

KHẢO SÁT HÀM SỐ VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

BÀI 2. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

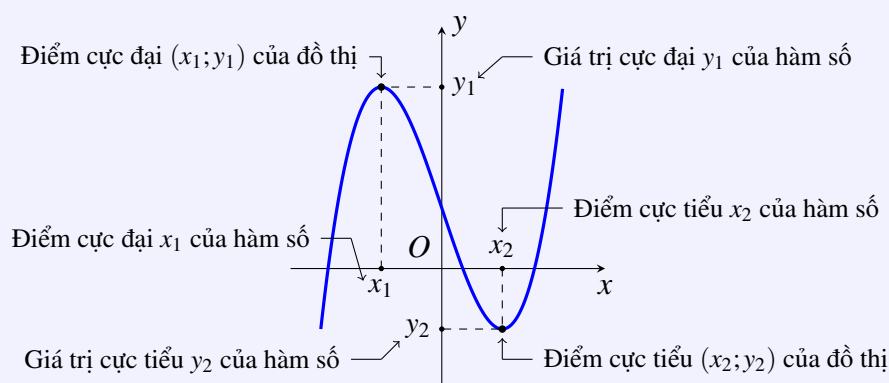
A CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

BUỔI SỐ 3

📁 DẠNG 1. Ứng dụng đạo hàm (quy tắc 1) để tìm cực trị cực hàm số

Phương pháp giải.

- ① Giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm x_i và những điểm x_j mà đạo hàm không xác định;
- ② Đưa các nghiệm x_i và x_j lên bảng xét dấu và xét dấu y' ;
- ③ Lập bảng biến thiên và nhìn "điểm dừng":
 - ✓ "Dừng" trên cao tại điểm $(x_1; y_1)$ thì x_1 là điểm cực đại của hàm số; y_1 là giá trị cực đại (cực đại) của hàm số; $(x_1; y_1)$ là tọa độ điểm **cực đại của đồ thị**.
 - ✓ "Dừng" dưới thấp tại điểm $(x_2; y_2)$ thì x_2 là điểm cực tiểu của hàm số; y_2 là giá trị cực tiểu (cực tiểu) của hàm số; $(x_2; y_2)$ là tọa độ điểm **cực tiểu của đồ thị**.



🔗 Ví dụ 1. Tìm điểm cực tiểu của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$.

- A. $x = -1$. B. $x = 3$. C. $x = -3$. D. $x = 1$.

🔗 Ví dụ 2. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + 2$ là

- A. $\left(\frac{2}{3}; \frac{50}{27}\right)$. B. $(0; 2)$. C. $\left(\frac{50}{27}; \frac{2}{3}\right)$. D. $(2; 0)$.

Ví dụ 3. Hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 - 3$ đạt cực đại tại

- A. $x = 0$. B. $x = -\sqrt{3}$. C. $x = \sqrt{3}$. D. $x = \pm\sqrt{3}$.

Ví dụ 4. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^4 - 1$ là

- A. $(-1; -1)$. B. $(0; -1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(1; -1)$.

Ví dụ 5. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C) . Gọi A, B là các điểm cực trị của (C) . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $AB = 2\sqrt{5}$. B. $AB = 5$. C. $AB = 4$. D. $AB = 5\sqrt{2}$.

Ví dụ 6. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ là

- A. $y = -2x - 1$. B. $y = -2x + 1$. C. $y = 2x - 1$. D. $y = 2x + 1$.

Ví dụ 7. Cho hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{4}$ có đồ thị (C) . Tính diện tích của tam giác tạo thành từ 3 điểm cực trị của đồ thị (C) .

- A. $S = \frac{5\sqrt{3}}{4}$. B. $S = \frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $S = \sqrt{3}$. D. $S = \frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Ví dụ 8. Cho hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$. Gọi $M(x_1; y_1)$ là điểm cực tiểu của đồ thị của hàm số đã cho. Tính tổng $x_1 + y_1$.

- A. 5. B. -11. C. 7. D. 6.

❏ DẠNG 2. Xác định cực trị khi biết bảng biến thiên hoặc đồ thị

Phương pháp giải.

