

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 02 trang)

Môn thi: **TOÁN**
Thời gian làm bài: 180 phút
Ngày thi: 07/01/2023

Câu 1. (4 điểm)

1.1. Cho hàm số $y = x^3 + mx + 2$ (1). Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

1.2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $3x - y + 2 = 0$.

Câu 2. (6 điểm)

2.1. Giải phương trình: $2\log_3^2(x-1) - 3\log_3(x-1) \cdot \log_3(3x) + \log_3^2(3x) = 0$.

2.2. Cho khai triển nhị thức:

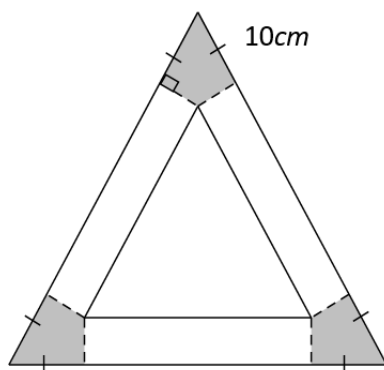
$$\left(2^{-\frac{x^2}{2}} + 2^{\frac{3x}{4}}\right)^n = C_n^0 \left(2^{-\frac{x^2}{2}}\right)^n + C_n^1 \left(2^{-\frac{x^2}{2}}\right)^{n-1} \cdot 2^{\frac{3x}{4}} + \dots + C_n^{n-1} 2^{-\frac{x^2}{2}} \cdot \left(2^{\frac{3x}{4}}\right)^{n-1} + C_n^n \left(2^{\frac{3x}{4}}\right)^n, \quad (n \in \mathbb{N}).$$

Biết rằng trong khai triển đó có $C_n^4 + 6C_n^3 - 8C_n^2 = 15$ và số hạng thứ năm bằng $10n$. Tìm n và x .

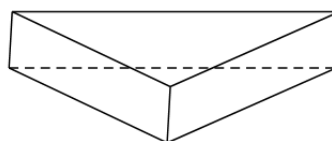
2.3. Đầu năm học 2022 - 2023, Trường THPT X tuyển sinh bốn lớp 10 theo 4 tổ hợp môn lựa chọn. Khi kết thúc đợt tuyển sinh, còn thiếu 5 học sinh theo chỉ tiêu được giao. Trong đợt tuyển sinh bổ sung có 5 học sinh đủ điều kiện xét tuyển và được chọn lớp học theo tổ hợp môn lựa chọn. Tính xác suất để trong 5 học sinh đó có 3 học sinh chọn vào cùng một lớp, trong ba lớp còn lại có hai lớp mỗi lớp có 1 học sinh chọn và một lớp không có học sinh nào chọn.

Câu 3. (4 điểm)

3.1. Bạn An có một tấm tôn phẳng hình tam giác đều có cạnh 60 cm, bạn An dự định cắt bỏ ở ba góc ba phần bằng nhau sao cho phần còn lại là hình gồm một tam giác đều và ba hình chữ nhật có kích thước bằng nhau (như hình 1), rồi gấp ba hình chữ nhật lại tạo thành một chậu hoa hình lăng trụ tam giác đều (như hình 2):



Hình 1



Hình 2

Biết phần cạnh tấm tôn bị cắt bỏ ở mỗi góc bằng 10 cm, tính thể tích chậu hoa đó.

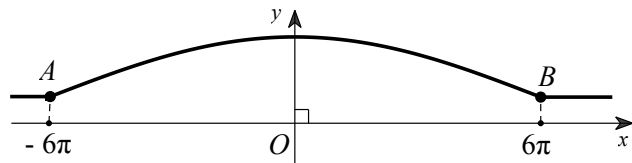
3.2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , $\widehat{ABC} = 120^\circ$, $AB = a$, SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC) bằng 45° . Gọi M là trung điểm của AC và N là trung điểm của SM . Điểm P trên cạnh SC sao cho $SP = 2PC$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BN và MP .

