

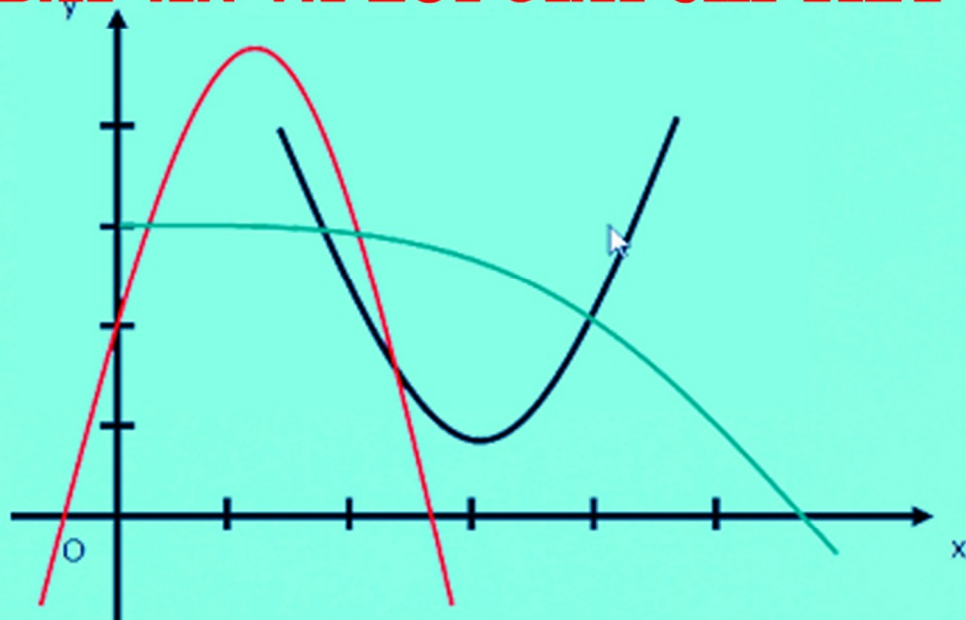
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

NEW!

CHUYÊN ĐỀ

HÀM SỐ

CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT



ÔN THI THPT QUỐC GIA NĂM HỌC 2017 - 2018

SỰ TƯƠNG GIAO CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

DẠNG 1: TỌA ĐỘ GIAO ĐIỂM CỦA HAI ĐỒ THỊ HÀM SỐ:

Phương pháp:

Cho 2 hàm số $y = f(x), y = g(x)$ có đồ thị lần lượt là (C) và (C').

- +) Lập phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (C'): $f(x) = g(x)$
- +) Giải phương trình tìm x từ đó suy ra y và tọa độ giao điểm.
- +) Số nghiệm của (*) là số giao điểm của (C) và (C').

Câu 1: Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Hướng dẫn giải:
Chọn đáp án A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 1 - x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy đường cong và đường thẳng có 1 giao điểm.

Câu 2: Tìm số giao điểm của đồ thị (C): $y = x^3 + x - 2$ và đường thẳng $y = x - 1$.

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Hướng dẫn giải:
Chọn đáp án D.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 + x - 2 = x - 1 \Leftrightarrow x^3 = 1 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy (C) và đường thẳng $y = x - 1$ chỉ có 1 giao điểm.

Câu 3: Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$ và đường thẳng $y = -3$.

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 4..

Hướng dẫn giải:
Chọn đáp án B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 4x^2 + 1 = -3 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$.

Câu 4: Tung độ giao điểm của đồ thị các hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$, $y = -2x + 8$ là :

- A. 2. B. 4. D. 0. D. 6.

Hướng dẫn giải:
Chọn đáp án A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x^2 + 2 = -2x + 8 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2x - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2(x-3) + 2(x-3) = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x^2+2) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow y = -2.3 + 8 \Rightarrow y = 2.$$

Câu 5: Tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$ và đường thẳng $y = x - 3$ là

- A. (3; 0). B. (2; -3). C. (-1; 0). D. (-3; 1).

Hướng dẫn giải:
Chọn đáp án A.

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2} = x - 3 \quad (x \neq 2)$

$$\Leftrightarrow x = 3; y = 0.$$

Tọa độ giao điểm là $(3; 0)$.

Câu 6: Tung độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+3}$ và đường thẳng $y = x-1$ là:

- A. 0. B. 3. C. -1. D. -3.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Phương trình hoành độ giao điểm là: $\frac{2x-3}{x+3} = x-1 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Do đó $y = -1$.

Câu 7: Đường thẳng (d) $y = x+1$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+5}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt. Tìm các hoành độ giao điểm của (d) và (C) .

- A. $x = 1; x = 2$. B. $x = 0; x = 1$. C. $x = \pm 1$. D. $x = \pm 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C) : $\frac{2x+5}{x+1} = x+1 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

Câu 8: Tọa độ giao điểm có hoành độ nhỏ hơn 1 của đường (C) : $y = \frac{3x-1}{x-1}$ và đường thẳng

(d) : $y = x+1$ là:

- A. $A(0; -1)$. B. $A(0; 1)$. C. $A(-1; 2)$. D. $A(-2; 7)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Hoành độ giao điểm của (C) và (d) là nghiệm của phương trình

$$\frac{3x-1}{x-1} = x+1 \quad (x \neq 1)$$

$$\Leftrightarrow 3x-1 = x^2-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Hoành độ nhỏ hơn 1 nên ta chọn $x = 0 \Rightarrow y = 1$. Vậy tọa độ điểm cần tìm là $A(0; 1)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 2$ có đồ thị (C) và đồ thị (P) : $y = 1 - x^2$. Số giao điểm của (P) và đồ thị (C) là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^4 - 4x^2 - 2 = 1 - x^2 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{3+\sqrt{21}}{2} > 0 \\ x^2 = \frac{3-\sqrt{21}}{2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{\frac{3+\sqrt{21}}{2}} \\ x = -\sqrt{\frac{3+\sqrt{21}}{2}} \end{cases}$$

Câu 10: Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ với trục tung

A. $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$.

B. $(0; 3)$.

C. $\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$.

D. $(0; -3)$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D.**

Đồ thị cắt Oy $\Rightarrow x = 0$, thay $x = 0$ vào hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$, ta được $y = -3$.

Câu 11: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 7x^2 - 6$ và $y = x^3 - 13x$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án C.**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là: $x^4 - 7x^2 - 6 = x^3 - 13x$

$$\Leftrightarrow x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x-2)(x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=-3 \end{cases}$$

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ (C) Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai ?A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

B. Hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng của tập xác định của nó.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.D. Đồ thị hàm số (C) có giao điểm với Oy tại điểm $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án D.**

Giao điểm của đồ thị hàm số (C) với Oy là điểm $(0; -1)$.

Câu 13: Tìm số giao điểm n của đồ thị hàm số $y = x^2|x^2 - 3|$ và đường thẳng $y = 2$.

A. $n = 6$.

B. $n = 8$.

C. $n = 2$.

D. $n = 4$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A.**

Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2|x^2 - 3|$ bằng cách suy ra từ đồ thị (C): $y = x^4 - 3x^2$ bằng cách

- Giữ nguyên đồ thị (C) phần phía trên trục hoành.

- Lấy đối xứng đồ thị (C) phần dưới trục hoành qua trục hoành.

Khi đó dt $y=2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2|x^2 - 3|$ tại 6 điểm phân biệt.

Câu 14: Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị $y = \frac{2x-1}{1+x}$ với đường thẳng $y = -1 - 3x$?

A. $A(-2; 5), B(1; -1)$.

B. $A(-2; 5), B(0; 1)$.

C. $A(2; 5), B(0; -1)$.

D. $A(-2; 5), B(0; -1)$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D.**TXD: $x \neq -1$.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và đường thẳng là :

$$\frac{2x-1}{x+1} = -3x-1 \Leftrightarrow 2x-1 = (x+1)(-3x-1) \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \end{cases} \Rightarrow A(-2; 5); B(0; -1).$$

Câu 15: Đồ thị hàm số $y = x^2 + 7x - 5$ và đồ thị hàm số $y = \frac{8x^2 + 9x - 11}{x+1}$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D.**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho :

$$x^2 + 7x - 5 = \frac{8x^2 + 9x - 11}{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + x^2 + 7x^2 + 7x - 5x - 5 = 8x^2 + 9x - 11 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 7x + 6 = 0 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vì phương trình hoành độ giao điểm có 3 nghiệm phân biệt nên hai đồ thị đã cho có 3 giao điểm phân biệt.

Câu 16: Đồ thị của hàm số $y = 4x^4 - 2x^2 + 1$ và đồ thị của hàm số $y = x^2 + x + 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A.**

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm : } 4x^4 - 2x^2 + 1 = x^2 + x + 1 \Leftrightarrow 4x^4 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Vậy hai đồ thị có 3 điểm chung.

Câu 17: Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ và đồ thị của hàm số $y = 3x^2 - 2x - 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung ?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án B.**

Số điểm chung là số nghiệm phân biệt của phương trình hoành độ:

$$-x^3 + 3x^2 + 2x - 1 = 3x^2 - 2x - 1 \Rightarrow x^3 - 4x = 0 \Rightarrow x = 0; x = \pm 2$$

Phương trình có 3 nghiệm phân biệt nên số điểm chung là 3.

Câu 18: Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đường cong $y = \frac{2x+4}{x-1}$. Hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng:A. $-\frac{5}{2}$.

B. 1.

C. 2.

D. $\frac{5}{2}$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án B.**Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đường cong $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là nghiệm của phương

$$\text{trình } x+1 = \frac{2x+4}{x-1}, (x \neq 1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 5 = 0.$$

Ta thấy phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1 và $\frac{x_1 + x_2}{2} = 1$. Do đó $x_I = 1$.**Câu 19:** Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+5}$ và đường thẳng $y = x - 1$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B .Tìm hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng AB

A. $x_I = 1$.

B. $x_I = -2$.

C. $x_I = 2$.

D. $x_I = -1$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D.**

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x-1}{x+5} = x-1 \quad (x \neq -5)$.

$$2x-1 = (x-1)(x+5) \quad (x \neq -5).$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 4 = 0 \quad (1).$$

$$\Delta' = 5 > 0.$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{5}.$$

Đồ thị và đường cắt nhau tại hai điểm $A(-1 + \sqrt{5}; -2 + \sqrt{5}); B(-1 - \sqrt{5}; -2 - \sqrt{5})$.

Có I là trung điểm của AB .

$$\Rightarrow I(-1; -2).$$

Câu 20: Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 5$ và đường thẳng $y = 9$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$. Tính $x_1 + x_2$

A. $x_1 + x_2 = 3$.

B. $x_1 + x_2 = 0$.

C. $x_1 + x_2 = 18$.

D. $x_1 + x_2 = 5$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án B.**

Phương trình hoành độ giao điểm là: $x^4 - 3x^2 + 5 = 9 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$

Vậy tổng hai nghiệm là $x_1 + x_2 = 0$

Câu 21: Biết đường thẳng $y = 3x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{4x+2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có tung độ là y_1 và y_2 . Tính $y_1 + y_2$

A. $y_1 + y_2 = 10$.

B. $y_1 + y_2 = 11$.

C. $y_1 + y_2 = 9$.

D. $y_1 + y_2 = 1$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án B.**

Phương trình hoành độ giao: $3x + 4 = \frac{4x+2}{x-1} \Leftrightarrow 3x^2 - 3x - 6 = 0 \quad (x \neq 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y_1 = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y_2 = 10 \end{cases}$$

Vậy $y_1 + y_2 = 11$.

Câu 22: Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x-8}{x}$ cắt đường thẳng $\Delta: y = -x$ tại hai điểm phân biệt A và B . Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB

A. $I(-1; 1)$.

B. $I(-2; 2)$.

C. $I(3; -3)$.

D. $I(6; -6)$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A.**

Ta có: phương trình hoành độ giao điểm của (C) và $\Delta: \frac{2x-8}{x} = -x \ (x \neq 0)$.

$$\Leftrightarrow 2x-8 = -x^2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \Rightarrow y=-2 \\ x=-4 \Rightarrow y=4 \end{cases}$$

Gọi $I(x_I; y_I)$ là trung điểm đoạn thẳng AB.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} x_I = \frac{-4+2}{2} = -1 \\ y_I = \frac{-2+4}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow I(-1;1).$$

Câu 23: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 1$ tại hai điểm phân biệt A, B. Tính độ dài đoạn AB

- A. $AB=3$. B. $AB=2\sqrt{2}$. C. $AB=2$. D. $AB=1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 3x^2 + 2x - 1 = x^2 - 3x + 1 \Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = -1 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Suy ra $A(1; -1), B(2; -1)$

$$\text{Vậy } AB = \sqrt{(2-1)^2 + (-1+1)^2} = 1.$$

Câu 24: Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ và đường thẳng $y = -x$

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{x}{x+1} = -x \ (DK: x \neq -1) \\ \Leftrightarrow x = -x^2 - x \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \end{cases}$$

Câu 25: Cho hàm số $y = x^3 + x - 2$ có đồ thị (C). Tìm tọa độ giao điểm của (C) và trục tung

- A. $(0; -2)$. B. $(1; 0)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; 1)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Gọi $M(x; y)$ là giao điểm của đồ thị (C) với trục tung.

