

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán

Thời gian: **90 phút** (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 15/5/2018

(Đề thi có 07 trang, gồm 50 câu)

Mã đề: 170

**Câu 1:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$  và góc giữa đường thẳng  $SA$  với mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ , khoảng cách giữa hai đường thẳng  $GC$  và  $SA$  bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{5}}{10}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{2}}{5}$ .      D.  $\frac{a}{5}$ .

**Câu 2:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + m + 2$  có 5 điểm cực trị ?

- A. 3.      B. 6.      C. 4.      D. 5.

**Câu 3:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{3x+m}{x+m}$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -4)$ ?

- A. 3.      B. 4.      C. 5.      D. Vô số.

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x) > 0 \forall x \geq 0$ , thỏa mãn  $\begin{cases} f''(x).f(x) - 2[f'(x)]^2 + xf^3(x) = 0, \\ f'(0) = 0; f(0) = 1. \end{cases}$

Tính  $f(1)$ .

- A.  $\frac{2}{3}$ .      B.  $\frac{3}{2}$ .      C.  $\frac{6}{7}$ .      D.  $\frac{7}{6}$ .

**Câu 5:** Cho  $a > 0, a \neq 1$ , giá trị của  $\log_{a^3} a$  bằng

- A. -3.      B.  $-\frac{1}{3}$ .      C.  $\frac{1}{3}$ .      D. 3.

**Câu 6:** Cho số phức  $z = 11 + i$ . Điểm biểu diễn số phức liên hợp của  $z$  là điểm nào dưới đây ?

- A.  $Q(-11; 0)$ .      B.  $M(11; 1)$ .      C.  $P(11; 0)$ .      D.  $N(11; -1)$ .

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $\Delta_1 : \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}$  và  $\Delta_2 : \frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ .

Đường vuông góc chung của  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  đi qua điểm nào dưới đây ?

- A.  $Q\left(-2; \frac{32}{11}; -\frac{7}{11}\right)$ .      B.  $N\left(-2; \frac{32}{11}; \frac{7}{11}\right)$ .      C.  $P\left(2; \frac{32}{11}; \frac{7}{11}\right)$ .      D.  $M\left(2; -\frac{32}{11}; \frac{7}{11}\right)$ .

**Câu 8:** Một thanh sắt chiều dài  $AB=100(m)$  được cắt thành hai phần  $AC$  và  $CB$  với  $AC=x(m)$ . Đoạn  $AC$  được uốn thành một hình vuông có chu vi bằng  $AC$  và đoạn  $CB$  uốn thành tam giác đều có chu vi bằng  $CB$ . Khi tổng diện tích của hình vuông và tam giác nhỏ nhất, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A.  $x \in (52; 58)$ .      B.  $x \in (40; 48)$ .      C.  $x \in (48; 52)$ .      D.  $x \in (30; 40)$ .

**Câu 9:** Tổng  $C_{2018}^1 - 2.5C_{2018}^2 + 3.5^2C_{2018}^3 - \dots - 2018.5^{2017}C_{2018}^{2018}$  bằng

- A.  $-1009.2^{4034}$ .      B.  $-1009.2^{4035}$ .      C.  $1009.2^{4035}$ .      D.  $1009.2^{4034}$ .

**Câu 10:** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới

|      |           |      |     |     |           |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ |     | $1$ | $+\infty$ |           |
| $y'$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $0$       | $+$       |
| $y$  | $-\infty$ |      | $2$ |     | $-2$      | $+\infty$ |

- A. Hàm số  $y = -x^3 + 3x$ .      B. Hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ .  
C. Hàm số  $y = x^3 - 3x$ .      D. Hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 1$ .

**Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(0; -3; 2)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A.  $\overrightarrow{OM} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ .      B.  $\overrightarrow{OM} = -3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ .      C.  $\overrightarrow{OM} = -3\vec{j} + 2\vec{k}$ .      D.  $\overrightarrow{OM} = -3\vec{i} + 2\vec{k}$ .

**Câu 12:** Tích phân  $\int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$  có giá trị bằng

- A.  $3\sqrt{3} - \frac{2}{3}$ .      B.  $\frac{3\sqrt{3}-1}{3}$ .      C.  $2\sqrt{3} - \frac{3}{2}$ .      D.  $3\sqrt{3} - \frac{3}{2}$ .

**Câu 13:** Một người gửi  $M$  triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất  $8,4\%$  /năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì người đó có được nhiều hơn gấp đôi số tiền mang đi gửi?

- A. 10 năm.      B. 7 năm.      C. 8 năm.      D. 9 năm.

**Câu 14:** Phương trình  $\log_2(x-1) = 1$  có nghiệm là

- A.  $x = \frac{1}{2}$ .      B.  $x = \frac{1}{3}$ .      C.  $x = 3$ .      D.  $x = 2$ .

**Câu 15:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(1; 2; 3), N(3; 4; 5)$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng thay đổi nằm trong mặt phẳng  $(P)$ , các điểm  $H, K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $M, N$  trên  $\Delta$ . Biết rằng khi  $MH = NK$  thì trung điểm của  $HK$  luôn thuộc một đường thẳng  $d$  cố định, phương trình của  $d$  là

- A.  $\begin{cases} x=1 \\ y=13-2t \\ z=-4+t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x=t \\ y=13-2t \\ z=-4+t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x=t \\ y=13+2t \\ z=-4+t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x=t \\ y=13-2t \\ z=-4-t \end{cases}$

**Câu 16:** Có bao nhiêu cách lấy ra 3 phần tử tùy ý từ một tập hợp có 12 phần tử ?

- A.  $3^{12}$ .                      B.  $12^3$ .                      C.  $A_{12}^3$ .                      D.  $C_{12}^3$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình dưới đây :

|      |           |      |     |     |           |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ |     | $1$ | $+\infty$ |           |
| $y'$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $0$       | $+$       |
| $y$  | $-\infty$ |      | $2$ |     | $-2$      | $+\infty$ |

Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng

- A.  $-2$ .                      B.  $1$ .                      C.  $2$ .                      D.  $-1$ .

**Câu 18:** Cho  $\int_1^2 f(x)dx = 1$  và  $\int_2^3 f(x)dx = -2$ . Giá trị của  $\int_1^3 f(x)dx$  bằng

- A.  $1$ .                      B.  $-3$ .                      C.  $-1$ .                      D.  $3$ .

