

TRƯỜNG THPT PHẠM VĂN ĐỒNG TỔ TOÁN ----- (Đề thi có ... 4 ... trang)	ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ II. NĂM HỌC: 2022 -2023 MÔN: TOÁN 11 Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)
--	---

Họ và tên:..... Số báo danh:.....

I. TRẮC NGHIỆM (7,00 điểm): Học sinh chọn phương án đúng nhất tương ứng với nội dung câu hỏi và tô đáp án vào phiếu trả lời trắc nghiệm đã có sẵn trong giấy làm bài.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập số thực $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ thì $f(a).f(b) < 0$.
- B. Nếu $f(a).f(b) < 0$ thì hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$.
- C. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ và $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.
- D. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.

Câu 2. Nếu $y = \cot u$ và $u = u(x)$ thì ta có y' bằng:

- A. $y' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$. B. $y' = \frac{1}{\sin^2 u}$. C. $y' = \frac{-1}{\sin^2 u}$. D. $y' = \frac{u'}{\sin^2 u}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = x \cdot \tan x$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $y' - \tan x = \frac{x}{\cos^2 x}$. B. $y' - \tan x = \frac{1}{\cos^2 x}$. C. $y' - \tan x = -\frac{x}{\cos^2 x}$. D. $y' - \tan x = 1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \sqrt{x} (x > 0)$. Đạo hàm của hàm số là:

- A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. B. $y' = 2\sqrt{x}$. C. $y' = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$. D. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \frac{m}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + mx$ (m là tham số). Giá trị của m để phương trình $f'(x) = -3$ có hai nghiệm trái dấu là:

- A. $m \in (-3; 0)$. B. $m \in [-3; 0]$. C. $m \in (0; 3)$. D. $m \in (-\infty; -3) \cup (0; +\infty)$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x-3}{x+4}$ là:

- A. $y' = \frac{5}{(x+4)^2}$. B. $y' = \frac{11}{(x+4)^2}$. C. $y' = \frac{-11}{(x+4)^2}$. D. $y' = \frac{11}{x+4}$.

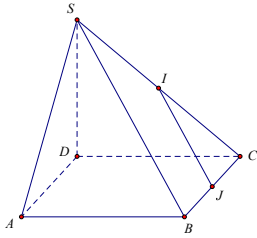
Câu 7. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O, $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định đúng nào trong các khẳng định sau?

- A. $BD \perp (SAC)$. B. $BD \perp (SAD)$. C. $BD \perp (SBC)$. D. $BD \perp (SAB)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{1 - \cos 2x}{2}$. Giá trị $S = 2y + y' \tan x + 4 \cos^2 x$ bằng

- A. $S = -4$. B. $S = 0$. C. $S = 2$. D. $S = 4$.

Câu 9. Cho hình chóp S.ABCD có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Số đo của góc (IJ, CD) bằng



- A. 90^0 .
 B. 60^0 .
 C. 45^0 .
 D. 30^0 .

Câu 10. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **sai**?

- A. $\lim q^n = 0$ ($|q| < 1$).
 B. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ (k nguyên dương).
 C. $\lim c = 0$ (c là hằng số).
 D. $\lim \frac{1}{n} = 0$.

Câu 11. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A. $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$.
 B. $(\cos x)' = \sin x$.
 C. $(\sin x)' = \cos x$.
 D. $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 12. Cho hình lăng trụ đều ABC.A'B'C' có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Khoảng cách giữa (ABC) và (A'B'C') là:

- A. $\sqrt{3}a$.
 B. a .
 C. $\sqrt{5}a$.
 D. $2a$.

Câu 13. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AC'}$ bằng:

- A. 45^0 .
 B. 135^0 .
 C. 90^0 .
 D. 60^0 .

Câu 14. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 5x - 17$. Gọi $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình $y' = 0$. Tổng

$S = x_1 + x_2$ có giá trị bằng:

- A. $S = 0$.
 B. $S = -8$.
 C. $S = -17$.
 D. $S = 8$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên tập số thực $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + f(1)}{x - 1}$.
 B. $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x}$.
 C. $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 1}$.
 D. $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

Câu 16. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (α) là bé nhất so với các khoảng cách từ O tới một điểm bất kì của mặt phẳng (α).
 B. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm bất kì của mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.
 C. Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (α) là khoảng cách từ một điểm bất kì của a đến đường thẳng song song với a nằm trong mặt phẳng (α).
 D. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α). Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (α) là khoảng cách từ một điểm bất kì của a đến mặt phẳng (α).

