

ĐỒ THỊ HÀM SỐ CHỨA GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

Dạng 1. Đồ Thị Hàm $y = |f(x)|$

A. Kiến thức .

Đề bài : Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

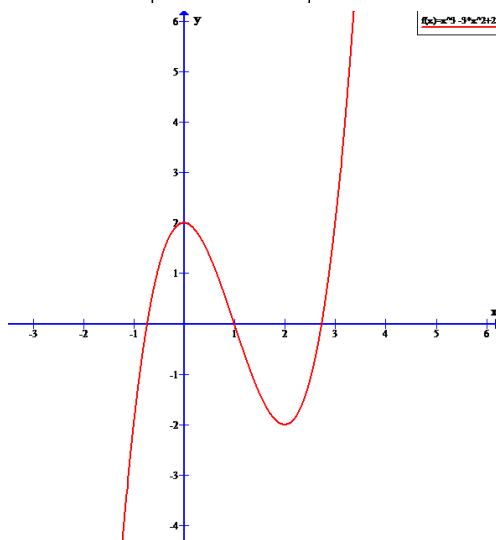
2) Từ đồ thị (C) hãy vẽ đồ thị hàm số (C_1) $y_1 = |f(x)|$

- Ta có $y_1 = |f(x)| = |y| = \begin{cases} y & \text{nếu } y \geq 0 \\ -y & \text{nếu } y < 0 \end{cases} \quad (1)$
 (2)

Do đó đồ thị hàm số (C_1) được suy từ đồ thị hàm số (C) như sau :

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm trên trục hoành (do (1))
- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C) nằm dưới trục hoành (do (2))

Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C) như hình vẽ. Từ đồ thị (C) hãy tìm tất cả các giá trị m để phương trình: $|x^3 - 3x^2 + 2| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.



A. $-2 < m < 2$

B. $0 < m < 2$

C. $-2 < m < 0$

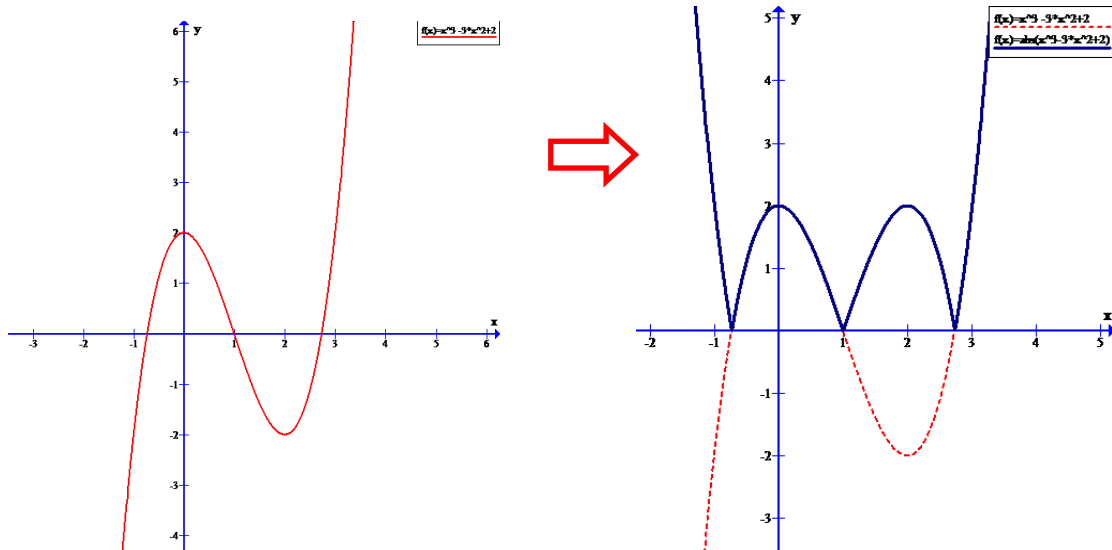
D. $0 < m < 4$

- Ta có $y_1 = |f(x)| = |y| = \begin{cases} y & \text{nếu } y \geq 0 \\ -y & \text{nếu } y < 0 \end{cases} \quad (1)$
 (2)

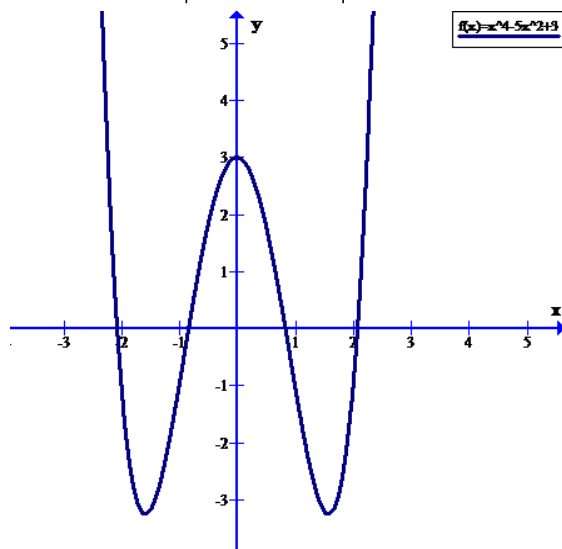
Do đó đồ thị hàm số (C_1) được suy từ đồ thị hàm số (C) như sau :

Phụ đề và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm trên trục hoành (do (1))
- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C) nằm dưới trục hoành (do (2))



Câu 2. Cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 3$ (C) như hình vẽ. Từ đồ thị (C) hãy tìm tất cả các giá trị m để phương trình: $|x^4 - 5x^2 + 3| = m$ có 8 nghiệm phân biệt.



- A. $-3 < m < 0$
C. $0 < m < 4$

- B. $-3 < m < 3$
D. $0 < m < 3$

- Ta có $y_1 = |f(x)| = |y| = \begin{cases} y & \text{nếu } y \geq 0 \\ -y & \text{nếu } y < 0 \end{cases}$ (1)

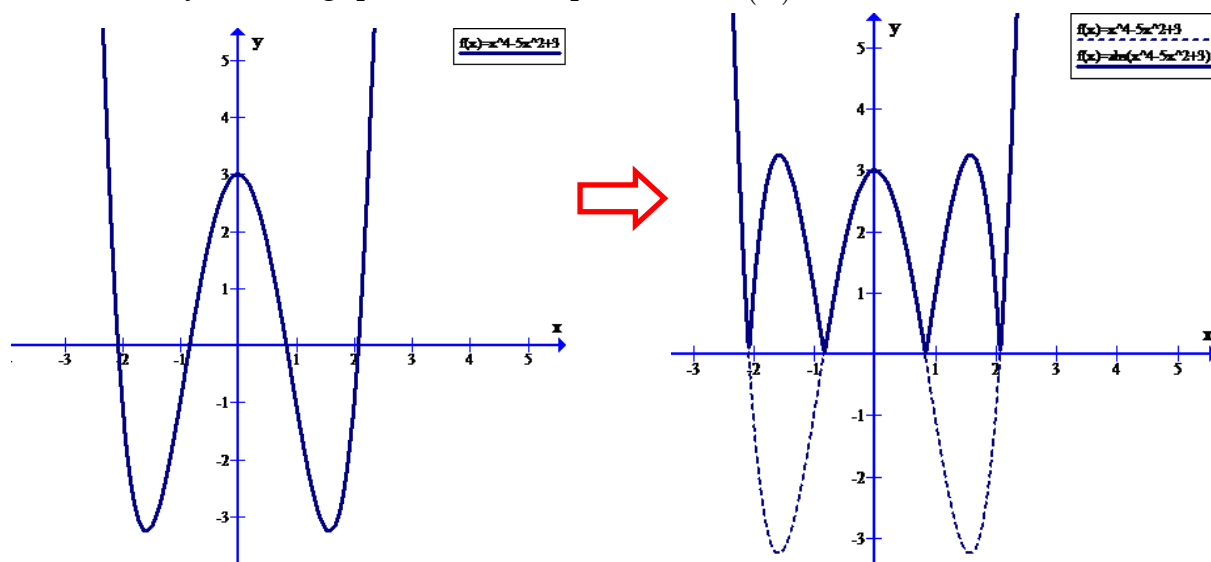
Do đó đồ thị hàm số (C_1) được suy từ đồ thị hàm số (C) như sau :

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm trên trục hoành (do (1))

Song là cho, đầu chỉ nhận riêng mình

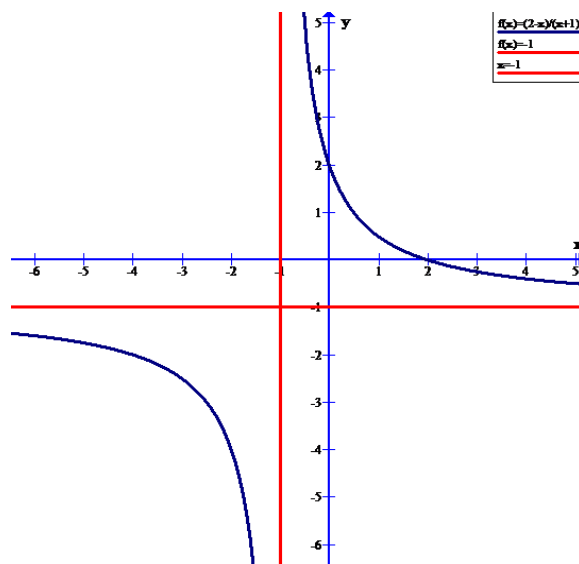
Phụ tìm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C) nằm dưới trục hoành (do (2))



Câu 3. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+1}$ (C) như hình vẽ. Từ đồ thị (C) hãy xác định đồ thị

hàm số $y_1 = \left| \frac{2-x}{x+1} \right|$.



