

THÂN TẶNG QUÝ THẦY CÔ VÀ CÁC EM HỌC SINH TOÀN QUỐC

HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VẬN DỤNG CAO, PHÂN LOẠI
CỰC TRỊ SIÊU VIỆT LỚP 12 THPT
PHẦN 1 – 10

$$\frac{4x + 9y + 1994}{e^{4x+9y+1993}} \leq 1$$

CREATED BY GIANG SƠN
TP.THÁI BÌNH; THÁNG 4/2020

ÔN TẬP HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT LỚP 12 THPT
(LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO, PHÂN LOẠI – CỰC TRỊ SIÊU VIỆT.1)

Câu 1. Cho $m = \log_a \sqrt[3]{ab}$ với $a > 1$, $b > 1$ và $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a$. Tìm m để P đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 4$ D. $m = 2,5$

Câu 2. Cho $a, b, c > 1$ và biểu thức $P = \log_a(bc) + \log_b(ca) + \log_c(ab)$ đạt giá trị lớn nhất bằng m khi $\log_b c = n$. Tính $m + n$.

- A. $m + n = 10$ B. $m + n = 12$ C. $m + n = 14$ D. $m + n = 12,5$

Câu 3. Cho $a > 1$, $b > 1$. Tìm giá trị bé nhất của biểu thức $S = \frac{1}{\log_{ab} a} + \frac{1}{\log_{\sqrt[4]{ab}} b}$.

- A. $\frac{4}{9}$ B. 2,25 C. 4,5 D. 0,25

Câu 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của $g(x) = \frac{f'(x)}{\ln x}$ với $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \ln x$.

- A. 2 B. $3\sqrt[3]{9}$ C. $\sqrt[3]{2} + \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ D. 3

Câu 5. Cho x, y thỏa mãn $\log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = 2x - y$.

- A. 4 B. -4 C. $2\sqrt{3}$ D. $\frac{10}{\sqrt{3}}$

Câu 6. Cho $x > 0$, $y > 0$ thỏa mãn $\ln x + \ln y \geq \ln(x^2 + y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x + y$.

- A. $P = 6$ B. $P = 2 + 3\sqrt{2}$ C. $P = 3 + 2\sqrt{2}$ D. $P = 4$

Câu 7. Xét các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = \log_{\frac{a}{b}}^2(a^2) + 3 \log_b \frac{a}{b}$.

- A. $P_{\min} = 15$ B. $P_{\min} = 13$ C. $P_{\min} = 14$ D. $P_{\min} = 19$

Câu 8. Cho $1 < x < 64$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_2^4 x + 12 \log_2^2 x \cdot \log_2 \frac{8}{x}$.

- A. $P_{\max} = 64$ B. $P_{\max} = 96$ C. $P_{\max} = 96$ D. $P_{\max} = 81$

Câu 9. Cho $x > 0$, $y > 0$ thỏa mãn $\log(x+2y) = \log x + \log y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{x^2}{1+2y} + \frac{4y^2}{1+x}$.

- A. 6,4 B. 6 C. 6,2 D. 5,8

Câu 10. Cho $a > 0$, $b > 0$ thỏa mãn $b^2 = 3ab + 4a^2$ và $a \in [4; 2^{32}]$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_{\frac{b}{8}} 4a + \frac{3}{4} \log_2 \frac{b}{4}$. Tính tổng $T = M + m$.

- A. $T = \frac{1897}{62}$ B. $T = \frac{3701}{124}$ C. $T = \frac{2957}{124}$ D. $T = 3,5$

Câu 11. Cho $x > 0$, $y > 0$ thỏa mãn $xy \leq 4y - 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{6(2x+y)}{x} + \ln \frac{x+2y}{y}$ bằng $a + \ln b$.

Giá trị của tích số ab bằng

- A. 45 B. 81 C. 115 D. 108

Câu 12. Cho $x, y, z > 0$ thay đổi sao cho tồn tại các số $a, b, c > 1$ và thỏa mãn $a^x = b^y = c^z = \sqrt{abc}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{16}{y} + \frac{16}{z} - x^2$.

- A. $\text{Max}P = 2$ B. $\text{Max}P = 20$ C. $\text{Max}P = \frac{188}{9}$ D. $\text{Max}P = \frac{183}{4}$

Câu 13. Xét các số thực dương x, y, z thay đổi sao cho tồn tại các số thực $a, b, c > 1$ và thỏa mãn điều kiện $a^x = b^y = c^z = \sqrt{abc}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y + 2z^2$.

- A. 6 B. 0,5 C. 8 D. 8,5

Câu 14. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\log_{3x+y}(x^2 + y^2) \leq 1$. Khi $3x + y$ đạt giá trị lớn nhất thì tỉ số $k = \frac{x}{y}$ là

- A. $k = 1$ B. $k = 0,5$ C. $k = 3$ D. $k = \frac{1}{3}$

Câu 15. Cho $x > 0, y > 0$ thỏa mãn $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x + y$.

- A. $\frac{2\sqrt{11}-3}{3}$ B. $\frac{18\sqrt{11}-29}{21}$ C. $\frac{9\sqrt{11}+19}{9}$ D. $\frac{9\sqrt{11}-19}{9}$

Câu 16. Cho $1 > a \geq b > 0$. Tính giá trị nhỏ nhất $T_{\min}$ của biểu thức $T = \log_a^2 b + \log_{ab} a^{36}$.

- A. $T_{\min} = 19$ B. $T_{\min} = 16$ C. $T_{\min} = 13$ D. $T_{\min} = 11$

Câu 17. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P = a + 2b$.

- A. $\frac{2\sqrt{10}-3}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{10}-7}{2}$ C. $\frac{2\sqrt{10}-1}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{10}-5}{2}$

Câu 18. Cho $x > 0, y > 0$ thỏa mãn $2018^{2(x^2-y+1)} = \frac{2x+y}{(x+1)^2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $2y - 3x$.

- A. 0,5 B. $\frac{7}{8}$ C. 0,75 D. $\frac{5}{6}$

Câu 19. Cho $a \geq b > 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $S = \log_a \left(\frac{a^2}{b} \right) + \log_b \frac{b^3}{a}$.

- A. -2 B. 2 C. 3 D. 0

Câu 20. Cho $x > 0, y > 0$ thỏa mãn $3^{xy-2x-y-1} = \frac{2x+y}{xy-1}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $x + 4y$.

- A. $4\sqrt{3} + 9$ B. $6 + 4\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3} - 2$ D. $4\sqrt{3} - 6$

Câu 21. Cho a, b dương thỏa mãn $b > 1; \sqrt{a} \leq b < a$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \frac{a}{b}$ là

- A. 6 B. 7 C. 5 D. 4

Câu 22. Cho x, y với x không âm thỏa mãn $5^{x+3y} + 5^{xy+1} + x(y+1) + 1 = 5^{-xy-1} + \frac{1}{5^{x+3y}} - 3y$. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của $x + 2y + 1$. Tìm mệnh đề đúng

- A. $0 < m < 1$ B. $-1 < m < 0$ C. $1 < m < 2$ D. $2 < m < 3$

Câu 23. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $2^x + 2^y = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (2x^2 + y)(2y^2 + x) + 9xy$ bằng

- A. 18 B. 12 C. 16 D. 21

Câu 24. Cho $0 < x \neq 1$ và $y > 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2^{\log_x y} + \frac{16}{y^{\frac{1}{\ln x}}}$ là

- A. 12 B. $2e^2$ C. $4e$ D. $8\sqrt{2}$

ÔN TẬP HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT LỚP 12 THPT
(LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO, PHÂN LOẠI – CỰC TRỊ SIÊU VIỆT.2)

Câu 1. Cho $x > 0, y > 0$ thỏa mãn $(xy - 1)2^{2xy-1} = (x^2 + y)2^{x^2+y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của y .

- A. 2 B. 2,25 C. $\frac{3}{7}$ D. $\sqrt{3}$

Câu 2. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $2^{y^2} [\log_2(x^2 + 1) - \log_2(2 - y^2) + 2^{x^2}] \leq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của $|2x + 2y - 1|$.

- A. $2\sqrt{2} - 1$ B. $\frac{2\sqrt{2} + 1}{2}$ C. 0,5 D. $1 - \frac{\sqrt{2}}{4}$

Câu 3. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_3[(x+1)(y+1)]^{y+1} = 9 - (x-1)(y+1)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $x + 2y$.

