

CHỦ ĐỀ 5

BÀI 2: KHỐI ĐA DIỆN LỖI – KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

Mục tiêu

❖ Kiến thức

- + Biết khái niệm khối đa diện lồi, đa diện đều.
- + Nhận biết năm khối đa diện đều.
- + Biết tính đối xứng qua mặt phẳng của các loại khối đa diện đều.

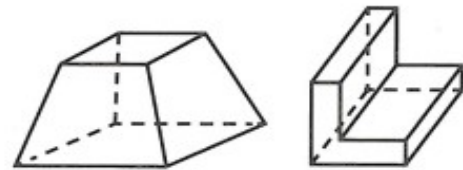
❖ Kỹ năng

- + Phân biệt được một hình vẽ có phải hình đa diện lồi hay không.
- + Biết số đỉnh, cạnh, mặt của năm khối đa diện đều.
- + Thành thạo đếm số mặt phẳng đối xứng, tâm đứng xối, trục đối xứng của các khối đa diện đều.

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

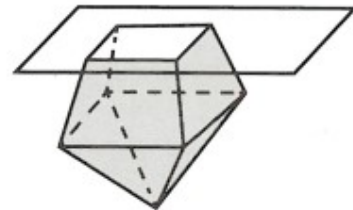
1. Khối đa diện lồi

Khối đa diện được gọi là khối đa diện lồi nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của khối đa diện thuộc khối đa diện.



Khối đa diện lồi Khối đa diện không lồi

Lưu ý: Một khối đa diện là khối đa diện lồi khi và chỉ khi miền trong của nó luôn nằm về một phía đối với mỗi mặt phẳng đi qua một mặt của nó.

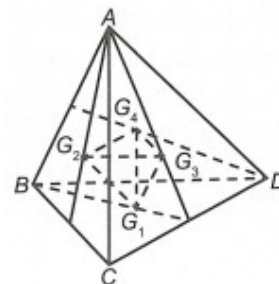


Một số kết quả quan trọng về khối đa diện lồi

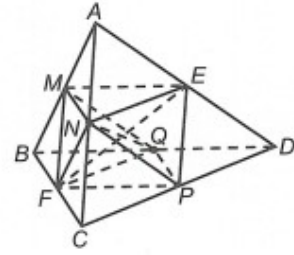
Cho một khối tứ diện đều: Khi đó:

- + Các trọng tâm của các mặt của nó là các đỉnh của một khối tứ diện đều.

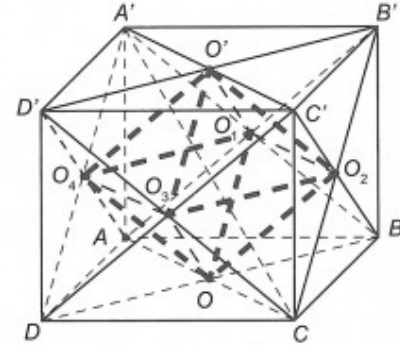
Ví dụ:



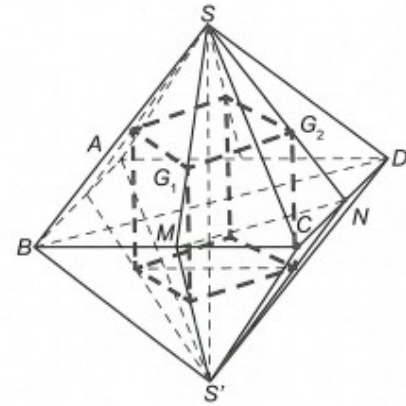
+) Các trung điểm của các cạnh của nó là các đỉnh của một khối bát diện đều (khối tám mặt đều).



Tâm của các mặt của một khối lập phương là các đỉnh của một khối bát diện đều.



Tâm của các mặt của một khối bát diện đều là các đỉnh của một hình lập phương.