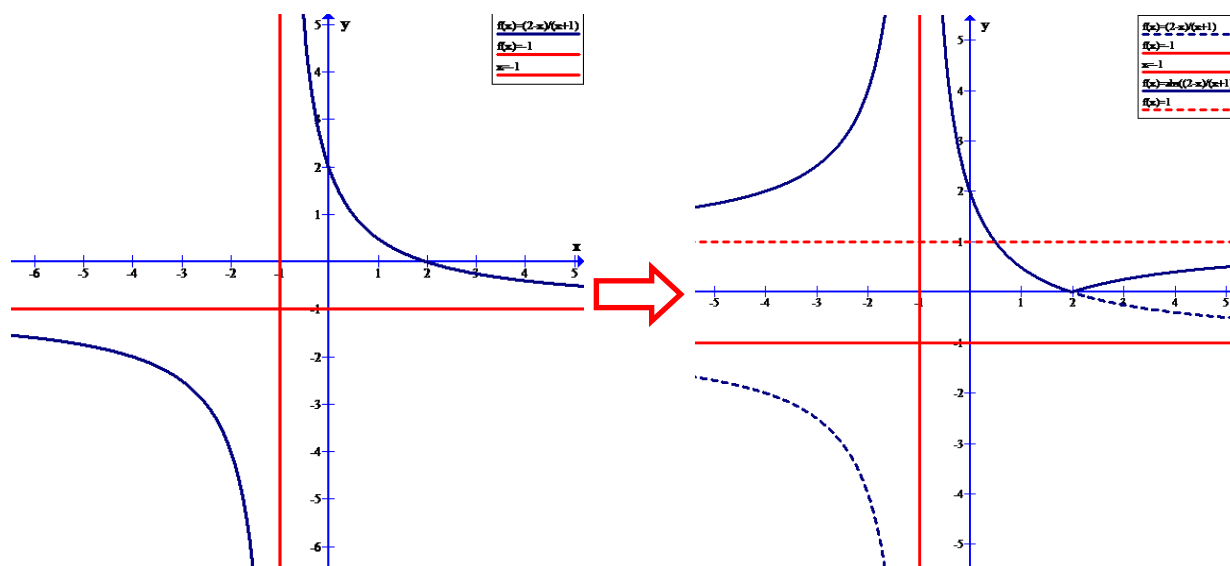
- Ta có $y_1 = |f(x)| = |y| = \begin{cases} y & \text{nếu } y \geq 0 \\ -y & \text{nếu } y < 0 \end{cases}$ (1)

Do đó đồ thị hàm số (C₁) được suy từ đồ thị hàm số (C) như sau :

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm trên trục hoành (do (1))
- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C) nằm dưới trục hoành (do (2))

Sống là cho, đâu chỉ nhận riêng mình

Thư tìm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn



Dạng 2. Đồ Thị Hàm $y = f(|x|)$

A. Kiến thức.

Đề bài : Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Từ đồ thị (C) hãy vẽ đồ thị hàm số (C1) $y_1 = f(|x|)$

- Ta có $y_1 = f(|x|) = \begin{cases} y & \text{nếu } x \geq 0 \\ y(-x) & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$ (1)

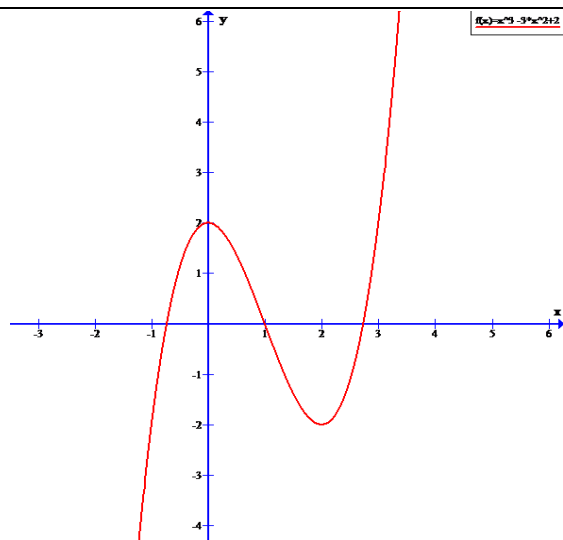
Ta lại có hàm số $y_1 = f(|x|)$ là hàm chẵn nên (C1) đối xứng qua trục tung (3)

Do đó đồ thị hàm số (C1) được suy từ đồ thị hàm số (C) như sau :

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm bên phải trục tung (do (1))
- Lấy đối xứng qua trục tung phần đồ thị (C) nằm bên phải trục tung (do (3))

Câu 4. Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C) như hình vẽ. Từ đồ thị (C) hãy tìm tất cả các giá trị m để phương trình: $|x|^3 - 3x^2 + 2 = m$ có 4 nghiệm phân biệt.

Sống là cho, đâu chỉ nhận riêng mình



A. $-2 < m < 0$

B. $0 < m < 3$

C. $-2 < m < 2$

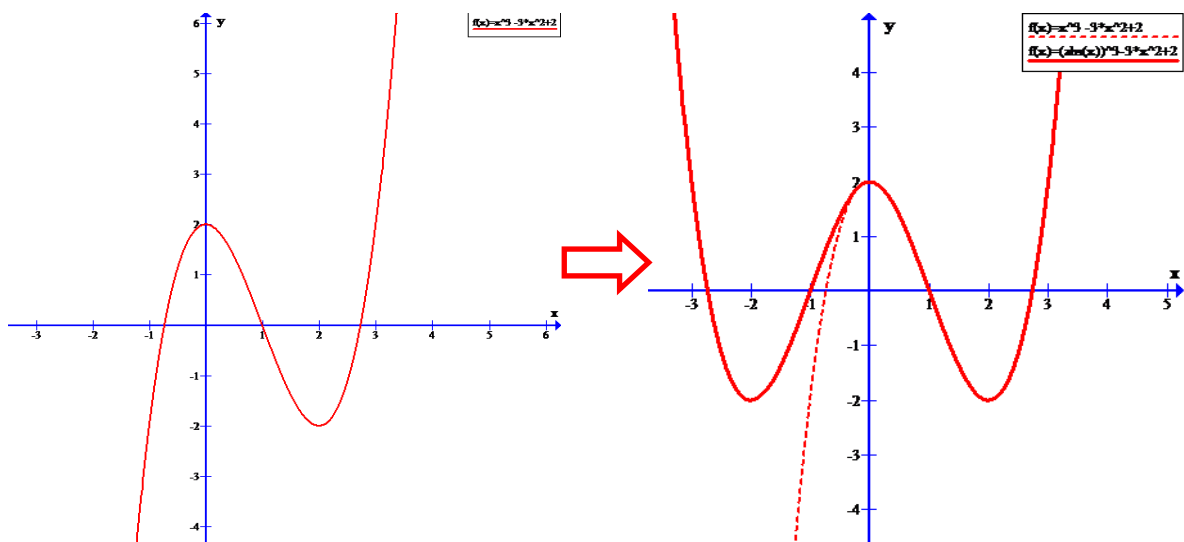
D. $0 < m < 2$

- Ta có $y_1 = f(|x|) = \begin{cases} y & \text{nếu } x \geq 0 \\ y(-x) & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$ (1)

Ta lại có hàm số $y_1 = f(|x|)$ là hàm chẵn nên (C₁) đối xứng qua trục tung (3)

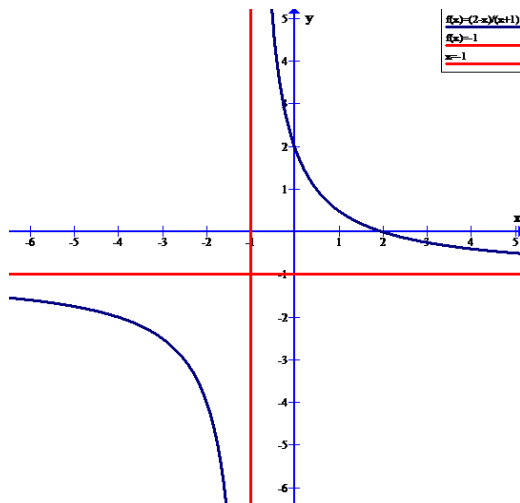
Do đó đồ thị hàm số (C₁) được suy từ đồ thị hàm số (C) như sau :

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm bên phải trục tung (do (1))
- Lấy đối xứng qua trục tung phần đồ thị (C) nằm bên phải trục tung (do (3))



Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+1}$ (C) như hình vẽ. Từ đồ thị (C) hãy xác định đồ thị

hàm số $y_1 = \frac{2-|x|}{|x|+1}$

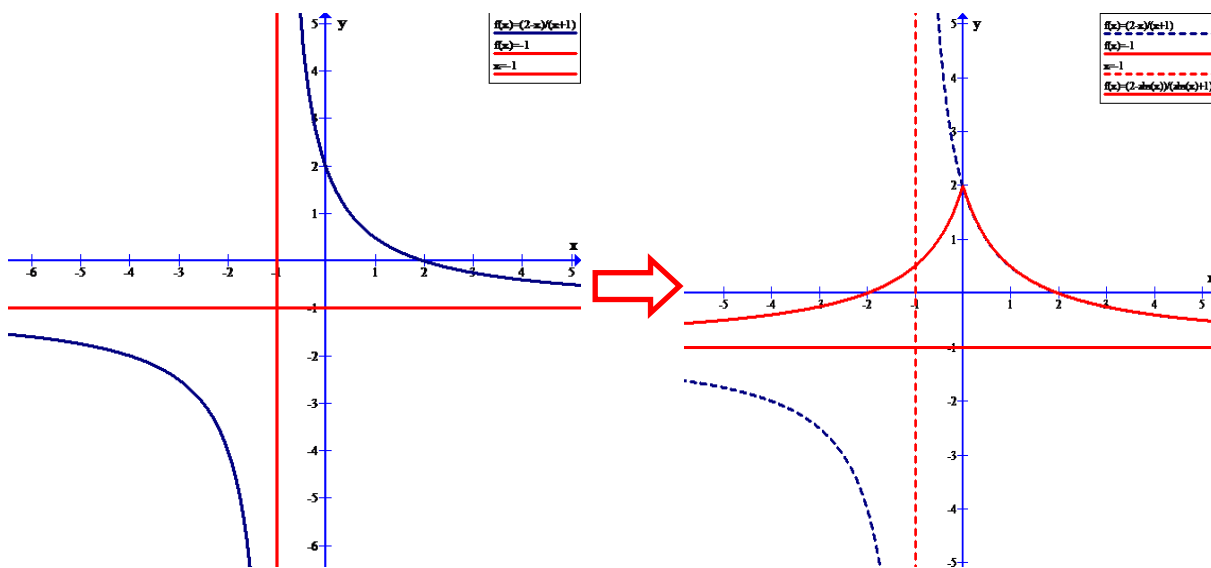


- Ta có $y_1 = f(|x|) = \begin{cases} y & \text{nếu } x \geq 0 \\ y(-x) & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$ (1)

Ta lại có hàm số $y_1 = f(|x|)$ là hàm chẵn nên (C₁) đối xứng qua trục tung (3)

Do đó đồ thị hàm số (C₁) được suy từ đồ thị hàm số (C) như sau :

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm bên phải trục tung (do (1))
- Lấy đối xứng qua trục tung phần đồ thị (C) nằm bên phải trục tung (do (3))



Dạng 3. Đồ Thị Hàm $y = |f(|x|)|$

A. Kiến thức .

Đề bài : Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Từ đồ thị (C) hãy vẽ đồ thị hàm số (C_2) $y_2 = |f(|x|)|$

- Ta vẽ từ trong ra ngoài

➤ Vẽ đồ thị hàm $y_1 = f(|x|)$ có đồ thị (C_1)

Ta có $y_1 = f(|x|) = \begin{cases} y & \text{nếu } x \geq 0 \\ y(-x) & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$ (1)

Ta lại có hàm số $y_1 = f(|x|)$ là hàm chẵn nên (C_1) đối xứng qua trục tung (3)

Do đó đồ thị hàm số (C_1) được suy từ đồ thị hàm số (C) như sau :

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm bên phải trục tung (do (1))
- Lấy đối xứng qua trục tung phần đồ thị (C) nằm bên phải trục tung (do (3))

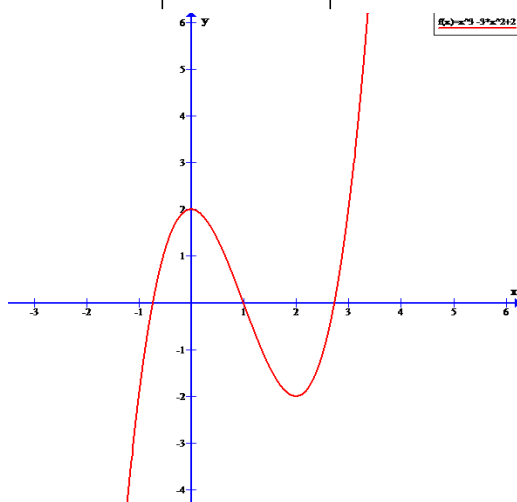
➤ Vẽ đồ thị hàm $y_2 = |y_1|$ có đồ thị (C_2)

Ta có $y_2 = |y_1| = \begin{cases} y_1 & \text{nếu } y_1 \geq 0 \\ -y_1 & \text{nếu } y_1 < 0 \end{cases}$ (4)

Do đó đồ thị hàm số (C_2) được suy từ đồ thị hàm số (C_1) như sau :

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C_1) nằm trên trục hoành (do (4))
- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C_1) nằm dưới trục hoành (do (5))

Câu 6. Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C) như hình vẽ. Từ đồ thị (C) hãy tìm tất cả các giá trị m để phương trình: $|x^3 - 3x^2 + 2| = m$ có 8 nghiệm phân biệt.



