SỞ GD - ĐT HÀ TĨNH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 04 trang)

KỲ THI THỬ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2017

Bài thi: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Mã đề thi 001

Câu 1: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$?

A. $y=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-4)$ và $B(-3;2;2)$. Toạ độ của $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-2;4;-2)$. **B.** $(-4;0;6)$. **C.** $(4;0;-6)$. **D.** $(-1;2;-1)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. Góc giữa hai đường thẳng đó bằng

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 4: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với đáy, mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc bằng $60°$, M là trung điểm của BC. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SCD) bằng:

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, các véctơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$, cho điểm $M(2;-1;1)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{OM}=\vec{k}+\vec{j}+2\vec{i}$. **B.** $\overrightarrow{OM}=2\vec{k}-\vec{j}+\vec{i}$.

C. $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$. **D.** $\overrightarrow{OM}=\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$.

Câu 7: Gọi z_1 ; z_2 là nghiệm của phương trình $z^2-2z+3=0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2+|z_2|^2$ bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 6. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 8: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-2x+3$, trục Ox và các đường thẳng $x=-1$, $x=2$ bằng

A. 7. **B.** 17. **C.** 9. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 9: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x+\cos x$ là

A. $\sin x-\cos x+C$.
B. $\sin x+\cos x+C$.
C. $-\cos x-\sin x+C$.
D. $\sin 2x+C$.

Câu 10: Tích các nghiệm của phương trình $4^{x^2-x-1}+2^{x^2-x}=3$ bằng

A. -1.
B. 1.
C. 0.
D. 2.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA\perp(ABC)$, $SA=2\sqrt{3}a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. a^3.
B. $\frac{1}{4}a^3$.
C. $\frac{3}{2}a^3$.
D. $\frac{1}{2}a^3$.

Câu 12: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x^2+3x-3}{x+2}$ thỏa mãn $F(1)=2$. Giá trị của $F(2)$ là

A. $F(2)=\frac{9}{2}+5\ln\frac{3}{4}$.
B. $F(2)=\frac{9}{2}+5\ln\frac{4}{3}$.
C. $F(2)=5\ln 3-10\ln 2$.
D. $F(2)=-5\ln 3+10\ln 2$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=\frac{1}{4}$ là

A. $x=0$.
B. $x=1$.
C. $x=\frac{1}{2}$.
D. $x=\frac{-1}{2}$.

Câu 14: Cho hai số phức $z_1=1+2i$, $z_2=2-3i$. Tổng của hai số phức z_1 và z_2 là

A. $3-5i$.
B. $3+5i$.
C. $3-i$.
D. $3+i$.

Câu 15: Cho $0<a\neq 1$, $x>0$, $y>0$, $\alpha\in\mathbb{R}$, khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\log_{\sqrt{a}}x=\frac{1}{2}\log_a x$.
B. $\log_a x^\alpha=\alpha\log_a x$.
C. $\log_a(x.y)=\log_a x+\log_a y$.
D. $\log_a\sqrt{x}=\frac{1}{2}\log_a x$.

Câu 16: Phần ảo của số phức $z=1-2i$ là

A. 1.
B. $2i$.
C. 2.
D. -2.

Câu 17: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\left(\frac{e}{2}\right)^x$.
B. $y=\left(\frac{3}{\pi}\right)^x$.
C. $y=(0,7)^x$.
D. $y=\left(\sqrt{5}-2\right)^x$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)=e^{2x}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{2x}+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}e^{2x}+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{2x}+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2x}e^{2x}+C$.

Câu 19: Tìm số phức z thỏa mãn $iz+2\overline{z}=9+3i$

A. $5+i$.
B. $z=5-i$.
C. $z=1-5i$.
D. $z=1+5i$.

Câu 20: Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là

A. -1. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

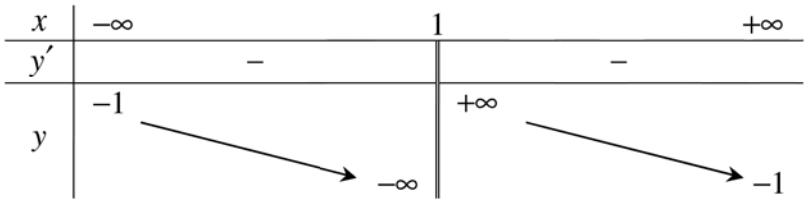
Câu 21: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin x$ trên $\left[\frac{\pi}{6};\frac{3\pi}{4}\right]$ là:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** 1.

Câu 22: Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, đường cao của một mặt bên là $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp đó là:

A. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. **B.** $V = \frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$. **C.** $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **D.** $V = \frac{\sqrt{2}}{9}a^3$.

Câu 23: Bảng biến thiên trong hình dưới là của hàm số nào trong các hàm số đã cho?



A. $y = \frac{-x-3}{x-1}$. **B.** $y = \frac{-x+3}{x-1}$. **C.** $y = \frac{x+3}{x-1}$. **D.** $y = \frac{-x-2}{x-1}$.

Câu 24: Một hình trụ có bán kính đáy bằng $r = 50\ cm$ và có chiều cao $h = 50\ cm$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

A. $2500\pi\left(cm^2\right)$. **B.** $5000\pi\left(cm^2\right)$. **C.** $2500\left(cm^2\right)$. **D.** $5000\left(cm^2\right)$.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y = x\ln x$ là:

A. $y' = x + \ln x$. **B.** $y' = -\ln x + 1$. **C.** $y' = \ln x - 1$. **D.** $y' = 1 + \ln x$.

Câu 26: Cho A, B, C tương ứng là các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = -2 + 5i$, $z_3 = 2 + 4i$. Số phức z biểu diễn bởi điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

A. $-1 + 7i$. **B.** $5 + i$. **C.** $1 + 5i$. **D.** $3 + 5i$.

Câu 27: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 6x + 2$ tại điểm có hoành độ bằng 0 là.

A. $y = 6x + 2$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = 2x - 1$. **D.** $y = 6x - 2$.

Câu 28: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z = 0$, toạ độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là.

A. $I(-1;2;-1), R = \sqrt{6}$. **B.** $I(-1;2;-1), R = 6$.

C. $I(1;-2;1), R = \sqrt{6}$. **D.** $I(1;-2;1), R = 6$.

Câu 29: Tập xác định của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$ là.

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$.

