

ĐỀ CHÍNH THỨC

Ngày thi: 18 tháng 5 năm 2019

Câu I. (3,0 điểm) Giải các bất phương trình sau:

1) $\frac{1}{x-2} \geq 1$

2) $\sqrt{3x^2 - 7x + 2} \leq \sqrt{3x - 1}$

3) $\sqrt{11x^2 - 41x + 11} - 2\sqrt{2x - 1} < \sqrt{x^2 - 3x - 4}$

Câu II. (2,0 điểm)

1) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{(x+1)[m^2x^3 + (3m+1)x^2 + 2m^2 - m - 4]}$

có tập xác định là $\mathbb{R}$.

2) Tìm m để đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 - (m+1)x + 2m - 2$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $OA + OB = 4$ (với O là gốc tọa độ).

Câu III. (1,0 điểm) Cho $\sin x = \frac{3}{5}$ $\left(\frac{\pi}{2} < x < \pi\right)$. Tính $\cos 2x, \cos\left(x + \frac{2020\pi}{3}\right)$.

Câu IV. (2,5 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(4; -3), B(-2; 5), C(5; 4)$.

1) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng BC . Tính diện tích tam giác ABC .

2) Viết phương trình đường tròn (T) ngoại tiếp tam giác ABC .

3) Tìm điểm M thuộc đường tròn (T) sao cho $ME + 2MF$ đạt giá trị nhỏ nhất, với $E(7; 9), F(0; 8)$.

Câu V. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elip (E) có tâm sai bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$, chu vi hình chữ nhật cơ sở bằng 12. Viết phương trình chính tắc của (E) . Biết M là điểm di động trên (E) , tính giá trị của biểu thức $P = MF_1^2 + MF_2^2 - 5OM^2 - 3MF_1.MF_2$.

Câu VI. (0,5 điểm) Cho tam giác nhọn ABC với H, E, K lần lượt là chân đường cao kẻ từ các đỉnh A, B, C .

Gọi diện tích các tam giác ABC và HEK lần lượt là $S_{\Delta ABC}$ và $S_{\Delta HEK}$. Biết rằng $S_{\Delta ABC} = 4S_{\Delta HEK}$, chứng minh ΔABC đều.

-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Câu	Lời giải sơ lược	Điểm
i.1. (1,0 điểm)		
	$\frac{1}{x-2} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{3-x}{x-2} \geq 0$	0,5
	$\Leftrightarrow 2 < x \leq 3$ Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (2; 3]$	0,5
i.2. (1,0 điểm)		
	Bất phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 7x + 2 \geq 0 \\ 3x^2 - 7x + 2 \leq 3x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq \frac{1}{3} \\ 3x^2 - 10x + 3 \leq 0 \end{cases}$	0,5
	$\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$ Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [2; 3] \cup \left\{\frac{1}{3}\right\}$	0,5
i.3. (1,0 điểm)		
	Điều kiện: $\begin{cases} 11x^2 - 41x + 11 \geq 0 \\ 2x - 1 \geq 0 \\ x^2 - 3x - 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 4(*)$	0,25
	Khi đó, bất phương trình tương đương với $\sqrt{11x^2 - 41x + 11} < 2\sqrt{2x - 1} + \sqrt{x^2 - 3x - 4}$ $\Leftrightarrow 11x^2 - 41x + 11 < 8x - 4 + x^2 - 3x - 4 + 4\sqrt{(2x - 1)(x^2 - 3x - 4)}$ $\Leftrightarrow 10x^2 - 46x + 19 < 4\sqrt{(2x - 1)(x^2 - 3x - 4)}$ $\Leftrightarrow 5(2x^2 - 9x + 4) - (x + 1) < 4\sqrt{(x + 1)(2x^2 - 9x + 4)}$ $\Leftrightarrow 5 \frac{2x^2 - 9x + 4}{x + 1} - 1 < 4\sqrt{\frac{2x^2 - 9x + 4}{x + 1}}$	0,25
	Đặt $t = \sqrt{\frac{2x^2 - 9x + 4}{x - 1}}$ $t \geq 0$, bất phương trình trở thành $5t^2 - 1 < 4t \Leftrightarrow 5t^2 - 4t - 1 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{5} < t < 1 \xrightarrow{t \geq 0} 0 \leq t < 1$	0,25
	$\Rightarrow 0 \leq \sqrt{\frac{2x^2 - 9x + 4}{x - 1}} < 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 9x + 4 < x - 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 10x + 5 < 0$ $\Leftrightarrow \frac{5 - \sqrt{15}}{2} < x < \frac{5 + \sqrt{15}}{2}$	0,5

