

MÔN TOÁN LỚP 12

Thời gian: 90 phút (không tính thời gian giao đề)

I- PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (5,0 điểm)

Câu 1 (2,5 điểm). Tính các tích phân sau:

$$I = \int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx \quad \text{và} \quad J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x dx.$$

Câu 2 (2,5 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình phẳng (H) giới hạn bởi trục hoành và đường cong $y = -x^3 + 2x^2$.

- 1) Tính diện tích hình phẳng (H).
- 2) Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox.

II- PHẦN RIÊNG - PHẦN TỰ CHỌN (5,0 điểm)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2).

1- Theo chương trình Chuẩn

Câu 3.a (2,0 điểm).

- 1) Giải phương trình trên tập số phức $i(z+1) - 5 + z = 0$.
- 2) Tìm số phức z , biết $z + 2\bar{z} + 3 - 2i = 0$.

Câu 4.a (3,0 điểm).

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $I(1;1;3)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng (d).

- 1) Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa I và vuông góc với đường thẳng (d).
- 2) Tìm tọa độ điểm H.
- 3) Viết phương trình mặt cầu có tâm là I và cắt đường thẳng (d) tại hai điểm A, B sao cho diện tích của tam giác IAB bằng $\sqrt{5}$.

2- Theo chương trình Nâng cao

Câu 3.b (2,0 điểm).

- 1) Giải phương trình trên tập số phức $z(z-i) = -3$.
- 2) Viết dạng lượng giác của số phức z biết: $|z| = \sqrt{2}$ và một argumen của $\frac{1}{z}$ là $\frac{3\pi}{4}$.

Câu 4.b (3,0 điểm).

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $I(1;1;-3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x + y - z + 1 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm là I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm A.

- 1) Viết phương trình đường thẳng (d) qua I và vuông góc với mặt phẳng (P).
- 2) Tìm tọa độ tiếp điểm A.
- 3) Viết phương trình mặt phẳng (Q), biết rằng mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 6π .

--- HẾT ---

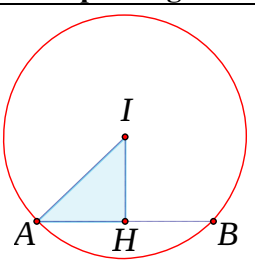
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN LỚP 12

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (5,0 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
1 (2,5đ)	Tính I (1,25 đ)	
	Đặt $u = \sqrt{x+1} \Rightarrow du = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} dx$ và $x = u^2 - 1$	0,25
	Đổi cận:	0,25
	$I = \int_1^2 2(u^2 - 1)dx = 2 \left(\frac{u^3}{3} - u \right) \Big _1^2$	0,50
	$I = 2 \left(\frac{8}{3} - 2 - \frac{1}{3} + 1 \right) = \frac{8}{3}$	0,25
	Tính J (1,25 đ)	
	Đặt $u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx$	
	$dv = e^x dx$ chọn $v = e^x$	0,25
	$J = e^x \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos x dx$	0,25
	Tương tự: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos x dx = e^x \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x dx$	0,25
	$\Rightarrow J = e^x \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} - e^x \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} - J$	0,25
	$\Rightarrow J = \frac{e^{\frac{\pi}{2}} + 1}{2}$	0,25
2 (2,5đ)	1. Diện tích hình phẳng (H) (1,25 đ)	
	Xác định giao điểm	0,25
	$S = \int_0^2 \left -x^3 + 2x^2 \right dx = \left \int_0^2 (-x^3 + 2x^2) dx \right $	0,50
	$S = \left(-\frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} \right) \Big _0^2 = \frac{4}{3}$	0,50
	2. Thể tích khối tròn xoay (1,25 đ)	
	Xác định cận	0,25
	$V = \pi \int_0^2 (-x^3 + 2x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (x^6 - 4x^5 + 4x^4) dx$	0,50
	$V = \pi \left[\frac{x^7}{7} - \frac{2x^6}{3} + \frac{4x^5}{5} \right]_0^2$	0,25
	$V = \pi \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) 2^7 = \frac{128\pi}{105}$	0,25

II. PHẦN RIÊNG (5,0 điểm)

1. Theo chương trình Chuẩn:

Câu	Nội dung	Điểm
3.a (2,0 đ)	1. Giải phương trình trên tập số phức $i(z+1) - 5 + z = 0$. (1,0 đ)	
	Biến đổi $z(i+1) = 5-i$	0,25
	$\Rightarrow z = \frac{5-i}{1+i} = \frac{(5-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}$	0,25
	$\Rightarrow z = 2-3i$ (nhân đúng trên tử hoặc trên mẫu 0,25)	0,50
	2. Tìm số phức z, biết: $z + 2\bar{z} + 3 - 2i = 0$. (1,0 đ)	
	Đặt $z = a+bi$, $a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow \bar{z} = a-bi$	0,25
	$\Rightarrow 3a+3-(2+b)i = 0$	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ 2+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \end{cases}$	0,25
	Kết luận	0,25
4.a (3,0đ)	1. Viết phương trình mặt phẳng (P). (1,0 đ)	
	Vecto chỉ phương của (d): $\vec{a}_{(d)} = (2; -1; 1)$	0,25
	$\Rightarrow$ Vecto pháp tuyến của (P): $\vec{n}_{(P)} = \vec{a}_{(d)} = (2; -1; 1)$	0,25
	Phương trình mặt phẳng (P): $2(x-1) - 1(y-1) + 1(z-3) = 0$	0,25
	Hay $2x - y + z - 4 = 0$	0,25
	2. Tìm tọa độ điểm H. (1,0 đ)	
	$(P) \perp (d)$, $I \in (P)$ nên hình chiếu vuông góc của I lên (d) là giao điểm của (P) và (d)	0,25
	Tọa độ của H là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1} \\ 2x - y + z - 4 = 0 \end{cases}$	0,25
	$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1} = t \Rightarrow x = 2+2t; y = 1-t; z = 1+t$	
	$2(2+2t) - (1-t) + (1+t) - 4 = 0$ hay $t = 0$	0,25
	Vậy $H(2; 1; 1)$	0,25
	3. Viết phương trình mặt cầu. (1,0 đ)	
		