Khi đó ta có $x=0 \Rightarrow y=-2$.

Vậy $M(0; -2)$.

Câu 26: Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - 2$.

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Phương trình hoành độ giao điểm là

$$x^4 - 2x^2 = x^2 - 2 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ x = \sqrt{2} \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy có 4 giao điểm của hai đồ thị.

Câu 27: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** ?

A. Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $(0; 2)$.

B. Đồ thị hàm số có tâm đối xứng $I(1; 2)$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có: $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

Khi $x = 0 \Rightarrow y = -1$ suy ra đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $(0; -1)$.

Câu 28: Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ và đường thẳng $y = x - 2$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt

$A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tính $y_A + y_B$.

A. $y_A + y_B = -2$.

B. $y_A + y_B = 2$.

C. $y_A + y_B = 4$.

D. $y_A + y_B = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\frac{x+3}{x-1} = x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{5} \\ x = 2 - \sqrt{5} \end{cases}$

Giả sử $A(2 + \sqrt{5}; \sqrt{5}); B(2 - \sqrt{5}; -\sqrt{5}) \Rightarrow y_A + y_B = 0$.

Câu 29: Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần

lượt x_A, x_B hãy tính tổng $x_A + x_B$

A. $x_A + x_B = 2$.

B. $x_A + x_B = 1$.

C. $x_A + x_B = 5$.

D. $x_A + x_B = 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Pt hoành độ giao điểm: $\frac{2x+1}{x-1} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 1 = 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow x_A + x_B = 5$.

Câu 30: Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ và đường thẳng $y = x - 2$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt

$A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$. Khi đó $x_A + x_B$ bằng

A. 4.

B. -4.

C. $2\sqrt{5}$.

D. 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

TXD: $x \neq 1$.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và đường thẳng là :

$$\frac{x+3}{x-1} = x-2 \Leftrightarrow x+3 = (x-1)(x-2) \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = x+3 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{3} \\ x = 2 - \sqrt{3} \end{cases}.$$

Khi đó ta có $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B) \Rightarrow x_A + x_B = 4$.

Câu 31: Đường thẳng $y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$. Khi đó tổng $y_1 + y_2$ bằng

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 0.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2x+2}{x-1} = x+1 \quad (DK: x \neq 1)$$

$$\Leftrightarrow 2x+2 = x^2-1 \Leftrightarrow x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \Rightarrow y=4 \\ x=-1 \Rightarrow y=0 \end{cases}$$

Vậy $y_1 + y_2 = 4$

Câu 32: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ cắt

A. Đường thẳng $y = 3$ tại hai điểm.B. Đường thẳng $y = -4$ tại hai điểm.C. Đường thẳng $y = \frac{5}{3}$ tại ba điểm.

D. Trục hoành tại một điểm.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Lần lượt xét các phương trình hoành độ giao điểm

A. $x^3 - 3x = 3 \Leftrightarrow x^3 - 3x - 3 = 0$, phương trình này chỉ có 1 nghiệm thực (sử dụng máy tính bỏ túi kiểm tra). Loại A.

B. $x^3 - 3x = -4 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 4 = 0$, phương trình này chỉ có 1 nghiệm thực (sử dụng máy tính bỏ túi kiểm tra). Loại B.

C. $x^3 - 3x = \frac{5}{3} \Leftrightarrow x^3 - 3x - \frac{5}{3} = 0$, phương trình này chỉ có 3 nghiệm thực (sử dụng máy tính bỏ túi kiểm tra). Chọn C.

D. $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\sqrt{3} \\ x=-\sqrt{3} \end{cases}$, phương trình này chỉ có 3 nghiệm thực. Loại D.

Câu 33: Cho hàm số $y = x - 2mx^2 + m^2 - 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x - 1$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số (C) và đường thẳng d có giao điểm nằm trên trục hoành.

A. $m = 2$.B. $m \geq 2$.C. $m = 0$.D. $m \in \{0; 2\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Gọi $A(x, y)$ là giao điểm của d và Ox

Phương trình hoành độ giao điểm của d và trục hoành là $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Suy ra $A(1; 0)$

Theo YCBT ta có $A(1;0) \in (C) \Rightarrow 0 = 1 - 2m \cdot 1^2 + m^2 - 1 \Leftrightarrow m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x) = x(x^2 - 1)(x^2 - 4)(x^2 - 9)$. Hỏi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành

$$\Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 7x^6 - 70x^4 + 147x^2 - 36 = 0.$$

Đặt $x^2 = t (t \geq 0)$. Phương trình trở thành:

$$7t^3 - 70t^2 + 147t - 36 = 0 \quad (1)$$

Đặt $g(t) = 7t^3 - 70t^2 + 147t - 36$

$$\text{Có: } \begin{cases} g(0).g(1) < 0 \\ g(2).g(7) < 0 \Rightarrow \text{Phương trình (1) có 3 nghiệm nằm trong } (0;1); (2;7); (7;8). \\ g(7).g(8) < 0 \end{cases}$$

Phương trình (1) có 3 nghiệm dương phân biệt. Suy ra phương trình $f'(x) = 0$ có 6 nghiệm phân biệt. Hay đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại 6 điểm phân biệt.

Câu 35: Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ hợp với hai trục tọa

độ một tam giác có diện tích S bằng:

A. $S = 1,5$.B. $S = 2$.C. $S = 3$.D. $S = 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Cách 1: Ta có $y' = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2}$ nên $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$, do đó đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là

$$A(1 + \sqrt{2}; 2\sqrt{2}) \text{ và } B(1 - \sqrt{2}; -2\sqrt{2}).$$

Khi đó đường thẳng qua hai cực trị có vtcp $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (-2\sqrt{2}; -4\sqrt{2}) = -2\sqrt{2}(1; 2)$ nên có phương trình là $2(x - 1 - \sqrt{2}) - (y - 2\sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow y = 2x - 2 \quad (d)$.

Vì (d) cắt các trục tọa độ tại $M(0; -2)$ và $N(1; 0)$ nên diện tích là $S = \frac{1}{2} OM \cdot ON = 1$.

Cách 2: Áp dụng tính chất cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{u(x)}{v(x)}$ là đường thẳng $y = \frac{u'(x)}{v'(x)}$ ta được đường thẳng qua hai điểm cực trị là $(d): y = 2x - 2$.

Vì (d) cắt các trục tọa độ tại $M(0; -2)$ và $N(1; 0)$ nên diện tích là $S = \frac{1}{2} OM \cdot ON = 1$.

DẠNG 2: SỰ TƯƠNG GIAO PHƯƠNG PHÁP BẢNG BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Phương pháp 1: Bảng biến thiên

- +) Lập phương trình hoành độ giao điểm dạng $F(x, m) = 0$ (phương trình ẩn x tham số m)
- +) Cô lập m đưa phương trình về dạng $m = f(x)$
- +) Lập BBT cho hàm số $y = f(x)$.
- +) Dựa và giả thiết và BBT từ đó suy ra m .

Phương pháp 2: Đồ thị hàm số

- +) Cô lập m hoặc đưa về hàm hằng $y = g(m)$ là đường thẳng vuông góc với trục Oy
- +) Từ đồ thị hàm số tìm cực đại, cực tiểu của hàm số (nếu có)
- +) Dựa vào số giao điểm của hai đồ thị hàm số ta tìm được giá trị của m theo yêu cầu của bài toán.

***) Chú ý:** Sử dụng PP bảng biến thiên và đồ thị hàm số khi m độc lập với x .

SỰ TƯƠNG GIAO BẰNG PHƯƠNG PHÁP BẢNG BIẾN THIÊN

Câu 1. Tìm m để phương trình $x^3 - 3x + m = 0$ có 3 nghiệm thực phân biệt

A. $-2 \leq m \leq 2$.

B. $-2 < m < 2$.

C. $-2 < m; m > 2$.

D. $-1 < m < 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Ta có $x^3 - 3x + m = 0 \Leftrightarrow m = 3x - x^3$ (1).

Xét hàm số $f(x) = 3x - x^3$ có $f'(x) = 3 - 3x^2$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	$-\infty$
y	$+\infty$				2		$-\infty$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của hai đồ thị $y = 3x - x^3$ và $y = m$.

Do đó (1) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $x^3 - 3x = 2m$ có 3 nghiệm phân biệt

A. $-2 < m < 2$.

B. $-1 < m < 1$.

C. $-2 \leq m \leq 2$.

D. $-1 \leq m \leq 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên $\mathbb{R}$.

$$f'(x) = 3x^2 - 3.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Ta có $f(1) = -2$; $f(-1) = 2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$			2			$+\infty$
					-2		

Vậy để phương trình có ba nghiệm phân biệt thì $-2 < 2m < 2 \Leftrightarrow -1 < m < 1$.

Câu 3. Tìm m để phương trình $x^3 - 3x - m - 2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

A. $-4 < m < 4$.

B. $-4 < m < 0$.

C. $-4 < m < 2$.

D. $-16 < m < 16$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$$x^3 - 3x - m - 2 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x - 2 = m \quad (1).$$

Đặt $f(x) = x^3 - 3x - 2$ ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên ta có $-4 < m < 0$.

Câu 4. Phương trình $x^3 - 3x = m^2 + m$ có 3 nghiệm phân biệt khi :

A. $-2 < m < 1$

B. $-1 < m < 2$

C. $m < 1$

D. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 1 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Xét hàm số: $y = x^3 - 3x$ ta có:

+ TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$+ y' = 3x^2 - 3.$$

$$+ y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

+ Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$		2	$\searrow$		$+\infty$
					-2		

+ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi

$$\begin{cases} m^2 + m > -2 \\ m^2 + m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m + 2 > 0 \\ m^2 + m - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 1.$$

Câu 5. Phương trình $x^3 - 12x + m - 2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt khi

A. $-4 < m < 4$.

B. $-18 < m < 14$.

C. $-14 < m < 18$.

D. $-16 < m < 16$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$$x^3 - 12x + m - 2 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 12x = 2 - m \quad (1).$$

Xét hàm số $y = x^3 - 12x$. Ta có $y' = 3x^2 - 12$. $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = -16 \\ x = -2 \Rightarrow y = 16 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$		16	$\searrow$		$+\infty$
					-16		

Để phương trình (1) có 3 nghiệm khi và chỉ khi đường thẳng $y = 2 - m$ cắt đồ thị hàm số

$$y = x^3 - 12x \text{ tại 3 điểm phân biệt } \Leftrightarrow -16 < 2 - m < 16 \Leftrightarrow -14 < m < 18.$$

Câu 6. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^3 - 3x^2 + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt

A. $m = -4 \vee m = 0$.

B. $m = 4 \vee m = 0$.

C. $m = -4 \vee m = 4$.

D. Kết quả khác.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2$

$$y' = 3x^2 - 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; y = 0 \\ x = 2; y = -4 \end{cases}$$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$		0	$\searrow$		$+\infty$
					4		

Số nghiệm của phương trình $x^3 - 3x^2 + m = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ và đường thẳng $y = -m$.

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi $\begin{cases} -m = 0 \\ -m = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -4 \end{cases}.$

Câu 7. Tìm các giá trị thực của m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m - 4 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $4 < m < 8$.

B. $m < 0$.

C. $0 \leq m \leq 4$.

D. $-8 < m < -4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Ta có: $x^3 - 3x^2 - m - 4 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 4 = m$.

Đặt $y_1 = x^3 - 3x^2 - 4$; $y_2 = m \Rightarrow y'_1 = 3x^2 - 6x$.

Ta có BBT của $y_1 = x^3 - 3x^2 - 4$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y_1'	+	0	-	0	+
y_1	$-\infty$	$\nearrow -4$	$\searrow -8$	$\nearrow +\infty$	

Từ BBT ta suy ra phương trình có ba nghiệm phân biệt khi $-8 < m < -4$.

Câu 8. Tìm m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ tại 3 điểm phân biệt

A. $0 < m < 2$.

B. $0 \leq m \leq 4$.

C. $0 < m < 4$.

D. $2 \leq m \leq 4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$$y' = 3x^2 - 3, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$	

Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ tại 3 điểm phân biệt khi.