Câu 4. (2 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (2-y)\sqrt{x-y+1} + x = 2 + (x-y)\sqrt{y-1} \\ 2y^2 - 3x + 2y - 3 = 2\sqrt{x-2y+2} - \sqrt{4x-5y+2} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 5. (4 điểm)

5.1. Một chiếc cầu bắc qua sông, mặt dưới gầm cầu có dạng cung AB biểu thị bởi đồ thị hàm số $y = \frac{8\sqrt{3}}{3} \cos \frac{x}{12} + 2$ với $x \in [-6\pi; 6\pi]$ trong hệ trục tọa độ Oxy với đơn vị trục là mét (trục Ox mô tả mặt nước sông) như hình minh họa dưới đây:



Biết quy định chiều cao tối đa của các phương tiện giao thông hàng hóa qua lại dưới gầm cầu phải thấp hơn mặt dưới gầm ít nhất 0,8 mét. Một sà lan chở khối hàng hóa có hình dạng là một khối hộp chữ nhật với độ cao 5,2 mét so với mặt nước sông muốn đi qua gầm cầu. Tính bề rộng tối đa của khối hàng hóa để sà lan qua được gầm cầu đúng quy định (lấy số $\pi = 3,14$).

5.2. Cho ba số thực a, b, c thuộc đoạn $[1; 4]$ và thỏa $a \geq b, a \geq c$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{a}{3a+5b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}$.

----- Hết -----

Họ tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Giám thị 1: Ký tên:..... Giám thị 2:..... Ký tên:.....

(Hướng dẫn chấm gồm có 07 trang)

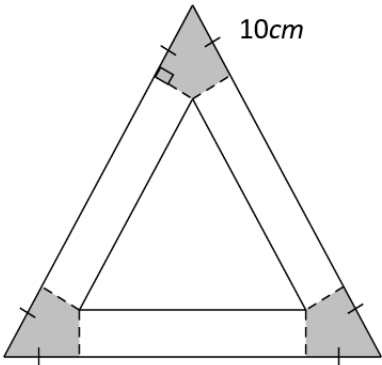
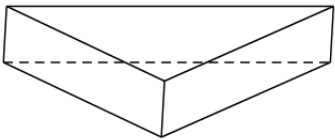
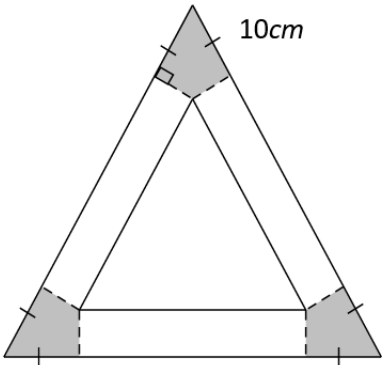
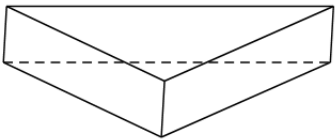
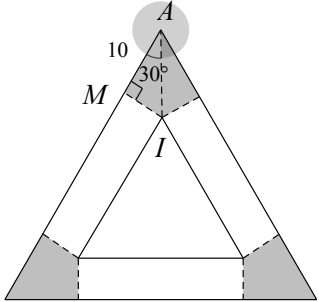
Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 07/01/2023

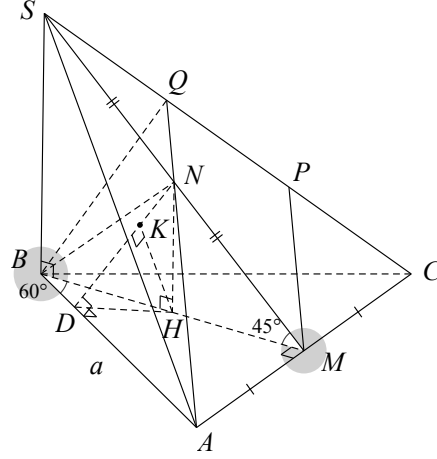
**ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ CHÍNH THỨC**