**Câu 19:** Cho  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn  $\log_2 \left( \frac{x+4y}{x+y} \right) = 2x - 4y + 1$ . Giá trị nhỏ nhất

của biểu thức  $P = \frac{2x^4 - 2x^2y^2 + 6x^2}{(x+y)^3}$  bằng

- A.  $4$ .                      B.  $\frac{9}{4}$ .                      C.  $\frac{16}{9}$ .                      D.  $\frac{25}{9}$ .

**Câu 20:** Khối lăng trụ có chiều cao  $h$  và diện tích đáy  $S$  thì thể tích bằng

- A.  $Sh$ .                      B.  $\frac{1}{6}Sh$ .                      C.  $\frac{1}{3}Sh$ .                      D.  $\frac{1}{2}Sh$ .

**Câu 21:** Biết  $\int_e^{e^2} \left( \frac{1}{\ln^2 x} - \frac{1}{\ln x} \right) dx = \frac{a.e^2 + b.e + c}{2}$ , trong đó  $a, b, c$  là các số nguyên. Giá trị của  $a^2 + b^2 + c^2$  bằng

- A.  $5$ .                      B.  $3$ .                      C.  $4$ .                      D.  $9$ .

**Câu 22:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA = a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh bên  $SC$  với đáy bằng

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 23:** Xét đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = x^3 + 3ax + b$  với  $a, b$  là các số thực. Gọi  $M, N$  là hai điểm phân biệt thuộc  $(C)$  sao cho tiếp tuyến với  $(C)$  tại hai điểm đó có hệ số góc bằng 3. Biết khoảng cách từ gốc tọa độ tới đường thẳng  $MN$  bằng 1, giá trị nhỏ nhất của  $a^2 + b^2$  bằng

- A.  $\frac{3}{2}$ .                      B.  $\frac{4}{3}$ .                      C.  $\frac{6}{5}$ .                      D.  $\frac{7}{6}$ .

**Câu 24:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi tâm  $O$ , cạnh đáy bằng  $2a$ . Biết  $SO$  vuông góc với đáy, góc  $\widehat{ABC} = 60^\circ$  và khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $\frac{a}{2}$ , thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$ .      B.  $2a^3$ .      C.  $\frac{2a^3}{3}$ .      D.  $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ .

**Câu 25:** Cho đa giác đều  $(P)$  có 20 đỉnh. Lấy tùy ý 3 đỉnh của  $(P)$ , tính xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành tam giác vuông không có cạnh nào là cạnh của  $(P)$ .

- A.  $\frac{5}{114}$ .      B.  $\frac{3}{38}$ .      C.  $\frac{7}{114}$ .      D.  $\frac{7}{57}$ .

**Câu 26:** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2x; y = x^2; y = 1$  trên miền  $x \geq 0; y \leq 1$  bằng

- A.  $\frac{1}{3}$ .      B.  $\frac{1}{2}$ .      C.  $\frac{5}{12}$ .      D.  $\frac{2}{3}$ .

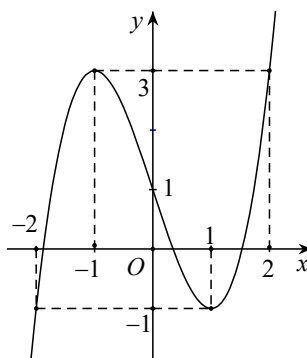
**Câu 27:** Cho  $\int_1^3 \frac{x+3}{x^2+3x+2} dx = m \ln 2 + n \ln 3 + p \ln 5$ , với  $m, n, p$  là các số hữu tỉ. Tính  $S = m^2 + n + p^2$ .

- A.  $S = 6$ .      B.  $S = 4$ .      C.  $S = 3$ .      D.  $S = 5$ .

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  với đáy là hình chữ nhật có  $AB = a, BC = a\sqrt{2}$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SD$  và  $(P)$  là mặt phẳng đi qua  $B, M$  sao cho  $(P)$  cắt mặt phẳng  $(SAC)$  theo một đường thẳng vuông góc với  $BM$ . Khoảng cách từ điểm  $S$  đến  $(P)$  bằng

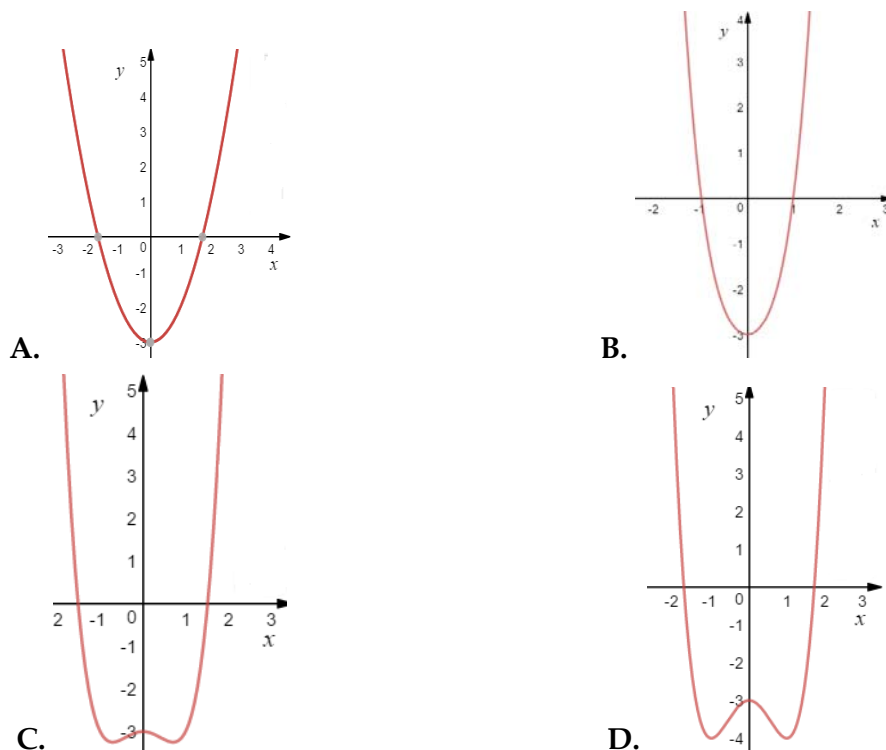
- A.  $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .      D.  $\frac{4a\sqrt{2}}{9}$ .

**Câu 29:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng



- A.  $(-1; +\infty)$ .      B.  $(-1; 1)$ .      C.  $(-\infty; 1)$ .      D.  $(-\infty; -1)$ .

