầu trở thành $f(x) = 0$ và chỉ có 2 nghiệm phân biệt (suy ra từ đồ thị) nên ta loại trường hợp này.

— Nếu $4m^2 - 5 > 0$.

Ta có $f(x) = -\sqrt{\frac{4m^2 - 5}{2}}$ có duy nhất 1 nghiệm (suy ra từ đồ thị)

Để phương trình ban đầu có 3 nghiệm phân biệt thì phương trình $f(x) = \sqrt{\frac{4m^2 - 5}{2}}$ phải có

2 nghiệm phân biệt, điều này chỉ xảy ra khi $\sqrt{\frac{4m^2 - 5}{2}} = 4 \Leftrightarrow m = \frac{\sqrt{37}}{2}$ (do $m > 0$).

Vậy chỉ có 1 giá trị m thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 394. Một người gửi 100 triệu đồng vào tài khoản tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 0,6% / tháng, cứ sau mỗi tháng người đó rút ra 500 nghìn đồng. Hỏi sau đúng 36 lần rút tiền, số tiền còn lại trong tài khoản của người đó gần nhất với phương án nào dưới đây? (biết rằng lãi suất không thay đổi và tiền lãi mỗi tháng tính theo số tiền có thực tế trong tài khoản của tháng đó).

A. 104 triệu đồng. B. 106 triệu đồng. C. 102 triệu đồng. D. 108 triệu đồng.

Lời giải.

Đặt $r = 0,6\%$.

Sau tháng thứ 1 số tiền người đó còn lại là $100(1 + r) - 0,5$ triệu đồng.

Sau tháng thứ 2 số tiền người đó còn lại là $(100(1 + r) - 0,5)(1 + r) - 0,5$ triệu đồng.

Cứ tiếp tục như vậy sau 36 tháng người đó nhận được số tiền là

$$100(1 + r)^{36} - 0,5(1 + r)^{35} - \dots - 0,5 = 100(1 + r)^{36} - 0,5 \frac{1 - (1 + r)^{36}}{1 - (1 + r)} \approx 104 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 395. Một người thả một lá bèo vào một chậu nước. Sau 12 giờ, bèo sinh sôi phủ kín mặt nước trong chậu. Biết rằng sau mỗi giờ lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt nước trong chậu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

A. 9,1 giờ. B. 9,7 giờ. C. 10,9 giờ. D. 11,3 giờ.

Lời giải.

Giả sử một lá bèo chiếm x ($0 < x < 1$) phần mặt nước trong chậu.

Sau 12 giờ, bèo sinh sôi phủ kín mặt nước trong chậu nên ta có phương trình

$$10^{12} \cdot x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{10^{12}}.$$

Giả sử t giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt nước, ta có phương trình

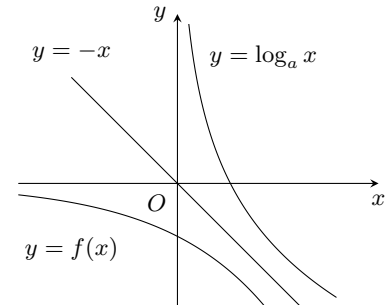
$$\frac{1}{10^{12}} \cdot 10^t = \frac{1}{5} \Leftrightarrow t - 12 = \log \frac{1}{5} \Leftrightarrow t \approx 11,3 \text{ giờ.}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 396.

Biết đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = f(x)$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$ (như hình vẽ). Giá trị $f(-\log_a 3)$ bằng

- A. -3 . B. -9 . C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{9}$.



Lời giải.

Gọi $M(x_0; \log_a x_0) \in (C): y = \log_a x$.

Gọi $N(x; y)$ là điểm đối xứng của M qua đường thẳng $y = -x$, ta được

$$\begin{cases} x = -\log_a x_0 \\ y = -x_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_{\frac{1}{a}} x_0 \\ y = -x_0 \end{cases} \Rightarrow N \in (C'): y = f(x) = -\left(\frac{1}{a}\right)^x.$$

Ta thấy $f(-\log_a 3) = f\left(\log_{\frac{1}{a}} 3\right) = -\left(\frac{1}{a}\right)^{\log_{\frac{1}{a}} 3} = -3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 397.

Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Điều kiện của m để bất phương trình $f(x+2) - x \cdot e^x < m$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x \in [-1; 1]$ là

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	2	-3	-1	$-\infty$

- A. $m > f(1) + \frac{1}{e}$. B. $m > f(3) + 2e$. C. $m > f(-1) + \frac{1}{e}$. D. $m > f(3) - 2e$.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f(x+2) - x \cdot e^x$ với $x \in [-1; 1]$. Ta có $g'(x) = f'(x+2) - (x+1)e^x$.

— Với $x \in [-1; 1]$, suy ra $-3 \leq f'(x) \leq 2$.

Do đó, với $1 \leq x+2 \leq 3$, suy ra $-3 \leq f'(x+2) \leq f'(3) < -1$.

— Mặt khác, xét $h(x) = (x+1)e^x$ với $x \in [-1; 1]$, ta có $\max_{[-1;1]} h(x) = 2e$, $\min_{[-1;1]} h(x) = 0$. Hay là $h(x) \in [0; 2e]$ với $x \in [-1; 1]$.

— Vậy $g'(x) = f'(x+2) - h(x) < 0$ với $x \in [-1; 1]$, suy ra $g(x) \leq g(-1)$ với $x \in [-1; 1]$.

Yêu cầu bài toán, suy ra $m > \max_{[-1;1]} g(x)$ với $x \in [-1; 1]$ hay là $m > g(-1) = f(1) + e^{-1} = f(1) + \frac{1}{e}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 398. Cho $m = \log_a \sqrt[3]{ab}$ với $a > 1$, $b > 1$ và $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = 4$.

Lời giải.

Ta có $m = \log_a \sqrt[3]{ab} \Leftrightarrow \log_a b = 3m - 1$.

Vì $a > 1, b > 1$ nên $\log_a b = 3m - 1 > 0$. Do đó

$$P = \log_a^2 b + 16 \log_b a = (3m - 1)^2 + \frac{16}{3m - 1} = (3m - 1)^2 + \frac{8}{3m - 1} + \frac{8}{3m - 1} \geq 12.$$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của P bằng 12 khi $(3m - 1)^2 = \frac{8}{3m - 1} \Leftrightarrow (3m - 1)^3 = 8 \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 399. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với đồ thị hàm số $y = \log_a x$, ($0 < a \neq 1$) qua điểm $I(2; 1)$. Giá trị của biểu thức $f(4 - a^{2019})$ bằng

A. 2023.

B. -2023.

C. 2017.

D. -2017.

Lời giải.

Lấy điểm $A(4 - a^{2019}; f(4 - a^{2019}))$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ và điểm $B(x; \log_a x)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \log_a x$ sao cho B đối xứng với A qua I . Khi đó

$$\begin{cases} 4 - a^{2019} + x = 2 \cdot 2 \\ f(4 - a^{2019}) + \log_a x = 2 \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a^{2019} \\ f(4 - a^{2019}) + \log_a a^{2019} = 2 \end{cases} \Rightarrow f(4 - a^{2019}) = -2017.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 400. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $(-\infty; -1]$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $[-1; 1]$.

D. $(-1; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{2x}{x^2 + 1} - m.$$

Để hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{2x}{x^2 + 1} \geq m, \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}, x \in \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = \frac{2(1 - x^2)}{(x^2 + 1)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$		
y		0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Vậy để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ thì

$$\min_{\mathbb{R}} f(x) \geq m \Leftrightarrow m \leq -1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 401. Giả sử m là số thực thoả mãn giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 31^x + 3^x + mx$ trên $\mathbb{R}$ là 2. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m \in (-10; -5)$.

B. $m \in (-5; 0)$.

C. $m \in (0; 5)$.

D. $m \in (5; 10)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 31^x \ln 31 + 3^x \ln 3 + m$. Xét hai trường hợp sau:

TH 1. $m \geq 0, f'(x) > 0$, thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên không tồn tại giá trị nhỏ nhất.

TH 2. $m < 0$. Ta có $f''(x) = 31^x \ln^2 31 + 3^x \ln 3 > 0$. Khi đó

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -m = 31^x \ln 31 + 3^x \ln 3 \quad (1)$$

Ta có vế trái của (1) là đồng biến trên $\mathbb{R}$, vế phải là hàm hằng và là số dương, hơn nữa

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (31^x \ln 31 + 3^x \ln 3) = 0$. Do đó $f'(x) = 0$ có đúng một nghiệm $x = x_0$.

Ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$f(x_0)$	$+\infty$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} f(x_0) = 2 \\ f'(x_0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 31^{x_0} + 3^{x_0} + mx_0 = 2 \\ 31^{x_0} \ln 31 + 3^{x_0} \ln 3 + m = 0. \end{cases} \quad (*)$$

Với $x_0 = 0 \Rightarrow m = -\ln 31 - \ln 3 \in (-5; 0)$.

$$\text{Với } x_0 \neq 0, (*) \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{2 - 31^{x_0} - 3^{x_0}}{x_0} \\ m = -31^{x_0} \ln 31 - 3^{x_0} \ln 3. \end{cases} \quad (**)$$

Từ (**) ta được

$$\frac{2 - 31^{x_0} - 3^{x_0}}{x_0} = -31^{x_0} \ln 31 - 3^{x_0} \ln 3 \Leftrightarrow 31^{x_0} (x_0 \ln 31 - 1) + 3^{x_0} (x_0 \ln 3 - 1) + 2 = 0 \quad (2).$$

Xét hàm số $g(x) = 31^x (x \ln 31 - 1) + 3^x (x \ln 3 - 1) + 2$ có $g'(x) = (31^x \ln^2 31 + 3^x \ln^2 3) x$

Ta có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	$+$
$g(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

Do đó (**) chỉ có nghiệm $x_0 = 0$ và khi đó $m \in (-5; 0)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 402. Xét các số dương a, b, c thỏa mãn $16 \log^4 a + 4 \log^4 b + 2 \log^2 c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của a .

A. $10^{\sqrt{2}}$.

B. 10^{-1} .

C. 1.

D. $10^{\frac{1}{2}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 16 \log^4 a + 4 \log^4 b + 2 \log^2 c = 1 \Leftrightarrow (2 \log a)^4 = 1 - (4 \log^4 b + 2 \log^2 c)$$

$$\Leftrightarrow \log a = \pm \frac{\sqrt[4]{1 - (4 \log^4 b + 2 \log^2 c)}}{2}$$

a lớn nhất khi và chỉ khi $\log a$ lớn nhất khi và chỉ khi $1 - (4 \log^4 b + 2 \log^2 c) = 1$.

$$\text{Suy ra } \log a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 10^{\frac{1}{2}}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 403. Cho $m = \log_x \sqrt{x^3 y}$ với $x > 1, y > 1$. Đặt $T = 6 \log_x y + 24 \log_y x$. Khi đó, giá trị của m để T đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = 2$.

C. $m = \frac{5}{2}$.

D. $m = \frac{1}{2}$ hay $m = \frac{5}{2}$.

Lời giải.

Ta có $m = \log_x \sqrt{x^3 y} = \frac{1}{2} (\log_x x^3 + \log_x y) = \frac{1}{2} (3 + \log_x y) \Leftrightarrow \log_x y = 2m - 3$.

Vậy $T = 6 \log_x y + \frac{24}{\log_x y} = 6(2m - 3) + \frac{24}{2m - 3} = f(m)$.

Có $f'(m) = 12 - \frac{48}{(2m - 3)^2}$,

$$f'(m) = 0 \Leftrightarrow (2m - 3)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{2} \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Do $x > 1$ và $y > 1$ nên $\log_x y > 0 \Rightarrow m > \frac{3}{2}$.

Từ bảng biến thiên ta suy ra T đạt giá trị nhỏ nhất khi $m = \frac{5}{2}$.

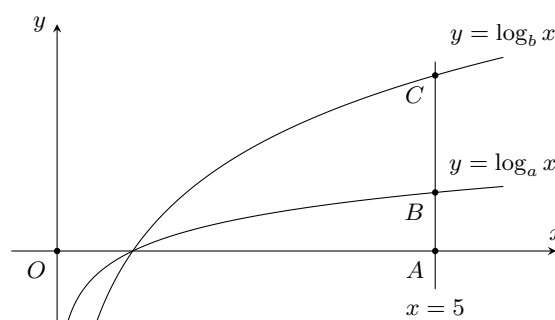
Chọn đáp án **C**

m	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$f'(m)$	-	0	+
$f(m)$			

Câu 404.

Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng $x = 5$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B và C . Biết rằng $CB = 2AB$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a = 5b$. B. $a = b^2$. C. $a = b^3$. D. $a^3 = b$.

**Lời giải.**

Từ đồ thị các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ suy ra $a > 1, b > 1$.

Tung độ điểm B là $y_B = \log_a 5$.

Tung độ điểm C là $y_C = \log_b 5$.

Do đó

$$\begin{aligned} CB = 2AB &\Leftrightarrow y_C - y_B = 2y_B \\ &\Leftrightarrow y_C = 3y_B \\ &\Leftrightarrow \log_b 5 = 3 \log_a 5 \\ &\Leftrightarrow \log_5 a = 3 \log_5 b \\ &\Leftrightarrow \log_5 a = \log_5 b^3 \\ &\Leftrightarrow a = b^3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

Câu 405. Đầu mỗi tháng, chị B gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% một tháng và lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình gửi tiền. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng chị B có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 150 triệu đồng?

A. 46 tháng. B. 43 tháng. C. 44 tháng. D. 47 tháng.

Lời giải.

+) Cuối tháng thứ nhất, số tiền nhận được là: $A_1 = 3 \left(1 + \frac{0,6}{100}\right)$.

+) Cuối tháng thứ hai, số tiền nhận được là:

$$A_2 = \left[3 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) + 3 \right] \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) = 3 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right)^2 + 3 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right).$$

+) Cuối tháng thứ n , số tiền nhận được là:

$$\begin{aligned} A_n &= 3 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right)^n + 3 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right)^{n-1} + \dots + 3 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) \\ &= 3 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) \left[\left(1 + \frac{0,6}{100} \right)^{n-1} + \left(1 + \frac{0,6}{100} \right)^{n-2} + \dots + 1 \right] \\ &= 3 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) \frac{\left(1 + \frac{0,6}{100} \right)^n - 1}{\frac{0,6}{100}}. \end{aligned}$$

Chị B có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 150 triệu đồng khi và chỉ khi $A_n > 150$, hay

$$\begin{aligned} 3 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) \frac{\left(1 + \frac{0,6}{100} \right)^n - 1}{\frac{0,6}{100}} &> 150 \\ \Leftrightarrow \left(1 + \frac{0,6}{100} \right)^n - 1 &> \frac{150}{503} \\ \Leftrightarrow \left(1 + \frac{0,6}{100} \right)^n &> \frac{653}{503} \Leftrightarrow n > 43,6. \end{aligned}$$

Vậy sau ít nhất 44 tháng chị B có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 150 triệu đồng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 406. Ông Nam dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Tính số tiền tối thiểu x triệu đồng ($x \in \mathbb{N}$) ông Nam gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 26 triệu đồng.

A. 191 triệu đồng. B. 123 triệu đồng. C. 124 triệu đồng. D. 145 triệu đồng.

Lời giải.

— Nếu gửi A triệu đồng thì tổng số tiền cả vốn lẫn lãi ông Nam nhận được sau 3 năm là

$$S = A(1 + 6,6\%)^3 = 1,066^3 A.$$

— Theo đề bài, ta cần

$$S - A \geq 26.000.000 \Leftrightarrow 1,066^3 A - A \geq 26.000.000 \Leftrightarrow A \geq \frac{26.000.000}{1,066^3 - 1} \approx 123.015.491.$$

— Suy ra $x = 124$ triệu đồng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 407. Tìm tham số m để hàm số $y = \frac{\log_{\frac{1}{2}} x - 2}{\log_2 x - m}$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

A. $m > 0$. B. $m \geq -2$. C. $m \geq 0$. D. $m > -2$.

Lời giải.

$$\text{Ta thấy } y = \frac{\log_{\frac{1}{2}} x - 2}{\log_2 x - m} = \frac{-\log_2 x - 2}{\log_2 x - m}.$$

$$\text{Ta có } y' = \frac{m+2}{(\log_2 x - m)^2} \cdot \frac{1}{x \ln 2}.$$

Hàm số $y = \frac{\log_{\frac{1}{2}} x - 2}{\log_2 x - m}$ đồng biến trên $(0; 1)$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 > 0 \\ \log_2 x - m = 0 \text{ vô nghiệm } x \in (0; 1) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ 2^m \geq 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m \geq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow m \geq 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 408. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số $f(x) = (x + 1) \ln x + (2 - m)x$ đồng biến trên khoảng $(0; e^2)$.

A. 2016.

B. 2022.

C. 2014.

D. 2023.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \ln x + \frac{x+1}{x} + 2 - m = \ln x + \frac{1}{x} + 3 - m$.

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0; e^2)$ khi và chỉ khi $\ln x + \frac{1}{x} + 3 \geq m, \forall x \in (0; e^2)$ (*)

Xét hàm số $g(x) = \ln x + \frac{1}{x} + 3$ trên $(0; e^2)$, ta có $g'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = \frac{x-1}{x^2}$.

Khi đó $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in (0; e^2)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	0	1	e^2
$g'(x)$	—	0	+
$g(x)$	$+\infty$	4	$5 + \frac{1}{e^2}$

Do đó (*) $\Leftrightarrow m \leq 4$, mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-2018; 2018]$ nên $m \in \{-2018; -2017; \dots; 4\}$.

Suy ra có 2023 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Chọn đáp án **D** □

Câu 409. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2x\sqrt{m+3} + 2019)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. 2018.

B. Vô số.

C. 2019.

D. 2020.

Lời giải.

Điều kiện của tham số m là $m \geq -3$.

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$x^2 - 2x\sqrt{m+3} + 2019 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m + 3 - 2019 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 2016.$$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z}$ nên suy ra $m \in \{-3; -2; -1; 0; \dots; 2016\}$. Vậy có 2020 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **D** □

Câu 410. Anh Tuấn đi làm với mức lương khởi điểm là x triệu đồng/tháng, và số tiền lương này được nhận vào ngày cuối tháng. Vì làm việc chăm chỉ và có trách nhiệm nên sau 3 năm kể từ ngày đi làm, anh Tuấn được tăng lương thêm 10%. Mỗi tháng, anh ta giữ lại 20% số tiền lương để gửi tiết kiệm vào ngân hàng với kỳ hạn 1 tháng và lãi suất là 0,5%/tháng, theo hình thức lãi kép (tức là tiền lãi của tháng này được nhập vào vốn để tính lãi cho tháng tiếp theo). Sau 4 năm kể từ ngày đi làm, anh Tuấn nhận được số tiền cả gốc và lãi là 100 triệu đồng. Hỏi mức lương khởi điểm là bao nhiêu, biết anh Tuấn gửi tiết kiệm vào ngày đầu mỗi tháng?

A. 9,62825 triệu đồng. B. 9,21975 triệu đồng. C. 9,42925 triệu đồng. D. 8,66875 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi số tiền gửi hàng tháng trong 3 năm đầu là a (triệu), lãi suất kỳ hạn 1 tháng là $r = 0,5\%$.

Cuối tháng thứ 1 nhận lương $5a$.

Cuối tháng thứ 2 số tiền anh Tuấn có trong ngân hàng $a(1+r)$ và nhận lương $5a$.

Cuối tháng thứ 3 số tiền anh Tuấn có trong ngân hàng

$$(a + a(1+r))(1+r) = a(1+r) + a(1+r)^2 = a \left[\frac{(1+r)^3 - 1}{r} - 1 \right]$$

và nhận lương $5a$.

.....

Cuối tháng thứ 36 số tiền anh Tuấn có trong ngân hàng $a \left[\frac{(1+r)^{36} - 1}{r} - 1 \right]$ và nhận lương $5a$.

Từ tháng thứ 37 anh Tuấn được tăng lương 10%, nên bắt đầu từ tháng thứ 38 gửi ngân hàng $b = 1,1a$.

Cuối tháng thứ 37 anh Tuấn nhận số lương $5b$ và trong ngân hàng có $A = a \left[\frac{(1+r)^{37} - 1}{r} - 1 \right]$.

Cuối tháng thứ 38 anh Tuấn có trong ngân hàng $(b+A)(1+r)$ và nhận lương $5b$.

Cuối tháng thứ 39 anh Tuấn có trong ngân hàng

$$[b + (b+A)(1+r)](1+r) = b(1+r) + b(1+r)^2 + A(1+r)^2 = b \left[\frac{(1+r)^3 - 1}{r} - 1 \right] + A(1+r)^2$$

và nhận lương $5b$.

.....

Cuối tháng thứ 48 anh Tuấn có trong ngân hàng $b \left[\frac{(1+r)^{12} - 1}{r} - 1 \right] + A(1+r)^{11}$.

Theo giả thiết ta có phương trình

$$b \left[\frac{(1+r)^{12} - 1}{r} - 1 \right] + A(1+r)^{11} = b \left[\frac{(1+r)^{12} - 1}{r} - 1 \right] + a \left[\frac{(1+r)^{37} - 1}{r} - 1 \right] \cdot (1+r)^{11} = 100$$

$$\Rightarrow a = 1,84395.$$

Vậy lương khởi điểm của anh Tuấn là $5 \cdot 1,84395 = 9,21975$ triệu đồng.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 411. Gọi M thuộc đồ thị hàm số $y = 2^x$; N thuộc đồ thị hàm số $y = 2^{-x}$; P, Q là hai điểm thuộc trục hoành sao cho tứ giác $MNPQ$ là hình thang cân với đáy lớn MN , $MN = 2PQ$ và có chu vi bằng $9 + \sqrt{265}$ đơn vị dài. Diện tích của hình thang $MNPQ$ nằm trong khoảng nào dưới đây?

A. (20; 25).

B. (27; 33).

C. (34; 39).

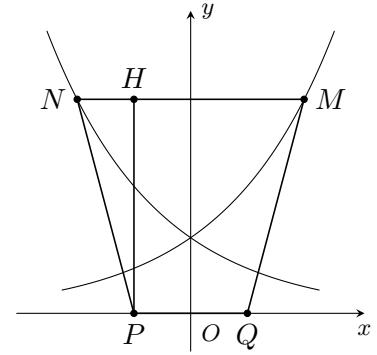
D. (41; 45).

Lời giải.

Giả sử $M(m; 2^m)$ với $m > 0$, ta được $N(-m; 2^m)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của P lên MN .

$$\text{Ta có } \begin{cases} MN = 2m \\ PQ = m \\ PH = 2^m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MN = 2m \\ PQ = m \\ NP = \sqrt{4^m + \frac{m^2}{4}} \end{cases}$$



Theo giả thiết ta có $\sqrt{4^{m+1} + m^2} + 3m = 9 + \sqrt{265} = \sqrt{4^{3+1} + 3^2} + 3^2 \Rightarrow m = 3$. (1)

Khi đó, $S_{MNPQ} = \frac{PH \cdot (MN + PQ)}{2} = 36$.

Lưu ý: ta dễ dàng chứng minh (1) có nghiệm duy nhất $m = 3$ vì hàm số $y = \sqrt{4^{m+1} + m^2} + 3m$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 412. Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $4 \cdot 10^5 \text{ m}^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây lấy gỗ trong khu rừng này là 4% mỗi năm. Hỏi sau 5 năm không khai thác, khu rừng đó có số mét khối gỗ là bao nhiêu?

- A. $4 \cdot 10^5 \cdot (1,04)^5$. B. $4 \cdot 10^5 \cdot (0,04)^5$. C. $4 \cdot 10^5 \cdot (0,4)^5$. D. $4 \cdot 10 \cdot (1,4)^5$.

Lời giải.

Đặt $A = 4 \cdot 10^5, r = 0,04$.

Do số cây lấy gỗ mới sinh ra mỗi năm lại tham gia quá trình tăng trưởng nên ta có số m^3 gỗ của khu rừng theo các năm là

- Cuối năm thứ nhất $S_1 = A + A \cdot r$.
- Cuối năm thứ hai $S_2 = S_1 + S_1 \cdot r = A(1 + r)^2$.
- ...
- Sau 5 năm $S_5 = A(1 + r)^5$.

Vậy sau 5 năm, trữ lượng gỗ của khu rừng là $S_5 = A(1 + r)^5 = 4 \cdot 10^5 \cdot (1,04)^5 \text{ m}^3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 413. Theo thống kê tài chính của thị xã An Nhơn, tỉnh Bình Định, trong dịp Tết Nguyên Đán năm 2015, làng nghề trồng mai cảnh xã Nhơn An đạt tổng doanh thu khoảng 15 tỷ đồng nhờ vào việc bán mai cảnh. Biết rằng trong các năm tiếp theo tổng doanh thu luôn tăng ổn định và doanh thu trong năm đó cao hơn so với năm trước 6,27%. Hỏi tổng doanh thu của làng nghề trồng mai cảnh xã Nhơn An vào dịp Tết Nguyên Đán năm 2018 là bao nhiêu? (làm tròn đến tỷ đồng)

- A. 17 tỷ đồng. B. 20 tỷ đồng. C. 19 tỷ đồng. D. 18 tỷ đồng.

Lời giải.

Tổng doanh thu của làng nghề trồng mai cảnh xã Nhơn An vào dịp tết Nguyên Đán 2018 là

$$15 \cdot (1 + 6,27\%)^3 \approx 18 \text{ (tỷ đồng)}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 414. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $\log u_5 - 2 \log u_2 = 2(1 + \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1})$, $u_n = 3u_{n-1}$, $\forall n \geq 1$. Giá trị lớn nhất của n để $u_n < 7^{100}$ là

- A. 191. B. 177. C. 192. D. 176.

Lời giải.

Đặt $t = \log u_5 - 2 \log u_2$. Điều kiện của đề bài trở thành

$$t = 2(1 + \sqrt{t+1}) \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 0 \\ t+1 - 2\sqrt{t+1} + 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 0 \\ (\sqrt{t+1} + 1)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow t = 8.$$

Ta có $\log u_5 - 2 \log u_2 = 8 \Leftrightarrow \log u_5 = \log u_2^2 + \log 10^8 \Leftrightarrow u_5 = 10^8 u_2^2 \Leftrightarrow 3^3 u_2 = 10^8 u_2^2$.

Từ đó suy ra $u_2 = \frac{3^3}{10^8} \Rightarrow u_n = 3^{n-2} u_2 = \frac{3^{n+1}}{10^8}$.

$$u_n < 7^{100} \Leftrightarrow \frac{3^{n+1}}{10^8} < 7^{100} \Rightarrow n < 192,892.$$

Vậy $n = 192$ là giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C** □

Câu 415. Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{x}{x+1}$. Tính tổng $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018)$.

A. $S = \frac{2017}{2018}$. B. $S = \frac{2017}{2019}$. C. $S = 1$. D. $S = \frac{2018}{2019}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \frac{\frac{1}{(x+1)^2}}{\frac{x}{x+1}} = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$. Suy ra

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2018} - \frac{1}{2019} \\ &= 1 - \frac{1}{2019} = \frac{2018}{2019}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 416. Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi người đó phải gửi trong bao nhiêu tháng để lĩnh về được 70 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền về và lãi suất không thay đổi?

A. 85 tháng. B. 83 tháng. C. 86 tháng. D. 84 tháng.

Lời giải.

Gọi x là số tháng cần gửi tiền để có được 70 triệu ($x > 0$, tháng).

Ta có $70 = 50 \cdot (1 + 0,004)^x \Rightarrow x \approx 84,3$.

Vậy người đó phải gửi ít nhất trong 85 tháng.

Chọn đáp án **A** □

Câu 417. Một người vay 100 triệu đồng tại một ngân hàng với lãi suất 0,8% tháng. Người đó lên kế hoạch trả hết nợ trong thời gian 2 năm (bao gồm cả vốn và lãi suất phải trả cho ngân hàng). Số tiền mỗi tháng người đó trả cho ngân hàng là như nhau. Hỏi số tiền mỗi tháng người này phải trả cho ngân hàng số tiền gần với số nào nhất trong các số sau?

A. 4.854.150 đồng. B. 4.815.620 đồng. C. 4.596.050 đồng. D. 4.632.820 đồng.

Lời giải.

— Gọi X là số tiền phải trả hàng tháng, r là lãi suất hàng tháng, A là số tiền vay ban đầu. Khi đó, tổng số tiền phải trả là $S_n = A(1+r)^n$.

— Tổng số tiền trả sau n tháng là

$$T_n = X(1 + (1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^{n-1}) = X \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r) - 1} = X \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

— Sau n tháng trả hết nợ nên $S_n = T_n \Leftrightarrow A(1+r)^n = X \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} \Leftrightarrow X = \frac{A(1+r)^n r}{(1+r)^n - 1}$.

— Áp dụng với $n = 24$ (tháng), $r = 0,8\%/tháng$, $A = 100$ (triệu đồng) ta có

$$X = \frac{100(1+0,008)^{24} \cdot 0,008}{(1+0,008)^{24} - 1} \approx 4,59605 \text{ (triệu đồng)}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 418. Thầy Quang dự định sau 8 năm (kể từ lúc gửi tiền tiết kiệm lần đầu) sẽ có đủ 2 tỉ đồng để mua nhà. Mỗi năm thầy phải gửi tiết kiệm bao nhiêu tiền (số tiền gửi mỗi năm như nhau ở thời điểm cách lần gửi trước 1 năm)? Biết lãi suất là $8\%/năm$, lãi hàng năm được nhập vào vốn và sau khi gửi cuối cùng thầy đợi đúng 1 năm để có 2 tỉ đồng.

A. $\frac{0,16}{1,08^9 - 1,08}$ tỉ đồng.

B. $\frac{0,16}{1,08^8 - 1,08}$ tỉ đồng.

C. $\frac{0,16}{1,08^7 - 1,08}$ tỉ đồng.

D. $\frac{0,16}{1,08^8 - 1}$ tỉ đồng.

Lời giải.

Gọi số tiền cần gửi vào mỗi năm là a đồng, ta có

$$a \cdot (1,08)^8 + a \cdot (1,08)^7 + \dots + a \cdot (1,08)^1 = 2 \Leftrightarrow 1,08a \cdot \frac{1 - 1,08^8}{1 - 1,08} = 2 \Leftrightarrow a = \frac{0,16}{1,08^9 - 1,08}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 419. Xét hàm số $f(t) = \frac{9^t}{9^t + m^2}$ (với m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x) + f(y) = 1$, với mọi số thực x, y thỏa mãn $e^{x+y} \leq e(x+y)$. Tìm số phần tử của S .

A. 0.

B. 1.

C. Vô số.

D. 2.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $e^{x+y} \leq e(x+y) \Leftrightarrow e^{x+y} - e(x+y) \leq 0$. (1)

Đặt $u = x + y$, khi đó ta có $e^u - eu \leq 0$. Xét hàm $g(u) = e^u - eu$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $g'(u) = e^u - e = 0 \Rightarrow u = 1$. Bảng biến thiên của $g(u)$

u	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(u)$	-	0	+
$g(u)$	$+\infty$	0	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta suy ra $g(u) \geq g(0), \forall u \Leftrightarrow e^{x+y} - e(x+y) \geq 0, \forall u$. (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra $e^{x+y} = e(x+y) \Leftrightarrow x+y = 1 \Leftrightarrow y = 1-x$.

Vì $f(x) + f(y) = 1$ nên $f(x) + f(1-x) = 1$. Do vậy

$$\begin{aligned} \frac{9^x}{9^x + m^2} + \frac{9^{1-x}}{9^{1-x} + m^2} &= 1 \Leftrightarrow \frac{9^x}{9^x + m^2} + \frac{9}{9 + 9^x \cdot m^2} = 1 \\ \Leftrightarrow 9^x \cdot m^4 &= 9^x \cdot 9 \Leftrightarrow m^4 = 9 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Vậy $S = \{\pm\sqrt{3}\}$.

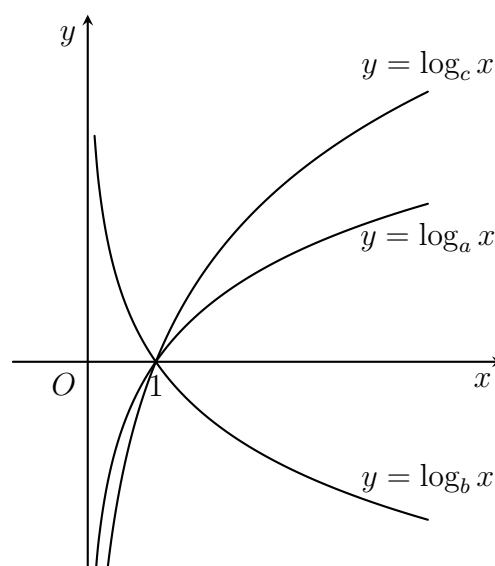
Chọn đáp án **D**

□

Câu 420.

Cho các số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Tìm khẳng định đúng.

- A. $b < c < a$. B. $a < b < c$.
C. $b < a < c$. D. $a < c < b$.

**Lời giải.**

Theo đồ thị ta có hàm số $y = \log_b x$ là hàm nghịch biến, hàm số $y = \log_a x, y = \log_c x$ là hàm đồng biến.

$\Rightarrow 0 < b < 1$ và $a > 1, c > 1$.

Mặt khác ta có $\log_c e > \log_a e \Leftrightarrow \frac{\ln e}{\ln c} > \frac{\ln e}{\ln a} \Leftrightarrow \frac{1}{\ln c} > \frac{1}{\ln a} \Leftrightarrow \ln c < \ln a \Leftrightarrow c < a$.

Vậy $b < c < a$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 421. Giá trị của a ($a > 1$) thỏa mãn $x^a \leq a^x$ với mọi $x > 1$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. (2; 3). B. (1; 2). C. (6; 10). D. (3; 6).

Lời giải.

Vì $a > 1$ và $x > 1$ nên ta có

$$x^a \leq a^x \Leftrightarrow \ln x^a \leq \ln a^x \Leftrightarrow a \ln x \leq x \ln a \Leftrightarrow \frac{\ln x}{x} \leq \frac{\ln a}{a}.$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{\ln t}{t}$ với $t > 1$.

Ta có $f'(t) = \frac{1 - \ln t}{t^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 1 - \ln t = 0 \Leftrightarrow t = e$.

Bảng biến thiên

t	1	e	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	0	$\frac{\ln e}{e}$	0

Từ bảng biến thiên, ta suy ra $a = e$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 422. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t

phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

- A. 12 phút. B. 7 phút. C. 19 phút. D. 48 phút.

Lời giải.

Sau 3 phút số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con, suy ra

$$625.000 = s(0) \cdot 2^3 \text{ hay } s(0) = 78.125.$$

Để số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con ta phải có $10^7 = 78.125 \cdot 2^t$ hay $t = 7$.

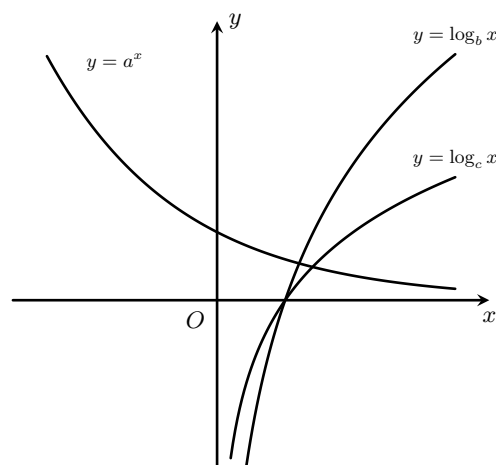
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 423.

Cho các hàm số $y = a^x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > b > c$. B. $b > c > a$.
C. $c > b > a$. D. $b > a > c$.



Lời giải.

Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên tập xác định nên $a < 1$, hàm số $y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ đồng biến trên tập xác định nên $b > 1$ và $c > 1$. Dựa vào đồ thị ta thấy rằng khi $x > 1$ thì $\log_b x > \log_c x$, suy ra $c > b$. Vậy $c > b > a$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 424. Một hội khuyến học đã kêu gọi sự ủng hộ của các nhà hảo tâm được 120 triệu đồng. Hội khuyến học gửi số tiền đó vào ngân hàng với lãi suất 0,75%/tháng với dự định hàng tháng rút M triệu đồng làm quà khuyến học cho học sinh nghèo vượt khó. Hội khuyến học bắt đầu trao quà cho học sinh sau một tháng gửi tiền vào ngân hàng. Để số tiền (cả lãi suất và 120 triệu đồng tiền gốc) đủ trao cho học sinh trong 10 tháng thì số tiền M mà hàng tháng Hội khuyến học rút ra tối đa (lấy kết quả chính xác đến chữ số thập phân thứ nhất) là

- A. 12,3. B. 12,4. C. 12,5. D. 12,6.

Lời giải.

Sau tháng thứ nhất: $T_1 = 1,0075a - M$.

Sau tháng thứ hai: $T_2 = 1,0075T_1 - M = 1,0075^2a - 1,0075M - M$.

Sau tháng thứ ba: $T_3 = 1,0075T_2 - M = 1,0075^3a - 1,0075^2M - 1,0075M$.

...

Sau tháng thứ 10: $T_{10} = 1,0075^{10}a - (1,0075^9 + 1,0075^8 + \dots + 1,0075 + 1)M$.

Theo giả thiết: $T_{10} = 0$

$$\Leftrightarrow 1,0075^{10}a - 1 \cdot \frac{1 - 1,0075^{10}}{1 - 1,0075} \cdot M = 0$$

$$\Leftrightarrow 1,0075^{10}a + \frac{1 - 1,0075^{10}}{0,0075} \cdot M = 0$$

$$\Leftrightarrow 1,0075^{10} \cdot a \cdot 0,0075 = (1,0075^{10} - 1) M$$

$$\Rightarrow M = \frac{1,0075^{10} \cdot 120 \cdot 0,0075}{1,0075^{10} - 1} \simeq 12,5.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 425. Cho số thực $a > 1$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm thuộc đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$, $y = \log_{\frac{1}{a}} x$. Biết $\triangle ABC$ vuông cân đỉnh A , $AB = 4$ và đường thẳng AC song song với trục Oy . Khi đó giá trị của a bằng

- A. 4. B. $\sqrt{2}$. C. 2. D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi điểm $A(x_0; a^{x_0})$.

Vì $AC \parallel Oy \Rightarrow x_C = x_A = x_0$.

Mà C lại thuộc đồ thị hàm số $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ nên suy ra $C(x_0; -\log_a x_0)$ ($x_0 > 0$) (1).

Mặt khác $\triangle ABC$ vuông cân nên $AB \parallel Ox \Rightarrow y_B = y_A = a^{x_0}$. Lại có B thuộc đồ thị hàm số $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ nên $\left(\frac{1}{a}\right)^x = a^{x_0} \Leftrightarrow x = -x_0$. Do đó $B(-x_0; a^{x_0})$.

Vì $AB = 4$ nên $2|x_0| = 4 \Rightarrow x_0 = 2$ (do (1)).

Theo giả thiết $AC = 4 \Rightarrow a = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 426. Một người làm việc cho một công ty với mức lương khởi điểm là 10 triệu đồng một tháng. Cứ sau 3 tháng lương của anh ta được tăng thêm 12%. Hỏi sau 3 năm làm việc người đó nhận được tổng số tiền gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 723 triệu đồng. B. 726 triệu đồng. C. 724 triệu đồng. D. 725 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi $T = 12$ (triệu đồng) và $r = 12\% = 0,12$.

Sau tháng 3 tháng thứ 1 (quý 1), lương được tăng lên thành $T_1 = T(1 + r)$.

Sau tháng 3 tháng thứ 2 (quý 2), lương được tăng lên thành $T_2 = T_1(1 + r) = T(1 + r)^2$.

...

Sau tháng 3 tháng thứ n (quý n), lương được tăng lên thành $T_n = T(1 + r)^n$.

Sau 3 năm (12 quý), người đó nhận được tổng số tiền là

$$\begin{aligned} S &= 3(T + T_1 + T_2 + \dots + T_{11}) \\ &= 3T [1 + (1 + r) + (1 + r)^2 + \dots + (1 + r)^{11}] \\ &= 3T \cdot \frac{1 - (1 + r)^{12}}{1 - (1 + r)} = 3 \cdot 10 \cdot \frac{(1,12)^{12} - 1}{0,12} \approx 724 \text{ triệu đồng.} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 427. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $[1; e^3]$ là $M = \frac{m}{e^n}$, trong đó m, n là các số tự nhiên. Tính $S = m^2 + 2n^3$.

- A. $S = 135$. B. $S = 24$. C. $S = 22$. D. $S = 32$.

Lời giải.

Ta có $y = f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$ ($x > 0$). Suy ra $f'(x) = \frac{\frac{2\ln x}{x} \cdot x - \ln^2 x}{x^2} = \frac{2\ln x - \ln^2 x}{x^2}$. Khi đó

$$\begin{aligned} f'(x) = 0 &\Leftrightarrow 2\ln x - \ln^2 x = 0 \\ &\Leftrightarrow \ln x(2 - \ln x) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \ln x = 0 \\ \ln x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = e^2. \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có $f(1) = 0$; $f(e^2) = \frac{\ln^2 e^2}{e^2} = \frac{4}{e^2}$; $f(e^3) = \frac{\ln^2 e^3}{e^3} = \frac{9}{e^3}$.

$$\text{Suy ra } \max_{[1; e^3]} y = \frac{4}{e^2} \Rightarrow \begin{cases} m = 4 \\ n = 2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 428. Ông A gửi tiết kiệm vào ngân hàng 200 triệu đồng với hình thức lãi kép. Sau 5 năm ông rút hết tiền ra và được một khoản là 283.142.000 đồng. Hỏi ông A gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất bao nhiêu (kết quả được làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba) biết rằng trong suốt thời gian gửi lãi suất không thay đổi

- A. 6,2% một năm. B. 7,2% một năm. C. 7% một năm. D. 8% một năm.

Lời giải.

Gọi $r\%$ một năm là lãi suất tiền gửi của ngân hàng.

Khi đó ta có $283.142.000 = 200.000.000(1+r)^5 \Leftrightarrow r = 7,2\%$ một năm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 429. Cho hàm số $y = \ln x$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: x - y + 1 = 0$. M là điểm di động trên (C) , N là điểm di động trên d . Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn MN .

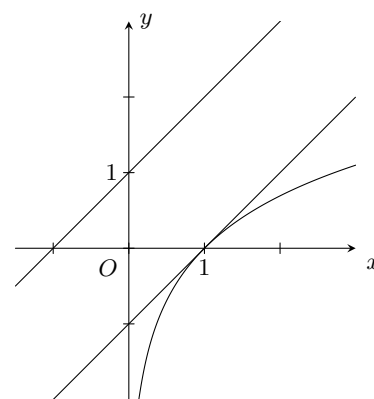
- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3} - 1$. C. $\sqrt{2} + 1$. D. $\sqrt{3} - \sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi $d': y = x + m$ (với $m \neq 1$) là đường thẳng song song với đường thẳng d và tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = \ln x$.

d' tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = \ln x$ khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = 1 \\ \ln x = x + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ m = -1. \end{cases}$$



Vậy đường thẳng $d': y = x - 1$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = \ln x$ tại điểm $I(1; 0)$.

Với mọi điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \ln x$ thì $d(M, d) \geq d(I, d)$. Như vậy $d(M, d)$ nhỏ nhất khi M trùng với I , khi đó N là giao điểm của đường thẳng đi qua I và vuông góc với d .

Độ dài MN nhỏ nhất bằng $\frac{|1 - 0 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 430. Lãi suất gửi tiết kiệm của các ngân hàng trong thời gian qua liên tục thay đổi. Bác Tiến gửi vào một ngân hàng số tiền 50 triệu đồng với lãi suất là 0,7%/tháng. Sau 6 tháng gửi tiền, lãi

suất tăng lên 0,9%/tháng và giữ ổn định. Biết rằng bác Tiến gửi tiết kiệm theo hình thức lãi kép, sau một năm gửi, bác Tiến rút được số tiền là

A. $\approx 54.907.558,05$ đồng.

B. $\approx 55.125.878,15$ đồng.

C. $\approx 55.016.609,8$ đồng.

D. $\approx 54.527.717,29$ đồng.

Lời giải.

Theo công thức lãi kép, số tiền T bác Tiến có được sau 6 tháng gửi với lãi suất là 0,7%/tháng là

$$T = 50 \cdot 10^6 (1 + 0,7\%)^6.$$

Theo công thức lãi kép, số tiền S bác Tiến rút ra sau 6 tháng gửi với lãi suất là 0,9%/tháng là

$$S = T \cdot (1 + 0,9\%)^6 \approx 55.016.609,8 \text{ (đồng)}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 431. Cho hàm số $f(x) = 5^x$. Rút gọn biểu thức $f(x+3) + 25 \cdot f(x-2)$ ta được biểu thức nào dưới đây?

A. $f(x)$.

B. $126f(x)$.

C. $25f(x)$.

D. $5f(x)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} f(x+3) + 25 \cdot f(x-2) &= 5^{x+3} + 25 \cdot 5^{x-2} \\ &= 125 \cdot 5^x + 5^x \\ &= 126 \cdot 5^x = 126 \cdot f(x). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 432. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hàm số $y = 3^x$ nghịch biến trên tập $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

C. Đồ thị hàm số $y = 3^x$ và $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục tung.

D. Đồ thị hàm số $y = 3^x$ luôn đi qua điểm $(3; 1)$.

Lời giải.

Chọn $M_0(x_0; y_0) \in (C): y = 3^x$. Ta có

$$\begin{aligned} y_0 &= 3^{x_0} \\ \Leftrightarrow y_0 &= \left(\frac{1}{3}\right)^{-x_0} \\ \Leftrightarrow M'_0(-x_0; y_0) &\in (C'): y = \left(\frac{1}{3}\right)^x. \end{aligned}$$

Vậy đồ thị hàm số $y = 3^x$ và $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục tung.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 433. Cho hai số thực a, b thay đổi lớn hơn 1 thỏa mãn $a + b = 30$. Gọi m, n là hai nghiệm của phương trình $(\log_a x)^2 - (1 + 2 \log_a b) \log_a x - 1 = 0$. Tính $S = a + 2b + 20$ khi tích mn đạt giá trị lớn nhất.

A. $S = 70$.

B. $S = 65$.

C. $S = 60$.

D. $S = 50$.

Lời giải.Theo định lí Vi-ét ta có : $\log_a m + \log_a n = 1 + 2\log_a b = \log_a(ab^2) \Leftrightarrow mn = ab^2$.Theo bất đẳng thức $AM - GM$ (bất đẳng thức Cossi) ta có

$$mn = ab^2 = 4\left(a \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{2}\right) \leq 4 \left(\frac{a + \frac{b}{2} + \frac{b}{2}}{3}\right)^3 = 4000.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} a = \frac{b}{2} \\ a + b = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 20 \end{cases} \Rightarrow S = 70.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 434.** Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$. Tính giá trị biểu thức $A = f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{2}{100}\right) + \dots + f\left(\frac{100}{100}\right)$?

A. 49.

B. 50.

C. $\frac{201}{4}$.

D. $\frac{301}{6}$.

Lời giải.Ta thấy $f(x) + f(1-x) = \frac{9^x}{9^x + 3} + \frac{9^{1-x}}{9^{1-x} + 3} = \frac{9^x}{9^x + 3} + \frac{3}{9^x + 3} = 1$. Ta được

$$A = f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{2}{100}\right) + \dots + f\left(\frac{100}{100}\right)$$

$$A = f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{99}{100}\right) + f\left(\frac{2}{100}\right) + f\left(\frac{98}{100}\right) + \dots + f\left(\frac{49}{100}\right) + f\left(\frac{51}{100}\right) + f\left(\frac{50}{100}\right) + f\left(\frac{100}{100}\right)$$

$$A = 49 \cdot 1 + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(1)$$

$$A = 49 + \frac{3}{3+3} + \frac{9}{9+3}$$

$$A = \frac{201}{4}.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 435.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m trên đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = 8^{\cot x} + (m-3) \cdot 2^{\cot x} + 3m - 2$ đồng biến trên $\left[\frac{\pi}{4}; \pi\right)$. Số phần tử của S là

A. 2.

B. 8.

C. 1.

D. 7.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{-1}{\sin^2 x} 8^{\cot x} \ln 8 + (m-3) \cdot \frac{-1}{\sin^2 x} 2^{\cot x} \ln 2 = \frac{-\ln 2}{\sin^2 x} [3 \cdot 8^{\cot x} + (m-3) \cdot 2^{\cot x}].$$

$$\text{Yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow 3 \cdot 8^{\cot x} + (m-3) \cdot 2^{\cot x} \leq 0, \forall x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right).$$

$$\text{Đặt } 2^{\cot x} = t \ (t \in (0; 2]).$$

$$\text{Yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow 3t^3 + (m-3)t \leq 0, \forall t \in (0; 2]$$

$$\Leftrightarrow 3t^2 + m - 3 \leq 0, \forall t \in (0; 2] \Leftrightarrow m \leq 3 - 3t^2, \forall t \in (0; 2] \Leftrightarrow m \leq 3 - 3 \cdot 2^2 = -9 \text{ (do hàm } f(t) = 3 - 3t^2 \text{ nghịch biến trên } (0; 2]).$$

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn là -9 và -10 .Chọn đáp án **A** □

Câu 436. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{\sin x}$.

A. 2.

B. 1.

C. -1.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{e^x - 1}{x} + \frac{1 - \cos x}{x}}{\frac{\sin x}{x}}.$$

Sử dụng các giới hạn đặc biệt của hàm số mũ và hàm số lượng giác ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} &= 1. \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{x}{2} \cdot \left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \right)^2 \right] = 0 \cdot 1 = 0. \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} &= 1. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } A = \frac{1+0}{1} = 1.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 437. Đầu mỗi tháng anh A gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất kép là 0,6% mỗi tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (khi ngân hàng đã tính lãi) thì anh A có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu biết lãi suất không đổi trong quá trình gửi?

A. 31 tháng.

B. 35 tháng.

C. 30 tháng.

D. 40 tháng.

Lời giải.

Ta có $P = 3$ triệu đồng, $r = 0,006$.

Sau tháng thứ nhất anh A có tổng số tiền là: $P_1 = P(1+r)$.

Sau tháng thứ hai anh A có tổng số tiền là:

$$P_2 = [P + P(1+r)](1+r) = P[1 + (1+r)](1+r)$$

$$P_2 = P[(1+r) + (1+r)^2].$$

Sau tháng thứ ba anh A có tổng số tiền là:

$$P_3 = [P + P[(1+r) + (1+r)^2]](1+r) = P[1 + [(1+r) + (1+r)^2]](1+r)$$

$$P_3 = P[(1+r) + (1+r)^2 + (1+r)^3].$$

Sau tháng thứ tư anh A có tổng số tiền là:

$$P_4 = [P + P[(1+r) + (1+r)^2 + (1+r)^3]](1+r) = P[1 + [(1+r) + (1+r)^2 + (1+r)^3]](1+r)$$

$$P_4 = P[(1+r) + (1+r)^2 + (1+r)^3 + (1+r)^4].$$

...

Sau tháng thứ n anh A có tổng số tiền là:

$$P_n = P[(1+r) + (1+r)^2 + (1+r)^3 + \dots + (1+r)^n].$$

Để có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu thì

$$P_n > 100 \Leftrightarrow P[(1+r) + (1+r)^2 + (1+r)^3 + \dots + (1+r)^n] > 100.$$

Với $P = 3$ triệu đồng, $r = 0,006$ ta có

$$(1+r) + (1+r)^2 + (1+r)^3 + \dots + (1+r)^n > \frac{100}{3} (*).$$

Xem về trái là cấp số nhân với $U_1 = 1+r$, $q = 1+r$ khi đó

$$(*) \Leftrightarrow \frac{(1+r)[(1+r)^n - 1]}{(1+r) - 1} > \frac{100}{3} \Leftrightarrow (1,006)^n > \frac{603}{503} \Leftrightarrow n > \log_{1,006} \frac{603}{503} \approx 30,31.$$

Vì n nguyên dương nên ta chọn $n = 31$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 438. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 e^{-x}$ trên đoạn $[-1; 1]$. Tính tổng $M + m$.

- A. $M + m = 3e$. B. $M + m = e$. C. $M + m = 2e - 1$. D. $M + m = 2e + 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = e^{-x} \cdot (2x - x^2)$.

$$\text{Trên khoảng } (-1; 1), y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (nhận)} \\ x = 2 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0. \text{ Ta có } \begin{cases} y(-1) = e \\ y(0) = 0 \\ y(1) = \frac{1}{e} \end{cases}$$

Vì hàm số liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ nên $M = e$ và $m = 0$. Do đó $M + m = e$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 439. Cho hai số thực $a; b$ lớn hơn 1 thay đổi và thỏa mãn $a + b = 10$. Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình $(\log_a x) \cdot (\log_b x) - 2\log_a x - 3\log_b x - 1 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = x_1 \cdot x_2$.

- A. $\frac{400}{27}$. B. 3456. C. $\frac{16875}{16}$. D. 15625.

Lời giải.

$$(\log_a x) \cdot (\log_b x) - 2\log_a x - 3\log_b x - 1 = 0 \Leftrightarrow \log_b a (\log_a x)^2 - (2 + 3\log_a b) \log_a x - 1 = 0.$$

Do $\log_a b > 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Áp dụng định lí Viet } \log_a x_1 + \log_a x_2 = \frac{2 + 3\log_b a}{\log_b a} = 2\log_a b + 3.$$

$$\Rightarrow x_1 \cdot x_2 = a^{2\log_a b + 3} = b^2 \cdot a^3.$$

$$\Rightarrow S = \left(\frac{1}{2}b \cdot \frac{1}{2}b \cdot \frac{1}{3}a \cdot \frac{1}{3}a \cdot \frac{1}{3}a \right) \cdot 2^2 \cdot 3^3.$$

$$\Rightarrow S \leq \left(\frac{10}{5} \right)^5 \cdot 2^2 \cdot 3^3 = 3456.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 440. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với kì hạn 3 tháng (1 quý), lãi suất 6% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó lại gửi thêm 100 triệu đồng với hình thức và lãi suất như trên. Hỏi sau 1 năm tính từ lần gửi đầu tiên người đó nhận được số tiền gần với kết quả nào nhất?

- A. 238,6 triệu đồng. B. 224,7 triệu đồng. C. 243,5 triệu đồng. D. 236,6 triệu đồng.

Lời giải.

Đặt $r = 6\%$, $A = 100$. Sau 6 tháng (2 kì), số tiền người đó có được là $A_1 = A(1 + r)^2$. Sau 1 năm, số tiền người đó có được là $T = (A_1 + 100)(1 + r)^2 \approx 238,6$ triệu đồng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 441. Sự tăng dân số được tính theo công thức $P_n = P_0 e^{n \cdot r}$, trong đó P_0 là dân số của năm lấy làm mốc tính, P_n là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2016, dân số Việt Nam đạt khoảng 92695100 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,07 % (theo Tổng cục thống kê). Nếu tỉ lệ tăng dân số không thay đổi thì đến năm nào dân số nước ta đạt khoảng 103163500 người ?

- A. 2026. B. 2028. C. 2024. D. 2036.

Lời giải.

$$\text{Có } P_n = P_0 \cdot e^{n \cdot r} \Leftrightarrow e^{nr} = \frac{P_n}{P_0} \Leftrightarrow n = \frac{1}{r} \ln \frac{P_n}{P_0}.$$

Thay số ta có $n = \frac{1}{1,07\%} \cdot \ln \frac{103163500}{92695100} \approx 10$ (năm). Vậy đến năm $2016 + 10 = 2026$ thì dân số nước ta đạt khoảng 103163500 người.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 442. Cho cấp số cộng (u_n) có tất cả các số hạng đều dương và thỏa mãn $u_1 + u_2 + \dots + u_{2018} = 4(u_1 + u_2 + \dots + u_{1009})$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_3^2 u_2 + \log_3^2 u_5 + \log_3^2 u_{14}$ bằng bao nhiêu?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $S_{2018} = 4S_{1009} \Leftrightarrow 2018u_1 + \frac{2018 \cdot 2017}{2}d = 4\left(1009u_1 + \frac{1009 \cdot 1008}{2}d\right) \Leftrightarrow d = 2u_1$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} u_2 = 3u_1 \\ u_5 = 9u_1 \\ u_{14} = 27u_1. \end{cases}$$

Do đó,

$$\begin{aligned} P &= \log_3^2 u_2 + \log_3^2 u_5 + \log_3^2 u_{14} = \log_3^2(3u_1) + \log_3^2(9u_1) + \log_3^2(27u_1) \\ &= 3\log_3^2 u_1 + 12\log_3^2 u_1 + 14 \\ &= 3(\log_3 u_1 + 2)^2 + 2 \geq 2 \end{aligned}$$

Vậy $P_{\min} = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 443. Cho $a \geq b > 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \log_a \left(\frac{a^2}{b}\right) + \log_b \left(\frac{b^3}{a}\right)$ là

A. -2.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

$$S = 2 - \log_a b + 3 - \log_b a = 5 - \left(\log_b a + \frac{1}{\log_b a}\right).$$

Do $a \geq b > 1$ nên $\log_b a > 0$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có $\log_b a + \frac{1}{\log_b a} \geq 2$.

Suy ra $S \leq 5 - 2 = 3$

Suy ra $\max S = 3$ khi $a = b$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 444. Cho x, y là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $\ln x + \ln y = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $x + y$.

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Với $x, y > 0$, ta có $\ln x + \ln y = 0 \Leftrightarrow \ln xy = 0 \Leftrightarrow xy = 1$.

Theo bất đẳng thức Cauchy, ta có

$$1 = xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \Rightarrow x+y \geq 2.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $x + y$ là 2.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 445. Tìm số thực a để đường cong $y = 3^x(3^x - a + 2) + a^2 - 3a$ tiếp xúc với đường cong $y = 3^x + 1$.

A. $a = \frac{5 - 2\sqrt{10}}{3}$. B. $a = \frac{5 + 2\sqrt{10}}{3}$. C. $a = \frac{5 \pm 2\sqrt{10}}{3}$. D. $a = 1$.

Lời giải.

Để hai đường cong tiếp xúc thì hệ $\begin{cases} 3^x(3^x - a + 2) + a^2 - 3a = 3^x + 1 & (1) \\ (3^x(3^x - a + 2) + a^2 - 3a)' = (3^x + 1)' & (2) \end{cases}$ có nghiệm.

Từ (2) ta có $3^x \ln 3(2 \cdot 3^x - a + 2) = 3^x \ln 3 \Leftrightarrow 2 \cdot 3^x - a + 2 = 1 \Leftrightarrow 3^x = \frac{a-1}{2}$ chú ý khi đó $a > 1$.
Thay lên (1) ta có

$$\begin{aligned} & \frac{a-1}{2} \left(\frac{a-1}{2} - a + 1 \right) + a^2 - 3a - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow & -(a-1)^2 + 4a^2 - 12a - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow & 3a^2 - 10a - 5 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} a = \frac{5 + 2\sqrt{10}}{3} & (\text{thỏa mãn}) \\ a = \frac{5 - 2\sqrt{10}}{3} & (\text{loại}). \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 446. Một người gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu và lãi suất không đổi trong các năm gửi. Hỏi sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi gần với số nào nhất?

A. 70,128 triệu. B. 53,5 triệu. C. 20,128 triệu. D. 50,7 triệu.

Lời giải.

Áp dụng công thức $A = A_0(1 + r)^n$, suy ra số tiền cả vốn và lãi người đó có được sau 5 năm là $A = 5 \cdot 10^7 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^5 \approx 70127586$.

Vậy số tiền lãi người đó rút được sau 5 năm là $A - 50000000 \approx 20127586$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 447. Cho hàm số $y = e^{-2x} \cdot \cos x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' + 4y'' + 5y = 0$. B. $y'' + 4y' + 5y = 0$. C. $y'' - 4y' + 5y = 0$. D. $y' - 4y'' + 5y = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} y' &= -2e^{-2x} \cos x - e^{-2x} \sin x = e^{-2x}(-2 \cos x - \sin x). \\ y'' &= -2e^{-2x}(-2 \cos x - \sin x) + e^{-2x}(2 \sin x - \cos x) = e^{-2x}(3 \cos x + 4 \sin x). \\ \Rightarrow y'' + 4y' &= e^{-2x}(3 \cos x + 4 \sin x - 8 \cos x - 4 \sin x) = -5e^{-2x} \cos x = -5y. \end{aligned}$$

Vậy mệnh đề đúng là $y'' + 4y' + 5y = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 448. Ông A muốn sau 5 năm có 1.000.000.000 đồng để mua ô tô Camry. Hỏi rằng ông A phải gửi ngân hàng mỗi tháng số tiền gần nhất với số tiền nào sau đây? Biết lãi suất hàng tháng là 0,5%, tiền lãi sinh ra hàng tháng được nhập vào tiền vốn số tiền gửi hàng tháng là như nhau.

A. $a = 14.261.000$ (đồng).B. $a = 14.260.500$ (đồng).C. $a = 14.261.500$ (đồng).D. $a = 14.260.000$ (đồng).**Lời giải.**

Coi rằng người đó gửi tiền vào thời điểm cuối tháng, áp dụng công thức Lãi kép, gửi hàng tháng:

$$T_n = \frac{M}{r} [(1+r)^n - 1] (1+r),$$

trong đó $T_{60} = 1000.000.000$, $r = \frac{0,5}{100}$ và M là số tiền gửi hàng tháng.

$$M = \frac{1.000.000.000 \cdot \frac{0,5}{100}}{\left(1 + \frac{0,5}{100}\right) \left[\left(1 + \frac{0,5}{100}\right)^{60} - 1\right]} = 14261494,06 \approx 14.261.500.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 449.** Đồ thị của hàm số $y = g(x)$ đối xứng với đồ thị của hàm số $y = a^x$ ($a > 0; a \neq 1$) qua điểm $I(1; 1)$. Giá trị của biểu thức $g\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)$ bằng

A. 2016.

B. -2020.

C. 2020.

D. -2016.

Lời giải.Lấy điểm $A(x_0; a^{x_0})$ thuộc đồ thị hàm số $y = a^x$, điểm B đối xứng với điểm A qua điểm $I(1; 1)$ có tọa độ $B(2 - x_0; 2 - a^{x_0})$.Điểm B thuộc đồ thị hàm số $y = g(x)$ nên hàm $g(x)$ có dạng $g(x) = 2 - a^{2-x}$.Suy ra: $g\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right) = 2 - a^{-\log_a \frac{1}{2018}} = 2 - a^{\log_a 2018} = -2016$.Chọn đáp án **D** □**Câu 450.** Cho hàm số $f(x) = x^x$ với $x > 0$. Khẳng định nào sau đây **sai**?A. $f'(x) = x \cdot x^{x-1}$.B. $f'(1) = 1$.C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{e}$.D. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $e^{-\frac{1}{e}}$.**Lời giải.**Ta có $\ln f(x) = x \ln x \Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = 1 + \ln x \Leftrightarrow f'(x) = (1 + \ln x)x^x$.Vậy $f'(x) = x \cdot x^{x-1}$ là khẳng định **sai**.Chọn đáp án **A** □**Câu 451.** Có hai cơ sở khoan giếng A và B. Cơ sở A: giá khoan của mét khoan đầu tiên là 8000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 500 đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Cơ sở B: giá khoan của mét khoan đầu tiên là 6000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 7% giá so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một công ty giống cây muốn thuê khoan hai giếng với độ sâu lần lượt là 20 mét và 25 mét để phục vụ sản xuất. Giả thiết chất lượng cũng như thời gian khoan giếng của hai cơ sở là như nhau. Công ty ấy nên chọn cơ sở nào để tiết kiệm chi phí nhất?

A. Luôn chọn A.

B. Luôn chọn B.

C. Giếng 20 mét chọn A, còn giếng 25 mét chọn B.

D. Giếng 20 mét chọn B, còn giếng 25 mét chọn A.

Lời giải.

Chi phí khi cơ sở A khoan giếng 20 mét và 25 mét lần lượt là $20 \cdot 8000 + 19 \cdot 20 \cdot 250 = 255000$ đồng và $25 \cdot 8000 + 24 \cdot 25 \cdot 250 = 350000$ đồng.

Chi phí khi cơ sở B khoan giếng 20 mét và 25 mét lần lượt là $6000 \cdot \frac{1,07^{20} - 1}{0,07} = 245972,9539$ đồng

và $6000 \cdot \frac{1,07^{25} - 1}{0,07} = 379494,2263$ đồng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 452.

Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$.

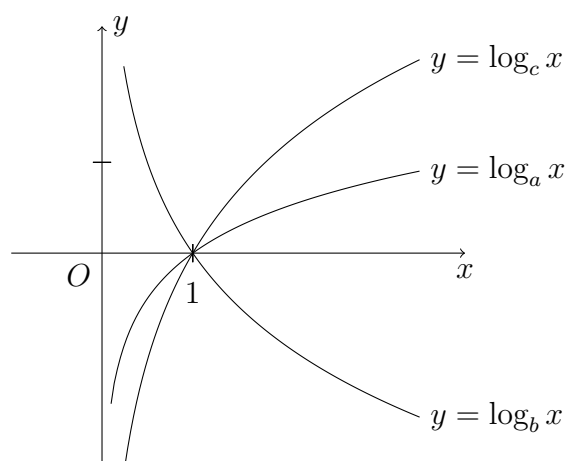
Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $b < a < c$.

B. $c < a < b$.

C. $b < c < a$.

D. $a < b < c$.



Lời giải.

Ta có hàm số $y = \log_b x$ nghịch biến, $y = \log_a x$, $y = \log_c x$ đồng biến nên $0 < b < 1$ và $a, c > 1$.

Chẳng hạn với $x = 2$ dựa vào đồ thị ta thấy

$$0 < \log_a 2 < \log_c 2 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_2 a} < \frac{1}{\log_2 c} \Leftrightarrow \log_2 a > \log_2 c \Leftrightarrow a > c.$$

Do đó $b < c < a$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 453. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $b > 1$, $\sqrt{a} \leq b < a$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left(\frac{a}{b} \right)$ bằng

A. 7.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Ta có

$$P = \frac{1}{1 - \log_a b} + 4 \left(\frac{1}{\log_a b} - 1 \right) = \frac{1}{1 - t} + \frac{4}{t} - 4,$$

với $t = \log_a b$. Vì $b > 1$, $\sqrt{a} \leq b < a$ nên $\frac{1}{2} \leq t < 1$. Lại có

$$P' = \frac{1}{(1-t)^2} - \frac{4}{t^2}, \quad P' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên

t	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1
P'	-	0	+
P	6	5	$+\infty$

Nên giá trị nhỏ nhất của P là 5.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 454. Cho x, y là các số thực dương, thỏa mãn $\log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} y \leq \log_{\frac{1}{3}} (x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = 2x + 3y$.

A. $P_{\min} = 7 + 3\sqrt{2}$. B. $P_{\min} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$. C. $P_{\min} = 7 - 2\sqrt{10}$. D. $P_{\min} = 7 + 2\sqrt{10}$.

Lời giải.

$\log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} y \leq \log_{\frac{1}{3}} (x + y^2) \Leftrightarrow xy \geq x + y^2 \Leftrightarrow x(y - 1) \geq y^2$. Từ đây, do x, y dương nên ta suy ra $y > 1$ và $x \geq \frac{y^2}{y-1} = y + 1 + \frac{1}{y-1}$.

Do đó, $P \geq 5y + 2 + \frac{2}{y-1} = 5(y-1) + \frac{2}{y-1} + 7 \geq 2\sqrt{10} + 7$. Dấu bằng xảy ra khi $y = 1 + \frac{\sqrt{10}}{5}, x = 2 + \frac{7\sqrt{10}}{10}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 455. Tìm tham số m để hàm số $y = \log_3 [(m-1)x^2 + 2mx + (3m-2)]$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $(1; +\infty)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(-\infty; \frac{1}{2})$.

Lời giải.

Để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ khi

$$(m-1)x^2 + 2mx + (3m-2) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \quad (*)$$

- Nếu $m = 1$ thì $(*)$ trở thành

$$2x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

suy ra $m = 1$ không thỏa mãn.

- Nếu $m \neq 1$ để thỏa mãn bài toán khi

$$\begin{cases} m-1 > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ m^2 - (m-1)(3m-2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ -2m^2 + 5m - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ \begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ m > 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Vậy các giá trị của m thỏa mãn bài toán là $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 456. Ông N vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 0,9%/tháng và thỏa thuận việc hoàn nợ theo cách: lần hoàn nợ thứ nhất sau ngày vay đúng một tháng, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng; số tiền hoàn nợ m của mỗi lần là như nhau và trả hết nợ sau 3 tháng kể từ ngày

vay, lãi suất của ngân hàng không thay đổi trong thời gian trên. Tìm gần đúng số tiền hoàn nợ m (đồng), làm tròn đến chữ số hàng đơn vị.

- A. $m \approx 33935120$. B. $m \approx 39505475$. C. $m \approx 39505476$. D. $m \approx 33935125$.

Lời giải.

Đặt $A = 100$ triệu đồng và $r = 0,9\% = 0,009$.

Số tiền nợ của ông N sau khi hoàn nợ lần thứ nhất là $A(1+r) - m$.

Số tiền nợ của ông N sau khi hoàn nợ lần thứ hai là

$$(A(1+r) - m)(1+r) - m = A(1+r)^2 - m((1+r) + 1).$$

Số tiền nợ của ông N sau khi hoàn nợ lần thứ 3 là

$$\begin{aligned} [A(1+r)^2 - m(1+r+1)](1+r) - m &= A(1+r)^3 - m[(1+r)^2 + (1+r) + 1] \\ &= A(1+r)^3 - \frac{m[(1+r)^3 - 1]}{r}. \end{aligned}$$

Vì ông N trả hết nợ trong lần hoàn nợ thứ 3 nên

$$A(1+r)^3 - \frac{m[(1+r)^3 - 1]}{r} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{A(1+r)^3 r}{(1+r)^3 - 1} \Rightarrow m \approx 33935125 \text{ đồng}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 457. Tìm số giá trị nguyên trên đoạn $[-2; 2018]$ của tham số m để hàm số $y = e^{x^3-x^2+mx}$ đồng biến trên đoạn $[1; 2]$.

- A. 2018. B. 2019. C. 2020. D. 2017.

Lời giải.

Với $y = e^{x^3-x^2+mx}$ ta có $y' = (3x^2 - 2x + m)e^{x^3-x^2+mx}$.

Hàm số đồng biến trên đoạn $[1; 2] \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in [1; 2] \Leftrightarrow m \geq -3x^2 + 2x, \forall x \in [1; 2]$

Đặt $g(x) = -3x^2 + 2x$ thì $g'(x) = -6x + 2$. Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

Dễ thấy $g'(x) < 0, \forall x \in [1; 2]$ nên $g(x)$ nghịch biến trên đoạn $[1; 2]$.

Từ đó $\max_{[1;2]} g(x) = g(1) = -1$.

Vậy $m \geq g(x), \forall x \in [1; 2] \Leftrightarrow m \geq \max_{[1;2]} g(x) \Leftrightarrow m \geq -1$.

Do đó có 2020 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Chọn đáp án **C** □

Câu 458. Một người muốn gửi tiền vào ngân hàng để đến ngày 15/3/2020 rút được khoản tiền là 50000000 đồng (cả vốn ban đầu và lãi). Lãi suất ngân hàng là 0,55%/tháng, tính theo thể thức lãi kép. Hỏi vào ngày 15/4/2018 người đó phải gửi ngân hàng số tiền là bao nhiêu để đáp ứng nhu cầu trên, nếu lãi suất không thay đổi trong thời gian người đó gửi tiền (giá trị gần đúng làm tròn đến hàng nghìn)?

- A. 43593000 đồng. B. 43833000 đồng. C. 44074000 đồng. D. 44316000 đồng.

Lời giải.

Gọi A là số tiền phải gửi vào ngân hàng. Thời gian gửi là $N = 23$ tháng. Số tiền (cả vốn lẫn lãi) nhận được sau 23 tháng là $A(1 + 0,55\%)^{23}$. Ta cần

$$A(1 + 0,55\%)^{23} = 50000000 \Leftrightarrow A = \frac{50000000}{(1 + 0,55\%)^{23}} \approx 44074000.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 459. Một người gửi vào ngân hàng 200 triệu với lãi suất ban đầu 4%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Cứ sau một năm lãi suất tăng thêm 0,3%. Hỏi sau 4 năm tổng số tiền người đó nhận được gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 239,5 triệu. B. 238 triệu. C. 238,5 triệu. D. 239 triệu.

Lời giải.

Đặt $a = 200$, $b = 1 + \frac{4}{100}$, $m = \frac{0,3}{100}$. Số tiền người đó nhận được

— sau năm thứ nhất: $a + a \frac{4}{100} = ab$.

— sau năm thứ hai: $ab + ab \left(\frac{4}{100} + \frac{0,3}{100} \right) = ab(b + m)$. Lập luận tương tự, số tiền nhận được

— sau năm thứ ba: $ab(b + m)(b + 2m)$.

— sau năm thứ tư: $ab(b + m)(b + 2m)(b + 3m) \approx 238,04$ triệu.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 460. Cho hàm số $f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Tính $\ln(f(1)) + \ln(f(2)) \cdots \ln(f(2018))$.

- A. $\frac{2017 \cdot 2018}{2019}$. B. $\frac{2018 \cdot 2019}{2020}$. C. $\frac{2018 \cdot 2020}{2019}$. D. $\frac{2018^2}{2019}$.

Lời giải.

Ta có $\ln f(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}} = \frac{\sqrt{(x^2 + x + 1)^2}}{x^2(x+1)^2} = \frac{x^2 + x + 1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$.

Vậy

$$\ln(f(1)) + \ln(f(2)) \cdots \ln(f(2018)) = 2018 + 1 - \frac{1}{2019} = \frac{2018 \cdot 2020}{2019}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 461. Cho hàm số $y = \frac{\ln x - 6}{\ln x - 2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$. Tìm số phần tử của S .

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{\ln x - 6}{\ln x - 2m}$ trên khoảng $(1; e)$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{6 - 2m}{(\ln x - 2m)^2} \cdot \frac{1}{x}.$$

Do đó điều kiện cần và đủ để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$ là

$$\begin{aligned} y' > 0, \forall x \in (1; e) &\Leftrightarrow \frac{6 - 2m}{(\ln x - 2m)^2} \cdot \frac{1}{x} > 0, \forall x \in (1; e) \\ &\Leftrightarrow 6 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < 3. \end{aligned}$$

Vậy, có 2 giá trị nguyên dương của m là $\{1; 2\}$ để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; e)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 462. Số giá trị nguyên của $m < 10$ để hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ là

- A. 10. B. 11. C. 8. D. 9.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x^2 + mx + 1 > 0$.

$$y' = \frac{2x + m}{x^2 + mx + 1}.$$

Điều kiện để hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ là

$$\begin{cases} x^2 + mx + 1 > 0 \\ y' \geq 0 \end{cases} (\forall x > 0) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + mx + 1 > 0 \\ 2x + m \geq 0 \end{cases} (\forall x > 0) \quad (*)$$

— Trường hợp 1: Xét $m \geq 0$

Khi đó: (*) luôn đúng. Do đó khi $m \geq 0$ thì hàm số đã cho đồng biến trên $(0; +\infty)$.

— Trường hợp 2: Xét $m < 0$

Khi đó $2x + m \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{m}{2} > 0$ nên (*) không thỏa mãn.

Suy ra các giá trị nguyên $m < 10$ thỏa mãn là: $m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Vậy có 10 giá trị nguyên m thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 463. Sau 1 tháng thi công thì công trình Nhà học thể dục của trường X đã thực hiện được một khối lượng công việc. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 tháng nữa thì công trình sẽ hoàn thành. Để sớm hoàn thành công trình và kịp thời đưa vào sử dụng, công ty xây dựng quyết định từ tháng thứ 2, mỗi tháng tăng 4% công việc so với tháng kể trước. Hỏi công trình sẽ hoàn thành ở tháng thứ mấy sau khi khởi công.

A. 19.

B. 18.

C. 17.

D. 20.

Lời giải.

Giả sử mỗi tháng hoàn thành được khối lượng công việc là X .

Sau 23 tháng nữa thì công trình sẽ hoàn thành nên khối lượng công việc cần hoàn thành là $24X$.

Sau khi tăng năng suất thì khối lượng công việc hoàn thành ở tháng thứ hai là $X(1 + 0,04)$.

Khối lượng công việc hoàn thành ở tháng thứ ba là $X(1 + 0,04)^2$.

...

Khối lượng công việc hoàn thành ở tháng thứ n là $X(1 + 0,04)^{n-1}$.

Tổng khối lượng công việc cần phải hoàn thành là

$$X + X(1 + 0,04) + X(1 + 0,04)^2 + \dots + X(1 + 0,04)^{n-1} = X \cdot \frac{1 - (1 + 0,04)^n}{1 - (1 + 0,04)} = X \cdot \frac{(1 + 0,04)^n - 1}{0,04}$$

Từ đó ta có phương trình

$$X \cdot \frac{(1 + 0,04)^n - 1}{0,04} = 24X \Leftrightarrow 1,04^n = 1,96 \Leftrightarrow n = \log_{1,04} 1,96 \approx 17,15.$$

Vậy công trình hoàn thành sau 18 tháng khởi công.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 464.

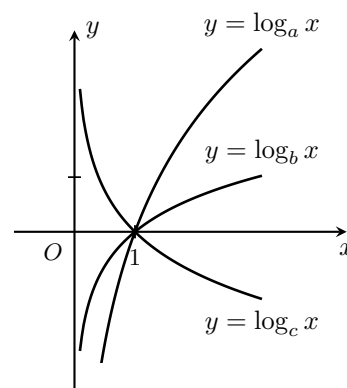
Hình bên là đồ thị của ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $a > c > b$.

B. $b > c > a$.

C. $b > a > c$.

D. $a > b > c$.



Lời giải.

Từ đồ thị và tính chất hàm logarit ta có $0 < c < 1$, $a > 1$, $b > 1$.

Với cùng một giá trị x ta có $\log_a x > \log_b x \Leftrightarrow \log_x a < \log_x b \Leftrightarrow a < b$. Vậy $b > a > c$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 465. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = 7^{x^3+3x^2+(9-3m)x+1}$ đồng biến trên $[0; 1]$?

A. 5.

B. 6.

C. Vô số.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $y' = 7^{x^3+3x^2+(9-3m)x+1} \cdot (3x^2 + 6x + 9 - 3m) \cdot \ln 7$.

Hàm số đồng biến trên $[0; 1] \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in [0; 1] \Leftrightarrow 3x^2 + 6x + 9 - 3m \geq 0 \forall x \in [0; 1]$.

$\Leftrightarrow m \leq x^2 + 2x + 3, \forall x \in [0; 1]$.

Đặt $g(x) = x^2 + 2x + 3$ ta có $g'(x) = 2x + 2 \geq 0, \forall x \in [0; 1]$

Ta có bảng biến thiên

x	0	1
$g'(x)$		+
$g(x)$	3	18

Từ đó suy ra $m \leq 3$, vậy có đúng 3 giá trị nguyên dương của m để hàm số đã cho đồng biến trên $[0; 1]$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 466. Một người gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi được nhập vào tiền vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đó đúng 6 tháng người đó được lĩnh số tiền (cả vốn lẫn lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây biết trong thời gian này người đó không rút tiền và lãi xuất không đổi?

A. 204848000 đồng.

B. 204847000 đồng.

C. 204034000 đồng.

D. 204032000 đồng.

Lời giải.

Số tiền nhận được sau 6 tháng là $2 \cdot 10^8 \cdot 1,004^6 = 204848256,8$ đồng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 467. Một kỹ sư nhận được mức lương khởi điểm là 8.000.000 đồng/tháng. Biết rằng cứ sau hai năm thì mức lương của kỹ sư đó tăng thêm 10%. Tính tổng số tiền T (đồng) mà kỹ sư đó nhận được sau 10 năm làm việc (kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

A. 633.600.000.

B. 1.172.179.000.

C. 1.529.993.000.

D. 3.059.985.000.

Lời giải.

Sau 10 năm, tổng số tiền mà kỹ sư đó có được là

$$T = 24 \cdot 8.000.000 \cdot [1 + (1 + 0,1)^2 + \dots + (1 + 0,1)^5] \approx 1.172.179.000 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 468. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-25; 25]$ để hàm số $y = 16^x - 4^{x+2} - 2mx + 2018$ đồng biến trên khoảng $(1; 4)$?

A. 3.

B. 4.

C. 10.

D. 28.

Lời giải.

Có $y' = 16^x \ln 16 - 4^{x+2} \ln 4 - 2m$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 4)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (1; 4)$.

$$\Leftrightarrow 16^x \ln 16 - 4^{x+2} \ln 4 - 2m \geq 0, \forall x \in (1; 4) \Leftrightarrow \frac{m}{\ln 2} \leq 2 \cdot 16^x - 16 \cdot 4^x, \forall x \in (1; 4)$$

Đặt $t = 4^x$, với $x \in (1; 4)$ thì $t \in (4; 256)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \frac{m}{\ln 2} \leq f(t) = 2t^2 - 16t, \forall t \in (4; 256)$.

$$f'(t) = 4t - 16, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4.$$

t	$-\infty$	4	256	$+\infty$
$f'(t)$		—	0	+
$f(t)$	$+\infty$	-32	130048	$+\infty$

Để hàm số đồng biến trên $(1; 4)$ thì $\frac{m}{\ln 2} \leq -32 \Leftrightarrow m \leq -32 \ln 2$.

Kết hợp với điều kiện, suy ra $-25 \leq m \leq -32 \ln 2 \approx -15,374$.

Vậy có 10 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 469. Một người gửi tiết kiệm ngân hàng theo hình thức gửi góp hàng tháng. Lãi suất tiết kiệm gửi góp cố định là 0,55%/tháng. Lần đầu tiên người đó gửi 2.000.000 đồng. Cứ sau mỗi tháng người đó gửi số tiền bằng số tiền của tháng liền trước đó. Hỏi sau 5 năm (kể từ lần gửi đầu tiên) người đó nhận được tổng số tiền cả vốn lẫn lãi xấp xỉ bao nhiêu đồng?

A. 138948873.

B. 144492513.

C. 141713091.

D. 142492514.

Lời giải.

— Gọi số tiền gốc mang đi gửi là $u_0 = A$.

— Số tiền sau kỳ thứ nhất là $u_1 = A + Ar = A(1 + r)$.

— Số tiền sau kỳ thứ hai là $u_2 = [A(1 + r) + A](1 + r) = A(1 + r)^2 + A(1 + r)$.

...

— Số tiền sau kỳ thứ n là $u_n = A(1 + r)[1 + (1 + r) + \dots + (1 + r)^{n-1}] = A(1 + r) \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$.

Áp dụng cho $n = 60, r = 0,0055, A = 2.000.000$ (đồng) ta được $u_{60} \simeq 142492514$ (đồng).

Chọn đáp án **D**

□

Câu 470. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

A. 9.

B. 6.

C. 8.

D. 7.

Lời giải.

Số tiền gửi ban đầu A đồng với lãi suất $r\%$, sau n năm được tính theo công thức $P_n = A(1 + r)^n$.

Theo đề bài ta có phương trình

$$\begin{aligned} A(1+r)^n &= 2A \\ \Leftrightarrow 1,084^n &= 2 \\ \Leftrightarrow n &= \log_{1,084} 2 \approx 8,594. \end{aligned}$$

Vậy sau 9 năm người gửi thu được gấp đôi số tiền ban đầu.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 471. Trong năm đầu tiên đi làm, anh A được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh A lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương, anh A đều cất đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi ít nhất sau bao nhiêu năm thì anh A mua được ô tô giá 500 triệu, biết rằng anh A được gia đình hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe?

A. 11.

B. 12.

C. 13.

D. 10.

Lời giải.

Ta có bảng

Năm	Số tiền tiết kiệm được (triệu đồng)
2	$u_2 = 12 \times 10 \times 0,12$
3	$u_3 = 12 \times 10 \times 0,12 \times 1,12$
4	$u_4 = 12 \times 10 \times 0,12 \times 1,12^2$
...	...
n	$u_n = 12 \times 10 \times 0,12 \times 1,12^{n-2}$

Sau n năm thì tổng số tiền tiết kiệm được của anh A là

$$u_2 + u_3 + u_4 + \dots + u_n = 120 (1,12^{n-1} - 1).$$

Vì anh A được hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe nên anh ta phải trả 340 triệu đồng. Suy ra

$$120 (1,12^{n-1} - 1) = 340 \Rightarrow n \approx 12,86.$$

Vậy cần ít nhất 13 năm thì anh A đủ tiền mua xe.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 472. Ông An gửi vào ngân hàng 60 triệu đồng theo hình thức lãi kép. Lãi suất ngân hàng là 8% trên năm. Sau 5 năm ông An tiếp tục gửi thêm 60 triệu đồng nữa. Hỏi sau 10 năm kể từ lần gửi đầu tiên đến khi rút toàn bộ tiền gốc và lãi được bao nhiêu? (biết rằng lãi suất không thay đổi qua các năm ông An gửi tiền)

A. 217,695 triệu đồng. B. 231,815 triệu đồng. C. 197,201 triệu đồng. D. 190,271 triệu đồng.

Lời giải.

Tổng số tiền vốn và lãi ông An thu được sau 5 năm là $T_5 = 60(1 + 8\%)^5$.

Tổng số tiền vốn và lãi ông An thu được sau 10 năm là $T = (T_5 + 60)(1 + 8\%)^5 = 217,695$ triệu đồng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 473. Chị Lan có 400 triệu đồng mang đi gửi tiết kiệm ở hai loại kì hạn khác nhau đều theo thể thức lãi kép. Chị gửi 200 triệu đồng theo kì hạn quý với lãi suất 2,1% một quý, 200 triệu đồng còn lại chị gửi theo kì hạn tháng với lãi suất 0,73% một tháng. Sau khi gửi được đúng 1 năm, chị rút

ra một nửa số tiền ở loại kì hạn theo quý và gửi vào loại kì hạn theo tháng. Hỏi sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền lần đầu, chị Lan thu được tất cả bao nhiêu tiền lãi (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 79760000.

B. 74813000.

C. 65393000.

D. 70656000.

Lời giải.

Số tiền 200 triệu tính theo kì hạn quý sau 1 năm là $200 \cdot (2,1\% + 1)^4$ (triệu đồng).

Số tiền 200 triệu tính theo kì hạn tháng sau 1 năm là $200 \cdot (0,73\% + 1)^{12}$ (triệu đồng).

Do sau giả thiết suy ra số tiền tính theo quý lấy lãi tiếp tục trong 1 năm được

$$A = 100 \cdot (2,1\% + 1)^4 \cdot (2,1\%)^4 \text{ (triệu đồng)}.$$

Tương tự số tiền tính theo tháng lấy lãi tiếp tục trong 1 năm được

$$B = [200 \cdot (0,73\% + 1)^{12} + 100 \cdot (2,1\% + 1)^4] \cdot (1 + 0,73\%)^{12} \text{ (triệu đồng)}.$$

$$\text{Vậy số tiền chị lãi là } M = A + B - 400 = 74,813 \text{ (triệu đồng)}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 474. Tổng tất cả các giá trị m nguyên dương để hàm số $y = \left(\frac{\pi}{6}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 2}$ luôn nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$ là

A. 253.

B. 300.

C. 276.

D. 231.

Lời giải.

$$y' = (3e^{3x} - (m-1)e^x) \cdot \ln\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \left(\frac{\pi}{6}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 2}.$$

Hàm nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in (1; 3)$.

$$\text{Do } \begin{cases} \ln\left(\frac{\pi}{6}\right) < 0 \\ \left(\frac{\pi}{6}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 2} > 0 \end{cases} \text{ nên } y' \leq 0, \forall x \in (1; 3) \Leftrightarrow 3e^{3x} - (m-1)e^x \geq 0, \forall x \in (1; 3)$$

$$\Leftrightarrow 3e^{2x} + 1 \geq m, \forall x \in (1; 3).$$

Xét hàm số $f(x) = 3e^{2x} + 1$. Ta có $f'(x) = 6e^{2x} > 0, \forall x \in (1; 3)$. Xét bảng biến thiên

x	1	3
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$f(1)$	$f(3)$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m \leq \min_{x \in (1; 3)} f(x) \Leftrightarrow m \leq 3e^2 + 1$. Khi đó tổng các giá trị nguyên dương của m là $\frac{23(1+23)}{2} = 276$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 475. Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^3 - 6x^2 + mx + 2}$ luôn đồng biến trên khoảng $(1; 3)$ là

A. 8.

B. 9.

C. 10.

D. Vô số.

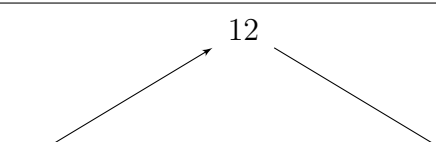
Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = (3x^2 - 12x + m) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x^3 - 6x^2 + mx + 2} \cdot \ln \frac{1}{2}.$$

Hàm số y đồng biến trên khoảng $(1; 3) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1; 3) \Leftrightarrow (3x^2 - 12x + m) \leq 0, \forall x \in (1; 3) \Leftrightarrow m \leq -3x^2 + 12x, \forall x \in (1; 3)$.

Đặt $g(x) = -3x^2 + 12x \Rightarrow g'(x) = -6x + 12; g(x) = 0 \Rightarrow x = 2$.

x	1	2	3		
$g'(x)$	0	+	0	−	0
$g(x)$					

Do đó $\Leftrightarrow m \leq -3x^2 + 12x, \forall x \in (1; 3) \Leftrightarrow m \leq 9$.

Mà $m \in \mathbb{N}^*$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Vậy có 9 giá trị nguyên của m thỏa đề.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 476. Xét các khẳng định sau đây

- (1). Hàm số $y = \log_3 x$ đồng biến trên tập xác định.
- (2). Đồ thị hàm số $y = 2^x$ nhận trục Oy làm tiệm cận đứng.
- (3). Đồ thị các hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ và $y = \log_{\sqrt{2}} x$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt.
- (4). Hàm số $y = a^x, (a > 0, a \neq 1)$ là hàm số chẵn.
- (5). Đồ thị các hàm số $y = 3^x$ và $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ đối xứng với nhau qua trục tung Oy .

Có bao nhiêu khẳng định **sai** trong các khẳng định trên?

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Các khẳng định sai là (2) và (4), cụ thể là:

- (C): $y = 2^x$ không có tiệm cận đứng mà chỉ có tiệm cận ngang là trục hoành.
- $y = a^x$ luôn tăng hoặc luôn giảm trên $\mathbb{R}$ nên không thể nhận Oy làm trục đối xứng.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 477. Một người lập kế hoạch gửi tiết kiệm ngân hàng như sau: Đầu tháng 1 năm 2018, người đó gửi 10 triệu đồng; sau mỗi đầu tháng tiếp theo, người đó gửi số tiền nhiều hơn 10% so với số tiền đã gửi ở tháng liền trước đó. Biết rằng lãi suất ngân hàng không đổi là 0,5% mỗi tháng và được tính theo hình thức lãi kép. Với kế hoạch như vậy, đến hết tháng 12 năm 2019, số tiền của người đó trong tài khoản tiết kiệm là bao nhiêu (Làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 922.756.000 đồng. B. 832.765.000 đồng. C. 918.165.000 đồng. D. 926.281.000 đồng.

Lời giải.

Với $A = 10$ triệu, $a = 0,1, r = 0,005$.

Đầu tháng 2: $A(1+r) + A(1+a)$.

Đầu tháng 3: $A(1+r)^2 + A(1+a)(1+r) + A(1+a)^2$.

Đầu tháng 4: $A(1+r)^3 + A(1+a)(1+r)^2 + A(1+a)^2(1+r) + A(1+a)^3$.

...

Đầu tháng n : $A[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2}(1+a) + \dots + (1+r)(1+a)^{n-2} + (1+a)^{n-1}]$.

Hết tháng n : $A[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2}(1+a) + \dots + (1+r)(1+a)^{n-2} + (1+a)^{n-1}](1+r)$.

Gọi B là số tiền của người đó trong tài khoản tiết kiệm đến hết tháng 12 năm 2019.

Khi đó $n = 24$.

Ta có $B = A \cdot \frac{(1+a)^n - (1+r)^n}{a-r} (1+r) = 922.756.396,2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 478.

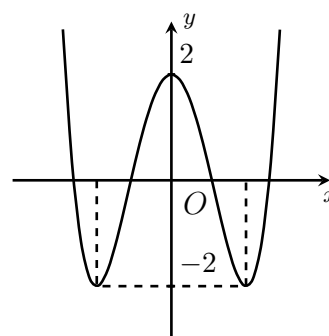
Cho hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = 3^{f(x)} + 2^{f(x)}$.

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.



Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy rằng $f'(x)$ đổi dấu 4 lần nên hàm số $y = f'(x)$ có 4 cực trị.

Xét hàm số $y = 3^{f(x)} + 2^{f(x)}$.

Ta có $y' = f'(x) (3^{f(x)} \ln 3 + 2^{f(x)} \ln 2)$.

Vì $3^{f(x)} \ln 3 + 2^{f(x)} \ln 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên dấu của y' là dấu của $f'(x)$. Do đó y' đổi dấu 4 lần hay hàm số đã cho có 4 cực trị.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 479. Tỷ lệ tăng dân số hàng năm của Nhật Bản là 0,2%. Năm 1998 dân số của Nhật Bản là 125 932 000 người. Vào năm nào thì dân số của Nhật Bản sẽ là 150 000 000 người?

A. 2086.

B. 2084.

C. 2085.

D. 2087.

Lời giải.

Ta có $S = Ae^{ni} \Leftrightarrow ni = \ln\left(\frac{S}{A}\right) \Leftrightarrow n = \frac{\ln S - \ln A}{i} = \frac{\ln(150\,000\,000) - \ln(125\,932\,000)}{0,2\%} \approx 87,45$.

Vậy vào năm $(1998 + 88) = 2086$ thì dân số của Nhật Bản sẽ là 150 000 000 người.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 480. Ông An bắt đầu đi làm với mức lương khởi điểm là 1 triệu đồng một tháng. Cứ sau ba năm thì ông An được tăng lương 40%. Hỏi sau tròn 20 năm đi làm, tổng tiền lương ông An nhận được là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)?

A. 726,74 triệu đồng. B. 716,74 triệu đồng. C. 858,72 triệu đồng. D. 768,37 triệu đồng.

Lời giải.

— Trong tròn 20 năm đi làm ông An có 6 lần tăng lương.

— Gọi T_0 là số tiền lương ông An nhận được trong 3 năm đầu; T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 lần lượt là số tiền ông An nhận được trong 3 năm của các lần tăng lương từ năm thứ 4 đến hết năm thứ 18, T_6 là số tiền ông an nhận được trong 2 năm cuối.

Ta có $T_0 = 3 \cdot 12 \cdot 1 = 36$ triệu đồng.

$$T_1 = 3 \cdot 12 \cdot (1 + 40\%) = 36 \cdot (1 + 40\%) \text{ triệu đồng.}$$

$$T_2 = 3 \cdot 12 \cdot (1 + 40\%)^2 = 36 \cdot (1 + 40\%)^2 \text{ triệu đồng.}$$

$$T_3 = 3 \cdot 12 \cdot (1 + 40\%)^3 = 36 \cdot (1 + 40\%)^3 \text{ triệu đồng.}$$

$$T_4 = 3 \cdot 12 \cdot (1 + 40\%)^4 = 36 \cdot (1 + 40\%)^4 \text{ triệu đồng.}$$

$$T_5 = 3 \cdot 12 \cdot (1 + 40\%)^5 = 36 \cdot (1 + 40\%)^5 \text{ triệu đồng.}$$

$$T_6 = 2 \cdot 12 \cdot (1 + 40\%)^6 = 24 \cdot (1 + 40\%)^6 \text{ triệu đồng.}$$

— Ta có tổng số tiền T ông An nhận được sau tròn 20 năm đi làm là

$$T = T_0 + T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6$$

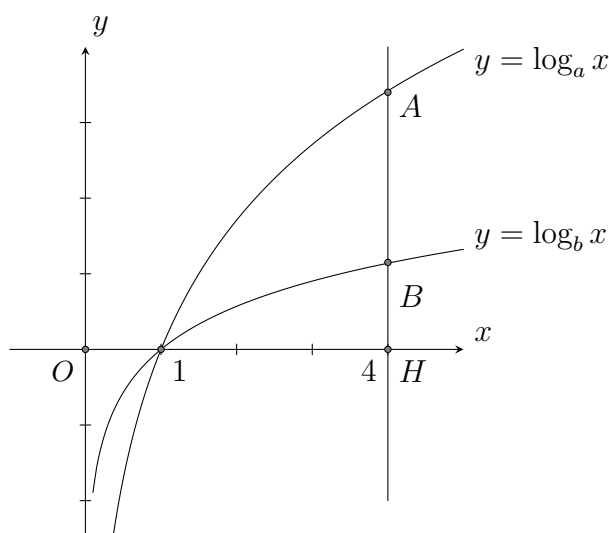
$$= 36 \cdot [1 + (1 + 40\%) + (1 + 40\%)^2 + (1 + 40\%)^3 + (1 + 40\%)^4 + (1 + 40\%)^5] + 24 \cdot (1 + 40\%)^6$$

$$\approx 768,37 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 481. Cho điểm $H(4; 0)$, đường thẳng $x = 4$ cắt đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $\log_b x$ lần lượt tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2BH$, Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a = 3b$.

B. $b = 3a$.

C. $b = a^3$.

D. $a = b^3$.

Lời giải.

Ta có $A(4; \log_a 4), B(4; \log_b 4)$.

$$\text{Do đó } AB = 2BH \Leftrightarrow |\log_a 4 - \log_b 4| = 2|\log_b 4| \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a 4 - \log_b 4 = 2\log_b 4 \\ \log_a 4 - \log_b 4 = -2\log_b 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a 4 = 3\log_b 4 \\ \log_a 4 = -\log_b 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{\log_4 a} = \frac{3}{\log_4 b} \\ \frac{1}{\log_4 a} = -\frac{1}{\log_4 b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a^3 \\ ab = 1 \end{cases}$$

Từ đồ thị suy ra hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ là các hàm đồng biến.

Suy ra $a > 1, b > 1 \Rightarrow ab > 1$. Vậy $b = a^3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 482. Ông Tú dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,5% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \mathbb{N}$) ông Tú gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy giá trị 30 triệu đồng.

A. $x = 145$ triệu đồng. B. $x = 154$ triệu đồng. C. $x = 150$ triệu đồng. D. $x = 140$ triệu đồng.

Lời giải.

Ta có công thức lãi kép $T = A(1 + r)^n$.

Tiền lãi ông Tú có sau 3 năm sẽ là tiền gốc cộng lãi trừ đi số tiền gốc ban đầu.

$$\text{Ta có } A(1 + 6,5\%)^3 - A \geq 30 \Leftrightarrow A \geq \frac{30}{(1 + 6,5\%)^3 - 1} \approx 144,26 \text{ triệu.}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 483. Cho hàm số $f(x) = x^2 - x - \ln x$. Biết trên đoạn $[1; e]$ hàm số có giá trị nhỏ nhất là m và giá trị lớn nhất là M . Tính $M + m$.

A. $M + m = e^2 - e$.

B. $M + m = e^2 - e + 1$.

C. $M + m = e^2 - e - 1$.

D. $M + m = 2e^2 - e - 1$.

Lời giải.

— Trên $[1; e]$ ta có $f'(x) = 2x - 1 - \frac{1}{x} = \frac{2x^2 - x - 1}{x}$.

— $f'(x) = 0 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \notin [1; e]. \end{cases}$

— $f(1) = 0 = m, f(e) = e^2 - e - 1 = M$.

Vậy $M + m = e^2 - e - 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 484. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m \in [-\infty; -2] \cup [2; +\infty]$.

B. $[-2; 2]$.

C. $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

D. $(-2; 2)$.

Lời giải.

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow m \in (-2; 2)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 485. Cho hàm số $y = f(x) = \ln(2e^x + m)$ có $f'(-\ln 2) = \frac{3}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m \in (1; 3)$.

B. $m \in (-5; -2)$.

C. $m \in (1; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; 3)$.

Lời giải.

$$f'(x) = \frac{2e^x}{2e^x + m}$$

$$f'(-\ln 2) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{2e^{-\ln 2}}{2e^{-\ln 2} + m} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{1 + m} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 486. Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn tuân theo công thức $N = A \cdot e^{rt}$ trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$) và t là thời gian tăng trưởng. Biết số lượng vi khuẩn ban đầu có 250 con và sau 12 giờ là 1500 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 216 lần số lượng vi khuẩn ban đầu?

A. 66 giờ.

B. 48 giờ.

C. 36 giờ.

D. 24 giờ.

Lời giải.

Theo công thức ta có $1500 = 250 \cdot e^{12r} \Leftrightarrow e^{12r} = 6 \Leftrightarrow r = \frac{1}{12} \cdot \ln 6$.

Khi đó $54000 = 250 \cdot e^{\frac{t}{12} \ln 6} \Leftrightarrow 6^{\frac{t}{12}} = 216 \Leftrightarrow \frac{t}{12} = \log_6 216 = 3 \Leftrightarrow t = 36$ giờ.

Chọn đáp án **C** □

Câu 487. Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi

A. $m < \frac{1}{4}$.

B. $m > 0$.

C. $m \geq \frac{1}{4}$.

D. $m > \frac{1}{4}$.

Lời giải.

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 4^x - 2^x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m > 2^x - 4^x, \forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $f(x) = 2^x - 4^x$ với $x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x) = 2^x \ln 2 - 4^x \ln 4, f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2^x \ln 2 = 4^x \ln 4 \Leftrightarrow 2^x = 2^{2x+1} \Leftrightarrow x = -1$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	$\frac{1}{4}$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $m > \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 488. Ông A vay ngân hàng 96 triệu đồng với lãi suất 1% tháng theo hình thức mỗi tháng trả góp số tiền giống nhau sao cho đúng hai năm thì hết nợ. Hỏi số tiền ông phải trả hàng tháng là bao nhiêu? (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

A. 4,53 triệu đồng.

B. 4,54 triệu đồng.

C. 4,51 triệu đồng.

D. 4,52 triệu đồng.

Lời giải.

Đặt $T = 96$ triệu đồng, $r = 1\%$, số tiền ông A phải trả hàng tháng là m .

Số tiền gốc sau 1 tháng là $T + T \cdot r - m = T(1 + r) - m$.

Số tiền gốc sau 2 tháng là $[T(1 + r) - m] - [T(1 + r) - m]r - m = T(1 + r)^2 - m[(1 + r) + 1]$.

Số tiền gốc sau 3 tháng là $T(1 + r)^3 - m[(1 + r)^2 + (1 + r) + 1]$.

Tương tự, số tiền gốc còn lại sau 24 tháng là $T(1 + r)^{24} - m[(1 + r)^{23} + \dots + (1 + r) + 1] = 0$ (vì hết nợ).

$$\text{Do đó } m = \frac{T(1 + r)^{24}}{(1 + r)^{23} + \dots + (1 + r) + 1} = \frac{Tr}{1 - \frac{1}{(1 + r)}} \simeq 4,519 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 489. Cho hàm số $y = \frac{x}{2^x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho có cả điểm cực đại và điểm cực tiểu.

B. Hàm số đã cho có điểm cực tiểu.

C. Hàm số đã cho có điểm cực đại.

D. Hàm số đã cho không có điểm cực trị.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow y' = \left(\frac{1}{2}\right)^x + x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \ln \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot (1 - x \ln 2).$$

Do đó, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\ln 2}$. Ta có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.

Suy ra, y đạt cực đại tại $x = \frac{1}{\ln 2}$.

x	$-\infty$	$\frac{1}{\ln 2}$	$+\infty$
y'	+	0	-

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 490. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{m \log_3^2 x - 4 \log_3 x + m + 3}$ xác định trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. $m \in (-4; 1)$.

B. $m \in [1; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$.

D. $m \in (1; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định trên khoảng $(0; +\infty) \Leftrightarrow m \log_3^2 x - 4 \log_3 x + m + 3 \neq 0, \forall x > 0$.

Đặt $t = \log_3 x, t \in \mathbb{R}$ khi đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow g(t) = mt^2 - 4t + m + 3 \neq 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Với $m = 0$ suy ra $g(t) = -4t + 3$ (không thỏa mãn).

Với $m \neq 0$ suy ra $g(t) = mt^2 - 4t + m + 3 \neq 0, \forall t \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -4. \end{cases}$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 491. Cho hàm số $f(x) = \ln 2017 - \ln \frac{x+1}{x}$. Tính tổng

$$S = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2018).$$

A. $S = \frac{4037}{2019}$.

B. $S = \frac{2018}{2019}$.

C. $S = \frac{2017}{2018}$.

D. $S = 2018$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1}{(x+1)x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}.$$

$$\Rightarrow S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \dots + \frac{1}{2018} - \frac{1}{2019} = \frac{2018}{2019}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 492. Ông Bình gửi tổng cộng 320 triệu đồng ở hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X với lãi suất 2,1 % một quý, gửi trong 15 tháng. Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y với lãi suất 0,73 % một tháng trong vòng 9 tháng. Tổng lợi tức ông Bình có được sau khi rút tiền ở hai ngân hàng là 27507768,13 đồng. Hỏi số tiền ông Bình lần lượt gửi ở hai ngân hàng X và Y là bao nhiêu?

A. 140 triệu đồng và 180 triệu đồng.

B. 200 triệu đồng và 120 triệu đồng.

C. 180 triệu đồng và 140 triệu đồng.

D. 120 triệu đồng và 200 triệu đồng.

Lời giải.

Đổi 15 tháng = 5 quý. Gọi số tiền gửi trong ngân hàng X là x triệu đồng và trong ngân hàng Y là $320 - x$ triệu đồng. Khi đó tổng lợi tức mà ông nhận được ở hai ngân hàng là

$$x(1 + 2,1\%)^5 + (320 - x)(1 + 0,73\%)^9 - 320 = 27507768,13.$$

Giải ra $x = 140$ triệu đồng. Vậy số tiền ông Bình lần lượt gửi ở hai ngân hàng X và Y là 140 triệu đồng và 180 triệu đồng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 493. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số vi khuẩn ban đầu, r là tỷ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Để số lượng vi khuẩn ban đầu tăng gấp đôi thì thời gian tăng trưởng t gần với kết quả nào sau đây nhất?

A. 3 giờ 9 phút.

B. 3 giờ 2 phút.

C. 3 giờ 30 phút.

D. 3 giờ 18 phút.

Lời giải.

Từ giả thiết, ta có $300 = 100 \cdot e^{5r} \Rightarrow r = \frac{\ln 3}{5}$.

Khi số vi khuẩn tăng gấp đôi ban đầu, ta có

$$200 = 100 \cdot e^{t \cdot \frac{\ln 3}{5}} \Rightarrow t \approx 3,155.$$

Suy ra $t = 3$ giờ 9 phút.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 494. Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^x$ trong khoảng $\left(\frac{1}{2018}; +\infty\right)$.

A. $x_{CT} = e$.

B. $x_{CT} = \frac{1}{e}$.

C. $y_{CT} = e^e$.

D. $y_{CT} = \left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{1}{e}}$.

Lời giải.

Có $y = x^x = e^{\ln(x^x)} = e^{x \ln x}$.

$y' = (x \ln x)' e^{x \ln x} = (\ln x + 1)e^{x \ln x}$, $y' = 0 \Leftrightarrow \ln x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}$.

x	$\frac{1}{2018}$	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
y'	...	0	+
y	$\left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{1}{e}}$		

Từ bảng biến thiên ta suy ra giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT} = \left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{1}{e}}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 495. Cho hàm số $f(x) = 3^{2x} - 2 \cdot 3^x$ có đồ thị như hình vẽ sau

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

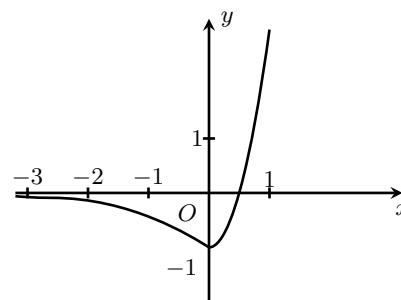
- (1) Đường thẳng $y = 0$ cắt đồ thị hàm số (C) tại điểm có hoành độ là $x = \log_3 2$.
- (2) Bất phương trình $f(x) \geq -1$ có nghiệm duy nhất.
- (3) Bất phương trình $f(x) \geq 0$ có tập nghiệm là $(-\infty; \log_3 2)$.
- (4) Đường thẳng $y = 0$ cắt đồ thị hàm số (C) tại 2 điểm phân

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.



Lời giải.

Đồ thị (C) cắt trục hoành suy ra phương trình hoành độ giao điểm

$$3^{2x} - 2 \cdot 3^x = 0 \Leftrightarrow 3^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_3 2 \Rightarrow (1) \text{ đúng và } (4) \text{ sai.}$$

Từ đồ thị suy ra $f(x) \geq -1, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow (2) \text{ sai.}$

Từ đồ thị suy ra $f(x) \geq 0, \forall x \in (\log_3 2; +\infty) \Rightarrow (3) \text{ sai.}$

Vậy có 1 mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 496. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất $r = 0,5\%$ một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó với tiền lãi của tháng trước đó). Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu.

A. 45 tháng.

B. 46 tháng.

C. 47 tháng.

D. 44 tháng.

Lời giải.

Gọi T_0, r, n, T_n lần lượt là số tiền gốc ban đầu, lãi suất một tháng, số tháng gửi ngân hàng và tổng số tiền có được sau n tháng gửi.

Theo giả thiết $T_0 = 100$ triệu, $r = 0,5\%$, $T_n \geq 125$.

$$\text{Ta có: } T_n = T_0(1+r)^n \Rightarrow (1+r)^n = \frac{T_n}{T_0} \Leftrightarrow n = \log_{1+r} \frac{T_n}{T_0}$$

$$\Rightarrow n \geq \log_{1+0,5\%} \frac{125}{100} \approx 44,74.$$

Vậy cần ít nhất 45 tháng để người đó có nhiều hơn 125 triệu.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 497. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{\sin^2 x}$.

A. $e^{\sin^2 x} \sin x \cos x$.B. $e^{\cos^2 x}$.C. $e^{\sin^2 x} \sin 2x$.D. $2e^{\sin^2 x} \sin x$.**Lời giải.**

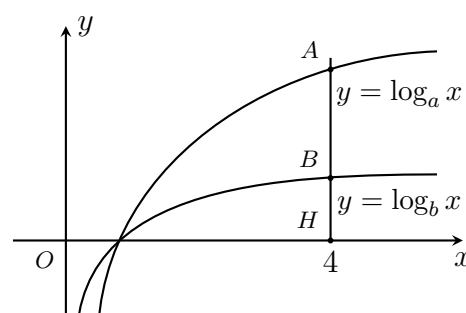
$$y' = e^{\sin^2 x} \cdot (\sin^2 x)' = e^{\sin^2 x} \cdot 2 \sin x \cos x = e^{\sin^2 x} \cdot \sin 2x.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 498.

Cho điểm $H(4;0)$ và đường thẳng $x = 4$ cắt hai đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2BH$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $b = a^3$.B. $a = b^3$.C. $a = 3b$.D. $b = 3a$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } AB = 2BH \Leftrightarrow |\log_a 4| = 3 |\log_b 4| \Leftrightarrow |\log_4 b| = 3 |\log_4 a|.$$

$$\text{Từ đồ thị hàm số ta có } |\log_4 b| = 3 |\log_4 a| \Rightarrow \log_4 b = 3 \log_4 a \Rightarrow b = a^3.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 499. Tính đến đầu năm 2011, dân số toàn thành phố A đạt xấp xỉ 905.300 người. Mỗi năm dân số thành phố tăng thêm 1,37%. Để thành phố A thực hiện tốt chủ trương 100% trẻ em đúng độ tuổi đều vào lớp 1 thì đến năm học 2024 – 2025 số phòng học cần chuẩn bị cho học sinh lớp 1 (mỗi phòng 35 học sinh) gần nhất với số nào sau đây; biết rằng sự di cư đến, đi khỏi thành phố và số trẻ tử vong trước 6 tuổi đều không đáng kể, ngoài ra trong năm sinh của lứa học sinh lớp 1 đó toàn thành phố có 2400 người chết?

A. 322.

B. 321.

C. 459.

D. 458.

Lời giải.

Từ năm 2011 đến năm 2018 (năm có học sinh vào lớp 1 của năm học 2024 – 2025) dân số tăng là $905300(1 + 0,0137)^8 - 905300(1 + 0,0137)^7 + 2400 \approx 16042.0367$ người.

Đến năm học 2024 – 2025 số phòng học cần chuẩn bị cho học sinh lớp 1 là

$$\frac{16042.0367}{35} \approx 458 \text{ phòng.}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 500. Cho hàm số $y = x [\cos (\ln x) + \sin (\ln x)]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x^2 y'' + xy' - 2y = 0$.B. $x^2 y'' - xy' - 2y = 0$.

C. $x^2y'' - xy' + 2y = 0$.

D. $x^2y' - xy'' + 2y = 0$.

Lời giải.Ta có: $y = x [\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$.

$$y' = \cos(\ln x) + \sin(\ln x) - \sin(\ln x) + \cos(\ln x) = 2 \cos(\ln x).$$

$$y'' = -\frac{2}{x} \sin(\ln x).$$

Ta có

$$x^2y'' - xy' + 2y = -2x \sin(\ln x) - 2x \cos(\ln x) + 2x [\cos(\ln x) + \sin(\ln x)] = 0.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 501.

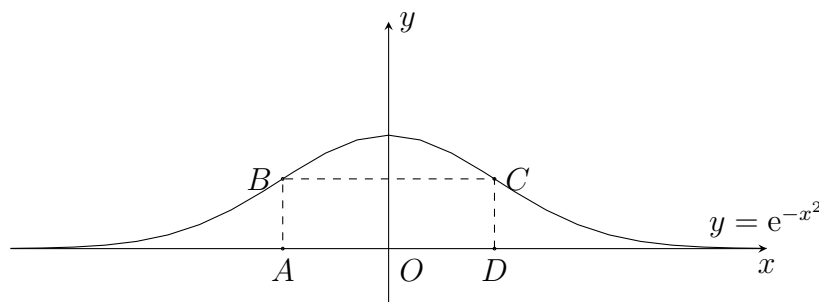
Cho đồ thị hàm số $y = e^{-x^2}$ như hình vẽ, $ABCD$ là hình chữ nhật thay đổi sao cho B và C luôn thuộc đồ thị hàm số đã cho, AD nằm trên trục hoành. Giá trị lớn nhất của diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{e}}$.

B. $\frac{2}{e}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{e}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{e}}$.

**Lời giải.**Gọi $C(a; e^{-a^2})$ với $a > 0$. Khi đó diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S = 2a \cdot e^{-a^2} = f(a)$.

$$\text{Ta có } f'(a) = 2(e^{-a^2} - 2a^2 \cdot e^{-a^2}) = 0 \Leftrightarrow a = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ hay } a = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(a)$ như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$			$+$	0	$-$
$f(x)$				$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{e}}$	

Vậy giá trị lớn nhất của diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{e}}$.Chọn đáp án **A**

□

Câu 502. Cho hàm số $y = \sqrt{\log_2(\ln x)}$. Khẳng định nào sau đây đúng?A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = e$.B. Tập xác định của hàm số là $[1; +\infty)$.C. Hàm số nghịch biến trên $(1; e)$.D. Hàm số đồng biến trên $(e; +\infty)$.**Lời giải.**

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} \ln x > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

$$y' = \frac{(\log_2(\ln x))'}{2\sqrt{\log_2(\ln x)}} = \frac{(\ln x)'}{2 \ln 2 \cdot \ln x \cdot \sqrt{\log_2(\ln x)}} = \frac{1}{2 \ln 2 \cdot x \cdot \ln x \cdot \sqrt{\log_2(\ln x)}} > 0, \forall x > 1.$$

Vậy hàm số đồng biến trên $(e; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 503. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \ln(x - 2 - \sqrt{x^2 - 3x - 10})$.

A. $\mathcal{D} = [5; 14]$.

B. $\mathcal{D} = (2; 14)$.

C. $\mathcal{D} = [2; 14)$.

D. $\mathcal{D} = [5; 14)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x^2 - 3x - 10 \geq 0 \\ x - 2 - \sqrt{x^2 - 3x - 10} > 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \text{ hoặc } x \geq 5 \\ x - 2 > 0 \\ x^2 - 3x - 10 < (x - 2)^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \text{ hoặc } x \geq 5 \\ x > 2 \\ x < 14 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow 5 \leq x < 14. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 504. Một người gửi tiết kiệm số tiền 80 000 000 đồng với lãi suất là 6,9%/năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc, hỏi sau đúng 5 năm người đó có rút được cả gốc và lãi số tiền gần với con số nào nhất sau đây?

A. 116 570 000 đồng.

B. 107 667 000 đồng.

C. 105 370 000 đồng.

D. 111 680 000 đồng.

Lời giải.

Số tiền thu được là $8 \cdot 10^7 (1 + 6,9\%)^5 \approx 111\,680\,000$ đồng.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 505.

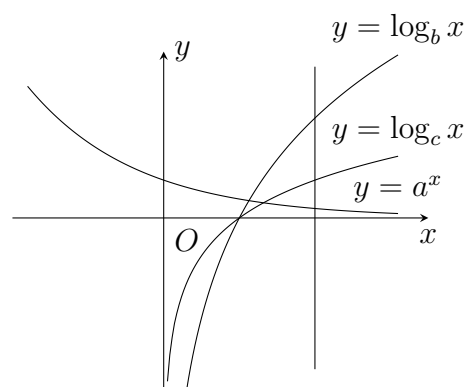
Cho các hàm số $y = a^x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng.

A. $c > b > a$.

B. $b > a > c$.

C. $a > b > c$.

D. $b > c > a$.



Lời giải.

Hàm số $y = a^x$ là hàm nghịch biến nên $0 < a < 1$ và lấy 1 hoành độ bất kỳ đóng lên ta có $c > b > 1$ nên $c > b > a$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 506. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $[-1; 1]$.

D. $(-\infty; -1]$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = \frac{2x}{x^2 + 1} - m.$$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow f(x) = \frac{2x}{x^2+1} \geq m, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Xét } f(x) = \frac{2x}{x^2+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{2(x^2+1-2x^2)}{(x^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

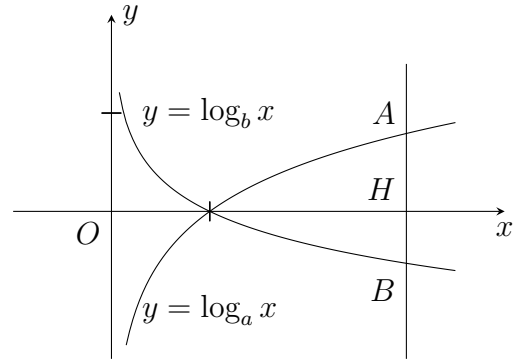
Lại có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0; f(-1) = -1; f(1) = 1 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow -1 \geq m$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 507.

Cho a và b là các số thực dương khác 1. Biết rằng bất kì đường thẳng nào song song với trục tung mà cắt các đồ thị hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ và trục hoành lần lượt tại A, B và H ta đều có $2HA = 3HB$ (hình vẽ bên). Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a^2b^3 = 1$. B. $3a = 2b$. C. $2a = 3b$. D. $a^3b^2 = 1$.

Lời giải.

Gọi $A(x_1; y_1), B(x_1; y_2)$. Ta có $\begin{cases} y_1 = \log_a x_1 \Leftrightarrow x_1 = a^{y_1} \\ y_2 = \log_b x_1 \Leftrightarrow x_1 = b^{y_2} \end{cases} \Rightarrow a^{y_1} = b^{y_2}$.

Mà $2HA = 3HB$ nên $2y_1 = -3y_2$. Suy ra

$$a^{-\frac{3y_2}{2}} = b^{y_2} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{a^3}\right)^{y_2} = (b^2)^{y_2} \Leftrightarrow \frac{1}{a^3} = b^2 \Leftrightarrow a^3b^2 = 1.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 508. Cho hàm số $y = f(x) = 2018 \ln(e^{\frac{x}{2018}} + \sqrt{e})$. Tính giá trị biểu thức

$$T = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2017).$$

A. $T = \frac{2019}{2}$. B. $T = 1009$. C. $T = \frac{2017}{2}$. D. $T = 1008$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{e^{\frac{x}{2018}}}{e^{\frac{x}{2018}} + \sqrt{e}}.$$

Ta sẽ chứng minh nếu $a + b = 2018$ thì $f'(a) + f'(b) = 1$. Thật vậy, đặt $k = \frac{1}{2018}$ thì

$$\begin{aligned} f'(a) + f'(b) &= \frac{e^{ka}}{e^{ka} + \sqrt{e}} + \frac{e^{kb}}{e^{kb} + \sqrt{e}} \\ &= \frac{2e^{k(a+b)} + \sqrt{e} \cdot e^{ka} + \sqrt{e} \cdot e^{kb}}{(e^{ka} + \sqrt{e}) \cdot (e^{kb} + \sqrt{e})} \\ &= \frac{2e^{k(a+b)} + \sqrt{e} \cdot e^{ka} + \sqrt{e} \cdot e^{kb}}{e^{k(a+b)} + \sqrt{e} \cdot e^{ka} + \sqrt{e} \cdot e^{kb} + e} \\ &= 1 \quad (\text{vì } k = \frac{1}{2018} \text{ và } a + b = 2018) \end{aligned}$$

Mặt khác, $f'(1009) = \frac{1}{2}$, do đó:

$$T = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2017) = 1008 + \frac{1}{2} = \frac{2017}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 509. Cho $a, b, c > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4\log_c(ab)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng m khi $\log_b c = n$. Tính giá trị $m + n$.

- A. $m + n = 12$. B. $m + n = \frac{25}{2}$. C. $m + n = 14$. D. $m + n = 10$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_a b + \log_a c + \log_b a + \log_b c + 4\log_c a + 4\log_c b$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho các cặp số dương $\log_a b$ và $\log_b a$; $\log_a c$ và $4\log_c a$; $\log_b c$ và $4\log_c b$ ta được: $P \geq 2\sqrt{\log_a b \cdot \log_b a} + 2\sqrt{4\log_a c \cdot \log_c a} + 2\sqrt{4\log_b c \cdot \log_c b} \Rightarrow P \geq 10$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a = b \\ c = b^2 \end{cases}$.

Từ đó suy ra $\begin{cases} m = 10 \\ n = 2 \end{cases}$, suy ra $m + n = 12$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 510. Cho hai số thực x, y bất kỳ thỏa mãn $2^x + 2^y = 2018$. Tìm giá trị lớn nhất của $S = x + y$.

- A. $S_{\max} = 2\log_2 2018$. B. $S_{\max} = 2\log_2 1009$. C. $S_{\max} = \log_2 2018$. D. $S_{\max} = \log_2 1009$.

Lời giải.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $2^x, 2^y$ ta được:

$$\begin{aligned} \frac{2^x + 2^y}{2} &\geq \sqrt{2^x \cdot 2^y} \\ \Leftrightarrow 2^x \cdot 2^y &\leq \left(\frac{2^x + 2^y}{2}\right)^2 \\ \Leftrightarrow 2^x \cdot 2^y &\leq 1009^2 \\ \Leftrightarrow \log_2(2^x \cdot 2^y) &\leq \log_2 1009^2 \\ \Leftrightarrow x + y &\leq 2\log_2 1009. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi $2^x = 2^y \Leftrightarrow x = y = \log_2 1009$.

Vậy $S_{\max} = 2\log_2 1009$ khi $x = y = \log_2 1009$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 511. Bác Hiếu đầu tư 99 triệu đồng vào một công ti theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,25% năm. Hỏi sau 5 năm mới rút tiền lãi thì bác Hiếu thu được bao nhiêu tiền lãi?(giả sử rằng lãi suất hàng năm không đổi và làm tròn số đến hàng phần nghìn).

- A. 147,155 triệu đồng. B. 48,155 triệu đồng. C. 8,7 triệu đồng. D. 58,004 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi số tiền bác Hiếu gửi ban đầu là M , lãi suất định kì là r , số tiền bác được lãnh sau 5 năm là $T = M(1 + r)^5$.

Số tiền lãi là $S = T - M = M(1 + r)^5 - M = 99 \cdot 10^6((1 + 8,25\%)^5 - 1) \approx 48154897$ đồng.

Vậy số tiền lãi bác nhận được là 48,155 triệu đồng

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 512. Cho hàm số $y = 2^{\sqrt{1-x^2}} + 2^{1-\sqrt{1-x^2}}$. Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số. Tính $\frac{M}{N}$.

- A. $\frac{M}{N} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{M}{N} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{M}{N} = \frac{3\sqrt{2}}{8}$. D. $\frac{M}{N} = \frac{3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = [-1; 1]$. Đặt $t = 2^{\sqrt{1-x^2}}$, ta được hàm $y = t + \frac{2}{t}$.

Ta có $0 \leq \sqrt{1-x^2} \leq 1 \quad \forall x \in \mathcal{D} \Rightarrow t \in [1; 2]$.

Xét hàm $f(t) = t + \frac{2}{t}$ trên $[1; 2]$. Hàm số liên tục trên $[1; 2]$ và $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \begin{cases} t = \sqrt{2} \in [1; 2] \\ t = -\sqrt{2} \notin [1; 2] \end{cases}$.

Ta có $f(1) = 3 = f(2)$, $f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$.

Suy ra $M = \max_{[1;2]} f(t) = 3$, $N = \min_{[1;2]} f(t) = 2\sqrt{2}$. Suy ra $\frac{M}{N} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 513. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \log_2(\sqrt{3} \sin x - \cos x + m)$ xác định trên đoạn $[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}]$.

A. $m > \sqrt{3}$. B. $m < \sqrt{3}$. C. $-\sqrt{3} < m < 2\sqrt{3}$. D. $m > -\sqrt{3}$.

Lời giải.

Điều kiện: $\sqrt{3} \sin x - \cos x + m > 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x + \frac{m}{2} > 0 \Leftrightarrow \sin(x - \frac{\pi}{6}) > -\frac{m}{2}$.

Ta có $x \in [-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}] \Leftrightarrow (x - \frac{\pi}{6}) \in [-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}]$.

Hàm số xác định trên đoạn $[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}]$

$\Leftrightarrow \sin(x - \frac{\pi}{6}) > -\frac{m}{2} \quad \forall x \in [-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}] \Leftrightarrow \min_{[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}]} \sin(x - \frac{\pi}{6}) > -\frac{m}{2}$

$\Leftrightarrow \min_{t \in [-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}]} \sin t > -\frac{m}{2} \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} > -\frac{m}{2} \Leftrightarrow m > \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 514. Cho hàm số $f(x) = -\ln(x^2 + x)$. Tính $P = e^{f(1)} + e^{f(2)} + \dots + e^{f(2019)}$.

A. $P = e^{2019}$. B. $P = -\frac{2019}{2020}$. C. $P = \frac{2020}{2019}$. D. $P = \frac{2019}{2020}$.

Lời giải.

Với $k > 0$ ta có: $e^{f(k)} = e^{-\ln(k^2+k)} = e^{\ln \frac{1}{k^2+k}} = \frac{1}{k^2+k} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$.

Khi đó $P = e^{f(1)} + e^{f(2)} + \dots + e^{f(2019)} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2019} - \frac{1}{2020} = 1 - \frac{1}{2020} = \frac{2019}{2020}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 515. Ông T vay ngân hàng nông nghiệp tỉnh Lào Cai một tỉ đồng theo hình thức trả góp làm vốn kinh doanh. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất ông T trả 40 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,65% mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao nhiêu tháng ông T trả hết số tiền trên?

A. 27. B. 28. C. 26. D. 29.

Lời giải.

Gọi số tiền vay ban đầu là P ; số tiền gốc phải trả sau mỗi tháng là a ; lãi suất mỗi tháng là r .

Sau tháng thứ nhất ông T còn nợ số tiền là $P(1+r) - a$.

Sau tháng thứ hai ông T còn nợ số tiền là $P(1+r)^2 - a - a(1+r)$.

Sau tháng thứ n ông T còn nợ số tiền là

$$P(1+r)^n - a[1 + (1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^{n-1}] = P(1+r)^n - a \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

Giải phương trình $0 = P(1+r)^n - a \frac{(1+r)^n - 1}{r}$ với $P = 10^9$; $a = 4 \cdot 10^7$; $r = 0,65\%$ tìm được $n = 28$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 516. Trong 1 bản hợp ca, coi mọi ca sĩ đều hát với cùng một cường độ âm và cùng một tần số. Biết mức cường độ âm của 1 ca sĩ là $68dB$. Khi cả ban hợp ca cùng hát thì đo được mức cường độ

âm là $78dB$. Biết mức cường độ âm L được tính theo công thức: $L = 10 \log \frac{I}{I_o}$, trong đó I là cường độ âm, I_o là cường độ âm chuẩn. Số ca sĩ trong ban hợp ca đó là

- A. 8 người. B. 15 người. C. 16 người. D. 10 người.

Lời giải.

Gọi I_1, I_n lần lượt là cường độ âm của 1 người và của n người.

$$\text{Ta có: } I_n = nI_1 \Rightarrow n = \frac{I_n}{I_1}$$

$$\text{Khi đó } L_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_o} = 68; L_n = 10 \log \frac{I_n}{I_o} = 78.$$

$$\text{Khi đó } L_n - L_1 = 10 \log \frac{I_n}{I_o} - 10 \log \frac{I_1}{I_o} = 10 \log \frac{I_n}{I_1}.$$

$$n = \frac{I_n}{I_1} = 10^{\frac{L_n - L_1}{10}} = 10^{\frac{78 - 68}{10}} = 10.$$

Vậy có 10 ca sĩ trong ban hợp ca.

Chọn đáp án **D** □

Câu 517. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	4		3		3
		↘	↗	↘	↗
			1		1

Bất phương trình $f(x) < 3e^{x+2} + m$ có nghiệm $x \in (-2; 2)$ khi và chỉ khi

- A. $m \geq f(-2) - 3$. B. $m > f(2) - 3e^4$. C. $m \geq f(2) - 3e^4$. D. $m > f(-2) - 3$.

Lời giải.

BPT đã cho tương đương: $f(x) - 3e^{x+2} < m$. (*)

Xét hàm số $g(x) = f(x) - 3e^{x+2}$ với mọi $x \in (-2; 2)$.

$$g'(x) = f'(x) - 3e^{x+2}, \text{ do } f'(x) < 3 \text{ và } x > -2 \Rightarrow -3e^{x+2} < -3e^{-2+2} = -3$$

Nên $g'(x) < 3 - 3 = 0$ với $\forall x \in (-2; 2)$ hay $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.

Để BPT (*) có nghiệm trên $(-2; 2)$ thì $m > g(2) = f(2) - 3e^4$ (Vẽ BBT của $g(x)$ sẽ thấy rõ).

Chọn đáp án **B** □

Câu 518. Phương trình $2^{x-2} = 3^{x^2+2x-8}$ có một nghiệm dạng $x = \log_a b - 4$ với a, b là các số nguyên dương thuộc khoảng $(1; 5)$. Khi đó, $a + 2b$ bằng

- A. 6. B. 14. C. 9. D. 7.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2^{x-2} = 3^{x^2+2x-8} &\Leftrightarrow (x-2) \log_3 2 = x^2 + 2x - 8 \\ &\Leftrightarrow (x-2) \log_3 2 = (x-2)(x+4) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \log_3 2 - 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $a = 3, b = 2$. Do đó, $a + 2b = 7$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 519. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên bé hơn 64 của tham số m để phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x+m) + \log_5(2-x) = 0$ có nghiệm. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. 2018.

B. 2016.

C. 2015.

D. 2013.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{5}}(x+m) + \log_5(2-x) = 0 \Leftrightarrow \log_5(x+m) = \log_5(2-x) \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x = \frac{2-m}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vì } x < 2 \text{ nên } \frac{2-m}{2} < 2 \Leftrightarrow m > -2.$$

Kết hợp với $m < 64$ ta được $-2 < m < 64$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1; 0; 1; 2; 3; \dots; 63\}$ (có 65 giá trị của m thỏa đề bài).

$$\text{Tổng các giá trị nêu trên là } S = \frac{(-1+65) \cdot 65}{2} = 2015.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 520. Giá trị của tham số m để phương trình $4^x - m2^x + 2m - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu là

A. $m > \frac{5}{2}$.

B. $m < \frac{5}{2}$.

C. $\frac{5}{2} < m < 4$.

D. $m < 4$.

Lời giải.

Đặt $z = 2^x$, phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi phương trình $P(z) = z^2 - mz + 2m - 5 = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $0 < z_1 < 1 < z_2$, điều đó tương đương với

$$\begin{cases} P(1) < 0 \\ 2m - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m > \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{2} < m < 4.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 521. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(\log_{\sqrt{3}}(x^3 + 5x^2 + 2x - 5)) - 2 = 0$ là

A. -5.

B. -6.

C. -1.

D. -3.

Lời giải.

Phương trình tương đương

$$\begin{aligned} & \log_{\sqrt{3}}(x^3 + 5x^2 + 2x - 5) = 2 \\ \Leftrightarrow & x^3 + 5x^2 + 2x - 5 = 3 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 + 2x - 8 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x-1)(x^2 + 6x + 8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \\ x = -4. \end{cases} \end{aligned}$$

Tổng các nghiệm của phương trình là -5.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 522. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)^2 + 2\log_2(2-x) = 4$ là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x \neq -1 \\ x < 2 \end{cases}$. Phương trình tương đương với

$$2\log_2|x+1| + 2\log_2(2-x) = 4 \Leftrightarrow \log_2[|x+1|(2-x)] = 2 \Leftrightarrow |x+1|(2-x) = 4 \quad (1).$$

$$\text{— Với } x < -1 \text{ thì } (1) \Rightarrow (x+1)(x-2) = 4 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = 3 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

— Với $-1 < x < 2$ thì $(1) \Rightarrow (x+1)(2-x) = 4 \Leftrightarrow -x^2 + x - 2 = 0$ (vô nghiệm).

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Chọn đáp án (B) □

Câu 523. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2$.

A. 20.

B. 92.

C. 90.

D. 9.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_3^2 x - 3\log_3 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = 2 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 9. \end{cases}$$

Vậy $P = 3^2 + 9^2 = 90$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 524. Anh Hùng vay 40 triệu đồng của ngân hàng để mua xe máy và phải trả góp trong vòng 3 năm với lãi suất 1,2% mỗi tháng. Hàng tháng anh Hùng phải trả 1 số tiền cố định là bao nhiêu để sau 3 năm hết nợ (làm tròn đến đơn vị đồng).

A. 1374807 đồng.

B. 1374889 đồng.

C. 1374907 đồng.

D. 1378222 đồng.

Lời giải.

Gọi a là số tiền cố định phải đóng hàng tháng.

Theo cách tính lãi kép ta có giá trị hiện tại của số tiền vay ngân hàng ngay tại lúc bắt đầu vay:

Sau 1 tháng $\frac{a}{(1+0,012)^1}$.

Sau 2 tháng $\frac{a}{(1+0,012)^2}$.

.....

Sau 36 tháng $\frac{a}{(1+0,012)^{36}}$.

Vậy ta có

$$a \left(\frac{1}{(1+0,012)^1} + \frac{1}{(1+0,012)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+0,012)^{36}} \right) = 40 \Leftrightarrow a \approx 1374889 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 525. Cho $a > 3b > 0$ và $a^2 + 9b^2 = 10ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(a-3b) + \ln 2 = \frac{\ln a + \ln b}{2}$.

B. $\ln(a-3b) - \ln 2 = \frac{\ln a \cdot \ln b}{2}$.

C. $\ln(a-3b) - \ln 2 = \frac{\ln a + \ln b}{2}$.

D. $\ln(a-3b) + \ln 2 = \frac{\ln a \cdot \ln b}{2}$.

Lời giải.

Ta có $a^2 + 9b^2 = 10ab \Leftrightarrow (a-3b)^2 = 4ab$. Do đó với $a > 3b > 0$ thì

$$\ln(a-3b)^2 = \ln(4ab) \Leftrightarrow 2\ln(a-3b) = 2\ln 2 + \ln a + \ln b \Leftrightarrow \ln(a-3b) - \ln 2 = \frac{\ln a + \ln b}{2}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 526. Biết phương trình $2\log_2 x + 3\log_x 2 = 7$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Tính giá trị của biểu thức $T = (x_1)^{x_2}$.

A. $T = 64$.

B. $T = 32$.

C. $T = 8$.

D. $T = 16$.

Lời giải.

Điều kiện của phương trình đã cho là $x > 0$ và $x \neq 1$.

Ta có

$$\begin{aligned} 2 \log_2 x + 3 \log_x 2 &= 7 \\ \Leftrightarrow 2 \log_2 x + 3 \cdot \frac{1}{\log_2 x} &= 7 \\ \Leftrightarrow 2 \log_2^2 x - 7 \log_2 x + 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = \frac{1}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = \sqrt{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

Như vậy ta suy ra $x_1 = \sqrt{2}$ và $x_2 = 8$. Vậy $T = (x_1)^{x_2} = (\sqrt{2})^8 = 16$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 527. Cho phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^{x^2+x-1} = (2 + \sqrt{3})^{x-2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Phương trình có hai nghiệm không dương.
- B. Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt.
- C. Phương trình có hai nghiệm trái dấu.
- D. Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (7 + 4\sqrt{3})^{x^2+x-1} &= (2 + \sqrt{3})^{x-2} \\ \Leftrightarrow (2 + \sqrt{3})^{2x^2+2x-2} &= (2 + \sqrt{3})^{x-2} \\ \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 2 &= x - 2 \\ \Leftrightarrow 2x^2 + x &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{1}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy khẳng định đúng là “Phương trình có hai nghiệm không dương”.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 528. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2 \log_2(2x - 2) + \log_2(x - 3)^2 = 2$. Tính tổng giá trị các phần tử của S .

- A. 6.
- B. $4 + \sqrt{2}$.
- C. $2 + \sqrt{2}$.
- D. $8 + \sqrt{2}$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} 2x - 2 > 0 \\ x - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 3. \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} 2 \log_2(2x - 2) + \log_2(x - 3)^2 &= 2 \\ \Leftrightarrow \log_2(2x - 2)^2 + \log_2(x - 3)^2 &= 2 \\ \Leftrightarrow \log_2 \left[((2x - 2) \cdot (x - 3))^2 \right] &= 2 \\ \Leftrightarrow (2x^2 - 8x + 6)^2 &= 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 8x + 6 = 2 \\ 2x^2 - 8x + 6 = -2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 8x + 4 = 0 \\ 2x^2 - 8x + 8 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{2} \text{ (nhận)} \\ x = 2 - \sqrt{2} \text{ (loại)} \\ x = 2 \text{ (nhận)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập hợp nghiệm của phương trình là $S = \{2 + \sqrt{2}; 2\}$.

Khi đó, $(2 + \sqrt{2}) + 2 = 4 + \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 529. Cho phương trình $3^x = m + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Phương trình luôn có nghiệm với mọi m .

B. Phương trình có nghiệm với $m \geq -1$.

C. Phương trình có nghiệm dương nếu $m > 0$.

D. Phương trình luôn có nghiệm duy nhất $x = \log_3(m + 1)$.

Lời giải.

Phương trình $3^x = m + 1$ có nghiệm khi $m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Khi $m > -1$ thì

$$3^x = m + 1 \Leftrightarrow x = \log_3(m + 1).$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm dương khi

$$\log_3(m + 1) > 0 \Leftrightarrow m + 1 > 1 \Leftrightarrow m > 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 530. Số nghiệm của phương trình $\log(x^2 - x - 6) + x = \log(x + 2) + 4$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x^2 - x - 6 > 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -2) \cup (3; +\infty) \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$. Ta có

$$\log(x^2 - x - 6) + x = \log(x + 2) + 4$$

$$\Leftrightarrow \log(x + 2)(x - 3) + x = \log(x + 2) + 4$$

$$\Leftrightarrow \log(x + 2) + \log(x - 3) + x = \log(x + 2) + 4 \text{ (vì } x > 3)$$

$$\Leftrightarrow \log(x - 3) + x - 4 = 0.$$

Xét $f(x) = \log(x - 3) + x - 4$ với $x > 3$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{(x - 3) \ln 10} + 1 > 0, \forall x > 3$.

Suy ra hàm số đồng biến trên $(3; +\infty) \Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có nhiều nhất một nghiệm.

Mặt khác $f(4) = 0 \Rightarrow x = 4$ là nghiệm duy nhất của phương trình.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 531. Với các số thực x, y dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x + y}{6}\right)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$.

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Đặt $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x + y}{6}\right) = t$, ta có $\begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ \frac{x + y}{6} = 4^t \end{cases}$. Suy ra

$$9^t + 6^t = 6 \cdot 4^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^t = 2 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = -3 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Do đó $\frac{x}{y} = \frac{9^t}{6^t} = \left(\frac{3}{2}\right)^t = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 532. Gọi S là tập hợp mọi nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x+2} - 2^{x^2-x-2} = 2x - 4$. Số phần tử của S là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $2x - 4 = (x^2 - x - 2) - (x^2 - 3x + 2)$ nên $2^{x^2-3x+2} - 2^{x^2-x-2} = 2x - 4$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2-3x+2} + (x^2 - 3x + 2) = 2^{x^2-x-2} + (x^2 - x - 2) \quad (1).$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t$, ($\forall t \in \mathbb{R}$). Ta có $f'(t) = 2^t \ln 2 > 0$, ($\forall t \in \mathbb{R}$). Suy ra, $f(t)$ là hàm số đồng biến trên tập $\mathbb{R}$. Do đó, từ (1) ta có $x^2 - 3x + 2 = x^2 - x - 2 \Leftrightarrow x = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 533. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3^x + (m+5)2^x + m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$?

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Ta có,

$$\begin{aligned} 3^x + (m+5)2^x + m = 0 &\Leftrightarrow m(2^x + 1) + 3^x + 5 \cdot 2^x = 0 \\ &\Leftrightarrow -m = \frac{3^x + 5 \cdot 2^x}{2^x + 1} \end{aligned}$$

Xét $f(x) = \frac{3^x + 5 \cdot 2^x}{2^x + 1}$. Ta có,

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(3^x \ln 3 + 5 \cdot 2^x \ln 2)(2^x + 1) - 2^x \ln 2 (3^x + 5 \cdot 2^x)}{(2^x + 1)^2} \\ &= \frac{6^x(\ln 3 - \ln 2) + 3^x \ln 3 + 5 \cdot 2^x \ln 2}{(2^x + 1)^2} > 0 \end{aligned}$$

x	0	1
$f'(x)$	+	
$f(x)$	3	$\frac{13}{3}$

Suy ra, $-\frac{13}{3} \leq m \leq -3$. Do m nguyên nên $m = -4$. Vậy có 1 giá trị của m .

Chọn đáp án **D** □

Câu 534. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $9^{\sqrt{9-x^2}} - 3^{1+\sqrt{9-x^2}} + m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. Không tồn tại m .B. $2 \leq m < \frac{9}{4}$.C. $-6 < m < 2$.D. $m = \frac{9}{4}$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^{\sqrt{9-x^2}}$ ($1 \leq t \leq 27$), khi đó phương trình đã cho trở thành $t^2 - 3t = -m$. (1)

Phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thuộc $[1; 27]$. Bảng biến thiên của $f(t) = t^2 - 3t$ trên $[1; 27]$

t	1	$\frac{3}{2}$	27
f'	-	0	+
f	-2	$-\frac{9}{4}$	648

Từ đó yêu cầu đề bài tương đương $-\frac{9}{4} < -m \leq -2$ hay $2 \leq m < \frac{9}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 535. Tất cả các giá trị của m để phương trình $9^{|\cos x|} - (m-1)3^{|\cos x|} - m - 2 = 0$ có nghiệm thực là

A. $m \geq \frac{5}{2}$.

B. $m \leq 0$.

C. $0 < m < \frac{5}{2}$.

D. $0 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^{|\cos x|}$, ($1 \leq t \leq 3$). Phương trình đã cho trở thành:

$$t^2 - (m-1)t - m - 2 = 0 \Leftrightarrow m(t+1) = t^2 + t - 2 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 + t - 2}{t+1} = f(t), t \in [1; 3] \quad (1).$$

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm thực thuộc $[1; 3] \Leftrightarrow \min_{[1;3]} f(t) \leq m \leq \max_{[1;3]} f(t)$.

Ta có $f'(t) = \frac{t^2 + 2t + 3}{(t+1)^2} > 0, \forall t \in [1; 3]$ và $f(1) = 0; f(3) = \frac{5}{2}$.

Vậy $0 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 536. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ là $S = a + b\sqrt{2}$ (với a, b là các số nguyên). Giá trị của biểu thức $Q = a \cdot b$ bằng

A. 0.

B. 3.

C. 9.

D. 6.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $2 < x \neq 4$.

Với điều kiện trên phương trình đã cho viết lại như sau

$$2\log_3(x-2) + 2\log_3|x-4| = 0 \Leftrightarrow \log_3[(x-2)|x-4|] = 0 \Leftrightarrow (x-2)|x-4| = 1. (*)$$

Trường hợp 1: Xét $2 < x < 4$, phương trình (*) trở thành

$$(x-2)(x-4) = -1 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ (thỏa mãn)}.$$

Trường hợp 2: Xét $x > 4$, phương trình (*) trở thành

$$(x-2)(x-4) = 1 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2} \text{ (thỏa mãn)} \\ x = 3 - \sqrt{2} \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Vậy $S = 3 + (3 + \sqrt{2}) = 6 + \sqrt{2}$, do đó $a = 6, b = 1 \Rightarrow Q = ab = 6$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 537. Chị Vui có số tiền 600 triệu đồng, chị muốn gửi tiết kiệm vào ngân hàng Đông Á theo thể thức lãi kép với lãi suất 0,36%/tháng. Hỏi chị Vui phải gửi bao nhiêu năm để tổng số tiền cả vốn lẫn lãi được 884 triệu đồng, biết rằng lãi suất hàng tháng không thay đổi?

- A. 9 năm. B. 8 năm. C. 7 năm. D. 10 năm.

Lời giải.

Gọi A là số tiền vốn, $r\%$ là lãi suất một kỳ hạn và n là số kỳ hạn. Ta có số tiền cả vốn lẫn lãi sau n kỳ hạn là $S = A(1 + r\%)^n$.

— Số tiền cả vốn lẫn lãi sau n tháng của chị Vui là $S = 600(1 + 0,36\%)^n$.

— Ta có $S = 884 \Leftrightarrow 600(1 + 0,36\%)^n = 884 \Leftrightarrow n = \log_{1+0,36\%} \frac{884}{600} \approx 107,84$ tức là chị cần gửi 108 tháng = 9 năm.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 538. Nếu $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9(a + b)$ thì $\frac{a}{b}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } \begin{cases} \log_4 a = t \\ \log_6 b = t \\ \log_9(a+b) = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4^t \\ b = 6^t \\ a+b = 9^t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = \left(\frac{2}{3}\right)^t \\ 4^t + 6^t = 9^t \end{cases} \quad (1).$$

$$(1) \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2t} + \left(\frac{2}{3}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \text{ (nhận)} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ (loại)} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Vậy } \frac{a}{b} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 539. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\ln u_1 + 2\sqrt{3 + \ln u_1 - 3 \ln u_5} = 3 \ln u_5$ và $u_{n+1} = 3u_n$ với mọi $n \geq 1$. Gọi n là giá trị số tự nhiên lớn nhất để $u_n < 3^{10}$. Tính $n^2 - 6$

- A. 22. B. 250. C. 150. D. 175.

Lời giải.

Từ $u_{n+1} = 3u_n$. Suy ra $u_n = 3^{n-1}u_1$. Do đó $u_5 = 3^4u_1$.

Đặt $t = \ln u_1 - 3 \ln u_5$, $t \geq -3$. Khi đó

$$\begin{aligned} \ln u_1 + 2\sqrt{3 + \ln u_1 - 3 \ln u_5} &= 3 \ln u_5 \Leftrightarrow t + 2\sqrt{3+t} = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 = 4(3+t) \\ t \leq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} t^2 - 4t - 12 = 0 \\ t \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = -2. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } \ln u_1 - 3 \ln u_5 = -2 \Leftrightarrow \ln \frac{u_1}{u_5^3} = -2 \Leftrightarrow \frac{u_1}{(3^4u_1)^3} = e^{-2} \Leftrightarrow u_1 = \frac{e}{3^6}.$$

$$\text{Vậy } u_n = 3^{n-7} \cdot e. \text{ Suy ra } u_n < 3^{10} \Leftrightarrow 3^{n-7} \cdot e < 3^{10} \Leftrightarrow n < 16,06.$$

Vì n là số tự nhiên lớn nhất nên $n = 16 \Rightarrow n^2 - 6 = 250$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 540. Biết rằng tập các giá trị của tham số m để phương trình $(m-3)9^x + 2(m+1)3^x - m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là một khoảng $(a; b)$. Tính tích ab .

- A. 4. B. -3. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Đặt $3^x = t$, ($t > 0$), phương trình đã cho trở thành $(m-3)t^2 + 2(m+1)t - m - 1 = 0$. (1)

Để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\text{Điều này tương đương với } \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(2m-2) > 0 \\ -\frac{m+1}{m-3} > 0 \\ \frac{-m-1}{m-3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 3.$$

Suy ra $a = 1$, $b = 3$. Vậy $ab = 3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 541. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt là

A. 2019.

B. 15.

C. 12.

D. 2018.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x$, $t > 0$. Phương trình trở thành $t^2 - 4t + m - 2 = 0$. (1)

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm thực dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4 - (m-2) > 0 \\ 4 > 0 \\ m-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m < 6 \Rightarrow m \in \{3, 4, 5\}.$$

Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m là $3 + 4 + 5 = 12$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 542. Cho phương trình $m \cdot 16^x - 2(m-2) \cdot 4^x + m - 3 = 0$. Tập hợp tất cả các giá trị dương của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt là khoảng $(a; b)$. Tổng $T = a + 2b$ bằng

A. 11.

B. 7.

C. 10.

D. 14.

Lời giải.

Đặt $t = 4^x$, ($t > 0$) ta có phương trình $mt^2 - 2(m-2)t + m - 3 = 0$ (1).

Phương trình ban đầu có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ (m-2)^2 - m(m-3) > 0 \\ m(m-3) > 0 \\ \frac{m-2}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 4.$$

Vậy $a = 3$, $b = 4$ nên $T = 11$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 543. Cho phương trình $3 \log_{27} (2x^2 - (m+3)x + 1 - m) + \log_{\frac{1}{3}} (x^2 - x + 1 - 3m) = 0$. Số các giá trị nguyên của m sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| < 15$ là

A. 12.

B. 11.

C. 13.

D. 14.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & 3 \log_{27} (2x^2 - (m+3)x + 1 - m) + \log_{\frac{1}{3}} (x^2 - x + 1 - 3m) = 0 \\ \Leftrightarrow & \log_3 (2x^2 - (m+3)x + 1 - m) = \log_3 (x^2 - x + 1 - 3m) \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x^2 - x + 1 - 3m > 0 \\ x^2 - (m+2)x + 2m = 0 \end{cases} \quad (1) \end{aligned}$$

Phương trình (1) có hai nghiệm $x = 2$ và $x = m$.

Vậy yêu cầu của bài toán tương đương với tìm m thỏa mãn

$$\begin{cases} |2 - m| < 15 \\ m \neq 2 \\ 3 - 3m > 0 \\ m^2 - 4m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -13 < m < 2 - \sqrt{3}.$$

Từ đó suy ra có 13 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 544. Cho biết có duy nhất một số thực x thỏa mãn $\log_2(\log_3(\log_2 x)) = 1$. Hỏi x thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. (1; 30).

B. (480; 700).

C. (40; 80).

D. (120; 350).

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x > 0 \\ \log_3(\log_2 x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 1 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2.$$

Ta có $\log_2(\log_3(\log_2 x)) = 1 \Leftrightarrow \log_3(\log_2 x) = 2 \Leftrightarrow \log_2 x = 9 \Leftrightarrow x = 512$.

Vậy $x \in (480; 700)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 545. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-40; 20]$ để phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x + m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$?

A. 41.

B. 48.

C. 61.

D. 40.

Lời giải.

Ta có $\log_2^2 x + \log_2 x + m = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x + \log_2 x = -m \quad (1)$

Xét hàm số $(C): y = \log_2^2 x + \log_2 x$ với $0 < x < 1$.

$$y' = \frac{1}{x \ln 2} (2 \log_2 x + 1),$$

$$y' = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}} > 0, \text{ ta có bảng biến thiên.}$$

Phương trình (1) có nghiệm trong khoảng $(0; 1)$ khi và chỉ khi đường thẳng $d: y = -m$ và đường cong (C) phải có điểm chung.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $-m \geq -\frac{1}{4} \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$.

Kết hợp điều kiện m là số nguyên thuộc đoạn $[-40; 20]$ ta được $m \in \{0, -1, -2, \dots, -39, -40\}$.

Vậy có tất cả $40 - 0 + 1 = 41$ số nguyên m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

x	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
y'	-	0	+
y	$+\infty$	$-\frac{1}{4}$	0

Câu 546. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{2019} \cdot 3^x + 3^{2018} \cdot 2^x = 6^x + 2^{2019} \cdot 3^{2018}$ bằng

A. 1.

B. 536.

C. 4037.

D. 5.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2^{2019} \cdot 3^x + 3^{2018} \cdot 2^x &= 6^x + 2^{2019} \cdot 3^{2018} \\ \Leftrightarrow (2^{2019} - 2^x)(3^x - 3^{2018}) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2^{2019} \\ 3^x = 3^{2018} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2019 \\ x = 2018. \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó tổng các nghiệm của phương trình là $2018 + 2019 = 4037$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 547. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1)^2 - \log_2(x-3)^2 = 2\log_2(x-1)$ trên $\mathbb{R}$. Tìm số phần tử của S .

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $x > 1$ và $x \neq 3$.

Phương trình đã cho viết lại như sau

$$\begin{aligned} \log_2(x-1)^4 - \log_2(x-3)^2 &= \log_2(x-1)^2 \\ \Leftrightarrow \log_2(x-1)^4 &= \log_2[(x-1)^2 \cdot (x-3)^2] \\ \Leftrightarrow (x-1)^4 &= (x-3)^2 \cdot (x-1)^2 \\ \Leftrightarrow (x-1)^2 &= (x-3)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = x-3 \\ x-1 = 3-x \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \quad (\text{nhận}). \end{aligned}$$

Vậy $S = \{2\}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 548. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = e^x + x$ vuông góc với đường thẳng $\Delta : y = \frac{-x+3}{2}$ có phương trình là

A. $y = 2x - 1$.B. $y = -2x + 1$.C. $y = -2x - 1$.D. $y = 2x + 1$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = e^x + 1$.

Tiếp tuyến tại $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ vuông góc với đường thẳng $\Delta : y = \frac{-x+3}{2}$ nên hệ số góc của tiếp tuyến là

$$f'(x_0) = 2 \Leftrightarrow e^{x_0} + 1 = 2 \Leftrightarrow x_0 = 0.$$

Suy ra $M(0; 1)$. Phương trình tiếp tuyến tại $M(0; 1)$ của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

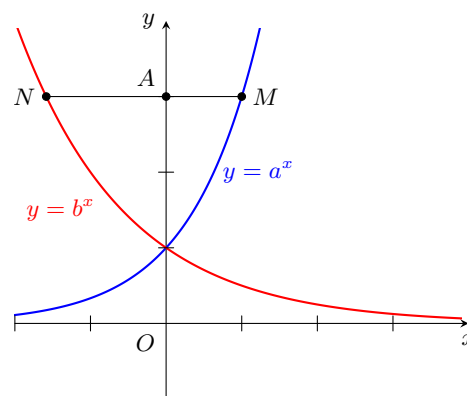
$$y = f'(0)(x - 0) + 1 \Leftrightarrow y = 2(x - 0) + 1 \Leftrightarrow y = 2x + 1.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 549.

Cho các số thực a, b khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào song song với trục Oy mà cắt các đường $y = a^x, y = b^x$, trục tung lần lượt tại M, N và A thì $AN = 2AM$ (hình vẽ bên). Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



A. $b = 2a$.

B. $a^2 = b$.

C. $ab = \frac{1}{2}$.

D. $ab^2 = 1$.

Lời giải.

Gọi $M(x_1, y_0), N(x_2, y_0)$ suy ra $A(0, y_0)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} y_0 = a^{x_1} \\ y_0 = b^{x_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \log_a y_0 \\ x_2 = \log_b y_0 \end{cases}.$$

Mà $AN = 2AM \forall M$ nên $-x_2 = 2x_1$ suy ra $-\log_b y_0 = 2 \log_a y_0, \forall y_0 > 0 \Leftrightarrow b^{-2} = a \Leftrightarrow ab^2 = 1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 550. Phương trình $\log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_6 x = \log_2 x \cdot \log_4 x + \log_2 x \cdot \log_6 x + \log_4 x \cdot \log_6 x$ có tập nghiệm là

A. $\{2; 4; 6\}$.

B. $\{1; 48\}$.

C. $\{1\}$.

D. $\{1; 12\}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Ta thấy $x = 1$ là nghiệm của phương trình.

Với $0 < x \neq 1$, ta có

$$\begin{aligned} \log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_6 x &= \log_2 x \cdot \log_4 x + \log_2 x \cdot \log_6 x + \log_4 x \cdot \log_6 x \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2^2 x \cdot \log_6 x - \frac{1}{2} \log_2^2 x - \log_2 x \cdot \log_6 x - \frac{1}{2} \log_2 x \cdot \log_6 x &= 0 \\ \Leftrightarrow \log_2 x (\log_2 x \cdot \log_6 x - \log_2 x - 3 \log_6 x) &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{\log_x 2 \cdot \log_x 6} - \frac{1}{\log_x 2} - \frac{3}{\log_x 6} &= 0 \text{ (vì } 0 < x \neq 1) \\ \Leftrightarrow 1 - \log_x 6 - 3 \log_x 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \log_x 48 = 1 &\Leftrightarrow x = 48. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 551. Nghiệm của phương trình $(4 - \sqrt{7})^x + (4 + \sqrt{7})^x = 8 \cdot 3^{x-1}$ là

A. $x = 0$ hoặc $x = 1$.

B. $x = 0$ hoặc $x = -2$.

C. $x = 0$ hoặc $x = 2$.

D. $x = \pm 1$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
(4 - \sqrt{7})^x + (4 + \sqrt{7})^x &= 8 \cdot 3^{x-1} \Leftrightarrow \left(\frac{4 - \sqrt{7}}{3}\right)^x + \left(\frac{4 + \sqrt{7}}{3}\right)^x = \frac{8}{3} \\
&\Leftrightarrow \left(\frac{3}{4 + \sqrt{7}}\right)^x + \left(\frac{4 + \sqrt{7}}{3}\right)^x = \frac{8}{3} \\
&\Leftrightarrow \left(\frac{4 + \sqrt{7}}{3}\right)^{2x} - \frac{8}{3} \left(\frac{4 + \sqrt{7}}{3}\right)^x + 1 = 0 \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{4 + \sqrt{7}}{3}\right)^x = \frac{4 + \sqrt{7}}{3} \\ \left(\frac{4 + \sqrt{7}}{3}\right)^x = \frac{4 - \sqrt{7}}{3} \end{cases} \\
&\Leftrightarrow x = \pm 1.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 552. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3(x^3 - 4x - m + 1) = \log_3(2 - x)$ có nghiệm thực dương.

A. $m \in (-1; 1)$.

B. $m \in [-3; 1]$.

C. $m \in [-3; 1)$.

D. $m \in [3; +\infty)$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta xét $x > 0$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \log_3(x^3 - 4x - m + 1) = \log_3(2 - x) \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 4x - m + 1 = 2 - x \\ 2 - x > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x - 1 = m \\ 0 < x < 2. \end{cases}$$

Xét hàm số $y = x^3 - 3x - 1$ trên $(0; 2)$.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	1	2		
y'		-	0	+	
y	-1		-3		1

Từ bảng biến thiên, ta có đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 1$ với $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi $m \in [-3; 1)$.

Do đó phương trình đã cho có nghiệm thực dương khi và chỉ khi $m \in [-3; 1)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 553. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - 2m2^x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $-2 < m < 2$.

B. $m < 2$.

C. $m > -2$.

D. $m > 2$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x, t > 0$. Khi đó phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2mt + m + 2 = 0$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $t^2 - 2mt + m + 2 = 0$ có

hai nghiệm dương phân biệt, điều này tương đương với

$$\begin{cases} \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \\ t_1 + t_2 = 2m > 0 \\ t_1 \cdot t_2 = m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \\ m > 0 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 554. Cho hàm số $y = \ln(e^x + 1) - \frac{x}{2}$. Khi đó nghiệm của phương trình $y' = \frac{1}{4}$ là

- A. $\log_3 e$. B. $\frac{3}{e}$. C. $\ln 3$. D. $\ln 2$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Ta có $y' = \frac{(e^x + 1)'}{e^x + 1} - \frac{1}{2} = \frac{e^x}{e^x + 1} - \frac{1}{2}$. Khi đó
 $y' = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{e^x}{e^x + 1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{e^x}{e^x + 1} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{e^x + 1}{e^x} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{e^x} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow e^x = 3 \Leftrightarrow x = \ln 3$.
 Vậy phương trình $y' = \frac{1}{4}$ có nghiệm là $x = \ln 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 555. Giá trị lớn nhất của tham số m để phương trình $4^{|x|} + m \cdot 2^{|x|} + m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(2; 3)$. D. $(1; 2)$.

Lời giải.

Phương trình $4^{|x|} + m \cdot 2^{|x|} + m = 0$. (1)

Đặt $t = 2^{|x|}$, $t \geq 1$.

Phương trình (1) trở thành $t^2 + mt + m = 0 \Rightarrow m = -\frac{t^2}{t+1}$. (2)

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (2) có nghiệm $t \geq 1$.

Xét hàm số $f(t) = -\frac{t^2}{t+1}$, $t \geq 1$.

Có $f'(t) = -1 + \frac{1}{(t+1)^2}$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -2. \end{cases}$

Bảng biến thiên

t	1 $+\infty$
$f'(t)$	—
$f(t)$	$-\frac{1}{2}$ $-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình (2) có nghiệm $t \in [1; +\infty)$ khi và chỉ khi $m \leq -\frac{1}{2}$.

Do đó giá trị lớn nhất của m bằng $-\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 556. Anh An vay ngân hàng một tỷ đồng để mua nhà với lãi suất cố định 0,8% một tháng. Sau đúng 1 tháng kể từ ngày vay tiền, mỗi tháng anh An đều đặn trả ngân hàng số tiền x (đồng)

(ngày trả trùng với ngày vay). Sau 61 tháng kể từ ngày vay tiền anh An trả hết nợ. Hỏi x gần với số nào nhất trong các phương án dưới đây?

- A. 27.000.000 đ. B. 20.700.000 đ. C. 20.000.000 đ. D. 20.800.000 đ.

Lời giải.

Đặt $r = 0,8\% = 0,008$, $A = 10^9$.

Sau tháng đầu tiên, số tiền mà anh An còn nợ ngân hàng là: $A(1+r) - x$ (đồng).

Sau tháng thứ hai, số tiền mà anh An còn nợ ngân hàng là:

$$[A(1+r) - x](1+r) - x = A(1+r)^2 - x(1+1+r).$$

Sau tháng thứ ba, số tiền mà anh An còn nợ ngân hàng là:

$$[A(1+r)^2 - x(1+1+r)](1+r) - x = A(1+r)^3 - x(1+(1+r)+(1+r)^2).$$

Vậy sau tháng thứ n , số tiền mà anh An còn nợ ngân hàng là:

$$A(1+r)^n - x(1+(1+r)+\dots+(1+r)^{n-1}) = A(1+r)^n - \frac{x}{r} \cdot ((1+r)^n - 1).$$

Vì sau 61 tháng, anh An trả hết nợ. Từ đó suy ra

$$x = \frac{Ar(1+r)^{61}}{(1+r)^{61} - 1} \approx 20.781.699.$$

Vậy số tiền x gần nhất với số 20.800.000.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 557. Biết x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là hai nghiệm của phương trình $\log_3(\sqrt{x^2 - 3x + 2} + 2) + 5^{x^2 - 3x + 1} = 2$ và $x_1 + 2x_2 = \frac{1}{2}(a + \sqrt{b})$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a + b$.

- A. $a + b = 13$. B. $a + b = 14$. C. $a + b = 11$. D. $a + b = 17$.

Lời giải.

Điều kiện $x \in (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$, với $t \geq 0$, suy ra $x^2 - 3x + 1 = t^2 - 1$. Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$\log_3(t+2) + 5^{t^2-1} = 2. \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3(t+2) + 5^{t^2-1}$ trên $[0; +\infty)$. Nhận thấy hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$ và $f(1) = 2$ nên

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow f(t) = f(1) \\ &\Leftrightarrow t = 1 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 3x + 2} = 1 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Vì $x_1 < x_2$ nên $x_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$; $x_2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$. Suy ra $x_1 + 2x_2 = \frac{1}{2}(9 + \sqrt{5})$, suy ra $a + b = 14$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 558. Cho n là số tự nhiên thỏa mãn phương trình $3^x - 3^{-x} = 2 \cos nx$ có 2018 nghiệm. Tìm số nghiệm của phương trình $9^x - 9^{-x} = 4 + 2 \cos 2nx$.

A. 4036.

B. 2018.

C. 4035.

D. 2019.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 9^x - 9^{-x} = 2 \cos 2nx &\Leftrightarrow 9^x - 2 \cdot 3^x \cdot 3^{-x} - 9^{-x} = 2 + 2 \cos 2nx \\ &\Leftrightarrow (3^x - 3^{-x})^2 = 4 \cos^2 nx \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x - 3^{-x} = 2 \cos nx & (1) \\ 3^x - 3^{-x} = -2 \cos nx. & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Nếu x là nghiệm chung của phương trình (1) và (2) thì $3^x - 3^{-x} = -3^x + 3^{-x} \Leftrightarrow 3^x = 3^{-x} \Leftrightarrow x = 0$. Thay $x = 0$ vào phương trình (1) ta được $0 = 2$ vô lí, suy ra $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình (1), hay phương trình (1) và (2) không có nghiệm chung.

Mặt khác, x_0 là nghiệm của phương trình (1) khi và chỉ khi $-x_0$ là nghiệm phương trình (2).

Mà phương trình (1) có 2018 nghiệm nên phương trình (2) có 2018 nghiệm.

Vậy phương trình $9^x - 9^{-x} = 4 + 2 \cos 2nx$ có 4036 nghiệm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 559. Số giá trị nguyên của m để phương trình $(m+1)16^x - 2(2m-3) \cdot 4^x + 6m+5 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

- Đặt $t = 4^x$ ($t > 0$). Ta có $(m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m+5 = 0(*)$.
- Phương trình đã cho có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow (*)$ có 2 nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $0 < t_1 < 1 < t_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m-3)^2 - (m+1)(6m+5) > 0 \\ \frac{2(2m-3)}{m+1} > 0 \\ \frac{6m+5}{m+1} > 0 \\ t - 1t_2 - (t_1 + t_2) + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < -1.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2\}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 560. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^3 - 2x^2 - 3x + 4) + \log_{\frac{1}{2}}(x-1) = 0$ là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$\log_2(x^3 - 2x^2 - 3x + 4) - \log_2(x-1) = 0 \Leftrightarrow \log_2(x^3 - 2x^2 - 3x + 4) = \log_2(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x^3 - 2x^2 - 3x + 4 = x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^3 - 2x^2 - 4x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1 + \sqrt{21}}{2}.$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm là $x = \frac{1 + \sqrt{21}}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 561. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^x - 2018 \cdot 3^x + 2016 = 0$ bằng

- A. $\log_3 1008$. B. $\log_3 2018$. C. $\log_3 1009$. D. $\log_3 2016$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x$, $t > 0$. Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - 2018t + 2016 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1009 + \sqrt{1016065} \\ t = 1009 - \sqrt{1016065} \end{cases}$$

Cả hai nghiệm này đều thỏa mãn $t > 0$.

Khi đó $3^{x_1+x_2} = 3^{x_1} \cdot 3^{x_2} = t_1 \cdot t_2 = 2016 \Rightarrow x_1 + x_2 = \log_3 2016$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 562. Tích giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $(\log x^3)^2 - 20 \log \sqrt{x} + 1 = 0$ bằng

- A. 1. B. 10. C. $10\sqrt[9]{10}$. D. $\sqrt[10]{10}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

$$\text{Ta có } (\log x^3)^2 - 20 \log \sqrt{x} + 1 = 0 \Leftrightarrow 9 \log^2 x - 10 \log x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log x = 1 \\ \log x = \frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = 10^{\frac{1}{9}} \end{cases}.$$

Suy ra tích các nghiệm của phương trình là $10 \cdot 10^{\frac{1}{9}} = 10 \cdot \sqrt[9]{10}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 563. Tổng giá trị của tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_4 x} = 1$ bằng

- A. 24. B. 18. C. 9. D. 12.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Ta có $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_4 x} = 1 \Leftrightarrow \log_x 2 + \log_x 3 + \log_x 4 = 1 \Leftrightarrow \log_x (24) = 1 \Leftrightarrow x = 24$ (thỏa mãn).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 564. Tích các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 5 = 0$.

- A. -6. B. -3. C. 1. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}$, ($t > 0$).

Ta có phương trình $t^2 + t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -3 \end{cases}$ (loại).

Với $t = 2$ có $\sqrt{\log_3^2 x + 1} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = \sqrt{3} \\ \log_3 x = -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3^{\sqrt{3}} \\ x = 3^{-\sqrt{3}} \end{cases}$.

Vậy tích các nghiệm của phương trình là $3^{\sqrt{3}} \cdot 3^{-\sqrt{3}} = 3^0 = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 565. Tìm số nguyên dương n biết $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_{2^2} x} + \frac{1}{\log_{2^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{2^n} x} = \frac{465}{\log_2 x}$ luôn đúng với mọi $x > 0$, $x \neq 1$.

A. $n = 31$.

B. $n \in \emptyset$.

C. $n = 30$.

D. $n = -31$.

Lời giải.Ta có với mọi $x > 0, x \neq 1$ thì

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_{2^2} x} + \frac{1}{\log_{2^3} x} + \cdots + \frac{1}{\log_{2^n} x} = \frac{465}{\log_2 x} \\
& \Leftrightarrow \log_x 2 + \log_x 2^2 + \log_x 2^3 + \cdots + \log_x 2^n = 465 \log_x 2 \\
& \Leftrightarrow (1 + 2 + 3 + \cdots + n) \cdot \log_x 2 = 465 \log_x 2 \\
& \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 465 \\
& \Leftrightarrow n^2 + n - 930 = 0 \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30 & (\text{nhận}) \\ n = -31 & (\text{loại}). \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy $n = 30$.Chọn đáp án **C** □**Câu 566.** Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3 - m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

A. $[3; 4]$.

B. $[2; 4]$.

C. $(2; 4)$.

D. $(3; 4)$.

Lời giải.

Ta có $6^x + (3 - m)2^x - m = 0 \Leftrightarrow \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1} = m$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = \frac{12^x \cdot \ln 3 + 6^x \cdot \ln 6 + 3 \cdot 2^x \cdot \ln 2}{(2^x + 1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $0 < x < 1 \Leftrightarrow f(0) < f(x) < f(1) \Leftrightarrow 2 < f(x) < 4$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$ khi $m \in (2; 4)$.Chọn đáp án **C** □**Câu 567.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của phương trình $(7 + 3\sqrt{5})^x + m(7 - 3\sqrt{5})^x = 2^{x+3}$ có đúng một phần tử?

A. Vô số.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Đặt $t = \left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right)^x, (t > 0)$, phương trình đã cho trở thành:

$$t + \frac{m}{t} = 8 \Leftrightarrow t^2 - 8t + m = 0 \quad (1).$$

Hàm số $t = \left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên với mỗi $t_0 > 0$, phương trình $t_0 = \left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right)^x$ có nghiệm duy nhất.Do $m > 0$ nên hai nghiệm của phương trình (1) nếu có đều dương. Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho có đúng một phần tử khi và chỉ khi (1) có nghiệm kép dương, tức là $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = 16$.Chọn đáp án **B** □**Câu 568.** Số giá trị nguyên của m để phương trình $(m + 1) \cdot 16^x - 2(2m - 3) \cdot 4^x + 6m + 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $t = 4^x, t > 0$, khi đó phương trình trở thành: $(m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m+5 = 0$. (*)

Theo ycbt: $x_1 < 0 < x_2 \Rightarrow 0 < 4^{x_1} < 1 < 4^{x_2} \Rightarrow 0 < t_1 < 1 < t_2$ trong đó

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = \frac{2(2m-3)}{m+1} \\ t_1 \cdot t_2 = \frac{6m+5}{m+1}. \end{cases}$$

$$\text{Cần có: } \begin{cases} \Delta' = (2m-3)^2 - (m+1)(6m+5) > 0 \\ t_1 + t_2 = \frac{2(2m-3)}{m+1} > 0 \\ t_1 \cdot t_2 = \frac{6m+5}{m+1} \\ (t_1-1)(t_2-1) = \frac{6m+5}{m+1} - \frac{2(2m-3)}{m+1} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < -1.$$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 569. Tìm các giá thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72$.

A. $m = \frac{61}{2}$.B. $m = 3$.

C. Không tồn tại.

D. $m = \frac{9}{2}$.**Lời giải.**

Tập xác định là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Đặt $t = \log_3 x$. Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 3t + 2m - 7 = 0$ (*).

Để phương trình đã cho có hai nghiệm thì phương trình (*) có hai nghiệm.

$$\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 37 - 8m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{37}{8}.$$

Gọi t_1, t_2 là hai nghiệm của phương trình (*) ta có $\begin{cases} t_1 + t_2 = 3 \\ t_1 t_2 = 2m - 7. \end{cases}$

$$\text{Giả sử } \begin{cases} t_1 = \log_3 x_1 \\ t_2 = \log_3 x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3^{t_1} \\ x_2 = 3^{t_2}. \end{cases}$$

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} (x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72 &\Leftrightarrow (3^{t_1} + 3)(3^{t_2} + 3) = 72 \\ &\Leftrightarrow 3^{t_1+t_2} + 3 \cdot 3^{t_1} + 3 \cdot 3^{t_2} = 63 \\ &\Leftrightarrow 3^{t_1} + 3^{t_2} = 12 \\ &\Leftrightarrow 3^{2t_1} - 12 \cdot 3^{t_1} + 27 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = 2 \\ t_1 = 2 \\ t_2 = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Mặt khác: } t_1 t_2 = 2m - 7 \Leftrightarrow 2 = 2m - 7 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 570. Cho a, b là hai số thực dương lớn hơn 1. Biết phương trình $a^x b^{x^2-1} = 1$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}\right)^2 - 4(x_1 + x_2)$ bằng

A. $3\sqrt[3]{4}$.

B. $3\sqrt[3]{2}$.

C. 4.

D. $\sqrt[3]{4}$.

Lời giải.

Phương trình $a^x \cdot b^{x^2-1} = 1 \Leftrightarrow b^{x^2} = b \cdot a^{-x} \Leftrightarrow x^2 + x \log_b a - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -\log_b a \\ x_1 x_2 = -1. \end{cases}$$

$$S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \right)^2 - 4(x_1 + x_2) = \left(\frac{1}{\log_b a} \right)^2 + 4 \log_b a = \frac{1}{\log_b^2 a} + 2 \log_b a + 2 \log_b a \geq 3\sqrt[3]{4}.$$

(Vì $a, b > 1$ nên $\log_b a > 0$).

$$\text{Dấu xảy ra} \Leftrightarrow 2 \log_b a = \frac{1}{\log_b^2 a} \Leftrightarrow \log_b a = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $S = 3\sqrt[3]{4}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 571. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 3.

B. 13.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 &= 0 \\ \Leftrightarrow 4^{2x} - 4m \cdot 4^x + 5m^2 - 45 &= 0 \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $t = 4^x$, điều kiện $t > 0$.

Khi đó phương trình (1) tương đương $t^2 - 4mt + 5m^2 - 45 = 0$. (2)

Để phương trình (1) đã cho có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt lớn hơn 0, tương đương

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 \cdot t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 45 > 0 \\ 4m > 0 \\ 5m^2 - 45 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\sqrt{5} < m < 3\sqrt{5} \\ m > 0 \\ m < -3 \text{ hoặc } m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 3\sqrt{5}.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{4; 5; 6\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên dương thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 572. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $16^x - 2 \cdot 12^x + (m-2)9^x = 0$ có nghiệm dương?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 16^x - 2 \cdot 12^x + (m-2)9^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^x + m - 2 = 0. \quad (*)$$

Đặt $t = \left(\frac{4}{3}\right)^x$, điều kiện $t > 0$.

Khi đó phương trình (*) tương đương $t^2 - 2t + m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2 + 2t - t^2$. (1)

Để phương trình (*) có nghiệm dương $x > 0$ thì phương trình (1) có nghiệm $t = \left(\frac{4}{3}\right)^x > \left(\frac{4}{3}\right)^0 = 1$.

Xét hàm số $f(t) = 2 + 2t - t^2$, $t \in (1; +\infty)$, khi đó $f'(t) = 2 - 2t < 0$, $\forall t > 1$ nên hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Suy ra $f(x) < f(1) = 3 \Rightarrow m < 3$, mà m nguyên dương nên $m \in \{1; 2\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên dương m .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 573. Số giá trị nguyên của m để phương trình $(m+1) \cdot 16^x - 2(2m-3) \cdot 4^x + 6m+5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $t = 4^x, t > 0$, khi đó phương trình trở thành: $(m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m+5 = 0$. (*)

Theo ycbt: $x_1 < 0 < x_2 \Rightarrow 0 < 4^{x_1} < 1 < 4^{x_2} \Rightarrow 0 < t_1 < 1 < t_2$ trong đó

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = \frac{2(2m-3)}{m+1} \\ t_1 \cdot t_2 = \frac{6m+5}{m+1} \end{cases}$$

$$\text{Cần có: } \begin{cases} \Delta' = (2m-3)^2 - (m+1)(6m+5) > 0 \\ t_1 + t_2 = \frac{2(2m-3)}{m+1} > 0 \\ t_1 \cdot t_2 = \frac{6m+5}{m+1} \\ (t_1-1)(t_2-1) = \frac{6m+5}{m+1} - \frac{2(2m-3)}{m+1} \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < -1.$$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 574. Cho cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $b_2 > b_1 \geq 1$ và hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ sao cho $f(\log_2(b_2)) + 2 = f(\log_2(b_1))$. Giá trị nhỏ nhất của n để $b_n > 5^{100}$ bằng

A. 333.

B. 229.

C. 234.

D. 292.

Lời giải.

Gọi k là công bội của cấp số nhân $(b_n) \Rightarrow b_2 = k \cdot b_1 \Rightarrow \begin{cases} k > 1 \text{ (do } b_2 > b_1 \geq 1) \\ \log_2(b_2) = \log_2 k + \log_2(b_1) \end{cases}$.

Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned} f(\log_2(b_2)) + 2 &= f(\log_2(b_1)) \\ \Leftrightarrow (\log_2(b_2))^3 - 3\log_2(b_2) + 2 &= (\log_2(b_1))^3 - 3\log_2(b_1) \\ \Leftrightarrow (\log_2 k + \log_2(b_1))^3 - 3(\log_2 k + \log_2(b_1)) + 2 &= (\log_2(b_1))^3 - 3\log_2(b_1) \\ \Leftrightarrow 3\log_2(b_1) \cdot \log_2 k \cdot (\log_2(b_1) + \log_2 k) + (\log_2 k)^3 - 3\log_2 k + 2 &= 0. \end{aligned}$$

Ta lại có

$$\begin{cases} 3\log_2(b_1) \cdot \log_2 k \cdot (\log_2(b_1) + \log_2 k) \geq 0 \text{ (do } k > 1 \text{ và } b_1 \geq 1) \\ (\log_2 k)^3 - 3\log_2 k + 2 = (\log_2 k - 1)^2 \cdot (\log_2 k + 2) \geq 0. \end{cases}$$

Do đó

$$\begin{cases} 3\log_2(b_1) \cdot \log_2 k \cdot (\log_2(b_1) + \log_2 k) = 0 \\ (\log_2 k)^3 - 3\log_2 k + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(b_1) = 0 \\ \log_2 k = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 1 \\ k = 2. \end{cases}$$

Ta có $b_n = b_1 \cdot k^{n-1} = 2^{n-1}$.

Để $b_n > 5^{100}$ thì $2^{n-1} > 5^{100} \Leftrightarrow n-1 > \log_2 5^{100} \Leftrightarrow n > 100 \cdot \log_2 5 + 1$.

Do đó giá trị nhỏ nhất của n để $b_n > 5^{100}$ là $n_{\min} = 234$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 575. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 0$.

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m \geq 2$.

C. $m = 0$.

D. $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x > 0$, phương trình trở thành $t^2 - mt + 1 = 0$ (1).

Ta có (1) có nghiệm hai nghiệm dương khi và chỉ khi
$$\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 \geq 0 \\ m > 0 \\ 1 > 0 \text{ (luôn đúng)} \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 2.$$

Khi đó, (1) có hai nghiệm dương t_1, t_2 .

Theo định lý Vi-ét $\Rightarrow 1 = t_1 \cdot t_2 = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$ (thỏa mãn).

Vậy $m \geq 2$ thỏa mãn bài.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 576. Tất cả các giá trị thực của m để phương trình $9^x + 6^x - m \cdot 4^x = 0$ có nghiệm là

A. $m > 0$.

B. $m \leq 0$.

C. $m < 0$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương với $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} + \left(\frac{3}{2}\right)^x - m = 0$ (1).

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x > 0$, phương trình (1) trở thành $t^2 + t - m = 0 \Leftrightarrow m = t^2 + t$ (2).

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi (2) có nghiệm $t > 0$.

Đặt $f(t) = t^2 + t$ với $t > 0$. Ta có $f'(t) = 2t + 1 > 0, \forall t > 0$. Bảng biến thiên

x	0	$+\infty$
$f'(t)$		+
$f(t)$	0	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra (2) có nghiệm $t > 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 577. Cho hai số thực dương m, n thỏa mãn $\log_4\left(\frac{m}{2}\right) = \log_6 n = \log_9(m+n)$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{m}{n}$.

A. $P = 2$.

B. $P = 1$.

C. $P = 4$.

D. $P = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Đặt $\log_4\left(\frac{m}{2}\right) = \log_6 n = \log_9(m+n) = t$. Suy ra $m = 2 \cdot 4^t, n = 6^t, m+n = 9^t$.

Ta có $m+n = 9^t \Leftrightarrow 2 \cdot 4^t + 6^t = 9^t \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2t} + \left(\frac{2}{3}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{1}{2}$.

Vậy $P = \frac{m}{n} = \frac{2 \cdot 4^t}{6^t} = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^t = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 578. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x - m + 6 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 sao cho $x_1 < x_2 < 3$. Tập hợp S có bao

nhiều phần tử?

A. Vô số.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Xét phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x - m + 6 = 0$. (1)

Đặt $t = 2^x$, $t > 0$. Phương trình (1) trở thành $t^2 - 2mt - m + 6 = 0$. (2)

Đặt $f(t) = t^2 - 2mt - m + 6$.

Phương trình (1) có 2 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 + m - 6 > 0 \\ 2m > 0 \\ -m + 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m > 2 \\ m > 0 \\ m < 6 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m < 6.$$

Với $2 < m < 6$ thì phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 . Khi đó phương trình (1) có 2 nghiệm thực phân biệt $x_1 = \log_2 t_1$ và $x_2 = \log_2 t_2$.

Ta có

$$\begin{aligned} x_1 < x_2 < 3 &\Leftrightarrow \log_2 t_1 < \log_2 t_2 < 3 \Leftrightarrow t_1 < t_2 < 8 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (t_1 - 8) + (t_2 - 8) < 0 \\ (t_1 - 8)(t_2 - 8) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 + t_2 - 16 < 0 \\ t_1 t_2 - 8(t_1 + t_2) + 64 > 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 16 < 0 \\ 6 - m - 8 \cdot 2m + 64 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 8 < 0 \\ 70 - 17m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < \frac{70}{17}. \end{aligned}$$

Suy ra $2 < m < \frac{70}{17}$, mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 3$. Vậy có 1 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 579. Tính tổng T của các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $e^x + (m^2 - m)e^{-x} = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn $\frac{1}{\log e}$.

A. $T = 28$.

B. $T = 20$.

C. $T = 21$.

D. $T = 27$.

Lời giải.

Đặt $t = e^x$, $t > 0$. Phương trình trở thành $t^2 - 2mt + m^2 - m = 0$. Yêu cầu bài toán trở thành tìm

m để phương trình có đúng hai nghiệm dương phân biệt nhỏ hơn 10. Điều này tương đương với

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \Delta' > 0 \\ a \cdot f(0) > 0 \\ a \cdot f(10) > 0 \\ 0 < -\frac{b}{2a} < 10 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m^2 - m > 0 \\ 100 - 20m + m^2 - m > 0 \\ 0 < m < 10 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m > 0 \\ m < 0 \vee m > 1 \\ m < \frac{21 - \sqrt{41}}{2} \vee m > \frac{21 + \sqrt{41}}{2} \\ 0 < m < 10 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & 1 < m < \frac{21 - \sqrt{41}}{2}. \end{aligned}$$

Do đó tổng các giá trị nguyên của m là $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 27$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 580. Cho biết phương trình $\log_3(3^{x+1} - 1) = 2x + \log_{\frac{1}{3}} 2$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $S = 27^{x_1} + 27^{x_2}$.

A. $S = 252$.

B. $S = 45$.

C. $S = 9$.

D. $S = 180$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_3(3^{x+1} - 1) &= 2x + \log_{\frac{1}{3}} 2 = 2x - \log_3 2 \\ \Leftrightarrow \log_3(3^{x+1} - 1) + \log_3 2 &= 2x \\ \Leftrightarrow \log_3 2(3^{x+1} - 1) &= 2x \\ \Leftrightarrow 2(3^{x+1} - 1) &= 3^{2x} \\ \Leftrightarrow (3^x)^2 - 6 \cdot 3^x + 2 &= 0. \end{aligned}$$

Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$) thì phương trình trở thành $t^2 - 6t + 2 = 0$. Phương trình luôn có hai nghiệm dương phân biệt là $t_1 = 3^{x_1}$ và $t_2 = 3^{x_2}$.

