CHUYÊN ĐỀ 1:
SỰ ĐỒNG BIẾN VÀ NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ
Môn: TOÁN
(CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP TỪ ĐỀ THI BGD)
ĐỀ BÀI

Câu 1: **(Câu 11 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$

Câu 2: **(Câu 8 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 3: **(Câu 30 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. **D.** Hàm sô nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 4: **(Câu 4 - ĐTN - Năm 2017)** Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$

Câu 5: **(Câu 3-ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 6: **(Câu 13 - MĐ 101 - Năm 2017)** Hàm số $y = \frac{2}{x^2+1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$

Câu 7: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 8: **(Câu 6 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 9: **(Câu 14 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

A. $y=3x^3+3x-2$. **B.** $y=2x^3-5x+1$. **C.** $y=x^4+3x^2$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Câu 10: **(Câu 30 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=x^2+2x$. **C.** $y=x^3-x^2+x$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Câu 11: **(Câu 3 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

A. $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **B.** $y=x^3+x$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **D.** $y=-x^3-3x$

Câu 12: **(Câu 3 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+1$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 13: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

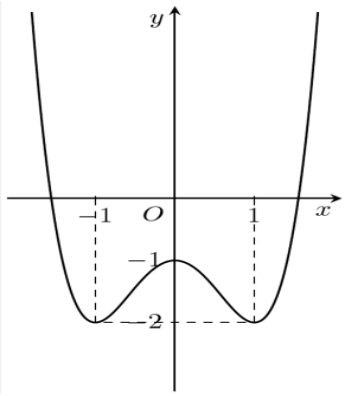
x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 14: **(Câu 4 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 – 2021)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây



A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 15: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

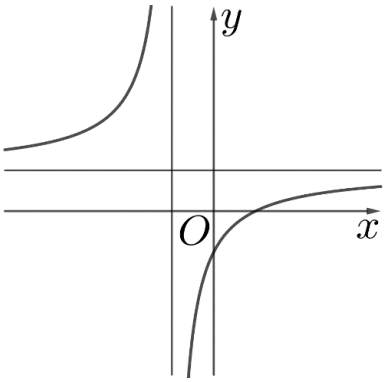
Câu 16: **(Câu 19 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021 – L2)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

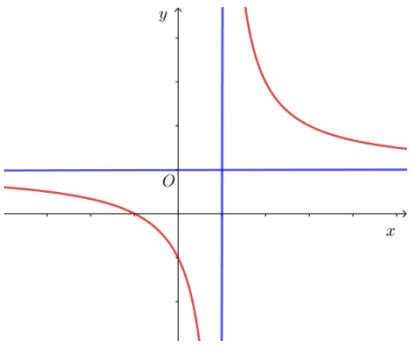
Câu 17: **(Câu 29 - MĐ 101 - BGD&ĐT -Năm 2021)** Biết hàm số $y = \dfrac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như trong hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' < 0,\ \forall x \neq -1$. **B.** $y' > 0,\ \forall x \neq -1$. **C.** $y' < 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$. **D.** $y' > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

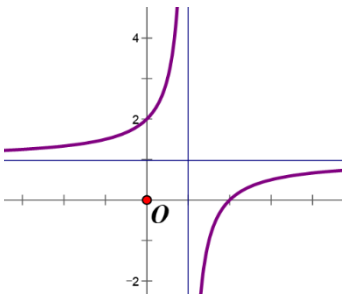
Câu 18: **(MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Biết hàm số $y = \dfrac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước và $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $y' < 0, \forall x \neq 1$. **C.** $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **D.** $y' > 0, \forall x \neq 1$.

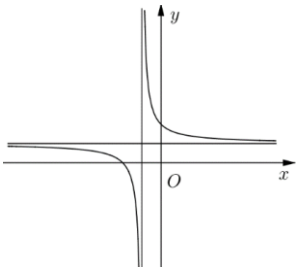
Câu 19: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Biết hàm số $y = \dfrac{x+a}{x-1}$, có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' > 0, \forall x \neq 1$. **B.** $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **C.** $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **D.** $y' < 0, \forall x \neq 1$.

★★★★★ NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM ★★★★★

Câu 20: **(Câu 33 - MĐ 102 - BGD&ĐT -Năm 2021)** Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a\neq 1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'>0,\forall x\neq -1$. **C.** $y'<0,\forall x\neq -1$. **D.** $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 21: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+4x+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 22: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{mx+4m}{x+m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

Câu 23: **(Câu 31 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

Câu 24: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(4-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $(-\infty;1]$. **B.** $(-\infty;4]$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Câu 25: **(BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-8)$ là

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(5;8]$. **C.** $[5;8)$. **D.** $(5;8)$.

Câu 26: **(MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10;+\infty)$?

A. 3. **B.** Vô số. **C.** 4. **D.** 5

Câu 27: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=x^3+mx-\dfrac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

A. 5. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4

Câu 28: **(Câu 42 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - 2021)** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(1-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;-2]$. **D.** $(-\infty;1]$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 29: **(Câu 42 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(5-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là.

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(-\infty;5]$. **D.** $(-\infty;2]$

Câu 30: **(Câu 42 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ là

A. $(3;6]$. **B.** $(3;6)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $[3;6)$.

Câu 31: **(Câu 41 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Tìm m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-5)$.

A. $(2;5]$. **B.** $[2;5)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(2;5)$.

Câu 32: **(Câu 40 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-7)$ là

A. $[4;7)$. **B.** $(4;7]$. **C.** $(4;7)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 33: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số hàm số $f(x)=\dfrac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 34: **(Câu 36 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Tập hợp các giá trị thực của m để hàm số $y=-x^3-6x^2+(4m-9)x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $\left[-\dfrac{3}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-\dfrac{3}{4}\right]$. **D.** $[0;+\infty)$

Câu 35: **(Câu 26 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$?

A. 2. **B.** 6. **C.** Vô số. **D.** 1

Câu 36: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$?.

A. 3. **B.** Vô số. **C.** 0. **D.** 6

Câu 37: **(Câu 35 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$?

A. 2. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 3

Câu 38: **(Câu 38 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

A. 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5

Câu 39: **(Câu 41 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=(m^2-1)x^3+(m-1)x^2-x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 40: **(Câu 9 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\ln\left(x^2+1\right)-mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

A. $(-\infty;-1]$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $[-1;1]$. **D.** $[1;+\infty)$

Câu 41: **(Câu 11 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $m\le 0$ hoặc $1\le m<2$. **B.** $m\le 0$. **C.** $1\le m<2$. **D.** $m\ge 2$

Câu 42: **(Câu 34 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-3)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 43: **(Câu 33 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 44: **(Câu 35 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(3;5)$. **D.** $(5;+\infty)$.

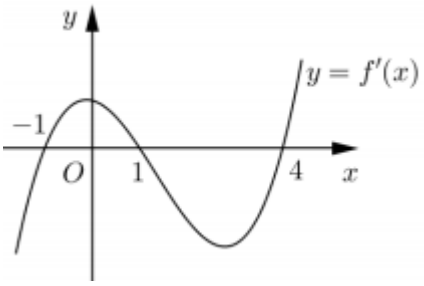
Câu 45: **(Câu 35 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(1;2)$.

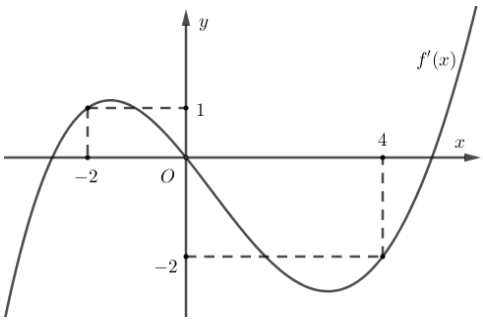
Câu 46: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến trên khoảng



A. $(1;3)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-\infty;-2)$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 47: **(Câu 50 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình sau.



Hàm số $g(x)=f(1-2x)+x^2-x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(2;3)$.

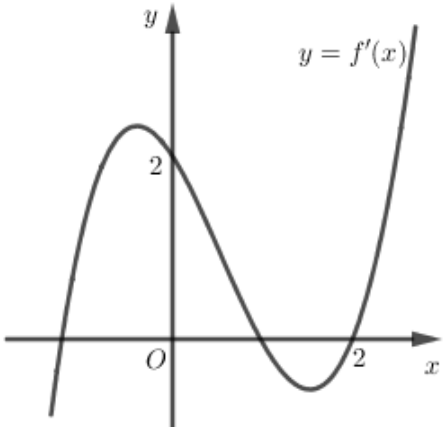
Câu 48: **(Câu 48 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=3f(x+2)-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 49: **(Câu 38 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x)<2x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m>f(0)$. **B.** $m>f(2)-4$. **C.** $m\ge f(0)$. **D.** $m\ge f(2)-4$.

Câu 50: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Xét các số thực x,y thỏa mãn: $2^{x^2+y^2+1}\le(x^2+y^2-2x+2).4^x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{4y}{2x+y+1}$ **gần nhất** với số nào dưới đây?

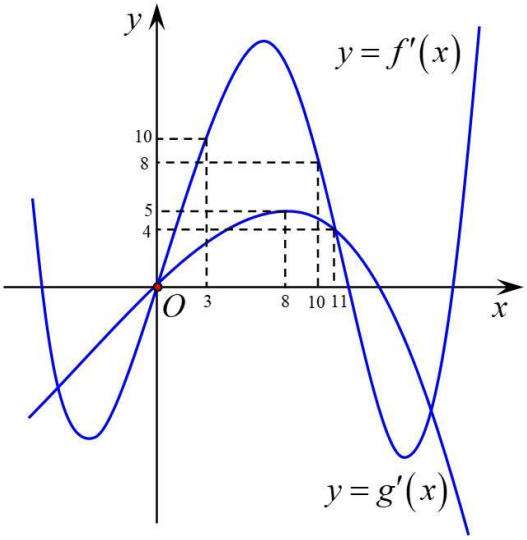
A. -2. **B.** -3. **C.** -5. **D.** -4.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 51: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (m,n) sao cho $m+n\le 14$ và ứng với mỗi cặp (m,n) tồn tại đúng ba số thực $a\in(-1;1)$ thỏa mãn $2a^m = n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$?

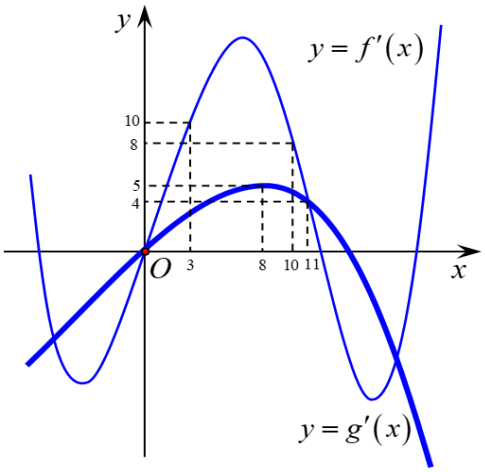
A. 14. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 13.

Câu 52: **(Câu 46 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y=g'(x)$. Hàm số $h(x)=f(x+6)-g\left(2x+\frac{5}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{21}{5};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{4};1\right)$. **C.** $\left(3;\frac{21}{5}\right)$. **D.** $\left(4;\frac{17}{4}\right)$.

Câu 53: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên

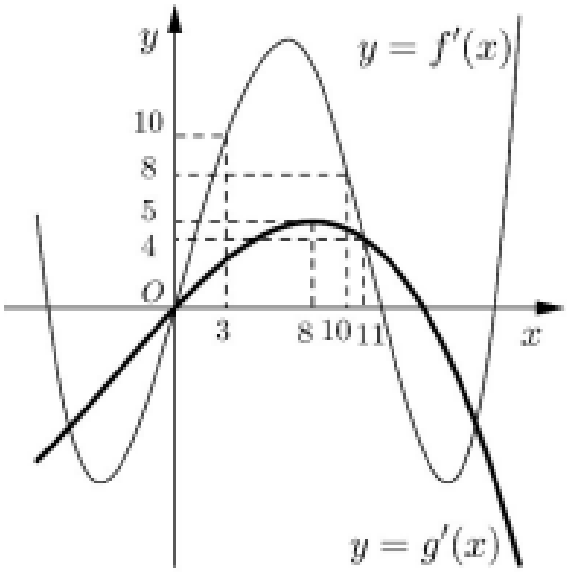


trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y=g'(x)$. Hàm số $h(x)=f(x+3)-g\left(2x-\frac{7}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{13}{4};4\right)$. **B.** $\left(7;\frac{29}{4}\right)$. **C.** $\left(6;\frac{36}{5}\right)$. **D.** $\left(\frac{36}{5};+\infty\right)$

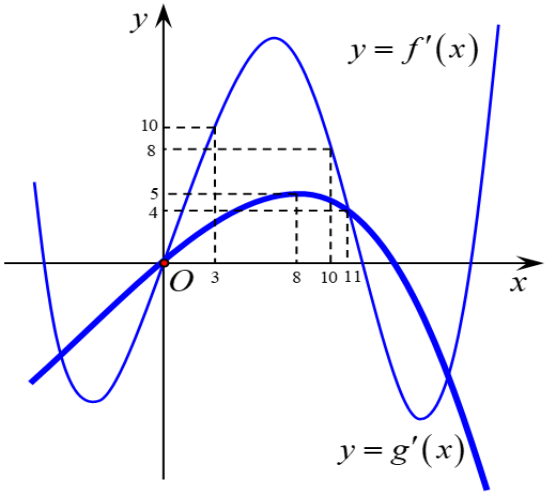
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 54: **(MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong **đậm hơn** là đồ thị hàm số $y=g'(x)$. Hàm số $h(x)=f(x+7)-g\left(2x+\frac{9}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(2;\frac{16}{5}\right)$. **B.** $\left(-\frac{3}{4};0\right)$. **C.** $\left(\frac{16}{5};+\infty\right)$. **D.** $\left(3;\frac{13}{4}\right)$.

Câu 55: **(Câu 50 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hai hàm số $y=f(x), y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó **đường cong đậm hơn** là đồ thị của hàm số $y=g'(x)$.



Hàm số $h(x)=f(x+4)-g\left(2x-\frac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(5;\frac{31}{5}\right)$. **B.** $\left(\frac{9}{4};3\right)$. **C.** $\left(\frac{31}{5};+\infty\right)$. **D.** $\left(6;\frac{25}{4}\right)$

★★★★★ NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM ★★★★★

CHUYÊN ĐỀ 2: CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Môn: TOÁN

(CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP TỪ ĐỀ THI BGD)

ĐỀ BÀI

Câu 1: **(Câu 20 -MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 2: **(Câu 23 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+2)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 3: **(Câu 17 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 4: **(Câu 26 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 5: **(Câu 32 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 6: **(Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 7: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 8: **(Câu 19 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3

Câu 9: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.. **B.** 0.. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 10: **(Câu 6 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng -3. **B.** Cực tiểu của hàm số bằng 1.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

C. Cực tiểu của hàm số bằng -6. **D.** Cực tiểu của hàm số bằng 2

Câu 11: **(Câu 5 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

A. $y_{CĐ} = 4$. **B.** $y_{CĐ} = 1$. **C.** $y_{CĐ} = 0$. **D.** $y_{CĐ} = -1$

Câu 12: **(Câu 40 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

A. $P(1;0)$. **B.** $M(0;-1)$. **C.** $N(1;-10)$. **D.** $Q(-1;10)$

Câu 13: **(Câu 39 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

A. $S = 9$. **B.** $S = \frac{10}{3}$. **C.** $S = 5$. **D.** $S = 10$.

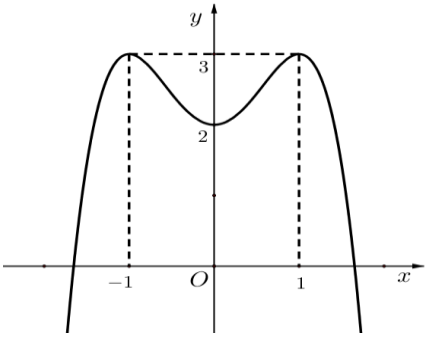
Câu 14: **(Câu 12 - MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2021 – L2)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	5	↘	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2

Câu 15: **(Câu 26 - MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2021 – L2)** Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, $(a,b,c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:



A. $x = -1$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 0$.

Câu 16: **(Câu 1 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CĐ} = 3$ và $y_{CT} = -2$. **B.** $y_{CĐ} = 2$ và $y_{CT} = 0$.

C. $y_{CĐ} = -2$ và $y_{CT} = 2$. **D.** $y_{CĐ} = 3$ và $y_{CT} = 0$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 17: **(Câu 4 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

A. Hàm số có ba điểm cực trị. **B.** Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

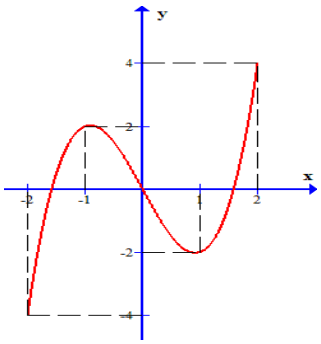
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0. **D.** Hàm số có hai điểm cực tiểu.

Câu 18: **(Câu 7 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	4	↗	5	↘	$-\infty$

A. $y_{CĐ} = 5$. **B.** $y_{CT} = 0$. **C.** $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 4$. **D.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 5$

Câu 19: **(Câu 3 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây



A. $x = -2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$

Câu 20: **(Câu 4 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 21: **(Câu 34 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 22: **(Câu 36 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 23: **(BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu cuả $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 24: **(Câu 33 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 25: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$, như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 26: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=5$. **D.** $x=2$

Câu 27: **(Câu 42 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5

Câu 28: **(Câu 10 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Biết $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x=-2$.

A. $y(-2)=2$. **B.** $y(-2)=22$. **C.** $y(-2)=6$. **D.** $y(-2)=-18$.

Câu 29: **(Câu 45 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $m>0$. **B.** $m<1$. **C.** $0<m<\sqrt[3]{4}$. **D.** $0<m<1$.

Câu 30: **(Câu 31 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m-1)x^4-2(m-3)x^2+1$ không có cực đại?

A. $1\le m\le 3$. **B.** $m\le 1$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $1<m\le 3$

Câu 31: **(Câu 32 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=5$. **D.** $m=-7$

Câu 32: **(MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^8+(m-1)x^5-(m^2-1)x^4+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$?

A. 3. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1

Câu 33: **(Câu 36 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^8+(m-2)x^5-(m^2-4)x^4+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** Vô số

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 34: **(Câu 42 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-3)x^5 - (m^2-9)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

A. 4. **B.** 7. **C.** 6. **D.** Vô số

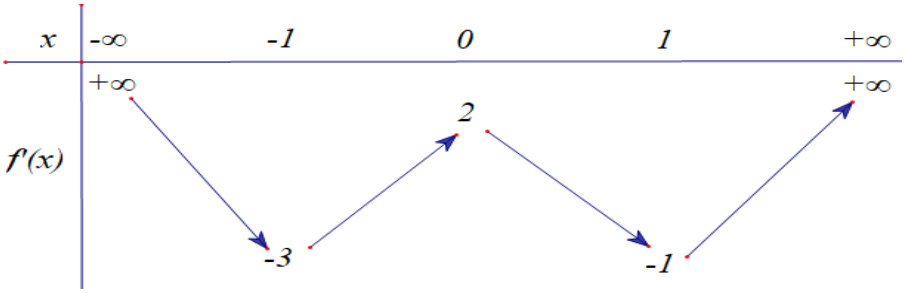
Câu 35: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-4)x^5 - (m^2-16)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

A. 8. **B.** Vô số. **C.** 7. **D.** 9

Câu 36: **(Câu 46 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2-1)x$ có hai điểm cực trị A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d: y = 5x - 9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 0. **B.** 6. **C.** -6. **D.** 3

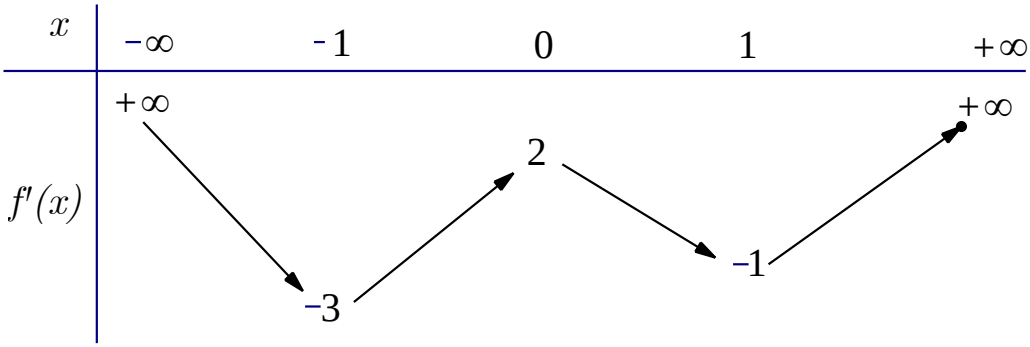
Câu 37: **(Câu 48 - MĐ 103 -BGD&ĐT - Năm 2019)** Vì $b \neq c \neq d$ do thuộc các khoảng khác nhau (như $(*)$ nên các nghiệm $x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ đều khác nhau và khác $x_1 = -\frac{1}{2}$. Do đó $y' = 0$ có 7 nghiệm đơn phân biệt nên y' đổi dấu 7 lần suy ra hàm số có 7 điểm cực trị. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(4x^2 - 4x)$ là

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 38: **(Câu 48 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là

A. 3. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 7.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

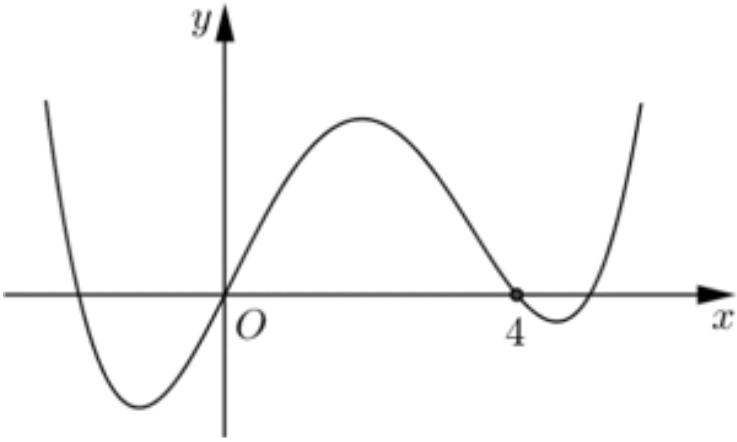
Câu 39: **(Câu 46 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là

A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 40: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là

A. 5.. **B.** 3.. **C.** 7.. **D.** 11.

Câu 41: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$. Biết $y = f'(x)$ là hàm bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = \left| f(x^3) - x \right|$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 42: **(Câu 44) (BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hàm số bậc 4 có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^4\left[f(x-1)\right]^2$ là

A. 7. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 11.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 43: **(Câu 44-ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hàm số $f(x)$ bậc 4 có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=x^4\left[f(x+1)\right]^2$ là

A. 11. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 5.

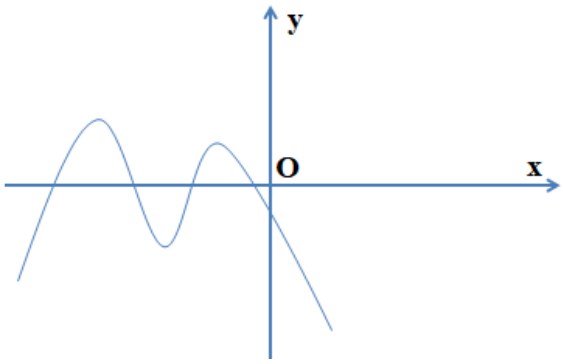
Câu 44: **(Câu 46 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Cho hàm số $f(x)$ là hàm số bậc bốn thoả mãn $f(0)=0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘	$-\frac{61}{3}$	↗	$+\infty$

Hàm số $g(x)=\left|f(x^3)-3x\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 45: **(Câu 45 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 – 2021)** Cho hàm số $y=f(x)$ với $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là một hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong như hình dưới đây



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x^4)+x^2\right|$ là

A. 3. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 46: **(Câu 46 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	3	↘	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=x^2\left[f(x+1)\right]^4$ là

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 5.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 47: **(Câu 45 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biế thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=x^2\left[f(x-1)\right]^4$ là

A. 7. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 9.

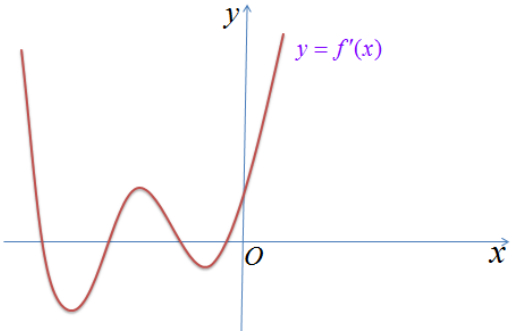
Câu 48: **(Câu 50 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(4x^2+4x\right)$ là

A. 5. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 3.

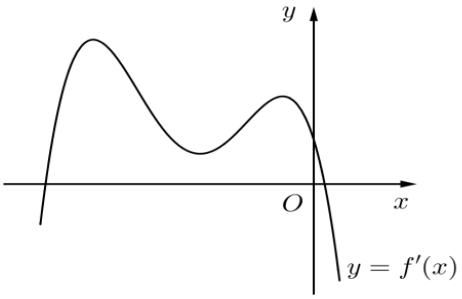
Câu 49: **(Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f\left(x^4\right)-x^2\right|$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 50: **(Câu 48 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình dưới.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f\left(x^3\right)+x\right|$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

CHUYÊN ĐỀ 3: GTLN - GTNN CỦA HÀM SỐ

Môn: TOÁN

(CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP TỪ ĐỀ THI BGD)

ĐỀ BÀI

Câu 1: **(Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2-2$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A. -2. **B.** -11. **C.** -26. **D.** -27.

Câu 2: **(Câu 21 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 18. **B.** -18. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 3: **(Câu 19 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 18. **B.** 2. **C.** -18. **D.** -2.

Câu 4: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2$ trên đoạn $[-4;-1]$ bằng

A. -4. **B.** -16. **C.** 0. **D.** 4

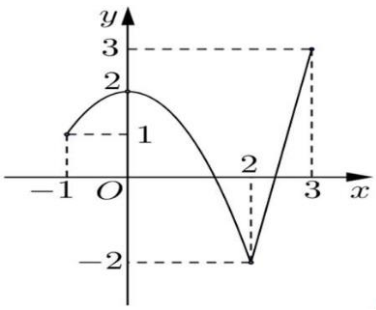
Câu 5: **(MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+2x^2-7x$ trên đoạn $[0;4]$ bằng

A. -259. **B.** 68. **C.** 0. **D.** -4

Câu 6: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^2+\frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

A. $m=\frac{17}{4}$. **B.** $m=10$. **C.** $m=5$. **D.** $m=3$

Câu 7: **(Câu 16 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn (-1;3) và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng



A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 8: **(MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trên đoạn $[-1;2]$, hàm số $y=x^3+3x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 9: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y=x^3-3x+4$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Câu 10: **(Câu 35 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y=x^3-3x^2-1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=-2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 11: **(Câu 31 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y=-x^3+3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 12: **(Câu 31 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $[0;2]$. Tổng $M+m$ bằng

A. 11. **B.** 14. **C.** 5. **D.** 13.

Câu 13: **(Câu 31 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 – 2021)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-1$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A. -28. **B.** -1. **C.** -36. **D.** -37.

Câu 14: **(Câu 32 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-4$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A. -39. **B.** -40. **C.** -36. **D.** -4.

Câu 15: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2-4$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A. -28. **B.** -4. **C.** -13. **D.** -29.

Câu 16: **(Câu 29 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-33x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. -72. **B.** $-22\sqrt{11}$. **C.** -58. **D.** $22\sqrt{11}$.

Câu 17: **(Câu 35 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-30x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. $20\sqrt{10}$. **B.** -63. **C.** $-20\sqrt{10}$. **D.** -52.

Câu 18: **(BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-21x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. -36. **B.** $-14\sqrt{7}$. **C.** $14\sqrt{7}$. **D.** -34.

Câu 19: **(Câu 36 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-24x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. $32\sqrt{2}$. **B.** -40. **C.** $-32\sqrt{2}$. **D.** -45.

Câu 20: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-10x^2+2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng:

A. 2. **B.** -23. **C.** -22. **D.** -7.

Câu 21: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^4+12x^2+1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng **A.** 1 **B.** 37. **C.** 33. **D.** 12.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 22: **(Câu 17 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên $[-3;3]$ bằng

A. 20. **B.** 4. **C.** 0. **D.** –16.

Câu 23: **(Câu 20 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng **A.** -16. **B.** 20. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 24: **(Câu 22 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 25 **B.** $\frac{51}{4}$ **C.** 13 **D.** 85

Câu 25: **(Câu 23 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-4x^2+9$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

A. 201 **B.** 2 **C.** 9 **D.** 54

Câu 26: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-4x^2+5$ trêm đoạn $[-2;3]$ bằng

A. 50 **B.** 5 **C.** 1 **D.** 122

Câu 27: **(Câu 15 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$.

A. $m=\frac{51}{4}$. **B.** $m=\frac{49}{4}$. **C.** $m=13$. **D.** $m=\frac{51}{2}$.

Câu 28: **(Câu 24 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

A. $M=9$ **B.** $M=8\sqrt{3}$ **C.** $M=1$ **D.** $M=6$

Câu 29: **(Câu 23 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^3-7x^2+11x-2$ trên đoạn $[0;2]$

A. $m=11$ **B.** $m=0$ **C.** $m=-2$ **D.** $m=3$

Câu 30: **(Câu 6 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$.

A. $\min\limits_{[2;4]} y=6$ **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=-2$ **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=-3$ **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=\frac{19}{3}$

Câu 31: **(Câu 19 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3x+\frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

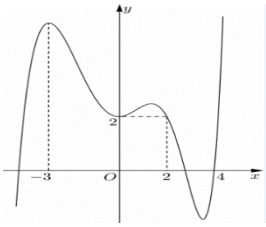
A. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=3\sqrt[3]{9}$ **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=7$ **C.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=\frac{33}{5}$ **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=2\sqrt[3]{9}$

Câu 32: **(Câu 34 - Đề 102 – năm 2021 - L2)** Trên đoạn $[-4;-1]$, hàm số $y=-x^4+8x^2-19$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=-3$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=-1$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

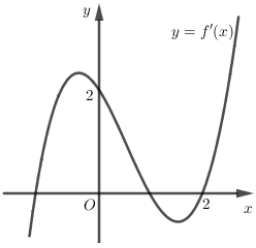
Câu 33: **(Câu 39 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-4x$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2};2\right]$ bằng

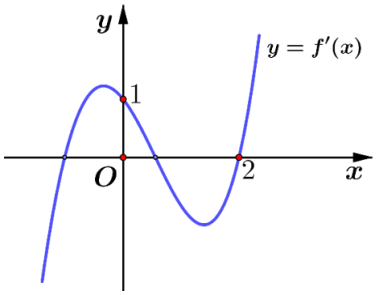
A. $f(0)$. **B.** $f(-3)+6$. **C.** $f(2)-4$. **D.** $f(4)-8$.

Câu 34: **(Câu 37 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x)>2x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi



A. $m\le f(2)-4$. **B.** $m\le f(0)$. **C.** $m<f(0)$. **D.** $m<f(2)-4$.

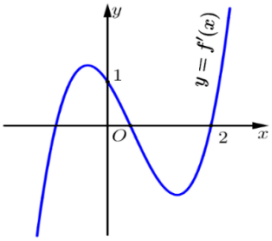
Câu 35: **(Câu 38 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên



Bất phương trình $f(x)>x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi

A. $m\le f(2)-2$. **B.** $m<f(2)-2$. **C.** $m\le f(0)$. **D.** $m<f(0)$.

Câu 36: **(Câu 36 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x)<x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m\ge f(2)-2$. **B.** $m\ge f(0)$. **C.** $m>f(2)-2$. **D.** $m>f(0)$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 37: **(Câu 39 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Bất phương trình $f(x) < e^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1;1)$ khi và chỉ khi

A. $m \geq f(1) - e$. **B.** $m > f(-1) - \frac{1}{e}$. **C.** $m \geq f(-1) - \frac{1}{e}$. **D.** $m > f(1) - e$.

Câu 38: **(Câu 35 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thoả mãn $\min\limits_{[1;2]} y + \max\limits_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m \leq 0$ **B.** $m > 4$ **C.** $0 < m \leq 2$ **D.** $2 < m \leq 4$

Câu 39: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 6

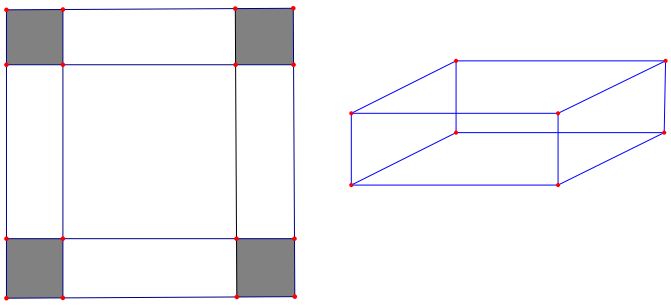
Câu 40: **(Câu 41 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $24(m/s)$. **B.** $108(m/s)$. **C.** $18(m/s)$. **D.** $64(m/s)$.

Câu 41: **(Câu 7 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. 216 (m/s) **B.** 30 (m/s) **C.** 400 (m/s) **D.** 54 (m/s)

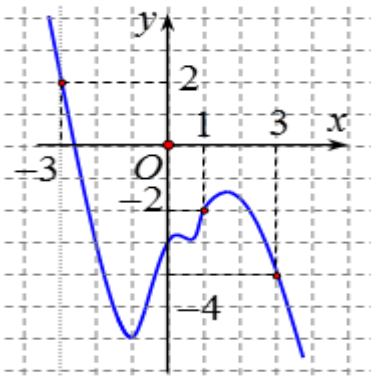
Câu 42: **(Câu 10 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



A. $x = 6$ **B.** $x = 3$ **C.** $x = 2$ **D.** $x = 4$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 43: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x)=2f(x)+(x+1)^2$.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $g(1)<g(3)<g(-3)$. **B.** $g(1)<g(-3)<g(3)$.

C. $g(3)=g(-3)<g(1)$. **D.** $g(3)=g(-3)>g(1)$.

Câu 44: **(Câu 33 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x-1}$ thỏa mãn $\min\limits_{[2;4]} y=3$. Mệnh đề nào sau dưới đây đúng?

A. $m<-1$ **B.** $3<m\le 4$ **C.** $m>4$ **D.** $1\le m<3$

Câu 45: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của S sao cho $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=2$. Số phần tử của S là

A. 6. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 46: **(Câu 42 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=|x^3-3x+m|$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 16. Tính tổng các phần tử của S bằng

A. -16. **B.** 16. **C.** -12. **D.** -2.

Câu 47: **(Câu 47 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+4x+2y$ bằng

A. $\dfrac{33}{8}$. **B.** $\dfrac{9}{8}$. **C.** $\dfrac{21}{4}$. **D.** $\dfrac{41}{8}$.

Câu 48: **(Câu 45 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Xét các số thực không âm x,y thỏa mãn $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+2x+y^2+4y$.

A. $\dfrac{33}{8}$. **B.** $\dfrac{9}{8}$. **C.** $\dfrac{21}{4}$. **D.** $\dfrac{41}{8}$.

Câu 49: **(BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+6x+4y$ bằng

A. $\dfrac{65}{8}$. **B.** $\dfrac{33}{4}$. **C.** $\dfrac{49}{8}$. **D.** $\dfrac{57}{8}$.

Câu 50: **(Câu 48 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+4x+6y$ bằng

A. $\dfrac{33}{4}$. **B.** $\dfrac{65}{8}$. **C.** $\dfrac{49}{8}$. **D.** $\dfrac{57}{8}$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

CHUYÊN ĐỀ 4: ĐƯỜNG TIỆM CẬN

Môn: TOÁN

(CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP TỪ ĐỀ THI BGD)

ĐỀ BÀI

Câu 1: **(Câu 2 -ĐMH -BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Câu 2: **(Câu 1 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$?

A. $x=1$ **B.** $y=-1$ **C.** $y=2$ **D.** $x=-1$

Câu 3: **(Câu 3 - MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2021 -L2)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=5$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-5$. **D.** $y=-1$.

Câu 4: **(Câu 27 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$. **C.** $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$.

Câu 5: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$ **B.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$ **C.** $y=\sqrt{x^2-1}$ **D.** $y=\dfrac{x}{x+1}$

Câu 6: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 7: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+x}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3

Câu 8: **(MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1

Câu 9: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận.

A. 1 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 2

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 10: **(Câu 15 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}$.

A. 3 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

Câu 11: **(Câu 12 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 12: **(Câu 18 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 3 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 1

Câu 13: **(Câu 8 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x=-3$ và $x=-2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$ và $x=2$. **D.** $x=3$.

Câu 14: **(Câu 23 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	0 ↘		-4 ‖ $+\infty$	↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 15: **(Câu 28 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	1 ↘		$-\infty$ ‖ 2	↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 16: **(Câu 24 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	0 ↘		$-\infty$ ‖ 2	↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 17: **(Câu 28 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	2 ↘		-4 ‖ $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 18: **(Câu 26 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	2 ↗	$+\infty$	‖	3 ↗	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 19: **(Câu 11 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'		‖	$+$		‖	
y		‖ $-\infty$	↗	$+\infty$	‖ 1 ↘	0

A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

Câu 20: **(Câu 9 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang

A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài **B.** $m < 0$

C. $m = 0$ **D.** $m > 0$

Câu 21: **(Câu 19 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

A. 0 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Câu 22: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. $2\sqrt{2}$.. **B.** 4.. **C.** 2.. **D.** $2\sqrt{3}$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 23: **(Câu 43 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. $2\sqrt{3}$ **B.** $2\sqrt{2}$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $\sqrt{6}$

Câu 24: **(MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều IAB có hai đỉnh A,B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$

Câu 25: **(Câu 45 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng:

A. $\sqrt{6}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** 2 **D.** $2\sqrt{2}$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

CHUYÊN ĐỀ 5:

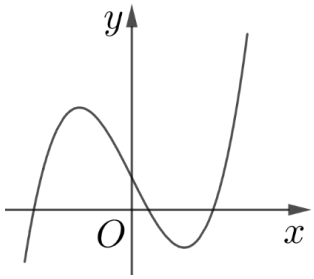
KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Môn: TOÁN

(CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP TỪ ĐỀ THI BGD)

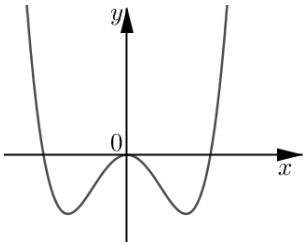
ĐỀ BÀI

Câu 1: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3-2x+\frac{1}{2}$. **B.** $y=x^3-2x+\frac{1}{2}$. **C.** $y=-x^4+2x^2+\frac{1}{2}$. **D.** $y=x^4+2x^2+\frac{1}{2}$.

Câu 2: **(Câu 11 - ĐTK - BGD&ĐT – L2 - Năm 2021)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

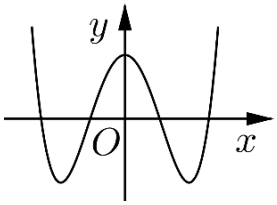


A. $y=\frac{3x+1}{x+2}$. **B.** $y=x^2+2x$. **C.** $y=2x^3-x^2$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Câu 3: **(Câu 26 - ĐTK-BGD&ĐT –L2 - Năm 2021)** Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-x+2$?

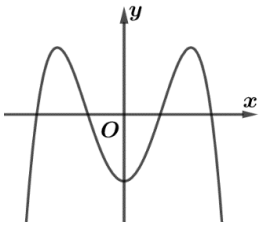
A. Điểm $M(1;1)$. **B.** Điểm $P(1;2)$. **C.** Điểm $Q(1;3)$. **D.** Điểm $N(1;0)$

Câu 4: **(Câu 15 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=2x^4-4x^2+1$.

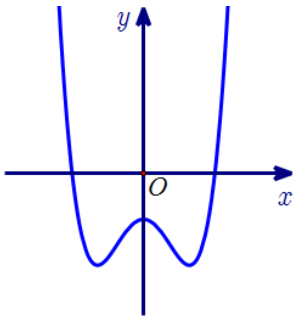
Câu 5: **(Câu 6 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-2x^4+4x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x-1$. **C.** $y=2x^4-4x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

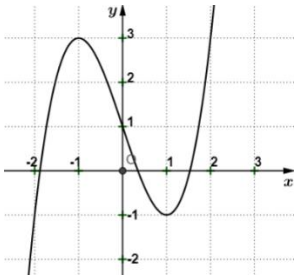
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 6: **(Câu 7 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 7: **(Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong vẽ bên

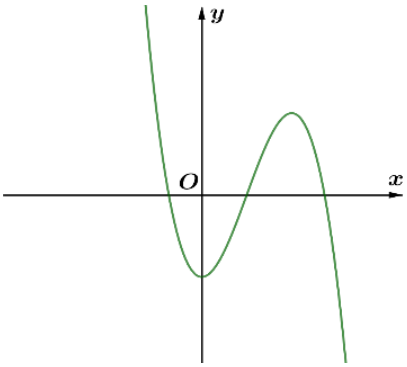


A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Câu 8: **(Câu 4 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

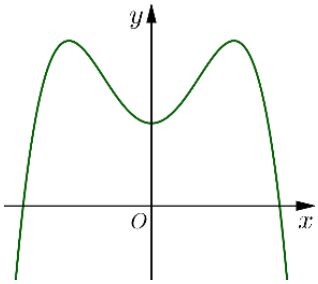
A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 9: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường cong như trong hình vẽ



A. $y=x^4-2x^2-2$. **B.** $y=-x^3+3x^2-2$. **C.** $y=x^3-3x^2-2$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

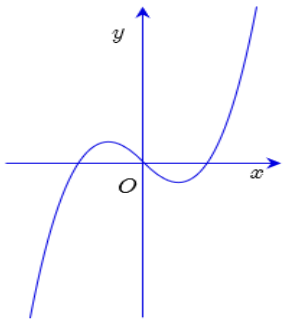
Câu 10: **(Câu 1 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

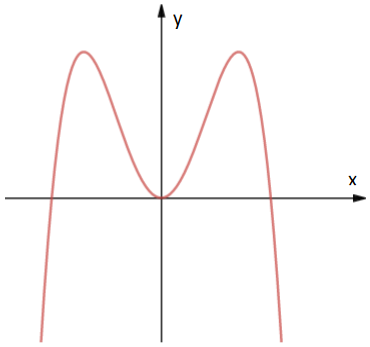
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 11: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới?



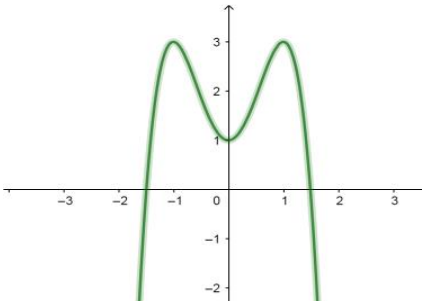
A. $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^4 - 2x^2$. **D.** $y = -x^4 + 2x$.

Câu 12: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



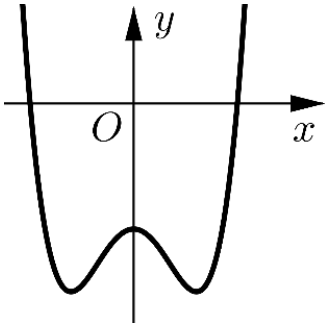
A. $y = -x^4 + 2x^2$. **B.** $y = x^4 - 2x^2$. **C.** $y = x^3 - 3x^2$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 13: **(Câu 9 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = 2x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. **C.** $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. **D.** $y = -2x^3 + 3x + 1$.

