

CHỦ ĐỀ 9: BÀI TOÁN LÃI SUẤT, TĂNG TRƯỞNG

II. CÁC DẠNG TOÁN TRỌNG TÂM VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

🔪 BÀI TOÁN 1. CÔNG THỨC LÃI KÉP

Công thức: $T = A(1+r)^n$

A là số tiền gốc ban đầu,

r là lãi suất/kỳ hạn và n là số kỳ hạn.

T là tổng số tiền cả gốc lẫn lãi thu được.

Như vậy số tiền lãi thu được là: $L = T - A = A(1+r)^n - A$.

Ví dụ 1: [Đề thi THPT Quốc gia 2017] Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 13 năm

B. 12 năm

C. 14 năm

D. 11 năm

Lời giải

Gọi $n \in \mathbb{N}^+$ là số năm cần để có hơn 100 triệu đồng.

Suy ra $50(1+6\%)^n > 100 \Leftrightarrow n > 11,9 \Rightarrow n = 12$ năm. **Chọn B.**

Ví dụ 2: [Đề thi THPT Quốc gia 2018] Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 7,5%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 11 năm

B. 9 năm

C. 10 năm

D. 12 năm

Lời giải

Áp dụng công thức lãi kép ta có: $T = A(1+r)^n$ trong đó $r = 7,5\%$, $T \geq 2A$

Suy ra $A(1+7,5\%)^n \geq 2A \Rightarrow 1,075^n \geq 2 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,075} 2 \approx 9,58$.

Vậy cần ít nhất 10 năm để số tiền người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu. **Chọn C.**

Ví dụ 3: [Đề thi THPT Quốc gia 2017] Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm đó tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

A. Năm 2022

B. Năm 2021

C. Năm 2020

D. Năm 2023

Lời giải

Tổng số tiền ông A trả lương cho nhân viên sau n năm là: $T = T_0(1+r)^n = 1(1+15\%)^n$

Giải $(1+15\%)^n \geq 2 \Rightarrow n \geq 4,95 \Rightarrow n = 5$. **Chọn B.**

Ví dụ 4: [Đề thi ở GD&ĐT Hà Nội năm 2017] Ông Việt dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,5% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \mathbb{N}$) ông Việt gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 30 triệu đồng.

- A. 150 triệu đồng B. 154 triệu đồng C. 145 triệu đồng D. 140 triệu đồng

Lời giải

Công thức lãi kép $T = A(1+r)^n$

Tiền lãi ông Việt có sau 3 năm sẽ là tiền gốc lẫn lãi trừ đi số tiền gốc ban đầu

Ta có: $A(1+6,5\%)^3 - A \geq 30 \Leftrightarrow A \geq \frac{30}{(1+6,5\%)^3 - 1} \approx 144,26$ triệu. **Chọn C.**

Ví dụ 5: Sau một thời gian làm việc, chị An có số vốn là 450 triệu đồng. Chị An chia số tiền thành hai phần và gửi ở hai ngân hàng Agribank và Sacombank theo phương thức lãi kép. Số tiền ở phần thứ nhất chị An gửi ở ngân hàng Agribank với lãi suất 2,1% một quý trong thời gian 18 tháng. Số tiền ở phần thứ hai chị An gửi ở ngân hàng Sacombank với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 10 tháng. Tổng số tiền lãi thu được ở hai ngân hàng là 50,01059203 triệu đồng. Hỏi số tiền chị An đã gửi ở mỗi ngân hàng Agribank và Sacombank là bao nhiêu?

- A. 280 triệu và 170 triệu B. 170 triệu và 280 triệu
C. 200 triệu và 250 triệu D. 250 triệu và 200 triệu

Lời giải

Gọi x, y (triệu đồng) lần lượt là số tiền mà chị An gửi vào ngân hàng Agribank và Sacombank.

Số tiền lãi mà chị An nhận được khi gửi tiền vào ngân hàng Agribank là $t_1 = x.(1+2,1\%)^6 - x$ triệu.

Số tiền lãi mà chị An nhận được khi gửi tiền vào ngân hàng Sacombank là $t_2 = y.(1+0,73\%)^{10} - y$ triệu.

Khi đó, ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 450 \\ x.(1+2,1\%)^6 + y.(1+0,73\%)^{10} = 500,010592 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 280 \\ y = 170 \end{cases} \cdot \text{Chọn A.}$$

Ví dụ 6: [Trích đề tham khảo của bộ GD&ĐT năm 2018] Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- A. 102.424.000 đồng B. 102.423.000 đồng

C. 102.016.000 đồng

D. 102.017.000 đồng

Lời giải

Số tiền người đó nhận được sau 6 tháng là $100.000.000(1+0,4\%)^6 = 102.424.000$. **Chọn A.**

🔗 BÀI TOÁN 2. CÔNG THỨC TĂNG TRƯỞNG DÂN SỐ

Công thức: $N = N_0(1+r)^n$ trong đó N_0 là dân số năm ban đầu, r là tỷ lệ tăng dân số/năm, n là số năm và N là dân số năm cần tìm.

Ví dụ 1: Theo báo cáo của chính phủ dân số của nước ta tính đến tháng 12 năm 2018 là 95,93 triệu người, nếu tỷ lệ tăng trưởng dân số trung bình hằng năm là 1,33% thì dân số nước ta vào tháng 12 năm 2025 là bao nhiêu?

Lời giải

Dân số nước ta vào tháng 12 năm 2025 là: $N = 95,93(1+1,33\%)^7 \approx 105,23$ triệu người.

Ví dụ 2: Dân số của một xã hiện nay là 10.000 người, người ta dự đoán sau 2 năm nữa dân số xã đó là 10404 người. Hỏi trung bình mỗi năm, dân số của xã đó tăng bao nhiêu phần trăm.

Lời giải

Theo công thức ta có: $N = N_0(1+r)^n \Rightarrow 10404 = 10000(1+r)^2 \Rightarrow r = 0,02\%$ /năm.

🔗 BÀI TOÁN 3. HAO MÒN TÀI SẢN, DIỆN TÍCH RỪNG BỊ GIẢM...

– **Công thức hao mòn tài sản:** $H = H_0(1-r)^n$ trong đó H_0 là giá trị tài sản lúc ban đầu, H là giá trị tài sản sau n năm và r là tỷ lệ hao mòn tính theo năm.

– **Công thức diện tích rừng bị giảm:** $T = T_0(1-r)^n$ trong đó T_0 là diện tích rừng ban đầu, T là diện tích rừng sau n năm và r là tỷ lệ rừng giảm hằng năm.

Ví dụ 1: Giả sử cứ sau một năm diện tích rừng của nước ta giảm x phần trăm diện tích hiện có. Hỏi sau 4 năm diện tích rừng của nước ta sẽ là bao nhiêu phần diện tích hiện nay?

A. $1 - \left(\frac{x}{100}\right)^4$

B. 100%

C. $1 - \frac{4x}{100}$

D. $\left(1 - \frac{x}{100}\right)^4$

Lời giải

Sau năm thứ n , diện tích rừng còn lại là $T_0(1-r)^n$ nên sau 4 năm diện tích rừng sẽ là $\left(1 - \frac{x}{100}\right)^4$ phần diện tích nước ta hiện nay. **Chọn D.**

Ví dụ 2: Một người mua một chiếc xe SH trị giá 98 triệu đồng, tính giá trị của chiếc xe đó sau 5 năm, biết rằng cứ sau mỗi năm giá trị của chiếc xe giảm đi 10%.

Lời giải

Giá trị của chiếc xe sau 5 năm là: $T = 98(1-10\%)^5 = 57,87$ triệu đồng.