Ta có $S = t_1^3 + t_2^3 = (t_1 + t_2)^3 - 3t_1t_2(t_1 + t_2) = 6^3 - 3 \cdot 2 \cdot 6 = 180$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 581. Cho phương trình $\log_{\sqrt{2}}(mx - x^3) + 2\log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có ba nghiệm phân biệt

A. $18 < m < \frac{39}{2}$.

B. $18 < m < 20$.

C. $19 < m < 20$.

D. $19 < m < \frac{39}{2}$.

Lời giải.

Điều kiện: $-14x^2 + 29x - 2 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{14} < x < 2$. Ta có:

$$\log_{\sqrt{2}}(mx - 6x^3) + 2\log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow 2\log_2(mx - 6x^3) - 2\log_2(-14x^2 + 29x - 2) = 0 \\
&\Leftrightarrow mx - 6x^3 = -14x^2 + 29x - 2 \\
&\Leftrightarrow mx = 6x^3 - 14x^2 + 29x - 2 \\
&\Leftrightarrow m = 6x^2 - 14x + 29 - \frac{2}{x}
\end{aligned}$$

Xét hàm số $y = 6x^2 - 14x + 29 - \frac{2}{x}, x \in \left(\frac{1}{14}; 2\right)$.

Ta có $y' = 12x - 14 + \frac{2}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow 12x^3 - 14x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{3} \notin \left(\frac{1}{14}; 2\right) \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{2}$	1	2	
y'	+	0	-	0	+
y	$\frac{3}{98}$	$\frac{39}{2}$	19	23	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi đồ thị hàm số $y = 6x^2 - 14x + 29 - \frac{2}{x}, x \in \left(\frac{1}{14}; 2\right)$ cắt đường thẳng $y = m$ tại 3 điểm phân biệt với $19 < m < \frac{39}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 582. Giả sử phương trình $\log_2^2 x - (m+2)\log_2 x + 2m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 6$. Giá trị của biểu thức $|x_1 - x_2|$ là

A. 3.

B. 8.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Ta có:

$$\log_2^2 x - (m+2)\log_2 x + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 2^m \end{cases}$$

Vì tổng các nghiệm bằng 6 nên suy ra $4 + 2^m = 6 \Leftrightarrow m = 1$.

Khi đó, phương trình có 2 nghiệm thực phân biệt là $x = 2$ và $x = 4$, suy ra $|x_1 - x_2| = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 583. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 3.

B. vô số.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ (x-1)^2 = mx-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2 - (m+2)x + 9 = 0 \end{cases}$$

Khi đó để phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt thì phương trình $x^2 - (m+2)x + 9 = 0$

có hai nghiệm thực x_1, x_2 phân biệt lớn hơn 1, tương đương với

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ (x_1 - 1) + (x_2 - 1) > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)^2 - 36 > 0 \\ m+2 > 2 \\ 9 - (m+2) + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -8 \\ m > 4 \\ m > 0 \\ m < 8 \end{cases} \Leftrightarrow 4 < m < 8.$$

Vậy có ba giá trị nguyên của tham số m là 5, 6, 7 để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 584. Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2\left(\frac{2x^2+1}{2x}\right) + 2^{x+\frac{1}{2x}} = 5$.

A. 1.

B. 2.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Lời giải.

Điều kiện $\frac{2x^2+1}{2x} > 0 \Leftrightarrow 2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

Đặt $t = x + \frac{1}{2x}$ ($t > 0$). Khi đó

$$\log_2\left(\frac{2x^2+1}{2x}\right) + 2^{x+\frac{1}{2x}} = 5 \Rightarrow \log_2 t + 2^t = 5 \quad (*).$$

— **Trường hợp 1.** Với $t = 2$: phương trình $(*) \Rightarrow \log_2 2 + 2^2 = 5$ (luôn đúng) $\Rightarrow t = 2$ (nhận).
Khi đó

$$t = 2 \Leftrightarrow x + \frac{1}{2x} = 2 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2+\sqrt{2}}{2} \text{ (nhận)} \\ x = \frac{2-\sqrt{2}}{2} \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

— **Trường hợp 2.** Với $t > 2$: $\log_2 t + 2^t > \log_2 2 + 2^2 = 5 \Rightarrow$ phương trình $(*)$ vô nghiệm.

— **Trường hợp 3.** Với $0 < t < 2$: $\log_2 t + 2^t < \log_2 2 + 2^2 = 5 \Rightarrow$ phương trình $(*)$ vô nghiệm.

Vậy tích các nghiệm phương trình $\log_2\left(\frac{2x^2+1}{2x}\right) + 2^{x+\frac{1}{2x}} = 5$ là $\frac{2+\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2-\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 585. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m \geq 1$.

B. $0 < m < 1$.

C. $m \leq 0$.

D. $m < 1$.

Lời giải.

Ta có $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0 \Leftrightarrow m = -4 \cdot 4^x + 4 \cdot 2^x = f(x)$.

$f'(x) = -4 \cdot 4^x \ln 4 + 4 \cdot 2^x \ln 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	1	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra phương trình $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 586. Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 3.

B. 4.

C. Vô số.

D. 5.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x-1 > 0 \\ mx-8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ mx-8 > 0. \end{cases}$$

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8) \Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 = \log_2(mx-8) \Leftrightarrow (x-1)^2 = mx-8.$$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{x^2 - 2x + 9}{x} = m \text{ (do } x > 1).$$

$$\text{Ta có } f(x) = x - 2 + \frac{9}{x}, \quad f'(x) = 1 - \frac{9}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ (nhận)} \\ x = -3 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	8	4	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 4 < m < 8$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên có 3 số nguyên m thỏa bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 587. Biết phương trình $2\log_2 x + 3\log_x 2 = 7$ có hai nghiệm thực $x_1 < x_2$. Tính giá trị của biểu thức $T = (x_1)^{x_2}$.

A. $T = 64$.

B. $T = 32$.

C. $T = 8$.

D. $T = 16$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $x > 0, x \neq 1$.

Đặt $t = \log_2 x$, phương trình đã cho trở thành

$$2t + \frac{3}{t} = 7 \Leftrightarrow 2t^2 - 7t + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \text{ (nhận)} \\ x = \sqrt{2} \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

Do đó, $x_1 = \sqrt{2}$ và $x_2 = 8$. Khi đó $T = (x_1)^{x_2} = (\sqrt{2})^8 = 16$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 588. Phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (1 - 2a)(2 - \sqrt{3})^x - 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - x_2 = \log_{2+\sqrt{3}} 3$. Khi đó a thuộc khoảng

- A. $(-\infty; -\frac{3}{2})$. B. $(0; +\infty)$. C. $(\frac{3}{2}; +\infty)$. D. $(-\frac{3}{2}; +\infty)$.

Lời giải.

Đặt $t = (2 + \sqrt{3})^x$, ($t > 0$), ta được phương trình $t + \frac{1-2a}{t} - 4 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 4t + 1 - 2a = 0$. (1)

Ta cần tìm a để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 thỏa điều kiện

$$\log_{2+\sqrt{3}} t_1 - \log_{2+\sqrt{3}} t_2 = 3 \Leftrightarrow \log_{2+\sqrt{3}} \frac{t_1}{t_2} = \log_{2+\sqrt{3}} 3 \Leftrightarrow \frac{t_1}{t_2} = 3 \Leftrightarrow t_1 = 3t_2.$$

Phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 1 + 2a > 0 \\ 4 > 0 \\ 1 - 2a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < a < \frac{1}{2}.$$

Kết hợp định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} t_1 + t_2 = 4 \\ t_1 t_2 = 1 - 2a \\ t_1 = 3t_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = 1 \\ 1 - 2a = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = 1 \\ a = -1. \end{cases}$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 589. Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1$ là

- A. 630. B. $\frac{1}{125}$. C. $\frac{630}{625}$. D. $\frac{7}{125}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1 &\Leftrightarrow [3\log_x 5 + 1] \left[\frac{1}{2} \log_5 x \right]^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{3\log_x 5 + 1}{4(\log_x 5)^2} = 1 \\ &\Leftrightarrow 4(\log_x 5)^2 - 3(\log_x 5) - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \log_x 5 = 1 \\ \log_x 5 = -\frac{1}{4} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = \frac{1}{5^4} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tích các nghiệm của phương trình là $\frac{1}{125}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 590. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 3x + \log_3 x + m - 1 = 0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 1)$.

- A. $m > \frac{9}{4}$. B. $0 < m < \frac{1}{4}$. C. $0 < m < \frac{9}{4}$. D. $m > -\frac{9}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\log_3^2 3x + \log_3 x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 3x + \log_3 3x + m - 2 = 0$.

Đặt $t = \log_3 3x$, phương trình có dạng $t^2 + t + m - 2 = 0$ (*)

Với $x \in (0; 1) \Rightarrow 0 < 3x < 3 \Leftrightarrow \log_3 3x < 1 \Leftrightarrow t < 1$.

Yêu cầu đề bài tương đương với tìm tham số m để phương trình (*) có đúng hai nghiệm phân biệt

t_1, t_2 nhỏ hơn 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) > 0 \\ t_1 + t_2 - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ t_1 t_2 - (t_1 + t_2) + 1 > 0 \\ t_1 + t_2 - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4m + 8 > 0 \\ m - 2 + 1 + 1 > 0 \\ -1 - 2 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4m > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{9}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 591. Tập hợp các giá trị của m để phương trình $(7 - 3\sqrt{5})^{x^2} + m(7 + 3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1}$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $(-\infty; \frac{1}{16})$. B. $[0; \frac{1}{16}]$. C. $(-\frac{1}{2}; 0] \cup \{\frac{1}{16}\}$. D. $(-\frac{1}{2}; \frac{1}{16}]$.

Lời giải.

$$(7 - 3\sqrt{5})^{x^2} + m(7 + 3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1} \Leftrightarrow 2 \left(\frac{7 - 3\sqrt{5}}{2} \right)^{x^2} + 2m \left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2} \right)^{x^2} = 1. \quad (1)$$

$$\text{Đặt: } t = \left(\frac{7 - 3\sqrt{5}}{2} \right)^{x^2}, (0 < t \leq 1) \Rightarrow \left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2} \right)^{x^2} = \frac{1}{t}.$$

$$\text{Phương trình trở thành } 2t + 2m \cdot \frac{1}{t} = 1 \Rightarrow 2t^2 - t + 2m = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - t = -2m. \quad (2)$$

Vì mỗi $t \in (0; 1)$ cho hai nghiệm $x = \pm \sqrt{\log_{\frac{7-3\sqrt{5}}{2}} t}$ nên (1) có đúng 2 nghiệm khi và chỉ khi (2) có đúng 1 nghiệm $t \in (0; 1)$.

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 2t^2 - t \Rightarrow f'(t) = 4t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{4}.$$

Hàm số $f(t)$ có bảng biến thiên

t	0	$\frac{1}{4}$	1
$f'(t)$	+	0	+
$f(t)$	0	$-\frac{1}{8}$	1

Từ bảng biến thiên ta có (1) có đúng 2 nghiệm khi và chỉ khi

$$\begin{cases} -2m = -\frac{1}{8} \\ 0 \leq -2m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{16} \\ -\frac{1}{2} < m \leq 0 \end{cases} \Rightarrow m \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right] \cup \left\{\frac{1}{16}\right\}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 592. Ông A vay của ngân hàng Agribank 200 triệu đồng để sửa nhà theo hình thức lãi kép với lãi suất 1,15% một tháng. Hàng tháng vào ngày ngân hàng thu lãi, ông A trả đều đặn 7 triệu đồng. Sau một năm, do có sự cạnh tranh giữa các ngân hàng nên lãi suất giảm xuống còn 1% một tháng. Gọi m là số tháng ông A hoàn trả hết nợ (tính từ khi bắt đầu vay). Hỏi m gần nhất với số nào sau đây?

A. 36 tháng.

B. 35 tháng.

C. 38 tháng.

D. 33 tháng.

Lời giải.

Goi t_0 là số tiền ông A vay với lãi suất kép r ($t_0 = 200, r = 1,15\%$).

Sau mỗi tháng vào ngày trả lãi 7 triệu đồng. Bằng qui nạp sau n tháng số tiền ông A phải trả ngân hàng $t_n = \frac{(r \cdot t_0 - 7) \cdot (1 + r)^n + 7}{r}$.

Vậy sau 12 tháng số tiền ông A phải trả ngân hàng là $T_0 = t_{12} = \frac{(r \cdot t_0 - 7) \cdot (1 + r)^{12} + 7}{r}$, với $r = 1,15\%$ nên $T_0 \approx 139,8923492$ (triệu đồng).

Goi T_n là số tiền ông A phải trả ngân hàng sau n tháng với lãi suất kép $b = 1\%$ và sau mỗi tháng ông trả 7 triệu đồng ta có $T_n = \frac{(b \cdot T_0 - 7) \cdot (1 + b)^n + 7}{b}$.

Để trả hết nợ thì n thỏa mãn $(b \cdot T_0 - 7) \cdot (1 + b)^n + 7 = 0 \Leftrightarrow n = \log_{1+b} \left(\frac{7}{7 - bT_0} \right)$, $b = 0,01$; $T_0 = 139,8923492 \Rightarrow n \approx 22,4$.

Vậy số tháng ông A trả hết nợ ngân hàng là $[12 + 22,4] + 1 = 35$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 593. Tìm m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x + 4m + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m > -\frac{5}{4}$.B. $m > 5$.C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 5 \end{cases}$.D. $m > 0$.**Lời giải.**

Đặt $t = 2^x, t > 0$. Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - 2mt + 4m + 5 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 + 5}{2t - 4} (*) \text{ (do } t = 2 \text{ không là nghiệm)}.$$

Yêu cầu bài toán tương đương với phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\text{Xét } f(t) = \frac{t^2 + 5}{2t - 4}.$$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{2t^2 - 8t - 10}{(2t - 4)^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \notin (0; +\infty) \\ t = 5 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

t	0	2	5	$+\infty$
$f'(t)$		-	- 0 +	
$f(t)$	$-\frac{5}{4}$		$+\infty$	$+\infty$
		$-\infty$	5	

Vậy với $m > 5$ phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 594. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số k để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2k - 1 = 0$ có nghiệm thuộc $[1; 3^{\sqrt{3}}]$?

A. 0.

B. 4.

C. 3.

D. 7.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$ (*).

Với điều kiện (*) ta đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}$ suy ra $\log_3^2 x = t^2 - 1$.

Để $1 \leq x \leq 3^{\sqrt{3}}$ suy ra $0 \leq \log_3 x \leq \sqrt{3}$ nên $1 \leq t \leq 2$.

Khi đó phương trình trở thành

$$t^2 - 1 + t - 2k - 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 + t - 2k - 2 = 0 \quad (**)$$

Bài toán trở thành phương trình (**) có nghiệm thuộc $[1; 2]$.

$$\text{Mà } (**) \Leftrightarrow t^2 + t = 2k + 2.$$

Xét hàm số $f(t) = t^2 + t$ trên $[1; 2]$.

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$
$f(t)$	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	2	6	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $2 \leq 2k + 2 \leq 6 \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 2$.

Do đó tập hợp các giá trị k nguyên là $\{0, 1, 2\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 595. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^x + 2m + 1 = 0$ có nghiệm. Tập $\mathbb{R} \setminus S$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 4.

B. 8.

C. 9.

D. 7.

Lời giải.

Dễ thấy $x = 1$ không phải là nghiệm của phương trình.

$$\text{Xét } x \neq 1: 4^x - m \cdot 2^x + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{4^x + 1}{2^x - 2}.$$

$$\text{Đặt } t = 2^x \ (t > 0). \text{ Khi đó } m = \frac{t^2 + 1}{t - 2} = f(t).$$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{2t(t-2) - (t^2+1)}{(t-2)^2} = \frac{t^2 - 4t - 1}{(t-2)^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 - \sqrt{5} \text{ (loại)} \\ t = 2 + \sqrt{5} \text{ (thỏa mãn)}. \end{cases} \quad \text{Ta có}$$

bảng biến thiên của hàm $f(t)$ như sau

t	0	2	$2 + \sqrt{5}$	$+\infty$
$f'(t)$		-	0	+
$f(t)$	$-\frac{1}{2}$	$-\infty$	$4 + 2\sqrt{5}$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm để phương trình $m = f(t)$ có nghiệm khi $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left[4 + 2\sqrt{5}; +\infty\right)$. Tập $\mathbb{R} \setminus S = \left(-\frac{1}{2}; 4 + 2\sqrt{5}\right]$.

Tập $\mathbb{R} \setminus S$ có các giá trị nguyên là 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 hay $\mathbb{R} \setminus S$ có 9 giá trị nguyên.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 596. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12} \frac{5b-a}{2}$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng

A. $\frac{a}{b} = -1 + \sqrt{6}$.

B. $\frac{a}{b} = \frac{1 + \sqrt{6}}{5}$.

C. $\frac{a}{b} = 7 - 2\sqrt{6}$.

D. $\frac{a}{b} = \frac{7 + 2\sqrt{6}}{25}$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} a, b > 0 \\ 5b - a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a, b > 0 \\ \frac{a}{b} < 5. \end{cases}$

Đặt $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12} \frac{5b-a}{2} = t$.

Ta có: $a = 9^t, b = 16^t, \frac{5b-a}{2} = 12^t$.

Suy ra $\left(\frac{5b-a}{2}\right)^2 = ab \Leftrightarrow a^2 - 14ab + 25b^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 14 \cdot \frac{a}{b} + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = 7 + 2\sqrt{6} \\ \frac{a}{b} = 7 - 2\sqrt{6}. \end{cases}$

So điều kiện ta nhận $\frac{a}{b} = 7 - 2\sqrt{6}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 597. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x + 2^x + 4 = 3^m(2^x + 1)$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $\log_4 3 < m < 1$.

B. $1 < m < \log_3 4$.

C. $\log_4 3 \leq m < 1$.

D. $1 < m \leq \log_3 4$.

Lời giải.

Ta có $4^x + 2^x + 4 = 3^m(2^x + 1) \Leftrightarrow \frac{4^x + 2^x + 4}{2^x + 1} = 3^m$.

Đặt $t = 2^x, t > 0$. (*) $\Leftrightarrow \frac{t^2 + t + 4}{t + 1} = 3^m$.

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{t^2 + t + 4}{t + 1}$ và đường thẳng $y = 3^m$ song song với trục hoành.

Xét $y = \frac{t^2 + t + 4}{t + 1}, t > 0$.

Ta có $y' = \frac{t^2 + 2t - 3}{(t + 1)^2}$.

Cho $y' = 0 \Rightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \text{ (loại)} \\ t = 1 \text{ (nhận)}. \end{cases}$

Bảng biến thiên:

t	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+
y	4	3	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = 3^m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{t^2 + t + 4}{t + 1}$ tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow 3 < 3^m < 4 \Leftrightarrow 1 < m < \log_3 4$.

Vậy $1 < m < \log_3 4$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 598. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $15x \cdot 5^x = 5^{x+1} + 27x + 23$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. -1.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $15x \cdot 5^x = 5^{x+1} + 27x + 23 \Leftrightarrow 5 \cdot 5^x \cdot (3x - 1) - (27x + 23) = 0 \quad (1)$.

Với $x = \frac{1}{3}$ không phải là nghiệm của phương trình.

Với $x \neq \frac{1}{3}$ ta có $(1) \Leftrightarrow 5 \cdot 5^x - \frac{27x+23}{3x-1} = 0$ (2).

Xét hàm số $f(x) = 5 \cdot 5^x - \frac{27x+23}{3x-1}$, $f'(x) = 5 \cdot 5^x \ln 5 + \frac{96}{(3x-1)^2} > 0$, $\forall x \neq \frac{1}{3}$.

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$, $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ nên trên mỗi khoảng hàm số có nhiều nhất một nghiệm.

Ta thấy $f(-1) = f(1) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$ là nghiệm của phương trình.

Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $15x \cdot 5^x = 5^{x+1} + 27x + 23$ bằng 0.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 599. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_5(3^x + 4^x) = x$ là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Điều kiện: $3^x + 4^x > 0$ (luôn đúng).

Phương trình tương đương với $3^x + 4^x = 5^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1$ (1).

— Với $x = 2$ thỏa mãn $(1) \Rightarrow x = 2$ là nghiệm của (1).

— Với $x > 2 \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x < \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 \Rightarrow (1)$ vô nghiệm.

— Với $x < 2 \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x > \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 \Rightarrow (1)$ vô nghiệm.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất là $x = 2 \Rightarrow$ tổng tất cả các nghiệm là 2.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 600. Số nghiệm của phương trình $50^x + 2^{x+5} = 3 \cdot 7^x$ là

A. 1.

B. 2.

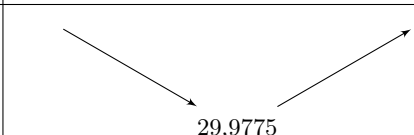
C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = 25^x - 3\left(\frac{7}{2}\right)^x + 32$. Ta có $f'(x) = 25^x \ln 25 - 3\left(\frac{7}{2}\right)^x \ln \frac{7}{2}$. Suy ra $f'(x) = 0$ khi

$x = \ln_{\frac{50}{7}}\left(3 \log_{25} \frac{7}{2}\right) \approx 0,0788$. Ta có bảng biến thiên

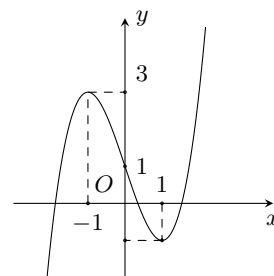
x	$-\infty$	$\ln_{\frac{50}{7}}\left(3 \log_{25} \frac{7}{2}\right)$	$+\infty$
f'	-	0	+
f			

Từ đó bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x) = 0$, do đó phương trình đã cho vô nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 601. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tập tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\ln^2 x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(1; e]$ là

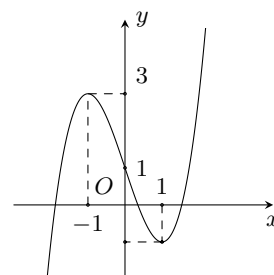
- A. $[-1; 3)$.
 B. $[-1; 1)$.
 C. $(-1; 1)$.
 D. $(-1; 3)$.



Lời giải.

Đặt $t = \ln^2 x$, ta có $x \in (1; e] \Rightarrow t \in (0; 1]$, ta được phương trình $f(t) = m, t \in (0; 1]$. (1)

Khi đó, phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = m$ cắt đoạn đồ thị hàm số có hoành độ $x \in (0; 1] \Leftrightarrow -1 \leq m < 1 \Leftrightarrow m \in [-1; 1)$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 602. Phương trình $2^{x^2+x} - 4 \cdot 2^{x^2-x} - 2^{2x} + 4 = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Xét phương trình $2^{x^2+x} - 4 \cdot 2^{x^2-x} - 2^{2x} + 4 = 0$. (1)

$$\text{Ta có (1)} \Leftrightarrow 2^{2x} (2^{x^2-x} - 1) - 4 (2^{x^2-x} - 1) = 0 \Leftrightarrow (2^{x^2-x} - 1) (2^{2x} - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2-x} = 1 \\ 2^{2x} - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Vậy phương trình có tất cả 2 nghiệm.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 603. Giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - (2m+3)2^x + 64 = 0$ có hai nghiệm thực thỏa mãn $(x_1+2)(x_2+2) = 24$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(0; \frac{3}{2})$. B. $(-\frac{3}{2}; 0)$. C. $(\frac{21}{2}; \frac{29}{2})$. D. $(\frac{11}{2}; \frac{19}{2})$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$, ta có phương trình $t^2 - (2m+3)t + 64 = 0$ (1).

Nếu phương trình này có nghiệm t_1, t_2 thì $t_1 \cdot t_2 = 64$ hay $2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 64$, từ đó có $x_1 + x_2 = 6$.

Thay vào hệ thức $(x_1+2)(x_2+2) = 24$ ta có $x_1 x_2 = 8$. Do đó, $x_1 = 2, x_2 = 4$ hay $t_1 = 4, t_2 = 16$.

Thay vào (1) được $2m+3 = 20 \Leftrightarrow m = \frac{17}{2}$.

Thử lại, ta thấy $m = \frac{17}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 604. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $5^x + 10 = m\sqrt{25^x + 4}$ có nghiệm duy nhất. Số tập con của S là

- A. 3. B. 4. C. 16. D. 15.

Lời giải.

Đặt $t = 5^x \Rightarrow t > 0$ và mỗi $t \in (0; +\infty)$ tương ứng cho một $x \in \mathbb{R}$.

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi phương trình

$$m = \frac{t+10}{\sqrt{t^2+4}} = f(t)$$

có nghiệm duy nhất trên khoảng $(0; +\infty)$.

Có $f'(t) = \frac{4-10t}{(t^2+4)\sqrt{t^2+4}}$. Suy ra bảng biến thiên của $f(t)$:

t	0	$\frac{2}{5}$	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	5	$\sqrt{26}$	1

Từ bảng biến thiên ta thấy

$$\text{Phương trình } f(t) = m \text{ có nghiệm duy nhất trên } (0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < m \leq 5 \\ m = \sqrt{26}. \end{cases}$$

Do m nguyên nên $m \in S = \{2; 3; 4; 5\}$.

Vậy số tập con của S bằng $2^4 = 16$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 605. Phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = -1$. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-5; 0)$.

B. $(-7; -5)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(5; 7)$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x > 0$. Ta được $t^2 - 6t + m = 0$. (1)

Ta thấy $x_1 + x_2 = -1 \Leftrightarrow t_1 \cdot t_2 = \frac{1}{2}$.

Phương trình ban đầu có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = -1$ tương đương phương trình (1) có hai nghiệm $t_1, t_2 > 0$ thỏa mãn $t_1 t_2 = \frac{1}{2}$.

$$\text{Khi đó, ycbt } \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - m \geq 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 606. Biết rằng α, β là các số thực thỏa mãn $2^\beta (2^\alpha + 2^\beta) = 8 (2^{-\alpha} + 2^{-\beta})$. Giá trị của $\alpha + 2\beta$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2^\beta (2^\alpha + 2^\beta) = 8 (2^{-\alpha} + 2^{-\beta}) &\Leftrightarrow 2^\beta (2^\alpha + 2^\beta) = 8 \frac{2^\alpha + 2^\beta}{2^{\alpha+\beta}} \\ &\Leftrightarrow (2^\alpha + 2^\beta) \left(2^\beta - \frac{8}{2^{\alpha+\beta}} \right) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2^\beta - \frac{8}{2^{\alpha+\beta}} = 0 \text{ (Vì } 2^\alpha + 2^\beta > 0) \\ &\Leftrightarrow 2^{\alpha+2\beta} = 8 \Leftrightarrow \alpha + 2\beta = 3. \end{aligned}$$

Vậy $\alpha + 2\beta = 3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 607. Tìm số giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để phương trình

$$(\sqrt{10} + 1)^{x^2} + m(\sqrt{10} - 1)^{x^2} = 2 \cdot 3^{x^2+1}$$

có đúng hai nghiệm phân biệt.

A. 14.

B. 15.

C. 13.

D. 16.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & (\sqrt{10} + 1)^{x^2} + m(\sqrt{10} - 1)^{x^2} = 2 \cdot 3^{x^2+1} \\ \Leftrightarrow & \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^{x^2} + m\left(\frac{\sqrt{10} - 1}{3}\right)^{x^2} = 6 \end{aligned}$$

Ta thấy rằng $\left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^{x^2} \cdot \left(\frac{\sqrt{10} - 1}{3}\right)^{x^2} = 1$. Do đó, nếu ta đặt $u = \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^{x^2} \geq 1$ thì phương trình đã cho trở thành

$$u + m \cdot \frac{1}{u} = 6 \Leftrightarrow u^2 - 6u + m = 0.$$

Đặt $u = t + 1$ thì $t \geq 0$. Khi đó ta được

$$0 = u^2 - 6u + m = (t + 1)^2 - 6(t + 1) + m = t^2 - 4t + m - 5.$$

Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thì phương trình ẩn t ở trên phải có nghiệm kép dương hoặc hai nghiệm trái dấu.

— Trường hợp 1: Phương trình có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow m - 5 < 0 \Leftrightarrow m < 5$.

— Trường hợp 2: Phương trình có nghiệm kép dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 0 \\ \frac{6}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 9 - m = 0 \Leftrightarrow m = 9$.

Vì m nguyên và $m \in (-10; 10)$ nên $m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 9\}$.

Vậy có 15 giá trị m cần tìm.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 608. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x - 1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(2x - 1) = 2$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \neq 1 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Khi đó, phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}
 & \log_3(x-1)^2 + \log_3(2x-1)^2 = 2 \\
 \Leftrightarrow & \log_3[(x-1)^2(2x-1)^2] = 2 \\
 \Leftrightarrow & (x-1)^2(2x-1)^2 = 9 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} (x-1)(2x-1) = 3 \\ (x-1)(2x-1) = -3 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x^2 - 3x - 2 = 0 \\ 2x^2 - 3x + 4 = 0 \quad (\text{vô nghiệm}) \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Đối chiếu với điều kiện, phương trình đã cho có duy nhất nghiệm $x = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 609. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$. Tính $|x_1 - x_2|$.

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3 & \Leftrightarrow 4^{x^2-x} + 2 \cdot 2^{x^2-x} - 3 = 0 \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2-x} = 1 \\ 2^{x^2-x} = -3 \quad (\text{vô nghiệm}) \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy $|x_1 - x_2| = |0 - 1| = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 610. Tìm m để phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$ có nghiệm $x \in [1; 8]$.

A. $6 \leq m \leq 9$.

B. $2 \leq m \leq 3$.

C. $2 \leq m \leq 6$.

D. $3 \leq m \leq 6$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m \Leftrightarrow \log_2^2 x - 2 \log_2 x + 3 = m$.

Đặt $t = \log_2 x$ với $x \in [1; 8] \Rightarrow t \in [0; 3]$.

Khi đó yêu cầu đề bài trở thành tìm m để phương trình $t^2 - 2t + 3 = m$ có nghiệm $t \in [0; 3]$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 2t + 3$ với $t \in [0; 3]$.

Suy ra $f'(t) = 2t - 2$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Bảng biến thiên

x	0	1	3
$f'(t)$	—	0	+
$f(t)$	3	2	6

Số nghiệm của phương trình $t^2 - 2t + 3 = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(t)$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy với $2 \leq m \leq 6$ thì phương trình có nghiệm $t \in [0; 3]$.

Vậy $2 \leq m \leq 6$ thì phương trình đã cho có nghiệm $x \in [1; 8]$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 611. Phương trình $4^x + 1 = 2^x \cdot m \cos(\pi x)$ có nghiệm duy nhất. Số giá trị của tham số m thỏa mãn là

A. Vô số.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x > 0$, phương trình đã cho trở thành $t^2 - m \cos(\pi x) \cdot t + 1 = 0$. (1)

(*) là phương trình bậc hai có $a = 1 > 0$, $b = -m \cos(\pi x)$, $c = 1 > 0$. Ta có $ac > 0$ nên (1) hoặc vô nghiệm hoặc có hai nghiệm cùng dấu.

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm kép dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ -\frac{b}{2a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 \cos^2(\pi x) = 4 \\ m \cos(\pi x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \cos(\pi x) = 2. \quad (2)$$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow t^2 - 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow 2^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Thay vào (2) ta có $m = 2$.

Với $m = 2$, ta được phương trình $4^x + 1 = 2^x \cdot 2 \cos(\pi x) \Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 2 \cos(\pi x)$.

Ta có $\begin{cases} 2^x + 2^{-x} \geq 2 \\ 2 \cos(\pi x) \leq 2 \end{cases}$. Do đó đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x + 2^{-x} = 2 \\ 2 \cos(\pi x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$ (thỏa mãn).

Vậy $m = 2$ là giá trị duy nhất thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **B** □

Câu 612. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(x + y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$

với a, b là hai số nguyên dương. Tính $T = a^2 + b^2$.

A. $T = 26$.

B. $T = 29$.

C. $T = 20$.

D. $T = 25$.

Lời giải.

Đặt $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(x + y) = t$, ta được

$$\begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ 9^t + 6^t = 4^t \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ (vô nghiệm)} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

Vậy $\frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$, suy ra $a = 1$, $b = 5$, $T = 1 + 25 = 26$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 613. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để phương trình

$$5^{3x^2-x+2m} + 5^{x^2+2x+m+2} = 5^{2x^2+x+m+2} + 5^{2x^2+2m}$$

có 4 nghiệm phân biệt?

A. 2018.

B. 2020.

C. 2021.

D. 2019.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$(5^{x^2} - 5^x) (5^{2x^2-x+2m} - 5^{x^2+x+m+2}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^{x^2} - 5^x = 0 \\ 5^{2x^2-x+2m} = 5^{x^2+x+m+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x = 0 \\ x^2 - 2x + m - 2 = 0. \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

Vì phương trình (1) có 2 nghiệm 0, 1 nên yêu cầu bài toán tương đương phương trình (2) phải có 2 nghiệm phân biệt khác 0, 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 - (m - 2) > 0 \\ 0^2 - 2 \cdot 0 + m - 2 \neq 0 \\ 1^2 - 2 \cdot 1 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m \neq 2 \Leftrightarrow 2 \neq m < 3. \\ m \neq 3 \end{cases}$$

Mà m là số nguyên thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ nên số giá trị cần tìm của m là 2019.

Chọn đáp án **A** □

Câu 614. Cho phương trình $\log_3^2 x - 4\log_3 x + m - 3 = 0$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 > x_2 > 1$.

A. 6.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Vì $x > 1$ nên $\log_3 x > 0$. Đặt $t = \log_3 x$, suy ra $t > 0$. Khi đó phương trình đã cho có dạng

$$t^2 - 4t - 3 = -m. \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 4t - 3$ trên miền $(0; +\infty)$, ta có $f'(t) = 2t - 4$. Suy ra $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Bảng biến thiên của $f(t)$

t	0	2	$+\infty$
$f'(t)$		0	+
$f(t)$	-3	-7	$+\infty$

Để phương trình $\log_3^2 x - 4\log_3 x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 > x_2 > 1$ thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt $t > 0$, suy ra $-7 < -m < -3 \Leftrightarrow 3 < m < 7$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 4, 5, 6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 615. Tính tổng T của các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $e^x + (m^2 - m)e^{-x} = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn $\frac{1}{\log e}$.

A. $T = 28$.

B. $T = 20$.

C. $T = 21$.

D. $T = 27$.

Lời giải.

Đặt $t = e^x$, ($t > 0$), phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2mt + m^2 - m = 0$ (1).

Phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn $\frac{1}{\log e} \Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa

$$0 < t_1 < t_2 < e^{\frac{1}{\log e}} = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ af(10) > 0 \\ 0 < S < 20 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-m)^2 - 1 \cdot (m^2 - m) > 0 \\ 100 - 20m + m^2 - m > 0 \\ 0 < 2m < 20 \\ m^2 - m > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \begin{cases} m < \frac{21 - \sqrt{41}}{2} \\ m > \frac{21 + \sqrt{41}}{2} \end{cases} \\ 0 < m < 10 \\ \begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < \frac{21 - \sqrt{41}}{2} \end{cases}.$$

Do chỉ lấy các giá trị $m \in \mathbb{Z}$ nên ta có $m \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Vậy $T = 27$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 616. Cho hai số thực $a > 1, b > 1$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $a^x \cdot b^{x^2-1} = 1$. Trong trường hợp biểu thức $S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}\right)^2 - 4x_1 - 4x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $ab = 4$.

B. $a \geq b$.

C. $a < b$.

D. $ab = 2$.

Lời giải.

Ta có: $a^x \cdot b^{x^2-1} = 1 \Leftrightarrow x^2 + x \log_b a - 1 = 0$.

Nhận thấy phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu (vì $a \cdot c < 0$).

Theo định lý Vi-et:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\log_b a \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}.$$

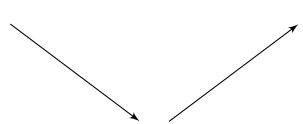
$$\text{Khi đó: } S = \left(\frac{x_1 \cdot x_2}{x_1 + x_2}\right)^2 - 4x_1 - 4x_2 = \log_a^2 b + \frac{4}{\log_a b}.$$

Đặt $\log_a b = t, t > 0$ (Vì $a > 1, b > 1$).

$$\text{Ta được } S = t^2 + \frac{4}{t} \Rightarrow S' = 2t - \frac{4}{t^2} = \frac{2t^3 - 4}{t^2}.$$

$$\text{Cho } S' = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt[3]{2}.$$

Bảng biến thiên

x	0	$\sqrt[3]{2}$	$+\infty$
S'	-	0	+
S			

Suy ra biểu thức S đạt giá trị nhỏ nhất tại $t = \sqrt[3]{2}$ hay $\log_a b = \sqrt[3]{2} > 1 \Rightarrow a < b$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 617. Gọi (S) là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $\sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x^2 - 3x + 9} = 7 - m$ có nghiệm. Số phần tử của S là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 5.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x^2 - 3x + 9}, \forall x \in \mathbb{R}$. Ta có:

$$f'(x) = \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}} + \frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x+9}}.$$

mà

$$\begin{aligned}
 f'(x) = 0 &\Leftrightarrow (2x-1)\sqrt{x^2-3x+9} = (3-2x)\sqrt{x^2-x+1} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} (2x-1)(3-2x) \geq 0 \\ (2x-1)^2(x^2-3x+9) = (3-2x)^2(x^2-x+1) \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < x < \frac{3}{2} \\ 24x^2 - 18x = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{3}{4}.
 \end{aligned}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
$f'(x)$		$-$ 0 $+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$ $\sqrt{13}$ $\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình đã cho có nghiệm khi $7-m \geq \sqrt{13} \Leftrightarrow m \leq 7-\sqrt{13}$.
Do m nguyên dương nên $S = \{1; 2; 3\}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 618. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(\sqrt{2}+1)^x - m(\sqrt{2}-1)^x = 8$, có hai nghiệm dương phân biệt. Số phần tử của S bằng

A. 8.

B. 7.

C. 10.

D. 9.

Lời giải.

Đặt $t = (\sqrt{2}+1)^x \Rightarrow (\sqrt{2}-1)^x = \frac{1}{t}, t > 0$.

Phương trình đã cho trở thành

$$t - \frac{m}{t} = 8 \Leftrightarrow t^2 - 8t - m = 0. \quad (1)$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $1 < t_1 < t_2$. (2)

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ af(1) > 0 \\ \frac{S}{2} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16+m > 0 \\ -7-m > 0 \\ 4 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow -16 < m < -7.$$

Suy ra $m \in \{-15; -14; \dots; -8\}$, nên có 8 giá trị thỏa mãn.

Chọn đáp án **A** □

Câu 619. Biết phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m-1 = 0$ với m là tham số thực, có hai nghiệm là x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 27$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m \in (-2; -1)$.

B. $m \in (0; 2)$.

C. $m \in (-1; 0)$.

D. $m \in (2; 4)$.

Lời giải.

Giả sử phương trình đã cho có 2 nghiệm x_1, x_2 .

Đặt $t = \log_3 x \Leftrightarrow x = 3^t$, thu được phương trình

$$t^2 - (m+2)t + 3m - 1 = 0. \quad (*)$$

Vì theo giả thiết x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 27$ nên phương trình (*) có 2 nghiệm t_1, t_2 thỏa

$$3^{t_1} \cdot 3^{t_2} = 27 \Leftrightarrow 3^{t_1+t_2} = 27 \Leftrightarrow t_1 + t_2 = 3 \Leftrightarrow m+2 = 3 \Leftrightarrow m = 1.$$

Thử lại thấy $m = 1$ thỏa mãn. Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 620. Một người gửi 100 triệu đồng vào tài khoản tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 0,6%/tháng, cứ sau mỗi tháng người đó rút ra 500 nghìn đồng. Hỏi sau đúng 35 lần rút tiền, số tiền còn lại trong tài khoản của người đó gần nhất với phương án nào sau đây? (Biết rằng lãi suất không thay đổi và tiền lãi mỗi tháng tính theo số tiền có thực tế trong tài khoản của tháng đó).

A. 104 triệu đồng. B. 102 triệu đồng. C. 106 triệu đồng. D. 108 triệu đồng.

Lời giải.

Kí hiệu T là số tiền ban đầu, $T(n)$ là số tiền còn lại sau n tháng sau khi đã rút, R là số tiền rút ra hàng tháng, r là lãi suất hàng tháng. Ta có

$$T(1) = T \cdot (1+r) - R.$$

$$\begin{aligned} T(2) &= T(1)(1+r) - R = [T \cdot (1+r) - R](1+r) - R \\ &= T \cdot (1+r)^2 - R \cdot (1+r) - R. \end{aligned}$$

.....

$$\begin{aligned} T(n) &= T \cdot (1+r)^n - R \cdot (1+r)^{n-1} - R \cdot (1+r)^{n-2} - \dots - R \cdot (1+r) - R \\ &= T \cdot (1+r)^n - R [1 + (1+r) + \dots + (1+r)^{n-1}] \\ &= T \cdot (1+r)^n - R \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}. \end{aligned}$$

Vậy số tiền còn lại sau 35 lần rút bằng

$$\begin{aligned} T(35) &= T \cdot (1+r)^{35} - R \cdot \frac{(1+r)^{35} - 1}{r} = 100 \cdot 1,006^{35} - 0,5 \cdot \frac{1,006^{35} - 1}{0,006} \\ &\approx 104 \text{ triệu đồng.} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 621. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-15; 5]$ để phương trình $4^x + m2^x + 2m - 4 = 0$ có nghiệm?

A. 18. B. 20. C. 17. D. 19.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} &4^x + m2^x + 2m - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow &(2^x + 2)(2^x - 2) + m(2^x + 2) = 0 \\ \Leftrightarrow &(2^x + 2)(2^x - 2 + m) = 0 \\ \Leftrightarrow &2^x = 2 - m. \end{aligned}$$

Để phương trình đã cho có nghiệm thì $2^x = 2 - m$ có nghiệm hay $2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Mà m nguyên thuộc đoạn $[-15; 5]$ nên $m \in \{-15, -14, \dots, 0, 1\}$.

Vậy có 17 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 622. Cho số nguyên dương n thỏa mãn

$$\log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \frac{1}{4} + \log_2 \frac{1}{8} + \dots + \log_2 \frac{1}{2^n} = -12403.$$

Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $131 < n < 158$.

B. $n < 126$.

C. $166 < n < 170$.

D. $n > 207$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \frac{1}{4} + \log_2 \frac{1}{8} + \dots + \log_2 \frac{1}{2^n} = -12403 \\ \Leftrightarrow & \log_2 (2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2^n) = 12403 \\ \Leftrightarrow & \log_2 (2^{1+2+\dots+n}) = 12403 \\ \Leftrightarrow & 2^{\frac{n(n+1)}{2}} = 2^{12403} \\ \Leftrightarrow & n^2 + n - 24806 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} n = 157 \\ n = -158. \end{cases} \end{aligned}$$

Do n nguyên dương nên $n = 157$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 623. Cho $p, q > 0$ thỏa mãn $\log_9 p = \log_{12} q = \log_{16}(p+q)$. Tính giá trị của $\frac{p}{q}$.

A. $\frac{8}{5}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

D. $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_9 p = \log_{12} q = \log_{16}(p+q) = t \Leftrightarrow \begin{cases} p = 9^t \\ q = 12^t \\ p+q = 16^t. \end{cases}$$

Suy ra

$$\begin{aligned} & 9^t + 12^t = 16^t \\ \Leftrightarrow & \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{4}\right)^t - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} < 0 \text{ (loại)} \\ \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} > 0 \text{ (nhận)} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{p}{q}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 624. Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình: $(m+1) \cdot 16^x - 2(2m-3) \cdot 4^x + 6m+5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu là

A. 4.

B. 8.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Đặt $4^x = t$, ($t > 0$), ta được phương trình $(m+1) \cdot t^2 - 2(2m-3) \cdot t + 6m+5 = 0$. Phương trình $(m+1) \cdot 16^x - 2(2m-3) \cdot 4^x + 6m+5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi phương trình $(m+1) \cdot t^2 - 2(2m-3) \cdot t + 6m+5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $0 < t_1 < 1 < t_2$. Điều này tương đương với

$$\begin{aligned} & \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \\ (t_1-1)(t_2-1) < 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m \neq -1 \\ -2m^2 - 23m + 4 > 0 \\ \frac{2(2m-3)}{m+1} > 0 \\ \frac{6m+5}{m+1} > 0 \\ \frac{6m+5}{m+1} - \frac{2(2m-3)}{m+1} + 1 < 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m \neq -1 \\ \frac{-23 - \sqrt{561}}{4} < m < \frac{-23 + \sqrt{561}}{4} \\ \begin{cases} m > \frac{3}{2} \\ m < -1 \end{cases} \\ \begin{cases} m > -\frac{5}{6} \\ m < -1 \end{cases} \\ -4 < m < -1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & -4 < m < -1. \end{aligned}$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2\}$. Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 625. Cho x, y, z là ba số dương lập thành cấp số nhân; $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$ lập thành cấp số cộng, với a là số thực dương khác 1. Giá trị của $p = \frac{9x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{3z}{x}$ là

A. 13.

B. 3.

C. 12.

D. 10.

Lời giải.

Theo đề bài ta có $\log_a x + \log_{\sqrt[3]{a}} z = 2 \log_{\sqrt{a}} y \Leftrightarrow \log_a x + 3 \log_a z = 4 \log_a y \Leftrightarrow xz^3 = y^4$.

Mặt khác ta có $xz = y^2$ nên $x = y = z$.

Vậy $p = \frac{9x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{3z}{x} = 9 + 1 + 3 = 13$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 626. Cho $x, y, z > 0$ thỏa mãn $\log_6 x = \log_9 y = \log_4(2x+2y)$. Tính $\frac{x}{y}$.

A. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

B. $1 + \sqrt{3}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.Đặt $t = \log_6 x = \log_9 y = \log_4(2x + 2y)$, ($t > 0$).Ta có $x = 6^t$; $y = 9^t$ và $2x + 2y = 4^t$.Ta có phương trình $2 \cdot 9^t + 2 \cdot 6^t - 4^t = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ hoặc $\left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-\sqrt{3}-1}{2}$ (vô lý).Vậy $\frac{x}{y} = \frac{6^t}{9^t} = \left(\frac{2}{3}\right)^t = 1 : \frac{\sqrt{3}-1}{2} = 1 + \sqrt{3}$.Chọn đáp án (B) □**Câu 627.** Biết phương trình $8 \log_2^2 \sqrt[3]{x} + 2(m-1) \log_{\frac{1}{4}} x - 2019 = 0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 x_2 = 4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m \in (1; 2)$.

B. $m \in (2; 5)$.

C. $m \in (0; 1)$.

D. $m \in (4; 7)$.

Lời giải.Điều kiện: $x > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & 8 \log_2^2 \sqrt[3]{x} + 2(m-1) \log_{\frac{1}{4}} x - 2019 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 8 \left(\frac{1}{3} \log_2 x\right)^2 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) (m-1) \log_2 x - 2019 = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{8}{9} \log_2^2 x - (m-1) \log_2 x - 2019 = 0.
 \end{aligned}$$

Ta có $x_1 x_2 = 4 \Rightarrow \log_2(x_1 x_2) = \log_2 4 \Leftrightarrow \log_2 x_1 + \log_2 x_2 = 2$.

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa yêu cầu bài toán thì

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S = \log_2 x_1 + \log_2 x_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{9(m-1)}{8} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{25}{9} \in (2; 5).$$

Chọn đáp án (B) □**Câu 628.** Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x - m2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$?

A. $m = 1$.

B. $m = 4$.

C. $m = 2$.

D. $m = 3$.

Lời giải.Ta có $4^x - m2^{x+1} + 2m = 0 \Leftrightarrow 4^x - 2m2^x + 2m = 0$ (1).Đặt $t = 2^x$, ($t > 0$).Khi đó, phương trình (1) trở thành $t^2 - 2mt + 2m = 0$ (2).Để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thì phương trình (2) có 2 nghiệm t_1, t_2 dương. Điều kiện tương đương là

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta \geq 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \\ 4m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2m \geq 0 \\ 2m > 0 \\ 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \geq 2 \Leftrightarrow m \geq 2. \\ m \leq 0 \end{cases}$$

Áp dụng định lý Vi-ét cho phương trình (2) ta có

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = S = \frac{-b}{a} = 2m \\ t_1 \cdot t_2 = P = \frac{c}{a} = 2m. \end{cases}$$

Ta có $t_1 \cdot t_2 = 2^{x_1} 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2}$ mà $x_1 + x_2 = 3$ nên $2m = 2^3 \Leftrightarrow m = 4$.

Vậy giá trị của m cần tìm là $m = 4$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 629. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $9^x - 2m \cdot 3^x + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

A. $-2 < m < 2$.

B. $m > 2$.

C. $m > -2$.

D. $m < 2$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x$, $t > 0$. Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2mt + m + 2 = 0$ (*).

Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có 2 nghiệm dương phân biệt.

Điều kiện tương đương là

$$\begin{cases} \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \\ 2m > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \\ m > 0 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Vậy giá trị m cần tìm là $m > 2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 630. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 27$.

A. $m = \frac{14}{3}$.

B. $m = 25$.

C. $m = \frac{28}{3}$.

D. $m = 1$.

Lời giải.

Điều kiện xác định là $x > 0$.

Đặt $t = \log_3 x$.

Phương trình trở thành $t^2 - (m+2)t + 3m - 1 = 0$.

Bài toán trở thành tìm m để phương trình $t^2 - (m+2)t + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm t_1, t_2 sao cho $t_1 + t_2 = 3$.

Phương trình có hai nghiệm khi

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 - 4(3m-1) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 8 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 4 - 2\sqrt{2} \\ m \geq 4 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Theo định lý Vi-ét ta có $t_1 + t_2 = m + 2$. Khi đó $m + 2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa mãn điều kiện trên).

Chọn đáp án (D) □

Câu 631. Cho phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$. Điều kiện để phương trình có nghiệm $x \in [1; 8]$ là $m \in [a; b]$, tính $a + b$.

A. 3.

B. 8.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Đặt $t = \log_2 x \Rightarrow t \in [0; 3]$. Phương trình trở thành $t^2 - 2t + 3 = m$. (2)

Xét $f(t) = t^2 - 2t + 3, t \in [0; 3]$ có $f'(t) = 2t - 2$ và $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Bảng biến thiên

x	0	1	3
$f'(t)$	—	0	+
$f(t)$	3	2	6

Phương trình ban đầu có nghiệm $x \in [1; 8]$ khi phương trình (2) có nghiệm $t \in [0; 3] \Leftrightarrow m \in [2; 6]$.

Vậy $a + b = 8$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 632. Cho phương trình $\log_{0,5}(m + 6x) + \log_2(3 - 2x - x^2) = 0$ (m là tham số). Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên âm của m để phương trình có nghiệm thực. Tìm số phần tử của S .

A. 17.

B. 18.

C. 5.

D. 23.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} m + 6x > 0 \\ 3 - 2x - x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 1 \\ m + 6x > 0. \end{cases}$$

Khi đó

$$\begin{aligned} \log_{0,5}(m + 6x) + \log_2(3 - 2x - x^2) = 0 &\Leftrightarrow \log_2(3 - 2x - x^2) = \log_2(m + 6x) \\ &\Leftrightarrow 3 - 2x - x^2 = m + 6x \Leftrightarrow 3 - 8x - x^2 = m. \quad (*) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = -x^2 - 8x + 3$ trên $(-3; 1)$, ta có $f'(x) = -2x - 8$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -4$.

Bảng biến thiên

x	-4	-3	1
$f'(x)$			-
$f(x)$		8	-6

Từ BBT suy ra phương trình (*) có nghiệm trên $(-3; 1) \Leftrightarrow -6 < m < 18$.

Do m nguyên âm nên $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1\}$ có 5 giá trị.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 633. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên không dương của tham số m để phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x + m) + \log_2(3 - x) = 0$ có nghiệm. Số tập con của S là

A. 7.

B. 4.

C. 2.

D. 8.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}}(x + m) + \log_2(3 - x) = 0 \Leftrightarrow \log_2(x + m) = \log_2(3 - x) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - x > 0 \\ x + m = 3 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x = \frac{3 - m}{2} \end{cases}.$$

(1)

$$\text{Từ (1) ta có } x = \frac{3 - m}{2} < 3 \Leftrightarrow m > -3. \quad (2)$$

Do m là số nguyên không dương nên từ (2) $\Rightarrow m \in \{-2; -1; 0\} \Rightarrow S = \{-2; -1; 0\}$.

Do S có 3 phần tử nên số tập con của S là $2^3 = 8$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 634. Tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $2^{2x^2+1} - 5 \cdot 2^{x^2+3x} + 2^{6x+1} = 0$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. 0.

D. 8.

Lời giải.

Chia hai vế của phương trình cho 2^{6x} ta được

$$\begin{aligned} 2^{2x^2+1} - 5 \cdot 2^{x^2+3x} + 2^{6x+1} &= 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x^2-6x} - 5 \cdot 2^{x^2-3x} + 2 = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2-3x} = 2 \\ 2^{x^2-3x} = \frac{1}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x = 1 \\ x^2 - 3x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy suy ra tích của tất cả các nghiệm là $P = -1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 635. Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm phân biệt là

A. vô số.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{2}}(x-1) &= \log_2(mx-8) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ mx-8 > 0 \\ \log_2(x-1)^2 = \log_2(mx-8) \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ (x-1)^2 = mx-8 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2 - (m+2)x + 9 = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Từ đây suy ra điều kiện cần và đủ để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt là tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 9$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $1 < x_1 < x_2$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m+2)^2 - 36 > 0 \\ 1 \cdot f(1) > 0 \\ 1 < \frac{m+2}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m - 32 > 0 \\ 8 - m > 0 \\ m > 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; -8) \cup (4; \infty) \\ m < 8 \\ m > 0 \end{cases} &\Leftrightarrow 4 < m < 8. \end{aligned}$$

Như vậy, có 3 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt là $\{5; 6; 7\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 636. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2^x 5^{x^2-2x} = 1$. Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng

A. $2 - \log_2 5$.

B. $2 - \log_5 2$.

C. $2 + \log_5 2$.

D. $-2 + \log_5 2$.

Lời giải.

Ta có

$$2^x 5^{x^2-2x} = 1 \Leftrightarrow \ln(2^x 5^{x^2-2x}) = 0 \Leftrightarrow x \ln 2 + (x^2 - 2x) \ln 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x [\ln 2 + (x - 2) \ln 5] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 - \log_5 2. \end{cases}$$

Suy ra tổng hai nghiệm bằng $2 - \log_5 2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 637. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log^2 |\cos x| - m \log \cos^2 x - m^2 + 4 = 0$ vô nghiệm

A. $m \in (-2; \sqrt{2})$. B. $m \in (-\sqrt{2}; 2)$. C. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$. D. $m \in (\sqrt{2}; 2)$.

Lời giải.

Điều kiện: $\cos x \neq 0$.

Ta có: $\log^2 |\cos x| - m \log \cos^2 x - m^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \log^2 |\cos x| - 2m \log |\cos x| - m^2 + 4 = 0$. (1)

Đặt $\log |\cos x| = t$ với $t \in (-\infty; 0]$.

Phương trình trở thành $t^2 - 2mt - m^2 + 4 = 0$. (2)

Để phương trình (1) vô nghiệm thì phương trình (2) vô nghiệm hoặc phương trình (2) có nghiệm dương.

TH1: (2) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta = 8m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

TH2: (2) có nghiệm dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 8m^2 - 16 \geq 0 \\ 2m > 0 \\ -m^2 + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \sqrt{2} \\ m \leq -\sqrt{2} \\ m > 0 \\ -2 < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{2} \leq m < 2$.

Vậy tập giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $(-\sqrt{2}; 2)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 638. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	4	2	3	$-\infty$

Số giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $[\log_2 f(x) + e^{f(x)} + 1] f(x) \geq m$ có nghiệm trên khoảng $(-2; 1)$ là

A. 68. B. 18. C. 229. D. 230.

Lời giải.

Ta có $2 \leq f(x) < 4, \forall x \in (-2; 1)$, Suy ra

$$2 + e^2 \leq \log_2 f(x) + e^{f(x)} + 1 \Rightarrow [\log_2 f(x) + e^{f(x)} + 1] f(x) \geq 2(2 + e^2) \approx 18,78.$$

Vậy bất phương trình đề cho có nghiệm khi $0 < m \leq 18, m \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 639. Có bao nhiêu giá trị của số a dương thỏa mãn đẳng thức

$$\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a.$$

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $t = \log_2 a$ ($t \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \log_3 a = t \log_3 2$ và $\log_5 a = t \log_5 2$.

Từ giả thiết ta có $t + t \log_3 2 + t \log_5 2 = t^3 (\log_3 2 \cdot \log_5 2) \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \pm \sqrt{\frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 2 \cdot \log_5 2}} \end{cases}$.

Với 3 giá trị t vừa tìm được ta tìm được 3 giá trị của a theo công thức $a = 2^t$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 640. Tìm số nghiệm thực của phương trình $\log_3 |x^2 - \sqrt{2}x| = \log_5 (x^2 - \sqrt{2}x + 2)$

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq 0$; $x \neq \sqrt{2}$.

Đặt $\log_3 |x^2 - \sqrt{2}x| = \log_5 (x^2 - \sqrt{2}x + 2) = t$. Suy ra $\begin{cases} |x^2 - \sqrt{2}x| = 3^t \\ x^2 - \sqrt{2}x + 2 = 5^t \end{cases} \Rightarrow |5^t - 2| = 3^t$.

Mặt khác từ $x^2 - \sqrt{2}x + 2 = 5^t$ ta có $5^t \geq \frac{3}{2} \Leftrightarrow t \geq \log_5 \frac{3}{2}$. Ta xét hai trường hợp sau

TH1: $5^t - 2 = -3^t \Leftrightarrow 5^t - 2 + 3^t = 0$. Đặt $f(t) = 5^t - 2 + 3^t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $f(t) \geq f\left(\log_5 \frac{3}{2}\right) > 0 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm.

TH2: $5^t - 2 = 3^t \Leftrightarrow 5^t - 2 - 3^t = 0$. Đặt $f(t) = 5^t - 2 - 3^t$, ta có

$f'(x) = 5^t \ln 5 - 3^t \ln 3 > 0, \forall t \geq \log_5 \frac{3}{2}$ nên $f(x)$ đồng biến trên $\left[\log_5 \left(\frac{3}{2}\right); +\infty\right)$.

Hơn nữa $f(1) = 0$ nên $t = 1$ là nghiệm duy nhất.

Với $t = 1$ ta có $x^2 - \sqrt{2}x + 2 = 5 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2} \pm \sqrt{14}}{2}$ (thỏa).

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 641. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}}(x+3) + \frac{1}{4} \log_9(x-1)^8 = \log_3(4x)$ là

A. 3.

B. -3.

C. $2\sqrt{3}$.

D. 2.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1. \end{cases}$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}}(x+3) + \frac{1}{4} \log_9(x-1)^8 = \log_3(4x) \\ \Leftrightarrow & \frac{1}{2} \log_{3^{\frac{1}{2}}}(x+3) + \frac{1}{4} \log_{3^2}(x-1)^8 = \log_3(4x) \\ \Leftrightarrow & \log_3(x+3) + \log_3|x-1| = \log_3(4x) \\ \Leftrightarrow & \log_3(x+3)|x-1| = \log_3(4x) \\ \Leftrightarrow & (x+3)|x-1| = 4x \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ (x+3)(1-x) = 4x \end{cases} \\ & \begin{cases} x > 1 \\ (x+3)(x-1) = 4x \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x^2 + 6x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x = -3 + 2\sqrt{3} \text{ (thỏa mãn); } x = -3 - 2\sqrt{3} \text{ (loại)} \end{cases} \\ & \begin{cases} x > 1 \\ x^2 - 2x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = 3 \text{ (thỏa mãn); } x = -1 \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 642. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9(4a - 5b) - 1$. Đặt $T = \frac{b}{a}$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0 < T < \frac{1}{2}$.

B. $-2 < T < 0$.

C. $1 < T < 2$.

D. $\frac{1}{2} < T < \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Đặt $\log_4 a = \log_6 b = \log_9(4a - 5b) - 1 = t$. Khi đó

$$\begin{cases} a = 4^t \\ b = 6^t \\ 4a - 5b = 9^{t+1} \end{cases} \Rightarrow 4 \cdot 4^t - 5 \cdot 6^t = 9^{t+1} \Leftrightarrow 4 - 5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^t = 9 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{4}{9} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = -1. \end{cases}$$

Do $\left(\frac{3}{2}\right)^t > 0$ nên $\left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{4}{9}$.

Mặt khác $T = \frac{b}{a} = \frac{6^t}{4^t} = \left(\frac{3}{2}\right)^t$. Do đó $T = \frac{4}{9} \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 643. Sinh viên B được gia đình gửi tiết kiệm số tiền 300 triệu đồng vào ngân hàng theo mức kỳ hạn 1 tháng với lãi suất tiết kiệm là 0,4%/ tháng. Mỗi tháng, vào ngày ngân hàng tính lãi, sinh viên B rút ra một số tiền như nhau để trang trải chi phí cho cuộc sống. Hỏi hàng tháng sinh viên này rút số tiền xấp xỉ bao nhiêu để sau 5 năm học đại học, số tiền tiết kiệm vừa hết?

A. 5.363.922 đồng.

B. 5.633.923 đồng.

C. 5.633.922 đồng.

D. 5.336.932 đồng.

Lời giải.

Ta đặt S là số tiền ban đầu, r là lãi suất hàng tháng.

Sau một tháng, số tiền sinh viên B có trong ngân hàng là $S + S \cdot r = S(1 + r)$ (đồng).

Sau khi rút ra số tiền x ở tháng thứ nhất, số tiền còn lại là $S(1+r) - x$ (đồng).

Tương tự, rút ra số tiền ở tháng thứ hai, số tiền còn lại là

$$S(1+r) - x + [S(1+r) - x]r - x = S(1+r)^2 - x[(1+r) + 1] \text{ (đồng)}.$$

Tương tự, rút ra số tiền ở tháng thứ ba, số tiền còn lại là

$$S(1+r)^2 - x[(1+r) + 1] + (S(1+r)^2 - x[(1+r) + 1])r - x = S(1+r)^3 - x[(1+r)^2 + (1+r) + 1] \text{ (đồng)}.$$

Lý luận tương tự, sau khi rút ở tháng thứ n , số tiền còn lại là

$$S(1+r)^n - x[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + 1] = S(1+r)^n - \frac{x}{r} [(1+r)^n - 1].$$

Xét sau n tháng, nếu số tiền rút ra vừa hết, thế thì

$$S(1+r)^n - \frac{x}{r} [(1+r)^n - 1] = 0 \Leftrightarrow x = \frac{S \cdot r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}.$$

Đó chính là số tiền mà sinh viên B rút ra hàng tháng.

Áp dụng với số liệu cụ thể, ta tính được $x \approx 5.633.923$ đồng.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 644. Tìm tham số m để tổng các nghiệm của phương trình sau đạt giá trị nhỏ nhất

$$1 + [2x^2 - m(m+1)x - 2] \cdot 2^{1+mx-x^2} = (x^2 - mx - 1) \cdot 2^{mx(1-m)} + x^2 - m^2x.$$

A. 0.

B. 2.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x^2 - m^2x - 1 \\ v = x^2 - mx - 1 \end{cases} \Rightarrow u - v = mx(1-m). \quad (1)$$

Ta thấy

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow 1 + [2x^2 - m(m+1)x - 2] \cdot 2^{1+mx-x^2} = (x^2 - mx - 1) \cdot 2^{mx(1-m)} + x^2 - m^2x, \quad (*) \\ &\Leftrightarrow [(x^2 - m^2x - 1) + (x^2 - mx - 1)] 2^{-(x^2-mx-1)} = (x^2 - mx - 1) 2^{mx(1-m)} + (x^2 - m^2x - 1) \\ &\stackrel{(1)}{\Rightarrow} (u+v) \frac{1}{2^v} = v \cdot 2^{u-v} + u \\ &\Rightarrow u+v = v \cdot 2^u + u \cdot 2^v. \quad (2) \end{aligned}$$

Ta thấy

$$\begin{aligned} u \neq 0 &\Rightarrow v \neq v \cdot 2^u, \\ \text{và} \quad v \neq 0 &\Rightarrow u \neq u \cdot 2^v. \end{aligned}$$

Khi đó, với $\begin{cases} u \neq 0 \\ v \neq 0 \end{cases}$, từ (2) ta có $u+v \neq v \cdot 2^u + u \cdot 2^v$. Do vậy (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} u = 0 \\ v = 0. \end{cases}$

$$\text{Ta được } \sum_{i=0}^4 x_i = m^2 + m = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \geq -\frac{1}{4}. \quad (3)$$

Từ (3) ta thấy phương trình (*) có tổng các nghiệm đạt giá trị nhỏ nhất khi $m = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 645. Cho $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_2(2x+2) + x - 3y = 8^y$. Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ nguyên thỏa mãn các điều kiện trên?

A. 2019.

B. 2018.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Ta thấy $\log_2(2x+2) + x - 3y = 8^y \Leftrightarrow \log_2(x+1) + (x+1) = 2^{3y} + 3y$.

Đặt $\log_2(x+1) = t \Rightarrow x+1 = 2^t$, ta được $2^t + t = 2^{3y} + 3y$. (1).

Xét $f(u) = 2^u + u$, ta thấy $f'(u) = 2^u \ln 2 + 1 > 0, \forall u$, do vậy $f(u)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. (2)

Từ (1) và (2) ta được $t = 3y \Leftrightarrow \log_2(x+1) = 3y \Leftrightarrow x+1 = 8^y$.

Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ và $x \in [0; 2020]$ nên ta được $1 \leq 8^y \leq 2021 \Rightarrow 0 \leq y \leq 3$.

Vậy có 4 cặp số $(x; y)$ thỏa mãn đề bài là $(0; 0), (7; 1), (63; 2), (511; 3)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 646. Cho phương trình $3^{x^3+x^2-2x+m} - 3^{x^2+x+5} + x^3 - 3x + m - 5 = 0$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình trên có ba nghiệm phân biệt. Số phần tử của S là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & 3^{x^3+x^2-2x+m} - 3^{x^2+x+5} + x^3 - 3x + m - 5 = 0 \\ \Leftrightarrow & 3^{x^3+x^2-2x+m} + x^3 + x^2 - 2x + m = 3^{x^2+x+5} + x^2 + x + 5. \quad (*) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = 3^t + t$. Khi đó $f'(t) = 3^t \cdot \ln 3 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Do đó $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy $(*) \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x + m = x^2 + x + 5 \Leftrightarrow m = -x^3 + 3x + 5$.

Xét hàm số $y = -x^3 + 3x + 5$.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Khi đó $y' = -3x^2 + 3$.

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		3	7		$-\infty$

Vậy phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $3 < m < 7$.

Do m nguyên nên $m \in \{4; 5; 6\}$. Vậy có 3 số nguyên thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 647. Số giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2019; 2019)$ để phương trình $4^{x^2-2x+1} - m \cdot 2^{x^2-2x+2} + 3m - 2 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt là

A. 4037.

B. 2017.

C. 2016.

D. 4035.

Lời giải.

Đặt $t = 2^{x^2-2x+1}$, ($t \geq 1$) phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2mt + 3m - 2 = 0$. (1)

Ta cần tìm $m \in (-2019; 2019)$ để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt lớn hơn 1.

Gọi t_1, t_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1) thì yêu cầu bài toán trở thành

$$t_1 > t_2 > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} (t_1 - 1)(t_2 - 1) > 0 \\ t_1 + t_2 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 t_2 - (t_1 + t_2) + 1 > 0 \\ t_1 + t_2 > 2. \end{cases}$$

Áp dụng định lý Vi-ét cho phương trình (1), ta có $\begin{cases} t_1 + t_2 = 2m \\ t_1 t_2 = 3m - 2. \end{cases}$

Yêu cầu bài toán trở thành

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 > t_2 > 1 \\ t_1 + t_2 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 t_2 - (t_1 + t_2) + 1 > 0 \\ 2m > 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m^2 - 3m + 2 > 0 \\ 3m - 2 - 2m + 1 > 0 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty) \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2. \end{aligned}$$

Vậy $m \in (2; 2019)$ có 2016 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 648. Phương trình $x + \log_2(9 - 2^x) = 3$ có nghiệm nguyên dương là a . Tính giá trị biểu thức $T = a^3 - 5a - \frac{9}{a^2}$.

A. $T = -7$.

B. $T = 11$.

C. $T = 6$.

D. $T = 12$.

Lời giải.

Điều kiện của phương trình $9 - 2^x > 0 \Leftrightarrow x < \log_2 9$. Ta có

$$\begin{aligned} x + \log_2(9 - 2^x) = 3 & \Leftrightarrow \log_2(9 - 2^x) = 3 - x \\ & \Leftrightarrow 9 - 2^x = 2^{3-x} \\ & \Leftrightarrow 9 - 2^x = \frac{8}{2^x}. \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $t = 2^x$ với $(t > 0)$ khi đó

$$\begin{aligned} (1) & \Leftrightarrow 9 - t = \frac{8}{t} \\ & \Leftrightarrow -t^2 + 9t - 8 = 0 \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $a = 3 \Rightarrow T = 3^3 - 5 \cdot 3 - \frac{9}{3^2} = 11$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 649. Ông T vay ngân hàng nông nghiệp tỉnh Lào Cai một tỷ đồng theo phương thức trả góp để làm vốn kinh doanh. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất ông T trả 40 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,65% mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao nhiêu tháng ông T trả hết số tiền trên?

A. 27.

B. 28.

C. 26.

D. 29.

Lời giải.

Gọi n là số tháng ông T trả hết số tiền.

Gọi $A = 1$ tỷ, $a = 40$ triệu, $r = 0,65\%$.

Sau tháng 1 : Số tiền còn phải trả là $A_1 = A(1+r) - a$.

Sau tháng 2 : Số tiền còn phải trả là $A_2 = A_1(1+r) - a = A(1+r)^2 - [a + a(1+r)]$.

Sau tháng 3 : Số tiền còn phải trả là $A_3 = A_2(1+r) - a = A(1+r)^3 - [a + a(1+r) + a(1+r)^2]$.

.....

Sau tháng n : Số tiền còn phải trả là

$$A_n = A(1+r)^n - [a + a(1+r) + a(1+r)^2 + \dots + a(1+r)^{n-1}] = A(1+r)^n - a \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

$$\text{Sau } n \text{ tháng trả hết nợ nên } A_n = 0 \Rightarrow a = \frac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}.$$

$$\text{Áp dụng công thức ta có } 40 = \frac{1000 \cdot 0,0065 \cdot (1+0,0065)^n}{(1+0,0065)^n - 1} \Rightarrow n \approx 27,3707.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 650. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2; 7]$ để phương trình $3^{x^2} \cdot 2^{2x+m} = 7$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 5.

B. 8.

C. 7.

D. 6.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 3^{x^2} \cdot 2^{2x+m} = 7 &\Leftrightarrow \log_3 (3^{x^2} \cdot 2^{2x+m}) = \log_3 7 \\ &\Leftrightarrow x^2 + (2x+m) \log_3 2 - \log_3 7 = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 + (2 \log_3 2)x + m \log_3 2 - \log_3 7 = 0 \quad (1). \end{aligned}$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow (\log_3 2)^2 - m \log_3 2 + \log_3 7 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{\log_3^2 2 + \log_3 7}{\log_3 2} \approx 3,4.$$

Vậy $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 651. Phương trình $3x^2 - 6x + \ln(x+1)^3 + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x > -1$.

$$\text{Ta có } 3x^2 - 6x + \ln(x+1)^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 3 \ln(x+1) + 1 = 0.$$

Xét hàm số $y = 3x^2 - 6x + 3 \ln(x+1) + 1$.

$$\text{Ta có } y' = 6x - 6 + \frac{3}{x+1} = \frac{6x^2 - 3}{x+1}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{2}}{2}. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$ \begin{array}{ccccc} & & \alpha & & +\infty \\ & \nearrow & & \searrow & \\ -\infty & & & \beta & \end{array} $				

với $\alpha = y\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \approx 3,0588$; $\beta = y\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \approx -0,138241$.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 652. Đường thẳng $x = k$ cắt đồ thị hàm số $y = \log_5 x$ và đồ thị hàm số $y = \log_5(x+4)$. Khoảng cách giữa các giao điểm là $\frac{1}{2}$. Biết $k = a + \sqrt{b}$, trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó tổng $a + b$ bằng

A. 7.

B. 6.

C. 8.

D. 5.

Lời giải.

Gọi $\Delta: x = k$, $(C_1): y = \log_5 x$, $(C_2): y = \log_5(x+4)$.

Gọi $A = \Delta \cap (C_1) \Rightarrow A(k; \log_5 k)$. Điều kiện $k > 0$.

Gọi $B = \Delta \cap (C_2) \Rightarrow B(k; \log_5(x+4))$.

Do

$$\begin{aligned} AB = \frac{1}{2} &\Leftrightarrow |\log_5(k+4) - \log_5 k| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left| \log_5 \left(\frac{k+4}{k} \right) \right| = \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 \left(\frac{k+4}{k} \right) = \frac{1}{2} \\ \log_5 \left(\frac{k+4}{k} \right) = -\frac{1}{2} \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \frac{k+4}{k} = \sqrt{5} \Rightarrow k = 1 + \sqrt{5}, \text{ (do } k > 0) \end{aligned}$$

Suy ra $a = 1, b = 5 \Rightarrow a + b = 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 653. Cho phương trình $4^x - (m+3) \cdot 2^{x+1} + m+9 = 0$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm dương phân biệt?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. vô số.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$. Vì $x > 0$ nên $t > 1$.

Khi đó, phương trình ban đầu trở thành

$$\begin{aligned} t^2 - 2(m+3)t + m+9 &= 0, t > 1 \\ \Leftrightarrow m &= \frac{t^2 - 6t + 9}{2t - 1}, t > 1. \quad (1) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 6t + 9}{2t - 1}$ trên $(1; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = \frac{2t^2 - 2t - 12}{(2t - 1)^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \in (1; +\infty) \\ x = 3 \in (1; +\infty). \end{cases}$

Ta có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1} f(t) = 4 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(t) = +\infty \end{cases}$. Ta có bảng biến thiên

t	1	3	$+\infty$
$f'(t)$	—	0	+
$f(t)$	4	0	$+\infty$

Ta thấy

Phương trình ban đầu có hai nghiệm x dương

$\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm $t > 1$

$\Leftrightarrow 0 < m < 4$

$\xRightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{1; 2; 3\}.$

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **A** □

Câu 654. Biết rằng phương trình $\log_2 x - 15 \log_x 2 = 2$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 > x_2$. Giá trị của $x_1 - 16x_2$ bằng

A. $\frac{-4095}{8}.$

B. 34.

C. 30.

D. $\frac{4097}{8}.$

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1. \end{cases}$

Đặt $t = \log_2 x$, ($t \neq 0$). Phương trình đã cho trở thành $t - \frac{15}{t} = 2 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = -3. \end{cases}$

Khi đó, $\begin{cases} \log_2 x = 5 \\ \log_2 x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^5 = 32 \\ x = 2^{-3} = \frac{1}{8}. \end{cases}$

Vì $x_1 > x_2$ nên $x_1 = 32$, $x_2 = \frac{1}{8}$.

Vậy $x_1 - 16x_2 = 32 - 16 \cdot \frac{1}{8} = 30$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 655. Số nguyên dương m lớn nhất để phương trình $25^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2)5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m+1 = 0$ có nghiệm là

A. 20.

B. 30.

C. 25.

D. 35.

Lời giải.

Điều kiện $x \in [-1; 1]$.

Đặt $t = 5^{1+\sqrt{1-x^2}}$. Vì $1 \leq 1 + \sqrt{1-x^2} \leq 2, \forall x \in [-1; 1]$ nên $5 \leq t \leq 25$.

Ta có phương trình $t^2 - (m+2)t + 2m+1 = 0$. (1)

Với $5 \leq t \leq 25$ ta có

$$(1) \Leftrightarrow t^2 - 2t + 1 = m(t-2) \Leftrightarrow \frac{t^2 - 2t + 1}{t-2} = m. \quad (2)$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 2t + 1}{t-2}$ với $t \in [5; 25]$.

Ta có $f'(t) = \frac{t^2 - 4t + 3}{(t-2)^2} > 0, \forall t \in [5; 25]$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[5; 25]$.

Do đó $\min_{[5;25]} f(t) = f(5) = \frac{16}{3}$; $\max_{[5;25]} f(t) = f(25) = \frac{576}{23}$.

Từ đó suy ra phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow (2)$ có nghiệm $t \in [5; 25] \Leftrightarrow \frac{16}{3} \leq m \leq \frac{576}{23}$.

Vậy số nguyên dương m lớn nhất để phương trình đã cho có nghiệm là 25.

Chọn đáp án **C** □

Câu 656. Xác định các giá trị của tham số m để phương trình $9^x - 2(m+2) \cdot 6^x + (m^2 + 4m + 3) \cdot 4^x = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m < -2$.

B. $m > -3$.

C. $m > -1$.

D. $m > -2$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 2(m+2)\left(\frac{3}{2}\right)^x + m^2 + 4m + 3 = 0$ (*)

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, $t > 0$.

Khi đó phương trình (*) trở thành $t^2 - 2(m+2)t + m^2 + 4m + 3 = 0$ (**)

Yêu cầu bài toán tương đương với phương trình (**) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ \begin{cases} m < -3 \\ m > -1 \end{cases} \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 657. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 8 \cdot 3^x + 3 = m$ có đúng 2 nghiệm thuộc khoảng $(\log_3 2; \log_3 8)$.

A. $-13 < m < -9$.

B. $-9 < m < 3$.

C. $3 < m < 9$.

D. $-13 < m < 3$.

Lời giải.

Đặt $3^x = t$, ta có phương trình: $t^2 - 8t + 3 = m$ (*).

Khi $x \in (\log_3 2; \log_3 8)$ thì $t \in (2; 8)$. Rõ ràng, với mỗi $t \in (2; 8)$ có duy nhất một $x \in (\log_3 2; \log_3 8)$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 8t + 3$ với $t \in (2; 8)$.

Ta có $f'(t) = 2t - 8$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

Ta có bảng biến thiên:

x	2	4	8
y'	-	0	+
y	-9	-13	3

Phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm $x \in (\log_3 2; \log_3 8)$ khi và chỉ khi phương trình (*) có đúng 2 nghiệm $t \in (2; 8)$. Từ bảng biến thiên ta suy ra tất cả các giá trị của m cần tìm là $-13 < m < -9$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 658. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 13.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

Đặt $t = 4^x$, $t > 0$. Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 4mt + 5m^2 - 45 = 0$. (*)

Với mỗi nghiệm $t > 0$ của phương trình (*) sẽ tương ứng với duy nhất một nghiệm x của phương trình ban đầu. Do đó, yêu cầu bài toán tương đương phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt. Khi đó

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 45 > 0 \\ 4m > 0 \\ 5m^2 - 45 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\sqrt{5} < m < 3\sqrt{5} \\ m > 0 \\ \begin{cases} m < -3 \\ m > 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 3\sqrt{5}.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{4; 5; 6\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 659. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $25^x - m \cdot 5^{x+1} + 7m^2 - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 7.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $t = 5^x$, điều kiện $t > 0$. Phương trình trở thành $t^2 - 5mt + 7m^2 - 7 = 0$ (*).

Yêu cầu bài toán trở thành: tìm m để phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = -3m^2 + 28 > 0 \\ 5m > 0 \\ 7m^2 - 7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{\frac{28}{3}} < m < \sqrt{\frac{28}{3}} \\ m > 0 \\ \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < \sqrt{\frac{28}{3}}.$$

Suy ra $S = \{2; 3\}$. Vậy có 2 giá trị tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 660. Gọi S là tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m^2 - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow 4^x - 2m \cdot 2^x + 2m^2 - 5 = 0$. (1)

Đặt $t = 2^x$, $t > 0$. Phương trình (1) thành: $t^2 - 2mt + 2m^2 - 5 = 0$. (2)

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m^2 + 5 > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m^2 - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{5} < m < \sqrt{5} \\ m > 0 \\ \begin{cases} m < -\sqrt{\frac{5}{2}} \vee m > \sqrt{\frac{5}{2}} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{10}}{2} < m < \sqrt{5}.$$

Do m là số nguyên nên $m = 2$.

Vậy S chỉ có một phần tử duy nhất.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 661. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $9^x - m3^{x+1} + 3m^2 - 75 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 8.

B. 4.

C. 19.

D. 5.

Lời giải.

Phương trình $9^x - m3^{x+1} + 3m^2 - 75 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 3m \cdot 3^x + 3m^2 - 75 = 0$. Đặt $t = 3^x, t > 0$.

Phương trình trở thành $t^2 - 3mt + 3m^2 - 75 = 0$ (1). Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 300 - 3m^2 > 0 \\ 3m > 0 \\ 3m^2 - 75 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10 < m < 10 \\ m > 0 \\ \begin{cases} m < -5 \\ m > 5 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 5 < m < 10.$$

Do m nguyên nên $S = \{6; 7; 8; 9\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 662. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $16^x - (m-2)4^{x+1} + 4(m^2 - 36) = 0$ có duy nhất một nghiệm thực?

A. 6.

B. 7.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Đặt $t = 4^x > 0$ ta có $t^2 - 4(m-2)t + 4(m^2 - 36) = 0$ (1).

(1) có $\Delta' = 4(m-2)^2 - 4(m^2 - 36) = 160 - 16m$.

Để phương trình đã cho chỉ có một nghiệm thực thì phương trình (1) chỉ có một nghiệm dương. Xét ra ba trường hợp sau:

TH1: (1) có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow m^2 - 36 < 0 \Leftrightarrow -6 < m < 6$

TH2: (1) có nghiệm kép dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 10 \\ 4(m-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 10$

TH3: (1) có một nghiệm dương và một nghiệm bằng 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} P = 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 6 \\ 4(m-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 6$.

Vậy có 7 giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 663. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của phương trình $(7 + 3\sqrt{5})^x + m(7 - 3\sqrt{5})^x = 2^{x+3}$ có đúng hai phần tử?

A. 15.

B. 16.

C. 17.

D. 14.

Lời giải.

Ta có $(7 + 3\sqrt{5})(7 - 3\sqrt{5}) = 4 \Rightarrow \frac{7 + 3\sqrt{5}}{2} = \frac{2}{7 - 3\sqrt{5}}$.

Phương trình đã cho tương đương $\left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right)^x + m\left(\frac{7 - 3\sqrt{5}}{2}\right)^x = 8$. (1)

Đặt $t = \left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right)^x$ ($t > 0$). Phương trình (1) trở thành $t + \frac{m}{t} = 8 \Leftrightarrow t^2 - 8t + m = 0$. (2)

Để (1) có hai phân biệt nghiệm x thì (2) phải có hai nghiệm phân biệt $t > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - m > 0 \\ 8 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 16.$$

Vậy có 15 giá trị m nguyên dương thỏa ycbt.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 664. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2} + 4m-4=0$ có nghiệm thực trong đoạn $\left[\frac{5}{4}; 4\right]$.

- A. $m > \frac{7}{3}$. B. $-3 \leq m \leq \frac{7}{3}$. C. $-3 < m < \frac{7}{3}$. D. $m < -3$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x > 2$.

$$\begin{aligned} & (m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2} + 4m-4=0 \\ \Leftrightarrow & 4(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) - 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) + 4m-4=0 \\ \Leftrightarrow & (m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) - (m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) + m-1=0 \end{aligned}$$

Đặt $t = \log_{\frac{1}{2}}(x-2)$, điều kiện $t \in [-1; +\infty)$.

Bài toán trở thành tìm m để phương trình $(m-1)t^2 - (m-5)t + m-1=0$ (*) có nghiệm thực trên $[-1; +\infty)$.

Để (*) có nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (m-5)^2 - 4(m-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq \frac{7}{3}$.

Để (*) có nghiệm thực trên $[-1; +\infty)$ thì ta đi tìm điều kiện của m để (*) có hai nghiệm đều nhỏ hơn -1 rồi lấy phần bù của nó. Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của (*), ta có:

$$x_1 \leq x_2 < -1 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1+1) + (x_2+1) < 0 \\ (x_1+1)(x_2+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m-5}{m-1} + 2 < 0 \\ \frac{m-5}{m-1} + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Vậy $-3 \leq m \leq \frac{7}{3}$ thì phương trình đã cho có nghiệm thực trong đoạn $\left[\frac{5}{4}; 4\right]$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 665. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $4^x - 2 \cdot 2^x + 2 = m$ có nghiệm $x \in (-1; 2)$?

- A. 8. B. 11. C. 10. D. 9.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$, vì $x \in (-1; 2)$ nên $t \in \left(\frac{1}{2}; 4\right)$. Khi đó phương trình trở thành $t^2 - 2t + 2 = m$ (*).

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 2t + 2$ trên $\left(\frac{1}{2}; 4\right)$ có $f'(t) = 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

x	$\frac{1}{2}$	1	+4
y'	-	0	+
y	$\frac{5}{4}$	1	10

Dựa vào bảng biến thiên, với $1 \leq m < 10$ thì phương trình (*) có nghiệm hay phương trình đã cho có nghiệm. Vậy $m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ hay có 9 giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 666. Tìm m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x + 4m + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

- A. $m > -\frac{5}{4}$. B. $m > 5$. C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 5 \end{cases}$. D. $m > 0$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$, $t > 0$. Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - 2mt + 4m + 5 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 + 5}{2t - 4} (*).$$

Yêu cầu bài toán tương đương với phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\text{Xét } f(t) = \frac{t^2 + 5}{2t - 4}.$$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{2t^2 - 8t - 10}{(2t - 4)^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \notin (0; +\infty) \\ t = 5 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	0	2	5	$+\infty$	
y'	-		-	0	+
y	$-\frac{5}{4}$  $-\infty$		$+\infty$  5	 $+\infty$	

Vậy với $m > 5$ phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 667. Cho phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_4(2 \cdot 5^x - 2) = m$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình có nghiệm thuộc đoạn $[1; 2]$?

A. 8.

B. 7.

C. 10.

D. 9.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

$$\text{Ta có } \log_2(5^x - 1) \cdot \log_4(2 \cdot 5^x - 2) = m \Leftrightarrow \log_2(5^x - 1) \cdot (1 + \log_2(5^x - 1)) = 2m.$$

$$\text{Đặt } t = \log_2(5^x - 1). \text{ Phương trình đã cho trở thành } t^2 + t = 2m (*).$$

Phương trình đầu có nghiệm thuộc đoạn $[1; 2]$ khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm thuộc $[2; 3 + \log_2 3]$.

Mặt khác, hàm số $f(t) = t^2 + t$ đồng biến trên $[2; 3 + \log_2 3]$ do đó yêu cầu bài toán tương đương với

$$6 \leq 2m \leq (3 + \log_2 3)^2 + 3 + \log_2 3 \Leftrightarrow 3 \leq m \leq \frac{(3 + \log_2 3)^2 + 3 + \log_2 3}{2} \approx 12,8.$$

Vậy có 10 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 668. Phương trình $\log_2(x - 3) + \log_2(x - 1) = 3$ có nghiệm là

A. $x = 9$.

B. $x = 5$.

C. $x = 11$.

D. $x = 7$.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq 3$. Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_2[(x - 3)(x - 1)] = 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (loại)} \\ x = 5. \end{cases}$$

Phương trình có nghiệm $x = 5$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 669. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $e^{4x} - e^{3x} - e^{2x+2} + e^{x+2} = 0$

A. 1.

B. $(e + 1)^2$.

C. 2.

D. $e^2 + 1$.

Lời giải.

$$PT \Leftrightarrow e^{3x}(e^x - 1) - e^{x+2}(e^x - 1) = 0 \Leftrightarrow (e^x - 1)(e^{3x} - e^{x+2}) \Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 1 \\ e^{3x} = e^{x+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là 1.

Chọn đáp án **A** □

Câu 670. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{m \log_3^2 x - 4 \log_3 x + m + 3}$ xác định trên khoảng $(0; +\infty)$ là

A. $m \in (-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$.

B. $m \in (-4; 1)$.

C. $m \in [1; +\infty)$.

D. $m \in (1; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số y xác định trên $(0; +\infty)$ khi phương trình $m \log_3^2 x - 4 \log_3 x + m + 3 = 0$ (1) vô nghiệm.

Đặt $t = \log_3 x$, $t \in \mathbb{R}$ phương trình (1) viết lại $mt^2 - 4t + m + 3 = 0$.

Ta cần tìm m để phương trình ẩn t vô nghiệm.

— $m = 0$, phương trình có nghiệm $t = \frac{3}{4}$ loại $m = 0$.

— $m \neq 0$, $\Delta' = 4 - m(m + 3) = -m^2 - 3m + 4$, phương trình (2) vô nghiệm khi

$$\Delta' < 0 \Leftrightarrow -m^2 - 3m + 4 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \\ m > 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 671. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^{x+1} - 2 \cdot 6^x + m \cdot 9^x = 0$ có đúng một nghiệm thực.

A. $m < 0$.

B. $\begin{cases} m = \frac{1}{4} \\ m \leq 0 \end{cases}$

C. $m = \frac{1}{4}$.

D. $0 < m < \frac{1}{4}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$4 \left(\frac{2}{3} \right)^{2x} - 2 \left(\frac{2}{3} \right)^x + m = 0.$$

Đặt $t = \left(\frac{2}{3} \right)^x$, $t \in (0; +\infty)$, phương trình đã cho viết lại

$$4t^2 - 2t = -m.$$

Ta cần tìm m sao cho phương trình $4t^2 - 2t = -m$ có nghiệm duy nhất.

Xét $f(t) = 4t^2 - 2t$ trên $(0; +\infty)$, $f'(t) = 8t - 2$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{4}$.

t	0	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
$f'(t)$	—	0	+
$f(t)$	0	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị m thỏa yêu cầu bài toán là $\begin{cases} -m = -\frac{1}{4} \\ -m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{4} \\ m < 0. \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 672. Tìm m để phương trình $4^{|x|} - (m+1)2^{|x|} + m = 0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

- A. $m \geq 1$. B. $0 < m \neq 1$. C. $m > 1$. D. $m > 0$.

Lời giải.

Đặt $z = 2^{|x|}$, khi đó phương trình $4^{|x|} - (m+1)2^{|x|} + m = 0$ (1) trở thành

$$z^2 - (m+1)z + m = 0 \Leftrightarrow (z-1)(z-m) = 0 \quad (2).$$

Dễ thấy phương trình (1) có đúng 3 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt trong đó một nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm bằng 1. Vậy phương trình (1) có 3 nghiệm thực phân biệt khi $m > 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 673. Điều kiện cần và đủ của m để phương trình $\log_2 \sqrt{1-x^2} = m$ có nghiệm là

- A. $m < 0$. B. $m \leq 0$. C. $m > 0$. D. $m \geq 0$.

Lời giải.

Điều kiện: $1 - x^2 > 0 \Leftrightarrow 1 > x > -1$.

Phương trình đã cho tương đương

$$\sqrt{1-x^2} = 2^m \Leftrightarrow x^2 = 1 - 2^m. \quad (1)$$

Để phương trình ban đầu có nghiệm thì phương trình (1) phải có nghiệm thuộc $(-1; 1)$, tương đương với $1 > 1 - 2^m \geq 0 \Leftrightarrow 1 \geq 2^m > 0 \Leftrightarrow 0 \geq m$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 674. Tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1 x_2 = 27$.

- A. $m = \frac{28}{3}$. B. $m = \frac{4}{3}$. C. $m = 25$. D. $m = 1$.

Lời giải.

Xét phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$. (1)

Điều kiện $x > 0$. Đặt $t = \log_3 x$. Phương trình (1) trở thành $t^2 - (m+2)t + 3m - 1 = 0$. (2)

Ta có

$$x_1 x_2 = 27 \Leftrightarrow \log_3(x_1 x_2) = \log_3 27 \Leftrightarrow \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 3.$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 27 \Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 + t_2 = 3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)^2 - 4(3m-1) \geq 0 \\ t_1 + t_2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m + 8 \geq 0 \\ m + 2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 675. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-1) + \log_{\frac{1}{3}}(mx-8) = \log_2(2 + \sqrt{3}) + \log_2(2 - \sqrt{3})$ có hai nghiệm thực phân biệt?

- A. 5. B. 4. C. 3. D. Vô số.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x-1 > 0 \\ mx-8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ m > 0 \\ mx-8 > 0. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{3}}(x-1) + \log_{\frac{1}{3}}(mx-8) &= \log_2(2+\sqrt{3}) + \log_2(2-\sqrt{3}) \\ \Leftrightarrow \log_3(x-1)^2 - \log_3(mx-8) &= \log_2(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) \\ \Leftrightarrow \log_3 \frac{(x-1)^2}{mx-8} &= 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = mx-8 \\ \Leftrightarrow \frac{x^2-2x+9}{x} &= m \text{ (vì } x > 1). \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2-2x+9}{x}$ với $x > 1$.

$$f'(x) = \frac{x^2-9}{x^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \notin (1; +\infty) \\ x = 3 \in (1; +\infty). \end{cases}$$

x	1			3	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		8			$+\infty$
			4		

Để phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt thì phương trình $f(x) = m$ phải có hai nghiệm thực phân biệt.

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ và m nguyên dương suy ra $m \in \{5; 6; 7\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 676. Số nghiệm thực của phương trình $3^{x^3+\frac{1}{4x^3}} + 3^{\frac{x}{4}+\frac{1}{x}} = 6$ là

A. 6.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

— Với $x > 0$, ta có $x^3 + \frac{1}{4x^3} \geq 1$ và $\frac{x}{4} + \frac{1}{x} \geq 1$ nên

$$3^{x^3+\frac{1}{4x^3}} + 3^{\frac{x}{4}+\frac{1}{x}} \geq 6.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = \frac{1}{4x^3} \\ \frac{x}{4} = \frac{1}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^6 = \frac{1}{4} \\ x^2 = 4 \end{cases} \text{ (loại)}.$$

— Với $x < 0$, ta có $x^3 + \frac{1}{4x^3} \leq -1$ và $\frac{x}{4} + \frac{1}{x} \leq -1$ nên

$$3^{x^3+\frac{1}{4x^3}} + 3^{\frac{x}{4}+\frac{1}{x}} \leq \frac{2}{3} < 6.$$

— Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 677. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$4^{1+x} + 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 16 - 8m$$

có nghiệm trên $[0; 1]$.

A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

$$4^{1+x} + 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 16 - 8m \Leftrightarrow 4^x + 4^{-x} = (m+1)(2^x - 2^{-x}) + 4 - 2m.$$

$$\text{Đặt } t = 2^x - 2^{-x} \Rightarrow t' = 2^x \ln 2 + 2^{-x} \ln 2 > 0, \forall x \in [0; 1] \text{ nên } t \in \left[0; \frac{3}{2}\right].$$

$$t^2 = 4^x + 4^{-x} - 2 \Rightarrow t^2 + 2 = 4^x + 4^{-x}.$$

Phương trình trở thành

$$\begin{aligned} t^2 + 2 &= (m+1)t + 4 - 2m \Leftrightarrow t^2 - t - 2 = m(t-2) \\ \Leftrightarrow (t-2)(t+1) &= m(t-2) \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 & (\text{loại}) \\ t = m-1 \end{cases}. \end{aligned}$$

Khi đó $t \in \left[0; \frac{3}{2}\right] \Rightarrow 0 \leq m-1 \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq \frac{5}{2}$. Mà m nguyên nên $m \in \{1; 2\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m thỏa đề.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 678. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 + \log_2(5-x) = \log_2(x+3)$ bằng

A. 6.

B. $7 - 2\sqrt{3}$.

C. 10.

D. 4.

Lời giải.

Điều kiện $-3 < x < 5, x \neq 0$. Khi đó phương trình tương đương

$$\begin{aligned} \log_2 |x| + \log_2(5-x) - \log_2(x+3) &= 0 \Leftrightarrow \log_2 \frac{|x|(5-x)}{x+3} = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{|x|(5-x)}{x+3} &= 1 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 5 \\ x(5-x) = x+3 \end{cases} \vee \begin{cases} -3 < x < 0 \\ -x(5-x) = x+3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 5 \\ -x^2 + 4x - 3 = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} -3 < x < 0 \\ x^2 - 6x - 3 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 3 \vee x = 3 - 2\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $7 - 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 679. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 x = \log_6 y = \log_2(x+y)$. Biểu thức $P = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$ có giá trị bằng

A. 27.

B. 36.

C. 18.

D. 45.

Lời giải.

$$\text{Đặt } t = \log_3 x = \log_6 y = \log_2(x+y) \Rightarrow \begin{cases} x = 3^t \\ y = 6^t \\ x+y = 2^t \end{cases}.$$

Ta có phương trình

$$3^t + 6^t = 2^t \Leftrightarrow 3^t(1 + 2^t) = 2^t \Leftrightarrow 1 + 2^t = \left(\frac{2}{3}\right)^t$$

Xét $f(t) = 1 + 2^t \Rightarrow f'(t) = 2^t \ln 2 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Vậy $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Xét $g(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t \Rightarrow g'(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t \ln \frac{2}{3} < 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Vậy $g(t)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó phương trình $f(t) = g(t)$ có nhiều nhất một nghiệm. Mặt khác $f(-1) = g(-1) = \frac{3}{2}$.

Vậy phương trình $f(t) = g(t)$ có nghiệm duy nhất $t = -1 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow P = 45$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 680. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 6m - m^2 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt?

- A. 2 giá trị. B. 5 giá trị. C. 4 giá trị. D. 3 giá trị.

Lời giải.

Đặt $2^x = t$. Do $x > 0$ nên $t > 1$. Khi đó phương trình đã cho được viết lại là: $t^2 - 6t = m^2 - 6m$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 6t$ ($t > 1$) có bảng biến thiên trên $(1; +\infty)$:

x	1	3	$+\infty$
$f(t)$	-5	-9	$+\infty$

Phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 6m - m^2 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi đồ thị hàm số $f(t) = t^2 - 6t$ cắt đường thẳng $y = m^2 - 6m$ tại hai điểm phân biệt trên $(1; +\infty)$

$$\Leftrightarrow -9 < m^2 - 6m < -5 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 9 > 0 \\ m^2 - 6m + 5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 1 < m < 5. \end{cases}$$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 681. Biết tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $4^x - 4 \cdot 6^x + 3 \cdot 9^x = 0$ bằng a . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $a \in (6; 9)$. B. $a \in (0; 3)$. C. $a \in (3; 6)$. D. $a \in (-3; 0)$.

Lời giải.

$$4^x - 4 \cdot 6^x + 3 \cdot 9^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 4 \left(\frac{2}{3}\right)^x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_{\frac{2}{3}} 3 \end{cases}$$

Do đó tổng hai nghiệm là $\log_{\frac{2}{3}} 3 \in (-3; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 682. Biết phương trình $\log_2^2 x + 2 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x + m - \frac{3}{2} = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 520$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m \in (3; 5)$. B. $m \in (-3; -1)$. C. $m \in (-1; 1)$. D. $m \in (1; 3)$.

Lời giải.

$$\text{PT} \Leftrightarrow \log_2^2 x - 4 \log_2 x + m - \frac{3}{2} = 0 \quad (1).$$

$$\text{Đặt } \log_2 x = t \Rightarrow t^2 - 4t + m - \frac{3}{2} = 0 \quad (2).$$

Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của (1), khi đó $t_1 = \log_2 x_1, t_2 = \log_2 x_2$ là hai nghiệm của (2).

Theo Định lý Vi-ét ta có $t_1 + t_2 = 4 \Rightarrow \log_2 x_1 + \log_2 x_2 = 4 \Rightarrow x_1 x_2 = 16$.

Theo giả thiết $x_1^3 + x_2^3 = 520 \Rightarrow x_1 + x_2 = 10$.

Giải hệ $\begin{cases} x_1 + x_2 = 10 \\ x_1 x_2 = 16 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = 3 \end{cases}$.

Ta có $3 = t_1 t_2 = m - \frac{3}{2} \Rightarrow m = \frac{9}{2}$.

Vậy $m \in (3; 5)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 683. Cho phương trình $\log_6(2018x + m) = \log_4(1009x)$. Tìm số các giá trị nguyên nhỏ hơn 2018 của tham số m để phương trình có nghiệm.

A. 2018.

B. 2017.

C. 2019.

D. 2020.

Lời giải.

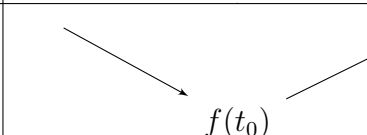
Điều kiện xác định $\begin{cases} x > 0 \\ 2018x + m > 0. \end{cases}$

Đặt $t = \log_6(2018x + m) = \log_4(1009x) \Rightarrow \begin{cases} 6^t = 2018x + m \\ 4^t = 1009x \end{cases} \Rightarrow 6^t - 2 \cdot 4^t = m. \quad (1)$

Xét hàm số $f(t) = 6^t - 2 \cdot 4^t$ có $f'(t) = 6^t \cdot \ln 6 - 2 \cdot 4^t \cdot \ln 4$. Do đó

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 6^t \cdot \ln 6 - 2 \cdot 4^t \cdot \ln 4 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{2 \ln 4}{\ln 6} \Leftrightarrow t = \log_{\frac{3}{2}} \frac{2 \ln 4}{\ln 6} = t_0.$$

Mà $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = +\infty$ nên ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$	t_0	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	0	$+$
$f(t)$			

trong đó $f(t_0) = 6^{t_0} - 2 \cdot 4^{t_0} \approx -0,09$.

Do vậy, các giá trị nguyên của m để (1) có nghiệm là $\{0; 1, \dots, 2017\}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 684. Tìm tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2018}}(x - 2) = \log_{2018}(mx)$ có nghiệm thực duy nhất.

A. $1 < m < 2$.

B. $m > 1$.

C. $m > 0$.

D. $m > 2$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\begin{cases} x - 2 > 0 \\ mx > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ m > 0. \end{cases}$

Ta có

$$\log_{\sqrt{2018}}(x - 2) = \log_{2018}(mx) \Leftrightarrow 2 \log_{2018}(x - 2) = \log_{2018}(mx) \Leftrightarrow (x - 2)^2 = mx \Leftrightarrow x + \frac{4}{x} - 4 = m.$$

Xét $f(x) = x + \frac{4}{x} - 4$ trên miền $(2; +\infty)$, ta có $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$. Do đó, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$. Ta có bảng biến thiên

x	2	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	0	$+\infty$

Vậy phương trình $\log_{\sqrt{2018}}(x-2) = \log_{2018}(mx)$ có nghiệm thực duy nhất khi $m > 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 685. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $9^x - (m-1)3^x + 2m = 0$ có nghiệm duy nhất.

A. $m < 0$.

B. $m = 0$ hoặc $m = 5 + 2\sqrt{6}$.

C. $m < 0$ hoặc $m = 5 + 2\sqrt{6}$.

D. $m = 5 + 2\sqrt{6}$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$), ta được phương trình

$$t^2 - (m-1)t + 2m = 0 \Leftrightarrow f(t) = \frac{t^2 + t}{t-2} = m \text{ (vì } t = 2 \text{ không thỏa mãn)}.$$

Ta có $f'(t) = \frac{t^2 - 4t - 2}{(t-2)^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t^2 - 4t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \pm \sqrt{6}$.

Bảng biến thiên

t	0	2	$2 + \sqrt{6}$	$+\infty$
$f'(t)$	-		- 0 +	
$f(t)$	0	$+\infty$	$5 + 2\sqrt{6}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m < 0$ hoặc $m = 5 + 2\sqrt{6}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 686. Giá trị của m để phương trình $\log_3(1-x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x+m-4) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt là

A. $3 < m < \frac{21}{4}$.

B. $5 \leq m \leq \frac{21}{4}$.

C. $3 \leq m \leq 5$.

D. $5 < m < \frac{21}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \log_3(1-x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x+m-4) = 0 \\ \Leftrightarrow & \log_3(1-x^2) = \log_3(x+m-4) \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 1-x^2 = x+m-4 \\ 1-x^2 > 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -x^2 - x + 5 = m \\ -1 < m < 1. \end{cases} \quad (1) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = -x^2 - x + 5$ với $-1 < m < 1$.

Ta có $f'(x) = -2x - 1$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên

x	-1	$-\frac{1}{2}$	1
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	5	$\frac{21}{4}$	3

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x \in (-1; 1)$. Dựa vào bảng biến thiên ta có $5 < m < \frac{21}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 687. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^x - 3^{x+2} + 2 = m$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 20.

B. 18.

C. 21.

D. 19.

Lời giải.

Ta có $9^x - 3^{x+2} + 2 = m \Leftrightarrow (3^x)^2 - 9 \cdot 3^x + 2 - m = 0$.

Đặt $3^x = t > 0$ ta được phương trình $t^2 - 9t + 2 - m = 0$. (*)

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2 - m) > 0 \\ \frac{2 - m}{1} > 0 \\ \frac{9}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 81 - 8 + 4m > 0 \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{73}{4} \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{73}{4} < m < 2$$

Vì m nguyên nên suy ra có 20 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 688. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_x 2 - \log_{16} x = 0$. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

A. 2.

B. -1.

C. 1.

D. -2.

Lời giải.

Điều kiện: $0 < x \neq 1$.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_x 2 - \log_{16} x &= 0 \\ \Leftrightarrow \log_x 2 - \frac{1}{4} \log_2 x &= 0 \\ \Leftrightarrow \log_x 2 - \frac{1}{4 \log_x 2} &= 0 \\ \Leftrightarrow 4 (\log_x 2)^2 - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_x 2 = \frac{1}{2} \\ \log_x 2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

So điều kiện ta nhận $x = 4, x = \frac{1}{4}$.

Vậy $x_1 \cdot x_2 = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 689. Có bao nhiêu giá trị nguyên nhỏ hơn hoặc bằng 9 của tham số m để phương trình $4^{x^2-2x+1} - m \cdot 2^{x^2-2x+2} + 3m - 2 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt?

A. 10 .

B. 8 .

C. 6 .

D. 7 .

Lời giải.

Đặt $t = 2^{(x-1)^2}$.

Đạo hàm $t' = 2(x-1) \cdot 2^{(x-1)^2} \cdot \ln 2$; $t' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
t'	-	0	+
t	$+\infty$	1	$+\infty$

Từ đó ta có một số nhận xét sau:

✓ $t \geq 1$.

✓ Khi $t = 1$ thì $x = 1$.

✓ Khi $t > 1$ thì một nghiệm t cho ta hai nghiệm x .

Khi đó phương trình thành $t^2 - 2mt + 3m - 2 = 0$ (*).

Do đó phương trình ban đầu có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa $1 < t_1 < t_2$.

Ta có $t^2 - 2mt + 3m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 2}{2t - 3}, t \neq \frac{3}{2}$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 2}{2t - 3}, 1 < t \neq \frac{3}{2}$.

Đạo hàm $f'(t) = \frac{2t^2 - 6t + 4}{(2t - 3)^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2. \end{cases}$

Bảng biến thiên:

t	1	$\frac{3}{2}$	2	$+\infty$	
$f'(t)$	0	—	—	0	+
$f(t)$	1	$+\infty$	2	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên ta thấy $m > 2$ thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $t > 1$.

Do $m \in \mathbb{Z}, m \leq 9$ nên $m \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 690. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số k để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2k - 1 = 0$ có nghiệm thuộc $[1; 3^{\sqrt{3}}]$?

A. 0.

B. 4.

C. 3.

D. 7.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$ (*).

Với điều kiện (*) ta đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}$ suy ra $\log_3^2 x = t^2 - 1$.

Để $1 \leq x \leq 3^{\sqrt{3}}$ suy ra $0 \leq \log_3 x \leq \sqrt{3}$ nên $1 \leq t \leq 2$.

Khi đó phương trình trở thành

$$t^2 - 1 + t - 2k - 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 + t - 2k - 2 = 0 \quad (**)$$

Để thỏa mãn bài toán khi và chỉ khi phương trình (**) có nghiệm thuộc $[1; 2]$.

Mà $(**) \Leftrightarrow t^2 + t = 2k + 2$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 + t$ trên $[1; 2]$.

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$
$f(t)$	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	2	6	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $2 \leq 2k + 2 \leq 6 \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 2$.

Do đó tập hợp các giá trị k nguyên là $\{0, 1, 2\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 691. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-10; 10)$ để phương trình $9^{1-x} + 2(m-1)3^{1-x} + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 8.

B. 9.

C. 11.

D. 10.

Lời giải.

Đặt $t = 3^{1-x}$, $t > 0$. Phương trình trở thành

$$t^2 + 2(m-1)t + 1 = 0 \quad (1)$$

Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \\ (m-1)^2 - 1 > 0 \\ -2(m-1) > 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m > 0 \\ 1 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0.$$

Kết hợp điều kiện $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in (-10; 10)$ ta được $m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1\}$.

Vậy có 9 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 692. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $9^x - m3^x - x(x+m) = 0$ có nghiệm $x \in [0; 1]$.

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Với $x \in [0; 1]$, ta có $9^x - m3^x - x(x+m) = 0 \Leftrightarrow 9^x - x^2 - m(3^x + x) \Leftrightarrow m = \frac{9^x - x^2}{3^x + x} = 3^x - x$.

Đặt $f(x) = 3^x - x$, $f'(x) = 3^x \ln 3 - 1 \geq \ln 3 - 1 > 0 \forall x \in [0; 1]$.

Do đó $f(0) \leq m \leq f(1) \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2 \Rightarrow m \in \{1; 2\}$.

Vậy có hai giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 693. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3(1-x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x+m-4) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt là $T = (a; b)$, trong đó a, b là các số nguyên hoặc phân số tối giản.

Tính $M = a + b$.

A. $\frac{33}{6}$.

B. $\frac{17}{3}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{41}{4}$.

Lời giải.

Điều kiện: $-1 < x < 1$ và $x+m-4 > 0$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_3(1-x^2) = \log_3(x+m-4) \Leftrightarrow 1-x^2 = x+m-4 \Leftrightarrow m = -x^2 - x + 5.$$

Xét hàm số $f(x) = -x^2 - x + 5$ trên khoảng $(-1; 1)$.

Ta có $f'(x) = -2x - 1$ nên $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:

x	-1	$-\frac{1}{2}$	1
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	5	$\frac{21}{4}$	3

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $m \in \left(5; \frac{21}{4}\right)$.

Suy ra $a = 5; b = \frac{21}{4}$, nên $T = a + b = \frac{41}{4}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 694. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^{x^2} - 3 \cdot 2^{x^2+1} + m - 3 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt

A. 3.

B. 8.

C. 12.

D. 4.

Lời giải.

Đặt $t = 2^{x^2} \geq 2^0 = 1$, đưa phương trình thành $t^2 - 6t + m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = -t^2 + 6t + 3 = f(t)$.

Xét BBT của $f(t)$

x	0	3	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$	3	12	$-\infty$

Để phương trình ban đầu có 4 nghiệm phân biệt thì phương trình ẩn t có 2 nghiệm $t > 0$, dựa vào bảng biến thiên thì $3 < m < 12$, do m nguyên nên $m \in \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11\}$.

Vậy có 8 giá trị của m cần tìm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 695. Phương trình $\log_2(x+3) + \log_4(x^2) = 2$ có số nghiệm là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \neq 0 \\ x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x \neq 0$$

Ta có phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \log_2(x+3) + \log_4(x^2) &= 2 \\ \Leftrightarrow \log_2(x+3) + \log_2|x| &= 2. \quad (1) \end{aligned}$$

— Với $-3 < x < 0$, ta có

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \log_2(x+3) + \log_2(-x) = 2 \\ &\Leftrightarrow \log_2[-x(x+3)] = 2 \Leftrightarrow -x^2 - 3x = 4 \quad (\text{pt vô nghiệm}) \end{aligned}$$

— Với $x > 0$, ta có

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \log_2(x+3) + \log_2(x) = 2 \\ &\Leftrightarrow \log_2[x(x+3)] = 2 \Leftrightarrow x^2 + 3x = 4 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \text{ (loại).} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 696. Cho phương trình $(\sqrt{5}+1)^x + 2m(\sqrt{5}-1)^x = 2^x$. Tìm m để phương trình có một nghiệm duy nhất.

A. $m < 0$.

B. $m \leq 0, m = \frac{1}{8}$.

C. $0 < m \leq \frac{1}{8}$.

D. $m < 0, m = \frac{1}{8}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x + 2m\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x = 1 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x, t > 0. \text{ Khi đó, } \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x = \frac{1}{t}.$$

Phương trình (1) trở thành

$$t + 2m \cdot \frac{1}{t} = 1 \Leftrightarrow 2m = -t^2 + t \quad (2)$$

Vì hàm $t = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên ứng với một giá trị $t > 0$ ta được duy nhất một giá trị $x \in \mathbb{R}$.

Xét hàm $f(t) = -t^2 + t$ trên $(0; +\infty)$. Ta có $f'(t) = -2t + 1$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên của hàm $f(t)$

x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	$\frac{1}{4}$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình (2) có đúng một nghiệm dương khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2m = \frac{1}{4} \\ 2m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{8} \\ m \leq 0. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 697. Cho phương trình $2018^{x^2-1} + (x^2 - 1) \cdot 2017^x = 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.
- B. Phương trình đã cho có nhiều hơn hai nghiệm.
- C. Phương trình đã cho có tổng các nghiệm bằng 0.
- D. Phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt.

Lời giải.

Ta xét các trường hợp sau:

- Trường hợp $|x| > 1$: Khi đó $x^2 - 1 > 0$ nên $2018^{x^2-1} > 1$ và $(x^2 - 1) \cdot 2017^x > 0$. Do vậy $2018^{x^2-1} + (x^2 - 1) \cdot 2017^x > 1$. Suy ra phương trình đã cho vô nghiệm khi $|x| > 1$.
- Trường hợp $|x| < 1$: Khi đó $x^2 - 1 < 0$ nên $2018^{x^2-1} < 1$ và $(x^2 - 1) \cdot 2017^x < 0$. Do vậy $2018^{x^2-1} + (x^2 - 1) \cdot 2017^x < 1$. Suy ra phương trình đã cho vô nghiệm khi $|x| < 1$.
- Trường hợp $x = \pm 1$: thế vào phương trình ta thấy thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là ± 1 nên phương trình đã cho có tổng các nghiệm bằng 0.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 698. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $3^x + 4^x + (2 - m)5^x = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 2)$.

- A. $[3; 4]$.
- B. $(2; 4)$.
- C. $[2; 4]$.
- D. $(3; 4)$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x + 2 = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 2)$ khi và chỉ khi $\min_{x \in [0; 2]} f(x) < m < \max_{x \in [0; 2]} f(x)$ với $f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x + 2$.

Vì $\frac{3}{5} < 1, \frac{4}{5} < 1$ nên $f(x)$ nghịch biến trên $[0; 2]$ nên $\min_{x \in [0; 2]} f(x) = f(2) = 3$ và $\max_{x \in [0; 2]} f(x) = f(0) = 4$.

Vậy tập hợp các giá trị m thỏa bài toán là $m \in (3; 4)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 699. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 2)$.

- A. $(0; +\infty)$.
- B. $\left[-\frac{1}{4}; 8\right)$.
- C. $\left[-\frac{1}{4}; 2\right)$.
- D. $\left[-\frac{1}{4}; 6\right)$.

Lời giải.

Ta có $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 - m = 0 \Leftrightarrow 4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = m$ (1).

Đặt $t = 2^x$, với $x \in (0; 2) \Rightarrow t \in (1; 4)$.

Phương trình (1) trở thành $t^2 - 3t + 2 = m$ (2).

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 3t + 2$ với $t \in (1; 4)$. Ta có $f'(t) = 2t - 3 \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{2}$.

Bảng biến thiên

t	1	$\frac{3}{2}$	4
$f'(t)$	—	0	+
$f(t)$	0	$\frac{1}{4}$	6

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình (2) có nghiệm $t \in (1; 4)$ khi $m \in \left[-\frac{1}{4}; 6\right)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 700. Phương trình $2^{2x+1} - 2^{x+3} - 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi

A. $m < -4$.

B. $m > 0$.

C. $m > -4$.

D. $-4 < m < 0$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $2^{2x} - 4 \cdot 2^x - m = 0$.

Đặt $t = 2^x$, $t > 0$. Khi đó, bài toán trở thành tìm m để phương trình $t^2 - 4t - m = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt.

Điều kiện tương đương là

$$\begin{cases} \Delta' = 4 + m > 0 \\ -\frac{b}{a} = 4 > 0 \\ \frac{c}{a} = -m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < 0.$$

Vậy giá trị m cần tìm là $-4 < m < 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 701. Giả sử m là số thực sao cho phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 9$. Khi đó m thỏa mãn tính chất nào sau đây?

A. $m \in (3; 4)$.

B. $m \in (1; 3)$.

C. $m \in (4; 6)$.

D. $m \in (-1; 1)$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Đặt $t = \log_3 x$. Giả sử phương trình đã cho có hai nghiệm (dương) x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 9$.

Ta có $\log_3(x_1 x_2) = 2 \Rightarrow \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 2$.

Khi đó $t_1 = \log_3 x_1, t_2 = \log_3 x_2$ là hai nghiệm của phương trình $t^2 - (m+2)t + 3m - 2 = 0$.

Ta có $t_1 + t_2 = 2 \Rightarrow m + 2 = 2 \Rightarrow m = 0$. Thử lại thỏa mãn bài toán.

Vậy $m = 0 \in (-1; 1)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 702. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^{x+1} - 2 \cdot 6^x + m \cdot 9^x = 0$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

A. $m > 0$.

B. $m < \frac{1}{4}$.

C. $0 < m < \frac{1}{4}$.

D. $m < 0$.

Lời giải.

Ta có $4^{x+1} - 2 \cdot 6^x + m \cdot 9^x = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x + m = 0$.

Đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^x > 0$. Phương trình trở thành $4t^2 - 2t + m = 0 \Leftrightarrow m = -4t^2 + 2t$.

Xét $f(t) = -4t^2 + 2t$ với $t > 0$. Ta có $f'(t) = -8t + 2$. Giải $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{4}$.

Bảng biến thiên

t	0	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	0	$\frac{1}{4}$	$-\infty$

Vậy $0 < m < \frac{1}{4}$ thì phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 703. Tính tích các nghiệm của phương trình $2^{x^2-4} = 5^{x-2}$.

A. $2 + 2\log_2 5$.

B. 2.

C. $4 + \log_2 5$.

D. $-4 + \log_2 25$.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2-4} = 5^{x-2} \Leftrightarrow x^2 - 4 = (x-2)\log_2 5 \Leftrightarrow x^2 - x \cdot \log_2 5 + 2\log_2 5 - 4 = 0$.

Phương trình bậc hai này có 2 nghiệm phân biệt và tích của hai nghiệm bằng

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 2\log_2 5 - 4.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 704. Cho phương trình $4^{-|x-a|} \cdot \log_{\sqrt{3}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{-x^2+2x} \cdot \log_{\frac{1}{3}}(2|x-a| + 2) = 0$. Tập tất cả các giá trị của tham số a để phương trình có 4 nghiệm x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 < 1 < x_2 < x_3 < x_4$ là $(c; d)$. Khi đó giá trị biểu thức $T = 2c + 2d$ bằng

A. 5.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & 4^{-|x-a|} \cdot \log_{\sqrt{3}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{-x^2+2x} \cdot \log_{\frac{1}{3}}(2|x-a| + 2) = 0 \quad (*) \\ \Leftrightarrow & 2^{-2|x-a|} \cdot 2\log_3(x^2 - 2x + 3) = 2^{-x^2+2x} \cdot \log_3(2|x-a| + 2) \\ \Leftrightarrow & 2^{-2|x-a|+1} \cdot \log_3(x^2 - 2x + 3) = 2^{-x^2+2x} \cdot \log_3(2|x-a| + 2) \\ \Leftrightarrow & 2^{x^2-2x} \cdot \log_3(x^2 - 2x + 3) = 2^{2|x-a|-1} \cdot \log_3(2|x-a| + 2) \\ \Leftrightarrow & f(x^2 - 2x) = f(2|x-a| - 1) \quad \text{với } f(t) = 2^t \cdot \log_3(t+3), t \geq -1. \quad (**) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t \cdot \log_3(t+3)$, $t \geq -1$.

Ta có $f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 \cdot \log_3(t+3) + 2^t \cdot \frac{1}{\ln 3(t+3)} > 0$, $\forall t \geq -1 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $[-1; +\infty)$.

$$\text{Do đó } (**) \Leftrightarrow x^2 - 2x = 2|x-a| - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 2a + 1 = 0 & \text{nếu } x \geq a \quad (1) \\ x^2 - 2a + 1 = 0 & \text{nếu } x < a \quad (2) \end{cases}$$

Phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) và phương trình (2) đều có

2 nghiệm phân biệt, tức là $\begin{cases} \Delta' = 4 - (2a + 1) > 0 \\ 2a - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < a < \frac{3}{2}.$

Khi đó phương trình có 4 nghiệm là $2 - \sqrt{3 - 2a}, 2 + \sqrt{3 - 2a}, \sqrt{2a - 1}, -\sqrt{2a - 1}.$

Do $-\sqrt{2a - 1} < 0 < 1, \forall a \in \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ nên để phương trình (*) có 4 nghiệm x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 < 1 < x_2 < x_3 < x_4$ thì

$$-\sqrt{2a - 1} < 1 < 2 - \sqrt{3 - 2a} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2a - 1} < 1 \\ 2 - \sqrt{3 - 2a} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{3 - 2a} < 1 \Leftrightarrow a > 1.$$

Suy ra $1 < a < \frac{3}{2}$. Vậy $c = 1, d = \frac{3}{2}$. Do đó $T = 2 \cdot 1 + 2 \cdot \frac{3}{2} = 5$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 705. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0$ là

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 + 4x > 0 \\ 2x + 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0.$

Với điều kiện trên, phương trình tương đương với

$$\begin{aligned} \log_3(x^2 + 4x) - \log_3(2x + 3) &= 0 \Leftrightarrow \log_3(x^2 + 4x) = \log_3(2x + 3) \\ \Leftrightarrow x^2 + 4x &= 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (nhận)} \\ x = -3 \text{ (loại)} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có đúng 1 nghiệm $x = 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 706. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m nhỏ hơn 2018 để phương trình $\log_2(m + \sqrt{m + 2^x}) = 2x$ có nghiệm thực?

A. 2017.

B. 2018.

C. 2019.

D. 1004.

Lời giải.

Ta có

$$\log_2(m + \sqrt{m + 2^x}) = 2x \Leftrightarrow m + \sqrt{m + 2^x} = 2^{2x} \Leftrightarrow m + 2^x + \sqrt{m + 2^x} = 2^{2x} + 2^x. \quad (4)$$

Xét hàm số $f(t) = t^2 + t$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = 2t + 1 > 0, \forall t \in (0; +\infty)$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Do đó

$$(\text{??}) \Leftrightarrow f(\sqrt{m + 2^x}) = f(2^x) \Leftrightarrow \sqrt{m + 2^x} = 2^x \Leftrightarrow m = 2^{2x} - 2^x. \quad (5)$$

Đặt $u = 2^x, u > 0$, phương trình (??) trở thành $m = u^2 - u$ hay $m = g(u)$ với $g(u) = u^2 - u$.

Ta có $g'(u) = 2u - 1$ nên $g'(u) = 0$ khi $u = \frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g'(u)$	—	0	+
$g(u)$	0	$\frac{1}{4}$	$+\infty$

Như vậy phương trình đã cho có nghiệm thực khi $m \geq -\frac{1}{4}$.

Mặt khác m là số nguyên dương nhỏ hơn 2018 nên $m \in \{1; 2; \dots; 2017\}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 707. Phương trình $\log_x 4 \cdot \log_2 \left(\frac{5-12x}{12x-8} \right) = 2$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 0 < x \neq 1 \\ \frac{5-12x}{12x-8} > 0 \\ 12x-8 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \neq 1 \\ \frac{5}{12} < x < \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{12} < x < \frac{2}{3}.$$

Phương trình đã cho trở thành

$$\begin{aligned} 2 \log_x 2 \cdot \log_2 \left(\frac{5-12x}{12x-8} \right) &= 2 \\ \Leftrightarrow \log_x \left(\frac{5-12x}{12x-8} \right) &= 1 \\ \Leftrightarrow \frac{5-12x}{12x-8} &= x \\ \Leftrightarrow 12x^2 + 4x - 5 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{5}{6} \end{cases} & \text{(loại)}. \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm là $x = 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 708. Phương trình $125^x + m8^x = 3 \cdot 50^x$ có hai nghiệm dương phân biệt khi $m \in (a; b)$. Khi đó $a + b$ bằng

A. -6.

B. 6.

C. 4.

D. -4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 125^x + m8^x = 3 \cdot 50^x \Leftrightarrow m = 3 \cdot \frac{25^x}{4^x} - \frac{125^x}{8^x} \quad (1).$$

$$\text{Đặt } t = \frac{5^x}{2^x} > 0, \text{ phương trình trở thành } m = 3t^2 - t^3 \quad (2).$$

Phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt.

Xét hàm số $g(t) = 3t^2 - t^3$ trên $(0; +\infty)$. Ta có $g'(t) = 6t - 3t^2 = 3t(2-t)$ và bảng biến thiên của hàm số như sau:

t	0	2	$+\infty$
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$	0	4	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt dương

$$\Leftrightarrow m \in (0; 4) \Rightarrow a = 0; b = 4 \Rightarrow a + b = 4.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 709. Biết phương trình $\log_3(3x^3 - 3x^2 + 4x) - \frac{1}{\log_{(1+x)} 3} = 0$ có nghiệm duy nhất $x = \frac{a}{\sqrt[3]{b} + c}$ với a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{a}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + 2b + 3c$.

A. $S = 8$.

B. $S = 10$.

C. $S = 12$.

D. $S = 14$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 3x^3 - 3x^2 + 4x > 0 \\ x + 1 > 0 \\ x + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^3 - 3x^2 + 4x > 0 \\ x > -1. \end{cases}$$

Ta có

$$\begin{aligned} \log_3(3x^3 - 3x^2 + 4x) - \frac{1}{\log_{(1+x)} 3} = 0 &\Leftrightarrow \log_3(3x^3 - 3x^2 + 4x) = \log_3(1+x) \\ \Leftrightarrow 3x^3 - 3x^2 + 4x &= x + 1 \Leftrightarrow 2x^3 = 1 - 3x + 3x^2 - x^3 \\ \Leftrightarrow (\sqrt[3]{2}x)^3 &= (1-x)^3 \Leftrightarrow (\sqrt[3]{2} + 1)x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{2} + 1} \text{ (thỏa điều kiện)} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{1}{\sqrt[3]{2} + 1} \text{ là nghiệm } \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow S = a + 2b + 3c = 1 + 4 + 3 = 8.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 710. Tính tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1$.

A. 2.

B. 1.

C. 5.

D. -6.

Lời giải.

Điều kiện $3 \cdot 2^x - 1 > 0$. Khi đó

$$\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1 \Leftrightarrow 4^{x-1} - 3 \cdot 2^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \cdot (2^x)^2 - 3 \cdot 2^x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 6 + 4\sqrt{2} \\ 2^x = 6 - 4\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \log_2(6 + 4\sqrt{2}) \\ x_2 = \log_2(6 - 4\sqrt{2}) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \log_2(6 + 4\sqrt{2}) + \log_2(6 - 4\sqrt{2}) = \log_2(6 + 4\sqrt{2})(6 - 4\sqrt{2}) = \log_2(36 - 32) = 2.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 711. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$

A. $m \in \left(0; \frac{1}{4}\right]$.

B. $m \in (-\infty; 0]$.

C. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right]$.

D. $m \in \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải.

$$4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0 \Leftrightarrow 4\left(\frac{1}{2} \log_2 x\right)^2 - \log_{2^{-1}} x + m = 0 \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 + \log_2 x + m = 0.$$

Đặt $t = \log_2 x$ với $x \in (0; 1)$ nên $t < 0$.

Khi đó $t^2 + t + m = 0 \Leftrightarrow -m = t^2 + t = f(t)$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 + t$ trên $(-\infty; 0)$, có $f'(t) = 2t + 1 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} \in (-\infty; 0)$.

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0
$f'(t)$	$-$	0	$+$
$f(t)$	$+\infty$	$-\frac{1}{4}$	0

Do đó, để $-m = f(t)$ có nghiệm thuộc khoảng $(-\infty; 0) \Leftrightarrow -m \geq -\frac{1}{4} \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 712. Tìm m để phương trình $\log_{0,5}(m + 6x) + \log_2(3 - 2x - x^2) = 0$ có nghiệm duy nhất.

A. $m \geq 18$.

B. $m \leq -6$.

C. $-6 < m < 18$.

D. $-6 \leq m \leq 18$.

Lời giải.

Ta có: $\log_{0,5}(m + 6x) + \log_2(3 - 2x - x^2) = 0$

$$\Leftrightarrow \log_2(m + 6x) = \log_2(3 - 2x - x^2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2x - x^2 > 0 \\ m + 6x = 3 - 2x - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 1 \\ m = -x^2 - 8x + 3 \end{cases}.$$

Bài toán trở thành tìm m để $m = -x^2 - 8x + 3$ có đúng 1 nghiệm duy nhất trong $(-3; 1)$.

x	-3	1
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	18	-6

Đặt $f(x) = -x^2 - 8x + 3$, $f'(x) = -2x - 8$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -4$.

Dựa vào bảng biến thiên: $-6 < m < 18$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 713. Cho phương trình $4x^2 - 2^{x^2+2} + 6 = m$. Biết tập tất cả giá trị m để phương trình có đúng 4 nghiệm phân biệt là khoảng $(a; b)$. Khi đó $b - a$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $2^{x^2} = t$ ($t \geq 1$).

Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 4t + 6 = m$ (1).

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = t^2 - 4t + 6$ và đường thẳng $y = m$.

Với mỗi nghiệm $t > 1$ ta thu được hai nghiệm x .

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $t > 1$.

Xét hàm số $f(t)$ trên $[1; +\infty)$.

Ta có: $f'(t) = 2t - 4$.

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Ta có bảng biến thiên:

t	1	2	$+\infty$
f'	-	0	+
f	3	2	$+\infty$

Vậy phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $t > 1 \Leftrightarrow 2 < m < 3$.

$\Rightarrow a = 2; b = 3 \Rightarrow b - a = 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 714. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} = 2 \log u_{10}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị lớn nhất của n để $u_n < 5^{100}$ bằng

A. 248.

B. 246.

C. 247.

D. 290.

Lời giải.

$u_{10} = 2^9 \cdot u_1 \Rightarrow \log u_{10} = 9 \log 2 + \log u_1$.

Ta có:

$$\begin{aligned}
 & \log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} = 2 \log u_{10} \\
 \Leftrightarrow & \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} = 2 \log u_{10} - \log u_1 \\
 \Leftrightarrow & \sqrt{2 - A} = A \quad (\text{với } A = 2 \log u_{10} - \log u_1) \\
 \Leftrightarrow & A^2 + A - 2 = 0 \\
 \Leftrightarrow & A = 1 \quad (\text{vì } A \geq 0) \\
 \text{Hay} & 2(9 \log 2 + \log u_1) - \log u_1 = 1 \\
 \Leftrightarrow & \log u_1 = 1 - 18 \log 2 \\
 \Leftrightarrow & u_1 = \frac{10}{2^{18}}.
 \end{aligned}$$

Suy ra $u_n = 2^{n-1} \frac{10}{2^{18}} = 10 \cdot 2^{n-19}$.

Theo giả thiết $u_n < 5^{100}$ hay $10 \cdot 2^{n-19} < 5^{100} \Leftrightarrow n < 19 + \log_2 \frac{5^{100}}{10} \approx 247,87$.

Vậy giá trị lớn nhất của n để $u_n < 5^{100}$ là 247.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 715. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(\sqrt{5} + 1)^x + m(\sqrt{5} - 1)^x = 2^x$ có nghiệm duy nhất.

A. $m \leq \frac{1}{4}$.

B. $m < 0$.

C. $m = \frac{1}{4}$.

D. $\begin{cases} m = \frac{1}{4} \\ m \leq 0 \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x + m\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x = 1$.

Đặt $t = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x > 0$. Phương trình trở thành $t^2 - t + m = 0$ (1)

Phương trình ban đầu có nghiệm duy nhất khi phương trình (1) xảy ra các trường hợp sau

— Trường hợp 1: (1) có nghiệm kép dương. Khi đó $\Delta = 1 - 4m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$.

— Trường hợp 2: (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó chỉ có 1 nghiệm dương. Khi đó

$$\begin{cases} \Delta = 1 - 4m > 0 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 0.$$

Vậy để phương trình có nghiệm duy nhất thì $\begin{cases} m = \frac{1}{4} \\ m \leq 0. \end{cases}$

Chọn đáp án **D** □

Câu 716. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_6 - 3 \log u_2 = 2(1 + \sqrt{\log u_6 - 3 \log u_2 + 1})$ và $u_n = 3u_{n-1}$, $\forall n \geq 1$. Có bao nhiêu số nguyên dương n để $u_n < 3^{200}$?

A. 209.

B. 205.

C. 207.

D. 208.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned} \log u_6 - 3 \log u_2 &= 2(1 + \sqrt{\log u_6 - 3 \log u_2 + 1}) \\ \Leftrightarrow (\sqrt{\log u_6 - 3 \log u_2 + 1} - 1)^2 &= 4 \\ \Leftrightarrow \sqrt{\log u_6 - 3 \log u_2 + 1} &= 3 \\ \Leftrightarrow \log u_6 - 3 \log u_2 &= 8 \\ \Rightarrow \log \left(\frac{3}{u_1}\right)^2 &= 8 \text{ (vì } u_n = 3u_{n-1} \text{)} \\ \Leftrightarrow \frac{3}{u_1} &= 10^4 \\ \Leftrightarrow u_1 &= \frac{3}{10^4} \\ \Rightarrow u_n &= \frac{3^n}{10^4}. \end{aligned}$$

Ta thấy $u_n < 3^{200} \Leftrightarrow 3^n < 3^{200} 10^4 \Rightarrow n < \log_3(3^{200} 10^4) \approx 208,4$.

Vậy có 208 số nguyên dương n thỏa đề bài.

Chọn đáp án **D** □

Câu 717. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của phương trình $(7 + 3\sqrt{5})^x + m(7 - 3\sqrt{5})^x = 2^{x+3}$ có đúng một phần tử?

A. vô số.

B. 1.

C. 0.

D. 0.

Lời giải.

$$(7 + 3\sqrt{5})^x + m(7 - 3\sqrt{5})^x = 2^{x+3} \Leftrightarrow \left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right)^x + m\left(\frac{7 - 3\sqrt{5}}{2}\right)^x = 8. \quad (1)$$

$$\text{Ta thấy } \left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right)^x \cdot \left(\frac{7 - 3\sqrt{5}}{2}\right)^x = 1, \text{ nên ta đặt } t = \left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right)^x, t > 0.$$

$$\text{Phương trình (1) trở thành } t + \frac{m}{t} = 8 \Leftrightarrow 8t - t^2 = m \quad (2)$$

Phương trình (1) có đúng một nghiệm khi và chỉ khi phương trình (2) có đúng một nghiệm $t > 0$.

Xét hàm số $f(t) = 8t - t^2, t > 0$.

$$\text{Có } f'(t) = 8 - 2t, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4.$$

Bảng biến thiên

t	0	4	$+\infty$
f'	+	0	-
f	0 16 $-\infty$		

Từ bảng biến thiên suy ra, phương trình (2) có đúng một nghiệm $t > 0$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m \leq 0 \\ m = 16. \end{cases}$

Lại có m nguyên dương nên $m = 16$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 718. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_5(25^x - \log_5 m) = x$ có nghiệm duy nhất.

A. $m = \frac{1}{\sqrt[4]{5}}$.

B. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m = \frac{1}{\sqrt[4]{5}} \end{cases}$.

C. $m = 1$.

D. $m \geq 1$.

Lời giải.

Điều kiện $25^x > \log_5 m$.

Đặt $t = 5^x$. Điều kiện $t > 0$. Ta có phương trình đã cho tương đương

$$t^2 - t = \log_5 m \quad (6)$$

Xét hàm $f(t) = t^2 - t$ với $t \in (0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = 2t - 1 \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$. Suy ra bảng biến thiên

t	$-\infty$	0	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$f'(t)$			$-$	0	$+$
$f(t)$			0		$+\infty$
				$-\frac{1}{4}$	

Vì $t = 5^x$ nên nếu phương trình (??) có bao nhiêu nghiệm t thì sẽ có bấy nhiêu nghiệm x . Do đó để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thì

$$\begin{cases} \log_5 m \geq 0 \\ \log_5 m = -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m = \frac{1}{\sqrt[4]{5}} \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 719. Tìm số nghiệm thực của phương trình $\log_2^2 x^2 - \log_4(4x^2) = 0$.

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

$$\log_2^2 x^2 - \log_4(4x^2) = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x^2 - \frac{1}{2} \log_2 x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x^2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4} \\ \log_2 x^2 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

Từ đó ta có các nghiệm $x = \pm \sqrt{2^{\frac{-1-\sqrt{17}}{4}}}$ và $x = \pm \sqrt{2^{\frac{-1+\sqrt{17}}{4}}}$.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Chọn đáp án (B) □

Câu 720. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log_2(2u_n + u_4) - 1 - \log_2 3 = \log_2(n + 1), \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính $S_{10} = u_1 + 2u_2 + 3u_3 + \dots + 10u_{10}$.

A. $S_{10} = 1100$.

B. $S_{10} = 1045$.

C. $S_{10} = 605$.

D. $S_{10} = 145$.

Lời giải.

$$\log_2(2u_n + u_4) - 1 - \log_2 3 = \log_2(n + 1) \Leftrightarrow \log_2(2u_n + u_4) = \log_2 6(n + 1) \Leftrightarrow 2u_n + u_4 = 6(n + 1).$$

$$\text{Với } n = 4 \text{ ta có } 3u_4 = 30 \Leftrightarrow u_4 = 10.$$

Suy ra $u_n = 3n - 2$. Ta có

$$u_1 = 1, u_2 = 4, u_3 = 7, u_4 = 10, u_5 = 13, u_6 = 16, u_7 = 19, u_8 = 22, u_9 = 25, u_{10} = 28.$$

$$\text{Vậy } S_{10} = 1045.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 721. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $2 \log u_1 + \sqrt{4 + 2 \log u_1 - \log u_5} = \log u_5 + 2$ và $u_{n+1} = 3u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 2^{2018}$ bằng

A. 1271.

B. 1752.

C. 1272.

D. 1753.

Lời giải.

Do $u_{n+1} = 3u_n$ với mọi $n \geq 1$ nên dãy số (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = 3$.

Mặt khác

$$\begin{aligned} & 2 \log u_1 + \sqrt{4 + 2 \log u_1 - \log u_5} = \log u_5 + 2 \quad (0 < u_1 \neq 1) \\ \Leftrightarrow & (4 + 2 \log u_1 - \log u_5) + \sqrt{4 + 2 \log u_1 - \log u_5} - 6 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \sqrt{4 + 2 \log u_1 - \log u_5} = 2 \\ \sqrt{4 + 2 \log u_1 - \log u_5} = -3 \quad (VN) \end{cases} \\ \Leftrightarrow & 4 + 2 \log u_1 - \log u_5 = 4 \\ \Leftrightarrow & \log u_1^2 = \log u_5 \\ \Leftrightarrow & u_1^2 = u_1 \cdot 3^4 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} u_1 = 81 \quad (Nh\text{nh}) \\ u_1 = 0 \quad (Loi). \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } u_n = 81 \cdot 3^{n-1} = 3^{n+3}.$$

$$\text{Theo bài ra } u_n > 2^{2018} \Leftrightarrow 3^{n+3} > 2^{2018} \Leftrightarrow n + 3 > 2018 \log_3 2 \Leftrightarrow n > 2018 \log_3 2 - 3, (\approx 1270,22).$$

Suy ra $n = 1271$ là giá trị nhỏ nguyên nhỏ nhất thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án (A) □

Câu 722. Cho ba số thực dương a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số nhân, đồng thời ba số $\ln a, 2 \ln b, 3 \ln c$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Phương trình $(b + 2017)^x + (c + 2016)^x = (a + 2018)^x$ có hai nghiệm.

B. Phương trình $(a + 2018)^x + (c + 2016)^x = (b + 2017)^x$ vô nghiệm.

C. Phương trình $2016a^x - 4034b^x + 2018c^x = 0$ có nghiệm duy nhất.

D. Phương trình $(a + 2018)^x + (b + 2017)^x = 2(c + 2016)^x$ vô nghiệm.

Lời giải.

$$\text{Từ giả thiết ta có } ac = b^2 \text{ và } \ln a + 3 \ln c = 4 \ln b \Leftrightarrow ac^3 = b^4.$$

$$\text{Suy ra } c^2 = b^2 \Leftrightarrow b = c. \text{ Mà } ac = b^2 \text{ nên } a = b = c.$$

— Xét phương trình $(b + 2017)^x + (c + 2016)^x = (a + 2018)^x$ (1)

$$(1) \Leftrightarrow \left(\frac{a + 2017}{a + 2018}\right)^x + \left(\frac{a + 2016}{a + 2018}\right)^x = 1.$$

Do vế trái nghịch biến nên (1) có tối đa một nghiệm.

— Xét phương trình $(a + 2018)^x + (c + 2016)^x = (b + 2017)^x$ (2)

Ta có $a + 2018 = b + 2018 > b + 2017 > 1$ nên $(a + 2018)^x > (b + 2017)^x$, suy ra vế trái lớn hơn vế phải. Vậy (2) vô nghiệm.

— Xét phương trình $2016a^x - 4034b^x + 2018c^x = 0$ (3)

$$(3) \Leftrightarrow 0a^x = 0.$$

Vậy (3) có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

— Xét phương trình $(a + 2018)^x + (b + 2017)^x = 2(c + 2016)^x$ (4)

Dễ thấy (4) có nghiệm $x = 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 723. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2) \cdot 3^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m + 1 = 0$ có nghiệm thực?

A. 6.

B. 7.

C. Vô số.

D. 5.

Lời giải.

ĐKXD: $-1 \leq x \leq 1$.

Đặt $t = 3^{1+\sqrt{1-x^2}}$ ($3 \leq t \leq 9$). Phương trình trở thành $f(t) = t^2 - (m+2)t + 2m + 1 = 0$ (*).

Phương trình ban đầu có nghiệm thực $\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có nghiệm $3 \leq t \leq 9$.

$$(*) \text{ có nghiệm } \Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 - 4(2m+1) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 4. \end{cases}$$

Xét các trường hợp (*) có nghiệm thỏa mãn

$$\text{— } t_1 = 3 \Rightarrow m = \frac{4}{64}.$$

$$\text{— } t_1 = 9 \Rightarrow m = \frac{64}{7}.$$

$$\text{— } t_1 < 3 < t_2 < 9 \Leftrightarrow \begin{cases} f(3) < 0 \\ f(9) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 3m - 6 + 2m + 1 < 0 \\ 81 - 9m - 18 + 2m + 1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < \frac{64}{7} \end{cases} \Leftrightarrow 4 < m < \frac{64}{7}.$$

$$\text{— } 3 < t_1 \leq t_2 < 9 \Leftrightarrow \begin{cases} f(3) > 0 \\ f(9) > 0 \\ 3 < \frac{t_1 + t_2}{2} < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 3m - 6 + 2m + 1 > 0 \\ 81 - 9m - 18 + 2m + 1 > 0 \\ 3 < \frac{m+2}{2} < 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m < \frac{64}{7} \\ 4 < m < 16 \end{cases} \Rightarrow \text{Hệ vô nghiệm.}$$

$$\text{— } 3 < t_1 < 9 < t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(3) > 0 \\ f(9) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 3m - 6 + 2m + 1 > 0 \\ 81 - 9m - 18 + 2m + 1 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m > \frac{64}{7} \end{cases} \Rightarrow \text{Hệ vô nghiệm.}$$

Vậy khi $4 \leq m \leq \frac{64}{7}$ thì phương trình ban đầu có nghiệm thực, suy ra số giá trị nguyên của m là 6.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 724. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình sau có nghiệm thực?

$$2^{\sin x - 2} + \sqrt[3]{m - 3 \sin x} + (\sin^3 x + 6 \cos^2 x + 9 \sin x + m - 6)2^{\sin x - 2} = 2^{\sin x + 1} + 1$$

A. 22.

B. 20.

C. 24.

D. 21.

Lời giải.

Chia cả hai vế cho $2^{\sin x - 2}$ ta được

$$\begin{aligned} & 2^{\sqrt[3]{m - 3 \sin x}} + \sin^3 x + 6 \cos^2 x + 9 \sin x + m - 6 = 8 + 2^{2 - \sin x} \\ \Leftrightarrow & 2^{\sqrt[3]{m - 3 \sin x}} + \sin^3 x - 6 \sin^2 x + 9 \sin x + m = 8 + 2^{2 - \sin x} \\ \Leftrightarrow & 2^{\sqrt[3]{m - 3 \sin x}} + m - 3 \sin x = 2^{2 - \sin x} + 8 - 12 \sin x + 6 \sin^2 x - \sin^3 x \\ \Leftrightarrow & 2^{\sqrt[3]{m - 3 \sin x}} + m - 3 \sin x = 2^{2 - \sin x} + (2 - \sin x)^3 \quad (1) \end{aligned}$$

Xét hàm $f(t) = 2^t + t^3$, ta có $f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 + 3t^2 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} (1) \Leftrightarrow & f(\sqrt[3]{m - 3 \sin x}) = f(2 - \sin x) \\ \Leftrightarrow & \sqrt[3]{m - 3 \sin x} = 2 - \sin x \\ \Leftrightarrow & m = 3 \sin x + (2 - \sin x)^3. \end{aligned}$$

Xét hàm $g(t) = 3t + (2 - t)^3$ trên $[-1; 1]$ có $g'(t) = 3 - 3(2 - t)^2$.

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3. \end{cases}$$

Mà $g'(0) < 0$ nên hàm số $g(t)$ nghịch biến trên $[-1; 1]$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm thực $\Leftrightarrow g(1) \leq m \leq g(-1) \Leftrightarrow 4 \leq m \leq 24 \Rightarrow$ có 21 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 725. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_2(4^x - m) = x + 1$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$4^x - m = 2^{x+1} \Leftrightarrow 4^x - 2 \cdot 2^x - m = 0. \quad (*)$$

Đặt $t = 2^x$, với $t > 0$, khi đó ta có phương trình $t^2 - 2t - m = 0. \quad (**)$

Để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (**) có hai nghiệm dương phân biệt, điều đó tương đương với

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + m > 0 \\ 2 > 0 \\ -m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0.$$

Vậy không có giá trị nguyên nào của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 726. Với giá trị nào của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$?

A. $m = \frac{5}{2}$.

B. $m = \frac{13}{2}$.

C. $m = 8$.

D. $m = 2$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$, ($t > 0$). Phương trình trở thành $t^2 - 2mt + 2m + 3 = 0$ (*).

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 3 \geq 0 \\ 2m + 3 > 0 \\ 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \\ m > -\frac{3}{2} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 3.$$

Khi đó (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} t = t_1 \\ t = t_2. \end{cases}$

Và $t_1 = 2^{x_1} \Leftrightarrow x_1 = \log_2 t_1$; $t_2 = 2^{x_2} \Leftrightarrow x_2 = \log_2 t_2$.

Ta có

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 = 4 &\Leftrightarrow \log_2 t_1 + \log_2 t_2 = 4 \\ &\Leftrightarrow \log_2(t_1 \cdot t_2) = 4 \Leftrightarrow t_1 \cdot t_2 = 16 \\ &\Leftrightarrow 2m + 3 = 16 \Leftrightarrow m = \frac{13}{2} \quad (\text{nhận}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 727. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2(2 \sin x - 1) + \log_{\frac{1}{2}}(\cos 2x + m) = 0$ có nghiệm.

A. $\left[-\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

B. $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$.

C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left(-\frac{1}{2}; 2\right]$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} 2 \sin x - 1 > 0 \\ \cos 2x + m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x > \frac{1}{2} \\ \cos 2x > -m. \end{cases}$

Mặt khác $\sin x \leq 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên ta có $1 \geq \sin x > \frac{1}{2}$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \log_2(2 \sin x - 1) - \log_2(\cos 2x + m) = 0 &\Leftrightarrow \log_2(2 \sin x - 1) = \log_2(\cos 2x + m) \\ &\Leftrightarrow 2 \sin x - 1 = \cos 2x + m \\ &\Leftrightarrow 2 \sin x - 1 - \cos 2x = m \\ &\Leftrightarrow 2 \sin^2 x + 2 \sin x - 2 = m. \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $\sin x = t$ ($1 \geq t > \frac{1}{2}$). Khi đó, $m = 2t^2 + 2t - 2$. (2)

Xét hàm số $f(t) = 2t^2 + 2t - 2$ trên $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$.

Ta có $f'(t) = 4t + 2$, $f'(t) > 0$ với mọi $t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right]$.

Bảng biến thiên của hàm số

x	$\frac{1}{2}$	1
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\frac{1}{2}$	2

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có nghiệm thuộc $\left(\frac{1}{2}; 1\right] \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m \leq 2$.

Do đó, để phương trình ban đầu có nghiệm thì $m \in \left(-\frac{1}{2}; 2\right]$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 728. Cho bất phương trình $m3^{x+1} + (3m+2)(4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0]$.

A. $m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. B. $m > \frac{2+2\sqrt{3}}{3}$. C. $m \geq \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. D. $m \geq -\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Xét bất phương trình: $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot (4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$

$$\Leftrightarrow 3m + (3m+2) \cdot \left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x + \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x > 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x$, ($t > 0$) $\Rightarrow \left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x = \frac{1}{t}$ và $0 < t \leq 1$ (do $x \leq 0$).

Bất phương trình (1) trở thành: $t + \frac{3m+2}{t} + 3m > 0 \Leftrightarrow m > \frac{-t^2-2}{3t+3}$.

Xét hàm số $g(t) = \frac{-t^2-2}{3t+3}$, với $0 < t \leq 1$.

Ta có $g'(t) = \frac{-3t^2-6t+6}{(3t+3)^2}$; $g'(t) = 0 \Leftrightarrow -3t^2-6t+6 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \pm \sqrt{3}$.

Bảng biến thiên:

t	0	$-1 + \sqrt{3}$	1
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$		$\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$	

Như vậy (1) đúng với mọi $x \in (-\infty; 0] \Leftrightarrow m > g(t)$ đúng với mọi $t \in (0; 1] \Leftrightarrow m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 729. Một người vay vốn ngân hàng với số tiền 100000000 đồng. Người đó dự định sau 5 năm thì trả hết nợ. Để trả hết nợ ngân hàng trong đúng 5 năm thì người đó phải trả đều đặn hàng tháng với số tiền là a đồng. Biết lãi suất hàng tháng là 1,2%. Hỏi giá trị của a gần nhất với số nào trong các số sau?

A. 2150600 đồng. B. 2120600 đồng. C. 2347600 đồng. D. 2435600 đồng.

Lời giải.

- Sau tháng thứ nhất, số tiền còn nợ sau khi trả a đồng là $100000000(1 + 0,012) - a$ đồng.
- Sau tháng thứ hai, số tiền còn nợ sau khi trả thêm a đồng là

$$100000000(1 + 0,012)^2 - a(1 + 0,012) - a.$$

- ...
- Sau đúng 5 năm (60 tháng), số tiền còn nợ sau khi trả thêm a đồng là

$$100000000(1 + 0,012)^{60} - \frac{a((1,012)^{59} - 1)}{0,012}.$$

Phương trình $100000000(1 + 0,012)^{60} - \frac{a((1,012)^{59} - 1)}{0,012} = 0 \Leftrightarrow a \approx 2403367,299.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 730. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_2(\log_4 x) \cdot \log_4(\log_2 x) = 3$. Giá trị $\log_2 x_1 \cdot \log_2 x_2$ bằng

A. -6.

B. 2.

C. 1.

D. $\sqrt[4]{2^{33}}.$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2(\log_4 x) \cdot \log_4(\log_2 x) &= 3 \\ \Leftrightarrow \log_2(\log_{2^2} x) \cdot \log_{2^2}(\log_2 x) &= 3 \\ \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right) \cdot \left[\frac{1}{2}\log_2(\log_2 x)\right] &= 3 \\ \Leftrightarrow \left[\log_2 \frac{1}{2} + \log_2(\log_2 x)\right] \cdot \left[\frac{1}{2}\log_2(\log_2 x)\right] &= 3 \\ \Leftrightarrow [-1 + \log_2(\log_2 x)] \cdot (\log_2(\log_2 x)) &= 6. \end{aligned}$$

Đặt $t = \log_2(\log_2 x)$, ta có phương trình

$$(-1 + t)t = 6 \Leftrightarrow t^2 - t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -2. \end{cases}$$

— Với $t = 3$, ta có: $\log_2(\log_2 x) = 3 \Leftrightarrow \log_2 x = 8.$

— Với $t = -2$, ta có: $\log_2(\log_2 x) = -2 \Leftrightarrow \log_2 x = \frac{1}{4}.$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho thì $\log_2 x_1 \cdot \log_2 x_2 = 8 \cdot \frac{1}{4} = 2.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 731. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2017^{\sin^2 x} + 2018^{\cos^2 x} = m \cdot 2019^{\cos^2 x}$ có nghiệm?

A. 2016.

B. 2017.

C. 2018.

D. 2019.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2017^{\sin^2 x} + 2018^{\cos^2 x} &= m \cdot 2019^{\cos^2 x} \\ \Leftrightarrow \frac{2017^{\sin^2 x}}{2019^{\cos^2 x}} + \frac{2018^{\cos^2 x}}{2019^{\cos^2 x}} &= m \\ \Leftrightarrow 2017 \cdot \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019}\right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{2018}{2019}\right)^{\cos^2 x} &= m \quad (*) \end{aligned}$$

Vì $0 < \frac{1}{2017 \cdot 2019} < 1$, $0 < \frac{2018}{2019} < 1$ và $0 < \cos^2 x \leq 1$ nên

$$— 2017 \cdot \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019}\right)^1 \leq 2017 \cdot \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019}\right)^{\cos^2 x} \leq 2017 \cdot \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019}\right)^0.$$

$$\text{Hay } \frac{1}{2019} \leq 2017 \cdot \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019}\right)^{\cos^2 x} \leq 2017 \quad (1).$$

$$— \left(\frac{2018}{2019}\right)^1 \leq \left(\frac{2018}{2019}\right)^{\cos^2 x} \leq \left(\frac{2018}{2019}\right)^0.$$

$$\text{Hay } \frac{2018}{2019} \leq \left(\frac{2018}{2019}\right)^{\cos^2 x} \leq 1 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{2019} + \frac{2018}{2019} &\leq 2017 \cdot \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019}\right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{2018}{2019}\right)^{\cos^2 x} \leq 2017 + 1 \\ \Leftrightarrow 1 &\leq 2017 \cdot \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019}\right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{2018}{2019}\right)^{\cos^2 x} \leq 2018. \end{aligned}$$

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm. Từ đánh giá trên ta có điều kiện để phương trình có nghiệm là $1 \leq m \leq 2018$.

Vậy có 2018 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 732. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3(1-x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x+m-4) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $5 < m < \frac{21}{4}$. B. $-\frac{1}{4} \leq m \leq 2$. C. $5 \leq m \leq \frac{21}{4}$. D. $-\frac{1}{4} < m < 0$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x > -m+4. \end{cases} \quad (*)$$

Với điều kiện (*)

$$\begin{aligned} \log_3(1-x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x+m-4) &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{1-x^2}{x+m-4} &= 1 \\ \Leftrightarrow 1-x^2 &= x+m-4 \\ \Leftrightarrow -x^2-x+5 &= m. \quad (2) \end{aligned}$$

Bảng xét dấu

x	-1	$-\frac{1}{2}$	1
$VT(2)$	5	$\frac{21}{4}$	3

Phương trình (1) có 2 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm thực phân biệt thỏa điều kiện (*)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5 < m < \frac{21}{4} \\ -m+4 < -1 \end{cases} \Leftrightarrow 5 < m < \frac{21}{4}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 733. Tìm số nghiệm của phương trình $2^x + 3^x + 4^x + \dots + 2017^x + 2018^x = 2017 - x$.

A. 1.

B. 0.

C. 2016.

D. 2017.

Lời giải.

Ta có $2^x + 3^x + 4^x + \dots + 2017^x + 2018^x = 2017 - x \Leftrightarrow x + 2^x + 3^x + 4^x + \dots + 2017^x + 2018^x = 2017$.

Xét hàm số $f(x) = x + 2^x + 3^x + 4^x + \dots + 2017^x + 2018^x$. Ta có hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lại có $f(0) = 2017 \Rightarrow$ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 0$.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 734. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x + 2^x + 4 = 3^m(2^x + 1)$ có 2 nghiệm phân biệt.

A. $\log_4 3 \leq m < 1$.

B. $\log_4 3 < m < 1$.

C. $1 < m \leq \log_3 4$.

D. $1 < m < \log_3 4$.

Lời giải.

Đặt $2^x = t, (t > 0)$. Phương trình trở thành:

$$t^2 + t + 4 = 3^m(t + 1) \Leftrightarrow \frac{t^2 + t + 4}{t + 1} = 3^m.$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + t + 4}{t + 1}$ trên $(0; +\infty)$.

$$f'(t) = \frac{t^2 + 2t - 3}{(t + 1)^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \notin (0; +\infty). \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	4	3	$+\infty$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 3 < 3^m < 4 \Leftrightarrow 1 < m < \log_3 4$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 735. Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log(mx) = 2\log(x + 1)$ có nghiệm là

A. $m \geq 4$.

B. $m > 4$.

C. $m < 0$ hoặc $m \geq 4$.

D. $m < 0$.

Lời giải.

Ta có $x = 0$ không là nghiệm của phương trình

$$\text{Với } x \neq 0: \log(mx) = 2\log(x + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 > 0 \\ mx = (x + 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ m = x + 2 + \frac{1}{x}. \end{cases}$$

Xét hàm số $f(x) = x + 2 + \frac{1}{x}$ với $x \in (-1; +\infty) \setminus \{0\}$.

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (do } x \in (-1; +\infty) \setminus \{0\} \text{)}.$$

Bảng biến thiên:

x	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	0	+
$f(x)$	0 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 4	↗ $+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m < 0$ hoặc $m \geq 4$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 736. Cho phương trình $e^{3x} - 2 \cdot e^{2x+\ln 3} + e^{x+\ln 9} + m = 0$, với m là tham số thực. Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất là

A. $m < 0$ hoặc $m = 4$.

B. $m = 0$ hoặc $m < -4$.

C. $-4 \leq m < 0$.

D. $m > 0$ hoặc $m = -4$.

Lời giải.

Ta có $e^{3x} - 2 \cdot e^{2x+\ln 3} + e^{x+\ln 9} + m = 0 \Leftrightarrow e^{3x} - 6 \cdot e^{2x} + 9 \cdot e^x + m = 0$.

Đặt $t = e^x$ ($t > 0$), phương trình tương đương với $m = -t^3 + 6t^2 - 9t$.

Xét $f(t) = -t^3 + 6t^2 - 9t$ trên $(0; +\infty)$.

$$f'(t) = -3t^2 + 12t - 9, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

t	0	1	3	$+\infty$	
$f'(t)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(t)$	0			0	
		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	
		-4			$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: với $m = 0$ hoặc $m < -4$ thì phương trình có nghiệm duy nhất.

Chú ý:

Ta không lấy giá trị $x = 0$ nên tại $m = 0$ đường thẳng $y = m$ vẫn cắt đồ thị tại duy nhất một điểm (điểm tiếp xúc tại $x = 3$).

Chọn đáp án **B**

□

Câu 737. Tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình

$$(m-2)2^{2(x^2+1)} - (m+1)2^{x^2+2} + 2m = 6$$

có nghiệm là

A. $m \leq 9$.

B. $2 \leq m \leq 9$.

C. $2 < m \leq 9$.

D. $2 \leq m < 11$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^{x^2+1}$, do $x^2 + 1 \geq 1$ nên $t \geq 2$. Ta có phương trình

$$(m-2)t^2 - 2(m+1)t + 2m - 6 = 0 \Leftrightarrow \frac{2t^2 + 2t + 6}{t^2 - 2t + 2} = m.$$

Để phương trình có nghiệm thì đường thẳng $y = m$ phải cắt đồ thị hàm số $f(t) = \frac{2t^2 + 2t + 6}{t^2 - 2t + 2}$ với $t \geq 2$. Ta có

$$f'(t) = \frac{-6t^2 - 4t + 16}{(t^2 - 2t + 2)^2}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{4}{3} \\ t = -2. \end{cases}$$

Nên hàm số $f(t)$ nghịch biến trên nửa khoảng $[2; +\infty)$, ta lại có $f(2) = 9$; $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 2$. Từ đó, phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $2 < m \leq 9$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 738. Để giải phương trình $2^x(3x^2 - 2) = 2x$ bạn Việt tiến hành giải bốn bước sau:

Bước 1. Ta nhận thấy phương trình không có nghiệm $x = 0$ nên phương trình tương đương $\frac{3x^2 - 2}{2x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Bước 2. Ta nhận thấy phương trình có nghiệm $x = 1$.

Bước 3. Ta có vế phải $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ (vì cơ số $\frac{1}{2} < 1$); vế trái $y = \frac{3x^2 - 2}{2x}$ có $y' = \frac{3}{2} + \frac{1}{x^2} > 0, \forall x \neq 0$, nên vế trái là hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Bước 4. Do đó phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Bạn Việt giải hoàn toàn đúng.

B. Bạn Việt giải sai từ bước 2.

C. Bạn Việt giải sai từ bước 3.

D. Bạn Việt giải sai từ bước 4.

Lời giải.

Bạn Việt giải sai từ bước 4 vì hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = \frac{3x^2 - 2}{2x}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$ không khẳng định được phương trình $\frac{3x^2 - 2}{2x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ có nghiệm duy nhất.

Chọn đáp án **D** □

Câu 739. Số nghiệm của phương trình $\log_{2018} |x| + x^2 = 2017$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Đặt $t = |x|$, $t > 0$, ta có phương trình $\log_{2018} t + t^2 - 2017 = 0$. Hàm số $f(t) = \log_{2018} t + t^2 - 2017$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ và $f(1) \cdot f(50) < 0$ cho nên phương trình $\log_{2018} t + t^2 - 2017 = 0$ có đúng một nghiệm $t_0 > 0$. Suy ra phương trình $\log_{2018} |x| + x^2 = 2017$ có 2 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **B** □

Câu 740. Trên một chiếc đài Radio FM có vạch chia để người dùng có thể dò sóng cần tìm. Vạch ngoài cùng bên trái và vạch ngoài cùng bên phải tương ứng là 88 MHz và 108 MHz . Hai vạch này cách nhau 10 cm. Biết vị trí của vạch ngoài cùng bên trái d (cm) có tần số bằng $k \cdot a^d$ (MHz) với k và a là hai hằng số. Tìm vị trí tốt nhất của sóng VOV₁ với tần số $102,7\text{ MHz}$.

A. Cách vạch ngoài cùng bên phải 1,98 cm.

B. Cách vạch ngoài cùng bên phải 2,46 cm.

C. Cách vạch ngoài cùng bên trái 7,35 cm.

D. Cách vạch ngoài cùng bên trái 8,23 cm.

Lời giải.

Tại vị trí ngoài cùng bên trái $d = 0$ suy ra $k = 88$.

Tại vị trí ngoài cùng bên phải $d = 10$ suy ra $108 = k \cdot a^{10} \Leftrightarrow a = \sqrt[10]{\frac{108}{88}}$.

Để thỏa mãn bài toán suy ra $102,7 = 88 \cdot \left(\sqrt[10]{\frac{108}{88}} \right)^d \Leftrightarrow d \simeq 7,54$.

Suy ra cách vạch ngoài cùng bên phải là $10 - 7,54 = 2,46$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 741. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $(7 - 3\sqrt{5})^x + m(7 + 3\sqrt{5})^x = 2^{x-1}$ có đúng 1 nghiệm dương.

A. $0 \leq m < \frac{1}{16}$ hoặc $m = -\frac{1}{2}$.

B. $m < \frac{1}{16}$.

C. $-\frac{1}{2} < m \leq \frac{1}{16}$.

D. $-\frac{1}{2} < m \leq 0$ hoặc $m = \frac{1}{16}$.

Lời giải.

•

$$\begin{aligned} (7 - 3\sqrt{5})^x + m(7 + 3\sqrt{5})^x = 2^{x-1} &\Leftrightarrow \left(\frac{4}{7 + 3\sqrt{5}} \right)^x + m(7 + 3\sqrt{5})^x = 2^{x-1} \\ &\Leftrightarrow \left(\frac{2}{7 + 3\sqrt{5}} \right)^x + m \left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2} \right)^x = \frac{1}{2} \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $t = \left(\frac{2}{7 + 3\sqrt{5}} \right)^x$, ta có $t + \frac{m}{t} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2t^2 - t + 2m = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - t = -2m \quad (2)$.

• Phương trình (1) có đúng một nghiệm x dương $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có đúng 1 nghiệm t thuộc khoảng $(0; 1)$.

• Xét hàm $f(t) = 2t^2 - t$ trên $(0; 1)$, ta có $f'(t) = 4t - 1$. Suy ra bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{4}$	1
$f'(t)$	—	0	+
$f(t)$	0	$-\frac{1}{8}$	1

• Từ bảng biến thiên, ta có phương trình $f(t) = -2m$ có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m = -\frac{1}{8} \\ 0 \leq -2m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{16} \\ -\frac{1}{2} < m \leq 0. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 742. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(m - 5)9^x + (2m - 2)6^x + (1 - m)4^x = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (m - 5)9^x + (2m - 2)6^x + (1 - m)4^x &= 0 \\ \Leftrightarrow (m - 5) \left(\frac{3}{2} \right)^{2x} + 2(m - 1) \left(\frac{3}{2} \right)^x + 1 - m &= 0. \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, $t > 0$. Khi đó phương trình (1) trở thành

$$(m-5)t^2 + 2(m-1)t + 1 - m = 0. \quad (2)$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\begin{aligned} \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 - 8m + 6 > 0 \\ -\frac{2(m-1)}{m-5} > 0 \\ \frac{1-m}{m-5} > 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \text{ hoặc } m > 3 \\ 1 < m < 5 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 5. \end{aligned}$$

Vì m là số nguyên nên $m = 4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 743. Đặt $a = 2^{\log_2 \sqrt{9^{x-1}+7}}$, $b = 2^{\frac{-1}{5} \log_2 (3^{x-1}+1)}$. Giả sử $S = (a+b)^7 = \sum_{i=0}^7 C_7^i a^{7-i} b^i$. Tập hợp tất cả các giá trị của x để số hạng thứ 6 trong khai triển bằng 84 là

A. $x = 1$ hoặc $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 2$ hoặc $x = 4$. D. $x = 4$.

Lời giải.

Ta có $a = 2^{\log_2 \sqrt{9^{x-1}+7}} = \sqrt{9^{x-1}+7}$, $b = 2^{\frac{-1}{5} \log_2 (3^{x-1}+1)} = (3^{x-1}+1)^{\frac{-1}{5}}$.

Số hạng thứ 6 trong khai triển trên là $C_7^5 a^2 b^5 = \frac{21(9^{x-1}+7)}{3^{x-1}+1}$. Khi đó ta có

$$\frac{9^{x-1}+7}{3^{x-1}+1} = 4 \Leftrightarrow 9^{x-1} - 4 \cdot 3^{x-1} + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x-1} = 1 \\ 3^{x-1} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 744. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $2 \log_4(x-3) + \log_4(x-6)^2 = 1$ là

A. 9. B. $\frac{27 + \sqrt{17}}{2}$. C. 18. D. $\frac{18 + \sqrt{17}}{2}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $3 < x \neq 6$.

$$\begin{aligned} &2 \log_4(x-3) + \log_4(x-6)^2 = 1 \\ \Leftrightarrow &(x-3)^2(x-6)^2 = 4 \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} (x-3)(x-6) = 2 \\ (x-3)(x-6) = -2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x^2 - 9x + 16 \\ x^2 - 9x + 20 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 4 \\ x = 5 \\ x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện suy ra nghiệm của phương trình là $x = 4; x = 5; x = \frac{9 + \sqrt{17}}{2}$.

Vậy tổng các nghiệm là $\frac{27 + \sqrt{17}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 745. Cho các số thực x, y thỏa mãn $0 \leq x, y \leq 1$ và $\log_3 \frac{x+y}{1-xy} + (x+1)(y+1) - 2 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = 2x + y$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Điều kiện: $x + y > 0, 1 - xy > 0$. Ta có

$$\begin{aligned} \log_3 \frac{x+y}{1-xy} + (x+1)(y+1) - 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \log_3(x+y) + x + y &= \log_3(1-xy) + 1 - xy. \end{aligned} \quad (1)$$

Xét hàm $f(t) = \log_3 t + t$ trên $(0; +\infty)$. Ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0$
 $\Rightarrow f$ là hàm đồng biến trên $(0; +\infty)$. Từ (1), suy ra,

$$f(x+y) = f(1-xy) \Leftrightarrow x+y = 1-xy \Leftrightarrow y = \frac{1-x}{1+x}.$$

Khi đó, $P = 2x + y = 2x + \frac{1-x}{1+x}$. Xét $g(x) = 2x + \frac{1-x}{1+x}$ trên $[0; 1]$.

Ta có $g'(x) = 2 - \frac{2}{(x+1)^2}; g'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \text{ (loại)} \end{cases}$.

Ta có $g(0) = 1$ và $g(1) = 2$. Do đó, $\min_{[0;1]} g(x) = g(0) = 1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 1 khi $x = 0$ và $y = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 746. Cho phương trình $m \cdot 3^{x^2-4x+3} + 3^{1-x^2} = 3 \cdot 3^{3-4x} + m$. Tìm m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

A. $1 \leq m \leq 3$.

B. $-1 < m < 0$.

C. $0 < m < 1$.

D. $\begin{cases} 0 < m < 3, \\ m \neq 1; m \neq \frac{1}{3^8} \end{cases}$.

Lời giải.

Viết phương trình về dạng

$$m \cdot 3^{x^2-4x+3} + 3^{1-x^2} = 3 \cdot 3^{3-4x} + m$$

$$\Leftrightarrow m3^{x^2-4x+3} + 3^{1-x^2} = 3^{(x^2-4x+3)+(1-x^2)} + m$$

$$\Leftrightarrow (3^{x^2-4x+3} - 1)(m - 3^{1-x^2}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ m = 3^{1-x^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ m = 3^{1-x^2} (*) \end{cases}.$$

Để phương trình ban đầu có 4 nghiệm phân biệt thì (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 1 và 3.

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 1 - x^2 = \log_3 m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ x^2 = 1 - \log_3 m \end{cases}$$

$$\text{Điều kiện là } \begin{cases} m > 0 \\ 1 - \log_3 m > 0 \\ 1 - \log_3 m \neq 1 \\ 1 - \log_3 m \neq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < 3 \\ m \neq 1 \\ m \neq \frac{1}{3^8} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 747. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{2x^2+3x+7} + 1$. Khi đó S là

A. $\{1; 2\}$.

B. $\{1; 2; -1\}$.

C. $\{1; 2; -1; -5\}$.

D. $\emptyset$.

Lời giải.

Đặt $u = 4^{x^2-3x+2}$, $v = 4^{x^2+6x+5}$ suy ra $4^{2x^2+3x+7} = uv$. Khi đó phương trình trở thành

$$\begin{aligned} u + v &= uv + 1 \\ \Leftrightarrow (u - 1)(v - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ v = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4^{x^2-3x+2} = 1 \\ 4^{x^2+6x+5} = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x^2 + 6x + 7 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -1 \\ x = -5. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; 2; -1; -5\}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 748. Giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2(2m + 1)3^x + 3(4m - 1) = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(3; 9)$.

B. $(9; +\infty)$.

C. $\left(\frac{1}{4}; 3\right)$.

D. $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x$, điều kiện $t > 0$, phương trình trở thành

$$t^2 - 2(2m + 1)t + 3(4m - 1) = 0 \Leftrightarrow (t - 3)(t - 4m + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 4m - 1. \end{cases}$$

Phương trình có hai nghiệm thực x_1, x_2 khi và chỉ khi $\begin{cases} 4m - 1 > 0 \\ 4m - 1 \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{4} \\ m \neq 1. \end{cases}$

Với $t = 3$ ta có $x_1 = 1$.

Với $t = 4m - 1$ ta có $x_2 = \log_3(4m - 1)$.

Mà

$$\begin{aligned}(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12 &\Leftrightarrow x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) - 8 = 0 \\&\Leftrightarrow \log_3(4m - 1) + 2[1 + \log_3(4m - 1)] - 8 = 0 \\&\Leftrightarrow \log_3(4m - 1) = 2 \Leftrightarrow 4m - 1 = 9 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2} \in \left(\frac{1}{4}; 3\right).\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 749. Giá trị của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ là

- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = 4$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$, phương trình đã cho với ẩn số t là $t^2 - 2mt + 2m = 0$.

Điều kiện $x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow 2m = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} = 2^3 = 8 \Rightarrow m = 4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 750. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trên $[-2018; 2018]$ để phương trình

$$(x^2 - 1) \log^2(x^2 + 1) - m\sqrt{2(x^2 - 1)} \cdot \log(x^2 + 1) + m + 4 = 0$$

có đúng hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $1 \leq |x_1| \leq |x_2| \leq 3$?

- A. 4024. B. 4028. C. 4026. D. 4030.

Lời giải.

Đặt $t = x^2$. Để phương trình có đúng hai nghiệm thỏa mãn $1 \leq |x_1| \leq |x_2| \leq 3$ tương đương với phương trình có đúng một nghiệm $1 \leq t \leq 9$.

Đặt $u = \sqrt{2(x^2 - 1)} \log(x^2 + 1) = \sqrt{2(t - 1)} \log(t + 1) = f(t)$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{\sqrt{2(t-1)}} \log(t+1) + \sqrt{2(t-1)} \frac{1}{t+1} > 0$ với $1 \leq t \leq 9$.

Vì hàm $f(t)$ là hàm đồng biến nên ứng với mỗi giá trị của t chỉ có duy nhất một giá trị của u . Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để phương trình $g(u) = \frac{1}{2}u^2 - mu + m + 4 = 0$ có đúng một nghiệm

thỏa mãn $f(1) = 0 \leq u_1 \leq u_2 \leq f(9) = 4 \Leftrightarrow m = \frac{\frac{1}{2}u^2 + 4}{u - 1} = g(u)$.

Ta có $g'(u) = \frac{(u-4)(u+2)}{2(u-1)^2} < 0$ với mọi $u \in (0; 4)$.

Ta có bảng biến thiên như sau

u	0	1	4
$g'(u)$	—	—	
$g(u)$	-4	$+\infty$	4
		$-\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để phương trình có đúng một nghiệm thì $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$. Kết hợp với m

là giá trị nguyên và $m \in [-2018; 2018]$ thì có tất cả 4030 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **D** □

Câu 751. Gọi T là tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 (\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x) = \log_3 \left(\frac{2}{3}\right)$. Khi đó $T - 9$ bằng

A. $\frac{82}{9}$.

B. $\frac{80}{9}$.

C. 9.

D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_3 (\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x) &= \log_3 \left(\frac{2}{3}\right) \\ \Leftrightarrow \log_3 \left(\log_3 x \cdot \frac{1}{2} \log_3 x \cdot \frac{1}{3} \log_3 x \cdot \frac{1}{4} \log_3 x\right) &= \log_3 \left(\frac{2}{3}\right) \\ \Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{1}{24} \cdot (\log_3 x)^4\right) &= \log_3 \left(\frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{24} \cdot (\log_3 x)^4 = \frac{2}{3} \\ \Leftrightarrow (\log_3 x)^4 &= 16 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = \frac{1}{9} \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy $T - 9 = 9 + \frac{1}{9} - 9 = \frac{1}{9}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 752. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $9^x - 2 \cdot 6^x + (m-3)4^x = 0$ có nghiệm dương?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

— Ta có $9^x - 2 \cdot 6^x + (m-3)4^x = 0 \Leftrightarrow m = -\left(\frac{9}{4}\right)^x + 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 3$.

— Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, vì $x > 0 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x > 1 \Rightarrow t > 1$.

— Xét hàm số $f(t) = -t^2 + 2t + 3$ với $t \in (1; +\infty)$. Ta có $f'(t) = -2t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

t	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	$-\infty$	4	$-\infty$

— Từ bảng biến thiên ta suy ra YCBT $\Leftrightarrow \begin{cases} m \in \mathbb{Z}^+ \\ m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \{1; 2; 3\}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 753. Cho phương trình $2\log_3(x^3 + 1) = \log_3(2x - 1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(x + 1)$. Tổng các nghiệm của phương trình là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\begin{cases} x > -1 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}\log_3(x^3 + 1) &= \log_3 |2x - 1| + \log_3(x + 1) \\ \Leftrightarrow \log_3(x^3 + 1) &= \log_3 [|2x - 1|(x + 1)] \\ \Leftrightarrow x^3 + 1 &= |2x - 1|(x + 1) \\ \Leftrightarrow x^2 - x + 1 &= |2x - 1| \quad (*) \quad \text{vì } x > -1.\end{aligned}$$

— Nếu $x > \frac{1}{2}$ thì phương trình (*) tương đương với

$$\begin{aligned}x^2 - x + 1 &= 2x - 1 \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (\text{thỏa mãn}) \\ x = 2 & (\text{thỏa mãn}). \end{cases}\end{aligned}$$

— Nếu $x \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$ thì phương trình (*) tương đương với

$$\begin{aligned}x^2 - x + 1 &= 1 - 2x \\ \Leftrightarrow x^2 + x &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (\text{thỏa mãn}) \\ x = -1 & (\text{loại}). \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 3.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 754. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $5^{\sin^2 x} + 6^{\cos^2 x} = 7^{\cos^2 x} \cdot \log_2 m$ có nghiệm?

A. 63.

B. 64.

C. 65.

D. 66.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x \in \mathbb{R}$.

Với $m > 0$, phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}\frac{5^{1-\cos^2 x}}{7^{\cos^2 x}} + \left(\frac{6}{7}\right)^{\cos^2 x} &= \log_2 m \\ \Leftrightarrow 5 \cdot \left(\frac{1}{35}\right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{6}{7}\right)^{\cos^2 x} &= \log_2 m\end{aligned}$$

$$\text{Đặt } f(x) = 5 \cdot \left(\frac{1}{35}\right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{6}{7}\right)^{\cos^2 x}.$$

Vì $1 \geq \cos^2 x \geq 0$ và $\frac{1}{35}; \frac{6}{7} \in (0; 1)$, nên

$$5 \cdot \left(\frac{1}{35}\right)^1 + \left(\frac{6}{7}\right)^1 \leq 5 \cdot \left(\frac{1}{35}\right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{6}{7}\right)^{\cos^2 x} \leq 5 \cdot \left(\frac{1}{35}\right)^0 + \left(\frac{6}{7}\right)^0.$$

Suy ra $1 \leq f(x) \leq 6$, do đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi

$$1 \leq \log_2 m \leq 6 \Leftrightarrow 2 \leq m \leq 64.$$

Vậy có 63 giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 755. Số giá trị nguyên của m để phương trình $4^x - 2^{x+3} + 1 = m$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 17.

B. 15.

C. 14.

D. 16.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương $2^{2x} - 8 \cdot 2^x + 1 = m$. (1)

Đặt $t = 2^x$, điều kiện $t > 0$, thu được phương trình $t^2 - 8t + 1 = m$. (2)

Chú ý rằng, với mỗi $t > 0$ thì sự tương ứng $t \leftrightarrow x$ là 1-1. Do đó phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt.

Bảng biến thiên của hàm số $f(t) = t^2 - 8t + 1$ trên $(0; +\infty)$

t	0	4	$+\infty$
$f'(t)$	—	0	+
$f(t)$	1	$-\infty$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi $-15 < m < 1$, tương ứng có $0 - (-14) + 1 = 15$ giá trị nguyên của m .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 756. Phương trình $2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $1 \leq m \leq \sqrt{2}$.B. $\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$.C. $2\sqrt{2} \leq m \leq 3$.D. $3 \leq m \leq 4$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^{\sin^2 x}$ suy ra $2^{\cos^2 x} = \frac{2}{t}$ ($1 \leq t \leq 2$).

Từ đó ta có phương trình $t + \frac{2}{t} = m$. (*)

Xét hàm số $f(t) = t + \frac{2}{t}$ với $1 \leq t \leq 2$.

Ta có $f'(t) = 1 - \frac{2}{t^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\sqrt{2} \\ t = \sqrt{2} \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	1	$\sqrt{2}$	2
y'	—	0	+
y	3	$2\sqrt{2}$	3

Từ bảng biến thiên ta thấy, để phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $2\sqrt{2} \leq m \leq 3$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 757. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2(1+x^3) + \log_{\frac{1}{3}}(1-x^3) = 2018$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Điều kiện $-1 < x < 1$.

Đặt $f(x) = \log_2(1+x^3) + \log_{\frac{1}{3}}(1-x^3)$, ta có $y' = \frac{3x^2}{(1+x^3)\ln 2} + \frac{3x^2}{(1-x^3)\ln 3} \geq 0, \forall x \in (-1; 1)$,

suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-1; 1)$.

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow 1^-} (\log_2(1+x^3) + \log_{\frac{1}{3}}(1-x^3)) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} (\log_2(1+x^3) + \log_{\frac{1}{3}}(1-x^3)) = -\infty$.

Vậy phương trình có duy nhất nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 758. Cho các số thực x, y thỏa mãn $\log_8 x + \log_4 y^2 = 5$ và $\log_4 x^2 + \log_8 y = 7$. Giá trị của xy bằng

A. 1024.

B. 256.

C. 2048.

D. 512.

Lời giải.

Điều kiện $x, y > 0$.

Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} \frac{1}{3} \log_2 x + \log_2 y = 5 \\ \log_2 x + \frac{1}{3} \log_2 y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 6 \\ \log_2 y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 64 \\ y = 8 \end{cases}.$$

Suy ra $xy = 512$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 759. Phương trình $(4x)^{\log_8 x} + x^{\log_8(4x)} = 4$ có tập nghiệm là

A. $\{2; 8\}$.

B. $\left\{\frac{1}{2}; 8\right\}$.

C. $\left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{8}\right\}$.

D. $\left\{2; \frac{1}{8}\right\}$.

Lời giải.

$$(4x)^{\log_8 x} + x^{\log_8(4x)} = 4 \Leftrightarrow x^{\log_8(4x)} + x^{\log_8(4x)} = 4 \Leftrightarrow x^{\log_8(4x)} = 2 \Leftrightarrow \log_8(4x) \cdot \log_2 x = 1.$$

Đặt $t = \log_2 x$, ta có phương trình $t(t+2) = 3 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $t = -3$, suy ra tập nghiệm của phương trình là $\left\{2; \frac{1}{8}\right\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 760. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-50; 50]$ sao cho phương trình $\log_{\sqrt{2}}(mx - 6x^2) - 2\log_2(-14x^2 + 29x - 2) = 0$ có nghiệm duy nhất?

A. 16.

B. 14.

C. 13.

D. 15.

Lời giải.

$$\begin{aligned} & \log_{\sqrt{2}}(mx - 6x^2) - 2\log_2(-14x^2 + 29x - 2) = 0 \\ \Leftrightarrow & \log_2(mx - 6x^2) = \log_2(-14x^2 + 29x - 2) \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -14x^2 + 29x - 2 > 0 \\ -14x^2 + 29x - 2 = mx - 6x^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x \in \left(\frac{1}{14}; 2\right) \\ -8x^2 + 29x - 2 = mx \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x \in \left(\frac{1}{14}; 2\right) \\ \frac{-8x^2 + 29x - 2}{x} = m. \end{cases} \end{aligned}$$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m nguyên thuộc $[-50; 50]$ để phương trình $\frac{-8x^2 + 29x - 2}{x} = m$ có nghiệm duy nhất trên $\left(\frac{1}{14}; 2\right)$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{-8x^2 + 29x - 2}{x}$, với $x \in \left(\frac{1}{14}; 2\right)$.

$$f'(x) = \frac{-8x^2 + 2}{x^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \in \left(\frac{1}{14}; 2\right) \\ x = -\frac{1}{2} \notin \left(\frac{1}{14}; 2\right) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{2}$	2
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\frac{3}{7}$	21	12

Từ bảng biến thiên và giả thiết suy ra $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-50; 50] \\ \begin{cases} m = 21 \\ \frac{3}{7} < m \leq 12 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \{1, 2, \dots, 12, 21\}$.

Vậy có 13 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 761. Một người gửi 75 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 5,4%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi tiền, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 5 năm.

B. 7 năm.

C. 4 năm.

D. 6 năm.

Lời giải.

Sau n năm người gửi nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi là $75(1 + 0,054)^n$.

Theo bài ra ta có $75(1 + 0,054)^n > 100 \Leftrightarrow n > \log_{1,054} \frac{4}{3} \approx 5,47$.

Vậy sau ít nhất 6 năm người gửi nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 762. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $e^{3x} - 2e^{2x+\ln 3} + e^{x+\ln 9} + m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-\ln 2; +\infty)$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $e^{3x} - 6e^{2x} + 9e^x + m = 0 \Leftrightarrow t^3 - 6t^2 + 9t = -m$, với $t = e^x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Ta cần tìm m sao cho đường thẳng $y = -m$ cắt đồ thị hàm số $y = t^3 - 6t^2 + 9t$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ thuộc khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Xét hàm số $f(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$, với $t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

$f'(t) = 3(t-1)(t-3)$. Bảng biến thiên của $f(t)$ như sau.

x	$\frac{1}{2}$	1	3	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$\frac{25}{8}$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ BBT, ta suy ra giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $-m \in \left(\frac{25}{8}; 4\right) \Leftrightarrow m \in \left(-4; -\frac{25}{8}\right)$.

