

THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ XIÊN

Câu 1. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC} = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{6}$, $AD = \sqrt{3}$, $A'C = 3$ và mặt phẳng $(AA'C'C)$ vuông góc với mặt đáy. Biết hai mặt phẳng $(AA'C'C)$, $(AA'B'B)$ tạo với nhau góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{3}{4}$. Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng?

- A. $V = 6$. B. $V = 8$. C. $V = 12$. D. $V = 10$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi H là điểm trên cạnh SD sao cho $5SH = 3SD$, mặt phẳng (α) qua B, H và song song với đường thẳng AC cắt hai cạnh SA, SC lần lượt tại E, F . Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{C.BEHF}}{V_{S.ABCD}}$.

- A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{3}{20}$. C. $\frac{6}{35}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 4. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC} = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Biết $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$. B. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$. D. $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$.

Câu 6. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Điểm M là trung điểm cạnh AB , tam giác $MA'C$ đều cạnh $2a\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{72\sqrt{2}a^3}{7}$. B. $\frac{24\sqrt{3}a^3}{7}$. C. $\frac{72\sqrt{3}a^3}{7}$. D. $\frac{24\sqrt{2}a^3}{7}$.

Câu 7. Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^3$. Tính chiều cao h của lăng trụ đã cho.

- A. $h = 9a$. B. $h = \frac{a}{3}$. C. $h = a$. D. $h = 3a$.

Câu 8. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = B^2h$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{3}Bh$. D. $V = \pi Bh$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Các cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Đỉnh A' cách đều các đỉnh A, B, C, D . Trong các số dưới đây, số nào ghi giá trị thể tích của hình lăng trụ nói trên?

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 10. Tính thể tích V của khối lăng trụ có diện tích mặt đáy bằng $3\sqrt{3}\text{ cm}^2$ và chiều cao bằng $\sqrt{6}\text{ cm}$.

A. $V = 9\sqrt{2}(\text{cm}^3)$. B. $V = 12\sqrt{2}(\text{cm}^3)$. C. $V = \frac{9\sqrt{2}}{2}(\text{cm}^3)$. D. $V = 3\sqrt{2}(\text{cm}^3)$.

Câu 11. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB' = 3\text{ cm}$ và đường thẳng AB' vuông góc với đường thẳng BC' . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{27\sqrt{6}}{16}\text{ cm}^3$. B. $2\sqrt{3}\text{ cm}^3$. C. $\frac{7\sqrt{6}}{4}\text{ cm}^3$. D. $\frac{9}{2}\text{ cm}^3$.

Câu 12. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh BC . Góc giữa BB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 13. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , biết $A'A = A'B = A'C = a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 14. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tứ giác $ABCD$ bằng 12, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng 2. Tính thể tích V của khối hộp.

A. $V = 12$. B. $V = 8$. C. $V = 24$. D. $V = 72$.

Câu 15. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB = 2a\sqrt{2}$. Biết $AC' = 8a$ và tạo với mặt đáy một góc 45° . Thể tích khối đa diện $ABCC'B'$ bằng

A. $\frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 16. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ và F là trung điểm BC . Tính tỉ số thể tích giữa khối $B'.EAF$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 17. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh BC . Biết góc giữa hai mặt phẳng (ABA') và (ABC) bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $A.BCC'B'$.

A. $\frac{3}{2}a^3$. B. $V = a^3$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 18. Cho khối lăng trụ có thể tích V , diện tích đáy là B và chiều cao h . Tìm khẳng định **đúng**?

A. $V = 3Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \sqrt{Bh}$. D. $V = Bh$.

Câu 19. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $\widehat{ACB} = 60^\circ$, $BC = a$, $AA' = 2a$. Cạnh bên tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Câu 20. Cho (H) là khối lăng trụ có chiều cao bằng $3a$, đáy là hình vuông cạnh a . Thể tích của (H) bằng.

A. $4a^3$. B. $2a^3$. C. $3a^3$. D. a^3 .

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh bằng a và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng 60° , điểm A' cách đều các điểm A, B, D . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 22. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 23. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 24. Các đường chéo của các mặt của một hình hộp chữ nhật bằng a, b, c . Thể tích của khối hộp đó là

- A. $V = abc$.
 B. $V = a + b + c$.
 C. $V = \sqrt{\frac{(b^2 + c^2 - a^2)(c^2 + a^2 - b^2)(a^2 + b^2 - c^2)}{8}}$.
 D. $V = \frac{(b^2 + c^2 - a^2)(c^2 + a^2 - b^2)(a^2 + b^2 - c^2)}{8}$.

Câu 25. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 26. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác đều cạnh x . Hình chiếu của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm ΔABC , cạnh $AA' = 2x$. Khi đó thể tích khối lăng trụ là:

- A. $\frac{x^3\sqrt{11}}{12}$. B. $\frac{x^3\sqrt{39}}{8}$. C. $\frac{x^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{x^3\sqrt{11}}{4}$.

Câu 27. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{3}, AD = \sqrt{7}$ và cạnh bên bằng 1. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy các góc 45° và 60° . Thể tích khối hộp bằng

- A. $3\sqrt{3}$ B. $7\sqrt{7}$ C. 7 D. 3

Câu 28. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{6} Bh$. B. $V = \frac{1}{3} Bh$. C. $V = \frac{1}{2} Bh$. D. $V = Bh$.

Câu 29. Cho lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , cạnh $AC = 5a$. Hình chiếu vuông góc của A_1 lên mặt phẳng ABC là trung điểm của cạnh AC , góc giữa mặt phẳng (AA_1B_1B) với (AA_1C_1C) bằng 30° , cạnh bên của lăng trụ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$?

A. $V = \frac{\sqrt{3}.a^3}{8}$. B. $V = \frac{a^3}{24}$. C. $V = \frac{a^3}{8}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}.a^3}{24}$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ có tất cả các cạnh đều bằng a , đáy là lục giác đều, góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy là 60° . Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $V = \frac{9}{4}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $V = \frac{3}{2}a^3$. D. $V = \frac{27}{8}a^3$.

Câu 31. Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 32. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $V = \frac{16\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{16}{3}$. C. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{8}{3}$.

Câu 33. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 30. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AA', BB', CC' . Tính thể tích V của tứ diện $CIJK$.

A. $V = \frac{15}{2}$. B. $V = 12$. C. $V = 6$. D. $V = 5$.

Câu 34. Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều, a là độ dài cạnh đáy. Góc giữa cạnh bên và đáy là 30° . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt (ABC) trùng với trung điểm của BC . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 35. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , tâm O và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng 60° . Đỉnh A' cách đều các điểm A, B, D . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{3a^3}{2}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 36. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{3}, AD = \sqrt{7}$ và cạnh bên bằng 1. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy các góc 45° và 60° . Thể tích khối hộp bằng

A. $3\sqrt{3}$ B. $7\sqrt{7}$ C. 7 D. 3

Câu 37. Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng

AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCA'B'C'$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 38. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên $AA' = a$, góc giữa AA' và mặt phẳng đáy bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a .

$$\text{A. } \frac{a^3\sqrt{3}}{8}. \quad \text{B. } \frac{a^3\sqrt{3}}{24}. \quad \text{C. } \frac{a^3\sqrt{3}}{4}. \quad \text{D. } \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 39. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $3a$, hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Cạnh AA' hợp với mặt phẳng đáy một góc 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng.

$$\text{A. } \frac{9a^3}{4}. \quad \text{B. } \frac{27a^3}{4}. \quad \text{C. } \frac{3a^3}{4}. \quad \text{D. } \frac{27a^3}{6}.$$

Câu 47. Khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a , đường cao bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng

$$\text{A. } \frac{a^3\sqrt{3}}{6}. \quad \text{B. } \frac{a^3\sqrt{3}}{3}. \quad \text{C. } a^3\sqrt{3}. \quad \text{D. } 2a^3\sqrt{3}.$$

Câu 48. Cho lăng trụ $ABCA_1B_1C_1$ có diện tích mặt bên ABB_1A_1 bằng 4; khoảng cách giữa cạnh CC_1 và mặt phẳng (ABB_1A_1) bằng 7. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCA_1B_1C_1$.

$$\text{A. } 14 \quad \text{B. } \frac{28}{3} \quad \text{C. } \frac{14}{3} \quad \text{D. } 28$$

Câu 49. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{2}{3}$ và mặt phẳng (MNP) chia lăng trụ thành hai phần có thể tích bằng nhau. Khi đó tỉ số $\frac{CP}{CC'}$ là

$$\text{A. } \frac{1}{4}. \quad \text{B. } \frac{5}{12}. \quad \text{C. } \frac{1}{3}. \quad \text{D. } \frac{1}{2}.$$

Câu 50. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

$$\text{A. } V = a^3. \quad \text{B. } V = \frac{2a^3}{3}. \quad \text{C. } V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}. \quad \text{D. } V = a^3\sqrt{\frac{3}{2}}.$$

Câu 51. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AB . Góc giữa cạnh bên của lăng trụ và mặt phẳng đáy bằng 30° . Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho theo a .

$$\text{A. } \frac{3a^3}{4} \quad \text{B. } \frac{a^3}{4} \quad \text{C. } \frac{a^3}{24} \quad \text{D. } \frac{a^3}{8}$$

Câu 52. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân ở C . Cạnh $BB' = a$ và tạo với đáy một góc bằng 60° . Hình chiếu vuông góc hạ từ B' lên đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{80}$. B. $\frac{9a^3}{80}$. C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{80}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{80}$.

Câu 53. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 54. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\widehat{BCD} = 60^\circ$, $AC = a\sqrt{7}$, $BD = a\sqrt{3}$, $AB > AD$, đường chéo BD' hợp với mặt phẳng $(ADD'A')$ góc 30° . Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\frac{\sqrt{39}}{3}a^3$. B. $2\sqrt{3}a^3$. C. $3\sqrt{3}a^3$. D. $\sqrt{39}a^3$.

Câu 55. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 56. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết thể tích của khối lăng trụ là $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC là:

A. $\frac{2a}{3}$. B. $\frac{4a}{3}$. C. $\frac{3a}{4}$. D. $\frac{3a}{2}$.

Câu 57. Một khối lăng trụ tam giác có các cạnh đáy bằng 13, 14, 15 cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° và có chiều dài bằng 8. Khi đó thể tích khối lăng trụ là.

A. 340. B. 336. C. $274\sqrt{3}$. D. $124\sqrt{3}$.

Câu 58. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là đều cạnh $AB = 2a\sqrt{2}$. Biết $AC' = 8a$ và tạo với mặt đáy một góc 45° . Thể tích khối đa diện $ABCC'B'$ bằng

A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 59. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $AA' = b$ và AA' tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{3}{4}a^2b$. B. $\frac{3}{8}a^2b$. C. $\frac{\sqrt{3}}{8}a^2b$. D. $\frac{1}{8}a^2b$.