Câu 17. Kết quả $S = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{3^n} + \dots$ bằng:

- A. $\frac{1}{4}$.
 B. $\frac{1}{2}$.
 C. $\frac{3}{4}$.
 D. 1.

Câu 18. Cho hình chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Số đo góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABCD) là:

A. 60^0 .

B. 45^0 .

C. 90^0 .

D. 30^0 .

Câu 19. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $\left(\frac{2}{x}\right)' = -\frac{2}{x^2} (x \neq 0)$.

B. $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2} (x \neq 0)$.

C. $(x^n)' = nx$.

D. $(x^n)' = nx^n - 1$.

Câu 20. Cho tứ diện ABCD có trọng tâm G, O là điểm bất kì. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

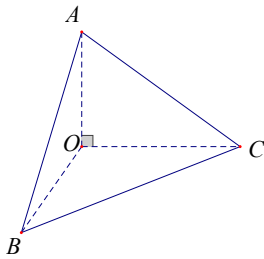
A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 0$.

B. $\overrightarrow{DG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC})$.

C. $\overrightarrow{DG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC})$.

D. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.

Câu 21. Cho tứ diện OABC có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc, OA = OB = OC. Gọi I là trung điểm cạnh BC. Góc giữa hai mặt phẳng (OBC) và (ABC) là:



A. $\widehat{ABC}$

B. $\widehat{ACO}$

C. $\widehat{IOA}$

D. $\widehat{AIO}$

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\cos x}$ là:

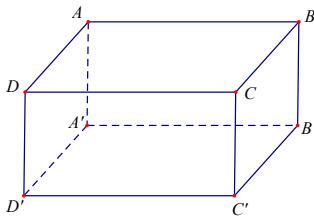
A. $y' = \frac{\cos x}{2\sqrt{\cos x}}$.

B. $y' = \frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$.

C. $y' = -\frac{1}{2\sqrt{\cos x}}$.

D. $y' = -\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$.

Câu 23. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Áp dụng quy tắc hình hộp, đẳng thức vector nào sau đây **đúng**?



A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$.

C. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 24. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông và tam giác SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm cạnh AB, BC. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $(SBD) \perp (SAC)$.

B. $(SHD) \perp (SAC)$.

C. $(SKD) \perp (SHC)$.

D. Góc SDA là góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy.

Câu 25. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau?

A. Nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì d vuông góc với mọi đường thẳng thuộc mặt phẳng (P).

B. Nếu đường thẳng d tạo với mặt phẳng (P) một góc 90^0 thì d vuông góc với mặt phẳng (P).

C. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng a, b bất kì thì d vuông góc với mặt phẳng (P).

D. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng a, b cắt nhau cùng thuộc mặt phẳng (P) thì d vuông góc với mặt phẳng (P).

Câu 26. Đạo hàm của hàm số $y = 2x^2 + x + 1$ tại điểm $x = 2$ bằng:

A. 4.

B. 7.

C. 6.

D. 9.

Câu 27. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-2}$ có hệ số góc $k = -5$ có phương trình là:

A. $y = 5x + 20$.

B. $y = -5x + 20$.

C. $y = 5x - 3$.

D. $y = -5x + 2$.

Câu 28. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2$ tại điểm $M(1;1)$ có hệ số góc là:

- A. $k = -1$. B. $k = 2$. C. $k = -2$. D. $k = 1$.

Câu 29. Kết quả $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3+2x}{x+2}$ là:

- A. $-\infty$. B. 2 . C. $+\infty$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 30. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.
B. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.
C. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau nếu và chỉ nếu mặt phẳng này chứa đường vuông góc mặt phẳng kia.
D. Hai mặt phẳng được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa hai mặt phẳng đó là góc vuông.

Câu 31. Một chuyển động có phương trình $s(t) = 2t^3 + 3t^2 + 5t$, trong đó thời gian t tính bằng giây và quãng đường $s(t)$ mét. Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 2$ (s) bằng:

- A. 41 (m/s). B. 20 (m/s). C. 24 (m/s). D. 36 (m/s).