C. $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 vectơ $\vec{a}=(-1;1;0)$; $\vec{b}=(1;1;0)$. Trong các kết luận: (I). $\vec{a}=-\vec{b}$; (II). $|\vec{b}|=|\vec{a}|$; (III). $\vec{a}=\vec{b}$; (IV). $\vec{a}\perp\vec{b}$, có bao nhiêu kết luận **sai** ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

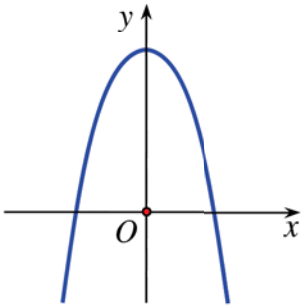
Câu 31: Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)+2\log_5\left(x^2-x+5\right)<3$ là $(a;b)$. Khi đó tổng $a+2b$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 32: Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc 12 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-2t+12$ (m/s) (trong đó t là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh). Hỏi trong thời gian 8 giây cuối (tính đến khi xe dừng hẳn) thì ô tô đi được quãng đường bằng bao nhiêu?

A. 16 m. **B.** 60 m. **C.** 32 m. **D.** 100 m.

Câu 33: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Kết luận nào sau đây đúng?



A. $a<0$, $b\le 0$, $c>0$.
B. $a<0$, $b<0$, $c<0$.
C. $a>0$, $b>0$, $c>0$.
D. $a<0$, $b>0$, $c\ge 0$.

Câu 34: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(Q):2x+y-z=0$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $-x+2y-1=0$. **B.** $x-y+z=0$. **C.** $x-2y-1=0$. **D.** $x+2y+z=0$.

Câu 35: Tập hợp các giá trị m để hàm số $y=mx^3-x^2+3x+m-2$ đồng biến trên $(-3;0)$ là

A. $\left[\dfrac{-1}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(\dfrac{-1}{3};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{-1}{3}\right)$. **D.** $\left[\dfrac{-1}{3};0\right)$.

Câu 36: Giá trị của tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos^2 x\,dx$ được biểu diễn dưới dạng $a.\pi^2+b\ (a,b\in\mathbb{Q})$. Khi đó tích $a.b$ bằng

A. 0. **B.** $-\dfrac{1}{32}$. **C.** $-\dfrac{1}{16}$. **D.** $-\dfrac{1}{64}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z=0$ và điểm $M(0;1;0)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt (S) theo đường tròn (C) có chu vi nhỏ nhất. Gọi $N(x_0;y_0;z_0)$ là điểm thuộc đường tròn (C) sao cho $ON=\sqrt{6}$. Tính y_0.

A. −2. **B.** 2. **C.** −1. **D.** 3.

Câu 38: Tập các giá trị m để phương trình $4.\left(\sqrt{2}+1\right)^x+\left(\sqrt{2}-1\right)^x-m+1=0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt là

A. $(5;7)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(5;6)$. **D.** $(7;8)$.

Câu 39: Gọi m là số thực dương sao cho đường thẳng $y=m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2-2$ tại hai điểm A, B thoả mãn tam giác OAB vuông tại O (O là gốc toạ độ). Kết luận nào sau đây là đúng?

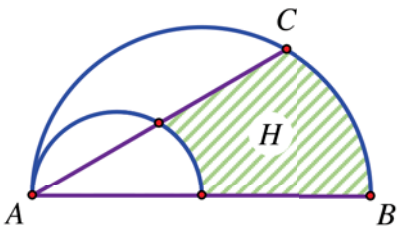
A. $m\in\left(\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$. **B.** $m\in\left(\frac{11}{4};\frac{15}{4}\right)$. **C.** $m\in\left(\frac{7}{4};\frac{9}{4}\right)$. **D.** $m\in\left(\frac{3}{4};\frac{5}{4}\right)$.

Câu 40: Cho các số thực $b>a>0$. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm trên $\mathbb{R}$?

A. $a^x+b^x=(a+b)^x$. **B.** $a^x+(2b)^x=2(a+b)^x$.

C. $a^x+b^x=2(a+b)^x$. **D.** $a^x+(a+b)^x=b^x$.

Câu 41: Ta vẽ hai nửa đường tròn như hình vẽ bên, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 8π và $\widehat{BAC}=30°$. Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (II) (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB.



A. $\frac{220}{3}\pi$. **B.** $\frac{98}{3}\pi$. **C.** $\frac{224}{3}\pi$. **D.** $4\pi^2$.

Câu 42: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có $AB=4$, $AD=5$, $AA_1=3$. Nối sáu tâm của sáu mặt của hình hộp trên tạo nên một khối tám mặt. Thể tích của khối tám mặt đó bằng ?

A. 60. **B.** 30. **C.** 10. **D.** 20.

Câu 43: Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1)-2\log_4(5-x)<1-\log_2(x-2)$ là $(a;b)$. Khi đó tích $a.b$ bằng

A. -12. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 10.

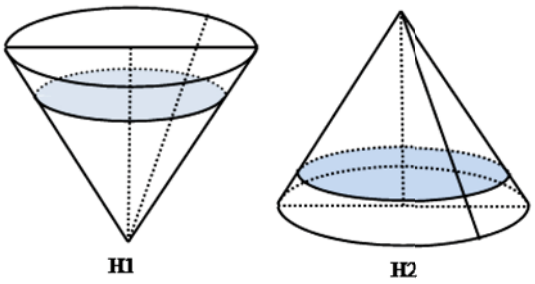
Câu 44: Tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 1. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và cạnh $AB=3$. Cạnh bên $SA=\sqrt{6}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là ?

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** 9. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 46: Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20 cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10 cm (hình H1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng với giá trị nào sau đây?



A. 10 cm. **B.** 0,87 cm. **C.** 1,07 cm. **D.** 1,35 cm.

Câu 47: Cho các số thực $0<a,b\neq 1$, biết $a^{\frac{3}{4}}>a^{\frac{5}{6}}$ và $\log_b\frac{2}{3}<\log_b\frac{3}{4}$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $a>1$, $b>1$. **B.** $a>1$, $0<b<1$.

C. $0<a<1$, $b>1$. **D.** $0<a<1$, $0<b<1$.

Câu 48: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;2;-6)$, $B(2;4;1)$. Gọi d là đường thẳng đi qua trọng tâm tam giác ABO sao cho tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến đường thẳng d là lớn nhất. Trong các véctơ sau, véctơ nào là một véctơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u}=(-13;8;-6)$. **B.** $\vec{u}=(13;8;-6)$. **C.** $\vec{u}=(-13;8;6)$. **D.** $\vec{u}=(13;8;6)$.

Câu 49: Một người thợ cần thiết kế một bể cá hình hộp chữ nhật có đáy nhưng không có nắp đậy, có chiều cao là $60\,\text{cm}$, thể tích $384000\,\text{cm}^3$. Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành $1.000.000$ đồng/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành $1.200.000$ đồng/m^2. Giả sử phần tiếp xúc giữa các mặt là không đáng kể. Số tiền mua kính ít nhất để hoàn thành bể cá là

A. $1,728$ triệu đồng. **B.** $2,016$ triệu đồng.

C. $2,688$ triệu đồng. **D.** $3,456$ triệu đồng.

Câu 50: Trong các số phức z thoả mãn $|z-(2+4i)|=2$, gọi z_1 và z_2 là số phức có mô-đun lớn nhất và nhỏ nhất. Tổng phần ảo của hai số phức z_1 và z_2 bằng

A. $8i$. **B.** 4. **C.** -8. **D.** 8.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	A	A	B	C	C	C	A	A	D	A	D	C	A	D	A	C	A	C	D	B	B	B	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	A	D	D	C	B	A	C	A	D	B	C	D	D	B	C	B	D	C	B	C	A	C	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$?

A. $y=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Vì $\lim\limits_{x\to 1} y=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+1}{x-1}=\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-4)$ và $B(-3;2;2)$.

Toạ độ của $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-2;4;-2)$. **B.** $(-4;0;6)$. **C.** $(4;0;-6)$. **D.** $(-1;2;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;0;6)$. (Đáp án B)

Câu 3: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. Góc giữa hai đường thẳng đó bằng

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

- Đường thẳng d_1 có véctơ chỉ phương $\vec{u}_1=(1;-1;2)$.
- Đường thẳng d_2 có véctơ chỉ phương $\vec{u}_2=(-1;1;1)$
- Gọi α là góc giữa hai đường thẳng trên,ta có:

Khi đó $\cos\alpha=\left|\cos(\vec{u}_1;\vec{u}_2)\right|=\dfrac{\left|1.(-1)+(-1).1+2.1\right|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2}.\sqrt{(-1)^2+1^2+1^2}}=0\Rightarrow\left(\widehat{d_1;d_2}\right)=90°$.

Câu 4: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Đạo hàm: $y'=-\dfrac{2}{(x-1)^2}<0$ với $\forall x\in D$.

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

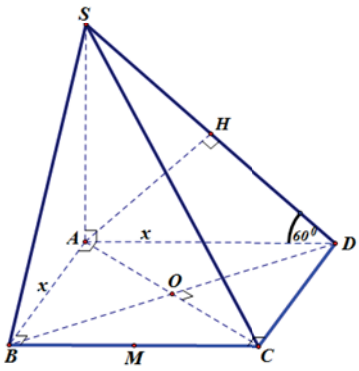
Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với đáy, mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc bằng $60°$, M là trung điểm của BC. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SCD) bằng:

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $AD=x\,(x>0)$. Ta có $\begin{cases}CD\perp AD\\ CD\perp SA\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SAD)$



$\Rightarrow\widehat{((SCD),(ABCD))}=\widehat{SDA}=60°$

Trong ΔSAD, có $SA=x\tan 60°=x\sqrt{3}$.

Theo giả thiết $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

$\Leftrightarrow \dfrac{x^3.\sqrt{3}}{3}=\dfrac{a^3.\sqrt{3}}{3}\Leftrightarrow x=a$.

Ta có $d(M;(SCD))=\dfrac{1}{2}d(B;(SCD))=\dfrac{1}{2}d(A;(SCD))$ (1)

Vẽ $AH\perp SD$. Ta có $CD\perp AH$ (vì $CD\perp(SAD)$)

Do đó $AH\perp(SCD)\Rightarrow AH=d(A;(SCD))$.

Từ (1) và (2) suy ra $d(M;(SCD))=\dfrac{1}{2}AH$

Trong ΔSAD có $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AD^2}=\dfrac{1}{3a^2}+\dfrac{1}{a^2}=\dfrac{4}{3a^2}\Rightarrow AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Vậy $d(M;(SCD))=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, các véctơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$, cho điểm $M(2;-1;1)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{OM}=\vec{k}+\vec{j}+2\vec{i}$. **B.** $\overrightarrow{OM}=2\vec{k}-\vec{j}+\vec{i}$. **C.** $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$. **D.** $\overrightarrow{OM}=\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Theo định nghĩa về tọa độ điểm thì : $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$.

Câu 7: Gọi z_1; z_2 là nghiệm của phương trình $z^2-2z+3=0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2+|z_2|^2$ bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 6. **D.** $2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$z^2-2z+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=1+i\sqrt{2}\\z_2=1-i\sqrt{2}\end{array}\right.;\ |z_1|^2+|z_2|^2=2\left(\sqrt{1^2+2}\right)^2=2.3=6.$

Câu 8: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-2x+3$, trục Ox và các đường thẳng $x=-1$, $x=2$ bằng

A. 7 **B.** 17 **C.** 9 **D.** $\frac{1}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$\int\limits_{-1}^{2}\left|x^2-2x+3\right|\mathrm{d}x=\left|\int\limits_{-1}^{2}\left(x^2-2x+3\right)\mathrm{d}x\right|=-\int\limits_{-1}^{2}\left(x^2-2x+3\right)\mathrm{d}x=-\left(\frac{x^3}{3}-x^2+3x\right)\Big|_{-1}^{2}=9.$

Câu 9: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x+\cos x$ là

A. $\sin x-\cos x+C.$ **B.** $\sin x+\cos x+C.$ **C.** $-\cos x-\sin x+C.$ **D.** $\sin 2x+C.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Vì $\int(\sin x+\cos x)\mathrm{d}x=\sin x-\cos x+C.$

Câu 10: Tích các nghiệm của phương trình $4^{x^2-x-1}+2^{x^2-x}=3$ bằng

A. $-1.$ **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

ĐK: $x\in\mathbb{R}$

$4^{x^2-x-1}+2^{x^2-x}=3\Leftrightarrow\frac{1}{4}\left(2^{x^2-x}\right)^2+2^{x^2-x}-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^{x^2-x}=2\\2^{x^2-x}=-6\end{array}\right.\Leftrightarrow x^2-x=1$

$\Leftrightarrow x^2-x-1=0$

Vậy tích các nghiệm của phương trình là : $\frac{c}{a}=-1.$

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA\perp(ABC)$, $SA=2\sqrt{3}a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $a^3.$ **B.** $\frac{1}{4}a^3.$ **C.** $\frac{3}{2}a^3.$ **D.** $\frac{1}{2}a^3.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tam giác ABC đều cạnh a có diện tích là : $S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là : $V=\frac{1}{3}S_{ABC}.SA=\frac{a^3}{2}.$

Câu 12: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x^2+3x-3}{x+2}$ thỏa mãn $F(1)=2$. Giá trị của $F(2)$ là

A. $F(2)=\frac{9}{2}+5\ln\frac{3}{4}$. **B.** $F(2)=\frac{9}{2}+5\ln\frac{4}{3}$.

C. $F(2)=5\ln 3-10\ln 2$. **D.** $F(2)=-5\ln 3+10\ln 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\int\left(\frac{x^2+3x-3}{x+2}\right)dx=\int\left(x+1-\frac{5}{x+2}\right)dx=\frac{1}{2}x^2+x-5\ln|x+2|+C$.