Câu 60. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 30 (đơn vị thể tích). Thể tích của khối tứ diện $AB'C'C$ là:

A. 5 (đơn vị thể tích). B. 10 (đơn vị thể tích).
C. 12,5 (đơn vị thể tích). D. 7,5 (đơn vị thể tích).

Câu 61. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ với đáy $ABCD$ là hình thoi, $AC = 2a$, $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Hình chiếu vuông góc của điểm B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là trung điểm cạnh $A'B'$, góc giữa mặt phẳng $(AC'D')$ và mặt đáy lăng trụ bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = \sqrt{3}a^3$. B. $V = 6\sqrt{3}a^3$. C. $V = 2\sqrt{3}a^3$. D. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ XIÊN

Câu 1. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC} = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

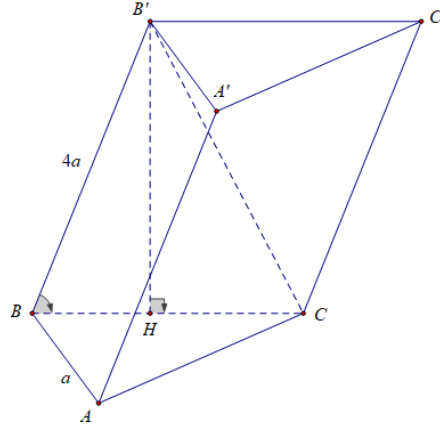
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của B' trên BC . Từ giả thiết suy ra: $B'H \perp (ABC)$.

$$S_{BB'C} = \frac{1}{2} BB' \cdot BC \cdot \sin \widehat{B'BC} = \frac{1}{2} 4a \cdot a \cdot \sin 30^\circ = a^2.$$

$$\text{Mặt khác: } S_{BB'C} = \frac{1}{2} B'H \cdot BC \Rightarrow B'H = \frac{2S_{BB'C}}{BC} = \frac{2a^2}{a} = 2a.$$

$$V_{LT} = B'H \cdot S_{ABC} = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

$$V_{A.CC'B'} = \frac{1}{2} V_{A.CC'B'B} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V_{LT} = \frac{1}{3} V_{LT} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 2. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{6}$, $AD = \sqrt{3}$, $A'C = 3$ và mặt phẳng $(AA'C'C)$ vuông góc với mặt đáy. Biết hai mặt phẳng $(AA'C'C)$, $(AA'B'B)$ tạo với nhau góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{3}{4}$. Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng?

A. $V = 6$.

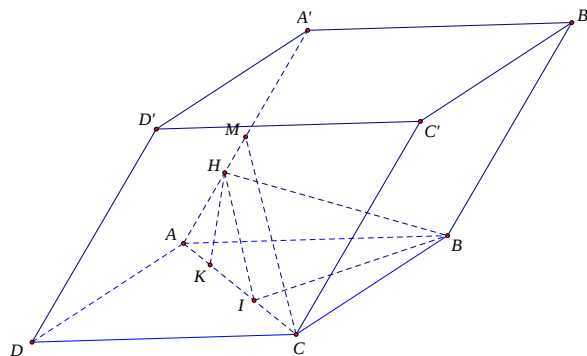
B. $V = 8$.

C. $V = 12$.

D. $V = 10$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Từ B kẻ $BI \perp AC \Rightarrow BI \perp (AA'C'C)$.

Từ I kẻ $IH \perp AA' \Rightarrow \widehat{(AA'C'C), (AA'B'B)} = \widehat{BHI}$.

Theo giả thiết ta có $AC = 3 \Rightarrow BI = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông BIH có $\tan \widehat{BHI} = \frac{BI}{IH} \Leftrightarrow IH = \frac{BI}{\tan \widehat{BHI}} \Leftrightarrow IH = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Xét tam giác vuông ABC có $AI \cdot AC = AB^2 \Rightarrow AI = \frac{AB^2}{AC} = 2$.

Gọi M là trung điểm của AA' , do tam giác $AA'C$ cân tại C nên $CM \perp AA' \Rightarrow CM \parallel IH$.

Do $\frac{AI}{AC} = \frac{AH}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AH}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AH}{AA'} = \frac{1}{3}$.

Trong tam giác vuông AHI kẻ đường cao HK ta có $HK = \frac{4\sqrt{2}}{9} \Rightarrow$ chiều cao của lăng trụ

$ABCD.A'B'C'D'$ là $h = 3HK = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB \cdot AD \cdot h = \sqrt{6} \sqrt{3} \frac{4\sqrt{2}}{3} = 8$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi H là điểm trên cạnh SD sao cho $5SH = 3SD$, mặt phẳng (α) qua B, H và song song với đường thẳng AC cắt hai cạnh SA, SC lần lượt tại E, F . Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{C.BEHF}}{V_{S.ABCD}}$.

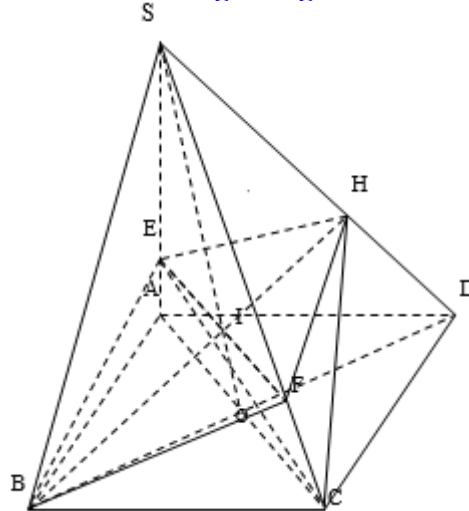
A. $\frac{1}{7}$.

B. $\frac{3}{20}$.

C. $\frac{6}{35}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải



Chọn B

- Đặt $V_{S.ABCD} = V$

- Trong tam giác SOD ta có:

$$\frac{IS}{IO} \cdot \frac{BO}{BD} \cdot \frac{HD}{HS} = 1 \Rightarrow \frac{IS}{IO} = 3 \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{3}{4}.$$

- Ta có: $\frac{V_{S.HBC}}{V_{S.DBC}} = \frac{SH}{SD} = \frac{3}{5} \Rightarrow V_{S.HBC} = \frac{3V}{10}$.

- Mặt khác: $\frac{V_{C.FHB}}{V_{C.SHB}} = \frac{CF}{CS} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{C.FHB} = \frac{3V}{40}$.

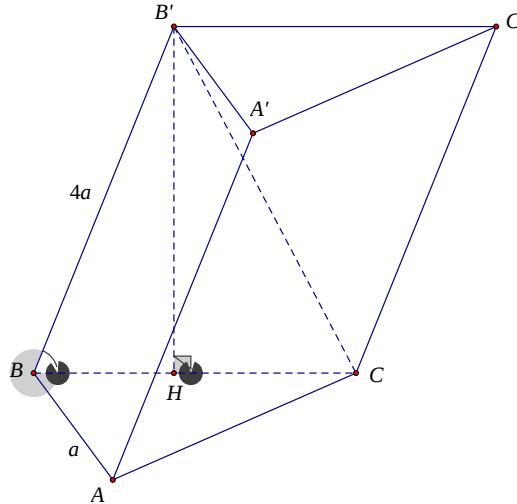
- Mà: $V_{C.BEHF} = 2V_{C.FHB} = \frac{6V}{40} \Rightarrow \frac{V_{C.BEHF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{3}{20}$.

Câu 4. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC} = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của B' trên BC . Từ giả thiết suy ra: $B'H \perp (ABC)$.

$$S_{BB'C} = \frac{1}{2} BB' \cdot BC \cdot \sin \widehat{B'BC} = \frac{1}{2} 4a \cdot a \cdot \sin 30^\circ = a^2.$$

Mặt khác: $S_{BB'C} = \frac{1}{2} B'H \cdot BC \Rightarrow B'H = \frac{2S_{BB'C}}{BC} = \frac{2a^2}{a} = 2a$.

$$V_{LT} = B'H \cdot S_{ABC} = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

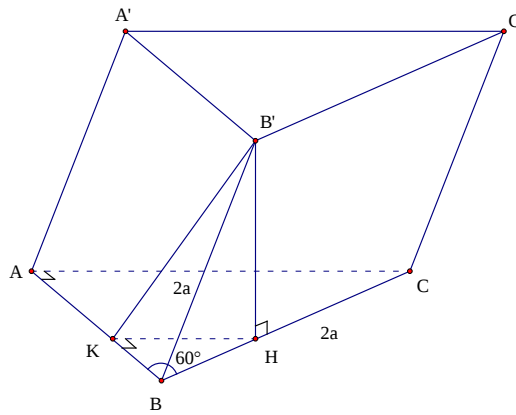
$$V_{A.CC'B'} = \frac{1}{2} V_{A.CC'B'B} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V_{LT} = \frac{1}{3} V_{LT} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Biết $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$. B. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$. D. $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Do ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B' lên $BC \Rightarrow H$ thuộc đoạn BC (do $\widehat{B'BC}$ nhọn)
 $\Rightarrow B'H \perp (ABC)$ (do $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC)).

Kẻ HK song song AC ($K \in AB$) $\Rightarrow HK \perp AB$ (do ABC là tam giác vuông tại A).

$$\Rightarrow [\widehat{(ABB'A'), (ABC)}] = \widehat{B'KH} = 45^\circ \Rightarrow B'H = KH \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \triangle BB'H \text{ vuông tại } H \Rightarrow BH = \sqrt{4a^2 - B'H^2} \quad (2)$$

$$\text{Mặt khác } HK \text{ song song } AC \Rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{HK}{AC} \Rightarrow BH = \frac{HK \cdot 2a}{a\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3) suy ra } \sqrt{4a^2 - B'H^2} = \frac{B'H \cdot 2a}{a\sqrt{3}} \Rightarrow B'H = a\sqrt{\frac{12}{7}}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot B'H = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot B'H = \frac{3a^3}{\sqrt{7}}.$$

Câu 6. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Điểm M là trung điểm cạnh AB , tam giác $MA'C$ đều cạnh $2a\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{72\sqrt{2}a^3}{7}$.