☑ **Loại 1:** Cho bảng biến thiên hoặc đồ thị hàm $y = f(x)$. Ta nhìn "điểm dừng":

- ① "Dừng" trên cao tại điểm $(x_1; y_1)$ thì x_1 là điểm cực đại của hàm số; y_1 là giá trị cực đại (cực đại) của hàm số; $(x_1; y_1)$ là tọa độ điểm **cực đại của đồ thị**
- ② "Dừng" dưới thấp tại điểm $(x_2; y_2)$ thì x_2 là điểm cực tiểu của hàm số; y_2 là giá trị cực tiểu (cực tiểu) của hàm số; $(x_2; y_2)$ là tọa độ điểm **cực tiểu của đồ thị**

☑ **Loại 2:** Cho đồ thị hàm $f'(x)$. Ta thực hiện tương tự như ở phần đồng biến, nghịch biến.

Ví dụ 9.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Cực tiểu (giá trị cực tiểu) của hàm số là

- A. 4. B. 2.
C. -1. D. 3.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			4		3	$+\infty$
	$-\infty$					

Ví dụ 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $x = 1$.
- B. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1 .
- C. Giá trị cực đại của hàm số bằng 2 .
- D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		2		
		-1		2	
			$-\infty$		$-\infty$

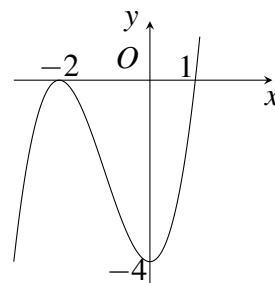
Ví dụ 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^{2017}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(1; 2)$ và $(3; +\infty)$.
- B. Hàm số có 3 điểm cực trị.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.
- D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$, đạt cực tiểu tại $x = 1$ và $x = 3$.

Ví dụ 12.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $f'(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng về cực trị của hàm số $f(x)$?

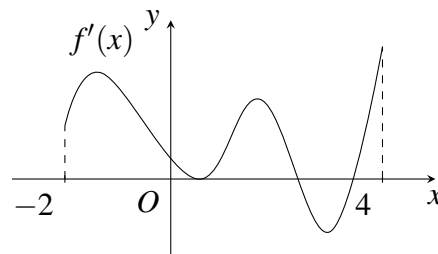
- A. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -2$.
- B. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- C. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$.
- D. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = -2$.



Ví dụ 13.

Tìm số điểm cực tiểu trên đoạn $[-2; 4]$ của hàm số $y = f(x)$ biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

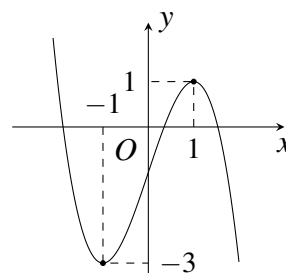
- A. 1.
- B. 0.
- C. 2.
- D. 3.



Ví dụ 14.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) + 2x$ là

- A. 4.
- B. 1.
- C. 3.
- D. 2.



DẠNG 3. Ứng dụng đạo hàm (quy tắc 2) để tìm cực trị cực hàm số

Phương pháp giải. Chỉ dùng khi hàm số có đạo hàm cấp 2 tại x_0 . Ta thực hiện các bước:

- ① Tính y' . Giải phương trình $y' = 0$, tìm nghiệm x_0 .
- ② Tính y'' .

- ✓ Nếu $y''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.
- ✓ Nếu $y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

⚠ Ghi nhớ: "âm" lỗi, "dương" lôm

Ví dụ 15. Hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$ đạt cực tiểu tại điểm có hoành độ

- A. $x = \pm\sqrt{2}$. B. $x = \pm 1$. C. $x = 1$. D. $x = \pm 2$.

Ví dụ 16. Tìm các điểm cực tiểu của hàm số $y = \sin 2x - x$.

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$.

📁 DẠNG 4. Tìm m để hàm số đạt cực trị tại điểm x_0 cho trước

Phương pháp giải.

- ① Giải điều kiện $y'(x_0) = 0$, tìm m .
- ② Thử lại với m vừa tìm được bằng một trong hai cách sau:
 - ✓ Cách 1: Lập bảng biến thiên với m vừa tìm được. Xem giá trị m nào thỏa yêu cầu.
 - ✓ Cách 2. Tính y'' . Thử $y''(x_0) < 0 \Rightarrow x_0$ là điểm CĐ; $y''(x_0) > 0 \Rightarrow x_0$ là điểm CT.

