TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI
**TRƯỜNG THPT CHUYÊN**

**ĐỀ THI THỬ - KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2016**
Môn thi : **TOÁN**
*Thời gian làm bài : 180 phút, không kể thời gian phát đề*

---

**Câu 1.** (*1,0 điểm*) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$.

**Câu 2.** (*1,0điểm*) Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{1-x^2} + 2x$.

**Câu 3.** (*1,0 điểm*)

1) Tính tích phân $I = \int_0^7 \frac{xdx}{(x+1)\sqrt[3]{x+1}}$.

2) Có 10 mẫu cá biển lấy từ 10 địa điểm khác nhau cần được kiểm tra, trong đó có 6 mẫu không an toàn và 4 mẫu an toàn. Lấy ngẫu nhiên 5 mẫu từ 10 mẫu này để kiểm tra. Tính xác suất để trong 5 mẫu được lấy có ít nhất 3 mẫu an toàn.

**Câu 4.** (*1,0 điểm*) Tìm các căn bậc hai của số phức $z = -i$.

**Câu 5.** (*1,0 điểm*) Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 5 = 0$ và đường thẳng

$$d : \frac{x-2}{4} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-1}{2}.$$

Lập phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ chứa đường thẳng $d$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$.

**Câu 6.** (*1,0 điểm*) Giải phương trình :

$$3\sin x + \sin 2x = 6\sin^2\frac{x}{2}$$

**Câu 7.** (*1,0 điểm*) Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy $AB = a$, mặt bên $(SAB)$ tạo với đáy một góc $60^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $AB$, $SC$ và thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

**Câu 8.** (*1,0 điểm*) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình vuông $ABCD$. Gọi $M$ là trung điểm của $AB$, $N$ là giao điểm của $CM$ với $AD$. Đường thẳng vuông góc với $CM$ tại $C$ cắt đường thẳng $AB$ tại $P$. Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $M$ trên $NP$. Biết $M(3;6)$ và phương trình đường thẳng $AH$ là $x - y + 6 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$.

**Câu 9.** (*1,0 điểm*) Tìm nghiệm thực của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y(x^2 - 5x + 1) = 6(x-1)^2 \\ x^4 - x^2y - 3x^2 - y = 4 \end{cases}$$

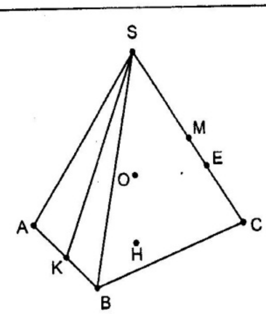
**Câu 10.** (*1,0 điểm*) Cho các số thực dương $x, y, z$. Chứng minh bất đẳng thức :

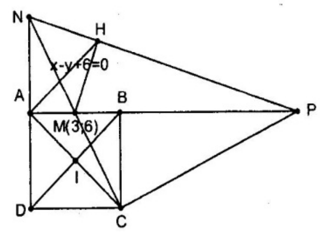
$$\frac{x+1}{y+1} + \frac{y+1}{z+1} + \frac{z+1}{x+1} \le \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}.$$

