

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là:

A. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 - t \\ z = t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3; -1; 0)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -3; 1)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = t \end{cases}$

Câu 2: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[-3; -1]$ bằng:

A. -4. B. -5. C. 5. D. -3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$. $y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \notin [-3; -1] \\ x = -2 \in [-3; -1] \end{cases}$

$y(-3) = \frac{-10}{3}$, $y(-2) = -3$, $y(-1) = -4$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[-3; -1]$ bằng -4.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

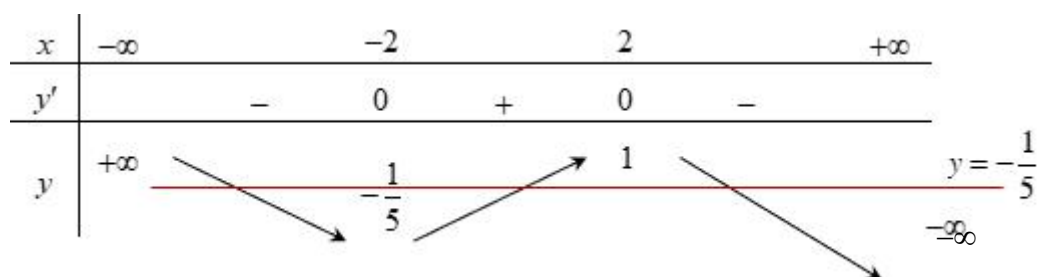
x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{1}{5}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $5f(1-2x) + 1 = 0$

A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn D



$$5f(1-2x)+1=0 \Leftrightarrow f(1-2x)=-\frac{1}{5} \Rightarrow \begin{cases} 1-2x=-2 \\ 1-2x=a>2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ x=\frac{1-a}{2}, a>2 \end{cases}$$

Suy ra phương trình $5f(1-2x)+1=0$ có 2 nghiệm thực.

Câu 4: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_1^4 f(x)dx = 5$, khi đó $\int_0^4 f(x)dx$ bằng

- A. 6. B. 7. C. 10. D. -3.

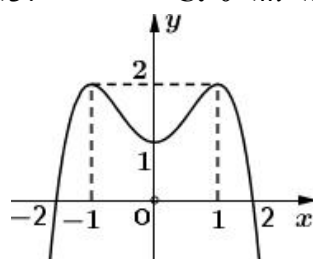
Lời giải

Chọn B

$$\int_0^4 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx = 2 + 5 = 7.$$

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)+1=m$ có bốn nghiệm phân biệt?

- A. $0 < m < 2$. B. $2 < m < 3$. C. $0 < m < 1$. D. $1 < m < 2$.



Lời giải

Chọn B

$$f(x)+1=m \Leftrightarrow f(x)=m-1 \quad (1).$$

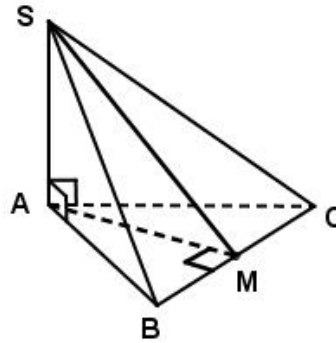
Để phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt thì đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m-1$ cắt nhau tại bốn điểm. Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m-1$ ta có $1 < m-1 < 2 \Leftrightarrow 2 < m < 3$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB=2a$, SA vuông góc với mặt đáy và góc giữa SB và mặt đáy bằng 60° . Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Giá trị $\cos\alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{1}{\sqrt{7}}$. D. $\frac{2}{\sqrt{7}}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow AM \perp BC$ (1)

Có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp SM$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{((SBC), (ABC))} = \widehat{SMA} = \alpha$.

Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB$ và AB là hình chiếu vuông góc của SB lên $(ABC) \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$.

$\triangle SAB$ có $SA = AB \cdot \tan \widehat{SBA} = 2a \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3}a$.

$\triangle ABC$ có $AM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{(2a)^2 + (2a)^2} = a\sqrt{2}$.

$\triangle SAM$ vuông tại A có $\cos\alpha = \frac{AM}{SM} = \frac{AM}{\sqrt{SA^2 + AM^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{(2\sqrt{3}a)^2 + (a\sqrt{2})^2}} = \frac{1}{\sqrt{7}}$.

Câu 7: Cho phương trình $3^{x^2-4x+5} = 9$ tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình là:

- A. 26. B. 27. C. 25. D. 28.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^{x^2-4x+5} = 9 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$.

Vậy $x_1^3 + x_2^3 = 28$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $I(2;4;-1)$ và $A(0;2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm I đi qua A là:

- A. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 2\sqrt{6}$. B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 24$.
C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 24$. D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 2\sqrt{6}$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có: $\overrightarrow{IA} = (-2; -2; 4) \Rightarrow IA = 2\sqrt{6}$.

Phương trình mặt cầu tâm I đi qua A nên $R = IA = 2\sqrt{6}$.

Vậy phương trình mặt cầu tâm I đi qua A có dạng:

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 24.$$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 14 = 0$. Gọi $M(a, b, c)$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Tính $T = a + b + c$

A. $T = 3$.

B. $T = 1$.

C. $T = 5$.

D. $T = 10$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có tâm và bán kính mặt cầu (S) lần lượt là $I(-1; 1; 2), R = 3$.

$$d(I, (P)) = \frac{|-2 - 2 + 2 + 14|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 4 > R = 3. \text{ Suy ra } (P) \text{ không cắt } (S).$$

Gọi d là đường thẳng đi qua tâm I và vuông góc với mặt phẳng (P) . Khi đó, phương trình

$$\text{của đường thẳng } d \text{ là } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}.$$

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + t \\ (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow (2t)^2 + (-2t)^2 + (t)^2 = 9 \Rightarrow t = \pm 1.$$

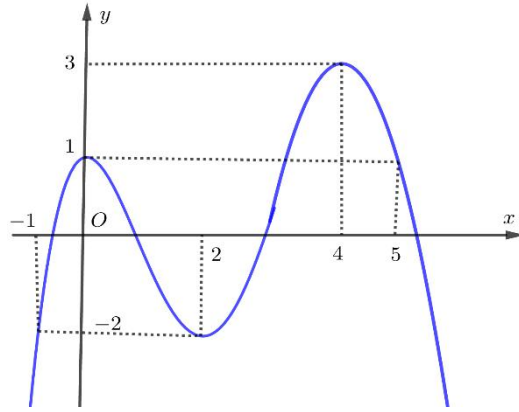
Với $t = 1 \Rightarrow M_1(1; -1; 3), d(M_1, (P)) = 7$.

