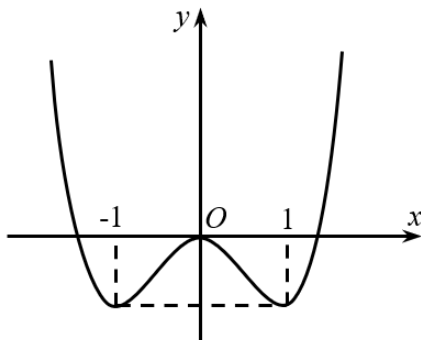




Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ dưới. Khẳng định nào dưới đây đúng?



- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow 3$	$\searrow -2$	$\nearrow +\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 3. Cho số phức $z = 3 + 4i$. Tính $|z|$.

- A. $|z| = \sqrt{13}$. B. $|z| = 5$. C. $|z| = \sqrt{5}$. D. $|z| = 13$.

Câu 4. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{\sin^2 x}$ là

- A. $x^3 - \cot x + C$. B. $6x - \frac{2}{\sin^2 x} + C$. C. $x^3 - \tan x + C$. D. $x^3 - \cot x + C$.

Câu 5. Trên mặt phẳng tọa độ, số phức $z = 4 - 3i$ được biểu diễn bởi điểm M có tọa độ là

- A. $M(3; -4)$. B. $M(4; -3)$. C. $M(4; 3)$. D. $M(-4; 3)$.

Câu 6. Phần ảo của số phức z thỏa mãn $z = 1 - 2i$ là

- A. 1. B. -2. C. $-2i$. D. 2.

Câu 7. Cho khối cầu bán kính bằng $3R$. Thể tích V của khối cầu đó bằng

- A. $V = 36\pi R^3$. B. $V = \frac{32}{3}\pi R^3$. C. $V = \frac{36}{3}\pi R^3$. D. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 8. Cho hình trụ có chiều cao bằng $3a$ và bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của hình trụ trên bằng

- A. πa^2 . B. $4\pi a^2$. C. $6a^2$. D. $6\pi a^2$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} < 9^{2x+7}$

- A. $(-\infty; -4)$. B. $(-5; +\infty)$. C. $(-\infty; -5)$. D. $(-4; +\infty)$.

Câu 10. Một tổ gồm 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn cùng lúc 3 học sinh trong tổ đi tham gia chương trình tình nguyện ?

- A. 24. B. 56. C. 36. D. 10.

Câu 11. Với a, b là các số thực dương bất kỳ, $\log_2 \frac{a}{b^2}$ bằng

- A. $\log_2 a - \log_2 (2b)$. B. $2\log_2 \frac{a}{b}$. C. $\frac{1}{2}\log_2 \frac{a}{b}$. D. $\log_2 a - 2\log_2 b$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(-2; 1; 3)$ trên trục Oy có tọa độ là:

- A. $(-2; 0; 0)$. B. $(0; 1; 3)$. C. $(0; 1; 0)$. D. $(0; 0; 3)$.

Câu 13. Cho $\log_2 3 = a$. Tính $T = \log_{36} 24$ theo a .

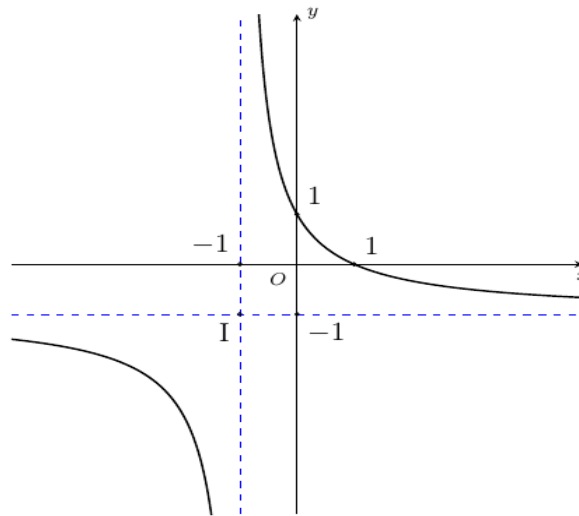
- A. $T = \frac{a+3}{2a+2}$. B. $T = \frac{2a+3}{a+3}$. C. $T = \frac{3a+2}{a+2}$. D. $T = \frac{a+3}{3a+2}$.

Câu 14. Trên các cạnh SA, SB của khối chóp $S.ABC$ lần lượt lấy hai điểm A', B' sao cho

$SA' = \frac{1}{2}SA, SB' = \frac{1}{6}SB$. Tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C$ và $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{1}{24}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 15. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = \frac{-x+2}{x+1}$. B. $y = \frac{-2x+2}{2x+1}$. C. $y = \frac{-x+1}{x+1}$. D. $y = \frac{-x}{x+1}$.

Câu 16. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}$ trên đoạn $[-1; 3]$ lần lượt là

- A. $\max_{[-1;3]} f(x) = 3\sqrt{2}$; $\min_{[-1;3]} f(x) = 2$. B. $\max_{[-1;3]} f(x) = 5\sqrt{2}$; $\min_{[-1;3]} f(x) = -1$.
C. $\max_{[-1;3]} f(x) = 2\sqrt{2}$; $\min_{[-1;3]} f(x) = 1$. D. $\max_{[-1;3]} f(x) = 2\sqrt{2}$; $\min_{[-1;3]} f(x) = 2$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng α đi qua điểm $A(2; -1; 5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $P: 3x - 2y + z + 7 = 0$, $Q: 5x - 4y + 3z + 1 = 0$ có phương trình là:

- A. $x + 2y + z - 5 = 0$. B. $2x + 4y + 2z + 10 = 0$.

C. $2x - 4y - 2z - 10 = 0$.

D. $x + 2y - z + 5 = 0$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$, $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $x + 3y + z - 5 = 0$.

