

GV: TRẦN QUỐC NGHĨA

☎: 098 373 4349

Trường THPT.....

Họ và tên học sinh:

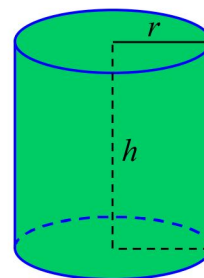
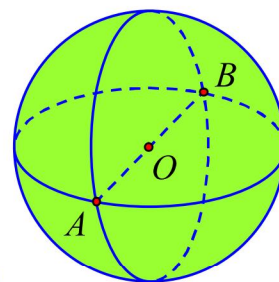
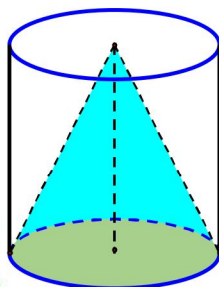
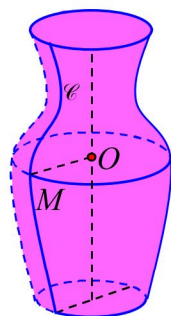
Lớp:..... STT:

Tài liệu tự học

TOÁN

LỚP 12 - NH 18-19

Chủ đề 6 **NÓN - TRỤ - CẦU**



- Tóm tắt lý thuyết
- Các dạng toán thường gặp
- Phương pháp giải toán
- Toán mẫu
- Bài tập cơ bản
- Bài tập nâng cao
- Bài tập tổng ôn

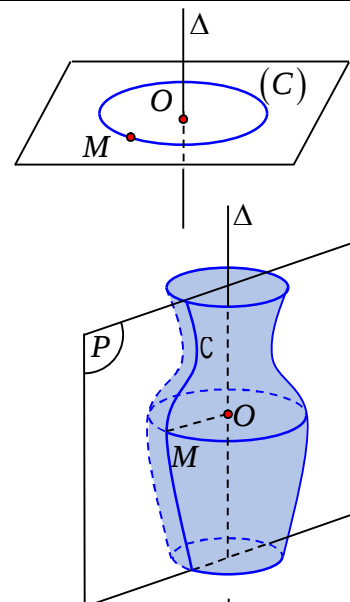
Năm học 2018 - 2019

Lưu hành nội bộ

Vấn đề 1. KHÁI NIỆM VỀ MẶT TRÒN XOAY. HÌNH NÓN. MẶT NÓN. KHỐI NÓN

I. Khái niệm về mặt tròn xoay

1. Trục của đường tròn $(O; R)$: là đường thẳng đi qua tâm O và vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn.
2. Trong không gian cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ và một đường C . Khi quay mặt phẳng (P) quanh Δ một góc 360° thì mỗi điểm M trên C vạch ra một đường tròn có tâm O thuộc Δ và nằm trên mặt phẳng vuông góc với Δ . Như vậy khi quay mặt phẳng (P) quanh đường thẳng Δ thì C sẽ tạo nên được một hình gọi là **mặt tròn xoay**.
Trong đó: đường C được gọi là **đường sinh**; đường thẳng Δ được gọi là **trục** của mặt tròn xoay.

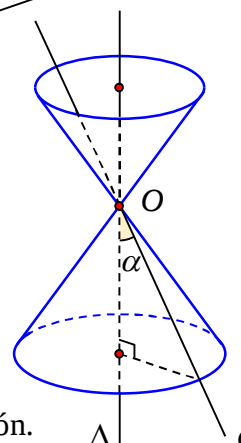


II. Mặt nón - Hình nón - Khối nón

1. Định nghĩa mặt nón:

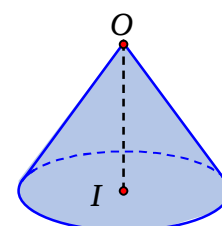
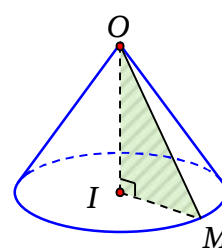
Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng d và Δ cắt nhau tại điểm O và tạo thành góc α (với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh Δ thì đường thẳng d sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là **mặt nón tròn xoay** đỉnh O . Gọi tắt là **mặt nón**.

- Δ gọi là **trục** của mặt nón.
- d gọi là **đường sinh** của mặt nón.
- O gọi là **đỉnh** của mặt nón.
- Nếu gọi α là góc giữa d và Δ thì 2α gọi là **góc ở đỉnh** của mặt nón.



2. Hình nón tròn xoay:

- Cho ΔIOM vuông tại I . Khi quay tam giác đó xung quanh cạnh vuông góc OI thì đường gấp khúc IOM tạo thành một hình được gọi là **hình nón tròn xoay**, gọi tắt là **hình nón**.
- Trong đó
 - ✓ Hình tròn tâm I sinh bởi các điểm thuộc cạnh IM khi IM quay quanh trục OI được gọi là **mặt đáy** của hình nón.
 - ✓ Điểm O được gọi là **đỉnh** của hình nón.
 - ✓ Độ dài đoạn OI được gọi là **chiều cao** của hình nón.
 - ✓ Độ dài đoạn OM được gọi là độ dài **đường sinh** của hình nón.
 - ✓ Phần mặt tròn xoay sinh bởi các điểm trên cạnh OM khi quay quanh OI được gọi là **mặt xung quanh** của hình nón.



3. Khối nón tròn xoay:

- Phần không gian được giới hạn bởi một hình nón tròn xoay kể cả hình đó được gọi là **khối nón tròn xoay** hay còn gọi tắt là **khối nón**.
- Trong đó:
 - ✓ Điểm thuộc khối nón nhưng không thuộc hình nón gọi là **điểm trong** của khối nón.

✓ Ta gọi đỉnh, mặt đáy, đường sinh của hình nón theo thứ tự là đỉnh, mặt đáy, đường sinh của khối nón tương ứng.

4. Diện tích hình nón và thể tích khối nón:

a. Định nghĩa:

- **Diện tích xung quanh** của hình nón là giới hạn của diện tích xung quanh của hình chóp đều nội tiếp hình nón đó khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn.
- **Thể tích của khối nón:** là giới hạn của thể tích của hình chóp đều nội tiếp hình nón đó khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn.

b. Công thức:

Gọi r là bán kính đường tròn đáy; l là độ dài đường sinh; h là chiều cao; B là diện tích đáy của hình nón.

- Diện tích xung quanh:

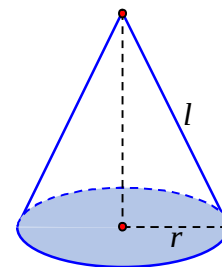
$$S_{xq} = \pi r l$$

- Diện tích toàn phần:

$$S_{tp} = S_{đáy} + S_{xq} = \pi r^2 + \pi r l$$

- Thể tích của khối nón:

$$V = \frac{1}{3} B \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$



5. Hình nón cụt :

a. Định nghĩa:

Hình nón cụt là phần nón giới hạn bởi mặt đáy và một thiết diện song song với đáy.

b. Công thức:

- Diện tích xung quanh:

$$S_{xq} = \pi (R + r) l$$

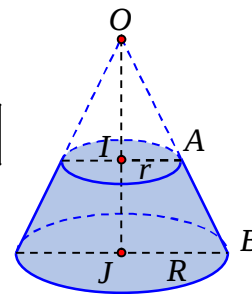
- Diện tích toàn phần:

$$S_{tp} = S_{2đáy} + S_{xq} = \pi (r^2 + R^2) + \pi (R + r) l$$

- Thể tích khối nón cụt:

$$V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr)$$

Trong đó: R, r là bán kính hai đáy; $h = IJ$ là độ cao hình nón cụt.

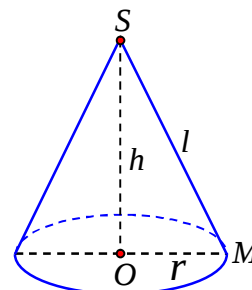


Dạng 1. Tính toán cơ bản của hình nón: đường sinh, bán kính đáy, chiều cao, góc ở đỉnh, diện tích, thể tích

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

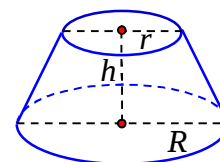
1. Hình nón:

- ✓ Chiều cao: $SO = h$
- ✓ Đường sinh: $SM = l$
- ✓ Góc ở đỉnh: $\widehat{MSN} = 2\alpha$
- ✓ Bán kính đáy r thì: $l^2 = r^2 + h^2$
- ✓ Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi r l$
- ✓ Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{đáy} + S_{xq} = \pi r^2 + \pi r l$
- ✓ Thể tích: $V = \frac{1}{3} S_{đáy} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$



2. Hình nón cụt:

- ✓ Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi (R + r) l$
- ✓ Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{2đáy} + S_{xq} = \pi (r^2 + R^2) + \pi (R + r) l$
- ✓ Thể tích: $V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr)$



Ví dụ 4: Trong không gian cho $\triangle OIM$ vuông tại I , góc $\widehat{IOM} = 30^\circ$ và $IM = a$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón tròn xoay.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón tròn xoay đó.

b) Tính thể tích của khối nón tròn xoay được tạo bởi hình nón tròn xoay nói trên.

Ví dụ 5: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3\text{cm}$ và đường sinh $l = 5\text{cm}$.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón.

b) Tính thể tích của khối nón tương ứng.

Ví dụ 6: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = c$, $AC = b$. Tính thể tích của khối tròn xoay sinh bởi tam giác đó (kể cả các điểm trong khi quay quanh đường thẳng BC).

Ví dụ 7: Các bán kính đáy của một hình nón cắt lần lượt là a và $3a$, đường sinh là $2,9a$. Tính thể tích khối nón cắt đó.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3\text{cm}$ và đường cao $h = 4\text{cm}$.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón.

b) Tính thể tích của khối nón tương ứng.

Bài 2. Cho tam giác SAB đều cạnh a , O là trung điểm của AB , quay tam giác SAB quanh cạnh SO được hình nón.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón.

b) Tính thể tích của khối nón tương ứng.

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

A diagram of a cone with a vertical axis. Four cross-sections are shown as shaded regions within the cone, each labeled with its name: 'circle' at the top, 'ellipse' below it, 'parabola' on the left side, and 'hyperbola' on the right side. The sections are colored in a light tan or beige shade.

- Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.
- Tính thể tích của khối nón được tạo thành bởi hình nón đó.
- Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12cm. Tính diện tích thiết diện đó.

[illegible][illegible]

Ví dụ 10: Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$.

- Tính diện tích xung quanh, diện tích đáy và thể tích của khối nón tương ứng.
- Cho dây cung BC của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy hình nón một góc 60° . Tính diện tích tam giác SBC .

Ví dụ 11: Một hình nón tròn xoay có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh bằng a .

- Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình nón đó.
- Một mặt phẳng đi qua đỉnh tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính diện tích thiết diện được tạo nên.

a) Tính diện tích xung quanh của hình nón và thể tích khối nón được tạo nên.

b) Gọi I là một điểm trên đường cao DO của hình nón sao cho $\frac{DI}{DO} = k$ ($0 < k < 1$). Tính diện tích của thiết diện qua I và vuông góc với trục của hình nón.

Bài 3. Cho hình nón tròn xoay có đường cao $h = 40\text{cm}$, bán kính đáy $r = 50\text{cm}$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 24cm . Tính diện tích của thiết diện.

Bài 4. Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Gọi BC là dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính diện tích tam giác SBC .

Bài 5. Cho khối nón đỉnh O , trục OI . Mặt phẳng trung trực của OI chia khối chóp thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần.

Bài 6. Cho khối nón đỉnh O , chiều cao là h . Một khối nón khác có đỉnh là tâm I của đáy và đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đã cho. Để thể tích của khối nón đỉnh I lớn nhất thì chiều cao của khối nón này bằng bao nhiêu?

Bài 7. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P) .

[illegible]

Ví dụ 15: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Một hình nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$.

- Tính diện tích xung quanh của hình nón.
- Khi đó thể tích khối nón tương ứng.

Ví dụ 16: Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a , một hình nón tròn xoay có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và có đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$.

- Tính diện tích xung quanh của hình nón đó
- Tính thể tích khối nón tương ứng.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

- Bài 8.** Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình nón tròn xoay và thể tích khối nón ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a .
- Bài 9.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.
- Bài 10.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính thể tích khối nón có đỉnh là tâm hình vuông $ABCD$ và có đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$.
- Bài 11.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 45° . Diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh là S , có đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

Dạng 4. Một số bài toán vận dụng thực tế

A. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 17: Một cơ sở sản xuất đồ gia dụng được đặt hàng làm các chiếc cốc hình nón không nắp bằng nhôm có thể tích là $V = 9a^3\pi$. Để tiết kiệm sản suất và mang lại lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sẽ sản suất những chiếc cốc hình nón có bán kính miệng cốc là R sao cho diện tích nhôm cần sử dụng là ít nhất. Tính R ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 18: Một cái ly có dạng hình nón như hình vẽ. Người ta đổ một lượng nước vào ly sao cho chiều cao của lượng nước trong ly bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của ly (không tính chân ly). Hỏi nếu bịt kín miệng ly rồi lộn ngược ly lên thì tỷ lệ chiều cao của nước và chiều cao của ly bằng bao nhiêu?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

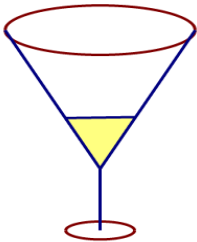
.....

.....

.....

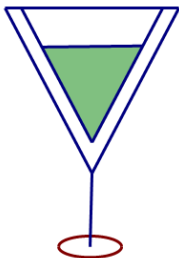
.....

.....



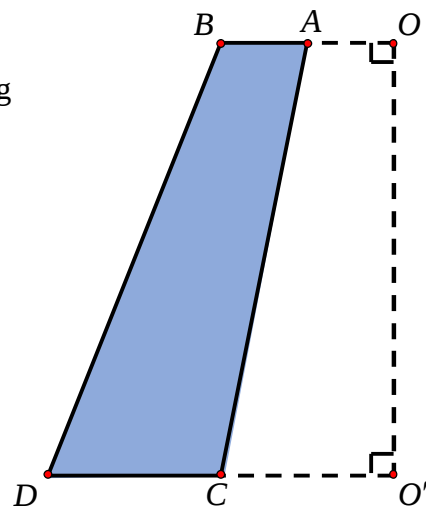
C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 12. Cho một chiếc cốc hình nón chứa đầy rượu như hình vẽ. Người X uống một phần rượu sao cho chiều cao của nó giảm đi $\frac{1}{3}$ so với chiều cao của rượu trong cốc. Người Y uống phần rượu còn lại trong cốc. Tính lượng rượu người X đã uống.



BÀI TẬP TỔNG HỢP VẤN ĐỀ 1

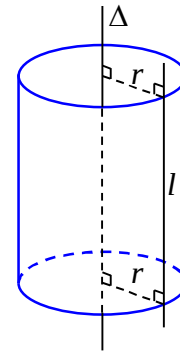
- Bài 13.** Cho tam giác SOA vuông tại O có $OA = 3\text{cm}$, $SA = 5\text{cm}$. Quay tam giác SOA quanh cạnh SO được hình nón.
- Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón.
 - Tính thể tích của khối nón tương ứng.
- Bài 14.** Cho khối nón có bán kính đáy $r = 12$ và có góc ở đỉnh là $\alpha = 120^\circ$. Hãy tính diện tích của thiết diện đi qua hai đường sinh vuông góc với nhau.
- Bài 15.** Cho hình nón N có bán kính đáy là R , góc giữa đường sinh và đáy của hình nón bằng α . Một mặt phẳng (P) song song với đáy hình nón, cách đáy hình nón một khoảng h và cắt hình nón theo đường tròn (C) .
- Tính bán kính đường tròn (C) theo R, h, α .
 - Tính diện tích và thể tích phần hình nón nằm giữa đáy hình nón N và mặt phẳng (P) .
- Bài 16.** Cho hình nón N có bán kính đáy R , đường cao SO . Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với SO tại O_1 sao cho $SO_1 = \frac{1}{3}SO$. Một mặt phẳng qua trục của hình nón cắt phần khối nón N nằm giữa (P) và đáy nón theo thiết diện là hình tứ giác có hai đường chéo vuông góc. Tính thể tích phần hình nón N nằm giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng chứa đáy hình nón N .
- Bài 17.** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$.
- Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón có đỉnh S và đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$.
 - Tính thể tích của khối nón tương ứng.
- Bài 18.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa cạnh bên với mặt đáy bằng 45° . Tính diện tích xung quanh của khối nón đỉnh S , đáy là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$.
- Bài 19.** Cho hình nón đỉnh S . Xét hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác ngoại tiếp đường tròn đáy của hình nón và có $AB = BC = 10a$, $AC = 12a$, góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 45° . Tính thể tích khối nón đã cho.
- Bài 20.** Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang $ABCD$ quanh trục OO'
 Biết $OO' = 80$, $O'D = 24$, $O'C = 12$, $OA = 12$, $OB = 6$.



Vấn đề 2. HÌNH TRỤ. MẶT TRỤ. KHỐI TRỤ

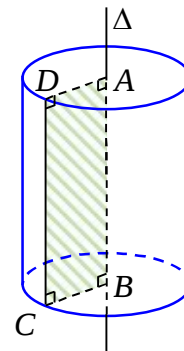
1. Mặt trụ tròn xoay:

Trong mp (P) cho hai đường thẳng Δ và l song song nhau, cách nhau một khoảng bằng r . Khi quay (P) xung quanh Δ thì l sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là **mặt trụ tròn xoay**. Δ gọi là trục, l gọi là đường sinh, r là bán kính của mặt trụ đó.



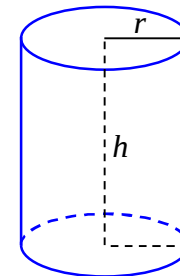
2. Hình trụ tròn xoay:

Xét hình chữ nhật $ABCD$. Khi quay hình đó xung quanh đường thẳng chứa 1 cạnh, chẳng hạn AB , thì đường gấp khúc $ADCB$ tạo thành 1 hình được gọi là **hình trụ tròn xoay**.



- Hai đáy là hai hình tròn: tâm A bán kính $r = AD$ và tâm B bán kính $r = BC$.
- Đường sinh: đoạn CD .
- Mặt xung quanh: là mặt do đoạn CD tạo thành khi quay, nếu cắt theo một đường sinh và trải ra ta được mặt xung quanh là một hình chữ nhật.
- Chiều cao: $h = AB = CD$.

3. Khối trụ tròn xoay: Phần không gian được giới hạn bởi một hình trụ kể cả hình trụ đó được gọi là **khối trụ tròn xoay**.



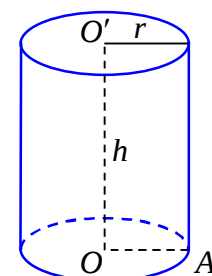
4. Diện tích hình trụ và thể tích khối trụ:

- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi rh$
- Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + 2.S_{đáy} = 2\pi rh + 2\pi r^2$
- Thể tích khối trụ: $V = Bh = \pi r^2 h$

Dạng 1. Tính toán cơ bản của hình trụ: chiều cao (đường sinh), bán kính đáy, diện tích, thể tích

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- ✓ Chiều cao: $OO' = h$
- ✓ Bán kính đáy: $r = OA$
- ✓ Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi rh$
- ✓ Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + 2.S_{đáy} = 2\pi rh + 2\pi r^2$
- ✓ Thể tích: $V = S_{đáy} \cdot h = \pi r^2 h$



B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 19: Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình trụ:

- a) có bán kính đường tròn đáy $r = a$ và chiều cao $h = a\sqrt{3}$.
- b) có chiều cao bằng 2 và thể tích bằng 8π .

Ví dụ 20: Tính thể tích V của khối trụ tròn xoay

- a) có bán kính đáy bằng R và diện tích toàn phần bằng $8\pi R^2$.
- b) có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$.
- c) có chiều cao bằng bán kính đáy và diện tích xung quanh bằng 2π .
- d) có đường kính đáy bằng $2a$, đường sinh bằng $3a$.

Ví dụ 21: Trong không gian, cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi I và H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Khi quay hình vuông đó xung quanh trục IH ta được một hình trụ tròn xoay.

- a) Tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay đó.
- b) Tính thể tích khối trụ tròn xoay được giới hạn bởi hình trụ nói trên.

Ví dụ 22: Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O' và có chiều cao bằng a . Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A sao cho AO' hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo a .

Ví dụ 23: Một hình trụ có bán kính r và chiều cao $h = r\sqrt{3}$.

- Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ.
- Tính thể tích khối trụ tạo nên bởi hình trụ đã cho.
- Cho hai điểm A và B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa đường thẳng AB và trục của hình trụ bằng 30° . Tính khoảng cách giữa đường thẳng AB và trục của hình trụ.

Ví dụ 24: Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy hình trụ góc 45° . Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo a .

Ví dụ 25: Cho hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai hình tròn (O, R) và (O', R) . Biết rằng tồn tại dây cung AB của đường tròn (O) sao cho $\triangle O'AB$ đều và $mp(O'AB)$ hợp với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60° . Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo R .

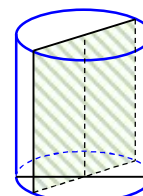
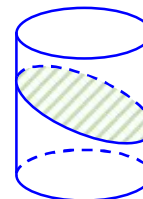
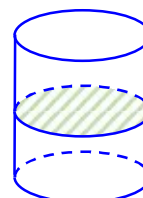
C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

- Bài 21.** Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$, $AD = 2$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó?
- Bài 22.** Một hình vuông $ABCD$. Cho hình vuông đó quay quanh trục AB và trục AC được tạo thành các khối tròn xoay có thể tích lần lượt là V_1 , V_2 . Tính tỉ số $k = \frac{V_1}{V_2}$.
- Bài 23.** Cho hình vuông $ABCD$ biết cạnh bằng a . Gọi I , K lần lượt là trung điểm của AB , CD . Tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay khi cho hình vuông $ABCD$ quay quanh IK một góc 360° .
- Bài 24.** Cho hình trụ có bán kính đáy và chiều cao có độ dài bằng nhau. Hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB và CD lần lượt là dây cung của hai đường tròn đáy (các cạnh AD , BC không phải là đường sinh của hình trụ). Tính độ dài bán kính đáy và chiều cao của hình trụ biết rằng cạnh hình vuông có độ dài bằng a .
- Bài 25.** Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = a$, $AC = 2a$. Tính theo a độ dài đường sinh l của hình trụ, nhận được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục AB .
- Bài 26.** Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

Dạng 2. Thiết diện với mặt trụ

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Nếu cắt mặt trụ tròn xoay (có bán kính là r) bởi một $mp(\alpha)$ **vuông góc** với trục Δ thì ta được đường tròn có tâm trên Δ và có bán kính bằng r với r cũng chính là bán kính của mặt trụ đó.
- Nếu cắt mặt trụ tròn xoay (có bán kính là r) bởi một $mp(\alpha)$ **không vuông góc** với trục Δ nhưng cắt tất cả các đường sinh, ta được giao tuyến là một đường elíp có trục nhỏ bằng $2r$ và trục lớn bằng $\frac{2r}{\sin \varphi}$, trong đó φ là góc giữa trục Δ và $mp(\alpha)$ với $0^\circ < \varphi < 90^\circ$.
- Cho $mp(\alpha)$ **song song** với trục Δ của mặt trụ tròn xoay và cách Δ một khoảng k :
 - ✓ Nếu $k < r$ thì $mp(\alpha)$ cắt mặt trụ theo hai đường sinh $\Rightarrow$ thiết diện là hình chữ nhật.
 - ✓ Nếu $k = r$ thì $mp(\alpha)$ tiếp xúc với mặt trụ theo một đường sinh.
 - ✓ Nếu $k > r$ thì $mp(\alpha)$ không cắt mặt trụ.
 - ✓ Cho $mp(\alpha)$ **qua** trục Δ của mặt trụ tròn xoay thì thiết diện là hình chữ nhật.



B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 26: Cho hình trụ có hình tròn đáy bán kính là $r = a$, có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo a .

Ví dụ 27: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$ và có khoảng cách giữa hai đáy bằng 7cm .

a) Tính diện tích xung quanh của hình trụ và thể tích của khối trụ được tạo nên.

b) Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3cm . Hãy tính diện tích của thiết diện được tạo nên.

Ví dụ 28: Một khối trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông cạnh là $3a$. Tính diện tích toàn phần khối trụ và thể tích khối trụ.

Ví dụ 29: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a , mặt phẳng qua trục và cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $6a^2$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ và thể tích khối trụ.

Ví dụ 30: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục của nó là một hình vuông. Tính diện tích toàn phần của hình trụ và thể tích khối trụ.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 31: Hình trụ có bán kính đáy bằng a , chu vi của thiết diện qua trục bằng $10a$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ và thể tích khối trụ.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 32: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AD = 6$ và góc CAD bằng 60° . Thể tích của khối trụ là

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 27. Cho hình trụ có bán kính R và chiều cao $R\sqrt{3}$. Cho hai điểm A và B' lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB' và trục của hình trụ bằng 30° . Một mặt phẳng (P) chứa AB' và song song với trục của hình trụ.

- Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) .
- Tính góc giữa hai bán kính đi qua A và B' .
- Tính khoảng cách giữa AB' và trục hình trụ.

Bài 28. Cho hình trụ có trục OO' , bán kính đáy R và chiều cao h . Một điểm M cố định cách trục của hình trụ một khoảng bằng $2R$. Qua M dựng hai mặt phẳng (α) và (β) tiếp xúc với mặt trụ theo các đường sinh AA' và BB' . Gọi d là giao tuyến của (α) và (β) . Chứng minh:

- d vuông góc với đáy của hình trụ.
- Mặt phẳng (AA', BB') vuông góc với mặt phẳng $(OO'M)$.
- Tính góc giữa hai mặt phẳng (α) , (β) và tính diện tích thiết diện do mặt phẳng (AA', BB') cắt hình trụ.

Dạng 3. Nội tiếp – Ngoại tiếp

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- 1. Hình trụ nội tiếp hình lăng trụ là hình trụ có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp hai đa giác đáy của hình lăng trụ.
- 2. Hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ là hình trụ có hai đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai đa giác đáy của hình lăng trụ.
- 3. Hình nón nội tiếp hình trụ là hình nón có đáy là đáy hình trụ và đỉnh trùng với tâm của đáy còn lại của hình trụ.

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 33: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tính S .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 34: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và có chiều cao bằng chiều cao của tứ diện.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 35: Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $3a$ và có hai đáy là hai tam giác nội tiếp hai đường tròn đáy của hình trụ (τ) . Tính thể tích khối trụ (τ) .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 36: Cho hình trụ có hai đường tròn đáy lần lượt là (O) , (O') . Biết thể tích khối nón có đỉnh là O và đáy là hình tròn (O') là a^3 , tính thể tích khối trụ đã cho?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 37: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O, R) và (O', R) ; $OO' = a\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là O' và đáy là hình tròn (O, R) . Gọi S_1 , S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

- Bài 29.** Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ $AB = 1$, đáy lớn $CD = 3$, cạnh bên $AD = \sqrt{2}$ quay quanh đường thẳng AB . Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành.
- Bài 30.** Một hình trụ có hai đường tròn đáy nội tiếp hai mặt của hình lập phương cạnh bằng $2a$. Tính thể tích của khối trụ đó.
- Bài 31.** Cho một khối lăng trụ tam giác đều có thể tích là $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đó.
- Bài 32.** Cho hình lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích 6 mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Hãy tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$.

Ví dụ 40: Một nhà máy cần thiết kế một chiếc bể đựng nước hình trụ bằng tôn có nắp, có thể tích là $64\pi \text{ (m}^3\text{)}$. Tìm bán kính đáy r của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra tốn ít nhiên liệu nhất.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

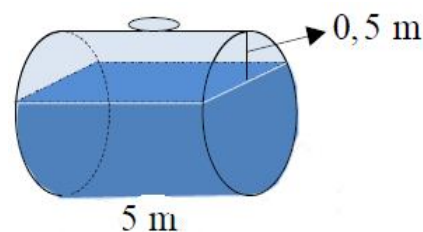
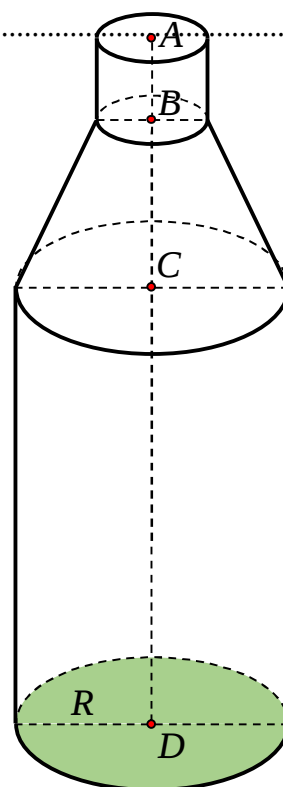
Bài 36. Một thùng xách nước hình trụ có chiều cao 4dm, đường kính đáy 2dm. Người ta dùng các thùng này để xách nước đổ vào một cái bể hình lập phương cạnh 1,5m. Giả sử mỗi lần xách đều đầy nước trong thùng và khi đổ 100 thùng thì được 90% thể tích bể. Hỏi ban đầu số lít nước có trong bể là bao nhiêu ?