$0 < m < 4$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

Khi đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi

A. $\frac{1}{2} < m < 1$.

B. $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

C. $0 < m < 1$.

D. $0 < m \leq 1$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A.**Đồ thị $(C'): y = |f(x)|$ được vẽ bằng cách:Phần 1: Giữ nguyên phần đồ thị $(C): y = f(x)$ nằm bên trên trục hoành.Phần 2: Lấy đối xứng phần đồ thị $(C): y = f(x)$ nằm dưới trục hoành qua trục hoành.Đồ thị hàm số có tọa độ điểm uốn $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$, nên phương trình $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phânbiệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi $\frac{1}{2} < m < 1$.**Câu 10.** Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ tại 3 điểm phân biệt khi :

A. $0 < m < 4$

B. $0 \leq m < 4$

C. $0 < m \leq 4$

D. $m > 4$

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A.**Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	$\nearrow$		4	$\searrow$		$+\infty$
				0			

Từ bảng biến thiên ta có $0 < m < 4$ thì phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt**Câu 11.** Tìm m để phương trình $2x^3 + 3x^2 - 12x - 13 = m$ có đúng hai nghiệm

A. $m = -13, m = 4$.

B. $m = -13, m = 0$.

C. $m = -20, m = 5$.

D. $m = -20, m = 7$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án C.**Xét hàm số: $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 13$.

$y' = 6x^2 + 6x - 12$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$.

BBT

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	$\nearrow$		7	$\searrow$		$+\infty$
				-20			

Phương trình $2x^3 + 3x^2 - 12x - 13 = m$ có đúng hai nghiệm khi $m = -20, m = 7$.

Câu 12. Tìm m để phương trình $2x^3 + 3x^2 - 12x - 13 = m$ có đúng 2 nghiệm.

A. $m = -13; m = 4$.

B. $m = 0; m = -13$.

C. $m = -20; m = 5$.

D. $m = -20; m = 7$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 13$ và đường thẳng $y = m$.

Lập bảng biến thiên của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 13$.

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	7	$\searrow$	-20	$\nearrow$	$+\infty$

Nhìn vào BBT ta thấy để phương trình $2x^3 + 3x^2 - 12x - 13 = m$ có đúng 2 nghiệm thì đường thẳng $y = m$ phải cắt đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 13$ tại đúng 2 điểm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -20 \\ m = 7 \end{cases}.$$

Vậy đáp án D thỏa mãn.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ..

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-4		0		$-\infty$

Với $m \in (1; 3)$ thì phương trình $|f(x)| = m$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 5.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Dựa vào bảng biến thiên vẽ đồ thị hàm số $y = |f(x)|$.

Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Phần 2: Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ phía dưới trục hoành qua trục hoành.

Dựa vào đồ thị hàm số và với $m \in (1; 3)$ thì phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị thực k để phương trình $\left| -2x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2} \right| = \left| \frac{k}{2} - 1 \right|$ có đúng 4 nghiệm phân biệt

A. $k \in \left(\frac{19}{4}; 5 \right)$.

B. $k \in \emptyset$.

C. $k \in (-2; -1) \cup \left(1; \frac{19}{4} \right)$.

D. $k \in \left(-2; -\frac{3}{4} \right) \cup \left(\frac{19}{4}; 6 \right)$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D.**

Ta có : $y' = -6x^2 - 3x + 3$. $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Bảng biến thiên đồ thị hàm số $y = -2x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2}$.

Với $-2x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-7 \pm \sqrt{33}}{8} \end{cases}$

x	$-\infty$	$\frac{-7-\sqrt{33}}{8}$	-1	$\frac{-7+\sqrt{33}}{8}$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		0		$\frac{11}{8}$		$-\infty$

Từ đó, suy ra bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y = -2x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{-7-\sqrt{33}}{8}$	-1	$\frac{-7+\sqrt{33}}{8}$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
y	$+\infty$		2		$\frac{11}{8}$		$+\infty$
		0		0		0	

Từ bảng biến thiên, nhận thấy: $y_{cbt} \Leftrightarrow \frac{11}{8} < \left| \frac{k}{2} - 1 \right| < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{19}{4} < k < 6 \\ -2 < k < -\frac{3}{4} \end{cases}$

Câu 15. Phương trình $x^4 - 2x^2 - 2 = m$ có bốn nghiệm phân biệt khi:

A. $-3 < m < -2$.

B. $m < -3; m > -2$.

C. $-3 \leq m \leq -2$.

D. $m = 3$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A.**

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 - 2$ xác định trên $\mathbb{R}$. Có $f'(x) = 4x^3 - 4x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			-2				$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình $x^4 - 2x^2 - 2 = m$ có 4 nghiệm phân biệt thì $-3 < m < -2$.

Câu 16. Xác định m để đường thẳng $y = 4m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 4$ tại 3 điểm phân biệt?

A. $m = 1$.

B. $m = 4$.

C. $3 < m < 4$.

D. $m = 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$y' = 4x^3 - 4x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; y = 4 \\ x = \pm 1; y = 3 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			4			3	$+\infty$

$$Y_{\text{cvt}} \Rightarrow 4m = y_{\text{max}} = 4 \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 17. Tìm m để đường thẳng $y = 4m$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = x^4 - 8x^2 + 3$ tại 4 phân biệt:

A. $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$.

B. $m \leq \frac{3}{4}$.

C. $m \geq -\frac{13}{4}$.

D. $-\frac{13}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$y' = 4x^3 - 16x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$							$+\infty$

Câu 18. Tìm m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ tại 4 điểm phân biệt.

A. $1 < m < 2$.

B. $m < 2$.

C. $2 < m < 3$.

D. $m > 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ ta có.

+ TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$+ y' = 4x^3 - 4x.$$

$$+ y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

+ Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
			1		2		1		$+\infty$

+ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi $1 < m < 2$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $(C_m): y = x^4 - mx^2 + m - 1$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt

A. $m > 1$.

B. $\begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$.

C. không có m .

D. $m \neq 2$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án B.**

Cách 2:

Ta có: $y = x^4 - mx^2 + m - 1$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 2mx.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 2mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0. \\ x^2 = \frac{m}{2}. \end{cases}$$

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt $\Rightarrow m > 0$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = m - 1. \\ x^2 = \frac{m}{2} (m > 0) \Rightarrow y = -\frac{m^2}{4} + m - 1. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{\frac{m}{2}}$		0		$\sqrt{\frac{m}{2}}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
			$-\frac{m^2}{4} + m - 1$		$m - 1$		$-\frac{m^2}{4} + m - 1$		$+\infty$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 > 0 \\ -\frac{m^2}{4} + m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1. \\ m \neq 2. \end{cases}$$

Câu 20. Số giao điểm nhiều nhất của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ với đường thẳng $y = m$ (với m là tham số) là bao nhiêu?

A. 0.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Xét phương trình: $x^4 - 2x^2 + 1 = m$ (1)

Xét đồ thị $y = x^4 - 2x^2 + 1$

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

+) Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	0	+
y	$+\infty$			1			$-\infty$	

Dựa bảng biến thiên $\Rightarrow$ đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị $y = x^4 - 2x^2 + 1$ nhiều nhất là 4 điểm

Câu 21. Tìm m để phương trình $x^4 - 8x^2 + 3 - 4m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $-\frac{13}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$.B. $m \geq -\frac{13}{4}$.C. $m \leq \frac{3}{4}$.D. $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Cách 2:

Phương trình đã cho tương đương $4m = x^4 - 8x^2 + 3 = f(x)$.

Xét hàm số $f(x)$.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 16x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			3			$-\infty$	

Dựa vào Bảng biến thiên, để (1) có 4 nghiệm phân biệt thì $-13 < 4m < 3 \Leftrightarrow -\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$.

Câu 22. Gọi (C_m) là đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - m + 2017$. Tìm m để (C_m) có đúng 3 điểm chung phân biệt với trục hoành, ta có kết quả:

A. $m = 2017$.B. $2016 < m < 2017$.C. $m \geq 2017$.D. $m \leq 2017$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A.**

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 2x^2 - m + 2017 = 0$

$$m = x^4 - 2x^2 + 2017$$

Số nghiệm của phương trình trên là số giao điểm của 2 đồ thị

$$y = m$$

$$y = x^4 - 2x^2 + 2017$$

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x$. Cho $y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			2017			2016		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có 3 nghiệm khi và chỉ khi $m = 2017$.

Câu 23. [2D1-2] Tìm m để đường thẳng $y = 4m$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = x^4 - 8x^2 + 3$ tại 4 phân biệt

A. $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$.

B. $m \leq \frac{3}{4}$.

C. $m \geq -\frac{13}{4}$.

D. $-\frac{13}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A.**

Xét hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 3$ trên $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 4x^3 - 16x$,

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, y = 3 \\ x = 2, y = -13 \\ x = -2, y = -13 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$+\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			3			-13		$+\infty$

Đường thẳng $y = 4m$ cắt (C) tại 4 điểm phân biệt khi chỉ khi $-13 < 4m < 3 \Leftrightarrow -\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $f(x) = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0 -	0 +	0 -	
y	$-\infty$	0	-3	0	$+\infty$

A. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -3 \end{cases}$.

B. $m < -3$.

C. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$.

D. $m < -\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Dựa vào BBT ta thấy để phương trình $f(x) = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt thì $\begin{cases} 2m = 0 \\ 2m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$

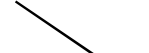
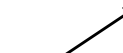
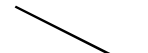
Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Khi đó tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m - 1$ có ba nghiệm thực là

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

A. $m \in (3; 5)$.**B.** $m \in (4; 6)$.**C.** $m \in (-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$.**D.** $m \in [4; 6]$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án B.**

Phương trình $f(x) = m - 1$ có ba nghiệm thực khi và chỉ khi $3 < m - 1 < 5 \Leftrightarrow 4 < m < 6$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		-1		-1		$+\infty$	

Với giá trị nào của m thì phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng 2 nghiệm ?

A. $m > 1$.**B.** $m < -1$.**C.** $m > -1$ hoặc $m = -2$.**D.** $m \geq -1$ hoặc $m = -2$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án C.**

+) Ta có $f(x) - 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m + 1$

Dựa bảng biến thiên để phương trình (1) có đúng hai nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ m+1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m = -2 \end{cases}$$

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $f(x) = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$0 -$	$0 +$	$0 -$	
y	$-\infty$	0	-3	0	$+\infty$

A. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -3 \end{cases}$

B. $m < -3$.

C. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$

D. $m < -\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Dựa vào BBT ta thấy để phương trình $f(x) = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt thì

$$\begin{cases} 2m = 0 \\ 2m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$+$
$f(x)$	-1		2

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(-1; 2)$

D. $(-\infty; 1)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Dễ dàng nhận thấy khi $m < -1$ thì phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biến thiên như dưới đây:.

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	$+$	$+$	0	$-$
y	0	$+\infty$	2	$-\infty$

Tìm tập hợp tất các giá trị thực của m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm thực duy nhất

- A. $(0; +\infty)$. B. $(2; +\infty)$. C. $[2; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = m$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$. Để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm thực duy nhất thì $m > 2$

Câu 30. Giả sử tồn tại hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$	$+$
y	0	-2	$+\infty$	1	$-\infty$	0	1

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt là

- A. $(-2; 0] \cup \{1\}$. B. $(-2; 0) \cup \{1\}$. C. $(-2; 0]$. D. $(-2; 0)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$+$	$+$	$+$	
y	-2	$+\infty$	-1	$+\infty$	2

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt

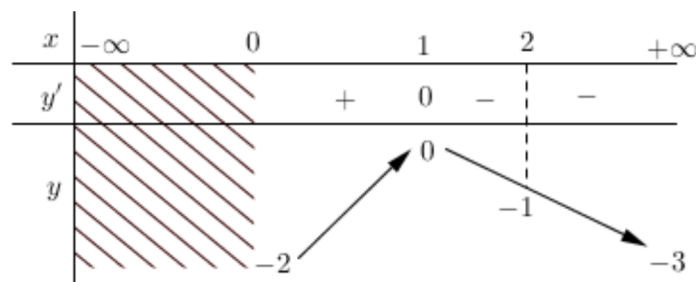
- A. $[-2; 2]$. B. $(-2; 2)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi $-2 \leq m \leq 2$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[0; +\infty)$, liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và có bảng biến thiên như sau.



Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số sao cho phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \in (0; 2)$ và $x_2 \in (2; +\infty)$.

A. $(-2; 0)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-3; -1)$.

Hướng dẫn giải:

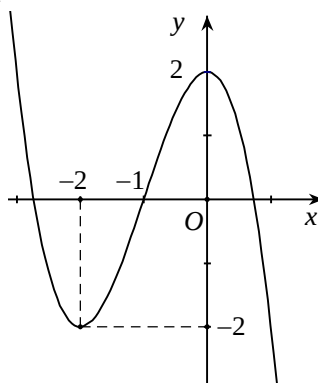
Chọn đáp án B.

Nghiệm của phương trình là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng $y = m$

Dựa vào BBT ta có kết luận $m \in (-2; -1)$

SỰ TƯƠNG GIAO PHƯƠNG PHÁP ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 1. Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình vẽ.