***Dự kiến Kì thi thử chuẩn bị cho Kì thi THPT Quốc gia lần sau sẽ được tổ chức vào ngày 4,5/6/2016***

**ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM**

**THI THỬ - KÌ THI THPT QUỐC GIA 2016**

| Câu | ĐÁP ÁN | Điểm |
|---|---|---|
| 1(*1,0đ*) | *Học sinh tự giải* | 1,00 |
| 2<br>(*1,0đ*) | Tập xác định của hàm số $D = [-1; 1]$.<br>Ta có $f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} + 2$, với $x \in (-1; 1)$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{1-x^2} = x$ | *0,50* |
| | $\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 4(1-x^2) = x^2 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{5}} \in (0; 1).$<br>Ta có $f(1) = 2$, $f(-1) = -2$, $f\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = \sqrt{5}$. Suy ra $\max f(x) = \sqrt{5}$, $\min f(x) = -2$. | *0,50* |
| 3<br>(*1,0đ*) | 1) Đặt $t = \sqrt[3]{x+1} \Rightarrow x = t^3 - 1 \Rightarrow dx = 3t^2dt$. Với $x = 0$ thì $t = 1$, $x = 7$ thì $t = 2$. Khi đó $I = 3\int_1^2 \frac{(t^3-1)t^2dt}{t^4}$ | *0,25* |
| | $I = 3\int_1^2 \left(t - \frac{1}{t^2}\right) dt = 3\left(\frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{t}\right)\Big\|_1^2 = 3\left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2}\right) = 3.$ | *0,25* |
| | 2) Số phần tử của không gian mẫu là $N(\Omega) = C_{10}^5$. | *0,25* |
| | Gọi A là biến cố mà trong 5 mẫu được lấy để kiểm tra có ít nhất 3 mẫu an toàn, thì số khả năng thuận lợi cho A là :<br>$N(A) = C_4^3.C_6^2 + C_4^4.C_6^1$.<br>Xác suất để trong 5 mẫu được lấy có ít nhất 3 mẫu an toàn là : $P(A) = \frac{C_4^3.C_6^2 + C_4^4.C_6^1}{C_{10}^5} = \frac{11}{42}$. | *0,25* |
| 4<br>(*1,0đ*) | Giả sử $z = x + yi$ là căn bậc hai của $-i$. Ta có: $(x+yi)^2 = -i \Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xyi = -i$.<br>Khi đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2xy = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x \\ 2xy = -1 \end{cases}$. | *0,50* |
| | Giải hệ phương trình trên ta có hai nghiệm $(x; y) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ và $(x; y) = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.<br>Các căn bậc hai của $-i$ là : $z = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ và $z = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$. | *0,50* |
| 5<br>(*1,0đ*) | +) Vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ là $\overrightarrow{u_d}(4; 7; 2)$, vectơ pháp tuyến của $(P)$ là $\overrightarrow{n_P}(1; -2; 1)$.<br>+) Vectơ pháp tuyến của $(\alpha)$ là $\vec{n} = [\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_P}] = \left(\begin{vmatrix} 7 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}\right) = (11; -2; -15)$. | *0,50* |
| | +) Mặt phẳng $(\alpha)$ chứa đường thẳng $d$ nên chứa điểm $M(2; 2; 1)$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ :<br>$11(x-2) - 2(y-2) - 15(z-1) = 0 \Leftrightarrow 11x - 2y - 15z - 3 = 0$. | *0,50* |
| 6<br>(*1,0đ*) | Phương trình đã cho tương đương với: $3\sin x + \sin 2x = 3(1 - \cos x) \Leftrightarrow 3(\sin x + \cos x) + 2\sin x.\cos x - 3 = 0$ (*) | *0,25* |
| | Đặt $t = \sin x + \cos x$, $\|t\| \le \sqrt{2} \Rightarrow 2\sin x.\cos x = t^2 - 1$. Khi đó (*) trở thành: $t^2 + 3t - 4 = 0$ với $\|t\| \le \sqrt{2} \Leftrightarrow t = 1$. | *0,25* |
| | Với $t = 1$ ta có: $\sin x + \cos x = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{array}\right.$, $(k \in Z)$. | *0,50* |
| 7<br>(*1,0đ*) | +) Gọi $H$ là tâm của tam giác đều $ABC$. Vì hình chóp $S.ABC$ đều nên $SH \perp (ABC)$ và $SA = SB = SC$. Gọi $K$ là trung điểm của $AB$, ta có $CK \perp AB$, $SK \perp AB$.<br>Do $((SAB), (ABC)) = 60^0$ nên $\widehat{SKC} = 60^o$. Xét tam giác đều ABC, ta có $CK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $KH = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $CH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Xét $\Delta SHK$: $SH = KH.\tan 60^o = \frac{a}{2}$. Suy ra<br>$SC = \sqrt{SH^2 + HC^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$<br><br>Ta có: $AB \perp (SKC)$. Trong $\Delta SKC$ kẻ đường cao $KE$. Khoảng cách giữa $AB$ và $SC$ là $d(AB; SC) = KE$<br>Ta có $2S_{SKC} = SH.CK = KE.SC \Rightarrow d(AB; SC) = KE = \frac{SH.CK}{SC} = \frac{3a}{2\sqrt{7}} = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$. | *0,50* |