Ví dụ 3: Khi một kim loại được làm nóng đến 600°C bền kéo của nó giảm đi 50%. Sau khi kim loại vượt qua ngưỡng 600°C nếu nhiệt độ kim loại tăng thêm 5°C thì độ bền kéo của nó giảm đi 35% hiện có. Biết kim loại này có độ bền kéo là 280 MPa dưới 600°C và được sử dụng trong việc xây dựng các lò công nghiệp. Nếu mức an toàn tối thiểu độ bền kéo của vật liệu này là 38 MPa thì nhiệt độ an toàn tối đa của lò công nghiệp bằng bao nhiêu, tính theo độ Celsius?

A. 620

B. 615

C. 605

D. 610

Lời giải

Độ bền kéo là 280 MPa dưới 600°C . Đến 600°C bền kéo của nó giảm đi 50% còn 140 MPa .

Nhiệt độ kim loại tăng 5°C thì độ bền kéo của nó giảm đi 35% nên ta có

$$140 \cdot \left(1 - \frac{35}{100}\right)^n \geq 38 \Leftrightarrow n \leq 3,027$$

Suy ra $n = 3$. Mỗi chu kỳ tăng $5^{\circ}\text{C} \Rightarrow 3$ chu kỳ tăng 15°C

Nhiệt độ an toàn tối đa là 615°C . **Chọn B.**

✎ BÀI TOÁN 4. TĂNG TRƯỞNG CỦA BÈO, CỦA VI KHUẨN...

– Tăng trưởng của bèo:

Giả sử lượng bèo ban đầu là T_0 và mỗi giờ lượng bèo tăng gấp 2 lần thì sau n giờ lượng bèo sẽ là

$$T = T_0 \cdot 2^n \text{ (nếu mỗi giờ tăng } k \text{ lần thì công thức là } T = T_0 \cdot k^n \text{)}$$

– Tăng trưởng của vi khuẩn:

Công thức: $s(t) = A \cdot e^{rt}$ trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn sau thời gian t , r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng.

Ví dụ 1: Một người thả 1 lá bèo vào một cái ao, sau 12 giờ thì bèo sinh sôi phủ kín mặt ao. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt ao, biết rằng sau mỗi giờ thì lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi.

A. $12 - \log 5$ giờ

B. $\frac{12}{5}$ giờ

C. $12 - \log 2$ giờ

D. $12 + \ln 5$ giờ

Lời giải

Ta có: $T = T_0 \cdot 10^t$, khi đó $T(12) = T_0 \cdot 10^{12}$

Gọi t_0 là thời gian bèo phủ $\frac{1}{5}$ mặt hồ thì $T_0 \cdot 10^{t_0} = \frac{1}{5} T(12) = \frac{1}{5} \cdot T_0 \cdot 10^{12}$

$$\Leftrightarrow 10^{t_0} = \frac{1}{5} \cdot 10^{12} \Leftrightarrow \log 10^{t_0} = \log \left(\frac{1}{5} \cdot 10^{12} \right) \Leftrightarrow t_0 = 12 - \log 5. \text{ **Chọn A.**}$$

Ví dụ 2: Người ta thả một lá bèo vào một hồ nước. Sau thời gian t giờ, bèo sẽ sinh sôi kín cả mặt hồ. Biết rằng sau mỗi giờ, lượng lá bèo tăng gấp 10 lần lượng lá bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy

giờ thì số lá bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ mặt hồ?

A. $\frac{t}{3}$

B. $\frac{10^t}{3}$

C. $t - \log 3$

D. $\frac{t}{\log 3}$

Lời giải

Ta có: $T = T_0 \cdot 10^t$

Gọi t_0 giờ là khoảng thời gian cần để bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ mặt hồ, suy ra $T_0 \cdot 10^{t_0} = \frac{1}{3} T = \frac{1}{3} T_0 \cdot 10^t$

Suy ra $10^{t_0} = \frac{10^t}{3} \Rightarrow t_0 = t - \log 3$. **Chọn C.**

Ví dụ 3: Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây một nhóm các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể được dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

A. $7 \times \log_3 25$

B. $3^{\frac{25}{7}}$

C. $7 \times \frac{24}{3}$

D. $7 \times \log_3 24$

Lời giải

Gọi A là lượng bèo ban đầu, để phủ kín mặt hồ thì lượng bèo là $\frac{100}{4} A$

Sau 1 tuần số lượng bèo là $3A$ suy ra sau n tuần lượng bèo là: $3^n \cdot A$

Để lượng bèo phủ kín mặt hồ thì $3^n \cdot A = \frac{100}{4} \cdot A \Rightarrow n = \log_3 \frac{100}{4} = \log_3 25 \Rightarrow$ thời gian để bèo phủ kín mặt

hồ là: $t = 7 \log_3 25$. **Chọn A.**

Ví dụ 4: Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = A e^{rt}$ trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt 121500 con?

A. 35 giờ

B. 45 giờ

C. 25 giờ

D. 15 giờ

Lời giải

Theo bài ra ta có: $1500 = 500 \cdot e^{5r} \Rightarrow e^{5r} = 3$

Khi đó số lượng vi khuẩn đạt 121500 con thì:

$$121500 = 500 \cdot e^{rt} \Leftrightarrow e^{rt} = 243 \Leftrightarrow (e^{5r})^{\frac{t}{5}} = 243 \Leftrightarrow 3^{\frac{t}{5}} = 243 \Leftrightarrow t = 5 \log_3 243 = 25 \text{ giờ. Chọn C.}$$

Ví dụ 5: Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = A.e^{rt}$ trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần so với số lượng ban đầu?

- A. $t = \frac{3}{\log 5}$ giờ B. $t = \frac{3 \ln 5}{\log 10}$ giờ C. $t = \frac{5}{\log 3}$ giờ D. $t = \frac{5 \ln 3}{\ln 10}$ giờ

Lời giải

Theo bài ra ta có: $300 = 100.e^{5r} \Rightarrow e^{5r} = 3$

Khi đó số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần khi:

$$10 = e^{rt} \Leftrightarrow e^{rt} = 10 \Leftrightarrow (e^{5r})^{\frac{t}{5}} = 10 \Leftrightarrow 3^{\frac{t}{5}} = 10 \Leftrightarrow t = 5 \log_3 10 = \frac{5}{\log 3} \text{ giờ. Chọn C.}$$

Ví dụ 6: Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn được tính theo công thức $f(x) = A.e^{rx}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), x (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Biết số vi khuẩn ban đầu có 1000 con và sau 10 giờ là 5000 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần

- A. $5 \cdot \ln 20$ (giờ) B. $5 \cdot \ln 10$ (giờ) C. $10 \cdot \log_5 10$ (giờ) D. $10 \cdot \log_5 20$ (giờ)

Lời giải

Theo đề bài ta có $5000 = 1000.e^{10r} \Rightarrow r = \frac{\ln 5}{10}$

Gọi x_0 giờ là thời gian để số vi khuẩn tăng gấp 10, suy ra $10A = A.e^{\frac{\ln 5}{10}x_0} \Rightarrow x_0 = 10 \cdot \log_5 10$ (giờ). **Chọn C.**

Ví dụ 7: [Đề thử nghiệm Bộ GD&ĐT 2017] Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

- A. 48 phút B. 19 phút C. 7 phút D. 12 phút

Lời giải

Ta có: $s(3) = s(0).2^3 \Rightarrow s(0) = \frac{s(3)}{8} = 78,125$ nghìn con

Do đó $s(t) = 10$ triệu con $= 10000$ nghìn con khi $10000 = s(0).2^t \Rightarrow 2^t = \frac{10000}{78,125} = 128$

$\Rightarrow t = \log_2 128 = 7$ phút. **Chọn C.**

Ví dụ 8: Trong môi trường nuôi cấy ổn định người ta nhận thấy cứ sau 5 ngày số lượng loài vi khuẩn A tăng lên gấp đôi, còn sau 10 ngày số lượng loài vi khuẩn B tăng lên gấp ba. Giả sử ban đầu có 100 con vi khuẩn A và 200 con vi khuẩn B, hỏi sau bao nhiêu ngày nuôi cấy trong môi trường đó thì số lượng hai loài bằng nhau, biết rằng tốc độ tăng trưởng của mỗi loài ở mọi thời điểm là như nhau?