	Kết hợp với điều kiện (*) suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[4; \frac{5 + \sqrt{15}}{2}\right)$	
II(1,0 điểm)		
	Hàm số $y = \sqrt{(x+1)[m^2x^3 + (3m+1)x^2 + 2m^2 - m - 4]}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$. $(x+1)[m^2x^3 + (3m+1)x^2 + 2m^2 - m - 4] \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$	0,25
	*, Nếu $g(x) = m^2x^3 + (3m+1)x^2 + 2m^2 - m - 4$ không có nghiệm $x = -1$ thì $f(x) = (x+1)[m^2x^3 + (3m+1)x^2 + 2m^2 - m - 4]$ đổi dấu khi qua $x = -1$ Khi đó ycbt không được thỏa mãn * Do đó $(x+1)[m^2x^3 + (3m+1)x^2 + 2m^2 - m - 4] \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ điều kiện cần là $g(-1) = 0$ $\Leftrightarrow -m^2 + 3m + 1 + 2m^2 - m - 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$	0,5
	Thử lại * Với $m = 1 \Rightarrow f(x) = (x-1)(x^3 + 4x^2 - 3) = (x-1)^2(x^2 + 3x - 3) \Rightarrow m = 1$ (không thỏa mãn) * Với $m = -3 \Rightarrow f(x) = (x-1)(9x^3 - 8x^2 + 17) = (x-1)^2(9x^2 - x + 17) \geq 0 \forall x \in R$ suy ra $m = -3$ thỏa mãn. Vậy giá trị cần tìm là $m = -3$	0,25
II(1,0 điểm)		
	Xét phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị : $x^2 - (m+1)x + 2m - 2 = -x + m \Leftrightarrow x^2 - mx + m - 2 = 0 \quad (1)$	0,25
	Đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 - (m+1)x + 2m - 2$ tại hai điểm phân biệt $A, B \Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 8 > 0$ (luôn đúng)	0,25
	Gọi $A(x_1; -x_1 + m), B(x_2; -x_2 + m)$ ở đó x_1, x_2 là nghiệm của (1) Có $OA = \sqrt{x_1^2 + (-x_1 + m)^2} = \sqrt{2x_1^2 - 2mx_1 + m^2} = \sqrt{m^2 - 2m + 4}$ $OB = \sqrt{x_2^2 + (-x_2 + m)^2} = \sqrt{2x_2^2 - 2mx_2 + m^2} = \sqrt{m^2 - 2m + 4}$	0,25
	Theo giả thiết $OA + OB = 4 \Rightarrow \sqrt{m^2 - 2m + 4} = 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$ Vậy giá trị cần tìm là $m = 0; m = 2$	0,25
III(1,0 điểm)		
	Có $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x = 1 - 2\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{7}{25}$	0,25
	Có $\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \cos x < 0$	0,25