A. $0 < m < 2$

B. $-2 < m < 2$

C. $-2 < m < 0$

D. $0 < m < 3$

- Ta vẽ từ trong ra ngoài

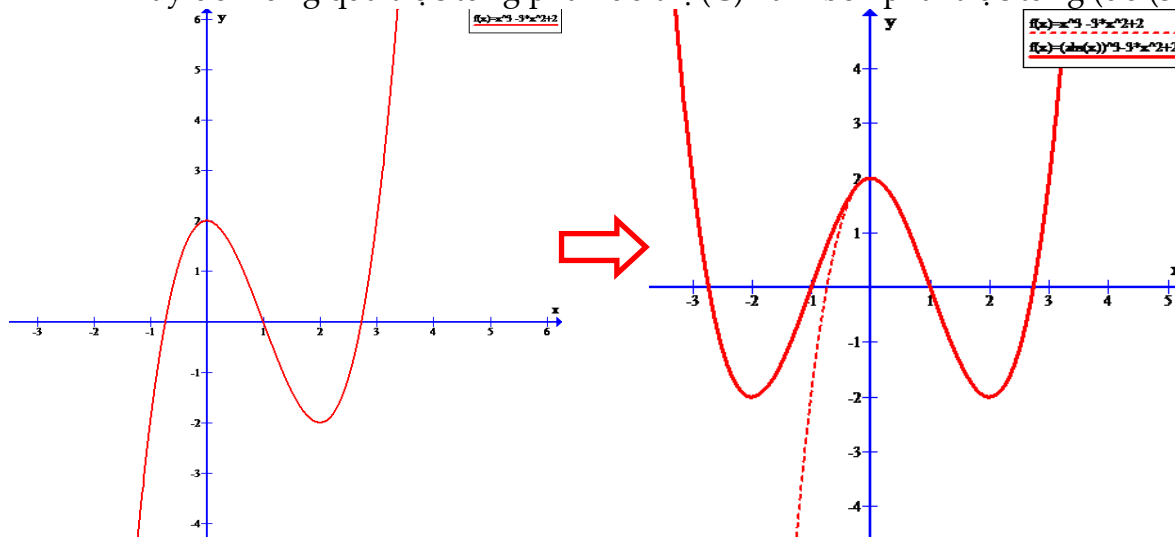
➤ Vẽ đồ thị hàm $y_1 = f(|x|)$ có đồ thị (C_1)

$$\text{Ta có } y_1 = f(|x|) = \begin{cases} y & \text{nếu } x \geq 0 \\ y(-x) & \text{nếu } x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

Ta lại có hàm số $y_1 = f(|x|)$ là hàm chẵn nên (C_1) đối xứng qua trục tung (3)

Do đó đồ thị hàm số (C_1) được suy từ đồ thị hàm số (C) như sau :

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm bên phải trục tung (do (1))
- Lấy đối xứng qua trục tung phần đồ thị (C) nằm bên phải trục tung (do (3))



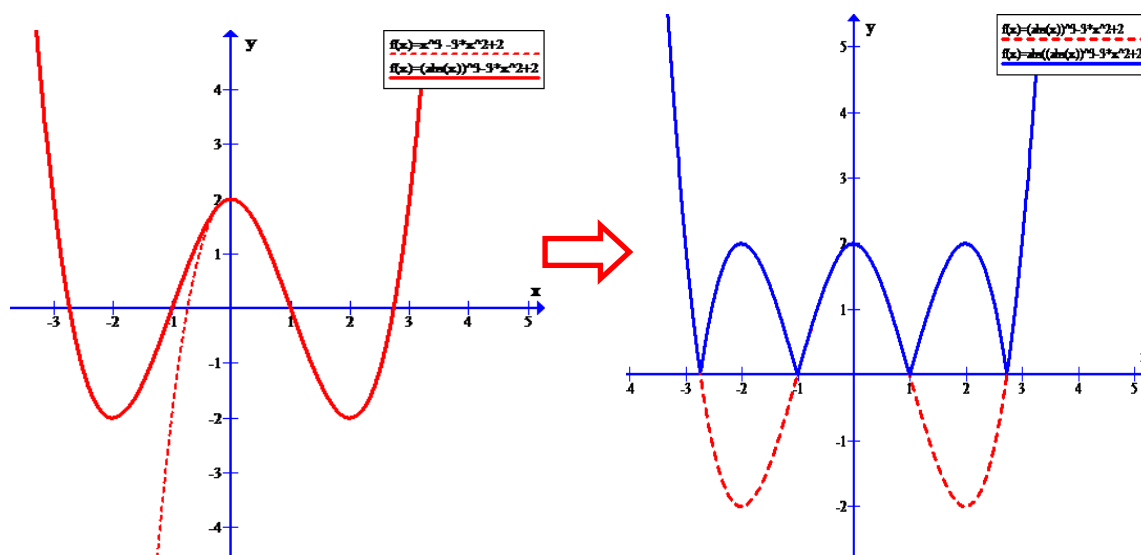
➤ Vẽ đồ thị hàm $y_2 = |y_1|$ có đồ thị (C_2)

$$\text{Ta có } y_2 = |y_1| = \begin{cases} y_1 & \text{nếu } y_1 \geq 0 \\ -y_1 & \text{nếu } y_1 < 0 \end{cases} \quad (4)$$

Do đó đồ thị hàm số (C_2) được suy từ đồ thị hàm số (C_1) như sau :

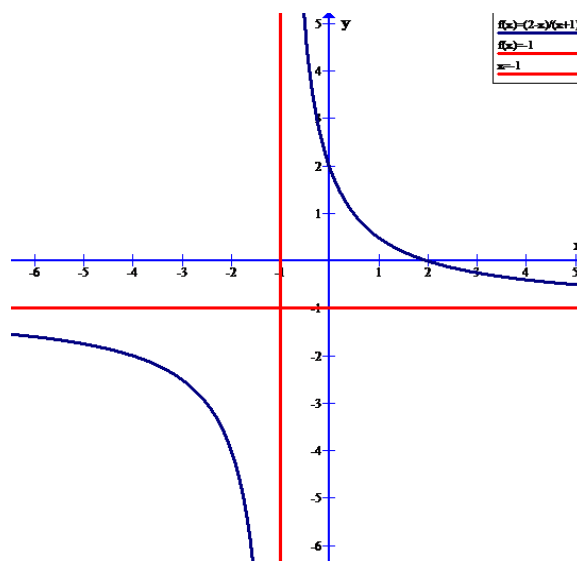
- Giữ nguyên phần đồ thị của (C_1) nằm trên trục hoành (do (4))
- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C_1) nằm dưới trục hoành (do (5))

Thư tìm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn



Câu 7. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+1}$ (C) như hình vẽ. Từ đồ thị (C) hãy xác định đồ thị

hàm số $y_2 = \left| \frac{2-|x|}{|x|+1} \right|$.



- Ta vẽ từ trong ra ngoài

➤ Vẽ đồ thị hàm $y_1 = f(|x|)$ có đồ thị (C₁)

Ta có $y_1 = f(|x|) = \begin{cases} y & \text{nếu } x \geq 0 \\ y(-x) & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$ (1)

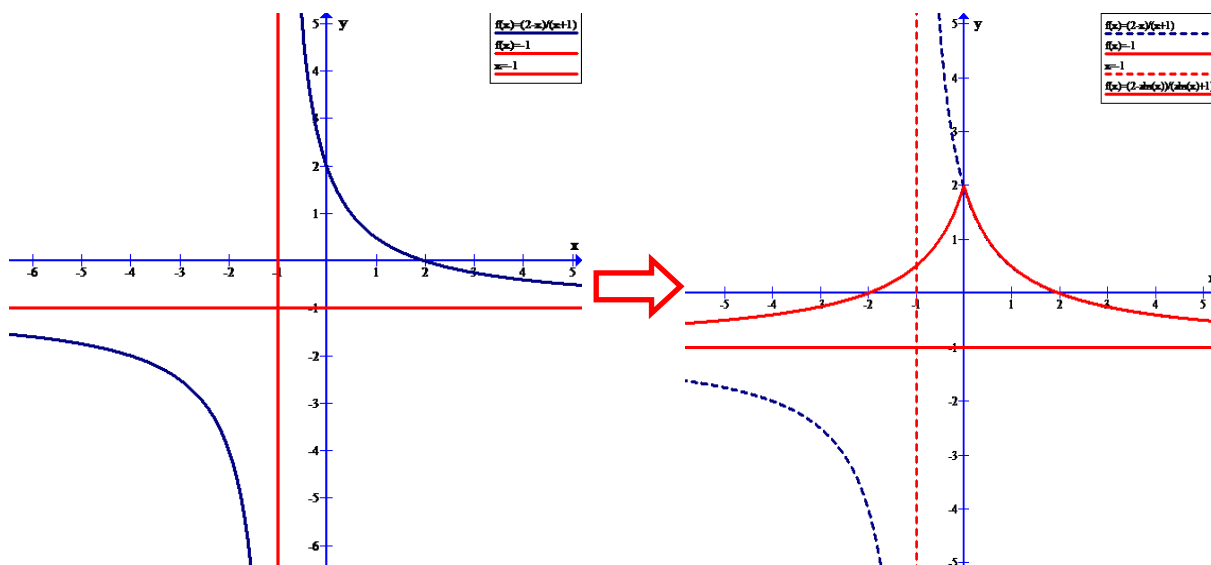
Ta lại có hàm số $y_1 = f(|x|)$ là hàm chẵn nên (C₁) đối xứng qua trục tung (3)

