



ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 08 trang)

Mã đề thi 289

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Tập nghiệm của phương trình $2^x = -1$ là

- A. $\{0\}$. B. $\{2\}$. C. $\{1\}$. D. $\emptyset$.

Câu 2. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

- A. $S = (1; 10)$. B. $S = (-\infty; 9)$. C. $S = (1; 9)$. D. $S = (-\infty; 10)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y	$-\infty$		↗ 2		↘ 1		↗ 2		↘ $-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-3	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	+	0	-

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 2 C. 3 D. 1.

Câu 5. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-5; -2)$. B. $(-1; 3)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 6. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ bằng

- A. 4. B. 1. C. $\frac{4}{3}$. D. 3.

Câu 7. Khối chóp có diện tích đáy là B , chiều cao bằng h . Thể tích V của khối chóp là

- A. $V = \frac{1}{6} Bh$. B. $V = \frac{1}{3} Bh$. C. $V = \frac{1}{2} Bh$. D. $V = Bh$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Biết cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $2a^3$. B. $\frac{4a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 9. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

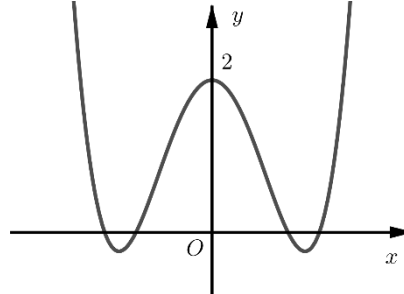
A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

B. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.

C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

D. $y = \log_{2005}(4x^2 + 1)$.

Câu 10. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ?



A. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

B. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

C. $y = -x^4 + 3x^2 + 2$.

D. $y = x^3 - 2x^2 - 2$.

Câu 11. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, hàm số nào có bảng biến thiên sau?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	-1	$\begin{matrix} +\infty \\ -\infty \end{matrix}$	-1

A. $y = \frac{-x+2}{x+1}$.

B. $y = \frac{-x-2}{x-1}$.

C. $y = \frac{-x+2}{x-1}$.

D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Câu 12. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng

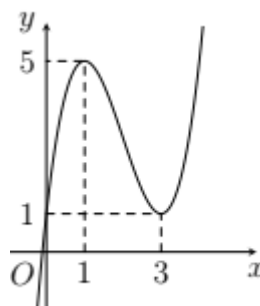
A. $\frac{a\sqrt{14}}{4}$.

B. $a\sqrt{14}$.

C. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{14}}{3}$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị cực tiểu của hàm số là

A. 5.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 14. Cho hình nón có chiều cao bằng 8 cm, bán kính đáy bằng 6 cm. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

- A. $96\pi \text{ cm}^2$. B. $84\pi \text{ cm}^2$. C. $132\pi \text{ cm}^2$. D. $116\pi \text{ cm}^2$.

Câu 15. Với các số thực dương a, b bất kì, mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $\log(ab) = \log a + \log b$. B. $\log_2 \sqrt{ab} = \frac{1}{2} \log_2(ab)$.
 C. $\log_{3^a} b = a \log_3 b$. D. $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$.

Câu 16. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	0	8	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		9		$+\infty$	

$\swarrow$ $f(-4)$ $\nearrow$ $f(8)$ $\searrow$

Biết $f(-4) > f(8)$, khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $\mathbb{R}$ bằng

- A. 9. B. $f(-4)$. C. $f(8)$. D. -4 .

Câu 17. Có bao nhiêu giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x - 3$ với trục Ox ?

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1

Câu 18. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} hình nón có đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ và đỉnh là tâm hình vuông $A'B'C'D'$.

- A. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$. B. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{5}\pi}{4}$. C. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{5}\pi}{2}$. D. $S_{xq} = 8\sqrt{5}\pi$.

Câu 19. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_7 bằng:

- A. 15. B. 19. C. 17. D. 13.

Câu 20. Thể tích của khối hình hộp chữ nhật có các kích thước lần lượt là $a; 2a; 3a$ bằng

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $2a^3$. D. $6a^3$.

Câu 21. Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = a\sqrt{3}$ là

- A. $V = 12\pi a^3 \sqrt{3}$. B. $V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $V = 4\pi a^3 \sqrt{3}$. D. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$+$
y	$+\infty$	$+\infty$	1	$+\infty$	0

$\swarrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\searrow$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 2 B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\arcsin \frac{3}{5}$. B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Câu 24. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy bằng 2 và chiều cao bằng 2

- A. $V = 4\pi$. B. $V = 8\pi$. C. $V = 12\pi$. D. $V = 16\pi$.

Câu 25. Bạn A có 7 cái kẹo vị hoa quả và 6 cái kẹo vị socola. A lấy ngẫu nhiên 5 cái kẹo cho vào hộp để tặng cho em gái. Tính xác suất để 5 cái kẹo có cả vị hoa quả và vị socola.

- A. $P = \frac{14}{117}$. B. $P = \frac{103}{117}$. C. $P = \frac{140}{143}$. D. $P = \frac{79}{156}$.

Câu 26. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, biểu thức $\log_{2022}(2022a^2b)$ bằng

- A. $1 + \frac{1}{2}\log_{2022} a + \log_{2022} b$. B. $1 + 2\log_{2022} a + \log_{2022} b$.
C. $2022 + \frac{1}{2}\log_{2022} a + \log_{2022} b$. D. $2022 + 2\log_{2022} a + \log_{2022} b$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	5	7	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	↗ 3 ↘	1	↗ 5 ↘	$-\infty$

Phương trình $f(x) = 4$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 2. B. 0. C. 4. D. 3.

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số $y = 6^x$.

- A. $y' = \frac{6^x}{\ln 6}$. B. $y' = 6^x \ln 6$. C. $y' = 6^x$. D. $y' = x \cdot 6^{x-1}$.

Câu 29. Cho a là số thực dương. Giá trị của biểu thức $P = a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ bằng

- A. a^5 . B. $a^{\frac{7}{6}}$. C. $a^{\frac{2}{3}}$. D. $a^{\frac{5}{6}}$.