Ví dụ 17. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + 2$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

- A. $m = 1$. B. $m = 3$.
C. $m = 1$ hoặc $m = 3$. D. $m = -1$.

Ví dụ 18. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ với m là tham số. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số đạt cực đại tại $x = 2$?

- A. $m = -3$. B. $m = 3$. C. $m = -1$. D. $m = 0$.

DẠNG 5. Biện luận cực trị hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Phương pháp giải.

① Biện luận nghiệm phương trình $y' = 0$ (phương trình bậc hai).

☑ $\begin{cases} \Delta > 0 \\ a \neq 0 \end{cases}$: Hàm số có hai điểm cực trị

☑ $\Delta \leq 0$ hoặc suy biến $\begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$: Hàm số không có cực trị.

② Phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị là $y = -\frac{2}{9a}(b^2 - 3ac)x + d - \frac{bc}{9a}$.

Ví dụ 19. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 5mx - 1$ không có cực trị?

A. 6.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Ví dụ 20. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 2$ có hai điểm cực trị.

A. $m < 2$.

B. $m \leq 2$.

C. $m > 2$.

D. $m < -4$.

Ví dụ 21. Cho $y = (m-3)x^3 + 2(m^2 - m - 1)x^2 + (m+4)x - 1$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục tung. Tìm số phần tử của S .

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

DẠNG 6. Biện luận cực trị hàm trùng phương $y = ax^2 + bx^2 + c$

Phương pháp giải.

① Tính $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $2ax^2 + b = 0$ (1).

② Nhận xét:

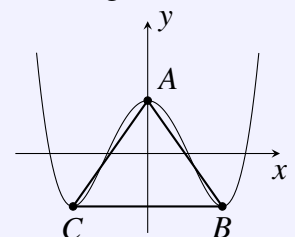
☑ Hàm số có ba điểm cực trị khi (1) có hai nghiệm khác 0. Suy ra $ab < 0$

☑ Hàm số có đúng một điểm cực trị $ab \geq 0$ và a, b không đồng thời bằng 0.

③ Các công thức tính nhanh:

☑ $\cos A = \frac{b^3 + 8a}{b^3 - 8a}$

☑ $S_{ABC}^2 = -\frac{b^5}{32a^3}$.



Ví dụ 22. Cho hàm số $y = (m + 1)x^4 - mx^2 + 3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.

A. $m \in (-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$.

B. $m \in (-1; 0)$.

C. $m \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

Ví dụ 23. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m - 2)x^4 + (m^2 - 4)x^2 + 2m - 3$ có đúng 1 điểm cực trị.

A. $m \in [-2; 2)$.

B. $m \in [-2; +\infty) \setminus \{2\}$.

C. $m \in [-2; 2]$.

D. $m \in [-2; +\infty)$.

Ví dụ 24. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 + (6m - 4)x^2 + 1 - m$ là ba đỉnh của một tam giác vuông.

A. $m = \frac{2}{3}$.

B. $m = \frac{1}{3}$.

C. $m = -1$.

D. $m = \sqrt[3]{3}$.

Ví dụ 25. Gọi m_0 là giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 - 1$ có 3 điểm cực trị lập thành một tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m_0 \in (-1; 1]$.

B. $m_0 \in (-2; -1]$.

C. $m_0 \in (-\infty; -2]$.

D. $m_0 \in (-1; 0)$.

—HẾT—

DẠNG 7. Tìm cực trị của hàm hợp, hàm liên kết

Phương pháp giải.

☑ Hàm hợp:

- ① Đạo hàm hàm hợp $y' = f'(u) \cdot u'$.
- ② Giải nghiệm $y' = 0$ (thường nhìn đồ thị $f'(x)$).
- ③ Lập bảng xét dấu y' (bằng cách chọn giá trị đại diện của khoảng)

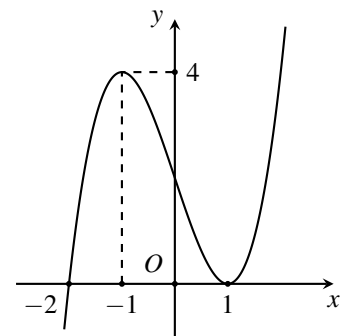
☑ Hàm liên kết:

- ① Đạo hàm y'
- ② Tìm nghiệm bằng hình ảnh đồ thị $f'(x)$.
- ③ Lập bảng xét dấu y' bằng cách nhìn vị trí của các đồ thị thành phần có liên quan.