- A. 5,5 B. 5,4 C. $\frac{6\sqrt{3}-1}{2}$ D. $6\sqrt{2} - 3$

Câu 4. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $2xy + \log_2(xy + x)^x = 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $x^2 + y$.

- A. $4\sqrt[3]{3} - 3$ B. $2\sqrt{3} - 1$ C. $\frac{14\sqrt{3}-10}{7}$ D. $3\sqrt[3]{4} - 1$

Câu 5. Cho các số thực x, y thỏa mãn đẳng thức $3^{|x^2-2x-3|-\log_3 5} = 5^{-(y+4)}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4|y| - |y - 1| + (y + 3)^2$

- A. $-\frac{89}{4}$ B. 16 C. 8 D. $-\frac{41}{4}$

Câu 6. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{2a+2b+1}(4a^2 + b^2 + 1) + \log_{4ab+1}(2a + 2b + 1) = 2$. Tính $a + 2b$.

- A. 3,75 B. 5 C. 4 D. 1,5

Câu 7. Cho $\frac{1}{3} < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \log_a \frac{4(3b-1)}{9} + 8\log_{\frac{b}{a}} a - 1$.

- A. 6 B. 8 C. 7 D. $3\sqrt[3]{2}$

Câu 8. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ là

- A. 9 B. $\frac{20}{3}$ C. 6 D. 6,75

Câu 9. Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \log_{\frac{a}{b}}(a^2) + 13\log_b \frac{a}{b}$.

- A. 19 B. 13 C. 14 D. 15

Câu 10. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^x - \frac{m-8}{2^x} - 2$ là một số không âm.

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

Câu 11. Cho x, y thuộc đoạn $[1;2]$ và số thực m thỏa mãn $x^2 + (9-m)y^2 = 6xy$. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_2 x + \log_{\frac{1}{4}} y^2 + \log_2(\sqrt{m} + 1)$.

- A. 0 B. $\log_2 11$ C. $\log_2 7$ D. $2\log_2 3$

Câu 12. Cho x, y thực thỏa mãn $2^{x+y-1}(3^{x+y} + 1) = 3x + 3y + 1$. Giá trị nhỏ nhất của $Q = x^2 + xy + y^2$.

- A. 0 B. 3 C. -2 D. 2

Câu 13. Cho $P = 9\log_{\frac{1}{3}}^3 \sqrt[3]{a} + \log_{\frac{1}{3}}^2 a - \log_{\frac{1}{3}} a + 1$ với $a \in \left[\frac{1}{27}; 3\right]$, ký hiệu M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của P. Tính $3m + 4M$.

- A. 41,5 B. $\frac{109}{9}$ C. 42 D. 38

Câu 14. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a > b > \frac{4}{3}$ và biểu thức $P = 16\log_a \left(\frac{a^3}{12b-16}\right) + 3\log_{\frac{a}{b}}^2 a$ có giá trị nhỏ nhất.

Tính $a + b$.

- A. 3,5 B. 4 C. 5,5 D. 6

Câu 15. Cho $a > 1, b > 1$ thỏa mãn $\log_2 a + \log_3 b = 1$. Giá trị lớn nhất của $\sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b}$ là

- A. $\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$ B. $\frac{2}{\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}}$
C. $\frac{1}{2}(\log_2 3 + \log_3 2)$ D. $\sqrt{\log_2 3} + \sqrt{\log_3 2}$

Câu 16. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) = 2$. Tính $a + 2b$.

- A. 6 B. 9 C. 3,5 D. 2,5

Câu 17. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_3(x + y + 2) = 1 + \log_3\left(\frac{x-1}{y} + \frac{y-1}{x}\right)$. Giá trị nhỏ nhất của $\frac{x^2 + y^2}{xy}$ là một

phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Tính $a + b$.

- A. 2 B. 9 C. 12 D. 13

Câu 18. Cho x, y thực thỏa mãn $x^2 + y^2 > 1$ và $\log_{x^2+y^2}(2x + 3y) \geq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = 2x + y$.

- A. $P_{\max} = \frac{19 + \sqrt{9}}{2}$ B. $P_{\max} = \frac{7 + \sqrt{65}}{2}$
C. $P_{\max} = \frac{11 + 10\sqrt{2}}{3}$ D. $P_{\max} = \frac{7 - \sqrt{10}}{2}$

Câu 19. Tìm m để hệ sau có nghiệm duy nhất (x;y): $\begin{cases} \log_{x^2+y^2}(2x - 4y + 6) \geq 1 \\ x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 = m \end{cases}$

- A. $m \in \{\sqrt{13} - 3; \sqrt{13} + 3\}$ B. $\sqrt{13} - 3$
C. $(\sqrt{13} - 3)^2$ D. $m \in \left\{(\sqrt{13} - 3)^2; (\sqrt{13} + 3)^2\right\}$

Câu 20. Cho x, y thuộc đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $\log_3 \frac{x+y}{1-xy} + (x+1)(y+1) = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $2x + y$.

- A. 0,5 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 21. Cho x, y dương thỏa mãn $\ln x + \ln y = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $x + y$.

- A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. 2 D. $\sqrt{2}$

Câu 22. Cho x, y dương thỏa mãn $2xy + \log_2(xy + x)^x = 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $2x^2 + y$.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 23. Cho $m = \log_a \sqrt{ab}$ với $a > 1, b > 1$. Tìm m để $P = \log_a^2 b + 54\log_{a^2b} a$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $m = 2$ B. $m = 3$ C. $m = 4$ D. $m = 5$

ÔN TẬP HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT LỚP 12 THPT
(LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO, PHÂN LOẠI – CỰC TRỊ SIÊU VIỆT.3)

Câu 1. Cho x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2-1} + \log_3(x^2 + y^2 + 1) = 3$. Biết phân số tối giản $\frac{a\sqrt{6}}{b}$ (a, b nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản) là giá trị lớn nhất của biểu thức $S = |x - y| + |x^3 - y^3|$. Tính $a + 2b$.

- A. 25 B. 34 C. 32 D. 41

Câu 2. Cho a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 > 1; \log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = 2a + 4b - 3$.

- A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ B. $2\sqrt{10}$ C. $\sqrt{10}$ D. $\frac{1}{\sqrt{10}}$

Câu 3. Cho x, y thỏa mãn $xy = 1; x \geq \frac{1}{2}; y \geq 1$. Biểu thức $P = \log_2^2 x + (\log_2 y - 1)^2$ có M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất. Tính $M + 2m$.

- A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ B. $2\sqrt{10}$ C. $\sqrt{10}$ D. $\frac{1}{\sqrt{10}}$

Câu 4. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_2 x + \log_2(x + 3y) \leq 2 + \log_2 y$. Với các số nguyên dương a, b, c thì $\sqrt{a} - \frac{b}{c}$ (phân số tối giản) là giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \frac{x+y}{\sqrt{x^2-xy+2y^2}} - \frac{2x+3y}{x+2y}$. Tính $a + b + c$.

- A. 30 B. 15 C. 17 D. 10

Câu 5. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{5x+4y+4}{x+y+3}$.

- A. $P_{\max} = 0$ B. $P_{\max} = 1$ C. $P_{\max} = 2$ D. $P_{\max} = 3$

Câu 6. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$. Gọi m là giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{x+2y+3}{x+y+6}$, hỏi m gần nhất giá trị nào?

- A. 0,56 B. 0,74 C. 0,69 D. 0,41

Câu 7. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\log_2 \frac{y}{2\sqrt{x+1}} = 3(y - \sqrt{x+1}) - y^2 + x$. Tìm min K với $K = x - y$.

- A. min $K = -0,75$ B. min $K = -1,25$ C. min $K = -2$ D. min $K = -1$

Câu 8. Cho các số $a, b > 1$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $0 < x \neq 1; a^{\log_b x} = b^{\log_a(x^2)}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \ln^2 a + \ln^2 b - \ln(ab)$.

- A. 0,25 B. 0,5e C. $-\frac{3+2\sqrt{2}}{12}$ D. $\frac{1-3\sqrt{3}}{4}$

Câu 9. Cho a, b thỏa mãn $0 < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = -3\log_a \frac{a}{b} + \log_b^2(ab)$.

- A. 3 B. 4 C. 2,5 D. 1,5

Câu 10. Cho $a > 1, b > 1, c > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = \frac{4}{\log_{\sqrt{bc}} a} + \frac{1}{\log_{ac} \sqrt{b}} + \frac{8}{3\log_{ab} \sqrt[3]{c}}$.