Bài 37. Người ta bỏ 12 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 12 lần đường kính quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

Bài 38. Một công ty dự kiến làm một đường ống thoát nước thải hình trụ dài 1km, đường kính trong của ống (không kể lớp bê tông) bằng 1m; độ dày của lớp bê tông bằng 10cm. Biết rằng cứ một khối bê tông phải dùng 10 bao xi măng. Số bao xi măng công ty phải dùng để xây dựng đường ống thoát nước gần đúng với số nào nhất?

Bài 39. Phần không gian bên trong của chai nước ngọt có hình dạng như hình bên. Biết bán kính đáy bằng $R = 5\text{cm}$, bán kính cổ $r = 2\text{cm}$, $AB = 3\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, $CD = 16\text{cm}$. Tính thể tích phần không gian bên trong của chai nước ngọt đó.

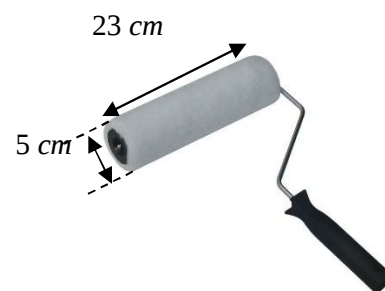
Bài 40. Một bồn trụ đang chứa dầu được đặt nằm ngang có chiều dài bồn là 5m, bán kính đáy 1m. Người ta rút dầu ra trong bồn tương ứng với 0,5m của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng của dầu còn lại trong bồn (theo đơn vị m^3 , làm tròn đến ba chữ số thập phân).



BÀI TẬP TỔNG HỢP VẤN ĐỀ 2

- Bài 41.** Cho một hình trụ có hai đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính R , chiều cao là $R\sqrt{2}$. Tính thể tích và diện tích xung quanh của hình trụ.
- Bài 42.** Trong không gian cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi I và H là trung điểm của các cạnh AB và CD . Khi quay hình vuông đó xung quanh trục IH ta được một hình trụ tròn xoay.
- Tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay.
 - Tính thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ.
- Bài 43.** Một hình trụ có bán kính R và chiều cao $h = R\sqrt{3}$.
- Tính S_{xq} và diện tích toàn phần của hình trụ tròn xoay.
 - Tính thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ.
 - Cho hai điểm A và B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa đường thẳng AB và trục của hình trụ bằng 30° . Tính khoảng cách giữa đường thẳng AB và trục của hình trụ.
- Bài 44.** Cho hình trụ có bán kính R và chiều cao cũng bằng R . Một hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB và CD lần lượt là hai dây cung của hai đường tròn đáy, các cạnh AD và BC không phải là đường sinh của hình trụ. Tính cạnh của hình vuông đó và cosin của góc giữa hai mặt phẳng chứa hình vuông và mặt phẳng đáy.
- Bài 45.** Một hình trụ có bán kính đáy R và có thiết diện qua trục là một hình vuông.
- Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ.
 - Tính thể tích của khối trụ tương ứng.
 - Tính V của khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp trong khối trụ đã cho.
- Bài 46.** Một hình trụ có bán kính đáy R và đường cao $R\sqrt{3}$. A và B là hai điểm trên hai đường tròn đáy sao cho góc hợp bởi AB và trục hình trụ là 30° .
- Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ.
 - Tính thể tích của khối trụ tương ứng.
 - Tính khoảng cách giữa AB và trục của hình trụ.
- Bài 47.** Một hình trụ có bán kính đáy $R = 5\text{cm}$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7cm .
- Tính diện tích xung quanh của hình trụ và thể tích của khối trụ.
 - Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3cm . Hãy tính diện tích của thiết diện được tạo nên.
- Bài 48.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a và đường cao $AS = 2a$. $MNPQ$ là thiết diện song song với đáy, M thuộc SA và $AM = x$. Xét hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp $MNPQ$ và đường sinh là MA .
- Tính diện tích $MNPQ$ theo a và x .
 - Tính thể tích của khối trụ theo a và x .
 - Xác định vị trí của M để khối trụ có thể tích lớn nhất.
- Bài 49.** Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là (O) và (O') .
- Mặt phẳng qua trục OO' cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh a . Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ và tính thể tích của khối trụ tương ứng.
 - Mặt phẳng song song với trục và cách trục OO' một khoảng 3cm và cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật $ABB'A'$; $A, B \in (O)$; $A', B' \in (O')$; $AB = 8\text{cm}$; $BB' = 5\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ và tính thể tích của khối trụ tương ứng.

- Bài 50.** Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là $C(O; R)$ và $C'(O'; R)$, đường cao $R\sqrt{3}$, $A \in (C)$, $A' \in (C')$, góc hợp bởi AA' và OO' bằng 30° .
- Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ và tính thể tích của khối trụ tương ứng.
 - Tính diện tích thiết diện qua AA' và song song với trục hình trụ
 - Tính góc giữa OA và $O'A'$.
 - Dựng và tính độ dài đoạn vuông góc chung của AA' và OO' .
- Bài 51.** Một cái nồi nấu nước người ta làm dạng hình trụ, chiều cao của nồi là 60cm, diện tích đáy $900\pi\text{cm}^2$. Hỏi người ta cần miếng kim loại hình chữ nhật có kích thước là bao nhiêu để làm thân nồi đó? (bỏ qua kích thước các mép gấp).
- Bài 52.** Một nhà máy sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đáy với dung tích 1000cm^3 . Tính bán kính của nắp đáy để nhà sản xuất tiết kiệm nguyên vật liệu nhất.
- Bài 53.** Một cái trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là 5cm, chiều dài lăn là 23cm (hình bên). Tính diện tích sau khi lăn trọn 15 vòng thì trục lăn tạo nên sân phẳng.
- Bài 54.** Người ta bỏ ba quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng ba lần đường kính bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng:
- Bài 55.** Một thùng chứa hình trụ kín, có thể tích 5000m^3 . Vật liệu để làm hai đáy có giá $250000/\text{m}^2$, vật liệu làm phần còn lại có giá $400000/\text{m}^2$. Tính chiều cao h và bán kính đáy của thùng chứa để chi phí thấp nhất.

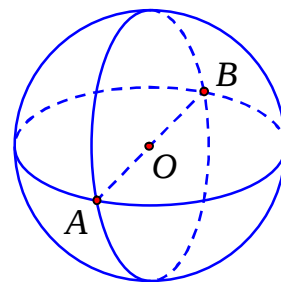


Vấn đề 3. MẶT CẦU. KHỐI CẦU

1. Các định nghĩa

- Tập hợp các điểm trong không gian cách điểm cố định O một khoảng R không đổi gọi là **mặt cầu** tâm O bán kính R . Kí hiệu: $S(O; R)$
- Tập hợp các điểm M trong không gian sao cho $OM \leq R$ gọi là **khối cầu** tâm O bán kính R .

$$S(O; R) = \{M \mid OM = R\}$$

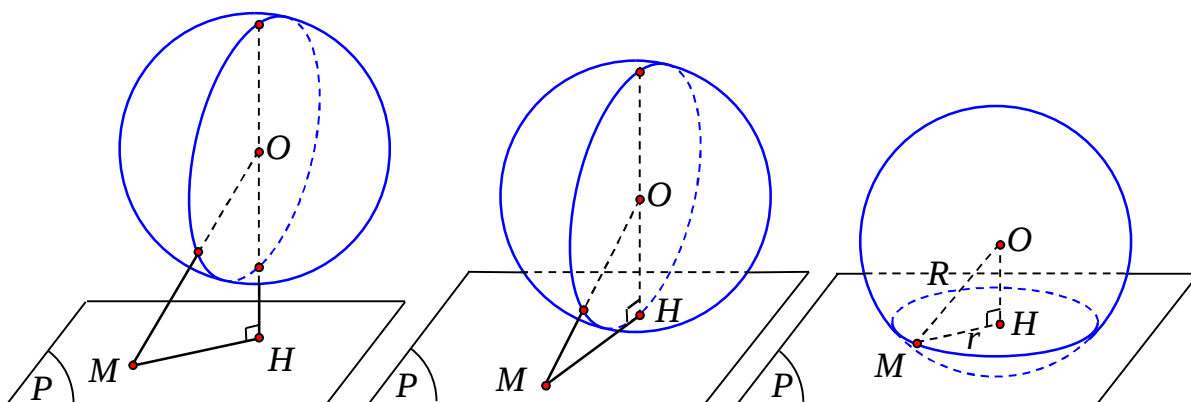


- Nếu A, B thuộc (S) và AB qua O thì AB gọi là **đường kính** của mặt cầu (S) .

2. Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng

Cho mặt cầu $S(O; R)$ và mặt phẳng (P) , gọi d là khoảng cách từ O đến (P) và H là hình chiếu của O trên (P) . Khi đó:

- Nếu $d > R$ thì (P) không cắt mặt cầu.
- Nếu $d = R$ thì (P) **tiếp xúc** với mặt cầu (S) tại H . Ta nói (P) là **tiếp diện** của mặt cầu còn H là **tiếp điểm** của (P) và (S) .
- Nếu $d < R$ thì (P) **cắt** (S) theo giao tuyến là đường tròn nằm trên (P) có tâm H và bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2}$



⚠ **Chú ý:**

- ✓ Khi $d = R$ thì (P) đi qua **tâm** O của mặt cầu (S) lúc đó ta gọi (P) là **mặt phẳng kính** và giao tuyến là **đường tròn lớn** của mặt cầu.
- ✓ Mặt cầu đi qua **mọi đỉnh** của hình đa diện (H) gọi là mặt cầu **ngoại tiếp** hình đa diện (H) và hình đa diện (H) được gọi là **nội tiếp** mặt cầu.
- ✓ Mặt cầu **tiếp xúc với tất cả các mặt** của hình đa diện (H) gọi là mặt cầu **nội tiếp** hình đa diện (H) và hình đa diện (H) được gọi là **ngoại tiếp** mặt cầu.

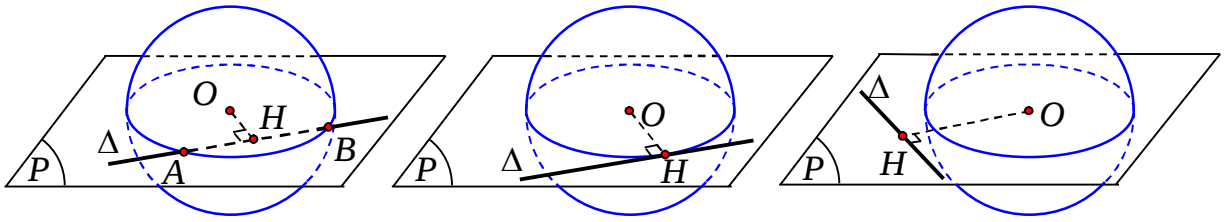
3. Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng

Cho mặt cầu $S(O; R)$ và đường thẳng Δ , gọi H là hình chiếu của O trên Δ và $d = OH$. Khi đó:

- Nếu $d < R$ thì Δ **cắt** mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt.
- Nếu $d = R$ thì Δ **tiếp xúc** với mặt cầu (S) tại một điểm, lúc đó Δ gọi là **tiếp tuyến** của mặt cầu

và H gọi là tiếp điểm của mặt cầu.

- Nếu $d > R$ thì Δ **không** cắt mặt cầu.



Chú ý:

- ✓ Qua một điểm M nằm trên mặt cầu $S(O; R)$ có vô số tiếp tuyến với mặt cầu và các tiếp tuyến này cùng nằm trên tiếp diện của mặt cầu tại M .
- ✓ Qua một điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$ có vô số tiếp tuyến với mặt cầu đã cho. Các tiếp tuyến này tạo thành một mặt nón đỉnh M .

- **Định lý:** Nếu điểm A nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$ thì:

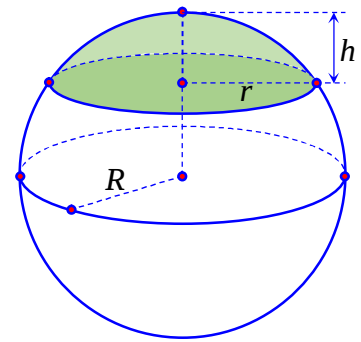
- ✓ Qua A có vô số tiếp tuyến với mặt cầu.
- ✓ Độ dài nối A với các tiếp điểm bằng nhau và ta thường gọi là **đoạn tiếp tuyến**.
- ✓ Tập hợp các tiếp điểm là một đường tròn nằm trên mặt cầu.

4. Diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu

- ✓ Diện tích mặt cầu $S(O; R)$: $S = 4\pi R^2$
- ✓ Thể tích khối cầu $S(O; R)$: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

5. Diện tích xung quanh và thể tích chỏm cầu:

- ✓ Diện tích mặt cầu: $S_{xq} = 2\pi Rh = \pi(r^2 + h^2)$
- ✓ Thể tích khối cầu: $V = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) = \frac{\pi h}{6} (h^2 + 3r^2)$



Dạng 1. Xác định mặt cầu

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Muốn chứng minh nhiều điểm cùng thuộc một mặt cầu ta chứng minh các điểm đó cùng cách đều một điểm O cố định một khoảng $R > 0$ không đổi.
2. Muốn chứng minh một đường thẳng Δ tiếp xúc với một mặt cầu $S(O; R)$ ta chứng minh $d(O, \Delta) = R$.
3. Muốn chứng minh một mặt phẳng (P) tiếp xúc với một mặt cầu $S(O; R)$ ta chứng minh $d(O, (P)) = R$.
4. Tập hợp các điểm M trong không gian nhìn đoạn AB cố định dưới một góc vuông là mặt cầu đường kính AB .

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 41: Tìm tập hợp tất cả các điểm M trong không gian luôn luôn nhìn đoạn thẳng AB cố định dưới một góc vuông

Ví dụ 42: Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng tập hợp các điểm M trong không gian sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3a$ là một mặt cầu.

Ví dụ 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với SC , cắt cạnh SB , SC , SD lần lượt tại M , N , P .

a) Chứng minh $BD \perp AN$.

b) Chứng minh năm điểm: S , A , M , N , P cùng thuộc một mặt cầu.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 56. Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy $MNPQ$ là hình vuông tâm O cạnh a , $SM \perp (MNPQ)$ và $SM = a\sqrt{3}$. Gọi H là hình chiếu của N trên SP .

a) Chứng minh rằng: 5 điểm S , O , M , N , H cùng nằm trên mặt cầu.

b) Xác định tâm và bán kính mặt cầu nói trên.

Bài 57. Bài 6.2. Từ một điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$ ta kẻ hai đường thẳng cắt mặt cầu lần lượt tại A, B và C, D .

a) Chứng minh rằng $MA.MB = MC.MD$.

b) Gọi $MO = d$. Tính $MA.MB$ theo r và d .

Bài 58. Cho mặt cầu $S(O; R)$ tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại I . Gọi M là một điểm nằm trên mặt cầu nhưng không phải là điểm đối xứng với I qua O . Từ M ta kẻ hai tiếp tuyến của mặt cầu cắt (P) tại A và B . Chứng minh rằng $\widehat{AMB} = \widehat{AIB}$.

Dạng 2. Mặt cầu nội tiếp – Ngoại tiếp hình chóp

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

- Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là mặt cầu đi qua các đỉnh của hình chóp. Ta nói hình chóp nội tiếp mặt cầu.
- Tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là giao điểm của trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy của hình chóp và mặt trung trực của một cạnh bên.

2. Mặt cầu nội tiếp hình chóp

- Mặt cầu nội tiếp hình chóp là mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình chóp. Ta nói hình chóp ngoại tiếp mặt cầu.
- Điều kiện để mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu:
 - Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O; R)$ tại H khi và chỉ khi mặt phẳng (P) vuông góc với bán kính OH tại điểm H .
 - Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O; R) \Leftrightarrow d(O; (P)) = R$.
- Nếu một khối đa diện có hình cầu nội tiếp thì bán kính hình cầu nội tiếp là $r = \frac{3V}{S_p}$ (trong đó V là thể tích và S_p là diện tích toàn phần hình đa diện).
- Tâm của mặt cầu nội tiếp hình chóp cách đều tất cả các mặt của hình chóp.

3. Cách tìm tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

Cách 1: Nếu $A, B, C, \dots$ cùng nhìn đoạn MN theo 1 góc vuông thì $A, B, C, \dots, M, N$ cùng thuộc mặt cầu có đường kính MN . Tâm I là trung điểm MN .

Cách 2: (Tổng quát) Dựng tâm I theo các bước:

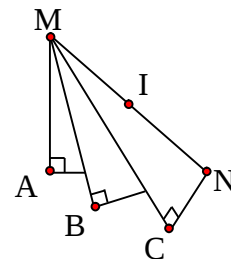
Bước 1: Dựng trục Δ của đáy. (vuông góc đáy tại tâm ngoại)

Bước 2:

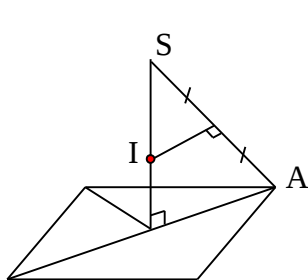
- Nếu cạnh bên SA cắt hoặc song song với Δ thì trong mặt phẳng (SA, Δ) , đường trung trực SA cắt Δ tại I (hình a, b).
- Nếu cạnh bên SA không đồng phẳng với Δ thì mặt phẳng trung trực của SA cắt Δ tại I .

Cách 3: I là giao của hai trục

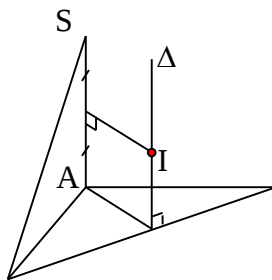
Bước 1: Dựng trục Δ_1 của đáy.



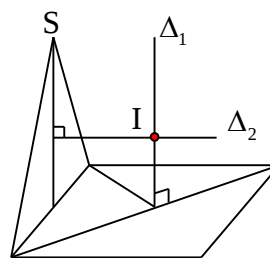
Bước 2: Dựng trục Δ_2 của 1 mặt bên (chọn mặt bên là tam giác đặc biệt). Tâm I là giao của Δ_1 và Δ_2 (hình c).



Hình a



Hình b

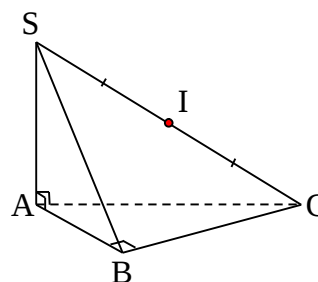


Hình c

4. Tâm mặt cầu ngoại tiếp một số hình đặc biệt:

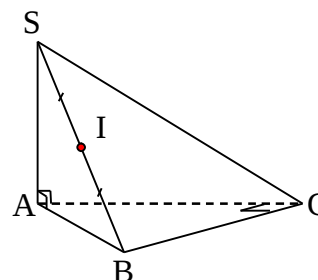
a) Hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác ABC vuông tại B :

- Ta có $BC \perp AB$ (?)
 $\Rightarrow BC \perp SB$ (?)
 $\Rightarrow \widehat{SBC} = 90^\circ$ (1)
- Mặt khác ta có: $SA \perp AC \Rightarrow \widehat{SAC} = 90^\circ$ (2)
- Từ (1) và (2) suy ra A, B, S, C cùng thuộc mặt cầu đường kính SC . Tâm I là trung điểm SC .



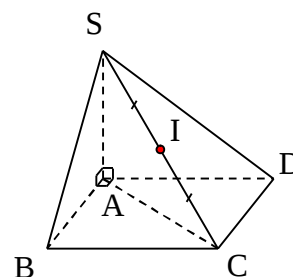
b) Hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác ABC vuông tại C :

- Ta có $BC \perp AC$ (?)
 $\Rightarrow BC \perp SC$ (?)
 $\Rightarrow \widehat{SCB} = 90^\circ$ (1)
- Mặt khác ta có: $SA \perp AB \Rightarrow \widehat{SAB} = 90^\circ$ (2)
- Từ (1) và (2) suy ra A, C, S, B cùng thuộc mặt cầu đường kính SB . Tâm I là trung điểm SB .



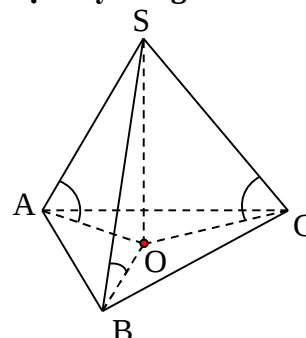
c) Hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $ABCD$ là hình chữ nhật:

- Ta có $\widehat{SAC} = 90^\circ$ (?)
 $\widehat{SBC} = 90^\circ$ (?)
 $\widehat{SDC} = 90^\circ$ (?)
- $\Rightarrow A, B, D$ cùng thuộc mặt cầu đường kính SC . Tâm I là trung điểm SC .



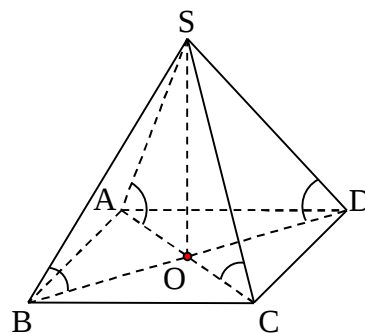
d) Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45° :

- Ta có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45°
 $\Rightarrow \widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SCO} = 45^\circ$
 $\Rightarrow \triangle SOA, \triangle SOB, \triangle SOC$ là các tam giác vuông cân tại O
 $\Rightarrow OS = OA = OB = OC$
 $\Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.



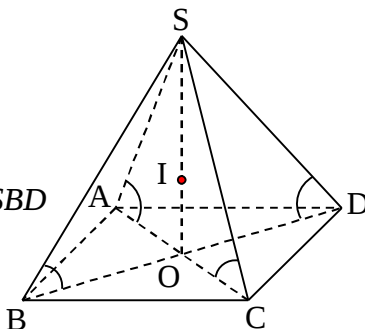
e) Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45° :

- Ta có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45°
 $\Rightarrow \widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SCO} = \widehat{SDO} = 45^\circ$
 $\Rightarrow \triangle SOA, \triangle SOB, \triangle SOC, \triangle SOD$ là các tam giác vuông cân tại O .
 $\Rightarrow OS = OA = OB = OC = OD$
 $\Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.



f) Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° :

- Ta có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60°
 $\Rightarrow \widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SCO} = \widehat{SDO} = 60^\circ$
 $\Rightarrow \triangle SAC, \triangle SBD$ là các tam giác đều
- Gọi I là trọng tâm $\triangle SAC$ thì I cũng là trọng tâm $\triangle SBD$
 $\Rightarrow IS = IA = IB = IC = ID$
 $\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.



B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Biết góc giữa SC và đáy bằng 30° . Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ theo a .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 45: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° và cạnh đáy bằng a . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ theo a .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 46: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45° và cạnh đáy bằng a . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp của hình chóp $S.ABC$ theo a .

Ví dụ 47: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $SA \perp (ABC)$.

a) Xác định tâm và bán kính mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp.

b) Cho $BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SA = a\sqrt{6}$. Tính bán kính của mặt cầu (S) ở trên.

Ví dụ 48: Cho $S.ABC$ có mặt đáy là tam giác đều cạnh bằng a . Các mặt (SAB) , (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy.

a) Chứng minh SA vuông góc với mặt phẳng đáy.

b) Tính thể tích của khối chóp. Biết $SA = a$, tính thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

a) Tính thể tích khối lăng trụ. b) Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

b) Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối lăng trụ.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

- Bài 59.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a và có chiều cao $\frac{a}{\sqrt{2}}$. Chứng tỏ: O là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$. Tính khoảng cách từ O đến (SCD) và khoảng cách giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD) theo a .
- Bài 60.** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , các mặt chéo (SAC) , (SBD) là tam giác đều. Tìm tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.
- Bài 61.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , biết $AC = 2AB = 2a$ và mặt bên SAC là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy. Tìm tâm, bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ theo a .
- Bài 62.** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc mặt phẳng (SAB) . Cho $AB = 3a$, $BC = 4a$, $AC = 5a$, $SA = 6a$. Tính bán kính mặt cầu qua S, A, B, C theo a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SC . Tính thể tích khối chóp $MNABC$ theo a .
- Bài 63.** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi, cạnh bằng a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết $SA = SB = SC = \sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a . Chứng tỏ hình chóp $S.ABCD$ không nội tiếp được trong một mặt cầu.
- Bài 64.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Tìm tâm và bán kính mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp trong các trường hợp sau:
a) Có tất cả các cạnh đều bằng a .
b) Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$, cạnh đáy $AB = a$.
c) Cạnh đáy $AB = a$ và góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy là 60° .
d) Cạnh bên $SB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy là 60° .
e) Cạnh bên $SB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy là 60° .
- Bài 65.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $SB \perp (ABC)$.
a) Xác định tâm và bán kính mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp.
b) Cho $AB = a\sqrt{3}$, $AC = 2a$, $SB = a\sqrt{2}$. Tính bán kính của mặt cầu (S) ở trên.
- Bài 66.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Tìm tâm và bán kính mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp trong các trường hợp sau:
a) Tất cả các cạnh đều bằng a .
b) $SA = \frac{a\sqrt{10}}{2}$, $AB = a$.
c) $SA = 2a\sqrt{3}$ và góc tạo bởi giữa cạnh bên và mặt đáy là 60° .
d) $SA = a\sqrt{2}$ và góc tạo bởi giữa mặt bên và mặt đáy là 60° .
e) $AB = 2a$ và góc giữa cạnh bên và mặt đáy là 60° .
- Bài 67.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, có $AB = 2a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy là 30° .
a) Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
b) Xác định tâm và tính V mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- a) Tính AB .
b) Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng CD .

Ví dụ 52: Cho hình lập phương cạnh a . Hãy xác định tâm và tính bán kính của mặt cầu tiếp xúc với cả 6 mặt của hình lập phương.

Ví dụ 53: Cho mặt cầu $S(O; R)$. Cắt mặt cầu bởi mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ O đến (P) bằng $\frac{R}{2}$. Xác định thiết diện của (P) và mặt cầu.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 68. Cho khối cầu $S(O; R)$ có đường kính AB . Trên đoạn OB lấy điểm H sao cho $OH = \frac{R}{3}$. Mặt phẳng (α) qua H và vuông góc với AB , cắt khối cầu theo hình tròn (I) .

a) Tính diện tích hình tròn (I) .

b) Gọi CDE là tam giác đều nội tiếp trong hình tròn (I) , tính thể tích các khối chóp $ACDE$ và $BCDE$.

Bài 69. Cho mặt cầu $S(O; R)$ tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại I . Lấy điểm M tùy ý trên (S) sao cho ba điểm O, I, M không thẳng hàng. Từ M kẻ hai tiếp tuyến vuông góc với nhau đến mặt cầu (S) , hai tiếp tuyến này cắt $mp(P)$ tại A và B . Chứng minh: $AB^2 = IA^2 + IB^2$.

Bài 70. Cho $\triangle ABC$ có độ dài ba cạnh lần lượt là 13, 14, 15. Một mặt cầu $S(O; 5)$ tiếp xúc với ba cạnh của tam giác tại các tiếp điểm thuộc ba cạnh đó. Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) .

Dạng 4. Diện tích mặt cầu – Thể tích khối cầu

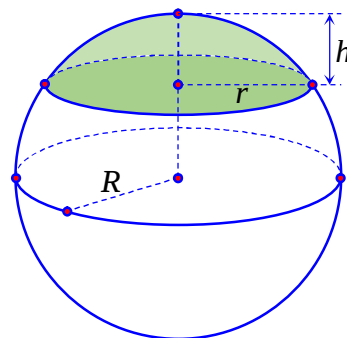
A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu

- Diện tích mặt cầu $S(O; R): S = 4\pi R^2$
- Thể tích khối cầu $S(O; R): V = \frac{4}{3}\pi R^3$

2. Diện tích xung quanh và thể tích chòm cầu

- Diện tích mặt cầu: $S_{xq} = 2\pi Rh = \pi(r^2 + h^2)$
- Thể tích khối cầu: $V = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) = \frac{\pi h}{6} (h^2 + 3r^2)$



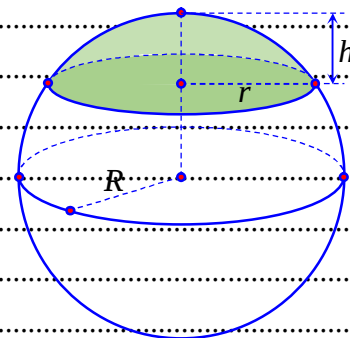
B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 54: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Từ tâm O của hình vuông dựng đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Trên Δ lấy điểm S sao cho $SO = \frac{a}{2}$.

- a) Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
b) Tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu được tạo bởi mặt cầu đó.

[illegible]

Ví dụ 55: Chứng minh công thức tính thể tích khối chòm cầu và diện tích xung quanh của chòm cầu như hình vẽ.



C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 71. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh a .

- Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp $ABCD$.
- Tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu trên.

$$\text{ĐS: } R = \frac{a\sqrt{6}}{4}; S = \frac{3\pi a^2}{2}; V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{8}$$

Bài 72. Cho tứ diện $SABC$ có $SA \perp (ABC)$, hai mặt phẳng (SBC) , (SAB) vuông góc với nhau,

$$SB = a\sqrt{2}, \widehat{BSC} = \frac{\pi}{4}, \widehat{ASB} = \alpha, \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right).$$

- Chứng minh $SB \perp BC$. Tìm tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$.
- Tính V_{SABC} theo a và α . Tìm α để thể tích này lớn nhất.

Bài 73. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° .

- Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.
- Tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

$$\text{ĐS: } R = \frac{a\sqrt{6}}{3}; S = \frac{8\pi a^2}{3}; V = \frac{8\pi a^3 \sqrt{6}}{27}.$$

Bài 74. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC , (α) cắt SB , SC , SD lần lượt tại B' , C' , D' .

- Chứng minh rằng 7 điểm A, B, C, D, B', C', D' cùng nằm trên một mặt cầu.
- Tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

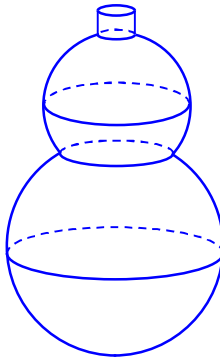
Bài 75. Cho $\triangle ABC$ cân tại A với $BC = 2a$, đường cao $AH = \frac{a}{2}$. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại A , lấy 2 điểm M, N sao cho $AM = AN = \frac{a}{2}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $BCNM$.

Bài 76. Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a , vẽ BD và CE cùng vuông góc với (ABC) và nằm cùng phía đối với mặt phẳng (ABC) . Gọi I là trung điểm BC . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.DECI$.

Dạng 5. Một số bài toán vận dụng thực tế

A. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 56: Người ta cắt hai hình cầu bán kính lần lượt là $R = 13\text{cm}$ và $r = \sqrt{41}\text{cm}$ để làm hồ lô đựng rượu như hình vẽ bên. Biết đường tròn giao của hai hình cầu có bán kính bằng $r' = 5\text{cm}$ và nút uống là một hình trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{5}\text{cm}$, chiều cao bằng 4cm . Hỏi hồ lô có đựng được bao nhiêu lít rượu. (ĐS: 10,2 lít)



Ví dụ 57: Một khối cầu có bán kính 5dm , người ta cắt bỏ hai phần bằng hai mặt phẳng vuông góc với bán kính và cách tâm 3dm để làm một chiếc lu đựng. Tính thể tích mà chiếc lu chứa được.

BÀI TẬP TỔNG HỢP CHỦ ĐỀ 6

- Bài 77.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , các mặt bên là tam giác cân và tạo với đáy góc 30° . Tính theo a thể tích khối trụ có đáy là $ABCD$ và đáy kia có tâm là S .
- Bài 78.** Tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Biết $OA = a, OB = 2a, OC = 3a$
- Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện.
 - Tính diện tích xung quanh của lăng trụ có đường sinh OC và có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác OAB .
 - Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh O và đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC
- Bài 79.** Một hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao $a\sqrt{3}$
- Tính tứ diện toàn phần của hình trụ và thể tích khối trụ theo a .
 - Cho A, B là 2 điểm lần lượt ở trên 2 đường tròn đáy, sao cho góc giữa AB và trục bằng 30° . Tính $d(AB; \text{trục})$ theo a .
- Bài 80.** Hình trụ có thiết diện qua trục chính là hình vuông cạnh $2R$. Tính diện tích xung quanh hình trụ và thể tích khối trụ.
- Bài 81.** Hình nón có thiết diện qua trục là A đều cạnh $2a$
- Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình nón và thể tích khối nón theo a .
 - Thiết diện qua đỉnh hình nón và nghiêng một góc 60° với đáy hình nón. Tính diện tích thiết diện theo a .
- Bài 82.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cho SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Biết $SA = 2a, AB = a, BC = 3a$.
- Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
 - Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.
- Bài 83.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $SA \perp (ABC)$, góc giữa mặt bên (SBC) và đáy bằng 60° .
- Tính thể tích khối chóp.
 - Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.
- Bài 84.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SB = a\sqrt{3}$.
- Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
 - Chứng minh trung điểm của cạnh SC là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABCD$.
- Bài 85.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $\triangle ABC$ vuông tại đỉnh B , $SA \perp (ABC)$. Biết $SA = AB = BC = a$.
- Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
 - Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.
- Bài 86.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = 2a$, góc cạnh bên và mặt đáy là 45° .
- Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
 - Xác định tâm mặt cầu và tính V khối cầu ngoại tiếp hình chóp
- Bài 87.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = 2a$, góc mặt bên và mặt đáy là 45° .
- Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
 - Xác định tâm mặt cầu và tính V khối cầu ngoại tiếp hình chóp

Bài 88. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $\triangle ABC$ vuông tại đỉnh A , $SA \perp (ABC)$. Biết $SA = 3a$ và $AB = AC = 2a$.

- Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.

Bài 89. Tính diện tích toàn phần của hình nón và thể tích của khối nón tương ứng biết khoảng cách từ tâm của đáy đến đường sinh bằng $\sqrt{3}$ và thiết diện qua trục là một tam giác đều.

$$\text{ĐS: } S = 12\pi; V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

Bài 90. Cho h.nón có đỉnh S , đường sinh l , góc giữa đường sinh và đáy là 30° .

- Tính thể tích và diện tích xung quanh của hình nón.
- Một mặt phẳng qua S cắt hình nón theo thiết diện có diện tích $\frac{l^2\sqrt{2}}{3}$. Tính góc hợp bởi thiết

diện và đáy.
$$\text{ĐS: } S_{xq} = \frac{\pi\sqrt{3}l^2}{2}; V = \frac{\pi l^3}{8}; \left(\widehat{(SMN), (O)} \right) = \arcsin \frac{\sqrt{6}}{4}$$

Bài 91. Cho hình nón có đáy là hình tròn (C) tâm O , bán kính $R = 50\text{cm}$, chiều cao $h = 40\text{cm}$. gọi M, N là hai điểm trên đường tròn đáy. Cho biết tâm O cách mặt phẳng (SMN) một đoạn $OH = 24\text{ cm}$.

- Tính diện tích của thiết diện SMN .
- Tính thể tích và diện tích xung quanh của hình nón.

$$\text{ĐS: } S_{\triangle SMN} = 2000 (\text{cm}^2); S_{xq} = 2500\pi (\text{cm}^2); V = \frac{100.000\pi}{3} (\text{cm}^3)$$

Bài 92. Cho hình nón có đáy là hình tròn (C) tâm O , bán kính R , góc giữa đường sinh và đáy của hình nón là α . Một mp (P) song song với và cách đáy của hình nón một khoảng bằng h và cắt hình nón theo một hình tròn (C') .

- Tính bán kính của đường tròn (C') .
- Tính diện tích và thể tích hình nón phần nằm giữa đáy hình nón và mặt phẳng (P) .

$$\text{ĐS: } R' = R - h \cot \alpha; S = \frac{\pi h}{\sin \alpha} (2R - h \cot \alpha); V = \frac{\pi h}{3} (3R^2 - 3R \cot \alpha + h^2 \cot^2 \alpha)$$

Bài 93. Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều, cạnh $2a$.

- Tính thể tích và diện tích xung quanh của hình nón.
- Thiết diện qua đỉnh của hình nón và cách tâm của đáy hình nón một khoảng bằng $\frac{a}{2}$. Tính

diện tích thiết diện.
$$\text{ĐS: } S_{xq} = 2\pi a^2; V = \frac{a^3\pi\sqrt{3}}{6}; S_{\triangle SMN} = \frac{3a^2\sqrt{5}}{8}$$

Bài 94. Cho hình nón có bán kính đáy là R , đỉnh S . Góc tạo bởi đường cao và đường sinh là 60° .

- Tính diện tích thiết diện cắt hình nón theo hai đường sinh vuông góc với nhau.
- Tính thể tích và diện tích xung quanh của hình nón.

$$\text{ĐS: } S_{\triangle SMN} = \frac{2R^2}{3}; S_{xq} = \frac{2\pi R^2\sqrt{3}}{3}; V = \frac{\pi R^3\sqrt{3}}{3};$$

Bài 95. Cho hình nón có thiết diện qua trục là Δ vuông cân có cạnh huyền là $2a$.

a) Tính S_{xq} , S_{tp} và thể tích của hình nón.

b) Gọi K là một điểm trên trục SO của hình nón sao cho $SK = \frac{a}{3}$. Tính diện tích thiết diện qua K và vuông góc với SO .

c) Tính khoảng cách từ O đến thiết diện qua đỉnh hình nón. Biết góc tạo bởi thiết diện và đáy hình nón là α .

$$\text{ĐS: } S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{2}; S_{tp} = \pi a^2 (\sqrt{2} + 1); V = \frac{\pi a^3}{3}; S = \frac{\pi a^2}{9}; d(O, (SMN)) = a \cdot \cos \alpha$$

Bài 96. Cho hình nón có bán kính đáy là R , đường cao SO . Một mặt phẳng (P) cố định vuông góc với SO tại O' , cắt hình nón theo đường tròn có bán kính bằng R' . Mặt phẳng (Q) thay đổi vuông góc với SO tại O_1 (O_1 ở giữa O và O'), cắt hình nón theo thiết diện là hình tròn có bán kính là x . Hãy tính x theo R và R' nếu (Q) chia phần hình nón nằm giữa (P) và đáy của hình nón

thành hai phần có thể tích bằng nhau. $\text{ĐS: } x = \sqrt[3]{\frac{R^3 + R'^3}{2}}$

Bài 97. Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của một hình nón và cắt đường tròn đáy theo một cung có số đo bằng α ($0 < \alpha < \pi$). Biết rằng (P) hợp với đáy một góc β và khoảng cách từ tâm của đáy đến (P) bằng a . Tính thể tích của hình nón theo a , α và β

$$\text{ĐS: } V = \frac{\pi a^3}{3 \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta \cdot \cos \beta} \text{ (đvtt)}$$

Bài 98. Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O bán kính $R = 2a$ nằm trong mặt phẳng (α) , góc ở đỉnh bằng 120° .

a) Một $mp(P)$ qua S và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác SMN biết khoảng cách từ O đến $mp(P)$ bằng $\frac{a}{2}$. Tính diện tích xung quanh của hình nón, thể tích khối nón tương ứng và diện tích thiết diện SMN .

b) Một $mp(Q)$ song song với đáy của hình nón. Khoảng cách từ S đến (Q) bằng x . Tính x theo a để thể tích của phần khối nón nằm giữa (Q) và đáy của hình nón bằng $\frac{1}{3}$ thể tích khối nón trên. Khi đó hãy tính diện tích của phần mặt nón nằm giữa (Q) và đáy của hình nón.

$$\text{ĐS: } a) S_{xq} = \frac{8\pi a^2 \sqrt{3}}{3}; V = \frac{8\pi a^3 \sqrt{3}}{9}; S_{\Delta SMN} = \frac{32a^2}{13\sqrt{13}} \quad b) x = \frac{2a \sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{3}; S = \frac{8\pi a^2}{3\sqrt{3}} (3 - \sqrt[3]{12})$$

Bài 99. Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là $C(O; R)$ và $C'(O'; R)$, $A \in (C)$, $A' \in (C')$.

a) Biết $\widehat{OA, O'A'} = 90^\circ$. Chứng minh tứ diện $OAO'A'$ có bốn mặt đều là tam giác vuông.

b) Biết $\widehat{(OA, O'A')} = 90^\circ$, góc giữa $(AA', OO') = 60^\circ$. Cho $OO' = h$. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ và tính thể tích của khối trụ tương ứng.

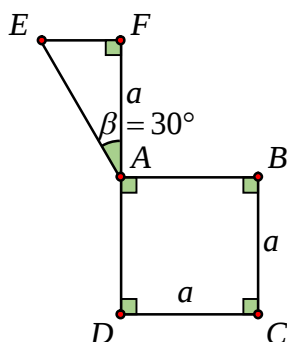
- Bài 100.** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy a và đường cao h .
- Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ nội tiếp trong lăng trụ. Tính thể tích của khối trụ tương ứng.
 - Gọi I là trung điểm BC . Đường thẳng $A'I$ cắt hình trụ nội tiếp trong câu a) theo một đoạn thẳng. Tính độ dài đoạn thẳng này.
- Bài 101.** Một hình trụ có đường cao h và các đường tròn đáy $(O; R)$ và $(O'; R)$. Gọi AB là một đường kính cố định của (O) và M là một điểm bất kì trên (O') .
- Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của diện tích tam giác MAB khi M thay đổi trên O' .
 - Gọi N là điểm đối xứng với M qua điểm O' . Chứng minh rằng $V_{ABMN} = 2V_{ABO'M}$. Xác định vị trí của MN sao cho V_{ABMN} đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị này.
- Bài 102.** Một hình trụ có thể tích V không đổi. Tính bán kính đáy và chiều cao của hình trụ để:
- Diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất.
 - Diện tích xung quanh cộng với diện tích một đáy đạt GTNN.
- Bài 103.** Cho hình trụ có bán kính đáy $R = 70$, chiều cao $h = 20$. Một hình vuông không song song với trục có đỉnh lần lượt ở trên hai đường tròn đáy. Tính diện tích hình vuông đó.
- Bài 104.** Cho hình trụ có 2 đáy là 2 đường tròn tâm O và O' , bán kính là R , chiều cao là $R\sqrt{2}$. Trên 2 đường tròn O và O' lấy 2 điểm A, B sao cho $(\widehat{OA, OB}) = \alpha$ không đổi.
- Tính AB theo R và α .
 - Chứng minh rằng khi AB di động thì trung điểm I của AB luôn di động trên 1 đường tròn cố định.
- Bài 105.** Cho hình trụ có bán kính đáy là R và chiều cao $R\sqrt{3}$. A, B là hai điểm trên 2 đường tròn đáy sao cho AB hợp với trục hình trụ một góc 30° . Tính khoảng cách giữa AB và trục hình trụ.
- Bài 106.** Cho hình trụ có 2 đáy là 2 đường tròn tâm O và O' . $ABCD$ là hình vuông nội tiếp đường tròn tâm O . AA', BB' là các đường sinh. Bán kính đáy của hình trụ là R , mặt phẳng $A'B'CD$ hợp với đáy một góc 60° . Tính diện tích tứ giác $A'B'CD$.
- Bài 107.** Cho hình trụ có 2 đáy là 2 đường tròn tâm O và O' . Bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Trên đường tròn (O) lấy điểm A , trên đường tròn (O') lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Tính $V_{OO'AB}$.
- Bài 108.** Cho hình trụ có chiều cao h , 2 đường tròn đáy (O) và (O') có bán kính R . Trên (O) lấy dây cung AB có độ dài bằng $R\sqrt{3}$.
- Tìm $M \in (O')$ sao cho $\triangle ABM$ có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó.
 - Với vị trí của M ở trên, gọi I là trung điểm OO' . Tính $d[I, (ABM)]$.
- Bài 109.** Cho hình trụ nội tiếp một mặt cầu bán kính R (đường tròn đáy hình trụ ở trên mặt cầu).
- Biết chiều cao của hình trụ là h . Tính diện tích xung quanh và thể tích hình trụ theo h và R .
 - Tìm GTLN của thể tích hình trụ nội tiếp mặt cầu có bán kính R cho trước.
- Bài 110.** Trong các hình trụ có cùng thể tích, hãy xác định hình trụ có thể tích nhỏ nhất.
- Bài 111.** Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 6. Xác định kích thước của khối trụ để thể tích khối trụ này là lớn nhất.

Bài 112. Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là $(O; R)$ và $(O'; R')$, $OO' = h$. Biết AB là một đường kính của đường tròn $(O; R)$. Biết rằng tam giác $O'AB$ đều. Tính tỉ số $\frac{h}{R}$.

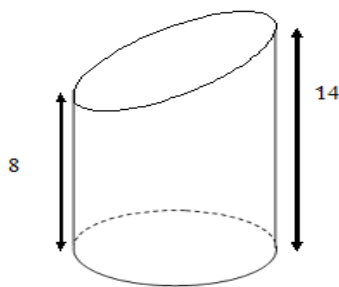
Bài 113. Cho hình trụ có hai đáy là hai đường tròn (O) và (O') , chiều cao bằng $2R$ và bán kính đáy R . Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc 30° , (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung. Tính độ dài dây cung đó theo R .

Bài 114. Trong không gian, cho hình thang vuông $ABCD$ (vuông tại A, D) có $AB = 3, DC = AD = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay nhận được khi quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục DC .

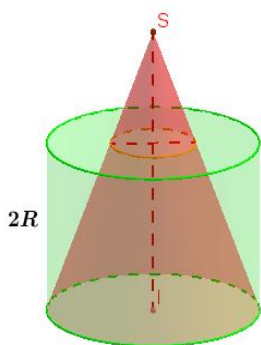
Bài 115. Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF .



Bài 116. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng ta được một khối (H) như hình vẽ bên. Biết rằng thiết diện là một hình elip có độ dài trục lớn bằng 10, khoảng cách từ điểm thuộc thiết diện gần mặt đáy nhất và điểm thuộc thiết diện xa mặt đáy nhất tới mặt đáy lần lượt là 8 và 14 (xem hình vẽ). Tính thể tích của (H) .

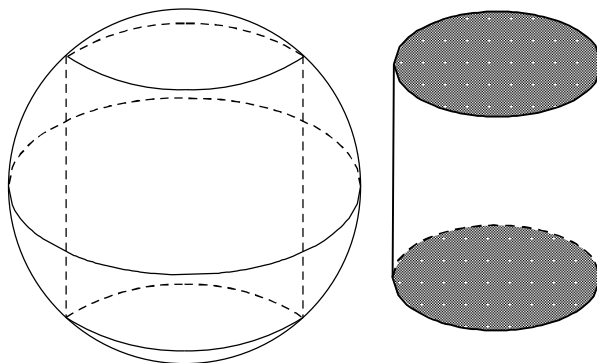


Bài 117. Cho hình nón có độ dài đường kính đáy là $2R$, độ dài đường sinh là $R\sqrt{17}$ và hình trụ có chiều cao và đường kính đáy đều bằng $2R$, lồng vào nhau như hình vẽ. Tính thể tích phần khối trụ không giao với khối nón.

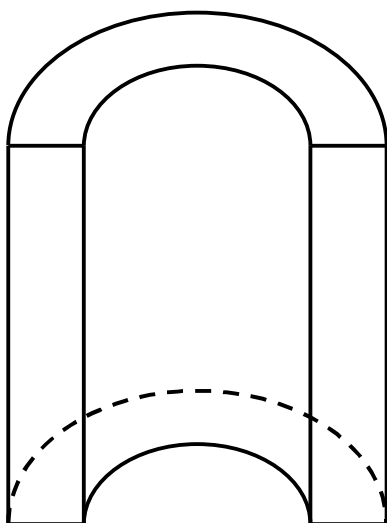


Bài 118. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O và tâm O' . Bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Trên đường tròn tâm O lấy điểm A và trên đường tròn tâm O' lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Tính thể tích khối tứ diện $OO'AB$.

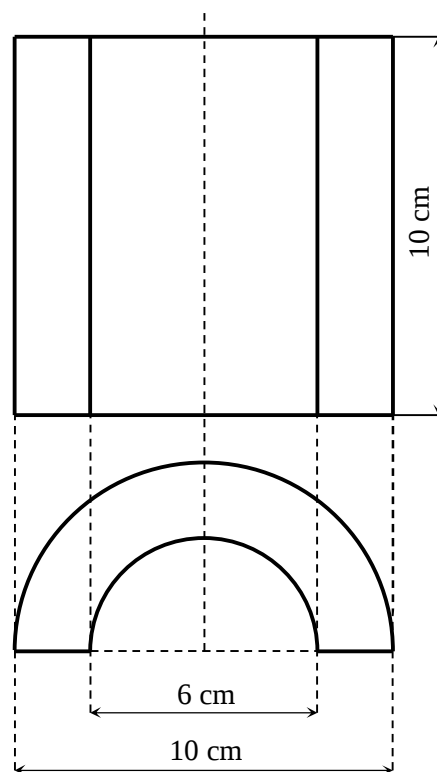
Bài 119. Một khối đá có hình là một khối cầu có bán kính R , người thợ thủ công mỹ nghệ cần cắt và gọt viên đá đó thành một viên đá cảnh có hình dạng là một khối trụ. Tính thể tích lớn nhất có thể của viên đá cảnh sau khi đã hoàn thiện.



Bài 120. Một chi tiết máy có hình dạng như hình vẽ 1, các kích thước được thể hiện trên hình vẽ 2 (hình chiếu bằng và hình chiếu đứng).



Hình vẽ 1

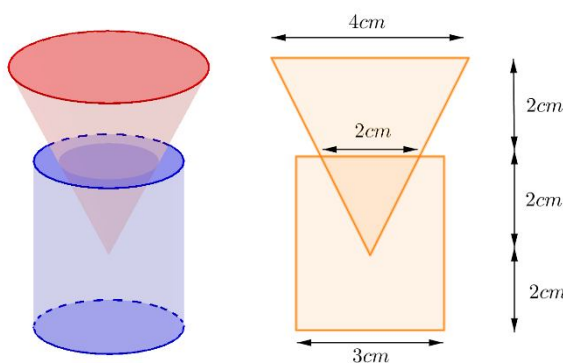


Hình vẽ 2

Người ta mạ toàn phần chi tiết này bằng một loại hợp kim chống gỉ. Để mạ 1m^2 bề mặt cần số tiền 150000 đồng. Số tiền nhỏ nhất có thể dùng để mạ 10000 chi tiết máy là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng đơn vị nghìn đồng).

Bài 121. Cần xẻ một khúc gỗ hình trụ có đường kính $d = 40\text{ cm}$ và chiều dài $h = 3\text{ m}$ thành một cái xà hình hộp chữ nhật có cùng chiều dài. Tính thể tích gỗ tối thiểu bỏ đi.

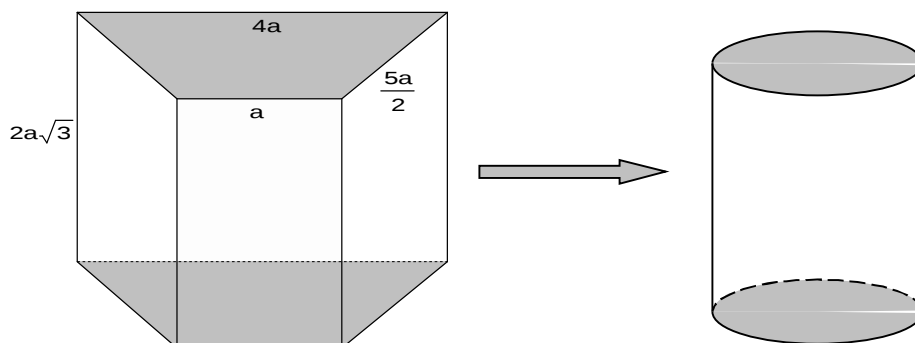
Bài 122. Một nút chai thủy tinh là một khối tròn xoay (H), một mặt phẳng chứa trục của (H) cắt (H) theo một thiết diện như trong hình vẽ bên. Tính thể tích của (H) (đơn vị cm^3).



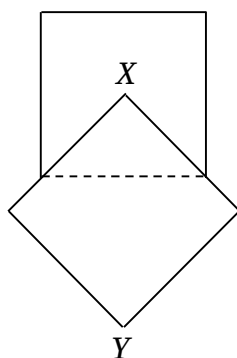
Bài 123. Một đồng cát hình nón cụt có chiều cao $h = 60 \text{ cm}$, bán kính đáy lớn $R_1 = 1 \text{ m}$, bán kính đáy nhỏ $R_2 = 50 \text{ cm}$. Tính thể tích của đồng cát.

Bài 124. Một cốc nước có dạng hình trụ đựng nước chiều cao 12cm, đường kính đáy 4cm, lượng nước trong cốc cao 8cm. Thả vào cốc nước 3 viên bi có cùng đường kính 2cm. Hỏi nước dâng cao cách miệng cốc bao nhiêu xăng-ti-mét?

Bài 125. Một khúc gỗ có dạng hình lăng trụ đứng với đáy là hình thang cân, đáy nhỏ bằng a , đáy lớn bằng $4a$, cạnh bên bằng $\frac{5a}{2}$; có chiều cao bằng $2a\sqrt{3}$. Người ta chế tác khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng hình trụ (hình vẽ dưới đây). Thể tích V lớn nhất của khúc gỗ sau khi được chế tác là bao nhiêu?



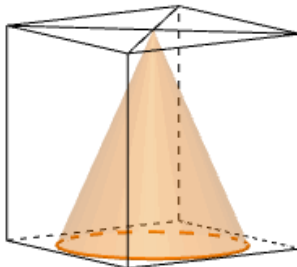
Bài 126. Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY .



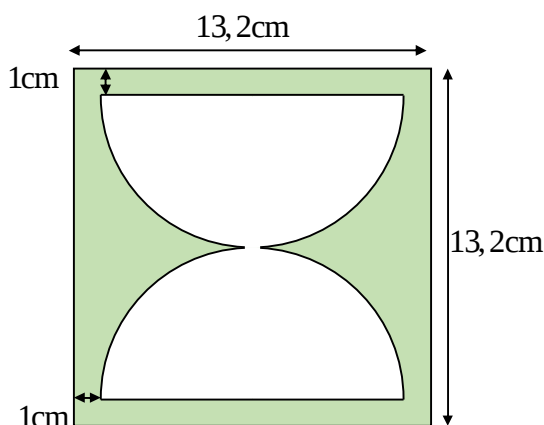
Bài 127. Người ta xếp 9 viên bi có cùng bán kính r vào một cái bình hình trụ sao cho tất cả các viên bi đều tiếp xúc với đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với 8 viên bi xung quanh và mỗi viên bi

xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của bình hình trụ. Tính diện tích đáy của cái bình hình trụ.

- Bài 128.** Một chiếc thùng đựng nước có hình của một khối lập phương cạnh 1m chứa đầy nước. Đặt vào trong thùng đó một khối có dạng nón sao cho đỉnh trùng với tâm một mặt của lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính tỉ số thể tích của lượng nước trào ra ngoài và lượng nước còn lại ở trong thùng.

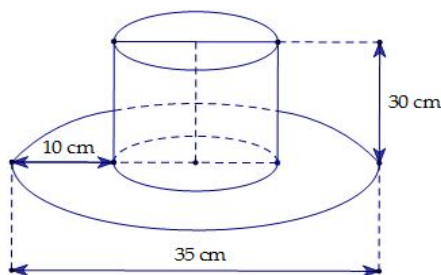


- Bài 129.** Một đơn vị sản xuất hộp đựng thuốc dung tích 2 dm^3 dạng hình trụ có đáy là hình tròn. Tính bán kính đáy của hình hộp mà nhà sản xuất chọn để ít tốn vật liệu nhất?
- Bài 130.** Người ta muốn mạ vàng cho bề mặt phía ngoài của một cái hộp dạng hình hộp đứng không nắp (nắp trên), có đáy là một hình vuông. Tìm chiều cao của hộp để lượng vàng phải dùng để mạ là ít nhất, biết lớp mạ ở mọi nơi như nhau, giao giữa các mặt là không đáng kể và thể tích của hộp là 4 dm^3
- Bài 131.** Gia đình An xây bể hình trụ có thể tích 150 m^3 . Đáy bể làm bằng bê tông giá $100\,000 \text{ đ/m}^2$. Phần thân làm bằng tôn giá $90\,000 \text{ đ/m}^2$, nắp bằng nhôm giá $120\,000 \text{ đ/m}^2$. Hỏi khi chi phí sản xuất để bể đạt mức thấp nhất thì tỷ số giữa chiều cao bể và bán kính đáy là bao nhiêu?
- Bài 132.** Một xưởng sản xuất muốn tạo ra những chiếc đồng hồ cát thủy tinh có dạng hình trụ, phần chứa cát là hai nửa hình cầu bằng nhau. Hình vẽ bên với kích thước đã cho là bản thiết kế thiết diện qua trục của chiếc đồng hồ này (phần giới hạn bởi hình trụ và phần hai nửa hình cầu chứa cát). Khi đó, lượng thủy tinh làm chiếc đồng hồ cát gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau



- Bài 133.** Một ngôi biệt thự có 10 cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng 4,2m. Trong đó, 4 cây cột trước đại sảnh có đường kính bằng 40cm, 6 cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính bằng 26cm. Chủ nhà dùng loại sơn giả đá để sơn 10 cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là 380.000 đ/m^2 (kể cả phần thi công) thì người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn cột 10 cây cột nhà đó (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng)?
- Bài 134.** Một quả bóng bàn được đặt tiếp xúc với tất cả các mặt của một cái hộp hình lập phương. Tỉ số thể tích của phần không gian nằm trong hộp đó nhưng nằm ngoài quả bóng bàn và thể tích hình hộp là:

Bài 135. Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với kích thước như hình vẽ. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không cần viền, mép, phần thừa)



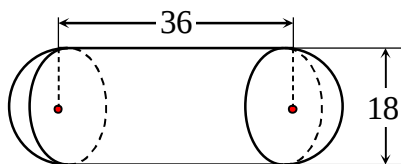
Bài 136. Người ta bỏ 5 quả bóng bàn cùng kích thước vào một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 5 lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của 5 quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ là :

Bài 137. Một ngôi biệt thự có 10 cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng 4,2 m . Trong đó, 4 cây cột trước đại sảnh có đường kính bằng 40cm , 6 cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính bằng 26cm . Chủ nhà dùng loại sơn giả đá để sơn 10 cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là 380.000đ/m² (kể cả phần thi công) thì người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn 10 cây cột nhà đó (đơn vị đồng)?

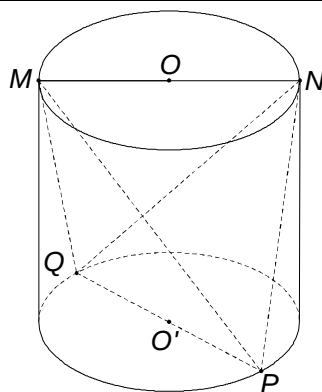
Bài 138. Một ngôi biệt thự nhỏ có 10 cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng 4,2m . Trong đó có 4 cây cột trước đại sảnh có đường kính bằng 40cm , 6 cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính bằng 26cm . Chủ nhà dùng loại sơn giả đá để sơn 10 cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là 380.000đ/m² (kể cả phần thi công) thì người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn cột 10 cây cột nhà đó (đơn vị đồng)?

Bài 139. Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật. Mỗi quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Trên bề mặt của mỗi quả bóng, tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường quả bóng tiếp xúc và đến nền nhà lần lượt là 9, 10, 13. Tổng độ dài mỗi đường kính của hai quả bóng đó là

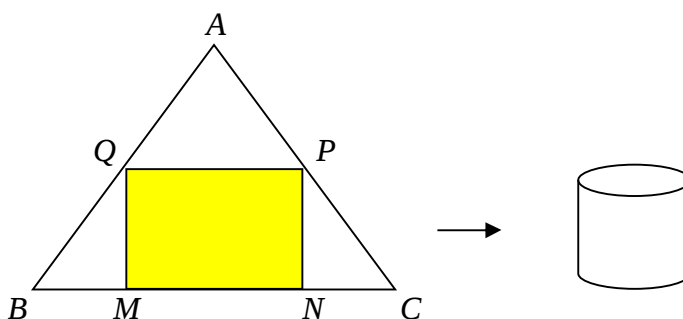
Bài 140. Một cái bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ như hình vẽ bên. Các kích thước được ghi (cùng đơn vị dm). Tính thể tích của bồn chứa.



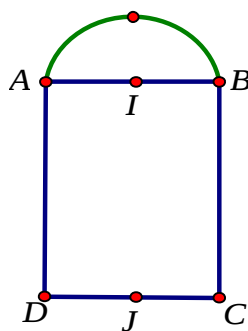
Bài 141. Một người thợ có một khối đá hình trụ. Kẻ hai đường kính MN , PQ của hai đáy sao cho $MN \perp PQ$. Người thợ đó cắt khối đá theo các mặt cắt đi qua 3 trong 4 điểm M , N , P , Q để thu được khối đá có hình tứ diện $MNPQ$. Biết rằng $MN = 60$ cm và thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng 30 dm³. Hãy tìm thể tích của lượng đá bị cắt bỏ.



Bài 142. Bạn A muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng 90 (cm). Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ từ mảnh tôn nguyên liệu (với M, N thuộc cạnh BC ; P và Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng MQ . Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn A có thể làm được là:



Bài 143. Cho hình chữ nhật $ABCD$ và nửa đường tròn đường kính AB như hình vẽ. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD . Biết $AB = 4$; $AD = 6$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên quanh trục IJ .

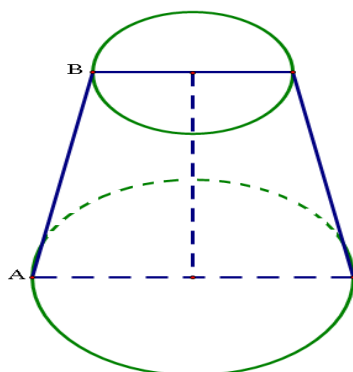


Bài 144. Xét một hộp bóng bàn có dạng hình hộp chữ nhật. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng bàn được xếp theo chiều dọc, các quả bóng bàn có kích thước như nhau. Phần không gian còn trống trong hộp chiếm:

Bài 145. Một quả bóng bàn và một chiếc chén hình trụ có cùng chiều cao. Người ta đặt quả bóng lên chiếc chén thấy phần ở ngoài của quả bóng có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của nó. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của quả bóng và chiếc chén, khi đó:

Bài 146. Một chiếc cốc hình trụ có chiều cao AA' , bán kính đáy R . Đặt vào trong cốc 2 quả bóng hình cầu có bán kính R . Gọi (ABC) là phần không gian mà 2 quả bóng chiếm chỗ và 45° là phần không gian còn lại trong cốc. Tính tỉ số $AA' = AB = a\sqrt{2}$.

Bài 147. Có một cái cốc làm bằng giấy, được úp ngược như hình vẽ. Chiều cao của chiếc cốc là 20 cm , bán kính đáy cốc là 4cm , bán kính miệng cốc là 5cm . Một con kiến đang đứng ở điểm A của miệng cốc dự định sẽ bò hai vòng quanh thân cốc để lên đến đáy cốc ở điểm B . Quãng đường ngắn nhất để con kiến có thể thực hiện được dự định của mình gần đúng nhất với kết quả nào dưới đây?



BÀI TẬP TRONG CÁC KÌ THI ĐH - CĐ

Bài 148. Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A , trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Tính thể tích của khối tứ diện $OO'AB$.

ĐH Khối A – 2006

$$ĐS: \frac{a^3 \sqrt{3}}{12} \text{ (đvtt)}$$

Bài 149. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $GABC$ theo a .

ĐH Khối B – 2010

$$ĐS: V = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{8} \text{ (đvtt)}, \frac{7a}{12}$$

Bài 150. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$; $SA = SB = SC$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a .

CĐ Khối A, A1, B, D - 12

$$ĐS: V = a^3 \sqrt{3} / 3 \text{ (đvtt)}, R = 2a\sqrt{3} / 3$$

Bài 151. Cho tứ diện $SABC$ có $SA \perp (ABC)$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng 90° . Biết $SB = a\sqrt{2}$, $\widehat{BSC} = 45^\circ$, $\widehat{ASB} = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).

a) Chứng minh rằng $BC \perp SB$. Xác định tâm và bán kính hình cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$.

b) Tính V_{SABC} . Với giá trị nào của α thì thể tích đó lớn nhất.

c) Xác định α để góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAC) bằng 60° .

ĐH Sư phạm TpHCM - 94

$$ĐS: a) R = a; b) V = \frac{1}{3} a^3 \sqrt{2} \sin 2\alpha; V_{\max} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3} \Leftrightarrow \alpha = 45^\circ c) \alpha = \arctan \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Bài 152. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC cân, $AB = AC = a$, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = SB = a$.

a) Chứng tỏ rằng SBC là tam giác vuông tại S .

b) Xác định tâm và tính bán kính hình cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$, biết $SC = x$.

ĐH Tổng hợp TpHCM - 94

$$ĐS: b) R = a^2 / \sqrt{3a^2 - x^2}$$

Bài 153. Trong mặt phẳng (P) cho một đường thẳng d và điểm A ngoài d . Một góc $\widehat{xAy}$ di động quay quanh A , cắt d tại B và C . Trên đường thẳng qua A và vuông góc với (P) lấy một điểm S . Gọi H và K lần lượt là các hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC .

a) Chứng minh A, B, C, H, K cùng thuộc một mặt cầu.

b) Tính bán kính mặt cầu trên biết $AB = 2$, $AC = 3$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

c) Giả sử $\triangle ABC$ vuông tại A . Chứng minh mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện $ABCHK$ luôn luôn đi qua một đường tròn cố định khi S thay đổi.

ĐH Y Dược TpHCM - 94

$$ĐS: b) R = \sqrt{21}/3$$

Bài 154. Cho góc tam diện $Sxyz$ với $\widehat{xSy} = 120^\circ$, $\widehat{ySz} = 60^\circ$, $\widehat{zSx} = 90^\circ$. Trên các tia Sx , Sy , Sz lần lượt lấy các điểm A, B, C sao cho: $SA = SB = SC = a$.

- Chứng tỏ rằng tam giác ABC vuông. Xác định hình chiếu vuông góc H của S lên mặt phẳng (ABC) .
- Tính bán kính hình cầu nội tiếp tứ diện $SABC$ theo a .
- Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (BAC) .

DH Sư phạm TpHCM - 95

ĐS: b) $r = a\sqrt{2}/2(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})$; c) 45°

Bài 155. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = BC = CA = AD = DB = a\sqrt{2}$ và $CD = 2a$.

- Chứng minh rằng AB vuông góc với CD . Hãy xác định đường vuông góc chung của AB và CD .
- Tính thể tích tứ diện $ABCD$.
- Xác định tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.
- Gọi điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm I trên mặt phẳng (ABC) . Chứng minh H là trực tâm của tam giác ABC .

DH Qui Nhơn - 97

ĐS: b) $V = a^3/3$; c) I là trung điểm CD

Bài 156. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đường cao $SO = 1$ và đáy ABC có cạnh bằng $2\sqrt{6}$. Điểm M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AC, AB . Tính $V_{S.AMN}$ và bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp đó.

DH Kinh tế QĐ HN - 97

ĐS: $V = \sqrt{3}/2$; $r = \sqrt{3}/(1+2\sqrt{2}+\sqrt{3})$

Bài 157. Cho tam giác vuông cân ABC có cạnh huyền $AB = 2a$. Trên đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) , lấy một điểm S khác A .

- Chứng minh tứ diện $SABC$ chỉ có một cặp cạnh đối diện vuông góc với nhau.
- Xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$. Tính bán kính mặt cầu này mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30° .
- Tìm quỹ tích tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ khi S chạy trên d (S khác A).
- Lấy S' đối xứng với S qua A , gọi M là trung điểm của SC . Xác định thiết diện tạo bởi mặt phẳng đi qua S' , M và song song với BC cắt tứ diện $SABC$. Tính diện tích của thiết diện đó khi $SA = a\sqrt{2}$.

DH Vinh - 97

ĐS: b) $R = a\sqrt{42}/6$; d) $S = 5a^2\sqrt{10}/36$

Bài 158. Cho góc tam diện ba mặt vuông $Oxyz$. Trên Ox, Oy, Oz lần lượt lấy ba điểm A, B, C .

- Tính $d[O, (ABC)]$ theo $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$.
- Giả sử A cố định còn B và C thay đổi nhưng luôn thỏa mãn: $OB + OC = OA$. Hãy xác định vị trí của B và C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ là lớn nhất. Chứng minh rằng khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ lại nhỏ nhất.

DH Ngoại thương CSII khối A - 98

ĐS: a) $abc/\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}$ b) $V_{\max} = a^3/24$ khi $a = b = c/2$

Bài 159. Cho đường tròn tâm O bán kính R . Xét các hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy (S và A cố định), $SA = h$ cho trước, đáy $ABCD$ là một tứ giác tùy ý nội tiếp đường tròn đã cho mà các đường chéo AC và BD vuông góc với nhau.

- Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

b) Hỏi đáy $ABCD$ là hình gì để thể tích hình chóp đạt giá trị lớn nhất ?

ĐH Quốc gia HN khối B - 98

ĐS: a) $R' = \sqrt{h^2 + 4R^2} / 2$; b) Hình vuông

Bài 160. Cho hình nón đỉnh S , đáy là đường tròn (C) bán kính a , chiều cao $h = \frac{3a}{4}$ và cho hình chóp đỉnh S , đáy là một đa giác lồi ngoại tiếp (C) . Tính bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp (mặt cầu ở bên trong hình chóp, tiếp xúc với đáy và với các mặt bên của hình chóp). Biết thể tích khối chóp bằng 4 lần thể tích khối nón, hãy tính diện tích toàn phần của hình chóp.

HV CNBCVT - 98

ĐS: $r = a/3$; $S_p = 9\pi a^2$

Bài 161. Bên trong hình trụ tròn xoay có một hình vuông $ABCD$ cạnh a nội tiếp mà hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng hình vuông tạo với đáy của hình trụ một góc 45° . Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ đó.

ĐH Ngoại ngữ HN - 99

ĐS: $S_{xq} = 3\pi a^2 \sqrt{3} / 2$; $V = 3\pi a^2 \sqrt{2} / 16$

Bài 162. Cho tứ diện $SABC$ có các cạnh bên $SA = SB = SC = d$ và $\widehat{ASB} = 120^\circ$, $\widehat{BSC} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$.

a) Chứng minh tam giác ABC là tam giác vuông.

b) Tính thể tích tứ diện $SABC$.

c) Tính bán kính hình cầu nội tiếp của tứ diện $SABC$.

HV Chính trị QG - 99

ĐS: b) $V = d^3 \sqrt{2} / 12$; c) $r = d\sqrt{2} / [2(\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)]$

Bài 163. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một và $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$.

a) Tính thể tích hình chóp $S.ABC$. Chứng minh rằng hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) là trực tâm của tam giác ABC .

b) Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

ĐH Bách khoa HN - 00

ĐS: a) $V = abc / 6$; b) $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} / 2$

Bài 164. Cho hai hình chữ nhật $ABCD$ (AC là đường chéo) và $ABEF$ (AE là đường chéo) không cùng nằm trong một mặt phẳng và thỏa mãn các điều kiện: $AB = a$, $AD = AF = a\sqrt{2}$; đường thẳng AC vuông góc với đường thẳng BF . Gọi HK là đường vuông góc chung của AC và BF (H thuộc AC , K thuộc BF).

a) Gọi I là giao điểm của DF với mặt phẳng chứa AC và song song với BF . Tính tỉ số $\frac{DI}{DF}$.

b) Tính độ dài đoạn KH .

c) Tính bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABHK$.

ĐH Sư phạm HN Khối A - 01

ĐS: a) $\frac{DI}{DF} = \frac{1}{2}$; b) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$; c) $r = \frac{a\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)}{6}$

Bài 165. Trong mặt phẳng (P) cho tam giác đều ABC cạnh có độ dài bằng a . Trên các đường thẳng vuông góc với (P) tại B và C lần lượt lấy các điểm D và E nằm về cùng một phía đối với (P) sao cho $BD = a\sqrt{3}/2$, $CE = a\sqrt{3}$.

a) Tính độ dài các cạnh AD , AE , DE của tam giác ADE .

b) Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCE$.

c) Gọi M là giao điểm của các đường ED và BC . Chứng minh đường thẳng AM vuông góc với mặt phẳng (ACE) . Tính số đo góc giữa hai mặt phẳng (ADE) và (ABC) .

DH BK HN Khối D - 01 *ĐS: a) $AD = a\sqrt{7}/2, AE = 2a, DE = a\sqrt{7}/2$; b) $R = a\sqrt{39}/6$; c) 60°*

Bài 166. Trong mặt phẳng (P) , cho một hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . S là một điểm bất kì nằm trên đường thẳng At vuông góc với (P) tại A .

a) Tính theo a thể tích hình cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ khi $SA = 2a$.

b) M, N lần lượt là hai điểm di động trên các cạnh CB, CD (M thuộc CB , N thuộc CD) và đặt $CM = m, CN = n$. Tìm một biểu thức liên hệ giữa m và n để các mặt phẳng (SAM) và (SAN) tạo với nhau một góc 45° .

DH Luật, Dược HN - 01

ĐS: a) $V_C = \pi a^3 \sqrt{6}$; b) $2a^2 - 2a(m+n) + mn = 0$

Bài 167. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có các cạnh bên AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 và độ dài cạnh $AB = a$. Cho các điểm M, N trên cạnh CC_1 sao cho $CM = MN = NC_1$. Xét mặt cầu (K) đi qua 4 điểm A, B_1, M và N .

a) Chứng minh rằng các đỉnh A_1 và B thuộc mặt cầu (K) .

b) Hãy tính độ dài bán kính mặt cầu (K) theo a .

DH An Giang khối A, B - 01

ĐS: $a\sqrt{211}/18$;

Bài 168. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Trên AB lấy điểm M , trên CC' lấy điểm N , trên $D'A'$ lấy điểm P sao cho $AM = CN = D'P = x$ ($0 \leq x \leq a$).

a) Chứng minh rằng tam giác MNP là tam giác đều. Tính diện tích tam giác MNP theo a và x . Tìm x để diện tích ấy nhỏ nhất.

b) Khi $x = \frac{a}{2}$, hãy tính thể tích khối tứ diện $B'MNP$ và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ấy.

DH Hàng hải - 01

ĐS: a) $S_{MNP} = \sqrt{3}(a^2 + x^2 - ax)/2$;

$S_{\min} = 3a^2\sqrt{3}/8$ khi $x = a/2$ b) $V = 3a^3/16$; $R = 5a\sqrt{3}/12$

Bài 169. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng a và mặt chéo (SAC) là tam giác đều.

a) Tìm tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

b) Qua A dựng mặt phẳng (α) vuông góc với SC . Tính diện tích thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp.

CD Sư phạm Khối A - 02

ĐS: $R = a\sqrt{3}/3$; $S = a^2\sqrt{3}/6$ (đvdt)

Bài 170. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh đều bằng a . Chứng minh rằng:

a) Đáy $ABCD$ là hình vuông.

b) Năm điểm S, A, B, C, D cùng nằm trên một mặt cầu. Tìm tâm và bán kính mặt cầu đó.

CD Sư phạm Hà Tĩnh - 02

ĐS: $R = a\sqrt{2}/2$

Bài 171. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau, có giao tuyến là đường thẳng Δ . Trên Δ lấy hai điểm A, B với $AB = a$. Trong mặt phẳng (P) lấy điểm C , trong mặt phẳng (Q) lấy điểm D sao cho AC, BD cùng vuông góc với Δ và $AC = BD = AB$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ và tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) theo a .

ĐH Khối D - 03

ĐS: $a\sqrt{3}/2$; $a\sqrt{2}/2$

Bài 172. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = a$, $BC = b$. Hai mặt phẳng (BCD) và (ABC) vuông góc với nhau và góc $\widehat{BDC} = 90^\circ$. Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ theo a và b .

Dự bị 1 ĐH Khối A - 03

ĐS: $R = a^2 / \sqrt{4a^2 - b^2}$

Bài 173. Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A , trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Tính thể tích của khối tứ diện $OO'AB$.

ĐH Khối A - 06

ĐS: $a^3\sqrt{3}/12$ (đvtt)

Bài 174. Trong mặt phẳng (P) , cho hình vuông $ABCD$. Trên đường thẳng Ax vuông góc với mặt phẳng (P) lấy một điểm S bất kỳ, dựng mặt phẳng (Q) đi qua A và vuông góc với SC . Mặt phẳng (Q) cắt SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Chứng minh rằng các điểm A, B, C, D, B', C', D' cùng nằm trên một mặt cầu cố định.

CD KTKT CN2 - 06

ĐS: Mặt cầu đường kính AC

Bài 175. Cho hình nón có đường cao h . Một mặt phẳng (α) đi qua đỉnh S của hình nón tạo với mặt đáy hình nón một góc 60° , đi qua hai đường sinh SA, SB của hình nón và cắt mặt đáy của hình nón theo dây cung AB , cung AB có số đo bằng 60° . Tính diện tích thiết diện SAB .

CD KTKT CN1 - 06

ĐS: $2h^2 / 3\sqrt{3}$ (đvdt)

Bài 176. Cho hình chóp $S.ABC$. Đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh SA vuông góc với đáy, $\widehat{ACB} = 60^\circ$, $BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm cạnh SB . Chứng minh mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Tính thể tích khối tứ diện $MABC$.

CD KT Y tế I - 06

ĐS: $V = a^3 / 4$ (đvtt)

Bài 177. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = BC = CA = AD = DB = a\sqrt{2}$ và $CD = 2a$.

a) Chứng minh rằng AB vuông góc với CD . Hãy xác định đường vuông góc chung của AB và CD .

b) Xác định tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

CD Kinh tế Kỹ thuật CN2 - 07

Bài 178. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $GABC$ theo a .

ĐH Khối B - 10

ĐS: $V = 3a^3\sqrt{3}/8$ (đvtt), $R = 7a/12$.

Bài 179. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$; $SA = SB = SC$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a .

CD Khối A, A1, B, D - 12

ĐS: $V = a^3\sqrt{3}/3$ (đvtt), $R = 2a\sqrt{3}/3$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. HÌNH NÓN. MẶT NÓN. KHỐI NÓN

- Câu 1.** Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh $2a$, diện tích xung quanh là S_1 và mặt cầu có đường kính bằng chiều cao hình nón, có diện tích S_2 . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?
- A. $2S_2 = 3S_1$. B. $S_1 = 4S_2$. C. $S_2 = 2S_1$. D. $S_1 = S_2$.
- Câu 2.** Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh $2a$, có thể tích V_1 và hình cầu có đường kính bằng chiều cao hình nón, có thể tích V_2 . Khi đó, tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$ bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = 1$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.
- Câu 3.** Tính diện tích xung quanh của hình trụ biết hình trụ có bán kính đáy a và đường cao là $a\sqrt{3}$.
- A. $2\pi a^2$. B. $2\pi a^2\sqrt{3}$. C. πa^2 . D. $\pi a^2\sqrt{3}$.
- Câu 4.** Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình nón.
- A. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. C. $\pi a^2\sqrt{2}$. D. $\frac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 5.** Thiết diện đi qua trục của hình nón đỉnh S là tam giác vuông cân SAB có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích toàn phần S_{tp} của hình nón và thể tích V của khối nón tương ứng đã cho là
- A. $S_{tp} = \frac{\pi a^2(1+\sqrt{2})}{2}; V = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$. B. $S_{tp} = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}; V = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$.
- C. $S_{tp} = \pi a^2(1+\sqrt{2}); V = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $S_{tp} = \frac{\pi a^2(\sqrt{2}-1)}{2}; V = \frac{\pi a^3}{12}$.
- Câu 6.** Cho hình nón tròn xoay có đỉnh là S , O là tâm của đường tròn đáy, đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng 60° . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón và thể tích V của khối nón tương ứng là
- A. $S_{xq} = \pi a^2; V = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}; V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$.
- C. $S_{xq} = \pi a^2\sqrt{2}; V = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. D. $S_{xq} = \pi a^2; V = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$.
- Câu 7.** Một hình nón có đường kính đáy là $2a\sqrt{3}$, góc ở đỉnh là 120° . Tính thể tích của khối nón đó theo a .
- A. $3\pi a^3$. B. πa^3 . C. $2\sqrt{3}\pi a^3$. D. $\pi a^3\sqrt{3}$.
- Câu 8.** Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = \sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .
- A. $l = a$. B. $l = \sqrt{2}a$. C. $l = \sqrt{3}a$. D. $l = 2a$.
- Câu 9.** Một hình nón có chiều cao $h = 20$ cm, bán kính đáy $r = 25$ cm. Một thiết diện đi qua đỉnh có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12 cm. Tính diện tích thiết diện đó.
- A. $450\sqrt{2}$ cm². B. $500\sqrt{2}$ cm². C. 500 cm². D. $125\sqrt{34}$ cm².

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a . Hãy tính diện tích xung quanh S_{xq} và thể tích V của khối nón có đỉnh là tâm O của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$.

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{2}; V = \frac{\pi a^3}{12}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{4}; V = \frac{\pi a^3}{4}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}; V = \frac{\pi a^3}{6}$.

D. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{5}; V = \frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 11. Thiết diện đi qua trục của hình nón đỉnh S là một tam giác vuông cân có cạnh cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Kẻ dây cung BC của đường tròn đáy hình nón, sao cho mp (SBC) tạo với mặt phẳng chứa đáy hình nón một góc 60° . Diện tích tam giác SBC tính theo a là

A. $\frac{a^2 \sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a^2 \sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^2 \sqrt{6}}{3}$.

Câu 12. Cho hình nón tròn xoay có đỉnh là S , O là tâm của đường tròn đáy, đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng 60° . Gọi I là một điểm trên đường cao SO của hình nón sao cho tỉ số $\frac{SI}{OI} = \frac{1}{3}$. Khi đó, diện tích của thiết diện qua I và vuông góc với trục của hình nón là

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{18}$.

B. $\frac{\pi a^2}{9}$.

C. $\frac{\pi a^2}{18}$.

D. $\frac{\pi a^2}{36}$.

Câu 13. Cho hình nón đỉnh S với đáy là đường tròn tâm O bán kính R . Gọi I là một điểm nằm trên mặt phẳng đáy sao cho $OI = R\sqrt{3}$. Giả sử A là điểm nằm trên đường tròn $(O; R)$ sao cho $OA \perp OI$. Biết rằng tam giác SAI vuông cân tại S . Khi đó, diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón và thể tích V của khối nón là

A. $S_{xq} = \pi R^2 \sqrt{2}; V = \frac{\pi R^3}{3}$.

B. $S_{xq} = 2\pi R^2; V = \frac{2\pi R^3}{3}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi R^2 \sqrt{2}}{2}; V = \frac{\pi R^3}{6}$.

D. $S_{xq} = \pi R^2; V = \frac{2\pi R^3}{3}$.

Câu 14. Một hình nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $a\sqrt{3}$, góc ở đỉnh là 120° . Thiết diện qua đỉnh của hình nón là một tam giác. Diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của thiết diện đó là bao nhiêu?

A. $S_{\max} = 2a^2$.

B. $S_{\max} = a^2 \sqrt{2}$.

C. $S_{\max} = 4a^2$.

D. $S_{\max} = \frac{9a^2}{8}$.

Câu 15. Bán kính r của mặt cầu nội tiếp tứ diện đều cạnh a là

A. $r = \frac{a\sqrt{6}}{12}$.

B. $r = \frac{a\sqrt{6}}{8}$.

C. $r = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

D. $r = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 16. Chiều cao của khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình cầu có bán kính R là

A. $R\sqrt{3}$.

B. $\frac{R\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{4R\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17. Cho hình nón có chiều cao h . Tính chiều cao x của khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình nón theo h .

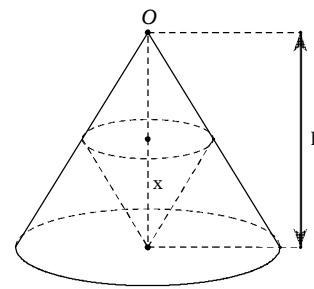
A. $x = \frac{h}{2}$.

B. $x = \frac{h}{3}$.

C. $x = \frac{2h}{3}$.

D. $x = \frac{h}{\sqrt{3}}$.

Câu 18. Cho hình nón đỉnh O , chiều cao là h . Một khối nón khác có đỉnh là tâm của đáy và có đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đỉnh O đã cho (hình vẽ). Tính chiều cao x của khối nón này để thể tích của nó lớn nhất, biết $0 < x < h$.



A. $x = \frac{h}{3}$.

B. $x = h\sqrt{3}$.

C. $x = \frac{2h}{3}$.

D. $x = \frac{h\sqrt{3}}{3}$.

Câu 19. Cho một hình nón có bán kính đáy là R , chiều cao là $2R$, ngoại tiếp một hình cầu $S(O; r)$. Khi đó, thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình cầu $S(O; r)$ là

A. $\frac{16\pi R^3}{(\sqrt{5}-1)^3}$.

B. $\frac{4\pi R^3}{1+2\sqrt{5}}$.

C. $\frac{16\pi R^3}{(1+\sqrt{5})^3}$.

D. $\frac{4\pi R^3}{2\sqrt{5}-1}$.

Câu 20. Trong số các hình trụ có diện tích toàn phần đều bằng S thì bán kính R và chiều cao h của khối trụ có thể tích lớn nhất là

A. $R = \sqrt{\frac{S}{2\pi}}; h = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{2\pi}}$.

B. $R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}; h = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$.

C. $R = \sqrt{\frac{2S}{3\pi}}; h = 4\sqrt{\frac{2S}{3\pi}}$.

D. $R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}; h = 2\sqrt{\frac{S}{6\pi}}$.

Câu 21. Thiết diện qua trục của một hình nón tròn xoay là một tam giác vuông cân có diện tích bằng $2a^2$. Khi đó thể tích của khối nón bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Câu 22. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $AA' = a\sqrt{5}$. Gọi V là thể tích hình nón sinh ra khi quay tam giác $AA'C$ quanh trục AA' . Khi đó V bằng

A. $V = \frac{2\pi a^3\sqrt{5}}{3}$.

B. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{5}}{3}$.

C. $V = \frac{4\pi a^3\sqrt{5}}{3}$.

D. $V = \frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{5}$.

Câu 23. Một hình nón có đường sinh hợp với đáy một góc α và độ dài đường sinh bằng l . Khi đó diện tích toàn phần của hình nón bằng

A. $S_p = 2\pi l^2 \cos \alpha \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}$.

B. $S_p = 2\pi l^2 \cos \alpha \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}$.

C. $S_p = \pi l^2 \cos \alpha \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}$.

D. $S_p = \frac{1}{2}\pi l^2 \cos \alpha \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}$.

Câu 24. Một hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng a . Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác có góc ở đỉnh bằng 120° . Gọi V là thể tích khối nón. Khi đó V bằng

A. $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

B. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 25. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a , chiều cao $2a$. Biết rằng O' là tâm của $A'B'C'D'$ và (C) là đường tròn nội tiếp đáy $ABCD$. Diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh O' và đáy (C) .

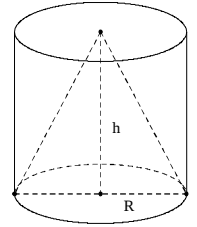
A. $S_{xq} = \frac{3\pi a^2}{2}$.

B. $S_{xq} = \frac{5\pi a^2}{2}$.

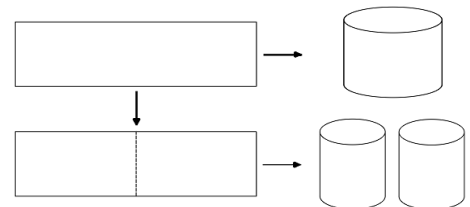
C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$.

D. $S_{xq} = \frac{3\sqrt{2}\pi a^2}{2}$.

Vấn đề 2. HÌNH TRỤ. MẶT TRỤ. KHỐI TRỤ



- Câu 26.** Cho một hình trụ có bán kính đáy R , chiều cao h và thể tích V_1 ; một hình nón có đáy trùng với một đáy của hình trụ, có đỉnh trùng với tâm đáy còn lại của hình trụ (hình vẽ bên dưới) và có thể tích V_2 . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?
- A. $V_2 = 3V_1$. B. $V_1 = 2V_2$. C. $V_1 = 3V_2$. D. $V_2 = V_1$.
- Câu 27.** Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy R , chiều cao là h .
- A. $V = \pi R^2 h$. B. $V = \pi R h^2$. C. $V = \pi^2 R h$. D. $V = 2\pi R h$.
- Câu 28.** Một hình trụ có bán kính đáy a , có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.
- A. πa^2 . B. $2\pi a^2$. C. $3\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.
- Câu 29.** Tính diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$.
- A. $2\pi a^2 (\sqrt{3} - 1)$. B. $\pi a^2 \sqrt{3}$. C. $\pi a^2 (1 + \sqrt{3})$. D. $2\pi a^2 (1 + \sqrt{3})$.
- Câu 30.** Tính thể tích của khối trụ biết bán kính đáy của hình trụ đó bằng a và thiết diện đi qua trục là một hình vuông.
- A. $2\pi a^3$. B. $\frac{2}{3}\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. πa^3 .
- Câu 31.** Tính thể tích của khối trụ biết chu vi đáy của hình trụ đó bằng 6π (cm) và thiết diện đi qua trục là một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng 10 (cm).
- A. 48π (cm³). B. 24π (cm³). C. 72π (cm³). D. $18\pi\sqrt{3472\pi}$ (cm³).
- Câu 32.** Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_p của hình trụ đó.
- A. $S_p = 6\pi$. B. $S_p = 2\pi$. C. $S_p = 4\pi$. D. $S_p = 10\pi$.
- Câu 33.** Cho hình trụ có bán kính đáy là R , thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính thể tích khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp trong hình trụ đã cho theo R .
- A. $4R^3$. B. $2\sqrt{2}R^3$. C. $4\sqrt{2}R^3$. D. $8R^3$.
- Câu 34.** Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50\text{ cm} \times 240\text{ cm}$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm , theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):
- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
 - Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.
- Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.
- A. $\frac{V_1}{V_2} = 1$. B. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = 4$.



Câu 35. Cho hình trụ có bán kính đáy là 4 cm, một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song $AB, A'B'$ mà $AB = A'B' = 6\text{ cm}$. Biết diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng 60 cm^2 . Tính chiều cao của hình trụ đã cho.

- A. $6\sqrt{2}\text{ cm}$. B. $4\sqrt{3}\text{ cm}$. C. $8\sqrt{2}\text{ cm}$. D. $5\sqrt{3}\text{ cm}$.

Câu 36. Cho hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$. Tồn tại dây cung AB thuộc đường tròn (O) sao cho $\Delta O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ hợp với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60° . Khi đó, diện tích xung quanh S_{xq} hình trụ và thể tích V của khối trụ tương ứng là

- A. $S_{xq} = \frac{4\pi R^2}{7}; V = \frac{2\pi R^3 \sqrt{7}}{7}$. B. $S_{xq} = \frac{6\pi R^2 \sqrt{7}}{7}; V = \frac{3\pi R^3 \sqrt{7}}{7}$.
C. $S_{xq} = \frac{3\pi R^2}{\sqrt{7}}; V = \frac{2\pi R^3 \sqrt{7}}{7}$. D. $S_{xq} = \frac{3\pi R^2 \sqrt{7}}{7}; V = \frac{\pi R^3 \sqrt{7}}{7}$.

Câu 37. Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy hình trụ góc 45° . Diện tích xung quanh S_{xq} hình trụ và thể tích V của khối trụ là

- A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}; V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}; V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{32}$.
C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{4}; V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{16}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}; V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{16}$.

Câu 38. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh $2\sqrt{3}\text{ cm}$ với AB là đường kính của đường tròn đáy tâm O . Gọi M là điểm thuộc cung $\widehat{AB}$ sao cho $\widehat{ABM} = 60^\circ$. Khi đó, thể tích V của khối tứ diện $ACDM$ là

- A. $V = 6\sqrt{3}(\text{cm}^3)$. B. $V = 2\sqrt{3}(\text{cm}^3)$. C. $V = 6(\text{cm}^3)$. D. $V = 3(\text{cm}^3)$.

Câu 39. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy lần lượt ngoại tiếp các hình vuông $ABDC$ và $A'B'C'D'$. Khi đó S bằng

- A. $S = \pi a^2$. B. $S = \pi a^2 \sqrt{2}$. C. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. D. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$.

Câu 40. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Khi đó thể tích khối trụ tương ứng bằng

- A. 2π B. 4π C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

Câu 41. Cho lăng trụ đều có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi V là thể tích hình trụ ngoại tiếp khối lăng trụ nói trên. Khi đó V bằng

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$ B. $V = \frac{\pi a^3}{3}$ C. $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$ D. $V = \frac{\pi a^3}{6}$

Câu 42. Trong không gian cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi I và H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Khi quay hình vuông đó xung quanh trục IH ta được một hình trụ tròn xoay. Khi đó thể tích khối trụ tương ứng bằng

- A. $\frac{\pi a^3}{4}$. B. $\frac{\pi a^3}{12}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

- Câu 43.** Một hình trụ có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương có cạnh bằng 1. Thể tích của khối trụ đó bằng
- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{2}$. D. π .
- Câu 44.** Thể tích khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp trong hình trụ có chiều cao h và bán kính đường tròn đáy R bằng
- A. $2R^2h$. B. R^2h . C. $\sqrt{2}R^2h$. D. $\frac{R^2h}{2}$.

Vấn đề 3. MẶT CẦU. KHỐI CẦU

- Câu 45.** Cho một mặt cầu có diện tích là S , thể tích khối cầu đó là V . Tính bán kính R của mặt cầu.
- A. $R = \frac{3V}{S}$. B. $R = \frac{S}{3V}$. C. $R = \frac{4V}{S}$. D. $R = \frac{V}{3S}$.
- Câu 46.** Cho mặt cầu $S(O; R)$ và điểm A cố định với $OA = d$. Qua A , kẻ đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu $S(O; R)$ tại M . Công thức nào sau đây được dùng để tính độ dài đoạn thẳng AM ?
- A. $\sqrt{2R^2 - d^2}$. B. $\sqrt{d^2 - R^2}$. C. $\sqrt{R^2 - 2d^2}$. D. $\sqrt{d^2 + R^2}$.
- Câu 47.** Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c . Gọi (S) là mặt cầu đi qua 8 đỉnh của hình hộp chữ nhật đó. Tính diện tích của hình cầu (S) theo a, b, c .
- A. $\pi(a^2 + b^2 + c^2)$. B. $2\pi(a^2 + b^2 + c^2)$. C. $4\pi(a^2 + b^2 + c^2)$. D. $\frac{\pi}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$.
- Câu 48.** Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c . Gọi (S) là mặt cầu đi qua 8 đỉnh của hình hộp chữ nhật đó. Tâm của mặt cầu (S) là
- A. một đỉnh bất kì của hình hộp chữ nhật.
B. tâm của một mặt bên của hình hộp chữ nhật.
C. trung điểm của một cạnh của hình hộp chữ nhật.
D. tâm của hình hộp chữ nhật.
- Câu 49.** Cho mặt cầu $S(O; R)$ và đường thẳng Δ . Biết khoảng cách từ O tới Δ bằng d . Đường thẳng Δ tiếp xúc với $S(O; R)$ khi thỏa mãn điều kiện nào trong các điều kiện sau?
- A. $d = R$. B. $d > R$. C. $d < R$. D. $d \neq R$.
- Câu 50.** Cho đường tròn (C) và điểm A nằm ngoài mặt phẳng chứa (C) . Có tất cả bao nhiêu mặt cầu chứa đường tròn (C) và đi qua A ?
- A. 2. B. 0. C. 1. D. vô số.
- Câu 51.** Cho hai điểm A, B phân biệt. Tập hợp tâm những mặt cầu đi qua A và B là
- A. mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB . B. đường thẳng trung trực của AB .
C. mặt phẳng song song với đường thẳng AB . D. trung điểm của đoạn thẳng AB .
- Câu 52.** Cho mặt cầu $S(O; R)$ và mặt phẳng (α) . Biết khoảng cách từ O tới (α) bằng d . Nếu $d < R$ thì giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt cầu $S(O; R)$ là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?
- A. $\sqrt{Rd}$. B. $\sqrt{R^2 + d^2}$. C. $\sqrt{R^2 - d^2}$. D. $\sqrt{R^2 - 2d^2}$.
- Câu 53.** Từ điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$ có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến với mặt cầu?
- A. Vô số. B. 0. C. 1. D. 2.

- Câu 54.** Một đường thẳng d thay đổi qua A và tiếp xúc với mặt cầu $S(O; R)$ tại M . Gọi H là hình chiếu của M lên đường thẳng OA . M thuộc mặt phẳng nào trong những mặt phẳng sau đây?
A. Mặt phẳng qua H và vuông góc với OA . **B.** Mặt phẳng trung trực của OA .
C. Mặt phẳng qua O và vuông góc với AM . **D.** Mặt phẳng qua A và vuông góc với OM .
- Câu 55.** Một đường thẳng thay đổi d qua A và tiếp xúc với mặt cầu $S(O; R)$ tại M . Gọi H là hình chiếu của M lên đường thẳng OA . Biết $OA = 2R$. Độ dài đoạn thẳng MH tính theo R là
A. $\frac{R}{2}$. **B.** $\frac{R\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{3R\sqrt{3}}{4}$.
- Câu 56.** Thể tích của một khối cầu là $113\frac{1}{7}\text{ cm}^3$ thì bán kính nó là bao nhiêu? (lấy $\pi \approx \frac{22}{7}$)
A. 6 cm. **B.** 2 cm. **C.** 4 cm. **D.** 3 cm.
- Câu 57.** Khinh khí cầu của nhà Mông-gôn-fie (Montgolfier) (người Pháp) phát minh ra khinh khí cầu dùng khí nóng. Coi khinh khí cầu này là một mặt cầu có đường kính 11m thì diện tích của mặt khinh khí cầu là bao nhiêu? (lấy $\pi \approx \frac{22}{7}$ và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).
A. 379,94 (m^2). **B.** 697,19 (m^2). **C.** 190,14 cm. **D.** 95,07 (m^2).
- Câu 58.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh là 10 cm. Gọi O là tâm mặt cầu đi qua 8 đỉnh của hình lập phương. Khi đó, diện tích S của mặt cầu và thể tích V của hình cầu là
A. $S = 150\pi (\text{cm}^2); V = 125\sqrt{3} (\text{cm}^3)$. **B.** $S = 100\sqrt{3}\pi (\text{cm}^2); V = 500 (\text{cm}^3)$.
C. $S = 300\pi (\text{cm}^2); V = 500\sqrt{3} (\text{cm}^3)$. **D.** $S = 250\pi (\text{cm}^2); V = 500\sqrt{6} (\text{cm}^3)$.
- Câu 59.** Cho đường tròn (C) ngoại tiếp một tam giác đều ABC có cạnh bằng a , chiều cao AH . Quay đường tròn (C) xung quanh trục AH , ta được một mặt cầu. Thể tích của khối cầu tương ứng là
A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{54}$. **B.** $\frac{4\pi a^3}{9}$. **C.** $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$. **D.** $\frac{4\pi a^3}{3}$.
- Câu 60.** Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$ và $\hat{B} = 30^\circ$. Quay tam giác vuông này quanh trục AB , ta được một hình nón đỉnh B . Gọi S_1 là diện tích toàn phần của hình nón đó và S_2 là diện tích mặt cầu có đường kính AB . Khi đó, tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ là
A. $\frac{S_1}{S_2} = 1$. **B.** $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}$. **C.** $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{3}$. **D.** $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{2}$.
- Câu 61.** Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình tứ diện đều cạnh a .
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.
- Câu 62.** Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác đều $S.ABC$, biết các cạnh đáy có độ dài bằng a , cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$.
A. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{6}}{8}$.
- Câu 63.** Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$.
A. $\frac{2a\sqrt{14}}{7}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{7}}{3\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{2}}{7}$.

- Câu 64.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.
- A. $V = \frac{5\pi}{3}$. B. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. D. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.
- Câu 65.** Một hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đó.
- A. $\frac{a\sqrt{39}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{12}}{6}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{4a}{\sqrt{3}}$.
- Câu 66.** Một hình lập phương có diện tích mặt chéo bằng $a^2\sqrt{2}$. Gọi V là thể tích khối cầu và S là diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương nói trên. Khi đó tích $S.V$ bằng
- A. $S.V = \frac{3\sqrt{3}\pi^2 a^5}{2}$ B. $S.V = \frac{\sqrt{3}\pi^2 a^5}{2}$ C. $S.V = \frac{3\pi^2 a^5}{2}$ D. $S.V = \frac{3\sqrt{6}\pi^2 a^5}{2}$
- Câu 67.** Tỉ số thể tích của khối lập phương và khối cầu ngoại tiếp khối lập phương đó bằng
- A. $\frac{\sqrt{6}}{3\pi}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3\pi}$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$.
- Câu 68.** Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = 3a$, $BC = 4a$, $SA \perp (ABC)$, cạnh bên SC tạo với đáy góc 60° . Khi đó thể tích khối cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là
- A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{50\pi a^3}{3}$. C. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$. D. $V = \frac{500\pi a^3}{3}$.
- Câu 69.** Cho tứ diện $S.ABC$ có SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một, $SA = 3$, $SB = 4$, $SC = 5$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ bằng
- A. 25π . B. 50π . C. 75π . D. 100π .

Vấn đề 4. TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP

- Câu 70.** Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy R và độ dài đường sinh l được tính theo công thức nào dưới đây?
- A. $V = \frac{1}{3}R^2l$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^2l$. C. $V = \frac{4}{3}\pi R^3l$. D. $V = \pi R^2l$.
- Câu 71.** Cho hình nón có diện tích xung quanh là S_{xq} và bán kính đáy là r . Công thức nào dưới đây dùng để tính đường sinh l của hình nón đã cho.
- A. $l = \frac{S_{xq}}{2\pi r}$. B. $l = \frac{2S_{xq}}{\pi r}$. C. $l = 2\pi S_{xq}r$. D. $l = \frac{S_{xq}}{\pi r}$.
- Câu 72.** Tính thể tích V của khối nón có diện tích hình tròn đáy là S và chiều cao là h .
- A. $V = \frac{4}{3}Sh$. B. $V = \frac{1}{3}Sh^2$. C. $V = Sh$. D. $V = \frac{1}{3}Sh$.
- Câu 73.** Bán kính đáy của khối trụ tròn xoay có thể tích bằng V và chiều cao bằng h là
- A. $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$. B. $r = \sqrt{\frac{3V}{2\pi h}}$. C. $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$. D. $r = \sqrt{\frac{2V}{\pi h}}$.
- Câu 74.** Cho khối nón có đường cao h và bán kính đáy r . Công thức tính thể tích của khối nón.
- A. $2\pi r\sqrt{h^2 + r^2}$. B. $\frac{1}{3}\pi r^2h$. C. $\pi r\sqrt{h^2 + r^2}$. D. πr^2h .

Câu 75. Gọi R , S , V lần lượt là bán kính, diện tích và thể tích của khối cầu. Công thức nào sau đây **sai**?

- A. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. B. $S = \pi R^2$. C. $3V = S.R$. D. $S = 4\pi R^2$.

Câu 76. Thể tích của khối nón có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng R là

- A. $V = \pi R^2 h$. B. $V = \frac{1}{3}\pi R h$. C. $V = \frac{1}{3}2\pi R h$. D. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Câu 77. Công thức tính thể tích V của khối cầu có bán kính bằng R là

- A. $V = 4\pi R^2$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^2$. C. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. D. $V = \pi R^3$.

Câu 78. Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r được tính bằng công thức nào dưới đây?

- A. $S_{xq} = \pi r l$. B. $S_{xq} = \pi r^2 l$. C. $S_{xq} = 2\pi r l$. D. $S_{xq} = 4\pi r l$.

Câu 79. Diện tích xung quanh của mặt trụ có bán kính đáy R , chiều cao h là

- A. $S_{xq} = \pi R h$. B. $S_{xq} = 3\pi R h$. C. $S_{xq} = 4\pi R h$. D. $S_{xq} = 2\pi R h$.

Câu 80. Cho khối cầu có bán kính R . Thể tích của khối cầu đó là

- A. $V = 4\pi R^3$ B. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. C. $V = \frac{1}{3}\pi R^3$. D. $V = \frac{4}{3}\pi R^2$.

Câu 81. Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O , bán kính R . Biết $SO = h$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

- A. $\sqrt{h^2 - R^2}$. B. $\sqrt{h^2 + R^2}$. C. $2\sqrt{h^2 - R^2}$. D. $2\sqrt{h^2 + R^2}$.

Câu 82. Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng

- A. $2\pi R^2$. B. πR^2 . C. $4\pi R^2$. D. $2\pi R$.

Câu 83. Thể tích của một khối cầu có bán kính R là

- A. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^2$. C. $V = \frac{1}{3}\pi R^3$. D. $V = 4\pi R^3$.

Câu 84. Gọi l , h , r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

- A. $S_{xq} = \pi r h$. B. $S_{xq} = 2\pi r l$. C. $S_{xq} = \pi r l$. D. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 85. Nếu tăng bán kính đáy của một hình nón lên 4 lần và giảm chiều cao của hình nón đó đi 8 lần, thì thể tích khối nón tăng hay giảm bao nhiêu lần?

- A. tăng 2 lần. B. tăng 16 lần.
C. giảm 16 lần. D. giảm 2 lần.

Câu 86. Trong các hình đa diện sau, hình nào không nội tiếp được trong một mặt cầu?

- A. Hình tứ diện. B. Hình hộp chữ nhật.
C. Hình chóp ngũ giác đều. D. Hình chóp có đáy là hình thang vuông.

Câu 87. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- A. Hình có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.
B. Hình có đáy là hình tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.
C. Hình có đáy là hình thang thì có mặt cầu ngoại tiếp.
D. Hình có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.

- Câu 88.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?
A. Bất kì một hình hộp nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
B. Bất kì một hình tứ diện nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
C. Bất kì một hình chóp đều nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
D. Bất kì một hình hộp chữ nhật nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
- Câu 89.** Nếu điểm M trong không gian luôn nhìn đoạn thẳng AB có định dưới một góc vuông thì M thuộc
A. Một mặt cầu cố định. **B.** Một khối cầu cố định.
C. Một đường tròn cố định. **D.** Một hình tròn cố định.
- Câu 90.** Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:
A. Cắt hình nón tròn xoay bằng một mặt phẳng đi qua trục thu được thiết diện là tam giác cân.
B. Cắt hình trụ tròn xoay bằng một mặt phẳng vuông góc với trục thu được thiết diện là hình tròn.
C. Hình cầu có vô số mặt phẳng đối xứng.
D. Mặt cầu là mặt tròn xoay sinh bởi một đường tròn khi quay quanh một đường kính của nó.
- Câu 91.** Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$, chiều cao $h = \sqrt{3}$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:
A. Hình có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.
B. Hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.
C. Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì có mặt cầu ngoại tiếp.
D. Hình chóp có đáy là tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.
- Câu 92.** Mệnh đề nào sau đây là **sai**?
A. Tồn tại một mặt trụ tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của một hình lập phương.
B. Tồn tại một mặt trụ tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của một hình hộp.
C. Tồn tại một mặt nón tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của một hình chóp tứ giác đều.
D. Tồn tại một mặt cầu chứa tất cả các đỉnh của một hình tứ diện đều.
- Câu 93.** Khi quay một hình chữ nhật và các điểm trong của nó quanh trục là một đường trung bình của hình chữ nhật đó, ta nhận được hình gì.
A. Khối chóp. **B.** Khối nón. **C.** Khối cầu. **D.** Khối trụ.
- Câu 94.** Cho đường thẳng l cắt và không vuông góc với Δ quay quanh Δ thì ta được
A. Hình nón tròn xoay. **B.** Mặt nón tròn xoay.
C. Khối nón tròn xoay. **D.** Mặt trụ tròn xoay.
- Câu 95.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
A. Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì luôn có mặt cầu ngoại tiếp.
B. Hình chóp có đáy là hình thoi thì luôn có mặt cầu ngoại tiếp.
C. Hình chóp có đáy là hình tứ giác thì luôn có mặt cầu ngoại tiếp.
D. Hình chóp có đáy là hình tam giác thì luôn có mặt cầu ngoại tiếp.
- Câu 96.** Cho tam giác ABC vuông tại A . Khi quay tam giác đó quanh cạnh góc vuông AB , đường gấp khúc BCA tạo thành hình tròn xoay nào trong bốn hình sau đây.
A. Hình nón. **B.** Hình trụ. **C.** Hình cầu. **D.** Mặt nón.
- Câu 97.** Cho hai điểm A, B phân biệt. Tập hợp tâm những mặt cầu đi qua hai điểm A và B là
A. Mặt phẳng song song với đường thẳng AB . **B.** Trung điểm của đường thẳng AB .
C. Đường thẳng trung trực của đoạn thẳng AB . **D.** Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .
- Câu 98.** Tập hợp tâm các mặt cầu luôn đi qua hai điểm cố định A và B cho trước là
A. một đường thẳng. **B.** một mặt phẳng. **C.** một điểm. **D.** một đoạn thẳng.
- Câu 99.** Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là
A. một hình chữ nhật. **B.** một tam giác cân. **C.** một đường elip. **D.** một đường tròn.

- Câu 100.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, độ dài đường cao bằng 4 cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ này?
- A. $24\pi(\text{cm}^2)$. B. $22\pi(\text{cm}^2)$. C. $26\pi(\text{cm}^2)$. D. $20\pi(\text{cm}^2)$.
- Câu 101.** Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.
- A. $V = 4\pi$. B. $V = 12\pi$. C. $V = 16\pi$. D. $V = 8\pi$.
- Câu 102.** Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.
- A. $V = 16\pi\sqrt{3}$. B. $V = 12\pi$. C. $V = 4$. D. $V = 4\pi$.
- Câu 103.** Tính đường kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{3}$
- A. $6a$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $3a$.
- Câu 104.** Khối trụ tròn xoay có đường kính đáy là $2a$, chiều cao là $h = 2a$ có thể tích là
- A. $V = \pi a^3$. B. $V = 2\pi a^2 h$. C. $V = 2\pi a^2$. D. $V = 2\pi a^3$.
- Câu 105.** Một hình trụ có bán kính đáy bằng r và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ đó là
- A. $6\pi r^2$. B. $2\pi r^2$. C. $8\pi r^2$. D. $4\pi r^2$.
- Câu 106.** Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là
- A. $S = \pi R^2$. B. $S = \frac{4}{3}\pi R^3$. C. $S = \frac{3}{4}\pi R^2$. D. $S = 4\pi R^2$.
- Câu 107.** Cho hình cầu đường kính $2a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo thiết diện là hình tròn có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P) .
- A. a . B. $\frac{a}{2}$. C. $a\sqrt{10}$. D. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$.
- Câu 108.** Cho hình nón có bán kính đáy là $r = \sqrt{2}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho.
- A. $S = 16\pi$. B. $S = 8\sqrt{2}\pi$. C. $S = 16\sqrt{2}\pi$. D. $S = 4\sqrt{2}\pi$.
- Câu 109.** Một hình nón có đường cao $h = 4\text{cm}$, bán kính đáy $r = 5\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.
- A. $5\pi\sqrt{41}$. B. 15π . C. $4\pi\sqrt{41}$. D. 20π .
- Câu 110.** Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 4 và đường sinh bằng 5 bằng
- A. 16π . B. 48π . C. 12π . D. 36π .
- Câu 111.** Khối trụ tròn xoay có đường cao và bán kính đáy cùng bằng 1 thì thể tích bằng
- A. $\frac{1}{3}\pi$. B. π^2 . C. 2π . D. π .
- Câu 112.** Cho hình nón có đường sinh $l = 5$, bán kính đáy $r = 3$. Diện tích toàn phần của hình nón đó là
- A. $S_{tp} = 15\pi$. B. $S_{tp} = 20\pi$. C. $S_{tp} = 22\pi$. D. $S_{tp} = 24\pi$.
- Câu 113.** Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 20 m, chu vi đáy bằng 5 m.
- A. 50 m^2 . B. $50\pi\text{ m}^2$. C. $100\pi\text{ m}^2$. D. 100 m^2 .

Câu 114. Cho khối nón có chiều cao bằng 24 cm, độ dài đường sinh bằng 26 cm. Tính thể tích V của khối nón tương ứng.

- A. $V = 800\pi \text{ cm}^3$. B. $V = 1600\pi \text{ cm}^3$. C. $V = \frac{1600\pi}{3} \text{ cm}^3$. D. $V = \frac{800\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Câu 115. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Bán kính mặt cầu bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 116. Cho mặt cầu có diện tích bằng $72\pi \text{ (cm}^2\text{)}$. Bán kính R của khối cầu bằng

- A. $R = 6 \text{ (cm)}$. B. $R = \sqrt{6} \text{ (cm)}$. C. $R = 3 \text{ (cm)}$. D. $R = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$.

Câu 117. Cho hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy r , chiều cao h và đường sinh l . Kết luận nào sau đây **sai**?

- A. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $S_p = \pi r l + \pi r^2$. C. $h^2 = r^2 + l^2$. D. $S_{xq} = \pi r l$.

Câu 118. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $V = 4\pi$. C. $V = 16\pi\sqrt{3}$. D. $V = 12\pi$.

Câu 119. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Tam giác SAB có diện tích bằng $2a^2$. Thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$.

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{8}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{7}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{4}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{24}$.

Câu 120. Cho hình lập phương có cạnh bằng 40 cm và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích toàn phần của hình lập phương và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính $S = S_1 + S_2 \text{ (cm}^2\text{)}$.

- A. $S = 4(2400 + \pi)$. B. $S = 2400(4 + \pi)$. C. $S = 2400(4 + 3\pi)$. D. $S = 4(2400 + 3\pi)$.

Câu 121. Cho tam giác SAB vuông tại A , $\widehat{ABS} = 60^\circ$, đường phân giác trong của $\widehat{ABS}$ cắt SA tại điểm I . Vẽ nửa đường tròn tâm I bán kính IA (như hình vẽ). Cho $\triangle SAB$ và nửa đường tròn trên cùng quay quanh SA tạo nên các khối cầu và khối nón có thể tích tương ứng V_1, V_2 . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $4V_1 = 9V_2$ B. $9V_1 = 4V_2$ C. $V_1 = 3V_2$ D. $2V_1 = 3V_2$

Câu 122. Cho lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a cạnh bên bằng b . Tính thể tích của khối cầu đi qua các đỉnh của lăng trụ.

- A. $\frac{1}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$. B. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.
C. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + b^2)^3}$. D. $\frac{\pi}{18\sqrt{2}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

Câu 123. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $2\sqrt{3} \text{ (cm)}$ với AB là đường kính của đường tròn đáy tâm O . Gọi M là điểm thuộc cung $\widehat{AB}$ của đường tròn đáy sao cho $\widehat{ABM} = 60^\circ$. Thể tích của khối tứ diện $ACDM$ là

- A. $V = 3 \text{ (cm}^3\text{)}$. B. $V = 4 \text{ (cm}^3\text{)}$. C. $V = 6 \text{ (cm}^3\text{)}$. D. $V = 7 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 124. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20(\text{cm})$, bán kính đáy $r = 25(\text{cm})$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là $12(\text{cm})$. Tính diện tích của thiết diện đó.

- A. $S = 500(\text{cm}^2)$. B. $S = 400(\text{cm}^2)$. C. $S = 300(\text{cm}^2)$. D. $S = 406(\text{cm}^2)$.

Câu 125. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC . Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành

- A. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$. C. $V = \pi a^3$. D. $\frac{7\pi a^3}{3}$.

Câu 126. Khối cầu có bán kính $R = 6$ có thể tích bằng bao nhiêu?

- A. 72π . B. 48π . C. 288π . D. 144π .

Câu 127. Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều và có thể tích $V = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. Diện tích xung quanh S của hình nón đó là

- A. $S = \frac{1}{2}\pi a^2$. B. $S = 4\pi a^2$. C. $S = 2\pi a^2$. D. $\frac{1}{2018} \leq x \leq 2018$

Câu 128. Cho một khối nón có chiều cao bằng 4 cm , độ dài đường sinh 5 cm . Tính thể tích khối nón này.

- A. $15\pi \text{ cm}^3$. B. $12\pi \text{ cm}^3$. C. $36\pi \text{ cm}^3$. D. $45\pi \text{ cm}^3$.

Câu 129. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng $3a$. Quay đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'BD$ quanh một đường kính của đường tròn ta có một mặt cầu, tính diện tích mặt cầu đó.

- A. $27\pi a^2$. B. $24\pi a^2$. C. $25\pi a^2$. D. $21\pi a^2$.

Câu 130. Một hình nón có đường sinh bằng a và góc ở đỉnh bằng 90° . Cắt hình nón bằng một mặt phẳng (α) sao cho góc giữa (α) và mặt đáy hình nón bằng 60° . Khi đó diện tích thiết diện là

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^2$. B. $\frac{3}{2}a^2$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$. D. $\frac{2}{3}a^2$.

Câu 131. Cho một khối trụ có độ dài đường sinh bằng 10 cm . Biết thể tích khối trụ bằng $90\pi \text{ cm}^3$. Tính diện tích xung quanh của khối trụ.

- A. $81\pi \text{ cm}^2$. B. $60\pi \text{ cm}^2$. C. $78\pi \text{ cm}^2$. D. $36\pi \text{ cm}^2$.

Câu 132. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Một hình nón có đỉnh là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Gọi S là diện tích xung quanh của hình nón đó. Tính S .

- A. $S = \pi \frac{\sqrt{3}}{3}a^2$. B. $S = \pi \frac{\sqrt{2}}{2}a^2$. C. $S = \pi \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$. D. $S = \pi \frac{\sqrt{6}}{2}a^2$.

Câu 133. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, $SA = a$, $AD = 5a$, $AB = 2a$. Điểm E thuộc cạnh BC sao cho $CE = a$. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SAED$.

- A. $\frac{\sqrt{26}a}{4}$. B. $\frac{\sqrt{26}a}{3}$. C. $\frac{\sqrt{26}a}{2}$. D. $\frac{2\sqrt{26}a}{3}$.

- Câu 134.** Cho mặt cầu (S_1) có bán kính R_1 , mặt cầu (S_2) có bán kính $R_2 = 2R_1$. Tính tỉ số diện tích của mặt cầu (S_2) và (S_1) .
- A. 2. B. 4. C. $\frac{1}{2}$. D. 3.
- Câu 135.** Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh a . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là
- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\sqrt{3}\pi a^2$. D. $2\sqrt{3}\pi a^2$.
- Câu 136.** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . $SA = 5$, $AB = 3$, $BC = 4$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
- A. $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. B. $R = \frac{5\sqrt{2}}{3}$. C. $R = \frac{5\sqrt{3}}{3}$. D. $R = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 137.** Một hình trụ có bán kính đáy là $2(\text{cm})$. Một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là một hình vuông. Tính thể tích khối trụ đó.
- A. $4\pi(\text{cm}^3)$. B. $8\pi(\text{cm}^3)$. C. $16\pi(\text{cm}^3)$. D. $32\pi(\text{cm}^3)$.
- Câu 138.** Tính thể tích V của khối nón có đáy là hình tròn bán kính bằng 2 , diện tích xung quanh của nón là 12π .
- A. $V = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$. B. $V = \frac{16\sqrt{2}\pi}{9}$. C. $V = 16\sqrt{2}\pi$. D. $V = \frac{4\sqrt{2}\pi}{3}$.
- Câu 139.** Cắt một khối trụ cho trước thành hai phần thì được hai khối trụ mới có tổng diện tích toàn phần nhiều hơn diện tích toàn phần của khối trụ ban đầu $32\pi \text{ dm}^2$. Biết chiều cao của khối trụ ban đầu là 7 dm , tính tổng diện tích toàn phần S của hai khối trụ mới.
- A. $S = 120\pi(\text{dm}^2)$. B. $S = 144\pi(\text{dm}^2)$. C. $S = 288\pi(\text{dm}^2)$. D. $S = 256\pi(\text{dm}^2)$.
- Câu 140.** Cho hình trụ (T) được sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB . Biết $AC = 2\sqrt{3}a$ và góc $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ (T) là
- A. $12\pi a^2$. B. $8\pi a^2$. C. $24\pi a^2$. D. $16\pi a^2$.
- Câu 141.** Thể tích của khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và diện tích xung quanh bằng $2\pi a^2$ là
- A. $\pi a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 142.** Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.
- A. $9a^2\pi$. B. $\frac{9\pi a^2}{2}$. C. $\frac{13\pi a^2}{6}$. D. $\frac{27\pi a^2}{2}$.
- Câu 143.** Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC . Khi đó, tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng
- A. $\frac{16}{9}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{9}{16}$.

Câu 144. Cho mặt cầu $S(O; R)$ và điểm A cố định nằm ngoài mặt cầu với $OA = d$. Qua A kẻ đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu $S(O; R)$ tại M . Công thức nào sau đây được dùng để tính độ dài đoạn thẳng AM ?

- A. $\sqrt{2R^2 - d^2}$. B. $\sqrt{R^2 - 2d^2}$. C. $\sqrt{R^2 + d^2}$. D. $\sqrt{d^2 - R^2}$.

Câu 145. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_p của hình trụ đó.

- A. $S_p = \frac{4\pi}{3}$. B. $S_p = 4\pi$. C. $S_p = 6\pi$. D. $S_p = 3\pi$.

Câu 146. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Một hình chóp bất kì luôn có duy nhất một mặt cầu ngoại tiếp.
 B. Cho 2 cạnh của một tam giác vuông quay quanh cạnh còn lại thì ta được một hình nón tròn xoay.
 C. Cho đường thẳng l cắt Δ và quay quanh Δ thì ta được một mặt nón tròn xoay.
 D. Cho đường thẳng l song song với Δ và quay quanh Δ thì ta được một mặt trụ tròn xoay.

Câu 147. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Tính thể tích khối chóp $ABCC'B'$ theo V .

- A. $\frac{2}{3}V$. B. $\frac{2}{5}V$. C. $\frac{1}{2}V$. D. $\frac{1}{3}V$.

Câu 148. Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

- A. $S = 8\pi a^2$. B. $S = 24\pi a^2$. C. $S = 16\pi a^2$. D. $S = 4\pi a^2$.

Câu 149. Cho hình nón có đường sinh bằng đường kính đáy và bằng 2. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình nón đó là

- A. $R = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. B. $R = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $R = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $R = 2\sqrt{3}$.

Câu 150. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- A. $2\sqrt{2}a$. B. $3a$. C. $2a$. D. $\frac{3a}{2}$.

Câu 151. Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 45^\circ$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh BC ta được khối tròn xoay có thể tích V bằng

- A. $V = \frac{\pi\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{2}$. B. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{24}$. C. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{8}$. D. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{3}$.

Câu 152. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A, B . Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E .

- A. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. a .

Câu 153. Xét hình trụ T có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng a . Tính diện tích toàn phần S của hình trụ.

- A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = \frac{\pi a^2}{2}$. C. $S = \frac{3\pi a^2}{2}$. D. $S = \pi a^2$.

- Câu 154.** Cho khối nón tròn xoay có đường cao $h = 15 \text{ cm}$ và đường sinh $l = 25 \text{ cm}$. Thể tích V của khối nón là
A. $V = 4500\pi (\text{cm}^3)$. **B.** $V = 2000\pi (\text{cm}^3)$. **C.** $V = 1500\pi (\text{cm}^3)$. **D.** $V = 6000\pi (\text{cm}^3)$.
- Câu 155.** Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB = 4a$, $AC = 5a$. Tính thể tích khối trụ.
A. $V = 16\pi a^3$. **B.** $V = 12\pi a^3$. **C.** $V = 4\pi a^3$. **D.** $V = 8\pi a^3$.
- Câu 156.** Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp một hình hộp chữ nhật có các kích thước a , $2a$, $3a$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $a = 2\sqrt{3}R$. **B.** $a = \frac{\sqrt{3}R}{3}$. **C.** $a = 2R$. **D.** $a = \frac{\sqrt{14}R}{7}$.
- Câu 157.** Tam giác ABC vuông cân đỉnh A có cạnh huyền là 2 . Quay tam giác ABC quanh trục BC thì được khối tròn xoay có thể tích là
A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$. **B.** $\frac{4}{3}\pi$. **C.** $\frac{2}{3}\pi$. **D.** $\frac{1}{3}\pi$.
- Câu 158.** Cho khối trụ (T) có chiều cao bằng 2 và thể tích bằng 8π . Tính diện tích xung quanh của hình trụ (T) .
A. $S_{xq} = 32\pi$. **B.** $S_{xq} = 8\pi$. **C.** $S_{xq} = 16\pi$. **D.** $S_{xq} = 4\pi$.
- Câu 159.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$. Tam giác SAC vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đó là
A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $4\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** πa^3 . **D.** $4\pi a^3$.
- Câu 160.** Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .
A. $V = 12\pi$. **B.** $V = 36\pi$. **C.** $V = 16\pi$. **D.** $V = 48\pi$.
- Câu 161.** Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng 4 , diện tích xung quanh bằng 48π . Thể tích của hình trụ đó bằng
A. 24π . **B.** 96π . **C.** 32π . **D.** 72π .
- Câu 162.** Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
A. πa^3 . **B.** $5\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $3\pi a^3$.
- Câu 163.** Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O , bán kính, $R = 3 \text{ cm}$, góc ở đỉnh hình nón là $\varphi = 120^\circ$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh S tạo thành tam giác đều SAB , trong đó A , B thuộc đường tròn đáy. Diện tích tam giác SAB bằng
A. $3\sqrt{3} \text{ cm}^2$. **B.** $6\sqrt{3} \text{ cm}^2$. **C.** 6 cm^2 . **D.** 3 cm^2 .
- Câu 164.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a$, $AA' = \sqrt{2}a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình tứ diện $AB'A'C$ là
A. πa^3 . **B.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $4\pi a^3$.
- Câu 165.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC gọi là hình nón nội tiếp hình chóp $S.ABC$, hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC gọi là hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Tỉ số thể tích của hình nón nội tiếp và hình nón ngoại tiếp hình chóp đã cho là
A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 166. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $\frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. B. $4\pi a^3$. C. $\frac{4}{3}\pi a^3$. D. $8\pi a^3$.

Câu 167. Cho hình lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $2a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

- A. $16\pi a^2$. B. $8\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.

Câu 168. Một cái nồi nấu nước người ta làm dạng hình trụ, chiều cao của nồi là 60 cm, diện tích đáy $900\pi \text{ cm}^2$. Hỏi người ta cần miếng kim loại hình chữ nhật có kích thước là bao nhiêu để làm thân nồi đó? (bỏ qua kích thước các mép gấp).

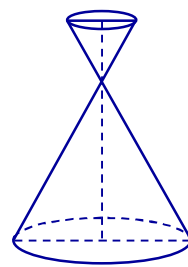
- A. Chiều dài 60π cm, chiều rộng 60 cm. B. Chiều dài 900 cm, chiều rộng 60 cm.
C. Chiều dài 180 cm, chiều rộng 60 cm. D. Chiều dài 30π cm, chiều rộng 60 cm.

Câu 169. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có 9 cạnh bằng nhau và bằng $2a$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

- A. $S = \frac{28\pi a^2}{9}$. B. $S = \frac{7\pi a^2}{9}$. C. $S = \frac{28\pi a^2}{3}$. D. $S = \frac{7\pi a^2}{3}$.

Câu 170. Cho một đồng hồ cát như hình bên dưới (gồm 2 hình nón chung đỉnh khếp lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón hợp với đáy một góc 60° . Biết rằng chiều cao của đồng hồ là 30 cm và tổng thể tích của đồng hồ là $1000\pi \text{ cm}^3$. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần bên dưới là bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{27}$. C. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$. D. $\frac{1}{64}$.



Câu 171. Tính thể tích khối nón có bán kính đáy 3 cm và độ dài đường sinh 5 cm.

- A. $12\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. B. $15\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. C. $36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. D. $45\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 172. Một hình trụ có bán kính đáy bằng r và khoảng cách giữa hai đáy bằng $r\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là tâm mặt đáy này và đáy trùng với mặt đáy kia của hình trụ. Tính tỉ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón.

- A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 3.

Câu 173. Một khối trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a . Tính theo a thể tích V của khối trụ đó.

- A. $V = \frac{\pi a^3}{2}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{4}$. C. $V = \pi a^3$. D. $V = 2\pi a^3$.

Câu 174. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 5 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 3. Tính diện tích S của thiết diện được tạo thành.

- A. $S = 56$. B. $S = 28$. C. $S = 7\sqrt{34}$. D. $S = 14\sqrt{34}$.

Câu 175. Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A, B, C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1. Thể tích của khối cầu (S) bằng

- A. $\frac{7\sqrt{21}\pi}{2}$. B. ABD . C. $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$. D. $\frac{29\sqrt{29}\pi}{6}$.

Câu 176. Tính thể tích khối trụ biết bán kính đáy $r = 4$ (cm) và chiều cao $h = 2$ (cm).

- A. $\frac{32\pi}{3}$ (cm³). B. 32π (cm³). C. 8π (cm³). D. 16π (cm³).

Câu 177. Cho hình nón có chiều cao $a\sqrt{3}$ và bán kính đáy a . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

- A. $S_{xq} = \pi a^2$. B. $S_{xq} = 2\pi a^2$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$. D. $S_{xq} = \pi a^2$.

Câu 178. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $AA' = 3a$ nội tiếp mặt cầu (S) . Tính diện tích mặt cầu.

- A. $13\pi a^2$. B. $6\pi a^2$. C. $56\pi a^2$. D. $\frac{7}{2}\pi a^2$.

Câu 179. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 1$ (cm) và góc ở đỉnh 60° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

- A. π (cm²). B. $\sqrt{2}\pi$ (cm²). C. $\sqrt{3}\pi$ (cm²). D. 2π (cm²).

Câu 180. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với độ dài đường chéo bằng $\sqrt{2}a$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$?

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 181. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) .

- A. $2\sqrt{3}a^2$. B. a^2 . C. $4a^2$. D. πa^2 .

Câu 182. Cho quả địa cầu có độ dài đường kinh tuyến 30° Đông là 40π (cm). Độ dài đường xích đạo là

- A. $40\sqrt{3}\pi$ (cm). B. 40π (cm). C. 80π (cm). D. $\frac{80\pi}{\sqrt{3}}$ (cm).

Câu 183. Trong mặt phẳng cho góc xOy . Một mặt phẳng (P) thay đổi và vuông góc với đường phân giác trong của góc $\widehat{xOy}$ cắt Ox , Oy lần lượt tại A , B . Trong (P) lấy điểm M sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

- A. Điểm M chạy trên một mặt cầu. B. Điểm M chạy trên một mặt nón.
C. Điểm M chạy trên một mặt trụ. D. Điểm M chạy trên một đường tròn.

Câu 184. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π , thiết diện qua trục là hình vuông. Một mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện là tứ giác $ABB'A'$, biết một cạnh của thiết diện là một dây cung của đường tròn đáy của hình trụ và căng một cung 120° . Tính diện tích thiết diện $ABB'A'$.

- A. $3\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 185. Hình trụ (T) được sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB . Biết $AC = 2a\sqrt{2}$, $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Diện tích toàn phần của hình trụ (T) là

- A. $S_{TP} = 16\pi a^2$. B. $S_{TP} = 10\pi a^2$. C. $S_{TP} = 12\pi a^2$. D. $S_{TP} = 8\pi a^2$.

A. 16π . **B.** 8π . **C.** 20π . **D.** 12π .

(I): Khoảng cách giữa OO' và AB bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

A. Cả (I) và (II) đều đúng.
B. Chỉ (I) đúng.
C. Chỉ (II) đúng.
D. Cả (I) và (II) đều sai.

A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\frac{3a}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

A. $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. **B.** $V = \pi a^3$. **C.** $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. **D.** $V = 3\pi a^3$.

A. 55cm^2 . **B.** 56cm^2 . **C.** 53cm^2 . **D.** 46cm^2 .

A. $S = 400 \text{ (cm}^2\text{)}.$ **B.** $S = 406 \text{ (cm}^2\text{)}.$ **C.** $S = 300 \text{ (cm}^2\text{)}.$ **D.** $S = 500 \text{ (cm}^2\text{)}.$

A. $V = \frac{2}{3}\pi a^3$. **B.** $V = \frac{1}{3}\pi a^3$. **C.** $V = \frac{4}{3}\pi a^3$. **D.** $V = 2\pi a^3$.

A. 2 (cm). **B.** 3 (cm). **C.** 1 (cm). **D.** 4 (cm).

A. $4\pi a^2$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $16\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

A. $12\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$ **B.** $15\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$ **C.** $\frac{80\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$ **D.** $36\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$

Câu 196. Một hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và nội tiếp trong mặt cầu bán kính R . Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

- A.** $2\pi R^2$. **B.** $4\pi R^2$. **C.** $2\sqrt{2}\pi R^2$. **D.** $\sqrt{2}\pi R^2$.

Câu 197. Thiết diện qua trục của hình nón (N) là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Tính diện tích toàn phần của hình nón (N) ?

- A.** $S_{ip} = \frac{\pi a^2 (2 + \sqrt{2})}{2}$.
- B.** $S_{ip} = \frac{\pi a^2 (\sqrt{2} + 1)}{2}$.
- C.** $S_{ip} = \pi a^2 (\sqrt{2} + 1)$.
- D.** $S_{ip} = \frac{\pi a^2 (1 + 2\sqrt{2})}{2}$.

Câu 198. Thiết diện qua trục của một hình nón (N) là một tam giác vuông cân, có cạnh góc vuông bằng a , diện tích toàn phần của hình nón (N) bằng

- A.** $\frac{\pi\sqrt{2}a^2}{2}$. **B.** $\frac{\pi(1+\sqrt{2})a^2}{2}$. **C.** $\frac{\pi(1+\sqrt{3})a^2}{2}$. **D.** $\frac{\pi a^2}{2}$.

Câu 199. Cho Hình nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π . Tính thể tích V của khối nón (N) là

- A.** 12π . **B.** 20π . **C.** 36π . **D.** 60π .

Câu 200. Hình trụ bán kính đáy r . Gọi O và O' là tâm của hai đường tròn đáy với $OO' = 2r$. Một mặt cầu tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O và O' . Gọi V_C và V_T lần lượt là thể tích của khối cầu và khối trụ. Khi đó $\frac{V_C}{V_T}$ là

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 201. Hình trụ có bán kính đáy bằng a và thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh hình trụ đó bằng

- A.** $\frac{\pi a^2}{2}$. **B.** πa^2 . **C.** $3\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 202. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

- A.** $2\pi a^2$. **B.** πa^2 . **C.** $3\pi a^2$. **D.** $6\pi a^2$.

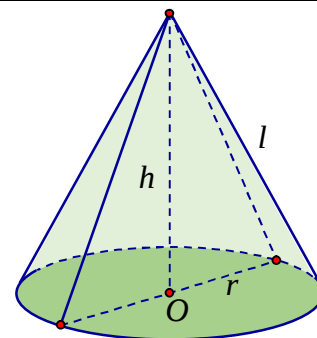
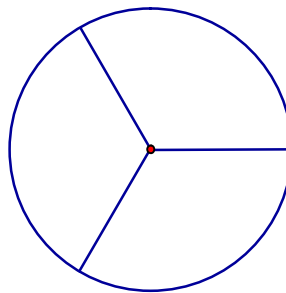
Câu 203. Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 6 và diện tích xung quanh bằng 60π . Tính thể tích V của khối nón (N) .

- A.** $V = 288\pi$. **B.** $V = 96\pi$. **C.** $V = 432\sqrt{6}\pi$. **D.** $V = 144\sqrt{6}\pi$.

Câu 204. Quả bóng đá được dùng thi đấu tại các giải bóng đá Việt Nam tổ chức có chu vi của thiết diện qua tâm là $68.5(\text{cm})$. Quả bóng được ghép nối bởi các miếng da hình lục giác đều màu trắng và đen, mỗi miếng có diện tích $49.83 (\text{cm}^2)$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu miếng da để làm quả bóng trên?

- A.** ≈ 40 (miếng da). **B.** ≈ 20 (miếng da).
C. ≈ 35 (miếng da). **D.** ≈ 30 (miếng da).

Câu 205. Người thợ gia công của một cơ sở chất lượng cao X cắt một miếng tôn hình tròn với bán kính 60cm thành ba miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó người thợ ấy quắn và hàn ba miếng tôn đó để được ba cái phễu hình nón. Hỏi thể tích V của mỗi cái phễu đó bằng bao nhiêu?



- A. $V = \frac{16000\sqrt{2}}{3}$ lít. B. $V = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ lít. C. $V = \frac{16000\sqrt{2}\pi}{3}$ lít. D. $V = \frac{160\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

Câu 206. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có các cạnh đều bằng a . Tính diện tích S của mặt cầu đi qua 6 đỉnh của hình lăng trụ đó.

- A. $S = \frac{49\pi a^2}{144}$. B. $S = \frac{7a^2}{3}$. C. $S = \frac{7\pi a^2}{3}$. D. $S = \frac{49a^2}{144}$.

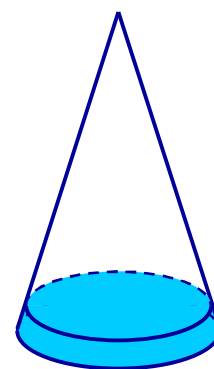
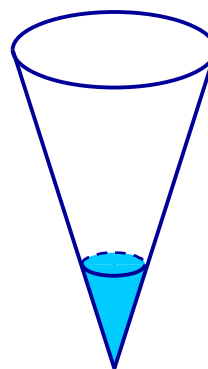
Câu 207. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h=1$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp đó là

- A. $S = 9\pi$. B. $S = 6\pi$. C. $S = 5\pi$. D. $S = 27\pi$.

Câu 208. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = \frac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $V = 3\pi a^3$. D. $V = \pi a^3$.

Câu 209. Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của nước xấp xỉ bằng bao nhiêu? Biết rằng chiều cao của phễu là 15 cm.



- A. 0,5 (cm). B. 0,3 (cm). C. 0,188 (cm). D. 0,216 (cm).

Câu 210. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SC = 2a$, SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC đều cạnh $3a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $R = a$. B. $R = 2a$. C. $R = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$. D. $R = a\sqrt{3}$.

Câu 211. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một. Biết thể tích của hình chóp bằng $\frac{a^3}{6}$. Bán kính r mặt cầu nội tiếp của tứ diện là

- A. $r = \frac{a}{3+\sqrt{3}}$. B. $r = 2a$. C. $r = \frac{2a}{3(3+2\sqrt{3})}$. D. $r = \frac{a}{3(3+2\sqrt{3})}$.

Câu 212. Một khối gỗ hình lập phương có thể tích V_1 . Một người thợ mộc muốn gọt giữa khối gỗ đó thành một khối trụ có thể tích V_2 . Tính tỷ số lớn nhất $k = \frac{V_2}{V_1}$?

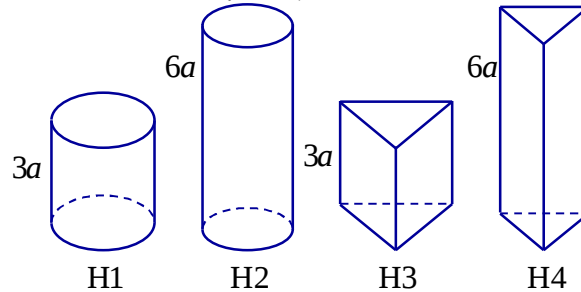
A. $k = \frac{1}{4}$.

B. $k = \frac{\pi}{2}$.

C. $k = \frac{\pi}{4}$.

D. $k = \frac{\pi}{3}$.

Câu 213. Cho một tấm bìa hình chữ nhật có kích thước $3a$, $6a$. Người ta muốn tạo tấm bìa đó thành bốn hình không đáy như hình vẽ, trong đó có hai hình trụ lần lượt có chiều cao $3a$, $6a$ và hai hình lăng trụ tam giác đều có chiều cao lần lượt $3a$, $6a$.



Trong 4 hình H1, H2, H3, H4 lần lượt theo thứ tự có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất là

A. H1, H4.

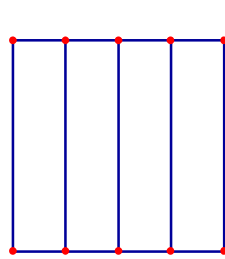
B. H2, H3.

C. H1, H3.

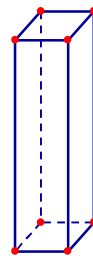
D. H2, H4.

Câu 214. Từ một mảnh giấy hình vuông cạnh a , người ta gấp thành hình lăng trụ theo hai cách sau:

- Cách 1. Gấp thành 4 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tứ giác đều có thể tích là V_1 (Hình 1)
- Cách 2. Gấp thành 3 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tam giác đều có thể tích là V_2 (Hình 2)



Hình 1.



Hình 2.

Tính tỉ số: $k = \frac{V_1}{V_2}$

A. $k = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

B. $k = \frac{4\sqrt{3}}{9}$.

C. $k = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

D. $k = \frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 215. Một hình lập phương có cạnh bằng $2a$ vừa nội tiếp hình trụ (T), vừa nội tiếp mặt cầu (C), hai đáy của hình lập phương nằm trên hai đáy của hình trụ. Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{(C)}}{V_{(T)}}$ giữa khối cầu và khối trụ giới hạn bởi (C) và (T).

A. $\frac{V_{(C)}}{V_{(T)}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{V_{(C)}}{V_{(T)}} = \sqrt{3}$.

C. $\frac{V_{(C)}}{V_{(T)}} = \sqrt{2}$.

D. $\frac{V_{(C)}}{V_{(T)}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 216. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $\frac{2a}{3}$.