**Câu 30:** Đồ thị nào trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số  $y = x^4 + 2x^2 - 3$ ?



**Câu 31:** Hàm số  $y = \ln x + \frac{1}{x}$  là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây ?

- A.  $y = \ln x + 1$ .      B.  $y = \frac{1}{2} \ln^2 x - \frac{1}{x^2}$ .      C.  $y = \frac{1}{2} \ln^2 x - \frac{1}{x}$ .      D.  $y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ .

**Câu 32:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2 + 3i)z = z - 1$ . Môđun của  $\bar{z}$  bằng

- A.  $\frac{1}{\sqrt{10}}$ .      B.  $\frac{1}{10}$ .      C. 1.      D.  $\sqrt{10}$ .

**Câu 33:** Có bao nhiêu giá trị dương của tham số thực  $m$  để bất phương trình  $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} \geq m^2 (\log_4 x^2 - 3)$  có nghiệm duy nhất thuộc  $[32; +\infty)$ ?

- A. 2.      B. 1.      C. 3.      D. 0.

**Câu 34:** Hàm số  $y = (x^2 - 1)(3x - 2)^3$  có bao nhiêu điểm cực đại ?

- A. 0.      B. 2.      C. 3.      D. 1.

**Câu 35:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\left| \frac{z - 2i}{z + 3 - i} \right| = 1$ . Giá trị nhỏ nhất của  $|z + 3 - 2i|$  bằng

- A.  $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ .      B.  $2\sqrt{10}$ .      C.  $\sqrt{10}$ .      D.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$ .

**Câu 36:** Cho số phức  $z = (\sqrt{3} + \sqrt{5}i)^{2018}$ . Biết phần ảo của  $z$  có dạng  $a + b\sqrt{3} + c\sqrt{5} + d\sqrt{15}$ , trong các số  $a, b, c, d$  có đúng bao nhiêu số bằng 0?

- A. 2.      B. 1.      C. 4.      D. 3.

**Câu 37:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$  và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = -t \end{cases}. \text{ Mặt phẳng chứa } d \text{ và cắt } (S) \text{ theo một đường tròn có bán kính nhỏ}$$

nhất có phương trình là

A.  $3x - 2y - 4z - 8 = 0$ .

B.  $y + z + 1 = 0$ .

C.  $x - 2y - 3 = 0$ .

D.  $x + 3y + 5z + 2 = 0$ .

**Câu 38:** Biết bất phương trình  $\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) \leq 1$  có tập nghiệm là đoạn  $[a; b]$ .

Giá trị của  $a + b$  bằng

A.  $-2 + \log_5 156$ .

B.  $2 + \log_5 156$ .

C.  $-2 + \log_5 26$ .

D.  $-1 + \log_5 156$ .

**Câu 39:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(Oxy)$  có phương trình là

A.  $z = 0$ .

B.  $x + y + z = 0$ .

C.  $y = 0$ .

D.  $x = 0$ .

**Câu 40:** Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Tính xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam.

A.  $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$ .

B.  $\frac{C_5^4}{C_8^4}$ .

C.  $\frac{A_5^4}{A_{13}^4}$ .

D.  $\frac{A_5^4}{A_8^4}$ .

**Câu 41:** Đồ thị của hàm số  $y = \frac{3\sqrt{x} - 5}{2x^2 - 5x - 7}$  có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

**Câu 42:** Cho hàm số  $y = x^4 - 2(m^2 + 1)x^2 + m^4$  có đồ thị là  $(C)$ . Gọi  $A, B, C$  là ba điểm cực trị của  $(C)$ ,  $S_1$  và  $S_2$  lần lượt là phần diện tích của tam giác  $ABC$  phía trên và phía dưới trục hoành. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  sao cho  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3}$ ?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

**Câu 43:** Mặt cầu có bán kính bằng 1 thì diện tích bằng

A.  $4\pi$ .

B.  $16\pi$ .

C.  $\frac{4}{3}\pi$ .

D.  $2\pi$ .

**Câu 44:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 4 + 8t \\ y = -6 + 11t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ . Vector nào dưới đây là

vector chỉ phương của  $d$ ?

A.  $\vec{u}_1 = (4; -6; 3)$ .

B.  $\vec{u}_4 = (8; -6; 3)$ .

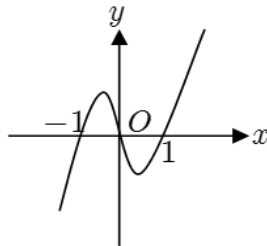
C.  $\vec{u}_2 = (8; 11; 2)$ .

D.  $\vec{u}_3 = (4; -6; 2)$ .

**Câu 45:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 2; 3)$ . Gọi  $N, P, Q$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên các trục tọa độ. Mặt phẳng  $(NPQ)$  có phương trình là

- A.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ .      B.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 0$ .      C.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$ .      D.  $6x + 2y + 2z + 6 = 0$ .

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số  $y = f(x^2 - 1)$  đồng biến trên khoảng



- A.  $(-\infty; -\sqrt{2})$ .      B.  $(-1; 1)$ .      C.  $(1; \sqrt{2})$ .      D.  $(0; 1)$ .

**Câu 47:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0; 1; 2)$ ,  $B(2; -2; 1)$ ,  $C(-2; 0; 1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y + z - 3 = 0$ . Gọi  $M(a; b; c)$  là điểm thuộc  $(P)$  sao cho  $MA = MB = MC$ , giá trị của  $a^2 + b^2 + c^2$  bằng

- A. 39.      B. 63.      C. 62.      D. 38.

**Câu 48:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n-1}$  bằng

- A. 1.      B. 2.      C. -1.      D. -2.

**Câu 49:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

- A.  $\frac{a}{2}$ .      B.  $\frac{a}{4}$ .      C.  $\frac{3a}{2}$ .      D.  $\frac{3a}{4}$ .

**Câu 50:** Gọi  $M; m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \frac{4}{x} + x$  trên đoạn  $[1; 3]$ . Giá trị của  $M + m$  bằng

- A.  $\frac{25}{3}$ .      B. 4.      C. 5.      D. 9.

----- HẾT -----

**Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.**

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

**Câu 1:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$  và góc giữa đường thẳng  $SA$  với mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ , khoảng cách giữa hai đường thẳng  $GC$  và  $SA$  bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{5}}{10}$ . B.  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ . C.  $\frac{a\sqrt{2}}{5}$ . D.  $\frac{a}{5}$ .