Ví dụ 1.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$.

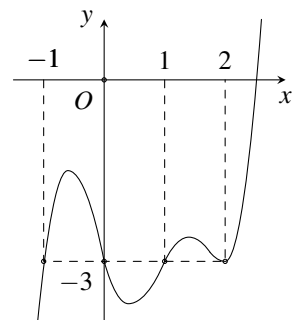
- A. 2. B. 3.
C. 4. D. 5.



Ví dụ 2.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = f(x) + 3x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

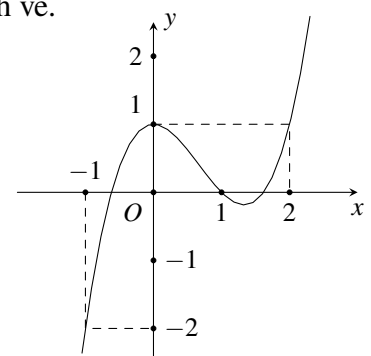
- A. 2. B. 3.
C. 4. D. 7.



Ví dụ 3. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2$ đạt cực đại tại điểm nào?

- A. $x = 2$. B. $x = 0$.
C. $x = 1$. D. $x = -1$.



DẠNG 8. Biện luận cực trị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Phương pháp giải.

☑ **Loại 1:** Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa một hệ thức cho trước.

- ① Điều kiện $\Delta_{y'} > 0 \Leftrightarrow b^2 - 3ac > 0$.
- ② Ta biểu diễn điều kiện đề bài về tổng và tích của hai ẩn x_1 và x_2 .
- ③ Thay định lý Vi-et: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ và $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.
 - $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$; • $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$
 - $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$.
- ④ Giải tìm m , so với điều kiện.

☑ **Loại 2:** Câu hỏi liên quan đến tọa độ hai điểm cực trị $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$. Thường loại toán này, phương trình $y' = 0$ có nghiệm "đẹp".

- ① Giải $y' = 0$ tìm hai nghiệm x_1 và x_2 . Chú ý $x_1 \neq x_2$.
- ② Biểu diễn điều kiện đề bài theo tham số m . Thường gặp:

- Độ dài $MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2}$
- Khoảng cách từ M đến Δ : $d(M, \Delta) = \frac{|Ax_M + By_M + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$, với $\Delta: Ax + By + C = 0$.
- Tam giác ABC vuông tại $A \Leftrightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$.
- Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2}|a_1b_2 - a_2b_1|$, với $\vec{AB} = (a_1; b_1)$, $\vec{AC} = (a_2; b_2)$.

- ③ Giải tìm m . So điều kiện và chọn kết quả.

☑ Đường thẳng qua hai điểm cực trị $y = -\frac{2}{9a}(b^2 - 3ac)x + d - \frac{bc}{9a}$.

 **Ví dụ 4.** Gọi S là tập các giá trị dương của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 9x - m$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| \leq 2$. Biết $S = (a; b]$. Tính $T = b - a$.

- A. $T = 2 + \sqrt{3}$. B. $T = 1 + \sqrt{3}$. C. $T = 2 - \sqrt{3}$. D. $T = 3 - \sqrt{3}$.

 **Ví dụ 5.** Cho hàm số $y = -x^3 - 3mx^2 + m - 2$ với m là tham số. Tổng tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho $AB = 2$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Ví dụ 6. Tìm m để đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3mx + 1$ có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB vuông tại gốc tọa độ O .

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = -1$.

C. $m = 1$.

D. $m = 0$.

Ví dụ 7. Giả sử rằng đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3$ (m là tham số) luôn có điểm cực đại chạy trên đường thẳng cố định. Phương trình đường thẳng cố định ấy là

A. $3x - y + 1 = 0$.

B. $3x + y + 1 = 0$.

C. $3x + y - 1 = 0$.

D. $3x - y - 1 = 0$.

DẠNG 9. Biện luận cực trị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$

Phương pháp giải.

① Tính $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $2ax^2 + b = 0$.

