MỤC LỤC

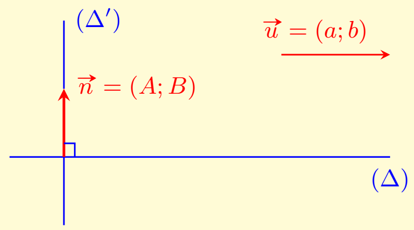
CHƯƠNG 3

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 1. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1 Vectơ pháp tuyến, vecơ chỉ phương



- $\vec{n} = (A; B)$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng (Δ)

$$\begin{cases} \vec{n} \in (\Delta') \\ (\Delta') \perp (\Delta) \end{cases}$$

- $\vec{u} = (a; b)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng (Δ)

$$\begin{cases} \vec{n} \in (\Delta') \\ (\Delta') \parallel (\Delta) \end{cases}$$

Chú ý

- *Nếu $\vec{n}$, vecu theo thứ tự là vectơ pháp tuyến và vectơ chỉ phương của đường thẳng (Δ) thì $k.\vec{n}$, $m.\vec{u}$, $(k,\ m \neq 0)$ cũng là pháp vectơ và vectơ chỉ phương của đường thẳng (Δ).*
- *Một đường thẳng hoàn toàn xác định khi biết:*
  - *hai điểm thuộc nó.*
  - *hoặc 1 điểm và biết phương của nó.*

2 Phương trình đường thẳng

a) **Phương trình tổng quát của đường thẳng**

Mỗi đường thẳng trong mặt phẳng Oxy đều có phương trình

$$Ax + By + C = 0,\ (A^2 + B^2 > 0)$$

Ngược lại phương trình $Ax + By = C = 0,\ (A^2 + B^2 > 0)$ được gọi là phương trình tổng quát của đường thẳng.

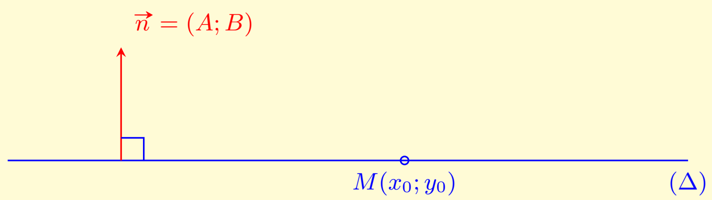
Khi đó $\vec{n} = (A; B)$ được gọi vectơ pháp tuyến của đường thẳng.

a) **Phương trình đường thẳng (Δ) qua một điểm $M(x_0; y_0)$ có phương cho trước.**

Phương của đường thẳng có thể được xác định bởi vectơ pháp tuyến, vectơ chỉ phương, hệ số góc bằng k (hợp với chiều dương trục Ox một góc α có $\tan\alpha = k$)

- **Phương trình *tổng quát* đường thẳng (Δ) qua một điểm và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B)$**

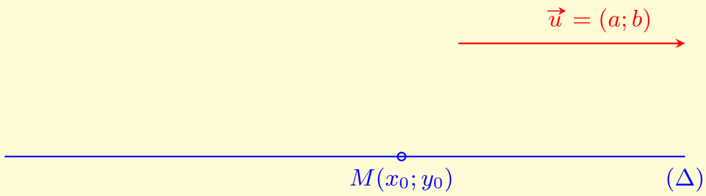
$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \quad (1)$$



Đặc biệt: $\vec{n} = (k; -1)$ phương trình (Δ): $y = k(x - x_0) + y_0$ (*Phương trình qua 1 điểm* *và có hệ số k cho trước.)*

- **Phương trình *tham số* đường thẳng (Δ) qua một điểm và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a;b)$**

$$\begin{cases} x = x_0 + a.t \\ y = y_0 + b.t \end{cases}, \ (t \in \mathbb{R}) \qquad (2)$$



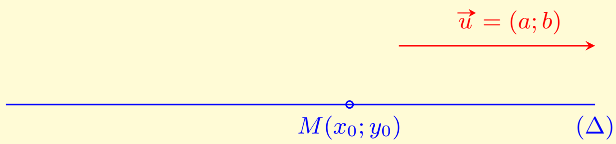
- **Đường thẳng (Δ) có hệ số k và qua $M(x_0;y_0)$**

Đường thẳng (Δ) có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a;b)$ thì có số góc $k = \dfrac{b}{a}$ và

$$(\Delta)\colon\ y = k(x - x_0) + y_0 \qquad (2')$$

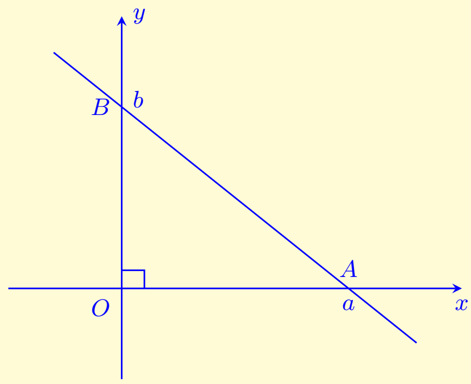
- **Phương trình *chính tắc* đường thẳng (Δ) qua một điểm và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a;b)$**

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}, \text{ với } a \neq 0,\ b \neq 0 \quad (3)$$



a) **Phương trình đường thẳng qua hai điểm $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$**

- $\dfrac{x - x_A}{x_B - x_A} = \dfrac{y - y_A}{y_B - y_A}$ nếu $(x_B \neq x_A,\ y_B \neq y_A$ (4)
- Nếu $x_A = x_B$ thì $\left[\begin{array}{l} x = x_A \\ x = x_B \end{array}\right.$ (4.1)
- Nếu $y_A = y_B$ thì $\left[\begin{array}{l} y = y_A \\ y = y_B \end{array}\right.$ (4.2)



Phương trình theo đoạn chắn $A(a;0)$, $B(0;b)$

- $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$ (5)

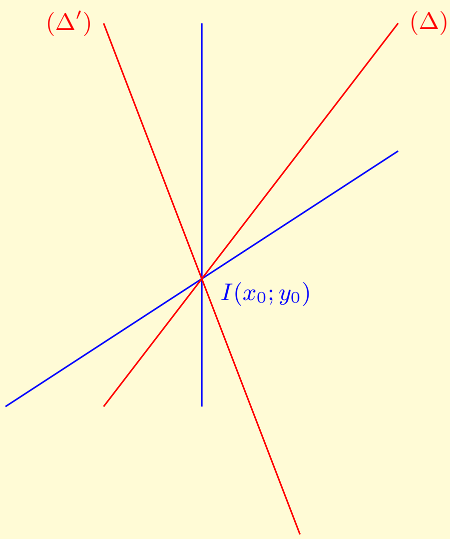
a) **Chùm đường thẳng**

Định nghĩa 1. *Tập hợp các đường thẳng cùng đi qua một điểm I được gọi là chùm đường thẳng và I gọi là tâm của chùm.*

Phương trình chùm đường thẳng có tâm $I(x_0;y_0)$

- $\lambda(x - x_0) + \mu(y - y_0),\ (\lambda^2 + \mu^2 > 0)$
- $\lambda(Ax+By+C)+\mu(A'x+B'y+C') = 0,\ (\lambda^2+\mu^2 > 0)$

với $I = (\Delta) \cap (\Delta')$



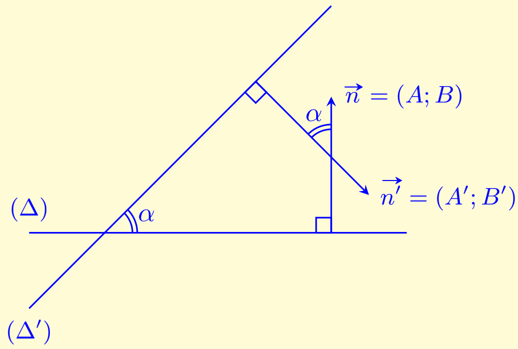
Trong đó $(\Delta)\colon Ax + By + C = 0$, $(\Delta')\colon A'x + B'y + C' = 0$, $(A : A' \neq B : B')$ và hai đường thẳng (Δ), (Δ') được gọi là hai *đường thẳng cơ sở* của chùm.

3 Góc giữa đường hai thẳng

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng (Δ) và (Δ')

- Nếu $(\Delta)\colon Ax+By+C=0$, $(\Delta')\colon A'x+B'y+C'=0$ với $(A^2+B^2>0,\ A'^2+B'^2>0)$ thì ta có

$$\cos\alpha=\frac{|A.A'+B.B'|}{\sqrt{A^2+B^2}.\sqrt{A'^2+B'^2}}$$



Đặc biệt: $(\Delta)\perp(\Delta')\Leftrightarrow A.A'+B.B'=0$ (6)

- Nếu $(\Delta)\colon y=ax+b$ và $(\Delta')\colon y=a'x+b'$ và
  — Nếu $a.a'\neq-1$ thì $\tan\alpha=\left|\dfrac{a-a'}{1+a.a'}\right|$
  — Nếu $a.a'=-1$ thì $(\Delta)\perp(\Delta')$ (7)

Chú ý

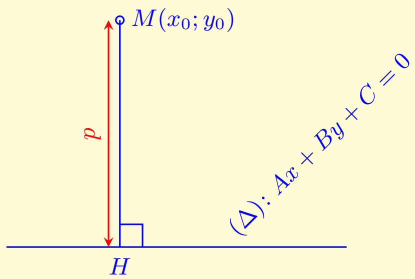
Từ (6) $(\Delta')\perp(\Delta)\colon Ax+By+C=0$ *suy ra* $(\Delta')\colon Bx-Ay+m=0$.

Từ (7) $(\Delta')\perp(\Delta)\colon y=ax+b$ *suy ra* $(\Delta')\colon y=-\dfrac{1}{a}x+m'$.

4 Khoảng cách từ điểm $M(x_0;y_0)$ đến đường thẳng $(\Delta)\colon Ax+By+C=0$

Khoảng cách từ $M(x_0;y_0)$ đến đường thẳng $(\Delta)\colon Ax+By+C=0$ được cho bởi công thức

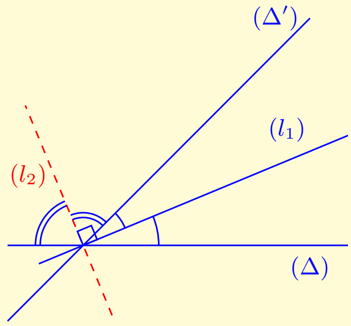
$$d=MH=\frac{|A.x_0+B.y_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$



5 Công thức đường phân giác

Cho $(\Delta)\colon Ax+By+C=0$, $(\Delta')\colon A'x+B'y+C'=0$. Các đường phân giác của (Δ) và (Δ') được cho bởi công thức

$$\frac{Ax+By+C}{A^2+B^2}=\pm\frac{A'x+B'y+C'}{A'^2+B'^2}$$



6 Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng

$$(\Delta)\colon Ax+By+C=0,\ (\Delta)\colon A'x+B'y+C'=0$$

Kí hiệu

$$D=\begin{vmatrix}A & B\\ A' & B'\end{vmatrix}=A.B'-A'B;\ D_x=\begin{vmatrix}B & C\\ B' & C'\end{vmatrix}=B.C'-B'C;\ D_y=\begin{vmatrix}C & A\\ C' & A'\end{vmatrix}=C.A'-C'A$$

1) (Δ) và (Δ') cắt nhau: $D \neq 0 \Leftrightarrow \dfrac{A'}{A} \neq \dfrac{B}{B'}$ khi đó tọa giao điểm I: $\begin{cases} x = \dfrac{D_x}{D} \\ y = \dfrac{D_y}{D} \end{cases}$

2) (Δ) và (Δ') song song: $\dfrac{A'}{A} = \dfrac{B'}{B} \neq \dfrac{C'}{C}$.

3) (Δ) và (Δ') trùng nhau: $\dfrac{A'}{A} = \dfrac{B'}{B} = \dfrac{C'}{C}$.

Hoặc xét hệ phương trình

$$\begin{cases} Ax + By + C = 0 \\ A'x + B'y + C' = 0 \end{cases} \quad \text{(I)}$$

- Nếu (I) có nghiệm $(x_0; y_0)$ thì (Δ) và (Δ') cắt nhau.
- Nếu (I) vô nghiệm thì (Δ) và (Δ') song song.
- Nếu (I) vô số nghiệm thì (Δ) và (Δ') trùng nhau.

7 Vị trí tương đối của 2 điểm dối voi đường thẳng

Cho hai điểm M, N và đường thẳng

$$(\Delta)\colon f(x,y) = Ax + By + C = 0$$

① Nếu $f(M).f(N) < 0$ thì M và N nằm khác phía đối với (Δ)

② Nếu $f(M).f(N) > 0$ thì M và N nằm cùng phía đối với (Δ)

B CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Viết phương trình đường thẳng qua 1 điểm và có phương

Kỹ thuật 1. *Viết phương trình đường thẳng qua 2 điểm $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$*

Phương pháp:

① $(\Delta)\colon \begin{cases} \text{qua } M(x_0; y_0) \\ \text{VTPT } \vec{n} = (A; B) \end{cases}$, *phương trình tổng quát* $(\Delta)\colon A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$

② $(\Delta)\colon \begin{cases} \text{qua } M(x_0; y_0) \\ \text{VTCP } \vec{u} = (a; b) \end{cases}$, *phương trình tham số* $(\Delta)\colon \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + b.t \end{cases}$, $(t \in \mathbb{R})$.

③ $(\Delta)\colon \begin{cases} \text{qua } M(x_0; y_0) \\ \text{VTCP } \vec{u} = (a; b) \end{cases}$, *phương trình chính tắc* $(\Delta)\colon \dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b}$.

④ $(\Delta)\colon \begin{cases} \text{qua } M(x_0; y_0) \\ \text{hệ số góc } k \end{cases}$, *phương trình tổng quát* $(\Delta)\colon y = k(x - x_0) + y_0$

⑤ (Δ) *qua 2 điểm* $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ *có phương trình tổng quát:* $\dfrac{x - x_A}{x_B - x_A} = \dfrac{y - y_A}{y_B - y_A}$.

⑥ (Δ) *qua 2 điểm* $A(a; 0)$, $B(0; b)$ *có phương trình đoạn chắn:* $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$.

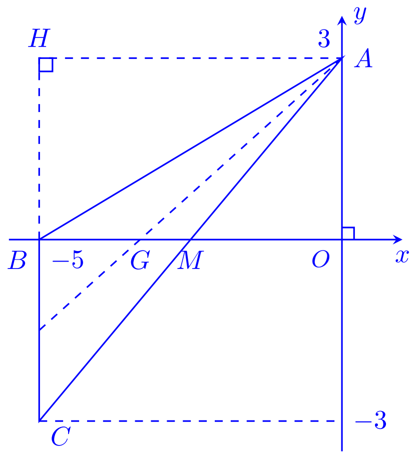
⑦ $(\Delta') \perp (\Delta)\colon Ax + By + C = 0 \Rightarrow (\Delta)\colon Bx - Ay + m = 0$

⑧ $(\Delta') \perp (\Delta)\colon y = ax + b \Rightarrow (\Delta)\colon y = -\dfrac{1}{a}x + b'$

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho $\triangle ABC$ có $A(0;3)$, $B(-5;0)$, $C(-5;-3)$.
1) Viết phương trình các cạnh $\triangle ABC$, đường trung tuyến, đường cao AH.
2) Tính diện tích và xác định tọa độ trọng tâm $\triangle ABC$.

Lời giải.

1) *Phương trình các cạnh $\triangle ABC$, đường trung tuyến, đường cao AH*



• (AB): $\dfrac{x}{-5}+\dfrac{y}{1}=1 \Leftrightarrow 3x-5y+15=0$.

• Ta thấy $x_B=x_C=-5 \Rightarrow (BC)$: $x=-1$.

• (AC): $\dfrac{x-x_C}{x_C-x_A}=\dfrac{x-x_C}{y_C-y_A} \Leftrightarrow \dfrac{x+5}{0+5}=\dfrac{y+3}{3+3} \Leftrightarrow 6(x+5)=$ $5(y+3) \Leftrightarrow 6x-5y+15=0$

Phương trình trung tuyến BM

Gọi M là trung điểm của AC

$\Rightarrow M$: $\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+x_C}{2} \\ x_M=\dfrac{y_A+y_C}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M=-\dfrac{5}{2} \quad y_M=0 \end{cases}$ hay $M\left(-\dfrac{5}{2};0\right)$.

Thấy rằng $y_M=y_B=0 \Rightarrow (BM)$: $y=0$.

2) *Tính diện tích, xác định tọa độ trọng tâm*

Gọi H là chân đường cao từ A của $\triangle ABC$. Do $BC \parallel Oy$ suy ra $BC=|y_B-y_C|=3$, $AH=|x_A-x_H|=5$

• Diện tích $\triangle ABC$ là $S=\dfrac{1}{2}BC.AK=\dfrac{1}{2}3.5=\dfrac{15}{2}$(đvdt).

• Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$, suy ra G: $\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ x_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G=-\dfrac{10}{3} \\ y_G=0 \end{cases}$ hay $G\left(-\dfrac{10}{3};0\right)$.

□

Kỹ thuật 2. *Viết phương trình đường thẳng qua $M(x_0;y_0)$ và có phương cho trước.*

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình (Δ) đi qua $M(2;-1)$ và thỏa:
a) có vecơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-3)$.
b) có vecơ chỉ phương là $\vec{u}=(4;6)$.
c) có hệ số góc $k=3$.

Lời giải.

a) Đường thẳng (Δ) qua $M(2;-1)$ có vecơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-3)$ có phương trình tổng quát

$$1.(x-2)-3.(y+1)=0 \Leftrightarrow x-2-3y-3=0 \Leftrightarrow x-3y-5=0.$$

b) Đường thẳng (Δ) qua $M(2;-1)$ có vecơ chỉ phương $\vec{u}=(4;6)$ hay $\vec{u'}=(2;3)$ có phương trình tham số

$$\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1+3t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R}).$$

c) Đường thẳng (Δ) qua $M(2;-1)$ có hệ số góc $k=3$ có phương trình tổng quát

$$y=3.(x-2)-1 \Leftrightarrow y=3x-6-1 \Leftrightarrow y=3x-7$$

□

Kỹ thuật 3. *Viết phương trình (d) đi qua $M(x_0; y_0)$ và*

① *Cùng phương với đường thẳng (Δ) cho trước.*

② *Vuông góc với đường thẳng (Δ) cho trước.*

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng Oxy cho $(\Delta)\colon 2x + 3y - 1 = 0$ và $M(1; -2)$. Viết phương trình đường thẳng (d) thỏa

① $(d) \parallel (\Delta)$. ② $(d) \perp (\Delta)$.

Lời giải.

① $(d) \parallel (\Delta)$.

Cách 1: Đường thẳng $(d) \parallel (\Delta)$ suy ra (d) có dạng: $2x + 3y + c = 0$ $(c \neq -1)$ (1)

Vì $M \in (d)$ nên từ (1) $2.1 + 3.(-2) + c = 0 \Leftrightarrow c = 4$. Thay $c = 4$ vào (1) được phương trình $(d)\colon 2x + 3y + 4 = 0$.

Cách 1: Vì () $\parallel (\Delta)$ nên $\vec{n}_d = \vec{n}_{(\Delta)} = (2; 3)$.

Phương trình $(d)\colon 2.(x - 1) + 3(y + 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + 4 = 0$.

② Vì $(d) \perp (\Delta)$ nên đường thẳng (d) có dạng: $3x - 2y + c = 0$ (2).

Vì $M \in (d)$ nên $(2) \Leftrightarrow 3.1 - 2(-2) + c = 0 \Leftrightarrow c = -7$.

Thay $c = -7$ vào (2) ta được phương trình đường thẳng $(d)\colon 3x - 2y - 7 = 0$.

□

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường thẳng (d) qua $M(1; -1)$ và tạo với đường thẳng $(\Delta)\colon y = \left(\sqrt{2} - 1\right) x - 3$ một gócớn nhất, nhỏ nhất.

Lời giải.

- *(d) tạo với (Δ) một góc lớn nhất.*

  (d) tạo với (Δ) một góc lớn nhất khi và chỉ $(d) \perp (\Delta)$. Khi đó (d) có dạng:

$$y = -\frac{1}{\left(\sqrt{2} - 1\right)}(x - x_M) + y_M \Leftrightarrow y = -\frac{1}{\left(\sqrt{2} - 1\right)}(x - 1) - 1 \Leftrightarrow y = -\left(\sqrt{2} - 1\right) x + \sqrt{2}.$$

- *(d) tạo với (Δ) một góc nhỏ nhất.*

  (d) tạo với (Δ) một góc nhỏ nhất khi và chỉ $(d) \parallel (\Delta)$. Khi đó (d) có dạng:

$$y = \left(\sqrt{2} - 1\right)(x - x_M) + y_M \Leftrightarrow y = \left(\sqrt{2} - 1\right)(x - 1) - 1 \Leftrightarrow y = \left(\sqrt{2} - 1\right) x - \sqrt{2}.$$

□

Kỹ thuật 4. *Viết phương trình đường thẳng (d) qua $M(x_M; y_M)$ và hợp với đường thẳng (Δ) một góc α cho trước.*

Phương pháp:

- Phương trình $(\Delta)\colon Ax + By + C = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\Delta)} = (A; B)$.

  Phương trình (d) đi qua M có dạng:

$$\lambda(x - x_M) + \mu(y - y_M) = 0,\ (\lambda^2 + \mu^2 > 0) \quad (1)$$

  Khi đó đường thẳng (d) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(d)} = (\lambda; \mu)$.

Đường thẳng (d) hợp với (Δ) một góc α cho trước khi và chỉ khi

$$\cos\alpha = \frac{|A.\lambda + B.\mu|}{\sqrt{(A^2+B^2).(\lambda^2+\mu^2)}}$$

$$\Leftrightarrow (A.\lambda + B.\mu)^2 = \left(A^2+B^2\right).\left(\lambda^2+\mu^2\right) \qquad (2)$$

Với mỗi họ nghiệm của phương trình đẳng cấp đối với λ, μ tùy chọn 1 cặp $(\lambda;\mu)$ thay vào (1) cho ta một đường thẳng cần tìm.

- Nếu $(\Delta)\colon y = ax + b$, $(a \neq 0)$. Khi đó phương trình

$$(d)\colon y = a'(x - x_M) + y_M \qquad (3)$$

(d) hợp với (Δ) một góc α cho trước khi và chỉ khi

$$\tan\alpha = \left|\frac{a-a'}{1+a.a'}\right| \qquad (4)$$

Mỗi giá trị a' của (4) thay vào (3) ta được phương trình (d) cần tìm.

Đặc biệt:

Nếu $\alpha = 45^\circ$ khi đó ta sử dụng công thức đường phân giác

- Giả sử $(\Delta)\colon Ax + By + C = 0$. Khi đó

— Có một đường thẳng $(\Delta') \perp (\Delta)$ có dạng $Bx - Ay = 0$.

— Các đường phân giác (l_1), (l_2) của góc (Δ) và (Δ') có phương trình

$$\frac{Ax+By+C}{\sqrt{A^2+B^2}} = \pm\frac{Bx-Ay}{\sqrt{A^2+B^2}} \Leftrightarrow Ax+By+C = \pm(Bx-Ay) \qquad (5)$$

— Đường thẳng (d) qua M và tạo với (Δ) một góc bằng $\alpha = 45^\circ \Leftrightarrow (d)$ cùng phương với (l_1), (l_2).

— Sử dụng **Kỹ thuật 3** để hoàn thành bài toán.

Ví dụ 5. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường thẳng qua $M(0;1)$ và tạo với đường thẳng $(\Delta)\colon 2x - y + 1 = 0$ một góc bằng 30°.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng d qua A có dạng

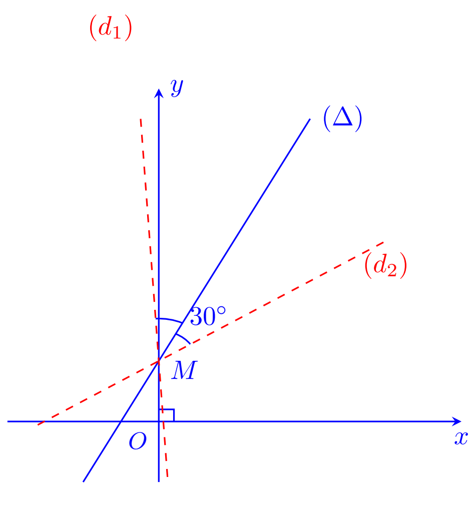
$$\lambda x + \mu(y-1) = 0,\ (\lambda^2+\mu^2 > 0) \qquad (1)$$

Theo yêu cầu bài toán ta có

$$\cos 30^\circ = \frac{|2\lambda-\mu|}{\sqrt{5(\lambda^2+\mu^2)}} \Leftrightarrow \frac{|2\lambda-\mu|}{\sqrt{5(\lambda^2+\mu^2)}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 4(2\lambda-\mu)^2 = 5.3(\lambda^2+\mu^2)$$

$$\Leftrightarrow \lambda^2 - 16\lambda.\mu - 11\mu^2 = 0 \qquad (2)$$



Do $\mu \neq 0$, đặt $\lambda = \mu.t$

Khi đó (2) trở thành

$$\mu^2(t^2-16t-11)=0 \overset{\mu\neq 0}{\Longleftrightarrow} t^2-16t-11=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_1=8+5\sqrt{3} \\ t_2=8-5\sqrt{3}\end{array}\right.$$

- Với $t=8+5\sqrt{3}$ ta có $\lambda=\mu(8+5\sqrt{3})$. Chọn $\mu=1\Rightarrow\lambda=8+5\sqrt{3}$ thay vào (1) có phương trình $(d_1)\colon (8+5\sqrt{3})x+y-1=0$.
- Với $t=8-5\sqrt{3}$ ta có $\lambda=\mu(8-5\sqrt{3})$. Chọn $\mu=1\Rightarrow\lambda=8-5\sqrt{3}$ thay vào (1) có phương trình $(d_2)\colon (8-5\sqrt{3})x+y-1=0$.

Vậy qua M có 2 đường thẳng cần tìm:

$$(d_1)\colon (8+5\sqrt{3})x+y-1=0,\ (d_2)\colon (8-5\sqrt{3})x+y-1=0$$

□

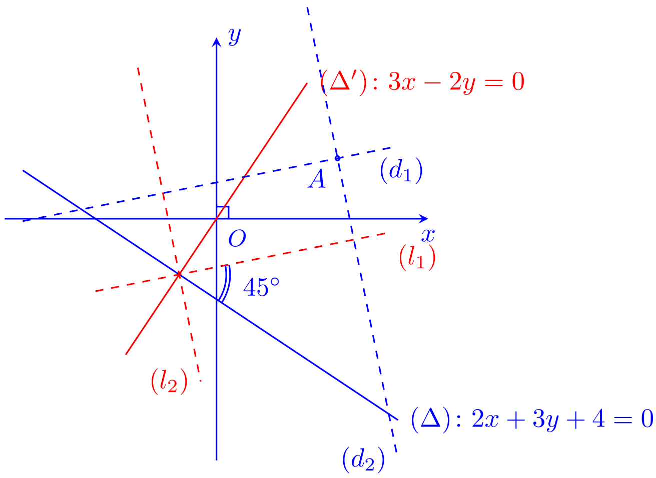
Ví dụ 6. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường thẳng qua $A(2;1)$ và tạo với đường thẳng $(\Delta)\colon 2x+3y+4=0$ một góc $45°$.

Lời giải.

Cách 1:

Gọi $(\Delta')\perp(\Delta)$ và qua góc tọa độ suy ra $(\Delta')\colon 3x-2y=0$. Các đường phân giác (l_1) và (l_2) của góc tạo bởi (Δ) và (Δ')

$$\frac{2x+3y+4}{\sqrt{13}}=\pm\frac{3x-2y}{\sqrt{13}}$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(l_1)\colon x-5y-4=0\\ (l_2)\colon 5x+y+4=0\end{array}\right.$$



Gọi(d) là đường thẳng qua A tạo với (Δ) một góc $45°$, suy ra (d) cùng phương với (l_1) và (l_2).

$(d_1)\colon 1.(x-2)-5.(y-1)=0$
$\Leftrightarrow x-5y+3=0$.

$(d_2)\colon 5.(x-2)+1.(y-1)=0\Leftrightarrow 5x+y-11=0$.

Cách 2:

Phương trình đường thẳng (Δ') qua A có dạng $\lambda(x-2)+\mu(y-1)=0,\ (\lambda^2+\mu^2>0)$ (1)

Theo yêu cầu bài toán

$$\cos 45°=\frac{|2\lambda+3\mu|}{\sqrt{13(\lambda^2+\mu^2)}}\Leftrightarrow\frac{|2\lambda+3\mu|}{\sqrt{13(\lambda^2+\mu^2)}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$2(2\lambda+3\mu)=13(\lambda^2+\mu^2)\Leftrightarrow 5\lambda^2-24\lambda.\mu-5\mu^2=0 \qquad (2)$$

Do $\mu\neq 0$, đặt $\mu=\lambda.t$, ta có (2) trở thành

$$\lambda^2(5-24t-5t^2)=0\overset{\mu\neq 0}{\Longleftrightarrow}5t^2+24t-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-5\\ t=\dfrac{1}{5}\end{array}\right.$$

- Với $t=-5$ ta có $\mu=-5\lambda$. Chọn $\lambda=1$, có $\mu=-5$ thay vào (1) ta có

$$(x-2)-5(y-1)=0\Leftrightarrow x-5y+3=0$$

- Với $t = \frac{1}{5}$ ta có $\mu = \frac{1}{5}\lambda$. Chọn $\lambda = 5$, có $\mu = 1$ thay vào (1) ta có

$$5(x-2) + (y-1) = 0 \Leftrightarrow 5x + y - 11 = 0$$

□

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường thẳng $P(2;-1)$ sao cho đường thẳng đó cùng với hai đường thẳng $(\Delta_1)\colon 2x - y + 5 = 0$, $(\Delta_2)\colon 3x + 6y - 1 = 0$ tạo ra tam giác cân có đỉnh là giao của hai đường thẳng (Δ_1) và (Δ_2).

Lời giải.

Cách 1: (*Sử dụng công thức đường phân giác*)

- Phương trình các đường phân giác (l_1), (l_2) của góc tạo bởi (Δ) và (Δ') là

$$\frac{2x - y + 5}{\sqrt{5}} = \pm\frac{3x + 6y - 1}{3\sqrt{5}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(l_1)\colon 3x - 9y + 16 = 0\\(l_2)\colon 9x + 3y + 14 = 0\end{array}\right.$$

- Phương trình đường thẳng $(d_1) \parallel (l_1)$ và qua P

$$3(x-2) - 9(y+1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 9y - 15 = 0 \Leftrightarrow x - 3y - 5 = 0$$

- Phương trình đường thẳng $(d_2) \parallel (l_2)$ và qua P

$$9(x-2) + 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow 9x + 3y - 15 = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 5 = 0$$

Cách 1: (*Dùng công thức tính góc*)

Phương trình đường thẳng (d) qua P có dạng

$$\lambda(x-2) + \mu(y+1),\ (\lambda^2 + \mu^2 > 0) \tag{1}$$

Gọi α, β theo thứ tự là góc của (d) lần lượt hợp với (Δ) và (Δ'). Theo yêu cầu bài toán

$$\cos\alpha = \cos\beta \Leftrightarrow \frac{|2\lambda - \mu|}{\sqrt{5(\lambda^2 + \mu^2)}} = \frac{|\lambda + 2\mu|}{\sqrt{5.(\lambda^2 + \mu^2)}}$$

$$\Leftrightarrow 2\lambda - \mu = \pm(\lambda + 2\mu) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\lambda = 3\mu\\3\lambda = -\mu\end{array}\right.$$

— Với $\lambda = 3\mu$, chọn $\lambda = 3, \mu = 1$ thay vào (1) có phương trình (d).

$$3(x-2) + (y+1) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 5 = 0$$

— Với $3\lambda = -\mu$, chọn $\lambda = 1, \mu = -3$ thay vào (1) có phương trình (d).

$$(x-2) - 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow x - 3y - 5 = 0$$

□

Kỹ thuật 5. *Viết phương trình đường thẳng theo phương pháp chùm.*

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường thẳng (d) đi qua giao điểm của 2 đường thẳng

$$(\Delta)\colon 2x + y - 3 = 0,\ (\Delta')\colon x - 4y + 1 = 0.$$

1) d đi qua $A(-1;2)$.

2) $(d) \parallel (\Delta_1)\colon 4x + 3y - 20 = 0$.

3) $(d) \perp (\Delta_2)\colon x + y + 3 = 0$

Lời giải.

Phương trình đường thẳng (d) đi qua giao điểm của hai đường thẳng (Δ) và (Δ') có dạng

$$\lambda(2x + y - 3) + \mu(x - 4y + 1) = 0,\ (\lambda^2 + \mu^2 > 0) \quad (1)$$

1) Đường thẳng (d) đi qua A khi và chỉ khi tọa độ điểm A thỏa (1).

$$\lambda\,[2(-1) + 2 - 3] + \mu\,[(-1) - 4.2 + 1] = 0 \Leftrightarrow 3\lambda + 8\mu = 0 \Leftrightarrow 3\lambda - 8\mu = 0$$

Chọn $\lambda = 8,\ \mu = -3$ thay vào (2) ta có phương trình của (d).

$$8(2x + y - 3) - 3(x - 4y + 1) = 0 \Leftrightarrow 13x + 20y - 27 = 0$$

2) Từ (1) ta viết lại $(2\lambda + \mu)x + (\lambda - 4\mu)y - 3\lambda + \mu = 0$ (2)

Đường thẳng (d) và (Δ_1) lần lượt có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_d = (2\lambda + \mu; \lambda - 4\mu)$, $\vec{n}_{(\Delta_1)} = (4;3)$.

Theo yêu cầu bài toán $(d) \parallel (\Delta_1)$ do đó $\vec{n}_d$ và $\vec{n}_{(\Delta_1)}$ cùng phương

$$\frac{2\lambda + \mu}{4} = \frac{3\lambda - 4\mu}{3} \Leftrightarrow 3(2\lambda + \mu) - 4(3\lambda - 4\mu) = 0 \Leftrightarrow 18\lambda + 19\mu = 0 \Leftrightarrow 18\lambda = -19\mu$$

Chọn $\lambda = 19,\ \mu = -18$ thay vào (2) ta phương trình (d)

$$(2.19 - 18)x + (19 + 4.18)y - 3.19 - 18 = 0 \Leftrightarrow 20x + 91y - 75 = 0$$

3) Theo yêu cầu bài toán $(d) \perp (\Delta_2) \Rightarrow \vec{n}_d \perp \vec{n}_{(\Delta_2)} = (1;1) \Leftrightarrow \vec{n}_d.\vec{n}_{(\Delta_2)} = 0$

$$\Leftrightarrow 1.(2\lambda + \mu) + 1.(3\lambda - 4\mu) = 0 \Leftrightarrow 5\lambda - 3\mu = 0$$

Chọn $\lambda = 3,\ \mu = 5$ thay vào (2) ta được phương trình (d)

$$(2.3 + 5)x + (3 - 4.5)y - 3.3 + 5 = 0 \Leftrightarrow 11x - 17y - 4 = 0$$

□

Dạng 2. Xác định hình chiếu vuông góc của điểm trên đường thẳng

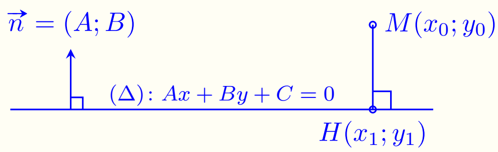
Kỹ thuật 6. *Xác định hình chiếu của điểm $M(x_0;y_0)$ trên đường thẳng $(\Delta)\colon Ax+By+C=0$*

Phương pháp:

Cách 1:

- *Phương trình đường thẳng $(\Delta') \perp (\Delta)$ là*

$$B(x - x_0) - A(y - y_0) = 0$$



• *H là hình chiếu của M trên (Δ) khi và chỉ khi tọa độ H là của hệ phương trình*

$$\begin{cases} Ax + By + C = 0 \\ B(x - x_0) - A(y - y_0) = 0 \end{cases} \tag{1}$$

• *Giải (1) tìm được tọa độ H.*

Cách 2:

• *Biến đổi (Δ) về phương trình tham số*

Giả sử

$$Ax + By + C = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + Bt \\ y = \beta - At \end{cases}, \ (t \in \mathbb{R}) \tag{2}$$

• *$H \in (\Delta) \Rightarrow H(\alpha + Bt; \beta - At)$* *(*)*

• *Vì H là hình chiếu của M trên (Δ) suy ra $MH \perp (\Delta)$ hay $\overrightarrow{MH}.\vec{n}_{(\Delta)} = 0$* *(3)*

• *Giải (3) tìm được t thay vào (2) tìm được tọa độ H.*

Cách 3: *Ta có*

$$MH^2 = (x_H - x_0)^2 + (y_H - y_0)^2 = (\alpha + Bt - x_0)^2 + (\beta - At - y_0)^2 \tag{4}$$

• *Biến đổi (4) về tam thức bậc hai $f(t) = at^2 + c$ $(a > 0)$ luôn đạt giá trị nhỏ nhất tại $t = -\dfrac{b}{2a}$.*

• *H là hình chiếu của M trên (Δ) khi và chỉ khi MH nhỏ nhất khi $t = -\dfrac{b}{2a}$*

• *Thay $t = -\dfrac{b}{2a}$ vào (*) ta được $H\left(\alpha - \dfrac{b.B}{2a}; \beta - \dfrac{b.A}{2a}\right)$*

⚠ **Chú ý**

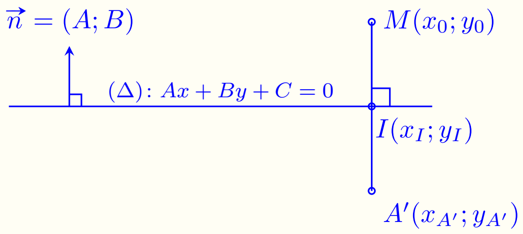
1) Khoảng cách từ điểm M đến (Δ) là $d(M, (\Delta)) = \sqrt{f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)}$

2) Khi (Δ) cho dưới dạng tham số nên dùng cách 2 và 3.

Kỹ thuật 7. *Xác định điểm A' đối xứng với A qua đường thẳng (Δ): $Ax + By + C = 0$*

• Xác định điểm I là hính chiếu của A trên (Δ) *(Kỹ thuật 6)*

• A' đối xứng với A qua (Δ) khi và chỉ khi I là trung điểm của AA'



$$I: \begin{cases} x_{A'} = 2x_I - x_A \\ y_{A'} = 2y_I - y_A \end{cases}$$

Ví dụ 9. Trong mặt phẳng Oxy, xác định hình chiếu của điểm $M(1; -1)$ lần lượt trên hai đường thẳng

$$(\Delta_1): 3x + y - 32 \text{ và } (\Delta_2): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \end{cases}, \ (t \in \mathbb{R})$$

Lời giải.

1) *Xác định hình chiếu của $M(1; -1)$ trên (Δ_1)*

- Phương trình đường thẳng $(\Delta') \perp (\Delta)$ là

$$1.(x - x_M) - 3(y - y_M) = 0 \Rightarrow 1.(x-1) - 3.(y+1) = 0 \Leftrightarrow x - 3y - 4 = 0$$

- H là hình chiếu của M trên (Δ) suy ra tọa độ H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x + y - 32 = 0 \\ x - 3y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 2 \end{cases} \quad \text{Vậy } H(10;2)$$

2) *Xác định hình chiếu của M trên (Δ_2)*

Vì $H \in (\Delta_2)$ suy $H(1+2t;-2+t)$ (1)

Ta có $MH^2 = (1+2t-1)^2 + (-2+t+1)^2 = 5t^2 - 2t + 1$, đặt $f(t) = 5t^2 - 2t + 1$ (2)

Do H là hình chiếu của M trên (Δ_2) nên MH nhỏ nhất khi (2) đạt giá trị nhỏ nhất khi $t = \dfrac{1}{5}$

Thay $t = \dfrac{1}{5}$ vào (1) có $\begin{cases} x = 1 + \dfrac{2}{5} \\ y = -2 + \dfrac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{7}{5} \\ y = -\dfrac{9}{5} \end{cases}$. Vậy $H\left(\dfrac{7}{5}; -\dfrac{9}{5}\right)$.

□

Ví dụ 10. Trong mặt phẳng Oxy, xác định điểm A' đối xứng với $A(3;1)$ qua đường thẳng

$$(\Delta)\colon x - 2y + 9 = 0$$

Lời giải.

- Đường thẳng $(\Delta') \perp (\Delta)$ có phương trình

$$2.(x-3) + 1.(y-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 8 = 0$$

- Gọi I là hình chiếu vuông góc của A trên (Δ). Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 2y + 9 = 0 \\ 2x + y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases} \quad \text{hay } I(1;5)$$

- Điểm A' đối xứng với A qua (Δ) khi I là trung điểm của AA'

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_I - x_A \\ y_{A'} = 2x_I - y_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2.1 - 3 \\ y_{A'} = 2.5 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = -1 \\ y_{A'} = 9 \end{cases}. \text{ Vậy } A'(-1;9)$$

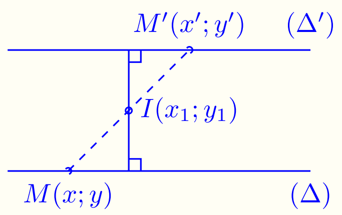
□

Dạng 3. Viết phương trình đường thẳng (Δ') đối xứng với $(\Delta)\colon Ax + By + C = 0$ cho trước qua điểm $I(x_I; y_I)$ cho trước

Kỹ thuật 8. *Viết phương trình đường thẳng (Δ') đối xứng với $(\Delta)\colon Ax + By + C = 0$ cho trước qua điểm $I(x_I; y_I)$ cho trước*

Phương pháp:

- *Hai điểm $M(x;y)$ và $M'(x';y')$ đối xứng nhau qua $I(x_1;y_1)$.*



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + x' = 2x_1 \\ y + y' = 2y_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2x_1 - x' \\ y = 2y_1 - y' \end{cases}$$

- $M \in (\Delta) \Rightarrow A(2x_1 - x') + B(2y_1 - y') + C = 0$

Phương trình đường thẳng (Δ')

$$(\Delta')\colon Ax' + By' + C = 2(Ax_1 + By_1 + C) \text{ hay } Ax + By + C = 2(Ax_1 + By_1 + C) \qquad (*)$$

Ví dụ 11. Trong mặt phẳng (Oxy), viết phương trình (Δ') đối xứng với $3x - 5y + 2 = 0$ qua $I(2;-1)$.

Lời giải.

Theo công thức (*) ở trên thì phương trình đường thẳng (Δ')

$$3x - 5y + 2 = 2(3.1 - 5(-2) + 2) \Leftrightarrow 3x - 5y + 2 = 30 \Leftrightarrow 3x - 5y - 28 = 0$$

□

Dạng 4. Viết phương trình đường phân giác trong của tam giac

Kỹ thuật 9. *Cho $\triangle ABC$, viết phương trình đường phân giác trong góc A của tam giác ấy.*

Phương pháp: *Giả sử phương trình các cạnh (AB) (AC) theo thứ tự có phương trình*

$$f(x,y) = a_1x + b_1y + c_1 = 0,\ \ g(x,y) = a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

Bước 1: Viết phương trình các đường phân giác được tạo bởi các cạnh (AB), (AC).

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm\frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \qquad (*)$$

- *Gọi (l_1) là đường phân giác* $f_1(x,y) = \dfrac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} + \dfrac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} = 0$
- *Gọi (l_2) là đường phân giác* $f_2(x,y) = \dfrac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} - \dfrac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} = 0$

Từ (*) cho ta đồng thời 2 đường phân giác trong và ngoài. Để phân biệt phân giác trong và ngoài ta phải xét dấu của chúng.

Bước 1: Xét dấu và kết luận

- *Tính $f_1(B)$ và $f_1(C)$*

— *Nếu $f_1(B).f_1(C) < 0$ thì (l_1) là đường phân giác trong và (l_2) là đường phân giác ngoài.*

— *Nếu $f_1(B).f_1(C) > 0$ thì (l_1) là đường phân giác ngoài và (l_2) là đường phân giác trong. (Ta có thể tính $f_2(B).f_2(C)$).*

Ví dụ 12. Trong mặt phẳng Oxy, cho $\triangle ABC$ với $A(2;0)$, $B(0;4)$, $C(4;-1)$. Viết phương trình các cạnh AB, AC và đường phân giác trong của góc A.

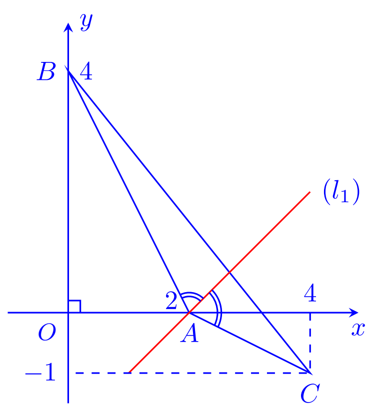
Lời giải.

• Phương trình cạnh (AB): $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}=1 \Leftrightarrow 2x+y-4=0$

• Phương trình cạnh (AC): $\dfrac{x-x_C}{x_C-x_A}=\dfrac{y-y_C}{y_C-y_A}$ hay $\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-4}{-1} \Leftrightarrow x+2y-2=0.$

• Các đường phân giác của góc A

$$\frac{2x+y-4}{\sqrt{5}}=\pm\frac{x+2y-2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(l_1)\colon f_1(x,y)=x-y-2=0\\(l_2)\colon f_2(x,y)=x+y-2=0\end{array}\right.$$



• Ta có $f_1(B)=-6,\ f_1(C)=3 \Rightarrow f_1(B).f_1(C)=-18<0$ suy ra $B,\ C$ nằm khác phía so với (l_1) nên đường thẳng $(l_1)\colon x-y-2=0$ là đường phân giác trong của góc A của $\triangle ABC$. □

Ví dụ 13. Trong mặt phẳng Oxy cho 3 đường thẳng

$$(\Delta_1)\colon 3x+4y-6=0,\ (\Delta_2)\colon 4x+3y-1=0,\ (\Delta)\colon y=0$$

Gọi $A=(\Delta_1)\cap(\Delta_2)$, $B=(\Delta_2)\cap(\Delta_3)$, $C=(\Delta_3)\cap(\Delta_1)$

1) Viết phương trình phân giác trong của góc A của $\triangle ABC$ và tính diện tích tam giác đó.

2) Viết phương trình đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

Lời giải.

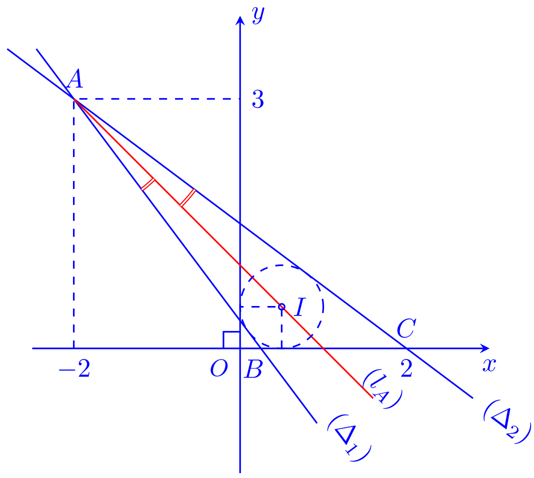
• Tọa độ A: $\begin{cases}3x+4y-6=0\\4x+3y-1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-2\\y=3\end{cases}$ hay $A(-2;3)$

• Tọa độ B: $\begin{cases}4x+3y-1=0\\y=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{1}{4}\\y=0\end{cases}$

hay $B\left(\dfrac{1}{4};0\right)$

• Tọa độ C: $\begin{cases}3x+4y-6=0\\y=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\y=0\end{cases}$

hay $C\,(2;0)$



1) *Phương trình phân giác trong của góc A của $\triangle ABC$*

• Phương trình các đường phân giác của góc A.

$$\frac{3x+4y-6}{\sqrt{3^2+4^2}}=\pm\frac{4x+3y-1}{\sqrt{3^2+4^2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(l_1)\colon f_1(x,y)=x-y+5=0\\(l_2)\colon f_2(x,y)=x+y-1=0\end{array}\right.$$

Ta có $\begin{cases}f_1(B)=-\dfrac{19}{5}\\f_1(C)=-3\end{cases} \Rightarrow f_1(B).f_1(C)=\dfrac{57}{5}>0$ suy ra $B,\ C$ nằm cùng phía đối với (l_1) nên đường thẳng (l_1) là đường phân giác ngoài. Vậy $(l_2)\colon x+y-1=0$ là đường phân giác trong của góc A.

• *Tính diện tích tam $\triangle ABC$*

Ta có $BC=|x_C-x_B|=\left|2-\dfrac{1}{4}\right|=\dfrac{7}{4}$, $AH=|y_A|=3$.

Diện tích tam giác $\triangle ABC$ là $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}.BC.AH=\dfrac{1}{2}.\dfrac{7}{4}.3=\dfrac{21}{8}$ (đvdt).

2) *Viết phương trình đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.*

Ta cần viết thêm đường phân giác trong của góc B.

$$\frac{4x+3y-1}{5} = \pm y \Leftrightarrow 4x+3y-1 = \pm 5y \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(l_3)\colon g_1(x,y) = 4x-2y-1=0\\ (l_4)\colon g_2(x,y) = 4x+8y-1=0\end{array}\right.$$

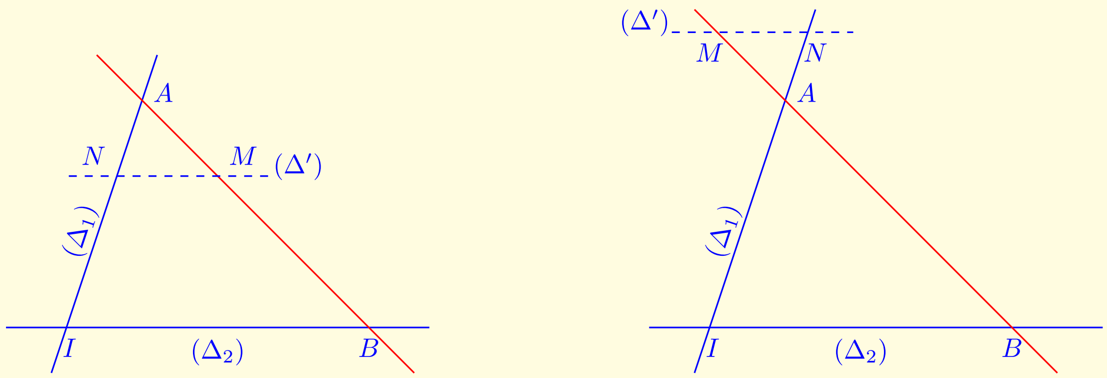
Ta có $g_1(A) = -15,\ g_1(C) = 8 \Rightarrow g_1(A).g_(C) = -120 < 0$ suy ra $A,\ C$ nằm khác phía so với (l_3) nên đường thẳng $(l_3)\colon 4x-2y-1=0$ là phân giác trong của góc B.

• Tọa độ tâm I của đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ là giao của (l_2) và (l_3) suy ra tọa độ I là ngiệm của hệ phương trình $I\colon \begin{cases}x+y-1=0\\ 4x-2y-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{1}{2}\\ y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$ hay $I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$, bán kính $r = d(I,(\Delta_3)) = \dfrac{1}{2}$.

Phương trình đường tròn: $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(y-\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4}$. □

Kỹ thuật 10. *Cho hai đường thẳng (Δ_1) và (Δ') cắt nhau tai I; M không nằm trên 2 đường thẳng đó. Viết phương trình đường thẳng qua M cắt (Δ_1) và (Δ_2) lần lượt tại A, B sao cho $\overrightarrow{MA} = k.\overrightarrow{MB}$.*

Phương pháp:



Cách 1:

① Qua M kẻ $(\Delta') \parallel (\Delta_2)$.

② Dựng $N = (\Delta_1) \cap (\Delta')$ *giải hệ* $N\colon \begin{cases}(\Delta')\\ (\Delta_1)\end{cases}$.

③ Trên (Δ_1) lấy A sao cho $\overrightarrow{NA} = k.\overrightarrow{NB}$.

④ Viết phương trình đường thẳng nối hai điểm A và M.

Cách 2:

① Dựng J sao cho $\overrightarrow{MI} = k.\overrightarrow{MJ}$.

② Qua M kẻ đường thẳng $(\Delta') \parallel (\Delta_2)$. (*Viết phương trình đường thẳng qua M và song song* (Δ_2))

③ Dựng $A = (\Delta_1) \cap (\Delta')$ *Giải hệ* $A\colon \begin{cases}(\Delta_1)\\ (\Delta')\end{cases}$

④ Viết phương trình đường thẳng nối A và M.

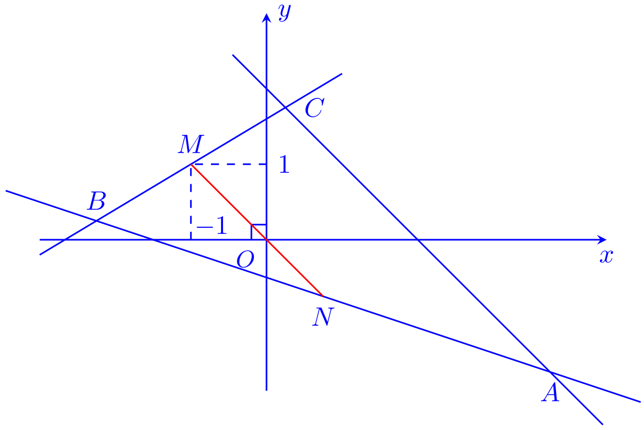
Đặc biệt: *Khi $k=-1$ chính là* **Kỹ thuật 8**

Ví dụ 14. Trong mặt phẳng Oxy, cho $\triangle ABC$ có $M(-1;1)$ là trung điểm của 1 cạnh, 2 cạnh của tam giác có phương trình $x+y-2=0$, $2x+6y+3=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của $\triangle ABC$.

Lời giải.

Gọi $(AB), (AC)$ lần lượt có phương trình $x + y - 2 = 0, 2x + 6y + 3 = 0$
Tọa độ điểm M không thuộc $(AB), (AC)$ nên M là trung điểm của BC

• Tọa độ A: $\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x + 6y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{15}{4} \\ y = -\dfrac{7}{4} \end{cases}$



Hay $A\left(\dfrac{15}{4}; -\dfrac{7}{4}\right)$
Gọi N là trung điểm của AB. Ta có $MN \parallel AC$
(MN): $2(x+1) + 6(y-1) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 2 = 0$.

• Tọa độ N: $\begin{cases} x + 3y - 2 = 0 \\ 2x + 6y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{3}{4} \\ y = -\dfrac{3}{4} \end{cases}$

Hay $N\left(\dfrac{3}{4}; -\dfrac{3}{4}\right)$

• N là trung điểm của AB suy ra B: $\begin{cases} x_B = 2x_N - x_A \\ x_B = 2y_N - y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = -\dfrac{9}{4} \\ y_B = \dfrac{1}{4} \end{cases}$ hay $B\left(-\dfrac{9}{4}; \dfrac{1}{4}\right)$

• M là trung điểm của BC suy ra B: $\begin{cases} x_C = 2x_M - x_B \\ x_C = 2y_M - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = \dfrac{1}{4} \\ y_C = \dfrac{7}{4} \end{cases}$ hay $C\left(\dfrac{1}{4}; \dfrac{7}{4}\right)$.

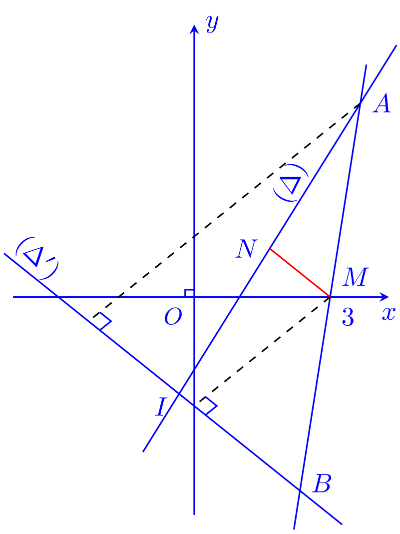
Vậy $A\left(\dfrac{15}{4}; -\dfrac{7}{4}\right)$, $B\left(-\dfrac{9}{4}; \dfrac{1}{4}\right)$, $C\left(\dfrac{1}{4}; \dfrac{7}{4}\right)$. □

Ví dụ 15. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng (Δ): $2x - y - 2 = 0$ và (Δ'): $x + y + 3 = 0$ và điểm $M(3; 0)$. Viết phương trình đường thẳng (d) qua M và cắt (Δ) tại A cắt (Δ') sao cho $MA = MB$.

Lời giải.

Cách 1:

Gọi $I = (\Delta) \cap (\Delta')$ suy ra I: $\begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ x + y = 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{1}{3} \\ y = -\dfrac{8}{3} \end{cases}$



hay $I\left(-\dfrac{1}{3}; -\dfrac{8}{3}\right)$
Phương trình đường thẳng (Δ_1) qua M và $(\Delta_1) \parallel (\Delta')$ là $1.(x - 3) + 1.(y - 3) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3 = 0$

• Gọi $N = (\Delta) \cap (\Delta_1)$ suy ra N: $\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ 2x - y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{5}{3} \\ y = \dfrac{4}{3} \end{cases}$

hay $N\left(\dfrac{5}{3}; \dfrac{4}{3}\right)$
Đó chính là phương trình đường thẳng cần tìm.

Gọi A là điểm đối xứng với I qua N suy ra $A\left(\dfrac{11}{3}; \dfrac{16}{3}\right)$

• Phương trình đường thẳng

$$(MA)\colon \frac{x-3}{\frac{11}{3}-3}=\frac{y}{\frac{16}{3}-0}\Leftrightarrow 8x-y-24=0$$

Cách 2:

Giả sử $A(x_0;y_0)$. Do $A\in(\Delta)$ ta có $2x_0-y_0-2=0$ (1)

Khoảng cách từ $A,\ M$ đến (Δ') là $d_A=\frac{|x_0+y_0+3|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{|x_0+y_0+3|}{\sqrt{2}}$; $d_M=\frac{|0+3+3|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{6}{\sqrt{2}}$.

Do M là trung điểm của AB nên $\begin{cases}A,\ B \text{ cùng phía so với } (\Delta')\\ y_A=2y_M\end{cases}$

$$\frac{x_0+y_0+3}{\sqrt{2}}=\frac{2.6}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow x+y-9-0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra A: $\begin{cases}2x-y-2=0\\ x+y-9=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{11}{3}\\ y=\frac{16}{3}\end{cases}$

• Phương trình đường thẳng (MA)

$$(MA)\colon \frac{x-3}{\frac{11}{3}-3}=\frac{y}{\frac{16}{3}-0}\Leftrightarrow 8x-y-24=0$$

□

Nhận xét. *Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng*

$$(\Delta)\colon f(x,y)=Ax+By+C=0 \text{ và 2 điểm } P(x_P,y_P),\ Q(x_Q;y_Q)$$

1. *Nếu P và Q nằm cùng phía với (Δ) tức $(f(P).f(Q)>0)$ thì*

$$d(P;\Delta)=k^2d(Q;\Delta)\Leftrightarrow\frac{f(P)}{\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{k^2.f(Q)}{\sqrt{A^2+B^2}}\Leftrightarrow f(P)=k^2f(Q).$$

2. *Nếu P và Q nằm khác phía với (Δ) tức $(f(P).f(Q)<0)$ thì*

$$d(P;\Delta)=k^2d(Q;\Delta)\Leftrightarrow\frac{f(P)}{\sqrt{A^2+B^2}}=-\frac{k^2.f(Q)}{\sqrt{A^2+B^2}}\Leftrightarrow f(P)=-k^2f(Q).$$

Dạng 5. Vị trí tương đối của 2 đường thẳng

Trong mặt phẳng Oxy cho 2 đường thẳng $(\Delta)\colon Ax+By+C=0$; $(\Delta')\colon A'x+B'y+C'=0$

Phương pháp:

Cách 1: *Xét hệ phương trình*

$$\begin{cases}Ax+By+C=0\\ A'x+B'y+C'=0\end{cases} \quad \text{(I)}$$

Dựa vào số nghiệm của hệ (I) và kết luận vị trí của (Δ) và (Δ')

Cách 1: *Dùng định thức.*

Ví dụ 16. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng (Δ_1) và (Δ_2) có phương trình

$$(\Delta_1)\colon \begin{cases} x = x_1 + mt \\ y = y_1 + nt \end{cases},\ (\Delta_2)\colon \begin{cases} x = x_2 + pt' \\ y = y_2 + qt' \end{cases}$$

$(x_1,\ x_2,\ y_1,\ y_2$ là số thực cố định, $t, t' \in \mathbb{R},\ m^2 + n^2 \neq 0,\ p^2 + q^2 \neq 0)$

Tìm điều kiện cần và đủ theo (m, n, p, q) để

1 cắt nhau 2 song song 3 trùng nhau 4 vuông góc

Lời giải.

Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + mt = x_2 + pt' \\ y_1 + nt = y_2 + qt' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mt - pt' = x_2 - x_1 \\ nt - qt' = y_2 - y_1 \end{cases}$$

Ta có:

$$D = \begin{vmatrix} m & -n \\ p & -q \end{vmatrix} = np - mq$$

$$D_x = \begin{vmatrix} (x_2 - x_1) & -n \\ (y_2 - y_1) & -q \end{vmatrix} = n(x_2 - x_1) - m(y_2 - y_1)$$

$$D_y = \begin{vmatrix} m & (x_2 - x_1) \\ p & (y_2 - y_1) \end{vmatrix} = p(x_2 - x_1) - q(y_2 - y_1)$$

1 Ta có (Δ_1) và (Δ_2) cắt nhau: $D \neq 0 \Leftrightarrow np - mq \neq 0$

2 Ta có $(\Delta_1) \parallel (\Delta_2) \Leftrightarrow \begin{cases} np - mq = 0 \\ \left[\begin{array}{l} n(x_2 - x_1) \neq m(y_2 - y_1) \\ p(x_2 - x_1) \neq q(y_2 - y_1) \end{array}\right. \end{cases}$

3 Ta có $(\Delta_1) \equiv (\Delta_2) \Leftrightarrow \begin{cases} np - mq = 0 \\ \left[\begin{array}{l} n(x_2 - x_1) = m(y_2 - y_1) \\ p(x_2 - x_1) = q(y_2 - y_1) \end{array}\right. \end{cases}$

4 Gọi $\vec{u} = (m; n)$, $\vec{v} = (p; q)$ lần lượt là các vectơ chỉ phương của (Δ_1), (Δ_2)
Ta có $(\Delta_1) \perp (\Delta_2) \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{v} = 0 \Leftrightarrow mp + nq = 0$.

□

Dạng 6. Khoảng cách 2 đường thẳng song

Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng song song

$$(\Delta)\colon Ax + By + C = 0,\ (\Delta')\colon Ax + By + C' = 0,\ (A^2 + B^2 > 0,\ C \neq C')$$

Phương pháp:

Với mọi $M(x_0; y_0) \in (\Delta)$ ta có: $Ax_0 + By_0 + C = 0$.

Khoảng cách $d\left[(\Delta); (\Delta')\right] = d(M; \Delta') = \dfrac{|A.x_0 + B.y_0 + C'|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \dfrac{|C - C'|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$. *(*)*

Ví dụ 17. Tính khoảng cách giữa $(\Delta)\colon \sqrt{3}x + y + 51 = 0,\ (\Delta')\colon \sqrt{3}x + y + 13 = 0$

Lời giải.

Do $(\Delta) \parallel (\Delta')$ nên áp dụng (*) suy ra $d\left[(\Delta);(\Delta')\right] = \dfrac{|51-13|}{\sqrt{3+1^2}} = \dfrac{38}{2} = 19.$ □

Ví dụ 18. Trong mặt phẳng Oxy cho 4 điểm $A(2;1)$, $B(0;1)$, $C(3;5)$, $D(-3;-1)$. Viết phương trình các cạnh hình vuông, biết rằng hình vuông ấy có một cặp cạnh song song lần lượt đi qua A, C cặp còn lại đi qua B, D

Lời giải.