Câu 32. Biết $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = 2023$, $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = -\infty$. Kết quả $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{u(x)}{v(x)}$ là:

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 2023. D. 0.

Câu 33. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v + u \cdot v'}{v^2} (v \neq 0)$. B. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} (v \neq 0)$.
C. $(u \cdot v)' = u \cdot v' + v \cdot u'$. D. $(u + v)' = u' + v'$.

Câu 34. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-3}{x-1} = 10$. Kết quả $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-3}{(x-1)(\sqrt{2f(x)+3}+2)}$ bằng:

- A. 2. B. 10. C. $+\infty$. D. 5.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x) = \sin^2 x$. Giá trị của $6f'\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ là:

- A. $3\sqrt{3}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $-6\sqrt{3}$. D. $-3\sqrt{3}$.

II. TỰ LUẬN (3,00 điểm)

Câu 36. (1,00 điểm) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = -3x^3 - 5x + 3$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$.

Câu 37. (1,25 điểm) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

- a. Chứng minh rằng: $(SBD) \perp (SAC)$;
b. Tính tan của góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy.

Câu 38. (0,75 điểm) Biết hàm số $f(x) - f(2x)$ có đạo hàm bằng 5 tại $x = 1$ và đạo hàm bằng 7 tại $x = 2$. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) - f(4x)$ tại $x = 1$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,00 điểm)

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập số thực $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ thì $f(a).f(b) < 0$.
- B. Nếu $f(a).f(b) < 0$ thì hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$.
- C. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ và $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.
- D. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.**

Lời giải:

Sử dụng định lí: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì tồn tại ít nhất một điểm $x_0 \in (a; b)$ sao cho $f(x_0) = 0$.

Câu 2. Nếu $y = \cot u$ và $u = u(x)$ thì ta có y' bằng:

- A. $y' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$.** B. $y' = \frac{1}{\sin^2 u}$. C. $y' = \frac{-1}{\sin^2 u}$. D. $y' = \frac{u'}{\sin^2 u}$.

Lời giải:

Áp dụng công thức: $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$

Câu 3. Cho hàm số $y = x \cdot \tan x$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $y' - \tan x = \frac{x}{\cos^2 x}$.** B. $y' - \tan x = \frac{1}{\cos^2 x}$. C. $y' - \tan x = -\frac{x}{\cos^2 x}$. D. $y' - \tan x = 1$.

Lời giải:

Áp dụng công thức: $(u.v)' = u'.v + u.v'$

$$y' = (x \cdot \tan x)' = x' \cdot \tan x + x \cdot (\tan x)' = \tan x + \frac{x}{\cos^2 x}$$

$$\Rightarrow y' - \tan x = \frac{x}{\cos^2 x}$$

Câu 4. Cho hàm số $y = \sqrt{x}$ ($x > 0$). Đạo hàm của hàm số là:

- A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.** B. $y' = 2\sqrt{x}$. C. $y' = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$. D. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Lời giải:

Áp dụng công thức: $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \frac{m}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + mx$ (m là tham số). Giá trị của m để phương trình $f'(x) = -3$ có hai nghiệm trái dấu là:

- A. $m \in (-3; 0)$.** B. $m \in [-3; 0]$. C. $m \in (0; 3)$. D. $m \in (-\infty; -3) \cup (0; +\infty)$.

Lời giải:

$$f'(x) = mx^2 - 5x + m$$

$$f'(x) = -3 \Leftrightarrow mx^2 - 5x + m = -3 \Leftrightarrow mx^2 - 5x + m + 3 = 0$$

Đề phương trình có 2 nghiệm trái dấu thì $a.c < 0 \Leftrightarrow m.(m+3) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 0 \Leftrightarrow m \in (-3; 0)$

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x-3}{x+4}$ là:

A. $y' = \frac{5}{(x+4)^2}$.

B. $y' = \frac{11}{(x+4)^2}$.

C. $y' = \frac{-11}{(x+4)^2}$.

D. $y' = \frac{11}{x+4}$.

Lời giải:

Cách 1: Áp dụng công thức: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v - u.v'}{v^2}$

$$y' = \frac{(2x-3)' \cdot (x+4) - (2x-3) \cdot (x+4)'}{(x+4)^2} = \frac{2 \cdot (x+4) - (2x-3)}{(x+4)^2} = \frac{2x+8-2x+3}{(x+4)^2} = \frac{11}{(x+4)^2}$$

Cách 2: Áp dụng công thức thu gọn: $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{a.d-b.c}{(cx+d)^2}$

$$y' = \frac{2 \cdot 4 - (-3) \cdot 1}{(x+4)^2} = \frac{11}{(x+4)^2}$$

Câu 7. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O, $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định đúng nào trong các khẳng định sau?