A. $5 \times \log_{\frac{8}{3}} 2$ ngày

B. $5 \times \log_{\frac{4}{3}} 2$ ngày

C. $10 \times \log_{\frac{3}{2}} 2$ ngày

D. $10 \times \log_{\frac{4}{3}} 2$ ngày

Lời giải

Giả sử sau x ngày số lượng hai loài vi khuẩn bằng nhau. Khi đó, ta có

$$100 \cdot 2^{\frac{x}{5}} = 200 \cdot 3^{\frac{x}{10}} \Leftrightarrow 2^{\frac{x}{5}} = 2 \cdot 3^{\frac{x}{10}} \Leftrightarrow 2^{\frac{x}{5}-1} = 3^{\frac{x}{10}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{5} - 1 = \frac{x}{10} \cdot \log_2 3 \Leftrightarrow x(2 - \log_2 3) = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{2 - \log_2 3}$$

$$\text{Lại có } 2 - \log_2 3 = \log_2 \frac{4}{3} = \frac{1}{\log_{\frac{4}{3}} 2} \Rightarrow x = \frac{10}{2 - \log_2 3} = 10 \times \log_{\frac{4}{3}} 2 \text{ ngày. } \mathbf{Chọn D.}$$

Ví dụ 9: Số lượng của loại virus H trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 3^t$ trong đó $s(0)$ là số lượng virus H lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng virus H có sau thời gian t phút. Biết sau 5 phút thì số lượng virus H là 815.000 con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng virus H là 22.005.000 con?

A. 8 phút

B. 30 phút

C. 27 phút

D. 15 phút

Lời giải

Sau 5 phút thì số lượng virus H là 815.000 con, suy ra $815.000 = s(0) \cdot 3^5 \Rightarrow s(0) = \frac{815.000}{3^5}$ con.

Gọi t_0 phút là thời gian để có 22.005.000 con virus, suy ra $22.005.000 = \frac{815.000}{3^5} \cdot 3^{t_0} \Rightarrow t_0 = 8$ phút. **Chọn**

A.

BÀI TOÁN 5. TIỀN GỬI TIẾT KIỆM

Giả sử một người mỗi tháng gửi số tiền là m (tiền) trong n tháng. Số tiền cả gốc lẫn lãi sinh ra từ số tiền gửi của:

Tháng thứ nhất là: $m(1+r)^n$

Tháng thứ hai là: $m(1+r)^{n-1}$

.....

Tháng thứ $n-1$ là: $m(1+r)^1$

Suy ra sau n tháng, số tiền cả gốc lẫn lãi thu được là: $T = m(1+r)^n + m(1+r)^{n-1} + \dots + m(1+r)$

Áp dụng tổng của cấp số nhân với $\begin{cases} u_1 = m(1+r) \\ q = 1+r \end{cases}$, $T = u_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = m(1+r) \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$

Chú ý. Nếu tháng thứ nhất gửi số tiền là M_1 , tháng thứ hai gửi số tiền là M_2 tháng thứ $n-1$ gửi số tiền là M_{n-1} thì công thức là: $T = M_1(1+r)^n + M_2(1+r)^{n-1} + \dots + M_{n-1}(1+r)$

Ví dụ 1: Bạn Tuấn muốn có một triệu đồng sau 15 tháng thì mỗi tháng phải gửi vào ngân hàng bao nhiêu tiền, biết lãi suất của ngân hàng là 0,6% mỗi tháng (làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. 63530 đồng B. 65530 đồng C. 58530 đồng D. 65540 đồng

Lời giải

Theo cách thiết lập công thức trên ta được: $T = m(1+r) \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$

$$\Rightarrow m = \frac{T \cdot r}{(1+r)[(1+r)^n - 1]} = \frac{1000000 \cdot 0,6\%}{(1+0,6\%)[(1+0,6\%)^{15} - 1]} \approx 63530 \text{ đồng. Chọn A.}$$

Ví dụ 2: Một người hàng tháng gửi vào ngân hàng số tiền là 1 triệu đồng. Biết lãi suất tiết kiệm của ngân hàng không đổi trong suốt quá trình gửi và bằng 0,35%. Hỏi sau 1 năm người đó có bao nhiêu tiền.

- A. 1,043 triệu đồng B. 12,28 triệu đồng
C. 12,51 triệu đồng D. 14,01 triệu đồng

Lời giải

Theo cách thiết lập công thức trên ta được: $T = m(1+r) \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} = (1+0,35\%) \cdot \frac{(1+0,35\%)^{12} - 1}{0,35\%}$

$$\Rightarrow T \approx 12,28 \text{ triệu đồng. Chọn C.}$$

Ví dụ 3: Một người muốn sau một năm phải có số tiền là 20 triệu đồng để mua xe máy. Hỏi người đó phải gửi vào ngân hàng một khoản tiền như nhau hàng tháng là bao nhiêu. Biết lãi suất tiết kiệm là 0,27%/tháng (chọn kết quả gần nhất).

- A. 1,64 triệu đồng B. 1,78 triệu đồng C. 1,14 triệu đồng D. 1,45 triệu đồng

Lời giải

Theo cách thiết lập công thức trên ta được: $T = m(1+r) \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$

$$\Rightarrow m = \frac{T \cdot r}{(1+r)[(1+r)^n - 1]} = \frac{20 \cdot 0,27\%}{(1+0,27\%)[(1+0,27\%)^{12} - 1]} \approx 1,637 \text{ triệu đồng. Chọn A.}$$

🔗 BÀI TOÁN 6. TRẢ GÓP HÀNG THÁNG

Giả sử một người vay số tiền là T , sau đúng một tháng kể từ ngày vay, mỗi tháng người đó trả số tiền là m sau n tháng

Số tiền cả gốc lẫn lãi sinh ra từ số tiền T sau n tháng là: $T(1+r)^n$

Số tiền gốc lẫn lãi sinh ra từ số tiền m của tháng thứ nhất là: $m(1+r)^{n-1}$

Số tiền gốc lẫn lãi sinh ra từ số tiền m của tháng thứ hai là: $m(1+r)^{n-2}$

Số tiền gốc lẫn lãi sinh ra từ số tiền m của tháng thứ n là: m

Như vậy số tiền đã trả là: $m(1+r)^{n-1} + m(1+r)^{n-2} + \dots + m = m \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$

Suy ra số tiền còn lại cần phải trả là: $T(1+r)^n - m \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$

Để trả hết nợ thì $T(1+r)^n - m \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{T.r.(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$.

Ví dụ 1: Một người vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất là 0,7%/tháng theo thỏa thuận cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 5 triệu đồng và cứ trả hàng tháng như thế cho đến khi hết nợ (tháng cuối cùng có thể trả dưới 5 triệu). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng.

A. 22

B. 23

C. 24

D. 21

Lời giải

Ta có $a = \frac{A.r.(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$ với a là số tiền trả hàng tháng, A là số tiền vay ngân hàng, r là lãi suất

Do đó ta có $5 = \frac{100.0,7\%.(1+0,7\%)^n}{(1+0,7\%)^n - 1} \Rightarrow n = 21,62$ nên sau 22 tháng sẽ trả hết nợ. **Chọn A.**

Ví dụ 2: Anh Bình mua một chiếc điện thoại giá 9 triệu đồng theo hình thức trả trước 30% và phần còn lại trả góp hàng tháng với lãi suất 0,9%/tháng. Biết rằng anh Bình muốn trả nợ cửa hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày mua, anh Bình bắt đầu trả nợ, hai lần trả nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền trả nợ ở mỗi lần như nhau. Hỏi, sau 12 tháng anh Bình muốn trả hết nợ thì hàng tháng anh Bình phải trả cho cửa hàng bao nhiêu tiền (làm tròn đến ngàn đồng)? Biết lãi suất không thay đổi trong thời gian anh Bình trả nợ.