Với $t = -1 \Rightarrow M_2(-3; 3; 1), d(M_2, (P)) = 1$.

Suy ra $M_1(1; -1; 3)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Khi đó $T = a + b + c = 3$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Gọi M, n lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 5]$. Giá trị $M - n$ bằng

- A. 1. B. 5. C. 4. D. 6.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 5]$ là $M = 3, n = -2$. Do đó $M - n = 5$.

Câu 11: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 9 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để được chọn có đúng 4 chữ số lẻ và chữ số 0 đứng giữa hai chữ số lẻ. (Các chữ số liền trước và liền sau của chữ số 0 là các chữ số lẻ).

- A. $\frac{5}{648}$. B. $\frac{5}{27}$. C. $\frac{5}{54}$. D. $\frac{20}{189}$.

Lời giải

Chọn C

Xem nhóm 3 chữ số gồm số 0 ở giữa 2 chữ số lẻ là một

Chọn 2 chữ số lẻ và sắp xếp có A_5^2 cách.

Chọn thêm 2 chữ số lẻ có C_3^2 cách.

Chọn 4 chữ số chẵn có C_4^4 cách.

Sắp xếp có $7!$ cách.

Như vậy có $A_5^2 \cdot C_3^2 \cdot C_4^4 \cdot 7! = 302400$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Xác suất cần tìm $\frac{302400}{9 \cdot A_9^8} = \frac{5}{54}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	3	18	$+\infty$	
$f''(x)$	+	0	-	0	+
$f'(x)$		5	0		$+\infty$
	$-\infty$				

Bất phương trình $e^{\sqrt{x}} \geq m - f(x)$ có nghiệm $x \in [4; 16]$ khi và chỉ khi:

- A. $m < f(4) + e^2$. B. $m \leq f(4) + e^2$. C. $m < f(16) + e^2$. D. $m \leq f(16) + e^2$.

Lời giải

Chọn B

Từ BBT suy ra $f'(x) > 0, \forall x \in [4; 16]$. Ta có: $e^{\sqrt{x}} \geq m - f(x) \Leftrightarrow m \leq e^{\sqrt{x}} + f(x)$ (*).

Đặt $g(x) = e^{\sqrt{x}} + f(x), \forall x \in [4; 16] \Rightarrow g'(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} + f'(x) > 0, \forall x \in [4; 16]$

Bảng biến thiên:

x	4	16
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$f(4) + e^2$	$f(16) + e^4$

(*) thỏa mãn khi $m \leq \min_{[4; 16]} g(x) = f(4) + e^2$.

Câu 13: Tìm họ nguyên hàm $F(x) = \int \frac{1}{(2x+1)^3} dx$

- A. $\frac{-1}{8(2x+1)^4} + C$. B. $\frac{-1}{6(2x+1)^3} + C$. C. $\frac{-1}{4(2x+1)^3} + C$. D. $\frac{-1}{4(2x+1)^2} + C$.

Lời giải

Chọn D

$$F(x) = \int \frac{1}{(2x+1)^3} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{(2x+1)^3} d(2x+1) = \frac{-1}{4(2x+1)^2} + C.$$

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn $\int_1^2 (x-1)^2 f(x) dx = -\frac{1}{3}, f(2) = 0$

và $\int_1^2 [f'(x)]^2 dx = 7$. Tính tích phân $I = \int_1^2 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{7}{5}$. B. $I = -\frac{7}{5}$. C. $I = -\frac{7}{20}$. D. $I = \frac{7}{20}$.

Lời giải

Chọn B

$$-\frac{1}{3} = \int_1^2 (x-1)^2 f(x) dx = \frac{1}{3} \int_1^2 f(x) d(x-1)^3 = \frac{1}{3} \left[(x-1)^3 f(x) \Big|_1^2 - \int_1^2 (x-1)^3 f'(x) dx \right]$$

$$= -\frac{1}{3} \int_1^2 (x-1)^3 f'(x) dx \Rightarrow \int_1^2 (x-1)^3 f'(x) dx = 1 \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \int_1^2 [f'(x) - 7(x-1)^3]^2 dx = \int_1^2 [f'(x)]^2 dx - 14 \int_1^2 f'(x)(x-1)^3 dx + 49 \int_1^2 (x-1)^6 dx = 0$$

$$\Rightarrow f'(x) = 7(x-1)^3 \Rightarrow f(x) = 7 \int (x-1)^3 dx = \frac{7(x-1)^4}{4} + C.$$

$$\text{Mà } f(2) = 0 \text{ nên } C = -\frac{7}{4}. \text{ Suy ra } f(x) = \frac{7(x-1)^4}{4} - \frac{7}{4}.$$

$$\text{Vậy } I = \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 \left[\frac{7(x-1)^4}{4} - \frac{7}{4} \right] dx = -\frac{7}{5}.$$

Câu 15: Tìm phần ảo của số phức z , biết $(1-i)z = 3+i$.

A. 2.

B. -1.

C. -2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } (1-i)z = 3+i \Leftrightarrow z = \frac{3+i}{1-i} = \frac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = 1+2i.$$

Vậy phần ảo của số phức z là 2.

Câu 16: Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , AH là đường cao trong tam giác SAB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai**?