Do đó đồ thị hàm số (C₁) được suy từ đồ thị hàm số (C) như sau :

Song là cho, đâu chỉ nhận riêng mình

Phụ lục và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm bên phải trục tung (do (1))
- Lấy đối xứng qua trục tung phần đồ thị (C) nằm bên phải trục tung (do (3))

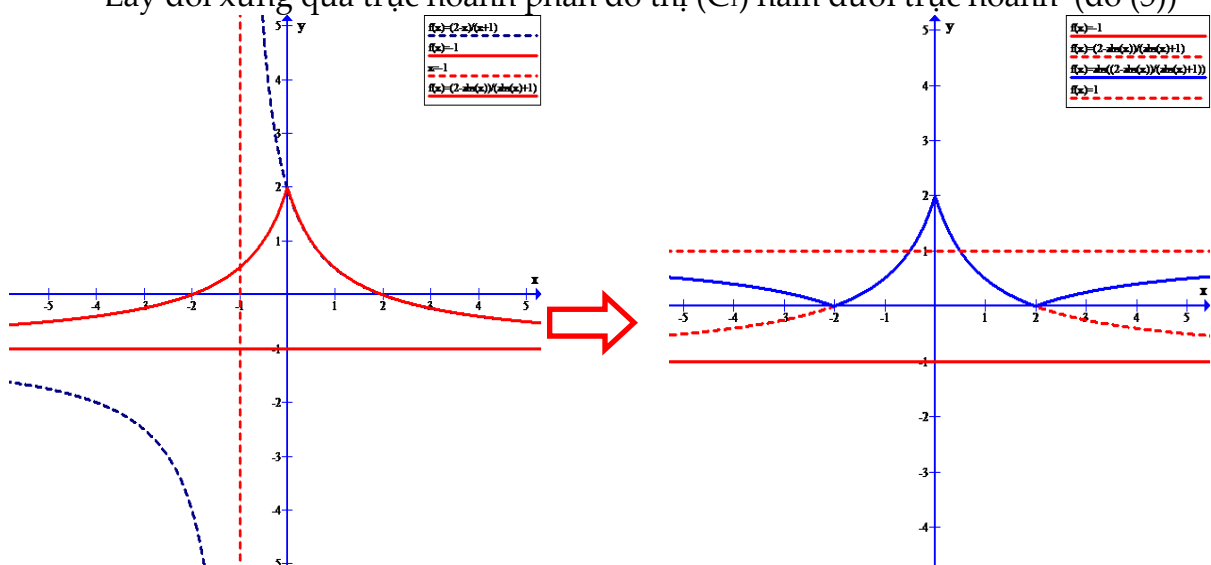


➤ Vẽ đồ thị hàm $y_2 = |y_1|$ có đồ thị (C₂)

$$\text{Ta có } y_2 = |y_1| = \begin{cases} y_1 & \text{nếu } y_1 \geq 0 \\ -y_1 & \text{nếu } y_1 < 0 \end{cases} \quad (4)$$

Do đó đồ thị hàm số (C₂) được suy từ đồ thị hàm số (C₁) như sau :

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C₁) nằm trên trục hoành (do (4))
- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C₁) nằm dưới trục hoành (do (5))



Ông là cho, đầu chỉ nhận riêng mình

Dạng 4. Đồ Thị Hàm $y = |u(x)| \cdot v(x)$

A. Kiến thức .

Đề bài : Cho hàm số $y=u(x).v(x)$ có đồ thị (C)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

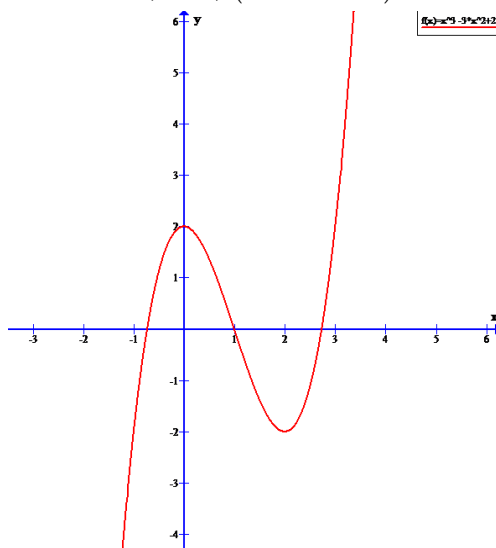
2) Từ đồ thị (C) hãy vẽ đồ thị hàm số (C_1) $y_1 = |u(x)| \cdot v(x)$

- Ta có $y_1 = |u(x)| \cdot v(x) = \begin{cases} y & \text{nếu } u(x) \geq 0 \\ -y & \text{nếu } u(x) < 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$

Do đó đồ thị hàm số (C_1) được suy từ đồ thị hàm số (C) như sau :

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm trên miền $u(x) \geq 0$ (do (1))
- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C) nằm trên miền $u(x) < 0$ (do (2))

Câu 8. Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C) như hình vẽ. Từ đồ thị (C) hãy tìm tất cả các giá trị m để phương trình: $|x-1| \cdot (x^2 - 2x - 2) = m$ có 4 nghiệm phân biệt.



A. $-1 < m < 2$

B. $-2 < m < 0$

C. $-2 < m < 2$

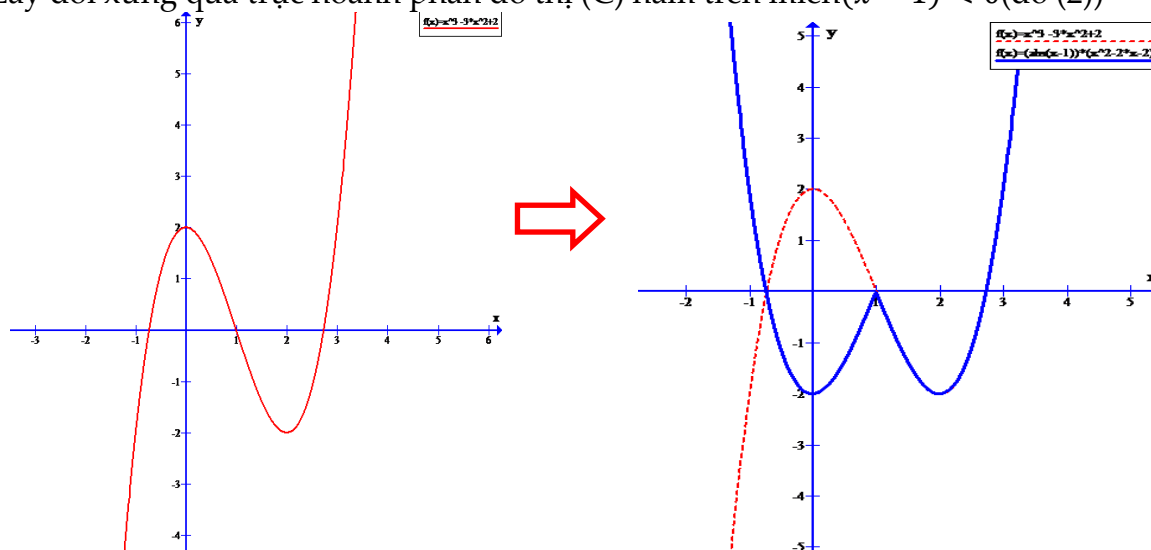
C. $0 < m < 2$

- Ta có $y_1 = |x-1| \cdot (x^2 - 2x - 2) = \begin{cases} y = x^3 - 3x^2 + 2 & \text{nếu } (x-1) \geq 0 \\ -y = -(x^3 - 3x^2 + 2) & \text{nếu } (x-1) < 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$

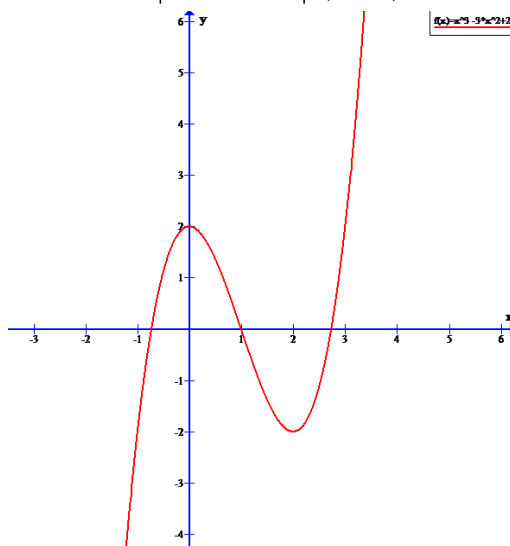
Do đó đồ thị hàm số (C_1) được suy từ đồ thị hàm số (C) như sau :

Phụ lục và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm trên miền $(x - 1) \geq 0$ (do (1))
- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C) nằm trên miền $(x - 1) < 0$ (do (2))



Câu 9. Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C) như hình vẽ. Từ đồ thị (C) hãy tìm tất cả các giá trị m để phương trình: $|x^2 - 2x - 2| \cdot (x - 1) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.



- A. $-3 < m < 3$
- C. $-2 < m < 0$

- B. $0 < m < 2$
- D. $-2 < m < 2$

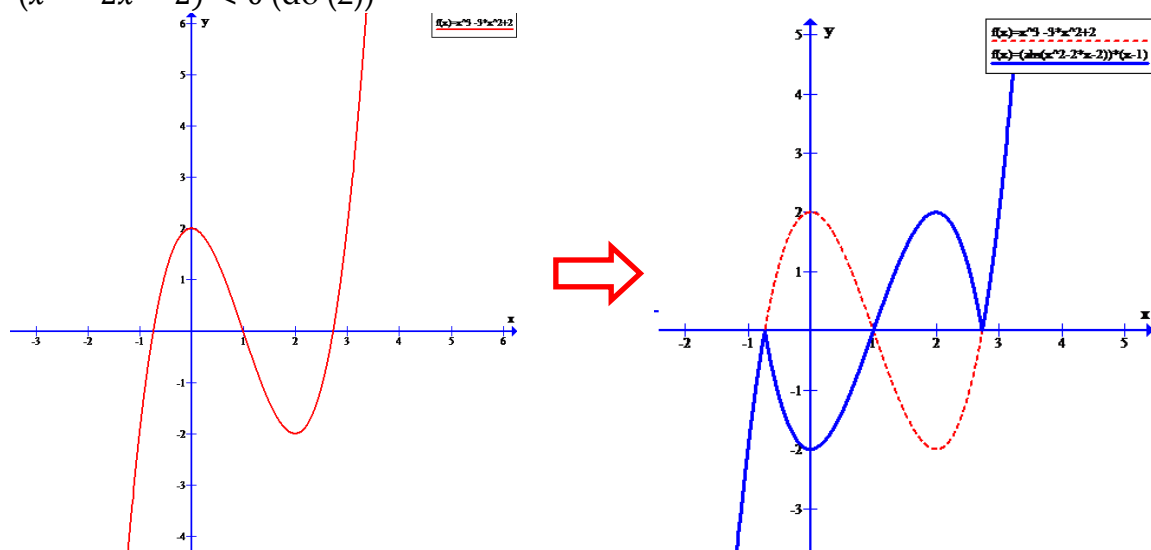
- Tácó $y_1 = |x - 1| \cdot (x^2 - 2x - 2)$
- $$= \begin{cases} y = x^3 - 3x^2 + 2 & \text{nếu } (x^2 - 2x - 2) \geq 0 \quad (1) \\ -y = -(x^3 - 3x^2 + 2) & \text{nếu } (x^2 - 2x - 2) < 0 \quad (2) \end{cases}$$