Vậy, không có số nguyên m nào thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 763. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $4^{x+1} + 4^{1-x} = (m-1)(2^{2+x} + 2^{2-x}) + 16 - 8m$ có nghiệm thuộc đoạn $[2; 3]$?

A. 2.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Đặt $t = 2^{1+x} + 2^{1-x}$. Coi t là hàm theo biến x , ta có $t' = \ln 2 (2^{1+x} - 2^{1-x}) > 0 \forall x \in [2; 3]$. Do đó, khi $x \in [2; 3]$, $t \in \left[\frac{17}{2}; \frac{65}{4}\right]$.

Với cách đặt trên, $t^2 = 4^{x+1} + 4^{1-x} + 8$. Phương trình đã cho trở thành $t^2 = 2(m-1)t + 24 - 8m \Leftrightarrow 2m(t-4) = (t-4)(t-6) \Leftrightarrow 2m = t-6$ (do $t > 4$).

Do $t \in \left[\frac{17}{2}; \frac{65}{4}\right]$ nên ta cần phải có $2m \in \left[\frac{5}{2}; \frac{41}{4}\right] \Leftrightarrow 2m \in \{4, 6, 8, 10\}$. Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 764. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $6^x + (3-2m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

A. $\frac{4}{3} < m < \frac{12}{5}$.

B. $\frac{4}{3} < m \leq \frac{12}{5}$.

C. $\frac{4}{3} \leq m \leq \frac{12}{5}$.

D. $\frac{4}{3} \leq m < \frac{12}{5}$.

Lời giải.

Ta có $6^x + (3-2m)2^x - m = 0 \Leftrightarrow 6^x + 3 \cdot 2^x = m(2 \cdot 2^x + 1) \Leftrightarrow \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2 \cdot 2^x + 1} = m$.

Xét $f(x) = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2 \cdot 2^x + 1}$ trên khoảng $(0; 1)$, có $f'(x) = \frac{2 \ln 3 \cdot 12^x + \ln 6 \cdot 6^x + 3 \ln 2 \cdot 2^x}{(2^{x+1} + 1)^2} > 0$.

Ta có bảng biến thiên

x	0	1
$f'(x)$	$\vdots$	$+$
$f(x)$	$\frac{4}{3}$	$\frac{12}{5}$

Để phương trình có nghiệm trong khoảng $(0; 1)$ thì $\frac{4}{3} < m < \frac{12}{5}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 765. Phương trình $\log_2^2 x - 8\sqrt{\log_2(8x)} - 12 = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq \frac{1}{8}$. Phương trình tương đương với $\log_2^2 x - 8\sqrt{3 + \log_2 x} - 12 = 0$.

Đặt $t = \sqrt{3 + \log_2 x}$ với $t \geq 0$, ta được phương trình

$$(t^2 - 3)^2 - 8t - 12 = 0 \Leftrightarrow t^4 - 6t^2 - 8t - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t + 1)^3 \cdot (t - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = 3 \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

Với $t = 3$ thì $\log_2 x = 6 \Leftrightarrow x = 64$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 766. Phương trình $3^{|4x-4|} = 81^{m-1}$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m < 0$.

B. $m \leq 0$.

C. $m < 1$.

D. $m \leq 1$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$3^{|4x-4|} = 3^{4(m-1)} \Leftrightarrow 4|x-1| = 4(m-1).$$

Do vế trái không âm nên phương trình trên vô nghiệm khi và chỉ khi

$$m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 767. Tích tất cả các giá trị của x thỏa mãn phương trình $(3^x - 3)^2 - (4^x - 4)^2 = (3^x + 4^x - 7)^2$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương $(3^x - 3)^2 - (4^x - 4)^2 = [(3^x - 3) + (4^x - 4)]^2$.

Đặt $a = 3^x - 3$, $b = 4^x - 4$. Thu được

$$a^2 - b^2 = (a + b)^2 \Leftrightarrow (a + b)(a - b) - (a + b)^2 = 0 \Leftrightarrow (a + b)(-2b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -a \\ b = 0 \end{cases}.$$

• Với $b = -a$ thì $4^x - 4 = -3^x + 3 \Leftrightarrow 4^x + 3^x = 7$. Phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1$ (vế trái là hàm đồng biến, vế phải là hàm hằng).

• Với $b = 0$ thì $4^x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy tích các nghiệm của phương trình bằng 1.

Chọn đáp án **B** □

Câu 768. Cho phương trình $(\sqrt{5} - 1)^{x^2} + m(\sqrt{5} + 1)^{x^2} = 2^{x^2-2}$ (1). Khoảng $(a; b)$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có đúng bốn nghiệm phân biệt. Tính $b - a$.

A. $\frac{1}{16}$.

B. $\frac{49}{64}$.

C. $\frac{1}{64}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình } (\sqrt{5} - 1)^{x^2} + m(\sqrt{5} + 1)^{x^2} = 2^{x^2-2} \text{ (1)} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{x^2} + m\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{x^2} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{x^2}; 0 < t \leq 1$$

$$\text{Phương trình (1) trở thành } t + \frac{m}{t} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow -t^2 + \frac{1}{4}t = m \text{ (2)}$$

Xét $g(t) = -t^2 + \frac{1}{4}t$ trên $(0; 1]$

$$g'(t) = -2t + \frac{1}{4}; g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{8}.$$

Bảng biến thiên

t	0	$\frac{1}{8}$	1
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$	0	$\frac{1}{64}$	$-\frac{3}{4}$

Để phương trình (1) có đúng 4 nghiệm thì phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt thuộc $(0; 1)$.
 Từ bảng biến thiên $\rightarrow m \in \left(0; \frac{1}{64}\right)$.

Vậy $a = 0; b = \frac{1}{64} \Rightarrow b - a = \frac{1}{64}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 769. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 > 1, u_{n+1} = e \cdot u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ và $\ln^2 u_6 - 4 \ln u_9 = \ln u_{13} + 5$.
 Tính u_{10} .

A. e^{15} .

B. e^{12} .

C. e .

D. e^{10} .

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 \cdot e^{n-1}$.

Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} \ln^2 u_6 - 4 \ln u_9 &= \ln u_{13} + 5 \Leftrightarrow [\ln(u_1 \cdot e^5)]^2 - 4 \ln(u_1 \cdot e^8) = \ln(u_1 \cdot e^{12}) + 5 \\ &\Leftrightarrow \ln^2 u_1 + 5 \ln u_1 - 24 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \ln u_1 = -8 \\ \ln u_1 = 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{1}{e^8} \\ u_1 = e^3. \end{cases} \end{aligned}$$

Vì $u_1 > 1$ nên $u_1 = e^3$, suy ra $u_{10} = e^3 \cdot e^9 = e^{12}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 770. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_2(4^x - m - 1) = x + 2$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với:

$$4^x - m - 1 = 2^{x+2} \Leftrightarrow (2^x)^2 - 4 \cdot 2^x - m - 1 = 0$$

Đặt $t = 2^x$ với $t > 0$ ta được phương trình $t^2 - 4t - m - 1 = 0$. (1)

Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4 + m + 1 > 0 \\ t_1 + t_2 = 4 > 0 \\ t_1 \cdot t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -5 \\ m < -1. \end{cases}$$

Từ đó suy ra có đúng 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 771. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2(m+1)3^x + 6m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- A. $m < 1$. B. $m < \frac{1}{2}$. C. $m > \frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2} < m < 1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 9^x - 2(m+1)3^x + 6m - 3 = 0 &\Leftrightarrow (3^x + 1 - 2m)(3^x - 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 3 \\ 3^x = 2m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 3^x = 2m - 1 \end{cases} \quad (*). \end{aligned}$$

Phương trình ban đầu có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi (*) có nghiệm âm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 > 0 \\ x = \log_3(2m - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{2} \\ 2m - 1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 772. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình: $18 \cdot 4^x + 12 \cdot 9^x = 35 \cdot 6^x$. Giá trị biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$ bằng

- A. $A = 9$. B. $A = 5$. C. $A = 7$. D. $A = -7$.

Lời giải.

Xét phương trình $18 \cdot 4^x + 12 \cdot 9^x = 35 \cdot 6^x \Leftrightarrow 18 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x + 12 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x - 35 = 0$.

Đặt $\left(\frac{2}{3}\right)^x = t > 0$ ta được phương trình $18t + \frac{12}{t} - 35 = 0 \Leftrightarrow 18t^2 - 35t + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{2} \\ t = \frac{4}{9} \end{cases}$

Khi đó ta có $\begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{3}{2} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{4}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow A = x_1^3 + x_2^3 = 7$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 773. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(x+2) + \log_4(x-5)^2 + \log_{\frac{1}{2}} 8 = 0$ bằng

- A. 6. B. 3. C. 9. D. 12.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x > -2 \\ x \neq 5 \end{cases} (*)$.

Ta có $\log_2(x+2) + \log_2|x-5| - \log_2 8 = 0 \Leftrightarrow \log_2[(x+2)|x-5|] = \log_2 8$

$$\Leftrightarrow (x+2)|x-5| = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ (x+2)(x-5) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases} \text{ thỏa mãn } (*).$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $6 + \frac{3 + \sqrt{17}}{2} + \frac{3 - \sqrt{17}}{2} = 9$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 774. Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $(m+1)16^x - 2(2m-3)4^x + 6m+5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu là khoảng $(a; b)$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = -5$. B. $S = -\frac{29}{6}$. C. $S = -\frac{11}{6}$. D. $S = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Đặt $t = 4^x (t > 0)$. Khi đó

$$(m+1)16^x - 2(2m-3)4^x + 6m+5 = 0 \Leftrightarrow (m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m+5 = 0.$$

Để phương trình $(m+1)16^x - 2(2m-3)4^x + 6m+5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu thì phương trình $(m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m+5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa $0 < t_1 < 1 < t_2$.

$$\text{Ta có } (m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m+5 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{t^2 + 6t + 5}{t^2 - 4t + 6}.$$

Xét hàm số $f(t) = -\frac{t^2 + 6t + 5}{t^2 - 4t + 6}$ trên khoảng $(0; +\infty)$, ta có

$$f'(t) = \frac{10t^2 - 2t - 56}{(t^2 - 4t + 6)^2}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1 + \sqrt{561}}{10} > 1.$$

Ta có bảng biến thiên

t	0	1	$\frac{1 + \sqrt{561}}{10}$	$+\infty$
$f'(t)$	+	-	0	+
$f(t)$	$\frac{5}{6}$	-1	-4	-1

Từ đó ta chọn $-4 < m < -1$. Suy ra $\begin{cases} a = -4 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow a + b = -5$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 775. Với tham số thực k thuộc tập S nào dưới đây để phương trình $\log_2(x+3) + \log_2 x^2 = k$ có một nghiệm duy nhất?

- A. $S = (-\infty; 0)$. B. $S = (2; +\infty)$. C. $S = (0; +\infty)$. D. $S = (4; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+3 > 0 \\ x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x \neq 0.$$

$$\text{Ta có phương trình } \log_2[(x+3)x^2] = k \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 = 2^k. \quad (*)$$

Xét hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2$ trên các khoảng $(-3; 0)$ và $(0; +\infty)$, ta có

$$f'(x) = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	-3			-2	0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		0	$-$	$+$	
$f(x)$				4			$+\infty$
		0			0	0	

Từ bảng biến thiên, để phương trình (*) có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $2^k > 4 \Leftrightarrow k > 2$.

Vậy $S = (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 776. Bất phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (7 + 4\sqrt{3})(2 - \sqrt{3})^x \leq 4(2 + \sqrt{3})$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Khi đó $b - a$ bằng

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Đặt $t = (2 + \sqrt{3})^x$ ($t > 0$) suy ra $(2 - \sqrt{3})^2 = \frac{1}{t}$.

Từ đó ta có phương trình

$$\begin{aligned} t + (7 + 4\sqrt{3}) \cdot \frac{1}{t} &\leq 4(2 + \sqrt{3}) \\ \Leftrightarrow t^2 - 4(2 + \sqrt{3})t + (2 + \sqrt{3})^2 &\leq 0 \\ \Leftrightarrow 1 \leq t &\leq (2 + \sqrt{3})^2 \end{aligned}$$

Từ đó suy ra $0 \leq x \leq 2$, khi đó $b - a = 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 777. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $81^{2x-\sqrt{x}} = m$ có nghiệm.

A. $m \geq 1$.

B. $m \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $m \geq -\frac{1}{8}$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải.

Điều kiện: $x \geq 0$.

Đặt $t = \sqrt{x}$, ($t \geq 0$). Ta có phương trình

$$\begin{aligned} 81^{2t^2-t} &= m \\ \Leftrightarrow 2t^2 - t &= \log_{81} m \\ \Leftrightarrow (\sqrt{2}t)^2 - 2(\sqrt{2}t) \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{8} &= \log_{81} m + \frac{1}{8} \\ \Leftrightarrow \left(\sqrt{2}t - \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)^2 &= \log_{81} m + \frac{1}{8} \end{aligned}$$

Từ đó suy ra, phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\log_{81} m + \frac{1}{8} \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 778. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x - m \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 2m + 1 = 0$ có nghiệm. Tập $\mathbb{R} \setminus S$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 4.

B. 9.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $t = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $t > 0$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành: $t^2 - mt + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m \cdot (t - 2) = t^2 + 1 (*)$.

Nếu $t = 2$, từ (*) ta có $0 = 5$ (vô lý).

Với $0 < t \neq 2$ ta có (*) $\Leftrightarrow m = \frac{t^2 + 1}{t - 2}$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + 1}{t - 2}$, $0 < t \neq 2$. Ta có $f'(t) = \frac{t^2 - 4t - 1}{(t - 2)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 2 + \sqrt{5}$.

Bảng biến thiên:

t	0	2	$2 + \sqrt{5}$	$+\infty$
$f'(t)$		-	- 0 +	
$f(t)$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$4 + 2\sqrt{5}$	$+\infty$

Phương trình đã cho có nghiệm x khi phương trình (*) có nghiệm t với $0 < t \neq 2$.

Từ bảng biến thiên suy ra $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup [4 + 2\sqrt{5}; +\infty)$.

Khi đó tập $\mathbb{R} \setminus S = \left[-\frac{1}{2}; 4 + 2\sqrt{5}\right)$ có 9 giá trị nguyên.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 779. Cho phương trình $\log_{\sqrt{2}} x + \log_2 (x\sqrt{8}) - 3 = 0$. Khi đặt $t = \log_2 x$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

- A. $8t^2 + 2t - 6 = 0$. B. $4t^2 + t = 0$. C. $4t^2 + t - 3 = 0$. D. $8t^2 + 2t - 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & \log_{\sqrt{2}} x + \log_2 (x\sqrt{8}) - 3 = 0 \\
 \Leftrightarrow & (\log_{\sqrt{2}} x)^2 + \log_2 x + \log_2 \sqrt{8} - 3 = 0 \\
 \Leftrightarrow & (2 \log_2 x)^2 + \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 2^3 - 3 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 4 (\log_2 x)^2 + \log_2 x + \frac{3}{2} - 3 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 8 (\log_2 x)^2 + 2 \log_2 x - 3 = 0.
 \end{aligned}$$

Khi đặt $t = \log_2 x$ ta có phương trình $8t^2 + 2t - 3 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 780. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 8 \cdot 3^x + 3 = m$ có đúng 2 nghiệm thuộc khoảng $(\log_3 2; \log_3 8)$.

- A. $-13 < m < -9$. B. $-9 < m < 3$. C. $3 < m < 9$. D. $-13 < m < 3$.

Lời giải.

Đặt $3^x = t$, ta có phương trình: $t^2 - 8t + 3 = m$ (*).

Khi $x \in (\log_3 2; \log_3 8)$ thì $t \in (2; 8)$. Rõ ràng, với mỗi $t \in (2; 8)$ có duy nhất một $x \in (\log_3 2; \log_3 8)$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 8t + 3$ với $t \in (2; 8)$.

Ta có $f'(t) = 2t - 8$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

Ta có bảng biến thiên:

x	2	4	8
y'	-	0	+
y	-9	-13	3

Phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm $x \in (\log_3 2; \log_3 8)$ khi và chỉ khi phương trình (*) có đúng 2 nghiệm $t \in (2; 8)$. Từ bảng biến thiên ta suy ra tất cả các giá trị của m cần tìm là $-13 < m < -9$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 781. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x-2) + \log_2(x-3)^2 = 2$ trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 6.

B. $4 + \sqrt{2}$.

C. $2 + \sqrt{2}$.

D. $8 + \sqrt{2}$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x \neq 3 \\ x > 2. \end{cases}$ (*)

Với điều kiện (*), ta có

$$\begin{aligned}
 & 2\log_2(2x-2) + \log_2(x-3)^2 = 2 \\
 \Leftrightarrow & [2(x-1)]^2 \cdot (x-3)^2 = 4 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x^2 - 4x + 2 = 0 \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 2 - \sqrt{2} \text{ (loại)} \\ x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy tổng các phần tử của tập S bằng $4 + \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 782. Cho phương trình $4^x - (m+1) \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$. Biết phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+1)(x_2+1) = 6$. Khẳng định đúng trong bốn khẳng định dưới đây là

A. $m < 2$.

B. $m > 3$.

C. $1 < m < 3$.

D. Không có m .

Lời giải.

Đặt $2^x = t > 0$. Phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - 2(m+1)t + 8 = 0.$$

Khi $m > -1$. Phương trình đã cho có hai nghiệm $t_1, t_2 > 0$. Từ giả thiết ta có

$$(x_1+1)(x_2+1) = 6 \Leftrightarrow (\log_2 t_1 + 1)(\log_2 t_2 + 1) = 6. \quad (1)$$

Mà $\log_2 t_1 + \log_2 t_2 = \log_2(t_1 \cdot t_2) = \log_2 8 = 3$. Thay vào (1) ta có

$$\log_2 t_1 \cdot \log_2 t_2 = 2 \Rightarrow (x_1; x_2) = (1; 2) \text{ hoặc } (2; 1).$$

Thay vào lại phương trình ban đầu ta tìm được $m = 2$ thỏa mãn điều kiện.

Chọn đáp án **C** □

Câu 783. Gọi $N(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì ta có công thức $N(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{A}}$ (%) với A là hằng số. Biết rằng một mẫu gỗ có tuổi khoảng 3574 năm thì lượng cacbon 14 còn lại là 65%. Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 63%. Hãy xác định tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó.

A. 3834.

B. 3843.

C. 3833.

D. 3874.

Lời giải.

$$\text{Theo giả thiết với } t = 3574 \Rightarrow N(3574) = 65 \Rightarrow 100 \cdot (0,5)^{\frac{3574}{A}} = 65 \Leftrightarrow (0,5)^{\frac{3574}{A}} = 0,65 \\ \Leftrightarrow A = \frac{3574}{\log_{0,5} 0,65}.$$

Gọi t là tuổi của mẫu gỗ cổ. Theo giả thiết

$$N(t) = 63 \Leftrightarrow 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{A}} = 63 \Leftrightarrow \frac{t}{A} = \log_{0,5} 0,63 \\ \Leftrightarrow t = A \cdot \log_{0,5} 0,63 = \frac{3574}{\log_{0,5} 0,65} \cdot \log_{0,5} 0,63 \approx 3833.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 784. Cho phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ (m là tham số thực) có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$. Khi đó giá trị m thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $(6; +\infty)$.B. $(2; 4]$.C. $(4; 6]$.D. $(0; 2]$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$, ($t > 0$). Theo đề ta phải có $x_1 + x_2 = 4$ suy ra $2^{x_1+x_2} = 2^4 = 16$ hay $t_1 \cdot t_2 = 16$.

Phương trình $t^2 - 2mt + 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $t_1 \cdot t_2 = 16$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 2m > 0 \\ \frac{c}{a} = \frac{2m}{1} = 16 \\ -\frac{b}{a} = \frac{2m}{1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \\ m = 8 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 8.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 785. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-20; 2018]$ của tham số m để phương trình $25^x - (m-1)10^x + (4-m)4^x = 0$ có nghiệm dương?

A. 16.

B. 19.

C. 21.

D. 15.

Lời giải.

$$25^x - (m-1)10^x + (4-m)4^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{2x} + (m-1)\left(\frac{5}{2}\right)^x + 4 - m = 0 \quad (1).$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{5}{2}\right)^x, \quad t > 0 \text{ ta được phương trình } t^2 + (m-1)t + 4 - m = 0 \quad (2).$$

Phương trình (1) có nghiệm dương khi và chỉ khi phương trình (2) có nghiệm $t > 1$.

$$\text{Ta có (2)} \Leftrightarrow \frac{t^2 - t + 4}{1 - t} = m, \text{ do } t > 1.$$

$$\text{Xét hàm số } g(t) = \frac{t^2 - t + 4}{1 - t} \text{ với } t > 1.$$

$$\text{Ta có } g'(t) = \frac{-t^2 + 2t + 3}{(1 - t)^2}, \quad g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3.$$

Ta có bảng biến thiên

x	1	3	$+\infty$
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$	$-\infty$	-5	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên để (2) có nghiệm $t > 1$ thì $m \leq -5$.

Vậy có 16 giá trị nguyên m thuộc đoạn $[-20; 2018]$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 786. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{25} \frac{x}{2} = \log_{15} y = \log_9 \frac{x+y}{4}$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$, với a, b là các số nguyên dương. Tính $a + b$.

A. 14.

B. 34.

C. 21.

D. 32.

Lời giải.

Đặt $\log_{25} \frac{x}{2} = \log_{15} y = \log_9 \frac{x+y}{4} = t$, khi đó ta có
$$\begin{cases} x = 2 \cdot 25^t \\ y = 15^t \\ x + y = 4 \cdot 9^t. \end{cases}$$

Từ đó ta có phương trình $2 \cdot 25^t + 15^t = 4 \cdot 9^t$.

Chia cả hai vế cho $9^t > 0$ ta được $2 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{2t} + \left(\frac{5}{3}\right)^t - 4 = 0$.

Giải phương trình ta được
$$\begin{cases} \left(\frac{5}{3}\right)^t = \frac{-1 - \sqrt{31}}{4} \\ \left(\frac{5}{3}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{31}}{4}. \end{cases}$$

Do $\left(\frac{5}{3}\right)^t > 0$ nên $\left(\frac{5}{3}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{31}}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 31 \end{cases} \Rightarrow a + b = 32$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 787. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $9^x - 2 \cdot 6^x + (m - 2) \cdot 4^x = 0$ có nghiệm dương?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Ta có: $9^x - 2 \cdot 6^x + (m - 2) \cdot 4^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + m - 2 = 0$.

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x$. Khi đó $x > 0 \Leftrightarrow t > 1$.

Phương trình đã cho có nghiệm dương $\Leftrightarrow$ phương trình $t^2 - 2t + m - 2 = 0$ có nghiệm $t > 1 \Leftrightarrow$ phương trình $(t - 1)^2 = 3 - m$ có nghiệm $t > 1 \Leftrightarrow m < 3$.

Do m nguyên dương nên $m \in \{1, 2\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 788. Cho phương trình $2 \log_4 (2x^2 - x + 2m - 4m^2) + \log_{\frac{1}{2}} (x^2 + mx - 2m^2) = 0$. Biết $S = (a; b) \cup (c; d)$, $a < b < c < d$ là tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 > 1$. Tính giá trị biểu thức $A = a + b + 5c + 2d$.

A. $A = 1$.

B. $A = 2$.

C. $A = 0$.

D. $A = 3$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & 2\log_4(2x^2 - x + 2m - 4m^2) + \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + mx - 2m^2) = 0 \\ \Leftrightarrow & \log_2(2x^2 - x + 2m - 4m^2) = \log_2(x^2 + mx - 2m^2) \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x^2 - x + 2m - 4m^2 = x^2 + mx - 2m^2 \\ x^2 + mx - 2m^2 > 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x^2 - (m+1)x + 2m - 2m^2 = 0 & (1) \\ x^2 + mx - 2m^2 > 0 & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Phương trình (1) có các nghiệm $x_1 = 1 - m, x_2 = 2m$. Thay vào (2) và vào điều kiện $x_1^2 + x_2^2 > 1$ ta có

$$\begin{cases} 4m^2 + (m-1)^2 > 1 \\ (2m)^2 + m \cdot (2m) - 2m^2 > 0 \\ (1-m)^2 + m \cdot (1-m) - 2m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m^2 - 2m > 0 \\ 4m^2 > 0 \\ -2m^2 - m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 0 \\ \frac{2}{5} < m < \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy $a = -1, b = 0, c = \frac{2}{5}, d = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 789. Biết phương trình $3^x \cdot 5^{\frac{2x-1}{x}} = 15$ có hai nghiệm thực phân biệt $x_1; x_2$. Tính tích $x_1 \cdot x_2$.

A. $x_1 \cdot x_2 = \log_3 5$. B. $x_1 \cdot x_2 = -\log_3 5$. C. $x_1 \cdot x_2 = 1 + \log_3 5$. D. $x_1 \cdot x_2 = 1 - \log_3 5$.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq 0$.

Ta có $3^x \cdot 5^{\frac{2x-1}{x}} = 15 \Leftrightarrow 3^x \cdot 5^{\frac{2x-1}{x}} = 3 \cdot 5 \Leftrightarrow 3^{x-1} \cdot 5^{\frac{x-1}{x}} = 1 \Leftrightarrow \log_3(3^{x-1} \cdot 5^{\frac{x-1}{x}}) = 0$.

$$\text{Từ đó suy ra } \begin{cases} x = 1 \\ 1 + \frac{1}{x} \log_3 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\log_3 5. \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 và $x_1 \cdot x_2 = -\log_3 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 790. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_8 x \cdot \log_{16} x = \frac{1}{24}$ là

A. 0. B. $\frac{65}{8}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{17}{4}$.

Lời giải.

$$\log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_8 x \cdot \log_{16} x = \frac{1}{24} \Leftrightarrow \frac{1}{24} (\log_2 x)^4 = \frac{1}{24} \Leftrightarrow \log_2 x = \pm 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 791. Cho phương trình: $(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2} + 4m - 4 = 0$ (với m là tham số thực). Gọi $S = [a; b]$ là tập các giá trị của m để phương trình có nghiệm trên đoạn $\left[\frac{5}{2}; 4\right]$.

Tính giá trị của $T = a + b$.

A. $T = \frac{1034}{237}$. B. $T = -3$. C. $T = \frac{7}{3}$. D. $T = -\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 2$.

Phương trình $\Leftrightarrow 4(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) + 4m - 4 = 0$ (1)

Đặt $t = \log_2(x-2)$. Do $x \in \left[\frac{5}{2}; 4\right] \Rightarrow t \in [-1; 1]$.

PT (1) trở thành $4(m-1)t^2 + 4(m-5)t + 4m - 4 = 0 \Leftrightarrow m-1 = \frac{4t}{t^2+t+1}$ (2).

$$\text{Đặt } f(t) = \frac{4t}{t^2+t+1} \Rightarrow f'(t) = \frac{-4t^2+4}{(t^2+t+1)^2}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 1. \end{cases}$$

(1) có nghiệm $x \in \left[\frac{5}{2}; 4\right] \Leftrightarrow$ (2) có nghiệm $t \in [-1; 1]$

$$\Leftrightarrow -4 \leq m-1 \leq \frac{4}{3} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq \frac{7}{3}$$

$$\Rightarrow a+b = -3 + \frac{7}{3} = -\frac{2}{3}.$$

t	-1	1	
$f'(t)$	0	$+$	0
$f(t)$	-4	$\nearrow$	$\frac{4}{3}$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 792. Chị Trang vay ngân hàng 500 triệu đồng theo phương thức trả góp để mua xe ô tô. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất chị Trang trả ngân hàng 7,5 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,5% mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao lâu, chị Trang trả hết số tiền trên?

A. 78 tháng.

B. 82 tháng.

C. 74 tháng.

D. 64 tháng.

Lời giải.

Gọi số tiền ban đầu chị Trang nợ là $M = 500 \times 10^6$, lãi suất hàng tháng là $r = 0,5\%$, số tiền hàng tháng chị Trang trả là $a = 7,5 \times 10^6$. Chị Trang sẽ trả hết nợ nếu như (áp dụng công thức lãi kép ngân hàng) $M(1+r)^n - \frac{a}{r}((1+r)^n - 1) = 0$ tức là ta được $(1+r)^n \left(\frac{a}{r} - M\right) = \frac{a}{r}$ suy ra

$$n = \frac{\log\left(\frac{a}{a-rM}\right)}{\log(1+r)} \approx 81,29 \text{ tháng.}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 793. Tìm số nguyên m nhỏ nhất để bất phương trình $\log_3(x^2+x+1)+2x^3 \leq 3x^2+\log_3 x+m-1$ (ẩn x) có ít nhất hai nghiệm phân biệt.

A. $m = 3$.

B. $m = 2$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

Lời giải.

Điều kiện của bất phương trình là $x > 0$. Khi đó bất phương trình đã cho tương đương với $\log_3(x^2+x+1) - \log_3 x \leq -2x^3 + 3x^2 + m - 1 \Leftrightarrow -2x^3 + 3x^2 + m - 1 \geq \log_3\left(x + \frac{1}{x} + 1\right)$ (1).

Vì $x + \frac{1}{x} + 1 \geq 2 + 1 = 3$ nên ta có:

$$(1) \Leftrightarrow -2x^3 + 3x^2 + m - 1 \geq \log_3 3 = 1 \Leftrightarrow m \geq 2x^3 - 3x^2 + 2 = g(x) \quad (2).$$

Ta có $g'(x) = 6x^2 - 6x$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 1$, từ đó ta có bảng biến thiên của $g(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

x	0	1	$+\infty$	
$g'(x)$	0	-	0	+
$g(x)$	2		1	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên và (2), suy ra $g(x) \geq 1$.

— Nếu $m = 1$ thì bất phương trình (2) chỉ có một nghiệm $x = 1$ nên bất phương trình đã cho cũng có một nghiệm.

— Để bất phương trình đã cho có ít nhất hai nghiệm thì $m > 1$.

Vậy số nguyên m nhỏ nhất để bất phương trình có ít nhất hai nghiệm là $m = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 794. Phương trình $9^x - 3m \cdot 3^x + 3m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m > \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}_+$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $b - a$ bằng

A. -2.

B. -1.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Đặt $3^x = t$ ($t > 0$). Ta có phương trình $t^2 - 3mt + 3m = 0$ (*).

Để phương trình $9^x - 3m \cdot 3^x + 3m = 0$ có hai nghiệm phân biệt thì (*) phải có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 - 12m > 0 \\ 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{4}{3} \Rightarrow b = 4, a = 3 \Rightarrow b - a = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 795. Biết rằng phương trình $\log_{\sqrt{3}}^2 x - m \log_{\sqrt{3}} x + 1 = 0$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1. Giá trị m thuộc đoạn nào dưới đây?

A. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

B. $[-2; 0]$.

C. $[3; 5]$.

D. $\left[-4; -\frac{5}{2}\right]$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Đặt $\log_{\sqrt{3}} x = t \Leftrightarrow x = \sqrt{3}^t$. Theo đề bài, $0 < x < 1 \Leftrightarrow 0 < \sqrt{3}^t < 1 \Leftrightarrow t < 0$.

Phương trình đã cho trở thành $t^2 - mt + 1 = 0$ (1).

Để phương trình có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1 thì (1) phải có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 0

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 4ac = 0 \\ -\frac{b}{2a} < 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 = 0 \\ \frac{m}{2} < 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow m = -2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 796. Tìm tập hợp tất cả các tham số m sao cho phương trình $4^{x^2-2x+1} - m \cdot 2^{x^2-2x+2} + 3m - 2 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $(2; +\infty)$. B. $[2; +\infty)$. C. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^{x^2-2x+1}$ ($t \geq 1$), phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2mt + 3m - 2 = 0$ (1).

Nếu $t = 1$ ta có $x = 1$.

Nếu $t > 1$, với mỗi giá trị của t ta tìm được 2 giá trị phân biệt của x .

Để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt thì phương trình (1) phải có 2 nghiệm t phân biệt lớn hơn 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ f(1) > 0 \\ -\frac{b}{2a} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 > 0 \\ 1 - 2m + 3m - 2 > 0 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \text{ hoặc } m > 2 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 797. Cho phương trình $(\log_3 x)^2 + 3m \log_3(3x) + 2m^2 - 2m - 1 = 0$. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên m mà phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 \geq \frac{10}{3}$. Tính tổng các phần tử của S .

A. 6. B. 1. C. 0. D. 10.

Lời giải.

Điều kiện: $x \geq 0$.

Đặt $\log_3 x = t$, phương trình trở thành:

$$t^2 + 3m(t+1) + 2m^2 - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 + 3mt + 2m^2 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 - 2m \\ t = -m - 1 \end{cases}$$

Dẫn tới phương trình đã cho có nghiệm: $x_1 = 3^{1-2m}$ và $x_2 = 3^{-m-1}$.

Để hai nghiệm này phân biệt, ta phải có: $1 - 2m \neq -m - 1 \Leftrightarrow m \neq 2$.

Lại có: $x_1 + x_2 \geq \frac{10}{3}$ hay $3^{1-2m} + 3^{-m-1} \geq \frac{10}{3} \Leftrightarrow 9 \cdot 3^{-2m} + 3^{-m} - 10 \geq 0 \Leftrightarrow 3^{-m} \geq 1 \Leftrightarrow m \leq 0$.

Vậy chỉ có số tự nhiên $m = 0$ thỏa mãn bài ra.

Chọn đáp án **C** □

Câu 798. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+3)3^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m + 1 = 0$ có nghiệm thực?

A. 5. B. 7. C. Vô số. D. 3.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = [-1; 1]$. Đặt $t = 3^{1+\sqrt{1-x^2}} \Rightarrow t = f(x) = 3^{1+\sqrt{1-x^2}}$. Khi đó ta có

$$f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} \cdot 3^{1+\sqrt{1-x^2}} \cdot \ln 3 = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Xét $f(0) = 9; f(-1) = f(1) = 3 \Rightarrow t \in [3; 9]$. Khi đó phương trình có dạng

$$\begin{aligned} t^2 - (m+3)t + 2m + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow t^2 - 3t + 1 + (2-t)m &= 0 \\ \Leftrightarrow m &= \frac{-t^2 + 3t - 1}{2-t} \text{ với } t \in [3; 9]. \end{aligned}$$

Đặt $g(t) = \frac{-t^2 + 3t - 1}{-t + 2}$ với $t \in [3; 9]$. Ta có $g'(t) = \frac{t^2 - 4t + 5}{(-t + 2)^2} > 0, \forall t \in [3; 9]$ nên hàm số luôn đồng biến trên $t \in [3; 9]$. Để phương trình có nghiệm thì

$$g(3) \leq m \leq g(9) \Leftrightarrow 1 \leq m \leq \frac{55}{7}.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ do đó có 7 giá trị thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 799. Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $16^x - 2(m-3)4^x + 3m + 1 = 0$ có nghiệm là

A. $(-\infty; 1] \cup [8; +\infty)$.

B. $(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup [8; +\infty)$.

C. $(-\infty; -\frac{1}{3}] \cup [8; +\infty)$.

D. $(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (8; +\infty)$.

Lời giải.

Đặt $t = 4^x > 0$, phương trình đã cho trở thành $f(t) = t^2 - 2(m-3)t + 3m + 1 = 0$. Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để phương trình $f(t) = 0$ có nghiệm dương. Điều này tương đương phương trình $f(t) = 0$ có hai nghiệm trái dấu hoặc hai nghiệm dương, hay

$$\begin{cases} (3m+1 < 0 \\ \Delta' \geq 0 \\ m-3 > 0 \\ 3m+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{3} \\ m \geq 8. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 800. $S = (a; b)$ là tập các giá trị của m để phương trình $\log_2(mx - 6x^3) + \log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt. Khi đó hiệu $H = b - a$ bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{5}{3}$.

Lời giải.

Điều kiện : $\begin{cases} -14x^2 + 29x - 2 > 0 \\ mx - 6x^3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{14} < x < 2 \\ mx - 6x^3 > 0 \end{cases}$.

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow mx - 6x^3 = -14x^2 + 29x - 2$

$\Leftrightarrow mx = 6x^3 - 14x^2 + 29x - 2 \Leftrightarrow m = 6x^2 - 14x + 29 - \frac{2}{x}$. (Chú ý $x = 0$ không là nghiệm của phương trình.)

Xét hàm số $f(x) = 6x^2 - 14x + 29 - \frac{2}{x}$, $x \in (\frac{1}{14}; 2)$.

$f'(x) = 12x - 14 + \frac{2}{x^2} = \frac{12x^3 - 14x^2 + 2}{x^2}$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{3} \text{ (loại)} \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{2}$	1	2	
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	$\frac{3}{98}$	$\frac{39}{2}$	19	24	

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $19 < m < \frac{39}{2}$

$$\Rightarrow S = \left(19; \frac{39}{2}\right).$$

$$\text{Vậy } H = \frac{39}{2} - 19 = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 801. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = m \cdot 3^{\sin^2 x}$ có nghiệm?

A. 7.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $2^{\sin^2 x} + 3^{1-\sin^2 x} = m \cdot 3^{\sin^2 x}$ (1).

Đặt $t = \sin^2 x \Rightarrow t \in [0; 1]$ ta được:

$$2^t + 3^{1-t} = m \cdot 3^t \Leftrightarrow 6^t + 3 = m \cdot 9^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^t = m \quad (2).$$

Hàm số $f(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^t$ nghịch biến trên $[0; 1]$.

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có nghiệm

$$\Leftrightarrow \min_{[0;1]} f(t) \leq m \leq \max_{[0;1]} f(t) \Leftrightarrow f(1) \leq m \leq f(0) \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 4.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4\}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 802. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2^x + (2 - m)4^x - 8^x = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$ với $t > 0$. Khi đó ta được phương trình

$$t + (2 - m)t^2 - t^3 = 0 \Leftrightarrow 1 + (2 - m)t - t^2 = 0 \Leftrightarrow 2 - m = \frac{t^2 - 1}{t}.$$

Với $x \in (0; 1)$ thì $t \in (1; 2)$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 1}{t}$ trên khoảng $(1; 2)$, ta có $f'(t) = \frac{t^2 + 1}{t^2} > 0, \forall t \in (1; 2)$.

Bảng biến thiên

x	1	2
y'	+	
y	0	$\frac{3}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy yêu cầu bài toán thỏa mãn khi

$$0 < 2 - m < \frac{3}{2} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m - 2 < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 2.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 1$.

Vậy $m = 1$ là giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (D) □

Câu 803. Các loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14 (một đồng vị cacbon). Khi một bộ phận của cái cây đó bị chết thì hiện tượng quang hợp cũng sẽ ngưng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp, chuyển hóa thành nitơ 14. Gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cái cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì $P(t)$ được cho bởi công thức

$$P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} (\%).$$

Phân tích một mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong gỗ là 65,21 (%). Hãy xác định niên đại của công trình kiến trúc đó.

A. 3475 năm.

B. 3574 năm.

C. 3547 năm.

D. 3754 năm.

Lời giải.

Theo giả thiết của bài toán, ta có phương trình

$$\begin{aligned} 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} &= 65,21 \Leftrightarrow (0,5)^{\frac{t}{5750}} = 0,6521 \\ \Leftrightarrow t &= 5750 \cdot \log_{0,5} 0,6521 \\ \Rightarrow t &\approx 3546,8. \end{aligned}$$

Vậy niên đại của công trình kiến trúc đó là 3547 năm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 804. Gọi $\mathcal{S}$ là tập tất cả các giá trị nguyên không dương của m để phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+m) + \log_3(3-x) = 0$ có nghiệm. Tập $\mathcal{S}$ có bao nhiêu tập con?

A. 4.

B. 8.

C. 2.

D. 7.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{3}}(x+m) + \log_3(3-x) &= 0 \\ \Leftrightarrow \log_3(3-x) &= \log_3(x+m) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ 3-x = x+m \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x = \frac{3-m}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\frac{3-m}{2} < 3 \Leftrightarrow 3-m < 6 \Leftrightarrow m > -3$.

m nhận giá trị nguyên không dương nên $\mathcal{S} = \{-2; -1; 0\}$. Vậy $\mathcal{S}$ có số tập con là $2^3 = 8$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 805. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $9^x + 3^{x+1} - m = 0$ có nghiệm thuộc $(0; 1)$.

A. 11.

B. 12.

C. 13.

D. 14.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $(3^x)^2 + 3(3^x) - m = 0$. (1)

Đặt $t = 3^x$ với $x \in (0; 1) \Rightarrow t \in (1; 3)$. Khi đó phương trình (1) trở thành $t^2 + 3t = m$. (2)

Phương trình (1) có nghiệm thuộc $(0; 1)$ khi và chỉ khi phương trình (2) có nghiệm $t \in (1; 3)$.

x	1	3
$f'(t)$	+	
$f(t)$	4	18

Xét hàm số $f(t) = t^2 + 3t, t \in (1; 3)$, có $f'(t) = 2t + 3 > 0 \quad t \in (1, 3)$.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $m = f(t)$ có nghiệm $t \in (1; 3)$ khi và chỉ khi $m \in (4; 18)$.

Vậy có 13 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 806. Phương trình $4\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2x} + 25 \cdot 2^x = 100 + 100^{\frac{x}{2}}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. Vô nghiệm.

Lời giải.

$$\begin{aligned} & 4\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2x} + 25 \cdot 2^x = 100 + 100^{\frac{x}{2}} \\ \Leftrightarrow & 4 \cdot 5^x + 25 \cdot 2^x = 100 + 10^x \\ \Leftrightarrow & 5^x(4 - 2^x) - 25(4 - 2^x) = 0 \\ \Leftrightarrow & (4 - 2^x)(5^x - 25) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 4 - 2^x = 0 \\ 5^x - 25 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 807. Phương trình $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0$ có nghiệm khi

A. $m \leq 1$.

B. $m > \frac{1}{2}$.

C. $m \leq 0$.

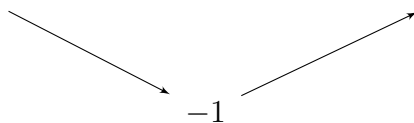
D. $m \geq 1$.

Lời giải.

Ta có $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0 \Leftrightarrow (2^{x+1})^2 - 2 \cdot 2^{x+1} + m = 0 \Leftrightarrow (2^{x+1})^2 - 2 \cdot 2^{x+1} = -m$.

Đặt $t = 2^{x+1}, t > 0$. Phương trình trở thành $t^2 - 2t = -m \quad (1)$.

Xét hàm số $y = f(t) = t^2 - 2t$ có $y' = f'(t) = 2t - 2$. Cho $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Ta có bảng biến thiên

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$		$- \quad 0 \quad +$	
$f(t)$			

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $-m \geq -1 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 808. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$?

A. $m = \frac{13}{2}$.

B. $m = \frac{5}{2}$.

C. $m = 8$.

D. $m = 2$.

Lời giải.

Ta có: $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m + 3 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2m \cdot 2^x + 2m + 3 = 0$.

Đặt $t = 2^x, t > 0$. Khi đó phương trình trở thành $t^2 - 2mt + 2m + 3 = 0$.

Phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$ khi và chỉ khi phương trình $t^2 - 2mt + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn

$$t_1 \cdot t_2 = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} = 2^4 = 16.$$

$$\text{Điều này tương đương với } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 3 > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m + 3 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{13}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 809. Biết rằng phương trình $2 \ln(x+2) + \ln 4 = \ln x + 4 \ln 3$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$).

$$\text{Tính } P = \frac{x_1}{x_2}.$$

A. 64.

B. 4.

C. $\frac{1}{64}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

$$2 \ln(x+2) + \ln 4 = \ln x + 4 \ln 3 \Leftrightarrow \ln(x+2)^2 - \ln x = \ln \frac{3^4}{4} \Leftrightarrow \ln \frac{(x+2)^2}{x} = \ln \frac{81}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4(x+2)^2 = 81x \Leftrightarrow 4x^2 - 65x + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}.$$

$$P = \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{64}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 810. Cho phương trình $4^{|x|} - (m+1)2^{|x|} + m = 0$. Tìm điều kiện của tham số m để phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.

A. $m \geq 1$.

B. $m > 1$.

C. $m > 0$ và $m \neq 1$.

D. $m > 0$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$4^{|x|} - 2^{|x|} - m2^{|x|} + m = 0 \Leftrightarrow (2^{|x|} - 1)(2^{|x|} - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{|x|} = 0 \\ 2^{|x|} - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ m = 2^{|x|} \end{cases}.$$

Phương trình $4^{|x|} - (m+1)2^{|x|} + m = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $m = 2^{|x|}$ có đúng 2 nghiệm phân biệt khác 0. Do $|x| > 0, \forall x \neq 0$ nên $2^{|x|} > 1, \forall x \neq 0$. Từ đó suy ra $m > 1$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 811. Cho phương trình $25^x - (m+2)5^x + 2m + 1 = 0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [0; 2018]$ để phương trình có nghiệm?

A. 2015.

B. 2016.

C. 2018.

D. 2017.

Lời giải.

Đặt $t = 5^x, (t > 0)$.

Phương trình trở thành $t^2 - (m+2)t + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 2t + 1}{t - 2} = f(t)$ ($t = 2$ không thỏa phương trình này).

Khi phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình $m = f(t)$ có nghiệm $t > 0$.

$$f'(t) = \frac{t^2 - 4t + 3}{(t - 2)^2}.$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên hàm $y = f(t)$ trên khoảng $(0; +\infty)$:

t	0	1	2	3	$+\infty$	
$f'(t)$	+	0	-	-	0	+
$f(t)$	$\frac{1}{2}$	0	$-\infty$	$+\infty$	4	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $m = f(t)$ có nghiệm $t > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 4 \end{cases}$.

Mà m nguyên và $m \in [0; 2018]$ nên $m \in \{0; 4; 5; \dots; 2018\}$. Vậy có 2016 giá trị m thỏa đề.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 812. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\ln^2 u_6 - \ln u_8 = \ln u_4 - 1$ và $u_{n+1} = u_n e$ với mọi $n \geq 1$. Tìm u_1 .

A. e.

B. e^2 .

C. e^{-3} .

D. e^{-4} .

Lời giải.

Vì $u_{n+1} = u_n e$ với mọi $n \geq 1$ nên dãy (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = e$.

Ta có

$$\begin{aligned}
 \ln^2 u_6 - \ln u_8 &= \ln u_4 - 1 \Leftrightarrow \ln^2 u_6 - (\ln u_8 + \ln u_4) + 1 = 0 \\
 &\Leftrightarrow \ln^2 u_6 - \ln(u_8 u_4) + 1 = 0 \Leftrightarrow \ln^2 u_6 - \ln u_6^2 + 1 = 0 \\
 &\Leftrightarrow \ln^2 u_6 - 2 \ln u_6 + 1 = 0 \Leftrightarrow \ln(u_6 - 1)^2 = 0 \\
 &\Leftrightarrow \ln u_6 = 1 \Leftrightarrow u_6 = e \\
 &\Leftrightarrow u_1 \cdot e^5 = e \Leftrightarrow u_1 = e^{-4}.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 813. Cho phương trình $\log_2 x \cdot \log_3 x + x \cdot \log_3 x + 3 = \log_2 x + 3 \log_3 x + x$. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình là

A. 35.

B. 9.

C. 5.

D. 10.

Lời giải.

$$\log_2 x \cdot \log_3 x + x \cdot \log_3 x + 3 = \log_2 x + 3 \log_3 x + x \Leftrightarrow (\log_3 x - 1)(\log_2 x + x - 3) = 0.$$

$$\text{Nếu } \log_3 x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 3.$$

$$\text{Nếu } \log_2 x + x - 3 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (do vế trái là hàm đồng biến nên } x = 2 \text{ là nghiệm duy nhất).}$$

Tổng các nghiệm là 5.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 814. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1 + \sqrt{-2 + \log u_1} - 2 \log u_8 = 2 \log u_{10}$ và $u_{n+1} = 10u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_{2018} bằng

A. 10^{2000} .

B. 10^{2008} .

C. 10^{2018} .

D. 10^{2017} .

Lời giải.

$$\text{Do } u_8 = 10^7 u_1 \text{ và } u_{10} = 10^9 u_1 \text{ nên } \log u_1 + \sqrt{-16 - \log u_1} = 2 \log u_1 + 18.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{-16 - \log u_1} \Rightarrow \log u_1 = -16 - t^2 \Rightarrow -16 - t^2 + t = 2(-16 - t^2) + 18 \Rightarrow t = 1.$$

$$\text{Do đó } \log u_1 = -17 \Rightarrow u_1 = 10^{-17} \Rightarrow u_{2018} = 10^{2017} u_1 = 10^{2000}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 815. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $4^{x^2} - 3 \cdot 2^{x^2+1} + m - 3 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt?

A. 4.

B. 12.

C. 9.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $t = 2^{x^2}$ ($t \geq 1$), Ta cần phương trình $t^2 - 6t + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 2 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12 - m > 0 \\ m - 8 > 0 \end{cases}. \text{ Vậy có 3 giá trị nguyên của } m \text{ là } 9, 10, 11.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 816. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình

$$\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} = x^2 - 5x + 2 - m$$

có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. vô số.

Lời giải.

Điều kiện: $3x^2 + 3x + m + 1 > 0$ (do $2x^2 - x + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$).

Đặt $a = 3x^2 + 3x + m + 1$, $b = 4x^2 - 2x + 2$ ta có

$$\log_2 a - \log_2 b = b - a \Leftrightarrow \log_2 a + a = \log_2 b + b \Leftrightarrow a = b \Leftrightarrow x^2 - 5x + 1 - m = 0. \quad (1)$$

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 > 1$, hay

$$\begin{cases} \Delta = 21 + 4m > 0 \\ x_1 - 1 + x_2 - 1 > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{21}{4} \\ 1 - m - 5 + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{21}{4} < m < -3.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 817. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $4^x - m2^x + 2m - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x > 0$.

Do phương trình có hai nghiệm trái dấu $x_1 < 0 < x_2 \Rightarrow 2^{x_1} < 2^0 < 2^{x_2} \Rightarrow 0 < t_1 < 1 < t_2$.

Suy ra phương trình trở thành $t^2 - mt + 2m - 5 = 0$ có hai nghiệm $0 < t_1 < 1 < t_2$.

$$\text{Suy ra } t_1 - 1 < 0 < t_2 - 1 \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0; P > 0 \\ P - S + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m + 20 > 0 \\ m > 0 \\ 2m - 5 > 0 \\ 2m - 5 - m + 1 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{2} < m < 4, \text{ do } m \text{ nguyên dương, suy ra } m = 3.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 818. Nếu phương trình $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $x_1 < x_2$ thì

- A. $2x_1 + x_2 = 1$. B. $x_1 + x_2 = 0$. C. $x_1 + 2x_2 = -1$. D. $x_1 \cdot x_2 = 1$.

Lời giải.

Ta có $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 2 - \sqrt{3} \\ 3^x = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$. Vậy phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $3^{x_1} \cdot 3^{x_2} = 1 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 819. Cho a là giá trị để phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (1 - a)(2 - \sqrt{3})^x - 4 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - x_2 = \log_{2+\sqrt{3}} 3$. Khi đó a thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -3)$. B. $(-3; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(3; +\infty)$.

Lời giải.

Đặt $t = (2 + \sqrt{3})^x$ ($t > 0$), suy ra phương trình đã cho trở thành

$$t + \frac{1-a}{t} - 4 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 4t + 1 - a = 0 (*)$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4 - (1-a) > 0 \\ 1-a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < a < 1.$$

Khi đó (*) có hai nghiệm $t_1, t_2 \Rightarrow x_1 = -\log_{2-\sqrt{3}} t_1, x_2 = -\log_{2-\sqrt{3}} t_2$.

Theo bài ra $x_1 - x_2 = \log_{2+\sqrt{3}} 3 \Leftrightarrow x_1 - x_2 = -\log_{2-\sqrt{3}} 3$

$$\Leftrightarrow -\log_{2-\sqrt{3}} t_1 + \log_{2-\sqrt{3}} t_2 = \log_{2-\sqrt{3}} \frac{1}{3} \Leftrightarrow \log_{2-\sqrt{3}} \frac{t_2}{t_1} = \log_{2-\sqrt{3}} \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow t_1 = 3t_2 \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác theo Vi-et ta có } \begin{cases} t_1 + t_2 = 4 \\ t_1 \cdot t_2 = 1 - a \end{cases} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $t_2 = 1, t_1 = 3, 1 - a = t_1 \cdot t_2 = 3 \Rightarrow a = -2 \in (-3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 820. Cho cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $b_2 > b_1 \geq 1$ và hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ sao cho $f(\log_2 b_2) + 2 = f(\log_2 b_1)$. Giá trị nhỏ nhất của n để $b_n > 5^{100}$ bằng bao nhiêu?

- A. 234. B. 229. C. 333. D. 292.

Lời giải.

Gọi q là công bội của cấp số nhân. Ta có $b_2 > b_1 \geq 1$ nên $\log_2 b_2 > \log_2 b_1 \geq 0$ và $q = \frac{b_2}{b_1} > 1$.

Đặt $m = \log_2 b_1$ và $n = \log_2 q$ (với $m \geq 0, n > 0$).

Ta có

$$\begin{aligned} f(\log_2 b_2) + 2 &= f(\log_2 b_1) \\ \Leftrightarrow f(\log_2 b_1 + \log_2 q) + 2 &= f(\log_2 b_1) \\ \Leftrightarrow f(m + n) + 2 &= f(m) \\ \Leftrightarrow (m + n)^3 - 3(m + n) + 2 &= m^3 - 3m \\ \Leftrightarrow 3mn(m + n) + (n - 1)^2(n + 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ n = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Với $m = 0$ và $n = 1$ thì $b_1 = 1$ và $q = 2$.

Cho nên $b_n = 2^{n-1}$.

Khi đó

$$b_n > 5^{100} \Leftrightarrow 2^{n-1} > 5^{100} \Leftrightarrow n-1 > 100 \log_2 5 \Leftrightarrow n > 1 + 100 \log_2 5.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của n để $b_n > 5^{100}$ bằng 234.

Chọn đáp án **A** □

Câu 821. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

A. $m > 3$.

B. $m \in (0; 3)$.

C. $m > 2$.

D. $m \in (-\infty; -1)$.

Lời giải.

— Đặt $2^x = t$, suy ra $t > 0$.

— Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2mt + m + 2 = 0$ (1).

— Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi phương trình (1) có hai nghiệm t phân biệt

$$\text{đương} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{(1)} > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ 2m > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 822. Tìm tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2018}}(x-2) = \log_{2018}(mx)$ có nghiệm duy nhất.

A. $1 < m < 2$.

B. $m > 1$.

C. $m > 0$.

D. $m < 2$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình đã cho} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ mx = (x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ m = \frac{(x-2)^2}{x} \end{cases}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x}$ với $x \in (2; +\infty)$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x^2} > 0 \quad \forall x > 2.$$

Ta có bảng biến thiên

x	2	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	0	$+\infty$

Suy ra phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $m > 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 823. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m (với $m < 6$) thì phương trình: $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = m$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 5.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Đặt $t = (2 + \sqrt{3})^x$ với $t > 0$ suy ra $(2 - \sqrt{3})^x = \frac{1}{t}$, thay vào phương trình ban đầu ra có $t + \frac{1}{t} = m \Leftrightarrow t^2 - mt + 1 = 0$.

Để phương trình ban đầu có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $t^2 - mt + 1 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt tương đương với

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ m > 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Kết hợp với điều kiện ban đầu ta có $2 < m < 6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 824. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình: $\log_2 \left(\frac{x^2 + 2x + 2}{3x^2 + x + 2} \right) = x^2 - 3x - 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2$.

A. $T = \frac{25}{4}$. B. $T = \frac{33}{4}$. C. $T = 15$. D. $T = 13$.

Lời giải.

- Điều kiện $x \in \mathbb{R}$.

- Phương trình tương đương với

$$\log_2 \left(\frac{2x^2 + 4x + 4}{3x^2 + x + 2} \right) = x^2 - 3x - 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(2x^2 + 4x + 4) - \log_2(3x^2 + x + 2) = (3x^2 + x + 2) - (2x^2 + 4x + 4)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(2x^2 + 4x + 4) + (2x^2 + 4x + 4) = \log_2(3x^2 + x + 2) + (3x^2 + x + 2). (*)$$

- Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$ với $(t > 0)$, có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0$ với mọi $t > 0$ nên hàm số luôn đồng biến trên tập xác định.

- Từ (*) ta có

$$f(2x^2 + 4x + 4) = f(3x^2 + x + 2) \Leftrightarrow 2x^2 + 4x + 4 = 3x^2 + x + 2 \Leftrightarrow$$

$$x^2 - 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{17}}{2} \\ \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \end{cases}.$$

Từ đó suy ra $T = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3^2 + 4 = 13$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 825. Số nghiệm của phương trình $2x^2 + 2x - 9 = (x^2 - x - 3) \cdot 8^{x^2+3x-6} + (x^2 + 3x - 6) \cdot 8^{x^2-x-3}$ là

A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Đặt $u = x^2 - x - 3$, $v = x^2 + 3x - 6$, phương trình đã cho trở thành

$$u + v = u \cdot 8^v + v \cdot 8^u \Leftrightarrow u(1 - 8^v) = v(8^u - 1) \quad (*)$$

Ta thấy $u = 0$ hoặc $v = 0$ thỏa mãn phương trình (*).

Ta xét $u \neq 0$ và $v \neq 0$, khi đó $(*) \Leftrightarrow \frac{8^u - 1}{u} = \frac{1 - 8^v}{v}$ (**).

— Nếu $u > 0$ thì $\frac{8^u - 1}{u} > 0$; Nếu $u < 0$ thì $\frac{8^u - 1}{u} > 0$.

— Nếu $v > 0$ thì $\frac{1-8^v}{v} < 0$; Nếu $v < 0$ thì $\frac{1-8^v}{v} < 0$.

Như vậy, khi $u \neq 0$ và $v \neq 0$ thì phương trình $(**)$ không thỏa mãn.

$$\text{Do đó, ta có } \begin{cases} u=0 \\ v=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x-3=0 \\ x^2+3x-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2} \\ x=\frac{-3\pm\sqrt{33}}{6} \end{cases}.$$

Hay, phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 826. Tập các giá trị của m để phương trình $4 \cdot (\sqrt{5}+2)^x + (\sqrt{5}-2)^x - m + 3 = 0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt là

A. $(-\infty; -1) \cup (7; +\infty)$.

B. $(7; 8)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(7; 9)$.

Lời giải.

Đặt $(\sqrt{5}+2)^x = t, t > 0$. Vì $(\sqrt{5}+2)^x \cdot (\sqrt{5}-2)^x = 1$ nên ta được phương trình

$$4t + \frac{1}{t} - m + 3 = 0 \Leftrightarrow f(t) = 4t + 3 + \frac{1}{t} = m. \quad (1)$$

Để phương trình ban đầu có hai nghiệm âm phân biệt thì (1) phải có hai nghiệm $0 < t < 1$.

Ta có $f'(t) = 4 - \frac{1}{t^2}$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$. Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	1
$f'(x)$		− 0 +	
$f(x)$	$+\infty$	7	8

Do đó để (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $0 < t < 1$ thì $m \in (7; 8)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 827. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - m2^{x+1} + 2m^2 - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 4.

B. 5.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x, t > 0$, phương trình đã cho trở thành $f(t) = t^2 - 2mt + 2m^2 - 5 = 0$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow f(t) = 0$ có hai nghiệm $0 < t_1 < t_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - (2m^2 - 5) > 0 \\ m > 0 \\ 2m^2 - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 5 > 0 \\ m > 0 \\ \begin{cases} m > \frac{\sqrt{10}}{2} \\ m < \frac{-\sqrt{10}}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{10}}{2} < m < \sqrt{5}.$$

Suy ra có một giá trị nguyên $m = 2$ để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 828. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $9^x + 3^x + m = 0$ có nghiệm.

A. $m > 0$.

B. $m < 0$.

C. $m > 1$.

D. $0 < m < 1$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$). Phương trình trở thành $t^2 + t + m = 0 \Leftrightarrow t^2 + t = -m$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 + t$ với $t > 0$, ta có $f'(t) = 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$.

Ta có bảng biến thiên $f(t)$:

t	0	$+\infty$
$f'(t)$		+
$f(t)$	0	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình ban đầu có nghiệm khi $-m > 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 829. Cho phương trình $\log_2^2 x - (m^2 - 3m) \log_2 x + 3 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 16$.

A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 4 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 4 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -4 \end{cases}$.

Lời giải.

$$\log_2^2 x - (m^2 - 3m) \log_2 x + 3 = 0 \quad (1).$$

Điều kiện $x > 0$.

$$\text{Đặt } \log_2 x = t. \text{ Ta được phương trình } t^2 - (m^2 - 3m)t + 3 = 0 \quad (2).$$

$$\text{Ta có: } x_1 x_2 = 16 \Leftrightarrow \log_2(x_1 x_2) = 4 \Leftrightarrow \log_2 x_1 + \log_2 x_2 = 4.$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 16$ khi và chỉ khi (2) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 + t_2 = 4$.

$$\text{Vậy suy ra } m^2 - 3m = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -1. \end{cases}$$

Thử lại thấy thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 830. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên chẵn $(x; y)$ thỏa mãn $2^x - 3^y = 55$?

A. 8.

B. 2.

C. 16.

D. 1.

Lời giải.

Vì x, y chẵn nên $x = 2a, y = 2b$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$). Suy ra

$$55 = 2^x - 3^y = (2^a)^2 - (3^b)^2 = (2^a - 3^b)(2^a + 3^b).$$

Do đó

$$\begin{cases} 2^a - 3^b = 1 \\ 2^a + 3^b = 55 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 1. \end{cases}$$

Vậy có duy nhất cặp $(6; 2)$ thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 831. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_5(1+x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(1-x^2) = 0$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Điều kiện $-1 < x < 1$.

Xét hàm $f(x) = \log_5(1+x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(1-x^2) = \log_5(1+x^2) - \log_3(1-x^2)$ với $x \in (-1; 1)$.

Ta có $f'(x) = \frac{2x}{(1+x^2)\ln 5} + \frac{2x}{(1-x^2)\ln 3}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	-1	0	1
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

Từ đó suy ra phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 832. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để phương trình $\frac{a}{3^x + 3^{-x}} = 3^x - 3^{-x}$ có nghiệm duy nhất.

A. $a \in \mathbb{R}$.

B. $-1 < a < 0$.

C. $a > 0$.

D. không tồn tại a .

Lời giải.

Ta có: $\frac{a}{3^x + 3^{-x}} = 3^x - 3^{-x} \Leftrightarrow a = (3^x + 3^{-x})(3^x - 3^{-x}) \Leftrightarrow a = 3^{2x} - 3^{-2x}(1)$.

Xét hàm số $f(x) = 3^{2x} - 3^{-2x}$.

Có $f'(x) = \ln 3 (2 \cdot 3^{2x} + 2 \cdot 3^{-2x}) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó, hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra với mọi giá trị của a thì (1) luôn có nghiệm duy nhất.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 833. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để phương trình sau có nghiệm duy nhất

$$\log_3 x^2 + a\sqrt{\log_3 x^8} + a + 1 = 0.$$

A. $a = 1$.

B. $a < -1$.

C. không tồn tại a .

D. $a < 1$.

Lời giải.

Điều kiện để phương trình $\log_3 x^2 + a\sqrt{\log_3 x^8} + a + 1(1)$ xác định là $x \neq 0$.

Ta thấy nếu x là nghiệm của phương trình (1) thì $-x$ cũng là nghiệm của phương trình (1).

Vậy để phương trình (1) có nghiệm duy nhất thì $x = 0$.

So với điều kiện thì ta loại nghiệm này.

Vậy không có a để phương trình (1) có nghiệm duy nhất.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 834. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[1; 9]$ để phương trình

$$2^{mx^2-4x+2m} = \frac{1}{(\sqrt{2})^{-4}}$$

có hai nghiệm thực phân biệt.

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình tương đương $mx^2 - 4x + 2m - 2 = 0$. Phương trình có hai nghiệm thực khi $\begin{cases} m \neq 0 \\ -2m^2 + 2m + 4 > 0 \end{cases}$

$$\text{hay } \begin{cases} m \neq 0 \\ -1 < m < 2. \end{cases}$$

Vậy chỉ có $m = 1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 835. Số nghiệm của phương trình $\frac{(x^2 + 3x - 4)^{2017}(3^x + 4^x - 5^x)^{2018}}{\log_{x-1} 10} = 0$ là

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 1, x \neq 2$. Phương trình tương đương với $x^2 + 3x - 4 = 0$ (1) hoặc $3^x + 4^x - 5^x = 0$ (2).

Phương trình (1) có hai nghiệm $x = 1, x = -4$. Phương trình (2) tương đương với

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1. \quad (3)$$

Vế trái phương trình (3) là một hàm số nghịch biến, vế phải là hàm hằng nên phương trình này có tối đa một nghiệm. Mặt khác, nhận được nghiệm $x = 2$.

Mà $x = 1, x = -4, x = 2$ đều không thỏa mãn điều kiện ban đầu. Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 836. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m+3)16^x + (2m-1)4^x + m+1 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu.

A. $m \geq -3$.

B. $-3 < m < -1$.

C. $-1 < m < -\frac{3}{4}$.

D. $-1 < m < 0$.

Lời giải.

Đặt $t = 4^x, t > 0$. Phương trình đã cho trở thành $(m+3)t^2 + (2m-1)t + m+1 = 0$ (1).

Phương trình ban đầu có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $0 < t_1 < 1, t_2 > 1$. Từ đó ta có hệ điều kiện

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) < 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -20m - 11 > 0 \\ \frac{4m+3}{m+3} < 0 \\ \frac{1-2m}{m+3} > 0 \\ \frac{m+1}{m+3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < -\frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 837. Phương trình $2^{\sin^2 x} + 2^{1+\cos^2 x} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $4 \leq m \leq 3\sqrt{2}$.

B. $3\sqrt{2} \leq m \leq 5$.

C. $0 < m \leq 5$.

D. $4 \leq m \leq 5$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2^{\sin^2 x} + 2^{1+\cos^2 x} = m \Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + 2^{2-\sin^2 x} = m \Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + \frac{4}{2^{\sin^2 x}} = m.$$

$$\text{Đặt } t = 2^{\sin^2 x}, t \in [1; 2], \text{ ta có phương trình } t + \frac{4}{t} = m (*).$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = t + \frac{4}{t} \text{ với } t \in [1; 2].$$

$$f'(t) = 1 - \frac{4}{t^2} = \frac{t^2 - 4}{t^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \notin (1; 2) \\ t = -2 \notin (1; 2) \end{cases}.$$

$$f(1) = 5; f(2) = 4.$$

$$\text{Do đó } \min_{[1;2]} f(t) = 4 \text{ và } \max_{[1;2]} f(t) = 5.$$

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm $t \in [1; 2]$

$$\Leftrightarrow \min_{[1;2]} f(t) \leq m \leq \max_{[1;2]} f(t) \Leftrightarrow 4 \leq m \leq 5.$$

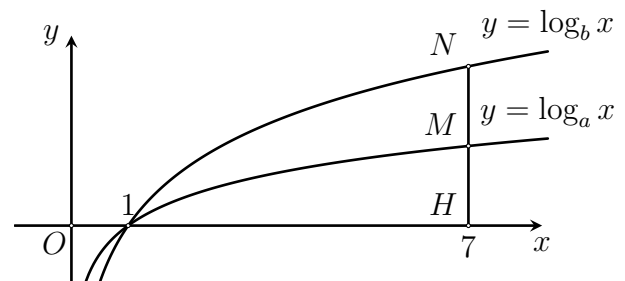
$$\text{Vậy } 4 \leq m \leq 5.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 838.

Cho hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng $x = 7$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại H, M và N . Biết rằng $HM = MN$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



$$\text{A. } a = 7b. \quad \text{B. } a = b^2. \quad \text{C. } a = b^7. \quad \text{D. } a = 2b.$$

Lời giải.

Dựa vào hình vẽ ta thấy, $HM = MN \Leftrightarrow NH = 2MH$

$$\Leftrightarrow \log_b 7 = 2 \log_a 7$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\log_7 b} = \frac{2}{\log_7 a}$$

$$\Leftrightarrow a = b^2.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 839. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$?

$$\text{A. } m = 4.$$

$$\text{B. } m = 3.$$

$$\text{C. } m = 2.$$

$$\text{D. } m = 1.$$

Lời giải.

$$\text{Đặt } t = 2^x, t > 0.$$

Phương trình đã cho có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ khi phương trình $t^2 - 2m \cdot t + 2m = 0$ có 2 nghiệm $t > 0$ thỏa mãn $t_1 \cdot t_2 = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} = 8$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P = 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 2m > 0 \\ t_1 \cdot t_2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m > 0 \\ m > 0 \\ 2m = 8 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 840. Xác định điều kiện cần và đủ của tham số m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

$$\text{A. } m < 2.$$

$$\text{B. } -2 < m < 2.$$

$$\text{C. } m > 2.$$

$$\text{D. } m \in \emptyset.$$

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$). Khi đó phương trình trở thành $t^2 - 2mt + m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 + 2}{2t - 1}$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + 2}{2t - 1}$ ta có $f'(t) = \frac{2t^2 - 2t - 4}{(2t - 1)^2}$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

t	0	2	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	-2	2	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $-2 < m < 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 841. Phương trình $\log_3 x = \frac{x+1}{2x-2}$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{pt} \Leftrightarrow \log_3 x - \frac{x+1}{2x-2} = 0.$$

Xét $f(x) = \log_3 x - \frac{x+1}{2x-2}$, $\mathcal{D} = (0; +\infty) \setminus \{1\}$.

$$f'(x) = \frac{1}{x \ln 3} + \frac{4}{(2x-2)^2} > 0, \forall x \in \mathcal{D}.$$

x	0	1	$+\infty$
y'		+	+
y	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta suy ra phương trình có hai nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 842. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_3(3^{x+1} - 1) = 2x + \log_{\frac{1}{3}} 2$. Tính tổng $S = 27^{x_1} + 27^{x_2}$.

A. $S = 45$.

B. $S = 180$.

C. $S = 9$.

D. $S = 252$.

Lời giải.

$$\text{pt} \Leftrightarrow \log_3(3 \cdot 3^x - 1) = \log_3 3^{2x} - \log_3 2 \Leftrightarrow 3 \cdot 3^x - 1 = \frac{3^{2x}}{2} \Leftrightarrow (3^x)^2 - 6 \cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x_1} = 3 + \sqrt{7} \\ 3^{x_1} = 3 - \sqrt{7} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = (3^{x_1})^3 + (3^{x_2})^3 = (3 + \sqrt{7})^3 + (3 - \sqrt{7})^3 = 180.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 843. Cho ba số thực dương x, y, z theo thứ tự lập thành cấp số nhân, đồng thời mỗi số thực dương a , ($a \neq 0$) thì $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1959x}{y} + \frac{2019y}{z} + \frac{60z}{x}$.

A. $\frac{2019}{2}$.

B. 60.

C. 2019.

D. 4038 .

Lời giải.Ta có $x, y, z > 0$. Theo giả thiết ta có hệ:

$$\begin{cases} xz = y^2 \\ \log_a x + \log_{\sqrt[3]{a}} z = 2 \log_{\sqrt{a}} y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xz = y^2 \\ xz^3 = y^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xz = y^2 \\ z^2 = y^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z$$

$$\text{Vậy } P = \frac{1959x}{y} + \frac{2019y}{z} + \frac{60z}{x} = 1959 + 2019 + 60 = 4038$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 844.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $-2 < m < 2$.

B. $m > -2$.

C. $m > 2$.

D. $m < 2$.

Lời giải.Đặt $t = 2^x$. Ứng với mỗi $t > 0$ ta có được một và chỉ một giá trị x tương ứng.Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2mt + m + 2 = 0$. (1)

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt dương.

$$\text{Điều này xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ 2m > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 845.** Phương trình $2^x + 3^x + 4^x + \dots + 2017^x + 2018^x = 2017 - x$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 2016.

C. 2017.

D. 0.

Lời giải.Xét hàm số $f(x) = \left(\sum_{k=2}^{2018} k^x \right) + x - 2017$. Ta có $f'(x) = \left(\sum_{k=2}^{2018} k^x \ln k \right) + 1 > 0$ với mọi x . Do đó f là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$. Mặt khác $f(0) = 0$ nên phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 846.** Phương trình $\log_4(x+1)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} + \log_8(4+x)^3$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. Vô nghiệm.

B. 1 nghiệm.

C. 2 nghiệm.

D. 3 nghiệm.

Lời giải.Điều kiện của phương trình $-4 < x < 4$ và $x \neq 1$. Khi đó phương trình đã cho tương đương

$$\begin{aligned} \log_2 |x+1| + \log_2 4 &= \log_2 (4-x) + \log_2 (4+x) \\ \Leftrightarrow 4|x+1| &= 16 - x^2 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+4 = \pm(16-x^2) \\ 16-x^2 \geq 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=2-2\sqrt{6} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 847. Người ta thả 1 lá bèo vào một hồ nước. Kinh nghiệm cho thấy sau 9 giờ bèo sẽ sinh sôi kín cả mặt hồ. Biết rằng sau mỗi giờ, lượng lá bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì số lá bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ mặt hồ?

- A. 3. B. $\frac{10^9}{3}$. C. $9 - \log 3$. D. $\frac{9}{\log 3}$.

Lời giải.

Gọi x ($x \in \mathbb{N}^*$) là lượng bèo ban đầu.

Số lượng bèo phủ kín mặt hồ sau 9 giờ là $x \cdot 10^9$.

Sau t (giờ) số bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ mặt hồ nên $x \cdot 10^t = \frac{1}{3} \cdot x \cdot 10^9 \Rightarrow 10^t = \frac{10^9}{3} \Rightarrow t = 9 - \log 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 848. Tổng các nghiệm của phương trình $(x-1)^2 \cdot 2^x = 2x(x^2-1) + 4(2^{x-1} - x^2)$ là bao nhiêu?

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta có $(x-1)^2 2^x = 2x(x^2-1) + 4(2^{x-1} - x^2)$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 2^x = 2x^3 - 4x^2 - 2x + 2 \cdot 2^x$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x - 1)2^x = 2x(x^2 - 2x - 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 1 = 0 & (1) \\ 2^x = 2x. & (2) \end{cases}$$

$$\text{— Phương trình (1) } \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{2} \\ x = 1 + \sqrt{2}. \end{cases}$$

— Giải phương trình (2)

Xét hàm số $f(x) = 2^x - 2x$ có $f'(x) = 2^x \ln 2 - 2$, $f''(x) = 2^x \cdot \ln^2 2 > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $f'(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow f(x) = 0$ có nhiều nhất là hai nghiệm.

Mặt khác ta lại có $f(1) = 0$, $f(2) = 0$ nên $x = 1, x = 2$ là hai nghiệm của phương trình (2).

Vậy tổng các nghiệm bằng 5.

Chọn đáp án **B** □

Câu 849. Phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = 4 \cdot 3^{\sin^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2017; 2017]$.

- A. 1284. B. 4034. C. 1285. D. 4035.

Lời giải.

$$2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = 4 \cdot 3^{\sin^2 x} \Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + 3^{1-\sin^2 x} = 4 \cdot 3^{\sin^2 x} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{\sin^2 x} + \frac{3}{9^{\sin^2 x}} = 4.$$

$$\text{Đặt } t = \sin^2 x \Rightarrow t \geq 0. \text{ Phương trình trở thành } \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^t = 4$$

Do vế trái phương trình là hàm số đồng biến, nên phương trình có nghiệm duy nhất $t = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

$x \in [-2017; 2017] \Leftrightarrow -2017 \leq k\pi \leq 2017 \Leftrightarrow -\frac{2017}{\pi} \leq k \leq \frac{2017}{\pi} \Rightarrow$ có 1285 giá trị k nguyên thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 850. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn

$$\log_{\alpha} 2017 + \frac{1}{2^2} \log_{\sqrt{\alpha}} 2017 + \frac{1}{2^4} \log_{\sqrt[4]{\alpha}} 2017 + \frac{1}{2^6} \log_{\sqrt[6]{\alpha}} 2017 + \dots + \frac{1}{2^{2n}} \log_{\sqrt[2n]{\alpha}} 2017 = \log_{\alpha} 2017^2 - \frac{\log_{\alpha} 2017}{2^{2018}}, \text{ với } 0 < \alpha \neq 1.$$

A. $n = 2016$.B. $n = 2018$.C. $n = 2017$.D. $n = 2019$.**Lời giải.**

Nhận xét: $\frac{1}{2^{2k}} \log_{2^k \sqrt{\alpha}} 2017 = \frac{1}{2^k} \cdot \log_{\alpha} 2017$. Hệ thức tương đương với

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n}\right) \cdot \log_{\alpha} 2017 = \left(\frac{2^{2019} - 1}{2^{2018}}\right) \cdot \log_{\alpha} 2017 \\ \Leftrightarrow & 2 \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right] \cdot \log_{\alpha} 2017 = \left(\frac{2^{2019} - 1}{2^{2018}}\right) \cdot \log_{\alpha} 2017 \\ \Leftrightarrow & 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2019} \\ \Leftrightarrow & n = 2018. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 851. Gọi x, y là các số thực dương thỏa $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(x+y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = 6$.B. $S = 11$.C. $S = 8$.D. $S = 4$.**Lời giải.**

Đặt $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(x+y) = \alpha$ ta được $x = 9^{\alpha}, y = 6^{\alpha}, x+y = 4^{\alpha}$.

Từ đó suy ra $9^{\alpha} + 6^{\alpha} = 4^{\alpha} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2\alpha} + \left(\frac{3}{2}\right)^{\alpha} - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{\alpha} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

Như vậy $\frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\alpha} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

Vậy $S = 6$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 852. Tập nghiệm của phương trình $4^{x-x^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

A. $\left\{0; \frac{2}{3}\right\}$.B. $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$.C. $\left\{0; \frac{3}{2}\right\}$.D. $\{0; 2\}$.**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} 4^{x-x^2} &= \left(\frac{1}{2}\right)^x \\ \Leftrightarrow 2^{2x-2x^2} &= 2^{-x} \\ \Leftrightarrow 2x - 2x^2 &= -x \\ \Leftrightarrow 2x^2 - 3x &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $\left\{0; \frac{3}{2}\right\}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 853. Cho phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + m + 2 = 0$, m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị của m sao cho phương trình trên có hai nghiệm dương phân biệt. Biết S là một khoảng có dạng $(a; b)$, tính $b - a$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$, $t > 0$. Khi đó phương trình đã cho tương đương với $t^2 - 2m \cdot t + m + 2 = 0$ (2)

Yêu cầu bài toán thỏa khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt và lớn hơn 1 tương đương với phương trình $(a+1)^2 - 2m \cdot (a+1) + m + 2 = 0$ (với $t = a+1$) có 2 nghiệm dương phân biệt hay phương trình $a^2 - 2(m-1) \cdot a + 3 - m = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt tương đương với

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (m-1)^2 - (3-m) > 0 \\ m-1 > 0 \\ 3-m > 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ m > 1 \\ m < 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m < -1 \vee m > 2 \\ m > 1 \\ m < 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & 2 < m < 3. \end{aligned}$$

Khi đó $a = 2, b = 3$ hay $b - a = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 854. Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2 \left(\frac{2x^2 + 1}{2x} \right) + 2^{(x + \frac{1}{2x})} = 5$.

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x \neq 0$.

$$\log_2 \left(\frac{2x^2 + 1}{2x} \right) + 2^{(x + \frac{1}{2x})} = 5 \Leftrightarrow \log_2 \left(x + \frac{1}{2x} \right) + 2^{(x + \frac{1}{2x})} = 5.$$

Hàm số $y = \log_2 \left(x + \frac{1}{2x} \right)$ và $y = 2^{(x + \frac{1}{2x})}$ đều tăng nên phương trình có nghiệm duy nhất $x + \frac{1}{2x} = 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0$.

Do đó phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 và $x_1 x_2 = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 855. Tìm tham số m để phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x - m + 1 = 0$ có 2 nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

A. $m = 2$.

B. $m = -1$.

C. $m = -2$.

D. $m = 1$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x$, điều kiện $t > 0$.

$$\text{Phương trình trở thành } t^2 - 4t - m + 1 = 0 \quad (1)$$

Với nghiệm t_0 ta có nghiệm $x_0 = \log_3 t_0$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 + x_2 = 1$ khi và chỉ khi phương trình (1) có hai

nghiệm $t_1, t_2 > 0$ và $\log_3 t_1 + \log t_2 = 1$.

Ta có $\log_3 t_1 + \log t_2 = 1 \Leftrightarrow \log_3 (t_1 t_2) = 1 \Leftrightarrow t_1 t_2 = 3 \Leftrightarrow m = -2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 856. Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm thực phân biệt là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. Vô số.

Lời giải.

$$\text{Phương trình } \log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ (x-1)^2 = mx-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{x^2-2x+9}{x} = m. \end{cases}$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{x^2-2x+9}{x}$ trên khoảng $(1; +\infty)$.

$$\text{Ta có } g'(x) = \frac{x^2-9}{x^2}.$$

x	1	3	$+\infty$
$g'(x)$		- 0 +	
$g(x)$	8	4	$+\infty$

Do đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $4 < m < 8$.

Dp m nguyên nên $m \in \{5, 6, 7\}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 857. Gọi x, y là số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(x+y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính ab .

A. $a.b = 5$.

B. $ab = 1$.

C. $ab = 8$.

D. $ab = 4$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0; y > 0$.

Đặt $u = \log_9 x; v = \log_6 y$ và $t = \log_4(x+y)$. Theo giả thiết ta có $\begin{cases} u = v = t \\ 9^u + 6^v = 4^t, \end{cases} \quad (1)$

suy ra $\left(\frac{x}{y}\right)^2 + \frac{x}{y} - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ Do đó, $a = 1, b = 5$. Vậy $ab = 5$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 858. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x+8} - 4.3^{x+5} + 27 = 0$.

A. -5.

B. 5.

C. $\frac{4}{27}$.

D. $-\frac{4}{27}$.

Lời giải.

Ta có phương trình tương đương $3^8 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 3^5 \cdot 3^x + 27 = 0$.

Đây là phương trình bậc hai với ẩn là 3^x .

Ta có $3^{x_1+x_2} = \frac{c}{a} = 3^{-5} \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -5$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 859. Số giá trị nguyên của m để phương trình $(m+1)16^x - 2(2m-3)4^x + 6m+5 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $t = 4^x, t > 0$. Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$(m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m+5 = 0 \quad (1)$$

Phương trình đã cho có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm thỏa mãn điều kiện $0 < t_1 < 1 < t_2$, hay

$$\begin{cases} S = \frac{2(2m-3)}{m+1} > 0 \\ P = \frac{6m+5}{m+1} > 0 \\ (m+1)[(m+1) - 2(2m-3) + 6m+5] < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right) \\ m \in \left(-\infty; -\frac{5}{6}\right) \cup (1; +\infty) \Leftrightarrow m \in \left(-4; -\frac{5}{6}\right) \\ m \in (-4; -1) \end{cases}$$

Từ đó suy ra $m \in \{-3; -2\}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 860. Tìm tích tất cả các nghiệm của phương trình $4 \cdot 3^{\log(100x^2)} + 9 \cdot 4^{\log(10x)} = 13 \cdot 6^{1+\log x}$.

A. 1.

B. 0,1.

C. 100.

D. 10.

Lời giải.

Đặt $t = \log x$, phương trình đã cho trở thành

$$\begin{aligned} & 4 \cdot 3^{2+2t} + 9 \cdot 2^{2+2t} = 78 \cdot 6^t \\ \Leftrightarrow & 6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} - 13 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^t + 6 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{3}{2} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow t = 1 \text{ hoặc } t = -1. \end{aligned}$$

Khi đó

— Với $t = 1 \Leftrightarrow \log x = 1 \Leftrightarrow x = 10$.

— Với $t = -1 \Leftrightarrow \log x = -1 \Leftrightarrow x = 10^{-1}$.

Vậy tích các nghiệm của phương trình đã cho là $10 \times 10^{-1} = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 861. Cho phương trình $4 \cdot 3^{\log(100x^2)} + 9 \cdot 4^{\log(10x)} = 13 \cdot 6^{1+\log x}$. Biết rằng phương trình có hai nghiệm là a và b . Hãy tính ab .

A. $ab = 1$.

B. $ab = 100$.

C. $ab = \frac{1}{10}$.

D. $ab = 10$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x > 0$.

$$\begin{aligned}
& 4 \cdot 3^{\log(100x^2)} + 9 \cdot 4^{\log(10x)} = 13 \cdot 6^{1+\log x} \\
\Leftrightarrow & 4 \cdot 3^{2+2\log x} + 9 \cdot 4^{1+\log x} = 13 \cdot 6^{1+\log x} \\
\Leftrightarrow & 6 \cdot 9^{\log x} + 6 \cdot 4^{\log x} - 13 \cdot 6^{\log x} = 0 \\
\Leftrightarrow & 6 \cdot \left[\left(\frac{2}{3} \right)^{\log x} \right]^2 - 13 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{\log x} + 6 = 0 \\
\Leftrightarrow & \begin{cases} \left(\frac{2}{3} \right)^{\log x} = \frac{2}{3} \\ \left(\frac{2}{3} \right)^{\log x} = \frac{3}{2} \end{cases} \\
\Leftrightarrow & \begin{cases} \log x = 1 \\ \log x = -1 \end{cases} \\
\Leftrightarrow & \begin{cases} x = 10 \\ x = \frac{1}{10} \end{cases}.
\end{aligned}$$

Suy ra $a = 10, b = \frac{1}{10}$. Do đó $ab = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 862. Phương trình $\log_2 4x - \log_{\frac{x}{2}} 2 = 3$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Hãy tính $S = \log_2(x_1 x_2)$.

A. $S = -2$.

B. $S = 4$.

C. $S = -4$.

D. $S = 2$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x > 0; x \neq 2$.

$$\log_2 4x - \log_{\frac{x}{2}} 2 = 3 \Leftrightarrow \log_2 4x - \frac{1}{\log_2 \frac{x}{2}} = 3 \Leftrightarrow \log_2 4 + \log_2 x - \frac{1}{\log_2 x - \log_2 2} = 3$$

$$\Leftrightarrow 2 + \log_2 x - \frac{1}{\log_2 x - 1} = 3 \Leftrightarrow (2 + \log_2 x)(\log_2 x - 1) - 1 = 3(\log_2 x - 1)$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2 x + \log_2 x - 3 = 3\log_2 x - 3 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 2\log_2 x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \log_2(x_1 \cdot x_2) = \log_2(4 \cdot 1) = 2.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 863. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2m \cdot 3^x + 10m - 16 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $\frac{8}{5} < m < 2$ hoặc $m > 8$.

B. $2 < m < 8$.

C. $0 < m < 2$ hoặc $m > 8$.

D. $\frac{8}{5} < m < 8$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương: $3^{2x} - 2m \cdot 3^x + 10m - 16 = 0$.

Đặt $t = 3^x, t > 0$. Phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 2mt + 10m - 16 = 0 (*)$.

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow (*) \text{ có 2 nghiệm dương phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0, \\ \Delta' > 0, \\ S = -\frac{b}{a} > 0, \\ P = \frac{c}{a} > 0. \end{cases}$$

$$\text{Hay } \begin{cases} 1 \neq 0 \\ m^2 - 10m + 16 > 0 \\ 2m > 0 \\ 10m - 16 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 8 \\ m > 0 \\ m > \frac{8}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{8}{5} < m < 2 \text{ hoặc } m > 8.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 864. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = m$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m > 2$.

B. $m < 2$.

C. $m = 2$.

D. $m \leq 2$.

Lời giải.

Đặt $t = (2 + \sqrt{3})^x \Rightarrow (2 - \sqrt{3})^x = \frac{1}{t}$ và $t > 0$.

pt $\Leftrightarrow t + \frac{1}{t} = m \Leftrightarrow t^2 - mt + 1 = 0 \quad (*)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm t dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ m > 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 865. Tìm x để ba số $\ln 2, \ln(2^x - 1), \ln(2^x + 3)$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

A. $x = 2$.

B. $x = \log_2 3$.

C. $x = \log_2 5$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

Ba số $\ln 2, \ln(2^x - 1), \ln(2^x + 3)$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} 2 \ln(2^x - 1) &= \ln 2 + \ln(2^x + 3) \\ \Leftrightarrow (2^x - 1)^2 &= 2(2^x + 3) \\ \Leftrightarrow 4^x - 4 \cdot 2^x - 5 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2^x &= 5 \Leftrightarrow x = \log_2 5. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 866. Tập nghiệm S của phương trình $2^{\cos^2 x} + 2^{2 \sin^2 x + \cos^2 x} = 5$ là

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Ta có: $2^{\cos^2 x} + 2^{2 \sin^2 x + \cos^2 x} = 5 \Leftrightarrow 2^{\cos^2 x} + 2^{2 - \cos^2 x} = 5 \Leftrightarrow 2^{\cos^2 x} + \frac{4}{2^{\cos^2 x}} = 5$.

Đặt $t = 2^{\cos^2 x}$ ($1 \leq t \leq 2$), ta được phương trình:

$$t + \frac{4}{t} = 5 \Leftrightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (thỏa mãn điều kiện)} \\ t = 4 \text{ (không thỏa mãn điều kiện)} \end{cases}$$

Với $t = 1$, ta có: $2^{\cos^2 x} = 1 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 867. Tìm tất cả các giá trị của a để phương trình $\log_2(4^x + 2a^3) = x$ (a là tham số) có hai nghiệm phân biệt.

- A. $\begin{cases} a > 0 \\ a \neq \frac{1}{2} \end{cases}$. B. $a < \frac{1}{2}$. C. $a \neq \frac{1}{2}$. D. $0 < a < \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $4^x + 2a^3 = 2^x \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2^x + 2a^3 = 0$.

Đặt $t = 2^x, t > 0$. Phương trình đã cho trở thành $t^2 - t + 2a^3 = 0$ (*).

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (*) có hai nghiệm $0 < t_1 < t_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 1 - 8a^3 > 0 \\ 2a^3 > 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < \frac{1}{2} \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a < \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 868. Tìm số nghiệm của phương trình $e^{2x} + 2 = e^{4x}$.

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải.

Đặt $t = e^{2x}, t > 0$ ta có $t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = 2 \end{cases}$, từ đó ta có $e^{2x} = 2 \Leftrightarrow x = \ln \sqrt{2}$.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 869. Cho $\log_2(\log_3(\log_4 x)) = \log_3(\log_4(\log_2 y)) = \log_4(\log_2(\log_3 z)) = 0$. Hãy tính $S = x + y + z$.

- A. $S = 105$. B. $S = 89$. C. $S = 98$. D. $S = 88$.

Lời giải.

Từ giả thiết $\log_2(\log_3(\log_4 x)) = 0 \Leftrightarrow \log_4 x = 3 \Leftrightarrow x = 4^3$.

Tương tự ta có $y = 2^4, z = 3^2$. Vậy tính được $S = x + y + z = 89$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 870. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để có 4 số thực x phân biệt thỏa mãn $9^{x^2} - 3^{x^2+1} + 6 = m$.

- A. $m \leq 6$. B. $\frac{15}{4} \leq m \leq 4$. C. $m < 6$. D. $\frac{15}{4} < m < 4$.

Lời giải.

Xét phương trình $9^{x^2} - 3^{x^2+1} + 6 = m \Leftrightarrow 3^{2x^2} - 3 \cdot 3^{x^2} + 6 = m$ (1).

Đặt $t = 3^{x^2} > 1$.

Phương trình trở thành $t^2 - 3t + 6 - m = 0$. Phương trình (1) có 4 nghiệm khi và chỉ khi phương trình này phải có 2 nghiệm phân biệt t_1, t_2 lớn hơn 1.

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta = 4m - 15 > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) > 0 \\ (t_1 - 1) + (t_2 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{15}{4} \\ t_1 t_2 - (t_1 + t_2) + 1 > 0 \\ t_1 + t_2 - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{15}{4} \\ 6 - m - 3 + 1 > 0 \\ 3 - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{15}{4} \\ m < 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{15}{4} < m < 4.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 871. Tập hợp tất cả các giá trị thực của x thỏa mãn $\log_{\frac{1}{3}}(2^x + 1) + \log_3(4^x + 5) = 1$ là

- A. $\{1; 2\}$. B. $\left\{3; \frac{1}{9}\right\}$. C. $\left\{\frac{1}{3}; 9\right\}$. D. $\{0; 1\}$.

Lời giải.

Phương trình

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{3}}(2^x + 1) + \log_3(4^x + 5) &= 1 \\ \Leftrightarrow -\log_3(2^x + 1) + \log_3(4^x + 5) &= 1 \\ \Leftrightarrow \log_3 \frac{2^{2x} + 5}{2^x + 1} &= 1 \\ \Leftrightarrow 2^{2x} + 5 &= 3(2^x + 1) \\ \Leftrightarrow 2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 872. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2^{2x+1} - 2^{x+3} - 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Lời giải.

$$2^{2x+1} - 2^{x+3} - 2m = 0 \Leftrightarrow 2^{2x} - 4 \cdot 2^x - m = 0. \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = 2^x, (t > 0). \text{ Khi đó } (1) \Leftrightarrow t^2 - 4t - m = 0. \quad (2)$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm dương phân

$$\text{biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + m > 0 \\ -m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 873. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ bằng

- A. 9. B. $3 + \sqrt{2}$. C. 12. D. $6 + \sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x > 2 \\ x \neq 4 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } \log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0 \Leftrightarrow \log_3(x-2)^2 + \log_3(x-4)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3[(x-2)^2(x-4)^2] = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2(x-4)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 8 = 1 \\ x^2 - 6x + 8 = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 7 = 0 \\ x^2 - 6x + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2} \\ x = 3 - \sqrt{2} \\ x = 3 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x = 3 + \sqrt{2}; x = 3$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $6 + \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 874. Cho phương trình $\log_2^2 x - 2(2m+1)\log_2 x - m - 7 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 > 2$.

A. $m < -\frac{1}{4}$.

B. $m > -\frac{1}{4}$.

C. $-\frac{1}{3} < m < 1$.

D. $m < \frac{1}{4}$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_2 x$ ta được phương trình $t^2 - 2(2m+1)t - m - 7 = 0$ (*). Phương trình ban đầu có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 > 2$ khi và chỉ khi (*) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 + t_2 = \log_2 x_1 + \log_2 x_2 = \log_2(x_1 x_2) > 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 + 5m + 8 > 0 \\ 2(2m+1) > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > -\frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 875. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$ có nghiệm duy nhất.

A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m = \frac{25}{8} \end{cases}$.

B. $m \in \mathbb{R}$.

C. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. $\begin{cases} m > 4 \\ m = \frac{25}{8} \end{cases}$.

Lời giải.

$$m \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x \Leftrightarrow m + 2 \cdot \left(\frac{81}{16}\right)^x = 5 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^x$$

$$\Leftrightarrow m = 5t - 2t^2, \text{ với } t = \left(\frac{9}{4}\right)^x > 0.$$

Xét $f(t) = 5t - 2t^2$, $f'(t) = 5 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{4}$.

Để phương trình có nghiệm duy nhất thì $\begin{cases} m \leq 0 \\ m = \frac{25}{8} \end{cases}$.

t	0	$\frac{5}{4}$	$+\infty$
$f'(t)$		+	0 -
$f(t)$			
	0	$\frac{25}{8}$	$+\infty$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 876. Ông A gửi vào ngân hàng số tiền 100 triệu đồng theo kỳ hạn 1 tháng với lãi suất kép 0,5%/tháng. Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu tháng gửi tiền, ông A thu được số tiền lãi là 10 triệu đồng?

A. 20 tháng.

B. 22 tháng.

C. 19 tháng.

D. 21 tháng.

Lời giải.

Gọi M là số tiền ông A đã gửi, r là lãi suất mỗi tháng.

Số tiền ông A nhận được sau n tháng là $M(1+r)^n$.

Số tiền lãi ông thu được là $L = M(1+r)^n - M$.

Yêu cầu bài toán là $L = 10 \cdot 10^6 \Leftrightarrow M((1+r)^n - 1) = 10 \cdot 10^6 \Leftrightarrow (1+r)^n = 1 + \frac{1}{10}$

$$\Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{11}{10} \Leftrightarrow n = \log_{1+r} \frac{11}{10} \approx 19,11 \text{ tháng.}$$

Vậy sau tối thiểu 20 tháng thì ông A thu được tiền lãi là 10 triệu đồng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 877. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - m2^{x+1} + (2m^2 - 5) = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 1.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x > 0$, phương trình trở thành $t^2 - 2mt + (2m^2 - 5) = 0$ (*).

Yêu cầu bài toán tương đương với “Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình (*)

có hai nghiệm dương phân biệt”. Ta có:

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - (2m^2 - 5) > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m^2 - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m| < \sqrt{5} \\ m > 0 \\ |m| > \frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{10}}{2} < m < \sqrt{5} \Rightarrow m = 2.$$

Vậy có 1 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 878. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $4^x - m2^{x+1} + 3m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$), phương trình trở thành $t^2 - 2mt + 3m - 3 = 0$ (*)

Ta có $\Delta' = m^2 - 3m + 3 > 0$ nên (*) có hai nghiệm là $t_{1,2} = m \pm \sqrt{m^2 - 3m + 3}$.

Để $t_{1,2} > 0$ thì $m > \sqrt{m^2 - 3m + 3} \Leftrightarrow m > 1$.

Hơn nữa $x_1 x_2 < 0$ nên ta có thể giả sử $x_1 > 0, x_2 < 0$, suy ra $t_1 > 1, t_2 < 1$.

Suy ra $(t_1 - 1)(t_2 - 1) < 0$ tức

$$\begin{aligned} & (m + \sqrt{m^2 - 3m + 3} - 1)(m - \sqrt{m^2 - 3m + 3} - 1) < 0 \\ \Leftrightarrow & (m - 1)^2 - (m^2 - 3m + 3) < 0 \\ \Leftrightarrow & m - 2 < 0 \\ \Leftrightarrow & m < 2. \end{aligned}$$

Vậy $1 < m < 2$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 879. Tìm giá trị m để phương trình $2^{2|x-1|+1} + 2^{|x-1|} + m = 0$ có nghiệm duy nhất.

A. $m = 3$.

B. $m = \frac{1}{8}$.

C. $m = 1$.

D. $m = -3$.

Lời giải.

Giả sử phương trình có nghiệm x_0 của phương trình thì $2 - x_0$ cũng là nghiệm của phương trình.

Do phương trình có nghiệm duy nhất nên $2 - x_0 = x_0 \Leftrightarrow x_0 = 1$.

Với $x_0 = 1$ thay vào phương trình đã cho ta có $2 + 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -3$.

Thử lại với $m = -3$ ta có phương trình: $2^{2|x-1|+1} + 2^{|x-1|} - 3 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2|x-1|} + 2^{|x-1|} - 3 = 0$.

Đặt $t = 2^{|x-1|} > 0$ ta có $2t^2 + t - 3 = 0 \Rightarrow t = 1$ (nhận) hoặc $t = -\frac{3}{2}$ (loại).

Với $2^{|x-1|} = 1 \Leftrightarrow x = 1$. Vậy $m = -3$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 880. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72$.

A. $m = \frac{61}{2}$.

B. $m = 3$.

C. không tồn tại.

D. $m = \frac{9}{2}$.

Lời giải.

Với điều kiện $\Delta = 37 - 4m \geq 0$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 .

Ta có $\log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 3 \Leftrightarrow \log_3 (x_1 x_2) = 3 \Rightarrow x_1 x_2 = 27$.

Từ đó $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72 \Leftrightarrow x_1 x_2 + 3(x_1 + x_2) + 9 = 72 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 12$

Bởi vậy $\{x_1; x_2\} = \{3; 9\}$.

Suy ra $(\log_3 x_1) \cdot (\log_3 x_2) = 2m - 7 \Rightarrow (\log_3 3) \cdot (\log_3 9) = 2m - 7 \Leftrightarrow 2m - 7 = 2 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 881. Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2 - x - 6) + x = \log(x + 2) + 4$ là

- A. $\{1\}$. B. $\{4\}$. C. $\{3\}$. D. $\{2\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 3$.

PT đã cho tương đương với $\log[(x + 2)(x - 3)] + x = \log(x + 2) + 4 \Leftrightarrow \log(x - 3) = 4 - x (*)$.

Vế trái của $(*)$ là hàm tăng, còn vế phải là hàm giảm và $x = 4$ là một nghiệm của $(*)$.

Vậy $x = 4$ là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 882. Gọi $(x; y)$ là nghiệm nguyên của hệ phương trình $\begin{cases} y^{5x^2-51x+10} = 1 \\ xy = 15 \end{cases}$. Khi đó $x + y$ bằng

A. 16. B. 75. C. $\frac{32}{2}$. D. -14.

Lời giải.

Ta có $y^{5x^2-51x+10} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ 5x^2 - 51x + 10 = 0. \end{cases}$

TH1: Với $y = 1$ từ $xy = 15$ cho ta $x = 15$. Do đó $x + y = 16$.

TH2: Với $5x^2 - 51x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = \frac{1}{5} \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ nên $x = 10 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$ (loại).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 883. Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x) \log_{25}^2 x = 1$ bằng

- A. $\frac{7}{25}$. B. $\frac{630}{625}$. C. $\frac{1}{125}$. D. 630.

Lời giải.

Điều kiện: $0 < x \neq 1$.

Ta có $\log_x(125x) \log_{25}^2 x = 1 \Leftrightarrow \log_{25}^2 x + \log_{25}^2 x \cdot \log_x 125 = 1 \Leftrightarrow \log_{25}^2 x + \frac{3}{2} \log_{25} x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_{25} x = \frac{1}{2} \\ \log_{25} x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = \frac{1}{625} \end{cases}$. Vậy tích các nghiệm của phương trình đã cho bằng $\frac{1}{125}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 884. Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$.

- A. $1 \leq m \leq 16$. B. $4 \leq m \leq 8$. C. $3 \leq m \leq 8$. D. $0 \leq m \leq 2$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}$, với $x \in [1; 3^{\sqrt{3}}]$ thì $t \in [1; 2]$ ta được phương trình $t^2 + t - 2m - 2 = 0 (*)$.

Phương trình đã cho có nghiệm $x \in [1; 3^{\sqrt{3}}] \Leftrightarrow (*)$ có nghiệm $t \in [1; 2]$.

Ta có $(*) \Leftrightarrow f(t) = t^2 + t = 2m + 2$ có nghiệm $t \in [1; 2] \Leftrightarrow f(1) \leq 2m + 2 \leq f(2) \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 885. Số tiền mà An để dành hàng ngày là x (đơn vị nghìn đồng, với $0 < x \in \mathbb{Z}$) biết x là nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$. Tổng số tiền mà An để dành được sau 1 tuần (7 ngày) là

A. 7.

B. 21.

C. 24.

D. 14.

Lời giải.

Điều kiện: $2 < x \in \mathbb{Z}, x \neq 4$.

Khi đó phương trình đã cho tương đương với $2\log_3(x-2) + 2\log_3|x-4| = 0 \Leftrightarrow (x-2)|x-4| = 1$.

TH1: Nếu $x > 4$ thì $(x-2)|x-4| = 1 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \pm \sqrt{2}$ (loại do $x \in \mathbb{Z}$).

TH2: Nếu $2 < x < 4$ thì $(x-2)|x-4| = 1 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ (nhận).

Vậy tổng số tiền mà An để dành được sau 1 tuần (7 ngày) là 21 (nghìn đồng).

Chọn đáp án (B) □

Câu 886. Biết phương trình $8\log_2^2 \sqrt[3]{x} + 2(m-1)\log_{\frac{1}{4}} x - 2019 = 0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 x_2 = 4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m \in (1; 2)$.B. $m \in (2; 5)$.C. $m \in (0; 1)$.D. $m \in (4; 7)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

$$\begin{aligned} 8\log_2^2 \sqrt[3]{x} + 2(m-1)\log_{\frac{1}{4}} x - 2019 = 0 &\Leftrightarrow 8\left(\frac{1}{3}\log_2 x\right)^2 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)(m-1)\log_2 x - 2019 = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{8}{9}\log_2^2 x - (m-1)\log_2 x - 2019 = 0. \end{aligned}$$

Ta có: $x_1 x_2 = 4 \Rightarrow \log_2 x_1 x_2 = \log_2 4 \Leftrightarrow \log_2 x_1 + \log_2 x_2 = 2$.

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa yêu cầu bài toán thì

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S = \log_2 x_1 + \log_2 x_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{9(m-1)}{8} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{25}{9} \in (2; 5).$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 887.

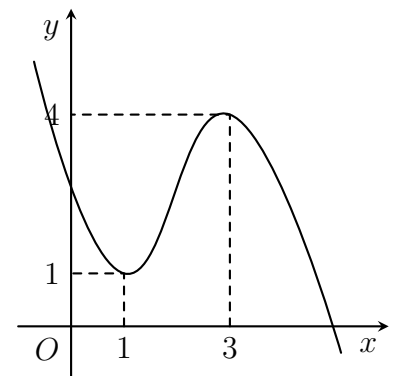
Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với a, b, c, d là các số thực, có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(e^{x^2}) = m$ có ba nghiệm phân biệt?

A. 3.

B. Vô số.

C. 1.

D. 2.



Lời giải.

Đặt $t = e^{x^2}$. Vì $x^2 \geq 0$ nên $e^{x^2} \geq 1$.

Nếu $t = 1$ thì $x = 0$.

Nếu $t > 1$ thì ứng với mỗi giá trị của t ta tìm được hai giá trị của x .

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f(t) = m$ có một nghiệm $t = 1$ và một nghiệm $t > 1 \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 888. Phương trình $2019^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trên đoạn $[-5\pi; 2019\pi]$?

A. 2019.

B. 2025.

C. Vô nghiệm.

D. 2024.

Lời giải.

Phương trình $2019^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x} \Leftrightarrow 2019^{\sin x} = \sin x + \sqrt{1 + \sin^2 x}$.

Đặt $t = \sin x, t \in [-1; 1]$ ta được phương trình $2019^t = t + \sqrt{1 + t^2}, t \in [-1; 1]$.

$\Leftrightarrow t \cdot \ln 2019 = \ln(t + \sqrt{1 + t^2}), t \in [-1; 1]$. Xét $f(t) = t \ln 2019 - \ln(t + \sqrt{1 + t^2}), t \in [-1; 1]$.

Ta có $f'(t) = \left(\ln 2019 - \frac{1}{\sqrt{1 + t^2}} \right) > 0, \forall t \in [-1; 1]$.

Suy ra phương trình $f(t)$ đồng biến trên $[-1; 1]$.

Nhận thấy $f(0) = 0$ nên suy ra $t = 0$ là nghiệm duy nhất của phương trình $f(t) = 0$.

Với $t = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vì $x \in [-5\pi; 2019\pi]$ nên $k \in \{-5; -4; \dots; -1; 0; 1; \dots; 2018; 2019\}$.

Vậy trên đoạn $[-5\pi; 2019\pi]$, phương trình đã cho có tất cả 2025 nghiệm thực.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 889. Cho phương trình $3^{x^3+x^2-2x+m} - 3^{x^2+x+5} + x^3 - 3x + m - 5 = 0$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình trên có ba nghiệm phân biệt. Số phần tử của S là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$3^{x^3+x^2-2x+m} + (x^3 + x^2 - 2x + m) = 3^{x^2+x+5} + x^2 + x + 5$$

$$\Leftrightarrow f(x^3 + x^2 - 2x + m) = f(x^2 + x + 5) \quad (*) \text{ với } f(t) = 3^t + t, t \in \mathbb{R}.$$

Vì $f'(t) = 3^t \ln 3 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên $f(t)$ là hàm đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Do đó:

Phương trình $(*) \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x + m = x^2 + x + 5 \Leftrightarrow m = -x^3 + 3x + 5 \Leftrightarrow m = g(x)$ với $g(x) = -x^3 + 3x + 5$.

Xét hàm $g(x)$ có $g'(x) = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên của hàm $g(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	$+\infty$		3	7		$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra: Phương trình ban đầu có 3 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow m = g(x) \text{ có ba nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow 3 < m < 7.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{4; 5; 6\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 890. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_6(3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x) = x + 1$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
& \log_6 (3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x) = x + 1 \\
& \Leftrightarrow 3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x = 6^{x+1} \\
& \Leftrightarrow 3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x = 6 \cdot 6^x \\
& \Leftrightarrow 3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x - 6 \cdot 6^x = 0 \\
& \Leftrightarrow 3 + 2 \cdot \frac{9^x}{4^x} - 6 \cdot \frac{6^x}{4^x} = 0 \\
& \Leftrightarrow 3 + 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x = 0
\end{aligned}$$

Đặt $\left(\frac{3}{2}\right)^x = t$ ($t > 0$) ta có

$$\begin{aligned}
& 2t^2 - 6t + 3 = 0 \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3 + \sqrt{3}}{2} & (tm) \\ t = \frac{3 - \sqrt{3}}{2} & (tm) \end{cases} \\
& \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3 + \sqrt{3}}{2} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3 - \sqrt{3}}{2} \end{cases} \\
& \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \log_{\frac{3}{2}} \frac{3 + \sqrt{3}}{2} \\ x_2 = \log_{\frac{3}{2}} \frac{3 - \sqrt{3}}{2} \end{cases}
\end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } x_1 + x_2 = \log_{\frac{3}{2}} \frac{3 + \sqrt{3}}{2} + \log_{\frac{3}{2}} \frac{3 - \sqrt{3}}{2} = \log_{\frac{3}{2}} \left(\frac{3 + \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3 - \sqrt{3}}{2} \right) = \log_{\frac{3}{2}} \frac{3}{2} = 1.$$

$$\text{Cách khác: } 2t^2 - 6t + 3 = 0 \text{ có hai nghiệm } 0 < t_1 < t_2 \Rightarrow x_1 + x_2 = \log_{\frac{3}{2}} t_1 + \log_{\frac{3}{2}} t_2 = \log_{\frac{3}{2}} (t_1 t_2) = \log_{\frac{3}{2}} \left(\frac{3}{2}\right) = 1.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 891. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 6,6%/ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) ít nhất gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 12 năm.

B. 11 năm.

C. 10 năm.

D. 13 năm.

Lời giải.

Ta có vốn tích lũy sau n năm là:

$$A_n = A_0 (1 + r)^n \text{ (trong đó } A_0 \text{ là số tiền gửi ban đầu, } A_n \text{ là số tiền cả vốn lẫn lãi sau } n \text{ năm)}$$

$$\Rightarrow A_n \geq 2A_0 \Leftrightarrow A_0 (1 + r)^n \geq 2A_0$$

$$\Leftrightarrow (1 + r)^n \geq 2$$

$$\Leftrightarrow (1 + 0,066)^n \geq 2$$

$$\Leftrightarrow (1,066)^n \geq 2$$

$$\Leftrightarrow n \geq \log_{1,066} 2$$

$$\Leftrightarrow n \geq 10,85.$$

Vậy phải mất ít nhất 11 năm thì có cả vốn lẫn lãi gấp đôi số tiền gửi ban đầu.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 892. Phương trình $3x^2 - 6x + \ln(x+1)^3 + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Xét hàm $f(x) = 3x^2 - 6x + \ln(x+1)^3 + 1 (x > -1)$

$$f'(x) = 6x - 6 + \frac{3}{x+1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty; f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) > 0; f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) < 0$$

Bảng biến thiên

x	-1	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$	$f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có 3 nghiệm.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 893. Anh Tuấn đi làm với mức lương khởi điểm là x (triệu đồng)/tháng, và số tiền lương này được nhận vào ngày đầu tháng. Vì làm việc chăm chỉ và có trách nhiệm nên sau 3 năm kể từ ngày đi làm, anh Tuấn được tăng lương thêm 10%. Mỗi tháng, anh ta giữ lại 20% số tiền lương để gửi tiết kiệm vào ngân hàng với kì hạn 1 tháng và lãi suất là 0,5% /tháng, theo hình thức lãi kép (tức là tiền lãi của tháng này được nhập vào vốn để tính lãi cho tháng tiếp theo). Sau 4 năm kể từ ngày đi làm, anh Tuấn nhận được số tiền cả gốc và lãi là 100 triệu đồng. Hỏi mức lương khởi điểm của người đó là bao nhiêu?

A. $9 \cdot 891 \cdot 504$ đồng.

B. $8 \cdot 991 \cdot 504$ đồng.

C. $8 \cdot 981 \cdot 504$ đồng.

D. $9 \cdot 881 \cdot 505$ đồng.

Lời giải.

Số tiền gốc ban đầu gửi vào mỗi tháng là $A = 0,2x$.

Số tiền cả gốc và lãi sau 3 năm (36 tháng) là

$$A_1 = A(1+r) \frac{(1+r)^{36} - 1}{r} = 0,2x(1+r) \frac{(1+r)^{36} - 1}{r}.$$

Bắt đầu từ tháng 37, số tiền gốc gửi vào ngân hàng là

$$(x + x \cdot 10\%) \cdot 20\% = 0,22x.$$

Số tiền cả gốc và lãi sau 4 năm (48 tháng) là

$$A_1(1+r)^{12} + 0,22x(1+r) \frac{(1+r)^{12} - 1}{r} = 100 \cdot 000 \cdot 000.$$

$$\Leftrightarrow 0,2x(1+r)^{13} \frac{(1+r)^{36} - 1}{r} + 0,22x(1+r) \frac{(1+r)^{12} - 1}{r} = 100 \cdot 000 \cdot 000.$$

$\Rightarrow x \approx 8 \cdot 991 \cdot 504$ đồng.

Chọn đáp án (B) □

Câu 894. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $9^x - 2m \cdot 3^x + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

A. $-2 < m < 2$.

B. $m > 2$.

C. $m > -2$.

D. $m < 2$.

Lời giải.

Gọi $9^x - 2m \cdot 3^x + m + 2 = 0$. (1)

Đặt $t = 3^x$, $t > 0$.

Phương trình (1) trở thành $t^2 - 2m \cdot t + m + 2 = 0$. (2)

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \\ P = m + 2 > 0 \\ S = 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \\ m > -2 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 895. Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1%/tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và sau đúng một năm kể từ ngày vay ông A còn nợ ngân hàng tổng số tiền là 50 triệu đồng. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông A trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. 4,95 triệu đồng.

B. 4,42 triệu đồng.

C. 4,5 triệu đồng.

D. 4,94 triệu đồng.

Lời giải.

Đặt $A = 100$ triệu; $r = 1\%$ /tháng.

Gọi x triệu đồng là số tiền mà ông A trả hàng tháng cho ngân hàng.

Cuối tháng 1: tiền còn nợ ngân hàng là $T_1 = A(1+r) - x$.

Cuối tháng 2: tiền còn nợ ngân hàng là $T_2 = A(1+r)^2 - x(1+r) - x$

Cuối tháng 3: tiền còn nợ ngân hàng là $T_3 = A(1+r)^3 - x(1+r)^2 - x(1+r) - x$.

...

Cuối tháng 22: tiền còn nợ ngân hàng là

$$T_{12} = A(1+r)^{12} - x(1+r)^{11} - x(1+r)^{10} - \dots - x(1+r) - x = A(1+r)^{12} - x \left[\frac{(1+r)^{12} - 1}{r} \right].$$

Theo đề ta có phương trình $T_{12} = A(1+r)^{12} - x \left[\frac{(1+r)^{12} - 1}{r} \right] = 50 \Leftrightarrow x \simeq 4,942439$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 896. Giải bất phương trình $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{2}} \left(2^x - \frac{15}{16} \right) \right) \leq 2$.

A. $x \geq 0$.

B. $\log_2 \frac{15}{16} < x < \log_2 \frac{31}{16}$.

C. $0 \leq x < \log_2 \frac{31}{16}$.

D. $\log_2 \frac{31}{16} < x \leq 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\log_2 \left(\log_{\frac{1}{2}} \left(2^x - \frac{15}{16} \right) \right) &\leq 2 \Leftrightarrow 0 < \log_{\frac{1}{2}} \left(2^x - \frac{15}{16} \right) \leq 4 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{16} \leq 2^x - \frac{15}{16} < 1 \\ &\Leftrightarrow 1 \leq 2^x < \frac{31}{16} \\ &\Leftrightarrow 0 \leq x < \log_2 \frac{31}{16}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 897. Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 8x + 7) \geq -3$ là

A. -32.

B. -14.

C. -26.

D. -24.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương $\begin{cases} x^2 + 8x + 7 > 0 \\ x^2 + 8x + 7 \leq 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -7) \cup (-1; +\infty) \\ x \in [-10; 2] \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-10; -7) \cup (-1; 2].$

Suy ra các nghiệm nguyên của bất phương trình là $\{-10; -9; -8; 0; 1; 2\}$.

Tổng các nghiệm nguyên là -24.

Chọn đáp án **D** □

Câu 898. Tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $2\log_2 \sqrt{x+1} \leq 2 - \log_2(x-2)$ bằng

A. 12.

B. 9.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Tập xác định của bất phương trình là $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

$$\begin{aligned}2\log_2 \sqrt{x+1} &\leq 2 - \log_2(x-2) \\ \Leftrightarrow \log_2(x+1) + \log_2(x-2) &\leq 2 \\ \Leftrightarrow \log_2(x+1)(x-2) &\leq \log_2 4 \\ \Leftrightarrow x^2 - x - 6 &\leq 0 \\ \Leftrightarrow -2 &\leq x \leq 3.\end{aligned}$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (2; 3]$, có 1 nghiệm nguyên là $x = 3$. Vậy tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình là 3.

Chọn đáp án **D** □

Câu 899. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	0	$-\infty$

Bất phương trình $f(x) < e^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

A. $m \geq f(1) - e$.

B. $m > f(-1) - \frac{1}{e}$.

C. $m \geq f(-1) - \frac{1}{e}$.

D. $m > f(1) - e$.

Lời giải.

$$f(x) < e^x + m \Leftrightarrow f(x) - e^x < m.$$

$$\text{Xét } h(x) = f(x) - e^x, \forall x \in (-1; 1).$$

$$h'(x) = f'(x) - e^x < 0, \forall x \in (-1; 1) \text{ (Vì } f'(x) < 0, \forall x \in (-1; 1) \text{ và } e^x > 0, \forall x \in (-1; 1)).$$

$$\Rightarrow h(x) \text{ nghịch biến trên } (-1; 1) \Rightarrow h(-1) > h(x) > h(1), \forall x \in (-1; 1).$$

$$\text{Bất phương trình } f(x) < e^x + m \text{ đúng với mọi } x \in (-1; 1) \Leftrightarrow m \geq h(-1) \Leftrightarrow m \geq f(-1) - \frac{1}{e}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 900. Tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình

$$(\sqrt{10} + 1)^x - m(\sqrt{10} - 1)^x > 3^{x+1}$$

nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là

A. $m < -\frac{7}{4}.$

B. $m < -\frac{9}{4}.$

C. $m < -2.$

D. $m < -\frac{11}{4}.$

Lời giải.

$$\text{Xét bất phương trình } (\sqrt{10} + 1)^x - m(\sqrt{10} - 1)^x > 3^{x+1}. \quad (1)$$

$$\text{Ta có (1)} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^x - m\left(\frac{\sqrt{10} - 1}{3}\right)^x > 3.$$

$$\text{Nhận thấy } \frac{\sqrt{10} + 1}{3} \cdot \frac{\sqrt{10} - 1}{3} = 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{10} - 1}{3} = \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^{-1}.$$

$$\text{Do đó (1)} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^x - m\left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^{-x} > 3.$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^x, t > 0. \text{ Khi đó (1) trở thành: } t - \frac{m}{t} > 3 \Leftrightarrow t^2 - 3t > m. \quad (2)$$

Ta có (1) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi (2) nghiệm đúng với mọi $t > 0$.

$$\text{Đặt } f(t) = t^2 - 3t \Rightarrow f'(t) = 2t - 3; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{2}.$$

Ta có bảng biến thiên:

t	0	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(t)$	—	0	+
$f(t)$	0	$-\frac{9}{4}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $m < -\frac{9}{4}.$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 901. Tìm tất cả giá trị của tham số m để bất phương trình $\log(2x^2 + 3) > \log(x^2 + mx + 1)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. $-2 < m < 2.$

B. $m < 2\sqrt{2}.$

C. $-2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}.$

D. $m < 2.$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log(2x^2 + 3) > \log(x^2 + mx + 1) &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 3 > x^2 + mx + 1 \\ x^2 + mx + 1 > 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - mx + 2 > 0 & (1) \\ x^2 + mx + 1 > 0. & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi (1) và (2) luôn đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1 = m^2 - 8 < 0 \\ \Delta_2 = m^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 902. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(4x - x^2) = \log_2 m$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-1	3	$-\infty$

- A. $m \in (0; 8)$. B. $m \in \left(\frac{1}{2}; 8\right)$. C. $m \in (-1; 3)$. D. $m \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, suy ra

$$f'(4x - x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - x^2 = 0 \\ 4x - x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \\ x = 2. \end{cases} \text{ (bội hai)}$$

$$f'(4x - x^2) > 0 \Leftrightarrow 0 < 4x - x^2 < 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 4 \\ x \neq 2. \end{cases}$$

Đặt $g(x) = f(4x - x^2)$, suy ra $g'(x) = (4 - 2x) \cdot f'(4x - x^2)$. Lập bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
$4 - 2x$		$+$	0	$+$	0
$f'(4x - x^2)$		$-$	0	$+$	0
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0
$g(x)$	$+\infty$	$g(0)$	$g(2)$	$g(4)$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $g(x)$, suy ra phương trình $f(4x - x^2) = \log_2 m$ có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $\max\{g(0); g(4)\} < \log_2 m < g(2)$.

Ta có $g(0) = f(0) = -1$, $g(4) = f(0) = -1$ và $g(2) = f(4) = 3$. Vậy

$$-1 < \log_2 m < 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 8.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 903. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) > \log_3(2-x)$ là $S = (a; b) \cup (c; d)$ với a, b, c, d là các số thực. Khi đó tổng $a + b + c + d$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ 2-x > 0 \\ -\log_3(x+1) > \log_3(2-x) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 2 \\ \log_3[(x+1)(2-x)] < 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 2 \\ -x^2 + x + 1 < 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow S = \left(-1; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 2\right). \end{aligned}$$

Vậy $a + b + c + d = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 904. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(1 + \log_{\frac{1}{9}}x - \log_9x) < 1$ có dạng $S = \left(\frac{1}{a}; b\right)$ với a, b là những số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = -b$.

B. $a + b = 1$.

C. $a = b$.

D. $a = 2b$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

$$\log_2(1 + \log_{\frac{1}{9}}x - \log_9x) < 1 \Leftrightarrow 0 < 1 + \log_{\frac{1}{9}}x - \log_9x < 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < \log_9x < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < x < 3.$$

Do đó tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{1}{3}; 3\right)$. Suy ra $a = b$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 905. Cho $\log_a(b+1) > 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

A. $b(a+1) > 0$.

B. $a + b < 1$.

C. $a + b > 1$.

D. $(a-1)b > 0$.

Lời giải.

Điều kiện: $0 < a \neq 1, b > -1$.

$$\text{Ta có } \log_a(b+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ b+1 > a^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ b > 0 \end{cases} \text{ . Suy ra } (a-1)b > 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a < 1 \\ 0 < b+1 < a^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a < 1 \\ -1 < b < 0 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 906. Tìm m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $-1 < m \leq 0$.

B. $-1 < m < 0$.

C. $2 < m \leq 3$.

D. $2 < m < 3$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & 1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m) \\
 \Leftrightarrow & \log_5[5(x^2 + 1)] \geq \log_5(mx^2 + 4x + m) \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 5(x^2 + 1) \geq mx^2 + 4x + m \\ mx^2 + 4x + m > 0 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} (5 - m)x^2 - 4x + 5 - m \geq 0 & (1) \\ mx^2 + 4x + m > 0 & (2) \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\text{— (1) đúng với mọi } x \in \mathbb{R} \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} 5 - m > 0 \\ \Delta'_1 = 4 - (5 - m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 3.$$

$$\text{— (2) đúng với mọi } x \in \mathbb{R} \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} m > 0 \\ \Delta'_2 = 4 - m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Vậy, bất phương trình đã cho thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $2 < m \leq 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 907. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên A có bốn chữ số. Gọi N là số thỏa mãn $3^N = A$. Xác suất để N là số tự nhiên bằng

A. $\frac{1}{4500}$.

B. 0.

C. $\frac{1}{2500}$.

D. $\frac{1}{3000}$.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 4 chữ số là $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9000$.

Vì $A = 3^N$ là số tự nhiên có 4 chữ số nên ta có

$$1000 \leq 3^N \leq 9999 \Leftrightarrow \log_3 1000 \leq N \leq \log_3 9999 \Rightarrow 6,28 \leq N \leq 8,38.$$

Để $N \in \mathbb{N}$ thì $N \in \{7; 8\}$. Do đó xác suất để N là số tự nhiên là $\frac{2}{9000} = \frac{1}{4500}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 908. Tìm m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $-1 < m \leq 0$.

B. $-1 < m < 0$.

C. $2 < m \leq 3$.

D. $2 < m < 3$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } mx^2 + 4x + m > 0 \Leftrightarrow m > \frac{-4x}{x^2 + 1}.$$

Khi đó,

$$\begin{aligned}
 1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m) & \Leftrightarrow \log_5 5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m) \\
 & \Leftrightarrow 5x^2 - 4x + 5 \geq m(x^2 + 1) \\
 & \Leftrightarrow \frac{5x^2 - 4x + 5}{x^2 + 1} \geq m \\
 & \Leftrightarrow m \leq 5 + \frac{-4x}{x^2 + 1}.
 \end{aligned}$$

Bất phương trình đã cho thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m > \frac{-4x}{x^2 + 1}, \forall x \in \mathbb{R} \\ m \leq 5 + \frac{-4x}{x^2 + 1}, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \max_{x \in \mathbb{R}} \frac{-4x}{x^2 + 1} < m \leq \min_{x \in \mathbb{R}} \left(5 + \frac{-4x}{x^2 + 1} \right).$$

Hàm số $f(x) = \frac{-4x}{x^2 + 1}$ có $f'(x) = \frac{4x^2 - 4}{(x^2 + 1)^2}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	0 $\nearrow$ 2 $\searrow$ -2 $\nearrow$ 0				

Vậy giá trị m cần tìm là $2 < m \leq 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 909. Bất phương trình $\log_x (\log_3 (9^x - 72)) \leq 1$ có tập nghiệm là

A. $S = (-\infty; 2]$. B. $S = (\log_3 \sqrt{73}; 2]$. C. $S = (\log_3 \sqrt{72}; 2]$. D. $S = [\log_3 \sqrt{73}; 2]$.

Lời giải.

Điều kiện

$$\begin{cases} 0 < x \neq 1 \\ 9^x - 72 > 0 \\ \log_3 (9^x - 72) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \neq 1 \\ 9^x - 72 > 0 \\ 9^x - 72 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \neq 1 \\ 9^x > 72 \\ 9^x > 73 \end{cases} \Leftrightarrow x > \log_9 73.$$

Ta có

$$\begin{aligned} \log_x (\log_3 (9^x - 72)) \leq 1 &\Leftrightarrow \log_3 (9^x - 72) \leq x \\ &\Leftrightarrow 9^x - 72 < 3^x \\ &\Leftrightarrow (3^x - 9)(3^x + 8) \leq 0 \\ &\Leftrightarrow 3^x \leq 9 \Leftrightarrow x \leq 2. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện, ta được $S = (\log_3 \sqrt{73}; 2]$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 910. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$(6 + 2\sqrt{7})^x + (2 - m)(3 - \sqrt{7})^x - (m - 1)2^x \geq 0.$$

A. 10.

B. 9.

C. 12.

D. 11.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương với

$$(3 + \sqrt{7})^x + (2 - m) \left(\frac{3 - \sqrt{7}}{2} \right)^x - (m - 1) \geq 0. \quad (7)$$

Đặt $t = (3 + \sqrt{7})^x \Rightarrow \left(\frac{3 - \sqrt{7}}{2} \right)^x = \frac{1}{t}$, với $t > 0$.

Khi đó bất phương trình (1) trở thành

$$t + (2 - m) \cdot \frac{1}{t} - (m - 1) \geq 0 \quad (8)$$

$$\Leftrightarrow \frac{t^2 - (m - 1)t + (2 - m)}{t} \geq 0 \quad (9)$$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{t^2 + t + 2}{t + 1} \quad (\text{do } t > 0). \quad (10)$$

Để bất phương trình (4) đúng với mọi $t > 0$, khi chỉ khi m không lớn hơn giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(t) = \frac{t^2 + t + 2}{t + 1}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + t + 2}{t + 1}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ta có $f(t) = t + 1 + \frac{2}{t + 1} - 1 \geq 2\sqrt{2} - 1$, dấu bằng xảy ra khi $t = -1 + \sqrt{2}$.

Vậy $m \leq 2\sqrt{2} - 1$, suy ra có 12 giá trị nguyên của m trong đoạn $[-10; 10]$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 911. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình

$$5 \cdot 4^x + m \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x \leq 0$$

có nghiệm. Số phần tử của S là

A. 3.

B. Vô số.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$5 \cdot 4^x + m \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x \leq 0 \Leftrightarrow 5 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{2x} - 7 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x + m \leq 0.$$

Đặt $t = \left(\frac{2}{5}\right)^x$, bất phương trình trở thành

$$5t^2 - 7t \leq -m, \quad t \in (0; +\infty). \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = 5t^2 - 7t, \quad t \in (0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = 10t - 7, \quad f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{7}{10}$.

Bảng biến thiên của $f(t)$.

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow$ bất phương trình (1) có nghiệm

$$\Leftrightarrow -\frac{49}{20} \leq -m \Leftrightarrow m \leq \frac{49}{20}.$$

Do $m \in \mathbb{N}^* \Rightarrow m = 1, m = 2$.

Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

x	0	$\frac{7}{10}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y	0	$-\frac{49}{20}$	$+\infty$

Câu 912. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}}(x^3 + x - m)$ có nghiệm.

A. $m < 2$.

B. $m \leq 2$.

C. $m \in \mathbb{R}$.

D. Không tồn tại m .

Lời giải.

Bất phương trình có nghiệm $\begin{cases} x - 1 > 0 \\ x - 1 < x^3 + x - m \end{cases}$ có nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ m < x^3 + 1 \end{cases}$ có nghiệm.

Xét $f(x) = x^3 + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 > 0, \forall x > 1$, ta có bảng biến thiên

x	1	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	2	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $m < f(x), \forall x > 1 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 913. Có bao nhiêu giá trị m nguyên dương, nhỏ hơn 10 để bất phương trình $7^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} \leq m \cdot 4^{\cos^2 x}$ có nghiệm?

A. 11.

B. 9.

C. 10.

D. 2.

Lời giải.

Đặt $\cos^2 x = t, 0 \leq t \leq 1$, nhận thấy ứng với mỗi giá trị $t \in [0; 1]$ thì tồn tại x để $\cos^2 x = t$.

Bất phương trình đã cho trở thành $7^{1-t} + 3^t \leq m \cdot 4^t \Leftrightarrow m \geq \frac{7}{28^t} + \left(\frac{3}{4}\right)^t$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{7}{28^t} + \left(\frac{3}{4}\right)^t$ trên đoạn $[0; 1]$.

Ta có $f'(t) = \frac{7}{28^t} \cdot \ln \frac{1}{28} + \left(\frac{3}{4}\right)^t \ln \frac{3}{4} < 0, \forall t \in [0; 1]$ nên $f(t)$ nghịch biến trên $[0; 1]$.

Từ đó dẫn đến $m \geq \min_{[0;1]} f(t) = f(1) = 1$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m < 10$ nên có 9 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **B** □

Câu 914. Số nghiệm nguyên không âm của bất phương trình $\sqrt{15 \cdot 2^{x+1} + 1} \geq |2^x - 1| + 2^{x+1}$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $2^x = t$ điều kiện $t > 0$.

Ta được bất phương trình $\sqrt{30t + 1} \geq |t - 1| + 2t \quad (1)$.

+ Với $t \geq 1$ bất phương trình (1) tương đương với bất phương trình

$$\sqrt{30t + 1} \geq t - 1 + 2t \Leftrightarrow \sqrt{30t + 1} \geq 3t - 130t + 1 \geq (3t - 1)^2 \Leftrightarrow t^2 - 4t \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 4.$$

Do $t \geq 1$ nên ta được $1 \leq t \leq 4. \quad (*)$

+ Với $0 < t < 1$ bất phương trình (1) tương đương với bất phương trình

$$\sqrt{30t + 1} \geq 1 - t + 2t \Leftrightarrow \sqrt{30t + 1} \geq t + 1 \Leftrightarrow 30t + 1 \geq (t + 1)^2 \Leftrightarrow t^2 - 28t \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 28.$$

Do $0 < t < 1$ nên ta được: $0 < t < 1. \quad (**)$

+ Từ (*) và (**) suy ra $0 < t \leq 4 \Rightarrow 0 < 2^x \leq 4 \Leftrightarrow x \leq 2$.

Do nghiệm x là nguyên không âm nên $x \in \{0; 1; 2\}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 915. Tập tất cả các giá trị thực của x thỏa mãn bất phương trình $\frac{2 \cdot 9^x - 3 \cdot 6^x}{6^x - 4^x} \leq 2$ là $(-\infty; a] \cup (b; c]$. Tính $(a + b + c)!$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 6.

Lời giải.

Ta có bất phương trình tương đương với $\frac{2 \cdot 9^x - 5 \cdot 6^x + 2 \cdot 4^x}{6^x - 4^x} \leq 0$. Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ ta có

$$\frac{(t-2)(2t-1)}{t-1} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq \frac{1}{2} \\ 1 < t \leq 2 \end{cases}. \text{ Suy ra } \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x \leq \frac{1}{2} \\ 1 < \left(\frac{3}{2}\right)^x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\log_{\frac{3}{2}} 2 \\ 0 < x \leq \log_{\frac{3}{2}} 2. \end{cases}$$

Do đó, $a = -\log_{\frac{3}{2}} 2$, $b = 0$, $c = \log_{\frac{3}{2}} 2$.

Vậy $(a + b + c)! = 0! = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 916. Tập hợp tất cả các số thực x không thỏa mãn bất phương trình $9^{x^2-4} + (x^2-4) \cdot 2019^{x-2} \geq 1$ là khoảng $(a; b)$. Tính $b - a$.

A. 5.

B. 4.

C. -5.

D. -1.

Lời giải.

— Với $x^2 - 4 < 0$ ta có $9^{x^2-4} + (x^2-4) \cdot 2019^{x-2} < 9^0 + 0 \cdot 2019^{x-2} = 1$.

— Với $x^2 - 4 \geq 0$ ta có $9^{x^2-4} + (x^2-4) \cdot 2019^{x-2} \geq 9^0 + 0 \cdot 2019^{x-2} = 1$.

Vậy tập hợp các giá trị của x không thỏa mãn bất phương trình là $x \in (-2; 2) \Rightarrow a = -2$, $b = 2 \Rightarrow b - a = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 917. Bất phương trình $(x^3 - 9x) \ln(x + 5) \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 4.

B. 7.

C. 6.

D. Vô số.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x > -5$.

Xét $f(x) = (x^3 - 9x) \ln(x + 5)$, ta có

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 9x = 0 \\ \ln(x + 5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \\ x = -4. \end{cases}$$

Bảng xét dấu của $f(x)$:

x	-5	-4	-3	0	3	$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	0	+

$$\text{Suy ra } f(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq x \leq -3 \\ 0 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

Vì $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-4; -3; 0; 1; 2; 3\}$. Vậy có 6 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 918. Cho hàm số $f(x) = 2^x - 2^{-x}$. Gọi m_0 là số lớn nhất trong các số nguyên m thỏa mãn $f(m) + f(2m - 2^{12}) < 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m_0 \in [1; 505)$.

B. $m_0 \in [50; 1009)$.

C. $m_0 \in [1009; 1513)$.

D. $m_0 \in [1513; 2019)$.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$.

Khi đó với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có

$$\begin{cases} -x \in \mathbb{R} \\ f(-x) = 2^{-x} - 2^x = -(2^x - 2^{-x}) = -f(x). \end{cases}$$

Suy ra $f(x)$ là hàm số lẻ trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác $f'(x) = (2^x + 2^{-x}) \ln 2 > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Ta có

$$f(m) + f(2m - 2^{12}) < 0 \Leftrightarrow f(2m - 2^{12}) < -f(m) \Leftrightarrow 2m - 2^{12} < -m \Leftrightarrow m < \frac{2^{12}}{3}.$$

Vì m nguyên nên $m \leq 1365 \Rightarrow m_0 = 1365$. Vậy $m_0 \in [1009; 1513]$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 919. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để bất phương trình

$$\log_2 (x^2 + mx + m + 2) \geq \log_2 (x^2 + 2)$$

nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2 (x^2 + mx + m + 2) &\geq \log_2 (x^2 + 2), \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow x^2 + mx + m + 2 &\geq x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow mx + m &\geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow m(x + 1) &\geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow m &= 0. \end{aligned}$$

Vậy chỉ có một giá trị $m = 0$ để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 920. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-9} + (x^2 - 9) \cdot 5^{x+1} < 1$ là khoảng $(a; b)$. Tính $b - a$.

A. 6.

B. 3.

C. 8.

D. 4.

Lời giải.

— Nếu $x \in (-3; 3)$ thì $x^2 - 9 < 0$.

Vì $5^{x+1} > 0$ nên $(x^2 - 9) \cdot 5^{x+1} < 0$. Do đó $3^{x^2-9} + (x^2 - 9) \cdot 5^{x+1} < 3^{x^2-9} < 1$.

Vậy $x \in (-3; 3)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.

— Nếu $x \geq 3$ thì $x^2 - 9 \geq 0$.

Vì $5^{x+1} > 0$ nên $(x^2 - 9) \cdot 5^{x+1} \geq 0$. Do đó $3^{x^2-9} + (x^2 - 9) \cdot 5^{x+1} \geq 3^{x^2-9} \geq 1$.

Vậy $x \geq 3$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

— Nếu $x \leq -3$ thì $x^2 - 9 \geq 0$.

Vì $5^{x+1} > 0$ nên $(x^2 - 9) \cdot 5^{x+1} \geq 0$. Do đó $3^{x^2-9} + (x^2 - 9) \cdot 5^{x+1} \geq 3^{x^2-9} \geq 1$.

Vậy $x \leq -3$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy ta có $b - a = 3 - (-3) = 6$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 921. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $6^x + 4 \leq 2^{x+1} + 2 \cdot 3^x$.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương:

$$\begin{aligned} 6^x + 4 - 2 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x &\leq 0 \Leftrightarrow 2^x (3^x - 2) - 2(3^x - 2) \leq 0 \\ &\Leftrightarrow (3^x - 2)(2^x - 2) \leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x - 2 \geq 0 \\ 2^x - 2 \leq 0 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x - 2 \leq 0 \\ 2^x - 2 \geq 0 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \log_3 2 \\ x \leq 1 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \log_3 2 \text{ (vô lý)} \\ x \geq 1 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \log_3 2 \leq x \leq 1.
\end{aligned}$$

Vậy nghiệm nguyên của bất phương trình là $x = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 922. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_2(7x^2 + 7) \geq \log_2(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi x .

A. 5.

B. 4.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
&\log_2(7x^2 + 7) \geq \log_2(mx^2 + 4x + m) \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ 7x^2 + 7 \geq mx^2 + 4x + m \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 & (1) \\ (m - 7)x^2 + 4x + m - 7 \leq 0 & (2) \end{cases}
\end{aligned}$$

Bất phương trình đã cho có nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi bất phương trình (1) và (2) có nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

— Với $\begin{cases} m = 0 \\ m = 7 \end{cases} \Rightarrow$ bất phương trình không có nghiệm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

— Với $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 7 \end{cases}$ bất phương trình đã cho có nghiệm với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m > 0 \\ m - 7 < 0 \\ \Delta'_{(1)} = 4 - m^2 < 0 \\ \Delta'_{(2)} = 4 - (m - 7)^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 7. \end{cases}$$

Suy ra có 4 giá trị nguyên của $m \in \{3; 4; 5; 6\}$ thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 923. Bất phương trình $4^x - (m + 1) \cdot 2^{x+1} + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \geq 0$. Tập tất cả các giá trị của m là

A. $(-\infty; 12)$.

B. $(-\infty; -1]$.

C. $(-\infty; 0]$.

D. $(-1; 16]$.

Lời giải.

$$4^x - (m+1) \cdot 2^{x+1} + m \geq 0, \forall x \geq 0.$$

$$\Leftrightarrow (2^x)^2 - 2(m+1)2^x + m \geq 0, \forall x \geq 0. \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = 2^x, (t > 0), (1) \text{ trở thành } t^2 - 2(m+1)t + m \geq 0, \forall t \geq 1. \quad (2)$$

$$\text{Ta có } (2) \Leftrightarrow m \leq \frac{t^2 - 2t}{2t - 1}, \forall t \geq 1. \quad (3)$$

Xét hàm số $y = f(t) = \frac{t^2 - 2t}{2t - 1}$. Ta có hàm số $y = f(t)$ liên tục trên $[1; +\infty)$.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{(2t-2)(2t-1) - 2(t^2-2t)}{(2t-1)^2} = \frac{2t^2 - 2t + 2}{(2t-1)^2} > 0, \forall t \geq 1.$$

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[1; +\infty) \Rightarrow f(t) \geq f(1) = -1, \forall t \geq 1$.

$$\text{Do đó } (3) \Leftrightarrow m \leq \min_{[1; +\infty)} f(t) \Leftrightarrow m \leq -1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 924. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $4^{x-1} - m(2^x + 1) > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m \in (-\infty; 0]$.

B. $m \in (0; +\infty)$.

C. $m \in (0; 1)$.

D. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } 2^x = t, t > 0 \text{ ta được bất phương trình } \frac{t^2}{4} > m(t+1) \Leftrightarrow \frac{t^2}{t+1} > 4m.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{t^2}{t+1} \text{ trên khoảng } (0; +\infty), \text{ ta có } f'(t) = 1 - \frac{1}{(t+1)^2}.$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \notin (0; +\infty) \\ t = -2 \notin (0; +\infty). \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(t)$

t	0	$+\infty$
$f'(t)$		+
$f(t)$	0	$+\infty$

Vậy bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $0 \geq 4m \Leftrightarrow m \leq 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 925. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(\sqrt{10} - 3)^{\frac{3-x}{x-1}} > (\sqrt{10} + 3)^{\frac{x+1}{x+3}}$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq 1, x \neq -3$.

Vì $(\sqrt{10} - 3)(\sqrt{10} + 3) = 1$, do đó ta có bất phương trình tương đương

$$\begin{aligned} (\sqrt{10} + 3)^{\frac{x-3}{x-1}} > (\sqrt{10} + 3)^{\frac{x+1}{x+3}} &\Leftrightarrow \frac{x-3}{x-1} > \frac{x+1}{x+3} \\ &\Leftrightarrow \frac{(x^2-9)-(x^2-1)}{(x-1)(x+3)} > 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)(x+3) < 0 \\ &\Leftrightarrow -3 < x < 1. \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện bất phương trình có tập nghiệm $(-3; 1)$.

Vậy bất phương trình có 3 nghiệm nguyên là $x \in \{-2, -1, 0\}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 926. Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1$ là

A. $(1; 5)$.

B. $[3; 5]$.

C. $(1; 3]$.

D. $[-3; 3]$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x-1 > 0 \\ 5-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 5.$$

Ta có bất phương trình tương đương

$$\begin{aligned} \log_2(x-1)^2 &\leq \log_2(5-x) + \log_2 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 \leq 2(5-x) \\ &\Leftrightarrow x^2 - 9 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3. \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện bất phương trình có tập nghiệm là $(1; 3]$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 927. Bác Bình tham gia chương trình bảo hiểm An sinh xã hội của công ty bảo hiểm với thể lệ như sau: Cứ đến tháng 9 hàng năm bác Bình đóng vào công ty 20 triệu đồng với lãi suất hàng năm không đổi là 6%/năm. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm bác Bình thu về tổng tất cả số tiền lớn hơn 400 triệu đồng.

A. 14 năm.

B. 12 năm.

C. 11 năm.

D. 13 năm.

Lời giải.

Sau một năm (tức là vào tháng 9 năm sau), số tiền gốc và lãi của bác Bình là $20 + 20 \cdot 0,06 = 20(1 + 0,06)$ (triệu đồng).

Bác Bình tiếp tục đóng vào công ty bảo hiểm 20 triệu đồng, lúc này số tiền của bác Bình là

$$T_1 = 20(1 + 0,06) + 20 = 20[(1 + 0,06) + 1] = \frac{20}{0,06} [(1 + 0,06)^2 - 1] \text{ (triệu đồng)}.$$

Sau 2 năm số tiền của bác Bình có trong công ty bảo hiểm là

$$T_2 = a [(1 + 0,06)^2 + (1 + 0,06 + 1)] = \frac{20}{0,06} [(1 + 0,06)^3 - 1] \text{ (triệu đồng)}.$$

Giả sử sau n năm bác Bình thu về tổng số tiền lớn hơn 400 triệu đồng, tức là

$$T_n = \frac{20}{0,06} [(1 + 0,06)^{n+1} - 1] - 20 > 400 \Rightarrow n > 12,99.$$

Vậy sau ít nhất 13 năm, bác Bình thu về tổng số tiền lớn hơn 400 triệu đồng.

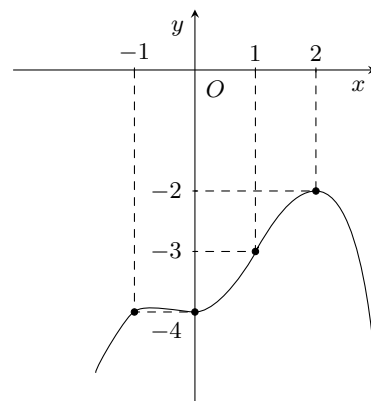
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 928.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) \leq 3^x - 2x + m$ có nghiệm trên $(-\infty; 1]$ khi và chỉ khi

- A. $m \geq f(1) - 1$. B. $m > f(1) + 1$.
C. $m \leq f(1) - 1$. D. $m < f(1) - 1$.



Lời giải.

Đặt $g(x) = f(x) - 3^x + 2x$.

Bất phương trình $f(x) \leq 3^x - 2x + m$ có nghiệm trên $(-\infty; 1]$ khi $m \geq \min_{x \in (-\infty; 1]} g(x)$.

Ta có $g'(x) = f'(x) - 3^x \ln 3 + 2 = 0 \Leftrightarrow 3^x = \frac{f'(x) + 2}{\ln 3}$. (1)

Từ đồ thị ta thấy $f'(x) \leq -1, \forall x \in (-\infty; 1] \Rightarrow \frac{f'(x) + 2}{\ln 3} < 0, \forall x \in (-\infty; 1]$.

$\Rightarrow$ (1) vô nghiệm trên $(-\infty; 1]$.

Mặt khác, do $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $g'(x)$ cũng liên tục trên $\mathbb{R}$; $g'(1) = f'(1) - 3 \ln 3 + 2 < 0$ và phương trình $g'(x) = 0$ vô nghiệm trên $(-\infty; 0]$ nên $g'(x) < 0, \forall x \in (-\infty; 0]$.

$\Rightarrow \min_{x \in (-\infty; 0]} g(x) = g(1) = f(1) - 1$.

Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm trên $(-\infty; 1]$ khi $m \geq f(1) - 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 929. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Bất phương trình $f(x) < e^{x^2} + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

- A. $m \geq f(0) - 1$. B. $m > f(-1) - e$. C. $m > f(0) - 1$. D. $m \geq f(-1) - e$.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - e^{x^2}$. Suy ra $f(x) < e^{x^2} + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi $m > g(x)$ với mọi $x \in (-1; 1)$.

Lại có $g'(x) = f'(x) - 2xe^{x^2}$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 2xe^{x^2} \Rightarrow x = 0.$$

Mặt khác, $\begin{cases} f'(x) > 0 \\ 2xe^{x^2} < 0 \end{cases}, \forall x \in (-1; 0) \Rightarrow g'(x) > 0, \forall x \in (-1; 0)$.

Thêm nữa $\begin{cases} f'(x) < 0 \\ 2xe^{x^2} > 0 \end{cases}, \forall x \in (0; 1) \Rightarrow g'(x) < 0, \forall x \in (0; 1)$. Ta có bảng biến thiên

x	-1	0	1
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$g(-1)$	$g(0)$	$g(1)$

Vậy $m > g(0)$ hay $m > f(0) - 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 930. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên a sao cho $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{6^n + 9^{n+2}}} \leq \frac{1}{3^a}$?

A. 1.

B. 2019.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{6^n + 9^{n+2}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1 + \frac{3}{3^n}}{\left(\frac{2}{3}\right)^n + 81}} = \frac{1}{9}, \text{ do } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0.$$

$$\text{Do đó } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{6^n + 9^{n+2}}} \leq \frac{1}{3^a} \Leftrightarrow \frac{1}{9} \leq \frac{1}{3^a} \Leftrightarrow a \leq 2, a \in \mathbb{N} \Rightarrow a \in \{0; 1; 2\}.$$

Vậy có tất cả 3 số tự nhiên a thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 931. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\left(\frac{10}{9}\right)^{2x^2-5xy} \leq \left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^{xy+5y^2}$. Hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{x}{y}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(\frac{10}{9}\right)^{2x^2-5xy} &\leq \left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^{xy+5y^2} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^{2(2x^2-5xy)} \leq \left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^{-xy-5y^2} \\ &\Leftrightarrow 4x^2 - 10xy \leq -xy - 5y^2 \\ &\Leftrightarrow 4x^2 - 9xy + 5y^2 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow 4\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 9\left(\frac{x}{y}\right) + 5 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow 1 \leq \frac{x}{y} \leq \frac{5}{4}. \end{aligned}$$

Vậy $\min \frac{x}{y} = 1, \max \frac{x}{y} = \frac{5}{4}$. Nên hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{x}{y}$ bằng $\frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 932. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 1,95% một kì theo thể thức lãi kép. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu kì, người gửi sẽ có số tiền lãi lớn hơn số tiền gốc ban đầu, giả sử người đó không rút lãi trong tất cả các kì?

A. 34 kì.

B. 33 kì.

C. 36 kì.

D. 35 kì.

Lời giải.

Gọi M là số tiền gốc ban đầu, r là lãi suất một kì, n là số kì gửi.

Số tiền cả vốn lẫn lãi có được sau n kì là $M(1+r)^n$.

Do đó số tiền lãi có được sau n kì là $M(1+r)^n - M$.

Ta cần có $M(1+r)^n - M > M \Leftrightarrow (1+r)^n > 2 \Leftrightarrow n > \log_{1+r} 2$.

Thay số ta được $n \geq 36$ (do $n \in \mathbb{N}^*$).

Nhận xét: Số tiền gốc ban đầu không có vai trò gì trong bài toán này.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 933.

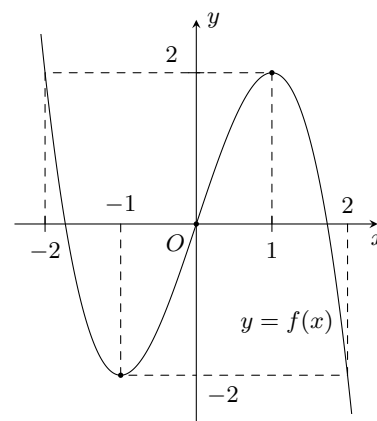
Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 9]$ sao cho bất phương trình $2^{f^2(x)+f(x)-m} - 16 \cdot 2^{f^2(x)-f(x)-m} - 4^{f(x)} + 16 < 0$ có nghiệm $x \in (-1; 1)$?

A. 6.

B. 8.

C. 5.

D. 7.



Lời giải.

Ta có $2^{f^2(x)+f(x)-m} - 16 \cdot 2^{f^2(x)-f(x)-m} - 4^{f(x)} + 16 < 0 \Leftrightarrow (4^{f(x)} - 16)(2^{f^2(x)-f(x)-m} - 1) < 0$.

Từ đồ thị đã cho ta thấy $x \in (-1; 1) \Rightarrow -2 < f(x) < 2$ nên $4^{f(x)} - 16 < 0$ với mọi $x \in (-1; 1)$.

Bất phương trình đã cho có nghiệm $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi bất phương trình $2^{f^2(x)-f(x)-m} - 1 > 0$ có nghiệm $x \in (-1; 1)$, điều này tương đương với bất phương trình $f^2(x) - f(x) - m > 0$ có nghiệm $x \in (-1; 1)$.

Đặt $t = f(x)$, $t \in (-2; 2)$. Bất phương trình trên trở thành $t^2 - t > m$.

Xét hàm số $g(t) = t^2 - t$ với $t \in (-2; 2)$ ta có bảng biến thiên

t	-2	$\frac{1}{2}$	2
$g'(t)$	-	0	+
$g(t)$	6	$-\frac{1}{4}$	2

Từ bảng biến thiên ta thấy bất phương trình $t^2 - t > m$ có nghiệm $t \in (-2; 2)$ khi và chỉ khi $m < 6$. Vì m là số nguyên thuộc đoạn $[0; 9]$ nên ta được $m \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 934. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 5% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau ít nhất là bao nhiêu năm thì người đó nhận được số tiền lớn hơn 150% số tiền gửi ban đầu?

A. 8 năm.

B. 10 năm.

C. 9 năm.

D. 11 năm.

Lời giải.

Gọi a (đồng) là tiền gửi ban đầu ($a > 0$). Tiền cả vốn lẫn lãi nhận được sau n năm là $a(1 + 5\%)^n$ đồng.

Ta có $a(1 + 5\%)^n > 150\%a \Leftrightarrow 1,05^n > 1,5 \Leftrightarrow n > \log_{1,05} 1,5 \approx 8,31$.

Vậy sau ít nhất 9 năm thì người đó nhận được số tiền như yêu cầu.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 935. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{0,02}(\log_2(3^x + 1)) > \log_{0,02} m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0)$.

A. $m \geq 1$.B. $0 < m < 1$.C. $m > 1$.D. $m < 2$.

Lời giải.

Ta có $\log_{0,02}(\log_2(3^x + 1)) > \log_{0,02} m \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \log_2(3^x + 1) < m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 3^x + 1 < 2^m. \end{cases}$

Hàm số $f(x) = 3^x + 1$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$ nên $1 < f(x) < f(0) = 2, \forall x \in (-\infty; 0)$.

Vậy bất phương trình $\log_{0,02}(\log_2(3^x + 1)) > \log_{0,02} m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0)$ khi và chỉ

khi $\begin{cases} m > 0 \\ 2^m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 936. Anh A vào làm ở công ty X với mức lương ban đầu là 10 triệu đồng/tháng. Nếu hoàn thành tốt nhiệm vụ thì cứ sau 6 tháng làm việc, mức lương của anh lại được tăng thêm 20%. Hỏi bắt đầu từ tháng thứ mấy kể từ khi vào làm ở công ty X, tiền lương mỗi tháng của anh A nhiều hơn 20 triệu đồng (biết rằng trong suốt thời gian làm ở công ty X anh A luôn hoàn thành tốt nhiệm vụ)?

A. Tháng thứ 31. B. Tháng thứ 25. C. Tháng thứ 19. D. Tháng thứ 37.

Lời giải.

— Gọi 6 tháng là một thời hạn tăng lương, công thức tính tiền lương sau thời hạn n lần là $S = 10(1 + 20\%)^n$.

— Ta có $10(1 + 20\%)^n \geq 20 \Leftrightarrow n \geq \log_{1+20\%} 2$. Vì n là số nguyên nên $n \geq 4$. Vậy bắt đầu từ tháng $4 \cdot 6 + 1 = 25$ thì lương của anh A trên 20 triệu đồng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 937. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(1; 20)$ để $\forall x \in \left(\frac{1}{3}; 1\right)$ đều là nghiệm của bất phương trình $\log_m x > \log_x m$?

A. 18. B. 16. C. 17. D. 0.

Lời giải.

Điều kiện xác định là $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1. \end{cases}$

Bất phương trình đã cho trở thành

$$\log_m x > \frac{1}{\log_m x} \Leftrightarrow \frac{(\log_m x)^2 - 1}{\log_m x} > 0. \quad (*)$$

Do $x \in \left(\frac{1}{3}; 1\right)$ nên $\log_m x < 0$. Suy ra

$$(*) \Leftrightarrow -1 < \log_m x < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{m} < x < m.$$

Mọi $x \in \left(\frac{1}{3}; 1\right)$ đều là nghiệm của bất phương trình khi chỉ khi

$$\frac{1}{m} \leq \frac{1}{3} < 1 \leq m \Leftrightarrow m \geq 3.$$

Vì m là số nguyên thuộc $(1; 20)$ và $m \geq 3$ nên $m \in \{3; 4; \dots; 19\}$.

Vậy có 17 giá trị nguyên m thuộc khoảng $(1; 20)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 938. Cho bất phương trình $2 + \log_3(x^2 + 1) \geq \log_3(mx^2 - 2x + m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$?

A. 8.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

Lời giải.Điều kiện $mx^2 - 2x + m > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned}
 2 + \log_3(x^2 + 1) &\geq \log_3(mx^2 - 2x + m) \\
 \Leftrightarrow 9x^2 + 9 &\geq mx^2 - 2x + m \\
 \Leftrightarrow (9 - m)x^2 + 2x + 9 - m &\geq 0.
 \end{aligned}$$

Để bất phương trình có nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì

$$\begin{cases} mx^2 - 2x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ (9 - m)x^2 + 2x + 9 - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 1 - m^2 < 0 \\ 9 - m > 0 \\ 1 - (9 - m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \leq 8.$$

Do m nguyên nên $m \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Vậy có 7 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 939. Tìm m để bất phương trình $2^x + 3^x + 4^x + 5^x \geq 4 + mx$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.A. $\ln 120$.B. $\ln 10$.C. $\ln 30$.D. $\ln 14$.**Lời giải.**Đặt $f(x) = 2^x + 3^x + 4^x + 5^x$ có $f'(x) = 2^x \ln 2 + 3^x \ln 3 + 4^x \ln 4 + 5^x \ln 5$ và $g(x) = 4 + mx$.Ta thấy $f(x)$ là hàm tăng và $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Cả hai hàm $f(x), g(x)$ có đồ thị đều đi qua điểm có tọa độ $(0; 4)$. Do đó

Yêu cầu bài toán

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow \text{đường thẳng } g(x) = 4 + mx \text{ phải tiếp xúc với đồ thị của hàm } f(x) \text{ tại điểm } (0; 4) \\
 &\Leftrightarrow m = f'(0) = \ln 2 + \ln 3 + \ln 4 + \ln 5 = \ln 120.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 940. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{0,5}^2 x - \log_{0,5} x - 6 \leq 0$ là

A. Vô số.

B. 4.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.Đặt $t = \log_{0,5} x$, bất phương trình đã cho trở thành $t^2 - t - 6 \leq 0$. (1)

$$\text{Bất phương trình (1)} \Leftrightarrow -2 \leq t \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} \log_{0,5} x \geq -2 \\ \log_{0,5} x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{8} \leq x \leq 4.$$

Tập tất cả các số nguyên x thỏa mãn bất phương trình là $\{1; 2; 3; 4\}$.

Vậy có tất cả 4 nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 941. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Bất phương trình $f(x) < e^{x^2-2x} + m$ đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi chỉ khi

- A. $m > f(0) - 1$. B. $m \geq f(1) - \frac{1}{e}$. C. $m \geq f(0) - 1$. D. $m > f(1) - \frac{1}{e}$.

Lời giải.

Ta có $f(x) < e^{x^2-2x} + m \Leftrightarrow f(x) - e^{x^2-2x} < m$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - e^{x^2-2x}$. Ta có $g'(x) = f'(x) - (2x-2)e^{x^2-2x}$.

Trên khoảng $(0; 1)$ ta có $\begin{cases} f'(x) > 0 \\ -2x+2 > 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) > 0, \forall x \in (0; 1)$.

Trên khoảng $(1; 2)$ ta có $\begin{cases} f'(x) < 0 \\ -2x+2 < 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) < 0, \forall x \in (1; 2)$.

Tại điểm $x = 1$ ta có $\begin{cases} f'(1) = 0 \\ (-2 \cdot 1 + 2)e^{1^2-2 \cdot 1} = 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) = 0$.

Suy ra bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(0; 2)$ như sau

x	0	1	2
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$		$f(1) - \frac{1}{e}$	

Từ bảng biến thiên ta có $\max_{(0;2)} g(x) = f(1) - \frac{1}{e}$.

Vậy bất phương trình $m > g(x)$ đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi $m > \max_{(0;2)} g(x) = f(1) - \frac{1}{e}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 942. Bất phương trình $\log_2(7x^2 + 7) \geq \log_2(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi $m \in (a; b]$. Tính $a \cdot b$.

- A. 4. B. 6. C. 10. D. 8.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương với $\begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ 7x^2 + 7 \geq mx^2 + 4x + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 & (1) \\ m \leq \frac{7x^2 - 4x + 7}{x^2 + 1} & (2) \end{cases}$

— (1) đúng với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases}$ (vì $m = 0$ không thỏa mãn)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 4 - m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (2; +\infty).$$

— (2) đúng với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq \min_{\mathbb{R}} f(x)$ với $f(x) = \frac{7x^2 - 4x + 7}{x^2 + 1}$.

Ta có $f'(x) = \frac{4x^2 - 4}{(x^2 + 1)^2}$. Giải $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y					

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow m \leq 5$.

Do đó $m \in (2; 5]$ thỏa mãn bài.

Suy ra $a = 2, b = 5$. Vậy $a \cdot b = 2 \cdot 5 = 10$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 943. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log 5 + \log(x^2 + 1) \geq \log(mx^2 + 4x + m)$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. 0.

B. 1.

C. Vô số.

D. 2.

Lời giải.

Vì bất phương trình đã cho đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên điều kiện của bất phương trình là

$$mx^2 + 4x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 4 - m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \text{ hoặc } m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (2; +\infty).$$

Khi đó,

$$\begin{aligned} & \log 5 + \log(x^2 + 1) \geq \log(mx^2 + 4x + m), \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow & \log 5(x^2 + 1) \geq \log(mx^2 + 4x + m), \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow & 5(x^2 + 1) \geq mx^2 + 4x + m, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow & (5 - m)x^2 - 4x + 5 - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 5 - m > 0 \\ 4 - (5 - m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m \leq 3 \text{ hoặc } m \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 3. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện trên ta được $2 < m \leq 3$. Suy ra $m = 3$ thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **B** □

Câu 944. Một người gửi 20 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm, tính theo thể thức lãi kép. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 30 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), nếu lãi suất không thay đổi trong thời gian người đó gửi tiền?

A. 6 năm.

B. 5 năm.

C. 7 năm.

D. 8 năm.

Lời giải.

Sau n năm số tiền cả vốn lẫn lãi mà người đó có là $20(1 + 6\%)^n$ (triệu đồng).

Ta cần giải bất phương trình $20(1 + 6\%)^n \geq 30 \Leftrightarrow n \geq \log_{1+6\%} \left(\frac{30}{20} \right) \approx 6,96$.

Do đó cần ít nhất 7 năm để người đó nhận được số tiền nhiều hơn 30 triệu đồng.

Chọn đáp án **C** □

Câu 945. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{5} \right)^{2x-3} \leq \frac{5}{2}$.

A. $S = [1; +\infty)$.

B. $S = \left(\frac{3}{2}; +\infty \right)$.

C. $S = (-\infty; 1]$.

D. $S = \left(1; \frac{3}{2} \right)$.

Lời giải.

$\left(\frac{2}{5} \right)^{2x-3} \leq \frac{5}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5} \right)^{2x-3} \leq \left(\frac{2}{5} \right)^{-1}$. Do $\frac{2}{5} < 1$ nên bất phương trình tương đương với

$$2x - 3 \geq -1 \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 946. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}[\log_2(2-x^2)] > 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương

$$\begin{cases} 2-x^2 > 0 \\ \log_2(2-x^2) > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}[\log_2(2-x^2)] > \log_{\frac{1}{2}}1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ \log_2(2-x^2) > \log_2 1 \\ \log_2(2-x^2) < 1 = \log_2 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ -1 < x < 1 \\ x^2 > 0. \end{cases}$$

Hệ bất phương trình cuối tương đương $-1 < x < 1$ và $x \neq 0$. Vậy không có giá trị nguyên nào của x thỏa hệ.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 947. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(\sqrt{10}-3)^{\frac{3-x}{x-1}} > (\sqrt{10}+3)^{\frac{x+1}{x+3}}$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} (\sqrt{10}-3)^{\frac{3-x}{x-1}} > (\sqrt{10}+3)^{\frac{x+1}{x+3}} &\Leftrightarrow (\sqrt{10}+3)^{\frac{x-3}{x-1}} > (\sqrt{10}+3)^{\frac{x+1}{x+3}} \\ &\Leftrightarrow \frac{x-3}{x-1} > \frac{x+1}{x+3} \\ &\Leftrightarrow \frac{-8}{(x-1)(x+3)} > 0 \\ &\Leftrightarrow -3 < x < 1. \end{aligned}$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-2; -1; 0\}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 948. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình

$$9^x - 4 \cdot 6^x + (m-1)4^x \leq 0$$

có nghiệm?

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. vô số.

Lời giải.

— Ta có $9^x - 4 \cdot 6^x + (m-1)4^x \leq 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 4\left(\frac{3}{2}\right)^x + (m-1) \leq 0$ (1).

— Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, ta có $t^2 - 4t + (m-1) \leq 0$ (2).

— Bất phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ bất phương trình (2) có nghiệm dương.

— Đặt $f(t) = t^2 - 4t$. Ta có bảng biến thiên

t	0	2	$+\infty$
$f(t)$	0	$\searrow$ -4 $\nearrow$	$+\infty$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 1 - m \geq -4 \Leftrightarrow m \leq 5$.

— Vậy có 5 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 949. Một người gửi ngân hàng số tiền 350.000.000 đồng (ba trăm năm mươi triệu đồng) với lãi suất tiền gửi là 0,6% mỗi tháng theo hình thức lãi kép. Cuối mỗi tháng người đó đều đặn gửi thêm vào ngân hàng số tiền 15.000.000 đồng (mười lăm triệu đồng). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì số tiền người đó tích lũy được lớn hơn 650.000.000 đồng (sáu trăm năm mươi triệu đồng)?

- A. 18 tháng. B. 17 tháng. C. 16 tháng. D. 19 tháng.

Lời giải.

Gọi T_n là số tiền người đó nhận được sau n tháng.

Đặt $A = 350$ (triệu đồng), $a = 15$ (triệu đồng), $r = 0,6\%$. Ta có

$$\begin{aligned} T_1 &= A(1+r) \\ T_2 &= (T_1 + a)(1+r) = A(1+r)^2 + a(1+r) \\ T_3 &= (T_2 + a)(1+r) = A(1+r)^3 + a(1+r)^2 + a(1+r) \\ &\dots \\ T_n &= A(1+r)^n + a(1+r)^{n-1} + a(1+r)^{n-2} + \dots + a(1+r) \\ &= A(1+r)^n + a \frac{(1+r)^n - (1+r)}{(1+r) - 1} \\ &= \left(A + \frac{a}{r}\right) (1+r)^n - \frac{a(1+r)}{r} \geq 650 \text{ (triệu đồng)} \\ \Rightarrow (1+r)^n &\geq \frac{650 + \frac{a(1+r)}{r}}{A + \frac{a}{r}} \\ \Rightarrow n &\geq \log_{1+r} \left(\frac{650 + \frac{a(1+r)}{r}}{A + \frac{a}{r}} \right) \approx 17,52. \end{aligned}$$

Vậy $n = 18$ thì thỏa đề bài.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 950. Tìm các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{0,02}(\log_2(3^x + 1)) > \log_{0,02} m$ có nghiệm với mọi $x \in (-\infty; 0)$.

- A. $m > 9$. B. $m < 2$. C. $0 < m < 1$. D. $m \geq 1$.

Lời giải.

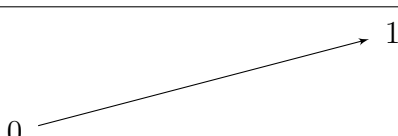
Điều kiện: $m > 0$.

Với điều kiện trên bất phương trình đã cho tương đương $\log_2(3^x + 1) < m$.

Xét hàm số $f(x) = \log_2(3^x + 1)$, $\forall x \in (-\infty; 0)$.

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{3^x \ln 3}{(3^x + 1) \ln 2} > 0, \forall x \in (-\infty; 0).$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0
$f'(x)$	+	
$f(x)$		

Khi đó với yêu cầu bài toán thì $m \geq 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 951. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq 9$ là

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; -2]$. C. $(-3; +\infty)$. D. $[-2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq 9 \Leftrightarrow x \geq \log_{\frac{1}{3}} 9 = -2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [-2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 952. Cho bất phương trình $\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 4\sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)} \leq 5$. Tìm giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình đã cho thỏa mãn với mọi $x \in [0; 2]$.

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Điều kiện $x^2 - 2x + m \geq 1$. Bất phương trình đã cho tương đương

$$\begin{aligned} & \log_4(x^2 - 2x + m) + 4\sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)} - 5 \leq 0 \\ \Leftrightarrow & 0 \leq \sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)} \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \log_4(x^2 - 2x + m) \leq 1 \\ \Leftrightarrow & 1 \leq x^2 - 2x + m \leq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 2x + 1 \leq m \\ -x^2 + 2x + 4 \geq m \end{cases} \end{aligned}$$

Bất phương trình đã cho có thỏa mãn với mọi $x \in [0; 2]$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m \geq \max_{[0;2]}(-x^2 + 2x + 1) = 2 \\ m \leq \min_{[0;2]}(-x^2 + 2x + 4) = 4 \end{cases} \Rightarrow m \in [2; 4].$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 953. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 2) > \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}}(22 - 5x)^2$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 1. B. Nhiều hơn 2 và ít hơn 10 nghiệm nguyên.
C. 2. D. Nhiều hơn 10 nghiệm nguyên.

Lời giải.

Điều kiện: $\frac{2}{3} < x \neq \frac{22}{5}$

Với điều kiện trên, ta có

$$\begin{aligned} & \log_{\frac{1}{2}}(3x - 2) > \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}}(22 - 5x)^2 \\ \Leftrightarrow & \log_{\frac{1}{2}}(3x - 2) > \log_{\frac{1}{2}}|22 - 5x| \\ \Leftrightarrow & 3x - 2 < |22 - 5x| \Leftrightarrow 9x^2 - 12x + 4 < 484 - 220x + 25x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > 10 \end{cases} \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện ta có $\frac{2}{3} < x < 3$ hoặc $x > 10$. Vậy phương trình có nhiều hơn 10 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 954. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = 2$, $u_{n+1} = u_n^2$ với mọi $n \geq 1$. Số tự nhiên n nhỏ nhất để $u_n > 2^{2018}$ là

A. $n = 11$.B. $n = 15$.C. $n = 13$.D. $n = 12$.

Lời giải.

Ta có $u_1 = 2$, $u_2 = u_1^2 = 2^2$, $u_3 = u_2^2 = (2^2)^2 = 2^4, \dots, u_n = u_1^{2^{n-1}} = 2^{2^{n-1}}$.

Ta có $u_n > 2^{2018} \Leftrightarrow 2^{2^{n-1}} > 2^{2018} \Leftrightarrow 2^{n-1} > 2018 \Leftrightarrow n - 1 > \log_2 2018 \Leftrightarrow n > 1 + \log_2 2018$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của số tự nhiên $n = 12$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 955. Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} \geq (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là

A. $S = [-2; -1) \cup [1; +\infty)$.B. $S = [-3; 1)$.C. $S = (-2; 1)$.D. $S = [1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} (\sqrt{5} + 2)^{x-1} \geq (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}} &\Leftrightarrow (\sqrt{5} + 2)^{x-1} \geq (\sqrt{5} + 2)^{\frac{1-x}{x+1}} \\ \Leftrightarrow x-1 \geq \frac{1-x}{x+1} &\Leftrightarrow \frac{x^2+x-2}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x < -1 \\ x \geq 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 956. Biết bất phương trình $\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) \leq 1$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. $-2 + \log_5 156$.B. $2 + \log_5 156$.C. $-2 + \log_5 26$.D. $-1 + \log_5 156$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) \leq 1 &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_5(5^x - 1) [1 + \log_{25}(5^x - 1)] \leq 1 \\ \Leftrightarrow \log_5^2(5^x - 1) + \log_5(5^x - 1) - 2 &\leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq \log_5(5^x - 1) \leq 1 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{25} \leq 5^x - 1 \leq 5 &\Leftrightarrow \log_5 \frac{26}{25} \leq x \leq \log_5 6. \end{aligned}$$

Suy ra $a + b = \log_5 \frac{26}{25} + \log_5 6 = \log_5 156 - \log_5 25 = \log_5 156 - 2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 957. Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(\sqrt{x^2 + x + 2} + 1) + 3 \log_5(x^2 + x + 3) < 4$ là $(a; b)$. Khi đó tổng $2a + b$ bằng

A. -3 .B. 2 .C. 3 .D. 0 .

Lời giải.

$$\log_3(\sqrt{x^2 + x + 2} + 1) + 3 \log_5(x^2 + x + 3) < 4. \quad (1)$$

Đặt $t = \sqrt{x^2 + x + 2}$, ($t > 0$). Bất phương trình (1) trở thành

$$\log_3(t + 1) + 3 \log_5(t^2 + 1) < 4 \Leftrightarrow \log_3(t + 1) + 3 \log_5(t^2 + 1) - 4 < 0.$$

Đặt $f(t) = \log_3(t + 1) + 3 \log_5(t^2 + 1) - 4$.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{1}{(t+1)\ln 3} + \frac{2t}{(t^2+1)\ln 5} > 0, \forall t > 0.$$

Do đó hàm $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Ta có $f(2) = 0$. Do đó

$$\begin{aligned} f(t) < 0 &\Leftrightarrow t < 2 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x + 2} < 2 \Leftrightarrow x^2 + x + 2 < 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 1. \end{aligned}$$

Suy ra (1) có tập nghiệm $S = (-2; 1)$. Vậy $2a + b = -3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 958. Bất phương trình $\log^2 x - 2019 \log x + 2018 \leq 0$ có tập nghiệm là

- A. $S = [1; 2018]$. B. $S = [10; 10^{2018})$. C. $S = (10; 10^{2018})$. D. $S = [10; 10^{2018}]$.

Lời giải.

Ta có $\log^2 x - 2019 \log x + 2018 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq \log x \leq 2018 \Leftrightarrow 10 \leq x \leq 10^{2018}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 959. Cho 3 số thực a, b, c lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b \cdot \log_a c < \log_a \left(\frac{b}{c}\right)$. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_a x + \log_b x > \log_c x$ là

- A. $x < 1$. B. $x > 0$. C. $\begin{cases} x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$. D. $0 < x < 1$.

Lời giải.

Theo giả thiết $\log_a b \cdot \log_a c < \log_a \left(\frac{b}{c}\right) \Leftrightarrow \log_a b \cdot \log_a c + \log_a c - \log_a b < 0$. Ta có

$$\begin{aligned} \log_a x + \log_b x > \log_c x &\Leftrightarrow \log_a x + \frac{\log_a x}{\log_a b} > \frac{\log_a x}{\log_a c} \\ &\Leftrightarrow \log_a x (\log_a b \cdot \log_a c + \log_a c - \log_a b) > 0 \\ &\Leftrightarrow \log_a x < 0 \\ &\Leftrightarrow 0 < x < 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 960. Gọi M và m là nghiệm nguyên lớn nhất và nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\frac{(|2x+1|-x-2)(1-\log_3(x+4))}{5^{x^2}-5^{|x|}} \geq 0$. Khi đó tích giá trị $M \cdot m$ bằng

- A. 6. B. -24. C. 3. D. -12.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\begin{cases} 5^{x^2} - 5^{|x|} \neq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} (*)$.

Với điều kiện (*), ta xét phương trình

$$\begin{aligned} |2x+1|-x-2=0 &\Leftrightarrow |2x+1|=x+2 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ \begin{cases} 2x+1=x+2 \\ 2x+1=-x-2 \end{cases} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}. \end{aligned}$$

Tương tự xét phương trình

$$1 - \log_3(x+4) = 0 \Leftrightarrow \log_3(x+4) = 1 \Leftrightarrow x+4 = 3 \Leftrightarrow x = -1.$$

và

$$\begin{aligned} 5^{x^2} - 5^{|x|} = 0 &\Leftrightarrow 5^{x^2} = 5^{|x|} \Leftrightarrow x^2 = |x| \\ &\Leftrightarrow x^4 = x^2 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1. \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có bảng xét dấu

x	-4	-1	0	1	$+\infty$
$ 2x + 1 - x - 2$	+	0	-	-	+
$1 - \log_3(x + 4)$	+	-	0	-	-
$5^{x^2} - 5^{ x }$	+	-	-	+	
VT	+	-	-	-	

Dựa vào bảng xét dấu suy ra nghiệm của bất phương trình là $-4 < x < -1$. Do đó nghiệm nguyên lớn nhất là -2 và bé nhất là -3 . Do đó $M \cdot m = (-2) \cdot (-3) = 6$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 961. Thu nhập bình quân đầu người của quốc gia X hiện tại là 2000 USD/1 người/1 năm. Biết mức tăng trưởng GDP (tổng thu nhập quốc dân) của quốc gia đó là 6% một năm và mức gia tăng dân số của quốc gia đó là 1% một năm. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm nữa thì mức thu nhập bình quân đầu người của quốc gia X lớn hơn 10000 USD/1 người/1 năm?

- A. 36 năm. B. 32 năm. C. 34 năm. D. 40 năm.

Lời giải.

- Mức tăng trưởng GDP bình quân của nước X là $\frac{1 + 0.06}{1 + 0.01} = \frac{106}{101}$.
- Thu nhập bình quân đầu người sau n năm là $2000 \cdot \left(\frac{106}{101}\right)^n$ (USD/1 người/1 năm).
- Ta có $2000 \cdot \left(\frac{106}{101}\right)^n > 10000 \Leftrightarrow \left(\frac{106}{101}\right)^n > 5 \Leftrightarrow n > \log_{\frac{106}{101}} 5 \approx 33,31$. Do đó sau ít nhất 34 năm thì mức thu nhập bình quân đầu người của quốc gia X lớn hơn 10000 USD/1 người/1 năm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 962. Cho dãy số (u_n) có số hạng đầu $u_1 \neq 1$ và thỏa mãn $\log_2^2(5u_1) + \log_2^2(7u_1) = \log_2^2 5 + \log_2^2 7$. Biết $u_{n+1} = 7u_n$ với mọi $n \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 1\,111\,111$.

- A. 11. B. 8. C. 9. D. 10.

Lời giải.

Điều kiện $u_1 > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2^2(5u_1) + \log_2^2(7u_1) &= \log_2^2 5 + \log_2^2 7 \\ \Leftrightarrow \log_2^2 u_1 + 2\log_2 5 \log_2 u_1 + \log_2^2 u_1 + 2\log_2 7 \log_2 u_1 &= 0 \\ \Leftrightarrow \log_2 u_1 (\log_2 u_1 + \log_2 35) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 u_1 = 0 \\ \log_2 u_1 + \log_2 35 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \text{ (loại)} \\ u_1 = \frac{1}{35} \text{ (nhận).} \end{cases} \end{aligned}$$

Dãy số (u_n) là cấp số nhân có $u_1 = \frac{1}{35}$ và $q = 7$ nên $u_n = \frac{1}{35} \cdot 7^{n-1}$.

Theo đề bài

$$u_n > 1\,111\,111 \Leftrightarrow \frac{1}{35} \cdot 7^{n-1} > 1\,111\,111 \Leftrightarrow 7^{n-1} > 38\,888\,885 \Leftrightarrow n \gtrsim 9,98.$$

Vậy $n = 10$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 963. Trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(2x-4y+6) \geq 1$. Tìm m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$.

A. $\sqrt{13} - 3$ và $\sqrt{13} + 3$.

B. $\sqrt{13} - 3$.

C. $(\sqrt{13} - 3)^2$.

D. $(\sqrt{13} - 3)^2$ và $(\sqrt{13} + 3)^2$.

Lời giải.

Ta có $\log_{x^2+y^2+2}(2x-4y+6) \geq 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 \leq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 \leq 9$ (1)

Giả sử $M(x; y)$ thỏa mãn phương trình (1), khi đó tập hợp điểm M là hình tròn (C_1) tâm $I(1; -2)$ bán kính $R_1 = 3$.

Ta có $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = m$. (2)

Với $m > 0$ thì (2) là phương trình đường tròn tâm $J(-1; 1)$, bán kính $R_2 = \sqrt{m}$.

Để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ thỏa mãn khi và chỉ khi (C_1) và (C_2) tiếp xúc với nhau

$$\Leftrightarrow IJ = R_1 + R_2 \Leftrightarrow \sqrt{13} = \sqrt{m} + 3 \Leftrightarrow m = (\sqrt{13} - 3)^2$$

$$\text{hoặc } IJ = |R_1 - R_2| \Leftrightarrow \sqrt{13} = |\sqrt{m} - 3| \Leftrightarrow m = (\sqrt{13} + 3)^2.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 964. Do có nhiều cố gắng trong học kỳ 1 năm học lớp 12, Hoa được bố mẹ cho chọn một phần thưởng dưới 5 triệu đồng. Nhưng Hoa muốn mua một cái Laptop 10 triệu đồng nên bố mẹ đã cho Hoa 5 triệu đồng gửi vào ngân hàng (vào ngày 1 tháng 1 năm 2018) với lãi suất 1% trên tháng, đồng thời ngày đầu tiên mỗi tháng (bắt đầu từ ngày 1 tháng 2 năm 2018) bố mẹ sẽ cho Hoa 300000 đồng và cũng gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất 1% trên tháng. Biết hàng tháng Hoa không rút lãi ra và tiền lãi được cộng vào vốn cho tháng sau, chỉ rút vốn vào cuối tháng mới được tính lãi của tháng ấy. Hỏi ngày nào trong các ngày dưới đây là ngày gần nhất với ngày 1 tháng 2 năm 2018 mà bạn Hoa có đủ tiền để mua Laptop?

A. Ngày 15.3.2019 .

B. Ngày 15.5.2019 .

C. Ngày 15.4.2019 .

D. Ngày 15.6.2019 .

Lời giải.

Đặt $A = 5000000$, $r = 1\%$, $B = 300000$.

Số tiền Hoa nhận được vào cuối tháng thứ n là

$$A(1+r)^{n+1} + \frac{B}{r} [(1+r)^n - 1](1+r).$$

Với yêu cầu bài toán

$$\begin{aligned}
 & A(1+r)^{n+1} + \frac{B}{r} [(1+r)^n - 1] (1+r) > 10^7 \\
 \Leftrightarrow & 5 \cdot 10^6 \cdot (1,01)^{n+1} + 303 \cdot 10^5 [1,01^n - 1] > 10^7 \\
 \Leftrightarrow & 3535 \cdot 10^4 \cdot 1,01^n > 403 \cdot 10^5 \\
 \Leftrightarrow & 1,01^n > \frac{806}{707} \\
 \Leftrightarrow & n > 13,1.
 \end{aligned}$$

Vậy sau 13 tháng hay 1 năm 1 tháng thì Hoa có đủ số tiền.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 965. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m \cdot 4^{x^2-2x-1} - (1-2m) \cdot 10^{x^2-2x-1} + m \cdot 25^{x^2-2x-1} \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

A. $m < 0$. **B.** $m \geq \frac{100}{841}$. **C.** $m \leq \frac{1}{4}$. **D.** $m \leq \frac{100}{841}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
 & m \cdot 4^{x^2-2x-1} - (1-2m) \cdot 10^{x^2-2x-1} + m \cdot 25^{x^2-2x-1} \leq 0 \\
 \Leftrightarrow & m - (1-2m) \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{x^2-2x-1} + m \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{2(x^2-2x-1)} \leq 0 \quad (1).
 \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{5}{2}\right)^{x^2-2x-1}, t > 0.$$

$$\text{Xét } u(x) = x^2 - 2x - 1, \forall x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right].$$

$$u'(x) = 2x - 2; u'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$u\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{7}{4}; u(1) = -2; u(2) = -1 \Rightarrow \min_{x \in [\frac{1}{2}; 2]} u(x) = -2; \max_{x \in [\frac{1}{2}; 2]} u(x) = -1.$$

$$\Rightarrow \frac{4}{25} \leq t \leq \frac{2}{5}.$$

$$\text{Khi đó } (1) \Leftrightarrow m - (1-2m)t + mt^2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{t}{t^2 + 2t + 1}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{t}{t^2 + 2t + 1}, t \in \left[\frac{4}{25}; \frac{2}{5}\right].$$

$$f'(t) = \frac{-t^2 + 1}{(t^2 + 2t + 1)^2} > 0, \forall t \in \left[\frac{4}{25}; \frac{2}{5}\right].$$

$$\Rightarrow \min_{x \in [\frac{4}{25}; \frac{2}{5}]} f(t) = f\left(\frac{4}{25}\right) = \frac{100}{841}.$$

$$\text{Vậy } m \leq \frac{100}{841} \text{ thì bất phương trình nghiệm đúng với mọi } x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right].$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 966. Bất phương trình $5^{(\log_5 x)^2} + x^{\log_5 x} \leq 10$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 5. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$. Đặt $t = \log_5 x \Rightarrow x = 5^t$, ta có

$$\begin{aligned}
 & 5^{(\log_5 x)^2} + x^{\log_5 x} \leq 10 \\
 \Leftrightarrow & 5^{t^2} + (5^t)^t \leq 10 \\
 \Leftrightarrow & 5^{t^2} \leq 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow t^2 \leq 1 \\
&\Rightarrow -1 \leq \log_5 x \leq 1 \\
&\Leftrightarrow \frac{1}{5} \leq x \leq 5 \\
&\Rightarrow x \in \{1; 2; 3; 4; 5\}, \text{ (vì } x \in \mathbb{Z} \text{)}.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 967. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $9^x - (m+1)3^x + 2m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 1)(x_2 + 1) \leq 3$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta thấy

$$9^x - (m+1)3^x + 2m - 2 = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 2 \\ 3^x = m - 1. \end{cases}$$

$$\text{Phương trình (1) có hai nghiệm } x_1, x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \neq 3. \end{cases} \quad (2)$$

Ta thấy

$$\begin{aligned}
&(x_1 + 1) \cdot (x_2 + 1) \leq 3 \\
&\Rightarrow [\log_3(m-1) + 1] \cdot (\log_3 2 + 1) \leq 3 \\
&\Leftrightarrow \log_3 6 \cdot \log_3 [3 \cdot (m-1)] \leq \log_3 27 \\
&\Leftrightarrow \log_3 [3 \cdot (m-1)] \leq \log_6 27 \\
&\Rightarrow \log_3 [3 \cdot (m-1)] < 2 \\
&\Rightarrow 3 \cdot (m-1) < 9 \\
&\stackrel{(2)}{\Rightarrow} \begin{cases} 1 < m < 4 \\ m \neq 3 \end{cases} \\
&\Rightarrow m = 2.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 968. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{2x^2-15x+100} - 2^{x^2+10x-50} + x^2 - 25x + 150 < 0$.