• Phương trình hai đường thẳng song song qua $A,\ C$ là

$$(\Delta_A)\colon a(x-2) + b(y-1) = 0 \Leftrightarrow ax + by - (2a+b) = 0$$
$$(\Delta_C)\colon a(x-3) + b(y-5) = 0 \Leftrightarrow ax + by - (3a+5b) = 0,\ (a^2+b^2>0)$$

Khoảng cách giữa (Δ_A) và (Δ_C)

$$d_1 = \frac{|-2a-b+(3a+b)|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|a+4b|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

• Phương trình hai đường thẳng vuông góc với (Δ_A) lần lượt qua B, C là

$$(\Delta_B)\colon bx - a(y-1) = 0 \Leftrightarrow bx - ay + a = 0$$
$$(\Delta_D)\colon b(x-3) + b(y-5) = 0 \Leftrightarrow bx - ay + 3b - a = 0$$

Khoảng cách giữa (Δ_B) và (Δ_D) là

$$d_2 = \frac{|a-(3b-a)|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|2a-3b|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

• Bốn đường thẳng (Δ_A), (Δ_B), (Δ_C), (Δ_D) chứa các cạnh hình vuông

$$\Leftrightarrow d_1 = d_2 \Leftrightarrow \frac{|a+4b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|2a-3b|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow |a+4b| = |2a-3b|$$
$$\left[\begin{array}{l} a+4b = 2a-3b \\ a+4b - 2a+3b \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 7b \\ b = -3a \end{array}\right.$$

— Với $a = 7b$, chọn $b = 1 \Rightarrow a = 7$ ta có phương trình các cạnh hình vuông cần tìm là

$$(\Delta_A)\colon 7x + y - 15 = 0,\ (\Delta_C)\colon 7x + y - 26 = 0,\ (\Delta_B)\colon x - 7y + 7 = 0,\ (\Delta_D)\colon x - 7y - 4 = 0$$

— Với $b = -3a$, chọn $a = 1 \Rightarrow b = -3$ ta có phương trình các cạnh hình vuông cần tìm là

$$(\Delta_A)\colon x - 3y + 1 = 0,\ (\Delta_C)\colon x - 3y + 12 = 0,\ (\Delta_B)\colon 3x + y + 1 = 0,\ (\Delta_D)\colon 3x + y - 10 = 0$$

□

Ví dụ 19. Trong mặt phẳng Oxy cho hai họ đường thẳng $(\mathscr{D}_m)$ và $(\mathscr{D}_n)$ có phương trình

$$\mathscr{D}_m\colon mx + 2my - 4 = 0 \quad (1)$$
$$\mathscr{D}_n\colon (n^2 - 3n + 7)x + n(n+3)y + 19 = 0 \quad (2)$$

1) Chứng tỏ rằng chỉ có một trong hai họ đã cho là chùm đường thẳng.
2) Chùm đường thẳng tìm được có hai đường thẳng của họ còn lại.

Lời giải.

1) Viết lại (1) $\Leftrightarrow mx + 2my - 4 = 0 \Leftrightarrow (x+2)m = y+4.$ (3)

- Họ $(\mathscr{D}_m)$ là chùm đường thẳng khi $(\mathscr{D}_m)$ luôn đi qua 1 điểm cố định
  Khi và chỉ khi (3) là nghiệm đúng mọi m. Điều đó có khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x+2=0 \\ y+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$$

Vậy khi m thay đổi $(\mathscr{D}_m)$ luôn đi qua điểm cố định $I(-2;-4)$.
Viết lại (2) $\Leftrightarrow (n^2-3n+7)x + n(n+3)y = 19 = 0 \Leftrightarrow (x+y)n^2 - 3(x-y)n + 7x + 19 = 0$ (4)

- Họ $(\mathscr{D}_n)$ là chùm đường thẳng khi và chỉ khi (4) nghiệm đúng với mọi m

$$\begin{cases} x+y=0 \\ x-y=0 \\ 7x+19=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y=0 \\ 19= \end{cases} \text{(mâu thuẫn)}$$

Vậy họ đường thẳng $(\mathscr{D}_n)$ không phải là chùm đưiờng thẳng.

2) Đường thẳng $(\mathscr{D}_n)$ thuộc chùm $(\mathscr{D}_m) \Leftrightarrow I \in (\mathscr{D}_n)$

$$\Leftrightarrow (-2-4)n^2 - 3(-2+2)n + 7(-2) + 19 = 0 \Leftrightarrow 2n^2 + 3n - 5 = 0 \left[\begin{array}{l} n=1 \\ n=-\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$$

Vậy trong họ đường thẳng $(\mathscr{D}_n)$ có hai đường thẳng ứng với $n=1$ và $n=-\dfrac{5}{2}$ thuộc chùm đường thẳng $(\mathscr{D}_m)$ (đpcm)

□

Dạng 7. Xác định điểm thuộc miền góc nhọn, góc tù

Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(x_0;y_0)$ và hai đường thẳng $(\Delta_1),(\Delta_2)$ cắt nhau và không vuông.

$$(\Delta_1)\colon f_1(x,y) = A_1x + B_1y + C_1 = 0$$
$$(\Delta_2)\colon f_2(x,y) = A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

Gọi $\vec{n}_1 = (A_1;B_1)$, $\vec{n}_2 = (A_2;B_2)$ là các vectơ pháp tuyến tương ứng của (Δ_1) và (Δ_2).

- *Điều kiện cần và đủ để M thuộc miền góc **nhọn** được tạo bởi (Δ_1) và (Δ_2) là*

$$\vec{n}_1.\vec{n}_2.f_1(M).f_2(M) < 0.$$

- *Điều kiện cần và đủ để M thuộc miền góc **tù** được tạo bởi (Δ_1) và (Δ_2) là*

$$\vec{n}_1.\vec{n}_2.f_1(M).f_2(M) > 0.$$

Ví dụ 20. Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm $M(0;1)$, $N(-7;2)$ thuộc miền góc tù hay miền góc nhọn được tạo bởi hai đường thẳng sau đây:

$$(\Delta_1)\colon f_1(x,y) = 2x + y - 3 = 0$$
$$(\Delta_2)\colon f_1(x,y) = x + 3y - 1 = 0$$

Lời giải.

Đường thẳng (Δ_1), (Δ_2) lần lượt có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1} = (2;1)$, $\overrightarrow{n_2} = (1;3)$

- Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_1} = 5 > 0 \\ f_1(M) = -2 \\ f_2(M) = 2 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}.f_1(M).f_2(M) = -20 < 0$ suy ra M thuộc miền góc nhọn tạo bởi (Δ_1), (Δ_2).
- Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_1} = 5 > 0 \\ f_1(N) = -13 \\ f_2(N) = -2 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}.f_1(M).f_2(M) = 130 > 0$ suy ra M thuộc miền góc tù tạo bởi (Δ_1), (Δ_2).

□

Dạng 8. Viết phương trình đường phân giác góc nhọn, góc tù

Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng

$$(\Delta_1)\colon f_1(x,y) = 2x + y - 3 = 0$$
$$(\Delta_2)\colon f_1(x,y) = x + 3y - 1 = 0$$

Viết phương trình đường phân góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng ây.

Phương pháp:

- *Các đường phân giác của góc nhọn tạo bởi (Δ_1) và (Δ_2) có phương trình*

$$\frac{|f_1(x,y)|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} = \pm\frac{|f_2(x,y)|}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}} \qquad (1)$$

- *Điểm $M(x;y)$ thuộc đường phân giác góc nhọn được tạo bởi (Δ_1) và (Δ_2)*

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}.f_1(M).f_2(M) < 0 \Leftrightarrow (A_1.A_2 + B_1.B_2)f_1(M).f_2(M) < 0 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra đường phân giác trong góc nhọn tạo bởi (Δ_1) và (Δ_2) có phương trình

$$\frac{A_1.A_2 + B_1.B_2}{|A_1.A_2 + B_1.B_2|}.\frac{f_1(x,y)}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} = -\frac{f_2(x,y)}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

⚠ **Chú ý:** *Đường phân giác góc tù tạo bởi (Δ_1) và (Δ_2) có phương trình*

$$\frac{A_1.A_2 + B_1.B_2}{|A_1.A_2 + B_1.B_2|}.\frac{f_1(x,y)}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} = \frac{f_2(x,y)}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

Ví dụ 21. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng

$$(\Delta_1)\colon f_1(x,y) = 3x - y + 2 = 0,\ (\Delta_2)\colon f_2(x,y) = x + 2y - 3 = 0$$

Lời giải.

- Các đường thẳng (Δ_1) và (Δ_2) lần lượt có vectơ pháp tuyến $\vec{n_1} = (3; -1)$, $\vec{n_2} = (1; 2) \Rightarrow \vec{n_1}.\vec{n_2} = 1$
- Các đường phân giác của góc tạo bởi (Δ_1) và (Δ_2) có phương trình

$$\frac{|f_1(x,y)|}{\sqrt{10}} = \pm\frac{|f_2(x,y)|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow |f_1(x,y)| = \pm|f_2(x,y)|$$

- Điểm $M(x;y)$ thuộc đường phân giác góc nhọn tạo bởi (Δ_1) và (Δ_2)

$$\Leftrightarrow \vec{n_1}.\vec{n_2}.f_1(M).f_2(M) < 0 \Leftrightarrow f_1(M).f_1(N) < 0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra đường phân giác góc nhọn tạo bởi (Δ_1) và (Δ_2)

$$f_1(x,y) = \sqrt{2}f_2(x,y) \Leftrightarrow 3x - y + 2 = \sqrt{2}(x + 2y - 3) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left(3 - \sqrt{2}\right)x - \left(1 + 2\sqrt{2}\right)y + 2 + 3\sqrt{2} = 0$$

□

C BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho $\triangle ABC$ có đỉnh $A(2;2)$, đường có $(BB')\colon 9x - 3y - 4 = 0$, đường cao $(CC')\colon x + y - 2 = 0$.

1) Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC.

2) Lập phương trình đường thẳng (d) qua A tạo một góc $45°$ với đường thẳng AC.

Đáp số: 1) $(AB)\colon x - y = 0$; $(AC)\colon x + 3y - 8 = 0$; $(BC)\colon 7x + 5y - 8 = 0$
2) $(d_1)\colon x - 2y + 2 = 0$; $(d_2)\colon 2x + y - 6 = 0$

Bài 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $A(-4;5)$ và một đường chéo đặt trên đường thẳng $(\Delta)\colon 7x - y + 8 = 0$. Viết phương trình các cạnh và đường chéo thứ hai của hình vuông đó.

Đáp số: $(AC)\colon x + 7y - 31 = 0$, $(AB)\colon 3x - 4y + 32 = 0$, $(AC)\colon 4x + 3y + 1 = 0$,
$(BD)\colon 4x + 3y - 24 = 0$, $(CD)\colon 3x - 4y + 7 = 0$

Bài 3. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình các cạnh $\triangle ABC$ biết $B(2;-1)$, đường cao $(AH)\colon 3x - 4y + 27 = 0$, đường phân giác góc C là $x + 2y - 5 = 0$.

Đáp số: $(BC)\colon 4x + 3y - 5 = 0$, $(AC)\colon y = 3$, $(AB)\colon 4x + 7y - 1 = 0$

Bài 4. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình các đường trung trực của $\triangle ABC$, biết trung điểm các cạnh là $M(-1;-1)$, $N(1;9)$, $P(9;1)$

Đáp số: $(d_M)\colon x - y = 0$, $(d_N)\colon 5x + y - 14 = 0$, $(d_P)\colon x + 5y - 14 = 0$

Bài 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho $\triangle ABC$ có $A(1;3)$ và hai đường trung tuyến có phương trình là $x - 2y + 1 = 0$ và $y - 1 = 0$. Viết phương trình các cạnh của nó.

Đáp số: $(AB)\colon x - y + 2 = 0$, $(BC)\colon x - 4y - 1 = 0$, $(AC)\colon x + 2y - 7 = 0$

Bài 6. Trong mặt phẳng Oxy, tam giác ABC có $(AB)\colon 5x - 3y + 2 = 0$, đường cao $(AA')\colon 4x - 3y + 1 = 0$, $(BB')\colon 7x + 2y - 22 = 0$. Viết phương trình hai cạnh AC, BC và đường cao còn lại.

Đáp số: $(AC)\colon 2x - 7y - 5 = 0$, $(BC)\colon 3x + 4y - 22 = 0$, $(CC')\colon 3x + 5y - 23 = 0$

Bài 7. Trong mặt phẳng Oxy, cho $\triangle ABC$ có diện tích $S_{\triangle ABC} = \dfrac{3}{2}$, hai đỉnh $A(2;-3)$, $B(3;-2)$ và trọng tâm G thuộc đường thẳng $(\Delta)\colon 3x - y - 8 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C.

Đáp số: $C\left(-2;-10\right),\ C'(1;-1)$

Bài 8. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $P(2;5)$, $Q(5;1)$. Viết phương trình đường thẳng qua P sao cho khoảng cách từ Q đến đường thẳng đó bằng 3.

Đáp số: $(\Delta)\colon x - 2 = 0$, $(\Delta')\colon 24x + 7y - 83 = 0$

Bài 9. Trong mặt phẳng Oxy, cho $\triangle ABC$ có $C(4;-1)$, $(\Delta)\colon 2x - 3y + 12 = 0$, $(\Delta')\colon 2x + 3y = 0$ theo thứ tự là phương trinh đường cao và đường trung tuyến xuất phát từ 1 đỉnh. Lập phương trình các cạnh của $\triangle ABC$.

Đáp số: $(AB)\colon 9x + 11y + 5 = 0$, $(BC)\colon 3x + 2y - 10 = 0$, $(CA)\colon 3x + 7y - 5 = 0$

Bài 10. Trong mặt phẳng Oxy, cho $\triangle ABC$ có $A(2;-1)$ và hai đường phân giác trong có phương trình $x - 2y = 1 = 0$, $x + y + 3 = 0$. Viết phương trình cạnh BC.

Đáp số: $(BC)\colon 4x - y + 3 = 0$

Bài 11. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng (Δ) và (Δ') có phương trình

$$(\Delta)\colon (a-b)x + y = 1,\ \ (\Delta')\colon (a^2 - b^2)x + ay = b$$

(a, b là các số cho trước không đồng thời bằng không)

1) Tìm giao điểm (*nếu có*) của (Δ) và (Δ').

2) Tìm điều kiện đối với a, b để $I \in Ox$.

Đáp số: 1) $I\left(-\dfrac{1}{b};\dfrac{a}{b}\right)$; 2) $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$

Bài 12. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai họ đường thẳng

$$(\Delta)\colon kx - y + k = 0 \tag{1}$$
$$(\Delta')\colon (1-k^2)x + 2ky - (1+k^2) = 0 \tag{2}$$

1) Chứng minh (Δ) là chùm đường thẳng.

2) Với mỗi giá trị của k, hãy xác định giao điểm M của (Δ) và (Δ').

3) Tìm quỹ tích của điểm M.

Đáp số: 1) tâm chùm $I(-1;0)$; 2) $M\left(\dfrac{1-k^2}{1+k^2};\dfrac{2k}{1+k^2}\right)$; 3) $(\mathscr{C})\colon x^2 + y^2 = 1$

Bài 13. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng (Δ) có phương trình

$$x\cos\alpha + y\sin\alpha + 2\cos\alpha + 1 = 0$$

1) Chứng minh khi α thay đổi, đường thẳng (Δ) luôn tiếp xúc với 1 đường tròn cố định.

2) Cho $I(-2;1)$, dựng $IH \perp (\Delta)$, $H \in (\Delta)$ và kéo dài tia IH một đoạn $HN = 2HI$. Tính tọa độ N theo α.

Đáp số: 1) $(\mathscr{C})\colon (x+1)^2 + y^2 = 1$; 2) $N\left(-2 - 3\cos\alpha(1+\sin\alpha); 1 - 3\sin\alpha(1+\sin\alpha)\right)$

Bài 14. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(-1;3)$, $B(1;1)$ và đường thẳng $(\Delta)\colon y = 2x$. Xác định điểm $C \in (\Delta)$ sao cho $\triangle ABC$ thỏa

① tam giác đều. ② tam giác cân.

Đáp số: ① không tồn điểm A; ② $\left\{(2;4), \left(\dfrac{5\pm\sqrt{15}}{5}; \dfrac{10\pm 2\sqrt{15}}{5}\right), \left(\dfrac{3\pm\sqrt{39}}{5}; \dfrac{6\pm 2\sqrt{39}}{5}\right)\right\}$

Bài 15. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(1;1)$ và đường thẳng $(\Delta)\colon y=3$. Xác định $B\in(\Delta)$ và $C\in Ox$ sao cho $\triangle ABC$ đều.

Đáp số: $\begin{cases} B\left(0;\dfrac{3+4\sqrt{3}}{3}\right) \\ C\left(\dfrac{3+5\sqrt{3}}{3};0\right)\end{cases}; \begin{cases} B\left(0;\dfrac{3-4\sqrt{3}}{3}\right) \\ C\left(\dfrac{3-5\sqrt{3}}{3};0\right)\end{cases}$

Bài 16. Trong mặt phẳng Oxy cho $\triangle ABC$ vuông tại A, cạnh BC có phương trình $\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0$, hai điểm A, B thuộc trục hoành. Xác định tọa độ trọng tâm $\triangle ABC$, biết rằng bán kính đường tròn nội tiếp bằng 2.

Đáp số: $G_1\left(\dfrac{7+4\sqrt{3}}{3};\dfrac{6+2\sqrt{3}}{3}\right)$; $G_2\left(-\dfrac{1+4\sqrt{3}}{3};-\dfrac{6+2\sqrt{3}}{3}\right)$

Bài 17. Tam giác $\triangle ABC$, $B(-4;5)$ và hai đường cao có phương trình $5x+3y-4=0$; $3x+8y+13=0$. Viết phương trình các cạnh tam giác ABC.

Bài 18. Cho $\triangle ABC$ có các đỉnh $A(2;2)$, $B(-1;6)$; $C(-5;3)$.

1) Viết phương trình các cạnh $\triangle ABC$.
2) Viết phương trình đường cao AH.
3) Chứng tỏ $\triangle ABC$ là tam giác vuông cân.

Bài 19. Viết phương trình các cạnh $\triangle ABC$ biết $A(3;1)$ và hai đường trung tuyến $2x-y-1=0$; $x-1=0$.

Bài 20. Tam giác ABC biết trực tâm $H\left(0;\dfrac{22}{3}\right)$ và hai cạnh có phương trình $3x-y-1=0$; $3x+4y-96=0$. Viết phương trình cạnh thứ 3.

Bài 21. Cho $\triangle ABC$ có $A(0;3)$ và hai đường phân giác trong có phương trình $x-y=0$; $2x+y-6=0$. Viết phương trình các cạnh tam giác $\triangle ABC$.

Bài 22. Cho $\triangle ABC$ có đỉnh $A(3;5)$; $B(4;-3)$ và đường phân giác trong của gócC có phương trình $x+y-8=0$. Viết phương trình các cạnh $\triangle ABC$

Bài 23. Tam giác ABC có $(BC)\colon 9x+11y+5=0$, hai phân giác trong của B, C có phương trình $(Delta_B)\colon 2x-3y+12=0$; $(Delta_C)\colon 2x+3y=0$. Lập phương trình 2 cạnh còn lại của $\triangle ABC$.

Bài 24. Tam giác ABC có $A(4;-1)$, đường phân giác trong và đường trung tuyến kẻ từ A theo thứ tự có phương trình $(l_A)\colon 2x-3y+12=0$; $(m_A)\colon 2x+3y=0$. Viết phương trình các cạnh của $\triangle ABC$.

Bài 25. Một đỉnh của hình thoi có tọa độ $(0;1)$, một cạnh có phương trình $x+7y-7=0$ và một đường chéo có phương trình $x+2y-7=0$. Viết phương trình các cạnh còn lại của hính thoi ấy.

Bài 26. Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua $A(2;4)$ và giao điểm hai đường thẳng $x+3y-9=0$; $3x-2y-5=0$.

Bài 27. Viết phương trình đường thẳng (Δ) song song với đường thẳng $x-y+4=0$ và đi qua giao điểm 2 đường thẳng $x+3y-1=0$; $3x+2y-5=0$

Bài 28. Viết phương trình đường thẳng $(Delta)$ tạo với đường thẳng $x-y-1=0$ một góc 45° và đi qua giao điểm hai đường thẳng $x+3y-8=0$; $3x-2y-2=0$.

Bài 29. Cho hai điểm $A(3;1)$, $B(-1;2)$ và đường thẳng $(\Delta)\colon x-2y+1=0$. Tìm điểm $C\in(\Delta)$ sao cho $\triangle ABC$ là

① tam giác cân. ② tam giác vuông tại C.

Bài 30. Tam giác $\triangle ABC$ có $A(1;-3)$, $B(2;-3)$, diện tích $S=4$ trọng tâm G thuộc đường thẳng $(\Delta)\colon x-y-2=0$. Tìm tọa điểm C.

Bài 31. Cho hình thoi $MNPQ$ có $M(1;2)$, phương trình $(NQ)\colon x-y-1=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi còn lại. Biết $NQ=2MP$ và N có tung độ âm.

Bài 32. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng

$$(\Delta_1)\colon x-y=0;\ (\Delta_2)\colon 2x+y-1=0.$$

Tìm tọa độ các đỉnh hình vuông $ABCD$, biết rằng $A\in(\Delta_1)$; $C\in(\Delta_2)$ và hai đỉnh còn lại thuộc trục tung.

Bài 33. Trong mặt phẳng Oxy, xét $\triangle ABC$ vuông tại A. Phương trình $(BC)\colon \sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0$. Các đỉnh A, B thuộc trục hoành và bán kính nội tiếp $\triangle ABC$ bằng 2. Tìm tọa độ trọng tâm $\triangle ABC$.

Bài 34. Cho hai điểm $A(1;1)$, $B(4;-3)$. Tìm điểm $C\in(\Delta)\colon x-2y-1=0$ sao cho khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng 6.

Bài 35. Cho $\triangle ABC$ có $B(1;2)$, đường phân giác trong $(AD)\colon x-y-3=0$, đường trung tuyến $(CM)\colon x+4y+9=0$. Viết phương trình đường thẳng chứa các cạnh của $\triangle ABC$.

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng song song với trục Ox?

A. $\vec{u_1}=(1;0)$. **B.** $\vec{u_2}=(0;-1)$. **C.** $\vec{u_3}=(-1;1)$. **D.** $\vec{u_4}=(1;1)$.

Lời giải.

Trục $Ox\colon y=0$ có VTCP $\vec{i}\,(1;0)$ nên một đường thẳng song song với Ox cũng có VTCP là $\vec{i}\,(1;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng song song với trục Oy?

A. $\vec{u_1}=(1;-1)$. **B.** $\vec{u_2}=(0;1)$. **C.** $\vec{u_3}=(1;0)$. **D.** $\vec{u_4}=(1;1)$.

Lời giải.

Trục $Oy\colon x=0$ có VTCP $\vec{j}\,(0;1)$ nên một đường thẳng song song với Oy cũng có VTCP là $\vec{j}\,(0;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3;2)$ và $B(1;4)$?

A. $\vec{u_1}=(-1;2)$. **B.** $\vec{u_2}=(2;1)$. **C.** $\vec{u_3}=(-2;6)$. **D.** $\vec{u_4}=(1;1)$.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3;2)$ và $B(1;4)$ có VTCP là $\overrightarrow{AB}=(4;2)$ hoặc $\vec{u}\,(2;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 4. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ và điểm $M(a;b)$?

A. $\vec{u}_1=(0;a+b)$. **B.** $\vec{u}_2=(a;b)$. **C.** $\vec{u}_3=(a;-b)$. **D.** $\vec{u}_4=(-a;b)$.

Lời giải.

$\overrightarrow{OM} = (a; b)$ suy ra đường thẳng OM có VTCP $\vec{u} = \overrightarrow{OM} = (a; b)$.
Chọn đáp án B □

Câu 5. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(a; 0)$ và $B(0; b)$?

A. $\vec{u_1} = (a; -b)$. **B.** $\vec{u_2} = (a; b)$. **C.** $\vec{u_3} = (b; a)$. **D.** $\vec{u_4} = (-b; a)$.

Lời giải.
$\overrightarrow{AB} = (-a; b)$ suy ra đường thẳng AB có VTCP $\overrightarrow{AB} = (-a; b)$ hoặc $\vec{u} = -\overrightarrow{AB} = (a; -b)$.
Chọn đáp án A □

Câu 6. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường phân giác góc phần tư thứ nhất?

A. $\vec{u_1} = (1; 1)$. **B.** $\vec{u_2} = (0; -1)$. **C.** $\vec{u_3} = (1; 0)$. **D.** $\vec{u_4} = (-1; 1)$.

Lời giải.
Đường phân giác góc phần tư thứ nhất là $x - y = 0$ suy ra VTPT $\vec{n}(1; -1)$ suy ra VTCP $\vec{u}(1; 1)$.
Chọn đáp án A □

Câu 7. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng song song với trục Ox?

A. $\vec{n_1} = (0; 1)$. **B.** $\vec{n_2} = (1; 0)$. **C.** $\vec{n_3} = (-1; 0)$. **D.** $\vec{n_4} = (1; 1)$.

Lời giải.
Đường thẳng song song với Ox: $y + m = 0\,(m \neq 0)$ suy ra VTPT $\vec{n}(0; 1)$.
Chọn đáp án A □

Câu 8. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng song song với trục Oy?

A. $\vec{n_1} = (1; 1)$. **B.** $\vec{n_2} = (0; 1)$. **C.** $\vec{n_3} = (-1; 1)$. **D.** $\vec{n_4} = (1; 0)$.

Lời giải.
Đường thẳng song song với Oy: $x + m = 0$ với $(m \neq 0)$ VTPT $\vec{n}(1; 0)$.
Chọn đáp án D □

Câu 9. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; 3)$ và $B(4; 1)$?

A. $\vec{n_1} = (2; -2)$. **B.** $\vec{n_2} = (2; -1)$. **C.** $\vec{n_3} = (1; 1)$. **D.** $\vec{n_4} = (1; -2)$.

Lời giải.
$\overrightarrow{AB} = (2; -2)$, suy ra đường thẳng AB có VTCP $\vec{u}(1; -1)$, suy ra VTPT $\vec{n}(1; 1)$.
Chọn đáp án C □

Câu 10. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và điểm $A(a; b)$?

A. $\vec{n_1} = (-a; b)$. **B.** $\vec{n_2} = (1; 0)$. **C.** $\vec{n_3} = (b; -a)$. **D.** $\vec{n_4} = (a; b)$.

Lời giải.
$\overrightarrow{OA} = (a; b)$, suy ra đường thẳng OA có VTCP $\vec{u} = \overrightarrow{OA} = (a; b)$, suy ra VTPT $\vec{n}(b; -a)$.
Chọn đáp án C □

Câu 11. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt $A(a; 0)$ và $B(0; b)$?

A. $\vec{n_1} = (b; -a)$. **B.** $\vec{n_2} = (-b; a)$. **C.** $\vec{n_3} = (b; a)$. **D.** $\vec{n_4} = (a; b)$.

Lời giải.
$\overrightarrow{AB} = (-a; b)$, suy ra đường thẳng AB có VTCP $\vec{u} = (-a; b)$, suy ra VTPT $\vec{n} = (b; a)$.
Chọn đáp án C □

Câu 12. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của đường phân giác góc phần tư thứ hai?

A. $\vec{n_1} = (1; 1)$. **B.** $\vec{n_2} = (0; 1)$. **C.** $\vec{n_3} = (1; 0)$. **D.** $\vec{n_4} = (-1; 1)$.

Lời giải.

Đường phân giác góc phần tư thứ hai $x + y = 0$, suy ra VTPT $\vec{n} = (1; 1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1)$. Trong các véc-tơ sau, véc-tơ nào là một véc-tơ pháp tuyến của d?

A. $\vec{n_1} = (-1; 2)$. **B.** $\vec{n_2} = (1; -2)$. **C.** $\vec{n_3} = (-3; 6)$. **D.** $\vec{n_4} = (3; 6)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}\,(2; -1)$, suy ra VTPT $\vec{n}\,(1; 2)$ hoặc $3\vec{n} = (3; 6)$.

Chọn đáp án D □

Câu 14. Đường thẳng d có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (4; -2)$. Trong các véc-tơ sau, véc-tơ nào là một véc-tơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u_1} = (2; -4)$. **B.** $\vec{u_2} = (-2; 4)$. **C.** $\vec{u_3} = (1; 2)$. **D.** $\vec{u_4} = (2; 1)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có VTPT $\vec{n}\,(4; -2)$, suy ra VTCP $\vec{u}\,(2; 4)$ hoặc $\dfrac{1}{2}\vec{u} = (1; 2)$.

Chọn đáp án C □

Câu 15. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; -4)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n_1} = (4; 3)$. **B.** $\vec{n_2} = (-4; -3)$. **C.** $\vec{n_3} = (3; 4)$. **D.** $\vec{n_4} = (3; -4)$.

Lời giải.

$$\begin{cases} \vec{u}_d = (3; -4) \\ \Delta \perp d \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_\Delta = \vec{u}_d = (3; -4).$$

Chọn đáp án D □

Câu 16. Đường thẳng d có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-2; -5)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u_1} = (5; -2)$. **B.** $\vec{u_2} = (-5; 2)$. **C.** $\vec{u_3} = (2; 5)$. **D.** $\vec{u_4} = (2; -5)$.

Lời giải.

$$\begin{cases} \vec{n}_d = (-2; -5) \\ \Delta \perp d \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_\Delta = \vec{n}_d = (-2; -5) \text{ hay chọn } -\vec{n}_\Delta = (2; 5).$$

Chọn đáp án C □

Câu 17. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; -4)$. Đường thẳng Δ song song với d có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n_1} = (4; 3)$. **B.** $\vec{n_2} = (-4; 3)$. **C.** $\vec{n_3} = (3; 4)$. **D.** $\vec{n_4} = (3; -4)$.

Lời giải.

$$\begin{cases} \vec{u}_d = (3; -4) \\ \Delta \parallel d \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_\Delta = \vec{u}_d = (3; -4) \Rightarrow \vec{n}_\Delta = (4; 3).$$

Chọn đáp án A □

Câu 18. Đường thẳng d có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-2; -5)$. Đường thẳng Δ song song với d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1} = (5; -2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (-5; -2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (2; 5)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (2; -5)$.

Lời giải.

$\begin{cases} \overrightarrow{n}_d = (-2; -5) \\ \Delta \parallel d \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n}_\Delta = \overrightarrow{n}_d = (-2; -5) \Rightarrow \overrightarrow{u}_\Delta = (5; -2)$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 19. Một đường thẳng có bao nhiêu véc-tơ chỉ phương?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.

Lời giải.

Theo định nghĩa, có vô số véc-tơ chỉ phương.

Chọn đáp án D ☐

Câu 20. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u} = (3; 5)$ có phương trình tham số là

A. $d\colon \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 5 - 2t \end{cases}$. **B.** $d\colon \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$. **C.** $d\colon \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$. **D.** $d\colon \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 + t \end{cases}$.

Lời giải.

$\begin{cases} M(1; -2) \in d \\ \overrightarrow{u}_d = (3; 5) \end{cases}$, suy ra PTTS $d\colon \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 21. Đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u} = (-1; 2)$ có phương trình tham số là

A. $d\colon \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$ **B.** $d\colon \begin{cases} x = 2t \\ y = t \end{cases}$ **C.** $d\colon \begin{cases} x = t \\ y = -2t \end{cases}$ **D.** $d\colon \begin{cases} x = -2t \\ y = t \end{cases}$

Lời giải.

$\begin{cases} O(0; 0) \in d \\ \overrightarrow{u}_d = -\overrightarrow{u} = (1; -2) \end{cases} \to$ PTTS $d\colon \begin{cases} x = t \\ y = -2t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 22. Đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u} = (3; 0)$ có phương trình tham số là

A. $d\colon \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 0 \end{cases}$ **B.** $d\colon \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 + 3t \end{cases}$ **C.** $d\colon \begin{cases} x = 3 \\ y = -2t \end{cases}$ **D.** $d\colon \begin{cases} x = 3t \\ y = -2 \end{cases}$

Lời giải.

$\begin{cases} M(0; -2) \in d \\ \overrightarrow{u}_d = \overrightarrow{u} = (3; 0) \end{cases} \to$ PTTS $d\colon \begin{cases} x = 3t \\ y = -2 \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 23. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$?

A. $\overrightarrow{u_1} = (6; 0)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (-6; 0)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (2; 6)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (0; 1)$.

Lời giải.

$d\colon \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases} \to$ VTCP $\overrightarrow{u} = (0; 6) = 6(0; 1)$ hay chọn $\overrightarrow{u} = (0; 1)$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 24. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x = 5 - \dfrac{1}{2}t \\ y = -3 + 3t \end{cases}$?

A. $\overrightarrow{u_1} = (-1; 6)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = \left(\dfrac{1}{2}; 3\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (5; -3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (-5; 3)$.

Lời giải.

$\Delta\colon \begin{cases} x = 5 - \dfrac{1}{2}t \\ y = -3 + 3t \end{cases} \to$ VTCP $\vec{u} = \left(-\dfrac{1}{2}; 3\right) = \dfrac{1}{2}(-1; 6)$ hay chọn $\vec{u}(-1; 6)$.

Chọn đáp án A □

Câu 25. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; -1)$ và $B(2; 5)$.

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = -6t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 6t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 6t \end{cases}$

Lời giải.

$\begin{cases} A(2; -1) \in AB \\ \vec{u}_{AB} = \overrightarrow{AB} = (0; 6) \end{cases} \to AB\colon \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Chọn đáp án A □

Câu 26. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-1; 3)$ và $B(3; 1)$.

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$

Lời giải.

$\begin{cases} A(-1; 3) \in AB \\ \vec{u}_{AB} = \overrightarrow{AB} = (4; -2) = -2(-2; 1) \end{cases} \to AB\colon \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Chọn đáp án D □

Câu 27. Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 1)$ và $B(2; 2)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = t \\ y = t \end{cases}$

Lời giải.

$\begin{cases} A(1; 1) \in AB \\ \vec{u}_{AB} = \overrightarrow{AB} = (1; 1) \end{cases} \to AB\colon \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}) \xrightarrow{t=-1} O(0; 0) \in AB \to AB : \begin{cases} x = t \\ y = t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Chọn đáp án D □

Câu 28. Đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; -7)$ và $B(1; -7)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = -7 - t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 - 7t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = t \\ y = 7 \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} A(3; -7) \in AB \\ \vec{u}_{AB} = \overrightarrow{AB} = (-2; 0) = -2(1; 0) \end{cases} \to AB\colon \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -7 \end{cases} \xrightarrow{t=-3} M(0; -7) \in AB \to AB\colon \begin{cases} x = t \\ y = -7. \end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 29. Phương trình nào dưới đây **không phải** là phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $O(0; 0)$ và $M(1; -3)$?

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + 6t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 3t \end{cases}$

Lời giải.

Kiểm tra đường thẳng nào không chứa $O(0;0) \to \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3t. \end{cases}$

Nếu cần thì có thể kiểm tra đường thẳng nào không chứa điểm $M(1;-3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 30. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;-1)$. Đường thẳng đi qua điểm B và song song với AC có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3 + t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = t \\ y = 3 - 5t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = t \end{cases}$

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng qua B và song song với AC.

Ta có $\begin{cases} B(0;3) \in d \\ \vec{u}_d = \overrightarrow{AC} = (-5;-1) = -1 \cdot (5;1) \end{cases} \to d\colon \begin{cases} x = 5t \\ y = 3 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Chọn đáp án A □

Câu 31. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(3;2)$, $P(4;0)$ và $Q(0;-2)$. Đường thẳng đi qua điểm A và song song với PQ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 2 - 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 + t \end{cases}$

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng qua A và song song với PQ.

Ta có $\begin{cases} A(3;2) \in d \\ \vec{u}_d = \overrightarrow{PQ} = (-4;-2) = -2(2;1) \end{cases} \to d\colon \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases} \xrightarrow{t=-2} M(-1;0) \in d$

$\to d\colon \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Chọn đáp án C □

Câu 32. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có đỉnh $A(-2;1)$ và phương trình đường thẳng chứa cạnh CD là $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 3t \end{cases}$. Viết phương trình tham số của đường thẳng chứa cạnh AB.

A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = -2 - 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 - 4t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$

Lời giải.

$\begin{cases} A(-2;1) \in AB, \vec{u}_{CD} = (4;3) \\ AB \parallel CD \to \vec{u}_{AB} = -\vec{u}_{CD} = (-4;-3) \end{cases} \to AB\colon \begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = 1 - 3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Chọn đáp án B □

Câu 33. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;5)$ và song song với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

A. $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 5 - t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 5 + t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -5 + t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 5 - t \\ y = -3 + t \end{cases}$

Lời giải.

Góc phần tư (I) $x - y = 0 \to$ VTCP : $\vec{u}(1;1) = \vec{u}_d \to d\colon \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 5 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 34. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(4;-7)$ và song song với trục Ox.

A. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -7t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 4 \\ y = -7 + t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -7 + t \\ y = 4 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$

Lời giải.

$\vec{u}_{Ox} = (1;0) \to \vec{u}_d = (1;0) \to d\colon \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -7 \end{cases} \Rightarrow t = -4A(0;-7) \in d \to d\colon \begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 35. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;4)$, $B(3;2)$ và $C(7;3)$. Viết phương trình tham số của đường trung tuyến CM của tam giác.

A. $\begin{cases} x = 7 \\ y = 3 + 5t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = -7 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 7 + t \\ y = 3 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - t \end{cases}$

Lời giải.

$\begin{cases} A(1;4) \\ B(3;2) \end{cases} \to M(2;3) \to \overrightarrow{MC} = (5;0) = 5(1;0) \to CM\colon \begin{cases} x = 7 + t \\ y = 3 \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 36. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;4)$, $B(5;0)$ và $C(2;1)$. Trung tuyến BM của tam giác đi qua điểm N có hoành độ bằng 20 thì tung độ bằng

A. -12. **B.** $-\dfrac{25}{2}$. **C.** -13. **D.** $-\dfrac{27}{2}$.

Lời giải.

$\begin{cases} A(2;4) \\ C(2;1) \end{cases} \to M\left(2;\dfrac{5}{2}\right) \to \overrightarrow{MB} = \left(3;-\dfrac{5}{2}\right) = \dfrac{1}{2}(6;-5) \to MB\colon \begin{cases} x = 5 + 6t \\ y = -5t \end{cases}$.

Ta có $N(20;y_N) \in BM \to \begin{cases} 20 = 5 + 6t \\ y_N = -5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \dfrac{5}{2} \\ y_N = -\dfrac{25}{2} \end{cases}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 37. Một đường thẳng có bao nhiêu véc-tơ pháp tuyến?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.

Lời giải.

Theo định nghĩa.

Chọn đáp án (D) □

Câu 38. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của $d\colon x - 2y + 2017 = 0$?

A. $\vec{n_1} = (0;-2)$. **B.** $\vec{n_2} = (1;-2)$. **C.** $\vec{n_3} = (-2;0)$. **D.** $\vec{n_4} = (2;1)$.

Lời giải.

$d\colon x - 2y + 2017 = 0 \to \vec{n}_d = (1;-2)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 39. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của $d\colon -3x + y + 2017 = 0$?

A. $\vec{n_1} = (-3;0)$. **B.** $\vec{n_2} = (-3;-1)$. **C.** $\vec{n_3} = (6;2)$. **D.** $\vec{n_4} = (6;-2)$.

Lời giải.

$d\colon -3x+y+2017=0 \to \vec{n}_d=(-3;1)$ hay chọn $-2\vec{n}_d=(6;-2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 40. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của $d\colon \begin{cases} x=-1+2t \\ y=3-t \end{cases}$?

A. $\vec{n_1}=(2;-1)$. **B.** $\vec{n_2}=(-1;2)$. **C.** $\vec{n_3}=(1;-2)$. **D.** $\vec{n_4}=(1;2)$.

Lời giải.

$d\colon \begin{cases} x=-1+2t \\ y=3-t \end{cases} \to \vec{u}_d=(2;-1) \to \vec{n}_d=(1;2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 41. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của $d\colon 2x-3y+2018=0$?

A. $\vec{u_1}=(-3;-2)$. **B.** $\vec{u_2}=(2;3)$. **C.** $\vec{u_3}=(-3;2)$. **D.** $\vec{u_4}=(2;-3)$.

Lời giải.

$d\colon 2x-3y+2018=0 \to \vec{n}_d=(2;-3) \to \vec{u}_d=(3;2)$ hay chọn $-\vec{n}_d=(-3;-2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 42. Đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A=(-3;2)$, $B=(-3;3)$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n_1}=(6;5)$. **B.** $\vec{n_2}=(0;1)$. **C.** $\vec{n_3}=(-3;5)$. **D.** $\vec{n_4}=(-1;0)$.

Lời giải.

Gọi d là trung trực đoạn AB, ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(0;1) \\ d\perp AB \end{cases} \to \vec{n}_d=\overrightarrow{AB}=(0;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 43. Cho đường thẳng $\Delta\colon x-3y-2=0$. Véc-tơ nào sau đây **không phải** là véc-tơ pháp tuyến của Δ?

A. $\vec{n_1}=(1;-3)$. **B.** $\vec{n_2}=(-2;6)$. **C.** $\vec{n_3}=\left(\dfrac{1}{3};-1\right)$. **D.** $\vec{n_4}=(3;1)$.

Lời giải.

$$\Delta\colon x-3y-2=0 \to \vec{n}_\Delta=(1;-3) \to \begin{cases} \vec{n}_1(1;-3)=\vec{n}_\Delta \\ \vec{n}_2(-2;6)=-2\vec{n}_\Delta \\ \vec{n}_3\left(\dfrac{1}{3};-1\right)=\dfrac{1}{3}\vec{n}_\Delta. \end{cases}$$

Chọn đáp án D □

Câu 44. Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;-2)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(-2;4)$ có phương trình tổng quát là

A. $d\colon x+2y+4=0$. **B.** $d\colon x-2y-5=0$. **C.** $d\colon -2x+4y=0$. **D.** $d\colon x-2y+4=0$.

Lời giải.

$\begin{cases} A(1;-2)\in d \\ \vec{n}_d=(-2;4)=-2(1;-2) \end{cases} \to d\colon (x-1)-2(y+2)=0$

$\Leftrightarrow d\colon -2x+4y+10=0 \Leftrightarrow d\colon x-2y-5=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 45. Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(3;0)$ có phương trình tổng quát là

A. $d\colon x = 0$. **B.** $d\colon y + 2 = 0$. **C.** $d\colon y - 2 = 0$. **D.** $d\colon x - 2 = 0$.

Lời giải.

$\begin{cases} M(0;-2) \in d \\ \vec{u}_d = (3;0) = 3(1;0) \to \vec{n}_d = (0;1) \end{cases} \to d\colon y + 2 = 0.$

Chọn đáp án B □

Câu 46. Đường thẳng d đi qua điểm $A(-4;5)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;2)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = -4 - 2t \\ y = 5 + 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -4 + 3t \end{cases}$.

Lời giải.

$\begin{cases} A(-4;5) \in d \\ \vec{n}_d = (3;2) \to \vec{u}_d = (-2;3) \end{cases} \Rightarrow d : \begin{cases} x = -4 - 2t \\ y = 5 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Chọn đáp án A □

Câu 47. Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$?

A. $4x + 5y + 17 = 0$. **B.** $4x - 5y + 17 = 0$. **C.** $4x + 5y - 17 = 0$. **D.** $4x - 5y - 17 = 0$.

Lời giải.

Ta có:$d : \begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 1 + 4t \end{cases} \to \begin{cases} A(3;1) \in d \\ \vec{u}_d = (-5;4) \to \vec{n}_d = (4;5) \end{cases} \Rightarrow d : 4(x-3) + 5(y-1) = 0 \Leftrightarrow d : 4x + 5y - 17 = 0.$

Chọn đáp án C □

Câu 48. Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 15 \\ y = 6 + 7t \end{cases}$?

A. $x - 15 = 0$. **B.** $x + 15 = 0$. **C.** $6x - 15y = 0$. **D.** $x - y - 9 = 0$.

Lời giải.

$d : \begin{cases} x = 15 \\ y = 6 + 7t \end{cases} \to \begin{cases} A(15;6) \in d \\ \vec{u}_d = (0;7) = 7(0;1) \to \vec{n}_d = (1;0) \end{cases} \Rightarrow d : x - 15 = 0.$

Chọn đáp án A □

Câu 49. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng $d\colon x - y + 3 = 0$?

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 3 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = 3 - t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3 \\ y = t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \end{cases}$.

Lời giải.

$d : x - y + 3 = 0 \to \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3 \\ \vec{n}_d = (1;-1) \end{cases} \to \begin{cases} A(0;3) \in d \\ \vec{u}_d = (1;1) \end{cases} \Rightarrow d : \begin{cases} x = t \\ y = 3 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Chọn đáp án A □

Câu 50. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng $d : 3x - 2y + 6 = 0$?

A. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t + 3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = \frac{3}{2}t + 3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = t \\ y = -\frac{3}{2}t + 3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = \frac{3}{2}t + 3 \end{cases}$.

Lời giải.

$d : 3x - 2y + 6 = 0 \to \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3 \\ \vec{n}_d = (3;-2) \end{cases} \to \begin{cases} A(0;3) \in d \\ \vec{u}_d = (2;3) = 2\left(1;\frac{3}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow d : \begin{cases} x = t \\ y = 3 + \frac{3}{2}t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Chọn đáp án (B) □

Câu 51. Cho đường thẳng $d\colon 3x+5y+2018=0$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

A. d có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;5)$.

B. d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;-3)$.

C. d có hệ số góc $k=\dfrac{5}{3}$.

D. d song song với đường thẳng $\Delta\colon 3x+5y=0$.

Lời giải.

$$d\colon 3x+5y+2018=0\rightarrow\begin{cases}\vec{n}_d=(3;5)\\ \vec{u}_d=(5;-3)\\ k_d=-\dfrac{3}{5}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\vec{n}=(3;5)=\vec{n}_d\\ \vec{u}=(5;-3)=\vec{u}_d\\ k=\dfrac{5}{3}\neq k_d\end{cases}.$$

Mặt khác ta có $d\colon 3x+5y+2018=0\rightarrow d\parallel\Delta\colon 3x+5y=0\rightarrow$ D đúng

Chọn đáp án (D) □

Câu 52. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta\colon 2x+3y-12=0$ có phương trình tổng quát là

A. $2x+3y-8=0$. **B.** $2x+3y+8=0$. **C.** $4x+6y+1=0$. **D.** $4x-3y-8=0$.

Lời giải.

$\begin{cases}M(1;2)\in d\\ d\parallel\Delta\colon 2x+3y-12=0\end{cases}\rightarrow\begin{cases}M(1;2)\in d\\ d\colon 2x+3y+c=0\,(c\neq-12)\end{cases}\rightarrow 2.1+3.2+c=0\Leftrightarrow c=-8$. Vậy $d\colon 2x+3y-8=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 53. Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua O và song song với đường thẳng $\Delta\colon 6x-4x+1=0$ là

A. $3x-2y=0$. **B.** $4x+6y=0$. **C.** $3x+12y-1=0$. **D.** $6x-4y-1=0$.

Lời giải.

$\begin{cases}O(0;0)\in d\\ d\parallel\Delta\colon 6x-4x+1=0\end{cases}\rightarrow\begin{cases}O(0;0)\in d\\ d\colon 6x-4x+c=0\,(c\neq 1)\end{cases}\rightarrow 6.0-4.0+c=0\Leftrightarrow c=0$. Vậy $d\colon 6x-4y=0\Leftrightarrow d\colon 3x-2y=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 54. Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon 2x+y-3=0$ có phương trình tổng quát là

A. $2x+y=0$. **B.** $x-2y-3=0$. **C.** $x+y-1=0$. **D.** $x-2y+5=0$.

Lời giải.

$\begin{cases}M(-1;2)\in d\\ d\perp\Delta\colon 2x+y-3=0\end{cases}\rightarrow\begin{cases}M(-1;2)\in d\\ d\colon x-2y+c=0\end{cases}\rightarrow -1-2.2+c=0\Leftrightarrow c=5$. Vậy $d\colon x-2y+5=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 55. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(4;-3)$ và song song với đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=3-2t\\ y=1+3t\end{cases}$.

A. $3x+2y+6=0$. **B.** $-2x+3y+17=0$. **C.** $3x+2y-6=0$. **D.** $3x-2y+6=0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} A(4;-3) \in d \\ \vec{u}_d = (-2;3) \\ \Delta \parallel d \end{cases} \to \begin{cases} A(4;-3) \in d \\ \vec{u}_\Delta = (-2;3) \to \vec{n}_\Delta = (3;2) \end{cases}$$
$$\to \Delta\colon 3(x-4) + 2(y+3) = 0 \Leftrightarrow \Delta\colon 3x + 2y - 6 = 0.$$

Chọn đáp án C ☐

Câu 56. Cho tam giác ABC có $A(2;0)$, $B(0;3)$, $C(3;1)$. Đường thẳng d đi qua B và song song với AC có phương trình tổng quát là

A. $5x + y + 3 = 0$. **B.** $5x + y - 3 = 0$. **C.** $x + 5y - 15 = 0$. **D.** $x - 15y + 15 = 0$.

Lời giải.

$$\begin{cases} B(0;3) \in d \\ \vec{u}_{AC} = \overrightarrow{AC} = (-5;1) \\ d \parallel AC \end{cases} \to \begin{cases} B(0;3) \in d \\ \vec{n}_d = (1;5) \end{cases}$$
$$\to d\colon 1(x-0) + 5(y-3) = 0 \Leftrightarrow d\colon x + 5y - 15 = 0.$$

Chọn đáp án C ☐

Câu 57. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;0)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x = t \\ y = -2t \end{cases}$.