- A. $P_{\min} = 20$ B. $P_{\min} = 11$ C. $P_{\min} = 12$ D. $P_{\min} = 10$

Câu 11. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $\log_5 \frac{4a+2b+5}{a+b} = a+3b-4$. Tìm giá trị bé nhất của $T = a^2 + b^2$.

- A. 0,5 B. 2,5 C. 1,5 D. 1

Câu 12. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_2 \frac{3x+4y+2}{x^2+4y^2+1} = x(x-6)+4y(y-2)-4$. Tìm max của $2x+y-7$.

- A. $\sqrt{17}$ B. $2\sqrt{17}$ C. $4\sqrt{17}$ D. $\frac{\sqrt{17}}{2}$

Câu 13. Cho a, x là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1; \log_a x = \log(a^x)$. Tìm giá trị lớn nhất của a .

- A. 1 B. $\log(2^e - 1)$ C. $e^{\sqrt{\frac{\ln 10}{e}}}$ D. $10^{\sqrt{\frac{\log e}{2}}}$

Câu 14. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $4^a - 2^{a+1} + 2(2^a - 1)\sin(2^a + b - 1) + 2 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = a + 2b$.

- A. $\frac{3\pi}{2} - 1$ B. $\frac{\pi}{2} - 1$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\pi - 1$

Câu 15. Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2^2 a - 2\log_2 a + 2 + 2(\log_2 a - 1)\sin(\log_2 a + b) = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = 2a + 3b$.

- A. $\frac{3\pi}{2} - 1$ B. $\frac{3\pi}{2} - 2$ C. $\pi - 1$ D. $\frac{9\pi}{2} + 2$

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = e^x(a \sin x + b \cos x)$ và phương trình $f'(x) + f''(x) = 10e^x$ có nghiệm. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = a^2 - 2ab + 3b^2$.

- A. $10 + 10\sqrt{2}$ B. $20 + 10\sqrt{2}$ C. $10 + 20\sqrt{2}$ D. $20 + \sqrt{2}$

Câu 17. Cho α, β thỏa mãn $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\alpha+n} < e < \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\beta+n}$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|\alpha - \beta|$.

- A. $\frac{1}{\ln 2} - \frac{3}{2}$ B. 1 C. $\frac{1}{\ln 2} - 1$ D. $\frac{1}{\ln 2} - 3$

Câu 18. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_3 \frac{2-ab}{a+b} = 3ab + a + b - 7$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = a + 5b$.

- A. $\frac{2\sqrt{95}-6}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{95}+15}{12}$ C. $\frac{3\sqrt{95}-16}{3}$ D. $\frac{5\sqrt{95}-21}{6}$

Câu 19. Cho ba số thực x, y, z không âm thỏa mãn $2^x + 4^y + 8^z = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = \frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2}$.

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $1 - \log_4 3$

Câu 20. Cho các số thực $a, b, c \geq 1$ thỏa mãn $a + b + c = 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_3 a + 2\log_9 b + 3\log_{27} c.$$

- A. $\log_3 5$ B. 1 C. $\log_3 15$ D. $\log_3 5 - 1$

Câu 21. Số thực a nhỏ nhất để bất đẳng thức $\ln(1+x) \leq x - \frac{x^2}{2} + ax^3$ đúng với mọi số thực dương x được biểu

diễn là $\frac{m}{n}$ (phân số tối giản với m, n nguyên dương). Tính $S = 2a + 3b$.

- A. $S = 8$ B. $S = 20$ C. $S = 11$ D. $S = 34$

ÔN TẬP HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT LỚP 12 THPT
(LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO, PHÂN LOẠI – CỰC TRỊ SIÊU VIỆT.4)

Câu 1. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_2 \frac{x+4y}{x+y} = 2x - 4y + 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{2x^4 - 2x^2y^2 + 6x^2}{(x+y)^3}$ là

- A. $\frac{9}{4}$ B. $\frac{16}{9}$ C. 4 D. $\frac{25}{9}$

Câu 2. Cho a, b là hai nghiệm của bất phương trình $x^{\ln x} + e^{\ln^2 x} \leq 2e^4$ sao cho $|a - b|$ đạt giá trị lớn nhất. Tính ab .

- A. e B. 1 C. e^3 D. e^4

Câu 3. Cho x, y thỏa mãn $\log_2 \frac{3x^2 + 2xy + 4y^2 + 4}{x^2 + 2y^2 - y + 1} = x^2 - 2xy + 4y^2 - 4y + 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = 27x^3 + 3y^2 + 3xy + 3x + 2$.

- A. -7 B. -8 C. $-\frac{26}{3}$ D. $-\frac{25}{3}$

Câu 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = (\log_a b^2)^2 + 6 \left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 + \ln e$ với $\sqrt{b} > a > 1$.

- A. 91 B. 45 C. 61 D. 43

Câu 5. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_2 \frac{x^2 + y^2}{3xy + x^2} + 2 \log_2 (x^2 + y^2 + 8) \leq \log_2 8^{xy}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = \frac{2x^2 - xy + 2y^2}{2xy - y^2}.$$

- A. 1,5 B. 2,5 C. 0,5 D. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Câu 6. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x + 2y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}}$.

- A. 4 B. 6 C. $3 + \sqrt{3}$ D. $3 + 2\sqrt{3}$

Câu 7. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $2 \cdot 3^{x^2+y^2-2} \cdot \log_2 (x-y) = 1 + \log_2 (1-xy)$. Tìm giá trị lớn nhất của

$$2(x^3 + y^3) - 3xy.$$

- A. 7 **B. 6,5** C. 3 D. 8,5

Câu 8. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $2018^{x+2y} + \frac{2017}{2017^{xy}} + x + 1 = \frac{2018^{xy}}{2018} + 2017^{-x-2y} + y(x-2)$. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x + y$ là $a + b\sqrt{3}$ (a và b nguyên). Tính $a + 2b$.

- A. 9 B. 8 C. 10 D. 11

Câu 9. Cho hai số a, b thỏa mãn $\frac{1}{3} < b < a < 1$ và biểu thức $P = \log_a \left(\frac{3b-1}{4a^3} \right) + 12 \log_{\frac{b}{a}}^2 a$ đạt giá trị bé nhất.

Hỏi $\frac{1}{a^3 b^2}$ khi đó gần nhất giá trị nào ?

- A. 3 B. 5 C. 7 D. 9

Câu 10. Xét $x > 0, y > 0$ thỏa mãn $\log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} y \leq \log_{\frac{1}{3}} (x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $2x + 3y$.

- A. $7 - 2\sqrt{10}$ B. $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ C. $7 + 3\sqrt{2}$ D. $7 + 2\sqrt{10}$

Câu 11. Xét hàm số $f(t) = \frac{9^t}{9^t + m^2}$ với m là tham số thực. Với mọi x, y thỏa mãn $e^{x+y} \leq e(x+y)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x) + f(y) = 1$. Tìm số phần tử của S .

- A. 0 B. 1 C. Vô số D. 2

Câu 12. Cho x, y thuộc đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $2017^{1-x-y} = \frac{x^2 + 2018}{y^2 - 2y + 2019}$. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = (4x^2 + 3y)(4y^2 + 3x) + 25xy$.

- A. $\frac{136}{3}$ B. $\frac{391}{16}$ C. $\frac{383}{16}$ D. $\frac{25}{2}$

Câu 13. Cho a, b dương thỏa mãn $\log_2 a = 2 \log_2 \frac{2}{b}$. Xét biểu thức $P = 4a^3 + b^3 - 4 \log_2 (4a^3 + b^3)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức P được viết dưới dạng $x - y \log_2 z$ với $x, y, z > 2$. Tính $x + y + z$.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 14. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $2 \log_2 (12 - a - b) = \log_2 (a + 2)(b + 2) + 1$. Khi đó phân số tối giản $\frac{m}{n}$ (m, n nguyên dương) là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^3}{b+2} + \frac{b^3}{a+2} + \frac{45}{a+b}$. Tính $m + n$.

- A. 62 B. 65 C. 64 D. 63

Câu 15. Cho a, b, c không âm thỏa mãn $2^a + 4^b + 8^c = 4$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = a + 2b + 3c$. Tính $4^M + \log_M m$.

- A. $\frac{2809}{500}$ B. $\frac{281}{50}$ C. $\frac{4096}{729}$ D. $\frac{14}{25}$

Câu 16. Cho x, y dương thỏa mãn $\log(x + 2y) = \log x + \log y$. Phân số tối giản $\frac{m}{n}$ (với m, n là số nguyên dương) là

giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{1+2y}} e^{\frac{y^2}{x+1}}}$. Tính $m^2 + n^2$.