A. $AH \perp SC$.

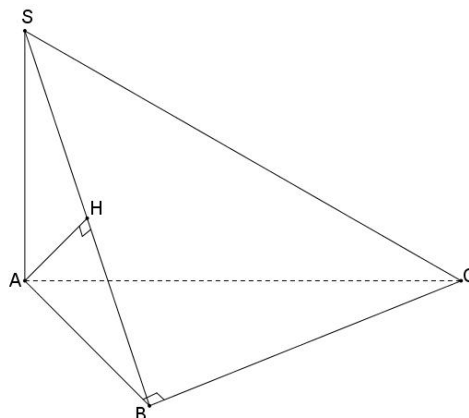
B. $AH \perp BC$.

C. $SA \perp BC$.

D. $AH \perp AC$.

Lời giải

Chọn D



Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABC) \\ BC \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp BC \text{ nên phương án C đúng.}$$

Mặt khác,

$$\left. \begin{array}{l} SA \perp BC \\ BC \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB), \text{ mà } AH \subset (SAB) \Rightarrow AH \perp BC. \text{ Vậy phương án B đúng.}$$

Ta lại có $AH \perp SB$ nên $AH \perp SC$. Khi đó phương án A đúng.

Như vậy phương án D sai.

Câu 17: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (2-x)^{\frac{2}{3}} + \log_3(x+2)$.

A. $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

B. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

C. $D = [-2; 2]$.

D. $D = (-2; 2)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện hàm số có nghĩa là } \begin{cases} 2-x > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < 2.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-2; 2)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -1; 0)$, $B(2; 1; 1)$, $C(-1; 0; -1)$, $D(m; m-3; 1)$.

Tìm tất cả các giá trị thực của m để $ABCD$ là một tứ diện.

A. $m \neq \frac{5}{2}$.

B. $m \neq \frac{2}{5}$.

C. $m \neq 3$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (1; 2; 1), \overrightarrow{AC} = (-2; 1; -1), \overrightarrow{AD} = (m-1; m-2; 1)$$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-3; -1; 5)$$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = -3(m-1) - (m-2) + 5 \cdot 1 = -4m + 10.$$

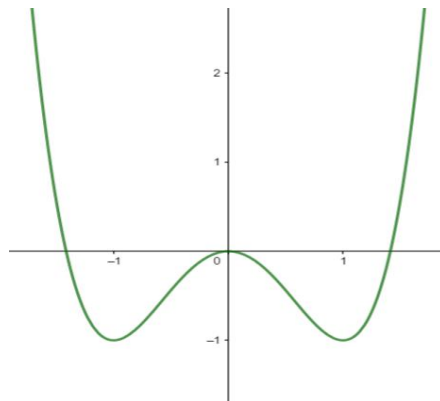
Khi đó, $ABCD$ là một tứ diện

$\Leftrightarrow A, B, C, D$ không đồng phẳng

$$\Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0 \Leftrightarrow -4m + 10 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{5}{2}.$$

Vậy tất cả các giá trị thực của m cần tìm là: $m \neq \frac{5}{2}$.

Câu 19: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^4 - 2x^2$. B. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. C. $y = x^4 + 2x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị ta nhận thấy đây là đồ thị của một hàm số bậc 4.

$$y = ax^4 + bx^3 + cx + d$$

Do nhánh cuối cùng của đồ thị đi lên nên $a > 0 \Rightarrow$ Loại A.

Do $f(0) = 0 \Rightarrow$ Loại B.

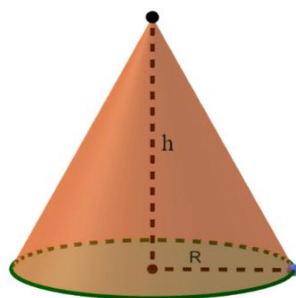
Do $f(1) < 0 \Rightarrow$ Loại C.

Câu 20: Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính R là:

- A. $\frac{4}{3}\pi R^2 h$. B. $\pi R^2 h$. C. $\frac{1}{3}\pi R^2 h$. D. $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Lời giải

Chọn C



Diện tích đáy là: $S = \pi R^2$

Chiều cao là: h

$$\Rightarrow \text{Thể tích của khối nón là: } V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

Câu 21: Cho số phức z thỏa mãn $z + 4\bar{z} = 7 + i(z - 7)$. Tính môđun của số phức z .

- A. $|z| = 3$. B. $|z| = 5$. C. $|z| = \sqrt{5}$. D. $|z| = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

$$\text{Ta có } z + 4\bar{z} = 7 + i(z - 7) \Leftrightarrow a + bi + 4(a - bi) = 7 + i(a + bi) - 7i$$

$$\Leftrightarrow 5a + b + (-a - 3b)i = 7 - 7i.$$

$$\text{Hai số phức bằng nhau khi và chỉ khi } \begin{cases} 5a + b = 7 \\ -a - 3b = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}.$$

Vậy mô đun của số phức z bằng $\sqrt{5}$.

Câu 22: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x + e^x)$.

$$\text{A. } y' = \frac{1 + e^x}{(x + e^x) \ln 2}. \quad \text{B. } y' = \frac{1 + e^x}{x + e^x}. \quad \text{C. } y' = \frac{1 + e^x}{\ln 2}. \quad \text{D. } y' = \frac{1}{(x + e^x) \ln 2}.$$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Áp dụng công thức } (\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}, \text{ ta có: } (\log_2(x + e^x))' = \frac{(x + e^x)'}{(x + e^x) \cdot \ln 2} = \frac{1 + e^x}{(x + e^x) \cdot \ln 2}$$

$$\text{Vậy đạo hàm của hàm số } y = \log_2(x + e^x) \text{ là } y' = \frac{1 + e^x}{(x + e^x) \ln 2}.$$

Câu 23: Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x - 2$ nghịch biến trong khoảng nào?

$$\text{A. } (2; 3). \quad \text{B. } (-\infty; 1). \quad \text{C. } (1; 5). \quad \text{D. } (5; +\infty).$$