A. 556000 đồng

B. 795000 đồng

C. 604000 đồng

D. 880000 đồng

Lời giải

Số tiền ban đầu anh Bình nợ của hàng bằng $9,70\% = 6,3$ triệu đồng.

Nợ của anh Bình với của hàng sau n tháng được tính theo CT $N_n = T(1+r)^n - a \frac{(1+r)^n - 1}{r}$, trong đó T là số tiền ban đầu còn nợ, a là số tiền trả góp hàng tháng, r là lãi suất hàng tháng và n là số tháng.

Theo đề bài ta có $6,3.10^6(1+0,009)^{12} - a \frac{(1+0,009)^{12} - 1}{0,009} = 0 \Rightarrow a \approx 556000$ đồng. **Chọn A.**

Ví dụ 3: Bạn An mua một chiếc máy tính giá 10 triệu đồng bằng hình thức trả góp với lãi suất 0,7%/tháng. Để mang máy về dùng, ban đầu An trả 3 triệu đồng. Kể từ tháng tiếp theo sau khi mua An trả mỗi tháng 500 ngàn đồng. Hỏi tháng cuối cùng An phải trả bao nhiêu tiền thì hết nợ (làm tròn đến đơn vị ngàn đồng)

A. 401 ngàn đồng **B.** 375 ngàn đồng **C.** 391 ngàn đồng **D.** 472 ngàn đồng

Lời giải

Áp dụng công thức $m = \frac{T.r.(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$, với m là số tiền trả mỗi tháng, r là lãi suất và T là tổng số tiền

phải trả. Suy ra $0,5 = \frac{7.0,007.(1+0,007)^n}{(1+0,007)^n - 1} \Rightarrow n \approx 14,796$ tháng.

Suy ra số tiền phải trả tháng cuối bằng $(n-1).500000 \approx 391$ ngàn đồng. **Chọn C.**

Ví dụ 4: Một học sinh muốn mua Iphone 7 Plus có giá 20 triệu đồng. Vì không có tiền nên em giấu bố mẹ đi mua trả góp kì hạn theo tháng với lãi suất 5% mỗi tháng. Nếu em muốn sau 18 tháng trả hết nợ thì mỗi tháng em cần trả số tiền là m (kết quả được quy tròn về hàng nghìn đồng). Biết trong thời gian đó, lương của mẹ em mỗi tháng bằng 2,5 triệu, so sánh m với lương của mẹ bạn đó ta có

A. Ít hơn 958.000 đồng **B.** Nhiều hơn 912.000 đồng.
C. Ít hơn 789.000 đồng **D.** Nhiều hơn 128.000 đồng

Lời giải

Đặt $T = 20$ triệu đồng.

Ta có: $m = \frac{T(1+r)^{18}.r}{(1+r)^{18} - 1} \Rightarrow m = \frac{T(1+0,05)^{18}.0,05}{1.05^{18} - 1} \approx 1,71$ triệu đồng

Do đó số tiền trả góp ít hơn $2,5 - 1,71 \approx 0,789$ triệu đồng. **Chọn C.**

BÀI TOÁN 7. MỘT SỐ DẠNG TOÁN KHÁC

Ví dụ 1: Theo dự báo với mức tiêu thụ dầu không đổi như hiện nay thì trữ lượng dầu của nước A sẽ hết sau 100 năm nữa. Nhưng do quản lí kém, bị một số kẻ gian lấy trộm để bán lậu nên kể từ năm thứ 2 trở đi mức tiêu thụ tăng lên 4% mỗi năm so với năm liền trước. Hỏi sau bao nhiêu năm số dầu dự trữ của nước A sẽ hết?

A. 39 **B.** 45 **C.** 41 **D.** 42

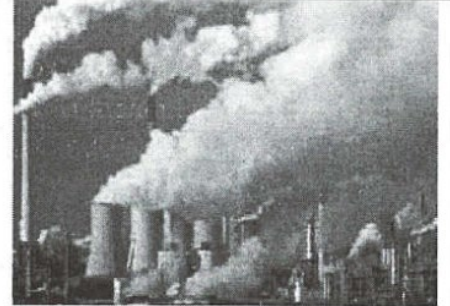
Lời giải

Gọi số dầu tiêu thụ mỗi năm theo dự tính là x . Suy ra tổng dự trữ dầu là $100x$

Gọi t là số năm thực tế tiêu thụ hết dầu, suy ra $x + x(1,04) + x(1,04)^2 + \dots + x(1,04)^t = 100x$

$$\Leftrightarrow x \frac{1 - (1,04)^{t+1}}{1 - 1,04} = 100x \Leftrightarrow \frac{1 - (1,04)^{t+1}}{1 - 1,04} = 100 \Rightarrow t \approx 42 \text{ năm. Chọn D.}$$

Ví dụ 2: [Đề thi chuyên ĐH Vinh năm 2017] Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái Đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ Trái Đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm 2°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm 5°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái đất tăng thêm $t^\circ\text{C}$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k.a^t$, trong đó k, a là các hằng số dương.



Khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm bao nhiêu $^\circ\text{C}$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20%?

A. $8,4^\circ\text{C}$

B. $9,3^\circ\text{C}$

C. $7,6^\circ\text{C}$

D. $6,7^\circ\text{C}$

Lời giải

Theo bài ta có $\begin{cases} k.a^2 = 3\% \\ k.a^5 = 10\% \end{cases}$ (1). Ta cần tìm t sao cho $k.a^t = 20\%$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow k = \frac{3\%}{a^2} \text{ và } a^3 = \frac{10}{3} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{10}{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{3\%}{a^2} . a^t = 20\% \Rightarrow a^{t-2} = \frac{20}{3} \Rightarrow t - 2 = \log_a \frac{20}{3} \Rightarrow t = 2 + \log_{\sqrt[3]{\frac{10}{3}}} \frac{20}{3} \approx 6,7. \text{ Chọn D.}$$

Ví dụ 3: Khi ánh sáng đi qua một môi trường (chẳng hạn như không khí, nước, sương mù,...) cường độ sẽ giảm dần theo quãng đường truyền x , theo công thức $I(x) = I_0 e^{-\mu x}$ trong đó I_0 là cường độ của ánh sáng khi bắt đầu truyền vào môi trường và μ là hệ số hấp thụ của môi trường đó. Biết rằng nước biển có hệ số hấp thụ $\mu = 1,4$ và người ta tính được rằng khi đi từ độ sâu 2m xuống đến độ sâu 20m thì cường độ ánh sáng giảm $\ell.10^{10}$ lần. Số nguyên nào sau đây gần với ℓ nhất

A. 8

B. 9

C. 10

D. 90

Lời giải

Ta có: $x = 20 - 2 = 18\text{ m}$.

$$\text{Theo công thức ta có: } \ell.10^{10} = \frac{I(x)}{I_0} = e^{\mu x} = e^{1,4.18} \Rightarrow \ell = \frac{e^{1,4.18}}{10^{10}} \approx 8,8. \text{ Chọn B.}$$

Ví dụ 4: Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng nạp được tính theo công thức $Q(t) = Q_0 \left(1 - e^{-\frac{3t}{2}}\right)$, với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_0 là dung lượng nạp tối đa (pin đầy). Nếu điện thoại nạp pin từ lúc cạn pin (tức là dung lượng pin lúc bắt đầu nạp là 0%) thì bao lâu sau sẽ nạp được 90% (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $t \approx 1,54h$

B. $t \approx 1,2h$

C. $t \approx 1h$

D. $t \approx 1,34h$

Lời giải

Ta có: $\frac{Q(t)}{Q_0} = 1 - e^{-\frac{3t}{2}} \Leftrightarrow \frac{90}{100} = 1 - e^{-\frac{3t}{2}} \Leftrightarrow e^{-\frac{3t}{2}} = \frac{1}{10} \Leftrightarrow t = \frac{-2}{3} \ln \frac{1}{10} \approx 1,54h$. **Chọn A.**

Ví dụ 5: Ông An bắt đầu đi làm với mức lương khởi điểm là 1 triệu đồng một tháng. Cứ sau ba năm thì ông An được tăng lương 40%. Hỏi sau tròn 20 năm đi làm, tổng tiền lương ông An nhận được là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)?