	Theo đề bài: bán kính mặt cầu là IA, H là trung điểm AB $\Rightarrow \sqrt{5} = S_{(\triangle IAB)} = AH \cdot IH = IH \sqrt{IA^2 - IH^2}$	0,25
	Mà $IH^2 = (2-1)^2 + (1-1)^2 + (1-3)^2 = 5$	0,25
	$\Rightarrow IA^2 = \frac{5}{IH^2} + IH^2 = 6$	0,25
	$\Rightarrow$ Phương trình mặt cầu: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 6$	0,25

2. Theo chương trình Nâng cao:

Câu	Nội dung	Điểm
3.b (2,0 đ)	1. Giải phương trình trên tập số phức $z(z-i) = -3$. (1,0 đ)	
	PT viết lại: $z^2 - iz + 3 = 0$	0,25
	$\Delta = i^2 - 12 = -13$	0,25
	Δ có hai căn bậc 2 là $\delta_1 = i\sqrt{13}$ và $\delta_2 = -i\sqrt{13}$	0,25
	Nghiệm: $z_1 = \frac{(1+\sqrt{13})i}{2}$; $z_2 = \frac{(1-\sqrt{13})i}{2}$	0,25
	2. Tìm số phức z, biết: $z = \sqrt{2}$ và một argumen của $\frac{1}{z}$ là $\frac{3\pi}{4}$. (1,0 đ)	
	Gọi φ là một argumen của z . Số phức z có dạng $z = \sqrt{2}(\cos \varphi + i \sin \varphi)$	0,25
	$\frac{1}{z} = \frac{1}{\sqrt{2}}[\cos(-\varphi) + i \sin(-\varphi)]$ (chỉ cần tính đúng argumen của $\frac{1}{z}$ là $-\varphi$)	0,25
	Giả thiết suy ra: $-\varphi = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \varphi = -\frac{3\pi}{4}$.	0,25
	Vậy $z = \sqrt{2}\left(\cos \frac{-3\pi}{4} + i \sin \frac{-3\pi}{4}\right)$	0,25
4.b (3,0đ)	1. Phương trình đường thẳng (d) (1,0 đ)	
	Vecto pháp tuyến của (P) là (1;1;-1)	0,25
	Đường thẳng (d) vuông góc với (P) nên (d) có vecto chỉ phương là (1;1;-1)	0,25
	Phương trình tham số của (d): $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -3-t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$ (đúng dạng PTTS 0,25)	0,50
	2) Tìm tọa độ tiếp điểm A. (1,0 đ)	
	A là giao điểm của (P) và (d)	0,25
	Tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -3-t \\ x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow t = -2$	0,25
	Suy ra $A(-1;-1;-1)$	0,25
	3. Phương trình của mặt phẳng (Q) (1,0 đ)	
	Gọi r là bán kính đường tròn giao thì $2\pi r = 6\pi \Rightarrow r = 3$	0,25
	R là bán kính của (S) thì $R = IA = 2\sqrt{3}$	
	$\Rightarrow$ khoảng cách từ I đến mp(Q) là $d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{3}$	0,25
	mp(Q) có dạng: $x + y - z + D = 0$; $D \neq 1$.	
	$d(I;(Q)) = d \Leftrightarrow \frac{ 1+1+3+D }{\sqrt{1+1+1}} = \sqrt{3}$	0,25
	$\Rightarrow D = -2$ (thỏa) ; $D = -8$ (thỏa)	
	Vậy có hai mp(Q) là: $x + y - z - 2 = 0$; $x + y - z - 8 = 0$	0,25

Trên đây là sơ lược biểu điểm để kiểm tra học kỳ II, tổ chuyên môn các trường THPT thảo luận thống nhất thêm chi tiết lời giải và biểu điểm. Tổ chuyên môn có thể phân chia điểm nhỏ đến 0,25 điểm cho từng ý, từng câu của đề kiểm tra. Tuy nhiên, điểm từng bài, từng câu không được thay đổi. Nội dung thảo luận hướng dẫn chấm được ghi vào biên bản của tổ chuyên môn.

Học sinh có lời giải khác lời giải do tổ chuyên môn thống nhất, nhưng lập luận và kết quả chính xác, bài làm đúng đến ý nào thì cho điểm ý đó.

Việc làm tròn số điểm bài kiểm tra được thực hiện theo quy định của Bộ Giáo dục và Đào tạo tại Quyết định số 40/2006/BGD-ĐT.

--- Hết ---