Lời giải

Chọn C

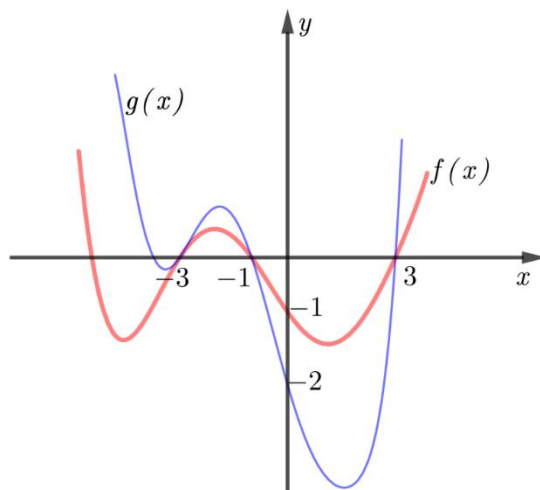
$$\text{Xét hàm số } y = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x - 2.$$

$$\Rightarrow y' = x^2 - 6x + 5$$

$$\text{Xét } y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow y' < 0 \Leftrightarrow x \in (1; 5).$$

Vậy hàm số nghịch biến trong khoảng $(1; 5)$.

Câu 24: Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây đường đậm hơn là đồ thị hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hai đồ thị tiếp xúc với nhau tại điểm có hoành độ là -3 và cắt nhau tại hai điểm nữa có hoành độ lần lượt là -1 và 3 . Tìm tập hợp tất các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $f(x) \geq g(x) + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-3; 3]$.



A. $\left(-\infty; \frac{12-10\sqrt{3}}{9}\right]$. B. $\left[\frac{12-8\sqrt{3}}{9}; +\infty\right)$. C. $\left[\frac{12-10\sqrt{3}}{9}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{12-8\sqrt{3}}{9}\right]$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$.

Vì đồ thị hàm số $f(x)$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $g(x)$ tại điểm có hoành độ -3 và cắt nhau tại hai điểm nữa có hoành độ lần lượt là -1 và 3 suy ra

$$h(x) = f(x) - g(x) = a(x+3)^2(x+1)(x-3).$$

Nhận xét từ đồ thị khi $x \rightarrow \pm\infty$ thì phần đồ thị $f(x)$ nằm dưới $g(x)$ nên $a < 0$.

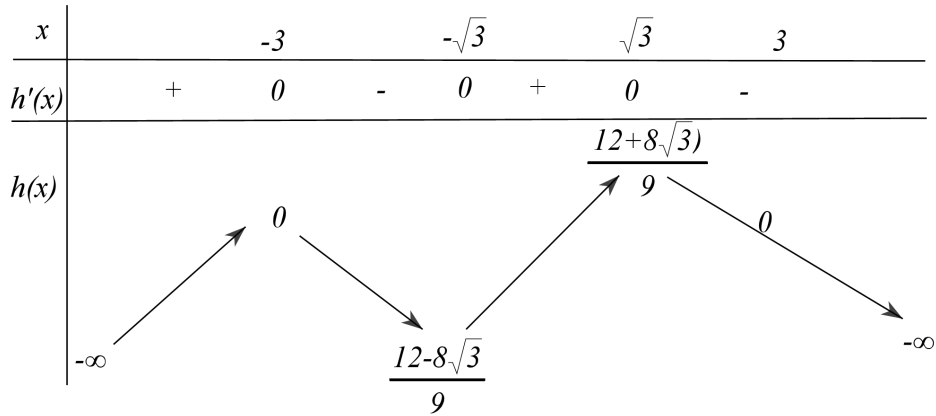
Mặt khác ta có $h(0) = 27a = -2 - (-1) = -1 \Rightarrow a = \frac{-1}{27}$

Xét hàm $y = h(x) = \frac{-1}{27}(x+3)^2(x+1)(x-3) = \frac{-1}{27}(x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 36x - 27)$.

Ta có $y' = h'(x) = \frac{-1}{27}(4x^3 + 12x^2 - 12x - 36) = \frac{-1}{27}(x+3)(4x^2 - 12)$.

Suy ra $y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$.

Bảng biến thiên



Vậy tập hợp tất các giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$$f(x) \geq g(x) + m \Leftrightarrow f(x) - g(x) \geq m \text{ nghiệm đúng với mọi } x \in [-3; 3] \text{ là } m \leq \frac{12-8\sqrt{3}}{9}.$$

Câu 25: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$ và $u_3 - u_{15} = 84$. Tìm số hạng u_{17} .

A. $u_{17} = 235$.

B. $u_{17} = 4$.

C. $u_{17} = 242$.

D. $u_{17} = 11$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } u_3 - u_{15} = 84 \Leftrightarrow u_1 + 2d - (u_1 + 14d) = 84 \Leftrightarrow -12d = 84 \Leftrightarrow d = -7.$$

$$\text{Khi đó } u_{17} = u_1 + 16d = 123 + 16(-7) = 11.$$

Câu 26: Tìm nguyên hàm của các hàm số $f(x) = x^3 - 2x + 5$ thỏa mãn $F(1) = 3$.

A. $F(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + 5x - \frac{5}{4}$.

B. $F(x) = 4x^4 - x^2 + \frac{1}{5}x - \frac{5}{4}$.

C. $F(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + 5x - 3$.

D. $F(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + \frac{1}{5}x + 3$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } F(x) = \int (x^3 - 2x + 5) dx = \frac{1}{4}x^4 - x^2 + 5x + C.$$

$$\text{Theo đề: } F(1) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{4} - 1 + 5 + C = 3 \Leftrightarrow C = -\frac{5}{4}.$$

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^2 + 5x - \frac{5}{4}.$$

Câu 27: Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x) = \log_5(x^3 - x^3 - 2x)$ xác định?