B. $x + y + z - 6 = 0$.

C. $3x - y - z - 6 = 0$.

D. $3x - y - z + 6 = 0$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 60° .

B. 75° .

C. 45° .

D. 30° .

Câu 20. Cho hình nón (N) có chiều cao $h = 4 \text{ cm}$, bán kính đáy $r = 3 \text{ cm}$. Độ dài đường sinh của hình nón (N) là

A. $\sqrt{7} \text{ cm}$.

B. 5 cm .

C. 7 cm .

D. 12 cm .

Câu 21. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d

A. $u_1 = 20, d = -3$. B. $u_1 = -22, d = 3$. C. $u_1 = -21, d = -3$. D. $u_1 = -21, d = 3$.

Câu 22. Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x + \frac{2}{x-1}$ và $y = 2x$ là

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Câu 21. Cho $\int_0^9 f(x) dx = 60$. Tính $I = \int_0^3 f(3x) dx$

A. $I = 40$.

B. $I = 10$.

C. $I = 20$.

D. $I = 5$.

Câu 22. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^{x^2+x-1} - 10 \cdot 3^{x^2+x-2} + 1 = 0$ là

A. 2.

B. 0.

C. -2.

D. -1.

Câu 25. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{x^2 - 1}$ là

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right| + C$.

C. $\int f(x) dx = 2 \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$.

D. $\int f(x) dx = \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$.

Câu 26. Số phức z thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$ là

A. $2 + i$.

B. $2 - i$.

C. $-3 - i$.

D. $-2 - i$.

Câu 27. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

B. $V = a^3 \sqrt{3}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 28. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Giá trị của $|z_1 - z_2|$ bằng

A. 8.

B. 5.

C. 3.

D. 6.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$, $B(3; 1; 2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

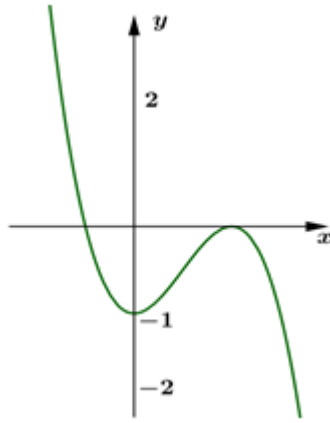
A. $x + 2y - 2 = 0$.

B. $x + z - 2 = 0$.

C. $x + y - z - 2 = 0$.

D. $x + z - 3 = 0$.

Câu 30. Cho hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2x^3 - 3x^2 + 2m = 0$ có ba nghiệm phân biệt là

- A. $-1 \leq m \leq 0$. B. $0 \leq m \leq -1$. C. $0 < m < \frac{1}{2}$. D. $-1 < m < 0$.

Câu 31. Số nghiệm của phương trình $\ln x^2 - 6x + 7 = \ln x - 3$ là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 32. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{4-x^2}$ là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 33. Trong không gian Oxyz, mặt cầu tâm $I(-1; 2; -3)$, bán kính $R=3$ có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 3$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 3$.

Câu 34. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 + x - 1$ và $y = x^4 + x - 1$ là

- A. $\frac{8}{15}$. B. $-\frac{7}{15}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{4}{15}$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)^3(x-2)$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 36. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$.

- A. $m > 2$. B. $1 \leq m < 2$. C. $-2 < m < 2$. D. $-2 \leq m \leq 2$.

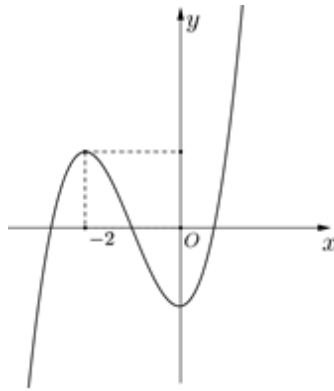
Câu 37. Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O , bán kính R . Dựng hai đường sinh SA và SB , biết AB chắn trên đường tròn đáy một cung có số đo bằng 60° , khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{R}{2}$. Đường cao h của hình nón bằng

- A. $h = R\sqrt{3}$. B. $h = R\sqrt{2}$. C. $h = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. D. $h = \frac{R\sqrt{6}}{4}$.

Câu 38. Giá trị của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ là

- A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m = 4$. D. $m = 1$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(-2x^2 + 4x)$ là

- A. 5. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d' đi qua điểm $M(2;1;0)$, cắt và vuông góc với đường

thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ có phương trình là

- A. $\frac{x-2}{-3} = \frac{-y+1}{-4} = \frac{z}{-2}$. B. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z}{2}$. C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$. D. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{2}$.

Câu 41. Biết rằng $\int_1^e \frac{2\ln x + 1}{x \ln x + 1} dx = a \ln 2 - \frac{b}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản.

Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 3$. B. $S = 7$. C. $S = 10$. D. $S = 5$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a và có góc $BAD = 60^\circ$. Đường thẳng SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{3a}{8}$.

Câu 43. Ông Tuấn gửi 100 triệu vào ngân hàng với hình thức lãi kép, kỳ hạn 1 năm với lãi suất 8%. Sau 5 năm ông rút toàn bộ tiền và dùng một nửa để sửa nhà, số tiền còn lại ông tiếp tục gửi ngân hàng với lãi suất như lần trước. Số tiền lãi ông Tuấn nhận được sau 10 năm gửi gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 46,933 triệu. B. 34,480 triệu. C. 81,413 triệu. D. 107,946 triệu.

Câu 44. Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm 10 học sinh đó đi lao động. Tính xác suất để trong 3 học sinh được chọn có ít nhất 1 học sinh nữ.

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{17}{24}$. C. $\frac{17}{48}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 45. Có bao nhiêu cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $3^{|x^2-2x-3|-\log_3 5} = 5^{-(y+4)}$ và $4|y| - |y-1| + (y+3)^2 \leq 8$?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$. Biết $f(3) = 3$ và

$xf'(2x+1) - f(2x+1) = x^3, \forall x \in (0; +\infty)$. Giá trị của $\int_3^5 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{914}{3}$. B. $\frac{59}{3}$. C. $\frac{45}{4}$. D. 88.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = 3a$, $AD = DC = a$. Gọi I là trung điểm của AD , biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính theo a khoảng cách từ trung điểm cạnh SD đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $\frac{a\sqrt{17}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{19}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{20}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-10		-2		3		8		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	-	0	+	

Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = f(x^3 + 4x + m)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$?

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 49. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $\frac{3R}{2}$. Mặt phẳng (α) song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α) là:

- A. $\frac{3\sqrt{2}R^2}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{3}R^2}{2}$. C. $\frac{2\sqrt{3}R^2}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}R^2}{3}$.