Câu 30. Tìm tung độ giao điểm của đồ thị $(C): y = \frac{2x-3}{x+3}$ và đường thẳng $d: y = x-1$.

- A. -1. B. 3. C. 1. D. -3.

Câu 31. Một người gửi số tiền 500 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6,5% một năm theo hình thức lãi kép. Đến hết năm thứ 3, vì cần tiền nên người đó đến rút ra 100 triệu đồng, phần còn lại vẫn tiếp tục gửi. Hỏi sau 5 năm kể từ lúc bắt đầu gửi, người đó có được số tiền gần với số nào nhất dưới đây?

- A. 572,150 (triệu đồng). B. 571,990 (triệu đồng).
C. 580,135 (triệu đồng). D. 571,620 (triệu đồng).

Câu 32. Cho hình trụ có chiều cao $8a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $2a$ thì thiết diện thu được là một hình chữ nhật có diện tích bằng $48a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

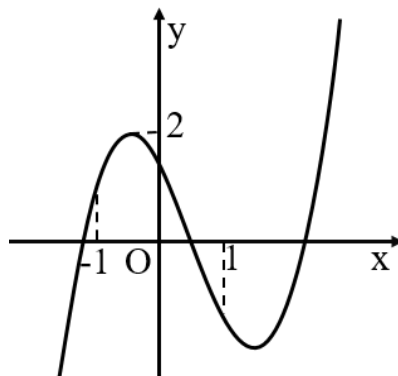
A. $169\pi a^3$.

B. $52\pi a^3$.

C. $104\pi a^3$.

D. $\frac{104\pi a^3}{3}$.

Câu 33. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

A. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Câu 34. Có bao nhiêu số nguyên $x \in [-2022; 2022]$ thỏa mãn $(3^{x^2} - 27^x) \sqrt{\log_2(4x) - 2} \geq 0$?

A. 2021.

B. 2020.

C. 2023.

D. 2022.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(2\cos x + 1)$. Tính $M + m$.

A. -2 .

B. 1 .

C. -1 .

D. 0 .

Câu 36. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD , góc tạo bởi $C'G$ với mặt phẳng đáy bằng 30° . Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. a^3 .

B. $\frac{a^3}{12}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 37. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -2t^3 + 24t^2 + 9t - 3$ với t là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $289 (m/s)$.

B. $105 (m/s)$.

C. $111 (m/s)$.

D. $487 (m/s)$.

Câu 38. Cắt mặt cầu (S) bằng một mặt phẳng cách tâm một khoảng bằng 4 cm ta được một thiết diện là đường tròn có bán kính bằng 3 cm. Bán kính của mặt cầu (S) là

A. 7 cm.

B. 5 cm.

C. 10 cm.

D. 12 cm.

Câu 39. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , biết $AB = a, AC = 2a$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích khối

chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + mx - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi

A. $m = 0$.

B. $m < 0$.

C. $m \neq 0$.

D. $m > 0$.

Câu 41. Số nghiệm thực của phương trình $3\log_3(2x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3 = 3$ là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 42. Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O . Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác vuông SAB có diện tích bằng $4a^2$. Góc giữa trục SO và mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $4\sqrt{10}\pi a^2$.

B. $8\sqrt{10}\pi a^2$.

C. $\sqrt{10}\pi a^2$.

D. $2\sqrt{10}\pi a^2$.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $[-2022; 2022]$ để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

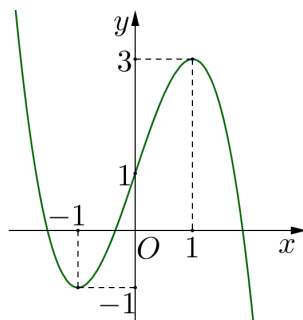
A. 2023.

B. 2022.

C. 4045.

D. 4044.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(f(\cos x)) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$?



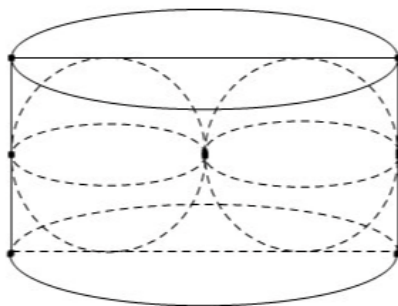
A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Câu 45. Người ta thả hai quả cầu sắt có cùng bán kính r vào một chiếc hộp hình trụ đựng đầy nước sao cho các quả cầu đều tiếp xúc với hai đáy, đồng thời hai quả cầu tiếp xúc với nhau và mỗi quả cầu đều tiếp xúc với đường sinh của hình trụ (tham khảo hình vẽ). Biết lượng nước trong hộp ban đầu là 12 lít, hỏi lượng nước còn lại sau khi thả hai quả cầu là bao nhiêu?



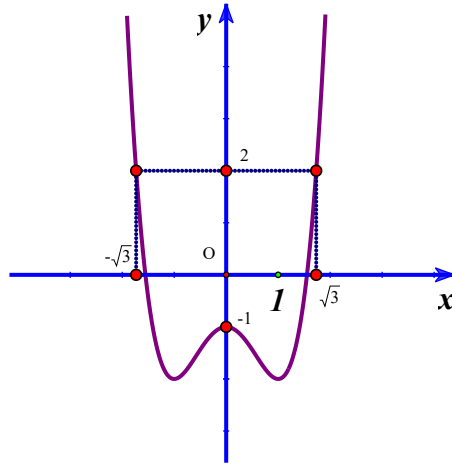
A. 3 lít.

B. 8 lít.

C. 10 lít.

D. 4 lít.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $h(x) = 3f(x) - x^3 + 3x$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?



A. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = 3f(\sqrt{3})$.

B. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = 3f(0)$.

C. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = 3f(1)$.

D. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = 3f(-\sqrt{3})$.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x + y > 0$, $-20 \leq x \leq 20$ và $\log_2(x + 2y) + x^2 + 2y^2 + 3xy - x - y = 0$

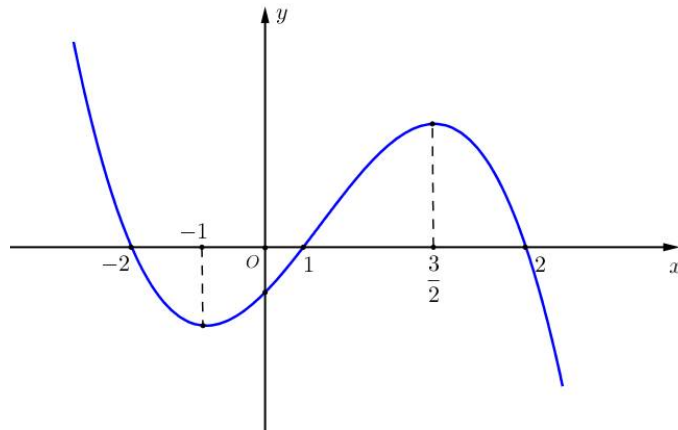
A. 6.

B. 10.

C. 19.

D. 41.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(2) \leq f(-2) = 2020$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = [2020 - f(x)]^2$ nghịch biến trên khoảng

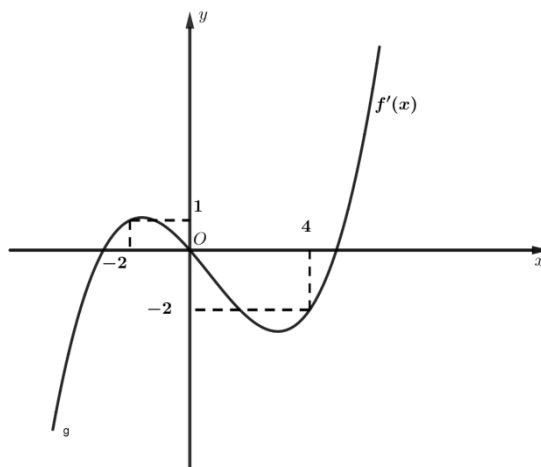
A. $(0; 2)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(-2; 2)$.

Câu 49. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = 4f(x^2 - 4) + x^4 - 8x^2$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 4.

B. 3.

C. 7.

D. 5.

Câu 50. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2022; 2022]$ để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. Số phần tử của S là

A. 2021.

B. 2022.

C. 2023.

D. 4045.

----- **HẾT** -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.C	4.B	5.A	6.B	7.B	8.D	9.C	10.A
11.B	12.C	13.C	14.A	15.C	16.C	17.D	18.B	19.A	20.D
21.C	22.D	23.D	24.B	25.C	26.B	27.A	28.B	29.B	30.A
31.D	32.C	33.A	34.A	35.C	36.D	37.B	38.B	39.B	40.A
41.D	42.D	43.A	44.C	45.D	46.D	47.B	48.C	49.A	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tập nghiệm của phương trình $2^x = -1$ là

- A. $\{0\}$. B. $\{2\}$. C. $\{1\}$. **D. $\emptyset$.**

Lời giải

Chọn D

Vì $2^x > 0$ nên phương trình $2^x = -1$ vô nghiệm.

Câu 2: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

- A. $S = (1; 10)$. B. $S = (-\infty; 9)$. **C. $S = (1; 9)$.** D. $S = (-\infty; 10)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Ta có $\log_2(x-1) < 3 \Leftrightarrow \log_2(x-1) < \log_2 2^3 \Leftrightarrow x-1 < 8 \Leftrightarrow x < 9$.

Kết hợp với điều kiện, ta có: $1 < x < 9 \Rightarrow S = (1; 9)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-1; 1)$. **C. $(0; 1)$.** D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-3	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	-

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. **B. 2** C. 3 D. 1.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 5: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-5; -2)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$, $y' = 3x^2 - 6x - 9$. Có $y' \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1), (3; +\infty)$ nên cũng đồng biến trên $(-5; -2)$.

Câu 6: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. $\frac{4}{3}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 4 \cdot 3^x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 3 \\ 3^x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \end{cases}.$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là 1.

Câu 7: Khối chóp có diện tích đáy là B , chiều cao bằng h . Thể tích V của khối chóp là

A. $V = \frac{1}{6} Bh$.

B. $V = \frac{1}{3} Bh$.

C. $V = \frac{1}{2} Bh$.

D. $V = Bh$.

Lời giải

Chọn B

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Biết cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $2a^3$.

B. $\frac{4a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2 = \frac{2a^3}{3}.$$

Câu 9: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

B. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.

C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

D.

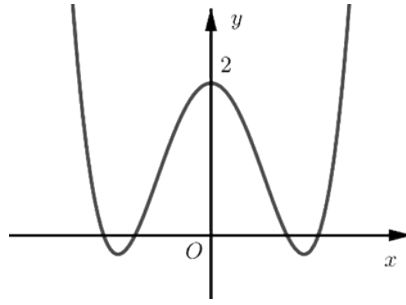
$$y = \log_{2005}(4x^2 + 1).$$

Lời giải

Chọn C

Vì hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ là hàm số mũ, có tập xác định $\mathbb{R}$ và cơ số $a = \frac{2}{e} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.

Câu 10: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ?



- A.** $y = x^4 - 3x^2 + 2.$ **B.** $y = -x^3 - 3x^2 + 2.$
C. $y = -x^4 + 3x^2 + 2.$ **D.** $y = x^3 - 2x^2 - 2.$

Lời giải

Chọn A

Hàm số có hình dạng của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ nên loại phương án B và D

Lại có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$. Do đó loại phương án **C**.

Câu 11: Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, hàm số nào có bảng biến thiên sau?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	-1	$+\infty$	-1

- A.** $y = \frac{-x+2}{x+1}.$ **B.** $y = \frac{-x-2}{x-1}.$ **C.** $y = \frac{-x+2}{x-1}.$ **D.** $y = \frac{x-2}{x+1}.$

Lời giải

Chọn B

+ Từ bảng biến thiên ta thấy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 1$ nên ta loại phương án A và **D**.

