

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

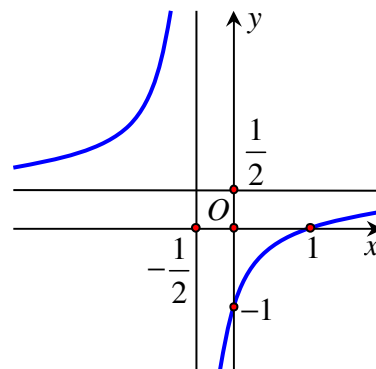
Mã đề thi 02

Câu 1. Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $y = \frac{\sqrt{4x^2 - 1} + 3x^2 + 2}{x^2 - x}$ là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 2. Đồ thị trong hình bên là của hàm số nào sau đây:

- A. $y = \frac{x-1}{1-2x}$. B. $y = \frac{x-1}{2x-1}$.
C. $y = \frac{x+1}{2x+1}$. D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.



Câu 3. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$ là:

- A. (0;1). B. (1;2).
C. (-1;6). D. (2;3).

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m-1)x - 1$. Tìm mệnh đề sai.

- A. $\forall m < 1$ thì hàm số có hai điểm cực trị. B. Hàm số luôn có cực đại và cực tiểu.
C. $\forall m \neq 1$ thì hàm số có cực đại và cực tiểu. D. $\forall m > 1$ thì hàm số có cực trị.

Câu 5. Tìm m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 1$ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

- A. $-3 < m < 0$. B. $0 < m < 3$.
C. $m < -3$. D. $3 < m$.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 7x^2 + 4$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 7. Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2} - x$ nghịch biến trên khoảng

- A. (0;1). B. $(-\infty;1)$.
C. (1; $+\infty$). D. (1;2).

Câu 8. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2 - x^2} - x$ là

- A. $2 - \sqrt{2}$. B. 2.
C. $2 + \sqrt{2}$. D. 1.

Câu 9. Biết đồ thị $y = \frac{(a-2b)x^2 + bx + 1}{x^2 + x - b}$ có tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang là $y = 0$. Tính $a + 2b$.

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 10.

Câu 10. Biết đường thẳng $y = (3m-1)x + 6m + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;0)$. B. (0;1). C. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

- Câu 11.** Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như hình vẽ. Khoảng cách từ C đến B là 1 km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 4 km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 40 triệu đồng, còn trên đất liền là 20 triệu đồng. Tính tổng chi phí nhỏ nhất để hoàn thành công việc trên (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).
- 
- A.** 106,25 triệu đồng. **B.** 120 triệu đồng. **C.** 164,92 triệu đồng. **D.** 114,64 triệu đồng.
- Câu 12.** Cho hai số dương a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$. Chọn đẳng thức đúng
- A.** $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. **B.** $\log a + \log b = \frac{1}{2} \log(7ab)$.
- C.** $\log a^2 + \log b^2 = \log 7ab$. **D.** $\log a + \log b = \frac{1}{7} \log(a^2 + b^2)$.
- Câu 13.** Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3^x - 2)$ là:
- A.** $(0; +\infty)$. **B.** $[0; +\infty)$. **C.** $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$. **D.** $(\log_3 2; +\infty)$.
- Câu 14.** Tìm tổng các nghiệm của phương trình $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.
- A.** 0. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 1. **D.** 2.
- Câu 15.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3 \cdot 2^x - 2) < 2x$ là:
- A.** $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.
- C.** $\left(\log_2 \frac{2}{3}; 0\right) \cup (1; +\infty)$. **D.** $(1; 2)$.
- Câu 16.** Cho hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x)$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' > 0$ là
- A.** $(-\infty; 1)$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(2; +\infty)$.
- Câu 17.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = 2^{x^3 - x^2 + mx}$ đồng biến trên $[1, 2]$.
- A.** $m > \frac{1}{3}$. **B.** $m \geq \frac{1}{3}$. **C.** $m \geq -1$. **D.** $m > -8$.
- Câu 18.** Ông An bắt đầu đi làm với mức lương khởi điểm là 1 triệu đồng một tháng. Cứ sau 3 năm thì ông An được tăng lương 40%. Hỏi sau tròn 20 năm đi làm tổng tiền lương ông An nhận được là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)?
- A.** 726,74 triệu. **B.** 71674 triệu. **C.** 858,72 triệu. **D.** 768,37 triệu.
- Câu 19.** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?
- A.** Hàm số $y = 2^{3-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- B.** Hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- C.** Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
- D.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^x + 2^{2-x}$ bằng 4.
- Câu 20.** Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Tính giá trị biểu thức $A = f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{2}{100}\right) + \dots + f\left(\frac{100}{100}\right)$?
- A.** 50. **B.** 49. **C.** $\frac{149}{3}$. **D.** $\frac{301}{6}$.

- Câu 21.** Một nguồn âm đẳng hướng đặt tại điểm O có công suất truyền âm không đổi. Mức cường độ âm tại điểm M cách O một khoảng R được tính bởi công thức $L_M = \log \frac{k}{R^2}$ (Ben) với k là hằng số. Biết điểm O thuộc đoạn thẳng AB và mức cường độ âm tại A và B lần lượt là $L_A = 3$ (Ben) và $L_B = 5$ (Ben). Tính mức cường độ âm tại trung điểm AB (làm tròn đến 2 chữ số sau dấu phẩy).
- A. 3,59 (Ben). B. 3,06 (Ben). C. 3,69 (Ben). D. 4 (Ben).
- Câu 22.** Một ô tô đang chạy đều với vận tốc 15 m/s thì phía trước xuất hiện chướng ngại vật nên người lái đạp phanh gấp. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $-a \text{ m/s}^2$. Biết ô tô chuyển động thêm được 20m thì dừng hẳn. Hỏi a thuộc khoảng nào dưới đây.
- A. $(3;4)$. B. $(4;5)$. C. $(5;6)$. D. $(6;7)$.
- Câu 23.** Hàm số nào sau đây không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$?
- A. $F(x) = \ln|2x+1| + 1$. B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + 2$.
- C. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|4x+2| + 3$. D. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(4x^2 + 4x + 1) + 3$.
- Câu 24.** Biết hàm số $F(x) = ax^3 + (a+b)x^2 + (2a-b+c)x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 6x + 2$. Tổng $a+b+c$ là:
- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.
- Câu 25.** Tính $I = \int_0^1 e^{2x} dx$.
- A. $e^2 - 1$. B. $e - 1$. C. $\frac{e^2 - 1}{2}$. D. $e + \frac{1}{2}$.
- Câu 26.** Có bao nhiêu số $a \in (0; 20\pi)$ sao cho $\int_0^a \sin^5 x \sin 2x dx = \frac{2}{7}$.
- A. 20. B. 19. C. 9. D. 10.
- Câu 27.** Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x-1) \sin 2x dx$. Tìm đẳng thức đúng
- A. $I = -(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$. B. $I = -(x-1) \cos 2x - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$.
- C. $I = -\frac{1}{2}(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$. D. $I = -\frac{1}{2}(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$.
- Câu 28.** Cho khối cầu tâm O bán kính R . Mặt phẳng (P) cách O một khoảng $\frac{R}{2}$ chia khối cầu thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần đó.
- A. $\frac{5}{27}$. B. $\frac{5}{19}$. C. $\frac{5}{24}$. D. $\frac{5}{32}$.
- Câu 29.** Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$ là
- A. $\sqrt{13} + 2$. B. 4. C. 6. D. $\sqrt{13} + 1$.