Do đó đồ thị hàm số (C_1) được suy từ đồ thị hàm số (C) như sau :

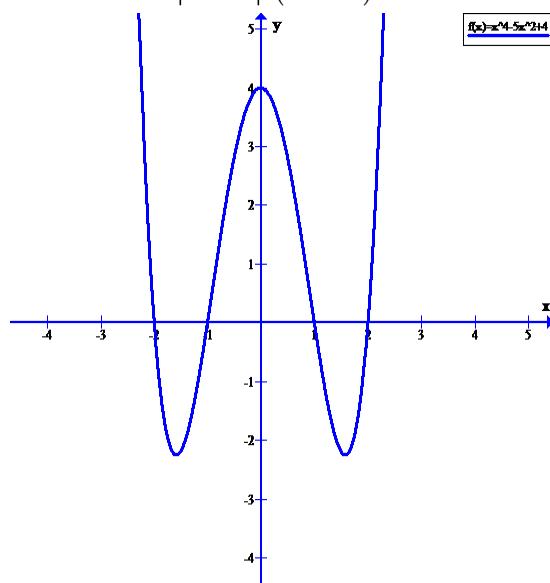
Ông là cho, đầu chỉ nhận riêng mình

Thư tìm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm trên miền $(x^2 - 2x - 2) \geq 0$ (do (1))
- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C) nằm trên miền $(x^2 - 2x - 2) < 0$ (do (2))



Câu 10. Cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ (C) như hình vẽ. Từ đồ thị (C) hãy tìm tất cả các giá trị m để phương trình: $|x^2 - 1| \cdot (x^2 - 4) = m$ có 6 nghiệm phân biệt



A. $-2 < m < 0$

B. $-2 < m < 4$

C. $0 < m < 4$

D. $-4 < m < 0$

- Ta có $y_1 = |x^2 - 1| \cdot (x^2 - 4) = \begin{cases} y = x^4 - 5x^2 + 4 & \text{nếu } (x^2 - 1) \geq 0 \quad (1) \\ -y = -(x^4 - 5x^2 + 4) & \text{nếu } (x^2 - 1) < 0 \quad (2) \end{cases}$

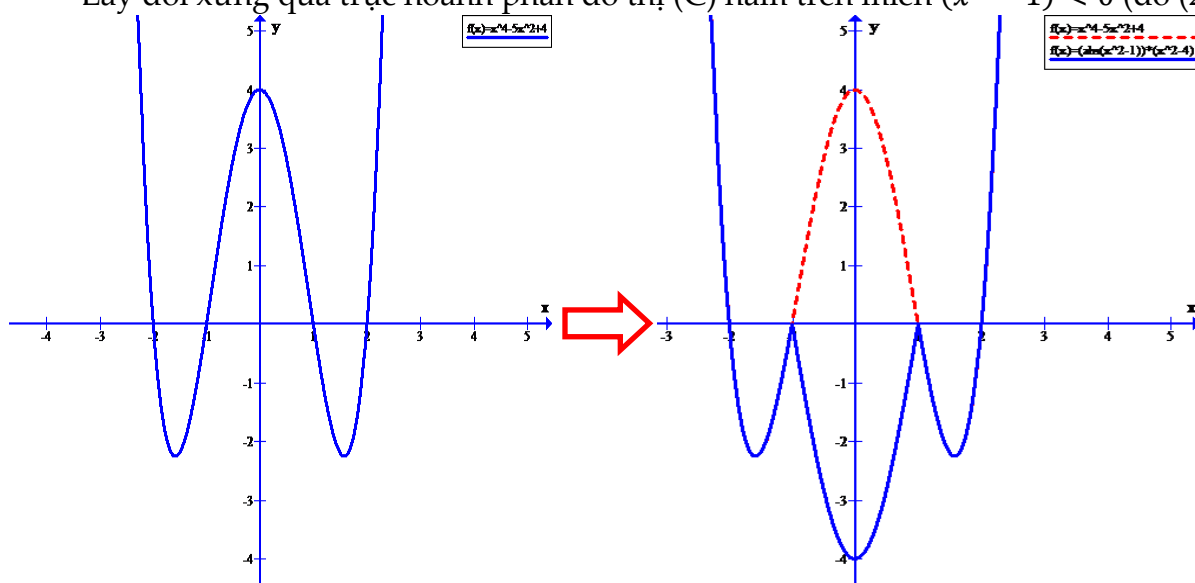
Do đó đồ thị hàm số (C_1) được suy từ đồ thị hàm số (C) như sau :

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm trên miền $(x^2 - 1) \geq 0$ (do (1))

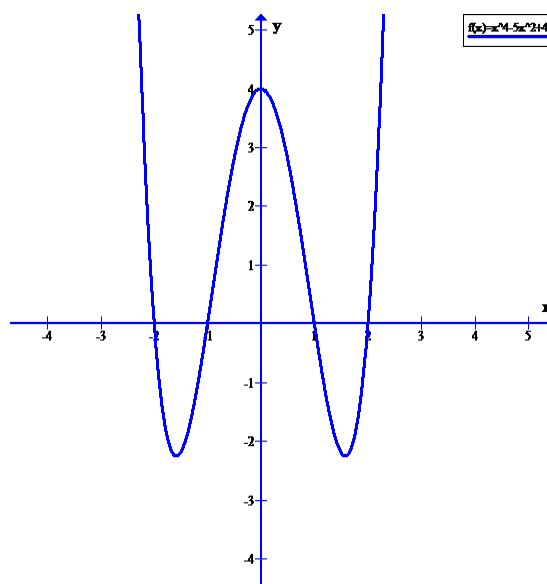
Song là cho, đừu chỉ nhận riêng mình

Phụ lục và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C) nằm trên miền $(x^2 - 1) < 0$ (do (2))



Câu 11. Cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ (C) như hình vẽ. Từ đồ thị (C) hãy tìm tất cả các giá trị m để phương trình: $|x^2 - 4| \cdot (x^2 - 1) = m$ có 6 nghiệm phân biệt.



A. $-2 < m < 0$

B. $0 < m < 2$

C. $0 < m < 4$

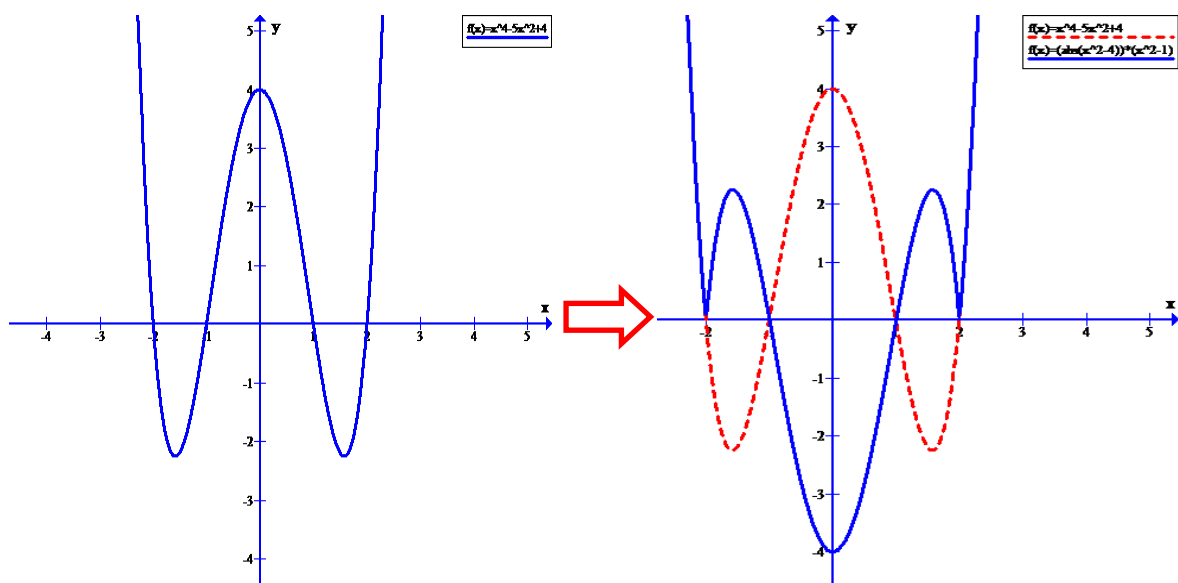
D. $-4 < m < 0$

- Ta có $y_1 = |x^2 - 1| \cdot (x^2 - 4) = \begin{cases} y = x^4 - 5x^2 + 4 & \text{nếu } (x^2 - 4) \geq 0 \\ -y = -(x^4 - 5x^2 + 4) & \text{nếu } (x^2 - 4) < 0 \end{cases}$ (1)

Do đó đồ thị hàm số (C_1) được suy từ đồ thị hàm số (C) như sau :

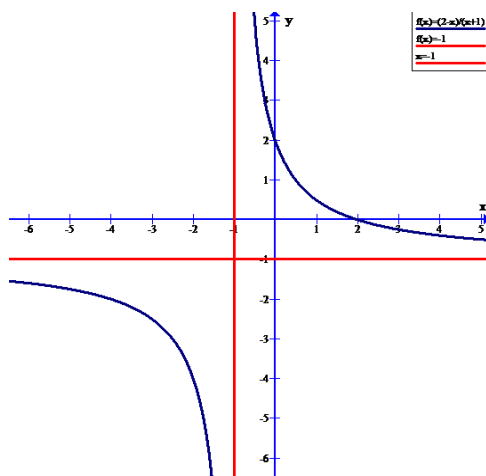
- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm trên miền $(x^2 - 4) \geq 0$ (do (1))
- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C) nằm trên miền $(x^2 - 4) < 0$ (do (2))