Do $F(1)=2\Leftrightarrow\frac{1}{2}+1-5\ln|1+2|+C=2\Leftrightarrow C=\frac{1}{2}+5\ln 3$.

Vậy $F(x)=\frac{1}{2}x^2+x-5\ln|x+2|+\frac{1}{2}+5\ln 3$.

Suy ra $F(2)=\frac{1}{2}2^2+2-5\ln|2+2|+\frac{1}{2}+5\ln 3=\frac{9}{2}+5\ln\frac{3}{4}$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=\frac{1}{4}$ là

A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\frac{1}{2}$. **D.** $x=\frac{-1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

ĐK: $x\in\mathbb{R}$

Ta có $2^{2x-1}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow 2^{2x-1}=2^{-2}\Leftrightarrow 2x-1=-2\Leftrightarrow x=\frac{-1}{2}$.

Câu 14: Cho hai số phức $z_1=1+2i$, $z_2=2-3i$. Tổng của hai số phức z_1 và z_2 là

A. $3-5i$. **B.** $3+5i$. **C.** $3-i$. **D.** $3+i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $z_1+z_2=3-i$.

Câu 15: Cho $0<a\neq 1$, $x>0$, $y>0$, $\alpha\in\mathbb{R}$, khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\log_{\sqrt{a}}x=\frac{1}{2}\log_a x$. **B.** $\log_a x^\alpha=\alpha\log_a x$.

C. $\log_a(x.y)=\log_a x+\log_a y$. **D.** $\log_a\sqrt{x}=\frac{1}{2}\log_a x$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\log_{\sqrt{a}}x=2\log_a x\neq\frac{1}{2}\log_a x\Rightarrow$ A sai

Câu 16: Phần ảo của số phức $z=1-2i$ là

A. 1. **B.** $2i$. **C.** 2. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $z=1-2i=1+(-2)i$. Do đó, số phức đã cho có phần ảo bằng -2.

Câu 17: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\left(\frac{e}{2}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{3}{\pi}\right)^x$. **C.** $y=(0,7)^x$. **D.** $y=\left(\sqrt{5}-2\right)^x$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Hàm số $y=a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a>1$. Do $\frac{e}{2}>1$ nên hàm số $y=\left(\frac{e}{2}\right)^x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)=e^{2x}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{2x}+C$. **C.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{2x}+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}e^{2x}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2x}e^{2x}+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int e^{2x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int e^{2x}\mathrm{d}(2x)=\frac{1}{2}e^{2x}+C$.

Câu 19: Tìm số phức z thỏa mãn $iz+2\overline{z}=9+3i$

A. $5+i$. **B.** $z=5-i$. **C.** $z=1-5i$. **D.** $z=1+5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $z=a+bi\ \ (a;b\in\mathbb{R})$. Suy ra: $\overline{z}=a-bi$.

Ta có:

$$iz+2\overline{z}=9+3i\Leftrightarrow i(a+bi)+2(a-bi)=9+3i$$
$$\Leftrightarrow(2a-b)+(a-2b)i=9+3i$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}2a-b=9\\a-2b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5\\b=1\end{cases}.$$

Vậy $z=5+i$.

Câu 20: Giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-3x+2$ là

A. -1. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $y'=3x^2-3$.

Do đó: $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow x^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
		$+$	0	$-$	0	$+$	
		↗	4	↘	-1	↗	

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số trên bằng 4.

Câu 21: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sin x$ trên $\left[\frac{\pi}{6};\frac{3\pi}{4}\right]$ là:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Hàm số đã cho liên tục và xác định trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6};\frac{3\pi}{4}\right]$

Ta có : $y'=\cos x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Do $x\in\left[\frac{\pi}{6};\frac{3\pi}{4}\right] \Rightarrow x=\frac{\pi}{2}$.

Ta có : $y\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$, $y\left(\frac{3\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $\max\limits_{\left[\frac{\pi}{6};\frac{3\pi}{4}\right]} y=1$ khi $x=\frac{\pi}{2}$.

Câu 22: Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, đường cao của một mặt bên là $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp đó là:

A. $V=\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. **B.** $V=\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}}{9}a^3$.

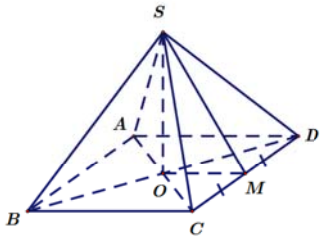
Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $SM=a\sqrt{3}$. ΔSCD đều nên $SC=CD=2a$.

Suy ra: $SO=\frac{AC}{2}=\frac{2a\sqrt{2}}{2}=a\sqrt{2}$.

Vậy $V=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{2}.4a^2=\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.



Câu 23: Bảng biến thiên trong hình dưới là của hàm số nào trong các hàm số đã cho?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-1	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	-1

A. $y=\frac{-x-3}{x-1}$. **B.** $y=\frac{-x+3}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x+3}{x-1}$. **D.** $y=\frac{-x-2}{x-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Dựa vào BBT: TCĐ: $x=1$, TCN: $y=-1$

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1),(-1;+\infty)$.

Suy ra: Hàm số cần tìm là $y=\frac{-x+3}{x-1}$.(Đáp án B)

Câu 24: Một hình trụ có bán kính đáy bằng $r=50\ cm$ và có chiều cao $h=50\ cm$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

A. $2500\pi\left(cm^2\right)$. **B.** $5000\pi\left(cm^2\right)$. **C.** $2500\left(cm^2\right)$. **D.** $5000\left(cm^2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $S_{xq}=2\pi rh=2.\pi.50.50=5000\pi\left(cm^2\right)$.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y=x\ln x$ là:

A. $y'=x+\ln x$. **B.** $y'=-\ln x+1$. **C.** $y'=\ln x-1$. **D.** $y'=1+\ln x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $y'=\left(x\right)'\ln x+x.\left(\ln x\right)'=\ln x+1$.

Câu 26: Cho A, B, C tương ứng là các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức $z_1=1+2i$, $z_2=-2+5i$, $z_3=2+4i$. Số phức z biểu diễn bởi điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

A. $-1+7i$. **B.** $5+i$. **C.** $1+5i$. **D.** $3+5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $A(1;2)$, $B(-2;5)$, $C(2;4)$.

Gọi $D(x;y)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;3)$, $\overrightarrow{DC}=(2-x;4-y)$

Để $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\y=1\end{cases}$. Vậy $z=5+i$.

Câu 27: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=-x^3+6x+2$ tại điểm có hoành độ bằng 0 là.

A. $y=6x+2$. **B.** $y=2$. **C.** $y=2x-1$. **D.** $y=6x-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $y'=-3x^2+6$.

Với $x=0\Rightarrow y=2\Rightarrow y'(0)=6$

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y=6x+2$.

Câu 28: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y+2z=0$, toạ độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là.

A. $I(-1;2;-1),R=\sqrt{6}$. **B.** $I(-1;2;-1),R=6$.

C. $I(1;-2;1),R=\sqrt{6}$. **D.** $I(1;-2;1),R=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $x^2+y^2+z^2+2x-4y+2z=0\Leftrightarrow(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$

Do đó mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{6}$.

Câu 29: Tập xác định của hàm số $y=x^4-3x^2-2$ là.

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có hàm số $y=x^4-3x^2-2$ là hàm đa thức nên có tập xác định $D=(-\infty;+\infty)$.

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 vectơ $\vec{a}=(-1;1;0)$; $\vec{b}=(1;1;0)$. Trong các kết luận : (I). $\vec{a}=-\vec{b}$; (II). $|\vec{b}|=|\vec{a}|$; (III). $\vec{a}=\vec{b}$; (IV). $\vec{a}\perp\vec{b}$, có bao nhiêu kết luận *sai* ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\vec{a}=(-1;1;0)=-(1;-1;0)\neq\vec{b}$. Do đó $(I);(III)$ sai.

Ta có $|\vec{a}|=\sqrt{2}=|\vec{b}|$. Do đó (II) đúng.

Ta có $\vec{a}.\vec{b}=(-1).1+1.1=0$. Do đó $\vec{a}\perp\vec{b}$ hay (IV) đúng.

Vậy có 2 kết luận sai.

Câu 31: Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)+2\log_5\left(x^2-x+5\right)<3$ là $(a;b)$. Khi đó tổng $a+2b$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Xét hàm số $f(x)=\log_3\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)+2\log_5\left(x^2-x+5\right)$.

$$\Rightarrow f'(x)=(2x-1)\left(\frac{1}{2\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)\sqrt{x^2-x+4}\ln 3}+\frac{2}{\left(x^2-x+5\right)\ln 5}\right)$$

Dễ đánh giá $g(x)=\dfrac{1}{2\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)\sqrt{x^2-x+4}\ln 3}+\dfrac{2}{\left(x^2-x+5\right)\ln 5}>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	2	↘		↗	5

Có $f(0)=f(1)=3$ và dựa vào bảng biến thiên ta có $f(x)<3\Leftrightarrow x\in(0;1)$

Vậy $a=0;b=1$; suy ra $a+2b=2$

Câu 32: Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc $12\,m/s$ thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-2t+12\,(m/s)$, (trong đó t là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh). Hỏi trong thời gian 8 giây cuối (tính đến khi xe dừng hẳn) thì ô tô đi được quãng đường bằng bao nhiêu?

A. $16m$. **B.** $60m$. **C.** $32m$. **D.** $100m$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

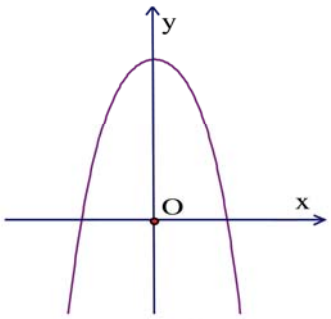
Xe dừng hẳn khi $v(t)=-2t+12=0\Leftrightarrow t=6$.

Vậy trong 8 giây cuối (Tính đến khi xe dừng hẳn) thì 2 giây đầu xe vẫn chuyển động đều được quãng đường là $s_1=12.2=24m$.

Xe dừng hẳn trong 6 giây cuối với quãng đường $s_2=\int_0^6 v(t)\,\mathrm{d}t=\int_0^6(-2t+12)\,\mathrm{d}t=36m$

Vậy tổng quãng đường xe đi được là $s=60m$.

Câu 33: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Kết luận nào sau đây đúng?



A. $a<0,\ b\leq 0,\ c>0$. **B.** $a<0,\ b<0,\ c<0$. **C.** $a>0,\ b>0,\ c>0$. **D.** $a<0,\ b>0,\ c\geq 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Nhìn vào hàm số có thể phân tích thấy các đặc điểm như sau:

Parabol quay xuống nên hệ số $a<0$

Do đồ thị chỉ có một điểm cực trị nên a,b cùng dấu hoặc $b=0\ \Rightarrow\ b\leq 0$.

Tại $x=0$ thì tung độ có giá trị dương nên $c>0$

Câu 34: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\ \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(Q):2x+y-z=0$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $-x+2y-1=0$. **B.** $x-y+z=0$. **C.** $x-2y-1=0$. **D.** $x+2y+z=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

VTCP của d là $\vec{u}=(2;1;3)$, VTPT của (Q) là $\vec{n}=(2;1;-1)$.

Mặt phẳng (P) nhận VTPT là $\vec{v}=[\vec{u},\vec{n}]=(-4;8;0)=-4(1;-2;0)$

và (P) đi qua điểm $A(1;0;-1)$ nên có phương trình tổng quát là: $x-2y-1=0$

Câu 35: Tập hợp các giá trị m để hàm số $y=mx^3-x^2+3x+m-2$ đồng biến trên $(-3;0)$ là

A. $\left[\dfrac{-1}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(\dfrac{-1}{3};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{-1}{3}\right)$. **D.** $\left[\dfrac{-1}{3};0\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có $y' = 3mx^2 - 2x + 3$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;0)$ khi và chỉ khi:

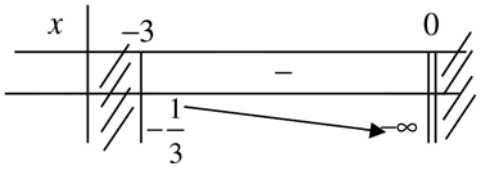
$y' \geq 0, \forall x \in (-3;0)$ (Dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm trên $(-3;0)$)

$\Leftrightarrow 3mx^2 - 2x + 3 \geq 0,\ \forall x \in (-3;0)$

$\Leftrightarrow m \geq \dfrac{2x-3}{3x^2} = g(x)\ \ \forall x \in (-3;0)$

Ta có: $g'(x) = \dfrac{-2x+6}{3x^3}$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$

BBT



Vậy $m \geq \max\limits_{[-3;0)} g(x) = -\dfrac{1}{3}$.

Câu 36: Giá trị của tích phân $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos^2 x dx$ được biểu diễn dưới dạng $a.\pi^2 + b\ (a,b \in \mathbb{Q})$.

Khi đó tích $a.b$ bằng

A. 0. **B.** $-\dfrac{1}{32}$. **C.** $-\dfrac{1}{16}$. **D.** $-\dfrac{1}{64}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ \mathrm{d}v = \cos^2 x \mathrm{d}x = \dfrac{1+\cos 2x}{2}\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}v \\ v = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{4}\sin 2x \end{cases}$

Vậy $I = x\left(\dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{4}\sin 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{4}\sin 2x\right) dx$

$= \dfrac{\pi^2}{8} - \left(\dfrac{1}{4}x^2 - \dfrac{1}{8}\cos 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

$= \dfrac{\pi^2}{8} - \left(\dfrac{1}{4}\dfrac{\pi^2}{4} - \dfrac{1}{8}(-1-1)\right) = \dfrac{1}{16}\pi^2 - \dfrac{1}{4}$

Theo giả thiết $I = a.\pi^2 + b \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{16} \\ b = -\dfrac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow a.b = -\dfrac{1}{64}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z = 0$ và điểm $M(0;1;0)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt (S) theo đường tròn (C) có chu vi nhỏ nhất. Gọi $N(x_0; y_0; z_0)$ là điểm thuộc đường tròn (C) sao cho $ON = \sqrt{6}$. Tính y_0.

A. -2. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R=\sqrt{6}$.

Bán kính đường tròn (C) $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{6-d^2}$ với $d=d(I,(P))$

Chu vi (C) nhỏ nhất khi và chỉ khi r nhỏ nhất $\Leftrightarrow d$ lớn nhất

Ta có $d\le IM\Rightarrow d_{\max}=IM\Leftrightarrow (P)$ đi qua M và vuông góc IM

(P) đi qua $M(0;1;0)$, và nhận $\overrightarrow{IM}=(1;-1;-1)$ làm VTPT

$\Rightarrow (P):x-(y-1)-z=0\Leftrightarrow x-y-z+1=0$

Ta có tọa độ N thỏa hệ

$$\begin{cases}x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z=0\\ x-y-z+1=0\\ x^2+y^2+z^2=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-4y-2z=-6\\ x-y-z+1=0\\ x^2+y^2+z^2=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2\\ x=y+z-1\\ x^2+y^2+z^2=6\end{cases}\Rightarrow y=2$$

Câu 38: Tập các giá trị m để phương trình $4.\left(\sqrt{2}+1\right)^x+\left(\sqrt{2}-1\right)^x-m+1=0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt là:

A. $(5;7)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(5;6)$. **D.** $(7;8)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

NX: $\left(\sqrt{2}+1\right)^x.\left(\sqrt{2}-1\right)^x=1\Rightarrow\left(\sqrt{2}-1\right)^x=\dfrac{1}{\left(\sqrt{2}+1\right)^x}$

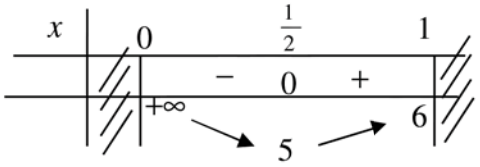
Đặt $t=\left(\sqrt{2}+1\right)^x,(t>0)$

Do $x<0$ nên $0<t<1$

Phương trình đã cho trở thành $m=4t+\dfrac{1}{t}+1\ (*),\ t\in(0;1)$.

Ứng với mỗi $0<t<1$ cho ta một giá trị $x<0$,do đó để phương trình ban đầu có đúng hai nghiệm âm thì $pt(*)$ phải có hai nghiệm $t\in(0;1)$ phân biệt

Xét hàm số $f(t)=4t+\dfrac{1}{t}+1\ \Rightarrow\ f'(t)=4-\dfrac{1}{t^2}\ \Rightarrow\ f'(t)=0\Leftrightarrow t=\pm\dfrac{1}{2}$



Nhìn bbt suy ra các giá trị m cần tìm là $5<m<6$

Câu 39: Gọi m là số thực dương sao cho đường thẳng $y=m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2-2$ tại hai điểm A, B thoả mãn tam giác OAB vuông tại O (O là gốc toạ độ). Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $m\in\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{4}\right)$. **B.** $m\in\left(\dfrac{11}{4};\dfrac{15}{4}\right)$. **C.** $m\in\left(\dfrac{7}{4};\dfrac{9}{4}\right)$. **D.** $m\in\left(\dfrac{3}{4};\dfrac{5}{4}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Do đồ thị hàm số đối xứng qua trục tung nên tam giác OAB vuông cân tại O.

Phương trình sau có hai nghiệm $x^4-3x^2-2=m+1$

Đặt $t=x^2,(t>0)$.

Phương trình đưa về: $t^2-3t-m-3=0$ có một nghiệm dương

TH1: $\begin{cases}\Delta=0\\-\dfrac{b}{2a}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-\dfrac{21}{4}(l)\\\dfrac{3}{2}>0\end{cases}$

TH2: $\begin{cases}\Delta>0\\a.c<0\end{cases}\Leftrightarrow m>-3$

Gọi $A\left(\sqrt{t};m+1\right),B\left(-\sqrt{t};m+1\right)$.

Để tam giác OAB vuông cân tại $O\Leftrightarrow\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0\Leftrightarrow-t+\left(m+1\right)^2=0$

Lại có $t=\dfrac{3+\sqrt{21+4m}}{2}\Rightarrow-\dfrac{3+\sqrt{21+4m}}{2}+\left(m+1\right)^2=0$

$$\Leftrightarrow 4m^4+16m^3+12m^2-12m-20=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\simeq-2,27:\text{L}\\m=1\in\left(\dfrac{3}{4};\dfrac{5}{4}\right)\end{array}\right.$$

Câu 40: Cho các số thực $b>a>0$. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm trên $\mathbb{R}$?

A. $a^x+b^x=\left(a+b\right)^x$.

B. $a^x+\left(2b\right)^x=2\left(a+b\right)^x$.

C. $a^x+b^x=2\left(a+b\right)^x$.

D. $a^x+\left(a+b\right)^x=b^x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

+ Xét đáp án A:

$pt\Leftrightarrow\left(\dfrac{a}{a+b}\right)^x+\left(\dfrac{b}{a+b}\right)^x=1$ (có nghiệm)

$\Leftrightarrow x=1$

+Xét đáp án B

$pt\Leftrightarrow\left(\dfrac{a}{a+b}\right)^x+\left(\dfrac{2b}{a+b}\right)^x=2$ (có nghiệm)

$\Leftrightarrow x=0$

+ Xét đáp án C

$pt\Leftrightarrow\left(\dfrac{a}{a+b}\right)^x+\left(\dfrac{b}{a+b}\right)^x=2$ (có nghiệm)

$\Leftrightarrow x=0$

+Xét đáp án D

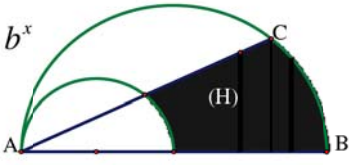
TH1: Nếu $a,b\in(0;1),a<b\Rightarrow a^x>b^x\Rightarrow a^x+\left(a+b\right)^x>b^x$

$\Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm.

TH2: Nếu $b>a>1\Rightarrow a+b>b\Leftrightarrow\left(a+b\right)^x>b^x\Rightarrow a^x+\left(a+b\right)^x>b^x$

$\Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm.

Câu 41: Ta vẽ hai nửa đường tròn như hình vẽ bên, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa



đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 8π và $\widehat{BAC}=30°$. Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB.

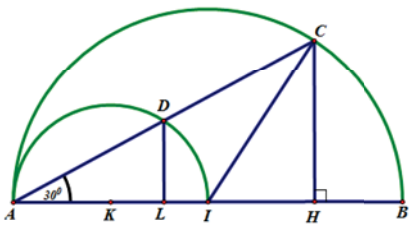
A. $\frac{220}{3}\pi$. **B.** $\frac{98}{3}\pi$. **C.** $\frac{224}{3}\pi$. **D.** $4\pi^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi V_1, V_2, V_3, V_4 lần lượt là thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác AHC, ALD và đa giác LID, HBC quanh AB. Gọi R, r lần lượt là bán kính đường tròn lớn và nhỏ.

Ta có: $2.8\pi=\pi R^2\Rightarrow R=4$ và $r=2$.



Vì ΔIHC vuông tại H, $\widehat{CIH}=60°$ có

$$\begin{cases} CH=IC\sin 60^o=4.\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3} \\ IH=\sqrt{IC^2-CH^2}=\sqrt{16-12}=2 \\ AL=\frac{1}{2}AH=3 \end{cases}$$

Khi đó $\begin{cases} V_1=\frac{1}{3}AH.\pi CH^2=\frac{1}{3}.6.\pi.12=24\pi \\ V_2=\frac{1}{3}AL.\pi DL^2=\frac{1}{3}.3.\pi.3=3\pi \end{cases}$

Giả sử nửa trên đường tròn lớn tâm $I(0;0)$, $R=4$ nên có phương trình: $y=\sqrt{16-x^2}$.

Khi đó $V_4=\pi\int_2^4\left(\sqrt{16-x^2}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\left(16x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_2^4=\frac{40}{3}\pi$.

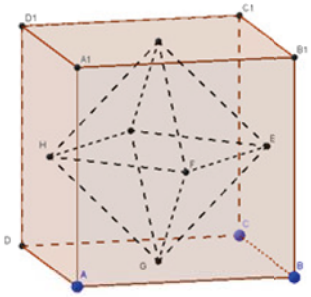
Giả sử nửa trên đường tròn nhỏ tâm $K(0;0)$, $R=2$ nên có phương trình: $y=\sqrt{4-x^2}$.

Khi đó $V_3=\pi\int_1^2\left(\sqrt{4-x^2}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\left(4x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^2=\frac{5}{3}\pi$.

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tìm là:

$$V=(V_1+V_4)-(V_2+V_3)=\left(24\pi+\frac{40}{3}\pi\right)-\left(3\pi+\frac{5}{3}\pi\right)=\frac{98}{3}\pi$$

Câu 42: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có $AB=4$, $AD=5$, $AA_1=3$. Nối sáu tâm của sáu mặt của hình hộp trên tạo nên một khối tám mặt. Thể tích của khối tám mặt đó bằng ?



A. 60. **B.** 30.

C. 10. **D.** 20.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Thể tích khối tám mặt bằng hai lần thể tích khối chóp $G.IHFE$ (hình vẽ bên).

Đáy $IHFE$ là hình thoi có hai đường chéo $\begin{cases} IF = AD = 5 \\ HE = AB = 4 \end{cases}$

$\Rightarrow S_{IHFE} = \frac{1}{2} IF.HE = 10$. Hình chóp $G.IHFE$ có độ dài đường cao $h = \frac{AA_1}{2} = \frac{3}{2}$.

Vậy thể tích khối tám mặt cần tìm là: $V = 2.\frac{1}{3} h.S = 2.\frac{1}{3}.\frac{3}{2}.10 = 10$.

Câu 43: Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) - 2\log_4(5-x) < 1 - \log_2(x-2)$ là $(a;b)$. Khi đó tích $a.b$ bằng:

A. -12. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases} x+1>0 \\ 5-x>0 \\ x-2>0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 5$.

Khi đó $\log_2(x+1) - 2\log_4(5-x) < 1 - \log_2(x-2)$

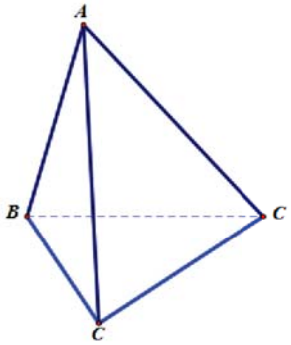
$\Leftrightarrow \log_2(x+1)(x-2) < \log_2 2(5-x)$

$\Leftrightarrow (x+1)(x-2) < 2(5-x)$

$\Leftrightarrow x^2 + x - 12 < 0$

$\Leftrightarrow -4 < x < 3$.

Suy ra tập nghiệm bất phương trình là $S = (2;3) = (a;b)$. Vậy $ab = 6$.



Câu 44: Tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

A. 1. **B.** 4.

C. 5. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

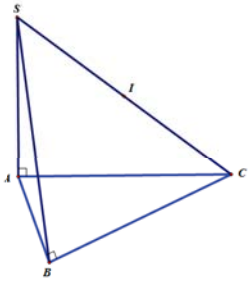
Chọn D.

Giả sử hình tứ diện đều $ABCD$ sẽ có 6 mặt phẳng đối xứng, đó là mặt phăng đi qua 1 cạnh và trung điểm cạnh đối diện.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và cạnh $AB = 3$. Cạnh bên $SA = \sqrt{6}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là ?

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** 9. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải



Chọn C.

Gọi I là trung điểm SC.

Ta có ΔSAC vuông tại A nên $IA = IC = IS$ (1)

Lại có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B.

Suy ra $IB = IC = IS$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \left(I; \frac{SC}{2}\right)$ là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

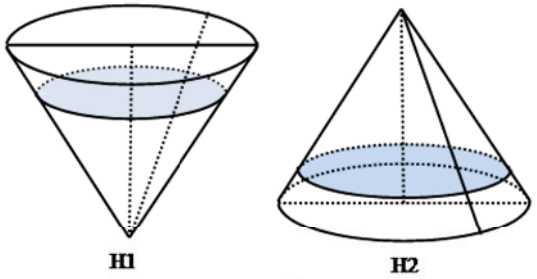
Vì ΔABC vuông tại B nên: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$.

Vì ΔSAC vuông tại A nên: $SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=\sqrt{6+18}=2\sqrt{6}$.

Vậy $R=\sqrt{6}$.

Câu 46: Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là $20\,cm$. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng $10\,cm$ (hình H1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng với giá trị nào sau đây?

A. $10\,cm$. **B.** $0,87\,cm$. **C.** $1,07\,cm$. **D.** $1,35\,cm$.



Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi R là bán kính đáy của phễu. Thể tích của phễu là $V_0=\frac{1}{3}\pi R^2.h=\frac{20\pi}{3}R^2$

Xét hình H1:

Do chiều cao của phễu là $20\,cm$, cột nước cao $10\,cm$ nên bán kính đường tròn thiết diện tạo bởi mặt nước và thành phễu là $\frac{R}{2}$.

Suy ra thể tích của nước trong phễu là $V_1=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2.10=\frac{5\pi R^2}{6}$.

Xét hình H2:

Gọi x là chiều cao cột nước trong phễu. Dựa vào tam giác đồng dạng ta tìm được bán kính đường tròn giao tuyến của mặt nước và thành phễu là $\frac{20-x}{20}R\ (0<x<20)$

Thể tích phần không chứa nước là $V_2=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{20-x}{20}R\right)^2(20-x)=\frac{\pi R^2}{1200}(20-x)^3$

Suy ra thể tích nước là: $V_1=V_0-V_2$

$$\Leftrightarrow\frac{5\pi}{6}R^2=\frac{20\pi}{3}R^2-\frac{\pi R^2}{1200}(20-x)^3\Leftrightarrow x=20-\sqrt[3]{7000}\approx 0,87$$

Câu 47: Cho các số thực $0<a,b\neq 1$, biết $a^{\frac{3}{4}}>a^{\frac{5}{6}}$ và $\log_b\frac{2}{3}<\log_b\frac{3}{4}$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $a>1,\ b>1$. **B.** $a>1,\ 0<b<1$.

C. $0<a<1,\ b>1$. **D.** $0<a<1,\ 0<b<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\frac{3}{4}<\frac{5}{6}$ mà $a^{\frac{3}{4}}>a^{\frac{5}{6}}$ nên $0<a<1$

Ta có $\frac{2}{3}<\frac{3}{4}$ mà $\log_b\frac{2}{3}<\log_b\frac{3}{4}$ nên $b>1$

Câu 48: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;2;-6)$, $B(2;4;1)$. Gọi d là đường thẳng đi qua trọng tâm tam giác ABO sao cho tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến đường thẳng d là lớn nhất. Trong các véctơ sau, véctơ nào là một véctơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u}=(-13;8;-6)$. **B.** $\vec{u}=(13;8;-6)$. **C.** $\vec{u}=(-13;8;6)$. **D.** $\vec{u}=(13;8;6)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\begin{cases} d(A,d)\le AG \\ d(B,d)\le BG \\ d(O,d)\le OG \end{cases}$

Đặt $T=d(A,d)+d(B,d)+d(O,d)\le AG+BG+OG$

Dấu "=" xảy ra d cùng vuông góc với AG,BG,OG hay $d\perp(OAB)$

Véctơ pháp tuyến của (OAB) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(26;-16;12)$

Trong các véctơ trên $\vec{u}=(-13;8;-6)$ cùng phương với $\vec{n}=(26;-16;12)$

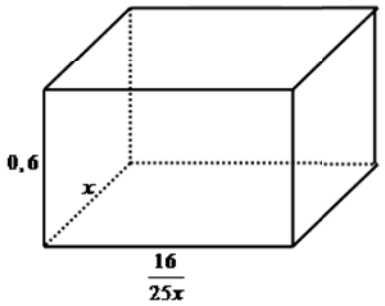
Câu 49: Một người thợ cần thiết kế một bể cá hình hộp chữ nhật có đáy nhưng không có nắp đậy, có chiều cao là $60\,cm$, thể tích $384000cm^3$. Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành $1.000.000$ *đồng*$/m^2$ và loại kính để làm mặt đáy có giá thành $1.200.000$ *đồng*$/m^2$. Giả sử phần tiếp xúc giữa các mặt là không đáng kể. Số tiền mua kính ít nhất để hoàn thành bể cá là:

A. $1,728$ triệu đồng. **B.** $2,016$ triệu đồng.

C. $2,688$ triệu đồng. **D.** $3,456$ triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Đổi $60\,cm=0,6\,m$ và $384000cm^3=0,384\,m^3$

Gọi hình hộp chữ nhật có một cạnh đáy là x.

Do thể tích bằng $0,384\,m^3$ nên cạnh đáy còn lại là $\frac{16}{25x}$

Diện tích mặt xung quanh là:

$$S_1=2.0,6.x+2.0,6.\frac{16}{25x}=1,2x+\frac{96}{125x}$$

Diện tích mặt đáy là: $S_2=x.\frac{16}{25x}=\frac{16}{25}$

Theo giả thiết số tiền mua kính là:

$$T=1000000\left(1,2x+\frac{96}{125x}\right)+1200000\cdot\frac{16}{25}$$

$$=1000000\left(1,2x+\frac{96}{125x}\right)+768000$$

Xét hàm số $f(x)=1000000\left(1,2x+\dfrac{96}{125x}\right)+768000$ với $x>0$

Ta có $f'(x)=1000000\left(1,2-\dfrac{96}{125x^2}\right) \Rightarrow f'(x)=0\Rightarrow x=\dfrac{4}{5}$

Lập bảng biến thiên suy ra $f(x)$ nhỏ nhất bằng 2688000 khi $x=\dfrac{4}{5}$

Vậy số tiền mua kính ít nhất để hoàn thành bể cá là $2,688$ triệu đồng.

Câu 50: Trong các số phức z thoả mãn $|z-(2+4i)|=2$, gọi z_1 và z_2 là số phức có mô-đun lớn nhất và nhỏ nhất. Tổng phần ảo của hai số phức z_1 và z_2 bằng.

A. $8i$. **B.** 4. **C.** -8. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

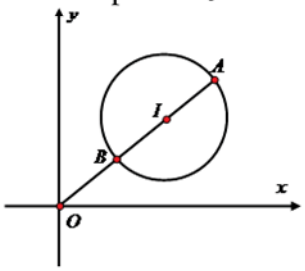
Chọn D.

Gọi $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z. Theo giả thiết $|z-(2+4i)|=2$

$\Leftrightarrow |x+yi-(2+4i)|=2$

$\Leftrightarrow (x-2)^2+(y-4)^2=4$

Suy ra $M\in(C):(x-2)^2+(y-4)^2=4$



Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-(2+4i)|=2$ là đường tròn (C) có tâm $I(2;4)$ bán kính $R=2$.

Đường OI có phương trình $y=2x$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm $A\left(\dfrac{10+2\sqrt{5}}{5};\dfrac{20+4\sqrt{5}}{5}\right)$, $B\left(\dfrac{10-2\sqrt{5}}{5};\dfrac{20-4\sqrt{5}}{5}\right)$. Do $OA>OB$ nên điểm A biểu diễn số phức có môđun lớn nhất, và điểm B biểu diễn số phức có môđun nhỏ nhất.

-------HẾT-------