- A. 62 B. 78 C. 89 D. 91

Câu 17. Gọi S là tập hợp các cặp số thực x, y thỏa mãn $\begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ \ln(x-y)^x - 2017x = \ln(x-y)^y - 2017y + e^{2018} \end{cases}$

Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $P = e^{2018x} (y+1) - 2018x^2$ với x, y thuộc S đạt tại $(x_0; y_0)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $x_0 \in (-1; 0)$ B. $x_0 = -1$ C. $x_0 = 1$ D. $x_0 \in [0; 1)$

Câu 18. Cho các số thực dương a, x, y, z thỏa mãn $4z \geq y^2, a > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$S = \log_a^2(xy) + \log_a(x^3y^2 + x^2z) + \sqrt{4z - y^2}.$$

- A. -4 B. -2 C. $-\frac{21}{16}$ D. $-\frac{25}{16}$

Câu 19. Cho x, y dương thỏa mãn $\ln \frac{1-2x}{x+y} = 3x + y - 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{xy}}$.

- A. $P_{\min} = 8$ B. $P_{\min} = 4$ C. $P_{\min} = 4$ D. $P_{\min} = 2$

Câu 20. Cho x, y thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+1}(2x-4y) = 1$. Tính tỉ số $x : y$ khi biểu thức $4x + 3y - 5$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. 1,6 B. 1,8 C. -3,25 D. $\frac{17}{44}$

Câu 1. Cho x, y thỏa mãn $5^{x+2y} + \frac{3}{3^{xy}} + x + 1 = \frac{5^{xy}}{5} + 3^{-x-2y} + y(x-2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = x + 2y$.

- A. $6 - 2\sqrt{3}$ B. $4 + 2\sqrt{6}$ C. $4 - 2\sqrt{6}$ D. $6 + 2\sqrt{3}$

Câu 2. Cho hai số thực a, b thỏa mãn điều kiện $3a - 4 > b > 0$ và biểu thức $P = \log_a \left(\frac{a^3}{4b} \right) + \frac{3}{16} \left(\log_{\frac{3a}{4a+b}} a \right)^2$ có

giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $3a + b$.

- A. 8 B. 6,5 C. 12,5 D. 14

Câu 3. Xét $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{xy+x+y+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$. Tìm min của $\frac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 4

Câu 4. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $1 < x < \sqrt{y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = (\log_x y - 1)^2 + 8 \left(\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}} \sqrt{\frac{y}{x}} \right)^2.$$

- A. 18 B. 9 C. 27 D. 30

Câu 5. Trong tất cả các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+3} (2x+2y+5) \geq 1$, giá trị thực của m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - m = 0$ thuộc tập hợp nào sau đây ?

- A. $[8; 10]$ B. $[5; 7]$ C. $[1; 4]$ D. $[-3; 0]$

Câu 6. Cho $0 < a \neq 1$, xét x, y là các số thực không âm thỏa mãn điều kiện $x + y = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$S = 3x^2 y^2 \log_a \left[(\sqrt[3]{-a})^2 \cdot a^{-\frac{1}{3}} \right] + \frac{\lg 3}{6 \lg 2} (\log_{0,1} 10^{24}) (\log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{1023} 1024) xy.$$

- A. $\text{Min} S = 0$ B. $\text{Min} S = -4$ C. $\text{Min} S = -3$ D. $\text{Min} S = 1$

Câu 7. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $0 \leq x \leq \frac{1}{2}; 0 \leq y \leq 1$ và $\log(11 - 2x - y) = 2y + 4x - 1$. Tính $4m + M$ khi m ,

M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 16yx^2 - 2x(3y+2) - y + 5$.

- A. 16 B. 18 C. 17 D. 19

Câu 8. Cho hai số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn đẳng thức $(xy-1)2^{2xy-1} = (x^2+y)2^{x^2+y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biến y .

- A. 3 B. 2 C. 1 D. $\sqrt{3}$

Câu 9. Cho hàm số $f(t) = \frac{16^t}{16^t + m^2}$, S là tập hợp tất cả các số thực m sao cho $f(a) + f(b) = 1$ với mọi số thực

a, b thỏa mãn $e^{a+b} \leq e(a+b-1)$. Hỏi S có bao nhiêu phần tử ?

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 4

Câu 10. Cho a, b, c, d là các số thực không âm và có tổng bằng 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$(1+a^2+b^2+a^2b^2)(1+c^2+d^2+c^2d^2).$$

- A. 2 B. $4 \ln \frac{17}{16}$ C. $\left(\frac{17}{16} \right)^4$ D. $\ln \frac{17}{16}$

Câu 11. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $\ln(a^2 + b^2) \geq a^2 + b^2 - 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $\log_2(a+1) + \log_2 b$.

- A. $\frac{3}{2}\log_2 3 + 2$ B. $\frac{2}{3}\log_2 3 + 2$ C. $\frac{3}{2}\log_2 3 - 2$ D. $2\log_2 3 - 2$

Câu 12. Số thực a nhỏ nhất để bất đẳng thức $\ln(1+x) \leq x - \frac{x^2}{2} + ax^3$ đúng với mọi số thực dương x là $\frac{m}{n}$ với m, n là các số nguyên dương và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $2a + 3b$.

- A. S = 8 B. S = 20 C. S = 11 D. S = 34

Câu 13. Cho các số thực x, y, z thuộc $[1;2]$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = 3^x + 3^y + 3^z - \frac{3}{5}(x+y+z)^2$.

- A. 5 B. 15 C. 8 D. 12

Câu 14. Cho $0 < (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 \leq 18$. Biết $\frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên dương) là giá trị lớn nhất của biểu thức $M = 4^{\frac{x}{3}} + 4^{\frac{y}{3}} + 4^{\frac{z}{3}} - \frac{1}{108}(x+y+z)^4$. Tính $2a + 3b$.

- A. 13 B. 42 C. 54 D. 71

Câu 15. Cho x, y thỏa mãn $x^2 + 2y^2 > 1$ và $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) > 1$. Giá trị lớn nhất của x + y là $\frac{a+b\sqrt{6}}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{a}{c}$ là các phân số tối giản. Tính a + b + c.

- A. 17 B. 12 C. 11 D. 16

Câu 16. Cho a, b dương thỏa mãn $\ln a(1 - \ln b) = \ln b\sqrt{4 - \ln^2 a}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $\log_b a$.

- A. $2\sqrt{2} - 2$ B. $2\sqrt{2} + 2$ C. $2 - 2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2} - 1$

Câu 17. Cho x, y > 0 thỏa mãn $y \geq 4x$, giá trị lớn nhất của $\ln \frac{2x+5y}{y} - \frac{2y+5x}{x}$ có dạng $\ln \frac{m}{2} - n$. Tính m + n.

- A. 25 B. 24 C. 29 D. 4

Câu 18. Có a, b, c thuộc $[2;3]$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $4^a + 4^b + 4^c - \frac{1}{4}(a+b+c)^3$ với $\frac{m}{n}$ (m, n là các số nguyên dương và $\frac{m}{n}$ tối giản). Tính m + 2n.

- A. 257 B. 258 C. 17 D. 18

Câu 19. Cho hàm số $f(t) = \frac{9^t}{9^t + m^2}$, S là tập hợp tất cả các số thực m sao cho $f(a) + f(b) = 1$ với mọi số thực a, b thỏa mãn $e^{a+b} \leq e^2(a+b-1)$. Tính tích các phần tử của S.

- A. 81 B. 3 C. -3 D. -9

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = y = \log_3 \frac{m^2 x}{1-x}$. S là tập hợp tất cả các giá trị m để $f(a) + f(b) = 3$ với mọi giá trị a, b thỏa mãn $e^{a+b} \leq e(a+b)$. Tính các phần tử của S là

- A. 27 B. -27 C. $3\sqrt{3}$ D. $-3\sqrt{3}$

Câu 21. Số thực a nhỏ nhất để $\ln(1+x) \geq x - ax^2$ đúng với mọi số thực dương x là $\frac{m}{n}$, (phân số tối giản với m và n là các số nguyên dương). Tính $2m + 3n$.