CÂU		HƯỚNG DẪN CHẤM																
Câu 1 (4.0 điểm)	1.1 (2.0 điểm)	Cho hàm số $y = x^3 + mx + 2$ (1). Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.																
		Phương trình $x^3 + mx + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -x^2 - \frac{2}{x} \quad (x \neq 0) \quad (1).$																
		Xét $f(x) = -x^2 - \frac{2}{x} \Rightarrow f'(x) = -2x + \frac{2}{x^2} = \frac{-2x^3 + 2}{x^2}.$																
		Bảng biến thiên																
		<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>-3</td><td>$-\infty$</td></tr></table>		x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	$f'(x)$	+		+	0	-	$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	-3
	x	$-\infty$	0	1	$+\infty$													
	$f'(x)$	+		+	0	-												
	$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	-3	$-\infty$													
	Đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại một điểm duy nhất khi phương trình (1) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m > -3$.																	
	1.2 (2.0 điểm)	Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $3x - y + 2 = 0$.																
Đạo hàm $y' = \frac{3}{(x+2)^2}$ với $x \neq -2$. Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm.																		
Phương trình tiếp tuyến có dạng là $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$.																		
Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $3x - y + 2 = 0 \Leftrightarrow y = 3x + 2$ nên ta có: $\frac{3}{(x_0 + 2)^2} = 3$																		
$\Leftrightarrow (x_0 + 2)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 2 = 1 \\ x_0 + 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -1 \\ x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 5 \end{cases}$																		
Với $x_0 = -1$, phương trình tiếp tuyến đó là $y = 3x + 2$ (loại). Với $x_0 = -3$, phương trình tiếp tuyến đó là $y = 3x + 14$.																		
2.1 (2.0 điểm)	Giải phương trình: $2\log_3^2(x-1) - 3\log_3(x-1).\log_3(3x) + \log_3^2(3x) = 0$.																	
	Điều kiện: $\begin{cases} x-1 > 0 \\ 3x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.																	

Câu 2 (6.0 điểm)		Phương trình tương đương $\left[2\log_3(x-1) - \log_3(3x)\right] \cdot \left[\log_3(x-1) - \log_3(3x)\right] = 0.$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2\log_3(x-1) - \log_3(3x) = 0 & (1) \\ \log_3(x-1) - \log_3(3x) = 0 & (2) \end{cases}$
		$(1) \Leftrightarrow 2\log_3(x-1) = \log_3(3x) \Leftrightarrow (x-1)^2 = 3x \Leftrightarrow x^2 - 5x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}.$
		$(2) \Leftrightarrow \log_3(x-1) = \log_3(3x) \Leftrightarrow x-1 = 3x \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}.$
		So với điều kiện suy ra phương trình có một nghiệm duy nhất $x = \frac{5 + \sqrt{21}}{2}$.
2.2 (2.0 điểm)		Cho khai triển nhị thức: $\left(2^{-\frac{x^2}{2}} + 2^{\frac{3x}{4}}\right)^n = C_n^0 \left(2^{-\frac{x^2}{2}}\right)^n + C_n^1 \left(2^{-\frac{x^2}{2}}\right)^{n-1} \cdot 2^{\frac{3x}{4}} + \dots + C_n^n \left(2^{\frac{3x}{4}}\right)^n, \quad (n \in \mathbb{N}).$ Biết rằng trong khai triển đó có $C_n^4 + 6C_n^3 - 8C_n^2 = 15$ và số hạng thứ năm bằng $10n$. Tìm n và x.
		Điều kiện $n \geq 4, n \in \mathbb{N}$. $C_n^4 + 6C_n^3 - 8C_n^2 = 15 \Leftrightarrow \frac{n!}{4!(n-4)!} + 6 \frac{n!}{3!(n-3)!} - 8 \frac{n!}{2!(n-2)!} = 15$
		$\Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24} + n(n-1)(n-2) - 4n(n-1) = 15$ $\Leftrightarrow n(n-1)[(n-2)(n-3) + 24(n-2) - 96] = 360$ $\Leftrightarrow n(n-1)(n^2 + 19n - 138) = 360$ $\Leftrightarrow n^4 + 18n^3 - 157n^2 + 138n - 360 = 0$ $\Leftrightarrow (n-6)(n^3 + 24n^2 - 13n + 60) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n^3 + 24n^2 - 13n + 60 = 0 \end{cases}$
		Do $n^3 + 24n^2 - 13n + 60 = n(n^2 + 12n - 13) + 12n^2 + 60$ $= n(n-1)(n+13) + 12n^2 + 60 > 0 \text{ với } n \geq 4.$ Vậy $n = 6$.
		Số hạng thứ năm là $C_6^4 \left(2^{-\frac{x^2}{2}}\right)^2 \cdot \left(2^{\frac{3x}{4}}\right)^4 = 15 \cdot 2^{-x^2+3x}$.
		Từ giả thiết có phương trình $15 \cdot 2^{-x^2+3x} = 60 \Leftrightarrow 2^{-x^2+3x-2} = 1 = 2^0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 2.$
	2.3 (2.0 điểm)	Đầu năm học 2022 - 2023, Trường THPT X tuyển sinh bốn lớp 10 theo 4 tổ hợp môn lựa chọn. Khi kết thúc đợt tuyển sinh, còn thiếu 5 học sinh theo chỉ tiêu được giao. Trong đợt tuyển sinh bổ sung có 5 học sinh đủ điều kiện xét tuyển và được chọn lớp học theo tổ hợp môn lựa chọn. Tính xác suất để trong 5 học sinh đó có 3 học sinh chọn vào cùng một lớp, trong ba lớp còn lại có hai lớp mỗi lớp có 1 học sinh chọn và một lớp không có học sinh nào chọn.