**HD**

Vẽ hình chữ nhật  $AEGF$ . Suy ra  $CG \parallel (SAF)$ .

$d(CG, SA) = d(CG, (SAF)) = d(G, (SAF)) = GH$

( $H$  là hình chiếu vuông góc của  $G$  lên  $SF$ )

$$SG = \tan 60^\circ AG = a; GF = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{1}{GH^2} = \frac{1}{GF^2} + \frac{1}{SG^2} \Rightarrow GH = \frac{a\sqrt{5}}{5}$$

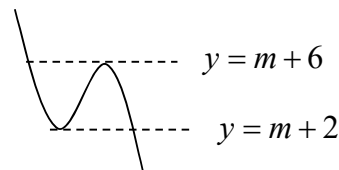
**Câu 2:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + m + 2$  có 5 điểm cực trị?

- A. 3. B. 6. C. 4. D. 5.

**HD**

$$(C): y = -x^3 + 3x^2 + m + 2 \Rightarrow y' = -x^2 + 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 (y = m + 2) \\ x = 2 (y = m + 6) \end{cases}$$



Điều kiện đề bài:  $\Leftrightarrow m + 2 < 0 < m + 6 \Leftrightarrow -6 < m < -2$

**Câu 3:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{3x+m}{x+m}$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -4)$ ?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. Vô số.

**HD**

$$y' = \frac{2m}{(x+m)^2}$$

$$\text{hàm số } y = \frac{3x+m}{x+m} \text{ đồng biến trên khoảng } (-\infty; -4) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m > 0 \\ -m \notin (-\infty; -4) \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 4$$

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x) > 0 \forall x \geq 0$ , thỏa mãn  $\begin{cases} f''(x) \cdot f(x) - 2[f'(x)]^2 + xf^3(x) = 0, \\ f'(0) = 0; f(0) = 1. \end{cases}$

Tính  $f(1)$ .

- A.  $\frac{2}{3}$ . B.  $\frac{3}{2}$ . C.  $\frac{6}{7}$ . D.  $\frac{7}{6}$ .

**HD**

$$f''(x) \cdot f(x) - 2[f'(x)]^2 + xf^3(x) = 0 \Leftrightarrow f''(x) \cdot f^2(x) - 2[f'(x)]^2 f(x) = -xf^4(x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{f''(x) \cdot f^2(x) - 2[f'(x)]^2 f(x)}{f^4(x)} = -x \Leftrightarrow \left[ \frac{f'(x)}{f^2(x)} \right]' = -x$$

$$\Leftrightarrow \int \left[ \frac{f'(x)}{f^2(x)} \right]' dx = \int (-x) dx \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = -\frac{x^2}{2} + C$$

Với  $f'(0) = 0; f(0) = 1$ , suy ra  $C = 0$

$$\int_0^1 \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int_0^1 \left( -\frac{x^2}{2} \right) dx \Rightarrow f(1) = \frac{6}{7}$$

**Câu 5:** Cho  $a > 0, a \neq 1$ , giá trị của  $\log_{a^3} a$  bằng

- A. -3.      B.  $-\frac{1}{3}$ .      **C.  $\frac{1}{3}$ .**      D. 3.

**Câu 6:** Cho số phức  $z = 11 + i$ . Điểm biểu diễn số phức liên hợp của  $z$  là điểm nào dưới đây ?

- A.  $Q(-11; 0)$ .      B.  $M(11; 1)$ .      C.  $P(11; 0)$ .      **D.  $N(11; -1)$ .**

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases} \quad \text{và} \quad \Delta_2 : \frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}.$$

Đường vuông góc chung của  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  đi qua điểm nào dưới đây ?

- A.  $Q\left(-2; \frac{32}{11}; -\frac{7}{11}\right)$ .      B.  $N\left(-2; \frac{32}{11}; \frac{7}{11}\right)$ .      **C.  $P\left(2; \frac{32}{11}; \frac{7}{11}\right)$ .**      D.  $M\left(2; -\frac{32}{11}; \frac{7}{11}\right)$ .

**HD**

$d$  là đường vuông góc chung của  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$

$$A = d \cap \Delta_1 \Rightarrow A(a; a; 2)$$

$$B = d \cap \Delta_2 \Rightarrow B(3-b; 1+2b; b)$$

$$\overrightarrow{AB} = (3-a-b; 1+2b-a; b-2)$$

Theo giả thiết: 
$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+b = -4 \\ -a+6b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{27}{11} \\ b = \frac{10}{11} \end{cases}$$

$d$  qua  $A\left(\frac{27}{11}; \frac{27}{11}; 2\right)$  có  $\vec{u} = (-1; 1; -3) \Rightarrow d \begin{cases} x = \frac{27}{11} - t \\ y = \frac{27}{11} + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$

**Câu 8:** Một thanh sắt chiều dài  $AB = 100(m)$  được cắt thành hai phần  $AC$  và  $CB$  với  $AC = x(m)$ . Đoạn  $AC$  được uốn thành một hình vuông có chu vi bằng  $AC$  và đoạn  $CB$  uốn thành tam giác đều có chu vi bằng  $CB$ . Khi tổng diện tích của hình vuông và tam giác nhỏ nhất, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A.  $x \in (52; 58)$ .      **B.  $x \in (40; 48)$ .**      C.  $x \in (48; 52)$ .      D.  $x \in (30; 40)$ .

**HD**

$$S = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{100-x}{3}\right)^2 = \frac{1}{144} \left[ (9+4\sqrt{3})x^2 - 800\sqrt{3}x + 40000\sqrt{3} \right]$$

Dùng máy tính suy ra  $x_{\min} \approx 43,49$

**Câu 9:** Tổng  $C_{2018}^1 - 2.5C_{2018}^2 + 3.5^2C_{2018}^3 - \dots - 2018.5^{2017}C_{2018}^{2018}$  bằng

- A.  $-1009.2^{4034}$ .      **B.  $-1009.2^{4035}$ .**      C.  $1009.2^{4035}$ .      D.  $1009.2^{4034}$ .