Song là cho, đầu chỉ nhận riêng mình



Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{2-x}{x+1}$ (C) như hình vẽ. Từ đồ thị (C) hãy xác định đồ thị hàm số

$$y_1 = \frac{|2-x|}{x+1}.$$

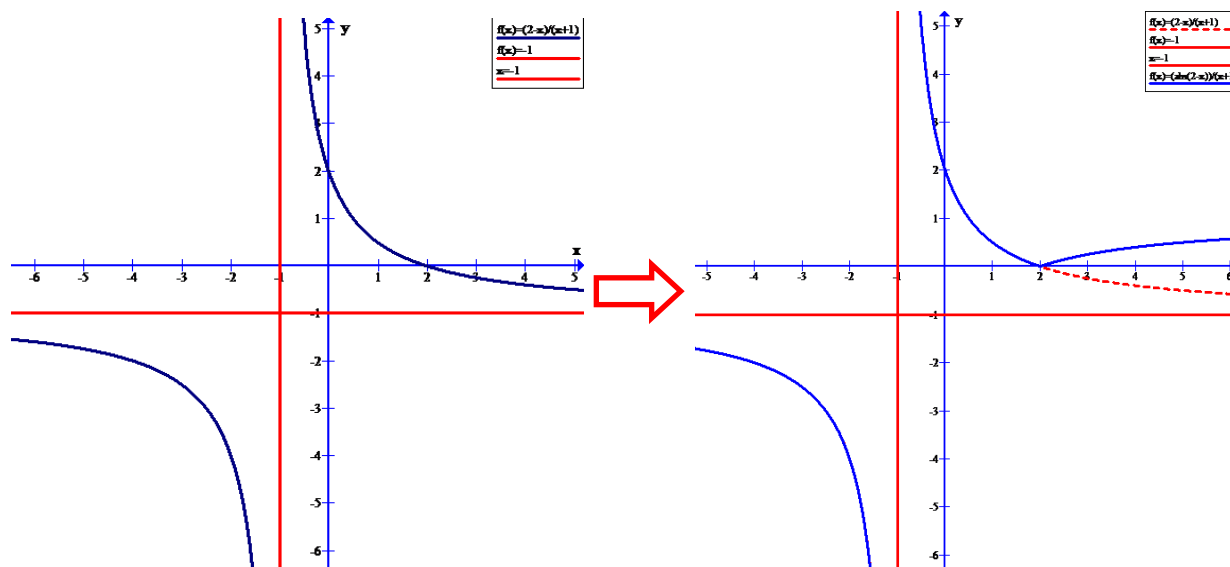


- Ta có $y_1 = \frac{|2-x|}{x+1} = \begin{cases} y = \frac{2-x}{x+1} & \text{nếu } (2-x) \geq 0 \quad (1) \\ -y = -\frac{2-x}{x+1} & \text{nếu } (2-x) < 0 \quad (2) \end{cases}$

Do đó đồ thị hàm số (C₁) được suy từ đồ thị hàm số (C) như sau :

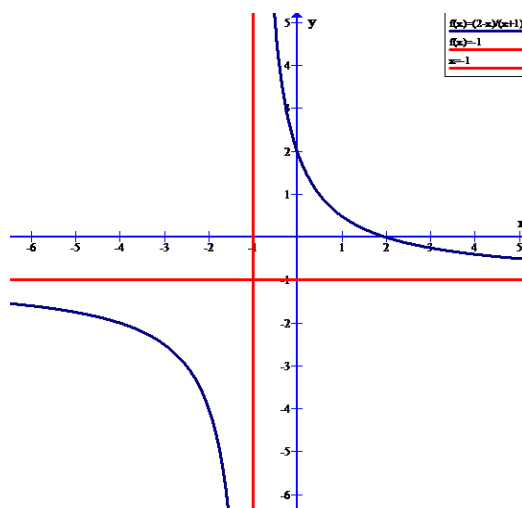
- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm trên miền $(2-x) \geq 0$ (do (1))
- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C) nằm trên miền $(2-x) < 0$ (do (2))

Thư tìm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn



Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{2-x}{x+1}$ (C) như hình vẽ. Từ đồ thị (C) hãy xác định đồ thị hàm số

$$y_1 = \frac{2-x}{|x+1|}.$$



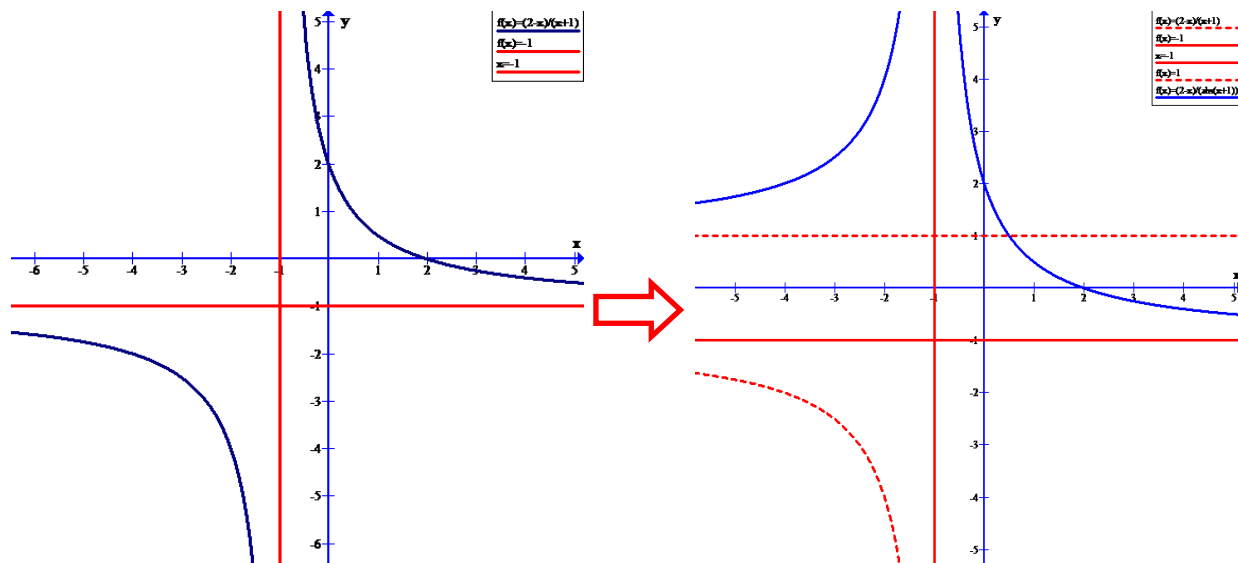
• Ta có $y_1 = \frac{2-x}{|x+1|} = \begin{cases} y = \frac{2-x}{x+1} & \text{nếu } (x+1) > 0 \\ -y = -\frac{2-x}{x+1} & \text{nếu } (x+1) < 0 \end{cases}$

Do đó đồ thị hàm số (C₁) được suy từ đồ thị hàm số (C) như sau :

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm trên miền $(x+1) > 0$ (do (1))
- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C) nằm trên miền $(x+1) < 0$ (do (2))

Ông là cho, đầu chỉ nhận riêng mình

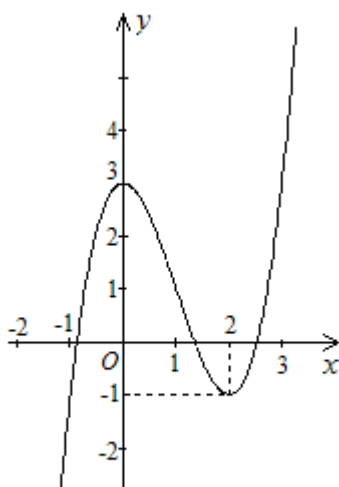
Thư tìm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn



Ông là cho, đầu chỉ nhận riêng mình

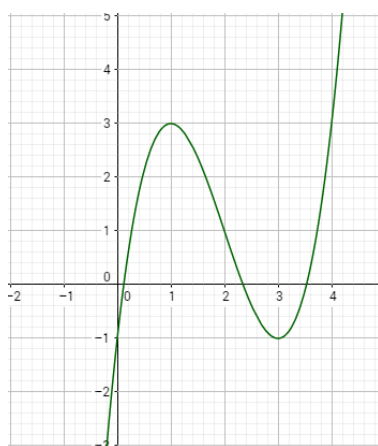
BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ như hình vẽ. Hãy xác định số điểm cực trị của hàm số $y_1 = |x^3 - 3x^2 + 3|$.



Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$

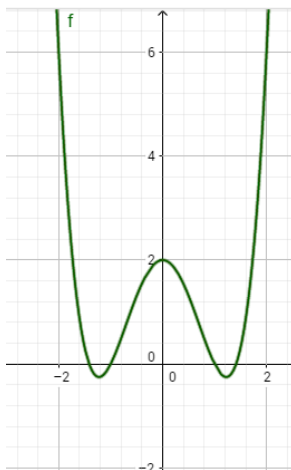
- A. 2
B. 3
C. 4
D. 5
2. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ như hình vẽ. Hãy xác định số điểm cực trị của hàm số $y_1 = |x^3 - 6x^2 + 9x - 1|$.



- A. 2
B. 3
C. 4
D. 5

Thư tìm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

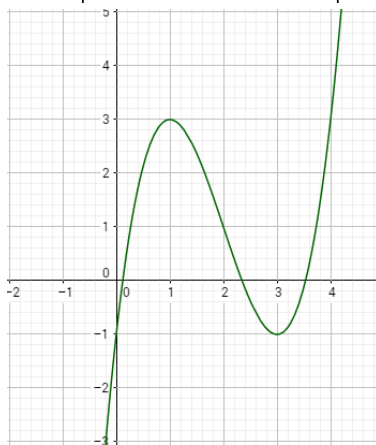
3. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$ như hình vẽ. Hãy xác định số điểm cực trị của hàm số $y_1 = |x^4 - 3x^2 + 2|$.



A. 5
B. 8

C. 6
D. 7

4. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ như hình vẽ. Hãy xác định số điểm cực trị của hàm số $y_1 = ||x|^3 - 6x^2 + 9|x| - 1|$.



A. 10
B. 12

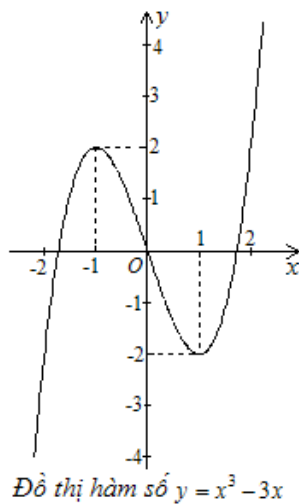
C. 11
D. 13

5. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x$ như hình vẽ. Dựa vào đồ thị (C) hãy xác định m để phương trình: $|\sin t (\cos 2t - 5)| = 2m$ có 4 nghiệm phân biệt $t \in [0; 2\pi)$.

==

Sống là cho, đâu chỉ nhận riêng mình

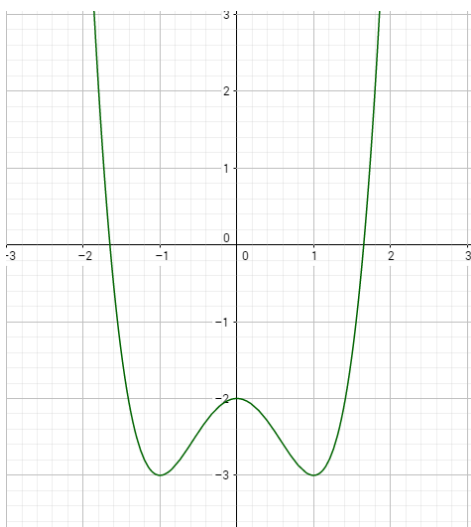
Thư tìm và biên soạn: Phạm C



- A. $-1 < m < 1$
B. $-2 < m < 0$

- C. $0 < m < 2$
D. $-2 < m < 2$

6. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ như hình vẽ. Dựa vào đồ thị (C) hãy xác định m để phương trình: $\left| \tan^4 t - \frac{2}{\cos^2 t} \right| = m$ có 6 nghiệm phân biệt $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$.