A. $x \in (1; +\infty)$.

B. $x \in (0; 2) \cup (4; +\infty)$.

C. $x \in (-1; 0) \cup (2; +\infty)$.

D. $x \in (0; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định khi $x^3 - x^3 - 2x > 0 \Leftrightarrow x^3 - x^3 - 2x > 0 \Leftrightarrow x(x^2 - x - 2) > 0$

$$x \in (-1; 0) \cup (2; +\infty).$$

Câu 28: Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam bằng

A. $\frac{C_8^4}{C_{13}^4}$.

B. $\frac{A_5^4}{C_8^4}$.

C. $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$.

D. $\frac{C_8^4}{A_{13}^4}$.

Lời giải**Chọn C**

Chọn 4 người trong 13 người hát tốp ca có C_{13}^4 . Nên $n(\Omega) = C_{13}^4$

Gọi A là biến cố chọn được 4 người đều là nam và $n(A) = C_5^4$

Nên xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{C_5^4}{C_{13}^4}$.

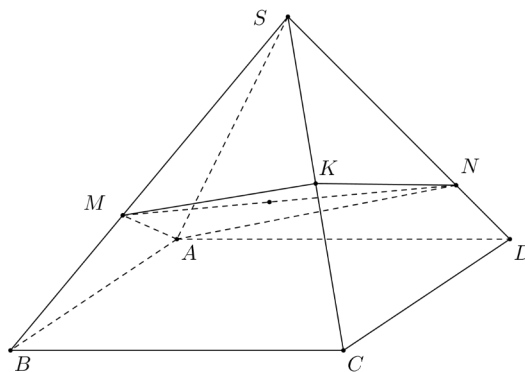
Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi K là trung điểm SC . Mặt phẳng chứa AK cắt các cạnh SB , SD lần lượt tại M và N . Gọi V_1 , V_2 theo thứ tự là thể tích khối chóp $S.AMKN$ và khối chóp $S.ABCD$. Giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{3}{8}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải**Chọn C**

Giả sử $x = \frac{SM}{SB}$, $y = \frac{SN}{SD}$.

Ta có $ABCD$ là hình bình hành nên $V_{S.ABC} = V_{S.ACD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{1}{2}V$.

$$V_{S.AMKN} = V_{S.AMK} + V_{S.AKN} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SK}{SC} \cdot V_{S.ABC} + \frac{SK}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot V_{S.ACD} = \frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{2}V + \frac{1}{2}y \cdot \frac{1}{2}V = \frac{1}{4}V \cdot (x + y)$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{1}{4}(x+y).$$

$$\text{Mặt khác, } V_{S.AMKN} = V_{S.AMN} + V_{S.KMN} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot V_{S.ABD} + \frac{SK}{SC} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot V_{S.ABC}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{2}xy \cdot V + \frac{1}{2}xy \cdot \frac{1}{2}V = \frac{3xy}{4}V \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{3xy}{4}.$$

$$\text{Do đó } \frac{1}{4}(x+y) = \frac{3}{4}xy \Rightarrow x+y = 3xy$$

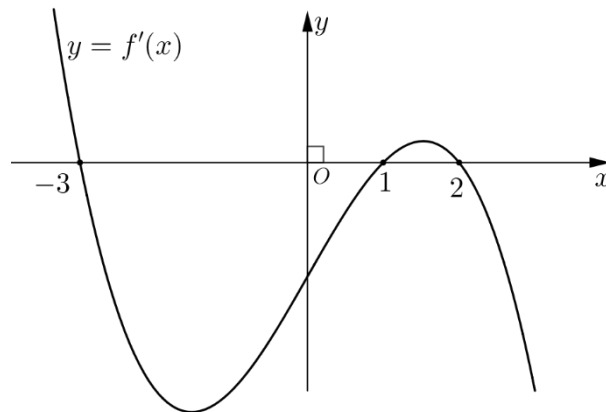
$$\text{Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có } 3xy = x+y \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow \sqrt{xy} \geq \frac{2}{3} \Rightarrow xy \geq \frac{4}{9}$$

$$\text{Do đó } \frac{V_1}{V} = \frac{3}{4}xy \geq \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} x+y = 3xy \\ x=y \end{cases} \Rightarrow x=y = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của } \frac{V_1}{V} \text{ là } \frac{1}{3}.$$

Câu 30: Cho hình số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$								

Do đó hàm số đồng biến trên $(1; 2)$.

Câu 31: Với x là số thực dương tùy ý, giá trị của biểu thức $\ln(10x) - \ln(5x)$ bằng

- A. 2. B. $\ln 2$. C. $\ln(5x)$. D. $\frac{\ln(10x)}{\ln(5x)}$.

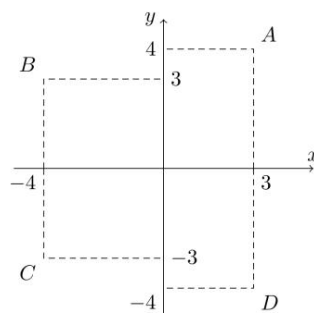
Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\ln(10x) - \ln(5x) = \frac{\ln(10x)}{\ln(5x)} = \ln 2$$

Câu 32: Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$?



- A. Điểm C. B. Điểm D. C. Điểm A. D. Điểm B.

Lời giải

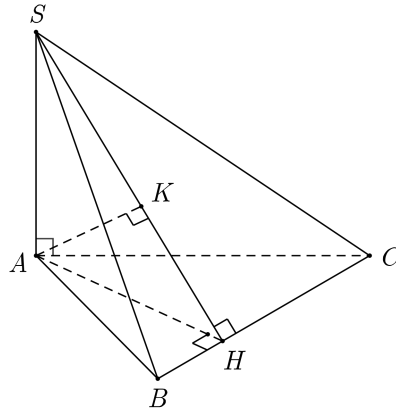
Chọn B

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , biết $SA \perp (ABC)$ và $AB = 2a$, $AC = 3a$, $SA = 4a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $d = \frac{2a}{\sqrt{11}}$. B. $d = \frac{6a\sqrt{29}}{29}$. C. $d = \frac{12a\sqrt{61}}{61}$. D. $\frac{a\sqrt{43}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có

$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABC) \\ BC \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp BC.$$

Trong (ABC) , kẻ $AH \perp BC$, mà $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SH$.