- A. 5 B. 8 C. 7 D. 11

ÔN TẬP HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT LỚP 12 THPT
(LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO, PHÂN LOẠI – CỰC TRỊ SIÊU VIỆT.6)

Câu 1. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn

$$\log_5(x+y+z)^2 + 10(xy+yz+xz) \geq 9(x^2+y^2+z^2) + \log_5 \frac{14(x^2+y^2+z^2)}{5}.$$

Tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{2x+z}{2z+x}$ bằng

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 1993

Câu 2. Cho các số thực $x \geq 0, y > 0$ thỏa mãn $1993^{x^2-y+1} = \frac{y+2x}{(x+1)^2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + \frac{1}{y}$.

- A. $P_{\min} = 1$ B. $P_{\min} = 2$ C. $P_{\min} = 0,5$ D. $P_{\min} = 0,25$

Câu 3. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn điều kiện $4^x + 9^y + 25^z = 2^{x+1} + 3^y + 5^z$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2^{x+2} + 3^{y+1} + 5^z$.

- A. $4 + \sqrt{39}$. B. $6 + \sqrt{39}$. C. $5 + \sqrt{39}$. D. $7 + \sqrt{39}$.

Câu 4. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2 \frac{x^2+y^2}{3xy+x^2} + 2\log_2(x^2+2y^2+1) \leq \log_2 8^{xy}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{2x^2-xy+2y^2}{2xy-y^2}$.

- A. 0,5 **B. 2,5** C. 1,5 D. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Câu 5. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log x + \log y \geq \log(x^3 + y)$. Giá trị nhỏ nhất của $2x + y$ là

- A. $2\sqrt{2} - 2$ B. $\frac{3}{8}$ C. $4 + 4\sqrt{2}$ D. $3 + 2\sqrt{2}$

Câu 6. Cho hai số thực $x, y \geq 1$ thỏa mãn $xy \leq 4$. Khi $x = a; y = b$ thì biểu thức $P = \log_{4x} 8x - \log_{2y^2} \frac{y^2}{2}$ đạt giá trị nhỏ nhất, tính giá trị biểu thức $a^4 + b^4$.

- A. 131 B. 129 C. 132 **D. 130**

Câu 7. Cho hai số thực x, y thay đổi thỏa mãn $x > y > 0$ và $\ln(x-y) + \frac{1}{2}\ln(xy) = \ln(x+y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = x + y$.

- A. 2 B. 4 C. 16 D. $2\sqrt{2}$

Câu 8. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_{2x^2+xy+3y^2}(11x+20y-40) = 1$. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $y: x$.

- A. 3,5 B. $\frac{11}{6}$ C. $\sqrt{10}$ D. $2\sqrt{14}$

Câu 9. Cho x, y thỏa mãn $\log(x+3y) + \log(x-3y) = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $x - |y|$.

- A. $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{8}$

Câu 10. Cho x, y thỏa mãn $\log(x+3y) + \log(x-3y) = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $x - 2|y| + 1$.

- A. $\sqrt{10} + 1$ B. $\frac{5\sqrt{2}-3}{2}$ C. $1 + \frac{5\sqrt{2}}{3}$ D. $1 + \frac{2\sqrt{5}}{3}$

Câu 11. Cho x, y thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(x+y+3) \geq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $3x + 4y - 6$.

- A. $\frac{5\sqrt{6}-9}{2}$ B. $\frac{5\sqrt{6}-3}{2}$ C. $\frac{5\sqrt{6}-5}{2}$ D. $\frac{5\sqrt{3}-5}{2}$

Câu 12. Cho a, b thỏa mãn $a > \frac{1}{3}; b > 1$. Tính $a + b$ khi biểu thức $\log_{3a} b + \log_b(a^4 - 9a^2 + 81)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $3 + 9^{\sqrt{2}}$ B. $9 + 2^{\sqrt{3}}$ C. $2 + 9\sqrt{2}$ D. $3 + 3\sqrt{2}$

Câu 13. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log x + \log y \geq \log(x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $x + 3y$.

- A. 1 B. 1,5 C. 9 D. 0,5

Câu 14. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_2 x + \log_2 y = \log_2(x + y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $x^2 + y^2$.

- A. 3 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt[3]{4}$

Câu 15. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $4 + 3^{x^2-2y+2} = (4 + 9^{x^2-2y})7^{2y-x^2+2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $x + 2y$.

A.

Câu 16. Cho a, b thay đổi thỏa mãn $\log_2(a+1) + \log_2(b+1) \geq 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $a + b$.

- A. 12 B. 14 C. 8 D. 16

Câu 17. Cho x thuộc đoạn $[0;6]$. Biết biểu thức $8.3^{\sqrt[4]{x}+\sqrt{x}} + 9^{\sqrt[4]{x}+1} - 9^{\sqrt{x}}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = \frac{m}{n}$ với m, n là

các số nguyên dương và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m + n$.

- A. 17 B. 18 C. 19 D. 20

Câu 18. Cho $x, y \geq 0$ thỏa mãn $x^2 + 2x - y + 1 = \log_2 \frac{\sqrt{2y+1}}{x+1}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $e^{2x-1} + 4x^2 - 2y + 1$.

- A. $m = -1$ B. $m = -0,5$ C. $m = \frac{1}{e}$ D. $m = e - 3$

Câu 19. Cho x, y, z thỏa mãn $x \geq y \geq z > 0$ đồng thời $\log_2 \frac{x-y}{y-z} = (x+z)(z-x-2y)$. Khi đó giá trị nhỏ nhất

của biểu thức $P = \frac{z^2 + 4y^2}{4z^2 + 2xz + 4y^2}$.

- A. 0,5 B. 0,2 C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{7}$

Câu 20. Cho hai số thực dương x, y lớn hơn 1 sao cho $\log_2 x + \log_2 y + 1 \geq \log_2(x^2 + 2y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$.

- A. 9 B. $3 + 2\sqrt{2}$ C. $2 + 3\sqrt{2}$ D. $3 + 3\sqrt{2}$

Câu 21. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\log_2(2x + 4y - 1) \geq \log_{\sqrt{2}} \sqrt{x^2 + y^2}$ với $x \leq 0$. Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = y - x$. Giá trị biểu thức $M + N$ gần nhất với

- A. 4,1 B. 4 C. 3,09 D. 5,31

Câu 22. Cho các số thực x, y thay đổi thỏa mãn $e^{x^2+2xy+y^2} + 4x^2 + 2xy + y^2 - 3 = \frac{1}{e^{3x^2-3}}$. Gọi m_0 là giá trị của

tham số m sao cho giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |x^2 + 2xy - y^2 + 3m - 2|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, m_0 thuộc vào khoảng nào?

- A. $m_0 \in (1;2)$. B. $m_0 \in (-1;0)$. C. $m_0 \in (2;3)$. D. $m_0 \in (0;1)$.

ÔN TẬP HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT LỚP 12 THPT
(LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO, PHÂN LOẠI – CỰC TRỊ SIÊU VIỆT.7)

Câu 1. Hai số thực x, y thỏa mãn $0 < x < y$ và $\log^2(xy^2) + \log^2 y = 10$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\ln x - \ln y$.

- A. $-6\ln 2$ B. $-10\ln 10$ C. $-10\ln 6$ D. $-12\ln 10$

Câu 2. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$. Giá trị nhỏ nhất của $x + 3y$ bằng

- A. 8,5 B. 8 C. 9 D. 6

Câu 3. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a^2 b + \log_b^2 c + 2\log_b \frac{c}{b} = \log_a \frac{c}{a^3 b}$.

Tính $2m^2 + 9M^3$ với m, M tương ứng là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $\log_a ab - \log_b bc$.

- A. 28 B. 25 C. 26 D. 27

Câu 4. Bốn số thực a, b, x, y thỏa mãn $a > 1; b > 1; a^x = b^y = \sqrt{\frac{a}{b}}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $x - 2y$ thuộc tập hợp nào sau đây

- A. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ B. $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$ C. $\left[1; \frac{3}{2}\right)$ D. $\left[\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$

Câu 5. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $\frac{1}{3} < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \log_a \left(\frac{3b-1}{4}\right) + 12\log_{\frac{b}{a}} a$.

- A. 13 B. 9 C. $\sqrt[3]{2}$ D. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

Câu 6. Cho $0 < a < 1; \frac{1}{6} < b < 1$ và phương trình $a^{x^2} = b^{-x-2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \log_a \frac{6b-1}{9} + 8\log_b a$.

- A. 9 B. 16 C. 8 D. 17

Câu 7. Cho hai số thực a, b lớn hơn 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = \log_a \frac{a^2 + 4b^2}{4} + \frac{1}{4\log_{ab} b}$.

- A. 1,25 B. 1,75 C. 2,25 D. 2,75

Câu 8. Cho bốn số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1; b < \frac{1}{a}$ và $(ab)^x = \left(\frac{a}{b}\right)^y = ab^2$. Giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $x - 3y$ thuộc khoảng nào dưới đây

- A. (1;4) B. (4;5] C. (5;6) D. [6;7)

Câu 9. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2(4x+16) + x - 3y - 8^y = -2$. Khi biểu thức $x^2 + 3x + 8^y$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $x^3 + 3y$ bằng

- A. 9 B. 7 C. -7 D. -9

Câu 10. Cho các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1; b > 1; a^x = b^y = \sqrt{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của $x + 2y$ thuộc khoảng nào sau đây

- A. (1;2) B. [3;4) C. $\left[2; \frac{5}{2}\right)$ D. $\left[\frac{5}{2}; 3\right)$

Câu 11. Hai số thực $a, b > 1$ thỏa mãn $a^{\log_b a} + 16b^{\left(\log_{\frac{b^8}{a^3}}\right)} = 12b^2$. Giá trị biểu thức $a^3 + b^3$ thuộc khoảng nào sau đây

- A. (10;25) B. (30;45) C. (100;130) D. (60;75)

Câu 12. Hai số thực dương a, b thỏa mãn $(a+b).4^{ab}.2^{a+b} = 8(1-ab)$. Giá trị lớn nhất của $ab + 2a^2b$ là

A. 3

B. 1

C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

D. $\frac{3}{17}$

Câu 13. Cho ba số thực $a, b, c > 1$ và $x, y, z > 0$ thỏa mãn $a^{2x} = b^{3y} = c^{5z} = \sqrt[10]{abc}$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{15}{x} + \frac{10}{y} - \frac{z^2}{9}$.

A. 297

B. 300

C. 150

D. $\frac{4973}{225}$

Câu 14. Cho các số thực x, y thuộc $[0; 1]$ thỏa mãn $20201 - x - y = \frac{x^2 + 2021}{y^2 - 2y + 2022}$. Tính tổng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $2x^3 + 6y^3 + 3x^2 - 9xy$.

A. -2,5

B. -5

C. 5

D. -3

Câu 15. Cho $x, y, z > 1$ thỏa mãn $xyz = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \log_2^3 x + \log_2^3 y + \frac{1}{3} \log_2^3 z$.

A. $\frac{1}{32}$

B. $\frac{1}{16}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{8}$

Câu 16. Hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2 \left(4\sqrt{\frac{1}{y} + \frac{2}{x}} \right) = (x-2)(y-1)$.

Biết rằng biểu thức $\frac{x^3 + 8y^3 + x^2 + 4y^2}{2xy + x + 2y + 1}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = a; y = b$. Khi đó giá trị tổng $a + b$ bằng

A. 7

B. 6

C. 5

D. 4

Câu 17. Cho hai số dương x, y thỏa mãn $1 - \frac{1}{2} \log_2(x - y + 2) = \log_2 \left(\frac{x+1}{y} + 1 \right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = \frac{x(1+y)+17}{y}.$$

A. 8

B. 9

C. 5

D. 6

Câu 18. Cho hai số dương x, y thỏa mãn $\log_{16} x^2 - \frac{1}{2} \log_4(x - 2y) = \log_4(x - y - 2)$. Tìm giá trị lớn nhất của

$$M = \sqrt{4y^2 + 16y - 10x + 90} - \sqrt{x^2 + 4y + 10}.$$

A. 15

B. 10

C. 7

D. 12

Câu 19. Cho hai số $x, y > 0$ thỏa mãn $x^2 + y^2 \geq 1$ và đồng thời $x^2 + 2y^2 - 1 = \ln \frac{1-y^2}{x^2+y^2}$. Giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $P = \frac{x}{y^2} + \frac{4y}{x^2+y^2}$ là $m\sqrt{n}$ với m, n là hai số nguyên dương. Hỏi có bao nhiêu bộ số $(m; n)$ thỏa mãn

A. 1

B. 3

C. 0

D. 2

Câu 20. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $2\log_2 a - \log_2 b \leq \log_2(a + 6b)$. Tìm giá trị lớn nhất của $\frac{ab - b^2}{a^2 - 2ab + 2b^2}$.

A. 0

B. 0,5

C. 0,4

D. $\frac{2}{3}$

Câu 21. Cho các số thực a, b thỏa mãn $\frac{1}{4} < a < b < 1$. Khi $\log_a \left(b - \frac{1}{4} \right) - \log_{\frac{a}{b}} \sqrt{b}$ đạt giá trị nhỏ nhất thì

A. $\log_a b = \frac{2}{3}$

B. $\log_a b = \frac{1}{3}$

C. $\log_a b = 1,5$

D. $\log_a b = 3$

Câu 1. Cho hai số thực $a > 1, b > 1$ sao cho $a + b = 10$ và phương trình sau có hai nghiệm x_1, x_2 .

$$\log_a x \cdot \log_b x - 2 \log_a x - 3 \log_b x - 1 = 0.$$

Tìm giá trị lớn nhất của $S = x_1 x_2$.

- A. $\frac{4000}{27}$ B. 3456 C. 15625 D. $\frac{16875}{16}$

Câu 2. Cho ba số thực a, b, c với $a > 1$ thỏa mãn $\log_a^2 x - 2b \log_a \sqrt{x} + c = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 đều lớn hơn 1 sao cho $x_1 x_2 \leq a$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{b(c+1)}{c}$.

- A. 4 B. 5 C. $6\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

Câu 3. Cho phương trình $\log_a(ax) \cdot \log_b(bx) = 2020$ với $a > 1, b > 1$. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình đã cho. Khi biểu thức $P = 6x_1 x_2 + a + b + 3\left(\frac{1}{4a} + \frac{4}{b}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $a + b$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(\frac{13}{2}; 9\right)$. B. $\left(\frac{5}{2}; \frac{19}{4}\right)$. C. $\left(\frac{19}{4}; \frac{16}{3}\right)$. D. $\left(\frac{16}{3}; \frac{13}{2}\right)$.

Câu 4. Biết đồ thị hàm số $y = a \log_2^2 x + b \log_2 x + c$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ thuộc đoạn $[1; 2]$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{(a-b)(2a-b)}{a(a-b+c)}$.

- A. 2 B. 5 C. 3 D. 4

Câu 5. Xét hai số nguyên dương a, b sao cho

- Phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
- Phương trình $5 \log^2 x + b \log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 .
- $x_1 x_2 > x_3 x_4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = 2a + 3b$.

- A. 30 B. 25 C. 33 D. 17

Câu 6. Cho hai số thực $a > 1, b > 1$. Phương trình $a^x b^{x^2-1} = 1$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}\right)^2 - 4(x_1 + x_2)$.

- A. 4 B. $3\sqrt[3]{4}$ C. $\sqrt[3]{4}$ D. $3\sqrt[3]{2}$

Câu 7. Cho hai số nguyên dương $a > 1, b > 1$ sao cho

- Phương trình $a^{x^2+1} = b^x$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
- Phương trình $b^{x^2-1} = (9a)^x$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 .
- $(x_1 + x_2)(x_3 + x_4) < 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = 3a + 2b$.

- A. 12 B. 46 C. 44 D. 22

Câu 8. Cho hai số nguyên dương $a > 1, b > 1$ sao cho

- Phương trình $a \cdot 4^x - b \cdot 2^x + 50 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
- Phương trình $9^x - b \cdot 3^x + 50a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 .
- $x_1 + x_2 < x_3 + x_4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = 2a + 3b$.

- A. 49 B. 51 C. 78 D. 81

Câu 9. Cho hai số thực $a > 1, b > 1$ thỏa mãn $a + b = 10$. Phương trình $\log_a x \cdot \log_b x - 2 \log_a x - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt m và n . Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = mn + 9a$.

- A. 69,75 B. 90 C. 22,5 D. 20,25

Câu 10. Cho hai số nguyên dương $m > 1, n > 1$ sao cho phương trình sau có hai nghiệm phân biệt a, b .

$$8 \log_m x \cdot \log_n x - 7 \log_m x - 6 \log_n x - 2017 = 0$$

Tính $m + n$ khi tích ab là một số nguyên dương đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. 20 B. 12 C. 24 D. 48

Câu 11. Cho ba số thực dương $a > 1, b > 1, c > 1$ thỏa mãn $a + b + c = 100$. Gọi m, n là hai nghiệm của phương trình $\log_a^2 x - (1 + 2 \log_a b + 3 \log_a c) \log_a x - 1 = 0$. Tính $S = a + 2b + 3c$ khi mn đạt giá trị lớn nhất.

- A. 200 B. $\frac{500}{3}$ C. $\frac{700}{3}$ D. $\frac{650}{3}$

Câu 12. Cho a, b là hai số nguyên dương thỏa mãn $\log_2 \left(\log_{2^a} \left(\log_{2^b} \left(2^{1000} \right) \right) \right) = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của ab .

- A. 500 B. 250 C. 125 D. 375

Câu 13. Cho hai số thực $a > 1, b > 1$ sao cho phương trình $\log_a(ax) \cdot \log_b(bx) = 2018$ có hai nghiệm phân biệt m, n . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (4a^2 + 9b^2)(36m^2n^2 + 1)$.

- A. 144 B. 72 C. 36 D. 288

Câu 14. Hai phương trình có nghiệm duy nhất tương ứng là a và b

$$x^{2017} + x^{2016} + \dots + x - 1 = 0$$

$$x^{2018} + x^{2017} + \dots + x - 1 = 0$$

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $ae^b = be^a$ B. $ae^b > be^a$ C. $ae^b < be^a$ D. $ae^a < be^b$

Câu 15. Cho $a > 1$ và khi $a = a_0$ thì bất đẳng thức $x^a \leq a^x$ đúng với $\forall x > 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng

- A. $1 < a_0 < 2$ B. $2 < a_0 < 3$ C. $e < a_0 < e^2$ D. $e^2 < a_0 < e^3$

Câu 16. Cho hai số thực dương $m, n > 1$ sao cho $m + n = 2017$ và phương trình có hai nghiệm phân biệt a, b

$$8 \log_m x \cdot \log_n x - 7 \log_m x - 6 \log_n x - 2017 = 0.$$

Khi đó giá trị lớn nhất của $\ln(ab)$ có dạng $\frac{3}{4} \ln \left(\frac{c}{13} \right) + \frac{7}{8} \ln \left(\frac{d}{13} \right)$ với c, d nguyên dương. Tính $2c + 3d$.

- A. 2017 B. 66561 C. 64544 D. 26221

Câu 17. Cho hai số thực dương $a > 1, b > 1$ sao cho phương trình $a^{x^2} b^{x+1} = 1$ có nghiệm thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a(ab) + \frac{4}{\log_a b}$.

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 10

Câu 18. Cho hai số nguyên dương sao cho phương trình $11 \log_a x \cdot \log_b x - 8 \log_a x - 20 \log_b x - 11 = 0$ có tích hai nghiệm phân biệt là một số tự nhiên đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $S = 2a + 3b$.

- A. 28 B. 10 C. 22 D. 15

Câu 19. Cho hai số nguyên dương sao cho phương trình $13 \log_a x \cdot \log_b x - 8 \log_a x - 20 \log_b x - 11 = 0$ có tích hai nghiệm là số tự nhiên đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $S = 3a + 4b$.

- A. 52 B. 34 C. 70 D. 56

ÔN TẬP HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT LỚP 12 THPT
(LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO, PHÂN LOẠI – CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P.9)

Câu 1. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 > 1$; $\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1$.

Giá trị lớn nhất của biểu thức $2a + 4b - 3$ là

- A. $\sqrt{10}$ B. $2\sqrt{10}$ C. $\frac{1}{\sqrt{10}}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

Câu 2. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\ln x + x(x+y) \geq \ln(4-y) + 4x$.

Khi biểu thức $P = 8x + 16y + \frac{1}{x} + \frac{147}{y}$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị xy nằm trong khoảng nào ?

- A. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ B. $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$ C. $\left(0; \frac{1}{4}\right)$ D. $(1; 2)$

Câu 3. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\ln x + 2x^2(x+y-10) \geq \ln(10-y)$.

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = 2x + y + \frac{30}{x} + \frac{5}{y}$ thuộc khoảng nào sau đây

- A. $(18; 21)$ B. **$(21; 23)$** C. $(23; 25)$ D. $(15; 18)$

Câu 4. Cho hai số nguyên dương x, y thỏa mãn $\ln x + x(x+y) = \ln(2003-y) + 2003x$. Ký hiệu M, N tương ứng là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $K = x(x^2+y) + y(y^2+x)$. Hai chữ số tận cùng của $M + N$ bằng

- A. 17 B. 93 C. **26** D. 54

Câu 5. Cho hai số thực dương $x, y, z \in [1; e^2]$ thỏa mãn $xyz = e^3$. Giá trị lớn nhất của $P = \ln^3 x + \ln^3 y + \ln^3 z$ thuộc khoảng nào sau đây

- A. $(0; 2)$ B. $(2; 6)$ C. $(6; 8)$ D. **$(8; 10)$**

Câu 6. Xét các số thực x, y thỏa mãn $x > 0$ và $x^4 + e^{4y} - 3 = xe^y(1 - 2xe^y)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \ln x + y$ thuộc tập hợp nào sau đây ?

- A. $[-3; 0)$ B. **$[0; 3)$** C. $(1; 2)$ D. $[2; 4)$

Câu 7. Cho các số thực dương $x, y, z > 1$ thỏa mãn $xyz = e$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = [\log_x e] \cdot (\log_y e + \log_z e).$$

- A. 10 B. 6 C. 9 D. 16

Câu 8. Xét các số thực x, y thỏa mãn $x > 0$ và $x^4 + e^{8y} - 7 = xe^{2y}(3 - 2xe^{2y})$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \ln x + 2y$ thuộc tập hợp nào sau đây ?

- A. **$(0; 1)$** B. $(1; 2)$ C. $[2; 4)$ D. $[4; 6)$

Câu 9. Cho hai số dương x, y khác nhau sao cho $\left(2^x + \frac{1}{2^x}\right)^y < \left(2^y + \frac{1}{2^y}\right)^x$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{x^2 + 3y^2}{x^2 - y^2}$.

- A. 6,5 B. 4,5 C. -2 D. 6

Câu 10. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $2(x^2 + y^2 + 4) + \log_2 \left(\frac{2}{x} + \frac{2}{y}\right) = \frac{(xy-4)^2}{2}$. Tính $\frac{x}{y}$ khi

$x + 4y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. 2 B. 4 C. 0,5 D. 0,25

Câu 11. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2 \frac{3x+3y+4}{x^2+y^2} = (x+y-1)(2x+2y-1) - 4(xy+1)$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{5x+3y-2}{2x+y+1}$.

- A. 3 B. 1 C. 2 D. 4

Câu 12. Xét các số thực dương a, b, c lớn hơn 1 ($a > b$) thỏa mãn $4(\log_a c + \log_b c) = 25 \log_{ab} c$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\log_b c + \log_a c + \log_c b$.

- A. 5 B. 8 C. 3 D. 4,25

Câu 13. Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn $a > 1, b > 1, 0 < x \neq 1$ và $a^{\log_b x} = b^{\log_a (x^2)}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \ln^2 a + \ln^2 b - \ln(ab)$.

- A. $\frac{1-3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{e}{2}$ C. 0,25 D. $-\frac{3+2\sqrt{2}}{12}$

Câu 14. Cho các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1; a^{2x} = b^{3x} = a^6 b^6$. Tính $m + n$ biết rằng giá trị nhỏ nhất của biểu thức $4xy + 2x - y$ có dạng $m + n\sqrt{165}$.

- A. 58 B. 54 C. 56 D. 60

Câu 15. Cho các số thực x, y thỏa mãn $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ và $\log_3 \frac{x+y}{1-xy} + (x+1)(y+1) - 2 = 0$. Tìm giá trị

nhỏ nhất của biểu thức $2x + y$.

- A. 2 B. 1 C. 0 D. 0,5

Câu 16. Hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{x+4y}{x+y} = 2x - y + 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{3x^4 y + 2xy + 2y^2}{x(x+y)^2}$.

- A. 0,25 B. 0,5 C. 1,5 D. 2

Câu 17. Cho các số thực dương x, y, a, b thỏa mãn $a > 1; b > 1; a^{x^2} = b^{y^2} = (ab)^2$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của $2\sqrt{2}x + y$ thuộc tập hợp nào

- A. $[10; 15)$ B. $[6; 10)$ C. $(1; 4)$ D. $[4; 6)$

Câu 18. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_\pi x + \log_\pi y \geq \log_\pi (x + y^2)$. Giá trị nhỏ nhất của $x + 8y$ là

- A. 16 B. 16,5 C. 15,5 D. $11\sqrt{2}$

Câu 19. Hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2 x + x(x+y) = \log_2 (6-y) + 6x$. Giá trị nhỏ nhất của $x^3 + 3y$ là

- A. 16 B. 18 C. 12 D. 20

Câu 20. Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b + 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $a + b$.