+ Từ bảng biến thiên ta thấy $y' > 0$ với mọi $x \neq 1$. Kiểm tra hai đáp án còn lại ta thấy

$$\left(\frac{-x+2}{x+1} \right)' = \frac{-3}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq 1 \text{ nên loại phương án } \mathbf{C}.$$

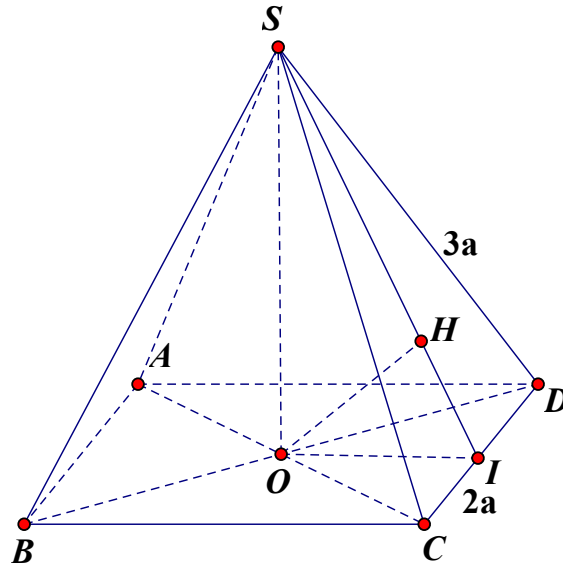
$$\left(\frac{-x-2}{x-1} \right)' = \frac{3}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1 \text{ nên } \mathbf{Chọn B}$$

Câu 12: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A.** $\frac{a\sqrt{14}}{4}.$ **B.** $a\sqrt{14}.$ **C.** $\frac{a\sqrt{14}}{2}.$ **D.** $\frac{a\sqrt{14}}{3}.$

Lời giải

Chọn C



+ Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, I là trung điểm của CD , vẽ $OH \perp SI$ tại H .

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$

+ Do $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow OI \perp CD$ (1)

$SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp CD$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow CD \perp (SOI)$, $OH \subset (SOI) \Rightarrow OH \perp CD$.

+ Ta có $\begin{cases} OH \perp SI \\ OH \perp CD \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH$.

+ Lại có $AO \cap (SCD) = C \Rightarrow \frac{d(A, (SCD))}{d(O, (SCD))} = \frac{CA}{CO} = 2 \Rightarrow d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD)) = 2OH$

+ Tính OH ?

Ta có $OI = \frac{AD}{2} = a$.

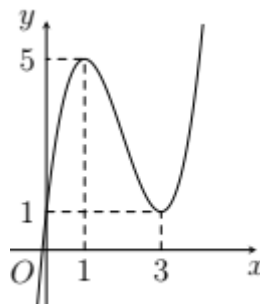
$AC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow OC = a\sqrt{2}$

$SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{9a^2 - 2a^2} = a\sqrt{7}$

Xét tam giác vuông SOI ta có: $OH = \frac{OS \cdot OI}{\sqrt{OS^2 + OI^2}} = \frac{a\sqrt{7} \cdot a}{\sqrt{7a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{14}}{4}$

$\Rightarrow d(A, (SCD)) = 2OH = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị cực tiểu của hàm số là

A. 5.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy, giá trị cực tiểu của hàm số $y_{CT} = 1$.

Câu 14: Cho hình nón có chiều cao bằng 8 cm, bán kính đáy bằng 6 cm. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

A. $96\pi \text{ cm}^2$.

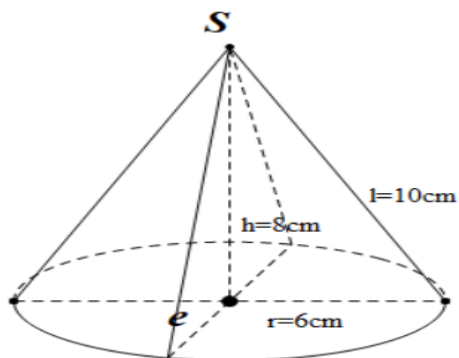
B. $84\pi \text{ cm}^2$.

C. $132\pi \text{ cm}^2$.

D. $116\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải

Chọn A



Diện tích toàn phần của hình nón đã cho là $S_{tp} = S_{xq} + S_{dáy} = \pi rl + \pi r^2$.

Áp dụng công thức: $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$.

Do đó, $S_{tp} = S_{xq} + S_{dáy} = \pi rl + \pi r^2 = \pi 6 \cdot 10 + \pi 6^2 = 96\pi \text{ cm}^2$.

Câu 15: Với các số thực dương a, b bất kì, mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\log(ab) = \log a + \log b$.

B. $\log_2 \sqrt{ab} = \frac{1}{2} \log_2(ab)$.

C. $\log_{3^a} b = a \log_3 b$.

D. $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$.

Lời giải

Chọn C

Nhận thấy: $\log_{3^a} b = \frac{1}{a} \log_3 b \neq a \log_3 b$.

Câu 16: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	0	8	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$			9		$+\infty$
		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	
		$f(-4)$		$f(8)$		

Biết $f(-4) > f(8)$, khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $\mathbb{R}$ bằng

A. 9.

B. $f(-4)$.

C. $f(8)$.

D. -4 .

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên và giả thiết $f(-4) > f(8)$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ là: $\min_{\mathbb{R}} f(x) = f(8)$.

Câu 17: Có bao nhiêu giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x - 3$ với trục Ox ?

- A. 2. B. 0. C. 3. **D. 1.**

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = x^3 + 3x - 3$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên cắt trục Ox tại một điểm duy nhất.

Câu 18: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} hình nón có đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ và đỉnh là tâm hình vuông $A'B'C'D'$.

- A. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$ **B. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{5}\pi}{4}$** C. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{5}\pi}{2}$ D. $S_{xq} = 8\sqrt{5}\pi$

Lời giải

Chọn B

Hình nón có đáy là đường tròn bán kính bằng $R = \frac{3}{2}$ và chiều cao $h = 3$.

Độ dài đường sinh là: $l = \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$.

Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi Rl = \frac{9\sqrt{5}\pi}{4}$.

Câu 19: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_7 bằng:

- A. 15** B. 19. C. 17. D. 13.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_7 = u_1 + 6d = 3 + 6.2 = 15$.

Câu 20: Thể tích của khối hình hộp chữ nhật có các kích thước lần lượt là $a; 2a; 3a$ bằng bao nhiêu?