Trong (SAH) , kẻ $AK \perp SH$, mà $SH \perp BC \Rightarrow AK \perp (SBC)$ hay $d(A; (SBC)) = AK$.

Vì $\triangle ABC$ vuông tại A nên $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{13}a$.

Mặt khác có AH là đường cao nên $AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{6a\sqrt{13}}{13}$.

Vì $\triangle SAH$ vuông tại A nên $SH = \sqrt{SA^2 + AH^2} = \frac{2a\sqrt{793}}{13}$.

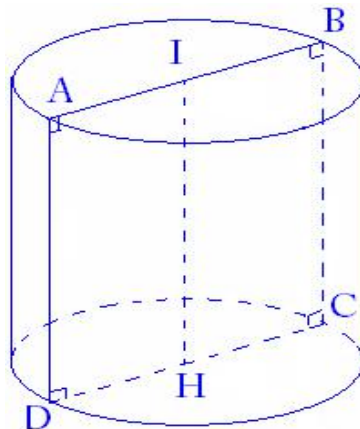
Vậy có AK là đường cao $AK = \frac{SA \cdot AH}{SH} = \frac{12a\sqrt{61}}{61}$.

Câu 34: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 1 cm . Một mặt phẳng qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

- A. $8\pi \text{ cm}^3$. B. $2\pi \text{ cm}^3$. C. $\frac{16\pi}{3} \text{ cm}^3$. D. 16 cm^3 .

Lời giải

Chọn B



Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABCD$.

Khi đó ta có: $AB = 2r = 2.1 = 2\text{cm}$, $h = l = AD = AB = 2\text{cm}$.

Vậy thể tích của khối trụ đã cho là: $V = \pi r^2 h = \pi.1^2.2 = 2\pi \text{ cm}^3$.

Câu 35: Anh Việt vay tiền ngân hàng 500 triệu đồng mua nhà và trả góp hàng tháng. Cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh trả 10 triệu đồng và chịu lãi suất là 0,9% / tháng cho số tiền chưa trả. Với hình thức hoàn nợ như vậy thì sau bao lâu anh Việt sẽ trả hết số nợ ngân hàng?

A. 65 tháng. B. 66 tháng. C. 67 tháng. D. 68 tháng.

Lời giải

Chọn C

Gọi A là số tiền vay ngân hàng; r là lãi suất hàng tháng cho số tiền còn nợ; m là số tiền trả nợ hàng tháng; n là thời gian trả hết nợ.

$$\text{Đề trả hết nợ thì } A(1+r)^n - \frac{m}{r}[(1+r)^n - 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow 500(1+0,9\%)^n - \frac{10}{0,9\%}[(1+0,9\%)^n - 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow (1+0,9\%)^n = \frac{20}{11}$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{(1+0,9\%)} \frac{20}{11} \approx 66,72$$

Vậy sau 67 tháng anh Việt trả hết nợ.

Câu 36: Tổng số các đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 2x^2}$ là

A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 2x^2} = \frac{(x-1)(x-2)}{x^2(x-2)} = \frac{x-1}{x^2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{x-1}{x^2}$$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 0$.

Câu 37: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{-e^x + 4x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1, x=2$; V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục hoành. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $V = \pi \int_1^2 (e^x - 4x) dx$. B. $V = \int_1^2 (e^x - 4x) dx$. C. $V = \int_1^2 (4x - e^x) dx$. D. $V = \pi \int_1^2 (4x - e^x) dx$.

Lời giải

Chọn D

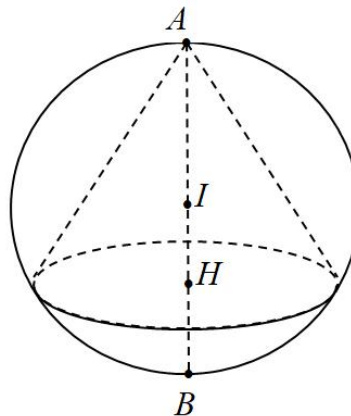
Áp dụng công thức tính thể tích khối tròn xoay ta chọn phương án **D**.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Gọi (S) là mặt cầu đường kính AB . Mặt phẳng (P) vuông góc với AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H (giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P)) có thể tích lớn nhất, biết rằng $(P): 2x + by + cz + d = 0$ với $b, c, d \in \mathbb{R}$. Tính $S = b + c + d$.

A. $S = 24$. B. $S = -18$. C. $S = -12$. D. $S = 18$.

Lời giải

Chọn C



(S) là mặt cầu đường kính AB có tâm $I(4;3;4)$ và bán kính $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{4^2 + 4^2 + 2^2}}{2} = 3$.

Để thấy H nằm ngoài đoạn IA thì thể tích khối nón sẽ lớn hơn khi thấy H nằm trong đoạn IA .

$IH = x (0 < x < 3)$, bán kính mặt nón đỉnh A là $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{9 - x^2}$.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3} AH \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{1}{3} \pi (3+x)(9-x^2) = \frac{\pi}{3} (-x^3 - 3x^2 + 9x + 27) = f(x)$.

Xét $f(x) = \frac{\pi}{3} (-x^3 - 3x^2 + 9x + 27)$ trên khoảng $(0;3)$

có $f'(x) = \frac{\pi}{3} (-3x^2 - 6x + 9) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$

Bảng biến thiên của $f(x)$ trên khoảng $(0;3)$

x	0	1	3
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Thể tích khối nón lớn nhất khi $IH = x = 1$, mặt phẳng (P) vuông góc với AB tại H nhận $\overrightarrow{AB}(4;4;2)$ làm véc tơ pháp tuyến nên phương trình mp (P) có dạng $2x + 2y + z + d = 0$

$$IH = x = 1 = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 4 + d|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \frac{|18 + d|}{3} \Leftrightarrow |18 + d| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} d = -15 \\ d = -21 \end{cases}.$$

Với $d = -15$ thì mp (P) : $2x + 2y + z - 15 = 0$, hai điểm A, I nằm khác phía (P) nên loại.