- Câu 30.** Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = (1+2i)(3-i)$ là
A. 6. **B.** 10. **C.** 5. **D.** 0.
- Câu 31.** Gọi A, B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .
A. 6. **B.** 2. **C.** 12. **D.** 4.
- Câu 32.** Biết phương trình $z^2 + az + b = 0 (a, b \in \mathbb{R})$ có một nghiệm là: $z = -2 + i$. Tính $a - b$.
A. 9. **B.** 1. **C.** 4. **D.** -1.
- Câu 33.** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn: $|z - i| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo:
A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.
- Câu 34.** Cho A, B, C là các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn $z^3 + i = 0$. Tìm phát biểu sai:
A. Tam giác ABC đều.
B. Tam giác ABC có trọng tâm là $O(0;0)$.
C. Tam giác ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp là $O(0;0)$.
D. $S_{\triangle ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 35.** Một chiếc xô hình nón cụt đựng hóa chất ở phòng thí nghiệm có chiều cao $20cm$, đường kính hai đáy lần lượt là $10cm$ và $20cm$. Cô giáo giao cho bạn An sơn mặt ngoài của xô (trừ đáy). Tính diện tích bạn An phải sơn (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).
A. $1942,97cm^2$. **B.** $561,25cm^2$. **C.** $971,48cm^2$. **D.** $2107,44cm^2$.
- Câu 36.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy. Tam giác ABC vuông cân tại B . $SA = AC = 2a$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$
A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. **B.** $\frac{1}{3}a^3$. **C.** $\frac{2}{3}a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$.
- Câu 37.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3 . Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tính theo a khoảng cách giữa SA và CD .
A. $2\sqrt{3}a$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{a}{2}$.
- Câu 38.** Cho hình lập phương có tổng diện tích các mặt bằng $12a^3$. Tính theo a thể tích khối lập phương đó.
A. $\sqrt{8}a^3$. **B.** $\sqrt{2}a^3$. **C.** a^3 . **D.** $\frac{a^3}{3}$.
- Câu 39.** Khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . $SA = SB = SC = a$, Cạnh SD thay đổi. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ là:
A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{3a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.
- Câu 40.** Cho khối nón đỉnh O , trục OI . Mặt phẳng trung trục của OI chia khối chóp thành hai phần. Tỉ số thể tích của hai phần là:
A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{7}$.
- Câu 41.** Cho hình trụ có trục OO' , thiết diện qua trục là một hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của trụ cắt bởi (P) .
A. $a^2\sqrt{3}$. **B.** a^2 . **C.** $2a^2\sqrt{3}$. **D.** πa^2 .

- Câu 42.** Một cốc nước hình trụ có chiều cao 9cm , đường kính 6cm . Mặt đáy phẳng và dày 1cm , thành cốc dày $0,2\text{cm}$. Đổ vào cốc 120ml nước sau đó thả vào cốc 5 viên bi có đường kính 2cm . Hỏi mặt nước trong cốc cách mép cốc bao nhiêu cm . (Làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).
A. $3,67\text{cm}$. **B.** $2,67\text{cm}$. **C.** $3,28\text{cm}$. **D.** $2,28\text{cm}$.
- Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(3;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$. Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của A và B trên mặt phẳng (P) . Tính độ dài đoạn MN .
A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **D.** 4 .
- Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z-1=0$. Gọi B là điểm đối xứng với A qua (P) . Độ dài đoạn thẳng AB là
A. 2 . **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 4 .
- Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các vector $\vec{a}=(1;2;1)$, $\vec{b}=(-2;3;4)$, $\vec{c}=(0;1;2)$, $\vec{d}=(4;2;0)$. Biết $\vec{d}=x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}$. Tổng $x+y+z$ là
A. 2 . **B.** 3 . **C.** 5 . **D.** 4 .
- Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa A và vuông góc với d .
A. $x-y+z-1=0$. **B.** $x-y+z-1=0$. **C.** $x-y+z=0$. **D.** $x-y+z-2=0$.
- Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$. Mặt phẳng chứa A và d . Viết phương trình mặt cầu tâm O tiếp xúc với mặt phẳng (P) .
A. $x^2+y^2+z^2=\frac{12}{5}$. **B.** $x^2+y^2+z^2=3$. **C.** $x^2+y^2+z^2=6$. **D.** $x^2+y^2+z^2=\frac{24}{5}$.
- Câu 48.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x+y-z-1=0$ và $(Q): x-2y+z-5=0$. Khi đó, giao tuyến của (P) và (Q) có một vector chỉ phương là:
A. $\vec{u}=(1;3;5)$. **B.** $\vec{u}=(-1;3;-5)$. **C.** $\vec{u}=(2;1;-1)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2;1)$.
- Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M lần lượt cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C khác O . Tính giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$.
A. 54 . **B.** 6 . **C.** 9 . **D.** 18 .
- Câu 50.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S) . Gọi M, N là tiếp điểm. Tính độ dài đoạn thẳng MN .
A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\frac{4}{\sqrt{3}}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** 4 .

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	B	B	C	C	D	A	A	A	D	A	D	A	C	B	C	D	B	D	C	C	A	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	A	D	B	A	D	C	D	C	C	A	A	D	D	C	D	B	B	A	C	D	A	C	B

PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $y = \frac{\sqrt{4x^2 - 1} + 3x^2 + 2}{x^2 - x}$ là:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tập xác định: $D = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty)$

Tiệm cận đứng:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{4x^2 - 1} + 3x^2 + 2}{x(x-1)} = +\infty ; \lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{4x^2 - 1} + 3x^2 + 2}{x(x-1)} = -\infty$$

Suy ra $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Tiệm cận ngang:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 1} + 3x^2 + 2}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{4}{x^2} - \frac{1}{x^4}} + 3 + \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{1}{x}} = 3 \Rightarrow y = 3 \text{ là tiệm cận ngang}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 1} + 3x^2 + 2}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{\frac{4}{x^2} - \frac{1}{x^4}} + 3 + \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{1}{x}} = 3 \Rightarrow y = 3 \text{ là tiệm cận ngang}$$

Vậy đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

Câu 2. Đồ thị trong hình bên là của hàm số nào sau đây:

A. $y = \frac{x-1}{1-2x}$.

B. $y = \frac{x-1}{2x-1}$.

C. $y = \frac{x+1}{2x+1}$.

D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Nhìn vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\frac{1}{2}$,

tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$. Đồ thị đi qua $(1;0)$ và $(0;-1)$.