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $2a^3$ **D. $6a^3$**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V = a.2a.3a = 6a^3$.

Câu 21: Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = a\sqrt{3}$ là

- A. $V = 12\pi a^3 \sqrt{3}$. B. $V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. **C. $V = 4\pi a^3 \sqrt{3}$** . D. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 4\pi a^3 \sqrt{3}$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$	$+$
y	$+\infty$	$+\infty$	1	$+\infty$	0

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 2 B. 5. C. 4. **D. 3.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -1^+} y = +\infty \Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

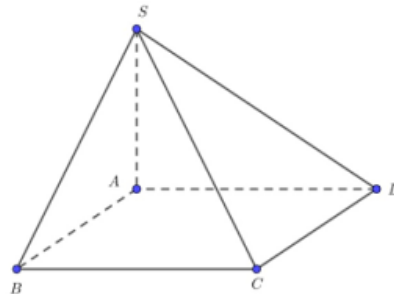
$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\arcsin \frac{3}{5}$. B. 45° . C. 30° . **D. 60° .**

Lời giải



Chọn D

Ta có SA vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$

$\Rightarrow$ Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SDA}$

$$\tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SDA} = 60^\circ$$

Câu 24: Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy bằng 2 và chiều cao bằng 2

- A. $V = 4\pi$. **B. $V = 8\pi$.** C. $V = 12\pi$. D. $V = 16\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V = h.B = 2.4\pi = 8\pi$.

Câu 25: Bạn A có 7 cái kẹo vị hoa quả và 6 cái kẹo vị socola. A lấy ngẫu nhiên 5 cái kẹo cho vào hộp để tặng cho em gái. Tính xác suất để 5 cái kẹo có cả vị hoa quả và vị socola.

- A. $P = \frac{14}{117}$. B. $P = \frac{103}{117}$. **C. $P = \frac{140}{143}$.** D. $P = \frac{79}{156}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là $C_{13}^5 = 1287$.

Số cách chọn 5 cái kẹo có cả vị hoa quả và vị socola là $C_{13}^5 - C_7^5 - C_6^5 = 1260$.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{1260}{1287} = \frac{140}{143}$.

Câu 26: Với a, b là hai số thực dương tùy ý, biểu thức $\log_{2022}(2022a^2b)$ bằng

A. $1 + \frac{1}{2}\log_{2022} a + \log_{2022} b$.

B. $1 + 2\log_{2022} a + \log_{2022} b$.

C. $2022 + \frac{1}{2}\log_{2022} a + \log_{2022} b$.

D. $2022 + 2\log_{2022} a + \log_{2022} b$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{2022}(2022a^2b) = \log_{2022} 2022 + \log_{2022} a^2 + \log_{2022} b = 1 + 2\log_{2022} a + \log_{2022} b$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	5	7	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	0	-
y			3		5			
	$-\infty$			1				$-\infty$

Phương trình $f(x) = 4$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2.

B. 0.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta suy ra phương trình $f(x) = 4$ có 2 nghiệm thực.

Câu 28: Tính đạo hàm của hàm số $y = 6^x$.

A. $y' = \frac{6^x}{\ln 6}$.

B. $y' = 6^x \cdot \ln 6$.

C. $y' = 6^x$.

D. $y' = x6^{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 6^x \cdot \ln 6$.

Câu 29: Cho a là số thực dương. Giá trị của biểu thức $P = a^{\frac{2}{3}} \sqrt{a}$ bằng

A. a^5 .

B. $a^{\frac{7}{6}}$.

C. $a^{\frac{2}{3}}$.

D. $a^{\frac{5}{6}}$.

Lời giải

Chọn B

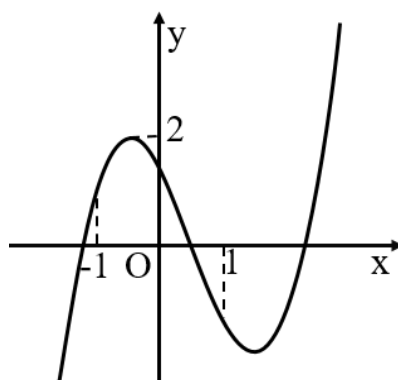
Cắt hình trụ bởi mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ có thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$. Suy ra, (P) vuông góc với mặt đáy. Gọi I là trung điểm của AB . Suy ra $OI \perp (P)$. Do đó, khoảng cách giữa (P) và trục của hình trụ bằng độ dài OI . Do đó, $OI = 2a$.

Ta có $S_{ABCD} = AB \cdot AD = AB \cdot 8a = 48a^2 \Rightarrow AB = 6a \Rightarrow AI = 3a$.

Xét tam giác vuông OAI ta có: $OA = \sqrt{AI^2 + OI^2} = \sqrt{(3a)^2 + (2a)^2} = a\sqrt{13}$.

Vậy thể tích khối trụ bằng: $V = \pi R^2 h = \pi (a\sqrt{13})^2 8a = 104\pi a^3$.

Câu 33: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

A. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số là đường đi lên từ $-\infty$ nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $-1 < x_1 < 0 < 1 < x_2$ nên $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ có hai

nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $-1 < x_1 < 0 < 1 < x_2$. Suy ra:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \end{cases}$$
. Kết hợp với $a > 0$,

$d > 0$ ta được: $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 34: Có bao nhiêu số nguyên $x \in [-2022; 2022]$ thỏa mãn $(3^{x^2} - 27^x) \sqrt{\log_2(4x) - 2} \geq 0$?

A. 2021

B. 2020

C. 2023

D. 2022

Lời giải

Chọn A

$$(3^{x^2} - 27^x) \sqrt{\log_2(4x) - 2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(4x) - 2 = 0 \\ \log_2(4x) - 2 > 0 \\ 3^{x^2} - 27^x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x > 1 \\ x^2 \geq 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x \geq 3 \end{cases}.$$

Mà x nguyên thuộc $[-2022; 2022]$ nên có 2021 số.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(2\cos x + 1)$. Tính $M + m$.

A. -2

B. 1

C. -1

D. 0

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 2\cos x + 1$ ($t \in [-1; 3]$).