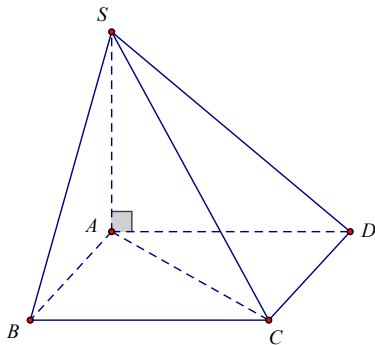
A. $BD \perp (SAC)$.

B. $BD \perp (SAD)$.

C. $BD \perp (SBC)$.

D. $BD \perp (SAB)$.

Lời giải:



. Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$

. $BD \perp AC$ vì ABCD là hình vuông

. Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} BD \perp SA (\text{cmt}) \\ BD \perp AC (\text{cmt}) \\ SA, AC \subset (SAC) \\ SA \cap AC = \{A\} \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{1-\cos 2x}{2}$. Giá trị $S = 2y + y' \tan x + 4 \cos^2 x$ bằng

A. $S = -4$.

B. $S = 0$.

C. $S = 2$.

D. $S = 4$.

Lời giải:

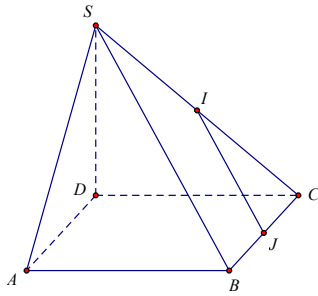
Áp dụng công thức: $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$

$$y' = \left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)' = \frac{1}{2} \cdot (1-\cos 2x)' = \frac{1}{2} \cdot 2 \sin 2x = \sin 2x$$

$$S = 2 \cdot \frac{1-\cos 2x}{2} + \sin 2x \cdot \tan x + 4 \cos^2 x = 1 - \cos 2x + \sin 2x \cdot \tan x + 4 \cos^2 x$$

$$= 1 - (2 \cos^2 x - 1) + 2 \sin x \cos x \cdot \frac{\sin x}{\cos x} + 4 \cos^2 x = 2 - 2 \cos^2 x + 2 \sin^2 x + 4 \cos^2 x = 2 + 2(\sin^2 x + \cos^2 x) = 4$$

Câu 9. Cho hình chóp S.ABCD có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Số đo của góc (IJ, CD) bằng



- A. 90° .
B. 60° .
 C. 45° .
 D. 30° .

Lời giải:

- . Tứ giác ABCD là hình thoi (các cạnh đều bằng nhau).
 . Gọi O là tâm hình thoi ABCD $\Rightarrow$ OJ là đường trung bình của $\triangle BCD$

Suy ra $\begin{cases} OJ \parallel CD \\ OJ = \frac{1}{2}CD \end{cases}$

- . Vì $CD \parallel OJ \Rightarrow (IJ, CD) = (IJ, OJ)$

. $\triangle IOJ$ có $\begin{cases} IJ = \frac{1}{2}SB = \frac{a}{2} \\ OJ = \frac{1}{2}CD = \frac{a}{2} \\ IO = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow \triangle IOJ \text{ đều}$

Vậy $(IJ, CD) = (IJ, OJ) = \widehat{IJO} = 60^\circ$.

Câu 10. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **sai**?

- A. $\lim q^n = 0$ ($|q| < 1$).
 B. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ (k nguyên dương).
C. $\lim c = 0$ (c là hằng số).
 D. $\lim \frac{1}{n} = 0$.