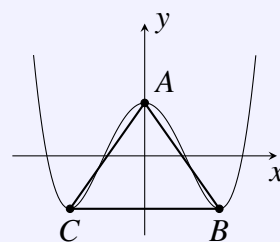
② Xác định tọa độ 3 điểm cực trị $A(0; c)$, B, C theo m .

③ Biểu diễn điều kiện đề bài theo tham số m . Giải tìm m và đối chiếu điều kiện.

④ Các công thức tính nhanh:

✓ $\cos A = \frac{b^3 + 8a}{b^3 - 8a}$

✓ $S_{ABC}^2 = -\frac{b^5}{32a^3}$.



Ví dụ 8. Hàm số $y = (m - 1)x^4 - (2 - m)x^2 + m^4$ có đúng 3 cực trị khi và chỉ khi

A. $1 \leq m \leq 2$.

B. $1 < m < 2$.

C. $1 < m \leq 2$.

D. $m < 1 \vee m > 2$.

Ví dụ 9. Đồ thị hàm số $y = x^4 - mx^2 + m^2 - 1$ có 3 điểm cực trị tạo thành tam giác vuông cân khi và chỉ khi

A. $m = -1$.

B. $m = -2$.

C. $m = -\sqrt[3]{24}$.

D. $m = 2$.

 **Ví dụ 10.** Cho hàm số $y = mx^4 + (m+3)x^2 + 2m - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số chỉ có cực đại mà không có cực tiểu.

A. $m \leq -3$.

B. $m > 3$.

C. $-3 < m < 0$.

D. $\begin{cases} m \leq -3 \\ m > 0 \end{cases}$.

.....

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 11.** Cho biết hai đồ thị của hai hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và $y = mx^4 + nx^2 - 1$ có chung ít nhất một điểm cực trị. Tính tổng $1015m + 3n$.

A. 2018.

B. 2017.

C. -2017.

D. -2018.

.....

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 12.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m^4 - m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục tọa độ.

A. $m = 2$.

B. $m = 3$.

C. $m = 1$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

—HẾT—

B BÀI TẬP TỰ LUYỆN BUỔI 3

BẢNG TÔ ĐÁP ÁN TỰ LUYỆN – BUỔI 3

Học sinh làm BTTL xong, tô phương án đúng. Buổi học sau, cùng với GV kiểm tra kết quả.

1	(A) (B) (C) (D)	7	(A) (B) (C) (D)	13	(A) (B) (C) (D)	19	(A) (B) (C) (D)	25	(A) (B) (C) (D)
2	(A) (B) (C) (D)	8	(A) (B) (C) (D)	14	(A) (B) (C) (D)	20	(A) (B) (C) (D)	26	(A) (B) (C) (D)
3	(A) (B) (C) (D)	9	(A) (B) (C) (D)	15	(A) (B) (C) (D)	21	(A) (B) (C) (D)	27	(A) (B) (C) (D)
4	(A) (B) (C) (D)	10	(A) (B) (C) (D)	16	(A) (B) (C) (D)	22	(A) (B) (C) (D)	28	(A) (B) (C) (D)
5	(A) (B) (C) (D)	11	(A) (B) (C) (D)	17	(A) (B) (C) (D)	23	(A) (B) (C) (D)	29	(A) (B) (C) (D)
6	(A) (B) (C) (D)	12	(A) (B) (C) (D)	18	(A) (B) (C) (D)	24	(A) (B) (C) (D)	30	(A) (B) (C) (D)

Câu 1. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ là

- A. $(0; 1)$. B. $(2; -3)$. C. $(1; -1)$. D. $(3; 1)$.

Câu 2. Gọi x_1 là điểm cực đại x_2 là điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$. Tính $x_1 + 2x_2$.

- A. 2. B. 1. C. -1. D. 0.

Câu 3. Hiệu số giữa giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ là

- A. 4. B. -4. C. -2. D. 2.

Câu 4. Điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^4 + 5x^2 - 2$ là

- A. $y = 0$. B. $x = -2$. C. $x = 0$. D. $y = -2$.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^3 + 1$. Chọn mệnh đề đúng.

- A. Nhận điểm $x = 6$ làm điểm cực đại. B. Nhận điểm $x = 6$ làm điểm cực tiểu.
C. Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực đại. D. Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực tiểu.