Hai đỉnh của một khối bát diện đều được gọi là hai đỉnh đối diện nếu chúng không cùng thuộc một cạnh của khối đó. Đoạn thẳng nối hai đỉnh đối diện gọi là đường chéo của khối bát diện đều. Khi đó:

- +) Ba đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.
- +) Ba đường chéo đôi một vuông góc với nhau.
- +) Ba đường chéo bằng nhau.

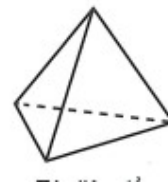
2. Khối đa diện đều

Khối đa diện đều là khối đa diện lồi có tính chất sau đây:

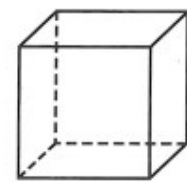
- +) Mỗi mặt của nó là một đa giác đều n cạnh.
- +) Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng p mặt.

Khối đa diện đều như vậy được gọi là khối đa diện đều loại $\{n; p\}$.

Các khối đa diện đều:



Tứ diện đều



Khối lập phương

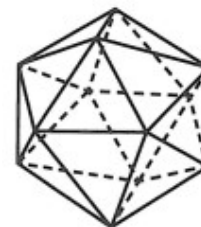
Định lí: Chỉ có năm loại khối đa diện đều.

Đó là loại $\{3;3\}$, $\{4;3\}$, $\{3;4\}$, $\{5;3\}$ và $\{3;5\}$.



Khối bát diện đều


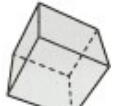
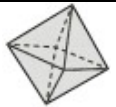


Khối 12 mặt đều



Khối 20 mặt đều

Chú ý: Giả sử khối đa diện đều loại $\{n; p\}$ có D đỉnh, C cạnh và M mặt. Khi đó: $p.D = 2C = n.M$.

Bảng tóm tắt năm loại khối đa diện đều

Khối đa diện đều	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Loại	Số MPĐX
Tứ diện đều 	4	6	4	$\{3;3\}$	6
Khối lập phương 	8	12	6	$\{4;3\}$	9
Bát diện đều 	6	12	8	$\{3;4\}$	9
Mười hai mặt đều 	20	30	12	$\{5;3\}$	15
Hai mươi mặt đều 	12	30	20	$\{3;5\}$	15

Công thức Ô-le: Trong một đa diện lồi nếu gọi D là số đỉnh, C là số cạnh, M là số mặt thì ta có: $D - C + M = 2$.

Tâm đối xứng của một hình: Nếu phép đối xứng qua tâm I biến hình (H) thành chính nó thì I là tâm đối xứng của hình (H) .

Mặt phẳng đối xứng của một hình: Nếu phép đối xứng qua

mặt phẳng (P) biến hình (H) thành chính nó thì (P) là mặt phẳng đối xứng qua hình (H).

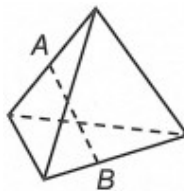
II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1: Nhận diện đa diện lồi, đa diện đều

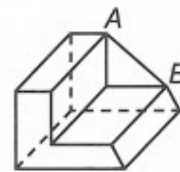
Phương pháp giải

Khối đa diện được gọi là khối đa diện lồi nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của khối đa diện thuộc khối đa diện.

Ví dụ:



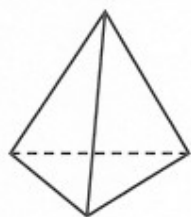
Khối đa diện lồi



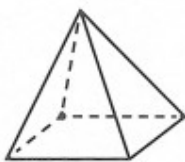
Khối đa diện không lồi

Ví dụ mẫu

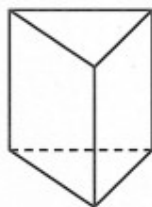
Ví dụ 1: Trong các hình dưới đây hình nào không phải khối đa diện lồi?