Với giá trị nào của m thì phương trình $-x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

A. $-1 < m < 3$.

B. $-3 \leq m \leq 1$.

C. $-3 < m < 1$.

D. $m < 1$.

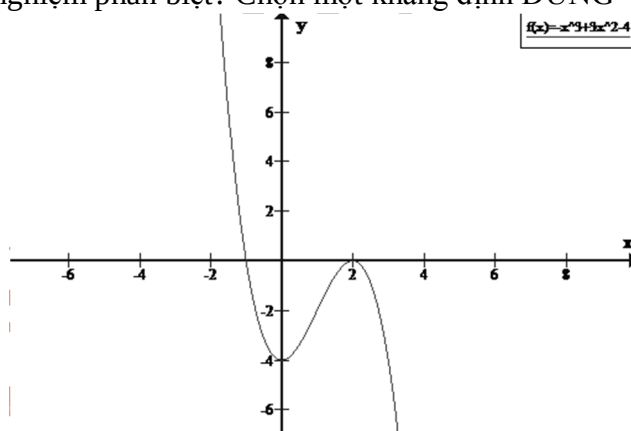
Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có số nghiệm của phương trình $-x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0 \Leftrightarrow -x^3 - 3x^2 + 2 = m + 1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 2$ và đường thẳng $y = m + 1$.

Từ đồ thị ta thấy hàm số có $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = -2$ nên phương trình $-x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt $-2 < m + 1 < 2 \Leftrightarrow -3 < m < 1$.

Câu 2. Đồ thị hình bên là của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $x^3 - 3x^2 + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt? Chọn một khẳng định ĐÚNG



A. $m = 4$ hoặc $m = 0$.

B. $m = 4$.

C. $0 < m < 4$.

D. $m = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$x^3 - 3x^2 + m = 0 \Leftrightarrow -x^3 + 3x^2 - 4 = m - 4$$

$$\begin{cases} m - 4 = 0 \\ m - 4 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 0 \end{cases}$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + m$ (C), với m là tham số. Giả sử đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn $x_1 < x_2 < x_3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $1 < x_1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

B. $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

C. $x_1 < 0 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

D. $1 < x_1 < 3 < x_2 < 4 < x_3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$$y' = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

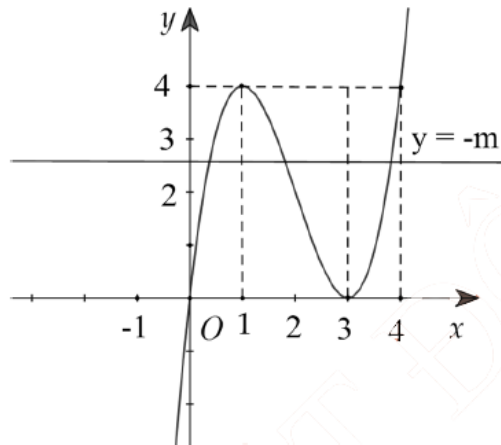
Lập BBT có (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi $y(3) < 0 < y(1) \Leftrightarrow m < 0 < m + 4$

Căn cứ vào BBT và điều kiện trên ta có $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

Cách khác

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 6x^2 + 9x + m = 0(1) \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = -m$

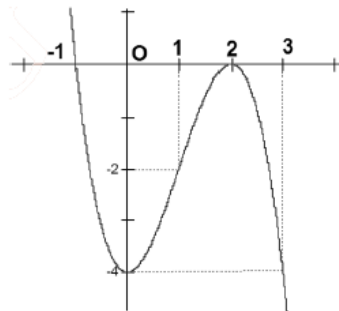
Gọi (C') : $y = x^3 - 6x^2 + 9x$.



Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị (C') và đường thẳng $(d): y = -m$.

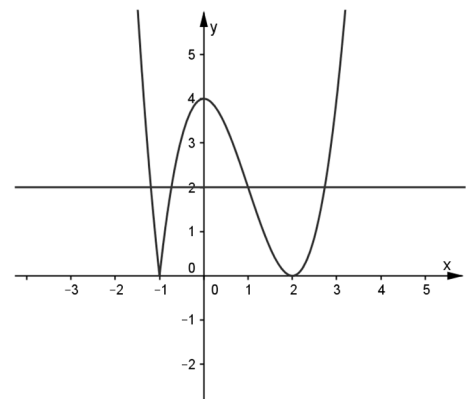
Dựa vào đồ thị, ta thấy đường thẳng (d) cắt (C') tại 3 điểm thỏa $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình sau. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m + 1$ có 4 nghiệm thực phân biệt

**A.** $m \leq -4$ hay $m > 0$.**B.** $-4 < m \leq 0$.**C.** $0 < m < 4$.**D.** $-1 < m < 3$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án D.**

Ta có số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m + 1$ là số giao điểm của hàm $y = |f(x)|$ và $y = m + 1$.

Vậy để phương trình $|f(x)| = m + 1$ có 4 nghiệm phân biệt
 $\Leftrightarrow 0 < m + 1 < 4 \Leftrightarrow -1 < m < 3$.



Câu 5. Hình vẽ bên là đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$. Giá trị của m để phương trình $|x^3 - 3x - 1| = m$ có 3 nghiệm đôi một khác nhau là.

A. $m = 0$.B. $1 < m < 3$.C. $-3 < m < 1$.D. $m = 0, m = 3$.

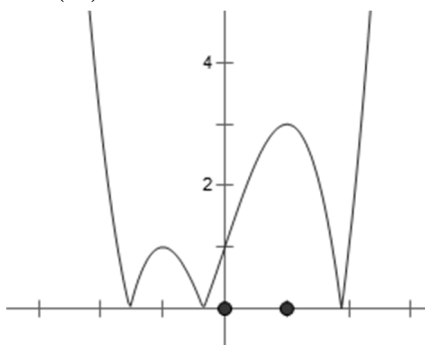
Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Đồ thị (C') : $y = |x^3 - 3x - 1|$ được vẽ bằng cách:

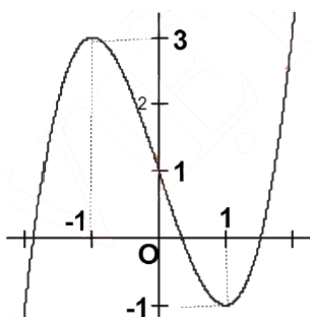
Phần 1: Giữ nguyên phần đồ thị (C) : $y = x^3 - 3x - 1$ nằm bên trên trục hoành.

Phần 2: Lấy đối xứng phần đồ thị (C) : $y = x^3 - 3x - 1$ nằm dưới trục hoành qua trục hoành



Dựa vào đồ thị, phương trình $|x^3 - 3x - 1| = m$ có 3 nghiệm đôi một khác nhau khi $m = 0, m = 3$.

Câu 6. Đồ thị sau đây là của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^3 - 3x - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $-1 < m < 3$.B. $-2 < m < 2$.C. $-2 \leq m < 2$.D. $-2 < m < 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Ta có $x^3 - 3x - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 1 = m + 1$ (1).

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của hai đồ thị $y = x^3 - 3x + 1$ và $y = m + 1$.

Do đó (1) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -1 < m + 1 < 3 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Câu 7. Cho phương trình $x^3 + 3x^2 - m + 1 = 0$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có 3 nghiệm thực phân biệt.

A. $1 < m < 5$.B. $0 < m < 4$.C. $m \geq 5$.D. $m \leq 1$.

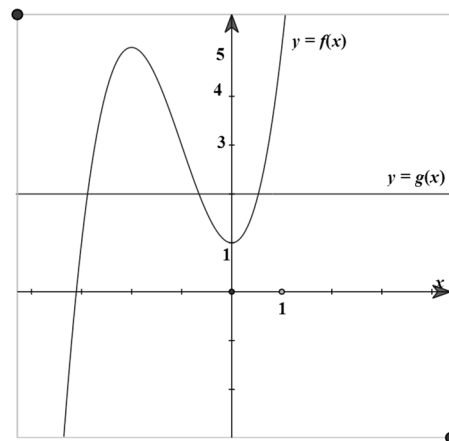
Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

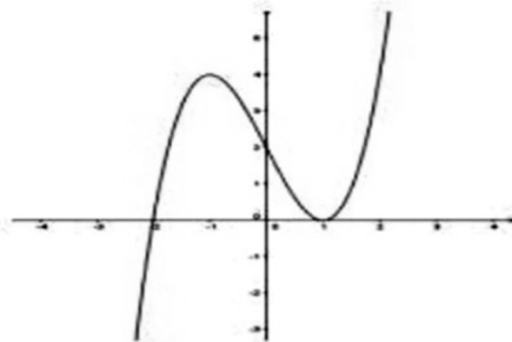
$x^3 + 3x^2 - m + 1 = 0$ (1)

Ta có: $x^3 + 3x^2 - m + 1 = 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 + 1 = m$.

Để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ và đường thẳng $y = m$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt. Dựa vào đồ thị, suy ra $1 < m < 5$.



Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số đường cong trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm phân biệt.



A. $0 < m < 2$.

B. $0 < m < 4$.

C. $1 < m < 4$.

D. Không có giá trị

nào của m .

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

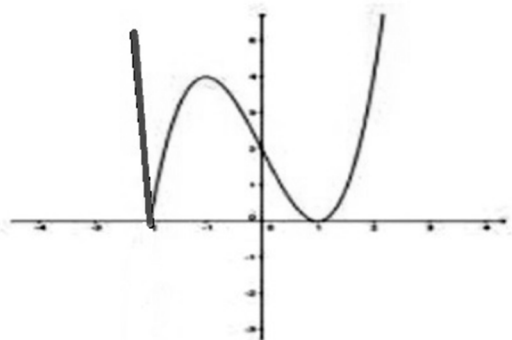
$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{ khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{ khi } f(x) < 0 \end{cases}$$

Suy ra, đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ bao gồm 2 phần:

Phần 1: Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ở phía trên trục Ox.

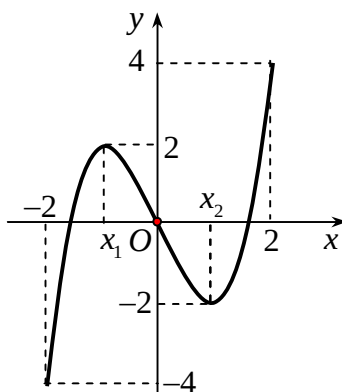
Phần 2: Lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới Ox của $y = f(x)$ qua Ox.

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$.



Dựa vào đồ thị hàm số ta kết luận, phương trình có 4 nghiệm phân biệt khi $0 < m < 4$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $|f(x)| = 1$ trên đoạn $[-2; 2]$.



A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 6.

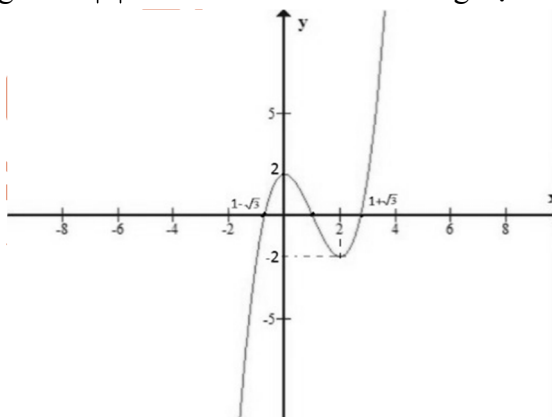
Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta suy ra đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ như sau: Giữ nguyên phần đồ thị nằm phía trên trục hoành của hàm số đã cho; Lấy đối xứng phần đồ thị nằm bên dưới trục hoành qua trục hoành.

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = 1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = 1$. Căn cứ vào đồ thị, ta thấy có sáu giao điểm. Vậy phương trình $|f(x)| = 1$ có 6 nghiệm phân biệt.

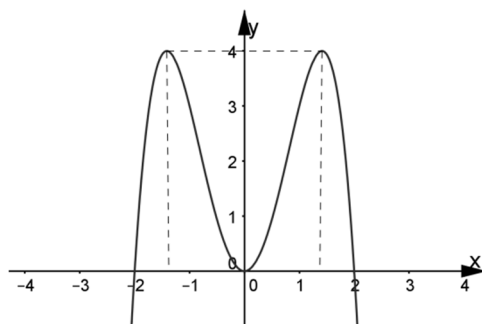
Câu 10. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|x|^3 - 3x^2 + 2 = m$ có nhiều nghiệm thực nhất.

A. $-2 \leq m \leq 2$..B. $0 < m < 2$.C. $-2 < m < 2$.D. $0 \leq m \leq 2$.

Hướng dẫn giải:

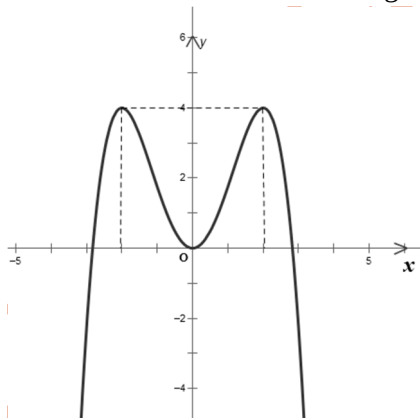
Chọn đáp án C.