Câu 6. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ là

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 7. Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 5$

- A. Có hệ số góc dương. B. Song song với trục hoành.
C. Có hệ số góc bằng -1. D. Song song với đường thẳng $x = 1$.

Câu 8. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

- A. $S = 8$. B. $S = \sqrt{3}$. C. $S = 2$. D. $S = 4$.

Câu 9. Khoảng cách từ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đến trục tung bằng

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 0.

Câu 10. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 10$ có đồ thị (C). Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị (C). Tính diện tích S của tam giác ABC.

- A. $S = 64$. B. $S = 32$. C. $S = 24$. D. $S = 12$.

Câu 11. Tìm hàm số có đồ thị (C) nhận điểm $N(1; -2)$ là cực tiểu

- A. $y = x^4 - x^2 - 2$. B. $y = x^4 + 2x^2 - 4$. C. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 12. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 4$. Diện tích tam giác tạo bởi ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là

- A. 4. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. 2.

Câu 13. Hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 14. Số điểm cực trị của hàm số $y = x^{2017}(x+1)$ là

- A. 2017. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $y' = f'(x) = 3x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Trên khoảng $(1; +\infty)$ hàm số đồng biến. B. Trên khoảng $(-1; 1)$ hàm số nghịch biến.
C. Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị. D. Đồ thị hàm số có một điểm cực tiểu.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		1		0	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số là

- A. $y = 1$. B. $y = 0$. C. $x = 1$. D. $x = 0$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y		2		3	
	$-\infty$		-1	-1	2

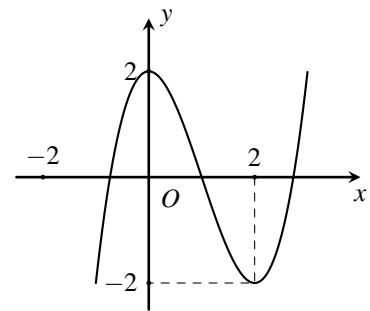
Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 19.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
B. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và cực tiểu tại $x = 2$.
D. Hàm số có ba điểm cực trị.



Câu 20.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

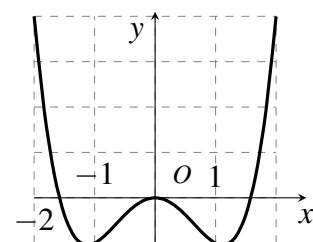
- A. $x = 0$. B. $x = 2$. C. $y = 0$. D. $y = 2$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$

Câu 21.

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K , biết đồ thị của hàm số $y' = f'(x)$ trên K như hình vẽ bên. Tìm số cực trị của hàm số $y = f(x)$ trên K .

- A. 1. B. 2.
C. 3. D. 4.



- Câu 22.** Hàm số $y = x - 3\sqrt[3]{x^2}$ có bao nhiêu điểm cực trị?
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 8.
- Câu 23.** Hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ khi
A. $m = 3$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = -3$.
- Câu 24.** Với giá trị nào của m thì hàm số $y = mx^3 - 3mx + 2$ đạt cực đại tại $x = 1$?
A. $m = 3$. **B.** $m < 0$. **C.** $m = 1$. **D.** $m \neq 0$.
- Câu 25.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m + 1$ có hai điểm cực trị.
A. $m \geq 0$. **B.** $\forall m \in \mathbb{R}$. **C.** $m \leq 0$. **D.** $m \neq 0$.
- Câu 26.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = x^3 - mx^2 + \left(m + \frac{4}{3}\right)x + 10$ có hai điểm cực trị. Hỏi có bao nhiêu số nguyên $m \in S$ và thỏa $|m| \leq 2018$?
A. 4031. **B.** 4036. **C.** 4029. **D.** 4033.
- Câu 27.** Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x - 18$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-5; 5)$ là
A. $(-\infty; -3) \cup (7; +\infty)$. **B.** $(-3; +\infty) \setminus \{3\}$.
C. $(-\infty; 7) \setminus \{3\}$. **D.** $(-3; 7) \setminus \{3\}$.
- Câu 28.** Biết đồ thị hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ chỉ có một điểm cực trị là điểm có tọa độ $(0; -1)$, khi đó b và c thỏa mãn những điều kiện nào dưới đây?
A. $b < 0$ và $c = -1$. **B.** $b \geq 0$ và $c > 0$. **C.** $b < 0$ và $c < 0$. **D.** $b \geq 0$ và $c = -1$.
- Câu 29.** Cho hàm số $y = (m + 1)x^4 - mx^2 + 3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.
A. $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$. **B.** $m \in (-1; 0)$.
C. $m \in (-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$. **D.** $m \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$.
- Câu 30.** Cho hàm số $f(x) = x^4 + 4mx^3 + 3(m + 1)x^2 + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại. Tính tổng các phần tử của tập S .
A. 1. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 0.