A. 6.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$2^{2x^2-15x+100} + 2x^2 - 15x + 100 < 2^{x^2+10x-50} + x^2 + 10x - 50 \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t$ với $t \in \mathbb{R}$, ta có $f'(t) = 2^t \ln 2 + 1 > 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$, do đó $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mà bất phương trình (*) tương đương với

$$\begin{aligned} f(2x^2 - 15x + 100) &< f(x^2 + 10x - 50) \\ \Leftrightarrow x^2 - 25x + 150 &< 0 \\ \Leftrightarrow 10 < x < 15. \end{aligned}$$

Vậy bất phương trình đã cho có 4 nghiệm nguyên.

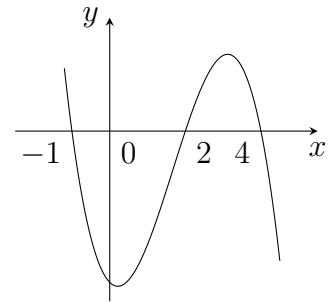
Chọn đáp án **(B)** □

Câu 969.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.

Hàm số $y = f(10 - 2^x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(2; 4)$. B. $(\log_2 6; 4)$.
C. $(-\infty; 2)$. D. $(\log_2 11; +\infty)$.



Lời giải.

Ta có $y' = -2^x \ln 2 f'(10 - 2^x)$.

Xét $y' > 0 \Leftrightarrow -2^x \ln 2 f'(10 - 2^x) > 0 \Leftrightarrow f'(10 - 2^x) < 0$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(10 - 2^x) < 0$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} -1 < 10 - 2^x < 2 \\ 10 - 2^x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -11 < -2^x < -8 \\ -2^x > -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 11 > x > 3 \\ x < \log_2 6 \simeq 2,6. \end{cases}$$

Vậy hàm số $y = f(10 - 2^x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 970. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_2 \frac{3x-1}{x+1} \right) \leq 0$ là

- A. $(-1; 3]$. B. $(-1; +\infty)$.
C. $[3; +\infty)$. D. $(-1; +\infty) \cup [3; +\infty)$.

Lời giải.

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_2 \frac{3x-1}{x+1} \right) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3x-1}{x+1} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x-3}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-1; +\infty) \cup [3; +\infty).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 971. Cho $\log_b(a+1) > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $(b-1)a > 0$. B. $a+b < 1$. C. $a+b > 1$. D. $a(b+1) > 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_b(a+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < b \neq 1 \\ a+1 > 0 \\ (a+1-1)(b-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ a > -1 \\ a(b-1) > 0 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 972. Gọi S là tập hợp các số nguyên dương của tham số m sao cho bất phương trình $4^x - m \cdot 2^x - m + 15 \geq 0$ có nghiệm với mọi $x \in [1; 2]$. Tính số phần tử của S .

- A. 7. B. 4. C. 9. D. 6.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$ để $1 \leq x \leq 2$ suy ra $2 \leq t \leq 4$. Bài toán trở thành tìm m để bất phương trình

$$t^2 - mt - m + 15 \geq 0 \quad (*) \quad \forall t \in [2; 4]$$

Xét $t \in [2; 4]$ ta có

$$t^2 - mt - m + 15 \geq 0 \Leftrightarrow t^2 + 15 \geq m(t + 1) \Leftrightarrow \frac{t^2 + 15}{t + 1} \geq m$$

Mà $\frac{t^2 + 15}{t + 1} = \frac{(t + 1)^2 - 2(t + 1) + 16}{t + 1} = t + 1 + \frac{16}{t + 1} - 2$. Do $t + 1 > 0$ nên theo bất đẳng thức AM - GM ta có

$$t + 1 + \frac{16}{t + 1} \geq 2\sqrt{(t + 1) \cdot \frac{16}{t + 1}} \Leftrightarrow (t + 1) + \frac{16}{t + 1} \geq 8 \Leftrightarrow t + 1 + \frac{16}{t + 1} - 2 \geq 6$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $t + 1 = \frac{16}{t + 1} \Leftrightarrow (t + 1)^2 = 16 \Leftrightarrow t + 1 = 4 \Leftrightarrow t = 3$.

Suy ra $\min_{t \in [2; 4]} \left(\frac{t^2 + 15}{t + 1} \right) = 6$. Để $(*)$ đúng với mọi $t \in [2; 4]$ khi $m \leq 6$.

Tập hợp $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 973. Tập hợp các giá trị của m để bất phương trình $\sqrt{2^x + 2} + \sqrt{6 - 2^x} \geq m$ có nghiệm là

A. $2\sqrt{2} \leq m \leq 4$.

B. $0 \leq m \leq 2\sqrt{2}$.

C. $m \geq 4$.

D. $m \leq 4$.

Lời giải.

Đặt $2^x = t$. Vì $6 - 2^x \geq 0$ nên ta có điều kiện $0 < t \leq 6$. Xét hàm số $f(t) = \sqrt{t + 2} + \sqrt{6 - t}$ trên $(0; 6]$.

Ta có: $f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t + 2}} - \frac{1}{2\sqrt{6 - t}}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Xét bảng biến thiên

t	0	2	6
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	$\sqrt{2} + \sqrt{6}$	4	$2\sqrt{2}$

Ta thấy $f(t) \leq 4$ với mọi $t \in (0; 6]$. Do đó để bất phương trình đã cho có nghiệm thì $m \leq 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 974. Giá trị nguyên dương nhỏ nhất của tham số m để bất phương trình $4^x - 2018m2^{x-1} + 3 - 1009m \leq 0$ có nghiệm là

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 3$.

D. $m = 4$.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned}
 4^x - 2018m2^{x-1} + 3 - 1009m &\leq 0 \\
 \Leftrightarrow 4^x + 3 - (2^x + 1) \cdot 1009m &\leq 0 \\
 \Leftrightarrow 1009m &\geq \frac{4^x + 3}{2^x + 1} \\
 \Leftrightarrow 1009m &\geq 2^x + 1 + \frac{4}{2^x + 1} - 2 \\
 \Leftrightarrow 1009m &\geq 2.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Từ (1) ta thấy $2^x + 1 + \frac{4}{2^x + 1} - 2 = 2 \Leftrightarrow x = 0$.

Từ (2) ta suy ra $m = 1$ thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **A** □

Câu 975. Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên dương k thỏa mãn $\int_1^2 e^{kx} dx < \frac{2018 \cdot e^k - 2018}{k}$.

Số phần tử của tập hợp S bằng

- A. 6. B. 7. C. 8. D. Vô số.

Lời giải.

Ta có $\int_1^2 e^{kx} dx = \frac{e^{kx}}{k} \Big|_1^2 = \frac{e^{2k} - e^k}{k}$.

Khi đó bất phương trình tương đương

$$e^{2k} - 2019 \cdot e^k + 2018 < 0 \Leftrightarrow 1 < e^k < 2018 \Leftrightarrow 0 < k < \ln 2018.$$

Vì k nguyên dương nên $k \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 976. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $2 \log u_1 + \sqrt{3 \log u_9 - 2 \log u_1 + 2} = 3 \log u_9$ và $u_{n+1} = 3u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 100^{50}$ bằng

- A. 230. B. 248. C. 247. D. 231.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} u_1 > 0 \\ 3 \log u_9 - 2 \log u_1 + 2 \geq 0 \end{cases}$.

$$2 \log u_1 + \sqrt{3 \log u_9 - 2 \log u_1 + 2} = 3 \log u_9 \Leftrightarrow \sqrt{3 \log u_9 - 2 \log u_1 + 2} = 3 \log u_9 - 2 \log u_1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3 \log u_9 - 2 \log u_1 + 2} = 2 \Leftrightarrow 3 \log u_9 - 2 \log u_1 - 2 = 0.$$

$$(u_n) \text{ là cấp số nhân với công bội } q = 3 \Rightarrow u_9 = 3^8 u_1.$$

$$3 \log u_9 - 2 \log u_1 - 2 = 0 \Leftrightarrow 3 \log(3^8 u_1) - 2 \log u_1 - 2 = 0 \Leftrightarrow \log u_1 = 2 - \log 3^{24} \Leftrightarrow u_1 = 10^2 \cdot 3^{-24}.$$

$$\text{Số hạng tổng quát của } (u_n) \text{ là } u_n = 100 \cdot 3^{n-25} \quad (n \in \mathbb{N}^*).$$

$$u_n > 100^{50} \Leftrightarrow n - 25 > 49 \cdot \log_3 100 \Rightarrow n > 230,4.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của n thỏa mãn yêu cầu bài toán là $n = 231$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 977. Có tất cả bao nhiêu cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $3^{|x^2-2x-3|-\log_3 5} = 5^{-(y+4)}$ và $4|y| - |y-1| + (y+3)^2 \leq 8$.

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải.

Ta có $5^{-(y+4)} = 3^{|x^2-2x-3|-\log_3 5} \geq 3^{-\log_3 5} \Rightarrow 5^{-(y+4)} \geq 5^{-1} \Rightarrow -(y+4) \geq -1 \Rightarrow y \leq -3$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $|x^2 - 2x - 3| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$

Khi đó $4|y| - |y-1| + (y+3)^2 \leq 8 \Leftrightarrow -4y - (1-y) + y^2 + 6y + 9 \leq 8 \Leftrightarrow y^2 + 3y \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq y \leq 0$. Kết hợp với điều kiện $y \leq -3$ ta suy ra $y = -3$.

Với $y = -3$, ta có $\begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$

Vậy có đúng hai cặp số thực thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 3 \\ y = -3. \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 978. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log^3 u_1 - 2 \log^2 u_1 + \log u_1 - 2 = 0$ và $u_{n+1} = 2u_n + 10$ (với mọi $n \in \mathbb{N}^*$). Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 10^{100} - 10$ bằng

A. 326.

B. 327.

C. 325.

D. 324.

Lời giải.

Điều kiện $u_1 > 0$.

Vì $\begin{cases} u_1 > 0 \\ u_{n+1} = 2u_n + 10 \end{cases} \Rightarrow u_n > 10$ với mọi $n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \log u_1 > 1$.

Ta có $\log^3 u_1 - 2 \log^2 u_1 + \log u_1 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log u_1 = 1 \text{ (loại)} \\ \log u_1 = 1 - \sqrt{3} \text{ (loại)} \\ \log u_1 = 1 + \sqrt{3} \text{ (thỏa mãn)} \end{cases} \Rightarrow u_1 = 10 \cdot 10^{\sqrt{3}}.$

Ta có

$$u_2 = 2 \cdot 10 \cdot 10^{\sqrt{3}} + 10 = 10(2^1 \cdot 10^{\sqrt{3}} + 2^0)$$

$$u_3 = 2 \cdot 10 \cdot (2^1 \cdot 10^{\sqrt{3}} + 2^0) + 10 = 10(2^2 \cdot 10^{\sqrt{3}} + 2^1)$$

...

$$\Rightarrow u_n = 10(2^{n-1} \cdot 10^{\sqrt{3}} + 2^{n-2})$$

Vì $u_n > 10^{100} - 10 \Rightarrow 10(2^{n-1} \cdot 10^{\sqrt{3}} + 2^{n-2}) > 10^{100} - 10 \Rightarrow 2^{n-2} > \frac{10^{99} - 1}{2 \cdot 10^{\sqrt{3}} + 1} \Rightarrow n > 324,2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 979. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 x + \log_3 x \geq 1 + \log_2 x \cdot \log_3 x$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Ta có

$$\log_2 x + \log_3 x \geq 1 + \log_2 x \cdot \log_3 x$$

$$\Leftrightarrow (\log_2 x - 1)(\log_3 x - 1) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x \leq 1 \\ \log_3 x \geq 1 \end{cases} \quad (1) \text{ hoặc } \begin{cases} \log_2 x \geq 1 \\ \log_3 x \leq 1 \end{cases} \quad (2).$$

Khi đó,

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq 2 \\ x \geq 3 \end{cases} \text{ (vô nghiệm).}$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 0 < x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3.$$

Vậy bất phương trình có hai nghiệm nguyên là $x = 2, x = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 980. Cho dãy số $u_n = 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n!$. Số n lớn nhất để $\log \frac{u_n}{2018!}$ nhận giá trị âm là

A. 2016.

B. 2017.

C. 2019.

D. 2018.

Lời giải.

Với mọi số nguyên dương k ta có

$$k \cdot k! = (k + 1 - 1) \cdot k! = (k + 1) \cdot k! - k! = (k + 1)! - k!.$$

Áp dụng kết quả trên ta có

$$\begin{aligned} u_n &= 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! \\ &= (2! - 1!) + (3! - 2!) + \dots + [(n + 1)! - n!] \\ &= (n + 1)! - 1! = (n + 1)! - 1. \end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{aligned} \log \frac{u_n}{2018!} < 0 &\Leftrightarrow 0 < \frac{u_n}{2018!} < 1 \Leftrightarrow 0 < u_n < 2018! \Leftrightarrow 0 < (n + 1)! - 1 < 2018! \\ &\Leftrightarrow 1 < (n + 1)! < 2018! + 1 \Leftrightarrow n \in \{1; 2; \dots; 2017\}. \end{aligned}$$

Vậy số n lớn nhất để $\log \frac{u_n}{2018!}$ nhận giá trị âm là 2017.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 981. Giải bất phương trình $2 \log_3(4x - 3) + \log_{\frac{1}{9}}(2x + 3)^2 \leq 2$.

A. $\left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

B. $\left[\frac{3}{4}; 3\right]$.

C. vô nghiệm.

D. $\left[-\frac{3}{8}; 3\right]$.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq \frac{3}{4}$.

Với điều kiện trên bất phương trình

$$\begin{aligned} &2 \log_3(4x - 3) + \log_{\frac{1}{9}}(2x + 3)^2 \leq 2 \\ \Leftrightarrow &\log_3(4x - 3)^2 - \log_3(2x + 3) \leq 2 \\ \Leftrightarrow &\log_3 \frac{(4x - 3)^2}{2x + 3} \leq 2 \\ \Leftrightarrow &\frac{16x^2 - 24x + 9}{2x + 3} \leq 9 \\ \Leftrightarrow &16x^2 - 24x + 9 \leq 18x + 27 \\ \Leftrightarrow &16x^2 - 42x - 18 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq x \leq 3. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $\left[\frac{3}{4}; 3\right]$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 982. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $e^{u_{18}} + 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = e^{4u_1}$ và $u_{n+1} = u_n + 3$ với $n \geq 1$. Giá trị lớn nhất của n để $\log_3 u_n < \ln 2018$ bằng

A. 1420.

B. 1419.

C. 1417.

D. 1418.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} = u_n + 3 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 3 \Rightarrow$ dãy số (u_n) là cấp số cộng với $d = 3$.

Xét $e^{u_{18}} + 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = e^{4u_1} \Leftrightarrow e^{u_{18}} - e^{4u_1} + 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = 0 \\ \sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = -5 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow u_{18} = 4u_1 \Leftrightarrow u_1 + 17d = 4u_1 \Rightarrow 3u_1 = 51 \Rightarrow u_1 = 17.$$

$\log_3 u_n < \ln 2018 \Leftrightarrow \log_3 (u_1 + (n-1)d) < \ln 2018 \Leftrightarrow \log_3 (17 + 3(n-1)) < \ln 2018.$

$$\Leftrightarrow 3n + 14 < 3^{\ln 2018} \Leftrightarrow n < \frac{3^{\ln 2018} - 14}{3} \approx 1419,935.$$

Vậy giá trị lớn nhất của n là $n = 1419$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 983. Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau

$$4^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m \cdot 7^{\cos^2 x}$$

có nghiệm là $m \in \left[\frac{a}{b}; +\infty\right)$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó tổng $S = a + b$ bằng

A. $S = 13$.B. $S = 15$.C. $S = 9$.D. $S = 11$.**Lời giải.**

Đưa BPT ban đầu về $4^{1-\cos^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m \cdot 7^{\cos^2 x} \Leftrightarrow \frac{4}{28^{\cos^2 x}} + \left(\frac{5}{7}\right)^{\cos^2 x} \leq m.$

Đặt $\cos^2 x = t, t \in [0; 1]$, BPT trở thành $\frac{4}{28^t} + \left(\frac{5}{7}\right)^t \leq m.$

Xét $f(t) = \frac{4}{28^t} + \left(\frac{5}{7}\right)^t, t \in [0; 1]$

$f'(t) = -\frac{4 \ln 28}{28^t} + \left(\frac{5}{7}\right)^t \cdot \ln \frac{5}{7} < 0, \forall t \in [0; 1] \Rightarrow f(t)$ nghịch biến trên $[0; 1]$, lại có $f(1) = \frac{6}{7}.$

Từ đó suy ra BPT có nghiệm $\Leftrightarrow m \geq f(1) = \frac{6}{7} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{6}{7} \Rightarrow S = 13.$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 984. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 + \log_2 x + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi giá trị $x \in (1; 64)$.

A. $m \leq 0$.B. $m \geq 0$.C. $m < 0$.D. $m > 0$.**Lời giải.**

Ta có $4(\log_2 \sqrt{x})^2 + \log_2 x + m \geq 0 \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 + \log_2 x + m \geq 0.$

Đặt $\log_2 x = t$, khi $x \in (1; 64)$ thì $t \in (0; 6)$.

Khi đó, ta có $t^2 + t + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -t^2 - t (*)$.

Xét hàm số $f(t) = -t^2 - t$ với $t \in (0; 6)$.

Ta có $f'(t) = -2t - 1 < 0, \forall t \in (0; 6)$.

Ta có bảng biến thiên:

t	0	6
$f'(t)$	—	
$f(t)$	0	— —42

Bất phương trình đã cho đúng với mọi $x \in (1; 64)$ khi và chỉ khi bất phương trình (*) đúng với mọi $t \in (0; 6) \Leftrightarrow m \geq 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 985. Một người sử dụng xe máy có giá trị ban đầu là 40 triệu đồng. Sau mỗi năm, giá trị xe giảm 10% so với năm trước đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì giá trị xe nhỏ hơn 12 triệu đồng?

A. 9.

B. 10.

C. 11.

D. 12.

Lời giải.

Giá trị xe sau năm thứ nhất là:

$$40 - 40 \cdot \frac{1}{10} \text{ triệu đồng.}$$

Giá trị xe sau năm thứ hai là:

$$40 - 40 \cdot \frac{1}{10} - \left(40 - 40 \cdot \frac{1}{10}\right) \frac{1}{10} = \left(40 - 40 \cdot \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \text{ triệu đồng.}$$

Giá trị xe sau năm thứ ba là:

$$\left(40 - 40 \cdot \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) - \left(40 - 40 \cdot \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \frac{1}{10} = \left(40 - 40 \cdot \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right)^2$$

...

Suy ra giá xe sau năm thứ n là:

$$\left(40 - 40 \cdot \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right)^{n-1}.$$

$$\left(40 - 40 \cdot \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right)^{n-1} < 12 \Leftrightarrow 36 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^{n-1} < 12 \Leftrightarrow \left(\frac{9}{10}\right)^{n-1} < \frac{1}{3} \Leftrightarrow n-1 > \log_{\frac{9}{10}} \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow n > 1 - \log_{\frac{9}{10}} 3 > 11,4.$$

Vậy sau ít nhất 12 năm thì giá xe nhỏ hơn 12 triệu đồng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 986. Bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > -1$.

$$\log_4(x+7) > \log_2(x+1) \Leftrightarrow \log_2 \sqrt{x+7} > \log_2(x+1) \Leftrightarrow \sqrt{x+7} > x+1 \Leftrightarrow -3 < x < 2.$$

Kết hợp với điều kiện, suy ra $-1 < x < 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 987. Bất phương trình $\ln(2x^2+3) > \ln(x^2+ax+1)$ nghiệm đúng với mọi số thực x khi

A. $-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$.B. $0 < a < 2\sqrt{2}$.C. $0 < a < 2$.D. $-2 < a < 2$.

Lời giải.

$\ln(2x^2+3) > \ln(x^2+ax+1)$ nghiệm đúng với mọi số thực x

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+ax+1 > 0 \\ 2x^2+3 > x^2+ax+1 \end{cases} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+ax+1 > 0 \\ x^2-ax+2 > 0 \end{cases} \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-4 < 0 \\ a^2-8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < a < 2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 988. Biết rằng bất phương trình $\log_2(5^x+2) + 2\log_{5^x+2} 2 > 3$ có tập nghiệm là $S = (\log_a b; +\infty)$, với a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 6 và $a \neq 1$. Tính $P = 2a + 3b$.

A. $P = 16$.

B. $P = 7$.

C. $P = 11$.

D. $P = 18$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
& \log_2(5^x + 2) + 2 \log_{5^x+2} 2 > 3 \\
& \Leftrightarrow \log_2(5^x + 2) + 2 \frac{1}{\log_2(5^x + 2)} > 3 \\
& \Leftrightarrow \log_2^2(5^x + 2) - 3 \log_2(5^x + 2) + 2 > 0 \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(5^x + 2) < 1 \\ \log_2(5^x + 2) > 2 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x + 2 < 2 \\ 5^x + 2 > 4 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow 5^x > 2 \\
& \Leftrightarrow x > \log_5 2.
\end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 6 nên ta tìm được $a = 5, b = 2$.

Và do đó, $P = 16$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 989. Chị Hoa mua nhà trị giá 300.000.000 đồng bằng tiền vay ngân hàng theo phương thức trả góp với lãi suất 0,5%/tháng. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất chị Hoa trả 5.500.000 đồng/tháng. Hỏi sau thời gian bao nhiêu tháng chị Hoa trả hết số tiền trên?

A. 64 tháng.

B. 63 tháng.

C. 62 tháng.

D. 65 tháng.

Lời giải.

Gọi A là số tiền vay; a là số tiền góp hàng tháng;
 n là số tháng phải góp; r là lãi suất ngân hàng (%).

Ta có $a = \frac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$

Để trả hết nợ khi $\frac{a[(1+r)^n - 1]}{r(1+r)^n} \geq 300$ (triệu) $\Rightarrow n \geq \log_{1+r} \frac{a}{a - Ar} \approx 63.85$.

Vậy sau 64 tháng thì chị Hoa trả hết nợ.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 990. Tìm m để bất phương trình $\log^2 x + 3 \log x + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc tập xác định.

A. $m \geq \frac{9}{4}$.

B. $m \leq \frac{9}{4}$.

C. $m < \frac{9}{4}$.

D. $m > -\frac{9}{4}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$. Đặt $t = \log x, t \in \mathbb{R}$.

Bất phương trình trở thành $t^2 + 3t + m \geq 0$

$\Leftrightarrow m \geq -t^2 - 3t$ (2).

Bất phương trình đã cho có nghiệm đúng với mọi x thuộc tập xác định $\Leftrightarrow$ (2) có nghiệm đúng với mọi $t \in \mathbb{R}$.

Xét $f(t) = -t^2 - 3t$ với $t \in \mathbb{R}$.

Ta có: $f(t)' = -2t - 3; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{2}$.

Từ bảng biến thiên suy ra $m \geq \frac{9}{4}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 991. Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > 3^{2-x}$.

Tìm số phần tử của S .

A. 11.

B. 0.

C. 9.

D. 1.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > 3^{2-x} &\Leftrightarrow \sqrt{x^2-3x-10} < x-2 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ x^2-3x-10 \geq 0 \\ x^2-3x-10 < (x-2)^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq -2 \end{cases} \\ x < 14 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow 5 \leq x < 14. \end{aligned}$$

$\Rightarrow x \in \{5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 992. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{\pi}{\sqrt{13}}}(2x-1)}$.

A. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

D. $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

Lời giải.

Điều kiện

$$\begin{aligned} \log_{\frac{\pi}{\sqrt{13}}}(2x-1) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow 0 < 2x-1 &\leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x \leq 1. \end{aligned}$$

Vậy $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; 1\right]$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 993. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2-6x+5) + \log_3(x-1) \geq 0$ là

A. $S = (5; 6]$.

B. $S = [1; 6]$.

C. $S = (5; +\infty)$.

D. $S = (1; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện của bất phương trình là $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x^2-6x+5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \begin{cases} x < 1 \\ x > 5 \end{cases} \end{cases}$

Với $x > 5$, ta có:

$$\log_{\frac{1}{3}}(x^2-6x+5) + \log_3(x-1) \geq 0 \Leftrightarrow -\log_3(x^2-6x+5) + \log_3(x-1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \log \frac{x-1}{x^2-6x+5} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{(x-1)(x-5)} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x-5} \geq 1 \Leftrightarrow x-5 \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 6$$

Kết hợp với điều kiện, suy ra nghiệm của bất phương trình là $\begin{cases} x > 5 \\ x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow 5 < x \leq 6$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (5; 6]$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 994. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_2^4 x - \log_{\frac{1}{2}}^2 \left(\frac{x^3}{8} \right) + 9 \log_2 \left(\frac{32}{x^2} \right) < 4 \log_{2^{-1}}^2 x$ là

A. $x = 7$.

B. $x = 8$.

C. $x = 4$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

Điều kiện : $x > 0$.

$$\log_2^4 x - \log_{\frac{1}{2}}^2 \left(\frac{x^3}{8} \right) + 9 \log_2 \left(\frac{32}{x^2} \right) < 4 \log_{2^{-1}}^2 x$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x - (\log_2 x^3 - \log_2 8)^2 + 9 (\log_2 32 - \log_2 x^2) < 4 \log_2^2 x$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x - (3 \log_2 x - 3)^2 + 9 (5 - 2 \log_2 x) - 4 \log_2^2 x < 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x - 13 \log_2^2 x + 36 < 0$$

$$\Leftrightarrow (t^2 - 9)(t^2 - 4) < 0 \text{ (với } t = \log_2 x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 < t < -2 \\ 2 < t < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < \log_2 x < -2 \\ 2 < \log_2 x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{8} < x < \frac{1}{4} \\ 4 < x < 8. \end{cases}$$

Vậy nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình đã cho là $x = 7$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 995. Bất phương trình $\log_x (\log_3 (9^x - 72)) \leq 1$ có tập nghiệm là

A. $S = (1; 2]$.

B. $S = (\log_3 \sqrt{72}; 2]$.

C. $S = (\log_3 \sqrt{73}; 2]$.

D. $S = (-\infty; 2]$.

Lời giải.

Điều kiện của bất phương trình đã cho là $\begin{cases} 9^x - 72 > 0 \\ \log_3 (9^x - 72) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9^x - 72 > 0 \\ 9^x - 72 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9^x > 72 \\ 9^x > 73 \end{cases} \Leftrightarrow x >$

$\log_3 \sqrt{73} (*)$. Khi đó, ta có

$$\log_x (\log_3 (9^x - 72)) \leq 1 \Leftrightarrow \log_3 (9^x - 72) \leq x$$

$$\Leftrightarrow 3^{2x} - 72 \leq 3^x \Leftrightarrow 3^{2x} - 3^x - 72 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -8 \leq 3^x \leq 9 \Leftrightarrow x \leq 2.$$

Kết hợp với điều kiện (*), suy ra nghiệm của bất phương trình là $\log_3 \sqrt{73} < x \leq 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (\log_3 \sqrt{73}; 2]$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 996. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_4(x^2 - x - m) \geq \log_2(x + 2)$ có nghiệm.

- A. $(-\infty; 6]$. B. $(-\infty; 6)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $[-2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_4(x^2 - x - m) \geq \log_2(x + 2) &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_4(x^2 - x - m) \geq \log_2(x + 2) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 > 0 \\ x^2 - x - m \geq (x + 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ m \leq -5x - 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x) = -5x - 4$ với $x > -2$ sau đây

x	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	6	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m < 6$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 997. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{\log_2 \frac{x}{2}}{\log_2 x} - \frac{\log_2 x^2}{\log_2 x - 1} \leq 1$.

- A. $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup (1; \sqrt{2}] \cup (2; +\infty)$. B. $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup (1; \sqrt{2}]$.
C. $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$. D. $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [1; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > 0, x \neq 1, x \neq 2$.

Đặt $t = \log_2 x$, ta được

$$\frac{t-1}{t} - \frac{2t}{t-1} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{(2t-1)(t+1)}{t(t-1)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq -1 \\ 0 < t \leq \frac{1}{2} \\ t > 1. \end{cases}$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} \log_2 x \leq -1 \\ 0 < \log_2 x \leq \frac{1}{2} \\ \log_2 x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ 1 < x \leq \sqrt{2} \\ x > 2 \end{cases}$$

$$\text{Như vậy } S = \left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [\sqrt{2}; +\infty).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 998. Cho hàm số $f(x) = 4^x \cdot 9^{x^2}$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_4 9 < 0$. B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 4 + x^2 \ln 9 < 0$.

C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x \log_9 4 > 0$.

D. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x(\log 4 + \log 9^x) < 0$.

Lời giải.

Ta có

— $f(x) < 1 \Leftrightarrow 4^x \cdot 9^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \ln(4^x \cdot 9^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow x \ln 4 + x^2 \ln 9 < 0$,

— $f(x) < 1 \Leftrightarrow 4^x \cdot 9^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \log(4^x \cdot 9^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow x \log 4 + x \log 9^x < 0 \Leftrightarrow x(\log 4 + \log 9^x) < 0$,

— $f(x) < 1 \Leftrightarrow 4^x \cdot 9^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \log_4(4^x \cdot 9^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow x + x^2 \log_4 9 < 0$

là các mệnh đề đúng.

Mệnh đề $f(x) > 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x \log_9 4 > 0$ sai vì

$$f(x) > 1 \Leftrightarrow 4^x \cdot 9^{x^2} > 1 \Leftrightarrow \log_9(4^x \cdot 9^{x^2}) > 0 \Leftrightarrow x \log_4 9 + x^2 > 0.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 999. S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số a thỏa mãn mỗi nghiệm của bất phương trình $\log_x(5x^2 - 8x + 3) > 2$ đều là nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x - a^4 + 1 \geq 0$.

A. $S = \left(-\frac{\sqrt{10}}{5}; \frac{\sqrt{10}}{5}\right)$.

B. $S = \left(-\infty; -\frac{\sqrt{10}}{5}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{10}}{5}; +\infty\right)$.

C. $S = \left[-\frac{\sqrt{10}}{5}; \frac{\sqrt{10}}{5}\right]$.

D. $S = \left(-\infty; -\frac{\sqrt{10}}{5}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{10}}{5}; +\infty\right)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_x(5x^2 - 8x + 3) > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 - 8x + 3 > 0 \\ x > 0, x \neq 1 \\ \frac{\ln(5x^2 - 8x + 3)}{\ln x} > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < \frac{3}{5} \\ x > 1 \\ \frac{\ln(5x^2 - 8x + 3)}{\ln x} > 2 \end{cases} \quad (1).$$

TH: $0 < x < \frac{3}{5}$.

$$(1) \Leftrightarrow \ln(5x^2 - 8x + 3) < 2 \ln x \Leftrightarrow 5x^2 - 8x + 3 < x^2 \Leftrightarrow 4x^2 - 8x + 3 < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < \frac{3}{2} \Rightarrow S_1 = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{5}\right).$$

TH: $x > 1$.

$$(1) \Leftrightarrow \ln(5x^2 - 8x + 3) > 2 \ln x \Leftrightarrow 5x^2 - 8x + 3 > x^2 \Leftrightarrow 4x^2 - 8x + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x > \frac{3}{2} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow S_2 = \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$$

Tập nghiệm của $\log_x(5x^2 - 8x + 3) > 2$ là $S = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{5}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

Theo đề tất cả các nghiệm của $\log_x(5x^2 - 8x + 3) > 2$ đều là nghiệm của $x^2 - 2x - a^4 + 1 \geq 0$ nên $x^2 - 2x - a^4 + 1 \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in S$. $\Leftrightarrow a^4 - 1 \leq x^2 - 2x, \forall x \in S$

$$\Leftrightarrow a^4 - 1 \leq \min_{x \in \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{5}\right] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)} (x^2 - 2x) = -\frac{21}{25} \Leftrightarrow a^4 \leq 1 - \frac{21}{25} \Leftrightarrow a^4 \leq \frac{4}{25} \Leftrightarrow a \in \left[-\frac{\sqrt{10}}{5}; \frac{\sqrt{10}}{5}\right].$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1000. Cho bất phương trình $2 + \log_3(x^2 + 1) \geq \log_3(mx^2 - 2x + m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 8.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & 2 + \log_3(x^2 + 1) \geq \log_3(mx^2 - 2x + m) \\
 \Leftrightarrow & \log_3(9x^2 + 9) \geq \log_3(mx^2 - 2x + m) \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 9x^2 + 9 \geq mx^2 - 2x + m \\ mx^2 - 2x + m > 0 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} m \leq \frac{9x^2 + 2x + 9}{x^2 + 1} \\ m > \frac{2x}{x^2 + 1} \end{cases} \quad (\text{vì } x^2 + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}).
 \end{aligned}$$

Vậy để $2 + \log_3(x^2 + 1) \geq \log_3(mx^2 - 2x + m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m \leq \frac{9x^2 + 2x + 9}{x^2 + 1} \\ m > \frac{2x}{x^2 + 1} \end{cases} \quad (I) \text{ đúng với mọi } x \in \mathbb{R}.$$

Để (I) đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì $m \leq \frac{9x^2 + 2x + 9}{x^2 + 1}$ (1) đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $m > \frac{2x}{x^2 + 1}$ (2) đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

+ Ở bất phương trình (1) xét hàm $f(x) = \frac{9x^2 + 2x + 9}{x^2 + 1}$ có $f'(x) = \frac{-2x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2}$.

Có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	9		8	10		9

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $m \leq \frac{9x^2 + 2x + 9}{x^2 + 1}$ (1) đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì $m \leq 8$.

+ Ở bất phương trình (2) xét hàm $g(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ có $g'(x) = \frac{-2x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2}$.

Có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$		
$g(x)$	0		-1		1		0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $m > \frac{2x}{x^2 + 1}$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi $m > 1$.

Vậy đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi $1 < m \leq 8$, suy ra có 7 giá trị m nguyên thỏa mãn.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1001.

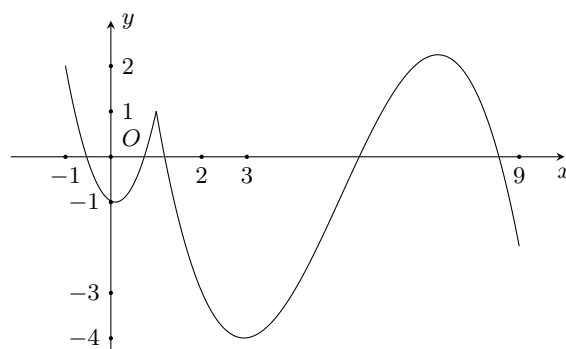
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 9]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây.

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình

$$16 \cdot 3^{f(x)} - [f^2(x) + 2f(x) - 8] \cdot 4^{f(x)} \geq (m^2 - 3m) \cdot 6^{f(x)}$$

nghiệm đúng với mọi giá trị $x \in [-1; 9]$?

- A. 32. B. 31. C. 5. D. 6.

**Lời giải.**

Từ đồ thị suy ra $-4 \leq f(x) \leq 2, \forall x \in [-1; 9]$. Đặt $t = f(x), t \in [-4; 2]$.

Ta tìm m sao cho $16 \cdot 3^t - [t^2 + 2t - 8] \cdot 4^t \geq (m^2 - 3m) \cdot 6^t$ đúng với mọi $t \in [-4; 2]$. Do đó

$$\begin{aligned} 16 \cdot 3^t - [t^2 + 2t - 8] \cdot 4^t &\geq (m^2 - 3m) \cdot 6^t \forall t \in [-4; 2] \\ \Leftrightarrow \frac{16}{2^t} - [t^2 + 2t - 8] \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^t &\geq m^2 - 3m, \forall t \in [-4; 2]. (1) \end{aligned}$$

Ta có $\frac{16}{2^t} \geq 4, \forall t \in [-4; 2]$. Dấu bằng xảy ra khi $t = 2$.

Lại có $t^2 + 2t - 8 \leq 0, \forall t \in [-4; 2]$. Do đó $[t^2 + 2t - 8] \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^t \leq 0, \forall t \in [-4; 2]$.

Dấu bằng xảy ra khi $t = 2$.

Suy ra $\frac{16}{2^t} - [t^2 + 2t - 8] \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^t \geq 4, \forall t \in [-4; 2]$.

Vậy $\frac{16}{2^t} - [t^2 + 2t - 8] \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^t \geq m^2 - 3m, \forall t \in [-4; 2] \quad (1) \Leftrightarrow m^2 - 3m \leq 4 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 4$.

Kết quả $m \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Chọn đáp án **D**

□

ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. C	4. C	5. C	6. B	7. C	8. C	9. B	10. C
11. B	12. C	13. D	14. B	15. C	16. C	17. C	18. C	19. A	20. C
21. D	22. A	23. C	24. C	25. D	26. D	27. C	28. D	29. C	30. C
31. D	32. C	33. C	34. D	35. D	36. B	37. D	38. D	39. D	40. B
41. A	42. A	43. D	44. D	45. B	46. A	47. A	48. D	49. B	50. D
51. A	52. C	54. D	55. B	56. C	57. C	58. D	59. B	60. C	61. B
62. A	63. A	64. A	65. C	66. C	67. C	68. B	69. C	70. C	71. C
72. C	73. A	74. C	75. B	76. B	77. D	78. B	79. D	80. D	81. D
82. A	83. B	84. B	85. B	86. D	87. D	88. D	89. B	90. B	91. B
92. B	93. A	94. C	95. B	96. C	97. D	98. B	99. B	100. C	101. C
102. B	103. B	104. B	105. A	106. C	107. D	108. B	109. A	110. A	111. A
112. A	113. D	114. C	115. B	116. C	117. B	118. D	119. B	120. A	121. D
122. B	123. A	124. B	125. A	126. A	127. C	128. C	129. A	130. D	131. A
132. C	133. C	134. B	135. C	136. D	137. D	138. A	139. B	140. B	141. B
142. C	143. A	144. A	145. A	146. C	147. B	148. B	149. C	150. A	151. D
152. C	153. D	154. A	155. D	156. D	157. C	158. D	159. D	160. B	161. B
162. D	163. A	164. C	165. A	166. D	167. B	168. D	169. C	170. B	171. A
172. B	173. C	174. C	175. B	176. D	177. D	178. C	179. C	180. D	181. C
182. B	183. D	184. B	185. B	186. B	187. D	188. A	189. B	190. A	191. C
192. D	193. B	194. A	195. A	196. B	197. C	198. B	199. B	200. D	201. C
202. A	203. D	204. A	205. B	206. B	207. A	208. B	209. C	210. C	211. A
212. A	213. A	214. D	215. A	216. C	217. C	218. B	219. B	220. C	221. D
222. A	223. D	224. A	225. D	226. B	227. D	228. C	229. C	230. B	231. A
232. A	233. A	234. D	235. D	236. D	237. A	238. A	239. D	240. C	241. B
242. C	243. D	244. D	245. B	246. A	247. A	248. D	249. B	250. A	251. A
252. C	253. A	254. A	255. A	256. C	257. B	258. B	259. A	260. D	261. C
262. C	263. D	264. B	265. B	266. B	267. B	268. B	269. C	270. D	271. D
272. B	273. C	274. B	275. D	276. B	277. B	278. A	279. C	280. D	281. C
282. C	283. B	284. A	285. B	286. C	287. D	288. D	289. D	290. B	291. C
292. A	293. A	294. C	295. A	296. A	297. D	298. B	299. B	300. A	301. B
302. C	303. C	304. B	305. A	306. A	307. B	308. A	309. C	310. A	311. C
312. B	313. B	314. D	315. B	316. C	317. A	318. B	319. B	320. B	321. C
322. D	323. D	324. B	325. B	326. D	327. A	328. A	329. D	330. C	331. B
332. A	333. D	334. A	335. A	336. C	337. A	338. C	339. B	340. A	341. D
342. C	343. D	344. B	345. A	346. A	347. D	348. B	349. D	350. C	351. A
352. D	353. D	354. C	355. D	356. B	357. C	358. C	359. C	360. A	361. A
362. B	363. D	364. C	365. D	366. A	367. D	368. C	369. B	370. C	371. B
372. D	373. A	374. A	375. C	376. C	377. B	378. D	379. C	380. C	381. D
382. A	383. D	384. A	385. B	386. D	387. A	388. B	389. C	390. A	391. C
392. D	393. B	394. A	395. D	396. A	397. A	398. B	399. D	400. A	401. B
402. D	403. C	404. C	405. C	406. C	407. C	408. D	409. D	410. B	411. C

412. A	413. D	414. C	415. D	416. A	417. C	418. A	419. D	420. A	421. A
422. B	423. C	424. C	425. B	426. C	427. D	428. B	429. A	430. C	431. B
432. C	433. A	434. C	435. A	436. B	437. A	438. B	439. B	440. A	441. A
442. C	443. B	444. D	445. B	446. C	447. B	448. C	449. D	450. A	451. D
452. C	453. C	454. D	455. B	456. D	457. C	458. B	459. B	460. C	461. B
462. A	463. B	464. C	465. D	466. A	467. B	468. C	469. D	470. A	471. C
472. A	473. B	474. C	475. B	476. D	477. A	478. D	479. A	480. D	481. C
482. A	483. C	484. D	485. D	486. C	487. D	488. D	489. C	490. C	491. B
492. A	493. A	494. D	495. C	496. A	497. C	498. A	499. D	500. C	501. A
502. D	503. D	504. D	505. A	506. D	507. D	508. C	509. A	510. B	511. B
512. A	513. A	514. D	515. B	516. D	517. B	518. D	519. C	520. C	521. A
522. B	523. C	524. B	525. C	526. D	527. A	528. B	529. C	530. A	531. C
532. C	533. D	534. B	535. D	536. D	537. A	538. A	539. B	540. D	541. C
542. A	543. C	544. B	545. A	546. C	547. A	548. D	549. D	550. B	551. D
552. C	553. D	554. C	555. B	556. D	557. B	558. A	559. A	560. D	561. D
562. C	563. A	564. C	565. C	566. C	567. B	568. C	569. D	570. A	571. A
572. C	573. C	574. C	575. B	576. A	577. B	578. D	579. D	580. D	581. D
582. C	583. A	584. C	585. B	586. A	587. D	588. D	589. B	590. C	591. C
592. B	593. B	594. C	595. C	596. C	597. B	598. B	599. A	600. D	601. B
602. C	603. D	604. C	605. C	606. D	607. B	608. B	609. D	610. C	611. B
612. A	613. A	614. C	615. D	616. C	617. A	618. A	619. B	620. A	621. C
622. A	623. C	624. D	625. A	626. B	627. B	628. B	629. B	630. D	631. B
632. C	633. D	634. A	635. C	636. B	637. B	638. B	639. D	640. D	641. C
642. A	643. B	644. C	645. D	646. B	647. C	648. B	649. B	650. D	651. B
652. B	653. A	654. C	655. C	656. C	657. A	658. B	659. C	660. D	661. B
662. B	663. A	664. B	665. D	666. B	667. C	668. B	669. A	670. A	671. B
672. C	673. B	674. D	675. C	676. C	677. A	678. B	679. D	680. A	681. D
682. A	683. A	684. C	685. C	686. D	687. A	688. C	689. D	690. C	691. B
692. A	693. D	694. B	695. A	696. B	697. C	698. D	699. D	700. D	701. D
702. C	703. D	704. A	705. A	706. A	707. D	708. C	709. A	710. A	711. C
712. C	713. B	714. C	715. D	716. D	717. B	718. B	719. B	720. B	721. A
722. B	723. A	724. D	725. A	726. B	727. D	728. A	729. D	730. B	731. C
732. A	733. A	734. D	735. C	736. B	737. C	738. D	739. B	740. B	741. D
742. D	743. A	744. B	745. C	746. D	747. C	748. C	749. D	750. D	751. D
752. D	753. B	754. A	755. B	756. C	757. B	758. D	759. D	760. C	761. D
762. A	763. D	764. A	765. C	766. C	767. B	768. C	769. B	770. D	771. D
772. C	773. C	774. A	775. B	776. D	777. B	778. B	779. D	780. A	781. B
782. C	783. C	784. A	785. A	786. D	787. B	788. B	789. B	790. C	791. D
792. B	793. B	794. C	795. B	796. A	797. C	798. B	799. B	800. B	801. B
802. D	803. C	804. B	805. C	806. B	807. A	808. A	809. C	810. B	811. B
812. D	813. C	814. A	815. D	816. B	817. A	818. B	819. B	820. A	821. C
822. C	823. C	824. D	825. D	826. B	827. C	828. B	829. B	830. D	831. B
832. A	833. C	834. A	835. B	836. C	837. D	838. B	839. A	840. B	841. C

842. B	843. D	844. C	845. A	846. C	847. C	848. B	849. C	850. B	851. A
852. C	853. A	854. D	855. C	856. A	857. A	858. A	859. A	860. A	861. A
862. D	863. A	864. A	865. C	866. A	867. D	868. D	869. B	870. D	871. D
872. C	873. D	874. B	875. A	876. A	877. A	878. C	879. D	880. D	881. B
882. A	883. C	884. D	885. B	886. B	887. C	888. B	889. C	890. B	891. B
892. B	893. B	894. B	895. D	896. C	897. D	898. D	899. C	900. B	901. A
902. B	903. D	904. C	905. D	906. C	907. A	908. C	909. B	910. C	911. C
912. C	913. B	914. D	915. B	916. B	917. C	918. C	919. D	920. A	921. C
922. B	923. B	924. A	925. D	926. C	927. D	928. A	929. C	930. D	931. D
932. C	933. A	934. C	935. A	936. B	937. C	938. B	939. A	940. B	941. D
942. C	943. B	944. C	945. A	946. B	947. D	948. A	949. A	950. D	951. D
952. C	953. D	954. D	955. A	956. A	957. A	958. D	959. D	960. A	961. C
962. D	963. D	964. A	965. D	966. A	967. B	968. B	969. C	970. D	971. A
972. D	973. D	974. A	975. B	976. D	977. B	978. C	979. B	980. B	981. B
982. B	983. A	984. B	985. D	986. D	987. D	988. A	989. A	990. A	991. C
992. D	993. A	994. A	995. C	996. B	997. C	998. C	999. C	1000.A	1001.D

NỘI DUNG CÂU HỎI

4 Mức độ vận dụng cao

Câu 1. Cho $a, b, c > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4\log_c(ab)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng m khi $\log_b c = n$. Tính giá trị $m + n$.

- A. $m + n = 14$. B. $m + n = \frac{25}{2}$. C. $m + n = 12$. D. $m + n = 10$.

Lời giải.

Phương pháp:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}, (a, b > 0; a, b \neq 1).$$

Áp dụng BDT Cô-si cho 2 số dương: $a + b \geq 2\sqrt{ab}$.

Cách giải:

Do $a, b, c > 1$ nên $\log_a b, \log_c a, \log_b c > 0$.

$$\begin{aligned} P &= \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4\log_c(ab) = \log_a b + \log_a c + \log_b a + \log_b c + 4\log_c a + 4\log_a b \\ &= (\log_a b + \log_b a) + (\log_a c + 4\log_c a) + (\log_b c + 4\log_c b) \\ &= \left(\log_a b + \frac{1}{\log_a b}\right) + \left(\frac{1}{\log_c a} + 4\log_c a\right) + \left(\log_b c + \frac{4}{\log_b c}\right) \\ &\geq 2\sqrt{\log_a b \cdot \frac{1}{\log_a b}} + 2\sqrt{\frac{1}{\log_c a} \cdot 4\log_c a} + 2\sqrt{\log_b c \cdot \frac{4}{\log_b c}} = 2 + 4 + 4 = 10. \end{aligned}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} \log_a b = \frac{1}{\log_a b} \\ \frac{1}{\log_c a} = 4\log_c a \\ \log_b c = \frac{4}{\log_b c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b = 1 \\ \log_c a = \frac{1}{2} \\ \log_b c = 2. \end{cases}$$

Vậy, đạt giá trị nhỏ nhất là 10 khi $\log_b c = 2 \Rightarrow m = 10, n = 2 \Rightarrow m + n = 12$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2. Biết x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_7 \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x$ và $x_1 + 2x_2 = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b})$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a + b$.

- A. $a + b = 16$. B. $a + b = 14$. C. $a + b = 13$. D. $a + b = 11$.

Lời giải.

Phương pháp:

Giải phương trình bằng phương pháp xét hàm số.

Cách giải:

$$\text{ĐKXD: } x \neq \frac{1}{2}, x > 0.$$

Ta có

$$\begin{aligned} &\log_7 \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x \\ \Leftrightarrow &\log_7 (4x^2 - 4x + 1) - \log_7 (2x) + 4x^2 + 1 = 6x \\ \Leftrightarrow &\log_7 (4x^2 - 4x + 1) + 4x^2 - 4x + 1 = \log_7 (2x) + 2x \quad (1) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_7 t + t, t > 0$ ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 7} + 1 > 0, \forall t > 0$.

$\Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Khi đó, $(1) \Leftrightarrow f(4x^2 - 4x + 1) = f(2x) \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 2x \Leftrightarrow 4x^2 - 6x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{5}}{4} \text{ (tm)} \\ x = \frac{3 - \sqrt{5}}{4} \text{ (tm)}. \end{cases}$

TH1: $x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{4}; x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{4} \Rightarrow x_1 + 2x_2 = \frac{9 - \sqrt{5}}{4} = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b})$: Vô lí.

TH2: $x_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{4}; x_2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{4} \Rightarrow x_1 + 2x_2 = \frac{9 + \sqrt{5}}{4} = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b}) \Rightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow a + b = 14.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3. Cho bất phương trình $8^x - 3 \cdot 2^{2x+1} + 9 \cdot 2^x + m - 5 > 0$ (1) Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 2]$?

A. Vô số.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$ vì $x \in [1; 2] \Rightarrow t \in [2; 4]$.

Bất phương trình đã cho trở thành $t^3 - 6t^2 + 9t - 5 > -m$ có nghiệm đúng với $t \in [2; 4]$.

Đặt $g(t) = t^3 - 6t^2 + 9t - 5 \Rightarrow g'(t) = 3t^2 - 12t + 9 > 0 \forall t \in [2; 4]$.

$\Rightarrow g(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Suy ra $-m < \min g(t) = g(2) = -5 \Leftrightarrow m > 5$.

Vậy có vô số giá trị của m .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				$\frac{15}{13}$		

Giá trị lớn nhất của m để phương trình $e^{2f^3(x) - \frac{13}{2}f^2(x) + 7f(x) + \frac{3}{2}} = m$ có nghiệm trên đoạn $[0; 2]$ là

A. e^4 .

B. e^3 .

C. $e^{\frac{15}{13}}$.

D. e^5 .

Lời giải.

Ta có $e^{2f^3(x) - \frac{13}{2}f^2(x) + 7f(x) + \frac{3}{2}} = m \Leftrightarrow 2f^3(x) - \frac{13}{2}f^2(x) + 7f(x) + \frac{3}{2} = \ln m$.

Xét hàm số $g(x) = 2f^3(x) - \frac{13}{2}f^2(x) + 7f(x) + \frac{3}{2}$ có

$$g'(x) = 6f^2(x)f'(x) - 13f(x)f'(x) + 7f'(x) = f'(x)[6f^2(x) - 13f(x) + 7]$$

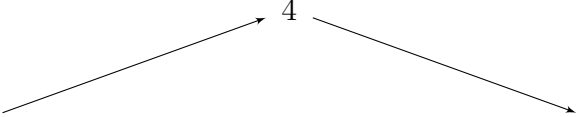
$$\text{Suy ra } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ 6f^2(x) - 13f(x) + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 1 \\ f(x) = \frac{7}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1; x = 3 \\ x = 1; x = x_1 > 3 \\ x = x_2 < 1. \end{cases}$$

Xét $g(x)$ trên đoạn $[0; 2]$.

+ Trong khoảng $(0; 1)$ ta có $f'(x) < 0$, $f(x) > 1$, $f(x) < \frac{7}{6}$ nên $f'(x)(f(x) - 1)\left(f(x) - \frac{7}{6}\right) > 0$ hay $g'(x) > 0$.

+ Trong khoảng $(1; 2)$ ta có $f'(x) > 0$, $f(x) > 1$, $f(x) < \frac{7}{6}$ nên $f'(x)(f(x) - 1) \left(f(x) - \frac{7}{6}\right) < 0$ hay $g'(x) < 0$.

Từ đó ta có bảng biến thiên của $g(x)$ như sau

x	0	1	2
$g'(x)$	+	0	−
$g(x)$			

Từ bảng biến thiên ta thấy $\max_{x \in [0;2]} g(x) = 4$.

Vậy yêu cầu bài toán thỏa nếu và chỉ nếu $\ln m \leq 4 \Leftrightarrow m \leq e^4$, hay giá trị lớn nhất của m là e^4 .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 5. Cho phương trình $m \ln^2(x+1) - (x+2-m) \ln(x+1) - x-2 = 0$ (1). Tập tất cả giá trị của tham số m để phương trình (1) có các nghiệm, trong đó có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $0 < x_1 < 2 < 4 < x_2$ là khoảng $(a; +\infty)$. Khi đó, a thuộc khoảng

A. $(3, 8; 3, 9)$.

B. $(3, 7; 3, 8)$.

C. $(3, 6; 3, 7)$.

D. $(3, 5; 3, 6)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > -1$. Ta có

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow m \ln^2(x+1) - (x+2-m) \ln(x+1) - x-2 = 0 \\
 &\Leftrightarrow m \ln^2(x+1) - (x+2) \ln(x+1) + m \ln(x+1) - (x+2) = 0 \\
 &\Leftrightarrow m \ln(x+1) [\ln(x+1) + 1] - (x+2) [\ln(x+1) + 1] = 0 \\
 &\Leftrightarrow [\ln(x+1) + 1] [m \ln(x+1) - x-2] = 0 \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} \ln(x+1) + 1 = 0 \\ m \ln(x+1) - x-2 = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = e^{-1} - 1 < 0 \text{ (loại)} \\ m \ln(x+1) - x-2 = 0 (*) \end{cases}
 \end{aligned}$$

Với $m = 0$ thì phương trình $(*)$ có nghiệm $x = -2 < 0$ (loại) nên không thỏa bài toán.

Với $m \neq 0$ thì $(*) \Leftrightarrow \frac{\ln(x+1)}{x+2} = \frac{1}{m}$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+2}$ có $f'(x) = \frac{\frac{x+2}{x+1} - \ln(x+1)}{(x+2)^2} = 0 \Rightarrow x = x_0 \in (2; 3)$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1)}{x+2}$ nên ta có bảng biến thiên trên $(-1; +\infty)$ như sau

x	-1	0	2	x_0	3	4	$+\infty$
$f'(x)$		+	+	+	0	−	−
$f(x)$	$-\infty$	0	$\frac{\ln 3}{4}$	c		$\frac{\ln 5}{6}$	6

Để phương trình có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $0 < x_1 < 2 < 4 < x_2$ thì $0 < \frac{1}{m} < \frac{\ln 5}{6} \Rightarrow \frac{6}{\ln 5} \approx 3,728$.
Suy ra $a \in (3, 7; 3, 8)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 (x\sqrt{x^2+2} + 4 - x^2) + 2x + \sqrt{x^2+2} \leq 1$ là $(-\sqrt{a}; -\sqrt{b}]$.

Khi đó ab bằng

A. $\frac{12}{5}$.

B. $\frac{5}{12}$.

C. $\frac{15}{16}$.

D. $\frac{16}{15}$.

Lời giải.

Điều kiện:

$$\begin{aligned} x\sqrt{x^2+2} + 4 - x^2 > 0 &\Leftrightarrow x(\sqrt{x^2+2} - x) + 4 > 0 \\ \Leftrightarrow x \cdot \frac{2}{\sqrt{x^2+2} + x} + 4 > 0 &\Leftrightarrow \frac{2x + 4(\sqrt{x^2+2} + x)}{\sqrt{x^2+2} + x} > 0 \\ \Leftrightarrow 4\sqrt{x^2+2} + 6x > 0 &(\text{vì } \sqrt{x^2+2} + x > 0, \forall x) \\ \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+2} > -3x &\Leftrightarrow \begin{cases} -3x < 0 \\ -3x \geq 0 \\ 4(x^2+2) > (-3x)^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 0 \\ 5x^2 < 8 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -\frac{40}{5} < x \leq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó ta có

$$\begin{aligned} \log_2 (x\sqrt{x^2+2} + 4 - x^2) + 2x + \sqrt{x^2+2} &\leq 1 \\ \Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{6x + 4\sqrt{x^2+2}}{\sqrt{x^2+2} + x} \right) + 2x + \sqrt{x^2+2} &\leq 1 \\ \Leftrightarrow \log_2 (6x + 4\sqrt{x^2+2}) - \log_2 (\sqrt{x^2+2} + x) + 2x + \sqrt{x^2+2} &\leq 1 \\ \Leftrightarrow \log_2 [2(3x + 2\sqrt{x^2+2})] - \log_2 (\sqrt{x^2+2} + x) + 2x + \sqrt{x^2+2} &\leq 1 \\ \Leftrightarrow \log_2 2 + \log_2 (3x + 2\sqrt{x^2+2}) - \log_2 (\sqrt{x^2+2} + x) + 2x + \sqrt{x^2+2} &\leq 1 \\ \Leftrightarrow \log_2 (3x + 2\sqrt{x^2+2}) + 3x + 2\sqrt{x^2+2} &\leq \log_2 (\sqrt{x^2+2} + x) + x + \sqrt{x^2+2} (*) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = t + \log_2 t$ với $t > 0$ ta có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln 2} > 0$ với mọi $t > 0$ nên $f(t)$ là hàm đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Từ đó

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow f(3x + 2\sqrt{x^2+2}) \leq f(x + \sqrt{x^2+2}) \\ &\Leftrightarrow 3x + 2\sqrt{x^2+2} \leq x + \sqrt{x^2+2} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x^2+2} \leq -2x \Leftrightarrow \begin{cases} -2x \geq 0 \\ x^2 + 2 \leq 4x^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ 3x^2 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ \begin{cases} x \geq \frac{\sqrt{6}}{3} \\ x \leq -\frac{\sqrt{6}}{3} \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x \leq -\frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Kết hợp điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ -\frac{\sqrt{40}}{5} < x \leq 0 \end{cases}$ ta có $-\frac{\sqrt{40}}{5} < x \leq -\frac{\sqrt{6}}{3}$ hay $-\sqrt{\frac{8}{5}} < x \leq -\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Tập nghiệm bất phương trình $S = \left(-\sqrt{\frac{8}{5}}; -\sqrt{\frac{2}{3}}\right]$ nên $a = \frac{8}{5}$; $b = \frac{2}{3} \Rightarrow ab = \frac{16}{15}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x) = 2019 \ln(e^{\frac{x}{2019}} + \sqrt{e})$. Tính giá trị biểu thức

$$A = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018).$$

A. 2018.

B. 1009.

C. $\frac{2017}{2}$.

D. $\frac{2019}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = f'(x) = 2019 \frac{(e^{\frac{x}{2019}} + \sqrt{e})'}{(e^{\frac{x}{2019}} + \sqrt{e})} = \frac{e^{\frac{x}{2019}}}{e^{\frac{x}{2019}} + \sqrt{e}}$$

Do đó

$$\begin{aligned} f'(x) + f'(2019-x) &= \frac{e^{\frac{x}{2019}}}{e^{\frac{x}{2019}} + \sqrt{e}} + \frac{e^{\frac{2019-x}{2019}}}{e^{\frac{2019-x}{2019}} + \sqrt{e}} = \frac{e^{\frac{x}{2019}}}{e^{\frac{x}{2019}} + \sqrt{e}} + \frac{e^{1-\frac{x}{2019}}}{e^{1-\frac{x}{2019}} + \sqrt{e}} \\ &= \frac{e^{\frac{x}{2019}}}{e^{\frac{x}{2019}} + \sqrt{e}} + \frac{e}{e + \sqrt{e} \cdot e^{\frac{x}{2019}}} = \frac{e^{\frac{x}{2019}}}{e^{\frac{x}{2019}} + \sqrt{e}} + \frac{\sqrt{e}}{\sqrt{e} + e^{\frac{x}{2019}}} = 1 \end{aligned}$$

Bởi vậy $2A = [f'(1) + f'(2018)] + [f'(2) + f'(2017)] + \dots + [f'(2018) + f'(1)] = 2018$

$$\text{Nên } A = \frac{2018}{2} = 1009.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 8. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m sao cho phương trình $\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} = x^2 - 5x - m + 2$ có nghiệm?

A. Vô số.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Lời giải.

Điều kiện $3x^2 + 3x + m + 1 > 0$.

$$\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} = x^2 - 5x - m + 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (3x^2 + 3x + m + 1) - \log_2 (2x^2 - x + 1) = x^2 - 5x - m + 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (3x^2 + 3x + m + 1) + (3x^2 + 3x + m + 1) = \log_2 (4x^2 - 2x + 2) + (4x^2 - 2x + 2) \quad (*)$$

Xét hàm $f(t) = \log_2 t + t$ với $t > 0$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{t \cdot \ln 2} + 1 > 0$ với mọi $t > 0$.

Vậy hàm $f(t) = \log_2 t + t$ với $t > 0$, luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Do đó phương trình $(*) \Leftrightarrow f(3x^2 + 3x + m + 1) = f(4x^2 - 2x + 2) \Leftrightarrow 3x^2 + 3x + m + 1 = 4x^2 - 2x + 2$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x - m + 1 = 0.$$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow 25 - 4 \cdot (-m + 1) \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{21}{4}$.

Do m nguyên âm nên $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 9. Gọi $(a; b)$ là tập các giá trị của tham số m để phương trình $2e^{2x} - 8e^x - m = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(0; \ln 5)$. Tổng $a + b$ là

A. 2.

B. 4.

C. -6.

D. -14.

Lời giải.

Phương pháp:

Đặt $t = e^x$. Đưa phương trình đã cho về phương trình ẩn t với $t \in (1; 5)$.

Cô lập m và sử dụng phương pháp hàm số để phương trình ẩn t có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(1; 5)$ khi đó phương trình đã cho cũng có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(0; \ln 5)$.

Cách giải:

Đặt $t = e^x$. Khi đó với $x \in (0; \ln 5) \Rightarrow t \in (e^0; e^{\ln 5})$ hay $t \in (1; 5)$.

Phương trình đã cho trở thành $2t^2 - 8t - m = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - 8t = m$ với $t \in (1; 5)$.

Nhận thấy rằng để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc $(0; \ln 5)$ thì phương trình $2t^2 - 8t = m$ có hai nghiệm phân biệt thuộc $(1; 5)$.

Xét $f(t) = 2t^2 - 8t \Rightarrow f'(t) = 4t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \in (1; 5)$

BBT của $f(t)$ trên $(1; 5)$.

t	1	2	5
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	-6	-8	10

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $2t^2 - 8t = m$ có hai nghiệm phân biệt $t \in (1; 5)$ khi và chỉ khi $-8 < m < -6$.

Vậy để phương trình $2e^{2x} - 8e^x - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; \ln 5)$ thì $m \in (-8; -6) \Rightarrow a = -8; b = -6 \Rightarrow a + b = -14$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 10. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\log_3(x+3) + m \log_{\sqrt{x+3}} 9 = 16$ có hai nghiệm thỏa mãn $-2 < x_1 < x_2$.

A. 17.

B. 16.

C. 14.

D. 15.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > -3$ và $x \neq 2$.

Phương trình đã cho tương đương

$$\begin{aligned} \log_3(x+3) + 4m \log_{(x+3)} 3 - 16 &= 0 \\ \Leftrightarrow \log_3^2(x+3) - 16 \log_3(x+3) + 4m &= 0 \end{aligned} \quad (1).$$

Đặt $\log_3(x+3) = t$, phương trình (1) trở thành $t^2 - 16t + 4m = 0$ (2).

Ta có $\log_3(x+3) = t \Leftrightarrow x = 3^t - 3$.

Theo điều kiện đề bài thì $x > -2$ nên $3^t - 3 > -2 \Leftrightarrow t > 0$.

Vậy phương trình $\log_3(x+3) + m \log_{\sqrt{x+3}} 9 = 16$ có hai nghiệm thỏa mãn $-2 < x_1 < x_2$ thì phương trình (2) phải có hai nghiệm t dương phân biệt

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 + t_2 = 16 > 0 \\ t_1 \cdot t_2 = 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 64 - 4m > 0 \\ 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 16.$$

Vậy có 15 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 11.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình

$$9 \cdot 6^{f(x)} + (4 - f^2(x)) \cdot 9^{f(x)} \leq (-m^2 + 5m) \cdot 4^{f(x)}$$

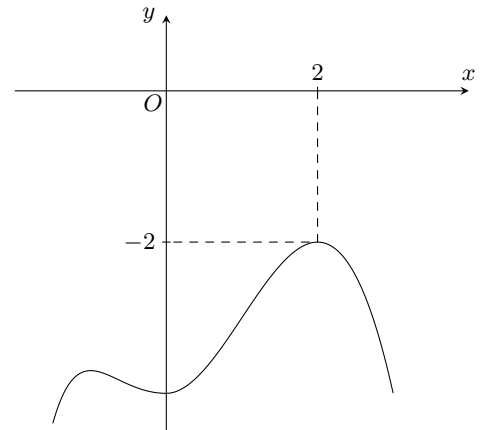
nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. 10.

B. 4.

C. 5.

D. 9.



Lời giải.

Ta có

$$9 \cdot 6^{f(x)} + (4 - f^2(x)) \cdot 9^{f(x)} \leq (-m^2 + 5m) \cdot 4^{f(x)} \Leftrightarrow -m^2 + 5m \geq 9 \left(\frac{3}{2}\right)^{f(x)} + [4 - f^2(x)] \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2f(x)}. \quad (1)$$

$$\text{Từ đồ thị suy ra } f(x) \leq -2 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} 9 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{f(x)} \leq 4, & \forall x \in \mathbb{R} \\ [4 - f^2(x)] \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2f(x)} \leq 0, & \forall x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

$$\text{Do đó } g(x) = 9 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{f(x)} + [4 - f^2(x)] \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2f(x)} \leq 4, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \max_{\mathbb{R}} g(x) = 4.$$

$$\text{Bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi } x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -m^2 + 5m \geq 4 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 4.$$

$$\text{Vậy } m \in \{1; 2; 3; 4\}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tồn tại các số thực x, y thỏa mãn $e^{3x+5y-10} - e^{x+3y-9} = 1 - 2x - 2y$ và $\log_5^2(3x + 2y + 4) - (m + 6) \log_5(x + 5) + m^2 + 9 = 0$?

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} e^{3x+5y-10} - e^{x+3y-9} = 1 - 2x - 2y &\Leftrightarrow e^{3x+5y-10} - e^{x+3y-9} = (x + 3y - 9) - (3x + 5y - 10) \\ &\Leftrightarrow e^{3x+5y-10} + (3x + 5y - 10) = e^{x+3y-9} + (x + 3y - 9) \\ &\Leftrightarrow f(3x + 5y - 10) = f(x + 3y - 9) \end{aligned} \quad (1)$$

với $f(t) = e^t + t$. Vì $f'(t) = e^t + 1 > 0 \forall t \in \mathbb{R}$ nên $f(t)$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó (1) $\Leftrightarrow 3x + 5y - 10 = x + 3y - 9 \Leftrightarrow 2y = 1 - 2x$. Thay vào điều kiện còn lại, ta được phương trình

$$\log_5^2(x + 5) - (m + 6) \log_5(x + 5) + m^2 + 9 = 0 \quad (2)$$

Bài toán được thỏa mãn khi và chỉ khi phương trình (2) có nghiệm x , điều này xảy ra khi $\Delta = 3m^2 + 12m \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 4 \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4\}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 13. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $0 \leq x, y \leq 1$, trong đó x, y không đồng thời bằng 0 hoặc 1 và $\log_3 \left(\frac{x+y}{1-xy} \right) + (x+1) \cdot (y+1) - 2 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P với $P = 2x + y$.

A. 2.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_3 \left(\frac{x+y}{1-xy} \right) + (x+1) \cdot (y+1) - 2 = 0 &\Leftrightarrow \log_3(x+y) - \log_3(1-xy) + xy + x + y - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \log_3(x+y) + (x+y) = \log_3(1-xy) + 1 - xy. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3(t) + t$, $t \in (0; 2)$, ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0 \forall t \in (0; 2)$. Do đó phương trình trên tương đương với

$$x + y = 1 - xy \Leftrightarrow y = \frac{1-x}{1+x}.$$

Từ đó suy ra $P = 2x + y = 2x + \frac{1-x}{1+x} = \frac{2x^2 + x + 1}{x+1}$.

$P' = \frac{2x^2 + 4x}{(x+1)^2}$, $P' = 0$ có nghiệm $x = 0$ thuộc $[0; 1]$.

Lần lượt thay $x = 0$ và $x = 1$ vào P , ta nhận được giá trị nhỏ nhất của P bằng 1.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 14. Cho phương trình $\log_{\sqrt{2}}(mx - 6x^3) + 2\log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có ba nghiệm phân biệt.

A. $18 < m < \frac{39}{2}$.B. $18 < m < 20$.C. $19 < m < 20$.D. $19 < m < \frac{39}{2}$.**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{2}}(mx - 6x^3) + 2\log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0 &\Leftrightarrow \log_2(mx - 6x^3) = \log_2(-14x^2 + 29x - 2) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -14x^2 + 29x - 2 > 0 \\ mx - 6x^3 = -14x^2 + 29x - 2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{14} < x < 2 \\ \frac{6x^3 - 14x^2 - 2}{x} = m - 29. \end{cases} \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{6x^3 - 14x^2 - 2}{x}$ với $x \in \left(\frac{1}{14}; 2 \right)$, ta có $f'(x) = \frac{12x^3 - 14x^2 + 2}{x^2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} & (\text{loại}) \\ x = \frac{1}{2} & (\text{nhận}) \\ x = 1 & (\text{nhận}). \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$\frac{1}{14}$		$\frac{1}{2}$		1		2
$f'(x)$	$\vdots$	+	0	-	0	+	$\vdots$
$f(x)$	$-\frac{2839}{98}$		$-\frac{19}{2}$		-10		-5

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để phương trình có 3 nghiệm thì $-10 < m - 29 < -\frac{19}{2} \Leftrightarrow 19 < m < \frac{39}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $9 \cdot 9^{x^2-2x} - (2m+1)15^{x^2-2x+1} + (4m-2)5^{2x^2-4x+2} = 0$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

A. $\frac{1}{2} < m < 1$.

B. $m > \frac{3+\sqrt{6}}{2}$ hoặc $m < \frac{3-\sqrt{6}}{2}$.

C. $m > 1$ hoặc $m < \frac{1}{2}$.

D. $\frac{3-\sqrt{6}}{2} < m < \frac{3+\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & 9 \cdot 9^{x^2-2x} - (2m+1)15^{x^2-2x+1} + (4m-2)5^{2x^2-4x+2} = 0 \\ \Leftrightarrow & 9^{x^2-2x+1} - (2m+1)15^{x^2-2x+1} + (4m-2)5^{2x^2-4x+2} = 0 \\ \Leftrightarrow & \left[\left(\frac{3}{5} \right)^{(x-1)^2} \right]^2 - (2m+1) \left(\frac{3}{5} \right)^{(x-1)^2} + 4m-2 = 0, (1). \end{aligned}$$

Đặt $\left(\frac{3}{5} \right)^{(x-1)^2} = t > 0$.

Khi đó (1) trở thành

$$t^2 - (2m+1)t + 4m-2 = 0 \Leftrightarrow (t-2)(t-2m+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 2m-1. \end{cases}$$

Chú ý rằng với $t = 2 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5} \right)^{(x-1)^2} = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = \log_{\frac{3}{5}} 2$, mà $\log_{\frac{3}{5}} 2 < 0$ và $(x-1)^2 \geq 0$ nên phương trình này vô nghiệm.

Do đó (1) $\Leftrightarrow \left(\frac{3}{5} \right)^{(x-1)^2} = 2m-1$. (2)

Xét hàm $f(x) = \left(\frac{3}{5} \right)^{(x-1)^2}$ có $f'(x) = \left(\frac{3}{5} \right)^{(x-1)^2} \cdot \ln \left(\frac{3}{5} \right) \cdot 2(x-1)$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên hàm số $f(x)$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	0	1	0

Dựa vào bảng biến thiên hàm $f(x)$, ta thấy để phương trình (1) có 2 nghiệm thực x phân biệt thì phương trình (2) phải có duy nhất 1 nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$, nghiệm còn lại (nếu có) khác 1. Số nghiệm của (2) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \left(\frac{3}{5} \right)^{(x-1)^2}$ và đường thẳng $y = 2m-1$ nên điều kiện của m thỏa mãn là $0 < 2m-1 < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1$. □

Câu 16. Cho phương trình $4^x - (10m + 1)2^x + 32 = 0$ biết rằng phương trình này có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1 x_2} = 1$. Khi đó, khẳng định nào sau đây về m là đúng?

- A. $0 < m < 1$. B. $2 < m < 3$. C. $-1 < m < 0$. D. $1 < m < 2$.

Lời giải.

Đặt $2^x = t (t > 0)$. Khi đó phương trình trở thành $t^2 - (10m + 1)t + 32 = 0$. (*)

Phương trình ban đầu có hai nghiệm x_1, x_2

$\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (10m + 1)^2 - 4 \cdot 32 > 0 \\ (10m + 1) > 0 \\ 32 > 0. \end{cases}$$

Theo định lý Viet ta có $\begin{cases} t_1 + t_2 = 10m + 1 \\ t_1 t_2 = 32. \end{cases}$

Với $t_1 \cdot t_2 = 32 \Rightarrow 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 32 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 5$.

Lại có $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1 x_2} = 1 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + 1 = x_1 x_2$ nên $x_1 x_2 = 6$.

Khi đó ta có x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $X^2 - 5X + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} X = 2 \Rightarrow t_1 = 4 \\ X = 3 \Rightarrow t_2 = 8 \end{cases}$.

Mặt khác $t_1 + t_2 = 10m + 1 \Leftrightarrow 12 = 10m + 1 \Leftrightarrow m = \frac{11}{10}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $1 < m < 2$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 17. Tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$(\sqrt{10} + 1)^x - m(\sqrt{10} - 1)^x > 3^{x+1}.$$

- A. $m < -\frac{7}{4}$. B. $m < -\frac{9}{4}$. C. $m < -2$. D. $m < -\frac{11}{4}$.

Lời giải.

Xét bất phương trình $(\sqrt{10} + 1)^8 - m(\sqrt{10} - 1)^8 > 3^{x+1} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^x - m\left(\frac{\sqrt{10} - 1}{3}\right)^x > 3$.

Nhận xét $\frac{\sqrt{10} + 1}{3} \cdot \frac{\sqrt{10} - 1}{3} = 1 \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{10} - 1}{3}\right) = \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^{-1}$

Do đó (1) $\Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^x - m\left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^{-x} > 3$.

Đặt $t = \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^x, t > 0$.

Khi đó (1) trở thành $t - \frac{m}{t} > 3 \Leftrightarrow t^2 - 3t > m$ (2).

Ta có bảng biến thiên hàm số $y = t^2 - 3t$.

t	0	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y	0	$-\frac{9}{4}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $m < -\frac{4}{9}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 18. Cho m, n là các số nguyên dương khác 1. Gọi P là tích các nghiệm của phương trình $2018(\log_m x) \cdot (\log_n x) = 2017 \log_m x + 2018 \log_n x + 2019$. P nguyên và đạt giá trị nhỏ nhất khi

- A. $m \cdot n = 2^{2020}$. B. $m \cdot n = 2^{2017}$. C. $m \cdot n = 2^{2019}$. D. $m \cdot n = 2^{2018}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $x > 0$.

Với điều kiện đó, phương trình đã cho viết lại thành

$$2018 \log_m x \cdot (\log_n m \cdot \log_m x) - 2017 \log_m x - 2018 \log_n m \cdot \log_m x - 2019 = 0 \quad (1).$$

Đặt $t = \log_m x, t \in \mathbb{R}$. Khi đó, phương trình (1) trở thành

$$2018(\log_n m) \cdot t^2 - (2017 + 2018 \log_n m)t - 2019 = 0 \quad (2).$$

Vì $2018 \cdot \log_n m \cdot (-2019) < 0$ nên phương trình (2) có hai nghiệm trái dấu, suy ra phương trình (1) luôn có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Xét } \log_m(x_1 \cdot x_2) = \log_m x_1 + \log_m x_2 = \frac{2017 + 2018 \log_n m}{2018 \log_n m} = \frac{2017}{2018 \log_n m} + 1.$$

$$\text{Suy ra } x_1 \cdot x_2 = m^{\frac{2017}{2018 \log_n m} + 1} = m^{\frac{2017}{2018} \log_m n + 1} = m \cdot n^{\frac{2017}{2018}}.$$

Theo bài ra, do m là số nguyên dương khác 1 nên $m \geq 2$ hay $P = x_1 \cdot x_2 \geq 2^{\frac{2017}{2018} \sqrt{n^{2017}}}$.

Mặt khác n là số nguyên dương khác 1 nên $n \geq 2$ và 2017, 2018 là hai số nguyên tố cùng nhau nên để P nguyên và có giá trị nhỏ nhất thì $n = 2^{2018}$. Lúc đó $m \cdot n = 2 \cdot 2^{2018} = 2^{2019}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 19. Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $4^{ab} \cdot 2^{a+b} = \frac{8(1-ab)}{a+b}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = ab + 2ab^2$ bằng

- A. 3. B. 1. C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. D. $\frac{3}{17}$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $ab < 1$.

$$\begin{aligned} 4^{ab} \cdot 2^{a+b} = \frac{8(1-ab)}{a+b} &\Leftrightarrow 2^{2ab+a+b-3} = \frac{1-ab}{a+b} \\ &\Leftrightarrow 2ab+a+b-3 = \log_2 \frac{1-ab}{a+b} \\ &\Leftrightarrow \log_2(1-ab) - \log_2(a+b) = 2ab+a+b-3 \\ &\Leftrightarrow \log_2(2-2ab) + (2-2ab) = \log_2(a+b) + (a+b). \end{aligned} \quad (1)$$

Xét hàm số: $f(t) = \log_2 t + t, (t > 0) \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0$.

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến $\forall t > 0$.

$$\text{Từ (1) ta có } 2-2ab = a+b \Leftrightarrow a = \frac{2-b}{1+2b} \Rightarrow P = ab(1+2b) = 2b - b^2.$$

Giá trị lớn nhất của $P = 1$ tại $b = 1$ và $a = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 20. Cho hai số thực $a > 1, b > 1$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $a^x \cdot b^{x^2-1} = 1$.

Trong trường hợp biểu thức $S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}\right)^2 - 4x_1 - 4x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a < b$.

B. $ab = 4$.

C. $ab = 2$.

D. $a > b$.

Lời giải.

Ta có: $a^x = b^{1-x^2} \Leftrightarrow x \cdot \log_b a = 1 - x^2 \Leftrightarrow x^2 + (\log_b a)x - 1 = 0$

Khi đó

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\log_b a \\ x_1 x_2 = -1. \end{cases}$$

Do đó $S = \left(\frac{-1}{-\log_b a}\right)^2 - 4(-\log_b a) = \frac{1}{(\log_b a)^2} + 4\log_b a$.

Đặt $t = \log_b a > \log_b 1 = 0$. Khi đó $S = \frac{1}{t^2} + 4t = \frac{1}{t^2} + 2t + 2t \stackrel{Cauchy}{\geq} 3\sqrt[3]{4}$.

$$\Rightarrow \min S = 3\sqrt[3]{4} \Leftrightarrow 2t = \frac{1}{t^2}$$

$$\Leftrightarrow t^3 = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

$$\Leftrightarrow \log_b a = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

$$\Rightarrow a = b^{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}} < b^1 \Rightarrow a < b.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 21. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn điều kiện $4^x + 9^y + 16^z = 2^x + 3^y + 4^z$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2^{x+1} + 3^{y+1} + 4^{z+1}$.

A. $\frac{13 + \sqrt{87}}{2}$.

B. $\frac{11 + \sqrt{87}}{2}$.

C. $\frac{7 + \sqrt{37}}{2}$.

D. $\frac{9 + \sqrt{87}}{2}$.

Lời giải.

Đặt $a = 2^x, b = 3^y, c = 4^z$ ($a > 0, b > 0, c > 0$).

Theo giả thiết, ta có $a^2 + b^2 + c^2 = a + b + c \Leftrightarrow \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(c - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$ (*).

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2a + 3b + 4c$.

Trong không gian tọa độ $Oxyz$, lấy các điểm $M(a; b; c), a > 0, b > 0, c > 0$ thỏa mãn với (*).

$$\Leftrightarrow M \text{ thuộc mặt cầu tâm } I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), \text{ bán kính } R = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Xét mặt phẳng } (\alpha) :: 2x + 3y + 4z - T = 0 \text{ đi qua } M(a; b; c).$$

$$\Rightarrow d(I_2(\alpha)) \leq IM = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\left|2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{2} - T\right|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2}} \leq \frac{\left|\frac{9}{2} - T\right|}{\sqrt{29}} \leq \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Leftrightarrow \left|T - \frac{9}{2}\right| \leq \frac{\sqrt{87}}{2} \Leftrightarrow T - \frac{9}{2} \leq \frac{\sqrt{87}}{2} \Leftrightarrow T \leq \frac{9 + \sqrt{87}}{2}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow (\alpha)$ tiếp xúc với mặt cầu (I, R) tại M .

Bằng tính toán, ta giải được: $a = \frac{29 + 2\sqrt{87}}{58}; b = \frac{29 + 3\sqrt{87}}{58}; c = \frac{29 + 4\sqrt{87}}{58}$.

Vậy $\max T = \frac{9 + \sqrt{87}}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m+3)16^x + (2m-1)4^x + m+1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $-3 < m < -1$.

B. $-1 < m < -\frac{3}{4}$.

C. $-1 < m < 0$.

D. $m \geq -3$.

Lời giải.

Đặt $t = 4^x, t > 0$ thì phương trình thành $(m+3)t^2 + (2m-1)t + m+1 = 0$ (2).

Phương trình ban đầu có hai nghiệm trái dấu tương đương với (2) có hai nghiệm $0 < t_1 < 1 < t_2$.

Đặt $P(t) = (m+3)t^2 + (2m-1)t + m+1$.

$$\begin{cases} m+3 \neq 0 \\ (m+3)P(1) < 0 \\ (m+3)P(0) > 0 \\ \frac{t_1+t_2}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)(4m+3) < 0 \\ (m+3)(m+1) > 0 \\ \frac{-(2m-1)}{2(m+3)} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < \frac{-4}{3} \\ \begin{cases} m < -3 \\ m > -1 \end{cases} \\ -3 < m < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < -\frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị m để phương trình

$$9 \cdot 3^{2x} - m(4\sqrt{x^2 + 2x + 1} + 3m + 3) \cdot 3^x + 1 = 0.$$

có đúng ba nghiệm phân biệt.

A. Vô số.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 9 \cdot 3^{2x} - m(4\sqrt{x^2 + 2x + 1} + 3m + 3) \cdot 3^x + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow 3^{x+1} + \frac{1}{3^{x+1}} - \frac{m}{3}(4\sqrt{|x+1|} + 3m + 3) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Đặt $t = x + 1$, phương trình (1) trở thành

$$3^t + \frac{1}{3^t} - \frac{m}{3}(4\sqrt{|t|} + 3m + 3) = 0. \quad (2)$$

Bài toán trở thành tìm số giá trị nguyên của m để phương trình (2) có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

Nhận xét: Nếu t_0 là một nghiệm của phương trình (2) thì $-t_0$ cũng là một nghiệm của phương trình (2). Do đó điều kiện cần để phương trình (2) có đúng ba nghiệm thực phân biệt là phương trình (2) có nghiệm $t = 0$.

$$\text{Với } t = 0, \text{ thay vào phương trình (2) ta có } -m^2 - m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2. \end{cases}$$

Thử lại

— Với $m = -2$ phương trình (2) thành $3^t + \frac{1}{3^t} + \frac{2}{3}(4\sqrt{|t|} - 3) = 0$.

Ta có $3^t + \frac{1}{3^t} \geq 2, \forall t \in \mathbb{R}$ và $\frac{2}{3}(4\sqrt{|t|} - 3) \geq -2, \forall t \in \mathbb{R}$ suy ra $3^t + \frac{1}{3^t} + \frac{2}{3}(4\sqrt{|t|} - 3) \geq 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Dấu “=” xảy ra khi $t = 0$, hay phương trình (2) có nghiệm duy nhất $t = 0$ nên loại nghiệm $m = -2$.

— Với $m = 1$ phương trình (2) thành $3^t + \frac{1}{3^t} - \frac{1}{3}(4\sqrt{|t|} + 6) = 0$ (3)

Dễ thấy phương trình (3) có ba nghiệm $t = -1, t = 0, t = 1$.

Ta chứng minh phương trình (3) chỉ có ba nghiệm $t = -1, t = 0, t = 1$.

Vì t là nghiệm thì $-t$ cũng là nghiệm nên ta chỉ xét phương trình (3) trên $[0; +\infty)$.

Trên tập $[0; +\infty)$, (3) $\Leftrightarrow 3^t + \frac{1}{3^t} - \frac{1}{3}(4\sqrt{t} + 6) = 0$.

Xét hàm $f(t) = 3^t + \frac{1}{3^t} - \frac{1}{3}(4\sqrt{t} + 6)$ trên $[0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = 3^t \ln 3 - 3^{-t} \cdot \ln 3 - \frac{2}{3\sqrt{t}}$, $f''(t) = 3^t \ln^2 3 + 3^{-t} \cdot \ln^2 3 + \frac{1}{3 \cdot (\sqrt{t})^3} > 0, \forall t > 0$. Suy ra $f'(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty) \Rightarrow f'(t) = 0$ có tối đa một nghiệm $t > 0 \Rightarrow f(t) = 0$ có tối đa hai nghiệm $t \in [0; +\infty)$. Suy ra trên $[0; +\infty)$, phương trình (3) có hai nghiệm $t = 0, t = 1$.

Do đó trên tập $\mathbb{R}$, phương trình (3) có đúng ba nghiệm $t = -1, t = 0, t = 1$. Vậy chọn $m = 1$.

Chú ý: Đối với bài toán trắc nghiệm này, sau khi loại được $m = -2$, ta có thể kết luận đáp án C do đề không có phương án nào là không tồn tại m .

Chọn đáp án  □

Câu 24. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = x + 3y$

A. $P_{\min} = \frac{17}{2}$.

B. $P_{\min} = 8$.

C. $P_{\min} = 9$.

D. $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Phương pháp:

- Sử dụng công thức $\log_a x + \log_a y = \log_a (xy)$ ($0 < a \neq 1, x, y > 0$), giải bất phương trình lôgarit cơ bản $\log_a f(x) \leq \log_a g(x)$ ($0 < a < 1$) $\Leftrightarrow f(x) \geq g(x)$.
- Rút x theo y thế vào P.
- Đưa P về dạng $P = f(y)$. Lập BBT và tìm GTNN của $P = f(y)$.

Cách giải:

Theo bài ra ta có:

$$\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2) \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} (xy) \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2) \Leftrightarrow xy \geq x + y^2$$

$$x(y - 1) \geq y^2 > 0. \text{ Mà } x > 0 \Rightarrow y - 1 > 0 \Leftrightarrow y > 1.$$

$$x \geq \frac{y^2}{y - 1}. \text{ Khi đó ta có } P = x + 3y \geq \frac{y^2}{y - 1} + 3y \text{ với } y > 1.$$

Xét hàm số $f(y) = \frac{y^2}{y - 1} + 3y$ với $y > 1$ ta có:

$$f'(y) = \frac{2y(y - 1) - y^2}{(y - 1)^2} + 3 = \frac{y^2 - 2y + 3y^2 - 6y + 3}{(y - 1)^2} = \frac{4y^2 - 8y + 3}{(y - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

BBT:

y	$-\infty$	$\frac{1}{2}$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(y)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$f(y)$			1			$+\infty$		$+\infty$
	$-\infty$			$-\infty$			9	

Từ BBT ta thấy $\min_{y > 1} f(y) = f\left(\frac{3}{2}\right) = 9$.

Vậy $P \geq 9$ hay $P_{\min} = 9$.

Chọn đáp án  □

Câu 25. Tìm tập S tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2} (4x + 4y - 6 + m^2) \geq 1$ và $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$.

A. $S = \{-5; 5\}$.

B. $S = \{-7; -5; -1; 1; 5; 7\}$.

C. $S = \{-5; -1; 1; 5\}$.

D. $S = \{-1; 1\}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
& \log_{x^2+y^2+2} (4x+4y-6+m^2) \geq 1 = \log_{x^2+y^2+2} (x^2+y^2+2) \\
& \Leftrightarrow 4x+4y-6+m^2 \geq x^2+y^2+2 \text{ (do } x^2+y^2+2 > 1) \\
& \Leftrightarrow x^2+y^2-4x-4y-m^2+8 \leq 0 \\
& \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-2)^2 \leq m^2 \quad (1)
\end{aligned}$$

(1) là hình tròn (C_1) có tâm $I(2; 2)$, bán kính $(R_1 = |m|)$ với $m \neq 0$ hoặc là điểm $I(2; 2)$ với $m = 0$.
Ta có $x^2+y^2+2x-4y+1=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2=4$ (2) là đường tròn (C_2) có tâm $J(-1; 2)$ bán kính $R_2 = 2$.

Khi $m = 0$ ta có $I(2; 2) \notin (C_2)$ nên yêu cầu bài toán không thỏa mãn.

Khi $m \neq 0$ ta nhận thấy để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn 2 điều kiện (1) và (2) thì chỉ xảy ra 2 trường hợp sau:

Trường hợp 1: $(C_1); (C_2)$ tiếp xúc ngoài với nhau

$$\Leftrightarrow I_1 I_2 = R_1 + R_2 \Leftrightarrow \sqrt{(-1-2)^2 + (2-2)^2} = m + 2 \Leftrightarrow 3 = m + 2 \Leftrightarrow m = 1(tm).$$

Trường hợp 2: $(C_1); (C_2)$ tiếp xúc trong và $R_1 < R_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I_1 I_2 = |R_1 - R_2| \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = |m - 2| \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -1 \Leftrightarrow m = -1 (tm). \\ m < 2 \end{cases}$$

Vậy $S = \{-1; 1\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 26. Cho các số $a, b > 1$ thỏa mãn $\log_2 a + \log_3 b = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = \sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b}$.

A. $\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$. B. $\sqrt{\log_3 2} + \sqrt{\log_2 3}$. C. $\frac{1}{2}(\log_2 3 + \log_3 2)$. D. $\frac{2}{\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}}$.

Lời giải.

Ta có $P = \sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b} = \sqrt{\log_3 2} \sqrt{\log_2 a} + \sqrt{\log_2 3} \sqrt{\log_3 b}$. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz ta có $P^2 \leq (\log_3 2 + \log_2 3)(\log_2 a + \log_3 b) = \log_3 2 + \log_2 3$. Suy ra $P \leq \sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 27. Cho hai hàm số

$$f(x) = \ln \left(x - 1009 + \sqrt{(x - 1009)^2 + 2018e} \right); h(x) = \ln \left(x - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \frac{1}{4} + e} \right).$$

Giả sử $S = f(1) + f(2) + \dots + f(2017)$ và $T = h\left(\frac{1}{2018}\right) + h\left(\frac{2}{2018}\right) + h\left(\frac{3}{2018}\right) + \dots + h\left(\frac{2017}{2018}\right)$.

Khi đó $\frac{S}{T}$ bằng

A. $\ln 2018$. B. $1 + \ln 2018$. C. $1 + \ln 2017$. D. 2018 .

Lời giải.

Ta có nhận xét $f(x) + f(2018 - x) = 1 + \ln 2018$, suy ra

$$S = 1008(1 + \ln 2018) + f(1009) = \frac{2017}{2}(1 + \ln 2018).$$

Mặt khác $h(x) + h(1-x) = 1$, suy ra $T = 1008 + h\left(\frac{1009}{2018}\right) = \frac{2017}{2}$. Do đó $\frac{S}{T} = 1 + \ln 2018$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 28. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (0; 2018)$ để phương trình $m + 10x = me^x$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 9.

B. 2017.

C. 2016.

D. 2007.

Lời giải.

Với $x = 0$, phương trình trở thành $m = m$ (luôn đúng), suy ra với mọi $m \in (0; 2018)$ phương trình luôn có 1 nghiệm $x = 0$.

Với $x \neq 0$, ta có $m + 10x = me^x \Leftrightarrow m = \frac{10x}{e^x - 1}$.

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{10x}{e^x - 1}$ trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, ta có $f'(x) = \frac{10(e^x - xe^x - 1)}{(e^x - 1)^2} < 0 \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Thật vậy, xét hàm số $g(x) = e^x - xe^x - 1$. Ta có $g'(x) = e^x - (e^x + xe^x) = -xe^x$.

Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$-\infty$	0	$-\infty$

Bảng biến thiên hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	10	0

Suy ra yêu cầu bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi $\begin{cases} 0 < m < 2018 \\ m \neq 10. \end{cases}$

Do đó, có 2016 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 29. Phương trình $2018^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trong đoạn $[4\pi; 2018\pi]$?

A. 0.

B. 2023.

C. 2015.

D. 2014.

Lời giải.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow -1 \leq t \leq 1$. Ta có phương trình

$$2018^t = t + \sqrt{1 + t^2} \Leftrightarrow 2018^t = \frac{1}{\sqrt{t^2 + 1} - t} \quad (\text{vì } \sqrt{t^2 + 1} > t) \Leftrightarrow 2018^t(\sqrt{t^2 + 1} - t) = 1. \quad (1)$$

Xét $f(t) = 2018^t(\sqrt{t^2 + 1} - t) - 1$, có

$$f'(t) = 2018^t \ln 2018(\sqrt{t^2 + 1} - t) + 2018^t \left(\frac{t}{\sqrt{t^2 + 1}} - 1 \right) = 2018^t(\sqrt{t^2 + 1} - t) \left(\ln 2018 - \frac{1}{\sqrt{t^2 + 1}} \right).$$

Ta có $\begin{cases} \sqrt{t^2+1} - t > 0 \\ \frac{1}{\sqrt{t^2+1}} \leq 1 \end{cases} \Rightarrow f'(t) > 0$. Do vậy phương trình (1) có nhiều nhất 1 nghiệm.

Ta thấy $t = 0$ thỏa mãn phương trình (1). Do đó, (1) có nghiệm duy nhất $t = 0$.

Với $t = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) $\Rightarrow$ trong đoạn $[4\pi; 2018\pi]$ nên có $\frac{2018-4}{1} + 1 = 2015$ nghiệm thực.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 30. Tìm số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^{x+1} + 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 16 - 8m$ có nghiệm trên đoạn $[0; 1]$.

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$4^{x+1} + 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 16 - 8m \Leftrightarrow 2^{2x} + \frac{1}{2^{2x}} = (m+1) \cdot \left(2^x - \frac{1}{2^x}\right) + 4 - 2m. \quad (*)$$

Đặt $t = 2^x$. Vì $0 \leq x \leq 1$ nên $1 \leq t \leq 2$.

Xét $f(t) = t - \frac{1}{t}$, ta có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t^2} > 0$ với mọi $t \in [1; 2]$. Do đó $0 \leq f(t) \leq \frac{1}{2}$.

Đặt $a = t - \frac{1}{t} \Rightarrow 0 \leq a \leq \frac{1}{2}$.

Phương trình (*) có dạng $a^2 + 2 = (m+1)a + 4 - 2m \Leftrightarrow \frac{a^2 - a - 2}{a - 2} = m$.

Xét $f(a) = \frac{a^2 - a - 2}{a - 2} = a + 1$, ta có $f'(a) = 1 > 0$. Ta có bảng biến thiên

a	0	$\frac{1}{2}$
$f'(a)$	+	
$f(a)$	1	$\frac{3}{2}$

Để phương trình (*) có nghiệm trong đoạn $[0; 1]$ thì $1 \leq m \leq \frac{3}{2} \Rightarrow$ có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 31. Giải bất phương trình $\log_3 \frac{5x+1}{(x-1)^2} \geq 3x^2 - 11x + 3$ ta được tập nghiệm S . Biết rằng S có dạng $[a; b] \setminus \{1\}$. Hãy tính $T = (a+b) - ab$.

A. $\frac{23}{3}$.

B. $\frac{11}{3}$.

C. 3.

D. $\frac{10}{3}$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x > -\frac{1}{5} \\ x \neq 1 \end{cases}$.

$$\begin{aligned}
& \log_3 \frac{5x+1}{(x-1)^2} \geq 3x^2 - 11x + 3 \\
& \Leftrightarrow \log_3(5x+1) - \log_3(x-1) \geq 3(x-1)^2 - (5x+1) + 1 \\
& \Leftrightarrow \log_3(5x+1) + (5x+1) \geq \log_3(x-1)^2 + 3(x-1)^2 + \log_3 3 \\
& \Leftrightarrow \log_3(5x+1) + (5x+1) \geq \log_3 [3(x-1)^2] + 3(x-1)^2 \\
& \Leftrightarrow f(5x+1) \geq f[3(x-1)^2].
\end{aligned}$$

Xét hàm $f(t) = \log_3 t + t$, với $t > 0$.

$f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0$, với $\forall t > 0$ nên hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Nên

$$\begin{aligned}
& f(5x+1) \geq f[3(x-1)^2] \\
& \Leftrightarrow 5x+1 > 3(x-1)^2 \\
& \Leftrightarrow 3x^2 - 11x + 2 \leq 0 \\
& \Leftrightarrow \frac{11 - \sqrt{97}}{6} \leq x \leq \frac{11 + \sqrt{97}}{6}.
\end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $\left[\frac{11 - \sqrt{97}}{6}; \frac{11 + \sqrt{97}}{6} \right] \setminus \{1\}$.

Vậy $T = (a+b) - ab = 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 32. Cho hai số thực $a, b > 1$ sao cho tồn tại số thực $0 < x \neq 1$ thỏa mãn $a^{\log_b x} = b^{\log_a(x^2)}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \ln^2 a + \ln^2 b - \ln(ab)$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $-\frac{3+2\sqrt{2}}{12}$.

C. $\frac{e}{2}$.

D. $\frac{1-3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
& a^{\log_b x} = b^{\log_a(x^2)} \\
& \Rightarrow x^{\log_b a} = (x^2)^{\log_a b} \\
& \Rightarrow \log_b a = 2 \cdot \log_a b \\
& \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} = 2 \cdot \frac{\ln b}{\ln a} \\
& \Leftrightarrow \ln^2 a = 2 \cdot \ln^2 b \\
& \Rightarrow \ln a = \sqrt{2} \ln b, \text{ (vì } a, b > 1).
\end{aligned}$$

Ta được

$$\begin{aligned}
P &= \ln^2 a + \ln^2 b - \ln(ab) \\
&= 3\ln^2 b - (1 + \sqrt{2}) \ln b \\
&= \left(\sqrt{2} \ln b - \frac{1 + \sqrt{2}}{2\sqrt{3}} \right)^2 - \frac{(1 + \sqrt{2})^2}{12} \\
&\geq -\frac{3 + 2\sqrt{2}}{12}.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 33. Giá trị nào của m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$.

A. $3 \leq m \leq 8$.

B. $4 \leq m \leq 8$.

C. $0 \leq m \leq 2$.

D. $1 \leq m \leq 16$.

Lời giải.

— Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}$ với $x \in [1; 3^{\sqrt{3}}] \Rightarrow t \in [1; 2]$. Khi đó

— $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 1 + t - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 + t - 2 = 2m$.

— Xét hàm số $f(t) = t^2 + t - 2, t \in [1; 2] \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên đoạn $[1; 2]$.

— Vậy YCBT $\Leftrightarrow f(1) \leq 2m \leq f(2) \Leftrightarrow 0 \leq 2m \leq 4 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 34. Biết rằng trong tất cả các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_2(x^2 + y^2 + 2) \leq 2 + \log_2(x + y - 1)$ chỉ có duy nhất một cặp $(x; y)$ thỏa mãn $3x + 4y - m = 0$. Khi đó, hãy tính tổng các giá trị m tìm được.

A. 20.

B. 46.

C. 28.

D. 14.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x^2 + y^2 + 2) \leq 2 + \log_2(x + y - 1) \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 2)^2 \leq 2$.

Do chỉ có một cặp $(x; y)$ duy nhất thỏa mãn hệ $\begin{cases} 3x + 4y - m = 0 \\ (x - 2)^2 + (y - 2)^2 \leq 2 \end{cases}$ nên đường thẳng $3x + 4y -$

$m = 0$ là tiếp tuyến của đường tròn $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 2$.

Do đó, $\frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 2 - m|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -36 \\ m = 64. \end{cases}$

Từ đó chọn được đáp án.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 35. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $2^{2u_1+1} + 2^{3-u_2} = \frac{8}{\log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4\right)}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi

$n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n > 5^{100}$ bằng

A. 230.

B. 231.

C. 233.

D. 234.

Lời giải.

Theo giả thiết $u_{n+1} = 2u_n$ nên (u_n) là một cấp số nhân có công bội $q = 2$. Suy ra $u_n = u_1 \cdot 2^{n-1}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$.

Ta lại có $2^{2u_1+1} + 2^{3-u_2} = \frac{8}{\log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4\right)}$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 4^{u_1} + \frac{8}{4^{u_1}} = \frac{8}{\log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4\right)} \quad (1).$$

Để thấy $2 \cdot 4^{u_1} + \frac{8}{4^{u_1}} \geq 8$ và $\frac{8}{\log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4\right)} = \frac{8}{\log_3\left[\left(\frac{1}{2}u_3 - 1\right)^2 + 3\right]} \leq 8$ nên (1) tương

đương với $2 \cdot 4^{u_1} + \frac{8}{4^{u_1}} = 8$ và $\frac{8}{\log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4\right)} = 8$ hay $u_1 = \frac{1}{2}$.

Khi đó $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_1 \frac{1-2^n}{1-2} = \frac{2^n-1}{2}$.

Do đó, $S_n > 5^{100} \Leftrightarrow \frac{2^n-1}{2} > 5^{100} \Leftrightarrow \log_5 \frac{2^n-1}{2} > 100 \Leftrightarrow n > 233$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 36. Cho dãy (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 0 \\ \log_{\sqrt[3]{2}} u_{n+1} = 3 + \log_2 (5u_n + 45)^3, n \in \mathbb{N} \end{cases}$. Tính u_{100} .

A. $u_{100} = 10^{100} - 10$. B. $u_{100} = 10^{99} - 10$. C. $u_{100} = 10^{100} + 10$. D. $u_{100} = 10^{99} + 10$.

Lời giải.

Theo giả thiết có

$$\log_{\sqrt[3]{2}} u_{n+1} = 3 + \log_2 (5u_n + 45)^3 \Leftrightarrow u_{n+1} = 10u_n + 90 \Leftrightarrow u_{n+1} + 10 = 10(u_n + 10). \quad (1)$$

Đặt $v_n = u_n + 10$ từ (1) ta có $v_{n+1} = v_n + 10$, $n \in \mathbb{N}$ do đó v_n là cấp số nhân với $\begin{cases} v_1 = u_1 + 10 = 10 \\ q = 10. \end{cases}$

Ta có $v_{100} = u_{100} + 10 = 10 \cdot 10^{99} = 10^{100} \Rightarrow u_{100} = 10^{100} - 10$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 37. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$.

Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của $P = \frac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} &= x(x-3) + y(y-3) + xy \\ \Leftrightarrow 3(x+y) + \log_{\sqrt{3}} (3(x+y)) &= (x^2+y^2+xy+2) + \log_{\sqrt{3}} (x^2+y^2+xy+2). \end{aligned}$$

Hay $f(3(x+y)) = f(x^2+y^2+xy+2)$ với $f(t) = t + \log_{\sqrt{3}} t$ có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln \sqrt{3}} > 0, \forall t > 0$.

Do vậy

$$\begin{aligned} 3(x+y) &= x^2+y^2+xy+2 \\ \Leftrightarrow (4x^2+4xy+y^2) + 3(y^2-2y+1) - 6(2x+y) + 5 &= 0 \\ \Rightarrow (2x+y)^2 - 6(2x+y) + 5 &= -3(y-1)^2 \leq 0. \end{aligned}$$

Suy ra $1 \leq 2x+y \leq 5$. Do đó $P = 1 + \frac{2x+y-5}{x+y+6} \leq 1$.

Vậy $P_{\max} = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 38. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $10m \in \mathbb{Z}$ và phương trình $2 \log_{mx-5}(2x^2 - 5x + 4) = \log_{\sqrt{mx-5}}(x^2 + 2x - 6)$ có nghiệm duy nhất. Tìm số phần tử của S .

A. 15. B. 14. C. 13. D. 16.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} 0 < mx-5 \neq 1 \\ 2x^2-5x+4 = x^2+2x-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < mx-5 \neq 1 \\ x=2 \vee x=5. \end{cases}$$

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < 2m - 5 \neq 1 \\ 5m - 5 \leq 0 \vee 5m - 5 = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 0 < 5m - 5 \neq 1 \\ 2m - 5 \leq 0 \vee 2m - 5 = 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{2} < m \neq 3 \\ m \leq 1 \vee m = \frac{6}{5} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 1 < m \neq \frac{6}{5} \\ m \leq \frac{5}{2} \vee m = 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 10 < 10m \neq 12 \\ 10m \leq 25 \vee 10m = 30. \end{cases} \end{aligned}$$

Do $10m \in \mathbb{Z}$ nên có 15 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 39. Số giá trị nguyên của $m \in (-200; 2000)$ để $3 \cdot a^{\sqrt{\log_a b}} - b^{\sqrt{\log_b a}} > m\sqrt{\log_a b} + 2$ với mọi $a, b \in (1; +\infty)$ là

A. 199.

B. 2199.

C. 200.

D. 2002.

Lời giải.

Đặt $x = \sqrt{\log_a b}$, điều kiện $x > 0$. Ta có $\begin{cases} \sqrt{\log_b a} = \frac{1}{x} \\ x^2 = \log_a b \Rightarrow b = a^{x^2} \end{cases}$, thu được

$$3a^x - (a^{x^2})^{\frac{1}{x}} > mx + 2 \Leftrightarrow 3a^x - a^x > mx + 2 \Leftrightarrow 2a^x > mx + 2 \Leftrightarrow m < \frac{2(a^x - 1)}{x}. \quad (*)$$

Vì $a > 1$, $x > 0$ nên $\frac{a^x - 1}{x} > 0$ và $\lim_{x \rightarrow (0)^+} \frac{a^x - 1}{x} = 0$.

Từ đó suy ra (*) đúng khi và chỉ khi $m \leq 0$.

Kết hợp điều kiện của m , ta được $m \in (-200; 0]$. Tập này có 200 số nguyên.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 40. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_5 - 2 \log u_2 = 2(1 + \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1})$ và $u_n = 3u_{n-1}$, $\forall n \geq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của n để $u_n < 7^{100}$.

A. 191.

B. 192.

C. 176.

D. 177.

Lời giải.

Do $u_n = 3u_{n-1}$, suy ra dãy số là cấp số nhân với công bội $q = 3$, suy ra $u_n = u_1 \cdot 3^{n-1}$.

Đặt $t = \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1} \geq 0$, ta có phương trình

$$t^2 - 1 = 2(1 + t) \Leftrightarrow (t + 1)(t - 3) = 0 \Rightarrow t = 3.$$

$$\text{Từ đó ta có } \log u_5 - 2 \log u_2 = 8 \Leftrightarrow \frac{u_5}{u_2^2} = 10^8 \Leftrightarrow \frac{u_1 \cdot 3^4}{u_1^2 \cdot 3^2} = 10^8 \Leftrightarrow u_1 = \frac{9}{10^8}.$$

$$\text{Suy ra } u_n = \frac{9}{10^8} \cdot 3^{n-1} < 7^{100} \Leftrightarrow 3^{n-1} < \frac{10^8}{9} \cdot 7^{100} \Leftrightarrow n < 192,9.$$

Vậy giá trị lớn nhất của n là 192.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 41. Cho phương trình $(\sqrt{10} + 1)^{x^2} + m(\sqrt{10} - 1)^{x^2} = 2 \cdot 3^{x^2+1}$. Tìm số giá trị nguyên của $m \in (-10; 10)$ để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt.

A. 14.

B. 15.

C. 13.

D. 16.

Lời giải.

Ta có phương trình

$$\left(\frac{\sqrt{10}+1}{3}\right)^{x^2} + m\left(\frac{\sqrt{10}-1}{3}\right)^{x^2} = 6. \quad (1)$$

Đặt $t = \left(\frac{\sqrt{10}+1}{3}\right)^{x^2}$ ($t \geq 1$), suy ra $\left(\frac{\sqrt{10}-1}{3}\right)^{x^2} = \frac{1}{t}$, thay vào phương trình (1) ta có

$$t + \frac{m}{t} = 6 \Leftrightarrow t^2 - 6t + m = 0. \quad (2)$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm x phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có đúng một nghiệm $t > 1$, tương đương với

$$\begin{cases} \Delta' = 0 \\ t = -\frac{b}{2a} > 1 \\ a \cdot f(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - m = 0 \\ 3 > 1 \\ 1 \cdot (m - 5) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ m < 5. \end{cases}$$

Kết hợp với giả thiết, ta có 15 giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện bài toán.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 42. Gọi P là tập tất cả các giá trị thực của m sao cho phương trình $2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$ có đúng ba nghiệm phân biệt. Tính tổng các phần tử của P .

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2-2x+3} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 2^{2|x-m|+2} \cdot \log_2(2|x-m| + 2) \quad (*).$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t \cdot \log_2 t$, $t \geq 2$.

$$\text{Có } f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 \cdot \log_2 t + \frac{2^t}{t \ln 2} > 0, \quad \forall t \geq 2.$$

Suy ra $f(t)$ là hàm đồng biến trên $[2; +\infty)$. Mà $x^2 - 2x + 3 \geq 2$; $2|x-m| + 2 \geq 2$.

Suy ra

$$(*) \Leftrightarrow f(x^2 - 2x + 3) = f(2|x-m| + 2) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 = 2|x-m| + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 2|x-m| \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 1 = 2x - 2m \\ x^2 - 2x + 1 = 2m - 2x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 = -2m+3 & (1) \\ x^2 = 2m-1 & (2). \end{cases}$$

Phương trình ban đầu có 3 nghiệm khi

• TH1: (1) có một nghiệm, (2) có hai nghiệm phân biệt khác nghiệm của (1).

Suy ra $-2m+3=0 \Leftrightarrow m=\frac{3}{2}$ (thỏa mãn).

• TH2: (2) có một nghiệm, (1) có hai nghiệm phân biệt khác nghiệm của (2).

Suy ra $2m-1=0 \Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$ (thỏa mãn).

• TH3: (1) và (2) có hai nghiệm phân biệt và có đúng một nghiệm chung.

Gọi x_0 là nghiệm chung của (1) và (2). Ta có

$$\begin{cases} (x_0-2)^2 = -2m+3 \\ x_0^2 = 2m-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = m \\ x_0^2 = 2m-1 \end{cases} \Rightarrow m^2 = 2m-1 \Rightarrow m=1 \quad (\text{thỏa mãn}).$$

Vậy $m \in \left\{\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 43. Trong các nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ bằng

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{9}{8}$.

D. 9.

Lời giải.

TH1: $x^2 + 2y^2 > 1$. Đặt $z = y\sqrt{2}$, suy ra $x^2 + z^2 > 1$ (1). Khi đó:

$$\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+y \geq x^2+2y^2 \Leftrightarrow 2x+\frac{z}{\sqrt{2}} \geq x^2+z^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \geq \frac{9}{8} \quad (2).$$

Tập hợp các điểm $M(x; y)$ là miền (H) bao gồm miền ngoài của hình tròn $(\mathcal{C}_1) : x^2 + z^2 = 1$ và miền trong của hình tròn $(\mathcal{C}_2) : (x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{9}{8}$.

$$\text{Hệ } \begin{cases} T = 2x + \frac{z}{\sqrt{2}} \\ (x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \geq \frac{9}{8} \\ x^2 + z^2 > 1 \end{cases} \text{ có nghiệm khi đường thẳng } d : 2x + \frac{z}{\sqrt{2}} - T = 0 \text{ có điểm chung}$$

với miền (H) .

Để T đạt giá trị lớn nhất thì đường thẳng d phải tiếp xúc với đường tròn $(\mathcal{C}_2)$, nghĩa là ta có $d(I, d) = \frac{3}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left|T - \frac{9}{4}\right| = \frac{9}{4} \Leftrightarrow T = \frac{9}{2}$ với $I\left(1; \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$ là tâm của đường tròn $(\mathcal{C}_2)$.

TH2: $0 < x^2 + 2y^2 < 1$ ta có

$$\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+y \leq x^2+2y^2 \Leftrightarrow T = 2x+y < 1 \text{ (loại)}.$$

$$\text{Vậy } \max T = \frac{9}{2}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 44. Tìm m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1$ và $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$.

A. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$.

B. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ và $\sqrt{10} + \sqrt{2}$.

C. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$ và $(\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$.

D. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$.

Lời giải.

Điều kiện: $4x + 4y - 4 > 0$.

$$\text{Ta có } \log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1 \Leftrightarrow 4x+4y-4 \geq x^2+y^2+2 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 2 \quad (\mathcal{C}_1).$$

Miền nghiệm của bất phương trình là hình tròn (cả bờ) $(\mathcal{C}_1)$ tâm $I_1(2; 2)$, bán kính $R_1 = \sqrt{2}$.

$$\text{Mặt khác, } x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = m \quad (*).$$

Với $m = 0 \Rightarrow x = -1, y = 1$ không thỏa mãn $(\mathcal{C}_1)$.

Với $m > 0$ thì $(*)$ là đường tròn $(\mathcal{C}_2)$ tâm $I_2(-1; 1)$, bán kính $R_2 = \sqrt{m}$.

Để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thì $(\mathcal{C}_1)$ và $(\mathcal{C}_2)$ tiếp xúc nhau.

$$\text{TH1: } (\mathcal{C}_1) \text{ và } (\mathcal{C}_2) \text{ tiếp xúc ngoài} \Leftrightarrow R_1 + R_2 = I_1I_2 \Leftrightarrow \sqrt{m} + \sqrt{2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow m = (\sqrt{10} - \sqrt{2})^2.$$

$$\text{TH2: } (\mathcal{C}_1) \text{ và } (\mathcal{C}_2) \text{ tiếp xúc trong} \Leftrightarrow R_2 - R_1 = I_1I_2 \Leftrightarrow \sqrt{m} - \sqrt{2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow m = (\sqrt{10} + \sqrt{2})^2.$$

Vậy $m = (\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$ và $m = (\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 45. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{2} \log_2 a = \log_2 \frac{2}{b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = 4a^3 + b^3 - 4\log_2(4a^3 + b^3)$ là

A. $4\log_2 6$.

B. $\frac{4}{\ln 2} - 4\log_2\left(\frac{4}{\ln 2}\right)$.

C. $4(1 - \log_2 3)$.

D. -4 .

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{2}\log_2 a = \log_2 \frac{2}{b} \Leftrightarrow ab^2 = 4$. Đặt $t = 4a^3 + b^3$, áp dụng BDT Côsi ta có

$$t = 4a^3 + b^3 = 4a^3 + \frac{1}{2}b^3 + \frac{1}{2}b^3 \geq 3\sqrt[3]{4a^3 \cdot \frac{1}{2}b^3 \cdot \frac{1}{2}b^3} = 12.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \begin{cases} a, b > 0 \\ ab^2 = 4 \\ 4a^3 = \frac{1}{2}b^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}$$

Xét $g(t) = t - 4\log_2 t$, $t \geq 12$. Khi đó $\min P = \min_{t \geq 12} g(t)$. Ta có $g'(t) = 1 - 4\frac{1}{t \ln 2}$, $g'(t) > 0 \Leftrightarrow t > \frac{4}{\ln 2} \Rightarrow g'(t) > 0, \forall t \geq 12$. Khi đó $\min_{t \geq 12} g(t) = g(12) = 12 - 4\log_2 12 = 4(1 - \log_2 3)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 46. Tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_9(x+6) - \log_3(5 - \sqrt[4]{19-x}) < 0$ là

A. -9 .

B. -12 .

C. 0 .

D. -11 .

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \log_9(x+6) - \log_3(5 - \sqrt[4]{19-x}) < 0 &\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_3(x+6) < \log_3(5 - \sqrt[4]{19-x}) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -6 < x \leq 19 \\ \sqrt{x+6} < 5 - \sqrt[4]{19-x} \end{cases} \end{aligned}$$

Xét bất phương trình $\sqrt{x+6} < 5 - \sqrt[4]{19-x}$ với $-6 < x \leq 19$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sqrt{x+6} < 5 - \sqrt[4]{19-x} &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x+6}-3}{x-3} + \frac{\sqrt[4]{19-x}-2}{3-x} < 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x+6}+3}{\sqrt{x+6}+3} + \frac{(\sqrt[4]{19-x}+2)}{(\sqrt[4]{19-x}+2)(\sqrt{19-x}+4)} < 0 \\ &\Leftrightarrow (x-3) \left[\frac{1}{\sqrt{x+6}+3} - \frac{1}{(\sqrt[4]{19-x}+2)(\sqrt{19-x}+4)} \right] < 0 \\ &\Leftrightarrow x < 3 \end{aligned}$$

$$\left(\forall \frac{1}{\sqrt{x+6}+3} - \frac{1}{(\sqrt[4]{19-x}+2)(\sqrt{19-x}+4)} \geq 0, \forall x \in (-6; 19] \right).$$

Suy ra bất phương trình đã cho có tập nghiệm $S = (-6; 3)$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là

$$T = -5 + (-4) + (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 = -12.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 47. Phương trình $2\log_3(\cot x) = \log_2(\cos x)$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2018\pi)$?

A. 2018 nghiệm.

B. 1008 nghiệm.

C. 2017 nghiệm.

D. 1009 nghiệm.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}.$$

$$2\log_3(\cot x) = \log_2(\cos x) \Leftrightarrow \log_3(\cot x)^2 = \log_2(\cos x)$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \cos^2 x - \log_3 \sin^2 x = \log_2(\cos x)$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \cos^2 x - \log_3(1 - \cos^2 x) = \log_2(\cos x).$$

$$\text{Đặt } t = \log_2 \cos x \Rightarrow \cos x = 2^t.$$

$$\text{Phương trình trở thành } \Leftrightarrow \log_3 \frac{2^{2t}}{1 - 2^{2t}} = t \Leftrightarrow 4^t = 3^t - 12^t \text{ hay } \left(\frac{4}{3}\right)^t + 4^t = 1.$$

$$\text{Hàm số } f(t) = \left(\frac{4}{3}\right)^t + 4^t \text{ đồng biến trên } \mathbb{R}.$$

Mặt khác $f(-1) = 1$ nên $t = -1$ là nghiệm của phương trình.

Do đó phương trình có nghiệm duy nhất $t = -1$.

$$\log_2 \cos x = -1 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{So với điều kiện } \sin x > 0 \text{ ta chỉ nhận } x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Như vậy } x \in (0; 2018\pi) \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{3} + k2\pi < 2018\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{6} < k < \frac{6053}{6} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy trong khoảng $(0; 2018\pi)$ có 1009 nghiệm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 48. Cho phương trình

$$2^{-|m^3|-3m^2+1} \cdot \log_{81} (|x^3| - 3x^2 + 1 + 2) + 2^{-|x^3|-3x^2+1} \cdot \log_3 \left(\frac{1}{|m^3| - 3m^2 + 1 + 2} \right) = 0.$$

Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị m nguyên để phương trình đã cho có số nghiệm thuộc đoạn $[6; 8]$.

Tính tổng bình phương tất cả các phần tử của tập S .

A. 20.

B. 28.

C. 14.

D. 10.

Lời giải.

$$\text{Đặt } a = ||m^3| - 3m^2 + 1|, b = ||x^3| - 3x^2 + 1| \text{ với } a, b \geq 0$$

$$PT \Leftrightarrow 2^{-a} \cdot \log_{3^4}(b+2) + 2^{-b-2} \log_3 \cdot \left(\frac{1}{a+2} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2^{-a} \cdot \log_3(b+2) = 2^{-b} \cdot \log_3(a+2)$$

$$\Leftrightarrow 2^a \log_3(a+2) = 2^b \cdot \log_3(b+2) \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t \log_3(t+2)$ trên $(0; +\infty)$

$$f'(t) = 2^t \ln 2 \cdot \log_3(t+2) + \frac{1}{(t+2) \ln 3} 2^t$$

$$\Rightarrow f'(t) > 0, \forall t \in (0; +\infty)$$

$$\Rightarrow f'(t) \text{ đồng biến trên } (0; +\infty) \quad (2)$$

$$(1) \Leftrightarrow f(a) = f(b)$$

$$\Leftrightarrow a = b \quad (\text{do } 2)$$

$$\Leftrightarrow ||m^3| - 3m^2 + 1| = ||x^3| - 3x^2 + 1|$$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = ||x^3| - 3x^2 + 1|$, phương trình đã cho có số nghiệm thuộc $[6; 8]$, tức là có 6, 7, 8 nghiệm $\Leftrightarrow 0 < ||m^3| - 3m^2 + 1| < 3 \Leftrightarrow m \in \{\pm 1; \pm 3\}, \quad (m \in \mathbb{Z})$

$$\text{Vậy } S = \{\pm 1; \pm 3\}$$

Do đó tổng bình phương của các phần tử thuộc S là 20.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 49. Cho hàm số $y = \log_{2018} \left(\frac{1}{x} \right)$ có đồ thị (C_1) và hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C_2) đối xứng với (C_1) qua gốc tọa độ. Hỏi hàm số $y = |f(x)|$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm $g(x) = \log_{2018} \left(\frac{1}{x} \right)$ có điều kiện xác định: $x > 0$.

Vì (C_2) đối xứng với (C_1) qua gốc tọa độ nên $\forall x_0 > 0$ ta có:

$$(x_0; g(x_0)) \in (C_1) \Leftrightarrow (-x_0; -g(x_0)) \in (C_2) \Leftrightarrow f(-x_0) = -g(x_0).$$

Vậy $\forall x < 0$, ta có $f(x) = -g(-x) = -\log_{2018} \left(\frac{1}{-x} \right) = \log_{2018}(-x)$. Ta có

$$y = |f(x)| = |\log_{2018}(-x)| = \begin{cases} \log_{2018}(-x), & x \leq -1 \\ -\log_{2018}(-x), & -1 < x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y' = \begin{cases} \frac{1}{x \ln 2018}, & x < -1 \\ -\frac{1}{x \ln 2018}, & -1 < x < 0. \end{cases}$$

$\Rightarrow y' < 0$ khi $x < -1$ và $y' > 0$ khi $-1 < x < 0$.

$\Rightarrow y = |f(x)|$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên $(-1; 0)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 50. Phương trình $7^x + 8^x = 6^x + 9^x$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Định lý Lagrange: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đạo hàm trên $(a; b)$ thì tồn tại số $c \in (a; b)$ sao cho $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Ta có

$$7^x + 8^x = 6^x + 9^x \Leftrightarrow 7^x - 6^x = 9^x - 8^x \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = t^x$ liên tục và có đạo hàm trên $(0; +\infty)$. Theo định lý trên ta có

$$\text{Tồn tại } t_1 \in (6; 7) \text{ sao cho } f'(t_1) = \frac{f(7) - f(6)}{7 - 6} \Leftrightarrow xt_1^{x-1} = 7^x - 6^x;$$

$$\text{Tồn tại } t_2 \in (8; 9) \text{ sao cho } f'(t_2) = \frac{f(9) - f(8)}{9 - 8} \Leftrightarrow xt_2^{x-1} = 9^x - 8^x.$$

$$\text{Từ (1) ta có } 7^x - 6^x = 9^x - 8^x \Leftrightarrow xt_1^{x-1} = xt_2^{x-1} \Leftrightarrow x(t_1^{x-1} - t_2^{x-1}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Vậy phương trình chỉ có hai nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 51. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
y'		+	+	-	-
y	-1	$+\infty$	4	$+\infty$	-1

Phương trình $f(2^{\sin x}) = 3$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$ ta xét phương trình $\sin x = m$ (1).

— Phương trình (1) có nghiệm khi $0 \leq m \leq 1$.

— $0 \leq m < \frac{1}{2}$ hoặc $m = 1$: phương trình (1) có 1 nghiệm.

— $\frac{1}{2} \leq m < 1$: phương trình (1) có 2 nghiệm.

Với mọi $x \in \left[0; \frac{5\pi}{6}\right] \Rightarrow 0 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2^{\sin x} \leq 2$.

Đặt $t = 2^{\sin x}$, $t \in [1; 2]$. Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(t) = 3$ có hai nghiệm thỏa:

— $1 < t < \sqrt{2} \Leftrightarrow 1 < 2^{\sin x} < \sqrt{2} \Leftrightarrow 0 < \sin x < \frac{1}{2} \Rightarrow f(2^{\sin x}) = 3$ có 1 nghiệm.

— $\sqrt{2} < t < 2 \Leftrightarrow \sqrt{2} < 2^{\sin x} < 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < \sin x < 1 \Rightarrow f(2^{\sin x}) = 3$ có 2 nghiệm.

Vậy phương trình $f(2^{\sin x}) = 3$ có 3 nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 52. Cho x, y là số thực dương thỏa mãn $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $T = \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}}$.

A. $3 + \sqrt{3}$.

B. 4.

C. $3 + 2\sqrt{3}$.

D. 6.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$\log_3(2x+y+1) = \log_3(x+y) + (x+2y) \Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) + (2x+y+1) = \log_3[3(x+y)] + 3(x+y).$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$, hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Từ đó suy ra $2x+y+1 = 3(x+y) \Leftrightarrow x = 1-2y \Rightarrow y < \frac{1}{2}$.

Ta có $T = \frac{1}{1-2y} + \frac{2}{\sqrt{y}}$ với $0 < y < \frac{1}{2}$. Đặt $t = \sqrt{y} \Rightarrow T = \frac{1}{1-2t^2} + \frac{2}{t}$ với $0 < t < \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$T' = \frac{2(-4t^4 + 2t^3 + 4t^2 - 1)}{t^2(1-2t^2)^2}; T' = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}.$$

Bảng biến thiên

t	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	
T'		-	0	+
T				

Vậy $T_{\min} = 6$ khi $t = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 53. Xét các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{3} < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a \left(\frac{3b-1}{4} \right) + 12 \log_{\frac{b}{a}} a - 3$.

- A. $\min P = 13$. B. $\min P = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. C. $\min P = 9$. D. $\min P = \sqrt[3]{2}$.

Lời giải.

Ta có $(2b-1)^2(b+1) \geq 0 \Rightarrow 3b-1 \leq 4b^3$ và điều kiện bài toán suy ra $\log_a b > 0$.

Từ đó suy ra $P \geq 3 \log_a b + \frac{12}{(\log_a b - 1)^2} - 3 = \frac{3 \log_a b \cdot (\log_a b - 3)^2}{(\log_a b - 1)^2} + 9 \geq 9$.

Khi $b = \frac{1}{2}, a = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ thì $P = 9$. Vậy, $\min P = 9$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 54. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = e^{\frac{3x - \sqrt{mx^2+1}}{x - \sqrt{(2018-m)x^2+1}}}$ có hai tiệm cận ngang.

- A. 2019. B. 2017. C. 2016. D. 2018.

Lời giải.

— TH1: $m < 0$ hoặc $m > 2018$, không thỏa mãn vì TXĐ là miền không dần đến vô cực.

— TH2: Với $m \in [0; 2018]$ thì

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = e^{\frac{3-\sqrt{m}}{1-\sqrt{2018-m}}}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = e^{\frac{3+\sqrt{m}}{1+\sqrt{2018-m}}}; \quad 1 - \sqrt{2018-m} \neq 0 \Rightarrow m \neq 2017.$$

Do đó $m \in \{0, \dots, 2018\} \setminus \{2017\} \Rightarrow$ có 2018 giá trị của m .

Chọn đáp án **D** □

Câu 55. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+	0	-
$f(x)$	-1	$\nearrow +\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow -\infty$	$\searrow -1$

Phương trình $f(2^{\sin x}) = 3$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$.

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Với $x \in \left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$ thì $\sin x \in [0; 1]$ trong đó

— Nếu $\sin x \in \left[0; \frac{1}{2}\right) \cup \{1\}$ thì tương ứng có 1 giá trị của $x \in \left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$.

— Nếu $\sin x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right)$ thì tương ứng có 2 giá trị của $x \in \left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$.

Đặt $2^{\sin x} = t$ thì $t \in [1; 2]$ khi đó phương trình $f(2^{\sin x}) = 3$ trở thành $f(t) = 3$. (*)

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình (*) có bốn nghiệm $t_1 \in (-\infty; 1)$ (loại), $t_2 \in (1; \sqrt{2})$ (thỏa mãn), $t_3 \in (\sqrt{2}; 2)$ (thỏa mãn), $t_4 \in (2; +\infty)$ (loại).

— Tương ứng với $t_2 \in (1; \sqrt{2})$ thì $\sin x \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$ nên có 1 nghiệm x .

— Tương ứng với $t_3 \in (\sqrt{2}; 2)$ thì $\sin x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$ nên có 2 nghiệm x .

Vậy phương trình $f(2^{\sin x}) = 3$ có 3 nghiệm trên $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 56. Cho hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 36, $\overrightarrow{AB}$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $y = 0$, các điểm A, B, C lần lượt nằm trên đồ thị hàm số $y = \log_a x, y = 2 \log_a x, y = 3 \log_a x$. Tìm a .

A. $a = \sqrt[6]{3}$.

B. $a = \sqrt{3}$.

C. $a = \sqrt[3]{6}$.

D. $a = \sqrt{6}$.

Lời giải.

Giả sử $A(p; \log_a p), B(q; 2 \log_a q) (p > 0, q > 0)$. Khi đó

$$\begin{aligned} \begin{cases} 6 = AB = |p - q| \\ \log_a p = 2 \log_a q = \log_a q^2 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 6 = |p - q| \\ p = q^2 \end{cases} \Rightarrow |q^2 - q| = 6 \\ \Rightarrow \begin{cases} q^2 - q - 6 = 0 \\ q^2 - q + 6 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} q = -2 \\ q = 3 \end{cases} \Rightarrow q = 3. \end{aligned}$$

Vậy $C(3; 3 \log_a 3)$. Do $BC = 6 = \log_a 3$ nên $a^6 = 3 \Rightarrow a = \sqrt[6]{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 57. Nghiệm của phương trình $25^x - 2(3-x)5^x + 2x - 7 = 0$ nằm trong khoảng nào sau đây?

A. $(5; 10)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải.

Đặt $t = 5^x, t > 0$. Phương trình trở thành $t^2 - 2(3-x)t + 2x - 7 = 0$ (*). Xem đây là phương trình bậc 2 theo t và x là tham số. Ta có $\Delta' = (3-x)^2 - 2x + 7 = x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2$, từ đây ta có (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = 7 - 2x \end{cases}$.

Với $t = 7 - 2x$ ta có phương trình $5^x = 7 - 2x$. Dễ thấy $y = 5^x$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$ còn $y = 7 - 2x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên phương trình $5^x = 7 - 2x$ có nhiều nhất một nghiệm. Mà $x = 1$ là nghiệm của phương trình.

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 58. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình: $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ đúng với mọi x . Tổng giá trị các phần tử trong tập S bằng

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương với

$$\log_5 5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 5 \geq mx^2 + 4x + m$$

$$\Leftrightarrow (m - 5)x^2 + 4x + m - 5 \leq 0. (*)$$

Để (*) nghiệm đúng với mọi x khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m > 0 \\ \Delta'_1 = 4 - m^2 < 0 \\ (m - 5) < 0 \\ \Delta'_2 = 4 - (m - 5)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$

Vậy $S = \{3\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 59. Cho a, b, c là các số thực thuộc đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $\log_2^3 a + \log_2^3 b + \log_2^3 c \leq 1$. Khi biểu thức $P = a^3 + b^3 + c^3 - 3(\log_2 a^a + \log_2 b^b + \log_2 c^c)$ đạt giá trị lớn nhất thì giá trị của tổng $a + b + c$ là

A. 3.

B. $3.2^{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}$.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Đặt $x = \log_2 a, y = \log_2 b, z = \log_2 c \Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 \leq 1; 0 \leq x, y, z \leq 1$.

$\log_2 a^a = a \log_2 a = ax \Rightarrow P = a^3 + b^3 + c^3 - 3(ax + by + cz)$.

Xét hàm số $f(t) = t - \log_2 t, t \in [1; 2]$.

$f'(t) = 1 - \frac{1}{t \ln 2}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t_0 = \frac{1}{\ln 2} \Rightarrow f(t) \leq \max\{f(1), f(2), f(t_0)\} = 1$.

Suy ra $t - \log_2 t \leq 1, \forall t \in [1; 2] \Rightarrow a - x - 1 \leq 0$.

Ta có $a^3 - 3ax - x^3 - 1 = (a - x - 1)(a^2 + x^2 + 1 + a + ax - x) \leq 0$.

Suy ra $P \leq x^3 + y^3 + z^3 + 3 \leq 4. P_{\max} = 4$.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x, y, z \in \{0, 1\} \\ x^3 + y^3 + z^3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y = 0 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b = 1 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 60. Số các giá trị nguyên nhỏ hơn 2018 của tham số m để phương trình $\log_6(2018x + m) = \log_4(1009x)$ có nghiệm là

A. 2019.

B. 2018.

C. 2017.

D. 2020.

Lời giải.

Đặt $z = \log_6(2018x + m) = \log_4(1009x)$, ta có $f(z) = 6^z - 2 \cdot 4^z = m$. $f'(z) = 6^z \ln 6 - 2 \cdot 4^z \cdot \ln 4$,
 $f'(z) = 0 \Leftrightarrow z = \log_{\frac{3}{2}} \left(\frac{\ln 16}{\ln 6} \right) = z_0, f(z_0) \approx -2,01$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(z)$

z	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(z)$	$-$	0	$+$
$f(z)$	0	$f(z_0)$	$+\infty$

Phương trình có nghiệm khi $m \geq f(z_0)$ suy ra $m \in \{-2; -1; 0; \dots; 2017\}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 61. Biết a là số thực dương bất kì để bất phương trình $a^x \geq 9x + 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a \in (10^3; 10^4]$. B. $a \in (10^2; 10^3]$. C. $a \in (0; 10^2]$. D. $(10^4; +\infty)$.

Lời giải.

Bất phương trình $a^x \geq 9x + 1$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên đúng với $x = 1 \Rightarrow a \geq 10$.

Do $a > 1$ nên hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = a^x$ có bề lõm quay lên trên.

Hai đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = 9x + 1$ luôn đi qua điểm $A(0; 1)$ nên bất phương trình $a^x \geq 9x + 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi đường thẳng $y = 9x + 1$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm A .

Phương trình tiếp của đồ thị hàm số $y = a^x$ tại A là $y = x \cdot \ln a + 1$.

Suy ra $\ln a = 9 \Leftrightarrow a = e^9 \Rightarrow a \in (10^3; 10^4]$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 62. Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a \in (2; 3]$. B. $a \in (8; +\infty)$. C. $a \in (6; 7]$. D. $a \in (-6; -5]$.

Lời giải.

Đặt $t = x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ suy ra $t \geq \frac{3}{4}$.

Bất phương trình đã cho trở thành

$$x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0 \Leftrightarrow t + a \ln t + 1 \geq 0 \Leftrightarrow a \ln t \geq -t - 1.$$

— Trường hợp 1: $t = 1$ khi đó $a \ln 1 \geq -1 - 1$ luôn đúng với mọi a .

— Trường hợp 2: $\frac{3}{4} \leq t < 1$.

Ta có $a \ln t \geq -t - 1, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right) \Leftrightarrow a \leq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right)$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{-t-1}{\ln t} \Rightarrow f'(t) = -\frac{\ln t - 1 - \frac{1}{t}}{\ln^2 t} \geq 0, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right)$.

Do đó $a \leq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right) \Leftrightarrow a \leq \frac{-7}{4 \ln \frac{3}{4}}$.

— Trường hợp 3: $t > 1$.

Ta có $a \ln t \geq -t - 1, \forall t \in (1; +\infty) \Leftrightarrow a \geq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in (1; +\infty)$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{-t-1}{\ln t} \Rightarrow f'(t) = -\frac{\ln t - 1 - \frac{1}{t}}{\ln^2 t}, \forall t \in (1; +\infty)$.

Xét hàm số $g(t) = \ln t - 1 - \frac{1}{t} \Leftrightarrow g'(t) = \frac{1}{t} + \frac{1}{t^2} > 0$ nên hàm số đồng biến.

Suy ra phương trình $g(t) = 0$ có tối đa một nghiệm.

Vì $g(1) = -2; \lim_{t \rightarrow +\infty} g(t) = +\infty$ nên $g(t) = 0$ có duy nhất một nghiệm trên $(1; +\infty)$.

Do đó $f'(t) = 0$ có duy nhất một nghiệm là t_0 . Khi đó $\ln t_0 = \frac{t_0 + 1}{t_0}$ suy ra $f(t_0) = -t_0$. Bảng biến thiên

t	1	t_0	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	$-\infty$	$-t_0$	$-\infty$

Suy ra $a \geq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in (1; +\infty) \Leftrightarrow a \geq -t_0$.

Do đó $-t_0 \leq a \leq \frac{-7}{4 \ln \frac{3}{4}} \approx 6,08$.

Vậy số thực a thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $a \in (6; 7]$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 63. Cho bất phương trình $\log_7(x^2 + 2x + 2) + 1 > \log_7(x^2 + 6x + 5 + m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có tập nghiệm chứa khoảng $(1; 3)$?

A. 35.

B. 36.

C. 34.

D. 33.

Lời giải.

DKXD: $x^2 + 6x + 5 + m > 0 \Leftrightarrow m > -x^2 - 6x - 5$.

Khi đó bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \log_7(x^2 + 2x + 2) + 1 &> \log_7(x^2 + 6x + 5 + m) \\ \Leftrightarrow \log_7(7x^2 + 14x + 14) &> \log_7(x^2 + 6x + 5 + m) \\ \Leftrightarrow 7x^2 + 14x + 14 &> x^2 + 6x + 5 + m \\ \Leftrightarrow m &< 6x^2 + 8x + 9. \end{aligned}$$

Do đó, nghiệm của bất phương trình đã cho là nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} m > -x^2 - 6x - 5 \\ m < 6x^2 + 8x + 9. \end{cases}$$

Bất phương trình có cho muốn có tập nghiệm chứa $(1; 3)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m > -x^2 - 6x - 5 \\ m < 6x^2 + 8x + 9 \end{cases}, \forall m \in (1; 3) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \max_{[1;3]}(-x^2 - 6x - 5) \\ m \leq \min_{[1;3]}(6x^2 + 8x + 9) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -12 \\ m \leq 23. \end{cases}$$

Vậy có tất cả 36 giá trị nguyên của m .

Chọn đáp án **B** □

Câu 64. Cho bất phương trình $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot (4 - \sqrt{7})^x + (4 + \sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0)$

A. $m > \frac{2+2\sqrt{3}}{3}$. B. $m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. C. $m \geq \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. D. $m \geq -\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot \left(\frac{9}{4+\sqrt{7}}\right)^x + (4+\sqrt{7})^x &> 0 \\ \Leftrightarrow \left[\left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x\right]^2 + 3m \cdot \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x + 3m+2 &> 0. \end{aligned}$$

Đặt $t = \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x, t \in (0; 1)$. Ta được

$$t^2 + 3mt + 3m + 2 > 0 \Leftrightarrow f(t) = \frac{t^2 + 2}{t + 1} > -3m, t \in (0; 1). \quad (2)$$

Ta có $f'(t) = \frac{t^2 + 2t - 2}{(t + 1)^2}$ và $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt{3} - 1$. Bảng biến thiên

t	0	$\sqrt{3} - 1$	1
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	2	$-2 + 2\sqrt{3}$	$\frac{3}{2}$

Để thỏa mãn đề bài thì (2) phải đúng với mọi $t \in (0; 1)$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $-3m < -2 + 2\sqrt{3} \Leftrightarrow m > \frac{2 - 2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 65. Tìm m để phương trình $9^{x^2} - 4 \cdot 3^{x^2} + 6 = m$ có đúng hai nghiệm.

A. $m = 2$.

B. $m > 3$ hoặc $m = 2$.

C. $m \geq 3$ hoặc $m = 2$.

D. $m > 3$.

Lời giải.

Đặt $t = 3^{x^2} > 0$. Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - 4t + 6 = m. \quad (11)$$

Nhận xét, phương trình đã cho muốn có đúng hai nghiệm thì phương trình (??) chỉ có một nghiệm $t > 1$ (vì nếu cả hai nghiệm t đều lớn hơn 1, thì từ $t = 3^{x^2}$ ta phải có bốn nghiệm x).

Đặt $f(t) = t^2 - 4t + 6$ với $t > 1$. $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Ta có bảng biến thiên

t	1	2	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	3	2	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(t) = m$ chỉ có một nghiệm $t > 1$ khi $m > 3$ hoặc $m = 2$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 66. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $2^{2u_1+1} + 2^{3-u_2} = \frac{8}{\log_3 \left(\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4 \right)}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi

$n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n > 5^{100}$ bằng

A. 230.

B. 233.

C. 234.

D. 231.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow \begin{cases} u_2 = 2u_1 \\ u_3 = 4u_1 \end{cases}.$$

Suy ra

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4 &= 4u_1^2 - 4u_1 + 4 = (2u_1 - 1)^2 + 3 \geq 3 \\ \Rightarrow \log_3 \left(\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4 \right) &\geq \log_3 3 \geq 1 \\ \Rightarrow \frac{8}{\log_3 \left(\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4 \right)} &\leq 8.\end{aligned}\quad (1)$$

Mặt khác

$$2^{2u_1+1} + 2^{3-u_2} = 2^{2u_1+1} + 2^{3-2u_1} \geq 2\sqrt{2^{2u_1+1} \cdot 2^{3-2u_1}} = 8. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$2^{2u_1+1} + 2^{3-u_2} = \frac{8}{\log_3 \left(\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4 \right)} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{2u_1+1} = 2^{3-2u_1} \\ (2u_1 - 1)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow u_1 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Do đó } S_n = u_1 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1} = \frac{2^n - 1}{2}.$$

$$S_n > 5^{100} \Leftrightarrow \frac{2^n - 1}{2} > 5^{100} \Leftrightarrow n > \log_2 (2 \cdot 5^{100} + 1) \simeq 233,2.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của n thỏa mãn bài toán là $n = 234$.

Chọn đáp án  □

Câu 67. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{3m + 27\sqrt[3]{3m + 27 \cdot 2^x}} = 2^x$ có nghiệm thực?

A. Không tồn tại m .

B. 6.

C. Vô số.

D. 4.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{3m + 27\sqrt[3]{3m + 27 \cdot 2^x}} &= 2^x \\ \Leftrightarrow 3m + 27\sqrt[3]{3m + 27 \cdot 2^x} &= (2^x)^3 \\ \Leftrightarrow 3m + 27 \cdot 2^x + 27\sqrt[3]{3m + 27 \cdot 2^x} &= (2^x)^3 + 27 \cdot 2^x \\ \Leftrightarrow \left(\sqrt[3]{3m + 27 \cdot 2^x} \right)^3 + 27\sqrt[3]{3m + 27 \cdot 2^x} &= (2^x)^3 + 27 \cdot 2^x.\end{aligned}\quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 27 \cdot t$, ($t \in \mathbb{R}$).

Ta có $f'(t) = 3t^2 + 27 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$(*) \Leftrightarrow f(\sqrt[3]{3m + 27 \cdot 2^x}) = f(2^x) \Leftrightarrow \sqrt[3]{3m + 27 \cdot 2^x} = 2^x \Leftrightarrow 3m + 27 \cdot 2^x = 2^{3x} \Leftrightarrow 2^{3x} - 27 \cdot 2^x = 3m.$$

Đặt $y = 2^x$ và xét hàm $g(y) = y^3 - 27y$ với $y > 0$.

Ta có $g'(y) = 3y^2 - 27$. Suy ra $g'(y) = 0 \Leftrightarrow y = \pm 3$.

Bảng biến thiên:

y	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$g'(y)$			$- \quad 0 \quad +$	
$g(y)$			-54	

Từ bảng biến thiên, suy ra để phương trình có nghiệm thực thì $3m \geq -54 \Leftrightarrow m \geq -18$.

Vậy có vô số giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm thực.

Chọn đáp án **C** □

Câu 68. Cho phương trình $e^{m \cos x - \sin x} - e^{2(1 - \sin x)} = 2 - \sin x - m \cos x$ với m là tham số thực. Gọi S là tập tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm. Khi đó S có dạng $(-\infty; a] \cup [b; +\infty)$. Tính $T = 10a + 20b$.

A. $10\sqrt{3}$.

B. 0.

C. $3\sqrt{10}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có:

$$e^{m \cos x - \sin x} - e^{2(1 - \sin x)} = 2 - \sin x - m \cos x \Leftrightarrow e^{m \cos x - \sin x} + m \cos x - \sin x = e^{2(1 - \sin x)} + 2 - 2 \sin x \quad (1).$$

Xét hàm số $y = f(t) = e^t + t$ có $y' = e^t + 1$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$(1) \Leftrightarrow f(m \cos x - \sin x) = f(2 - 2 \sin x) \Leftrightarrow m \cos x - \sin x = 2 - 2 \sin x \Leftrightarrow m \cos x + \sin x = 2.$$

$$\text{Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi } m^2 + 1^2 \geq 2^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \sqrt{3} \\ m \leq -\sqrt{3} \end{cases}.$$

Suy ra $a = -\sqrt{3}$ và $b = \sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } T = 10a + 20b = 10\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 69. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 10 để phương trình $\sqrt{m + \sqrt{m + e^x}} = e^x$ có nghiệm thực?

A. 9.

B. 10.

C. 8.

D. 7.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $m + \sqrt{m + e^x} > 0$ và $m + e^x > 0$.

Đặt $u = e^x > 0$. Phương trình đã cho trở thành $\sqrt{m + \sqrt{m + u}} = u$.

Đặt $v = \sqrt{m + u} > 0$. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} u = \sqrt{m + v} \\ v = \sqrt{m + u} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u^2 = m + v \\ v^2 = m + u \end{cases} \Rightarrow u^2 - v^2 = v - u \Leftrightarrow (u - v)(u + v + 1) = 0 \Leftrightarrow u = v \text{ (do } u, v > 0)$$

Phương trình trở thành $\sqrt{m + u} = u \Leftrightarrow \sqrt{m + e^x} = e^x \Leftrightarrow m = e^{2x} - e^x = u^2 - u \geq -\frac{1}{4}$.

Do m là số nguyên nhỏ hơn 10 nên có 10 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **B** □

Câu 70. Cho hàm số $f(x) = (a^2 + 1) \ln^{2017}(x + \sqrt{1 + x^2}) + bx \sin^{2018} x + 2$ với a, b là các số thực và $f(7^{\log 5}) = 6$. Tính $f(-5^{\log 7})$.

A. $f(-5^{\log 7}) = 4$.

B. $f(-5^{\log 7}) = -2$.

C. $f(-5^{\log 7}) = 2$.

D. $f(-5^{\log 7}) = 6$.

Lời giải.

Nhận xét: $7^{\log 5} = 5^{\log 7} = -(-5^{\log 7})$.

Xét hàm số $f(-x) = (a^2 + 1) \ln^{2017}(-x + \sqrt{1 + x^2}) - bx \sin^{2018} x + 2$.

Ở biểu thức chứa logarit tự nhiên, ta nhân với lượng liên hợp của $-x + \sqrt{1 + x^2}$ và biến đổi, được kết quả là

$$f(-x) = -(a^2 + 1) \ln^{2017}(x + \sqrt{1 + x^2}) - bx \sin^{2018} x + 2.$$

Suy ra $f(-5^{\log 7}) = -(f(7^{\log 5}) - 2) + 2 = -2$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 71. Biết rằng điều kiện cần và đủ của m để phương trình

$$\log_{\frac{1}{2}}^2 (x-2)^2 + 4(m-5) \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x-2} - 8m - 4 = 0$$

có nghiệm thuộc $\left[\frac{5}{2}; 4\right]$ là $m \in [a; b]$. Tính $T = a + b$

- A. $T = -\frac{10}{3}$. B. $T = \frac{10}{3}$. C. $T = 4$. D. $T = -4$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_2(x-2)$ ta có $t \in [-1; 1]$ với mọi $x \in \left[\frac{5}{2}; 4\right]$. Khi đó ta có phương trình

$$t^2 + (m-5)t - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{t^2 - 5t - 1}{t-2} = -m.$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 5t - 1}{t-2} = t - 3 - \frac{7}{t-2}$, $t \in [-1; 1]$. Ta có

$$f'(t) = 1 + \frac{7}{(t-2)^2} > 0 \quad \forall t \in [-1; 1].$$

Suy ra với $\forall t \in [-1; 1]$ thì $-\frac{5}{3} = f(-1) \leq f(t) \leq f(1) = 5$, nên ta có $-5 \leq m \leq \frac{5}{3}$. Do đó $T = -\frac{10}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 72. Cho bất phương trình $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot (4 - \sqrt{7})^x + (4 + \sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0]$.

- A. $m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. B. $m > \frac{2+2\sqrt{3}}{3}$. C. $m \geq \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. D. $m \geq -\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Xét bất phương trình: $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot (4 - \sqrt{7})^x + (4 + \sqrt{7})^x > 0$

$$\Leftrightarrow 3m + (3m+2) \cdot \left(\frac{4 - \sqrt{7}}{3}\right)^x + \left(\frac{4 + \sqrt{7}}{3}\right)^x > 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \left(\frac{4 + \sqrt{7}}{3}\right)^x$, ($t > 0$) $\Rightarrow \left(\frac{4 - \sqrt{7}}{3}\right)^x = \frac{1}{t}$ và $0 < t \leq 1$ (do $x \leq 0$).

Bất phương trình (1) trở thành: $t + \frac{3m+2}{t} + 3m > 0 \Leftrightarrow m > \frac{-t^2 - 2}{3t + 3}$. (2)

Ta có $g'(t) = \frac{-3t^2 - 6t + 6}{(3t+3)^2}$; $g'(t) = 0 \Leftrightarrow -3t^2 - 6t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \pm \sqrt{3}$.

Bảng biến thiên:

x	0	$-1 + \sqrt{3}$	1
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$	$\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$		

Như vậy (1) đúng với mọi $x \in (-\infty; 0] \Leftrightarrow m > g(t)$ đúng với mọi $t \in (0; 1] \Leftrightarrow m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 73. Tập hợp S tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$$

có đúng ba nghiệm phân biệt là

$$\text{A. } S = \left\{ \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2} \right\}. \quad \text{B. } S = \left\{ \frac{1}{2}; -1; \frac{3}{2} \right\}. \quad \text{C. } S = \left\{ -\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2} \right\}. \quad \text{D. } S = \left\{ \frac{1}{2}; 1; -\frac{3}{2} \right\}.$$

Lời giải.

Điều kiện $x \in \mathbb{R}$. Phương trình đã cho tương đương

$$2^{(x-1)^2} \cdot \log_2[(x-1)^2 + 2] = 2^{2|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2). \quad (1)$$

Xét hàm $f(t) = 2^t \cdot \log_2(t+2)$ trên $[0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 \cdot \log_2(t+2) + \frac{2^t}{(t+2) \ln 2} > 0 \forall t \in [0; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$.

Do đó

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow f((x-1)^2) = f(2|x-m|) \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2|x-m| \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = -2(x-m) \\ (x-1)^2 = 2(x-m) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2m-1 \\ x^2 - 4x + 2m + 1 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2m-1 & (2) \\ (x-2)^2 = 3-2m & (3) \end{cases} \end{aligned}$$

Có 3 trường hợp sau có thể xảy ra

— **Trường hợp 1:** (2) có hai nghiệm phân biệt và (3) có một nghiệm. Điều kiện cần là

$$\begin{cases} 2m-1 > 0 \\ 3-2m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{2} \\ m = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}.$$

Khi đó (2) có hai nghiệm $x = \pm\sqrt{2}$ và (3) có một nghiệm $x = 2$. Vậy $m = \frac{3}{2}$ thỏa mãn.

— **Trường hợp 2:** (2) có một nghiệm và (3) có hai nghiệm phân biệt. Điều kiện cần là

$$\begin{cases} 2m-1 = 0 \\ 3-2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m < \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Khi đó (2) có một nghiệm $x = \frac{1}{2}$ và (3) có hai nghiệm $x = 2 \pm \sqrt{2}$. Vậy $m = \frac{1}{2}$ thỏa mãn.

— **Trường hợp 3:** (2) và (3) đều có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm trùng. Điều kiện là

$$\begin{aligned} &\begin{cases} 2m-1 > 0 \\ 3-2m > 0 \\ \begin{cases} (\sqrt{2m-1}-2)^2 = 3-2m \\ (-\sqrt{2m-1}-2)^2 = 3-2m \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m < \frac{3}{2} \\ \begin{cases} (2m-1)+4-4\sqrt{2m-1} = 3-2m \\ (2m-1)+4+4\sqrt{2m-1} = 3-2m \end{cases} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m < \frac{3}{2} \\ \begin{cases} \sqrt{2m-1} = m \\ \sqrt{2m-1} = -m \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m < \frac{3}{2} \\ 2m-1 = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2} \right\}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 74. Tìm số giá trị nguyên của m để phương trình $4^{x+1} + 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 16 - 8m = 0$ có nghiệm trên $[0; 1]$.

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Biến đổi tương đương ta được phương trình

$$\left(2^x - \frac{1}{2^x}\right)^2 - (m+1)\left(2^x - \frac{1}{2^x}\right) + 2m - 2 = 0.$$

Đặt $t = 2^x - \frac{1}{2^x}$, $t' = 2^x \ln 2 \left(1 + \frac{1}{2^{2x}}\right) > 0$, $\forall x \in [0; 1]$.

Mà $x \in [0; 1]$ nên $t \in \left[0; \frac{3}{2}\right]$. Ta được phương trình tương đương

$$t^2 - (m+1)t + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow f(t) = \frac{t^2 - t - 2}{t - 2} = m.$$

$f'(t) = \frac{(t-2)^2}{(t-8)^2} \geq 0$, $\forall t \in \left[0; \frac{3}{2}\right] \Rightarrow f(t) \in \left[1; \frac{5}{2}\right] \Rightarrow m \in \left[1; \frac{5}{2}\right]$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2\}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 75. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m \ln x - 2}{\ln x - m - 1}$ nghịch biến trên $(e^2; +\infty)$.

A. $m \leq -2$ hoặc $m = 1$.B. $m < -2$ hoặc $m = 1$.C. $m < -2$.D. $m < -2$ hoặc $m > 1$.

Lời giải.

Hàm số nghịch biến trên $(e^2; +\infty)$ nên

$$\begin{cases} y' = \frac{-m^2 - m + 2}{(\ln x - m - 1)^2} \cdot \frac{1}{x} < 0 \\ m + 1 \neq \ln x, \forall x \in (e^2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 - m + 2 < 0 \\ m + 1 \notin (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -2 \Leftrightarrow m < -2. \\ m + 1 \leq 2 \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 76. Xét bất phương trình $\log_2^2 2x - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(\sqrt{2}; +\infty)$.

A. $m \in (0; +\infty)$.B. $m \in \left(-\frac{3}{4}; 0\right)$.C. $m \in \left(-\frac{3}{4}; +\infty\right)$.D. $m \in (-\infty; 0)$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_2 x$, do $x \in (\sqrt{2}; +\infty)$ nên $t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Ta được phương trình

$$(t+1)^2 - 2(m+1)t - 2 < 0 \Leftrightarrow f(t) = \frac{t^2 - 1}{t} < 2m.$$

Ta có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t^2} > 0$, $\forall t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$, nên

$$f(t) \in \left(-\frac{3}{2}; +\infty\right) \Leftrightarrow 2m > -\frac{3}{2} \Leftrightarrow m \in \left(-\frac{3}{4}; +\infty\right).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 77. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\ln(u_1^2 + u_2^2 + 10) = \ln(2u_1 + 6u_2)$ và $u_{n+2} + u_n = 2u_{n+1} + 1$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5050$ là

A. 100.

B. 99.

C. 101.

D. 102.

Lời giải.

Ta có $\ln(u_1^2 + u_2^2 + 10) = \ln(2u_1 + 6u_2)$

$$\Leftrightarrow u_1^2 + u_2^2 + 10 = 2u_1 + 6u_2 \Leftrightarrow (u_1 - 1)^2 + (u_2 - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - 1 = 0 \\ u_2 - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = 3. \end{cases}$$

Mà $u_{n+2} + u_n = 2u_{n+1} + 1, \forall n \geq 1 \Leftrightarrow (u_{n+2} - u_{n+1}) = (u_{n+1} - u_n) + 1, \forall n \geq 1$

Suy ra dãy số $(u_{n+1} - u_n)$ là một cấp số cộng với công sai $d = 1$ và số hạng đầu $(u_2 - u_1) = 2$.

Từ đó với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_{n+1} - u_n = 2 + (n - 1) = n + 1 \Rightarrow u_{n+1} = u_n + (n + 1)$.

$$\text{Vậy } u_n = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Để $u_n > 5050$ thì $\frac{n(n+1)}{2} > 5050 \Leftrightarrow n > 100$ vì $n \in \mathbb{N}^*$. Kết quả chọn $n = 101$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 78. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-9; 9)$ của tham số m để bất phương trình $3 \log x \leq 2 \log (m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x})$ có nghiệm thực?

A. 6.

B. 7.

C. 10.

D. 11.

Lời giải.

Điều kiện: $0 < x < 1$. Khi đó

$$\begin{aligned} 3 \log x \leq 2 \log (m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x}) &\Leftrightarrow \sqrt{x^3} \leq m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x} \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^3} + \sqrt{(1-x)^3} \leq m\sqrt{x-x^2} &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{(1-x)^3}}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} \leq m. \end{aligned}$$

Đặt $f(x) = \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{(1-x)^3}}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}$ với $0 < x < 1$. Bất phương trình có nghiệm thực $\Leftrightarrow m \geq \min_{(0;1)} f(x)$.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{(1-x)^3}}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} &= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{1-x})(x - \sqrt{x}\sqrt{1-x} + 1 - x)}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} \\ &\geq \frac{2\sqrt{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}(1 - \sqrt{x}\sqrt{1-x}) = 2 \left(\frac{1}{\sqrt{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}} - \sqrt{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} \right) \\ &\geq 2 \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{x+1-x}{2}}} - \sqrt{\frac{x+1-x}{2}} \right) = \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = \sqrt{1-x} \\ x = 1-x \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$. Vậy $\min_{(0;1)} f(x) = \sqrt{2}$. Suy ra $m \geq \sqrt{2}$. Vậy có 7 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 79. Tìm m để phương trình $9x^2 - 2 \cdot 3^{x^2+1} + 3m - 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $m = 2$.B. $2 < m < \frac{10}{3}$.C. $m < 2$.D. $m > 2$.

Lời giải.

Đặt $3^{x^2} = t \geq 1$, ta được phương trình $t^2 - 6t + 3m - 1 = 0$.

Mỗi nghiệm $t \geq 1$ ta được 2 nghiệm phân biệt của x , khi đó phương trình ban đầu có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình ẩn t có một nghiệm bằng 1 và một nghiệm lớn hơn 1.

Phương trình có một nghiệm $t = 1$ khi $1 - 6 + 3m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 2$, với $m = 2$ phương trình trở thành

$$t^2 - 6t + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 5 \end{cases} \text{ thỏa mãn. Vậy } m = 2 \text{ là giá trị cần tìm.}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 80. Cho hai số thực a, b thỏa mãn các điều kiện $a^2 + b^2 > 1$ và $\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2a + 4b - 3$ là

- A. $\sqrt{10}$. B. $2\sqrt{10}$. C. $\frac{1}{\sqrt{10}}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Lời giải.

Do $a^2 + b^2 > 1$ nên

$$\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1 \Leftrightarrow a+b \geq a^2+b^2 \Leftrightarrow \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{2}.$$

Gọi

$$(C): \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}.$$

Ta có

$$P = 2a + 4b - 3 \Leftrightarrow 2a + 4b - 3 - P = 0.$$

Đặt $\Delta_P: 2x + 4y - 3 - P = 0$. Để P đạt giá trị lớn nhất thì Δ_P tiếp xúc với (C) .

Ta có

$$d(I, \Delta_P) = \frac{|2x_0 + 4y_0 - 3 - P|}{\sqrt{2^2 + 4^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow |-P| = \sqrt{10}.$$

Vậy P lớn nhất bằng $\sqrt{10}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 81. Cho phương trình $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_5(x - \sqrt{x^2 - 1}) = \log_m(x + \sqrt{x^2 - 1})$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương khác 1 của m sao cho phương trình đã cho có nghiệm x lớn hơn 2?

- A. Vô số. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Ta có: $(x - \sqrt{x^2 - 1})(x + \sqrt{x^2 - 1}) = x^2 - x^2 + 1 = 1 \Rightarrow \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) = -\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})$.

Do đó

$$\begin{aligned} & \log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_5(x - \sqrt{x^2 - 1}) = \log_m(x + \sqrt{x^2 - 1}) \\ \Leftrightarrow & \frac{\ln^2(x - \sqrt{x^2 - 1})}{\ln 2 \cdot \ln 5} + \frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{\ln m} = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \ln(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 0 \\ \frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{\ln 2 \cdot \ln 5} + \frac{1}{\ln m} = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{— } \ln(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (không thỏa mãn).}$$

$$-\frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{\ln 2 \cdot \ln 5} + \frac{1}{\ln m} = 0 \Leftrightarrow \ln m = \frac{\ln 2 \cdot \ln 5}{\ln(x + \sqrt{x^2 - 1})} \quad (*).$$

Xét hàm số $g(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$ trên khoảng $(2; +\infty)$ ta có:

$$g'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} > 0, \forall x > 2.$$

Suy ra $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

$$\Rightarrow \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) > \ln(2 + \sqrt{3}) \Rightarrow \frac{\ln 2 \cdot \ln 5}{\ln(x + \sqrt{x^2 - 1})} < \frac{\ln 2 \cdot \ln 5}{\ln(2 + \sqrt{3})}.$$

Phương trình (*) có nghiệm trên khoảng $(2; +\infty)$ khi

$$\ln m < \frac{\ln 2 \cdot \ln 5}{\ln(2 + \sqrt{3})} \Leftrightarrow m < e^{\frac{\ln 2 \cdot \ln 5}{\ln(2 + \sqrt{3})}} \approx 2,33.$$

Kết hợp với yêu cầu của bài toán ta suy ra $m = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 82. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 [(x+1)(y+1)]^{y+1} = 9 - (x-1)(y+1)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$ là

A. $P_{\min} = \frac{11}{2}$. B. $P_{\min} = \frac{27}{5}$. C. $P_{\min} = -5 + 6\sqrt{3}$. D. $P_{\min} = -3 + 6\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_3 [(x+1)(y+1)]^{y+1} &= 9 - (x-1)(y+1) = 9 + 2(y+1) - (x+1)(y+1) \\ \Rightarrow [(x+1)(y+1)]^{y+1} &= \frac{3^{9+2(y+1)}}{3^{(x+1)(y+1)}} \\ \Rightarrow 3^{(x+1)(y+1)} [(x+1)(y+1)]^{y+1} &= 3^9 \cdot 9^{(y+1)}. \end{aligned} \quad (1)$$

Với mỗi $y > 0$, đặt $f(t) = 3^{ty^{y+1}}$, $t > 0$. Dễ thấy $f'(t) = 3^{ty^{y+1}} \ln 3 + (y+1)3^{ty} > 0$, với mọi $t > 0$. Do đó $f(t)$ là hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$, kết hợp (1), ta được

$$(x+1)(y+1) = 9.$$

Suy ra

$$\begin{aligned} P = x + 2y &= (x+1) + 2(y+1) - 3 \\ &\geq 2\sqrt{2(x+1)(y+1)} - 3 = -3 + 6\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $x = 3\sqrt{2} - 1$, $y = \frac{3\sqrt{2} - 2}{2}$. Vậy $P_{\min} = -3 + 6\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 83. Cho dãy số (a_n) thỏa mãn $a_1 = 1$ và $a_n = 10a_{n-1} - 1, \forall n \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của n để $\log a_n > 100$.

A. 100. B. 101. C. 102. D. 103.

Lời giải.

$$\text{Ta thấy } a_n = 10 \cdot a_{n-1} - 1 \Rightarrow a_n - \frac{1}{9} = 10 \cdot \left(a_{n-1} - \frac{1}{9}\right).$$

$$\text{Đặt } b_n = a_n - \frac{1}{9} \text{ ta được } \begin{cases} b_1 = \frac{8}{9} \\ b_n = 10 \cdot b_{n-1} \end{cases} \Rightarrow b_n = \frac{8}{9} \cdot 10^{n-1} \Rightarrow a_n = \frac{8}{9} \cdot 10^{n-1} + \frac{1}{9}, \forall n \geq 1.$$

Ta thấy $\frac{8 \cdot 10^{n-1} + 1}{9} > 10^{n-2} \Leftrightarrow 9 \cdot 10^{n-2} \cdot \left(\frac{80}{9} - 1\right) + 1 > 0$ (đúng với $n \geq 1$). (1)

Ta thấy

$$\begin{aligned} \log a_n &> 100 \\ \Leftrightarrow a_n &> 10^{100} \\ \Rightarrow \frac{8 \cdot 10^{n-1} + 1}{9} &> 10^{100} \\ \Rightarrow 10^{n-2} &\geq 10^{100} \text{ (do (1))} \\ \Leftrightarrow n &\geq 102. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 84. Cho phương trình $\log_{\sqrt{2}}(mx - 6x^3) + 2\log_{\frac{1}{2}}(14x^2 + 29x - 2) = 0$. Gọi S là tập các giá trị của tham số m để phương trình trên có 3 nghiệm phân biệt. Số các giá trị nguyên của S là

- A. 20. B. 30. C. 0. D. Vô số.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \begin{cases} mx - 6x^3 > 0 \\ 14x^2 + 29x - 2 > 0 \\ mx - 6x^3 = 14x^2 + 29x - 2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} mx > 6x^3 \\ 14x^2 + 29x - 2 > 0 \\ 6x^3 + 14x^2 + 29x - 2 = mx \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 14x^2 + 29x - 2 > 0 & (*) \\ f(x) = 6x^2 + 14x + 29 - \frac{2}{x} = m \end{cases} \end{aligned}$$

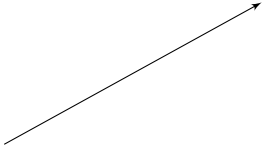
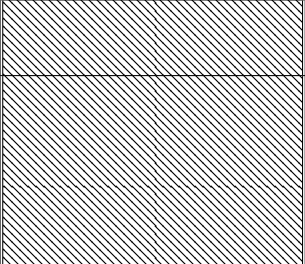
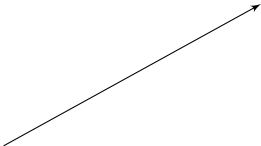
Ta có $(*) \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{-29 - \sqrt{953}}{28}\right) \cup \left(\frac{-29 + \sqrt{953}}{28}; +\infty\right)$.

Xét hàm số $f(x) = 6x^2 + 14x + 29 - \frac{2}{x}$ trên $\mathcal{D} = \left(-\infty; \frac{-29 - \sqrt{953}}{28}\right) \cup \left(\frac{-29 + \sqrt{953}}{28}; +\infty\right)$.

$$f'(x) = 12x + 14 + \frac{2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 6x^3 + 7x^2 + 1 = 0.$$

Phương trình $6x^3 + 7x^2 + 1 = 0$ có một nghiệm $x = x_0 \notin \mathcal{D}$.

Ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	$\frac{-29 - \sqrt{953}}{28}$	$\frac{-29 + \sqrt{953}}{28}$	$+\infty$
$f'(x)$	+			+
$f(x)$				

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình $f(x) = m$ có tối đa hai nghiệm. Do đó, không tồn tại giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **C** □

Câu 85. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_5 - 2 \log u_2 = 2(1 + \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1})$ và $u_n = 3u_{n-1}$, $\forall n \geq 2$. Giá trị lớn nhất của n để $u_n < 7^{100}$ là

A. 191.

B. 192.

C. 176.

D. 177.

Lời giải.

Vì $u_n = 3u_{n-1} \Rightarrow (u_n)$ là cấp số nhân có công bội $q = 3$.

Suy ra số hạng tổng quát là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ hay $u_n = u_1 \cdot 3^{n-1}$.

Từ $\log u_5 - 2 \log u_2 = 2(1 + \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1})$ đặt $(1 + \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1}) = t$ ta được

$$\begin{aligned} t^2 - 1 &= 2(1 + t) \\ \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 & (\text{loại}) \\ t = 3 \end{cases} &\Rightarrow t = 3 \\ \Rightarrow \log u_5 - 2 \log u_2 + 1 &= 9 \\ \Leftrightarrow \log(u_1 \cdot 3^4) - 2 \log(u_1 \cdot 3) &= 8 \\ \Leftrightarrow -\log u_1 &= 8 - 2 \log 3 \\ \Leftrightarrow \log u_1 &= \log \frac{9}{10^8} \\ \Leftrightarrow u_1 &= \frac{9}{10^8} \\ \Leftrightarrow u_n &= \frac{9}{10^8} \cdot 3^{n-1}. \end{aligned}$$

Khi đó

$$\begin{aligned} u_n &< 7^{100} \\ \Leftrightarrow 3^{n-1} &< \frac{10^8 \cdot 7^{100}}{9} \\ \Leftrightarrow n &< 192,89 \\ \Rightarrow n &= 192. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 86. Phương trình $2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $1 \leq m \leq \sqrt{2}$.B. $\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$.C. $2\sqrt{2} \leq m \leq 3$.D. $3 \leq m \leq 4$.

Lời giải.

Ta có

$$2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = m \Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + \frac{2}{2^{\sin^2 x}} = m.$$

Đặt $t = 2^{\sin^2 x}$ ta có $0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2^{\sin^2 x} \leq 2$ hay $t \in [1; 2]$.

Xét hàm $f(t) = t + \frac{2}{t}$ với $t \in [1; 2]$.

$$\text{Có } f'(t) = 1 - \frac{2}{t^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{2} \\ t = -\sqrt{2} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

t	1	$\sqrt{2}$	2
$f'(t)$	–	0	+
$f(t)$	3	$2\sqrt{2}$	3

Mà phương trình trên tương đương với $f(t) = m$.

Do đó để phương trình có nghiệm thì $m \in [2\sqrt{2}; 3]$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 87. Số giá trị nguyên của $m \in (-10; 10)$ để phương trình $(\sqrt{10}+1)^{x^2} + m(\sqrt{10}-1)^{x^2} = 2 \cdot 3^{x^2+1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt là

A. 14.

B. 15.

C. 13.

D. 16.

Lời giải.

Nhận xét $(\sqrt{10}+1)(\sqrt{10}-1) = 9 \Rightarrow (\sqrt{10}+1)^{\frac{1}{2}}(\sqrt{10}-1)^{\frac{1}{2}} = 3$.

Khi đó phương trình tương đương với

$$\begin{aligned}
 m &= \frac{6 \cdot 3^{x^2} - (\sqrt{10}+1)^{x^2}}{(\sqrt{10}-1)^{x^2}} \\
 \Leftrightarrow m &= \frac{6((\sqrt{10}+1)^{\frac{x^2}{2}}(\sqrt{10}-1)^{\frac{x^2}{2}} - \left(\frac{\sqrt{10}+1}{\sqrt{10}-1}\right)^{x^2}}{(\sqrt{10}-1)^{x^2}} \\
 \Leftrightarrow m &= 6 \cdot \left(\frac{\sqrt{10}+1}{\sqrt{10}-1}\right)^{\frac{x^2}{2}} - \left(\frac{\sqrt{10}+1}{\sqrt{10}-1}\right)^{x^2}.
 \end{aligned}$$

Đặt $\left(\frac{\sqrt{10}+1}{\sqrt{10}-1}\right)^{\frac{x^2}{2}} = t$ vì $\frac{x^2}{2} \geq 0 \Rightarrow t \geq 1$.

Ta có phương trình $m = 6t - t^2$ (1) với $t \geq 1$.

Xét hàm số $f(t) = 6t - t^2 \Rightarrow f'(t) = 6 - 2t \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3$.

Bảng biến thiên

t	1	3	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	–
$f(t)$	5	9	$-\infty$

Để phương trình có đúng hai nghiệm x thì phương trình (1) phải có một nghiệm $t > 1$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có đúng một nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} m = 9 \\ m < 5. \end{cases}$

Suy ra có 15 giá trị của m nguyên thỏa mãn.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 88. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để phương trình $\log_3 m + \log_3 x = 2 \log_3(x+1)$ luôn có hai nghiệm phân biệt?

A. 4015.

B. 2010.

C. 2018.

D. 2013.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+1 > 0 \\ x > 0. \end{cases}$$

$$\log_3 m + \log_3 x = 2 \log_3 (x+1) \Leftrightarrow \log_3 (mx) = \log_3 (x+1)^2 \Leftrightarrow mx = (x+1)^2 \Leftrightarrow x^2 + (2-m)x + 1 = 0$$

$$\text{Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì } \begin{cases} m > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 - 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 4.$$

Vậy có 2013 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 89. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 \left(\frac{x+4y}{x+y} \right) = 2x - 4y + 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{2x^4 - 2x^2y^2 + 6x^2}{(x+y)^3}$ bằng

A. 4.

B. $\frac{9}{4}$.C. $\frac{16}{9}$.D. $\frac{25}{9}$.**Lời giải.**

$$\log_2 \left(\frac{x+4y}{x+y} \right) = 2x - 4y + 1 \Leftrightarrow \log_2 (x+4y) + 2(x+4y) = \log_2 (2x+2y) + 2(2x+2y) \quad (*)$$

Hàm $f(t) = \log_2 t + 2t$ ($t > 0$) có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2 > 0, \forall t > 0$ nên $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow x+4y = 2x+2y \Leftrightarrow x = 2y$. Suy ra

$$P = \frac{2x^4 - 2x^2y^2 + 6x^2}{(x+y)^3} = \frac{32y^4 - 8y^4 + 24y^2}{27y^3} = \frac{8}{9} \left(y + \frac{1}{y} \right) \geq \frac{16}{9}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 90. Có bao nhiêu giá trị dương của tham số thực m để bất phương trình $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} \geq m^2 (\log_4 x^2 - 3)$ có nghiệm duy nhất thuộc $[32; +\infty)$?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} \geq m^2 (\log_4 x^2 - 3) \Leftrightarrow \sqrt{\log_2^2 x + \log_2 x - 3} \geq m^2 (\log_2 x - 3)$$

$$\text{hay } m^2 \leq \frac{\sqrt{\log_2^2 x + \log_2 x - 3}}{\log_2 x - 3} \quad (\text{do } x \geq 32).$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{\sqrt{t^2 - t - 3}}{t - 3} \text{ với mọi } t \geq 5. f'(t) = \frac{-2t + 6}{(t-3)\sqrt{t^2 - t - 3}} < 0 \text{ với mọi } t \geq 5.$$

Suy ra hàm $f(t)$ nghịch biến trên $(5; +\infty)$ và $f(t) \leq f(5) = \sqrt{3}$.

Theo bài ra ta phải có $m^2 = \sqrt{3} \Leftrightarrow m = \sqrt[4]{3}$ (do $m > 0$).

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 91. Biết phương trình $\log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2 \log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$ có nghiệm duy nhất $x = a + b\sqrt{2}$ trong đó a, b là các số nguyên. Tính $T = a + b$.

A. $T = 5$.B. $T = -1$.C. $T = 1$.D. $T = 2$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có: } \log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2 \log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \Leftrightarrow \log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2 \log_3 \left(\frac{x-1}{2\sqrt{x}} \right).$$

Điều kiện $x > 1$.

Xét $f(x) = \log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x}$ trên $(1; +\infty)$.

Vì $f'(x) = \frac{-\sqrt{x}-1}{\frac{x^2}{2\sqrt{x}+1} \ln 5} < 0, \forall x \in (1; +\infty)$ nên $f(x)$ là hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Xét hàm số $g(x) = 2\log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$ trên $(1; +\infty)$.

Vì $g'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2x\sqrt{x}}}{\left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \ln 3} > 0, \forall x \in (1; +\infty)$ nên $g(x)$ là hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Do đó, phương trình đã cho có tối đa một nghiệm.

Mặt khác, từ hệ $\begin{cases} \log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 0 \\ 2\log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) = 0 \end{cases}$ ta giải được nghiệm $x = 3 + 2\sqrt{2}$.

Vậy $x = 3 + 2\sqrt{2}$ là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.

Khi đó, $a = 3, b = 2$. Vậy $a + b = 5$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 92. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2+3} - x \ln x$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 2]$. Khi đó tích Mm bằng

- A. $2\sqrt{7} + 4 \ln 2$. B. $2\sqrt{7} + 4 \ln 5$. C. $2\sqrt{7} - 4 \ln 5$. D. $2\sqrt{7} - 4 \ln 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} - (\ln x + 1) < \frac{x}{\sqrt{x^2}} - (\ln x + 1) < -\ln x < 0, \forall x \in [1; 2]$.

Do đó, hàm số $y = \sqrt{x^2+3} - x \ln x$ nghịch biến trên $[1; 2]$.

Vậy $Mm = y(1) \cdot y(2) = 2(\sqrt{7} - 2 \ln 2) = 2\sqrt{7} - 4 \ln 2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 93. Biết rằng a là số thực dương sao cho bất đẳng thức $3^x + a^x \geq 6^x + 9^x$ đúng với mọi số thực x . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a \in (10; 12]$. B. $a \in (16; 18]$. C. $a \in (14; 16]$. D. $a \in (12; 14]$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 3^x + a^x \geq 6^x + 9^x &\Leftrightarrow a^x - 18^x \geq 6^x + 9^x - 3^x - 18^x \\ &\Leftrightarrow a^x - 18^x \geq 3^x(2^x - 1) - 9^x(2^x - 1) \\ &\Leftrightarrow a^x - 18^x \geq -3^x(2^x - 1)(3^x - 1) \quad (*) \end{aligned}$$

Ta thấy

$$\begin{aligned} \text{— Nếu } x \geq 0 \text{ thì } \begin{cases} 2^x \geq 1 \\ 3^x \geq 1 \end{cases} &\Rightarrow (2^x - 1)(3^x - 1) \geq 0 \Rightarrow -3^x(2^x - 1)(3^x - 1) \leq 0. \\ \text{— Nếu } x < 0 \text{ thì } \begin{cases} 2^x < 1 \\ 3^x < 1 \end{cases} &\Rightarrow (2^x - 1)(3^x - 1) > 0 \Rightarrow -3^x(2^x - 1)(3^x - 1) < 0. \end{aligned}$$

Suy ra $-3^x(2^x - 1)(3^x - 1) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Do đó, (*) đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$$a^x - 18^x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \left(\frac{a}{18}\right)^x \geq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow a = 18.$$

Vậy $a = 18 \in (16; 18]$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 94. Với mọi tham số thực k thuộc tập nào dưới đây để phương trình

$$\log_2^2 \left(\cos^2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right) - 4 \log_2 (\cos x + \sin x) - 2 - 4k = 0$$

có nghiệm?

- A. $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; 2018)$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_2(\cos x + \sin x)$, $\cos x + \sin x \leq \sqrt{2}$ cho nên $t \leq \frac{1}{2}$. Phương trình đã cho tương đương

$$(2t - 1)^2 - 4t = 4k + 2 \Leftrightarrow 4t^2 - 8t = 4k + 1 \quad (1)$$

Dễ thấy hàm số $f(t) = 4t^2 - 8t$ nghịch biến trên nửa khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$ suy ra phương trình (1) có nghiệm khi $4k + 1 \geq f\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow k \geq -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 95. Cho hai số thực dương thay đổi a, b và thỏa mãn điều kiện $\ln a \cdot (1 - \ln b) = \ln b \cdot \sqrt{4 - \ln^2 a}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $\log_b a$. Giá trị của $M + m$ bằng

- A. $2(\sqrt{2} - 1)$. B. $2(\sqrt{2} + 1)$. C. $2(1 - \sqrt{2})$. D. $\sqrt{2} - 1$.

Lời giải.

Đặt $x = \ln a, y = \ln b$, ta có $\log_b a = \frac{x}{y}$ và

$$\ln a \cdot (1 - \ln b) = \ln b \cdot \sqrt{4 - \ln^2 a} \Leftrightarrow x(1 - y) = y\sqrt{4 - x^2} \Leftrightarrow \frac{x}{y} = x + \sqrt{4 - x^2}$$

Xét hàm số $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$, $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$. Ta có $f(2) = 2$, $f(-2) = -2$, $f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$, suy ra $M = 2\sqrt{2}$, $m = -2$ và $M + m = 2(\sqrt{2} - 1)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 96. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(x + y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a + b$.

- A. $a + b = 6$. B. $a + b = 11$. C. $a + b = 4$. D. $a + b = 8$.

Lời giải.

Đặt $\log_9 x = t$.

$$\text{Theo đề ra ta có } \begin{cases} \log_9 x = \log_6 y = t \\ \log_9 x = \log_4(x + y) = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9^t & (12) \\ y = 6^t & (13) \\ x + y = 4^t & (14) \\ \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)^t & (15) \end{cases}$$

Từ (??), (??) và (??) ta có $9^t + 6^t = 4^t \Leftrightarrow (3^t)^2 + (3 \cdot 2)^t - 4^t = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Thế vào (??) ta được $\frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2} \Rightarrow a = 1; b = 5.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 97. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{0,02}(\log_2(3^x + 1)) > \log_{0,02} m$ có nghiệm với mọi $x \in (-\infty; 0)$.

A. $m > 9.$

B. $m < 2.$

C. $0 < m < 1.$

D. $m \geq 1.$

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Điều kiện của tham số $m > 0$.

Ta có $\log_{0,02}(\log_2(3^x + 1)) > \log_{0,02} m \Leftrightarrow \log_2(3^x + 1) < m$.

Xét hàm số $f(x) = \log_2(3^x + 1), \forall x \in (-\infty; 0)$ có $f' = \frac{3^x \ln 3}{(3^x + 1) \ln 2} > 0, \forall x \in (-\infty; 0)$.

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$	0
$f'(x)$		+
$f(x)$	0	1

Khi đó với yêu cầu bài toán thì $m \geq 1$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 98. Biết x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình

$$\log_7 \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x$$

và $x_1 + 2x_2 = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b})$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a + b$.

A. $a + b = 16.$

B. $a + b = 11.$

C. $a + b = 14.$

D. $a + b = 13.$

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$ và $x \neq \frac{1}{2}$.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_7 \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x &\Leftrightarrow \log_7 \left(\frac{(2x - 1)^2}{2x} \right) + 4x^2 - 4x + 1 = 2x \\ &\Leftrightarrow \log_7(2x - 1)^2 + (2x - 1)^2 = \log_7 2x + 2x(*) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_7 t + t \Leftrightarrow f'(t) = \frac{1}{t \ln 7} + 1 > 0$ với $t > 0$.

Vậy hàm số $f(t)$ đồng biến khi $t > 0$.

Phương trình (*) có dạng $f((2x - t)^2) = f(2x) \Leftrightarrow (2x - 1)^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{5}}{4} \\ x = \frac{3 - \sqrt{5}}{4} \end{cases}$

$$\text{Vậy } x_1 + 2x_2 = \begin{cases} \frac{9 - \sqrt{5}}{4} \text{ (loại)} \\ \frac{9 + \sqrt{5}}{4} \end{cases} \Rightarrow a = 9; b = 5 \Rightarrow a + b = 9 + 5 = 14.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 99. Có bao nhiêu số nguyên dương m trong đoạn $[-2018; 2018]$ sao cho bất phương trình sau đúng với mọi $x \in (1; 100)$: $(10x)^{m + \frac{\log x}{10}} \geq 10^{\frac{11}{10} \log x}$?

A. 2018.

B. 4026.

C. 2013.

D. 4036.

Lời giải.

Xét với $x \in (1; 100)$, ta có

$$\begin{aligned} (10x)^{m + \frac{\log x}{10}} \geq 10^{\frac{11}{10} \log x} &\Leftrightarrow \log (10x)^{m + \frac{\log x}{10}} \geq \log 10^{\frac{11}{10} \log x} \\ &\Leftrightarrow \left(m + \frac{\log x}{10}\right) (1 + \log x) \geq \frac{11}{10} \log x \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $t = \log x$, để $1 < x < 100 \Leftrightarrow 0 < \log x < 2$ suy ra điều kiện $0 < t < 2$. Khi đó (1) trở thành

$$\left(m + \frac{t}{10}\right) (1 + t) \geq \frac{11}{10} t \quad (2)$$

Để (1) đúng với mọi $x \in (1; 100)$ khi (2) đúng với mọi $t \in (0, 2)$.