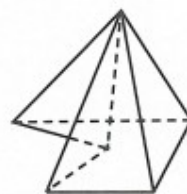
Hình 1



Hình 2



Hình 3



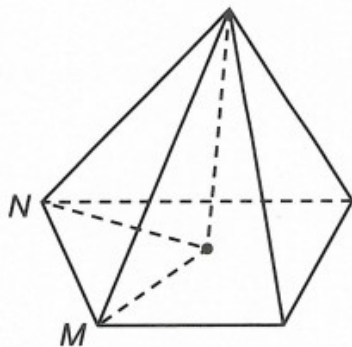
Hình 4

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Hướng dẫn giải

Đường nối đoạn MN không thuộc khối hình 4 nên hình 4 không phải khối đa diện lồi.

Chọn D.



Ví dụ 2: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Hình hộp là đa diện lồi.
 B. Tứ diện là đa diện lồi.
 C. Hình tạo bởi hai tứ diện đều ghép vào nhau là một hình đa diện lồi.
 D. Hình lập phương là đa diện lồi.

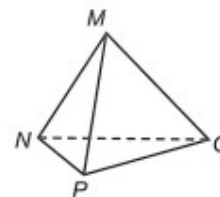
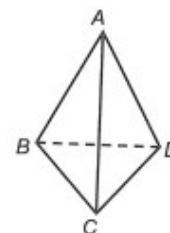
Hướng dẫn giải

Các đáp án **A, B, D** đều đúng dựa vào khái niệm hình đa diện lồi.

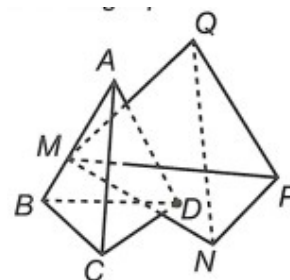
Hai tứ diện (đều là các đa diện lồi) nhưng khi ghép với nhau có thể không tạo thành một hình đa diện lồi.

Hai tứ diện đều ghép vào nhau có thể không tạo thành một hình đa diện lồi.

Chọn C.



Hai tứ diện $ABCD$ và $MNPQ$ trước khi ghép.



Sau khi ghép hai tứ diện $ABCD$ và $MNPQ$ ta được hình mới không phải hình đa diện lồi.

🧩 Bài tập tự luyện dạng 1

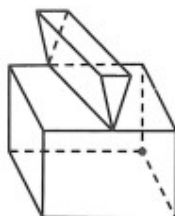
Câu 1: Khối đa diện nào được cho dưới đây là khối đa diện đều?

- A. Khối chóp tam giác đều.
- B. Khối lăng trụ đều.
- C. Khối chóp tứ giác đều.
- D. Khối lập phương.

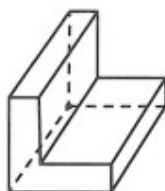
Câu 2: Cho một khối đa diện lồi có 10 đỉnh, 7 mặt. Hỏi khối đa diện này có mấy cạnh?

- A. 20
- B. 18
- C. 15
- D. 12

Câu 3: Trong các hình dưới đây, số hình đa diện lồi bằng



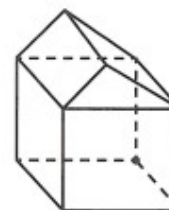
Hình 1



Hình 2



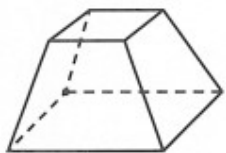
Hình 3



Hình 4

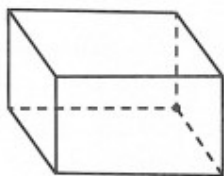
- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

Câu 4: Trong các hình dưới đây hình nào không phải đa diện lồi?



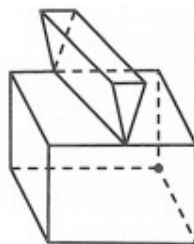
Hình 1

A. Hình 1.



Hình 2

B. Hình 2.



Hình 3

C. Hình 3.



Hình 4

D. Hình 4.

Dạng 2: Các đặc điểm của khối đa diện đều

🧩 Phương pháp giải

Chỉ có năm loại khối đa diện đều. Đó là loại $\{3;3\}$, $\{4;3\}$, $\{3;4\}$, $\{5;3\}$ và $\{3;5\}$.

Dựa vào bảng tóm tắt phần lý thuyết các thông số: Đỉnh cạnh mặt của các khối đa diện để giải toán.