—HẾT—

BẢNG TÔ ĐÁP ÁN TỰ LUYỆN – BUỔI 4

Học sinh làm BTTL xong, tô phương án đúng. Buổi học sau, cùng với GV kiểm tra kết quả.

1	(A) (B) (C) (D)	7	(A) (B) (C) (D)	13	(A) (B) (C) (D)	19	(A) (B) (C) (D)	25	(A) (B) (C) (D)
2	(A) (B) (C) (D)	8	(A) (B) (C) (D)	14	(A) (B) (C) (D)	20	(A) (B) (C) (D)	26	(A) (B) (C) (D)
3	(A) (B) (C) (D)	9	(A) (B) (C) (D)	15	(A) (B) (C) (D)	21	(A) (B) (C) (D)	27	(A) (B) (C) (D)
4	(A) (B) (C) (D)	10	(A) (B) (C) (D)	16	(A) (B) (C) (D)	22	(A) (B) (C) (D)	28	(A) (B) (C) (D)
5	(A) (B) (C) (D)	11	(A) (B) (C) (D)	17	(A) (B) (C) (D)	23	(A) (B) (C) (D)	29	(A) (B) (C) (D)
6	(A) (B) (C) (D)	12	(A) (B) (C) (D)	18	(A) (B) (C) (D)	24	(A) (B) (C) (D)	30	(A) (B) (C) (D)

Câu 1. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$.

- A. $y = x + 1$. B. $y = -x + 1$. C. $y = x - 1$. D. $y = -x - 1$.

Câu 2. Gọi d là đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Điểm nào sau đây thuộc d ?

- A. $M(-2; 1)$. B. $N(3; -5)$. C. $P(2; 3)$. D. $Q(3; -1)$.

Câu 3. Khoảng cách giữa hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = (x + 1)(x - 2)^2$

- A. $5\sqrt{2}$. B. 2. C. $2\sqrt{5}$. D. 4.

Câu 4. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Diện tích S của tam giác tạo bởi ba đỉnh cực trị của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 5. Hàm số $f(x) = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 x + C_{2019}^2 x^2 + \dots + C_{2019}^{2019} x^{2019}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2019. C. 2018. D. 0.

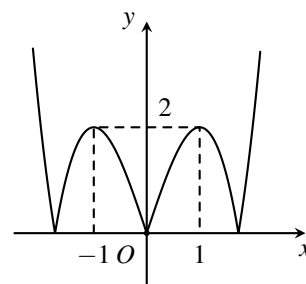
Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)x^2(x - 2)^{2019}$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 7.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 5.
C. 2. D. 3.



Câu 8. Cho hàm số $y = x - \sin 2x + 3$. Chọn kết luận đúng.

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{\pi}{3}$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -\frac{\pi}{6}$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{\pi}{6}$. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = -\frac{\pi}{6}$.

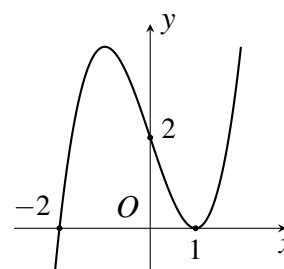
Câu 9. Cho hàm số $y = f(x) = \sin 2x$. Hỏi trong khoảng $(0; 2018)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 1285. B. 2017. C. 643. D. 642.

Câu 10.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f'(x)$ liên tục và có đồ thị trên $\mathbb{R}$ như trong hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 2. B. 3.
C. 1. D. 0.



Câu 11.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $y = f'(x)$ như sau. Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$			
f'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 12.