Xét $t \in (0, 2)$ suy ra $t + 1 > 0$, khi đó

$$(2) \Leftrightarrow (10m + t) (1 + t) \geq 11t \Leftrightarrow 10m + t \geq \frac{11t}{1 + t} \Leftrightarrow m \geq \frac{10t - t^2}{10(t + 1)}$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{10t - t^2}{10(t + 1)}$ trên khoảng $(0, 2)$.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{10 - 2t - t^2}{10(t + 1)^2} = \frac{11 - (1 + t)^2}{10(t + 1)^2}$$

Để thấy $f'(t) > 0 \forall t \in (0, 2)$ suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0, 2)$ mà $f(0) = 0$; $f(2) = \frac{8}{15}$.

Để thỏa mãn bài toán khi $m \geq f(2) \Leftrightarrow m \geq \frac{8}{15}$. Do đó số giá trị nguyên của m trong đoạn $[-2018; 2018]$ là 2018.

Chọn đáp án **A** □

Câu 100. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = \frac{2}{3}$ và $u_{n+1} = \frac{u_n}{2(2n+1)u_n + 1}$, ($n \geq 1$). Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} u_n > 12,3$.

A. $n = 50$.

B. $n = 60$.

C. $n = 51$.

D. $n = 61$.

Lời giải.

Ta chứng minh số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = \frac{2}{4n^2 - 1}$.

Thật vậy $u_1 = \frac{2}{3}$ và với mọi $n \geq 1$ ta có

$$\frac{u_n}{2(2n+1)u_n + 1} = \frac{2}{(2n+3)(2n+1)} = \frac{2}{4(n+1)^2 - 1} = u_{n+1}.$$

Do đó $\log_{\frac{1}{2}} u_n > 12,3 \Leftrightarrow \frac{2}{4n^2 - 1} < \frac{1}{2^{12,3}} \Leftrightarrow n > \sqrt{\frac{2^{13,3} + 1}{4}} \approx 50,22$.

Vậy số n nguyên dương nhỏ nhất thỏa mãn yêu cầu là 51.

Chọn đáp án **C** □

Câu 101. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\log_2 \frac{y}{2\sqrt{1+x}} = 3(y - \sqrt{1+x}) - y^2 + x$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $K = x - y$.

- A. $\min K = -\frac{3}{4}$. B. $\min K = -\frac{5}{4}$. C. $\min K = -2$. D. $\min K = -1$.

Lời giải.

Với $y > 0$, ta có:

$$\begin{aligned} \log_2 \frac{y}{2\sqrt{1+x}} &= 3(y - \sqrt{1+x}) - y^2 + x \\ \Leftrightarrow \log_2 y - 1 - \log_2 \sqrt{1+x} &= 3y - 3\sqrt{1+x} - y^2 + x \\ \Leftrightarrow y^2 - 3y + \log_2 y &= 1 + x - 3\sqrt{1+x} + \log_2 \sqrt{1+x} \\ \Leftrightarrow f(y) &= f(\sqrt{1+x}). \end{aligned}$$

Với $f(x) = x^2 - 3x + \log_2 x$ xác định trên $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(x) = 2x - 3 + \frac{1}{x \ln 2} = \frac{(2 \ln 2)x^2 - (3 \ln 2)x + 1}{x \ln 2} > 0$ với mọi $x \in (0; +\infty)$.

Suy ra f là hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$, nên từ $f(y) = f(\sqrt{1+x})$ ta suy ra $y = \sqrt{1+x}$.

Khi đó K trở thành $K = x - \sqrt{1+x} = \left(\sqrt{1+x} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \geq -\frac{5}{4}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = -\frac{3}{4}$ và $y = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 102. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1		$\sqrt{2}$	2		$+\infty$
y'	+		+		0	-	-
y	-1	$\nearrow$		$+\infty$	$+\infty$		$\searrow$
		$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$	-1

Phương trình $f(2^{\sin x}) = 3$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.

Lời giải.

Trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$ ta xét phương trình $\sin x = m$ (1).

- Phương trình (1) có nghiệm khi $0 \leq m \leq 1$.
- $0 \leq m < \frac{1}{2}$ hoặc $m = 1$: phương trình (1) có 1 nghiệm.
- $\frac{1}{2} \leq m < 1$: phương trình (1) có 2 nghiệm.

Với mọi $x \in \left[0; \frac{5\pi}{6}\right] \Rightarrow 0 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2^{\sin x} \leq 2$.

Đặt $t = 2^{\sin x}$, $t \in [1; 2]$. Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(t) = 3$ có hai nghiệm thỏa mãn:

- $1 < t < \sqrt{2} \Leftrightarrow 1 < 2^{\sin x} < \sqrt{2} \Leftrightarrow 0 < \sin x < \frac{1}{2} \Rightarrow f(2^{\sin x}) = 3$ có 1 nghiệm.

— $\sqrt{2} < t < 2 \Leftrightarrow \sqrt{2} < 2^{\sin x} < 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < \sin x < 1 \Rightarrow f(2^{\sin x}) = 3$ có 2 nghiệm.

Vậy phương trình $f(2^{\sin x}) = 3$ có 3 nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 103. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3+y(y-3)+xy)$.

Tìm giá trị $P_{\max}$ của biểu thức $P = \frac{5x+4y+4}{x+y+3}$.

A. $P_{\max} = 0$.

B. $P_{\max} = 1$.

C. $P_{\max} = 2$.

D. $P_{\max} = 3$.

Lời giải.

$$\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y) - \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) = x^2-3x+y^2-3y+xy$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y) + 3x + 3y = \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) + x^2+y^2+xy$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y) + 2 + 3x + 3y = \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) + x^2+y^2+xy + 2$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(3x+3y) + 3x + 3y = \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) + x^2+y^2+xy + 2. \quad (2)$$

Đặt $f(t) = \log_{\sqrt{3}} t + t, t > 0 \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{t \ln \sqrt{3}} + 1 > 0, \forall t > 0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

$$(2) \Leftrightarrow f(3x+3y) = f(x^2+y^2+xy+2)$$

$$\Leftrightarrow 3x+3y = x^2+y^2+xy+2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2+4y^2+4xy-12x-12y+8=0$$

$$\Leftrightarrow (2x+y)^2 - 6(2x+y) + 5 = -3(y-1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq 2x+y \leq 5.$$

Khi đó, $P = \frac{5x+4y+4}{x+y+3} = 3 + \frac{2x+y-5}{x+y+3} \leq 3$, vì $\begin{cases} 2x+y-5 \leq 0 \\ x+y+3 > 0 \end{cases}$.

Vậy $P_{\max} = 3$ khi và chỉ khi $\begin{cases} 2x+y-5=0 \\ y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 104. Số các số tự nhiên có n (với $4 \leq n \leq 10$) chữ số khác nhau đôi một và chia hết cho 8 là

A. $24A_7^{n-3} + 336A_6^{n-4}$.

B. $88A_7^{n-3}$.

C. $80A_7^{n-3}$.

D. $32A_7^{n-3} + 336A_6^{n-4}$.

Lời giải.

Xét các số có dạng $N = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1}$, $a_i \in \{0; 1; \dots; 9\}$, $i = \overline{1, n}$. Để ý rằng, $N : 8$ khi và chỉ khi $\overline{a_3 a_2 a_1} : 8$ hay $4a_3 + 2a_2 + a_1 : 8$. Ta có hai trường hợp.

① Trường hợp 1. Trong các số a_3, a_2, a_1 có một số bằng 0.

— Nếu $a_1 = 0$ thì a_2 chẵn. Ta có bảng

a_2	2	4	6	8
a_3	1, 3, 5, 7, 9	2, 6, 8	1, 3, 5, 7, 9	2, 4, 6

— Nếu $a_2 = 0$ thì $a_1 : 4$. Ta có bảng

a_1	4	8
a_3	1, 3, 5, 7, 9	2, 4, 6

— Nếu $a_3 = 0$ thì a_1 chẵn. Ta có bảng

a_1	2	4	6	8
a_2	3, 7	2, 6	1, 5, 9	4

Từ đó có 32 số $\overline{a_3 a_2 a_1} : 8$. Ta thêm các chữ số còn lại, có tất cả A_7^{n-3} cách chọn. Vậy trong trường hợp này có $32A_7^{n-3}$ số thỏa mãn đề bài.

② Trường hợp 2. $a_3, a_2, a_1 \neq 0$. Hiển nhiên a_1 chẵn.

— Nếu $a_1 = 2$ thì $4a_3 + 2a_2 + 2 : 8$, suy ra $2a_3 + a_2 + 1 : 4$, do đó a_2 lẻ. Ta có bảng

a_2	1	3	5	7	9
a_3	3, 5, 7, 9	4, 6, 8	1, 3, 7, 9	4, 6, 8	1, 3, 5, 7

— Nếu $a_1 = 4$ thì $4a_3 + 2a_2 + 4 : 8$, suy ra $2a_3 + a_2 + 2 : 4$, do đó a_2 chẵn. Ta có bảng

a_2	2	6	8
a_3	6, 8	2, 8	1, 3, 5, 7, 9

— Nếu $a_1 = 6$ thì $4a_3 + 2a_2 + 6 : 8$, suy ra $2a_3 + a_2 + 3 : 4$, do đó a_2 lẻ. Ta có bảng

a_2	1	3	5	7	9
a_3	2, 4, 8	1, 5, 7, 9	2, 4, 8	1, 3, 5, 9	2, 4, 8

— Nếu $a_1 = 8$ thì $4a_3 + 2a_2 + 8 : 8$, suy ra $2a_3 + a_2 : 4$, do đó a_2 chẵn. Ta có bảng

a_2	2	4	6
a_3	1, 3, 5, 7, 9	2, 6	1, 3, 5, 7, 9

Từ đó ta thu được 56 số có dạng $\overline{a_3 a_2 a_1}$ thỏa mãn. Số cách chọn các chữ số $a_n, \dots, a_4$ là $A_7^{n-3} - A_6^{n-4} = 6A_6^{n-4}$. Vậy trong trường hợp này có $56 \cdot 6A_6^{n-4} = 336A_6^{n-4}$ số thỏa mãn đề bài.

Kết luận: có $32A_7^{n-3} + 336A_6^{n-4}$ số thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 105. Cho n là một số nguyên dương và $0 < a \neq 1$, tìm n sao cho

$$\log_a 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{a}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 1008^2 \cdot 2017^2 \log_a 2019.$$

A. 2017.

B. 2018.

C. 2019.

D. 2016.

Lời giải.

Để dàng chứng bằng quy nạp rằng $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$. Suy ra

$$\begin{aligned} & \log_a 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{a}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 1008^2 \cdot 2017^2 \log_a 2019 \\ \Leftrightarrow & (1^3 + 2^3 + \dots + n^3) \log_a 2019 = 1008^2 \cdot 2017^2 \log_a 2019 \\ \Leftrightarrow & \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = 1008^2 \cdot 2017^2 \\ \Leftrightarrow & n = 2016. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 106. Cho cấp số cộng (a_n) , cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $a_2 > a_1 \geq 0$, $b_2 > b_1 \geq 1$ và hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ sao cho $f(a_2) + 2 = f(a_1)$ và $f(\log_2 b_2) + 2 = f(\log_2 b_1)$. Tìm số nguyên dương $n(n > 1)$ nhỏ nhất sao cho $b_n > 2018a_n$.

A. $n = 20$.

B. $n = 10$.

C. $n = 14$.

D. $n = 16$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^3 - 3x$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	2	0	-2	$+\infty$

+ Với $0 \leq a_1 < a_2$

Từ giả thiết $f(a_2) - f(a_1) = -2 < 0 \Rightarrow f(x)$ giảm trên $(a_1; a_2) \Rightarrow 0 \leq a_1 < a_2 \leq 1$.

Khi đó: $\begin{cases} f(a_1) \leq f(0) = 0 \\ f(a_2) \geq f(1) = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(a_1) \leq 0 \\ f(a_2) + 2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(a_1) \leq 0 \\ f(a_1) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow f(a_1) = 0 \Rightarrow a_1 = 0$.

Và $f(a_2) + 2 = 0 \Rightarrow f(a_2) = -2 \Rightarrow a_2 = 1$.

Vậy cấp số cộng (a_n) có $\begin{cases} a_1 = 0 \\ d = 1. \end{cases}$

+ Với $1 \leq b_1 < b_2$

Từ giả thiết: $f(\log_2 b_2) - f(\log_2 b_1) = -2 < 0 \Rightarrow f(x)$ giảm trên $(\log_2 b_1; \log_2 b_2)$

$\Rightarrow 0 \leq \log_2 b_1 < \log_2 b_2 \leq 1 \Rightarrow 1 \leq b_1 < b_2 \leq 2$.

Khi đó: $\begin{cases} f(\log_2 b_1) \leq f(0) = 0 \\ f(\log_2 b_2) \geq f(1) = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(\log_2 b_1) \leq 0 \\ f(\log_2 b_2) + 2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(\log_2 b_1) \leq 0 \\ f(\log_2 b_1) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow f(\log_2 b_1) = 0 \Rightarrow \log_2 b_1 = 0 \Rightarrow b_1 = 1$.

Và $f(\log_2 b_2) + 2 = 0 \Rightarrow f(\log_2 b_2) = -2 \Rightarrow \log_2 b_2 = 1 \Rightarrow b_2 = 2$.

Vậy cấp số nhân (b_n) có $\begin{cases} b_1 = 1 \\ q = 2. \end{cases}$

+ Khi đó: $b_n > 2018a_n \Leftrightarrow 1 \cdot 2^{n-1} > 2018(0 + (n-1)) \Leftrightarrow 2^{n-1} > 2018(n-1)$.

Dùng chức năng Calc của máy tính ta chọn được $n = 16$ là số nguyên dương nhỏ nhất thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 107. Cho $\log_8 |x| + \log_4 y^2 = 5$ và $\log_8 |y| + \log_4 x^2 = 7$. Tìm giá trị của biểu thức $P = |x| - |y|$.

A. $P = 56$.

B. $P = 16$.

C. $P = 8$.

D. $P = 64$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
 \log_8 |x| + \log_4 y^2 = 5 &\Leftrightarrow \frac{1}{3} \log_2 |x| + \frac{1}{2} \log_2 y^2 = 5 \\
 &\Leftrightarrow \log_2 \sqrt[3]{|x|} + \log_2 |y| = 5 \\
 &\Leftrightarrow \sqrt[3]{|x|} \cdot |y| = 2^5 \\
 &\Leftrightarrow |x| \cdot |y|^3 = (2^5)^3 = 2^{15} \quad (1).
 \end{aligned}$$

Tương tự $\log_8 |y| + \log_4 x^2 = 7 \Leftrightarrow |y| \cdot |x|^3 = 2^{21} \quad (2)$.

Lấy (1) nhân (2) được $x^4 \cdot y^4 = 2^{36} \Leftrightarrow x^2 \cdot y^2 = 2^{18} \quad (3)$.

Lấy (1) chia (2) được $\frac{y^2}{x^2} = \frac{1}{2^6} \Leftrightarrow x^2 = 2^6 \cdot y^2 \quad (4)$.

Thay (4) vào (3) được $2^6 \cdot y^4 = 2^{18} \Leftrightarrow y^4 = 2^{12} = (2^3)^4 \Leftrightarrow |y| = 2^3 = 8$.

Thay $|y| = 8$ vào (4) được $x^2 = 2^6 \cdot 64 = (2^6)^2 \Leftrightarrow |x| = 2^6 = 64$. Do đó $P = |x| - |y| = 56$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 108. Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > \frac{1}{3}, b > 1$. Khi biểu thức $\log_{3a} b + \log_b (a^4 - 9a^2 + 81)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $a + b$ bằng

- A. $9 + 2\sqrt{3}$. B. $3 + 9\sqrt{2}$. C. $3 + 3\sqrt{2}$. D. $2 + 9\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $3a > 1, b > 1$ nên $\log_{3a} b > 0, \log_b 3a > 0$. Theo bất đẳng thức Cauchy ta được $\log_{3a} b + \log_b (a^4 - 9a^2 + 81) \geq \log_{3a} b + \log_b (18a^2 - 9a^2) = \log_{3a} b + 2\log_b 3a \geq 2\sqrt{2}$.

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} 3a > 1, b > 1 \\ a^4 = 81 \\ \log_{3a} b = 2\log_b 3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 9\sqrt{2} \end{cases}.$$

Khi đó ta được $a + b = 3 + 9\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 109. Biết $\log_2 \left(\sum_{k=1}^{100} (k \times 2^k) - 2 \right) = a + \log_c b$ với a, b, c là các số nguyên và $a > b > c > 1$. Tổng $a + b + c$ là

- A. 203. B. 202. C. 201. D. 200.

Lời giải.

Đặt $S = \sum_{k=1}^{100} (k \times 2^k)$. Suy ra

$$\begin{aligned} S &= 2S - S \\ &= (1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2^4 + \dots + 100 \cdot 2^{101}) - (1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + \dots + 100 \cdot 2^{100}) \\ &= 100 \cdot 2^{101} - 2 - 2^3 - 2^4 - \dots - 2^{100} \\ &= 100 \cdot 2^{101} - 2 \cdot \frac{2^{100} - 1}{2 - 1} \\ &= 99 \cdot 2^{101} + 2. \end{aligned}$$

Suy ra

$$\log_2 \left(\sum_{k=1}^{100} (k \times 2^k) - 2 \right) = \log_2 (99 \cdot 2^{101}) = 101 + \log_2 99.$$

Vậy $a = 101, b = 99, c = 2$ và $a + b + c = 202$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 110. Cho a, b, c là ba số thực dương, $a > 1$ và thỏa mãn $\log_a^2(bc) + \log_a \left(b^3c^3 + \frac{bc}{4} \right)^2 + 4 + \sqrt{4 - c^2} = 0$. Số bộ $(a; b; c)$ thỏa mãn điều kiện đã cho là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải.

Điều kiện $4 - c^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq c \leq 2$, kết hợp giả thiết ta có $0 < c \leq 2$.

Do $a > 1$ nên ta có

$$\begin{aligned} \log_a^2(bc) + \log_a \left(b^3c^3 + \frac{bc}{4} \right)^2 + 4 + \sqrt{4 - c^2} &\geq \log_a^2(bc) + \log_a \left(2\sqrt{b^3c^3 \cdot \frac{bc}{4}} \right)^2 + 4 + \sqrt{4 - c^2} \\ &= \log_a^2(bc) + 4\log_a(bc) + 4 + \sqrt{4 - c^2} \\ &= (\log_a(bc) + 2)^2 + \sqrt{4 - c^2} \geq 0. \end{aligned}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a(bc) + 2 = 0 \\ \sqrt{4 - c^2} = 0 \\ b^3 c^3 = \frac{bc}{4} \\ a > 1 \\ b > 0 \\ 0 < c \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} bc = \frac{1}{a^2} \\ c = 2 \\ bc = \frac{1}{2} \\ a > 1 \\ b > 0 \\ 0 < c \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} \\ b = \frac{1}{4} \\ c = 2. \end{cases}$$

Vậy có duy nhất một bộ số $(a; b; c)$ thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 111. Cho các số thực $a, b > 1$ thỏa mãn $a^{\log_b a} + 16b^{\log_a \left(\frac{b^8}{a^3}\right)} = 12b^2$. Giá trị của biểu thức $P = a^3 + b^3$ là

A. $P = 20$.

B. $P = 125$.

C. $P = 72$.

D. $P = 39$.

Lời giải.

Đặt $c = \log_b a$ thì $a = b^c$, thay vào hệ thức đã cho thu được $b^{c^2} + 16b^{\frac{8}{c}-3} = 12b^2$. Ta có

$$S = b^{c^2} + 16b^{\frac{8}{c}-3} = b^{c^2} + 8b^{\frac{8}{c}-3} + 8b^{\frac{8}{c}-3} \geq 3\sqrt[3]{64b^{c^2+\frac{16}{c}-6}} = 12\sqrt[3]{b^{c^2+\frac{16}{c}-6}}.$$

$$\text{Lại có } c^2 + \frac{16}{c} - 6 = c^2 + \frac{8}{c} + \frac{8}{c} - 6 \geq 3\sqrt[3]{c^2 \cdot \frac{8}{c} \cdot \frac{8}{c} - 6} = 6 \Rightarrow S \geq 12\sqrt[3]{b^6} = 12b^2.$$

Để hệ thức đã cho xảy ra thì các dấu “=” trong các đánh giá trên xảy ra, tức là $c = 2$, $b = 2$ và do đó $a = 4$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 112. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $0 < a < 1$, $\frac{1}{8} < b < 1$, $\frac{3}{8} < c < 1$. Gọi M là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{3}{16} \log_a \left(\frac{b}{2} - \frac{1}{16}\right) + \frac{1}{4} \log_b \left(\frac{c}{2} - \frac{3}{16}\right) + \frac{1}{3} \log_c a$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sqrt{3} \leq M < 2$.

B. $M \geq 2$.

C. $\sqrt{2} \leq M < \sqrt{3}$.

D. $M < \sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$-\frac{b}{2} - \frac{1}{16} = \frac{8b-1}{16} = \frac{8b-1}{4} \cdot \frac{1}{4} \leq \left(\frac{\frac{8b-1}{4} + \frac{1}{4}}{2}\right)^2 = b^2. \text{ Đẳng thức xảy ra khi } b = \frac{1}{4}.$$

$$-\frac{c}{2} - \frac{3}{16} = \frac{8c-3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \leq \left(\frac{\frac{8c-3}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{4}\right)^4 = c^4. \text{ Đẳng thức xảy ra khi } c = \frac{1}{2}.$$

Do đó,

$$\begin{aligned} P &\geq \frac{3}{16} \log_a b^2 + \frac{1}{4} \log_b c^4 + \frac{1}{3} \log_c a \\ &\geq \frac{3}{8} \log_a b + \log_b c + \frac{1}{3} \log_c a \\ &\geq 3\sqrt[3]{\frac{3}{8} \log_a b \cdot \log_b c \cdot \frac{1}{3} \log_c a} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $a = \frac{\sqrt{2}}{4}$, $b = \frac{1}{4}$, $c = \frac{1}{2}$.

Vậy $\sqrt{2} \leq M = \frac{3}{2} < \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 113. Cho $f(x) = \log_2 \frac{2^x + 1}{2^x - 1}$. Giá trị của biểu thức $f(f(1)) + f(f(2)) + \dots + f(f(40))$ bằng
A. 410. **B.** 820. **C.** 40. **D.** 1640.

Lời giải.

Với $x > 0$ ta có

$$f(f(x)) = \log_2 \frac{2^{\log_2 \frac{2^x+1}{2^x-1}} + 1}{2^{\log_2 \frac{2^x+1}{2^x-1}} - 1} = \log_2 \frac{\frac{2 \cdot 2^x}{2^x-1} + 1}{\frac{2}{2^x-1}} = \log_2 \frac{2 \cdot 2^x}{2} = x.$$

Do đó $f(f(1)) + f(f(2)) + \dots + f(f(40)) = 1 + 2 + \dots + 40 = 820$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 114. Cho hàm số $f(x) = -\ln(x^2 + x)$. Tính $P = e^{f(1)} + e^{f(2)} + \dots + e^{f(2019)}$.

A. $P = \frac{2020}{2019}$. **B.** $P = \frac{2019}{2020}$. **C.** $P = e^{2019}$. **D.** $P = -\frac{2019}{2020}$.

Lời giải.

Ta có

$$f(x) = -\ln(x^2 + x) \Rightarrow e^{-f(x)} = x^2 + x \Leftrightarrow e^{f(x)} = \frac{1}{x(x+1)} \Rightarrow e^{f(x)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}.$$

Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} P &= e^{f(1)} + e^{f(2)} + \dots + e^{f(2019)} \\ &= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2019} - \frac{1}{2020}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{2020} = \frac{2019}{2020}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 115. Cho cấp số cộng (a_n) , cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $a_2 > a_1 \geq 0$, $b_2 > b_1 \geq 1$ và hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ sao cho $f(a_2) + 2 = f(a_1)$ và $f(\log_2 b_2) + 2 = f(\log_2 b_1)$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $b_n > 2019a_n$.

A. 17. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 16.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên $[0; +\infty)$. Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$, suy ra $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	0		-2	$+\infty$

Vì $a_2 > 0$ nên $f(a_2) \geq -2$. Suy ra $f(a_1) = f(a_2) + 2 \geq 0$. (1)

Giả sử $a_1 \geq 1$. Vì $f(x)$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ nên $f(a_2) > f(a_1)$, suy ra $f(a_1) - 2 > f(a_1)$, vô lý.

Vậy $a_1 \in [0; 1]$, do đó $f(a_1) \leq 0$. (2)

Từ (1) và (2) ta có

$$\begin{cases} f(a_1) = 0 \\ f(a_2) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 1. \end{cases}$$

Vậy số hạng tổng quát của cấp số cộng (a_n) là $a_n = n - 1$.

Một cách tương tự, đặt $t_1 = \log_2 b_1$ và $t_2 = \log_2 b_2$. Từ giả thiết suy ra $f(t_2) + 2 = f(t_1)$. Vì $1 \leq b_1 < b_2$ nên $0 \leq t_1 < t_2$. Lập luận như trên ta có

$$\begin{cases} t_1 = 0 \\ t_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 b_1 = 0 \\ \log_2 b_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 1 \\ b_2 = 2. \end{cases}$$

Vậy số hạng tổng quát của cấp số nhân (b_n) là $b_n = 2^{n-1}$. Do đó

$$b_n > 2019a_n \Leftrightarrow 2^{n-1} > 2019(n-1). \quad (3)$$

Suy ra số nguyên dương nhỏ nhất thỏa (3) là $n = 16$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 116. Cho $\log_7 12 = x$, $\log_{12} 24 = y$ và $\log_{54} 168 = \frac{axy + 1}{bxy + cx}$, trong đó a, b, c là các số nguyên.

Tính giá trị của biểu thức $S = a + 2b + 3c$.

A. $S = 4$.

B. $S = 19$.

C. $S = 10$.

D. $S = 15$.

Lời giải.

$$\begin{cases} \log_7 12 = x \\ \log_{12} 24 = y \end{cases} \Rightarrow xy = \log_7 12 \cdot \log_{12} 24 = \log_7 24.$$

Ta có

$$\log_{54} 168 = \frac{\log_7 168}{\log_7 54} = \frac{\log_7(24 \cdot 7)}{\log_7 54} = \frac{\log_7 24 + \log_7 7}{\log_7 54} = \frac{xy + 1}{\log_7 54} \Rightarrow a = 1.$$

Lại có

$$\begin{aligned} bxy + cx &= \log_7 54 \Leftrightarrow b \log_7 24 + c \log_7 12 = \log_7 54 \\ &\Leftrightarrow \log_7(24^b \cdot 12^c) = \log_7 54 \\ &\Leftrightarrow 24^b \cdot 12^c = 54 \\ &\Leftrightarrow 3^{b+c} \cdot 2^{3b+2c} = 3^3 \cdot 2^1 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} b + c = 3 \\ 3b + 2c = 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} b = -5 \\ c = 8. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra, $P = a + 2b + 3c = 1 + 2 \cdot (-5) + 3 \cdot 8 = 15$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 117. Cho a, b, c là ba số thực dương, khác 1 và $abc \neq 1$. Biết $\log_a 3 = 2$, $\log_b 3 = \frac{1}{4}$ và $\log_{abc} 3 = \frac{2}{15}$. Khi đó, giá trị của $\log_c 3$ bằng bao nhiêu?

A. $\log_c 3 = \frac{1}{3}$.

B. $\log_c 3 = 2$.

C. $\log_c 3 = \frac{1}{2}$.

D. $\log_c 3 = 3$.

Lời giải.

$$\log_{abc} 3 = \frac{2}{15} \Leftrightarrow \log_3 abc = \frac{15}{2} \Leftrightarrow \log_3 a + \log_3 b + \log_3 c = \frac{15}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} + 4 + \log_3 c = \frac{15}{2} \Leftrightarrow \log_3 c = 3.$$

Do đó $\log_c 3 = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 118. Cho 3 số thực dương a, b, c ($a, b, c \neq 1$) và không cùng bằng nhau thỏa mãn $a^{\log_b c} = b^{\log_c a} = c^{\log_a b}$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $a + b + c$.

A. $m = 3$.

B. $m = 2\sqrt{2}$.

C. $m = 3\sqrt[3]{3}$.

D. $m = \frac{3}{\sqrt[3]{2}}$.

Lời giải.

— Không mất tính tổng quát, ta giả sử $b \neq c$.

Khi đó từ $a^{\log_b c} = b^{\log_c a} = c^{\log_a b}$, lấy log cơ số a , ta có

$$\begin{aligned}\log_b c &= \log_c a \cdot \log_a b = \log_a c \cdot \log_a b \\ \Rightarrow \log_b c &= \log_c b = \log_a c \cdot \log_a b.\end{aligned}$$

$$\text{Từ } \log_b c = \log_c b \Rightarrow \log_b c = \frac{1}{\log_b c} \Rightarrow \log_b c = -1 \text{ (vì } b \neq c) \Rightarrow b = \frac{1}{c}.$$

$$\text{Khi đó } \log_a c \cdot \log_a b = -1 \Rightarrow (\log_a b)^2 = 1 \text{ và } (\log_a c)^2 = 1.$$

— Không mất tính tổng quát giả sử $\log_a b = 1$ và $\log_a c = -1$. Từ đó $a = b = \frac{1}{c}$.

— Vậy $a + b + c = 2a + \frac{1}{a}$. Sử dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $2a + \frac{1}{a} \geq 2\sqrt{2a \cdot \frac{1}{a}} = 2\sqrt{2}$.

Dấu bằng xảy ra khi $a = b = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $c = \sqrt{2}$. Vậy $m = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 119. Cho $a = \log_5 2$; $b = \log_5 3$. Khi đó $\log_{10} 6$ bằng

A. $\frac{a+b}{1+b}$.

B. $\frac{a+b}{1+a}$.

C. $\frac{1+a}{a+b}$.

D. $\frac{ab}{1+a}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{10} 6 = \frac{\log_5 6}{\log_5 10} = \frac{\log_5 2 + \log_5 3}{1 + \log_5 2} = \frac{a+b}{1+a}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 120. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	4	1	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x^2 - 2x}{f^2(x) - 4}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Xét phương trình $f^2(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow [f(x) - 2][f(x) + 2] = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ f(x) = -2. \end{cases}$$

Từ bảng biến thiên suy ra

$$\begin{aligned} & \text{--- } f(x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = x_1, & x_1 \in (1; 2) \\ x = x_2, & x_2 \in (2; +\infty). \end{cases} \\ & \text{--- } f(x) = -2 \Leftrightarrow x = x_3, \quad x_3 \in (-\infty; 0). \\ \Rightarrow g(x) &= \frac{x(x-2)}{x(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)} = \frac{x-2}{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}. \\ \Rightarrow g(x) &\text{ có 3 đường tiệm cận đứng.} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 121. Cho $\log_7 12 = x$, $\log_{12} 24 = y$, $\log_{54} 168 = \frac{axy+1}{bxy+cx}$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị biểu thức $S = a + 2b + 3c$.

A. $S = 4$.

B. $S = 19$.

C. $S = 10$.

D. $S = 15$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{54} 168 &= 3 \log_{54} 2 + \log_{54} 7 + \log_{54} 3 = \frac{3}{\log_2 54} + \frac{1}{\log_7 54} + \frac{1}{\log_3 54} \\ &= \frac{3}{1 + 3 \log_2 3} + \frac{1}{\log_7 2 + 3 \log_7 3} + \frac{1}{3 + \log_3 2}. \quad (*) \end{aligned}$$

Lại có

$$\begin{cases} \log_7 12 = x \\ \log_{12} 24 = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_7 12 = x \\ \log_7 24 = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \log_7 2 + \log_7 3 = x \\ 3 \log_7 2 + \log_7 3 = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_7 2 = xy - x \\ \log_7 3 = 3x - 2xy. \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \log_2 3 = \log_2 7 \cdot \log_7 3 = \frac{1}{xy-x} \cdot 3x - 2y = \frac{3-2y}{y-1}.$$

$$\text{Suy ra } \log_3 2 = \frac{y-1}{3-2y}.$$

Thay vào (*) ta được

$$\begin{aligned} \log_{54} 168 &= \frac{3}{1 + 3 \frac{3-2y}{y-1}} + \frac{1}{xy-x + 3(3x-2xy)} + \frac{1}{3 + \frac{y-1}{3-2y}} \\ &= \frac{3(y-1)}{y-1 + 9-6y} + \frac{1}{8x-5xy} = \frac{3-2y}{8-5y} \\ &= \frac{3(y-1)}{8-5y} + \frac{3-2y}{8-5y} + \frac{1}{x(8-5y)} = \frac{xy+1}{8x-5xy}. \end{aligned}$$

Suy ra $a = 1$, $b = -5$, $c = 8$. Khi đó $S = a + 2b + 3c = 15$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 122. Cho tổng $S = \frac{1}{1!2017!} + \frac{1}{3!2015!} + \frac{1}{5!2013!} + \dots + \frac{1}{2017!1!}$. Biết $S = \frac{2^a}{b!}$ đặt $P = b - a$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P \in (-1; 1)$.

B. $P \in (-2; 0)$.

C. $P \in (0; 2)$.

D. $P \in (2; 4)$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
S &= \frac{1}{1!2017!} + \frac{1}{3!2015!} + \frac{1}{5!2013!} + \dots + \frac{1}{2017!1!} \\
\Leftrightarrow 2018! \cdot S &= \frac{2018!}{1!2017!} + \frac{2018!}{3!2015!} + \frac{2018!}{5!2013!} + \dots + \frac{2018!}{2017!1!} \\
\Leftrightarrow 2018! \cdot S &= C_{2018}^1 + C_{2018}^3 + C_{2018}^5 + \dots + C_{2018}^{2017} \\
\Leftrightarrow 2018! \cdot S &= \frac{2^{2018}}{2} \\
\Leftrightarrow S &= \frac{2^{2017}}{2018!}.
\end{aligned}$$

Khi đó $a = 2017$ và $b = 2018 \Rightarrow P = 1 \in (0; 2)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 123. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3(x + y + 2) = 1 + \log_3\left(\frac{x-1}{y} + \frac{y-1}{x}\right)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $(a, b) = 1$. Hỏi $a + b$ bằng bao nhiêu?

A. 2.

B. 9.

C. 12.

D. 13.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
\log_3(x + y + 2) &= 1 + \log_3\left(\frac{x-1}{y} + \frac{y-1}{x}\right) \\
\Leftrightarrow \log_3(x + y + 2) &= \log_3\left[3\left(\frac{x-1}{y} + \frac{y-1}{x}\right)\right] \\
\Leftrightarrow x + y + 2 &= 3\left(\frac{x-1}{y} + \frac{y-1}{x}\right) \\
\Leftrightarrow xy(x + y + 2) &= 3(x^2 + y^2 - x - y). \quad (*)
\end{aligned}$$

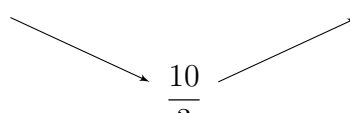
Đặt $S = x + y > 0$, $P = xy > 0$, $(*) \Leftrightarrow P(S + 2) = 3(S^2 - S - 2P) \Leftrightarrow P = \frac{3S^2 - 3S}{S + 8}$.

Lại có $0 < P \leq \frac{S^2}{4}$, từ đó suy ra $0 < \frac{3S^2 - 3S}{S + 8} \leq \frac{S^2}{4} \Rightarrow S > 1$. (do $S > 0$)

Ta có $\frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{S^2 - 2P}{P} = \frac{S^2 + 2S + 6}{3S - 3} = f(S)$.

$$f'(S) = \frac{3S^2 - 6S - 24}{(3S - 3)^2},$$

$$f'(S) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} S = 4 \\ S = -2 \notin (1; +\infty) \end{cases}.$$

S	1	4	$+\infty$
$f'(S)$	-	0	+
$f(S)$			

Suy ra $f(S) \geq f(4) = \frac{10}{3}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ và các hoán vị.

Vậy $\begin{cases} a = 10 \\ b = 3 \end{cases}$ nên $a + b = 13$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 124. Cho x, y là các số thực dương thỏa $\log_9 x = \log_6 y = \log_4\left(\frac{x+y}{6}\right)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$.

A. $\frac{x}{y} = 4$.B. $\frac{x}{y} = 3$.C. $\frac{x}{y} = 5$.D. $\frac{x}{y} = 2$.**Lời giải.**

Ta có $\log_9 x = \log_6 y \Leftrightarrow y = 6^{\log_9 x} = (2.3)^{\frac{1}{2} \log_3 x} = 2^{\frac{1}{2} \log_3 x} . 3^{\frac{1}{2} \log_3 x} = (x.2^{\log_3 x})^{\frac{1}{2}}$.

$$\text{Khi đó } \frac{y}{x} = \frac{(x.2^{\log_3 x})^{\frac{1}{2}}}{x} = \left(\frac{2^{\log_3 x}}{x}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

Ta có $\log_9 x = \log_4 \left(\frac{x+y}{6}\right) \Rightarrow \frac{x+y}{6} = 4^{\log_9 x} = 2^{\log_3 x} \Rightarrow y = 6.2^{\log_3 x} - x$.

$$\text{Khi đó } \frac{y}{x} = \frac{6.2^{\log_3 x} - x}{x} = 6 \cdot \frac{2^{\log_3 x}}{x} - 1 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } 6 \cdot \frac{2^{\log_3 x}}{x} - 1 = \left(\frac{2^{\log_3 x}}{x}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \left(\frac{2^{\log_3 x}}{x}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{y} = 2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 125. Cho biểu thức $A = \log(2017 + \log(2016 + \log(2015 + \log(\dots + \log(3 + \log 2) \dots)))$. Biểu thức A có giá trị thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(\log 2017; \log 2018)$. **B.** $(\log 2019; \log 2020)$. **C.** $(\log 2018; \log 2019)$. **D.** $(\log 2020; \log 2021)$.

Lời giải.

Đặt $A_n = \log(n + \log(n - 1 + \log(n - 2 + \log(\dots + \log(3 + \log 2) \dots))))$, khi đó $A_n = \log(n + A_{n-1})$.

Ta nhận thấy $0 < \log 2 = A_2 < 1$, từ đó suy ra

$$0 < \log 3 < A_3 = \log(3 + A_2) < \log 4 < A_4 < \dots < \log 9 < A_9 = \log(9 + A_9) < \log 10 = 1.$$

Tương tự ta có

$$1 = \log 10 < A_{10} = \log(10 + A_9) < \dots < \log 99 < A_{99} = \log(99 + A_{98}) < \log 100 = 2.$$

$$2 = \log 100 < A_{100} = \log(100 + A_{99}) < \dots < \log 999 < A_{999} = \log(999 + A_{998}) < \log 1000 = 3.$$

Với mọi k nguyên dương, $1000 < k < 10.000$ ta có $3 < \log k < 4$.

Từ đó suy ra $3 < \log 2020 < A_{2017} = \log(2017 + A_{2016}) < \log 2021$.

Vậy $A \in (\log 2020; \log 2021)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 126. Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$\text{A. } \log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b). \quad \text{B. } \log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b).$$

$$\text{C. } \log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b. \quad \text{D. } \log(a+b) = 1 + \log a + \log b.$$

Lời giải.

Với $a, b > 0$ ta có

$$a^2 + b^2 = 8ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 10ab \Leftrightarrow \log(a+b)^2 = \log(10ab)$$

$$\Leftrightarrow 2\log(a+b) = \log(10) + \log a + \log b$$

$$\Leftrightarrow \log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b).$$

Vậy với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề đúng là

$$“\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)”.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 127. Cho $f(n) = (n^2 + n + 1)^2 + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Đặt $u_n = \frac{f(1) \cdot f(3) \dots f(2n-1)}{f(2) \cdot f(4) \dots f(2n)}$. Tìm số n nguyên dương nhỏ nhất sao cho u_n thỏa mãn điều kiện $\log_2 u_n + u_n < -\frac{10239}{1024}$.

A. $n = 23$. **B.** $n = 29$. **C.** $n = 21$. **D.** $n = 33$.

Lời giải.

$$\text{Xét } g(n) = \frac{f(2n-1)}{f(2n)} = \frac{(4n^2 - 2n + 1)^2 + 1}{(4n^2 + 2n + 1)^2 + 1}.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} a = 4n^2 + 1 \\ b = 2n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \pm 2b = (2n \pm 1)^2 \\ a = b^2 + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(n) = \frac{(a-b)^2 + 1}{(a+b)^2 + 1} = \frac{a^2 - 2ab + b^2 + 1}{a^2 + 2ab + b^2 + 1} = \frac{a^2 - 2ab + a}{a^2 + 2ab + a} = \frac{a - 2b + 1}{a + 2b + 1} = \frac{(2n-1)^2 + 1}{(2n+1)^2 + 1}.$$

$$\Rightarrow u_n = \prod_{i=1}^n g(i) = \frac{2}{10} \cdot \frac{10}{26} \cdot \frac{26}{50} \cdots \frac{(2n-1)^2 + 1}{(2n+1)^2 + 1} = \frac{2}{(2n+1)^2 + 1} = \frac{1}{2n^2 + 2n + 1}.$$

$$\text{Do đó, ta có } \log_2 u_n + u_n < -\frac{10239}{1024} \Leftrightarrow \log_2 \frac{1}{2n^2 + 2n + 1} + \frac{1}{2n^2 + 2n + 1} < -\frac{10239}{1024}.$$

Thử từng đáp án, ta được kết quả.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 128. Một người muốn có 1 tỉ tiền tiết kiệm sau 6 năm gửi ngân hàng bằng cách bắt đầu từ ngày 01/01/2019 đến 31/12/2024, vào ngày 01/01 hàng năm người đó gửi vào ngân hàng một số tiền bằng nhau với lãi suất ngân hàng là 7%/1 năm (tính từ ngày 01/01 đến ngày 31/12) và lãi suất hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi số tiền mà người đó phải gửi vào ngân hàng hàng năm là bao nhiêu (với giả thiết lãi suất không thay đổi và số tiền được làm tròn đến đơn vị đồng)?

A. 130650280 (đồng). **B.** 130650000 (đồng). **C.** 139795799 (đồng). **D.** 139795800 (đồng).

Lời giải.

Gọi T_0 là số tiền người đó gửi vào ngân hàng vào ngày 01/01 hàng năm, T_n là tổng số tiền cả vốn lẫn lãi người đó có được ở cuối năm thứ n , với $n \in \mathbb{N}^*$, r là lãi suất ngân hàng mỗi năm.

Ta có: $T_1 = T_0 + rT_0 = T_0(1+r)$.

Đầu năm thứ 2, người đó có tổng số tiền là:

$$T_0(1+r) + T_0 = T_0[(1+r) + 1] = \frac{T_0}{[(1+r) - 1]} [(1+r)^2 - 1] = \frac{T_0}{r} [(1+r)^2 - 1].$$

$$\text{Do đó: } T_2 = \frac{T_0}{r} \cdot [(1+r)^2 - 1] + \frac{T_0}{r} \cdot [(1+r)^2 - 1] \cdot r = \frac{T_0}{r} \cdot [(1+r^2) - 1] (1+r).$$

...

$$\text{Ta có: } T_n = \frac{T_0}{r} \cdot [(1+r)^n - 1] (1+r).$$

$$\text{Áp dụng vào bài toán, ta có } 10^9 = \frac{T_0}{0,07} \cdot [(1+0,07)^6 - 1] (1+0,07) \Rightarrow T_0 \approx 130650280 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 129. Gọi a là giá trị nhỏ nhất của $f(n) = \frac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4) \cdots (\log_3 n)}{9^n}$ với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

Có bao nhiêu số n để $f(n) = a$?

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. Vô số.

Lời giải.

Ta có

$$f(n) \leq f(n+1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4) \cdots (\log_3 n)}{9^n} \leq \frac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4) \cdots (\log_3 n)(\log_3(n+1))}{9^{n+1}}$$

$$\Leftrightarrow 9 \leq \log_3(n+1) \Leftrightarrow 3^9 - 1 \leq n.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $n = 3^9 - 1$. Từ đó suy ra $f(3^9 - 1) = f(3^9) < f(3^9 + 1) < \cdots$

Tương tự ta có $f(2) > f(3) > \dots > f(3^9 - 1) = f(3^9)$

Từ đó suy ra có hai giá trị của n để $f(n) = a$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 130. Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1%/tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và ông A trả hết nợ sau đúng 5 năm kể từ ngày vay. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. 2,22 triệu đồng. B. 3,03 triệu đồng. C. 2,25 triệu đồng. D. 2,20 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi số tiền vay ban đầu là M , số tiền hoàn nợ mỗi tháng là m , lãi suất một tháng là r .

Hết tháng thứ nhất, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là $M + Mr = M(1 + r)$.

Ngay sau đó ông A hoàn nợ số tiền m nên số tiền để tính lãi cho tháng thứ hai là $M(1 + r) - m$.

Do đó hết tháng thứ hai, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là

$$[M(1 + r) - m](1 + r) = M(1 + r)^2 - m(1 + r).$$

Ngay sau đó ông A lại hoàn nợ số tiền m nên số tiền để tính lãi cho tháng thứ ba là

$$M(1 + r)^2 - m(1 + r) - m.$$

Do đó hết tháng thứ ba, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là

$$[M(1 + r)^2 - m(1 + r) - m](1 + r) = M(1 + r)^3 - m(1 + r)^2 - m(1 + r) - m.$$

Cứ tiếp tục lập luận như vậy ta thấy sau tháng thứ n , $n \geq 2$, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là

$$M(1 + r)^n - m(1 + r)^{n-1} - m(1 + r)^{n-2} - \dots - m(1 + r) - m = M(1 + r)^n - \frac{m[(1 + r)^n - 1]}{r}.$$

Sau tháng thứ n trả hết nợ thì ta có

$$M(1 + r)^n - \frac{m[(1 + r)^n - 1]}{r} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{M(1 + r)^n r}{(1 + r)^n - 1}.$$

Thay số với $M = 100.000.000$, $r = 1\%$, $n = 5 \times 12 = 60$ ta được $m \approx 2,22$ (triệu đồng).

Chọn đáp án **A** □

Câu 131. Cho a, b là các số thực và hàm số $f(x) = a \log^{2019}(\sqrt{x^2 + 1} + x) + b \sin x \cos 2018x + 6$. Biết $f(2018^{\ln 2019}) = 10$. Tính $P = f(-2019^{\ln 2018})$.

A. $P = 4$. B. $P = 2$. C. $P = -2$. D. $P = 10$.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - 6 = a \log^{2019}(\sqrt{x^2 + 1} + x) + b \sin x \cos 2018x$.

Do $\sqrt{x^2 + 1} + x > |x| + x \geq 0$ nên hàm số $g(x)$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ nên $\forall x \in \mathcal{D} \Rightarrow -x \in \mathcal{D}$. Lại

có

$$\begin{aligned}
g(-x) &= a \log^{2019} \left(\sqrt{(-x)^2 + 1} - x \right) + b \sin(-x) \cos(-2018x) \\
&= a \log^{2019} \left(\sqrt{x^2 + 1} - x \right) - b \sin x \cos 2018x \\
&= a \log^{2019} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} \right) - b \sin x \cos 2018x \\
&= -a \log^{2019} \left(\sqrt{x^2 + 1} + x \right) - b \sin x \cos 2018x = -g(x).
\end{aligned}$$

Suy ra $g(x)$ là hàm số lẻ.

Lại có $2018^{\ln 2019} = 2019^{\ln 2018}$ và $f(2018^{\ln 2019}) = 10$ nên $g(2018^{\ln 2019}) = 4$ và $g(-2019^{\ln 2018}) = -g(2018^{\ln 2019}) = -4$. Từ đó suy ra $f(-2019^{\ln 2018}) = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 132. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $b > 1$ và $\sqrt{a} \leq b < a$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left(\frac{a}{b} \right)$.

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{a}{b}} a = \frac{1}{\log_a \frac{a}{b}} = \frac{1}{\log_a a - \log_a b} = \frac{1}{1 - \log_a b}$.

Ngoài ra, $\log_{\sqrt{b}} \frac{a}{b} = \frac{\log_a \frac{a}{b}}{\log_a \sqrt{b}} = \frac{\log_a a - \log_a b}{\frac{1}{2} \log_a b} = \frac{2(1 - \log_a b)}{\log_a b}$.

Suy ra $P = \frac{1}{1-t} + \frac{4(1-t)}{t}$, trong đó $t = \log_a b \in \left[\frac{1}{2}; 1 \right)$ với mọi $b > 1$ và $\sqrt{a} \leq b < a$.

Ta có $P'(t) = \frac{1}{(1-t)^2} - \frac{4}{t^2}$; $P'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$.

Bảng biến thiên:

x	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1
y'	-	0	+
y	6	5	$+\infty$

Suy ra $P_{\min} = 5$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 133. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $1 < x < \sqrt{y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (\log_x y - 1)^2 + 8 \left(\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}} \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \right)^2$.

A. 18.

B. 9.

C. 27.

D. 30.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
P &= (\log_x y - 1)^2 + 8 \left(\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}} \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \right)^2 \\
&= (\log_x y - 2 + 1)^2 + 8 \left(\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}} \frac{\sqrt{y}}{x} \cdot \sqrt{x} \right)^2 \\
&= \left(\log_x \frac{y}{x^2} + 1 \right)^2 + 8 \left(1 + \frac{1}{2} \log_{\frac{\sqrt{y}}{x}} x \right)^2 \\
&= \left(2 \log_x \frac{\sqrt{y}}{x} + 1 \right)^2 + 8 \left(1 + \frac{1}{2} \log_{\frac{\sqrt{y}}{x}} x \right)^2 \\
&= \left(\frac{2}{\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}} x} + 1 \right)^2 + 8 \left(1 + \frac{1}{2} \log_{\frac{\sqrt{y}}{x}} x \right)^2.
\end{aligned}$$

Đặt $t = \log_{\frac{\sqrt{y}}{x}} x$ với $t > 0$.

Suy ra

$$\begin{aligned}
P &= \left(\frac{2}{t} + 1 \right)^2 + 8 \left(1 + \frac{1}{2} t \right)^2 \\
&= \frac{4}{t^2} + \frac{4}{t} + 1 + 8 + 8t + 2t^2 \\
&= \left(\frac{4}{t^2} + 4t + 4t \right) + \left(2t^2 + \frac{2}{t} + \frac{2}{t} \right) + 9 \\
&\geq 12 + 6 + 9 = 27.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án  □

Câu 134. Để đủ tiền mua nhà, anh An vay ngân hàng 500 triệu đồng theo phương thức trả góp với lãi suất 0,85%/ tháng. Nếu sau mỗi tháng, kể từ thời điểm vay, anh An trả nợ cho ngân hàng số tiền cố định là 10 triệu đồng bao gồm cả tiền lãi vay và tiền gốc. Biết rằng phương thức thanh toán trả lãi và gốc không thay đổi trong suốt quá trình anh An trả nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh An trả hết nợ ngân hàng? (Tháng cuối có thể trả dưới 10 triệu đồng).

A. 68.

B. 65.

C. 66.

D. 67.

Lời giải.

Gọi A là số tiền vay, r là lãi suất, a là số tiền trả hàng tháng. Khi đó:

Tháng thứ 1:

Nợ gốc A .

Lãi phát sinh $A \cdot r$.

Nợ sau thanh toán: $A \cdot (1 + r) - a$.

Tháng thứ 2:

Nợ gốc $A \cdot (1 + r) - a$.

Lãi phát sinh $[A(1 + r) - a] \cdot r$.

Nợ sau thanh toán: $[A \cdot (1 + r) - a] \cdot (1 + r) - a = A \cdot (1 + r)^2 - a \cdot (1 + r) - a$.

Tháng thứ 3:

Nợ gốc $A \cdot (1 + r)^2 - a \cdot (1 + r) - a$.

Lãi phát sinh $[A \cdot (1 + r)^2 - a \cdot (1 + r) - a] \cdot r$.

Nợ sau thanh toán:

$$[A \cdot (1 + r)^2 - a \cdot (1 + r) - a] \cdot (1 + r) - a = A \cdot (1 + r)^3 - a \cdot (1 + r)^2 - a \cdot (1 + r) - a.$$

Tháng thứ N : Ông An có nợ sau khi thanh toán là

$$A \cdot (1+r)^N - a \cdot (1+r)^{N-1} - \dots - a \cdot (1+r)^2 - a \cdot (1+r)^1 - a =$$

$$A \cdot (1+r)^N - a \cdot \frac{[(1+r)^N - 1]}{r}$$

Do vậy, để trả hết nợ vào tháng thứ N thì

$$A \cdot (1+r)^N - a \cdot \frac{[(1+r)^N - 1]}{r} = 0 \Leftrightarrow a = \frac{A \cdot r \cdot (1+r)^N}{(1+r)^N - 1}.$$

Áp dụng với $\begin{cases} A = 500 \\ r = 0,0085 \text{ ta được } N \approx 65,38. \\ a = 10 \end{cases}$

Vậy tổng thời gian trả hết nợ là 66 tháng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 135. Cho các số thực a, b thay đổi, thỏa mãn $a > \frac{1}{3}, b > 1$. Khi biểu thức $P = \log_{3a} b + \log_b(a^4 - 9a^2 + 81)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $a + b$ bằng

- A. $3 + 9\sqrt{2}$. B. $9 + 2\sqrt{3}$. C. $2 + 9\sqrt{2}$. D. $3 + 3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Với điều kiện của bài toán, ta có

$$\begin{aligned} P = \log_{3a} b + \log_b(a^4 - 9a^2 + 81) &\geq \sqrt{\log_{3a} b \cdot \log_b(a^4 - 9a^2 + 81)} \\ &= \sqrt{\log_{3a}(a^4 - 9a^2 + 81)} \\ &= \sqrt{\log_{3a}((a^2 - 9)^2 + 9a^2)} \\ &\geq \sqrt{\log_{3a}(9a^2)} = \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a^2 - 9 = 0 \\ \log_{3a} b = \log_b(a^4 - 9a^2 + 81) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 9\sqrt{2}. \end{cases}$

Vậy $a + b = 3 + 9\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 136. Cho hàm số $y = f(x) = 2019 \ln(e^{\frac{x}{2019}} + \sqrt{e})$. Tính giá trị của biểu thức $A = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018)$.

- A. 2018. B. 1009. C. $\frac{2017}{2}$. D. $\frac{2019}{2}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 2019 [\ln(e^{\frac{x}{2019}} + \sqrt{e})]' = 2019 \cdot \frac{1}{2019} \cdot \frac{e^{\frac{x}{2019}}}{e^{\frac{x}{2019}} + \sqrt{e}} = \frac{e^{\frac{x}{2019}}}{e^{\frac{x}{2019}} + \sqrt{e}}.$

Với số thực α cho trước, ta xét tổng $f'(\alpha) + f'(2019 - \alpha)$. Ta có

$$f'(\alpha) + f'(2019 - \alpha) = \frac{e^{\frac{\alpha}{2019}}}{e^{\frac{\alpha}{2019}} + \sqrt{e}} + \frac{e^{\frac{2019-\alpha}{2019}}}{e^{\frac{2019-\alpha}{2019}} + \sqrt{e}} = \frac{e^{\frac{\alpha}{2019}}}{e^{\frac{\alpha}{2019}} + \sqrt{e}} + \frac{\sqrt{e}}{\sqrt{e} + e^{\frac{\alpha}{2019}}} = 1.$$

Do đó ta có

$$f'(1) + f'(2018) = 1.$$

$$f'(2) + f'(2017) = 1.$$

...

$$f'(1009) + f'(1010) = 1.$$

Từ kết quả trên $\Rightarrow A = 1009$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 137. Ngày 01 tháng 6 năm 2018 ông An vay ngân hàng số tiền 1 tỷ đồng với lãi suất 0,9% một tháng. Ông và ngân hàng thỏa thuận hình thức hoàn nợ như sau: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là 20 triệu đồng. Hỏi theo cách hoàn nợ đó, đến ngày 01 tháng 6 năm 2019, trước khi ông An mang trả ngân hàng số tiền 20 triệu như những tháng trước thì số tiền còn lại mà ông An còn nợ ngân hàng là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong suốt thời gian ông An trả nợ (kết quả làm tròn đến triệu đồng).

A. 861 triệu đồng. B. 859 triệu đồng. C. 881 triệu đồng. D. 780 triệu đồng.

Lời giải.

Giả sử số tiền vay ban đầu là P , lãi suất vay là r .

Ta có

— Số tiền nợ sau 1 tháng vay (sau khi trả 20 triệu đồng) là $P_1 = P(1 + r) - 20$.

— Số tiền nợ sau 2 tháng vay (sau khi trả 20 triệu đồng) là

$$\begin{aligned} P_2 &= P_1(1 + r) - 20 \\ &= [P(1 + r) - 20](1 + r) - 20 \\ &= P(1 + r)^2 - 20[(1 + r) + 1]. \end{aligned}$$

— Số tiền nợ sau 3 tháng vay (sau khi trả 20 triệu đồng) là

$$\begin{aligned} P_3 &= P_2(1 + r) - 20 \\ &= P(1 + r)^2 - 20[(1 + r) + 1](1 + r) - 20 \\ &= P(1 + r)^3 - 20[(1 + r)^2 + (1 + r) + 1]. \end{aligned}$$

— Số tiền nợ sau n tháng vay (sau khi trả 20 triệu đồng) là

$$\begin{aligned} P_n &= P(1 + r)^n - 20[(1 + r)^{n-1} + (1 + r)^{n-2} + \cdots + (1 + r) + 1] \\ &= P(1 + r)^n + \frac{20}{r}[1 - (1 + r)^n]. \end{aligned}$$

Vậy số tiền nợ sau 12 tháng vay (sau khi trả 20 triệu đồng) là

$$P_{12} = 1000(1 + 0,9\%)^{12} + \frac{20}{0,9\%}[1 - (1 + 0,9\%)^{12}] \approx 861 \text{ triệu đồng.}$$

Vậy trước khi ông An mang trả ngân hàng số tiền 20 triệu thì số tiền còn nợ của ông An là

$$861 + 20 = 881 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 138. Gọi a là giá trị nhỏ nhất của $f(n) = \frac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4) \cdots (\log_3 n)}{9^n}$, với $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 2$. Có bao nhiêu giá trị của n để $f(n) = a$?

A. 2. B. Vô số. C. 1. D. 4.

Lời giải.

- Ta có $f(n+1) = f(n) \cdot \frac{\log_3(n+1)}{9}$ và $f(n) = f(n-1) \frac{\log_3 n}{9}$.
- $f(n) = a$ là giá trị nhỏ nhất nên

$$\begin{cases} f(n) \leq f(n+1) \\ f(n) \leq f(n-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq \frac{\log_3(n+1)}{9} \\ \frac{\log_3 n}{9} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(n+1) \geq 9 \\ \log_3 n \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow 3^9 - 1 \leq n \leq 3^9.$$

- Như vậy có 2 giá trị của n thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 139. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $xy \leq 4y - 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{6(2x+y)}{x} + \ln \frac{x+2y}{y}$ được biểu diễn dưới dạng $a + \ln b$ với $a \in \mathbb{Q}$, b nguyên dương. Tích ab bằng

A. 45.

B. 81.

C. 108.

D. 115.

Lời giải.

Do $x > 0, y > 0$ nên $xy \leq 4y - 1 \Leftrightarrow xy + 1 \leq 4y \leq 4y^2 + 1 \Leftrightarrow 0 < \frac{x}{y} \leq 4$.

$$P = \frac{6(2x+y)}{x} + \ln \frac{x+2y}{y} = 12 + 6\frac{y}{x} + \ln \left(\frac{x}{y} + 2 \right).$$

Đặt $t = \frac{x}{y}$, với $0 < t \leq 4$ ta có $P = f(t) = 12 + \frac{6}{t} + \ln(t+2)$.

$$f'(t) = -\frac{6}{t^2} + \frac{1}{t+2} = \frac{t^2 - 6t - 12}{t^2(t+2)}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 - \sqrt{21} \notin (0; 4] \\ t = 3 + \sqrt{21} \notin (0; 4] \end{cases}. \text{ Ta có bảng biến thiên}$$

x	0	4
$f'(t)$		—
$f(t)$	$+\infty$	$\frac{27}{2} + \ln 6$

Vậy $\min P = \min_{(0;4]} f(t) = f(4) = \frac{27}{2} + \ln 6$. Suy ra $a = \frac{27}{2}$, $b = 6$, $ab = 81$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 140. Cho $\log(x+2y) = \log x + \log y$, ($0 < x, y$). Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{1+2y}} e^{\frac{y^2}{1+x}}}$.

A. $\min P = e^{\frac{5}{8}}$.B. $\min P = e$.C. $\min P = e^{\frac{8}{5}}$.D. $\min P = e^{\frac{1}{2}}$.

Lời giải.

Ta có $\log(x+2y) = \log x + \log y \Leftrightarrow x+2y = xy$ với ($0 < x, y$).

$$x+2y = xy = \frac{1}{2}x \cdot 2y \leq \left(\frac{x+2y}{2} \right)^2 \Rightarrow x+2y \geq 8.$$

$$P = e^{\frac{x^2}{4+8y} + \frac{y^2}{1+x}} = e^{f(x,y)} \text{ với } f(x,y) = \frac{x^2}{4+8y} + \frac{y^2}{1+x}.$$

$$f(x,y) = \frac{x^2}{8y+4} + \frac{(2y)^2}{4+4x} \geq \frac{(x+2y)^2}{8+4(x+2y)}.$$

$$\text{Đặt } t = x+2y, t \geq 8 \text{ suy ra } f(x,y) \geq g(t), g(t) = \frac{t^2}{4t+8}.$$

Xét $g(t) = \frac{t^2}{4t+8} \Rightarrow g'(t) = \frac{4t^2+16t}{4t+8} > 0, \forall t \geq 8 \Rightarrow g(t) \geq \frac{8}{5}$.

Từ đó suy ra $P \geq e^{g(t)} \geq e^{\frac{8}{5}}$, đẳng thức xảy ra khi $x = 4; y = 2$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $e^{\frac{8}{5}}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 141. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$.

Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P = \frac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

A. $P_{\max} = 0$.

B. $P_{\max} = 2$.

C. $P_{\max} = 1$.

D. $P_{\max} = 3$.

Lời giải.

Giả thiết bài toán tương đương $f(3(x+y)) = f(x^2+y^2+xy+2)$ với $f(t) = t + \log_{\sqrt{3}} t$.

Ta có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln \sqrt{3}} > 0, \forall t > 0$.

Do vậy

$$\begin{aligned} f(3(x+y)) &= f(x^2+y^2+xy+2) \\ \Leftrightarrow 3(x+y) &= x^2+y^2+xy+2 \\ \Rightarrow (2x+y)^2 - 6(2x+y) + 5 &= -3(y-1)^2 \leq 0. \end{aligned}$$

Khi đó $1 \leq 2x+y \leq 5$.

Do đó $P = 1 + \frac{2x+y-5}{x+y+6} \leq 1$.

Đấu bằng xảy ra khi $x = 2, y = 1 \Rightarrow P_{\max} = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 142. Ngày 20/5/2019, ngày con trai đầu lòng chào đời, chú Tuấn quyết định mở một tài khoản tiết kiệm ở ngân hàng cho con với lãi suất 0,5%/tháng. Kể từ đó, cứ vào ngày 21 hàng tháng, chú sẽ gửi vào tài khoản một triệu đồng. Sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi vào ngày 22/5/2036, số tiền trong khoản tiết kiệm đó là bao nhiêu? (làm tròn đến triệu đồng)

A. 388 triệu đồng.

B. 387 triệu đồng.

C. 390 triệu đồng.

D. 391 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi T là số tiền gửi vào hàng tháng, T_n là số tiền sau tháng n kể từ ngày gửi lần đầu.

Sau 1 tháng, số tiền trong tài khoản là $T_1 = T + T \cdot r = T(1+r)$.

Sau 2 tháng, số tiền trong tài khoản là $T_2 = T[(1+r)^2 + (1+r)]$.

Sau 3 tháng, số tiền trong tài khoản là $T_3 = T[(1+r)^3 + (1+r)^2 + (1+r)]$.

...

Cứ như vậy, số tiền trong tài khoản sau n tháng là

$$T_n = T[(1+r)^n + (1+r)^{n-1} + \dots + (1+r)] = T(1+r) \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

Số tiền trong khoản tiết kiệm vào ngày 22/5/2036 (sau 216 tháng) là: $S = T_{216} + T = 390$ triệu đồng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 143. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} = 2 \log u_{10}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5^{100}$ bằng

A. 247.

B. 248.

C. 229.

D. 290.

Lời giải.

Có $u_{n+1} = 2u_n = 2^n u_1$. Xét $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} = 2 \log u_{10}$ (*)

Đặt $t = \log u_1 - 2 \log u_{10}$, điều kiện $t \geq -2$.

Phương trình (*) trở thành

$$\sqrt{2+t} = -t \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ t^2 - t - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = -1.$$

$t = -1 \Leftrightarrow \log u_1 - 2 \log u_{10} = -1$ (Với $\log u_{10} = \log(2^9 u_1) = 9 \log 2 + \log u_1$).

Suy ra $\log u_1 = 1 - 18 \log 2 \Leftrightarrow u_1 = 10^{1-18 \log 2}$.

Mặt khác

$$u_n = 2^{n-1} u_1 = 2^{n-1} \cdot 10^{1-18 \log 2} = 2^n \cdot 5 \cdot 10^{-18 \log 2} > 5^{100} \Rightarrow n > \log_2 (5^{99} \cdot 10^{18 \log 2}) \approx 247,87.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của n là 248.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 144. Cho biểu thức $P = \log_{a^3} \frac{a^2}{\sqrt{b}} - \log_b a^6$ (với a, b là các số thực dương lớn hơn 1). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $P_{\min} = -\frac{11}{2}$.

B. $P_{\max} = -\frac{4}{3}$.

C. $P_{\min} = -\frac{4}{3}$.

D. $P_{\max} = -\frac{11}{2}$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_{a^3} \frac{a^2}{\sqrt{b}} - \log_b a^6 = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \log_a b - 6 \log_b a$.

Đặt $t = \log_a b$, do $a, b > 1$ nên $t > 0$.

Ta được $P = \frac{2}{3} - \frac{t}{6} - \frac{6}{t} \Rightarrow \frac{2}{3} - P = \frac{t}{6} + \frac{6}{t} \geq 2 \Rightarrow P \leq -\frac{4}{3}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{t}{6} = \frac{6}{t} \Leftrightarrow t = 6 \Rightarrow b = a^6$.

Vậy $P_{\max} = -\frac{4}{3} \Leftrightarrow b = a^6$ (chẳng hạn $a = 2, b = 64$).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 145. Ngày 20/5/2018, ngày con trai đầu lòng chào đời, chú Tuấn quyết định mở một tài khoản tiết kiệm ở ngân hàng cho con với lãi suất 0,5%/tháng. Kể từ đó, cứ vào ngày 21 hàng tháng, chú sẽ gửi vào tài khoản một triệu đồng. Sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi vào ngày 22/5/2036, số tiền trong tài khoản tiết kiệm đó là bao nhiêu (làm tròn đến triệu đồng)?

A. 388 triệu đồng.

B. 387 triệu đồng.

C. 390 triệu đồng.

D. 391 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi T là số tiền gửi vào hàng tháng ($T = 1$ triệu đồng), T_n là số tiền sau n tháng kể từ ngày gửi lần đầu.

Sau 1 tháng, số tiền trong tài khoản là $T_1 = T + Tr = T(1 + r)$.

Sau 2 tháng, số tiền trong tài khoản là $T_2 = (T_1 + T_1 r) + T + Tr = T[(1 + r)^2 + (1 + r)]$.

Sau 3 tháng, số tiền trong tài khoản là $T_3 = (T_2 + T_2 r) + (T + Tr) = T[(1 + r)^3 + (1 + r)^2 + (1 + r)]$.

Cứ như vậy, số tiền trong tài khoản sau n tháng là

$$\begin{aligned} T_n &= T[(1 + r)^n + (1 + r)^{n-1} + \dots + (1 + r)] \\ &= T(1 + r)[(1 + r)^{n-1} + (1 + r)^{n-2} + \dots + (1 + r) + 1] \\ &= T(1 + r) \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r} \end{aligned}$$

Như vậy, số tiền trong tài khoản tính đến ngày 22/5/2036 (sau 216 tháng) là

$$S = T_{216} + T = 1.(1 + 0,005) \cdot \frac{(1 + 0,005)^{216} - 1}{0,005} + 1 \approx 390(\text{triệu đồng})$$

Vậy số tiền trong tài khoản (làm tròn đến triệu đồng) là 390 triệu đồng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 146. Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln(\cos x + 2) - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right]$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right]$. C. $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} y' &\geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow \frac{-\sin x}{\cos x + 2} - m &\geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -\frac{\sin x + m \cos x + 2m}{\cos x + 2} \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow -(\sin x + m \cos x + 2m) &\geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \sin x + m \cos x \leq -2m, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow \sqrt{1 + m^2} &\leq -2m \Leftrightarrow \begin{cases} -2m \geq 0 \\ 4m^2 \geq 1 + m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m^2 \geq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ \begin{cases} m \geq \frac{1}{\sqrt{3}} \\ m \leq -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \end{cases} \\ \Leftrightarrow m &\leq -\frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right]. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 147. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} &= x(x-3) + y(y-3) + xy \\ \Leftrightarrow 2 \log_3 3(x+y) + 3(x+y) &= 2 \log_3 (x^2+y^2+xy+2) + (x^2+y^2+xy+2) \quad (*) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = 2 \log_3 t + t, t > 0$.

$$f'(t) = 2 \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0 \Rightarrow f(t) \text{ đồng biến trên khoảng } (0; +\infty).$$

Phương trình (*) tương đương:

$$\begin{aligned} f[3(x+y)] &= f(x^2+y^2+xy+2) \\ \Leftrightarrow 3(x+y) &= x^2+y^2+xy+2 \\ \Leftrightarrow xy &= (x+y)^2 - 3(x+y) + 2 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } x = x + xy - xy = x(y+1) - xy \leq \left(\frac{x+y+1}{2}\right)^2 - xy.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y + 1$.

$$\text{Kết hợp với đẳng thức (1) suy ra: } x \leq \left(\frac{x+y+1}{2}\right)^2 - (x+y)^2 + 3(x+y) - 2.$$

Đặt $t = x + y, t > 0$.

$$\text{Suy ra: } P = \frac{2(x+y)+1+x}{x+y+6} \leq \frac{2t+1+\frac{(t+1)^2}{4}-t^2+3t-2}{t+6} = \frac{-3t^2+22t-3}{4(t+6)} = f(t).$$

$$\text{Ta có: } f'(t) = \frac{-3t^2-36t+135}{4(t+6)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 0.$$

Bảng biến thiên:

x	0	3	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\frac{1}{8}$	1	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

$$\max P = \max_{(0;+\infty)} f(x) = f(3) = 1 \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} x = y + 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 148. Gọi a là giá trị nhỏ nhất của $f(n) = \frac{(\log_2 3)(\log_3 3)(\log_3 4) \cdots (\log_3 n)}{9^n}$, với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

Có bao nhiêu số n để $f(n) = a$?

A. 2.

B. Vô số.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(n+1) = f(n) \cdot \frac{\log_3(n+1)}{9}, f(n) = f(n-1) \cdot \frac{\log_3 n}{9}.$$

$$\text{Do } a \text{ là giá trị nhỏ nhất của } f(n) \text{ nên } f(n) = a \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq f(n) \leq f(n+1) \\ 0 \leq f(n) \leq f(n-1). \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(n) \leq f(n) \cdot \frac{\log_3(n+1)}{9} \\ f(n-1) \cdot \frac{\log_3 n}{9} \leq f(n-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(n+1) \geq 9 \\ \log_3 n \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow 3^9 - 1 \leq n \leq 3^9.$$

Vậy có 2 giá trị của n thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 149. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng

A. 9.

B. 6.

C. $\frac{7}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Do } a > 0, b > 0 \text{ nên ta có } \begin{cases} (9a^2 + b^2) + 1 \geq 6ab + 1 \text{ (bất đẳng thức AM-GM)} \\ 3a + 2b + 1 > 1. \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) \geq \log_{3a+2b+1}(6ab + 1)$$

$$\text{Từ đó } \log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) \geq \log_{3a+2b+1}(6ab + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) \geq 2 \text{ (bất đẳng thức AM-GM).}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} 3a = b > 0 \\ 3a + 2b + 1 = 6ab + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a + 2b = \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 150. Cho các số thực x, y thỏa mãn $0 \leq x, y \leq 1$ và $\log_3 \frac{x+y}{1-xy} + (x+1)(y+1) - 2 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = 2x + y$.

A. 2.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Lời giải.

Với điều kiện biểu thức đề bài có nghĩa, ta có

$$\begin{aligned} \log_3 \frac{x+y}{1-xy} + (x+1)(y+1) - 2 = 0 &\Leftrightarrow \log_3(x+y) - \log_3(1-xy) + xy + x + y - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \log_3(x+y) + (x+y) = \log_3(1-xy) + (1-xy)(*) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = \log_3 t + t$ trên $(0; 2)$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{t} \ln 3 + 1 > 0, \forall t \in (0; 2)$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; 2)$.

Do đó từ (*) ta có $x + y = 1 - xy \Leftrightarrow y(1+x) = 1-x \Leftrightarrow y = \frac{1-x}{1+x}$.

Thay vào P , ta được $P = 2x + y = 2x + \frac{1-x}{1+x}$.

Ta có $P'(x) = 2 - \frac{2}{(1+x)^2} \geq 0, \forall x \in [0; 1]$.

Suy ra min $P = P(0) = 1$ đạt được khi $x = 0, y = 1$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 151. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-6	-4	-2	0	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(2x-2) - 2e^x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-\infty; -1)$.B. $(-2; 0)$.C. $(0; 1)$.D. $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2f'(2x-2) - 2e^x$.

Suy ra $y' \leq 0 \Leftrightarrow f'(2x-2) \leq e^x$

(1).

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow \begin{cases} f'(2x-2) \leq 0 \\ e^x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow f'(2x-2) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2 \leq -6 \\ -4 \leq 2x-2 \leq -2 \\ -2 \leq 2x-2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ -1 \leq x \leq 0 \\ 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$, $(-1; 0)$, $(0; 1)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 152. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\ln x + \ln y \geq \ln(x^2 + y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x + y$.

A. $P = 6$.B. $P = 2 + 3\sqrt{2}$.C. $P = 3 + 2\sqrt{2}$.D. $P = \sqrt{17} + \sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 \ln x + \ln y &\geq \ln(x^2 + y) \\
 \Leftrightarrow \ln(xy) &\geq \ln(x^2 + y) \\
 \Leftrightarrow xy &\geq x^2 + y \\
 \Leftrightarrow y(x - 1) &\geq x^2 > 0 \\
 \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ y > 0. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Khi đó suy ra $y \geq \frac{x^2}{x-1}$ và

$$\begin{aligned}
 P = x + y &\geq \frac{x^2}{x-1} + x \\
 &\geq 2(x-1) + \frac{1}{x-1} + 3 \\
 &\geq 2\sqrt{2(x-1) \cdot \frac{1}{x-1}} + 3 \\
 &\geq 2\sqrt{2} + 3.
 \end{aligned}$$

Vậy $\min P = 3 + 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 153. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $2^{\ln(\frac{x+y}{2})} \cdot 5^{\ln(x+y)} = 2^{\ln 5}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau: $P = (x+1)\ln x + (y+1)\ln y$.

A. $P_{\max} = 10$.

B. $P_{\max} = 0$.

C. $P_{\max} = 1$.

D. $P_{\max} = \ln 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 2^{\ln(\frac{x+y}{2})} \cdot 5^{\ln(x+y)} = 2^{\ln 5} &\Leftrightarrow 2^{\ln(x+y) - \ln 2} \cdot 5^{\ln(x+y)} = 2^{\ln 5} \\
 &\Leftrightarrow \frac{2^{\ln(x+y)}}{2^{\ln 2}} \cdot 5^{\ln(x+y)} = 2^{\ln 5} \\
 &\Leftrightarrow 10^{\ln(x+y)} = 2^{\ln 10} \\
 &\Rightarrow \ln(x+y) = \log(2^{\ln 10}) = \ln 10 \cdot \log 2 \\
 &\Rightarrow x+y = e^{\ln 10 \cdot \log 2} = 10^{\log 2} = 2 \\
 &\Rightarrow x+y = 2.
 \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki cho P^2 , ta được

$$P^2 = [(x+1)\ln x + (y+1)\ln y]^2 \leq (x+y+2)^2(\ln x + \ln y)^2 = 16\ln^2(xy).$$

$\Rightarrow P \leq 4\ln(xy) = 4\ln[x(2-x)]$. Xét hàm số $f(x) = \ln[x(2-x)]$ trên khoảng $(0; 2)$.

$$f'(x) = \frac{2-2x}{x(2-x)} \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1.$$

Ta có bảng biến thiên

x	0	1	2
$f'(x)$		+	-
$f(x)$	$-\infty \swarrow \quad \searrow -\infty$ $\quad \quad \quad 0$		

Vậy $P_{\max} = 4 \cdot 0 = 0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 154. Cho hai số thực x, y dương thỏa mãn $\log_{x+y}(x^2 + y^2) \leq 1$. Tìm giá trị lớn nhất M của biểu thức $A = 48(x + y)^3 - 156(x + y)^2 + 133(x + y) + 4$.

- A. $M = 29$. B. $M = 30$. C. $M = \frac{505}{36}$. D. $M = \frac{1369}{36}$.

Lời giải.

Ta xét hai trường hợp:

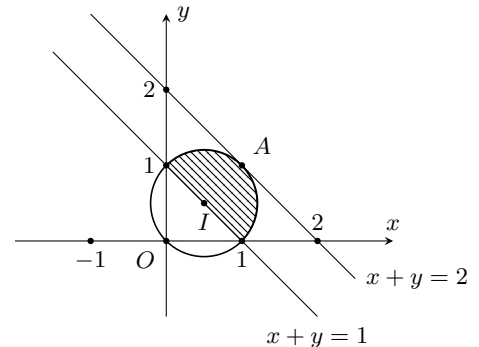
— **TH1:**

$$\log_{x+y}(x^2 + y^2) \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x + y > 1 \\ x^2 + y^2 \leq x + y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y > 1 \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{2} (*) \end{cases} \quad (1).$$

Tập nghiệm của (*) là tọa độ tất cả các điểm thuộc hình tròn tâm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ bán kính $R = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Miền nghiệm của hệ (1) là phần tô màu như hình vẽ.



Đặt $t = x + y \Rightarrow 1 < t \leq 2$.

Khi đó $A = f(t) = 48t^3 - 156t^2 + 133t + 4$.

$$f'(t) = 144t^2 - 312t + 133, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{19}{12} \\ t = \frac{7}{12} \end{cases}$$

Do đó, $\max_{1 < t \leq 2} f(t) = 30 \Rightarrow t = 2 \Rightarrow x + y = 2$.

x	1	$\frac{19}{12}$	2
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	29		30

— **TH2:** $\log_{x+y}(x^2 + y^2) \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x + y < 1 \\ x^2 + y^2 \geq x + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x + y < 1 \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \geq \frac{1}{2} \end{cases} \quad (2).$

Từ hình vẽ, suy ra (2) không thỏa điều kiện $x > 0, y > 0$ nên bị loại.

Chọn đáp án (B) □

Câu 155. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}}(x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = x + 3y$.

- A. $P_{\min} = \frac{17}{2}$. B. $P_{\min} = 8$. C. $P_{\min} = 9$. D. $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}}(x + y^2) &\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} xy \leq \log_{\frac{1}{2}}(x + y^2) \\ &\Leftrightarrow xy \geq x + y^2 \Leftrightarrow x(y - 1) \geq y^2. \end{aligned}$$

Do $x > 0, y > 0$ nên $y - 1 > 0 \Leftrightarrow y > 1$ và $x \geq \frac{y^2}{y - 1}$.

Suy ra $P = x + 3y \geq \frac{y^2}{y - 1} + 3y = 4y + 1 + \frac{1}{y - 1}$.

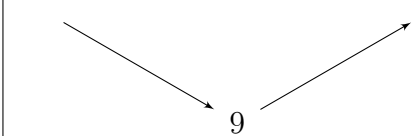
Xét hàm số $f(y) = 4y + 1 + \frac{1}{y - 1}, y > 1$.

Ta có $f'(y) = 4 - \frac{1}{(y-1)^2}$;

$$f'(y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y-1 = \frac{1}{2} \\ y-1 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Do $y > 1$ nên chọn $y = \frac{3}{2}$.

Lập bảng biến thiên hàm số $f(y)$

y	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(y)$	-	0	+
$f(y)$			

Ta thấy $f(y) \geq f\left(\frac{3}{2}\right) = 9$.

Vậy $P \geq f(y) \geq 9$ hay min $P = 9$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 156. Tìm tập S tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1$ và $x^2+y^2+2x-4y+1=0$.

A. $S = \{-5; 5\}$.

B. $S = \{-7; -5; -1; 1; 5; 7\}$.

C. $S = \{-5; -1; 1; 5\}$.

D. $S = \{-1; 1\}$.

Lời giải.

Giả sử điểm $M(x; y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Từ $x^2+y^2+2x-4y+1=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2=4$.

Suy ra điểm $M(x; y)$ thuộc đường tròn (C_1) tâm $I(-1; 2)$ bán kính $R_1 = 2$.

Lại có

$$\begin{aligned} \log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) &\geq 1 \\ \Leftrightarrow 4x+4y-6+m^2 &\geq x^2+y^2+2 \\ \Leftrightarrow x^2+y^2-4x-4y+8-m^2 &\leq 0 \\ \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-2)^2 &\leq m^2. \end{aligned}$$

Suy ra điểm $M(x; y)$ thuộc hình tròn (C_2) tâm $K(2; 2)$ bán kính $R_2 = |m|$.

Để tồn tại duy nhất 1 điểm $M(x; y)$ thì hai đường tròn (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài khi và chỉ khi

$$\Leftrightarrow IK = R_1 + R_2 \Leftrightarrow 3 = 2 + |m| \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 157. Với mọi số thực x, y thỏa điều kiện $\log_2\left(\frac{xy+1}{x^2+y^2}\right) = 2(x^2+y^2) - xy$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^4+y^4}{2xy+1}$. Tính giá trị biểu thức $Q = 15m + 2\log_2 M$.

A. $Q = 0$.

B. $Q = 1$.

C. $Q = -2$.

D. $Q = -1$.

Lời giải.

Điều kiện $xy + 1 > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned}\log_2 \left(\frac{xy+1}{x^2+y^2} \right) &= 2(x^2+y^2) - xy \\ \Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{xy+1}{2(x^2+y^2)} \right) &= 2(x^2+y^2) - xy - 1 \\ \Leftrightarrow \log_2(xy+1) + (xy+1) &= \log_2[2(x^2+y^2)] + 2(x^2+y^2).\end{aligned}\quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$, $t > 0$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0$, $\forall t > 0$ nên $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Khi đó (1) $\Leftrightarrow f(xy+1) = f(2(x^2+y^2)) \Leftrightarrow xy+1 = 2(x^2+y^2)$.

Mặt khác,

$$-\frac{x^2+y^2}{2} \leq xy \leq \frac{x^2+y^2}{2} \Leftrightarrow -\frac{x^2+y^2}{2} + 1 \leq 2(x^2+y^2) \leq \frac{x^2+y^2}{2} + 1 \Leftrightarrow \frac{2}{5} \leq x^2+y^2 \leq \frac{2}{3}.$$

Ta có $P = \frac{x^4+y^4}{2xy+1} = \frac{(x^2+y^2)^2 - 2(xy)^2}{2xy+1}$. Thay $xy = 2(x^2+y^2) - 1$, đặt $t = x^2+y^2$, khi đó

$$P(t) = \frac{-7t^2 + 8t - 2}{4t - 1} \text{ với } \frac{2}{5} \leq t \leq \frac{2}{3}.$$

$$\text{Khi đó } P'(t) = \frac{-28t^2 + 14t}{(4t-1)^2}, P'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \notin \left[\frac{2}{5}; \frac{2}{3}\right] \\ t = \frac{1}{2} \in \left[\frac{2}{5}; \frac{2}{3}\right]. \end{cases}$$

$$\text{Ta có } P\left(\frac{2}{5}\right) = P\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{15}, P\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Vậy } M = \frac{1}{4}, m = \frac{2}{15}, \text{ suy ra } Q = 15 \cdot \frac{2}{15} - 2 \cdot \log_2 \frac{1}{4} = -2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 158. Cho hai số thực x, y thay đổi thỏa mãn đẳng thức $\frac{x^2 \cdot 2^{x^2+1}}{x-1} + (y-1) \cdot 2^{x+y-xy} = 0$. Tìm giá trị lớn nhất M của y , biết rằng $x > 1$.

A. $M = -\frac{7}{2}$.

B. $M = -3$.

C. $M = 1$.

D. $M = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\frac{x^2 \cdot 2^{x^2+1}}{x-1} + (y-1) \cdot 2^{x+y-xy} = 0 \Leftrightarrow x^2 \cdot 2^{x^2} = (x+y-xy-1) \cdot 2^{x+y-xy-1}. \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = t \cdot 2^t$ trên $[0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = 2^t + t \cdot 2^t \ln 2 > 0$, $\forall t \geq 0$.

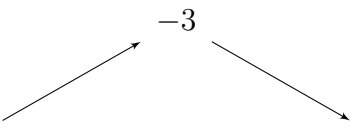
Vậy hàm số $f(t) = t \cdot 2^t$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.

Từ (1) ta có

$$(1) \Leftrightarrow f(x^2) = f(x+y-xy-1) \Leftrightarrow x+y-xy-1 = x^2 \Leftrightarrow y = \frac{x^2-x+1}{1-x} \quad (x > 1).$$

$$\text{Ta có } y' = \frac{-x^2+2x}{(1-x)^2}. \text{ Cho } y' = 0 \Rightarrow -x^2+2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 2 \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số y như sau

x	1	2	$+\infty$
y'	+	0	-
y			

Từ bảng biến thiên suy ra $M = -3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 159. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với đồ thị của hàm số $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) qua điểm $(1; 1)$. Giá trị của biểu thức $f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)$ bằng

A. -2016.

B. -2020.

C. 2016.

D. 2020.

Lời giải.

Xét $M\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}; f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Điểm $N\left(-\log_a \frac{1}{2018}; 2 - f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)\right)$ đối xứng với M qua $I(1; 1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = a^x$ nên ta có

$$2 - f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right) = a^{-\log_a \frac{1}{2018}} \Rightarrow f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right) = 2 - a^{\log_a 2018} = 2 - 2018 = -2016.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 160. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a + 2b$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{10}-1}{2}$.

B. $\frac{2\sqrt{10}-3}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{10}-7}{2}$.

D. $\frac{2\sqrt{10}-5}{2}$.

Lời giải.

Điều kiện: $1 - ab > 0, a, b > 0$.

Ta có $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3 \Leftrightarrow \log_2(2 - 2ab) + (2 - 2ab) = \log_2(a + b) + (a + b) \quad (1)$.

Đặt $f(t) = \log_2 t + t$ thì $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Khi đó:

$$(1) \Leftrightarrow f(2 - 2ab) = f(a + b) \Leftrightarrow 2 - 2ab = a + b \quad (2).$$

Có $P = a + 2b \Rightarrow a = P - 2b$. Vậy $(2) \Leftrightarrow 2 - 2b(P - 2b) = P - 2b + b \Leftrightarrow 4b^2 - (2P - 1)b + 2 - P = 0 \quad (*)$.

Phương trình $(*)$ có $\Delta = P^2 + 2P - 7 \geq 0 \Leftrightarrow P \geq \frac{2\sqrt{10}-3}{2}$ (lưu ý $P > 0$).

Hơn nữa, khi $P = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}$ thì $b = \frac{2P-1}{8} > 0$ và $a = P - 2b = \frac{2P+1}{4} > 0$. Do đó, đẳng thức xảy ra.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $\frac{2\sqrt{10}-3}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 161. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_5 \left(\frac{4a+2b+5}{a+b}\right) = a+3b-4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = a^2 + b^2$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_5 \left(\frac{4a+2b+5}{a+b}\right) = a+3b-4 \Leftrightarrow \log_5(4a+2b+5) + (4a+2b+5) = \log_5(5a+5b) + 5a+5b \quad (*).$$

Xét hàm số $f(t) = \log_5 t + t, (t > 0)$.

Do $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên $(*) \Leftrightarrow f(4a + 2b + 5) = f(5a + 5b) \Leftrightarrow 4a + 2b + 5 = 5a + 5b \Leftrightarrow a + 3b = 5$.

$$\text{Suy ra } T = (5 - 3b)^2 + b^2 = 10b^2 - 30b + 25 = 10\left(b - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{2} \geq \frac{5}{2}.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy min } T = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 162. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 > 1$ và $\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2a + 4b - 3$ là

A. $\sqrt{10}$.

B. $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

D. $2\sqrt{10}$.

Lời giải.

Do $a^2 + b^2 > 1$ nên

$$\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1$$

$$\Leftrightarrow a^2 - a + b^2 - b \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{Ta có } P = 2a + 4b - 3 = 2\left(a - \frac{1}{2}\right) + 4\left(b - \frac{1}{2}\right).$$

$$\text{Do đó } P^2 \leq (2^2 + 4^2) \left[\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 \right] = 10.$$

$$\text{Suy ra } -\sqrt{10} \leq P \leq \sqrt{10}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 163.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ và có đạo hàm cấp hai $f''(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Gọi a, b, c, n là các số thực và biểu thức

$$P = -\left(e^{f(a)} + e^{f(b)} + e^{f(c)}\right) + \frac{3}{2} \left[f\left(\frac{a+b+c}{3}\right) + 1 \right]^2.$$

x	$-\infty$	m	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	n^2	$+\infty$

Khẳng định đúng với mọi $a, b, c, n \in \mathbb{R}$ là

A. $0 < P < 3$.

B. $7 - 3e \leq P \leq 0$.

C. $P \geq 3$.

D. $P < 7 - 3e$.

Lời giải.

$$\text{Ta chứng minh } \frac{f(x_1) + f(x_2) + f(x_3)}{3} \geq f\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}\right).$$

Xét $g(x_1) = f(x_1) + f(x_2) - 2 \cdot f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$ trong đó $f''(x_1) > 0, \forall x_1 \in \mathbb{R}$ và x_2 là tham số thực.

$$\text{Ta có } g'(x_1) = f'(x_1) - f'\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right).$$

Vì $f''(x_1) > 0, \forall x_1 \in \mathbb{R}$ nên $g'(x_1) = 0$ có nghiệm duy nhất $x_1 = x_2$.

Ta có bảng biến thiên

x_1	$-\infty$	x_2	$+\infty$
$g'(x_1)$	$-$	0	$+$
$g(x_1)$	$+\infty$	0	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy $f(x_1) + f(x_2) \geq 2 \cdot f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$.

Áp dụng tương tự, ta được $f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) \geq 3 \cdot f\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}\right)$. (*)

Mặt khác, ta thấy $g(x) = e^{f(x)}$ có đạo hàm cấp hai $g''(x) = [f''(x) + (f'(x))^2] \cdot e^{f(x)} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Theo (*), ta có $-(e^{f(a)} + e^{f(b)} + e^{f(c)}) \leq -3 \cdot e^{f\left(\frac{a+b+c}{3}\right)}$.

Ta được $P \leq -3 \cdot e^{f\left(\frac{a+b+c}{3}\right)} + \frac{3}{2} \left[f\left(\frac{a+b+c}{3}\right) + 1 \right]^2$.

Xét $h(t) = -3e^t + \frac{3}{2}(t+1)^2$, với $t \geq 0$.

Ta có $h'(t) = -3e^t + 3(t+1)$.

Ta thấy $\begin{cases} \text{đồ thị } (C): y = e^t \text{ lõm trên } (0; +\infty) \\ (d): y = t+1 \text{ là một tiếp tuyến của } (C) \end{cases} \Rightarrow h'(t) = 0 \text{ có nghiệm duy nhất } t = 0$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $h(t)$ như sau

t	0	$+\infty$
$h'(t)$	$-$	
$h(t)$	$-\frac{3}{2}$	$-\infty$

Ta được $P \leq h(t) \leq h(0) = -\frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 164. Ba anh em An, Bình, Cường cùng vay tiền ở một ngân hàng với lãi suất 0,7%/tháng với tổng số tiền vay là 1 tỉ đồng. Giả sử mỗi tháng ba người đều trả cho ngân hàng một số tiền như nhau để trừ vào số tiền gốc và lãi. Để trả hết gốc và lãi cho ngân hàng thì An cần 10 tháng, bình cần 15 tháng, Cường cần 25 tháng. Hỏi tổng số tiền mà ba anh em trả ngân hàng ở tháng thứ nhất là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn).

A. 64269000 đồng. B. 45672000 đồng. C. 46712000 đồng. D. 63271000 đồng.

Lời giải.

Xét bài toán tổng quát: Gọi số tiền vay ban đầu là N , lãi suất là x , n là số tháng phải trả, A là số tiền trả đều vào hàng tháng để sau n tháng là hết nợ. Ta có

Số tiền gốc cuối tháng 1: $N + Nx - A = N(x+1) - A$.

Cuối tháng 2: $[N(x+1) - A] + [N(x+1) - A]x - A = N(x+1)^2 - A[(x+1) + 1]$.

Cuối tháng 3: $\{N(x+1)^2 - A[(x+1) + 1]\}(1+x) - A = N(x+1)^3 - A[(x+1)^2 + (x+1) + 1]$.

...

Cuối tháng n : $N(x+1)^n - A[(x+1)^{n-1} + (x+1)^{n-2} + \dots + (x+1) + 1]$.

Do phải trả hết nợ sau n tháng, số tiền trả tháng cuối không lớn hơn A nên

$$\begin{aligned} N(x+1)^n - A[(x+1)^{n-1} + (x+1)^{n-2} + \dots + (x+1) + 1] &\leq 0 \\ \Leftrightarrow N(x+1)^n &\leq A[(x+1)^{n-1} + (x+1)^{n-2} + \dots + (x+1) + 1]. \end{aligned}$$

Đặt $y = x + 1$, ta được

$$\begin{aligned} N \cdot y^n &\leq A(y^{n-1} + y^{n-2} + \dots + y + 1) \\ \Leftrightarrow N \cdot y^n &\leq A \cdot \frac{1(1-y^n)}{1-y} \Leftrightarrow N \leq \frac{(1+x)^n - 1}{x(1+x)^n} A. \end{aligned}$$

Gọi số tiền của An, Bình, Cường vay lần lượt là N_1, N_2, N_3 . Áp dụng công thức trên ta có

$$1000000000 = N_1 + N_2 + N_3 \leq \frac{1,007^{10} - 1}{0,007 \cdot 1,007^{10}} A + \frac{1,007^{15} - 1}{0,007 \cdot 1,007^{15}} A + \frac{1,007^{25} - 1}{0,007 \cdot 1,007^{25}} A.$$

Suy ra $A \geq 21422719$.

Vậy số tiền ba anh em An, Bình, Cường trả cho ngân hàng tháng thứ nhất là $3A \approx 64269000$ đồng.
(**Đáp án đề gốc là 64268000, theo mình số tiền ít nhất phải trả là 64269000 đồng nên mình sửa lại.**)

Chọn đáp án **A** □

Câu 165. Với các số thực dương a, b để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{2}}{x-2}$ có đúng một đường tiệm cận, hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_{a+1} \frac{b}{2}$.

A. -2.

B. 2.

C. -1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Với các số thực dương a, b thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{2}}{x-2} = 0$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{2}}{x-2}$ có tiệm cận ngang $y = 0$.

— Nếu $a + 2b \neq 2$ thì $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{2}}{x-2}$ có tiệm cận đứng $x = 2$, do đó nó có hai đường tiệm cận.

— Nếu $a + 2b = 2$ thì đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{2}}{x-2}$ có một tiệm cận. Khi đó

$$3 = \frac{a+1}{2} + \frac{a+1}{2} + 2b \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{a+1}{3}\right) 2b} \Rightarrow (a+1)^2 \frac{b}{2} \leq 1 \Rightarrow 2 + \log_{a+1} \frac{b}{2} \leq 0 \Rightarrow P = \log_{a+1} \frac{b}{2} \leq -2.$$

Đạt được $\max P = -2$ khi $a = 1, b = \frac{1}{2}$.

Nhận xét. Ta cũng có thể khảo sát hàm $P(b) = \log_{3-2b} \left(\frac{b}{2}\right)$ theo biến $b \in (0; 1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 166. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $\sqrt{\log_2 \frac{x}{4}} + \sqrt{\log_3 \frac{y}{9}} + \sqrt{\log_5 \frac{z}{25}} = 3$ Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = \log_{2001} x \cdot \log_{2018} y \cdot \log_{2019} z$.

A. $\min S = 27 \cdot \log_{2001} 2 \cdot \log_{2018} 3 \cdot \log_{2019} 5$.

B. $\min S = 44 \cdot \log_{2001} 2 \cdot \log_{2018} 3 \cdot \log_{2019} 5$.

C. $\min S = 8 \cdot \log_{2001} 2 \cdot \log_{2018} 3 \cdot \log_{2019} 5$.

D. $\min S = \frac{289}{8} \cdot \log_{2001} 2 \cdot \log_{2018} 3 \cdot \log_{2019} 5$.

Lời giải.

Đặt $a = \sqrt{\log_2 \frac{x}{4}}$, $b = \sqrt{\log_3 \frac{y}{9}}$, $c = \sqrt{\log_5 \frac{z}{25}}$.

Khi đó $a+b+c=3$, $\log_2 x = a^2+2$, $\log_3 y = b^2+2$, $\log_5 z = c^2+2$, $S = F \cdot \log_{2001} 2 \cdot \log_{2018} 3 \cdot \log_{2019} 5$ với $F = \log_2 x \cdot \log_3 y \cdot \log_5 z = (a^2+2)(b^2+2)(c^2+2)$.

Ta cần giá trị nhỏ nhất của $F = (a^2+2)(b^2+2)(c^2+2)$ trong đó a, b, c là các số không âm thỏa mãn $a+b+c=3$. Ba số a^2-1, b^2-1, c^2-1 luôn có ít nhất hai số có tích không âm. Giả sử $(a^2-1)(b^2-1) \geq 0$, suy ra

$$c^2(a^2-1)(b^2-1) \geq 0 \Leftrightarrow a^2b^2c^2 + c^2 \geq c^2b^2 + c^2a^2. \quad (1)$$

Mặt khác, ta có

$$\begin{cases} (a-b)^2 + (bc-1)^2 + (ca-1)^2 \geq 0 \\ (ab-1)^2 + (bc-1)^2 + (ca-1)^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + 8 + 2a^2b^2 + 3b^2c^2 + 3c^2a^2 \geq 6(ab+bc+ca). \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được

$$\begin{aligned} & a^2b^2c^2 + a^2 + b^2 + c^2 + 8 + 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \geq 6(ab+bc+ca) \\ \Leftrightarrow & a^2b^2c^2 + 4(a^2 + b^2 + c^2) + 8 + 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \geq 3(a+b+c)^2 \\ \Leftrightarrow & (a^2+2)(b^2+2)(c^2+2) \geq 3(a+b+c)^2. \end{aligned}$$

Mà $a+b+c=3$ nên ta thu được $F = (a^2+2)(b^2+2)(c^2+2) \geq 27$, đẳng thức xảy ra khi $a=b=c=1$.

Do đó $S \geq 27 \cdot \log_{2001} 2 \cdot \log_{2018} 3 \cdot \log_{2019} 5$.

Đẳng thức xảy ra khi $x=8, y=27, z=125$.

Vậy min $S = 27 \cdot \log_{2001} 2 \cdot \log_{2018} 3 \cdot \log_{2019} 5$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 167. Trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1$. Tìm m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$.

A. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$.

B. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ và $\sqrt{10} + \sqrt{2}$.

C. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$ và $(\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$.

D. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$.

Lời giải.

Điều kiện $0 < x^2 + y^2 + 2 \neq 1$ luôn đúng vì $x^2 + y^2 + 2 \geq 2$ với mọi $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 \leq 0$. (1)

Giả sử $M(x; y)$ thỏa mãn (1), khi đó tập hợp các điểm M là hình tròn (C_1) tâm $I(2; 2)$ bán kính $R_1 = \sqrt{2}$.

Nếu $m < 0$, không tồn tại x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$ (do $(-1)^2 + 1^2 - (2-m) = m < 0$).

Nếu $m > 0$, những điểm M thỏa mãn $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$ là đường tròn (C_2) tâm $J(-1; 1)$ bán kính $R_2 = \sqrt{m}$.

Để tồn tại duy nhất một cặp số $(x; y)$ thì (C_1) tiếp xúc với (C_2) , nghĩa là

$$\begin{cases} IJ = R_1 + R_2 \Leftrightarrow \sqrt{10} = \sqrt{m} + \sqrt{2} \Leftrightarrow m = (\sqrt{10} - \sqrt{2})^2 \\ IJ = |R_1 - R_2| \Rightarrow m = (\sqrt{10} + \sqrt{2})^2 \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 168. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{x+2y+3}{x+y+6}$.

A. $\frac{43 + 3\sqrt{249}}{94}$.

B. $\frac{37 - \sqrt{249}}{94}$.

C. $\frac{69 - \sqrt{249}}{94}$.

D. $\frac{69 + \sqrt{249}}{94}$.

Lời giải.

Điều kiện $\frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} > 0 \Leftrightarrow x+y > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} &= x(x-3) + y(y-3) + xy \\ \Leftrightarrow 2\log_3(x+y) - 2\log_3(x^2+y^2+xy+2) &= x^2+y^2+xy-3x-3y \\ \Leftrightarrow 2\log_3(x+y) + 2 - 2\log_3(x^2+y^2+xy+2) &= x^2+y^2+xy+2-3x-3y \\ \Leftrightarrow 2\log_3(3x+3y) + (3x+3y) &= 2\log_3(x^2+y^2+xy+2) + x^2+y^2+xy+2 \quad (*). \end{aligned}$$

Xét hàm đặc trưng $f(t) = 2\log_3 t + t$, $t \in (0; +\infty)$, ta có $f'(t) = \frac{2}{t \cdot \ln 3} + 1 > 0$, $\forall t \in (0; +\infty)$.
Suy ra hàm $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Phương trình (*) $\Leftrightarrow f(3x+3y) = f(x^2+y^2+xy+2) \Leftrightarrow x^2+y^2+xy+2 = 3x+3y$

Đặt $\begin{cases} x = a+b \\ y = a-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{x+y}{2} \\ b = \frac{x-y}{2} \end{cases}$. Khi đó $P = \frac{3a-b+3}{2a+6}$ và $3(a-1)^2 + b^2 = 1$.

Đặt $\begin{cases} \sqrt{3}(a-1) = \cos t \\ b = \sin t \end{cases} \quad (t \in [0; 2\pi])$, khi đó

$$P = \frac{3\cos t - \sqrt{3}\sin t + 6\sqrt{3}}{2\cos t + 8\sqrt{3}} \Leftrightarrow (2P-3) \cdot \cos t + \sqrt{3}\sin t = 6\sqrt{3} - 8\sqrt{3}P.$$

Do phương trình luôn có nghiệm t nên ta có

$$\begin{aligned} (2P-3)^2 + 3 &\geq (6\sqrt{3} - 8\sqrt{3}P)^2 \\ \Leftrightarrow 47P^2 - 69P + 24 &\leq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{69 - \sqrt{249}}{94} &\leq P \leq \frac{69 + \sqrt{249}}{94}. \end{aligned}$$

Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{69 + \sqrt{249}}{94}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 169. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-1	0	$-\infty$

Bất phương trình $f(x) > 2^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

A. $m > f(1) - 2$. B. $m \leq f(1) - 2$. C. $m \leq f(-1) - \frac{1}{2}$. D. $m > f(-1) - \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $f(x) > 2^x + m \Leftrightarrow m < f(x) - 2^x$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - 2^x$, hàm số $g(x)$ liên tục trên $[-1; 1]$.

Ta có $g'(x) = f'(x) - 2^x \ln 2$.

Với $x \in (-1; 1)$, ta có $f'(x) < 0 \Rightarrow f'(x) - 2^x \ln 2 < 0 \Rightarrow g'(x) < 0$. (1)

Khi đó, $m < f(x) - 2^x, \forall x \in (-1; 1) \Leftrightarrow m < \min_{[-1;1]} g(x)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $m \leq g(1) \Leftrightarrow m \leq f(1) - 2$.

Vậy $m \leq f(1) - 2$ thì bất phương trình $f(x) > 2^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 170. Bạn Nam trúng tuyển vào đại học nhưng vì không đủ tiền chi phí ăn học nên Nam quyết định vay ngân hàng trong 4 năm, mỗi năm 30 triệu đồng học với lãi suất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp đại học Nam phải trả góp hàng tháng số tiền T (không đổi) vào cuối tháng cùng với lãi suất 0,25%/tháng trong vòng 5 năm. Số tiền T mà Nam phải trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. 2322886 đồng.

B. 3228858 đồng.

C. 2322888 đồng.

D. 3222885 đồng.

Lời giải.

Tính tổng số tiền mà Nam nợ sau 4 năm học:

Sau 1 năm số tiền Nam nợ là: $30 + 30r = 30(1 + r)$.

Sau 2 năm số tiền Nam nợ là: $30(1 + r)^2 + 30(1 + r)$.

Tương tự, sau 4 năm số tiền Nam nợ là

$$30(1 + r)^4 + 30(1 + r)^3 + 30(1 + r)^2 + 30(1 + r) = 129274074,3 = A$$

Tính số tiền mà Nam phải trả trong 1 tháng:

Sau 1 tháng số tiền còn nợ là: $A + Ar - T = A(1 + r) - T$.

Sau 2 tháng số tiền còn nợ là: $A(1 + r) - T + (A(1 + r) - T)r - T = A(1 + r)^2 - T(1 + r) - T$.

Tương tự sau 60 tháng số tiền còn nợ là: $A(1 + r)^{60} - T(1 + r)^{59} - T(1 + r)^{58} - \dots - T(1 + r) - T$.

Nam trả hết nợ khi và chỉ khi:

$$\begin{aligned} & A(1 + r)^{60} - T(1 + r)^{59} - T(1 + r)^{58} - \dots - T(1 + r) - T = 0 \\ \Leftrightarrow & A(1 + r)^{60} - T \left[(1 + r)^{59} + (1 + r)^{58} + \dots + (1 + r) + 1 \right] = 0 \\ \Leftrightarrow & A(1 + r)^{60} - T \frac{(1 + r)^{60} - 1}{1 + r - 1} = 0 \\ \Leftrightarrow & A(1 + r)^{60} - T \frac{(1 + r)^{60} - 1}{r} = 0 \\ \Leftrightarrow & T = \frac{Ar(1 + r)^{60}}{(1 + r)^{60} - 1} \\ \Leftrightarrow & T = 2322885,852. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 171. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	+

Hỏi hàm số $g(x) = f(1 - x) + x \cdot e^{-x}$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-2; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(1; 3)$.

Lời giải.

Ta có $g'(x) = -f'(1-x) + (1-x) \cdot e^{-x}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$, suy ra

$$f'(1-x) < 0 \Leftrightarrow 2 < 1-x < 3 \Leftrightarrow -2 < x < -1.$$

Trên khoảng $(-2; -1)$, có $(1-x) \cdot e^{-x} > 0$. Vậy trên khoảng $(-2; -1)$ thì $g'(x) > 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 172. Cho $x, y \in (0; 2)$ thỏa mãn $(x-3)(x+8) = ey(ey-11)$. Giá trị lớn nhất của $\sqrt{\ln x} + \sqrt{1+\ln y}$ bằng

A. $\sqrt{1+\ln 3 - \ln 2}$. B. $2\sqrt{\ln 3 - \ln 2}$. C. $1 + \sqrt{\ln 3 - \ln 2}$. D. $1 + \sqrt{\ln 2}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq \frac{1}{e} \end{cases}$.

Ta có $(x-3)(x+8) = ey(ey-11) \Leftrightarrow (x-3)^2 + 11(x-3) = (-ey)^2 + 11(-ey)$. (1)

Đặt $u = x-3, v = -ey$, ta có (1) $\Leftrightarrow u^2 + 11u = v^2 + 11v \Leftrightarrow (u-v)(u+v+11) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = v \\ u+v+11 = 0 \end{cases}$.

— Với $u = v \Leftrightarrow x-3 = -ey \Leftrightarrow ey = 3-x \Leftrightarrow \ln y = \ln(3-x) - 1, (x < 3)$.

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{\ln x} + \sqrt{\ln(3-x)}, x \in [1; 2]$. Ta có $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\ln x}} \cdot \frac{1}{x} - \frac{1}{2\sqrt{\ln(3-x)}} \cdot \frac{1}{3-x}$.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\ln x}} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{\ln(3-x)}} \cdot \frac{1}{3-x} \Leftrightarrow x\sqrt{\ln x} = (3-x)\sqrt{\ln(3-x)}$. (2)

Xét hàm số $g(t) = t\sqrt{\ln t}, t \in [1; 2]$.

Ta có $g'(t) = \frac{1}{2\sqrt{\ln t}} + \sqrt{\ln t} > 0, \forall t \in [1; 2]$.

Do đó $g(t)$ đồng biến trên $[1; 2]$.

Ta có (2) $\Leftrightarrow g(x) = g(3-x) \Leftrightarrow x = 3-x \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

Do $f(1) = \sqrt{\ln 2}, f(2) = \sqrt{\ln 2}, f\left(\frac{3}{2}\right) = 2\sqrt{\ln \frac{3}{2}} = 2\sqrt{\ln 3 - \ln 2}$.

— Với $u+v+11=0$.

Ta có $x, y \in (0; 2) \Rightarrow u+v+11 = x-3-ey+11 > 0-3-2e+11 > 0 \Rightarrow u+v+11 > 0$.

Do vậy $u+v+11=0$ không xảy ra.

Từ đó suy ra $\max_{x \in [1; 2]} f(x) = 2\sqrt{\ln 3 - \ln 2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 173. Cho hàm số $f(x) = 3^{x-4} + (x+1)2^{7-x} - 6x + 3$. Giả sử $m_0 = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản) là giá trị nhỏ nhất của tham số thực m sao cho phương trình $f(7-4\sqrt{6x-9x^2}) + 2m - 1 = 0$ có số nghiệm nhiều nhất. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b^2$.

A. $P = 11$. B. $P = 7$. C. $P = -1$. D. $P = 9$.

Lời giải.

Đặt $t = 7 - 4\sqrt{6x - 9x^2} = 7 - 4\sqrt{1 - (3x-1)^2}, t \in [3; 7]$.

Xét hàm số $f(t) = 3^{t-4} + (t+1)2^{7-t} - 6t + 3$ trên đoạn $[3; 7]$. Ta có

$f'(t) = 3^{t-4} \ln 3 + 2^{7-t} - (t+1)2^{7-t} \ln 2 - 6$.

$f''(t) = 3^{t-4} \ln^2 3 + 2^{7-t} ((t+1) \ln^2 2 - 2 \ln 2) > 0, \forall t \in [3; 7]$.

Suy ra hàm số $f'(t)$ đồng biến trên $[3; 7]$ nên phương trình $f'(t) = 0$ có nhiều nhất một nghiệm trên $[3; 7]$.

Lại có $f'(3) = \frac{\ln 3}{3} + 16(1 - 4\ln 2) - 6 < 0$, $f'(7) = 27\ln 3 - 8\ln 2 - 5 > 0$ nên phương trình $f'(t) = 0$ có nghiệm duy nhất $x_0 \in (3; 7)$. Do vậy ta có bảng biến thiên của hàm số $f(t)$.

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(t) + 2m - 1 = 0$ có nhiều nhất hai nghiệm phân biệt trên $[3; 7]$.

Phương trình $f(t) + 2m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$f(x_0) < 1 - 2m \leq -4 \Rightarrow m \geq \frac{5}{2} \Rightarrow a = 5, b = 2.$$

x	3	x_0	7
y'	-	0	+
y	$\frac{148}{3}$	$f(x_0)$	-4

Vậy $P = a + b^2 = 9$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 174. Cho $2^a = 6^b = 12^{-c}$ và $(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 2$. Tổng $a + b + c$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $2^a = 6^b = 12^{-c} = t$ với $t > 0$. Ta có $a = \log_2 t$, $b = \log_6 t$, $-c = \log_{12} t$.

— Nếu $t = 1$, suy ra $a = b = c = 0$ không thỏa mãn $(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 2$.

— Nếu $t \neq 1$. Khi đó, có

$$\frac{1}{a} = \log_t 2, \frac{1}{b} = \log_t 6, -\frac{1}{c} = \log_t 12 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow ab + bc + ca = 0.$$

Lại có

$$(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 2 \Leftrightarrow [(a+b+c) - 1]^2 = 0 \Leftrightarrow a + b + c = 1.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 175. Với hai số thực a, b bất kỳ, ta kí hiệu $f_{(a,b)}(x) = |x-a| + |x-b| + |x-2| + |x-3|$. Biết rằng luôn tồn tại duy nhất số thực x_0 để $\min_{x \in \mathbb{R}} f_{(a,b)}(x) = f_{(a,b)}(x_0)$ với mọi số thực a, b thỏa mãn $a^b = b^a$ và $0 < a < b$. Số x_0 bằng

A. $2e - 1$.

B. 2,5.

C. e.

D. $2e$.

Lời giải.

Trước tiên ta xét a, b thỏa mãn $a^b = b^a$ và $0 < a < b$.

$$\text{Ta có } a^b = b^a \Leftrightarrow b \ln a = a \ln b \Leftrightarrow \frac{\ln a}{a} = \frac{\ln b}{b}.$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{\ln x}{x}$ trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Ta có } g'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = e.$$

Bảng biến thiên

x	0	e	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$\frac{1}{e}$	0

Do $0 < a < b$ và $g(a) = g(b)$ nên ta có $0 < a < e < b$.

Khi đó $f_{(a,b)}(x) = |x-a| + |x-b| + |x-2| + |x-3|$

$$\begin{aligned}
 &= (|x-a| + |b-x|) + (|x-2| + |3-x|) \\
 &\geq |x-a+b-x| + |x-2+3-x| = b-a+1.
 \end{aligned}$$

Mặt khác do $a < e < b$ và $2 < e < 3$ nên ta có

$$f_{(a,b)}(e) = |e-a| + |e-b| + |e-2| + |e-3| = e-a+b-e+e-2+3-e = b-a+1.$$

Vậy $x_0 = e$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 176. Cho hai số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn đẳng thức $(xy-1) \cdot 2^{2xy-1} = (x^2+y) \cdot 2^{x^2+y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $y_{\min}$ của y .

- A. $y_{\min} = 3$. B. $y_{\min} = \sqrt{3}$. C. $y_{\min} = 1$. D. $y_{\min} = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 (xy-1) \cdot 2^{2xy-1} &= (x^2+y) \cdot 2^{x^2+y} \\
 \Leftrightarrow 2(xy-1) \cdot 2^{2xy-1} &= 2(x^2+y) \cdot 2^{x^2+y} \\
 \Leftrightarrow (2xy-1-1) \cdot 2^{2xy-1} &= (x^2+y+1-1) \cdot 2^{x^2+y+1} \quad (1).
 \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = (t-1) \cdot 2^t, t > 0$.

Ta có $f'(t) = 2^2 + (t-1) \cdot 2^t \cdot \ln 2 = 2^t \cdot (1+t \ln 2 - \ln 2) > 0, \forall t > 0$.

Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. Khi đó từ (1) suy ra

$$\begin{aligned}
 f(2xy-1) &= f(x^2+y+1) \\
 \Rightarrow 2xy-1 &= x^2+y+1 \\
 \Leftrightarrow 2xy-y &= x^2+2 \\
 \Leftrightarrow y &= \frac{x^2+2}{2x-1}, x \neq \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

Vì $y > 0$ nên $x > \frac{1}{2}$. Ta có $y' = \frac{2x^2-2x-4}{(2x-1)^2}, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-1 \end{cases}$. Ta có bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	-2	$+\infty$	2	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta suy ra, trên khoảng $(0; +\infty)$ thì $y_{\min} = 2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 177. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x+y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = x + 3y$.

- A. $P_{\min} = \frac{17}{2}$. B. $P_{\min} = 9$. C. $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$. D. $P_{\min} = 8$.

Lời giải.

Với $x, y > 0$, ta có

$$\begin{aligned}\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y &\leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2) \\ \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} (xy) &\leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2) \\ \Leftrightarrow xy &\geq x + y^2 \\ \Leftrightarrow y^2 &\leq xy - x \\ \Leftrightarrow y^2 &\leq x(y - 1) \quad (*).\end{aligned}$$

Vì $x > 0$ nên từ (*) suy ra $y - 1 > 0$.

Khi đó, từ $y^2 \leq x(y - 1)$ suy ra $x \geq \frac{y^2}{y - 1}$, với $y > 1$.

Như thế, $P = x + 3y \geq \frac{y^2}{y - 1} + 3y = 4y + 1 + \frac{1}{y - 1}$, với $y > 1$.

Xét hàm số $f(y) = 4y + 1 + \frac{1}{y - 1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$.

Ta có $f'(y) = 4 - \frac{1}{(y - 1)^2} = \frac{4y^2 - 8y + 3}{(y - 1)^2}$ và

$$f'(y) = 0 \Leftrightarrow 4y^2 - 8y + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{2} \in (1; +\infty) \\ y = \frac{1}{2} \notin (1; +\infty). \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(y)$ như sau

y	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(y)$		- 0 +	
$f(y)$		$+\infty$ ↘ 9 ↗ $+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min_{y \in (1; +\infty)} h(y) = 9$ khi $y = \frac{3}{2}$.

Suy ra $P \geq 9$. Đẳng thức xảy ra khi $y = \frac{3}{2}$ và $x = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{\frac{3}{2} - 1} = \frac{9}{2}$.

Vậy $P_{\min} = 9$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 178. Cho các số x, y thỏa mãn $9x^2 - 4y^2 = 5$ và $\log_m(3x + 2y) - \log_3(3x - 2y) = 1$. Giá trị lớn nhất của m sao cho tồn tại cặp $(x; y)$ thỏa mãn $3x + 2y \leq 5$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. (6; 8).

B. (4; 6).

C. (0; 2).

D. (2; 4).

Lời giải.

Điều kiện xác định $3x + 2y > 0$; $3x - 2y > 0$.

Ta có $9x^2 - 4y^2 = 5 \Leftrightarrow (3x + 2y)(3x - 2y) = 5$, mà $0 < 3x + 2y \leq 5$, suy ra $3x - 2y \geq 1$.

Khi đó $\log_m(3x + 2y) - \log_3(3x - 2y) = 1 \Leftrightarrow \log_m(3x + 2y) = 1 + \log_3(3x - 2y)$.

Vì $3x - 2y \geq 1$ nên $\log_3(3x - 2y) \geq 0 \Rightarrow 1 + \log_3(3x - 2y) \geq 1$.

Hay $\log_m(3x + 2y) \geq 1$, suy ra $m \leq 3x + 2y \leq 5$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $3x + 2y = 5 \Rightarrow 3x - 2y = 1 \Rightarrow x = y = 1$.

Vậy m đạt giá trị lớn nhất bằng 5 khi $x = y = 1$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 179. Cho các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $0 < b < a < 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a \frac{4(3b-1)}{9} + 8 \log_{\frac{a}{b}}^2 a - 1$ là

A. 6.

B. 8.

C. $3\sqrt[3]{2}$.

D. 7.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{3b}{2} - 1\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{9b^2}{4} - 3b + 1 \geq 0 \Leftrightarrow 3b - 1 \leq \frac{9b^2}{4} \Leftrightarrow \frac{4(3b-1)}{9} \leq b^2$.

Lại có $0 < b < a < 1$ nên $P \geq \log_a b^2 + \frac{8}{\left(\log_a \frac{a}{b}\right)^2} - 1 = 2 \log_a b + \frac{8}{(1 - \log_a b)^2} - 1$.

Đặt $\log_a b = t > 1$, ta có $P = 2t + \frac{8}{(t-1)^2} - 1$; $P' = 2 - \frac{16}{(t-1)^3}$; $P' = 0 \Leftrightarrow (t-1)^3 = 8 \Leftrightarrow t = 3$.

Bảng biến thiên

t	1	3	$+\infty$
P'	-	0	+
P	$+\infty$	7	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $\min P = 7$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 180. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng

A. 6.

B. 9.

C. $\frac{7}{2}$.D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Do $a > 0, b > 0$ nên ta có $\begin{cases} (9a^2 + b^2) + 1 \geq 6ab + 1 \text{ (bất đẳng thức AM-GM)} \\ 3a + 2b + 1 > 1. \end{cases}$

$$\Rightarrow \log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) \geq \log_{3a+2b+1}(6ab + 1)$$

Từ đó $\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) \geq \log_{3a+2b+1}(6ab + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) \geq 2$ (bất đẳng thức AM-GM).

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} 3a = b > 0 \\ 3a + 2b + 1 = 6ab + 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2} \text{ và } b = \frac{3}{2}$.

Vậy $a + 2b = \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2}$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 181. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $xy \leq 4y - 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{6(2x+y)}{x} + \ln \frac{x+2y}{y}$ là $a + \ln b$. Giá trị của tích ab là

A. 45.

B. 81.

C. 108.

D. 115.

Lời giải.

Ta có:

$$xy \leq 4y - 1 \Leftrightarrow \frac{x}{y} \leq \frac{4}{y} - \frac{1}{y^2} = -\left(\frac{1}{y} - 2\right)^2 + 4 \leq 4 \Rightarrow 0 < \frac{x}{y} \leq 4.$$

Khi đó $P = 12 + \frac{6y}{x} + \ln\left(\frac{x}{y} + 2\right)$. Đặt $t = \frac{x}{y}$, suy ra $P = 12 + \frac{6}{t} + \ln(t + 2)$ và $0 < t \leq 4$.

$$P'(t) = -\frac{6}{t^2} + \frac{1}{t+2} = \frac{t^2 - 6t - 12}{t^2(t+2)} < 0, \forall t \in (0; 4].$$

Suy ra

$$P_{\min} = P(4) = 12 + \frac{3}{2} + \ln 6 = \frac{27}{2} + \ln 6.$$

Vậy $a = \frac{27}{2}, b = 6 \Rightarrow ab = 81$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 182. Cho $m = \log_a(\sqrt[3]{ab})$ với $a > 1, b > 1$ và $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = 2$.

C. $m = 4$.

D. $m = 1$.

Lời giải.

Ta có $m = \log_a(\sqrt[3]{ab}) = \frac{1}{3}(1 + \log_a b) \Rightarrow 3m - 1 = \log_a b$.

Từ đó $P = (3m - 1)^2 + \frac{16}{3m - 1}$.

Ta có $P'(m) = 6(3m - 1) - \frac{48}{(3m - 1)^2} \Rightarrow P'(m) = 0 \Leftrightarrow 3m - 1 = 2 \Leftrightarrow m = 1$.

Bảng biến thiên hàm số $P(m)$:

m	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$P'(m)$	—	—	0	+
$P(m)$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 12	$+\infty$ ↗ $+\infty$	

Vậy $P_{\min} = 12$ khi $m = 1$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 183. Cho tham số thực $m > 1$ làm cho hàm số $y = m^{x+1} + m^x - x^{m+1} \ln m$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m \geq 3$.

B. $2 < m \leq \frac{13}{5}$.

C. $1 < m \leq 2$.

D. $\frac{13}{5} < m < 3$.

Lời giải.

Ta có $y' = m^{x+1} \ln m + m^x \ln m - (m+1)x^m \ln m, \forall x > 0$.

Với $m > 1$, xét

$$y' \geq 0, \forall x > 0 \Leftrightarrow (m+1)(m^x - x^m) \geq 0, \forall x > 0$$

$$\Leftrightarrow m^x \geq x^m, \forall x > 0$$

$$\Leftrightarrow x \geq \log_m x^m, \forall x > 0$$

$$\Leftrightarrow \log_{m^{\frac{1}{m}}} x^{\frac{1}{x}} \leq 1, \forall x > 0$$

$$\Leftrightarrow x^{\frac{1}{x}} \leq m^{\frac{1}{m}}, \forall x > 0.$$

Xét hàm số $f(t) = t^{\frac{1}{t}} = e^{\frac{1}{t} \ln t}$ với $t > 0$.

Ta có $f'(t) = \left(-\frac{1}{t^2} \ln t + \frac{1}{t^2}\right) e^{\frac{1}{t} \ln t} = -\frac{1}{t^2} e^{\frac{1}{t} \ln t} (\ln t - 1) \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = e$.

Mặt khác ta có $\begin{cases} 1 < e < 3 \\ f(e) > f(1) \text{ vậy hàm số } f(t) \text{ đạt giá trị lớn nhất tại } t = e. \\ f(e) > f(3) \end{cases}$

Do đó $f(x) \leq f(e), \forall x > 0$. Vậy $m = e$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 184. Xét các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{3} < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a \frac{3b-1}{4} + 12 \log_{\frac{b}{a}} a - 3$.

A. $\min P = 13$. B. $\min P = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. C. $\min P = 9$. D. $\min P = \sqrt[3]{2}$.

Lời giải.

Ta có $b^3 + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \geq 3b \Rightarrow 3b - \frac{1}{4} \leq b^3$. Vì $\frac{1}{3} < a < 1$ nên $\log_a b^3$, do đó

$$P \geq \log_a b^3 + 12 \log_{\frac{b}{a}} a - 3 = \log_a b^3 + 12 \cdot \frac{1}{(\log_a b - 1)^2} - 3 = 3(\log_a b - 1) + \frac{12}{(\log_a b - 1)^2}.$$

Lại có $\frac{1}{3} < b < a < 1$ nên $\log_a b > \log_a a = 1 \Rightarrow \log_a b - 1 > 0$. Ta có

$$\frac{\log_a b - 1}{2} + \frac{\log_a b - 1}{2} + \frac{4}{(\log_a b - 1)^2} \geq 3 \Rightarrow P \geq 3 \cdot 3 = 9.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\frac{4}{(\log_a b - 1)^2} = \frac{\log_a b - 1}{2} \Leftrightarrow \log_a b - 1 = 2 \Leftrightarrow a = b^3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 185. Gọi S là giá các giá trị nguyên của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |\ln x - 2x^2 + m|$ trên $[1; e]$ là nhỏ nhất. Tính tổng các phần tử của S .

A. 90. B. 12. C. 180. D. 104.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \ln x - 2x^2 + m$ trên $[1; e]$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{x} - 4x = \frac{1-4x^2}{4x}$.

Dễ thấy $f'(x) < 0 \forall x \in [1; e]$ nên hàm số nghịch biến trên $[1; e]$.

Do đó $\max_{x \in [1; e]} f(x) = f(1) = m - 2$ và $\min_{x \in [1; e]} f(x) = f(e) = m - 2e^2 + 1$. Khi đó ta có các trường hợp sau

- Nếu $m - 2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$ thì $\min_{x \in [1; e]} y = |m - 2| = 2 - m \geq 0$.

- Nếu $m - 2e^2 + 1 < 0 < m - 2 \Leftrightarrow 2 < m < 2e^2 - 1$ thì $\min_{x \in [1; e]} y = 0$.

- Nếu $m - 2e^2 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 2e^2 - 1$ thì $\min_{x \in [1; e]} y = m - 2e^2 + 1 \geq 0$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |\ln x - 2x^2 + m|$ trên $[1; e]$ bằng 0. Do giả thiết $S = \{2, 3, 4, 5, \dots, 13\}$ nên $2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 13 = 90$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 186. Gọi $x_1, x_2, \dots, x_k$ là các nghiệm thực phân biệt của phương trình $2x^{5+6} - 4^{8x-x^2-1} + x^5 + 2x^2 - 16x + 8 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{x_1^2}{x_1^2 - 1} + \frac{x_2^2}{x_2^2 - 1} + \dots + \frac{x_k^2}{x_k^2 - 1}$

A. $M = \frac{12}{5}$.

B. $M = \frac{18}{5}$.

C. $M = \frac{217}{90}$.

D. $M = \frac{163}{60}$.

Lời giải.

Ta có

$$2^{x^5+6} - 4^{8x-x^2-1} + x^5 + 2x^2 - 16x + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^5+6} + (x^5 + 6) = 2^{16x-2x^2-2} + (16x - 2x^2 - 2) \quad (1)$$

Xét hàm số $g(t) = 2^t + t$ trên $\mathbb{R}$, có $g'(t) = 2^t \cdot \ln 2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow g(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó (1) $\Leftrightarrow g(x^5 + 6) = g(16x - 2x^2 - 2)$

$$\Leftrightarrow x^5 + 6 = 16x - 2x^2 - 2 \Leftrightarrow x^5 + 2x^2 - 16x + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 4)(x^3 - 4x + 2) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 4x + 2 = 0.$$

Theo giả thiết, ta có

$$M = \frac{x_1^2}{x_1^2 - 1} + \frac{x_2^2}{x_2^2 - 1} + \dots + \frac{x_k^2}{x_k^2 - 1}$$

$$= 3 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} + \frac{1}{x_3 - 1} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x_1 + 1} + \frac{1}{x_2 + 1} + \frac{1}{x_3 + 1} \right)$$

$$= 3 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1 - x_1} + \frac{1}{1 - x_2} + \frac{1}{1 - x_3} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{-1 - x_1} + \frac{1}{-1 - x_2} + \frac{1}{-1 - x_3} \right).$$

Lại có

$$f(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

$$\Rightarrow f'(x) = (x - x_2)(x - x_3) + (x - x_1)(x - x_3) + (x - x_1)(x - x_2).$$

Lấy $f'(x)$ chia cho $f(x)$ ta được $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x - x_1} + \frac{1}{x - x_2} + \frac{1}{x - x_3}$ và $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{3x^2 - 4}{x^3 - 4x + 2}$.Thay $x = 1$ và $x = -1$, ta có

$$\frac{1}{1 - x_1} + \frac{1}{1 - x_2} + \frac{1}{1 - x_3} = \frac{f'(1)}{f(1)} = \frac{-1}{-1} = 1$$

và

$$\frac{1}{-1 - x_1} + \frac{1}{-1 - x_2} + \frac{1}{-1 - x_3} = \frac{f'(-1)}{f(-1)} = -\frac{1}{5}.$$

$$\text{Vậy } M = 3 - \frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \frac{12}{5}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 187. Cho x, y là các số thực thỏa mãn điều kiện $3^{x^2+y^2-2} \cdot \log_2(x - y) = \frac{1}{2} [1 + \log_2(1 - xy)]$.Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = 2(x^3 + y^3) - 3xy$.

A. 7.

B. $\frac{13}{2}$.

C. 3.

D. $\frac{17}{2}$.

Lời giải.Điều kiện: $x > y$ và $xy < 1$ (*). Từ điều kiện của bài toán, ta có

$$3^{x^2+y^2-2} \cdot \log_2(x - y) = \frac{1}{2} [1 + \log_2(1 - xy)]$$

$$\Leftrightarrow 3^{(x-y)^2} \log_2(x - y) = 3^{2-2xy} \log_2 \sqrt{2 - 2xy} \quad (1)$$

Xét hàm $f(t) = 3^{t^2} \cdot \log_2 t$ trên $(0; +\infty)$. Ta có

$$f'(t) = 2t \cdot 3^{t^2} \ln 3 \cdot \log_2 t + 3^{t^2} \frac{1}{t \ln 2} > 0, \forall t > 0$$

$\Rightarrow f$ là hàm đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Do đó, từ (1) suy ra

$$f(x-y) = f(\sqrt{2-2xy}) \Leftrightarrow x-y = \sqrt{2-2xy} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2. \quad (2)$$

Từ (2), suy ra $xy = \frac{(x+y)^2}{2} - 1$. Thay vào biểu thức của M , ta được

$$\begin{aligned} M &= 2(x+y)(x^2 + y^2 - xy) - 3xy = 2(x+y) \left(3 - \frac{(x+y)^2}{2} \right) - \frac{3}{2}(x+y)^2 + 3 \\ &= -(x+y)^3 - \frac{3}{2}(x+y)^2 + 6(x+y) + 3. \end{aligned}$$

Đặt $t = x+y$, $t > 0$. Xét hàm $f(t) = -t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 6t + 3$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = -3t^2 - 3t + 6$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \text{ (loại)} \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm $f(t)$

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	0	$\frac{13}{2}$	$-\infty$

Suy ra, $\max_{(0; +\infty)} f(t) = f(1) = \frac{13}{2}$. Khi đó, $x+y = 1 \Rightarrow xy = -\frac{1}{2}$.

Kết hợp điều kiện (*), ta được giá trị lớn nhất của M bằng $\frac{13}{2}$ khi $x = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$, $y = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 188. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $\frac{1}{3} < b < a < 1$ và biểu thức $P = \log_a \left(\frac{3b-1}{4a^3} \right) + 12 \log_{\frac{2}{a}} a$ có giá trị nhỏ nhất, khi đó $a^3 b^2$ gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{1}{7}$.

D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải.

Với mọi số thực dương x ta luôn có $(x+1)(2x-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 3x-1 \leq 4x^3$. Kết hợp điều kiện $\frac{1}{3} < b < a < 1$ nên $\log_a \left(\frac{3b-1}{4a^3} \right) \geq \log_a \left(\frac{4b^3}{4a^3} \right) = 3 \log_a \left(\frac{b}{a} \right)$.

Suy ra

$$P \geq 3 \log_a \left(\frac{b}{a} \right) + \frac{12}{\log_a^2 \left(\frac{b}{a} \right)}.$$

Mặt khác, theo bất đẳng thức Cô-si ta có

$$3t + \frac{12}{t^2} = \frac{3t}{2} + \frac{3t}{2} + \frac{12}{t^2} \geq 9, \quad \forall t > 0.$$

Từ đó suy ra $\min P = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ \log_a \left(\frac{b}{a} \right) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Vậy $a^3 b^2 = \frac{1}{8}$ gần giá trị $\frac{1}{7}$ nhất so với 3 giá trị còn lại.

Chọn đáp án **C** □

Câu 189. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_{2018} + 2017\sqrt{2018 - 2\log u_1 + \log u_{2018}} = 2\log u_1$ và $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n$ với $n \geq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của n để $u_n > 5^{1917}$.

A. 232.

B. 233.

C. 234.

D. 235.

Lời giải.

Vì $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n \Rightarrow u_{2018} = \frac{1}{2^{2017}}u_{2017} = \frac{1}{2^{2017}}u_{2016} = \dots = \frac{1}{2^{2017}}u_1$. Ta được:

$$\begin{aligned} & \log u_{2018} + 2017\sqrt{2018 - 2\log u_1 + \log u_{2018}} = 2\log u_1 \\ \Leftrightarrow & \log\left(\frac{1}{2^{2017}}u_1\right) + 2017\sqrt{2018 - 2\log u_1 + \log\left(\frac{1}{2^{2017}}u_1\right)} = 2\log u_1 \\ \Leftrightarrow & 2017\sqrt{2018 - 2017\log 2 - \log u_1} = 2017\log 2 + \log u_1 \\ \Leftrightarrow & 2017t = 2018 - t^2 \quad (t = \sqrt{2018 - 2017\log 2 - \log u_1} \geq 0) \\ \Leftrightarrow & t^2 - 2017t - 2018 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2017 \\ t = -1 \text{ (loại)} \end{cases} \\ \text{Hay} & 2017\log 2 + \log u_1 = 2017 \\ \Leftrightarrow & \log u_1 = 2017(1 - \log 2). \end{aligned}$$

Do đó $u_n = \frac{1}{2^{n-1}}u_1 > 5^{1917} \Leftrightarrow \log u_1 + (1-n)\log 2 > 1917\log 5 \Leftrightarrow n \leq 233,1928$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 190. Cho $P = 9\log_{\frac{1}{3}}\sqrt[3]{a} + \log_{\frac{1}{3}}^2 a - \log_{\frac{1}{3}} a^3 + 1$ với $a \in \left[\frac{1}{27}; 3\right]$ và M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P . Tính $S = 4M - 3m$.

A. 42.

B. 38.

C. $\frac{109}{9}$.D. $\frac{83}{2}$.

Lời giải.

Ta có: $P = -\frac{1}{3}\log_{\frac{1}{3}}^3 a + \log_{\frac{1}{3}}^2 a + 3\log_{\frac{1}{3}} a + 1$.

Đặt $\log_{\frac{1}{3}} a = t \Rightarrow P = -\frac{1}{3}t^3 + t^2 + 3t + 1$.

Với $a \in \left[\frac{1}{27}; 3\right] \Rightarrow t \in [-3; 1]$.

Xét hàm số $f(t) = -\frac{1}{3}t^3 + t^2 + 3t + 1$ liên tục trên $[-3; 1]$.

Ta có: $f'(t) = -t^2 + 2t + 3$.

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (thỏa mãn)} \\ t = 3 \text{ (loại)} \end{cases}$.

Ta có: $f(-3) = 10; f(1) = \frac{14}{3}; f(-1) = -\frac{2}{3} \Rightarrow m = -\frac{2}{3}; M = 10$.

$\Rightarrow 4M - 3m = 42$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 191. Tìm số thực a để đường cong $y = 3^x(3^x - a + 2) + a^2 - 3a$ tiếp xúc với đường cong $y = 3^x + 1$.

A. $a = \frac{5 + 2\sqrt{10}}{3}$.B. $a = \frac{5 - 2\sqrt{10}}{3}$.C. $a = 1$.D. $a = \frac{5 \pm 2\sqrt{10}}{3}$.

Lời giải.

Để hai đường cong tiếp xúc thì hệ $\begin{cases} 3^x(3^x - a + 2) + a^2 - 3a = 3^x + 1 & (1) \\ (3^x(3^x - a + 2) + a^2 - 3a)' = (3^x + 1)' & (2) \end{cases}$ có nghiệm.

Từ (2) ta có $3^x \ln 3(2 \cdot 3^x - a + 2) = 3^x \ln 3 \Leftrightarrow 2 \cdot 3^x - a + 2 = 1 \Leftrightarrow 3^x = \frac{a-1}{2}$, chú ý khi đó $a > 1$.

Thay lên (1) ta có

$$\frac{a-1}{2} \left(\frac{a-1}{2} - a + 1 \right) + a^2 - 3a - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow -(a-1)^2 + 4a^2 - 12a - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 - 10a - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5+2\sqrt{10}}{3} \text{ (TM)} \\ a = \frac{5-2\sqrt{10}}{3} \text{ (Loại)}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 192. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 + 3} - x \ln x$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 2]$. Khi đó tích Mm bằng

A. $2\sqrt{7} + 4 \ln 2$.

B. $2\sqrt{7} + 4 \ln 5$.

C. $2\sqrt{7} - 4 \ln 5$.

D. $2\sqrt{7} - 4 \ln 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}} - (\ln x + 1) < \frac{x}{\sqrt{x^2}} - (\ln x + 1) < -\ln x < 0, \forall x \in [1; 2]$.

Do đó, hàm số $y = \sqrt{x^2 + 3} - x \ln x$ nghịch biến trên $[1; 2]$.

Vậy $Mm = y(1) \cdot y(2) = 2(\sqrt{7} - 2 \ln 2) = 2\sqrt{7} - 4 \ln 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 193. Biết rằng a là số thực dương sao cho bất đẳng thức $3^x + a^x \geq 6^x + 9^x$ đúng với mọi số thực x . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a \in (10; 12]$.

B. $a \in (16; 18]$.

C. $a \in (14; 16]$.

D. $a \in (12; 14]$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 3^x + a^x \geq 6^x + 9^x &\Leftrightarrow a^x - 18^x \geq 6^x + 9^x - 3^x - 18^x \\ &\Leftrightarrow a^x - 18^x \geq 3^x(2^x - 1) - 9^x(2^x - 1) \\ &\Leftrightarrow a^x - 18^x \geq -3^x(2^x - 1)(3^x - 1) \quad (*) \end{aligned}$$

Ta thấy

— Nếu $x \geq 0$ thì $\begin{cases} 2^x \geq 1 \\ 3^x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow (2^x - 1)(3^x - 1) \geq 0 \Rightarrow -3^x(2^x - 1)(3^x - 1) \leq 0$.

— Nếu $x < 0$ thì $\begin{cases} 2^x < 1 \\ 3^x < 1 \end{cases} \Rightarrow (2^x - 1)(3^x - 1) > 0 \Rightarrow -3^x(2^x - 1)(3^x - 1) < 0$.

Suy ra $-3^x(2^x - 1)(3^x - 1) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Do đó, (*) đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$$a^x - 18^x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \left(\frac{a}{18}\right)^x \geq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow a = 18.$$

Vậy $a = 18 \in (16; 18]$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 194. Cho hai số thực dương thay đổi a, b và thỏa mãn điều kiện $\ln a \cdot (1 - \ln b) = \ln b \cdot \sqrt{4 - \ln^2 a}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $\log_b a$. Giá trị của $M + m$ bằng

A. $2(\sqrt{2} - 1)$.

B. $2(\sqrt{2} + 1)$.

C. $2(1 - \sqrt{2})$.

D. $\sqrt{2} - 1$.

Lời giải.

Đặt $x = \ln a, y = \ln b$, ta có $\log_b a = \frac{x}{y}$ và

$$\ln a \cdot (1 - \ln b) = \ln b \cdot \sqrt{4 - \ln^2 a} \Leftrightarrow x(1 - y) = y\sqrt{4 - x^2} \Leftrightarrow \frac{x}{y} = x + \sqrt{4 - x^2}$$

Xét hàm số $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$, $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$. Ta có $f(2) = 2$, $f(-2) = -2$, $f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$, suy ra $M = 2\sqrt{2}$, $m = -2$ và $M + m = 2(\sqrt{2} - 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 195. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (0; 2018)$ để phương trình $m + 10x = me^x$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 9.

B. 2017.

C. 2016.

D. 2007.

Lời giải.

Với $x = 0$, phương trình trở thành $m = m$ (luôn đúng), suy ra với mọi $m \in (0; 2018)$ phương trình luôn có 1 nghiệm $x = 0$.

Với $x \neq 0$, ta có $m + 10x = me^x \Leftrightarrow m = \frac{10x}{e^x - 1}$.

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{10x}{e^x - 1}$ trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, ta có $f'(x) = \frac{10(e^x - xe^x - 1)}{(e^x - 1)^2} < 0 \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Thật vậy, xét hàm số $g(x) = e^x - xe^x - 1$. Ta có $g'(x) = e^x - (e^x + xe^x) = -xe^x$.

Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$-\infty$	0	$-\infty$

Bảng biến thiên hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	10	0

Suy ra yêu cầu bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi $\begin{cases} 0 < m < 2018 \\ m \neq 10. \end{cases}$

Do đó, có 2016 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 196. Cho hai số thực $a, b > 1$ sao cho tồn tại số thực $0 < x \neq 1$ thỏa mãn $a^{\log_b x} = b^{\log_a(x^2)}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \ln^2 a + \ln^2 b - \ln(ab)$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $-\frac{3 + 2\sqrt{2}}{12}$.

C. $\frac{e}{2}$.

D. $\frac{1 - 3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} a^{\log_b x} &= b^{\log_a(x^2)} \\ \Rightarrow x^{\log_b a} &= (x^2)^{\log_a b} \\ \Rightarrow \log_b a &= 2 \cdot \log_a b \\ \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} &= 2 \cdot \frac{\ln b}{\ln a} \\ \Leftrightarrow \ln^2 a &= 2 \cdot \ln^2 b \\ \Rightarrow \ln a &= \sqrt{2} \ln b, \text{ (vì } a, b > 1). \end{aligned}$$

Ta được

$$\begin{aligned} P &= \ln^2 a + \ln^2 b - \ln(ab) \\ &= 3\ln^2 b - (1 + \sqrt{2}) \ln b \\ &= \left(\sqrt{2} \ln b - \frac{1 + \sqrt{2}}{2\sqrt{3}} \right)^2 - \frac{(1 + \sqrt{2})^2}{12} \\ &\geq -\frac{3 + 2\sqrt{2}}{12}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 197. Số giá trị nguyên của $m \in (-200; 2000)$ để $3 \cdot a^{\sqrt{\log_a b}} - b^{\sqrt{\log_b a}} > m\sqrt{\log_a b} + 2$ với mọi $a, b \in (1; +\infty)$ là

A. 199.

B. 2199.

C. 200.

D. 2002.

Lời giải.

Đặt $x = \sqrt{\log_a b}$, điều kiện $x > 0$. Ta có $\begin{cases} \sqrt{\log_b a} = \frac{1}{x} \\ x^2 = \log_a b \Rightarrow b = a^{x^2} \end{cases}$, thu được

$$3a^x - (a^{x^2})^{\frac{1}{x}} > mx + 2 \Leftrightarrow 3a^x - a^x > mx + 2 \Leftrightarrow 2a^x > mx + 2 \Leftrightarrow m < \frac{2(a^x - 1)}{x}. \quad (*)$$

Vì $a > 1$, $x > 0$ nên $\frac{a^x - 1}{x} > 0$ và $\lim_{x \rightarrow (0)^+} \frac{a^x - 1}{x} = 0$.

Từ đó suy ra (*) đúng khi và chỉ khi $m \leq 0$.

Kết hợp điều kiện của m , ta được $m \in (-200; 0]$. Tập này có 200 số nguyên.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 198. Cho các số thực a, b, c không âm thỏa mãn $2^a + 4^b + 8^c = 4$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = a + 2b + 3c$. Giá trị của biểu thức $4^M + \log_M m$ bằng

A. $\frac{2809}{500}$.

B. $\frac{281}{50}$.

C. $\frac{4096}{729}$.

D. $\frac{14}{25}$.

Lời giải.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có

$$4 = 2^a + 4^b + 8^c \geq 3\sqrt[3]{2^a \cdot 4^b \cdot 8^c} = 3\sqrt[3]{2^{a+2b+3c}} \Rightarrow a + 2b + 3c \leq \log_2 \frac{64}{27}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $2^a = 4^b = 8^c = \frac{4}{3}$.

Lại có $a, b, c \geq 0$ nên $2^a \geq 1; 4^b \geq 1; 8^c \geq 1$, dẫn tới

$$\begin{aligned} & (2^a - 1)(4^b - 1)(8^c - 1) + (2^a - 1)(4^b - 1) + (4^b - 1)(8^c - 1) + (2^a - 1)(8^c - 1) \geq 0 \\ \Leftrightarrow & 2^a \cdot 4^b \cdot 8^c \geq 2^a + 4^b + 8^c - 2 \\ \Leftrightarrow & 2^{a+2b+3c} \geq 2 \\ \Leftrightarrow & a + 2b + 3c \geq 1. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra chẳng hạn khi $a = 1; b = c = 0$.

Vậy ta có $M = \log_2 \frac{64}{27}, m = 1$ nên $4^M + \log_M m = \frac{4096}{729}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 199. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3})$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(x^2 + y^2) + 15xy$.

A. $\min P = -80$. B. $\min P = -91$. C. $\min P = -83$. D. $\min P = -63$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x \geq 3 \\ y \leq 3 \end{cases} \Rightarrow x + y \geq 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} x + y &= 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3}) \\ \Leftrightarrow (x+y)^2 &= 4(x+y) + 8\sqrt{x-3} \cdot \sqrt{y+3} \geq 4(x+y) \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x+y \geq 4 \\ x+y \leq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

— Xét trường hợp $x + y \leq 0$, từ điều kiện ta suy ra

$$x + y = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3}) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-3} + \sqrt{y+3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases}.$$

Khi đó, $P = 4(3^2 + (-3)^2) + 15 \cdot 3 \cdot (-3) = -63$.

— Xét trường hợp $x + y \geq 4$, ta có

$$x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3}) \leq 2\sqrt{2(x+y)} \Leftrightarrow x + y \leq 8 \Rightarrow x + y \in [4; 8].$$

Xét biểu thức $P = 4(x^2 + y^2) + 15xy = 4(x+y)^2 + 7xy$.

Đặt $t = x + y \in [4; 8] \Rightarrow P = 4t^2 + 7xy$.

Lại có

$$\begin{aligned} & (x+3)(y+3) \geq 0 \\ \Leftrightarrow & xy \geq -3(x+y) - 9 \\ \Rightarrow & P \geq 4(x+y)^2 - 21(x+y) - 63 = 4t^2 - 21t - 63. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = 4t^2 - 21t - 63$ trên đoạn $[4; 8]$ suy ra $P_{\min} = f(4) = -83$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 200. Cho x, y là các số thực thỏa mãn điều kiện $3^{x^2+y^2-2} \cdot \log_2(x-y) = \frac{1}{2}[1 + \log_2(1-xy)]$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = 2(x^3 + y^3) - 3xy$.

A. 7.

B. $\frac{13}{2}$.C. $\frac{17}{2}$.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x - y > 0 \\ 1 - xy > 0. \end{cases}$$

Ta có nhận xét

$$(x - y)^2 - 2(1 - xy) = x^2 + y^2 - 2.$$

Nên đặt $a = x - y > 0$ và $b = 1 - xy > 0$. Khi đó điều kiện được viết lại

$$3^{a^2-2b} \log_2 a = \frac{1}{2}[1 + \log_2 b].$$

Hay

$$3^{a^2} \log_2 a^2 = 3^{2b} \log_2(2b).$$

Xét hàm số $f(t) = 3^t \log_2 t$ trên miền $(0; +\infty)$.

$$\text{Có } f'(t) = 3^t(\log_2 t) \ln 3 + \frac{3^t}{t \ln 2} = \frac{3^t}{t \ln 2} (t \log_2 t \ln 3 \ln 2 + 1).$$

Xét thêm hàm số $g(t) = t \log_2 t \ln 3 \ln 2 + 1$ trên miền $(0; +\infty)$.

$$\text{Ta có } g'(t) = (\log_2 t + \frac{1}{\ln 2}) \ln 3 \ln 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 t + \log_2 e = 0 \Leftrightarrow \log_2(te) = 0 \Leftrightarrow te = 1 \Leftrightarrow t = e^{-1}.$$

Bảng biến thiên của $g(t)$.

t	0	e^{-1}	$+\infty$
$g'(t)$	-	0	+
$g(t)$	1	$-e^{-1} \ln 3 + 1$	$+\infty$

Do $-e^{-1} \ln 3 + 1 > 0$ nên kết luận được $g(t) > 0$ với mọi $t \in (0; +\infty)$. Từ đó suy ra $f'(t) > 0$ với mọi $t \in (0; +\infty)$. Nhận được $f(t)$ là hàm đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Điều kiện đã cho tương đương với $a^2 = 2b$, hay $(x - y)^2 = 2(1 - xy)$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2. \quad (1)$$

Nhận thấy điều kiện sau khi rút gọn (1) và biểu thức M đều là các biểu thức đối xứng với x, y . Nên đặt $S = x + y$ và $P = xy$.

Viết lại M như sau

$$M = 2[(x + y)^3 - 3xy(x + y)] - 3xy = 2(S^3 - 3PS) - 2P = 2S^3 - 6PS - 3P.$$

Điều kiện (1) suy ra $S^2 - 2P = 2 \Rightarrow 2P = S^2 - 2$. Thay vào M ta được

$$M = 2S^3 - 3(S^2 - 2)S - \frac{3}{2}(S^2 - 2) = -S^3 - \frac{3}{2}S^2 + 6S + 3.$$

Coi M là một hàm đối với S , ta tìm miền giá trị của S như sau

$$(x + y)^2 \leq 2(x^2 + y^2) = 4 \Rightarrow -2 \leq S \leq 2.$$

Xét hàm số $M(S)$ trên $[-2; 2]$. Ta có $M' = -3S^2 - 3S + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} S = 1 \\ S = -2 \end{cases}$.

Tính $M(-2) = -7, M(1) = \frac{13}{2}, M(2) = 1$.

Suy ra $M \leq \frac{13}{2}$, dấu bằng xảy ra khi $S = 1$ hay

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 + y^2 = 2 \\ x > y \\ 1 - xy > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ xy = -\frac{1}{2} \\ x > y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \\ y = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Vậy giá trị lớn nhất của M bằng $\frac{13}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 201. Cho hai số thực a, b thỏa mãn các điều kiện $a^2 + b^2 > 1$ và $\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2a + 4b - 3$ là

A. $\sqrt{10}$.

B. $2\sqrt{10}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Lời giải.

Do $a^2 + b^2 > 1$ nên

$$\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1 \Leftrightarrow a+b \geq a^2+b^2 \Leftrightarrow \left(a-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(b-\frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{2}.$$

Gọi

$$(C): \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}.$$

Ta có

$$P = 2a + 4b - 3 \Leftrightarrow 2a + 4b - 3 - P = 0.$$

Đặt $\Delta_P: 2x + 4y - 3 - P = 0$. Để P đạt giá trị lớn nhất thì Δ_P tiếp xúc với (C) .

Ta có

$$d(I, \Delta_P) = \frac{|2x_0 + 4y_0 - 3 - P|}{\sqrt{2^2 + 4^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow |-P| = \sqrt{10}.$$

Vậy P lớn nhất bằng $\sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 202. Bạn Hùng trúng tuyển vào trường đại học Bách Khoa Hà Nội nhưng do không đủ tiền nộp học phí nên Hùng quyết định vay ngân hàng trong 4 năm, mỗi năm vay 3.000.000 đồng để nộp học phí với lãi suất 3%/năm. Sau khóa học 4 năm, Hùng phải trả nợ (cả gốc lẫn lãi) bằng hình thức trả góp hàng tháng, mỗi tháng trả T đồng (T không đổi), và phải trả hết nợ trong 5 năm. Tìm T (làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng từ khi bắt đầu trả nợ, ngân hàng tính lãi theo lãi suất mới là 0,25%/tháng.

A. 253.982.

B. 232.289.

C. 345.821.

D. 567.900.

Lời giải.

Sau 1 năm học số tiền Hùng nợ là $3 + 3r = 3(1+r)$.

Sau 2 năm học số tiền Hùng nợ là $3(1+r)^2 + 3(1+r)$.

Tương tự sau 4 năm học số tiền Hùng nợ là

$$3(1+r)^4 + 3(1+r)^3 + 3(1+r)^2 + 3(1+r) = 12.927.407,43 = A$$

Số tiền nợ A này bắt đầu được tính lãi và được trả góp trong 5 năm.

Sau 1 tháng số tiền còn nợ là $A + Ar - T = A(1 + r) - T$.

Sau 2 tháng số tiền còn nợ là $A(1 + r) - T + (A(1 + r) - T)r - T = A(1 + r)^2 - T(1 + r) - T$.

Tương tự, sau 60 tháng số tiền còn nợ là $A(1 + r)^{60} - T(1 + r)^{59} - T(1 + r)^{58} - \dots - T(1 + r) - T$.

Bạn Hùng trả hết nợ khi $A(1 + r)^{60} - T(1 + r)^{59} - T(1 + r)^{58} - \dots - T(1 + r) - T = 0$

$$\Leftrightarrow A(1 + r)^{60} - T[(1 + r)^{59} - (1 + r)^{58} - \dots - (1 + r) - 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow A(1 + r)^{60} - T \frac{(1 + r)^{60} - 1}{1 + r - 1} = 0$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{Ar(1 + r)^{60}}{(1 + r)^{60} - 1}$$

$$\text{Suy ra } T = \frac{12.927.407,4 \cdot (1 + 0,0025)^{60} \cdot 0,0025}{(1 + 0,0025)^{60} - 1} \approx 232,289 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 203. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\ln x + \ln y \geq \ln(x^2 + y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y$.

A. $P = 6$.

B. $P = 2 + 3\sqrt{2}$.

C. $P = 3 + 2\sqrt{2}$.

D. $P = \sqrt{17} + \sqrt{3}$.

Lời giải.

Bất đề bài cho tương đương với

$$xy \geq x^2 + y \quad (1).$$

Nếu $x \leq 1$, ta có $xy \leq y < y + x^2$ (vô lí). Do đó $x > 1$. Khi đó

$$(1) \Leftrightarrow y(x - 1) \geq x^2$$

$$\Leftrightarrow y \geq \frac{x^2}{x - 1}$$

$$\Leftrightarrow x + y \geq x + \frac{x^2}{x - 1}$$

$$\Leftrightarrow x + y \geq 2x + 1 + \frac{1}{x - 1} = 2(x - 1) + \frac{1}{x - 1} + 3.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy

$$2(x - 1) + \frac{1}{x - 1} \geq 2\sqrt{2(x - 1) \cdot \frac{1}{x - 1}} = 2\sqrt{2}.$$

Suy ra $P = x + y \geq 2\sqrt{2} + 3$.

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}; y = \frac{\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{\frac{\sqrt{2}}{2}}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 204. Cho a, x là các số thực dương, $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a x = \log(a^x)$. Tìm giá trị lớn nhất của a .

A. 1.

B. $\log(2^e)$.

C. $e^{\sqrt{\frac{\ln 10}{e}}}$.

D. $10^{\sqrt{\frac{\log e}{2}}}$.

Lời giải.

Ta có: $\log_a x = \log(a^x) \Leftrightarrow \frac{\ln x}{\ln a} = x \frac{\ln a}{\ln 10} \Leftrightarrow (\ln a)^2 = \frac{\ln 10 \ln x}{x}$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, với $x > 0$.

Ta có: $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$, khi đó: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \ln x = 1 \Leftrightarrow x = e$. Suy ra: $\max_{x>0} f(x) = f(e) = \frac{1}{e}$.

Dẫn tới: $(\ln a)^2 \leq \frac{\ln 10}{e} \Rightarrow a \leq e^{\sqrt{\frac{\ln 10}{e}}}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = e$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 205. Có bao nhiêu giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = |e^{2x} - 4e^x + m|$ trên đoạn $[0; \ln 4]$ bằng 6?

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Đặt $t = e^x$, khi $x \in [0; \ln 4]$ ta có $t \in [1; 4]$ nên $u = e^{2x} - 4e^x \in [-4; 0]$. Do đó

$$\min_{u \in [-4; 0]} |u + m| = \begin{cases} 0 & \text{nếu } m \in [0; 4] \\ \min\{|m|; |m - 4|\} & \text{nếu } m \notin [0; 4] \end{cases}.$$

Yêu cầu bài toán tương đương với

$$\begin{cases} m \notin [0; 4] \\ m = -6 \vee m - 4 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow m = -6 \vee m = 10.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 206. Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn $5^x + 25^y + 125^z = 2018$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2}$.

A. $\frac{1}{6} \log_5 2016$.

B. $\frac{1}{3} \log_5 2018$.

C. $\frac{1}{2} \log_5 2017$.

D. $\log_5 2016$.

Lời giải.

Đặt $a = 5^x, b = 25^y, c = 125^z \Rightarrow a, b, c \geq 1$ và $a + b + c = 2018$.

Khi đó, ta có

$$\begin{aligned} (a-1)(b-1)(c-1) + (a-1)(b-1) + (b-1)(c-1) + (a-1)(c-1) &\geq 0 \\ \Rightarrow abc &\geq a + b + c - 2 \\ \Rightarrow abc &\geq 2016. \end{aligned}$$

Suy ra $5^{x+2y+3z} \geq 2016 \Rightarrow x + 2y + 3z \geq \log_5 2016 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} \geq \frac{1}{6} \log_5 2016$.

Dấu bằng xảy ra khi $x = \log_5 2016, y = z = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 207. Cho các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $0 < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a \frac{4(3b-1)}{9} + 8 \log_{\frac{2}{a}} a - 1$.

A. $A = 6$.

B. $3\sqrt[3]{2}$.

C. 8.

D. 7.

Lời giải.

Ta có: $(3b - 2)^2 \geq 2 \Leftrightarrow \frac{4(3b - 1)}{9} \leq b^2$. Khi đó:

$$\begin{aligned} P &\geq \log_a b^2 + 8 \log_{\frac{2}{a}} a - 1 \\ &= 2 \log_a b + 8 \log_{\frac{2}{a}} a - 1 \\ &= \log_a b + \log_a b + 8 \log_{\frac{2}{a}} a - 1 \\ &= (\log_a b - 1) + (\log_a b - 1) + 8 \cdot \left(\frac{1}{\log_a b - 1} \right)^2 + 1 \\ &\geq 3 \sqrt[3]{(\log_a b - 1) \cdot (\log_a b - 1) \cdot 8 \cdot \left(\frac{1}{\log_a b - 1} \right)^2} + 1 = 7. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = \sqrt[3]{\frac{2}{3}}; b = \frac{2}{3}$ và $\min(P) = 7$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 208. Cho hai số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn đẳng thức $(xy - 1) \cdot 2^{2xy-1} = (x^2 + y) \cdot 2^{x^2+y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $y_{\min}$ của y .

- A. $y_{\min} = 3$. B. $y_{\min} = 2$. C. $y_{\min} = 1$. D. $y_{\min} = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $(xy - 1) 2^{2xy-1} = (x^2 + y) 2^{x^2+y} \Leftrightarrow (2xy - 1 - 1) 2^{2xy-1} = (x^2 + y + 1 - 1) 2^{x^2+y+1}$. (1)

Xét hàm $f(t) = (t - 1) \cdot 2^t$ với $t \geq 1$.

Khi đó $f'(t) = 2^t + (t - 1) \cdot 2^t \cdot \ln 2 > 0$ với $t \geq 1$.

Từ (1) $\Leftrightarrow 2xy - 1 = x^2 + y + 1 \Leftrightarrow y = \frac{x^2 + 2}{2x - 1}$.

$$y' = \frac{2x^2 - 2x - 4}{(2x - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (nhận)} \\ x = -1 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
y'	—	—	0	+
y	—2	$+\infty$	2	$+\infty$

Vậy $y_{\min} = 2$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 209. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
y'	+	+	—	—	
y	—1	$+\infty$	4	$+\infty$	—1

Phương trình $f(2^{\sin x}) = 3$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$ ta xét phương trình $\sin x = m$ (1).

- Phương trình (1) có nghiệm khi $0 \leq m \leq 1$.
- $0 \leq m < \frac{1}{2}$ hoặc $m = 1$: phương trình (1) có 1 nghiệm.
- $\frac{1}{2} \leq m < 1$: phương trình (1) có 2 nghiệm.

Với mọi $x \in \left[0; \frac{5\pi}{6}\right] \Rightarrow 0 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2^{\sin x} \leq 2$.

Đặt $t = 2^{\sin x}$, $t \in [1; 2]$. Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(t) = 3$ có hai nghiệm thỏa:

- $1 < t < \sqrt{2} \Leftrightarrow 1 < 2^{\sin x} < \sqrt{2} \Leftrightarrow 0 < \sin x < \frac{1}{2} \Rightarrow f(2^{\sin x}) = 3$ có 1 nghiệm.
- $\sqrt{2} < t < 2 \Leftrightarrow \sqrt{2} < 2^{\sin x} < 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < \sin x < 1 \Rightarrow f(2^{\sin x}) = 3$ có 2 nghiệm.

Vậy phương trình $f(2^{\sin x}) = 3$ có 3 nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 210. Xét các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{3} < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a \left(\frac{3b-1}{4} \right) + 12 \log_{\frac{b}{a}}^2 a - 3$.

A. $\min P = 13$.B. $\min P = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.C. $\min P = 9$.D. $\min P = \sqrt[3]{2}$.**Lời giải.**

Ta có $(2b-1)^2(b+1) \geq 0 \Rightarrow 3b-1 \leq 4b^3$ và điều kiện bài toán suy ra $\log_a b > 0$.

Từ đó suy ra $P \geq 3 \log_a b + \frac{12}{(\log_a b - 1)^2} - 3 = \frac{3 \log_a b \cdot (\log_a b - 3)^2}{(\log_a b - 1)^2} + 9 \geq 9$.

Khi $b = \frac{1}{2}, a = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ thì $P = 9$. Vậy, $\min P = 9$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 211. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log(x+2y) = \log x + \log y$. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2}{1+2y} + \frac{4y^2}{1+x}$ là

A. 6.

B. $\frac{32}{5}$.C. $\frac{31}{5}$.D. $\frac{29}{5}$.**Lời giải.**

Ta có $\log(x+2y) = \log xy \Leftrightarrow x+2y = xy$.

Đặt $2y = z$, ta có $x, z > 0$ thỏa mãn $2(x+z) = xz \leq \left(\frac{x+z}{2}\right)^2 \Rightarrow x+z \geq 8$. Lại có

$$P = \frac{x^2}{1+z} + \frac{z^2}{1+x} \geq \frac{(x+z)^2}{2+x+z} = x+z-2 + \frac{4}{2+x+z}.$$

Xét $f(t) = t-2 + \frac{4}{t+2}$, $f'(t) = 1 - \frac{4}{(t+2)^2} > 0, \forall t \geq 8$ nên $\min_{t \geq 8} f(t) = f(8) = \frac{32}{5}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{32}{5}$ khi $x = z = 4$ hay $(x; y) = (4; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 212. Gọi S là tập hợp các cặp số thực $(x; y)$ sao cho $x \in [-1; 1]$ và

$$\ln(x-y)^x - 2017x = \ln(x-y)^y - 2017y + e^{2018}.$$

Biết rằng giá trị lớn nhất của biểu thức $P = e^{2018}(y+1) - 2018x^2$ với $(x; y) \in S$ đạt được tại $(x_0; y_0)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0 \in (-1; 0)$.

B. $x_0 = -1$.

C. $x_0 = 1$.

D. $x_0 \in [0; 1)$.

Lời giải.

Điều kiện $x > y$. Từ giả thiết ta có

$$(x - y) [\ln(x - y) - 2017] = e^{2018}.$$

Đặt $t = x - y > 0$, xét hàm số $f(t) = t(\ln t - 2017) - e^{2018}$. Suy ra $f'(t) = \ln t - 2016$. Ta có bảng biến thiên của $f(t)$

t	0	e^{2016}	$+\infty$
$f'(t)$	—	0	+
$f(t)$	$-e^{2018}$	$f(e^{2016}) < 0$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(t) = 0$ có duy nhất một nghiệm mà $f(e^{2018}) = 0$ nên suy ra $x - y = e^{2018}$ hay $y = x - e^{2018}$. Khi đó

$$P = -2018x^2 + e^{2018}x - e^{2018}(e^{2018} - 1).$$

Tam thức bậc hai P có hệ số $a < 0$ và hoành độ đỉnh là $\frac{e^{2018}}{4036} > 1$ nên $\max_{[-1;1]} P = P(1)$. Vậy $x_0 = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 213. Cho biểu thức $f(x) = \frac{1}{2018^x + \sqrt{2018}}$. Tính tổng sau

$$S = \sqrt{2018} [f(-2017) + f(-2016) + \cdots + f(0) + f(1) + \cdots + f(2018)]$$

A. $S = \sqrt{2018}$.

B. $S = \frac{1}{2018}$.

C. $S = 2018$.

D. $S = \frac{1}{\sqrt{2018}}$.

Lời giải.

Xét hai số $a, b \in \mathbb{R}$ sao cho $a + b = 1 \Leftrightarrow a - 1 = -b$.

$$\begin{aligned} f(a) + f(b) &= \frac{1}{2018^a + \sqrt{2018}} + \frac{1}{2018^b + \sqrt{2018}} = \frac{1}{2018 \cdot 2018^{a-1} + \sqrt{2018}} + \frac{1}{2018^b + \sqrt{2018}} \\ &= \frac{1}{2018 \cdot 2018^{-b} + \sqrt{2018}} + \frac{1}{2018^b + \sqrt{2018}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2018}(\sqrt{2018} \cdot 2018^{-b} + 1)} + \frac{1}{2018^b + \sqrt{2018}} \\ &= \frac{2018^b}{\sqrt{2018}(\sqrt{2018} + 2018^b)} + \frac{1}{2018^b + \sqrt{2018}} = \frac{2018^b + \sqrt{2018}}{\sqrt{2018}(\sqrt{2018} + 2018^b)} = \frac{1}{\sqrt{2018}} \end{aligned}$$

$$S = \sqrt{2018} [f(-2017) + f(-2016) + \cdots + f(0) + f(1) + \cdots + f(2018)]$$

$$= \sqrt{2018} [f(-2017) + f(2018) + f(-2016) + f(2017) + \cdots + f(0) + f(1)] = \sqrt{2018} \cdot \frac{2018}{\sqrt{2018}} = 2018.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 214. Để đầu tư dự án trồng rau sạch theo công nghệ mới, bác A đã làm hợp đồng xin vay vốn ngân hàng với số tiền 100 triệu đồng với lãi suất $x\%$ trên một năm. Điều kiện kèm theo của hợp đồng là số tiền lãi tháng trước sẽ được tính làm vốn để sinh lãi cho tháng sau. Sau hai năm thành công với dự án rau sạch của mình, bác A đã thanh toán hợp đồng ngân hàng số tiền làm tròn là 129.512.000 đồng. Hỏi lãi suất trong hợp đồng giữa bác A và ngân hàng là bao nhiêu?

A. $x = 14$.

B. $x = 15$.

C. $x = 13$.

D. $x = 12$.

Lời giải.

Theo công thức lãi kép ta có $129.512.000 = 100.000.000 \left(1 + \frac{x}{1200}\right)^{24}$.

$$\text{Suy ra } x = \left(\sqrt[24]{\frac{129.512.000}{100.000.000}} - 1\right) \cdot 1200 \simeq 13.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 215. Cho $0 < a \neq 1$. Xét x, y là các số thực không âm thỏa mãn điều kiện $x + y = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$S = 3x^2 \left(\log_a \left[\left(\sqrt[3]{-a} \right)^2 \cdot a^{\frac{-1}{3}} \right] \right) y^2 + \frac{\log 3}{6 \log 2} (\log_{0,1} 10^{2,4}) (\log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdots \log_{1023} 1024) xy.$$

A. $\min S = 0$.

B. $\min S = -4$.

C. $\min S = -3$.

D. $\min S = 1$.

Lời giải.

Ta có $(x + y)^2 \geq 4xy \Rightarrow xy \leq 1 \Rightarrow 0 \leq xy \leq 1$.

Biến đổi biểu thức trở thành: $S = x^2 y^2 - 4xy = t^2 - 4t$, với $t = xy$ và $0 \leq t \leq 1$.

$$S' = 2t - 4, S' = 0 \Leftrightarrow t = 2 \text{ (loại)}$$

$$S(0) = 0, S(1) = -3. \text{ Suy ra: } \min S = -3.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 216. Cho hàm số $f(x) = \frac{2^x}{2^x + 2}$. Khi đó tổng $f(0) + f\left(\frac{1}{10}\right) + \cdots + f\left(\frac{19}{10}\right)$ có giá trị bằng

A. $\frac{59}{6}$.

B. 10.

C. $\frac{19}{2}$.

D. $\frac{28}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Với } a + b = 2 \text{ ta có: } f(a) + f(b) = f(a) + f(2 - a) = \frac{2^a}{2^a + 2} + \frac{2^{2-a}}{2^{2-a} + 2} = \frac{2^a}{2^a + 2} + \frac{2}{2^a + 2} = 1.$$

$$\text{Suy ra: } f(0) + f(1) + \left[f\left(\frac{1}{10}\right) + f\left(\frac{19}{10}\right) \right] + \cdots + \left[f\left(\frac{9}{10}\right) + f\left(\frac{11}{10}\right) \right] = \frac{1}{3} + \frac{2}{2+2} + 9 \cdot 1 = \frac{59}{6}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 217. Cho x, y là các số dương thỏa mãn $xy \leq 4y - 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{6(2x + y)}{x} + \ln \frac{x + 2y}{y}$ là $a + \ln b$. Tính ab .

A. $ab = 45$.

B. $ab = 81$.

C. $ab = 115$.

D. $ab = 108$.

Lời giải.

$$\text{Từ } xy \leq 4y - 1 \text{ chia 2 vế cho } y^2 \text{ ta được } \frac{x}{y} \leq \frac{4}{y} - \frac{1}{y^2} = 4 - \left(2 - \frac{1}{y}\right)^2 \leq 4.$$

$$\text{Đặt } \frac{x}{y} = t \text{ thì } 0 < t \leq 4.$$

$$\text{Khi đó } P = f(t) = 12 + \frac{6}{t} + \ln(t + 2) \text{ có } f'(t) = \frac{-6}{t^2} + \frac{1}{t + 2} = \frac{t^2 - 6t - 12}{t^2(t + 2)}.$$

$$\text{Ta có } t^2 - 6t - 12 < 0 \Leftrightarrow t \in (3 - \sqrt{21}; 3 + \sqrt{21}) \supset (0; 4]. \text{ Suy ra } f'(t) < 0, \quad \forall t \in (0; 4].$$

$$\text{Vậy } \min_{(0;4]} f(t) = f(4) = \frac{27}{2} + \ln 6.$$

$$\text{Suy ra giá trị nhỏ nhất của } P \text{ bằng } \frac{27}{2} + \ln 6 \text{ khi } y = \frac{1}{2}, x = 2.$$

Khi đó $a = \frac{27}{2}; b = 6 \Rightarrow ab = 81$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 218. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}}$.

A. $3 + \sqrt{3}$.

B. 4.

C. $3 + 2\sqrt{3}$.

D. 6.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} \log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} &= x+2y \\ \Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) - \log_3(x+y) &= 3(x+y) - (2x+y+1) + 1 \\ \Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) + (2x+y+1) &= \log_3[3(x+y)] + 3(x+y). \quad (1) \end{aligned}$$

Xét hàm số $y = f(a) = \log_3 a + a$ trên $(0; +\infty)$.

Dễ thấy hàm số $y = f(a)$ là hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Do đó, (1) $\Leftrightarrow f(2x+y+1) = f(3(x+y)) \Leftrightarrow 2x+y+1 = 3(x+y) \Leftrightarrow x+2y = 1$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}} &= \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{y}} \\ &\geq \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{4}+y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{4}+y} + \frac{1}{\frac{1}{4}+y} \\ &\geq \frac{(1+1+1)^2}{x + \frac{1}{4} + y + \frac{1}{4} + y} = \frac{9}{x+2y+\frac{1}{2}} = 6. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 219. Một người mua một căn hộ chung cư với giá 500 triệu đồng. Người đó trả trước 100 triệu đồng. Số tiền còn lại người đó thanh toán theo hình thức trả góp với lãi suất tính theo tổng số tiền còn nợ là 0,5% mỗi tháng. Kể từ ngày mua, mỗi tháng người đó trả số tiền cố định là 4 triệu đồng (cả gốc lẫn lãi). Tính thời gian tối thiểu (làm tròn đến hàng đơn vị) để người đó trả hết nợ.

A. 140 tháng.

B. 136 tháng.

C. 133 tháng.

D. 144 tháng.

Lời giải.

— Đặt $P_0 = 400$ triệu đồng, $a = 4$ triệu đồng, $r = 0,5\%$.

— Số tiền người đó còn lại sau tháng thứ n được tính theo công thức

$$P_n = P_0 \cdot (1+r)^n - a \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

— Người đó trả hết nợ khi

$$\begin{aligned} P_n &\leq 0 \Leftrightarrow -0,5 \cdot 1,005^n + 1 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow n \geq \log_{1,005} 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 220. Cho hàm số $f(x) = \frac{2018^x}{2018^x + \sqrt{2018}}$. Tính $S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right)$.

A. $S = 2017$.

B. $S = 1008$.

C. $S = \sqrt{2016}$.

D. $S = 1006$.

Lời giải.

Xét hai số thực dương a và b sao cho $a + b = 1$. Ta có

$$\begin{aligned} f(a) + f(b) &= \frac{2018^a}{2018^a + \sqrt{2018}} + \frac{2018^b}{2018^b + \sqrt{2018}} \\ &= \frac{2 \cdot 2018^a 2018^b + \sqrt{2018} (2018^a + 2018^b)}{2018^a 2018^b + \sqrt{2018} (2018^a + 2018^b) + 2018} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Suy ra

$$\begin{aligned} S &= f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right) \\ &= \left[f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2016}{2017}\right) \right] + \dots + \left[f\left(\frac{1008}{2017}\right) + f\left(\frac{1009}{2017}\right) \right] = 1008. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 221. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $a > 0$ thỏa mãn $\left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^{2017} \leq \left(2^{2017} + \frac{1}{2^{2017}}\right)^a$.

A. $0 < a < 1$.

B. $1 < a < 2017$.

C. $0 < a \leq 2017$.

D. $a \geq 2017$.

Lời giải.

$$\text{Xét hàm } f(x) = \frac{\ln(2^x + 2^{-x})}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{(2^x - 2^{-x}) \ln 2^x - (2^x + 2^{-x}) \ln(2^x + 2^{-x})}{x^2(2^x + 2^{-x})}.$$

Vì $\ln 2^x < \ln(2^x + 2^{-x})$ và $0 < 2^x - 2^{-x} < 2^x + 2^{-x}$ nên $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ nghịch biến.

Do vậy

$$\begin{aligned} \left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^{2017} &\leq \left(2^{2017} + \frac{1}{2^{2017}}\right)^a \\ \Leftrightarrow 2017 \ln(2^a + 2^{-a}) &\leq a \ln(2^{2017} + 2^{-2017}) \\ \Leftrightarrow \frac{\ln(2^a + 2^{-a})}{a} &\leq \frac{\ln(2^{2017} + 2^{-2017})}{2017} \\ \Leftrightarrow a &\geq 2017. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 222. Cho a, b, c là các số thực thuộc đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $\log_2^3 a + \log_2^3 b + \log_2^3 c \leq 1$. Khi biểu thức $P = a^3 + b^3 + c^3 - 3(\log_2 a^a + \log_2 b^b + \log_2 c^c)$ đạt giá trị lớn nhất thì tổng $a + b + c$ là

A. 3.

B. $3 \cdot 2^{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}$.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Đặt $x = \log_2 a, y = \log_2 b, z = \log_2 c$.

Ta có $\log_2^3 a + \log_2^3 b + \log_2^3 c \leq 1 \Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 \leq 1; 0 \leq x, y, z \leq 1$.

Biểu thức $P = a^3 + b^3 + c^3 - 3(ax + by + cz)$.

Xét hàm số $f(t) = t - \log_2 t$ với $t \in [1; 2]$. $f'(t) = 1 - \frac{1}{t \ln 2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t_0 = \frac{1}{\ln 2}$.

Suy ra $f(t) \leq \max\{f(1), f(2), f(t_0)\} = 1, x \in [1; 2]$.

Do đó, $a - x - 1 \leq 0 \Rightarrow a^3 - 3ax - x^3 - 1 = (a - x - 1)(a^2 + x^2 + 1 + a + ax - x) \leq 0$.

Suy ra $a^3 - 3ax \leq x^3 + 1$.

Biểu thức $P = a^3 + b^3 + c^3 - 3(ax + by + cz) \leq x^3 + y^3 + z^3 + 3 \leq 4, P_{\max} = 4$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi hai trong ba số x, y, z bằng 0 và số còn lại bằng 1. Vậy $a + b + c = 4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 223. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \log_3(-x^2 + mx + 2m + 1)$ xác định với mọi $x \in (1; 2)$.

A. $m \geq -\frac{1}{3}$.

B. $m \geq \frac{3}{4}$.

C. $m > \frac{3}{4}$.

D. $m < -\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Hàm số xác định với mọi $x \in (1; 2)$

$$\Leftrightarrow -x^2 + mx + 2m + 1 > 0, \forall x \in (1; 2)$$

$$\Leftrightarrow m > \frac{x^2 - 1}{x + 2} = g(x), \forall x \in (1; 2)$$

$$\text{Xét } g(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2} = x - 2 + \frac{3}{x + 2} \Rightarrow g'(x) = 1 - \frac{3}{(x + 2)^2} > 0, \forall x \in (1; 2).$$

Do $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = \frac{3}{4}$. Vậy $m \geq \frac{3}{4}$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án **B** □

Câu 224. Cho các số $a, b > 1$ thỏa mãn $\log_2 a + \log_3 b = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = \sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b}$.

A. $\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$.

B. $\sqrt{\log_3 2} + \sqrt{\log_2 3}$.

C. $\frac{1}{2}(\log_2 3 + \log_3 2)$.

D. $\frac{2}{\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}}$.

Lời giải.

Ta có $P = \sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b} = \sqrt{\log_3 2} \sqrt{\log_2 a} + \sqrt{\log_2 3} \sqrt{\log_3 b}$. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz ta có $P^2 \leq (\log_3 2 + \log_2 3)(\log_2 a + \log_3 b) = \log_3 2 + \log_2 3$. Suy ra $P \leq \sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 225. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x + y}{x^2 + y^2 + xy + 2} = x(x - 3) + y(y - 3) + xy$.

Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của $P = \frac{3x + 2y + 1}{x + y + 6}$.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{3}} \frac{x + y}{x^2 + y^2 + xy + 2} &= x(x - 3) + y(y - 3) + xy \\ \Leftrightarrow 3(x + y) + \log_{\sqrt{3}}(3(x + y)) &= (x^2 + y^2 + xy + 2) + \log_{\sqrt{3}}(x^2 + y^2 + xy + 2). \end{aligned}$$

Hay $f(3(x + y)) = f(x^2 + y^2 + xy + 2)$ với $f(t) = t + \log_{\sqrt{3}} t$ có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln \sqrt{3}} > 0, \forall t > 0$.

Do vậy

$$\begin{aligned} 3(x + y) &= x^2 + y^2 + xy + 2 \\ \Leftrightarrow (4x^2 + 4xy + y^2) + 3(y^2 - 2y + 1) - 6(2x + y) + 5 &= 0 \\ \Rightarrow (2x + y)^2 - 6(2x + y) + 5 &= -3(y - 1)^2 \leq 0. \end{aligned}$$

Suy ra $1 \leq 2x + y \leq 5$. Do đó $P = 1 + \frac{2x + y - 5}{x + y + 6} \leq 1$.

Vậy $P_{\max} = 1$.

Chọn đáp án  □

Câu 226. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $2^y + y = 2x + \log_2(x + 2^{y-1})$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x}{y}$ bằng

A. $\frac{e + \ln 2}{2}$.

B. $\frac{e - \ln 2}{2}$.

C. $\frac{e \ln 2}{2}$.

D. $\frac{e}{2 \ln 2}$.

Lời giải.

Đặt $z = \log_2(x + 2^{y-1})$. Khi đó $2^z = x + 2^{y-1}$ hay $x = 2^z - 2^{y-1}$. Thay vào $2^y + y = 2x + z$, ta được

$$\begin{aligned} 2^y + y &= 2(2^z - 2^{y-1}) + z \Leftrightarrow 2^y + y = 2^{z+1} - 2^y + z \\ \Leftrightarrow 2^y + y + 2^y &= 2^{z+1} + z \Leftrightarrow 2^{y+1} + y = 2^{z+1} + z. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = 2^{t+1} + t$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có

$$f'(t) = 2^{t+1} \ln 2 + 1 > 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}.$$

Vậy hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó

$$2^{y+1} + y = 2^{z+1} + z \Leftrightarrow f(y) = f(z) \Leftrightarrow y = z.$$

Suy ra

$$x = 2^z - 2^{y-1} = 2^y - 2^{y-1} = 2^{y-1}.$$

Vậy

$$P = \frac{x}{y} = \frac{2^{y-1}}{y}.$$

Xét hàm số $g(y) = \frac{2^{y-1}}{y}$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có

$$g'(y) = \frac{2^{y-1} y \ln 2 - 2^{y-1}}{y^2} = \frac{2^{y-1}(y \ln 2 - 1)}{y^2}.$$

Bảng biến thiên

y	0	$\frac{1}{\ln 2}$	$+\infty$
$g'(y)$	—	0	+
$g(y)$	$+\infty$	$g\left(\frac{1}{\ln 2}\right)$	$+\infty$

$$\text{Vậy } P_{\min} = g\left(\frac{1}{\ln 2}\right) = \frac{e \ln 2}{2}.$$

Chọn đáp án  □

Câu 227. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a > 0, 0 < b < 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{(2b)^a}{(2^a - b^a)^2} + \frac{2^a + 2b^a}{2b^a}.$$

A. $P_{\min} = \frac{9}{4}.$

B. $P_{\min} = \frac{7}{4}.$

C. $P_{\min} = \frac{13}{4}.$

D. $P_{\min} = 4.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = \frac{(2b)^a}{(2^a - b^a)^2} + \frac{2^a + 2b^a}{2b^a} = \frac{\left(\frac{2}{b}\right)^a}{\left(\left(\frac{2}{b}\right)^a - 1\right)^2} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{b}\right)^a + 1.$$

$$\text{Đặt } \left(\frac{2}{b}\right)^a = t, (t > 1). \text{ Khi đó ta có } P = \frac{t}{(t-1)^2} + \frac{1}{2} \cdot t + 1.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{t}{(t-1)^2} + \frac{1}{2} \cdot t + 1 \text{ với } t > 1.$$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{-(t^2+1)(t-3)}{2(1-t)^3} \text{ và } f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3.$$

Bảng biến thiên

t	1	3	$+\infty$
$f'(t)$	—	0	+
$f(t)$	$+\infty$	$\frac{13}{4}$	$+\infty$

$$\text{Vậy } P_{\min} = \frac{13}{4} \text{ khi } \left(\frac{2}{b}\right)^a = 3.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 228. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $3^{x^2+2x+1-2|x-m|} = \log_{x^2+2x+3}(2|x-m|+2)$ có đúng ba nghiệm phân biệt là

A. 3.

B. -2.

C. -3.

D. 2.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } 3^{x^2+2x+1-2|x-m|} &= \log_{x^2+2x+3}(2|x-m|+2) \Leftrightarrow \frac{3^{x^2+2x+3}}{3^{2|x-m|+2}} = \frac{\log_3(2|x-m|+2)}{\log_3(x^2+2x+3)} \\ &\Leftrightarrow 3^{x^2+2x+3} \cdot \log_3(x^2+2x+3) = 3^{2|x-m|+2} \cdot \log_3(2|x-m|+2) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 3^t \cdot \log_3 t \text{ với } t > 0.$$

$$\text{Ta có } f'(t) = 3^t \cdot \ln 3 \cdot \log_3 t + 3^t \cdot \frac{1}{t \cdot \ln 3} > 0 \text{ với mọi } t > 0.$$

$$\text{Suy ra } f(t) = 3^t \cdot \log_3 t \text{ đồng biến trên khoảng } (0; +\infty).$$

$$\text{Vậy } (1) \Leftrightarrow f(x^2+2x+3) = f(2|x-m|+2) \Leftrightarrow x^2+2x+3 = 2|x-m|+2 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 2|x-m| \quad (2)$$

$$\text{Lại có } (2) \Leftrightarrow [(x+1)^2 - 2(x-m)] \cdot [(x+1)^2 - 2(x-m)] = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2m + 1 = 0 & (3) \\ x^2 + 4x + 1 - 2m = 0 & (4) \end{cases}$$

Trường hợp 1. (3) chỉ có một nghiệm và (4) có hai nghiệm phân biệt khác nghiệm của (3)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1=0 \\ 2m+3>0 \\ 1-2m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2} \text{ (thỏa mãn).}$$

Trường hợp 2. (4) chỉ có một nghiệm và (3) có hai nghiệm phân biệt khác nghiệm của (4)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1<0 \\ 2m+3=0 \\ 2m+5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy tổng tất cả các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $-\frac{1}{2} + \left(-\frac{3}{2}\right) = -2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 229. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$9 \cdot 9^{x^2-2x} - (2m+1) \cdot 15^{x^2-2x+1} + (4m-2) \cdot 5^{2x^2-4x+2} = 0$$

có 2 nghiệm thực phân biệt.