Với $d = -21$ thì mp (P) : $2x + 2y + z - 21 = 0$, hai điểm A, I nằm cùng phía (P) thỏa mãn nên

$$\text{ta có } \begin{cases} b = 2 \\ c = 1 \\ d = -21 \end{cases} \Rightarrow b + c + d = -18.$$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \\ z = -6 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và điểm

$A(-1; 2; 3)$. Phương trình mặt phẳng qua A vuông góc với đường thẳng d là

A. $3x - 4y + 7z + 16 = 0$.

B. $3x - 4y + 7z - 16 = 0$.

C. $3x - 4y + 7z - 10 = 0$.

D. $3x - 4y + 7z + 10 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Vector chỉ phương của đường thẳng d là: $\vec{u}(3; -4; 7)$

Vì mặt phẳng vuông góc với đường thẳng d nên vector chỉ phương của d là vector pháp tuyến của mặt phẳng

Phương trình mặt phẳng qua $A(-1; 2; 3)$ và có vector pháp tuyến là $\vec{n} = \vec{u} = (3; -4; 7)$ là

$$3(x + 1) - 4(y - 2) + 7(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y + 7z - 10 = 0$$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $AB = a, AC = a\sqrt{2}, \widehat{BAC} = 45^\circ$. Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $ABCC_1B_1$ bằng

A. $\frac{\pi a^3}{\sqrt{2}}$.

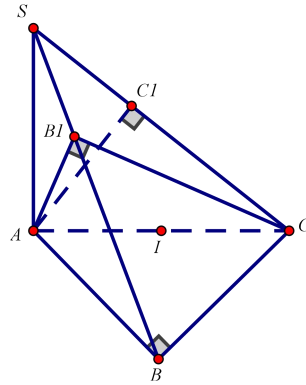
B. $\pi a^3 \sqrt{2}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{4}{3} \pi a^3$.

Lời giải

Chọn C



Xét tam giác ABC có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos\widehat{BAC} = a^2 + 2a^2 - 2a.a\sqrt{2}.\frac{1}{\sqrt{2}} = a^2$

$$\Rightarrow BC = a$$

Tam giác ABC có $BA = BC = a, \widehat{BAC} = 45^\circ$ là tam giác vuông cân tại B

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AB_1$

Khi đó $\begin{cases} AB_1 \perp SB \\ AB_1 \perp BC \end{cases} \Rightarrow AB_1 \perp (SBC) \Rightarrow AB_1 \perp CB_1 \Rightarrow \Delta AB_1C \text{ vuông tại } B_1$

Gọi I là trung điểm của AC

Vì tam giác ABC vuông tại B nên $IA = IB = IC$

Vì tam giác AB_1C vuông tại B_1 nên $IA = IC = IB_1$

Vì tam giác ACC_1 vuông tại C_1 nên $IA = IC = IC_1$

Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $ABCC_1B_1$ với bán kính $R = \frac{1}{2}AC = \frac{a}{\sqrt{2}}$

Thể tích khối cầu đó là: $V = \frac{4}{3}\pi R^2 = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$

Câu 41: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x + 2y - z + 1 = 0$.

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (3; 2; 1)$. **B.** $\vec{n} = (3; -2; -1)$. **C.** $\vec{n} = (3; 2; -1)$. **D.** $\vec{n} = (-2; 3; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ là một hàm đa thức có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - |x|)$

- A. 5. B. 3. C. 1. D. 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g(x) = f(x^2 - |x|) = f(|x|^2 - |x|)$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ bằng hai lần số điểm cực trị dương của hàm số $f(x)$ cộng thêm 1.

$$\text{Xét hàm số } h(x) = f(x^2 - x) \Rightarrow h'(x) = (2x - 1)f'(x^2 - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x^2 - x = -1 \\ x^2 - x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}.$$

Bảng xét dấu hàm số $h(x) = f(x^2 - x)$

x	$-\infty$	$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $h(x) = f(x^2 - x)$ có 2 điểm cực trị dương, vậy hàm số $g(x) = f(x^2 - |x|) = f(|x|^2 - |x|)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = x^5 + 3x^3 - 4m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt[3]{f(x) + m}) = x^3 - m$ có nghiệm thuộc đoạn $[1; 2]$?

- A. 18. B. 17. C. 15. D. 16.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $f(\sqrt[3]{f(x) + m}) = x^3 - m$ (1)

$$\text{Đặt } t = \sqrt[3]{f(x) + m}. \text{ Ta có } \begin{cases} f(t) = x^3 - m \\ f(x) = t^3 - m \end{cases} \Rightarrow f(t) + t^3 = f(x) + x^3 \quad (2)$$

Xét hàm số $g(u) = f(u) + u^3 \Rightarrow g'(u) = f'(u) + 3u^2 = 5u^4 + 12u^2 \geq 0, \forall u$.

$$\text{Khi đó } (2) \Leftrightarrow g(t) = g(x) \Leftrightarrow t = x \Leftrightarrow \sqrt[3]{f(x) + m} = x \Leftrightarrow x^3 - f(x) = m \Leftrightarrow x^5 + 2x^3 = 3m$$

Xét hàm số $h(x) = x^5 + 2x^3 \Rightarrow h'(x) = 5x^4 + 6x^2 \geq 0, \forall x$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x)$:

x	$-\infty$	0	1	2
$h'(x)$	+	0	+	+
$h(x)$	$-\infty$		3	48

Từ bảng biến thiên suy ra đề (1) có nghiệm thuộc đoạn $[1; 2] \Leftrightarrow 3 \leq 3m \leq 48 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 16$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; \dots; 16\}$ suy ra có 16 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Câu 44: Biết $M(4; -3)$ là điểm biểu diễn cho số phức z trên mặt phẳng phức. Khi đó điểm nào sau đây biểu diễn số phức $w = -\bar{z}$?

- A. $N(-4; -3)$. B. $R(-3; -4)$. C. $Q(4; -3)$. D. $P(-4; 3)$.

Lời giải

Chọn A

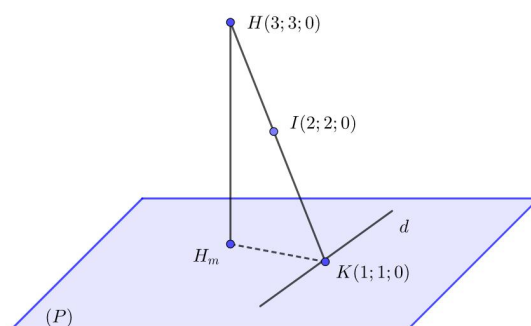
Vì $M(4; -3)$ là điểm biểu diễn cho số phức z nên $z = 4 - 3i \Rightarrow w = -\bar{z} = -4 - 3i \Rightarrow$ điểm biểu diễn số phức w là $N(-4; -3)$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): mx + (m-1)y - z - 2m - 1 = 0$, với m là tham số. Gọi (T) là tập hợp các điểm H_m là hình chiếu vuông góc của điểm $H(3; 3; 0)$ trên (P) . Gọi a, b lần lượt là khoảng cách lớn nhất, khoảng cách nhỏ nhất từ O đến một điểm thuộc (T) . Khi đó $a + b$ bằng

- A. $5\sqrt{2}$. B. $3\sqrt{3}$. C. $4\sqrt{2}$. D. $8\sqrt{2}$.

Lời giải.

Chọn C.



Ta có $(P): mx + (m-1)y - z - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow m(x + y - 2) + y - z - 1 = 0$.

Do đó mặt phẳng (P) luôn đi qua đường thẳng cố định $d : \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ y - z - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = -1 - t \end{cases}$

K là hình chiếu vuông góc của $H(3;3;0)$ trên đường thẳng d thì $K(1;1;0)$.

Do $HH_m \perp (P) \Rightarrow HH_m \perp KH_m$, tập hợp các điểm H_m là đường tròn tâm I đường kính HK .

Ta có $I(2;2;0) \Rightarrow a + b = OI - R + OI - R = 2OI = 2.2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.

Câu 46: Cho $\log_2 5 = a; \log_3 5 = b$. Tính $\log_6 1080$ theo a và b ta được

A. $\frac{2a - 2b + ab}{a + b}$. B. $\frac{3a + 3b + ab}{a + b}$. C. $\frac{ab + 1}{a + b}$. D. $\frac{2a + 2b + ab}{a + b}$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có

$$\log_6 1080 = \log_6 6^3 \cdot 5 = 3 + \log_6 5 = 3 + \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = 3 + \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = 3 + \frac{ab}{a + b} = \frac{3a + 3b + ab}{a + b}$$

Câu 47: Biết đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ cắt trục Ox , Oy lần lượt tại hai điểm phân biệt A , B . Tính diện tích S của tam giác OAB .

A. $S = 1$. B. $S = 2$. C. $S = \frac{1}{2}$. D. $S = 4$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại $A(2;0)$, cắt trục Oy tại $B(0;-2)$.

Diện tích tam giác OAB là: $S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$.

Câu 48: Cho z là số phức thỏa mãn $z + 3\bar{z} = (2+i)^3(2-i)$. Mô đun của số phức $w = z + 10i$ là

A. $\frac{5\sqrt{73}}{4}$. B. $\frac{15}{4}$. C. 4 . D. $\frac{\sqrt{1521}}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z + 3\bar{z} = (2+i)^3(2-i) = 15 + 20i$.

Gọi $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

$$\Rightarrow z + 3\bar{z} = a + bi + 3(a - bi) = 4a - 2bi = 15 + 20i.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a = 15 \\ -2b = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{15}{4} \\ b = -10 \end{cases} \Rightarrow z = \frac{15}{4} - 10i.$$

$$\Rightarrow w = z + 10i = \frac{15}{4} \Rightarrow |w| = \frac{15}{4}.$$

Câu 49: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SB vuông góc với mặt đáy và mặt phẳng (SAD) tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

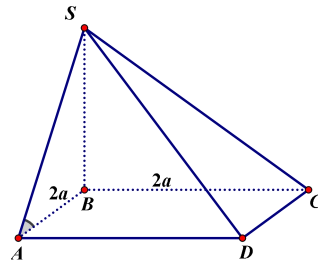
B. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



$$+) \text{ Ta có } \begin{cases} (SAD) \cap (ABCD) = AD \\ SA \subset (SAD), SA \perp AD \\ AB \subset (ABCD), AB \perp AD \end{cases}.$$

Do đó góc giữa mặt phẳng (SAD) và mặt đáy là góc giữa SA và AB .

$$\text{Suy ra } \widehat{SAB} = 60^\circ \Rightarrow SB = \tan 60^\circ \cdot AB = 2a\sqrt{3}.$$

$$+) \text{ Vậy thể tích của hình chóp là } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SB \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{3} \cdot 4a^2 = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 50: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $a^3\sqrt{3}$.

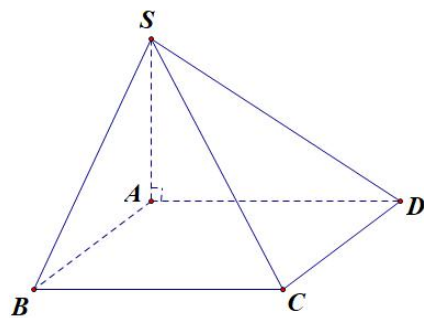
B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $a^3\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD}$.

+) $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{6}}{3} a^3$.

----- HẾT -----