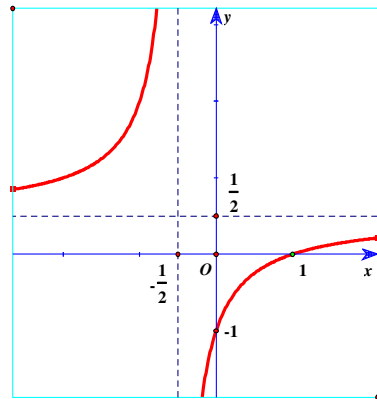
Phương án A có tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$ suy ra loại phương án A.

Phương án B có tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$ suy ra loại phương án B.

Phương án C cắt trục hoành tại $(-1;0)$ suy ra loại phương án C.

Chọn D.

Câu 3. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$ là:



A. (0;1).

B. (1;2).

C. (-1;6).

D. (2;3).

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$y' = -6x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	$-\infty$
y	$+\infty$				2		

$\swarrow \quad \nearrow \quad \searrow$
1 $\quad \quad \quad -\infty$

Vậy điểm cực đại là (1;2).

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m-1)x - 1$. Tìm mệnh đề sai.

A. $\forall m < 1$ thì hàm số có hai điểm cực trị.

B. Hàm số luôn có cực đại và cực tiểu.

C. $\forall m \neq 1$ thì hàm số có cực đại và cực tiểu.

D. $\forall m > 1$ thì hàm số có cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$y' = x^2 + 2mx + 2m - 1; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2mx + 2m - 1 = 0$$

Hàm số có cực trị (hoặc có cực đại và cực tiểu) khi và chỉ khi $\Delta' = m^2 - 2m + 1 > 0$

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1.$$

Câu 5. Tìm m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 1$ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

A. $-3 < m < 0$.

B. $0 < m < 3$.

C. $m < -3$.

D. $3 < m$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Hàm bậc 4 trùng phương có hai điểm cực đại suy ra $a = m < 0$.

$$\text{Hàm bậc 4 trùng phương có 3 cực trị} \Leftrightarrow m(m^2 - 9) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện: . .

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 7x^2 + 4$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Số giao điểm là số nghiệm của phương trình: $2x^4 - 7x^2 + 4 = 0$. Phương trình có 4 nghiệm nên số giao điểm là 4.

Câu 7. Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2} - x$ nghịch biến trên khoảng

A. (0;1).

B. $(-\infty;1)$.

C. $(1;+\infty)$.

D. (1;2).

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Hàm số có đạo hàm trên $(0; 2)$ và đạo hàm là $y' = \frac{1-x-\sqrt{2x-x^2}}{\sqrt{2x-x^2}}$.

Xét bất phương trình $y' \leq 0 \Leftrightarrow 1-x-\sqrt{2x-x^2} \leq 0 \Leftrightarrow 1-x \leq \sqrt{2x-x^2}$. Dễ thấy bất phương trình này nghiệm đúng mọi $x \in (1; 2)$.

Câu 8. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2-x^2} - x$ là

A. $2-\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $2+\sqrt{2}$.

D. 1.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Tập xác định của hàm số $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \frac{-x-\sqrt{2-x^2}}{\sqrt{2-x^2}} = 0 \Leftrightarrow -x = \sqrt{2-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 = 2-x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1$.

$y(-1) = 2; y(-\sqrt{2}) = \sqrt{2}; y(\sqrt{2}) = -\sqrt{2}$. Vậy $\min y = -\sqrt{2}; \max y = 2$.

Câu 9. Biết đồ thị $y = \frac{(a-2b)x^2+bx+1}{x^2+x-b}$ có tiệm cận đứng là $x=1$ và tiệm cận ngang là $y=0$. Tính

$a+2b$.

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 10.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Theo giả thiết ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Leftrightarrow a-2b=0$ và $\lim_{x \rightarrow 1} y = \pm\infty \Leftrightarrow b=2, a=4$.

Vậy $a+2b=6$.

Câu 10. Biết đường thẳng $y=(3m-1)x+6m+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 0)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(1; \frac{3}{2})$.

D. $(\frac{3}{2}; 2)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Yêu cầu bài toán tương đương phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng $x^3-3x^2+1=(3m-1)x+6m+3 \Leftrightarrow x^3-3x^2-(3m-1)x-6m-2=0$.

Giả sử phương trình $x^3-3x^2-(3m-1)x-6m-2=0$ có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 thỏa

mãn $x_2 = \frac{x_1+x_3}{2}$ (1).

Mặt khác theo Viet ta có $x_1+x_2+x_3=3$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $x_2=1$. Tức $x=1$ là một nghiệm của phương trình trên. Thay $x=1$ vào phương trình ta được $m=-\frac{1}{3}$.

Thử lại $m=-\frac{1}{3}$ thỏa mãn đề bài.

Câu 11. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như hình vẽ. Khoảng cách từ C đến B là 1 km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 4 km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 40 triệu đồng, còn trên đất liền là 20 triệu đồng. Tính tổng chi phí nhỏ nhất để hoàn thành công việc trên (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

A. 106,25 triệu đồng.

B. 120 triệu đồng.

C. 164,92 triệu đồng.

D. 114,64 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi M là điểm trên đoạn AB để lắp đặt đường dây điện ra biển nối với điểm C .

$$\text{Đặt } BM = x \Rightarrow AM = 4 - x \Rightarrow CM = \sqrt{1 + (4 - x)^2} = \sqrt{17 - 8x + x^2}, x \in [0; 4]$$

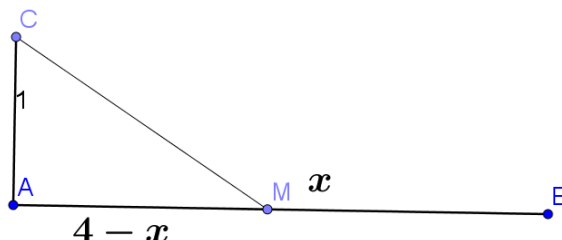
Khi đó tổng chi phí lắp đặt là: $y = x \cdot 20 + 40\sqrt{x^2 - 8x + 17}$ đơn vị là triệu đồng.

$$y' = 20 + 40 \cdot \frac{x - 4}{\sqrt{x^2 - 8x + 17}} = 20 \cdot \frac{\sqrt{x^2 - 8x + 17} + 2(x - 4)}{\sqrt{x^2 - 8x + 17}}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 8x + 17} = 2(4 - x) \Leftrightarrow x = \frac{12 - \sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Ta có } y\left(\frac{12 - \sqrt{3}}{2}\right) = 80 + 20\sqrt{3} \approx 114,64; y(0) = 40\sqrt{17} \approx 164,92; y(4) = 120.$$

Vậy ta chọn đáp án D.