- A. $2 < m < 3$
B. $-3 < m < 0$

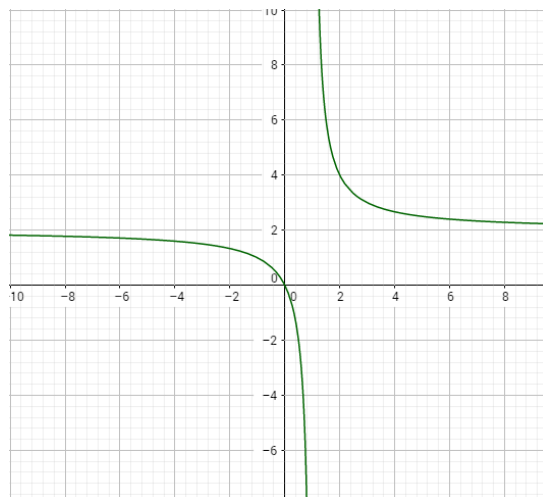
- C. $-2 < m < 2$
D. $0 < m < 3$

7. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ như hình vẽ.

Dựa vào đồ thị (C) hãy xác định m để phương trình: $(m-2) \left| t + \frac{1}{t} \right| - m = 0$ có 4 nghiệm t phân biệt.

Sống là cho, đâu chỉ nhận riêng mình

Thư tìm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn



A. $2 < m < 3$

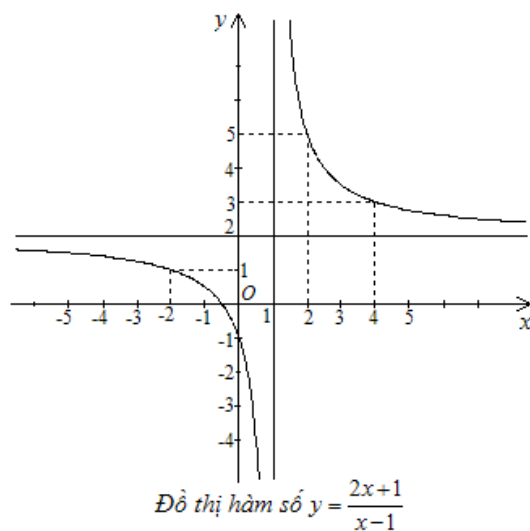
B. $-3 < m < 0$

C. $2 < m < 4$

D. $0 < m < 3$

8. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ như hình vẽ.

Dựa vào đồ thị (C) hãy xác định m để phương trình: $m|\log_2 t - 1| - 2\log_2 t - 1 = 0$ có 2 nghiệm t phân biệt .



A. $m < -2$

B. $m > 2$

C. $m < 3$

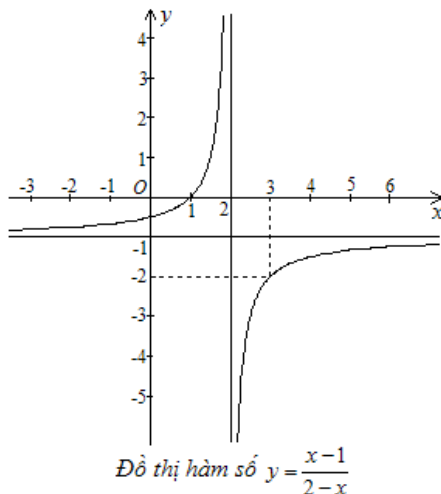
D. $1 < m < 3$

Sống là cho, đâu chỉ nhận riêng mình

9. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x-1}{2-x}$ như hình vẽ.

Dựa vào đồ thị (C) hãy xác định m để phương trình:

$$\left| \sin 2t - 2 \sin^2 t \right| + \sqrt{2} m \sin \left(2t + \frac{\pi}{4} \right) - 2m = 0 \text{ có 2 nghiệm } t \text{ phân biệt thuộc đoạn } \left[-\frac{3\pi}{8}; \frac{\pi}{8} \right].$$



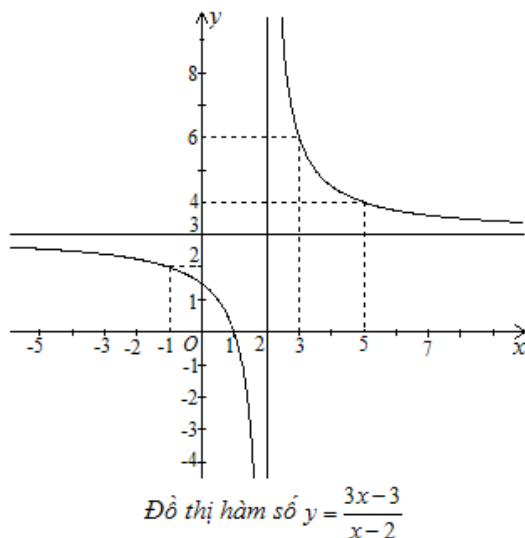
A. $m > 2$

B. $0 < m \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $m < 3$

D. $-1 < m \leq \frac{1}{2}$

10. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{3x-3}{x-2}$ như hình vẽ. Dựa vào đồ thị (C) hãy xác định m để phương trình: $3\left|\sqrt{9-t^2}-1\right|-m\left|\sqrt{9-t^2}-2\right|=0$ có 4 nghiệm t phân biệt.



Phụ tầm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

A. $0 < m \leq \frac{3}{2}$ hoặc $m \geq 6$.

C. $m < -2$ hoặc $m > 3$

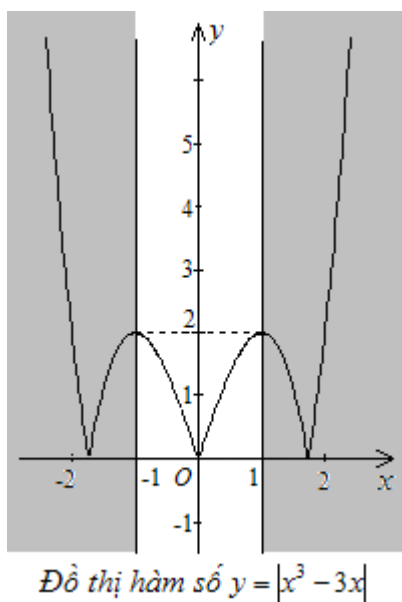
B. $-1 < m \leq 1$ hoặc $m > 2$

D. $m > 3$ hoặc $-\frac{1}{2} < m < 2$

GIẢI BÀI TẬP

Bài 5. Lời giải:

1) Đồ thị của hàm số $y = |x^3 - 3x|$ như hình vẽ.



2) Ta có phương trình: $|\sin t (\cos 2t + 5)| = 2m$

$$\Leftrightarrow |\sin t (1 - 2\sin^2 t + 5)| = 2m \Leftrightarrow |\sin t (3 - \sin^2 t)| = m \Leftrightarrow |\sin^3 t - 3\sin t| = m \quad (1)$$

Đặt $x = \sin t$, vì $t \in [0; 2\pi)$ nên $x \in [-1; 1]$ và mỗi giá trị $x \in (-1; 1)$ cho hai giá trị

$$t \in [0; 2\pi) \setminus \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right\}. \text{ Còn khi } x = 1 \text{ thì } t = \frac{\pi}{2}; \text{ khi } x = -1 \text{ thì } t = \frac{3\pi}{2}.$$

Khi đó phương trình (1) trở thành $|x^3 - 3x| = m \quad (2)$

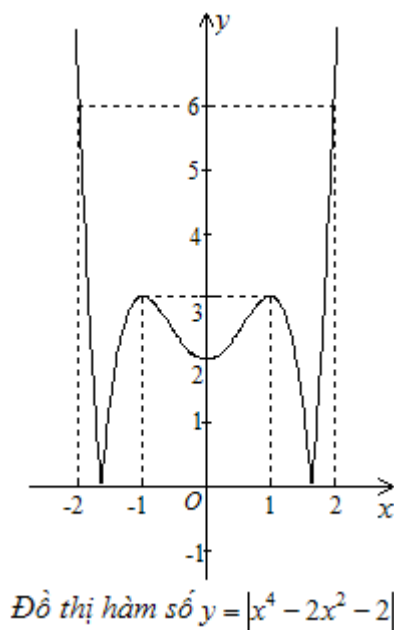
Phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt $t \in [0; 2\pi)$ khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $x \in (-1; 1) \Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị (G) của hàm số $y = |x^3 - 3x|$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ thuộc $(-1; 1)$.

Dựa vào đồ thị (G) ta có đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị (G) của hàm số $y = |x^3 - 3x|$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ thuộc $(-1; 1)$ khi và chỉ khi $0 < m < 2$.

Sống là cho, đâu chỉ nhận riêng mình

Bài 6. Lời giải:

1) Đồ thị của hàm số $y = |x^4 - 2x^2 - 2|$ như hình vẽ.



2) Ta có phương trình $\left| \tan^4 t - \frac{2}{\cos^2 t} \right| = m \Leftrightarrow |\tan^4 t - 2 \tan^2 t - 2| = m \quad (1)$

Đặt $x = \tan t$, vì $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ nên $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $x = \tan t$ là đồng biến trên khoảng

$\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ nên mỗi giá trị x cho tương ứng một giá trị t .

Khi đó phương trình (1) trở thành $\Leftrightarrow |x^4 - 2x^2 - 2| = m \quad (2)$

Suy ra phương trình (1) có 6 nghiệm t phân biệt thuộc $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi phương

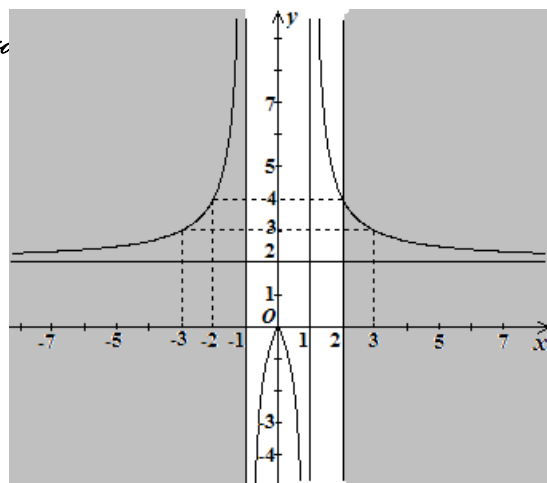
trình (2) có 6 nghiệm x phân biệt thuộc $\mathbb{R} \Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị (C_2) của hàm số $y = |x^4 - 2x^2 - 2|$ tại 6 điểm phân biệt.

Dựa vào đồ thị (C_2) , suy ra đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị (C_2) của hàm số $y = |x^4 - 2x^2 - 2|$ tại 6 điểm phân biệt khi và chỉ khi $2 < m < 3$.