A. 726,74 triệu đồng.

B. 716,74 triệu đồng.

C. 858,72 triệu đồng.

D. 768,37 triệu đồng.

Lời giải

Số tiền ông An kiếm được trong 3 năm đầu là: $3 \cdot 12 = 36$ triệu đồng

Số tiền ông An có được sau 18 năm đi làm là

$$S_1 = 36 + 36 \cdot (1 + 40\%)^1 + \dots + 36 \cdot (1 + 40\%)^5 + 36 \cdot (1 + 4\%)^6$$

Số tiền ông An nhận sau 2 năm cuối (năm thứ 19 và 20) là $S_2 = 2 \cdot 12 \cdot (1 + 4\%)^6$

Do đó tổng số tiền ông An thu được là: $S = 36 \frac{1 - (1,4)^6}{1 - 1,4} + 24(1,4)^6 \approx 768,37$ triệu đồng. **Chọn D.**

Ví dụ 6: Một nguồn âm đẳng hướng đặt tại điểm O có công suất truyền âm không đổi. Mức cường độ âm tại điểm M cách O một khoảng R được tính bởi công thức $L_M = \log \frac{k}{R^2}$ (Ben) với k là hằng số. Biết điểm O thuộc đoạn thẳng AB và mức cường độ âm tại A và B là $L_A = 3Ben$ và $L_B = 5Ben$. Tính mức cường độ âm tại trung điểm AB (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

A. 3,59 Ben

B. 3,06 Ben

C. 3,69 Ben

D. 4 Ben

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} L_A = \log \frac{k}{OA^2} = 3 \\ L_B = \log \frac{k}{OB^2} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OA = \frac{\sqrt{10k}}{100} \\ OB = \frac{\sqrt{10k}}{1000} \end{cases} \Rightarrow AB = \frac{\sqrt{10k}}{100} + \frac{\sqrt{10k}}{1000} = \frac{11\sqrt{10k}}{1000}$$

$$\text{Gọi } N \text{ là trung điểm } AB \Rightarrow ON = \frac{AB}{2} - OB = \frac{11\sqrt{10k}}{2000} - \frac{\sqrt{10k}}{1000} = \frac{9\sqrt{10k}}{2000}$$

Suy ra mức cường độ âm tại N bằng $L_N = \log \frac{k}{ON^2} = \log \frac{2000^2 k}{81.10k} \approx 3,69 \text{ Ben}$. **Chọn C.**

Ví dụ 7: Một bể nước có dung tích 1000 lít. Người ta mở vòi cho nước chảy vào bể, ban đầu bể cạn nước. Trong giờ đầu vận tốc nước chảy vào bể là 1 lít/1 phút. Trong các giờ tiếp theo vận tốc nước chảy giờ sau gấp đôi giờ liền trước. Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu thì bể đầy nước (kết quả gần đúng nhất)

- A. 3,14 giờ B. 4,64 giờ C. 4,14 giờ D. 3,64 giờ

Lời giải

Gọi $x+1$ là khoảng thời gian cần để nước chảy đầy bể, ta có

$$60.2^0 + 60.2^1 + 60.2^2 + \dots + 60.2^x = 1000 \Leftrightarrow 60. \frac{1-2^{x+1}}{1-2} = 1000 \Leftrightarrow 2^{x+1} = \frac{53}{3} \Leftrightarrow x+1 \approx 4,14 \text{ giờ. Chọn C.}$$

Ví dụ 8: Cho biết chu kì bán rã của chất phóng xạ radi Ra^{226} là 1602 năm (tức là một lượng Ra^{226} sau 1602 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính theo công thức $S = A.e^{rt}$ trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm ($r < 0$), t là thời gian phân hủy, S là lượng còn lại sau thời gian phân hủy. Hỏi $5 \text{ gam } Ra^{226}$ sau 4000 năm phân hủy sẽ còn lại bao nhiêu gam (làm tròn đến 3 chữ số thập phân)?

- A. 0,886 (gam) B. 1,023 (gam) C. 0,795 (gam) D. 0,923 (gam)

Lời giải

$$\text{Đầu tiên ta sẽ tính } r: \frac{A}{2} = A.e^{1602r} \Leftrightarrow r = -\frac{\ln 2}{1602}$$

Thay $A = 5$ (gam), $t = 4000$, $r = -\frac{\ln 2}{1602}$ vào công thức $S = A.e^{rt}$, tìm được $S \approx 0,886$ (gam). **Chọn A.**

Ví dụ 9: Với mức tiêu thụ thức ăn của trang trại X không đổi như dự định thì lượng thức ăn dự trữ đủ cho 100 ngày. Nhưng thực tế, kể từ ngày thứ hai trở đi lượng tiêu thụ thức ăn của trang trại tăng thêm 4% so với ngày trước đó. Hỏi lượng thức ăn dự trữ của trang trại X thực tế chỉ đủ cho bao nhiêu ngày?

- A. 42 ngày B. 41 ngày C. 39 ngày D. 40 ngày

Lời giải

Gọi x là lượng thức ăn tiêu thụ trong một ngày theo dự định, suy ra số thức ăn có là $100x$

Ngày thứ 2 lượng tiêu thụ thức ăn là $x.(1+0,04)^1 \dots \dots \dots$ Ngày thứ t là $x(1+0,04)^{t-1}$

Khi đó ta có $x + 1,04^1 x + 1,04^2 x + \dots + 1,04^{t-1} x = 100x$ với t là số ngày thực tế tiêu thụ hết lương thực.

$$\text{Suy ra } \frac{1-1,04^t}{1-1,04} = 100 \Leftrightarrow t \approx 41 \text{ ngày. Chọn B.}$$

Ví dụ 10: Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu mmHg) theo công thức $P = P_0 e^{kx}$ (mmHg), trong đó x là độ cao (đo bằng mét), $P_0 = 760$ (mmHg) là áp suất không khí ở mức nước biển

($x=0$), k là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000 m thì áp suất không khí là 672,71 (mmHg). Tính áp suất của không khí ở độ cao 3000 m.

A. 527,06 (mmHg)

B. 530,23 (mmHg)

C. 530,73 (mmHg)

D. 545,01 (mmHg)

Lời giải

Ở độ cao 1000 m ta có: $672,71 = 760.e^{1000k} \Rightarrow e^{1000k} = \frac{672,71}{760}$

Áp suất không khí ở độ cao 3000 m là:

$$P = 760.e^{3000k} = 760.(e^{1000k})^3 = 760.\left(\frac{672,71}{760}\right)^3 = 527,06 \text{ (mmHg)}. \text{ Chọn A.}$$

Ví dụ 11: Một vi sinh đặc biệt X có cách sinh sản vô tính kì lạ. Tại thời điểm $0h$ có đúng 2 con X , với mỗi con X , sống được tới giờ thứ n (với n là số nguyên dương) thì ngay lập tức tại thời điểm đó nó đẻ một lần ra 2^n con X khác. Tuy nhiên do chu kì của con X ngắn nên ngay sau khi đẻ xong lần thứ 4 nó lập tức chết. Hỏi lúc $6h01$ phút có bao nhiêu con sinh vật X đang sống?