Lời giải:

$\lim c = c$ (c là hằng số) $\Rightarrow$ C sai

Câu 11. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A. $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$.
B. $(\cos x)' = \sin x$.
 C. $(\sin x)' = \cos x$.
 D. $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

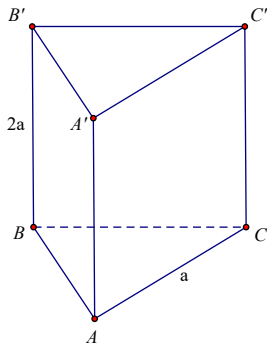
Lời giải:

$(\cos x)' = -\sin x \Rightarrow$ B sai

Câu 12. Cho hình lăng trụ đều ABC.A'B'C' có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng 2a. Khoảng cách giữa (ABC) và (A'B'C') là:

- A. $\sqrt{3}a$.
 B. a.
 C. $\sqrt{5}a$.
D. 2a.

Lời giải:



$$d((ABC), (A'B'C')) = d(A, (A'B'C')) = AA' = 2a$$

Câu 13. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng:

A. 45° .

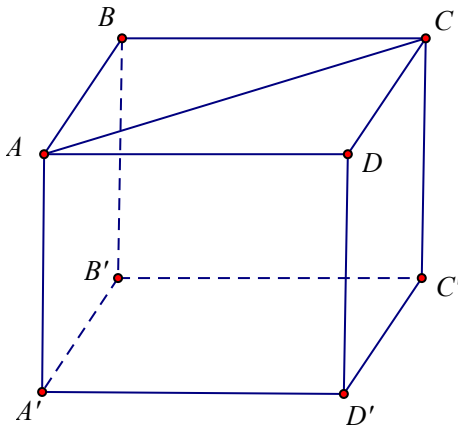
B. 135° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải:

$$(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{CAD} = 45^\circ$$



Câu 14. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 5x - 17$. Gọi $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình $y' = 0$. Tổng

$S = x_1 + x_2$ có giá trị bằng:

A. $S = 0$.

B. $S = -8$.

C. $S = -17$.

D. $S = 8$.

Lời giải:

$$y' = -x^2 + 8x - 5$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 8x - 5 = 0$$

Theo hệ thức Vi-et: $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{-8}{-1} = 8$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên tập số thực $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + f(1)}{x - 1}$.

B. $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x}$.

C. $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 1}$.

D. $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

Lời giải:

Áp dụng công thức: $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

$x_0 = 1$ nên $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

Câu 16. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (α) là bé nhất so với các khoảng cách từ O tới một điểm bất kì của mặt phẳng (α).

B. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm bất kì của mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

C. Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (α) là khoảng cách từ một điểm bất kì của a đến đường thẳng song song với a nằm trong mặt phẳng (α).

D. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α). Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (α) là khoảng cách từ một điểm bất kì của a đến mặt phẳng (α).

Lời giải:

Tồn tại khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng khi chúng song song với nhau $\Rightarrow$ C sai

Câu 17. Kết quả $S = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{3^n} + \dots$ bằng:

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. 1.

Lời giải:

Áp dụng công thức tính tổng của cấp số nhân: $S = \frac{u_1}{1-q}$

$$\left. \begin{array}{l} u_1 = \frac{1}{3} \\ q = \frac{-\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow S = \frac{\frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{1}{4}$$

Câu 18. Cho hình chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Số đo góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABCD) là:

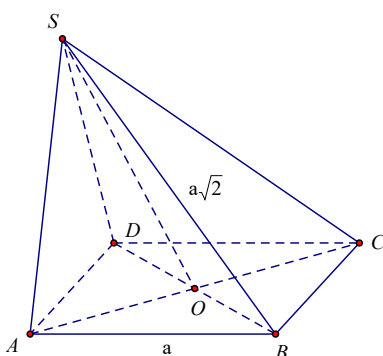
A. 60° .

B. 45° .

C. 90° .

D. 30° .

Lời giải:



. Gọi O là tâm của hình vuông ABCD

. S.ABCD là hình chóp đều hình chiếu của S lên (ABCD) là O

$\Rightarrow (SB, (ABCD)) = (SB, OB) = \widehat{SBO}$

. ABCD là hình vuông cạnh a $\Rightarrow DB = a\sqrt{2} \Rightarrow OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

. ΔSOB vuông tại O nên $\cos \widehat{SBO} = \frac{OB}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \widehat{SBO} = 60^\circ = (SB, (ABCD))$

Câu 19. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\left(\frac{2}{x}\right)' = -\frac{2}{x^2} (x \neq 0)$.