Câu 11. Đồ thị trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 4x^2$. Dựa vào đồ thị bên hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?

A. $m < 0, m = 4$.B. $m < 0$.C. $m < 2; m = 6$.D. $m < 2$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án C.**Phương trình $x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow m - 2 = -x^4 + 4x^2$ Dựa vào đồ thị để phương trình $x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt thì đường thẳng $y = m - 2$ cắt đồ thị đã cho tại đúng hai điểm phân biệt. Tức là:

$$\begin{cases} m - 2 < 0 \\ m - 2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m = 6 \end{cases}$$

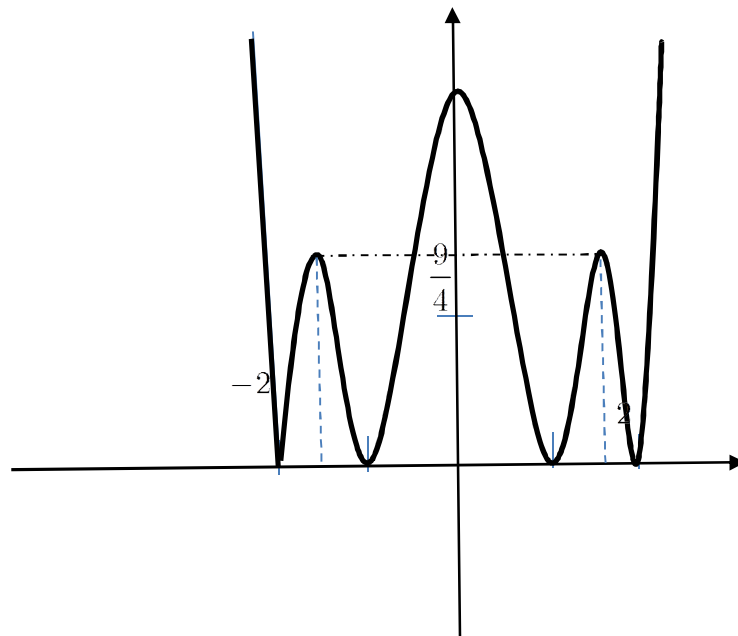
Câu 12. Cho hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2$ có đồ thị (C) như hình vẽ sau. Dựa vào đồ thị (C), tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 8x^2 - 2^{m+2} = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m < 2$.B. $0 < m < 2$.C. $0 < m < 4$.D. $m > 0$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A.**Phương trình $-x^4 + 8x^2 - 2^{m+2} = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 - 2^m = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 = 2^m$.Suy ra số nghiệm của phương trình $-x^4 + 8x^2 - 2^{m+2} = 0$ là số giao điểm của đường thẳng $y = 2^m$ và đồ thị hàm số (C): $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2$.Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 0 < 2^m < 4 \Leftrightarrow m < 2$.**Câu 13.** Tìm m để phương trình $|x^4 - 5x^2 + 4| = \log_2 m$ có 8 nghiệm phân biệt:A. $0 < m < \sqrt[4]{2^9}$.B. Không có giá trị của m .C. $1 < m < \sqrt[4]{2^9}$.D. $-\sqrt[4]{2^9} < m < \sqrt[4]{2^9}$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án C.**

Ta có $|x^4 - 5x^2 + 4| = \begin{cases} -x^4 + 5x^2 - 4, x \in [-2; -1] \cup [1; 2] \\ x^4 - 5x^2 + 4, x \in (-\infty; -2) \cup (-1; 1) \cup (2; +\infty) \end{cases}$

Do đó đồ thị hàm số là phần bên trên trục hoành của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ và phần đối xứng bên dưới trục hoành của đồ thị qua trục hoành. Từ đồ thị ta thấy để phương trình có 8 nghiệm phân biệt thì

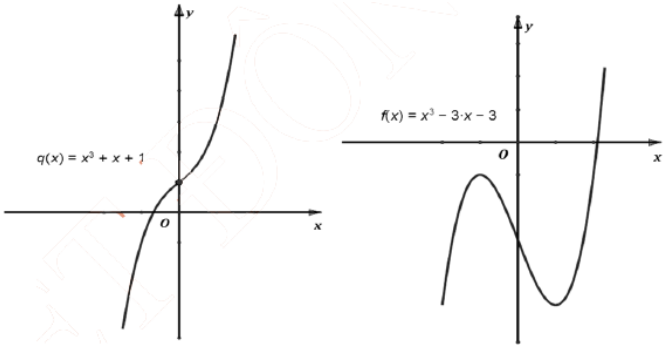
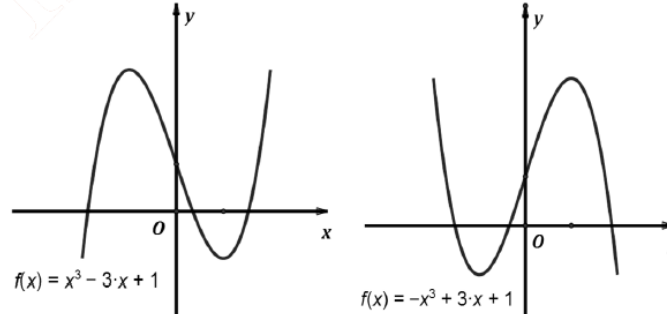
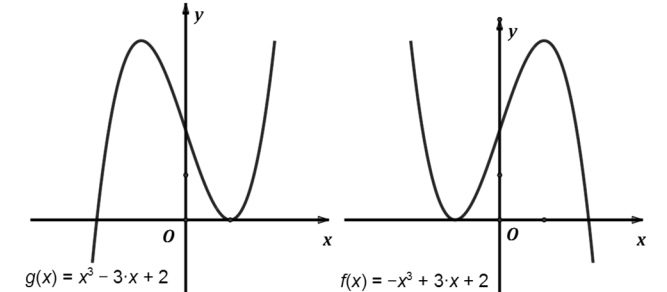
$$0 < \log_2 m < \frac{9}{4} \Leftrightarrow 1 < m < \sqrt[4]{2^9}.$$



DẠNG 3: TƯƠNG GIAO VỚI HÀM BẬC BA**Phương pháp 1: Nhắm nghiệm – tam thức bậc 2.**+) Lập phương trình hoành độ giao điểm $F(x, m) = 0$ +) Nhắm nghiệm: (Khử tham số). Giả sử $x = x_0$ là 1 nghiệm của phương trình.+) Phân tích: $F(x, m) = 0 \Leftrightarrow (x - x_0) \cdot g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$ (là $g(x) = 0$ là phương trình bậc

2 ẩn x tham số m).

+) Dựa vào yêu cầu bài toán đi xử lý phương trình bậc 2 $g(x) = 0$.**Phương pháp 2: Cực trị***) **Nhận dạng:** Khi bài toán không cho lập được m và cũng không nhắm được nghiệm.*) **Quy tắc:**+) Lập phương trình hoành độ giao điểm $F(x, m) = 0$ (1). Xét hàm số $y = F(x, m)$

+) Đề (1) có đúng 1 nghiệm thì đồ thị $y = F(x, m)$ cắt trục hoành tại đúng 1 điểm. (2TH) - Hoặc hàm số luôn đơn điệu trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow$ hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ hoặc vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta_{y'} \leq 0$ - Hoặc hàm số có CĐ, CT và $y_{\text{cđ}} \cdot y_{\text{ct}} > 0$ (hình vẽ)	
+) Đề (1) có đúng 3 nghiệm thì đồ thị $y = F(x, m)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Hàm số có cực đại, cực tiểu và $y_{\text{cđ}} \cdot y_{\text{ct}} < 0$	
+) Đề (1) có đúng 2 nghiệm thì đồ thị $y = F(x, m)$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Hàm số có cực đại, cực tiểu và $y_{\text{cđ}} \cdot y_{\text{ct}} = 0$	

Bài toán: Tìm m để đồ thị hàm bậc 3 cắt trục hoành tại 3 điểm lập thành 1 cấp số cộng:**1. Định lý vi ét:***) Cho bậc 2: Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thì ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ *) Cho bậc 3: Cho phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ có 3 nghiệm x_1, x_2, x_3 thì ta có:

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}, x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = \frac{c}{a}, x_1x_2x_3 = -\frac{d}{a}$$

2. Tính chất của cấp số cộng:

+) Cho 3 số a, b, c theo thứ tự đó lập thành 1 cấp số cộng thì: $a + c = 2b$

3. Phương pháp giải toán:

+) Điều kiện cần: $x_0 = -\frac{b}{3a}$ là 1 nghiệm của phương trình. Từ đó thay vào phương trình để tìm m .

+) Điều kiện đủ: Thay m tìm được vào phương trình và kiểm tra.

Câu 1: Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x-2)(x^2 + x + 1)$ và trục hoành.

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm là $y = (x-2)(x^2 + x + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x^2 + x + 1=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=2$ nên số giao điểm là 1.

Câu 2: Tìm m để phương trình $x^3 - 3x^2 + m - 1 = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt

A. $-1 < m < 5$.B. $1 < m < 5$.C. $-5 < m < 1$.D. $1 \leq m \leq 5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$x^3 - 3x^2 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 1 = -m$$

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ ta có

$$y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=-1 \\ x=2 \Rightarrow y=-5 \end{cases}$$

Số nghiệm của phương trình $x^3 - 3x^2 + m - 1 = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ và đường thẳng $y = m$

Phương trình $x^3 - 3x^2 + m - 1 = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -5 < -m < 1 \Leftrightarrow 1 < m < 5$.

Câu 3: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Với giá trị nào của m thì phương trình $x^3 - 3x^2 = m - 2$ có 3 nghiệm phân biệt trong đó có 2 nghiệm lớn hơn 1

A. $-3 < m < 1$.B. $-2 < m < 0$.C. $-3 < m < -1$.D. $-3 < m < 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Dùng chức năng giải phương trình của máy tính. Chọn các giá trị m đại diện cho các phương án. Ta thay vào phương trình và kiểm tra.

Phương án A. Lấy $m = 0,5$ để thử. Loại A

Phương án C. Lấy $m = -2,5$ để thử. Loại C, D

Vậy chọn B

Câu 4: Biết đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ tại ba điểm phân biệt. Tất cả các giá trị thực của tham số m là

A. $m > -3$.B. $m > 3$.C. $m < -3$.D. $m < 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $mx + 1 = x^3 - 3x + 1$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x - mx = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3 - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m + 3 \end{cases} (1)$$

Để đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt thì (1) phải có 2 nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow m + 3 > 0$
 $\Leftrightarrow m > -3$.

Câu 5: Tìm m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt

A. $m < -4 \vee m > 0$.

B. $-4 \leq m \leq 0$.

C. $m \leq -4 \vee m \geq 0$.

D. $-4 < m < 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Xét $y = x^3 - 3x^2 - m$

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$. Khi đó: $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Để phương trình bài ra có 3 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow y(0) \cdot y(2) < 0$

$$\Leftrightarrow (-m) \cdot (-m - 4) < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 0.$$

Câu 6: Điều kiện của tham số m để đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - 6x + 2m$ cắt trục hoành tại ít nhất hai điểm phân biệt là

A. $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

B. $m = \pm 2$.

C. $-2 < m < 2$.

D. $-2 \leq m \leq 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có:

$$y' = 6x^2 - 6 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -4 + 2m \\ x = -1 \Rightarrow y = 4 + 2m \end{cases}$$

Do hệ số $a = 2 > 0$ nên điểm cực đại $(1; -4 + 2m)$ và cực tiểu $(-1; 4 + 2m)$

Để đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - 6x + 2m$ cắt trục hoành tại ít nhất 2 điểm phân biệt thì

$$y_{CD} \cdot y_{CT} \leq 0 \Leftrightarrow (-4 + 2m) \cdot (4 + 2m) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

Câu 7: Đường thẳng đi qua điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn tâm $I(1;1)$, bán kính bằng 1 tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất khi m có giá trị là

A. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$.

B. $m = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$.

C. $m = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$.

D. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$y' = 3x^2 - 3m.$$

Hàm số có cực đại cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$.