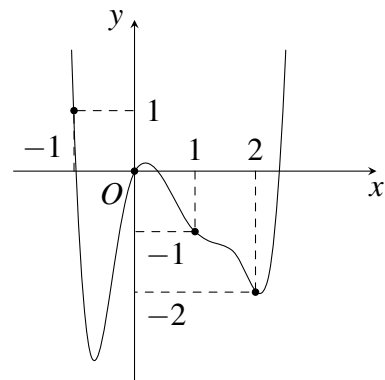
Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(x^2 + 1)$ có bao nhiêu điểm cực trị.

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	$+\infty$		

- A. 0. B. 2.
C. 3. D. 1.

Câu 13.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = 2f(x) + x^2$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?



- A. $x = -1$
B. $x = 0$.
C. $x = 1$.
D. $x = 2$.

Câu 14. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.

- A. $m = 0$. B. $m = -2$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Câu 15. Biết với $m = m_0$ thì hàm số $y = x^3 - mx + 1$ đạt cực đại tại $x = -2$. Tìm khẳng định đúng.

- A. $m_0 \in (0; 3)$. B. $m_0 \in (10; 14)$. C. $m_0 \in (7; 10)$. D. $m_0 \in (4; 6)$.

Câu 16. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (3m - 2)x + 1$ có 2 cực trị khi và chỉ khi

- A. $m > 1$. B. $1 < m < 2$. C. $m < 1$ hoặc $m > 2$. D. $m = 1$.

Câu 17. Hàm số $y = x^3 - 3x + 1 - m$ với m là tham số. Hàm số có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu khi

- A. $m = -1$ hoặc $m = 3$. B. $-1 < m < 3$.
C. $m < -1$ hoặc $m > 3$. D. $-1 < m \leq 3$.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^4 + 2(m - 1)x^2 - m + 7$ có ba điểm cực trị.

- A. $m < 1$. B. $m > 1$. C. $m \geq 1$. D. $m \leq 1$.

Câu 19. Tập hợp các số thực m thỏa mãn hàm số $y = mx^4 - x^2 + 1$ có đúng một điểm cực trị là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-\infty; 0]$. C. $(0; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + mx - 1$ nằm bên phải trục tung.

- A. $m < 0$. B. $0 < m < \frac{1}{3}$. C. $m < \frac{1}{3}$. D. Không tồn tại.

Câu 21. Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m_0 \in (-1; 7)$. B. $m_0 \in (-15; -7)$. C. $m_0 \in (7; 10)$. D. $m_0 \in (-7; -1)$.

Câu 22. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x - 18$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-5; 5)$ là

- A. $(-\infty; -3) \cup (7; +\infty)$. B. $(-3; +\infty) \setminus \{3\}$.
C. $(-\infty; 7) \setminus \{3\}$. D. $(-3; 7) \setminus \{3\}$.

Câu 23. Cho điểm $A(-1;3)$. Gọi m_1 và m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + m$ có hai điểm cực trị B và C thỏa ba điểm A, B, C thẳng hàng. Tính $m_1 + m_2$.

- A. $m_1 + m_2 = \frac{5}{2}$. B. $m_1 + m_2 = -\frac{1}{2}$. C. $m_1 + m_2 = 0$. D. $m_1 + m_2 = -1$.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 + (m-3)x + m$ có hai điểm cực trị và điểm $M(9; -5)$ nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị.

- A. $m = 3$. B. $m = 2$. C. $m = -5$. D. $m = -1$.

Câu 25 (THPT QUỐC GIA 2018-101). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^8 + (m-2)x^5 - (m^2-4)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

- A. 3. B. 5. C. 4. D. Vô số.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ biết $f'(x) = x^2(x-1)^3(x^2 - 2mx + m + 6)$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

- A. 7. B. 5. C. 6. D. 4.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

- A. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. B. $m = -1$. C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. D. $m = 1$.

Câu 28. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m^4 - 3m^2 + 2017$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 32?

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 29. Đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{3}x^4 - mx^2 + m^2 - 1$ có 3 điểm cực trị tạo thành 3 đỉnh của một tam giác đều khi và chỉ khi

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = 1$. D. $m = \sqrt[3]{\frac{8}{3}}$.

Câu 30. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m^4 - m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục tọa độ.

- A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m = 1$. D. $m = \frac{1}{2}$.

—HẾT—