Ta có : $M = \max_{\mathbb{R}} y = \max_{[-1;3]} f(t) = 1$; $m = \min_{\mathbb{R}} y = \min_{[-1;3]} f(t) = -2$. Suy ra $M + m = -1$.

Câu 36: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD , góc tạo bởi $C'G$ với mặt phẳng đáy bằng 30° . Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. a^3 .

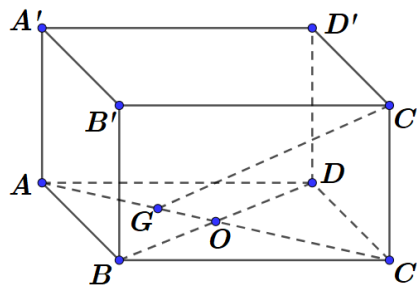
B. $\frac{a^3}{12}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



$\widehat{BAD} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 60^\circ$ nên tam giác ABC đều $\Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Ta có G là trọng tâm tam giác ABD nên $AG = \frac{2}{3}AO = \frac{1}{3}AC \Rightarrow CG = \frac{2}{3}AC = \frac{2}{3}a$.

Ta có C là hình chiếu của C' trên $(ABCD)$ nên GC là hình chiếu của GC' trên $(ABCD)$

Nên $(GC', (ABCD)) = (GC', GC) = \widehat{C'GC} = 30^\circ \Rightarrow CC' = CG \cdot \tan \widehat{C'GC} = \frac{2a\sqrt{3}}{9}$.

Khi đó $V_{ABCD.A'B'C'D'} = CC' \cdot S_{ABCD} = \frac{2a\sqrt{3}}{9} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{3}$.

Câu 37: Một vật chuyển động theo quy luật $s = -2t^3 + 24t^2 + 9t - 3$ với t là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $289 \text{ (m/s)}.$

B. $105 \text{ (m/s)}.$

C. $111 \text{ (m/s)}.$

D. $487 \text{ (m/s)}.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $v(t) = s' = -6t^2 + 48t + 9$

Xét hàm số $v(t) = -6t^2 + 48t + 9, t \in [0; 10]$.

Ta có $v'(t) = -12t + 48 = 0 \Leftrightarrow t = 4$ (Nhận). Ta có
$$\begin{cases} v(0) = 9 \\ v(4) = 105 \\ v(10) = -111 \end{cases} \Rightarrow \max_{t \in [0; 10]} v(t) = v(4) = 105.$$

Câu 38: Cắt mặt cầu (S) bằng một mặt phẳng cách tâm một khoảng bằng 4 cm ta được một thiết diện là đường tròn có bán kính bằng 3 cm. Bán kính của mặt cầu (S) là

A. 7 cm.

B. 5 cm.

C. 10 cm.

D. 12 cm.

Lời giải

Chọn B

Đặt r là bán kính đường tròn thiết diện và d là khoảng cách từ tâm mặt cầu đến thiết diện.

Khi đó $R = \sqrt{r^2 + d^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ (cm)}.$

Câu 39: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , biết $AB = a, AC = 2a$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

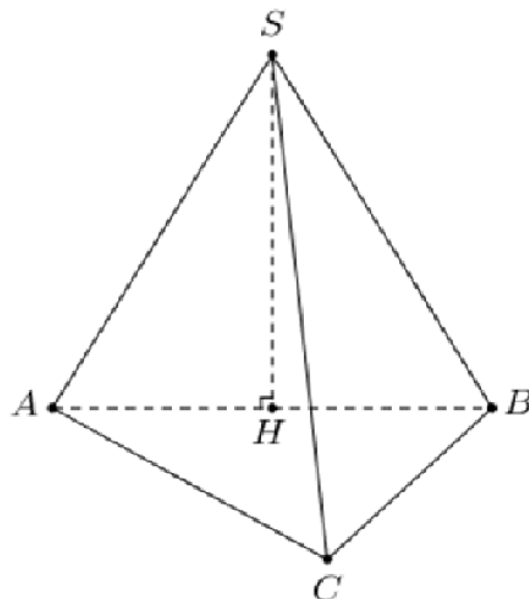
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Lời giải

Chọn B



$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC).$$

Tam giác ABC đều cạnh $a \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 40: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + mx - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi

A. $m = 0$

B. $m < 0$

C. $m \neq 0$

D. $m > 0$

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x + m$.

Vì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2 \Rightarrow f'(2) = 0 \Leftrightarrow 12 - 12 + m = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Với $m = 0 \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 - 2; f'(x) = 3x^2 - 6x; f''(x) = 6x - 6$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}; f''(2) = 6 > 0 \Rightarrow x = 2$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 41: Số nghiệm thực của phương trình $3\log_3(2x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3 = 3$ là

A. 0

B. 2

C. 3

D. 1

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > 5$.

$$3\log_3(2x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3 = 3 \Leftrightarrow 3\log_3(2x-1) + 3\log_3(x-5) = 3 \Leftrightarrow \log_3(2x-1) \cdot (x-5) = 1$$

$$\Leftrightarrow (2x-1)(x-5) = 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 11x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11 + \sqrt{105}}{4} > 5 \\ x = \frac{11 - \sqrt{105}}{4} < 5 \end{cases}$$

Vậy phương trình có một nghiệm.

Câu 42: Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O . Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác vuông SAB có diện tích bằng $4a^2$. Góc giữa trục SO và mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $4\sqrt{10}\pi a^2$.

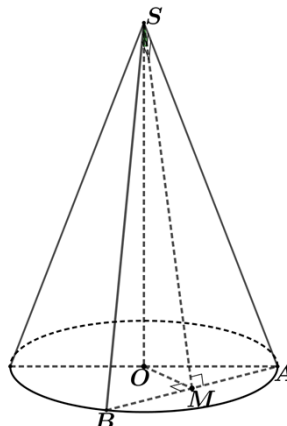
B. $8\sqrt{10}\pi a^2$.

C. $\sqrt{10}\pi a^2$.

D. $2\sqrt{10}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



$$\text{Kẻ } OM \perp AB \Rightarrow \left(\widehat{SO}; (\widehat{SAB}) \right) = \widehat{MSO} = 30^\circ.$$

Ta có: $S_{SAB} = 4a^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} SM \cdot AB = 4a^2$ và $AB = 2SM$. Từ đó suy ra: $SM = 2a$; $AB = 4a$ và $SA = 2\sqrt{2}a$.

Ta lại có: $SO = \cos 30^\circ \cdot SM = \sqrt{3}a$ và $r = OA = \sqrt{8a^2 - 3a^2} = a\sqrt{5}$.

$$\text{Vậy } S_{xq} = \pi r l = 2\sqrt{10}\pi a^2.$$

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $[-2022; 2022]$ để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

A. 2023.

B. 2022.

C. 4045.

D. 4044.

Lời giải

Chọn A

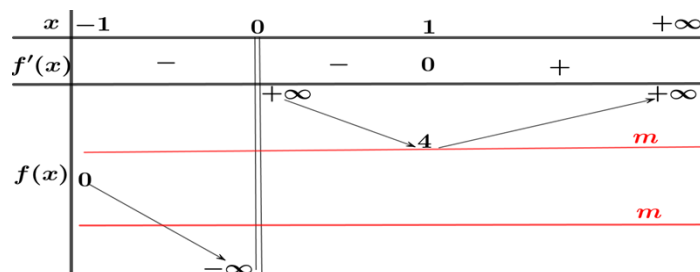
$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} mx > 0 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình suy ra: } mx = (x+1)^2 \Leftrightarrow m = \frac{(x+1)^2}{x}, (x \neq 0)$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x}$ trên khoảng $(-1; +\infty) \setminus \{0\}$

$$\text{Ta có: } f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}, f'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

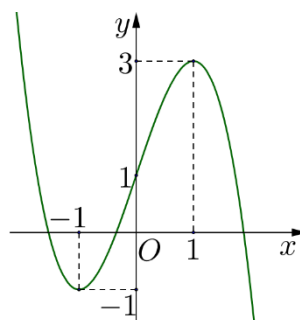
BBT của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-1; +\infty) \setminus \{0\}$



Từ bảng biến thiên, để phương trình có nghiệm duy nhất khi $\begin{cases} m = 4 \\ m < 0 \end{cases}$.

Kết hợp với điều kiện $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-2022; 2022]$ ta có: $m = \{-2022; -2021; \dots; -1; 4\}$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(f(\cos x)) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$?



A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

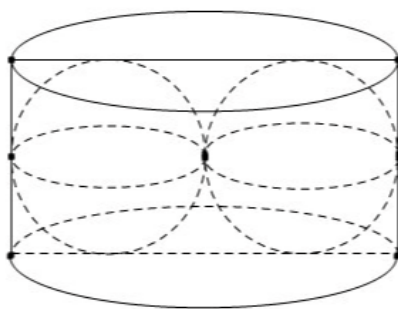
Chọn C

Đặt $t = \cos x$, vì $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \rightarrow t \in [-1; 0) \rightarrow f(t) \in [-1; 1)$

Điều kiện bài toán $\Leftrightarrow pt f(f(t)) = m$ có nghiệm $t \in [-1; 0) \Rightarrow -1 \leq m < 3$

Kết hợp với điều kiện $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-1; 0; 1; 2\}$.

Câu 45: Người ta thả hai quả cầu sắt có cùng bán kính r vào một chiếc hộp hình trụ đựng đầy nước sao cho các quả cầu đều tiếp xúc với hai đáy, đồng thời hai quả cầu tiếp xúc với nhau và mỗi quả cầu đều tiếp xúc với đường sinh của hình trụ (tham khảo hình vẽ). Biết lượng nước trong hộp ban đầu là 12 lít, hỏi lượng nước còn lại sau khi thả hai quả cầu là bao nhiêu?



A. 3 lít.

B. 8 lít.

C. 10 lít.

D. 4 lít.

Lời giải

Chọn D

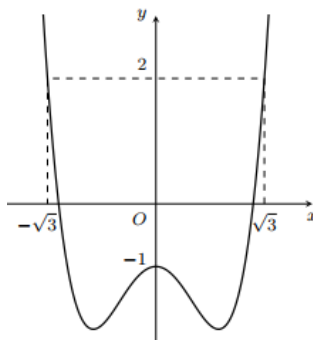
Ta có bán kính hình trụ bằng $2r$, chiều cao hình trụ bằng r .

Lượng nước trong hộp ban đầu là 12 lít nên $12 = \pi \cdot (2r)^2 \cdot r$ suy ra $r = \sqrt[3]{\frac{3}{\pi}}$.

Thể tích hai quả cầu bằng $2 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{8}{3} \pi \left(\sqrt[3]{\frac{3}{\pi}}\right)^3 = 8$.

Lượng nước còn lại sau khi thả hai quả cầu là $12 - 8 = 4$ lít.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $h(x) = 3f(x) - x^3 + 3x$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

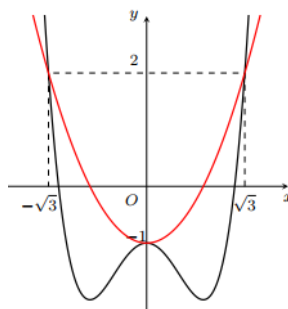
A. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = 3f(\sqrt{3})$.B. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = 3f(0)$.C. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = 3f(1)$.D. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = 3f(-\sqrt{3})$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $h'(x) = 3[f'(x) - x^2 + 1]$ nên $h'(x) = 3[f'(x) - x^2 + 1] = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 - 1$.

Vẽ đồ thị hai hàm số



Suy ra $f'(x) = x^2 - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{3} \\ x = 0. \end{cases}$

Lập bảng biến thiên

x	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$
$h'(x)$	$-$	0	$-$
$h(x)$	$3f(-\sqrt{3})$	$3f(0)$	$3f(\sqrt{3})$

Từ bảng biến thiên ta có $\max_{[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]} h(x) = 3f(-\sqrt{3})$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $x + y > 0, -20 \leq x \leq 20$ và $\log_2(x+2y) + x^2 + 2y^2 + 3xy - x - y = 0$

A. 6.

B. 10.

C. 19.

D. 41.

Lời giải

Chọn B

$$\log_2(x+2y) + x^2 + 2y^2 + 3xy - x - y = 0 \Leftrightarrow \log_2(x+2y) + x^2 + 2xy + 2y^2 + xy - x - y = 0$$

$$\log_2(x+2y) + x(x+2y) + y(x+2y) + x + y = 0 \Leftrightarrow \log_2(x+2y) = (x+y)[1 - (x+2y)].$$

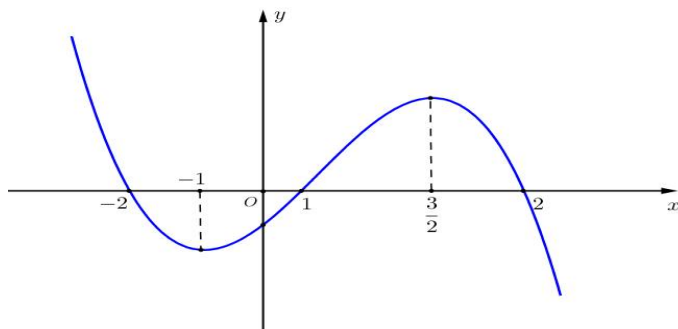
$$\text{Do } \begin{cases} x+y > 0, -20 \leq x \leq 20 \\ x+2y > 0 \\ x, y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow x+2y \geq 1 \Rightarrow \log_2(x+2y) \geq 0.$$

$$\text{Mà } \begin{cases} x+y > 0 \\ \log_2(x+2y) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 1 - (x+2y) \geq 0 \Leftrightarrow x+2y \leq 1 \Rightarrow x+2y = 1.$$

$$\text{Do } \begin{cases} 2x+2y > 0, x+2y > 0 \\ 2y = 1-x \\ x, y \in \mathbb{Z}, -20 \leq x \leq 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -1, x+2y > 0 \\ x, y \in \mathbb{Z}, -20 \leq x \leq 20 \\ 2y = 1-x \end{cases} \Rightarrow x = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.$$

Vậy có 10 cặp (x, y) thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(2) \leq f(-2) = 2020$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = [2020 - f(x)]^2$ nghịch biến trên khoảng

A. $(0; 2)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(-2; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

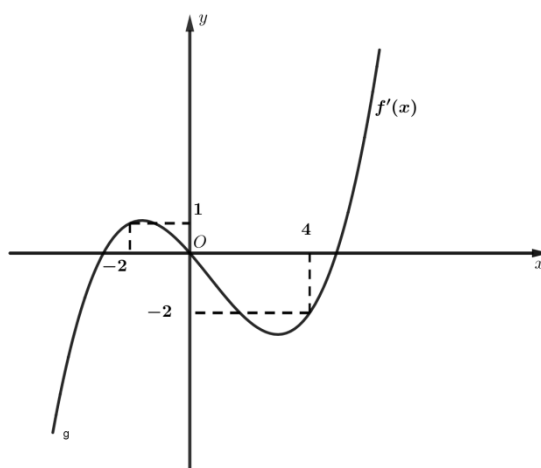
x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	↗ 2020 ↘		↗ $f(2)$ ↘		

$$g(x) = [2020 - f(x)]^2 \Rightarrow g'(x) = -2f'(x) \cdot [2020 - f(x)].$$

$$\text{Do } f(x) \leq f(-2) = 2020 \Rightarrow 2020 - f(x) \geq 0 \Rightarrow g'(x) < 0 \Rightarrow f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ 1 < x < 2 \end{cases}.$$

Vậy hàm số $g(x) = [2020 - f(x)]^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(1; 2)$.

Câu 49: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = 4f(x^2 - 4) + x^4 - 8x^2$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 4.

B. 3.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

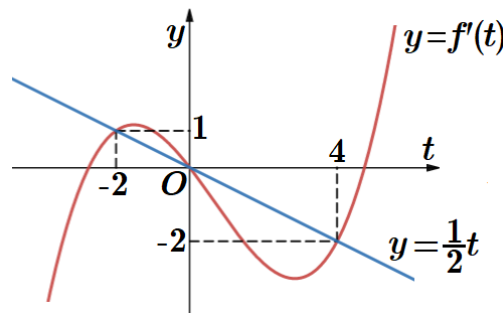
$$\text{Ta có } g(x) = 4f(x^2 - 4) + x^4 - 8x^2 \Rightarrow g'(x) = 8xf'(x^2 - 4) + 4x^3 - 16x$$

$$\text{Ta có } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 4) + \frac{1}{2}(x^2 - 4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 4) = -\frac{1}{2}(x^2 - 4) \end{cases}.$$

Xét phương trình $f'(x^2 - 4) = -\frac{1}{2}(x^2 - 4)$.

Đặt $t = x^2 - 4$, khi đó $f'(x^2 - 4) = -\frac{1}{2}(x^2 - 4) \Leftrightarrow f'(t) = -\frac{1}{2}t$.

Phát họa đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = \frac{1}{2}t$ trên cùng một hệ trục tọa độ:



$$\text{Khi đó } f'(t) = -\frac{1}{2}t \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 0 \\ t = 4 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 4) = -\frac{1}{2}(x^2 - 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 4 = -1 \\ x^2 - 4 = 0 \\ x^2 - 4 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \\ x = 2 \\ x = \pm 2\sqrt{2} \end{cases}.$$

Vậy $g(x) = 4f(x^2 - 4) + x^4 - 8x^2$ có 7 điểm cực trị, mà $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = +\infty$ nên hàm số $g(x)$ có 4 điểm cực tiểu.

Câu 50: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2022; 2022]$ để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. Số phần tử của S là

A. 2021.

B. 2022.

C. 2023.

D. 4045.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = \frac{2x}{x^2 + 1} - m$$

Hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$:

$$\Leftrightarrow y' = \frac{2x}{x^2 + 1} - m \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \leq \frac{2x}{x^2 + 1}, \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}, \text{ ta có } f'(x) = \frac{2(x^2 + 1) - 2x \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-2x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (n) \\ x = -1 & (l) \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$				
	0		1	0

Từ bảng biến thiên, $m \leq \frac{2x}{x^2 + 1}, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \leq 0.$

----- **HẾT** -----