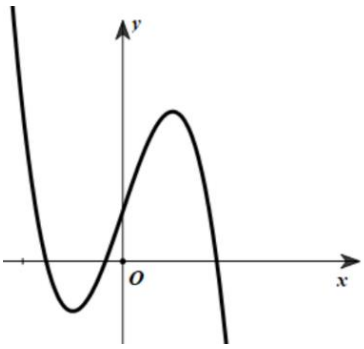
Câu 14: **(Câu 2 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 2$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

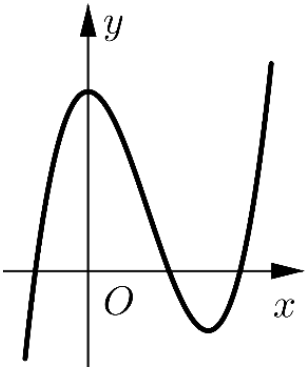
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 15: **(Câu 10 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



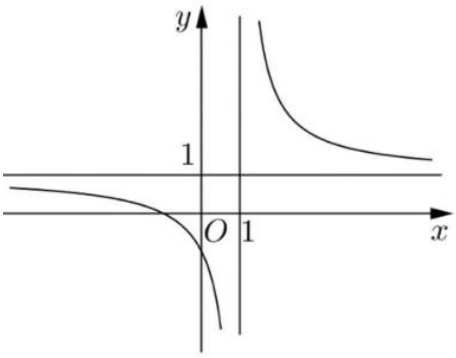
A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 16: **(Câu 6 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình vẽ bên



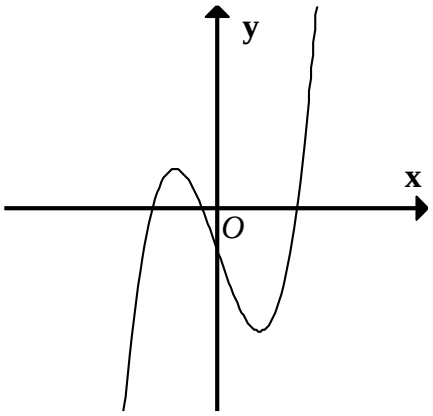
A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=-x^3+3x^2+3$. **C.** $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+2x^2+3$.

Câu 17: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

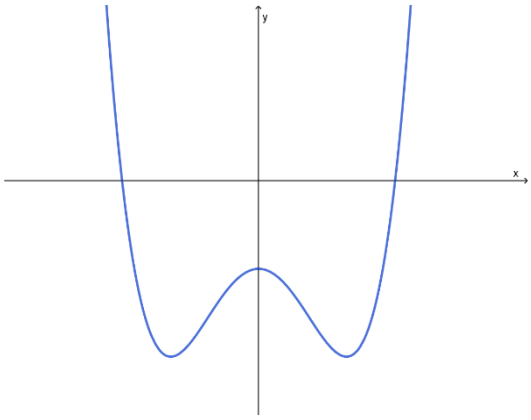
Câu 18: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+x^2-1$. **B.** $y=x^4-3x^2-1$. **C.** $y=-x^3-3x-1$. **D.** $y=x^3-3x-1$

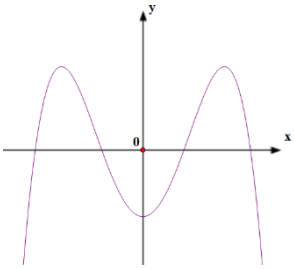
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 19: **(MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



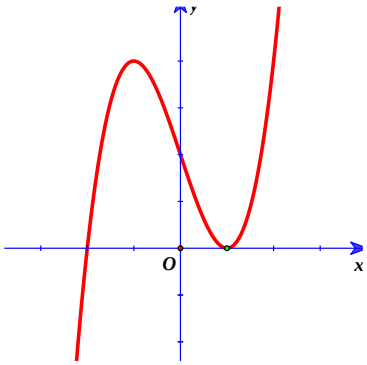
A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. **C.** $y = x^3 - x^2 - 1$. **D.** $y = -x^3 + x^2 - 1$

Câu 20: **(Câu 11 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



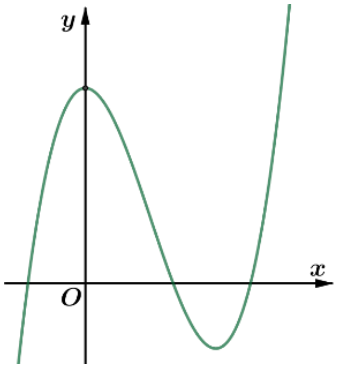
A. $y = x^4 - 3x^2 - 1$ **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$ **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ **D.** $y = -x^4 + 3x^2 - 1$

Câu 21: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x + 2$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 1$. **C.** $y = x^4 + x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 2$.

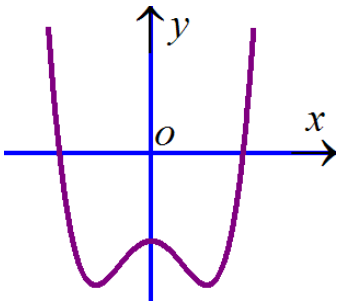
Câu 22: **(Câu 5 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$ **B.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ **C.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 3$

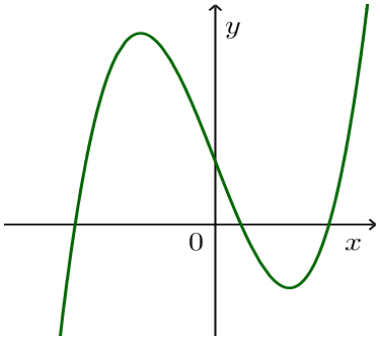
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 23: **(Câu 5 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



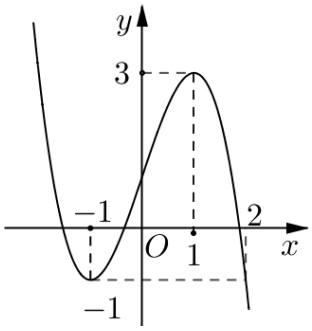
A. $y=-x^3+x^2-1$. **B.** $y=x^4-x^2-1$. **C.** $y=x^3-x^2-1$. **D.** $y=-x^4+x^2-1$.

Câu 24: **(Câu 1 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



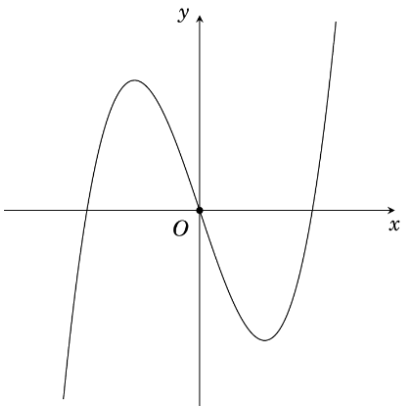
A. $y=-x^2+x-1$ **B.** $y=-x^3+3x+1$ **C.** $y=x^4-x^2+1$ **D.** $y=x^3-3x+1$

Câu 25: **(MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^4+4x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

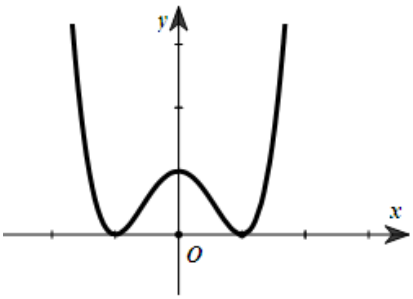
Câu 26: **(Câu 18 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 – 2021)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4+2x^2$. **B.** $y=-x^3-3x$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

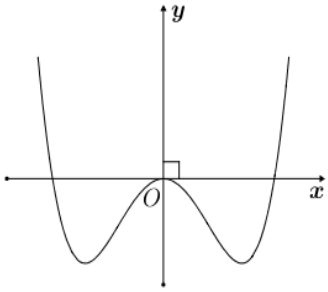
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 27: **(Câu 10 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



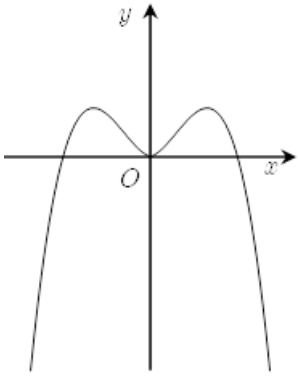
A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 28: **(Câu 19 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên



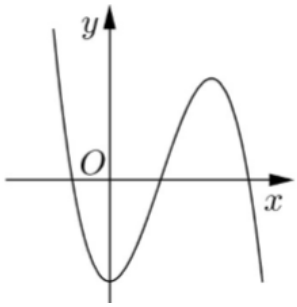
A. $y = -x^4 + 2x^2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2$. **C.** $y = x^4 - 2x^2$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 29: **(BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^4 + 2x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^4 - 2x^2$. **D.** $y = x^3 - 3x$.

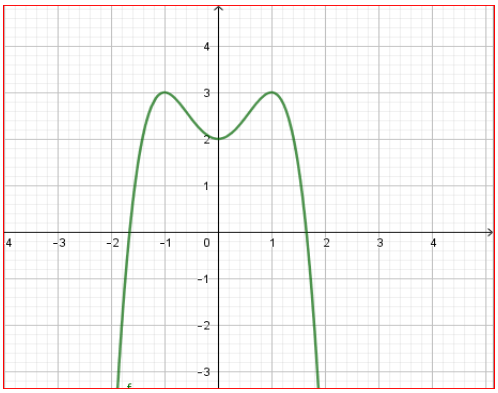
Câu 30: **(Câu 4 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$ **B.** $y = x^4 - x^2 - 2$ **C.** $y = -x^4 + x^2 - 2$ **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$

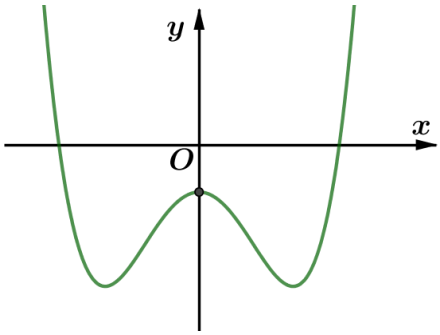
★★★★★ NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM ★★★★★

Câu 31: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+2x^2+2$ **B.** $y=x^4-2x^2+2$ **C.** $y=x^3-3x^2+2$ **D.** $y=-x^3+3x^2+2$

Câu 32: **(Câu 14 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$, với a,b,c là các số thự**C.** Mệnh đề nào dưới đây đúng?



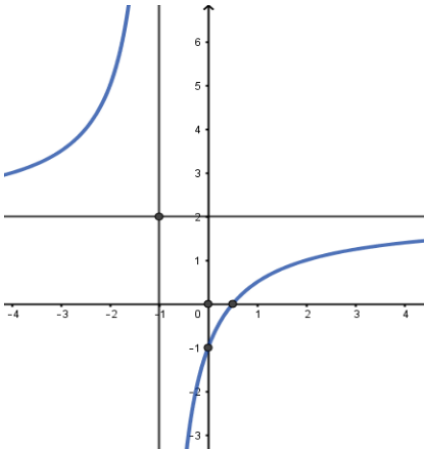
A. Phương trình $y'=0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt

B. Phương trình $y'=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt

C. Phương trình $y'=0$ có đúng một nghiệm thực

D. Phương trình $y'=0$ vô nghiệm trên tập số thực

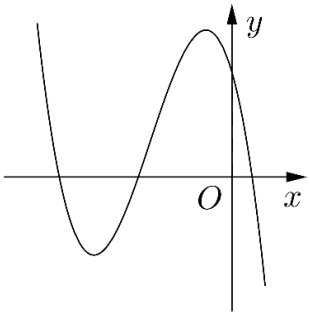
Câu 33: **(Câu 23 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho đường cong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x-1}$ **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 34: **(Câu 46 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2020-L1)** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\left(a,b,c,d \in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?



A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

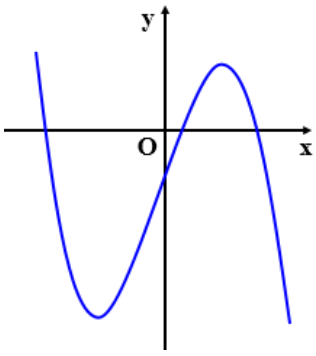
Câu 35: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hàm số $f\ \ x\ = ax^3 + bx^2 + cx + d\ \ a;b;c;d \in \mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-5	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số $a;b;c;d$?

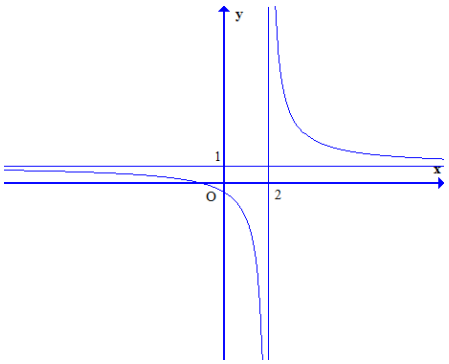
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 36: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d\ \ \left(a,d \in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình bên.Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, d > 0$. **B.** $a < 0, d > 0$. **C.** $a > 0; d < 0$. **D.** $a < 0; d < 0$.

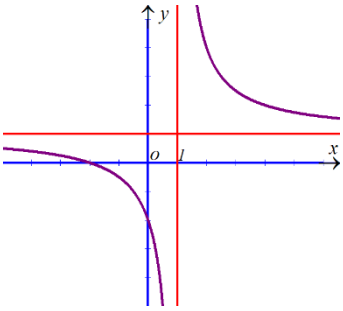
Câu 37: **(Câu 24 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' < 0, \forall x \neq 2$. **B.** $y' < 0, \forall x \neq 1$. **C.** $y' > 0, \forall x \neq 2$. **D.** $y' > 0, \forall x \neq 1$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 38: **(Câu 28 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thự **C.** Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$ **B.** $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$ **C.** $y'>0,\forall x\neq 1$ **D.** $y'<0,\forall x\neq 1$

Câu 39: **(Câu 48 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 – 2021)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘	-5	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 40: **(Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c\in R)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 41: **(Câu 47 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

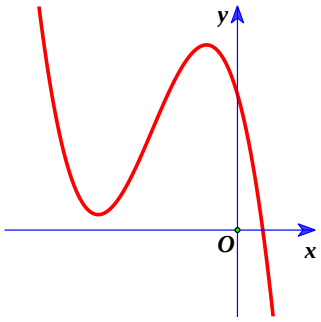
x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

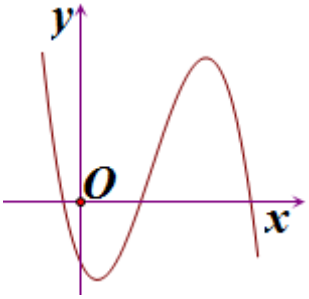
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 42: **(Câu 48 - BGD - Đợt 1 -Mã đề 104 - 2020)** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



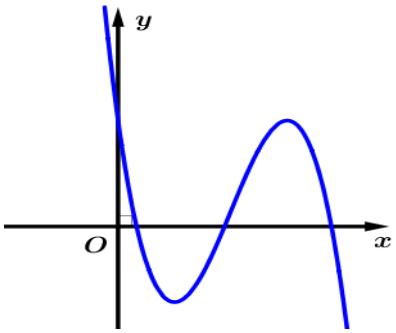
A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 43: **(Câu 46 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d\,(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?



A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 44: **(Câu 45 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\,(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?



A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 45: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x) = \dfrac{ax+1}{bx+c}$ $(a,b,c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau

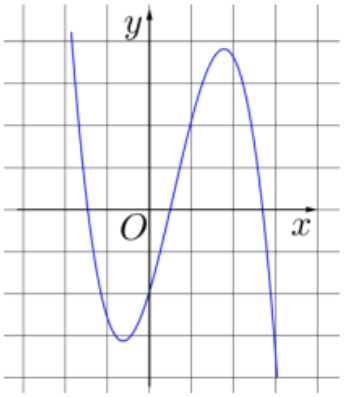
x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	1

Trong các số a,b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

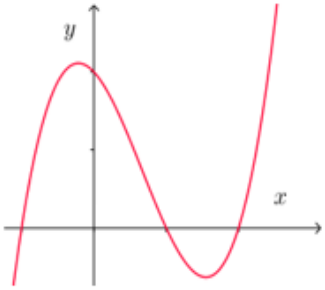
Câu 46: **(Câu 11 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

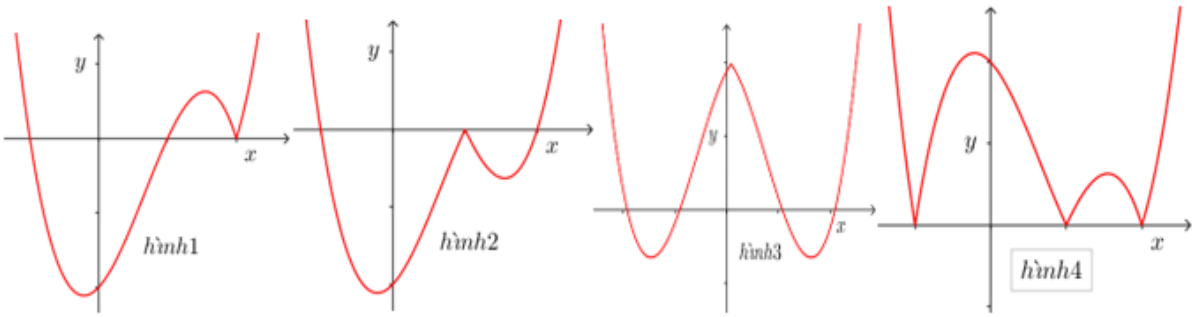


A. $a < 0,\ b > 0,\ c > 0,\ d < 0$ **B.** $a < 0,\ b < 0,\ c > 0,\ d < 0$.

C. $a > 0,\ b < 0,\ c < 0,\ d > 0$ **D.** $a < 0,\ b > 0,\ c < 0,\ d < 0$.

Câu 47: **(Câu 32 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |x-2|(x^2-1)$?





A. Hình 1 **B.** Hình 2 **C.** Hình 3 **D.** Hình 4

Câu 48: **(Câu 1 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y = (x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. **B.** (C) cắt trục hoành tại một điểm.

C. (C) không cắt trục hoành. **D.** (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Câu 49: **(Câu 1 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 0

Câu 50: **(Câu 2 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

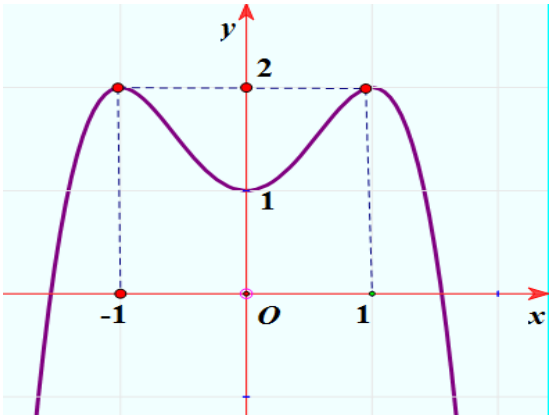
A. 0 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 2

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 51: **(Câu 7 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Biết rằng đường thẳng $y=-2x+2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+x+2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0;y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0.

A. $y_0=4$ **B.** $y_0=0$ **C.** $y_0=2$ **D.** $y_0=-1$

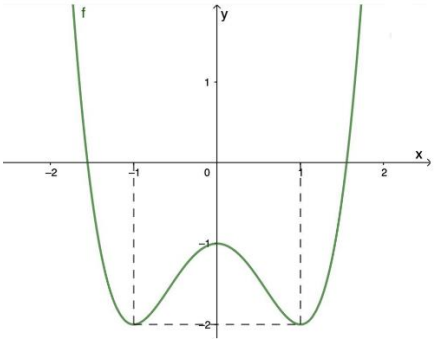
Câu 52: **(Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm của phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ là

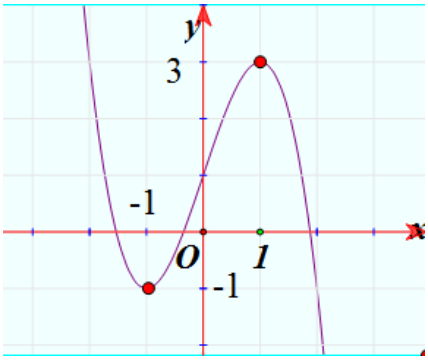
A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 53: **(Câu 17 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-\frac{3}{2}$ là?



A. 4 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

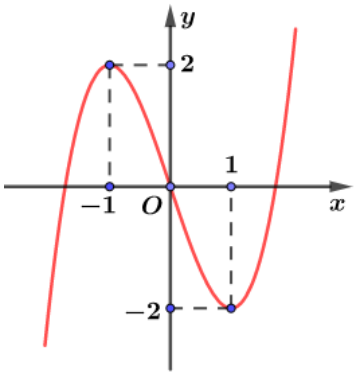
Câu 54: **(BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là.



A. 0 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 2

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

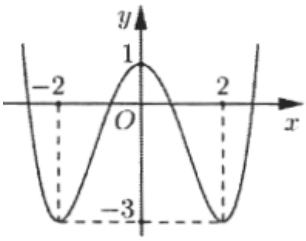
Câu 55: **(Câu 16 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 56: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

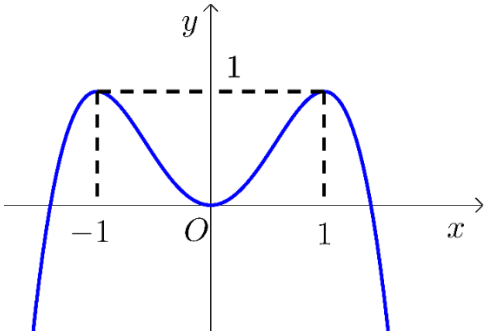
Câu 57: **(Câu 16 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 58: **(Câu 25 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 -2021)** Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.

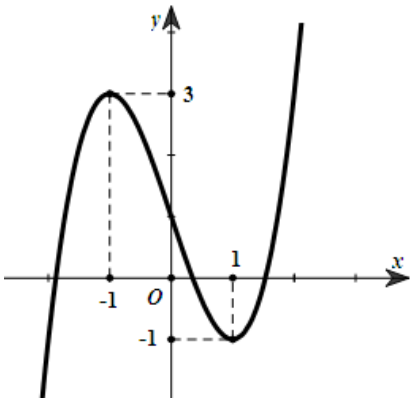


Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 59: **(Câu 4) (BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 60: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 61: **(Câu 29 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 62: **(Câu 23 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 63: **(Câu 16 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

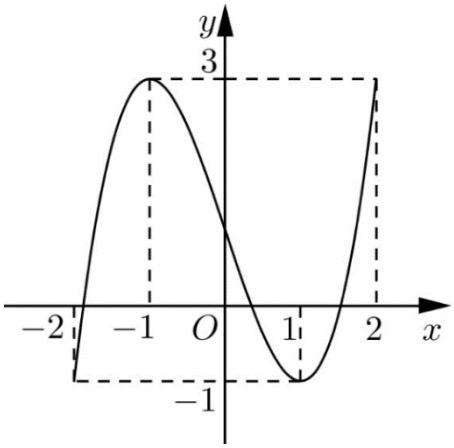
Câu 64: **(Câu 29 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là

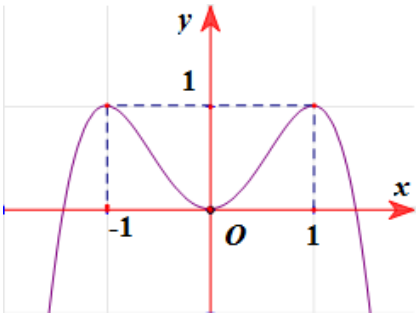
A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 65: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-2;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ trên đoạn $[-2;2]$ là



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 66: **(MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c\,(a,b,c\in\mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên.

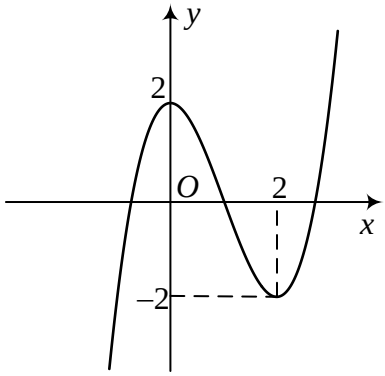


Số nghiệm của phương trình $4f(x)-3=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0

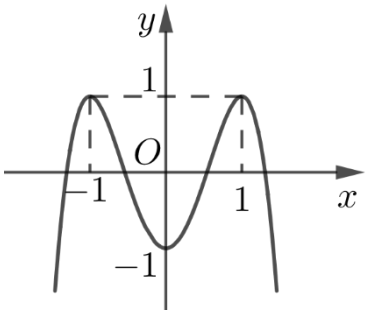
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 67: **(Câu 17 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)+4=0$ là



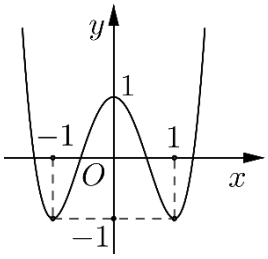
A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Câu 68: **(MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=0$ là:



A. 12. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 4.

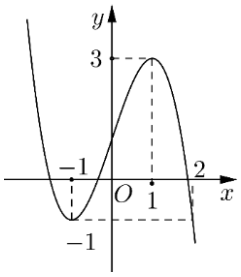
Câu 69: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=0$ là

A. 4. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 8.

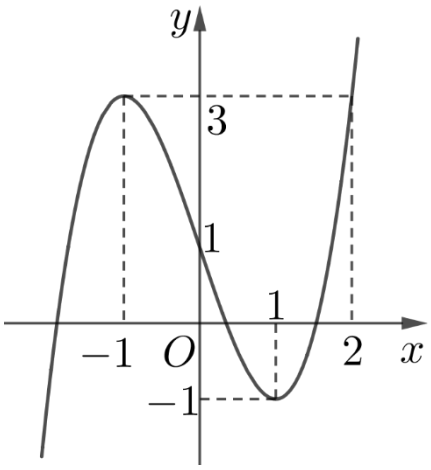
Câu 70: **(Câu 41 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình trên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=1$ là



A. 9. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 6.

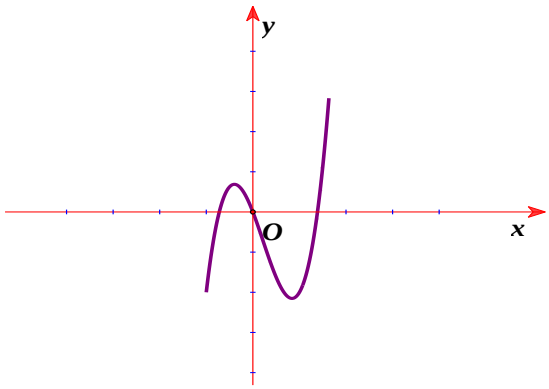
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 71: **(Câu 41 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f(x)\right) = 1$ là



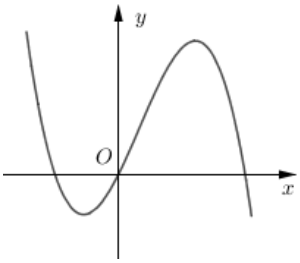
A. 9. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 72: **(Câu 40 - ĐTK - BGD&ĐT – L2 - Năm 2021)** Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$ $(a,b,c \in \mathbb{R})$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ là



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 73: **(Câu 40 - ĐTK - BGD&ĐT – L2 - Năm 2021)** Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$, $(a,b,c \in \mathbb{R})$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 74: **(Câu 45 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

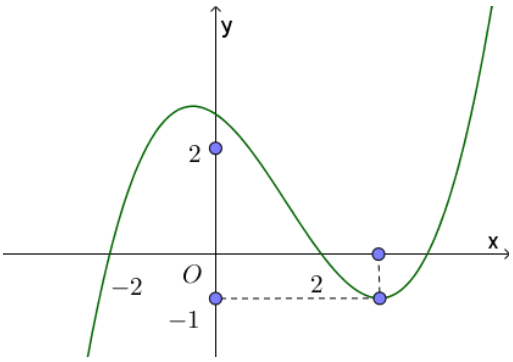
Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x) + 3 = 0$ là

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 8.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 75: **(Câu 42 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

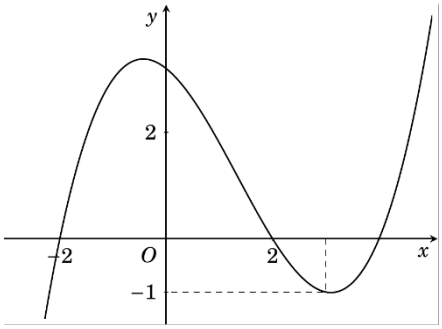
Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right| = \frac{2}{3}$ là



A. 6. **B.** 10. **C.** 3. **D.** 9.

Câu 76: **(Câu 45 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

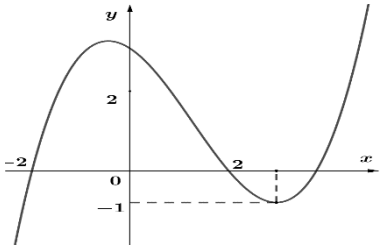
Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right| = \frac{3}{2}$ là



A. 8. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 3.

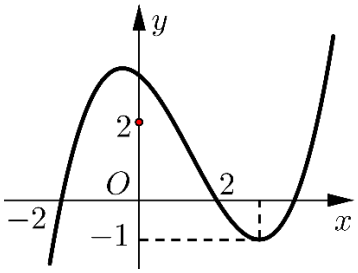
Câu 77: **(Câu 41 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right| = \frac{1}{2}$ là



A. 6. **B.** 10. **C. 12.** **D. 3.**

Câu 78: **(Câu 43 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

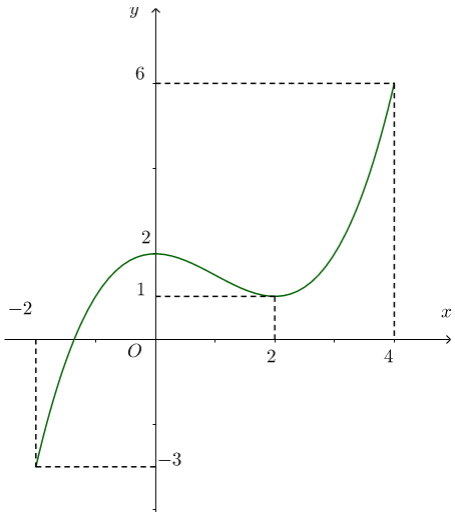


Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right| = \frac{4}{3}$ là

A. 3. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 4.

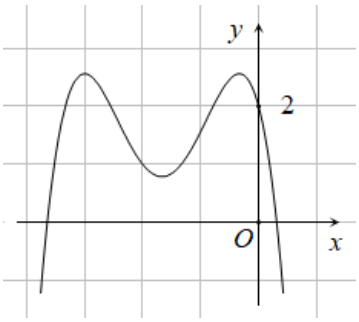
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 79: **(Câu 24 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ trên đoạn $[-2;4]$ là



A. 0 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

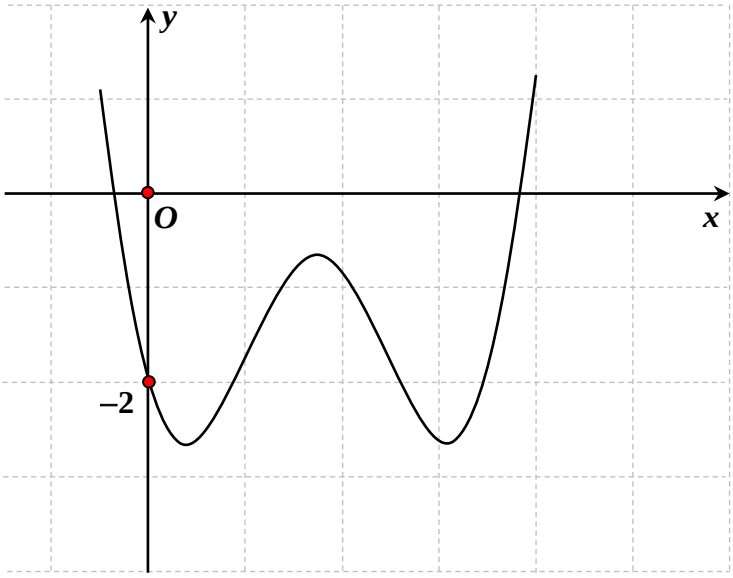
Câu 80: **(Câu 50 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x^2 f(x)\right) - 2 = 0$ là

A. 6. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 9.

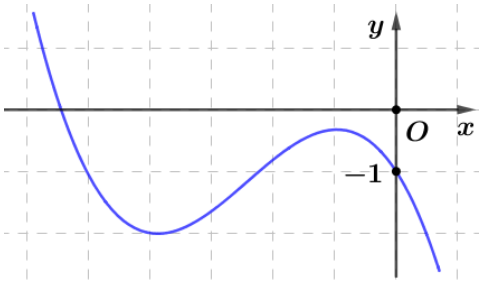
Câu 81: Vậy có phương trình $f\left(x^2 f(x)\right) = 2$ có 9 nghiệm phân biệt. **(Câu 50) (BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^2 f(x)\right) + 2 = 0$ là



A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 9.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

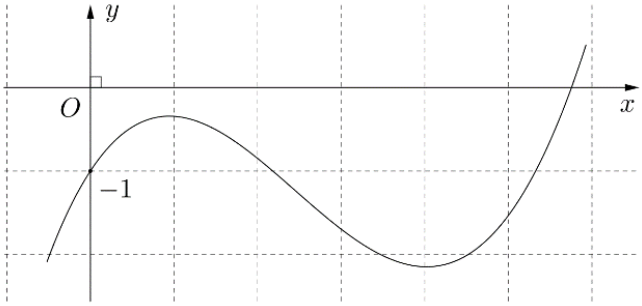
Câu 82: **(Câu 50 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0$ là

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 83: **(Câu 50 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0$ là



A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

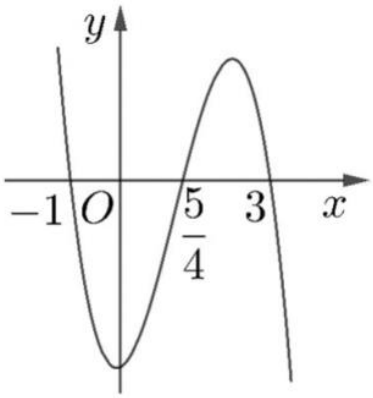
Câu 84: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\sin x)=1$ là

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

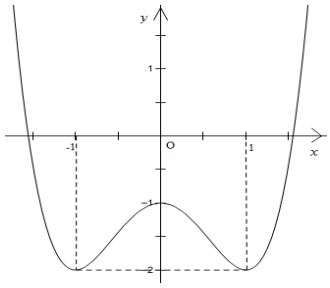
Câu 85: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)=mx^4+nx^3+px^2+qx+r$ $(m, n, p, q, r \in \mathbb{R})$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x)=r$ có số phần tử là



A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

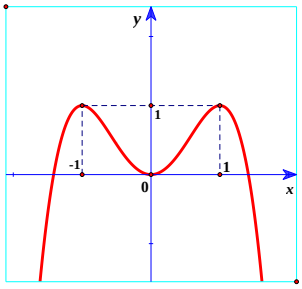
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 86: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -\frac{1}{2}$ là



A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 87: **(Đề tốt nghiệp THPT năm 2017 - mã đề 104)** Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình bên.Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.



A. $m > 0$. **B.** $0 \le m \le 1$. **C.** $0 < m < 1$ **D.** $m < 1$.

Câu 88: **(Câu 5 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$ ↘	-1	‖	$-\infty$ ↗	2	↘	$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $[-1;2]$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-1;2]$. **D.** $(-\infty;2]$.

Câu 89: **(Câu 50 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 – 2021)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

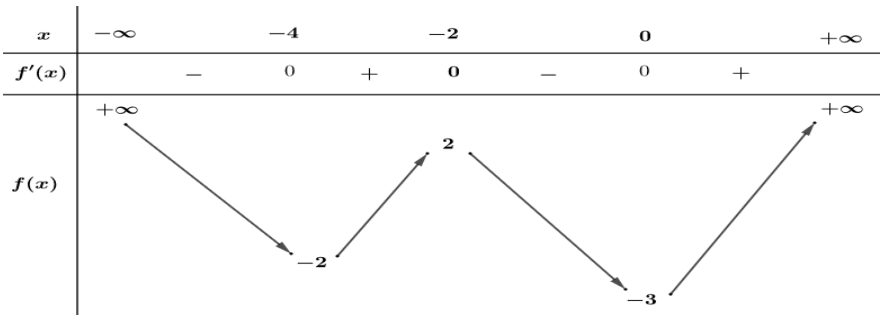
x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
f '(x)		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
f(x)	$+\infty$ ↘		-2 ↗		2 ↘		-3 ↗		$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 16. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 17.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

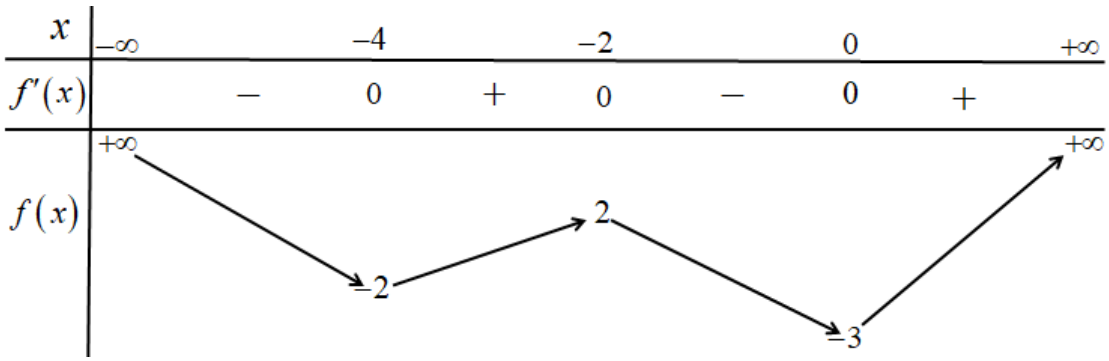
Câu 90: **(Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x^2-4x)=m$ có ít nhất ba nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 15. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 13.

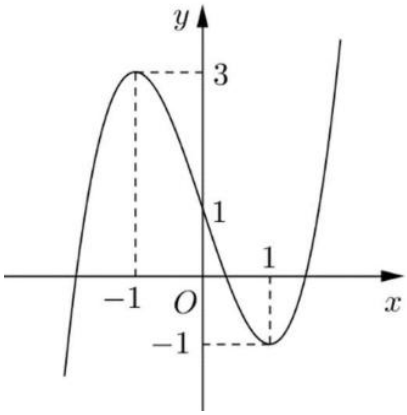
Câu 91: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $5f(x^2-4x)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 24. **B.** 21. **C.** 25. **D.** 20.

Câu 92: **(Câu 43 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ là



A. $[-1;3)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $[-1;1)$.

Câu 93: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}}=\sin x$ có nghiệm thực

A. 5 **B.** 2 **C.** 4 **C.** 3

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

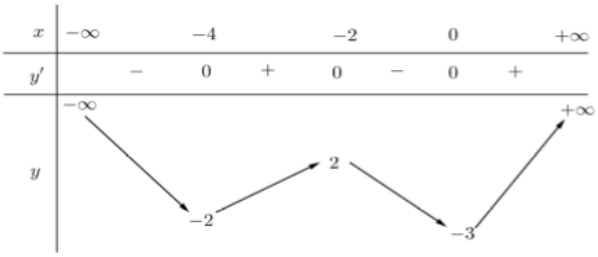
Câu 94: **(Câu 45 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-mx$ cắt đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2-m+2$ tại ba điểm phân biệt A,B,C sao cho $AB=BC$.

A. $m\in(-\infty;3)$ **B.** $m\in(-\infty;-1)$ **C.** $m\in(-\infty:+\infty)$ **D.** $m\in(1:+\infty)$

Câu 95: **(Câu 48 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=mx-m+1$ cắt đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+x+2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB=BC$

A. $m\in(-\infty;0]\cup[4;+\infty)$ **B.** $m\in\mathbb{R}$ **C.** $m\in\left(-\frac{5}{4};+\infty\right)$ **D.** $m\in(-2;+\infty)$

Câu 96: **(Câu 50 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 25. **B.** 30. **C.** 29. **D.** 24.

Câu 97: **(Câu 47 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hai hàm số $y=\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}$ và $y=|x+1|-x-m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là C_1 và C_2 . Tập hợp tất các các giải trịcủa m để C_1 và C_2 cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

A. $(-3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $[-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3]$.

Câu 98: **(Câu 50 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hai hàm số $y=\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}$ và $y=|x+2|-x-m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

A. $[-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty:-2)$. **C.** $(-2:+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Câu 99: **(Câu 45 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=\frac{1}{6}x^4-\frac{7}{3}x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1),N(x_2;y_2)$ (M,N khác A) thỏa mãn $y_1-y_2=4(x_1-x_2)$

A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Câu 100: **(Câu 40 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{7}{2}x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1);N(x_2;y_2)$ khác A thỏa mãn $y_1-y_2=6(x_1-x_2)$

A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 3

----------HẾT----------

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

BẢNG ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 1

1.A	2.C	3.B	4.A	5.B	6.A	7.B	8.B	9.A	10.C
11.B	12.D	13.C	14.B	15.A	16.A	17.B	18.B	19.A	20.C
21.A	22.D	23.D	24.B	25.B	26.C	27.D	28.D	29.C	30.A
31.A	32.B	33.D	34.C	35.A	36.A	37.A	38.A	39.A	40.A
41.A	42.B	43.A	44.B	45.B	46.C	47.A	48.C	49.C	50.B
51.C	52.B	53.A	54.B	55.B					

BẢNG ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 2

1.C	2.D	3.A	4.A	5.B	6.D	7.D	8.B	9.B	10.D
11.A	12.C	13.C	14.D	15.D	16.D	17.C	18.A	19.B	20.D
21.C	22.A	23.B	24.C	25.B	26.D	27.C	28.D	29.D	30.A
31.C	32.B	33.C	34.C	35.A	36.A	37.C	38.D	39.C	40.C
41.A	42.C	43.B	44.A	45.C	46.C	47.D	48. C	49.D	50.B

BẢNG ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 3

1.D	2.B	3.A	4.B	5.D	6.D	7.D	8.B	9.A	10.B
11.C	12.D	13.D	14.B	15.D	16.B	17.C	18.B	19.C	20.C
21.C	22.D	23.B	24.A	25.D	26.A	27.A	28.D	29.C	30.A
31.A	32.B	33.C	34.A	35.A	36.B	37.C	38.B	39.B	40.A
41.D	42.C	43.A	44.C	45.B	46.A	47.D	48.D	49.A	50.B

BẢNG ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 4

1.C	2.D	3.A	4.A	5.D	6.C	7.C	8.D	9.D	10.D
11.C	12.D	13.D	14.C	15.C	16.C	17.D	18.C	19.B	20.D
21.D	22.B	23.A	24.C	25.B					

BẢNG ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 5

1.B	2.D	3.B	4.D	5.A	6.B	7.A	8.D	9.B	10.C
11.A	12.A	13.B	14.B	15.B	16.A	17.B	18.D	19.A	20.D
21.A	22.D	23.B	24.D	25.C	26.C	27.A	28.C	29.A	30.D
31.A	32.A	33.B	34.C	35.A	36.D	37.A	38.D	39.D	40.C
41.D	42.C	43.C	44.C	45.C	46.A	47.A	48.B	49.B	50.D
51.C	52.A	53.A	54.B	55.A	56.D	57.C	58.A	59.B	60.C
61.A	62.C	63.C	64.A	65.A	66.A	67.A	68.B	69.B	70.B
71.D	72.B	73.B	74.B	75.B	76.A	77.B	78.B	79.B	80.D
81.D	82.A	83.C	84.C	85.B	86.C	87.C	88.B	89.C	90.A
91.C	92.D	93.A	94.A	95.D	96.B	97.D	98.D	99.D	100.B

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

CHUYÊN ĐỀ 1
SỰ ĐỒNG BIẾN VÀ NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ
(CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP TỪ ĐỀ THI BGD)
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: **(Câu 11 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên rồi suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 2: **(Câu 8 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 3: **(Câu 30 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. **D.** Hàm sô nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 4: **(Câu 4 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗		↘		↗	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

Câu 5: **(Câu 3-ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

$y = 2x^4 + 1$. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 8x^3$; $y' = 0 \Leftrightarrow 8x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ suy ra $y(0) = 1$

Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 6: **(Câu 13 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hàm số $y = \frac{2}{x^2+1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$

Lời giải

Chọn A

$D = \mathbb{R}$; $y' = -\frac{4x}{(x^2+1)^2}$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$	2	$\searrow$	

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 7: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=\sqrt{2x^2+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $D=\mathbb{R}$, $y'=\dfrac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 8: **(Câu 6 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

Ta có $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0$, $\forall x\in\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 9: **(Câu 14 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=3x^3+3x-2$. **B.** $y=2x^3-5x+1$. **C.** $y=x^4+3x^2$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=3x^3+3x-2$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=9x^2+3>0,\forall x\in\mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 10: **(Câu 30 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=x^2+2x$. **C.** $y=x^3-x^2+x$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Lời giải

Chọn C

$y=x^3-x^2+x\Rightarrow y'=3x^2-2x+1=3\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^2+\dfrac{2}{3}>0\ \forall x\in\mathbb{R}$. Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 11: **(Câu 3 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **B.** $y=x^3+x$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **D.** $y=-x^3-3x$

Lời giải

Chọn B

Vì $y=x^3+x\Rightarrow y'=3x^2+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 12: **(Câu 3 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = x^2 + 1 > 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 13: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

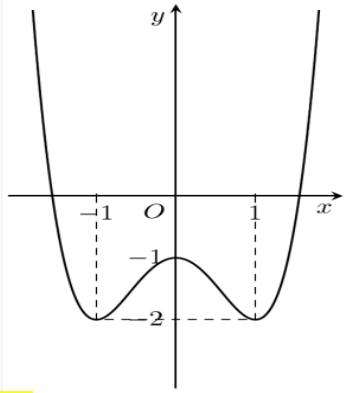
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy mệnh đề hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ đúng.

Câu 14: **(Câu 4 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 – 2021)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây



A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Trên khoảng $(0;1)$ đồ thị hàm số đi xuống nên hàm số đã cho nghịch biến trên $(0;1)$.

Câu 15: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$

Lời giải

Chọn A

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 16: **(Câu 19 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021 – L2)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

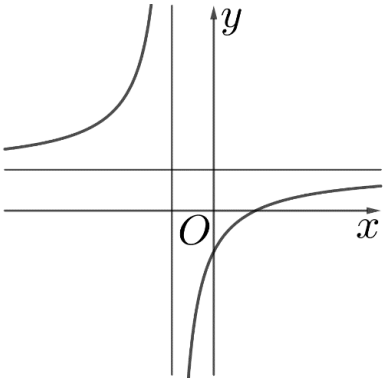
A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng xét dấu đạo hàm ta thấy $f'(x)$ dương trong các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Câu 17: **(Câu 29 - MĐ 101- BGD&ĐT - Năm 2021)** Biết hàm số $y = \dfrac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như trong hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' < 0,\ \forall x \neq -1$. **B.** $y' > 0,\ \forall x \neq -1$. **C.** $y' < 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$. **D.** $y' > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

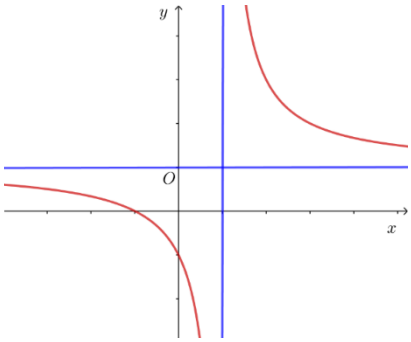
Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Dựa vào đồ thị, ta có: Hàm số $y = \dfrac{x+a}{x+1}$ đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$

$\Rightarrow y' > 0,\ \forall x \neq -1$.

Câu 18: **(MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Biết hàm số $y = \dfrac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước và $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $y' < 0, \forall x \neq 1$. **C.** $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **D.** $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Lời giải

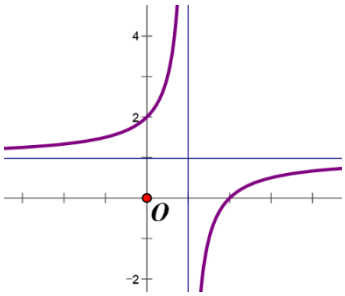
Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Khi đó: $y' = \dfrac{-1-a}{(x-1)^2}\ \forall x \neq 1$.

Hai nhánh của đồ thị có chiều đi xuống nên $y' < 0, \forall x \neq 1$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 19: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x-1}$, có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'>0,\forall x\neq 1$. **B.** $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$. **C.** $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $y'<0,\forall x\neq 1$.

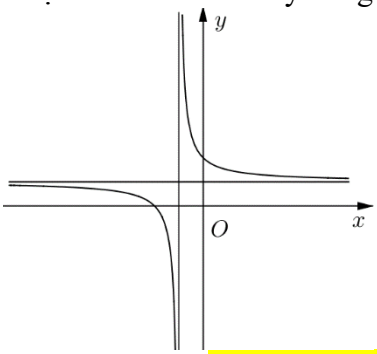
Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x\neq 1$.

Dựa vào đồ thị ta thấy theo thứ tự từ trái qua phải đồ thị đi lên nên $y'>0,\forall x\neq 1$.

Câu 20: **(Câu 33 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a\neq 1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'>0,\forall x\neq -1$. **C.** $y'<0,\forall x\neq -1$. **D.** $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ nên loại đáp án A và **D.**

Dạng đồ thị đi xuống thì $y'<0$ nên loại đáp án **B.**

Câu 21: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+4x+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

* TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

* Ta có: $f'(x)=x^2+2mx+4$

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ điều kiện là $f'(x)\geq 0;\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \Delta'=m^2-4\leq 0\Leftrightarrow -2\leq m\leq 2$

mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Câu 22: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{mx+4m}{x+m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

$D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$; $y'=\dfrac{m^2-4m}{(x+m)^2}$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định khi $y'<0,\forall x\in D \Leftrightarrow m^2-4m<0 \Leftrightarrow 0<m<4$

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên có 3 giá trị thỏa.

Câu 23: **(Câu 31 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\dfrac{-m^2+2m+3}{(x-m)^2}$

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y'\ge 0 \Leftrightarrow -m^2+2m+3\ge 0 \Leftrightarrow m\in[-1;3]$

Xét tại $m=-1; m=3$ thấy không thỏa mãn. Vậy $m=0; m=1; m=2$..

Câu 24: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(4-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $(-\infty;1]$. **B.** $(-\infty;4]$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-6x+4-m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty) \Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in(2;+\infty) \Leftrightarrow m\le 3x^2-6x+4,\ \forall x\in(2;+\infty)$.

Xét hàm số $g(x)=3x^2-6x+4$ trên khoảng $(2;+\infty)$.

Ta có: $g'(x)=6x-6$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	2		$+\infty$
$g'(x)$		0		+	
$g(x)$			4	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $m\le g(x),\forall x\in(2;+\infty) \Leftrightarrow m\le 4$.

Vậy $m\le 4$ thoả yêu cầu bài toán.

Câu 25: **(BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-8)$ là

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(5;8]$. **C.** $[5;8)$. **D.** $(5;8)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

Hàm số $y=\dfrac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-8) \Leftrightarrow \begin{cases} y'>0,\forall x\in(-\infty;-8) \\ x\ne -m \end{cases}$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m-5}{(x+m)^2} > 0, \forall x \in (-\infty;-8) \\ -m \notin (-\infty;-8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ -m \geq -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ m \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow 5 < m \leq 8.$

Vậy $m \in (5;8]$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 26: **(MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10;+\infty)$?

A. 3. **B.** Vô số. **C.** 4. **D.** 5

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

$y' = \dfrac{5m-6}{(x+5m)^2}$

Hàm số nghịch biến trên $(10;+\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} y' < 0, \forall x \in D \\ -5m \notin (10;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-6 < 0 \\ -5m \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \dfrac{6}{5} \\ m \geq -2 \end{cases}$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2;-1;0;1\}$.

Câu 27: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx - \dfrac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

A. 5. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4

Lời giải

Chọn D

$y' = 3x^2 + m + \dfrac{1}{x^6}$

Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi $y' = 3x^2 + m + \dfrac{1}{x^6} \geq 0, \forall x \in (0;+\infty)$

$\Leftrightarrow -3x^2 - \dfrac{1}{x^6} \leq m, \forall x \in (0;+\infty)$. Xét hàm số $g(x) = -3x^2 - \dfrac{1}{x^6} \leq m$, $x \in (0;+\infty)$

$g'(x) = -6x + \dfrac{6}{x^7} = \dfrac{-6(x^8-1)}{x^7}$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 (\text{loai}) \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-4	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào BBT ta có $m \geq -4$, suy ra các giá trị nguyên âm của tham số m là $-4;-3;-2;-1$.

Câu 28: **(Câu 42 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - 2021)** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (1-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;-2]$. **D.** $(-\infty;1]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 1 - m$.

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (1-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ nên $y' \geq 0 \forall x \in (2;+\infty)$

Suy ra: $3x^2 - 6x + 1 \geq m \forall x \in (2;+\infty) \Leftrightarrow \underset{x \in (2;+\infty)}{Min} (3x^2 - 6x + 1) \geq m \Leftrightarrow 1 \geq m$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 29: **(Câu 42 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(5-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

.

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(-\infty;5]$. **D.** $(-\infty;2]$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=3x^2-6x+5-m$

Để hàm số $y=x^3-3x^2+(5-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ thì $y'\ge 0\,\forall x\in(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow 3x^2-6x+5-m\ge 0\,\forall x\in[2;+\infty)$ (do hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ nên xác định tại $x=2$)

$\Leftrightarrow 3x^2-6x+5\ge m\ \forall x\in[2;+\infty)$

$\Leftrightarrow f(x)\ge m\ \forall x\in[2;+\infty)$

$\Leftrightarrow \min\limits_{[2;+\infty)} f(x)\ge m$

Xét $f(x)=3x^2-6x+5\ \ x\in[2;+\infty)$

$f'(x)=6x-6>0\ \forall x\in[2;+\infty)\ \Rightarrow$ Hàm số $f(x)=3x^2-6x+5$ đồng biến trên nữa khoảng $[2;+\infty)$

$\Rightarrow \min\limits_{[2;+\infty)} f(x)=f(2)=5\ \Rightarrow m\le 5$.

Câu 30: **(Câu 42 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ là

A. $(3;6]$. **B.** $(3;6)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $[3;6)$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\ -m$.

Ta có $y'=\dfrac{m-3}{(x+m)^2}$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)\Leftrightarrow y'>0\ \forall x\in\ -\infty;-6$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}m-3>0\\-m\notin\ -\infty;-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>3\\-m\ge -6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>3\\m\le 6\end{cases}\Leftrightarrow 3<m\le 6.$.

Câu 31: **(Câu 41 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Tìm m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-5)$.

A. $(2;5]$. **B.** $[2;5)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(2;5)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x\ne -m$.

Ta có: $y'=\dfrac{m-2}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-5)\Leftrightarrow\begin{cases}y'>0\\-m\notin(-\infty;-5)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m-2>0\\-m\ge -5\end{cases}\Leftrightarrow 2<m\le 5.$

Vậy $m\in(2;5]$.

Câu 32: **(Câu 40 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-7)$ là

A. $[4;7)$. **B.** $(4;7]$. **C.** $(4;7)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Lời giải

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

$y'=\dfrac{m-4}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;7)\Leftrightarrow\begin{cases}y'>0\\-m\notin(-\infty;-7)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>4\\-m\geq-7\end{cases}\Leftrightarrow 4<m\leq 7$.

Vậy $m\in(4;7]$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-7)$.

Câu 33: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số hàm số $f(x)=\dfrac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $x\neq m$.

Ta có $y'=\dfrac{-m^2+4}{(x-m)^2}$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ thì

$\Leftrightarrow\begin{cases}y'>0\\m\notin(0;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+4>0\\m\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m<2\\m\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow -2<m\leq 0$.

Do m nguyên nên $m=-1;m=0$. Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 34: **(Câu 36 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Tập hợp các giá trị thực của m để hàm số $y=-x^3-6x^2+(4m-9)x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $\left[-\dfrac{3}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-\dfrac{3}{4}\right]$. **D.** $[0;+\infty)$

Lời giải

Chọn C

+ TXĐ: $\mathbb{R}$.

Ta có $y'=-3x^2-12x+(4m-9)$.

Hàm số $y=-x^3-6x^2+(4m-9)x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ khi và chỉ khi

$y'=-3x^2-12x+(4m-9)\leq 0,\forall x\in(-\infty;-1)\Leftrightarrow 4m\leq 3x^2+12x+9,\forall x\in(-\infty;-1)$.

+ Xét hàm $g(x)=3x^2+12x+9, x\in(-\infty;-1)$; $g'(x)=6x+12$; $g'(x)=0\Leftrightarrow x=-2$.

+ BBT

x	$-\infty$		-2		-1
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$	-3	$\nearrow$	

+ Từ bảng biến thiên suy ra $4m\leq -3\Leftrightarrow m\leq -\dfrac{3}{4}$.

Câu 35: **(Câu 26 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$?

A. 2. **B.** 6. **C.** Vô số. **D.** 1.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=(-\infty;-3m)\cup(-3m;+\infty)$.

Ta có $y'=\dfrac{3m-2}{(x+3m)^2}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)\Leftrightarrow\begin{cases}3m-2>0\\-6\le -3m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>\dfrac{2}{3}\\m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{2}{3}<m\le 2$.

Mà m nguyên nên $m=\{1;2\}$.

Câu 36: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$?.

A. 3. **B.** Vô số. **C.** 0. **D.** 6

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\{-3m\}$; $y'=\dfrac{3m-1}{(x+3m)^2}$.

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$ khi và chỉ khi:

$\begin{cases}y'<0\\(6;+\infty)\subset D\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3m-1<0\\-3m\le 6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<\dfrac{1}{3}\\m\ge -2\end{cases}\Leftrightarrow -2\le m<\dfrac{1}{3}$.

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2;-1;0\}$.

Câu 37: **(Câu 35 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$?

A. 2. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 3

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\{-5m\}$.

$y'=\dfrac{5m-2}{(x+5m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$ khi và chỉ khi

$\begin{cases}5m-2>0\\-5m\in[-10;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>\dfrac{2}{5}\\-5m\ge -10\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{2}{5}<m\le 2$.

Vì m nguyên nên $m\in\{1;2\}$. Vậy có 2 giá trị của tham số m.

Câu 38: **(Câu 38 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

A. 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5

Lời giải

Chọn A

$D=\mathbb{R}$, $y'=-3x^2-2mx+4m+9$

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)\Leftrightarrow y'\le 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'\le 0$

$\Leftrightarrow m^2+12m+27\le 0\Leftrightarrow -9\le m\le -3$. Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3\}$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 39: **(Câu 41 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\left(m^2-1\right)x^3+\left(m-1\right)x^2-x+4$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3

Lời giải

Chọn A

TH1: $m=1$. Ta có: $y=-x+4$ là phương trình của một đường thẳng có hệ số góc âm nên hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó nhận $m=1$.

TH2: $m=-1$. Ta có: $y=-2x^2-x+4$ là phương trình của một đường Parabol nên hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó loại $m=-1$.

TH3: $m\neq\pm1$. Khi đó hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)\Leftrightarrow y'\le 0\ \forall x\in\mathbb{R}$, dấu "=" chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm trên $\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow 3\left(m^2-1\right)x^2+2\left(m-1\right)x-1\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-1<0\\ \left(m-1\right)^2+3\left(m^2-1\right)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-1<0\\ \left(m-1\right)\left(4m+2\right)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<1\\ -\dfrac{1}{2}\le m\le 1\end{cases}\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le m<1.$$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=0$. Vậy có 2 giá trị m nguyên cần tìm là $m=0$ hoặc $m=1$.

Câu 40: **(Câu 9 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\ln\left(x^2+1\right)-mx+1$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$

A. $\left(-\infty;-1\right]$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left[-1;1\right]$. **D.** $\left[1;+\infty\right)$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=\dfrac{2x}{x^2+1}-m$.

Hàm số $y=\ln\left(x^2+1\right)-mx+1$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)\Leftrightarrow\ y'\ge 0,\forall x\in\left(-\infty;+\infty\right)$.

$\Leftrightarrow\ g(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}\ge m,\forall x\in\left(-\infty;+\infty\right)$. Ta có $g'(x)=\dfrac{-2x^2+2}{\left(x^2+1\right)^2}=0\Leftrightarrow x=\pm1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	↘	-1	↗	1	↘	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $g(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}\ge m,\forall x\in\left(-\infty;+\infty\right)\Leftrightarrow\ m\le -1$.

Câu 41: **(Câu 11 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $m\le 0$ hoặc $1\le m<2$. **B.** $m\le 0$.

C. $1\le m<2$. **D.** $m\ge 2$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\tan x$, vì $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)\Rightarrow t\in\left(0;1\right)$

Xét hàm số $f\left(t\right)=\dfrac{t-2}{t-m}\ \forall t\in\left(0;1\right)$. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{m\right\}$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Ta có $f'(t)=\dfrac{2-m}{(t-m)^2}$.

Ta thấy hàm số $t(x)=\tan x$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

Nên để hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$ khi và chỉ khi

$$f'(t)>0\,\forall t\in(0;1)\Leftrightarrow\frac{2-m}{(t-m)^2}>0\,\forall t\in(0;1)\Leftrightarrow\begin{cases}2-m>0\\ m\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<2\\ \left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m\ge 1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m\in(-\infty;0]\cup[1;2)$$

Câu 42: **(Câu 34 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-3)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=-2f'(5-2x)$.

Hàm số $y=f(5-2x)$ đồng biến $\Leftrightarrow -2f'(5-2x)\ge 0\Leftrightarrow f'(5-2x)\le 0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5-2x<-3\\ -1<5-2x<1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>4\\ 2<x<3\end{array}\right.$. Vậy chọn đáp án. **B.**

Câu 43: **(Câu 33 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=f'(3-2x)=(3-2x)'\,f'(3-2x)=-2f'(3-2x)$.

*) $y'=0\Leftrightarrow -2f'(3-2x)=0\Leftrightarrow f'(3-2x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3-2x=-3\\ 3-2x=-1\\ 3-2x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\ x=2\\ x=1\end{array}\right.$.

*) $y'\ge 0\Leftrightarrow -2f'(3-2x)\ge 0\Leftrightarrow f'(3-2x)\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3-2x\le -3\\ -1\le 3-2x\le 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 3\\ 1\le x\le 2\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(3;4)$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 44: **(Câu 35 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(3;5)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=f(5-2x)$.

$y'=\left[f(5-2x)\right]'=-2f'(5-2x)$.

Xét bất phương trình: $y'<0 \Leftrightarrow f'(5-2x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-3<5-2x<-1\\5-2x>1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3<x<4\\x<2\end{array}\right.$.

Suy ra hàm số $y=f(5-2x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và khoảng $(3;4)$.

Vì $(0;2)\subset(-\infty;2)$ nên chọn đáp án **B.**

Câu 45: **(Câu 35 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(1;2)$.

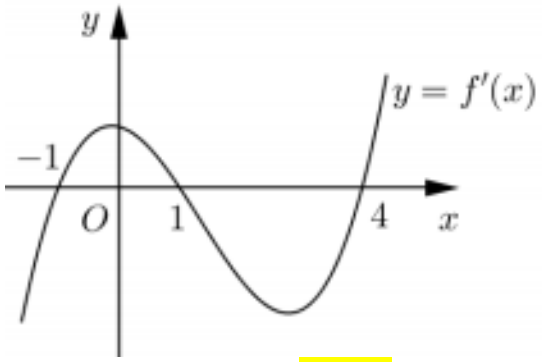
Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=-2f'(3-2x)<0 \Leftrightarrow f'(3-2x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-3<3-2x<-1\\3-2x>1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3>x>2\\x<1\end{array}\right.$.

Vì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ nên nghịch biến trên $(-2;1)$.

Câu 46: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến trên khoảng



A. $(1;3)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-\infty;-2)$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có $f'(x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<-1\\1<x<4\end{array}\right.$.

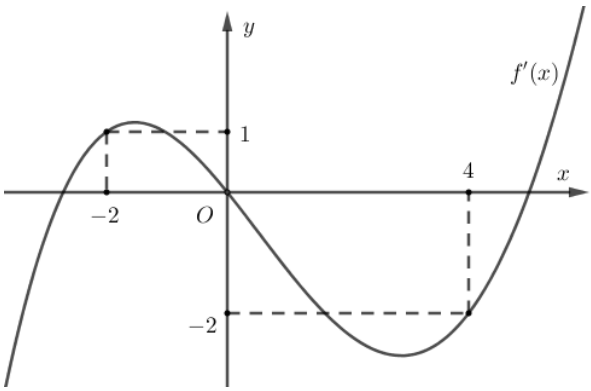
Ta có $\left(f(2-x)\right)'=(2-x)'.f'(2-x)=-f'(2-x)$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Để hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến thì $\left(f(2-x)\right)'>0 \Leftrightarrow f'(2-x)<0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2-x<-1\\1<2-x<4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>3\\-2<x<1\end{array}\right.$.

Câu 47: **(Câu 50 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình sau.



Hàm số $g(x)=f(1-2x)+x^2-x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(2;3)$.

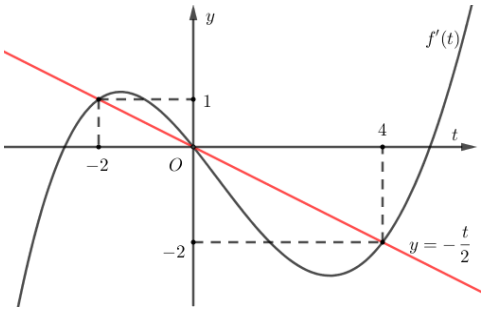
Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x)=-2f'(1-2x)+2x-1$

$g'(x)<0 \Leftrightarrow -2f'(1-2x)+2x-1<0 \Leftrightarrow f'(1-2x)>\frac{2x-1}{2}$ (*).

Đặt $t=1-2x$, ta có đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và $y=-\frac{t}{2}$ như hình vẽ sau :



$(*) \Leftrightarrow f'(t)>-\frac{t}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}-2<t<0\\t>4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-2<1-2x<0\\1-2x>4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}<x<\frac{3}{2}\\x<-\frac{3}{2}\end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ và $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)$

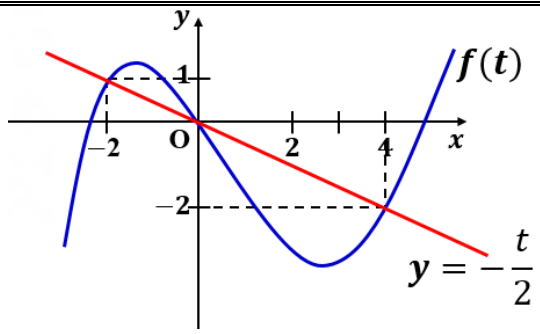
Cách 2:

Ta có: $g(x)=f(1-2x)+x^2-x \Rightarrow g'(x)=-2f'(1-2x)+2x-1$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(1-2x)=-\frac{1-2x}{2}$.

Xét sự tương giao của đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và $y=-\frac{t}{2}$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM



Từ đồ thị ta có: $f'(t)=-\frac{t}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-2\\t=0\\t=4\end{array}\right.$. Khi đó: $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-2x=-2\\1-2x=0\\1-2x=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{3}{2}\\x=\frac{1}{2}\\x=-\frac{3}{2}\end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy: hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Câu 48: **(Câu 48 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=3f(x+2)-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta có $y'>0\Leftrightarrow 3f'(x+2)-3x^2+3>0\Leftrightarrow f'(x+2)>x^2-1$.

Đặt $t=x+2$, bất phương trình trở thành: $f'(t)>(t-2)^2-1$.

Xét hệ bất phương trình $\begin{cases}(t-2)^2-1<0\\f'(t)>0\end{cases},(I)$.

Ta có $(I)\Leftrightarrow\begin{cases}-1<t-2<1\\\left[\begin{array}{l}1<t<2\\2<t<3\\t>4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1<t<3\\\left[\begin{array}{l}1<t<2\\2<t<3\\t>4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<t<2\\2<t<3\end{array}\right.$.

Khi đó $\left[\begin{array}{l}1<x+2<2\\2<x+2<3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<x<0\\0<x<1\end{array}\right.$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$.

Cách 2:

Xét hàm số $y=3f(x+2)-x^3+3x$

$y'=3f'(x+2)-3x^2+3=3\left[f'(x+2)+\left(1-x^2\right)\right]$.

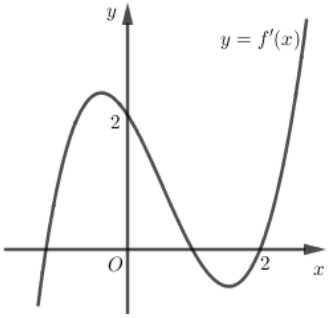
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Ta có $y'\left(\frac{3}{2}\right)=3\left[f'\left(\frac{7}{2}\right)-\frac{5}{4}\right]<0$ nên loại đáp án A,. **D.**

$y'(-2)=3\left[f'(0)-3\right]<0$ nên loại đáp án. **B.**

Vậy ta chọn đáp án. **C.**

Câu 49: **(Câu 38 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x)<2x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m>f(0)$. **B.** $m>f(2)-4$. **C.** $m\ge f(0)$. **D.** $m\ge f(2)-4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)<2x+m\Leftrightarrow m>f(x)-2x$ $(*)$.

Xét hàm số $g(x)=f(x)-2x$ trên $(0;2)$.

Ta có $g'(x)=f'(x)-2<0$ $\forall x\in(0;2)$ nên hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.

Do đó $(*)$ đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi $m\ge g(0)=f(0)$.

Câu 50: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Xét các số thực x,y thỏa mãn: $2^{x^2+y^2+1}\le\left(x^2+y^2-2x+2\right).4^x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{4y}{2x+y+1}$ **gần nhất** với số nào dưới đây?

A. -2. **B.** -3. **C.** -5. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^{x^2+y^2+1}\le\left(x^2+y^2-2x+2\right).4^x\Leftrightarrow\frac{2^{x^2+y^2+1}}{4^x}\le x^2+y^2-2x+2$

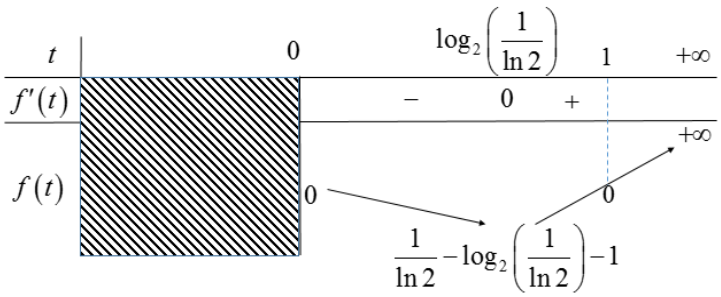
$\Leftrightarrow 2^{x^2+y^2-2x+1}-\left(x^2+y^2-2x+1\right)-1\le 0$ $(*)$.

Đặt $t=x^2+y^2-2x+1\Leftrightarrow t=(x-1)^2+y^2\ge 0$. Khi đó $(*)$ trở thành $2^t-t-1\le 0$.

Xét hàm số: $f(t)=2^t-t-1$ trên $[0;+\infty)$

$f'(t)=2^t\ln 2-1\Rightarrow f'(t)=0\Leftrightarrow t=\log_2\left(\frac{1}{\ln 2}\right)$.

Bảng biến thiên:



NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(t)\le 0 \Leftrightarrow 0\le t\le 1 \Leftrightarrow (x-1)^2+y^2\le 1$.

Khi đó $2x+y+1>0$ và $P=\dfrac{4y}{2x+y+1} \Leftrightarrow 2Px+(P-4)y+P=0$.

Các cặp $(x;y)$ thỏa mãn: $(x-1)^2+y^2\le 1$ là tọa độ các điểm $(x;y)$ thuộc hình tròn (C)

Tâm $I(1;0)$, bán kính $R=1$.

Các cặp $(x;y)$ thỏa mãn: $2Px+(P-4)y+P=0$ là tọa độ các điểm $(x;y)$ thuộc đường thẳng $(d): 2Px+(P-4)y+P=0$.

Do đó tồn tại giá trị nhỏ nhất của P khi đường thẳng (d) phải có điểm chung với hình tròn (C)

$\Leftrightarrow d_{(I;d)}\le R \Leftrightarrow \dfrac{|3P|}{\sqrt{4P^2+(P-4)^2}}\le 1 \Leftrightarrow P^2+2P-4\le 0 \Leftrightarrow -1-\sqrt{5}\le P\le -1+\sqrt{5}$.

Vậy $\min P=-1-\sqrt{5}\approx -3,24$.

Dấu bằng xảy ra khi $(x;y)$ là tọa độ tiếp điểm của đường thẳng (d) với hình tròn (C).

Câu 51: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (m,n) sao cho $m+n\le 14$ và ứng với mỗi cặp (m,n) tồn tại đúng ba số thực $a\in(-1;1)$ thỏa mãn $2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$?

A. 14. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 13.

Lời giải

Chọn C

Cách 1

Xét $f(x)=\dfrac{2}{n}.x^m-\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ trên $(-1;1)$

Đạo hàm $f'(x)=\dfrac{2m}{n}x^{m-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}=0$

Theo đề bài $f(x)=0$ có ba nghiệm nên $\dfrac{2m}{n}x^{m-1}=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ có ít nhất hai nghiệm

Xét đồ thị của hàm $y=x^{m-1}; y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$, suy ra $m-1$ chẵn và $m-1>0$

Suy ra $m\in\{3;5;7;9;11;13\}$. Khi đó $f'(x)=0$ có nghiệm $\begin{cases}x_1<0\\x_2>0\end{cases}$

Phương trình có 3 nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases}f(1)>0\\f(-1)<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{2}{n}>\ln\left(\sqrt{2}+1\right)\\-\dfrac{2}{n}<\ln\left(\sqrt{2}-1\right)\end{cases} \Leftrightarrow n\le 2 \Rightarrow n=\{1;2\}$

$n\in\{1;2\}$ và $m\in\{3;5;7;9;11;13\}$, do $m+n\le 14$ nên ta có 11 cặp $(m;n)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Cách 2

Xét phương trình: $2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$ (1).

+ Nhận xét: $a=0$ là một nghiệm của phương trình (1).

+ Với $a\ne 0$, phương trình $(1)\Leftrightarrow \dfrac{2}{n}=\dfrac{\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{a^m}$ $(*)$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Xét hàm số: $f(a)=\dfrac{\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{a^m}$ trên $(-1;1)$; $f'(a)=\dfrac{\dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}}-m\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{a^{m+1}}$.

Xét phương trình $\dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}}-m\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)=0\quad(2)$.

Xét hàm số $g(a)=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}}-m\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$ trên $(-1;1)$.

$g'(a)=\dfrac{1-m}{\sqrt{a^2+1}}-\dfrac{a^2}{\left(\sqrt{a^2+1}\right)^3}\Rightarrow g'(a)\le 0,\forall a\in(-1;1);m\in\mathbb{N}^*$.

Suy ra hàm số $g(a)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Do đó, phương trình (2) có nghiệm duy nhất $a=0$.

+ Trường hợp 1: m chẵn.

a	-1		0		1
$f'(a)$		$-$	‖	$-$	
$f(a)$	$\ln\left(\sqrt{2}-1\right)$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$\ln\left(\sqrt{2}+1\right)$

Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-1;1)$ khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 thuộc khoảng $(-1;1)$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy với n nguyên dương phương trình $f(a)=\dfrac{2}{n}$ không có hai nghiệm phân biệt. Suy ra loại trường hợp m chẵn.

+ Trường hợp 2: m lẻ và $m\ne 1$.

a	-1		0		1
$f'(a)$		$+$	‖	$-$	
$f(a)$	$\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$

Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-1;1)$ khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 thuộc khoảng $(-1;1)\Leftrightarrow\dfrac{2}{n}>\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\Leftrightarrow n<\dfrac{2}{\ln\left(1+\sqrt{2}\right)}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=1\\n=2\end{array}\right.$.

Với $n=1$, m lẻ và $m\ne 1$, $m+1\le 14$ suy ra $m\in\{3;5;7;9;11;13\}$.

Với $n=2$, m lẻ và $m\ne 1$, $m+2\le 14$ suy ra $m\in\{3;5;7;9;11\}$.

+ Trường hợp 3: $m=1$.

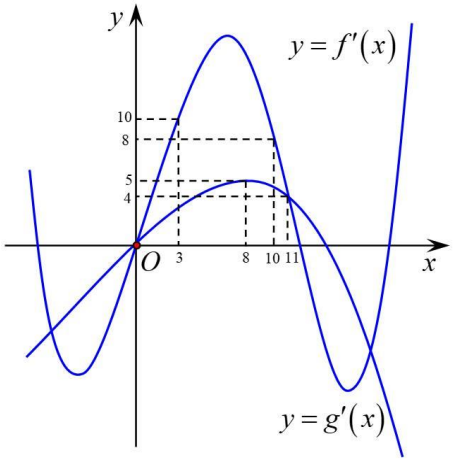
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

a	-1		0		1
$f'(a)$		$+$	$\|\|$	$-$	
$f(a)$	$\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$	$\nearrow$	$1 \;\|\|\; 1$	$\searrow$	$\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$

Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-1;1)$ khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 thuộc khoảng $(-1;1) \Leftrightarrow \ln\left(1+\sqrt{2}\right) < \frac{2}{n} < 1 \Leftrightarrow 2 < n < \frac{2}{\ln\left(1+\sqrt{2}\right)}$ suy ra không tồn tại số tự nhiên n thỏa mãn.

Vậy có 11 cặp $(m;n)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 52: **(Câu 46 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f(x+6) - g\left(2x+\frac{5}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{21}{5};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{4};1\right)$. **C.** $\left(3;\frac{21}{5}\right)$. **D.** $\left(4;\frac{17}{4}\right)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $h'(x) = f'(x+6) - 2g'\left(2x+\frac{5}{2}\right)$.

Nhìn vào đồ thị của hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ ta thấy trên khoảng $(3;8)$ thì $g'(x) < 5$ và $f'(x) > 10$. Do đó $f'(x) > 2g'(x)$.

Như vậy: $g'\left(2x+\frac{5}{2}\right) < 5$ nếu $3 < 2x+\frac{5}{2} < 8 \Leftrightarrow \frac{1}{4} < x < \frac{11}{4}$.

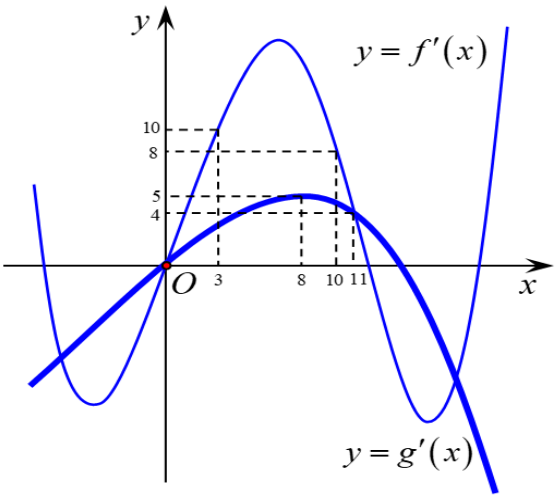
$f'(x+6) > 10$ nếu $3 < x+6 < 8 \Leftrightarrow -3 < x < 2$.

Suy ra trên khoảng $\left(\frac{1}{4};2\right)$ thì $g'\left(2x+\frac{5}{2}\right) < 5$ và $f'(x+7) > 10$ hay $h'(x) > 0$.

Tức là trên khoảng $\left(\frac{1}{4};1\right)$ hàm số $h(x)$ đồng biến.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 53: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y=g'(x)$. Hàm số $h(x)=f(x+3)-g\left(2x-\frac{7}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{13}{4};4\right)$. **B.** $\left(7;\frac{29}{4}\right)$. **C.** $\left(6;\frac{36}{5}\right)$. **D.** $\left(\frac{36}{5};+\infty\right)$

Lời giải

Chọn A

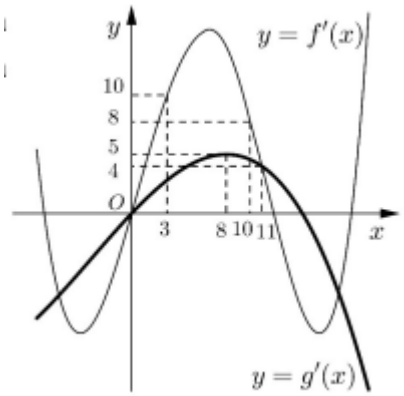
Cách 1. Ta thấy $f'(x)>2g'(y)$ với mọi $x\in(3;8)$ và mọi $y\in\mathbb{R}$.

Suy ra $f'(x+3)-2g'\left(2x-\frac{7}{2}\right)>0$ với mọi $x+3\in(3;8)$ hay $x\in(0;5)$.

Cách 2. Ta có: $x\in\left(\frac{13}{4};4\right)\Rightarrow\begin{cases}x+3\in\left(\frac{25}{4};7\right)\Rightarrow f'(x+7)>10\\ 2x-\frac{7}{2}\in\left(3;\frac{9}{2}\right)\Rightarrow g'\left(2x-\frac{7}{2}\right)<5\end{cases}\Rightarrow h'(x)>0$

$\Rightarrow h(x)$ đồng biến trên $\left(\frac{13}{4};4\right)$.

Câu 54: **(MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong **đậm hơn** là đồ thị hàm số $y=g'(x)$. Hàm số $h(x)=f(x+7)-g\left(2x+\frac{9}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(2;\frac{16}{5}\right)$. **B.** $\left(-\frac{3}{4};0\right)$. **C.** $\left(\frac{16}{5};+\infty\right)$. **D.** $\left(3;\frac{13}{4}\right)$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Lời giải

Chọn B

Ta có $h'(x)=f'(x+7)-2g'\left(2x+\frac{9}{2}\right)$.

Nhìn vào đồ thị của hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ ta thấy trên khoảng $(3;8)$ thì $g'(x)<5$ và $f'(x)>10$. Do đó $f'(x)>2g'(x)$.

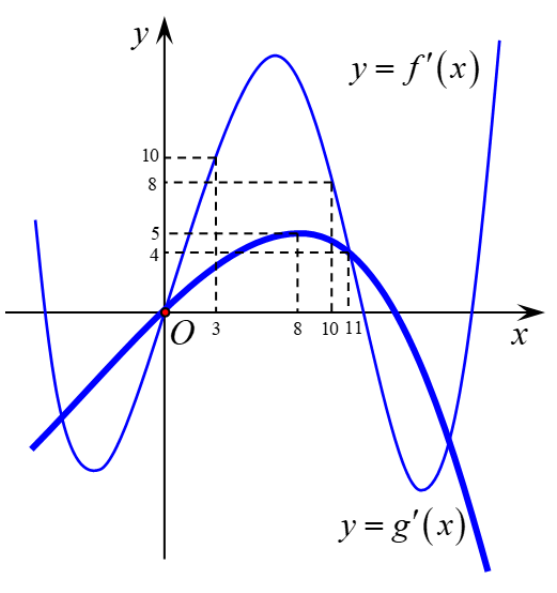
Như vậy: $g'\left(2x+\frac{9}{2}\right)<5$ nếu $3<2x+\frac{9}{2}<8 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}<x<\frac{7}{4}$.

$f'(x+7)>10$ nếu $3<x+7<8 \Leftrightarrow -4<x<1$.

Suy ra trên khoảng $\left(-\frac{3}{4};1\right)$ thì $g'\left(2x+\frac{9}{2}\right)<5$ và $f'(x+7)>10$ hay $h'(x)>0$.

Tức là trên khoảng $\left(-\frac{3}{4};0\right)$ hàm số $h(x)$ đồng biến.

Câu 55: **(Câu 50 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hai hàm số $y=f(x), y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó **đường cong đậm hơn** là đồ thị của hàm số $y=g'(x)$.



Hàm số $h(x)=f(x+4)-g\left(2x-\frac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(5;\frac{31}{5}\right)$. **B.** $\left(\frac{9}{4};3\right)$. **C.** $\left(\frac{31}{5};+\infty\right)$. **D.** $\left(6;\frac{25}{4}\right)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $h'(x)=f'(x+4)-2g'\left(2x-\frac{3}{2}\right)$.

Hàm số $h(x)=f(x+4)-g\left(2x-\frac{3}{2}\right)$ đồng biến $\Leftrightarrow h'(x)\ge 0 \Leftrightarrow f'(x+4)-2g'\left(2x-\frac{3}{2}\right)\ge 0$

$\Leftrightarrow f'(x+4)\ge 2g'\left(2x-\frac{3}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3\le x+4\le 8 \\ 3\le 2x-\frac{3}{2}\le 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1\le x\le 4 \\ 3+\frac{3}{2}\le 2x\le 8+\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1\le x\le 4 \\ \frac{9}{2}\le 2x\le \frac{19}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1\le x\le 4 \\ \frac{9}{4}\le x\le \frac{19}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{9}{4}\le x\le \frac{19}{4}.$$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

CHUYÊN ĐỀ 2: CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ
Môn: TOÁN
(CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP TỪ ĐỀ THI BGD)
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: **(Câu 20 -MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x-1)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Câu 2: **(Câu 23 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+2)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Xét $f'(x)=x(x+2)^2$. Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x+2)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm suy ra hàm số có một cực trị.

Câu 3: **(Câu 17 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Bảng dấu $f'(x)$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Từ bảng dấu suy ra hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Cách 2: (Trắc nghiệm)

Nhận thấy $f'(x)=0$ có 2 nghiệm đơn và 1 nghiệm bội lẻ nên hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 4: **(Câu 26 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+4)^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-4 \end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$		-4		0		1		$+\infty$
f'		−	0	+	0	−	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ suy ra hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

Câu 5: **(Câu 32 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

x	$-\infty$		-1		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	0	−	0	+	

Từ bảng xét dấu ta suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Nhận xét: Vì 3 nghiệm của $f'(x)$ đều là nghiệm bội lẻ nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 6: **(Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=4 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

x	$-\infty$		-1		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	CT	↗	CĐ	↘	CT	↗	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực đại.

Câu 7: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-4\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$		-4		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số $f(x)$ có một điểm cực đại.

Câu 8: **(Câu 19 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=x(x-2)^2$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x-2)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘		↗			$+\infty$

Vậy hàm số có một điểm cực trị.

Câu 9: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.. **B.** 0.. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Có $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}>0,\forall x\neq-1$ nên hàm số không có cực trị.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 10: **(Câu 6 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng -3. **B.** Cực tiểu của hàm số bằng 1.

C. Cực tiểu của hàm số bằng -6. **D.** Cực tiểu của hàm số bằng 2

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow x^2+2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=1\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên. Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và giá trị cực tiểu bằng 2.

Câu 11: **(Câu 5 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ của hàm số $y=x^3-3x+2$.

A. $y_{CĐ}=4$. **B.** $y_{CĐ}=1$. **C.** $y_{CĐ}=0$. **D.** $y_{CĐ}=-1$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-3\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\ \Rightarrow y(1)=0\\x=-1\ \Rightarrow y(-1)=4\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số bằng 4.

Câu 12: **(Câu 40 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

A. $P(1;0)$. **B.** $M(0;-1)$. **C.** $N(1;-10)$. **D.** $Q(-1;10)$

Lời giải

Chọn C

$y'=3x^2-6x$. Cho $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ \Rightarrow A(0;1)\\x=2\ \Rightarrow B(2;-21)\end{array}\right.$

$\overrightarrow{AB}=(2;-22)\Rightarrow AB:22(x-0)+2(y+1)=0\Leftrightarrow 11x+y-1=0$. Ta thấy $N(1;-10)\in AB$.

Câu 13: **(Câu 39 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+5$ có hai điểm cực trị A và B. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

A. $S=9$. **B.** $S=\dfrac{10}{3}$. **C.** $S=5$. **D.** $S=10$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=-3x^2+6x$, $y'=0\Leftrightarrow -3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Nên $A(0;5),B(2;9)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(2;4)\Rightarrow AB=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}$.

Phương trình đường thẳng AB: $y=2x+5$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Diện tích tam giác OAB là: $S=5$.

Câu 14: **(Câu 12 - MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2021 – L2)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	5	↘	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2

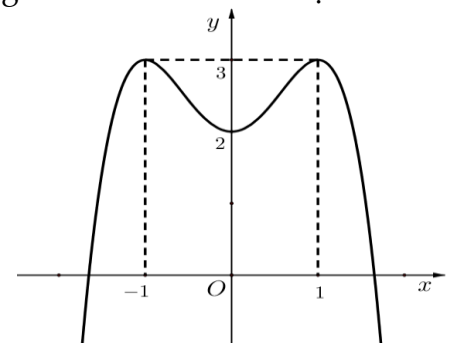
Lời giải

Chọn D

Từ BTT ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5 \end{array}\right.$

Suy ra hàm số có 2 cực trị.

Câu 15: **(Câu 26 - MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2021 – L2)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c,\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:



A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta thấy điểm cực tiểu của hàm số là $x = 0$.

Câu 16: **(Câu 1 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=-2$. **B.** $y_{CĐ}=2$ và $y_{CT}=0$.

C. $y_{CĐ}=-2$ và $y_{CT}=2$. **D.** $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=0$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=0$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 17: **(Câu 4 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

A. Hàm số có ba điểm cực trị. **B.** Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0. **D.** Hàm số có hai điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn C

Câu 18: **(Câu 7 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	4	↗	5	↘	$-\infty$

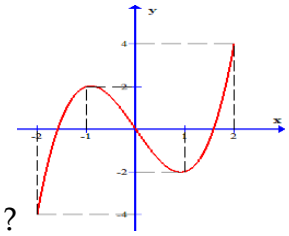
A. $y_{CĐ} = 5$. **B.** $y_{CT} = 0$. **C.** $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 4$. **D.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 5$

Lời giải

Chọn A

Từ BBT suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 1$, giá trị cực đại $y_{CĐ} = y(1) = 5$.

Câu 19: **(Câu 3 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây



?

A. $x = -2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = -1$..

Câu 20: **(Câu 4 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

A. Hàm số có đúng một cực trị.
B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Lời giải

Chọn D

Đáp án A sai vì hàm số có 2 điểm cực trị.
Đáp án B sai vì hàm số có giá trị cực tiểu $y=-1$ khi $x=0$.
Đáp án C sai vì hàm số không có GTLN và GTNN trên $\mathbb{R}$.
Đáp án D đúng vì hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 21: **(Câu 34 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Quan sát bảng xét dấu $f'(x)$ ta có: $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi đi qua các điểm $x=\pm 2$.
Do hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số có 2 điểm cực đại.

Câu 22: **(Câu 36 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$ và $x=2$. Vậy hàm số có 2 cực tiểu.

Câu 23: **(BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu cuả $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$f(-1)$	$\nearrow$	$f(0)$	$\searrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$f(2)$	$\nearrow$	

Do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ và $x=1$.

Câu 24: **(Câu 33 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng xét dấu ta thấy: $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x=-1$ và $x=1$.

Mà hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực đại là $x=-1$ và $x=1$.

Câu 25: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$, như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng xét dấy ta thấy $f'(x)$ đổi dấu qua $x=-1$ và $x=1$ nên hàm số có 2 cực trị.

Câu 26: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=5$. **D.** $x=2$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy y' đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$ tại $x=2$.

Nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 27: **(Câu 42 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

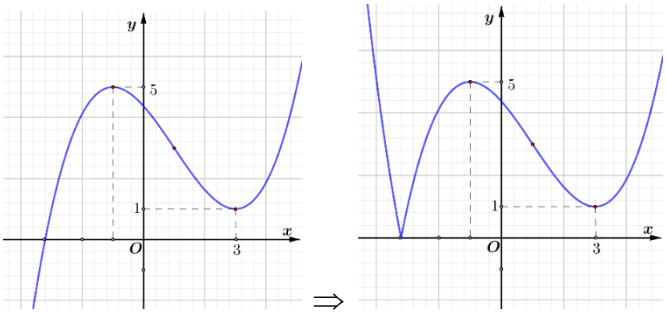
x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5

Lời giải

Chọn C



Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị $y=f\left(x\right)$ có 2 điểm cực trị nằm phía trên trục Ox và cắt trục Ox tại 1 điểm duy nhất. Suy ra đồ thị $y=\left|f\left(x\right)\right|$ sẽ có 3 điểm cực trị.

Câu 28: **(Câu 10 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Biết $M\left(0;2\right)$, $N\left(2;-2\right)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Tính giá trị của hàm số tại $x=-2$.

A. $y\left(-2\right)=2$. **B.** $y\left(-2\right)=22$. **C.** $y\left(-2\right)=6$. **D.** $y\left(-2\right)=-18$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$.

Vì $M\left(0;2\right), N\left(2;-2\right)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số nên:

$$\begin{cases} y'\left(0\right)=0 \\ y'\left(2\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ 12a+4b+c=0 \end{cases} \left(1\right)$$

$$\begin{cases} y\left(0\right)=2 \\ y\left(2\right)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=2 \\ 8a+4b+2c+d=-2 \end{cases} \left(2\right)$$

Từ $\left(1\right)$ và $\left(2\right)$ suy ra: $\begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=2 \end{cases} \Rightarrow y=x^3-3x^2+2 \Rightarrow y\left(-2\right)=-18$.

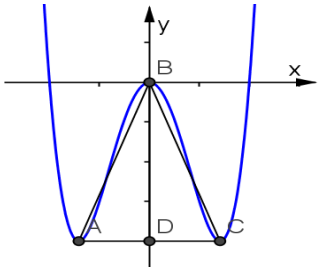
Câu 29: **(Câu 45 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $m>0$. **B.** $m<1$. **C.** $0<m<\sqrt[3]{4}$. **D.** $0<m<1$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Lời giải

Chọn D



Điều kiện để hàm số có 3 cực trị là $m>0$.

$$y'=4x^3-4mx;\, y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=0\\x_2=-\sqrt{m}\\x_3=\sqrt{m}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y_1=0\\y_2=-m^2\\y_3=-m^2\end{array}\right.$$

Các điểm cực trị tạo thành tam giác cân có đáy bằng $2\sqrt{m}$, đường cao bằng m^2. (như hình minh họa)

Ta được $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AC.BD=\sqrt{m}.m^2$. Để tam giác có diện tích nhỏ hơn 1 thì $\sqrt{m}.m^2<1\Leftrightarrow 0<m<1$..

Câu 30: **(Câu 31 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m-1)x^4-2(m-3)x^2+1$ không có cực đại?

A. $1\le m\le 3$. **B.** $m\le 1$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $1<m\le 3$

Lời giải

Chọn A

TH1: Nếu $m=1\Rightarrow y=4x^2+1$. Suy ra hàm số không có cực đại.

TH2: Nếu $m>1$.

Để hàm số không có cực đại thì $-2(m-3)\ge 0\Leftrightarrow m\le 3$. Suy ra $1<m\le 3$.

Vậy $1\le m\le 3$.

Câu 31: **(Câu 32 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=5$. **D.** $m=-7$

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=x^2-2mx+(m^2-4)$; $y''=2x-2m$.

Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$ khi và chỉ khi: $\begin{cases}y'(3)=0\\y''(3)<0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}9-6m+m^2-4=0\\6-2m<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-6m+5=0\\m>3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=1(L)\\m=5(TM)\end{array}\right.\\m>3\end{cases}.$$

Vậy $m=5$ là giá trị cần tìm.

Câu 32: **(MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^8+(m-1)x^5-(m^2-1)x^4+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$?

A. 3. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1

Lời giải

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Chọn B

Ta có: $y'=8x^7+5(m-1)x^4-4(m^2-1)x^3+1=x^3\left(8x^4+5(m-1)x-4\left(m^2-1\right)\right)$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\8x^4+5(m-1)x-4\left(m^2-1\right)=0\end{array}\right.\qquad(1)$$

*Nếu $m=1$ thì $y'=8x^7$, suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

*Nếu $m=-1$ thì $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\8x^4-10x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt[3]{\frac{5}{4}}\end{array}\right.$, nhưng $x=0$ là nghiệm bội chẵn nên không phải cực trị.

*Nếu $m\neq\pm1$: khi đó $x=0$ là nghiệm bội lẻ. Xét $g(x)=8x^4+5(m-1)x-4\left(m^2-1\right)$. Để $x=0$ là điểm cực tiểu thì $\lim\limits_{x\to0^-}g(x)=-4(m^2-1)>0\Leftrightarrow m^2-1<0\Leftrightarrow-1<m<1$. Vì m nguyên nên chỉ có giá trị $m=0$.

Vậy chỉ có hai tham số m nguyên để hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ là $m=0$ và $m=1$.

Câu 33: **(Câu 36 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^8+(m-2)x^5-\left(m^2-4\right)x^4+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** Vô số

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=x^8+(m-2)x^5-\left(m^2-4\right)x^4+1\Rightarrow y'=8x^7+5(m-2)x^4-4\left(m^2-4\right)x^3$.

$y'=0\Leftrightarrow x^3\left(8x^4+5(m-2)x-4\left(m^2-4\right)\right)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\g(x)=8x^4+5(m-2)x-4\left(m^2-4\right)=0\end{array}\right.$$

Xét hàm số $g(x)=8x^4+5(m-2)x-4\left(m^2-4\right)$ có $g'(x)=32x^3+5(m-2)$.

Ta thấy $g'(x)=0$ có một nghiệm nên $g(x)=0$ có tối đa hai nghiệm

+ TH1: Nếu $g(x)=0$ có nghiệm $x=0\Rightarrow m=2$ hoặc $m=-2$

Với $m=2$ thì $x=0$ là nghiệm bội 4 của $g(x)$. Khi đó $x=0$ là nghiệm bội 7 của y' và y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua điểm $x=0$ nên $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m=2$ thỏa ycbt.

Với $m=-2$ thì $g(x)=8x^4-20x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt[3]{\frac{5}{2}}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$\sqrt[3]{\frac{5}{2}}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘		↘		↗	$+\infty$

Dựa vào BBT $x=0$ không là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m=-2$ không thỏa ycbt.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

+ TH2: $g(0)\neq 0 \Leftrightarrow m\neq \pm 2$. Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=0 \Leftrightarrow g(0)>0$ $\Leftrightarrow m^2-4<0 \Leftrightarrow -2<m<2$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1\}$.

Vậy cả hai trường hợp ta được 4 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

Câu 34: **(Câu 42 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^8+(m-3)x^5-(m^2-9)x^4+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$?

A. 4. **B.** 7. **C.** 6. **D.** Vô số

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=x^8+(m-3)x^5-(m^2-9)x^4+1 \Rightarrow y'=8x^7+5(m-3)x^4-4(m^2-9)x^3$.

$y'=0 \Leftrightarrow x^3\left(8x^4+5(m-3)x-4(m^2-9)\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ g(x)=8x^4+5(m-3)x-4(m^2-9)=0 \end{array}\right.$$

Xét hàm số $g(x)=8x^4+5(m-3)x-4(m^2-9)$ có $g'(x)=32x^3+5(m-3)$.

Ta thấy $g'(x)=0$ có một nghiệm nên $g(x)=0$ có tối đa hai nghiệm

+) TH1: Nếu $g(x)=0$ có nghiệm $x=0 \Rightarrow m=3$ hoặc $m=-3$

Với $m=3$ thì $x=0$ là nghiệm bội 4 của $g(x)$. Khi đó $x=0$ là nghiệm bội 7 của y' và y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua điểm $x=0$ nên $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m=3$ thỏa ycbt.

Với $m=-3$ thì $g(x)=8x^4-30x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt[3]{\frac{15}{4}} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$\sqrt[3]{\frac{15}{4}}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘		↘		↗	$+\infty$

Dựa vào BBT $x=0$ không là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m=-3$ không thỏa ycbt.

+) TH2: $g(0)\neq 0 \Leftrightarrow m\neq \pm 3$. Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=0 \Leftrightarrow g(0)>0$ $\Leftrightarrow m^2-9<0 \Leftrightarrow -3<m<3$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Vậy cả hai trường hợp ta được 6 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

Câu 35: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^8+(m-4)x^5-(m^2-16)x^4+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

A. 8. **B.** Vô số. **C.** 7. **D.** 9

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=8x^7+5(m-5)x^4-4(m^2-16)x^3=x^3\left[8x^4+5(m-4)x-4(m^2-16)\right]=x^3.g(x)$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Với $g(x)=8x^4+5(m-5)x-4(m^2-16)$.

● Trường hợp 1: $g(0)=0 \Leftrightarrow m=\pm 4$.

Với $m=4 \Rightarrow y'=8x^7$. Suy ra $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Với $m=-4 \Rightarrow y'=8x^4(x^3-5)$. Suy ra $x=0$ không là điểm cực trị của hàm số.

● Trường hợp 2: $g(0)\neq 0 \Leftrightarrow m\neq \pm 4$.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ thì qua giá trị $x=0$ dấu của y' phải chuyển từ âm sang dương do đó $g(0)>0 \Leftrightarrow -4<m<4$.

Kết hợp hai trường hợp ta được $-4<m\leq 4$.

Do $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-3;-2;-1;0;1;2;3;4\}$. Vậy có 8 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 36: **(Câu 46 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-1)x$ có hai điểm cực trị A và B sao cho A,B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d: y=5x-9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 0. **B.** 6. **C.** -6. **D.** 3

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=x^2-2mx+(m^2-1)$

$$\Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m-1 \\ x=m+1 \end{array}\right. \Rightarrow A\left(m-1;\frac{m^3-3m+2}{3}\right) \text{ và } B\left(m+1;\frac{m^3-3m-2}{3}\right)$$

Dễ thấy phương trình đường thẳng $AB: y=-\frac{2}{3}x+\frac{m(m^2-1)}{3}$ nên AB không thể song song hoặc trùng với $d \Rightarrow A,B$ cách đều đường thẳng $d: y=5x-9$ nếu trung điểm I của AB nằm trên d

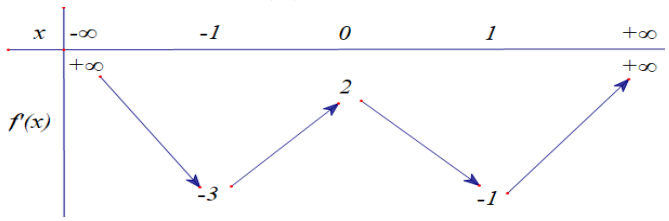
$$I\left(m;\frac{m^3-3m}{3}\right)\in d \Rightarrow \frac{m^3-3m}{3}=5m-9 \Leftrightarrow m^3-18m+27=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=\frac{-3\pm 3\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$$

Với $m=3 \Rightarrow A,B$ thỏa điều kiện nằm khác phía so với d.

Với $m=\frac{-3\pm 3\sqrt{5}}{2} \Rightarrow A,B$ thỏa điều kiện nằm khác phía so với d.

Tổng các phần tử của S bằng 0.

Câu 37: **(Câu 48 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Vì $b\neq c\neq d$ do thuộc các khoảng khác nhau (như $(*)$) nên các nghiệm x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7 đều khác nhau và khác $x_1=-\frac{1}{2}$. Do đó $y'=0$ có 7 nghiệm đơn phân biệt nên y' đổi dấu 7 lần suy ra hàm số có 7 điểm cực trị. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(4x^2-4x)$ là

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a\in(-\infty;-1) \\ x=b\in(-1;0) \\ x=c\in(0;1) \\ x=d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$.

Ta có: $y'=(8x-4)f'(4x^2-4x)$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8x-4=0 \\ f'(4x^2-4x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2} \\ 4x^2-4x=a\in(-\infty;-1) \\ 4x^2-4x=b\in(-1;0) \\ 4x^2-4x=c\in(0;1) \\ 4x^2-4x=d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$.

Ta có khi $x=\frac{1}{2} \Rightarrow 4x^2-4x=-1$ và $f'(-1)=-3\neq 0$

Mặt khác: $4x^2-4x=(2x-1)^2-1\geq -1$ nên:

- $4x^2-4x=a$ vô nghiệm.
- $4x^2-4x=b$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.
- $4x^2-4x=c$ có 2 nghiệm phân biệt x_3, x_4.
- $4x^2-4x=d$ có 2 nghiệm phân biệt x_5, x_6.

Vậy phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm bội lẻ phân biệt nên hàm số có 7 điểm cực trị.

Cách 2:

Gọi m đại diện cho các tham số ta xét phương trình $4x^2-4x-m=0$ có $\Delta'=4(m+1)$, $\Delta'>0 \Rightarrow m>-1$.

Vậy với mỗi giá trị b,c,d thuộc khoảng đã cho phương trình $f'(4x^2-4x)=0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm bội lẻ phân biệt nên hàm số có 7 điểm cực trị.

Câu 38: **(Câu 48 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2+2x)$ là

A. 3. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Chọn D

Xét hàm số $y = f\left(x^2+2x\right)$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = (2x+2)f'\left(x^2+2x\right)$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm $f'(x)$ ta được

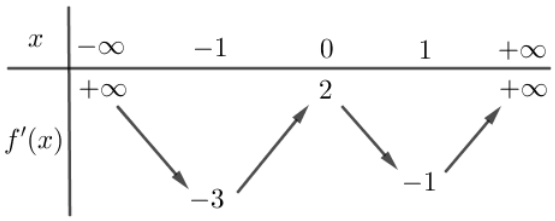
$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x^2+2x=a \\ x^2+2x=b \\ x^2+2x=c \\ x^2+2x=d \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ (x+1)^2=a+1 \quad (1) \\ (x+1)^2=b+1 \quad (2) \\ (x+1)^2=c+1 \quad (3) \\ (x+1)^2=d+1 \quad (4) \end{array}\right.$$, trong đó $a<-1<b<0<c<1<d$.

Do $a<-1<b<0<c<1<d$ nên $\begin{cases} a+1<0 \\ b+1>0 \\ c+1>0 \\ d+1>0 \end{cases}$.

Khi đó phương trình (1) vô nghiệm. Các phương trình $(2),(3),(4)$ mỗi phương trình đều có 2 nghiệm phân biệt và khác nhau, cùng khác -1. Suy ra phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm đơn.

Vậy hàm số $y = f\left(x^2+2x\right)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 39: **(Câu 46 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau



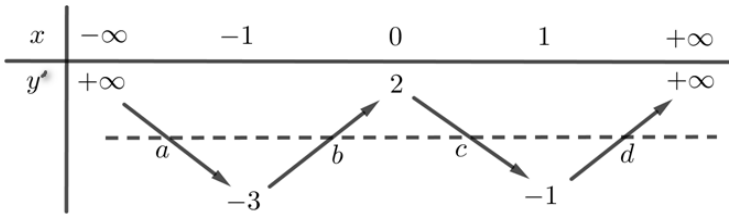
Số điểm cực trị của hàm số $y = f\left(x^2-2x\right)$ là

A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Cách 1



Từ bảng biến thiên ta có phương trình $f'(x)=0$ có các nghiệm tương ứng là

$$\left[\begin{array}{l} x=a, a\in(-\infty;-1) \\ x=b, b\in(-1;0) \\ x=c, c\in(0;1) \\ x=d, d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Xét hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)\Rightarrow y'=2(x-1)f'\left(x^2-2x\right)$.

Giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow 2(x-1)f'\left(x^2-2x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=0\\ f'\left(x^2-2x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=1 & \\ x^2-2x=a & (1)\\ x^2-2x=b & (2)\\ x^2-2x=c & (3)\\ x^2-2x=d & (4)\end{array}\right.$.

Xét hàm số $h(x)=x^2-2x$ ta có $h(x)=x^2-2x=-1+(x-1)^2\geq -1,\forall x\in\mathbb{R}$ do đó

Phương trình $x^2-2x=a,(a<-1)$ vô nghiệm.

Phương trình $x^2-2x=b,(-1<b<0)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ không trùng với nghiệm của phương trình (1).

Phương trình $x^2-2x=c,(0<c<1)$ có hai nghiệm phân biệt $x_3;x_4$ không trùng với nghiệm của phương trình (1) và phương trình (2).

Phương trình $x^2-2x=d,(d>1)$ có hai nghiệm phân biệt $x_5;x_6$ không trùng với nghiệm của phương trình (1) và phương trình (2) và phương trình (3).

Vậy phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm phân biệt nên hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có 7 điểm cực trị.

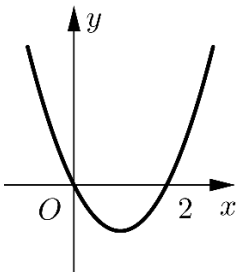
Cách 2

Từ bảng biến thiên ta có phương trình $f'(x)=0$ có các nghiệm tương ứng là $\left[\begin{array}{l}x=a,a\in(-\infty;-1)\\ x=b,b\in(-1;0)\\ x=c,c\in(0;1)\\ x=d,d\in(1;+\infty)\end{array}\right.$

Xét hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)\Rightarrow y'=2(x-1)f'\left(x^2-2x\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow 2(x-1)f'\left(x^2-2x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=0\\ f'\left(x^2-2x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=1 & \\ x^2-2x=a & (1)\\ x^2-2x=b & (2)\\ x^2-2x=c & (3)\\ x^2-2x=d & (4)\end{array}\right.$$

Vẽ đồ thị hàm số $h(x)=x^2-2x$

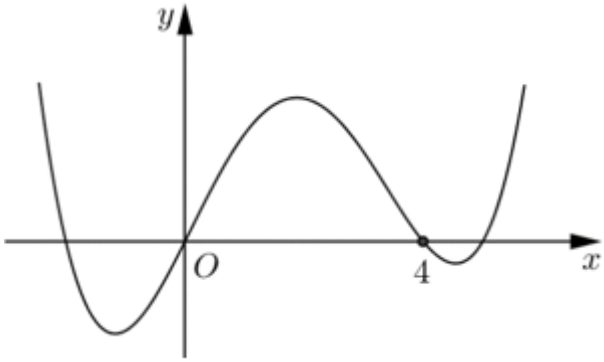


Dựa vào đồ thị ta thấy: phương trình (1) vô nghiệm. Các phương trình $(2);(3);(4)$ mỗi phương trình có 2 nghiệm. Các nghiệm đều phân biệt nhau.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Vậy phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm phân biệt nên hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 40: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình dưới đây



Số điểm cực trị của hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^3+3x^2\right)$ là

A. 5.. **B.** 3.. **C.** 7.. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $u=x^3+3x^2$ ta có $u'=3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

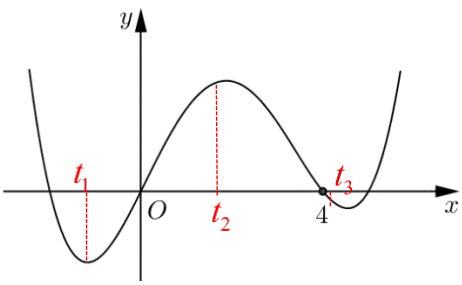
x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
u'		$+$	0	$-$	0	$+$	
u	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Xét hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^3+3x^2\right)$, ta có $g'\left(x\right)=\left(3x^2+6x\right)f'\left(x^3+3x^2\right)$

$$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2+6x=0\\f'\left(x^3+3x^2\right)=0\end{array}\right.$$

Phương trình $3x^2+6x=0$ có hai nghiệm phân biệt $x=-2,\ x=0$.

Từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$



Suy ra: phương trình $f'\left(x^3+3x^2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^3+3x^2=t_1\in\left(-\infty;0\right) & (1)\\x^3+3x^2=t_2\in\left(0;4\right) & (2)\\x^3+3x^2=t_3\in\left(4;+\infty\right) & (3)\end{array}\right.$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $u=x^3+3x^2$ ta thấy:

(1) có 1 nghiệm duy nhất

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

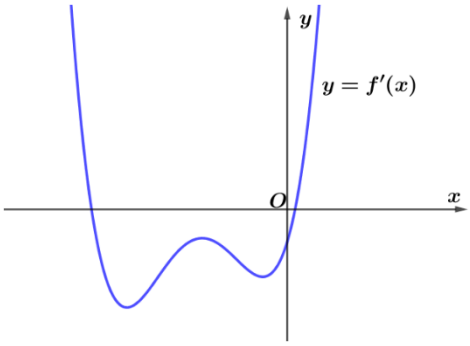
(2) có 3 nghiệm phân biệt

(3) có 1 nghiệm duy nhất.

Suy ra $g'(x)=0$ có 7 nghiệm phân biệt và $g'(x)$ đổi dấu qua các nghiệm này nên hàm số $g(x)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 41: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là hàm bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x^3)-x\right|$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

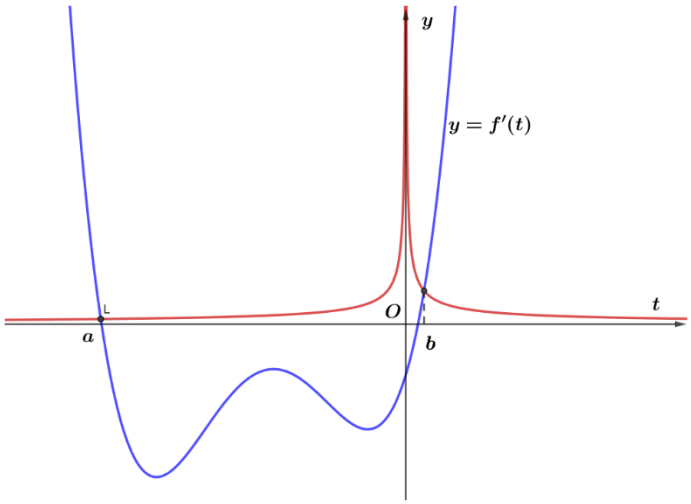


Lời giải

Chọn A

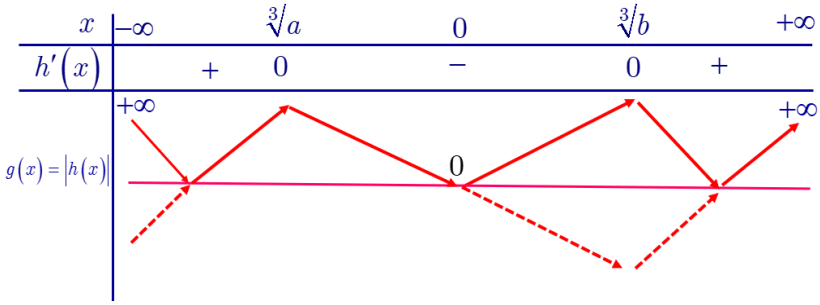
Xét hàm số $h(x)=f(x^3)-x$. Ta có: $h'(x)=3x^2f'(x^3)-1$.

Với $x\neq 0$ thì $h'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2f'(x^3)-1=0\Leftrightarrow f'(x^3)=\dfrac{1}{3x^2}$ $(*)$.



Đặt $t=x^3$. Khi đó phương trình $(*)$

trở thành: $f'(t)=\dfrac{1}{3\sqrt[3]{t^2}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=a\,(a<0)\\t=b\,(b>0)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt[3]{a}\,(a<0)\\x=\sqrt[3]{b}\,(b>0)\end{array}\right.$. Ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)=\left|f(x^3)-x\right|$ có 5 cực trị.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Chú ý: Do $y = f'(x)$ là hàm bậc bốn và có hệ số x^4 dương nên $y = f(x)$ là hàm số bậc năm có hệ số của x^5 dương suy ra $y = f(x^3)$ là hàm số bậc 15 và có hệ số x^{15} dương. Do đó $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = +\infty$.

Câu 42: **(Câu 44) (BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hàm số bậc 4 có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^4\left[f(x-1)\right]^2$ là

A. 7. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Cách 1. Từ giả thiết đề bài đã cho ta thấy rằng hàm số $f(x)$ có dạng $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$.

Sử dụng giả thiết ta được

$$f(x) = 4x^4 - 8x^2 + 3 \Rightarrow f'(x-1) = 16(x-1)^3 - 16(x-1) = 16x(x-1)(x-2)$$

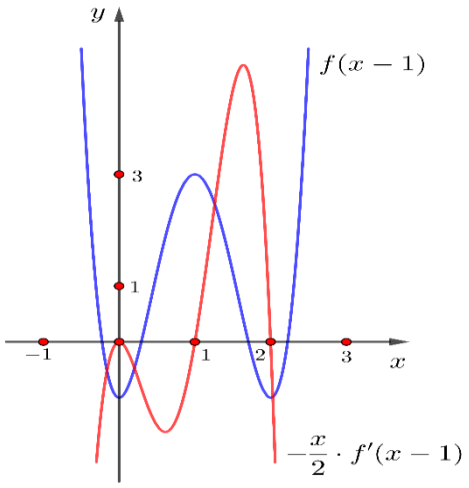
Ta có

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3\left[f(x-1)\right]^2 + 2x^4.f(x-1).f'(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f(x-1) = 0 \\ 2f(x-1) + x.f'(x-1) = 0 \quad (*) \end{array}\right.$$

Xét phương trình $(*) \Leftrightarrow f(x-1) = -\frac{x}{2}.f'(x-1)$, ta có $-\frac{x}{2}.f'(x-1) = -8x^2(x-1)(x-2)$.

Biểu diễn hai hàm số $f(x-1)$ và $-\frac{x}{2}.f'(x-1)$ trên cùng một đồ thị đồ thị ta có



Như vậy phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

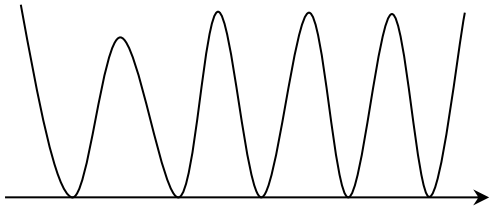
Xét phương trình $f(x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x-1)^2=\dfrac{3}{2}\\(x-1)^2=\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{2}+1\\x=\dfrac{5}{4}\\x=\dfrac{3}{4}\end{array}\right.$.

Thay 4 nghiệm này vào phương trình $(*)$ thì ta thấy rằng các nghiệm của phương trình này không phải là nghiệm của phương trình $(*)$.

Vậy hàm số đã cho có tất cả 9 điểm cực trị.

Cách 2.

Từ bảng biến thiên, ta nhận thấy rằng phương trình $f(x-1)=0$ có 4 nghiệm phân biệt khác 0, suy ra phương trình $g(x)=x^4\left[f(x-1)\right]^2=0$ có tất cả 5 nghiệm bội chẵn, khi đó đồ thị hàm số $g(x)$ sẽ có dạng như sau



Như vậy hàm $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Câu 43: **(Câu 44) (ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hàm số $f(x)$ bậc 4 có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=x^4\left[f(x+1)\right]^2$ là

A. 11. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta chọn hàm bậc bốn $y=f(x)=5x^4-10x^2+3$ có bảng biến thiên như đề cho.

Ta có $g'(x)=4x^3\left[f(x+1)\right]^2+x^4.2.f(x+1)f'(x+1)=0$

$$\Leftrightarrow 2x^3.f(x+1).\left[2f(x+1)+xf'(x+1)\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}x^3=0 & (1)\\f(x+1)=0 & (2)\\2f(x+1)+xf'(x+1)=0 & (3)\end{array}\right.$$

+ Phương trình (1) có nghiệm bội $x=0$.

+ Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta có phương trình $f(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt $x\neq 1 \Rightarrow$ Phương trình (2): $f(x+1)=0$ có 4 nghiệm phân biệt $x\neq 0$.

+ Giải (3): Đặt $x+1=t \Rightarrow x=t-1$, phương trình (3) trở thành:

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

$$2f(t)+(t-1).f'(t)=0 \Leftrightarrow 2\left(5t^4-10t^2+3\right)+(t-1)\left(20t^3-20t\right)=0$$

$$\Leftrightarrow 30t^4-20t^3-40t^2+20t+6=0 \qquad (3')$$

Bấm MTCT thấy phương trình (3′) có 4 nghiệm phân biệt $t\neq 1$.

$\Rightarrow$ Phương trình (3) có 4 nghiệm phân biệt $x\neq 0$.

Ngoài ra, nghiệm của phương trình (2) không phải là nghiệm của phương trình (3) vì những giá trị x thỏa mãn $f(x+1)=0$ không thỏa mãn phương trình (3).

Do đó phương trình $g'(x)=0$ có 9 nghiệm phân biệt nên hàm số $g(x)=x^4\left[f(x+1)\right]^2$ có 9 điểm cực trị.

Câu 44: **(Câu 46 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Cho hàm số $f(x)$ là hàm số bậc bốn thoả mãn $f(0)=0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\frac{61}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $g(x)=\left|f(x^3)-3x\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

- Bảng biến thiên hàm số $f(x)$

x	$-\infty$		-3		-1		x_0		$+\infty$
$f'(x)$			$-$				0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$				$\nearrow$			$+\infty$

- Đặt $h(x)=f(x^3)-3x \Rightarrow h'(x)=3x^2f'(x^3)-3=0 \Leftrightarrow f'(x^3)=\frac{1}{x^2}$
- Đặt $t=x^3 \Rightarrow x=\sqrt[3]{t}$ thế vào phương trình trên ta được $f'(t)=\frac{1}{\sqrt[3]{t^2}}$ (1)
- Xét hàm số $y=\frac{1}{\sqrt[3]{t^2}} \Rightarrow y'=-\frac{2}{3\sqrt[3]{t^5}}$, $\lim\limits_{t\to\pm\infty} y=0$.
- Bảng biến thiên của hàm số $y=\frac{1}{\sqrt[3]{t^2}}$

t	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	||	$-$	
y	0	$\nearrow$	$+\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	0

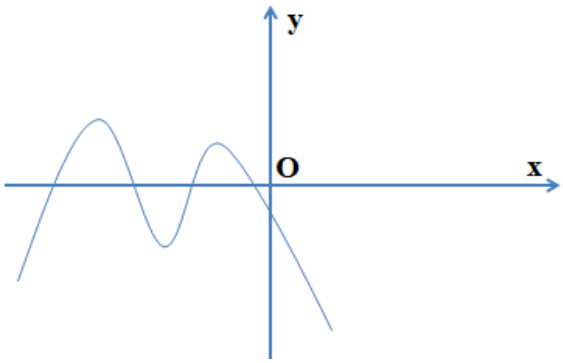
- Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có một nghiệm $t=a>0$.
- Bảng biến thiên

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

x	$-\infty$		0		$\sqrt[3]{a}$		$+\infty$
$h'(x)$		$-$			0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0		$f(a)-3\sqrt[3]{a}$	$\nearrow$	$+\infty$
$g(x)=\lvert h(x)\rvert$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$3\sqrt[3]{a}-f(a)$	$\searrow$ 0 $\nearrow$	$+\infty$

◆ Vậy hàm số $g(x)$ có 3 cực trị.

Câu 45: **(Câu 45 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 – 2021)** Cho hàm số $y=f(x)$ với $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là một hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong như hình dưới đây



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x^4)+x^2\right|$ là

A. 3. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $h(x)=f(x^4)+x^2 \Rightarrow h'(x)=2x\left(2x^2.f'(x^4)+1\right)$

$$h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 2x^2 f'(x^4)+1=0\,(1) \end{array}\right.$$

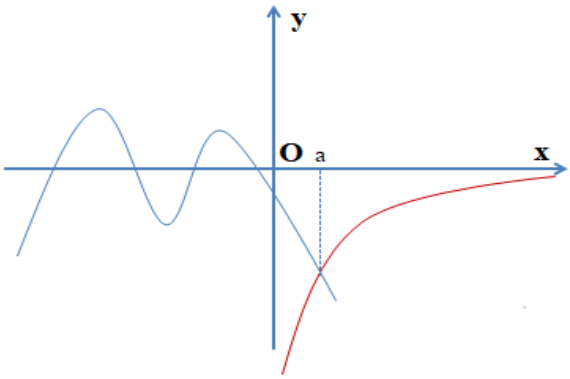
Giải phương trình (1)

Đặt $x^4=t\,(t\ge 0)$, ta có phương trình $2\sqrt{t}\,f'(t)+1=0 \Leftrightarrow f'(t)=-\dfrac{1}{2\sqrt{t}}\,(2)$ (Vì $t=0$ không thỏa mãn)

Số nghiệm của phương trình (2) chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và đồ thị hàm số $y=-\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$

Ta có các đồ thị như sau

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM



Căn cứ đồ thị, suy ra phương trình (2) có nghiệm duy nhất $t=a>0\Rightarrow x^4=a\Leftrightarrow x=\pm\sqrt[4]{a}$

Căn cứ đồ thị hàm số $y=f'(t)\Rightarrow \lim\limits_{t\to+\infty}\left(f'(t)\right)=-\infty\Rightarrow \lim\limits_{t\to+\infty}\left(2\sqrt{t}f'(t)+1\right)=-\infty$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=h(x)$ và $y=g(x)$ như sau:

x	$-\infty$		$-\sqrt[4]{a}$		0		$\sqrt[4]{a}$		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	0				0				$-\infty$
$g(x)$	$+\infty$		$-\infty$						$+\infty$
			0		0		0		

Câu 46: **(Câu 46 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=x^2\left[f(x+1)\right]^4$ là

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

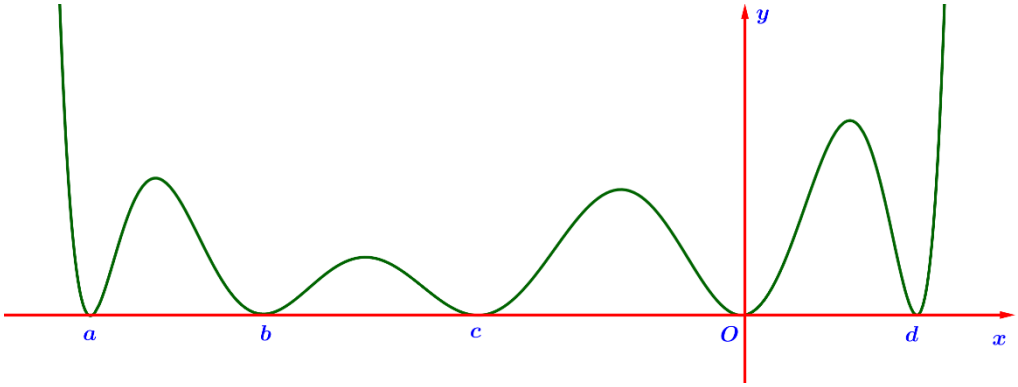
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Nhận xét $\begin{cases} g(x) \ge 0, \forall x \\ \lim\limits_{x \to \pm\infty} g(x) = +\infty \end{cases}$.

Cho $g(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 0 \\ \left[f(x+1)\right]^4 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f(x+1) = 0 \end{array}\right.$

Nhận thấy: Tịnh tiến đồ thị $f(x)$ sang trái 1 đơn vị ta thu được đồ thị của $f(x+1)$

Do đó $f(x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a,\ a < -2 \\ x = b,\ -2 < b < -1 \\ x = c,\ -1 < c < 0 \\ x = d,\ d > 0 \end{array}\right.$



Vì thế $g(x) = 0$ có 5 nghiệm phân biệt

Hay đồ thị $g(x)$ có 5 điểm tiếp xúc với trục hoành

Vậy hàm số $g(x)$ có 9 cực trị.

Câu 47: **(Câu 45 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biế thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^2\left[f(x-1)\right]^4$ là

A. 7. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Ta có hàm số $g(x)$ liên tục và có đạo hàm là

$$g'(x) = 2x.\left[f(x-1)\right]^4 + 4.x^2.f'(x-1).\left[f(x-1)\right]^3 = 2x\left[f(x-1)\right]^3.\left(f(x-1) + 2xf'(x-1)\right)$$

Cho $g(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_1 = 0 \\ f(x-1) = 0 \\ f(x-1) + 2x.f'(x-1) = 0 \end{array}\right.$.

* Với phương trình $f(x-1) = 0$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Vì $f(x)$ là hàm bậc bốn và có bảng biến thiên như trên ta thấy phương trình $f(x-1)=0$ có bốn nghiệm đơn phân biệt x_2, x_3, x_4, x_5 khác x_1.

* Với phương trình $f(x-1)+2xf'(x-1)=0$

Ta thấy phương trình không nhận các số x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 làm nghiệm.

Gọi $f(x)=ax^4+bx^2+c$, vì $f'(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt $-1;0;1$ và $f(0)=-1, f(1)=3$ nên $c=-1, a=-4, b=8$, suy ra $f(x)=-4x^4+8x^2-1$.

Đặt $t=x-1$, phương trình $f(x-1)+2xf'(x-1)=0$ trở thành $f(t)+2(t+1)f'(t)=0$

$\Leftrightarrow -4t^4+8t^2-1+2(t+1)(-16t^3+16t)=0 \Leftrightarrow -36t^4-32t^3+40t^2+32t-1=0$.

Xét hàm số $h(t)=-36t^4-32t^3+40t^2+32t-1$ có $h'(t)=-144t^3-96t^2+80t+32$, cho $h'(x)=0 \Leftrightarrow x=-1; x=-\frac{1}{3}, x=\frac{2}{3}$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		$-\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	$-\frac{175}{27}$	↗	$\frac{581}{27}$	↘	$-\infty$

Do đó phương trình $h(t)=0$ có 4 nghiệm đơn phân biệt hay phương trình $f(x-1)+2xf'(x-1)=0$ có 4 nghiệm đơn phân biệt x_6, x_7, x_8, x_9. Hay hàm số $g(x)$ có 9 điểm cực trị là $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$.

Câu 48: **(Câu 50 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(4x^2+4x)$ là

A. 5. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=(8x+4)f'(4x^2+4x); y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(4x^2+4x)=0 \\ 8x+4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(4x^2+4x)=0 \\ x_1=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Dựa vào bảng biến thiên của $f'(x)$ nhận thấy $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a\in(-\infty;-1) \\ x=b\in(-1;0) \\ x=c\in(0;1) \\ x=d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Do đó $f'\left(4x^2+4x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x^2+4x=a\in(-\infty;-1) \\ 4x^2+4x=b\in(-1;0) \\ 4x^2+4x=c\in(0;1) \\ 4x^2+4x=d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$ $(*)$. Lại có

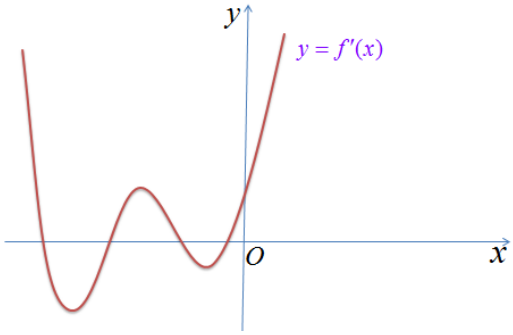
$4x^2+4x=a$ vô nghiệm vì $4x^2+4x=(2x+1)^2-1\geq -1, \forall x$;

$4x^2+4x=b \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_2 \\ x=x_3 \end{array}\right.$;

$4x^2+4x=c \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_4 \\ x=x_5 \end{array}\right.$;

$4x^2+4x=d \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_6 \\ x=x_7 \end{array}\right.$.

Câu 49: **(Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f\left(x^4\right)-x^2\right|$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $h(x)=f\left(x^4\right)-x^2$. Ta có: $h'(x)=4x^3f'(x^4)-2x$

$h'(x)=0 \Leftrightarrow 2x\left[2x^2f'(x^4)-1\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'(x^4)=\dfrac{1}{2x^2} \end{array}\right.$.

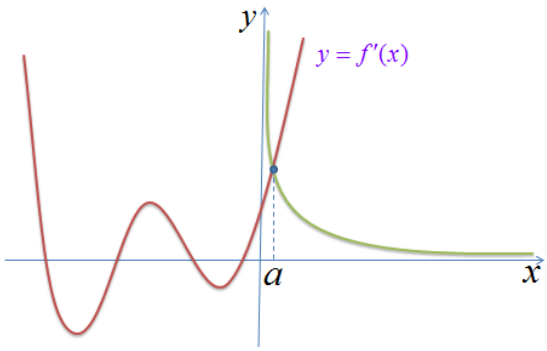
Đặt $x^4=t,\ (t>0)\Rightarrow x^2=\sqrt{t}$. Phương trình $f'(x^4)=\dfrac{1}{2x^2}$ trở thành $f'(t)=\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$

Xét hàm số $y=\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$, $t>0$. $y'=-\dfrac{1}{4\sqrt{t^3}}<0$, $\forall t>0$.

Hàm số $y=\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$, đồ thị nhận trục hoành làm tiệm cận ngang
và nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$ nằm ở góc phần tư thứ nhất như hình vẽ.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM



Dựa vào đồ thị ta có đồ thị $f'(t)$ cắt đồ thị $y=\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$ tại một điểm có hoành độ dương $t=a$.

Vậy phương trình $f'(t)=\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$ có nghiệm duy nhất $t=a>0$.

$f'(x^4)=\dfrac{1}{2x^2}\Leftrightarrow x^4=a\Leftrightarrow x=\pm\sqrt[4]{a}$

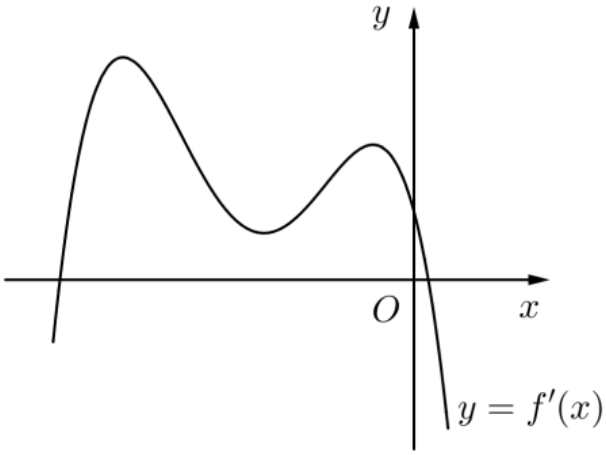
BBT:

x	$-\infty$		$-\sqrt[4]{a}$		0		$\sqrt[4]{a}$		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	$h(-\sqrt[4]{a})$	↗	0	↘	$h(\sqrt[4]{a})$	↗	$+\infty$

Đồ thị $h(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm trong đó có một điểm nằm trên trục hoành.

Vậy hàm số $g(x)=|h(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 50: **(Câu 48 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình dưới.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f\left(x^3\right)+x\right|$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Đặt $h(x)=f\left(x^3\right)+x$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Ta có: $h'(x)=3x^2 f'(x^3)+1$; $h'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x^3)=-\dfrac{1}{3x^2}$.

Đặt $t=x^3 \Rightarrow x=\sqrt[3]{t}$ thế vào phương trình trên ta được $f'(t)=-\dfrac{1}{3\sqrt[3]{t^2}}$

Xét hàm số $k(t)=-\dfrac{1}{3\sqrt[3]{t^2}}$, ta có: $k'(t)=\dfrac{2}{9\sqrt[3]{t^5}}$

t	$-\infty$		0		$+\infty$
$k'(t)$		$-$	‖	$+$	
$k(t)$	0 ↘	$-\infty$	‖	$-\infty$ ↗	0

Từ bảng biến thiên, ta suy ra phương trình $f'(t)=-\dfrac{1}{3\sqrt[3]{t^2}}$ có hai nghiệm trái dấu t_1 và t_2, giả sử $t_1<0$ và $t_2>0$. Khi đó phương trình $h'(x)=0$ có hai nghiệm trái dấu là $x_1=\sqrt[3]{t_1}<0,\ x_2=\sqrt[3]{t_2}>0$.

Với $x=0 \Rightarrow h(0)=f(0)+0=0$

Như vậy, ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0		$+$		0	$-$	
$h(x)$	$+\infty$ ↘			↗	0	↗		↘	
$g(x)=\lvert h(x)\rvert$	$+\infty$ ↘	0 ↗		↘	0	↗		↘ 0 ↗	$+\infty$

Vậy $g(x)=|h(x)|$ có 5 điểm cực trị.

★★★★★ NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM ★★★★★

CHUYÊN ĐỀ 3:
GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ
Môn: TOÁN
(CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP TỪ ĐỀ THI BGD)
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2-2$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A. -2. **B.** -11. **C.** -26. **D.** -27.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $f(x)=x^4-10x^2-2$ xác định và liên tục trên đoạn $[0;9]$.

Ta có

$$f'(x)=4x^3-20x$$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3-20x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[0;9] \\ x=\sqrt{5}\in[0;9] \\ x=-\sqrt{5}\notin[0;9] \end{array}\right.$$

$f(0)=-2;\quad f\left(\sqrt{5}\right)=-27;\quad f(9)=5749$.

So sánh 3 giá trị trên và kết luận $\min\limits_{x\in[0;9]} f(x)=-27$.

Câu 2: (Câu 21 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 18. **B.** -18. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=3x^2-3$

Có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\in[-3;3] \\ x=1\in[-3;3] \end{array}\right.$

Mặt khác: $f(-3)=-18;\ f(3)=18;\ f(-1)=2;\ f(1)=-2$.

Vậy $\min\limits_{[-3;3]} f(x)=f(-3)=-18$.

Câu 3: (Câu 19 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 18. **B.** 2. **C.** -18. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

$f(x)=x^3-3x$ xác định trên đoạn $[-3;3]$.

$f'(x)=3x^2-3$.

Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[-3;3] \\ x=-1\in[-3;3] \end{array}\right.$

Ta có $f(-3)=-18;\ f(-1)=2;\ f(1)=-2;\ f(3)=18$.

Vậy $\max\limits_{[-3;3]} y=f(3)=18$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 4: (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2$ trên đoạn $[-4;-1]$ bằng

A. -4. **B.** -16. **C.** 0. **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 + 6x$; $y' = 0 \Rightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & \notin [-4;-1] \\ x = -2 & \in [-4;-1] \end{array}\right.$.

Khi đó $y(-4) = -16$; $y(-2) = 4$; $y(-1) = 2$. Nên $\min\limits_{[-4;-1]} y = -16$.

Câu 5: (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 7x$ trên đoạn $[0;4]$ bằng

A. -259. **B.** 68. **C.** 0. **D.** -4

Lời giải

Chọn D

TXĐ $D = \mathbb{R}$.

Hàm số liên tục trên đoạn $[0;4]$.

Ta có $y' = 3x^2 + 4x - 7$ $\quad y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [0;4] \\ x = -\dfrac{7}{3} \notin [0;4] \end{array}\right.$

$y(0) = 0; y(1) = -4; y(4) = 68$. Vậy $\min\limits_{[0;4]} y = -4$.

Câu 6: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 + \dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

A. $m = \dfrac{17}{4}$. **B.** $m = 10$. **C.** $m = 5$. **D.** $m = 3$

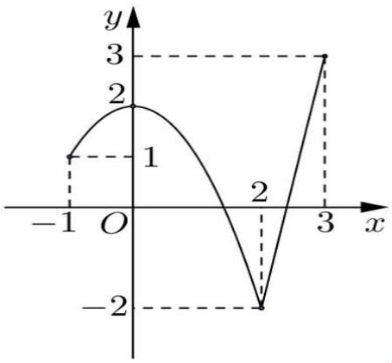
Lời giải

Chọn D

Đặt $y = f(x) = x^2 + \dfrac{2}{x}$ Ta có $y' = 2x - \dfrac{2}{x^2} = \dfrac{2x^3 - 2}{x^2}$, $y' = 0 \Rightarrow x = 1 \in \left[\dfrac{1}{2};2\right]$

Khi đó $f(1) = 3, f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{17}{4}, f(2) = 5$ Vậy $m = \min\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} f(x) = f(1) = 3$.

Câu 7: (Câu 16 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn (-1;3) và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Lời giải

Chọn D

Căn cứ vào đồ thị ta có $M=\max\limits_{[-1;3]} y=3$, $m=\min\limits_{[-1;3]} y=-2$

Vậy $M-m=5$.

Câu 8: (MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021) Trên đoạn $[-1;2]$, hàm số $y=x^3+3x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

$y=x^3+3x^2+1$

$y'=3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2\notin[-1;2] \end{array}\right.$.

$y(-1)=3; y(0)=1; y(2)=21$.

Vậy GTNN trên đoạn $[-1;2]$ của hàm số bằng 1 tại $x=0$.

Câu 9: (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021) Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y=x^3-3x+4$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-3 \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1\notin[0;3] \end{array}\right.$.

Ta có: $y(0)=4, y(3)=22, y(1)=2$

Vậy hàm số $y=x^3-3x+4$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;3]$ tại điểm $x=1$.

Câu 10: (Câu 35 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021) Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y=x^3-3x^2-1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=-2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2\notin[-2;1] \end{array}\right.$

Ta có $y(-2)=-21, y(0)=-1, y(1)=-3$.

Vậy $\max\limits_{[-2;1]} y=-1$ tại $x=0$.

Câu 11: (Câu 31 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021) Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y=-x^3+3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y=f(x)=-x^3+3x \Rightarrow f'(x)=-3x^2+3$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1\notin[0;3] \end{array}\right.$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Ta có $f(0)=0;\ f(1)=2;\ f(3)=-18$.

Vậy hàm số $y=-x^3+3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x=1$.

Câu 12: (Câu 31 - Đề Tham Khảo BGD - 2021) Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $[0;2]$. Tổng $M+m$ bằng

A. 11. **B.** 14. **C.** 5. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

$f'(x)=4x^3-4x$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \quad \in[0;2] \\ x=-1\notin[0;2] \\ x=1 \quad \in[0;2] \end{array}\right.$$

$$f(0)=3;\ f(1)=2;\ f(2)=11 \Rightarrow \begin{cases} M=11 \\ m=2 \end{cases} \Rightarrow M+m=13.$$

Câu 13: (Câu 31 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 – 2021) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-1$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A. -28. **B.** -1. **C.** -36. **D.** -37.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x)=4x^3-24x;\ f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{6} \\ x=-\sqrt{6}\notin[0;9] \end{array}\right.$$

$f(0)=-1;\ f(\sqrt{6})=-37;\ f(9)=5588$

Vậy $\min\limits_{[0;9]} f(x)=-37$

Câu 14: (Câu 32 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-4$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A. -39. **B.** -40. **C.** -36. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

+) Ta có $f'(x)=4x^3-24x$.

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-24x=0\Leftrightarrow 4x(x^2-6)=0.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\sqrt{6}\notin(0;9). \\ x=\sqrt{6}\in(0;9) \end{array}\right.$$

+) Ta có:

$f(0)=-4;\ f(\sqrt{6})=-40;\ f(9)=5585$.

Vậy $\min\limits_{[0;9]} f(x)=f(\sqrt{6})=-40$.

Câu 15: (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2-4$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A. -28. **B.** -4. **C.** -13. **D.** -29.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=4x^3-20x$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{5} \\ x=-\sqrt{5} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$\sqrt{5}$		9		$+\infty$
$f'(x)$				$-$	0	$+$			
$f(x)$			-4	$\searrow$	-29	$\nearrow$	5747		

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min\limits_{[0;9]} f(x)=-29$ khi $x=\sqrt{5}$.

Câu 16: (Câu 29 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-33x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. -72. **B.** $-22\sqrt{11}$. **C.** -58. **D.** $22\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=3x^2-33$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2=11 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{11}$

Xét trên $[2;19]$ ta có $x=\sqrt{11}\in[2;19]$

Ta có $f(2)=-58$; $f(\sqrt{11})=-22\sqrt{11}$; $f(19)=6232$.

Vậy $\min\limits_{[2;19]} f(x)=f(\sqrt{11})=-22\sqrt{11}$

Câu 17: (Câu 35 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-30x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. $20\sqrt{10}$. **B.** -63. **C.** $-20\sqrt{10}$. **D.** -52.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=3x^2-30$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{10}$.

Hàm số $f(x)=x^3-30x$ liên tục trên đoạn $[2;19]$ và

$f(2)=-52$; $f(\sqrt{10})=-20\sqrt{10}$; $f(19)=6289$.

So sánh các giá trị trên, ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-30x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng $-20\sqrt{10}$

Câu 18: (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-21x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. -36. **B.** $-14\sqrt{7}$. **C.** $14\sqrt{7}$. **D.** -34.

Lời giải

Chọn B

Đạo hàm $f'(x)=3x^2-21$, $x\in(2;19)$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{7} \quad (T/m) \\ x=-\sqrt{7} \ (L) \end{array}\right.$.

Ta có $f(2)=-34$; $f\left(\sqrt{7}\right)=-14\sqrt{7}$; $f(19)=6460$.

Do vậy $\underset{x\in[2;19]}{Min} f(x)=-14\sqrt{7}$, đạt được khi $x=\sqrt{7}$.

Câu 19: (Câu 36 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-24x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. $32\sqrt{2}$. **B.** -40. **C.** $-32\sqrt{2}$. **D.** -45.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x)=x^3-24x$

$f'(x)=3x^2-24=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2\sqrt{2}\in[2;19] \\ x=-2\sqrt{2}\notin[2;19] \end{array}\right.$.

$f(2)=2^3-24.2=-40$; $f\left(2\sqrt{2}\right)=\left(2\sqrt{2}\right)^3-24.2\sqrt{2}=-32\sqrt{2}$; $f(19)=19^3-24.19=6403$.

Mà $-32\sqrt{2}<-40<6403$.

Kết luận: $\min\limits_{x\in[2;19]} f(x)=-32\sqrt{2}$ tại $x=2\sqrt{2}$.

Câu 20: (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-10x^2+2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng:

A. 2. **B.** -23. **C.** -22. **D.** -7.

Lời giải

Chọn C

$y=x^4-10x^2+2 \Rightarrow y'=4x^3-20x=4x\left(x^2-5\right)$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{5} \\ x=-\sqrt{5} \end{array}\right.$.

Các giá trị $x=-\sqrt{5}$ và $x=\sqrt{5}$ không thuộc đoạn $[-1;2]$ nên ta không tính.

Có $f(-1)=-7$; $f(0)=2$; $f(2)=-22$.

Nên giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;2]$ là -22.

Câu 21: (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^4+12x^2+1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 1 **B.** 37. **C.** 33. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Hàm số liên tục và xác định trên $[-1;2]$.

Ta có $f'(x)=-4x^3+24x \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow -4x^3+24x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{6}\notin[-1;2] \\ x=-\sqrt{6}\notin[-1;2] \end{array}\right.$.

Ta có $f(0)=1$; $f(-1)=12$; $f(2)=33$ Vậy $\max\limits_{[-1;2]} f(x)=33$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 22: (Câu 17 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên $[-3;3]$ bằng

A. 20. **B.** 4. **C.** 0. **D.** –16.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=3x^2-3 \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Ta có: $f(-3)=-16; f(-1)=4; f(1)=0; f(3)=20$.

Do hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-3;3]$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng –16.

Câu 23: (Câu 20 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. -16. **B.** 20. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x)=x^3-3x+2 \Rightarrow f'(x)=3x^2-3$

Có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Mặt khác: $f(-3)=-16, f(-1)=4, f(1)=0, f(3)=20$. Vậy $\max\limits_{[-3;3]} f(x)=20$.

Câu 24: (Câu 22 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 25 **B.** $\frac{51}{4}$ **C.** 13 **D.** 85

Lời giải

Chọn A

$y=f(x)=x^4-x^2+13$. Ta có $y'=4x^3-2x$

$$4x^3-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;2] \\ x=-\frac{1}{\sqrt{2}}\in[-1;2] \\ x=\frac{1}{\sqrt{2}}\in[-1;2] \end{array}\right.$$

$f(-1)=13; f(2)=25; f(0)=13; f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{51}{4}; f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{51}{4}$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng 25.

Câu 25: (Câu 23 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-4x^2+9$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

A. 201 **B.** 2 **C.** 9 **D.** 54

Lời giải

Chọn D

$y'=4x^3-8x$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Ta có $y(-2)=9$; $y(3)=54$; $y(0)=9$; $y(\pm\sqrt{2})=5$. Vậy $\max\limits_{[-2;3]} y=54$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 26: (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-4x^2+5$ trêm đoạn $[-2;3]$ bằng

A. 50 **B.** 5 **C.** 1 **D.** 122

Lời giải

Chọn A

$f'(x)=4x^3-8x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right. \in [-2;3];$

$f(0)=5;\ f\left(\pm\sqrt{2}\right)=1;\ f(-2)=5;\ f(3)=50$

Vậy $\underset{[-2;3]}{Max}\, y=50$

Câu 27: (Câu 15 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$.

A. $m=\frac{51}{4}$. **B.** $m=\frac{49}{4}$. **C.** $m=13$. **D.** $m=\frac{51}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=4x^3-2x$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$; $y(0)=13$, $y\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{51}{4}$, $y(-2)=25$, $y(3)=85$.

Vậy: $m=\frac{51}{4}$.

Câu 28: (Câu 24 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017) Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

A. $M=9$ **B.** $M=8\sqrt{3}$ **C.** $M=1$ **D.** $M=6$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=4x^3-4x=4x\left(x^2-1\right)$

$y'=0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1(l) \end{array}\right.$

Ta có : $y(0)=3$; $y(1)=2$; $y\left(\sqrt{3}\right)=6$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$ là $M=y\left(\sqrt{3}\right)=6$

Câu 29: (Câu 23 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017) Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^3-7x^2+11x-2$ trên đoạn $[0;2]$

A. $m=11$ **B.** $m=0$ **C.** $m=-2$ **D.** $m=3$

Lời giải

Chọn C

$y'=3x^2-14x+11$ $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{11}{3}\notin(0;2) \\ x=1\in(0;2) \end{array}\right.$

$f(0)=-2;\quad f(1)=3;\quad f(2)=0 \Rightarrow \min\limits_{[0;2]} y=-2$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 30: (Câu 6 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$.

A. $\min\limits_{[2;4]} y=6$ **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=-2$ **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=-3$ **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=\dfrac{19}{3}$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ xác định và liên tục trên đoạn $[2;4]$

Ta có $y'=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}; y'=0\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow x=3$ hoặc $x=-1$ (loại)

Suy ra $y(2)=7; y(3)=6; y(4)=\dfrac{19}{3}$. Vậy $\min\limits_{[2;4]} y=6$ tại $x=3$.

Câu 31: (Câu 19 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017) Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3x+\dfrac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=3\sqrt[3]{9}$ **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=7$

C. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=\dfrac{33}{5}$ **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=2\sqrt[3]{9}$

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

$$y=3x+\frac{4}{x^2}=\frac{3x}{2}+\frac{3x}{2}+\frac{4}{x^2}\ge 3\sqrt[3]{\frac{3x}{2}.\frac{3x}{2}.\frac{4}{x^2}}=3\sqrt[3]{9}$$

Dấu "=" xảy ra khi $\dfrac{3x}{2}=\dfrac{4}{x^2}\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{\dfrac{8}{3}}$.

Vậy $\min\limits_{(0;+\infty)} y=3\sqrt[3]{9}$

Cách 2:

Xét hàm số $y=3x+\dfrac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$

Ta có $y=3x+\dfrac{4}{x^2}\Rightarrow y'=3-\dfrac{8}{x^3}$

Cho $y'=0\Leftrightarrow \dfrac{8}{x^3}=3\Leftrightarrow x^3=\dfrac{8}{3}\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{\dfrac{8}{3}}$

x	0		$\sqrt[3]{\frac{8}{3}}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		$\searrow$	$3\sqrt[3]{9}$	$\nearrow$	

$$\Rightarrow \min_{(0;+\infty)} y=y\left(\sqrt[3]{\frac{8}{3}}\right)=3\sqrt[3]{9}$$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 32: (Câu 34 - Đề 102 – năm 2021 - L2) Trên đoạn $[-4;-1]$, hàm số $y=-x^4+8x^2-19$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=-3$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=-1$.

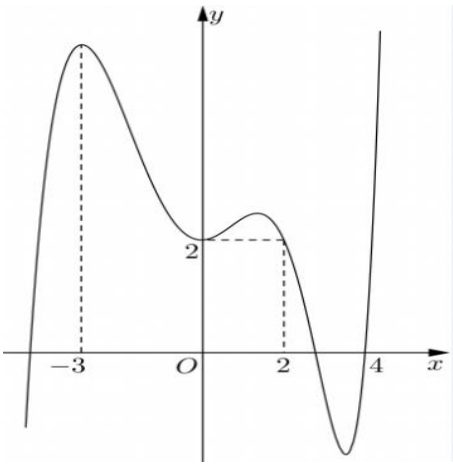
Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=-4x^3+16x,\ y'=0 \Leftrightarrow -4x^3+16x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Và: $y(0)=-19$, $y(2)=-3$, $y(-2)=-3$.Vậy hàm số đạt GTLN tại điểm $x=-2$ và $x=2$.

Câu 33: (Câu 39 - Đề Tham Khảo BGD - 2021) Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên.

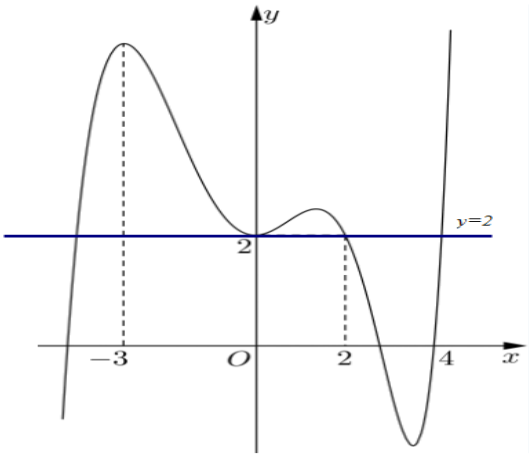


Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-4x$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2};2\right]$ bằng

A. $f(0)$. **B.** $f(-3)+6$. **C.** $f(2)-4$. **D.** $f(4)-8$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $g'(x)=2f'(2x)-4$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow 2f'(2x)-4=0 \Leftrightarrow f'(2x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=x_1<-3 \\ 2x=0 \\ 2x=2 \\ 2x=x_2>4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1<-\frac{3}{2} \\ x=0 \\ x=1 \\ x_2>2 \end{array}\right.$$

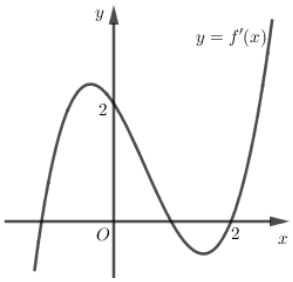
Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$:

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

x	$-\infty$		x_1	$-\frac{3}{2}$	0		1		2	x_2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0		$+$	
$g(x)$		↘		↗		↗	$f(2)-4$	↘			↗	

Từ bảng biến thiên ta có: trên $\left[-\frac{3}{2};2\right]$ hàm số $g(x)=f(2x)-4x$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ và $\max\limits_{\left[-\frac{3}{2};1\right]} y=f(2)-4$.

Câu 34: **(Câu 37 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x)>2x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi



A. $m\le f(2)-4$. **B.** $m\le f(0)$. **C.** $m<f(0)$. **D.** $m<f(2)-4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)>2x+m$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$

$\Rightarrow m<f(x)-2x$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$

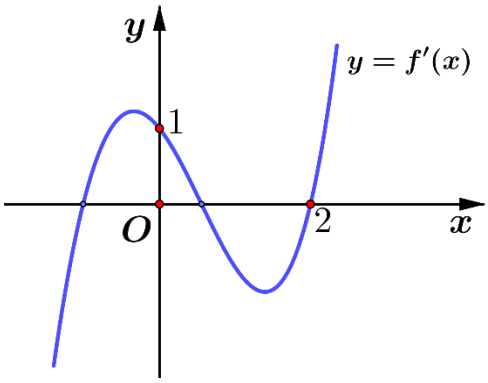
Xét hàm số $g(x)=f(x)-2x$ với $x\in(0;2)$

$\Rightarrow g'(x)=f'(x)-2\le 0$ với mọi $x\in(0;2)$

$\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.

Để $m<f(x)-2x$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ thì $m\le g(2)=f(2)-4$

Câu 35: **(Câu 38 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên



Bất phương trình $f(x)>x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m\le f(2)-2$. **B.** $m<f(2)-2$. **C.** $m\le f(0)$. **D.** $m<f(0)$.

Lời giải

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Chọn A

Bất phương trình $f(x) > x + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$

$\Leftrightarrow m < f(x) - x$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ (1)

Xét hàm số $g(x) = f(x) - x$ trên khoảng $(0;2)$

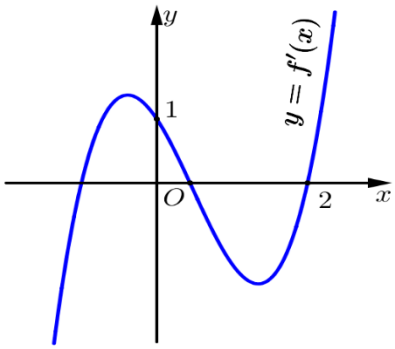
Có $g'(x) = f'(x) - 1 < 0,\ \forall x \in (0;2)$

Bảng biến thiên

x	0		2
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	$g(0)$	$\searrow$	$g(2)$

Vậy (1) $\Leftrightarrow m \le g(2) \Leftrightarrow m \le f(2) - 2$.

Câu 36: **(Câu 36 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x) < x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m \ge f(2) - 2$. **B.** $m \ge f(0)$. **C.** $m > f(2) - 2$. **D.** $m > f(0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) < x + m, \forall x \in (0;2) \Leftrightarrow m > f(x) - x, \forall x \in (0;2)(*)$.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có với $x \in (0;2)$ thì $f'(x) < 1$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - x$ trên khoảng $(0;2)$.

$g'(x) = f'(x) - 1 < 0, \forall x \in (0;2)$.

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Do đó $(*) \Leftrightarrow m \ge g(0) = f(0)$.

Câu 37: **(Câu 39 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Bất phương trình $f(x) < e^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1;1)$ khi và chỉ khi

A. $m \ge f(1) - e$. **B.** $m > f(-1) - \frac{1}{e}$. **C.** $m \ge f(-1) - \frac{1}{e}$. **D.** $m > f(1) - e$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x)<e^x+m$, $\forall x\in(-1;1) \Leftrightarrow f(x)-e^x<m$, $\forall x\in(-1;1)$ (*).

Xét hàm số $g(x)=f(x)-e^x$

Ta có: $g'(x)=f'(x)-e^x$.

Ta thấy với $\forall x\in(-1;1)$ thì $f'(x)<0$, $-e^x<0$ nên $g'(x)=f'(x)-e^x<0$, $\forall x\in(-1;1)$.

Bảng biến thiên

x	-1		1
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	$g(-1)$	$\searrow$	$g(1)$

Từ bảng biến thiên ta có $m\ge g(-1) \Leftrightarrow m\ge f(-1)-\frac{1}{e}$.

Câu 38: **(Câu 35 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=\frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thoả mãn $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m\le 0$ **B.** $m>4$ **C.** $0<m\le 2$ **D.** $2<m\le 4$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\frac{1-m}{(x+1)^2}$.

☑ Nếu $m=1\Rightarrow y=1$, $\forall x\ne -1$. Không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

☑ Nếu $m<1\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên đoạn $[1;2]$.

Khi đó: $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\frac{16}{3} \Leftrightarrow y(1)+y(2)=\frac{16}{3} \Leftrightarrow \frac{m+1}{2}+\frac{m+2}{3}=\frac{16}{3} \Leftrightarrow m=5$.

☑ Nếu $m>1\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên đoạn $[1;2]$.

Khi đó: $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\frac{16}{3} \Leftrightarrow y(2)+y(1)=\frac{16}{3} \Leftrightarrow \frac{2+m}{3}+\frac{1+m}{2}=\frac{16}{3} \Leftrightarrow m=5$

Câu 39: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=|x^3-3x+m|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 6

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x+m$, ta có $f'(x)=3x^2-3$. Ta có bảng biến thiên của $f(x)$:

x	0		1		2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	m	$\searrow$	$-2+m$	$\nearrow$	$2+m$

TH 1: $2+m<0\Leftrightarrow m<-2$. Khi đó $\max\limits_{[0;2]}|f(x)|=-(-2+m)=2-m$

$2-m=3\Leftrightarrow m=-1$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

TH 2 : $\begin{cases} 2+m>0 \\ m<0 \end{cases} \Leftrightarrow -2<m<0$. Khi đó : $|m-2|=2-m>2>2+m \Rightarrow \max\limits_{[0;2]}|f(x)|=-(-2+m)=2-m$

$2-m=3 \Leftrightarrow m=-1$.

TH 3 : $\begin{cases} m>0 \\ -2+m<0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<2$. Khi đó : $|m-2|=2-m<2<2+m \Rightarrow \max\limits_{[0;2]}|f(x)|=2+m$

$2+m=3 \Leftrightarrow m=1$.

TH 4: $-2+m>0 \Leftrightarrow m>2$. Khi đó $\max\limits_{[0;2]}|f(x)|=2+m$

$2+m=3 \Leftrightarrow m=1$.

Câu 40: **(Câu 41 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{2}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $24(m/s)$. **B.** $108(m/s)$. **C.** $18(m/s)$. **D.** $64(m/s)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $v(t)=s'(t)=-\frac{3t^2}{2}+12t$; $v'(t)=-3t+12$; $v'(t)=0 \Leftrightarrow t=4$.

$v(0)=0; v(4)=24; v(6)=18$. Suy ra vận tốc lớn nhất của vật đạt được trong 6 giây đầu là $24(m/s)$.

Câu 41: **(Câu 7 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{2}t^3+9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $216\ (m/s)$ **B.** $30\ (m/s)$ **C.** $400\ (m/s)$ **D.** $54\ (m/s)$

Lời giải

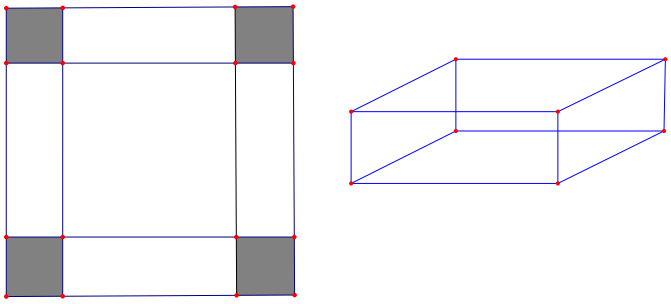
Chọn D

Vận tốc tại thời điểm t là $v(t)=s'(t)=-\frac{3}{2}t^2+18t$ với $t\in[0;10]$.

Ta có : $v'(t)=-3t+18=0 \Leftrightarrow t=6$.

Suy ra: $v(0)=0; v(10)=30; v(6)=54$. Vậy vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng $54\ (m/s)$.

Câu 42: **(Câu 10 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



A. $x=6$ **B.** $x=3$ **C.** $x=2$ **D.** $x=4$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Lời giải

Chọn C

Ta có : $h = x\ (cm)$ là đường cao hình hộp

Vì tấm nhôm được gấp lại tạo thành hình hộp nên cạnh đáy của hình hộp là: $12-2x\ (cm)$

Vậy diện tích đáy hình hộp $S=(12-2x)^2\left(cm^2\right)$. Ta có: $\begin{cases} x>0 \\ 12-2x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x<6 \end{cases} \Leftrightarrow x\in(0;6)$

Thể tích của hình hộp là: $V = S.h = x.(12-2x)^2$

Xét hàm số: $y = x.(12-2x)^2\ \forall x\in(0;6)$

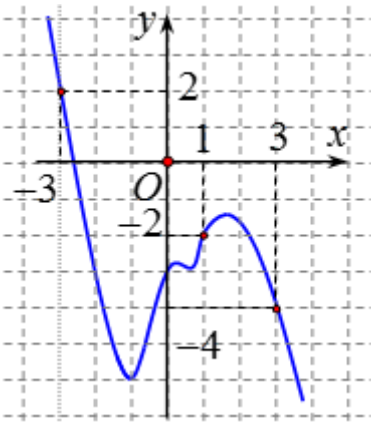
Ta có : $y'=(12-2x)^2-4x(12-2x)=(12-2x)(12-6x)$;

$y'=0 \Leftrightarrow (12-2x).(12-6x)=0 \Leftrightarrow x=2$ hoặc $x=6$ (loại).

x	0		2		6
y'		+	0	−	
y		↗		↘	

Suy ra với $x=2$ thì thể tích hộp là lớn nhất và giá trị lớn nhất đó là $y(2)=128$.

Câu 43: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x)=2f(x)+(x+1)^2$.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $g(1)<g(3)<g(-3)$.

B. $g(1)<g(-3)<g(3)$.

C. $g(3)=g(-3)<g(1)$.

D. $g(3)=g(-3)>g(1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$g'(x)=2f'(x)+2(x+1)\Rightarrow g'(-3)=2f'(-3)-4, g'(1)=2f'(1)+4, g'(3)=2f'(3)+8$

Lại có nhìn đồ thị ta thấy $f'(-3)=2, f'(1)=-2, f'(3)=-4 \Rightarrow g'(-3)=g'(1)=g'(3)=0$

Hay phương trình $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=-x-1$ có 3 nghiệm

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

x	-3		1		3
$g'(x)$	0	$-$	0	$+$	0
$g(x)$	$g(-3)$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$g(3)$

Nhìn đồ thị ta có bảng biến thiên, suy ra $g(3)>g(1), g(-3)>g(1)$.

Mặt khác diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=-x-1$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên 2 miền $[-3;1]$ và $[1;3]$, ta có $\int_{-3}^{1}\left(-x-1-f'(x)\right)dx>\int_{1}^{3}\left(f'(x)+x+1\right)dx$

$\Leftrightarrow -\int_{-3}^{1}g'(x)dx>\int_{1}^{3}g'(x)dx \Leftrightarrow -g(1)+g(-3)>g(3)-g(1) \Leftrightarrow g(-3)>g(3)$.

Vậy $g(1)<g(3)<g(-3)$.

Câu 44: **(Câu 33 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x-1}$ thỏa mãn $\min\limits_{[2;4]} y=3$. Mệnh đề nào sau dưới đây đúng?

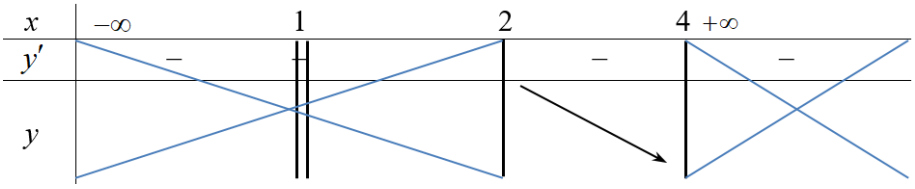
A. $m<-1$ **B.** $3<m\le 4$ **C.** $m>4$ **D.** $1\le m<3$

Lời giải

Chọn C

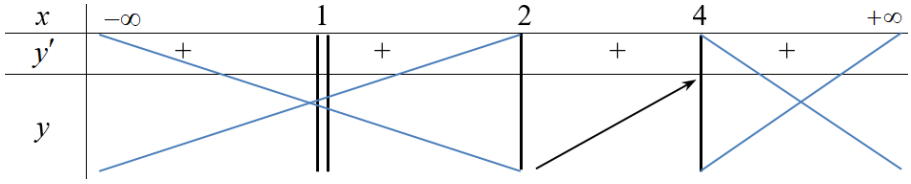
$y=\dfrac{x+m}{x-1}$, $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}, y'=\dfrac{-1-m}{(x-1)^2}$

TH1: $y'<0 \Leftrightarrow m>-1$



$\min\limits_{[2;4]} y=3 \Leftrightarrow f(4)=3 \Leftrightarrow \dfrac{4+m}{3}=3 \Leftrightarrow m=5 \quad (n)$

TH2: $y'>0 \Leftrightarrow m<-1$



$\min\limits_{[2;4]} y=3 \Leftrightarrow f(2)=3 \Leftrightarrow \dfrac{2+m}{1}=3 \Leftrightarrow m=1 \quad (l)$

Vậy $m=5$

Câu 45: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của S sao cho $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=2$. Số phần tử của S là

A. 6. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

a/ Xét $m=1$, ta có $f(x)=1\ \forall x\neq -1$

Dễ thấy $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|=1$, $\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=1$ suy ra $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=2$.

Tức là $m=1$ thỏa mãn yêu cầu.

b/ Xét $m\neq 1$ ta có $f'(x)=\dfrac{1-m}{(x+1)^2}$ không đổi dấu $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

Suy ra $f(x)$ đơn điệu trên đoạn $[0;1]$

Ta có $f(0)=m;\ f(1)=\dfrac{1+m}{2}$

Trường hợp 1: $m.\dfrac{1+m}{2}<0\Leftrightarrow -1<m<0\Rightarrow\begin{cases}\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=0\\ \max\limits_{[0;1]}|f(x)|=\max\left\{|m|;\left|\dfrac{m+1}{2}\right|\right\}<1\end{cases}$

Suy ra không thỏa mãn điều kiện $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=2$

Trường hợp 2: $m.\dfrac{1+m}{2}\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq 0\,(m\neq 1)\\ m\leq -1\end{array}\right.$

Suy ra $\min\limits_{[0;1]}|f(x)|+\max\limits_{[0;1]}|f(x)|=|m|+\left|\dfrac{m+1}{2}\right|=\left|\dfrac{3m+1}{2}\right|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1(KTM)\\ m=-\dfrac{5}{3}(TM)\end{array}\right.$

Vậy $S=\left\{1;-\dfrac{5}{3}\right\}$.

Câu 46: **(Câu 42 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=|x^3-3x+m|$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 16. Tính tổng các phần tử của S bằng

A. -16. **B.** 16. **C.** -12. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: Hàm số $g(x)=x^3-3x+m$ là hàm số bậc ba không đơn điệu trên đoạn $[0;3]$ nên ta sẽ đưa hàm số này về hàm bậc nhất để sử dụng các tính chất cho bài tập này.

Đặt $t=x^3-3x$, do $[0;3]$ nên ta tìm được miền giá trị $t\in[-2;18]$. Khi đó $y=t+m$ đơn điệu trên $[-2;18]$.

Ta có

$$\max_{x\in[0;3]}y=\max_{t\in[-2;18]}|t+m|=\max\{|m-2|;|m+18|\}=\frac{|m-2+m+18|+|m-2-m-18|}{2}.=|m+8|+10$$

Từ giả thiết ta có $\max\limits_{x\in[0;2]}y=16\Leftrightarrow|m+8|+10=16\Leftrightarrow|m+8|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2\\ m=-14\end{array}\right.$.

Chú ý: Cách giải trên ta đã sử dụng tính chất của hàm số bậc nhất là

$$\max\ |a|;|b|=\frac{|a+b|+|a-b|}{2}\ 1.$$

Tuy nhiên có thể trình bày phần sau bài toán như sau mà không cần công thức (1).

Ta có

$$\max_{x\in[0;3]}y=\max_{t\in[-2;18]}|t+m|=\max\{|m-2|;|m+18|\}$$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

+ Trường hợp 1: $\max\limits_{x\in[0;3]} y=|m+18|=16 \Leftrightarrow \begin{cases}|m+18|=16\\|m-2|<16\end{cases} \Leftrightarrow m=-2$.

+ Trường hợp 2: $\max\limits_{x\in[0;3]} y=|m-2|=16 \Leftrightarrow \begin{cases}|m-2|=16\\|m+18|<16\end{cases} \Leftrightarrow m=-14$.

Cách 2

Xét $u=x^3-3x+m$ trên đoạn $0;3$ có $u'=0 \Leftrightarrow 3x^2-3=0 \Leftrightarrow x=1\in 0;3$.

Khi đó $\begin{cases}\max\limits_{0;3} u=\max\ u\ 0\ ,u\ 1\ ,u\ 3\ =\max\ m,m-2,m+18\ =m+18\\ \min\limits_{0;3} u=\min\ u\ 0\ ,u\ 1\ ,u\ 3\ =\min\ m,m-2,m+18\ =m-2\end{cases}$.

Suy ra $\underset{0;3}{Max}\ f\ x\ =\max\ |m-2|,|m+18|\ =16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}|m+18|=16\\|m+18|\ge|m-2|\end{cases}\\ \begin{cases}|m-2|=16\\|m-2|\ge|m+18|\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-2\\m=-14\end{array}\right.$.

Do đó tổng tất cả các phần tử của S bằng -16.

Câu 47: **(Câu 47 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+4x+2y$ bằng

A. $\frac{33}{8}$. **B.** $\frac{9}{8}$. **C.** $\frac{21}{4}$. **D.** $\frac{41}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3 \Leftrightarrow 2y.2^{2y-(3-2x)}\ge 3-2x \Leftrightarrow 2y.2^{2y}\ge(3-2x).2^{3-2x}\quad (*)$.

Xét hàm số $f(t)=t.2^t$ có $f'(t)=2^t+t.2^t.\ln 2$.

Trường hợp 1 : Với $x\ge\frac{3}{2}\Rightarrow(*)$ luôn đúng $\forall y\ge 0$.

Ta có : $P=(x+2)^2+(y+1)^2-5\ge\left(\frac{3}{2}+2\right)^2+(0+1)^2-5=\frac{33}{4}$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{3}{2}\\y=0\end{cases}$.

Trường hợp 2 : $0\le x<\frac{3}{2}$ suy ra $t\ge 0\Rightarrow f'(t)>0$ hay hàm số $y=f(t)$ luôn đồng biến nên $(*)\Leftrightarrow 2y\ge 3-2x\Leftrightarrow y\ge\frac{3-2x}{2}$.

Ta có : $P=x^2+y^2+4x+2y\ge x^2+\left(\frac{3-2x}{2}\right)^2+4x+3-2x$

$=2x^2-x+\frac{21}{4}=2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{41}{8}\ge\frac{41}{8}$ dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{4}\\y=\frac{5}{4}\end{cases}$.

Câu 48: **(Câu 45 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Xét các số thực không âm x,y thỏa mãn $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+2x+y^2+4y$.

A. $\frac{33}{8}$. **B.** $\frac{9}{8}$. **C.** $\frac{21}{4}$. **D.** $\frac{41}{8}$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Lời giải

Chọn D

Cách 1 (Thầy Nguyễn Duy Hiếu).

Ta có $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3 \Leftrightarrow 2x-3+2y.2^{2x+2y-3}\ge 0 \Leftrightarrow 2x+2y-3+2y.\left(2^{2x+2y-3}-1\right)\ge 0$ (1)

Nếu $2x+2y-3<0$ thì VT(1) < 0, vô lý, nên từ (1) suy ra $2x+2y-3\ge 0 \Leftrightarrow x+y\ge \frac{3}{2}$

$P=(x+1)^2+(y+2)^2-5=\frac{1}{2}(1+1)\left[(x+1)^2+(y+2)^2\right]-5$

$\ge \frac{1}{2}(x+1+y+2)^2-5\ge \frac{1}{2}\left(3+\frac{3}{2}\right)^2-5=\frac{41}{8}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=\frac{5}{4}, y=\frac{1}{4}$. Vậy $\min P=\frac{41}{8}$.

Cách 2 (Trần Văn Trưởng).

◎ Ta có $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3 \Leftrightarrow y.4^y.4^{x-1}\ge 3-2x \Leftrightarrow y.2^{2y}\ge (3-2x).2^{2-2x}$

$\Leftrightarrow 2y.2^{2y}\ge (3-2x).2^{3-2x}$. (*)

Nếu $3-2x\le 0 \Leftrightarrow x\ge \frac{3}{2}$ thì với mọi $x\ge \frac{3}{2}, y\ge 0$ đều thỏa mãn (*) và khi đó

$P=x^2+y^2+2x+4y\ge \frac{21}{4}$.

Nếu $3-2x>0$.

◎ Xét hàm số $f(t)=t.2^t$ với $t\in(0;+\infty)$.

◎ Ta có $f'(t)=2^t+t.2^t.\ln 2>0, \forall t\in(0;+\infty)$.

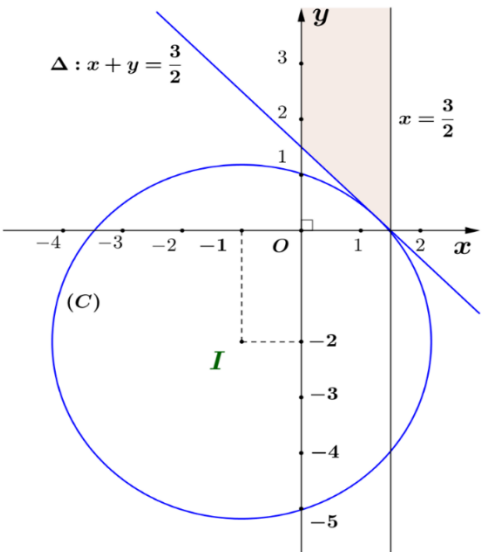
◎ Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$. Từ (*) suy ra $2y\ge 3-2x \Leftrightarrow 2x+2y\ge 3$.

◎ Xét $P=(x+1)^2+(y+2)^2-5 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y+2)^2=P+5$.

◎ Ta có hệ điều kiện sau: $\begin{cases} 0\le x<\frac{3}{2} & (1)\\ y\ge 0 & (2)\\ 2x+2y-3\ge 0 & (3)\\ (x+1)^2+(y+2)^2=P+5 & (4)\end{cases}$

◎ Hệ điều kiện (1), (2), (3) là phần tô màu trên hình vẽ.

◎ (4) coi như là đường tròn tâm $I(-1;-2), R=\sqrt{P+5}$.



NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

◎ Để hệ có nghiệm thì $d(I;\Delta)\le R=\sqrt{P+5}$, ở đó $\Delta: 2x+2y-3=0$.

◎ Suy ra $\dfrac{|2(-1)+2(-2)-3|}{\sqrt{2^2+2^2}}\le\sqrt{P+5}\Leftrightarrow P\ge\dfrac{41}{8}$.