Khi đó đường thẳng qua hai điểm cực trị là $\Delta: 2mx + y - 2 = 0$.

$$d(I, \Delta) = \frac{|2m - 1|}{\sqrt{4m^2 + 1}} < R = 1 \quad (\text{Do } \Delta \text{ luôn cắt đường tròn tại 2 điểm phân biệt})$$

$$\text{Với } m \neq \frac{1}{2}. \text{ Có } S_{IAB} = \frac{1}{2} \cdot IA \cdot IB \cdot \sin \widehat{AIB} \leq \frac{1}{2} R^2 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Do đó } S_{\max} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin \widehat{AIB} = 1 \Leftrightarrow \widehat{AIB} = 90^\circ \Leftrightarrow d(I, \Delta) = \frac{R\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{|2m-1|}{\sqrt{4m^2+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2(2m-1)^2 = 4m^2+1 \Leftrightarrow 4m^2-8m+1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2+\sqrt{3}}{2}(n) \\ m = \frac{2-\sqrt{3}}{2}(n) \end{cases}.$$

Câu 8: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C) . Gọi d là đường thẳng đi qua $A(3; 20)$ và có hệ số góc m . Giá trị của m để đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt là

A. $m \geq \frac{15}{4}$.

B. $m > \frac{15}{4}, m \neq 24$.

C. $m < \frac{15}{4}, m \neq 24$.

D. $m < \frac{15}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Đường thẳng (d) đi qua $A(3; 20)$ có phương trình là: $y = m(x - 3) + 20$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x + 2 = m(x - 3) + 20$

$$\Leftrightarrow x^3 - (m+3)x + 3m - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x^2 + 3x - m + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x^2 + 3x - m + 6 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Đặt: $g(x) = x^2 + 3x - m + 6$

Đường thẳng (d) cắt đồ thị (C_m) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 3.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9 - 4(6 - m) > 0 \\ g(3) = -m + 24 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{15}{4} \\ m \neq 24 \end{cases}$$

Vậy, giá trị cần tìm là: $m > \frac{15}{4}; m \neq 24$

Câu 9: Cho hàm số $y = x^3 - (m+3)x^2 + (2m-1)x + 3(m+1)$. Tập hợp tất cả giá trị m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ âm là

A. $\emptyset$.

B. $\{-2; 2\}$.

C. $(-\infty; -4)$.

D. $(-1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành là :

$$x^3 - (m+3)x^2 + (2m-1)x + 3(m+1) = 0 \Leftrightarrow (x+1)[x^2 - (m+4)x + 3(m+1)] = 0$$

ycbt $\Leftrightarrow x^2 - (m+4)x + 3(m+1) = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m-2)^2 > 0 \\ -\frac{b}{a} = m+4 < 0 \\ \frac{c}{a} = 3(m+1) > 0 \\ (-1)^2 - (m+4)(-1) + 3(m+1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m < -4 \\ m > -1 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$$

Câu 10: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ cắt đường thẳng $y = m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 5$.

A. $m = -2$.B. $m = -3$.C. $m < -3$.D. $m > -2$.**Hướng dẫn giải:****Chọn A.**

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 + 2 = m(x-1) \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 2 - m) = 0$ (1)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - 2 - m = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Để hai đồ thị hàm số cắt nhau tại 3 điểm phân biệt thì phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 + 2 + m > 0 \\ 1 - 2 - 2 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -3.$$

Gọi $x_1 = 1, x_2, x_3$ lần lượt là nghiệm của phương trình (1) $\Rightarrow x_2 + x_3 = 2; x_2 \cdot x_3 = -2 - m$.

Ta có: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 5 \Leftrightarrow (x_2 + x_3)^2 - 2x_2x_3 = 4 \Leftrightarrow 4 - 2(-2 - m) = 4 \Leftrightarrow m = -2$.

Câu 11: Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$ (1). Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$

A. $-\frac{1}{3} < m < 1$ và $m \neq 0$.B. $-\frac{1}{4} < m < 2$ và $m \neq 0$.C. $-\frac{1}{4} < m < 1$.D. $-\frac{1}{4} < m < 1$ và $m \neq 0$.**Hướng dẫn giải:****Chọn D.**

Xét phương trình

$$x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m = 0 \quad (1) \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - x - m = 0 = g(x) \end{cases} \quad (2)$$

□ Để hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) phải có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta g(x) > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 0 \end{cases} \quad (*)$

□ Mặt khác $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$ ($x_1 = 1, x_2, x_3$ là hai nghiệm phương trình (2))

$$\Leftrightarrow x_2^2 + x_3^2 < 3 \Leftrightarrow (x_2 + x_3)^2 - 2x_2x_3 < 3 \Leftrightarrow 1 - 2(-m) < 3 \\ \Leftrightarrow 1 + 2m < 3 \Leftrightarrow m < 1 \quad (**)$$

Từ (*) và (**), ta có: $-\frac{1}{4} < m < 1$ và $m \neq 0$.

Câu 12: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C). Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để đường thẳng $y = mx + 2$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1 + x_2 + x_3 - (x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1) = 4$?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Hướng dẫn giải:**Chọn D.**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là

$$x^3 - 3x^2 + 2 = mx + 2$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - mx = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 3x - m = 0(*) \end{cases}$$

Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 + 4m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{9}{4} \\ m \neq 0 \end{cases}$$

Không mất tính tổng quát gọi $x_3 = 0$, x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $(*)$.

$$x_1 + x_2 + x_3 - (x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1) = 4 \Leftrightarrow x_1 + x_2 - x_1x_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 3 + m = 4 \Leftrightarrow m = 1(tm)$$

Câu 13: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C) . Gọi (d) là đường thẳng đi qua $A(3; 20)$ và có hệ số góc m . Giá trị của m để đường thẳng (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt là

A. $m < \frac{15}{4}$

B. $m < \frac{15}{4}, m \neq 24$

C. $m > \frac{15}{4}, m \neq 24$

D. $m \geq \frac{15}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

+ Đường thẳng (d) qua $A(3; 20)$ và có hệ số góc m có dạng: $y - 20 = m(x - 3) \Leftrightarrow y = mx - 3m + 20$.

+ Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C) là: $x^3 - 3x + 2 = mx - 3m + 20$.

$$\Leftrightarrow x^3 - (m + 3)x + 3m - 18 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(x^2 + 3x - m + 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x^2 - 3x - m + 6 = 0(*) \end{cases}$$

$$+ (d) \text{ cắt } (C) \text{ tại 3 điểm phân biệt} \Leftrightarrow (*) \text{ có 2 nghiệm phân biệt } \neq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 4m - 15 > 0 \\ 9 + 9 - m + 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{15}{4} \\ m \neq 24 \end{cases}$$

Câu 14: Tìm m để đường thẳng $d: y = m(x - 1) + 1$ cắt đồ thị (C) hàm số $y = -x^3 + 3x - 1$ tại ba điểm phân biệt $A(1; 1)$, B , C .

A. $m \neq 0$.

B. $m < \frac{9}{4}$.

C. $0 \neq m < \frac{9}{4}$.

D. $m = 0$ hoặc $m > \frac{9}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm là $-x^3 + 3x - 1 = m(x - 1) + 1 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + x + m - 2) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ f(x) = x^2 + x + m - 2 = 0 \end{cases} \text{ Để đường thẳng } d \text{ cắt đồ thị } (C) \text{ tại hai điểm phân biệt thì phương trình}$$

$$f(x) = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt khác 1, khi đó ta có } \begin{cases} f(1) = m \neq 0 \\ \Delta_f = 9 - 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; \frac{9}{4}\right) \setminus \{0\}.$$

Câu 15: Tìm m để đồ thị (C) của $y = x^3 - 3x^2 + 4$ và đường thẳng $y = mx + m$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt $A(-1;0)$, B , C sao cho ΔOBC có diện tích bằng 8

A. $m = 3$.B. $m = 1$.C. $m = 4$.D. $m = 2$.**Hướng dẫn giải:****Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 3x^2 + 4 = mx + m \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - 4x + 4 - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 - 4x + 4 - m = 0 \end{cases}$$

Đường thẳng $y = mx + m$ cắt (C) tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $x^2 - 4x + 4 - m = 0$ (1) cóhai nghiệm phân biệt khác -1 . Điều này tương đương với $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ m \neq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \neq 9 \end{cases}$.Gọi x_B, x_C là hai nghiệm phân biệt của (1). Theo định lý Viet, ta có

$$\begin{cases} x_B + x_C = 4 \\ x_B \cdot x_C = 4 - m \end{cases}$$

Ta có phương trình đường thẳng $BC : y = mx + m \Leftrightarrow mx - y + m = 0$ (d)

Mặt khác

$$\begin{aligned} S_{OBC} &= \frac{1}{2} \cdot d(O; BC) \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{|m|}{\sqrt{m^2 + 1}} \cdot \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{|m|}{\sqrt{m^2 + 1}} \cdot \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (mx_B - mx_C)^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{|m|}{\sqrt{m^2 + 1}} \cdot \sqrt{m^2 + 1} \sqrt{(x_B - x_C)^2} \\ &= \frac{1}{2} \cdot |m| \cdot \sqrt{(x_B + x_C)^2 - 4x_B x_C} = \frac{1}{2} \cdot |m| \cdot \sqrt{4m} = |m| \cdot \sqrt{m} \end{aligned}$$

Giả thiết $S_{OBC} = 8$ suy ra $|m| \cdot \sqrt{m} = 8 \Leftrightarrow m = 4$.

Câu 16: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ có đồ thị (C) . Gọi (d) là đường thẳng đi qua $A(-1;0)$ và có hệ số góc k . Tìm m để đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho diện tích tam giác OBC bằng 1.

A. $k = 2$.B. $k = 1$.C. $k = -1$.D. $k = -2$.**Hướng dẫn giải:****Chọn B**Phương trình đường thẳng $(d): y = kx + k$.PTHĐGD của (C) và (d) là: $x^3 - 3x^2 - kx + 4 - k = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - 4x + 4 - k) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 - 4x + 4 - k = 0 \end{cases}$$

Đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt khi phương trình $g(x) = x^2 - 4x + 4 - k = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -1 .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_g > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > 0 \\ k \neq 1 \end{cases}$$

$$S_{OBC} = 1 \Leftrightarrow d(O; d).BC = 2 \Leftrightarrow \frac{|k|}{\sqrt{1+k^2}}.BC = 2 \text{ trong đó } B(x_B, y_B), C(x_C, y_C) \text{ là tọa độ giao điểm của}$$

(C) và (d), x_B, x_C là nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

$$\overrightarrow{BC} = (x_C - x_B; y_C - y_B) = (x_C - x_B; k(x_C - x_B))$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{1+k^2} |x_C - x_B| = \sqrt{1+k^2} \cdot \sqrt{(x_C + x_B)^2 - 4x_B x_C} = \sqrt{1+k^2} \cdot \sqrt{4k}$$

$$\text{Khi đó: } |k| \cdot \sqrt{k} = 1 \Leftrightarrow k = 1.$$

Câu 17: Đường thẳng $d: y = x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ tại 3 điểm phân biệt $A(0; 4), B$ và C sao cho diện tích tam giác MBC bằng 4, với $M(1; 3)$. Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

A. $m = 2$ hoặc $m = 3$.

B. $m = -2$ hoặc $m = 3$.

C. $m = 3$.

D. $m = -2$ hoặc $m = -3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + 2mx^2 + (m+2)x = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 2mx + m + 2 = 0 (*) \end{cases}$$

Để d cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt thì (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 0.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3 - 2 > 0 \\ m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \vee m > 2 \\ m \neq -2 \end{cases}.$$

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (*)

Có $B(x_1, x_1 + 4), C(x_2, x_2 + 4)$

$$BC = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(x_1 + x_2)^2 - 8x_1 x_2} = \sqrt{8(m^2 - m - 2)}$$

$$\text{Có } S_{\triangle MBC} = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2} d(M, d).BC = 4 \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot \sqrt{8(m^2 - m - 2)} = 8$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -2 (L) \end{cases}.$$

Câu 18: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C). Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(3; 20)$ và có hệ số góc là m . Với giá trị nào của m thì d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt?

A. $\begin{cases} m < \frac{1}{5} \\ m \neq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m > \frac{15}{4} \\ m \neq 24 \end{cases}$

C. $\begin{cases} m < \frac{15}{4} \\ m \neq 24 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m > \frac{1}{5} \\ m \neq 1 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Phương trình của $d: y = m(x - 3) + 20$.

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C):

$$x^3 - 3x + 2 = m(x - 3) + 20 \Leftrightarrow (x - 3)(x^2 + 3x + 6 - m) = 0.$$

d và (C) cắt nhau tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 + 3x + 6 - m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 3

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9 - 4(6 - m) > 0 \\ f(3) = 24 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{15}{4} \\ m \neq 24. \end{cases}$$

Câu 19: Hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m - 2$. Đồ thị của hàm số cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt khi:

A. $m = 2$.

B. $m < 3$.

C. $m = 3$.

D. $m > 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm ta có

$$x^3 + 3x^2 + mx + m - 2 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x^2 + 2x + m - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 + 2x + m - 2 = 0(*) \end{cases}$$

Để đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt khi phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt $x \neq -1$.

$$\begin{cases} \Delta' = 1 - (m - 2) > 0 \\ 1 - 2 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m < 3.$$

Câu 20: Đồ thị đường thẳng $(d): y = mx + m$ cắt đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ tại 3 điểm phân biệt

$M(-1; 0), A, B$ sao cho $AB = 2MB$ khi:

A. $m = -\frac{9}{4}$.

B. $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq 9 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m < 0 \\ m = 9 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq 9 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và đồ thị hàm số

$$-x^3 + 3x^2 - 4 = mx + m \Leftrightarrow -x^3 + 3x^2 - mx - m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ -x^2 + 4x - m - 4 = 0(*) \end{cases}$$

Đồ thị đường thẳng (d) cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = -m > 0 \\ m \neq -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \neq -9 \end{cases}$$

Gọi $A(x_1; mx_1 + m), B(x_2; mx_2 + m)$ ($x_1; x_2$ là nghiệm phương trình $(*)$)

$$AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + (mx_2 - mx_1)^2 = (m^2 + 1)(x_2 - x_1)^2$$

$$MB^2 = (x_2 + 1)^2 + m^2(x_2 + 1)^2 = (m^2 + 1)(x_2 + 1)^2$$

$$AB^2 = 4MB^2 \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 = 4(x_2 + 1)^2$$

$$\text{Mà } (x_2 - x_1)^2 = S^2 - 4P = -4m \Rightarrow m = -(x_2 + 1)^2$$

$$\text{Mà } x_1 + x_2 = 4, x_1 x_2 = m + 4 \Rightarrow (4 - x_2)x_2 = m + 4$$

$$\Rightarrow (4 - x_2)x_2 = -(x_2 + 1)^2 + 4 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow m = -\frac{9}{4} \text{ (nhận).}$$

DẠNG 4: TƯƠNG GIAO CỦA HÀM SỐ PHÂN THỨC**Phương pháp**

Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (C) và đường thẳng $d: y = px + q$. Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d):

$$\frac{ax+b}{cx+d} = px + q \Leftrightarrow F(x, m) = 0 \text{ (phương trình bậc 2 ẩn } x \text{ tham số } m).$$

*) Các câu hỏi thường gặp:

1. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt khác $-\frac{d}{c}$.
2. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt cùng thuộc nhánh phải của (C) $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn: $-\frac{d}{c} < x_1 < x_2$.
3. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt cùng thuộc nhánh trái của (C) $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn $x_1 < x_2 < -\frac{d}{c}$.
4. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt thuộc 2 nhánh của (C) $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn $x_1 < -\frac{d}{c} < x_2$.
5. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A và B thỏa mãn điều kiện hình học cho trước:
 - +) Đoạn thẳng $AB = k$
 - +) Tam giác ABC vuông.
 - +) Tam giác ABC có diện tích S_0

*** Quy tắc:**

- +) Tìm điều kiện tồn tại A, B $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt.
- +) Xác định tọa độ của A và B (chú ý Vi ét)
- +) Dựa vào giả thiết xác lập phương trình ẩn m. Từ đó suy ra m.

*) **Chú ý:** Công thức khoảng cách:

$$\begin{aligned} &+) A(x_A; y_A), B(x_B; y_B): AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &+) \begin{cases} M(x_0; y_0) \\ \Delta: Ax_0 + By_0 + C = 0 \end{cases} \Rightarrow d(M, \Delta) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \end{aligned}$$

BÀI TẬP:

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$. Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = x + m$ tại 2 giao điểm khi

A. $m < -1; m > 3$.

B. $m \leq -1; m \geq 3$.

C. $-1 < m < 3$.

D. $m < 1; m > 7$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x-3}{x-1} = x + m$

$$\Leftrightarrow x^2 + (m-3)x - m + 3 = 0$$

$$Y_{cbt} \Rightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 > 0 \Leftrightarrow m < -1 \vee m > 3.$$

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tìm m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt?

A. $1 < m < 4$.

B. $m < 0$ hoặc $m > 2$.

C. $m < 0$ hoặc $m > 4$.

D. $m < 1$ hoặc $m > 4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Xét phương trình hoành độ giao điểm 2 đồ thị hàm số:

$$\frac{x}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 - mx + m = 0 \quad (*)$$

Hai đồ thị hàm số cắt nhau tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m > 0 \\ 1 - m + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < 0 \end{cases}$$

Câu 3: Tìm tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt

A. $m \in (3-2\sqrt{3}; 3+2\sqrt{3})$.

B. $m \in (-\infty; 3-2\sqrt{3}) \cup (3+2\sqrt{3}; +\infty)$.

C. $m \in (-2; 2)$.

D. $m \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là.

$$-x + m = \frac{2x+1}{x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(-x+m) = 2x+1 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - (m-1)x + m+1 = 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \quad (1)$$

(C) và d cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 - (m-1) + m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 6m - 3 > 0 \Leftrightarrow m < 3-2\sqrt{3} \vee m > 3+2\sqrt{3}$$

Câu 4: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị của hàm số

$y = \frac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

A. $(-\infty; 0] \cup [16; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0) \cup (16; +\infty)$.

C. $(16; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x-3}{x+1} = mx + 1 \Leftrightarrow mx^2 + mx + 4 = 0 \quad (*), (x \neq -1)$.

$$\begin{aligned} \text{Yêu cầu bài toán} &\Leftrightarrow \text{phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác } -1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 16m > 0 \\ m(-1)^2 + m(-1) + 4 \neq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; 0) \cup (16; +\infty) \\ 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup (16; +\infty). \end{aligned}$$

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{mx-2}{x-1}$ (C_m). Tìm m để giao điểm của hai tiệm cận của (C_m) trùng với tọa độ đỉnh của Parabol (P): $y = x^2 - 2x + 3$.

A. $m = 2$.B. $m = 1$.C. $m = 0$.D. $m = -2$.**Hướng dẫn giải:****Chọn A.**Giao điểm hai tiệm cận $I(1; m)$ Tọa độ đỉnh của (P): $J(1; 2)$. Vậy $m = 2$.

Câu 6: Biết rằng đường thẳng $d: y = -3x + m$ cắt đồ thị (C): $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại 2 điểm phân biệt A và B sao cho trọng tâm của tam giác OAB thuộc đồ thị (C), với $O(0; 0)$ là gốc tọa độ. Khi đó giá trị của tham số m thuộc tập hợp nào sau đây ?

A. $(-\infty; -3]$.B. $(18; +\infty)$.C. $(-2; 18)$.D. $(-5; -2]$.**Hướng dẫn giải:****Chọn C.**

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$-3x + m = \frac{2x+1}{x-1} \Leftrightarrow f(x) = 3x^2 - (1+m)x + m+1 = 0 (x \neq 1) (*)$$

Đường thẳng cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt khi pt (*) phải có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 11 \end{cases}$$

Gọi hai giao điểm là $A(x_1; -3x_1 + m), B(x_2; -3x_2 + m)$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } OAB \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_1 + x_2}{3} = \frac{1+m}{9} \\ y_G = \frac{-3(x_1 + x_2) + 2m}{3} = \frac{m-1}{3} \end{cases}$$

$$G \text{ thuộc đồ thị hàm số khi } \frac{m-1}{3} = \frac{2 \cdot \frac{1+m}{9} + 1}{\frac{1+m}{9} - 1} \Leftrightarrow m^2 - 15m - 25 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{15 \pm 5\sqrt{13}}{2}.$$

Câu 7: Những giá trị của m để đường thẳng $y = x + m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt

 A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$ làA. $m = 4 \pm \sqrt{10}$.B. $m = 4 \pm \sqrt{3}$.C. $m = 2 \pm \sqrt{3}$.D. $m = 2 \pm \sqrt{10}$.**Hướng dẫn giải:****Chọn A.**

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2x+1}{x+1} = x + m - 1 \Leftrightarrow g(x) = x^2 + (m-2)x + m-2 = 0, x \neq -1.$$

Đồ thị hai hàm số có hai giao điểm khi và chỉ khi $g(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -1 .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 6 \end{cases}$$

Khi đó $A(x_1; x_1 + m - 1), B(x_2; x_2 + m - 1)$ và $AB^2 = 2(x_2 - x_1)^2 = 2(m^2 - 8m + 12)$.

Theo giả thiết $AB = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow 2(m^2 - 8m + 12) = 12 \Leftrightarrow m = 4 \pm \sqrt{10}$ (thỏa điều kiện).

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng

$y = x + m - 1$ (d) cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt sao cho $AB = 2\sqrt{10}$?

A. 1.

B. $(1; 3)$

C. $(-1; 1)$

D. $(1; +\infty)$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và đường thẳng:

$$\frac{2x+1}{x+1} = x + m - 1 \Leftrightarrow x^2 + mx - x + x + m - 1 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 + (m-2)x + m - 2 = 0 \quad (1).$$

Đường thẳng d và đồ thị cắt nhau tại 2 điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1 .

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)(m-6) > 0 \\ 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < 2 \end{cases}.$$

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của (1). Ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 - m \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$.

Ta đặt $A(x_1; x_1 + m - 1); B(x_2; x_2 + m - 1)$. Ta có:

$$AB = 2\sqrt{10} \Leftrightarrow \sqrt{2(x_1 - x_2)^2} = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 12 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 4 - 4m + 8 = 6$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 8m + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 + \sqrt{10} \\ m = 4 - \sqrt{10} \end{cases}. \text{ Kết hợp điều kiện ta có } \begin{cases} m = 4 + \sqrt{10} \\ m = 4 - \sqrt{10} \end{cases}.$$

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d: $y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số

$$y = \frac{-2x+1}{x+1} \text{ tại hai điểm } A, B \text{ sao cho } AB = 2\sqrt{2}$$

A. $m = 1, m = -2$.

B. $m = 1, m = -7$.

C. $m = -7, m = 5$.

D. $m = 1, m = -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và đường thẳng d là:

$$\frac{-2x+1}{x+1} = -x + m \Leftrightarrow -2x + 1 = -x^2 + mx - x + m \Leftrightarrow x^2 - (m+1)x - m + 1 = 0$$

$$\Delta = (m+1)^2 - 4(-m+1) = m^2 + 6m - 3$$

Đồ thị cắt đường thẳng d tại hai điểm $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m - 3 > 0 (*)$

Khi đó tọa độ giao điểm lần lượt là:

$$A\left(\frac{m+1-\sqrt{m^2+6m-3}}{2}; \frac{m-1+\sqrt{m^2+6m-3}}{2}\right), B\left(\frac{m+1+\sqrt{m^2+6m-3}}{2}; \frac{m-1-\sqrt{m^2+6m-3}}{2}\right)$$

$$\overline{AB} = \left(\sqrt{m^2 + 6m - 3}; -\sqrt{m^2 + 6m - 3} \right) \Rightarrow AB = \sqrt{2(m^2 + 6m - 3)}$$

Theo đề : $AB = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + 6m - 3} = 2 \Leftrightarrow m^2 + 6m - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -7 \end{cases} \text{ (thỏa (*))}.$

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng (d): $y = x + m - 1$ cắt

(C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$

A. $m = 4 \pm \sqrt{3}$.

B. $m = 4 \pm \sqrt{10}$.

C. $m = 2 \pm \sqrt{3}$.

D. $m = 2 \pm \sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x + m - 1 = \frac{2x+1}{x+1} \Leftrightarrow f(x) = x^2 + (m-2)x + m-2 = 0 \quad (x \neq -1) \quad (*)$$

Đường thẳng cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt khi pt (*) phải có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 6 \end{cases}$$

Gọi hai giao điểm là $A(x_1; x_1 + m - 1), B(x_2; x_2 + m - 1)$

$$AB = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow (m-2)^2 - 4(m-2) - 6 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \pm \sqrt{10}.$$

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng d : $y = x + m$ cắt đồ thị hàm số

(C): $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt M, N sao cho diện tích tam giác IMN bằng 4 với I là tâm đối xứng của (C)

A. $m = 3; m = -1$.

B. $m = 3; m = -5$.

C. $m = 3; m = -3$.

D. $m = -3; m = -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 2$.

Tâm đối xứng của đồ thị có tọa độ $I(1; 2)$

$$d: y = x + m \Leftrightarrow x - y + m = 0 \Rightarrow d_{(I;d)} = \frac{|m-1|}{\sqrt{2}}$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x+1}{x-1} = x + m \Leftrightarrow x^2 + (m-3)x - m - 1 = 0 \quad (1)$

Gọi $x_1; x_2$ là nghiệm phương trình (1). Theo Viet ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 - m \\ x_1 x_2 = -m - 1 \end{cases}$

Giả sử $M(x_1; x_1 + m); N(x_2; x_2 + m)$

$$MN = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(x_2 + x_1)^2 - 8x_1 x_2} = \sqrt{2(3-m)^2 + 8m + 8} = \sqrt{2m^2 - 4m + 26}$$

Diện tích tam giác IMN là: $\frac{1}{2} \frac{|m-1|}{\sqrt{2}} \sqrt{2m^2 - 4m + 26} = \frac{|m-1| \sqrt{m^2 - 2m + 13}}{2} = 4$

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 \left[(m-1)^2 + 12 \right] = 64 \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 = 4 \\ (m-1)^2 = -16 \end{cases}$$

$$\text{Do } (m-1)^2 \geq 0 \Rightarrow (m-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -1 \end{cases}.$$

Câu 12: Xác định tất cả giá trị m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{x-1}$ cắt đường thẳng $y = m(x-4)$ tại hai điểm phân biệt.