	Mặt khác $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{4}{5}(l) \\ \cos x = -\frac{4}{5}(t / m) \end{cases}$	
	$\cos\left(x + \frac{2020\pi}{3}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3} + 673\pi\right) = -\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\left(\cos x \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \sin \frac{\pi}{3}\right)$ $= \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3} + 4}{10}$	0,5
IV.1 (1 điểm)		
	Viết phương trình đường thẳng $BC : x + 7y - 33 = 0$	0,5
	$d(A, BC) = \frac{ 4 - 21 - 33 }{\sqrt{1^2 + 7^2}} = \frac{50}{5\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}, BC = 5\sqrt{2} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}d(A, BC).BC = \frac{1}{2}5\sqrt{2}.5\sqrt{2} = 25$	0,5
IV.2 (1 điểm)		
	Gọi phương trình đường tròn (T) ngoại tiếp tam giác ABC. là $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ Do $A, B, C \in (T)$ nên ta có $\begin{cases} 16 + 9 - 8a + 6b + c = 0 \\ 4 + 25 + 4a - 10b + c = 0 \\ 25 + 16 - 10a - 8b + c = 0 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -23 \end{cases}$ Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $(T) x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$	0,5
IV.3 (0,5 điểm)		
	Ta thấy $IE = 10 = 2IM$ Gọi K là điểm trên tia IE sao cho $IK = \frac{1}{4}IE \Rightarrow K\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ Có $\frac{IM}{IE} = \frac{IK}{IM} = \frac{1}{2}, \widehat{MIK}$ chung $\Rightarrow \Delta IKM \sim \Delta IME \Rightarrow \frac{MK}{ME} = \frac{IK}{IM} = \frac{1}{2} \Rightarrow ME = 2MK$ Khi đó, $ME + 2MF = 2MK + 2MF = 2(MK + MF) \geq 2KF = 5\sqrt{5}$	0,25
	Dấu “=” xảy ra M là giao điểm của đoạn FK và (T) Phương trình $FK : 2x + y - 8 = 0$ Tọa độ điểm M thỏa mãn $\begin{cases} 2x + y - 8 = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \\ x = 5 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(1; 6)(t / m) \\ M(5; -2)(loai) \end{cases}$ Vậy $M(1; 6)$ là điểm cần tìm.	0,25

V (1,0 điểm)		
	Gọi phương trình chính tắc của $(E) : \frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1 (a > b > 0)$	0,25
	Vì (E) có tâm sai bằng $\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow a = 2b$,	
	Mặt khác chu vi hình chữ nhật cơ sở bằng 12 nên $4(a + b) = 12 \Leftrightarrow a + b = 3$	
	Từ đó suy ra $a = 2; b = 1$	0,25
	Vậy phương trình chính tắc của $(E) : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$	
	Với mọi $M(x_0; y_0) \in (E) : \frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1 (a > b > 0)$, ta biến đổi được kết quả	0,25
	$MO^2 + MF_1.MF_2 = a^2 + b^2$	
	Khi đó $P = MF_1^2 + MF_2^2 - 5OM^2 - 3MF_1.MF_2 = (MF_1 + MF_2)^2 - 5(MO^2 + MF_1.MF_2)$	0,25
	$= 4a^2 - 5(a^2 + b^2) = -a^2 - 5b^2 = -9$	

VI(0,5 điểm)		
	Đặt $S = S_{ABC}$ thì từ giả thiết suy ra	
	$S_{EAK} + S_{KBH} + S_{HCE} = \frac{3}{4}S$	
	$\Rightarrow \frac{S_{EAK}}{S} + \frac{S_{KBH}}{S} + \frac{S_{HCE}}{S} = \frac{3}{4}$	
	$\frac{S_{EAK}}{S} = \frac{\frac{1}{2}AE.AK \sin A}{\frac{1}{2}AB.AC \sin A} = \frac{AE}{AB} \cdot \frac{AK}{AC} = \cos A \cdot \cos A = \cos^2 A$	
	$\frac{S_{KBH}}{S} = \frac{\frac{1}{2}BK.BH \sin B}{\frac{1}{2}AB.BC \sin B} = \frac{BK}{BC} \cdot \frac{BH}{AB} = \cos B \cdot \cos B = \cos^2 B$	
	$\frac{S_{HCE}}{S} = \frac{\frac{1}{2}CH.CE \sin C}{\frac{1}{2}AC.BC \sin C} = \frac{CH}{AC} \cdot \frac{CE}{BC} = \cos C \cdot \cos C = \cos^2 C$	
	$\frac{S_{EAK}}{S} + \frac{S_{KBH}}{S} + \frac{S_{HCE}}{S} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = \frac{3}{4}$	
	$\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = \frac{3}{4} \Leftrightarrow 2 + 2 \cos 2A + 2 + 2 \cos 2B + 4 \cos^2 C = 3$	
	$\Leftrightarrow 4 \cos^2 C - 4 \cos C \cdot \cos(A - B) + \cos^2(A - B) + 1 - \cos^2(A - B) = 0$	
	$\Leftrightarrow [2 \cos C - \cos(A - B)]^2 + \sin^2(A - B) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos C = \frac{1}{2} \cos(A - B) \\ \sin(A - B) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = \frac{\pi}{3} \\ A = B \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \Delta ABC$ đều (đpcm)	

▪ **Chú ý:** Các cách giải đúng khác với đáp án đều được điểm tối đa