◎ Dấu bằng xảy ra khi hệ sau có nghiệm:

$$\begin{cases}0\le x<\dfrac{3}{2}\\ y\ge 0\\ 2x+2y-3=0\\ (x+1)^2+(y+2)^2=\dfrac{41}{8}+5\end{cases}$$

◎ Giải hệ này ta tìm được $\begin{cases}x=\dfrac{5}{4}\\ y=\dfrac{1}{4}\end{cases}$.

◎ Vậy $\text{Min}\,P=\dfrac{41}{8}$ khi $x=\dfrac{5}{4}$, $y=\dfrac{1}{4}$.

Câu 49: (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020) Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+6x+4y$ bằng

A. $\dfrac{65}{8}$. **B.** $\dfrac{33}{4}$. **C.** $\dfrac{49}{8}$. **D.** $\dfrac{57}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3\Leftrightarrow y.2^{2x+2y-2}\ge 3-2x\Leftrightarrow 2y.2^{2y}\ge(3-2x).2^{3-2x}$ $(*)$

Hàm số $f(t)=t.2^t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, nên từ $(*)$ ta suy ra $2y\ge 3-2x\Leftrightarrow 2x+2y-3\ge 0$ (1)

Ta thấy (1) bất phương trình bậc nhất có miền nghiệm là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng $d: 2x+2y-3=0$ (phần không chứa gốc tọa độ O), kể cả các điểm thuộc đường thẳng d.

Xét biểu thức $P=x^2+y^2+6x+4y\Leftrightarrow(x+3)^2+(y+2)^2=P+13$ (2)

Để P tồn tại thì ta phải có $P+13\ge 0\Leftrightarrow P\ge -13$.

Trường hợp 1: Nếu $P=-13$ thì $x=-3;\ y=-2$ không thỏa (1). Do đó, trường hợp này không thể xảy ra.

Trường hợp 2: Với $P>-13$, ta thấy (2) là đường tròn (C) có tâm $I(-3;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{P+13}$.

Để d và (C) có điểm chung thì $d(I;d)\le R\Leftrightarrow\dfrac{13}{2\sqrt{2}}\le\sqrt{P+13}\Leftrightarrow P\ge\dfrac{65}{8}$.

Khi $P=\dfrac{65}{8}$ đường tròn (C) tiếp xúc đường thẳng d tại $N\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{5}{4}\right)$ (thỏa mãn vì N thuộc (T)).

Vậy $\min P=\dfrac{65}{8}$.

Câu 50: (Câu 48 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020) Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+4x+6y$ bằng

A. $\dfrac{33}{4}$. **B.** $\dfrac{65}{8}$. **C.** $\dfrac{49}{8}$. **D.** $\dfrac{57}{8}$.

Lời giải

Chọn B

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Nhận xét: Giá trị của x, y thỏa mãn phương trình $2x + y \cdot 4^{x+y-1} = 3(1)$ sẽ làm cho biểu thức P nhỏ nhất. Khi đó

$$(1): 2x + y \cdot 4^{x+y-1} = 3 \Leftrightarrow 4^{x+y-1} + \frac{2}{y}(x+y) - 2 - \frac{3}{y} = 0$$

Đặt $a = x + y$, từ (1) ta được phương trình

$$4^{a-1} + \frac{2}{y}.a - 2 - \frac{3}{y} = 0\ (*).$$

Xét hàm số $f(a) = 4^{a-1} + \frac{2}{y}.a - 2 - \frac{3}{y}$. Ta có $f'(a) = 4^{a-1}.\ln 4 + \frac{2}{y} > 0, \forall y > 0$ nên $f(a)$ hàm số đồng biến.

Mặt khác, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(a) = -\infty$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(a) = +\infty$.

Do đó, phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $a = \frac{3}{2} \Rightarrow x + y = \frac{3}{2}$.

Ta viết lại biểu thức $P = (x+y)^2 + 4(x+y) + 2\left(y - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{8} = \frac{65}{8}$. Vậy $P_{\min} = \frac{65}{8}$.

Cách khác:

Với mọi x, y không âm ta có

$$2x + y.4^{x+y-1} \geq 3 \Leftrightarrow x + y.4^{x+y-\frac{3}{2}} \geq \frac{3}{2} \Leftrightarrow \left(x + y - \frac{3}{2}\right) + y.\left(4^{x+y-\frac{3}{2}} - 1\right) \geq 0\ (1)$$

Nếu $x + y - \frac{3}{2} < 0$ thì $\left(x + y - \frac{3}{2}\right) + y.\left(4^{x+y-\frac{3}{2}} - 1\right) < 0 + y.(4^0 - 1) = 0$ (vô lí)

Vậy $x + y \geq \frac{3}{2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhyakovski ta được

$$P = x^2 + y^2 + 4x + 6y = (x+3)^2 + (y+2)^2 - 13$$

$$\geq \frac{1}{2}(x + y + 5)^2 - 13 \geq \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + 5\right)^2 - 13 = \frac{65}{8}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} x + y = \frac{3}{2} \\ x + 3 = y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{5}{4} \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$.

Vậy $\min P = \frac{65}{8}$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

CHUYÊN ĐỀ 4: ĐƯỜNG TIỆM CẬN
Môn: TOÁN
(CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP TỪ ĐỀ THI BGD)
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: (Câu 2 -ĐMH -BGD&ĐT - Năm 2017) Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ta chọn đáp án **C**

Câu 2: (Câu 1 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017) Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$?

A. $x=1$ **B.** $y=-1$ **C.** $y=2$ **D.** $x=-1$

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$ và $\lim\limits_{x\to-1^+} y=+\infty$ nên $x=-1$ là tiệm cận đứng.

Câu 3: (Câu 3 - MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2021 -L2) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=5$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-5$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x-1}{x-1}=5$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x-1}{x-1}=5$ nên tiệm cận ngang là $y=5$.

Câu 4: (Câu 27 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$. **C.** $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ có tiệm cận đứng là $x=0$.

Đồ thị các hàm số ở các đáp án B,C,D đều không có tiệm cận đứng do mẫu vô nghiệm.

Câu 5: (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$ **B.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$ **C.** $y=\sqrt{x^2-1}$ **D.** $y=\dfrac{x}{x+1}$

Lời giải

Chọn D

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Ta có $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x}{x+1}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x}{x+1}=-\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 6: (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020) Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1;-1\}$

Ta có: $y=\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}=\dfrac{5x-1}{x+1}$

$\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{5x-1}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{5x-1}{x+1}=+\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=-1$.

$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{5x-1}{x+1}=5$ và $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{5x-1}{x+1}=5$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y=5$.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số là 2.

Câu 7: (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+x}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=[-25;+\infty)\setminus\{-1;0\}$. Biến đổi $f(x)=\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+25}+5\right)}$.

Vì $\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+25}+5\right)}=+\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 8: (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D=[-4;+\infty)\setminus\{0;-1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0}y=\dfrac{1}{4}$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-}y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=-\infty$

$\Rightarrow$ TCĐ: $x=-1$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 9: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận.

A. 1 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Ta có $x^2-4=0 \Leftrightarrow x=\pm 2$

$\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\dfrac{1}{4}$ nên đường thẳng $x=2$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -2^+}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{1}{x+2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to (-2)^-}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to (-2)^-}\dfrac{1}{x+2}=-\infty$, nên đườngthẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to \pm\infty}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy có đồ thị có hai đường tiệm cận.

Câu 10: (Câu 15 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017) Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}$.

A. 3 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-\dfrac{5}{x}+\dfrac{4}{x^2}}{1-\dfrac{1}{x^2}}=1 \Rightarrow y=1$ là đường tiệm cận ngang.

Mặc khác:

$\lim\limits_{x\to 1} y=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-4)}{(x+1)}=-\dfrac{3}{2}$

$\Rightarrow x=1$ không là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to (-1)^+} y=\lim\limits_{x\to (-1)^+}\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to (-1)^+}\dfrac{(x-4)}{(x+1)}=-\infty$

$\lim\limits_{x\to (-1)^-} y=\lim\limits_{x\to (-1)^-}\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to (-1)^-}\dfrac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to (-1)^-}\dfrac{(x-4)}{(x+1)}=+\infty$

$\Rightarrow x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận

Câu 11: (Câu 12 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017) Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

$y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}=\dfrac{(x+1)(x-4)}{(x+4)(x-4)}=\dfrac{x+1}{x+4}$ có TCĐ: $x=-4$

Câu 12: (Câu 18 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 3 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 1

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D=[-9;+\infty)\setminus\{0;-1\}$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y = \lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y = \lim\limits_{x\to(-1)^-} \dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = -\infty$.

$\Rightarrow$ TCĐ: $x=-1$.

$$\lim_{x\to0^+} y = \lim_{x\to0^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \lim_{x\to0^+} \frac{x}{(x^2+x)(\sqrt{x+9}+3)} = \lim_{x\to0^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{6}.$$

$$\lim_{x\to0^-} y = \lim_{x\to0^-} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \lim_{x\to0^-} \frac{x}{(x^2+x)(\sqrt{x+9}+3)} = \lim_{x\to0^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{6}.$$

$\Rightarrow$ $x=0$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 13: **(Câu 8 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x=-3$ và $x=-2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$ và $x=2$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2;3\}$

$$\lim_{x\to2^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = \lim_{x\to2^+} \frac{(2x-1)^2-(x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})}$$

$$= \lim_{x\to2^+} \frac{(2x-1)^2-(x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} = \lim_{x\to2^+} \frac{(3x+1)}{(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} = -\frac{7}{6}$$

Tương tự $\lim\limits_{x\to2^-} \dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\dfrac{7}{6}$. Suy ra đường thẳng $x=2$ **không** là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to3^+} \dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = +\infty$; $\lim\limits_{x\to3^-} \dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\infty$. Suy ra đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 14: **(Câu 23 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	0 ↘		-4 ‖ $+\infty$	↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bản biến thiên ta có

$\lim\limits_{x\to0^+} y=+\infty \Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=3 \Rightarrow y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 15: **(Câu 28 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	1 ↘	$-\infty$	‖	2 ↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Quan sát bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y=1,\ y=3$. Mặt khác $\lim\limits_{x\to0^-} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$. Vậy đồ thị hàm số có tổng cộng ba đường tiệm cận.

Câu 16: **(Câu 24 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	0 ↘	$-\infty$	‖	2 ↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ đồ thị hàm số không tồn tại tiệm cận ngang khi $x\to+\infty$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận ngang $y=0$.

$\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=2$; $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=-\infty$. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng $x=0$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Câu 17: **(Câu 28 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	2 ↘	-4	‖	$+\infty$ ↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bản biến thiên ta có

$\lim\limits_{x\to0^+} y=+\infty \Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

$\lim\limits_{x\to-\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2

Câu 18: (Câu 26 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ || 3	$\nearrow$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Nhìn bảng biến thiên ta có:

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 5 \Rightarrow y = 5$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

+) $\lim\limits_{x\to1^-} y = +\infty \Rightarrow x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3.

Câu 19: (Câu 11 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'		||	$+$	||		
y		|| $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || 1	$\searrow$	0

A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có :

$\lim\limits_{x\to-2^+} f(x) = -\infty$, suy ra đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to0^-} f(x) = +\infty$, suy ra đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$, suy ra đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 20: (Câu 9 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang

A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài **B.** $m < 0$

C. $m = 0$ **D.** $m > 0$

Lời giải

Chọn D

Xét các trường hợp sau:

Với $m = 0$: hàm số trở thành $y = x + 1$ nên không có tiệm cận ngang.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Với $m<0$:

hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\dfrac{x+1}{\sqrt{1-|m|x^2}}$ có tập xác định là $D=\left(-\dfrac{1}{\sqrt{|m|}};\dfrac{1}{\sqrt{|m|}}\right)$ suy ra không tồn tại giới hạn $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y$ hay hàm số không có tiệm cận ngang.

Với $m>0$:

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{|x|\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{-x\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=-\dfrac{1}{\sqrt{m}}$.

và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{|x|\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{x\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=\dfrac{1}{\sqrt{m}}$.

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang là : $y=\dfrac{1}{\sqrt{m}};y=-\dfrac{1}{\sqrt{m}}$ khi $m>0$.

Câu 21: (Câu 19 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

A. 0 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Lời giải

Chọn D

Tập xác định hàm số $D=[-16;+\infty)\setminus\{-1;0\}$.

Ta có

$\lim\limits_{x\to0} y=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x}{x(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\dfrac{1}{8}$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=+\infty$.

vì $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\left(\sqrt{x+16}+4\right)=\sqrt{15}+4>0$, $\lim\limits_{x\to(-1)^+}(x+1)=0$ và $x\to(-1)^+$ thì $x>-1\Rightarrow x+1>0$.

Tương tự $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=-\infty$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 22: (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018) Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. $2\sqrt{2}$.. **B.** 4.. **C.** 2.. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Ta có: $y=\dfrac{x-2}{x+2}=1-\dfrac{4}{x+2}$.

Đồ thị (C) có hai đường tiệm cận là $x=-2$ và $y=1$. Suy ra $I(-2;1)$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Gọi $A\left(a-2;1-\frac{4}{a}\right)$, $B=\left(b-2;1-\frac{4}{b}\right)$ với $a,b\neq 0, a\neq b$.

Tam giác IAB đều $\Leftrightarrow IA=IB=AB$.

Ta có: $IA=IB\Leftrightarrow a^2+\frac{16}{a^2}=b^2+\frac{16}{b^2}\Leftrightarrow (a^2-b^2)(a^2b^2-16)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} b=\pm a & (1)\\ a^2b^2=16 & (2)\end{array}\right.$.

sẽ dẫn tới $A\equiv B$ hoặc I là trung điểm AB nên loại.

Vậy $a^2b^2=16$. Lại có: $IA=AB\Rightarrow a^2+\frac{16}{a^2}=(a-b)^2+16\frac{(a-b)^2}{a^2b^2}$

$\Rightarrow a^2+b^2=2(a-b)^2\Rightarrow a^2+b^2=4ab\Rightarrow \begin{cases} ab=4\\ a^2+b^2=16\end{cases}$

$\Rightarrow (a-b)^2=8\Rightarrow AB^2=2(a-b)^2=16\Rightarrow AB=4$.

Câu 23: **(Câu 43 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. $2\sqrt{3}$ **B.** $2\sqrt{2}$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $\sqrt{6}$

Lời giải

Chọn A

Tịnh tiến hệ trục theo vecto $\overrightarrow{OI}=(-1;1)\to I(0;0)$ và $(C): Y=\frac{-3}{X}$.

Gọi $A\left(a;\frac{-3}{a}\right)$, $B\left(b;\frac{-3}{b}\right)\in(C)$, điều kiện: $(a\neq b)$.

Theo đề bài, ta có: $\begin{cases} IA=IB\\ \cos\left(\overrightarrow{IA};\overrightarrow{IB}\right)=60^\circ\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+\frac{9}{a^2}=b^2+\frac{9}{b^2} & (1)\\ \frac{ab+\frac{9}{ab}}{AB^2}=\frac{1}{2} & (2)\end{cases}$

Từ $(2)\to ab>0$, do đó: $(1)\leftrightarrow \left(a^2-b^2\right)\left(a^2b^2-9\right)=0\xrightarrow{ab>0} ab=3$.

Suy ra: $AB^2=2\left(3+\frac{9}{3}\right)=12\longrightarrow AB=2\sqrt{3}$.

Câu 24: **(MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều IAB có hai đỉnh A,B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=\frac{x-1}{x+1}=1-\frac{2}{x+1}$.

Đồ thị (C) có hai đường tiệm cận là $x=-1$ và $y=1$. Do đó $I(-1;1)$.

Giả sử A,B có hoành độ lần lượt là x_1,x_2.

Ta có:

$IA^2=(x_1+1)^2+\frac{4}{(x_1+1)^2}$; $IB^2=(x_2+1)^2+\frac{4}{(x_2+1)^2}$;

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

$$AB^2=(x_2-x_1)^2+\left(\frac{2}{x_2+1}-\frac{2}{x_1+1}\right)^2=\left[(x_2+1)-(x_1+1)\right]^2+\frac{4\left[(x_2+1)-(x_1+1)\right]^2}{(x_2+1)^2.(x_1+1)^2}$$

Do tam giác IAB đều nên ta có:

$$IA^2=IB^2\Leftrightarrow(x_2+1)^2-(x_1+1)^2=\frac{4\left[(x_2+1)^2-(x_1+1)^2\right]}{(x_2+1)^2(x_1+1)^2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(x_2+1)^2-(x_1+1)^2=0\\(x_2+1)^2(x_1+1)^2=4\end{array}\right.$$

$(x_2+1)^2-(x_1+1)^2=0\Rightarrow AB=0\Rightarrow$ Loại.

$$(x_2+1)^2(x_1+1)^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_2+1=\dfrac{2}{x_1+1}\\x_2+1=-\dfrac{2}{x_1+1}\end{array}\right.$$

+ $x_2+1=\dfrac{2}{x_1+1}$:

Khi đó $AB^2=2\left[(x_2+1)-(x_1+1)\right]=2\left[(x_2+1)-\dfrac{2}{(x_2+1)}\right]^2=\dfrac{2}{(x_2+1)^2}\left[(x_2+1)^2-2\right]^2$

Lại có $AB^2=IB^2\Leftrightarrow\dfrac{2}{(x_2+1)^2}\left[(x_2+1)^2-2\right]^2=(x_2+1)^2+\dfrac{4}{(x_2+1)^2}$

$$\Leftrightarrow(x_2+1)^4-8(x_2+1)^2+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(x_2+1)^2=4-2\sqrt{3}\Rightarrow AB^2=\dfrac{2\left(2-2\sqrt{3}\right)^2}{4-2\sqrt{3}}=8\\(x_2+1)^2=4+2\sqrt{3}\Rightarrow AB^2=\dfrac{2\left(-2-2\sqrt{3}\right)^2}{4+2\sqrt{3}}=8\end{array}\right.$$

+ $x_2+1=-\dfrac{2}{x_1+1}$:

Khi đó $AB^2=2\left[(x_2+1)-(x_1+1)\right]=2\left[(x_2+1)+\dfrac{2}{(x_2+1)}\right]^2=\dfrac{2}{(x_2+1)^2}\left[(x_2+1)^2+2\right]^2$

Lại có $AB^2=IB^2\Leftrightarrow\dfrac{2}{(x_2+1)^2}\left[(x_2+1)^2+2\right]^2=(x_2+1)^2+\dfrac{4}{(x_2+1)^2}$

$$\Leftrightarrow(x_2+1)^4+8(x_2+1)^2+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(x_2+1)^2=-4-2\sqrt{3}<0\\(x_2+1)^2=-4+2\sqrt{3}<0\end{array}\right.\Rightarrow\text{Loại}$$

Vậy $AB=2\sqrt{2}$.

Câu 25: (Câu 45 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018) Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng:

A. $\sqrt{6}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** 2 **D.** $2\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Giả sử $A\left(a;\dfrac{a-1}{a+2}\right)$, $B\left(b;\dfrac{b-1}{b+2}\right)$, $I(-2;1)$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

$\overrightarrow{IA}=\left(a+2;-\dfrac{3}{a+2}\right)$, $\overrightarrow{IB}=\left(b+2;-\dfrac{3}{b+2}\right)$ $\Rightarrow \overrightarrow{IA}=\left(a_1;-\dfrac{3}{a_1}\right)$, $\overrightarrow{IB}=\left(b_1;-\dfrac{3}{b_1}\right)$.

Do tam giác ABI đều nên $\begin{cases} IA^2=IB^2=AB^2=a_1^2+\dfrac{9}{a_1^2}=b_1^2+\dfrac{9}{b_1^2} \\ \cos\left(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}\right)=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(a_1^2-b_1^2\right)\left(1-\dfrac{9}{a_1^2b_1^2}\right)=0 \quad (1) \\ a_1b_1+\dfrac{9}{a_1b_1}=\dfrac{1}{2}\left(a_1^2+\dfrac{9}{a_1^2}\right) \quad (2) \end{cases}$$

$$(1)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a_1=-b_1 \\ a_1=b_1 \\ a_1b_1=3 \\ a_1b_1=-3 \end{array}\right.$$

Nếu $a_1=-b_1$ thì (2) vô lý.

Nếu $a_1=b_1$ thì $A\equiv B$ $\Rightarrow$ Loại.

Nếu $a_1b_1=-3$ thì (2) vô lý.

Nếu $a_1b_1=3$ thì $(2)\Rightarrow a_1^2+\dfrac{9}{a_1^2}=12$ $\Rightarrow AB=2\sqrt{3}$.

Vậy $AB=2\sqrt{3}$.

Cách 2: $I(-2;1)$

$(C): y=\dfrac{x-1}{x+2}\overset{IXY}{\Rightarrow}(C): Y=-\dfrac{3}{X}$.

Trong hệ trục toạn độ IXY (C) nhận đường thẳng $Y=-X$ làm trục đối xứng.

ΔABI đều nên IA tạo với IX một góc $15°$ $\Rightarrow A\in d: Y=-\tan 15°.X$ $\Rightarrow A\in d: Y=\left(\sqrt{3}-2\right)X$.

$\Rightarrow A\left(X;\left(\sqrt{3}-2\right)X\right)$.

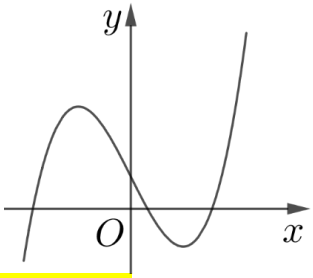
Mà $A\in(C)$ $\Rightarrow \left(\sqrt{3}-2\right)X=-\dfrac{3}{X}$ $\Rightarrow X^2=\dfrac{3}{2-\sqrt{3}}=3\left(2+\sqrt{3}\right)$.

$\Rightarrow AB^2=IA^2=X^2+\left[\left(\sqrt{3}-2\right)X\right]^2=12\Rightarrow AB=2\sqrt{3}$.

★★★★★ NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM ★★★★★

CHUYÊN ĐỀ 5:
KKHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ
Môn: TOÁN
(CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP TỪ ĐỀ THI BGD)
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

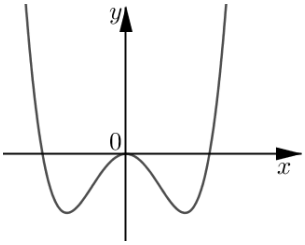


A. $y=-x^3-2x+\frac{1}{2}$. **B.** $y=x^3-2x+\frac{1}{2}$. **C.** $y=-x^4+2x^2+\frac{1}{2}$. **D.** $y=x^4+2x^2+\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B Dễ thấy đường cong có dạng đồ thị của hàm số bậc ba với hệ số a dương.

Câu 2: **(Câu 11 - ĐTK - BGD&ĐT – L2 - Năm 2021)** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y=\frac{3x+1}{x+2}$. **B.** $y=x^2+2x$. **C.** $y=2x^3-x^2$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy: đây dạng đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương nên hàm số cần tìm là $y=x^4-2x^2$.

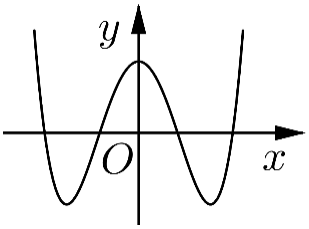
Câu 3: **(Câu 26 - ĐTK - BGD&ĐT – L2 - Năm 2021)** Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-x+2$?

A. Điểm $M(1;1)$. **B.** Điểm $P(1;2)$. **C.** Điểm $Q(1;3)$. **D.** Điểm $N(1;0)$

Lời giải

Chọn B

Câu 4: **(Câu 15 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=2x^4-4x^2+1$.

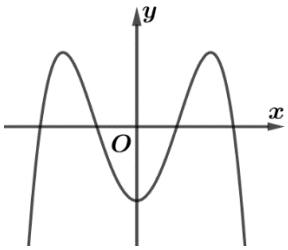
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm trùng phương và có hệ số $a > 0$.

Câu 5: **(Câu 6 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x - 1$. **C.** $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$. **D.** $y = x^3 - 3x - 1$.

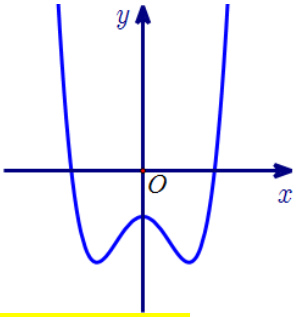
Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng nên loại đáp án B và **D.**

Từ đồ thị hàm số ta thấy $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$ nên loại đáp án **C.**

Câu 6: **(Câu 7 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau



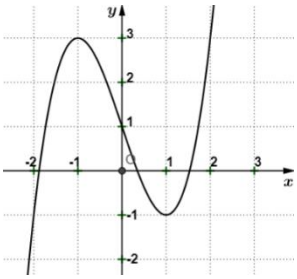
A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương với hệ số $a > 0$. Do đó nhận đáp án $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 7: **(Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong vẽ bên



A. $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Chọn A

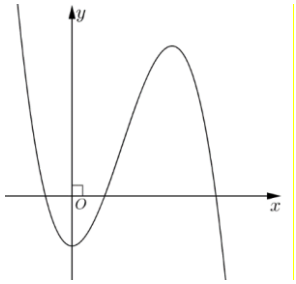
Đường cong đã cho là đồ thị của hàm số bậc 3 có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$. Suy ra chọn đáp án A hoặc **D.**

Từ đồ thị ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0 \Rightarrow$ Chọn đáp án**A.**

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 8: **(Câu 4 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

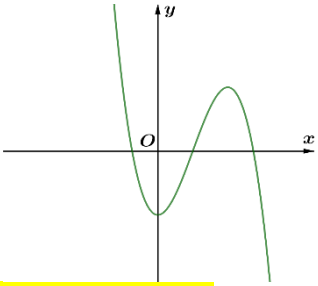


Lời giải

Chọn D

Ta có đây là đồ thị của hàm số bậc ba có hệ số $a<0$ nên chọn đáp án **D.**

Câu 9: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường cong như trong hình vẽ



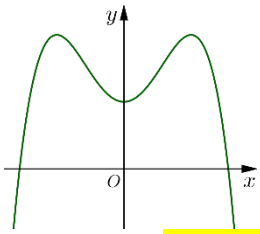
A. $y=x^4-2x^2-2$. **B.** $y=-x^3+3x^2-2$. **C.** $y=x^3-3x^2-2$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình dáng đồ thị hàm số ta nhận thấy đó là đồ thị hàm số bậc 3 và có hệ số a < 0 nên chọn đáp án **B.**

Câu 10: **(Câu 1 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



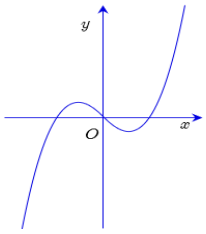
A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: Dựa vào đồ thị của hàm số ta thấy đây là hàm trùng phương và có hệ số a âm.

Câu 11: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới?



A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^4+2x$.

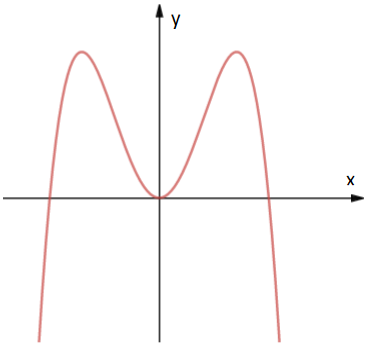
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Lời giải

Chọn A

Ta thấy đây là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\,(a \neq 0)$ và $a > 0$. Nên chọn.**A.**

Câu 12: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



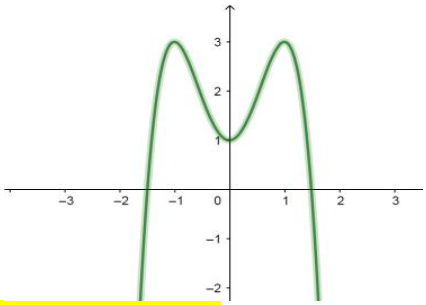
A. $y = -x^4 + 2x^2$. **B.** $y = x^4 - 2x^2$. **C.** $y = x^3 - 3x^2$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị trên là đồ thị của hàm số dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a < 0$.

Câu 13: **(Câu 9 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = 2x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. **C.** $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. **D.** $y = -2x^3 + 3x + 1$.

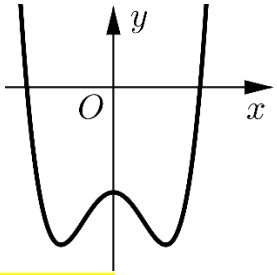
Lời giải

Chọn B

Do nhánh cuối đi xuống nên hệ số $a < 0$, loại A, C.

Đồ thị có ba cực trị, loại D.

Câu 14: **(Câu 2 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 2$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn B

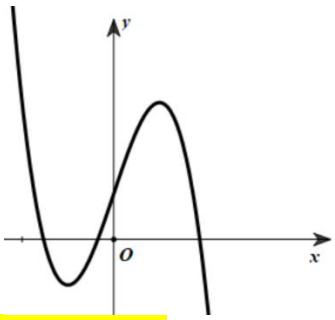
Ta dựa vào đồ thị chọn $a > 0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$.

Do đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $b < 0$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 15: **(Câu 10 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

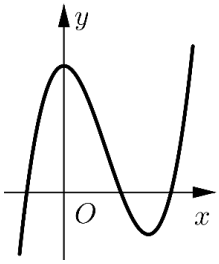
Lời giải

Chọn B

Căn cứ vào đồ thị hàm số và các phương án ta loại các phương án hàm số bậc bốn trùng phương là A, D. Còn lại các phương án hàm số bậc ba.

Từ đồ thị ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên hàm số $y=-x^3+3x+1$ có đường cong như trong hình vẽ.

Câu 16: **(Câu 6 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình vẽ bên



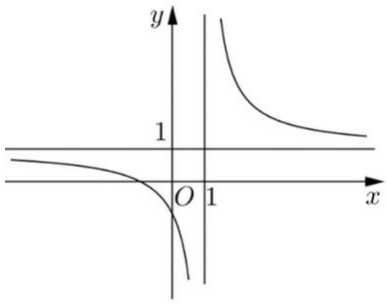
A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=-x^3+3x^2+3$. **C.** $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+2x^2+3$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nên loại C và **D.**

Câu 17: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Lời giải

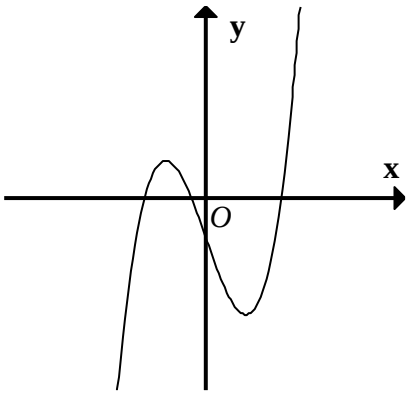
Chọn B

Dựa vào đồ thị thấy hàm số đã cho không xác định tại $x=1$ nên loại đáp án C, **D.**

Mặt khác $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$ nên đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 18: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+x^2-1$. **B.** $y=x^4-3x^2-1$. **C.** $y=-x^3-3x-1$. **D.** $y=x^3-3x-1$

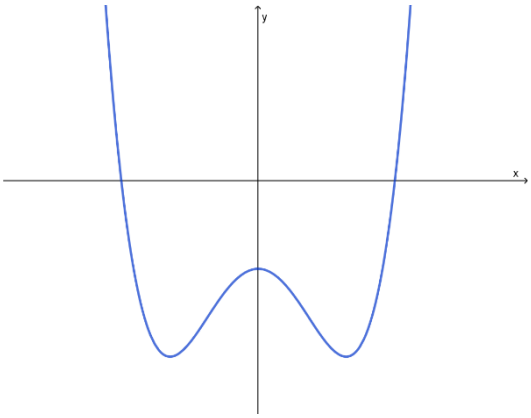
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số là đồ thị của hàm số bậc ba nên loại A và. **B.**

Đồ thi hàm số bậc ba có hệ số $a>0$ nên D đúng.

Câu 19: **(MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4-2x^2-1$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$. **C.** $y=x^3-x^2-1$. **D.** $y=-x^3+x^2-1$

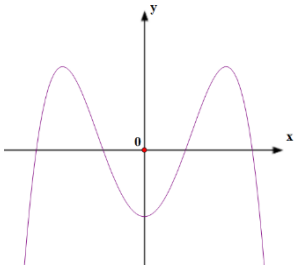
Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ suy ra hàm số đã cho có 3 cực trị $\rightarrow$ loại C,. **D.**

Mặt khác nhánh bên tay phải của đồ thị hàm số đi lên suy ra hệ số $a>0 \rightarrow$ Chọn.**A.**

Câu 20: **(Câu 11 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4-3x^2-1$ **B.** $y=x^3-3x^2-1$ **C.** $y=-x^3+3x^2-1$ **D.** $y=-x^4+3x^2-1$

Lời giải

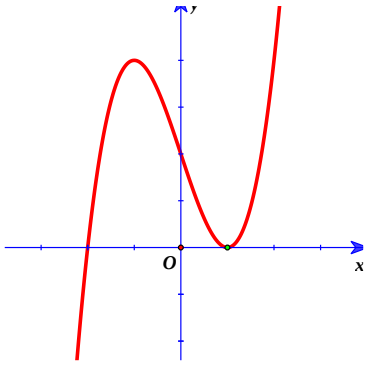
Chọn D

+ Nhìn đồ thị khẳng định đồ thị hàm trùng phương loại **B, C**

+ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-\infty$ nên **Chọn D**

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 21: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



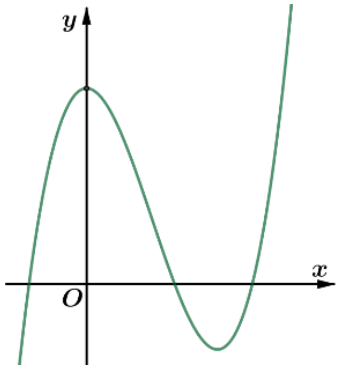
A. $y = x^3 - 3x + 2$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 1$. **C.** $y = x^4 + x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 2$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hình bên là đồ thị hàm số bậc ba đi qua điểm $A(0;2)$ có hệ số $a > 0$ nên chỉ có đáp án A thỏa mãn điều kiện trên.

Câu 22: **(Câu 5 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



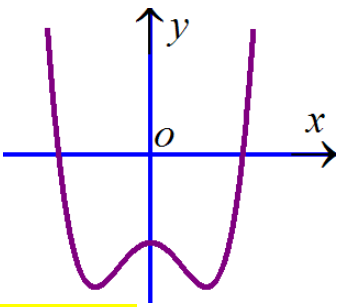
A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$ **B.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ **C.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 3$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là hình ảnh đồ thị của hàm số bậc ba nên loại đáp án A và B; Mặt khác dựa vào đồ thị ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ nên hệ số của x^3 dương nên ta chọn đáp án $y = x^3 - 3x^2 + 3$

Câu 23: **(Câu 5 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -x^3 + x^2 - 1$. **B.** $y = x^4 - x^2 - 1$. **C.** $y = x^3 - x^2 - 1$. **D.** $y = -x^4 + x^2 - 1$.

Lời giải

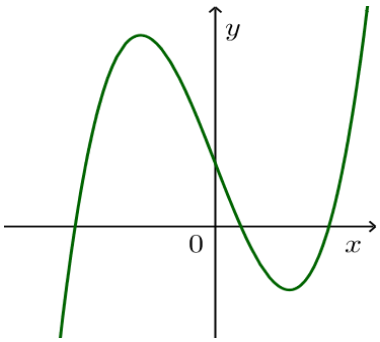
Chọn B

Đặc trưng của đồ thị là hàm bậc 4 $\Rightarrow$ Loại đáp án A, C

Dáng điệu của đồ thị $\Rightarrow$ Loại đáp án D

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 24: **(Câu 1 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



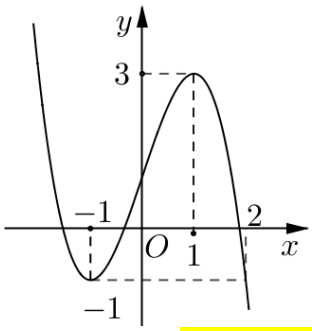
A. $y=-x^2+x-1$ **B.** $y=-x^3+3x+1$ **C.** $y=x^4-x^2+1$ **D.** $y=x^3-3x+1$

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị : $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ và đây là đồ thị hàm bậc ba nên ta chọn phương án $y=x^3-3x+1$.

Câu 25: **(MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^4+4x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

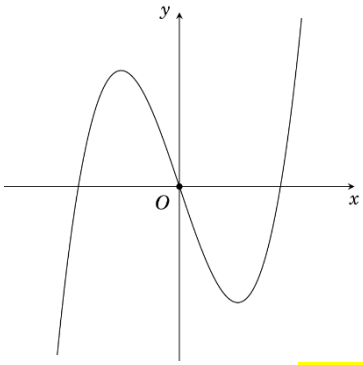
Chọn C

Nhận dạng đồ thị: Đồ thị hàm số bậc 3 với:

- Nhánh phải đồ thị đi xuống nên nhận xét hệ số $a<0$
- Hai điểm cực trị trái dấu nên: $a.c<0$ mà $a<0$ nên $c>0$
- Đồ thị hàm số cắt trục tung Oy tại điểm có tung độ dương nên $d>0$

Chỉ có đáp án C thỏa mãn.

Câu 26: **(Câu 18 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 – 2021)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4+2x^2$. **B.** $y=-x^3-3x$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Lời giải

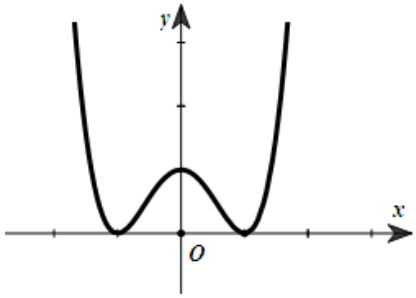
Chọn C

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

+) Đồ thị trên là đồ thị hàm số bậc 3 nên loại đáp án A, **D.**

+) Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nên loại đáp án B vì hàm số $y=-x^3-3x$ không có điểm cực trị.

Câu 27: **(Câu 10 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



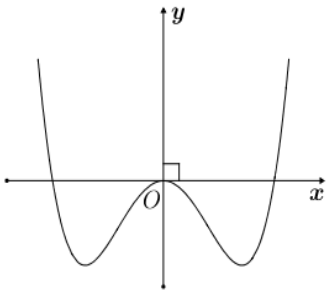
A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số bậc 4 có hệ số $a>0 \Rightarrow$ **chọn A đúng.**

Câu 28: **(Câu 19 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên



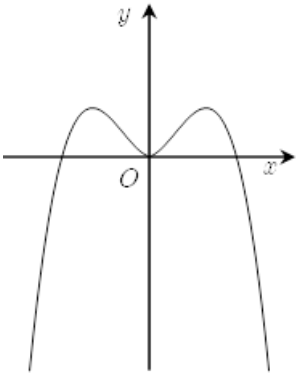
A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^3-3x^2$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^3+3x^2$.

Lời giải

Chọn C

Vì đồ thị hàm số có 3 cực trị nên ta loại đáp án B và D. Ta lại thấy khi $x\to+\infty$ thì $y\to+\infty$. Nên hệ số trước x^4 phải dương.

Câu 29: **(BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=x^3-3x$.

Lời giải

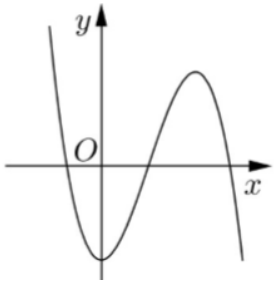
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Chọn A

Từ hình dáng đồ thị ta thấy đó là đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương. Suy ra loại đáp án B, **D.**

Hàm số có hệ số $a<0$. Suy ra loại đáp án **C.**

Câu 30: **(Câu 4 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



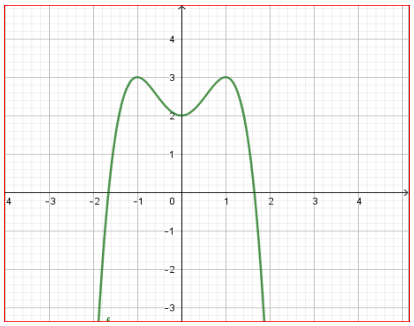
A. $y=x^3-3x^2-2$ **B.** $y=x^4-x^2-2$ **C.** $y=-x^4+x^2-2$ **D.** $y=-x^3+3x^2-2$

Lời giải

Chọn D

Dựa trên hình dáng đồ thị, ta loại $y=x^3-3x^2-2$ và $y=x^4-x^2-2$ Mặt khác từ đồ thị, ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên loại $y=-x^4+x^2-2$

Câu 31: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



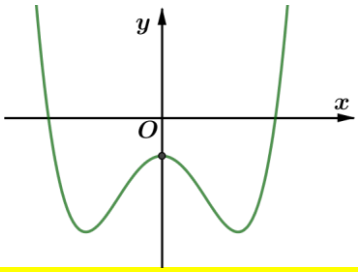
A. $y=-x^4+2x^2+2$ **B.** $y=x^4-2x^2+2$ **C.** $y=x^3-3x^2+2$ **D.** $y=-x^3+3x^2+2$

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm trùng phương có 3 cực trị và có $a<0$

Câu 32: **(Câu 14 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$, với a,b,c là các số thự **C.** Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Phương trình $y'=0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt

B. Phương trình $y'=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt

C. Phương trình $y'=0$ có đúng một nghiệm thực

D. Phương trình $y'=0$ vô nghiệm trên tập số thực

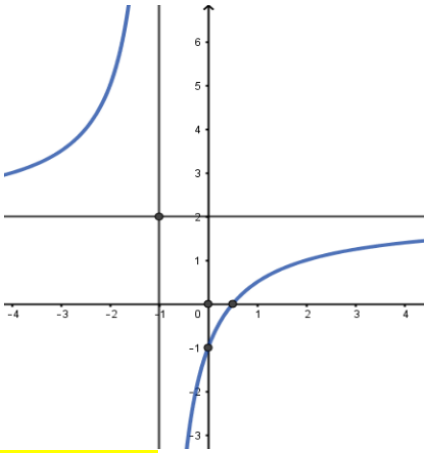
Lời giải

Chọn A

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Dựa vào hình dáng của đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương có 3 điểm cực trị nên phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

Câu 33: **(Câu 23 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho đường cong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$ **B.** $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ **C.** $y = \dfrac{2x-2}{x-1}$ **D.** $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$

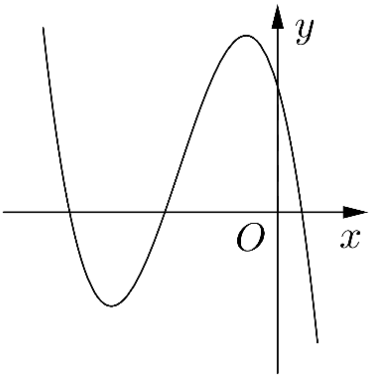
Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị suy ra tiệm cận đứng $x = -1$ loại C, D

Đồ thị hàm số giao với trục hoành có hoành độ dương suy ra chọn B

Câu 34: **(Câu 46 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2020-L1)** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\,(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?



A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Do $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$ nên $a < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Hàm số có điểm cực trị $x_1 < x_2 < 0$, suy ra $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-2b}{3a} < 0 \\ x_1.x_2 = \dfrac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 35: (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101) Cho hàm số $f\ x\ = ax^3 + bx^2 + cx + d\ \ a;b;c;d \in \mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số $a;b;c;d$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A $f\ x\ = ax^3 + bx^2 + cx + d\ \ a;b;c;d \in \mathbb{R}$. Ta có: $f'\ x\ = 3ax^2 + 2bx + c$.

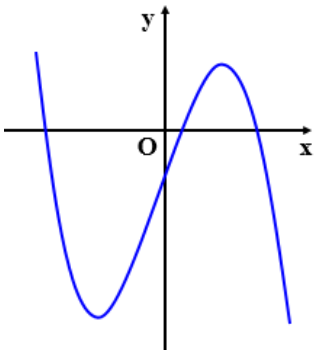
+) $\lim\limits_{x \to +\infty} f\ x\ = +\infty \Rightarrow a > 0$. +) $f\ 0\ = 3 \Rightarrow d = 3 > 0$.

+) $f'\ x\ = 0$ có nghiệm $x = 0 \Rightarrow c = 0$.

+) Tổng 2 nghiệm của phương trình $f'\ x\ = 0$ là $4 \Rightarrow -\dfrac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow \dfrac{b}{a} < 0 \xrightarrow{do\ a>0} b < 0$.

Vậy trong các số $a;b;c;d$ có 2 số dương.

Câu 36: (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020) Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d\ \ (a,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên.Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, d > 0$. **B.** $a < 0, d > 0$. **C.** $a > 0; d < 0$. **D.** $a < 0; d < 0$.

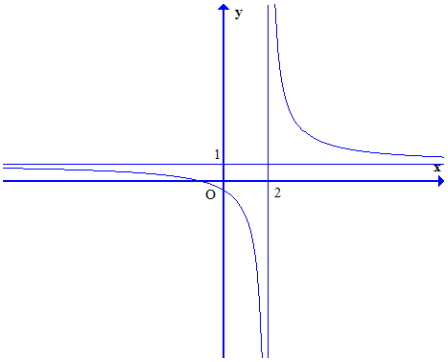
Lời giải

Chọn D

Do nhánh tiến đến $+\infty$ của đồ thị hàm số đi xuống $\Rightarrow a < 0$.

Do đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ nhỏ hơn $0 \Rightarrow d < 0$.

Câu 37: (Câu 24 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' < 0, \forall x \neq 2$. **B.** $y' < 0, \forall x \neq 1$. **C.** $y' > 0, \forall x \neq 2$. **D.** $y' > 0, \forall x \neq 1$.

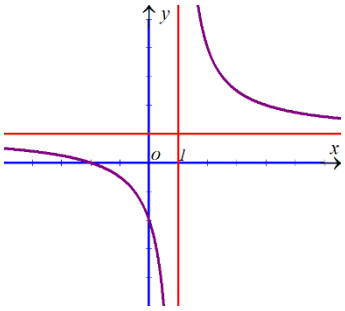
Lời giải

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Chọn A

Hàm số giảm trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$ nên $y'<0,\forall x\neq 2$.

Câu 38: **(Câu 28 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với *a, b, c, d* là các số thự **C.** Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$ **B.** $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$ **C.** $y'>0,\forall x\neq 1$ **D.** $y'<0,\forall x\neq 1$

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ đồng biến/nghịch biến trên $\left(-\infty;-\dfrac{d}{c}\right)$ và $\left(-\dfrac{d}{c};+\infty\right)\Rightarrow$ Loại A, **B.**

Đồ thị nằm ở góc phần tư thứ nhất $\Rightarrow y'<0$. Loại đáp án **C.**

Câu 39: **(Câu 48 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 – 2021)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘	-5	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ nên $a>0$.

$f'(x)=3ax^2+2bx+c$; $f'(0)=0\Rightarrow c=0$; $f'(4)=0\Rightarrow\dfrac{-2b}{3a}=4\Rightarrow ab<0\Rightarrow b>0$

Lại có $f(0)=-1\Rightarrow d<0$. Vậy trong các số a,b,c,d có đúng 1 số dương.

Câu 40: **(Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c\in R)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Lời giải

Chọn C

$f'(x)=3ax^2+2bx+c$

Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-2;1)$ suy ra $\begin{cases}12a-4b+c=0\\-8a+4b-2c+d=1\end{cases}$

Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(0;-1)$ suy ra $\begin{cases}3a.0+2b.0+c=0\\a.0+b.0+c.0+d=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}c=0\\d=-1\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}12a-4b=0\\-8a+4b=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\b=\dfrac{3}{2}\end{cases}$.

Câu 41: **(Câu 47 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số $a,\ b,\ c,\ d$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên hàm số, ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty\Rightarrow a>0$.

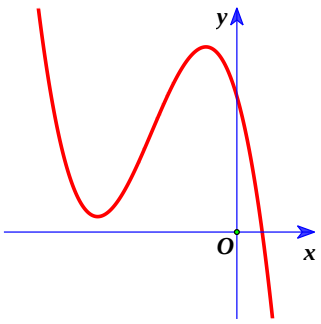
Khi $x=0$ thì $y=d=1>0$.

Mặt khác $f'(x)=3ax^2+2bx+c$. Từ bảng biến thiên ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.$.

Từ đó suy ra $f'(0)=0\Rightarrow c=0$ và $\dfrac{-2b}{3a}=-2\Rightarrow b=3a>0$.

Vậy có 3 số dương là $a,\ b,\ d$.

Câu 42: **(Câu 48 - BGD - Đợt 1 -Mã đề 104 - 2020)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,\ b,\ c,\ d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số $a,\ b,\ c,\ d$?



A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow d>0$.
- $\lim\limits_{x\to+\infty}y<0\Rightarrow a<0$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

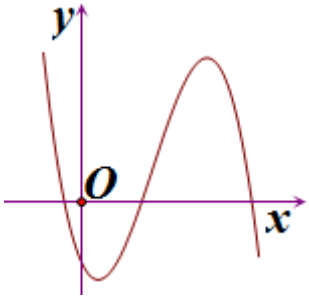
◆ Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nằm về bên trái trục tung nên phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < 0$.

Khi đó theo Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{2b}{3a} < 0 \\ x_1.x_2 = \dfrac{c}{3a} > 0 \end{cases}$. Từ đó suy ra $b < 0$ và $c < 0$.

Vậy trong các số a, b, c, d có 1 số dương.

Câu 43: **(Câu 46 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d\,(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?



A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

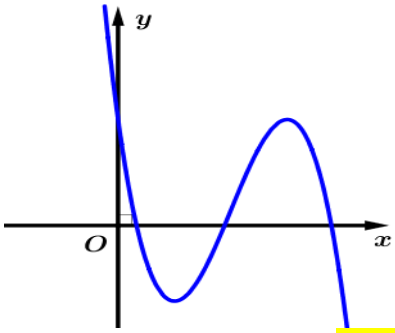
Quan sát hình dáng đồ thị ta thấy $a < 0$.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $A(0;d)$ nằm bên dưới trục Ox nên $d < 0$.

Lại thấy hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 là hai số dương nên phương trình $y' = 0$ ($y' = 3ax^2 + 2bx + c$) có hai nghiệm x_1, x_2 là hai số dương, do đó theo Vi – et ta có

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{2b}{3a} > 0 \\ x_1.x_2 = \dfrac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c < 0 \end{cases}$. Vậy có một số dương là ***B.***

Câu 44: **(Câu 45 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\,(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?



A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ đồ thị hàm số đề cho, suy ra:

+ $a < 0$.

+ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

+ Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ dương

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

$\Rightarrow$ Phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt dương

$$\Rightarrow \begin{cases} S=\dfrac{-2b}{3a}>0 \\ P=\dfrac{c}{3a}>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b>0 \\ c<0 \end{cases} \text{ (Vì } a<0\text{).}$$

Vậy có 2 số dương trong các số a,b,c,d.

Câu 45: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	1

Trong các số a,b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{ax+1}{bx+c}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a+\dfrac{1}{x}}{b+\dfrac{c}{x}}=\dfrac{a}{b}$.

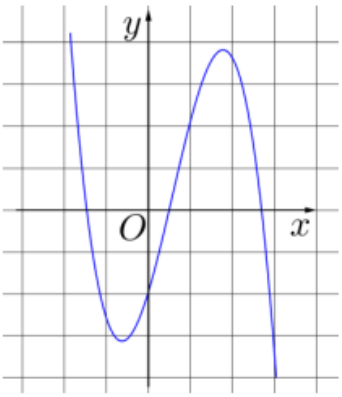
Theo gỉa thiết, ta có $\dfrac{a}{b}=1\Rightarrow a=b\ (1)$.

Hàm số không xác định tại $x=2$ nên suy ra $2b+c=0\Rightarrow b=-\dfrac{c}{2}\ (2)$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định $\Rightarrow f'(x)=\dfrac{ac-b}{(bx+c)^2}>0\ (3)$ với mọi x khác 2.

Nếu $a=b>0$ thì từ (2) suy ra $c<0$. Thay vào (3), ta thấy vô lý nên trường hợp này không xảy ra. Suy ra, chỉ có thể xảy ra khả năng $a=b<0$ và $c>0$.

Câu 46: **(Câu 11 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$ **B.** $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$.

C. $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$ **D.** $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d<0$.

Lời giải

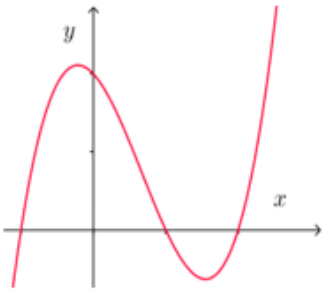
Chọn A

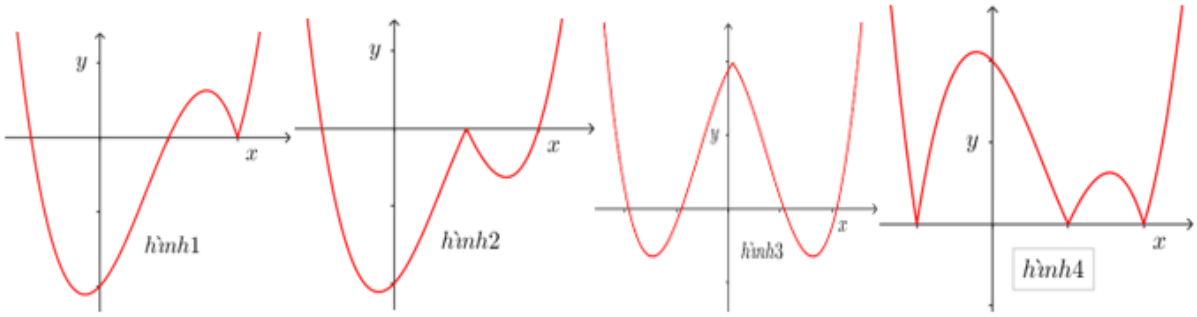
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Dựa vào đồ thị suy ra hệ số $a<0 \Rightarrow$ loại phương án C

$y'=3ax^2+2bx+c=0$ có 2 nghiệm x_1,x_2 trái dấu (do hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm hai phía với Oy) $\Rightarrow 3a.c<0 \Rightarrow c>0 \Rightarrow$ loại phương án **D.** Do $(C)\cap Oy=D(0;d)\Rightarrow d<0$.

Câu 47: **(Câu 32 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hàm số $y=(x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|x-2|(x^2-1)$?





A. Hình 1 **B.** Hình 2 **C.** Hình 3 **D.** Hình 4

Lời giải

Chọn A

$y=|x-2|(x^2-1)=\begin{cases}(x-2)(x^2-1), x\ge 2\\ -(x-2)(x^2-1), x<2\end{cases}$ Đồ thị gồm 2 phần:

+) Giữ nguyên phần đồ thị đã cho ứng với $x\ge 2$.

+) Lấy đối xứng phần đồ thị đã cho ứng với $x<2$ qua trục Ox

Hình 1 nhận vì đồ thị là hàm $y=|x-2|(x^2-1)$

Hình 2 loại vì đồ thị là hàm $y=(x-2)|x-1|(x+1)$

Hình 3 loại vì đồ thị hàm số $y=(|x|-2)(x^2-1)$

Hình 4 loại vì đồ thị hàm $y=|(x-2)(x^2-1)|$

Câu 48: **(Câu 1 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. **B.** (C) cắt trục hoành tại một điểm.

C. (C) không cắt trục hoành. **D.** (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Lời giải

Chọn B

Dễ thấy phương trình $(x-2)(x^2+1)=0$ có 1 nghiệm $x=2\Rightarrow(C)$ cắt trục hoành tại một điểm.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 49: **(Câu 1 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 0

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành: $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{array}\right.$

Vậy số giao điểm của (C) và trục hoành là 3.

Câu 50: **(Câu 2 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 0 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 2x^2 + 2 = -x^2 + 4 \Leftrightarrow x^4 - x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Vậy hai đồ thị có tất cả 2 điểm chung.

Câu 51: **(Câu 7 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0.

A. $y_0 = 4$ **B.** $y_0 = 0$ **C.** $y_0 = 2$ **D.** $y_0 = -1$

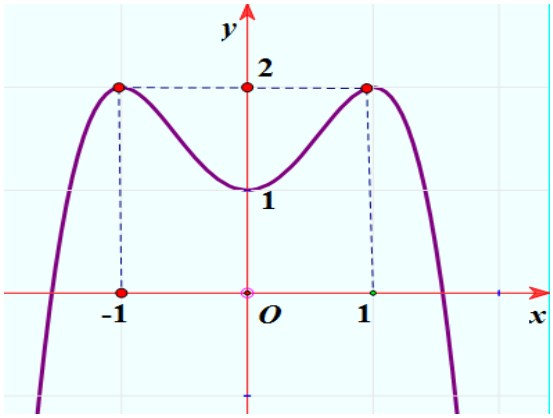
Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $-2x + 2 = x^3 + x + 2 \Leftrightarrow x^3 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 2$.

Câu 52: **(Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



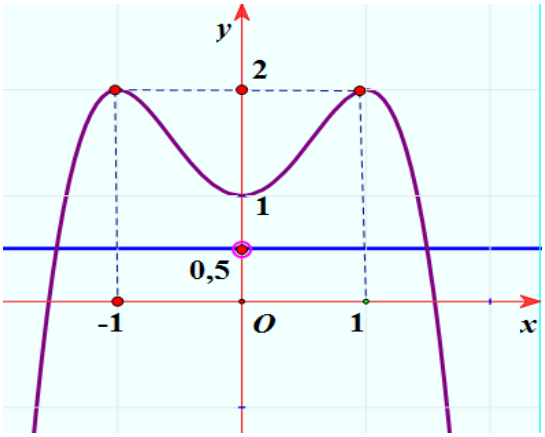
Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

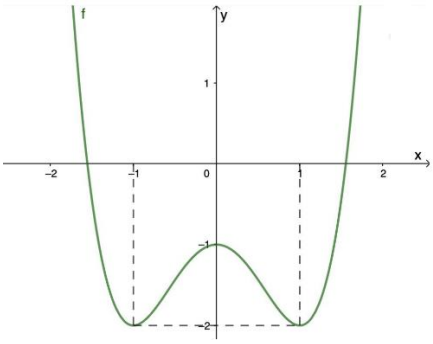
Chọn A

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM



Số nghiệm của phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với đường thẳng $y=\frac{1}{2}$. Căn cứ vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ cắt đồ thi hàm số đã cho tại 2 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 53: **(Câu 17 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-\frac{3}{2}$ là?



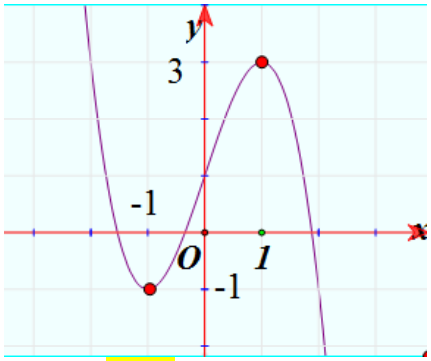
A. 4 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Chọn A

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đồ thị hàm số $y=-\frac{3}{2}$ chính là số nghiệm của phương trình. $f(x)=-\frac{3}{2}$

Câu 54: **(BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là.



A. 0 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 2

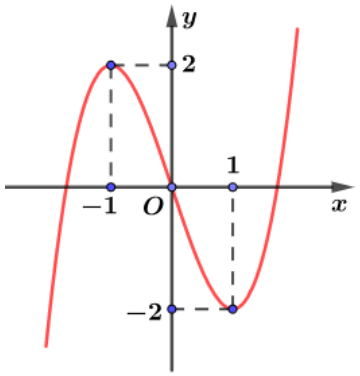
Lời giải

Chọn B

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt. Nên phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 55: **(Câu 16 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-1$ là

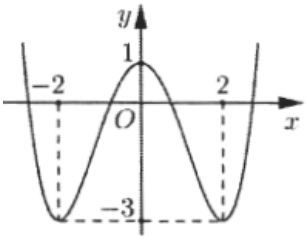
A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ bằng số giao điểm của đường cong $y=f(x)$ với đường thẳng $y=-1$. Nhìn hình vẽ ta thấy có 3 giao điểm nên phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 56: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ là



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=-1$. Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ suy ra số nghiệm của phương trình bằng 4.

Câu 57: **(Câu 16 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

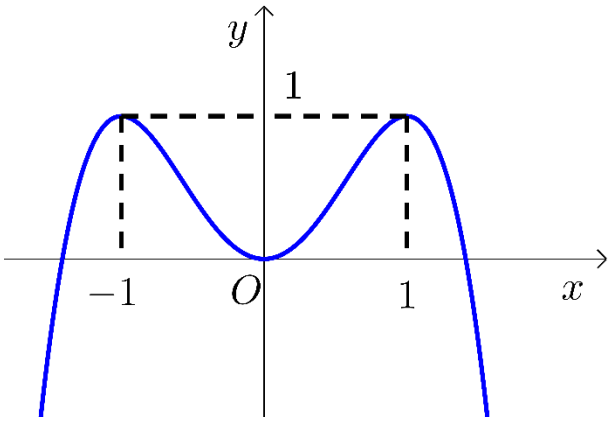
Chọn C

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Ta có $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên: Suy ra phương trình $f(x)=\frac{3}{2}$ có ba nghiệm thực phân biệt

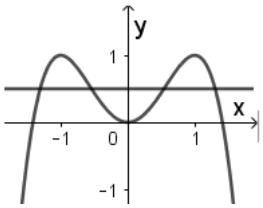
Câu 58: **(Câu 25 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 -2021)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

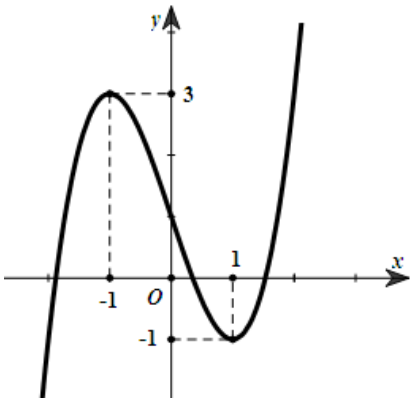


Chọn A

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ và có đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Ta thấy đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số tại 4 điểm nên phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ có 4 nghiệm.

Câu 59: **(Câu 4) (BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



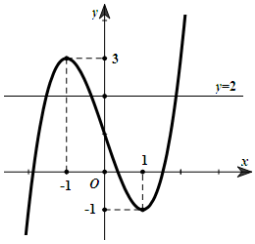
Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM



Đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=2$ có 3 nghiệm thực.

Câu 60: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $3f(x)-2=0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3f(x)-2=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{2}{3}$.

Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $d: y=\frac{2}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 61: **(Câu 29 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$2f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{2}$. Từ bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị $-\frac{3}{2}$ tại ba giá trị x khác nhau. Suy ra phương trình có 3 nghiệm.

Câu 62: **(Câu 23 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Lời giải

Chọn C

Ta có $3f(x)-5=0 \Leftrightarrow 3f(x)=5 \Leftrightarrow f(x)=\frac{5}{3}$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của hai đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{5}{3}$.

Vậy phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 63: **(Câu 16 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=\frac{3}{2}$ tại bốn điểm phân biệt. Do đó phương trình $2f(x)-3=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 64: **(Câu 29 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{2}$ $(*)$.

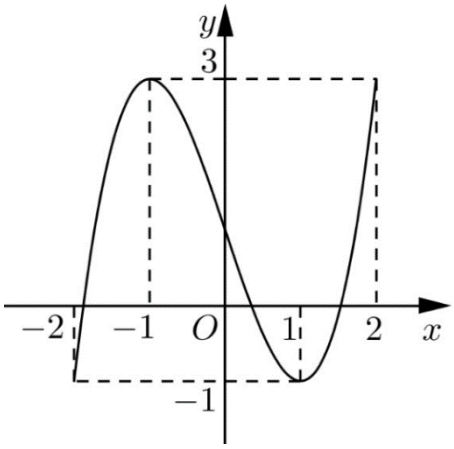
Số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta thấy đường thẳng $y=-\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Do đó phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt. Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm thực.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 65: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-2;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ trên đoạn $[-2;2]$ là



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

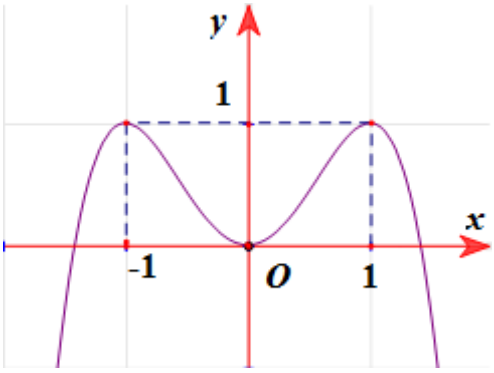
Lời giải

Chọn A

Ta có $3f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{3}$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy đường thẳng $y=\frac{4}{3}$ cắt $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 66: **(MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c\,(a,b,c\in\mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên.



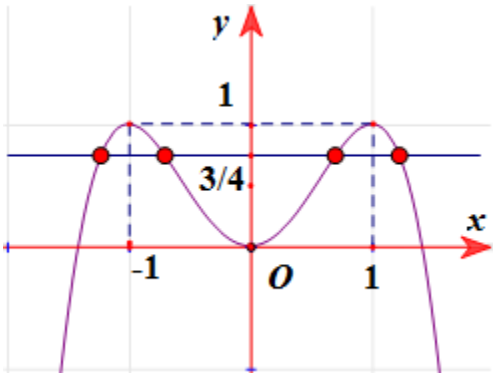
Số nghiệm của phương trình $4f(x)-3=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0

Lời giải

Chọn A

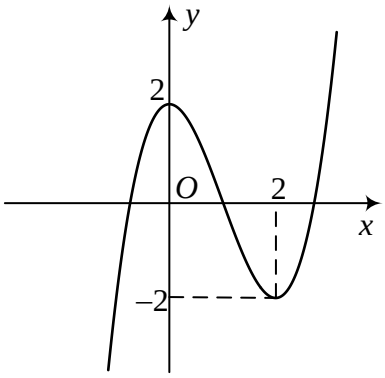
Ta có $4f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}$



NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Đường thẳng $y=\frac{3}{4}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 4 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 67: (Câu 17 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018) Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)+4=0$ là



A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Lời giải

Chọn A

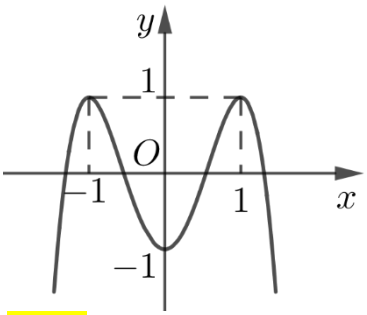
Ta có: $3f(x)+4=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{4}{3}$ (*)

(*) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-\frac{4}{3}$

.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy (*) có 3 nghiệm.

Câu 68: (MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021) Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=0$ là:



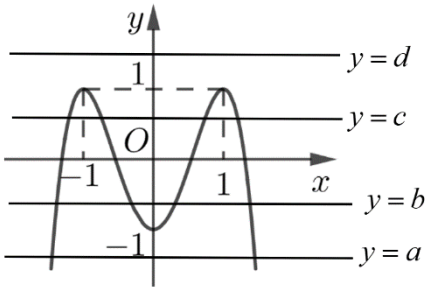
A. 12. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(f(x))=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(x)=a\,(a<-1) & (1) \\ f(x)=b\,(-1<b<0) & (2) \\ f(x)=c\,(0<c<1) & (3) \\ f(x)=d\,(d>1) & (4) \end{array}\right.$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM



Từ đồ thị hàm số ta thấy:

Phương trình (1) có: 2 nghiệm

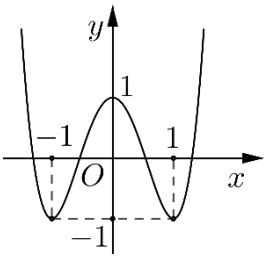
Phương trình (2) có: 4 nghiệm

Phương trình (3) có: 4 nghiệm

Phương trình (4) vô nghiệm

Vậy phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ có tất cả 10 nghiệm thực phân biệt.

Câu 69: **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.

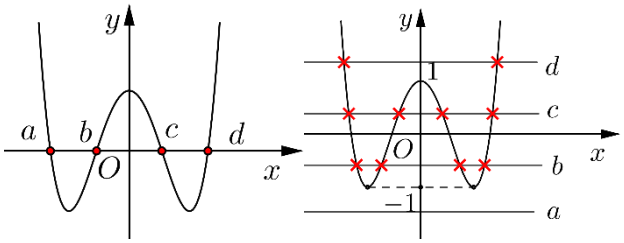


Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ là

A. 4. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $f\left(f\left(x\right)\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right)=a \ \left(a<-1\right) \\ f\left(x\right)=b \ \left(-1<b<0\right) \\ f\left(x\right)=c \ \left(0<c<1\right) \\ f\left(x\right)=d \ \left(d>1\right) \end{array}\right.$.

Phương trình $f\left(x\right)=a$ với $a<-1$ vô nghiệm.

Phương trình $f\left(x\right)=b$ với $-1<b<0$ có 4 nghiệm phân biệt.

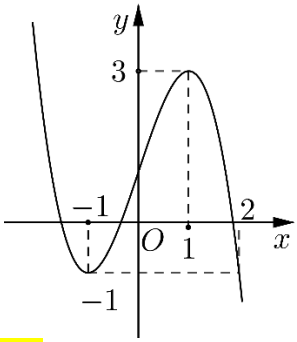
Phương trình $f\left(x\right)=c$ với $0<c<1$ có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f\left(x\right)=d$ với $d>1$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ có 10 nghiệm.

Câu 70: **(Câu 41 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình trên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=1$ là

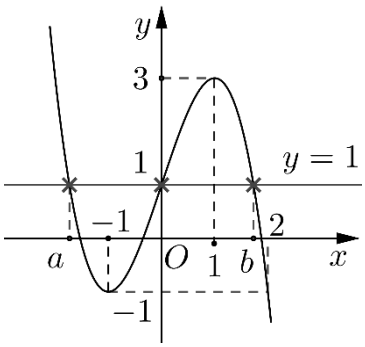
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

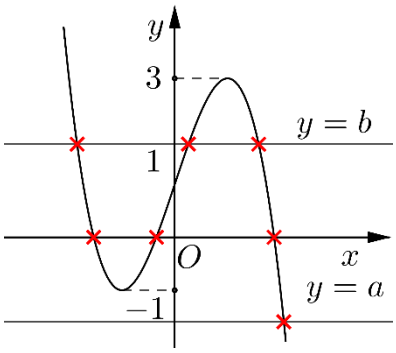


A. 9. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B



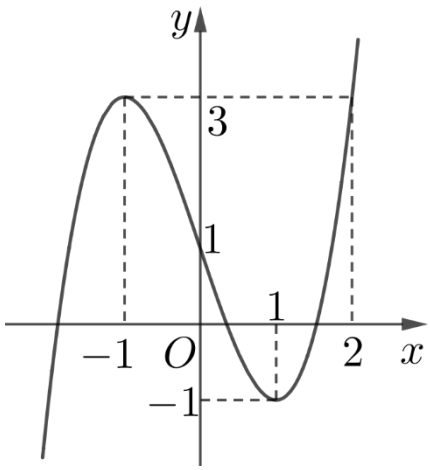


Từ $f\left(f\left(x\right)\right)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right)=a,\ \left(a<-1\right) \\ f\left(x\right)=0 \\ f\left(x\right)=b,\ \left(1<b<2\right) \end{array}\right.$

- $f\left(x\right)=a$ với $a<-1$ phương trình có một nghiệm
- $f\left(x\right)=0$ phương trình có ba nghiệm phân biệt
- $f\left(x\right)=b$ với $1<b<2$ phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=1$ là 7.

Câu 71: **(Câu 41 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=1$ là



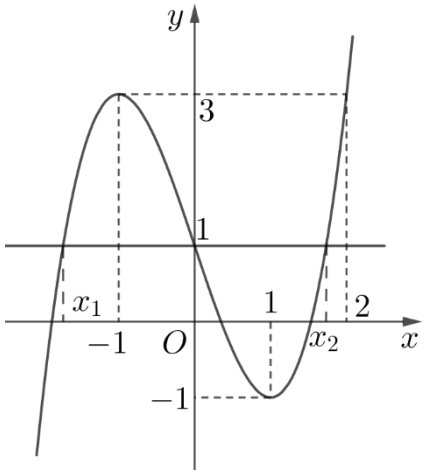
A. 9. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta có

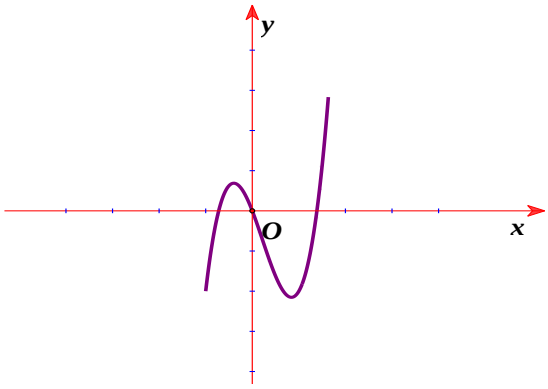
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM



$$f\left(f(x)\right)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{lll} f(x)=x_1 \text{ và } x_1<-1 & & (1) \\ f(x)=0 & & (2) \\ f(x)=x_2 \text{ và } 1<x_2<2 & & (3) \end{array}\right.$$

Dựa vào đồ thị, (1) có đúng 1 nghiệm, (2) và (3) mỗi phương trình có 3 nghiệm phân biệt và 7 nghiệm trên phân biệt nhau.

Câu 72: **(Câu 40 - ĐTK - BGD&ĐT – L2 - Năm 2021)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x)-4=0$ là



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{4}{3}$

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{4}{3}$

.

Do đó: Số giao điểm của chúng chính là số nghiệm của phương trình đã cho.

Từ đồ thị của $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên như sau:

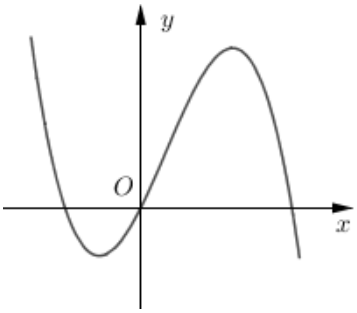
x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘		↗	0	↘		↗	$+\infty$

Đường thẳng $y=\dfrac{4}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 2 điểm phân biệt.

Vậy phương trình có 2 nghiệm thực phân biệt.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

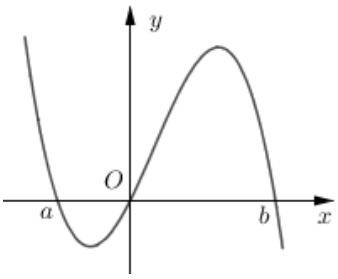
Câu 73: **(Câu 40 - ĐTK - BGD&ĐT – L2 - Năm 2021)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2$, $(a,b,c\in\mathbb{R})$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x)+4=0$ là



A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B



Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} x=a & (a<0)\\ x=0 & \\ x=b & (b>0)\end{array}\right.$.

Mà $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2\Rightarrow f(0)=0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		a		0		b		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗		↘	0	↗		↘	$-\infty$

$y=-\frac{4}{3}$

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=-\frac{4}{3}$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 2 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=-\frac{4}{3}\Leftrightarrow 3f(x)+4=0$ có 2 nghiệm.

Câu 74: **(Câu 45 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x)+3=0$ là

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 8.

Lời giải

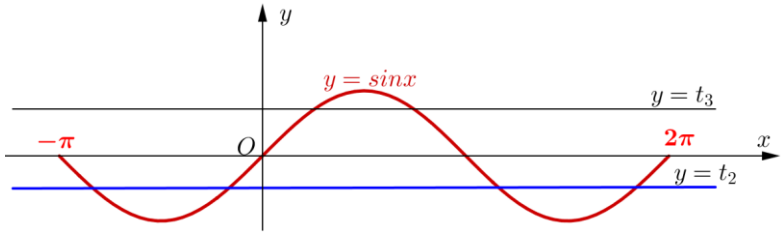
Chọn B

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Ta có $2f(\sin x)+3=0 \Leftrightarrow f(\sin x)=-\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$$f(\sin x)=-\frac{3}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \sin x=t_1 \in(-\infty;-1) & (1) \\ \sin x=t_2 \in(-1;0) & (2) \\ \sin x=t_3 \in(0;1) & (3) \\ \sin x=t_4 \in(1;+\infty) & (4) \end{array}\right.$$



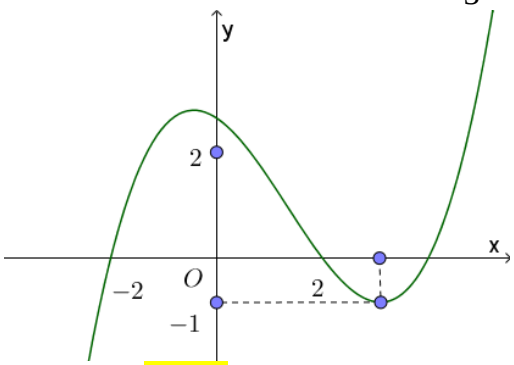
Phương trình (1) và (4) vô nghiệm.

Phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt

Phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của (2).

Do đó tổng số nghiệm của phương trình đã cho là 6.

Câu 75: **(Câu 42 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{2}{3}$ là



A. 6. **B.** 10. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Cách 1

Đặt $t=g(x)=x^3-3x$ (1)

Ta có $g'(x)=3x^2-3=0 \Leftrightarrow x \pm 1$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
t'		$+$	0	$-$	0	$+$	
t	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

Với $t \in(-2;2)$ phương trình $t=x^3-3x$ có 3 nghiệm phân biệt.

Với $t \in\{-2;2\}$ phương trình $t=x^3-3x$ có 2 nghiệm phân biệt

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Với $t \in (-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$ phương trình $t = x^3 - 3x$ có 1 nghiệm.

Phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right| = \frac{2}{3}$ (2) trở thành $\left|f(t)\right| = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(t) = \frac{2}{3} \\ f(t) = -\frac{2}{3} \end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị ta có:

+ Phương trình $f(t) = \frac{2}{3}$ có 3 nghiệm thỏa mãn $-2 < t_1 < t_2 < 2 < t_3 \Rightarrow$ phương trình (2) có 7 nghiệm phân biệt.

+ Phương trình $f(t) = -\frac{2}{3}$ có 3 nghiệm thỏa mãn $t_4 < -2 < 2 < t_5 < t_6 \Rightarrow$ phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 10 nghiệm phân biệt.

Cách 2.

Xét phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right| = \frac{2}{3}$

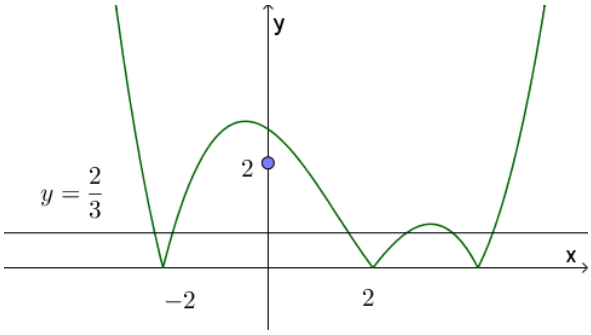
Đặt $t = x^3 - 3x, t' = 3x^2 - 3, t' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
t'		$+$	0	$-$	0	$+$	
t	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình trở thành: $|f(t)| = \frac{2}{3}, t \in \mathbb{R}$

Từ đồ thị $f(x)$ ban đầu, ta suy ra đồ thị hàm số $y = |f(t)|$ như sau:



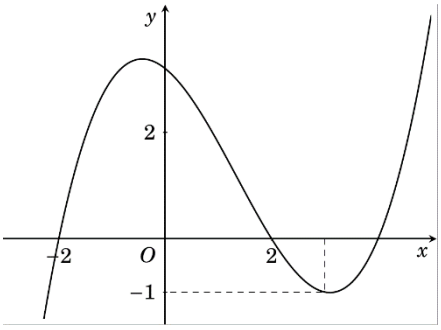
Suy ra: phương trình $|f(t)| = \frac{2}{3}$ có các nghiệm $t_1 < -2 < t_2 < t_3 < 2 < t_4 < t_5 < t_6$.

Từ bảng biến thiên ban đầu, ta có: $\left[\begin{array}{l} x^3 - 3x = t_1 \text{ co 1 nghiem } x_1 \\ x^3 - 3x = t_4 \text{ co 1 nghiem } x_2 \\ x^3 - 3x = t_2 \text{ co 3 nghiem } x_3, x_4, x_5 \\ x^3 - 3x = t_3 \text{ co 3 nghiem } x_6, x_7, x_8 \\ x^3 - 3x = t_5 \text{ co 1 nghiem } x_9 \\ x^3 - 3x = t_6 \text{ co 1 nghiem } x_{10} \end{array}\right.$ đều là các nghiệm pb.

Vậy $\left|f(x^3-3x)\right| = \frac{2}{3}$ có 10 nghiệm phân biệt.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 76: **(Câu 45 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right| = \frac{3}{2}$ là

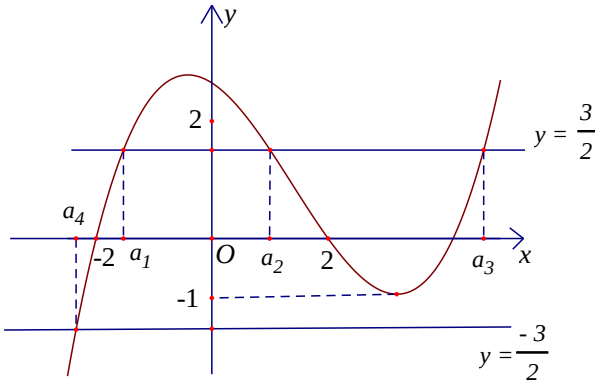


A. 8. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

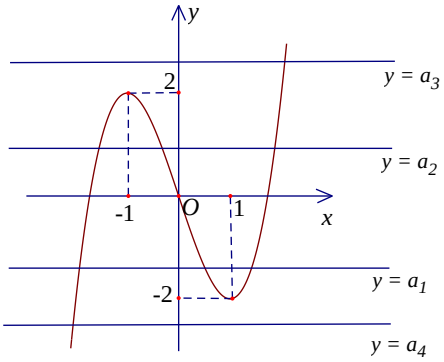
Phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right| = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x^3-3x\right) = \frac{3}{2} \\ f\left(x^3-3x\right) = -\frac{3}{2} \end{array}\right.$.



* Phương trình $f\left(x^3-3x\right) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3-3x = a_1, (-2 < a_1 < 0) \\ x^3-3x = a_2, (0 < a_2 < 2) \\ x^3-3x = a_3, (a_3 > 2) \end{array}\right.$.

* Phương trình $f\left(x^3-3x\right) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow x^3-3x = a_4, (a_4 < -2)$.

Đồ thị hàm số $y = x^3-3x$ có dạng như hình vẽ sau:



Dựa vào đồ thị trên ta có:

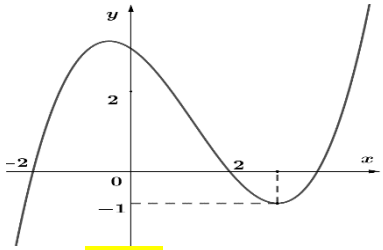
- Phương trình $x^3-3x = a_1$ có 3 nghiệm phân biệt.
- Phương trình $x^3-3x = a_2$ có 3 nghiệm phân biệt.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

- Phương trình $x^3-3x=a_3$ có 1 nghiệm.
- Phương trình $x^3-3x=a_4$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{3}{2}$ có 8 nghiệm phân biệt.

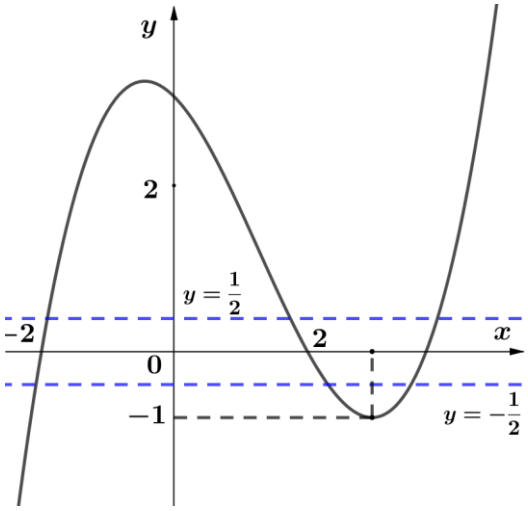
Câu 77: **(Câu 41 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{1}{2}$ là



A. 6. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x^3-3x\right)=\frac{1}{2}\\ f\left(x^3-3x\right)=-\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x=a,\left(-2<a<-1\right)\\ x^3-3x=b,\left(1<b<2\right)\\ x^3-3x=c,\left(c>2\right)\\ x^3-3x=d,\left(d<-2\right)\\ x^3-3x=e,\left(2<e<3\right)\\ x^3-3x=f,\left(f>3\right)\end{array}\right.$.

Xét hàm số $y=x^3-3x$; có $y'=3x^2-3$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

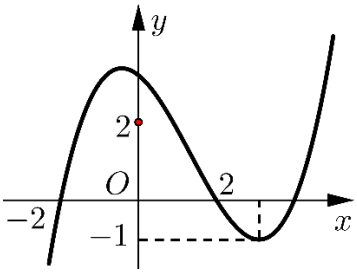
Dựa vào bảng biến thiên ta có

Phương trình: $x^3-3x=a$ có 3 nghiệm.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Phương trình: $x^3-3x=b$ có 3 nghiệm.
Phương trình: $x^3-3x=c$ có 1 nghiệm.
Phương trình: $x^3-3x=d$ có 1 nghiệm.
Phương trình: $x^3-3x=e$ có 1 nghiệm.
Phương trình: $x^3-3x=f$ có 1 nghiệm.
Vậy tổng có 10 nghiệm.

Câu 78: **(Câu 43 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{4}{3}$ là

A. 3. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{4}{3}$ (1).

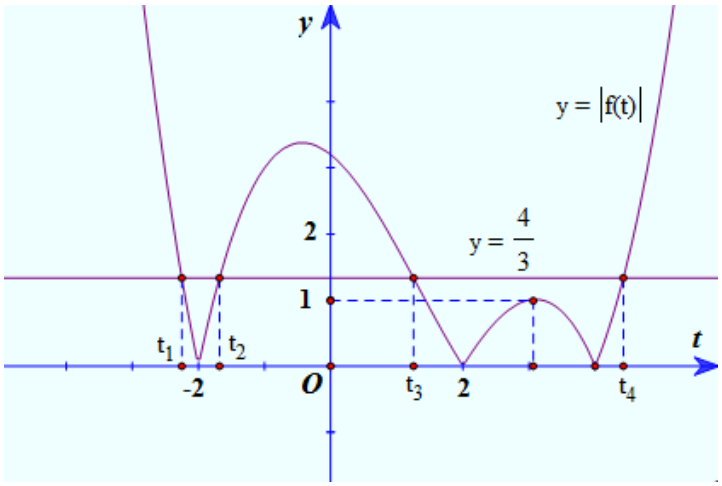
Đặt $t=x^3-3x$, ta có: $t'=3x^2-3$; $t'=0\Leftrightarrow x=\pm1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
t'		$+$	0	$-$	0	$+$	
t	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Phương trình (1) trở thành $\left|f(t)\right|=\dfrac{4}{3}$ với $t\in\mathbb{R}$.

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ban đầu, ta suy ra đồ thị hàm số $y=\left|f(t)\right|$ như sau:



Suy ra phương trình $\left|f(t)\right|=\dfrac{4}{3}$ có các nghiệm $t_1<-2<t_2<t_3<2<t_4$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Từ bảng biến thiên ban đầu ta có:

+) $x^3-3x=t_1$ có 1 nghiệm x_1.

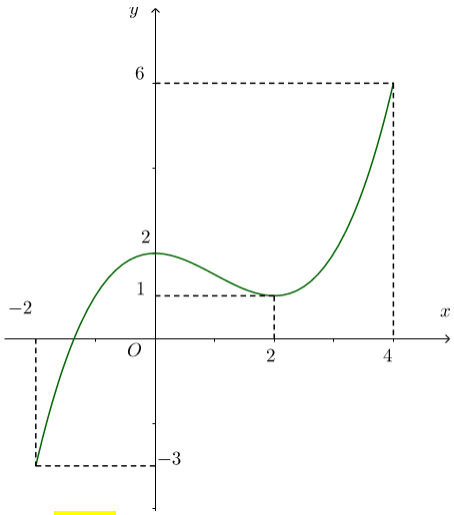
+) $x^3-3x=t_4$ có 1 nghiệm x_2.

+) $x^3-3x=t_2$ có 3 nghiệm x_3, x_3, x_5.

+) $x^3-3x=t_3$ có 3 nghiệm x_6, x_7, x_8.

Vậy phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{4}{3}$ có 8 nghiệm.

Câu 79: **(Câu 24 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ trên đoạn $[-2;4]$ là



A. 0 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Lời giải

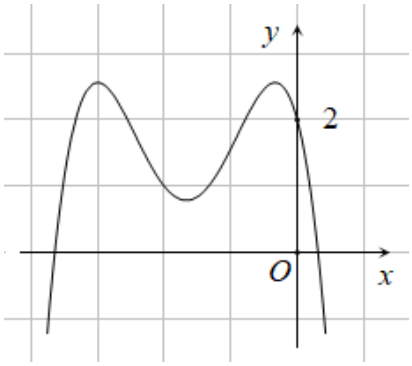
Chọn B

Ta có $3f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{5}{3}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{5}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt thuộc đoạn $[-2;4]$.

Do đó phương trình $3f(x)-5=0$ có ba nghiệm thự **C.**

Câu 80: **(Câu 50 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x^2f(x)\right)-2=0$ là

A. 6. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Chọn D

Ta có $f\left(x^2 f\left(x\right)\right)-2=0 \Leftrightarrow f\left(x^2 f\left(x\right)\right)=2$.

Dựa vào đồ thị ta thấy:

$$\left[\begin{array}{l} x^2 f\left(x\right)=0\left(1\right) \\ x^2 f\left(x\right)=a\left(-1<a<0\right)\left(2\right) \\ x^2 f\left(x\right)=b\left(-3<b<-2\right)\left(3\right) \\ x^2 f\left(x\right)=c\left(-4<c<-3\right)\left(4\right) \end{array}\right..$$

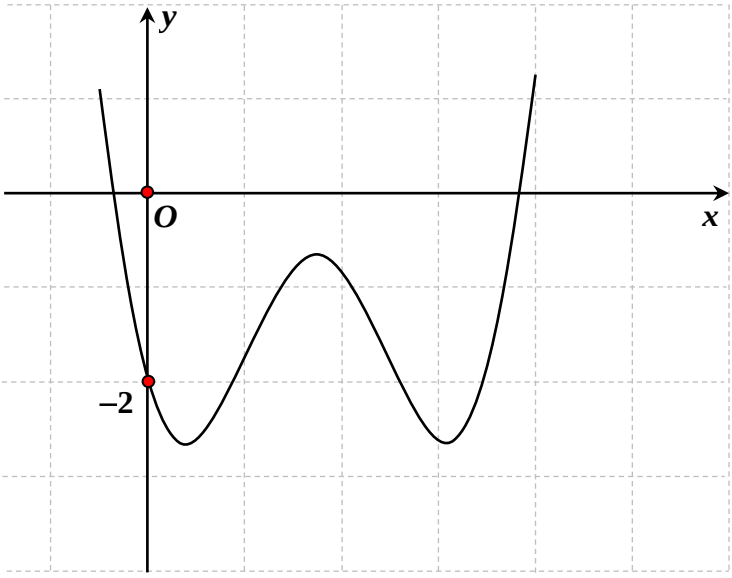
Giải $\left(1\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f\left(x\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=x_1 \\ x=x_2 \end{array}\right.$ (có 3 nghiệm phân biệt).

Giải $\left(2\right) \Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{a}{x^2}$.

Vẽ đồ thị hàm số $y=\dfrac{a}{x^2}$ lên cùng hệ tọa độ Oxy. Ta thấy đồ thị hàm số $y=\dfrac{a}{x^2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 2 nghiệm phân biệt.

Tương tự với $\left(3\right)$ và $\left(4\right)$ đều có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 81: Vậy có phương trình $f\left(x^2 f\left(x\right)\right)=2$ có 9 nghiệm phân biệt. **(Câu 50) (BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^2 f(x)\right)+2=0$ là



A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

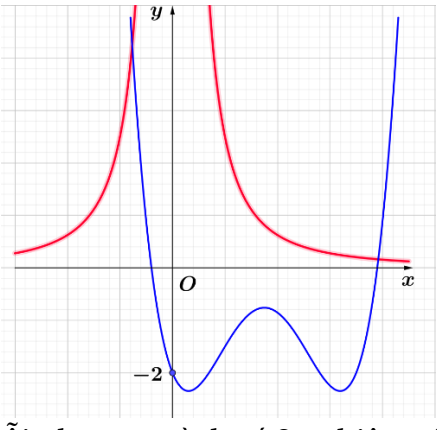
Ta có $f\left(x^2 f(x)\right)+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 f(x)=0 \\ x^2 f(x)=a\in(0;1) \\ x^2 f(x)=b\in(2;3) \\ x^2 f(x)=c\in(3;4) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & \\ f(x)=0 & (1) \\ f(x)=\dfrac{a}{x^2},\ a\in(0;1) & (2) \\ f(x)=\dfrac{b}{x^2},\ b\in(2;3) & (3) \\ f(x)=\dfrac{c}{x^2},\ c\in(3;4) & (4) \end{array}\right.$

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{k}{x^2}(k>0)$, Ta có $g'(x)=-\dfrac{2k}{x^3}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	‖	$-$	
$g(x)$	0	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

Đồ thị của $f(x)$ và $g(x)$ được mô tả như sau:



Do đó ta có: (1), (2), (3) và (4) mỗi phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Suy ra phương trình đã cho có 9 nghiệm.

Cách 2:

Ta có $f\left(x^2 f(x)\right)+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 f(x)=0 \\ x^2 f(x)=a\in(0;1) \\ x^2 f(x)=b\in(2;3) \\ x^2 f(x)=c\in(3;4) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & \\ f(x)=0 & (1) \\ f(x)-\dfrac{a}{x^2}=0,\ a\in(0;1) & (2) \\ f(x)-\dfrac{b}{x^2}=0,\ b\in(2;3) & (3) \\ f(x)-\dfrac{c}{x^2}=0,\ c\in(3;4) & (4) \end{array}\right.$

- (1) có 2 nghiệm phân biệt là $x=\alpha<0, x=\beta>3$.
- Xét hàm số $g(x)=f(x)-\dfrac{k}{x^2}(k>0)$ có $g'(x)=f'(x)+\dfrac{2k}{x^3}$. Ta có:

* $x\in[\alpha;\beta]$ thì $g(x)<0$ nên các phương trình (2), (3) và (4) không có nghiệm $x\in[\alpha;\beta]$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

$$* \left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to\alpha^-} g(x)=-\dfrac{k}{\alpha^2}<0 \\ g'(x)<0, \forall x\in(-\infty;\alpha) \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Mỗi phương trình (2), (3) và (4) chỉ có đúng một nghiệm } x\in(-\infty;\alpha)$$

$$* \left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to\beta^+} g(x)=-\dfrac{k}{\beta^2}<0 \\ g'(x)>0, \forall x\in(\beta;+\infty), \beta>3 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Mỗi phương trình (2), (3) và (4) đều chỉ có đúng một nghiệm } x\in(\beta;+\infty)$$

Suy ra mỗi phương trình (1), (2), (3) và (4) có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 9 nghiệm.

Cách 3:

$$\text{Ta có } f\left(x^2 f(x)\right)+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2 f(x)=0 & (1) \\ x^2 f(x)=a\in(0;1) & (2) \\ x^2 f(x)=b\in(2;3) & (3) \\ x^2 f(x)=c\in(3;4) & (4) \end{array}\right.$$

Ta có (1) có ba nghiệm phân biệt là $x=0, x=\alpha<0, x=\beta>3$.

Xét $g(x)=x^2 f(x)$ có $g'(x)=2xf(x)+x^2 f'(x)$

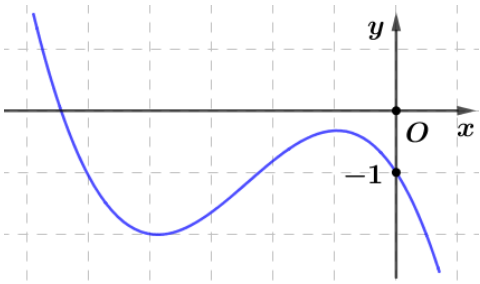
- Với $x\in[\alpha;\beta]$ thì $g(x)=x^2 f(x)\le 0$ nên (2), (3), (4) không có nghiệm $x\in[\alpha;\beta]$.
- Với $x\in(-\infty;\alpha)$ ta có: $g'(x)<0$. Và với $x\in(\beta;+\infty)$, $\beta>3$, thì $g'(x)>0$ nên ta có bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		α		β		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0		0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	0		0	↗	$+\infty$

Do đó các phương trình (2), (3), (4) đều có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 9 nghiệm phân biệt.

Câu 82: **(Câu 50 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0$ là

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Ta có $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0 \Leftrightarrow f\left(x^3 f(x)\right)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3 f(x)=a & (-3<a<-1)\ (1) \\ x^3 f(x)=b & (-6<b<-3)(2) \\ x^3 f(x)=0 & (3) \end{array}\right.$.

+ Với $m<0$, xét phương trình $x^3 f(x)=m \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{m}{x^3}$.

Đặt $g(x)=\dfrac{m}{x^3}$, $g'(x)=\dfrac{-3m}{x^4}>0, \forall x \neq 0$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to 0^-} g(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=-\infty$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	‖	$+$	
$g(x)$	0	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0

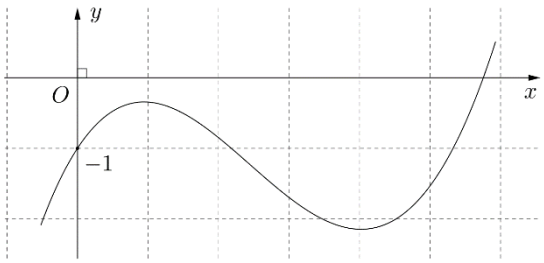
Dựa vào bảng biến thiên và đề bài, suy ra trong mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$ phương trình $f(x)=g(x)$ có đúng một nghiệm.

Suy ra mỗi phương trình (1) và (2) có 2 nghiệm và các nghiệm đều khác nhau.

+ Xét phương trình $(3): x^3 f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=c<0 \end{array}\right.$, với c khác các nghiệm của (1) và (2).

Vậy phương trình $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0$ có đúng 6 nghiệm.

Câu 83: **(Câu 50 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0$ là



A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

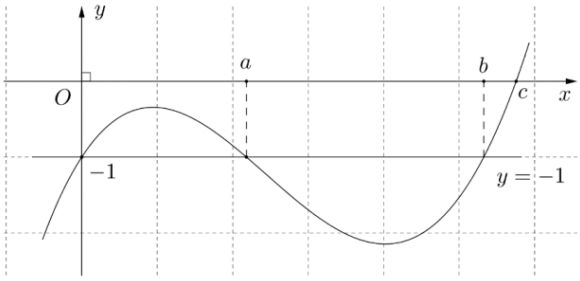
Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta có $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0 \Leftrightarrow f\left(x^3 f(x)\right)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3 f(x)=0 & (1) \\ x^3 f(x)=a\in(2;3) & (2) \\ x^3 f(x)=b\in(5;6) & (3) \end{array}\right.$

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM



Ta có $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=c \end{array}\right.$.

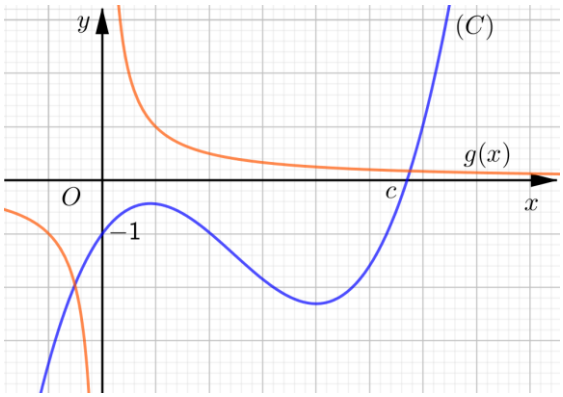
Xét $g(x)=\dfrac{k}{x^3}$, với $k>0$. Ta có $g'(x)=-\dfrac{3k}{x^4}<0, \forall x \neq 0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	‖	$-$	
$g(x)$	0 ↘		$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

Với $k=a$, dựa vào đồ thị suy ra phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 0 và c.

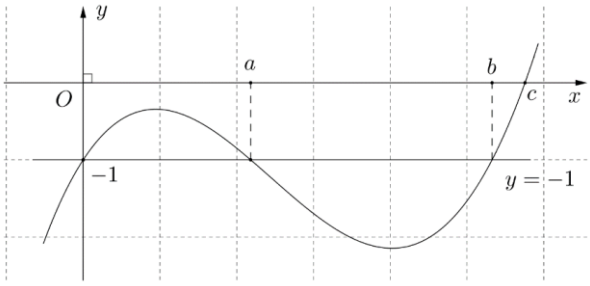
Với $k=b$, dựa vào đồ thị suy ra phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác 0, c và khác hai nghiệm của phương trình (2).



Vậy phương trình $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Cách 2:

Ta có: $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0 \Leftrightarrow f\left(x^3 f(x)\right)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3 f(x)=0 \\ x^3 f(x)=a>0 \\ x^3 f(x)=b>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x)=0 \\ f(x)=\dfrac{a}{x^3} (\text{do } x \neq 0) \\ f(x)=\dfrac{b}{x^3} (\text{do } x \neq 0) \end{array}\right.$



NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

* $f(x)=0$ có một nghiệm dương $x=c$.

* Xét phương trình $f(x)=\dfrac{k}{x^3}$ với $x\neq 0,\ k>0$.

Đặt $g(x)=f(x)-\dfrac{k}{x^3}$; $g'(x)=f'(x)+\dfrac{3k}{x^4}$.

TH 1: Với $x>c$, đồ thị hàm $f(x)$ đồng biến trên $(c;+\infty)$ nên $f'(x)>0,\ x\in(c;+\infty)$

$\Rightarrow g'(x)=f'(x)+\dfrac{3k}{x^4}>0,\ x\in(c;+\infty)$

Mà $\begin{cases} g(c)<0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty \end{cases}$ và $g(x)$ liên tục trên $(c;+\infty)$

$\Rightarrow g(x)=0$ có duy nhất nghiệm trên $(c;+\infty)$.

TH 2: Với $0<x<c$ thì $f(x)<0<\dfrac{k}{x^3}\Rightarrow g(x)=0$ vô nghiệm trên $(0;c)$.

TH 3: Với $x<0$, đồ thị hàm $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;0)$ nên $f'(x)>0,\ x\in(-\infty;0)$

$\Rightarrow g'(x)=f'(x)+\dfrac{3k}{x^4}>0, x\in(-\infty;0)$

Mà $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^-} g(x)>0 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty \end{cases}$ và $g(x)$ liên tục trên $(-\infty;0)$.

$\Rightarrow g(x)=0$ có duy nhất nghiệm trên $(-\infty;0)$.

Do đó: $g(x)=0$ có đúng hai nghiệm trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

* Phương trình $f(x)=\dfrac{a}{x^3}\ (k=a)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 và khác c.

* Phương trình $f(x)=\dfrac{b}{x^3}\ (k=b)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 và khác c.

Kết luận: Phương trình $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0$ có đúng 6 nghiệm.

Câu 84: **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\dfrac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\sin x)=1$ là

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f(x)=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a\in(-\infty;-1) \\ x=b\in(-1;0) \\ x=c\in(0;1) \\ x=d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$.

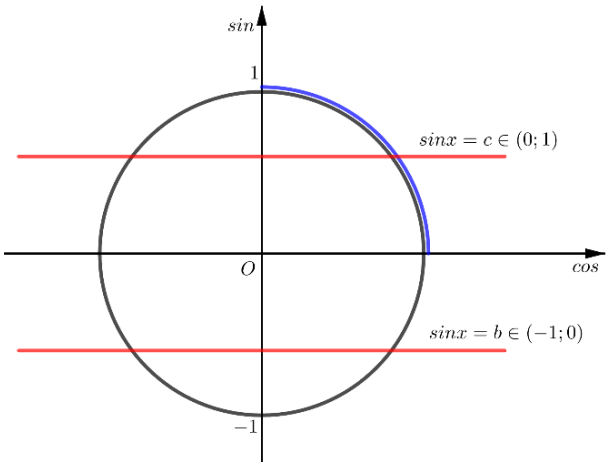
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Như vậy $f(\sin x)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = a \in (-\infty;-1)\ (1) \\ \sin x = b \in (-1;0)\ (2) \\ \sin x = c \in (0;1)\ (3) \\ \sin x = d \in (1;+\infty)\ (4) \end{array}\right.$.

Vì $\sin x \in [0;1], \forall x \in \left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$ nên (1) và (4) vô nghiệm.

Cần tìm số nghiệm của (2) và (3) trên $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$.

Cách 1.



Dựa vào đường tròn lượng giác: (2) có 2 nghiệm trên $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$, (3) có 3 nghiệm trên $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$

.

Vậy phương trình đã cho có tất cả 5 nghiệm.

Cách 2.

Xét $g(x)=\sin x, \forall x \in \left[0;\frac{5\pi}{2}\right] \Rightarrow g'(x)=\cos x, \forall x \in \left(0;\frac{5\pi}{2}\right)$.

Cho $g'(x)=0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{3\pi}{2} \end{array}\right.$. Bảng biến thiên:

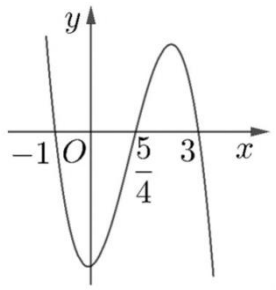
x	0		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{2}$		$\frac{5\pi}{2}$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	0	↗	1	↘	-1	↗	1

Dựa vào bảng biến thiên: (2) có 2 nghiệm trên $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$, (3) có 3 nghiệm trên $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$.

Vậy phương trình đã cho có tất cả 5 nghiệm.

★★★★★ NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM ★★★★★

Câu 85: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)=mx^4+nx^3+px^2+qx+r\ (m,\ n,\ p,\ q,\ r\in\mathbb{R})$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x)=r$ có số phần tử là



A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Dựa trên đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có $f'(x)=k(x+1)\left(x-\frac{5}{4}\right)(x-3), k<0.$

Mặt khác $f'(x)=4mx^3+3nx^2+2px+q.$

Đồng nhất ta có

$$4mx^3+3nx^2+2px+q=k(x+1)\left(x-\frac{5}{4}\right)(x-3),\forall x$$

$$\Leftrightarrow 4mx^3+3nx^2+2px+q=k\left(x^3-\frac{13}{4}x^2-\frac{x}{2}+\frac{15}{4}\right),\forall x$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}4m=k\\3n=-\frac{13}{4}k\\2p=-\frac{1}{2}k\\q=\frac{15}{4}k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\frac{1}{4}k\\n=-\frac{13}{12}k\\p=-\frac{1}{4}k\\q=\frac{15}{4}k\end{cases}\Rightarrow f(x)=k\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{13}{12}x^3-\frac{1}{4}x^2+\frac{15}{4}x\right)+r.$$

$$f(x)=r\Leftrightarrow k\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{13}{12}x^3-\frac{1}{4}x^2+\frac{15}{4}x\right)+r=r\Leftrightarrow\frac{1}{4}x^4-\frac{13}{12}x^3-\frac{1}{4}x^2+\frac{15}{4}x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-\frac{5}{3}\\x=3\end{array}\right..$$

Chọn đáp án **B.**

Cách 2: Xét hàm số $f(x)$ có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=\frac{5}{4}\\x=3\end{array}\right.$

Ta đi so sánh $f(0)$ với $f(3)$.

Ta có: $f'(x)=k(x+1)\left(x-\frac{5}{4}\right)(x-3)\Rightarrow f(3)-f(0)=\int_0^3 f'(x)\mathrm{d}x=\int_0^3 k(x+1)\left(x-\frac{5}{4}\right)(x-3)\mathrm{d}x=0$

$\Rightarrow f(0)=f(3).$

Bảng biến thiên:

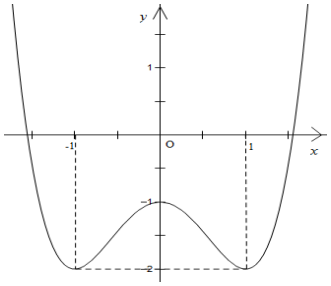
NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{5}{4}$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(-1)$	$\searrow$	$f(0)$	$\searrow$	$f\left(\frac{5}{4}\right)$	$\nearrow$	$f(3)$	$\searrow$	$-\infty$

Ta có $r = f(0) \in \left(f\left(\frac{5}{4}\right); f(-1) \right)$.

Đường thẳng $y = f(0)$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 3 điểm phân biệt. Do đó phương trình $f(x) = r = f(0)$ có 3 nghiệm phân biệt. Chọn đáp án **B.**

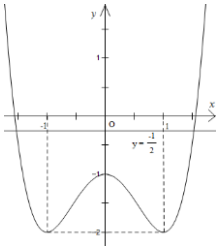
Câu 86: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -\frac{1}{2}$ là



A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

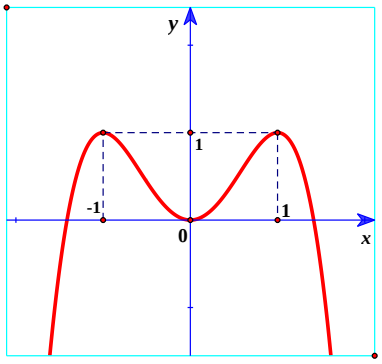
Lời giải

Chọn C



Số nghiệm của phương trình $f(x) = -\frac{1}{2}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$. Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt.

Câu 87: **(Đề tốt nghiệp THPT năm 2017 - mã đề 104)** Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình bên.Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.



A. $m > 0$. **B.** $0 \le m \le 1$. **C.** $0 < m < 1$ **D.** $m < 1$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Lời giải

Chọn C

Số nghiệm thực của phương trình $-x^4+2x^2=m$ chính là
số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2$ và đường thẳng $y=m$.
Dựa vào đồ thị suy ra $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi $0<m<1$.

Câu 88: **(Câu 5 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1 ‖ $-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $[-1;2]$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-1;2]$. **D.** $(-\infty;2]$.

Lời giải

Chọn B

Câu 89: **(Câu 50 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 – 2021)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
f '(x)		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
f(x)	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4f(x^2-4x)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 16. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 17.

Lời giải

Chọn C

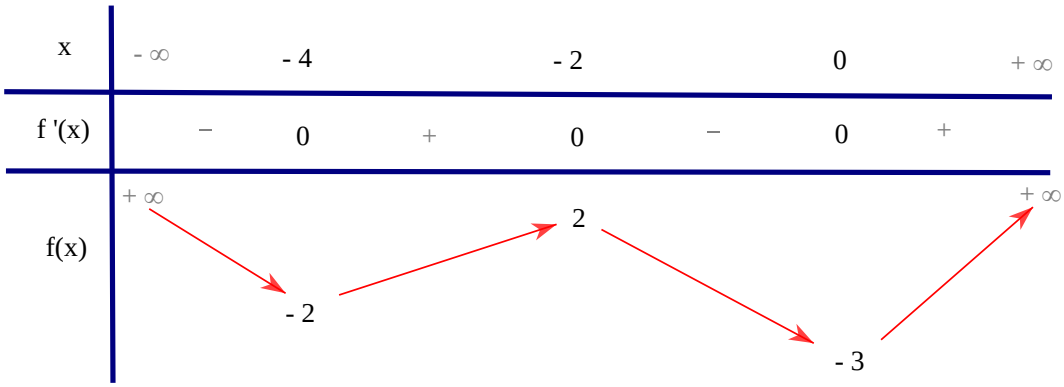
+ Đặt $t=x^2-4x$. Ta có bảng biến thiên sau:

x	0		2		$+\infty$
t	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Khi $t\in(-4;0)$ có 2 giá trị $x\in(0;+\infty)$ thỏa mãn $t=x^2-4x$.
Khi $t\in[0;+\infty)\cup\{-4\}$ có 1 giá trị $x\in(0;+\infty)$ thỏa mãn $t=x^2-4x$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

+ Xét phương trình $4f(t)=m \Leftrightarrow f(t)=\frac{m}{4},(*)$



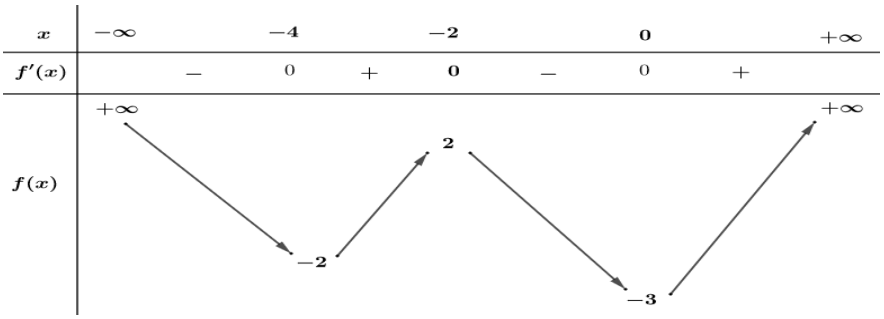
* Khi $\frac{m}{4}\in(-3;2] \Leftrightarrow m\in(-12;8]$, (*) có ít nhất 1 nghiệm $t\in(-4;0)$ và một nghiệm $t\in(0;+\infty)$. Suy ra $4f(x^2-4x)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$.

* Khi $\frac{m}{4}\in(2;+\infty)\cup\{-3\} \Leftrightarrow m\in(8;+\infty)\cup\{-12\}$, (*) có đúng 1 nghiệm $t\in[0;+\infty)$. Suy ra $4f(x^2-4x)=m$ có đúng 1 nghiệm thực thuộc khoảng $(0;+\infty)$.

* Khi $\frac{m}{4}\in(-\infty;-3) \Leftrightarrow m\in(-\infty;-12)$, có (*) vô nghiệm. Suy ra $4f(x^2-4x)=m$ vô nghiệm.

Vậy có 20 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4f(x^2-4x)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 90: **(Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x^2-4x)=m$ có ít nhất ba nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 15. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 13.

Lời giải

Chọn A

Đặt: $y=g(x)=f(x^2-4x) \Rightarrow g'(x)=(2x-4)f'(x^2-4x)$.

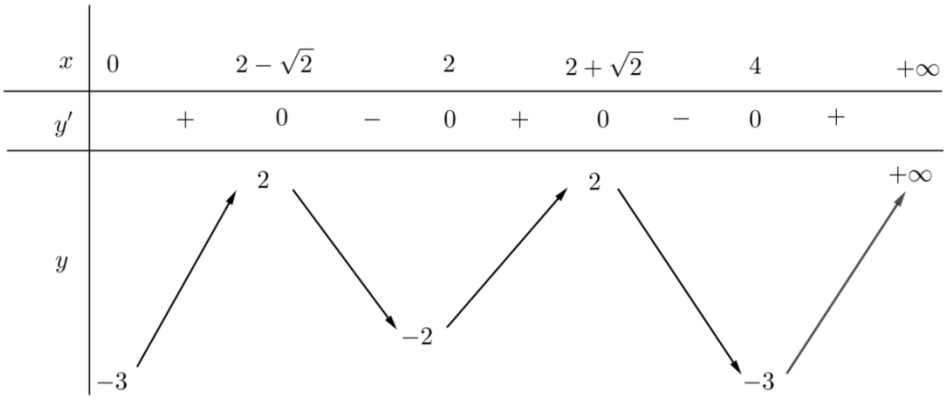
$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-4=0 \\ f'(x^2-4x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ \left[\begin{array}{l} x^2-4x=-4 \\ x^2-4x=-2 \\ x^2-4x=0 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow x\in\{2;2\pm\sqrt{2};0;4\}.$$

Ta có: $g(0)=f(0)=-3$; $g(2-\sqrt{2})=g(2+\sqrt{2})=f(-2)=2$;

$g(2)=f(-4)=-2$; $g(4)=f(0)=-3$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Nhận thấy $g'(5)=6f'(5)>0$ và tất cả các nghiệm của phương trình $g'(x)=0$ đều là nghiệm bội lẻ, từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$ như sau:

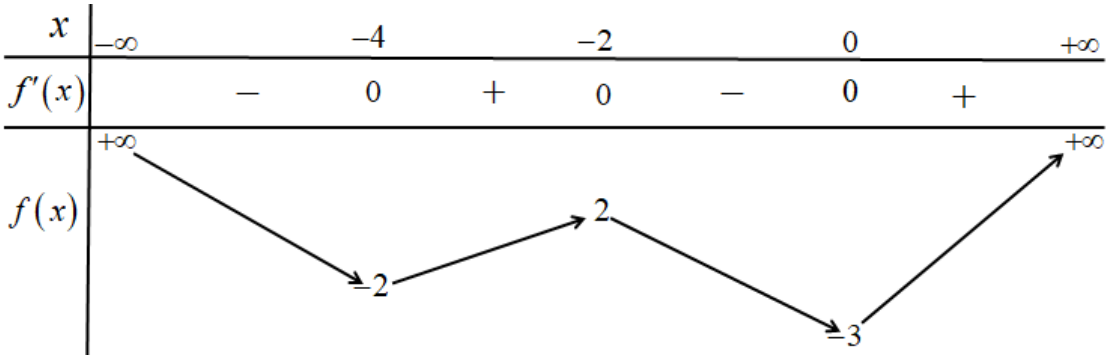


Từ bảng biến thiên ta được: yêu cầu bài toán tương đương $-3<\frac{m}{3}\le 2$

$\Leftrightarrow -9<m\le 6$.

Vậy có tất cả 15 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 91: **(Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



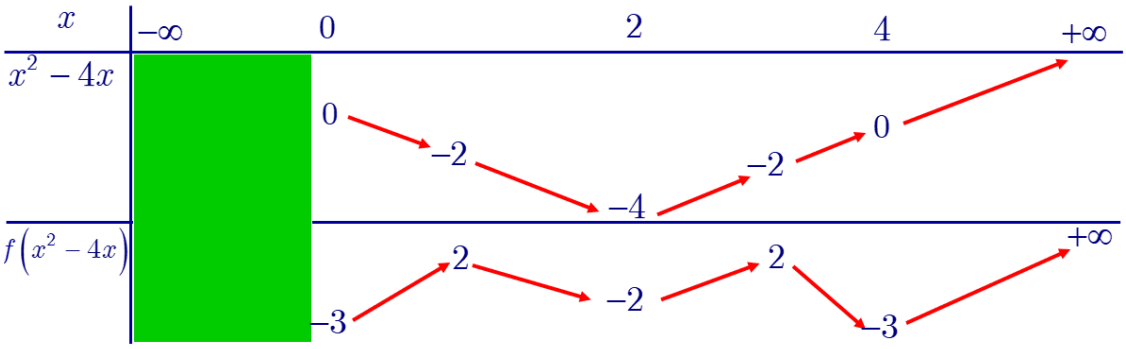
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $5f(x^2-4x)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 24. **B.** 21. **C.** 25. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ và sự biến thên của của hàm số $y=x^2-4x$ trên khoảng $(0;+\infty)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x^2-4x)$ trên khoảng $(0;+\infty)$ như sau

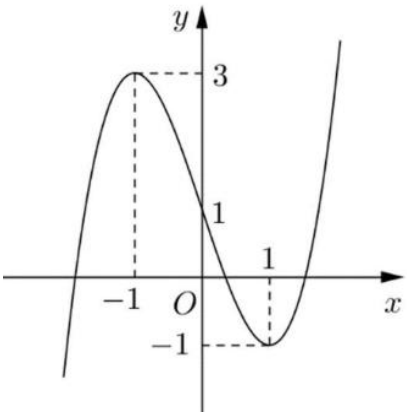


NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Số nghiệm của phương trình $5f\left(x^2-4x\right)=m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x^2-4x\right)$ và đường thẳng $y=\frac{m}{5}$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x^2-4x\right)$ ta có phương trình $5f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi $-3<\frac{m}{5}\le 2 \Leftrightarrow -15<m\le 10$, mặt khác $m\in\mathbb{Z}$ nên có 25 giá trị của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 92: **(Câu 43 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ là



A. $[-1;3)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $[-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\sin x$, với $x\in(0;\pi)$ $\Rightarrow t\in(0;1]$.

Khi đó phương trình $f(\sin x)=m$ trở thành $f(t)=m$.

Phương trình $f(\sin x)=m$ có nghiệm $x\in(0;\pi)$ khi và chỉ khi phương trình $f(t)=m$ có nghiệm $t\in(0;1]$. Điều này xảy ra khi và chỉ khi đường thẳng $y=m$ có điểm chung với đồ thị hàm số $y=f(t)$ trên nửa khoảng $(0;1]$.

Dựa vào đồ thị đã cho ta có tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m là nửa khoảng $[-1;1)$.

Câu 93: **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}}=\sin x$ có nghiệm thực

A. 5 **B.** 2 **C.** 4 **C.** 3

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}}=\sin x \Leftrightarrow m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}=\sin^3 x$.

Đặt $\sqrt[3]{m+3\sin x}=u \Rightarrow m+3\sin x=u^3$ thì phương trình trên trở thành $m+3u=\sin^3 x$

Đặt $\sin x=v$ thì ta được

$$\begin{cases} m+3v=u^3 \\ m+3u=v^3 \end{cases} \Rightarrow 3(v-u)+(v-u)\left(v^2+uv+u^2\right)=0 \Leftrightarrow (v-u)\left(3+v^2+uv+u^2\right)=0 \text{ Do}$$

$3+v^2+uv+u^2>0, \forall u,v$ nên phương trình trên tương đương $u=v$.

Suy ra $\sqrt[3]{m+3\sin x}=\sin x \Leftrightarrow m=\sin^3 x-3\sin x$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Đặt $\sin x = t\left(-1 \le t \le 1\right)$ và xét hàm $f\left(t\right) = t^3 - 3t$ trên $\left[-1;1\right]$ có $f'\left(t\right) = 3t^2 - 3 \le 0, \forall t \in \left[-1;1\right]$

Nên hàm số nghịch biến trên $\left[-1;1\right] \Rightarrow -1 = f\left(1\right) \le f\left(t\right) \le f\left(-1\right) = 2 \Rightarrow -2 \le m \le 2$.

Vậy $m \in \left\{-2;-1;0;1;2\right\}$.

Câu 94: **(Câu 45 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -mx$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m + 2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho $AB = BC$.

A. $m \in \left(-\infty;3\right)$ **B.** $m \in \left(-\infty;-1\right)$ **C.** $m \in \left(-\infty:+\infty\right)$ **D.** $m \in \left(1:+\infty\right)$

Lời giải

Chọn A

Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình

$$x^3 - 3x^2 - m + 2 = -mx \Leftrightarrow \left(x-1\right)\left(x^2 - 2x + m - 2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - 2x + m - 2 = 0 \end{array}\right.$$

Đặt nghiệm $x_2 = 1$. Từ giải thiết bài toán trở thành tìm m để phương trình có 3 nghiệm lập thành cấp số cộng.

Khi đó phương trình $x^2 - 2x + m - 2 = 0$ phải có 2 nghiệm phân biệt

Vậy ta chỉ cần $\Delta' = 1 - \left(m-2\right) > 0 \Leftrightarrow m < 3$

Câu 95: **(Câu 48 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB = BC$

A. $m \in (-\infty;0] \cup [4;+\infty)$ **B.** $m \in \mathbb{R}$ **C.** $m \in \left(-\frac{5}{4};+\infty\right)$ **D.** $m \in (-2;+\infty)$

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x^2 + x + 2 = mx - m + 1$

$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + x + 1 - \left(x-1\right)m = 0 \Leftrightarrow \left(x-1\right)\left(x^2 - 2x - 1\right) - \left(x-1\right)m = 0$

$$\Leftrightarrow \left(x-1\right)\left(x^2 - 2x - 1 - m\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - 2x - 1 - m = 0 \quad (2) \end{array}\right.$$

Đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ PT có 3 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ PT có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2 - 1 - m \ne 0 \\ \Delta' = \left(-1\right)^2 + 1 + m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ne -2 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2$$

Mà $x = 1$ cũng là hoành độ điểm uốn của đồ thị hàm số và AB = BC nên $B\left(1;\ 1\right)$ là trung điểm của AC, $A\left(x_1; mx_1 - m + 1\right), C\left(x_2; mx_2 - m + 1\right)$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của PT.

Theo Viet, ta có: $x_1 + x_2 = 2$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x_B = \dfrac{x_A + x_C}{2} \\ y_B = \dfrac{y_A + y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = \dfrac{x_1 + x_2}{2} \\ 1 = \dfrac{m\left(x_1 + x_2\right) - 2m + 2}{2} \end{cases} \quad \left(\text{luôn luôn đúng } \forall m\right)$$

Kết hợp với điều kiện $m > -2$, ta được $m > -2$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 96: **(Câu 50 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

A. 25. **B.** 30. **C.** 29. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Đặt $g\left(x\right)=f\left(x^2-4x\right)\Rightarrow g'\left(x\right)=\left(2x-4\right).f'\left(x^2-4x\right)$.

$$\Rightarrow g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left(2x-4\right).f'\left(x^2-4x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-4=0\\ f'\left(x^2-4x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-4=0\\ x^2-4x=-4\\ x^2-4x=-2\\ x^2-4x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=2+\sqrt{2}\\ x=2-\sqrt{2}\\ x=0\\ x=4\end{array}\right..$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0		$2-\sqrt{2}$		2		$2+\sqrt{2}$		4		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	-3	↗	2	↘	-2	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow g\left(x\right)=\dfrac{m}{6}$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $\left(0;+\infty\right)$ $\Leftrightarrow -3<\dfrac{m}{6}\le 2\Leftrightarrow -18<m\le 12$ mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\left\{-17;-16;...;11;12\right\}$.

Vậy có 30 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 97: **(Câu 47 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}$ và $y=\left|x+1\right|-x-m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là C_1 và C_2. Tập hợp tất các các giải trịcủa m để C_1 và C_2 cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

A. $\left(-3;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-3\right)$. **C.** $\left[-3;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-3\right]$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}=\left|x+1\right|-x-m$.

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;0;-1;-2\}$.

Với điều kiện trên, phương trình trở thành:

$$4-\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}=|x+1|-x-m \quad *$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x-1}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}-4+|x+1|-x=m$$

Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}-4+|x+1|-x$ với tập xác định D, ta có:

$$f'(x)=-\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{1}{(x+2)^2}+\frac{x+1}{|x+1|}-1<0,\forall x\in D.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	‖	$-$	‖	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘	-3

Để C_1 và C_2 cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt thì phương trình $*$ có 4 nghiệm phân biệt. Từ bảng biến thiên suy ra tất cả các giá trị m cần tìm là $m\le -3$.

Câu 98: **(Câu 50 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hai hàm số $y=\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}$ và $y=|x+2|-x-m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

A. $[-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty:-2)$. **C.** $(-2:+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}=|x+2|-x-m$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-3;-2;-1;0\}$

Với điều kiện trên, phương trình trở thành

$$4-\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+3}=|x+2|-x-m \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}-4+|x+2|-x=m.$$

Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}-4+|x+2|-x$ với tập xác định D. Ta có

$$f'(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{1}{(x+2)^2}-\frac{1}{(x+3)^2}+\frac{x+2}{|x+2|}-1<0,\forall x\in D.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	‖	$-$	‖	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘	-2

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Câu 99: **(Câu 45 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=\frac{1}{6}x^4-\frac{7}{3}x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1),N(x_2;y_2)$ (M,N khác A) thỏa mãn $y_1-y_2=4(x_1-x_2)$

A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng MN có VTCP là $\overrightarrow{NM}=(x_1-x_2;y_1-y_2)=(x_1-x_2;4(x_1-x_2))$.

Chọn VTCP là $\vec{u}=(1;4)\Rightarrow VTPT\ \vec{n}=(4;-1)$.

Phương trình đường thẳng $MN: 4(x-x_1)-(y-y_1)=0\Leftrightarrow y=4x-4x_1+\frac{1}{6}x_1^4-\frac{7}{3}x_1^2$.

Đường thẳng MN còn tiếp xúc với đồ thị (C) tại điểm A. Như vậy, nếu A có hoành độ là x_0 thì x_0 là nghiệm của phương trình $\frac{2}{3}x^3-\frac{14}{3}x=4\Leftrightarrow x^3-7x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-2\\x=3\end{array}\right.$

+ $x=-1$: $A\left(-1;-\frac{13}{6}\right)$

Vì đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên ta có:

$-\frac{13}{6}=-4+\frac{1}{6}x_1^4-\frac{7}{3}x_1^2-4x_1\Leftrightarrow(x_1+1)^2(x_1^2-2x_1-11)=0$ (1)

có 1 nghiệm kép và 2 nghiệm đơn phân biệt nên đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A và cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt M,N khác A.

+ $x=-2$: $A\left(-2;-\frac{20}{3}\right)$

Vì đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên ta có:

$-\frac{20}{3}=-8+\frac{1}{6}x_1^4-\frac{7}{3}x_1^2-4x_1\Leftrightarrow(x_1+2)^2(x_1^2-4x_1-4)=0$ (2)

có 1 nghiệm kép và 2 nghiệm đơn phân biệt nên đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A và cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt M,N khác A.

+ $x=3$: $A\left(3;-\frac{15}{2}\right)$

Vì đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên ta có:

$-\frac{15}{2}=12+\frac{1}{6}x_1^4-\frac{7}{3}x_1^2-4x_1\Leftrightarrow(x_1-3)^2(x_1^2+6x_1+13)=0$ (3)

chỉ có 1 nghiệm kép nên đường thẳng MN chỉ tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên loại.

Vậy có 2 điểm A thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 100: **(Câu 40 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{7}{2}x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1);N(x_2;y_2)$ khác A thỏa mãn $y_1-y_2=6(x_1-x_2)$

A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 3

Lời giải

Chọn B

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Ta có $A \in (C) \Rightarrow A\left(t; \frac{1}{4}t^4 - \frac{7}{2}t^2\right)$

$y' = x^3 - 7x \Rightarrow y'(t) = t^3 - 7t$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại A là

$y = (t^3 - 7t)(x - t) + \frac{1}{4}t^4 - \frac{7}{2}t^2 \Leftrightarrow y = (t^3 - 7t)x - \frac{3}{4}t^4 + \frac{7}{2}t^2$

Phương trình hoành độ giao điểm:

$\frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{2}x^2 = (t^3 - 7t)x - \frac{3}{4}t^4 + \frac{7}{2}t^2$

$\Leftrightarrow x^4 - 14x^2 - 4(t^3 - 7t)x + 3t^4 - 14t^2 = 0$

$\Leftrightarrow (x - t)^2 (x^2 + 2tx + 3t^2 - 14) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = t \\ x^2 + 2tx + 3t^2 - 14 = 0 \ (1) \end{array}\right.$

Tiếp tuyến cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1); N(x_2; y_2)$ khác A khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác t

$\Leftrightarrow \begin{cases} t^2 - (3t^2 - 14) > 0 \\ t^2 + 2t^2 + 3t^2 - 14 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{7} < t < \sqrt{7} \\ t \neq \pm\frac{\sqrt{21}}{3} \end{cases} \quad (2)$

Khi đó

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2t \\ x_1x_2 = 3t^2 - 14 \end{cases}$ và $\begin{cases} y_1 = (t^3 - 7t)x_1 - \frac{3}{4}t^4 + \frac{7}{2}t^2 \\ y_2 = (t^3 - 7t)x_2 - \frac{3}{4}t^4 + \frac{7}{2}t^2 \end{cases} \Rightarrow y_1 - y_2 = (t^3 - 7t)(x_1 - x_2)$

Ta có $y_1 - y_2 = 6(x_1 - x_2) \Leftrightarrow (t^3 - 7t)(x_1 - x_2) = 6(x_1 - x_2)$

$\Leftrightarrow t^3 - 7t - 6 = 0 \Leftrightarrow (t + 1)(t^2 - t - 6) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t + 1 = 0 \\ t^2 - t - 6 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \ (n) \\ t = -2 \ (n) \\ t = 3 \ (l) \end{array}\right.$

- Với $t = -1$ ta có $A\left(-1; -\frac{13}{4}\right)$
- Với $t = -2$ ta có $A(-2; -10)$

$\Rightarrow$ có hai điểm thỏa yêu cầu bài toán.

HẾT CHƯƠNG 1

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM