

Họ và tên:Số báo danh:Lớp:

Câu 1. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = \frac{2}{3}$. B. $y = \frac{1}{3}$. C. $y = \frac{2}{3}$. D. $x = \frac{1}{3}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u} = (2; -1; -2)$. B. $\vec{u} = (1; 2; -3)$. C. $\vec{u} = (-1; -2; 3)$. D. $\vec{u} = (2; 1; 2)$.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$ trên $\mathbb{R}$ là

- A. $y' = \tan x$. B. $y' = \sin x$. C. $y' = -\cot x$. D. $y' = -\sin x$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		2		0		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(4; 5)$.

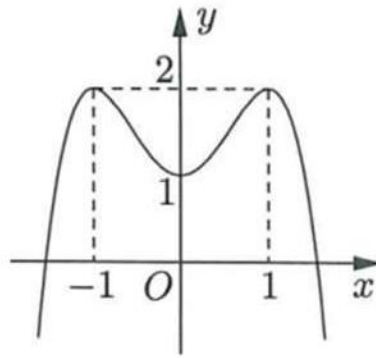
Câu 5. Cho khối lập phương có thể tích bằng 2. Cạnh của khối lập phương đã cho bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. 8. C. $\sqrt[3]{2}$. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm

- A. $P(1; 0; 3)$. B. $Q(0; 2; 3)$. C. $N(1; 2; 0)$. D. $M(1; 2; 3)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $y = 1$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 0$.

Câu 8. Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O; R)$ theo một đường tròn. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P) . Bán kính R' của đường tròn được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $R' = R + d$. B. $R' = R - d$. C. $R' = \sqrt{R^2 - d^2}$. D. $R' = \sqrt{R^2 + d^2}$.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

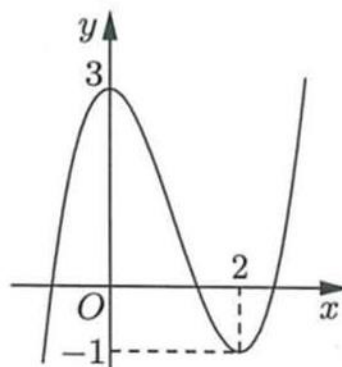
- A. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x - 5$. D. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

Câu 10. Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 4]$. Nếu $\int_{-1}^4 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^4 g(x) dx = 3$

thì $\int_{-1}^4 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 1. B. 6. C. 5. D. -1.

Câu 11. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $M(0;3)$.

B. $x = 0$.

C. $x = 2$.

D. $N(2;-1)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 1 = 0$. Bán kính của (S) là

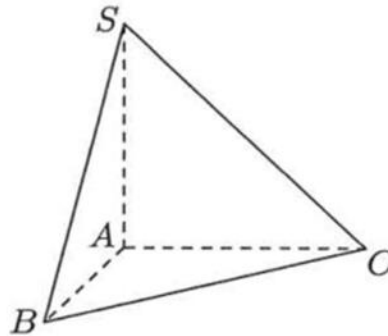
A. $R = \sqrt{13}$.

B. $R = 13$.

C. $R = 14$.

D. $R = \sqrt{14}$.

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 2, AC = 4$; SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 8.

B. 24.

C. 6.

D. 4.

Câu 14. Trên $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y = \pi^x$ là

A. $y' = \pi^x \ln \pi$.

B. $y' = \frac{\pi^x}{\ln \pi}$.

C. $y' = \pi x^{\pi-1}$.

D. $y' = x \pi^{x-1}$.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 3i$ có tọa độ là

A. $(2;3)$.

B. $(3;2)$.

C. $(-3;2)$.

D. $(2;-3)$.

Câu 16. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2, u_3 = 6$. Công sai của cấp số cộng này bằng

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. -2.

Câu 17. Cho hình trụ có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh ℓ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $\pi r \ell$.

B. $2\pi r \ell$.

C. $\frac{1}{3} \pi r^2 \ell$.

D. $\frac{2}{3} \pi r \ell^2$.

Câu 18. Mô đun của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

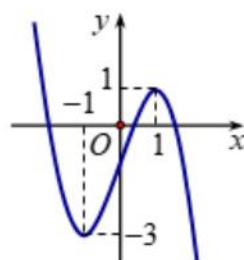
A. $\sqrt{13}$.

B. 13.

C. 5.

D. $\sqrt{5}$.

Câu 19. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ sau:



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 20. Cho số phức $z = 2 - 3i$, phần ảo của số phức z^2 bằng

- A. $-6i$. B. -6 . C. $-12i$. D. -12 .

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(P): 3x + y - 2z - 1 = 0$?

- A. $B(1; 0; 1)$. B. $D(1; 0; -1)$. C. $C(-1; 2; 0)$. D. $A(0; 1; 1)$.

Câu 22. Tập nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 5$ có bao nhiêu phần tử?

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 23. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^x = 3x - 1$ bằng

- A. 3. B. 4. C. 8. D. 2.

Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 2 - i| = 2$ là một đường tròn tâm I , bán kính R với

- A. $I(2; 1), R = 2$. B. $I(2; -1), R = 2$. C. $I(-2; 1), R = 2$. D. $I(-2; -1), R = 2$

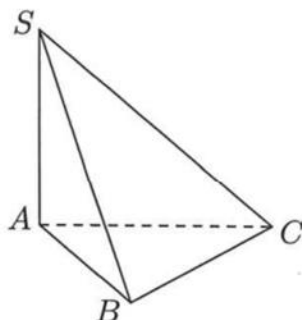
Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, SA vuông góc với đáy và $AB = 2SA$ (tham khảo hình vẽ).



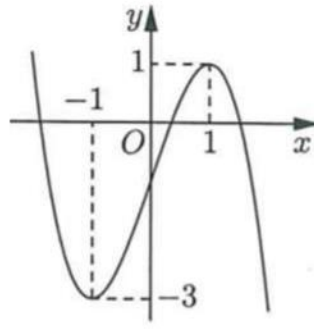
Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = 2^x + x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = 2^x \ln 2 + x^2 + C$. B. $\int f(x) dx = 2^x + x^2 + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2} + C$. D. $\int f(x) dx = 2^x \ln 2 + \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 28. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

- A. 9. B. 5. C. 7. D. 3.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = f'(x)$. B. $\int f'(x)dx = f(x)$.
C. $\int f(x)dx = f'(x) + C$. D. $\int f'(x)dx = f(x) + C$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; -1; -1)$ và $N(5; 5; 1)$. Mặt phẳng (OMN) có phương trình là

- A. $2x - 3y + 5z = 0$. B. $2x + 3y + 5z = 0$. C. $2x - 3y - z = 0$. D. $2x - y + 5z = 0$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x - 2) < 0$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $(12; +\infty)$. C. $(2; 3)$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 32. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x + 3$; $x = 0$ và $y = 0$ bằng

- A. $\frac{5}{3}$. B. $\frac{16}{9}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 33. Có bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số phân biệt, trong đó có mặt cả hai chữ số 2 và 3?

- A. $A_5^2 \cdot A_8^3 - A_4^2 \cdot A_7^2$. B. $C_5^2 \cdot C_8^3 \cdot 3!$. C. $C_5^2 \cdot A_8^3 - C_4^2 \cdot A_7^2$. D. $A_5^2 \cdot A_8^3$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox bằng

- A. $\sqrt{14}$. B. $\sqrt{13}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 35. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt và các chữ số thuộc A ?

- A. 60. B. 20. C. 125. D. 30.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 f(2x) dx$ bằng

- A. 2. B. 4. C. -2. D. 8.

Câu 37. Nếu $2^x + 2^{-x} = 5$ thì giá trị của biểu thức $A = 4^x + 4^{-x} + 3$ là

- A. 5. B. 25. C. $\sqrt{26}$. D. 26.

Câu 38. Có bao nhiêu số nguyên x là nghiệm của bất phương trình

$$\log_3 \left(\frac{\sqrt{x^2 - x + 4} + 1}{27} \right) + \log_5 (x^2 - x + 5)^2 \leq 0?$$

A. 5.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 8x^2 + (m^2 + 11)x - 2m^2 + 2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Câu 40. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $HC = 2HA$. Mặt bên $(ABB'A')$ tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{3a^3}{5}$.

B. $\frac{3}{2}a^3$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua điểm $A(5; -3; 5)$ cắt d_1, d_2 tại hai điểm B và C . Độ dài đoạn thẳng BC bằng

A. $3\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{19}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AB = BC = a\sqrt{3}$, góc $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $16\pi a^2$.

B. $2\pi a^2$.

C. $8\pi a^2$.

D. $12\pi a^2$.

Câu 43. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 + 2mz + 1 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 3| = |z_2 + 3|$?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Câu 44. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = |1+x| - |1-x|$ trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(1) = 3$. Tính tổng $F(0) + F(2)$.

A. 3.

B. 2.

C. 7.

D. 5.

Câu 45. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

C. $\sqrt{2}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in [-10; 10]$ để hàm số $y = \left| 3x^4 - 4(a+2)x^3 + 12ax^2 - 30a \right|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$?

A. 12.

B. 11.

C. 10.

D. 13.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x) + xf(x) = \frac{2x}{e^{x^2}}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = -2$. Tính $f(-2)$.

- A. $f(-2) = \frac{-2}{e^4}$. B. $f(-2) = \frac{2}{e^4}$. C. $f(-2) = 4$. D. $f(-2) = e^2$.

Câu 48. Cho các số phức $u; v; w$ thỏa mãn các điều kiện $|u + 4 - 2i| = 2; |3v - 1 + i| = |2v + 1 - i|$ và $|w| = |\overline{w} + 2 + 2i|$. Tìm $|w|$ khi $S = |u - w| + |v - w|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $|w| = \frac{\sqrt{13}}{2}$. B. $|w| = \frac{\sqrt{10}}{2}$. C. $|w| = \frac{\sqrt{17}}{2}$. D. $|w| = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 0; \sqrt{3})$ và điểm B thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Gọi C là điểm trên tia Oz thỏa mãn $d[C, AB] = d[C, OB] = k$.

Thể tích của khối tròn xoay tạo bởi tập hợp tất cả các điểm M mà $CM \leq k$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(0, 2; 0, 7)$. B. $(1, 2; 1, 7)$. C. $(1, 7; 2, 2)$. D. $(0, 7; 1, 2)$.

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn

$$\log_2 \frac{x+y}{x^2+y^2+2} \geq x(x-4) + y(y-4)?$$

- A. 13. B. 18. C. 15. D. 21.

-----**HẾT**-----

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.
Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.D	4.D	5.C	6.C	7.D	8.C	9.A	10.D
11.A	12.A	13.D	14.A	15.D	16.B	17.B	18.A	19.C	20.D
21.A	22.D	23.B	24.D	25.C	26.B	27.C	28.C	29.D	30.A
31.C	32.D	33.A	34.B	35.A	36.A	37.D	38.D	39.B	40.B
41.B	42.D	43.C	44.C	45.A	46.D	47.A	48.D	49.D	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A.** $x = \frac{2}{3}$. **B.** $y = \frac{1}{3}$. **C.** $y = \frac{2}{3}$. **D.** $x = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}^+} \frac{2x+1}{3x-1} = +\infty$ suy ra tiệm cận đứng là: $x = \frac{1}{3}$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$ có một vector chỉ phương là

- A.** $\vec{u} = (2; -1; -2)$. **B.** $\vec{u} = (1; 2; -3)$. **C.** $\vec{u} = (-1; -2; 3)$. **D.** $\vec{u} = (2; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$ có một vector chỉ phương là: $\vec{u} = (2; -1; -2)$

Câu 3: Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$ trên $\mathbb{R}$ là

- A.** $y' = \tan x$. **B.** $y' = \sin x$. **C.** $y' = -\cot x$. **D.** $y' = -\sin x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y = \cos x \Rightarrow y' = -\sin x$

Câu 4: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A.** $(0; 2)$. **B.** $(-\infty; 3)$. **C.** $(2; +\infty)$. **D.** $(4; 5)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng: $(4; 5)$

Câu 5: Cho khối lập phương có thể tích bằng 2. Cạnh của khối lập phương đã cho bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. 8.

C. $\sqrt[3]{2}$.

D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V = a^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{2}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $P(1;0;3)$.

B. $Q(0;2;3)$.

C. $N(1;2;0)$.

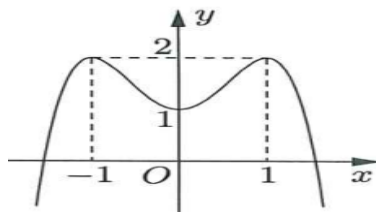
D. $M(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(1;2;0)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $y=1$.

B. $x=1$.

C. $x=-1$.

D. $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x=0$

Câu 8: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo một đường tròn. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P) . Bán kính R' của đường tròn được tính theo công thức nào sau đây?

A. $R' = R + d$.

B. $R' = R - d$.

C. $R' = \sqrt{R^2 - d^2}$.

D. $R' = \sqrt{R^2 + d^2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $R' = \sqrt{R^2 - d^2}$.

Câu 9: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

A. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 - 1$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - 3x - 5$.

D. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

Lời giải

Chọn A

Bảng biến thiên là BBT của hàm số bậc bốn $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a < 0$. Chọn đáp án A.

Câu 10: Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 4]$. Nếu $\int_{-1}^4 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^4 g(x) dx = 3$ thì $\int_{-1}^4 [f(x) - g(x)] dx$ bằng:

A. 1.

B. 6.

C. 5.

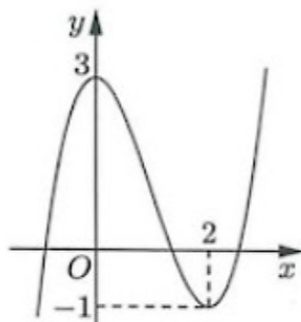
D. -1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int_{-1}^4 [f(x) - g(x)] dx = \int_{-1}^4 f(x) dx - \int_{-1}^4 g(x) dx = 2 - 3 = -1.$$

Câu 11: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là.

A. $M(0; 3)$.

B. $x = 0$.

C. $x = 2$.

D. $N(2; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $M(0; 3)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 1 = 0$. Bán kính của (S) là.

A. $R = \sqrt{13}$.

B. $R = 13$.

C. $R = 14$.

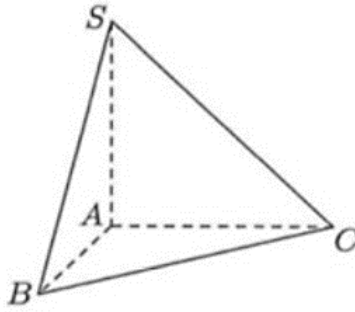
D. $R = \sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính của (S) là $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} - 1 = \sqrt{13}$.

Câu 13: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 2, AC = 4$; SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng.

- A. 8. B. 24. C. 6. **D. 4.**

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{2 \cdot 4}{2} \cdot 3 = 4$.

Câu 14: Trên $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y = \pi^x$ là.

- A.** $y' = \pi^x \ln \pi$. B. $y' = \frac{\pi^x}{\ln \pi}$. C. $y' = \pi x^{\pi-1}$. D. $y' = x \pi^{x-1}$.

Lời giải

Chọn A

$$y = \pi^x \Rightarrow y' = \pi^x \cdot \ln \pi.$$

Câu 15: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 3i$ có tọa độ là.

- A. (2;3). B. (3;2). C. (-3;2). **D. (2;-3)**

Lời giải

Chọn D

Điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 3i$ là (2;-3).

Câu 16: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$, $u_3 = 6$. Công sai của cấp số cộng này bằng

- A. 4. **B. 2.** C. 3. D. -2.

Lời giải

Chọn B

Gọi d là công sai của cấp số cộng đã cho. Khi đó $u_3 = u_1 + 2d \Leftrightarrow d = 2$.

Câu 17: Cho hình trụ có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $\pi r l$. **B. $2\pi r l$.** C. $\frac{1}{3} \pi r^2 l$. D. $\frac{2}{3} \pi r^2 l$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là $S = 2\pi r l$.

Câu 18: Mô đun của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

A. $\sqrt{13}$.

B. 13.

C. 5.

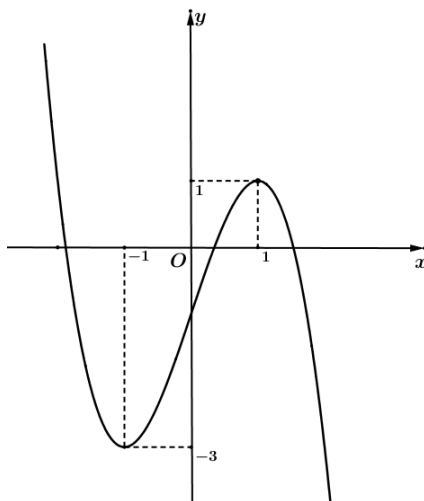
D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Mô đun của số phức $z = 2 - 3i$ là $|z| = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$.

Câu 19: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ sau



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 3 điểm.

Câu 20: Cho số phức $z = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức z^2 bằng

A. $-6i$.

B. -6 .

C. $-12i$.

D. -12 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $z^2 = (2 - 3i)^2 = 4 - 12i + 9i^2 = -5 - 12i$. Vậy phần ảo của số phức z^2 bằng -12 .

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(P): 3x + y - 2z - 1 = 0$?

A. $B(1;0;1)$.

B. $D(1;0;-1)$.

C. $C(-1;2;0)$.

D. $A(0;1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có điểm thuộc mặt phẳng là $B(1;0;1)$.

Câu 22: Tập nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 5$ có bao nhiêu phần tử?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^{x+1} = 5 \Leftrightarrow x = -1 + \log_2 5$.

Vậy phương trình có nghiệm $x = -1 + \log_2 5$.

Câu 23: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^x = 3x - 1$ bằng

A. 3.

B. 4.

C. 8.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^x = 3x - 1 \Leftrightarrow 2^x - 3x + 1 = 0$.

Xét $f(x) = 2^x - 3x + 1 \Rightarrow f'(x) = 2^x \ln 2 - 3$ và $f''(x) = 2^x \ln^2 2 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Khi đó $f(x) = 0$ có tối đa hai nghiệm.

Mặt khác: $f(1) = f(3) = 0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm $x = 1, x = 3$, khi đó tổng các nghiệm bằng 4.

Câu 24: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 2 - i| = 2$ là một đường tròn tâm I , bán kính R với

A. $I(2; 1), R = 2$.

B. $I(2; -1), R = 2$.

C. $I(-2; 1), R = 2$.

D. $I(-2; -1), R = 2$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1$).

Khi đó $|\bar{z} + 2 - i| = 2 \Leftrightarrow |(x + 2) + (-y - 1)i| = 2 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn tâm $I(-2; -1)$, bán kính $R = 2$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

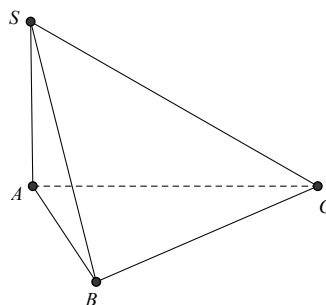
Lời giải

Chọn C

Nhận xét $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm qua $x = 1$.

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực đại.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, SA vuông góc với đáy và $AB = 2SA$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. 60° .

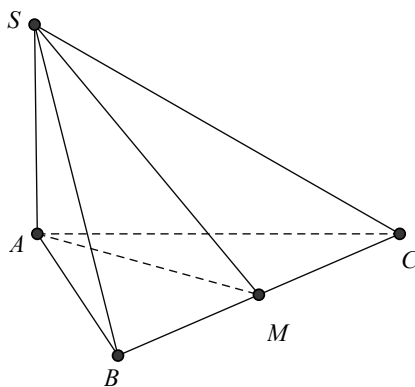
B. 30° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm BC .

ΔABC đều nên $AM \perp BC$ và.

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow$ Hình chiếu của SM trên mặt phẳng (ABC) là AM .

Suy ra $SM \perp BC$ (theo định lý ba đường vuông góc).

Có $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AM \subset (ABC), AM \perp BC \\ SM \subset (SBC), SM \perp BC \end{cases}$. Do đó góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc giữa SM

và AM , hay là góc $\widehat{SMA}$

Xét tam giác SAM vuông tại A có $AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$

$$\tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{\frac{AB}{2}}{\frac{AB\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SMA} = 30^\circ.$$

Câu 27: Cho hàm số $f(x) = 2^x + x$. Khẳng định nào dưới đây đúng

A. $\int f(x) dx = 2^x \ln 2 + x^2 + C.$

B. $\int f(x) dx = 2^x + x^2 + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2} + C.$

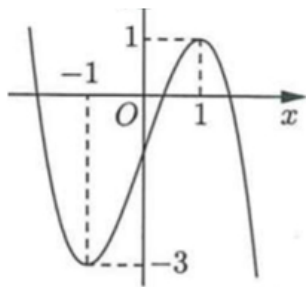
D. $\int f(x) dx = 2^x \ln 2 + \frac{x^2}{2} + C$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int (2^x + x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{1}{2}x^2 + C.$

Câu 28: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 9.

B. 5.

C. 7.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình: $2f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = \frac{m}{2}$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{m}{2}$.

Dựa vào đồ thị ta có điều kiện để phương trình có ba nghiệm phân biệt là:

$$-3 < \frac{m}{2} < 1 \Leftrightarrow -6 < m < 2$$

$$m \in \mathbb{Z}; m \in \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1\}$$

Có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = f'(x)$. B. $\int f'(x) dx = f(x)$.

C. $\int f(x) dx = f'(x) + C$ D. $\int f'(x) dx = f(x) + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\int f'(x) dx = f(x) + C$$

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; -1; -1)$ và $N(5; 5; 1)$. Mặt phẳng (OMN) có phương trình là

A. $2x - 3y + 5z = 0$.

B. $2x + 3y + 5z = 0$.

C. $2x - 3y - z = 0$.

D. $2x - y + 5z = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{OM} = (1; -1; -1)$, $\overrightarrow{ON} = (5; 5; 1)$, vector pháp tuyến của (OMN) :

$$\vec{n} = [\overrightarrow{OM}; \overrightarrow{ON}] = (4; -6; 10) = 2(2; -3; 5)$$

Mặt phẳng (OMN) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ là: $2x - 3y + 5z = 0$

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-2) < 0$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $(12; +\infty)$.

C. $(2; 3)$.

D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn C

$$\log(x-2) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-2 < 10^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

Câu 32: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x + 3$; $x = 0$ và $y = 0$ bằng

A. $\frac{5}{3}$.

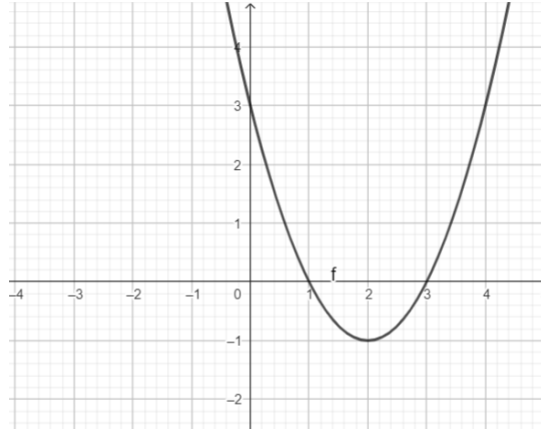
B. $\frac{16}{9}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

$$S = \int_0^3 |x^2 - 4x + 3| dx = \int_0^1 (x^2 - 4x + 3) dx - \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx$$
$$= \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right) \Big|_0^1 - \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right) \Big|_1^3 = \frac{8}{3}.$$

Câu 33: Có bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số phân biệt, trong đó có mặt cả hai chữ số 2 và 3?

A. $A_5^2 \cdot A_8^3 - A_4^2 \cdot A_7^2$.

B. $C_5^2 \cdot C_8^3 \cdot 3!$.

C. $C_5^2 \cdot A_8^3 - C_4^2 \cdot A_7^2$.

D. $A_5^2 \cdot A_8^3$.

Lời giải

Chọn A

Gọi số tự nhiên có năm chữ số phân biệt là $\overline{abcde}$ ($a \neq b \neq c \neq d \neq e$).

+ Trường hợp 1: a tùy ý

Xếp hai chữ số 2 và 3 vào 5 vị trí a, b, c, d, e có A_5^2 cách.

Xếp các chữ số khác chữ số 2 và 3 vào 3 vị trí còn lại có A_8^3 cách.

+ Trường hợp 2: $a = 0$.

Xếp hai chữ số 2 và 3 vào 4 vị trí b, c, d, e có A_4^2 cách.

Xếp các chữ số khác chữ số 2; 3 và 0 vào 2 vị trí còn lại có A_7^2 cách.

Vậy số các số thỏa yêu cầu đề bài là $A_5^2 \cdot A_8^3 - A_4^2 \cdot A_7^2$ số.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox bằng

A. $\sqrt{4}$.

B. $\sqrt{13}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Trục Ox có VTCP $\vec{i} = (1;0;0)$.

$$\overrightarrow{OA} = (1;2;3)$$

$$[\overrightarrow{OA}, \vec{i}] = (0;3;-2)$$

$$d[A, Ox] = \frac{\|[\overrightarrow{OA}, \vec{i}]\|}{\|\vec{i}\|} = \frac{\sqrt{3^2 + (-2)^2}}{\sqrt{1}} = \sqrt{13}$$

Câu 35: Cho tập hợp $A = \{1;2;3;4;5\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt và các chữ số thuộc A

A. 60.

B. 20.

C. 125.

D. 30.

Lời giải

Chọn A

Gọi số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt là $\overline{abc}$ ($a \neq b \neq c$).

Lấy 3 số từ tập hợp A có 5 số xếp vào 3 vị trí a, b, c thì ta lập được $A_5^3 = 60$ số thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^1 f(2x)dx$ bằng.

A. 2.

B. 4.

C. -2.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } I = \int_0^1 f(2x)dx, \text{ đặt } t = 2x \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{2}.$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 1 \Rightarrow t = 2.$$

$$I = \frac{1}{2} \int_0^2 f(t)dt = 2.$$

Câu 37: Nếu $2^x + 2^{-x} = 5$ thì giá trị của biểu thức $A = 4^x + 4^{-x} + 3$ là

A. 5.

B. 25.

C. $\sqrt{26}$.

D. 26.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } (2^x + 2^{-x})^2 = 4^x + 4^{-x} + 2 = 25 \Rightarrow 4^x + 4^{-x} = 23 \Rightarrow 4^x + 4^{-x} + 3 = 26.$$

Câu 38: Có bao nhiêu số nguyên x là nghiệm của bất phương trình

$$\log_3 \left(\frac{\sqrt{x^2 - x + 4} + 1}{27} \right) + \log_5 (x^2 - x + 5)^2 \leq 0 ?$$

A. 5.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \sqrt{x^2 - x + 4} (t > 0)$.

Khi đó: $\log_3 (t+1) + 2 \log_5 (t^2 + 1) - 3 \leq 0 \Leftrightarrow \log_3 (t+1) + 2 \log_5 (t^2 + 1) \leq 3$.

Xét hàm số $f(t) = \log_3 (t+1) + 2 \log_5 (t^2 + 1) - 3 \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{(t+1) \ln 3} + \frac{4t}{2(t^2 + 1) \ln 5} > 0, \forall t > 0$

. Hàm số luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Mặt khác từ bất phương trình suy ra

$$f(t) \leq f(2) \Leftrightarrow t \leq 2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - x + 4} \leq 2 \Leftrightarrow x^2 - x \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1.$$

Do $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{0; 1\}$ nên có 2 giá trị của x thỏa mãn.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 8x^2 + (m^2 + 11)x - 2m^2 + 2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

A. 7

B. 5

C. 6

D. 4

Lời giải

Chọn B

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành thì phương trình

$$x^3 - 8x^2 + (m^2 + 11)x - 2m^2 + 2 = 0 \text{ có ba nghiệm phân biệt.}$$

$$x^3 - 8x^2 + (m^2 + 11)x - 2m^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x^2 - 6x + m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 - 6x + m^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

Khi đó phương trình $x^2 - 6x + m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 10 - m^2 > 0 \\ 4 - 12 + m^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{10} < m < \sqrt{10} \\ m \neq \pm 3 \end{cases}.$$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$

Câu 40: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $HC = 2HA$. Mặt bên $(ABB'A')$ tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{3a^3}{5}$

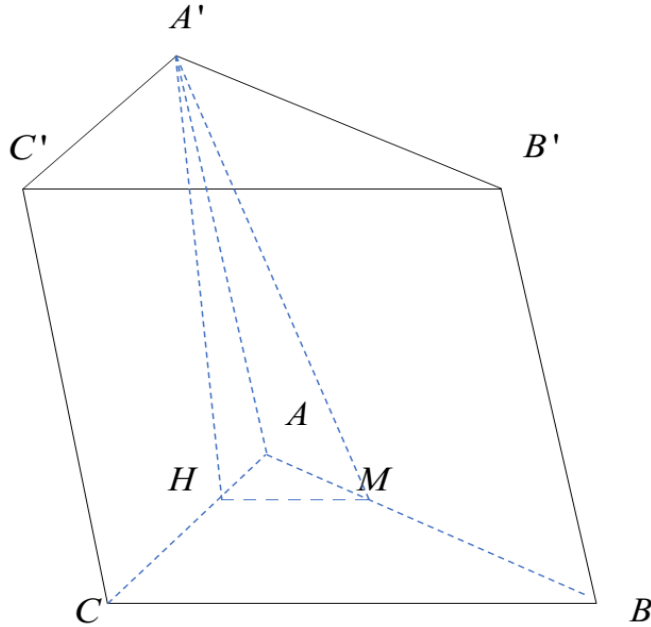
B. $\frac{3}{2}a^3$

C. $\frac{a^3}{3}$

D. $\frac{a^3}{6}$

Lời giải

Chọn B



Kẻ $HM // BC \Rightarrow HM \perp AB$ mà

$$A'H \perp AB \Rightarrow AB \perp (A'MH) \Rightarrow \left(\widehat{ABB'A'}, \widehat{ABC} \right) = \widehat{A'MH} = 60^\circ$$

$$HM = \frac{1}{3}BC = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A'H = HM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a.$$

$$V = A'H \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{1}{2} (a\sqrt{3})^2 = \frac{3a^3}{2}$$

Câu 41: . Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(5; -3; 5)$ cắt d_1 , d_2 tại hai điểm B và C . Độ dài đoạn thẳng BC bằng

A. $3\sqrt{2}$

B. $\sqrt{19}$

C. $2\sqrt{5}$

D. $2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn B

Gọi $B(b+1; -1-b; 2b) \in d_1; C(c; 2c+1; c) \in d_2$.

$$\overrightarrow{AB}(b-4; 2-b; 2b-5); \overrightarrow{AC}(c-5; 2c+4; c-5)$$

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} b-4 = k(c-5) \\ 2-b = k(2c+4) \\ 2b-5 = k(c-5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b-kc+5k=4 \\ -b-2kc-4k=-2 \\ 2b-kc+5k=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ kc=-\frac{1}{2} \\ k=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$c=-1 \Rightarrow B(2, -2, 2), C(-1, -1, -1) \Rightarrow BC = \sqrt{19}$$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AB = BC = a\sqrt{3}$, góc $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $16\pi a^2$.

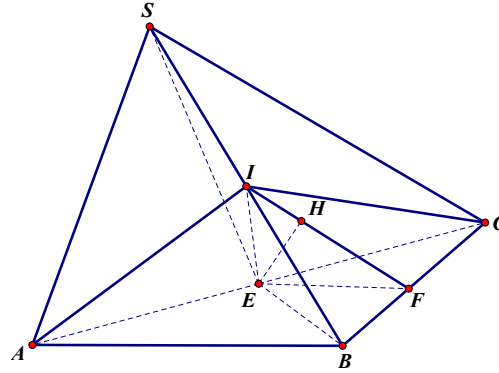
B. $2\pi a^2$.

C. $8\pi a^2$.

D. $12\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm SB

Ta có: + $IS = IA = IB$ ($\triangle SAB$ vuông tại A)

+ $IS = IC = IB$ ($\triangle SCB$ vuông tại C)

$\Rightarrow IS = IB = IA = IC = R \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Gọi E là trung điểm AC , mà $\triangle ABC$ vuông tại B

Nên IE là trục đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

$\Rightarrow IE \perp (ABC)$ tại E .

$$\text{Ta có: } AE \cap (SBC) = C \Rightarrow \frac{d[E, (SBC)]}{d[A, (SBC)]} = \frac{EC}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow d[E, (SBC)] = \frac{1}{2} d[A, (SBC)] = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow EH = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \text{ Ta có: } \frac{1}{EI^2} = \frac{1}{EH^2} - \frac{1}{EF^2} \Rightarrow EI = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$EB = \left(a\sqrt{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow IB = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \sqrt{2} = a\sqrt{3}$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$: $S_{(I;IB)} = 4\pi R^2 = 12\pi a^2$.

Câu 43: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 + 2mz + 1 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 3| = |z_2 + 3|$?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình (1): $z^2 + 2mz + 1 = 0$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì có 2 trường hợp:

TH1: Hai nghiệm $z_1, z_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow m < -1 \vee m > 1$

$$\text{Khi đó: } |z_1 + 3| = |z_2 + 3| \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 + 3 = z_2 + 3 \\ z_1 + 3 = -(z_2 + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = z_2 \text{ (loại)} \\ z_1 + z_2 = -6 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow -2m = -6 \Leftrightarrow m = 3$. So điều kiện, nhận $m = 3$.

TH2: Hai nghiệm $z_1, z_2 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R} \Rightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$

Khi đó: $|z_1 + 3| = |z_2 + 3| \Leftrightarrow \sqrt{(a+3)^2 + b^2} = \sqrt{(a+3)^2 + (-b)^2}$ (luôn đúng).

Vì m nguyên nên nhận $m = 0$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa đề.

Câu 44: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = |1+x| - |1-x|$ trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(1) = 3$.

Tính tổng $F(0) + F(2)$

A. 3.

B. 2.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } f(x) = \begin{cases} -(1+x) - (1-x) & , \text{ khi } x < -1 \\ (1+x) - (1-x) & , \text{ khi } -1 \leq x \leq 1 \\ (1+x) + (1-x) & , \text{ khi } x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} -2 & , \text{ khi } x < -1 \\ 2x & , \text{ khi } -1 \leq x \leq 1 \\ 2 & , \text{ khi } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } F(0) - F(1) + F(2) - F(1) = \int_1^0 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = \int_1^0 2x dx + \int_1^2 2 dx = 1.$$

$$\Rightarrow F(0) + F(2) = 1 + 2F(1) = 1 + 2 \cdot 3 = 7.$$

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$.

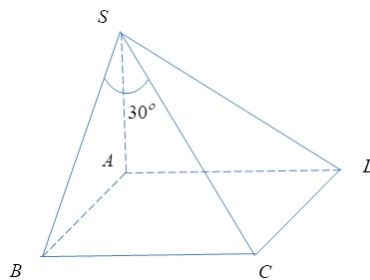
B. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$.

C. $a^3 \sqrt{2}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Có } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow \widehat{(SC, (SAB))} = \widehat{(SC, SB)} = \widehat{BSC} = 30^\circ.$$

$$\text{Xét } \triangle SBC \text{ vuông tại } B \Rightarrow SB = \frac{BC}{\tan 30^\circ} = \frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

Câu 46: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in [-10; 10]$ để hàm số

$y = |3x^4 - 4(a+2)x^3 + 12ax^2 - 30a|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$?

A. 12.

B. 11.

C. 10.

D. 13.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $h(x) = 3x^4 - 4(a+2)x^3 + 12ax^2 - 30a$

$$\Rightarrow h'(x) = 12x^3 - 12(a+2)x^2 + 24ax$$

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} h'(x) \leq 0, \forall x \in (-\infty; -2) \\ h(-2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - ax + 2a \geq 0 \\ 112 + 50a \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x(x-2) \geq a(x-2) \\ a \geq -2, 24 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq x, \forall x \in (-\infty; -2) \\ a \geq -2, 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -2 \\ a \geq -2, 24 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow a \geq -2.$$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} h'(x) \geq 0, \forall x \in (-\infty; -2) \\ h(-2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - ax + 2a \leq 0 \\ 112 + 50a \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x(x-2) \leq a(x-2) \\ a \leq -2, 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq x, \forall x \in (-\infty; -2) \\ a \geq -2, 24 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \in \emptyset \\ a \geq -2, 24 \end{cases} \Leftrightarrow a \in \emptyset.$$

Vậy $a \in [-2; 10]$ nên có 13 giá trị nguyên a thỏa bài toán.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) + xf(x) = \frac{2x}{e^{x^2}}, \forall x \in \mathbb{R}$ và

$f(0) = -2$. Tính $f(-2)$.

A. $f(-2) = \frac{-2}{e^4}$.

B. $f(-2) = \frac{2}{e^4}$.

C. $f(-2) = 2$.

D. $f(-2) = e^2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f'(x) + xf(x) = \frac{2x}{e^{x^2}} \Leftrightarrow e^{\frac{x^2}{2}} f'(x) + e^{\frac{x^2}{2}} xf(x) = \frac{2x}{e^{\frac{x^2}{2}}} \Leftrightarrow \left[e^{\frac{x^2}{2}} f(x) \right]' = \frac{2x}{e^{\frac{x^2}{2}}}$$

$$\Rightarrow \int_{-2}^0 \left[e^{\frac{x^2}{2}} f(x) \right]' dx = \int_{-2}^0 \frac{2x}{e^{\frac{x^2}{2}}} dx \Leftrightarrow e^{\frac{x^2}{2}} f(x) \Big|_{-2}^0 = 2 \int_{-2}^0 \frac{d\left(\frac{x^2}{2}\right)}{e^{\frac{x^2}{2}}} dx = \frac{-2}{e^{\frac{x^2}{2}}} \Big|_{-2}^0$$

$$\Leftrightarrow f(0) - e^2 f(-2) = -2 \left(1 - \frac{1}{e^2} \right) \Leftrightarrow -e^2 f(-2) = \frac{2}{e^2} \Leftrightarrow f(-2) = \frac{-2}{e^4}.$$

Câu 48: Cho các số phức u, v, w thỏa mãn các điều kiện $|u + 4 - 2i| = 2$, $|3v - 1 + i| = |2v + 1 - i|$ và $|w| = |\overline{w} + 2 + 2i|$. Tìm $|w|$ khi $S = |u - w| + |v - w|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $|w| = \frac{\sqrt{13}}{2}$

B. $|w| = \frac{\sqrt{10}}{2}$

C. $|w| = \frac{\sqrt{17}}{2}$

D. $|w| = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Lời giải

Chọn D

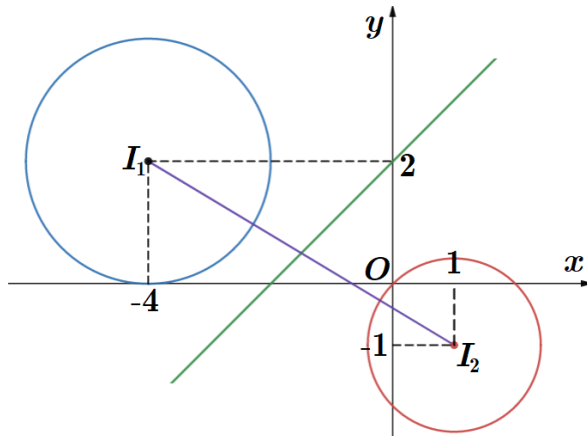
Gọi M, N, P lần lượt là điểm biểu diễn các số phức u, v, w trên mặt phẳng phức.

Ta có $|u + 4 - 2i| = 2$ nên M thuộc (C_1) có $I_1(-4; 2)$, $R_1 = 2$.

$$\begin{aligned} \text{Đặt } v = x + yi, \text{ khi đó } |3v - 1 + i| &= |2v + 1 - i| \Leftrightarrow |(3x - 1) + (3y + 1)i| = |(2x + 1) + (2y - 1)i| \\ \Leftrightarrow (3x - 1)^2 + (3y + 1)^2 &= (2x + 1)^2 + (2y - 1)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0. \end{aligned}$$

Khi đó, N thuộc (C_2) có $I_2(1; -1)$, $R_2 = \sqrt{2}$.

Ta có $|w| = |\overline{w} + 2 + 2i| \Leftrightarrow |w| = |w + 2 - 2i|$, khi đó P thuộc đường trung trực d của đoạn thẳng AB với $A(0; 0)$, $B(-2; 2) \Rightarrow d: x - y + 2 = 0$.



Do (C_1) và (C_2) nằm về hai phía của d nên $S = |u - w| + |v - w| = MP + NP \geq MN$.

Đẳng thức xảy ra khi P là giao điểm của I_1I_2 và d .

Ta có $I_1I_2: \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -1 - 3t \end{cases} \Rightarrow P(1 + 5t; -1 - 3t)$. Thay tọa độ điểm P vào d ta có được

$$(1 + 5t) - (-1 - 3t) + 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-1}{2} \Rightarrow P\left(\frac{-3}{2}; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow w = \frac{-3}{2} + \frac{1}{2}i \Rightarrow |w| = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 0; \sqrt{3})$ và điểm B thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Gọi C là điểm trên tia Oz thỏa mãn $d[C, AB] = d[C, OB] = k$. Thể tích của khối tròn xoay tạo bởi tập hợp tất cả các điểm M mà $CM \leq k$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. (0, 2; 0, 7) .

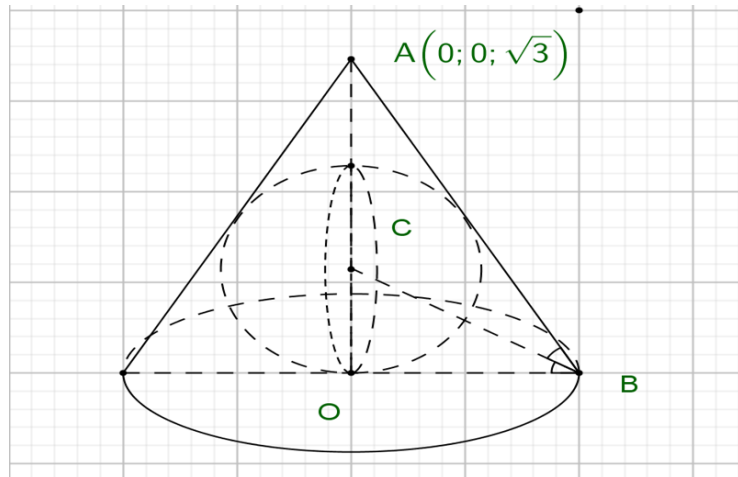
B. (1, 2; 1, 7) .

C. (1, 7; 2, 2) .

D. (0, 7; 1, 2) .

Lời giải

Chọn D



Tam giác OAB vuông tại $O \Rightarrow \frac{1}{2}OB.OA = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OB = 1 \Rightarrow B$ nằm trên đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $r = 1$. Ta có $\tan \widehat{OBA} = \frac{OA}{OB} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{OBA} = 60^\circ$.

Theo bài ra $d[C, AB] = d[C, OB] = k \Rightarrow C \in tia Oz$ và nằm trên tia phân giác trong của $\widehat{OBA} \Rightarrow C$ là chân đường phân giác trong của góc $B \Rightarrow \widehat{OBC} = \frac{\widehat{OBA}}{2} = 30^\circ \Rightarrow OC = k = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Tập hợp các điểm M là khối cầu tâm C , bán kính $R = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow$ Thể tích khối cầu là

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{4\pi}{9\sqrt{3}} \approx 0.806.$$

Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn

$$\log_2 \frac{x+y}{x^2+y^2+2} \geq x(x-4) + y(y-4)?$$

A. 13.

B. 18.

C. 15.

D. 21.

Lời giải

Chọn C

$$\log_2 \frac{x+y}{x^2+y^2+2} \geq x(x-4) + y(y-4) \Leftrightarrow \log_2 (x+y) - \log_2 (x^2+y^2+2) \geq x^2+y^2-4(x+y)$$

$$\Leftrightarrow \log_2 4(x+y) + 4(x+y) \geq \log_2 (x^2+y^2+2) + x^2+y^2+2.$$

$$\text{Đặt } f(t) = \log_2 t + t, (t > 0) \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} f'(t) > 0 \\ f(4(x+y)) \geq f(x^2+y^2+2) \end{cases} \Rightarrow 4x+4y \geq x^2+y^2+2 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 6.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x-2)^2 \leq 6 \\ (y-2)^2 \leq 6 \\ x, y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\sqrt{6}+2 \leq x \leq 2+\sqrt{6} \\ -\sqrt{6}+2 \leq y \leq 2+\sqrt{6} \\ x, y \in \mathbb{Z}, x > 0, y > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1,2,3,4 \\ y=1,2,3,4 \end{cases}.$$

Thay $(x; y)$ thảo điều kiện $\begin{cases} x=1,2,3,4 \\ y=1,2,3,4 \end{cases}$ và $(x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 6$ thì có 15 cặp $(x; y)$ là

$$(x; y) \in \{(1;1), (1;2), (1;3), (1;4), (2;1), (2;2), (2;3), (2;4), (3;1), (3;2), (3;3), (3;4), (4;1), (4;2), (4;3)\}.$$