B. $\frac{4a}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}a}{3}$.

- Câu 217.** Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và DBC là các tam giác đều cạnh a , $AD = \frac{4}{3}a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.
- A. $\frac{\sqrt{55}}{11}a$. B. $\frac{\sqrt{57}}{11}a$. C. $\frac{\sqrt{59}}{11}a$. D. $\frac{\sqrt{61}}{11}a$.
- Câu 218.** Gọi M là trung điểm của BC suy ra $BC \perp AM$, $BC \perp DM$, $AM = DM$. Cho một miếng tôn hình tròn có bán kính 50 cm. Biết hình nón có thể tích lớn nhất khi diện tích toàn phần của hình nón bằng diện tích miếng tôn ở trên. Khi đó hình nón có bán kính đáy là
- A. $10\sqrt{2}$ (cm). B. $50\sqrt{2}$ (cm). C. 20 (cm). D. 25 (cm).
- Câu 219.** Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng $2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến (P) .
- A. $\frac{a}{\sqrt{5}}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.
- Câu 220.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh 1, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.
- A. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. B. $V = \frac{5\pi}{3}$. C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. D. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.
- Câu 221.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $6a$, tam giác SBC vuông tại S và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
- A. $V = 96\sqrt{3}\pi a^3$. B. $V = 32\sqrt{3}\pi a^3$. C. $V = \frac{4\sqrt{3}}{27}\pi a^3$. D. $V = \frac{4\sqrt{3}}{9}\pi a^3$.
- Câu 222.** Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 60° . Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) theo một thiết diện là tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 2. Tính thể tích khối nón (N) .
- A. $V = 3\sqrt{3}\pi$. B. $V = 4\sqrt{3}\pi$. C. $V = 3\pi$. D. $V = 6\pi$.
- Câu 223.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 6$, $AD = 8$, $AC' = 12$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$.
- A. $S_{xq} = 20\sqrt{11}\pi$. B. $S_{xq} = 10\sqrt{11}\pi$.
C. $S_{xq} = 10(2\sqrt{11} + 5)\pi$. D. $S_{xq} = 5(4\sqrt{11} + 5)\pi$.
- Câu 224.** Cho khối trụ có bán kính đáy R và có chiều cao $h = 2R$. Hai đáy của khối trụ là hai đường tròn có tâm lần lượt là O và O' . Trên đường tròn (O) ta lấy điểm A cố định. Trên đường tròn (O') ta lấy điểm B thay đổi. Hỏi độ dài đoạn AB lớn nhất bằng bao nhiêu?
- A. $AB_{\max} = 2R\sqrt{2}$. B. $AB_{\max} = 4R\sqrt{2}$. C. $AB_{\max} = 4R$. D. $AB_{\max} = R\sqrt{2}$.
- Câu 225.** Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối lăng trụ đó.
- A. $R = 2a\sqrt{2}$. B. $R = a$. C. $R = a\sqrt{2}$. D. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 226. Cho hai hình vuông có cạnh đều bằng 5 được xếp lên nhau sao cho đỉnh M của hình vuông này là tâm của hình vuông kia, đường chéo MN vuông góc với cạnh PQ tạo thành hình phẳng (H) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy ($ABCD$) và $SA = 3a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.BCD$.

A. $R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$. B. $R = \frac{\sqrt{5}a}{3}$. C. $R = \frac{5a}{3}$. D. $R = \frac{4a}{3}$.

Câu 227. Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ $AB = 1$, đáy lớn $CD = 3$, cạnh bên $BC = DA = \sqrt{2}$. Cho hình thang đó quay quanh AB thì được vật tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{4}{3}\pi$. B. $\frac{5}{3}\pi$. C. $\frac{2}{3}\pi$. D. $\frac{7}{3}\pi$.

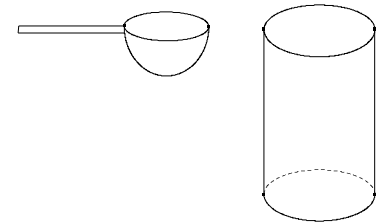
Câu 228. Suy ra $\triangle AA'D = \triangle BB'C$ Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng h . Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều nội tiếp hình trụ đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^2h}{4}$. B. $V = \frac{3\sqrt{3}a^2h}{4}$.
C. $V = \frac{\pi}{3} \left(h^2 + \frac{4a^2}{3} \right) \sqrt{\frac{h^2}{4} + \frac{a^2}{3}}$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}\pi a^2h}{4}$.

Câu 229. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC là tam giác cân với $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $AB = AC = a$. Hình chiếu của D trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm BC . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ biết thể tích của tứ diện $ABCD$ là $V = \frac{a^3}{16}$.

A. $R = \frac{\sqrt{91}a}{8}$. B. $R = \frac{a\sqrt{13}}{4}$. C. $R = \frac{13a}{2}$. D. $R = 6a$.

Câu 230. Một người dùng một cái ca hình bán cầu (Một nửa hình cầu) có bán kính là 3(cm) để mức nước đổ vào một cái thùng hình trụ chiều cao 10(cm) và bán kính đáy bằng 6(cm). Hỏi người ấy sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? (Biết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy)



A. 10 lần. B. 24 lần. C. 12 lần. D. 20 lần.

Câu 231. Cho tam giác ABC đều cạnh 3 và nội tiếp trong đường tròn tâm O , AD là đường kính của đường tròn tâm O . Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho phần tô đậm Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC), $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Gọi B_1 , C_1 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB , SC . Tính thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCC_1B_1$.

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. B. $V = \pi a^3 \sqrt{2}$. C. $V = \frac{4}{3} \pi a^3$. D. $V = \frac{\pi a^3}{\sqrt{2}}$.

Câu 232. Một kỹ sư thiết kế một cây cột ăng-ten độc đáo gồm các khối cầu kim loại xếp chồng lên nhau sao cho khối cầu ở trên có bán kính bằng một nửa khối cầu ở dưới. Biết khối cầu dưới cùng có bán kính bằng 2 m. Chiều cao của cây cột ăng-ten

A. Không quá 6 mét. B. Cao hơn 10 mét.
C. Không quá 8 mét. D. Cao hơn 16 mét.

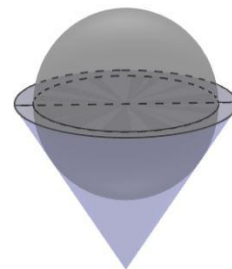
Câu 233. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

- A. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$. B. $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$. C. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. D. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

Câu 234. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy ($ABCD$) và $SA = a$. Gọi E là trung điểm của cạnh CD . Mặt cầu đi qua bốn điểm S, A, B, E có bán kính là

- A. $\frac{a\sqrt{41}}{8}$. B. $\frac{a\sqrt{41}}{24}$. C. $\frac{a\sqrt{41}}{16}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{16}$.

Câu 235. Một bình đựng nước dạng hình nón (không có đáy), đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu không thấm nước, có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là V . Biết rằng khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa của khối cầu chìm trong nước (hình bên). Tính thể tích nước còn lại trong bình.

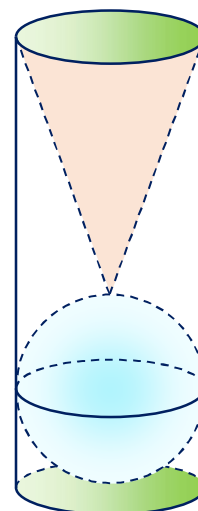


- A. $\frac{1}{6}V$. B. $\frac{1}{3}V$. C. V . D. $\frac{1}{\pi}V$.

Câu 236. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 4a$, $CD = 6a$, các cạnh còn lại có độ dài $a\sqrt{22}$. Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{79}}{3}$. B. $R = \frac{5a}{2}$. C. $R = \frac{a\sqrt{85}}{3}$. D. $R = 3a$.

Câu 237. Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao bằng 3 lần đường kính của đáy; một viên bi và một khối nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi là một khối cầu có đường kính bằng của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu (bỏ qua bề dày của lớp vỏ thủy tinh).



- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{2}{3}$.
C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{4}{9}$.

Câu 238. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 45° , diện tích tam giác $A'BC$ bằng $a^2\sqrt{6}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. B. $2\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $\frac{8\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 239. Cho nửa hình tròn tâm O , đường kính AB . Người ta ghép hai bán kính OA, OB lại tạo thành mặt xung quanh của hình nón. Tính góc ở đỉnh của hình nón đó.

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 240. Một đội xây dựng cần hoàn thiện một hệ thống cột tròn của một cửa hàng kinh doanh gồm 10 chiếc. Trước khi hoàn thiện mỗi chiếc cột là một khối bê tông cốt thép hình lăng trụ lục giác đều có cạnh 20 cm; sau khi hoàn thiện cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = 3$, $AD = 2$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{32\pi}{3}$. B. $V = \frac{20\pi}{3}$. C. $V = \frac{16\pi}{3}$. D. $V = \frac{10\pi}{3}$.

Câu 241. Một hộp sữa hình trụ có thể tích V Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Hình nón (N) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Tính thể tích V của khối nón (N) .

A. $V = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{27}$. B. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{27}$. C. $V = \frac{\pi\sqrt{6}a^3}{9}$. D. $V = \frac{\pi\sqrt{6}a^3}{27}$.

Câu 242. Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

A. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. B. $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{4\pi}{9}$.

Câu 243. Một tấm tôn hình tam giác đều SBC có độ dài cạnh bằng 3. K là trung điểm BC . Người ta dùng compa có tâm là S , bán kính SK vạch một cung tròn MN . Lấy phần hình quạt gò thành hình nón không có mặt đáy với đỉnh là S , cung MN thành đường tròn đáy của hình nón Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng a , (S) là mặt cầu tiếp xúc với sáu cạnh của tứ diện $ABCD$. M là một điểm thay đổi trên (S) . Tính tổng $T = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$.

A. $\frac{3a^2}{8}$. B. a^2 . C. $4a^2$. D. $2a^2$.

Câu 244. Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều. Gọi V_1 , V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu nội tiếp và nội tiếp hình nón đã cho. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

A. 4. B. 2. C. 8. D. 16.

Câu 245. Cho hình thang cân $ABCD$; $AB \parallel CD$; $AB = 2$; $CD = 4$. Khi quay hình thang quanh trục CD thu được một khối tròn xoay có thể tích bằng 6π . Diện tích hình thang $ABCD$ bằng

A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{9}{4}$. C. 6. D. 3.

Câu 246. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , mặt bên (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = SB = AB = AC = a$; $SC = a\sqrt{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $2\pi a^2$. B. πa^2 . C. $8\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Câu 247. Cắn đều thanh gỗ hình hộp có đáy là hình vuông thành hình trụ có cùng chiều cao. Tỷ lệ thể tích gỗ cần phải đẽo đi ít nhất (tính gần đúng) là

A. 30%. B. 50%. C. 21%. D. 11%.

Câu 248. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc; $SA = a, SB = 2a, SC = 3a$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, SAB, SBC, SCA . Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$ theo a .

- A. $\frac{2a^3}{9}$. B. $\frac{a^3}{9}$. C. $\frac{2a^3}{27}$. D. $\frac{a^3}{27}$.

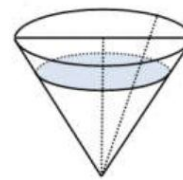
Câu 249. Cho hình trụ có hai đáy là các hình tròn $(O), (O')$ bán kính bằng a , chiều cao hình trụ gấp hai lần bán kính đáy. Các điểm A, B tương ứng nằm trên hai đường tròn $(O), (O')$ sao cho $AB = a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối tứ diện $ABOO'$ theo a .

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$.

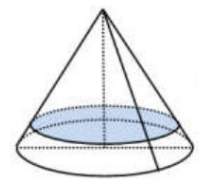
Câu 250. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$. Biết tam giác ABC cân tại A có $BC = 2a\sqrt{2}$, $\cos \widehat{ACB} = \frac{1}{3}$, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $S = \frac{65\pi a^2}{4}$. B. $S = 13\pi a^2$. C. $S = \frac{97\pi a^2}{4}$. D. $S = 4\pi a^2$.

Câu 251. Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20 cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10 cm (Hình 1). Nếu bịt kín miệng phễu và lật ngược phễu lên (Hình 2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng giá trị nào sau đây.



Hình H1



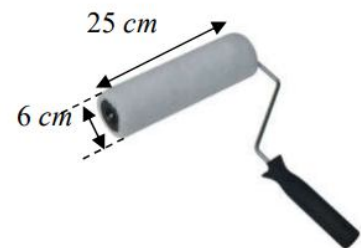
Hình H2

- A. $\sqrt[3]{7}$. B. 1. C. $(20 - 10\sqrt[3]{7})$. D. $(20\sqrt[3]{7} - 10)$.

Câu 252. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a, AC = 2a$. Mặt bên (SAB) , (SCA) lần lượt là các tam giác vuông tại B, C . Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{2}{3}a^3$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$?

- A. $R = a\sqrt{2}$. B. $R = a$. C. $R = \frac{3a}{2}$. D. $R = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Câu 253. Một cái trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là 6 cm, chiều dài lăn là 25 cm (như hình dưới đây). Sau khi lăn tròn 10 vòng thì trục lăn tạo nên bức tường phẳng một diện tích là



- A. $1500\pi \text{ (cm}^2\text{)}$. B. $150\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.
C. $3000\pi \text{ (cm}^2\text{)}$. D. $300\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.

Câu 254. Một hộp đựng phân hình hộp chữ nhật có chiều dài 30 cm, chiều rộng 5 cm và chiều cao 6 cm. Người ta xếp thẳng đứng vào đó các viên phân giống nhau, mỗi viên phân là một khối trụ có chiều cao $h = 6$ cm và bán kính đáy $r = \frac{1}{2}$ cm. Hỏi có thể xếp được tối đa bao nhiêu viên phân?

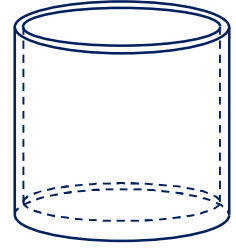
- A. 150 viên. B. 153 viên. C. 151 viên. D. 154 viên.

Câu 255. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại đỉnh B . Biết $AB = BC = a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $16\pi a^2$. B. $12\pi a^2$. C. $8\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.

Câu 256. Để làm một chiếc cốc bằng thủy tinh dạng hình trụ với đáy cốc dày 1,5 cm, thành xung quanh cốc dày 0,2 cm và có thể tích thật (thể tích nó đựng được) là $480\pi \text{ cm}^3$ thì người ta cần ít nhất bao nhiêu cm^3 thủy tinh?

- A. $75,66\pi \text{ cm}^3$. B. $80,16\pi \text{ cm}^3$.
C. $85,66\pi \text{ cm}^3$. D. $70,16\pi \text{ cm}^3$.



Câu 257. Cho mặt cầu (S) tâm O , bán kính bằng 2 và mặt phẳng (P) . Khoảng cách từ O đến (P) bằng 4. Từ điểm M thay đổi trên (P) kẻ các tiếp tuyến MA, MB, MC tới (S) với A, B, C là các tiếp điểm. Biết mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm I cố định. Tính độ dài OI .

- A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Câu 258. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AD = CD = a$, $AB = 2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng CD . Thể tích khối tròn xoay thu được là

- A. $\frac{5\pi a^3}{3}$. B. $\frac{7\pi a^3}{3}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. πa^3 .

Câu 259. Cho lăng trụ đứng có chiều cao bằng h không đổi, một đáy là tứ giác $ABCD$ với A, B, C, D di động. Gọi I là giao của hai đường chéo AC và BD của tứ giác đó. Cho biết $IA \cdot IC = IB \cdot ID = h^2$. Tính giá trị nhỏ nhất bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

- A. $2h$. B. $\frac{h\sqrt{5}}{2}$. C. h . D. $\frac{h\sqrt{3}}{2}$.

Câu 260. Cần phải thiết kế các thùng dạng hình trụ có nắp đậy để đựng nước sạch có dung tích $V(\text{cm}^3)$. Hỏi bán kính $R(\text{cm})$ của đáy hình trụ nhận giá trị nào sau đây để tiết kiệm vật liệu nhất?

- A. $R = \sqrt[3]{\frac{3V}{2\pi}}$. B. $R = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. C. $R = \sqrt[3]{\frac{V}{4\pi}}$. D. $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Câu 261. Với một đĩa phẳng hình tròn bằng thép bán kính R , phải làm một cái phễu bằng cách cắt đi một hình quạt của đĩa này và gấp phần còn lại thành một hình nón. Gọi độ dài cung tròn của hình quạt còn lại là x . Tìm x để thể tích khối nón tạo thành nhận giá trị lớn nhất.

- A. $x = \frac{2\pi R\sqrt{6}}{3}$. B. $x = \frac{2\pi R\sqrt{2}}{3}$. C. $x = \frac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$. D. $x = \frac{\pi R\sqrt{6}}{3}$.

Câu 262. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a .

- A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = 8\pi a^2$.
C. $S = 12\pi a^2$. D. $S = 16\pi a^2$.

Câu 263. Một miếng tôn hình chữ nhật có chiều dài 10,2 dm, chiều rộng 2π dm được uốn lại thành mặt xung quanh của một chiếc thùng đựng nước có chiều cao 2π dm (như hình vẽ).

Biết rằng chỗ ghép mặt 2 cm. Hỏi thùng đựng được bao nhiêu lít nước?

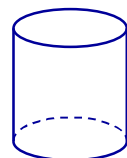
A. 50 lít.

B. 100 lít.

C. 20,4 lít.

D. 20 lít.

2π dm



2π dm

Câu 264. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $V = 144$.

B. $V = 576\sqrt{2}$.

C. $V = 576$.

D. $V = 144\sqrt{6}$.

Câu 265. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $SABCD$.

A. $\frac{7\sqrt{21}}{54}\pi a^3$.

B. $\frac{7\sqrt{21}}{162}\pi a^3$.

C. $\frac{7\sqrt{21}}{216}\pi a^3$.

D. $\frac{49\sqrt{21}}{36}\pi a^3$.

Câu 266. Một hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ $AB = 1$, đáy lớn $CD = 3$, cạnh bên $BC = AD = \sqrt{2}$. Cho hình thang $ABCD$ quay quanh AB ta được khối tròn xoay có thể tích là

A. $V = 3\pi$.

B. $V = \frac{8}{3}\pi$.

C. $V = \frac{7}{3}\pi$.

D. $V = 2\pi$.

Câu 267. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AB = 3$, $BC = 4$. Hai mặt phẳng (SAB) , (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, đường thẳng SC hợp với mặt phẳng đáy một góc 45° . Thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. $V = \frac{5\pi\sqrt{2}}{3}$.

B. $V = \frac{25\pi\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = \frac{125\pi\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{125\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 268. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp hình cầu có bán kính bằng 9. Tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $576\sqrt{2}$.

B. 576.

C. $144\sqrt{2}$.

D. 144.

Câu 269. Cho hình nón (N) có đường cao $SO = h$ và bán kính đáy bằng R , gọi M là điểm trên đoạn SO , đặt $OM = x$, $0 < x < h$. (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục SO tại M , với hình nón (N) . Tìm x để thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất.

A. $\frac{h}{2}$.

B. $\frac{h\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{h\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{h}{3}$.

Câu 270. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có cạnh bằng 4. Quay lục giác đều đó quanh đường thẳng AD . Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra

A. $V = 16\pi$.

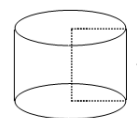
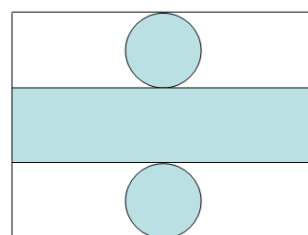
B. $V = 128\pi$.

C. $V = 32\pi$.

D. $V = 64\pi$.

Câu 271. Từ một tấm thép phẳng hình chữ nhật, người ta muốn làm một chiếc thùng đựng dầu hình trụ bằng cách cắt ra hai hình tròn bằng nhau và một hình chữ nhật (phần tô đậm) sau đó hàn kín lại, như trong hình vẽ dưới đây. Hai hình tròn làm hai mặt đáy, hình chữ nhật làm thành mặt xung quanh của thùng đựng dầu (vừa đủ).

3h



h

Biết thùng đựng dầu có thể tích bằng 50,24 lít (các mối ghép nối khi gò hàn chiếm diện tích không đáng kể. Lấy $\pi = 3,14$). Tính diện tích của tấm thép hình chữ nhật ban đầu.

A. $1,8 \text{ (m}^2\text{)}$.

B. $2,2 \text{ (m}^2\text{)}$.

C. $1,5 \text{ (m}^2\text{)}$.

D. $1,2 \text{ (m}^2\text{)}$.

Câu 272. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $S = \frac{13\pi a^2}{12}$. B. $S = \frac{5\pi a^2}{3}$. C. $S = \frac{13\pi a^2}{36}$. D. $S = \frac{5\pi a^2}{9}$.

Câu 273. Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50 cm và 240 cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

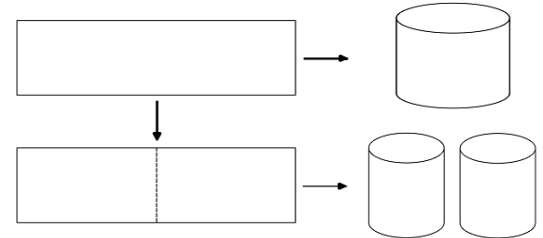
- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

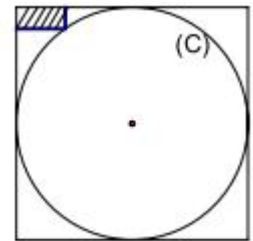
Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò

được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = 1$. B. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = 4$.



Câu 274. Cho hình trụ (T) có (C) và (C') là hai đường tròn đáy nội tiếp hai mặt đối diện của một hình lập phương. Biết rằng, trong tam giác cong tạo bởi đường tròn (C) và hình vuông ngoại tiếp của (C) có một hình chữ nhật kích thước $a \times 2a$ (như hình vẽ dưới đây). Tính thể tích V của khối trụ (T) theo a .



- A. $\frac{100\pi a^3}{3}$. B. $250\pi a^3$. C. $\frac{250\pi a^3}{3}$. D. $100\pi a^3$.

Câu 275. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = \sqrt{3}a$, $AD = a$, $\triangle SAB$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $S = 5\pi a^2$. B. $S = 10\pi a^2$. C. $S = 4\pi a^2$. D. $S = 2\pi a^2$.

Câu 276. Cho hình nón (N) có bán kính đáy $r = 20$ cm, chiều cao $h = 60$ cm và một hình trụ (T) nội tiếp hình nón (N) (hình trụ (T) có một đáy thuộc đáy hình nón và một đáy nằm trên mặt xung quanh của hình nón). Tính thể tích V của hình trụ (T) có diện tích xung quanh lớn nhất?

- A. $V = 3000\pi$ (cm³). B. $V = \frac{32000}{9}\pi$ (cm³). C. $V = 3600\pi$ (cm³). D. $V = 4000\pi$ (cm³).

Câu 277. Cho hình nón có chiều cao h . Tính chiều cao x của khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình nón theo h .

- A. $x = \frac{h}{2}$. B. $x = \frac{h}{3}$. C. $x = \frac{2h}{3}$. D. $x = \frac{h}{\sqrt{3}}$.

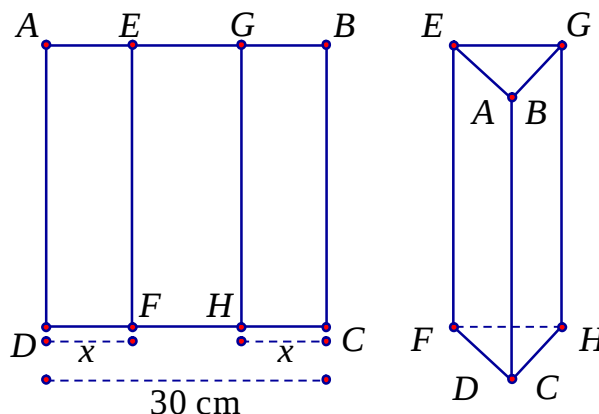
Câu 278. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho biết $\widehat{ASB} = 120^\circ$.

- A. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. B. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. C. $V = \frac{5\pi}{3}$. D. $V = \frac{13\sqrt{78}\pi}{27}$.

Câu 279. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{ cm}$ và khoảng cách giữa hai đáy $h = 7\text{ cm}$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3 cm . Diện tích của thiết diện được tạo thành là

A. $S = 56(\text{cm}^2)$. B. $S = 55(\text{cm}^2)$. C. $S = 53(\text{cm}^2)$. D. $S = 46(\text{cm}^2)$.

Câu 280. Một tấm kẽm hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 30 cm . Người ta gấp tấm kẽm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi AD và BC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy.



Giá trị của x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất là

- A. $x = 5(\text{cm})$. B. $x = 9(\text{cm})$. C. $x = 8(\text{cm})$. D. $x = 10(\text{cm})$.

Câu 281. Khối cầu nội tiếp hình tứ diện đều có cạnh bằng a thì thể tích khối cầu là

- A. $\frac{a^3\pi\sqrt{6}}{216}$. B. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{144}$. C. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{96}$. D. $\frac{a^3\pi\sqrt{6}}{124}$.

Câu 282. Cho đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2a$ nằm trong mặt phẳng (P) . Gọi I là điểm đối xứng với O qua A . Lấy điểm S sao cho $SI \perp (P)$ và $SI = 2a$. Tính bán kính R mặt cầu đi qua đường tròn đã cho và điểm S .

- A. $R = \frac{a\sqrt{65}}{4}$. B. $R = \frac{a\sqrt{65}}{16}$. C. $R = \frac{a\sqrt{65}}{2}$. D. $R = \frac{7a}{4}$.

Câu 283. Cho hình trụ đứng có hai đáy là hai đường tròn tâm O và tâm O' , bán kính bằng a , chiều cao hình trụ bằng $2a$. Mặt phẳng đi qua trung điểm OO' và tạo với OO' một góc 30° , cắt đường tròn đáy tâm O theo dây cung AB . Độ dài đoạn AB là

- A. a . B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{3}}{9}a$. D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}a$.

Câu 284. Cho mặt cầu đường kính $AB = 2R$. Mặt phẳng (P) vuông góc AB tại I (I thuộc đoạn AB), cắt mặt cầu theo đường tròn (C) . Tính $h = AI$ theo R để hình nón đỉnh A , đáy là hình tròn (C) có thể tích lớn nhất?

- A. $h = R$. B. $h = \frac{R}{3}$. C. $h = \frac{4R}{3}$. D. $h = \frac{2R}{3}$.

Câu 285. Trong tất cả hình chóp tam giác đều nội tiếp mặt cầu bán kính bằng 6 , thể tích lớn nhất của khối chóp là

- A. $V_{\max} = 32\sqrt{3}$. B. $V_{\max} = 64\sqrt{3}$. C. $V_{\max} = 72\sqrt{3}$. D. $V_{\max} = 81\sqrt{3}$.

Câu 286. Cho mặt trụ (T) và một điểm S cố định nằm bên ngoài (T) . Một đường thẳng Δ thay đổi luôn đi qua S và luôn cắt (T) tại hai điểm A, B (A, B có thể trùng nhau). Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tập hợp các điểm M là

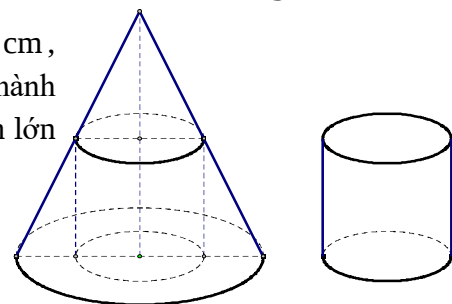
- A. Một phần mặt phẳng đi qua S . B. Một phần mặt cầu đi qua S .
C. Một phần mặt nón có đỉnh là S . D. Một phần mặt trụ.

Câu 287. Tính thể tích V của khối cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng 1.

- A. $V = \frac{\sqrt{2}\pi}{24}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}\pi}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}\pi}{8}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}\pi}{3}$.

Câu 288. Một khúc gỗ có dạng khối nón có bán kính đáy $r = 30$ cm, chiều cao $h = 120$ cm. Anh thợ mộc chế tác khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng khối trụ như hình vẽ. Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ dạng khối trụ có thể chế tác được. Tính V .

- A. $V = 0,16\pi (\text{m}^3)$. B. $V = 0,024\pi (\text{m}^3)$.
C. $V = 0,36\pi (\text{m}^3)$. D. $V = 0,016\pi (\text{m}^3)$.

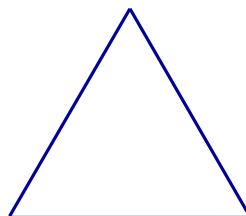


Câu 289. Trong tất cả các khối chóp tứ giác đều ngoại tiếp mặt cầu bán kính bằng a , thể tích V của khối chóp có thể tích nhỏ nhất.

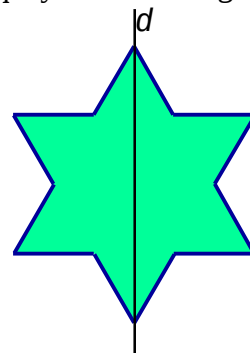
- A. $V = \frac{8a^3}{3}$. B. $V = \frac{10a^3}{3}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{32a^3}{3}$.

Câu 290. Ban đầu ta có một tam giác đều cạnh bằng 3 (hình 1). Tiếp đó ta chia mỗi cạnh của tam giác thành 3 đoạn bằng nhau và thay mỗi đoạn ở giữa bằng hai đoạn bằng nó sao cho chúng tạo với đoạn bỏ đi một tam giác đều về phía bên ngoài ta được hình 2. Khi quay hình 2 xung quanh trục d ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.

- A. $\frac{5\pi\sqrt{3}}{3}$.
B. $\frac{9\pi\sqrt{3}}{8}$.
C. $\frac{5\pi\sqrt{3}}{6}$.
D. $\frac{5\pi\sqrt{3}}{2}$.



Hình 1



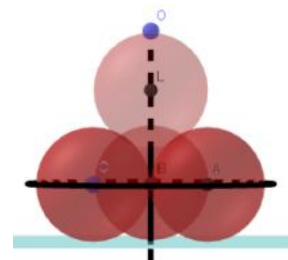
Hình 2

Câu 291. Cho hình tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, ABC là tam giác vuông tại B . Biết $BC = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $AD = 3a$. Quay các tam giác ABC và ABD (Bao gồm cả điểm bên trong 2 tam giác) xung quanh đường thẳng AB ta được 2 khối tròn xoay. Thể tích phần chung của 2 khối tròn xoay đó bằng

- A. $\frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{16}$. B. $\frac{8\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{5\sqrt{3}\pi a^3}{16}$. D. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{16}$.

Câu 292. Có 4 viên bi hình cầu có bán kính bằng 1 cm. Người ta đặt 3 viên bi tiếp xúc nhau và cùng tiếp xúc với mặt bàn. Sau đó đặt chặt 3 viên bi đó lại và đặt 1 viên bi thứ 4 tiếp xúc với cả 3 viên bi trên như hình vẽ bên. Gọi O là điểm thuộc bề mặt của viên bi thứ tư có khoảng cách đến mặt bàn là lớn nhất. Khoảng cách từ O đến mặt bàn bằng

- A. $\frac{6+2\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{7}{2}$. C. $\frac{3+2\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$.



Câu 293. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$, góc tạo bởi SC và đáy $ABCD$ bằng 60° , $CD = a$ và tam giác ADC có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích mặt cầu S_{mc} ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là

- A. $S_{mc} = 16\pi a^2$. B. $S_{mc} = 4\pi a^2$. C. $S_{mc} = 32\pi a^2$. D. $S_{mc} = 8\pi a^2$.

Câu 294. Trong không gian mặt cầu (S) tiếp xúc với 6 mặt của một hình lập phương cạnh a , thể tích khối cầu (S) bằng

- A. $\frac{\pi a^3}{24}$. B. $\frac{\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{6}$. D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 295. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ có diện tích $84\pi (\text{cm}^2)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD .

- A. $\frac{2\sqrt{21}}{7} (\text{cm})$. B. $\frac{3\sqrt{21}}{7} (\text{cm})$. C. $\frac{\sqrt{21}}{7} (\text{cm})$. D. $\frac{6\sqrt{21}}{7} (\text{cm})$.

Câu 296. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 2a$ và tam giác ABC có góc A bằng 120° và $BC = 2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp theo a .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 297. Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\tan \alpha = \sqrt{2}$. B. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. D. $\tan \alpha = 1$.

Câu 298. Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 60° , độ dài đường sinh bằng a . Dãy hình cầu $(S_1), (S_2), (S_3), \dots, (S_n), \dots$ thỏa mãn: (S_1) tiếp xúc với mặt đáy và các đường sinh của hình nón (N) ; (S_2) tiếp xúc ngoài với (S_1) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N) ; (S_3) tiếp xúc ngoài với (S_2) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N) . Tính tổng thể tích các khối cầu $(S_1), (S_2), (S_3), \dots, (S_n), \dots$ theo a .

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{52}$. B. $\frac{27\pi a^3 \sqrt{3}}{52}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{48}$. D. $\frac{9\pi a^3 \sqrt{3}}{16}$.

Câu 299. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC . Tính theo a bán kính R của mặt cầu đi qua năm điểm A, B, C, B_1, C_1 .

- A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. B. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 300. Cho một chiếc cốc có dạng hình nón cụt và một viên bi có đường kính bằng chiều cao của cốc. Đổ đầy nước vào cốc rồi thả viên bi vào, ta thấy lượng nước tràn ra bằng một nửa lượng nước đổ vào cốc lúc ban đầu. Biết viên bi tiếp xúc với đáy cốc và thành cốc. Tìm tỉ số bán kính của miệng cốc và đáy cốc (bỏ qua độ dày của cốc).

- A. $\sqrt{3}$. B. 2. C. $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 301. Cho mặt cầu (S) bán kính R . Hình nón (N) thay đổi có đỉnh và đường tròn đáy thuộc mặt cầu (S). Thể tích lớn nhất của khối nón (N) là

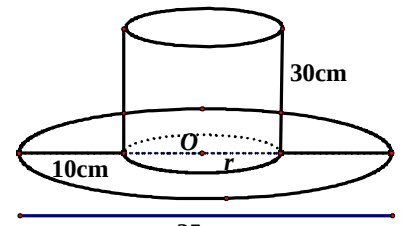
- A. $\frac{32\pi R^3}{81}$. B. $\frac{32R^3}{81}$. C. $\frac{32\pi R^3}{27}$. D. $\frac{32R^3}{27}$.

Câu 302. Cho mặt cầu (S) có bán kính R không đổi, hình nón (H) bất kì nội tiếp mặt cầu (S). Thể tích khối nón (H) là V_1 ; và thể tích phần còn lại của khối cầu là V_2 . Giá trị lớn nhất của $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{81}{32}$. B. $\frac{76}{32}$. C. $\frac{32}{81}$. D. $\frac{32}{76}$.

Câu 303. Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với các kích thước như hình vẽ dưới đây. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không kể viền, mép, phần thừa).

- A. $750,25\pi$ (cm²). B. 700π (cm²).
C. $756,25\pi$ (cm²). D. $754,25\pi$ (cm²).

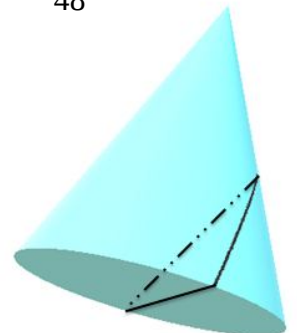


Câu 304. Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC đều, đường cao SH với H nằm trong $\triangle ABC$ và $2SH=BC$, (SBC) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Biết có một điểm O nằm trên đường cao SH sao cho $d(O; AB) = d(O; AC) = d(O; (SBC)) = 1$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $\frac{256\pi}{81}$. B. $\frac{125\pi}{162}$. C. $\frac{500\pi}{81}$. D. $\frac{343\pi}{48}$.

Câu 305. Cắt một khối nón tròn xoay có bán kính đáy bằng R , đường sinh $2R$ bởi một mặt phẳng (α) qua tâm đáy và tạo với mặt đáy một góc 60° tính tỷ số thể tích của hai phần khối nón chia bởi mặt phẳng (α)?

- A. $\frac{2}{\pi}$. B. $\frac{1}{2(\pi-1)}$.
C. $\frac{2}{3\pi}$. D. $\frac{3\pi-4}{6\pi}$.



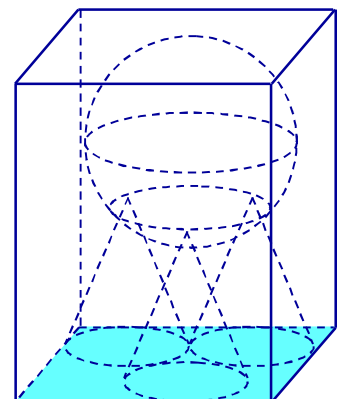
Câu 306. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD biết rằng $AB = CD = a$, $BC = AD = b$, $AC = BD = c$.

- A. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. B. $\sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$.
C. $\frac{1}{2\sqrt{2}}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. D. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 307. Có một bể hình hộp chữ nhật chứa đầy nước. Người ta cho ba khối nón giống nhau có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân vào bể sao cho ba đường tròn đáy của ba khối nón tiếp xúc với nhau, một khối nón có đường tròn đáy chỉ tiếp xúc với một cạnh của đáy bể và hai khối nón còn lại có đường tròn đáy tiếp xúc với hai cạnh của đáy bể. Sau đó người ta đặt lên đỉnh của ba khối nón một khối cầu có bán kính bằng $\frac{4}{3}$ lần bán kính đáy của khối nón. Biết khối cầu vừa đủ

ngập trong nước và lượng nước trào ra là $\frac{337\pi}{3}$ (cm³). Tính thể tích nước ban đầu ở trong bể.

- A. $\approx 885,2$ (cm³). B. $\approx 1209,2$ (cm³). C. $\approx 1106,2$ (cm³). D. $\approx 1174,2$ (cm³).



Câu 308. Trong không gian cho tam giác ABC đều cạnh bằng 2 cố định, M là điểm thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + 2MC^2 = 12$. Khẳng định nào sau đây đúng?

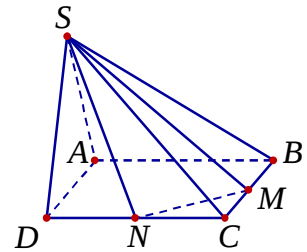
- A. Tập hợp các điểm M là mặt cầu có bán kính $R = \sqrt{7}$.
 B. Tập hợp các điểm M là mặt cầu có bán kính $R = \frac{2\sqrt{7}}{3}$.
 C. Tập hợp các điểm M là mặt cầu có bán kính $R = \frac{\sqrt{7}}{2}$.
 D. Tập hợp các điểm M là mặt cầu có bán kính $R = \frac{2\sqrt{7}}{9}$.

Câu 309. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Tính bán kính R của khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.CMN$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{29}}{8}$. B. $R = \frac{a\sqrt{93}}{12}$. C. $R = \frac{a\sqrt{37}}{6}$. D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$.

Câu 310. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD (tham khảo hình vẽ bên). Tính bán kính R của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{93}}{12}$. B. $R = \frac{a\sqrt{37}}{6}$. C. $R = \frac{a\sqrt{29}}{8}$. D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$.



Câu 311. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = BC = CD = 2$, $AC = BD = 1$, $AD = \sqrt{3}$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đã cho.

- A. 1. B. $\frac{\sqrt{7}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{39}}{6}$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 312. Trong không gian cho hai đường thẳng chéo nhau d và Δ , vuông góc với nhau và nhận $AB = a$ làm đoạn vuông góc chung $A \in d, B \in \Delta$. Trên d lấy điểm M , trên Δ lấy điểm N sao cho $AM = 2a, BN = 4a$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABMN$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BI là

- A. $\frac{4a}{\sqrt{17}}$. B. a . C. $\frac{4a}{5}$. D. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

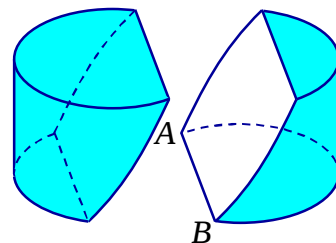
Câu 313. Cho tứ diện đều $ABCD$ có mặt cầu nội tiếp là (S_1) và mặt cầu ngoại tiếp là (S_2) , hình lập phương ngoại tiếp (S_2) và nội tiếp trong mặt cầu (S_3) . Gọi r_1, r_2, r_3 lần lượt là bán kính các mặt cầu $(S_1), (S_2), (S_3)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.
 C. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$.

Câu 314. Cho khối trụ có chiều cao $h = 16$ và hai đáy là hai đường tròn tâm O, O' với bán kính $R = 12$. Gọi I là trung điểm của OO' và AB là một dây cung của đường tròn (O) sao cho $AB = 12\sqrt{3}$. Tính diện tích thiết diện của khối trụ với mặt phẳng (IAB) .

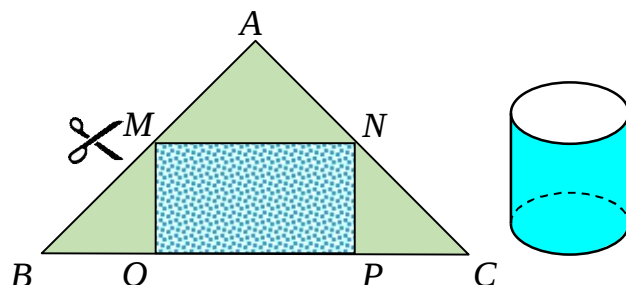
- A. $120\sqrt{3} + 80\pi$. B. $48\pi + 24\sqrt{3}$. C. $60\sqrt{3} + 40\pi$. D. $120\sqrt{3}$.

Câu 315. Một khối gỗ có hình trụ với bán kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 8. Trên một đường tròn đáy nào đó ta lấy hai điểm A, B sao cho cung AB có số đo 120° . Người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua A, B và tâm của hình trụ (tâm của hình trụ là trung điểm của đoạn nối tâm hai đáy) để được thiết diện như hình vẽ. Biết diện tích S của thiết diện thu được có dạng $S = a\pi + b\sqrt{3}$. Tính $P = a + b$.



- A. $P = 60$. B. $P = 30$. C. $P = 50$. D. $P = 45$.

Câu 316. Có tấm bìa hình tam giác vuông cân ABC có cạnh huyền BC bằng a . Người ta muốn cắt tấm bìa đó thành hình chữ nhật $MNPQ$ rồi cuộn lại thành một hình trụ không đáy như hình vẽ. Diện tích hình chữ nhật đó bằng bao nhiêu để diện tích xung quanh của hình trụ là lớn nhất?



- A. $\frac{a^2}{2}$. B. $\frac{a^2}{4}$. C. $\frac{a^2}{12}$. D. $\frac{a^2}{8}$.

Vấn đề 5. TRÍCH 12 ĐỀ THI CỦA BGD NĂM 2017 + 2018

Câu 317. [2H2-1-MH1-2017] Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB

- A. $l = a$. B. $l = \sqrt{2}a$. C. $l = \sqrt{3}a$. D. $l = 2a$.

Câu 318. [2H2-1-MH2-2017] Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$. B. $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$. C. $V = 3\pi a^2 h$. D. $V = \pi a^2 h$.

Câu 319. [2H2-1-MH3-2017] Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính bằng a . Tính độ dài đường sinh của hình nón đã cho.

- A. $l = \frac{\sqrt{5}a}{2}$. B. $l = 2\sqrt{2}a$. C. $l = \frac{3a}{2}$. D. $l = 3a$.

Câu 320. [1H2-1-MH3-2017] Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a .

- A. $V = \frac{\pi a^3}{4}$. B. $V = \pi a^3$. C. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 321. [2H2-1-101-2017] Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $V = 128\pi$. B. $V = 64\sqrt{2}\pi$. C. $V = 32\pi$. D. $V = 32\sqrt{2}\pi$.

Câu 322. [2H2-1-102-2017] Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $V = 4\pi$. C. $V = 16\pi\sqrt{3}$. D. $V = 12\pi$.

Câu 323. [2H2-1-104-2017] Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

- A. $S_{xq} = 12\pi$. B. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$. D. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

Câu 324. [2H3-2-104-2017] Cho mặt cầu (S) tâm O , bán kính $R=3$. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng bằng 1 và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm H . Gọi T là giao điểm của tia HO với (S) , tính thể tích V của khối nón có đỉnh T và đáy là hình tròn (C) .

- A. $V = \frac{32\pi}{3}$. B. $V = 16\pi$. C. $V = \frac{16\pi}{3}$. D. $V = 32\pi$.

Câu 325. [2H2-2-MH1-2017] Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

- A. $S_{tp} = 4\pi$. B. $S_{tp} = 2\pi$. C. $S_{tp} = 6\pi$. D. $S_{tp} = 10\pi$.

Câu 326. [1H2-2-MH2-2017] Cho khối (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π . Tính thể tích V của khối nón (N) .

- A. $V = 12\pi$. B. $V = 20\pi$. C. $V = 36\pi$. D. $V = 60\pi$.

Câu 327. [2H2-2-MH2-2017] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, AD=2a$ và $AA'=2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

- A. $R = 3a$. B. $R = \frac{3a}{4}$. C. $R = \frac{3a}{2}$. D. $R = 2a$.

Câu 328. [1H2-2-MH3-2017] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $R = \sqrt{3}a$. B. $R = \sqrt{2}a$. C. $R = \frac{25a}{8}$. D. $R = 2a$.

Câu 329. [2H2-2-101-2017] Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $R = a$. C. $R = 2\sqrt{3}a$. D. $R = \sqrt{3}a$.

Câu 330. [2H2-2-101-2017] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

- A. $V = \frac{\pi a^3}{2}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

Câu 331. [2H2-2-102-2017] Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp hình lập phương cạnh a . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = 2\sqrt{3}R$. B. $a = \frac{\sqrt{3}R}{3}$. C. $a = 2R$. D. $a = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$.

Câu 332. [2H2-2-102-2017] Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3a$. Hình nón (N) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của (N) .

- A. $S_{xq} = 6\pi a^2$. B. $S_{xq} = 3\sqrt{3}\pi a^2$. C. $S_{xq} = 12\pi a^2$. D. $S_{xq} = 6\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 333. [2H2-2-102-2017] Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 4, hình trụ (H) có chiều cao bằng 4 và hai đường tròn đáy nằm trên (S) . Gọi V_1 là thể tích khối trụ (H) và V_2 là thể tích khối cầu (S) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{16}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{16}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Câu 334. [2H2-2-103-2017] Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C , AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) , $AB = 5a$, $BC = 3a$ và $CD = 4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$. B. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$. C. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$. D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 335. [2H2-2-103-2017] Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

A. $r = \frac{5\sqrt{2}\pi}{2}$. B. $r = 5$. C. $r = 5\sqrt{\pi}$. D. $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 336. [2H2-2-103-2017] Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .

A. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. B. $V = \sqrt{3}\pi a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. D. $V = \pi a^3$.

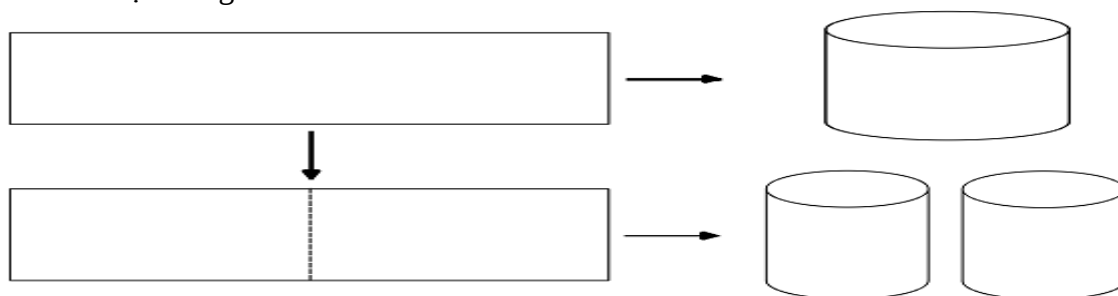
Câu 337. [2H2-2-104-2017] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = 4a$, $SA = 12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \frac{5a}{2}$. B. $R = \frac{17a}{2}$. C. $R = \frac{13a}{2}$. D. $R = 6a$.

Câu 338. [2H2-3-MH1-2017] Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50\text{ cm} \times 240\text{ cm}$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao 50 cm , theo hai cách sau (xem hình minh họa bên dưới):

Cách 1. Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

Cách 2. Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.



Ký hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách thứ nhất và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách thứ hai. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = 1$. C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. D. $\frac{V_1}{V_2} = 4$.

Câu 339. [2H2-3-MH1-2017] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. B. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. D. $V = \frac{5\pi}{3}$.

Câu 340. [2H2-3-101-2017] Cho hình nón S có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S , cắt đường tròn đáy tại A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm đường tròn đáy đến (P) .

- A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $d = a$. C. $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

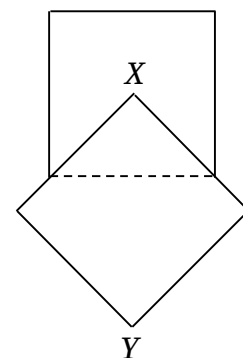
Câu 341. [2H2-3-103-2017] Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc 60° . Mặt phẳng qua trục của (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N) .

- A. $V = 9\sqrt{3}\pi$. B. $V = 9\pi$. C. $V = 3\sqrt{3}\pi$. D. $V = 3\pi$.

Câu 342. [2H2-3-104-2017] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD = 8$, $CD = 6$, $AC' = 12$. Tính diện tích toàn phần S_p của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

- A. $S_p = 576\pi$. B. $S_p = 10(2\sqrt{11} + 5)\pi$.
B. $S_p = 26\pi$. D. $S_p = 5(4\sqrt{11} + 4)\pi$.

Câu 343. [2H2-4-MH2-2017] Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY .



- A. $V = \frac{125(1 + \sqrt{2})\pi}{6}$. B. $V = \frac{125(5 + 2\sqrt{2})\pi}{12}$.
C. $V = \frac{125(5 + 4\sqrt{2})\pi}{24}$. D. $V = \frac{125(2 + \sqrt{2})\pi}{4}$.

Câu 344. [2H3-4-104-2017] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-2)$. Gọi D là điểm khác O sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc nhau và là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = -4$. B. $S = -1$. C. $S = -2$. D. $S = -3$.

Câu 345. [2H1-4-104-2017] Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

- A. $V = 144$. B. $V = 576$. C. $V = 576\sqrt{2}$. D. $V = 144\sqrt{6}$.

Câu 346. [2H2-2-MH-2018] Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- A. $2\sqrt{2}a$. B. $3a$. C. $2a$. D. $\frac{3a}{2}$.

Câu 347. [2H2-3-MH-2018] Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

- A. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$. B. $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$. C. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. D. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

Câu 348. [2H2-1-MĐ101-2018] Diện tích mặt cầu bán kính R bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi R^2$. B. $2\pi R^2$. C. $4\pi R^2$. D. πR^2 .

Câu 349. [2H2-1-MĐ102-2018] Thể tích của khối cầu bán kính R bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi R^3$. B. $4\pi R^3$. C. $2\pi R^3$. D. $\frac{3}{4}\pi R^3$.

Câu 350. [2H2-1-MĐ103-2018] Khối trụ tròn xoay có bán kính đáy là r và chiều cao h thì có thể tích là

- A. $2\pi rh$. B. $\frac{1}{3}\pi r^3 h$. C. $\frac{4}{3}\pi r^3 h$. D. $\pi r^2 h$.

Câu 351. [2H2-1-MĐ104-2018] Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi rl$. B. $4\pi rl$. C. $2\pi rl$. D. πrl .

Câu 352. [2H2-2-MĐ101-2018] Một chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút chì và đáy là hình tròn bán kính 1 mm. Giả định 1 m³ gỗ có giá trị a (triệu đồng), 1 m³ than chì có giá trị $8a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào sau đây?

- A. 9,7.a (đồng). B. 97,03.a (đồng). C. 90,7.a (đồng). D. 9,07.a (đồng).

Câu 353. [2H2-2-MĐ102-2018] Một chiếc bút chì có dạng khối trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1 mm. Giả định 1 m³ gỗ có giá a triệu đồng, 1 m³ than chì có giá $6a$ triệu đồng. Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

- A. 84,5.a đồng. B. 78,2.a đồng. C. 8,45.a đồng. D. 7,82.a đồng.

Câu 354. [2H2-3-MĐ103-2018] Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1 mm. Giả định 1 m³ gỗ có giá a (triệu đồng), 1 m³ than chì có giá $9a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

- A. 10,33.a (đồng). B. 97,03.a (đồng). B. 103,3.a (đồng). D. 9,7.a (đồng).

Câu 355. [2H2-2-MĐ104-2018] Một chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút chì và đáy là hình tròn bán kính 1 mm. Giả định 1 m³ gỗ có giá trị a (triệu đồng), 1 m³ than chì có giá trị $7a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào sau đây?

- A. 84,5.a (đồng). B. 90,07.a (đồng). C. 8,45.a (đồng). D. 9,07.a (đồng).

ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	B	B	A	A	B	D	C	A	A	C	A	A	A	B	B	A	C	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	C	A	C	A	C	A	D	D	A	C	C	A	B	A	B	D	D	B	A
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
B	A	A	A	A	B	A	D	A	C	A	C	A	A	A	D	A	C	C	A
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
C	D	A	D	C	A	D	D	B	D	D	D	A	B	B	D	C	C	D	B
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
B	C	A	C	A	D	D	A	A	B	B	B	D	B	D	A	D	B	B	A
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
D	D	D	D	A	D	A	D	A	C	D	D	D	D	A	D	C	B	A	B
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
B	B	A	A	B	C	B	B	B	A	B	C	C	B	A	C	C	A	A	C
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
B	D	B	D	B	B	A	C	B	B	B	D	C	B	B	D	C	B	A	A
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
B	D	A	B	B	C	A	A	C	A	A	A	A	A	D	B	B	A	D	A
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
A	C	B	C	A	D	A	A	D	B	D	A	C	B	A	A	B	B	A	C
201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
D	D	B	D	B	C	A	C	C	B	A	C	A	C	B	A	A	D	D	D
221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
B	C	A	A	C	C	D	B	A	D	A	C	A	A	B	C	A	C	C	A
241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260
D	B	D	C	A	D	C	D	A	C	C	C	A	B	B	A	D	A	B	D
261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280
A	C	A	C	A	C	D	B	D	D	C	B	B	B	A	A	B	A	A	D
281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300
A	A	D	C	B	D	A	D	D	A	A	A	A	B	D	D	B	A	D	C
301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320
A	D	C	D	D	C	B	C	B	A	C	A	C	A	C	D	D	B	D	D
321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340
B	B	B	A	A	A	C	C	D	C	D	B	C	C	D	A	C	C	B	D
341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360
D	B	C	B	B	B	A	C	A	D	C	D	D	D	C					

Tài liệu tham khảo:

- [1] Trần Văn Hạo – *Hình học 12 CB*- Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam
- [2] Trần Văn Hạo – *Bài tập Hình học 12 CB*- Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam
- [3] Trần Văn Hạo - *Hình học 12 NC*- Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam
- [4] Trần Văn Hạo - *Bài tập Hình học 12 NC*- Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam
- [5] Đề thi thử THPT Quốc gia năm 2017, 2018 của một số trường, SGD.
- [6] Đề thi minh họa, đề tham khảo, đề thử nghiệm, đề chính thức của bộ GD-ĐT Việt Nam
- [7] Một số tài liệu trên internet.

[illegible]

MỤC LỤC

MẶT NÓN. MẶT TRỤ. MẶT CẦU

Vấn đề 1. KHÁI NIỆM VỀ MẶT TRÒN XOAY. HÌNH NÓN. MẶT NÓN. KHỐI NÓN	1
Dạng 1. Tính toán cơ bản của hình nón.....	2
Dạng 2. Thiết diện với hình nón	5
Dạng 3. Nội tiếp – Ngoại tiếp hình chóp	8
Dạng 4. Một số bài toán vận dụng thực tế	10
BÀI TẬP TỔNG HỢP VẤN ĐỀ 1	11
Vấn đề 2. HÌNH TRỤ. MẶT TRỤ. KHỐI TRỤ	12
Dạng 1. Tính toán cơ bản của hình trụ	12
Dạng 2. Thiết diện với mặt trụ	15
Dạng 3. Nội tiếp – Ngoại tiếp	18
Dạng 4. Một số bài toán vận dụng thực tế	20
BÀI TẬP TỔNG HỢP VẤN ĐỀ 2	22
Vấn đề 3. MẶT CẦU. KHỐI CẦU	24
Dạng 1. Xác định mặt cầu	25
Dạng 2. Mặt cầu nội tiếp – Ngoại tiếp hình chóp	27
Dạng 3. Vị trí tương đối	33
Dạng 4. Diện tích mặt cầu – Thể tích khối cầu	35
Dạng 5. Một số bài toán vận dụng thực tế	37
BÀI TẬP TỔNG HỢP CHỦ ĐỀ 6	38
BÀI TẬP TRONG CÁC KÌ THI ĐH - CĐ	49
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	54
Vấn đề 1. HÌNH NÓN. MẶT NÓN. KHỐI NÓN	54
Vấn đề 2. HÌNH TRỤ. MẶT TRỤ. KHỐI TRỤ	57
Vấn đề 3. MẶT CẦU. KHỐI CẦU.....	59
Vấn đề 4. TRÍCH 7 ĐỀ THI CỦA BGD NĂM 2017 + 2018	61
ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	94
MỤC LỤC	95

Gv: TRẦN QUỐC NGHĨA - 098 373 4349

***Chuyên:* TOÁN**

- LỚP 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
- LUYỆN THI LỚP 10
- LUYỆN THI THPT QUỐC GIA

TRỌN BỘ TÀI LIỆU HỌC TẬP

Môn: TOÁN - Lớp: 12 và THPTQG

Năm học 2018-2019

- 1. Tài liệu TOÁN 12 theo chủ đề (7 chủ đề)***
- 2. 1234 bài tập trắc nghiệm TOÁN 10***
- 3. 1500 bài tập trắc nghiệm TOÁN 11***
- 4. Bài tập trắc nghiệm TOÁN 12 HK1***
- 5. Bài tập trắc nghiệm TOÁN 12 HK2***
- 6. Bài tập trắc nghiệm TOÁN 12 ôn thi THPTQG***
- 7. Bộ đề thi thử THPTQG năm 2019***
- 8. Bộ đề thi ĐH- CĐ - THPTQG từ 2002 → 2018***

Năm học 2018 - 2019

Lưu hành nội bộ