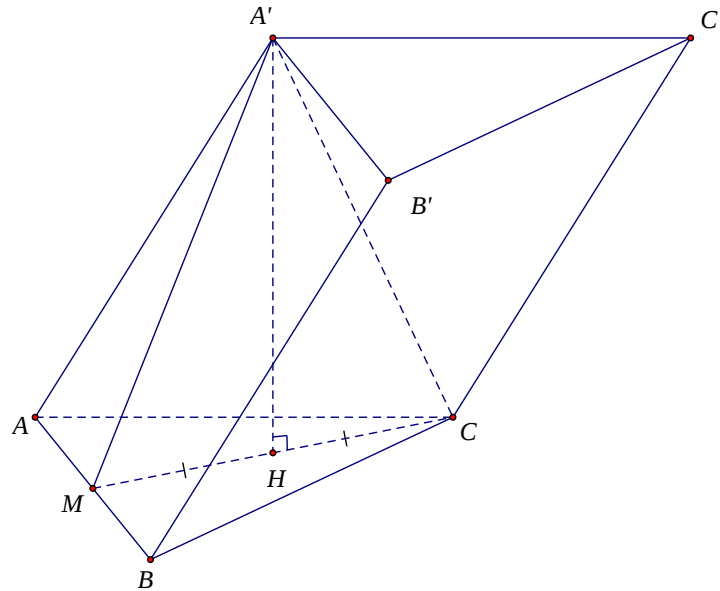
B. $\frac{24\sqrt{3}a^3}{7}$.

C. $\frac{72\sqrt{3}a^3}{7}$.

D. $\frac{24\sqrt{2}a^3}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của MC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} A'H \perp MC \\ (A'MC) \perp (ABC) \\ (A'MC) \cap (ABC) = MC \end{cases} \Rightarrow A'H \perp (ABC).$$

$$\text{Tam giác } MA'C \text{ đều cạnh } 2a\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} MC = 2a\sqrt{3} \\ A'H = 3a \end{cases}$$

$$\text{Đặt } AC = x > 0, \text{ tam giác } ABC \text{ vuông tại } A \text{ có } \widehat{ABC} = 30^\circ \Rightarrow \begin{cases} BC = 2x \\ AB = x\sqrt{3} \end{cases}$$

Áp dụng công thức tính độ dài trung tuyến ta có

$$CM^2 = \frac{CA^2 + CB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \Leftrightarrow 12a^2 = \frac{x^2 + 4x^2}{2} - \frac{3x^2}{4} \Leftrightarrow x = \frac{4a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}.$$

$$\text{Suy ra } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{12a}{\sqrt{7}} \cdot \frac{4a\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{24a^2\sqrt{3}}{7}.$$

$$\text{Do đó } V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{72a^3\sqrt{3}}{7}.$$

Câu 7. Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^3$. Tính chiều cao h của lăng trụ đã cho.

A. $h = 9a$.

B. $h = \frac{a}{3}$.

C. $h = a$.

D. $h = 3a$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \frac{3a^3}{a^2} = 3a.$$

Câu 8. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = B^2h$.

B. $V = Bh$.

C. $V = \frac{1}{3}Bh$.

D. $V = \pi Bh$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ: $V = B.h$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Các cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Đỉnh A' cách đều các đỉnh A, B, C, D . Trong các số dưới đây, số nào ghi giá trị thể tích của hình lăng trụ nói trên?

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Từ giả thiết A' cách đều các đỉnh A, B, C, D ta suy ra hình chiếu của A' trên mặt phẳng $ABCD$ là O hay $A'O$ là đường cao của khối lăng trụ.

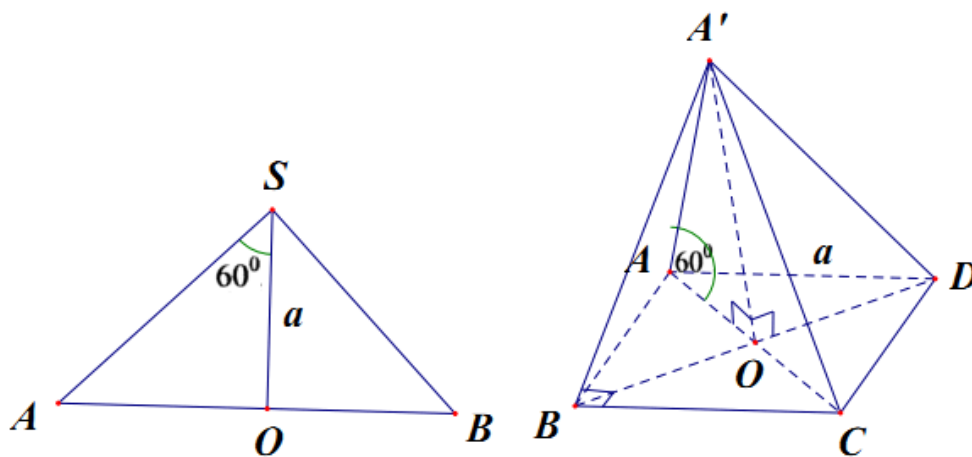
Trong tam giác $A'OA$ vuông tại A và $\widehat{A'OA} = 60^\circ$, ta có:

$$A'O = OA \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Diện tích đáy $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích của khối lăng trụ là $V = B.h = S_{ABCD} \cdot A'O = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}.$$



Câu 10. Tính thể tích V của khối lăng trụ có diện tích mặt đáy bằng $3\sqrt{3} \text{ cm}^2$ và chiều cao bằng $\sqrt{6} \text{ cm}$.

A. $V = 9\sqrt{2} (\text{cm}^3)$.

B. $V = 12\sqrt{2} (\text{cm}^3)$.

C. $V = \frac{9\sqrt{2}}{2} (\text{cm}^3)$.

D. $V = 3\sqrt{2} (\text{cm}^3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ: $V = S.h = 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 9\sqrt{2} (\text{cm}^3)$.

Câu 11. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB' = 3 \text{ cm}$ và đường thẳng AB' vuông góc với đường thẳng BC' . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{27\sqrt{6}}{16} \text{ cm}^3$.

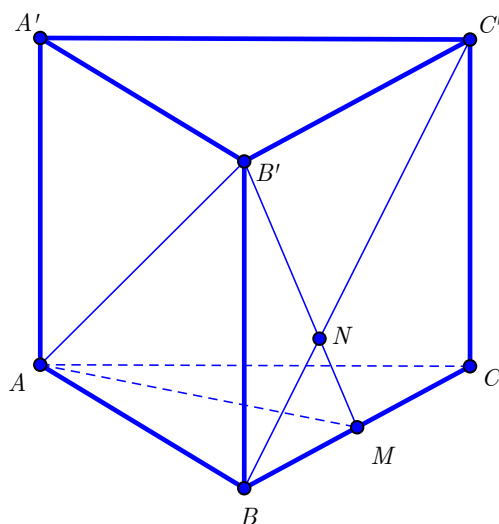
B. $2\sqrt{3} \text{ cm}^3$.

C. $\frac{7\sqrt{6}}{4} \text{ cm}^3$.

D. $\frac{9}{2} \text{ cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của BC . Suy ra $AM \perp (BCC'B') \Rightarrow AM \perp BC'$.

Mà $BC' \perp AB' \Rightarrow B'M \perp BC'$.

Đặt $AB = a$, $AA' = b$. Ta có $\tan \widehat{B'BC'} = \cot \widehat{BB'M} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2b}{a} \Rightarrow b = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Mà $AB' = 3 \Rightarrow \sqrt{AB^2 + AA'^2} = 3 \Rightarrow \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} = 3 \Rightarrow a = \sqrt{6}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = AA' \cdot S_{ABC} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{6}^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{9}{2} \text{ cm}^3$.

Câu 12. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh BC . Góc giữa BB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$.

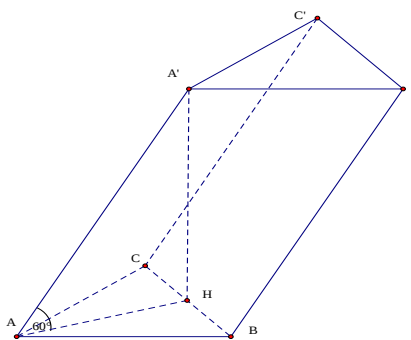
B. $\frac{2a^3 \sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{3a^3 \sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm cạnh BC . Theo đề ra: $A'H \perp (ABC)$.

$$AH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}. S_{\triangle ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \text{ (đvdt)}.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \widehat{(AA', (ABC))} = \widehat{A'AH} \\ \widehat{(AA', (ABC))} = \widehat{(BB', (ABC))} = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{A'AH} = 60^\circ.$$

Xét $\triangle A'AH$ vuông tại H : $A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3}{2}a$.

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 13. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , biết $A'A = A'B = A'C = a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

A. $\frac{3a^3}{4}$.

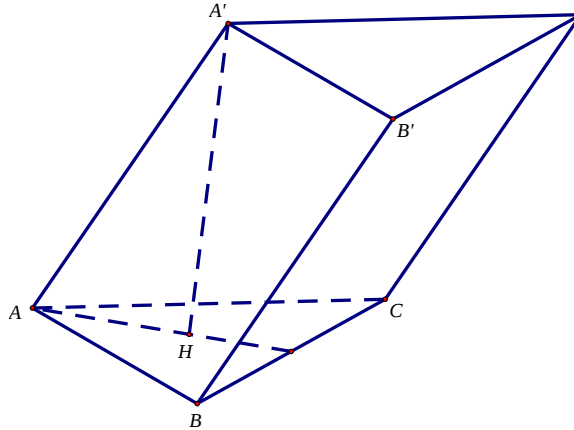
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC . Theo giả thiết ta có ABC là tam giác đều cạnh bằng a và $A'A = A'B = A'C = a$ nên $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh $a \Rightarrow A'H \perp (ABC)$ hay $A'H$ là đường cao của khối chóp $A'.ABC$.

Xét tam giác vuông $A'HA$ ta có $A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2}a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 14. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tứ giác $ABCD$ bằng 12, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng 2. Tính thể tích V của khối hộp.

A. $V = 12$.

B. $V = 8$.

C. $V = 24$.

D. $V = 72$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $V = S_{ABCD} \cdot d(A', (ABCD)) = S_{ABCD} \cdot d((A'B'C'D'), (ABCD)) = 12 \cdot 2 = 24$.

Câu 15. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB = 2a\sqrt{2}$. Biết $AC' = 8a$ và tạo với mặt đáy một góc 45° . Thể tích khối đa diện $ABCC'B'$ bằng

A. $\frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$.

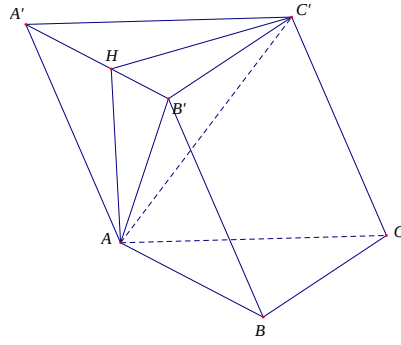
B. $\frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = V_{A.A'B'C'} + V_{ABCC'B'} \Leftrightarrow V_{ABCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'}$.

Mặt khác $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$ nên $\Leftrightarrow V_{ABCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = 2V_{A.A'B'C'}$.

Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ khi đó góc giữa AC' và mặt phẳng đáy $(A'B'C')$ là góc $\widehat{AC'H} = 45^\circ$.