| | | |
|---|---|---|
| | +) Trục của tam giác $ABC$ là đường thẳng $SH$. Gọi $M$ là trung điểm của $SC$. Trong tam giác $SCK$ kẻ trung trực của cạnh $SC$ cắt $SH$ tại $O$, khi đó $O$ là tâm và $OS$ là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.<br>Ta có: $\Delta SMO \sim \Delta SHC \Rightarrow SO = \frac{SC.SM}{SH} = \frac{SC^2}{2.SH} = \frac{7a}{12}$. Vậy thể tích khối cầu là $V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{343\pi a^3}{1296}$ (đvtt). | *0,50* |
| | +) Tứ giác ACPN nội tiếp nên: $\widehat{CNP} = \widehat{CAP} = 45^0$,<br>Tứ giác AMHN nội tiếp nên: $\widehat{MAH} = \widehat{MNH} = 45^0$.<br>Gọi vectơ chỉ phương của AB là $\vec{u} = (a; b)$ $(a^2 + b^2 \neq 0)$.<br>Ta có vectơ chỉ phương của AH là $\vec{v} = (1; 1)$. Do $(AB; AH) = 45^0$ nên:<br>$\lvert\cos(\vec{u}; \vec{v})\rvert = \cos 45^0 \Leftrightarrow \frac{\lvert a+b\rvert}{\sqrt{2(a^2+b^2)}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow ab = 0.$<br> | *0,50* |
| **8**<br>***(1,0đ)*** | TH1. $a = 0$: Chọn $b = 1$, ta có $\vec{u} = (0; 1)$. Khi đó, $(AB): x - 3 = 0$. Do $A = AH \cap AB$ nên $A(3; 9)$. Do M là trung điểm của AB nên $B(3; 3)$. Do $AH \parallel BD$ và $AH \perp AC$ nên $AC: x + y - 12 = 0, BD: x - y = 0$. Suy ra tâm I của hình vuông ABCD có tọa độ là $I(6; 6)$. Từ đó có $C(9; 3), D(9; 9)$.<br>TH2. $b = 0$: Chọn $a = 1$, ta có $\vec{u} = (1; 0)$. Khi đó, $(AB): y - 6 = 0$. Do $A = AH \cap AB$ nên $A(0; 6)$. Do M là trung điểm của AB nên $B(6; 6)$. Do $AH \parallel BD$ và $AH \perp AC$ nên $AC: x + y - 6 = 0, BD: x - y = 0$. Suy ra tâm I của hình vuông ABCD có tọa độ là $I(3; 3)$. Từ đó có $C(6; 0), D(0; 0)$. | *0,50* |
| | Ta có $x^4 - x^2y - 3x^2 - y = 4 \Leftrightarrow x^4 - (y+3)x^2 - y - 4 = 0$. Đặt $t = x^2$ $(t \geq 0)$, phương trình trở thành:<br>$t^2 - (y+3)t - y - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = y + 4. \end{array}\right. \Rightarrow y = x^2 - 4$ và $y \geq -4$. | *0,25* |
| | Thay $y = x^2 - 4$ vào phương trình còn lại ta được : $(x^2-4)(x^2-5x+1) = 6(x-1)^2$<br>$\Leftrightarrow (x^2-4)[x^2-4-5(x-1)] - 6(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow (x^2-4)^2 - 5(x^2-4)(x-1) - 6(x-1)^2 = 0.$ | *0,25* |
| **9**<br>***(1,0đ)*** | Đặt $u = x^2 - 4$, $v = x - 1$, ta có phương trình: $u^2 - 5uv - 6v^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = -v \\ u = 6v. \end{array}\right.$<br>• $u = -v \Leftrightarrow x^2 + x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$.<br>+) Với $x = \frac{-1+\sqrt{21}}{2}$ ta có $y = \frac{3-\sqrt{21}}{2}$ (TM).<br>+) Với $x = \frac{-1-\sqrt{21}}{2}$ ta có $y = \frac{3+\sqrt{21}}{2}$ (TM). | *0,25* |
| | • $u = 6v \Leftrightarrow x^2 - 6x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \pm \sqrt{7}$.<br>+) Với $x = 3 + \sqrt{7}$ ta có $y = 12 + 6\sqrt{7}$ (TM).<br>+) Với $x = 3 - \sqrt{7}$ ta có $y = 12 - 6\sqrt{7}$ (TM).<br>Vậy hệ phương trình có 4 nghiệm :<br>$(x; y) = \left(\frac{-1+\sqrt{21}}{2}; \frac{3-\sqrt{21}}{2}\right), \left(\frac{-1-\sqrt{21}}{2}; \frac{3+\sqrt{21}}{2}\right), (3+\sqrt{7}; 12+6\sqrt{7}), (3-\sqrt{7}; 12-6\sqrt{7}).$ | *0,25* |
| **10**<br>***(1,0đ)*** | Giả sử được $z = \min\{x; y; z\}$. Khi đó, bất đẳng thức đã cho tương đương với<br>$\frac{x+1}{y+1} - \frac{x}{y} + \frac{y+1}{z+1} - \frac{y}{z} + \frac{z+1}{x+1} - \frac{z}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{y-x}{y(y+1)} + \frac{z-y}{z(z+1)} + \frac{x-z}{x(x+1)} \leq 0.$<br>$\Leftrightarrow \left(\frac{y-x}{y(y+1)} + \frac{x-y}{x(x+1)}\right) + \left(\frac{z-y}{z(z+1)} + \frac{y-z}{x(x+1)}\right) \leq 0$<br>$\Leftrightarrow \frac{(x-y)^2(x+y+1)}{xy(x+1)(y+1)} + \frac{(y-z)(x-z)(x+z+1)}{xz(x+1)(z+1)} \geq 0$ : (đúng)<br>Vậy bất đẳng thức được chứng minh. | *1,00* |