

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
AN GIANG
ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP THPT
Khóa ngày 15/4/2023
Môn : TOÁN**

(Đề thi gồm 01 trang)

Thời gian làm bài 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1: (8,0 điểm)

a) Giải bất phương trình

$$(x - 4)^{15}(x - 15)^4(x - 2023)^{2023} < 0$$

b) Xác định a để hệ phương trình sau đây có nghiệm duy nhất, tìm nghiệm đó

$$\begin{cases} (x + 1)^2 = y + a \\ (y + 1)^2 = x + a \end{cases}$$

Câu 2: (3,0 điểm)

Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B cho $AD = 2a$; $AB = BC = a$. Trên tia Ax vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ lấy một điểm S bất kỳ. Gọi C' ; D' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SC ; SD .

a) Chứng minh rằng A ; B ; C' ; D' cùng thuộc một mặt phẳng.

b) Chứng minh rằng $C'D'$ luôn đi qua một điểm cố định khi S thay đổi trên Ax .

Câu 3: (2,0 điểm)

Cho a ; b ; c là các số dương thỏa $a^2 + b^2 = c^2$. Với n là số tự nhiên nào thì bất đẳng thức $a^n + b^n \geq c^n$ đúng, dấu bằng xảy ra khi nào?

Câu 4: (2,0 điểm)

Cho a ; b là hai số phân biệt và c là số thực dương sao cho

$$a^4 - 2023a = b^4 - 2023b = c$$

Chứng minh rằng $-\sqrt{c} < ab < 0$.

Câu 5: (3,0 điểm)

Cho tập hợp các số có ba chữ số và tính chất sau:

- (1) Không có số nào chứa chữ số 0.
- (2) Tổng các chữ số của mỗi số là 9.
- (3) Hai số bất kỳ có chữ số hàng đơn vị khác nhau.
- (4) Chữ số hàng chục của hai số bất kỳ khác nhau.
- (5) Chữ số hàng trăm của hai số bất kỳ khác nhau.

a) Tìm số phần tử của S là tập hợp các số có ba chữ số thỏa mãn (1) và (2).

b) Tìm giá trị lớn nhất số phần tử của T các số có ba chữ số thỏa mãn (1) đến (5).

Câu 6: (2,0 điểm)

Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a . Dựng tam giác $A_1B_1C_1$ có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tam giác ABC , tam giác $A_2B_2C_2$ có các đỉnh là trung điểm của các cạnh của tam giác $A_1B_1C_1$... tam giác $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$ là trung điểm các cạnh của tam giác $A_nB_nC_n$... Đặt p_1 ; p_2 ; ...; p_n ; ... và S_1 ; S_2 ; ...; S_n ; ... lần lượt là chu vi và diện tích tam giác $A_1B_1C_1$; $A_2B_2C_2$; ...; $A_nB_nC_n$...

a) Tính (p_n) và (S_n) theo a , n .

b) Ký hiệu $P_n = p_1 + p_2 + \dots + p_n$; $Q_n = S_1 + S_2 + \dots + S_n$. Tính $\lim P_n$; $\lim Q_n$.

-----Hết-----