Xét tam giác vuông AHC' có $AC' = 8a$ và $\widehat{AC'H} = 45^\circ$ nên $AH = 4a\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp $A.A'B'C'$ là $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}S_{A'B'C'}.AH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(2a\sqrt{2})^2 \cdot \sin 60^\circ \cdot 4a\sqrt{2} = \frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$

Vậy thể tích khối đa diện $ABCC'B'$ là $\Leftrightarrow V_{ABCC'B'} = 2V_{A.A'B'C'} = \frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 16. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ và F là trung điểm BC . Tính tỉ số thể tích giữa khối $B'.EAF$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{1}{8}$.

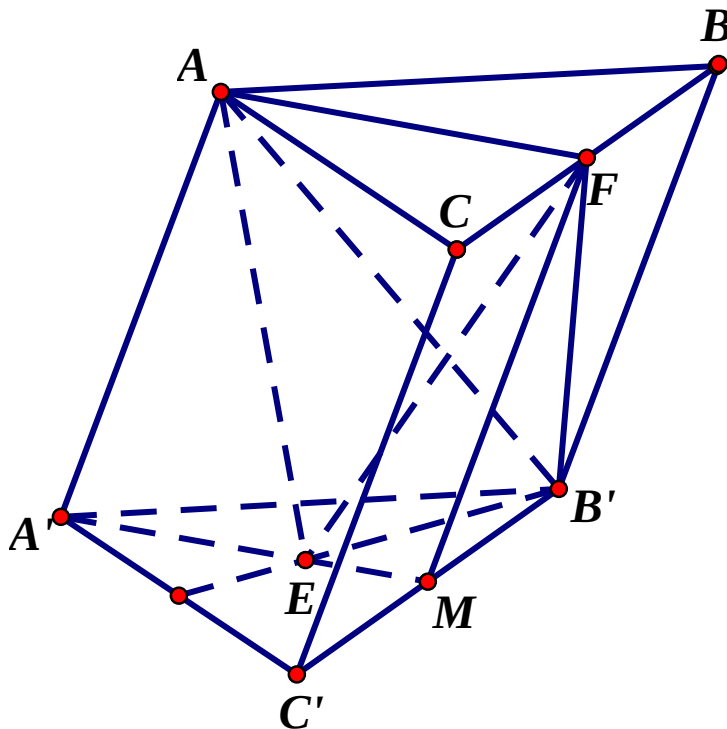
B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có

M là trung điểm của $B'C'$ khi đó $S_{EAF} = \frac{1}{2}S_{AA'MF}$ và $d(B', (AA'MF)) = d(B', (AEF))$.

$$\text{Vì } V_{B'.AA'MF} = V_{ABF.A'B'M} - V_{B'.ABF} = V_{ABF.A'B'M} - \frac{1}{3}V_{ABF.A'B'M} = \frac{2}{3}V_{ABF.A'B'M}$$

$$\text{Suy ra } V_{B'EAF} = \frac{1}{2}V_{B'.AA'MF} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot V_{ABF.A'B'M} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{6} \cdot V_{ABC.A'B'C'}.$$

Câu 17. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh BC . Biết góc giữa hai mặt phẳng (ABA') và (ABC) bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $A.BCC'B'$.

A. $\frac{3}{2}a^3$.

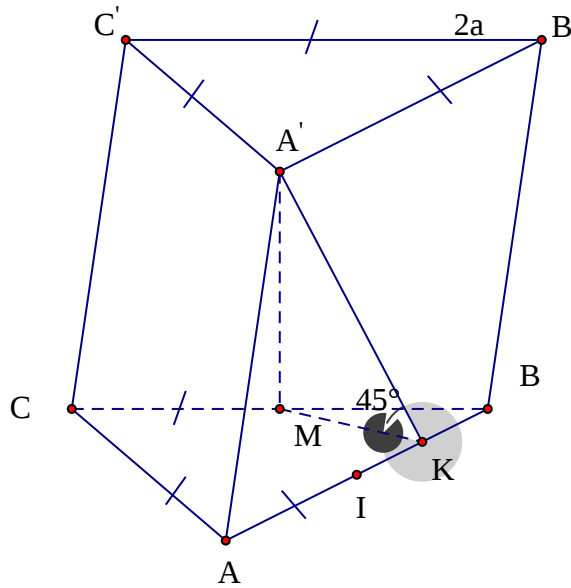
B. $V = a^3$.

C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có : $V_{ABC.A'B'C'} = V_{A.A'B'C'} + V_{A.BCC'B'} = V_{A'.ABC} + V_{A'.BCC'B'}$.

Mà $V_{A'.BCC'B'} = V_{A.BCC'B'} \Rightarrow V_{A.A'B'C'} = V_{A'.ABC}$.

Gọi M là trung điểm của BC , I là trung điểm của AB và K là trung điểm của IB . Khi đó : $A'M \perp (ABC)$.

Mặt khác : $\left. \begin{array}{l} MK \parallel CI \\ CI \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow MK \perp AB$.

$MK \perp AB, A'M \perp AB \Rightarrow A'K \perp AB$.

Góc giữa hai mặt phẳng (ABA') và (ABC) chính là góc giữa $A'K$ và KM và bằng

$\widehat{A'KM} = 45^\circ$ nên tam giác $A'KM$ vuông cân tại M .

Trong tam giác ABC : $MK = \frac{1}{2}CI = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông cân $A'KM$: $A'M = MK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} \cdot V_{ABC.A'B'C'}$.

$\Rightarrow V_{A'.BCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot A'M = \frac{2}{3} \cdot a^2\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a^3$.

Câu 18. Cho khối lăng trụ có thể tích V , diện tích đáy là B và chiều cao h . Tìm khẳng định **đúng**?

- A. $V = 3Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \sqrt{Bh}$. D. $V = Bh$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

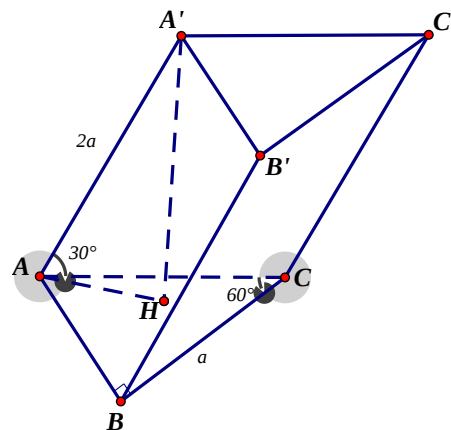
Theo công thức tính thể tích khối lăng trụ ta có $V = Bh$

Câu 19. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $\widehat{ACB} = 60^\circ$, $BC = a$, $AA' = 2a$. Cạnh bên tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Trong tam giác ABC vuông tại B ta có: $\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = BC.\sqrt{3} = a\sqrt{3}$

Diện tích đáy: $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{a^2.\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) . Góc giữa cạnh bên AA' và đáy là $\widehat{A'AH} = 30^\circ$.

Trong tam giác vuông $A'HA$ ta có: $A'H = AA' \cdot \sin 30^\circ = 2a \cdot \frac{1}{2} = a$

Thể tích lăng trụ là: $V = A'H.S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 20. Cho (H) là khối lăng trụ có chiều cao bằng $3a$, đáy là hình vuông cạnh a . Thể tích của (H) bằng.

- A. $4a^3$. B. $2a^3$. C. $3a^3$. D. a^3 .

Hướng dẫn giải

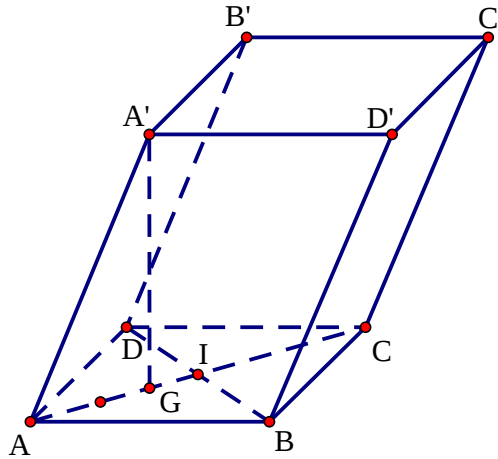
Chọn C

$V = B.h = 3a.a^2 = 3a^3$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh bằng a và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng 60° , điểm A' cách đều các điểm A, B, D . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có điểm A' cách đều các đỉnh A, B, D cho nên điểm A' sẽ nằm trên trục đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABD .

Ta có $\widehat{ABC} = 120^\circ$ nên $\widehat{ABD} = 60^\circ \Rightarrow$ tam giác ABD là tam giác đều

Vậy ta có $A'G \perp (ABD)$ với G là trọng tâm tam giác ABD .

Dễ thấy $\angle(A'A, (ABCD)) = \angle(A'A, GA) = \widehat{A'AG} = 60^\circ$.

Tam giác ABD đều, AI là trung tuyến ($I = AC \cap BD$) $\Rightarrow AI = a \frac{\sqrt{3}}{2}$; $AG = \frac{2}{3} AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$\text{Ta có } A'G = \frac{AG}{\cot 60^\circ} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = a.$$

Thể tích khối lăng trụ $V = A'G \cdot S_{ABCD} = A'G \cdot 2S_{ABD} = a \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = a^3 \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường

thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

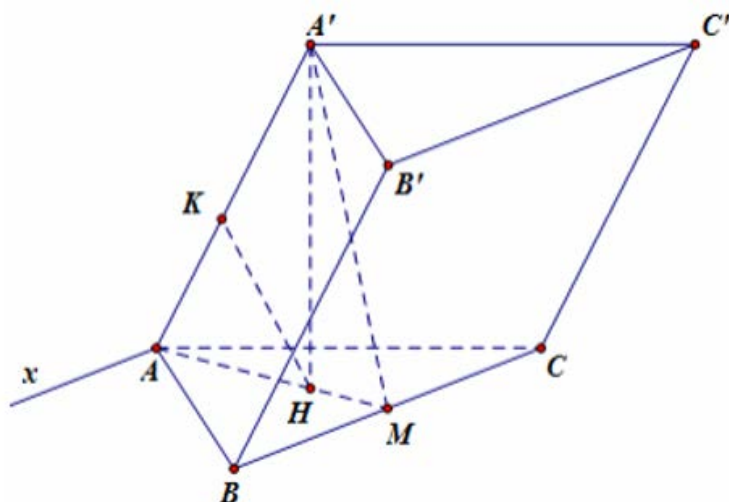
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là trọng tâm của tam giác ABC

Suy ra $A'H \perp (ABC)$. Qua A kẻ đường thẳng Ax song song với BC . Ta có $Ax // BC$

$$\Rightarrow d(A'A, BC) = d(BC, (A'Ax))$$

$$= d(M, (A'Ax)) = \frac{3}{2} d(H, (A'Ax))$$

$$\text{Kẻ } HK \perp AA' \text{ ta có } \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A'H \end{cases}$$

$$\Rightarrow BC \perp (A'AM) \Rightarrow BC \perp HK$$

$$\text{Mà } HK \perp AA' \Rightarrow HK \perp (A'Ax) \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{HA'^2} \Rightarrow HA' = \frac{a}{3} \text{ mà } S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 23. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