B. $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2} (x \neq 0)$.

C. $(x^n)' = nx$.

D. $(x^n)' = nx^n - 1$.

Lời giải:

Áp dụng công thức: $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

$$\left(\frac{2}{x}\right)' = 2 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{2}{x^2}$$

Câu 20. Cho tứ diện ABCD có trọng tâm G, O là điểm bất kì. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{DG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC})$.

C. $\overrightarrow{DG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC})$.

D. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.

Lời giải:

. G là trọng tâm tứ diện ABCD $\Rightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow$ A đúng

. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow (\overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DA}) + (\overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DB}) + (\overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DC}) + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

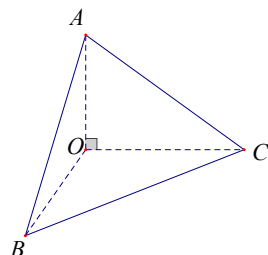
$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{DG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}) \Rightarrow$ B đúng

. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow (\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA}) + (\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OB}) + (\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OC}) + (\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OD}) = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) \Rightarrow$ D đúng

Vậy câu C sai

Câu 21. Cho tứ diện OABC có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc, OA = OB = OC. Gọi I là trung điểm cạnh BC. Góc giữa hai mặt phẳng (OBC) và (ABC) là:



A. $\widehat{ABC}$

B. $\widehat{ACO}$

C. $\widehat{IOA}$

D. $\widehat{AIO}$

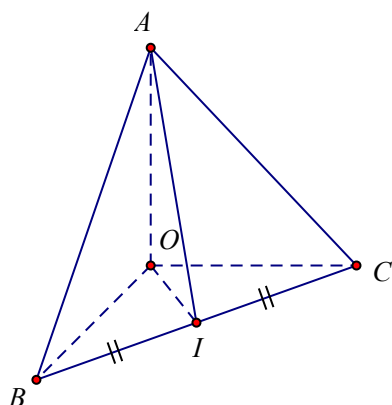
Lời giải:

. ΔOBC cân tại O có I là trung điểm $\Rightarrow OI \perp BC$

. $\Delta OAB = \Delta OAC$ (2cgv) $\Rightarrow AB = AC \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A

Mà I là trung điểm BC nên $AI \perp BC$

$$\left. \begin{array}{l} OI \perp BC \\ AI \perp BC \\ (OBC) \cap (ABC) = BC \end{array} \right\} \Rightarrow ((OBC), (ABC)) = (OI, IA) = \widehat{AIO}$$



Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\cos x}$ là:

A. $y' = \frac{\cos x}{2\sqrt{\cos x}}$.

B. $y' = \frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$.

C. $y' = -\frac{1}{2\sqrt{\cos x}}$.

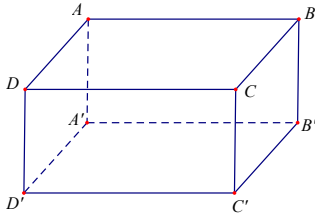
D. $y' = -\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$.

Lời giải:

Áp dụng công thức: $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}}; (\cos x)' = -\sin x$

$$y' = (\sqrt{\cos x})' = \frac{(\cos x)'}{2\sqrt{\cos x}} = -\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$$

Câu 23. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Áp dụng quy tắc hình hộp, đẳng thức vectơ nào sau đây **đúng**?



A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$.

C. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Lời giải:

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DB'} \text{ (Quy tắc hình bình hành)}$$

Câu 24. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông và tam giác SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm cạnh AB, BC. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

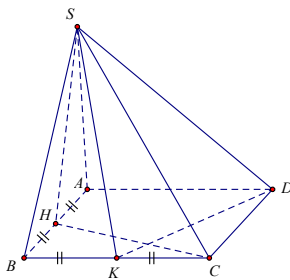
A. $(SBD) \perp (SAC)$.

B. $(SHD) \perp (SAC)$.

C. $(SKD) \perp (SHC)$.

D. Góc SDA là góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy.

Lời giải:



. ABCD là hình vuông có HA = HB, KC = KB

$\Rightarrow HC \perp KD$

. ΔSAB đều có HA = HB $\Rightarrow SH \perp AB$

$(SAC) \perp (ABCD)$

. $(SAC) \cap (ABCD) = AB$
 $(SAC) \supset SH \perp AB$

$$\left. \begin{array}{l} (SAC) \perp (ABCD) \\ (SAC) \cap (ABCD) = AB \\ (SAC) \supset SH \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

$KD \perp HC$
 $KD \perp SH$

$$\left. \begin{array}{l} KD \perp HC \\ KD \perp SH \end{array} \right\} \Rightarrow KD \perp (SHC)$$

Mà $KD \subset (SKD)$ nên $(SKD) \perp (SHC)$

Câu 25. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau?

A. Nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì d vuông góc với mọi đường thẳng thuộc mặt phẳng (P).

B. Nếu đường thẳng d tạo với mặt phẳng (P) một góc 90° thì d vuông góc với mặt phẳng (P).

C. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng a, b bất kì thì d vuông góc với mặt phẳng (P).

D. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng a, b cắt nhau cùng thuộc mặt phẳng (P) thì d vuông góc với mặt phẳng (P).

Câu 26. Đạo hàm của hàm số $y = 2x^2 + x + 1$ tại điểm $x = 2$ bằng:

A. 4.

B. 7.

C. 6.

D. 9.

Lời giải:

C sai vì thiếu điều kiện a và b phải cắt nhau

Câu 27. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-2}$ có hệ số góc $k = -5$ có phương trình là:

A. $y = 5x + 20$.

B. $y = -5x + 20$.

C. $y = 5x - 3$.

D. $y = -5x + 2$.

Lời giải:

$$y' = f'(x) = -\frac{5}{(x-2)^2}$$

$$k = -5 \Rightarrow f'(x_0) = -\frac{5}{(x-2)^2} = -5$$

$$\Leftrightarrow (x_0 - 2)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 2 = 1 \\ x_0 - 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_0 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = 5 \\ y_0 = -5 \end{cases}$$

* Với $x_0 = 3$; $y_0 = 5$, pt tiếp tuyến: $y = -5(x-3) + 5 = -5x + 20$

* Với $x_0 = 1$; $y_0 = -5$, pt tiếp tuyến: $y = -5(x-1) - 5 = -5x$

Câu 28. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2$ tại điểm $M(1;1)$ có hệ số góc là:

A. $k = -1$.

B. $k = 2$.

C. $k = -2$.

D. $k = 1$.

Lời giải:

$$y' = 2x$$

$$k = f'(1) = 2.1 = 2$$

Câu 29. Kết quả $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3+2x}{x+2}$ là:

A. $-\infty$.

B. 2.

C. $+\infty$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải:

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} (3+2x) = 3+2.(-2) = -1 < 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} (x+2) = 0, x+2 < 0 \forall x < -2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3+2x}{x+2} = +\infty$$

Câu 30. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.

B. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

C. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau nếu và chỉ nếu mặt phẳng này chứa đường vuông góc mặt phẳng kia.

D. Hai mặt phẳng được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa hai mặt phẳng đó là góc vuông.

Lời giải:

Tính chất hai mặt phẳng vuông góc: Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này vuông góc với giao tuyến đều vuông góc với mặt phẳng kia.

Câu 31. Một chuyển động có phương trình $s(t) = 2t^3 + 3t^2 + 5t$, trong đó thời gian t tính bằng giây và quãng đường $s(t)$ mét. Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 2$ (s) bằng:

A. 41 (m/s).

B. 20 (m/s).

C. 24 (m/s).

D. 36 (m/s).

Lời giải:

$$s'(t) = 6t^2 + 6t + 5$$

$$v = s'(2) = 6.2^2 + 6.2 + 5 = 41$$

Câu 32. Biết $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = 2023$, $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = -\infty$. Kết quả $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{u(x)}{v(x)}$ là:

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. 2023.

D. 0.

Lời giải:

Công thức:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = L$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = -\infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{u(x)}{v(x)} = 0$$

Câu 33. Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v + u \cdot v'}{v^2} (v \neq 0)$.

B. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} (v \neq 0)$.

C. $(u \cdot v)' = u \cdot v' + v \cdot u'$.

D. $(u + v)' = u' + v'$.

Lời giải:

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} (v \neq 0) \Rightarrow A \text{ sai}$$

Câu 34. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3}{x - 1} = 10$. Kết quả $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3}{(x - 1)(\sqrt{2f(x) + 3} + 2)}$ bằng:

A. 2.

B. 10.

C. $+\infty$.

D. 5.

Lời giải:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3}{x - 1} = 10$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (f(x) - 3) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{2f(x) + 3} + 2) = \sqrt{2 \cdot 3 + 3} + 2 = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3}{(x - 1)(\sqrt{2f(x) + 3} + 2)} = \frac{10}{5} = 2$$

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x) = \sin^2 x$. Giá trị của $6f'\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ là:

A. $3\sqrt{3}$.

B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $-6\sqrt{3}$.

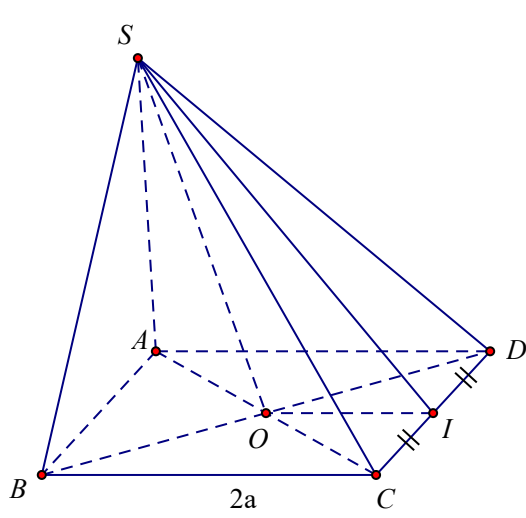
D. $-3\sqrt{3}$.

Lời giải:

$$y' = f'(x) = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$$

$$6f'\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 6 \cdot \sin 2\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 6 \cdot \frac{(-\sqrt{3})}{2} = -3\sqrt{3}$$

II. TỰ LUẬN (3,00 điểm)

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
36	$y' = f'(x) = -9x^2 - 5$ $f'(1) = -9 - 5 = -14$ $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -3.1^3 - 5.1 + 3 = -3 - 5 + 3 = -5$ Phương trình tiếp tuyến: $y = -14.(x - 1) - 5 = -14x + 9$	0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm
37	 a. Chứng minh rằng: $(SBD) \perp (SAC)$ S.ABCD là hình chóp đều nên O là hình chiếu của S lên (ABCD) $\Rightarrow SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp BD$ Mà $BD \perp AC$ (ABCD là hình vuông) nên $BD \perp (SAC)$ $BD \subset (SBD)$ nên $(SBD) \perp (SAC)$ b. Tính tan của góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy Gọi I là trung điểm SCD $\Rightarrow SI \perp CD$ (ΔSCD cân tại S) O là hình chiếu của S lên (ABCD) $\Rightarrow$ Góc giữa cạnh bên và mặt đáy là $(SC, (ABCD)) = (SC, OC) = \widehat{SCO} = 60^\circ$ Góc giữa mặt bên và mặt đáy là $((SCD), (ABCD)) = (SI, (ABCD)) = (SI, IO) = \widehat{SIO}$ ABCD là hình vuông cạnh $2a \Rightarrow AC = 2\sqrt{2}a \Rightarrow OC = \sqrt{2}a$, $IC = \frac{CD}{2} = \frac{2a}{2} = a$ ΔSOC vuông tại C có $\tan \widehat{SCO} = \frac{SO}{OC} \Rightarrow SO = OC \cdot \tan \widehat{SCO} = a\sqrt{2} \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$ ΔSOI vuông tại O có $\tan \widehat{SIO} = \frac{SO}{OI} = \frac{a\sqrt{6}}{a} = \sqrt{6}$ Mọi cách giải tương tự đều được tính điểm	0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm
38	Xét hàm số $g(x) = f(x) - f(2x)$ $\Rightarrow g'(x) = f'(x) - 2.f'(2x)$ Theo đề bài: $\begin{cases} g'(1) = 5 \\ g'(2) = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(1) - 2.f'(2) = 5 \\ f'(2) - 2.f'(4) = 7 \end{cases}$ Xét $h(x) = f(x) - f(4x)$ $\Rightarrow h'(x) = f'(x) - 4.f'(4x)$ $\Rightarrow h'(1) = f'(1) - 4.f'(4)$ Ta có: $f'(1) - 2.f'(2) + 2.[f'(2) - 2.f'(4)] = 5 + 2.7$ $\Leftrightarrow f'(1) - 4.f'(4) = 19$	0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm