

Câu 1: Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + \sqrt{y-x+1} = 2 \\ 2y + \sqrt{x-y+1} = 2 \end{cases}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

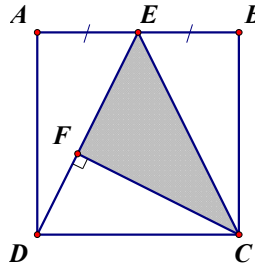
Câu 2: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $x^2 - 3x + 2(x-2)\sqrt{x+3} + m + 3 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt. Số phần tử của S là

A. 25. B. 24. C. 23. D. 26.

Câu 3: Cho $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ và $\sin \varphi = \frac{3}{5}$. Giá trị $\sin\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right)$ bằng

- A. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{10}$. C. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$. D. $\frac{3}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 4: Một mảng tường hình vuông được minh họa bằng hình vẽ (hình vuông $ABCD$, E là trung điểm AB , $CF \perp DE$). Biết rằng phần tô đậm (tam giác CEF) đã được sơn với chi phí 300.000 đồng. Nếu muốn sơn thêm phần còn lại của mảng tường hình vuông đó với chất lượng như phần đã sơn thì số tiền phải trả thêm là



- A. 700.000 đồng. B. 1.000.000 đồng. C. 900.000 đồng. D. 800.000 đồng.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $B(0;2), C(-1;-5)$. Điểm A thuộc đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Độ dài đoạn thẳng OH có giá trị nhỏ nhất bằng

- A. $5 - \sqrt{17}$. B. $5 + \sqrt{17}$. C. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. D. $\sqrt{50} - 5$.

Câu 6: Cho x thỏa mãn $2\cos^2 x + \sin^2 x = \frac{4}{3}$. Giá trị của biểu thức $P = \cos^2 x + 2\sin^2 x$ là

- A. $P = \frac{5}{3}$. B. $P = 1$. C. $P = \frac{4}{3}$. D. $P = \frac{2}{3}$.

Câu 7: Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để phương trình $12\sin x + 5\cos x + 1 = m$ có nghiệm?

A. 27. B. 26. C. 169. D. 339.

Câu 8: Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số sao cho tích các chữ số bằng 6?

A. 9.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Câu 9: Một câu lạc bộ Toán học có n học sinh tham gia. Qua một cuộc khảo sát biết được: cứ mỗi học sinh nam thì quen với đúng 10 bạn nữ và mỗi học sinh nữ thì quen với đúng 8 bạn nam. Biết rằng số học sinh nam và số học sinh nữ chênh lệch nhau 6 em. Chọn ngẫu nhiên 2 học sinh thuộc câu lạc bộ. Xác suất của biến cố chọn được 2 học sinh khác giới bằng

A. $\frac{80}{159}$.

B. $\frac{40}{159}$.

C. $\frac{80}{153}$.

D. $\frac{40}{153}$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 + u_8 = 20$. Giá trị của u_5 bằng

A. 10.

B. 15.

C. $\frac{1}{5}$.

D. 5.

Câu 11: Cho tam giác ABC vuông tại C có các cạnh $BC = x; AC = y; AB = z$ thỏa mãn $\frac{2}{3}x; y; 4z$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Giá trị $\cos B$ là

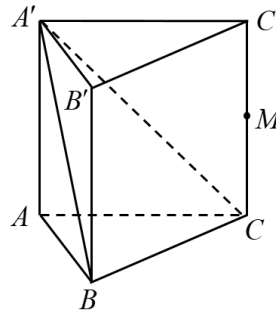
A. $\cos B = \frac{1}{3}$.

B. $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\cos B = \frac{1}{2}$.

D. $\cos B = \frac{2}{3}$.

Câu 12: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a\sqrt{3}$ và $AA' = 4a$. Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng



A. $\frac{6a}{5}$.

B. $\frac{12a}{5}$.

C. $5a$.

D. $\frac{5a}{12}$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A . Biết $AB = 2$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3$. Gọi M là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng

A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

B. $\frac{6\sqrt{13}}{13}$.

C. 1.

D. 3.

Câu 14: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{x^2 - 3x}$ là

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2

Câu 15: Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số nào sau đây?

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. B. $y = \frac{x-1}{2x+1}$. C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

Câu 16: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + x$. B. $y = \frac{x}{x+1}$. C. $y = x^2 + 1$. D. $y = x^3 + x^2$.

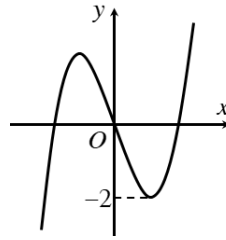
Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(2x-x^2)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 18: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x + \sqrt{x^2 - 2}}{x - 2}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $2f(x) + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

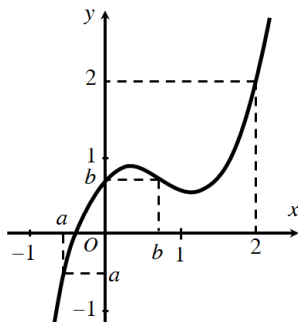
Câu 20: Với các giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = \frac{(m+1)x + 2m + 2}{x + m}$ nghịch biến trên $(-1; +\infty)$?

A. $1 \leq m < 2$. B. $-1 < m < 2$. C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$. D. $1 < m < 2$.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy gọi M, N tương ứng là điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$. Điểm F thuộc trục hoành Ox , giá trị nhỏ nhất $FM + FN$ bằng

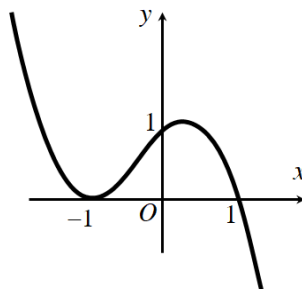
A. $2\sqrt{10}$. B. $5 + \sqrt{5}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{26} + \sqrt{2}$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trong khoảng $(0; 2\pi)$, phương trình $f(1 + \cos x) = 1 + \cos x$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?



A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 23: Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có $f(1) = 2$; $f(-1) = \frac{2}{3}$; đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f^2(x) - 6f(x)$, mệnh đề nào sau đây đúng?



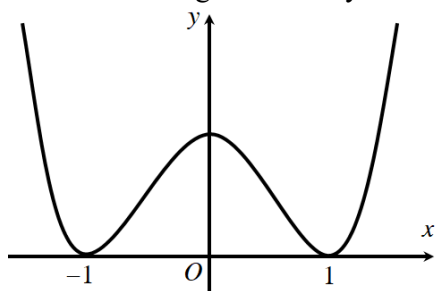
A. $\min_{\mathbb{R}} g(x) = -8$.

B. $\max_{\mathbb{R}} g(x) = -8$.

C. $\min_{\mathbb{R}} g(x) = -\frac{32}{9}$.

D. $\max_{\mathbb{R}} g(x) = -\frac{32}{9}$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(1; 2)$.

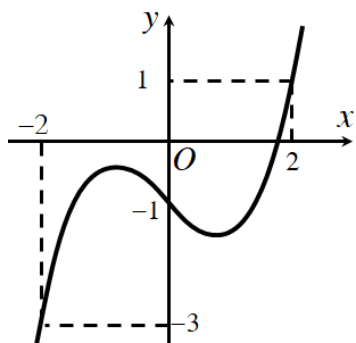
B. $(-1; 1)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 25:

Cho $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn thỏa mãn $f(0) = 0$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = |2f(x^2 + x) - x^4 - 2x^3 + x^2 + 2x|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



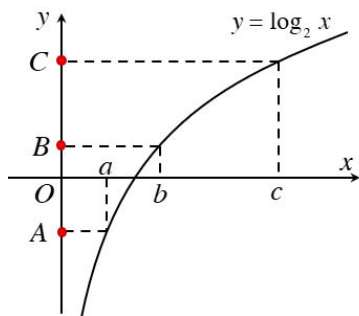
A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Câu 26: Cho hàm số $y = \log_2 x$ có đồ thị như hình vẽ, B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Khẳng định nào sau đây là đúng về giá trị của các số a, b, c ?



- A. $ac = b^2$. B. $a + c = 2b$. C. $ac = 2b^2$. D. $ac = b$.

Câu 27: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \left(\frac{m^2 - 1}{15}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- A. 4. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 28: Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $2^{x-1} = 3^{x^2-x}$. Giá trị của biểu thức $M = 3^{x_1} + 3^{x_2}$ là

- A. $M = 5$. B. $M = 12$. C. $M = 4$. D. $M = 6$.

Câu 29: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = \log_2 \left(\frac{1}{4} x^2 y^4\right) - \log_{\sqrt{2}} y$, giá trị của biểu thức $F = x^2 + y^2$ bằng

- A. 6. B. 5. C. 14. D. 10.

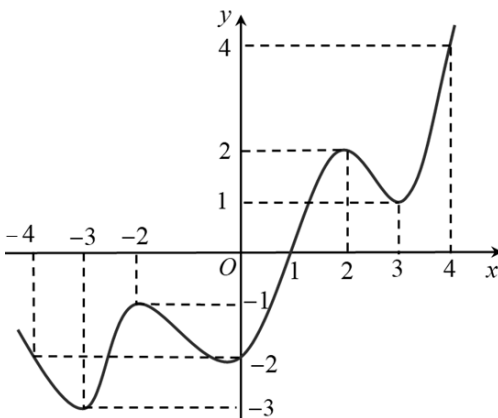
Câu 30: Cho x, y là các số thực dương sao cho $\ln\left(1 + \frac{x}{y}\right) + x^2(x + 3y) = 7y^3 - 3xy^2 + \ln 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x^2 + \frac{1}{x + 3y}$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{12}$. D. 1.

Câu 31: Bất phương trình $4^x - (x + 5)2^x + 4(x + 1) \geq 0$ có tập nghiệm $S = [a; b] \cup [c; +\infty)$. Tính tổng $a + b + c$.

- A. 3. B. $\frac{2}{3}$. C. -5. D. 12.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của tích phân $I = \int_{-2}^2 f'(x) dx$ là



- A. $I = 3$. B. $I = -3$. C. $I = 4$. D. $I = -4$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) = e^x + \int_0^1 xf'(x)dx$. Giá trị của $f(0)$ bằng

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 34: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2x + 1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tích phân $I = \int_1^{e^3} \frac{f(\ln x + 1)}{x} dx$ bằng

- A. $I = \frac{74}{3}$. B. $I = \frac{52}{3}$. C. $I = \frac{56}{3}$. D. $I = 20$.

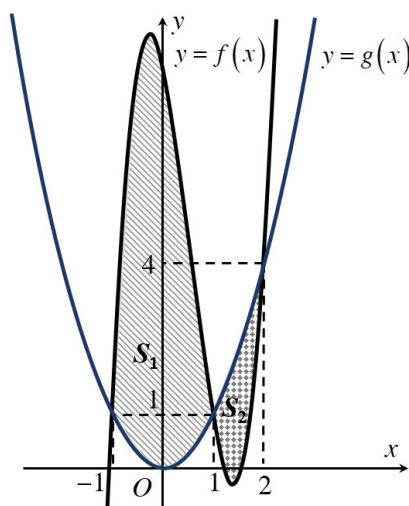
Câu 35: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 2x\sqrt{x}$ và $f(1) = 1$. Giá trị $f(4)$ bằng

- A. $\frac{17}{4}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $-\frac{17}{2}$. D. $-\frac{7}{2}$.

Câu 36: Cho $f(x)$ là hàm số có đạo hàm trên $(0; 2)$ đồng thời $f(x)$ liên tục trên $[0; 2]$ và thỏa mãn điều kiện $f^3(x) + f(x) = x, \forall x \in [0; 2]$. Giá trị của tích phân $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 37: Cho $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc ba và $y = g(x)$ là hàm bậc hai, có đồ thị như hình vẽ. Hai đồ thị cắt nhau tại các giao điểm có hoành độ lần lượt là $-1; 1; 2$. Biết $S_1 - S_2 = 9$ (với S_1, S_2 tương ứng là diện tích của các miền gạch sọc tại đó). Giá trị của $\int_0^2 f(x)dx$ bằng



- A. $\frac{16}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. -2 .

Câu 38: Hình chóp ngũ giác có số đỉnh của hình đa diện đã cho là

- A. 6. B. 5. C. 7. D. 10.

Câu 39: Hình lập phương có tổng diện tích tất cả các mặt là $54a^2$. Thể tích của khối lập phương là

- A. $27a^3$. B. $64a^3$. C. $9a^3$.

D. $\frac{64a^3}{3}$.

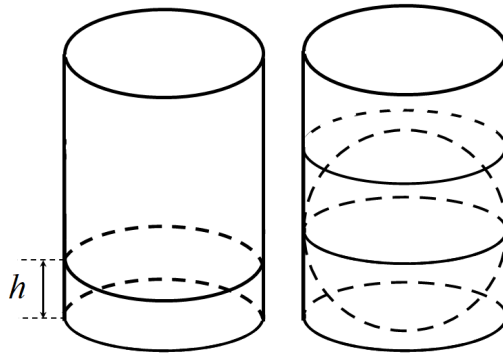
Câu 40: Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 2a\sqrt{2}$, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4a^3}{3}$. B. $4a^3$. C. $\frac{32a^3}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 41: Cho hình nón đỉnh S . Một mặt phẳng (P) đi qua S hợp với trục của nón một góc 30° , cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác vuông có diện tích bằng $50(\text{cm}^2)$. Bán kính đáy của hình nón bằng

A. $\frac{5\sqrt{10}}{2}(\text{cm})$. B. $\frac{5\sqrt{13}}{2}(\text{cm})$. C. $\frac{5\sqrt{14}}{2}(\text{cm})$. D. $\frac{5\sqrt{22}}{2}(\text{cm})$.

Câu 42: Đặt thẳng bằng một chiếc bình hình trụ có chứa nước trên một bề mặt nằm ngang, biết mực nước trong bình cao bằng h . Người ta bỏ một quả cầu bằng thép đặc có bán kính r lọt vừa khít vào bình nước và thấy lượng nước dâng lên vừa ngập hết quả cầu (xem hình minh họa bên). Tỷ số $\frac{h}{r}$ bằng



A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 43: Một hợp tác xã xoài ở Đồng Tháp sản xuất mặt hàng xoài sấy. Thành phẩm xoài sấy được chứa trong những hộp hình trụ với thể tích $V = 270(\text{cm}^3)$. Để chi phí nguyên liệu làm vỏ hộp thấp nhất, người ta thiết kế hình trụ có diện tích toàn phần nhỏ nhất. Khi đó bán kính đáy của hộp xoài sấy gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $\frac{7}{2}(\text{cm})$. B. $\frac{13}{2}(\text{cm})$. C. $\frac{11}{3}(\text{cm})$. D. $\frac{8}{3}(\text{cm})$.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tọa độ điểm M thuộc trục Ox và cách đều hai điểm $A(-5; -3; 4)$ và $B(3; -5; -8)$ là

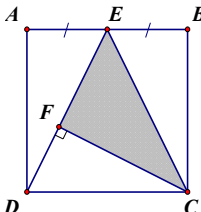
A. $M(3; 0; 0)$. B. $M(-3; 0; 0)$. C. $M(5; 0; 0)$. D. $M(-5; 0; 0)$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -2)$, $B(-1; 5; 6)$. Biết C là điểm đối xứng của A qua B . Tọa độ điểm C là

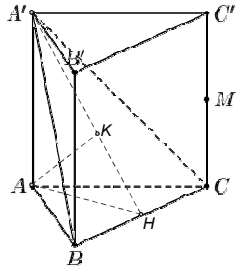
A. $(-5; 9; 14)$. B. $(1; 3; 2)$. C. $(1; 11; 10)$. D. $(7; -3; -10)$.

- Câu 46:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 12y + 4z - 25 = 0$. Thể tích khối cầu (S) là
- A. $V = 972\pi$ B. $V = 2916\pi$. C. $V = 729\pi$. D. $V = 81\pi$.
- Câu 47:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-5;1;-3)$ và $B(7;-3;9)$. Phương trình mặt cầu nhận AB làm đường kính là
- A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 76$. B. $(x+5)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 19$.
C. $(x-7)^2 + (y+3)^2 + (z-9)^2 = 44$. D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 304$.
- Câu 48:** Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2;1;3)$, $B(-1;1;4)$, $C(1;2;-1)$ và $I(a;b;0)$. Biết rằng biểu thức $S = \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IC}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $S = a + b$ có giá trị là
- A. $S = \frac{3}{2}$. B. $S = \frac{-3}{2}$. C. $S = \frac{13}{2}$. D. $S = \frac{9}{2}$.
- Câu 49:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;6)$ và $I(3;4;3)$. Điểm M di động trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MI = \sqrt{10}$. Trong trường hợp AM đạt giá trị nhỏ nhất thì diện tích tam giác OAM bằng
- A. 12. B. 10. C. 18. D. 24.
- Câu 50:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $abc \neq 0$ và thỏa mãn $a + 2b + 3c = 28$. Xét mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$. Trong trường hợp (S) có diện tích nhỏ nhất, thể tích tứ diện $OABC$ bằng
- A. 8. B. $\frac{5488}{243}$. C. 16. D. $\frac{1372}{81}$.

Họ và tên người ra đề: Nguyễn Xuân Thu-Bùi Phú Hữu-Nguyễn Trần Mỹ
Phương Trang

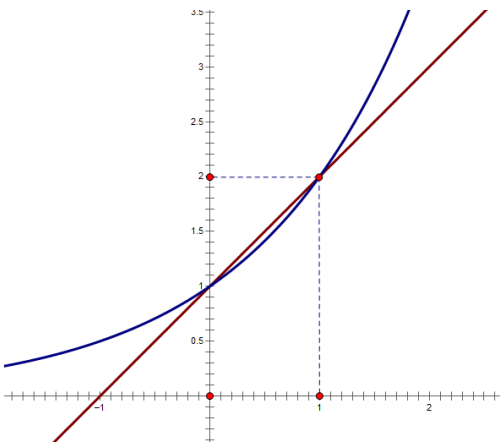
CÂU HỎI	PHƯƠNG ÁN ĐÚNG	TÓM TẮT LỜI GIẢI								
1	A	$\begin{cases} 2x + \sqrt{y-x+1} = 2 \\ 2y + \sqrt{x-y+1} = 2 \end{cases} \Rightarrow 2(x-y) + \sqrt{y-x+1} - \sqrt{x-y+1} = 0$ $\Rightarrow 2(x-y) - \frac{2(x-y)}{\sqrt{y-x+1} + \sqrt{x-y+1}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = y & (1) \\ \sqrt{y-x+1} + \sqrt{x-y+1} = 1 & (2) \end{cases}$ * (1) $\Rightarrow x = y = \frac{1}{2}$ thỏa mãn. * (2) $\Rightarrow 2 + 2\sqrt{y-x+1}\sqrt{x-y+1} = 1$ vô lý. Phương trình có nghiệm duy nhất.								
2	A	$x^2 - 3x + 2(x-2)\sqrt{x+3} + m + 3 = 0 \Leftrightarrow (x + \sqrt{x+3})^2 - 4(x + \sqrt{x+3}) + m = 0$ Đặt $t = x + \sqrt{x+3}$ đồng biến trên $(-3; +\infty)$ và $t(-3) = -3$ Ta được $t^2 - 4t + m = 0 \Leftrightarrow m = -t^2 + 4t$ (*) <table><tr><td>t</td><td>-3</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td>-21</td><td>4</td><td>$-\infty$</td></tr></table> Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi (*) có hai nghiệm phân biệt, khi $-21 \leq m < 4 \Rightarrow$ có 25 giá trị m.	t	-3	2	$+\infty$	$f(t)$	-21	4	$-\infty$
t	-3	2	$+\infty$							
$f(t)$	-21	4	$-\infty$							
3	A	$0 < \varphi < \frac{\pi}{2}, \sin \varphi = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{4}{5};$ $\sin\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right) = \sin \varphi \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} \cos \varphi = \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$								
4	A									

CÂU HỎI	PHƯƠNG ÁN ĐÚNG	TÓM TẮT LỜI GIẢI
		Đặt $AB = x \Rightarrow S_{ABCD} = x^2 \Rightarrow S_{EDC} = \frac{x^2}{2}$ $DE = CE = \frac{x\sqrt{5}}{2}; CF = \frac{2S_{EDC}}{DE} = \frac{2x}{\sqrt{5}} \Rightarrow EF = \frac{3}{2\sqrt{5}}x \Rightarrow S_{CEF} = \frac{3}{10}x^2$ $\Rightarrow S_{CEF} = \frac{3}{10}S_{ABCD}$ $\Rightarrow$ Chi phí sơn toàn bộ hình vuông là 1.000.000 đồng $\Rightarrow$ Trả thêm 700.000 đồng.
5	A	A, B, C cùng thuộc đường tròn tâm $I(3; -2)$ bán kính $r = 5$ H là trực tâm tam giác ABC nên H thuộc đường tròn tâm I', bán kính $r = 5$ với I' đối xứng với I qua BC. Có $I'(-4; -1) \Rightarrow \min OH = OI' - R = 5 - \sqrt{17}$
6	A	Ta có $\frac{4}{3} + P = 3(\cos^2 x + \sin^2 x) = 3 \Rightarrow P = \frac{5}{3}$.
7	A	Phương trình đã cho có nghiệm khi $-12 \leq m \leq 14$. Có 27 giá trị m thỏa.
8	A	TH1: có 3 số gồm 2 chữ số 1 và 1 chữ số 6. TH2: có 3! số gồm có 1 chữ số 2, 1 chữ số 3 và 1 chữ số 1. Vậy tổng số là $3 + 6 = 9$ số.
9	A	Gọi x là số học sinh nam và y là số học sinh nữ. Do cứ mỗi học sinh nam thì quen với đúng 10 bạn nữ và mỗi học sinh nữ thì quen với đúng 8 bạn nam, nên ta có số cặp nam nữ quen nhau được tính theo hai cách lần lượt là $10x$ và $8y$. Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 10x = 8y \\ x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 30 \end{cases}$ Vậy tổng số học sinh là 54. Xác suất cần tìm là $\frac{30 \cdot 24}{C_{54}^2} = \frac{80}{159}$.
10	A	$u_5 = \frac{u_2 + u_8}{2} = 10$
11	A	Do tam giác ABC vuông tại C nên $z^2 = x^2 + y^2$ và $y^2 = \frac{2}{3}x \cdot 4z \Leftrightarrow y^2 = \frac{8}{3}xz$. Từ đó ta có $z^2 = x^2 + \frac{8}{3}xz \Leftrightarrow 3\left(\frac{x}{z}\right)^2 + 8\frac{x}{z} - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{z} = \frac{1}{3} & (n) \\ \frac{x}{z} = -3 & (l) \end{cases}$.
12		Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên BC và $A'H$.

CÂU HỎI	PHƯƠNG ÁN ĐÚNG	TÓM TẮT LỜI GIẢI
		 Ta có $d(M, (A'BC)) = \frac{1}{2}d(C', (A'BC)) = \frac{1}{2}d(A, (A'BC)) = \frac{1}{2}AK$. Mà $AH = \frac{2a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 3a$; $AA' = 4a$ nên $AK = \frac{AH \cdot AA'}{\sqrt{AH^2 + AA'^2}} = \frac{12a}{5} \Rightarrow d(M, (A'BC)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{12a}{5} = \frac{6a}{5}$.
13		Gọi N là trung điểm AB. Ta có $MN \parallel AC$ suy ra $d(AC, SM) = d(AC, (SMN)) = AH$ Với H là hình chiếu của A lên cạnh SN. Ta có $AN = 1$, $SA = 3$ suy ra $AH = \frac{AN \cdot SA}{SN} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$.
14	A	Tiệm cận đứng $x = 3$
15	A	$y' > 0$
16	A	$y' = 3x^2 + 1$
17	A	$f'(x) = 0$ có ba nghiệm 0, 1, 2 trong đó 0, 1 là các nghiệm kép.
18	A	Tiệm cận ngang $y = 3, y = 1$
19	A	$2f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}$ có 3 nghiệm.
20	A	$y = \frac{(m+1)x + 2m + 2}{x + m}$ xác định khi $x \neq -m$ nên $-m \notin (-1; +\infty) \Rightarrow -m \leq -1 \Rightarrow m \geq 1$. $y' = \frac{(m+1)m - (2m+2)}{(x+m)^2} < 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 2$. Do đó $1 \leq m < 2$.
21	A	Điểm cực trị $M(0;5), N(2;1)$ Gọi M' đối xứng với M qua $Ox, M'(0;-5)$. $FM + FN$ nhỏ nhất khi F là giao điểm của Ox và $M'N$. Khi đó $\min(FM + FN) = M'N = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}$
22	A	Đặt $x \in (0; 2\pi) \Rightarrow \cos x \in [-1; 1)$

CÂU HỎI	PHƯƠNG ÁN ĐÚNG	TÓM TẮT LỜI GIẢI																																			
		$f(1 + \cos x) = 1 + \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \cos x = a \in (-1; 0) \\ 1 + \cos x = b \in (0; 1) \\ 1 + \cos x = 2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = a - 1 \in (-2; -1)(L) \\ \cos x = b - 1 \in (-1; 0) \\ \cos x = 1(L) \end{cases}$ Vậy phương trình có 2 nghiệm.																																			
23	A	$g(x) = f^2(x) - 6f(x) \Rightarrow g'(x) = 2f(x)f'(x) - 6f'(x) = 2[f(x) - 3]f'(x)$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td></td><td>2</td><td></td></tr></table> $f(x) < 3 \forall x \in R \Rightarrow f(x) - 3 < 0 \forall x \in R$ $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td></td><td></td><td>-8</td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$f'(x)$		$+$	0	$-$	$f(x)$			2		x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$f'(x)$		$+$	0	$-$	$g'(x)$		$-$	0	$+$	$g(x)$			-8	
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$																																	
$f'(x)$		$+$	0	$-$																																	
$f(x)$			2																																		
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$																																	
$f'(x)$		$+$	0	$-$																																	
$g'(x)$		$-$	0	$+$																																	
$g(x)$			-8																																		
24	A	$y = f(x^2 - 2x)$ $y' = (2x - 2).f'(x^2 - 2x)$ $f(x^2 - 2x) \text{ đồng biến khi } (2x - 2).f'(x^2 - 2x) \geq 0$ $\begin{cases} 2x - 2 > 0 \\ f'(x^2 - 2x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -1 < x^2 - 2x < 0; x^2 - 2x > 1 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x - 2 < 0 \\ f'(x^2 - 2x) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x^2 - 2x < -1; 0 < x^2 - 2x < 1 \end{cases}$ Các khoảng đồng biến là $(1 - \sqrt{2}; 0), (1; 2), (1 + \sqrt{2}; +\infty)$.																																			
25	A	$g(x) = \left 2f(x^2 + x) - x^4 - 2x^3 + x^2 + 2x \right $ Xét hàm số $h(x) = 2f(x^2 + x) - x^4 - 2x^3 + x^2 + 2x$ có																																			

CÂU HỎI	PHƯƠNG ÁN ĐÚNG	TÓM TẮT LỜI GIẢI																								
		$h'(x) = 2(2x+1)f'(x^2+x) - 4x^3 - 6x^2 + 2x + 2$$= 2(2x+1)[f'(x^2+x) - (x^2+x-1)]$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=0 \\ f'(x^2+x) = x^2+x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{2} \\ x^2+x = -2 \\ x^2+x = 0 \\ x^2+x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left\{-2; -1; \frac{-1}{2}; 0; 1\right\}$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>-1</td><td>$\frac{-1}{2}$</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$h'(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$h(x)$</td><td></td><td></td><td></td><td>0</td><td></td><td>0</td><td></td></tr></table> $y = h(x) = 2f(x^2+x) - x^4 - 2x^3 + x^2 + 2x$ có 5 điểm cực trị và đồ thị của nó cắt Ox tại 2 điểm nên hàm số $g(x) = h(x)$ có tất cả 7 điểm cực trị.	x	$-\infty$	-2	-1	$\frac{-1}{2}$	0	1	$+\infty$	$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	$h(x)$				0		0	
x	$-\infty$	-2	-1	$\frac{-1}{2}$	0	1	$+\infty$																			
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$																			
$h(x)$				0		0																				
26	A	B là trung điểm của AC nên ta có $\log_2 a + \log_2 c = 2\log_2 b \Leftrightarrow a.c = b^2$.																								
27	A	Hàm số nghịch biến trên R khi và chỉ khi $0 < \frac{m^2-1}{15} < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1 > 0 \\ m^2-1 < 15 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 4 \Leftrightarrow m \in \{-2; -3; 2; 3\}$																								
28	A	$2^{x-1} = 3^{x^2-x}$ $\Leftrightarrow \log_3 2^{x-1} = \log_3 3^{x^2-x}$ $\Leftrightarrow (x-1)\log_3 2 = x^2-x$ $\Leftrightarrow x(x-1) = (x-1)\log_3 2$ $\Leftrightarrow (x-1)(x-\log_3 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \log_3 2 \end{cases}$ $M = 3^{x_1} + 3^{x_2} = 3^1 + 3^{\log_3 2} = 3 + 2 = 5.$																								
29	A	Điều kiện: $x > 0, y > 0$. $\log_2^2 x = \log_2 \left(\frac{1}{4} x^2 y^4 \right) - \log_{\sqrt{2}}^2 y$ $\Leftrightarrow (\log_2 x - 1)^2 + (2\log_2 y - 1)^2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ 2\log_2 y = 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \sqrt{2} \end{cases}$ $\Rightarrow x^2 + y^2 = 6.$																								

CÂU HỎI	PHƯƠNG ÁN ĐÚNG	TÓM TẮT LỜI GIẢI
30	A	$\ln\left(1+\frac{x}{y}\right)+x^2(x+3y)=7y^3-3xy^2+\ln 2 \quad (1)$ $\Leftrightarrow \ln\left(1+\frac{x}{y}\right)+(x+y)^3=8y^3+\ln 2$ $\Leftrightarrow \ln(x+y)+(x+y)^3=\ln(2y)+(2y)^3 \quad (2)$ Xét hàm đặc trưng $f(t)=\ln t+t^3 \quad (t>0)$ Ta có $f'(t)=\frac{1}{t}+3t^2>0, \forall t>0$. (1) $\Leftrightarrow x+y=2y \Rightarrow y=x$. $T=x^2+\frac{1}{x+3y}=x^2+\frac{1}{4x}=x^2+\frac{1}{8x}+\frac{1}{8x}\geq \frac{3}{4}$ Suy ra $\text{Min}T=\frac{3}{4}$ khi $x^2=\frac{1}{8x} \Leftrightarrow x=y=\frac{1}{2}$.
31	A	Đặt $t=2^x, t>0$. Bất phương trình đã cho trở thành: $t^2-(x+5)t+4(x+1)\geq 0 \Leftrightarrow (t-4)(t-x-1)\geq 0$ TH1: $\begin{cases} t-4\geq 0 \\ t-x-1\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t\geq 4 \\ t-x-1\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x\geq 4 \\ 2^x\geq x+1 \end{cases}$ TH2: $\begin{cases} t-4\leq 0 \\ t-x-1\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t\leq 4 \\ t-x-1\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x\leq 4 \\ 2^x\leq x+1 \end{cases}$  Dựa vào đồ thị ta thấy tập nghiệm là $S=[0;1]\cup[2;+\infty)$. Suy ra $a=0, b=1, c=2$.
32	A	$I=\int_{-2}^2 f'(x)dx=f(2)-f(-2)=3.$
33	A	Đặt $\int_0^1 xf(x)dx=a \Rightarrow f(x)=e^x+a$. Theo đề ta có $e^x+a=e^x+\int_0^1 x[e^x+a]dx$

CÂU HỎI	PHƯƠNG ÁN ĐÚNG	TÓM TẮT LỜI GIẢI
		$\Leftrightarrow a = \int_0^1 x e^x dx + a \int_0^1 x dx$ $\Leftrightarrow a = 1 + \frac{a}{2} \Rightarrow a = 2$ $\Rightarrow f(x) = e^x + 2 \Rightarrow f(0) = 3.$
34	A	Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) = 5$ nên hàm số liên tục tại $x = 2$. Vậy hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đặt $t = \ln x + 1 \Rightarrow dt = \frac{dx}{x}$. Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = 1$; $x = e^3 \Rightarrow t = 4$. Khi đó $I = \int_1^{e^3} \frac{f(\ln x + 1)}{x} dx = \int_1^4 f(t) dt = \int_1^2 f(t) dt + \int_2^4 f(t) dt$. $= \int_1^2 (2t + 1) dt + \int_2^4 (t^2 + 1) dt = \frac{74}{3}.$
35	A	$f'(x) \cdot \sqrt{x} + \frac{f(x)}{2\sqrt{x}} = x \Leftrightarrow f'(x) \cdot \sqrt{x} + (\sqrt{x})' \cdot f(x) = x \Leftrightarrow [f(x) \cdot \sqrt{x}]' = x$ Lấy nguyên hàm hai vế $f(x) \cdot \sqrt{x} = \frac{x^2}{2} + C$ Mà $f(1) = 1$ suy ra $C = \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{x^2 + 1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f(4) = \frac{17}{4}$.
36	A	Ta có $f^3(0) + f(0) = 0 \Leftrightarrow f(0) = 0$ $f^3(2) + f(2) = 2 \Leftrightarrow f(2) = 1$ $I = \int_0^2 f(x) dx = xf(x) \Big _0^2 - \int_0^2 x \cdot f'(x) dx$ $= 2 - \int_0^2 [f^3(x) + f(x)] \cdot f'(x) dx = 2 - \left(\frac{f^4(x)}{4} + \frac{f^2(x)}{2} \right) \Big _0^2 = 2 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) = \frac{5}{4}.$
37	A	Đồ thị hàm số $y = g(x)$ đi qua ba điểm $A(-1;1), B(1;1), C(2;4)$ nên ta có $y = g(x) = x^2$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm như hình vẽ nên ta có $f(x) - g(x) = a(x^2 - 1)(x - 2) \text{ với } a > 0.$ Khi đó: $S_1 - S_2 = 9$ $\Leftrightarrow a \int_{-1}^1 (x^2 - 1)(x - 2) dx - a \int_1^2 (x^2 - 1)(x - 2) dx = 9$ $\Leftrightarrow \frac{8a}{3} - \frac{5a}{12} = 9 \Leftrightarrow \frac{9a}{4} = 9 \Leftrightarrow a = 4.$

CÂU HỎI	PHƯƠNG ÁN ĐÚNG	TÓM TẮT LỜI GIẢI
		Suy ra $f(x) = 4(x^2 - 1)(x - 2) + g(x) = 4(x^2 - 1)(x - 2) + x^2$. Vậy $\int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 [4(x^2 - 1)(x - 2) + x^2]dx = \frac{16}{3}$.
38	A	Số đỉnh là 6
39	A	Diện tích mỗi mặt bằng $9a^2$ Suy ra cạnh bằng $3a$. Thể tích $27a^3$.
40	A	$V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{hv} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 4a^2 = \frac{4a^3}{3}$
41	A	$l^2 = 2.50 = 100 \Rightarrow l = 10$ Đường cao thiết diện $5\sqrt{2} \Rightarrow h = 5\sqrt{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{5\sqrt{6}}{2}$ $r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{100 - \frac{75}{2}} = \frac{5\sqrt{10}}{2}$
42	A	Ta có $\pi r^2 h + \frac{4}{3} \pi r^3 = \pi r^2 \cdot 2r \Rightarrow \frac{h}{r} = \frac{2}{3}$.
43	A	Gọi $r (r > 0)$ là bán kính đáy của lon nước ép. Khi đó $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2}$. Diện tích toàn phần: $S(r) = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r \frac{V}{\pi r^2} + 2\pi r^2 = \frac{2V}{r} + 2\pi r^2$. Ta có $\frac{V}{r} + \frac{V}{r} + 2\pi r^2 \geq 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$. Đẳng thức xảy ra khi $\frac{V}{r} = 2\pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{270}{2\pi}} \approx 3,5$.
44	A	$MA = MB$ suy ra $M(3; 0; 0)$.
45	A	B là trung điểm AC nên $C(-5; 9; 14)$.
46	A	$V_{kc} = \frac{4}{3} \pi R^3 = 972\pi$.
47	A	Tâm $I(1; -1; 3)$, $R = \sqrt{76}$.
48	A	$\overrightarrow{IA} = (2 - a; 1 - b; 3)$, $\overrightarrow{IB} = (-1 - a; 1 - b; 4)$, $\overrightarrow{IC} = (1 - a; 2 - b; -1)$. $\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = a^2 + b^2 - a - 2b + 11$, $\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IC} = a^2 + b^2 - 3b - 3$. $T = 3a^2 - a + 3b^2 - 8b + 5 = 3\left(a - \frac{1}{6}\right)^2 + 3\left(b - \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{5}{12} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{6} \\ b = \frac{4}{3} \end{cases}$ Vậy $S = a + b = \frac{3}{2}$

CÂU HỎI	PHƯƠNG ÁN ĐÚNG	TÓM TẮT LỜI GIẢI
49	A	Do $MI = \sqrt{10}$ nên M nằm trên mặt cầu (S) tâm I bán kính $R = \sqrt{10}$. Mặt khác M thuộc (Oxy) suy ra M sẽ di động trên đường tròn (C) là giao tuyến của (S) và (Oxy). (C) có bán kính $r = \sqrt{10 - IH} = \sqrt{10 - 9} = 1$. (với H là hình chiếu của I lên (Oxy)) AM nhỏ nhất khi OM nhỏ nhất. $OM_{\min} = OH - r = 4$. Suy ra $S_{OAM} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12$.
50	A	Bán kính mặt cầu $R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. (S) có diện tích nhỏ nhất khi R nhỏ nhất, tức là $a^2 + b^2 + c^2$ nhỏ nhất. Ta có $28 = a + 2b + 3c \leq \sqrt{(1+4+9)(a^2 + b^2 + c^2)} = 2R \cdot \sqrt{14}$ suy ra $R \geq \sqrt{14}$. Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} \\ a + 2b + 3c = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \\ c = 6 \end{cases}$. Suy ra thể tích tứ diện $OABC$ là 8.

--- HẾT ---