



PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (5 ĐIỂM)

Câu 1. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$. Đặt $\overrightarrow{AA_1} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{d}$ trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$. B. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$. C. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Câu 2. Xác định giá trị thực k để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^{2016} + x - 2}{\sqrt{2018x+1} - \sqrt{x+2018}} & \text{khi } x \neq 1 \\ k & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.

- A. $k = 1$. B. $k = \frac{2017 \cdot \sqrt{2018}}{2}$.
C. $k = \frac{20016}{2017} \sqrt{2019}$. D. $k = 2\sqrt{2019}$.

Câu 3. Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ bằng

- A. 0. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\infty$.

Câu 4. Trong các mệnh đề sau. Mệnh đề sai là

- A. Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến song song với nhau.
B. Hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.
C. Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.
D. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Câu 5. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & \text{khi } x > 2 \\ 2x^2 - x + 3a & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ có giới hạn khi $x \rightarrow 2$

- A. -1. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 6. Đặt $f(n) = (n^2 + n + 1)^2 + 1$, xét dãy số (u_n) sao cho $u_n = \frac{f(1) \cdot f(3) \cdot f(5) \cdots f(2n-1)}{f(2) \cdot f(4) \cdot f(6) \cdots f(2n)}$. Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} (n\sqrt{u_n})$.

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n\sqrt{u_n}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n\sqrt{u_n}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.
C. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n\sqrt{u_n}) = \sqrt{2}$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n\sqrt{u_n}) = \sqrt{3}$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và $A'A$.

- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

Câu 8. Để hàm số $y = \begin{cases} x^2 + 3x + 2 & \text{khi } x \leq -1 \\ 4x + a & \text{khi } x > -1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = -1$ thì giá trị của a là

- A. 4. B. 1. C. -1. D. -4.

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m-1)x^3 + 2mx^2 - x + 3m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$

- A. $m < 0$. B. $0 < m < \frac{1}{3}$. C. $m > 0$. D. $0 \leq m \leq \frac{1}{3}$.

Câu 10. Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n^2 + 1}$ bằng:

- A. 3. B. -2. C. 0. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 11. Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right)$ bằng:

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 12. Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình bình hành. B. Hình chữ nhật. C. Hình thoi. D. Hình thang.

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

- A. Hàm số gián đoạn tại $x = 1$. B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. D. Hàm số liên tục tại $x = -1$.

Câu 14. Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + n - 1)$ bằng

- A. $-\infty$. B. n^2 . C. $+\infty$. D. 0.

Câu 15. Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+n^2} + 3n}{2n-1}$ bằng

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 16. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ bằng?

- A. $-\frac{a^2}{2}$. B. $\frac{a^2}{2}$. C. a^2 . D. 0.

Câu 17. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây đúng:

- A. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'}$. B. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$.

Câu 18. Với giá trị nào của tham số m thì $\lim_{x \rightarrow -1} (mx^2 + 3x - 2m) = 0$.

- A. $m = -3$. B. $m = -1$. C. $m = 0$. D. $m = 3$.

Câu 19. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10$. Tính $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x) + 5} - 5}{x^2 + x - 6}$.

- A. $T = \frac{4}{15}$. B. $T = \frac{12}{25}$. C. $T = \frac{6}{25}$. D. $T = \frac{4}{25}$.

Câu 20. Phương trình $x^7 + 2x^2 - x - 5 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng nào dưới đây?.

- A. $(0; 1)$. B. $(1; 2)$. C. $(-1; 0)$. D. $(2; 3)$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây đúng?.

- A. $\Delta // BC$. B. $\Delta // AB$. C. $\Delta // AC$. D. $\Delta // AA'$.

Câu 22. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$.

- A. 1. B. -2. C. 0. D. -1.

Câu 23. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x^m - 1}$, $(m, n \in \mathbb{N}^*)$.

- A. $\frac{n-1}{m-1}$. B. $\frac{n}{m}$. C. $\frac{n+1}{m+1}$. D. $\frac{n!}{m!}$.

Câu 24. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(MA'C')$ cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là hình gì?

A. Hình thang.

B. Hình tam giác.

C. Hình ngũ giác.

D. Hình lục giác.

Câu 25. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x + 1)$ bằng:

A. -2 .

B. 0 .

C. 1 .

D. -1 .

PHẦN II: TỰ LUẬN (5 ĐIỂM)

Câu 26. (3 điểm) Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 2017}{3n + 2018}$.