Bài 7. Lời giải:

1) Đồ thị của hàm số $y = \frac{2|x|}{|x|-1}$ như hình vẽ

Phân tích và biên số



Đồ thị hàm số $y = \frac{2|x|}{|x|-1}$

2) Điều kiện $t \neq 0$. Ta có $(m-2)\left|t + \frac{1}{t}\right| - m = 0 \Leftrightarrow m\left(\left|t + \frac{1}{t}\right| - 1\right) = 2\left|t + \frac{1}{t}\right|$ (2)

Đặt $x = t + \frac{1}{t} \Rightarrow |x| = \left|t + \frac{1}{t}\right| = \left|t\right| + \frac{1}{|t|} \geq 2$ (khi $x = 2 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $x = -2 \Leftrightarrow t = -1$)

Khi đó phương trình (2) trở thành $m(|x|-1) = 2|x| \Leftrightarrow m = \frac{2|x|}{|x|-1}$ (3)

Chú ý rằng $x = t + \frac{1}{t} \Leftrightarrow t^2 - xt + 1 = 0$

$\Leftrightarrow t = \frac{1}{2}(x \pm \sqrt{x^2 - 4})$ nên mỗi giá trị

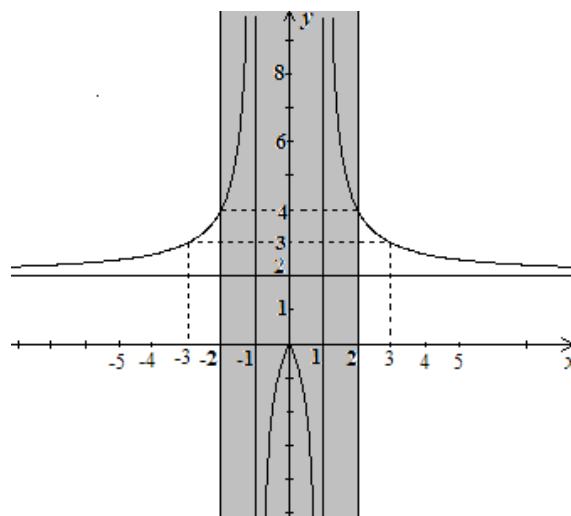
$x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ tương ứng với hai giá trị $t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Suy ra:

Phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt $t \neq 0$ khi và chỉ khi phương trình (3) có 2 nghiệm $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

$\Leftrightarrow$ Đồ thị (C_3) của hàm số $y = \frac{2|x|}{|x|-1}$

cắt đường thẳng $y = m$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

$\Leftrightarrow 2 < m < 4$.



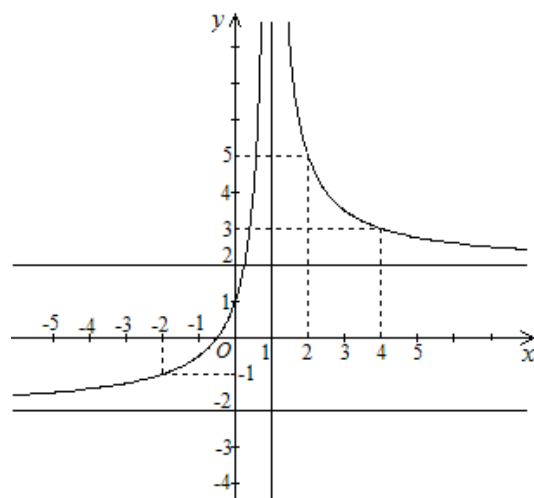
Đồ thị hàm số $y = \frac{2|x|}{|x|-1}$

Bài 8. Lời giải:

Ông là cho, đầu chỉ nhận riêng mình

Thư tìm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

1) Đồ thị của hàm số $y = \frac{2x+1}{|x-1|}$ như hình vẽ



Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{|x-1|}$

2) Điều kiện $t > 0$. Đặt $x = \log_2 t$ thì $t = e^x$, suy ra mỗi giá trị $x \in \mathbb{R}$ tương ứng với một giá trị $t > 0$. Khi đó phương trình đã cho trở thành $|x-1|m - 2x - 1 = 0$ (1)

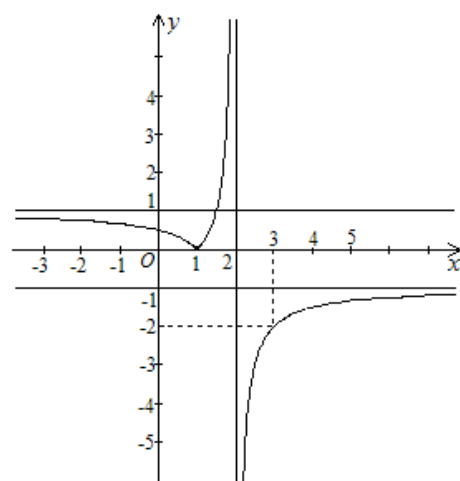
Nếu $x = 1$ thì phương trình (1) $\Leftrightarrow -1 = 0$ (vô lý).

Do đó $x \neq 1$. Khi đó (1) $\Leftrightarrow m = \frac{2x+1}{|x-1|}$ (2)

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $t > 0$ khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$ Đồ thị (C_4) của hàm số $y = \frac{2x+1}{|x-1|}$ cắt đường thẳng $y = m$ tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow m > 2$.

Bài 9. Lời giải:

1) Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{|x-1|}{2-x}$ như hình vẽ



Đồ thị hàm số $y = \frac{|x-1|}{2-x}$

Sống là cho, đâu chỉ nhận riêng mình

Phụ lục và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

2) Ta có phương trình:

$$|\sin 2t - 2\sin^2 t| + \sqrt{2}m \sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) - 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow |\sin 2t - (1 - \cos 2t)| + \sqrt{2}m \sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) - 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow |\sin 2t + \cos 2t - 1| + \sqrt{2}m \sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) - 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow \left|\sqrt{2} \sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) - 1\right| + \sqrt{2}m \sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) - 2m = 0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } x = \sqrt{2} \sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right). \text{ Vì } -\frac{3\pi}{8} \leq t \leq \frac{\pi}{8}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3\pi}{4} \leq 2t \leq \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \leq 2t + \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Suy ra } -1 \leq \sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}.$$

Do đó mỗi giá trị $x \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ tương

ứng với một giá trị $t \in \left[-\frac{3\pi}{8}; \frac{\pi}{8}\right]$.

Khi đó phương trình (1) trở thành

$$|x - 1| + mx - 2m = 0$$

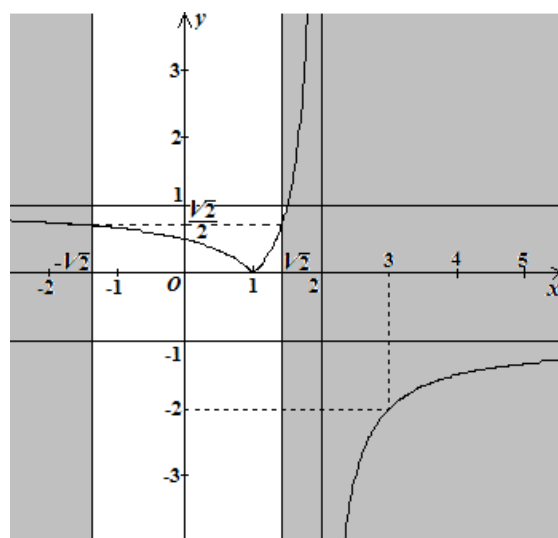
$$\Leftrightarrow |x - 1| = m(2 - x) \quad (2)$$

Nếu $x = 2$ thì (2) $\Leftrightarrow 1 = 0$ (vô lý).

$$\text{Vậy } x \neq 2, \text{ do đó (2) } \Leftrightarrow m = \frac{|x - 1|}{2 - x} \quad (3)$$

Từ đồ thị (C_5) suy ra: Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $t \in \left[-\frac{3\pi}{8}; \frac{\pi}{8}\right]$ khi

và chỉ khi phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt $x \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \Leftrightarrow$ Đồ thị (C_5)



Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2-x}$

Sống là cho, đâu chỉ nhận riêng mình

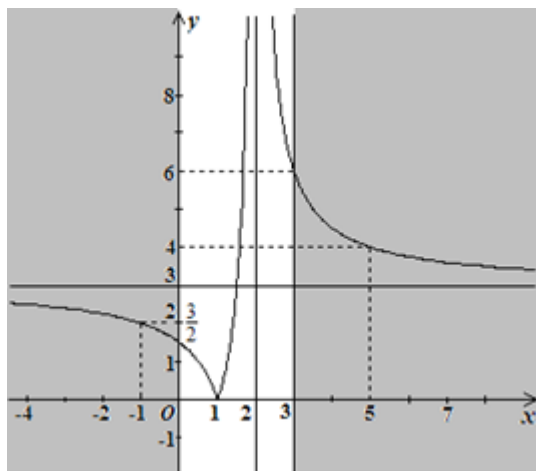
Phụ lục và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

của hàm số $y = \frac{|x-1|}{2-x}$ cắt đường thẳng $y = m$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ

thuộc đoạn $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \Leftrightarrow 0 < m \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Bài 9. Lời giải:

1) Đồ thị (C) của hàm số $y = \left| \frac{3x-3}{x-2} \right|$ như hình vẽ.



2) Ta có phương trình $3\left|\sqrt{9-t^2}-1\right|-m\left|\sqrt{9-t^2}-2\right|=0$ (1)

Điều kiện $-3 \leq t \leq 3$. Đặt $x = \sqrt{9-t^2}$ thì $0 \leq x = \sqrt{9-t^2} \leq 3$ suy ra $t = \pm\sqrt{9-x^2}$.

Do đó với mỗi giá trị $x \in [0; 3]$ tương ứng với hai giá trị $t \in [-3; 3]$.

Khi đó phương trình (1) trở thành $3|x-1|-m|x-2|=0$ (2)

Nếu $x=2$ thì phương trình (2) $\Leftrightarrow 3=0$ (vô lý) nên $x \neq 2$. Do đó (2) $\Leftrightarrow m = \left| \frac{3x-3}{x-2} \right|$ (3)

Phương trình (1) có 4 nghiệm t phân biệt thuộc $[-3; 3]$ khi và chỉ khi phương trình (2)

có 2 nghiệm x phân biệt thuộc $[0; 3] \Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị (C_6) của

hàm số $y = \left| \frac{3x-3}{x-2} \right|$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ thuộc $[0; 2) \cup (2; 3]$.

Sống là cho, đâu chỉ nhận riêng mình

Thư tìm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

Từ đồ thị (C_6) suy ra đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị (C_6) của hàm số $y = \left| \frac{3x-3}{x-2} \right|$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ thuộc $[0; 2) \cup (2; 3]$ khi và chỉ khi $0 < m \leq \frac{3}{2}$ hoặc $m \geq 6$.

Sống là cho, đâu chỉ nhận riêng mình