A. 4992

B. 3712

C. 19264

D. 5008

Lời giải

Gọi s_n là số sinh vật được sinh ra ở giờ thứ n ta có: $s_0 = 2; s_1 = s_0.2 = 4; s_2 = s_1.2^1 + s_0.2^2 = 16$

$$s_3 = s_2.2 + s_1.2^2 + s_0.2^3 = 64; s_4 = s_3.2 + s_2.2^2 + s_1.2^3 + s_0.2^4 = 256$$

$$s_5 = s_4.2 + s_3.2^2 + s_2.2^3 + s_1.2^4 = 960; s_6 = s_5.2 + s_4.2^2 + s_3.2^3 + s_2.2^4 = 3712$$

Khi đó số sinh vật đang sống ở giờ thứ 6 là: $T = s_3 + s_4 + s_5 + s_6 = 4992$ con. **Chọn A.**

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- A. 102.424.000 đồng B. 102.423.000 đồng
C. 102.016.000 đồng D. 102.017.000 đồng

Câu 2: Một người gửi tiết kiệm hết 10 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi là

- A. 14,026 triệu đồng B. 50,7 triệu đồng C. 4,026 triệu đồng D. 3,5 triệu đồng

Câu 3: Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm và tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền vốn. Tính số năm tối thiểu người đó cần gửi để số tiền thu được nhiều hơn 2 lần số tiền gửi ban đầu.

- A. 10 năm B. 9 năm C. 8 năm D. 11 năm

Câu 4: Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 5% một quý theo hình thức lãi kép (sau 3 tháng sẽ tính lãi và cộng vào gốc). Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 50 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Tính tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm (tính từ lần gửi đầu tiên)?

- A. 179,676 triệu đồng B. 177,676 triệu đồng
C. 178,676 triệu đồng D. 176,676 triệu đồng

Câu 5: Để thực hiện kế hoạch kinh doanh, ông A cần chuẩn bị một số vốn ngay từ bây giờ. Ông có số tiền là 500 triệu đồng gửi tiết kiệm với lãi suất 0,4%/tháng theo hình thức lãi kép. Sau 10 tháng, ông A gửi thêm vào 300 triệu nhưng lãi suất các tháng sau có thay đổi là 0,5%/tháng. Hỏi sau 2 năm kể từ lúc gửi số tiền ban đầu, số tiền ông A nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? (Không tính phần thập phân).

- A. 879693600 B. 880438640 C. 879693510 D. 901727821

Câu 6: Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 6,1%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền?

- A. 13 năm B. 10 năm C. 11 năm D. 12 năm

Câu 7: Ông V gửi tiết kiệm 200 triệu đồng vào ngân hàng với hình thức lãi kép và lãi suất 7,2% một năm. Hỏi sau 5 năm ông V thu về số tiền (cả vốn lẫn lãi) gần nhất với số nào sau đây?

- A. 283.145.000 đồng B. 283.155.000 đồng
C. 283.142.000 đồng D. 283.151.000 đồng

Câu 8: Dân số thế giới được dự đoán theo công thức $P(t) = ae^{bt}$, trong đó a, b là các hằng số, t là năm tính dân số. Theo số liệu thực tế, dân số thế giới năm 1950 là 2560 triệu người; dân số thế giới năm 1980 là 3040 triệu người. Hãy dự đoán dân số thế giới năm 2020?

- A. 3823 triệu B. 5360 triệu C. 3954 triệu D. 4017 triệu

Câu 9: Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau đúng 5 năm người đó mới rút lãi thì số tiền lãi người đó nhận được gần nhất với số tiền nào dưới đây? Nếu trong khoảng thời gian này người này không rút tiền và lãi suất không thay đổi.

- A. 20,128 triệu đồng B. 17,5 triệu đồng C. 70,128 triệu đồng D. 67,5 triệu đồng

Câu 10: Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm. Cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Người đó sẽ lĩnh được số tiền cả vốn lẫn lãi là 80 triệu đồng sau n năm. Hỏi nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi thì n gần nhất với độ nào dưới đây.

- A. 5 B. 6 C. 5 D. 7

Câu 11: Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất $r = 0,5\%$ một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó với tiền lãi của tháng trước đó). Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu.

- A. 45 tháng B. 46 tháng C. 47 tháng D. 44 tháng

Câu 12: Một người gửi tiết kiệm với số tiền gửi là A đồng với lãi suất 6% một năm, biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính gốc cho năm tiếp theo. Sau 10 năm người đó rút ra được số tiền gốc lẫn lãi nhiều hơn số tiền ban đầu là 100 triệu đồng? Hỏi người đó phải gửi số tiền A bằng bao nhiêu?

- A. 145037058,3 đồng B. 55839477,69 đồng
C. 126446589 đồng D. 111321563,5 đồng

Câu 13: Ông A gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn 1 năm với lãi suất 7,65%/năm. Giả sử lãi suất không thay đổi. Hỏi sau 5 năm, ông A thu được cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu triệu đồng?

- A. $15 \cdot (0,0765)^5$ triệu đồng B. $15 \cdot [1 + 2 \cdot (0,0765)]^5$ triệu đồng
C. $15 \cdot [1 + 0,765]^5$ triệu đồng D. $15 \cdot (1 + 0,0765)^5$ triệu đồng

Câu 14: Một người gửi 6 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn 1 năm với lãi suất 7,56%/năm. Hỏi sau bao nhiêu năm, người gửi sẽ có ít nhất 12 triệu đồng từ số tiền gửi ban đầu (giả sử lãi suất không thay đổi).

- A. 5 năm B. 10 năm C. 12 năm D. 8 năm

Câu 21: Ông A mong muốn sở hữu khoản tiền 200.000.000 đồng vào ngày 2/3/2012 ở một tài khoản lãi suất năm là 6,05%. Hỏi ông A cần đầu tư bao nhiêu tiền trên tài khoản này vào ngày 2/3/2007 để đạt được mục tiêu đề ra?

A. 14.909.9652,5 đồng

B. 14.909.9652,6 đồng

C. 14.909.9552,5 đồng

D. 14.909.8652,5 đồng

Câu 22: Ông A gửi 9,8 triệu đồng tiết kiệm với lãi suất 8,4%/năm và lãi suất hằng năm được nhập vào vốn. Hỏi theo cách đó thì sau bao nhiêu năm người đó thu được tổng số tiền 20 triệu đồng (biết rằng lãi suất không thay đổi).

A. 9 năm

B. 8 năm

C. 7 năm

D. 10 năm

Câu 23: Ông A gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4%/năm và lãi suất hằng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

A. 9 năm

B. 8 năm

C. 7 năm

D. 10 năm

Câu 24: Anh A mua nhà trị giá 300 triệu đồng theo phương thức trả góp. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất anh A trả 5.500.000 đồng và chịu lãi suất số tiền chưa trả là 0,5%/tháng thì sau bao nhiêu tháng anh A trả hết số tiền trên.

A. $n = 64$

B. $n = 60$

C. $n = 65$

D. $n = 64,1$

Câu 25: Bà A gửi 100 triệu đồng vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là 8%/năm. Sau 5 năm, bà rút toàn bộ và dùng một nửa để sửa nhà, số tiền còn lại bà tiếp tục đem gửi ngân hàng trong 5 năm với cùng lãi suất. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm.