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x - 2}$.

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x-3}$.

Câu 27. (1,5 điểm) Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh a . Gọi I, J lần lượt là trọng tâm tam giác SBA, SBC , K là điểm trên cạnh BC sao cho $BC = 3CK$.

a) Chứng minh $(IJK) \parallel (SAC)$.

b) Xác định và tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi (IJK) .

Câu 28. (0,5 điểm) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 + (2m - 2)x + m - 3 = 0$ có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 < -1 < x_2 < x_3$.

----- HẾT -----

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (5 ĐIỂM)
BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	A	D	A	B	C	A	B	C	B	D	C	C	B	D	C	A	D	B	A	D	B	A	D

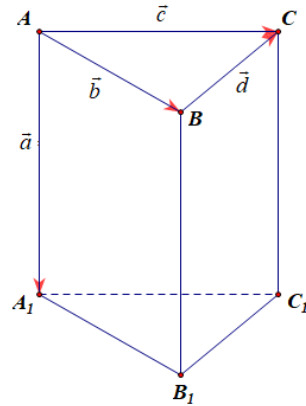
LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$. Đặt $\overrightarrow{AA_1} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{d}$ trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$. B. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$. **C.** $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn C



Đẳng thức **C** đúng vì

$$\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CC} = \vec{0}.$$

Câu 2. Xác định giá trị thực k để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^{2016} + x - 2}{\sqrt{2018x+1} - \sqrt{x+2018}} & \text{khi } x \neq 1 \\ k & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.

- A. $k = 1$. B. $k = \frac{2017 \cdot \sqrt{2018}}{2}$.
C. $k = \frac{20016}{2017} \sqrt{2019}$. **D.** $k = 2\sqrt{2019}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2016} + x - 2}{\sqrt{2018x+1} - \sqrt{x+2018}} = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^{2016} + x - 2}{x-1} \cdot \frac{x-1}{\sqrt{2018x+1} - \sqrt{x+2018}} \right).$$

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{2018x+1} - \sqrt{x+2018}} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{2018x+1} + \sqrt{x+2018})}{(\sqrt{2018x+1} - \sqrt{x+2018})(\sqrt{2018x+1} + \sqrt{x+2018})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{2018x+1} + \sqrt{x+2018})}{2017(x-1)} = \frac{2\sqrt{2019}}{2017}. \end{aligned}$$

Lại có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2016} + x - 2}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2016} - 1 + x - 1}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^{2015} + x^{2014} + \dots + x + 1) + x - 1}{x-1} = 2017. \end{aligned}$$

Vậy $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2\sqrt{2019}$.

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 2\sqrt{2019} = k$.

Câu 3. Kết quả của giới hạn $\lim\left(\frac{1}{2}\right)^n$ bằng

A. 0.

B. $+\infty$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $-\infty$.

Lời giải

Chọn A

Có $\lim q^n = 0$ nếu $|q| < 1$.

$$\text{Với } \left| \frac{1}{2} \right| < 1 \text{ nên } \lim \left(\frac{1}{2} \right)^n = 0.$$

Câu 4. Trong các mệnh đề sau. Mệnh đề sai là

A. Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.

C. Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.

D. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Lời giải

Chon D

Phương án A, B, C đúng theo các tính chất của hai mặt phẳng song
Phương án D sai vì hai mặt phẳng không phân biệt nên chúng có thể trùng nhau

Câu 5. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & \text{khi } x > 2 \\ 2x^2 - x + 3a & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ có giới hạn khi $x \rightarrow 2$

A. -1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + ax + 1) = 5 + 2a$$
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2x^2 - x + 3a) = 6 + 3a$$

Hàm số có giới hạn khi $x \rightarrow 2$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \Leftrightarrow 5 + 2a = 6 + 3a \Leftrightarrow a = -1$

$$V_{\hat{y}} \ a = -1$$

Câu 6. Đặt $f(n) = (n^2 + n + 1)^2 + 1$, xét dãy số (u_n) sao cho $u_n = \frac{f(1).f(3).f(5)...f(2n-1)}{f(2).f(4).f(6)...f(2n)}$. Tìm