Câu 50. Tập hợp tất cả các số thực của tham số m để phương trình $x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + (15 - 3m^2)x^2 - 6mx + 10 = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ là:

- A. $2 < m \leq \frac{5}{2}$. B. $\frac{7}{5} \leq m < 3$. C. $\frac{11}{5} < m < 4$. D. $0 < m < \frac{9}{4}$.

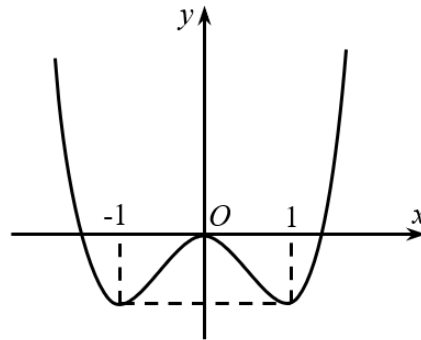
----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	A	B	D	B	B	A	D	D	B	D	C	A	B	C	D	A	D	D	B	D	D	C	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	D	D	C	A	B	C	D	A	B	D	C	A	C	D	D	C	B	D	B	B	C	B	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ dưới. Khẳng định nào dưới đây đúng?



- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Quan sát đồ thị hàm số, ta thấy:

- + Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
- + Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Vậy phương án C đúng.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta thấy:

+ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

+ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Vậy phương án A sai.

Câu 3. Cho số phức $z = 3 + 4i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = \sqrt{13}$.

B. $|z| = 5$.

C. $|z| = \sqrt{5}$.

D. $|z| = 13$.

Lời giải

Chọn B

$$z = 3 + 4i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Câu 4. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{\sin^2 x}$ là

A. $x^3 - \cot x + C$.

B. $6x - \frac{2}{\sin^2 x} + C$.

C. $x^3 - \tan x + C$.

D. $x^3 - \cot x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\int \left(3x^2 + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = x^3 - \cot x + C.$$

Câu 5. Trên mặt phẳng tọa độ, số phức $z = 4 - 3i$ được biểu diễn bởi điểm M có tọa độ là

A. $M(3; -4)$.

B. $M(4; -3)$.

C. $M(4; 3)$.

D. $M(-4; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Trên mặt phẳng tọa độ, số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$.

Do đó số phức $z = 4 - 3i$ được biểu diễn bởi điểm $M(4; -3)$

Câu 6. Phần ảo của số phức z thỏa mãn $z = 1 - 2i$ là

A. 1.

B. -2.

C. $-2i$.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

số phức $z = a + bi$ có phần ảo là b . Do đó phần ảo của số phức $z = 1 - 2i$ là -2

Câu 7. Cho khối cầu bán kính bằng $3R$. Thể tích V của khối cầu đó bằng

A. $V = 36\pi R^3$.

B. $V = \frac{32}{3}\pi R^3$.

C. $V = \frac{36}{3}\pi R^3$.

D. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có thể tích khối cầu $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (3R)^3 = 36\pi R^3$.

Câu 8. Cho hình trụ có chiều cao bằng $3a$ và bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của hình trụ trên bằng

A. πa^2 .

B. $4\pi a^2$.

C. $6a^2$.

D. $6\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S_{xq} = 2\pi rl = 2.\pi.a.3a = 6\pi a^2$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} < 9^{2x+7}$

A. $(-\infty; -4)$.

B. $(-5; +\infty)$.

C. $(-\infty; -5)$.

D. $(-4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^{x+2} < 9^{2x+7} \Leftrightarrow 3^{x+2} < 3^{2(2x+7)} \Leftrightarrow x+2 < 4x+14 \Leftrightarrow x > -4$

Vậy $S = (-4; +\infty)$

Câu 10. Một tổ gồm 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn cùng lúc 3 học sinh trong tổ đi tham gia chương trình tình nguyện ?

A. 24.

B. 56.

C. 36.

D. 10.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn cùng lúc 3 học sinh trong tổ đi tham gia chương trình tình nguyện là :

$$C_8^3 = 56$$

Câu 11. Với a, b là các số thực dương bất kỳ, $\log_2 \frac{a}{b^2}$ bằng

A. $\log_2 a - \log_2 (2b)$.

B. $2\log_2 \frac{a}{b}$.

C. $\frac{1}{2}\log_2 \frac{a}{b}$.

D. $\log_2 a - 2\log_2 b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2 \frac{a}{b^2} = \log_2 a - \log_2 b^2 = \log_2 a - 2\log_2 b$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(-2;1;3)$ trên trục Oy có tọa độ là:

A. $(-2;0;0)$.

B. $(0;1;3)$.

C. $(0;1;0)$.

D. $(0;0;3)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(-2;1;3)$ trên trục Oy có tọa độ là: $(0;1;0)$.

Câu 13. Cho $\log_2 3 = a$. Tính $T = \log_{36} 24$ theo a .

A. $T = \frac{a+3}{2a+2}$.

B. $T = \frac{2a+3}{a+3}$.

C. $T = \frac{3a+2}{a+2}$.

D. $T = \frac{a+3}{3a+2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $T = \log_{36} 24 = \frac{\log_2 24}{\log_2 36} = \frac{\log_2 (2^3 \cdot 3)}{\log_2 (2^2 \cdot 3^2)} = \frac{3 + \log_2 3}{2 + 2\log_2 3} = \frac{3+a}{2+2a}$.

Câu 14. Trên các cạnh SA, SB của khối chóp $S.ABC$ lần lượt lấy hai điểm A', B' sao cho

$SA' = \frac{1}{2}SA, SB' = \frac{1}{6}SB$. Tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C$ và $S.ABC$ bằng

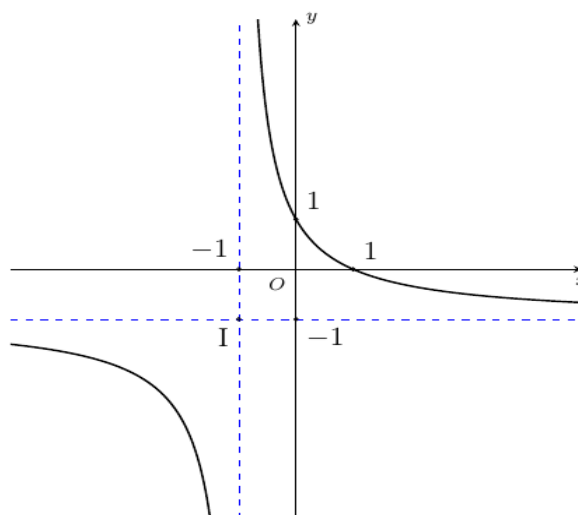
- A. $\frac{1}{24}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\frac{V_{S.A'B'C}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$.

Câu 15. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = \frac{-x+2}{x+1}$. B. $y = \frac{-2x+2}{2x+1}$. C. $y = \frac{-x+1}{x+1}$. D. $y = \frac{-x}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = -1$, đi qua điểm $A(0;1)$.

Vậy đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y = \frac{-x+1}{x+1}$.

Câu 16. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}$ trên đoạn $[-1;3]$ lần lượt là

- A. $\max_{[-1;3]} f(x) = 3\sqrt{2}$; $\min_{[-1;3]} f(x) = 2$. B. $\max_{[-1;3]} f(x) = 5\sqrt{2}$; $\min_{[-1;3]} f(x) = -1$.
C. $\max_{[-1;3]} f(x) = 2\sqrt{2}$; $\min_{[-1;3]} f(x) = 1$. D. $\max_{[-1;3]} f(x) = 2\sqrt{2}$; $\min_{[-1;3]} f(x) = 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{3-x}} = \frac{\sqrt{3-x} - \sqrt{x+1}}{2\sqrt{(x+1)(3-x)}}.$$

Khi đó

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3-x} - \sqrt{x+1} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3-x} = \sqrt{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 3 \\ 3-x = x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 3 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

$$\text{Ta có: } f(-1) = 2; f(1) = 2\sqrt{2}; f(3) = 2.$$

$$\text{Vậy } \max_{[-1;3]} f(x) = 2\sqrt{2}; \min_{[-1;3]} f(x) = 2.$$

Câu 17. Trong không gian Oxyz, mặt phẳng α đi qua điểm $A(2; -1; 5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $P: 3x - 2y + z + 7 = 0$, $Q: 5x - 4y + 3z + 1 = 0$ có phương trình là:

A. $x + 2y + z - 5 = 0$.

B. $2x + 4y + 2z + 10 = 0$.

C. $2x - 4y - 2z - 10 = 0$.

D. $x + 2y - z + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (3; -2; 1)$ và mặt phẳng (Q) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (5; -4; 3)$

Do $(\alpha) \perp (P)$ và $(\alpha) \perp (Q)$ suy ra $\vec{n}_{(\alpha)} = \vec{n}_{(P)} \wedge \vec{n}_{(Q)} = (-2; -4; -2)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng α .

$$\text{Mà } \alpha \text{ qua } A \text{ nên } \alpha: -2x - 2 - 4y + 1 - 2z - 5 = 0 \Leftrightarrow x + 2y + z - 5 = 0.$$

Câu 18. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$, $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $x + 3y + z - 5 = 0$.

B. $x + y + z - 6 = 0$.

C. $3x - y - z - 6 = 0$.

D. $3x - y - z + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

Do (P) vuông góc với đường thẳng AB suy ra mp (P) có vector pháp tuyến là:

$$\vec{n}_{(P)} = \vec{AB} = (3; -1; -1).$$

$$\text{Mà } (P) \text{ qua } A \text{ suy ra mp } (P): 3(x+1) - (y-2) - (z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z + 6 = 0.$$

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 60° .

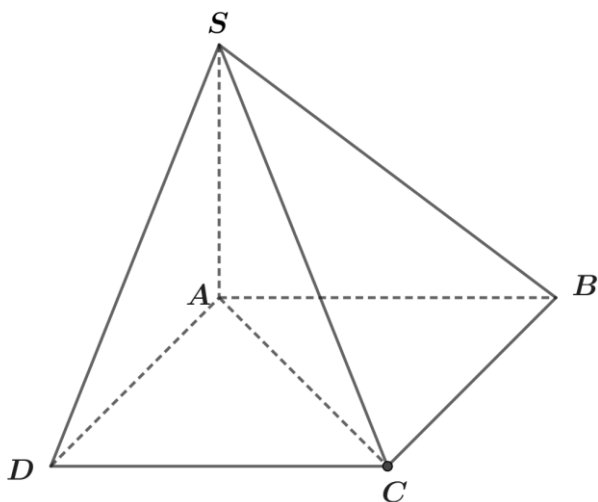
B. 75° .

C. 45° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn D



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\alpha = SCA$.

$$\text{Ta có } \tan \alpha = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{6}}{3} : a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ.$$

Câu 20. Cho hình nón (N) có chiều cao $h = 4 \text{ cm}$, bán kính đáy $r = 3 \text{ cm}$. Độ dài đường sinh của hình nón (N) là

A. $\sqrt{7} \text{ cm}$.

B. 5 cm .

C. 7 cm .

D. 12 cm .

Lời giải

Chọn B

Độ dài đường sinh của hình nón (N) là $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{9 + 16} = 5(\text{cm})$.

Câu 21. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d

A. $u_1 = 20, d = -3$.

B. $u_1 = -22, d = 3$.

C. $u_1 = -21, d = -3$.

D. $u_1 = -21, d = 3$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_4 = -12 \\ u_{14} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}$$

Vậy số hạng đầu $u_1 = -21$ và công sai $d = 3$.

Câu 22. Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x + \frac{2}{x-1}$ và $y = 2x$ là

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x + \frac{2}{x-1}$ và $y = 2x$ là:

$$x + \frac{2}{x-1} = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x + \frac{2}{x-1}$ và $y = 2x$ là 2.

Câu 21. Cho $\int_0^9 f(x) dx = 60$. Tính $I = \int_0^3 f(3x) dx$

A. $I = 40$.

B. $I = 10$.

C. $I = 20$.

D. $I = 5$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 3x \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{3}$. Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0, x = 3 \Rightarrow t = 9$.

$$\text{Vậy } I = \int_0^9 f(t) \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \int_0^9 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^9 f(x) dx = \frac{1}{3} \cdot 60 = 20.$$

Câu 22. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^{x^2+x-1} - 10 \cdot 3^{x^2+x-2} + 1 = 0$ là

A. 2.

B. 0.

C. -2.

D. -1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 9^{x^2+x-1} - 10 \cdot 3^{x^2+x-2} + 1 = 0 \Leftrightarrow 9^{x^2+x} \cdot 9^{-1} - 10 \cdot 3^{x^2+x} \cdot 3^{-2} + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{9} \cdot 9^{x^2+x} - \frac{10}{9} \cdot 3^{x^2+x} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(3^{x^2+x}\right)^2 - 10 \cdot 3^{x^2+x} + 9 = 0. \text{ Đặt } t = 3^{x^2+x}, (t > 0).$$

$$\text{Phương trình đã cho trở thành: } t^2 - 10t + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1(n) \\ t = 9(n) \end{cases}.$$

$$\text{Với } t = 1 \Rightarrow 3^{x^2+x} = 1 = 3^0 \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}.$$

$$\text{Với } t = 9 \Rightarrow 3^{x^2+x} = 9 = 3^2 \Leftrightarrow x^2 + x = 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho là: $0 + (-1) + 1 + (-2) = -2$.

Câu 25. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$ là

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right| + C.$

C. $\int f(x) dx = 2 \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C.$

D. $\int f(x) dx = \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\int f(x) dx = \int \frac{2}{x^2-1} dx = \int \left[\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right] dx = \int \frac{d(x-1)}{x-1} - \int \frac{d(x+1)}{x+1} = \ln|x-1| - \ln|x+1| + C = \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$$

Câu 26. Số phức z thỏa mãn $z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i$ là

A. $2+i$.

B. $2-i$.

C. $-3-i$.

D. $-2-i$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Khi đó:

$$z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$$

$$\Leftrightarrow a + bi - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i$$

$$\Leftrightarrow -a - 3b + (3b - 3a) = 1 - 9i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = 1 \\ 3b - 3a = -9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow z = 2 - i.$$

Câu 27. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $V = a^3\sqrt{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 28. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Giá trị của $|z_1 - z_2|$ bằng

A. 8.

B. 5.

C. 3.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Xét $\Delta = 8^2 - 4.1.25 = -36 < 0$ suy ra phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$ có hai nghiệm phức là $z_1 = 4 - 3i; z_2 = 4 + 3i$. Do đó $|z_1 - z_2| = |-6i| = 6$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(3;1;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

A. $x + 2y - 2 = 0$.

B. $x + z - 2 = 0$.

C. $x + y - z - 2 = 0$.

D. $x + z - 3 = 0$.

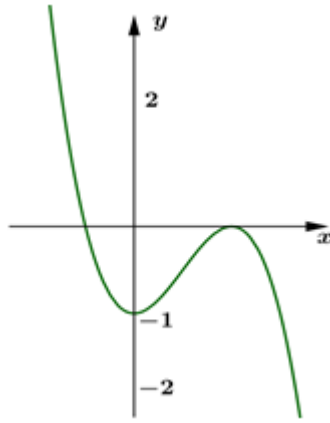
Lời giải

Chọn D

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB và I là trung điểm của AB .

$$\text{Khi đó: } (P): \begin{cases} \text{Qua } I(2;1;1) \\ \text{VTPT } \overline{AB} = (2;0;2) \end{cases} \Rightarrow (P): 2x + 2z - 6 = 0 \Leftrightarrow x + z - 3 = 0.$$

Câu 30. Cho hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2x^3 - 3x^2 + 2m = 0$ có ba nghiệm phân biệt là

- A. $-1 \leq m \leq 0$. B. $0 \leq m \leq -1$. C. $0 < m < \frac{1}{2}$. D. $-1 < m < 0$.

Lời giải

Chọn C

$$2x^3 - 3x^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow -2x^3 + 3x^2 - 1 = 2m - 1 \quad (1)$$

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2m - 1$

Do đó, theo yêu cầu đề bài ta có $-1 < 2m - 1 < 0 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2}$.

Câu 31. Số nghiệm của phương trình $\ln x^2 - 6x + 7 = \ln x - 3$ là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - 6x + 7 > 0 \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3.$$

$$\text{Với điều kiện trên, ta có: } x^2 - 6x + 7 = x - 3 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Với $x = 2$ bị loại vì vi phạm điều kiện nên số nghiệm của phương trình là 1.

Câu 32. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{4-x^2}$ là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{4-x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x^2} - 1} = 0 \text{ nên } y = 0 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{4-x^2} = -\infty \text{ nên } x = 2 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

Lại có: $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x+1}{4-x^2} = -\infty$ nên $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy có tất cả 3 đường tiệm cận.

Câu 33. Trong không gian Oxyz, mặt cầu tâm $I(-1; 2; -3)$, bán kính $R = 3$ có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình mặt cầu (S) tâm $I(a; b; c)$, bán kính R là:

$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ Vậy theo giả thiết phương trình mặt cầu (S) là

$(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

Câu 34. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 + x - 1$ và $y = x^4 + x - 1$ là

A. $\frac{8}{15}$.

B. $-\frac{7}{15}$.

C. $\frac{7}{15}$.

D. $\frac{4}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình hoành độ giao điểm là: $x^4 + x - 1 = x^2 + x - 1 \Leftrightarrow x^4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.

Vậy diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 + x - 1$ và $y = x^4 + x - 1$ là

$$S = \int_{-1}^0 |x^4 - x^2| dx + \int_0^1 |x^4 - x^2| dx = \frac{4}{15}.$$

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)^3(x-2)$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \text{ (trong đó } x = 0 \text{ là nghiệm bội 2; } x = -1 \text{ là nghiệm bội 3; } x = 2 \text{ là} \\ x = 2 \end{cases}$

ng nghiệm bội 1).

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu, suy ra hàm số có 2 điểm cực trị.

- Câu 36.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$.
- A.** $m > 2$. **B.** $1 \leq m < 2$. **C.** $-2 < m < 2$. **D.** $-2 \leq m \leq 2$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{m}{4}\right\}$.

Ta có $y' = \frac{m^2 - 4}{(m - 4x)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ \frac{m}{4} \notin \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \frac{m}{4} \geq \frac{1}{4} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \geq 1 \end{cases} \Rightarrow 1 \leq m < 2$.

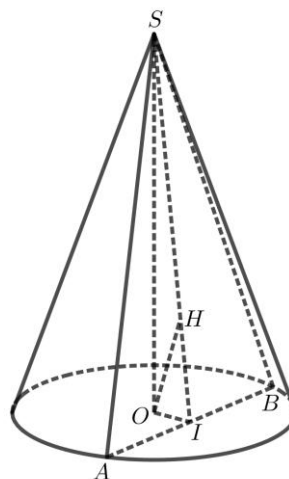
Vậy $1 \leq m < 2$.

- Câu 37.** Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O , bán kính R . Dựng hai đường sinh SA và SB , biết AB chắn trên đường tròn đáy một cung có số đo bằng 60° , khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{R}{2}$. Đường cao h của hình nón bằng

- A.** $h = R\sqrt{3}$. **B.** $h = R\sqrt{2}$. **C.** $h = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h = \frac{R\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm AB .

Kẻ OH vuông góc với SI .

$$d(O, (SAB)) = OH = \frac{R}{2}.$$

Ta có cung AB bằng 60° nên $AOB = 60^\circ$.

Tam giác AOI vuông tại I , ta có $\cos IOA = \frac{OI}{OA} \Leftrightarrow OI = OA \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}R}{2}$.

Tam giác SOI vuông tại O , ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{\left(\frac{R}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}R}{2}\right)^2} = \frac{8}{3R^2} \Rightarrow SO = \frac{\sqrt{6}R}{4}.$$

Câu 38. Giá trị của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ là

A. $m = 2$.

B. $m = 3$.

C. $m = 4$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 2^x, t > 0$.

Phương trình trở thành $t^2 - 2mt + 2m = 0$ (*).

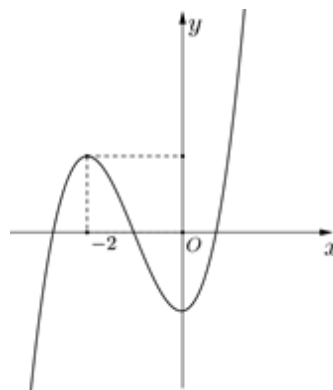
Để phương trình ban đầu có 2 nghiệm thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m \geq 0 \\ 2m > 0 \\ 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 2.$$

Ta có $x_1 + x_2 = 3 \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = 2^3 \Leftrightarrow 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 8 \Leftrightarrow t_1 \cdot t_2 = 8 \Leftrightarrow 2m = 8 \Leftrightarrow m = 4$.

Kết luận $m = 4$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(-2x^2 + 4x)$ là

A. 5.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = (-2x^2 + 4x)' f'(-2x^2 + 4x) = (-4x + 4) f'(-2x^2 + 4x)$

Mặt khác:

$$+) -4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$+) -2x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$+) -2x^2 + 4x = -2 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{2} \\ x = 1 + \sqrt{2} \end{cases}.$$

+) Đặt $t = -2x^2 + 4x \Rightarrow t' = -4x + 4$. Ta có bảng biến thiên của $t = -2x^2 + 4x$

x	$-\infty$	$1-\sqrt{2}$	0	1	2	$1+\sqrt{2}$	$+\infty$
t	$-\infty$	-2	0	2	0	-2	$-\infty$

Dựa vào đồ thị của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ta suy ra bảng xét dấu của

$$y' = (-4x + 4) f'(-2x^2 + 4x):$$

x	$-\infty$	$1-\sqrt{2}$	0	1	2	$1+\sqrt{2}$	$+\infty$
$4x-4$	-	0	-	0	+	0	+
$f'(t)$	+	0	-	0	+	0	+
y'	-	0	+	0	+	0	+

Từ bảng xét dấu trên ta suy ra: Hàm số đã cho có 5 cực trị.

Câu 40. Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d' đi qua điểm $M(2;1;0)$, cắt và vuông góc với đường

thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ có phương trình là

A. $\frac{x-2}{-3} = \frac{-y+1}{-4} = \frac{z}{-2}$. **B.** $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z}{2}$. **C.** $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$. **D.** $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Vì } d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1} \Rightarrow d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -t \end{cases}. \text{ Do đó, gọi } N = d' \cap d \Rightarrow N(1+2t; -1+t; -t).$$

$$\text{Suy ra: } \overrightarrow{MN}(2t-1; t-2; -t).$$

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(2;1;-1)$. Theo đề ra

$$d' \perp d \Rightarrow \overrightarrow{MN} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) + (t-2) - t = 0 \Leftrightarrow 6t = 4 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}.$$

Do đó: $\overrightarrow{MN}\left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow d'$ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = 3\overrightarrow{MN} = (1; -4; -2)$.

Và d' đi qua $M(2; 1; 0)$ nên d' có phương trình là $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

Câu 41. Biết rằng $\int_1^e \frac{2\ln x + 1}{x \ln x + 1} dx = a \ln 2 - \frac{b}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản.

Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 3$.

B. $S = 7$.

C. $S = 10$.

D. $S = 5$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\ln x + 1 = t$. Ta có: $\frac{1}{x} dx = dt$.

Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = 1$; $x = e \Rightarrow t = 2$.

Ta có: $\int_1^e \frac{2\ln x + 1}{x \ln x + 1} dx = \int_1^2 \frac{2t - 1 + 1}{t^2} dt = \int_1^2 \left(\frac{2}{t} - \frac{1}{t^2}\right) dt = \left(2\ln|t| + \frac{1}{t}\right)\Bigg|_1^2 = 2\ln 2 - \frac{1}{2}$.

Suy ra: $a = 2$; $b = 1$; $c = 2$. Khi đó: $S = a + b + c = 5$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a và có góc $BAD = 60^\circ$. Đường thẳng SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{3a}{4}$.

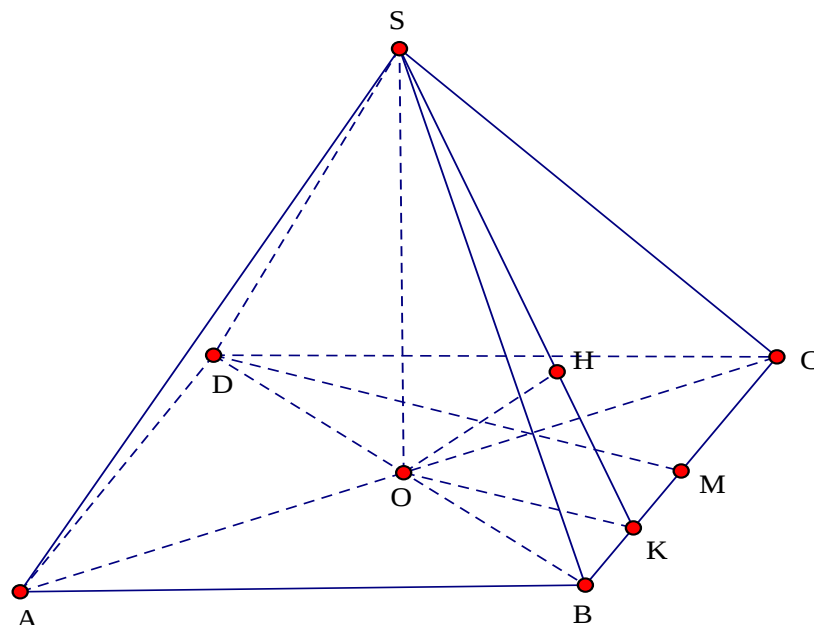
B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{3a}{8}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: tứ giác $ABCD$ là hình thoi cạnh a có $\angle BAD = 60^\circ$ suy ra tam giác BCD là tam giác đều cạnh a .

Gọi M là trung điểm cạnh BC . Suy ra $DM \perp BC$ và $DM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Kẻ $OK \parallel DM$, ($K \in BC$) $\Rightarrow OK \perp BC$ và $OK = \frac{1}{2}DM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Vì $SO \perp (ABCD) \Rightarrow BC \perp SO \Rightarrow BC \perp (SOK)$.

Kẻ $OH \perp SK$, ($H \in SK$) $\Rightarrow OH \perp (SBC)$.

$$\text{Từ đó ta có: } d(O, (SBC)) = OH = \frac{OK \cdot SO}{\sqrt{OK^2 + SO^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{4}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{3a}{4}\right)^2}} = \frac{3a}{8}.$$

Câu 43. Ông Tuấn gửi 100 triệu vào ngân hàng với hình thức lãi kép, kỳ hạn 1 năm với lãi suất 8%. Sau 5 năm ông rút toàn bộ tiền và dùng một nửa để sửa nhà, số tiền còn lại ông tiếp tục gửi ngân hàng với lãi suất như lần trước. Số tiền lãi ông Tuấn nhận được sau 10 năm gửi gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 46,933 triệu. B. 34,480 triệu. C. 81,413 triệu. D. 107,946 triệu.

Lời giải

Chọn C

Năm năm đầu ông Tuấn có số tiền cả gốc và lãi là $T_1 = 100 \cdot (1 + 0.08)^5 = 146,933$

Sau khi sửa nhà số tiền còn lại gửi vào ngân hàng trong 5 năm thì số tiền cả gốc và lãi là

$$T_2 = \frac{146,932}{2} (1 + 0.08)^5 = 107,946.$$

Số tiền lãi trong 10 năm là $L = (146,933 - 100) + (107,946 - 73,466) = 81,413$.

Câu 44. Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm 10 học sinh đó đi lao động. Tính xác suất để trong 3 học sinh được chọn có ít nhất 1 học sinh nữ.

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{17}{24}$. C. $\frac{17}{48}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.

Đặt $A = \text{"3 học sinh được chọn có ít nhất 1 nữ"}$

$\bar{A} = \text{"3 học sinh được chọn không có nữ"}$

$$\text{Khi đó } n(\bar{A}) = C_7^3 = 35 \Rightarrow p(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{35}{120} = \frac{7}{24}$$

Vậy $p(A) = 1 - p(\bar{A}) = \frac{17}{24}$.

Câu 45. Có bao nhiêu cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $3^{|x^2-2x-3|-\log_3 5} = 5^{-(y+4)}$ và $4|y| - |y-1| + (y+3)^2 \leq 8$?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^{|x^2-2x-3|-\log_3 5} = 5^{-(y+4)} \Leftrightarrow 5^{-(y+3)} = 3^{|x^2-2x-3|}$. (*)

Vì $3^{|x^2-2x-3|} \geq 3^0 \Rightarrow 5^{-(y+3)} \geq 1 \Rightarrow y+3 \leq 0 \Rightarrow y \leq -3$.

Với $y \leq -3$ ta có: $4|y| - |y-1| + (y+3)^2 \leq 8 \Leftrightarrow -4y + (y-1) + (y+3)^2 \leq 8 \Leftrightarrow y^2 + 3y \leq 0$
 $\Leftrightarrow -3 \leq y \leq 0$. Kết hợp với $y \leq -3$ suy ra $y = -3$.

Thế $y = -3$ vào (*) ta được: $3^{|x^2-2x-3|} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Vậy các cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn là $(-1; -3); (3; -3)$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$. Biết $f(3) = 3$ và

$xf'(2x+1) - f(2x+1) = x^3, \forall x \in (0; +\infty)$. Giá trị của $\int_3^5 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{914}{3}$.

B. $\frac{59}{3}$.

C. $\frac{45}{4}$.

D. 88.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$xf'(2x+1) - f(2x+1) = x^3 \Leftrightarrow \frac{2x^2 f'(2x+1) - 2xf(2x+1)}{x^4} = 2, \forall x \in (0; +\infty)$.

$\Leftrightarrow \left(\frac{f(2x+1)}{x^2} \right)' = 2 \Leftrightarrow \frac{f(2x+1)}{x^2} = 2x + C. (1)$

Cho $x=1$ từ (1) $\Rightarrow \frac{f(3)}{1^2} = 2.1 + C \Leftrightarrow \frac{3}{1^2} = 2.1 + C \Rightarrow C=1 \Rightarrow f(2x+1) = x^2(2x+1) = 2x^3 + x^2$.

$\Rightarrow \int_1^2 f(2x+1)dx = \int_1^2 (2x^3 + x^2)dx = \left(2\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^2 = \frac{59}{6}$.

$\Rightarrow \int_3^5 f(x)dx = 2 \int_1^2 f(2x+1)dx = \frac{59}{3}$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = 3a$, $AD = DC = a$. Gọi I là trung điểm của AD , biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính theo a khoảng cách từ trung điểm cạnh SD đến mặt phẳng (SBC) .

A. $\frac{a\sqrt{17}}{5}$.

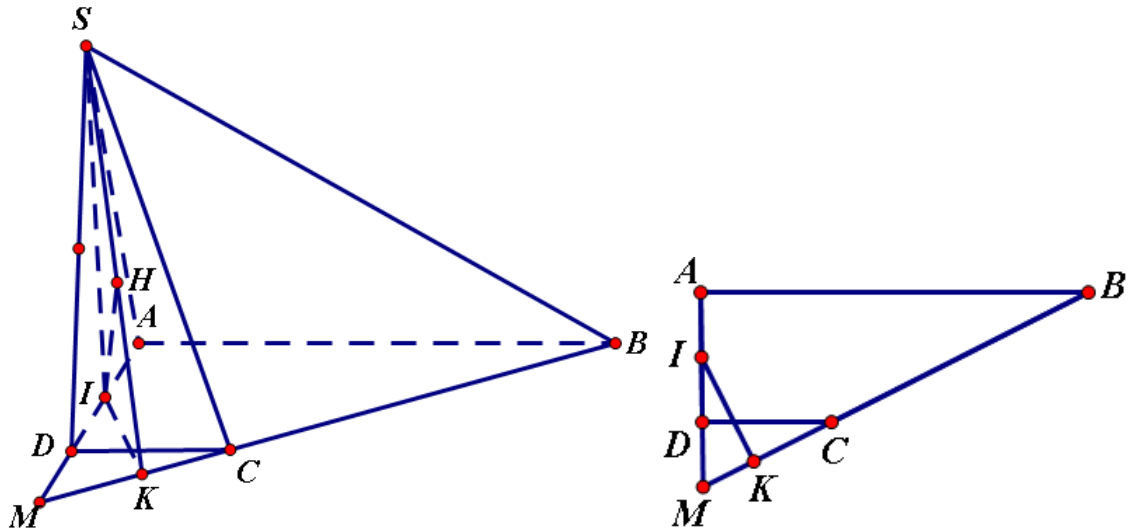
B. $\frac{a\sqrt{6}}{19}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

D. $\frac{a\sqrt{15}}{20}$.

Lời giải

Chọn B



$$\text{Kẻ } IK \perp BC (K \in BC) \Rightarrow ((SBC); (ABCD)) = SKI = 60^\circ$$

Gọi $M = AD \cap BC$. Ta có $\frac{MD}{MA} = \frac{1}{3} \Rightarrow MD = \frac{a}{2}$

Ta có $\triangle MIK$ đồng dạng với $\triangle MBA$ nên suy ra $\frac{IK}{BA} = \frac{MI}{MB} = \frac{a}{\sqrt{(3a)^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{15}$

$$\Rightarrow IK = \frac{2\sqrt{5}}{15} \cdot 3a = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

Gọi N là trung điểm của SD .

$$\text{Ta có } d(N, (SBC)) = \frac{1}{2} d(D, (SBC)) = \frac{1}{4} d(I, (SBC))$$

$$\text{Từ } I \text{ kẻ } IH \perp SK \text{ suy ra } IH = d(I, (SBC)) = IK \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{5} \Rightarrow d(N, (SBC)) = \frac{a\sqrt{15}}{20}$$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-10		-2		3		8		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = f(x^3 + 4x + m)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = x^3 + 4x + m \Rightarrow t' = 3x^2 + 4$ nên t đồng biến trên $(-1;1)$ và $t \in (m-5; m+5)$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để hàm số $f(t)$ nghịch biến trên khoảng $(m-5; m+5)$.

$$\text{Dựa vào bảng biến thiên ta được } \begin{cases} m-5 \geq -2 \\ m+5 \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$$

Câu 49. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $\frac{3R}{2}$. Mặt phẳng (α) song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α) là:

A. $\frac{3\sqrt{2}R^2}{2}$.

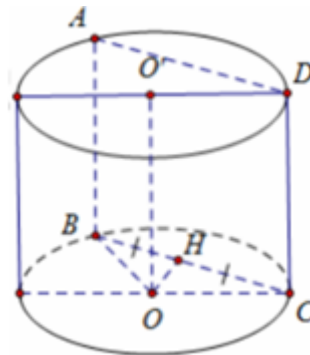
B. $\frac{3\sqrt{3}R^2}{2}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}R^2}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}R^2}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ như hình vẽ.

Gọi H là trung điểm của BC suy ra $OH \perp BC$ suy ra $d(O; BC) = \frac{R}{2}$

$$BC = 2HB = 2\sqrt{OB^2 - OH^2} = 2\sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = R\sqrt{3}$$

Khi đó

$$\text{Suy ra } S_{ABCD} = BC \cdot AB = R\sqrt{3} \cdot \frac{3R}{2} = \frac{3\sqrt{3}R^2}{2}.$$

Câu 50. Tập hợp tất cả các số thực của tham số m để phương trình $x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + (15 - 3m^2)x^2 - 6mx + 10 = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ là:

A. $2 < m \leq \frac{5}{2}$.

B. $\frac{7}{5} \leq m < 3$.

C. $\frac{11}{5} < m < 4$.

D. $0 < m < \frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + (15 - 3m^2)x^2 - 6mx + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2)^3 + 3(x^2 + 2) = (mx + 1)^3 + 3(mx + 1)$$

$$\Leftrightarrow f(x^2 + 2) = f(mx + 1) (*)$$

Với $f(t) = t^3 + 3t$. Do $f'(t) = 3t^2 + 3 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$

Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Nên $(*) \Leftrightarrow x^2 + 2 = mx + 1$

$$\Leftrightarrow x^2 - mx + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{x^2 + 1}{x}.$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ trên $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$

Ta có: $g'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên.

x	$\frac{1}{2}$	1	2	
g'		-	0	+
g	$\frac{5}{2}$			$\frac{5}{2}$

$\swarrow$ $\searrow$
 2

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$

khi và chỉ khi $2 < m \leq \frac{5}{2}$.

----- HẾT -----