**HD**

Xét khai triển:  $(1-x)^{2018} = C_{2018}^0 - xC_{2018}^1 + x^2C_{2018}^2 - \dots + x^{2018}C_{2018}^{2018}$

Lấy đạo hàm hai vế:

$$-2018(1-x)^{2017} = -C_{2018}^1 + 2xC_{2018}^2 - \dots + 2018x^{2017}C_{2018}^{2018}$$

$$\Rightarrow 2018(1-x)^{2017} = C_{2018}^1 - 2xC_{2018}^2 + \dots - 2018x^{2017}C_{2018}^{2018}$$

Cho  $x = 5$  suy ra tổng là  $2018(-4)^{2017} = -1009.2^{4035}$

**Câu 10:** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới

|      |           |      |      |           |     |
|------|-----------|------|------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $1$  | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $2$  | $-2$ | $+\infty$ |     |

A. Hàm số  $y = -x^3 + 3x$ .

B. Hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ .

**C.** Hàm số  $y = x^3 - 3x$ .

D. Hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 1$ .

**Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(0; -3; 2)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A.  $\overrightarrow{OM} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ .

B.  $\overrightarrow{OM} = -3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ .

**C.**  $\overrightarrow{OM} = -3\vec{j} + 2\vec{k}$ .

D.  $\overrightarrow{OM} = -3\vec{i} + 2\vec{k}$ .

**Câu 12:** Tích phân  $\int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$  có giá trị bằng

A.  $3\sqrt{3} - \frac{2}{3}$ .

**B.**  $\frac{3\sqrt{3}-1}{3}$ .

C.  $2\sqrt{3} - \frac{3}{2}$ .

D.  $3\sqrt{3} - \frac{3}{2}$ .

**Câu 13:** Một người gửi  $M$  triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất  $8,4\%$  /năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì người đó có được nhiều hơn gấp đôi số tiền mang đi gửi?

A. 10 năm.

B. 7 năm.

C. 8 năm.

**D.** 9 năm.

**HD**

Áp dụng:  $P_n = P_0(1+r)^n \geq 2P_0 \Rightarrow n \geq \log_{1+r} 2 \approx 8,5$

**Câu 14:** Phương trình  $\log_2(x-1) = 1$  có nghiệm là

A.  $x = \frac{1}{2}$ .

B.  $x = \frac{1}{3}$ .

**C.**  $x = 3$ .

D.  $x = 2$ .

**Câu 15:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(1; 2; 3)$ ,  $N(3; 4; 5)$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng thay đổi nằm trong mặt phẳng  $(P)$ , các điểm  $H, K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $M, N$  trên  $\Delta$ . Biết rằng khi  $MH = NK$  thì trung điểm của  $HK$  luôn thuộc một đường thẳng  $d$  cố định, phương trình của  $d$  là

A.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$

**B.**  $\begin{cases} x = t \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = t \\ y = 13 + 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = t \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 - t \end{cases}$

**HD**

Gọi  $I$  là trung điểm  $HK$ . Ta có  $\Delta NHK = \Delta MKH \Rightarrow IM = IN$

Suy ra  $I$  thuộc  $(Q)$  mp trung trực  $MN$ . Do  $I$  thuộc  $(P)$  nên  $I$  thuộc  $d$  là giao tuyến của  $(P)$  và  $(Q)$ .

$(Q): x + y + z - 9 = 0$

D qua  $E(0; 13 - 4)$  có  $\vec{u} = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (1; -2; 1)$

**Câu 16:** Có bao nhiêu cách lấy ra 3 phần tử tùy ý từ một tập hợp có 12 phần tử ?

A.  $3^{12}$ .

B.  $12^3$ .

C.  $A_{12}^3$ .

**D.**  $C_{12}^3$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình dưới đây :

|      |           |      |     |      |           |
|------|-----------|------|-----|------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ |     | $1$  | $+\infty$ |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$  | $+$       |
| $y$  | $-\infty$ |      |     |      | $+\infty$ |
|      |           | $2$  |     | $-2$ |           |

Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng

A. -2.

B. 1.

**C. 2.**

D. -1.

**Câu 18:** Cho  $\int_1^2 f(x)dx = 1$  và  $\int_2^3 f(x)dx = -2$ . Giá trị của  $\int_1^3 f(x)dx$  bằng

A. 1.

B. -3.

**C. -1.**

D. 3.

HD

**Vẽ hình suy ra**  $\int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx$

**Câu 19:** Cho  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn  $\log_2 \left( \frac{x+4y}{x+y} \right) = 2x - 4y + 1$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{2x^4 - 2x^2y^2 + 6x^2}{(x+y)^3} \text{ bằng}$$

A. 4.

B.  $\frac{9}{4}$ .**C.  $\frac{16}{9}$ .**D.  $\frac{25}{9}$ .

HD

$$\log_2 \left( \frac{x+4y}{x+y} \right) = 2x - 4y + 1. \Leftrightarrow \log_2 (x+4y) + 2(x+4y) = \log_2 (2x+2y) + 2(2x+2y) \quad (*)$$

Xét hàm số  $f(t) = \log_2 t + 2t, t > 0$

$$f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2 > 0, \forall t > 0 \Rightarrow \text{hàm số } f(t) \text{ đồng biến trên } (0; +\infty)$$

$$(*) \Leftrightarrow x + 4y = 2x + 2y \Leftrightarrow x = 2y$$

$$\text{Suy ra } P = \frac{2x^4 - 2x^2y^2 + 6x^2}{(x+y)^3} = \frac{8}{9} \left( y + \frac{2}{y} \right) \geq \frac{16}{9}$$

**Câu 20:** Khối lăng trụ có chiều cao  $h$  và diện tích đáy  $S$  thì thể tích bằng

**A.  $Sh$ .**B.  $\frac{1}{6}Sh$ .C.  $\frac{1}{3}Sh$ .D.  $\frac{1}{2}Sh$ .

**Câu 21:** Biết  $\int_e^{e^2} \left( \frac{1}{\ln^2 x} - \frac{1}{\ln x} \right) dx = \frac{a.e^2 + b.e + c}{2}$ , trong đó  $a, b, c$  là các số nguyên. Giá trị của  $a^2 + b^2 + c^2$  bằng

**A. 5.**

B. 3.

C. 4.

D. 9.

HD

Xét

$$\begin{aligned} \int_e^{e^2} \frac{1}{\ln x} dx &= \frac{x}{\ln x} \Big|_e^{e^2} + \int_e^{e^2} \frac{1}{\ln^2 x} dx \\ \Rightarrow \int_e^{e^2} \frac{1}{\ln^2 x} dx - \int_e^{e^2} \frac{1}{\ln x} dx &= -\frac{x}{\ln x} \Big|_e^{e^2} = \frac{-e^2 + 2e}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } a = -1, b = 2, c = 0$$

**Câu 22:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA = a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh bên  $SC$  với đáy bằng

A.  $60^\circ$ .B.  $30^\circ$ .**C.  $45^\circ$ .**D.  $90^\circ$ .

HD

Ta có  $SA = AC = a\sqrt{2} \Rightarrow \Delta SAC$  vuông cân tại A.  $\widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{(SC, AC)} = \widehat{SCA} = 45^\circ$

**Câu 23:** Xét đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = x^3 + 3ax + b$  với  $a, b$  là các số thực. Gọi  $M, N$  là hai điểm phân biệt thuộc  $(C)$  sao cho tiếp tuyến với  $(C)$  tại hai điểm đó có hệ số góc bằng 3. Biết khoảng cách từ gốc tọa độ tới đường thẳng  $MN$  bằng 1, giá trị nhỏ nhất của  $a^2 + b^2$  bằng

A.  $\frac{3}{2}$ .

B.  $\frac{4}{3}$ .

C.  $\frac{6}{5}$ .

D.  $\frac{7}{6}$ .

**HD**

Ta có:  $y' = 3x^2 + 3a = 3 \Rightarrow x^2 = 1 - a$

$$y = x.x^2 + 3ax + b = x(1 - a) + 3ax + b = (2a + 1)x + b$$

Suy ra: MN:  $y = (2a + 1)x + b \Leftrightarrow (2a + 1)x - y + b = 0$

$$d(O, MN) = 1 \Leftrightarrow \frac{|b|}{\sqrt{(1 + 2a)^2 + 1}} = 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 5a^2 + 4a + 2 \geq \frac{6}{5}$$

**Dấu “=” xảy ra khi  $a = -\frac{2}{5}$** 

**Câu 24:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi tâm  $O$ , cạnh đáy bằng  $2a$ . Biết  $SO$  vuông góc với đáy, góc  $\widehat{ABC} = 60^\circ$  và khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $\frac{a}{2}$ , thể tích của khối chóp đã cho bằng

A.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$ .

B.  $2a^3$ .

C.  $\frac{2a^3}{3}$ .

D.  $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ .

**HD**Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  trên  $BC$ ,  $K$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  trên  $SH$ .

$$d(O, (SBC)) = OK = \frac{a}{2}; OH = BO \cdot \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{SO^2} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = 2\sqrt{3}a^2$$

**Câu 25:** Cho đa giác đều  $(P)$  có 20 đỉnh. Lấy tùy ý 3 đỉnh của  $(P)$ , tính xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành tam giác vuông không có cạnh nào là cạnh của  $(P)$ .

A.  $\frac{5}{114}$ .

B.  $\frac{3}{38}$ .

C.  $\frac{7}{114}$ .

D.  $\frac{7}{57}$ .

**HD**

$$n(\Omega) = C_{20}^3$$

3 đỉnh lấy được tạo thành tam giác vuông không có cạnh nào là cạnh của  $(P)$ :

20 đỉnh có 10 đường kính, chọn 1: có 10 cách

Chọn một đỉnh trong 14 đỉnh còn lại (trừ hai đỉnh thuộc đường kính, và 4 đỉnh kề với hai đỉnh đó): có 14 cách

$$\Rightarrow n(A) = 10 \cdot 14 = 140$$

**Câu 26:** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2x$ ;  $y = x^2$ ;  $y = 1$  trên miền  $x \geq 0$ ;  $y \leq 1$  bằng

A.  $\frac{1}{3}$ .

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $\frac{5}{12}$ .

D.  $\frac{2}{3}$ .

**HD**

Vẽ hình

$$S = \int_0^{\frac{1}{2}} (2x - x^2) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 (1 - x^2) dx$$

**Câu 27:** Cho  $\int_1^3 \frac{x+3}{x^2+3x+2} dx = m \ln 2 + n \ln 3 + p \ln 5$ , với  $m, n, p$  là các số hữu tỉ. Tính  $S = m^2 + n + p^2$ .

**A.  $S = 6$ .****B.  $S = 4$ .****C.  $S = 3$ .****D.  $S = 5$ .****HD**

$$\int_1^3 \frac{x+3}{x^2+3x+2} dx = \int_1^3 \frac{x+3}{(x+1)(x+2)} dx = \int_1^3 \left( \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = 2\ln 2 + \ln 3 - \ln 5$$

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  với đáy là hình chữ nhật có  $AB = a, BC = a\sqrt{2}$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ .

Gọi  $M$  là trung điểm của  $SD$  và  $(P)$  là mặt phẳng đi qua  $B, M$  sao cho  $(P)$  cắt mặt phẳng  $(SAC)$  theo một đường thẳng vuông góc với  $BM$ . Khoảng cách từ điểm  $S$  đến  $(P)$  bằng

**A.  $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$ .****B.  $\frac{a\sqrt{2}}{9}$ .****C.  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .****D.  $\frac{4a\sqrt{2}}{9}$ .****HD**

Cách 2: Gọi  $O$  là tâm hcn  $ABCD$ .  $G$  giao điểm  $SO$  và  $BM$ .

Suy ra  $G$  là trọng tâm tam giác  $SAC$  và  $SBD$ .

$N$  là giao điểm của  $(P)$  và  $SA$ .

$H$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên  $AC$ .  $K$  là hình chiếu vuông góc của  $H$  lên  $BG$ .

$$AH = \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3} AC \Rightarrow GH \parallel SA$$

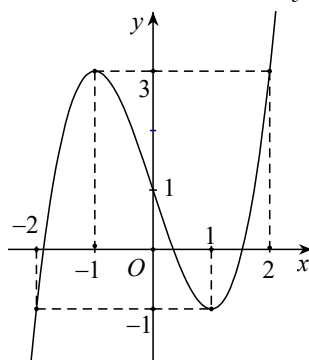
$$BH \perp (SAC) \Rightarrow BH \perp NG$$

$$\begin{cases} NG \perp BM \\ BH \perp NG \end{cases} \Rightarrow NG \perp GH \Rightarrow NG \parallel AC \Rightarrow (P) \parallel AC$$

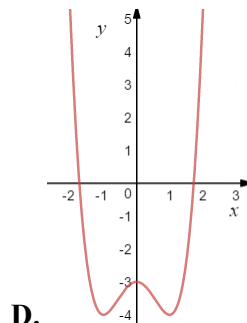
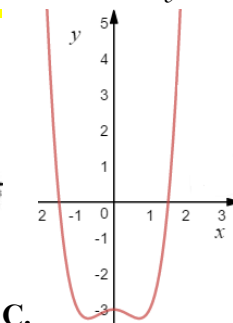
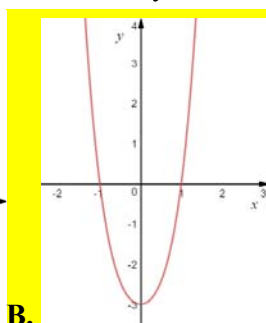
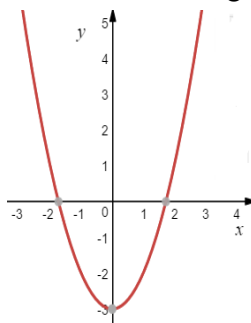
$$d(S, (P)) = 2d(A, (P)) = 2d(H, (P)) = 2HK$$

$$GH = \frac{1}{3} SA = \frac{a\sqrt{3}}{3}; BH = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$

**Câu 29:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng

**A.  $(-1; +\infty)$ .****B.  $(-1; 1)$ .****C.  $(-\infty; 1)$ .****D.  $(-\infty; -1)$ .**

**Câu 30:** Đồ thị nào trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số  $y = x^4 + 2x^2 - 3$ ?



**Câu 31:** Hàm số  $y = \ln x + \frac{1}{x}$  là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây ?

- A.  $y = \ln x + 1$ .      B.  $y = \frac{1}{2} \ln^2 x - \frac{1}{x^2}$ .      C.  $y = \frac{1}{2} \ln^2 x - \frac{1}{x}$ .      **D.  $y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ .**

**Câu 32:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2+3i)z = z-1$ . Môđun của  $\bar{z}$  bằng

- A.  $\frac{1}{\sqrt{10}}$ .**      B.  $\frac{1}{10}$ .      C. 1.      D.  $\sqrt{10}$ .

**HD**

$$(2+3i)z = z-1 \Leftrightarrow (1+3i)z = -1 \Leftrightarrow |1+3i| \cdot |z| = 1 \Rightarrow |z| = \frac{1}{\sqrt{10}} = |\bar{z}|$$

**Câu 33:** Có bao nhiêu giá trị dương của tham số thực  $m$  để bất phương trình  $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} \geq m^2 (\log_4 x^2 - 3)$  có nghiệm duy nhất thuộc  $[32; +\infty)$ ?

- A. 2.      **B. 1.**      C. 3.      D. 0.

**HD**

$$\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} \geq m^2 (\log_4 x^2 - 3) \Leftrightarrow \sqrt{\log_2^2 x - \log_2 x - 3} \geq m^2 (\log_2 x - 3)$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow m^2 \leq \frac{\sqrt{\log_2^2 x - \log_2 x - 3}}{(\log_2 x - 3)} \quad (\text{do } x \geq 32)$$

$$\text{Xét hàm số: } f(t) = \frac{\sqrt{t^2 - t - 3}}{t - 3}, t \geq 5 \Rightarrow f'(t) = \frac{-2t + 6}{\sqrt{t^2 - t - 3}(t - 3)} < 0, \forall t \geq 5$$

$$\text{Suy ra } f(t) \text{ nghịch biến trên } (0; +\infty) \Rightarrow f'(t) \leq f(5) = \sqrt{3}, \forall t \geq 5$$

$$\text{Yêu cầu đề bài: } \Leftrightarrow m^2 = \sqrt{3} \Leftrightarrow m = \sqrt[4]{3} \quad (\text{do } m > 0)$$

**Câu 34:** Hàm số  $y = (x^2 - 1)(3x - 2)^3$  có bao nhiêu điểm cực đại ?

- A. 0.      B. 2.      C. 3.      **D. 1.**

**HD**

$$y' = (3x - 2)^2 (15x^2 - 4x - 9) \text{ Suy ra } y' = 0 \text{ đối đầu 2 lần.}$$

**Câu 35:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\left| \frac{z-2i}{z+3-i} \right| = 1$ . Giá trị nhỏ nhất của  $|z+3-2i|$  bằng

- A.  $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ .**      B.  $2\sqrt{10}$ .      C.  $\sqrt{10}$ .      D.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$ .

**HD**

$$\text{Gọi } z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1$$

$$\left| \frac{z-2i}{z+3-i} \right| = 1 \Leftrightarrow |z-2i| = |z+3-i| \Leftrightarrow 3x + y + 3 = 0 \quad (d)$$

$$|z+3-2i| = |z - (-3+2i)|, \text{ với } M_0(-3; 2)$$

$$|z+3-2i|_{\min} = d(M_0, d) = \frac{4}{\sqrt{10}}$$

**Câu 36:** Cho số phức  $z = (\sqrt{3} + \sqrt{5}i)^{2018}$ . Biết phần ảo của  $z$  có dạng  $a + b\sqrt{3} + c\sqrt{5} + d\sqrt{15}$ , trong các số  $a, b, c, d$  có đúng bao nhiêu số bằng 0?

- A. 2.      B. 1.      C. 4.      **D. 3.**

**HD**

$$z = (\sqrt{3} + \sqrt{5}i)^{2018} = (-2 + 2\sqrt{15}i)^{1009} = 2^{1009} \sum_{k=0}^{1009} C_{1009}^k (-1)^{1009-k} \sqrt{15}^k i^k$$

Phần ảo của  $z$  ứng với giá trị  $k$  là số lẻ nên  $a = b = c = 0$

**Câu 37:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$  và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = -t \end{cases}$$

trình là

A.  $3x - 2y - 4z - 8 = 0$ .

**B.  $y + z + 1 = 0$ .**

C.  $x - 2y - 3 = 0$ .

D.  $x + 3y + 5z + 2 = 0$ .

**HD****Cách 1**

Ta có:  $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$  loại A

$$r = \sqrt{R^2 - d^2} \text{ Suy ra } r \text{ nhỏ nhất khi } d \text{ lớn nhất và nhỏ hơn } R$$

**Cách 2**

(S) tâm  $I(3;1;0)$ ,  $R = 2$ . Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên d.

$$\text{Suy ra } t_H = -\frac{\vec{u} \cdot \overrightarrow{IM_0}}{|\vec{u}|^2} = 1 \Rightarrow H(3;0;-1)$$

Ta có:  $r_{\min} \Leftrightarrow d(I, (P))_{\min} = IH$  Suy ra: (P) qua H, có vpt  $\vec{n} = \overrightarrow{IH} = (0; -1; -1)$

Vậy (P):  $y + z + 1 = 0$ .

**Câu 38:** Biết bất phương trình  $\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) \leq 1$  có tập nghiệm là đoạn  $[a; b]$ . Giá trị của  $a + b$  bằng

**A.  $-2 + \log_5 156$ .**

B.  $2 + \log_5 156$ .

C.  $-2 + \log_5 26$ .

D.  $-1 + \log_5 156$ .

**HD**

$$\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_5(5^x - 1) \cdot [1 + \log_{25}(5^x - 1)] \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \log_5^2(5^x - 1) + \log_5(5^x - 1) - 2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq \log_5(5^x - 1) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{25} \leq 5^x - 1 \leq 5 \Leftrightarrow \log_5 \frac{26}{25} \leq x \leq \log_5 6$$

**Câu 39:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(Oxy)$  có phương trình là

**A.  $z = 0$ .**

B.  $x + y + z = 0$ .

C.  $y = 0$ .

D.  $x = 0$ .

**Câu 40:** Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Tính xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam.

**A.  $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$ .**

B.  $\frac{C_5^4}{C_8^4}$ .

C.  $\frac{A_5^4}{A_{13}^4}$ .

D.  $\frac{A_5^4}{A_8^4}$ .

**Câu 41:** Đồ thị của hàm số  $y = \frac{3\sqrt{x} - 5}{2x^2 - 5x - 7}$  có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 2.

**B. 1.**

C. 3.

D. 4.

**HD**

Điều kiện:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2 - 5x - 7 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq \frac{7}{2} \end{cases}$$

**Câu 42:** Cho hàm số  $y = x^4 - 2(m^2 + 1)x^2 + m^4$  có đồ thị là  $(C)$ . Gọi  $A, B, C$  là ba điểm cực trị của  $(C)$ ,  $S_1$  và  $S_2$  lần lượt là phần diện tích của tam giác  $ABC$  phía trên và phía dưới trục hoành. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  sao cho  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3}$ ?

A. 1.

**B. 2.**

C. 4.

D. 3.

**HD**

Ta có  $y' = 4x^3 - 4(m^2 + 1)x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4(m^2 + 1)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (y_A = m^4) \quad (A) \\ x^2 = m^2 + 1 & (y_{B,C} = -2m^2 - 1) \quad (B, C) \end{cases}$$

Gọi  $M, N$  là giao điểm của  $Ox$  với  $AB, AC$ ;  $H$  là trung điểm  $BC$ . Ta có

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_1}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2} \text{ (do } MN \parallel BC) \text{ Suy ra } MN \text{ là đường trung bình tam giác } ABC.$$

Suy ra  $O$  là trung điểm  $AH$ . Suy ra  $\Leftrightarrow y_A = |y_{B,C}| \Leftrightarrow m^4 = 2m^2 + 1$

**Câu 43:** Mặt cầu có bán kính bằng 1 thì diện tích bằng

**A.  $4\pi$ .**B.  $16\pi$ .C.  $\frac{4}{3}\pi$ .D.  $2\pi$ .

**Câu 44:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 4 + 8t \\ y = -6 + 11t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ . Vector nào dưới đây là vector chỉ phương của  $d$ ?

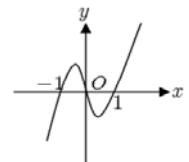
A.  $\vec{u}_1 = (4; -6; 3)$ .B.  $\vec{u}_4 = (8; -6; 3)$ .**C.  $\vec{u}_2 = (8; 11; 2)$ .**D.  $\vec{u}_3 = (4; -6; 2)$ .

**Câu 45:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 2; 3)$ . Gọi  $N, P, Q$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên các trục tọa độ. Mặt phẳng  $(NPQ)$  có phương trình là

**A.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ .**B.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 0$ .C.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$ .D.  $6x + 2y + 2z + 6 = 0$ .

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm

số  $y = f(x^2 - 1)$  đồng biến trên khoảng

A.  $(-\infty; -\sqrt{2})$ .B.  $(-1; 1)$ .C.  $(1; \sqrt{2})$ .**D.  $(0; 1)$ .****HD**

Hàm số  $y = f'(x) = a(x+1)x(x-1)$ ,  $a > 0$

Hàm số  $y = f(x^2 - 1) \Rightarrow y' = 2xf'(x^2 - 1) = 2ax^3(x^2 - 1)(x^2 - 2)$

Bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x^2 - 1)$

| $x$  | $-\infty$ | $-\sqrt{2}$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $\sqrt{2}$ | $+\infty$ |
|------|-----------|-------------|------|-----|-----|------------|-----------|
| $y'$ |           | $-$         | $0$  | $+$ | $0$ | $-$        | $+$       |
| $y$  |           |             |      |     |     |            |           |

**Câu 47:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;0;1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x+2y+z-3=0$ . Gọi  $M(a;b;c)$  là điểm thuộc  $(P)$  sao cho  $MA=MB=MC$ , giá trị của  $a^2+b^2+c^2$  bằng

A. 39.

B. 63.

**C. 62.**

D. 38.

**HD**

**Câu 48:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n-1}$  bằng

A. 1.

**B. 2.**

C. -1.

D. -2.

**Câu 49:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

A.  $\frac{a}{2}$ .B.  $\frac{a}{4}$ .C.  $\frac{3a}{2}$ .**D.  $\frac{3a}{4}$ .****HD**

Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $G$  trên  $SM$ .

Ta có:

$$\widehat{((SBC), (ABC))} = \widehat{(SM, AM)} = \widehat{SMA} = 60^\circ$$

$$d(A, (SBC)) = 3d(G, (SBC)) = 3GH = 3.GM.\sin 60^\circ = 3.\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{4}$$

**Câu 50:** Gọi  $M; m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \frac{4}{x} + x$  trên đoạn  $[1;3]$ .

Giá trị của  $M + m$  bằngA.  $\frac{25}{3}$ .

B. 4.

C. 5.

**D. 9.****HD**

$$\text{Ta có: } f'(x) = -\frac{4}{x^2} + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(n) \\ x = -2(l) \end{cases}$$

$$f(1) = 5; f(2) = 4; f(3) = \frac{13}{3};$$

$$\Rightarrow \max_{[1;3]} f(x) = 5; \min_{[1;3]} f(x) = 4$$

----- **HẾT** -----