Câu 12. Cho hai số dương a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$. Chọn đẳng thức đúng

A. $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

B. $\log a + \log b = \frac{1}{2} \log(7ab)$.

C. $\log a^2 + \log b^2 = \log 7ab$.

D. $\log a + \log b = \frac{1}{7} \log(a^2 + b^2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ta có } a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow 2\log(a+b) = 2\log 3 + \log a + \log b$$

$$\Leftrightarrow \log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$$

Câu 13. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3^x - 2)$ là:

A. $(0; +\infty)$.

B. $[0; +\infty)$.

C. $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

D. $(\log_3 2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 3^x - 2 > 0 \Leftrightarrow 3^x > 2 \Leftrightarrow x > \log_3 2.$$

Câu 14. Tìm tổng các nghiệm của phương trình $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

A. 0.

B. $\frac{5}{2}$.

C. 1.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 2 \cdot (2^x)^2 - 5 \cdot (2^x) + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3 \cdot 2^x - 2) < 2x$ là:

A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

C. $\left(\log_2 \frac{2}{3}; 0\right) \cup (1; +\infty)$.

D. $(1; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2 > 0 \\ 3 \cdot 2^x - 2 < (2^x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \log_2 \frac{2}{3} \\ 2^x < 1 \\ 2^x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \log_2 \frac{2}{3} \\ x < 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\log_2 \frac{2}{3}; 0\right) \cup (1; +\infty).$$

Câu 16. Cho hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x)$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' > 0$ là

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Tập xác định của hàm số $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln \frac{1}{3}}$$

$$\text{Do đó } y' > 0 \Leftrightarrow \frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln \frac{1}{3}} > 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x^2-2x} < 0 \left(\text{do } \ln \frac{1}{3} < 0 \right).$$

Giải bất phương trình cuối và kết hợp tập xác định hàm số ta có tập nghiệm là $S = (-\infty; 0)$.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = 2^{x^3-x^2+mx}$ đồng biến trên $[1, 2]$.

A. $m > \frac{1}{3}$.

B. $m \geq \frac{1}{3}$.

C. $m \geq -1$.

D. $m > -8$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } y' = (3x^2 - 2x + m) 2^{x^3-x^2+mx} \ln 2.$$

$$\text{Hàm số đã cho đồng biến trên } [1, 2] \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in [1, 2] \Leftrightarrow 3x^2 - 2x + m \geq 0, \forall x \in [1, 2] (*)$$

$$\text{Vì } f(x) = 3x^2 - 2x + m \text{ có } a = 3 > 0, -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3} < 2 \text{ nên}$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ \Delta' > 0 \\ \frac{x_1 + x_2}{2} < 1 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 3m \leq 0 \\ 1 - 3m > 0 \\ \frac{1}{3} < 1 \\ \frac{m}{3} - \frac{2}{3} + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{1}{3} \\ m < \frac{1}{3} \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq -1$$

Câu 18. Ông An bắt đầu đi làm với mức lương khởi điểm là 1 triệu đồng một tháng. Cứ sau 3 năm thì ông An được tăng lương 40%. Hỏi sau tròn 20 năm đi làm tổng tiền lương ông An nhận được là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)?

- A. 726,74 triệu. B. 71674 triệu. C. 858,72 triệu. D. 768,37 triệu.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Mức lương 3 năm đầu: 1 triệu	Tổng lương 3 năm đầu: 36. 1
Mức lương 3 năm tiếp theo: $1 \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right)$	Tổng lương 3 năm tiếp theo: $36 \left(1 + \frac{2}{5}\right)$
Mức lương 3 năm tiếp theo: $1 \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right)^2$	Tổng lương 3 năm tiếp theo: $36 \left(1 + \frac{2}{5}\right)^2$
Mức lương 3 năm tiếp theo: $1 \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right)^3$	Tổng lương 3 năm tiếp theo: $36 \left(1 + \frac{2}{5}\right)^3$
Mức lương 3 năm tiếp theo: $1 \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right)^4$	Tổng lương 3 năm tiếp theo: $36 \left(1 + \frac{2}{5}\right)^4$
Mức lương 3 năm tiếp theo: $1 \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right)^5$	Tổng lương 3 năm tiếp theo: $36 \left(1 + \frac{2}{5}\right)^5$
Mức lương 2 năm tiếp theo: $1 \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right)^6$	Tổng lương 2 năm tiếp theo: $24 \left(1 + \frac{2}{5}\right)^6$

Tổng lương sau tròn 20 năm là

$$\begin{aligned}
 S &= 36 \left[1 + \left(1 + \frac{2}{5}\right) + \left(1 + \frac{2}{5}\right)^2 + \dots + \left(1 + \frac{2}{5}\right)^5 \right] + 24 \left(1 + \frac{2}{5}\right)^6 \\
 &= 36 \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{2}{5}\right)^6}{1 - \left(1 + \frac{2}{5}\right)} + 24 \left(1 + \frac{2}{5}\right)^6 \approx 768,37
 \end{aligned}$$

Câu 19. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

- A. Hàm số $y = 2^{3-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 B. Hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
 D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^x + 2^{2-x}$ bằng 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đáp án A đúng vì $y' = -2^{3-x} \ln 2 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Đáp án B sai vì $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2} < 0, \forall x < 0$, do đó không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Đáp án C đúng, dựa vào bảng biến thiên ta có ngay kết quả.

Đáp án D đúng vì $y = 2^x + 2^{2-x} = 2^x + \frac{4}{2^x} \geq 2\sqrt{2^x \cdot \frac{4}{2^x}} = 4$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Tính giá trị biểu thức $A = f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{2}{100}\right) + \dots + f\left(\frac{100}{100}\right)$?

A. 50.

B. 49.

C. $\frac{149}{3}$.

D. $\frac{301}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Cách 1. Bấm máy tính Casio fx 570 theo công thức $\sum_{x=1}^{100} \left(\frac{4^{\frac{x}{100}}}{4^{\frac{x}{100}} + 2} \right) = \frac{301}{6}$.