$$\lim(n\sqrt{u_n}).$$

A. $\lim(n\sqrt{u_n}) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$

B. $\lim(n\sqrt{u_n}) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

C. $\lim(n\sqrt{u_n}) = \sqrt{2}.$

D. $\lim(n\sqrt{u_n}) = \sqrt{3}.$

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\begin{aligned}
 f(n) &= \left[(n+1)^2 - n \right]^2 + 1 = (n+1)^4 - 2n(n+1)^2 + (n^2 + 1) \\
 &= (n+1)^4 - 2n(n^2 + 1 + 2n) + (n^2 + 1) = \left[(n+1)^4 - 4n^2 \right] - (n^2 + 1)(2n-1) \\
 &= (n^2 + 1)(n^2 + 4n + 1) - (n^2 + 1)(2n-1) = (n^2 + 1) \left[(n+1)^2 + 1 \right]
 \end{aligned}$$

$$\text{Từ đó ta có: } f(2k-1) = \left[(2k-1)^2 + 1 \right] \cdot (4k^2 + 1)$$

$$f(2k) = \left[(2k+1)^2 + 1 \right] \cdot (4k^2 + 1)$$

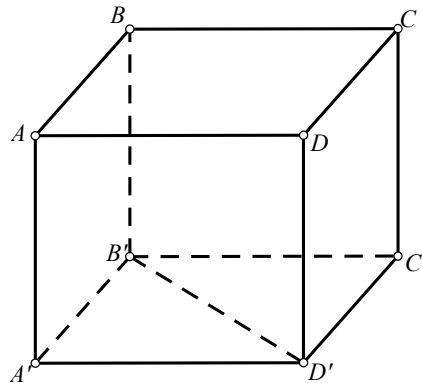
$$\text{Suy ra } u_n = \frac{2}{10} \cdot \frac{10}{26} \cdot \frac{26}{50} \cdots \frac{(2n-1)^2 + 1}{(2n+1)^2 + 1} = \frac{2}{(2n+1)^2 + 1}$$

$$\Rightarrow \lim(n\sqrt{u_n}) = \lim \left(n \cdot \sqrt{\frac{2}{(2n+1)^2 + 1}} \right) = \lim \sqrt{\frac{2}{\left(2 + \frac{1}{n}\right)^2 + \frac{1}{n^2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

- Câu 7.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và $A'A$.
A. 30° . **B.** 60° . **C.** 90° . **D.** 45° .

Lời giải

Chọn C



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên ta có $\overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{B'B}$; $\overrightarrow{B'A'} \cdot \overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{B'C'} \cdot \overrightarrow{B'B} = 0$ và $\overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{B'A'} + \overrightarrow{B'C'}$.

Khi đó $\overrightarrow{B'D'} \cdot \overrightarrow{A'A} = (\overrightarrow{B'A'} + \overrightarrow{B'C'}) \cdot \overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{B'A'} \cdot \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{B'C'} \cdot \overrightarrow{B'B} = 0 \Rightarrow B'D' \perp A'A$.

Vậy $(B'D', A'A) = 90^\circ$.

- Câu 8.** Để hàm số $y = \begin{cases} x^2 + 3x + 2 & \text{khi } x \leq -1 \\ 4x + a & \text{khi } x > -1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = -1$ thì giá trị của a là
A. 4. **B.** 1. **C.** -1. **D.** -4.

Lời giải

Chọn A

Hàm số liên tục tại điểm $x = -1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = f(-1)$ (*).

$$\text{Với } \begin{cases} f(-1) = (-1)^2 + 3(-1) + 2 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (x^2 + 3x + 2) = 0. \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (4x + a) = a - 4 \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow a - 4 = 0 \Leftrightarrow a = 4.$$

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m-1)x^3 + 2mx^2 - x + 3m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$

- A. $m < 0$. **B.** $0 < m < \frac{1}{3}$. C. $m > 0$. **D.** $0 \leq m \leq \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x) = (m-1)x^3 + 2mx^2 - x + 3m$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(0) = 3m \\ f(1) = 6m - 2 \end{cases}$$

Phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(0;1) \Leftrightarrow f(0) \cdot f(1) < 0 \Leftrightarrow 3m(6m-2) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{3}$

Câu 10. Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n^2 + 1}$ bằng:

- A. 3. B. -2. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có : } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n}}{1 + \frac{1}{n^2}} = \frac{0}{1} = 0$$

Câu 11. Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right)$ bằng:

- A. 0. **B.** $\frac{1}{2}$. C. 1. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B

Với mọi $k \in \mathbb{N}^*$ thì $\frac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1} \right)$, do đó

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{2n+1} \right] = \frac{1}{2}$$

Câu 12. Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình bình hành. B. Hình chữ nhật. C. Hình thoi. **D.** Hình thang.