		Mỗi học sinh có 4 cách chọn lớp nên số cách 5 học sinh chọn lớp là 4^5 .
		3 học sinh chọn vào cùng một lớp có C_5^3 khả năng.
		Số cách mà 3 học sinh đó chọn lớp là 4.
		Số cách học sinh thứ tư chọn lớp trong 3 lớp còn lại là 3.
		Số cách học sinh cuối cùng chọn lớp trong 2 lớp còn lại là 2.
		Vậy xác suất cần tính là: $P = \frac{C_5^3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4^5} = \frac{15}{64}$.
Câu 3 (4.0 điểm)	3.1 (2.0 điểm)	Bạn An có một tấm tôn phế liệu hình tam giác đều có cạnh 60 cm, bạn An dự định cắt bỏ ở ba góc ba phần bằng nhau sao cho phần còn lại là hình gồm một tam giác đều và ba hình chữ nhật có kích thước bằng nhau (như hình 1), rồi gấp ba hình chữ nhật lại tạo thành một chậu hoa hình lăng trụ tam giác đều (như hình 2):    Hình 1  Hình 2 Biết phần cạnh tấm tôn bị cắt bỏ ở mỗi góc bằng 10 cm, tính thể tích chậu hoa đó.
		
		Xét $\triangle AMI$ vuông như hình vẽ, ta có $AM = 10, \widehat{MAI} = 30^\circ \Rightarrow MI = \frac{10}{\sqrt{3}}$.
		Lăng trụ tạo thành là lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $60 - 2 \cdot 10 = 40$ và chiều cao bằng $MI = \frac{10}{\sqrt{3}}$.
		Tính được $B = \frac{40^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$.
		Thể tích khối lăng trụ đó bằng $V = Bh = \frac{40^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{10}{\sqrt{3}} = 4000 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , $\widehat{ABC} = 120^\circ$, $AB = a$, SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC) bằng 45° . Gọi M là trung điểm của AC và N là trung điểm của SM . Điểm P trên cạnh SC sao cho $SP = 2PC$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BN và MP .



Ta có $\begin{cases} AC \perp BM \\ AC \perp SB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBM) \Rightarrow AC \perp SM$.

Từ đó suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC) là góc $\widehat{SMB} = 45^\circ$.

Xét $\triangle ABM$ vuông tại M có $\widehat{ABM} = 60^\circ$ nên

$$BM = AB \cos 60^\circ = \frac{a}{2}, \quad AM = AB \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \quad \text{suy ra } AC = a\sqrt{3}.$$

Xét $\triangle SBM$ vuông tại B có $\widehat{SBM} = 45^\circ$ nên cân tại B suy ra $SB = BM = \frac{a}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

$$V = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} BM \cdot AC \right) SB = \frac{1}{6} \times \frac{a}{2} \times a\sqrt{3} \times \frac{a}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}.$$

Gọi Q là trung điểm của SP ta có $SQ = QP = PC$ hay P là trung điểm của CQ .

Xét $\triangle SMP$ có NQ là đường trung bình $\triangle SMP$ nên $NQ \parallel MP$.

Xét $\triangle ACQ$ có MP là đường trung bình nên $MP \parallel AQ$. Suy ra $N \in AQ$. Từ đó suy ra $MP \parallel (ABQ)$ hay $MP \parallel (ABN)$.

$$\Rightarrow d(BN; MP) = d(M; (ABN)).$$

Gọi H là trung điểm BM thì ta có $NH \parallel SB$ nên $NH \perp (ABC)$.

Gọi D là hình chiếu vuông góc của H trên cạnh AB và HK là đường cao $\triangle NHD$.

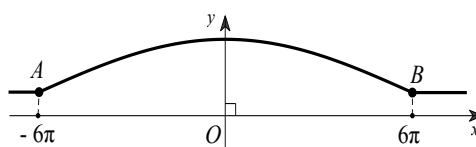
Ta có $\begin{cases} AB \perp HD \\ AB \perp NH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (NHD) \Rightarrow AB \perp HK$.

Lại có $HK \perp ND$ nên suy ra $HK \perp (ABN)$.

$$\Rightarrow d(M; (ABN)) = 2d(H; (ABN)) = 2HK.$$

**3.2
(2.0
điểm)**

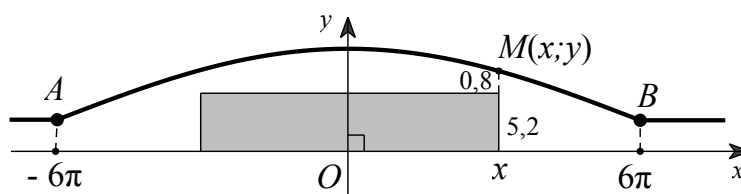
		Ta có $HN = \frac{1}{2}SB = \frac{a}{4}$; $BH = \frac{1}{2}BM = \frac{a}{4}$, xét $\triangle BHD$ vuông tại D có $HD = BH \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{8}$ Xét $\triangle NHD$ vuông tại H, ta có : $HK = \frac{HN \cdot HD}{\sqrt{HN^2 + HD^2}} = \frac{\frac{a}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{8}}{\sqrt{\frac{a^2}{16} + \frac{3a^2}{64}}} = \frac{a\sqrt{3}}{4\sqrt{7}} = \frac{a\sqrt{21}}{28}.$ Vậy $d(BN; MP) = 2HK = \frac{a\sqrt{21}}{14}$.
Câu 4 (2.0 điểm)		Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (2-y)\sqrt{x-y+1} + x = 2 + (x-y)\sqrt{y-1} & (1) \\ 2y^2 - 3x + 2y - 3 = 2\sqrt{x-2y+2} - \sqrt{4x-5y+2} & (2) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$
		Điều kiện $\begin{cases} y \geq 1 \\ x \geq 2(y-1) \\ 4x \geq 5y-2 \end{cases}$.
		Ta có (1) $\Leftrightarrow (2-y)\sqrt{x-y+1} + x = 2 - y + (x-y)\sqrt{y-1} + y$ $\Leftrightarrow (2-y)[\sqrt{x-y+1} - 1] + (x-y)[1 - \sqrt{y-1}] = 0$ $\Leftrightarrow (2-y)\frac{x-y}{\sqrt{x-y+1}+1} + (x-y)\frac{2-y}{1+\sqrt{y-1}} = 0$ $\Leftrightarrow (2-y)(x-y)\left[\frac{1}{\sqrt{x-y+1}+1} + \frac{1}{1+\sqrt{y-1}}\right] = 0 \quad (3)$ Vì $\frac{1}{\sqrt{x-y+1}+1} + \frac{1}{1+\sqrt{y-1}} > 0$ nên (3) $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ y = x \end{cases}$.
		Với $y = 2$ phương trình (2) trở thành $9 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 3$.
		Với $y = x$ phương trình (2) trở thành $2x^2 - x - 3 = \sqrt{2-x} \Leftrightarrow 2(x^2 - x - 1) = \sqrt{2-x} - (x-1)$ $\Leftrightarrow (x^2 - x - 1)\left[2 + \frac{1}{\sqrt{2-x} + (x-1)}\right] = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$
		Đối chiếu với điều kiện, ta có nghiệm của hệ phương trình là $(3; 2)$ và $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$.
Câu 5 (4.0 điểm)	5.1 (2.0 điểm)	Một chiếc cầu bắc qua sông, mặt dưới gầm cầu có dạng cung AB biểu thị bởi đồ thị hàm số $y = \frac{8\sqrt{3}}{3}\cos\frac{x}{12} + 2$ với $x \in [-6\pi; 6\pi]$ trong hệ trục tọa độ Oxy với đơn vị trục là mét (trục Ox mô tả mặt nước sông) như hình minh họa dưới đây:



Biết quy
định chiều

cao tối đa của các phương tiện giao thông hàng hóa qua lại dưới gầm cầu phải thấp hơn mặt dưới gầm ít nhất 0,8 mét. Một sà lan chở khối hàng hóa có hình dạng là một khối hộp chữ nhật với độ cao 5,2 mét so với mặt nước sông muốn đi qua gầm cầu. Tính bề rộng tối đa của khối hàng hóa để sà lan qua được gầm cầu đúng quy định (lấy số $\pi = 3,14$).