A. $\frac{1}{2} < m < 1$.

B. $m > \frac{3+\sqrt{6}}{2}$ hoặc $m < \frac{3-\sqrt{6}}{2}$.

C. $m > 1$ hoặc $m < \frac{1}{2}$.

D. $\frac{3-\sqrt{6}}{2} < m < \frac{3+\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & 9 \cdot 9^{x^2-2x} - (2m+1) \cdot 15^{x^2-2x+1} + (4m-2) \cdot 5^{2x^2-4x+2} = 0 \quad (1) \\ \Leftrightarrow & 9^{x^2-2x+1} - (2m+1) \cdot 15^{x^2-2x+1} + (4m-2) \cdot 25^{x^2-2x+1} = 0 \\ \Leftrightarrow & \left(\frac{3}{5}\right)^{2(x^2-2x+1)} - (2m+1) \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2-2x+1} + (4m-2) = 0. \end{aligned}$$

Đặt $t = \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2-2x+1} \Rightarrow t \in (0; 1]$. Phương trình (1) trở thành

$$t^2 - (2m+1)t + 4m-2 = 0 \Leftrightarrow (t-2)(t-2m+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 & (\text{loại}) \\ t = 2m-1. \end{cases}$$

Xét $g(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2-2x+1}$ có $g'(x) = (2x-2) \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2-2x+1} \cdot \ln \frac{3}{5}$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$0 \nearrow 1 \searrow 0$		

Do đó phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $\left(\frac{3}{5}\right)^{x^2-2x+1} = 2m-1$ có hai nghiệm phân biệt. Khi đó đồ thị $y = g(x)$ cắt đồ thị $y = 2m-1$ tại hai giao điểm

$$\Leftrightarrow 0 < 2m-1 < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 230. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\log_2(x-1) - \log_2(x^2-3x+m) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

A. $2 \leq m < 3$.

B. $2 < m \leq 3$.

C. $2 < m < 3$.

D. $m > 2$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x-1) - \log_2(x^2-3x+m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = x^2-3x+m \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4x+m+1=0 \\ x > 1. \end{cases}$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $x^2-4x+m+1=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 đều lớn hơn 1

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1-1 > 0 \\ x_2-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-m-1 > 0 \\ x_1-1+x_2-1 > 0 \\ (x_1-1)(x_2-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ x_1+x_2 > 2 \\ x_1x_2-(x_1+x_2)+1 > 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ 4 > 2 \\ m+1-4+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m < 3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 231. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $4^{x^2-2x+1} - m2^{x^2-2x+2} + 6m - 5 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt

A. $m > 5$.

B. $5 < m < 6$.

C. $m \geq 5$.

D. $5 < m \leq 6$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^{x^2-2x+1}$ ($t \geq 1$). Ta có phương trình $t = 2^{x^2-2x+1}$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow t > 1$.

Phương trình trở thành $t^2 - 2mt + 6m - 5 = 0$, ($t \geq 1$).

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow t^2 - 2mt + 6m - 5 = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt } t_1, t_2 \in (1; +\infty) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 > 0 \\ t_1 - 1 + t_2 - 1 > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty) \\ 2m > 2 \\ 6m - 5 - 2m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty) \\ m > 1 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 5. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 232. Cho hai số thực $a > 1, b > 1$. Biết phương trình $a^x \cdot b^{x^2-1} = 1$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \left(\frac{x_1x_2}{x_1+x_2}\right)^2 - 4(x_1+x_2)$.

A. $3\sqrt[3]{4}$.

B. 4.

C. $3\sqrt[3]{2}$.

D. $\sqrt[3]{4}$.

Lời giải.

Ta có $a^x \cdot b^{x^2-1} = 1 \Leftrightarrow x + (x^2-1)\log_a b = 0 \Leftrightarrow (\log_a b) \cdot x^2 + x - \log_a b = 0$.

Do phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 nên theo định lý Viet ta có

$$x_1 + x_2 = -\frac{1}{\log_a b} = -\log_b a \text{ và } x_1x_2 = -1.$$

Khi đó $S = \frac{1}{\log_b^2 a} + 4\log_b a$, đặt $t = \log_b a$. Do $b > 1, a > 1$ nên $t > 0$. Vậy

$$S = \frac{1}{t^2} + 4t = \frac{1}{t^2} + 2t + 2t \geq 3\sqrt[3]{4}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{1}{t^2} = 2t \Leftrightarrow t = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. Vậy $\min_{t>0} S = 3\sqrt[3]{4}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 233. Biết rằng phương trình $e^x - e^{-x} = 2 \cos ax$ (a là tham số) có 3 nghiệm thực phân biệt. Hỏi phương trình $e^x - e^{-x} = 2 \cos ax + 4$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 5.

B. 10.

C. 6.

D. 11.

Lời giải.

Kí hiệu $e^x - e^{-x} = 2 \cos ax$ là phương trình (1) và $e^x - e^{-x} = 2 \cos ax + 4$ là phương trình (2).

Ta có $e^x - e^{-x} = 2 \cos ax + 4 \Leftrightarrow e^{2\frac{x}{2}} - e^{-2\frac{x}{2}} + 2 = 2(\cos ax + 1) \Leftrightarrow (e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}})^2 = \left(2 \cos \frac{ax}{2}\right)^2$.

$$\text{Do đó } e^x - e^{-x} = 2 \cos ax + 4 \Leftrightarrow \begin{cases} e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}} = 2 \cos \frac{ax}{2} \\ e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}} = -2 \cos \frac{ax}{2}. \end{cases}$$

Suy ra cứ mỗi nghiệm của phương trình (1) sẽ có 2 nghiệm của phương trình (2).

Thật vậy, với x_0 là nghiệm của (1) thì $2x_0$ và $-2x_0$ là các nghiệm của (2).

Vậy phương trình cần tìm có 6 nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 234. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $(7 - 3\sqrt{5})^{x^2} + m(7 + 3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

A. $0 < m < \frac{1}{16}$.

B. $-\frac{1}{2} < m \leq \frac{1}{16}$.

C. $0 \leq m < \frac{1}{16}$.

D. $-\frac{1}{2} < m \leq 0$ hoặc $m = \frac{1}{16}$.

Lời giải.

Ta có

$$(7 - 3\sqrt{5})^{x^2} + m(7 + 3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1} \Leftrightarrow \left(\frac{7 - 3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} + m\left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} = \frac{1}{2}$$

Đặt $t = \left(\frac{7 - 3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2}$, $0 < t \leq 1$.

Nhận thấy $t = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Khi $0 < t < 1$ cho ta hai giá trị của x là $x = \pm \log_{\frac{7-3\sqrt{5}}{2}} t$.

Do $\left(\frac{7 - 3\sqrt{5}}{2}\right) \cdot \left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right) = 1$ nên $\left(\frac{7 - 3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} = \frac{1}{t}$.

Phương trình trở thành $t + m \cdot \frac{1}{t} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -t^2 + \frac{1}{2}t$. (*)

Xét hàm số $f(t) = -t^2 + \frac{1}{2}t$ với $0 < t \leq 1$.

Ta có $f'(t) = -2t + \frac{1}{2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{4}$.

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{4}$	1
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	0	$\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{2}$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có đúng một nghiệm $0 < t < 1$.

Từ bảng biến thiên ta có $-\frac{1}{2} < m \leq 0$ hoặc $m = \frac{1}{16}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 235. Cho phương trình $x^2 + 7x + 3 - \ln(x + 4) = 0$ và $x^2 - 11x + 21 - \ln(6 - x) = 0$. Đặt T là tổng các nghiệm phân biệt của hai phương trình đã cho, ta có

A. $T = 2$.

B. $T = 4$.

C. $T = 8$.

D. $T = 6$.

Lời giải.

Đặt $t = x + 4, t > 0$ phương trình $x^2 + 7x + 3 - \ln(x + 4) = 0$ trở thành $t^2 - t - 9 - \ln t = 0$.

Đặt $m = 6 - x$ phương trình $x^2 - 11x + 21 - \ln(6 - x) = 0$ trở thành $m^2 - m - 9 - \ln m = 0$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - t - 9 - \ln t$ trên $(0; +\infty)$ ta có bảng biến thiên sau:

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$+\infty$	-9	$+\infty$

Từ đó suy ra phương trình $t^2 - t - 9 - \ln t = 0$ có hai nghiệm t_1, t_2 phân biệt. Và hai nghiệm t_1, t_2 đó cũng là nghiệm của phương trình $m^2 - m - 9 - \ln m = 0$.

Vậy phương trình $x^2 + 7x + 3 - \ln(x + 4) = 0$ sẽ có 2 nghiệm phân biệt là $x_1 = t_1 - 4, x_2 = t_2 - 4$ và phương trình $x^2 - 11x + 21 - \ln(6 - x) = 0$ có hai nghiệm là $x_3 = 6 - t_1, x_4 = 6 - t_2$.

Vậy tổng các nghiệm phân biệt của hai phương trình bằng $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 236. Có bao nhiêu giá trị của m nguyên trong đoạn $[-2017; 2017]$ để phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x + 3) = \log_3(mx)$ có nghiệm duy nhất?

A. 2018.

B. 2020.

C. 2019.

D. 2017.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x > -3; mx > 0$.

$$\log_{\sqrt{3}}(x + 3) = \log_3(mx) \Leftrightarrow \log_3(x + 3)^2 = \log_3(mx) \Leftrightarrow x^2 + (6 - m)x + 9 = 0.$$

$$\text{Để phương trình có nghiệm thì } \Delta = m^2 - 12m \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 12 \\ m < 0. \end{cases}$$

— TH1: $m = 12$, phương trình tương đương $(x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ (thỏa mãn điều kiện xác định).

Suy ra $m = 12$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

— TH2: $m > 12 \Rightarrow x > 0$, áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 6 > 6 \\ x_1 \cdot x_2 = 9 > 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 > 0; x_2 > 0 \text{ (thỏa mãn điều kiện xác định).}$$

Suy ra $m > 12$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

— TH3: $m < 0 \Rightarrow x < 0$, áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 6 < -6 \\ x_1 \cdot x_2 = 9 > 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 < 0; x_2 < 0.$$

Giả sử $x_1 > x_2 \Rightarrow -6 > x_1 + x_2 > 2x_2 \Rightarrow \begin{cases} x_2 < -3 \text{ (không thỏa mãn điều kiện xác định)} \\ 0 > x_1 > -3 \text{ (thỏa mãn điều kiện xác định)}. \end{cases}$

Suy ra $m < 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $m = 12$ hoặc $m < 0$ thì phương trình có nghiệm duy nhất.

Do m nguyên và thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ nên có 2018 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 237. Các giá trị của tham số m để phương trình $2 \log(x+3) = \log(mx)$ có đúng một nghiệm là

- A. $\begin{cases} m = 0 \\ m > 12 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{1}{4} \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = \frac{1}{4} \\ m < 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = 12 \\ m < 0 \end{cases}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x > -3; mx > 0$.

$$2 \log(x+3) = \log(mx) \Leftrightarrow x^2 + (6-m)x + 9 = 0.$$

Để phương trình có nghiệm thì $\Delta = m^2 - 12m \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 12 \\ m < 0. \end{cases}$

— TH1: $m = 12$, phương trình tương đương $(x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ (thỏa mãn điều kiện xác định).

Suy ra $m = 12$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

— TH2: $m > 12 \Rightarrow x > 0$, áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 6 > 6 \\ x_1 \cdot x_2 = 9 > 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 > 0; x_2 > 0 \text{ (thỏa mãn điều kiện xác định)}.$$

Suy ra $m > 12$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

— TH3: $m < 0 \Rightarrow x < 0$, áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 6 < -6 \\ x_1 \cdot x_2 = 9 > 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 < 0; x_2 < 0.$$

Giả sử $x_1 > x_2 \Rightarrow -6 > x_1 + x_2 > 2x_2 \Rightarrow \begin{cases} x_2 < -3 \text{ (không thỏa mãn điều kiện xác định)} \\ 0 > x_1 > -3 \text{ (thỏa mãn điều kiện xác định)}. \end{cases}$

Suy ra $m < 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $m = 12$ hoặc $m < 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 238. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $16^x + 4^{4038} - 2m \cdot 4^x \cdot \cos \pi x = 0$ có nghiệm duy nhất?

- A. 1. B. 2. C. 6. D. 0.

Lời giải.

Xét phương trình $16^x + 4^{4038} - 2m \cdot 4^x \cdot \cos \pi x = 0 \Leftrightarrow 4^x + 4^{4038-x} - 2m \cos(\pi x) = 0 \quad (1).$

Đặt $f(x) = 4^x + 4^{4038-x} - 2m \cos(\pi x)$ ta có

$$f(4038 - x) = 4^{4038-x} + 4^x - 2m \cos(4038 - x)\pi = 4^{4038-x} + 4^x - 2m \cos(\pi x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}.$$

Nên x_0 là nghiệm của (1) khi và chỉ khi $4038 - x_0$ cũng là nghiệm của (1), do đó x_0 là nghiệm duy nhất của phương trình (1) thì $x_0 = 4038 - x_0 \Leftrightarrow x_0 = 2019$.

— **Điều kiện cần:** $x_0 = 2019$ là nghiệm của (1), khi đó

$$4^{2019} + 4^{2019} = 2m \cdot \cos(2019\pi) \Leftrightarrow 2 \cdot 4^{2019} = -2m \Rightarrow m = -4^{2019} \in \mathbb{Z}.$$

— **Điều kiện đủ:** Với $m = -4^{2019}$, phương trình (1) trở thành $4^x + 4^{4038-x} = -2 \cdot 4^{2019}$.

$$\cos(\pi x) \quad (2)$$

$$VT(2) = 4^x + 4^{4038-x} \geq 2\sqrt{4^x \cdot 4^{4038-x}} = 2 \cdot 4^{2019}.$$

$$VP(2) = -2 \cdot 4^{2019} \cdot \cos(\pi x) \leq 2 \cdot 4^{2019}.$$

$$\text{Do đó (2)} \Leftrightarrow \begin{cases} 4^x = 4^{4038-x} \\ \cos(\pi x) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2019.$$

$\Rightarrow$ (2) có nghiệm duy nhất.

Vậy $m = -4^{2019}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 239. Cho m, n là các số nguyên dương khác 1. Gọi P là tích các nghiệm của phương trình $2018(\log_m x) \cdot (\log_n x) = 2017 \log_m x + 2018 \log_n x + 2019$. P nguyên và đạt giá trị nhỏ nhất khi

A. $m \cdot n = 2^{2020}$. **B.** $m \cdot n = 2^{2017}$. **C.** $m \cdot n = 2^{2019}$. **D.** $m \cdot n = 2^{2018}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $x > 0$.

Với điều kiện đó, phương trình đã cho viết lại thành

$$2018 \log_m x \cdot (\log_n m \cdot \log_m x) - 2017 \log_m x - 2018 \log_n m \cdot \log_m x - 2019 = 0 \quad (1).$$

Đặt $t = \log_m x$, $t \in \mathbb{R}$. Khi đó, phương trình (1) trở thành

$$2018 (\log_n m) \cdot t^2 - (2017 + 2018 \log_n m)t - 2019 = 0 \quad (2).$$

Vì $2018 \cdot \log_n m \cdot (-2019) < 0$ nên phương trình (2) có hai nghiệm trái dấu, suy ra phương trình (1) luôn có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Xét } \log_m(x_1 \cdot x_2) = \log_m x_1 + \log_m x_2 = \frac{2017 + 2018 \log_n m}{2018 \log_n m} = \frac{2017}{2018 \log_n m} + 1.$$

$$\text{Suy ra } x_1 \cdot x_2 = m^{\frac{2017}{2018 \log_n m} + 1} = m^{\frac{2017}{2018} \log_m n + 1} = m \cdot n^{\frac{2017}{2018}}.$$

Theo bài ra, do m là số nguyên dương khác 1 nên $m \geq 2$ hay $P = x_1 \cdot x_2 \geq 2^{\frac{2017}{2018} \sqrt{n^{2017}}}$.

Mặt khác n là số nguyên dương khác 1 nên $n \geq 2$ và 2017, 2018 là hai số nguyên tố cùng nhau nên để P nguyên và có giá trị nhỏ nhất thì $n = 2^{2018}$. Lúc đó $m \cdot n = 2 \cdot 2^{2018} = 2^{2019}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 240. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $4 + \log_2(x^2) = 2 \log_2(x^2 + m - 3)$ có đúng 2 nghiệm?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $x \neq 0$ và $x^2 + m - 3 > 0$. Ta có

$$\begin{aligned} 4 + \log_2(x^2) &= 2 \log_2(x^2 + m - 3) \\ \Leftrightarrow 2 + \frac{1}{2} \log_2(x^2) &= \log_2(x^2 + m - 3) \\ \Leftrightarrow \log_2 4|x| &= \log_2(x^2 + m - 3) \\ \Leftrightarrow 4|x| &= x^2 + m - 3 \\ \Leftrightarrow -x^2 + 4|x| + 3 &= m. \end{aligned} \quad (1)$$

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4|x| + 3$ và đường thẳng $y = m$.

Ta có

$$y = -x^2 + 4|x| + 3 = \begin{cases} -x^2 + 4x + 3 & \text{nếu } x \geq 0 \\ -x^2 - 4x + 3 & \text{nếu } x < 0. \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số trên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	7	3	7	$-\infty$

- Khi $m = 3$ phương trình (1) có 2 nghiệm.
- Khi $m = 7$ phương trình (1) có 2 nghiệm.
- Khi $m < 3$ phương trình (1) có 2 nghiệm. Theo đề bài $m \in \{1; 2\}$.

Vậy $m \in \{1; 2; 3; 7\}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 241. Cho phương trình $4^{-|x-m|} \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{-x^2+2x} \log_{\frac{1}{2}}(2|x-m| + 2) = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình trên có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m < -\frac{3}{2}$ hoặc $m > -\frac{1}{2}$.

B. $m < \frac{1}{2}$ hoặc $m > \frac{3}{2}$.

C. $m > -\frac{1}{2}$.

D. $m < \frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} & 4^{-|x-m|} \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{-x^2+2x} \log_{\frac{1}{2}}(2|x-m| + 2) = 0 \\ \Leftrightarrow & 2 \cdot 2^{-2|x-m|} \log_2(x^2 - 2x + 3) = 2^{-x^2+2x} \log_2(2|x-m| + 2) \\ \Leftrightarrow & 2^{x^2-2x+1} \log_2(x^2 - 2x + 3) = 2^{2|x-m|} \log_2(2|x-m| + 2). \quad (*) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t \log_2(t+2)$, $t \geq 0$.

$$f'(t) = 2^t \ln 2 \log_2(t+2) + \frac{2^t}{(t+2) \ln 2} > 0, \forall t \geq 0.$$

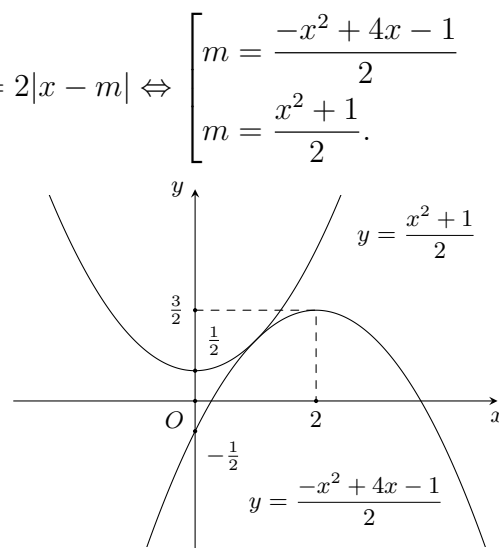
Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.

$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow f(x^2 - 2x + 1) = f(2|x-m|) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 2|x-m| \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-x^2 + 4x - 1}{2} \\ m = \frac{x^2 + 1}{2}. \end{cases}$$

Để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thì đường thẳng $y = m$ cắt hai đồ thị hàm số $g(x) = \frac{-x^2 + 4x - 1}{2}$ và

$h(x) = \frac{x^2 + 1}{2}$ tại đúng hai điểm phân biệt.

Từ đồ thị hàm số ta có $m < \frac{1}{2}$ hoặc $m > \frac{3}{2}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 242. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình sau vô nghiệm?

$$(3 + \sqrt{3})^{2x^2-4x+2m} - (3 + \sqrt{3})^{4x^2+4mx+4} + (2 - \sqrt{3})^{x^2+(2m+2)x+2-m} = (2 + \sqrt{3})^{3x^2+(6m+6)x+6-3m}$$

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta biến đổi phương trình thành

$$\begin{aligned} & (3 + \sqrt{3})^{2x^2-4x+4m} \left[1 - (3 + \sqrt{3})^{2x^2+4(1+m)x+4-2m} \right] \\ &= (2 - \sqrt{3})^{x^2+2(1+m)x+2-m} \left[1 - (2 + \sqrt{3})^{4x^2+8(1+m)x+8-4m} \right]. \end{aligned}$$

Ta có

— Nếu $x^2 + 2(1+m)x + 2 - m > 0$ thì: Vế trái âm, vế phải dương.

— Nếu $x^2 + 2(1+m)x + 2 - m < 0$ thì: Vế trái dương, vế phải âm.

— Nếu $x^2 + 2(1+m)x + 2 - m = 0$ thì: Vế trái bằng vế phải.

Vậy để phương trình ban đầu vô nghiệm thì phương trình $x^2 + 2(1+m)x + 2 - m = 0$ vô nghiệm, hay

$$(1+m)^2 - (2-m) > 0 \Leftrightarrow \frac{-1-\sqrt{13}}{2} < m < \frac{-1+\sqrt{13}}{2}.$$

Vì m nguyên nên có 4 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 243. Phương trình $\log_{\sqrt{2}}(mx - 6x^3) + 2\log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0$ có 3 nghiệm thực phân biệt khi

A. $m < 19$.

B. $m > 39$.

C. $19 < m < \frac{39}{2}$.

D. $19 < m < 39$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \log_{\sqrt{2}}(mx - 6x^3) + 2\log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0 \\ \Leftrightarrow & \log_{\sqrt{2}}(mx - 6x^3) - 2\log_2(-14x^2 + 29x - 2) \\ \Leftrightarrow & mx - 6x^3 = -14x^2 + 29x - 2 \\ \Leftrightarrow & m = \frac{6x^3 - 14x^2 + 29x - 2}{x}. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{6x^3 - 14x^2 + 29x - 2}{x}$ ta có $f'(x) = 12x - 14 + \frac{2}{x^2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}. \text{ Ta có } f(1) = 19, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{39}{2}, f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{121}{3}.$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		$+\infty$		$\frac{39}{2}$		$+\infty$	
		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		
			$\frac{121}{3}$		$-\infty$		19	
							$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên ta suy ra $19 < m < \frac{39}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 244. Cho cấp số cộng (a_n) , cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $a_2 > a_1 \geq 0, b_2 > b_1 \geq 1$ và hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ sao cho $f(a_2) + 2 = f(a_1)$ và $f(\log_2 b_2) + 2 = f(\log_2 b_1)$. Tìm số nguyên dương n (với $n > 1$) nhỏ nhất sao cho $b_n > 2018a_n$.

A. $n = 20$.

B. $n = 10$.

C. $n = 14$.

D. $n = 16$.

Lời giải.

Gọi công sai của cấp số cộng (a_n) là d . Theo giả thuyết thì $d > 0, a \geq 0$. (*)

$$\begin{aligned} f(a_2) + 2 &= f(a_1) \\ \Leftrightarrow f(a_1 + d) + 2 &= f(a_1) \\ \Leftrightarrow (a_1 + d)^3 - 3(a_1 + d) + 2 &= a_1^3 - 3a_1 \\ \Leftrightarrow 3a_1d(a_1 + d) + (d - 1)^2(d + 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3a_1d(a_1 + d) = 0 \\ (d - 1)^2(d + 2) = 0 \end{cases} &\text{ vì } 3a_1d(a_1 + d) \geq 0 \text{ và } (d - 1)^2(d + 2) \geq 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ d = 1 \end{cases} &\text{ thỏa mãn (*).} \end{aligned}$$

Làm tương tự, gọi q là công bội của cấp số nhân (b_n) , theo giả thuyết $q > 1, b_1 \geq 1$ (**)

$$f(\log_2 b_2) + 2 = f(\log_2 b_1) \Leftrightarrow f(\log_2 b_1 + \log_2 q) + 2 = f(\log_2 b_1).$$

$$\text{Giải như trên ta có nghiệm thỏa mãn (**)} \text{ là } \begin{cases} \log_2 b_1 = 0 \\ \log_2 q = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 1 \\ q = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } b_n = b_1 \cdot q^{n-1} = 2^{n-1}.$$

$$\text{Khi đó } b_n > 2018(n - 1) \Leftrightarrow 2^{n-1} > 2018(n - 1).$$

Dễ thấy $n = 16$ là số nguyên dương nhỏ nhất thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 245. Ông B mua một laptop với giá 16,5 triệu đồng theo hình thức trả góp với lãi suất 1,5%/tháng. Để mua trả góp ông phải trả trước 20% số tiền, số tiền còn lại trả dần trong 8 tháng kể từ ngày mua, mỗi lần cách nhau 1 tháng. Số tiền mỗi tháng trả như nhau và tiền lãi được tính theo nợ gốc còn lại ở cuối mỗi tháng. Hỏi nếu ông B mua theo hình thức trả góp như trên thì số tiền phải trả nhiều hơn so với giá niêm yết là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất không đổi trong thời gian ông B hoàn nợ (làm tròn đến chữ số hàng nghìn).

A. 2,125,000 đồng.

B. 1,628,000 đồng.

C. 907,000 đồng.

D. 906,000 đồng.

Lời giải.

Gọi x (triệu) là số tiền ông B phải trả mỗi tháng, đặt $r = 0,015$. Sau khi trả 20%, ông B còn nợ $A = 16,5 \cdot 0,8 = 13,2$ (triệu).

Sau tháng thứ 1, ông B còn nợ: $A(r + 1) - x$.

Sau tháng thứ 2, ông B còn nợ: $(A(r + 1) - x)(r + 1) - x = A(r + 1)^2 - x(r + 1) - x$

Sau tháng thứ 3, ông B còn nợ: $A(r + 1)^3 - x(r + 1)^2 - x(r + 1) - x$

Cứ như vậy, sau tháng thứ 8, ông B còn nợ: $A(r + 1)^8 - x(r + 1)^7 - x(r + 1)^6 - \dots - x$.

Theo đề bài, ông B trả hết nợ sau 8 tháng nên

$$\begin{aligned} & A(r+1)^8 - x(r+1)^7 - x(r+1)^6 - \dots - x = 0 \\ \Leftrightarrow & A(r+1)^8 - x(r+1)^7 - x(r+1)^6 - \dots - x = 0 \\ \Leftrightarrow & A(r+1)^8 - x \cdot \frac{(r+1)^8 - 1}{r+1-1} = 0 \\ \Leftrightarrow & x = \frac{A(r+1)^8 \cdot r}{(r+1)^8 - 1} \end{aligned}$$

Vậy số tiền ông phải trả thêm $8x - 13,2 = 0,906$ (triệu).

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 246. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để phương trình $2^{x^2+2x+3} - 2^{m^2x^2+1} = (1-m^2)x^2 + 2x + 2$ có hai nghiệm phân biệt. Số phần tử của S là

A. 15.

B. 17.

C. 18.

D. 16.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2+2x+3} - 2^{m^2x^2+1} = (1-m^2)x^2 + 2x + 2$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2+2x+3} - (x^2 + 2x + 3) = 2^{m^2x^2+1} - (m^2x^2 + 1). \quad (1)$$

Nhận thấy: $\begin{cases} x^2 + 2x + 3 \geq 2 \\ m^2x^2 + 1 \geq 1 \end{cases}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Xét hàm số: $f(t) = 2^t - t$ trên $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = 2^t \ln 2 - 1 > 0, \forall t \in \mathcal{D} \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathcal{D}$.

Khi đó $(1) \Leftrightarrow f(x^2 + 2x + 3) = f(m^2x^2 + 1) \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = m^2x^2 + 1$

$$\Leftrightarrow (1-m^2)x^2 + 2x + 2 = 0. \quad (2)$$

Phương trình ban đầu có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (2) có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} 1-m^2 \neq 0 \\ \Delta' = 1-2(1-m^2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \pm 1 \\ \begin{cases} m > \frac{\sqrt{2}}{2} \\ m < -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \end{cases}$$

Lại có m nguyên và thuộc khoảng $(-10; 10)$ nên $S = \{-9; -8; \dots; -2; 2; \dots; 8; 9\}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 247. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của phương trình $(7+3\sqrt{5})^x + m(7-3\sqrt{5})^x = 2^{x+3}$ có đúng một phần tử?

A. vô số.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (7+3\sqrt{5})^x + m(7-3\sqrt{5})^x = 2^{x+3} \Leftrightarrow \left(\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^x + m\left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^x = 8.$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^x, (t > 0) \text{ phương trình tương đương } t + \frac{m}{t} = 8 \Leftrightarrow t^2 - 8t + m = 0.$$

Do hàm số $t = \left(\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên với mỗi $t_0 > 0$ thì phương trình $t_0 = \left(\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^x$ có nghiệm duy nhất.

Do $m > 0$ nên phương trình $t^2 - 8t + m = 0$ nếu có nghiệm thì đều là nghiệm dương.

Như vậy, tập nghiệm của phương trình ban đầu có đúng một phần tử khi và chỉ khi $t^2 - 8t + m = 0$ có nghiệm duy nhất, tức là $\Delta = 0 \Leftrightarrow m = 16$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 248. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $[-2017; 2017]$ để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

A. 2017.

B. 4014.

C. 2018.

D. 4015.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log(mx) = 2\log(x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ mx = (x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1, x \neq 0 \\ m = \frac{(x+1)^2}{x} \end{cases}.$$

$$\text{Xét hàm } f(x) = \frac{(x+1)^2}{x} \quad (x > -1, x \neq 0); f'(x) = \frac{x^2-1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \quad (\text{loại}).$$

Bảng biến thiên

x	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	0 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 4	↗ $+\infty$	

Từ bảng biến thiên, suy ra phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\begin{cases} m = 4 \\ m < 0. \end{cases}$

Vì $m \in [-2017; 2017]$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên có 2018 giá trị m nguyên thỏa yêu cầu bài toán là $m \in \{-2017; -2016; \dots; -1; 4\}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 249. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để phương trình $2^{x^2+2x+3} - 2^{m^2x^2+1} = (1-m^2)x^2 + 2x + 2$ có hai nghiệm phân biệt. Số phần tử của S là

A. 15.

B. 17.

C. 18.

D. 16.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2^{x^2+2x+3} - 2^{m^2x^2+1} &= (1-m^2)x^2 + 2x + 2 \\ \Leftrightarrow 2^{x^2+2x+3} - (x^2 + 2x + 3) &= 2^{m^2x^2+1} - (m^2x^2 + 1). \quad (1) \end{aligned}$$

Nhận thấy $\begin{cases} x^2 + 2x + 3 \geq 2 \\ m^2x^2 + 1 \geq 1 \end{cases}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Xét hàm số $f(t) = 2^t - t$ liên tục trên $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 - 1 > 0, \forall t \in \mathcal{D} \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathcal{D}$.

Khi đó

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow f(x^2 + 2x + 3) = f(m^2x^2 + 1) \\ &\Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = m^2x^2 + 1 \\ &\Leftrightarrow (1-m^2)x^2 + 2x + 2 = 0. \quad (2) \end{aligned}$$

Phương trình ban đầu có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (2) có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} 1 - m^2 \neq 0 \\ \Delta' = 1 - 2(1 - m^2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \pm 1 \\ \begin{cases} m > \frac{\sqrt{2}}{2} \\ m < -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \end{cases}$$

Lại do m nguyên và thuộc khoảng $(-10; 10)$ nên $S = \{-9; -8; \dots; -2; 2; \dots; 8; 9\}$.

Vậy tập S có 16 phần tử.

Chọn đáp án **D** □

Câu 250. Cho hai số thực $x, y \in (0; 8)$ thỏa mãn điều kiện $(x+1)^{(x+1)(y+1)} \cdot (y+1)^9 = 3^{18}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$.

A. $\frac{11}{2}$.

B. $\frac{27}{5}$.

C. $-5 + 6\sqrt{3}$.

D. $-3 + 6\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (x+1)^{(x+1)(y+1)} \cdot (y+1)^9 &= 3^{18} \\ \Leftrightarrow \log_3 \left[(x+1)^{(x+1)(y+1)} \cdot (y+1)^9 \right] &= 18 \\ \Leftrightarrow (x+1)(y+1) \log_3(x+1) + 9 \log_3(y+1) &= 18 \\ \Leftrightarrow (x+1)(y+1) \log_3(x+1) &= 18 - 9 \log_3(y+1) \\ \Leftrightarrow (x+1) \log_3(x+1) &= \frac{18}{y+1} - \frac{9}{y+1} \log_3(y+1) \\ \Leftrightarrow (x+1) \log_3(x+1) &= \frac{9}{y+1} \log_3 \left(\frac{9}{y+1} \right). \end{aligned} \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = t \log_3 t$ với $t \in (1; 9)$, ta có $f'(t) = \log_3 t + \frac{1}{\ln 3} > 0$ với mọi $t \in (1; 9)$, do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(1; 9)$.

Từ (*) ta có $f(x+1) = f\left(\frac{9}{y+1}\right)$, do đó $x+1 = \frac{9}{y+1} \Leftrightarrow x = \frac{9}{y+1} - 1$.

$$\text{Vậy } P = \frac{9}{y+1} + 2y - 1 = \frac{9}{y+1} + 2(y+1) - 3 \geq 2\sqrt{18} - 3 = 6\sqrt{2} - 3.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } y = \frac{3}{\sqrt{2}} - 1.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 251. Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 9.

B. 20.

C. 21.

D. 19.

Lời giải.

Điều kiện: $x > m$.

$$\text{Ta có } 5^x + m = \log_5(x - m) \Leftrightarrow 5^x + x = x - m + \log_5(x - m). \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = 5^t + t$, $f'(t) = 5^t \ln 5 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Do đó từ (1) suy ra $x = \log_5(x - m) \Leftrightarrow m = x - 5^x$.

$$\text{Xét hàm số } g(x) = x - 5^x, g'(x) = 1 - 5^x \cdot \ln 5, g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \log_5 \frac{1}{\ln 5} = -\log_5 \ln 5 = x_0.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$g(x_0)$	$-\infty$

Do đó để phương trình có nghiệm thì $m \leq g(x_0) \approx -0,92$.

Các giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ là $\{-19; -18; \dots; -1\}$, có 19 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 252. Cho phương trình $4^{x^2-2x+1} - m \cdot 2^{x^2-2x+2} + 3m - 2 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

- A. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$. B. $m \geq 2$. C. $m > 2$. D. $m < 1$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^{x^2-2x+1}$, phương trình $4^{x^2-2x+1} - m \cdot 2^{x^2-2x+2} + 3m - 2 = 0$ (1) trở thành

$$t^2 - 2mt + 3m - 2 = 0 \quad (2)$$

Ta có $t' = 2^{x^2-2x+2} \cdot (x-1)$.

Cho $t' = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
t'	-	0	+
t	$+\infty$	1	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta suy ra:

- Nếu phương trình (2) có một nghiệm $t = 1$ thì phương trình (1) có 1 nghiệm x .
- Nếu phương trình (2) có một nghiệm $t > 1$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm x .

Từ (2) ta thấy $t = \frac{3}{2}$ không phải là nghiệm của phương trình nên (2) $\Leftrightarrow \frac{t^2 - 2}{2t - 3} = m$.

Đặt $f(t) = \frac{t^2 - 2}{2t - 3}$ với $t > 1, t \neq \frac{3}{2}$.

Ta có $f'(t) = \frac{2t(2t-3) - 2(t^2-2)}{(2t-3)^2} = \frac{2t^2 - 6t + 4}{(2t-3)^2}$.

Cho $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - 6t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2. \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên:

x	1	$\frac{3}{2}$	2	$+\infty$	
y'	0	-	-	0	+
y	1		$+\infty$	2	$+\infty$
		$-\infty$			

Phương trình (1) có 4 nghiệm 4 nghiệm x phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có 2 nghiệm $t > 1$.

Dựa vào bảng biến thiên phương trình (2) có 2 nghiệm $t > 1$ khi và chỉ khi $m > 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 253. Cho $\begin{cases} x, y \in \mathbb{R} \\ x, y \geq 1 \end{cases}$ sao cho $\ln\left(2 + \frac{x}{y}\right) + x^3 - \ln 3 = 19y^3 - 6xy(x + 2y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $T = x + \frac{1}{x + 3y}$.

A. $m = 1 + \sqrt{3}$.

B. $m = 2$.

C. $m = \frac{5}{4}$.

D. $m = 1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \ln\left(2 + \frac{x}{y}\right) + x^3 - \ln 3 &= 19y^3 - 6xy(x + 2y) \\ \Leftrightarrow \ln(2y + x) + x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3 &= \ln(3y) + 27y^3 \\ \Leftrightarrow \ln(2y + x) + (x + 2y)^3 &= \ln(3y) + (3y)^3 \end{aligned}$$

Đặt $f(x) = \ln x + x^3$ với $x \geq 1$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{x} + 3x^2 > 0 \forall x \geq 1$ nên $f(x)$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Mà $f(x + 2y) = f(3y) \Leftrightarrow x + 2y = 3y \Leftrightarrow x = y$.

Khi đó $T = x + \frac{1}{x + 3y} = x + \frac{1}{4x}$ với $x \geq 1$.

Ta có $T' = 1 - \frac{1}{4x^2}$. Cho $T' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Vì $x \geq 1$ nên ta loại cả hai nghiệm $x = \pm \frac{1}{2}$.

Ta có bảng biến thiên:

x	1	$+\infty$
T'	+	
T	$\frac{5}{4}$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên giá trị nhỏ nhất của biểu thức T là $m = \frac{5}{4}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 254. Cho các số thực x, y thỏa mãn $5 + 16 \cdot 4^{x^2-2y} = (5 + 16^{x^2-2y}) \cdot 7^{2y-x^2+2}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{10x + 6y + 26}{2x + 2y + 5}$. Tính $T = M + m$.

A. $T = 10$.

B. $T = \frac{21}{2}$.

C. $T = \frac{19}{2}$.

D. $T = 15$.

Lời giải.

Đặt $t = x^2 - 2y$, đẳng thức đã cho trở thành

$$5 + 16 \cdot 4^t = (5 + 4^{2t}) \cdot 7^{2-t} \Leftrightarrow \frac{5 + 4^{t+2}}{7^{t+2}} = \frac{5 + 4^{2t}}{t^{2t}}. \quad (1)$$

Ta thấy hàm số $f(u) = \frac{5+4^u}{7^u}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên

$$(1) \Leftrightarrow f(t+2) = f(2t) \Leftrightarrow t+2 = 2t \Leftrightarrow t = 2.$$

Từ $t = 2$ suy ra $x^2 - 2y = 2 \Leftrightarrow y = \frac{x^2 - 2}{2}$. Thay vào P ta được

$$P = \frac{3x^2 + 10x + 20}{x^2 + 2x + 3} \Leftrightarrow (3 - P)x^2 + 2(5 - P)x + 20 - 3P = 0. \quad (2)$$

Khi $P \neq 3$, vì P xác định nên phương trình (2) có nghiệm. Khi đó

$$\begin{aligned} \Delta' &\geq 0 \\ \Leftrightarrow (5 - P)^2 - (3 - P)(20 - 3P) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow -2P^2 + 19P - 35 &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{5}{2} \leq P &\leq 7. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } T = \frac{5}{2} + 7 = \frac{19}{2}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 255. Biết phương trình $\log_5 \frac{2\sqrt{x} + 1}{x} = 2 \log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$ có một nghiệm dạng $x = a + b\sqrt{2}$ trong đó a, b là các số nguyên. Tính $2a + b$.

A. 3.

B. 8.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \log_5 \frac{2\sqrt{x} + 1}{x} = 2 \log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \Leftrightarrow \log_5 \frac{2\sqrt{x} + 1}{x} = 2 \log_3 \left(\frac{x - 1}{2\sqrt{x}} \right).$$

Điều kiện $x > 1$.

$$\text{Xét } f(x) = \log_5 \frac{2\sqrt{x} + 1}{x} \text{ trên } (1; +\infty).$$

$$\text{Vì } f'(x) = \frac{\frac{x^2}{2\sqrt{x} + 1} - \frac{-\sqrt{x} - 1}{x}}{\frac{2\sqrt{x} + 1}{x} \ln 5} < 0, \forall x \in (1; +\infty) \text{ nên } f(x) \text{ là hàm số nghịch biến trên } (1; +\infty).$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = 2 \log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \text{ trên } (1; +\infty).$$

$$\text{Vì } g'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2x\sqrt{x}}}{\left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \ln 3} > 0, \forall x \in (1; +\infty) \text{ nên } g(x) \text{ là hàm số đồng biến trên } (1; +\infty).$$

Do đó, phương trình đã cho có tối đa một nghiệm.

$$\text{Mặt khác, từ hệ } \begin{cases} \log_5 \frac{2\sqrt{x} + 1}{x} = 0 \\ 2 \log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) = 0 \end{cases} \text{ ta giải được nghiệm } x = 3 + 2\sqrt{2}.$$

Vậy $x = 3 + 2\sqrt{2}$ là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.

Do đó, $a = 3$, $b = 2$ và $2a + b = 8$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 256. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2019; 2]$ để phương trình

$$(x - 1) [\log_3(4x + 1) + \log_5(2x + 1)] = 2x - m$$

có đúng hai nghiệm thực là

A. 1.

B. 2.

C. 2021.

D. 2022.

Lời giải.

Điều kiện $x > -\frac{1}{4}$.

TH1. Với $x = 1$, thay vào phương trình ta được $m = 2$.

Với $m = 2$, phương trình đã cho trở thành

$$(x-1)[\log_3(4x+1) + \log_5(2x+1)] = 2x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ \log_3(4x+1) + \log_5(2x+1) - 2 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Xét $f(x) = \log_3(4x+1) + \log_5(2x+1) - 2$, ta có

$f(x)$ luôn đồng biến và $f(0) \cdot f(2) = (-2) \cdot 1 < 0$, $f(1) \neq 0$ nên phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x_0 \neq 1$. Suy ra $m = 2$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

TH2. Với $x \neq 1$ thì phương trình đã cho tương đương $\log_3(4x+1) + \log_5(2x+1) - \frac{2x-m}{x-1} = 0$.

Xét hàm số $y = \log_3(4x+1) + \log_5(2x+1) - \frac{2x-m}{x-1}$ trên miền $\left(-\frac{1}{4}; 1\right) \cup (1; +\infty)$. Ta có

$y' = \frac{4}{(4x+1)\ln 3} + \frac{2}{(2x+1)\ln 5} + \frac{2-m}{(x-1)^2} > 0$ với mọi $x \in \left(-\frac{1}{4}; 1\right) \cup (1; +\infty)$, $m \leq 2$. Do đó ta có bảng biến thiên

x	$-\frac{1}{4}$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

phương trình $y = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt $x \in \left(-\frac{1}{4}; 1\right) \cup (1; +\infty)$ với mọi $m < 2$.

Vậy với mọi $m \in [-2019; 2]$ thì phương trình đã cho luôn có hai nghiệm thực phân biệt, hay có 2022 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 257. Biết phương trình $\log_{2018} \left(\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \right) = 2 \log_{2019} \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$ có nghiệm duy nhất $x = a + b\sqrt{2}$ trong đó a, b là những số nguyên. Khi đó $a + b$ bằng

A. 5.

B. -1.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Điều kiện $x > 1$.

— Xét hàm số $f(x) = \log_{2018} \left(\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \right)$, ta có $f'(x) = \frac{-\sqrt{x}-1}{(2x\sqrt{x}+x)\ln 2018} < 0, \forall x > 1$.

Suy ra hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Mặt khác, ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow \log_{2018} \left(\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \right) = 0 \Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 3 + 2\sqrt{2}$.

Suy ra $\begin{cases} f(x) > 0, \forall x \in (1; 3 + 2\sqrt{2}) \\ f(x) < 0, \forall x \in (3 + 2\sqrt{2}; +\infty) \end{cases}$.

— Xét hàm số $g(x) = 2 \log_{2019} \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$, ta có $g'(x) = \frac{x+1}{(x^2-x) \ln 2019} > 0, \forall x > 1$.

Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Mặt khác, ta có $g(x) = 0 \Leftrightarrow \log_{2019} \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) = 0 \Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 3 + 2\sqrt{2}$.

Suy ra $\begin{cases} g(x) < 0, \forall x \in (1; 3 + 2\sqrt{2}) \\ g(x) > 0, \forall x \in (3 + 2\sqrt{2}; +\infty) \end{cases}$.

Do đó, ta có $\begin{cases} g(x) < f(x), \forall x \in (1; 3 + 2\sqrt{2}) \\ g(x) > f(x), \forall x \in (3 + 2\sqrt{2}; +\infty) \end{cases}$.

Suy ra $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x = 3 + 2\sqrt{2}$. Khi đó $a = 3, b = 2$. Vậy $a + b = 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 258. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a > 0$ và $a \neq 1$ biết phương trình $a^x - \frac{1}{a^x} = 2 \cos(bx)$ có 7 nghiệm thực phân biệt. Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $a^{2x} - 2a^x(\cos bx + 2) + 1 = 0$.

A. 28.

B. 14.

C. 0.

D. 7.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} a^{2x} - 2a^x(\cos bx + 2) + 1 = 0 &\Leftrightarrow a^x - 2 + \frac{1}{a^x} = 2(\cos bx + 1) \\ &\Leftrightarrow \left(a^{\frac{x}{2}} - \frac{1}{a^{\frac{x}{2}}} \right)^2 = 4 \cos^2 \frac{bx}{2} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a^{\frac{x}{2}} - \frac{1}{a^{\frac{x}{2}}} = 2 \cos \frac{bx}{2} \\ a^{\frac{x}{2}} - \frac{1}{a^{\frac{x}{2}}} = -2 \cos \frac{bx}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^{\frac{x}{2}} - \frac{1}{a^{\frac{x}{2}}} = 2 \cos b \left(\frac{x}{2} \right) & (1) \\ a^{\frac{-x}{2}} - \frac{1}{a^{\frac{-x}{2}}} = 2 \cos b \left(\frac{-x}{2} \right) & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Nếu phương trình (1) và phương trình (2) có nghiệm chung là x_0 thì

$$2 \cos \frac{bx_0}{2} = -2 \cos \frac{bx_0}{2} \Rightarrow \cos \frac{bx_0}{2} = 0 \Rightarrow a^{\frac{x_0}{2}} - \frac{1}{a^{\frac{x_0}{2}}} = 0 \Rightarrow x_0 = 0 \Rightarrow \cos \frac{bx_0}{2} = 1 \text{ (Vô lí)}.$$

Do đó phương trình (1) và phương trình (2) không có nghiệm chung.

Mặt khác theo giả thiết phương trình (1) và phương trình (2) đều có 7 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 14 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 259. Cho các số thực x, y với $x \geq 0$ thỏa mãn $5^{x+3y} + 5^{xy+1} + x(y+1) + 1 = 5^{-xy-1} + \frac{1}{5^{x+3y}} - 3y$.

Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + 2y + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m \in (0; 1)$.

B. $m \in (1; 2)$.

C. $m \in (2; 3)$.

D. $m \in (-1; 0)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 5^{x+3y} + 5^{xy+1} + x(y+1) + 1 &= 5^{-xy-1} + \frac{1}{5^{x+3y}} - 3y \\ \Leftrightarrow 5^{x+3y} - \frac{1}{5^{x+3y}} + x + 3y &= 5^{-xy-1} - \frac{1}{5^{-xy-1}} + (-xy - 1). \quad (*) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = 5^t - \frac{1}{5^t} + t$ với $t \in \mathbb{R}$.

$f'(t) = 5^t \ln 5 + \frac{1}{5^t} \ln 5 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số f đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$(*) \Leftrightarrow f(x+3y) = f(-xy-1) \Leftrightarrow x+3y = -xy-1 \Leftrightarrow y = -\frac{x+1}{x+3} \text{ (vì } x \geq 0).$$

$$\text{Do đó } T = x+2y+1 = x-2\left(\frac{x+1}{x+3}\right)+1, \text{ với } x \geq 0.$$

$$T' = 1 - \frac{4}{(x+3)^2} > 0, \forall x \geq 0, \text{ nên hàm số } T \text{ đồng biến trên } [0; +\infty).$$

$$\text{Vậy } m = \min T = T(0) = \frac{1}{3} \text{ khi } x = 0, y = -\frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 260. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{2x^2+xy+3y^2}(11x+20y-40) = 1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $S = \frac{y}{x}$. Tính $M+m$.

A. $M+m = 2\sqrt{14}$. **B.** $M+m = \sqrt{10}$. **C.** $M+m = \frac{7}{2}$. **D.** $M+m = \frac{11}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Do } S = \frac{y}{x} \text{ nên } y = Sx.$$

$$\text{Ta có } \log_{2x^2+xy+3y^2}(11x+20y-40) = 1 \Leftrightarrow 11x+20y-40 = 2x^2+xy+3y^2$$

$$\Leftrightarrow 11x+20Sx-40 = 2x^2+xSx+3S^2x^2$$

$$\Leftrightarrow (3S^2+S+2)x^2 - (20S+11)x + 40 = 0. \quad (1)$$

Nhận xét: (1) có $3S^2+S+2 > 0$ nên là một phương trình bậc hai theo x .

$$\text{Biệt thức } \Delta = (20S+11)^2 - 4 \cdot 40 \cdot (3S^2+S+2) = -80S^2 + 280S - 199.$$

Để có các số thực dương x, y thỏa mãn giả thiết trước hết ta phải có:

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow -80S^2 + 280S - 199 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{35 - \sqrt{230}}{20} = S_1 \leq S \leq S_2 = \frac{35 + \sqrt{230}}{20}.$$

$$\text{Từ đó ta suy ra } M = \max S = \frac{35 + \sqrt{230}}{20} \text{ khi } \begin{cases} x = \frac{20S_1 + 11}{3S_1^2 + S_1 + 2} > 0 \\ y = S_1x > 0 \end{cases}$$

$$m = \min S = \frac{35 - \sqrt{230}}{20} \text{ khi } \begin{cases} x = \frac{20S_2 + 11}{3S_2^2 + S_2 + 2} > 0 \\ y = S_2x > 0. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } M+m = \frac{7}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 261. Cho phương trình $2^{x^3+x^2-2x+m} - 2^{x^2+x} + x^3 - 3x + m = 0$. Tập các giá trị m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt có dạng $(a; b)$. Tổng $a+2b$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải.

$$\text{Phương trình đã cho tương đương với } 2^{x^3+x^2-2x+m} + x^3 + x^2 - 2x + m = 2^{x^2+x} + x^2 + x. \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t$ với $t \in \mathbb{R}$. Ta có $f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Do đó $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Phương trình (1) có dạng $f(x^3+x^2-2x+m) = f(x^2+x)$ nên

$$(1) \Leftrightarrow x^3+x^2-2x+m = x^2+x \Leftrightarrow m = -x^3+3x.$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = -x^3+3x, \text{ ta có } g'(x) = -3x^2+3, g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	$+\infty$		-2	2	$-\infty$

Để thỏa yêu cầu bài toán thì $m \in (-2; 2)$, tức là $a = -2, b = 2$.

Vậy $a + 2b = 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 262. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình sau có nghiệm

$$e^{3m} + e^m = 2(x + \sqrt{1-x^2})(1 + x\sqrt{1-x^2}).$$

- A. $\left[\frac{1}{2} \ln 2; +\infty\right)$. B. $\left(0; \frac{1}{2} \ln 2\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2} \ln 2\right]$. D. $\left(0; \frac{1}{e}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện $-1 \leq x \leq 1$.

$$\text{Đặt } t = x + \sqrt{1-x^2} \Rightarrow t^2 = 1 + 2x\sqrt{1-x^2} \Rightarrow x\sqrt{1-x^2} = \frac{t^2 - 1}{2}.$$

Xét hàm số $t(x) = x + \sqrt{1-x^2}$ trên $[-1; 1]$.

$$\text{Ta có } t'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$t'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ \sqrt{1-x^2} = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x < 1 \\ 1-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Bảng biến thiên

x	-1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
$t'(x)$	$ $	$+$	$0 \quad - \quad $
$t(x)$	-1 $\nearrow$ $\sqrt{2}$ $\searrow$ 1		

Từ bảng biến thiên suy ra $-1 \leq t(x) \leq \sqrt{2}$ hay $t \in [-1; \sqrt{2}]$.

Phương trình đã cho trở thành

$$\begin{aligned} e^{3m} + e^m &= 2t \left(1 + \frac{t^2 - 1}{2}\right) \Leftrightarrow e^{3m} + e^m = 2t + t(t^2 - 1) \\ \Leftrightarrow (e^{3m} - t^3) + (e^m - t) &= 0 \\ \Leftrightarrow (e^m - t) \left(\underbrace{e^{2m} + e^m \cdot t + t^2 + 1}_{>0}\right) &= 0 \Leftrightarrow e^m = t. \quad (*) \end{aligned}$$

Số nghiệm của phương trình (*) chính là số giao điểm của đường thẳng $y = e^m$ (song song với Ox) và đường thẳng $y = t$ với $t \in [-1; \sqrt{2}]$.

Để phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi đường thẳng $y = e^m$ cắt đường thẳng $y = t$ với $t \in [-1; \sqrt{2}]$.

$$\text{Suy ra } -1 \leq e^m \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow e^m \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{2} \ln 2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 263. Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 20.

B. 21.

C. 9.

D. 19.

Lời giải.

Ta có $5^x + m = \log_5(x - m)$. (*)

Đặt $t = 5^x + m$.

(*) $\Leftrightarrow t = \log_5(x - m) \Leftrightarrow x - m = 5^t \Leftrightarrow x = 5^t + m$.

Ta có hệ $\begin{cases} t = 5^x + m \\ x = 5^t + m \end{cases} \Rightarrow t - x = 5^x - 5^t \Leftrightarrow x + 5^x = t + 5^t$. (1)

Xét hàm số $f(u) = u + 5^u$ có $f'(u) = 1 + 5^u \cdot \ln 5 > 0, \forall u$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(1) $\Leftrightarrow x = t$. Khi đó ta được $x = 5^x + m \Leftrightarrow x - 5^x = m$.

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x - 5^x$ và đường thẳng $y = m$ song song hoặc trùng trục hoành.

Xét $y = x - 5^x$ có $y' = 1 - 5^x \ln 5$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = \log_5\left(\frac{1}{\ln 5}\right)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\log_5\left(\frac{1}{\ln 5}\right)$	$+\infty$
y'		+	0 -
y	$-\infty$	1	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \leq f\left(\log_5\left(\frac{1}{\ln 5}\right)\right) \approx 0,91$.

Kết hợp với điều kiện $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in (-20; 20) \end{cases}$ nên $m \in \{-19; -18; \dots; -1\}$.

Vậy có 19 giá trị nguyên của m thỏa bài toán.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 264. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_3(x + 3) + m \log_{\sqrt{x+3}} 9 = 16$ có hai nghiệm thỏa mãn $-2 < x_1 < x_2$.

A. 15.

B. 17.

C. 14.

D. 16.

Lời giải.

Xét phương trình $\log_3(x + 3) + m \log_{\sqrt{x+3}} 9 = 16$. (1)

Tập xác định của phương trình $\mathcal{D} = (-3; +\infty) \setminus \{-2\}$.

Ta có (1) $\Leftrightarrow \log_3(x + 3) + \frac{m}{\frac{1}{2} \log_9(x + 3)} = 16 \Leftrightarrow \log_3(x + 3) + \frac{4m}{\log_3(x + 3)} = 16$. (2)

Đặt $t = \log_3(x + 3)$, phương trình (2) trở thành $t + \frac{4m}{t} = 16 \Leftrightarrow t^2 - 16t + 4m = 0$. (3)

Với x_1, x_2 là nghiệm của (1) thỏa mãn $-2 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow 1 < x_1 + 3 < x_2 + 3 \Leftrightarrow 0 < \log_3(x_1 + 3) < \log_3(x_2 + 3)$.

Do đó, yêu cầu bài toán trở thành tìm m để phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn

$$t_1, t_2 > 0.$$

$$\text{Ta có (3) có hai nghiệm dương phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 64 - 4m > 0 \\ -\frac{b}{a} = 16 > 0 \\ ac = 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 16 \Leftrightarrow m \in$$

$$\{1; 2; \dots; 15\}.$$

Vậy có tất cả 15 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 265. Cho các số $a, b > 0$ thỏa mãn $\log_3 a = \log_6 b = \log_2(a + b)$. Giá trị của $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ bằng
A. 18. **B.** 45. **C.** 27. **D.** 36.

Lời giải.

Đặt $t = \log_3 a = \log_6 b = \log_2(a + b)$. Khi đó

$$\begin{cases} \log_3 a = t \\ \log_6 b = t \\ \log_2(a + b) = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3^t \\ b = 6^t \\ a + b = 2^t. \end{cases}$$

Như thế, ta có phương trình

$$3^t + 6^t = 2^t \Leftrightarrow 1 + 2^t = \left(\frac{2}{3}\right)^t. \quad (*)$$

Dễ thấy $t = -1$ là một nghiệm của phương trình (*).

Hơn nữa, $f(t) = 1 + 2^t$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ và $g(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó, phương trình (*) có nghiệm duy nhất $t = -1$.

Vậy $a = 3^{-1} = \frac{1}{3}$, $b = 6^{-1} = \frac{1}{6}$ và $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 9 + 36 = 45$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 266. Cho cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $b_2 > b_1 \geq 1$ và hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ sao cho $f(\log_2(b_2)) + 2 = f(\log_2(b_1))$. Giá trị nhỏ nhất của n để $b_n > 5^{100}$ bằng

A. 333. **B.** 229. **C.** 234. **D.** 292.

Lời giải.

Gọi q là công bội của cấp số nhân (b_n) . Do $b_2 > b_1 \geq 1$ nên $q > 1$, ta có

$$\begin{aligned} f(\log_2(b_2)) + 2 &= f(\log_2(b_1)) \\ \Leftrightarrow f(\log_2(b_1 q)) + 2 &= f(\log_2(b_1)) \\ \Leftrightarrow f(\log_2(b_1) + \log_2 q) + 2 &= f(\log_2(b_1)) \\ \Leftrightarrow (\log_2(b_1) + \log_2 q)^3 - 3(\log_2(b_1) + \log_2 q) + 2 &= (\log_2(b_1))^3 - 3\log_2(b_1) \\ \Leftrightarrow 3(\log_2(b_1))^2 \cdot \log_2 q + 3\log_2(b_1) \cdot (\log_2 q)^2 + (\log_2 q)^3 - 3\log_2 q + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow 3\log_2(b_1) \cdot \log_2 q \cdot [\log_2(b_1) + \log_2 q] + (\log_2 q + 2)(\log_2 q - 1)^2 &= 0. \quad (1) \end{aligned}$$

Theo đề bài ta có $b_2 > b_1 \geq 1$ và $q > 1$ nên $\log_2(b_1) \geq 0$ và $\log_2 q > 0$.

$$\text{Do đó phương trình (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(b_1) = 0 \\ \log_2 q = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 1 \\ q = 2 \end{cases}.$$

Ta có $b_n > 5^{100} \Leftrightarrow 2^{n-1} > 5^{100} \Leftrightarrow n > \log_2(5^{100}) + 1 = 100 \log_2 5 + 1 \approx 233,19$.

Vậy n nhỏ nhất là 234.

Chọn đáp án **C** □

Câu 267. Cho phương trình $2^x = \sqrt{m \cdot 2^x \cdot \cos(\pi x) - 4}$, với m là tham số thực. Gọi m_0 là giá trị của m sao cho phương trình trên có đúng một nghiệm thực. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m_0 < -5$. B. $m_0 > 0$. C. $m_0 \in [-5; -1)$. D. $m_0 \in [-1; 0)$.

Lời giải.

Ta có

$$2^x = \sqrt{m \cdot 2^x \cdot \cos(\pi x) - 4} \Leftrightarrow m \cdot 2^x \cdot \cos(\pi x) - 4 = 2^{2x} \Leftrightarrow m \cdot \cos(\pi x) = 2^x + 2^{2-x}. \quad (1)$$

① *Điều kiện cần:*

Ta nhận thấy nếu x_0 là nghiệm phương trình (1) thì $2 - x_0$ cũng là nghiệm phương trình (1).

Do đó điều kiện cần để phương trình (1) có đúng một nghiệm là $x_0 = 2 - x_0 \Leftrightarrow x_0 = 1$.

Với $x_0 = 1$ là nghiệm, ta suy ra $m = -4$.

② *Điều kiện đủ:*

Với $m = -4$, phương trình (1) trở thành: $-4 \cos(\pi x) = 2^x + 2^{2-x}$

$$\text{Ta có } \begin{cases} VT = -4 \cos(\pi x) \leq 4, \forall x \in \mathbb{R} \\ VP = 2^x + 2^{2-x} \geq 2\sqrt{2^x \cdot 2^{2-x}} = 4, \forall x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

$$\text{Do đó (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos(\pi x) = -1 \\ 2^x = 2^{2-x} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Suy ra $m = -4$ thỏa mãn.

Vậy $m_0 = -4 \in [-5; -1)$ là giá trị để phương trình có đúng một nghiệm thực.

Chọn đáp án **C** □

Câu 268. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\sqrt{\log a} + \sqrt{\log b} + \log \sqrt{a} + \log \sqrt{b} = 100$ và $\sqrt{\log a}, \sqrt{\log b}, \log \sqrt{a}, \log \sqrt{b}$ đều là các số nguyên dương. Tính $P = ab$.

- A. 10^{100} . B. 10^{144} . C. 10^{164} . D. 10^{200} .

Lời giải.

Vì $\sqrt{\log a}$ và $\sqrt{\log b}$ đều là các số nguyên dương nên $a = 10^{m^2}$ và $b = 10^{n^2}$ (m, n là các số nguyên dương). Suy ra

$$m + n + \frac{m^2}{2} + \frac{n^2}{2} = 100 \Leftrightarrow (m+1)^2 + (n+1)^2 = 202.$$

Để ý rằng $202 = 11^2 + 9^2$, và cách viết này là duy nhất. Do vai trò của a và b là như nhau nên ta có thể coi $m = 10, n = 8$ hay $a = 10^{100}, b = 10^{64}$. Vậy $P = ab = 10^{164}$

Chọn đáp án **C** □

Câu 269. Cho phương trình $27^x + 3x \cdot 9^x + (3x^2 + 1)3^x = (m^3 - 1)x^3 + (m - 1)x$, m là tham số. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của m để phương trình có nghiệm trên $(0; +\infty)$ là $a + e \ln b$, với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $17a + 3b$ bằng

- A. 26. B. 54. C. 48. D. 18.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$(3^x + x)^3 + (3^x + x) = (mx)^3 + (mx). \quad (1)$$

Hàm số $f(t) = t^3 + t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, nên từ (1) ta được $3^x + x = mx$.

Phương trình đã cho có nghiệm trên $(0; +\infty)$ nếu phương trình $\frac{3^x}{x} + 1 = m$ có nghiệm trên $(0; +\infty)$.

Xét hàm số $g(x) = \frac{3^x}{x} + 1$ xác định với $\forall x \in (0; +\infty)$.

Ta có $g'(x) = \frac{3^x (x \ln 3 - 1)}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\ln 3}$.

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{\ln 3}$	$+\infty$
$g'(x)$	—	0	+
$g(x)$	$+\infty$	$g\left(\frac{1}{\ln 3}\right)$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $\frac{3^x}{x} + 1 = m$ có nghiệm trên $(0; +\infty)$ khi $m \geq g\left(\frac{1}{\ln 3}\right)$.

Mặt khác $\frac{1}{\ln 3} = \log_3 e \Rightarrow g\left(\frac{1}{\ln 3}\right) = e \ln 3 + 1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của m để phương trình có nghiệm là $1 + e \ln 3 \Rightarrow a = 1, b = 3 \Rightarrow 17a + 3b = 26$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 270. Phương trình $2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trong đoạn $[-5\pi; 2017\pi]$?

A. 2023.

B. 2017.

C. 2022.

D. vô nghiệm.

Lời giải.

Ta có $2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x} \Leftrightarrow 2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{1 + \sin^2 x}$. (1)

Đặt $t = \sin x, t \in [-1; 1]$ ta thu được phương trình $2017^t = t + \sqrt{1 + t^2}$. (2)

Ta nhận thấy rằng $2017^{-a} = -a + \sqrt{1 + (-a)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{2017^a} = \frac{1}{a + \sqrt{1 + a^2}}$ nên nếu a là nghiệm của phương trình (2) thì $-a$ cũng là nghiệm của (2).

Do đó, ta xét hàm số $f(t) = 2017^t - t - \sqrt{1 + t^2}$ trên $[0; 1]$.

Tính $f'(x) = 2017^t \cdot \ln 2017 - 1 - \frac{t}{\sqrt{1 + t^2}} > 2017^t \cdot \ln 2017 - 1 - 1 > 0, \forall t \in [0; 1]$. Do đó $f(x)$ đồng biến trên $[0; 1]$ và $f(0) = 0$.

Vậy $t = 0$ là nghiệm duy nhất của (2). Nghĩa là, $(1) \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vì $x \in [-5\pi; 2017\pi]$ nên có 2023 giá trị của x là nghiệm của phương trình đã cho.

Chọn đáp án **A** □

Câu 271. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m sao cho phương trình

$$\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} = x^2 - 5x - m + 2$$

có nghiệm?

A. Vô số.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Lời giải.

Điều kiện $3x^2 + 3x + m + 1 > 0$.

$$\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} = x^2 - 5x - m + 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (3x^2 + 3x + m + 1) + 3x^2 + 3x + m + 2 = \log_2 (4x^2 - 2x + 2) + 4x^2 - 2x + 2.$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$ trên $(0; +\infty)$. Ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0$, suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Do đó

$$\begin{aligned} f(3x^2 + 3x + m + 1) &= f(4x^2 - 2x + 2) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 3x + m + 1 > 0 \\ 3x^2 + 3x + m + 1 = 4x^2 - 2x + 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 2x + 2 > 0 \\ x^2 - 5x - m + 1 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow x^2 - 5x - m + 1 = 0 \quad (*). \end{aligned}$$

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm, tức là khi và chỉ khi

$$\Delta = 25 + 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{25}{4}.$$

Vì m là số nguyên âm nên $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1\}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 272. Đầu mỗi tháng anh A gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất 0,6% mỗi tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (khi ngân hàng đã tính lãi) thì anh A được số tiền cả lãi và gốc là 100 triệu trở lên?

A. 30 tháng.

B. 31 tháng.

C. 40 tháng.

D. 35 tháng.

Lời giải.

Đặt $m = 3$ triệu, $r = 0,6\%$.

Sau tháng thứ 1, số tiền cả gốc và lãi là $P_1 = m(1 + r)$.

Sau tháng thứ 2, số tiền cả gốc và lãi là $P_2 = m(1 + r)^2 + m(1 + r)$.

Sau tháng thứ 3, số tiền cả gốc và lãi là $P_3 = m(1 + r)^3 + m(1 + r)^2 + m(1 + r)$.

.....

Sau tháng thứ n , số tiền cả gốc và lãi là

$$P_n = m(1 + r)^n + m(1 + r)^{n-1} + \dots + m(1 + r) = m \frac{(1 + r)^{n+1} - 1}{r}.$$

Theo giả thiết, ta có $3 \frac{1,006^{n+1} - 1}{0,006} \geq 100 \Leftrightarrow n \geq 30,478$.

Do đó sau ít nhất 31 tháng thì số tiền cả lãi và gốc là 100 triệu trở lên.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 273. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình sau có một nghiệm duy nhất

$$2^{x-2} + \sqrt[3]{m-3x} + (x^3 - 6x^2 + 9x + m) 2^{x-2} = 2^{x+1} + 1.$$

A. $m \leq 4$.

B. $m \geq 8$.

C. $4 < m < 8$.

D. $m \in (-\infty; 4) \cup (8; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & 2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} + (x^3 - 6x^2 + 9x + m) 2^{x-2} = 2^{x+1} + 1 \\
 \Leftrightarrow & 2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} + [(x-2)^3 + m + 3x + 8] \cdot 2^{x-2} = 2^{x-2} \cdot 2^3 + 1 \\
 \Leftrightarrow & 2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} + [(x-2)^3 + m + 3x] \cdot 2^{x-2} = 1 \\
 \Leftrightarrow & 2^a \cdot 2^b + (a^3 + b^3) \cdot 2^a = 1 \quad (\text{với } a = x-2, b = \sqrt[3]{m-3x}) \\
 \Leftrightarrow & 2^b + a^3 + b^3 = 2^{-a} \Leftrightarrow 2^b + b^3 = 2^{-a} + (-a)^3. \quad (*)
 \end{aligned}$$

Xét $f(t) = 2^t + t^3 \Rightarrow f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 + 3t^2 > 0, \forall t$ nên $f(t)$ luôn đồng biến với mọi t .

Do đó $(*) \Leftrightarrow b = -a \Leftrightarrow \sqrt[3]{m-3x} = 2-x \Leftrightarrow m-3x = (2-x)^3 \Leftrightarrow m = -x^3 + 6x^2 - 9x + 8$.

Lập bảng biến thiên của hàm số $g(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 8$.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$		4		8		$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có một nghiệm duy nhất khi $m \in (-\infty; 4) \cup (8; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 274. Tìm số nghiệm của phương trình $(|x| - 1)^2 \cdot e^{|x|-1} - \log 2 = 0$.

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Đặt $t = |x| - 1 \Rightarrow t \geq -1$.

Phương trình trở thành $t^2 \cdot e^t - \log 2 = 0$.

Xét $f(t) = t^2 e^t - \log 2$ với $t \geq -1$.

Ta có $f'(t) = 2t \cdot e^t + t^2 \cdot e^t = te^t(2+t)$.

Vì $t \geq -1$ nên $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0$. Bảng biến thiên

t	-1	0	$+\infty$
$f'(t)$	$+$	0	$-$
$f(t)$	$\frac{1}{e} - \log 2$	$-\log 2$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f(t) = 0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn

$$-1 < t_1 < 0 < t_2.$$

Vì với mỗi nghiệm $t > -1$ tương ứng có 2 nghiệm x phân biệt nên phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 275. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình

$$9 \cdot 3^{2x} - m \left(4\sqrt[4]{x^2 + 2x + 1} + 3m + 3 \right) 3^x + 1 = 0$$

có đúng 3 nghiệm thực phân biệt?

A. vô số.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$9 \cdot 3^{2x} - m \left(4\sqrt{x^2 + 2x + 1} + 3m + 3 \right) 3^{x+1} = 0 \Leftrightarrow 3^{x+1} + \frac{1}{3^{x+1}} - \frac{m}{3} \left(4\sqrt{|x+1|} + 3m + 3 \right) = 0 \quad (1).$$

$$\text{Đặt } t = x + 1, \text{ phương trình (1) trở thành } 3^t + \frac{1}{3^t} - \frac{m}{3} \left(4\sqrt{|t|} + 3m + 3 \right) = 0 \quad (2).$$

Bài toán trở tìm số giá trị nguyên của m để phương trình (2) có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

Nhận xét: Nếu t_0 là một nghiệm của phương trình (2) thì $-t_0$ cũng là một nghiệm của phương trình (2). Do đó điều kiện cần để phương trình (2) có đúng 3 nghiệm thực phân biệt là phương trình (2) có nghiệm $t = 0$.

$$\text{Với } t = 0 \text{ thay vào phương trình (2) ta có } -m^2 - m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2. \end{cases}$$

Thử lại:

$$\text{— Với } m = -2, \text{ phương trình (2) trở thành } 3^t + \frac{1}{3^t} + \frac{2}{3} \left(4\sqrt{|t|} - 3 \right) = 0.$$

$$\text{Ta có } 3^t + \frac{1}{3^t} \geq 2, \forall t \in \mathbb{R} \text{ và } \frac{2}{3} \left(4\sqrt{|t|} - 3 \right) \geq -2, \forall t \in \mathbb{R} \text{ suy ra } 3^t + \frac{1}{3^t} + \frac{2}{3} \left(4\sqrt{|t|} - 3 \right) \geq 0.$$

Dấu bằng xảy ra khi $t = 0$, hay nên nghiệm duy nhất $t = 0$ nên loại.

$$\text{— Với } m = 1, \text{ phương trình 2 trở thành } 3^t + \frac{1}{3^t} - \frac{1}{3} \left(4\sqrt{|t|} + 6 \right) = 0. \quad (3)$$

Dễ thấy phương trình (3) có ba nghiệm $t = 0, t = \pm 1$.

Ta chứng minh phương trình (3) chỉ có ba nghiệm $t = 0, t = \pm 1$. Vì t là nghiệm nên $-t$ cũng là nghiệm phương trình (3) nên ta chỉ xét phương trình (3) trên $[0; +\infty)$.

$$\text{Trên } [0; +\infty), (3) \Leftrightarrow 3^t + \frac{1}{3^t} - \frac{1}{3} \left(4\sqrt{|t|} + 6 \right) = 0 \text{ trên } [0; +\infty).$$

$$\text{Ta có } f'(t) = 3t \ln 3 - 3^{-t} \ln 3 - \frac{2}{3\sqrt{t}}, f''(t) = 3t \ln 3^2 + 3^{-t} \ln^2 3 + \frac{1}{3(\sqrt{t})^3} > 0, \forall t > 0.$$

Suy ra $f'(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty) \Rightarrow f'(t) = 0$ có tối đa một nghiệm dương, hay $f(t) = 0$ có tối đa 2 nghiệm $t \in [0; +\infty)$. Suy ra trên $[0; +\infty)$, phương trình (3) có hai nghiệm $t = 0, t = 1$.

Do đó trên tập $\mathbb{R}$, phương trình (3) có đúng ba nghiệm $t = -1, t = 0, t = 1$.

Vậy chọn $m = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 276. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m nhỏ hơn 20 để phương trình $e^{\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2}} - \sqrt{x + \frac{1}{x} + m}} = \frac{x^3 + mx^2 + x}{x^4 + 1}$ có nghiệm thực dương?

A. 19.

B. 18.

C. 16.

D. 17.

Lời giải.

Với mọi $x > 0$, phương trình được viết lại là

$$e^{\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2}} - \sqrt{x + \frac{1}{x} + m}} = \frac{x + \frac{1}{x} + m}{x^2 + \frac{1}{x^2}}.$$

$$\text{Đặt } t = x + \frac{1}{x}, t^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2, \text{ với } t \geq 2.$$

Khi đó, phương trình trở thành

$$\frac{e^{\sqrt{t^2 - 2}}}{e^{\sqrt{t + m}}} = \frac{t + m}{t^2 - 2} \Leftrightarrow (t^2 - 2) e^{\sqrt{t^2 - 2}} = (t + m) e^{\sqrt{t + m}} \Leftrightarrow f(\sqrt{t^2 - 2}) = f(\sqrt{t + m}).$$

Xét hàm $f(u) = u^2 e^u$, $\forall u > 0$, ta có $f'(u) = (2u + u^2) \cdot e^u > 0$, $\forall u \in (0; +\infty)$

$\Rightarrow f(u)$ là hàm đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Do đó $\sqrt{t^2 - 2} = \sqrt{t + m} \Rightarrow m = t^2 - t - 2$.

Xét $g(t) = t^2 - t - 2$, $\forall t \geq 2$. Ta có bảng biến thiên như hình vẽ.

Phương trình $m = g(t)$ có nghiệm thực dương khi $m \geq 0$.

Mặt khác, $m \in \mathbb{Z}^+$ và $m < 20$ nên $m \in \{1; 2; \dots; 19\}$.

t	2	$+\infty$
$g'(t)$	+	
$g(t)$	0	$+\infty$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 277. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{1-y}{x+3xy} = 3xy + x + 3y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = x + y$.

A. $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3}-4}{3}$. B. $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3}+4}{9}$. C. $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3}+4}{3}$. D. $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3}-4}{9}$.

Lời giải.

Với $x, y > 0$, để $\log_3 \frac{1-y}{x+3xy}$ xác định thì ta cần thêm điều kiện $y < 1$.

Khi đó $\log_3 \frac{1-y}{x+3xy} = 3xy + x + 3y - 4 \Leftrightarrow \log_3(3-3y) + 3-3y = \log_3(x+3xy) + x+3xy. \quad (*)$

Hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ là hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Do đó $(*) \Leftrightarrow 3-3y = x+3xy \Leftrightarrow x+3xy+3y-3=0 \quad (**)$.

Ta coi P là một tham số; $P = x + y \Leftrightarrow x = P - y$.

Thay vào $(**)$: $P - y + 3(P - y)y + 3y - 3 = 0 \Leftrightarrow P(3y + 1) = 3y^2 - 2y + 3 \Leftrightarrow P = \frac{3y^2 - 2y + 3}{3y + 1}$

(do $0 < y < 1$ nên $3y + 1 \neq 0$).

Xét hàm số $g(y) = \frac{3y^2 - 2y + 3}{3y + 1}$ với $y \in (0; 1)$ có $g'(y) = 1 - \frac{12}{(3y + 1)^2}$.

$g'(y) = 0 \Rightarrow y = \frac{-1 + 2\sqrt{3}}{3} \in (0; 1)$.

Ta có $g(0) = 3$; $g(1) = 1$; $g\left(\frac{-1 + 2\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{4\sqrt{3} - 4}{3} < 1$.

Vậy $\min_{(0;1)} g(y) = \frac{4\sqrt{3} - 4}{3} \Rightarrow P_{\min} = \frac{4\sqrt{3} - 4}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 278. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(0) < \frac{7}{6}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$-\infty$
		1		$\frac{15}{13}$		

Giá trị lớn nhất của tham số m để phương trình $e^{\frac{2f^3(x)-13}{2}f^2(x)+7f(x)-\frac{1}{2}} = m$ có nghiệm trên đoạn $[0; 2]$ là

A. e^2 . B. $e^{\frac{15}{13}}$. C. e^4 . D. e^3 .

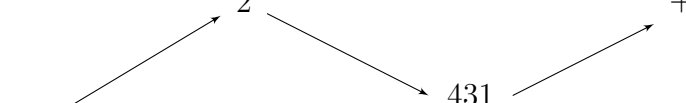
Lời giải.

Với mọi $x \in [0; 2]$ suy ra $1 \leq f(x) < \frac{7}{6}$.

Đặt $t = f(x)$ và $g(t) = 2t^3 - \frac{13}{2}t^2 + 7t - \frac{1}{2}$ với $1 \leq t < \frac{7}{6}$.

Ta có $g'(t) = 6t^2 - 13t + 7, g'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{7}{6} \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		$\frac{7}{6}$		$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	0	+		
$f(x)$	$-\infty$							$+\infty$

Với $1 \leq t < \frac{7}{6}$ ta có $\frac{431}{216} < g(t) \leq 2$.

Để phương trình

$$e^{2f^3(x) - \frac{13}{2}f^2(x) + 7f(x) - \frac{1}{2}} = m$$

có nghiệm trong đoạn $[0; 2]$ thì $e^{\frac{431}{216}} < e^{g(t)} \leq e^2$, hay $e^{\frac{431}{216}} < m \leq e^2$.

Vậy giá trị lớn nhất của m thỏa mãn bài toán là e^2 .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 279. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $m \cdot 3^{x^2-3x+2} + 3^{4-x^2} = 3^{6-3x} + m$ có đúng 3 nghiệm thực.

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & m \cdot 3^{x^2-3x+2} + 3^{4-x^2} = 3^{6-3x} + m \\
 \Leftrightarrow & m \cdot (3^{x^2-3x+2} - 1) - 3^{6-3x} + 3^{4-x^2} = 0 \\
 \Leftrightarrow & m \cdot (3^{x^2-3x+2} - 1) - \left[3^{6-3x} - \frac{1}{3^{x^2-4}} \right] = 0 \\
 \Leftrightarrow & m \cdot (3^{x^2-3x+2} - 1) - \frac{3^{x^2-3x+2} - 1}{3^{x^2-4}} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 3^{x^2-3x+2} - 1 = 0 \\ m = \frac{1}{3^{x^2-4}} \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x^2 = 4 - \log_3 m \end{cases}
 \end{aligned}$$

Để phương trình đã cho có đúng 3 nghiệm phân biệt thì $x^2 = 4 - \log_3 m$ nghiệm kép hoặc có 1

nghiệm bằng 1 hoặc bằng 2. Khi đó

$$\begin{cases} 4 - \log_3 m = 0 \\ 4 - \log_3 m = 1 \\ 4 - \log_3 m = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 27 \\ m = 81. \end{cases}$$

Vậy có ba giá trị của m .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 280. Cho hai số thực x, y thỏa mãn

$$\log_{\sqrt{3}}(y^2 + 8y + 16) + \log_2[(5-x)(1+x)] = 2\log_3 \frac{5+4x-x^2}{3} + \log_2(2y+8)^2.$$

Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \left| \sqrt{x^2 + y^2} - m \right|$ không vượt quá 10. Hỏi S có bao nhiêu tập con không phải là tập rỗng?

A. 2047.

B. 16383.

C. 16384.

D. 32.

Lời giải.

— Để ý thấy $5 + 4x - x^2 = (5-x)(1+x)$, $(2y+8)^2 = 4(y+4)^2 = 4(y^2 + 8y + 16)$.

$$\text{Khi đó, ta có điều kiện } \begin{cases} (y+4)^2 > 0 \\ (5-x)(1+x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \neq -4 \\ -1 < x < 5. \end{cases}$$

— Ta có

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{3}}(y^2 + 8y + 16) + \log_2[(5-x)(1+x)] &= 2\log_3 \frac{5+4x-x^2}{3} + \log_2(2y+8)^2 \\ \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(y+4)^2 + \log_2[(5-x)(1+x)] &= 2\log_3 \frac{(5-x)(1+x)}{3} + \log_2 4 \cdot (y+4)^2 \\ \Leftrightarrow 2\log_3(y+4)^2 + \log_2[(5-x)(1+x)] &= 2\log_3[(5-x)(1+x)] - 2\log_3 3 + \log_2 4 + \log_2(y+4)^2 \\ \Leftrightarrow 2\log_3(y+4)^2 - \log_2(y+4)^2 &= 2\log_3[(5-x)(1+x)] - \log_2[(5-x)(1+x)]. \quad (*) \end{aligned}$$

— Xét hàm số $f(t) = 2\log_3 t - \log_2 t$, $\forall t \in (0; +\infty)$.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{2}{t \cdot \ln 3} - \frac{1}{t \cdot \ln 2} = \frac{1}{t} \left(\frac{2}{\ln 3} - \frac{1}{\ln 2} \right) > 0, \forall t \in (0; +\infty).$$

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Do đó

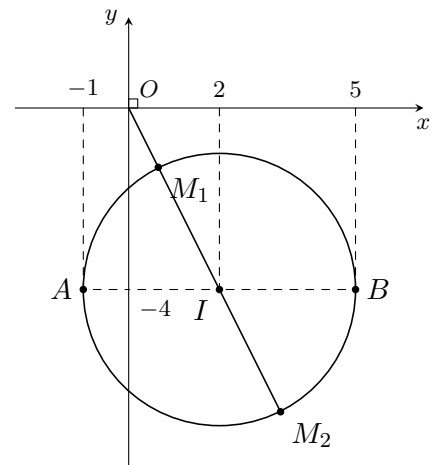
$$(*) \Leftrightarrow f((y+4)^2) = f((5-x)(1+x)) \Leftrightarrow (y+4)^2 = 5+4x-x^2 \Leftrightarrow (y+4)^2 + (x-2)^2 = 9.$$

— Giả sử $M(x; y)$ thì tập hợp M là đường tròn (C) có tâm $I(2; -4)$, bán kính $R = 3$ và $M \neq A, B$.

— Ta có $OM = \sqrt{x^2 + y^2}$, O nằm ngoài đường tròn (C) . Gọi M_1, M_2 là các giao điểm của đường thẳng IO và (C) (như hình vẽ). Khi đó ta có

$$\min(OM) = IO - R = 2\sqrt{5} - 3 \text{ khi } M \equiv M_1,$$

$$\max(OM) = IO + R = 2\sqrt{5} + 3 \text{ khi } M \equiv M_2.$$



— Khi đó $\max P = \max\{|2\sqrt{5} - 3 - m|, |2\sqrt{5} + 3 - m|\}$. Ta có

$$\begin{aligned}\max P \leq 10 &\Leftrightarrow \begin{cases} |2\sqrt{5} - 3 - m| \leq 10 \\ |2\sqrt{5} + 3 - m| \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10 \leq 2\sqrt{5} - 3 - m \leq 10 \\ -10 \leq 2\sqrt{5} + 3 - m \leq 10 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -10 \leq 2\sqrt{5} - 3 - m \\ 2\sqrt{5} + 3 - m \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow 2\sqrt{5} - 7 \leq m \leq 2\sqrt{5} + 7.\end{aligned}$$

— Vậy $S = \{-2; -1; 0; \dots; 10; 11\}$ có 14 phần tử.

Do đó số tập con khác rỗng của S là $2^{14} - 1 = 16383$.

Chú ý kết quả sau: Cho điểm P và đường tròn (C) có tâm I , bán kính R , M di chuyển trên (C) . Ta có $\max(PM) = IP + R$, $\min(PM) = |IP - R|$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 281. Phương trình $\log_3 \frac{2x-1}{(x-1)^2} = 3x^2 - 8x + 5$ có hai nghiệm là a và $\frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của b là

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\begin{aligned}\log_3 \frac{2x-1}{(x-1)^2} = 3x^2 - 8x + 5 &\Leftrightarrow \log_3 \frac{2x-1}{3(x-1)^2} = 3x^2 - 8x + 4 \\ &\Leftrightarrow \log_3(2x-1) + (2x-1) = \log_3(3x^2 - 6x + 3) + (3x^2 - 6x + 3).\end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t, t > 0$, dễ thấy $f(t)$ là hàm đồng biến trên $(0; +\infty)$, nên từ

$$\begin{aligned}\log_3(2x-1) + (2x-1) = \log_3(3x^2 - 6x + 3) + (3x^2 - 6x + 3) &\Leftrightarrow f(2x-1) = f(3x^2 - 6x + 3) \\ \Leftrightarrow 2x-1 = 3x^2 - 6x + 3 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}.\end{aligned}$$

Suy ra $b = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 282. Cho phương trình $\log_3^2 x - 4\log_3 x + m - 3 = 0$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$ thỏa mãn $x_2 - 81x_1 < 0$.

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 6.

Lời giải.

Điều kiện của phương trình là $x > 0$. Từ $x_2 - 81x_1 < 0 \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} < 81 \Rightarrow \log_3 x_2 - \log_3 x_1 < \log_3 81 = 4$, nên nếu đặt $t = \log_3 x$ thì yêu cầu bài toán chuyển thành: Tìm các giá trị nguyên của m để phương trình $t^2 - 4t + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $t_1 < t_2$ thỏa mãn điều kiện $t_2 - t_1 < 4$.

Do $t_2 > t_1 \Rightarrow t_2 - t_1 > 0$, suy ra $t_2 - t_1 < 4 \Leftrightarrow (t_1 + t_2)^2 - 4t_1t_2 < 16$.

Bài toán tương đương với điều kiện

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ (t_1 + t_2)^2 - 4t_1t_2 < 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - m > 0 \\ 4^2 - 4(m - 3) < 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 7 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 7.$$

Vậy các giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện là $m \in \{4; 5; 6\}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 283. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình

$$\log_2(x^2 - 3x + 2m) = \log_2(x + m)$$

có nghiệm thực?

A. Mười.

B. Chín.

C. Vô số.

D. Tám.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} x+m > 0 \\ x^2-3x+2m = x+m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+m > 0 \\ m = -x^2+4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+(-x^2+4x) > 0 \\ m = -x^2+4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 5 \\ m = -x^2+4x. \end{cases}$$

Xét hàm số $f(x) = -x^2 + 4x$ trên khoảng $(0; 5)$ ta có:

$$f'(x) = -2x + 4; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Bảng biến thiên:

x	0	2	5
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	4	-5

Dựa vào bảng biến thiên, ta có phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow -5 < m \leq 4$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Vậy có 9 giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 284. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $2^y + y = 2x + \log_2(x + 2^{y-1})$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x}{y}$ bằng

A. $\frac{e + \ln 2}{2}$.

B. $\frac{e - \ln 2}{2}$.

C. $\frac{e \ln 2}{2}$.

D. $\frac{e}{2 \ln 2}$.

Lời giải.

— Đặt $\log_2(x + 2^{y-1}) = t \Rightarrow x = 2^t - 2^{y-1}$. Ta có $2^y + y = 2(2^t - 2^{y-1}) + t \Leftrightarrow 2 \cdot 2^y + y = 2 \cdot 2^t + t$.

— Xét hàm $f(u) = 2 \cdot 2^u + u$ có $f'(u) = 2 \ln 2 \cdot 2^u + 1 > 0$ với mọi $u > 0$. Suy ra hàm số $f(u)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Khi đó

$$2 \cdot 2^y + y = 2 \cdot 2^t + t \Leftrightarrow f(y) = f(t) \Leftrightarrow t = y.$$

— Vậy $\log_2(x + 2^{y-1}) = y \Leftrightarrow x = 2^{y-1} \Rightarrow P = \frac{2^{y-1}}{y}$.

— Có $P' = \frac{y2^{y-1} \cdot \ln 2 - 2^{y-1}}{y^2}$; $P' = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{\ln 2}$. Lập bảng biến thiên của P với $y > 0$:

y	0	$\frac{1}{\ln 2}$	$+\infty$
P'	-	0	+
P		$\frac{e \ln 2}{2}$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta có giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{e \ln 2}{2}$ khi $y = \frac{1}{\ln 2}$, $x = \frac{e}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 285. Cho các số thực a, b, m, n sao cho $2m + n < 0$ thỏa mãn điều kiện

$$\begin{cases} \log_2(a^2 + b^2 + 9) = 1 + \log_2(3a + 2b) \\ 9^{-m} \cdot 3^{-n} \cdot 3^{\frac{-4}{2m+n}} + \ln[(2m + n + 2)^2 + 1] = 81. \end{cases}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{(a - m)^2 + (b - n)^2}$.

A. $2\sqrt{5} - 2$.

B. $\sqrt{5} - 2$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. 2.

Lời giải.

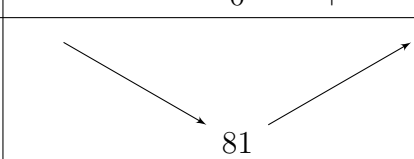
Từ $\log_2(a^2 + b^2 + 9) = 1 + \log_2(3a + 2b)$ ta được $a^2 + b^2 - 6a - 4b + 9 = 0$. (1)

$$9^{-m} \cdot 3^{-n} \cdot 3^{\frac{-4}{2m+n}} + \ln[(2m + n + 2)^2 + 1] = 81$$

$$\Leftrightarrow 3^{\frac{-4}{2m+n} - (2m+n)} + \ln[(2m + n + 2)^2 + 1] = 81. \quad (2)$$

Đặt $t = 2m + n$, $t < 0$, phương trình (2) trở thành $3^{\frac{-4}{t} - t} + \ln[(t + 2)^2 + 1] = 81$. (3)

Xét $f(t) = 3^{\frac{-4}{t} - t}$, ($t < 0$), $f'(t) = \left(\frac{4}{t^2} - 1\right) 3^{\frac{-4}{t} - t} \ln 3 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

t	$-\infty$	-2	0
$f'(t)$	$-$	0	$+$
$f(t)$			

Từ bảng biến thiên suy ra $f(t) \geq 81$, $\forall t < 0$, $f(t) = 81 \Leftrightarrow t = -2$. (4)

Ta lại có $\ln[(t + 2)^2 + 1] \geq 0$, $\ln[(t + 2)^2 + 1] = 0 \Leftrightarrow t = -2$. (5)

Từ (3), (4) và (5) suy ra $3^{\frac{-4}{t} - t} + \ln[(t + 2)^2 + 1] = 81 \Leftrightarrow t = -2$, hay $2m + n + 2 = 0$.

Xét trong mặt phẳng tọa độ, điểm $M(a; b)$ thuộc đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$, đường tròn có tâm $I(3; 2)$, $R = 2$. Điểm $N(m; n)$ thuộc đường thẳng (Δ): $2x + y + 2 = 0$.

Ta có $P = \sqrt{(a - m)^2 + (b - n)^2} = NM$.

Độ dài đoạn NM nhỏ nhất khi N là hình chiếu của I trên đường thẳng (Δ).

Suy ra $P_{\min} = d(I; \Delta) - R = 2\sqrt{5} - 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 286. Cho phương trình $3^{x^2+2x+1-2|x-m|} = \log_{x^2+2x+3}(2|x-m|+2)$. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có đúng ba nghiệm phân biệt là

A. 3.

B. -2.

C. -3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 3^{x^2+2x+1-2|x-m|} &= \log_{x^2+2x+3}(2|x-m|+2) \\ \Leftrightarrow \frac{3^{x^2+2x+3}}{3^{2|x-m|+2}} &= \frac{\ln(2|x-m|+2)}{\ln(x^2+2x+3)} \\ \Leftrightarrow \ln(x^2+2x+3) \cdot 3^{x^2+2x+3} &= \ln(2|x-m|+2) \cdot 3^{2|x-m|+2}. \quad (*) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \ln t \cdot 3^t$ với $t \geq 2$. Ta có $f'(t) = \frac{1}{t} \cdot 3^t + \ln t \cdot 3^t \cdot \ln 3 > 0, \forall t \geq 2$. Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $[2; +\infty)$. Từ đó suy ra

$$(*) \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = 2|x - m| + 2 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 2|x - m| \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 - 2m & (1) \\ (x + 2)^2 = 3 + 2m. & (2) \end{cases}$$

Phương trình đã cho có đúng 3 nghiệm phân biệt nếu

— **TH1.** (1) có nghiệm kép, (2) có hai nghiệm phân biệt và nghiệm của (1) không là nghiệm của (2).

(1) có nghiệm kép $\Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$. Thử lại thấy thỏa mãn.

— **TH2.** (2) có nghiệm kép, (1) có hai nghiệm phân biệt và nghiệm của (2) không là nghiệm của (1).

(2) có nghiệm kép $\Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}$. Thử lại thấy thỏa mãn.

— **TH3.** (1) và (2) đều có hai nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm của (1) trùng với một nghiệm (2).

(1) và (2) có nghiệm chung $x_0 \Rightarrow x_0 = m$. Thay vào (1) ta được $m^2 = -1 - 2m \Leftrightarrow m = -1$.

Thử lại thấy thỏa mãn.

Vậy $m \in \left\{-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; -1\right\}$. Tổng các giá trị của m bằng -3 .

Chọn đáp án  □

Câu 287. Cho các số thực $x, y, (x \geq 0)$ thỏa mãn $e^{x+3y} + e^{xy+1} + x(y+1) + 1 = e^{-xy-1} + \frac{1}{e^{x+3y}} - 3y$.

Gọi m là giá trị nhỏ nhất $T = x + 2y + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m \in (2; 3)$.

B. $m \in (-1; 0)$.

C. $m \in (0; 1)$.

D. $m \in (1; 2)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} e^{x+3y} + e^{xy+1} + x(y+1) + 1 &= e^{-xy-1} + \frac{1}{e^{x+3y}} - 3y \\ \Leftrightarrow e^{x+3y} - \frac{1}{e^{x+3y}} + x + 3y &= e^{-xy-1} - e^{xy+1} - xy - 1 \\ \Leftrightarrow e^{x+3y} - \frac{1}{e^{x+3y}} + x + 3y &= e^{-xy-1} - \frac{1}{e^{-xy-1}} + (-xy - 1) \quad (*) \end{aligned}$$

Xét hàm $f(t) = e^t - \frac{1}{e^t} + t$, xác định trên $\mathbb{R}$.

$$f'(t) = e^t + \frac{1}{e^t} + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}.$$

Do đó, $(*) \Leftrightarrow f(x+3y) = f(-xy-1) \Leftrightarrow x+3y = -xy-1 \Leftrightarrow y = \frac{-1-x}{x+3}$ (do $x \geq 0$) thay vào T ta được

$$T = x + 2 \cdot \frac{-1-x}{x+3} + 1 = \frac{x^2 + 2x + 1}{x+3}.$$

Xét hàm $T(x)$ trên $[0; +\infty)$.

$$T'(x) = \frac{(2x+2)(x+3) - (x^2 + 2x + 1)}{(x+3)^2} = \frac{x^2 + 6x + 5}{(x+3)^2}, \text{ xác định trên } [0; +\infty).$$

$$T'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -5. \end{cases}$$

Suy ra $T'(x) > 0, \forall x \in [0; +\infty)$.

$$\text{Vậy } m = T_{\min} = T(0) = \frac{1}{3} \in (0; 1).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 288. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\ln[m + 2\sin x + \ln(m + 3\sin x)] = \sin x$ có nghiệm thực?

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Đặt $\sin x = u$ với $u \in [-1; 1]$.

Khi đó phương trình ban đầu có dạng $\ln[m + 2u + \ln(m + 3u)] = u$. (1)

Đặt $\ln(m + 3u) = y \Leftrightarrow e^y = m + 3u \Leftrightarrow e^y - u = m + 2u$.

Khi đó

$$\ln[e^y - u + y] = u \Leftrightarrow e^u = e^y - u + y \Leftrightarrow e^u + u = e^y + y.$$

Hàm số $f(t) = e^t + t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $y = u \Leftrightarrow \ln(m + 3u) = u \Leftrightarrow m = e^u - 3u$.

Xét hàm số $g(u) = e^u - 3u$ trên đoạn $[-1; 1]$.

Ta có $g'(u) = e^u - 3$; $g'(u) = 0 \Leftrightarrow u = \ln 3 \notin [-1; 1]$.

Bảng biến thiên

u	-1	1
$g'(u)$	—	
$g(u)$	$\frac{1}{e} + 3$	$e - 3$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có nghiệm khi $m \in \left[e - 3; \frac{1}{e} + 3\right] \Rightarrow m \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 289. Cho phương trình $2^x + 2^{-x} = 4 - 2\cos\left(ax^2 - \frac{\pi}{3}\right)$ có 100 nghiệm. Tìm số nghiệm của phương trình $2^x - 2^{-x} = 2\cos\left(2ax^2 - \frac{\pi}{3}\right)$.

A. 100.

B. 50.

C. 101.

D. 200.

Lời giải.

Phương trình $2^x + 2^{-x} = 4 - 2\cos\left(ax^2 - \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow (2^{\frac{x}{2}} - 2^{-\frac{x}{2}})^2 = 4\sin^2\left(\frac{a}{2}x^2 + \frac{\pi}{6}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{\frac{x}{2}} - 2^{-\frac{x}{2}} = 2\sin\left(\frac{a}{2}x^2 + \frac{\pi}{6}\right) \\ 2^{\frac{x}{2}} - 2^{-\frac{x}{2}} = -2\sin\left(\frac{a}{2}x^2 + \frac{\pi}{6}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{\frac{x}{2}} - 2^{-\frac{x}{2}} = 2\cos\left(\frac{a}{2}x^2 - \frac{\pi}{3}\right) \quad (1) \\ 2^{\frac{x}{2}} - 2^{-\frac{x}{2}} = -2\cos\left(\frac{a}{2}x^2 - \frac{\pi}{3}\right) \quad (2). \end{cases}$$

Đặt $\frac{x}{2} = t$ khi đó (1) trở thành $2^t - 2^{-t} = 2\cos\left(2at^2 - \frac{\pi}{3}\right)$ (1a).

(2) trở thành $2^t - 2^{-t} = -2\cos\left(2at^2 - \frac{\pi}{3}\right)$ (2a).

Nếu $t = t_0$ là nghiệm của phương trình (1a) thì $t = -t_0$ là nghiệm của phương trình (2a). Vậy số nghiệm của (1) bằng số nghiệm của (2), hay số nghiệm của (1a) bằng 50.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 290. Số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để phương trình $4^x - (m + 3)2^x + 3m + 1 = 0$ có đúng một nghiệm lớn hơn 0 là

A. 2021.

B. 2022.

C. 2019.

D. 2020.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x > 0$, do $x > 0 \Leftrightarrow t > 1$, phương trình đã cho trở thành $t^2 - (m+3)t + 3m + 1 = 0$. (1)

Khi đó yêu cầu bài toán trở thành tìm m để phương trình (1) có đúng một nghiệm $t > 1$.

Ta có (1) $\Leftrightarrow t^2 - 3t + 1 = m(t-3)$. (2)

Do $t = 3$ không là nghiệm của (2) $\Rightarrow (2) \Leftrightarrow \frac{t^2 - 3t + 1}{t-3} = m$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 3t + 1}{t-3}$, $t \in (1; +\infty)$. Ta có $f'(t) = \frac{(2t-3)(t-3) - (t^2 - 3t + 1)}{(t-3)^2} = \frac{t^2 - 6t + 8}{(t-3)^2}$.

Ta có $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 4. \end{cases}$

Bảng biến thiên của $f(t)$ trên khoảng $(1; +\infty)$.

x	1	2	3	4	$+\infty$			
$f'(t)$	+	0	-	-	0	+		
$f(t)$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$+\infty$			
				$-\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình (2) có đúng một nghiệm $t > 1 \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup \{1; 5\}$.

Do m nguyên và thuộc đoạn $[-2019; 2019] \Rightarrow m \in \{-2019; 2018; \dots; -1; 0; 1; 5\} \Rightarrow$ có tất cả 2022 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 291. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\ln(m + \ln(m + \sin x)) = \sin x$ có nghiệm.

A. $\frac{1}{e} + 1 \leq m \leq e - 1$. B. $1 \leq m \leq e - 1$. C. $1 \leq m \leq \frac{1}{e} + 1$. D. $1 \leq m < e - 1$.

Lời giải.

Đặt $t = \ln(m + \sin x)$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} \ln(m + t) = \sin x \\ t = \ln(m + \sin x) \end{cases}$.

Suy ra $\ln(m + t) + t = \ln(m + \sin x) + \sin x$.

Xét hàm $f(u) = \ln(m + u) + u$ đây là hàm đồng biến trên tập xác định của nó.

Suy ra $t = \sin x$.

Vậy ta được phương trình $e^{\sin x} = m + \sin x \Leftrightarrow e^{\sin x} - \sin x = m$.

Đặt $t = \sin x$, với $t \in [-1; 1]$, phương trình trở thành $e^t - t = m$.

Xét hàm $f(t) = e^t - t \Rightarrow f'(t) = e^t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = 0$.

t	-1	0	1
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$\frac{1}{e} + 1$	$\searrow$	$e - 1$
		1	$\nearrow$

Suy ra $1 \leq f(t) \leq e - 1$ hay $1 \leq m \leq e - 1$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 292. Gọi a là số nguyên dương nhỏ nhất sao cho tồn tại các số nguyên b, c để phương trình $a \ln^2 x + 2b \ln x + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt đều thuộc khoảng $(0; 1)$. Giá trị của a bằng

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Đặt $t = \ln x$, do $x \in (0; 1)$ nên $t \in (-\infty; 0)$.

Với mỗi giá trị t ta tìm được duy nhất một giá trị của $x = e^t$.

Do đó để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt đều thuộc khoảng $(0; 1)$ thì phương trình $at^2 + 2bt + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt đều thuộc khoảng $(-\infty; 0)$.

$$\text{Điều này tương đương với } \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ ac > 0 \\ -\frac{2b}{a} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ b^2 - ac > 0 \\ ac > 0 \\ ab > 0 \end{cases}.$$

Ta thấy với a nguyên dương, luôn tồn tại một số c nguyên dương để $ac > 0$. Lúc này chỉ cần chọn b là số nguyên lớn hơn $\sqrt{ac}$ thì $b^2 - ac > 0$ và $ab > 0$.

Vậy số a nguyên dương bé nhất là 1

Chọn đáp án **D**

□

Câu 293. Gọi a là số nguyên dương nhỏ nhất sao cho tồn tại các số nguyên b, c để phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 2c = 0$ có hai nghiệm phân biệt đều thuộc $(1; e)$. Giá trị của a bằng

A. 9.

B. 6.

C. 5.

D. 10.

Lời giải.

$a \ln^2 x + b \ln x + 2c = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc $(0; e)$.

Đặt $t = \ln x$. Khi đó ta có

$f(t) = at^2 + bt + 2c = 0$ có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa $0 < t_1 < t_2 < 1$ (*).

Giả sử $a \in \mathbb{N}^*$, $b, c \in \mathbb{Z}$ và thỏa (*) $\Rightarrow f(0) > 0$ và $f(1) > 0$

$\Rightarrow f(0) = 2c \geq 2$ và $f(1) = a + b + 2c \geq 1$ (1).

Mặt khác, $f(t) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt t_1, t_2 nên $f(t) = a(t - t_1)(t - t_2)$ (2).

Từ (1), (2) $\Rightarrow 2 \leq f(0) \cdot f(1) = a^2 t_1 t_2 (1 - t_1)(1 - t_2) \leq a^2 \left(\frac{t_1 + t_2 + 1 - t_1 + 1 - t_2}{4} \right)^4 = \frac{a^2}{16}$

$\Rightarrow a^2 \geq 32 \Rightarrow a = 6$.

Với $a = 6$, chọn $c = 1$, $b = -7$ ta có $6t^2 - 7t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{2}{3} \in (0; 1) \\ t = \frac{1}{2} \in (0; 1). \end{cases}$

Vậy $a = 6$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 294. Gọi a là số nguyên dương nhỏ nhất sao cho tồn tại các số nguyên b, c để phương trình $8a \ln^2 \sqrt{x} + b \ln x^2 + 3c = 0$ có hai nghiệm phân biệt đều thuộc $(1; e)$. Giá trị của a bằng

A. 5.

B. 7.

C. 6.

D. 8.

Lời giải.

Ta có $8a \ln^2 \sqrt{x} + b \ln x^2 + 3c = 0 \Leftrightarrow 2a \ln^2 x + 2b \ln x + 3c = 0$. Đặt $t = \ln x$.

Khi đó phương trình $8a \ln^2 \sqrt{x} + b \ln x^2 + 3c = 0$ có hai nghiệm phân biệt đều thuộc $(1; e)$ tương đương với $f(t) = 2at^2 + 2bt + 3c = 0$ có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 đều thuộc $(0; 1)$.

Giả sử a số nguyên dương nhỏ nhất sao cho tồn tại các số nguyên b, c để phương trình $2at^2 + 2bt + 3c = 0$

có hai nghiệm phân biệt thuộc $(0; 1)$.

Đồ thị hàm số $f(t) = 2at^2 + 2bt + 3c$ cắt trục hoành tại hai điểm $t_1, t_2 \in (0; 1)$, và có $a > 0$ (có bờ lõm hướng lên) nên

$$\begin{cases} f(0) > 0 \\ f(1) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 3c \geq 3 \\ f(1) = 2a + 2b + 2c \geq 1 \end{cases} \quad (\forall a \in \mathbb{N}^*, b \in \mathbb{Z}, c \in \mathbb{Z})$$

Mặt khác $f(t) = 2at^2 + 2bt + 3c = 0$ có hai nghiệm phân biệt nên ta có thể viết lại hàm số $f(t)$ là $f(t) = a(t - t_1)(t - t_2)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra

$$3 \leq f(0) \cdot f(1) = a^2 \cdot t_1 \cdot t_2 \cdot (1 - t_1)(1 - t_2) \leq a^2 \left(\frac{t_1 + t_2 + 1 - t_1 + 1 - t_2}{4} \right)^4 = \frac{a^2}{16}.$$

Suy ra $a^2 \geq 48$. Với $a = 7$ chọn $c = 1, b = -8$ ta có

$$2 \cdot 7t^2 + 2 \cdot (-8)t + 3 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{8 + \sqrt{13}}{17} \in (0; 1) \\ t = \frac{8 - \sqrt{13}}{17} \in (0; 1) \end{cases}.$$

Vậy giá trị a cần tìm là 7.

Chọn đáp án (B) □

Câu 295. Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 20.

B. 19.

C. 9.

D. 21.

Lời giải.

Điều kiện: $x > m$.

Ta có $5^x + m = \log_5(x - m) \Leftrightarrow 5^x + x = x - m + \log_5(x - m)$. (1)

Xét hàm số $f(t) = 5^t + t, f'(t) = 5^t \ln 5 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Do đó từ (1) suy ra $x = \log_5(x - m) \Leftrightarrow m = x - 5^x$.

Xét hàm số $g(x) = x - 5^x, g'(x) = 1 - 5^x \cdot \ln 5, g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \log_5 \frac{1}{\ln 5} = -\log_5 \ln 5 = x_0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\log_5 \ln 5$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$g(x_0)$	$-\infty$

Do đó để phương trình có nghiệm thì $m \leq g(x_0) \approx -0,92$.

Các giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ là $\{-19; -18; \dots; -1\}$, có 19 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án (B) □

Câu 296. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn

$$\log_{10a+3b+1}(25a^2 + b^2 + 1) + \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1) = 2.$$

Giá trị của $a + 2b$ bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. 6.

C. 22.

D. $\frac{11}{2}$.

Lời giải.

Từ giả thuyết bài toán, ta suy ra $25a^2 + b^2 + 1 > 1$, $10a + 3b + 1 > 1$ và $10ab + 1 > 1$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có $25a^2 + b^2 + 1 \geq 2\sqrt{25a^2b^2} + 1 = 10ab + 1$.

Khi đó,

$$\begin{aligned} & \log_{10a+3b+1}(25a^2 + b^2 + 1) + \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1) \\ & \geq \log_{10a+3b+1}(10ab + 1) + \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1) \\ & \geq 2\sqrt{\log_{10a+3b+1}(10ab + 1) \cdot \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1)} = 2. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi chỉ khi

$$\begin{aligned} \begin{cases} 5a = b \\ \log_{10a+3b+1}(10ab + 1) = \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1) = 1 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5a \\ 10ab + 1 = 10a + 3b + 1 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5a \\ 50a^2 - 25a = 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5a \\ \begin{cases} a = 0 \text{ (loại)} \\ a = \frac{1}{2} \text{ (nhận)} \end{cases} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{5}{2} \\ a = \frac{1}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a + 2b = \frac{11}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 297. Cho phương trình $3^x + m = \log_3(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-15; 15)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 16.

B. 9.

C. 14.

D. 15.

Lời giải.

Ta có $3^x + m = \log_3(x - m) \Leftrightarrow 3^x + x = \log_3(x - m) + x - m (*)$.

Xét hàm số $f(t) = 3^t + t$ với $t \in \mathbb{R}$, ta có $f'(t) = 3^t \ln 3 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên tập xác định. Mặt khác, phương trình $(*)$ có dạng $f(x) = f(\log_3(x - m))$. Do đó,

$$f(x) = f(\log_3(x - m)) \Leftrightarrow x = \log_3(x - m) \Leftrightarrow 3^x = x - m \Leftrightarrow 3^x - x = -m (**)$$

Xét hàm số $g(x) = 3^x - x$ với $x \in \mathbb{R}$, ta có $g'(x) = 3^x \ln 3 - 1, g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \log_3\left(\frac{1}{\ln 3}\right) = a$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	a	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	$g(a)$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta suy ra phương trình $(**)$ có nghiệm khi chỉ khi $m \in (-\infty; -g(a))$.

Mặt khác, $m \in \mathbb{Z} \cap (-15; 15)$ nên $m \in \{-14; -13; -12; \dots; -1\}$ (vì $-g(a) \approx -0,9958452485$).

Do đó, có 14 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C** □

Câu 298. Cho phương trình $7^x + m = \log_7(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-25; 25)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 9.

B. 25.

C. 24.

D. 26.

Lời giải.

Điều kiện: $x > m$.

$$\text{Đặt } t = \log_7(x - m) \text{ ta có } \begin{cases} 7^x + m = t \\ 7^t + m = x \end{cases} \Rightarrow 7^x + x = 7^t + t. \quad (1)$$

Do hàm số $f(u) = 7^u + u$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên ta có $(1) \Leftrightarrow t = x$. Tức là

$$7^x + m = x \Leftrightarrow m = x - 7^x.$$

Xét hàm số $g(x) = x - 7^x \Rightarrow g'(x) = 1 - 7^x \ln 7 = 0 \Leftrightarrow x = -\log_7(\ln 7) = x_0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\log_7(\ln 7)$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$g(x_0)$	$-\infty$

Từ đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $m \leq g(-\log_7(\ln 7)) \approx -0,856$.

(các nghiệm này đều thỏa mãn điều kiện vì $x - m = 7^x > 0$)

Do m nguyên thuộc khoảng $(-25; 25)$ nên $m \in \{-24; -16; \dots; -1\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 299. Cho phương trình $2^x + m = \log_2(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-18; 18)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 9.

B. 19.

C. 17.

D. 18.

Lời giải.

Điều kiện $x > m$.

$$\text{Đặt } t = \log_2(x - m) \text{ ta có } \begin{cases} 2^x + m = t \\ 2^t + m = x \end{cases} \Rightarrow 2^x + x = 2^t + t \quad (1).$$

Do hàm số $f(u) = 2^u + u$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên ta có $(1) \Leftrightarrow x = t$.

Khi đó $2^x + m = x \Leftrightarrow m = x - 2^x$.

Xét hàm $g(x) = x - 2^x \Rightarrow g'(x) = 1 - 2^x \ln 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\log_2(\ln 2)$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\log_2(\ln 2)$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$g(-\log_2(\ln 2))$	$-\infty$

Từ đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $m \leq g(-\log_2(\ln 2)) \approx -0,914$.

Do m nguyên thuộc khoảng $(-18; 18)$ nên $m \in \{-17; -16; \dots; -1\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 300. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{2a+2b+1}(4a^2 + b^2 + 1) + \log_{4ab+1}(2a + 2b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng

A. $\frac{15}{4}$.

B. 5.

C. 4.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $4a^2 + b^2 \geq 4ab$, với mọi $a, b > 0$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $b = 2a$ (1).

Khi đó

$$2 = \log_{2a+2b+1}(4a^2 + b^2 + 1) + \log_{4ab+1}(2a + 2b + 1) \geq \log_{2a+2b+1}(4ab + 1) + \log_{4ab+1}(2a + 2b + 1).$$

Mặt khác theo bất đẳng thức Cauchy ta có $\log_{2a+2b+1}(4ab + 1) + \log_{4ab+1}(2a + 2b + 1) \geq 2$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\log_{2a+2b+1}(4ab + 1) = 1 \Leftrightarrow 4ab + 1 = 2a + 2b + 1$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $8a^2 - 6a = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{4} \Rightarrow b = \frac{3}{2} \Rightarrow a + 2b = \frac{15}{4}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 301. Tìm giá trị của m để phương trình $\log_2(x^2 - 3x - m) + \log_{\frac{1}{2}}x = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

A. $m > -4$.

B. $-4 < m < 0$.

C. $-4 < m < -\frac{9}{4}$.

D. $m < 0$.

Lời giải.

$$\log_2(x^2 - 3x - m) + \log_{\frac{1}{2}}x = 0 \Leftrightarrow \log_2(x^2 - 3x - m) = \log_2 x \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 4x = m. \end{cases}$$

Ta cần tìm m để phương trình $x^2 - 4x = m$ có hai nghiệm trên $(0; +\infty)$.

Xét $f(x) = x^2 - 4x$

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		0	+
$f(x)$	0	$\searrow$ -4 $\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $-4 < m < 0$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **B** □

Câu 302. Tổng bình phương của tất cả các nghiệm của phương trình $\log_5 \frac{4\sqrt{x} + 2}{2x + 3} = 2 \log_3 \frac{2x + 1}{4\sqrt{x}}$ bằng

A. 9.

B. $\frac{17}{2}$.

C. $\frac{35}{4}$.

D. 8.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x > 0$. Ta có

$$\log_5 \frac{4\sqrt{x} + 2}{2x + 3} = 2 \log_3 \frac{2x + 1}{4\sqrt{x}} \Leftrightarrow \log_5(4\sqrt{x} + 2) + 2 \log_3 4\sqrt{x} = \log_5(2x + 3) + 2 \log_3(2x + 1) \quad (1)$$

Hàm số $f(t) = \log_5(t+2) + 2\log_3 t$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$, cho nên

$$(1) \Leftrightarrow 4\sqrt{x} = 2x + 1 \Leftrightarrow x = \left(\frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}\right)^2$$

Suy ra tổng bình phương các nghiệm của phương trình là $\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)^4 + \left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)^4 = \frac{17}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 303. Phương trình $\log_2 \left(\cos^2 xy + \frac{1}{\cos^2 xy} \right) = \frac{1}{y^2 - 2y + 2}$ có nghiệm $(x; y)$. Tính $x \cdot y$.

A. $k\pi$.

B. $k2\pi$.

C. $\pi + k2\pi$.

D. $\frac{\pi}{2} + k\pi$.

Lời giải.

$$\log_2 \left(\cos^2 xy + \frac{1}{\cos^2 xy} \right) = \frac{1}{y^2 - 2y + 2} \quad (*)$$

$$\text{Điều kiện } \cos^2 xy + \frac{1}{\cos^2 xy} > 0.$$

$$\text{Theo định lý Cô-si, ta có } \cos^2 xy + \frac{1}{\cos^2 xy} \geq 2 \Rightarrow \log_2 \left(\cos^2 xy + \frac{1}{\cos^2 xy} \right) \geq 1 \quad (1).$$

$$\text{Lại có } y^2 - 2y + 2 = (y-1)^2 + 1 \geq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{y^2 - 2y + 2} \leq 1 \quad (2).$$

$$\text{Từ (1), (2) và (*), suy ra } \begin{cases} \log_2 \left(\cos^2 xy + \frac{1}{\cos^2 xy} \right) = 1 \\ \frac{1}{y^2 - 2y + 2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 xy = \frac{1}{\cos^2 xy} \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos^4 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi.$$

$$\text{Vậy } x \cdot y = k\pi.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 304. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $2xy + \log_2(xy+x)^x = 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = 2x^2 + y$

A. $P_{\min} = 3$.

B. $P_{\min} = 2\sqrt{3} - 1$.

C. $P_{\min} = 5$.

D. $P_{\min} = 3\sqrt[3]{4} - 1$.

Lời giải.

Ta có $y = P - 2x^2 > 0$, khi đó

$$\begin{aligned} 2x(P - 2x^2) + x \log_2 [x(P - 2x^2) + x] &= 8 \\ \Leftrightarrow \log_2 (-2x^3 + Px + x) &= 4x^2 + \frac{8}{x} - 2P. \end{aligned}$$

Trên miền $x > 0$, ta đặt

$$— f(x) = 4x^2 + \frac{8}{x} - 2P \Rightarrow f'(x) = 8x - \frac{8}{x^2} \Rightarrow f''(x) = 8 + \frac{16}{x^3} > 0, \forall x > 0.$$

Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$, do đó $f(x)$ có duy nhất một cực tiểu tại $x = 1$.

$$— g(x) = -2x^3 + Px + x \Rightarrow g'(x) = -6x^2 + P + 1 \Rightarrow g''(x) = -12x < 0, \forall x > 0.$$

Xét $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{P+1}{6}}$, đây là điểm cực đại của $g(x)$ và cũng là điểm cực đại duy nhất của $\log_2 g(x)$.

$$\text{Do đó giá trị } P \text{ nhỏ nhất thỏa đề bài khi } \begin{cases} \sqrt{\frac{P+1}{6}} = 1 \\ \log_2 g(1) = f(1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P = 5 \\ \log_2 g(1) = f(1) = 2. \end{cases}$$

Vậy $P = 5$ thỏa đề bài.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 305. Phương trình $2^x = x^2$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Vì với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $2^x > 0$ nên $x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$. Khi đó ta có

$$2^x = x^2 \Leftrightarrow \log_2 2^x = \log_2 x^2 \Leftrightarrow x = 2 \log_2 |x|.$$

Xét hàm số $f(x) = 2 \log_2 |x| - x$, có $f'(x) = \frac{2}{x \ln 2} - 1$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{\ln 2}$. Bảng biến thiên hàm số $f(x)$:

x	$-\infty$	0	$\frac{2}{\ln 2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$+$ 0 $-$	
$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	

Ta có $\frac{2}{\ln 2} < 4$, từ bảng biến thiên ta suy ra $f\left(\frac{2}{\ln 2}\right) > f(4) = 0$. Suy ra đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 0$ tại 3 điểm phân biệt hay phương trình $x = 2 \log_2 |x|$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 306. Số nghiệm thực của phương trình $3^{x^3 + \frac{1}{4x^3}} + 3^{\frac{x}{4} + \frac{1}{x}} = 6$ là

A. 1.

B. 6.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

— Với $x > 0$, ta có $x^3 + \frac{1}{4x^3} \geq 1$ và $\frac{x}{4} + \frac{1}{x} \geq 1$ nên $3^{x^3 + \frac{1}{4x^3}} + 3^{\frac{x}{4} + \frac{1}{x}} \geq 6$.

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = \frac{1}{4x^3} \\ \frac{x}{4} = \frac{1}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^6 = 4 \\ x^2 = 4 \end{cases} \text{ (loại)}.$$

— Với $x < 0$, ta có $x^3 + \frac{1}{4x^3} \leq -1$ và $\frac{x}{4} + \frac{1}{x} \leq -1$ nên $3^{x^3 + \frac{1}{4x^3}} + 3^{\frac{x}{4} + \frac{1}{x}} \leq 6$.

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = \frac{1}{4x^3} \\ \frac{x}{4} = \frac{1}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^6 = 4 \\ x^2 = 4 \end{cases} \text{ (loại)}.$$

— Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 307. Số các giá trị nguyên của $m \in [-2018; 2018]$ để phương trình $(1-x) \ln \frac{2m+1-2mx}{2mx-2m+1} - 1 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt là

A. 2020.

B. 2018.

C. 2019.

D. 2017.

Lời giải.

Dễ thấy khi $m = 0$ thì phương trình vô nghiệm và $x = 1$ không thỏa mãn phương trình.

Xét $m \neq 0$ và $x \neq 1$, ta có

$$(1-x) \ln \frac{2m+1-2mx}{2mx-2m+1} - 1 = 0 \Leftrightarrow \ln \frac{2m(1-x)+1}{1-2m(1-x)} = \frac{1}{1-x}.$$

Đặt $t = 1 - x \neq 0$, ta được:

$$\frac{2mt+1}{1-2mt} = e^{\frac{1}{t}} \Leftrightarrow 2m = \frac{e^{\frac{1}{t}} - 1}{t(e^{\frac{1}{t}} + 1)} = \frac{\frac{e^{\frac{1}{t}} - 1}{\frac{1}{t}}}{e^{\frac{1}{t}} + 1} = f(t).$$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(t)$		$+\infty$	$\frac{1}{2}$

Từ bảng biến thiên, phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi $2m > \frac{1}{2} \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$.

Trên đoạn $[-2018; 2018]$ có 2018 số nguyên m thỏa $m > \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 308. Xét x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 \left(\frac{x+4y}{x+y} \right) = 2x - 4y + 1$. Giá trị nhỏ nhất

của $P = \frac{2x^4 - 2x^2y^2 + 6x^2}{(x+y)^3}$ bằng

A. $\frac{25}{9}$.

B. 4.

C. $\frac{9}{4}$.

D. $\frac{16}{9}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2 \left(\frac{x+4y}{x+y} \right) = 2x - 4y + 1 &\Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{x+4y}{2x+2y} \right) = 2x - 4y \\ &\Leftrightarrow \log_2(x+4y) + 2(x+4y) = \log_2(2x+2y) + 2(2x+2y). \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \ln t + 2t$ trên $(0; +\infty)$ ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2 > 0, \forall t \in (0; +\infty)$ nên ta có

$$f(x+4y) = f(2x+2y) \Leftrightarrow x+4y = 2x+2y \Leftrightarrow x = 2y.$$

$$\text{Thay vào } P \text{ ta được } P = \frac{2x^4 - 2x^2y^2 + 6x^2}{(x+y)^3} = \frac{24}{27} \left(y + \frac{1}{y} \right) \geq \frac{16}{9}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 2, y = 1$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\min P = \frac{16}{9}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 309. Một người gửi tiết kiệm ngân hàng theo hình thức gửi góp hàng tháng. lãi suất tiết kiệm gửi góp cố định 0.55%/ tháng. Lần đầu tiên người đó gửi 2.000.000 đồng. Cứ sau mỗi tháng người đó gửi nhiều hơn số tiền đã gửi tháng trước đó là 200.000 đồng. Hỏi sau 5 năm (kể từ lần gửi đầu tiên) người đó nhận được tổng số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu?

A. 539.447.312 đồng. B. 618.051.620 đồng. C. 484.692.514 đồng. D. 597.618.514 đồng.

Lời giải.

Gọi a là số tiền vốn ban đầu, h là số tiền gửi nhiều hơn mỗi tháng, r là lãi suất tiết kiệm.

Đặt $q = 1 + r$. Ta có quy trình sau

Sau n tháng	Số tiền nhận được	Cộng tiền gửi thêm
1	$a \cdot q$	$a \cdot q + (a + h)$
2	$a \cdot q^2 + (a + h) \cdot q^2$	$a \cdot q^2 + (a + h) \cdot q^2 + (a + 2h)$
3	$a \cdot q^3 + (a + h) \cdot q^2 + (a + 2h) \cdot q$	$a \cdot q^3 + (a + h) \cdot q^2 + (a + 2h) \cdot q + (a + 3h)$

Tiếp tục quy trình trên, số tiền nhận được sau n tháng là

$$\begin{aligned} A_n &= a \cdot q^n + (a + h) \cdot q^{n-1} + (a + 2h) \cdot q^{n-2} + \dots + [a + h(n-1)] \cdot q \\ &= a(q^n + q^{n-1} + \dots + q) + h[q^{n-1} + 2q^{n-2} + \dots + (n-1)q] \\ &= aq \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} + h[q^{n-1} + 2q^{n-2} + \dots + (n-1)q]. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x - x^n}{1 - x} = x \cdot \frac{1 - x^{n-1}}{1 - x} = x + x^2 + x^3 + \dots + x^{n-1}$ với $x \neq 1$. Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(1 - nx^{n-1})(1 - x) + (x - x^n)}{(1 - x)^2} = \frac{(n-1)x^n - nx^{n-1} + 1}{(1 - x)^2} \\ \Rightarrow 1 + 2x + 3x^2 + \dots + (n-1)x^{n-2} &= \frac{(n-1)x^n - nx^{n-1} + 1}{(1 - x)^2}. \end{aligned}$$

Thay $x = \frac{1}{q}$ ta được

$$\begin{aligned} 1 + \frac{2}{q} + \dots + \frac{n-1}{q^{n-2}} &= \frac{(n-1)\left(\frac{1}{q}\right)^n - n\left(\frac{1}{q}\right)^{n-1} + 1}{\left(1 - \frac{1}{q}\right)^2} \\ \Leftrightarrow 1 + \frac{2}{q} + \dots + \frac{n-1}{q^{n-2}} &= \frac{(n-1) - nq + q^n}{q^n(q-1)^2 \cdot \frac{1}{q^2}} = \frac{q^{n+2} - nq^3 + (n-1)q^2}{q^n(q-1)^2}. \end{aligned}$$

Nhân cả hai vế cho q^{n-1} ta được

$$q^{n-1} + 2q^{n-2} + \dots + (n-1)q = \frac{q^{n+1} - nq^2 + n-1}{(q-1)^2}.$$

Vậy

$$A_n = aq \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} + h \left[\frac{q^{n+1} - nq^2 + n-1}{(q-1)^2} \right].$$

Thay $n = 5 \cdot 12 = 60$, $q = 1 + r = 1 + 0.55\%$, $a = 2.000.000$, $h = 200.000$, ta được số tiền cả vốn lẫn lãi nhận được là $A \approx 539.447.312$ đồng.

Chọn đáp án **A** □

Câu 310. Với x, y, z, t là các số tự nhiên nguyên tố cùng nhau từng đôi một thỏa mãn $x \log_{2016} 2 + y \log_{2016} 3 + z \log_{2016} 7 = t$. Tính giá trị biểu thức $P = x^y + y^z + z^t$

A. 28.

B. 57.

C. 58.

D. 3130.

Lời giải.

Ta có $x \log_{2016} 2 + y \log_{2016} 3 + z \log_{2016} 7 = t \Leftrightarrow 2^x \cdot 3^y \cdot 7^z = 2016^t = 2^{5t} \cdot 3^{2t} \cdot 7^t$.

Suy ra $x = 5t$, $y = 2t$, $z = t$. Hơn nữa vì x, y, z, t là các số tự nhiên nguyên tố cùng nhau từng đôi một nên $t = 1 \Rightarrow x = 5, y = 2, z = 1$.

Vậy $P = x^y + y^z + z^t = 5^2 + 2^1 + 1^1 = 28$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 311. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình sau có nghiệm thực

$$\ln \frac{\sin^3 x + 4}{-3 \sin x + 4 + m} + \sin^3 x + 3 \sin x - m = 0.$$

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Giả sử m thỏa mãn để phương trình $\ln \frac{\sin^3 x + 4}{-3 \sin x + 4 + m} + \sin^3 x + 3 \sin x - m = 0$ (1) có nghiệm thực.

Đặt $y = \sin^3 x + 4$, $z = -3 \sin x + 4 + m$. Vì m nguyên dương nên $y > 0$, $z > 0$.

Phương trình (1) trở thành

$$\begin{aligned} \ln \frac{y}{z} + y - z = 0 &\Leftrightarrow \ln y - \ln z + y - z = 0 \\ &\Leftrightarrow \ln y + y = \ln z + z \quad (2). \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \ln t + t$ với $t > 0$, có $f'(t) = \frac{1}{t} + 1 > 0 \forall t > 0$ nên $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Suy ra (2) $\Leftrightarrow y = z$. Tức là

$$\sin^3 x + 4 = -3 \sin x + 4 + m \Leftrightarrow \sin^3 x + 3 \sin x = m.$$

Ta thấy $-4 \leq \sin^3 x + 3 \sin x \leq 4 \Rightarrow -4 \leq m \leq 4 \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4\}$ (do m nguyên dương).

Vậy có bốn giá trị nguyên dương của m thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 312. Cho phương trình $\log_2 (x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_{2017} (x - \sqrt{x^2 - 1}) = \log_a (x + \sqrt{x^2 - 1})$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(1; 2018)$ của tham số a sao cho phương trình đã cho có nghiệm lớn hơn 3?

A. 20.

B. 19.

C. 18.

D. 17.

Lời giải.

Nhận thấy với $x > 3$ thì $x + \sqrt{x^2 - 1} > x - \sqrt{x^2 - 1} > 0$. Ta có

$$\begin{aligned} \log_2 (x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_{2017} (x - \sqrt{x^2 - 1}) &= \log_a (x + \sqrt{x^2 - 1}) \\ \Leftrightarrow \log_2 (x + \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_{2017} (x + \sqrt{x^2 - 1}) &= \log_a 2 \cdot \log_2 (x + \sqrt{x^2 - 1}) \\ \Leftrightarrow \log_{2017} (x + \sqrt{x^2 - 1}) &= \log_a 2. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = \log_{2017} (x + \sqrt{x^2 - 1})$ trên khoảng $(3; +\infty)$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{\ln 2017 \sqrt{x^2 - 1}} > 0, \forall x > 3$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:

x	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$f(3)$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình đã cho có nghiệm lớn hơn 3 khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}\log_a 2 > f(3) &\Leftrightarrow \log_a 2 > \log_{2017} (3 + 2\sqrt{2}) \\ &\Leftrightarrow \log_2 a < \log_{3+2\sqrt{2}} 2017 \\ &\Leftrightarrow 0 < a < 2^{\log_{3+2\sqrt{2}} 2017} \approx 19,9.\end{aligned}$$

Mà a là số nguyên thuộc khoảng $(1; 2018)$ nên $a \in \{2; 3; \dots; 19\}$.

Vậy có 18 giá trị của a thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 313. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2 - 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2} + 4m - 4 = 0$$

có nghiệm trên đoạn $\left[\frac{5}{2}; 4\right]$?

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 4.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 2$.

Phương trình $\Leftrightarrow 4(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) + 4m - 4 = 0$.

$\Leftrightarrow (m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2 + (m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) + m - 1 = 0$.

Đặt $t = \log_{\frac{1}{2}}(x-2)$. Với $x \in \left[\frac{5}{2}; 4\right] \Rightarrow t \in [-1; 1]$.

Phương trình trở thành $(m-1)t^2 + (m-5)t + m - 1 = 0 \Rightarrow m(t^2 + t + 1) - t^2 - 5t - 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{t^2 + 5t + 1}{t^2 + t + 1}$ (1).

Xét hàm $f(t) = \frac{t^2 + 5t + 1}{t^2 + t + 1}$ trên $[-1; 1]$ có: $f'(t) = \frac{-4t^2 + 4}{(t^2 + t + 1)^2} \geq 0, \forall t \in [-1; 1]$.

Suy ra hàm $f(t)$ đồng biến trên $[-1; 1] \Rightarrow \max_{t \in [-1; 1]} f(t) = f(1) = \frac{7}{3}, \min_{t \in [-1; 1]} f(t) = f(-1) = -3$.

Phương trình đã cho có nghiệm thuộc $\left[\frac{5}{2}; 4\right] \Leftrightarrow$ phương trình (1) có nghiệm $t \in [-1; 1]$.

$\Leftrightarrow \min_{t \in [-1; 1]} f(t) \leq m \leq \max_{t \in [-1; 1]} f(t) \Leftrightarrow -3 \leq m \leq \frac{7}{3}$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$. Vậy có 6 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 314. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log(u_1^2 + u_2^2 + 13) = \log(4u_1 + 6u_2)$ và $u_{n+2} + u_n = 2u_{n+1} - 3$ với mọi $n \geq 1$. Tìm giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{n^2 - n + 1}$.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\log(u_1^2 + u_2^2 + 13) &= \log(4u_1 + 6u_2) \\ \Leftrightarrow u_1^2 + u_2^2 + 13 &= 4u_1 + 6u_2 \\ \Leftrightarrow (u_1 - 2)^2 + (u_2 - 3)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = 3. \end{cases}\end{aligned}$$

Đặt $v_n = u_{n+1} - u_n, \forall n \in \mathbb{N}$. Khi đó ta được dãy số (v_n) như sau $\begin{cases} v_1 = 1 \\ v_{n+1} = v_n - 3. \end{cases}$

Suy ra dãy (v_n) là cấp số cộng với công sai là $d = -3$, nên $v_n = v_1 + (n-1)d = 4 - 3n$.

Do đó $u_{n+1} - u_n = -3n + 4, \forall n \in \mathbb{N}$. Khi đó ta có

$$u_2 - u_1 = -3 + 4$$

$$u_3 - u_2 = -3 \cdot 2 + 4$$

...

$$u_n - u_{n-1} = -3 \cdot (n-1) + 4.$$

Cộng vế theo vế ta được $u_n - u_1 = -3(1 + 2 + \dots + n-1) + 4(n-1) \Leftrightarrow u_n = -\frac{3}{2}n^2 + \frac{11}{2}n - 4$.

Khi đó

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{n^2 - n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\frac{3}{2}n^2 + \frac{11}{2}n - 4}{n^2 - n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\frac{3}{2} + \frac{11}{2} \cdot \frac{1}{n} - \frac{4}{n^2}}{1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} = -\frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 315. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4\log_4^2 x - 2\log_2 x + 3 - m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{1}{2}; 4\right]$.

A. $m \in [2; 3]$.

B. $m \in [2; 6]$.

C. $m \in \left[\frac{11}{4}; 15\right]$.

D. $m \in \left[\frac{11}{4}; 9\right]$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$. Ta có

$$4\log_4^2 x - 2\log_2 x + 3 - m = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 2\log_2 x + 3 - m = 0.$$

Đặt $\log_2 x = t$, do $\frac{1}{2} \leq x \leq 4$ nên $-1 \leq t \leq 2$. Khi đó phương trình trên trở thành

$$t^2 - 2t + 3 - m = 0 \Leftrightarrow f(t) = t^2 - 2t + 3 = m.$$

Có $f'(t) = 2t - 2 \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Ta có bảng biến thiên.

t	-1	1	2
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	6	2	3

Dựa vào bảng biến thiên ta được $x \in \left[\frac{1}{2}; 4\right] \Leftrightarrow m \in [2; 6]$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 316. Cho phương trình $25^{1+\sqrt{4-x^2}} - (m+2)5^{1+\sqrt{4-x^2}} + 2m+1 = 0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình trên có nghiệm thực?

A. 120.

B. 117.

C. 119.

D. 116.

Lời giải.

Xét phương trình $25^{1+\sqrt{4-x^2}} - (m+2)5^{1+\sqrt{4-x^2}} + 2m+1 = 0$, điều kiện $x \in [-2; 2]$.

Đặt $5^{1+\sqrt{4-x^2}} = t$, ta có $0 \leq \sqrt{4-x^2} \leq 2 \Rightarrow 1 \leq 1 + \sqrt{4-x^2} \leq 3 \Rightarrow t \in [5; 125]$.

Ta được phương trình $t^2 - (m+2)t + 2m+1 = 0 \Leftrightarrow \frac{t^2 - 2t + 1}{t-2} = m$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 2t + 1}{t-2}$ trên đoạn $[5; 125]$, ta có $f'(t) = \frac{t^2 - 4t + 2}{(t-2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3. \end{cases}$

Khi đó ta có bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[5; 124]$

t	5	125
$f'(t)$	+	
$f(t)$	$\frac{16}{3}$	$\frac{15376}{123}$

Dựa vào bảng biến thiên ta được $\frac{16}{3} < m < \frac{15376}{123}$.

Vậy có 120 số nguyên dương của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 317. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình

$$\log^2 |\cos x| - m \log \cos^2 x - m^2 + 4 = 0$$

vô nghiệm.

A. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

B. $m \in (\sqrt{2}; 2)$.

C. $m \in (-\sqrt{2}; 2)$.

D. $m \in (-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $\cos x \neq 0$.

Đặt $t = \log |\cos x|$. Vì $|\cos x| \in (0; 1]$ và $10 > 1$ nên $t \in (-\infty; 0]$.

Khi đó, phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2mt - m^2 + 4 = 0$ (*).

Bài toán trở thành tìm m để phương trình (*) không có nghiệm t thuộc $(-\infty; 0]$.

Có hai trường hợp sau

— Trường hợp phương trình (*) vô nghiệm. Tức là

$$\Delta' = m^2 - (-m^2 + 4) < 0 \Leftrightarrow m^2 < 2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < m < \sqrt{2}.$$

— Trường hợp phương trình (*) có hai nghiệm dương (không cần phân biệt). Điều kiện tương đương là

$$\begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ -\frac{b}{a} = 2m > 0 \\ \frac{c}{a} = -m^2 + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty) \\ m \in (0; +\infty) \\ m \in (-2; 2) \end{cases} \Leftrightarrow m \in [\sqrt{2}; 2).$$

Vậy giá trị m cần tìm là $m \in (-\sqrt{2}; 2)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 318. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $2\log_2|x| + \log_2|x+3| = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

- A. $m \in \{2\}$. B. $m \in \{0; 2\}$. C. $m \in (0; 2)$. D. $m \in (-\infty; 2)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x \neq 0, x \neq -3$.

Phương trình ban đầu tương đương với

$$\log_2 x^2 + \log_2|x+3| = m \Leftrightarrow x^2 \cdot |x+3| = 2^m. \quad (1)$$

Số nghiệm phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^2 \cdot |x+3|$ (C) và $y = 2^m$ (d).

Dựa vào đồ thị (C) thì phương trình (1) có đúng ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $2^m = 4 \Leftrightarrow m = 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 319. Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn

$$2018^{x+2y} + \frac{2017}{2017^{xy}} + x + 1 = \frac{2018^{xy}}{2018} + 2017^{-x-2y} + y(x-2).$$

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y$ được viết dưới dạng $a + b\sqrt{3}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Tính $T = a + 3b$.

- A. $T = 9$. B. $T = 8$. C. $T = 10$. D. $T = 11$.

Lời giải.

Phương trình ban đầu tương đương với

$$2018^{x+2y} - 2017^{-x-2y} + x + 2y = 2018^{xy-1} - 2017^{-(xy-1)} + xy - 1. \quad (1)$$

Xét hàm số $y = f(t) = 2018^t - 2017^{-t} + t$. Ta có $y' = 2018^t \cdot \ln 2018 + 2017^t \cdot \ln 2017 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $y = f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ và phương trình (1) tương đương với $f(x+2y) = f(xy-1)$.

Suy ra $x+2y = xy-1 \Leftrightarrow y = \frac{x+1}{x-2}$ (do $x=2$ không thỏa mãn). Khi đó $P = x + \frac{x+1}{x-2}$.

$$\text{Do } \begin{cases} x > 0 \\ y = \frac{x+1}{x-2} > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 2.$$

Ta có $P' = 1 - \frac{3}{(x-2)^2}$; $P' = 0 \Leftrightarrow x = 2 + \sqrt{3}$. Ta có bảng

biến thiên

Vậy $\min P = 3 + 2\sqrt{3}$. Suy ra $a = 3; b = 2 \Rightarrow a + 3b = 11$.

x	2	$2 + \sqrt{3}$	$+\infty$
P'	+	0	-
P	$+\infty$	$3 + 2\sqrt{3}$	$+\infty$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 320. Xét các số thực x, y thỏa mãn $\log_2 \left(\frac{3x^2 + 2xy + 4y^2 + 4}{x^2 + 2y^2 - y + 1} \right) = x^2 - 2xy + 4y^2 - 4y + 2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 27x^3 + 3y^2 + 3xy + 3x + 2$.

- A. $-\frac{26}{3}$. B. -7 . C. $-\frac{25}{3}$. D. -8 .

Lời giải.

Vì

$$3x^2 + 2xy + 4y^2 + 4 = (x+y)^2 + 2x^2 + 3y^2 + 4 > 0, \forall x, y \in \mathbb{R},$$

$$x^2 + 2y^2 - y + 1 = x^2 + y^2 + (y^2 - y + 1) > 0, \forall x, y \in \mathbb{R}$$

nên đẳng thức đã cho xác định với mọi $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2 \left(\frac{3x^2 + 2xy + 4y^2 + 4}{x^2 + 2y^2 - y + 1} \right) &= x^2 - 2xy + 4y^2 - 4y + 2 \\ \Leftrightarrow \log_2(3x^2 + 2xy + 4y^2 + 4) - \log_2(x^2 + 2y^2 - y + 1) &= x^2 - 2xy + 4y^2 - 4y + 2 \\ \Leftrightarrow \log_2(3x^2 + 2xy + 4y^2 + 4) + (3x^2 + 2xy + 4y^2 + 4) &= \log_2(x^2 + 2y^2 - y + 1) + 2 + \\ &\quad (4x^2 + 8y^2 - 4y + 4) \\ \Leftrightarrow \log_2(3x^2 + 2xy + 4y^2 + 4) + (3x^2 + 2xy + 4y^2 + 4) &= \log_2(4x^2 + 8y^2 - 4y + 4) + \\ &\quad (4x^2 + 8y^2 - 4y + 4). \end{aligned} \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$, với $t > 0$. Có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0$ nên hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow f(3x^2 + 2xy + 4y^2 + 4) = f(4x^2 + 8y^2 - 4y + 4) \\ &\Leftrightarrow 3x^2 + 2xy + 4y^2 + 4 = 4x^2 + 8y^2 - 4y + 4 \Leftrightarrow x^2 - 2xy + 4y^2 - 4y = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Coi (2) là phương trình bậc hai ẩn x , điều kiện có nghiệm là

$$\Delta' = y^2 - (4y^2 - 4y) \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \frac{4}{3}.$$

Còn nếu coi (2) là phương trình bậc hai ẩn y thì điều kiện có nghiệm là

$$\Delta' = (x + 2)^2 - 4x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq x \leq 2.$$

Mặt khác từ (2) suy ra $xy = \frac{1}{2}x^2 + 2y^2 - 2y$. Thay vào P ta được

$$P = 27x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 3x + 1 + (3y - 1)^2 \geq 27x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 3x + 1.$$

Mà $\min_{[-\frac{2}{3}; 2]} \left(27x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 3x + 1 \right) = -\frac{25}{3}$ đạt tại $x = -\frac{2}{3}$, nên

$$\min P = -\frac{25}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}, y = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án  □

Câu 321. Cho tham số thực m . Biết phương trình $e^x - e^{-x} = 2 \cos mx$ có 3 nghiệm thực phân biệt. Hỏi phương trình $e^x + e^{-x} = 2 \cos mx + 4$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A. 3. B. 0. C. 6. D. 9.

Lời giải.

Giả sử $x_i, i = \overline{1, 3}$ là ba nghiệm phân biệt của phương trình, thế thì khi đó

$$e^{x_i} - e^{-x_i} = 2 \cos mx_i \quad (*)$$

Thay $x_i = 0$ vào $(*)$ ta có $0 = 2$ (vô lý). Vậy 0 không là nghiệm của phương trình ban đầu.

Từ phương trình $e^x + e^{-x} = 2 \cos mx + 4$ ta biến đổi

$$e^x + e^{-x} = 4 \cos^2 \frac{mx}{2} + 2 \Leftrightarrow (e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}})^2 = 4 \cos^2 \frac{mx}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}} = 2 \cos \frac{mx}{2} & (1) \\ e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}} = -2 \cos \frac{mx}{2} & (2). \end{cases}$$

Từ (*) thay x_i bằng $\frac{x_i}{2}$ ta có

$$e^{\frac{x_i}{2}} - e^{-\frac{x_i}{2}} = 2 \cos \frac{mx_i}{2}.$$

Vậy $\frac{x_1}{2}, \frac{x_2}{2}, \frac{x_3}{2}$ là ba nghiệm của (1).

Từ (*) thay x_i bằng $-\frac{x_i}{2}$ ta có

$$e^{-\frac{x_i}{2}} - e^{\frac{x_i}{2}} = 2 \cos \frac{-mx_i}{2} \Leftrightarrow e^{\frac{x_i}{2}} - e^{-\frac{x_i}{2}} = -2 \cos \frac{mx_i}{2}.$$

Vậy $-\frac{x_1}{2}, -\frac{x_2}{2}, -\frac{x_3}{2}$ là ba nghiệm của (2).

Mà x_1, x_2, x_3 là ba nghiệm phân biệt khác 0, vậy phương trình có tất cả 6 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **C** □

Câu 322. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $4^{1+x} + 4^{1-x} = (6-m)(2^{2+x} - 2^{2-x})$ có nghiệm thuộc đoạn $[0; 1]$?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow 2^{2+2x} + 2^{2-2x} = 2(6-m)(2^{1+x} - 2^{1-x})$.

Đặt $t = 2^{1+x} - 2^{1-x}$, với $t \in [0; 3]$. Khi đó $2^{2+2x} + 2^{2-2x} = t^2 + 8$.

Phương trình đã cho trở thành $t^2 + 8 = (12 - 2m)t$. (1)

Nếu $t = 0$ thì phương trình (1) $\Leftrightarrow 8 = 0$ (vô lí).

Nếu $t \neq 0$ thì phương trình (1) $\Leftrightarrow 12 - 2m = \frac{t^2 + 8}{t} \Leftrightarrow m = \frac{-t^2 + 12t - 8}{2t}$.

Xét hàm số $y = \frac{-t^2 + 12t - 8}{2t}$ với $t \in (0; 3]$. Ta có $y' = \frac{-2t^2 + 16}{4t^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2\sqrt{2} \text{ (nhận)} \\ t = -2\sqrt{2} \text{ (loại)} \end{cases}$.

Bảng biến thiên

t	0	$2\sqrt{2}$	3
y'		+	-
y	$-\infty$	$6 - 2\sqrt{2}$	$\frac{19}{6}$

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình ban đầu có nghiệm thuộc đoạn $[0; 1]$ thì $m \leq 6 - 2\sqrt{2}$.

Vậy $m \in \{1; 2; 3\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 323. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình $m3^{x^2-3x+2} + 3^{4-x^2} = 3^{6-3x} + m$ có đúng ba nghiệm phân biệt?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} m3^{x^2-3x+2} + 3^{4-x^2} &= 3^{6-3x} + m \\ \Leftrightarrow m3^{x^2-3x+2} + 3^{4-x^2} - 3^{x^2-3x+2} \cdot 3^{4-x^2} - m &= 0 \\ \Leftrightarrow (3^{x^2-3x+2} - 1)(3^{4-x^2} - m) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2-3x+2} = 1 \\ 3^{4-x^2} = m. (*) \end{cases} \end{aligned}$$

Phương trình $3^{x^2-3x+2} = 1$ có nghiệm $x = 1$ và $x = 2$.

Nhận thấy rằng hàm số $y = 3^{4-x^2}$ là hàm số chẵn, do đó nếu x_0 là nghiệm của phương trình $3^{4-x^2} = m$ (*) thì $-x_0$ cũng vậy. Do đó, để phương trình đã cho có đúng 3 nghiệm phân biệt, ta có các trường hợp sau:

- (*) có một nghiệm là 2 và nghiệm kia là -2 . Lúc đó $m = 1$.
- (*) có một nghiệm là 1 và nghiệm kia là -1 . Lúc đó $m = 27$.
- (*) có nghiệm duy nhất là 0. Lúc đó $m = 81$.

Vậy có 3 giá trị của m là 1, 27 và 81.

Chọn đáp án (B) □

Câu 324. Biết phương trình $\log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2\log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$ có nghiệm duy nhất $x = a + b\sqrt{2}$ trong đó a, b là các số nguyên. Tính $2a + 3b$.

A. 10.

B. 12.

C. 0.

D. 5.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $x > 1$.

Đặt $t = \log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2\log_3 \frac{x-1}{2\sqrt{x}}$. Ta có hệ sau

$$\begin{cases} \frac{2\sqrt{x}+1}{x-1} = 5^t \\ \frac{x-1}{2\sqrt{x}} = 3^{\frac{t}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2\sqrt{x}+1-x}{x-1-2\sqrt{x}} = 5^t - 1 \\ \frac{x-1-2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = 3^{\frac{t}{2}} - 1 \end{cases}$$

Từ hệ trên suy ra $(5^t - 1)(3^{\frac{t}{2}} - 1) = -\frac{(x-1-2\sqrt{x})^2}{2x\sqrt{x}} \leq 0 \Rightarrow (5^t - 1)(3^{\frac{t}{2}} - 1) \leq 0$.

Giải bất phương trình, thu được $t = 0$. Khi đó $x - 2\sqrt{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{2}$. Đối chiếu điều kiện, suy ra $\sqrt{x} = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow x = 3 + 2\sqrt{2}$. Vậy $a = 3; b = 2$ hay $2a + 3b = 12$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 325. Xét hàm số $f(t) = \frac{25^t}{25^t + m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x) + f(y) = 1$ với mọi số thực x, y thỏa mãn $e^{x+y} \leq e(x+y)$. Tìm số phần tử của S .

A. 2.

B. Vô số.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Đặt $g(t) = e^t - et$. Ta có $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Bảng biến thiên của hàm số $g(t)$ cho bởi bảng sau

t	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(t)$	-	0	+
$g(t)$	$+\infty$	0	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $e^t \geq et$ với $t \in \mathbb{R}$. Do đó

$$e^{x+y} \leq e(x+y) \Leftrightarrow x+y = 1.$$

Suy ra

$$\begin{aligned} 1 &= f(x) + f(y) = \frac{25^x}{25^x + m^2} + \frac{25^y}{25^y + m^2} \\ &= \frac{2 \cdot 25^{x+y} + m^2(25^x + 25^y)}{25^{x+y} + m^2(25^x + 25^y) + m^4} = \frac{50 + m^2(25^x + 25^y)}{25 + m^4 + m^2(25^x + 25^y)}. \end{aligned}$$

Suy ra $m^4 + 25 = 50$ hay $m = \pm\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 326. Cho phương trình $9^{x^2+m} - 3^{(x+2)^2} = -x^2 + 4x + 4 - 2m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m nằm trong khoảng $(-2018; 2018)$ để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt?

A. 2021.

B. 2022.

C. 2020.

D. 2019.

Lời giải.

Xét hàm số $f(t) = 3^t + t$, dễ thấy $f'(t) = 3^t \ln 3 + 1 > 0$ nên $f(t)$ là hàm số đồng biến. Phương trình đã cho tương đương

$$\begin{aligned} 3^{2x^2+2m} + (2x^2 + 2m) &= 3^{(x+2)^2} + (x+2)^2 \\ \Leftrightarrow f(2x^2 + 2m) &= f((x+2)^2) \\ \Leftrightarrow 2x^2 + 2m &= (x+2)^2 \\ \Leftrightarrow x^2 - 4x + 2m - 4 &= 0. \end{aligned} \tag{16}$$

Do đó phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt hay

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow 4 - (2m - 4) > 0 \Leftrightarrow m < 4.$$

Do $m \in (-2018; 2018)$ nên $m \in \{-2017; -2016; \dots; 3\}$. Vậy có tất cả 2021 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **A** □

Câu 327. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết $f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1} - x)$. Gọi $S = f(-2017) + f(-2016) + \dots + f(2018)$. Phương trình $x^3 - 2018x^2 + S = 0$ có ít nhất bao nhiêu nghiệm dương?

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Với mọi $y > 0$, ta có

$$\begin{aligned} f(y) + f(-y) &= \ln(\sqrt{y^2+1} - y) + \ln(\sqrt{y^2+1} + y) \\ &= \ln[(\sqrt{y^2+1} - y)(\sqrt{y^2+1} + y)] = \ln 1 = 0. \end{aligned}$$

Suy ra

$$S = f(-2017) + f(-2016) + \dots + f(2018) = f(0) + f(2018) = f(2018).$$

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 2018x^2 + f(2018)$, $x > 0$. Có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4036}{3}$ (do $x > 0$). Bảng biến thiên của $g(x)$

x	0	$\frac{4036}{3}$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$f(2018) < 0$	$g\left(\frac{4036}{3}\right) < 0$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình đã cho có duy nhất một nghiệm dương.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 328. Cho phương trình $\log_3 \frac{2x^2 - x + m}{x^2 + 1} = x^2 + x + 4 - m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [1; 10]$ để phương trình có hai nghiệm trái dấu?

A. 7.

B. 8.

C. 6.

D. 5.

Lời giải.

Điều kiện xác định $2x^2 - x + m > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{8}$. Ta có

$$\begin{aligned} \log_3 \frac{2x^2 - x + m}{x^2 + 1} &= x^2 + x + 4 - m \\ \Leftrightarrow \log_3 \frac{2x^2 - x + m}{3} + (2x^2 - x + m) &= \log_3 (x^2 + 1) + 3(x^2 + 1). \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + 3t$, $t > 0$ ta có $f'(t) = \frac{1}{t \cdot \ln 3} + 3 > 0$, $\forall t > 0$. Do đó hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$. Suy ra

$$\frac{2x^2 - x + m}{3} = x^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 + x + 3 - m = 0.$$

Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $3 - m < 0 \Leftrightarrow m > 3$.

Kết hợp với giả thiết ta có $m \in \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$. Vậy có 7 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 329. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình

$$2x^2 - 7x + 1 = (x^2 - 2x - 2)8^{x^2-5x+3} + (x^2 - 5x + 3)8^{x^2-2x-2}.$$

A. 25.

B. 23.

C. $\frac{33}{4}$.

D. 27.

Lời giải.

Đặt $u = x^2 - 2x - 2$, $v = x^2 - 5x + 3$ ta được

$$u + v = v \cdot 8^u + u \cdot 8^v. \quad (1)$$

$$\text{— } u = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \end{cases}, \text{ khi đó } (1) \Leftrightarrow v = v.$$

$$\text{Do đó trong trường hợp này ta có nghiệm } x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}, x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}.$$

$$\text{— } v = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{3} \\ x = 1 + \sqrt{3} \end{cases}, \text{ khi đó (1) } \Leftrightarrow u = u.$$

Do đó trong trường hợp này ta có nghiệm $x = 1 - \sqrt{3}, x = 1 + \sqrt{3}$.

— $u \neq 0$ và $v \neq 0$, khi đó

$$(1) \Leftrightarrow \frac{8^v - 1}{v} + \frac{8^u - 1}{u} = 0.$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{8^t - 1}{t}$, $t \neq 0$ ta có $f(t) > 0, \forall t > 0$ và $f(t) < 0, \forall t < 0$, do đó $f(u) + f(v) > 0$,

$\forall u, v \neq 0$. Do đó trong trường hợp này phương trình vô nghiệm.

Vậy tổng bình phương các nghiệm của phương trình là 27.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 330. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$2^{|\sin x| - |\sqrt{3} \cos x - m|} \cdot \log_2 (|\sin x| + 2) = \log_2 (|\sqrt{3} \cos x - m| + 2)$$

có nghiệm thực?

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2^{|\sin x| - |\sqrt{3} \cos x - m|} \cdot \log_2 (|\sin x| + 2) &= \log_2 (|\sqrt{3} \cos x - m| + 2) \\ \Leftrightarrow 2^{|\sin x| + 2} \cdot \log_2 (|\sin x| + 2) &= 2^{|\sqrt{3} \cos x - m| + 2} \cdot \log_2 (|\sqrt{3} \cos x - m| + 2) \end{aligned}$$

Vì $|\sin x| + 2 \geq 2$ và $|\sqrt{3} \cos x - m| + 2 \geq 2$ nên

Xét hàm $f(t) = 2^t \cdot \log_2 t$ với $t \in [2; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 \cdot \log_2 t + 2^t \cdot \frac{1}{t \ln 2} > 0, \forall t \in [2; +\infty)$.

Suy ra hàm đồng biến trên $[2; +\infty)$. Do đó

$$\begin{aligned} f(|\sin x| + 2) &= f(|\sqrt{3} \cos x - m| + 2) \\ \Leftrightarrow |\sin x| + 2 &= |\sqrt{3} \cos x - m| + 2 \Leftrightarrow |\sin x| = |\sqrt{3} \cos x - m| \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x - \sqrt{3} \cos x = -m \\ \sin x + \sqrt{3} \cos x = m \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{m}{2} \\ \sin \left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{m}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Để phương trình đã cho có nghiệm thực

$$\left| \frac{m}{2} \right| \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2 \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}.$$

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 331. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $16^x - 2 \cdot 12^x + (m^2 - 2)9^x = 0$ có nghiệm?

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

$$16^x - 2 \cdot 12^x + (m^2 - 2)9^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^x + m^2 - 2 = 0.$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{4}{3}\right)^x \quad (t > 0).$$

$$\text{Phương trình đã cho có dạng } t^2 - 2t + m^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 2 = -m^2 \quad (*).$$

Xét hàm số $y = t^2 - 2t - 2$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

$$y' = 2t - 2, \quad y' = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

t	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+
y	-2	-3	$+\infty$

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm $t > 0$.

$$\text{Dựa vào bảng biến thiên ta có } -m^2 > -3 \Leftrightarrow -\sqrt{3} < m < \sqrt{3}.$$

Suy ra các giá trị nguyên của m là: $-1, 0, 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 332. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_5 - 2 \log u_2 = 2(1 + \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1})$ và $u_n = 3u_{n-1}$, $\forall n \geq 2$. Giá trị lớn nhất của n để $u_n < 7^{100}$ là

A. 191.

B. 192.

C. 176.

D. 177.

Lời giải.

Vì $u_n = 3u_{n-1} \Rightarrow (u_n)$ là cấp số nhân có công bội $q = 3$.

Suy ra số hạng tổng quát là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ hay $u_n = u_1 \cdot 3^{n-1}$.

Từ $\log u_5 - 2 \log u_2 = 2(1 + \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1})$ đặt $(1 + \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1}) = t$ ta được

$$\begin{aligned} t^2 - 1 &= 2(1 + t) \\ \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 & (\text{loại}) \\ t = 3 \end{cases} &\Rightarrow t = 3 \\ \Rightarrow \log u_5 - 2 \log u_2 + 1 &= 9 \\ \Leftrightarrow \log(u_1 \cdot 3^4) - 2 \log(u_1 \cdot 3) &= 8 \\ \Leftrightarrow -\log u_1 &= 8 - 2 \log 3 \\ \Leftrightarrow \log u_1 &= \log \frac{9}{10^8} \\ \Leftrightarrow u_1 &= \frac{9}{10^8} \\ \Leftrightarrow u_n &= \frac{9}{10^8} \cdot 3^{n-1}. \end{aligned}$$

Khi đó

$$\begin{aligned} u_n &< 7^{100} \\ \Leftrightarrow 3^{n-1} &< \frac{10^8 \cdot 7^{100}}{9} \\ \Leftrightarrow n &< 192,89 \\ \Rightarrow n &= 192. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 333. Phương trình $2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $1 \leq m \leq \sqrt{2}$.

B. $\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{2} \leq m \leq 3$.

D. $3 \leq m \leq 4$.

Lời giải.

Ta có

$$2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = m \Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + \frac{2}{2^{\sin^2 x}} = m.$$

Đặt $t = 2^{\sin^2 x}$ ta có $0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2^{\sin^2 x} \leq 2$ hay $t \in [1; 2]$.

Xét hàm $f(t) = t + \frac{2}{t}$ với $t \in [1; 2]$.

$$\text{Có } f'(t) = 1 - \frac{2}{t^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{2} \\ t = -\sqrt{2} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

t	1	$\sqrt{2}$	2
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	3	$2\sqrt{2}$	3

Mà phương trình trên tương đương với $f(t) = m$.

Do đó để phương trình có nghiệm thì $m \in [2\sqrt{2}; 3]$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 334. Số giá trị nguyên của $m \in (-10; 10)$ để phương trình $(\sqrt{10}+1)^{x^2} + m(\sqrt{10}-1)^{x^2} = 2 \cdot 3^{x^2+1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt là

A. 14.

B. 15.

C. 13.

D. 16.

Lời giải.

Nhận xét $(\sqrt{10}+1)(\sqrt{10}-1) = 9 \Rightarrow (\sqrt{10}+1)^{\frac{x^2}{2}}(\sqrt{10}-1)^{\frac{x^2}{2}} = 3$.

Khi đó phương trình tương đương với

$$\begin{aligned} m &= \frac{6 \cdot 3^{x^2} - (\sqrt{10}+1)^{x^2}}{(\sqrt{10}-1)^{x^2}} \\ \Leftrightarrow m &= \frac{6((\sqrt{10}+1)^{\frac{x^2}{2}}(\sqrt{10}-1)^{\frac{x^2}{2}})^2 - \left(\frac{\sqrt{10}+1}{\sqrt{10}-1}\right)^{x^2}}{(\sqrt{10}-1)^{x^2}} \\ \Leftrightarrow m &= 6 \cdot \left(\frac{\sqrt{10}+1}{\sqrt{10}-1}\right)^{\frac{x^2}{2}} - \left(\frac{\sqrt{10}+1}{\sqrt{10}-1}\right)^{x^2}. \end{aligned}$$

Đặt $\left(\frac{\sqrt{10}+1}{\sqrt{10}-1}\right)^{\frac{x^2}{2}} = t$ vì $\frac{x^2}{2} \geq 0 \Rightarrow t \geq 1$.

Ta có phương trình $m = 6t - t^2$ (1) với $t \geq 1$.

Xét hàm số $f(t) = 6t - t^2 \Rightarrow f'(t) = 6 - 2t \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3$.

Bảng biến thiên

t	1	3	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	5	9	$-\infty$

Để phương trình có đúng hai nghiệm x thì phương trình (1) phải có một nghiệm $t > 1$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có đúng một nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} m = 9 \\ m < 5. \end{cases}$

Suy ra có 15 giá trị của m nguyên thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 335. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để phương trình $\log_3 m + \log_3 x = 2\log_3(x+1)$ luôn có hai nghiệm phân biệt?

A. 4015.

B. 2010.

C. 2018.

D. 2013.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+1 > 0 \\ x > 0. \end{cases}$$

$$\log_3 m + \log_3 x = 2\log_3(x+1) \Leftrightarrow \log_3(mx) = \log_3(x+1)^2 \Leftrightarrow mx = (x+1)^2 \Leftrightarrow x^2 + (2-m)x + 1 = 0$$

$$\text{Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì } \begin{cases} m > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 - 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 4.$$

Vậy có 2013 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 336. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2\left(\frac{x+4y}{x+y}\right) = 2x - 4y + 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{2x^4 - 2x^2y^2 + 6x^2}{(x+y)^3}$ bằng

A. 4.

B. $\frac{9}{4}$.

C. $\frac{16}{9}$.

D. $\frac{25}{9}$.

Lời giải.

$$\log_2\left(\frac{x+4y}{x+y}\right) = 2x - 4y + 1 \Leftrightarrow \log_2(x+4y) + 2(x+4y) = \log_2(2x+2y) + 2(2x+2y) \quad (*)$$

Hàm $f(t) = \log_2 t + 2t$ ($t > 0$) có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2 > 0, \forall t > 0$ nên $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow x+4y = 2x+2y \Leftrightarrow x = 2y$. Suy ra

$$P = \frac{2x^4 - 2x^2y^2 + 6x^2}{(x+y)^3} = \frac{32y^4 - 8y^4 + 24y^2}{27y^3} = \frac{8}{9} \left(y + \frac{1}{y}\right) \geq \frac{16}{9}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 337. Biết phương trình $\log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2\log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$ có nghiệm duy nhất $x = a + b\sqrt{2}$ trong đó a, b là các số nguyên. Tính $T = a + b$.

A. $T = 5$.

B. $T = -1$.

C. $T = 1$.

D. $T = 2$.

Lời giải.

Ta có: $\log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2\log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \Leftrightarrow \log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2\log_3 \left(\frac{x-1}{2\sqrt{x}} \right)$.

Điều kiện $x > 1$.

Xét $f(x) = \log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x}$ trên $(1; +\infty)$.

Vì $f'(x) = \frac{\frac{x^2}{2\sqrt{x}+1}}{x \ln 5} < 0, \forall x \in (1; +\infty)$ nên $f(x)$ là hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Xét hàm số $g(x) = 2\log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$ trên $(1; +\infty)$.

Vì $g'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2x\sqrt{x}}}{\left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \ln 3} > 0, \forall x \in (1; +\infty)$ nên $g(x)$ là hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Do đó, phương trình đã cho có tối đa một nghiệm.

Mặt khác, từ hệ $\begin{cases} \log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 0 \\ 2\log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) = 0 \end{cases}$ ta giải được nghiệm $x = 3 + 2\sqrt{2}$.

Vậy $x = 3 + 2\sqrt{2}$ là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.

Khi đó, $a = 3, b = 2$. Vậy $a + b = 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 338. Với mọi tham số thực k thuộc tập nào dưới đây để phương trình

$$\log_2^2 \left(\cos^2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right) - 4\log_2(\cos x + \sin x) - 2 - 4k = 0$$

có nghiệm?

- A. $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; 2018)$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_2(\cos x + \sin x)$, $\cos x + \sin x \leq \sqrt{2}$ cho nên $t \leq \frac{1}{2}$. Phương trình đã cho tương đương

$$(2t - 1)^2 - 4t = 4k + 2 \Leftrightarrow 4t^2 - 8t = 4k + 1 \quad (1)$$

Dễ thấy hàm số $f(t) = 4t^2 - 8t$ nghịch biến trên nửa khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$ suy ra phương trình (1) có

nghiệm khi $4k + 1 \geq f\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow k \geq -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 339. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\log_2 \frac{y}{2\sqrt{1+x}} = 3(y - \sqrt{1+x}) - y^2 + x$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $K = x - y$.

- A. $\min K = -\frac{3}{4}$. B. $\min K = -\frac{5}{4}$. C. $\min K = -2$. D. $\min K = -1$.

Lời giải.

Với $y > 0$, ta có:

$$\begin{aligned} \log_2 \frac{y}{2\sqrt{1+x}} &= 3(y - \sqrt{1+x}) - y^2 + x \\ \Leftrightarrow \log_2 y - 1 - \log_2 \sqrt{1+x} &= 3y - 3\sqrt{1+x} - y^2 + x \\ \Leftrightarrow y^2 - 3y + \log_2 y &= 1 + x - 3\sqrt{1+x} + \log_2 \sqrt{1+x} \\ \Leftrightarrow f(y) &= f(\sqrt{1+x}). \end{aligned}$$

Với $f(x) = x^2 - 3x + \log_2 x$ xác định trên $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(x) = 2x - 3 + \frac{1}{x \ln 2} = \frac{(2 \ln 2)x^2 - (3 \ln 2)x + 1}{x \ln 2} > 0$ với mọi $x \in (0; +\infty)$.

Suy ra f là hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$, nên từ $f(y) = f(\sqrt{1+x})$ ta suy ra $y = \sqrt{1+x}$.

Khi đó K trở thành $K = x - \sqrt{1+x} = \left(\sqrt{1+x} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \geq -\frac{5}{4}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = -\frac{3}{4}$ và $y = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 340. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
y'		+	0	-	
y	-1	$+\infty$	4	$-\infty$	-1

Phương trình $f(2^{\sin x}) = 3$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$ ta xét phương trình $\sin x = m$ (1).

— Phương trình (1) có nghiệm khi $0 \leq m \leq 1$.

— $0 \leq m < \frac{1}{2}$ hoặc $m = 1$: phương trình (1) có 1 nghiệm.

— $\frac{1}{2} \leq m < 1$: phương trình (1) có 2 nghiệm.

Với mọi $x \in \left[0; \frac{5\pi}{6}\right] \Rightarrow 0 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2^{\sin x} \leq 2$.

Đặt $t = 2^{\sin x}$, $t \in [1; 2]$. Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(t) = 3$ có hai nghiệm thỏa mãn:

— $1 < t < \sqrt{2} \Leftrightarrow 1 < 2^{\sin x} < \sqrt{2} \Leftrightarrow 0 < \sin x < \frac{1}{2} \Rightarrow f(2^{\sin x}) = 3$ có 1 nghiệm.

— $\sqrt{2} < t < 2 \Leftrightarrow \sqrt{2} < 2^{\sin x} < 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < \sin x < 1 \Rightarrow f(2^{\sin x}) = 3$ có 2 nghiệm.

Vậy phương trình $f(2^{\sin x}) = 3$ có 3 nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 341. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3+y(y-3))+xy$.

Tìm giá trị $P_{\max}$ của biểu thức $P = \frac{5x+4y+4}{x+y+3}$.

A. $P_{\max} = 0$.

B. $P_{\max} = 1$.

C. $P_{\max} = 2$.

D. $P_{\max} = 3$.

Lời giải.

$$\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y) - \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) = x^2-3x+y^2-3y+xy$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y) + 3x + 3y = \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) + x^2+y^2+xy$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y) + 2 + 3x + 3y = \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) + x^2+y^2+xy + 2$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(3x+3y) + 3x + 3y = \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) + x^2+y^2+xy + 2. \quad (2)$$

Đặt $f(t) = \log_{\sqrt{3}} t + t, t > 0 \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{t \ln \sqrt{3}} + 1 > 0, \forall t > 0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

$$(2) \Leftrightarrow f(3x + 3y) = f(x^2 + y^2 + xy + 2)$$

$$\Leftrightarrow 3x + 3y = x^2 + y^2 + xy + 2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 4y^2 + 4xy - 12x - 12y + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x + y)^2 - 6(2x + y) + 5 = -3(y - 1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq 2x + y \leq 5.$$

Khi đó, $P = \frac{5x + 4y + 4}{x + y + 3} = 3 + \frac{2x + y - 5}{x + y + 3} \leq 3$, vì $\begin{cases} 2x + y - 5 \leq 0 \\ x + y + 3 > 0 \end{cases}$.

Vậy $P_{\max} = 3$ khi và chỉ khi $\begin{cases} 2x + y - 5 = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1. \end{cases}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 342. Giá trị nào của m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$.

A. $3 \leq m \leq 8$.

B. $4 \leq m \leq 8$.

C. $0 \leq m \leq 2$.

D. $1 \leq m \leq 16$.

Lời giải.

— Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}$ với $x \in [1; 3^{\sqrt{3}}] \Rightarrow t \in [1; 2]$. Khi đó

— $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 1 + t - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 + t - 2 = 2m$.

— Xét hàm số $f(t) = t^2 + t - 2, t \in [1; 2] \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên đoạn $[1; 2]$.

— Vậy YCBT $\Leftrightarrow f(1) \leq 2m \leq f(2) \Leftrightarrow 0 \leq 2m \leq 4 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 343. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_5 - 2 \log u_2 = 2(1 + \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1})$ và $u_n = 3u_{n-1}, \forall n \geq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của n để $u_n < 7^{100}$.

A. 191.

B. 192.

C. 176.

D. 177.

Lời giải.

Do $u_n = 3u_{n-1}$, suy ra dãy số là cấp số nhân với công bội $q = 3$, suy ra $u_n = u_1 \cdot 3^{n-1}$.

Đặt $t = \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1} \geq 0$, ta có phương trình

$$t^2 - 1 = 2(1 + t) \Leftrightarrow (t + 1)(t - 3) = 0 \Rightarrow t = 3.$$

Từ đó ta có $\log u_5 - 2 \log u_2 = 8 \Leftrightarrow \frac{u_5}{u_2^2} = 10^8 \Leftrightarrow \frac{u_1 \cdot 3^4}{u_1^2 \cdot 3^2} = 10^8 \Leftrightarrow u_1 = \frac{9}{10^8}$.

Suy ra $u_n = \frac{9}{10^8} \cdot 3^{n-1} < 7^{100} \Leftrightarrow 3^{n-1} < \frac{10^8}{9} \cdot 7^{100} \Leftrightarrow n < 192,9$.

Vậy giá trị lớn nhất của n là 192.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 344. Cho phương trình $(\sqrt{10} + 1)^{x^2} + m(\sqrt{10} - 1)^{x^2} = 2 \cdot 3^{x^2+1}$. Tìm số giá trị nguyên của $m \in (-10; 10)$ để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt.

A. 14.

B. 15.

C. 13.

D. 16.

Lời giải.

Ta có phương trình

$$\left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^{x^2} + m \left(\frac{\sqrt{10} - 1}{3}\right)^{x^2} = 6. \quad (1)$$

Đặt $t = \left(\frac{\sqrt{10}+1}{3}\right)^{x^2}$ ($t \geq 1$), suy ra $\left(\frac{\sqrt{10}-1}{3}\right)^{x^2} = \frac{1}{t}$, thay vào phương trình (1) ta có

$$t + \frac{m}{t} = 6 \Leftrightarrow t^2 - 6t + m = 0. \quad (2)$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm x phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có đúng một nghiệm $t > 1$, tương đương với

$$\begin{cases} \Delta' = 0 \\ t = -\frac{b}{2a} > 1 \\ a \cdot f(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - m = 0 \\ 3 > 1 \\ 1 \cdot (m - 5) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ m < 5. \end{cases}$$

Kết hợp với giả thiết, ta có 15 giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 345. Gọi P là tập tất cả các giá trị thực của m sao cho phương trình $2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$ có đúng ba nghiệm phân biệt. Tính tổng các phần tử của P .

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$
 $\Leftrightarrow 2^{x^2-2x+3} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 2^{2|x-m|+2} \cdot \log_2(2|x-m| + 2) \quad (*)$.

Xét hàm số $f(t) = 2^t \cdot \log_2 t$, $t \geq 2$.

Có $f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 \cdot \log_2 t + \frac{2^t}{t \ln 2} > 0$, $\forall t \geq 2$.

Suy ra $f(t)$ là hàm đồng biến trên $[2; +\infty)$. Mà $x^2 - 2x + 3 \geq 2$; $2|x-m| + 2 \geq 2$.

Suy ra

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow f(x^2 - 2x + 3) = f(2|x-m| + 2) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 = 2|x-m| + 2 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 2|x-m| \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 1 = 2x - 2m \\ x^2 - 2x + 1 = 2m - 2x \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 = -2m+3 & (1) \\ x^2 = 2m-1 & (2). \end{cases} \end{aligned}$$

Phương trình ban đầu có 3 nghiệm khi

• TH1: (1) có một nghiệm, (2) có hai nghiệm phân biệt khác nghiệm của (1).

Suy ra $-2m + 3 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$ (thỏa mãn).

• TH2: (2) có một nghiệm, (1) có hai nghiệm phân biệt khác nghiệm của (2).

Suy ra $2m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ (thỏa mãn).

• TH3: (1) và (2) có hai nghiệm phân biệt và có đúng một nghiệm chung.

Gọi x_0 là nghiệm chung của (1) và (2). Ta có

$$\begin{cases} (x_0 - 2)^2 = -2m + 3 \\ x_0^2 = 2m - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = m \\ x_0^2 = 2m - 1 \end{cases} \Rightarrow m^2 = 2m - 1 \Rightarrow m = 1 \quad (\text{thỏa mãn}).$$

Vậy $m \in \left\{\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 346. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log_3(2u_5 - 63) = 2\log_4(u_n - 8n + 8), \forall n \in \mathbb{N}^*$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Tìm số nguyên dương lớn nhất n thỏa mãn $\frac{u_n \cdot S_{2n}}{u_{2n} \cdot S_n} < \frac{148}{75}$.

A. 18.

B. 17.

C. 19.

D. 16.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_3(2u_5 - 63) &= 2\log_4(u_n - 8n + 8) \\ \Leftrightarrow \log_3(2u_5 - 63) &= \log_2(u_n - 8n + 8) = t \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_5 - 63 = 3^t \\ u_n - 8n + 8 = 2^t \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 2u_5 - 63 = 3^t \\ u_5 - 32 = 2^t. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra

$$3^t - 2 \cdot 2^t = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^t + 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^t = 1 \Leftrightarrow t = 2.$$

Do đó $u_n = 8n - 4 \Rightarrow S_n = 8(1 + 2 + \dots + n) - 4n = \frac{8(1+n)n}{2} - 4n = 4n^2$. Khi đó

$$\frac{u_n \cdot S_{2n}}{u_{2n} \cdot S_n} = \frac{(8n - 4) \cdot 16n^2}{(16n - 4) \cdot 4n^2} < \frac{148}{75} \Rightarrow n < 19.$$

Mà n là số nguyên dương lớn nhất nên $n = 18$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 347. Cho phương trình $e^{3m} + e^m = 2(x + \sqrt{1-x^2})(1 + x\sqrt{1-x^2})$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có nghiệm.

A. $m \in \left(0; \frac{1}{2} \ln 2\right)$. B. $m \in \left[\frac{1}{2} \ln 2; +\infty\right)$. C. $m \in \left(0; \frac{1}{e}\right)$. D. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2} \ln 2\right]$.

Lời giải.

Đặt $x + \sqrt{1-x^2} = t, t \in [-1; \sqrt{2}]$. Suy ra $x\sqrt{1-x^2} = \frac{t^2-1}{2}$. Ta được

$$\begin{aligned} e^{3m} + e^m &= 2t \left(1 + \frac{t^2-1}{2}\right) \\ \Leftrightarrow e^{3m} + e^m &= t^3 + t \\ \Leftrightarrow f(e^m) &= f(t). \quad (*) \end{aligned}$$

Với $f(u) = u^3 + u$ là một hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó

$$(*) \Leftrightarrow e^m = t \Rightarrow e^m \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow m \leq \ln \sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 348. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $4e^{2u_9} + 2e^{u_9} - 4e^{u_1+u_9} = e^{u_1} - e^{2u_1} + 3$ và $u_{n+1} = u_n + 3, \forall n \geq 1$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 3$ là

A. 9.

B. 12.

C. 10.

D. 11.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} = u_n + 3, \forall n \geq 1$ là cấp số cộng với công sai $d = 3$.

$$\begin{aligned} 4e^{2u_9} + 2e^{u_9} - 4e^{u_1+u_9} &= e^{u_1} - e^{2u_1} + 3 \\ \Leftrightarrow (2e^{u_9})^2 - 4e^{u_1+u_9} + (e^{u_1})^2 + 2e^{u_9} - e^{u_1} - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow (2e^{u_9} - e^{u_1})^2 + (2e^{u_9} - e^{u_1}) - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2e^{u_9} - e^{u_1} = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \\ 2e^{u_9} - e^{u_1} = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Với $2e^{u_9} - e^{u_1} = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \Leftrightarrow 2e^{u_1+8d} - e^{u_1} = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \Leftrightarrow e^{u_1} (2e^{24} - 1) = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$ vô nghiệm.

Với $2e^{u_9} - e^{u_1} = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \Leftrightarrow e^{u_1} (2e^{24} - 1) = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \Leftrightarrow u_1 = \ln \frac{-1 + \sqrt{13}}{2(2e^{24} - 1)}.$

Mặt khác $u_n > 3 \Leftrightarrow u_1 + (n-1)3 > 3 \Leftrightarrow n > 2 - \frac{1}{3}u_1 \Leftrightarrow n > 2 - \frac{1}{3} \ln \frac{-1 + \sqrt{13}}{2(2e^{24} - 1)} \approx 10,14.$

Vậy $n = 11$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 349. Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2 \left(\frac{2x^2 + 1}{2x} \right) + 2^{(x + \frac{1}{2x})} = 5$.

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình $\log_2 \left(\frac{2x^2 + 1}{2x} \right) + 2^{(x + \frac{1}{2x})} = 5 \Leftrightarrow \log_2 \left(x + \frac{1}{2x} \right) + 2^{(x + \frac{1}{2x})} = 5$.

Đặt $t = x + \frac{1}{2x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{2x}} = \sqrt{2}$, phương trình tương đương với

$$\log_2 t + 2^t = 5. (1)$$

Kiểm tra $t = 2$ là nghiệm của phương trình.

Đặt $f(t) = \log_2 t + 2^t \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2^t \ln 2 > 0 \forall t \geq \sqrt{2} \Rightarrow f(t)$ là hàm số đồng biến.

Do đó, phương trình (1) có nghiệm duy nhất $t = 2$.

Ta có $x + \frac{1}{2x} = 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0$.

Phương trình này có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và tích hai nghiệm $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 350. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log \frac{x^3 + 3x^2 - 3x - 5}{x^2 + 1} + (x + 1)^3 = x^2 + 6x + 7$.

A. $-2 - \sqrt{3}$.

B. $-2 + \sqrt{3}$.

C. 0.

D. -2.

Lời giải.

Điều kiện: $x^3 + 3x^2 - 3x - 5 > 0$.

$$\log \frac{x^3 + 3x^2 - 3x - 5}{x^2 + 1} + (x + 1)^3 = x^2 + 6x + 7$$

$$\Leftrightarrow \log(x^3 + 3x^2 - 3x - 5) + (x + 1)^3 = \log(x^2 + 1) + x^2 + 6x + 7$$

$$\Leftrightarrow \log(x^3 + 3x^2 - 3x - 5) + (x^3 + 3x^2 - 3x - 5) = \log(x^2 + 1) + x^2 + 1 \quad (1)$$

Xét hàm $f(t) = t + \log t$, với $t > 0$.

$$f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln 10} > 0, \forall t > 0.$$

Suy ra hàm $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Do đó

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 3x - 5 = x^2 + 1 \\ &\Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - 3x - 6 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+2)(x^2-3) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 & (\text{nhận}) \\ x = \pm\sqrt{3} & (\text{nhận}). \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm là -2 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 351. Số nghiệm thực của phương trình $2018^x + \frac{1}{1-x} - \frac{1}{x-2018} = 2018$ là
A. 1. **B.** 0. **C.** 2018. **D.** 3.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = 2018^x + \frac{1}{1-x} - \frac{1}{x-2018} - 2018$.

Tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (1; 2018) \cup (2018; +\infty)$.

Ta có $f'(x) = 2018^x \cdot \ln 2018 + \frac{1}{(1-x)^2} + \frac{1}{(x-2018)^2} > 0 \quad \forall x \in \mathcal{D}$.

— Với $x \in (-\infty; 1)$, ta có $f(x)$ liên tục và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ (1).

$$\text{Do } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2018 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty \end{cases} \Rightarrow \exists (\alpha_1; \beta_1) \subset (-\infty; 1) \text{ sao cho } f(\alpha_1) \cdot f(\beta_1) < 0 \quad (2).$$

Từ (1) và (2), suy ra phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất trên khoảng $(-\infty; 1)$

— Với $x \in (1; 2018)$, ta có ta có $f(x)$ liên tục và đồng biến trên khoảng $(1; 2018)$ (3).

$$\text{Do } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2018^-} f(x) = +\infty \end{cases} \Rightarrow \exists (\alpha_2; \beta_2) \subset (1; 2018) \text{ sao cho } f(\alpha_2) \cdot f(\beta_2) < 0 \quad (4).$$

Từ (3) và (4), suy ra phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất trên khoảng $(1; 2018)$.

— Với $x \in (2018; +\infty)$, ta có ta có $f(x)$ liên tục và đồng biến trên khoảng $(2018; +\infty)$ (5).

$$\text{Do } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2018^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \end{cases} \Rightarrow \exists (\alpha_3; \beta_3) \subset (2018; +\infty) \text{ sao cho } f(\alpha_3) \cdot f(\beta_3) < 0 \quad (6).$$

Từ (5) và (6), suy ra phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất trên khoảng $(2018; +\infty)$.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 352. Tập hợp S tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$$

có đúng ba nghiệm phân biệt là

$$\text{A. } S = \left\{ \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2} \right\}. \quad \text{B. } S = \left\{ \frac{1}{2}; -1; \frac{3}{2} \right\}. \quad \text{C. } S = \left\{ -\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2} \right\}. \quad \text{D. } S = \left\{ \frac{1}{2}; 1; -\frac{3}{2} \right\}.$$

Lời giải.

Điều kiện $x \in \mathbb{R}$. Phương trình đã cho tương đương

$$2^{(x-1)^2} \cdot \log_2[(x-1)^2 + 2] = 2^{2|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2). \quad (1)$$

Xét hàm $f(t) = 2^t \cdot \log_2(t+2)$ trên $[0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 \cdot \log_2(t+2) + \frac{2^t}{(t+2) \ln 2} > 0 \forall t \in [0; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$.