Cách 2. Sử dụng tính chất $f(x) + f(1-x) = 1$ của hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Ta có

$$\begin{aligned} A &= \left[f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{99}{100}\right) \right] + \left[f\left(\frac{2}{100}\right) + f\left(\frac{98}{100}\right) \right] + \dots + \left[f\left(\frac{49}{100}\right) + f\left(\frac{51}{100}\right) \right] + f\left(\frac{50}{100}\right) + f\left(\frac{100}{100}\right) \\ &= 49 + \frac{4^{\frac{1}{2}}}{4^{\frac{1}{2}} + 2} + \frac{4}{4 + 2} = \frac{301}{6} \end{aligned}$$

PS: Chứng minh tính chất của hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$.

$$\text{Ta có } f(x) + f(1-x) = \frac{4^x}{4^x + 2} + \frac{4^{1-x}}{4^{1-x} + 2} = \frac{4^x}{4^x + 2} + \frac{4}{4 + 2 \cdot 4^x} = \frac{4^x}{4^x + 2} + \frac{2}{2 + 4^x} = 1.$$

Câu 21. Một nguồn âm đẳng hướng đặt tại điểm O có công suất truyền âm không đổi. Mức cường độ âm tại điểm M cách O một khoảng R được tính bởi công thức $L_M = \log \frac{k}{R^2}$ (Ben) với k là hằng số. Biết điểm O thuộc đoạn thẳng AB và mức cường độ âm tại A và B lần lượt là $L_A = 3$ (Ben) và $L_B = 5$ (Ben). Tính mức cường độ âm tại trung điểm AB (làm tròn đến 2 chữ số sau dấu phẩy).

A. 3,59 (Ben).

B. 3,06 (Ben).

C. 3,69 (Ben).

D. 4 (Ben).

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $L_A < L_B \Rightarrow OA > OB$.

Gọi I là trung điểm AB . Ta có:

$$L_A = \log \frac{k}{OA^2} \Rightarrow \frac{k}{OA^2} = 10^{L_A} \Rightarrow OA = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_A}}$$

$$L_B = \log \frac{k}{OB^2} \Rightarrow \frac{k}{OB^2} = 10^{L_B} \Rightarrow OB = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_B}}$$

$$L_I = \log \frac{k}{OI^2} \Rightarrow \frac{k}{OI^2} = 10^{L_I} \Rightarrow OI = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_I}}$$

$$\text{Ta có: } OI = \frac{1}{2}(OA + OB) \Rightarrow \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_I}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_A}} + \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{10}^{L_B}} \right) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{10}^{L_I}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{10}^{L_A}} + \frac{1}{\sqrt{10}^{L_B}} \right)$$

$$\Rightarrow L_I = -2 \log \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{10}^{L_A}} + \frac{1}{\sqrt{10}^{L_B}} \right) \right] \Rightarrow L_I \approx 3,69.$$

Câu 22. Một ô tô đang chạy đều với vận tốc 15 m/s thì phía trước xuất hiện chướng ngại vật nên người lái đạp phanh gấp. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $-a \text{ m/s}^2$. Biết ô tô chuyển động thêm được 20m thì dừng hẳn. Hỏi a thuộc khoảng nào dưới đây.

A. (3;4) .

B. (4;5) .

C. (5;6) .

D. (6;7) .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi $x(t)$ là hàm biểu diễn quãng đường, $v(t)$ là hàm vận tốc.

$$\text{Ta có: } v(t) - v(0) = \int_0^t (-a) dt = -at \Rightarrow v(t) = -at + 15 .$$

$$x(t) - x(0) = \int_0^t v(t) dt = \int_0^t (-at + 15) dt = -\frac{1}{2}at^2 + 15t$$

$$x(t) = -\frac{1}{2}at^2 + 15t$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} v(t) = 0 \\ x(t) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -at + 15 = 0 \\ -\frac{1}{2}at^2 + 15t = 20 \end{cases} \Rightarrow -\frac{15}{2}t + 15t = 20 \Rightarrow t = \frac{8}{3} \Rightarrow a = \frac{45}{8} .$$

Câu 23. Hàm số nào sau đây không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$?

A. $F(x) = \ln|2x+1| + 1$.

B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + 2$.

C. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|4x+2| + 3$.

D. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(4x^2 + 4x + 1) + 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Đáp án A. Sai vì } (\ln|2x+1| + 1)' = \frac{2}{2x+1}$$

Câu 24. Biết hàm số $F(x) = ax^3 + (a+b)x^2 + (2a-b+c)x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 6x + 2$. Tổng $a+b+c$ là:

A. 5 .

B. 4 .

C. 3 .

D. 2 .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$F'(x) = 3ax^2 + 2(a+b)x + (2a-b+c)$$

$$\text{Ta có: } F'(x) = f(x) \Rightarrow \begin{cases} 3a = 3 \\ 2(a+b) = 6 \\ 2a-b+c = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow a+b+c = 5 .$$

Câu 25. Tính $I = \int_0^1 e^{2x} dx$.

A. $e^2 - 1$.

B. $e - 1$.

C. $\frac{e^2 - 1}{2}$.

D. $e + \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$I = \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} \Big|_0^1 = \frac{e^2 - 1}{2} .$$

Câu 26. Có bao nhiêu số $a \in (0; 20\pi)$ sao cho $\int_0^a \sin^5 x \sin 2x dx = \frac{2}{7}$.

A. 20.

B. 19.

C. 9.

D. 10.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int_0^a \sin^5 x \sin 2x dx = 2 \int_0^a \sin^6 x \cos x dx = 2 \int_0^a \sin^6 x d(\sin x) = \frac{2}{7} \sin^7 x \Big|_0^a = \frac{2}{7} \sin^7 a = \frac{2}{7}.$$

Do đó $\sin^7 a = 1 \Leftrightarrow \sin a = 1 \Leftrightarrow a = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. Vì $a \in (0; 20\pi)$ nên

$$0 < \frac{\pi}{2} + k2\pi < 20\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < 10 \text{ và } k \in \mathbb{Z} \text{ nên có 10 giá trị của } k$$

Câu 27. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x-1) \sin 2x dx$. Tìm đẳng thức đúng

A. $I = -(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$.

B. $I = -(x-1) \cos 2x - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$.

C. $I = -\frac{1}{2}(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$.

D. $I = -\frac{1}{2}(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x-1 \\ dv = \sin 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{cases} \text{ ta có } I = -\frac{1}{2}(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$$

Câu 28. Cho khối cầu tâm O bán kính R . Mặt phẳng (P) cách O một khoảng $\frac{R}{2}$ chia khối cầu thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần đó.

A. $\frac{5}{27}$.

B. $\frac{5}{19}$.

C. $\frac{5}{24}$.

D. $\frac{5}{32}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Thể tích khối cầu là } V = \frac{4\pi}{3} R^3.$$

$$\text{Thể tích chỏm cầu có chiều cao } h = \frac{R}{2} \text{ là } V_1 = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) = \pi \frac{R^2}{4} \cdot \frac{5R}{6} = \frac{5\pi R^3}{24}.$$

$$\text{Do đó phần còn lại có thể tích } V_2 = V - V_1 = \frac{27\pi R^3}{24}. \text{ Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{27}.$$

Câu 29. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-3i|=1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z}+1+i|$ là

A. $\sqrt{13}+2$.

B. 4.

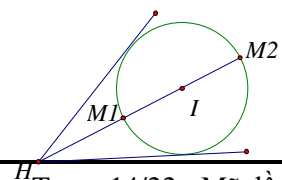
C. 6.