A. $m < -2, m > \frac{2}{3}, m \neq 1$.

B. $m \neq 1$.

C. $\forall m$.

D. $-2 < m < \frac{2}{3}, m \neq 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

TXD: $x \neq 1$.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và đường thẳng là :

$$\frac{x^2 - 2x + 4}{x-1} = m(x-4) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 4 = m(x-4)(x-1) \Leftrightarrow (m-1)x^2 + (2-5m)x + 4m-4 = 0 \quad (1).$$

$$\text{Để đồ thị cắt đường thẳng tại hai điểm phân biệt thì } \begin{cases} m-1 \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ f(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 3m^2 + 4m - 4 > 0 \\ -3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m < -2 \\ m > \frac{2}{3} \end{cases}.$$

Câu 13: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3mx}{x-3}$ cắt đường thẳng $y = mx - 7$ tại 2 điểm phân biệt?

A. $m > \frac{19}{2}$.

B. $m < \frac{19}{2}$ và $m \neq 1$

C. $m < \frac{19}{2}$.

D. $m > \frac{19}{2}$ và $m \neq 1$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$$\frac{x^2 - 3mx}{x-3} = mx - 7 \Leftrightarrow x^2 - 3mx = mx^2 - 7x - 3mx + 21 \Leftrightarrow (m-1)x^2 - 7x + 21 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Ycbt } \Leftrightarrow (1) \text{ có 2 nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 49 - 84(m-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m < \frac{19}{12} \end{cases}$$

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ có đồ thị là (C) . Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua

$A(0; 2)$ có hệ số góc m cắt đồ thị (C) tại 2 điểm thuộc 2 nhánh của đồ thị

A. $m \geq 0$.

B. $m > 0$.

C. $m < -5$.

D. $m > 0$ hoặc $m < -5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Phương trình đường thẳng d đi qua $A(0; 2)$ và có hệ số góc m có dạng: $y = mx + 2$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x+1}{x-2} = mx + 2, (x \neq 2)$.

$$\Leftrightarrow mx^2 + 2x - 2mx - 4 = 2x + 1 \Leftrightarrow mx^2 - 2mx - 5 = 0 \quad (1)$$

Mặt khác đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ nên

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt nằm về hai nhánh của đồ thị thì khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1 < 2 < x_2$.

Đặt $t = x - 2$ khi đó phương trình (1) trở thành $m(t + 2)^2 - 2m(t + 2) - 5 = 0 \Leftrightarrow mt^2 + 2mt - 5 = 0$ (2)

Khi đó **Ycbt** tương đương với phương trình (2) có hai nghiệm trái dấu

$$\Leftrightarrow a.c < 0 \Leftrightarrow m.(-5) < 0 \Leftrightarrow m > 0. \text{ Vậy } m > 0 \text{ thì thỏa Ycbt.}$$

Câu 15: Tìm tất các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ cắt đường thẳng

$\Delta: y = x + m$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho tam giác OAB vuông tại O

A. $m = 6$.

B. $m = -3$.

C. $m = 5$.

D. $m = -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: phương trình hoành độ giao điểm của (C) $y = \frac{2x+3}{x-1}$ và đường thẳng $\Delta: y = x + m$:

$$\frac{2x+3}{x-1} = x + m \quad (x \neq 1).$$

$$\Leftrightarrow 2x+3 = (x+m)(x-1) \Leftrightarrow 2x+3 = x^2 - x + mx - m \Leftrightarrow x^2 + (m-3)x - m - 3 = 0..$$

$$\Delta = (m-3)^2 - 4(-m-3) = m^2 - 2m + 21 = (m-1)^2 + 20 > 0 \quad \forall m \in \mathbb{R}.$$

Suy ra: Δ luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

Gọi $A(x_A; y_A); B(x_B; y_B)$ là hai giao điểm của Δ và (C).

Mặt khác: Tam giác OAB vuông tại O $\Rightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$.

$$\Leftrightarrow x_A \cdot x_B + (x_A + m)(x_B + m) = 0 \Leftrightarrow 2x_A \cdot x_B + m(x_A + x_B) + m^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + m[-(m-3)] + 2(-m-3) = 0 \Leftrightarrow m = 6.$$

Câu 16: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $\frac{|x|-2}{|x|+1} = m$ có đúng hai

ng nghiệm phân biệt là

A. $[0; 2)$.

B. $[1; 2)$.

C. $[1; 2] \cup \{0\}$.

D. $[1; 2) \cup \{0\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Hàm số $y = \left| f(|x|) \right| = \frac{|x|-2}{|x|+1}$ được suy từ hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ bằng cách sau.

+ Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ở phía phải trục Oy.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị vừa giữ lại của $y = f(x)$ qua Oy.

+ Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ở phía trên trục Ox.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới Ox của $y = f(x)$ qua Ox.

Số nghiệm của phương trình $|f(|x|)| = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ và đường thẳng $y = m$.

Ta kết luận, phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi $m \in [1; 2) \cup \{0\}$.

Câu 17: Biết rằng đường thẳng $d: y = -x + m$ luôn cắt đường cong (C): $y = \frac{2x+1}{x+2}$ tại hai điểm phân

biệt A, B. Độ dài đoạn AB đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. 4.

B. $\sqrt{6}$.

C. $3\sqrt{6}$.

D. $2\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{2x+1}{x+2} = -x+m \quad (x \neq -2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (4-m)x + 1 - 2m = 0 \quad (1)$$

$$\Delta = 12 + m^2 > 0, \forall m$$

Phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt x_A, x_B tức đường thẳng d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt

$A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$. Ta có:

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} \\ &= \sqrt{2} \sqrt{(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2} \sqrt{(-\sqrt{\Delta})^2} = \sqrt{2} \sqrt{12 + m^2} \end{aligned}$$

AB đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{6}$ khi $m = 0$.

DẠNG 5: SỰ TƯƠNG GIAO CỦA HÀM SỐ BẬC 4**NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC 4 TRÙNG PHƯƠNG:** $ax^4 + bx^2 + c = 0$ (1)**1. Nhắm nghiệm:**- Nhắm nghiệm: Giả sử $x = x_0$ là một nghiệm của phương trình.- Khi đó ta phân tích: $f(x) = (x^2 - x_0^2)g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm x_0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$ - Dựa vào giả thiết xử lý phương trình bậc hai $g(x) = 0$ **2. Ẩn phụ - tam thức bậc 2:**- Đặt $t = x^2, (t \geq 0)$. Phương trình: $at^2 + bt + c = 0$ (2).- Để (1) có đúng 1 nghiệm thì (2) có nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn: $\begin{cases} t_1 < 0 = t_2 \\ t_1 = t_2 = 0 \end{cases}$ - Để (1) có đúng 2 nghiệm thì (2) có nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn: $\begin{cases} t_1 < 0 < t_2 \\ 0 < t_1 = t_2 \end{cases}$ - Để (1) có đúng 3 nghiệm thì (2) có nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn: $0 = t_1 < t_2$ - Để (1) có đúng 4 nghiệm thì (2) có nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn: $0 < t_1 < t_2$ **3. Bài toán: Tìm m để (C): $y = ax^4 + bx^2 + c$ (1) cắt (Ox) tại 4 điểm có hoành độ lập thành cấp số cộng.**- Đặt $t = x^2, (t \geq 0)$. Phương trình: $at^2 + bt + c = 0$ (2).- Để (1) cắt (Ox) tại 4 điểm phân biệt thì (2) phải có 2 nghiệm dương t_1, t_2 ($t_1 < t_2$) thỏa mãn $t_2 = 9t_1$.- Kết hợp $t_2 = 9t_1$ với định lý Vi-ét tìm được m.**BÀI TẬP:****Câu 1:** Số giao điểm của trục hoành và đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ là:

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Hướng dẫn giải:**Chọn C.**Phương trình hoành độ giao điểm: $-x^4 + 2x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$.

Vậy có hai giao điểm.

Câu 2: Hàm số $y = -x^4 + x^2$, có số giao điểm với trục hoành là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải:**Chọn C.**Xét phương trình hoành độ giao điểm $-x^4 + x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(-x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.**Câu 3:** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox:

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Hướng dẫn giải:**Chọn D.**Xét phương trình $y = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 - 1 = 0$ (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 + \sqrt{2} \\ x^2 = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow x^2 = 1 + \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \sqrt{1 + \sqrt{2}}$$

Phương trình (1) có hai nghiệm $\Rightarrow$ số giao điểm của đồ thị với trục Ox là 2

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $(C_m): y = x^4 - mx^2 + m - 1$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt

A. $m > 1$.

B. $\begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$.

C. không có m .

D. $m \neq 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^4 - mx^2 + m - 1 = 0$.

Đặt $t = x^2, t \geq 0$ ta được phương trình $t^2 - mt + m - 1 = 0$.

Để đồ thị hàm số $(C_m): y = x^4 - mx^2 + m - 1$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt thì phương trình $t^2 - mt + m - 1 = 0$ phải có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 4 > 0 \\ m - 1 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m > 1 \end{cases}.$$

Cách 1:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và trục hoành: $x^4 - mx^2 + m - 1 = 0$.

Đặt $t = x^2 \geq 0$, phương trình trên thành: $t^2 - mt + m - 1 = 0$ (*).

(C_m) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ phương trình (*) có 2 nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)^2 > 0 \\ m-1 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \neq 2..$$

Câu 5: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $(C_m): y = x^4 - mx^2 + m - 1$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt

A. $m > 1$.

B. $\begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$.

C. không có m .

D. $m \neq 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Cách 1:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và trục hoành: $x^4 - mx^2 + m - 1 = 0$.

Đặt $t = x^2 \geq 0$, phương trình trên thành: $t^2 - mt + m - 1 = 0$ (*).

(C_m) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ phương trình (*) có 2 nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)^2 > 0 \\ m-1 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \neq 2..$$

Cách 2:

Ta có: $y = x^4 - mx^2 + m - 1$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 2mx.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 2mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0. \\ x^2 = \frac{m}{2}. \end{cases}$$

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt $\Rightarrow m > 0$.

Ta có: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = m - 1. \\ x^2 = \frac{m}{2} (m > 0) \Rightarrow y = -\frac{m^2}{4} + m - 1. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{\frac{m}{2}}$	0	$\sqrt{\frac{m}{2}}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
		$-\frac{m^2}{4} + m - 1$	$m - 1$	$-\frac{m^2}{4} + m - 1$	$+\infty$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 > 0 \\ -\frac{m^2}{4} + m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1. \\ m \neq 2. \end{cases}$

Câu 6: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m$ cắt trục hoành tại đúng hai điểm

A. $m < 1$.

B. $m < 0; m = 1$.

C. $m \leq 0$.

D. $m > 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

TXĐ: $\mathbb{R}$

Để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m$ cắt trục hoành tại đúng hai điểm thì phương trình sau có hai nghiệm: $x^4 - 2x^2 + m = 0(1)$

Đặt $x^2 = t (t \geq 0)$. Khi đó phương trình (1) trở thành: $t^2 - 2t + m = 0(2)$

(1) có hai nghiệm khi (2) có một nghiệm dương:

TH1: (2) có nghiệm kép dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 - m = 0 \\ t = 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$

TH2: (2) có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow m < 0$

Giá trị m cần tìm $\begin{cases} m < 0 \\ m = 1 \end{cases}$.

Câu 7: Tìm tập hợp tất cả giá trị thực m để đồ thị (C_m) của hàm số $y = x^4 - mx^2 + 2m - 3$ có 4 giao điểm với đường thẳng $y = 1$, có hoành độ nhỏ hơn 3

- A. $m \in (2; 11) \setminus \{4\}$. B. $m \in (2; 11)$. C. $m \in (2; +\infty) \setminus \{4\}$. D. $m \in (2; 5)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C_m) với đường thẳng $y = 1$ là :

$$x^4 - mx^2 + 2m - 3 = 1 \Leftrightarrow x^4 - mx^2 + 2m - 4 = 0 \text{ (phương trình trùng phương *)}$$

$$\Delta = m^2 - 4(2m - 4) = (m - 4)^2 \geq 0$$

$$\text{Phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ -\frac{b}{a} = m > 0 \\ \frac{c}{a} = 2m - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 4 \\ m > 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (2; +\infty) \setminus \{4\} \quad (1)$$

$$\text{Khi đó, ta có: } x^2 = \frac{m \pm |m - 4|}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = m - 2 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \sqrt{m - 2} \\ x = \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Vì hoành độ giao điểm nhỏ hơn 3 nên } \sqrt{m - 2} < 3 \Leftrightarrow m < 11 \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra $m \in (2; 11) \setminus \{4\}$ thỏa ycbt.