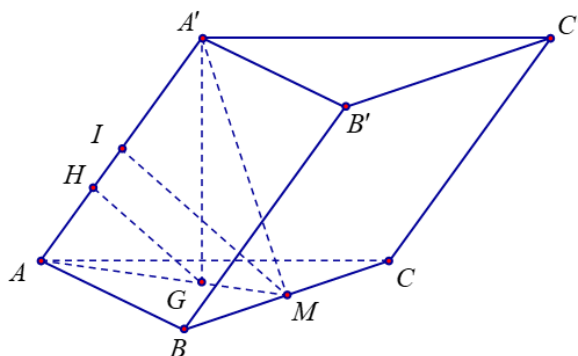
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $A'G \perp (ABC)$ nên $A'G \perp BC$; $BC \perp AM \Rightarrow BC \perp (MAA')$

$$\text{Kẻ } MI \perp AA'; BC \perp IM \text{ nên } d(AA'; BC) = IM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Kẻ } GH \perp AA', \text{ ta có } \frac{AG}{AM} = \frac{GH}{IM} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow GH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{1}{HG^2} = \frac{1}{A'G^2} + \frac{1}{AG^2} \Leftrightarrow A'G = \frac{AG \cdot HG}{\sqrt{AG^2 - HG^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6}}{\sqrt{\frac{a^2}{3} - \frac{a^2}{12}}} = \frac{a}{3}$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'G \cdot S_{ABC} = \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

Câu 24. Các đường chéo của các mặt của một hình hộp chữ nhật bằng a, b, c . Thể tích của khối hộp đó là

A. $V = abc$.

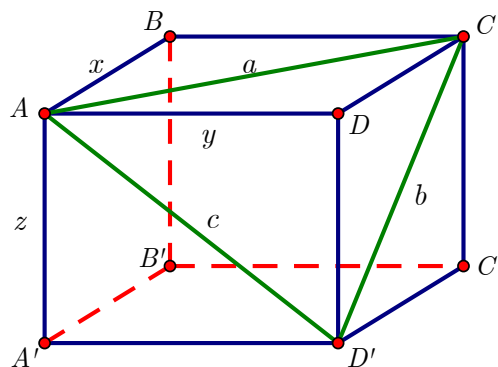
B. $V = a + b + c$.

C. $V = \sqrt{\frac{(b^2 + c^2 - a^2)(c^2 + a^2 - b^2)(a^2 + b^2 - c^2)}{8}}$. **D.**

$$V = \frac{(b^2 + c^2 - a^2)(c^2 + a^2 - b^2)(a^2 + b^2 - c^2)}{8}$$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Giả sử hình hộp chữ nhật có ba kích thước: x, y, z .

$$\text{Theo yêu cầu bài toán ta có } \begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ y^2 + z^2 = c^2 \\ x^2 + z^2 = b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = a^2 - x^2 \\ y^2 + z^2 = c^2 \\ z^2 = b^2 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = a^2 - x^2 \\ a^2 - x^2 + b^2 - x^2 = c^2 \\ z^2 = b^2 - x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2} \\ x^2 = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \\ z^2 = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2} \end{cases} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{(a^2 + c^2 - b^2)(a^2 + b^2 - c^2)(b^2 + c^2 - a^2)}{8}}$$

Câu 25. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường

thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

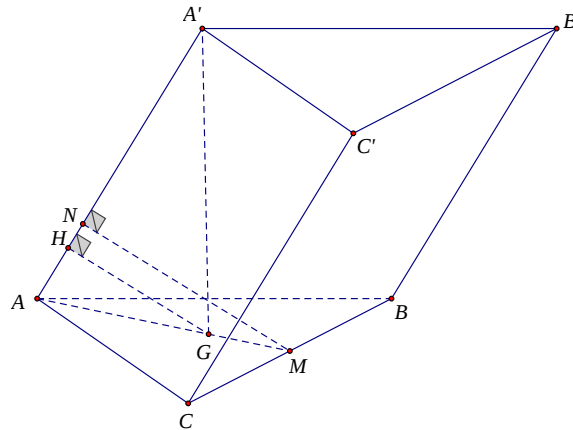
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi G là trọng tâm của ΔABC , M là trung điểm của BC .

$\Rightarrow A'G \perp (ABC)$.

Trong $(AA'M)$ dựng $MN \perp AA'$, ta có: $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A'G \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'G) \Rightarrow BC \perp MN$.

$$\Rightarrow d(AA', BC) = MN = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Gọi H là hình chiếu của G lên AA' .

$$\text{Ta có: } GH \parallel MN \Rightarrow \frac{GH}{MN} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow GH = \frac{2}{3}MN = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Xét tam giác $AA'G$ vuông tại G , ta có:

$$\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{GA^2} + \frac{1}{GA'^2} \Rightarrow \frac{1}{GA'^2} = \frac{1}{GH^2} - \frac{1}{GA^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{27}{3a^2} \Rightarrow GA' = \frac{a}{3}.$$

$$\text{Vậy thể tích của khối lăng trụ là: } V = S_{ABC} \cdot A'G = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 26.-2017] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác đều cạnh x . Hình chiếu của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm ΔABC , cạnh $AA' = 2x$. Khi đó thể tích khối lăng trụ là:

A. $\frac{x^3\sqrt{11}}{12}$.

B. $\frac{x^3\sqrt{39}}{8}$.

C. $\frac{x^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{x^3\sqrt{11}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) . Do ΔABC đều nên H là trọng tâm tam giác ΔABC .

$$\text{Ta có } AM = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \frac{2}{3}AM = \frac{x\sqrt{3}}{3}.$$

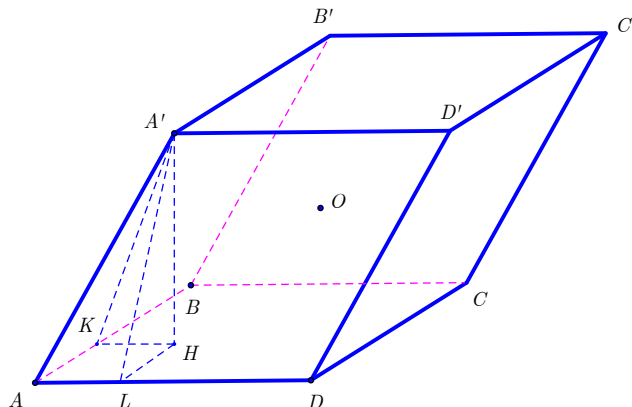
$$\text{Xét tam giác vuông } \Delta AA'H, \text{ có } A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{x\sqrt{33}}{3}.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}x^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \quad V_{ABC.A'B'C'} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{x\sqrt{33}}{3} = \frac{x^3\sqrt{11}}{4}.$$

- Câu 27.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{3}$, $AD = \sqrt{7}$ và cạnh bên bằng 1. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy các góc 45° và 60° . Thể tích khối hộp bằng
- A. $3\sqrt{3}$ B. $7\sqrt{7}$ C. 7 D. 3

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của A' trên $(ABCD)$ và K, L là hình chiếu của H trên AB, AD .

Ta có các góc $\widehat{A'KH} = 45^\circ$ và $\widehat{A'LH} = 60^\circ$.

Đặt $A'H = x$ suy ra $HK = x$; $HL = \frac{x\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $AA'^2 = AH^2 + A'H^2 = x^2 + \frac{x^2}{3} + x^2 \Rightarrow \frac{7x^2}{3} = 1 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{3}{7}}$.

Thể tích khối hộp bằng $V = B.h = AB.AD.A'H = \sqrt{3}\sqrt{7}.\sqrt{\frac{3}{7}} = 3$.

- Câu 28.** Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{6}Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = Bh$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có thể tích khối lăng trụ $V = Bh$.

- Câu 29.** Cho lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , cạnh $AC = 5a$. Hình chiếu vuông góc của A_1 lên mặt phẳng ABC là trung điểm của cạnh AC , góc giữa mặt phẳng (AA_1B_1B) với (AA_1C_1C) bằng 30° , cạnh bên của lăng trụ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$?

A. $V = \frac{\sqrt{3}.a^3}{8}$. B. $V = \frac{a^3}{24}$. C. $V = \frac{a^3}{8}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}.a^3}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi G là trung điểm của $AC \Rightarrow A_1G \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{A_1AG} = 60^\circ \Rightarrow A_1G = AG \cdot \tan 60^\circ = \frac{5\sqrt{3}}{2}a$. Ta có $BC \perp (AA_1C_1C)$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ có tất cả các cạnh đều bằng a , đáy là lục giác đều, góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy là 60° . Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $V = \frac{9}{4}a^3$.

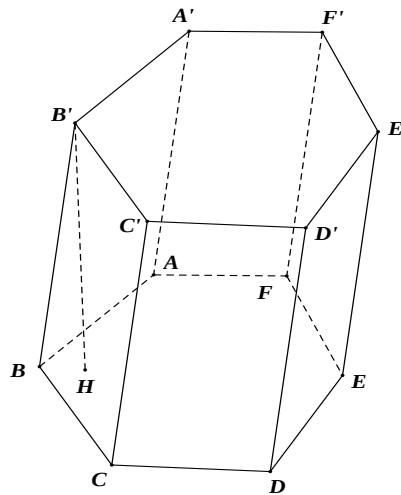
B. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

C. $V = \frac{3}{2}a^3$.

D. $V = \frac{27}{8}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $ABCDEF$ là lục giác đều nên góc ở đỉnh bằng 120° .

ABC là tam giác cân tại B , DEF là tam giác cân tại E .

$$S_{ABC} = S_{DEF} = \frac{1}{2}a \cdot a \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos B} = \sqrt{a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = a\sqrt{3}.$$

$$S_{ACDF} = AC \cdot AF = a\sqrt{3} \cdot a = a^2\sqrt{3}.$$

$$S_{ABCDEF} = S_{ABC} + S_{ACDF} + S_{DEF} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + a^2\sqrt{3} + \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\widehat{B'BH} = 60^\circ \Rightarrow B'H = BB' \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } V = \frac{9a^3}{4}.$$

Câu 31. Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu của A' trên $(ABC) \Rightarrow A'H \perp BC$.