Xét điểm $M(x; y)$ nằm trên cung AB , khoảng cách từ điểm M đến mặt nước tương ứng với giá trị tung độ y của điểm M .



Xét phương trình $y = \frac{8\sqrt{3}}{3} \cos\left(\frac{x}{12}\right) + 2 = 5,2 + 0,8 = 6$.

$$\Leftrightarrow \cos \frac{x}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos \frac{x}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vì } x \in [-6\pi; 6\pi] \Rightarrow \frac{x}{12} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \text{ nên ta có } \cos \frac{x}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{12} = \pm \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \pm 2\pi \text{ hay } |x| = 2\pi.$$

Để sà lan có thể đi qua được gầm cầu đúng quy định thì bề rộng khối hàng là $2|x| \leq 4\pi = 4 \times 3,14 = 12,56$.

Vậy bề rộng tối đa của khối hàng là 12,56 mét.

Cho ba số thực a, b, c thuộc đoạn $[1; 4]$ và thỏa $a \geq b, a \geq c$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{a}{3a+5b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}$.

$$\text{Do } a, b, c \neq 0 \text{ ta có } P = \frac{a}{3a+5b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} = \frac{1}{3+5\frac{b}{a}} + \frac{1}{1+\frac{c}{b}} + \frac{1}{1+\frac{a}{c}}$$

**5.2
(2.0
điểm)**

$$\text{Ta chứng minh } \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} \geq \frac{2}{1+\sqrt{xy}} \quad (*) \text{ với } x, y > 0 \text{ và } xy \geq 1$$

$$\text{Để thấy } (*) \Leftrightarrow (2+x+y)(1+\sqrt{xy}) \geq 2(1+x)(1+y)$$

$$\Leftrightarrow (x+y)\sqrt{xy} + 2\sqrt{xy} \geq x+y+2xy \Leftrightarrow (\sqrt{xy}-1)(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 \geq 0 \text{ với}$$

$$x, y > 0 \text{ và } xy \geq 1.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi } x = y \text{ hoặc } xy = 1.$$

		Từ giả thiết có $\frac{c}{b} > 0, \frac{a}{c} > 0$ và $\frac{c}{b} \cdot \frac{a}{c} = \frac{a}{b} \geq 1$, áp dụng bất đẳng thức trên với $x = \frac{c}{b}, y = \frac{a}{c}$ ta có: $P = \frac{1}{3 + 5\frac{b}{a}} + \left(\frac{1}{1 + \frac{c}{b}} + \frac{1}{1 + \frac{a}{c}} \right) \geq \frac{1}{3 + 5\frac{b}{a}} + \frac{2}{1 + \sqrt{\frac{a}{b}}}.$ Đẳng thức xảy ra khi $\frac{c}{b} = \frac{a}{c}$ hoặc $\frac{a}{b} = 1$.
		Đặt: $f(t) = \frac{1}{3 + \frac{5}{t^2}} + \frac{2}{1+t} = \frac{t^2}{3t^2 + 5} + \frac{2}{t+1}$ với $t = \sqrt{\frac{a}{b}}, t \in [1; 2]$. $f'(t) = \frac{2t(3t^2 + 5) - 6t^3}{(3t^2 + 5)^2} - \frac{2}{(t+1)^2} = \frac{10t(t+1)^2 - 2(3t^2 + 5)^2}{(3t^2 + 5)^2(t+1)^2}$ $= \frac{-2[t^3(9t-5) + 5t(4t-1) + 25]}{(3t^2 + 5)^2(t+1)^2} < 0 \quad \forall t \in [1; 2].$ $\Rightarrow$ hàm số $f(t)$ nghịch biến trên $[1; 2]$.
		Suy ra $P \geq f(t) \geq f(2) = \frac{46}{51}$. Đẳng thức xảy ra khi $t = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 4 \Leftrightarrow a = 4, b = 1 \Rightarrow c = 2$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $\frac{46}{51}$ khi $a = 4, b = 1$ và $c = 2$.

---- Hết----