A. 81,412 triệu đồng

B. 115,892 triệu đồng

C. 119 triệu đồng

D. 78 triệu đồng

Câu 26: Một lon nước soda $80^{\circ}F$ được đưa vào một máy làm lạnh chứa đá tại $32^{\circ}F$. Nhiệt độ của soda ở phút thứ t được tính theo định luật Newton bởi công thức $T(t) = 32 + 48 \cdot (0,9)^t$. Phải làm mát soda trong bao lâu để nhiệt độ là $50^{\circ}F$?

A. $t = 1,56$ phút

B. $t = 9,3$ phút

C. $t = 2$ phút

D. $t = 4$ phút

Câu 27: Cường độ một trận động đất M (richter) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỉ XX, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ mạnh hơn gấp 4 lần. Tính cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ.

A. 8,9 độ richter

B. 33,2 độ richter

C. 2,075 độ richter

D. 11 độ richter

Câu 28: Giả sử $n = f(t) = n_0 2^t$ là số lượng cá thể trong một đám vi khuẩn tại thời điểm t giờ, n_0 là số lượng cá thể lúc ban đầu. Biết tốc độ phát triển về số lượng của vi khuẩn tại thời điểm t chính là $f'(t)$. Giả sử mẫu thử ban đầu có $n_0 = 100$ con vi khuẩn. Vậy tốc độ phát triển sau 4 giờ là bao nhiêu con vi khuẩn?

A. 1600 con

B. 1109 con

C. 500 con

D. 3200 con

Câu 29: Các loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14 (một đồng vị của cacbon). Khi một bộ phận của cây chết thì hiện tượng quang hợp của nó cũng ngưng và nó sẽ không

nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp, chuyển hóa thành nito 14. Biết rằng nếu gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì $P(t)$ được tính theo công thức $P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} (\%)$. Phân tích một mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 65%. Niên đại của công trình kiến trúc đó gần với số nào sau đây?

- A. 41776 năm B. 6136 năm C. 3574 năm D. 4000 năm

Câu 30: Năng lượng của một trận động đất được tính bằng $E = 1,74 \cdot 10^{19} \cdot 10^{1,44M}$, với M là độ lớn theo thang độ richter. Thành phố A xảy ra một trận động đất 8 độ richter và năng lượng của nó gấp 14 lần trận động đất đang xảy ra tại thành phố B. Hỏi khi đó độ lớn của trận động đất đang xảy ra tại thành phố B là bao nhiêu?

- A. 7,2 độ richter B. 7,8 độ richter C. 9,6 độ richter D. 6,9 độ richter

Câu 31: Người ta quy ước $\lg x$ và $\log x$ là giá trị của $\log_{10} x$. Trong các lĩnh vực kỹ thuật, $\lg x$ được sử dụng khá nhiều, kể cả máy tính cầm tay hay quang phổ. Hơn nữa, trong toán học, người ta sử dụng $\lg x$ để tìm chữ số của một số nguyên dương nào đó. Ví dụ số A có n chữ số thì khi đó $n = [\lg A] + 1$ với $[\lg A]$ là số nguyên lớn nhất nhỏ hơn hoặc bằng A. Hỏi số 2017^{2017} có bao nhiêu chữ số?

- A. 9999 chữ số B. 6666 chữ số C. 6665 chữ số D. 6699 chữ số

Câu 32: E.Coli (Escherichia coli) là vi khuẩn đường ruột gây tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E.Coli lại tăng gấp đôi. Ban đầu chỉ có 60 vi khuẩn E.coli trong đường ruột. Hỏi sau 8 giờ, số lượng vi khuẩn E.Coli là bao nhiêu?

- A. 1006632960 vi khuẩn B. 2108252760 vi khuẩn
C. 158159469 vi khuẩn D. 3251603769 vi khuẩn

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Áp dụng công thức lãi kép suy ra số tiền cả gốc lẫn lãi người đó có sau 6 tháng là:

$$T = 100(1 + 0,4\%)^6 \approx 102.424.000 \text{ đồng. Chọn A.}$$

Câu 2: Áp dụng công thức lãi kép suy ra số tiền cả gốc lẫn lãi người đó thu được sau 5 năm là:

$$T = 10(1 + 7\%)^5$$

Do đó số tiền lãi người đó có sau 65 năm là: $T = 10(1 + 7\%)^5 - 10 \approx 4,026$ triệu đồng. **Chọn C.**

Câu 3: Giả sử số tiền gửi là A thì số tiền thu được cả gốc lẫn lãi sau n năm là: $T = A(1 + 8,4\%)^n$

Giả thiết bài toán thỏa mãn khi $A(1 + 8,4\%)^n > 2A \Leftrightarrow n > \log_{1,084} 2 = 8,59$

Do đó tối thiểu người đó cần gửi 9 năm để số tiền thu được nhiều hơn gấp 2 lần số tiền ban đầu. **Chọn B.**

Câu 4: 1 quý = 3 tháng suy ra $r = 5\%/3$ tháng.

Số tiền người đó thu từ 100 triệu ban đầu sau 1 năm là: $T_1 = 100(1 + 5\%)^4$

Số tiền người đó thu được từ 50 triệu đồng sau 6 tháng cuối là: $T_2 = 50(1 + 5\%)^2$

Tổng số tiền người đó thu được là $T = T_1 + T_2 = 176,676$ triệu đồng.

Cách 2: Ta có: $T = (T_1 + 50)(1 + 5\%)^2$. **Chọn D.**

Câu 5: Số tiền cả gốc lẫn lãi ông A có được sau 10 tháng là: $T_1 = 500(1 + 0,4\%)^{10}$

Sau đó ông A gửi thêm 300 triệu với lãi suất các tháng sau có thay đổi là 0,5%/tháng

Số tiền ông A thu được tổng cộng sau 2 năm là: $T_2 = (T_1 + 300)(1 + 0,5\%)^{14} = 879,693510$ triệu đồng. **Chọn**

C.

Câu 6: Giả sử số tiền gửi là A thì số tiền thu được cả gốc lẫn lãi sau n năm là: $T = A(1 + 6,1\%)^n$

Giả thiết bài toán thỏa mãn khi $A(1 + 6,1\%)^n > 2A \Leftrightarrow n > \log_{1,061} 2 = 11,71$

Do đó tối thiểu người đó cần gửi 12 năm để số tiền thu được nhiều hơn gấp 2 lần số tiền ban đầu. **Chọn D.**

Câu 7: Sau 5 năm ông V thu về số tiền (cả vốn lẫn lãi) là: $= 200(1 + 7,2\%)^5 \approx 283.142.000$ đồng. **Chọn C.**

Câu 8: Ta có dân số thế giới năm 1950: $P(1950) = 2560 = a.e^{1950b}$ (1)

Dân số thế giới năm 1980 là: $P(1980) = 3040 = a.e^{1980b}$ (2)

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } e^{30b} = \frac{3040}{2560} \Rightarrow e^b = \sqrt[30]{\frac{3040}{2560}}$$

Suy ra dân số thế giới năm 2020 là: $P(2020) = a.e^{2020b} = a.e^{1980b} \cdot e^{40b} = 3040 \cdot \left(\sqrt[30]{\frac{3040}{2560}} \right)^{40} \approx 3823$ triệu người.

Chọn A.

Câu 9: Số tiền cả gốc lẫn lãi người đó thu được sau 5 năm là: $T = 50(1+7\%)^5$

Suy ra số tiền lãi người đó nhận được sau đúng 5 năm là $50(1+7\%)^5 - 50 \approx 20,128$ triệu đồng. **Chọn A.**

Câu 10: Số tiền cả gốc lẫn lãi người đó thu được sau n năm là: $50(1+8,4\%)^n$

Người đó sẽ lĩnh được số tiền của vốn lẫn lãi là 80 triệu đồng khi $50(1+8,4\%)^n = 80$

$\Leftrightarrow n = \log_{1,084} \frac{80}{50} \approx 5,83$ năm. Vậy cần 6 năm để người đó lĩnh được số tiền cả vốn lẫn lãi là 80 triệu đồng.

Chọn B.

Câu 11: Số tiền cả gốc lẫn lãi của người đó sau n năm là: $T = 100(1+0,5\%)^n$

Để số tiền nhiều hơn 125 triệu thì $100(1+0,5\%)^n > 125 \Leftrightarrow n > \log_{1,005} \frac{125}{100} \approx 44,74$ tháng.

Vậy cần ít nhất 45 tháng để người đó có nhiều hơn 125 triệu. **Chọn A.**

Câu 12: Theo bài ra ta có số tiền cả gốc lẫn lãi: $A(1+6\%)^{10}$

Vì sau 10 năm người đó rút ra được số tiền gốc lẫn lãi nhiều hơn số tiền ban đầu là 100 triệu đồng nên ta có:

$$(1+6\%)^{10} = A+100 \Rightarrow A(1,06^{10}-1) = 100$$

Suy ra số tiền A cần gửi là $= \frac{100000000}{1,06^{10}-1} = 126446589$ đồng. **Chọn C.**

Câu 13: Sau 5 năm, ông A thu được cả vốn lẫn lãi là: $T = 15(1+7,65\%)^5 = 15.(1+0,0765)^5$ triệu đồng.

Chọn D.

Câu 14: Theo bài ra ta có số tiền cả gốc lẫn lãi: $6(1+7,56\%)^n \geq 12$

$$\Rightarrow n \geq \log_{1,0756} 2 \approx 9,51 \text{ năm.}$$

Vậy sau 10 năm người gửi sẽ có ít nhất 12 triệu đồng từ số tiền gửi ban đầu. **Chọn B.**

Câu 15: Áp dụng công thức $T_n = \frac{A}{r} [(1+r)^n - 1](1+r)$

Với A là số tiền gửi ban đầu, n là thời gian gửi, r là lãi suất, T_n là số tiền thu được.

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow 1000 = \frac{A}{7\%} [(1+7\%)^5 - 1](1+7\%) \Rightarrow A = \frac{1000 \cdot 7\%}{[(1+7\%)^5 - 1](1+7\%)} = 162,5 \text{ triệu đồng. Chọn B.}$$

Câu 16: Áp dụng công thức $T_n = \frac{A}{r} [(1+r)^n - 1](1+r)$

Với A là số tiền gửi ban đầu, n là thời gian gửi, r là lãi suất, T_n là số tiền thu được.

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow 5 \cdot 10^6 = \frac{A}{0,5\%} [(1+0,5\%)^5 - 1](1+0,5\%) \Rightarrow A = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 0,5\%}{[(1+0,5\%)^9 - 1](1+0,5\%)} = 542000. \text{ Chọn A.}$$

Câu 17: Áp dụng công thức $T_n = \frac{A}{r} \left[(1+r)^n - 1 \right] (1+r)$

Với $T_n = 5.10^8$, $A = x$, $r = 0,8\%$, $n = 3.12 = 36$ tháng ta được

$$5.10^8 = \frac{X}{0,8\%} \left[(1+0,8\%)^{36} - 1 \right] (1+0,8\%) \Rightarrow X = \frac{4.10^6}{1,008(1,008^{36} - 1)}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 18: Số tiền anh Phúc nhận được là $100.(1+15\%)^3 - 100 = 52,0875$ triệu đồng. **Chọn B.**

Câu 19: Số tiền người đó nhận được là $T = \left[10.(1+6\%)^1 + 20 \right].(1+6\%)^3 \approx 36,44$ triệu. **Chọn B.**

Câu 20: Số tiền lãi người đó nhận được là $50.(1+7\%)^5 - 50 \approx 20,128$. **Chọn A.**

Câu 21: Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 2000000000 = A.(1+6,05\%)^5 \Leftrightarrow A = 14.909.965,25$ đồng. **Chọn A.**

Câu 22: Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 20 = 9,8 \times (1+8,4\%)^n \Leftrightarrow n = \log_{1,084} \frac{20}{9,8} \approx 8,84$. **Chọn A.**

Câu 23: Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 2 = (1+8,4\%)^n \Leftrightarrow n = \log_{1+8,4\%} 2 \approx 8,6$. **Chọn A.**

Câu 24: Áp dụng công thức $a = \frac{Nr.(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$, với N là số tiền vay, a là số tiền trả hàng tháng.

Với $N = 300.10^6$, $r = 0,5\%$, $a = 5500000$ ta được

$$5500000 = \frac{300.10^6.0,5\%.(1+0,5\%)^n}{(1+0,5\%)^n - 1} \Leftrightarrow 1,005^n = \frac{11}{8} \Leftrightarrow n = \log_{1,005} \frac{11}{8} \approx 63,8. \text{ Chọn A.}$$

Câu 25: Sau 5 năm số tiền bà A có được là $100.(1+8\%)^5 = 146,933$ triệu đồng.

Số tiền bà A còn lại sau khi sửa nhà là $146,933 : 2 = 73,467$ triệu đồng.

Số tiền bà A có được sau 5 năm tiếp theo gửi ngân hàng là $73,467.(1+8\%)^5 = 107,946$ triệu đồng.

Vậy tổng số tiền lãi bà A thu được sau 10 năm là

$$(146,933 - 100) + (107,946 - 73,467) = 81,412 \text{ triệu đồng. Chọn A.}$$

Câu 26: Ta có: $T(t_1) = 80 = 32 + 48.0,9^{t_1}$ và $T(t_2) = 50 = 32 + 48.0,9^{t_2}$

$$\Rightarrow t_1 = \log_{0,9} 1 \Rightarrow t_2 = \log_{0,9} \frac{18}{48} \Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = 9,3 \text{ phút. Chọn B.}$$

Câu 27: Cường độ trận động đất ở San Francisco là: $M = \log \frac{A}{A_0} = 8,3$

Cường độ trận động đất ở Nam Mỹ là $M = \log \frac{4A}{A_0} = \log 4 + \log \frac{A}{A_0} = 8,9$ độ richter. **Chọn A.**

Câu 28: Ta có: $f'(t) = n_0.2^t \ln 2$

Do đó tốc độ phát triển của vi khuẩn sau 4 giờ là: $f'(4) = 100.2^4 \ln 2 = 1109$ con. **Chọn B.**

Câu 29: Ta có: $P(t) = 100.(0,5)^{\frac{t}{5750}} = 65 \Rightarrow (0,5)^{\frac{t}{5750}} = 0,65 \Rightarrow t = 5750 \log_{0,5} 0,65 = 3574$ năm. **Chọn C.**

Câu 30: Ta có: $M = \frac{\log\left(\frac{E}{1,74.10^9}\right)}{1,44}$, suy ra $M_A = \frac{\log\left(\frac{E_A}{1,74.10^9}\right)}{1,44} = 8$

Trong đó $E_B = \frac{1}{14} E_A \Rightarrow M_B = \frac{\log\left(\frac{E_A}{1,74.10^9} \cdot \frac{1}{14}\right)}{1,44} = M_A - \frac{\log 14}{1,44} \approx 7,2$. **Chọn A.**

Câu 31: Ta có $\log B = \log 2017^{2017} = 2017 \log 2017 \approx 6665,6$

Do đó số $B = 2017^{2017}$ có: $6665 + 1 = 6666$ chữ số. **Chọn B.**

Câu 32: 1 chu kì nhân đôi: $r = 100\%$,

Đôi 8 giờ = 480 phút = 24 chu kì.

Số lượng vi khuẩn: $= 60(1+1)^{24} = 60.2^{24} = 1006632960$ vi khuẩn. **Chọn A.**