D. $\sqrt{13}+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Gọi } z = x + yi \text{ ta có } z-2-3i = x + yi - 2 - 3i = x-2 + (y-3)i.$$



Theo giả thiết $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$ nên điểm M biểu diễn cho số phức z nằm trên đường tròn tâm $I(2;3)$ bán kính $R=1$.

$$\text{Ta có } |\bar{z} + 1 + i| = |x - yi + 1 + i| = |x + 1 + (1 - y)i| = \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}.$$

$$\text{Gọi } M(x; y) \text{ và } H(-1; 1) \text{ thì } HM = \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}.$$

Do M chạy trên đường tròn, H cố định nên MH lớn nhất khi M là giao của HI với đường tròn.

$$\text{Phương trình } HI: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}, \text{ giao của } HI \text{ và đường tròn ứng với } t \text{ thỏa mãn:}$$

$$9t^2 + 4t^2 = 1 \Leftrightarrow t = \pm \frac{1}{\sqrt{13}} \text{ nên } M\left(2 + \frac{3}{\sqrt{13}}; 3 + \frac{2}{\sqrt{13}}\right), M\left(2 - \frac{3}{\sqrt{13}}; 3 - \frac{2}{\sqrt{13}}\right).$$

Tính độ dài MH ta lấy kết quả $HM = \sqrt{13} + 1$.

Câu 30. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = (1 + 2i)(3 - i)$ là

- A. 6. B. 10. C. 5. D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $z = 3 - i + 6i - 2i^2 = 5 + 5i$ nên tổng phần thực và phần ảo của z bằng 10

Câu 31. Gọi A, B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. 6. B. 2. C. 12. D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } z^2 + 2z + 10 = 0. \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}. \text{ Vậy tọa độ hai điểm là } A(-1; 3), B(-1; -3)$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(-1+1)^2 + (-3-3)^2} = 6.$$

Câu 32. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0 (a, b \in \mathbb{R})$ có một nghiệm là: $z = -2 + i$. Tính $a - b$.

- A. 9. B. 1. C. 4. D. -1.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Thay $z = -2 + i$ vào phương trình ta được:

$$(-2 + i)^2 + a(-2 + i) + b = 0 \Leftrightarrow 3 - 2a + b + (a - 4)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2a + b = 0 \\ a - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a - b = 4 - 5 = -1$$

Câu 33. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn: $|z - i| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo:

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Gọi } z = a + bi \Rightarrow z - i = a + (b - 1)i, z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$$

Đề $|z-i|=\sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+(b-1)^2=2 \\ a^2-b^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ a^2+(a-1)^2=2 \\ a=-b \\ a^2+(-a-1)^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2} \\ a=-b=\frac{-1\pm\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Vậy có 4 số phức thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 34. Cho A, B, C là các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn $z^3+i=0$. Tìm phát biểu sai:

A. Tam giác ABC đều.

B. Tam giác ABC có trọng tâm là $O(0;0)$.

C. Tam giác ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp là $O(0;0)$.

D. $S_{\Delta ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } z^3+i=0 \Leftrightarrow (z-i)(z^2+iz-1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} z=i \\ z=\frac{\pm\sqrt{3}-i}{2} \end{cases}$$

Vậy tọa độ các điểm biểu diễn số phức $z: A(0;1), B\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2}\right); C\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2}\right)$

Tam giác ABC có $AB=AC=BC=\sqrt{3}$, trọng tâm $O(0;0)$ cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp

tam giác và diện tích tam giác $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3}{4}$ (Với $a=\sqrt{3}$)

Câu 35. Một chiếc xô hình nón cụt đựng hóa chất ở phòng thí nghiệm có chiều cao $20cm$, đường kính hai đáy lần lượt là $10cm$ và $20cm$. Cô giáo giao cho bạn An sơn mặt ngoài của xô (trừ đáy). Tính diện tích bạn An phải sơn (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

A. $1942,97cm^2$.

B. $561,25cm^2$.

C. $971,48cm^2$.

D. $2107,44cm^2$.

Hướng dẫn giải

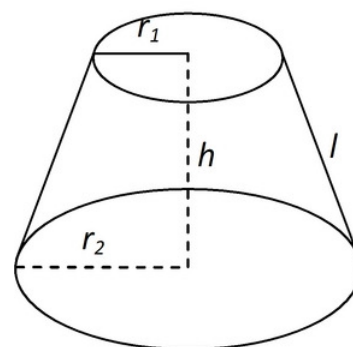
Chọn C.

Ta có $S_{xq} = \pi(r_1+r_2)l$

Với $r_1=5, r_2=10$

$$l = \sqrt{h^2 + (r_2-r_1)^2} = \sqrt{20^2 + (10-5)^2} = 5\sqrt{17}$$

$$\text{Vậy } S_{xq} = \pi(5+10)5\sqrt{17} = 75\sqrt{17}\pi \approx 971,48$$



Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy. Tam giác ABC vuông cân tại B . $SA=AC=2a$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

B. $\frac{1}{3}a^3$.

C. $\frac{2}{3}a^3$.

D. $\frac{4}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Vì tam giác ABC vuông cân tại B

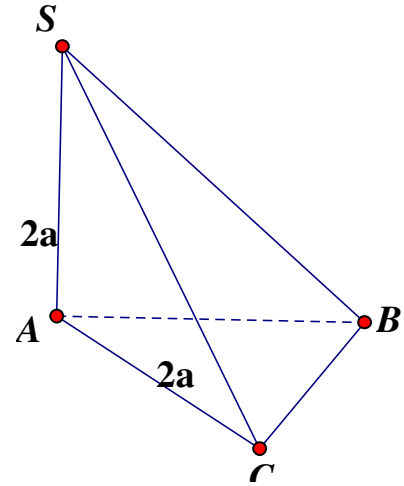
$$\Rightarrow BA = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}.$$

Diện tích tam giác vuông ABC là:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = a^2.$$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

$$V = \frac{1}{3} AA' \cdot S_{ABC} = \frac{2}{3} a^3.$$



Câu 37. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3 . Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tính theo a khoảng cách giữa SA và CD .