Dựa vào tính chất phép biến hình để tìm mặt phẳng đối xứng, tâm đối xứng, trục đối xứng,... của các loại khối đa diện.

Công thức Ô-ler: Trong một đa diện lồi nếu gọi D là số đỉnh, C là số cạnh, M là số mặt thì ta có công thức $D - C + M = 2$.

🧩 Ví dụ mẫu

Ví dụ 1: Hình bát diện đều có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 6

B. 8

C. 12

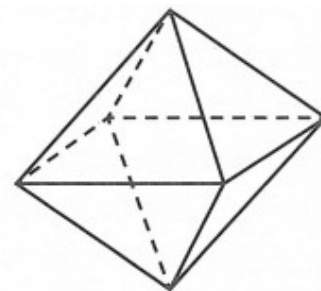
D. 20

Hình bát diện đều

Hướng dẫn giải

Hình bát diện đều có 12 cạnh.

Chọn C.



Ví dụ 2: Khối mười hai mặt đều có bao nhiêu đỉnh?

A. 12

B. 16

C. 20

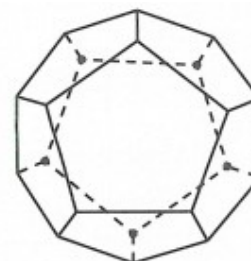
D. 36

Khối mười hai mặt đều

Hướng dẫn giải

Khối mười hai mặt đều có 20 đỉnh.

Chọn C.



Ví dụ 3: Cho khối đa diện đều loại $\{3;4\}$. Tổng các góc phẳng tại một đỉnh của khối đa diện đó bằng

- A. 180° B. 240° C. 324° D. 360°

Hướng dẫn giải

Khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ là khối bát diện đều. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của 4 mặt.

Vậy tổng các góc phẳng tại một đỉnh của khối đa diện đó bằng $60^\circ \cdot 4 = 240^\circ$.

Chọn B.

🚩 Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Cho khối đa diện đều $\{p; q\}$, chỉ số p là

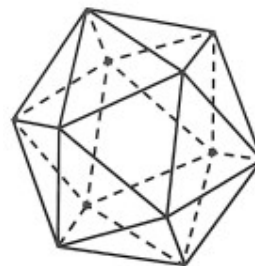
- A. số đỉnh của đa diện. B. số cạnh của đa diện.
C. số các cạnh của mỗi mặt. D. số mặt của đa diện.

Câu 2: Cho khối đa diện đều loại $\{p; q\}$, chỉ số q là

- A. số mặt của đa diện. B. số đỉnh của đa diện.
C. số cạnh của đa diện. D. số các mặt đi qua mỗi đỉnh.

Câu 3: Khối hai mươi mặt đều như hình vẽ bên có bao nhiêu đỉnh?

- A. 10 B. 12
C. 16 D. 20



Câu 4: Hình mười hai mặt đều có bao nhiêu cạnh?

- A. 30 B. 18 C. 12 D. 20

Câu 5: Gọi M, C, D theo thứ tự là số mặt, số cạnh và số đỉnh của hình bát diện đều. Khi đó $S = M + C + D$ bằng

- A. $S = 24$ B. $S = 26$ C. $S = 30$ D. $S = 14$

Câu 6: Trung điểm của tất cả các cạnh của hình tứ diện đều là các đỉnh của khối đa diện nào?

- A. Hình hộp chữ nhật. B. Hình bát diện đều. C. Hình lập phương. D. Hình tứ diện đều.

Câu 7: Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

- A. 8 B. 9 C. 11 D. 12

Câu 8: Tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều cạnh bằng a là

- A. $4a^2$ B. $2a^2\sqrt{3}$ C. $4a^2\sqrt{3}$ D. $a^2\sqrt{3}$

Câu 9: Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có số mặt là

- A. 14 B. 8 C. 12 D. 10

Câu 10: Khối đa diện nào sau đây có các mặt không phải là tam giác đều?