Do đó

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow f((x-1)^2) = f(2|x-m|) \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2|x-m| \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = -2(x-m) \\ (x-1)^2 = 2(x-m) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2m-1 \\ x^2 - 4x + 2m + 1 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2m-1 & (2) \\ (x-2)^2 = 3-2m & (3) \end{cases} \end{aligned}$$

Có 3 trường hợp sau có thể xảy ra

— **Trường hợp 1:** (2) có hai nghiệm phân biệt và (3) có một nghiệm. Điều kiện cần là

$$\begin{cases} 2m-1 > 0 \\ 3-2m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{2} \\ m = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}.$$

Khi đó (2) có hai nghiệm $x = \pm\sqrt{2}$ và (3) có một nghiệm $x = 2$. Vậy $m = \frac{3}{2}$ thỏa mãn.

— **Trường hợp 2:** (2) có một nghiệm và (3) có hai nghiệm phân biệt. Điều kiện cần là

$$\begin{cases} 2m-1 = 0 \\ 3-2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m < \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Khi đó (2) có một nghiệm $x = \frac{1}{2}$ và (3) có hai nghiệm $x = 2 \pm \sqrt{2}$. Vậy $m = \frac{1}{2}$ thỏa mãn.

— **Trường hợp 3:** (2) và (3) đều có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm trùng. Điều kiện là

$$\begin{aligned} &\begin{cases} 2m-1 > 0 \\ 3-2m > 0 \\ \begin{cases} (\sqrt{2m-1}-2)^2 = 3-2m \\ (-\sqrt{2m-1}-2)^2 = 3-2m \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m < \frac{3}{2} \\ \begin{cases} (2m-1) + 4 - 4\sqrt{2m-1} = 3-2m \\ (2m-1) + 4 + 4\sqrt{2m-1} = 3-2m \end{cases} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m < \frac{3}{2} \\ \begin{cases} \sqrt{2m-1} = m \\ \sqrt{2m-1} = -m \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m < \frac{3}{2} \\ 2m-1 = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1. \end{aligned}$$

Vậy $S = \left\{\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 353. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\ln(u_1^2 + u_2^2 + 10) = \ln(2u_1 + 6u_2)$ và $u_{n+2} + u_n = 2u_{n+1} + 1$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5050$ là

A. 100.

B. 99.

C. 101.

D. 102.

Lời giải.Ta có $\ln(u_1^2 + u_2^2 + 10) = \ln(2u_1 + 6u_2)$

$$\Leftrightarrow u_1^2 + u_2^2 + 10 = 2u_1 + 6u_2 \Leftrightarrow (u_1 - 1)^2 + (u_2 - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - 1 = 0 \\ u_2 - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = 3. \end{cases}$$

Mà $u_{n+2} + u_n = 2u_{n+1} + 1, \forall n \geq 1 \Leftrightarrow (u_{n+2} - u_{n+1}) = (u_{n+1} - u_n) + 1, \forall n \geq 1$ Suy ra dãy số $(u_{n+1} - u_n)$ là một cấp số cộng với công sai $d = 1$ và số hạng đầu $(u_2 - u_1) = 2$.Từ đó với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_{n+1} - u_n = 2 + (n - 1) = n + 1 \Rightarrow u_{n+1} = u_n + (n + 1)$.

$$\text{Vậy } u_n = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Để $u_n > 5050$ thì $\frac{n(n+1)}{2} > 5050 \Leftrightarrow n > 100$ vì $n \in \mathbb{N}^*$. Kết quả chọn $n = 101$.Chọn đáp án **C**

□

Câu 354. Tìm m để phương trình $9^{x^2} - 2 \cdot 3^{x^2+1} + 3m - 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.A. $m = 2$.B. $2 < m < \frac{10}{3}$.C. $m < 2$.D. $m > 2$.**Lời giải.**Đặt $3^{x^2} = t \geq 1$, ta được phương trình $t^2 - 6t + 3m - 1 = 0$.Mỗi nghiệm $t \geq 1$ ta được 2 nghiệm phân biệt của x , khi đó phương trình ban đầu có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình ẩn t có một nghiệm bằng 1 và một nghiệm lớn hơn 1.Phương trình có một nghiệm $t = 1$ khi $1 - 6 + 3m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 2$, với $m = 2$ phương trình trở thành

$$t^2 - 6t + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 5 \end{cases} \text{ thỏa mãn. Vậy } m = 2 \text{ là giá trị cần tìm.}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 355. Giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72$ thuộc khoảng nào sau đây?A. $\left(-\frac{5}{3}; 0\right)$.B. $\left(0; \frac{5}{3}\right)$.C. $\left(\frac{5}{3}; \frac{10}{3}\right)$.D. $\left(\frac{10}{3}; 5\right)$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \log_3^2 x - 3\log_3 x + 3m - 5 = 0 \Rightarrow \left(\log_3 x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{29}{4} - 3m$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_3 x - \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{29}{4} - 3m} \\ \log_3 x - \frac{3}{2} = -\sqrt{\frac{29}{4} - 3m} \end{cases} \left(\frac{29}{4} - 3m \geq 0\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 3^{\frac{3+\sqrt{29-12m}}{2}} \\ x = 3^{\frac{3-\sqrt{29-12m}}{2}} \end{cases}$$

$$\text{Theo đề bài } (x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72 \Rightarrow \left(3^{\frac{3+\sqrt{29-12m}}{2}} + 3\right)\left(3^{\frac{3-\sqrt{29-12m}}{2}} + 3\right) = 72$$

$$\Rightarrow 3^3 + 3\left(3^{\frac{3+\sqrt{29-12m}}{2}} + 3^{\frac{3-\sqrt{29-12m}}{2}}\right) + 9 = 72 \Rightarrow 3^{\frac{3+\sqrt{29-12m}}{2}} + 3^{\frac{3-\sqrt{29-12m}}{2}} = 12.$$

$$\text{Đặt } t = \frac{3 + \sqrt{29-12m}}{2} \geq \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{3 - \sqrt{29-12m}}{2} = 3 - t$$

$$\Rightarrow 3^t + 3^{3-t} = 12 \Rightarrow (3^t)^2 + 3^3 = 12 \cdot 3^t \Rightarrow \begin{cases} 3^t = 9 \\ 3^t = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow t = 2 \text{ vì } t \geq \frac{3}{2}.$$

$$\text{Với } t = 2 \Rightarrow \frac{3 + \sqrt{29-12m}}{2} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{29-12m} = 1 \Leftrightarrow m = \frac{7}{3}.$$

Thử lại ta thấy thỏa mãn, do đó $m = \frac{7}{3} \in \left(\frac{5}{3}; \frac{10}{3}\right)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 356. Cho phương trình $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_5(x - \sqrt{x^2 - 1}) = \log_m(x + \sqrt{x^2 - 1})$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương khác 1 của m sao cho phương trình đã cho có nghiệm x lớn hơn 2?

A. Vô số.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có: $(x - \sqrt{x^2 - 1})(x + \sqrt{x^2 - 1}) = x^2 - x^2 + 1 = 1 \Rightarrow \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) = -\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})$.
Do đó

$$\begin{aligned} & \log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_5(x - \sqrt{x^2 - 1}) = \log_m(x + \sqrt{x^2 - 1}) \\ \Leftrightarrow & \frac{\ln^2(x - \sqrt{x^2 - 1})}{\ln 2 \cdot \ln 5} + \frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{\ln m} = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \ln(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 0 \\ \frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{\ln 2 \cdot \ln 5} + \frac{1}{\ln m} = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

— $\ln(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (không thỏa mãn).

$$\text{— } \frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{\ln 2 \cdot \ln 5} + \frac{1}{\ln m} = 0 \Leftrightarrow \ln m = \frac{\ln 2 \cdot \ln 5}{\ln(x + \sqrt{x^2 - 1})} \quad (*).$$

Xét hàm số $g(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$ trên khoảng $(2; +\infty)$ ta có:

$$g'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} > 0, \forall x > 2.$$

Suy ra $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

$$\Rightarrow \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) > \ln(2 + \sqrt{3}) \Rightarrow \frac{\ln 2 \cdot \ln 5}{\ln(x + \sqrt{x^2 - 1})} < \frac{\ln 2 \cdot \ln 5}{\ln(2 + \sqrt{3})}.$$

Phương trình (*) có nghiệm trên khoảng $(2; +\infty)$ khi

$$\ln m < \frac{\ln 2 \cdot \ln 5}{\ln(2 + \sqrt{3})} \Leftrightarrow m < e^{\frac{\ln 2 \cdot \ln 5}{\ln(2 + \sqrt{3})}} \approx 2,33.$$

Kết hợp với yêu cầu của bài toán ta suy ra $m = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 357. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn: $3^{xy-5} + 2^{x-2y} + x(y+1) = \frac{32}{2^{xy}} + \frac{1}{3^{x-2y}} + 2y + 5$.

Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = 3x + 2y$.

A. $P_{\min} = \sqrt{2} + 4$.

B. $P_{\min} = 6\sqrt{2} + 4$.

C. $P_{\min} = 2\sqrt{6} + 3$.

D. $P_{\min} = 4\sqrt{2} - 4$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} & 3^{xy-5} + 2^{x-2y} + x(y+1) = \frac{32}{2^{xy}} + \frac{1}{3^{x-2y}} + 2y + 5 \\ \Leftrightarrow & 3^{xy-5} - \frac{1}{2^{xy-5}} + xy - 5 = 3^{2y-x} - \frac{1}{2^{2y-x}} + 2y - x \quad (*) \end{aligned}$$

Hàm số $g(t) = 3^t - \frac{1}{2^t} + t$ có $g'(t) = 3^t \cdot \ln 3 - \frac{1}{2^t} \cdot \ln \frac{1}{2} + 1 > 0, \forall t$ suy ra $g(t)$ luôn đồng biến.

Từ (*) ta có $g(xy - 5) = g(2y - x) \Leftrightarrow xy - 5 = 2y - x \Leftrightarrow x = \frac{2y + 5}{y + 1}$. Khi đó,

$$\begin{aligned} P &= \frac{6y + 15}{y + 1} + 2y = \frac{2y^2 + 8y + 15}{y + 1} = \frac{2(y + 1)^2 + 4(y + 1) + 9}{y + 1} \\ &= 2(y + 1) + 4 + \frac{9}{y + 1} \geq 4 + 6\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $P = 4 + 6\sqrt{2}$ khi $2(y+1) = \frac{9}{y+1} \Leftrightarrow y = \frac{3\sqrt{2}}{2} - 1, x = 2 + \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 358. Số nghiệm thực của phương trình $(x^3 - 4x + 3)e^{4-x^2} + (4-x^2)e^{x^3-4x+3} = x^3 - (x+2)^2 + 11$ là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned}(x^3 - 4x + 3)e^{4-x^2} + (4-x^2)e^{x^3-4x+3} &= x^3 - (x+2)^2 + 11 \\ \Leftrightarrow (x^3 - 4x + 3)e^{4-x^2} + (4-x^2)e^{x^3-4x+3} &= (x^3 - 4x + 3) + (4-x^2) \\ \Leftrightarrow (x^3 - 4x + 3)(e^{4-x^2} - 1) + (4-x^2)(e^{x^3-4x+3} - 1) &= 0\end{aligned}$$

Đặt $x^3 - 4x + 3 = a, 4 - x^2 = b$. Ta có $a \cdot e^b + b \cdot e^a = a + b \Leftrightarrow a(e^b - 1) + b(e^a - 1) = 0$ (1).

- Nếu $a = 0$ hoặc $b = 0$ thì (1) luôn đúng. Khi đó từ các phương trình $x^3 - 4x + 3 = 0$ hoặc $4 - x^2 = 0$ ta có được 5 nghiệm thực phân biệt.
- Nếu $a > 0, b > 0$ thì (1) không thỏa mãn.
- Nếu $a < 0, b < 0$ thì (1) không thỏa mãn.
- Nếu a, b trái dấu, giả sử $a < 0 < b$ thì $a(e^b - 1) < 0$ và $b(e^a - 1) < 0$.

Khi đó (1) không thỏa mãn

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 359. Cho m, n là các số nguyên dương khác 1. Gọi P là tích các nghiệm của phương trình: $\log_m x^4 \log_n x^4 - 14 \log_m x - 12 \log_n x - 4036 = 0$. Khi P là một số nguyên, tìm tổng $m + n$ để P nhận giá trị nhỏ nhất.

A. $m + n = 20$.

B. $m + n = 48$.

C. $m + n = 24$.

D. $m + n = 12$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có phương trình tương đương với $16 \log_n m \log_m^2 x - (14 + 12 \log_n m) \log_m x - 4036 = 0$ (*).

Vì m, n là các số nguyên dương khác 1 nên $\log_n m > 0 \Rightarrow 16 \log_n m(-4036) < 0$

$\Rightarrow$ Phương trình (*) luôn có hai nghiệm trái dấu.

Theo Viet, ta có $\log_m x_1 + \log_m x_2 = \frac{7 + 6 \log_n m}{8 \log_n m}$ hay $\log_m(x_1 x_2) = \frac{7 + 6 \log_n m}{8 \log_n m}$.

Suy ra: $P = x_1 x_2 = m^{\frac{7}{8} \log_m n + \frac{3}{4}} = n^{\frac{7}{8}} \cdot m^{\frac{3}{4}}$.

Vì P nguyên, P nhỏ nhất nên xét $n = 2^a$ và $m = 2^b$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$. Khi đó $P = 2^{\frac{7a+6b}{8}}$.

Để P nguyên thì $(7a + 6b) : 8 \Rightarrow a : 2$. Vì P nhỏ nhất nên ta chọn $a = 2 \Rightarrow b = 3$.

Vậy đáp án là $m + n = 8 + 4 = 12$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 360. Tính tổng S của tất cả các nghiệm của phương trình

$$\ln \left(\frac{5^x + 3^x}{6x + 2} \right) + 5^{x+1} + 5 \cdot 3^x - 30x - 10 = 0$$

A. $S = 1$.

B. $S = 2$.

C. $S = -1$.

D. $S = 3$.

Lời giải.

Điều kiện của phương trình là $6x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}$ (*).

Khi đó ta có
 $\ln\left(\frac{5^x + 3^x}{6x + 2}\right) + 5^{x+1} + 5 \cdot 3^x - 30x - 10 = 0 \Leftrightarrow \ln(5^x + 3^x) + 5(5^x + 3^x) = \ln(6x + 2) + 5(6x + 2)$ (1).

Xét hàm số $y = f(t) = \ln t + 5t$ với $t > 0$ ta có $y' = \frac{1}{t} + 5 > 0$ với $\forall t > 0$ nên hàm số luôn đồng biến khi $t > 0$, do đó

$$(1) \Leftrightarrow f(5^x + 3^x) = f(6x + 2) \Leftrightarrow 5^x + 3^x = 6x + 2 \quad (2).$$

— Với $x \in [0; 1]$. Áp dụng bất đẳng thức Bernoulli ta có $5^x + 3^x \leq 5x - x + 3x - x + 2 = 6x + 2$.

Dấu “=” xảy ra khi $x = 1, x = 0$

— Với $x \leq 0$ hoặc $x \geq 1$. Áp dụng bất đẳng thức Bernoulli ta có $5^x + 3^x \geq 5x - x + 3x - x + 2 = 6x + 2$.

Dấu “=” xảy ra khi $x = 1, x = 0$

Vậy phương trình (2) có nghiệm $x = 0, x = 1$, từ đó suy ra tổng các nghiệm là $S = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 361. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = u_{n-1} + 6, \forall n \geq 2$ và $\log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất thỏa mãn $S_n \geq 20172018$.

A. 2587.

B. 2590.

C. 2593.

D. 2584.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện : } \begin{cases} u_5 > 0 \\ u_9 + 8 > 0 \end{cases}.$$

$u_n = u_{n-1} + 6, \forall n \geq 2 \Rightarrow u_n$ là một cấp số cộng với công sai $d = 6$.

$$\text{Ta có : } \log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11$$

$$\Leftrightarrow u_5 \cdot (u_9 + 8) = 2^{11} \Leftrightarrow (u_1 + 4d) \cdot (u_1 + 8d + 8) = 2^{11} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 8 \\ u_1 = -88 \end{cases}.$$

$$\text{— } u_1 = 8 \Rightarrow S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] = \frac{n}{2} \cdot (10 + 6n).$$

$$\text{Mà } S_n \geq 20172018 \Rightarrow \begin{cases} n \leq -2593,9 \\ n \geq 2592,2 \end{cases}.$$

Vì n là số tự nhiên bé nhất $\Rightarrow n = 2593$.

$$\text{— } u_1 = -88 \Rightarrow u_5 = u_1 + 4d = -64 < 0 \text{ (loại)}.$$

Vậy $n = 2593$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 362. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\ln(m + \ln(m + x)) = x$ có nhiều nghiệm nhất.

A. $m \geq 0$.

B. $m > 1$.

C. $m < e$.

D. $m \geq -1$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } \ln(m + x) = t \Leftrightarrow m + x = e^t \quad (1).$$

$$\text{Phương trình tương đương với } \ln(m + t) = x \Leftrightarrow m + t = e^x \quad (2).$$

$$\text{Trừ vế với vế của (1) và (2) ta được } x - t = e^t - e^x \Leftrightarrow e^x + x = e^t + t \quad (*).$$

Đặt $f(x) = e^x + x \Rightarrow f'(x) = e^x + 1 > 0 \forall x$. Phương trình (*) tương đương với $f(t) = f(x)$ mà $f(x)$ luôn đồng biến nên $x = t$.

$$\text{Thay vào phương trình (1) ta được } m + x = e^x \Leftrightarrow e^x - x = m.$$

$$\text{Xét } h(x) = e^x - x \Rightarrow h'(x) = e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0. \text{ Ta có bảng biến thiên}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

Phương trình có nhiều nghiệm nhất khi $m > 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 363. Cho phương trình $e^{m \cos x - \sin x} - e^{2(1 - \sin x)} = 2 - \sin x - m \cos x$ với m là tham số thực. Gọi S là tập tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm. Khi đó S có dạng $(-\infty; a] \cup [b; +\infty)$. Tính $T = 10a + 20b$.

A. $10\sqrt{3}$.

B. 0.

C. $3\sqrt{10}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có:

$$e^{m \cos x - \sin x} - e^{2(1 - \sin x)} = 2 - \sin x - m \cos x \Leftrightarrow e^{m \cos x - \sin x} + m \cos x - \sin x = e^{2(1 - \sin x)} + 2 - 2 \sin x \quad (1).$$

Xét hàm số $y = f(t) = e^t + t$ có $y' = e^t + 1$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$(1) \Leftrightarrow f(m \cos x - \sin x) = f(2 - 2 \sin x) \Leftrightarrow m \cos x - \sin x = 2 - 2 \sin x \Leftrightarrow m \cos x + \sin x = 2.$$

$$\text{Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi } m^2 + 1^2 \geq 2^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \sqrt{3} \\ m \leq -\sqrt{3} \end{cases}.$$

Suy ra $a = -\sqrt{3}$ và $b = \sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } T = 10a + 20b = 10\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 364. Biết rằng điều kiện cần và đủ của m để phương trình

$$\log_{\frac{1}{2}} (x - 2)^2 + 4(m - 5) \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x - 2} - 8m - 4 = 0$$

có nghiệm thuộc $\left[\frac{5}{2}; 4\right]$ là $m \in [a; b]$. Tính $T = a + b$

A. $T = -\frac{10}{3}$.

B. $T = \frac{10}{3}$.

C. $T = 4$.

D. $T = -4$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_2(x - 2)$ ta có $t \in [-1; 1]$ với mọi $x \in \left[\frac{5}{2}; 4\right]$. Khi đó ta có phương trình

$$t^2 + (m - 5)t - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{t^2 - 5t - 1}{t - 2} = -m.$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 5t - 1}{t - 2} = t - 3 - \frac{7}{t - 2}$, $t \in [-1; 1]$. Ta có

$$f'(t) = 1 + \frac{7}{(t - 2)^2} > 0 \quad \forall t \in [-1; 1].$$

Suy ra với $\forall t \in [-1; 1]$ thì $-\frac{5}{3} = f(-1) \leq f(t) \leq f(1) = 5$, nên ta có $-5 \leq m \leq \frac{5}{3}$. Do đó $T = -\frac{10}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 365. Cho bất phương trình $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot (4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0]$.

A. $m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. B. $m > \frac{2+2\sqrt{3}}{3}$. C. $m \geq \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. D. $m \geq -\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Xét bất phương trình: $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot (4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$

$$\Leftrightarrow 3m + (3m+2) \cdot \left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x + \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x > 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x$, ($t > 0$) $\Rightarrow \left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x = \frac{1}{t}$ và $0 < t \leq 1$ (do $x \leq 0$).

Bất phương trình (1) trở thành: $t + \frac{3m+2}{t} + 3m > 0 \Leftrightarrow m > \frac{-t^2-2}{3t+3}$. (2)

Ta có $g'(t) = \frac{-3t^2-6t+6}{(3t+3)^2}$; $g'(t) = 0 \Leftrightarrow -3t^2-6t+6 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \pm \sqrt{3}$.

Bảng biến thiên:

x	0	$-1 + \sqrt{3}$	1
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$	$\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$		

Như vậy (1) đúng với mọi $x \in (-\infty; 0] \Leftrightarrow m > g(t)$ đúng với mọi $t \in (0; 1] \Leftrightarrow m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 366. Cho các số thực x, y với $x \geq 0$ thỏa mãn $5^{x+3y} + 5^{xy+1} + x(y+1) + 1 = 5^{-xy-1} + \frac{1}{5^{x+3y}} - 3y$. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + 2y + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m \in (0; 1)$. B. $m \in (1; 2)$. C. $m \in (2; 3)$. D. $m \in (-1; 0)$.

Lời giải.

Ta có

$$5^{x+3y} + 5^{xy+1} + x(y+1) + 1 = 5^{-xy-1} + \frac{1}{5^{x+3y}} - 3y$$

$$\Leftrightarrow 5^{xy+1} - 5^{-xy-1} + xy + 1 = 5^{-x-3y} - 5^{-x-3y} + (-x-3y) \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = 5^t - 5^{-t} + t$. Ta có $f'(t) = 5^t \ln 5 + 5^{-t} \ln 5 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên f là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó

$$(*) \Leftrightarrow f(xy+1) = f(-x-3y) \Leftrightarrow xy+1 = -x-3y \Rightarrow y = \frac{-x-1}{x+3}, x \geq 0.$$

Khi đó $T = \frac{x^2+2x+1}{x+3}$. Bảng biến thiên của hàm số T trên $[0; +\infty)$ là

x	0	$+\infty$
y'	+	
y	$\frac{1}{3}$	$+\infty$

Từ đó suy ra T đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{1}{3}$ khi $x = 0$ và $y = -\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 367. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a để phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-1) - \log_3(ax-8) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 8.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\log_{\sqrt{3}}(x-1) - \log_3(ax-8) = 0 &\Leftrightarrow 2\log_3(x-1) - \log_3(ax-8) = 0 \\ &\Leftrightarrow \log_3(x-1) = \frac{1}{2}\log_3(ax-8) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = \sqrt{ax-8} \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - (a+2)x + 9 = 0. (*) \end{cases}\end{aligned}$$

Để phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt thì phương trình (*) phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 đều lớn hơn 1, điều này tương đương với

$$\begin{cases} \Delta = (a+2)^2 - 36 > 0 \\ (x_1-1) + (x_2-1) > 0 \\ (x_1-1)(x_2-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < -8 \text{ hoặc } a > 4 \\ x_1 + x_2 - 2 > 0 \\ x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < -8 \text{ hoặc } a > 4 \\ a > 0 \\ 9 - (a+2) + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4 < a < 8.$$

Như vậy có 3 giá trị nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán là 5; 6; 7.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 368. Cho phương trình $(\sqrt{5}+1)^x + 2m(\sqrt{5}-1)^x = 2^x$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất.

A. $m \leq 0; m = \frac{1}{8}$.

B. $m < 0; m = \frac{1}{8}$.

C. $0 < m \leq \frac{1}{8}$.

D. $m < 0$.

Lời giải.

$$(\sqrt{5}+1)^x + 2m(\sqrt{5}-1)^x = 2^x \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x + 2m\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x = 1.$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x, (t > 0).$$

$$\text{Ta được: } t^2 - t + 2m = 0 \Leftrightarrow -\frac{t^2}{2} + \frac{t}{2} = m.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = -\frac{t^2}{2} + \frac{t}{2} \text{ trên khoảng } (0; +\infty). \text{ Ta có: } f'(t) = -t + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}.$$

Bảng biến thiên

t	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(t)$		0	-
$f(t)$	0	$\frac{1}{8}$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $m \leq 0, m = \frac{1}{8}$ thỏa mãn yêu cầu của bài.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 369. Phương trình $2\log_3(\cot x) = \log_2(\cos x)$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2018\pi)$?

- A. 2018 nghiệm. B. 1008 nghiệm. C. 2017 nghiệm. D. 1009 nghiệm.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}.$$

$$2\log_3(\cot x) = \log_2(\cos x) \Leftrightarrow \log_3(\cot x)^2 = \log_2(\cos x)$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \cos^2 x - \log_3 \sin^2 x = \log_2(\cos x)$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \cos^2 x - \log_3(1 - \cos^2 x) = \log_2(\cos x).$$

$$\text{Đặt } t = \log_2 \cos x \Rightarrow \cos x = 2^t.$$

$$\text{Phương trình trở thành } \Leftrightarrow \log_3 \frac{2^{2t}}{1 - 2^{2t}} = t \Leftrightarrow 4^t = 3^t - 12^t \text{ hay } \left(\frac{4}{3}\right)^t + 4^t = 1.$$

$$\text{Hàm số } f(t) = \left(\frac{4}{3}\right)^t + 4^t \text{ đồng biến trên } \mathbb{R}.$$

Mặt khác $f(-1) = 1$ nên $t = -1$ là nghiệm của phương trình.

Do đó phương trình có nghiệm duy nhất $t = -1$.

$$\log_2 \cos x = -1 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{So với điều kiện } \sin x > 0 \text{ ta chỉ nhận } x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Như vậy } x \in (0; 2018\pi) \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{3} + k2\pi < 2018\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{6} < k < \frac{6053}{6} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy trong khoảng $(0; 2018\pi)$ có 1009 nghiệm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 370. Phương trình $7^x + 8^x = 6^x + 9^x$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Định lý Lagrange: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đạo hàm trên $(a; b)$ thì tồn tại số $c \in (a; b)$ sao cho $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Ta có

$$7^x + 8^x = 6^x + 9^x \Leftrightarrow 7^x - 6^x = 9^x - 8^x \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = t^x$ liên tục và có đạo hàm trên $(0; +\infty)$. Theo định lý trên ta có

$$\text{Tồn tại } t_1 \in (6; 7) \text{ sao cho } f'(t_1) = \frac{f(7) - f(6)}{7 - 6} \Leftrightarrow xt_1^{x-1} = 7^x - 6^x;$$

$$\text{Tồn tại } t_2 \in (8; 9) \text{ sao cho } f'(t_2) = \frac{f(9) - f(8)}{9 - 8} \Leftrightarrow xt_2^{x-1} = 9^x - 8^x.$$

$$\text{Từ (1) ta có } 7^x - 6^x = 9^x - 8^x \Leftrightarrow xt_1^{x-1} = xt_2^{x-1} \Leftrightarrow x(t_1^{x-1} - t_2^{x-1}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Vậy phương trình chỉ có hai nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 371. Cho x, y là số thực dương thỏa mãn $\log_3 \frac{2x + y + 1}{x + y} = x + 2y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$\text{biểu thức } T = \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}}.$$

- A. $3 + \sqrt{3}$. B. 4. C. $3 + 2\sqrt{3}$. D. 6.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$\log_3(2x + y + 1) = \log_3(x + y) + (x + 2y) \Leftrightarrow \log_3(2x + y + 1) + (2x + y + 1) = \log_3[3(x + y)] + 3(x + y).$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$, hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Từ đó suy ra $2x + y + 1 = 3(x + y) \Leftrightarrow x = 1 - 2y \Rightarrow y < \frac{1}{2}$.

Ta có $T = \frac{1}{1-2y} + \frac{2}{\sqrt{y}}$ với $0 < y < \frac{1}{2}$. Đặt $t = \sqrt{y} \Rightarrow T = \frac{1}{1-2t^2} + \frac{2}{t}$ với $0 < t < \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$T' = \frac{2(-4t^4 + 2t^3 + 4t^2 - 1)}{t^2(1-2t^2)^2}; T' = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}.$$

Bảng biến thiên

t	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	
T'		-	0	+
T				

Vậy $T_{\min} = 6$ khi $t = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 372. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $9^x + 3^{1+x} - m = 0$ có nghiệm.

A. $m > -\frac{81}{4}$.

B. $m > 0$.

C. $m \geq -\frac{81}{4}$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải.

$$9^x + 3^{1+x} - m = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 + 3 \cdot 3^x - m = 0. \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = 3^x; (t > 0). \text{ Khi đó: } (1) \Leftrightarrow t^2 + 3t - m = 0. \quad (2)$$

Ta có $\Delta = 9 + 4m$.

(1) có nghiệm $\Leftrightarrow$ (2) có nghiệm $t > 0$. Ta xét các trường hợp sau:

— $\Delta = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{9}{4}$. Phương trình (2) có nghiệm kép $t_1 = t_2 = -\frac{1}{2} < 0$.

Suy ra $m = -\frac{9}{4}$ không thỏa bài toán.

— $\Delta > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{9}{4}$. Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 .

Do $t_1 + t_2 = -3 < 0$ nên (2) không thể có hai nghiệm dương. Ta xét trường hợp t_1, t_2 trái dấu, nghĩa là $t_1 \cdot t_2 < 0 \Leftrightarrow -m < 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Kết hợp điều kiện $m > -\frac{9}{4}$ ta được $m > 0$ thỏa bài toán.

Kết luận $m > 0$ là giá trị cần tìm của m .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 373. Tập tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4(\sqrt{2} + 1)^x + (\sqrt{2} - 1)^x - m = 0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt.

A. $(2; 4)$.

B. $(3; 5)$.

C. $(4; 5)$.

D. $(5; 6)$.

Lời giải.

Đặt $t = (\sqrt{2} + 1)^x > 0$ thì $(\sqrt{2} + 1)^x = \frac{1}{t}$, phương trình đã cho trở thành: $4t + \frac{1}{t} = m$ (1).

Khi $x < 0$ thì $(\sqrt{2} + 1)^x < 1$, và ứng với mỗi $t \in (0; 1)$ ta có một nghiệm $x < 0$. Do đó, phương trình đã cho có hai nghiệm âm khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm $t \in (0; 1)$.

Xét hàm số $f(t) = 4t + \frac{1}{t}$ với $t \in (0; 1)$.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{4t^2 - 1}{t^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2} \\ t = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow t = \frac{1}{2}.$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	1
y'	—	0	+
y	$+\infty$	4	5

Từ bảng biến thiên suy ra, phương trình (1) có hai nghiệm $t \in (0; 1)$ điều kiện là $m \in (4; 5)$. Vậy, điều kiện cần tìm là $m \in (4; 5)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 374. Cho phương trình $\frac{1}{2} \log_2(x+2) + x + 3 = \log_2 \frac{2x+1}{x} + \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\sqrt{x+2}$. Gọi S là tổng tất cả các nghiệm của nó, giá trị của S là

A. $S = -2$. B. $S = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$. C. $S = 2$. D. $S = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$.

Lời giải.

Điều kiện $x \in \left(-2; -\frac{1}{2}\right) \cap (0; +\infty)$. Phương trình tương đương với

$$\log_2(\sqrt{x+2}) + (\sqrt{x+2} - 1)^2 = \log_2\left(2 + \frac{1}{x}\right) + \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2. \quad (1)$$

- Với $x \in \left(-2; -\frac{1}{2}\right)$ ta thấy $f(x) = \log_2(\sqrt{x+2}) + (\sqrt{x+2} - 1)^2$ là hàm số đồng biến và $g(x) = \log_2\left(2 + \frac{1}{x}\right) + \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$ là hàm số nghịch biến. Do đó (1) có nhiều nhất một nghiệm $x \in \left(-2; -\frac{1}{2}\right)$. Mà $f(-1) = g(-1)$ nên $x = -1$ là nghiệm duy nhất của (1) trong $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$.
- Với $x \in (0; +\infty)$ xét hàm số $h(t) = \log_2(t+1) + t^2$ với $t > 0$ là một hàm đồng biến trên $(0; +\infty)$. Do đó

$$(1) \Leftrightarrow h(\sqrt{x+2} - 1) = h\left(1 + \frac{1}{x}\right) \Leftrightarrow \sqrt{x+2} - 1 = 1 + \frac{1}{x} \Leftrightarrow x^2 - 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}.$$

Vậy $S = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 375. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}} [3(x+y)] + 3(x+y) = \log_{\sqrt{3}} (x^2 + y^2 + xy + 2) + x^2 + y^2 + xy + 2 \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ trên $(0; +\infty)$ thì $f(t)$ luôn đồng biến.

Phương trình (1) có dạng $f(3x+3y) = f(x^2+y^2+xy+2)$

$$\Leftrightarrow 3x+3y = x^2+y^2+xy+2$$

$$\Leftrightarrow 3(x+y) = (x+y)^2 - xy + 2$$

$$\Leftrightarrow xy = (x+y)^2 - 3(x+y) + 2.$$

Ta lại có $x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy = (x+y)^2 - 2(x+y)^2 + 6(x+y) - 4 = 5 - (x+y-3)^2 \leq 5$.

$$\text{Từ } P = \frac{3x+2y+1}{x+y+6} \Leftrightarrow (P-3)x + (P-2)y = 1-6P$$

$$\Rightarrow (1-6P)^2 = [(P-3)x + (P-2)y]^2 \leq (x^2+y^2) [(P-3)^2 + (P-2)^2] \\ \leq 5(2P^2 - 10P + 13).$$

$$\Rightarrow 26P^2 + 38P - 64 \leq 0 \Leftrightarrow 0 < P \leq 1$$

$$\Rightarrow \max P = 1 \text{ khi } x=2; y=1.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 376. Gọi A là tập tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho tập nghiệm của phương trình $x \cdot 2^x = x(x-m+1) + m(2^x-1)$ có hai phần tử. Tìm số phần tử của A .

A. 1.

B. Vô số.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$x \cdot 2^x = x(x-m+1) + m(2^x-1) \Leftrightarrow (x-m) \cdot 2^x = x^2 - (m-1)x - m$$

$$\Leftrightarrow (x-m) \cdot 2^x = (x-m)(x+1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ 2^x = x+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Từ đó suy ra tập nghiệm của phương trình đã cho có đúng hai phần tử khi và chỉ khi $m=0$ hoặc $m=1$, do đó tập A có đúng 2 phần tử.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 377. Cho phương trình $\log_2(x - \sqrt{x^2-1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2-1}) = \log_6|x - \sqrt{x^2-1}|$. Biết phương trình có một nghiệm là 1 và một nghiệm còn lại có dạng $x = \frac{1}{2}(a^{\log_b c} + a^{-\log_b c})$ (với a, c là các số nguyên tố và $a > c$). Giá trị của $a^2 - 2b + 3c$ là

A. 0.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

Điều kiện xác định:
$$\begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ x - \sqrt{x^2 - 1} \geq 0 \\ x - \sqrt{x^2 + 1} \geq 0. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) &= \log_6|x - \sqrt{x^2 - 1}| \\ \Leftrightarrow \log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3\left(\frac{1}{x - \sqrt{x^2 - 1}}\right) &= \log_6|x - \sqrt{x^2 - 1}| \\ \Leftrightarrow -\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x - \sqrt{x^2 - 1}) &= \log_6(x - \sqrt{x^2 - 1}) \\ \Leftrightarrow -\log_2 6 \cdot \log_6(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x - \sqrt{x^2 - 1}) &= \log_6(x - \sqrt{x^2 - 1}) \\ \Leftrightarrow \log_6(x - \sqrt{x^2 - 1}) &= 0 \vee \log_2 6 \cdot \log_3(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 1. \end{aligned}$$

$$\text{— } \log_6(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 0 \Leftrightarrow x - \sqrt{x^2 - 1} = 1 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$\text{— } \log_2 6 \cdot \log_3(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 1 \Leftrightarrow x - \sqrt{x^2 - 1} = 3^{\log_6 \frac{1}{2}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}(3^{\log_6 2} + 3^{-\log_6 2}).$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 378. Biết phương trình $\log_5 \frac{2\sqrt{x} + 1}{x} = 2 \log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$ có nghiệm duy nhất $x = a + b\sqrt{2}$ trong đó a, b là các số nguyên. Tính $a + b$.

A. 5.

B. -1.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có: $\log_5 \frac{2\sqrt{x} + 1}{x} = 2 \log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \Leftrightarrow \log_5 \frac{2\sqrt{x} + 1}{x} = 2 \log_3 \left(\frac{x - 1}{2\sqrt{x}} \right).$

Điều kiện $x > 1$.

Xét $f(x) = \log_5 \frac{2\sqrt{x} + 1}{x}$ trên $(1; +\infty)$.

Vì $f'(x) = \frac{\frac{x^2}{2\sqrt{x} + 1}}{x \ln 5} < 0, \forall x \in (1; +\infty)$ nên $f(x)$ là hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Xét hàm số $g(x) = 2 \log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$ trên $(1; +\infty)$.

Vì $g'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2x\sqrt{x}}}{\left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \ln 3} > 0, \forall x \in (1; +\infty)$ nên $g(x)$ là hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Do đó, phương trình đã cho có tối đa một nghiệm.

Mặt khác, từ hệ
$$\begin{cases} \log_5 \frac{2\sqrt{x} + 1}{x} = 0 \\ 2 \log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) = 0 \end{cases}$$
 ta giải được nghiệm $x = 3 + 2\sqrt{2}$.

Vậy $x = 3 + 2\sqrt{2}$ là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.

Do đó, $a = 3, b = 2$ và $a + b = 5$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 379. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x - \frac{1}{\log_3(x + 1)} = m$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m > -1, m \neq 0$.

B. $m > -1$.

C. Không tồn tại m .

D. $-1 < m < 0$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x > -1 \\ \log_3(x+1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \neq 0 \end{cases}.$

Xét hàm số $y = x - \frac{1}{\log_3(x+1)}.$

Khi đó, $y' = 1 + \frac{(\log_3(x+1))'}{\log_3^2(x+1)} = 1 + \frac{1}{(x+1) \cdot \ln 3 \cdot \log_3^2(x+1)}.$

Do đó, $y' > 0$ khi x thuộc các khoảng $(-1; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Ta có bảng biến thiên sau:

x	-1	0	$+\infty$
y'		+	+
y	-1	$+\infty$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra, phương trình đã cho có 2 nghiệm khi $m > -1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 380. Tìm số thực a để phương trình $9^x + 9 = a \cdot 3^x \cos(\pi x)$, chỉ có duy nhất một nghiệm thực.

A. $a = -6$.

B. $a = 6$.

C. $a = -3$.

D. $a = 3$.

Lời giải.

Giả sử x_0 là nghiệm của phương trình, tức là x_0 thỏa mãn $9^{x_0} + 9 = a \cdot 3^{x_0} \cos(\pi x_0)$.

Khi đó $2 - x_0$ cũng là nghiệm của phương trình.

Thật vậy,

$$\text{ta có } 9^{2-x_0} + 9 = a \cdot 3^{2-x_0} \cos[\pi(2-x_0)] \Leftrightarrow \frac{81}{9^{x_0}} + 9 = a \cdot \frac{9}{3^{x_0}} \cos(\pi x_0) \Leftrightarrow 9^{x_0} + 9 = a \cdot 3^{x_0} \cos(\pi x_0).$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow x_0 = 2 - x_0 \Leftrightarrow x_0 = 1$.

Với $x_0 = 1 \Rightarrow a = -6$.

$$\text{Ngược lại, với } a = -6, \text{ phương trình } 9^x + 9 = -6 \cdot 3^x \cos(\pi x) \Leftrightarrow 3^x + \frac{9}{3^x} = -6 \cos(\pi x) \quad (*)$$

$$\text{Mà } 3^x + \frac{9}{3^x} \geq 6; \quad -6 \cos(\pi x) \leq 6, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Phương trình } (*) \text{ có nghiệm khi và chỉ khi } \begin{cases} 3^x + \frac{9}{3^x} = 6 \\ \cos \pi x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy $9^{x_0} + 9 = a \cdot 3^{x_0} \cos(\pi x_0)$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $a = -6$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 381. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$ có nghiệm thuộc đoạn $[1; 8]$.

A. $2 \leq m \leq 3$.

B. $2 \leq m \leq 6$.

C. $6 \leq m \leq 9$.

D. $3 \leq m \leq 6$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m \Leftrightarrow \log_2^2 x - 2 \log_2 x + 3 = m.$$

TXĐ: $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. Đặt $t = \log_2 x$ ($t \in \mathbb{R}$), ta được phương trình $t^2 - 2t + 3 = m$.

Ta có $x \in [1; 8] \Leftrightarrow t \in [0; 3]$.

Phương trình ẩn x có nghiệm thuộc $[1; 8] \Leftrightarrow$ Phương trình ẩn t có nghiệm thuộc $[0; 3] \Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số $y = t^2 - 2t + 3$ cắt đường thẳng $y = m$ trên $[0; 3]$.

Bảng biến thiên hàm số $y = t^2 - 2t + 3$ trên đoạn $[0; 3]$:

x	0	1	3
y	3	2	6

Dựa vào bảng biến thiên ta có $2 \leq m \leq 6$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 382. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$ có đúng ba nghiệm phân biệt.

A. $m \in \left\{\frac{1}{2}; 1; -\frac{3}{2}\right\}$. B. $m \in \left\{\frac{1}{2}; -1; \frac{3}{2}\right\}$. C. $m \in \left\{-\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$. D. $m \in \left\{\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$.

Lời giải.

Ta có $2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$

$\Leftrightarrow 2^{x^2-2x+3} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 2^{2|x-m|+2} \cdot \log_2(2|x-m| + 2) \quad (*)$.

Xét hàm số $f(t) = 2^t \cdot \log_2 t, t \geq 2$.

Có $f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 \cdot \log_2 t + \frac{2^t}{t \ln 2} > 0, \quad \forall t \geq 2$.

Suy ra $f(t)$ là hàm đồng biến trên $[2; +\infty)$. Mà $x^2 - 2x + 3 \geq 2; 2|x-m| + 2 \geq 2$.

Suy ra

$(*) \Leftrightarrow f(x^2 - 2x + 3) = f(2|x-m| + 2) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 = 2|x-m| + 2$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 2|x-m| \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 1 = 2x - 2m \\ x^2 - 2x + 1 = 2m - 2x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 = -2m + 3 & (1) \\ x^2 = 2m - 1 & (2) \end{cases}$

Phương trình ban đầu có 3 nghiệm khi

• TH1: (1) có một nghiệm, (2) có hai nghiệm phân biệt khác nghiệm của (1).

Suy ra $-2m + 3 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$ (thỏa mãn).

• TH2: (2) có một nghiệm, (1) có hai nghiệm phân biệt khác nghiệm của (2).

Suy ra $2m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ (thỏa mãn).

• TH3: (1) và (2) có hai nghiệm phân biệt và có đúng một nghiệm chung.

Gọi x_0 là nghiệm chung của (1) và (2). Ta có

$\begin{cases} (x_0 - 2)^2 = -2m + 3 \\ x_0^2 = 2m - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = m \\ x_0^2 = 2m - 1 \end{cases} \Rightarrow m^2 = 2m - 1 \Rightarrow m = 1 \quad (\text{thỏa mãn}).$

Vậy $m \in \left\{\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 383. Phương trình $\frac{x^2}{2} + x - \ln(x^2 - 2) = 2018$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = x + 1 - \frac{2x}{x^2 - 2} = \frac{x^3 + x^2 - 4x - 2}{x^2 - 2}.$$

x	$-\infty$	x_1	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	x_3	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$		$+\infty$		$+\infty$
		$f(x_1)$				$f(x_3)$	

Chọn đáp án **C**

A. -5 . B. $\log_3 5$. C. 5 . D. $\log_5 3$.

Điều kiện của hệ phương trình $3x + 2y > 0$ và $3x - 2y > 0$. Khi đó phương trình đầu tương đương với

$$(3x + 2y)(3x - 2y) = 5 \Leftrightarrow \log_3(3x + 2y) + \log_3(3x - 2y) = \log_3 5.$$

Cộng với phương trình thứ hai theo vế ta được

$$\log_m(3x + 2y) + \log_3(3x + 2y) = 1 + \log_3 5.$$

Nếu $m > 1$ thì

$$1 + \log_3 5 = \log_m(3x + 2y) + \log_3(3x + 2y) \leq \log_m 5 + \log_3 5.$$

Suy ra $m \leq 5$. Khi $m = 5$ thì hệ có nghiệm $(1; 1)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp $0 < m < 1$ lập luận tương tự ta cũng có $m \leq 5$.

Vậy giá trị lớn nhất của m là 5.

Chọn đáp án 

Câu 385. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $25^x - 2 \cdot 10^x + m^2 \cdot 4^x = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- A.** $m \in (-1; 0) \cup (0; 1)$. **B.** $m \leq 1$.
C. $m < -1$ hoặc $m > 1$. **D.** $m > -1$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\left[\left(\frac{5}{2}\right)^x\right]^2 - 2\left(\frac{5}{2}\right)^x + m^2 = 0.$$

Đặt $t = \left(\frac{5}{2}\right)^x$ và $f(t) = t^2 - 2t + m^2$. Khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi và chỉ khi phương trình $f(t) = 0$ có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $0 < t_1 < 1 < t_2$, điều này tương đương

$$\begin{cases} f(1) < 0 \\ f(0) > 0 \\ 0 < -\frac{-2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 > 0 \\ m^2 - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-1; 0) \cup (0; 1).$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 386. Với giá trị nào của m phương trình $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0$ có nghiệm?

A. $m \leq 1$.

B. $m > 1$.

C. $m < 1$.

D. $m \geq 1$.

Lời giải.

$$4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0. \quad (*)$$

$$\text{Đặt } t = 2^{x+1} > 0 \text{ ta được phương trình } t^2 - 2t + m = 0. \quad (1)$$

Nhận thấy $t_1 + t_2 = 2$. Nếu phương trình (1) có nghiệm thì sẽ có ít nhất 1 nghiệm dương.

Suy ra phương trình (*) có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm

$$\text{hay } 1 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 1.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 387. Cho phương trình $(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2} + 4m-4 = 0$ (1). Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên dương để phương trình (1) có nghiệm thực trong đoạn $\left[\frac{5}{2}; 4\right]$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 6.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 2$.

$$\text{Ta có (1)} \Leftrightarrow 4(m-1)\log_2^2(x-2) + 4(m-5)\log_2(x-2) + 4(m-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)\log_2^2(x-2) + (m-5)\log_2(x-2) + (m-1) = 0.$$

$$\text{Đặt } t = \log_2(x-2). \text{ Với mọi } x \in \left[\frac{5}{2}; 4\right] \text{ suy ra } x-2 \in \left[\frac{1}{2}; 2\right], \text{ do đó } t \in [-1; 1].$$

$$\text{Ta có phương trình } (m-1)t^2 + (m-5)t + (m-1) = 0 \Leftrightarrow m(t^2 + t + 1) = t^2 + 5t + 1$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{t^2 + 5t + 1}{t^2 + t + 1} \quad (2) \quad (\text{vì } t^2 + t + 1 > 0 \forall t).$$

Phương trình (1) có nghiệm thực x trong đoạn $\left[\frac{5}{2}; 4\right]$ khi và chỉ khi phương trình (2) có nghiệm thực t trong đoạn $[-1; 1]$.

$$\text{Đặt } g(t) = \frac{t^2 + 5t + 1}{t^2 + t + 1}; t \in [-1; 1].$$

$$\text{Ta có } g'(t) = \frac{-4t^2 + 4}{(t^2 + t + 1)^2}; g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1.$$

BBT

t	-1	1	
$g'(t)$	0	$+$	0
$g(t)$	-3	$\nearrow$	$\frac{7}{3}$

Dựa vào BBT ta thấy phương trình (2) có nghiệm thực t trong đoạn $[-1; 1] \Leftrightarrow -3 \leq m \leq \frac{7}{3}$.

Vì m nguyên dương nên $m = 1; 2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 388. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_5 \left(\frac{4a + 2b + 5}{a + b} \right) = a + 3b - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = a^2 + b^2$.

A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 1.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \log_5 (4a + 2b + 5) + (4a + 2b + 5) &= \log_5 (5(a + b)) + 5(a + b) \\ \Leftrightarrow f(4a + 2b + 5) &= f(5a + 5b) \end{aligned}$$

với hàm đặc trưng $f(t) = \log_5 t + t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Khi đó

$$4a + 2b + 5 = 5a + 5b \Leftrightarrow a = 5 - 3b.$$

Do đó $T = 10b^2 - 30b + 25 = 10 \left(b - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{5}{2} \geq \frac{5}{2}$. Hàm số này đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{5}{2}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 389. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình

$$\log \left(\frac{x^3 + 3x^2 - 3x - 5}{x^2 + 1} \right) + (x + 1)^3 = x^2 + 6x + 7.$$

A. $-2 + \sqrt{3}$. B. -2 . C. 0. D. $-2 - \sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $(x + 1)^3 - x^2 - 6x - 7 = (x^3 + 3x^2 - 3x - 5) - (x^2 + 1)$. Khi đó, phương trình trở thành

$$\log (x^3 + 3x^2 - 3x - 5) + x^3 + 3x^2 - 3x - 5 = \log (x^2 + 1) + x^2 + 1 (*).$$

Xét hàm số $f(t) = \log t + t$ trên $(0; +\infty) \Rightarrow f(t)$ là hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Mà $(*) \Leftrightarrow f(x^3 + 3x^2 - 3x - 5) = f(x^2 + 1) \Rightarrow x^3 + 3x^2 - 3x - 5 = x^2 + 1 \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - 3x - 6 = 0$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là -2 .

Chọn đáp án (B) □

Câu 390. Cho các số thực dương x và y thỏa mãn $4 + 9 \cdot 3^{x^2-2y} = (4 + 9^{x^2-2y}) \cdot 7^{2y-x^2+2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x + 2y + 18}{x}$.

A. $P = \frac{3 + \sqrt{2}}{2}$. B. $P = 9$.

C. $P = 1 + 9\sqrt{2}$.

D. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
4 + 9 \cdot 3^{x^2-2y} &= (4 + 9^{x^2-2y}) \cdot 7^{2y-x^2+2} \\
\Leftrightarrow 7^{x^2-2y} (4 + 9 \cdot 3^{x^2-2y}) &= 49 (4 + 9^{x^2-2y}) \\
\Leftrightarrow 4 \cdot 7^{x^2-2y} + 9 \cdot 21^{x^2-y} - 49 \cdot 9^{x^2-2y} - 196 &= 0. \quad (*)
\end{aligned}$$

$$\text{Đặt } t = x^2 - 2y, \text{ ta được } (*) \Leftrightarrow 4 \cdot 7^t + 9 \cdot 21^t - 49 \cdot 9^t - 196 = 0 \Leftrightarrow \frac{4 + 3^{t+2}}{7^{t+2}} = \frac{4 + 3^{2t}}{7^{2t}}.$$

Xét hàm số $f(a) = \frac{4 + 3^a}{7^a} = 4 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^a + \left(\frac{3}{7}\right)^a$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow f(t+2) = f(2t) \Leftrightarrow t+2 = 2t \Leftrightarrow t = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2y = 2 \Leftrightarrow 2y = x^2 - 2.$$

$$\text{Khi đó } P = \frac{x + x^2 - 2 + 18}{x} = x + \frac{6}{x} + 1 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{16}{x}} + 1 = 9. \text{ Vậy } P_{\min} = 9.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 391. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $6^x + (3 + m)2^x + m = 0$ có nghiệm thuộc $[0; 1]$?

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
6^x + (3 + m)2^x + m = 0 &\Leftrightarrow -m(2^x + 1) = 6^x + 3 \cdot 2^x \\
&\Leftrightarrow -m = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1} \\
&\Leftrightarrow \frac{3^x + 3}{1 + 2^{-x}} = -m.
\end{aligned}$$

$$\text{Đặt } g(x) = \frac{3^x + 3}{1 + 2^{-x}} \Rightarrow g'(x) = \frac{3^x \ln 3 \cdot (1 + 2^{-x}) + 2^{-x} \ln 2 \cdot (3^x + 3)}{(1 + 2^{-x})^2} > 0 \text{ với } \forall x \in \mathbb{R}.$$

Suy ra $g(x)$ luôn đồng biến trên $(0; 1)$.

$$\text{Ta có } g(0) = 2; g(1) = 4 \text{ suy ra } 2 \leq g(x) \leq 4, \forall x \in [0; 1].$$

$$\text{Vậy phương trình đã cho có nghiệm thuộc } [0; 1] \text{ khi } 2 \leq -m \leq 4 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq -2.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{-4; -3; -2\}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

$$\text{Câu 392. Phương trình } e^x + 2018 + \frac{1}{1-x} + \frac{1}{2-x} + \frac{1}{3-x} = 0 \text{ có tất cả bao nhiêu nghiệm?}$$

A. 5.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Xét hàm số } y = f(x) = e^x + 2018 + \frac{1}{1-x} + \frac{1}{2-x} + \frac{1}{3-x}.$$

$$\text{Tập xác định } \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2; 3\}.$$

$$\text{Ta có: } y' = e^x + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-2)^2} + \frac{1}{(x-3)^2} > 0, \forall x \in \mathcal{D}.$$

Lại có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} y = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow 2^+} y = -\infty.$$

$\lim_{x \rightarrow 3^-} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = -\infty$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
y'		+	+	+	+
y	0	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ luôn cắt trục hoành tại 3 điểm.

Vậy phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 393. Tìm m để phương trình $\log_2 \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \log_{\frac{1}{2}}(x - m) = x - m - \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ có nghiệm?

A. $m \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

B. $m \in (1; 2)$.

C. $m \in (-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

D. $m \in \left(1; \frac{3}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > m \\ \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \log_2 \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \log_{\frac{1}{2}}(x - m) &= x - m - \sqrt{x^2 - 3x + 2} \\ \Leftrightarrow \log_2 \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x^2 - 3x + 2} &= \log_2(x - m) + x - m \quad (*) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$ trên $(0; +\infty)$. Ta có

$f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0 \Rightarrow f(t)$ là hàm số đồng biến. Do đó

$(*) \Leftrightarrow f(\sqrt{x^2 - 3x + 2}) = f(x - m) \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 3x + 2} = x - m \Leftrightarrow m = x - \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

Đặt $g(x) = x - \sqrt{x^2 - 3x + 2}$. Ta có $g'(x) = 1 - \frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x + 2}} = \frac{2\sqrt{x^2 - 3x + 2} - 2x + 3}{2\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 - 3x + 2} - 2x + 3 = 0$ (Vô nghiệm).

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$g'(x)$		+	-	
$g(x)$	$-\infty$	1	$\frac{3}{2}$	

Từ đó phương trình đã cho có nghiệm khi $m \in (-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 394. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $10m \in \mathbb{Z}$ và phương trình $2 \log_{mx-5}(2x^2 - 5x + 4) = \log_{\sqrt{mx-5}}(x^2 + 2x - 6)$ có nghiệm duy nhất. Tìm số phần tử của S .

A. 15.

B. 14.

C. 13.

D. 16.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} 0 < mx - 5 \neq 1 \\ 2x^2 - 5x + 4 = x^2 + 2x - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < mx - 5 \neq 1 \\ x = 2 \vee x = 5. \end{cases}$$

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < 2m - 5 \neq 1 \\ 5m - 5 \leq 0 \vee 5m - 5 = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 0 < 5m - 5 \neq 1 \\ 2m - 5 \leq 0 \vee 2m - 5 = 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{2} < m \neq 3 \\ m \leq 1 \vee m = \frac{6}{5} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 1 < m \neq \frac{6}{5} \\ m \leq \frac{5}{2} \vee m = 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 10 < 10m \neq 12 \\ 10m \leq 25 \vee 10m = 30. \end{cases} \end{aligned}$$

Do $10m \in \mathbb{Z}$ nên có 15 giá trị m thỏa mãn.Chọn đáp án **A**

□

Câu 395. Cho phương trình $\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} = x^2 - 5x - m + 2$ (1). Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình (1) có nghiệm?

A. Vô số.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Lời giải.Điều kiện: $3x^2 + 3x + m + 1 > 0$.

Phương trình (1) tương đương với

$$\begin{aligned} &\log_2(3x^2 + 3x + m + 1) + 3x^2 + 3x + m + 1 = \log_2(4x^2 - 2x + 2) + 4x^2 - 2x + 2 \\ &\Leftrightarrow f(3x^2 + 3x + m + 1) = f(4x^2 - 2x + 2), \text{ với } f(t) = \log_2 t + t. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$ trên $(0; +\infty)$. Có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0$.Suy ra hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$. Nên phương trình (1) tương đương với

$$\begin{cases} 3x^2 + 3x + m + 1 > 0 \\ 3x^2 + 3x + m + 1 = 4x^2 - 2x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 2x + 2 > 0 \\ x^2 - 5x - m + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 5x - m + 1 = 0 \quad (*)$$

Do đó phương trình (1) đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm. Suy ra

$$\Delta = 25 + 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{25}{4}.$$

Vì m là số nguyên âm nên $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1\}$.Chọn đáp án **D**

□

Câu 396. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\ln[m + 2 \sin x + \ln(m + 3 \sin x)] = \sin x$ có nghiệm thực

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

$$pt \Leftrightarrow m + 2 \sin x + \ln(m + 3 \sin x) = e^{\sin x}$$

$$\Leftrightarrow (m + 3 \sin x) + \ln(m + 3 \sin x) = e^{\sin x} + \sin x$$

Đặt $u = \ln(m + 3 \sin x) \Rightarrow m + 3 \sin x = e^u$, do đó ta có: $e^u + u = e^{\sin x} + \sin x \Leftrightarrow f(u) = f(\sin x)$

Xét hàm $f(t) = e^t + t$ dễ thấy đây là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Do đó } u = \sin x \Leftrightarrow \ln(m + 3 \sin x) = \sin x \Rightarrow m + 3 \sin x + e^{\sin x} \Rightarrow m = e^{\sin x} - 3 \sin x$$

$$\text{Đặt } t = \sin x \in [-1; 1], \text{ ta có: } m = \underbrace{e^t - 3t}_{g(t)}.$$

$$\text{Ta có: } g'(t) = e^t - 3 \xrightarrow{g'=0} t = \ln 3 > 1$$

$$\text{Mặt khác } g(-1) = e^{-1} + 3 \approx 3,36 \text{ và } g(1) = e - 3 \approx -0,28.$$

Do đó $g(1) \leq m \leq g(-1) \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{0; 1; 2; 3\}$ nên có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 397. Tính $a + b$, biết $[a; b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 4\sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)} \leq 5$ thỏa mãn với mọi $x \in [0; 2]$.

A. $a + b = 4$.

B. $a + b = 2$.

C. $a + b = 0$.

D. $a + b = 6$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương với $\log_4(x^2 - 2x + m) + 4\sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)} \leq 5$.

Đặt $t = \sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)}$ thì $t \geq 0$ và bất phương trình trở thành $t^2 + 4t - 5 \leq 0 \Leftrightarrow -5 \leq t \leq 1$.

Kết hợp điều kiện ta được $t \in [0; 1]$.

$$\text{Khi đó } \sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)} \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \log_4(x^2 - 2x + m) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq x^2 - 2x + m \leq 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -x^2 + 2x + 1 \\ m \leq -x^2 + 2x + 4 \end{cases} \quad (I)$$

Xét hàm số $f(x) = -x^2 + 2x + 1 = 2 - (x - 1)^2 \leq 2, \forall x \in [0; 2] \Rightarrow \max_{[0; 2]} f(x) = f(1) = 2$.

Xét hàm số $g(x) = -x^2 + 2x + 4 = 4 + x(2 - x) \geq 4, \forall x \in [0; 2] \Rightarrow \min_{[0; 2]} g(x) = g(0) = 4$.

Bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 2] \Leftrightarrow (I)$ nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 2]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \max_{[0; 2]} f(x) \\ m \leq \min_{[0; 2]} g(x) \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq m \leq 4.$$

Vậy $m \in [2; 4]$, tức là $a = 2, b = 4 \Rightarrow a + b = 6$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 398. Cho a là số thực dương, $a \neq 1$. Biết bất phương trình $\log_a x \leq 3x - 3$ nghiệm đúng với mọi $x > 0$. Số a thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $(5; +\infty)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(3; 5]$.

Lời giải.

Nhận thấy nếu $0 < a < 1$ thì bất phương trình $\log_a x \leq 3x - 3$ không nghiệm đúng với $x = a$ do đó $a > 1$.

Thay $x = a$ vào bất phương trình $\log_a x \leq 3x - 3$ ta có $1 \leq 3a - 3 \Leftrightarrow a \geq \frac{4}{3}$.

Thay $x = \frac{1}{a}$ vào bất phương trình $\log_a \frac{1}{a} \leq \frac{3}{a} - 3$ suy ra $a \leq \frac{3}{2}$.

Vậy $\frac{4}{3} \leq a \leq \frac{3}{2}$ suy ra $a \in (1; 2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 399. Có bao tất cả nhiều giá trị nguyên khác 0 của tham số m sao cho $\log_2 [(x^2 + m)^2] \leq 4$ với mọi $x \in (0; |m|)$?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Xét bất phương trình

$$\log_2 [(x^2 + m)^2] \leq 4. \quad (1)$$

Điều kiện xác định của bất phương trình (1) là $(x^2 + m)^2 > 0 \Leftrightarrow x^2 + m \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq -m$.

Ta có

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow (x^2 + m)^2 \leq 16 \\ &\Leftrightarrow -4 \leq x^2 + m \leq 4 \\ &\Leftrightarrow -m - 4 \leq x^2 \leq -m + 4. \end{aligned} \quad (2)$$

- Nếu $m = 4$, $(2) \Leftrightarrow -8 \leq x^2 \leq 0 \Leftrightarrow x = 0$, suy ra (1) có tập nghiệm $S = \{0\}$. Suy ra $m = 4$ không thỏa mãn đề bài.
- Nếu $m = -4$, $(2) \Leftrightarrow 0 \leq x^2 \leq 8 \Leftrightarrow x \in [-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}]$.
Suy ra nghiệm tập của (1) là $[-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}] \setminus \{\pm 2\} \not\subset (0; 4)$. Nên $m = -4$ không thỏa mãn đề bài.
- Nếu $-4 < m < 0$, $(2) \Leftrightarrow x \in [-\sqrt{-m+4}; \sqrt{-m+4}]$.
Suy ra tập nghiệm của (1) là $[-\sqrt{-m+4}; \sqrt{-m+4}] \setminus \{\pm\sqrt{-m}\}$.
Đề bài được thỏa mãn khi và chỉ khi

$$|m| \leq \sqrt{-m} \Leftrightarrow m^2 + m \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 0.$$

Suy ra $m = -1$.

- Nếu $0 < m < 4$, $(2) \Leftrightarrow x \in [-\sqrt{-m+4}; \sqrt{-m+4}]$.
Suy ra nghiệm tập nghiệm của (1) là $[-\sqrt{-m+4}; \sqrt{-m+4}]$.
Đề bài được thỏa mãn khi và chỉ khi

$$|m| \leq \sqrt{-m+4} \Leftrightarrow m^2 + m - 4 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \leq m \leq \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}.$$

Suy ra $m = 1$.

- Nếu $m < -4$, $(2) \Leftrightarrow x \in [-\sqrt{-m+4}; -\sqrt{-m-4}] \cup [\sqrt{-m-4}; \sqrt{-m+4}]$.
Suy ra nghiệm tập nghiệm của (1) là $[-\sqrt{-m+4}; -\sqrt{-m-4}] \cup [\sqrt{-m-4}; \sqrt{-m+4}] \not\subset (0; |m|)$.
Suy ra không có m thỏa mãn bài đề trong trường hợp này.
- Nếu $m > -4$, (2) vô nghiệm.

Vậy $m \in \{-1; 1\}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 400. Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 sao cho $y^x \cdot (e^x)^{e^y} \geq x^y \cdot (e^y)^{e^x}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 y^x \cdot (e^x)^{e^y} &\geq x^y \cdot (e^y)^{e^x} \\
 \Leftrightarrow x \cdot \ln y + x \cdot e^y &\geq y \cdot \ln x + y \cdot e^x \\
 \Leftrightarrow x \cdot (\ln y + e^y) &\geq y \cdot (\ln x + e^x) \\
 \Leftrightarrow \frac{\ln y + e^y}{y} &\geq \frac{\ln x + e^x}{x} \\
 \Leftrightarrow f(y) &\geq f(x), \text{ với hàm đặc trưng } f(t) = \frac{\ln t + e^t}{t}, t > 1.
 \end{aligned}$$

Ta có $f'(t) = -\frac{-e^t t + \ln t + e^t - 1}{t^2}$.

Đặt $g(t) = -e^t t + \ln t + e^t - 1$.

Ta có $g'(t) = -e^t \cdot t + \frac{1}{t} < 0, \forall t > 1$ nên $f'(t) > 0, \forall t > 1$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Do đó $f(y) \geq f(x) \Leftrightarrow y \geq x \Leftrightarrow \log_x y \geq 1$.

Ta có $P = \log_x \sqrt{x \cdot y} + \log_y x = \frac{1}{2}(1 + \log_x y) + \frac{1}{\log_x y}$.

Đặt $u = \log_x y \Rightarrow u \geq 1$. Khi đó $P(u) = \frac{1}{2}(1 + u) + \frac{1}{u}, P'(u) = \frac{1}{2} - \frac{1}{u^2} = 0 \Leftrightarrow u = \sqrt{2}$.

Bảng biến thiên:

x	-1	$\sqrt{2}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y	2	$\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$

Suy ra giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 401. Gọi K là tập nghiệm của bất phương trình $7^{2x+\sqrt{x+1}} - 7^{2+\sqrt{x+1}} + 2018x \leq 2018$. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+2)x^2 + 6(2m+3)x - 3m + 5$ đồng biến trên K là $[a - \sqrt{b}; +\infty)$, với a, b là các số thực. Tính $S = a + b$.

A. $S = 14$.

B. $S = 8$.

C. $S = 10$.

D. $S = 11$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x \geq -1$.

Ta có

$$\begin{aligned}
 7^{2x+\sqrt{x+1}} - 7^{2+\sqrt{x+1}} + 2018x &\leq 2018 \\
 \Leftrightarrow 7^{2x+\sqrt{x+1}} + 1009(2x + \sqrt{x+1}) &\leq 7^{2+\sqrt{x+1}} + 1009(2 + \sqrt{x+1}) \quad (1).
 \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = 7^t + 1009t, f'(t) = 7^t \ln 7 + 1009 > 0$ cho nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác (1) $\Leftrightarrow f(2x + \sqrt{x+1}) \leq f(2 + \sqrt{x+1})$, suy ra

$$2x + \sqrt{x+1} \leq 2 + \sqrt{x+1} \Leftrightarrow x \leq 1.$$

Kết hợp điều kiện suy ra $K = [-1; 1]$.

Hàm số $y = 2x^3 - 3(m+2)x^2 + 6(2m+3)x - 3m + 5$ đồng biến trên $K \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in K$

$$6x^2 - 6(m+2)x + 6(2m+3) \geq 0, \forall x \in K$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 2}, \forall x \in K.$$

$$\text{Đặt } g(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 2}; g'(x) = \frac{x^2 - 4x + 1}{(x - 2)^2}; g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{3} \\ x = 2 + \sqrt{3} \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Suy ra $\max g(x) = \max\{g(-1); g(1); g(2 - \sqrt{3})\} = 2 - 2\sqrt{3} \Rightarrow m \geq 2 - 2\sqrt{3}$.

Vậy $a = 2$ và $b = 12$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 402. Cho bất phương trình $m \cdot 9^{2x^2-x} - (2m+1)6^{2x^2-x} + m \cdot 4^{2x^2-x} \leq 0$. Tìm m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \geq \frac{1}{2}$.

A. $m < \frac{3}{2}$.

B. $m \leq \frac{3}{2}$.

C. $m \leq 0$.

D. $m < 0$.

Lời giải.

Chia cả hai vế của bất phương trình cho 4^{2x^2-x} ta được

$$m \left(\frac{9}{4}\right)^{2x^2-x} - (2m+1) \left(\frac{3}{2}\right)^{2x^2-x} + m \leq 0.$$

Với $x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow t = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x^2-x} \geq 1$. Bài toán trở thành tìm m để bất phương trình

$$mt^2 - (2m+1)t + m \leq 0, \forall t \geq 1 \quad (1).$$

Với $t = 1, 0 \leq 1$.

Với $t > 1, (1) \Leftrightarrow m \leq \frac{t}{t^2 - 2t + 1}, \forall t > 1 \quad (2).$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t}{t^2 - 2t + 1}; f'(t) = \frac{-t^2 + 1}{(t^2 - 2t + 1)^2} < 0, \forall t > 1$.

Khi đó $(2) \Leftrightarrow m \leq \lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 0$. Vậy $m \leq 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 403. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [0; 2018]$ để bất phương trình $m + e^{\frac{x}{2}} \geq \sqrt[4]{e^{2x} + 1}$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. 2017.

B. 2018.

C. 2019.

D. 2016.

Lời giải.

Ta có $m + e^{\frac{x}{2}} \geq \sqrt[4]{e^{2x} + 1} \Leftrightarrow m \geq \sqrt[4]{e^{2x} + 1} - e^{\frac{x}{2}} \quad (1).$

Xét hàm số $y = f(x) = \sqrt[4]{e^{2x} + 1} - e^{\frac{x}{2}}$.

$$\text{Có } y' = \frac{1}{2} \left(\frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{(e^{2x} + 1)^3}} - e^{\frac{x}{2}} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{2x} - e^{\frac{x}{2}} \sqrt[4]{(e^{2x} + 1)^3}}{\sqrt[4]{(e^{2x} + 1)^3}}.$$

$$\text{Suy ra } y' = 0 \Leftrightarrow e^{2x} - e^{\frac{x}{2}} \sqrt[4]{(e^{2x} + 1)^3} = 0 \Leftrightarrow e^{\frac{3x}{2}} = \sqrt[4]{(e^{2x} + 1)^3} \Leftrightarrow (e^{3x})^2 = (e^{2x} + 1)^3 \quad (2).$$

Đặt $t = e^{2x}, (t > 0)$. Khi đó $(2) \Leftrightarrow 3t^2 + 3t + 1 = 0$, phương trình này vô nghiệm nên phương trình (2) vô nghiệm hay $y' = 0$ vô nghiệm.

Suy ra y' không đổi dấu trên $\mathbb{R}$, dễ thấy $y'(0) < 0 \Rightarrow y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số $y = f(x) = \sqrt[4]{e^{2x} + 1} - e^{\frac{x}{2}}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[4]{e^{2x} + 1} - e^{\frac{x}{2}} \right) = 1.$$

Khi đó bất phương trình (1) có nghiệm với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq 1$.

Suy ra có 2018 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **B** □

Câu 404. Xét các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 \geq 4$ và $\log_{x^2+y^2}(4x - 2y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 3x + 4y - 5$ là $a + b\sqrt{5}$ với a, b là các số nguyên. Tính $a^3 + b^3$.

A. $T = 152$.

B. $T = 98$.

C. $T = 0$.

D. $T = 250$.

Lời giải.Điều kiện $4x - 2y > 0$. Ta có

$$\begin{aligned} \log_{x^2+y^2}(4x-2y) &\geq 1 \Leftrightarrow 4x-2y \geq x^2+y^2 \\ \Rightarrow P + \frac{37}{4} &\geq \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y+3)^2 \geq \frac{\left[3\left(x - \frac{1}{2}\right) + 4(y+3)\right]^2}{3^2+4^2} \\ \Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y+3)^2 &\geq \frac{\left(P + \frac{31}{2}\right)^2}{25} \\ \Rightarrow P + \frac{37}{4} &\geq \frac{\left(P + \frac{31}{2}\right)^2}{25} \Rightarrow P \geq -3 + 5\sqrt{5}. \end{aligned}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 \geq 4 \\ 4x - 2y \geq x^2 + y^2 \\ 3x + 4y - 5 = -3 + 5\sqrt{5} \\ \frac{x - \frac{1}{2}}{3} = \frac{y+3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10 + 3\sqrt{5}}{5} \\ y = \frac{-25 + 20\sqrt{5}}{25}. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \max P = -3 + 5\sqrt{5} \Rightarrow a^3 + b^3 = 98.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 405. Trong các nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1$. Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ là

A. $\frac{9}{4}$.

B. 9.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{9}{8}$.

Lời giải.

Ta có

$$\text{— Nếu } x^2 + 2y^2 < 1 \text{ thì } \log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+y \leq x^2 + 2y^2 < 1.$$

$$\text{— Nếu } x^2 + 2y^2 > 1 \text{ thì } \log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+y \geq x^2 + 2y^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + 2\left(y - \frac{1}{4}\right)^2 \leq \frac{9}{8}.$$

Theo bất đẳng thức Cauchy - Schwarz, ta có

$$\begin{aligned} 2x + y &= 2(x-1) + \left(y - \frac{1}{4}\right) + \frac{9}{4} = 2 \cdot (x-1) + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} \left(y - \frac{1}{4}\right) + \frac{9}{4} \\ &\leq \sqrt{\left[2^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right] \left[(x-1)^2 + 2\left(y - \frac{1}{4}\right)^2\right]} + \frac{9}{4} \leq \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \frac{9}{8}} + \frac{9}{4} = \frac{9}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức } T = 2x + y \text{ là } \frac{9}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 406. Cho các bất phương trình $\log_5(-x^2+4x+m) - \log_5(x^2+1) < 1$ (1) và $\sqrt{4-x} + \sqrt{x-1} \geq 0$ (2). Tổng tất cả các giá trị nguyên dương của m sao cho mọi nghiệm của bất phương trình (2) đều là nghiệm của bất phương trình (1) là

A. 13.

B. 21.

C. 28.

D. 11.

Lời giải.

Dễ thấy bất phương trình $\sqrt{4-x} + \sqrt{x-1} \geq 0$ có tập nghiệm là $[1; 4]$.

Ta có $\log_5(-x^2 + 4x + m) - \log_5(x^2 + 1) < 1 \Leftrightarrow \log_5(-x^2 + 4x + m) < \log_5(5x^2 + 5)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 4x + m > 0 \\ -x^2 + 4x + m < 5x^2 + 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 4x + m > 0 \\ 6x^2 - 4x + 5 - m > 0. \end{cases}$$

Với m nguyên dương, ta có $-x^2 + 4x + m > 0 \Leftrightarrow 2 - \sqrt{4+m} < x < 2 + \sqrt{4+m}$. Mà $\begin{cases} 2 - \sqrt{4+m} < 0 \\ 2 + \sqrt{4+m} > 4 \end{cases}$

nên mọi nghiệm của bất phương trình (2) đều là nghiệm của bất phương trình $-x^2 + 4x + m > 0$.

Xét bất phương trình $6x^2 - 4x + 5 - m > 0$ (*), ta có $\Delta' = 4 - 6(5 - m) = 6m - 26$.

— Với $0 < m < \frac{13}{3}$ thì (*) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ suy ra mọi nghiệm của bất phương trình (2) đều là nghiệm của bất phương trình (1).

— Với $m \geq \frac{13}{3}$ thì (*) $\Leftrightarrow x < \frac{2 - \sqrt{6m - 26}}{6}$ hoặc $x > \frac{2 + \sqrt{6m - 26}}{6}$. Khi đó, yêu cầu bài toán xảy ra khi

$$\frac{2 - \sqrt{6m - 26}}{6} > 4 \text{ hoặc } \frac{2 + \sqrt{6m - 26}}{6} < 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{6m - 26} < -22 \text{ hoặc } \sqrt{6m - 26} < 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{13}{3} \leq m < 7$$

Kết hợp hai trường hợp, ta được $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 407. Cho các số thực x, y dương và thỏa mãn $\log_2 \frac{x^2 + y^2}{3xy + x^2} + 2^{\log_2(x^2 + 2y^2 + 1)} \leq \log_2 8^{xy}$. Tìm

giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{2x^2 - xy + 2y^2}{2xy - y^2}$.

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_2 \frac{x^2 + y^2}{3xy + x^2} + 2^{\log_2(x^2 + 2y^2 + 1)} \leq \log_2 8^{xy}$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 + y^2) - \log_2(3xy + x^2) + x^2 + 2y^2 + 1 \leq 3xy$$

$$\Leftrightarrow \log_2 2(x^2 + y^2) + 2(x^2 + y^2) \leq \log_2(3xy + x^2) + 3xy + x^2. \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$, với $t > 0$.

$$f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \text{ với } t > 0.$$

Hàm số $f(t)$ đồng biến và liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ nên

$$(*) \Leftrightarrow f(2(x^2 + y^2)) \leq f(3xy + x^2) \Leftrightarrow 2(x^2 + y^2) \leq 3xy + x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3xy + 2y^2 \leq 0 \Leftrightarrow (x - y)(x - 2y) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq \frac{x}{y} \leq 2 \text{ (vì } x, y > 0 \text{)}.$$

$$P = \frac{2x^2 - xy + 2y^2}{2xy - y^2} = \frac{2\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{x}{y} + 2}{2\frac{x}{y} - 1}.$$

Đặt $u = \frac{x}{y}$, ta có $P = \frac{2u^2 - u + 2}{2u - 1}$, với $u \in [1; 2]$.

$$P'_u = \frac{4u^2 - 4u - 3}{(2u - 1)^2}; P'_u = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{3}{2} \in [1; 2] \\ u = -\frac{1}{2} \notin [1; 2]. \end{cases}$$

$$P(1) = 3; P\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{5}{2}; P(2) = \frac{8}{3}.$$

$$\text{Vậy min } P = \frac{5}{2} \text{ khi } u = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x, y > 0 \\ \frac{x}{y} = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 408. Để đủ tiền mua nhà, anh An vay ngân hàng 500 triệu theo phương thức trả góp với lãi suất 0,85% một tháng. Nếu sau mỗi tháng, kể từ thời điểm vay, anh An trả nợ cho ngân hàng số tiền cố định là 10 triệu đồng bao gồm cả tiền lãi vay và tiền gốc. Biết phương thức trả lãi và gốc không thay đổi trong suốt quá trình anh An trả nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh trả hết nợ ngân hàng? (tháng cuối có thể trả dưới 10 triệu đồng).

A. 67.

B. 68.

C. 66.

D. 65.

Lời giải.

Đặt $N = 500$; $A = 10$; $r = 0,85\%$.

Sau một tháng anh An còn nợ: $N \cdot (1 + r) - A$.

Sau hai tháng anh An còn nợ

$$(N \cdot (1 + r) - A) \cdot (1 + r) - A = N \cdot (1 + r)^2 - A \cdot [(1 + r) + 1] = N \cdot (1 + r)^2 - \frac{A}{r} [(1 + r)^2 - 1].$$

Tương tự sau n tháng anh An còn nợ $N \cdot (1 + r)^n - \frac{A}{r} [(1 + r)^n - 1]$.

Anh An trả hết nợ sau n tháng khi n là nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình

$$\begin{aligned} N \cdot (1 + r)^n - \frac{A}{r} [(1 + r)^n - 1] &\leq 0 \Leftrightarrow 500 \cdot (1 + 0,85\%)^n - \frac{10}{0,85\%} [(1 + 0,85\%)^n - 1] \leq 0 \\ &\Leftrightarrow (1 + 0,85\%)^n \geq \frac{40}{23} \\ &\Leftrightarrow n \geq \log_{1+0,85\%} \frac{40}{23} \approx 65,38. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow n = 66.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 409. Số 5×9^{2018} viết trong hệ thập phân có bao nhiêu chữ số?

A. 1927.

B. 1926.

C. 1214.

D. 4435.

Lời giải.

Số 5×9^{2018} viết trong hệ thập phân có n chữ số khi và chỉ khi

$$10^{n-1} \leq x < 10^n \Leftrightarrow n - 1 \leq 2018 \log 9 + \log 5 < n \Rightarrow n = 1927.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 410. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\left| \frac{3 \ln^2 x + 2 \ln x + 12}{\ln^2 x - (m + 1) \ln x + 4} \right| \geq 2$ nghiệm đúng với mọi $x > 0$?

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 7.

Lời giải.

Ta thấy $\left| \frac{3\ln^2 x + 2\ln x + 12}{\ln^2 x - (m+1)\ln x + 4} \right| \geq 2$ nghiệm đúng với mọi $x > 0$ khi $\left| \frac{3t^2 + 2t + 12}{t^2 - (m+1)t + 4} \right| \geq 2$ nghiệm đúng với mọi $t \in \mathbb{R}$.

Trước hết phương trình $t^2 - (m+1)t + 4 = 0$ phải vô nghiệm, tức là

$$\Delta = (m+1)^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -5 < m < 3. \quad (1)$$

Với $-5 < m < 3$ thì $t^2 - (m+1)t + 4 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Ta lại có $3t^2 + 2t + 12 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Do đó

$$\left| \frac{3t^2 + 2t + 12}{t^2 - (m+1)t + 4} \right| \geq 2 \Leftrightarrow 3t^2 + 2t + 12 \geq 2[t^2 - (m+1)t + 4] \Leftrightarrow t^2 + 2(m+1)t + 4 \geq 0. \quad (2)$$

Bất phương trình (2) nghiệm đúng với mọi $t \in \mathbb{R}$ khi $\Delta' = (m+2)^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 0. \quad (3)$

Kết hợp (1) và (3) ta được $-4 \leq m \leq 0$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 411. Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 sao cho $y^x (e^x)^{e^y} \geq x^y (e^y)^{e^x}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Với $x, y > 1$ ta có

$$\begin{aligned} y^x (e^x)^{e^y} \geq x^y (e^y)^{e^x} &\Leftrightarrow x \ln y + x e^y \geq y \ln x + y e^x \\ &\Leftrightarrow \frac{\ln y + e^y}{y} \geq \frac{\ln x + e^x}{x}. \end{aligned}$$

Đặt $f(t) = \frac{\ln t + e^t}{t}$ với $t > 1$ ta có

$$f'(t) = \frac{\left(\frac{1}{t} + e^t\right) \cdot t - e^t - \ln t}{t^2} = \frac{(t-1)e^t - \ln t + 1}{t^2} = \frac{g(t)}{t^2}.$$

Ta có $g'(t) = (t-1)e^t + e^t - \frac{1}{t} > 0, \forall t > 1 \Rightarrow g(t) > g(1) = 1 > 0$, do đó $f'(t) > 0$ với mọi $t > 1$.

Vậy $f(t)$ đồng biến trên $(1; +\infty) \Rightarrow f(y) \geq f(x) \Leftrightarrow y \geq x$.

Ta có

$$P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x = \frac{1}{2}(1 + \log_x y) + \frac{1}{\log_x y} = \frac{1}{2}(1 + u) + \frac{1}{u} = \frac{1}{2} + \frac{u}{2} + \frac{1}{u}$$

với $u = \log_x y$.

$$\Rightarrow P \geq \frac{1}{2} + 2\sqrt{\frac{u}{2} \cdot \frac{1}{u}} = \frac{1}{2} + \sqrt{2} = \frac{1+2\sqrt{2}}{2}.$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \frac{u}{2} = \frac{1}{u} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \sqrt{2} \\ u = -\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_x y = \sqrt{2} \\ \log_x y = -\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \log_x y = \sqrt{2}.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 412. Cho bất phương trình $\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 4\sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)} \leq 5$. Biết đoạn $[a; b]$ là tập tất cả các giá trị của m để bất phương trình thỏa mãn với mọi $x \in [0; 2]$. Tính tổng $a + b$?

A. $a + b = 4$.

B. $a + b = 2$.

C. $a + b = 0$.

D. $a + b = 6$.

Lời giải.

$$\text{ĐKXD: } x^2 - 2x + m \geq 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + m - 1 \geq 0.$$

Do $x \in [0; 2]$ nên $m - 2 \geq 0$ hay $m \geq 2$.

Phương trình tương đương với

$$\begin{aligned} \log_4(x^2 - 2x + m) + 4\sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)} &\leq 5 \\ \Leftrightarrow t^2 + 4t - 5 &\leq 0 \quad (t = f(x) = \sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)}) \\ \Leftrightarrow -5 &\leq t \leq 1. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)}} \cdot \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x + m) \ln 4}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$\begin{aligned} \text{Mà } x \in [0; 2] \text{ nên } \min \{f(0); f(1); f(2)\} &\leq t = f(x) \leq \max \{f(0); f(1); f(2)\} \\ \Leftrightarrow \sqrt{\log_4(m - 1)} &\leq t \leq \sqrt{\log_4 m}. \end{aligned}$$

Để bất phương trình ban đầu đúng với mọi $x \in [0; 2]$ thì ta phải có

$$\begin{cases} \sqrt{\log_4(m - 1)} \geq -5 \\ \sqrt{\log_4 m} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 4.$$

Vậy $m \in [2; 4]$ nên $a = 2, b = 4$ suy ra $a + b = 6$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 413. Cho bất phương trình $m3^{x+1} + (3m + 2)(4 - \sqrt{7})^x + (4 + \sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0]$.

$$\text{A. } m \geq -\frac{2 - 2\sqrt{3}}{3}. \quad \text{B. } m \geq \frac{2 - 2\sqrt{3}}{3}. \quad \text{C. } m > \frac{2 - 2\sqrt{3}}{3}. \quad \text{D. } m > \frac{2 + 2\sqrt{3}}{3}.$$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} m3^{x+1} + (3m + 2)(4 - \sqrt{7})^x + (4 + \sqrt{7})^x &> 0 \\ \Leftrightarrow 3m + (3m + 2) \left(\frac{4 - \sqrt{7}}{3} \right)^x + \left(\frac{4 + \sqrt{7}}{3} \right)^x &> 0 \quad (1). \end{aligned}$$

Đặt $t = \left(\frac{4 + \sqrt{7}}{3} \right)^x, (t > 0)$. Bất phương trình trở thành

$$3m + (3m + 2)\frac{1}{t} + t > 0 \Leftrightarrow t^2 + 3mt + 3m + 2 > 0 \quad (2).$$

Ta có $x \in (-\infty; 0] \Rightarrow t \in (0; 1]$.

Để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0]$ thì bất phương trình nghiệm đúng với mọi $t \in (0; 1] \Leftrightarrow m > -\frac{t^2 + 2}{3(t + 1)}, \forall t \in (0; 1]$.

Xét hàm số $f(t) = -\frac{t^2 + 2}{3(t + 1)}$ trên $(0; 1]$.

$$\text{Ta có } f'(t) = -\frac{t^2 + 2t - 2}{3(t + 1)^2} \text{ và } f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 - \sqrt{3} \notin (0; 1] \\ t = -1 + \sqrt{3}. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	0	$-1 + \sqrt{3}$	1
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$	$-\frac{1}{2}$

Vậy $m > -\frac{t^2 + 2}{3(t+1)}, \forall t \in (0; 1] \Leftrightarrow m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 414.

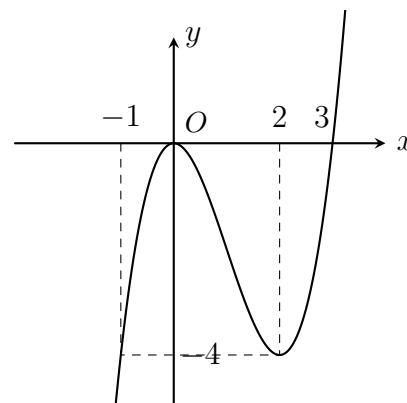
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên biết $f(2) = -4$, $f(3) = 0$. Bất phương trình $f(e^x) < m(3e^x + 2019)$ có nghiệm $x \in (\ln 2; 1)$ khi và chỉ khi

A. $m > -\frac{4}{1011}$.

B. $m > -\frac{4}{2025}$.

C. $m \geq \frac{4}{3e + 2019}$.

D. $m > \frac{f(e)}{3e + 2019}$.



Lời giải.

Đặt $t = e^x, x \in (\ln 2; 1)$.

Ta có $f(e^x) < m(3e^x + 2019)$ có nghiệm $x \in (\ln 2; 1)$ khi và chỉ khi

$f(t) < m(3t + 2019)$ có nghiệm $t \in (2; e) \Leftrightarrow m > \frac{f(t)}{3t + 2019}$ có nghiệm $t \in (2; e)$.

Đặt $g(t) = \frac{f(t)}{3t + 2019}, t \in (2; e)$.

Ta có $g'(t) = \frac{f'(t)(3t + 2019) - 3f(t)}{(3t + 2019)^2} > 0, \forall t \in (2; e)$. Vì

— Hàm số đồng biến trên $(2; e)$ nên $f'(t) > 0, \forall t \in (2; e)$.

— $3t + 2019 > 0, \forall t \in (2; e)$.

— Đồ thị hàm số $f(t)$ trên $(2; e)$ nằm phía dưới trục hoành nên $f(t) < 0, \forall t \in (2; e)$.

Do đó $g(t) \in \left(\frac{-4}{2025}; \frac{f(e)}{3e + 2019} \right)$.

Vậy $m > \frac{f(t)}{3t + 2019}$ có nghiệm $t \in (2; e)$ khi và chỉ khi $m > -\frac{4}{2025}$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 415. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn

$$\log_2 \frac{x^2 + 5y^2}{x^2 + 10xy + y^2} + 1 + x^2 - 10xy + 9y^2 \leq 0.$$

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2 + xy + 9y^2}{xy + y^2}$. Tính $T = 10M - m$.

A. 60.

B. 94.

C. 104.

D. 50.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \log_2 \frac{x^2 + 5y^2}{x^2 + 10xy + y^2} + 1 + x^2 - 10xy + 9y^2 \leq 0 \\ \Leftrightarrow & \log_2 (x^2 + 5y^2) + 1 - \log_2 (x^2 + 10xy + y^2) + x^2 - 10xy + 9y^2 \leq 0 \\ \Leftrightarrow & \log_2 (2x^2 + 10y^2) + (2x^2 + 10y^2) \leq \log_2 (x^2 + 10xy + y^2) + (x^2 + 10xy + y^2). \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$ với $t > 0$. Ta thấy $f'(t) = \frac{1}{t \cdot \ln 2} + 1 > 0 \forall t > 0$. Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Do đó

$$\begin{aligned} f(2x^2 + 10y^2) \leq f(x^2 + 10xy + y^2) & \Leftrightarrow 2x^2 + 10y^2 \leq x^2 + 10xy + y^2 \\ & \Leftrightarrow x^2 - 10xy + 9y^2 \leq 0 \\ & \Leftrightarrow \left(\frac{x}{y}\right)^2 - 10\left(\frac{x}{y}\right) + 9 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq \frac{x}{y} \leq 9. \end{aligned}$$

Khi đó $P = \frac{x^2 + xy + 9y^2}{xy + y^2} = \frac{\left(\frac{x}{y}\right)^2 + \frac{x}{y} + 9}{\frac{x}{y} + 1}$. Đặt $t = \frac{x}{y}$, ta được $P = \frac{t^2 + t + 9}{t + 1}$ với $1 \leq t \leq 9$.

Xét hàm số $g(t) = \frac{t^2 + t + 9}{t + 1}$ trên đoạn $[1; 9]$.

Ta có $g'(t) = \frac{t^2 + 2t - 8}{(t + 1)^2}$, $g'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \in (1; 9) \\ t = -4 \notin (1; 9). \end{cases}$

Mặt khác $g(1) = \frac{11}{2}$, $g(9) = \frac{99}{10}$, $g(2) = 5$. Do đó $M = \max_{[1;9]} g(t) = \frac{99}{10}$, $m = \min_{[1;9]} g(t) = 5$.

Vậy $T = 10M - m = 99 - 5 = 94$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 416. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\ln x + \ln y \geq \ln(x^2 + y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x + y$.

A. $P = 6$.

B. $P = 2 + 3\sqrt{2}$.

C. $P = 3 + 2\sqrt{2}$.

D. $P = \sqrt{17} + \sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $\ln x + \ln y \geq \ln(x^2 + y) \Leftrightarrow xy \geq x^2 + y \Leftrightarrow y(x - 1) \geq x^2 > 0$.

Suy ra $x > 1$ và $y > 0$.

Khi đó $y \geq \frac{x^2}{x - 1}$.

Suy ra $P = x + y \geq x + \frac{x^2}{x - 1} = 2(x - 1) + \frac{1}{x - 1} + 3 \geq 2\sqrt{2(x - 1) \cdot \frac{1}{x - 1}} + 3 = 2\sqrt{2} + 3$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là $3 + 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 417. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $\ln(x^2 + 2x + m) - 2\ln(2x - 1) > 0$ chứa đúng 2 số nguyên?

A. 10.

B. 3.

C. 4.

D. 9.

Lời giải.

— Ta có

$$\begin{aligned}
 \ln(x^2 + 2x + m) - 2\ln(2x - 1) > 0 &\Leftrightarrow \ln(x^2 + 2x + m) > 2\ln(2x - 1) \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ \ln(x^2 + 2x + m) > \ln(2x - 1)^2 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x^2 + 2x + m > (2x - 1)^2 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ 3x^2 - 6x - m + 1 < 0. \end{cases} \quad (1)
 \end{aligned}$$

— Bất phương trình (1) có nghiệm khi tam thức $3x^2 - 6x - m + 1$ có hai nghiệm phân biệt
 $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -2$.

— Với $m > -2$, tam thức $3x^2 - 6x - m + 1$ có hai nghiệm là $x_1 = \frac{3 + \sqrt{3m + 6}}{3} > 1$; $x_2 = \frac{3 - \sqrt{3m + 6}}{3}$.

— Kết hợp điều kiện $x > \frac{1}{2}$ để xác định tập nghiệm thỏa mãn đề bài, ta xét 2 trường hợp:

TH1: $x_2 < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{3m + 6} > \frac{3}{2} \Leftrightarrow m > -\frac{5}{4}$, khi đó tập nghiệm của (1) là $\left(\frac{1}{2}; x_1\right)$.

Khi đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 2 < x_1 \leq 3 \Leftrightarrow 3 < \sqrt{3m + 6} \leq 6 \Leftrightarrow 1 < m \leq 10$.

Kết hợp các điều kiện, ta có 9 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

TH2: $x_2 \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{3m + 6} \leq \frac{3}{2}$. Khi đó tập nghiệm của (1) là $(x_2; x_1)$.

Mà $x_1 - x_2 = \frac{2\sqrt{3m + 6}}{3} \leq 1$ nên tập nghiệm không thể chứa hai giá trị nguyên.

— Vậy có 9 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 418. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số a thỏa mãn mỗi nghiệm của bất phương trình $\log_x(5x^2 - 8x + 3) > 2$ đều là nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x - a^4 + 1 \geq 0$. Khi đó:

A. $S = \left(-\frac{\sqrt{10}}{5}; \frac{\sqrt{10}}{5}\right)$.

B. $S = \left(-\infty; -\frac{\sqrt{10}}{5}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{10}}{5}; +\infty\right)$.

C. $S = \left[-\frac{\sqrt{10}}{5}; \frac{\sqrt{10}}{5}\right]$.

D. $S = \left(-\infty; -\frac{\sqrt{10}}{5}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{10}}{5}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Xét bất phương trình $\log_x(5x^2 - 8x + 3) > 2$.

(1)

Ta có

$$\begin{aligned}
 \log_x(5x^2 - 8x + 3) > 2 &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 5x^2 - 8x + 3 > x^2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 0 < x < 1 \\ 0 < 5x^2 - 8x + 3 < x^2 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 4x^2 - 8x + 3 > 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 0 < x < \frac{3}{5} \\ 4x^2 - 8x + 3 < 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x < \frac{1}{2} \end{cases} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 0 < x < \frac{3}{5} \\ \frac{1}{2} < x < \frac{3}{2} \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow x > \frac{3}{2} \text{ hoặc } \frac{1}{2} < x < \frac{3}{5}.
 \end{aligned}$$

Do đó, tập nghiệm của (1) là $T_1 = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{5}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Xét bất phương trình $x^2 - 2x - a^4 + 1 \geq 0$. (2)

Mỗi nghiệm của bất phương trình (1) đều là nghiệm của bất phương trình (2) khi và chỉ khi

$$x^2 - 2x - a^4 + 1 \geq 0, \forall x \in T_1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 \geq a^4, \forall x \in T_1. \quad (*)$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 1$.

x	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	-		+	
$f(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{1}{4}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $(*) \Leftrightarrow a^4 \leq \frac{4}{25} \Leftrightarrow a^2 \leq \frac{2}{5} \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{10}}{5} \leq a \leq \frac{\sqrt{10}}{5}$.

$$\text{Vậy } S = \left[-\frac{\sqrt{10}}{5}; \frac{\sqrt{10}}{5}\right].$$

Chọn đáp án  □

Câu 419. Cho hàm số $y = f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2} + x)$. Tập nghiệm của bất phương trình $f(a-1) + f(\ln a) \leq 0$ là

A. $[0; 1]$.

B. $(0; 1]$.

C. $[0; +\infty)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{1+x^2} + x > \sqrt{x^2} + x = |x| + x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \sqrt{1+x^2} + x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy ta có tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Xét

$$\begin{aligned}
 f(-x) &= \ln(\sqrt{1+(-x)^2} + (-x)) = \ln(\sqrt{1+x^2} - x) \\
 &= \ln\left((\sqrt{1+x^2} - x) \cdot \frac{\sqrt{1+x^2} + x}{\sqrt{1+x^2} + x}\right) \\
 &= \ln\left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2} + x}\right) = -\ln(\sqrt{1+x^2} + x) = -f(x).
 \end{aligned}$$

Vậy hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ.

Mặt khác

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{\sqrt{1+x^2}+x} \cdot (\sqrt{1+x^2}+x)' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}+x} \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + 1 \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{1+x^2}+x} \cdot \frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} > 0. \end{aligned}$$

Vậy hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Từ đó ta có

$$\begin{aligned} f(a-1) + f(\ln a) \leq 0 &\Leftrightarrow f(a-1) \leq -f(\ln a) \Leftrightarrow f(a-1) \leq f(-\ln a) \\ &\Leftrightarrow a-1 \leq -\ln a \Leftrightarrow a + \ln a \leq 1. \quad (*) \end{aligned}$$

Xét $g(a) = a + \ln a, \forall a > 0, g'(a) = 1 + \frac{1}{a} > 0, \forall a > 0$.

Vậy hàm số $g(a)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Mà $g(1) = 1$.

Vậy $(*) \Leftrightarrow g(a) \leq g(1) \Leftrightarrow a \leq 1$. Suy ra tập nghiệm bất phương trình là $(0; 1]$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 420. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2 x + x(x+y) \geq \log_2(6-y) + 6x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y}$ bằng

A. $\frac{59}{3}$.

B. 19.

C. $\frac{53}{3}$.

D. $8 + 6\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2 x + x(x+y) &\geq \log_2(6-y) + 6x \\ \Leftrightarrow \log_2 x^2 + x^2 &\geq \log_2 [x(6-y)] + [x(6-y)]. \quad (1) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t, t > 0$. Ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0$.

Vì $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên từ (1) ta có $x^2 \geq x(6-y) \Rightarrow x+y \geq 6$. (2)

Ta thấy

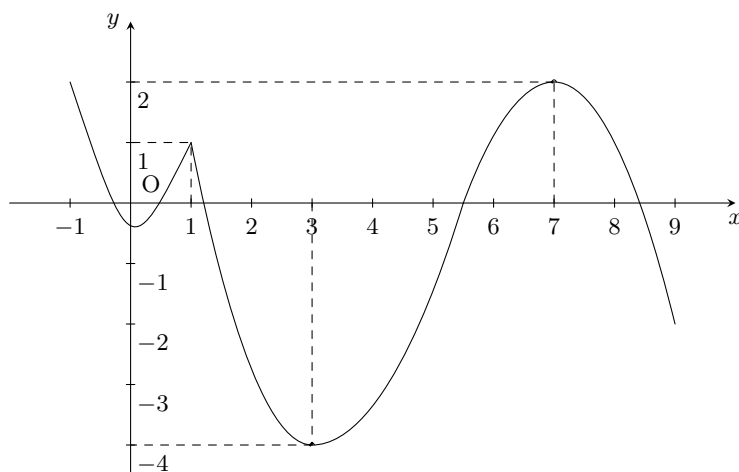
$$\begin{aligned} P &= 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y} \\ &= \left(\frac{3x}{2} + \frac{6}{x} \right) + \left(\frac{y}{2} + \frac{8}{y} \right) + \frac{3}{2}(x+y) \\ &\geq 6 + 4 + 9 \\ &= 19. \quad (3) \end{aligned}$$

$$\text{Đẳng thức (3) xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x}{2} = \frac{6}{x} \\ \frac{y}{2} = \frac{8}{y} \\ x+y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 421. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 9]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $16 \cdot 3^{f(x)} - [f^2(x) + 2f(x) - 8] \cdot 4^{f(x)} \geq (m^2 - 3m) \cdot 6^{f(x)}$ nghiệm đúng với mọi giá trị $x \in [-1; 9]$?

A. 32.

B. 31.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

+) Từ đồ thị hàm số suy ra $-4 \leq f(x) \leq 2, \forall x \in [-1; 9]$, đặt $t = f(x) \Rightarrow t \in [-4; 2]$.

+) Ta tìm m để $16 \cdot 3^t - [t^2 + 2t - 8] \cdot 4^t \geq (m^2 - 3m) \cdot 6^t$ đúng $\forall t \in [-4; 2]$

$$\Leftrightarrow \frac{16}{2^t} - [t^2 + 2t - 8] \left(\frac{2}{3}\right)^t \geq m^2 - 3m, \forall t \in [-4; 2].$$

Ta có $\frac{16}{2^t} \geq 4, \forall t \in [-4; 2]$, dấu bằng xảy ra khi $t = 2$.

Mà $t^2 + 2t - 8 \leq 0, \forall t \in [-4; 2] \Rightarrow [t^2 + 2t - 8] \left(\frac{2}{3}\right)^t \leq 0, \forall t \in [-4; 2]$, dấu bằng xảy ra khi $t = 2$.

$$\Rightarrow \frac{16}{2^t} - [t^2 + 2t - 8] \left(\frac{2}{3}\right)^t \geq 4, \forall t \in [-4; 2].$$

Vậy $m^2 - 3m \leq 4 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 4$, mà m nguyên nên $m \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 422. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $2 \log u_1 + \sqrt{4 + 2 \log u_1 - \log u_5} = \log u_5 + 2$ và $u_{n+1} = 3u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 2^{2018}$ bằng

A. 1272.

B. 1271.

C. 1752.

D. 1753.

Lời giải.

Điều kiện $u_1 > 0$, đặt $\sqrt{4 + 2 \log u_1 - \log u_5} = x$, ta có phương trình

$$x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (vì } x \geq 0 \text{)}.$$

$$x = 2 \Rightarrow 2 \log u_1 = \log u_5 \Leftrightarrow u_1^2 = u_5 \Leftrightarrow u_1^2 = 81u_1 \Leftrightarrow u_1 = 81 \text{ (vì } u_1 > 0 \text{)}.$$

$$\text{Do đó } u_n = 3^{n-1}u_1 = 81 \cdot 3^{n-1} = 3^{n+3}.$$

$$u_n > 2^{2018} \Leftrightarrow 3^{n+3} \geq 2^{2018} \Leftrightarrow n + 3 > 2018 \log_3 2 \Leftrightarrow n > 2018 \log_3 2 - 3 \approx 1270, 2162.$$

Vậy n nhỏ nhất thỏa yêu cầu bài toán là 1271.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 423. Cho các số thực x, y dương và thỏa mãn $\log_2 \frac{x^2 + y^2}{3xy + x^2} + 2^{\log_2(x^2 + 2y^2 + 1)} \leq \log_2 8^{xy}$. Tìm

giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{2x^2 - xy + 2y^2}{2xy - y^2}$.

A. $\frac{3}{2}$.B. $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.C. $\frac{5}{2}$.D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \log_2 \frac{x^2 + y^2}{3xy + x^2} + 2^{\log_2(x^2 + 2y^2 + 1)} \leq \log_2 8^{xy} \\ \Leftrightarrow & \log_2(x^2 + y^2) - \log_2(3xy + x^2) + x^2 + 2y^2 + 1 \leq 3xy \\ \Leftrightarrow & \log_2 2(x^2 + y^2) + 2(x^2 + y^2) \leq \log_2(3xy + x^2) + 3xy + x^2. \quad (*) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$, với $t > 0$.

$$f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \text{ với } t > 0.$$

Hàm số $f(t)$ đồng biến và liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ nên

$$\begin{aligned} (*) \Leftrightarrow & f(2(x^2 + y^2)) \leq f(3xy + x^2) \Leftrightarrow 2(x^2 + y^2) \leq 3xy + x^2 \\ \Leftrightarrow & x^2 - 3xy + 2y^2 \leq 0 \Leftrightarrow (x - y)(x - 2y) \leq 0 \\ \Leftrightarrow & 1 \leq \frac{x}{y} \leq 2 \text{ (vì } x, y > 0). \end{aligned}$$

$$P = \frac{2x^2 - xy + 2y^2}{2xy - y^2} = \frac{2\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{x}{y} + 2}{2\frac{x}{y} - 1},$$

$$\text{Đặt } u = \frac{x}{y}, \text{ ta có } P = \frac{2u^2 - u + 2}{2u - 1}, \text{ với } u \in [1; 2].$$

$$P'_u = \frac{4u^2 - 4u - 3}{(2u - 1)^2}; P'_u = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{3}{2} \in [1; 2] \\ u = -\frac{1}{2} \notin [1; 2]. \end{cases}$$

$$P(1) = 3; P\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{5}{2}; P(2) = \frac{8}{3}.$$

$$\text{Vậy min } P = \frac{5}{2} \text{ khi } u = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x, y > 0 \\ \frac{x}{y} = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 424. Cho a là số thực dương khác 1, thỏa mãn $\log_a x \leq 3x - 3, \forall x \in (0; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a \in \left(0; \frac{1}{2}\right).$

B. $a \in \left(1; \frac{3}{2}\right).$

C. $a \in \left(\frac{1}{2}; 1\right).$

D. $a \in \left(\frac{3}{4}; 4\right).$

Lời giải.

Xét 2 trường hợp

①

$$\begin{aligned} a > 1 & \Rightarrow x \leq a^{3x-3} \Leftrightarrow a^{3(x-1)} - 1 \geq x - 1 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \frac{a^{3(x-1)} - 1}{x - 1} \geq 1, \forall x > 1 \\ \frac{a^{3(x-1)} - 1}{x - 1} \leq 1, \forall x, 0 < x < 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

Áp dụng $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$ ta có

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a^{3(x-1)} - 1}{3(x-1)} \geq \frac{1}{3}, \forall x > 1 \\ \frac{a^{3(x-1)} - 1}{3(x-1)} \leq \frac{1}{3}, \forall x \in (0; 1) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \ln a \geq \frac{1}{3}, \forall x > 1 \\ \ln a \leq \frac{1}{3}, \forall x \in (0; 1) \end{cases} \\ &\Rightarrow \ln a = \frac{1}{3} \Rightarrow a = e^{\frac{1}{3}}. \end{aligned}$$

② $0 < a < 1 \Rightarrow x \leq a^{3(x-1)}$, không xảy ra do

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \cdot 3(x-1) \geq a^{3(x-1)} - 1 &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a^{3(x-1)} - 1}{3(x-1)} \leq \frac{1}{3}, \forall x > 1 \\ \frac{a^{3(x-1)} - 1}{3(x-1)} \geq \frac{1}{3}, \forall x \in (0; 1) \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} \ln a \leq \frac{1}{3}, \forall x > 1 \\ \ln a \geq \frac{1}{3}, \forall x \in (0; 1) \end{cases} \\ &\Rightarrow a = e^{\frac{1}{3}} \notin (0; 1). \end{aligned}$$

Từ 2 trường hợp trên suy ra $a = e^{\frac{1}{3}}$, thay vào giả thiết ta được

$$\log_e^{\frac{1}{3}} x \leq 3x - 3 \Leftrightarrow 3 \ln x \leq 3(x-1) \Leftrightarrow \ln x \leq x-1.$$

Xét hàm số $f(t) = \ln t - t + 1$, $t > 0$ ta có $f'(t) = \frac{1}{t} - 1$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$, có bảng biến thiên như sau

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	$-\infty$	0	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy với mọi $t > 0$ thì $f(t) \leq 0$, suy ra $\ln x \leq x-1$.

Vậy $a = e^{\frac{1}{3}} \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 425. Cho các phương trình $x^{2017} + x^{2016} + \dots + x - 1 = 0$ (1); $x^{2018} + x^{2017} + \dots + x - 1 = 0$ (2).

Biết rằng phương trình (1) và (2) có nghiệm dương lần lượt là a và b . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a \cdot e^b > b \cdot e^a$.

B. $a \cdot e^a < b \cdot e^b$.

C. $a \cdot e^b = b \cdot e^a$.

D. $a \cdot e^b < b \cdot e^a$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } \begin{cases} f(x) = x^{2017} + x^{2016} + \dots + x - 1 = \frac{x^{2018} - 2x + 1}{x - 1} \\ g(x) = x^{2018} + x^{2017} + \dots + x - 1 = \frac{x^{2019} - 2x + 1}{x - 1} \end{cases} \Rightarrow g(x) = f(x) + x^{2018}.$$

Ta có a, b lần lượt là nghiệm của $f(x), g(x)$. Ta chứng minh $0 < b < a < 1$.

Ta thấy $\begin{cases} a \neq b \\ a, b \in (0; 1) \end{cases}$. Ta chứng minh $a > b$. Giả sử $a < b$.

Ta thấy $0 = g(b) > g(a) = a^{2018} + f(a) = a^{2018} > 0$ (vô lý).

Vậy $0 < b < a < 1$.

Xét $h(x) = \frac{e^x}{x}$ trên $(0; 1)$.

Ta thấy $h'(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2} < 0, \forall x \in (0; 1)$.

Ta có $h(a) < h(b) \Rightarrow \frac{e^a}{a} < \frac{e^b}{b} \Rightarrow a \cdot e^b > b \cdot e^a$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 426. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 3 - 2m \leq 0$ có nghiệm thực.

A. $m \geq 2$.

B. $m \leq 3$.

C. $m \leq 5$.

D. $m \geq 1$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x$ ta có tập giá trị của t là $(0; +\infty)$.

Thay vào bất phương trình ban đầu ta có $t^2 - 2mt + 3 - 2m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{t^2 + 3}{2(t+1)}$ vì $t+1 > 0$.

Xét hàm $f(t) = \frac{t^2 + 3}{2(t+1)}, f'(t) = \frac{t^2 + 2t - 3}{2(t+1)^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t = 1 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(t)$ trên $(0; +\infty)$ như sau

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$\frac{3}{2}$	1	$+\infty$

Vậy để phương trình ban đầu có nghiệm thực thì $m \geq 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 427. Có bao nhiêu giá trị dương của tham số thực m để bất phương trình $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} \geq m^2 (\log_4 x^2 - 3)$ có nghiệm duy nhất thuộc $[32; +\infty)$?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} \geq m^2 (\log_4 x^2 - 3) \Leftrightarrow \sqrt{\log_2^2 x + \log_2 x - 3} \geq m^2 (\log_2 x - 3)$

hay $m^2 \leq \frac{\sqrt{\log_2^2 x + \log_2 x - 3}}{\log_2 x - 3}$ (do $x \geq 32$).

Xét hàm số $f(t) = \frac{\sqrt{t^2 - t - 3}}{t - 3}$ với mọi $t \geq 5$. $f'(t) = \frac{-2t + 6}{(t-3)\sqrt{t^2 - t - 3}} < 0$ với mọi $t \geq 5$.

Suy ra hàm $f(t)$ nghịch biến trên $(5; +\infty)$ và $f(t) \leq f(5) = \sqrt{3}$.

Theo bài ra ta phải có $m^2 = \sqrt{3} \Leftrightarrow m = \sqrt[4]{3}$ (do $m > 0$).

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 428. Có bao nhiêu số nguyên dương m trong đoạn $[-2018; 2018]$ sao cho bất phương trình sau đúng với mọi $x \in (1; 100)$: $(10x)^{m+\frac{\log x}{10}} \geq 10^{\frac{11}{10} \log x}$?

A. 2018.

B. 4026.

C. 2013.

D. 4036.

Lời giải.

Xét với $x \in (1; 100)$, ta có

$$\begin{aligned} (10x)^{m+\frac{\log x}{10}} \geq 10^{\frac{11}{10} \log x} &\Leftrightarrow \log (10x)^{m+\frac{\log x}{10}} \geq \log 10^{\frac{11}{10} \log x} \\ &\Leftrightarrow \left(m + \frac{\log x}{10}\right) (1 + \log x) \geq \frac{11}{10} \log x \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $t = \log x$, để $1 < x < 100 \Leftrightarrow 0 < \log x < 2$ suy ra điều kiện $0 < t < 2$. Khi đó (1) trở thành

$$\left(m + \frac{t}{10}\right) (1 + t) \geq \frac{11}{10} t \quad (2)$$

Để (1) đúng với mọi $x \in (1; 100)$ khi (2) đúng với mọi $t \in (0, 2)$.

Xét $t \in (0, 2)$ suy ra $t + 1 > 0$, khi đó

$$(2) \Leftrightarrow (10m + t) (1 + t) \geq 11t \Leftrightarrow 10m + t \geq \frac{11t}{1 + t} \Leftrightarrow m \geq \frac{10t - t^2}{10(t + 1)}$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{10t - t^2}{10(t + 1)}$ trên khoảng $(0, 2)$.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{10 - 2t - t^2}{10(t + 1)^2} = \frac{11 - (1 + t)^2}{10(t + 1)^2}$$

Dễ thấy $f'(t) > 0 \forall t \in (0, 2)$ suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0, 2)$ mà $f(0) = 0$; $f(2) = \frac{8}{15}$.

Để thỏa mãn bài toán khi $m \geq f(2) \Leftrightarrow m \geq \frac{8}{15}$. Do đó số giá trị nguyên của m trong đoạn $[-2018; 2018]$ là 2018.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 429. Giải bất phương trình $\log_3 \frac{5x+1}{(x-1)^2} \geq 3x^2 - 11x + 3$ ta được tập nghiệm S . Biết rằng S có dạng $[a; b] \setminus \{1\}$. Hãy tính $T = (a + b) - ab$.

A. $\frac{23}{3}$.

B. $\frac{11}{3}$.

C. 3.

D. $\frac{10}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > -\frac{1}{5} \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$\log_3 \frac{5x+1}{(x-1)^2} \geq 3x^2 - 11x + 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3(5x+1) - \log_3(x-1) \geq 3(x-1)^2 - (5x+1) + 1$$

$$\Leftrightarrow \log_3(5x+1) + (5x+1) \geq \log_3(x-1)^2 + 3(x-1)^2 + \log_3 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3(5x+1) + (5x+1) \geq \log_3 [3(x-1)^2] + 3(x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow f(5x+1) \geq f[3(x-1)^2]$$

Xét hàm $f(t) = \log_3 t + t$, tới $t > 0$.

$f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0$, với $\forall t > 0$ nên hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Nên

$$\begin{aligned} f(5x+1) &\geq f[3(x-1)^2] \\ \Leftrightarrow 5x+1 &> 3(x-1)^2 \\ \Leftrightarrow 3x^2 - 11x + 2 &\leq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{11 - \sqrt{97}}{6} &\leq x \leq \frac{11 + \sqrt{97}}{6}. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $\left[\frac{11 - \sqrt{97}}{6}; \frac{11 + \sqrt{97}}{6} \right] \setminus \{1\}$.

Vậy $T = (a+b) - ab = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 430. Tất cả các giá trị thực của m để bất phương trình $x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} \leq m \log_{5-\sqrt{4-x}} 3$ có nghiệm là

A. $m > 2\sqrt{3}$.

B. $m > 12 \log_3 5$.

C. $m \geq 2\sqrt{3}$.

D. $2 < m < 12 \log_2 5$.

Lời giải.

• Điều kiện: $0 \leq x \leq 4$.

• (*) $\Leftrightarrow x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} \leq \frac{m}{\log_3(5-\sqrt{4-x})} \Leftrightarrow (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \log_3(5-\sqrt{4-x}) \leq m$.

(do $\log_3(5-\sqrt{4-x}) > 0$).

• Ta có $x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}$ và $\log_3(5-\sqrt{4-x})$ đồng biến trên $(0; 4]$ nên

$f(x) = (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \log_3(5-\sqrt{4-x})$ đồng biến trên $[0; 4]$.

• Bất phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \geq \min_{[0,4]} f(x) = f(0) = 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 431. Tìm giá trị của tham số m để bất phương trình

$$\log_2(2x^2 - 5x + 1) - m > m \cdot \sqrt{\log_4(2x^2 - 5x + 1)}$$

có nghiệm với mọi $x \geq 3$.

A. $m < 1$.

B. $m \geq 1$.

C. $m > 1$.

D. $m \leq 1$.

Lời giải.

Để bất phương trình xác định:

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 1 > 0 \\ \log_4(2x^2 - 5x + 1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 1 > 0 \\ 2x^2 - 5x + 1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 2x^2 - 5x \geq 0 \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq \frac{5}{2} \end{cases} \quad (*)$$

Xét $x \geq 3$, ta đặt $t = \sqrt{\log_4(2x^2 - 5x + 1)}$. Vì $2x^2 - 3x + 1 \geq 4 \forall x \geq 3$ suy ra $t \geq 1$. Khi đó bất phương trình trở thành

$$2t^2 - m > mt \Leftrightarrow 2t^2 - mt - m > 0 \quad (1)$$

Bài toán trở thành tìm m để bất phương trình (1) đúng với mọi $t \geq 1$.

Xét $t \geq 1$ ta có

$$(1) \Leftrightarrow 2t^2 > m(t+1) \Leftrightarrow \frac{2t^2}{t+1} > m$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{2t^2}{t+1}$ trên $[1; +\infty)$. Ta có $f'(t) = \frac{2t^2 + 4t}{(t+1)^2}$, dễ thấy $f'(t) > 0 \forall t \geq 1$ suy ra hàm số đồng biến trên $[1; +\infty)$ nên $\min_{t \in [1; +\infty)} f(t) = f(1) = 1$.

Do đó để (1) đúng với mọi $t \geq 1$ khi $m < \min_{t \in [1; +\infty)} f(t) \Leftrightarrow m < 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 432. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-9; 9)$ của tham số m để bất phương trình $3 \log x \leq 2 \log (m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x})$ có nghiệm thực?

A. 6.

B. 7.

C. 10.

D. 11.

Lời giải.

Điều kiện: $0 < x < 1$. Khi đó

$$\begin{aligned} 3 \log x \leq 2 \log (m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x}) &\Leftrightarrow \sqrt{x^3} \leq m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x} \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^3} + \sqrt{(1-x)^3} \leq m\sqrt{x-x^2} &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{(1-x)^3}}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} \leq m. \end{aligned}$$

Đặt $f(x) = \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{(1-x)^3}}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}$ với $0 < x < 1$. Bất phương trình có nghiệm thực $\Leftrightarrow m \geq \min_{(0;1)} f(x)$.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{(1-x)^3}}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} &= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{1-x})(x - \sqrt{x}\sqrt{1-x} + 1 - x)}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} \\ &\geq \frac{2\sqrt{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}(1 - \sqrt{x}\sqrt{1-x}) = 2 \left(\frac{1}{\sqrt{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}} - \sqrt{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} \right) \\ &\geq 2 \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{x+1-x}{2}}} - \sqrt{\frac{x+1-x}{2}} \right) = \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = \sqrt{1-x} \\ x = 1-x \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$. Vậy $\min_{(0;1)} f(x) = \sqrt{2}$. Suy ra $m \geq \sqrt{2}$. Vậy có 7 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 433. Cho dãy số (a_n) thỏa mãn $a_1 = 1$ và $a_n = 10a_{n-1} - 1, \forall n \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của n để $\log a_n > 100$.

A. 100.

B. 101.

C. 102.

D. 103.

Lời giải.

Ta thấy $a_n = 10 \cdot a_{n-1} - 1 \Rightarrow a_n - \frac{1}{9} = 10 \cdot \left(a_{n-1} - \frac{1}{9} \right)$.

Đặt $b_n = a_n - \frac{1}{9}$ ta được $\begin{cases} b_1 = \frac{8}{9} \\ b_n = 10 \cdot b_{n-1} \end{cases} \Rightarrow b_n = \frac{8}{9} \cdot 10^{n-1} \Rightarrow a_n = \frac{8}{9} \cdot 10^{n-1} + \frac{1}{9}, \forall n \geq 1$.

Ta thấy $\frac{8 \cdot 10^{n-1} + 1}{9} > 10^{n-2} \Leftrightarrow 9 \cdot 10^{n-2} \cdot \left(\frac{80}{9} - 1 \right) + 1 > 0$ (đúng với $n \geq 1$). (1)

Ta thấy

$$\begin{aligned}\log a_n &> 100 \\ \Leftrightarrow a_n &> 10^{100} \\ \Rightarrow \frac{8 \cdot 10^{n-1} + 1}{9} &> 10^{100} \\ \Rightarrow 10^{n-2} &\geq 10^{100} \text{ (do (1))} \\ \Leftrightarrow n &\geq 102.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 434. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương nhỏ hơn 10 của tham số m để bất phương trình $m9^x + (m-1)3^{x+2} + m-1 > 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

A. 3.

B. 9.

C. 8.

D. 2.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$), bất phương trình tương đương $m(t^2 + 9t + 1) > 9t + 1 \Leftrightarrow m > \frac{9t+1}{t^2+9t+1}, \forall t > 0$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(t) = \frac{9t+1}{t^2+9t+1}$ trên khoảng $(0; +\infty)$

x	0	$+\infty$
$f'(t)$	—	
$f(t)$	1	0

Từ bảng biến thiên suy ra $1 \leq m < 10$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 435. Cho bất phương trình $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot (4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0]$.

A. $m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

B. $m > \frac{2+2\sqrt{3}}{3}$.

C. $m \geq \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

D. $m \geq -\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Do $3^x > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên

$$m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot (4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$$

$$\Leftrightarrow 3m + (3m+2) \cdot \left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x + \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x > 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x$ để $x \in (-\infty; 0]$ suy ra $0 < t \leq 1$. Khi đó bất phương trình (1) trở thành

$$\Leftrightarrow 3m + (3m+2) \cdot \frac{1}{t} + t > 0 \quad (2)$$

Để thỏa mãn bài toán khi (2) đúng với mọi $t \in (0; 1]$. Khi đó với $t \in (0; 1]$ ta có

$$(2) \Leftrightarrow m \cdot \left(3 + \frac{3}{t}\right) + t + \frac{2}{t} > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{t^2+2}{3t+3}.$$

Xét hàm $f(t) = -\frac{t^2 + 2}{3t + 3}$ trên khoảng $(0; 1]$, ta có $f'(t) = \frac{6 - 6t - 3t^2}{(3t + 3)^2}$.

Khi $f'(t) = 0$ suy ra $6 - 6t - 3t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{3} - 1 \\ t = -\sqrt{3} - 1. \end{cases}$

Xét dấu $f'(t)$

t	0	$\sqrt{3} - 1$	1
$f'(t)$	+	0	-

Dựa vào bảng xét dấu suy ra $\max_{t \in (0; 1]} f(t) = f(\sqrt{3} - 1) = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{3}$.

Do đó để bất phương trình (2) đúng với mọi $t \in (0; 1]$ khi $m > \frac{2 - 2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 436. Biết a là số thực dương bất kì để bất phương trình $a^x \geq 9x + 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a \in (10^3; 10^4]$. B. $a \in (10^2; 10^3]$. C. $a \in (0; 10^2]$. D. $(10^4; +\infty)$.

Lời giải.

Bất phương trình $a^x \geq 9x + 1$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên đúng với $x = 1 \Rightarrow a \geq 10$.

Do $a > 1$ nên hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = a^x$ có bề lõm quay lên trên.

Hai đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = 9x + 1$ luôn đi qua điểm $A(0; 1)$ nên bất phương trình $a^x \geq 9x + 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi đường thẳng $y = 9x + 1$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm A .

Phương trình tiếp của đồ thị hàm số $y = a^x$ tại A là $y = x \cdot \ln a + 1$.

Suy ra $\ln a = 9 \Leftrightarrow a = e^9 \Rightarrow a \in (10^3; 10^4]$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 437. Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a \in (2; 3]$. B. $a \in (8; +\infty)$. C. $a \in (6; 7]$. D. $a \in (-6; -5]$.

Lời giải.

Đặt $t = x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ suy ra $t \geq \frac{3}{4}$.

Bất phương trình đã cho trở thành

$$x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0 \Leftrightarrow t + a \ln t + 1 \geq 0 \Leftrightarrow a \ln t \geq -t - 1.$$

— Trường hợp 1: $t = 1$ khi đó $a \ln 1 \geq -1 - 1$ luôn đúng với mọi a .

— Trường hợp 2: $\frac{3}{4} \leq t < 1$.

Ta có $a \ln t \geq -t - 1, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right) \Leftrightarrow a \leq \frac{-t - 1}{\ln t}, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right)$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{-t - 1}{\ln t} \Rightarrow f'(t) = -\frac{\ln t - 1 - \frac{1}{t}}{\ln^2 t} \geq 0, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right)$.

Do đó $a \leq \frac{-t - 1}{\ln t}, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right) \Leftrightarrow a \leq \frac{-7}{4 \ln \frac{3}{4}}$.

— Trường hợp 3: $t > 1$.

Ta có $a \ln t \geq -t - 1, \forall t \in (1; +\infty) \Leftrightarrow a \geq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in (1; +\infty)$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{-t-1}{\ln t} \Rightarrow f'(t) = -\frac{\ln t - 1 - \frac{1}{t}}{\ln^2 t}, \forall t \in (1; +\infty)$.

Xét hàm số $g(t) = \ln t - 1 - \frac{1}{t} \Leftrightarrow g'(t) = \frac{1}{t} + \frac{1}{t^2} > 0$ nên hàm số đồng biến.

Suy ra phương trình $g(t) = 0$ có tối đa một nghiệm.

Vì $g(1) = -2; \lim_{t \rightarrow +\infty} g(t) = +\infty$ nên $g(t) = 0$ có duy nhất một nghiệm trên $(1; +\infty)$.

Do đó $f'(t) = 0$ có duy nhất một nghiệm là t_0 . Khi đó $\ln t_0 = \frac{t_0+1}{t_0}$ suy ra $f(t_0) = -t_0$. Bảng biến thiên

t	1	t_0	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	$-\infty$	$-t_0$	$-\infty$

Suy ra $a \geq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in (1; +\infty) \Leftrightarrow a \geq -t_0$.

Do đó $-t_0 \leq a \leq \frac{-7}{4 \ln \frac{3}{4}} \approx 6,08$.

Vậy số thực a thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $a \in (6; 7]$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 438. Cho bất phương trình $\log_7(x^2 + 2x + 2) + 1 > \log_7(x^2 + 6x + 5 + m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có tập nghiệm chứa khoảng $(1; 3)$?

A. 35.

B. 36.

C. 34.

D. 33.

Lời giải.

ĐKXD: $x^2 + 6x + 5 + m > 0 \Leftrightarrow m > -x^2 - 6x - 5$.

Khi đó bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \log_7(x^2 + 2x + 2) + 1 &> \log_7(x^2 + 6x + 5 + m) \\ \Leftrightarrow \log_7(7x^2 + 14x + 14) &> \log_7(x^2 + 6x + 5 + m) \\ \Leftrightarrow 7x^2 + 14x + 14 &> x^2 + 6x + 5 + m \\ \Leftrightarrow m &< 6x^2 + 8x + 9. \end{aligned}$$

Do đó, nghiệm của bất phương trình đã cho là nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} m > -x^2 - 6x - 5 \\ m < 6x^2 + 8x + 9. \end{cases}$$

Bất phương trình có cho muốn có tập nghiệm chứa $(1; 3)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m > -x^2 - 6x - 5 \\ m < 6x^2 + 8x + 9 \end{cases}, \forall m \in (1; 3) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \max_{[1;3]} (-x^2 - 6x - 5) \\ m \leq \min_{[1;3]} (6x^2 + 8x + 9) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -12 \\ m \leq 23. \end{cases}$$

Vậy có tất cả 36 giá trị nguyên của m .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 439. Cho bất phương trình $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot (4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0)$

A. $m > \frac{2+2\sqrt{3}}{3}$. B. $m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. C. $m \geq \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. D. $m \geq -\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot \left(\frac{9}{4+\sqrt{7}}\right)^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x\right]^2 + 3m \cdot \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x + 3m+2 > 0.$$

Đặt $t = \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x$, $t \in (0; 1)$. Ta được

$$t^2 + 3mt + 3m + 2 > 0 \Leftrightarrow f(t) = \frac{t^2 + 2}{t + 1} > -3m, t \in (0; 1). \quad (2)$$

Ta có $f'(t) = \frac{t^2 + 2t - 2}{(t+1)^2}$ và $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt{3} - 1$. Bảng biến thiên

t	0	$\sqrt{3} - 1$	1
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	2	$-2 + 2\sqrt{3}$	$\frac{3}{2}$

Để thỏa mãn đề bài thì (2) phải đúng với mọi $t \in (0; 1)$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $-3m < -2 + 2\sqrt{3} \Leftrightarrow m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 440. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình: $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ đúng với mọi x . Tổng giá trị các phần tử trong tập S bằng

A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Lời giải.

Bất phương trình tương đương với

$$\log_5 5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 5 \geq mx^2 + 4x + m$$

$$\Leftrightarrow (m-5)x^2 + 4x + m - 5 \leq 0. (*)$$

Để (*) nghiệm đúng với mọi x khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m > 0 \\ \Delta'_1 = 4 - m^2 < 0 \\ (m-5) < 0 \\ \Delta'_2 = 4 - (m-5)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$

Vậy $S = \{3\}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 441. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $3^x \geq 5 - 2x$.

- A. $[1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1]$. C. $(1; +\infty)$. D. $\emptyset$.

Lời giải.

Ta có $3^x \geq 5 - 2x \Leftrightarrow 3^x + 2x - 5 \geq 0$.

Xét hàm số $f(x) = 3^x + 2x - 5$, suy ra $f'(x) = 3^x \ln 3 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra $f(x) \geq 0 = f(1) \Leftrightarrow x \geq 1$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 442. Cho bất phương trình $2^{-x^2+2x+1} + 2^{x^2-2x} \geq m$. Tìm m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $m \leq 3$. B. $m \geq 3\sqrt{2}$. C. $m \leq 2\sqrt{2}$. D. $m \leq 3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^{x^2-2x}$, vì $x^2 - 2x \geq -1 \Rightarrow t \geq \frac{1}{2}$, khi đó bài toán trở thành: Tìm m để bất phương trình $m \leq \frac{2}{t} + t$ nghiệm đúng với mọi $t \geq \frac{1}{2}$.

Xét $f(t) = \frac{2}{t} + t$ với $t \geq \frac{1}{2}$. Ta có $f'(t) = -\frac{2}{t^2} + 1 \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{2} \\ t = -\sqrt{2} \text{ (loại)} \end{cases}$.

Bảng biến thiên

t	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$\frac{9}{2}$	$2\sqrt{2}$	$+\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $m \leq 2\sqrt{2}$ thì thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (C) □

Câu 443. Có tất cả bao nhiêu bộ ba các số thực $(x; y; z)$ thỏa mãn

$$\begin{cases} 2^{\sqrt[3]{x^2}} \cdot 4^{\sqrt[3]{y^2}} \cdot 16^{\sqrt[3]{z^2}} = 128 \\ (xy^2 + z^4)^2 = 4 + (xy^2 - z^4)^2 \end{cases}$$

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Hệ phương trình đã cho tương đương

$$\begin{cases} 2^{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} + \sqrt[3]{z^2}} = 128 \\ (xy^2 + z^4)^2 - (xy^2 - z^4)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{y^2} + 4\sqrt[3]{z^2} = 7 \\ xy^2 z^4 = 1 \end{cases}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 7 số không âm ta có

$$\begin{aligned}
 7 &= \sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{y^2} + 4\sqrt[3]{z^2} \\
 &= \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} + \sqrt[3]{y^2} + \sqrt[3]{z^2} + \sqrt[3]{z^2} + \sqrt[3]{z^2} + \sqrt[3]{z^2} \\
 &\geq 7\sqrt[7]{\sqrt[3]{x^2} \left(\sqrt[3]{y^2}\right)^2 \left(\sqrt[3]{z^2}\right)^4} \\
 &= 7\sqrt[21]{(xy^2z^4)^2} \\
 &= 7.
 \end{aligned}$$

Do đó hệ phương trình đã cho tương đương

$$\begin{cases} x^2 = y^2 = z^2 \\ xy^2z^4 = 1. \end{cases}$$

Dễ thấy $x > 0$ và từ phương trình thứ hai ta có $x^7 = 1$ hay $x = 1$. Suy $y = \pm 1, z = \pm 1$.

Vậy các bộ số thực thỏa mãn đề bài là $(1; 1; 1), (1; 1; -1), (1; -1; -1), (1; -1; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 444. Trong tất cả các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+3}(2x+2y+5) \geq 1$, giá trị thực của m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - m = 0$ thuộc tập nào sau đây?

A. $[8; 10]$.

B. $[5; 7]$.

C. $[1; 4]$.

D. $[-3; 0]$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có: $2x + 2y + 5 \geq x^2 + y^2 + 3 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 4$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 4 & (1) \\ (x+2)^2 + (y+3)^2 = m & (2) \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Xét các đường tròn có phương trình $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$, tọa độ tâm $I_1(1; 1), R_1 = 2$.

Khi $m = 0$ điểm $I(-2; -3)$ không thỏa mãn phương trình (1).

Khi $m > 0$ thì (2) là phương trình đường tròn có tâm $I_2(-2; -3), R_2 = \sqrt{m}$.

Hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ hai đường tròn trên tiếp xúc ngoài với nhau $\Leftrightarrow R_1 + R_2 = I_1I_2$ hay $2 + \sqrt{m} = 5 \Leftrightarrow m = 9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 445. Gọi S là tổng các nghiệm của bất phương trình

$$\left(\frac{4\sqrt{2\log_x^2 \frac{22}{3} - 2\log_x \frac{22}{3} + 5}}{9^{4\log_{81} 2}} - \sqrt{13} + \sqrt{\frac{2}{\log_{\frac{22}{3}}^2 x} - \frac{4}{\log_{\frac{22}{3}} x} + 4} \right) (24x^6 - 2x^5 + 27x^4 - 2x^3 + 2017x^2 + 2018) \leq 0.$$

Giá trị gần đúng của S là

A. 12,3.

B. 12,2.

C. 12,1.

D. 12.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2\log_x^2 \frac{22}{3} - 2\log_x \frac{22}{3} + 5 \geq 0 \\ \frac{2}{\log_{\frac{22}{3}}^2 x} - \frac{4}{\log_{\frac{22}{3}} x} + 4 \geq 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Ta có: $24x^6 - 2x^5 + 27x^4 - 2x^3 + 2017x^2 + 2018 = 23x^6 + x^4(x-1)^2 + 25x^4 + x^2(x-1)^2 + 2016x^2 + 2018 >$

$0, \forall x \in \mathbb{R}$

Do đó bất phương trình đã cho tương đương với:

$$\frac{4\sqrt{2\log_x^2 \frac{22}{3} - 2\log_x \frac{22}{3} + 5}}{9^{4\log_{81} 2}} - \sqrt{13} + \sqrt{\frac{2}{\log_{\frac{22}{3}} x} - \frac{4}{\log_{\frac{22}{3}} x} + 4} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2\log_x^2 \frac{22}{3} - 2\log_x \frac{22}{3} + 5} - \sqrt{13} + \sqrt{2\log_x^2 \frac{22}{3} - 4\log_x \frac{22}{3} + 4} \leq 0$$

Đặt $t = \log_x \frac{22}{3}$, ta được:

$$\sqrt{2t^2 - 2t + 5} + \sqrt{2t^2 - 4t + 4} \leq \sqrt{13} (*)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\left(\sqrt{2}t - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}} + \sqrt{\left(-\sqrt{2}t + \sqrt{2}\right)^2 + 2} \leq \sqrt{13}$$

Đặt $\vec{u} \left(\sqrt{2}t - \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{3}{\sqrt{2}} \right)$ và $\vec{v} \left(-\sqrt{2}t + \sqrt{2}; \sqrt{2} \right)$. Áp dụng bất đẳng thức $|\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}|$, ta có:

$$\sqrt{\left(\sqrt{2}t - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}} + \sqrt{\left(-\sqrt{2}t + \sqrt{2}\right)^2 + 2} \geq \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{25}{2}} = \sqrt{13}$$

Do đó (*) xảy ra $\Leftrightarrow \vec{u}, \vec{v}$ cùng hướng $\Leftrightarrow \sqrt{2} \left(\sqrt{2}t - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{3}{\sqrt{2}} \left(-\sqrt{2}t + \sqrt{2} \right) \Leftrightarrow t = \frac{4}{5}$.

Suy ra $\log_x \frac{22}{3} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow x^{\frac{4}{5}} = \frac{22}{3} \Leftrightarrow x = \sqrt[4]{\left(\frac{22}{3}\right)^5} \simeq 12,1$.

Chọn đáp án  □

Câu 446. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $9^x - 2(x+5)3^x + 9(2x+1) \geq 0$.

A. $[0; 1] \cup [2; +\infty)$. B. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. C. $[1; 2]$. D. $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương

$$(3^x - 9)(3^x - 2x - 1) \geq 0.$$

Dễ thấy $x = 1$ và $x = 2$ thỏa mãn bất phương trình.

Đặt $g(x) = (3^x - 9)(3^x - 2x - 1)$, $f(x) = 3^x - 2x - 1$. Ta có $f'(x) = 3^x \ln 3 - 2$. Suy ra

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_0 = \log_3 \left(\frac{2}{\ln 3} \right).$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	0	x_0	1	2	$+\infty$			
$f(x)$	+	0	-	$f(x_0)$	-	0	+		
$3^x - 9$	-		-		-		0	+	
$g(x)$	-	0	+		+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $g(x) = (3^x - 9)f(x) \geq 0$ nếu $x \in [0; 1] \cup [2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 447. Cho $0 < x < y < 1$. Đặt $m = \frac{1}{y-x} \left(\ln \frac{y}{1-y} - \ln \frac{x}{1-x} \right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m > 4$.

B. $m < 1$.

C. $m = 4$.

D. $m < 2$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(t) = \ln \frac{t}{1-t} - 4t$ trên $(0; 1) \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{t} + \frac{1}{1-t} - 4 = \frac{(2t-1)^2}{t(1-t)} \geq 0, \forall t \in (0; 1)$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; 1)$.

Do vậy

$$\begin{aligned} f(y) > f(x) &\Leftrightarrow \ln \frac{y}{1-y} - 4y > \ln \frac{x}{1-x} - 4x \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{y-x} \left(\ln \frac{y}{1-y} - \ln \frac{x}{1-x} \right) > 4. \end{aligned}$$

Vậy $m > 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 448. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $5x^2 + 12x + 16 = m(x + 2)\sqrt{x^2 + 2}$ có hai nghiệm thực phân biệt thỏa mãn điều kiện $2017^{2x+\sqrt{x+1}} - 2017^{2+\sqrt{x+1}} + 2018x \leq 2018$.

A. $m \in (2\sqrt{6}; 3\sqrt{3}]$.

B. $m \in [2\sqrt{6}; 3\sqrt{3}]$.

C. $m \in \left(3\sqrt{3}; \frac{11}{3}\sqrt{3} \right) \cup \{2\sqrt{6}\}$.

D. $m \in \left(2\sqrt{6}; \frac{11\sqrt{3}}{3} \right)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x \geq -1$.

$$\begin{aligned} 2017^{2x+\sqrt{x+1}} - 2017^{2+\sqrt{x+1}} + 2018x &\leq 2018 \Leftrightarrow 2017^{\sqrt{x+1}}(2017^{2x} - 2017^2) + 2018(x-1) \leq 0 \\ &\Leftrightarrow 2017^{\sqrt{x+1}}(2017^x + 2017)(2017^x - 2017) + 2018(x-1) \leq 0 \\ &\Leftrightarrow x-1 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow x \leq 1. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện, bất phương trình có nghiệm $-1 \leq x \leq 1$. (*)

Lại có

$$\begin{aligned} 5x^2 + 12x + 16 = m(x+2)\sqrt{x^2+2} &\Leftrightarrow 3(x+2)^2 + 2(x^2+2) = m(x+2)\sqrt{x^2+2} \\ &\Leftrightarrow 3\sqrt{\frac{(x+2)^2}{x^2+2}} + 2\sqrt{\frac{x^2+2}{(x+2)^2}} = m. \quad (2) \end{aligned}$$

Đặt $\sqrt{\frac{(x+2)^2}{x^2+2}} = t$, phương trình (2) trở thành $3t + \frac{2}{t} = m$. (3)

Xét hàm số $g(x) = \frac{(x+2)^2}{x^2+2}$, với $-1 \leq x \leq 1$

$\Rightarrow g'(x) = \frac{-4x^2 - 4x + 8}{(x^2+2)^2}$; $g'(x) = 0 \Rightarrow x = 1; x = -2$. Suy ra $g'(x) \geq 0, \forall x \in [-1; 1]$

$\Rightarrow \frac{1}{3} \leq g(x) \leq 3 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} \leq t \leq \sqrt{3}$.

Xét hàm số $f(t) = 3t + \frac{2}{t}$, với $\frac{1}{\sqrt{3}} \leq t \leq \sqrt{3}$. Ta có $f'(t) = \frac{3t^2 - 2}{t^2}$; $f'(t) = 0$ khi $t = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Ta có bảng biến thiên

t	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$3\sqrt{3}$	$2\sqrt{6}$	$\frac{11\sqrt{3}}{3}$

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình (3) có hai nghiệm t phân biệt thỏa mãn $\frac{1}{\sqrt{3}} \leq t \leq \sqrt{3}$. Dựa vào bảng biến thiên, ta có $2\sqrt{6} < m \leq 3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 449. Cho bất phương trình $\log_{3a} 11 + \log_{\frac{1}{7}} (\sqrt{x^2 + 3ax + 10} + 4) \cdot \log_{3a} (x^2 + 3ax + 12) \geq 0$. Giá trị thực của tham số a để bất phương trình trên có nghiệm duy nhất thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 0)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Đặt $m = 3a$ khi đó bất phương trình đã cho trở thành

$$\log_m 11 + \log_{\frac{1}{7}} (\sqrt{x^2 + mx + 10} + 4) \cdot \log_m (x^2 + mx + 12) \geq 0. \quad (1)$$

Điều kiện của bất phương trình là $m > 0$; $m \neq 1$; $x^2 + mx + 10 \geq 0$.

Ta có

$$(1) \Leftrightarrow \frac{1 - \log_7 (\sqrt{x^2 + mx + 10} + 4) \cdot \log_{11} (x^2 + mx + 12)}{\log_{11} m} \geq 0. \quad (2)$$

Đặt $u = x^2 + mx + 10$, $u \geq 0$.

— Với $0 < m < 1$. Ta có

$$(2) \Leftrightarrow f(u) = \log_7 (\sqrt{u} + 4) \cdot \log_{11} (u + 2) \geq 1 = f(9). \quad (3)$$

Vì $f(u)$ là hàm tăng trên $(0; +\infty)$ nên từ (3) ta có

$$f(u) \geq f(9) \Leftrightarrow u \geq 9 \Leftrightarrow x^2 + mx + 10 \geq 9. \quad (4)$$

(4) vô số nghiệm vì $\Delta = m^2 - 4 < 0$ với $\forall m \in (0; 1)$. Suy ra $0 < m < 1$ không thỏa bài toán.

— Với $m > 1$. Ta có

$$(2) \Leftrightarrow f(u) \leq f(9) \Leftrightarrow 0 \leq u \leq 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + mx + 10 \geq 0 \\ x^2 + mx + 1 \leq 0. \end{cases} \quad (5)$$

Xét (6), ta có $\Delta = m^2 - 4$.

+ $m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 2$ thì (6) vô nghiệm. Không thỏa bài toán.

+ $m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow m > 2$ thì (6) có nghiệm là đoạn $[x_1; x_2]$, lúc này (5) nhận hơn 1 số của $[x_1; x_2]$ làm nghiệm. Không thỏa bài toán.

+ $m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 2$ thì (6) có nghiệm duy nhất $x = -1$ và $x = -1$ thỏa (5). Do đó bất phương trình có nghiệm duy nhất là $x = -1$.

$$\text{Vậy } m = 2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 450. Một người vay 500 triệu đồng từ ngân hàng để lấy vốn làm ăn theo thể thức lãi kép với lãi suất không đổi trong suốt quá trình trả nợ là 1%/tháng (tính lãi hàng tháng). Mỗi tháng người đó trả 10 triệu đồng cho đến tháng cuối thì số tiền phải trả còn ít hơn 10 triệu. Hỏi số tiền phải trả trong tháng cuối là bao nhiêu (làm tròn đến hàng ngàn)?

A. 6.552.000đ.

B. 6.553.000đ.

C. 6.554.000đ.

D. 6.555.000đ.

Lời giải.

Gọi A, a lần lượt là số tiền vay ban đầu và số tiền phải trả hàng tháng. Ta có

- Sau tháng 1, số tiền còn nợ là: $N_1 = A(1+r) - a$
- Sau tháng 2, số tiền còn nợ là: $N_2 = N_1(1+r) - a = A(1+r)^2 - a(1+r) - a$
- Sau tháng thứ 3, số tiền còn nợ là: $N_3 = N_2(1+r) - a = A(1+r)^3 - a(1+r)^2 - a(1+r) - a \dots$
- Sau tháng thứ n số tiền còn nợ là

$$N_n = N_{n-1}(1+r) - a = A(1+r)^n - a(1+r)^{n-1} - a(1+r)^{n-2} - \dots - a = A(1+r)^n - a \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Áp dụng vào bài với $A = 500, a = 10, r = 0.01$. Ta có

$$N_n < 10 \Leftrightarrow 500 \cdot 1.01^n - 10 \frac{1.01^n - 1}{0.01} < 10 \Leftrightarrow 1.01^n > \frac{99}{10} \Leftrightarrow n > 68.65$$

Vậy sau 69 tháng thì số tiền phải trả còn lại $N_{69} = 500 \cdot (1.01)^{69} - 10 \frac{(1.01)^{69} - 1}{0.01} \approx 6.553.000\text{đ.}$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 451. Trong các nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ bằng

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{9}{8}$.

D. 9.

Lời giải.

TH1: $x^2 + 2y^2 > 1$. Đặt $z = y\sqrt{2}$, suy ra $x^2 + z^2 > 1$ (1). Khi đó:

$$\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+y \geq x^2+2y^2 \Leftrightarrow 2x + \frac{z}{\sqrt{2}} \geq x^2+z^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \geq \frac{9}{8} \quad (2).$$

Tập hợp các điểm $M(x; y)$ là miền (H) bao gồm miền ngoài của hình tròn $(\mathcal{C}_1): x^2 + z^2 = 1$ và miền trong của hình tròn $(\mathcal{C}_2): (x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{9}{8}$.

$$\text{Hệ } \begin{cases} T = 2x + \frac{z}{\sqrt{2}} \\ (x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \geq \frac{9}{8} \\ x^2 + z^2 > 1 \end{cases} \text{ có nghiệm khi đường thẳng } d: 2x + \frac{z}{\sqrt{2}} - T = 0 \text{ có điểm chung}$$

với miền (H) .

Để T đạt giá trị lớn nhất thì đường thẳng d phải tiếp xúc với đường tròn $(\mathcal{C}_2)$, nghĩa là ta có $d(I, d) = \frac{3}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left|T - \frac{9}{4}\right| = \frac{9}{4} \Leftrightarrow T = \frac{9}{2}$ với $I\left(1; \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$ là tâm của đường tròn $(\mathcal{C}_2)$.

TH2: $0 < x^2 + 2y^2 < 1$ ta có

$$\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+y \leq x^2+2y^2 \Leftrightarrow T = 2x+y < 1 \text{ (loại)}.$$

$$\text{Vậy } \max T = \frac{9}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 452. Tìm m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1$ và $x^2+y^2+2x-2y+2-m=0$.

A. $(\sqrt{10}-\sqrt{2})^2$.

B. $\sqrt{10}-\sqrt{2}$ và $\sqrt{10}+\sqrt{2}$.

C. $(\sqrt{10}-\sqrt{2})^2$ và $(\sqrt{10}+\sqrt{2})^2$.

D. $\sqrt{10}-\sqrt{2}$.

Lời giải.

Điều kiện: $4x+4y-4 > 0$.

Ta có $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1 \Leftrightarrow 4x+4y-4 \geq x^2+y^2+2 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-2)^2 \leq 2$ ($\mathcal{C}_1$).

Miền nghiệm của bất phương trình là hình tròn (cả bờ) ($\mathcal{C}_1$) tâm $I_1(2; 2)$, bán kính $R_1 = \sqrt{2}$.

Mặt khác, $x^2+y^2+2x-2y+2-m=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-1)^2=m$ (*).

Với $m=0 \Rightarrow x=-1, y=1$ không thỏa mãn ($\mathcal{C}_1$).

Với $m>0$ thì (*) là đường tròn ($\mathcal{C}_2$) tâm $I_2(-1; 1)$, bán kính $R_2 = \sqrt{m}$.

Để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thì ($\mathcal{C}_1$) và ($\mathcal{C}_2$) tiếp xúc nhau.

TH1: ($\mathcal{C}_1$) và ($\mathcal{C}_2$) tiếp xúc ngoài $\Leftrightarrow R_1+R_2=I_1I_2 \Leftrightarrow \sqrt{m}+\sqrt{2}=\sqrt{10} \Leftrightarrow m=(\sqrt{10}-\sqrt{2})^2$.

TH2: ($\mathcal{C}_1$) và ($\mathcal{C}_2$) tiếp xúc trong $\Leftrightarrow R_2-R_1=I_1I_2 \Leftrightarrow \sqrt{m}-\sqrt{2}=\sqrt{10} \Leftrightarrow m=(\sqrt{10}+\sqrt{2})^2$.

Vậy $m=(\sqrt{10}-\sqrt{2})^2$ và $m=(\sqrt{10}+\sqrt{2})^2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 453. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $\ln(x^2+2x+m)-2\ln(2x-1) > 0$ chứa đúng hai số nguyên?

A. 10.

B. 3.

C. 4.

D. 9.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \ln(x^2+2x+m)-2\ln(2x-1) > 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x^2+2x+m > 4x^2-4x+1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ 3x^2-6x+1-m < 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ \Delta' = 6+3m > 0 \\ \frac{3-\sqrt{6+3m}}{3} < x < \frac{3+\sqrt{6+3m}}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -2$. Khi đó tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{1}{2}; 1 + \frac{\sqrt{6+3m}}{3}\right)$.

Tập S chứa đúng hai số nguyên là 1 và 2 khi và chỉ khi

$$1 \leq \frac{\sqrt{6+3m}}{3} < 2 \Leftrightarrow 3 \leq \sqrt{6+3m} < 6 \Leftrightarrow 1 \leq m < 10.$$

Vậy có 9 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 454. Cho cấp số cộng (a_n) , cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $a_2 > a_1 \geq 0, b_2 > b_1 \geq 1$ và hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ sao cho $f(a_2) + 2 = f(a_1)$ và $f(\log_2 b_2) + 2 = f(\log_2 b_1)$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $b_n > 2019a_{n+1}$.

A. 17.

B. 14.

C. 15.

D. 16.

Lời giải.

Gọi $a_n = a_1 + (n-1)d$ với $a_1 \geq 0, d > 0$ do $a_2 > a_1 \geq 0$

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ với $b_1 \geq 1, q > 1$ do $b_2 > b_1 \geq 1 \Rightarrow \log_2 b_2 = \log_2(b_1 \cdot q) = \log_2 b_1 + \log_2 q$.

Để thấy dãy số $v_n = \log_2 b_n$ là một cấp số cộng với công sai là $d' = \log_2 q$.

Theo đề $f(a_2) + 2 = f(a_1) \Leftrightarrow f(a_1 + d) + 2 = f(a_1)$

$f(\log_2 b_2) + 2 = f(\log_2 b_1) \Leftrightarrow f(v_1 + d') + 2 = f(v_1)$

Xét phương trình $f(x + m) + 2 = f(x)$ với $x \geq 0$

Do tồn tại $a_1, v_1 \geq 0$ thỏa mãn nên phương trình $f(x + m) + 2 = f(x)$ có nghiệm $x \geq 0$ với $m > 0$

Ta có: $f(x + m) + 2 = f(x) \Leftrightarrow (x + m)^3 - 3(x + m) + 2 = x^3 - 3x$

$\Leftrightarrow 3mx^2 + 3m^2x + m^3 - 3m + 2 = 0$

Để thấy do $m > 0$ nên $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m < 0 \\ x_1 x_2 = 3m \cdot (m^3 - 3m + 2) = 3m(m-1)^2(m+2) \geq 0. \end{cases}$

Nếu $\begin{cases} x_1 + x_2 < 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases}$ thì phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt cùng âm nên không thỏa mãn.

Do đó phương trình có nghiệm $x \geq 0$ thì phải có nghiệm $x = 0$ khi đó $m = 1$.

Từ đó ta được: $f(a_1 + d) + 2 = f(a_1) \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ d = 1 \end{cases}$ và $f(v_1 + d') + 2 = f(v_1) \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = 0 \\ d' = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 1 \\ q = 2. \end{cases}$

Suy ra $a_n = n - 1$ và $b_n = 2^{n-1}$

Theo đề $b_n > 2019a_{n+1} \Leftrightarrow 2^{n-1} > 2019n \Rightarrow n - 1 \geq 15 \Leftrightarrow n \geq 16, n \in \mathbb{Z}^+$.

Giá trị nguyên dương nhỏ nhất $n = 16$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 455. Cho $a > 1$. Biết khi $a = a_0$ thì bất phương trình $x^a \leq a^x$ đúng với mọi $x \in (1; +\infty)$.

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $1 < a_0 < 2$.

B. $e < a_0 < e^2$.

C. $2 < a_0 < 3$.

D. $e^2 < a_0 < e^3$.

Lời giải.

Ta có $x^a \leq a^x, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow \ln x^a \leq \ln a^x, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow a \ln x \leq x \ln a, \forall x \in (1; +\infty)$

$\Leftrightarrow \frac{\ln a}{a} \geq \frac{\ln x}{x}, \forall x \in (1; +\infty) \cdot (*)$

Xét hàm $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ trên khoảng $(1; +\infty)$

có $f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - 1 \cdot \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \ln x = 1 \Leftrightarrow x = e$.

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $(1; +\infty)$, ta có $\max_{x \in (1; +\infty)} f(x) = f(e)$.

Vậy $f(a) = \frac{\ln a}{a} \geq \max_{x \in (1; +\infty)} f(x) = f(e) \Leftrightarrow a = e$.

Chọn đáp án **(C)** □

ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. A	4. A	5. B	6. D	7. B	8. D	9. D	10. D
11. B	12. C	13. B	14. D	16. D	17. B	18. C	19. B	20. A	21. D
22. B	23. C	24. C	25. D	26. A	27. B	28. C	29. C	30. A	31. C
32. B	33. C	34. C	35. D	36. A	37. C	38. A	39. C	40. B	41. B
42. D	43. B	44. C	45. C	46. B	47. D	48. A	49. A	50. C	51. A
52. D	53. C	54. D	55. D	56. A	57. B	58. B	59. C	60. D	61. A
62. C	63. B	64. B	65. B	66. C	67. C	68. A	69. B	70. B	71. A
72. A	73. A	74. A	75. C	76. C	77. C	78. B	79. A	80. A	81. C
82. D	83. C	84. C	85. B	86. C	87. B	88. D	89. C	90. B	91. A
92. D	93. B	94. A	95. A	96. A	97. D	98. C	99. A	100. C	101. B
102. A	103. D	104. D	105. D	106. D	107. A	108. B	109. B	110. B	111. C
112. C	113. B	114. B	115. D	116. D	117. A	118. B	119. B	120. C	121. D
122. C	123. D	124. D	125. D	126. B	127. A	128. A	129. A	130. A	131. C
132. C	133. C	134. C	135. A	136. B	137. C	138. A	139. B	140. C	141. C
142. C	143. B	144. B	145. C	146. B	147. C	148. A	149. C	150. B	151. C
152. C	153. B	154. B	155. C	156. D	157. C	158. B	159. A	160. B	161. D
162. A	163. D	164. A	165. A	166. A	167. C	168. D	169. B	170. A	171. A
172. B	173. D	174. B	175. C	176. D	177. B	178. B	179. D	180. C	181. B
182. C	183. D	184. C	185. A	186. A	187. B	188. C	189. B	190. A	191. A
192. D	193. B	194. A	195. C	196. B	197. C	198. C	199. C	200. B	201. A
202. B	203. C	204. C	205. D	206. A	207. D	208. B	209. A	210. C	211. B
212. C	213. C	214. C	215. C	216. A	217. B	218. D	219. A	220. B	221. D
222. C	223. B	224. A	225. C	226. C	227. C	228. B	229. A	230. C	231. A
232. A	233. C	234. D	235. B	236. A	237. D	238. A	239. C	240. B	241. B
242. D	243. C	244. D	245. D	246. D	247. B	248. C	249. D	250. D	251. D
252. C	253. C	254. C	255. B	256. D	257. A	258. B	259. A	260. C	261. D
262. C	263. D	264. A	265. B	266. C	267. C	268. C	269. A	270. A	271. D
272. B	273. D	274. A	275. C	276. A	277. A	278. A	279. C	280. B	281. D
282. C	283. B	284. C	285. A	286. C	287. C	288. C	289. B	290. B	291. B
292. D	293. B	294. B	295. B	296. D	297. C	298. C	299. C	300. A	301. B
302. B	303. A	304. C	305. A	306. D	307. C	308. D	309. A	310. A	311. A
312. C	313. B	314. B	315. B	316. A	317. C	318. A	319. D	320. C	321. C
322. C	323. B	324. B	325. A	326. A	327. D	328. A	329. D	330. B	331. B
332. B	333. C	334. B	335. D	336. C	337. A	338. A	339. B	340. A	341. D
342. C	343. B	344. B	345. D	346. A	347. D	348. D	349. D	350. D	351. D
352. A	353. C	354. A	355. C	356. C	357. B	358. D	359. D	360. A	361. C
362. B	363. A	364. A	365. A	366. A	367. B	368. A	369. D	370. C	371. D
372. B	373. C	374. D	375. B	376. D	377. B	378. A	379. B	380. A	381. B
382. D	383. C	384. C	385. A	386. A	387. B	388. A	389. B	390. B	391. C
392. D	393. C	394. A	395. D	396. C	397. D	398. C	399. D	400. C	401. A
402. C	403. B	404. B	405. C	406. B	407. C	408. C	409. A	410. B	411. C

412. D	413. C	414. B	415. B	416. C	417. D	418. C	419. B	420. B	421. D
422. B	423. C	424. B	425. A	426. D	427. B	428. A	429. C	430. C	431. A
432. B	433. C	434. B	435. A	436. A	437. C	438. B	439. B	440. B	441. A
442. C	443. B	444. A	445. C	446. A	447. A	448. A	449. C	450. B	451. B
452. C	453. D	454. D	455. C						

NỘI DUNG CÂU HỎI

5 Bài toán vận dụng thực tế

Câu 1. Một sinh viên A mua máy tính xách tay theo hình thức trả góp với giá tiền 20 triệu đồng, mức lãi suất 1,2%/tháng trong năm đầu tiên, mỗi tháng anh A phải trả 800 ngàn đồng, cả gốc và lãi. Sau một năm lãi suất tăng lên là 1,5%/tháng và anh A phải trả 1 triệu đồng cả gốc và lãi mỗi tháng (trừ tháng cuối). Hỏi sau tối đa bao nhiêu tháng anh A trả hết nợ (tháng cuối trả không quá 500 ngàn đồng)

- A. 28 tháng. B. 26 tháng. C. 25 tháng. D. 27 tháng.

Lời giải.

Phương pháp:

Giả sử anh A nợ ngân hàng a (ngàn đồng), mỗi tháng anh A gửi vào ngân hàng x ngàn đồng, lãi suất ngân hàng là $r(\%)$ /tháng. Số tiền anh A còn nợ ngân hàng :

- Gọi P_n là số tiền còn nợ lại sau tháng thứ n .
- Sau tháng thứ nhất** số tiền gốc và lãi là: $a + ar = a(1 + r) = ad$ với $d = 1 + r$.
Trả x đồng thì số tiền còn lại **sau tháng thứ nhất** là: $P_1 = ad - x = ad - x \cdot \frac{d-1}{d-1}$.
- Sau tháng thứ hai** số tiền gốc và lãi là: $ad - x + (ad - x)r = (ad - x)(1 + r) = (ad - x)d$.
Trả x đồng thì số tiền còn lại **sau tháng thứ 2** là:
 $P_2 = (ad - x)d - x = ad^2 - xd - x = ad^2 - x(d + 1) = ad^2 - x \cdot \frac{d^2 - 1}{d - 1}$.
Trả x đồng thì số tiền còn lại **sau tháng thứ 3** là:
 $P_3 = [ad^2 - x(d + 1)]d - x = ad^3 - xd^2 - xd - x = ad^3 - x(d^2 + d + 1) = ad^3 - x \cdot \frac{d^3 - 1}{d - 1}$.
.....
- Số tiền còn lại **sau tháng thứ n** là
 $P_n = ad^n - x \cdot \frac{d^n - 1}{d - 1} \Leftrightarrow P_n = a(1 + r)^n - x \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$.
Với $d = 1 + r$.
- Do sau tháng thứ n người vay tiền đã trả hết số tiền đã vay ta có
 $P_n = 0 \Leftrightarrow ad^n - x \cdot \frac{d^n - 1}{d - 1} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a(1 + r)^n \cdot r}{(1 + r)^n - 1} \Leftrightarrow n = \log_{1+r} \left(\frac{x}{x - ar} \right)$.

Cách giải:

Số tiền sinh viên A còn nợ sau 1 năm (12 tháng) đầu là:

$$P_{12} = 20 \cdot 10^6 \cdot (1 + 1,2\%)^{12} - 800 \cdot 10^3 \cdot \frac{(1 + 1,2\%)^{12} - 1}{1,2\%} \approx 12.818.000 \text{ (đồng)}.$$

Gọi n là số tháng (tính từ năm thứ hai) mà sinh viên A trả được hết nợ, với số tiền nợ gốc $a = 12.818.000$ đồng, ta có:

$$\begin{aligned} P_n &= 0 \Leftrightarrow a(1 + r)^n - x \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r} = 0 \\ &\Leftrightarrow n = \log_{1+r} \left(\frac{x}{x - ar} \right) \\ &\Leftrightarrow n = \log_{1+1,5\%} \left(\frac{10^6}{10^6 - 12818 \cdot 10^3 \cdot 1,5\%} \right) \approx 14,3. \end{aligned}$$

Vậy, số tháng để sinh viên A trả hết nợ là: $12 + 15 = 27$ (tháng).

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2. Sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = Ae^{Nr}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Theo số liệu từ tổng cục

thống kê, dân số Việt Nam năm 2015 là 91,7 triệu người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam trong giai đoạn 2015 – 2030 ở mức không đổi là 1,1%. Hãy ước tính dân số Việt Nam năm 2030 (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

- A. 109,35 triệu người. B. 105,97 triệu người. C. 477,48 triệu người. D. 108,15 triệu người.

Lời giải.

$$S = Ae^{Nr} \Rightarrow S = 91,7 \cdot e^{15 \cdot 1,1\%} = 108,15 \text{ triệu người.}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3. Tỉ lệ tăng dân số ở Việt Nam được duy trì ở mức 1,05%. Theo số liệu của Tổng cục thống kê, dân số Việt Nam năm 2014 có 90.728.900 người. Với tốc độ tăng dân số như thế đến năm 2030 thì dân số của Việt Nam là bao nhiêu?

- A. 105.971.355 người. B. 106.118.331 người. C. 107.232.573 người. D. 107.232.574 người.

Lời giải.

Phương pháp:

Công thức lãi kép, không kỳ hạn: $A_n = M(1 + r\%)^n$.

Với: A_n là số tiền nhận được sau tháng thứ n ,

M là số tiền gửi ban đầu,

n là thời gian gửi tiền (tháng),

r là lãi suất định kỳ (%).

Cách giải:

Từ năm 2014 đến năm 2030 cách nhau số năm là: $2030 - 2014 = 16$ năm.

Dân số Việt Nam năm 2030: $A_{16} = 90728900(1 + 1,05\%)^{16} \approx 107232574$ (người).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 4. Một người gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng thời hạn 15 tháng, lãi suất 0,6% tháng (lãi kép). Hỏi hết kỳ hạn thì số tiền người đó là bao nhiêu?

- A. 55,664000 triệu. B. 54,694000 triệu. C. 55,022000 triệu. D. 54,368000 triệu.

Lời giải.

Gọi T là số tiền cả vốn lẫn lãi sau 15 tháng.

M là số tiền gửi ban đầu.

n là số kỳ hạn tính lãi.

r là suất định kỳ, tính theo %.

Hết kỳ hạn thì số tiền người đó là: $T = M(1+r)^n = 50000000 \cdot (1+0.6\%)^{15} = 54694003,63 \approx 54694000$ triệu.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 5. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 1,95% một kỳ theo thể thức lãi kép. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu kỳ, người gửi sẽ có số tiền lãi lớn hơn số tiền gốc ban đầu, giả sử người đó không rút lãi trong tất cả các kỳ.

- A. 36 kỳ. B. 35 kỳ. C. 34 kỳ. D. 33 kỳ.

Lời giải.

Số tiền cả gốc lẫn lãi người đó nhận được sau n kỳ là: $A(1+r)^n$ (với A : tiền gốc ban đầu, r : lãi suất).

Để số tiền lãi người đó nhận được lớn hơn tiền gốc ban đầu thì:

$$A(1+r)^n - A > A \Leftrightarrow (1+r)^n > 2 \Leftrightarrow n > \log_{1+r} 2 = \log_{1+1,95\%} 2 \approx 35,89 \Rightarrow n = 36.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 6. Chị Minh vay ngân hàng 200 triệu đồng theo phương thức trả góp để mua nhà. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất chị Minh trả 6 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,5% mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao lâu, chị Minh trả hết số tiền trên?

A. 46 tháng.

B. 37 tháng.

C. 47 tháng.

D. 36 tháng.

Lời giải.

Sau tháng thứ 1 chị Minh còn nợ ngân hàng $T_1 = 200(1 + r) - 6$.

Sau tháng thứ 2 chị Minh còn nợ ngân hàng $T_2 = T_1(1 + r) - 6 = 200(1 + r)^2 - 6(1 + r) - 6$.

Sau tháng thứ 3 chị Minh còn nợ ngân hàng $T_3 = T_2(1 + r) - 6 = 200(1 + r)^3 - 6(1 + r)^2 - 6(1 + r) - 6$.

.....

Sau tháng thứ n chị Minh còn nợ ngân hàng

$$T_n = T_{n-1}(1 + r) - 6 = 200(1 + r)^n - 6(1 + r)^{n-1} - \dots - 6(1 + r)^2 - 6(1 + r) - 6.$$

Nếu sau tháng thứ n chị Minh trả hết nợ thì $T_n = 0$

$$\Leftrightarrow 200(1 + r)^n = 6(1 + r)^{n-1} + \dots + 6(1 + r)^2 + 6(1 + r) + 6$$

$$\Leftrightarrow 200(1 + r)^n = 6 \left[(1 + r)^{n-1} + \dots + (1 + r)^2 + (1 + r) + 1 \right]$$

$$\Leftrightarrow 200(1 + r)^n = 6 \cdot 1 \cdot \frac{1 - (1 + r)^n}{1 - (1 + r)}$$

$$\Leftrightarrow 100r(1 + r)^n = 3(1 + r)^n - 3 \Leftrightarrow (1 + r)^n = \frac{3}{3 - 100r}$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{1+r} \left(\frac{3}{3 - 100r} \right) \approx 36,56.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 7. Một người gửi vào ngân hàng 500 triệu đồng với lãi suất 0,6% một tháng, sau mỗi tháng lãi suất được nhập vào vốn. Hỏi sau một năm người đó rút tiền thì tổng số tiền người đó nhận được là bao nhiêu?

A. $500 \cdot 1,006$ (triệu đồng).

B. $500 \cdot 1,06^{12}$ (triệu đồng).

C. $500 \cdot (1 + 12 \cdot 0,006)^{12}$ (triệu đồng).

D. $500 \cdot 1,006^{12}$ (triệu đồng).

Lời giải.

Công thức lãi suất $A(1 + x\%)^n = 500 \cdot (1 + 0,6\%)^{12} = 500 \cdot 1,006^{12}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 8. Một người vay ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất là 0,6% một tháng theo thỏa thuận; sau đúng một tháng kể từ ngày vay thì ông bắt đầu trả nợ và đều đặn cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 9 triệu đồng cho đến khi hết nợ (biết rằng, tháng cuối cùng có thể trả dưới 9 triệu đồng). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng.

A. 24.

B. 23.

C. 22.

D. 25.

Lời giải.

Gọi số tiền nợ ban đầu là $A_0 = 200$.

Tiền nợ tháng thứ nhất là $A_1 = A_0(1 + r\%) - 9$.

Tiền nợ tháng thứ hai là $A_2 = A_1(1 + r\%) - 9 = A_0(1 + r\%)^2 - 9(1 + r\%) - 9$.

Tiền nợ tháng thứ ba là $A_3 = A_0(1 + r\%)^3 - 9(1 + r\%)^2 - 9(1 + r\%) - 9$.

....

Tiền nợ tháng thứ n là $A_n = A_n(1 + r\%)^n - 9(1 + r\%)^{n-1} - 9(1 + r\%)^{n-2} - \dots - 9$.

Để tháng thứ n hết nợ $\Rightarrow A_n = 0 \Leftrightarrow A_0(1 + r\%)^n = 9[(1 + r\%)^{n-1} + (1 + r\%)^{n-2} + \dots + 1]$.

$$\Leftrightarrow 200(1 + 0,6\%)^n = 9 \frac{[(1 + 0,6\%)^n - 1]}{0,6\%} \Leftrightarrow 1,006^n = \frac{15}{13} \Leftrightarrow n \approx 23,9216.$$

Vậy $n = 24$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 9. Đầu mỗi tháng anh A gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất kép là 0,6% mỗi tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (khi ngân hàng đã tính lãi) thì anh A có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu, biết lãi suất không đổi trong quá trình gửi.

A. 30 tháng.

B. 40 tháng.

C. 35 tháng.

D. 31 tháng.

Lời giải.

Ta có $T = \frac{M}{r} [(1 + r)^n - 1] (1 + r)$.

Giả sử sau n tháng sau anh A nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu, khi đó ta có

$$\frac{3}{0,6\%} [(1 + 0,6\%)^n - 1] (1 + 0,6\%) > 100 \Leftrightarrow n > 30,3.$$

Vậy sau ít nhất sau 31 tháng thì anh A có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10. Một người thả một lá bèo vào một chậu nước. Sau 12 giờ, bèo sinh sôi phủ kín mặt nước trong chậu. Biết rằng sau mỗi giờ lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt nước trong chậu (kết quả làm tròn đến 1 chữ số phần thập phân).

A. 9,1 giờ.

B. 9,7 giờ.

C. 10,4 giờ.

D. 11,3 giờ.

Lời giải.

Gọi lượng bèo ban đầu là x ($x > 0$).

Số lượng bèo phủ kín mặt nước trong chậu là $x \cdot 10^{12}$.

Sau t (giờ) thì số bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt nước trong chậu nên ta có

$$x \cdot 10^t = \frac{1}{5} x \cdot 10^{12} \Rightarrow t = 12 + \log \frac{1}{5} \simeq 10,4 \text{ (giờ)}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 11. Một người mua một căn hộ với giá 900 triệu đồng. Người đó trả trước với số tiền là 500 triệu đồng. Số tiền còn lại người đó thanh toán theo hình thức trả góp với lãi suất tính trên tổng số tiền còn nợ là 0,5 % mỗi tháng. Kể từ ngày mua, sau đúng mỗi tháng người đó trả số tiền cố định là 4 triệu đồng (cả gốc lẫn lãi). Tìm thời gian (làm tròn đến hàng đơn vị) để người đó trả hết nợ.

A. 133 tháng.

B. 139 tháng.

C. 136 tháng.

D. 140 tháng.

Lời giải.

Gọi A là số tiền người đó vay ngân hàng (đồng), a là số tiền người đó trả hàng tháng, r (%) là lãi suất tính trên tổng số tiền còn nợ mỗi tháng. Khi đó

- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ nhất $R_1 = A(1 + r)$.

- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ hai là $R_2 = [A(1 + r) - a](1 + r) = A(1 + r)^2 - a(1 + r)$.

- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ ba là

$$R_3 = [A(1 + r)^2 - a(1 + r) - a](1 + r) = A(1 + r)^3 - a(1 + r)^2 - a(1 + r).$$

- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ n là

$$R_n = A(1+r)^n - a(1+r)^{n-1} - \dots - a(1+r).$$

Tháng thứ n trả xong nợ, tức là

$$R_n = a \Leftrightarrow a = \frac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}.$$

Áp dụng với $A = 400$ triệu đồng, $r = 0,5\%$ và $a = 4$ triệu đồng, ta có $n = 139$ tháng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12. Giám đốc một nhà hát A đang phân vân trong việc xác định mức giá vé xem các chương trình được trình chiếu trong nhà hát. Việc này rất quan trọng, nó sẽ quyết định nhà hát thu được bao nhiêu lợi nhuận từ các buổi trình chiếu. Theo những cuốn sổ ghi chép của mình, Ông ta xác định rằng: nếu giá vé vào cửa là 20 USD/người thì trung bình có 1000 người đến xem. Nhưng nếu tăng thêm 1 USD/người thì sẽ mất 100 khách hàng hoặc giảm đi 1 USD/người thì sẽ có thêm 100 khách hàng trong số trung bình. Biết rằng, trung bình, mỗi khách hàng còn đem lại 2 USD lợi nhuận cho nhà hát trong các dịch vụ đi kèm. Hãy giúp Giám đốc nhà hát này xác định xem cần tính giá vé vào cửa là bao nhiêu để nhập là lớn nhất?

- A. 21 USD/người. B. 18 USD/người. C. 14 USD/người. D. 16 USD/người.

Câu 13. Số lượng của một loại vi khuẩn X trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $x(t) = x(0) \cdot 2^t$, trong đó $x(0)$ là số lượng vi khuẩn X ban đầu, $x(t)$ là số lượng vi khuẩn X sau t (phút). Biết sau 2 phút thì số lượng vi khuẩn X là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn X là 10 triệu con.

- A. 7 phút. B. 5 phút. C. 8 phút. D. 6 phút.

Lời giải.

Ta có $x(2) = x(0) \cdot 2^2 = 625 \cdot 10^3$. Mặt khác $x(t) = x(0) \cdot 2^t = 10 \cdot 10^6 \Rightarrow 2^{t-2} = \frac{10^7}{625 \cdot 10^3} \Leftrightarrow t = 6$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 14. Theo thống kê của tổng cục dân số Việt Nam vào đầu năm 2003 dân số nước ta là 80.902.400 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,47%/ năm. Biết rằng tỉ lệ tăng dân số là không thay đổi. Nếu tính từ năm 2003 thì thời điểm gần nhất để dân số nước ta vượt mức 100 triệu là

- A. năm 2017. B. năm 2018. C. năm 2020. D. năm 2010.

Lời giải.

Gọi n là số năm để dân số nước ta vượt mức 100 triệu tính từ năm 2003.

Ta có $80.902.400(1 + 1,47\%)^n \geq 100.10^6 \Leftrightarrow n \geq 14,52$.

Vậy thời điểm gần nhất để dân số nước ta vượt mức 100 triệu là năm 2018.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 15. Gọi $N(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì ta có công thức $N(t) = 100 \cdot (0.5)^{\frac{t}{A}} (\%)$ với A là hằng số. Biết rằng một mẫu gỗ có tuổi khoảng 3754 năm thì lượng cacbon 14 còn lại là 65%. Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ là 63%. Hãy xác định tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó.

- A. 3874. B. 3833. C. 3834. D. 3843.

Lời giải.

$$\text{Theo bài ta có } 65 = 100 \cdot (0.5)^{\frac{3754}{A}} \Leftrightarrow 0.65 = (0.5)^{\frac{3754}{A}} \Leftrightarrow \frac{3754}{A} = \log_{0.5} 0.65 \Leftrightarrow A = \frac{3754}{\log_{0.5} 0.65}.$$

Do mẫu gỗ còn 63% lượng Cacbon 14 nên ta có:

$$63 = 100 \cdot (0.5)^{\frac{t}{A}} \Leftrightarrow 0.63 = (0.5)^{\frac{t}{A}} \Leftrightarrow \frac{t}{A} = \log_{0.5} 0.63 \Leftrightarrow t = A \cdot \log_{0.5} 0.63 = \frac{3754}{\log_{0.5} 0.65} \cdot \log_{0.5} 0.63 \approx 3833.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 16. Một người gửi tiết kiệm số tiền 800000000 đồng với lãi suất là 6,9%/năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc, hỏi sau đúng 5 năm người đó có rút được cả gốc và lãi số tiền gần với con số nào dưới đây?

- A. 107667000 đồng. B. 105370000 đồng. C. 111680000 đồng. D. 116570000 đồng.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng công thức lãi kép $A_n = A(1+r)^n$ trong đó: A: tiền gốc.

r: lãi suất.

n: thời gian gửi tiết kiệm.

Cách giải:

Ta có $A_5 = 80 \cdot (1 + 6,9\%)^5 = 111,68$ (triệu đồng).

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 17. Một sinh viên muốn mua một cái laptop có giá 12,5 triệu đồng nên mỗi tháng gửi tiết kiệm vào ngân hàng 750.000 đồng theo hình thức lãi suất kép với lãi suất 0,72% một tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng sinh viên đó có thể dùng số tiền gửi tiết kiệm để mua được laptop?

- A. 16 tháng. B. 14 tháng. C. 15 tháng. D. 17 tháng.

Lời giải.

Đặt $A = 0,75$ (triệu đồng).

Số tiền gửi tiết kiệm của sinh viên đó sau n tháng là

$$T = A \cdot 1,0072^n + A \cdot 1,0072^{n-1} + A \cdot 1,0072^{n-2} + \dots + A \cdot 1,0072$$

$$T = A \cdot (1,0072^n + 1,0072^{n-1} + 1,0072^{n-2} + \dots + 1,0072)$$

$$T = A \cdot \frac{1,0072 \cdot (1 - 1,0072^n)}{1 - 1,0072}$$

Để sinh viên đó mua được một cái laptop có giá 12,5 triệu đồng thì

$$T = 0,75 \cdot \frac{1,0072 \cdot (1 - 1,0072^n)}{1 - 1,0072} \geq 12,5 \Leftrightarrow 1 - 1,0072^n \leq -0,12$$

$$\Leftrightarrow 1,0072^n \geq 1,12 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,0072} 1,12 \approx 15,8.$$

Như vậy, phải ít nhất 16 tháng sinh viên đó có thể dùng số tiền gửi tiết kiệm để mua được laptop.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 18. Anh Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn là một quý với lãi suất 3% một quý. Sau đúng 6 tháng anh Nam gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Hỏi sau 1 năm số tiền (cả vốn lẫn lãi) anh Nam nhận được là bao nhiêu ? (Giả sử lãi suất không thay đổi).

- A. 218,64 triệu đồng. B. 208,25 triệu đồng. C. 210,45 triệu đồng. D. 209,25 triệu đồng.

Lời giải.

Số tiền thu được cả vốn lẫn lãi sau 6 tháng: $100 \cdot (1 + 3\%)^2$.

Tổng số tiền thu được sau 1 năm: $[100(1 + 3\%)^2 + 100] \cdot (1 + 3\%)^2 = 218,64$ triệu đồng

Chọn đáp án **A**

□

Câu 19. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6% trên một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 19 năm.

B. 20 năm.

C. 21 năm.

D. 18 năm.

Lời giải.

Gọi n là số năm cần tìm. Ta có $100(1 + 6\%)^n \geq 300 \Rightarrow (1 + 6\%)^n \geq 3 \Rightarrow n \geq \log_{(1+6\%)}(3) \approx 18,85$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 20. Sinh nhật của An vào ngày 1 tháng 5. Bạn An muốn mua một chiếc máy ảnh giá khoảng 600.000 đồng để làm quà cho chính mình. Bạn ấy quyết định bỏ ống tiết kiệm 10.000 đồng vào ngày 1 tháng 1 của năm đó, sau đó cứ liên tục những ngày sau, mỗi ngày bạn bỏ ống tiết kiệm 5.000 đồng. Biết trong năm đó, tháng 1 có 31 ngày, tháng 2 có 28 ngày, tháng 3 có 31 ngày và tháng 4 có 30 ngày. Gọi a (đồng) là số tiền An có được đến sinh nhật của mình (ngày sinh nhật An không bỏ tiền vào ống). Khi đó ta có

A. $a \in [610000; 615000)$.

B. $a \in [605000; 610000)$.

C. $a \in [600000; 605000)$.

D. $a \in [595000; 600000)$.

Lời giải.

Theo giả thiết An quyết định bỏ ống tiết kiệm vào ngày 1 tháng 1 đến ngày 30 tháng 4 nên tổng số ngày bạn An bỏ tiết kiệm là 120 ngày.

Ngày thứ nhất An bỏ ống tiết kiệm là 10.000 đồng.

119 ngày sau đó An bỏ ống là $119 \cdot 5000 = (120 - 1) \cdot 5000 = 600.000 - 5000$ đồng.

Vậy tổng số tiền An bỏ ống tiết kiệm là $600.000 - 5000 + 10.000 = 605.000$ đồng.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 21. Để thực hiện kế hoạch kinh doanh, ông A cần chuẩn bị một số vốn ngay từ bây giờ. Ông có số tiền là 500 triệu đồng gửi tiết kiệm với lãi suất 0,4%/tháng theo hình thức lãi kép. Sau gần 10 tháng, ông A gửi thêm vào 300 triệu nhưng lãi suất các tháng sau có thay đổi là 0,5%/tháng. Hỏi sau 2 năm kể từ lúc gửi số tiền ban đầu, số tiền ông A nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? (không tính phần thập phân).

A. 8796936000.

B. 880438640.

C. 879693510.

D. 901727821.

Lời giải.

Sau 10 tháng ông A có số tiền $A_{10} = 500(1 + 0,4\%)^{10} + 300 = 820363867$.

Sau 2 năm kể từ lúc gửi số tiền ban đầu hay sau 14 tháng kể từ lúc ông A gửi thêm số tiền 300 triệu, số tiền ông A nhận được cả gốc lẫn lãi là $A = A_{10}(1 + 0,5\%)^{14} = 879693510$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 22. Với mức tiêu thụ thức ăn của trang trại A không đổi như dự định thì lượng thức ăn dự trữ sẽ đủ dùng cho 100 ngày. Nhưng thực tế, mức tiêu thụ thức ăn tăng thêm 4% mỗi ngày (ngày sau tăng 4% so với ngày trước đó). Hỏi thực tế lượng thức ăn dự trữ đó chỉ đủ dùng cho bao nhiêu ngày?

A. 40.

B. 41.

C. 42.

D. 43.

Lời giải.

Gọi lượng thức ăn tiêu thụ theo dự định hàng ngày là x . Lượng thức ăn dự trữ của trang trại A là $100x$.

$$\text{Ta có } x(1 + 1,04 + 1,04^2 + \dots + 1,04^{n-1}) = 100x \Leftrightarrow \frac{1,04^n - 1}{1,04 - 1} = 100 \Rightarrow n = \log_{1,04} 5 \approx 41,035.$$

Do đó lượng thức ăn dự trữ chỉ đủ dùng cho 41 ngày.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 23. Một người muốn có 1 tỉ tiền tiết kiệm sau 6 năm gửi ngân hàng bằng cách bắt đầu từ ngày 01/01/2019 đến 31/12/2024, vào ngày 01/01 hàng năm người đó gửi vào ngân hàng một số tiền bằng nhau với lãi suất ngân hàng là 7%/1 năm (tính từ ngày 01/01 đến ngày 31/12) và lãi suất hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi số tiền mà người đó phải gửi vào ngân hàng hàng năm là bao nhiêu (với giả thiết lãi suất không thay đổi và số tiền được làm tròn đến đơn vị đồng)?

A. 130.650.280 (đồng).

B. 30.650.000 (đồng).

C. 139.795.799 (đồng).

D. 139.795.800 (đồng).

Lời giải.

Gọi T_0 là số tiền người đó gửi vào ngân hàng vào ngày 01/01 hàng năm, T_n là tổng số tiền cả vốn lẫn lãi người đó có được ở cuối năm thứ n , với $n \in \mathbb{N}^*$, r là lãi suất ngân hàng mỗi năm.

Ta có: $T_1 = T_0 + rT_0 = T_0(1 + r)$ Đầu năm thứ 2, người đó có tổng số tiền là:

$$T_0(1 + r) + T_0 = T_0[(1 + r) + 1] = \frac{T_0}{[(1 + r) - 1]} [(1 + r)^2 - 1] = \frac{T_0}{r} [(1 + r)^2 - 1]$$

$$\text{Do đó: } T_2 = \frac{T_0}{r} [(1 + r)^2 - 1] + \frac{T_0}{r} [(1 + r)^2 - 1] r = \frac{T_0}{r} [(1 + r^2) - 1] (1 + r)$$

$$\text{Tổng quát: Ta có: } T_n = \frac{T_0}{r} [(1 + r)^n - 1] (1 + r)$$

$$\text{Áp dụng vào bài toán, ta có: } 10^9 = \frac{T_0}{0,07} [(1 + 0,07)^6 - 1] (1 + 0,07) \Rightarrow T_0 \approx 130.650.280 \text{ đồng}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 24. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 5% một năm và lãi hằng năm được nhập vào vốn. Sau ít nhất bao nhiêu năm thì người đó nhận được số tiền lớn hơn 150% số tiền gửi ban đầu.

A. 8 năm.

B. 10 năm.

C. 9 năm.

D. 11 năm.

Lời giải.

Gọi $A > 0$ là số tiền ban đầu người đó gửi. Theo công thức tính lãi kép, số tiền người đó nhận được sau n ($n \in \mathbb{N}^*$) năm là $T_n = A \cdot 1,05^n$. Ta có

$$T_n > A \cdot 1,5 \Leftrightarrow 1,05^n > 1,5 \Leftrightarrow n > \log_{1,05} 1,5 \approx 8,31.$$

Vậy sau ít nhất 9 năm thì người đó nhận được số tiền lớn hơn 150% số tiền gửi ban đầu.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 25. Chị Lan có 400 triệu đồng mang đi gửi tiết kiệm ở hai loại kì hạn khác nhau đều theo thể thức lãi kép. Chị gửi 200 triệu đồng theo kì hạn quý với lãi suất 2,1% một quý, 200 triệu đồng còn lại chị gửi theo kì hạn tháng với lãi suất 0,73% một tháng. Sau khi gửi được đúng 1 năm, chị rút ra một nửa số tiền ở loại kì hạn theo quý và gửi vào loại kì hạn theo tháng. Hỏi sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền lần đầu, chị Lan thu được tất cả bao nhiêu tiền lãi (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 79.760.000 đồng.

B. 74.813.000 đồng.

C. 65.393.000 đồng.

D. 70.656.000 đồng.

Lời giải.

Công thức lãi kép $P_n = A(1 + r)^n$

Sau 1 năm gửi tiền, tổng số tiền thu tích lũy được

+ Từ nguồn tiền gửi theo quý là $Q_1 = 200(1 + 2,1\%)^4$ triệu đồng.

+ Từ nguồn tiền gửi theo tháng là $T_1 = 200(1 + 0,73\%)^{12}$

Từ đó vốn gửi cho năm thứ hai được tính như sau

+ Vốn gửi theo quý là $\frac{1}{2}Q_1 = 100(1 + 2,1\%)^4$ triệu đồng.

+ Vốn gửi theo tháng là $\frac{1}{2}Q_1 + T_1 = 100(1 + 2,1\%)^4 + 200(1 + 0,73\%)^{12}$ triệu đồng.

Sau 1 năm gửi nữa (sau tổng cộng 2 năm), số tiền thu được

+ Từ nguồn tiền gửi theo quý (năm sau) là $Q_2 = 100(1 + 2,1\%)^4(1 + 2,1\%)^4$

+ Từ nguồn tiền gửi theo tháng (năm sau) là

$T_2 = [100(1 + 2,1\%)^4 + 200(1 + 0,73\%)^{12}](1 + 0,73\%)^{12}$

Vậy tổng số tiền lãi thu được sau 2 năm gửi tiền là $L = (T_2 + Q_2 - 400)10^6 \approx 74.813.000$ đồng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 26. Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng nạp được tính bằng công thức $Q(t) = Q_0 \left(1 - e^{-\frac{3t}{2}}\right)$ với t là khoảng thời gian tính bằng giờ (h) và (Q_0) là dung lượng nạp tối đa (pin đầy). Nếu điện thoại nạp pin từ lúc cạn pin (tức là dung lượng pin lúc bắt đầu nạp là 0%) thì sau bao lâu sẽ nạp được 90% (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $t \approx 1,21$ h.

B. $t \approx 1,34$ h.

C. $t \approx 1,22$ h.

D. $t \approx 1,54$ h.

Lời giải.

Thời gian t nạp để dung lượng được 90% thỏa mãn phương trình

$$\frac{Q(t)}{Q_0} = \frac{9}{10} \Leftrightarrow 1 - e^{-\frac{3t}{2}} = \frac{9}{10} \Leftrightarrow e^{-\frac{3t}{2}} = \frac{1}{10} \Leftrightarrow t = \frac{2}{3} \ln 10 \approx 1,54 \text{ h.}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 27. Thầy Châu vay ngân hàng 300 triệu đồng theo phương thức trả góp để mua xe. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất thầy Châu trả 5 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,65% mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao lâu thầy Châu trả hết số tiền đã vay?

A. 78 tháng.

B. 76 tháng.

C. 75 tháng.

D. 77 tháng.

Lời giải.

Đặt $T = 300$ triệu đồng, $A = 5$ triệu đồng, $r = 0,65\%$.

Gọi P_n là số tiền còn nợ ngân hàng sau lần trả tiền thứ n . Khi đó ta có

$$P_1 = T(1 + r) - A.$$

$$P_2 = P_1(1 + r) - A = T(1 + r)^2 - A \frac{(1 + r)^2 - 1}{r}.$$

$$P_3 = P_2(1 + r) - A = T(1 + r)^3 - A \frac{(1 + r)^3 - 1}{r}.$$

...

$$P_n = T(1 + r)^n - A \frac{(1 + r)^n - 1}{r}.$$

$$\text{Thầy Châu trả hết số tiền trên thì } T(1 + r)^n - A \frac{(1 + r)^n - 1}{r} = 0.$$

$$\Rightarrow 300(1,0065)^n - 5 \times \frac{(1,0065)^n - 1}{0,0065} = 0 \Rightarrow n \approx 76,29.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 28. Một người đem 100000000 (đồng) đi gửi tiết kiệm với lãi suất 7%/tháng, sau mỗi tháng số tiền lãi được nhập vào vốn. Hỏi sau khi hết kì hạn 6 tháng, người đó được lĩnh về bao nhiêu tiền?

A. $10^8 \cdot (1,07)^6$ (đồng).

B. $10^8 \cdot (1,07)^7$ (đồng).

C. $10^8 \cdot (0,07)^6$ (đồng).

D. $10^8 \cdot (1,07)^5$ (đồng).

Lời giải.

Số tiền người này nhận được sau 6 tháng là

$$100000000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^6 = 10^8 \cdot (1,07)^6 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 29. Ông An gửi vào ngân hàng 60 triệu đồng theo hình thức lãi kép. Lãi suất ngân hàng là 8% trên năm. Sau 5 năm ông An tiếp tục gửi thêm 60 triệu đồng nữa. Hỏi sau 10 năm kể từ lần đầu gửi tiền ông An đến rút toàn bộ tiền cả gốc và lãi thì được số tiền gần nhất với số nào dưới đây?

A. 217.695.000 (đồng).

B. 231.815.000 (đồng).

C. 197.201.000 (đồng).

D. 190.271.000 (đồng).

Lời giải.Gọi T_1 là số tiền gồm cả tiền gốc và tiền lãi khi gửi 60 triệu với thời hạn 10 năm.

Ta có $T_1 = 60 \cdot (1 + 8\%)^{10} = 129.535.000$ (đồng).

Gọi T_2 là số tiền gồm cả tiền gốc và tiền lãi khi gửi 60 triệu với thời hạn 5 năm.

Ta có $T_2 = 60 \cdot (1 + 8\%)^5 = 88.160.000$ (đồng).

Vậy tổng số tiền ông An rút được sau 10 năm là $T = T_1 + T_2 = 217.695.000$ (đồng).Chọn đáp án **A** ☐

Câu 30. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là số dân sau N năm và r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm). Nếu dân số vẫn tăng với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

A. 2020.

B. 2026.

C. 2022.

D. 2025.

Lời giải.

Ta có $120 = 78,6858 \cdot e^{0,017N} \Rightarrow N \approx 24,83$.

Vậy nếu dân số tăng với tỉ lệ 1,7%/năm thì đến năm 2026 dân số nước ta ở mức 120 triệu người.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 31. Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi là lãi kép). Để người đó lãnh được số tiền 250 triệu thì người đó cần gửi trong khoảng thời gian ít nhất bao nhiêu năm? (nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi)

A. 13 năm.

B. 12 năm.

C. 14 năm.

D. 15 năm.

Lời giải.Đặt $r = 0,07$. Số tiền người đó rút ra sau năm thứ n gửi là $A = A_0 \cdot (1 + r)^n$. Từ đó ta có

$$n = \log_{1+r} \frac{250}{100} \approx 13,54.$$

Vậy sau ít nhất 14 năm người đó lãnh được số tiền 250 triệu đồng.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 32. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 năm, người đó lĩnh được số tiền (cả vốn và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong thời gian đó người này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- A. 166.846.000 đồng. B. 164.246.000 đồng. C. 160.246.000 đồng. D. 162.246.000 đồng.

Lời giải.

Số tiền thu được sau n năm theo hình thức lãi kép là $A_n = A_0(1 + r)^n$.

Sau 6 năm số tiền thu được là $A_6 = 100(1 + 8,4\%)^6 = 162,246$ triệu đồng.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 33. Một khu rừng ban đầu có trữ lượng gỗ là $4 \cdot 10^5$ mét khối gỗ. Gọi tốc độ sinh trưởng mỗi năm của khu rừng đó là $a\%$. Biết sau 5 năm thì sản lượng gỗ là xấp xỉ $4,8666 \cdot 10^5$ mét khối. Giá trị của a xấp xỉ

- A. 3,5%. B. 4%. C. 4,5%. D. 5%.

Lời giải.

Trữ lượng gỗ sau một năm của khu rừng là: $N = 4 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^5 \cdot a\% = 4 \cdot 10^5(1 + a\%)$.

Trữ lượng gỗ sau năm thứ hai của khu rừng là: $N = 4 \cdot 10^5(1 + a\%)^2$

:

Trữ lượng gỗ sau 5 năm của khu rừng: $N = 4 \cdot 10^5(1 + a\%)^5 = 4,8666 \cdot 10^5 \Rightarrow a \approx 4\%$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 34. Bạn Châu nhận học bổng Vallet 7 triệu đồng, mẹ cho bạn gửi tiết kiệm theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất 6,8% một năm. Hỏi sau bao nhiêu năm thì bạn Châu nhận được cả vốn lẫn lãi gần nhất với 10 triệu đồng? (Giả thiết rằng, lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian bạn Châu gửi.)

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Lời giải.

Số tiền bạn Châu nhận được sau n năm là: $T_n = 7 \cdot (1,068)^n$ (triệu đồng).

Xét phương trình:

$$7 \cdot (1,068)^n = 10 \Leftrightarrow (1,068)^n = \frac{10}{7} \Leftrightarrow n = \log_{1,068} \frac{10}{7} \approx 5,42.$$

Sau 5 năm bạn Châu nhận được cả vốn lẫn lãi là: $T_5 = 7 \cdot (1,068)^5 \approx 9,726$ (triệu đồng).

Sau 6 năm bạn Châu nhận được cả vốn lẫn lãi là: $T_6 = 7 \cdot (1,068)^6 \approx 10,388$ (triệu đồng).

Như vậy, sau 5 năm thì bạn Châu nhận được cả vốn lẫn lãi gần nhất với 10 triệu đồng.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 35. Bạn An đỗ vào đại học nhưng không có tiền nộp học phí nên bạn An vay ngân hàng mỗi năm 10 triệu đồng để nộp học phí theo lãi suất kép 3%/năm (vay vào cuối mỗi năm học). Sau 4 năm học tập, bạn ra trường và thỏa thuận với ngân hàng sẽ bắt đầu trả nợ theo hình thức trả góp (mỗi tháng phải trả một số tiền như nhau) với lãi suất kép 0,25%/tháng trong thời gian 5 năm. Hỏi mỗi tháng An phải trả bao nhiêu tiền (làm tròn đến nghìn đồng)?

- A. 750000 đồng. B. 751000 đồng. C. 749000 đồng. D. 752000 đồng.

Lời giải.

Tổng số tiền bạn An nợ sau 4 năm là $A = 10(1 + 3\%)^3 + 10(1 + 3\%)^2 + 10(1 + 3\%)^1 + 10(1 + 3\%)^0$ (triệu đồng).

Gọi B là số tiền phải trả hàng tháng của An. Sau 60 tháng, số tiền còn nợ của An là $T = A(1 + 0,25\%)^{60} - B \frac{(1 + 0,25\%)^{60} - 1}{0,25\%}$ (triệu đồng).

Để An trả hết nợ thì $T \leq 0 \Leftrightarrow B \geq 0,751743$. Vậy An phải trả mỗi tháng 752000 đồng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 36. Ông An mua một chiếc điện thoại di động tại một cửa hàng với giá 18 500 000 đồng và đã trả trước 5 000 000 đồng ngay khi nhận điện thoại. Mỗi tháng, ông An phải trả góp cho cửa hàng trên số tiền không đổi là m đồng. Biết rằng lãi suất tính trên số tiền nợ còn lại là 3,4% /tháng và ông An trả đúng 12 tháng thì hết nợ. Số tiền m là

- A. 1 350 203 đồng. B. 1 903 203 đồng. C. 1 388 824 đồng. D. 1 680 347 đồng.

Lời giải.

Đặt $r = 3,4\%$ là lãi suất hàng tháng và $a = 1 + r$.

Số tiền vay là $A = 13 500 000$.

Số tiền ông An còn nợ sau tháng thứ 1: $T_1 = A + Ar - m = A(1 + r) - m = Aa - m$.

Số tiền ông An còn nợ sau tháng thứ 2: $T_2 = T_1 + T_1 r - m = T_1 a - m = Aa^2 - m(a + 1)$.

Số tiền ông An còn nợ sau tháng thứ 3: $T_3 = T_2 + T_2 r - m = T_2 a - m = Aa^3 - m(a^2 + a + 1)$.

...

Số tiền ông An còn nợ sau tháng thứ 12: $T_{12} = T_{11} + T_{11} r - m = T_{11} a - m = Aa^{12} - m(a^{11} + a^{10} + \dots + a + 1) = Aa^{12} - m \frac{a^{12} - 1}{a - 1}$.

Ông An trả đúng 12 tháng thì hết nợ nên: $T_{12} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{Aa^{12}(a - 1)}{a^{12} - 1} = 1 388 824$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 37. Ông Bình mua một chiếc xe máy với giá 60 triệu đồng tại một cửa hàng theo hình thức trả góp với lãi suất 8% một năm. Biết rằng lãi suất được chia đều cho 12 tháng và không thay đổi trong suốt thời gian ông Bình trả nợ. Theo quy định của cửa hàng, mỗi tháng ông Bình phải trả một số tiền cố định là 2 triệu đồng (bao gồm tiền nợ gốc và tiền lãi). Hỏi ông Bình trả hết nợ ít nhất là trong bao nhiêu tháng?

- A. 35. B. 34. C. 33. D. 32.

Lời giải.

Do lãi suất theo năm là 8% nên lãi suất tính theo tháng là $n = \frac{8\%}{12} = \frac{2}{300}$.

Cuối tháng 1, sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ: $S_1 = 60(1 + n) - 2$ triệu đồng.

Cuối tháng 2, sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ:

$S_2 = [60(1 + n) - 2](1 + n) - 2 = 60(1 + n)^2 - 2[(1 + n) + 1]$ triệu đồng.

Cuối tháng 3, sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ

$S_3 = \{60(1 + n)^2 - 2[(1 + n) + 1]\}(1 + n) - 2 = 60(1 + n)^3 - 2[(1 + n)^2 + (1 + n) + 1]$.

...

Cuối tháng m , sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ 0 đồng, nghĩa là

$0 = 60(1 + n)^m - 2[(n + 1)^{m-1} + (n + 1)^{m-2} + \dots + (n + 1) + 1]$

Ta có $(n + 1)^{m-1} + (n + 1)^{m-2} + \dots + (n + 1) + 1$ là tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có $u_1 = 1$ và công bội $q = n + 1$ gồm m số hạng

$(n + 1)^{m-1} + (n + 1)^{m-2} + \dots + (n + 1) + 1 = 1 \cdot \frac{(n + 1)^m - 1}{n + 1 - 1} = \frac{(n + 1)^m - 1}{n}$

$\Leftrightarrow 0 = 60(1 + n)^m - 2 \frac{(1 + n)^m - 1}{n} \Leftrightarrow 2 = \frac{60(1 + n)^m \cdot n}{(1 + n)^m - 1}$

$$\text{Ta có } 2 = \frac{60 \left(1 + \frac{2}{300}\right)^m \cdot \frac{2}{300}}{\left(1 + \frac{2}{300}\right)^m - 1} \Leftrightarrow m \approx 33,58.$$

Vậy ông Bình trả hết nợ sau 34 tháng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 38. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

A. 2022.

B. 2020.

C. 2025.

D. 2026.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S = A \cdot e^{Nr} \Leftrightarrow e^{Nr} = \frac{S}{A} \Leftrightarrow N = \frac{1}{r} \ln \frac{S}{A} \approx 25.$$

Vậy dân số nước ta ở mức 120 triệu người là năm 2026.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 39. Một người lần đầu gửi ngân hàng 200 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 4%/quý và lãi từng quý sẽ được nhập vào vốn. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 150 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Hỏi tổng số tiền người đó nhận được sau hai năm kể từ khi gửi thêm tiền lần hai là bao nhiêu?

A. 480,05 triệu đồng.

B. 463,51 triệu đồng.

C. 501,33 triệu đồng.

D. 521,39 triệu đồng.

Lời giải.

Số tiền nhận được sau 6 tháng đầu

$$200(1 + 0,04)^2 = 216,32(\text{triệu đồng}).$$

Số tiền nhận được sau 2 năm kể từ khi gửi thêm

$$(216,32 + 150)(1 + 0,04)^8 \approx 501,33(\text{triệu đồng}).$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 40. Một người gửi 75 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 5,4%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi? Biết rằng suốt trong một thời gian gửi tiền, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 7 năm.

B. 6 năm.

C. 5 năm.

D. 4 năm.

Lời giải.

Số tiền cả gốc lẫn lãi thu được sau n năm là: $A = 75(1 + 5,4\%)^n$ (triệu).

$$\text{Cho } A > 100 \Leftrightarrow 75(1 + 5,4\%)^n > 100 \Leftrightarrow n > \log_{(1+5,4\%)} \frac{4}{3} \approx 5,4.$$

Số năm ít nhất là 6 năm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 41. Một người gửi 50 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó được lĩnh số tiền không ít hơn 80 triệu

đồng (cả vốn ban đầu lẫn lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

A. 4 năm.

B. 7 năm.

C. 5 năm.

D. 6 năm.

Lời giải.

Số tiền người đó thu được sau n năm là $P = A(1+r)^n = 50(1+8,4\%)^n$ (triệu đồng).

$$P \geq 80 \Leftrightarrow 1,084^n \geq \frac{8}{5} \Leftrightarrow n \geq \log_{1,084} \frac{8}{5} \approx 5,83.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 42. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép, kỳ hạn 1 năm với lãi suất 7% một năm. Hỏi sau bao nhiêu năm người gửi sẽ có ít nhất 200 triệu đồng từ số tiền gửi ban đầu (giả sử trong suốt quá trình gửi lãi suất không thay đổi và người gửi không rút tiền)?

A. 11 năm.

B. 10 năm.

C. 12 năm.

D. 9 năm.

Lời giải.

Đặt $r = 0,07$. Số tiền người đó nhận được sau n năm gửi với hình thức lãi kép là

$$A_n = A_0 \cdot (1+r)^n.$$

với A_0 là số tiền gửi ban đầu. Từ giả thiết ta có

$$n > \log_{1+r} 2 \approx 10,24.$$

Vậy sau 11 năm người gửi có ít nhất 200 triệu đồng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 43. Một người gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lại suất 0,6%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 207 309 000 đồng.

B. 207 307 000 đồng.

C. 207 310 000 đồng.

D. 207 300 000 đồng.

Lời giải.

Theo công thức lãi kép $A = a(1+r)^n = 200\,000\,000(1+0,6\%)^6 = 207\,308\,868$ đồng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 44. Sự tăng dân số được tính theo công thức $P_n = P_0 e^{n \cdot r}$, trong đó P_0 là dân số của năm lấy làm mốc tính, P_n là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2016, dân số Việt Nam đạt khoảng 92695100 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,07 % (theo Tổng cục thống kê). Nếu tỉ lệ tăng dân số không thay đổi thì đến năm nào dân số nước ta đạt khoảng 103163500 người ?

A. 2026.

B. 2028.

C. 2024 .

D. 2036.

Lời giải.

$$\text{Có } P_n = P_0 \cdot e^{n \cdot r} \Leftrightarrow e^{nr} = \frac{P_n}{P_0} \Leftrightarrow n = \frac{1}{r} \ln \frac{P_n}{P_0}.$$

Thay số ta có $n = \frac{1}{1,07\%} \cdot \ln \frac{103163500}{92695100} \approx 10$ (năm). Vậy đến năm $2016 + 10 = 2026$ thì dân số nước ta đạt khoảng 103163500 người.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 45. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{Nr}$, trong đó A là dân số của

năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 150 triệu người?

- A. 2042. B. 2030. C. 2035. D. 2038.

Lời giải.

Theo giả thiết ta được $150.000.000 = 78.685.800 \cdot e^{0,017N} \Leftrightarrow N \approx 37.95$ (năm)

Tức là đến năm 2038 dân số nước ta ở mức 150 triệu người.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 46. Ông A đầu tư 150 triệu đồng vào một công ti với lãi 8% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau 5 năm số tiền lãi ông A rút về gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này ông A không rút tiền ra và lãi không đổi.

- A. 54.073.000 đồng. B. 54.074.000 đồng. C. 70.398.000 đồng. D. 70.399.000 đồng.

Lời giải.

Số tiền lãi ông A rút về sau 5 năm

$$S = a(1 + r)^5 - a = 150.000.000(1 + 0,08)^5 - 150.000.000 \approx 70.399.211.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 47. Anh Nam muốn mua một ngôi nhà trị giá 500 triệu đồng sau 3 năm nữa. Biết rằng lãi suất hàng năm vẫn không đổi là 8% một năm. Vậy ngay từ bây giờ số tiền ít nhất anh Nam phải gửi tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép để có đủ tiền mua nhà (kết quả làm tròn đến hàng triệu) là

- A. 397 triệu đồng. B. 396 triệu đồng. C. 395 triệu đồng. D. 394 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi x là số tiền anh Nam phải gửi tiết kiệm, đơn vị triệu đồng. Khi đó sau 3 năm, theo hình thức lãi kép thì số tiền anh Nam nhận được là $x \left(1 + \frac{8}{100}\right)^3$. Vậy ta cần tìm x là số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện

$$x \left(1 + \frac{8}{100}\right)^3 \geq 500 \Leftrightarrow x \geq \frac{500}{\left(1 + \frac{8}{100}\right)^3} \approx 396,9.$$

Vậy $x = 397$ triệu đồng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 48. Thầy An có 200 triệu đồng gửi ngân hàng đã được 2 năm với lãi suất không đổi 0,45%/tháng. Biết rằng số tiền lãi sau mỗi tháng được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Nhân dịp đầu xuân một hãng ô tô có chương trình khuyến mãi trả góp 0% trong 12 tháng. Thầy quyết định lấy toàn bộ số tiền đó (cả vốn lẫn lãi) để mua một chiếc ô tô với giá 300 triệu đồng, số tiền còn nợ Thầy sẽ chia đều trả góp trong 12 tháng. Số tiền Thầy An phải trả góp hàng tháng gần với số nào nhất trong các số sau?

- A. 6.547.000 đồng. B. 6.345.000 đồng. C. 6.432.000 đồng. D. 6.437.000 đồng.

Lời giải.

Số tiền Thầy An rút ra từ ngân hàng sau 2 năm bao gồm cả vốn lẫn lãi là

$$200 \times (1 + 0,0045)^{24} = 222,756 \text{ triệu đồng.}$$

Số tiền Thầy An còn nợ khi mua xe là $300 - 222,756 = 77,244$ triệu đồng. Số tiền này được trả góp 0% trong 12 tháng nên số tiền Thầy An phải trả góp hàng tháng là $\frac{77,244}{12} = 6,437$ triệu đồng.

Chọn đáp án **D** □

Câu 49. Một người vay ngân hàng 500 triệu đồng với lãi suất 1,2% một tháng để mua xe. Nếu mỗi tháng người đó trả ngân hàng 10 triệu đồng và thời điểm bắt đầu trả cách thời điểm vay là đúng một tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó trả hết nợ ngân hàng? Biết rằng lãi suất không thay đổi.

A. 70 tháng.

B. 80 tháng.

C. 85 tháng.

D. 77 tháng.

Lời giải.

Bài toán thuộc dạng bài toán vay vốn trả góp, có công thức tổng quát tính số tiền còn lại sau n tháng là

$$S = A(1 + r)^n - X \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

Từ giả thiết ta có

$$500(1 + 0,012)^n - 10 \frac{(1 + 0,012)^n - 1}{0,012} = 0 \Leftrightarrow n = 77.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 50. Bà A gửi tiết kiệm 50 triệu đồng theo kỳ hạn 3 tháng. Sau 2 năm, bà ấy nhận được số tiền cả gốc và lãi là 73 triệu đồng. Hỏi lãi suất ngân hàng là bao nhiêu một tháng (làm tròn đến hàng phần nghìn)? Biết rằng trong các tháng của kỳ hạn, chỉ cộng thêm lãi chứ không cộng vốn và lãi tháng trước để tính lãi tháng sau, hết một kỳ hạn lãi sẽ được cộng vào vốn để tính lãi trong đủ một kỳ hạn tiếp theo.

A. 0,24.

B. 0,048.

C. 0,008.

D. 0,016.

Lời giải.

Gọi r là lãi suất ngân hàng kỳ hạn 3 tháng Ta có 2 năm là 8 kỳ (kỳ hạn 3 tháng).

Số tiền bà A nhận được sau 8 kỳ là 73 triệu nên $73 = 50(1 + r)^8 \Leftrightarrow r = 0,048$. Vậy lãi suất ngân hàng 1 tháng là $\frac{0,048}{3} = 0,016$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 51. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 năm, người đó lĩnh được số tiền (cả vốn lẫn lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong thời gian đó người này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 166 846 000 đồng.

B. 164 246 000 đồng.

C. 160 246 000 đồng.

D. 162 246 000 đồng.

Lời giải.

Tổng số tiền thu được sau 6 năm gửi là $S = 100000000 \cdot (1 + 8,4\%)^6 \approx 162246000$ đồng.

Chọn đáp án **D** □

Câu 52. Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi người đó phải gửi trong bao nhiêu tháng để lĩnh về được 70 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

A. 85 tháng.

B. 83 tháng.

C. 86 tháng.

D. 84 tháng.

Lời giải.

Giả sử sau n tháng thì người gửi lĩnh về được 70 triệu đồng. Khi đó, ta có

$$50(1 + 0,4\%)^n = 70 \Rightarrow n = \log_{1,004} \frac{7}{5}$$

Từ đó suy ra số tháng người đó phải gửi là 85.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 53. Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn một quý với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao nhiêu quý thì người đó có được ít nhất 20 triệu?

- A. 17. B. 18. C. 15. D. 16.

Lời giải.

Số tiền có được sau n kỳ hạn là $T = M(1 + r)^n$.

Áp dụng vào bài toán ta có $20 = 15(1 + 1,65\%)^n \Leftrightarrow n = 17,57 \Rightarrow$ sau 18 quý người này sẽ có ít nhất 20 triệu.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 54. Anh Nam gửi vào ngân hàng 10 triệu đồng với lãi kép 5%/năm. Tính số tiền cả gốc lẫn lãi anh Nam nhận được sau khi gửi ngân hàng 10 năm (tính gần đúng).

- A. 16.2889. B. 19.9763. C. 17.34236. D. 25.3141.

Lời giải.

Sau 1 năm thì số tiền là $10 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)$.

Sau 2 năm: $10 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^2$.

Số tiền cả gốc lẫn lãi anh Nam nhận được sau khi gửi ngân hàng 10 năm là

$$10 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^{10} = 16.2889.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 55. Bạn Hùng trúng tuyển vào trường đại học A nhưng vì do không đủ nộp học phí nên Hùng quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm vay 3.000.000 đồng để nộp học phí với lãi suất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp đại học bạn Hùng phải trả góp hàng tháng số tiền T (không đổi) cùng với lãi suất 0,25%/tháng trong vòng 5 năm. Số Tiền T hàng tháng mà bạn Hùng phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến kết quả hàng đơn vị) là

- A. 232518 đồng. B. 309604 đồng. C. 215456 đồng. D. 232289 đồng.

Lời giải.

Sau 4 năm bạn Hùng nợ ngân hàng số tiền là:

$$S = 3000000 [(1 + 3\%)^4 + (1 + 3\%)^3 + (1 + 3\%)^2 + (1 + 3\%)] = 12927407,43 \text{ đồng.}$$

Lúc này ta coi như bạn Hùng nợ ngân hàng hoàn tiền ban đầu là 12.927.407,43 đồng, số tiền này bắt đầu tính lãi và được trả góp trong 5 năm.

$$\text{Ta có công thức } T = \frac{N(1 + r)^n \cdot r}{(1 + r)^n - 1} = \frac{12927407,4(1 + 0,0025)^{60} \cdot 0,0025}{(1 + 0,0025)^{60} - 1} \approx 232289 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 56. Ông Phúc gửi 27 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép, kỳ hạn là một quý, với lãi suất 1,85% một quý. Hỏi thời gian nhanh nhất là bao lâu để ông Phúc có được ít nhất 36 triệu đồng tính cả vốn lẫn lãi?

A. 15 quý.

B. 4 năm.

C. 5 năm.

D. 19 quý.

Lời giải.

Giả sử ông Phúc gửi trong n quý thì được ít nhất 36 triệu đồng tính cả vốn lẫn lãi.

Từ đó ta có $36 = 27(1 + 0,0185)^n \Leftrightarrow n \approx 15,69$.

Từ đó, suy ra sau 4 năm thì ông Phúc có ít nhất 36 triệu.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 57. Một người gửi 200 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ba năm người đó được lĩnh số tiền (cả gốc lẫn lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 238.810.000 đồng.

B. 238.811.000 đồng.

C. 238.203.000 đồng.

D. 238.204.000 đồng.

Lời giải.

Do nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo nên sau 1 năm người đó gửi x triệu đồng thì số tiền để tính lãi năm sau là $x + x \cdot 6\% = x(1 + 6\%)$.

$\Rightarrow$ Số tiền người đó nhận được sau 3 năm là: $200000000 \cdot (1 + 6\%)^3 = 238203200$ đồng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 58. Một người muốn gửi tiền vào ngân hàng để đến ngày 19/5/2020 rút được khoản tiền là 100.000.000 đồng (cả vốn lẫn lãi). Lãi suất ngân hàng là 0,75%/tháng, tính theo thể thức lãi kép. Hỏi vào ngày 19/5/2018 người đó phải gửi ngân hàng số tiền là bao nhiêu để đáp ứng nhu cầu trên, nếu lãi suất không thay đổi trong thời gian người đó gửi tiền (giá trị gần đúng làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 84.573.000 đồng.

B. 84.533.000 đồng.

C. 83.533.000 đồng.

D. 83.583.000 đồng.

Lời giải.

Gọi A là số tiền cần gửi ngân hàng, $r = 0,75\%$ là lãi suất 1 tháng.

Theo giả thiết, ta có $100.000.000 = A(1 + r)^{24}$.

Suy ra $A = \frac{100.000.000}{(1 + r)^{24}} \simeq 83.583.000$ (đồng).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 59. Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được một năm sau khi gửi thêm tiền gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. 212 triệu.

B. 216 triệu.

C. 220 triệu.

D. 210 triệu.

Lời giải.

Ta sử dụng công thức lãi kép $C = A(1 + r)^N$.

Sau hai quý đầu, số tiền trong ngân hàng của người đó là $100(1 + 0,02)^2$ triệu.

Sau khi gửi thêm 100 triệu đồng, số tiền trong ngân hàng là $100(1,02^2 + 1)$ triệu.

Sau một năm tiếp đó, số tiền trong ngân hàng là $100(1,02^2 + 1)(1 + 0,02)^4 \approx 220,86$ triệu.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 60. Một người gửi M triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm

tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì người đó có được nhiều hơn gấp đôi số tiền mang đi gửi?

- A. 10 năm. B. 7 năm. C. 8 năm. D. 9 năm.

Lời giải.

Theo công thức lãi kép $P_n = P_0(1+r)^n \geq 2P_0 \Rightarrow n \geq \log_{1+r} 2 = \log_{1,084} 2 \approx 9$ năm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 61. Cho biết năm 2003, Việt Nam có 80902400 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,47%. Hỏi năm 2018 Việt Nam sẽ có bao nhiêu người, nếu tỷ lệ tăng dân số hàng năm là không đổi?

- A. 100861000. B. 102354624. C. 100699267. D. 100861016.

Lời giải.

Sử dụng công thức $N_k = N_0(1+a)^k$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 62. Một người gửi số tiền M triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,7%/tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Sau ba năm, người đó muốn lãnh được số tiền là 5 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và số lãi suất không đổi, thì người đó cần gửi số tiền M là

- A. 3 triệu 900 nghìn đồng. B. 3 triệu 800 nghìn đồng.
C. 3 triệu 700 nghìn đồng. D. 3 triệu 600 nghìn đồng.

Lời giải.

Ta có 3 năm = 36 tháng, 3 số tiền người đó thu được cả gốc lẫn lãi là $T = M \left(1 + \frac{0,7}{100}\right)^{36} = 1,28M$.

Theo giả thiết ta có $T = 5 \Rightarrow 1,28M = 5 \Leftrightarrow M = 3$ triệu 900 nghìn đồng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 63. Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng 200 triệu đồng theo thể thức lãi kép (tức là tiền lãi được cộng vào vốn của kỳ tiếp theo). Ban đầu người đó gửi với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 2%/kỳ hạn, sau hai năm người đó thay đổi phương thức gửi, chuyển thành kỳ hạn 1 tháng với lãi suất 0,6%/tháng. Tính tổng số tiền lãi và gốc nhận được sau 5 năm (kết quả làm tròn đến đơn vị nghìn đồng).

- A. 290640000. B. 290642000. C. 290646000. D. 290644000.

Lời giải.

— Số tiền cả vốn lẫn lãi sau 2 năm khi gửi tiết kiệm 200 triệu đồng, với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 2%/kỳ hạn là

$$200 \cdot (1 + 0,02)^8 \approx 234,332 \text{ triệu đồng.}$$

— Số tiền cả vốn lẫn lãi sau 3 năm khi gửi tiết kiệm 234,332 triệu đồng, với kỳ hạn 1 tháng, lãi suất 0,6%/tháng là

$$234,332 \cdot (1 + 0,006)^{36} \approx 290,642 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 64. Do thời tiết ngày càng khắc nghiệt và nhà cách xa trường học, nên một thầy giáo muốn đúng 5 năm nữa có 500 triệu đồng để mua ô tô đi làm. Để đạt nguyện vọng, thầy có ý định mỗi tháng dành ra một số tiền cố định gửi vào ngân hàng (hình thức lãi kép) với lãi suất 0,5%/tháng.

Hỏi số tiền ít nhất cần dành ra mỗi tháng để gửi tiết kiệm là bao nhiêu (chọn đáp án gần nhất với số tiền thực)?

A. 7.632.000.

B. 6.820.000.

C. 7.540.000.

D. 7.131.000.

Lời giải.

Gọi số tiền ít nhất mà thầy giáo cần dành ra mỗi tháng để gửi tiền tiết kiệm là x (đồng).

Số tiền tiết kiệm gửi vào ngân hàng sau 60 tháng là

$$T_{60} = x(1,005^1 + 1,005^2 + \dots + 1,005^{60}) = x \cdot 1,005 \cdot \frac{1,005^{60} - 1}{0,005}$$

$$\text{Theo đề bài ta có: } x \cdot 1,005 \cdot \frac{1,005^{60} - 1}{0,005} = 5 \cdot 10^8 \Leftrightarrow x = \frac{5 \cdot 10^8 \cdot 0,005}{1,005(1,005^{60} - 1)} = 7130747.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 65. Một người gửi 100 triệu đồng vào tài khoản tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 0,6% / tháng, cứ sau mỗi tháng người đó rút ra 500 nghìn đồng. Hỏi sau đúng 36 lần rút tiền, số tiền còn lại trong tài khoản của người đó gần nhất với phương án nào dưới đây? (biết rằng lãi suất không thay đổi và tiền lãi mỗi tháng tính theo số tiền có thực tế trong tài khoản của tháng đó).

A. 104 triệu đồng.

B. 106 triệu đồng.

C. 102 triệu đồng.

D. 108 triệu đồng.

Lời giải.

Số tiền còn lại trong tài khoản sau tháng thứ 1 là $100.1,006 - 0,5$ (triệu đồng).

Số tiền còn lại trong tài khoản sau tháng thứ 2 là

$$(100 \cdot 1,006 - 0,5) \cdot 1,006 - 0,5 = 100 \cdot (1,006)^2 - 0,5(1 + 1,006) \text{ (triệu đồng)}.$$

Số tiền còn lại trong tài khoản sau tháng thứ 3 là

$$100 \cdot (1,006)^3 - 0,5[1 + 1,006 + (1,006)^2] \text{ (triệu đồng)}.$$

Cứ như vậy, số tiền còn lại trong tài khoản sau tháng thứ 36 là

$$100 \cdot (1,006)^{36} - 0,5 \cdot [1 + 1,006 + (1,006)^2 + \dots + (1,006)^{35}] = 100 \cdot (1,006)^{36} - 0,5 \cdot \frac{1 - (1,006)^{36}}{1 - 1,006} = 104,0050268 \text{ (triệu đồng)}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 66. Có bao nhiêu cách phân tích số 15^9 thành tích của ba số nguyên dương, biết rằng các cách phân tích mà các nhân tử chỉ khác nhau về thứ tự thì chỉ được tính một lần?

A. 517.

B. 516.

C. 493.

D. 492.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 15^9 &= 3^9 \cdot 5^9 = \underbrace{3 \dots 3}_{9 \text{ số } 3} \cdot \underbrace{5 \dots 5}_{9 \text{ số } 5} \\ &= \underbrace{3 \dots 3}_{a_1 \text{ số } 3} \cdot \underbrace{5 \dots 5}_{b_1 \text{ số } 5} \cdot \underbrace{3 \dots 3}_{a_2 \text{ số } 3} \cdot \underbrace{5 \dots 5}_{b_2 \text{ số } 5} \cdot \underbrace{3 \dots 3}_{a_3 \text{ số } 3} \cdot \underbrace{5 \dots 5}_{b_3 \text{ số } 5} \\ &\quad \text{Đặt là } x \qquad \qquad \text{Đặt là } y \qquad \qquad \text{Đặt là } z \end{aligned}$$

Viết lại là: đặt $x = 3^{a_1} \cdot 5^{b_1}$, $y = 3^{a_2} \cdot 5^{b_2}$, $z = 3^{a_3} \cdot 5^{b_3}$

Suy ra ta có hệ:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 9 \\ b_1 + b_2 + b_3 = 9 \end{cases}$$

Xét ba trường hợp

— Trường hợp 1: 3 số x, y, z bằng nhau $\rightarrow$ có 1 cách chọn

— Trường hợp 2: Trong ba số có hai số bằng nhau, giả sử $x = y \Rightarrow a_1 = a_2, b_1 = b_2$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + a_3 = 9 \\ 2b_1 + b_3 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_3 = 9 - 2a_1 \\ b_3 = 9 - 2b_1 \end{cases}$$

Suy ra có 5 cách chọn a_1 và 5 cách chọn b_1

— Trường hợp 3: Số cách chọn ba số phân biệt.

$$\text{Số cách chọn } \begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 9 \\ b_1 + b_2 + b_3 = 9 \end{cases} \text{ là } C_{11}^2 \cdot C_{11}^2$$

Suy ra số cách chọn ba số phân biệt là $C_{11}^2 \cdot C_{11}^2 - 24 \cdot 3 - 1$

Vậy số cách phân tích số 15^9 thành tích ba số nguyên dương là $\frac{C_{11}^2 \cdot C_{11}^2 - 24 \cdot 3 - 1}{3!} + 25 = 517$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 67. Anh Bình gửi 200 triệu đồng vào ngân hàng VB với kì hạn cố định 12 tháng và hưởng mức lãi suất là 0,65%/tháng. Tuy nhiên, sau khi gửi được tròn 8 tháng anh Bình có việc phải dùng đến 200 triệu trên. Anh đến ngân hàng để rút tiền thì được nhân viên ngân hàng tư vấn: “Nếu rút tiền trước hạn, toàn bộ số tiền anh gửi chỉ được hưởng mức lãi suất không kì hạn là 0,02%/tháng. Anh nên thế chấp sổ tiết kiệm đó tại ngân hàng để vay ngân hàng 200 triệu với lãi suất 0,7%/tháng. Khi sổ của anh đến hạn, anh có thể rút tiền để trả nợ ngân hàng”. Nếu làm theo tư vấn của nhân viên ngân hàng, anh Bình sẽ đỡ thiệt một số tiền gần nhất với con số nào dưới đây (biết rằng ngân hàng tính lãi theo thể thức lãi kép)?

A. 10,85 triệu đồng. **B.** 10,51 triệu đồng. **C.** 10,03 triệu đồng. **D.** 10,19 triệu đồng.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng công thức lãi kép $A = A_0(1+r)^n$ với A_0 là số tiền gốc ban đầu, r là lãi suất, A là tổng tiền cả gốc và lãi thu được sau n kì hạn.

Cách giải:

* Nếu anh Bình nghe theo nhân viên tư vấn ngân hàng

+ Tiền lãi sinh Bình nhận được sau khi gửi 200 triệu trong 12 tháng với mức lãi suất 0,65%/ tháng là $A = 200(1 + 0,65\%)^{12} - 200$ (triệu đồng).

+ Tiền lãi anh Bình phải trả khi vay nợ 200 triệu đồng với lãi suất 0,7%/ tháng là $B = 200(1 + 0,7\%)^4 - 200$ (triệu đồng).

Tổng số tiền lãi anh Bình nhận được là $M = A - B$.

* Nếu anh Bình rút tiền ngay

Số tiền lãi anh Bình nhận được trong 8 tháng với mức lãi suất 0,02%/ tháng là $N = 200(1 + 0,02\%)^{12} - 200$.

Suy ra nếu làm theo nhân viên tư vấn ngân hàng thì anh Bình sẽ đỡ thiệt số tiền là $M - N \approx 10.19$ triệu đồng.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 68. Chị Lan có 400 triệu đồng mang đi gửi tiết kiệm ở hai loại kì hạn khác nhau đều theo thể thức lãi kép. Chị gửi 200 triệu đồng theo kì hạn quý với lãi suất 2,1% một quý, 200 triệu đồng còn lại chị gửi theo kì hạn tháng với lãi suất 0,73% một tháng. Sau khi gửi được đúng 1 năm, chị rút ra một nửa số tiền ở loại kì hạn theo quý và gửi vào loại kì hạn theo tháng. Hỏi sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền lần đầu, chị Lan thu được tất cả bao nhiêu tiền lãi (làm tròn đến hàng nghìn)?

- A. 70656000 đồng. B. 65393000 đồng. C. 79760000 đồng. D. 74813000 đồng.

Lời giải.

Số tiền chị Loan thu được ở năm thứ nhất là

$$+ \text{ Gửi kỳ hạn theo quý: } 200000000(1 + r_1)^4 = A.$$

$$+ \text{ Gửi kỳ hạn theo tháng: } 200000000(1 + r_2)^{12} = B.$$

Số tiền chị Loan thu được ở sau năm thứ hai là

$$+ \text{ Gửi kỳ hạn theo quý: } \frac{A}{2}(1 + r_1)^4.$$

$$+ \text{ Gửi kỳ hạn theo tháng: } \left(\frac{A}{2} + B\right)(1 + r_2)^{12}.$$

$$\text{Số tiền lãi chị Loan thu được là } \frac{A}{2}(1 + r_1)^4 + \left(\frac{A}{2} + B\right)(1 + r_2)^{12} - 400000000 = 74813000 \text{ (đồng).}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 69. Một thầy giáo gửi 200 triệu đồng loại kì hạn 6 tháng vào một ngân hàng với lãi suất 6,9%/năm. Hỏi sau 6 năm 9 tháng, thầy giáo đó nhận số tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Biết rằng thầy giáo đó không rút lãi ở tất cả các kì hạn trước đó và nếu rút trước thì ngân hàng sẽ trả lãi suất theo loại không kì hạn 0,002%/ngày (Giả sử một tháng có 30 ngày).

- A. 471688328 đồng. B. 321556228 đồng. C. 311392503 đồng. D. 302088933 đồng.

Lời giải.

Ta có lãi suất trên một kì hạn 6 tháng là $\frac{6,9\%}{2} = 3,45\%$.

Tổng thời gian gửi là 6 năm 9 tháng bằng 13 kì hạn và 90 ngày.

$$\text{Tổng số tiền sau 13 kì hạn là } T_1 = 200 \cdot 10^6 \cdot (1 + 3,45\%)^{13}.$$

$$\text{Tổng số tiền sau 90 ngày (do rút trước kì hạn) là } T_2 = T_1(1 + 0,002\%)^{90} = 311392503 \text{ đồng.}$$

Vậy tổng số tiền mà thầy giáo đó nhận được cả gốc và lãi là $T = T_2 = 311392503$ đồng.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 70. Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 1 triệu đồng, với lãi suất kép 1% trên tháng. Sau hai năm 3 tháng (tháng thứ 28) người đó có công việc nên đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Hỏi người đó được rút về bao nhiêu tiền?

- A. $100 \cdot [(1,01)^{27} - 1]$ triệu đồng. B. $101 \cdot [(1,01)^{26} - 1]$ triệu đồng.
C. $101 \cdot [(1,01)^{27} - 1]$ triệu đồng. D. $100 \cdot [(1,01)^6 - 1]$ triệu đồng.

Lời giải.

Gọi a là số tiền cứ đầu mỗi tháng gửi tiết kiệm ngân hàng, r là lãi suất kép trên tháng.

T_n là số tiền thu được cả gốc lẫn lãi sau n tháng.

$$\text{Cuối tháng thứ 1: } a(1 + r).$$

$$\text{Cuối tháng thứ 2: } a(1 + r) + a(1 + r)^2.$$

$$\text{Cuối tháng thứ 3: } a(1 + r) + a(1 + r)^2 + a(1 + r)^3.$$

...

$$\text{Cuối tháng thứ } n: T_n = a(1 + r) + a(1 + r)^2 + a(1 + r)^3 + \dots + a(1 + r)^n.$$

$$\Rightarrow T_n = a[(1 + r) + (1 + r)^2 + \dots + (1 + r)^n] = a(1 + r) \frac{(1 + r)^n - 1}{r}.$$

$$\Rightarrow T_n = \frac{a}{r}(1 + r)[(1 + r)^n - 1].$$

$$\text{Áp dụng công thức } T_n = \frac{a}{r}(1 + r)[(1 + r)^n - 1] = \frac{1}{0,01}(1,01)[(1,01)^{27} - 1] = 101[(1,01)^{27} - 1].$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 71. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,5% tháng và ông ta rút đều đặn mỗi tháng một triệu đồng kể từ sau ngày gửi một tháng cho đến khi hết tiền (tháng cuối cùng có thể không còn đủ một triệu đồng). Hỏi ông ta rút hết tiền sau bao nhiêu tháng?

A. 139.

B. 140.

C. 100.

D. 138.

Lời giải.

Gọi số tiền lúc đầu người đó gửi là A triệu đồng, lãi suất gửi ngân hàng một tháng là r , S_n là số tiền còn lại sau n tháng.

Sau 1 tháng kể từ ngày gửi tiền, số tiền còn lại của người đó là: $S_1 = A(1+r) - 1$.

Sau 2 tháng kể từ ngày gửi tiền, số tiền còn lại của người đó là:

$$S_2 = [A(1+r) - 1](1+r) - 1 = A(1+r)^2 - (1+r) - 1$$

Sau n tháng kể từ ngày gửi tiền, số tiền còn lại của người đó là:

$$S_n = A(1+r)^n - (1+r)^{n-1} - (1+r)^{n-2} - \dots - (1+r) - 1 = A(1+r)^n - \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

Giả sử sau n tháng người đó rút hết tiền. Khi đó ta có

$$S_n = 0 \Leftrightarrow A(1+r)^n - \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0 \Leftrightarrow (1+r)^n(Ar - 1) + 1 = 0 \quad (17)$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{1+r} \frac{1}{1-Ar} \Leftrightarrow n = -\log_{1+r}(1-Ar). \quad (18)$$

Với $A = 100$ triệu đồng, $r = 0,005$ ta có $n \approx 138,9757216$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 72. Một người vay ngân hàng số tiền 50 triệu đồng, mỗi tháng trả ngân hàng số tiền 4 triệu đồng và phải trả lãi suất cho số tiền còn nợ là 1,1% một tháng theo hình thức lãi kép. Giả sử sau n tháng người đó trả hết nợ. Khi đó n gần với số nào dưới đây?

A. 13.

B. 15.

C. 16.

D. 14.

Lời giải.

$$\begin{aligned} P(1+r)^n &= \frac{M}{r} [(1+r)^n - 1] \\ \Leftrightarrow 50(1+1,1\%)^n &= \frac{4}{1,1\%} [(1+1,1\%)^n - 1] \\ \Leftrightarrow 50(1+1,1\%)^n &= \frac{4}{1,1\%} (1+1,1\%)^n - \frac{4}{1,1\%} \\ \Leftrightarrow \frac{4}{1,1\%} &= \frac{3450}{11} (1+1,1\%)^n \\ \Leftrightarrow (1+1,1\%)^n &= \frac{80}{69} \Rightarrow n = \log_{1,106} \frac{80}{69} \approx 13,52. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 73. Do có nhiều cố gắng trong học kỳ 1 năm học lớp 12, Hoa được bố mẹ cho chọn một phần thưởng dưới 5 triệu đồng. Nhưng Hoa muốn mua một cái Laptop 10 triệu đồng nên bố mẹ đã cho Hoa 5 triệu đồng gửi vào ngân hàng (vào ngày 1 tháng 1 năm 2018) với lãi suất 1% trên tháng, đồng thời ngày đầu tiên mỗi tháng (bắt đầu từ ngày 1 tháng 2 năm 2018) bố mẹ sẽ cho Hoa 300000 đồng và cũng gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất 1% trên tháng. Biết hàng tháng Hoa không rút lãi ra và tiền lãi được cộng vào vốn cho tháng sau, chỉ rút vốn vào cuối tháng mới được tính lãi của tháng ấy.

Hỏi ngày nào trong các ngày dưới đây là ngày gần nhất với ngày 1 tháng 2 năm 2018 mà bạn Hoa có đủ tiền để mua Laptop?

- A. Ngày 15.3.2019 . B. Ngày 15.5.2019 . C. Ngày 15.4.2019 . D. Ngày 15.6.2019 .

Lời giải.

Đặt $A = 5000000$, $r = 1\%$, $B = 300000$.

Số tiền Hoa nhận được vào cuối tháng thứ n là

$$A(1+r)^{n+1} + \frac{B}{r} [(1+r)^n - 1] (1+r).$$

Với yêu cầu bài toán

$$\begin{aligned} & A(1+r)^{n+1} + \frac{B}{r} [(1+r)^n - 1] (1+r) > 10^7 \\ \Leftrightarrow & 5 \cdot 10^6 \cdot (1,01)^{n+1} + 303 \cdot 10^5 [1,01^n - 1] > 10^7 \\ \Leftrightarrow & 3535 \cdot 10^4 \cdot 1,01^n > 403 \cdot 10^5 \\ \Leftrightarrow & 1,01^n > \frac{806}{707} \\ \Leftrightarrow & n > 13,1. \end{aligned}$$

Vậy sau 13 tháng hay 1 năm 1 tháng thì Hoa có đủ số tiền.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 74. Chị Trang gửi 100 triệu đồng vào tài khoản ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất 8%/ năm. Số tiền lãi thu được sau 10 năm gần nhất với số nào sau đây (biết rằng trong thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất ngân hàng không đổi)?

- A. 215 triệu đồng. B. 115 triệu đồng. C. 116 triệu đồng. D. 216 triệu đồng.

Lời giải.

Số tiền lãi cần tìm bằng $10^8(1+0.08)^{10} - 10^8 \approx 115892499,7$ đồng.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 75. Một người gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu và lãi suất không đổi trong các năm gửi. Hỏi sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi gần với số nào nhất?

- A. 70,128 triệu. B. 53,5 triệu. C. 20,128 triệu. D. 50,7 triệu.

Lời giải.

Áp dụng công thức $A = A_0(1+r)^n$, suy ra số tiền cả vốn và lãi người đó có được sau 5 năm là $A = 5 \cdot 10^7 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^5 \approx 70127586$.

Vậy số tiền lãi người đó rút được sau 5 năm là $A - 50000000 \approx 20127586$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 76. Một người gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi được nhập vào tiền vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đó đúng 6 tháng người đó được lĩnh số tiền (cả vốn lẫn lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây biết trong thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không đổi?

A. 204848000 đồng. B. 204847000 đồng. C. 204034000 đồng. D. 204032000 đồng.

Lời giải.

Số tiền nhận được sau 6 tháng là $2 \cdot 10^8 \cdot 1,004^6 = 204848256,8$ đồng.

Chọn đáp án **A** □

Câu 77. Tỷ lệ tăng dân số hàng năm của Nhật Bản là 0,2%. Năm 1998 dân số của Nhật Bản là 125 932 000 người. Vào năm nào thì dân số của Nhật Bản sẽ là 150 000 000 người?

A. 2086. B. 2084. C. 2085. D. 2087.

Lời giải.

Ta có $S = Ae^{ni} \Leftrightarrow ni = \ln\left(\frac{S}{A}\right) \Leftrightarrow n = \frac{\ln S - \ln A}{i} = \frac{\ln(150\,000\,000) - \ln(125\,932\,000)}{0,2\%} \approx 87,45$.

Vậy vào năm $(1998 + 88) = 2086$ thì dân số của Nhật Bản sẽ là 150 000 000 người.

Chọn đáp án **A** □

Câu 78. Ông An bắt đầu đi làm với mức lương khởi điểm là 1 triệu đồng một tháng. Cứ sau ba năm thì ông An được tăng lương 40%. Hỏi sau tròn 20 năm đi làm, tổng tiền lương ông An nhận được là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)?

A. 726,74 triệu đồng. B. 716,74 triệu đồng. C. 858,72 triệu đồng. D. 768,37 triệu đồng.

Lời giải.

— Trong tròn 20 năm đi làm ông An có 6 lần tăng lương.

— Gọi T_0 là số tiền lương ông An nhận được trong 3 năm đầu; T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 lần lượt là số tiền ông An nhận được trong 3 năm của các lần tăng lương từ năm thứ 4 đến hết năm thứ 18, T_6 là số tiền ông an nhận được trong 2 năm cuối.

Ta có $T_0 = 3 \cdot 12 \cdot 1 = 36$ triệu đồng.

$$T_1 = 3 \cdot 12 \cdot (1 + 40\%) = 36 \cdot (1 + 40\%) \text{ triệu đồng.}$$

$$T_2 = 3 \cdot 12 \cdot (1 + 40\%)^2 = 36 \cdot (1 + 40\%)^2 \text{ triệu đồng.}$$

$$T_3 = 3 \cdot 12 \cdot (1 + 40\%)^3 = 36 \cdot (1 + 40\%)^3 \text{ triệu đồng.}$$

$$T_4 = 3 \cdot 12 \cdot (1 + 40\%)^4 = 36 \cdot (1 + 40\%)^4 \text{ triệu đồng.}$$

$$T_5 = 3 \cdot 12 \cdot (1 + 40\%)^5 = 36 \cdot (1 + 40\%)^5 \text{ triệu đồng.}$$

$$T_6 = 2 \cdot 12 \cdot (1 + 40\%)^6 = 24 \cdot (1 + 40\%)^6 \text{ triệu đồng.}$$

— Ta có tổng số tiền T ông An nhận được sau tròn 20 năm đi làm là

$$T = T_0 + T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6$$

$$= 36 \cdot [1 + (1 + 40\%) + (1 + 40\%)^2 + (1 + 40\%)^3 + (1 + 40\%)^4 + (1 + 40\%)^5] + 24 \cdot (1 + 40\%)^6 \\ \approx 768,37 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 79. Theo thống kê dân số thế giới tính đến tháng 01/2017, dân số Việt Nam có 94.970.597 người và có tỷ lệ tăng dân số là 1,03%. Nếu tỷ lệ tăng dân số không đổi thì đến năm 2020 dân số nước ta có bao nhiêu triệu người, chọn đáp án gần nhất.

A. 102 triệu người. B. 98 triệu người. C. 104 triệu người. D. 100 triệu người.

Lời giải.

Tổng dân số đến năm 2020 là $94.970.597(1 + 0,0103)^3 = 9793551854$ (người) ≈ 98 (triệu người).

Chọn đáp án **B** □

Câu 80. Một người muốn gửi tiền vào ngân hàng để đến ngày 15/3/2020 rút được khoản tiền là 50000000 đồng (cả vốn ban đầu và lãi). Lãi suất ngân hàng là 0,55%/tháng, tính theo thể thức lãi kép. Hỏi vào ngày 15/4/2018 người đó phải gửi ngân hàng số tiền là bao nhiêu để đáp ứng nhu cầu trên, nếu lãi suất không thay đổi trong thời gian người đó gửi tiền (giá trị gần đúng làm tròn đến hàng nghìn)?

- A. 43593000 đồng. B. 43833000 đồng. C. 44074000 đồng. D. 44316000 đồng.

Lời giải.

Gọi A là số tiền phải gửi vào ngân hàng. Thời gian gửi là $N = 23$ tháng. Số tiền (cả vốn lẫn lãi) nhận được sau 23 tháng là $A(1 + 0,55\%)^{23}$. Ta cần

$$A(1 + 0,55\%)^{23} = 50000000 \Leftrightarrow A = \frac{50000000}{(1 + 0,55\%)^{23}} \approx 44074000.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 81. Một người gửi vào ngân hàng 200 triệu với lãi suất ban đầu 4%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Cứ sau một năm lãi suất tăng thêm 0,3%. Hỏi sau 4 năm tổng số tiền người đó nhận được gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 239,5 triệu. B. 238 triệu. C. 238,5 triệu. D. 239 triệu.

Lời giải.

Đặt $a = 200$, $b = 1 + \frac{4}{100}$, $m = \frac{0,3}{100}$. Số tiền người đó nhận được

— sau năm thứ nhất: $a + a \frac{4}{100} = ab$.

— sau năm thứ hai: $ab + ab \left(\frac{4}{100} + \frac{0,3}{100} \right) = ab(b + m)$. Lập luận tương tự, số tiền nhận được

— sau năm thứ ba: $ab(b + m)(b + 2m)$.

— sau năm thứ tư: $ab(b + m)(b + 2m)(b + 3m) \approx 238,04$ triệu.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 82. Sau 1 tháng thi công thì công trình Nhà học thể dục của trường X đã thực hiện được một khối lượng công việc. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 tháng nữa thì công trình sẽ hoàn thành. Để sớm hoàn thành công trình và kịp thời đưa vào sử dụng, công ty xây dựng quyết định từ tháng thứ 2, mỗi tháng tăng 4% công việc so với tháng kể trước. Hỏi công trình sẽ hoàn thành ở tháng thứ mấy sau khi khởi công.

- A. 19. B. 18. C. 17. D. 20.

Lời giải.

Giả sử mỗi tháng hoàn thành được khối lượng công việc là X .

Sau 23 tháng nữa thì công trình sẽ hoàn thành nên khối lượng công việc cần hoàn thành là $24X$.

Sau khi tăng năng suất thì khối lượng công việc hoàn thành ở tháng thứ hai là $X(1 + 0,04)$.

Khối lượng công việc hoàn thành ở tháng thứ ba là $X(1 + 0,04)^2$.

...

Khối lượng công việc hoàn thành ở tháng thứ n là $X(1 + 0,04)^{n-1}$.

Tổng khối lượng công việc cần phải hoàn thành là

$$X + X(1 + 0,04) + X(1 + 0,04)^2 + \dots + X(1 + 0,04)^{n-1} = X \cdot \frac{1 - (1 + 0,04)^n}{1 - (1 + 0,04)} = X \cdot \frac{(1 + 0,04)^n - 1}{0,04}$$

Từ đó ta có phương trình

$$X \cdot \frac{(1 + 0,04)^n - 1}{0,04} = 24X \Leftrightarrow 1,04^n = 1,96 \Leftrightarrow n = \log_{1,04} 1,96 \approx 17,15.$$

Vậy công trình hoàn thành sau 18 tháng khởi công.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 83. Gọi $N(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì ta có công thức $N(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{A}}$ (%) với A là hằng số. Biết rằng một mẫu gỗ có tuổi khoảng 3574 năm thì lượng cacbon 14 còn lại là 65%. Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 63%. Hãy xác định tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó.

A. 3834.

B. 3843.

C. 3833.

D. 3874.

Lời giải.

Theo giả thiết với $t = 3574 \Rightarrow N(3574) = 65 \Rightarrow 100 \cdot (0,5)^{\frac{3574}{A}} = 65 \Leftrightarrow (0,5)^{\frac{3574}{A}} = 0,65$
 $\Leftrightarrow A = \frac{3574}{\log_{0,5} 0,65}.$

Gọi t là tuổi của mẫu gỗ cổ. Theo giả thiết

$$\begin{aligned} N(t) = 63 &\Leftrightarrow 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{A}} = 63 \Leftrightarrow \frac{t}{A} = \log_{0,5} 0,63 \\ &\Leftrightarrow t = A \cdot \log_{0,5} 0,63 = \frac{3574}{\log_{0,5} 0,65} \cdot \log_{0,5} 0,63 \approx 3833. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 84. Giả sử cứ sau một năm diện tích đất nông nghiệp của nước ta giảm a phần trăm diện tích hiện có. Hỏi sau 10 năm nữa diện tích đất nông nghiệp của nước ta bằng bao nhiêu phần trăm diện tích hiện nay?

A. $\left(1 - \frac{a}{100}\right)^{10}.$

B. $1 - \frac{a}{100}.$

C. $1 - \left(\frac{a}{100}\right)^{10}.$

D. $(1 - a)^{10}.$

Lời giải.

– Giả sử diện tích đất nông nghiệp hiện nay của nước ta là S .

– Sau 10 năm nữa, diện tích còn lại sẽ là $S \left(1 - \frac{a}{100}\right)^{10}.$

– Suy ra, tỷ lệ cần tìm bằng $\frac{S \left(1 - \frac{a}{100}\right)^{10}}{S} = \left(1 - \frac{a}{100}\right)^{10}.$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 85. Đầu mỗi tháng anh A gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất kép là 0,6% mỗi tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (khi ngân hàng đã tính lãi) thì anh A có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu biết lãi suất không đổi trong quá trình gửi?

A. 31 tháng.

B. 35 tháng.

C. 30 tháng.

D. 40 tháng.

Lời giải.

Ta có $P = 3$ triệu đồng, $r = 0,006$.

Sau tháng thứ nhất anh A có tổng số tiền là: $P_1 = P(1 + r).$

Sau tháng thứ hai anh A có tổng số tiền là:

$$P_2 = [P + P(1 + r)](1 + r) = P[1 + (1 + r)](1 + r)$$

$$P_2 = P[(1 + r) + (1 + r)^2].$$

Sau tháng thứ ba anh A có tổng số tiền là:

$$P_3 = [P + P[(1 + r) + (1 + r)^2]](1 + r) = P[1 + [(1 + r) + (1 + r)^2]](1 + r)$$

$$P_3 = P[(1 + r) + (1 + r)^2 + (1 + r)^3].$$

Sau tháng thứ tư anh A có tổng số tiền là:

$$P_4 = \left[P + P \left[(1+r) + (1+r)^2 + (1+r)^3 \right] \right] (1+r) = P \left[1 + \left[(1+r) + (1+r)^2 + (1+r)^3 \right] \right] (1+r)$$

$$P_4 = P \left[(1+r) + (1+r)^2 + (1+r)^3 + (1+r)^4 \right].$$

...

Sau tháng thứ n anh A có tổng số tiền là:

$$P_n = P \left[(1+r) + (1+r)^2 + (1+r)^3 + \dots + (1+r)^n \right].$$

Để có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu thì

$$P_n > 100 \Leftrightarrow P \left[(1+r) + (1+r)^2 + (1+r)^3 + \dots + (1+r)^n \right] > 100.$$

Với $P = 3$ triệu đồng, $r = 0,006$ ta có

$$(1+r) + (1+r)^2 + (1+r)^3 + \dots + (1+r)^n > \frac{100}{3} (*).$$

Xem về trái là cấp số nhân với $U_1 = 1+r$, $q = 1+r$ khi đó

$$(*) \Leftrightarrow \frac{(1+r) [(1+r)^n - 1]}{(1+r) - 1} > \frac{100}{3} \Leftrightarrow (1,006)^n > \frac{603}{503} \Leftrightarrow n > \log_{1,006} \frac{603}{503} \approx 30,31.$$

Vì n nguyên dương nên ta chọn $n = 31$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 86. Một người vay vốn ngân hàng với số tiền 100000000 đồng. Người đó dự định sau 5 năm thì trả hết nợ. Để trả hết nợ ngân hàng trong đúng 5 năm thì người đó phải trả đều đặn hàng tháng với số tiền là a đồng. Biết lãi suất hàng tháng là 1,2%. Hỏi giá trị của a gần nhất với số nào trong các số sau?

- A. 2150600 đồng. B. 2120600 đồng. C. 2347600 đồng. D. 2435600 đồng.

Lời giải.

- Sau tháng thứ nhất, số tiền còn nợ sau khi trả a đồng là $100000000(1 + 0,012) - a$ đồng.
- Sau tháng thứ hai, số tiền còn nợ sau khi trả thêm a đồng là

$$100000000(1 + 0,012)^2 - a(1 + 0,012) - a.$$

• ...

- Sau đúng 5 năm (60 tháng), số tiền còn nợ sau khi trả thêm a đồng là

$$100000000(1 + 0,012)^{60} - \frac{a((1,012)^{59} - 1)}{0,012}.$$

$$\text{Phương trình } 100000000(1 + 0,012)^{60} - \frac{a((1,012)^{59} - 1)}{0,012} = 0 \Leftrightarrow a \approx 2403367,299.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 87. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với kì hạn 3 tháng (1 quý), lãi suất 6% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó lại gửi thêm 100 triệu đồng với hình thức và lãi suất như trên. Hỏi sau 1 năm tính từ lần gửi đầu tiên người đó nhận được số tiền gần với kết quả nào nhất?

- A. 238,6 triệu đồng. B. 224,7 triệu đồng. C. 243,5 triệu đồng. D. 236,6 triệu đồng.

Lời giải.

Đặt $r = 6\%$, $A = 100$. Sau 6 tháng (2 kì), số tiền người đó có được là $A_1 = A(1+r)^2$. Sau 1 năm, số tiền người đó có được là $T = (A_1 + 100)(1+r)^2 \approx 238,6$ triệu đồng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 88. Trên một chiếc đài Radio FM có vạch chia để người dùng có thể dò sóng cần tìm. Vạch ngoài cùng bên trái và vạch ngoài cùng bên phải tương ứng là 88 Mhz và 108 Mhz. Hai vạch này

cách nhau 10 cm. Biết vị trí của vạch ngoài cùng bên trái d (cm) có tần số bằng $k \cdot a^d$ (MHz) với k và a là hai hằng số. Tìm vị trí tốt nhất của sóng VOV₁ với tần số 102,7 MHz.

- A. Cách vạch ngoài cùng bên phải 1,98 cm. B. Cách vạch ngoài cùng bên phải 2,46 cm.
C. Cách vạch ngoài cùng bên trái 7,35 cm. D. Cách vạch ngoài cùng bên trái 8,23 cm.

Lời giải.

Tại vị trí ngoài cùng bên trái $d = 0$ suy ra $k = 88$.

Tại vị trí ngoài cùng bên phải $d = 10$ suy ra $108 = k \cdot a^{10} \Leftrightarrow a = \sqrt[10]{\frac{108}{88}}$.

Để thỏa mãn bài toán suy ra $102,7 = 88 \cdot \left(\sqrt[10]{\frac{108}{88}}\right)^d \Leftrightarrow d \simeq 7,54$.

Suy ra cách vạch ngoài cùng bên phải là $10 - 7,54 = 2,46$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 89. Thu nhập bình quân đầu người của quốc gia X hiện tại là 2000 USD/1 người/1 năm. Biết mức tăng trưởng GDP (tổng thu nhập quốc dân) của quốc gia đó là 6% một năm và mức gia tăng dân số của quốc gia đó là 1% một năm. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm nữa thì mức thu nhập bình quân đầu người của quốc gia X lớn hơn 10000 USD/1 người/1 năm?

- A. 36 năm. B. 32 năm. C. 34 năm. D. 40 năm.

Lời giải.

- Mức tăng trưởng GDP bình quân của nước X là $\frac{1 + 0.06}{1 + 0.01} = \frac{106}{101}$.
- Thu nhập bình quân đầu người sau n năm là $2000 \cdot \left(\frac{106}{101}\right)^n$ (USD/1 người/1 năm).
- Ta có $2000 \cdot \left(\frac{106}{101}\right)^n > 10000 \Leftrightarrow \left(\frac{106}{101}\right)^n > 5 \Leftrightarrow n > \log_{\frac{106}{101}} 5 \approx 33,31$. Do đó sau ít nhất 34 năm thì mức thu nhập bình quân đầu người của quốc gia X lớn hơn 10000 USD/1 người/1 năm.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 90. Với mức tiêu thụ thức ăn của trang trại A không đổi như dự định thì lượng thức ăn dự trữ sẽ hết sau 100 ngày. Nhưng thực tế, mức tiêu thụ thức ăn tăng thêm 4% mỗi ngày (ngày sau tăng 4% so với ngày trước đó). Hỏi thực tế, lượng thức ăn dự trữ đó sẽ hết sau khoảng bao nhiêu ngày? (làm tròn đến hàng đơn vị)

- A. 37 ngày. B. 41 ngày. C. 40 ngày. D. 43 ngày.

Lời giải.

Phương pháp:

Lượng thức ăn mà trang trại ăn hết ở ngày thứ k là: $M(1 + 4\%)^{k-1}$, $k \in \mathbb{N}^*$.

Cách giải:

Theo dự định, mỗi ngày, trang trại ăn hết $1 : 100 = \frac{1}{100}$ (lượng thức ăn).

Lượng thức ăn mà trang trại ăn hết ở ngày thứ k là: $\frac{1}{100}(1 + 4\%)^{k-1}$, $k \in \mathbb{N}^*$.

Xác định số tự nhiên n nhỏ nhất để

$$\begin{aligned} & \frac{1}{100} + \frac{1}{100}(1 + 4\%) + \frac{1}{100}(1 + 4\%)^2 + \cdots + \frac{1}{100}(1 + 4\%)^{n-1} \geq 1. \\ \Leftrightarrow & \frac{1}{100} + \frac{1}{100} \cdot 1,04 + \frac{1}{100} \cdot 1,04^2 + \cdots + \frac{1}{100} \cdot 1,04^{n-1} \geq 1. \\ \Leftrightarrow & \frac{1}{100} (1 + 1,04 + 1,04^2 + \cdots + 1,04^{n-1}) \geq 1. \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{100} \cdot \frac{1,04^{n-1} - 1}{1,04 - 1} \geq 1.$$

$$\Leftrightarrow 1,04^{n-1} - 1 \geq 4 \Leftrightarrow n - 1 \geq \log_{1,04} 5 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,04} 5 + 1 \Leftrightarrow n \geq 42,03 \Rightarrow n_{\min} = 43.$$

Vậy thực tế lượng thức ăn dự trữ đó sẽ hết sau khoảng 43 ngày.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 91. Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1% /tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và ông A trả hết nợ sau đúng 5 năm kể từ ngày vay. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây ?

A. 2,22 triệu đồng. B. 3,03 triệu đồng. C. 2,25 triệu đồng. D. 2,20 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi số tiền vay ban đầu là M , số tiền hoàn nợ mỗi tháng là m , lãi suất một tháng là r .

Hết tháng thứ nhất, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là $M + Mr = M(1 + r)$.

Ngay sau đó ông A hoàn nợ số tiền m nên số tiền để tính lãi cho tháng thứ hai là $M(1 + r) - m$.

Do đó hết tháng thứ hai, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là

$$[M(1 + r) - m](1 + r) = M(1 + r)^2 - m(1 + r).$$

Ngay sau đó ông A lại hoàn nợ số tiền m nên số tiền để tính lãi cho tháng thứ ba là

$$M(1 + r)^2 - m(1 + r) - m.$$

Do đó hết tháng thứ ba, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là

$$[M(1 + r)^2 - m(1 + r) - m](1 + r) = M(1 + r)^3 - m(1 + r)^2 - m(1 + r) - m.$$

Cứ tiếp tục lập luận như vậy ta thấy sau tháng thứ n , $n \geq 2$, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là

$$M(1 + r)^n - m(1 + r)^{n-1} - m(1 + r)^{n-2} - \dots - m(1 + r) - m = M(1 + r)^n - \frac{m[(1 + r)^{n-1} - 1]}{r}.$$

Sau tháng thứ n trả hết nợ thì ta có

$$M(1 + r)^n - \frac{m[(1 + r)^{n-1} - 1]}{r} = 0 \Rightarrow m = \frac{M(1 + r)^n r}{(1 + r)^n - 1}.$$

Thay số với $M = 100.000.000$, $r = 1\%$, $n = 5 \times 12 = 60$ ta được $m \approx 2,22$ (triệu đồng).

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 92. Bác An gửi vào ngân hàng số tiền 5 triệu đồng với lãi suất 0,7%/tháng. Sau sáu tháng gửi tiền, lãi suất tăng lên 0,9%/tháng. Đến tháng thứ 10 sau khi gửi tiền, lãi suất giảm xuống 0,6%/tháng và giữ ổn định. Biết rằng nếu bác An không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi là lãi kép). Hỏi sau một năm gửi tiền, bác An rút được số tiền gần nhất với số nào sau đây?

A. 5.453.000 đồng. B. 5.436.000 đồng. C. 5.468.000 đồng. D. 5.463.000 đồng.

Lời giải.

Gọi số tiền gửi vào là M đồng, lãi suất r / tháng.

Cuối tháng thứ n : số vốn tích lũy được là:

$$T_n = M(1 + r)^n.$$

Số vốn tích lũy của bác An sau 6 tháng gửi tiền với lãi suất 0,7%/ tháng là:

$$T_1 = 5(1,007)^6 \text{ triệu đồng.}$$

Số vốn tích lũy của bác An sau 9 tháng gửi tiền (3 tháng tiếp theo với lãi suất 0,9%/ tháng) là:

$$T_2 = T_1 \cdot (1,009)^3 = 5 \cdot (1,007)^6 \cdot (1,009)^3 \text{ triệu đồng.}$$

Do đó số tiền bác An lĩnh được sau 1 năm (12 tháng) từ ngân hàng (3 tháng tiếp theo sau đó với lãi suất 0,6%/ tháng) là:

$$T = T_2 \cdot (1,006)^3 = 5 \cdot (1,007)^6 \cdot (1,009)^3 \cdot (1,006)^3 \text{ triệu đồng} \approx 5452733,453 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 93. Đầu năm 2016, Curtis Cooper và các cộng sự tại nhóm nghiên cứu Đại học Central Missouri, Mỹ công bố số nguyên tố lớn nhất tại thời điểm đó. Số nguyên tố này là một dạng Mersenne, có giá trị bằng $M = 2^{74207281} - 1$. Hỏi M có bao nhiêu chữ số?

- A. 2233862. B. 22338623. C. 22338617. D. 22338618.

Lời giải.

Nếu $10^n \leq M < 10^{n+1}$ ($n \in \mathbb{N}^*$) thì số M có $n + 1$ chữ số.

Trước hết, ta xác định số chữ số của $M + 1 = 2^{74207281}$.

Ta có

$$\begin{aligned} 10^n \leq 2^{74207281} < 10^{n+1} &\Leftrightarrow \begin{cases} 10^n \leq 2^{74207281} \\ 10^{n+1} > 2^{74207281} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \leq \log(2^{74207281}) \\ n + 1 > \log(2^{74207281}) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} n \leq 74207281 \cdot \log 2 \approx 22338617,5 \\ n + 1 > 74207281 \cdot \log 2 \approx 22338618 \end{cases} \Leftrightarrow n = 22338617 \end{aligned}$$

Vậy $M + 1 = 2^{74207281}$ có $n + 1 = 22338618$ chữ số.

Bây giờ, ta tìm số chữ số của $M = 2^{74207281} - 1$.

Vì $M + 1$ là số có 22338618 chữ số nên M hoặc có 22338618 chữ số hoặc có 22338617 chữ số.

Nếu M có 22338617 chữ số thì $M + 1 = 10^{22338617} \Leftrightarrow 2^{74207281} = 10^{22338617} \Leftrightarrow 2^{51868664} = 5^{22338617}$.

Điều này là vô lý do 2 là số chẵn và 5 là số lẻ.

Vậy $M = 2^{74207281} - 1$ là số có 22338618 chữ số.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 94. Sau khi tốt nghiệp đại học, anh Nam thực hiện một dự án khởi nghiệp. Anh vay vốn từ ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất 0,6% một tháng. Phương án trả nợ của anh Nam là: Sau đúng một tháng kể từ thời điểm vay anh bắt đầu trả nợ, hai lần trả nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền trả của mỗi lần là như nhau và hoàn thành sau đúng 5 năm kể từ khi vay. Tuy nhiên, sau khi dự án có hiệu quả và đã trả nợ được 12 tháng theo phương án cũ, anh Nam muốn rút ngắn thời gian trả nợ nên từ tháng tiếp theo, mỗi tháng anh trả nợ cho ngân hàng 9 triệu đồng. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng từ thời điểm vay anh Nam trả hết nợ?

- A. 32 tháng. B. 31 tháng. C. 29 tháng. D. 30 tháng.

Lời giải.

Gọi n là số tháng anh Nam trả nợ, B là số tiền mượn, $B = 200$ triệu, $C = 9$ triệu.

— Dự kiến trả 60 tháng hết nợ.

Gọi A_0 là số tiền trả mỗi tháng.

$$\text{Ta có } A_0 + A_0(1+r) + \dots + A_0(1+r)^{59} + A_0(1+r)^{60} \Rightarrow A_0 \frac{(1+r)^{60} - 1}{1+r-1} = B_0(1+r)^{60}.$$

Suy ra $A_0 = 4.035.211$ đồng.

— Thực tế: trả n tháng trong đó có 12 tháng trả A_0 và $n - 12$ tháng trả 9 triệu.

Suy ra:

$$A_0(1+r)^{n-1} + A_0(1+r)^{n-2} + \dots + A_0(1+r)^{n-12} + C(1+r)^{n-13} + C(1+r)^{n-14} + \dots + C \geq B(1+r)^n$$

$$\text{Suy ra } A_0(1+r)^{n-12} \left[\frac{(1+r)^{12} - 1}{1+r-1} \right] + C \left[\frac{(1+r)^{n-12} - 1}{r} \right] \geq B(1+r)^n$$

$$\Rightarrow (1+r)^{n-12} [A_0(1+r)^{12} - A_0 + C] - B(1+r)^n \geq C$$

$$\Rightarrow (1+r)^{n-12} [A_0(1+r)^{12} - A_0 + C - B(1+r)^{12}] \geq C$$

$$\Rightarrow n \geq \log_{1+r} [A_0(1+r)^{12} - A_0 + C - B(1+r)^{12}] + 12.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 95. Ba anh em An, Bình, Cường cùng vay tiền ở một ngân hàng với lãi suất 0,7%/ tháng với tổng số tiền vay là 1 tỉ đồng. Giả sử mỗi tháng ba người đều trả cho ngân hàng một số tiền như nhau để trừ vào tiền gốc và lãi. Để trả hết gốc và lãi cho ngân hàng thì An cần 10 tháng, Bình cần 15 tháng và Cường cần 25 tháng. Hỏi tổng số tiền mà ba anh em trả ở tháng thứ nhất cho ngân hàng là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 6426800.

B. 45672000.

C. 46712000.

D. 63271000.

Lời giải.

Gọi A, B, C lần lượt là số tiền mà An, Bình, Cường vay ngân hàng. Ta có

$$A + B + C = 10^9 \quad (1).$$

Gọi X là số tiền mà mỗi người trả cho ngân hàng vào mỗi tháng với $r = \frac{0,7}{100}$.

Để trả hết gốc và lãi cho ngân hàng thì An cần 10 tháng, áp dụng công thức vay vốn trả góp ta có

$$A(1+r)^{10} - X \frac{(1+r)^{10} - 1}{r} = 0 \Rightarrow A = X \frac{(1+r)^{10} - 1}{r(1+r)^{10}} \quad (2).$$

Bình cần 15 tháng nên

$$B(1+r)^{15} - X \frac{(1+r)^{15} - 1}{r} = 0 \Rightarrow B = X \frac{(1+r)^{15} - 1}{r(1+r)^{15}} \quad (3).$$

Cường cần 25 tháng nên

$$C(1+r)^{25} - X \frac{(1+r)^{25} - 1}{r} = 0 \Rightarrow C = X \frac{(1+r)^{25} - 1}{r(1+r)^{25}} \quad (4).$$

Từ (1), (2), (3), (4) suy ra tổng số tiền mà ba anh em trả ở tháng thứ nhất cho ngân hàng là $3X = 64268000$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 96. Bố Nam gửi 15000 USD vào trong ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,73% một tháng để dành cho Nam học đại học. Nếu cuối mỗi tháng kể từ ngày gửi Nam rút ra đều đặn 300USD (trừ tháng cuối) thì sau bao nhiêu tháng số tiền để dành cho Nam sẽ được rút hết? (tháng cuối là tháng mà số tiền còn trong ngân hàng không vượt 300USD và khi đó Nam rút hết toàn bộ số tiền còn lại).

A. 63 tháng.

B. 62 tháng.

C. 71 tháng.

D. 55 tháng.

Lời giải.

Gọi A_n là số tiền còn lại sau khi Nam rút đến tháng thứ n , A là số tiền gửi vào, r là lãi suất hàng tháng, và X là số tiền rút ra hàng tháng.

Ta có

$$A_1 = A(1+r) - X.$$

$$A_2 = A(1+r)^2 - X((1+r) + 1).$$

$$A_3 = A(1+r)^3 - X((1+r)^2 + (1+r) + 1).$$

...

$$A_n = A(1+r)^n - X((1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + (1+r) + 1)$$

$$\text{Vậy } A_n = A(1+r)^n - X \frac{(1+r)^n - 1}{r} \Rightarrow n = \log_{1+r} \frac{A_n r - X}{Ar - X}.$$

Áp dụng vào bài toán ta có $n = \log_{1+0,73\%} \frac{-300}{15000 \cdot 0,73\% - 300} \approx 62,43641729$.

Vậy $n = 63$ tháng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 97. Bạn Hùng trúng tuyển vào đại học nhưng vì không đủ nộp tiền học phí Hùng quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm 3.000.000 đồng để nộp học với lãi suất 3% /năm. Sau khi tốt nghiệp đại học Hùng phải trả góp hàng tháng số tiền T (không đổi) cùng với lãi suất 0,25% /tháng trong vòng 5 năm. Số tiền T mà Hùng phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến hàng đơn vị) là bao nhiêu?

A. 232.289 đồng.

B. 309.604 đồng.

C. 215.456 đồng.

D. 232.518 đồng.

Lời giải.

+Tính tổng số tiền mà Hùng nợ sau 4 năm học:

Sau 1 năm số tiền Hùng nợ là: $3 + 3r = 3(1+r)$.

Sau 2 năm số tiền Hùng nợ là: $3(1+r)^2 + 3(1+r)$.

Tương tự: Sau 4 năm số tiền Hùng nợ là:

$$3(1+r)^4 + 3(1+r)^3 + 3(1+r)^2 + 3(1+r) = 12.927.407,43 = A$$

+Tính số tiền T mà Hùng phải trả trong 1 tháng:

Sau 1 tháng số tiền còn nợ là: $A + A \cdot r - T = A(1+r) - T$.

Sau 2 tháng số tiền còn nợ là: $A(1+r) - T + (A(1+r) - T) \cdot r - T = A(1+r)^2 - T(1+r) - T$.

Tương tự sau 60 tháng số tiền còn nợ là: $A(1+r)^{60} - T(1+r)^{59} - T(1+r)^{58} - \dots - T(1+r) - T$.

Hùng trả hết nợ khi và chỉ khi $A(1+r)^{60} - T(1+r)^{59} - T(1+r)^{58} - \dots - T(1+r) - T = 0$

$$\Leftrightarrow A(1+r)^{60} - T \left[(1+r)^{59} + (1+r)^{58} + \dots + (1+r) + 1 \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow A(1+r)^{60} - T \frac{(1+r)^{60} - 1}{1+r-1} = 0 \Leftrightarrow A(1+r)^{60} - T \frac{(1+r)^{60} - 1}{r} = 0$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{Ar(1+r)^{60}}{(1+r)^{60} - 1} \Leftrightarrow T \approx 232.289 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 98. Bạn An đổ vào đại học nhưng không có tiền nộp học phí nên bạn An vay ngân hàng mỗi năm 10 triệu đồng để nộp học phí theo lãi suất kép 3%/năm (vay vào cuối mỗi năm học). Sau 4 năm học tập, bạn ra trường và thỏa thuận với ngân hàng sẽ bắt đầu trả nợ theo hình thức trả góp (mỗi

tháng phải trả một số tiền như nhau) với lãi suất kép 0,25%/tháng trong thời gian 5 năm. Hỏi mỗi tháng An phải trả bao nhiêu tiền (làm tròn đến nghìn đồng)?

- A. 750000 đồng. B. 751000 đồng. C. 749000 đồng. D. 752000 đồng.

Lời giải.

Tổng số tiền bạn An nợ sau 4 năm là $A = 10(1 + 3\%)^3 + 10(1 + 3\%)^2 + 10(1 + 3\%)^1 + 10(1 + 3\%)^0$ (triệu đồng).

Gọi B là số tiền phải trả hàng tháng của An. Sau 60 tháng, số tiền còn nợ của An là $T = A(1 + 0,25\%)^{60} - B \frac{(1 + 0,25\%)^{60} - 1}{0,25\%}$ (triệu đồng).

Để An trả hết nợ thì $T \leq 0 \Leftrightarrow B \geq 0,751743$. Vậy An phải trả mỗi tháng 752000 đồng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 99. Ông A gửi vào ngân hàng số tiền theo kỳ hạn một năm với lãi suất kép 12%/năm. Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu năm thì ông A nhận lại được số tiền (bao gồm cả vốn lẫn lãi) gấp ba lần số tiền gửi ban đầu?

- A. 8 năm. B. 11 năm. C. 9 năm. D. 10 năm.

Lời giải.

Gọi M là số tiền ông A gửi, n là số năm ông A đã gửi, số tiền ông nhận được là $T = M \cdot (1 + 12\%)^n$. Để số tiền nhận được gấp ba lần số tiền ban đầu thì

$$T = 3M \Leftrightarrow (1 + 12\%)^n = 3 \Leftrightarrow n = \log_{1+12\%} 3 \approx 9,69 \text{ năm.}$$

Vậy sau tối thiểu 10 năm thì ông A nhận được gấp ba lần số tiền ban đầu.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 100. Ông Minh gửi ngân hàng số tiền 100 triệu đồng với lãi suất 7% một năm theo hình thức lãi kép. Biết rằng trong suốt quá trình gửi ông không rút tiền lãi. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì ông có nhiều hơn 500 triệu?

- A. 24 năm. B. 23 năm. C. 22 năm. D. 25 năm.

Lời giải.

Gọi n là số năm ông Minh gửi, số tiền ông Minh khi gửi n năm là $100(1 + 0,07)^n$. Theo giả thiết ta có

$$100(1 + 0,07)^n > 500 \Leftrightarrow n > \log_{1,07} 5 \approx 23,787$$

Vậy ông Minh cần ít nhất 24 năm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 101. Bạn An gửi tiết kiệm số tiền 58000000 đồng trong 8 tháng tại một ngân hàng thì nhận được 61329000 đồng. Khi đó, lãi suất hàng tháng gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau

- A. 0,9%. B. 0,6%. C. 0,5%. D. 0,7%.

Lời giải.

Ta có

$$61329000 = 58000000(1 + r)^8 \Leftrightarrow r \approx 0,7\%$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 102. Một người gửi ngân hàng số tiền 100 triệu đồng với lãi suất 7% một năm theo hình thức lãi kép. Biết rằng trong suốt quá trình gửi không rút tiền lãi. Hỏi sau 5 năm số tiền của người ấy gần với giá trị nào dưới đây nhất?

A. 142 triệu.

B. 140 triệu.

C. 130 triệu.

D. 150 triệu.

Lời giải.Số tiền sau 5 năm là $100(1 + 0,07)^5 = 140,255$ triệu.Chọn đáp án (B) □

Câu 103. Một người gửi ngân hàng số tiền T với lãi suất 7% một năm theo hình thức lãi kép. Biết rằng trong suốt quá trình gửi không rút tiền lãi. Hỏi sau bao nhiêu năm số tiền của người gấp đôi số tiền ban đầu

A. 11 năm.

B. 12 năm.

C. 14 năm.

D. 10 năm.

Lời giải.Gọi n là số năm cần gửi, ta có $2T = T(1 + 0,07)^n \Leftrightarrow n \approx 10,24$.Chọn đáp án (A) □

Câu 104. Bác An gửi vào một ngân hàng số tiền 5 triệu đồng với lãi suất 0,7%/tháng. Sau sáu tháng gửi tiền, lãi suất tăng lên 0,9%/tháng. Đến tháng thứ 10 sau khi gửi tiền, lãi suất giảm xuống 0,6%/tháng và giữ ổn định. Biết rằng nếu bác An không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Hỏi sau một năm gửi tiền, bác An rút được số tiền gần nhất với số nào sau đây?

A. 5453000 đồng.

B. 5436000 đồng.

C. 5468000 đồng.

D. 5463000 đồng.

Lời giải.Số tiền vốn tích lũy của bác An sau 6 tháng đầu tiên (với lãi suất 0,7%/tháng) là $5 \cdot 1,007^6$ triệu đồng.Số tiền vốn tích lũy của bác An sau 9 tháng đầu tiên (3 tháng tiếp theo với lãi suất 0,9%/tháng) là $5 \cdot 1,007^6 \cdot 1,009^3$ triệu đồng.Số tiền (cả vốn lẫn lãi) tích lũy của bác An sau 1 năm gửi tiền (3 tháng tiếp theo với lãi suất 0,6%/tháng) là $5 \cdot 1,007^6 \cdot 1,009^3 \cdot 1,006^3 \approx 5,453000$ triệu đồng.Chọn đáp án (A) □

Câu 105. Một người mua một căn hộ với giá 900 triệu đồng. Người đó trả trước với số tiền là 500 triệu đồng. Số tiền còn lại người đó thanh toán theo hình thức trả góp với lãi suất tính trên tổng số tiền còn nợ là 0,5 % mỗi tháng. Kể từ ngày mua, sau đúng mỗi tháng người đó trả số tiền cố định là 4 triệu đồng (cả gốc lẫn lãi). Tìm thời gian (làm tròn đến hàng đơn vị) để người đó trả hết nợ.

A. 133 tháng.

B. 139 tháng.

C. 136 tháng.

D. 140 tháng.

Lời giải.Gọi A là số tiền người đó vay ngân hàng (đồng), a là số tiền người đó trả hàng tháng, r (%) là lãi suất tính trên tổng số tiền còn nợ mỗi tháng. Khi đó- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ nhất $R_1 = A(1 + r)$.- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ hai là $R_2 = [A(1 + r) - a](1 + r) = A(1 + r)^2 - a(1 + r)$.

- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ ba là

$$R_3 = [A(1 + r)^2 - a(1 + r) - a](1 + r) = A(1 + r)^3 - a(1 + r)^2 - a(1 + r).$$

- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ n là

$$R_n = A(1 + r)^n - a(1 + r)^{n-1} - \dots - a(1 + r).$$

Tháng thứ n trả xong nợ, tức là

$$R_n = a \Leftrightarrow a = \frac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}.$$

Áp dụng với $A = 400$ triệu đồng, $r = 0,5\%$ và $a = 4$ triệu đồng, ta có $n = 139$ tháng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 106. Ông An dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,5% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \mathbb{N}$) ông An gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 30 triệu đồng.

- A. 140 triệu đồng. B. 154 triệu đồng. C. 145 triệu đồng. D. 150 triệu đồng.

Lời giải.

Áp dụng công thức lãi kép : $P_n = x(1+r)^n$, trong đó

P_n là tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) sau n kì, x là vốn gốc, r là lãi suất mỗi kì.

Ta cũng tính được số tiền lãi thu được sau n kì là : $P_n - x = x(1+r)^n - x = x[(1+r)^n - 1]$ (*).

Áp dụng công thức (*) với $n = 3$, $r = 6,5\%$, số tiền lãi là 30 triệu đồng.

Ta được $30 = x[(1 + 6,5\%)^3 - 1] \Rightarrow x \approx 144,27$.

Vậy số tiền tối thiểu là 145 triệu đồng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 107. Thầy Tuấn gửi 5 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,7%/tháng. Chưa đầy một năm thì lãi suất tăng lên thành 1,15%/tháng. Tiếp theo, sáu tháng sau lãi suất chỉ còn 0,9%/tháng. Thầy Tuấn tiếp tục gửi thêm một số tháng nữa rồi rút cả vốn lẫn lãi được 5787710,707 đồng. Hỏi thầy Tuấn đã gửi tổng thời gian bao nhiêu tháng?

- A. 18 tháng. B. 17 tháng. C. 16 tháng. D. 15 tháng.

Lời giải.

Gọi x là số tháng mà thầy Tuấn gửi tiền với lãi suất 0,7%/tháng.

Gọi y là số tháng mà thầy Tuấn gửi tiền với lãi suất 0,9%/tháng.

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} & 5000000 \cdot (1 + 0,7\%)^x \cdot (1 + 1,15\%)^6 \cdot (1 + 0,9\%)^y = 5787710,707 \\ \Leftrightarrow & 1,007^x \cdot 1,009^y = 1,080790424 \\ \Rightarrow & \begin{cases} 1,007^{x+y} < 1,080790424 \\ 1,009^{x+y} > 1,080790424 \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} \log_{1,009} 1,080790424 < x + y < \log_{1,007} 1,080790424 \\ x, y \in \mathbb{N} \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} 9 \leq x + y \leq 11 \\ x, y \in \mathbb{N}. \end{cases} \quad (*) \end{aligned}$$

— Với $x + y = 9$, thử $x, y \in \mathbb{N}$ ta thấy (*) không thỏa mãn.

— Với $x + y = 10$, thử $x, y \in \mathbb{N}$ ta thấy $x = 6, y = 4$ thỏa mãn (*).

— Với $x + y = 11$, thử $x, y \in \mathbb{N}$ ta thấy (*) không thỏa mãn.

Vậy, thầy Tuấn gửi tổng thời gian là 16 tháng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 108. Một người gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,45% tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 10 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi.

- A. 210.593.000 đồng. B. 209.183.000 đồng. C. 209.184.000 đồng. D. 211.594.000 đồng.

Lời giải.

Ta có công thức tính lãi kép $P = P_0(1 + r\%)^n$.

Số tiền mà người đó nhận được sau 10 tháng là

$$P_{10} = 200(1 + 0,45\%)^{10} = 209,184454 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 109. Một người gửi một số tiền vào ngân hàng theo thể thức lãi kép với lãi suất $r\%$ /năm. Sau 10 năm người đó có số tiền gấp đôi số tiền ban đầu (cả gốc lẫn lãi). Tính r biết rằng lãi suất đó không đổi (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

- A. 7,3. B. 7,2. C. 7,1. D. 7,0.

Lời giải.

Gọi A là số tiền gốc người đó gửi ban đầu.

Theo công thức lãi kép, số tiền người đó nhận được sau 10 năm là $A(1 + r)^{10}$.

Theo đề bài ta có $A(1 + r\%)^{10} = 2A \Leftrightarrow (1 + r\%)^{10} = 2 \Leftrightarrow r = 100(\sqrt[10]{2} - 1) \approx 7,2$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 110. Ông A gửi 120 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được cộng nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau 10 năm, tổng số tiền lãi mà ông A nhận được là bao nhiêu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và ông A không rút tiền ra? (Lấy kết quả gần đúng theo đến hàng phần trăm).

- A. 94,90 triệu đồng. B. 95,10 triệu đồng. C. 104,10 triệu đồng. D. 114,90 triệu đồng.

Lời giải.

Đặt $M = 120$, $r = 0,06$, S_n là số tiền của ông A gồm cả vốn lẫn lãi ở cuối năm thứ n .

Ta có

— Số tiền cuối năm thứ nhất $S_1 = M + r \cdot M = M(1 + r)$.

— Số tiền cuối năm thứ hai $S_2 = S_1 + S_1 \cdot r = M(1 + r)^2$.

...

— Số tiền cuối năm thứ n là $S_n = M(1 + r)^n$.

Sau 10 năm tổng số tiền của ông A là $S_{10} = M \cdot (1 + r)^{10}$.

Số tiền lãi của ông A sau 10 năm là $S_{10} - M = M \cdot (1 + 0,06)^{10} - M = 120 \cdot (1 + 0,006)^{10} - 120 = 94,90$ triệu đồng.

Vậy số tiền lãi của ông A thu được sau 10 năm là $S = 94,90$ triệu đồng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 111. Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bởi công thức $m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$. Trong đó, m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t , T là chu kì bán rã. Biết chu kì bán rã của một chất phóng xạ

là 24 giờ. Ban đầu có 250 gam, hỏi sau 36 giờ thì chất đó còn lại bao nhiêu gam? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

- A. 87,38 gam. B. 88,38 gam. C. 88,4 gam. D. 87,4 gam.

Lời giải.

Sau 36 giờ ta có: $m(36) = 250 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{36}{24}} = 88,4$. (Kết quả đã làm tròn đến hàng phần chục).

Chọn đáp án **C** □

Câu 112. Một người gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 0,5% mỗi tháng theo cách sau: mỗi tháng (vào đầu tháng) người đó gửi vào ngân hàng 10 triệu đồng và ngân hàng tính lãi suất (lãi suất không đổi) dựa trên số tiền tiết kiệm thực tế của tháng đó. Hỏi sau 5 năm, số tiền của người đó có được gần nhất với số tiền nào dưới đây (cả gốc và lãi, đơn vị triệu đồng)?

- A. 701,47. B. 701,19. C. 701,12. D. 701.

Lời giải.

Tiền thu được cuối mỗi tháng là

- Tháng 1: $T_1 = 10 + 10 \cdot 0,5\% = 10(1 + 0,5\%)$.
- Tháng 2: $T_2 = 10 + 10 \cdot 0,5\% + 10 + 0,5\%(10 + 10 \cdot 0,5\% + 10) = 10(1 + 0,5\%)^2 + 10(1 + 0,5\%)$.
-
- Tháng 60

$$\begin{aligned} T_{60} &= 10(1 + 0,5\%) + 10(1 + 0,5\%)^2 + \dots + 10(1 + 0,5\%)^{60} \\ &= 10(1 + 0,5\%) \cdot \frac{(1 + 0,5\%)^{60} - 1}{0,5\%} \approx 701,19 \text{ (triệu đồng)}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 113. Một người gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất ban đầu 4% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Cứ sau mỗi năm lãi suất tăng 0,3%. Hỏi số năm đầu tiên (kể từ khi bắt đầu gửi tiền) để tổng số tiền người đó nhận được lớn hơn 125 triệu đồng? (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng).

- A. 4 năm. B. 5 năm. C. 3 năm. D. 6 năm.

Lời giải.

- Sau năm thứ nhất, người đó nhận được số tiền là $T_1 = 100(1 + 4\%) = 104$ (triệu đồng).
- Sau năm thứ hai, người đó nhận được số tiền là $T_2 = T_1(1 + 4,3\%) = 108,472$ (triệu đồng).
- Sau năm thứ ba, người đó nhận được số tiền là $T_3 = T_2(1 + 4,6\%) \approx 113,462$ (triệu đồng).
- Sau năm thứ tư, người đó nhận được số tiền là $T_4 = T_3(1 + 4,9\%) \approx 119,021$ (triệu đồng).
- Sau năm thứ năm, người đó nhận được số tiền là $T_5 = T_4(1 + 5,2\%) \approx 125,21$ (triệu đồng).

Chọn đáp án **B** □

Câu 114. Để đầu tư dự án trồng rau sạch theo công nghệ mới, bác Năm đã làm hợp đồng xin vay vốn ngân hàng với số tiền 100 triệu đồng với lãi suất $x\%$ trên một năm. Điều kiện kèm theo của hợp đồng là số tiền lãi tháng trước sẽ được tính làm vốn để sinh lãi cho tháng sau. Sau hai năm thành công với dự án rau sạch của mình, bác Năm đã thanh toán hợp đồng ngân hàng số tiền làm tròn là 129.512.000 đồng. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $x = 13$. B. $x = 15$. C. $x = 12$. D. $x = 14$.

Lời giải.

Theo công thức lãi kép ta có:

$$129512000 = 10^8 \left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{x}{100} = \sqrt{\frac{129512}{10^5}} - 1 \Leftrightarrow x \approx 13,8.$$

Vậy $x = 14$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 115. Một người vay ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất 0,6% một tháng theo thỏa thuận. Sau đúng 1 tháng kể từ ngày vay thì ông bắt đầu trả nợ và đều đặn cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 9 triệu đồng cho đến khi hết nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả hết nợ.

A. 24.

B. 23.

C. 22.

D. 25.

Lời giải.

Số tiền nợ còn lại sau 1 tháng: $N_1 = 200 \cdot (1 + 6\%) - 9 = 200 \cdot 1,006 - 9$.

Số tiền nợ còn lại sau 2 tháng: $N_2 = N_1 \cdot 1,006 - 9 = 200 \cdot (1,006)^2 - 9 \cdot 1,006 - 9$.

Số tiền nợ còn lại sau n tháng:

$$N_n = 200 \cdot 1,006^n - (9 \cdot 1,006^{n-1} + 9 \cdot 1,006^{n-2} + \dots + 9 \cdot 1,006 + 9) = 200 \cdot 1,006^n - 9 \cdot \frac{1,006^n - 1}{1,006 - 1}.$$

Người đó trả hết nợ khi $N_n \leq 0$

$$200 \cdot 1,006^n - 9 \cdot \frac{1,006^n - 1}{0,006} \leq 0 \Leftrightarrow 200t - 9 \cdot \frac{t - 1}{0,006} \leq 0 \Leftrightarrow t \geq \frac{15}{13} \Leftrightarrow 1,006^n \geq \frac{15}{13} \Rightarrow n \geq 24.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 116. Một Thầy giáo gửi 200 triệu đồng loại kỳ hạn 6 tháng vào một ngân hàng với lãi suất 6,9%/năm. Hỏi sau 6 năm 9 tháng, Thầy giáo đó nhận số tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Biết rằng Thầy giáo đó không rút lãi ở tất cả các kỳ hạn trước và nếu rút trước thì ngân hàng sẽ trả lãi suất theo loại lãi suất không kỳ hạn 0,002%/ngày (Giả sử một tháng có 30 ngày).

A. 471688328 đồng.

B. 321556228 đồng.

C. 311392503 đồng.

D. 302088933 đồng.

Lời giải.

Sau 6 năm 6 tháng thì thầy giáo đã gửi được $2 \cdot 6 + 1 = 13$ kỳ hạn. Số tiền cả gốc và lãi thu được khi đó là: $S_1 = A(1 + r)^{13}$ với $r = \frac{6,9}{2}\% = 3,45\%$ và $A = 200$ triệu đồng.

Số tiền cả gốc và lãi thu được trong 90 ngày cuối là: $S = S_1 (1 + r')^{90}$ với $r' = 0,002\%$.

$$\text{Do đó: } S = A(1 + r)^{13} \cdot (1 + r')^{90} = 200 \cdot 10^6 \cdot \left(1 + \frac{3,45}{100}\right)^{13} \cdot \left(1 + \frac{0,002}{100}\right)^{90} \approx 311392503 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 117. Ông A vay ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất 1%/ tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và ông A trả hết nợ sau đúng 4 năm kể từ ngày vay. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần với số tiền nào nhất sau đây?

A. 6,08 triệu đồng.

B. 5,20 triệu đồng.

C. 5,27 triệu đồng.

D. 5,25 triệu đồng.

Lời giải.

Đặt $A = 200$ triệu, $r = 1\%$. Gọi X triệu đồng là số tiền ông A cần trả mỗi tháng, S_n là số tiền dư nợ của ông A sau n tháng trả nợ. Ta có số tiền nợ của ông A

— Sau 1 trả nợ $S_1 = A(1 + r)^1 - X$.

— Sau 2 tháng trả nợ là $S_2 = S_1(1+r) - X = A(1+r)^2 - X[1 + (1+r)]$.

...

— Sau n tháng trả nợ là

$$\begin{aligned} S_n &= A(1+r)^n - X[1 + (1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^{n-1}] \\ &= A(1+r)^n - X \frac{(1+r)^n - 1}{r}. \end{aligned}$$

Ông A trả hết nợ sau đúng 4 năm, tức đúng 48 tháng

$$\begin{aligned} \Rightarrow S_{48} = 0 &\Leftrightarrow A(1+r)^{48} - X \frac{(1+r)^{48} - 1}{r} = 0 \\ &\Leftrightarrow X = \frac{A(1+r)^{48} \cdot r}{(1+r)^{48} - 1} \approx 5,27 \text{ triệu đồng.} \end{aligned}$$

Vậy số tiền ông A cần thanh toán hàng tháng là 5,27 triệu đồng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 118. Ông An gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,8%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho tháng tiếp theo và từ tháng thứ hai trở đi, mỗi tháng ông gửi thêm vào tài khoản với số tiền 2 triệu đồng. Hỏi sau đúng 2 năm số tiền ông An nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Biết rằng trong suốt thời gian gửi lãi suất không thay đổi và ông An không rút tiền ra (kết quả được làm tròn đến hàng nghìn).

A. 169.871.000 đồng. B. 171.761.000 đồng. C. 172.807.000 đồng. D. 169.675.000 đồng.

Lời giải.

Giả sử số tiền ban đầu là A_0 (triệu đồng) và lãi suất là $r\%$ mỗi tháng. Khi đó, tháng thứ nhất số tiền là $A_1 = A_0(1+r)$.

Tổng số tiền tháng thứ hai là $A_2 = (A_1 + 2)(1+r) = A_0(1+r)^2 + 2(1+r)$.

Tổng số tiền tháng thứ ba là $A_3 = (A_2 + 2)(1+r) = A_0(1+r)^3 + 2(1+r) + 2(1+r)^2$.

Tổng số tiền tháng thứ tư là $A_4 = (A_3 + 2)(1+r) = A_0(1+r)^4 + 2(1+r) + 2(1+r)^2 + 2(1+r)^3$.

...

Tổng số tiền tháng thứ n là $A_n = A_0(1+r)^n + 2((1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^{n-1})$.

Suy ra $A_n = A_0(1+r)^n + 2(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r}$.

Vậy sau hai năm ($n = 24$) số tiền ông An nhận được là

$$A_{24} = 100.000.000(1 + 0,008)^{24} + 2(1 + 0,008) \frac{(1 + 0,008)^{24} - 1}{0,008} \approx 171.761.000.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 119. Bà Hoa gửi vào ngân hàng 120 triệu đồng theo hình thức lãi suất kép. Lãi suất ngân hàng là 8%/năm và không thay đổi qua các năm bà gửi tiền. Sau 5 năm bà cần tiền để sửa nhà nên bà đã rút toàn bộ số tiền và sử dụng một nửa số tiền đó vào việc sửa nhà, số còn lại bà Hoa tiếp tục gửi ngân hàng với hình thức như trên thêm 5 năm nữa. Hỏi tổng số tiền lãi bà Hoa đã thu được sau hai lần gửi gần với số tiền nào dưới đây?

A. 100,412 triệu đồng. B. 97,695 triệu đồng. C. 139,071 triệu đồng. D. 217,695 triệu đồng.

Lời giải.

Sau 5 năm tổng số tiền là $S_1 = 120 \cdot (1 + 8\%)^5$ triệu đồng.

Sau đó gửi số tiền là $\frac{S_1}{2}$ với lãi suất 8%/ năm.

Do đó sau 5 năm nữa số tiền là $S_2 = \frac{S_1}{2} (1 + 8\%)^5$ triệu đồng.

Vậy tổng số tiền lãi bà Hoa đã thu được sau hai lần gửi là

$$S_1 + S_2 - 120 - \frac{S_1}{2} \approx 97,695 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 120. Một người mỗi đầu tháng đều gửi vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% mỗi tháng. Biết đến cuối tháng thứ 15 thì người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau?

A. 535000.

B. 635000.

C. 643000.

D. 613000.

Lời giải.

Áp dụng công thức lãi kép gửi đầu tháng $T = \frac{T_n \cdot r}{(r + 1)[(r + 1)^n - 1]}$.

Trong đó T là tiền vốn gửi vào ngân hàng hàng tháng.

T_n là tiền vốn lẫn lãi sau n tháng.

n là số tháng.

r là lãi suất hàng tháng.

Ta thay $n = 15$ tháng, $T_n = 10000000$ đồng, $r = 0,6\%$ thay vào công thức ta được

$$T = \frac{10000000 \cdot 0,6\%}{(0,6\% + 1)[(1 + 0,6\%)^{15} - 1]} = 635301,4591.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 121. Ông A vay của ngân hàng 100 triệu đồng; lãi suất mỗi tháng là 1% và hàng tháng ông A đều trả góp ngân hàng 5 triệu đồng (mỗi tháng số tiền lãi sẽ được cộng thêm vào khoản nợ, rồi trừ đi 5 triệu đồng trả góp, lãi tháng sau là 1% của khoản tiền này). Hỏi sau một năm (đã trả góp 12 lần) ông A còn nợ ngân hàng bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 47.210.000 đồng.

B. 45.636.000 đồng.

C. 49.270.000 đồng.

D. 51.848.000 đồng.

Lời giải.

Đặt $M = 100$ triệu, $r = 1\%$, $X = 5$ triệu là số tiền ông A trả mỗi tháng, S_n là số tiền còn nợ của ông A sau n tháng trả góp. Ta có số tiền nợ của ông A

— Sau 1 tháng trả nợ thì $S_1 = M(1 + r)^1 - X$.

— Sau 2 tháng trả nợ thì $S_2 = S_1(1 + r) - X = M(1 + r)^2 - X[1 + (1 + r)]$.

...

— Sau n tháng trả nợ thì

$$\begin{aligned} S_n &= M(1 + r)^n - X [1 + (1 + r) + (1 + r)^2 + \dots + (1 + r)^{n-1}] \\ &= M(1 + r)^n - X \frac{(1 + r)^n - 1}{r}. \end{aligned}$$

Vậy số tiền ông A còn nợ sau 12 lần trả góp là $S_{12} \approx 49.270.000$ đồng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 122. Sau khi tốt nghiệp đại học, anh Nam thực hiện một dự án khởi nghiệp. Anh vay vốn từ ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất 0,6% một tháng. Phương án trả nợ của anh Nam là: sau

đúng một tháng kể từ thời điểm vay anh bắt đầu trả nợ, hai lần trả nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền trả của mỗi lần là như nhau và hoàn thành sau đúng 5 năm kể từ khi vay. Tuy nhiên, sau khi dự án có hiệu quả và đã trả nợ được 12 tháng theo phương án cũ anh Nam muốn rút ngắn thời gian trả nợ nên từ tháng tiếp theo, mỗi tháng anh trả nợ cho ngân hàng 9 triệu đồng. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng từ thời điểm vay anh Nam trả hết nợ?

A. 32 tháng.

B. 31 tháng.

C. 29 tháng.

D. 30 tháng.

Lời giải.

Gọi a là số tiền anh Nam trả hàng tháng. Đặt $r = 0,6\%$.

Giả thiết suy ra sau 5 năm, số tiền còn nợ trong ngân hàng là

$$200(1+r)^{60} - \frac{a}{r} [(1+r)^{60} - 1] = 0 \Leftrightarrow a = 3,979 \text{ triệu đồng.}$$

Số tiền anh Nam còn nợ sau 12 tháng

$$M = 200(1+r)^{12} - \frac{a}{r} [(1+r)^{12} - 1] = 165,53 \text{ triệu đồng.}$$

Với số tiền góp 9 triệu đồng 1 tháng, giả sử anh Nam mất n tháng để trả hết nợ, ta có:

$$M(1+r)^n - \frac{9}{r} [(1+r)^n - 1] = 0 \Leftrightarrow n = 19,5.$$

Vậy sau $12 + 20 = 32$ tháng, anh Nam trả hết nợ.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 123. Một người gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất không thay đổi là $8\%/năm$. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Người đó định gửi tiền vào ngân hàng trong vòng 3 năm, sau đó rút tiền để mua một căn hộ chung cư trị giá 500 triệu đồng. Hỏi số tiền ít nhất người đó phải gửi vào ngân hàng để có đủ tiền mua căn hộ chung cư là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng triệu)?

A. 394 triệu đồng.

B. 396 triệu đồng.

C. 397 triệu đồng.

D. 395 triệu đồng.

Lời giải.

Giả sử A là số tiền người đó gửi vào ngân hàng. Khi đó, số tiền của người đó

— Sau 1 năm gửi là $S_1 = A(1 + 0,08)$.

— Sau 2 năm gửi là $S_2 = S_1(1 + 0,08) = A(1 + 0,08)^2$.

— Sau 3 năm gửi là $S_3 = S_2(1 + 0,08) = A(1 + 0,08)^3$.

Để đủ tiền mua chung cư theo kế hoạch, ta phải có $S_3 \geq 500 \Leftrightarrow A \cdot 1,08^3 \geq 500 \Leftrightarrow A \geq \frac{500}{1,08^3} \approx 397$ triệu đồng.

Vậy người đó cần gửi vào ngân hàng số tiền ít nhất là 397 triệu đồng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 124. Chị Lan có 400 triệu đồng mang đi gửi tiết kiệm ở hai kì hạn khác nhau đều theo thể thức lãi kép. Chị gửi 200 triệu đồng theo kì hạn quý với lãi suất $2,1\%$ một quý, 200 triệu đồng còn lại chị gửi theo kì hạn tháng với lãi suất $0,73\%$ một tháng. Sau khi gửi được đúng 1 năm, chị rút ra một nửa số tiền ở loại kì hạn theo quý và gửi vào loại kì hạn theo tháng. Hỏi sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền lần đầu, chị Lan thu được tất cả bao nhiêu tiền lãi (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 70656000.

B. 65393000.

C. 79760000.

D. 74813000.

Lời giải.

- ① Ta tính số tiền sau lãi 2 năm kể từ khi gửi 200 triệu đồng gửi theo kì hạn tháng với lãi suất 0,73%.

$$L_1 = 200 \times 1,0073^{24} - 200 \approx 38,1453 \text{ triệu đồng.}$$

- ② Ta tính số tiền lãi sau 2 năm kể từ khi gửi 200 triệu đồng gửi theo kì hạn quý với lãi suất 2,1%, sau đúng 1 năm chị Lan rút ra một nửa số tiền ở loại kì hạn theo quý và gửi vào loại kì hạn theo tháng.

$$\begin{aligned} L_2 &= (200 \times 1,021^4 - 200) + \\ &+ \left[\left(\frac{200 \times 1,021^4}{2} \right) \times 1,021^4 + \left(\frac{200 \times 1,021^4}{2} \right) \times 1,0073^{12} - 200 \times 1,021^4 \right] \\ &= 100 \times 1,021^8 + 100 \times 1,021^4 \times 1,0073^{12} - 200 \\ &= 36,6674 \text{ triệu đồng.} \end{aligned}$$

Số tiền lãi sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền lần đầu, chị Lan thu được

$$L = L_1 + L_2 \approx 38,1453 + 36,6674 = 74,8127 \text{ triệu đồng} \approx 74813000 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 125. Bạn H trúng tuyển vào Trường Đại học Ngoại Thương nhưng vì do không đủ tiền nộp học phí nên H quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm 4 triệu đồng để nộp học phí với lãi suất ưu đãi 3%/năm. Ngay sau khi tốt nghiệp Đại học bạn H thực hiện trả góp hàng tháng cho ngân hàng số tiền (không đổi) với lãi suất theo cách tính mới là 0,25%/tháng trong vòng 5 năm. Tính số tiền hàng tháng mà bạn H phải trả cho ngân hàng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. 323 582 đồng. B. 398 402 đồng. C. 309 718 đồng. D. 312 518 đồng.

Lời giải.

Tiền vay từ năm thứ nhất đến lúc ra trường, bạn H nợ ngân hàng $4000000(1 + 3\%)^4$.

Tiền vay từ năm thứ hai đến lúc ra trường, bạn H nợ ngân hàng $4000000(1 + 3\%)^3$.

Tiền vay từ năm thứ ba đến lúc ra trường, bạn H nợ ngân hàng $4000000(1 + 3\%)^2$.

Tiền vay từ năm thứ tư đến lúc ra trường, bạn H nợ ngân hàng $4000000(1 + 3\%)^1$.

Vậy, sau 4 năm số tiền bạn H nợ ngân hàng là

$$N = 4000000 [(1 + 3\%)^4 + (1 + 3\%)^3 + (1 + 3\%)^2 + (1 + 3\%)^1] \approx 17236543.$$

Lúc này ta xem như bạn H nợ ngân hàng khoản tiền ban đầu là $N = 17236543$ đồng, số tiền này bắt đầu được tính lãi $r = 0,25\%$ /tháng và được trả góp m đồng trong 5 năm.

Số tiền còn nợ cuối tháng thứ nhất là $N(1 + r) - m$.

Số tiền còn nợ cuối tháng thứ hai là $[N(1 + r) - m](1 + r) - m = N(1 + r)^2 - m[(1 + r) + 1]$.

Số tiền còn nợ cuối tháng thứ ba là $N(1 + r)^3 - m[(1 + r)^2 + (1 + r) + 1]$.

.....

Số tiền còn nợ cuối tháng thứ 60 là $N(1 + r)^{60} - m[(1 + r)^{59} + (1 + r)^{58} + \dots + (1 + r) + 1]$.

Vì phải trả hết nợ sau 5 năm nên

$$N(1 + r)^{60} - m[(1 + r)^{59} + (1 + r)^{58} + \dots + (1 + r) + 1] = 0 \Leftrightarrow m = \frac{N(1 + r)^{60} \cdot r}{(1 + r)^{60} - 1} \approx 309\,718 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 126. Ông Tuấn đầu tư 500 triệu đồng để mua xe ô tô chở khách. Sau khi mua, thu nhập trung bình mỗi tháng được 10 triệu đồng (sau khi trừ đi các khoản chi phí khác). Tuy nhiên, mỗi năm giá trị xe lại giảm 10% so với năm trước đó. Tổng số tiền lãi sau 4 năm kinh doanh của ông Tuấn bằng bao nhiêu?

A. 480 triệu đồng.

B. 308,05 triệu đồng.

C. 328,05 triệu đồng.

D. Lãi 171,5 triệu đồng.

Lời giải.

Giá trị xe ô tô sau 4 năm là $500(1 - 10\%)^4 = 328,05$ (triệu đồng).

Số tiền thu được trong 4 năm kinh doanh là $10 \cdot 4 \cdot 12 = 480$ (triệu đồng).

Tổng số tiền lãi sau 4 năm kinh doanh là $480 - (500 - 328,05) = 308,05$ (triệu đồng).

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 127. Sau tết Nguyên đán Kỉ Hợi, bé Nam được tổng tiền lì xì là 15 triệu đồng. Bố Nam gửi toàn bộ số tiền trên vào ngân hàng với lãi suất ban đầu là 5%/năm, tiền lãi hàng năm được nhập vào gốc và sau một năm thì lãi suất tăng 0,2% so với năm trước đó. Hỏi sau 5 năm tổng tiền của bé Nam trong ngân hàng là bao nhiêu?

A. 19,5 triệu đồng.

B. 19,6 triệu đồng.

C. 13,5 triệu đồng.

D. 14,5 triệu đồng.

Lời giải.

Số tiền bé Nam trong ngân hàng sau năm thứ nhất là

$$T_1 = 15 \cdot (1 + 0,05) = 15 \cdot (1,05).$$

Số tiền bé Nam trong ngân hàng sau năm thứ hai là

$$T_2 = T_1 \cdot (1,05 + 0,002) = 15 \cdot (1,05) \cdot (1,052).$$

Số tiền bé Nam trong ngân hàng sau năm thứ ba là

$$T_3 = T_2 \cdot (1,052 + 0,002) = 15 \cdot (1,05) \cdot (1,052) \cdot (1,054).$$

Số tiền bé Nam trong ngân hàng sau năm thứ tư là

$$T_4 = T_3 \cdot (1,054 + 0,002) = 15 \cdot (1,05) \cdot (1,052) \cdot (1,054) \cdot (1,056).$$

Số tiền bé Nam trong ngân hàng sau 5 năm là

$$\begin{aligned} T_5 &= T_4 \cdot (1,056 + 0,002) = 15 \cdot (1,05) \cdot (1,052) \cdot (1,054) \cdot (1,056) \cdot (1,058) \\ &= 19,5 \text{ (triệu đồng)}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 128. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,25%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền lãi gần nhất với số nào dưới đây, nếu trong thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 1.590.406 đồng.

B. 1.509.406 đồng.

C. 101.590.406 đồng.

D. 101.509.406 đồng.

Lời giải.

Tổng số tiền gồm cả lãi và tiền gốc người này nhận được sau đúng 6 tháng là

$$100 \cdot \left(1 + \frac{0,25}{100}\right)^6 = 101,509406.$$

Do đó số tiền lãi là $101,509406 - 100 = 1,509406$ triệu = 1.590.406 đồng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 129. Để biết dung dịch có tính axit, tính bazơ hay trung tính, người ta dùng độ pH để xác định, biết $pH = -\log [H_3O^+]$. Trong đó, pH là chữ đầu của nhóm từ “potential of hydrogen” nghĩa là tiềm lực của hiđrô. Nếu $pH < 7$: dung dịch có tính axit; $pH > 7$: dung dịch có tính bazơ; $pH = 7$: dung dịch trung tính. Hỏi nếu bia có nồng độ ion hiđrô $[H_3O^+] = 0,00008$ thì bia có tính gì?

- A. Tính bazơ. B. Tính axit. C. Trung tính. D. Không xác định.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có độ pH của bia là $pH = -\log 0,00008 \approx 4,1 < 7$.

Do đó bia có tính axit.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 130. Các loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14 (một đồng vị của cacbon). Khi một bộ phận của cây nào đó bị chết thì hiện tượng quang hợp cũng ngưng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp, nó chuyển hóa thành nitơ 14. Gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì $P(t)$ được tính theo công thức $P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} (\%)$. Phân tích một mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thu được lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 50%. Hỏi niên đại của công trình kiến trúc là bao nhiêu năm? (làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. 5751 năm. B. 5753 năm. C. 5750 năm. D. 5752 năm.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} = 50 \Leftrightarrow t = 5750$.

Vậy niên đại công trình kiến trúc là 5750 năm.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 131. Gia đình bạn An gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi suất kép. Lãi suất ngân hàng là 8% trên năm và không thay đổi qua các năm gia đình gửi tiền. Sau 5 năm gia đình bạn An cần tiền để cho bạn đi học, nên gia đình đã rút toàn bộ số tiền và sử dụng một nửa số tiền đó vào việc học của An, số còn lại gia đình tiếp tục gửi ngân hàng với hình thức như trên. Hỏi sau 10 năm gia đình bạn An đã thu được số tiền lãi là bao nhiêu? (đơn vị tính là triệu đồng).

- A. $\approx 81,412$. B. $\approx 80,412$. C. $\approx 100,412$. D. $\approx 79,412$.

Lời giải.

— Số tiền lãi mà gia đình An nhận được trong phần tiền sau 5 năm rút ra: $\frac{100 \cdot 1,08^5}{2} - 50$ triệu.

— Số tiền lãi mà gia đình An nhận được trong phần tiền sau 10 năm rút ra: $\frac{100 \cdot 1,08^{10}}{2} - 50$ triệu.

Tổng số tiền lãi gia đình An nhận được

$$\frac{100 \cdot 1,08^{10}}{2} + \frac{100 \cdot 1,08^5}{2} - 100 \approx 81,412.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 132. Anh Hùng gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng theo thể thức lãi kép với lãi suất 8%/năm. Hỏi sau 5 năm mới rút tiền lãi thì anh Hùng thu được bao nhiêu tiền lãi? (giả sử rằng trong suốt thời gian gửi lãi suất không đổi, làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

- A. 46,933 triệu đồng. B. 146,933 triệu đồng. C. 46,932 triệu đồng. D. 146,932 triệu đồng.

Lời giải.

Sau 5 năm thì anh Hùng thu được số tiền lãi là $100(1 + 8\%)^5 - 100 \approx 46,933$ triệu đồng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 133. Để cấp tiền cho con trai tên Lâm học đại học, ông Anh gửi vào ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất cố định 0,7%/tháng, số tiền lãi hàng tháng được nhập vào vốn để tính lãi cho tháng tiếp theo (thể thức lãi kép). Cuối mỗi tháng, sau khi chốt lãi, ngân hàng sẽ chuyển vào tài khoản của Lâm một khoản tiền giống nhau. Tính số tiền m mỗi tháng Lâm nhận được từ ngân hàng, biết rằng sau bốn năm (48 tháng), Lâm nhận hết số tiền cả vốn lẫn lãi mà ông Anh gửi vào ngân hàng (kết quả làm tròn đến đồng).

A. $m = 4.920.223$ (đồng).

B. $m = 5.008.376$ (đồng).

C. $m = 5.008.377$ (đồng).

D. $m = 4.920.224$ (đồng).

Lời giải.

Số tiền cả lãi và gốc sau 48 tháng là $F_{48} = 200 \left(1 + \frac{0.7}{100}\right)^{48}$ (triệu).

Số tiền cả gốc và lãi Lâm rút tính đến 48 tháng sau là

$$F = m(1+r)^{47} + m(1+r)^{46} + \dots + m(1+r) + m = m \left[\frac{\left(1 + \frac{0.7}{100}\right)^{48} - 1}{\frac{0.7}{100}} \right].$$

Suy ra $F_{48} = F \Leftrightarrow m = 4.920.224$ đồng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 134. Một người đầu tư 100 triệu đồng vào một công ty theo thể thức lãi kép với lãi suất 5% một năm. Hỏi nếu sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được bao nhiêu tiền lãi? (Giả sử rằng lãi suất hàng năm không thay đổi).

A. $100[(0,05)^5 - 1]$ triệu đồng.

B. $100[(1,05)^5 + 1]$ triệu đồng.

C. $100(0,05)^5$ triệu đồng.

D. $100[(1,05)^5 - 1]$ triệu đồng.

Lời giải.

Số tiền người đó có được sau 5 năm (bao gồm vốn và tiền lãi, theo công thức lãi kép) là

$$100 \cdot (1 + 5\%)^5 = 100 \cdot (1,05)^5 \text{ triệu đồng.}$$

Do đó sau 5 năm người đó thu được số tiền lãi là

$$100 \cdot (1,05)^5 - 100 = 100 [(1,05)^5 - 1] \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 135. Một người lần đầu gửi ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền gần bằng với kết quả nào sau đây. Biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền lãi suất ngân hàng không thay đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 210 triệu đồng.

B. 220 triệu đồng.

C. 212 triệu đồng.

D. 216 triệu đồng.

Lời giải.

Sau 6 tháng đầu (2 quý), người đó có $100 \cdot (1 + 0,02)^2 = 104,04$ triệu đồng.

Vậy sau 1 năm, người đó có $(104 \cdot 04 + 100) \cdot (1 + 0,02)^2 \approx 212,283$ triệu đồng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 136. Bạn Châu nhận học bổng Vallet 7 triệu đồng, mẹ cho bạn gửi tiết kiệm theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất 6,8% một năm. Hỏi sau bao nhiêu năm thì bạn Châu nhận được cả vốn lẫn lãi gần nhất với 10 triệu đồng? (Giả thiết rằng, lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian bạn Châu gửi.)

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Lời giải.

Số tiền bạn Châu nhận được sau n năm là: $T_n = 7 \cdot (1,068)^n$ (triệu đồng).

Xét phương trình:

$$7 \cdot (1,068)^n = 10 \Leftrightarrow (1,068)^n = \frac{10}{7} \Leftrightarrow n = \log_{1,068} \frac{10}{7} \approx 5,42.$$

Sau 5 năm bạn Châu nhận được cả vốn lẫn lãi là: $T_5 = 7 \cdot (1,068)^5 \approx 9,726$ (triệu đồng).

Sau 6 năm bạn Châu nhận được cả vốn lẫn lãi là: $T_6 = 7 \cdot (1,068)^6 \approx 10,388$ (triệu đồng).

Như vậy, sau 5 năm thì bạn Châu nhận được cả vốn lẫn lãi gần nhất với 10 triệu đồng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 137. Ông An mua một chiếc điện thoại di động tại một cửa hàng với giá 18 500 000 đồng và đã trả trước 5 000 000 đồng ngay khi nhận điện thoại. Mỗi tháng, ông An phải trả góp cho cửa hàng trên số tiền không đổi là m đồng. Biết rằng lãi suất tính trên số tiền nợ còn lại là 3,4% /tháng và ông An trả đúng 12 tháng thì hết nợ. Số tiền m là

A. 1 350 203 đồng.

B. 1 903 203 đồng.

C. 1 388 824 đồng.

D. 1 680 347 đồng.

Lời giải.

Đặt $r = 3,4\%$ là lãi suất hàng tháng và $a = 1 + r$.

Số tiền vay là $A = 13 500 000$.

Số tiền ông An còn nợ sau tháng thứ 1: $T_1 = A + Ar - m = A(1 + r) - m = Aa - m$.

Số tiền ông An còn nợ sau tháng thứ 2: $T_2 = T_1 + T_1r - m = T_1a - m = Aa^2 - m(a + 1)$.

Số tiền ông An còn nợ sau tháng thứ 3: $T_3 = T_2 + T_2r - m = T_2a - m = Aa^3 - m(a^2 + a + 1)$.

...

Số tiền ông An còn nợ sau tháng thứ 12: $T_{12} = T_{11} + T_{11}r - m = T_{11}a - m = Aa^{12} - m(a^{11} + a^{10} + \dots + a + 1) = Aa^{12} - m \frac{a^{12} - 1}{a - 1}$.

Ông An trả đúng 12 tháng thì hết nợ nên: $T_{12} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{Aa^{12}(a - 1)}{a^{12} - 1} = 1 388 824$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 138. Ông Bình mua một chiếc xe máy với giá 60 triệu đồng tại một cửa hàng theo hình thức trả góp với lãi suất 8% một năm. Biết rằng lãi suất được chia đều cho 12 tháng và không thay đổi trong suốt thời gian ông Bình trả nợ. Theo quy định của cửa hàng, mỗi tháng ông Bình phải trả một số tiền cố định là 2 triệu đồng (bao gồm tiền nợ gốc và tiền lãi). Hỏi ông Bình trả hết nợ ít nhất là trong bao nhiêu tháng?

A. 35.

B. 34.

C. 33.

D. 32.

Lời giải.

Do lãi suất theo năm là 8% nên lãi suất tính theo tháng là $n = \frac{8\%}{12} = \frac{2}{300}$.

Cuối tháng 1, sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ: $S_1 = 60(1 + n) - 2$ triệu đồng.

Cuối tháng 2, sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ:

$S_2 = [60(1 + n) - 2](1 + n) - 2 = 60(1 + n)^2 - 2[(1 + n) + 1]$ triệu đồng.

Cuối tháng 3, sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ

$$S_3 = \{60(1+n)^2 - 2[(1+n) + 1]\} (1+n) - 2 = 60(1+n)^3 - 2[(1+n)^2 + (1+n) + 1].$$

...

Cuối tháng m , sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ 0 đồng, nghĩa là

$$0 = 60(1+n)^m - 2[(n+1)^{m-1} + (n+1)^{m-2} + \dots + (n+1) + 1]$$

Ta có $(n+1)^{m-1} + (n+1)^{m-2} + \dots + (n+1) + 1$ là tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có $u_1 = 1$ và công bội $q = n+1$ gồm m số hạng

$$(n+1)^{m-1} + (n+1)^{m-2} + \dots + (n+1) + 1 = 1 \cdot \frac{(n+1)^m - 1}{n+1-1} = \frac{(n+1)^m - 1}{n}$$

$$\Leftrightarrow 0 = 60(1+n)^m - 2 \frac{(1+n)^m - 1}{n} \Leftrightarrow 2 = \frac{60(1+n)^m \cdot n}{(1+n)^m - 1}$$

$$\text{Ta có } 2 = \frac{60 \left(1 + \frac{2}{300}\right)^m \cdot \frac{2}{300}}{\left(1 + \frac{2}{300}\right)^m - 1} \Leftrightarrow m \approx 33,58.$$

Vậy ông Bình trả hết nợ sau 34 tháng.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 139. Theo thống kê của tổng cục dân số Việt Nam vào đầu năm 2003 dân số nước ta là 80.902.400 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,47%/ năm. Biết rằng tỉ lệ tăng dân số là không thay đổi. Nếu tính từ năm 2003 thì thời điểm gần nhất để dân số nước ta vượt mức 100 triệu là

A. năm 2017.

B. năm 2018.

C. năm 2020.

D. năm 2010.

Lời giải.

Gọi n là số năm để dân số nước ta vượt mức 100 triệu tính từ năm 2003.

$$\text{Ta có } 80.902.400(1 + 1,47\%)^n \geq 100.10^6 \Leftrightarrow n \geq 14,52.$$

Vậy thời điểm gần nhất để dân số nước ta vượt mức 100 triệu là năm 2018.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 140. Thầy Châu vay ngân hàng 300 triệu đồng theo phương thức trả góp để mua xe. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất thầy Châu trả 5 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,65% mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao lâu thầy Châu trả hết số tiền đã vay?

A. 78 tháng.

B. 76 tháng.

C. 75 tháng.

D. 77 tháng.

Lời giải.

Đặt $T = 300$ triệu đồng, $A = 5$ triệu đồng, $r = 0,65\%$.

Gọi P_n là số tiền còn nợ ngân hàng sau lần trả tiền thứ n . Khi đó ta có

$$P_1 = T(1+r) - A.$$

$$P_2 = P_1(1+r) - A = T(1+r)^2 - A \frac{(1+r)^2 - 1}{r}.$$

$$P_3 = P_2(1+r) - A = T(1+r)^3 - A \frac{(1+r)^3 - 1}{r}.$$

...

$$P_n = T(1+r)^n - A \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

$$\text{Thầy Châu trả hết số tiền trên thì } T(1+r)^n - A \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0.$$

$$\Rightarrow 300(1,0065)^n - 5 \times \frac{(1,0065)^n - 1}{0,0065} = 0 \Rightarrow n \approx 76,29.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 141. Ông An gửi tiết kiệm ngân hàng theo hình thức lãi kép với số tiền là m đồng với lãi suất hàng tháng là $r\%$. Tính số tiền T gồm cả vốn lẫn lãi mà ông An nhận được sau n tháng gửi tiền.

A. $T = m(1 + r)^n$.

B. $T = m(1 + nr)$.

C. $T = \frac{m}{r} [(r + 1)^n - (r + 1)]$.

D. $T = m(1 + r)^{n+1}$.

Lời giải.

Gọi m là số tiền ông An ban đầu gửi vào ngân hàng; $r\%$ là lãi suất hàng tháng.

Cuối tháng thứ nhất số tiền ông An có là $m + mr = m(1 + r)$.

Cuối tháng thứ hai số tiền ông An có là $m(1 + r) + m(1 + r)r = m(1 + r)^2$.

.....

Cuối tháng thứ n số tiền ông An có là $T = m(1 + r)^n$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 142. Để thực hiện kế hoạch kinh doanh, ông A cần chuẩn bị một số vốn ngay từ bây giờ. Ông có số tiền là 500 triệu đồng gửi tiết kiệm với lãi suất $0,4\%/tháng$ theo hình thức lãi kép. Sau gần 10 tháng, ông A gửi thêm vào 300 triệu nhưng lãi suất các tháng sau có thay đổi là $0,5\%/tháng$. Hỏi sau 2 năm kể từ lúc gửi số tiền ban đầu, số tiền ông A nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? (không tính phần thập phân).

A. 8796936000.

B. 880438640.

C. 879693510.

D. 901727821.

Lời giải.

Sau 10 tháng ông A có số tiền $A_{10} = 500(1 + 0,4\%)^{10} + 300 = 820363867$.

Sau 2 năm kể từ lúc gửi số tiền ban đầu hay sau 14 tháng kể từ lúc ông A gửi thêm số tiền 300 triệu, số tiền ông A nhận được cả gốc lẫn lãi là $A = A_{10}(1 + 0,5\%)^{14} = 879693510$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 143. Với mức tiêu thụ thức ăn của trang trại A không đổi như dự định thì lượng thức ăn dự trữ sẽ đủ dùng cho 100 ngày. Nhưng thực tế, mức tiêu thụ thức ăn tăng thêm 4% mỗi ngày (ngày sau tăng 4% so với ngày trước đó). Hỏi thực tế lượng thức ăn dự trữ đó chỉ đủ dùng cho bao nhiêu ngày?

A. 40.

B. 41.

C. 42.

D. 43.

Lời giải.

Gọi lượng thức ăn tiêu thụ theo dự định hàng ngày là x . Lượng thức ăn dự trữ của trang trại A là $100x$.

Ta có $x(1 + 1,04 + 1,04^2 + \dots + 1,04^{n-1}) = 100x \Leftrightarrow \frac{1,04^n - 1}{1,04 - 1} = 100 \Rightarrow n = \log_{1,04} 5 \approx 41,035$.

Do đó lượng thức ăn dự trữ chỉ đủ dùng cho 41 ngày.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 144. Chị Lan có 400 triệu đồng mang đi gửi tiết kiệm ở hai loại kì hạn khác nhau đều theo thể thức lãi kép. Chị gửi 200 triệu đồng theo kì hạn quý với lãi suất $2,1\%$ một quý, 200 triệu đồng còn lại chị gửi theo kì hạn tháng với lãi suất $0,73\%$ một tháng. Sau khi gửi được đúng 1 năm, chị rút ra một nửa số tiền ở loại kì hạn theo quý và gửi vào loại kì hạn theo tháng. Hỏi sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền lần đầu, chị Lan thu được tất cả bao nhiêu tiền lãi (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 79.760.000 đồng.

B. 74.813.000 đồng.

C. 65.393.000 đồng.

D. 70.656.000 đồng.

Lời giải.

Công thức lãi kép $P_n = A(1 + r)^n$

Sau 1 năm gửi tiền, tổng số tiền thu tích lũy được

+ Từ nguồn tiền gửi theo quý là $Q_1 = 200(1 + 2,1\%)^4$ triệu đồng.

+ Từ nguồn tiền gửi theo tháng là $T_1 = 200(1 + 0,73\%)^{12}$

Từ đó vốn gửi cho năm thứ hai được tính như sau

+ Vốn gửi theo quý là $\frac{1}{2}Q_1 = 100(1 + 2,1\%)^4$ triệu đồng.

+ Vốn gửi theo tháng là $\frac{1}{2}Q_1 + T_1 = 100(1 + 2,1\%)^4 + 200(1 + 0,73\%)^{12}$ triệu đồng.

Sau 1 năm gửi nữa (sau tổng cộng 2 năm), số tiền thu được

+ Từ nguồn tiền gửi theo quý (năm sau) là $Q_2 = 100(1 + 2,1\%)^4(1 + 2,1\%)^4$

+ Từ nguồn tiền gửi theo tháng (năm sau) là

$T_2 = [100(1 + 2,1\%)^4 + 200(1 + 0,73\%)^{12}](1 + 0,73\%)^{12}$

Vậy tổng số tiền lãi thu được sau 2 năm gửi tiền là $L = (T_2 + Q_2 - 400)10^6 \approx 74.813.000$ đồng.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 145. Một sinh viên muốn mua một cái laptop có giá 12,5 triệu đồng nên mỗi tháng gửi tiết kiệm vào ngân hàng 750.000 đồng theo hình thức lãi suất kép với lãi suất 0,72% một tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng sinh viên đó có thể dùng số tiền gửi tiết kiệm để mua được laptop?

A. 16 tháng.

B. 14 tháng.

C. 15 tháng.

D. 17 tháng.

Lời giải.

Đặt $A = 0,75$ (triệu đồng).

Số tiền gửi tiết kiệm của sinh viên đó sau n tháng là

$$T = A \cdot 1,0072^n + A \cdot 1,0072^{n-1} + A \cdot 1,0072^{n-2} + \dots + A \cdot 1,0072$$

$$T = A \cdot (1,0072^n + 1,0072^{n-1} + 1,0072^{n-2} + \dots + 1,0072)$$

$$T = A \cdot \frac{1,0072 \cdot (1 - 1,0072^n)}{1 - 1,0072}$$

Để sinh viên đó mua được một cái laptop có giá 12,5 triệu đồng thì

$$T = 0,75 \cdot \frac{1,0072 \cdot (1 - 1,0072^n)}{1 - 1,0072} \geq 12,5 \Leftrightarrow 1 - 1,0072^n \leq -0,12$$

$$\Leftrightarrow 1,0072^n \geq 1,12 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,0072} 1,12 \approx 15,8.$$

Như vậy, phải ít nhất 16 tháng sinh viên đó có thể dùng số tiền gửi tiết kiệm để mua được laptop.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 146. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó có được gấp đôi số tiền ban đầu?

A. 9.

B. 10.

C. 7.

D. 8.

Lời giải.

Gọi số tiền ban đầu người đó gửi vào ngân hàng là A , $r = 8,4\%$ là lãi suất hàng năm, P_n là số tiền nhận được sau n năm. Vì lãi hàng năm nhập vào vốn nên theo công thức lãi kép ta có

$$P_n = A \cdot (1 + r)^n \Rightarrow 2A = A \cdot (1 + r)^n \Rightarrow 2 = (1 + r)^n \Rightarrow n = \log_{1+r} 2 \approx 9.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 147. Anh Nam dự định sau 8 năm (kể từ lúc gửi tiết kiệm lần đầu) sẽ có đủ 2 tỉ đồng để mua nhà. Mỗi năm anh phải gửi tiết kiệm bao nhiêu tiền (số tiền mỗi năm gửi như nhau ở thời điểm cách lần gửi trước 1 năm)? Biết lãi suất là 8%/năm, lãi hàng năm được nhập vào vốn và sau kỳ gửi cuối cùng anh đợi đúng 1 năm để có đủ 2 tỉ đồng.

A. $2 \times \frac{0,08}{(1,08)^9 - 1,08}$ tỉ đồng.

B. $2 \times \frac{0,08}{(1,08)^8 - 1,08}$ tỉ đồng.

$$\text{C. } 2 \times \frac{0,08}{(1,08)^7 - 1} \text{ tỉ đồng.}$$

$$\text{D. } 2 \times \frac{0,08}{(1,08)^8 - 1} \text{ tỉ đồng.}$$

Lời giải.

Gọi M là số tiền anh Nam phải gửi hàng năm. Để sau 8 năm (kể từ lúc gửi tiết kiệm lần đầu) có đủ 2 tỉ đồng, tính luôn cả thời gian anh đợi để rút tiền ra thì anh gửi tất cả 8 lần.

Ta có công thức $T_n = \frac{M}{r} [(1+r)^n - 1] (1+r)$.

$$\Rightarrow M = \frac{T_n \times r}{(1+r)[(1+r)^n - 1]} = \frac{2 \times 0,08}{(1,08)^9 - 1,08} \text{ tỉ đồng.}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 148. Một thầy giáo muốn tiết kiệm tiền để mua cho mình một chiếc xe ô tô nên mỗi tháng gửi ngân hàng 8 000 000 VND với lãi suất 0,5%/ tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng thầy giáo có thể mua được chiếc xe Ô tô 400 000 000 VND?

A. 45.

B. 60.

C. 55.

D. 50.

Lời giải.

Gọi $A = 8\,000\,000$; $r = 0,5\%/ \text{tháng}$.

Sau 1 tháng thầy giáo có số tiền trong ngân hàng là $T_1 = A(1+r)$.

Sau 2 tháng thầy giáo có số tiền là

$$T_2 = (T_1 + A)(1+r) = A(1+(1+r))(1+r) = A(1+r) + A(1+r)^2 = A(1+r) \frac{(1+r)^2 - 1}{r}.$$

...

Sau n tháng thầy giáo có số tiền là: $T_n = A(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r}$.

$$\text{Ta có: } 8(1,005) \frac{(1,005)^n - 1}{0,005} = 400 \Leftrightarrow (1,005)^n = \frac{251}{201} \Leftrightarrow n = \log_{1,005} \frac{251}{201} \approx 44,5.$$

Để mua được chiếc xe Ô tô 400 000 000 VND với cách gửi tiết kiệm như trên thầy giáo cần tối thiểu 45 tháng.

Chọn đáp án **A** □

Câu 149. Bạn Nam vay một số tiền tại ngân hàng VIB bank và trả góp số tiền đó trong vòng 40 tháng với mức lãi suất là 1,2 %/tháng. Mỗi tháng bạn Nam trả một số tiền bằng nhau và bằng 2 triệu đồng cho ngân hàng. Vậy số tiền bạn Nam đã vay ngân hàng là bao nhiêu. Chọn kết quả gần đúng nhất?

A. 50 triệu đồng.

B. 40 triệu đồng.

C. 100 triệu đồng.

D. 65 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi A (triệu đồng) là tổng số vốn vay, $T = 2$ (triệu đồng) là số tiền trả hàng tháng, $r = 1,2\%$.

Sau lần thứ 1 trả tiền, số tiền tồn nợ ngân hàng là $N_1 = A(1+r) - T$.

Sau lần thứ 2 trả tiền, số tiền tồn nợ ngân hàng là $N_2 = N_1(1+r) - T = A(1+r)^2 - T[(1+r) + 1]$.

Sau lần trả tiền thứ n , số tiền tồn nợ là $N_n = A(1+r)^n - T[(1+r)^{n-1} + \dots + (1+r) + 1]$

$$\Leftrightarrow N_n = A(1+r)^n - \frac{T}{r} [(1+r)^n - 1]$$

Sau tháng thứ n , bạn Nam không còn nợ ngân hàng khi $N_n = 0 \Leftrightarrow A = \frac{T[(1+r)^n - 1]}{r(1+r)^n}$

$$\text{Với } T = 2, r = 1,2\% \text{ ta có } A = \frac{2[(1+1,2\%)^{40} - 1]}{1,2\%(1+1,2\%)^{40}} \approx 63,241019 \text{ (triệu đồng).}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 150. Một sinh viên ra trường đi làm vào ngày 1/1/2018 với mức lương khởi điểm là a đồng/tháng và cứ sau 2 năm lại được tăng thêm 10% và chi tiêu hàng tháng của anh ta 40% lương. Anh ta dự định mua một căn nhà có giá trị tại thời điểm 1/1/2018 là 1 tỉ đồng và cũng sau 2 năm giá trị căn nhà tăng thêm 5%. Với a bằng bao nhiêu thì sau đúng 10 năm anh ta mua được ngôi nhà đó, biết rằng mức lương và mức tăng giá trị ngôi nhà là không đổi (kết quả quy tròn đến hàng nghìn đồng)?

- A. 21.776.600. B. 55.033.000. C. 14.517.000. D. 11.487.000.

Lời giải.

Số tiền mà người đàn ông để dành được sau 10 năm là

$$24a \cdot \frac{(1,1)^5 - 1}{0,1} \cdot 0,6 \text{ (đồng)}.$$

Giá trị của ngôi nhà sau 10 năm là

$$10^9 (1 + 0,05)^5 \text{ (đồng)}.$$

Do đó mức lương khởi điểm của người đàn ông thỏa mãn

$$24a \cdot \frac{(1,1)^5 - 1}{0,1} \cdot 0,6 = 10^9 (1 + 0,05)^5$$

Từ đó ta được $a \approx 14.517.000$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 151. Hết ngày 31 tháng 12 năm 2017, dân số tỉnh X là 1,5 triệu người. Với tốc độ tăng dân số hàng năm không thay đổi là 1,5% và chỉ có sự biến động dân số do sinh - tử thì trong năm 2027 (từ 1/1/2027 đến hết ngày 31/12/2027) tại tỉnh X có tất cả bao nhiêu trẻ em được sinh ra, giả sử rằng tổng số người tử vong trong năm 2027 là 2700 người và chỉ là những người trên hai tuổi.

- A. 28812. B. 28426. C. 23026. D. 23412.

Lời giải.

Dân số của tỉnh X đến cuối năm 2027 là $1500000 (1 + 0,015)^{10} \approx 1740811$.

Dân số tỉnh X tăng lên trong năm 2027 là $1500000 (1 + 0,015)^{10} - 1500000 (1 + 0,015)^9 \approx 25726$.

Vậy số trẻ em được sinh ra trong năm 2027 của tỉnh X là $25726 - 2700 = 23026$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 152. Ông A mua một ngôi nhà xây thô trị giá 2,5 tỉ nhưng chưa có tiền hoàn thiện. Ông vay ngân hàng 1 tỉ để hoàn thiện với lãi suất 0,5 % mỗi tháng. Biết sau đúng 1 tháng kể từ ngày vay ông đều đặn trả ngân hàng mỗi tháng 20 triệu. Hỏi tháng cuối cùng trả hết nợ ông A còn dư cầm về bao nhiêu tiền?

- A. 6.543.233 đồng. B. 6.000.000 đồng. C. 6.386.434 đồng. D. 6.937.421 đồng.

Lời giải.

Gọi $T_0 = 1$ tỉ = 1000 triệu, $T = 20$ triệu, T_n là số tiền còn nợ sau n tháng, $r = 0,5\%$ là lãi suất một tháng.

Sau tháng thứ nhất: $T_1 = T_0 + T_0 \cdot r - T = T_0(1 + r) - T$.

Sau tháng thứ hai: $T_2 = T_1 + T_1 \cdot r - T = T_1(1 + r) - T = T_0 \cdot (1 + r)^2 - T[(1 + r) + 1]$.

Sau tháng thứ ba: $T_3 = T_2 + T_2 \cdot r - T = T_0 \cdot (1 + r)^3 - T[(1 + r)^2 + (1 + r) + 1]$.

Sau n tháng: $T_n = T_0 \cdot (1 + r)^n - T[(1 + r)^{n-1} + \dots + (1 + r) + 1] = T_0 \cdot (1 + r)^n - T \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$.

Giả sử sau n tháng trả hết nợ $\Rightarrow T_n = 0 \Leftrightarrow T_0 \cdot (1+r)^n = T \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} \Leftrightarrow r \cdot T_0 \cdot (1+r)^n = T \cdot (1+r)^n - T$

Suy ra $(1+r)^n = \frac{T}{T - r \cdot T_0} \Leftrightarrow n = \log_{1+r} \frac{T}{T - r \cdot T_0} = \log_{1+0,5\%} \frac{20}{20 - 0,5\% \cdot 1000} \approx 57,68$.

Sau 58 tháng thì ông A sẽ trả hết nợ.

Ta có $T_{58} = 1000 \cdot (1 + 0,5\%)^{58} - 20 \cdot \frac{(1 + 0,5\%)^{58} - 1}{0,5\%} = -6.386.434$ đồng.

Vậy sau 58 tháng trả nợ thì ông A còn dư cầm về số tiền là 6.386.434 đồng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 153. Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Để người đó nhận được số tiền 250 triệu thì người đó cần gửi trong khoảng thời gian ít nhất bao nhiêu năm? (nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi)

A. 12 năm.

B. 13 năm.

C. 14 năm.

D. 15 năm.

Lời giải.

Gọi x là số năm cần gửi tiền để có được 250 triệu ($x > 0$, năm). Ta có

$$250 = 100 \cdot (1 + 0,07)^x \Rightarrow x \approx 13,54.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 154. Ngân hàng BIDV Việt Nam đang áp dụng hình thức lãi kép với mức lãi suất: không kỳ hạn là 0,2%/ năm, kỳ hạn 3 tháng là 4,8%/ năm. Ông A đến ngân hàng BIDV để gửi tiết kiệm với số tiền ban đầu là 300 triệu đồng. Nếu gửi không kỳ hạn mà ông A muốn thu về cả vốn và lãi bằng hoặc vượt quá 305 triệu đồng thì ông A phải gửi ít nhất n tháng ($n \in \mathbb{N}^*$). Hỏi nếu cùng số tiền ban đầu và cùng số tháng đó, ông A gửi tiết kiệm có kỳ hạn 3 tháng thì ông A sẽ nhận được số tiền cả vốn và lãi là bao nhiêu (giả sử rằng trong suốt thời gian đó lãi suất ngân hàng không đổi và nếu chưa đến kỳ hạn mà rút tiền thì số tháng dư so với kỳ hạn sẽ được tính lãi suất không kỳ hạn).

A. 444.785.421 đồng. B. 446.490.147 đồng. C. 444.711.302 đồng. D. 447.190.465 đồng.

Lời giải.

Lãi suất không kỳ hạn theo tháng là $\frac{1}{60}\%$.

Lãi suất kỳ hạn 3 tháng theo chu kỳ là 1,2%.

Số tiền cả gốc và lãi sau n tháng gửi lãi suất không kỳ hạn là $300 \cdot \left(1 + \frac{1}{60}\%\right)^n$ (triệu đồng).

Theo bài ra $300 \cdot \left(1 + \frac{1}{60}\%\right)^n \geq 305 \Leftrightarrow n \geq \log_{1+\frac{1}{6000}} \frac{305}{300} = 99,18$.

Vậy số tháng gửi không kỳ hạn là $n = 100$.

Trong 100 tháng gửi theo kỳ hạn 3 tháng có 33 chu kỳ tính lãi và 1 tháng tính lãi không kỳ hạn.

Vậy tổng số tiền cả gốc và lãi là $300 \cdot \left(1 + 1,2 \cdot \frac{1}{100}\right)^{33} \cdot \left(1 + \frac{1}{6000}\right) = 444.785.421$ đồng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 155. Một người gửi tiết kiệm với số tiền gửi là A đồng với lãi suất là 6% một năm, biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Sau 10 năm người đó rút ra được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn số tiền ban đầu là 100 triệu đồng. Hỏi người đó phải gửi số tiền A bằng bao nhiêu?

A. 145037058,3 đồng. B. 55839477,69 đồng. C. 126446597 đồng. D. 111321563,5 đồng.

Lời giải.

Ta có $A(1 + 0,06)^{10} - A = 10^8 \Rightarrow A = 126446597$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 156. Một kỹ sư mới ra trường làm việc với mức lương khởi điểm là 7.000.000 đồng/tháng. Cứ sau 9 tháng làm việc, mức lương của kỹ sư đó lại được tăng thêm 10%. Hỏi sau 4 năm làm việc tổng số tiền lương kỹ sư đó nhận được là bao nhiêu?

A. 415.367.400 đồng.

B. 418.442.010 đồng.

C. 421.824.081 đồng.

D. 407.721.300 đồng.

Lời giải.

Chú ý rằng sau lần tăng lương thứ n thì 1 tháng kỹ sư nhận được: $7 \cdot (1,1)^n$ triệu đồng.

Tăng lương	1 Tháng	9 Tháng
Lần 0	7 triệu đồng	$7 \cdot 9$ triệu đồng
Lần 1	$7 \cdot (1,1)$ triệu đồng	$7 \cdot (1,1) \cdot 9$ triệu đồng
Lần 2	$7 \cdot (1,1)^2$ triệu đồng	$7 \cdot (1,1)^2 \cdot 9$ triệu đồng
Lần 3	$7 \cdot (1,1)^3$ triệu đồng	$7 \cdot (1,1)^3 \cdot 9$ triệu đồng
Lần 4	$7 \cdot (1,1)^4$ triệu đồng	$7 \cdot (1,1)^4 \cdot 9$ triệu đồng
Lần 5	$7 \cdot (1,1)^5$ triệu đồng	

Vì kỹ sư làm việc 4 năm tức là được tăng lương 5 lần, nhưng lần thứ 5 kỹ sư chỉ mới làm được 3 tháng. Do vậy, tổng số tiền 4 năm của kỹ sư đó là:

$$7 \cdot 9 \cdot [1 + (1,1) + (1,1)^2 + (1,1)^3 + (1,1)^4] + 7 \cdot (1,1)^5 \cdot 3 = 418,44201 \text{ triệu đồng} = 418.442.010 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 157. Ông Nam gửi vào ngân hàng 10 triệu đồng với hình thức lãi kép 0,5 %/tháng. Hỏi Ông Nam cần gửi ít nhất bao nhiêu tháng thì được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 12 triệu đồng? (biết rằng Ông Nam chỉ đến ngân hàng rút tiền khi số tiền đã nhiều hơn 12 triệu đồng)

A. 35 tháng.

B. 36 tháng.

C. 37 tháng.

D. 38 tháng.

Lời giải.

Goi n là số tháng gửi, áp dụng công thức lãi kép ta có

$$12 = 10(1 + 0,005)^n \Rightarrow n = \log_{1,005} 1,2 \approx 37.$$

Vậy Ông Nam cần gửi ít nhất 37 tháng.

Chọn đáp án **C** □

Câu 158. Sau Tết Đinh Dậu, bé An được tổng số tiền lì xì là 12 triệu đồng. Bố của An gửi toàn bộ số tiền trên của con vào một ngân hàng với lãi suất ban đầu 5%/năm, tiền lãi hằng năm được nhập vào gốc và sau mỗi năm thì lãi suất tăng thêm 0,2% so với năm trước đó. Hỏi sau 5 năm tổng số tiền bé An trong ngân hàng là bao nhiêu?

A. 13,5 triệu đồng.

B. 15,6 triệu đồng.

C. 16,7 triệu đồng.

D. 14,5 triệu đồng.

Lời giải.

Đặt $P_0 = 12$ (triệu đồng). Số tiền bé An có trong ngân hàng sau 1 năm là $P_1 = P_0 \times 1,05$.

Số tiền bé An có trong ngân hàng sau 2 năm là $P_2 = P_1 \times 1,052$.

Số tiền bé An có trong ngân hàng sau 3 năm là $P_3 = P_2 \times 1,054$.

Số tiền bé An có trong ngân hàng sau 4 năm là $P_4 = P_3 \times 1,056$.

Số tiền bé An có trong ngân hàng sau 5 năm là $P_5 = P_4 \times 1,058 \approx 15,6$ triệu đồng.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 159. Gọi $N(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì ta có công thức $N(t) = 100 \cdot (0.5)^{\frac{t}{A}} (\%)$ với A là hằng số. Biết rằng một mẫu gỗ có tuổi khoảng 3754 năm thì lượng cacbon 14 còn lại là 65%. Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ là 63%. Hãy xác định tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó.

A. 3874.

B. 3833.

C. 3834.

D. 3843.

Lời giải.

Theo bài ta có $65 = 100 \cdot (0.5)^{\frac{3754}{A}} \Leftrightarrow 0.65 = (0.5)^{\frac{3754}{A}} \Leftrightarrow \frac{3754}{A} = \log_{0.5} 0.65 \Leftrightarrow A = \frac{3754}{\log_{0.5} 0.65}$.

Do mẫu gỗ còn 63% lượng Cacbon 14 nên ta có:

$$63 = 100 \cdot (0.5)^{\frac{t}{A}} \Leftrightarrow 0.63 = (0.5)^{\frac{t}{A}} \Leftrightarrow \frac{t}{A} = \log_{0.5} 0.63 \Leftrightarrow t = A \cdot \log_{0.5} 0.63 = \frac{3754}{\log_{0.5} 0.65} \cdot \log_{0.5} 0.63 \approx 3833.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 160. Một người muốn có 1 tỉ tiền tiết kiệm sau 6 năm gửi ngân hàng bằng cách bắt đầu từ ngày 01/01/2019 đến 31/12/2024, vào ngày 01/01 hàng năm người đó gửi vào ngân hàng một số tiền bằng nhau với lãi suất ngân hàng là 7%/1 năm (tính từ ngày 01/01 đến ngày 31/12) và lãi suất hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi số tiền mà người đó phải gửi vào ngân hàng hàng năm là bao nhiêu (với giả thiết lãi suất không thay đổi và số tiền được làm tròn đến đơn vị đồng)?

A. 130650280 (đồng).

B. 130650000 (đồng).

C. 139795799 (đồng).

D. 139795800 (đồng).

Lời giải.

Gọi T_0 là số tiền người đó gửi vào ngân hàng vào ngày 01/01 hàng năm, T_n là tổng số tiền cả vốn lẫn lãi người đó có được ở cuối năm thứ n , với $n \in \mathbb{N}^*$, r là lãi suất ngân hàng mỗi năm.

Ta có:

$$T_1 = T_0 + rT_0 = T_0(1+r).$$

$$T_2 = (T_1 + T_0)(1+r) = T_0(1+r)^2 + T_0(1+r).$$

$$T_3 = (T_2 + T_0)(1+r) = T_0(1+r)^3 + T_0(1+r)^2 + T_0(1+r).$$

...

$$\begin{aligned} T_n &= (T_{n-1} + T_0)(1+r) = T_0(1+r)^n + T_0(1+r)^{n-1} + \dots + T_0(1+r)^2 + T_0(1+r) \\ &= \frac{T_0}{r} \cdot [(1+r)^n - 1] (1+r). \end{aligned}$$

Áp dụng vào bài toán, ta có: $10^9 = \frac{T_0}{0,07} \cdot [(1+0,07)^6 - 1] (1+0,07) \Rightarrow T_0 \approx 130650280$ đồng.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 161. Dân số thế giới cuối năm 2010, ước tính khoảng 7 tỉ người. Hỏi với mức tăng 1,5% mỗi năm thì sau ít nhất bao nhiêu năm nữa dân số thế giới sẽ lên đến 10 tỉ người?

A. 2.

B. 28.

C. 23.

D. 24.

Lời giải.

Sau n năm thì dân số sẽ là $S_n = 7(1 + 0,015)^n$. Suy ra $n = \log_{1,015} \left(\frac{10}{7} \right) \approx 23,956$.

Vậy sau ít nhất 24 năm nữa dân số thế giới sẽ lên đến 10 tỉ người.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 162. Ông Hùng dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,5% một năm. Biết rằng cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ gộp vào vốn ban đầu. Số tiền X (triệu đồng, $X \in \mathbb{N}$) nhỏ nhất mà ông Hùng cần gửi vào ngân hàng để sau ba năm số tiền lãi đủ để mua một chiếc xe máy trị giá 60 triệu đồng là

A. 308.

B. 289.

C. 300.

D. 280.

Lời giải.

Số tiền ông Hùng cần gửi để sau ba năm có tiền lãi đủ mua một chiếc xe 60 triệu là

$$X + 60 = X(1 + 6,5\%)^3 \Leftrightarrow X = 288,531.$$

Do $X \in \mathbb{N}$ nên số tiền nhỏ nhất mà ông Hùng cần gửi vào ngân hàng để sau ba năm có số tiền lãi đủ mua một chiếc xe máy trị giá 60 triệu đồng là 289 triệu.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 163. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 0,7%/tháng và lãi hàng tháng được nhập vào vốn, hỏi sau bao nhiêu tháng người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu (lấy giá trị quy tròn)?

A. 96.

B. 97.

C. 98.

D. 99.

Lời giải.

Gọi x là số tiền gửi ban đầu ($x > 0$).

Số tiền sau tháng thứ nhất là $1,007x$.

Số tiền sau tháng thứ hai là $(1,007)^2x$.

Số tiền sau tháng thứ n là $(1,007)^n x$.

Theo giả thiết ta có $(1,007)^n x = 2x \Leftrightarrow (1,007)^n = 2 \Leftrightarrow n \approx 99$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 164. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4 % / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

A. 102.424.000 đồng.

B. 102.423.000 đồng.

C. 102.160.000 đồng.

D. 102.017.000 đồng.

Lời giải.

$$\text{Ta có } A_n = A_0(1 + r)^n = 100.000.000 \left(1 + \frac{0,4}{100} \right)^6 = 102.424.128.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 165. Đầu mỗi tháng anh A gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất kép là 0,6% mỗi tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (khi ngân hàng đã tính lãi) thì anh A có được số tiền cả lãi và gốc nhiều hơn 100 triệu, biết lãi suất không đổi trong quá trình gửi.

A. 30 tháng.

B. 40 tháng.

C. 35 tháng.

D. 31 tháng.

Lời giải.

Tổng số tiền thu được sau n tháng gửi là $3 \cdot \frac{1,006^n - 1}{1,006 - 1}$.

Từ đó, để tổng số tiền cả lãi và gốc lớn hơn 100 triệu ta cần

$$3 \cdot \frac{1,006^n - 1}{1,006 - 1} > 100 \Leftrightarrow 1,006^n - 1 > \frac{1}{5} \Leftrightarrow 1,006^n > \frac{6}{5} \Leftrightarrow n > \log_{1,006} \frac{6}{5} \approx 30,48.$$

Vậy anh A cần gửi ít nhất 31 tháng.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 166. Một người vay ngân hàng số tiền 50 triệu đồng, mỗi tháng trả ngân hàng số tiền 4 triệu đồng và phải trả lãi suất cho số tiền còn nợ là 1,1% một tháng theo hình thức lãi kép. Giả sử sau n tháng người đó trả hết nợ. Khi đó n gần với số nào dưới đây?

A. 14.

B. 13.

C. 16.

D. 15.

Lời giải.

Gọi số tiền vay ban đầu là T , số tiền trả hàng tháng là a và lãi suất hàng tháng là r .

Số tiền còn nợ sau tháng thứ nhất là $T_1 = T(1 + r) - a$.

Số tiền còn nợ sau tháng thứ 2 là $T_2 = T_1(1 + r) - a = T(1 + r)^2 - a(1 + r) - a$.

Số tiền còn nợ sau tháng thứ n là $T_n = T(1 + r)^n - a[(1 + r)^{n-1} + (1 + r)^{n-2} + \dots + (1 + r) + 1]$.

Vì đến tháng thứ n người đó trả hết nợ nên

$$T_n = 0 \Leftrightarrow T(1 + r)^n = a \frac{(1 + r)^n - 1}{r} \Leftrightarrow (1 + r)^n = \frac{a}{a - rT} \Leftrightarrow n = \frac{\ln\left(\frac{a}{a - rT}\right)}{\ln(1 + r)} \approx 13,52.$$

Vậy để trả hết nợ thì người đó cần phải trả trong 14 tháng.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 167. Một sinh viên mới ra trường mong muốn rằng bảy năm nữa sẽ có 2 tỷ đồng để mua nhà. Hỏi sinh viên đó phải gửi vào ngân hàng một khoảng tiền tiết kiệm như nhau hằng năm ít nhất là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất ngân hàng là 6,8%/năm (không thay đổi) và lãi hằng năm được nhập vào vốn.

A. 263 triệu đồng.

B. 183 triệu đồng.

C. 215 triệu đồng.

D. 218 triệu đồng.

Lời giải.

Giả sử sinh viên đó bắt đầu gửi số tiền A đồng vào ngân hàng với lãi suất $r = 6,8\%$ /năm.

$$\text{Khi đó } S_n = \frac{A}{r} [(1 + r)^n - 1] (1 + r) \Rightarrow A = \frac{S_n r}{(1 + r)^{n+1} - (1 + r)}.$$

Để thu được số tiền 2 tỷ đồng sau 7 năm thì $S_n = 2000000000$ và $n = 7$.

$$\text{Khi đó } A = \frac{S_n r}{(1 + r)^{n+1} - (1 + r)} = \frac{2000000000 \cdot 6,8\%}{(1 + 6,8\%)^8 - (1 + 6,8\%)} = 217718044,6 \text{ đồng.}$$

Vậy số tiền ít nhất bạn sinh viên cần gửi là 218 triệu đồng.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 168. Do có nhiều cố gắng trong học kì I năm học lớp 12, Hoa được bố mẹ cho chọn một phần thưởng dưới 5 triệu đồng. Nhưng Hoa muốn mua một cái laptop 10 triệu đồng nên bố mẹ đã cho Hoa 5 triệu đồng gửi vào ngân hàng (vào ngày 1/1/2019) với lãi suất 1% trên tháng đồng thời ngày đầu tiên mỗi tháng (bắt đầu từ ngày 1/2/2019) bố mẹ sẽ cho Hoa 300000 đồng và cũng gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất 1% trên tháng. Biết hàng tháng Hoa không rút lãi ra và tiền lãi được cộng vào tiền vốn cho tháng sau chỉ rút vốn vào cuối tháng mới được tính lãi của tháng ấy. Hỏi ngày nào trong các ngày dưới đây là ngày gần nhất với ngày 1/2/2019 mà bạn Hoa có đủ tiền để mua laptop?

A. 15/3/2020.

B. 15/5/2020.

C. 15/4/2020.

D. 15/6/2020.

Lời giải.

Với $A = 5$ triệu; $a = 0,3$ triệu; $r = 0,01$. Gọi n là số tháng cần gửi tiết kiệm để Hoa thu về được đủ 10 triệu. Ta có

— Hết tháng 1 số tiền Hoa có được là $A(1+r) + a$.

— Hết tháng 2 số tiền Hoa có được là

$$[A(1+r) + a](1+r) + a = A(1+r)^2 + a(1+r) + a.$$

—

— Hết tháng n số tiền Hoa có được là

$$A(1+r)^n + a \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 10 \Leftrightarrow n \approx 13,41.$$

Như vậy sau 14 tháng (đến ngày 15/3/2020) Hoa mới thu về đủ 10 triệu.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 169. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 7,2%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 11 năm.

B. 12 năm.

C. 9 năm.

D. 10 năm.

Lời giải.

Giả sử người ấy gửi số tiền M_0 vào ngân hàng. Khi đó, sau n năm số tiền của người ấy được tính bằng công thức $M = M_0(1 + 7,2\%)^n = M_0 \cdot 1,072^n$.

Theo đề bài, ta tìm n thỏa mãn $M \geq 2M_0 \Leftrightarrow M_0 \cdot 1,072^n \geq 2M_0 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,072} 2 \approx 9,969602105$.

Vậy sau ít nhất 10 năm người ấy mới thu được số tiền nhiều gấp đôi số tiền vốn ban đầu.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 170. Các loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14 (một đồng vị cacbon). Khi một bộ phận của cây đó bị chết thì hiện tượng quang hợp cũng sẽ ngưng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp, chuyển hóa thành nitơ 14. Gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì $P(t)$ được cho bởi công thức $P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}}$ (%). Phân tích một mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong gỗ là 65,21 (%). Hãy xác định niên đại của công trình kiến trúc đó.

A. 3574 năm.

B. 3754 năm.

C. 3457 năm.

D. 3547 năm.

Lời giải.

Theo bài toán ta có $100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} = 65,21 \Rightarrow t = 5750 \log_{0,5} \left(\frac{65,21}{100} \right) \approx 3547$ (năm).

Vậy niên đại của công trình kiến trúc đó là 3547 năm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 171. Một người vay ngân hàng số tiền 350 triệu đồng, mỗi tháng trả góp 8 triệu đồng và lãi suất cho số tiền chưa trả là 0,79% một tháng. Kỳ trả đầu tiên là cuối tháng thứ nhất. Hỏi số tiền phải trả ở kỳ cuối là bao nhiêu để người này hết nợ ngân hàng? (làm tròn đến hàng nghìn).

A. 2921000.

B. 7084000.

C. 7140000.

D. 2944000.

Lời giải.

Vào đầu tháng thứ nhất, số tiền người đó nợ ngân hàng là $M_0 = 350$ triệu đồng.

Đến cuối tháng thứ nhất, số tiền còn nợ đã phát sinh lãi, đồng thời người đó đã trả 8 triệu đồng, do đó số tiền còn nợ là

$$M_1 = M_0(1 + 0,79\%) - 8.$$

Đến cuối tháng thứ hai, số tiền người đó còn nợ là

$$M_2 = M_1(1 + 0,79\%) - 8 = M_0(1 + 0,79\%)^2 - 8[(1 + 0,79\%) + 1].$$

Tương tự, đến cuối tháng thứ ba, số tiền người đó còn nợ là

$$M_3 = M_2(1 + 0,79\%) - 8 = M_0(1 + 0,79\%)^3 - 8[(1 + 0,79\%)^2 + (1 + 0,79\%) + 1].$$

Bằng phương pháp quy nạp toán học, đến cuối tháng thứ n , số tiền người đó còn nợ là

$$\begin{aligned} M_n &= M_0(1 + 0,79\%)^n - 8[(1 + 0,79\%)^{n-1} + (1 + 0,79\%)^{n-2} + \dots + (1 + 0,79\%) + 1] \\ &= M_0(1 + 0,79\%)^n - 8 \frac{(1 + 0,79\%)^n - 1}{0,79\%}. \end{aligned}$$

Giả sử người đó trả hết nợ vào tháng thứ N . Khi đó

$$M_N = 0 \Leftrightarrow N = \log_{1+0,79\%} \frac{8}{8 - 350 \cdot 0,79\%} \approx 53,9.$$

Do đó, đến cuối tháng thứ 53, người đó còn nợ ngân hàng $M_{53} = 7,08$ triệu đồng.

Vậy số tiền người đó phải trả vào kỳ cuối cùng (tháng thứ 54) là $7,08 + 7,08 \cdot 0,79\% = 7,14$ triệu đồng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 172. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép, kỳ hạn 1 năm với lãi suất 7% một năm. Hỏi sau bao nhiêu năm người gửi sẽ có ít nhất 200 triệu đồng từ tiền gửi ban đầu (giả sử trong suốt quá trình gửi lãi suất không thay đổi và người gửi không rút tiền)?

A. 11 năm.

B. 9 năm.

C. 12 năm.

D. 10 năm.

Lời giải.

Gọi n là số năm cần tìm. Từ giả thiết ta có n là số tự nhiên nhỏ nhất thỏa

$$100(1 + 0,07)^n > 200 \Leftrightarrow n > \log_{1+0,07} 2 \approx 10,24.$$

Vậy sau 11 năm người gửi có ít nhất 200 triệu đồng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 173. Một loại virus có số lượng cá thể tăng trưởng mũ với tốc độ $x\%/h$, tức là cứ sau 1 giờ thì số lượng của chúng tăng lên $x\%$. Người ta thả vào ống nghiệm 20 cá thể, sau 53 giờ số lượng cá thể virus đếm được trong ống nghiệm là 1,2 triệu. Tìm x . (tính chính xác đến hàng phần trăm)

A. $x \approx 71,13\%$.B. $x \approx 13,17\%$.C. $x \approx 23,07\%$.D. $x \approx 7,32\%$.**Lời giải.**

Sau t (h) thì số lượng virus là $20 \left(1 + \frac{x}{100}\right)^t$ cá thể. Do đó, sau 53 (h) ta có

$$20 \left(1 + \frac{x}{100}\right)^{53} = 1200000 \Leftrightarrow 1 + \frac{x}{100} = \sqrt[53]{60000} \Leftrightarrow x = (\sqrt[53]{60000} - 1) \cdot 100 \approx 23,07.$$

Chọn đáp án **C**

□

A. 166.846.000 đồng. **B.** 164.246.000 đồng. **C.** 160.246.000 đồng. **D.** 162.246.000 đồng.

Chọn đáp án **D**

C. 197.201.000 (đồng). D. 190.271.000 (đồng).

Chọn đáp án A

A. 13 năm. B. 12 năm. C. 14 năm. D. 15 năm.

$$n = \log_{1+r} \frac{250}{100} \approx 13,54.$$

Chọn đáp án **C**

A. 31802780,09 đồng. **B.** 30802750,09 đồng. **C.** 32802750,09 đồng. **D.** 33802750,09 đồng.

12

Sau 5 năm 6 tháng (có nghĩa là 66 tháng tức là 11 kỳ hạn), số tiền cả vốn lẫn lãi Bác nông dân nhận

được là: $A = 20000000 \cdot \left(1 + \frac{4,25}{100}\right)^{11}$ (đồng).

Vì 5 năm 8 tháng thì có 11 kỳ hạn và dư 2 tháng hay dư 60 ngày nên số tiền A được tính lãi suất không kỳ hạn trong 60 ngày là: $B = A \cdot \frac{0,01}{100} \cdot 60 = 120000 \left(1 + \frac{4,25}{100}\right)^{11}$ (đồng).

Suy ra, sau 5 năm 8 tháng số tiền bác nông dân nhận được là

$$C = A + B = 20000000 \cdot \left(1 + \frac{4,25}{100}\right)^{11} + 120000 \left(1 + \frac{4,25}{100}\right)^{11} = 31802750,09 \text{ (đồng)}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 178. Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5 \log^2 x + b \log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S = 2a + 3b$.

A. $S_{\min} = 25$.

B. $S_{\min} = 30$.

C. $S_{\min} = 33$.

D. $S_{\min} = 17$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$, điều kiện mỗi phương trình có hai nghiệm phân biệt là $b^2 > 20a$.

Đặt $t = \ln x, u = \log x$ khi đó ta được $at^2 + bt + 5 = 0$ (1) và $5t^2 + bt + a = 0$ (2).

Ta có $x_1 x_2 = e^{t_1+t_2} = e^{-\frac{b}{a}}, x_3 x_4 = 10^{u_1+u_2} = 10^{-\frac{b}{5}}$.

Lại có $x_1 x_2 > x_3 x_4 \Leftrightarrow e^{-\frac{b}{a}} > 10^{-\frac{b}{5}} \Leftrightarrow a > \frac{5}{\ln 10} \Leftrightarrow a \geq 3$ (do a, b nguyên dương)
 $\Rightarrow b^2 > 60 \Rightarrow b \geq 8$.

Vậy $S \geq 2 \cdot 3 + 3 \cdot 8 \Rightarrow S_{\min} = 30$ đạt được tại $a = 3, b = 8$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 179. Thầy Tuấn gửi 5 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,7%/tháng. Chưa đầy một năm thì lãi suất tăng lên thành 1,15%/tháng. Tiếp theo, sáu tháng sau lãi suất chỉ còn 0,9%/tháng. Thầy Tuấn tiếp tục gửi thêm một số tháng nữa rồi rút cả vốn lẫn lãi được 5787710,707 đồng. Hỏi thầy Tuấn đã gửi tổng thời gian bao nhiêu tháng?

A. 18 tháng.

B. 17 tháng.

C. 16 tháng.

D. 15 tháng.

Lời giải.

Gọi m là số tháng thầy Tuấn gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất 0,7%/tháng ($m \in \mathbb{N}, 1 \leq m \leq 11$).

Khi đó, số tháng thầy Tuấn gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất 1,15%/tháng là $12 - m$.

Gọi n là số tháng thầy Tuấn gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất 0,9%/tháng ($n \in \mathbb{N}, 1 \leq n$).

Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi thầy Tuấn có được cho đến khi rút là

$$T = A \cdot (1,007)^m \cdot (1,0115)^{12-m} \cdot (1,009)^n, \text{ với } A = 5000000.$$

Theo đề bài thì $T = 5787710,707$.

Bước 1. Với $1 \leq m \leq 11$, ta có đánh giá

$$\begin{aligned} A \cdot (1,007)^{11} \cdot (1,0115) \cdot (1,009)^n &\leq T \leq A \cdot (1,007) \cdot (1,0115)^{11} \cdot (1,009)^n \\ \Leftrightarrow \log_{1,009} \left(\frac{T}{A \cdot (1,007) \cdot (1,0115)^{11}} \right) &\leq n \leq \log_{1,009} \left(\frac{T}{A \cdot (1,007)^{11} \cdot (1,0115)} \right) \\ \Rightarrow 2 &\leq n \leq 6. \end{aligned}$$

Bước 2. Với $2 \leq n \leq 6$, ta đánh giá được

$$\begin{aligned} A \cdot (1,007)^m \cdot (1,0115)^{12-m} \cdot (1,009)^2 &\leq T \leq A \cdot (1,007)^m \cdot (1,0115)^{12-m} \cdot (1,009)^6 \\ \Leftrightarrow \frac{T}{A \cdot (1,0115)^{12} \cdot (1,009)^6} &\leq \left(\frac{1,007}{1,0115} \right)^m \leq \frac{T}{A \cdot (1,0115)^{12} \cdot (1,009)^2} \\ \Rightarrow 2 &\leq m \leq 10. \end{aligned}$$

Lặp lại các bước 1, 2 với các giá trị m, n mới tìm được. Sau một số lần ta tìm được $m = 6, n = 4$.

Thử lại $m = 6, n = 4$ thỏa mãn bài toán.

Vậy thầy Tuấn gửi tiền vào ngân hàng với tổng thời gian là 16 tháng.

Chọn đáp án **C** □

Câu 180. Bà A gửi tiết kiệm ngân hàng theo hình thức gửi góp hàng tháng, lãi suất tiết kiệm gửi góp cố định 0,55%/ tháng. Lần đầu tiên bà A gửi 2 triệu đồng. Cứ sau mỗi tháng bà A gửi thêm 2 triệu 2 trăm nghìn đồng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (kể từ lần gửi đầu tiên) để tổng số tiền bà A rút ra từ ngân hàng lớn hơn 40 triệu đồng?

- A. 18 tháng . B. 16 tháng. C. 17 tháng. D. 15 tháng.

Lời giải.

Gọi tổng số tiền của bà A rút ra từ ngân hàng sau n tháng (kể từ lần gửi đầu tiên) là $M(n)$ (triệu đồng), $r = 0,0055$.

$M(1) = 2(1+r)$, $M(2) = 2(1+r)^2 + 2,2(1+r)$. Bằng quy nạp ta chứng minh được

$$M(n) = 2(1+r)^n + 2,2[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + (1+r)] = 2(1+r)^n + 2,2 \cdot (1+r) \frac{(1+r)^{n-1} - 1}{r}.$$

$$\text{Theo giả thiết } M(n) > 40 \Leftrightarrow \left(2 + \frac{2,2}{r}\right)(1+r)^n > 40 + \frac{2,2(1+r)}{r} \Leftrightarrow (1+r)^n > \frac{40 + \frac{2,2(1+r)}{r}}{2 + \frac{2,2}{r}}$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{\log \left(\frac{40 + \frac{2,2(1+0,0055)}{0,0055}}{2 + \frac{2,2}{0,0055}} \right)}{\log(1+0,0055)} \approx 17,376.$$

Vậy sau ít nhất 18 tháng thì tổng số tiền bà A rút ra từ ngân hàng lớn hơn 40 triệu đồng.

Chọn đáp án **A** □

Câu 181. Ông An dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,5% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng), ông An gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ để mua một chiếc xe gắn máy trị giá 30 triệu đồng.

- A. 154 triệu đồng. B. 150 triệu đồng. C. 140 triệu đồng. D. 145 triệu đồng.

Lời giải.

$$\text{Theo giả thiết bài toán ta có } x \left(1 + \frac{6,5}{100}\right)^3 - x \geq 30 \Rightarrow x \geq \frac{30}{(1,065)^3 - 1} \approx 144,27.$$

Do đó ta chọn $x = 145$ triệu là giá trị gần nhất thỏa mãn.

Chọn đáp án **D** □

Câu 182. Một người gửi 20 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,45%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau bao lâu người đó được ít nhất 25 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu? Biết rằng lãi suất không thay đổi trong quá trình gửi.

- A. 52 tháng. B. 51 tháng. C. 49 tháng. D. 50 tháng.

Lời giải.

Giả sử sau n tháng người gửi rút được ít nhất 25 triệu đồng, khi đó ta có

$$20 \left(1 + \frac{0,45}{100}\right)^n \geq 25 \Rightarrow n > 49,69.$$

Vậy, sau 50 tháng thì người gửi rút được ít nhất 25 triệu đồng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 183. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 5% một năm và lãi hằng năm được nhập vào vốn. Sau ít nhất bao nhiêu năm thì người đó nhận được số tiền lớn hơn 150% số tiền gửi ban đầu.

A. 8 năm.

B. 10 năm.

C. 9 năm.

D. 11 năm.

Lời giải.

Gọi $A > 0$ là số tiền ban đầu người đó gửi. Theo công thức tính lãi kép, số tiền người đó nhận được sau n ($n \in \mathbb{N}^*$) năm là $T_n = A \cdot 1,05^n$. Ta có

$$T_n > A \cdot 1,5 \Leftrightarrow 1,05^n > 1,5 \Leftrightarrow n > \log_{1,05} 1,5 \approx 8,31.$$

Vậy sau ít nhất 9 năm thì người đó nhận được số tiền lớn hơn 150% số tiền gửi ban đầu.

Chọn đáp án **C**

□

ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. D	4. B	5. A	6. B	7. D	8. A	9. D	10. C
11. B	12. C	13. D	14. B	15. B	16. C	17. A	18. A	19. A	20. B
21. C	22. B	23. A	24. C	25. B	26. D	27. D	28. A	29. A	30. B
31. C	32. D	33. B	34. A	35. D	36. C	37. B	38. D	39. C	40. B
41. D	42. A	43. A	44. A	45. D	46. D	47. A	48. D	49. D	50. D
51. D	52. A	53. B	54. A	55. D	56. B	57. C	58. D	59. C	60. D
61. C	62. A	63. B	64. D	65. A	66. A	67. D	68. D	69. C	70. C
71. A	72. D	73. A	74. C	75. C	76. A	77. A	78. D	79. B	80. B
81. B	82. B	83. C	84. A	85. A	86. D	87. A	88. B	89. C	90. D
91. A	92. A	93. D	94. A	95. A	96. A	97. A	98. D	99. D	100. A
101. D	102. B	103. A	104. A	105. B	106. C	107. C	108. C	109. B	110. A
111. C	112. B	113. B	114. D	115. A	116. C	117. C	118. B	119. B	120. B
121. C	122. A	123. C	124. D	125. C	126. B	127. A	128. B	129. B	130. C
131. A	132. A	133. D	134. D	135. C	136. A	137. C	138. B	139. B	140. D
141. A	142. C	143. B	144. B	145. A	146. A	147. A	148. A	149. D	150. C
151. C	152. C	153. C	154. A	155. C	156. B	157. C	158. B	159. B	160. A
161. D	162. B	163. D	164. A	165. D	166. A	167. D	168. A	169. D	170. D
171. C	172. A	173. C	174. D	175. A	176. C	177. A	178. B	179. C	180. A
181. D	182. D	183. C							