A. $2\sqrt{3}a$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Vì đáy $ABCD$ là hình bình

$$\text{hành} \Rightarrow V_{SABD} = V_{SBCD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{2}.$$

Ta có:

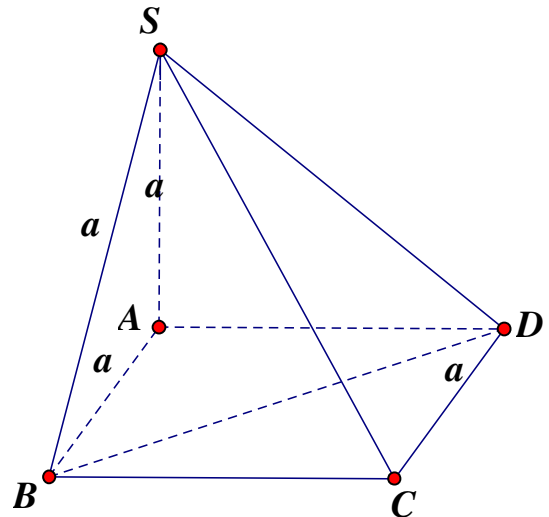
Vì tam giác SAB đều cạnh a

$$\Rightarrow S_{SAB} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Vì $CD \parallel AB \Rightarrow CD \parallel (SAB)$ nên

$$d(CD, SA) = d(CD, (SAB)) = d(D, (SAB))$$

$$= \frac{3V_{SABD}}{S_{SBD}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{2}}{\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}} = 2\sqrt{3}a.$$



Câu 38. Cho hình lập phương có tổng diện tích các mặt bằng $12a^3$. Tính theo a thể tích khối lập phương đó.

A. $\sqrt{8}a^3$.

B. $\sqrt{2}a^3$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Khối lập phương có 6 mặt là hình vuông bằng nhau

$$\text{Từ giả thiết suy ra diện tích một mặt là } \frac{12a^2}{6} = 2a^2.$$

$$\text{Cạnh của khối lập phương là } \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Thể tích của khối lập phương là: } V = (a\sqrt{2})^3 = \sqrt{8}a^3.$$

Câu 39. Khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . $SA = SB = SC = a$, Cạnh SD thay đổi. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3}{8}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{3a^3}{8}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Khi SD thay đổi thì AC thay đổi. Đặt $AC = x$.

Gọi $O = AC \cap BD$.

Vì $SA = SB = SC$ nên chân đường cao SH trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$\Rightarrow H \in BO$.

$$\text{Ta có } OB = \sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{4a^2 - x^2}{4}} = \frac{\sqrt{4a^2 - x^2}}{2}$$

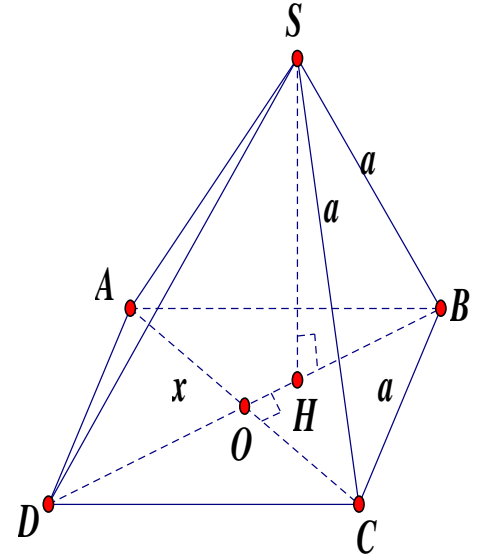
$$S_{ABC} = \frac{1}{2}OB.AC = \frac{1}{2}x \cdot \frac{\sqrt{4a^2 - x^2}}{2} = \frac{x\sqrt{4a^2 - x^2}}{4}$$

$$HB = R = \frac{a \cdot a \cdot x}{4S_{ABC}} = \frac{a^2 x}{4 \cdot \frac{x\sqrt{4a^2 - x^2}}{4}} = \frac{a^2}{\sqrt{4a^2 - x^2}}.$$

$$SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^4}{4a^2 - x^2}} = \frac{a\sqrt{3a^2 - x^2}}{\sqrt{4a^2 - x^2}}$$

$$V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 2 \cdot \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3a^2 - x^2}}{\sqrt{4a^2 - x^2}} \cdot \frac{x\sqrt{4a^2 - x^2}}{4}$$

$$= \frac{1}{3}a \left(x\sqrt{3a^2 - x^2} \right) \leq \frac{1}{3}a \left(\frac{x^2 + 3a^2 - x^2}{2} \right) = \frac{a^3}{2}$$



Câu 40. Cho khối nón đỉnh O , trục OI . Mặt phẳng trung trực của OI chia khối chóp thành hai phần. Tỉ số thể tích của hai phần là:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi R là bán kính đáy của khối nón trục

$$OI \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot OI$$

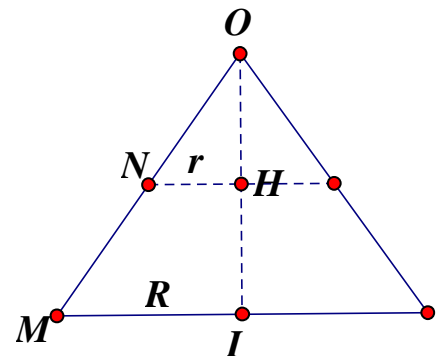
Giả sử mặt phẳng trung trực của OI cắt trục OI tại H , cắt đường sinh OM tại N . Khi đó mặt phẳng này chia khối nón thành 2 phần, phần trên là khối nón mới

có bán kính $r = \frac{R}{2}$, có chiều cao là $\frac{OI}{2}$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 \left(\frac{OI}{2}\right) = \frac{\pi R^2 \cdot OI}{24} \text{ . Phần dưới là khối}$$

nón cụt có thể tích

$$V_2 = V - V_1 = \frac{\pi R^2 \cdot OI}{3} - \frac{\pi R^2 \cdot OI}{24} = \frac{7\pi R^2 \cdot OI}{24} \text{ .}$$



$$\text{Vậy tỉ số thể tích là: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{\pi R^2 \cdot OI}{24}}{\frac{7\pi R^2 \cdot OI}{24}} = \frac{1}{7}$$

Câu 41. Cho hình trụ có trục OO' , thiết diện qua trục là một hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của trụ cắt bởi (P) .

- A. $a^2\sqrt{3}$. B. a^2 . C. $2a^2\sqrt{3}$. D. πa^2 .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt phẳng (P) song song với trục nên cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật có một kích thước là $2a$. Kích thước còn lại là $2\sqrt{r^2 - d^2} = 2\sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{3}$, trong đó $r = a$ bán kính đáy và $d = \frac{a}{2}$ là khoảng cách từ trục đến mặt phẳng (P) .

Diện tích thiết diện là $2a^2\sqrt{3}$.

Câu 42. Một cốc nước hình trụ có chiều cao 9cm , đường kính 6cm . Mặt đáy phẳng và dày 1cm , thành cốc dày $0,2\text{cm}$. Đổ vào cốc 120ml nước sau đó thả vào cốc 5 viên bi có đường kính 2cm . Hỏi mặt nước trong cốc cách mép cốc bao nhiêu cm . (Làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

- A. $3,67\text{cm}$. B. $2,67\text{cm}$. C. $3,28\text{cm}$. D. $2,28\text{cm}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Thành cốc dày $0,2\text{cm}$ nên bán kính đáy trụ bằng $2,8\text{cm}$. Đáy cốc dày 1cm nên chiều cao hình trụ bằng 8cm . Thể tích khối trụ là $V = \pi \cdot (2,8)^2 \cdot 8 = 197,04 (\text{cm}^3)$.