- A. Bát diện đều. B. Nhị thập diện đều. C. Tứ diện đều. D. Thập nhị diện đều.

Câu 11: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **sai**?

- A. Chỉ có năm loại đa diện đều.
- B. Hình chóp tam giác đều là hình có bốn mặt là những tam giác đều.
- C. Mỗi cạnh của hình đa diện đều là cạnh chung của đúng hai mặt.
- D. Mỗi khối đa diện đều là một khối đa diện lồi.

Câu 12: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Khối chóp tứ giác đều là khối đa diện đều loại $\{3;3\}$.
- B. Khối bát diện đều không phải là khối đa diện lồi.
- C. Lắp ghép hai khối hộp luôn được một khối đa diện lồi.
- D. Tồn tại hình đa diện có số đỉnh bằng số mặt.

Câu 13: Khối tứ diện đều, khối bát diện đều và khối hai mươi mặt đều có số đỉnh D , số cạnh C , số mặt M thỏa mãn

- A. $C = \frac{2M}{3}$
- B. $M = \frac{2C}{3}$
- C. $M = D$
- D. $C = 2D$

Câu 14: Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là

- A. Khối lập phương.
- B. Khối bát diện đều.
- C. Khối hộp chữ nhật.
- D. Khối tứ diện đều.

Câu 15: Khối tứ diện đều thuộc loại khối đa diện nào dưới đây?

- A. $\{3;4\}$
- B. $\{4;3\}$
- C. $\{5;3\}$
- D. $\{3;3\}$

Câu 16: Khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ có bao nhiêu mặt?

- A. 4
- B. 6
- C. 8
- D. 12

Câu 17: Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có tên gọi là

- A. Khối thập nhị diện đều.
- B. Khối bát diện đều.
- C. Khối lập phương.
- D. Khối tứ diện đều.

Câu 18: Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại nào?

- A. $\{4;3\}$
- B. $\{5;3\}$
- C. $\{3;5\}$
- D. $\{3;4\}$

Câu 19: Khối đa diện đều nào sau đây có các mặt không phải là tam giác đều?

- A. Bát diện đều.
- B. Tứ diện đều.
- C. Nhị thập diện đều.
- D. Thập nhị diện đều.

Câu 20: Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có số đỉnh là D và số cạnh là C . Giá trị của $T = D + C$ là

- A. $T = 50$
- B. $T = 32$
- C. $T = 42$
- D. $T = 18$

Câu 21: Số cạnh của hình đa diện mười hai mặt đều (thập nhị diện đều) là

- A. Ba sáu
- B. Hai mươi
- C. Ba mươi
- D. Mười hai

Câu 22: Khối đa diện nào có số đỉnh nhiều nhất?

- A. Khối bát diện đều (8 mặt đều).
- B. Khối nhị thập diện đều (20 mặt đều).
- C. Khối thập nhị diện đều (12 mặt).
- D. Khối tứ diện đều.

Câu 23: Một khối lập phương có cạnh 1m. Người ta sơn đỏ tất cả các mặt của khối lập phương rồi cắt khối lập phương bằng các mặt phẳng song song với các mặt của khối lập phương để được 1000 khối lập phương nhỏ có cạnh 10 dm. Hỏi các khối lập phương thu được sau khi cắt có bao nhiêu khối lập phương có đúng hai mặt được sơn đỏ?