Lời giải

Chọn D

Hình chữ nhật có hai cặp cạnh đối song song nên hình chiếu của nó không thể là hình thang.

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

- A. Hàm số gián đoạn tại $x = 1$. B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. **D.** Hàm số liên tục tại $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có Tập xác định của hàm số $D = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ do đó hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 14. Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + n - 1)$ bằng

A. $-\infty$.

B. n^2 .

C. $+\infty$.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \lim(n^2 + n - 1) = \lim \left[n^2 \left(1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} \right) \right].$$

$$\text{Mặt khác: } \lim n^2 = +\infty; \lim \left(1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} \right) = 1.$$

$$\text{Suy ra } \lim(n^2 + n - 1) = \lim \left[n^2 \left(1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} \right) \right] = +\infty.$$

Câu 15. Kết quả của giới hạn $\lim \frac{\sqrt{1+n^2} + 3n}{2n-1}$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\lim \frac{\sqrt{1+n^2} + 3n}{2n-1} = \lim \frac{\sqrt{n^2 \left(\frac{1}{n^2} + 1 \right)} + 3n}{2n-1} = \lim \frac{n \cdot \sqrt{\frac{1}{n^2} + 1} + 3n}{2n-1}$$

$$= \lim \frac{n \left(\sqrt{\frac{1}{n^2} + 1} + 3 \right)}{n \left(2 - \frac{1}{n} \right)} = \lim \frac{\sqrt{\frac{1}{n^2} + 1} + 3}{2 - \frac{1}{n}}.$$

$$\text{Mặt khác: } \lim \frac{1}{n^2} = 0 \Rightarrow \lim \left(\sqrt{\frac{1}{n^2} + 1} + 3 \right) = 4; \lim \left(\frac{1}{n} \right) = 0 \Rightarrow \lim \left(2 - \frac{1}{n} \right) = 2.$$

$$\text{Suy ra: } \lim \frac{\sqrt{1+n^2} + 3n}{2n-1} = \lim \frac{\sqrt{\frac{1}{n^2} + 1} + 3}{2 - \frac{1}{n}} = \frac{4}{2} = 2.$$

Câu 16. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ bằng?

A. $-\frac{a^2}{2}$.

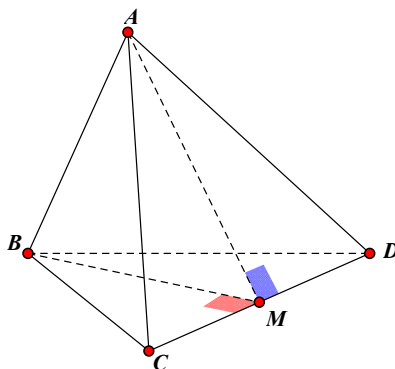
B. $\frac{a^2}{2}$.

C. a^2 .

D. 0.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của CD .

Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên $\begin{cases} CD \perp BM \\ CD \perp AM \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABM) \Rightarrow CD \perp AB \Rightarrow \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

Câu 17. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây đúng:

A. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C}$.

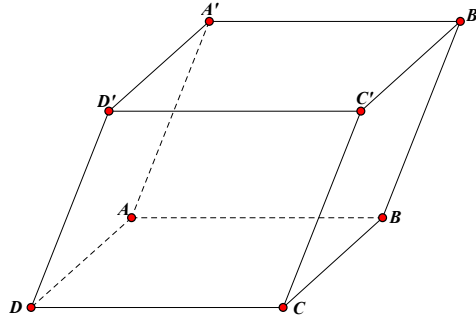
B. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$.

Lời giải

Chọn C



Theo qui tắc hình hộp thấy $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ đúng.

Câu 18. Với giá trị nào của tham số m thì $\lim_{x \rightarrow -1} (mx^2 + 3x - 2m) = 0$.

A. $m = -3$.

B. $m = -1$.

C. $m = 0$.

D. $m = 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -1} (mx^2 + 3x - 2m) = 0$$

$$\Leftrightarrow m \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1) - 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -3$$

Câu 19. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10$. Tính $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x) + 5} - 5}{x^2 + x - 6}$.

A. $T = \frac{4}{15}$.

B. $T = \frac{12}{25}$.

C. $T = \frac{6}{25}$.

D. $T = \frac{4}{25}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10$ nên $f(x) \rightarrow 20$ khi $x \rightarrow 2$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x) + 5} - 5}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6f(x) + 5 - 125}{(x - 2)(x + 3) \left[\sqrt[3]{(6f(x) + 5)^2} + 5 \cdot \sqrt[3]{6f(x) + 5} + 25 \right]}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{f(x) - 20}{x - 2} \cdot \frac{6}{(x + 3) \left[\sqrt[3]{(6f(x) + 5)^2} + 5 \cdot \sqrt[3]{6f(x) + 5} + 25 \right]} \right]$$

$$= 10 \cdot \frac{6}{5 \cdot \left[\sqrt[3]{(6 + 5)20^2} + 5 \cdot \sqrt[3]{6 \cdot 20 + 5} + 25 \right]}$$

$$= \frac{4}{25}$$

Câu 20. Phương trình $x^7 + 2x^2 - x - 5 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng nào dưới đây?.

A. $(0;1)$.

B. $(1;2)$.

C. $(-1;0)$.

D. $(2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x) = x^7 + 2x^2 - x - 5$ liên tục trên $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $f(1) = -3 < 0$; $f(2) = 129 > 0$.

Ta thấy $f(1).f(2) < 0$ do đó $f(x) = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(1;2)$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây đúng?.

A. $\Delta // BC$.

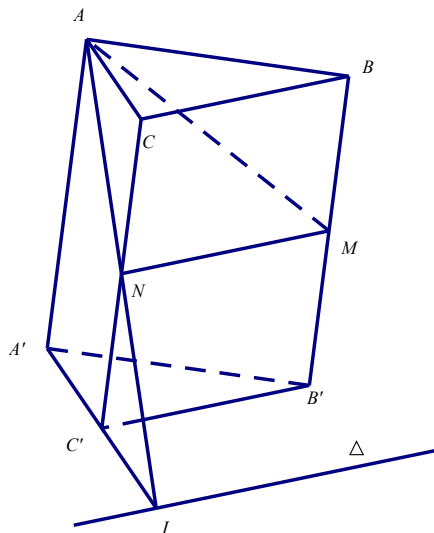
B. $\Delta // AB$.

C. $\Delta // AC$.

D. $\Delta // AA'$.

Lời giải

Chọn A



Theo bài ra ta có: $BC // MN // B'C'$.

Trong $(ACC'A')$ gọi $I = AN \cap A'C'$.

Khi đó hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$ có điểm chung I và lần lượt đi qua hai đường thẳng song song MN ; $B'C'$.

Do đó, giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$ là đường thẳng Δ qua I và song song với $B'C' \Rightarrow \Delta // BC$.

Câu 22. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$.

A. 1.

B. -2.

C. 0.

D. -1.

Lời giải

Chọn D

Có $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x-3) = 2-3 = -1$.

Câu 23. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x^m - 1}$, $(m, n \in \mathbb{N}^*)$.

A. $\frac{n-1}{m-1}$.

B. $\frac{n}{m}$.

C. $\frac{n+1}{m+1}$.

D. $\frac{n!}{m!}$.

Lời giải

Chọn B

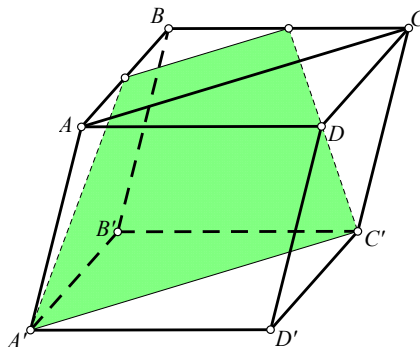
Ta có

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x^m - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - x^{n-1} + x^{n-1} - x^{n-2} + x^{n-2} - \dots - x + x - 1}{x^m - x^{m-1} + x^{m-1} - x^{m-2} + x^{m-2} - \dots - x + x - 1} \\&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{n-1}(x-1) + x^{n-2}(x-1) + \dots + (x-1)}{x^{m-1}(x-1) + x^{m-2}(x-1) + \dots + (x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + 1)}{(x-1)(x^{m-1} + x^{m-2} + \dots + 1)} \\&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + 1}{x^{m-1} + x^{m-2} + \dots + 1} = \frac{n}{m}.\end{aligned}$$

- Câu 24.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(MA'C')$ cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là hình gì?
A. Hình thang. **B.** Hình tam giác. **C.** Hình ngũ giác. **D.** Hình lục giác.

Lời giải

Chọn A



Gọi N là trung điểm của BC , ta có $MN \parallel AC \parallel A'C'$ nên $MN \subset (MA'C')$.

$$(MA'C') \cap (ABB'A') = MA'; (MA'C') \cap (ABCD) = MN$$

$$(MA'C') \cap (BCC'B') = NC'; (MA'C') \cap (A'B'C'D') = A'C'$$

Thiết diện thu được là tứ giác $MNC'A'$. Do $MN \parallel A'C'$ nên $MNC'A'$ là hình thang.

- Câu 25.** Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x + 1)$ bằng:

A. -2.

B. 0.

C. 1.

D. -1.

Lời giải

Chọn D

Để thấy $f(x) = x^2 - 3x + 1$ liên tục tại $x = 1$ nên $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x + 1) = f(1) = -1$.

PHẦN II: TỰ LUẬN (5 ĐIỂM)

Câu 26. (3 điểm) Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+2017}{3n+2018}$. **b)** $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+3x-10}{x-2}$. **c)** $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x-3}$.

Lời giải

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+2017}{3n+2018} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\left(2 + \frac{2017}{n}\right)}{n\left(3 + \frac{2018}{n}\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(2 + \frac{2017}{n}\right)}{\left(3 + \frac{2018}{n}\right)}$

$$= \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{2017}{n}\right)}{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{2018}{n}\right)} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} 2 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2017}{n}}{\lim_{n \rightarrow \infty} 3 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2018}{n}} = \frac{2+0}{3+0} = \frac{2}{3}$$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+3x-10}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+5)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+5) = 2+5 = 7$

$$c) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2 + 2 - \sqrt[3]{x+5}}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3} + \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - \sqrt[3]{x+5}}{x-3}$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x+1} - 2)(\sqrt{x+1} + 2)}{(x-3)(\sqrt{x+1} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{((\sqrt{x+1})^2 - 2^2)}{(x-3)(\sqrt{x+1} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)}{(x-3)(\sqrt{x+1} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x+1} + 2} = \frac{1}{\sqrt{3+1} + 2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Có: } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - \sqrt[3]{x+5}}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(2 - \sqrt[3]{x+5})(4 + 2\sqrt[3]{x+5} + (\sqrt[3]{x+5})^2)}{(x-3)(4 + 2\sqrt[3]{x+5} + (\sqrt[3]{x+5})^2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(2^3 - (\sqrt[3]{x+5})^3)}{(x-3)(4 + 2\sqrt[3]{x+5} + (\sqrt[3]{x+5})^2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(8 - x - 5)}{(x-3)(4 + 2\sqrt[3]{x+5} + (\sqrt[3]{x+5})^2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(3 - x)}{(x-3)(4 + 2\sqrt[3]{x+5} + (\sqrt[3]{x+5})^2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{(4 + 2\sqrt[3]{x+5} + (\sqrt[3]{x+5})^2)}$$

$$= \frac{-1}{4 + 2\sqrt[3]{3+5} + (\sqrt[3]{3+5})^2} = \frac{-1}{4 + 4 + 4} = -\frac{1}{12}$$

$$\text{Vậy: } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3} + \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - \sqrt[3]{x+5}}{x-3} = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$$

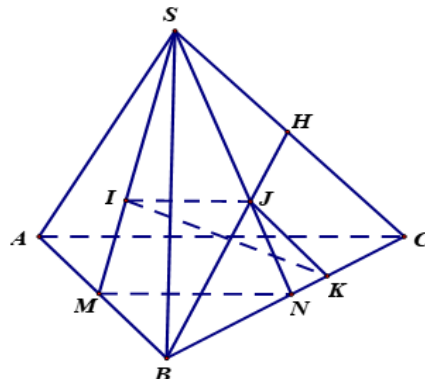
Câu 27. (1,5 điểm) Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh a . Gọi I, J lần lượt là trọng tâm tam giác SBA, SBC , K là điểm trên cạnh BC sao cho $BC = 3CK$.

a) Chứng minh $(IJK) // (SAC)$.

b) Xác định và tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi (IJK) .

Lời giải

a) Gọi M, N, H lần lượt là trung điểm của AB, BC, SC .



$$\text{Ta có } \begin{cases} IJ // MN \\ MN // AC \end{cases} \Rightarrow IJ // AC \Rightarrow IJ // (SAC) (1).$$