Đổ 120ml vào cốc, thể tích còn lại là $197,04 - 120 = 77,04 (\text{cm}^3)$.

Thả 5 viên bi vào cốc, thể tích 5 viên bi bằng $V_{bi} = 5 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1^3 = 20,94 (\text{cm}^3)$.

Thể tích cốc còn lại $77,04 - 20,94 = 56,1 (\text{cm}^3)$.

Ta có $56,1 = h' \cdot \pi \cdot (2,8)^2 \Rightarrow h' = 2,28 \text{ cm}$.

Cách khác: Dùng tỉ số thể tích

$$\frac{V_{Tr}}{V_{nuoc} + V_{bi}} = \frac{h_{coc}}{h_{nuoc+bi}} \Leftrightarrow \frac{8 \cdot (2,8)^2 \cdot \pi}{120 + 5 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi} = \frac{8}{h_{nuoc+bi}} \Rightarrow h_{nuoc+bi} = 5,72$$

Chiều cao còn lại của trụ là $8 - 5,72 = 2,28$.

Vậy mặt nước trong cốc cách mép cốc là $2,28\text{cm}$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(3;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$. Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của A và B trên mặt phẳng (P) . Tính độ dài đoạn MN .

A. $2\sqrt{3}$.

B. $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

D. 4.

Hướng dẫn giải**Chọn B.**

Gọi d là đường thẳng qua $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Độ dài đoạn thẳng MN là khoảng cách từ $B(3;0;-1)$ đến đường thẳng d .

$$\overrightarrow{AB} = (2; -2; -2), \overrightarrow{n_p} = (1; 1; -1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_p}] = (4; 0; 4)$$

$$MN = \frac{|\overrightarrow{[AB, \overrightarrow{n_p}]}|}{|\overrightarrow{n_p}|} = \frac{\sqrt{16+0+16}}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z-1=0$. Gọi B là điểm đối xứng với A qua (P) . Độ dài đoạn thẳng AB là

A. 2.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. 4.

Hướng dẫn giải**Chọn B.**

B là điểm đối xứng với A qua (P) nên $AB \perp (P)$ tại trung điểm đoạn AB .

$$\text{Độ dài đoạn } AB = 2d(A, (P)) = \frac{2|1+4-2-1|}{\sqrt{1+4+4}} = \frac{4}{3}.$$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các vector $\vec{a} = (1;2;1)$, $\vec{b} = (-2;3;4)$, $\vec{c} = (0;1;2)$, $\vec{d} = (4;2;0)$. Biết $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$. Tổng $x+y+z$ là

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Hướng dẫn giải

$$\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=4 \\ 2x+3y+z=2 \\ x+4y+2z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \\ z=1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x+y+z = 2-1+1 = 2$$

Chọn A

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;1)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}. \text{ Viết phương trình mặt phẳng chứa } A \text{ và vuông góc với } d.$$

A. $x-y+z-1=0$.

B. $x-y+z-1=0$.

C. $x-y+z=0$.

D. $x-y+z-2=0$.

Hướng dẫn giải**Chọn C.**

Đường thẳng d nhận $\vec{u} = (1; -1; 1)$ làm vector chỉ phương.

Vì mặt phẳng (P) vuông góc với d nên mặt phẳng (P) nhận $\vec{u} = (1; -1; 1)$ làm vector pháp tuyến.

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (P): 1(x-1) - (y-2) + (z-1) = 0 \Leftrightarrow x-y+z=0.$$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$. Mặt phẳng chứa A và d . Viết phương trình mặt cầu tâm O tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

A. $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{12}{5}$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. **C.** $x^2 + y^2 + z^2 = 6$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{24}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đường thẳng d đi qua điểm $B(1;2;0)$ và nhận $\vec{u} = (2; -1; 1)$ làm vector chỉ phương.

Có: $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; -3)$.

Khi đó: $\overrightarrow{n_p} = [\overrightarrow{AB}; \vec{u}] = (2; 5; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) : $2x + 5y + z - 12 = 0$.

Vì mặt cầu tâm O tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên: $R = d[O; (P)] = \frac{12}{\sqrt{30}}$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm: $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{24}{5}$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 1 = 0$ và $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$. Khi đó, giao tuyến của (P) và (Q) có một vector chỉ phương là:

A. $\vec{u} = (1; 3; 5)$. **B.** $\vec{u} = (-1; 3; -5)$. **C.** $\vec{u} = (2; 1; -1)$. **D.** $\vec{u} = (1; -2; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Có $\overrightarrow{n_p} = (2; 1; -1)$ và $\overrightarrow{n_q} = (1; -2; 1)$

Khi đó, vector chỉ phương của giao tuyến của (P) và (Q) là:

$\vec{u} = [\overrightarrow{n_p}; \overrightarrow{n_q}] = (1; 3; 5)$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M lần lượt cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C khác O . Tính giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$.

A. 54. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 18.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0, 0, c)$ với $a, b, c > 0$.

Phương trình mặt phẳng (P) : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì: $M \in (P) \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là: $V_{OABC} = \frac{1}{6}abc$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có: $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{a} \cdot \frac{2}{b} \cdot \frac{1}{c}}$

$$\text{Hay } 1 \geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{abc}} \Leftrightarrow 1 \geq \frac{54}{abc}$$

$$\text{Suy ra : } abc \geq 54 \Leftrightarrow \frac{1}{6}abc \geq 9$$

$$\text{Vậy : } V_{OABC} \geq 9.$$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S) . Gọi M, N là tiếp điểm. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

A. $2\sqrt{2}$.

B. $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;1), R = \sqrt{2}$

Đường thẳng d nhận $\vec{u} = (2; -1; 4)$ làm vector chỉ phương

Gọi H là hình chiếu của I lên đường thẳng d .

$$H \in d \Leftrightarrow H(2t+2; -t; 4t)$$

Lại có :

$$\overrightarrow{IH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (2t+1; -t-2; 4t-1) \cdot (2; -1; 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(2t+1) + t + 2 + 4(4t-1) = 0 \Leftrightarrow t = 0$$

Suy ra tọa độ điểm $H(2; 0; 0)$.

$$\text{Vậy } IH = \sqrt{1+4+1} = \sqrt{6}$$

$$\text{Suy ra: } HM = \sqrt{6-2} = 2$$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng HI .

$$\text{Suy ra: } \frac{1}{MK^2} = \frac{1}{MH^2} + \frac{1}{MI^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Suy ra: } MK = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow MN = \frac{4}{\sqrt{3}}.$$