- A. 64 B. 81 C. 100 D. 96
- Câu 24:** Hình tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
A. 4 B. 6 C. 8 D. 10
- Câu 25:** Tổng các góc của tất cả các mặt của khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là
A. 4π B. 8π C. 12π D. 10π
- Câu 26:** Tổng các góc của tất cả các mặt của khối đa diện đều loại $\{3;3\}$ là
A. 4π B. 6π C. 8π D. 10π
- Câu 27:** Tổng các góc của tất cả các mặt của khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ là
A. 4π B. 6π C. 8π D. 10π
- Câu 28:** Tổng các góc của tất cả các mặt của khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ là
A. 12π B. 36π C. 18π D. 24π
- Câu 29:** Tổng các góc của tất cả các mặt của khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là
A. 12π B. 16π C. 20π D. 24π
- Câu 30:** Tổng diện tích tất cả các mặt của hình tứ diện đều cạnh a bằng
A. $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ B. $2\sqrt{3}a^2$ C. $\sqrt{3}a^2$ D. $4\sqrt{3}a^2$
- Câu 31:** Tổng diện tích tất cả các mặt của hình tám mặt đều cạnh a bằng
A. $4\sqrt{3}a^2$ B. $6\sqrt{3}a^2$ C. $2\sqrt{3}a^2$ D. $8\sqrt{3}a^2$
- Câu 32:** Tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đều loại $\{4;3\}$ cạnh a bằng
A. $4a^2$ B. $6a^2$ C. $8a^2$ D. $10a^2$
- Câu 33:** Tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đều loại $\{3;5\}$ cạnh a bằng
A. $5\sqrt{3}a^2$ B. $6\sqrt{3}a^2$ C. $3\sqrt{3}a^2$ D. $8\sqrt{3}a^2$
- Câu 34:** Cho khối đa diện đều loại $\{3;4\}$. Tổng các góc phẳng tại một đỉnh của khối đa diện bằng
A. 180° B. 240° C. 324° D. 360°
- Câu 35:** Hình bát diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng
A. 8 B. 21 C. 9 D. 15
- Câu 36:** Hình lập phương có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng
A. 15 B. 7 C. 9 D. 12
- Câu 37:** Hình tứ diện đều có bao nhiêu trục đối xứng?
A. 3 B. 4 C. 0 D. 2
- Câu 38:** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?
A. Lắp ghép hai khối hộp sẽ được một khối đa diện lồi.
B. Khối hộp là một khối đa diện lồi.
C. Khối tứ diện là khối đa diện lồi.
D. Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.
- Câu 39:** Tâm các mặt của hình lập phương tạo thành các đỉnh của khối đa diện nào sau đây?

A. Khối bát diện đều.

B. Khối lăng trụ tam giác đều.

C. Khối chóp lục giác đều.

D. Khối tứ diện đều.

Câu 40: Một người thợ thủ công làm mô hình đèn lồng bát diện đều, mỗi cạnh của bát diện đó được làm từ các que tre có độ dài 8cm. Hỏi người đó cần bao nhiêu mét que tre để làm 100 cái đèn (*giả sử mối nối giữa các que tre có độ dài không đáng kể*)?

A. 96m

B. 960m

C. 192m

D. 128m

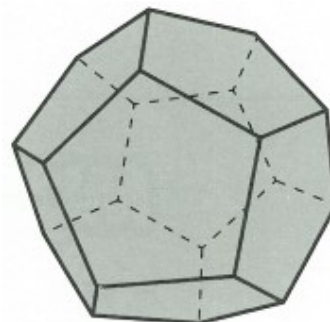
Câu 41: Cho hình thập nhị diện đều (tham khảo hình vẽ bên). Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng có chung một cạnh của thập nhị diện đều bằng

A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

C. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

D. $\frac{1}{2}$



Câu 42: Trong một khối bát diện đều cạnh a , khoảng cách giữa hai cạnh không cắt nhau và cũng không song song với nhau là

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{2a}{3}$

ĐÁP ÁN

Dạng 1: Nhận diện đa diện lồi, đa diện đều

1 - D	2 - C	3 - B	4 - C						
-------	-------	-------	-------	--	--	--	--	--	--

Dạng 2: Các đặc điểm khối đa diện đều

1 - C	2 - D	3 - B	4 - A	5 - B	6 - B	7 - D	8 - B	9 - C	10 - D
11 - B	12 - D	13 - B	14 - A	15 - D	16 - C	17 - C	18 - D	19 - D	20 - A
21 - C	22 - C	23 - D	24 - B	25 - C	26 - A	27 - C	28 - B	29 - C	30 - C
31 - C	32 - B	33 - A	34 - B	35 - C	36 - C	37 - A	38 - A	39 - A	40 - A
41 - C	42 - C								