- A. $2\sqrt{5} - 1$ B. $\sqrt{5} + 2$ C. $2\sqrt{5} + 1$ D. $\sqrt{5} - 1$

Câu 21. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a \frac{c}{b} - 2 \log_b \frac{c}{b} - 3$. Gọi M, m tương

ứng là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\log_a b - \log_b c$. Giá trị biểu thức $3m - M$ bằng

- A. -16 B. 4 C. -6 D. 6

Câu 22. Cho các số thực x, y thỏa mãn $\log_2 \frac{2-x}{2+x} - \log_2 y = 2x + 2y + xy - 5$. Hỏi giá trị nhỏ nhất của biểu

thức $x^2 + y^2 + xy$ bằng bao nhiêu ?

- A. $30 - 20\sqrt{2}$ B. $33 - 22\sqrt{2}$ C. $24 - 16\sqrt{2}$ D. $36 - 24\sqrt{2}$

Câu 23. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = 10$. Tính $m + n$ với m, n nguyên dương và phân số tối giản $\frac{m}{n}$ là giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 5 \log a \cdot \log b + 2 \log b \cdot \log c + \log c \cdot \log a$.

- A. 13 B. 16 C. 7 D. 10

ÔN TẬP HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT LỚP 12 THPT
(LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO, PHÂN LOẠI – CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P.10)

Câu 1. Các số thực a, b, c thỏa mãn $3^a = 5^b = 15^{-c}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = a^2 + b^2 + c^2 - 4(a + b + c)$.

- A. $-3 - \log_5 3$ B. -4 C. $-2 - \sqrt{3}$ D. $-2 - \log_3 5$

Câu 2. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $x^2 - 4y^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = \log_2(2x + 4y) \cdot \log_2(2x - 4y)$.

- A. 0,5 B. 0,25 C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{9}$

Câu 3. Cho $a, b, c > 0$ sao cho $abc = e$. Biết giá trị lớn nhất của $M = \ln a \cdot \ln b + 2 \ln b \cdot \ln c + 5 \ln c \cdot \ln a$ có dạng $\frac{p}{q}$ với p, q là các số nguyên dương và $\frac{p}{q}$ tối giản. Tính $2p + 3q$.

- A. 7 B. 13 C. 16 D. 19

Câu 4. Hai số thực x, y thay đổi thỏa mãn $(\sqrt{5} + 1)^{x+y} - 4(\sqrt{5} - 1)^{x+y-1} = (\sqrt{5} - 3) \cdot 2^{x+y-1}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = xy + 2y$.

- A. 2,25 B. 0,25 C. 3,25 D. 1,75

Câu 5. Các số thực dương a, b thỏa mãn $4^a - 2^a + 1 + 2(2^a - 1) \sin(2^a + b - 1) + 2 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = a + 2b$.

- A. $\frac{\pi}{2} - 1$ B. $\frac{3\pi}{2} - 1$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\pi - 1$

Câu 6. Các số thực a, b, c thỏa mãn $c > b > a > 1$ và $6 \log_a^2 b - \log_b^2 c = \log_a \frac{c}{b} - 2 \log_b \frac{c}{b} - 1$. Khi đó giá trị biểu thức $T = \log_b c - 2 \log_a b$ thuộc khoảng nào sau đây

- A. $(-3; -1)$ B. $(-1; 2)$ C. $(2; 5)$ D. $(5; 10)$

Câu 7. Các số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a \frac{c}{b} - 2 \log_b \frac{c}{b} - 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \log_a b - \log_b c$.

- A. $\frac{1 - 2\sqrt{10}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{10} - 1}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{10} + 1}{3}$ D. $\frac{\sqrt{10} + 2}{3}$

Câu 8. Ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $\log a \cdot \log b + 2 \log b \cdot \log c + 3 \log c \cdot \log a = 1$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log^2 a + \log^2 b + \log^2 c$ có dạng $\frac{\sqrt{n} - m}{p}$ với m, n, p nguyên dương và $\frac{m}{p}$ tối giản. Tính $m + n + p$.

- A. 64 B. 16 C. 102 D. 22

Câu 9. Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $xyz = 10$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = \sqrt{\log^2 x + 1} + \sqrt{\log^2 y + 4} + \sqrt{\log^2 z + 4}.$$

- A. $\sqrt{29}$ B. $\sqrt{26}$ C. $\sqrt{27}$ D. 6

Câu 10. Xét các số thực $a, b, c \in [1; 2]$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_{bc}(2a^2 + 8a - 8) + \log_{ca}(4a^2 + 16a - 16) + \log_{ab}(c^2 + 4c - 4).$$

- A. 5,5 B. 4 C. $\log_3 \frac{289}{2} + \log_{\frac{9}{4}} 8$ D. 6

Câu 11. Cho hai số thực dương a, b nhỏ hơn 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a \frac{4ab}{a+b} + \log_{ab}(ab)$.

A. $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{5+\sqrt{2}}{2}$

Câu 12. Cho các số thực $a > 1 > b > 0$. Tìm giá trị lớn nhất của $\log_{a^2}(a^2b) + \log_{\sqrt{b}} a^3$.

A. $1 - 2\sqrt{3}$

B. $1 - 2\sqrt{2}$

C. $1 + 2\sqrt{3}$

D. $1 + 2\sqrt{2}$

Câu 13. Cho các số thực $a, b, c > 1$ thỏa mãn $\log_2 a \geq (1 - \log_2 b \cdot \log_2 c) \log_{bc} 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$M = 10\log_2^2 a + 10\log_2^2 b + \log_2^2 c.$$

A. 4

B. 3

C. 4,5

D. 3,5

Câu 14. Cho x, y thỏa mãn $\ln(x^2 + x) - 2^{x+y} = \ln(x + y) - 2^{x^2+x}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = y^2 - 4xy + 8x$.

A. -4

B. 0

C. 5

D. -3

Câu 15. Cho $x > 1, y > 1$ sao cho $y^x \cdot (e^x)^{e^y} \geq x^y \cdot (e^y)^{e^x}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $2\sqrt{2}$

C. $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

Câu 16. Cho các số thực $a, b, c \in (0; 1)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \log_a b + \log_b c + \sqrt{\log_c a}$.

A. 3

B. $2\sqrt{2}$

C. 1,5

D. $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

Câu 17. Cho các số thực $x_1, x_2, \dots, x_n \in \left(0; \frac{1}{4}\right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_{x_1} \left(x_2 - \frac{1}{4}\right) + \log_{x_2} \left(x_3 - \frac{1}{4}\right) + \dots + \log_{x_n} \left(x_1 - \frac{1}{4}\right).$$

A. 2n

B. n

C. 2

D. 4

Câu 18. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $5\log_2^2 a + 16\log_2^2 b + 27\log_2^2 c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \log_2 a \cdot \log_2 b + \log_2 b \cdot \log_2 c + \log_2 c \cdot \log_2 a$.

A. $\frac{1}{16}$

B. $\frac{1}{12}$

C. $\frac{1}{9}$

D. $\frac{1}{8}$

Câu 19. Cho hai số thực $a > 1, b > 1$. Giá trị nhỏ nhất của $S = \frac{1}{\log_{ab} a} + \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{ab}} b}$ có dạng $\frac{m}{n}$ (phân số tối giản

với m, n nguyên dương). Tính $2m + 3n$.

A. 30

B. 42

C. 24

D. 35

Câu 20. Cho các số thực $a, b \in [1; 2]$ thỏa mãn $a < b$. Biết rằng $m + 3\sqrt[3]{n}$ (với m, n nguyên dương) là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2\log_a(b^2 + 4b - 4) + \log_{\frac{b}{a}} a$. Tính $m + n$.

A. 9

B. 18

C. 54

D. 15

Câu 21. Cho $x, y > 0$ và $\log_2 x + x(x + y) \geq \log_2(6 - y) + 6x$. Giá trị lớn nhất của $P = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y}$ là

A. 19

B. $\frac{59}{3}$

C. $\frac{53}{3}$

D. $8 + 6\sqrt{2}$

Câu 22. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\log_{4x^2+9y^2}(2x+3y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của $P = x + 3y$ là

A. 1,5

B. $\frac{2+\sqrt{10}}{4}$

C. $\frac{5+\sqrt{10}}{4}$

D. $\frac{3+\sqrt{10}}{4}$