Dễ thấy $AH \perp BC$ (Vì $\triangle ABC$ đều).

$$\Rightarrow (\widehat{A'A; (ABC)}) = (\widehat{A'A; AH}) = \widehat{A'AH} \quad (1).$$

$$\text{Vì } \triangle ABC \text{ đều} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Trong } \triangle A'AH \text{ vuông, ta có } A'H = AH \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

Câu 32. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

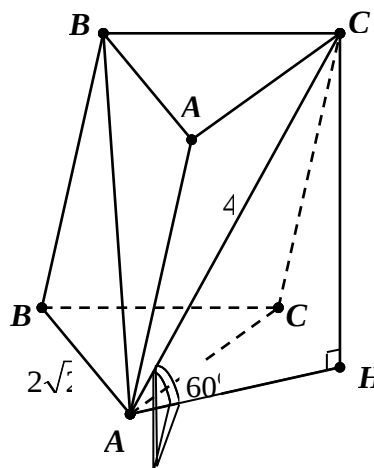
- A. $V = \frac{16\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{16}{3}$. C. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{8}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phân tích: Tính thể tích của khối đa diện $ABCB'C'$ bằng thể tích khối của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ trừ đi thể tích của khối chóp $A.A'B'C'$.

Giả sử đường cao của lăng trụ là $C'H$.



Khi đó góc giữa AC' mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{C'AH} = 60^\circ$.

Ta có:

$$\sin 60^\circ = \frac{C'H}{AC'} \Rightarrow C'H = 2\sqrt{3}; S_{\Delta ABC} = 4$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = C'H.S_{\Delta ABC} = 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (2\sqrt{2})^2 = 8\sqrt{3}.$$

$$V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3} C'H.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

$$V_{ABB'C'C} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = 8\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{16\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 33. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 30. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AA', BB', CC' . Tính thể tích V của tứ diện $CIJK$.

A. $V = \frac{15}{2}.$

B. $V = 12.$

C. $V = 6.$

D. $V = 5.$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Nhận thấy:

$$(IJK) \parallel (ABC) \parallel (A'B'C') \Rightarrow \frac{d(C, (IJK))}{d(C, (A'B'C'))} = \frac{CK}{CC'} = \frac{1}{2}.$$

$$V_{CIJK} = \frac{1}{3} d(C, (IJK)) \cdot S_{IJK} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot d(C, (A'B'C')) \cdot S_{A'B'C'} = \frac{1}{6} \cdot 30 = 5.$$

Câu 34. Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều, a là độ dài cạnh đáy. Góc giữa cạnh bên và đáy là 30° . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt (ABC) trùng với trung điểm của BC . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}.$

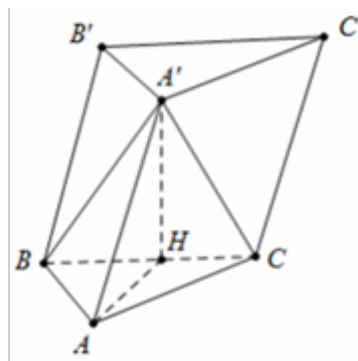
B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}.$

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}.$

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của cạnh $BC \Rightarrow A'H \perp (ABC)$

$$\Rightarrow \widehat{A'AH} = 30^\circ \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{A'H}{AH} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Cạnh } AH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'H = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow V = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

Câu 35. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , tâm O và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng 60° . Đỉnh A' cách đều các điểm A, B, D . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

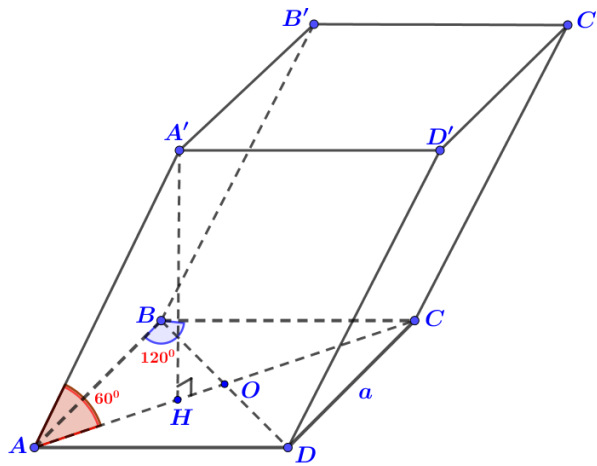
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{3a^3}{2}$.

D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Do $AB = AD = a$ và $\widehat{BAD} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABD$ đều cạnh a .

Mặt khác: $A'A = A'B = A'D$. Suy ra $A'.ABD$ là chóp đều nên A' có hình chiếu vuông góc là tâm H của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD .

$\Rightarrow AH$ là hình chiếu vuông góc của AA' lên đáy $(ABCD) \Rightarrow (\overline{AA'}, (\overline{ABCD})) = \widehat{AAH} = 60^\circ$.

$$S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2.$$

$$\text{Tam giác } ABD \text{ đều cạnh } a \text{ nên } AO = \frac{\sqrt{3}}{2} a \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{3} a.$$

$$\text{Tam giác } A'AH \text{ vuông tại } H \text{ nên: } A'H = AH \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} a \cdot \sqrt{3} = a.$$

$$\text{Vậy, thể tích khối lăng trụ là: } V = A'H \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{2} a^3.$$

Câu 36. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{3}, AD = \sqrt{7}$ và cạnh bên bằng 1. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy các góc 45° và 60° . Thể tích khối hộp bằng

A. $3\sqrt{3}$

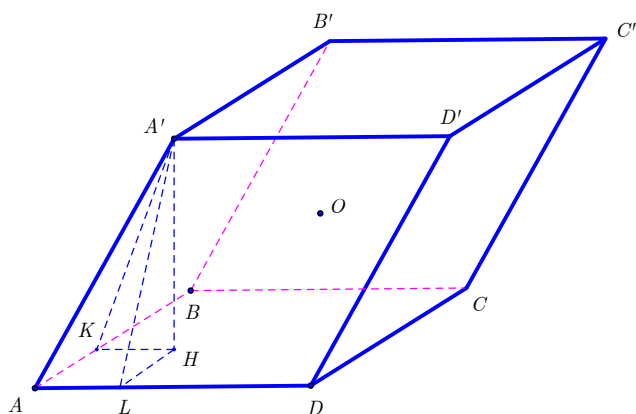
B. $7\sqrt{7}$

C. 7

D. 3

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của A' trên $(ABCD)$ và K, L là hình chiếu của H trên AB, AD .

Ta có các góc $\widehat{A'KH} = 45^\circ$ và $\widehat{A'LH} = 60^\circ$.

Đặt $A'H = x$ suy ra $HK = x; HL = \frac{x\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $AA'^2 = AH^2 + A'H^2 = x^2 + \frac{x^2}{3} + x^2 \Rightarrow \frac{7x^2}{3} = 1 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{3}{7}}$.

Thể tích khối hộp bằng $V = B.h = AB.AD.A'H = \sqrt{3}\sqrt{7}.\sqrt{\frac{3}{7}} = 3$.

Câu 37. Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng

AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCA'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

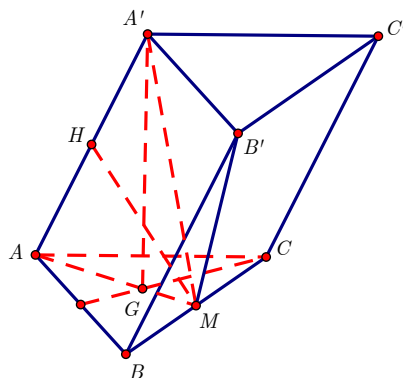
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



M là trung điểm của BC thì $BC \perp (AA'M)$.

Gọi MH là đường cao của tam giác $A'AM$ thì $MH \perp A'A$ và $HM \perp BC$ nên HM là khoảng cách AA' và BC .

$$\text{Ta có } A'A.HM = A'G.AM \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{3}}{4}.A'A = \frac{a\sqrt{3}}{2}\sqrt{A'A^2 - \frac{a^2}{3}}$$

$$\Leftrightarrow A'A^2 = 4 \left(A'A^2 - \frac{a^2}{3} \right) \Leftrightarrow 3A'A^2 = \frac{4a^2}{3} \Leftrightarrow A'A^2 = \frac{4a^2}{9} \Leftrightarrow A'A = \frac{2a}{3}.$$

$$\text{Đường cao của lăng trụ là } A'G = \sqrt{\frac{4a^2}{9} - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a}{3}.$$

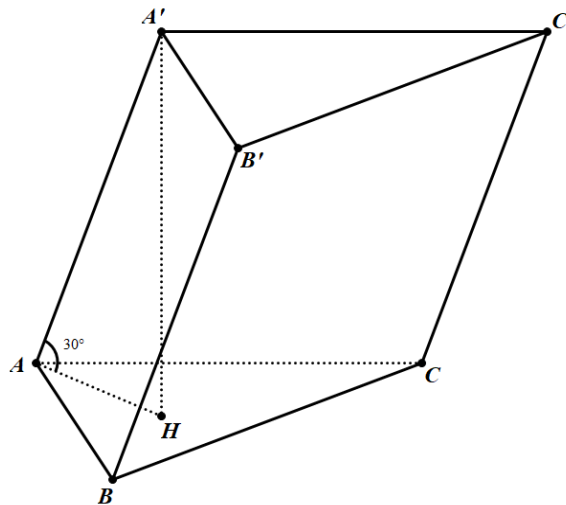
$$\text{Thể tích } V_{LT} = \frac{a}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 38. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên $AA' = a$, góc giữa AA' và mặt phẳng đáy bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Kẻ $A'H \perp (ABC)$, $H \in (ABC)$. Khi đó góc giữa AA' và mặt phẳng đáy bằng góc giữa AA' và AH bằng $\widehat{A'AH} = 30^\circ$.

Trong $\Delta A'AH$ vuông tại H , có $A'H = A'A \cdot \sin \widehat{A'AH} = a \cdot \sin 30^\circ \Leftrightarrow A'H = \frac{a}{2}$.

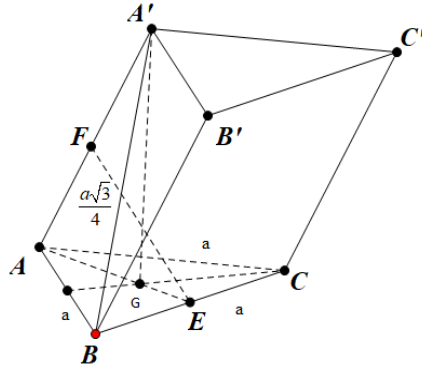
$$\text{Ta có } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} \Leftrightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

Câu 39. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Vì $A'G \perp (ABC)$ và tam giác ABC đều nên $A'ABC$ là hình chóp đều. Kẻ $EF \perp AA'$ và $BC \perp (AA'E)$ nên $d(AA', BC) = EF = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. Đặt $A'G = h$

$$\text{Ta có } A'A = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}.$$

Tam giác $A'AG$ đồng dạng với tam giác EAF nên

$$\frac{A'A}{EA} = \frac{AG}{FA} = \frac{A'G}{FE} \Rightarrow A'G \cdot EA = A'A \cdot FE \Leftrightarrow h \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow h = \frac{a}{3}.$$

$$\text{Thể tích } V \text{ của khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là } V = AG \cdot S_{ABC} = \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Đặt $A'H = x \Rightarrow H'B = x$.

Ta có K là trọng tâm tam giác $AA'B'$

$$\text{Suy ra } KB = \frac{2}{3}A'B = \frac{2}{3}\sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}}; KA = \frac{2}{3}AH' = \frac{2}{3}\sqrt{x^2 + a^2}.$$

$$\Delta KAB \text{ vuông tại } K \text{ nên } KB^2 + KA^2 = AB^2 \Leftrightarrow \frac{4}{9}\left(2x^2 + \frac{5a^2}{4}\right) = a^2 \Leftrightarrow 8x^2 + 5a^2 = 9a^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}.$$

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $3a$, hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Cạnh AA' hợp với mặt phẳng đáy một góc 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng.

A. $\frac{9a^3}{4}$. B. $\frac{27a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{27a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi AI là đường cao, H là tâm của tam giác $ABC \Rightarrow A'H \perp (ABC)$.

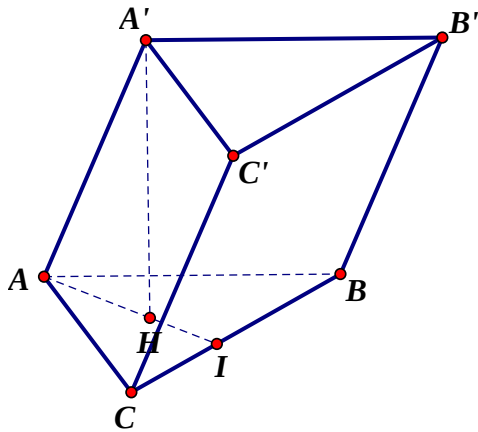
$$\text{Vì } \begin{cases} AA' \cap (ABC) = A \\ A'H \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow \text{góc giữa } AA' \text{ và } (ABC) \text{ là } \widehat{A'AH} \Rightarrow \widehat{A'AH} = 45^\circ.$$

$$\text{Ta có: } AI = \frac{3a\sqrt{3}}{2}, AH = \frac{2}{3}AI = a\sqrt{3}, S_{ABC} = \frac{(3a)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$A'H = AH \cdot \tan 45^\circ = AH = a\sqrt{3}.$$

Thể tích của lăng trụ là:

$$V = A'H.S_{ABC} = a\sqrt{3}.\frac{9a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{27a^3}{4}.$$



Câu 47. Khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a , đường cao bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $2a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

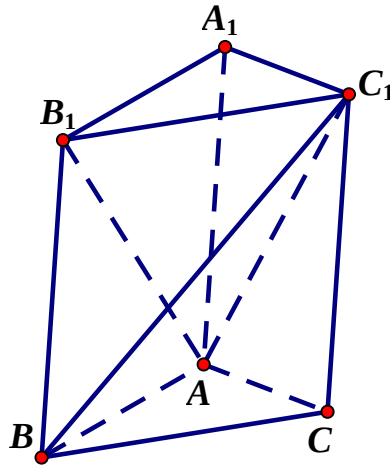
Áp dụng công thức tính thể tích khối lăng trụ ta có $V = Bh = a^2.a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$.

Câu 48. Cho lăng trụ $ABCA_1B_1C_1$ có diện tích mặt bên ABB_1A_1 bằng 4; khoảng cách giữa cạnh CC_1 và mặt phẳng (ABB_1A_1) bằng 7. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCA_1B_1C_1$.

- A. 14 B. $\frac{28}{3}$ C. $\frac{14}{3}$ D. 28

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi thể tích lăng trụ $ABCA_1B_1C_1$ là V .

Ta chia khối lăng trụ thành $ABCA_1B_1C_1$ theo mặt phẳng (ABC_1) được hai khối: khối chóp tam giác $C_1.ABC$ và khối chóp tứ giác $C_1.ABB_1A_1$

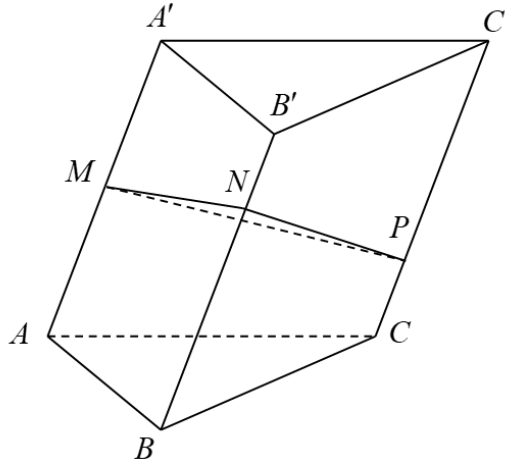
$$\text{Ta có } V_{C_1.ABC} = \frac{1}{3}V \Rightarrow V_{C_1.ABB_1A_1} = \frac{2}{3}V$$

$$\text{Mà } V_{C_1.ABB_1A_1} = \frac{1}{3}.S_{ABB_1A_1}.d(A;(ABB_1A_1)) = \frac{1}{3}.4.7 = \frac{28}{3}. \text{ Vậy } V = \frac{28}{3}.\frac{3}{2} = 14$$

- Câu 49.** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{2}{3}$ và mặt phẳng (MNP) chia lăng trụ thành hai phần có thể tích bằng nhau. Khi đó tỉ số $\frac{CP}{CC'}$ là
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Áp dụng công thức : $\frac{V_{ABC.MNP}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3} \left(\frac{AM}{AA'} + \frac{BN}{BB'} + \frac{CP}{CC'} \right)$.

Ta có : $V_{ABC.MNP} = V_{ABC.A'B'C'}$ nên $\frac{1}{3} \left(\frac{AM}{AA'} + \frac{BN}{BB'} + \frac{CP}{CC'} \right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \left(\frac{\frac{1}{2}AA'}{\frac{AA'}{2}} + \frac{\frac{2}{3}BB'}{\frac{BB'}{3}} + \frac{CP}{CC'} \right) = \frac{1}{2}$

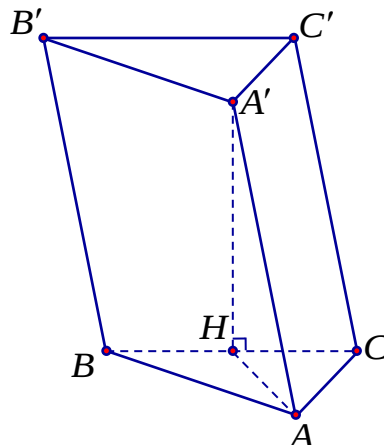
$\Leftrightarrow \frac{CP}{CC'} = \frac{1}{3}$.

- Câu 50.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V = a^3$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$. D. $V = a^3 \sqrt{\frac{3}{2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm BC .

Theo giả thiết, $A'H$ là đường cao hình lăng trụ và $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy, thể tích khối lăng trụ là $V = S_{\Delta ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 51. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AB . Góc giữa cạnh bên của lăng trụ và mặt phẳng đáy bằng 30° . Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho theo a .

A. $\frac{3a^3}{4}$

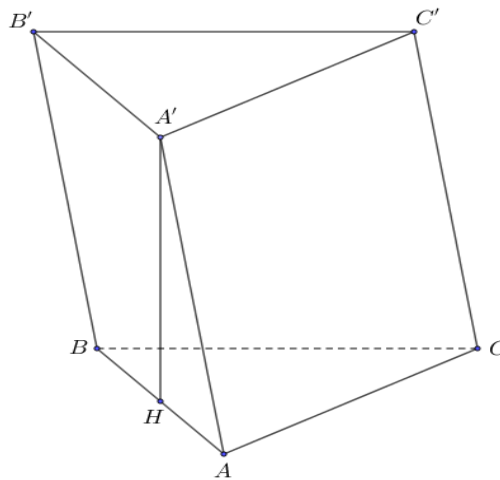
B. $\frac{a^3}{4}$

C. $\frac{a^3}{24}$

D. $\frac{a^3}{8}$

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có AH là hình chiếu của $A'A$ trên $(ABC) \Rightarrow \widehat{A'AH} = 30^\circ \Rightarrow A'H = \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

$$V = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}.$$

Câu 52. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân ở C . Cạnh $BB' = a$ và tạo với đáy một góc bằng 60° . Hình chiếu vuông góc hạ từ B' lên đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{80}$

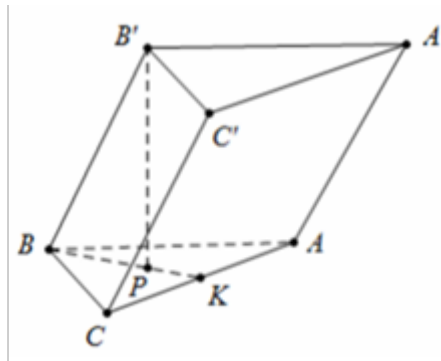
B. $\frac{9a^3}{80}$

C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{80}$

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{80}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi P là trọng tâm của $\Delta ABC \Rightarrow B'P \perp (ABC)$

$$\Rightarrow (\widehat{BB', (ABC)}) = (\widehat{B'BP}) \Rightarrow \widehat{B'BP} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin 60^\circ = \frac{B'P}{BB'} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos 60^\circ = \frac{BP}{BB'} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B'P = \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ BP = \frac{a}{2} \end{cases}$$

$$\text{Gọi } K = BP \cap AC \Rightarrow BK = \frac{3}{2}BP = \frac{3a}{4}$$

$$\Rightarrow BC^2 + \left(\frac{1}{2}BC\right)^2 = \left(\frac{3a}{4}\right)^2 \Rightarrow BC = \frac{3a\sqrt{5}}{10}$$

$$\Rightarrow V = B'P \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3a\sqrt{5}}{10}\right)^2 = \frac{9a^3\sqrt{3}}{80}.$$

Câu 53. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng

AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

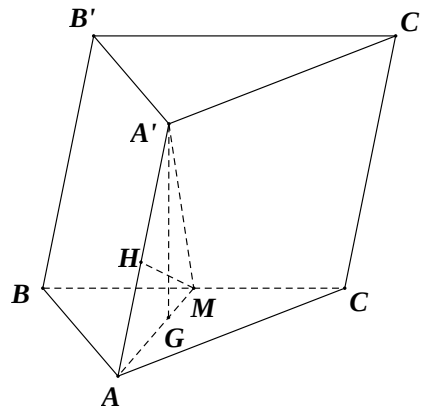
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Do $\triangle ABC$ đều trọng tâm G và $A'G \perp (ABC)$ nên $A'.ABC$ là hình chóp đều.

Gọi M là trung điểm của BC , khi đó $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi H là hình chiếu của M trên AA' . Khi đó do $BC \perp (AA'M) \Rightarrow BC \perp HM$ nên HM là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AA' và BC . Do đó $HM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Đặt $AA' = A'B = A'C = x$, khi đó $A'G = \sqrt{x^2 - \frac{a^2}{3}}$.

Do $2S_{\triangle AA'M} = A'G \cdot AM = MH \cdot AA' \Rightarrow \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{x^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot x \Rightarrow x = \frac{2a}{3}$.

Do $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $A'G = \frac{a}{3} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = A'G \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 54. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\widehat{BCD} = 60^\circ$, $AC = a\sqrt{7}$, $BD = a\sqrt{3}$, $AB > AD$, đường chéo BD' hợp với mặt phẳng $(ADD'A')$ góc 30° . Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\frac{\sqrt{39}}{3}a^3$.

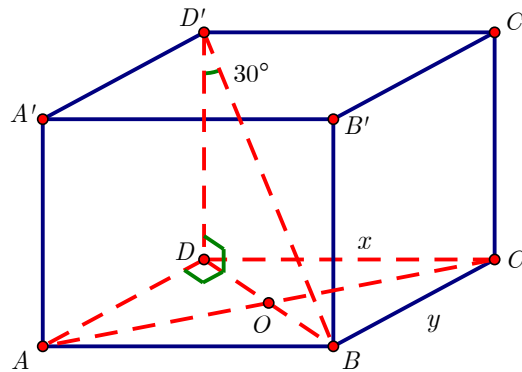
B. $2\sqrt{3}a^3$.

C. $3\sqrt{3}a^3$.

D. $\sqrt{39}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



□ Đặt $x = CD$; $y = BC$ ($x > y$)

□ Áp dụng định lý hàm cos và phân giác trong tam giác BCD

$$3a^2 = x^2 + y^2 - xy \text{ và } x^2 + y^2 = 5a^2$$

$$\Rightarrow x = 2a; \quad y = a$$

□ Với $x = 2y = 2a$ và $\widehat{C} = 60^\circ \rightarrow BD \perp AD \rightarrow \widehat{BD'; (ADD'A')} = 30^\circ \rightarrow DD' = 3a$

$$\square S_{ABCD} = xy \cdot \sin 60^\circ = a^2 \sqrt{3}$$

$$\square \text{ Vậy } V \text{ hình hộp} = a^3 3\sqrt{3}$$

Câu 55. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$.

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$.

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Cách giải: Gọi F là trọng tâm tam giác ABC . Suy ra $A'F$ là đường cao của hình lăng trụ

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} a.a.\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2.$$

Suy ra $A'F = a$.

AA' song song với mặt phẳng $(BCC'B')$ nên khoảng cách giữa AA' và BC chính là khoảng cách giữa AA' và $(BCC'B')$ và cũng bằng khoảng cách từ A đến mặt phẳng này.

BC vuông góc với (FOE) . Dựng FK vuông góc với OE nên $EF = d(F, (BCC'B'))$.

$$\text{Tính } AA' = \sqrt{(A'F)^2 + (AF)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3} a = OE.$$

Xét hình bình hành $AOEA'$: $d(A, (ABCD)) =$ khoảng cách hình chiếu của A lên OE .

$$S_{AOEA'} = AO.A'F = OE.d = \frac{3}{4} a.$$

Câu 57. Một khối lăng trụ tam giác có các cạnh đáy bằng 13,14,15 cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° và có chiều dài bằng 8. Khi đó thể tích khối lăng trụ là.

A. 340.

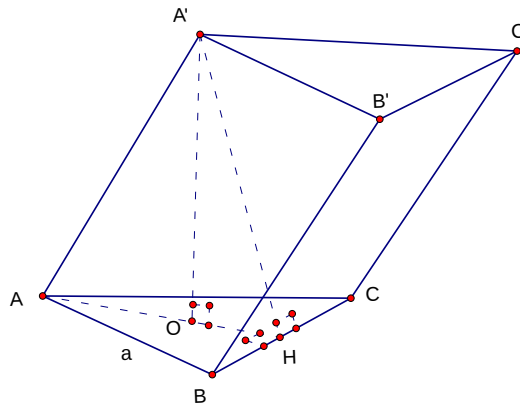
B. 336.

C. $274\sqrt{3}$.

D. $124\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



$$\text{Ta có: } S_{\triangle ABC} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84.$$

Gọi O là hình chiếu của A' trên (ABC) .

$$\triangle A'AO \text{ vuông tại } O \text{ cho ta: } A'O = AA' \cdot \sin 30^\circ = 4.$$

$$\text{Vậy: } V_{ABC.A'B'C'} = 84 \cdot 4 = 336.$$

Câu 58. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là đều cạnh $AB = 2a\sqrt{2}$. Biết $AC' = 8a$ và tạo với mặt đáy một góc 45° . Thể tích khối đa diện $ABCC'B'$ bằng

A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

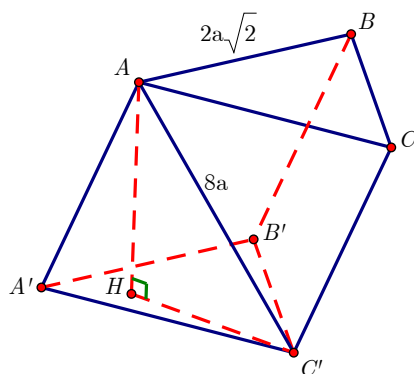
B. $\frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của A lên $mp(A'B'C')$

$$\Rightarrow \widehat{HC'A} = 45^\circ$$

$\Rightarrow \triangle AHC'$ vuông cân tại H .

$$\Rightarrow AH = \frac{AC'}{\sqrt{2}} = \frac{8a}{\sqrt{2}} = 4a\sqrt{2}.$$

$$\text{NX: } V_{A.BCC'B'} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3} AH.S_{ABC} = \frac{2}{3} . 4a\sqrt{2} . \frac{(2a\sqrt{2})^2 . \sqrt{3}}{4} = \frac{16a^3\sqrt{6}}{3}.$$

Gọi H là hình chiếu của A lên $mp(A'B'C')$

$$\Rightarrow \widehat{HC'A} = 45^\circ$$

$\Rightarrow \triangle AHC'$ vuông cân tại H .

$$\Rightarrow AH = \frac{AC'}{\sqrt{2}} = \frac{8a}{\sqrt{2}} = 4a\sqrt{2}.$$

$$\text{NX: } V_{A.BCC'B'} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3} AH.S_{ABC} = \frac{2}{3} . 4a\sqrt{2} . \frac{(2a\sqrt{2})^2 . \sqrt{3}}{4} = \frac{16a^3\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 59. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $AA' = b$ và AA' tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{3}{4}a^2b$.

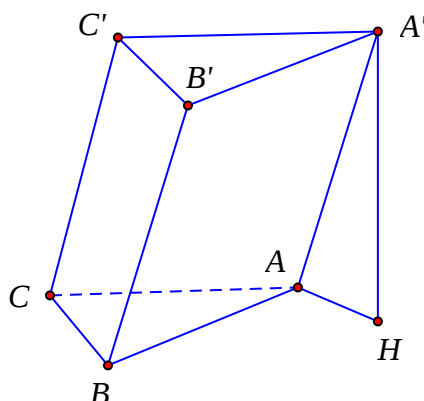
B. $\frac{3}{8}a^2b$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{8}a^2b$.

D. $\frac{1}{8}a^2b$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Kẻ $A'H \perp (ABC)$ tại H

Suy ra góc giữa AA' và đáy bằng $\widehat{A'AH} = 60^\circ$

$$\Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{A'H}{A'A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'H = \frac{\sqrt{3}}{2} A'A = \frac{b\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Do đó } V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{ABC} = \frac{b\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} a^2 \sin 60^\circ = \frac{3a^2b}{8}.$$

Câu 60. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 30 (đơn vị thể tích). Thể tích của khối tứ diện $AB'C'C$ là:

A. 5 (đơn vị thể tích).

B. 10 (đơn vị thể tích).

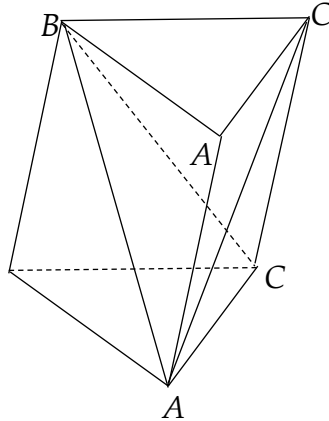
C. 12,5 (đơn vị thể tích).

D. 7,5 (đơn vị thể tích).

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có.



Khi đó ta có thể so sánh trực tiếp cũng được, tuy nhiên ở đây ta có thể suy luận nhanh như sau: Khối $B'ABC$ có chung đường cao kẻ từ đỉnh B' đến đáy (ABC) và chung đáy ABC với hình

lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Do vậy $\frac{V_{B'ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3}$.

Tương tự ta có $\frac{V_{A.A'B'C'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3}$, khi đó $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot 30 = 10$.

Câu 61. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ với đáy $ABCD$ là hình thoi, $AC = 2a$, $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Hình chiếu vuông góc của điểm B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là trung điểm cạnh $A'B'$, góc giữa mặt phẳng $(AC'D')$ và mặt đáy lăng trụ bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = \sqrt{3}a^3$.

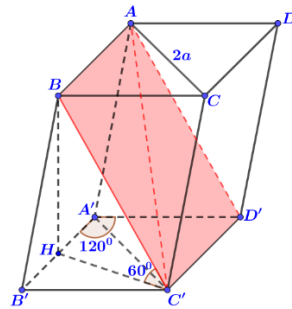
B. $V = 6\sqrt{3}a^3$.

C. $V = 2\sqrt{3}a^3$.

D. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm $A'B'$, suy ra $BH \perp (A'B'C'D')$.

Vì $A'B'C'D'$ là hình thoi và $\widehat{B'A'D'} = 120^\circ \Rightarrow \Delta A'B'C'$ là tam giác đều cạnh $2a$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (AC'D') \cap (A'B'C'D') = C'D' \\ HC' \perp C'D' \\ BC' \perp C'D' \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\left((AC'D'), (A'B'C'D') \right)} = \widehat{BC'H} = 60^\circ.$$

$$\text{Có } \Delta A'B'C' \text{ đều cạnh } 2a \text{ nên } C'H = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2a = \sqrt{3}a.$$

$$\text{Xét tam giác } BHC' \text{ vuông tại } H \text{ có: } \tan 60^\circ = \frac{BH}{C'H} \Rightarrow BH = C'H \tan 60^\circ = 3a.$$

$$S_{A'B'C'D'} = 2S_{A'B'C'} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2a)^2 = 2\sqrt{3}a^2.$$

$$\text{Vậy, } V_{ABCD.A'B'C'D'} = BH \cdot S_{A'B'C'} = 3a \cdot 2\sqrt{3}a^2 = 6\sqrt{3}a^3.$$