



VÉC TƠ VÀ CÁC PHÉP TOÁN

SBÀI 1. ĐỊNH NGHĨA VÉC TƠ VÀ TỔNG HIỆU HAI VÉC TƠ

A. LÝ THUYẾT

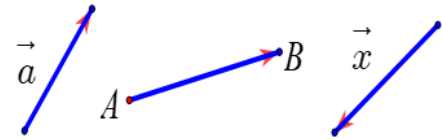
I. Định nghĩa:

1. Vector là đoạn thẳng có hướng, nghĩa là trong hai điểm mút của đoạn thẳng đã chỉ rõ điểm nào là điểm đầu, điểm nào là điểm cuối.

➤ Vector có điểm đầu (gốc) là A , điểm cuối (ngọn) là B ta kí hiệu: $\overrightarrow{AB}$

➤ Hướng từ gốc đến ngọn gọi là hướng của véc-tơ.

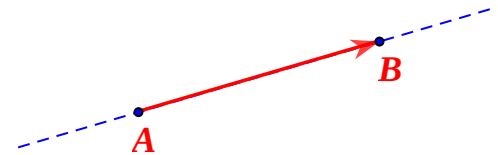
➤ Độ dài đoạn thẳng AB gọi là độ dài véc-tơ $\overrightarrow{AB}$, kí hiệu $|\overrightarrow{AB}|$. Vậy $|\overrightarrow{AB}| = AB$.



Hình 1.1

Ví dụ 1. ở hình vẽ bên thì vector $\overrightarrow{AB}$ có

- Điểm gốc là A .
- Điểm ngọn là B .
- Phương (giá) là đường thẳng AB .
- Hướng từ A đến B .
- Độ dài (môđun) là AB .



2. Nhận xét: Vector còn được kí hiệu là: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y}, \dots$

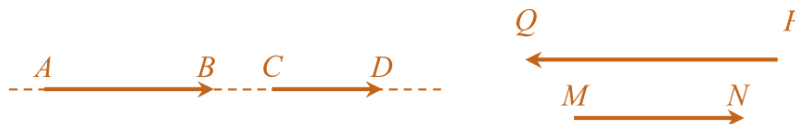
➤ Vector – không, kí hiệu là $\vec{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} \dots \overrightarrow{FF}$ là vector có :

- ① Điểm đầu và điểm cuối trùng nhau.
- ② Độ dài bằng 0.
- ③ Hướng bất kỳ

II. Hai vector cùng phương, cùng hướng.

1. Giá của véc-tơ là đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của vector.

2. Hai vector cùng phương là hai vector có giá song song hoặc trùng nhau (chúng cùng nằm trên một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song).



Ví dụ 2.

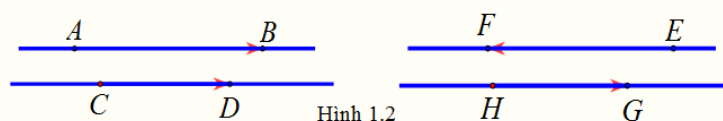
- * Từ hình vẽ trên ta thấy hai véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ có giá nằm trên một đường thẳng(trùng) nên chúng cùng phương.
- * Từ hình vẽ trên ta thấy hai véc-tơ $\overrightarrow{QP}$ và $\overrightarrow{MN}$ có giá song song nên chúng cùng phương.

|| Nhận xét:

➤ $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{CD}$ khi và chỉ khi $AB \parallel CD$ hoặc bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

3. Hướng của hai véc-tơ : Hai vector cùng phương thì có thể cùng hướng hoặc ngược hướng.

Ví dụ 3: Ở hình vẽ dưới thì hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng còn $\overrightarrow{EF}$ và $\overrightarrow{HG}$ ngược hướng.



Hình 1.2

|| Đặc biệt: vector – không cùng hướng với mọi véc-tơ.

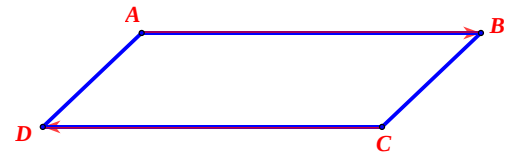
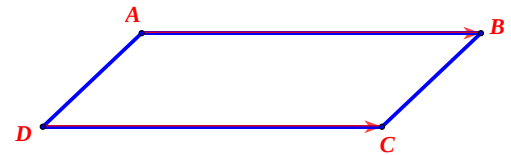
3. Hai vector bằng nhau

- Hai véc tơ được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.

Kí hiệu: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC} \text{ cùng hướng} \\ |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DC}| \end{cases}$

- Véc tơ $\vec{0}$ cùng hướng với mọi véc tơ và có độ lớn bằng 0.
- Hai véc tơ được gọi là đối nhau nếu chúng ngược hướng và cùng độ dài.

Kí hiệu: $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD} \text{ ngược hướng} \\ |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}| \end{cases}$



B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP MINH HỌA.

Dạng 1. XÁC ĐỊNH MỘT VÉC TƠ, PHƯƠNG, HƯỚNG, ĐỘ DÀI

1. Phương pháp.

- Để xác định một véc tơ ta cần 2 điểm A và B .
- Cứ hai điểm A và B ta xác định được hai véc tơ đối nhau là $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BA}$.
- Nhận xét:** cứ n điểm phân biệt có $n(n-1)$ véc tơ khác véc tơ-không được tạo thành từ các điểm đó.
- Sự cùng phương, cùng hướng của hai véc tơ ta áp dụng theo định nghĩa.
- Dựa vào các tính chất hình học của các hình đã cho biết để tính độ dài của một véc tơ.
 - Tính chất hình bình hành, hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi, hình thang, hình tam giác...
 - Áp dụng định lý Pytago, hệ thức lượng...

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Cho tứ giác $ABCD$. Có bao nhiêu véc tơ khác véc tơ-không có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của tứ giác.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Bài tập 2. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .

- Xác định các véc tơ khác véc tơ - không cùng phương với $\overrightarrow{MN}$ có điểm đầu và điểm cuối lấy trong điểm đã cho.
- Xác định các véc tơ khác véc tơ - không cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$ có điểm đầu và điểm cuối lấy trong điểm đã cho.
- Vẽ các véc tơ bằng véc tơ $\overrightarrow{NP}$ mà có điểm đầu A, B .

Lời giải (Hình 1.4)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 3. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm đối xứng với C qua D . Hãy tính độ dài của vectơ sau $\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải (hình 1.5)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 4. Chứng minh ba điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng khi và chỉ khi hai véc tơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Bài tập vận dụng.

Bài 1. Cho ngũ giác $ABCDE$. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của ngũ giác.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm là O . Tìm các vector từ 5 điểm A, B, C, D, O .

a). Bằng vector $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{OB}$.

b). Có độ dài bằng $|\overrightarrow{OB}|$.

Lời giải

Bài 3. Cho ba điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng.

a). Khi nào thì hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng ?

b). Khi nào thì hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ ngược hướng ?

Lời giải

Bài 4. Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt.

a). Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ thì có nhận xét gì về ba điểm A, B, C .

b). Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ thì có nhận xét gì về bốn điểm A, B, C, D .

Lời giải

Bài 5. Cho hình thoi $ABCD$ có tâm O . Hãy cho biết khẳng định nào sau đây đúng ?

a). $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$

b). $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

c). $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OC}$

d). $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA}$

e). $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$

f). $2|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{BD}|$.

Lời giải

b). Ngược hướng với $\overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Bài 8. Cho tam giác ABC đều cạnh a và G là trọng tâm. Gọi I là trung điểm của AG .
Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{BI}$.

Lời giải

Bài 9. Cho trước hai điểm A, B phân biệt. Tìm tập hợp các điểm M thoả mãn $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MB}|$.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 1. Vectơ có điểm đầu là D , điểm cuối là E được kí hiệu là:

- A. DE . B. $|\overrightarrow{DE}|$. C. $\overrightarrow{ED}$. D. $\overrightarrow{DE}$.

Lời giải.

Câu 2. Cho tam giác ABC , có thể xác định được bao nhiêu vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh A, B, C ?

- A. 3. B. 6. C. 4. D. 9.

Lời giải.

Câu 3. Cho tứ giác $ABCD$. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không có điểm đầu và cuối là các đỉnh của tứ giác?

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 12.

Lời giải.

Câu 4. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Có duy nhất một vectơ cùng phương với mọi vectơ.
- B. Có ít nhất hai vectơ có cùng phương với mọi vectơ.
- C. Có vô số vectơ cùng phương với mọi vectơ.
- D. Không có vectơ nào cùng phương với mọi vectơ.

Lời giải.

Câu 5. Vectơ có điểm đầu là A , điểm cuối là B được kí hiệu là

- A. AB .
- B. $|\overrightarrow{AB}|$.
- C. $\overrightarrow{BA}$.
- D. $\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Câu 6. Xét các mệnh đề sau

- (I): Vectơ – không là vectơ có độ dài bằng 0.
- (II): Vectơ – không là vectơ có nhiều phương.

- A. Chỉ (I) đúng.
- B. Chỉ (II) đúng.
- C. (I) và (II) đúng.
- D. (I) và (II) sai.

Lời giải

Câu 7. Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Có tất cả bao nhiêu vectơ khác vectơ – không có điểm đầu, điểm cuối là hai điểm trong ba điểm A, B, C ?

- A. 3.
- B. 4.
- C. 5.
- D. 6.

Lời giải

Câu 8. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

- A. $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vectơ.
- B. $\vec{0}$ cùng phương với mọi vectơ.
- C. $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$.
- D. $|\overrightarrow{AB}| > 0$.

Lời giải

Câu 9. Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Khi đó:

- A. Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC}$.
- B. Điều kiện đủ để A, B, C thẳng hàng là với mọi M , $\overrightarrow{MA}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.
- C. Điều kiện cần để A, B, C thẳng hàng là với mọi M , $\overrightarrow{MA}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.
- D. Điều kiện cần để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải.

Câu 10. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Hỏi cặp vector nào sau đây cùng hướng?

- A. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{CB}$.
- B. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{MB}$.
- C. $\overrightarrow{MA}$ và $\overrightarrow{MB}$.
- D. $\overrightarrow{AN}$ và $\overrightarrow{CA}$.

Lời giải.

Câu 11. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vector khác vector không, cùng phương với $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là:

- A. 4.
- B. 6.
- C. 7.
- D. 9.

Lời giải.

Dạng 2. CHỨNG MINH HAI VÉC TƠ BẰNG NHAU

1. Phương pháp.

Để chứng minh hai vector bằng nhau ta chứng minh

- Chúng có cùng độ dài và cùng hướng.
- Hoặc dựa vào nhận xét nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 5. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA .

Chứng minh rằng $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

Lời giải (hình 1.6)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Bài tập vận dụng

Bài 10. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA . Chứng minh rằng $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 11. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DC, AB ; P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB . Chứng minh rằng $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{NB}$ và $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{QB}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 12. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD với $AB = 2CD$. Từ C vẽ $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{DA}$. CM
 a). $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{IC}$ và $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{CB}$ b). $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{DC}$.

Lời giải

Bài 13. Cho tam giác ABC có trực tâm H và O tâm là đường tròn ngoại tiếp. Gọi B' là điểm đối xứng B qua O . Chứng minh : $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}$.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 12. Với $\overrightarrow{DE}$ (khác vector không) thì độ dài đoạn ED được gọi là
 A. Phương của $\overrightarrow{ED}$. B. Hướng của $\overrightarrow{ED}$.
 C. Giá của $\overrightarrow{ED}$. D. Độ dài của $\overrightarrow{ED}$.

Lời giải.

Câu 13. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$. B. $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vector.
 C. $|\overrightarrow{AB}| > 0$. D. $\vec{0}$ cùng phương với mọi vector.

Lời giải.

Câu 14. Hai vector được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi

- A. Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau.
- B. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành.
- C. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một tam giác đều.
- D. Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau.

Lời giải.

Câu 15. Gọi C là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.
- B. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.
- C. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CB}$ ngược hướng.
- D. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.

Lời giải.

Câu 16. Cho tứ giác $ABCD$. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$?

- A. $ABCD$ là hình bình hành.
- B. $ABDC$ là hình bình hành.
- C. AD và BC có cùng trung điểm.
- D. $AB = CD$.

Lời giải.

Câu 17. Từ mệnh đề $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, ta suy ra

- A. $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng $\overrightarrow{CD}$.
- B. $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{CD}$.
- C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.
- D. $ABCD$ là hình bình hành.

Hỏi khẳng định nào là sai?

Lời giải.

Câu 18. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
- B. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$.
- C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$.
- D. $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$.

Lời giải.

Câu 19. Cho 4 điểm A, B, C, D . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{MA}$ là $N \equiv M$.
- B. Điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ là tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.
- C. Điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ là $A \equiv B$.
- D. Điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là hai vector đối nhau là $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

Lời giải

Câu 20. Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó điểm N nằm giữa hai điểm M và P . Khi đó các cặp vector nào sau đây cùng hướng?

- A. $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$.
- B. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$.
- C. $\overrightarrow{NM}$ và $\overrightarrow{NP}$.
- D. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$.

Lời giải

Câu 21. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.
- B. $|\overrightarrow{QP}| = |\overrightarrow{MN}|$.
- C. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.
- D. $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$.

Lời giải.

Câu 22. Cho hình vuông $ABCD$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.
- B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
- C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.
- D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Lời giải.

Câu 23. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình chữ nhật $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$.
- B. $\overrightarrow{OB}$ và $\overrightarrow{OD}$ cùng hướng.

C. $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$ cùng hướng.

D. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$.

Lời giải.

Câu 24. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$.

D. $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Lời giải.

Câu 25. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Gọi M là trung điểm BC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\overrightarrow{AM} = a$.

D. $|\overrightarrow{AM}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Câu 26. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $BAD = 60^\circ$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$.

B. $|\overrightarrow{BD}| = a$.

C. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA}$.

Lời giải.

Câu 27. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$.

B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AF}|$.

C. $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OE}$.

Lời giải.

Câu 28. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vectơ bằng $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Câu 29. Cho tam giác ABC có trực tâm H . Gọi D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$.

B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CH}$.

D. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$.

Lời giải.

Câu 30. Cho $\overrightarrow{AB} \neq \vec{0}$ và một điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải.

Câu 31. Cho $\overrightarrow{AB} \neq \vec{0}$ và một điểm C , có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. Vô số.

Lời giải.

Câu 32. Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $|\overrightarrow{AC}| = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AC} = a$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

D. $|\overrightarrow{AB}| = a$.

Lời giải

Câu 33. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Ba vector bằng vector $\overrightarrow{BA}$ là

A. $\overrightarrow{OF}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{OC}$.

B. $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{OF}$, $\overrightarrow{DE}$.

C. $\overrightarrow{OF}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{CO}$.

D. $\overrightarrow{OF}$, $\overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Câu 34. Hai vector có cùng độ dài và ngược hướng gọi là

A. Hai vector cùng hướng.

B. Hai vector cùng phương.

C. Hai vector đối nhau.

D. Hai vector bằng nhau.

Lời giải

Câu 35. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình bình hành $ABCD$.

Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$.

B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$.

D. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Câu 36. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai.

A. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$.

B. $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA}|$.

C. $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

D. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

Lời giải

Câu 37. Cho $\overrightarrow{AB}$ khác $\vec{0}$ và cho điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$?

- A. Vô số. B. 1 điểm.
C. 2 điểm. D. Không có điểm nào.

Lời giải

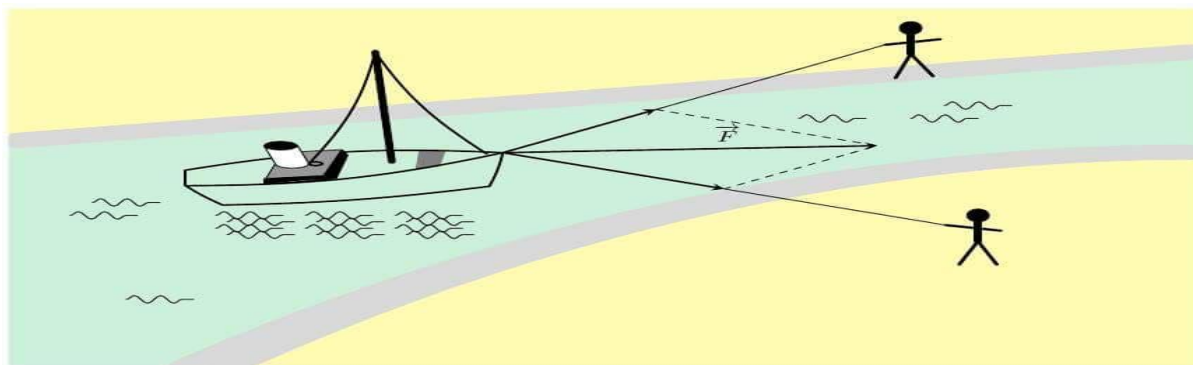
Câu 38. Cho tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. B. $ABCD$ là hình thoi.
C. $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$. D. $ABCD$ là hình thang cân.

Lời giải

§BÀI 2.

TỔNG-HIỆU HAI VÉC TƠ



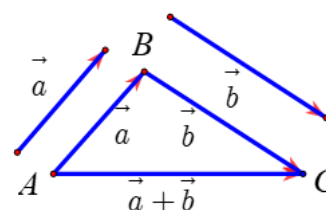
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

I. Tổng hai vector

1) **Định nghĩa.** Cho hai vector $\vec{a}; \vec{b}$.

Từ điểm A tùy ý vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ rồi từ B vẽ $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ khi đó vector $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vector $\vec{a}; \vec{b}$.

Kí hiệu $\boxed{\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}}$ (Hình 1.9)



Hình 1.9

2) **Tính chất :**

- ✦ Giao hoán : $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.
- ✦ Kết hợp : $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.
- ✦ Tính chất vector - không: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}, \forall \vec{a}$.

Ví dụ 1. Tính tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.

A. $\overrightarrow{MR}$.

B. $\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{PR}$.

D. $\overrightarrow{MP}$.

Lời giải.

Ví dụ 2. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AF}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải.

II. Hiệu hai vector

1). Vector đối của một vector.

Vector **đối** của vector $\vec{a}$ là vector ngược hướng và cùng độ dài với vector $\vec{a}$.

Kí hiệu $-\vec{a}$

Như vậy $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$, $\forall \vec{a}$ và $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

2). Định nghĩa hiệu hai vector:

Hiệu của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là tổng của vector $\vec{a}$ và vector đối của vector $\vec{b}$.

Kí hiệu là $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

Nhận xét: Cho O, A, B tùy ý ta có : $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$

Ví dụ 3. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Chứng minh $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{EB}$.

Lời giải.

Ví dụ 4. Cho các điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây **sai** ?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC}$.

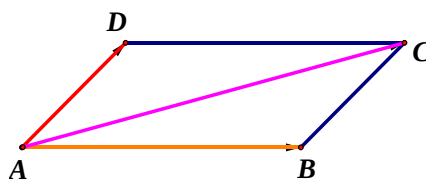
D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EC}$.

Lời giải.

III. Các quy tắc:

1. Quy tắc ba điểm : Cho A, B, C tùy ý, ta có : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

2. Quy tắc hình bình hành : Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$



3. Quy tắc về hiệu vector : Cho O, A, B tùy ý ta có : $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$

|| **Chú ý:** Ta có thể mở rộng quy tắc ba điểm cho n điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$ thì

$$\overrightarrow{A_1 A_2} + \overrightarrow{A_2 A_3} + \dots + \overrightarrow{A_{n-1} A_n} = \overrightarrow{A_1 A_n}$$

B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP MINH HỌA.

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains 10 rows of lines, and the right column also contains 10 rows. There are no margins, text, or other markings on the page.

3. Bài tập vận dụng.

Bài 1. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính độ dài của các vectơ sau $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải (hình 1.11)

[illegible]

Bài 2. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm là O và cạnh a . M là một điểm bất kỳ.

- a). Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}|, |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}|$
- b). Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$

Lời giải

[illegible]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\angle BCD = 60^\circ$. Gọi O là tâm hình thoi.
 Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$, $|\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{DC}|$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Cho bốn điểm A, B, C, O phân biệt có độ dài ba vectơ $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ cùng bằng a và thỏa $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$.

a). Tính các góc AOB, BOC, COA

b). Tính $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{OA}|$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Cho góc Oxy . Trên Ox, Oy lấy hai điểm A, B . Tìm điều kiện của A, B sao cho $\vec{OA} + \vec{OB}$ nằm trên phân giác của góc Oxy .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 1. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính $|\vec{AB} + \vec{AC}|$.

A. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = a\sqrt{3}$.

B. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2a$.

D. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2a\sqrt{3}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Tính $|\vec{AB} + \vec{AC}|$.

A. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = a\sqrt{2}$.

B. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2a$.

D. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = a$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông cân tại C và $AB = \sqrt{2}$. Tính độ dài của $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{5}$.

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{5}$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A và có $AB = 3$, $AC = 4$. Tính $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = 2$.

B. $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{13}$.

C. $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = 5$.

D. $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = \sqrt{13}$.

Lời giải.

Câu 5. Tam giác ABC có $AB = AC = a$ và $BAC = 120^\circ$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$.

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a}{2}$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.

Lời giải.

Câu 6. Cho tam giác ABC đều cạnh a , H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{a}{2}$.

B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{3a}{2}$.

C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

D. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải.

Câu 7. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tính độ dài của vector $\vec{v} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

A. $|\vec{v}| = 2$.

B. $|\vec{v}| = 2\sqrt{3}$.

C. $|\vec{v}| = 8$.

D. $|\vec{v}| = 4$.

Lời giải.

Câu 8. Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 2a$ và $BD = a$. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$.

A. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 3a$.

B. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = a\sqrt{3}$.

C. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = a\sqrt{5}$.

D. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 5a$.

Lời giải.

Câu 9. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}|$.

A. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = 0$.

B. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = a$.

C. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = a\sqrt{2}$.

D. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = 2a$.

Lời giải.

Câu 10. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Tính $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}|$.

A. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a$.

B. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a\sqrt{2}$.

C. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{a}{2}$.

D. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Câu 11. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Độ dài $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$ bằng

A. $2a$

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 12. Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = 4$. Tính $|\overrightarrow{2OA} - \overrightarrow{OB}|$.

A. $|\overrightarrow{2OA} - \overrightarrow{OB}| = 4$.

B. Đáp án khác.

C. $|\overrightarrow{2OA} - \overrightarrow{OB}| = 12$.

D. $|\overrightarrow{2OA} - \overrightarrow{OB}| = 4\sqrt{5}$.

Lời giải

Câu 13. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tổng hai véc tơ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ có độ dài bằng bao nhiêu?

A. 2.

B. 4.

C. 8.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 14. Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 5$.

C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{4}$.

D. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VÉC TƠ

1. Phương pháp.

Để chứng minh đẳng thức vector ta có các cách biến đổi:

- Biến vế này thành vế kia. (phương pháp chèn điểm)
- Biến đổi tương đương. (chuyển về cùng một vế và chứng minh đẳng thức cuối cùng đúng)
- Biến đổi hai vế cùng bằng một đại lượng trung gian.

Trong quá trình biến đổi ta cần sử dụng linh hoạt ba quy tắc tính vector.

2. Lưu ý:

- Khi biến đổi cần phải **hướng đích**, chẳng hạn biến đổi vế phải, ta cần xem vế trái có đại lượng nào để từ đó liên tưởng đến kiến thức đã có để làm sao xuất hiện các đại lượng ở vế trái.
- Và ta thường biến đổi vế phức tạp về vế đơn giản hơn.

3. Bài tập minh họa.

Bài tập 3. Cho năm điểm A, B, C, D, E . Chứng minh rằng

a). $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$

b). $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 4. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . M là một điểm bất kì trong mặt phẳng. Chứng minh

a). $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$

b). $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

c). $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

Lời giải (Hình 1.12)

.....

.....

Bài tập 5. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .

Chứng minh rằng

a). $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$

b). $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$

c). $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ với O là điểm bất kì.

Lời giải (Hình 1.13)

4. Bài tập vận dụng.

Bài 6. Cho bốn điểm A, B, C, D . Chứng minh rằng

a). $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{CB}.$

b). $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BA}.$

Lời giải

Bài 7. Cho các điểm A, B, C, D, E, F . Chứng minh rằng $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

a). $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AC}$

b). $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$

c). $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{MO} - \overrightarrow{MB}$

[illegible]

a). $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

b). $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{BC}$

[illegible]

Chứng minh rằng $\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} = \vec{0}$

Bài 11. Cho ngũ giác đều $ABCDE$ tâm O . Chứng minh rằng $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 12. Cho hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC}$.
Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AQ} = \vec{0}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 15. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NP}$.

C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là các vectơ khác $\vec{0}$ với $\vec{a}$ là vectơ đối của $\vec{b}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương.

B. Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng.

C. Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng độ dài.

D. Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ chung điểm đầu.

Lời giải.

Câu 17. Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Lời giải.

Câu 18. Cho $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng.

B. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng độ dài.

B. $ABCD$ là hình bình hành.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

Lời giải.

Câu 19. Tính tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.

A. $\overrightarrow{MR}$.

B. $\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{PR}$.

D. $\overrightarrow{MP}$.

Lời giải.

Câu 20. Cho hai điểm A và B phân biệt. Điều kiện để I là trung điểm AB là:

A. $IA = IB$.

B. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.

C. $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$.

D. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$.

Lời giải.

Câu 21. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để I là trung điểm của đoạn thẳng AB ?

A. $IA = IB$.

B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.

Lời giải.

Câu 22. Cho $\triangle ABC$ cân ở A , đường cao AH . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{HC} = -\overrightarrow{HB}$.

C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$.

D. $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{HC}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 23. Cho hình vuông $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

D. $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB}|$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 24. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Nếu M là trung điểm đoạn thẳng AB thì $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

B. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

C. Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$.

D. Nếu ba điểm phân biệt A, B, C nằm tùy ý trên một đường thẳng thì $|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}|$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 25. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. G là trọng tâm $\triangle ABC$ thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

B. Ba điểm A, B, C bất kì thì $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

C. I là trung điểm AB thì $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ với mọi điểm M .

D. $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 26. Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$. C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$

Lời giải.

Câu 27. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$.

- A. $\triangle ADC$ B. $\overrightarrow{DA}$ C. $\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$ D. $\overrightarrow{AB}$.

Lời giải.

Câu 28. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AB}$.
C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CA}| = a$. D. $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{BC}$.

Lời giải.

Câu 29. Cho ba điểm A, B, C . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow |\overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{BC}|$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải.

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 30. Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$.
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. D. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA}$.

Lời giải.

Câu 31. Cộng các vector có cùng độ dài 5 và cùng giá. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Cộng 5 vector ta được kết quả là $\vec{0}$.
- B. Cộng 4 vector đôi một ngược hướng ta được kết quả là $\vec{0}$.
- C. Cộng 121 vector ta được kết quả là $\vec{0}$.
- D. Cộng 25 vector ta được vector có độ dài là 0.

Lời giải.

Câu 32. Cho tam giác ABC , với M là trung điểm BC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\vec{AM} + \vec{MB} + \vec{BA} = \vec{0}$.
- B. $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{AB}$.
- C. $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MC}$.
- D. $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AM}$.

Lời giải.

Câu 33. Cho tam giác ABC , với M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{AC} = \vec{0}$.
- B. $\vec{AP} + \vec{BM} + \vec{CN} = \vec{0}$.
- C. $\vec{MN} + \vec{NP} + \vec{PM} = \vec{0}$.
- D. $\vec{PB} + \vec{MC} = \vec{MP}$.

Lời giải.

Câu 34. Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{AG} = \vec{AB} + \vec{AC}$.
- B. $\vec{AG} = 2(\vec{AB} + \vec{AC})$.
- C. $\vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC})$.
- D. $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC})$.

Lời giải

Câu 35. Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MP}$.

B. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$.

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MR}$.

D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Câu 36. Cho hình bình hành $ABCD$, đẳng thức véc tơ nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Câu 37. Cho $\vec{u} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$ với 4 điểm bất kì A, B, C, D . Chọn khẳng định đúng?

A. $\vec{u} = \vec{0}$.

B. $\vec{u} = 2\overrightarrow{DC}$.

C. $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

D. $\vec{u} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Câu 38. Tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$ bằng

A. $\overrightarrow{MR}$.

B. $\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{MP}$.

D. $\overrightarrow{MQ}$.

Lời giải

Câu 39. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{CD}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{DB}$.

Lời giải

Câu 40. Cho hình bình hành $ABCD$ với I là giao điểm của hai đường chéo. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\vec{IA} + \vec{IC} = \vec{0}$.

B. $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$.

C. $\vec{AB} = \vec{DC}$.

D. $\vec{AC} = \vec{BD}$.

Lời giải

Câu 41. Cho $\triangle ABC$ có M, Q, N lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA .

Khi đó vector $\vec{AB} + \vec{BM} + \vec{NA} + \vec{BQ}$ là vector nào sau đây?

A. $\vec{0}$.

B. $\vec{BC}$.

C. $\vec{AQ}$.

D. $\vec{CB}$.

Lời giải

Câu 42. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Khi đó:

A. $\vec{AG} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$.

B. $\vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$.

C. $\vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$.

D. $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$.

Lời giải

Câu 43. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{DA}$.

B. $\vec{AO} + \vec{AC} = \vec{BO}$.

C. $\vec{AO} - \vec{BO} = \vec{CD}$.

D. $\vec{AO} + \vec{BO} = \vec{BD}$.

Lời giải

Câu 44. Cho 4 điểm bất kì A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$.

B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$.

Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 45. Cho tam giác ABC có $AB = AC$ và đường cao AH . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AH}$.

B. $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải.

Câu 46. Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh A , đường cao AH . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}|$.

B. $\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{HC} - \overrightarrow{HA}$.

D. $|\overrightarrow{AH}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AH}|$.

Lời giải.

Câu 47. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC . Hỏi vector $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng vector nào trong các vector sau?

A. $\overrightarrow{AP}$.

B. $\overrightarrow{BP}$.

C. $\overrightarrow{MN}$.

D. $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NB}$.

Lời giải.

Câu 48. Cho đường tròn O và hai tiếp tuyến song song với nhau tiếp xúc với (O) tại hai điểm A và B . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OB}$.

B. $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{OB}$.

C. $OA = -OB$.

D. $AB = -BA$.

Lời giải.

Câu 49. Cho đường tròn O và hai tiếp tuyến MT, MT' (T và T' là hai tiếp điểm). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MT} = \overrightarrow{MT'}$.

B. $MT + MT' = TT'$.

C. $MT = MT'$.

D. $\overrightarrow{OT} = -\overrightarrow{OT'}$.

Lời giải.

Câu 50. Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}$.

Lời giải.

Câu 51. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Vector nào trong các vector dưới đây bằng $\overrightarrow{CA}$?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$.

B. $-\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA}$.

D. $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CB}$.

Lời giải.

Câu 52. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải.

Câu 53. Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Hỏi vector $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vector nào trong các vector sau?

A. $\overrightarrow{BA}$.

B. $\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AC}$.

Lời giải.

Câu 54. Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$.

Lời giải.

Câu 55. Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, BC . Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EO}$.

B. $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EO}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Lời giải.

Câu 56. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{CD}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải.

Câu 57. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.

C. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

D. $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}|$.

Lời giải.

Mức độ 4. Vận dụng cao

Câu 58. Cho tam giác ABC có M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Xác định vị trí điểm M .

A. M là điểm thứ tư của hình bình hành $ACBM$.

B. M là trung điểm của đoạn thẳng AB .

C. M trùng với C .

D. M là trọng tâm tam giác ABC .

Lời giải.

Câu 59. Cho tam giác ABC .

Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}|$ là

A. đường thẳng AB .

B. trung trực đoạn BC .

C. đường tròn tâm A , bán kính BC .

D. đường thẳng qua A và song song với BC .

Lời giải.

Câu 60. Cho hình bình hành $ABCD$.

Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD}$ là

A. một đường tròn.

B. một đường thẳng.

C. tập rỗng.

D. một đoạn thẳng.

Lời giải.

Câu 61. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$. Tìm vị trí điểm M .

A. M là trung điểm của AC .

B. M là trung điểm của AB .

C. M là trung điểm của BC .

D. M là điểm thứ tư của hình bình hành $ABCM$.

Lời giải.

Câu 62. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $MABC$ là hình bình hành.

B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.

D. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải.

Câu 63. Cho tam giác ABC . Tập hợp những điểm M sao cho: $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| = 6|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là

- A. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AB$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.
- B. M nằm trên đường trung trực của BC .
- C. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AC$ với I nằm trên cạnh AB sao cho $IA = 2IB$.
- D. M nằm trên đường thẳng qua trung điểm AB và song song với BC .

Lời giải

Dạng 3. BÀI TOÁN THỰC TẾ (VẬT LÝ HỌC).

1. Phương pháp.

Để tính hợp lực của hai hay nhiều véc tơ ta áp dụng:

- Quy tắc hình bình hành để tìm véc tơ tổng.
- Sau đó ta áp dụng định lý Py ta go, hệ thức lượng...để tính tổng của hợp lực.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 6. Cho hai lực $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ có điểm đặt O và tạo với nhau góc 60° .

Cường độ của hai lực $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ đều là $100N$. Cường độ tổng hợp lực của hai lực đó là

- A. $100N$
- B. $100\sqrt{3}N$
- C. $50N$
- D. $50\sqrt{3}N$.

Lời giải

Bài tập 7. Cho hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ có điểm đặt O vuông góc với nhau. Cường độ của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ lần lượt là $80N, 60N$. Cường độ tổng hợp lực của hai lực đó là

- A. $100N$ B. $100\sqrt{3}N$ C. $50N$ D. $50\sqrt{3}N$

Lời giải

Bài tập 8. Cho hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ có điểm đặt O hợp với nhau một góc 120° .

Cường độ của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ đều là $50N$. Cường độ tổng hợp lực của hai lực đó là

- A. $100N$ B. $100\sqrt{3}N$ C. $50N$ D. $50\sqrt{3}N$.

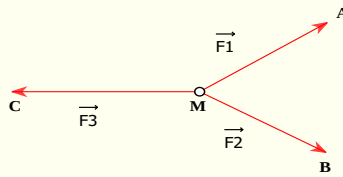
Lời giải

Bài tập 9. Có hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều có cường độ là $50 (N)$ và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

- A. $100 (N)$. B. $50\sqrt{3} (N)$. C. $100\sqrt{3} (N)$. D. Đáp án khác.

Lời giải

Bài tập 10. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $50N$ và góc $AMB = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là:



A. $100\sqrt{3} N$.

B. $25\sqrt{3} N$.

C. $50\sqrt{3} N$.

D. $50\sqrt{2} N$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

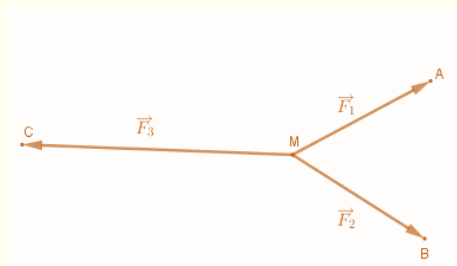
.....

.....

.....

.....

Bài tập 11. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $25N$ và góc $AMB = 60^\circ$.



Khi đó cường độ lực $\vec{F}_3$ là:

A. $25\sqrt{3} N$.

B. $50\sqrt{3} N$.

C. $50\sqrt{2} N$.

D. $100\sqrt{3} N$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

SBAI 3.

TÍCH CỦA MỘT VEC TƠ VỚI MỘT SỐ

A. LÝ THUYẾT

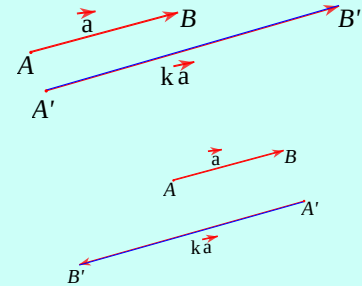
1. Định nghĩa:

Tích của vector $\vec{a}$ với số thực $k \neq 0$ là một vector, **Kí hiệu** là $k\vec{a}$,

✦ Cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$.

✦ Ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$.

✦ Và có độ dài bằng $|k||\vec{a}|$



Quy ước: $0\vec{a} = \vec{0}$ và $k\vec{0} = \vec{0}$.

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC . Điểm M trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$.

a). Tìm mối quan hệ của hai véc tơ $\vec{MB}, \vec{MC}$.

b). Cho N trên cạnh AC sao cho $\vec{AN} = \frac{1}{4}\vec{AC}$. Xác định điểm N .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Tính chất :

✦ $(k + m)\vec{a} = k\vec{a} + m\vec{a}$

✦ $k(\vec{a} \pm \vec{b}) = k\vec{a} \pm k\vec{b}$

✦ $k(m\vec{a}) = (km)\vec{a}$

✦ $k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \\ \vec{a} = \vec{0} \end{cases}$

✦ $1\vec{a} = \vec{a},$
✦ $(-1)\vec{a} = -\vec{a}$

3. Điều kiện để hai vector cùng phương

✦ $\vec{b}$ cùng phương với $\vec{a}$ ($\vec{a} \neq \vec{0}$) khi và chỉ khi có số k thỏa $\vec{b} = k\vec{a}$.

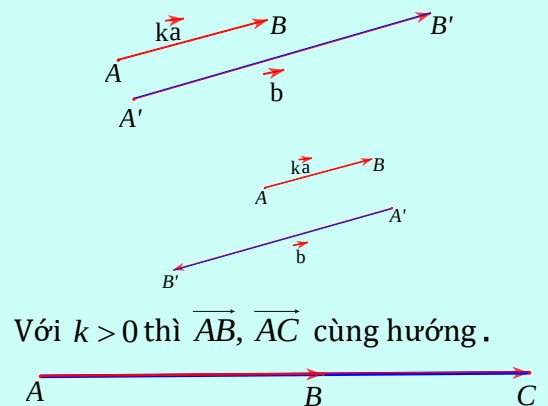
Nhận xét:

✦ Cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$.

✦ Ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$.

Ứng dụng: chứng minh ba điểm thẳng hàng

✦ Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là có số k sao cho $\vec{AB} = k\vec{AC}$.



Với $k > 0$ thì $\vec{AB}, \vec{AC}$ cùng hướng.

Ví dụ 2. Cho hai điểm A và B . Tìm điểm I sao cho $\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$.

Lời giải

.....

.....

4. Phân tích một vector theo hai vector không cùng phương.

Cho $\vec{a}$ không cùng phương $\vec{b}$.

Với mọi vector $\vec{x}$ luôn được biểu diễn $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b}$ với m, n là các số thực duy nhất.

Ví dụ 3. Cho tam giác ABC . Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$.

a). Hãy dựng các điểm M, N thỏa mãn: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{BC}$.

b). Hãy phân tích $\overrightarrow{CM}$, $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{MN}$ qua các véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

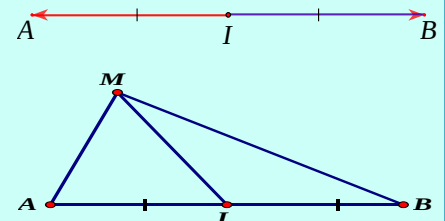
Lời giải

5. Ứng dụng

➤ Tính chất trung điểm:

✦ I là trung điểm đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

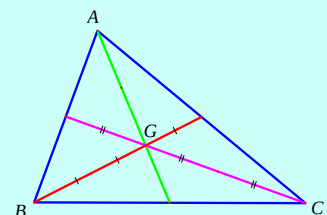
✦ I là trung điểm đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$
(M là điểm bất kỳ)



➤ Tính chất trọng tâm:

✦ G là trọng tâm của tam giác $ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

✦ G là trọng tâm của tam giác $ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$
(M là điểm bất kỳ)



Ví dụ 4. Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Chứng minh

a). Với điểm M bất kì ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MO}$.

b). $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Ví dụ 5. Cho tứ giác $ABCD$. Xác định điểm P sao cho $3\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = \vec{0}$.

Lời giải

B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP MINH HỌA.

Dạng 1. DỰNG VÀ TÍNH ĐỘ DÀI VÉC TƠ CHỨA TÍCH MỘT VÉC TƠ

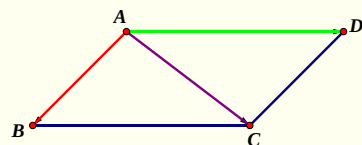
1. Phương pháp.

- Sử dụng định nghĩa tích của một véc tơ với một số và các quy tắc về phép toán véc tơ để dựng véc tơ chứa tích một véc tơ với một số.
- Sử dụng phương pháp **cân bằng hệ số** để đưa về **đỉnh chung**, sau đó sử dụng quy tắc đỉnh đầu (Tổng, hiệu) và đỉnh giữa (Tổng).

Phương pháp cân bằng hệ số bất kỳ: chọn $I \in AB$ sao cho $AI = k \cdot AB$, $k \neq 0$ rồi suy ra véc tơ (nhớ chiều nhé).

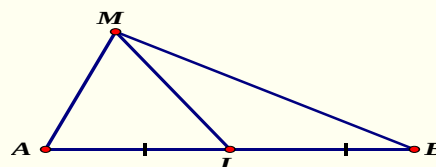
- ✦ **Phương pháp cân bằng hệ số 1:** Dựng hình bình hành $ABCD$. Khi đó

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$$



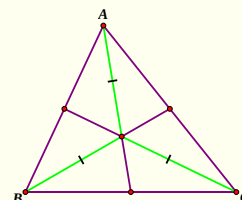
- ✦ **Phương pháp cân bằng hệ số 2:** gọi I là trung điểm AB thì M bất kỳ

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$$



- ✦ **Phương pháp cân bằng hệ số 3:** Gọi G là trọng tâm ABC thì M bất kỳ

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$$



- Kết hợp với các định lý Pitagore và hệ thức lượng trong tam giác vuông ... để tính độ dài của chúng.

d). $\frac{3}{4}\overrightarrow{MA} - 2,5\overrightarrow{MB}$

a). Chứng minh rằng $\vec{u} = 4\vec{MA} - 3\vec{MB} + \vec{MC} - 2\vec{MD}$ không phụ thuộc vào vị trí điểm M .

b). Tính độ dài vector $\vec{u}$.

Lời giải (Hình 1.15)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 3. Cho tam giác vuông cân OAB với $OA = OB = a$. Dùng và tính độ dài các vector

a). $3\vec{OA} + 4\vec{OB}$;

b). $\frac{11}{4}\vec{OA} - \frac{3}{7}\vec{OB}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Bài tập luyện tập.

Bài 1. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi điểm M, N lần lượt là trung điểm BC, CA . Dùng các vector sau và tính độ dài của chúng.

a). $\vec{AN} + \frac{1}{2}\vec{CB}$

b). $\frac{1}{2}\vec{BC} - 2\vec{MN}$

c). $\vec{AB} + 2\vec{AC}$

d). $0,25\vec{MA} - \frac{3}{2}\vec{MB}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

[illegible]

Bài 2. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a .

- a). Chứng minh rằng $\vec{u} = \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD}$ không phụ thuộc vào vị trí điểm M .
b). Tính độ dài vector $\vec{u}$.

Lời giải

[illegible]

4. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

- A. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = a\sqrt{2}$. B. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2a$. D. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = a$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$.

A. $3a$.

B. $(2 + \sqrt{2})a$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{2}a$.

Lời giải

Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$?

A. $4a\sqrt{2}$.

B. $4a$.

C. $2a\sqrt{2}$.

D. $2a$.

Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 4. Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = a$, $CD = 2a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm AD và BC . Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA}$.

A. $\frac{5a}{2}$.

B. $\frac{7a}{2}$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Câu 5. Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = a$. Tính $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$.

A. a .

B. $(1 + \sqrt{2})a$.

C. $a\sqrt{5}$.

D. $2a\sqrt{2}$.

Lời giải

D. $\left| 11\overrightarrow{OA} \right| - \left| 6\overrightarrow{OB} \right| = 5a.$

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Câu 8. Cho tam giác ABC đều cạnh a , có AH là đường trung tuyến. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}|$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $2a$.

C. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Cho hai lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M cường độ hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ lần lượt là $300(\text{N})$ và $400(\text{N})$. $AMB = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tổng hợp tác động vào vật.

A. $0(\text{N})$.

B. $700(\text{N})$.

C. $100(\text{N})$.

D. $500(\text{N})$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

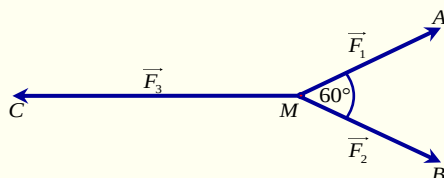
.....

.....

.....

.....

Câu 10. Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ đều bằng 25N và góc $AMB = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\overrightarrow{F_3}$ là



A. $25\sqrt{3}\text{ N}$.

B. $50\sqrt{3}\text{ N}$.

C. $50\sqrt{2}\text{ N}$.

D. $100\sqrt{3}\text{ N}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VÉC TƠ

1. Phương pháp.

Sử dụng các biện pháp sau:

- Biến đổi vế này thành vế kia.
- Hoặc cả hai biểu thức ở hai vế cùng bằng biểu thức thứ ba.
- Hoặc biến đổi tương đương về đẳng thức đúng:

Các kiến thức

➤ **Các quy tắc:** quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành và quy tắc phép trừ

➤ **Tính chất trung điểm:**

☞ I là trung điểm đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$

☞ I là trung điểm đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$ (Với M là điểm tùy ý)

➤ **Tính chất trọng tâm:**

☞ G là trọng tâm của tam giác $ABC \Leftrightarrow \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

☞ G là trọng tâm của tam giác $ABC \Leftrightarrow \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 3\vec{MG}$ (Với M là điểm tùy ý)

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 4. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , O là trung điểm của IJ . Chứng minh rằng:

a). $\vec{AC} + \vec{BD} = 2\vec{IJ}$

b). $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$

c). $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MO}$ với M là điểm bất kì

Lời giải (Hình 1.16)

Bài tập 5. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và BD . Chứng minh rằng $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 6. Cho hai tam giác ABC và $A_1B_1C_1$ có cùng trọng tâm G . Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm tam giác BCA_1, ABC_1, ACB_1 . Chứng minh rằng $\overrightarrow{GG_1} + \overrightarrow{GG_2} + \overrightarrow{GG_3} = \vec{0}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 7. Cho tam giác ABC có trực tâm H , trọng tâm G và tâm đường tròn ngoại tiếp O . Chứng minh rằng

a). $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 2\overrightarrow{HO}$

b). $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$

c). $\overrightarrow{GH} + 2\overrightarrow{GO} = \vec{0}$.

Lời giải (Hình 1.17)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Bài tập luyện tập.

Bài 3. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng

a). $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$

b). $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ với O là điểm bất kỳ.

Lời giải

Bài 4. Cho tam giác ABC . Gọi H là điểm đối xứng với B qua G với G là trọng tâm tam giác. Chứng minh rằng

a). $\overrightarrow{AH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{CH} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

b). $\overrightarrow{MH} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$ với M là trung điểm của BC .

Lời giải

Bài 5. Cho tam giác ABC có điểm M thuộc cạnh BC . Chứng minh rằng $\overrightarrow{AM} = \frac{MC}{BC}\overrightarrow{AB} + \frac{MB}{BC}\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Bài 6. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $AB'C'D'$ có chung đỉnh A .
Chứng minh rằng $\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{D'D} = \vec{0}$

Lời giải

Bài 7. Cho tam giác ABC đều tâm O . M là điểm tùy ý trong tam giác.

Hạ MD, ME, MF tương ứng vuông góc với BC, CA, AB . Chứng minh: $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{2} \overrightarrow{MO}$.

Lời giải

Bài 8. Trong mặt phẳng cho tam giác ABC . Một đường thẳng Δ là đường thẳng bất kỳ. Gọi G là trọng tâm ΔABC và A', B', C', G' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C, G lên đường thẳng Δ . Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'}$

Lời giải

Bài 9. Cho tam giác ABC với $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ và có trọng tâm G . Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu G lên cạnh BC, CA, AB .

Chứng minh rằng $a^2 \cdot \overrightarrow{GD} + b^2 \cdot \overrightarrow{GE} + c^2 \cdot \overrightarrow{GF} = \vec{0}$

Lời giải (hình 1.18)

Bài 10. Cho tam giác ABC với các cạnh $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Chứng minh rằng $a\overrightarrow{IA} + b\overrightarrow{IB} + c\overrightarrow{IC} = \vec{0}$

Lời giải

d). $a\overrightarrow{AD} + b\overrightarrow{BE} + c\overrightarrow{CF} = \vec{0}$

62

Bài 12. Cho tam giác ABC . M là điểm bất kỳ nằm trong tam giác.
 Chứng minh rằng : $S_{MBC} \overrightarrow{MA} + S_{MCA} \overrightarrow{MB} + S_{MAB} \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

Lời giải

Bài 13. Cho tam giác ABC vuông tại A . I là trung điểm của đường cao AH .
 Chứng minh rằng : $a^2 \overrightarrow{IA} + b^2 \overrightarrow{IB} + c^2 \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 11. Cho các điểm A, B, C, D và số thực k . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $AB = |k|CD \Rightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$.

B. $AB = kCD \Rightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$.

C. $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD} \Rightarrow AB = |k|CD$.

D. $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD} \Rightarrow AB = kCD$.

Lời giải

Câu 12. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, I là trung điểm BC . Tìm khẳng định sai.

A. $|\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA}| = IA$.

B. $|\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}| = BC$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2AI$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 3GA$.

Lời giải

Câu 13. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$, với mọi điểm M .

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GA}$.

D. $3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Câu 14. Cho tam giác ABC , trọng tâm G , gọi M là trung điểm BC . Tìm mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AG}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{CG}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Câu 15. Cho I là trung điểm của đoạn MN ? Mệnh đề nào là mệnh đề **sai**?

A. $\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{NI}$.

C. $\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{NI} = \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}$.

D. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AI}$.

Lời giải

Câu 16. Cho 4 điểm A, B, C, D . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; O là trung điểm của IJ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC})$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

Lời giải

Câu 17. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm I ; G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào **sai**?

A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|$.

D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.

Lời giải

Câu 18. Cho tam giác ABC và I là trung điểm của cạnh BC . Điểm G có tính chất nào sau đây là điều kiện cần và đủ để G là trọng tâm của tam giác ABC ?

A. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$.

C. $AI = 3GI$.

D. $GA = 2GI$.

Lời giải

Câu 19. Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O , gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Tìm mệnh đề **sai**:

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BO}$.

D. $\overrightarrow{GO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Câu 20. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM và trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng.

A. $\overrightarrow{AM} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

B. $\overrightarrow{AM} = -3\overrightarrow{GM}$.

C. $2\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{GA} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{MG} = 3(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$.

Lời giải

Câu 21. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CB}$.

.....

.....

.....

.....

.....

D. $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{0}$.

[illegible]

D. $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

[illegible]

D. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA}$.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 25. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm và M là trung điểm BC .
Khẳng định nào sau đây sai ?

A. $\overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}$.

D. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GM}$.

Lời giải

Câu 26. Cho tam giác ABC vuông tại A , M là trung điểm của BC .
Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.

B. $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.

C. $\overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{BC}}{2}$.

Lời giải

Câu 27. Cho tam giác ABC . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC .
Khẳng định nào sau đây sai ?

A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$.

B. $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{NC}$.

C. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{MN}$.

D. $\overrightarrow{CN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Câu 28. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG}$.

B. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BG}$.

C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CG}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

Lời giải

Câu 29. Cho tam giác đều ABC và điểm I thỏa mãn $\vec{IA} = 2\vec{IB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $\vec{CI} = \frac{\vec{CA} - 2\vec{CB}}{3}$.

B. $\vec{CI} = \frac{\vec{CA} + 2\vec{CB}}{3}$.

C. $\vec{CI} = -\vec{CA} + 2\vec{CB}$.

D. $\vec{CI} = \frac{\vec{CA} + 2\vec{CB}}{-3}$.

Lời giải

Câu 30. Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $2\vec{MA} + \vec{MB} - 3\vec{MC} = \vec{AC} + 2\vec{BC}$.

B. $2\vec{MA} + \vec{MB} - 3\vec{MC} = 2\vec{AC} + \vec{BC}$.

C. $2\vec{MA} + \vec{MB} - 3\vec{MC} = 2\vec{CA} + \vec{CB}$.

D. $2\vec{MA} + \vec{MB} - 3\vec{MC} = 2\vec{CB} - \vec{CA}$.

Lời giải

Câu 31. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm là O . Mệnh đề nào sau đây sai ?

A. $\vec{AB} + \vec{AD} = 2\vec{AO}$.

B. $\vec{AD} + \vec{DO} = -\frac{1}{2}\vec{CA}$.

C. $\vec{OA} + \vec{OB} = \frac{1}{2}\vec{CB}$.

D. $\vec{AC} + \vec{DB} = 2\vec{AB}$.

Lời giải

Câu 32. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Câu 33. Cho hình bình hành $ABCD$ có M là giao điểm của hai đường chéo.

Mệnh đề nào sau đây sai ?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM}$.

D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$.

Lời giải

Dạng 3. XÁC ĐỊNH ĐIỂM M THỎA MÃN ĐẲNG THỨC VEC TƠ

1. Phương pháp.

① **Bước 1.** Ta biến đổi đẳng thức vector về dạng $\overrightarrow{AM} = \vec{a}$ trong đó điểm A và $\vec{a}$ đã biết.

② **Bước 2.** Khi đó tồn tại duy nhất điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = \vec{a}$.

Để dựng điểm M ta lấy A làm gốc dựng một vector bằng vector $\vec{a}$ suy ra điểm ngọn vector này chính là điểm M .

③ **Bước 3.** Ta biến đổi về đẳng thức vector đã biết như *trung điểm đoạn thẳng* và *trọng tâm tam giác* hoặc *một đỉnh của hình bình hành, điểm đối xứng ...*

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 8. Cho hai điểm A, B phân biệt. Xác định điểm M biết $2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$

Lời giải (hình 1.21)

Bài tập 9. Cho tam giác ABC

a). Tìm điểm K sao cho $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \overrightarrow{CB}$.

b). Tìm điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Lời giải

Bài tập 10. Cho tứ giác $ABCD$. Xác định điểm M, N, P sao cho

a). $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

b). $\vec{NA} + \vec{NB} + \vec{NC} + \vec{ND} = \vec{0}$

c). $3\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = \vec{0}$

Lời giải (hình 1.22)

Bài tập 11. Cho tứ giác $ABCD$. Hãy xác định vị trí của điểm G sao cho $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Chứng minh với mọi điểm O thì: $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$. Điểm G như thế gọi là trọng tâm của tứ giác $ABCD$.

Lời giải

3. Bài tập luyện tập.

Bài 14. Xác định điểm M biết $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

Lời giải

[illegible]

Bài 15. Xác định các điểm I, J, K, L biết

a). $\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$

b). $\overrightarrow{JA} - \overrightarrow{JB} - 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$

c). $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} = \overrightarrow{BC}$

d). $2\overrightarrow{LA} - \overrightarrow{LB} + 3\overrightarrow{LC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

Lời giải

[illegible]

Bài 16. Cho tứ giác $ABCD$. Tìm điểm cố định I và hằng số k để hệ thức sau thỏa mãn với mọi M

a). $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = k\overrightarrow{MI}$

b). $2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD} = k\overrightarrow{MI}$

c). $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} - 4\overrightarrow{MD} = k\overrightarrow{MI}$

Lời giải

Bài 17. Cho tam giác ABC với các cạnh $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$.

Tìm điểm M sao cho $a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB} + c\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Lời giải

Bài 18. Cho trước hai điểm A, B và hai số thực α, β thỏa mãn $\alpha + \beta \neq 0$.

Chứng minh rằng tồn tại duy nhất điểm I thỏa mãn $\alpha\overrightarrow{IA} + \beta\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

Từ đó, suy ra với điểm bất kì M thì $\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} = (\alpha + \beta)\overrightarrow{MI}$.

Lời giải

Bài 19. Cho tam giác ABC và ba số thực α, β, γ không đồng thời bằng không. Chứng minh rằng:

a). Nếu $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$ thì tồn tại duy nhất điểm M sao cho $\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} + \gamma \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

b). Nếu $\alpha + \beta + \gamma = 0$ thì không tồn tại điểm N sao cho $\alpha \overrightarrow{NA} + \beta \overrightarrow{NB} + \gamma \overrightarrow{NC} = \vec{0}$.

Lời giải

5. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 34. Cho tam giác ABC , biết $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Tam giác ABC vuông tại A .

B. Tam giác ABC vuông tại B .

C. Tam giác ABC vuông tại C .

D. Tam giác ABC cân tại A .

Lời giải

Câu 35. Cho tam giác ABC . Vị trí của điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

A. M trùng C .

B. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CBAM$.

C. M trùng B .

D. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CABM$.

Lời giải

Câu 36. Tam giác ABC thỏa mãn: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ thì tam giác ABC là:

- A. Tam giác vuông A .
B. Tam giác vuông C .
C. Tam giác vuông B .
D. Tam giác cân tại C .

Lời giải

Câu 37. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CA}$.
Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. M trùng A .
B. M trùng B .
C. M trùng C .
D. M là trọng tâm của tam giác ABC .

Lời giải

Câu 38. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Đặt $\overrightarrow{GA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{GB} = \vec{b}$.

Hãy tìm m, n để có $\overrightarrow{BC} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

- A. $m = 1, n = 2$.
B. $m = -1, n = -2$.
C. $m = 2, n = 1$.
D. $m = -2, n = -1$.

Lời giải

Câu 39. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng và điểm M thỏa mãn đẳng thức vector $\overrightarrow{MA} = x\overrightarrow{MB} + y\overrightarrow{MC}$. Tính giá trị biểu thức $P = x + y$.

- A. $P = 0$.
B. $P = 2$.
C. $P = -2$.
D. $P = 3$.

Lời giải

Câu 40. Cho hình chữ nhật $ABCD$ và số thực $k > 0$.

Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = k$ là

- A. một đoạn thẳng. B. một đường thẳng. C. một đường tròn. D. một điểm.

Lời giải

Câu 41. Cho hình chữ nhật $ABCD$ và I là giao điểm của hai đường chéo. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ là

- A. trung trực của đoạn thẳng AB . B. trung trực của đoạn thẳng AD .
C. đường tròn tâm I , bán kính $\frac{AC}{2}$. D. đường tròn tâm I , bán kính $\frac{AB + BC}{2}$.

Lời giải

Câu 42. Cho hai điểm A, B phân biệt và cố định, với I là trung điểm của AB .

Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là

- A. đường tròn tâm I , đường kính $\frac{AB}{2}$.
B. đường tròn đường kính AB .
C. đường trung trực của đoạn thẳng AB .
D. đường trung trực đoạn thẳng IA .

[illegible]

D. đường tròn tâm A , bán kính AB .

[illegible]

D. đường trung trực đoạn thẳng AG .

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 45. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}|$ là đường tròn cố định có bán kính R . Tính bán kính R theo a .

A. $R = \frac{a}{3}$.

B. $R = \frac{a}{9}$.

C. $R = \frac{a}{2}$.

D. $R = \frac{a}{6}$.

Lời giải

Câu 46. Cho tam giác ABC . Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

Lời giải

1. Phương pháp.

- ## 2. Bài tập minh họa.

Lời giải (hình 1.23)

[illegible]

Lời giải (hình 1.24)

[illegible]

Bài tập 14. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên hai cạnh AB và CD sao cho $AB = 3AM$, $CD = 2CN$ và G là trọng tâm tam giác MNB .
Phân tích các vectơ $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{AG}$ qua các véc tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$

Lời giải (hình 1.25)

3. Bài tập luyện tập.

Bài 20. Cho tam giác ABC . Lấy các điểm M, N, P sao cho $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$, $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \vec{0}$
a). Biểu diễn các vectơ $\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{AM}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$
b). Biểu diễn các vectơ $\overrightarrow{MP}$, $\overrightarrow{MN}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$
Có nhận xét gì về ba điểm M, N, P thẳng hàng?

Lời giải (hình 1.24)

Bài 21. Cho tam giác ABC . Gọi I, J là hai điểm xác định bởi $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$, $3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$

a). Tính $\overrightarrow{IJ}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

b). Đường thẳng IJ đi qua trọng tâm G của tam giác ABC .

Lời giải (hình 1.24)

Bài 22. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi I là điểm trên cạnh BC sao cho $2CI = 3BI$ và J là điểm trên BC kéo dài sao cho $5JB = 2JC$.

a). Hãy phân tích $\overrightarrow{AI}$, $\overrightarrow{AJ}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

b). Hãy phân tích $\overrightarrow{AG}$ theo $\overrightarrow{AI}$ và $\overrightarrow{AJ}$.

Lời giải (hình 1.24)

Bài 23. Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương. Tìm x sao cho

a). $\vec{u} = \vec{a} + (2x - 1)\vec{b}$ và $\vec{v} = x\vec{a} + \vec{b}$ cùng phương.

b). $\vec{u} = 3\vec{a} + x\vec{b}$ và $\vec{u} = (1 - x)\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$ cùng hướng.

Lời giải (hình 1.24)

4. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 2. Thông Hiểu

Câu 47. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC , I là trung điểm của AM . Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\vec{IB} + 2\vec{IC} + \vec{IA} = \vec{0}$.

B. $\vec{IB} + \vec{IC} + 2\vec{IA} = \vec{0}$.

C. $2\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA} = \vec{0}$.

D. $\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA} = \vec{0}$.

Lời giải

Câu 48. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC , I là trung điểm của AM . Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\vec{AI} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC})$.

B. $\vec{AI} = \frac{1}{4}(\vec{AB} - \vec{AC})$.

C. $\vec{AI} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$.

D. $\vec{AI} = \frac{1}{4}\vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{AC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 49. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC , G là trọng tâm của tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 50. Cho hình bình hành $ABCD$ có M là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 51. Cho tam giác ABC , điểm M thuộc cạnh AB sao cho $3AM = AB$ và N là trung điểm của AC . Tính $\overrightarrow{MN}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 52. Cho tam giác ABC . Hai điểm M, N chia cạnh BC theo ba phần $BM = MN = NC$.

Tính $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 53. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC . Tính $\overrightarrow{AB}$ theo $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 54. Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm AB và N là một điểm trên cạnh AC sao cho $NC = 2NA$. Gọi K là trung điểm của MN . Khi đó

A. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

D. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}.$

D. $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$.

D. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

Tel: 0935.660.880

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 58. Cho tam giác ABC và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB}$. Biểu diễn $\overrightarrow{IC}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$

A. $\overrightarrow{IC} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{IC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{IC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 59. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA và CD . Biết $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$. Tính $a + b$.

A. $a + b = 1$.

B. $a + b = \frac{1}{2}$.

C. $a + b = \frac{3}{4}$.

D. $a + b = \frac{1}{4}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 60. Cho tam giác ABC . Gọi I, J là hai điểm xác định bởi $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}, 3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$. Hệ thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$.

B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 61. Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khi đó:

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 62. Cho hình bình hành $ABCD$ có N là trung điểm AB và G là trọng tâm $\triangle ABC$. Phân tích $\overrightarrow{GA}$ theo $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{NC}$

A. $\overrightarrow{GA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$.

B. $\overrightarrow{GA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD} - \frac{4}{3}\overrightarrow{NC}$.

C. $\overrightarrow{GA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$.

D. $\overrightarrow{GA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 63. Cho $\triangle ABC$ và I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{IB}$. Phân tích $\overrightarrow{CI}$ theo $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{CB}$.

A. $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB})$.

B. $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA})$.

D. $\overrightarrow{CI} = 3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$.

Lời giải

Câu 64. Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm được xác định: $4\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

Khi đó vector $\overrightarrow{AM}$ bằng

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Câu 65. Cho tam giác ABC có I, D lần lượt là trung điểm AB, CI . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BD} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Câu 66. Cho tứ giác $ABCD$. Trên cạnh AB, CD lấy lần lượt các điểm M, N sao cho $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$ và $3\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{DC}$. Tính vectơ $\overrightarrow{MN}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 67. Cho hình thang $ABCD$ có đáy là AB và CD . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây sai ?

A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BN}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 68. Cho tứ giác $ABCD$ trên cạnh AB, CD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$ và $3\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{DC}$. Tính vectơ $\overrightarrow{MN}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

[illegible]

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

[illegible]

90

Bài tập 16. Cho tam giác ABC , trên các cạnh AB, BC, CA ta lấy lần lượt các điểm M, N, P sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{BN}{BC} = \frac{CP}{CA}$. Chứng minh rằng hai tam giác ABC và MNP có cùng trọng tâm.

Lời giải

Bài tập 17. Cho lục giác $ABCDEF$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DE, EF, FA . Chứng minh rằng hai tam giác MPR và NQS có cùng trọng tâm.

Lời giải (hình 1.26)

Lời giải (hình 1.27)

Lời giải

Lời giải

Bài 26. Cho tam giác ABC có A' là điểm đối xứng của A qua B , B' là điểm đối xứng của B qua C , C' là điểm đối xứng của C qua A .

Chứng minh các tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng trọng tâm.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 27. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA .

Chứng minh rằng hai tam giác ANP và CMQ có cùng trọng tâm.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 28. Cho tam giác ABC . Gọi A', B', C' là các điểm xác định bởi $2011\overrightarrow{A'B} + 2012\overrightarrow{A'C} = \vec{0}$, $2011\overrightarrow{B'C} + 2012\overrightarrow{B'A} = \vec{0}$, $2011\overrightarrow{C'A} + 2012\overrightarrow{C'B} = \vec{0}$.

Chứng minh rằng $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ cùng trọng tâm

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 29. Cho $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có cùng trọng tâm G , gọi G_1, G_2, G_3 là trọng tâm các tam giác BCA', CAB', ABC' . Chứng minh rằng $\triangle G_1G_2G_3$ cũng có trọng tâm G .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 30. Cho tứ giác $ABCD$ có trọng tâm G . Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 lần lượt là trọng tâm các tam giác $\triangle ABC, \triangle BCD, \triangle CDA, \triangle DAB$. Chứng minh rằng G cũng là trọng tâm tứ giác $G_1G_2G_3G_4$

Lời giải

Bài 31. Cho tam giác ABC đều và M là một điểm nằm trong tam giác. Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là điểm đối xứng M qua BC, CA, AB . Chứng minh rằng tam giác ABC và $A_1B_1C_1$ có cùng trọng tâm.

Lời giải

Bài 32. Cho các tam giác ABC , điểm O nằm trong tam giác. Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu của O lên BC, CA, AB . Lấy các điểm A_2, B_2, C_2 lần lượt thuộc các tia OA_1, OB_1, OC_1 sao cho $OA_2 = a, OB_2 = b, OC_2 = c$. Chứng minh O là trọng tâm tam giác $A_2B_2C_2$.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 4. Vận dụng cao

Câu 70. Cho ba điểm A, B, C . Tìm khẳng định **sai** khi nêu điều kiện cần và đủ để ba điểm thẳng hàng?

A. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

B. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$.

C. $\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

D. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Câu 71. Biết rằng hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vector $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Câu 72. Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N là các điểm thỏa: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BP}$. Tìm k để ba điểm M, N, P thẳng hàng.

A. $k = \frac{1}{3}$.

B. $k = 3$.

C. $k = \frac{2}{3}$.

D. $k = \frac{3}{5}$.

Lời giải

Câu 73. Cho tam giác ABC , M và N là hai điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CN} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$. Xác định x để A, M, N thẳng hàng.

- A. 3. B. $-\frac{1}{3}$. C. 2. D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Dạng 6. TÌM TẬP HỢP ĐIỂM THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN VEC TƠ CHO TRƯỚC.

1. Phương pháp.

Để tìm tập hợp điểm M thỏa mãn điều kiện vector ta quy về một trong các dạng sau

- ① Nếu $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MB}|$ với A, B phân biệt cho trước thì M thuộc đường trung trực của đoạn AB .
- ② Nếu $|\overrightarrow{MC}| = k \cdot |\overrightarrow{AB}|$ với A, B, C phân biệt cho trước thì M thuộc đường tròn tâm C , bán kính bằng $k \cdot |\overrightarrow{AB}|$.
- ③ Nếu $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{BC}$ với A, B, C phân biệt và k là số thực thay đổi thì
 - M thuộc đường thẳng qua A song song với BC với $k \in \mathbb{R}$.
 - M thuộc nửa đường thẳng qua A song song với BC và cùng hướng $\overrightarrow{BC}$ với $k > 0$.
 - M thuộc nửa đường thẳng qua A song song với BC và ngược hướng $\overrightarrow{BC}$ với $k < 0$.
- ④ Nếu $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{BC}$, $B \neq C$ với A, B, C thẳng hàng và k thay đổi thì tập hợp điểm M là đường thẳng BC .

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 19. Cho tam giác ABC

- a). Chứng minh rằng tồn tại duy nhất điểm I thỏa mãn: $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.
- b). Tìm quỹ tích điểm M thỏa mãn: $|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}|$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 20. Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp các điểm M thoả mãn điều kiện sau :

a). $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}|$

b). $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = k(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC})$ với k là số thực thay đổi.

Lời giải (hình 1.28)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 21. Cho tứ giác $ABCD$. Với số k tùy ý, lấy các điểm M và N sao cho

$\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DN} = k\overrightarrow{DC}$. Tìm tập hợp các trung điểm I của đoạn thẳng MN khi k thay đổi.

Lời giải (hình 1.29)

.....

.....

.....

.....

.....

3. Bài tập luyện tập.

Bài 33. Cho 2 điểm cố định A, B . Tìm tập hợp các điểm M sao cho:

a). $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$.

b). $|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$.

Lời giải

Bài 34. Cho $\triangle ABC$. Tìm tập hợp các điểm M sao cho:

a). $\overrightarrow{MA} + k\overrightarrow{MB} = k\overrightarrow{MC}$ với k là số thực thay đổi

b). $\vec{v} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$ cùng phương với véc tơ $\overrightarrow{BC}$

c). $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ (HD: dựng hình bình hành $ABCD$)

Lời giải

Bài 35. Cho $\triangle ABC$. Tìm tập hợp điểm M trong các trường hợp sau:

a). $|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}| = |3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}|$

b). $|4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$.

Lời giải

Bài 36. Cho tứ giác $ABCD$.

a). Xác định điểm O sao cho : $\overrightarrow{OB} + 4\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OD}$.

b). Tìm tập hợp điểm M thoả mãn hệ thức $|\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD}| = |3\overrightarrow{MA}|$.

Lời giải

Bài 37. Cho lục giác đều $ABCDEF$. Tìm tập hợp các điểm M sao cho :

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| + |\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF}|$ nhận giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Bài 38. Trên hai tia Ox và Oy của góc xOy lấy hai điểm M, N sao cho $OM + ON = a$ với a là số thực cho trước. Tìm tập hợp trung điểm I của đoạn thẳng MN .

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 1. Nhận biết

- Câu 74.** Cho tam giác ABC . Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$. Chọn khẳng định đúng.
- A. M là trọng tâm tam giác. B. M là trung điểm của BC .
C. M trùng với B hoặc C . D. M trùng với A .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

- Câu 75.** Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $2MA^2 + MB^2 + 2MC^2 + MD^2 = 9a^2$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó là
- A. $R = 2a$. B. $R = 3a$. C. $R = a$. D. $R = a\sqrt{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- Câu 76.** Cho tam giác ABC , trọng tâm G , gọi I là trung điểm BC , M là điểm thỏa mãn:
- $$2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|.$$
- Khi đó, tập hợp điểm M là

- A. Đường trung trực của BC . B. Đường tròn tâm G , bán kính BC .
C. Đường trung trực của IG . D. Đường tròn tâm I , bán kính BC .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

- Câu 77.** Cho $\triangle ABC$. Tìm tập hợp các điểm M sao cho: $|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$.

- A. Tập hợp các điểm M là một đường tròn.
B. Tập hợp của các điểm M là một đường thẳng.
C. Tập hợp các điểm M là tập rỗng.
D. Tập hợp các điểm M chỉ là một điểm trùng với A .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 78. Cho tam giác đều ABC cạnh 18cm .

Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $\left| 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} \right| = \left| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} \right|$ là

- A. Tập rỗng.
- B. Đường tròn cố định có bán kính $R = 2\text{cm}$.
- C. Đường tròn cố định có bán kính $R = 3\text{cm}$.
- D. Một đường thẳng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 7. XÁC ĐỊNH TÍNH CHẤT CỦA HÌNH KHI BIẾT MỘT ĐẲNG THỨC VECTOR.

1. Phương pháp.

- Phân tích được định tính xuất phát từ các đẳng thức vector của giả thiết.
- **Lưu ý** tới những hệ thức đã biết về trung điểm của đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác và kết quả " $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow m = n = 0$ với $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vector không cùng phương"

2. Bài tập minh họa

Bài tập 22. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và DC của tứ giác $ABCD$.

Các đoạn thẳng AN và BM cắt nhau tại P .

Biết $\overrightarrow{PM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BM}$; $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AN}$. Chứng minh rằng tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải

.....

.....

Bài tập 23. Cho tam giác ABC có các cạnh bằng a, b, c và trọng tâm G thoả mãn:

$$a^2 \overrightarrow{GA} + b^2 \overrightarrow{GB} + c^2 \overrightarrow{GC} = \vec{0}.$$

Chứng minh rằng ABC là tam giác đều.

Lời giải

Bài tập 24. Cho tam giác ABC có trung tuyến AA' và B', C' là các điểm thay đổi trên CA, AB thoả mãn $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$. Chứng minh BB', CC' là các trung tuyến của tam giác ABC .

Lời giải

Bài 39. Cho tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại O thoả mãn $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. Chứng minh tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

[illegible][illegible][illegible]

Bài 42. Cho 4 điểm A, B, C, D ; I là trung điểm AB và J thuộc CD thỏa mãn $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{IJ}$. Chứng minh J là trung điểm của CD .

Lời giải

Bài 43. Cho tứ giác $ABCD$. Giả sử tồn tại điểm O sao cho $OA = OB = OC = OD$ và $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. Chứng minh rằng $ABCD$ là hình chữ nhật.

Lời giải

Bài 44. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O , gọi G là trọng tâm tam giác ABC . A', B', C' là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{OA} = 3\overrightarrow{OA'}$, $\overrightarrow{OB} = 3\overrightarrow{OB'}$, $\overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OC'}$. Chứng minh rằng G là trực tâm tam giác $A'B'C'$.

Lời giải

Bài 45. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O , gọi H là trực tâm tam giác. A', B', C' là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{OA'} = 3\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB'} = 3\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC'} = 3\overrightarrow{OC}$.

Chứng minh rằng H là trọng tâm tam giác $A'B'C'$.

Lời giải

Bài 46. Cho tam giác ABC và điểm M nằm trong tam giác. Đường thẳng AM cắt BC tại D , BM cắt CA tại E và CM cắt AB tại F . Chứng minh rằng nếu $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \vec{0}$ thì M là trọng tâm tam giác ABC .

Lời giải

Dạng 8. CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC VÀ TÌM CỰC TRỊ LIÊN QUAN ĐẾN ĐỘ DÀI VECTO.

1. Phương pháp.

✎ Sử dụng bất đẳng thức cơ bản: Với mọi vector $\vec{a}, \vec{b}$ ta luôn có

➤ $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$, dấu bằng xảy ra khi $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng

➤ $|\vec{a} - \vec{b}| \geq ||\vec{a}| - |\vec{b}||$, dấu bằng xảy ra khi $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng

✎ Đưa bài toán ban đầu về bài toán tìm cực trị của $|\overrightarrow{MI}|$ với M thay đổi

➤ Nếu M là điểm thay đổi trên đường thẳng Δ khi đó $|\overrightarrow{MI}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu của M lên Δ .

➤ Nếu M là điểm thay đổi trên đường tròn (O) khi đó $|\overrightarrow{MI}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi M là giao điểm của tia OI với đường tròn;

➤ $|\overrightarrow{MI}|$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi M là giao điểm của tia OI với đường tròn (O) .

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 25. Cho tam giác ABC và đường thẳng d . Tìm điểm M thuộc đường thẳng d để biểu thức sau đạt giá trị nhỏ nhất $T = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 26. Cho tam giác ABC và $A'B'C'$ là các tam giác thay đổi, có trọng tâm G và G' cố định. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $T = AA' + BB' + CC'$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Bài tập luyện tập.

Bài 47. Cho tam giác ABC , đường thẳng d và ba số α, β, γ sao cho $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$. Tìm điểm M thuộc đường thẳng d để biểu thức $T = |\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} + \gamma \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 48. Cho tam giác ABC . M, N, P lần lượt là các điểm trên các cạnh BC, CA, AB sao cho $\overrightarrow{BM} = k\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CN} = k\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AB}$. Chứng minh rằng các đoạn thẳng AM, BN, CP là ba cạnh của một tam giác nào đó.

Lời giải.

.....

.....

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 49. Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng với mọi điểm M thuộc cạnh AB và không trùng với các đỉnh ta có: $MC.AB < MA.BC + MB.AC$

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 50. Cho tứ giác $ABCD$, M là điểm thuộc đoạn CD . Gọi p, p_1, p_2 lần lượt là chu vi của các tam giác AMB, ACB, ADB . Chứng minh rằng $p < \max \{p_1; p_2\}$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

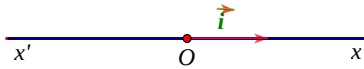
§BÀI 4.

TRỤC TỌA ĐỘ VÀ HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

A. LÝ THUYẾT :

I. TRỤC TỌA ĐỘ:

1. Định nghĩa: Trục tọa độ (Trục, hay trục số) là một đường thẳng trên đó ta đã xác định một điểm O và một vector đơn vị $\vec{i}$ (tức là $|\vec{i}| = 1$)



Điểm O được gọi là *gốc tọa độ*.

Vec tơ $\vec{i}$ được gọi là *vector đơn vị* của trục tọa độ.

Kí hiệu $(O; \vec{i})$ hay $x'Ox$ hoặc đơn giản là Ox .

2. Tọa độ của vector và của điểm trên trục:

a). Tọa độ của vector:

➤ Cho vec tơ $\vec{u}$ nằm trên trục $(O; \vec{i})$ thì có số thực a sao cho $\vec{u} = a\vec{i}$ với $a \in \mathbb{R}$.

✧ Số a như thế được gọi là tọa độ của vector $\vec{u}$ đối với trục $(O; \vec{i})$.

Ví dụ 1. Tọa độ của véctơ $\vec{u}$ thỏa $\vec{u} = -2\vec{i}$ là -2 .

b). Tọa độ của điểm:

➤ Cho điểm M nằm trên $(O; \vec{i})$ thì có số m sao cho $\overrightarrow{OM} = m\vec{i}$.

✧ Số m như thế được gọi là tọa độ của điểm M đối với trục $(O; \vec{i})$.

➤ Như vậy tọa độ điểm M là tọa độ vector $\overrightarrow{OM}$.

Ví dụ 2. Tọa độ của của điểm M thỏa $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i}$ là 3 .

3. Độ dài đại số của vec tơ trên trục :

Cho hai điểm A, B nằm trên trục Ox thì tọa độ của vector $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)$.

Khi đó độ dài đại số của vector $\overrightarrow{AB}$ trên trục Ox là tọa độ của vector đó kí hiệu là $\overline{AB} = x_B - x_A$.

Như vậy $\overline{AB} = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{i}$

Tính chất :

➤ $\overline{AB} = -\overline{BA}$

➤ $\overline{AB} = \overline{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

➤ $\forall A; B; C \in (O; \vec{i}) : \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$

Ví dụ 3. Trên trục tọa độ $(O; \vec{i})$ cho 3 điểm A, B, C có tọa độ lần lượt là -2 ; 1 và 4 .

a). Tính tọa độ các vector $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CA}$

b). Chứng minh B là trung điểm của AC .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Trên trục tọa độ $(O; \vec{i})$ cho 4 điểm A, B, C, D bất kỳ. Chứng minh

$$\overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{AC} \cdot \overline{DB} + \overline{AD} \cdot \overline{BC} = 0.$$

Lời giải

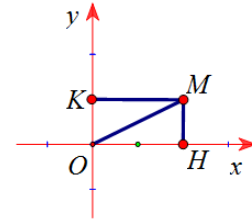
.....

II. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

1. Định nghĩa. Hệ trục tọa độ gồm hai trục vuông góc Ox và Oy với hai vectơ đơn vị lần lượt là $\vec{i}, \vec{j}$.

Điểm O gọi là *gốc tọa độ*, Ox gọi là *trục hoành* và Oy gọi là *trục tung*.

Kí hiệu Oxy hay $(O; \vec{i}, \vec{j})$



2. Tọa độ điểm, tọa độ vec tơ .

a). Tọa độ vec tơ :

Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ nếu $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ thì cặp số $(x; y)$ được gọi là tọa độ của vectơ $\vec{u}$, kí hiệu là $\vec{u} = (x; y)$ hay $\vec{u}(x; y)$.

✦ x được gọi là hoành độ.

✦ y được gọi là tung độ.

Ví dụ 5. Viết tọa độ các vectơ sau

a). $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$.

b). $\vec{b} = \frac{1}{3}\vec{i} + 5\vec{j}$.

c). $\vec{c} = 3\vec{i}$.

d). $\vec{d} = -2\vec{j}$.

Lời giải

Ví dụ 6. Viết vectơ $\vec{u}$ dưới dạng $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ khi biết tọa độ của $\vec{u}$ là: $(2; -3), (-1; 8), (2; 0), (0; -1), (0; 0), (\pi; -\sin 10^\circ)$.

Lời giải

b). Tọa độ điểm:

Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$, tọa độ điểm $M(x; y)$ là : $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$

Trong đó:

✦ x được gọi là hoành độ.

✦ y được gọi là tung độ .

Nhận xét:

- ✦ Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của M lên Ox và Oy thì $M(x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OK}$
 Như vậy $\overrightarrow{OH} = x\vec{i}$, $\overrightarrow{OK} = y\vec{j}$ hay $x = \overrightarrow{OH}$, $y = \overrightarrow{OK}$
- ✦ Cho hai điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ khi đó tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Ví dụ 7. Cho ba điểm A, B, C lần lượt thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\overrightarrow{OB} = -2\vec{j} + \vec{i}$, $\overrightarrow{OC} = \frac{3}{2}\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$.

- a). Xác định tọa độ các điểm A, B, C .
- b). Xác định tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng. Tọa độ trọng tâm tam giác.

- ✦ Cho $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ và M là trung điểm AB .

✧ Tọa độ trung điểm $M(x_M; y_M)$ của đoạn thẳng AB là
$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

- ✦ Cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), C(x_C; y_C)$.

✧ Tọa độ trọng tâm $G(x_G; y_G)$ của tam giác ABC là
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

Ví dụ 8. Cho tam giác ABC có $A(2;1), B(-1;-2), C(-3;2)$.

- a). Tìm tọa độ điểm M sao cho C là trung điểm của đoạn MB .
- b). Xác định trọng tâm tam giác ABC .
- c). Tìm điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Biểu thức tọa độ của các phép toán vector.

Cho $\vec{u} = (x; y)$; $\vec{u}' = (x'; y')$ và số thực k . Khi đó ta có :

➤ Hai véc tơ bằng nhau: $\vec{u} = \vec{u}' \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$

➤ Tổng và hiệu của hai véc tơ : $\vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y')$

➤ Tích của một véc tơ với một số: $k \cdot \vec{u} = (kx; ky)$

➤ Điều kiện cùng phương: $\vec{u}'$ cùng phương $\vec{u}$ ($\vec{u} \neq \vec{0}$) khi và chỉ khi có số k sao cho $\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$.

Nhận xét: sử dụng điều kiện cùng phương để chứng minh song song, trùng nhau hoặc thẳng hàng.

Ví dụ 9. Trong mặt phẳng Oxy, cho 3 vectơ: $\vec{a} = (3; 2)$, $\vec{b} = (-1; 5)$, $\vec{c} = (-2; -5)$.

Tìm tọa độ của vectơ sau

a). $\vec{u} + 2\vec{v}$ với $\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ và $\vec{v} = \pi\vec{i}$.

b). $\vec{k} = 2\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{l} = -\vec{a} + 2\vec{b} + 5\vec{c}$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 10. Cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (-3; 4)$; $\vec{c} = (-1; 3)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u}$ biết

a). $2\vec{u} - 3\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$.

b). $3\vec{u} + 2\vec{a} + 3\vec{b} = 3\vec{c}$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 11. Cho ba điểm $A(-4; 0)$, $B(0; 3)$ và $C(2; 1)$

a). Xác định tọa độ vectơ $\vec{u} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$

b). Tìm điểm M sao cho $\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC} = \vec{0}$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 12. Xét xem các cặp vector sau có cùng phương hay không? Trong trường hợp cùng phương thì xét xem cùng hay ngược hướng?

a). $\vec{a} = (2; 3), \vec{b} = (-10; -15)$.

b). $\vec{u} = (0; 5), \vec{v} = (0; 8)$.

c). $\vec{m} = (-2; 1), \vec{n} = (-6; 3)$.

d). $\vec{c} = (3; 4), \vec{d} = (6; 9)$.

Lời giải

Ví dụ 13. Tìm tham số để các cặp vector cùng phương:

a). $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$.

b). $\vec{m} = (x; -3), \vec{n} = (-2; 2x)$.

Lời giải

B. PHÂN DẠNG VÀ PHƯƠNG PHÁP.

Dạng 1. TÌM TỌA ĐỘ CỦA MỘT ĐIỂM, VECTOR, ĐỘ DÀI ĐẠI SỐ CỦA VECTOR TRÊN $(O; \vec{i})$.

1. Phương pháp.

Sử dụng các kiến thức cơ bản sau:

➤ Trên trục $(O, \vec{i})$ điểm $M(x)$ khi $\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$.

➤ Trên trục $(O, \vec{i})$ vector $\vec{u}(x)$ khi $\vec{u} = x\vec{i}$.

➤ Vector $\overrightarrow{AB}$ có độ dài đại số là $m = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = m\vec{i}$.

➤ Độ dài đại số của vector $\overrightarrow{AB}$ trên trục là tọa độ của vector đó $\overrightarrow{AB} = x_B - x_A$.

Các tính chất

➤ $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

➤ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

➤ Hệ thức Sac lơ $\forall A; B; C \in (O; \vec{i}) : \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

➤ Tọa độ trung điểm I của đoạn $AB : x_I = \frac{x_A + x_B}{2}$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Trên trục $x'Ox$ cho hai điểm A, B có tọa độ lần lượt là a và b . Tìm tọa độ điểm I biết $\overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{IA}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Bài tập 2. Trên trục $x'Ox$ cho hai điểm A, B có tọa độ lần lượt là a và b .

- Tìm tọa độ x của điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$, $k \neq 1$.
- Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB .
- Tìm tọa độ x của điểm M sao cho $2\overrightarrow{MA} = -5\overrightarrow{MB}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 3. Cho các điểm A, B, C trên trục $(O, \vec{i})$ có tọa độ lần lượt là $5; -3; -4$. Tính độ dài đại số của $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 4. Trên trục $x'Ox$ cho ba điểm A, B, C có tọa độ lần lượt là a, b, c . Tìm tọa độ điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 5. Trên trục tọa độ $x'Ox$ cho ba điểm A, B, C có tọa độ lần lượt là $-5; 2; 4$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn một trong các điều kiện sau

a). $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

b). $2\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Lời giải

Bài tập 6. Trên trục tọa độ $x'Ox$ cho ba điểm A, B, C có tọa độ lần lượt là $8, -2, 5$

a). Tính tọa độ của điểm C đối xứng với điểm M qua điểm B .

b). Tính tỉ số $\frac{|\overrightarrow{MA}|}{|\overrightarrow{MB}|}$.

Lời giải

Bài tập 7. Trên trục tọa độ $x'Ox$ cho bốn điểm A, B, C, D . Gọi I, J, K, L lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AC, BD, AB, CD . Chứng minh rằng

a). $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{IJ}$.

b). $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{KL}$.

c). Hai đoạn IJ và KL có chung trung điểm.

Lời giải

Dạng 2. TÌM TỌA ĐỘ CỦA MỘT ĐIỂM, TỌA ĐỘ VECTƠ Oxy

1. Phương pháp.

- Tọa độ điểm $M = (x; y): \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$
- Nếu biết tọa độ hai điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ suy ra tọa độ: $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$
- Tọa độ trung điểm I của đoạn $AB: x_I = \frac{x_A + x_B}{2}; y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$
- Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$
- Cho hai điểm phân biệt $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Ta nói điểm M chia đoạn thẳng AB theo tỉ số k nếu $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \ (k \neq 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A - kx_B}{1 - k} \\ y_M = \frac{y_A - ky_B}{1 - k} \end{cases}$.

2. Bài tập minh họa:

Bài tập 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho điểm $M(x; y)$. Tìm tọa độ của các điểm

- a). M_1 đối xứng với M qua trục hoành.
- b). M_2 đối xứng với M qua trục tung.
- c). M_3 đối xứng với M qua gốc tọa độ.

Lời giải

Bài tập 9. Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, cho hình vuông $ABCD$ tâm I và có $A(1; 3)$. Biết điểm B thuộc trục $(O; \vec{i})$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng với $\vec{i}$. Tìm tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Lời giải (hình 1.33)

Bài tập 10. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $BAD = 60^\circ$. Biết A trùng với gốc tọa độ O , C thuộc trục Ox và $x_B \geq 0, y_B \geq 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi $ABCD$.

Lời giải (hình 1.34)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 11. Cho hình thoi $ABCD$ tâm O có $AC = 8, BD = 6$. Chọn hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ sao cho $\vec{i}$ và $\vec{j}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OB}$ và $\overrightarrow{OC}$

a). Tính tọa độ các đỉnh của hình thoi.

b). Tìm tọa độ trung điểm I của BC và trọng tâm G của tam giác ABC .

c). Tìm tọa độ điểm đối xứng I' của I qua tâm O . Chứng minh A, I', D thẳng hàng.

d). Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 12. Cho lục giác đều $ABCDEF$, chọn hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ trong đó O là tâm của lục giác đều, hai vector $\vec{i}$ và $\vec{j}$ cùng hướng $\overrightarrow{OD}$ và $\overrightarrow{EC}$. Tính tọa độ các đỉnh của lục giác biết độ dài cạnh lục giác bằng 6.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 1. Cho trục tọa độ $(O, \vec{e})$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $\overline{AB} = \overline{AB}$.
- B. $\overline{AB} = \overline{AB} \cdot \vec{e}$.
- C. Điểm M có tọa độ là a đối với trục tọa độ $(O, \vec{e})$ thì $|\overline{OM}| = a$.
- D. $|\overline{AB}| = \overline{AB}$.

Lời giải

Câu 2. Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ tọa độ $\vec{i} + \vec{j}$ là:

- A. $(0;1)$.
- B. $(1;-1)$.
- C. $(-1;1)$.
- D. $(1;1)$.

Lời giải.

Câu 3. Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình bình hành $OABC$, $C \in Ox$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overline{AB}$ có tung độ khác 0.
- B. A, B có tung độ khác nhau.
- C. C có hoành độ khác 0.
- D. $x_A + x_C - x_B = 0$.

Lời giải.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2;4)$ và $B(4;-1)$. Khi đó, tọa độ của $\overline{AB}$ là

- A. $\overline{AB} = (-2;5)$.
- B. $\overline{AB} = (6;3)$.
- C. $\overline{AB} = (2;5)$.
- D. $\overline{AB} = (2;-5)$.

Lời giải

Câu 5. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $N(5;-3)$, $P(1;0)$ và M tùy ý. Khi đó $\overline{MN} - \overline{MP}$ có tọa độ là

- A. $(4;3)$.
- B. $(-4;1)$.
- C. $(4;-3)$.
- D. $(-4;3)$.

Lời giải

Câu 6. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(5;2)$, $B(10;8)$. Tìm tọa độ của vector $\overline{AB}$?

- A. $(15;10)$.
- B. $(2;4)$.
- C. $(5;6)$.
- D. $(50;16)$.

Lời giải.

Câu 7. Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;3)$, $B(-1;2)$, $C(-2;1)$.

Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$?

A. $(-5; -3)$.

B. $(1;1)$.

C. $(-1;2)$.

D. $(4;0)$.

Lời giải.

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$.

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I\left(\frac{x_1 + y_1}{2}; \frac{x_2 + y_2}{2}\right)$.

B. $I\left(\frac{x_1 + x_2}{3}; \frac{y_1 + y_2}{3}\right)$.

C. $I\left(\frac{x_2 - x_1}{2}; \frac{y_2 - y_1}{2}\right)$.

D. $I\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$.

Lời giải.

Câu 9. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2; -3)$, $B(4; 7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB

A. $(6; 4)$.

B. $(2; 10)$.

C. $(3; 2)$.

D. $(8; -21)$.

Lời giải.

Câu 10. Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3; 5)$, $B(1; 2)$, $C(5; 2)$.

Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

A. $(-3; 4)$.

B. $(4; 0)$.

C. $(\sqrt{2}; 3)$.

D. $(3; 3)$.

Lời giải.

Câu 11. Cho các điểm $A\left(-1; \frac{3}{2}\right)$, $B\left(3; -\frac{3}{2}\right)$, $C(9; -6)$. Tọa độ trọng tâm G là

A. $G\left(2; -\frac{11}{3}\right)$.

B. $G\left(-\frac{11}{3}; 2\right)$.

C. $G\left(\frac{11}{3}; -2\right)$.

D. $G\left(-2; \frac{11}{3}\right)$.

Lời giải.

Câu 12. Cho tam giác ABC với $A(-2; 3)$, $B(4; -1)$, trọng tâm của tam giác là $G(2; -1)$.

Tọa độ đỉnh C là

A. $(6; -4)$.

B. $(6; -3)$.

C. $(4; -5)$.

D. $(2; 1)$.

Lời giải.

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$.

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

- A. $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$. B. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$. D. $(1; -1)$.

Lời giải

Câu 14. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2;-3)$, $B(4;7)$.

Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(2;10)$. B. $I(6;4)$. C. $I(8;-21)$. D. $I(3;2)$.

Lời giải

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trọng tâm là gốc tọa độ O , hai đỉnh $A(-2;2)$ và $B(3;5)$. Tọa độ đỉnh C là

- A. $(-1;-7)$. B. $(2;-2)$. C. $(-3;-5)$. D. $(1; 7)$.

Lời giải

Câu 16. Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(1;1)$, $B(2;-1)$, $C(4;3)$, $D(3;5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. B. $G\left(2; \frac{5}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác BCD .
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ cùng phương.

Lời giải.

Câu 17. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $M(3;-4)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên Ox, Oy . Khẳng định nào đúng?

- A. $\overrightarrow{OM_1} = -3$. B. $\overrightarrow{OM_2} = 4$.
C. $\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2} = (-3; -4)$. D. $\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2} = (3; -4)$.

Lời giải.

Câu 18. Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có gốc O làm tâm hình vuông và các cạnh của nó song song với các trục tọa độ. Khẳng định nào đúng?

A. $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = AB$.

B. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng.

C. $x_A = -x_C, y_A = y_C$.

D. $x_B = -x_C, y_B = -y_C$.

Lời giải.

Dạng 3. TÍNH TỌA ĐỘ CỦA MỘT TỔNG, HIỆU VÀ TÍCH CỦA ĐIỂM, VECTOR

1. Phương pháp.

➤ Dùng công thức tính tọa độ của vector $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$, $k\vec{u}$.

➤ Với $\vec{u} = (x; y)$; $\vec{u}' = (x'; y')$ và số thực k , khi đó $\vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y')$ và $k\vec{u} = (kx; ky)$.

2. Bài tập luyện tập.

Bài tập 13. Cho $\vec{u} = (3; -2)$, $\vec{v} = (7; 4)$. Tính tọa độ của $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$, $8\vec{u}$, $3\vec{u} - 4\vec{v}$, $-(3\vec{u} - 4\vec{v})$.

Lời giải

Bài tập 14. Cho $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (3; 4)$, $\vec{c} = (7; 2)$

a). Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

b). Tìm tọa độ của vector $\vec{v}$ sao cho $\vec{v} + \vec{a} = \vec{b} - \vec{c}$.

c). Tìm các số k, m để $\vec{c} = k\vec{a} + m\vec{b}$.

Lời giải

Bài tập 15. Cho ba vector $\vec{a} = (3; -1)$, $\vec{b} = (1; -2)$, $\vec{c} = (-1; 7)$. Hãy biểu diễn vector $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ qua các vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Lời giải

Bài tập 16. Cho ba điểm $A(-4;0)$, $B(-5;0)$ và $C(3;-3)$.

a). Tìm tọa độ vector $\vec{u} = \vec{AB} - 2\vec{BC} + 3\vec{CA}$.

b). Tìm điểm M sao cho $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm:

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 19. Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ tọa độ $\vec{i} + \vec{j}$ là:

A. $(0;1)$.

B. $(1;-1)$.

C. $(-1;1)$.

D. $(1;1)$.

Lời giải.

Câu 20. Cho $\vec{a} = (3;-4)$, $\vec{b} = (-1;2)$. Tìm tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$.

A. $(-4;6)$.

B. $(2;-2)$.

C. $(4;-6)$.

D. $(-3;-8)$.

Lời giải.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2;-4)$, $\vec{b} = (-5;3)$. Véc tơ $2\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

A. $(7;-7)$.

B. $(9;-5)$.

C. $(-1;5)$.

D. $(9;-11)$.

Lời giải

Câu 22. Cho $\vec{a} = (-1;2)$, $\vec{b} = (5;-7)$. Tìm tọa độ của $\vec{a} - \vec{b}$.

A. $(6;-9)$.

B. $(4;-5)$.

C. $(-6;9)$.

D. $(-5;-14)$.

Lời giải.

Câu 23. Cho $\vec{a} = (1; 2)$ và $\vec{b} = (3; 4)$. Vector $\vec{m} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ có tọa độ là

A. $\vec{m} = (10; 12)$.

B. $\vec{m} = (11; 16)$.

C. $\vec{m} = (12; 15)$.

D. $\vec{m} = (13; 14)$.

Lời giải

Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai vector $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$.

Khi đó tọa độ vector $\vec{a} - \vec{b}$ là

A. $(2; -1)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(1; -5)$.

D. $(2; -3)$.

Lời giải

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 25. Cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = (-5; 1)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Tìm x biết $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$.

A. $x = -15$.

B. $x = 3$.

C. $x = 15$.

D. $x = 5$.

Lời giải.

Câu 26. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $A(1; 3)$, $B(-2; 1)$ và $C(0; -3)$.

Vector $\vec{AB} + \vec{AC}$ có tọa độ là

A. $(4; 8)$.

B. $(1; 1)$.

C. $(-1; -1)$.

D. $(-4; -8)$.

Lời giải

Câu 27. Cho $A(3; -2)$, $B(-5; 4)$ và $C\left(\frac{1}{3}; 0\right)$. Ta có $\vec{AB} = x\vec{AC}$ thì giá trị x là

A. $x = 3$.

B. $x = -3$.

C. $x = 2$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Câu 28. Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ cho hai véc tơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$; $\vec{b} = -5\vec{i} + 3\vec{j}$.

Tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$ là

A. $\vec{u} = (9; -5)$.

B. $\vec{u} = (-1; 5)$.

C. $\vec{u} = (7; -7)$.

D. $\vec{u} = (9; -11)$.

Lời giải

Câu 29. Cho $\vec{a} = (2; -4)$, $\vec{b} = (-5; 3)$. Tìm tọa độ của $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$

A. $\vec{u} = (7; -7)$.

B. $\vec{u} = (9; -11)$.

C. $\vec{u} = (9; -5)$.

D. $\vec{u} = (-1; 5)$.

Lời giải.

Câu 30. Cho ba vectơ $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (3; 4)$, $\vec{c} = (7; 2)$. Giá trị của k, h để $\vec{c} = k\vec{a} + h\vec{b}$ là:

A. $k = 2, 5; h = -1, 3$.

B. $k = 4, 6; h = -5, 1$.

C. $k = 4, 4; h = -0, 6$.

D. $k = 3, 4; h = -0, 2$.

Lời giải.

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các vectơ $\vec{u} = (2; -4)$, $\vec{a} = (-1; -2)$, $\vec{b} = (1; -3)$.

Biết $\vec{u} = m\vec{a} + n\vec{b}$, tính $m - n$.

A. 5.

B. -2.

C. -5.

D. 2.

Lời giải

Câu 32. Cho $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (-3; 4)$, $\vec{c} = (-4; 9)$. Hai số thực m, n thỏa mãn $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c}$.

Tính $m^2 + n^2$.

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Câu 33. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(1;2)$, $B(-2;3)$. Tìm tọa độ điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$

- A. $(1;2)$. B. $\left(1; \frac{2}{5}\right)$. C. $\left(-1; \frac{8}{3}\right)$. D. $(2;-2)$.

Lời giải.

Câu 34. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2;5)$, $B(1;1)$, $C(3;3)$.

Tìm tọa độ điểm E sao cho $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$

- A. $(3;-3)$. B. $(-3;3)$. C. $(-3;-3)$. D. $(-2;-3)$.

Lời giải.

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $M(2;-3)$, $N(-1;2)$, $P(3;-2)$.

Gọi Q là điểm thỏa $\overrightarrow{QP} + \overrightarrow{QN} - 4\overrightarrow{MQ} = \vec{0}$. Tìm tọa độ điểm Q .

- A. $Q\left(-\frac{5}{3}; 2\right)$. B. $Q\left(\frac{5}{3}; -2\right)$. C. $Q\left(\frac{3}{5}; 2\right)$. D. $Q\left(\frac{3}{5}; -2\right)$.

Lời giải.

Câu 36. Cho hai điểm $M(8;-1)$ và $N(3;2)$.

Nếu P là điểm đối xứng với điểm M qua điểm N thì P có tọa độ là

- A. $(-2;5)$. B. $(13;-3)$. C. $(11;-1)$. D. $\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-4; 0)$ và $B(0; 3)$.

Xác định tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{AB}$.

A. $\vec{u} = (-8; -6)$.

B. $\vec{u} = (8; 6)$.

C. $\vec{u} = (-4; -3)$.

D. $\vec{u} = (4; 3)$.

Lời giải

Câu 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(3; -1)$, $B(-1; 2)$ và $I(1; -1)$.

Tìm tọa độ điểm C để I là trọng tâm tam giác ABC .

A. $C(1; -4)$.

B. $C(1; 0)$.

C. $C(1; 4)$.

D. $C(9; -4)$.

Lời giải

Câu 39. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho các điểm $A(1; 2)$, $B(3; -1)$, $C(0; 1)$. Tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{AB} + \vec{BC}$ là

A. $\vec{u} = (2; 2)$.

B. $\vec{u} = (-4; 1)$.

C. $\vec{u} = (1; -4)$.

D. $\vec{u} = (-1; 4)$.

Lời giải

Câu 40. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-2; 5)$, $B(1; -1)$. Tìm tọa độ M sao cho $\vec{MA} = -2\vec{MB}$.

A. $M(1; 0)$.

B. $M(0; -1)$.

C. $M(-1; 0)$.

D. $M(0; 1)$.

Lời giải

Câu 41. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(2; 3)$, $B(4; -1)$. Tọa độ của $\vec{OA} - \vec{OB}$ là

A. $(-2; 4)$.

B. $(2; -4)$.

C. $(3; 1)$.

D. $(6; 2)$.

Lời giải

Câu 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(-2; -2)$; $B(5; -4)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle OAB$.

A. $G\left(-\frac{7}{2}; 1\right)$.

B. $G\left(\frac{7}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

C. $G(1; -2)$.

D. $G\left(-\frac{3}{2}; -3\right)$.

Lời giải

Câu 43. Cho $A(0; 3)$, $B(4; 2)$. Điểm D thỏa $\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$, tọa độ D là

A. $(-3; 3)$.

B. $(-8; 2)$.

C. $(8; -2)$.

D. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Câu 44. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(1; -2)$ là trung điểm của AB , với $A \in Ox$, $B \in Oy$. Khi đó:

A. $A(0; 2)$.

B. $B(0; 4)$.

C. $B(-4; 0)$.

D. $A(2; 0)$.

Lời giải

Câu 45. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-1; 2)$, $B(1; -3)$. Gọi D đối xứng với A qua B . Khi đó tọa độ điểm D là

A. $D(3; -8)$.

B. $D(-3; 8)$.

C. $D(-1; 4)$.

D. $D(3; -4)$.

Lời giải

Câu 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $B(2; 3)$, $C(-1; -2)$.

Điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Tọa độ điểm M là

A. $M\left(\frac{1}{5}; 0\right)$.

B. $M\left(-\frac{1}{5}; 0\right)$.

C. $M\left(0; \frac{1}{5}\right)$.

D. $M\left(0; -\frac{1}{5}\right)$.

Lời giải

Dạng 3. TÍNH TỌA ĐỘ CÁC ĐIỂM CỦA MỘT HÌNH

1. Phương pháp.

Dựa vào tính chất của hình và sử dụng các công thức:

➤ M là trung điểm đoạn thẳng AB suy ra $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$, $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$.

➤ G trọng tâm tam giác ABC suy ra $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}$, $y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$.

➤ Hai vectơ bằng nhau $\vec{u}(x; y) = \vec{u}'(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$

➤ Dùng công thức tính tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$, $k\vec{u}$

2. Bài tập luyện tập.

Bài tập 17. Cho ba điểm $A(3; 4)$, $B(2; 1)$, $C(-1; -2)$

a). Tìm tọa độ trung điểm cạnh BC và tọa độ trọng tâm của tam giác ABC

b). Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải

Bài tập 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3; -1)$, $B(-1; 2)$ và $I(1; -1)$. Xác định tọa độ các điểm C, D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành biết I là trọng tâm tam giác ABC . Tìm tọa độ tâm O của hình bình hành $ABCD$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 19. Cho tam giác ABC có $A(3;1)$, $B(1;-3)$, đỉnh C nằm trên Oy và trọng tâm G nằm trên trục Ox . Tìm tọa độ đỉnh C .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 20. Cho tam giác ABC có M , N , P lần lượt là trung điểm của BC , CA , AB . Biết $M(1;1)$, $N(-2;-3)$, $P(2;-1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 21. Cho tam giác ABC có $A(3;4)$, $B(-1;2)$, $C(4;1)$. A' là điểm đối xứng của A qua B , B' là điểm đối xứng của B qua C , C' là điểm đối xứng của C qua A .

a). Tìm tọa độ các điểm A' , B' , C' .

b). Chứng minh các tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng trọng tâm.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 22. Cho ba điểm $A(1;0)$, $B(0;3)$, $C(-3;-5)$. Tìm điểm M thuộc trục Ox mà

$$T = |2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}| \text{ bé nhất.}$$

Lời giải

Tel: 0935.660.880

Bài 4. Cho tam giác ABC . Các điểm $M(1;1)$, $N(2;3)$, $P(0;-4)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB . Tính tọa độ các đỉnh của tam giác.

Lời giải

Bài 5. Cho ba điểm $A(2;5)$, $B(1;1)$, $C(3;3)$.

a). Tìm tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

b). Tìm tọa độ điểm E sao cho $ABCE$ là hình bình hành. Tìm tọa độ tam hình bình hành ấy.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 47. Cho $\vec{a} = (2; -4)$, $\vec{b} = (-5; 3)$. Tìm tọa độ của $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$

A. $\vec{u} = (7; -7)$.

B. $\vec{u} = (9; -11)$.

C. $\vec{u} = (9; -5)$.

D. $\vec{u} = (-1; 5)$.

Lời giải.

Câu 48. Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(1;1)$, $B(2;-1)$, $C(4;3)$, $D(3;5)$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

B. $G\left(2;\frac{5}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác BCD .

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ cùng phương.

Lời giải.

Câu 49. Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2;1)$, $B(0;-3)$, $C(3;1)$.

Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(5;5)$.

B. $(5;-2)$.

C. $(5;-4)$.

D. $(-1;-4)$.

Lời giải.

Câu 50. Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;1)$, $B(3;2)$, $C(6;5)$.

Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(4;3)$.

B. $(3;4)$.

C. $(4;4)$.

D. $(8;6)$.

Lời giải.

Câu 51. Cho ba điểm M, N, K thỏa $\overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{MP}$. Tìm k để N là trung điểm MP ?

A. $\frac{1}{2}$.

B. -1 .

C. 2 .

D. -2 .

Lời giải.

Câu 52. Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $B(9;7)$, $C(11;-1)$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{MN}$?

A. $(2;-8)$.

B. $(1;-4)$.

C. $(10;6)$.

D. $(5;3)$.

Lời giải.

Câu 53. Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M(2;3)$, $N(0;-4)$, $P(-1;6)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Tìm tọa độ đỉnh A ?

- A. $(1;5)$. B. $(-3;-1)$. C. $(-2;-7)$. D. $(1;-10)$.

Lời giải.

Câu 54. Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(6;1)$, $B(-3;5)$ và trọng tâm $G(-1;1)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

- A. $(6;-3)$. B. $(-6;3)$. C. $(-6;-3)$. D. $(-3;6)$.

Lời giải.

Câu 55. Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;1)$, $B(-2;-2)$, $C(-7;-7)$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $G(2;2)$ là trọng tâm tam giác ABC . B. B ở giữa hai điểm A và C .
C. A ở giữa hai điểm B và C . D. $\overline{AB}, \overline{AC}$ cùng hướng.

Lời giải.

Câu 56. Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2;2)$, $B(3;5)$ và trọng tâm là gốc O . Tìm tọa độ đỉnh C ?

- A. $(-1;-7)$. B. $(2;-2)$. C. $(-3;-5)$. D. $(1;7)$.

Lời giải.

Câu 57. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M\left(-\frac{5}{2}; -1\right)$, $N\left(-\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}\right)$, $P\left(0; \frac{1}{2}\right)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB . Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G\left(-\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. B. $G(-4; -4)$. C. $G\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$. D. $G(4; -4)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 58. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho tam giác ABC với $A(1; -2)$, $B(3; -4)$, $C(5; 2)$. Tìm tọa độ giao điểm I của đường thẳng BC với đường phân giác ngoài của góc A .

A. $I\left(\frac{11}{3}; -2\right)$. B. $I(4; -1)$. C. $I(1; -10)$. D. $I\left(\frac{13}{3}; 0\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 59. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2; 3)$ và tâm $I(-1; 1)$. Biết điểm $M(4; 9)$ nằm trên đường thẳng AD và điểm D có tung độ gấp đôi hoành độ. Tìm các đỉnh còn lại của hình bình hành?

A. Tọa độ các đỉnh $C(-4; -1)$, $B(-5; -4)$, $D(3; 6)$.

B. Tọa độ các đỉnh $C(-4; -1)$, $B(-4; -2)$, $D(2; 4)$.

C. Tọa độ các đỉnh $C(-4; -1)$, $B(-1; 4)$, $D(-1; -2)$.

D. Tọa độ các đỉnh $C(4; 1)$, $B(-5; -4)$, $D(3; 6)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 60. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1)$, $N(5; -3)$ và P là điểm thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác MNP nằm trên trục Ox . Tọa độ điểm P là

- A. $(2; 4)$. B. $(0; 4)$. C. $(0; 2)$. D. $(2; 0)$.

Lời giải

Câu 61. Cho hình bình hành $ABCD$ có tọa độ tâm $I(3; 2)$ và hai đỉnh $B(-1; 3)$; $C(8; -1)$. Tìm tọa độ hai đỉnh A , D .

- A. $A(7; 1)$, $D(-2; 5)$. B. $A(-2; 5)$, $D(7; 1)$.
C. $A(7; 5)$, $D(-2; 1)$. D. $A(-2; 1)$, $D(7; 5)$.

Lời giải

Câu 62. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2; 3)$, $B(0; 4)$, $C(5; -4)$. Tọa độ đỉnh D là:

- A. $(3; -5)$. B. $(3; 7)$. C. $(3; \sqrt{2})$. D. $(\sqrt{7}; 2)$.

Lời giải

Câu 63. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; -5)$, $B(3; 0)$, $C(-3; 4)$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB , AC . Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{MN}$.

- A. $\overrightarrow{MN} = (-3; 2)$. B. $\overrightarrow{MN} = (3; -2)$. C. $\overrightarrow{MN} = (-6; 4)$. D. $\overrightarrow{MN} = (1; 0)$.

Lời giải

Câu 64. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2; -3)$, $B(4; 5)$ và $G\left(0; -\frac{13}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác ADC . Tọa độ đỉnh D là

- A. $D(2; 1)$. B. $D(-1; 2)$. C. $D(-2; -9)$. D. $D(2; 9)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 65. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ với trọng tâm G . Biết rằng $A(-1;4)$, $B(2;5)$, $G(0;7)$. Hỏi tọa độ đỉnh C là cặp số nào?

A. $(2;12)$. B. $(-1;12)$. C. $(3;1)$. D. $(1;12)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 66. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $M(1;-1)$, $N(3;2)$, $P(0;-5)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA và AB của tam giác ABC . Tọa độ điểm A là

A. $(2;-2)$. B. $(5;1)$. C. $(\sqrt{5};0)$. D. $(2;\sqrt{2})$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 67. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1;-3)$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hình chiếu vuông góc của M trên trục hoành là $H(1;0)$.

B. Điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ là $P(3;-1)$.

C. Điểm đối xứng với M qua trục hoành là $N(1;3)$.

D. Hình chiếu vuông góc của M trên trục tung là $K(0;-3)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 68. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3;4)$, $B(2;1)$, $C(-1;-2)$.

Cho $M(x;y)$ trên đoạn thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 4S_{ABM}$. Khi đó $x^2 - y^2$ bằng

A. $\frac{13}{8}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Câu 69. Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;-3)$, $B(3;-4)$.

Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho chu vi tam giác AMB nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{18}{7};0\right)$.

B. $M(4;0)$.

C. $M(3;0)$.

D. $M\left(\frac{17}{7};0\right)$.

Lời giải

Câu 70. Cho $M(-1;-2)$, $N(3;2)$, $P(4;-1)$. Tìm E trên Ox sao cho $|\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP}|$ nhỏ nhất.

A. $E(4;0)$.

B. $E(3;0)$.

C. $E(1;0)$.

D. $E(2;0)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 71. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tọa độ điểm N trên cạnh BC của tam giác ABC có $A(1;-2)$, $B(2;3)$, $C(-1;-2)$ sao cho $S_{ABN} = 3S_{ANC}$ là

A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$. B. $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$. C. $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 72. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ΔABC vuông tại A có $B(1;-3)$ và $C(1;2)$.
 Tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ đỉnh A của ΔABC , biết $AB = 3$, $AC = 4$.

A. $H\left(1; \frac{24}{5}\right)$. B. $H\left(1; -\frac{6}{5}\right)$. C. $H\left(1; -\frac{24}{5}\right)$. D. $H\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 5. SỰ CÙNG PHƯƠNG CỦA HAI VEC TƠ.

1. Phương pháp.

Cho $\vec{u} = (x; y)$; $\vec{u}' = (x'; y')$.

➤ Vector $\vec{u}'$ cùng phương với vector $\vec{u}$ ($\vec{u} \neq \vec{0}$) khi và chỉ khi có số k sao cho $\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$.

➤ **Chú ý.** Nếu $xy \neq 0$ ta có $\vec{u}'$ cùng phương $\vec{u} \Leftrightarrow \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$.

➤ Để phân tích $\vec{c}(c_1; c_2)$ qua hai vector $\vec{a}(a_1; a_2)$, $\vec{b}(b_1; b_2)$ không cùng phương:

Ta giả sử $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$. Khi đó ta quy về giải hệ phương trình $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$.

2. Bài tập luyện tập.

Bài tập 23. Cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (-3; 0)$; $\vec{c} = (-1; 3)$.

a). Chứng minh hai vector $\vec{a}$; $\vec{b}$ không cùng phương.

b). Phân tích vector $\vec{c}$ qua $\vec{a}$; $\vec{b}$.

Lời giải

Bài tập 24. Cho $\vec{u} = (m^2 + m - 2 ; 4)$ và $\vec{v} = (m; 2)$. Tìm m để hai vectơ $\vec{u}$, $\vec{v}$ cùng phương.

Lời giải

Bài tập 25. Cho ba điểm $A(-1; 1)$, $B(1; 3)$, $C(-2; 0)$

a). Chứng minh rằng ba điểm A, B, C thẳng hàng.

b). Tìm các tỉ số mà điểm A chia đoạn BC , điểm B chia đoạn AC , và điểm C chia đoạn AB

Lời giải

b). Chứng minh A', B', C' thẳng hàng.

Bài tập 29. Cho $A(-1;3), B(4;2), C(3;5)$

- a). Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
- b). Tìm điểm D sao cho $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{BC}$.
- c). Tìm điểm E sao cho O là trọng tâm tam giác ABE .

Lời giải

Bài tập 30. Cho tam giác ABC có $A(-1;-1), B(5;-3)$, đỉnh C nằm trên trục Oy và trọng tâm G nằm trên trục Ox . Tìm tọa độ đỉnh C .

Lời giải

Bài tập 31. Cho bốn điểm $A(-2;-3), B(3;7), C(0;3), D(-4;-5)$.

Chứng minh rằng hai đường thẳng AB và CD song song với nhau.

Lời giải

Bài tập 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6;3)$, $B(-3;6)$, $C(1;-2)$.

- Chứng minh A, B, C là ba đỉnh một tam giác;
- Xác định điểm D trên trục hoành sao cho ba điểm A, B, D thẳng hàng;
- Xác định điểm E trên cạnh BC sao cho $BE = 2EC$;
- Xác định giao điểm hai đường thẳng DE và AC .

Lời giải

Bài tập 33. Cho tam giác ABC có $A(3;4)$, $B(2;1)$, $C(-1;-2)$.

Tìm điểm M trên đường thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 3S_{ABM}$

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm:

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 73. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{a} = (-5; 0)$, $\vec{b} = (-4; 0)$ cùng hướng.

B. $\vec{c} = (7; 3)$ là vector đối của $\vec{d} = (-7; 3)$.

C. $\vec{u} = (4; 2)$, $\vec{v} = (8; 3)$ cùng phương.

D. $\vec{a} = (6; 3)$, $\vec{b} = (2; 1)$ ngược hướng.

Lời giải.

Câu 74. Cho $\vec{u} = (3; -2)$, $\vec{v} = (1; 6)$. Chọn khẳng định đúng?

A. $\vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4; 4)$ ngược hướng.

B. $\vec{u}$, $\vec{v}$ cùng phương.

C. $\vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{c} = k\vec{a} + h\vec{b}$ cùng hướng.

D. $2\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{v}$ cùng phương.

Lời giải.

Câu 75. Cho $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$ và $\vec{v} = \vec{i} + x\vec{j}$. Xác định x sao cho $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương.

A. $x = -1$.

B. $x = -\frac{1}{2}$.

C. $x = \frac{1}{4}$.

D. $x = 2$.

Lời giải.

Câu 76. Cho $\vec{a} = (-5; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Tìm x để hai vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng phương.

A. $x = -5$.

B. $x = 4$.

C. $x = 0$.

D. $x = -1$.

Lời giải.

Câu 77. Trong hệ tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(-5; -2)$, $B(-5; 3)$, $C(3; 3)$, $D(3; -2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng.

B. ABCD là hình chữ nhật.

C. $I(-1; 1)$ là trung điểm AC.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$.

Lời giải.

Câu 78. Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(3;-2)$, $B(7;1)$, $C(0;1)$, $D(-8;-5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ là hai vector đối nhau.

B. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ ngược hướng.

C. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng.

D. A , B , C , D thẳng hàng.

Lời giải.

Câu 79. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(-1;5)$, $B(5;5)$, $C(-1;11)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. A , B , C thẳng hàng.

B. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.

C. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương.

D. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Lời giải.

Câu 80. Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(2;1)$, $B(2;-1)$, $C(-2;-3)$, $D(-2;-1)$.

Xét ba mệnh đề:

(I) $ABCD$ là hình thoi.

(II) $ABCD$ là hình bình hành.

(III) AC cắt BD tại $M(0;-1)$.

Chọn khẳng định đúng

A. Chỉ (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C. Chỉ (II) và (III) đúng.

D. Cả ba đều đúng.

Lời giải.

Câu 81. Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(-1;1)$, $B(0;2)$, $C(3;1)$, $D(0;-2)$.

Khẳng định nào sau đây sai?

A. $AB \parallel DC$.

B. $AC = BD$.

C. $AD = BC$.

D. $AD \parallel BC$.

Lời giải.

Câu 82. Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-1;1)$, $B(1;3)$, $C(-2;0)$.

Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC}$.

B. A, B, C thẳng hàng.

C. $\overrightarrow{BA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{CA} = \vec{0}$.

Lời giải.

Câu 83. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vector $\vec{u} = (-2;1)$ và $\vec{v} = 3\vec{i} - m\vec{j}$.

Tìm m để hai vector $\vec{u}, \vec{v}$ cùng phương.

A. $-\frac{2}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 84. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;3)$, $B(-1;-2)$, $C(1;5)$. Tọa độ D trên trục Ox sao cho $ABCD$ là hình thang có hai đáy AB và CD là

A. $(1;0)$.

B. $(0;-1)$.

C. $(-1;0)$.

D. Không tồn tại điểm D .

Lời giải

Câu 85. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-2;5)$, $B(2;2)$, $C(10;-5)$.

Tìm điểm $E(m;1)$ sao cho tứ giác $ABCE$ là hình thang có một đáy là CE .

A. $E(-2;1)$.

B. $E(0;1)$.

C. $E(2;1)$.

D. $E(-1;1)$.

Lời giải

Câu 86. Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3)$, $B(3; 4)$.

Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng.

A. $M(-4; 0)$.

B. $M(4; 0)$.

C. $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

Lời giải.

Câu 87. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2; -3)$, $B(3; 4)$.

Tọa độ điểm M nằm trên trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng là

A. $M(1; 0)$.

B. $M(4; 0)$.

C. $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

Lời giải

Câu 88. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$ và $\vec{v} = \vec{i} + x\vec{j}$. Tìm x sao cho $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương.

A. $x = -\frac{1}{2}$.

B. $x = \frac{1}{4}$.

C. $x = 2$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Câu 89. Cho 4 điểm $M(1; -2)$, $N(0; 3)$, $P(-3; 4)$, $Q(-1; 8)$.

Ba điểm nào trong 4 điểm đã cho là thẳng hàng?

A. M, P, Q .

B. M, N, P .

C. N, P, Q .

D. M, N, Q .

Lời giải

Bài tập 3. Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng a .

Gọi I, J là hai điểm sao cho $2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{JA} + 3\overrightarrow{JC} = \vec{0}$.

- Hãy xác định các điểm I và J .
- Hãy biểu diễn các véc tơ $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{BJ}, \overrightarrow{IJ}$ theo
- Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BJ}$; $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{BC}$
- Tính độ dài IJ .

Lời giải

Bài tập 4. Cho tam giác ABC .

- Xác định điểm I sao cho $3\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.
- Chứng minh đường thẳng nối hai điểm M, N xác định bởi hệ thức $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ luôn đi qua một điểm cố định.
- Tìm tập hợp các điểm H sao cho $|\overrightarrow{3HA} - 2\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{HA} - \overrightarrow{HB}|$.
- Tìm tập hợp các điểm K sao cho $2|\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}| = 3|\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB}|$.
- M là điểm tùy ý. Tìm vị trí điểm M để $MA^2 + MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

[illegible]

a). Biểu thị $\overrightarrow{AN}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

b). Gọi G là trọng tâm tam giác BMN . Biểu thị $\overrightarrow{AG}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

c). Gọi I thỏa mãn $\overrightarrow{BI} = \frac{6}{11}\overrightarrow{BC}$. Chứng minh A, I, G thẳng hàng.

d). Tìm tập hợp điểm P sao cho $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}| = 4AB$.

[illegible]

[illegible]

c). Tìm quỹ tích các điểm M thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + MC^2 = k^2$.

[illegible]

Lời giải

Bài tập 8. Cho tứ giác $ABCD$. Các điểm M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA

- Chứng minh hai tam giác ANP và CMQ có cùng trọng tâm.
- Chứng minh tứ giác $ABCD$ và $MNPQ$ có cùng trọng tâm.
- Tìm quỹ tích các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = k \quad (k \in \mathbb{R})$.
- Giả thiết $A(-8; 0), B(0; 4), C(2; 0), D(-3; 5)$. Chứng minh rằng tứ giác $ABCD$ nội tiếp được trong đường tròn.
- Xét đường thẳng Δ bất kì, hãy tìm vị trí của điểm I trên Δ sao cho $|\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}|$ (*) đạt GTLN, GTNN.

Lời giải

Bài tập 9. Cho tam giác đều ABC cạnh a và hai điểm M, N trên cạnh AB, AC : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AC}$. Hãy tìm giá trị của k để:

a). $BN \perp CM$

b). Góc hợp bởi $\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{CM}$ bằng 120° .

Lời giải

Bài tập 10. Cho tam giác ABC có $AB = 6, AC = 8$ và $A = 60^\circ$.
Kẻ đường phân giác AD của tam giác ABC .

a). Hãy biểu diễn $\overrightarrow{AD}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

b). Tính độ dài đường phân giác AD .

Lời giải

[illegible]

Bài tập 11. Cho tam giác ABC có $AB = 4, AC = 6, BC = 5$.

Kẻ đường phân giác trong AE và phân giác ngoài AF của tam giác ABC .

- a). Hãy biểu diễn $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AF}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
b). Tính độ dài đường phân giác AE, AF .

Lời giải

[illegible]

B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM.

Câu 1. Điều kiện nào sau đây **không phải** là điều kiện cần và đủ để G là trọng tâm của tam giác ABC , với M là trung điểm của BC .

A. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{GC}$.

B. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Lời giải

Câu 2. Điều kiện nào dưới đây là điều kiện cần và đủ để điểm O là trung điểm của đoạn AB ?

A. $OA = OB$.

B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$.

C. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BO}$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$.

Lời giải

Câu 3. Gọi M là trung điểm của đoạn AB . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MB}$.

B. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.

C. $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

Lời giải.

Câu 4. Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Câu 25. Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Câu 5. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO}$

A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$.

B. $\overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$.

D. $\overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Câu 6. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AF}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Câu 7. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tổng hai véc tơ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ có độ dài bằng bao nhiêu?

- A. 2. B. 4. C. 8. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 8. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng $2a$ khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$

- A. $2a$. B. $2a\sqrt{3}$. C. $4a$. D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 9. Cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD . Cho $AB = 2a$; $CD = a$. Gọi O là trung điểm của AD . Khi đó:

- A. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a$. B. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{3a}{2}$.
C. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 2a$. D. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 3a$.

Lời giải

Câu 10. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Khi đó $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{BO}|$ là

- A. a . B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $2a$.

Lời giải

Câu 11. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Độ dài của véc tơ $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$ là:

A. $a\sqrt{3}$.

B. $2a$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

D. $3a$.

Lời giải

Câu 12. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi G là trọng tâm. Khi đó giá trị $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}|$ là :

A. $\frac{a}{3}$.

B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2a}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Câu 13. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $a\sqrt{2}$. Tính $S = |2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}|$.

A. $S = 2a$.

B. $S = a$.

C. $S = a\sqrt{3}$.

D. $S = a\sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 14. Tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC = 2$. Độ dài vector $4\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ bằng:

A. $\sqrt{17}$.

B. $2\sqrt{15}$.

C. 5 .

D. $2\sqrt{17}$.

Lời giải

Câu 15. Cho tam giác đều ABC cạnh a , trọng tâm G . Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$.

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}|$.

Lời giải

Câu 16. Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng a và M là một điểm thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khi đó vector $\vec{u} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ có độ dài bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{3a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Câu 17. Chọn khẳng định sai?

A. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

B. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB}$.

C. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

D. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.

Lời giải

Câu 18. Cho ba vector $\vec{a}$; $\vec{b}$ và $\vec{c}$ đều khác vector $\vec{0}$. Trong đó hai vector $\vec{a}$; $\vec{b}$ cùng hướng, hai vector $\vec{a}$; $\vec{c}$ đối nhau. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ cùng hướng.

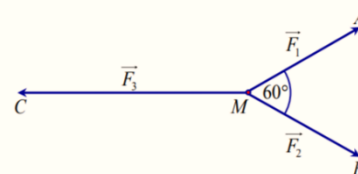
B. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ ngược hướng.

C. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ đối nhau.

D. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ bằng nhau.

Lời giải

Câu 19. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$; $\vec{F}_2 = \vec{MB}$; $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1$; $\vec{F}_2$ đều bằng $100N$ và $AMB = 60^\circ$ (như hình vẽ bên).



Khi đó cường độ của lực $\vec{F}_3$ là

A. $50\sqrt{2}N$.

B. $50\sqrt{3}N$.

C. $25\sqrt{3}N$.

D. $100\sqrt{3}N$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

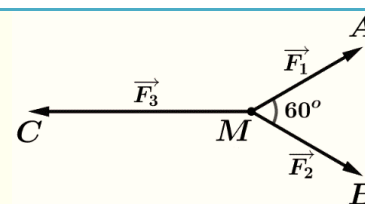
.....

.....

.....

.....

Câu 20. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng điểm đặt M , cùng tác động vào một vật và vật đó đứng yên (như hình vẽ). Biết cường độ $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng $30 N$ và $AMB = 60^\circ$. Cường độ của lực $\vec{F}_3$ bằng



A. $15\sqrt{3} N$.

B. $30\sqrt{2} N$.

C. $30\sqrt{3} N$.

D. $60 N$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Cho hình bình hành $ABCD$. Tổng các vectơ $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}$ là :

A. $\vec{AC}$.

B. $2\vec{AC}$.

C. $3\vec{AC}$.

D. $5\vec{AC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 22. Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Điều kiện cần và đủ để ba điểm đó thẳng hàng là :

A. $\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

B. $\forall M : \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB}$.

C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

D. $\exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Câu 23. Cho tam giác ABC . Để điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ thì M phải thỏa mãn mệnh đề nào?

A. M là điểm sao cho tứ giác $ABMC$ là hình bình hành.

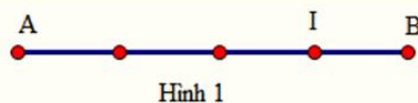
B. M là trọng tâm tam giác ABC .

C. M là điểm sao cho tứ giác $BAMC$ là hình bình hành.

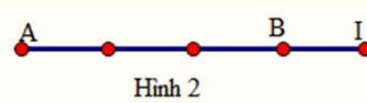
D. M thuộc trung trực của AB .

Lời giải

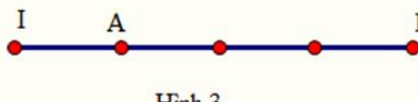
Câu 24. Cho đoạn thẳng AB và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IA} = \vec{0}$. Hình nào sau đây mô tả đúng giả thiết này?



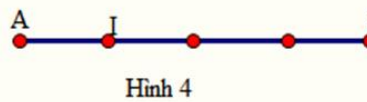
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Lời giải

Câu 25. Xét các phát biểu sau:

(1) Điều kiện cần và đủ để C là trung điểm của đoạn AB là $\overrightarrow{BA} = -2\overrightarrow{AC}$.

(2) Điều kiện cần và đủ để C là trung điểm của đoạn AB là $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$.

(3) Điều kiện cần và đủ để M là trung điểm của đoạn PQ là $\overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{PM}$.

Trong các câu trên, thì:

A. Câu (1) và câu (3) đều đúng.

B. Câu (1) sai.

C. Chỉ có câu (3) sai.

D. Không có câu nào sai.

Lời giải

Câu 26. Cho vectơ $\vec{b} \neq \vec{0}$, $\vec{a} = -2\vec{b}$, $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hai vectơ $\vec{b}$ và $\vec{c}$ bằng nhau. B. Hai vectơ $\vec{b}$ và $\vec{c}$ ngược hướng.
C. Hai vectơ $\vec{b}$ và $\vec{c}$ cùng phương. D. Hai vectơ $\vec{b}$ và $\vec{c}$ đối nhau.

Lời giải

Câu 27. Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức sai?

- A. $\vec{OB} - \vec{OD} = 2\vec{OB}$. B. $\vec{AC} = 2\vec{AO}$. C. $\vec{CB} + \vec{CD} = \vec{CA}$. D. $\vec{DB} = 2\vec{BO}$.

Lời giải

Câu 28. Phát biểu nào sau đây sai?

- A. Nếu $\vec{AB} = \vec{CD}$ thì $|\vec{AB}| = |\vec{AC}|$. B. Nếu $\vec{AB} = \vec{CD}$ thì A, B, C, D thẳng hàng.
C. Nếu $3\vec{AB} + 7\vec{AC} = \vec{0}$ thì A, B, C thẳng hàng. D. $\vec{AB} - \vec{CD} = \vec{DC} - \vec{BA}$.

Lời giải

Câu 29. Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ lần lượt có cùng trọng tâm là G và G' . Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $3\vec{GG'} = \vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'}$. B. $3\vec{GG'} = \vec{AB'} + \vec{BC'} + \vec{CA'}$.
C. $3\vec{GG'} = \vec{AC'} + \vec{BA'} + \vec{CB'}$. D. $3\vec{GG'} = \vec{A'A} + \vec{B'B} + \vec{C'C}$.

Lời giải

Câu 30. Biết rằng hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vectơ $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Câu 31. Cho tam giác ABC có trọng tâm G .

Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chọn khẳng định sai.

- A. $\vec{GA_1} + \vec{GB_1} + \vec{GC_1} = \vec{0}$. B. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.
C. $\vec{AA_1} + \vec{BB_1} + \vec{CC_1} = \vec{0}$. D. $\vec{GC} = 2\vec{GC_1}$.

Lời giải

Câu 32. Cho $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương, $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}$. Véc tơ cùng hướng với $\vec{x}$ là

- A. $2\vec{a} - \vec{b}$. B. $-\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$. C. $4\vec{a} + 2\vec{b}$. D. $-\vec{a} + \vec{b}$.

Lời giải

Câu 33. Cho hình bình hành $ABCD$, điểm M thỏa mãn: $\vec{MA} + \vec{MC} = \vec{AB}$. Khi đó M là trung điểm của

- A. AB . B. BC . C. AD . D. CD .

Lời giải

Câu 34. Hãy chọn kết quả đúng khi phân tích véc tơ $\vec{AM}$ theo hai véc tơ $\vec{AB}$ và $\vec{AC}$ của tam giác ABC với trung tuyến $\vec{AM}$.

- A. $\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{AC}$. B. $\vec{AM} = 2\vec{AB} + 3\vec{AC}$.
C. $\vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$. D. $\vec{AM} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC})$.

Lời giải

Câu 35. Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm BC và G là trọng tâm tam giác ABC . Đẳng thức véc tơ nào sau đây đúng?

- A. $2\vec{AM} = 3\vec{AG}$. B. $\vec{AM} = 2\vec{AG}$.
C. $\vec{AB} + \vec{AC} = \frac{3}{2}\vec{AG}$. D. $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{GM}$.

Lời giải

Câu 36. Cho tam giác ABC và I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{IB}$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng?

A. $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA})$.

C. $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB})$.

D. $\overrightarrow{CI} = 3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$.

Lời giải

Câu 37. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{2}$.

B. $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3}$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{3}$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$.

Lời giải

Câu 38. Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 3MC$.

Khi đó, biểu diễn $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Câu 39. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM , gọi I là trung điểm AM . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

C. $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 4\overrightarrow{IA}$.

D. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IA}$.

Lời giải

Câu 40. Cho tam giác ABC có I, D lần lượt là trung điểm AB, CI . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BD} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Câu 41. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC của tứ giác $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{MN}$.

B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$.

D. $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Câu 42. Cho tam giác ABC có N thuộc cạnh BC sao cho $BN = 2NC$ và I là trung điểm của AB . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{NI} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{NI} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{NI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{NI} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Câu 43. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, điểm M nằm trên AB sao cho $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ và điểm N nằm trên AC sao cho $\overrightarrow{AN} = x.\overrightarrow{AC}$ ($x \in \mathbb{R}$). Tìm x để ba điểm M, N, G thẳng hàng.

A. $x = \frac{1}{5}$.

B. $x = \frac{2}{5}$.

C. $x = \frac{3}{5}$.

D. $x = \frac{4}{5}$.

Lời giải.

Câu 44. Cho hai điểm cố định A, B ; Gọi I là trung điểm AB .

Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là

A. Đường tròn đường kính AB .

B. Trung trực của AB .

C. Đường tròn tâm I , bán kính AB .

D. Nửa đường tròn đường kính AB .

Lời giải

Câu 45. Cho tam giác ABC . Tập hợp những điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}|$ là

A. M nằm trên đường trung trực của BC .

B. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AB$ với I nằm trên cạnh AB thỏa $IA = 2IB$.

C. M nằm trên đường trung trực của IJ với I, J lần lượt là trung điểm của AB và BC .

D. M nằm trên đường tròn tâm I , bán kính $R = 2AC$ với I nằm trên cạnh AB thỏa $IA = 2IB$.

Lời giải

Câu 46. Cho tam giác ABC , có bao nhiêu điểm M thỏa $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 5$?

- A. 1. B. 2. C. vô số. D. Không có điểm nào.

Lời giải.

Câu 47 Cho tam giác ABC đều có độ dài cạnh bằng a . Gọi M là điểm thay đổi trên đường thẳng AC . Giá trị nhỏ nhất của $P = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| + 3|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ bằng

- A. $2a\sqrt{2}$. B. $2a\sqrt{3}$. C. $3a\sqrt{2}$. D. $4a$.

Lời giải.

Câu 48. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$ với A, B, C là ba đỉnh của tam giác là

- A. một điểm. B. đoạn thẳng. C. đường thẳng. D. đường tròn.

Lời giải.

Câu 49. Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Vec tơ đối của $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là:

- A. $(-1;2)$. B. $(-1;-2)$. C. $(1;2)$. D. $(1;-2)$.

Lời giải

Câu 50. Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là:

A. $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$.

B. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$.

D. $(1; -1)$.

Lời giải

Câu 51. Cho tam giác ABC có trọng tâm là gốc tọa độ O , hai đỉnh A và B có tọa độ là $A(-2;2)$; $B(3;5)$. Tọa độ đỉnh C là

A. $(1;7)$.

B. $(-1;-7)$.

C. $(-3;-5)$.

D. $(2;-2)$.

Lời giải

Câu 52. Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB}$ là:

A. $(4;-6)$.

B. $(2;0)$.

C. $(0;4)$.

D. $(4;6)$.

Lời giải

Câu 53. Cho $\vec{a} = (-5;0)$, $\vec{b} = (4;x)$. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương nếu số x là:

A. -5 .

B. 4 .

C. -1 .

D. 0 .

Lời giải

Câu 54. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?

A. Hai vec tơ $\vec{u} = (4;2)$ và $\vec{v} = (8;3)$ cùng phương.

B. Hai vec tơ $\vec{a} = (-5;0)$ và $\vec{b} = (-4;0)$ cùng hướng.

C. Hai vec tơ $\vec{a} = (6;3)$ và $\vec{b} = (2;1)$ ngược hướng.

D. Vec tơ $\vec{c} = (7;3)$ là vec tơ đối của $\vec{d} = (-7;3)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 55. Cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = (-5; 1)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Vec tơ $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ nếu

- A. $x = 3$. B. $x = -15$. C. $x = 15$. D. $x = 5$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 56. Cho $\vec{a} = (0; 1)$, $\vec{b} = (-1; 2)$, $\vec{c} = (-3; -2)$. Tọa độ của $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c}$ là

- A. $(10; -15)$. B. $(15; 10)$. C. $(10; 15)$. D. $(-10; 15)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 57. Cho $A(0; 3)$, $B(4; 2)$. Điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$, tọa độ D là

- A. $(-3; 3)$. B. $(8; -2)$. C. $(-8; 2)$. D. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 58. Cho $A(1; -2)$, $B(2; 6)$. Điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng thì tọa độ điểm M là

- A. $(0; 10)$. B. $(0; -10)$. C. $(10; 0)$. D. $(-10; 0)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 59. Cho ba vector $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (3; m)$ và $\vec{u} = 5\vec{i}$. Đặt $\vec{c} = 4\vec{a} - \vec{b}$. Tìm giá trị của tham số m để hai vector $\vec{c}$ và $\vec{u}$ cùng phương.

- A. $m = -\frac{39}{5}$. B. $m = 5$. C. $m = \frac{39}{5}$. D. $m = 8$.

Lời giải.

.....

Câu 60. Trong mặt phẳng Oxy . Cho $B(5; -4), C(3; 7)$.

Tọa độ của điểm E đối xứng với C qua B là

A. $E(1; 18)$.

B. $E(7; 15)$.

C. $E(7; -1)$.

D. $E(7; -15)$.

Lời giải

Câu 61. Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-3; 3), B(1; 4), C(2; -5)$.

Tọa độ điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{CM}$.

A. $M\left(\frac{1}{6}; \frac{5}{6}\right)$.

B. $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$.

C. $M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$.

D. $M\left(\frac{5}{6}; -\frac{1}{6}\right)$.

Lời giải

Câu 62. Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-2; 0), B(5; -4), C(-5; 1)$.

Tọa độ điểm D để tứ giác $BCAD$ là hình bình hành

A. $D(-8; -5)$.

B. $D(8; 5)$.

C. $D(-8; 5)$.

D. $D(8; -5)$.

Lời giải

Câu 63. Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $\vec{a} = (2; 1), \vec{b} = (3; 4), \vec{c} = (7; 2)$.

Cho biết $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$. Khi đó:

A. $m = -\frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$.

B. $m = \frac{1}{5}; n = \frac{-3}{5}$.

C. $m = \frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$.

D. $m = \frac{22}{5}; n = \frac{3}{5}$.

Lời giải

Câu 64. Cho $K(1; -3)$. Điểm $A \in Ox$, $B \in Oy$ sao cho A là trung điểm KB . Tọa độ điểm B là

- A. $(0; 3)$. B. $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$. C. $(0; 2)$. D. $(4; 2)$.

Lời giải

Câu 65. Cho $M(2; 0)$, $N(2; 2)$, $P(-1; 3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB của $\triangle ABC$. Tọa độ B là

- A. $(1; 1)$. B. $(-1; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; -1)$.

Lời giải

Câu 66. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm $A(3; -2)$, $B(7; 1)$, $C(0; 1)$, $D(-8; -5)$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ đối nhau. B. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ cùng phương nhưng ngược hướng.
C. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ cùng phương cùng hướng. D. A, B, C, D thẳng hàng.

Lời giải

Câu 67. Cho $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ và $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$. Tìm phát biểu sai:

- A. $|\vec{a}| = 5$. B. $|\vec{b}| = 0$. C. $\vec{a} - \vec{b} = (2; -3)$. D. $|\vec{b}| = \sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 68. Trong mặt phẳng Oxy . Gọi B' , B'' và B''' lần lượt là điểm đối xứng của $B(-2; 7)$ qua trục Ox , Oy và qua gốc tọa độ O . Tọa độ các điểm B' , B'' và B''' là

- A. $B'(-2; 7)$, $B''(2; 7)$ và $B'''(2; -7)$. B. $B'(-7; 2)$, $B''(2; 7)$ và $B'''(2; -7)$.
C. $B'(-2; -7)$, $B''(2; 7)$ và $B'''(-7; -2)$. D. $B'(-2; -7)$, $B''(7; 2)$ và $B'''(2; -7)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 69. Tam giác ABC có $C(-2; -4)$, trọng tâm $G(0; 4)$, trung điểm cạnh BC là $M(2; 0)$.

Tọa độ A và B là

A. $A(4; 12)$, $B(4; 6)$.

B. $A(-4; -12)$, $B(6; 4)$.

C. $A(-4; 12)$, $B(6; 4)$.

D. $A(4; -12)$, $B(-6; 4)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 70. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; 3)$, $B(3; 5)$, $C(1; 4)$.

Gọi G là trọng tâm tam giác đã cho, tìm tọa độ trung điểm I của GC .

A. $I(2; 5)$.

B. $I(4; 10)$.

C. $I\left(\frac{3}{2}; 4\right)$.

D. $I(3; 8)$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 71. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác MNP có $M(1; -1)$, $N(5; -3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox . Tọa độ của P là

A. $(0; 4)$.

B. $(2; 0)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 72. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai vector $\vec{u} = -\frac{1}{2}\vec{i} + 5\vec{j}$ và $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm k để $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$.

A. $k = -40$.

B. $k = -20$.

C. $k = 20$.

D. $k = 40$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 73. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1;1)$, $B(3;2)$, $C(4;-1)$.
 Điểm $D(x_D; y_D)$ thuộc trục hoành sao tứ giác $ABCD$ là hình thang. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0 \leq x_D \leq 1$. B. $1 < x_D \leq \frac{3}{2}$. C. $\frac{3}{2} < x_D \leq 4$. D. $4 < x_D < 7$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....