A. $2x + y + 2 = 0$. **B.** $2x - y + 2 = 0$. **C.** $x - 2y + 1 = 0$. **D.** $x + 2y + 1 = 0$.

Lời giải.

$$\begin{cases} M(-1;0) \in d \\ \vec{u}_\Delta = (1;-2) \\ d \perp \Delta \end{cases} \to \begin{cases} M(-1;0) \in d \\ \vec{n}_d = (1;-2) \end{cases} \to d\colon 1(x+1) - 2(y-0) = 0 \Leftrightarrow d\colon x - 2y + 1 = 0.$$

Chọn đáp án C ☐

Câu 58. Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$.

Lời giải.

$$\begin{cases} M(-2;1) \in d \\ \vec{u}_\Delta = (-3;5) \\ d \perp \Delta \end{cases} \to \begin{cases} M(-2;1) \in d \\ \vec{n}_d = (-3;5) \to \vec{u}_d = (5;3) \end{cases} \to d\colon \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Chọn đáp án B ☐

Câu 59. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(-1;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta\colon 3x - 13y + 1 = 0$.

A. $\begin{cases} x=-1+13t \\ y=2+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+13t \\ y=-2+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1-13t \\ y=2+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-13t \end{cases}$.

Lời giải.

$\begin{cases} A(-1;2)\in d \\ \vec{n}_\Delta=(3;-13) \\ d\parallel\Delta \end{cases} \to \begin{cases} A(-1;2)\in d \\ \vec{n}_d=(3;-13)\to\vec{u}_d=(13;3) \end{cases} \to d\colon \begin{cases} x=-1+13t \\ y=2+3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Chọn đáp án A □

Câu 60. Viết phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $A(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon 2x-y+4=0$.

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=4+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \end{cases}$.

Lời giải.

$\begin{cases} A(-1;2)\in d \\ \vec{n}_\Delta=(2;-1) \\ d\perp\Delta \end{cases} \to \begin{cases} A(-1;2)\in d \\ \vec{u}_d=(2;-1) \end{cases} \to d\colon \begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Chọn đáp án A □

Câu 61. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;-5)$ và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.

A. $x+y-3=0$. **B.** $x-y-3=0$. **C.** $x+y+3=0$. **D.** $2x-y-1=0$.

Lời giải.

$\begin{cases} M(-2;-5)\in d \\ (I)\colon x-y=0\,(\Delta) \\ d\parallel\Delta \end{cases} \to \begin{cases} M(-2;-5)=0 \\ d\colon x-y+c=0\,(c\neq 0) \end{cases} \to -2-(-5)+c=0 \Leftrightarrow c=-3$. Vậy $d\colon x-y-3=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 62. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1)$ và vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.

A. $x+y-4=0$. **B.** $x-y-4=0$. **C.** $x+y+4=0$. **D.** $x-y+4=0$.

Lời giải.

$$\begin{cases} M(3;-1)\in d \\ (II)\colon x+y=0\,(\Delta) \\ d\perp\Delta \end{cases} \to \begin{cases} M(3;-1) \\ d\colon x-y+c=0 \end{cases}$$
$$\to 3-(-1)+c=0 \Leftrightarrow c=-4 \to d\colon x-y-4=0.$$

Chọn đáp án B □

Câu 63. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(-4;0)$ và vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.

A. $\begin{cases} x=t \\ y=-4+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-4+t \\ y=-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=4+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=4-t \end{cases}$.

Lời giải.

$$\begin{cases} M\left(-4;0\right)\in d \\ \left(II\right): x+y=0\left(\Delta\right)\to \vec{n}_{\Delta}=\left(1;1\right) \\ d\perp\Delta\to\vec{u}_d=\left(1;1\right)\end{cases}\to \begin{cases} x=-4+t \\ y=t\end{cases}\xrightarrow{t=4} A\left(0;4\right)\in d$$

$$\to d\colon \begin{cases} x=t \\ y=4+t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right).$$

Chọn đáp án C □

Câu 64. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M\left(-1;2\right)$ và song song với trục Ox.

A. $y+2=0$. **B.** $x+1=0$. **C.** $x-1=0$. **D.** $y-2=0$.

Lời giải.

$\begin{cases} M\left(-1;2\right)\in d \\ d\parallel Ox\colon y=0\end{cases}\to d\colon y=2.$

Chọn đáp án D □

Câu 65. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M\left(6;-10\right)$ và vuông góc với trục Oy.

A. $\begin{cases} x=10+t \\ y=6\end{cases}$. **B.** $d\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=-10\end{cases}$. **C.** $d\colon \begin{cases} x=6 \\ y=-10-t\end{cases}$. **D.** $d\colon \begin{cases} x=6 \\ y=-10+t\end{cases}$.

Lời giải.

$$\begin{cases} M\left(6;-10\right)\in d \\ d\perp Oy\colon x=0\to\vec{u}_d=\left(1;0\right)\end{cases}\to d\colon \begin{cases} x=6+t \\ y=-10\end{cases}\xrightarrow{t=-4} A\left(2;-10\right)\in d$$

$$\to d\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=-10\end{cases}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 66. Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A\left(3;-1\right)$ và $B\left(1;5\right)$ là

A. $-x+3y+6=0$. **B.** $3x-y+10=0$. **C.** $3x-y+6=0$. **D.** $3x+y-8=0$.

Lời giải.

$$\begin{cases} A\left(3;-1\right)\in AB \\ \vec{u}_{AB}=\overrightarrow{AB}=\left(-2;6\right)\to\vec{n}_{AB}=\left(3;1\right)\end{cases}$$

$$\to AB\colon 3\left(x-3\right)+1\left(y+1\right)=0\Leftrightarrow AB\colon 3x+y-8=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 67. Phương trình đường thẳng cắt hai trục tọa độ tại $A\left(2;0\right)$ và $B\left(0;3\right)$ là

A. $2x-3y+4=0$. **B.** $3x2y+6=0$. **C.** $3x2y-6=0$. **D.** $2x3y-4=0$.

Lời giải.

$\begin{cases} A\left(-2;0\right) \in Ox \\ B\left(0;3\right) \in Oy \end{cases} \rightarrow AB\colon \dfrac{x}{-2} + \dfrac{y}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x - 2y + 6 = 0.$

Chọn đáp án B □

Câu 68. Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A\left(2;-1\right)$ và $B\left(2;5\right)$ là

A. $x + y - 1 = 0$. **B.** $2x - 7y + 9 = 0$. **C.** $x + 2 = 0$. **D.** $x - 2 = 0$.

Lời giải.

$\begin{cases} A\left(2;-1\right) \in AB \\ \vec{u}_{AB} = \overrightarrow{AB} = (0;6) \rightarrow \vec{n}_{AB} = (1;0) \end{cases} \rightarrow AB\colon x - 2 = 0.$

Chọn đáp án D □

Câu 69. Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A\left(3;-7\right)$ và $B\left(1;-7\right)$ là

A. $y - 7 = 0$. **B.** $y + 7 = 0$. **C.** $x + y + 4 = 0$. **D.** $x + y + 6 = 0$.

Lời giải.

$\begin{cases} A\left(3;-7\right) \in AB \\ \vec{u}_{AB} = \overrightarrow{AB} = (-4;0) \rightarrow \vec{n}_{AB} = (0;1) \end{cases} \rightarrow AB\colon y + 7 = 0.$

Chọn đáp án B □

Câu 70. Cho tam giác ABC có $A\left(1;1\right)$, $B(0;-2), C\left(4;2\right)$. Lập phương trình đường trung tuyến của tam giác ABC kẻ từ A.

A. $x + y - 2 = 0$. **B.** $2x + y - 3 = 0$. **C.** $x + 2y - 3 = 0$. **D.** $x - y = 0$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC. Ta cần viết phương trình đường thẳng AM.

Ta có $\begin{cases} B\left(0;-2\right) \\ C\left(4;2\right) \end{cases} \rightarrow M\left(2;0\right) \rightarrow \vec{u}_{AM} = \overrightarrow{AM} = (1;-1) \rightarrow \vec{n}_{AM} = (1;1) \rightarrow AM\colon x + y - 2 = 0.$

Chọn đáp án A □

Câu 71. Đường trung trực của đoạn AB với $A\left(1;-4\right)$ và $B\left(5;2\right)$ có phương trình là

A. $2x + 3y - 3 = 0$. **B.** $3x + 2y + 1 = 0$. **C.** $3x - y + 4 = 0$. **D.** $x + y - 1 = 0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB và d là trung trực đoạn AB.

Ta có $\begin{cases} A\left(1;-4\right), B\left(5;2\right) \Rightarrow I\left(3;-1\right) \in d \\ d \perp AB \Rightarrow \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (4;6) = 2\left(2;3\right) \end{cases} \Rightarrow d: 2x + 3y - 3 = 0.$

Chọn đáp án A □

Câu 72. Đường trung trực của đoạn AB với $A\left(4;-1\right)$ và $B\left(1;-4\right)$ có phương trình là

A. $x + y = 1$. **B.** $x + y = 0$. **C.** $y - x = 0$. **D.** $x - y = 1$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB và d là trung trực đoạn AB.

Ta có $\begin{cases} A\left(4;-1\right), B\left(1;-4\right) \Rightarrow I\left(\dfrac{5}{2};-\dfrac{5}{2}\right) \in d \\ d \perp AB \Rightarrow \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (-3;-3) = -3\left(1;1\right) \end{cases} \Rightarrow d: x + y = 0.$

Chọn đáp án B □

Câu 73. Đường trung trực của đoạn AB với $A\left(1;-4\right)$ và $B\left(1;2\right)$ có phương trình là

A. $y + 1 = 0$. **B.** $x + 1 = 0$. **C.** $y - 1 = 0$. **D.** $x - 4y = 0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB và d là trung trực đoạn AB.

Ta có $\begin{cases} A(1;-4), B(1;2) \Rightarrow I(1;-1) \in d \\ d \perp AB \Rightarrow \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (0;6) = 6(0;1) \end{cases} \Rightarrow d: y+1=0.$

Chọn đáp án A □

Câu 74. Đường trung trực của đoạn AB với $A(1;-4)$ và $B(3;-4)$ có phương trình là

A. $y+4=0$. **B.** $x+y-2=0$. **C.** $x-2=0$. **D.** $y-4=0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB và d là trung trực đoạn AB.

Ta có $\begin{cases} A(1;-4), B(3;-4) \Rightarrow I(2;-4) \in d \\ d \perp AB \Rightarrow \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (2;0) = 2(1;0) \end{cases} \Rightarrow d: x-2=0.$

Chọn đáp án C □

Câu 75. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;-1), B(4;5)$ và $C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ A.

A. $7x+3y-11=0$. **B.** $-3x+7y+13=0$. **C.** $3x+7y+1=0$. **D.** $7x+3y+13=0$.

Lời giải.

Gọi h_A là đường cao kẻ từ A của tam giác ABC.

Ta có $\begin{cases} A(2;-1) \in h_A \\ h_A \perp BC \Rightarrow \vec{n}_{h_A} = \overrightarrow{BC} = (-7;-3) = -(7;3) \end{cases} \Rightarrow h_A: 7x+3y-11=0.$

Chọn đáp án A □

Câu 76. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;-1), B(4;5)$ và $C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ B.

A. $3x-5y-13=0$. **B.** $3x+5y-20=0$. **C.** $3x+5y-37=0$. **D.** $5x-3y-5=0$.

Lời giải.

Gọi h_B là đường cao kẻ từ B của tam giác ABC.

Ta có $\begin{cases} B(4;5) \in h_B \\ h_B \perp AC \Rightarrow \vec{n}_{h_B} = \overrightarrow{AC} = (-5;3) = -(5;-3) \end{cases} \Rightarrow h_B: 5x-3y-5=0.$

Chọn đáp án D □

Câu 77. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;-1), B(4;5)$ và $C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ C.

A. $x+y-1=0$. **B.** $x+3y-3=0$. **C.** $3x+y+11=0$. **D.** $3x-y+11=0$.

Lời giải.

Gọi h_C là đường cao kẻ từ C của tam giác ABC.

Ta có $\begin{cases} C(-3;2) \in h_C \\ h_C \perp AB \Rightarrow \vec{n}_{h_C} = \overrightarrow{AB} = (2;6) = 2(1;3) \end{cases} \Rightarrow h_C: x+3y-3=0.$

Chọn đáp án B □

Câu 78. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: x-2y+1=0$ và $d_2: -3x+6y-10=0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.

C. Vuông góc với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải.

$\begin{cases} d_1 : x - 2y + 1 = 0 \\ d_2 : -3x + 6y - 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{1}{-3} = \dfrac{-2}{6} \neq \dfrac{1}{-10} \Rightarrow d_1 || d_2.$

Chọn đáp án B □

Câu 79. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1 : 3x - 2y - 6 = 0$ và $d_2 : 6x - 2y - 8 = 0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải.

$\begin{cases} d_1 : 3x - 2y - 6 = 0 \Rightarrow \vec{n}_1 = (3; -2) \\ d_2 : 6x - 2y - 8 = 0 \Rightarrow \vec{n}_2 = (6; -2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{3}{6} \neq \dfrac{-2}{-2} \\ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow d_1, d_2$ cắt nhau nhưng không vuông góc

Chọn đáp án D □

Câu 80. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{4} = 1$ và $d_2 : 3x + 4y - 10 = 0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải.

$\begin{cases} d_1 : \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{4} = 1 \Rightarrow \vec{n}_1 = \left(\dfrac{1}{3}; -\dfrac{1}{4}\right) \\ d_2 : 3x + 4y - 10 = 0 \Rightarrow \vec{n}_2 = (3; 4) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Rightarrow d_1 \perp d_2.$

Chọn đáp án C □

Câu 81. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = -8 + 4t' \end{cases}$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải.

$\left.\begin{array}{l} d_1 : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_1 = (1; -2) \\ d_2 : \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = -8 + 4t' \end{cases} \Rightarrow B\,(2; -8) \in d_2, \vec{u}_2 = (-2; 4) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{-2} = \dfrac{-2}{4} \\ B \in d_1 \leftrightarrow t = 3 \end{cases} \Rightarrow d_1 \equiv d_2.$

Chọn đáp án A □

Câu 82. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = -8 + 4t' \end{cases}$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải.

$\left.\begin{array}{l} d_1 : \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \end{cases} \Rightarrow A\,(-3; 2) \in d_1, \vec{u}_1 = (2; -3) \\ d_2 : \begin{cases} x = 1 - 2t' \\ y = 4 + 3t' \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_2 = (-2; 3) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{2}{-2} = \dfrac{-3}{3} \\ A \notin d_2 \end{cases} \Rightarrow d_1 || d_2.$

Chọn đáp án B □

Câu 83. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng $\Delta_1 : \begin{cases} x = 3 + \frac{3}{2}t \\ y = -1 + \frac{4}{3}t \end{cases}$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = \frac{9}{2} + 9t' \\ y = \frac{1}{3} + 8t' \end{cases}$.

A. Trùng nhau. **B**. Song song.
C. Vuông góc với nhau. **D**. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải.

$$\left.\begin{array}{l} \Delta_1 : \begin{cases} x = 3 + \frac{3}{2}t \\ y = -1 + \frac{4}{3}t \end{cases} \Rightarrow A(3; -1) \in \Delta_1, \vec{u}_1 = \left(\frac{3}{2}; \frac{4}{3}\right) \\ \Delta_2 : \begin{cases} x = \frac{9}{2} + 9t' \\ y = \frac{1}{3} + 8t' \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_2 = (9; 8) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\frac{3}{2}}{9} = \dfrac{\frac{4}{3}}{8} \\ A \in \Delta_2 \leftrightarrow t' = -\frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow \Delta_1 \equiv \Delta_2.$$

Chọn đáp án A ☐

Câu 84. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng $\Delta_1 : 7x + 2y - 1 = 0$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 5t \end{cases}$.

A. Trùng nhau. **B**. Song song.
C. Vuông góc với nhau. **D**. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải.

$$\left.\begin{array}{l} \Delta_1 : 7x + 2y - 1 = 0 \Rightarrow \vec{n}_1 = (7; 2) \\ \Delta_2 : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 5t \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_2 = (1; -5) \Rightarrow \vec{n}_2 = (5; 1) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \frac{7}{5} \neq \frac{2}{1} \\ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta_1, \Delta_2 \text{ cắt nhau nhưng}$$

không vuông góc

Chọn đáp án D ☐

Câu 85. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$ và $d_2 : 3x + 2y - 14 = 0$.

A. Trùng nhau. **B**. Song song.
C. Vuông góc với nhau. **D**. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải.

$$\left.\begin{array}{l} d_1 : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases} \Rightarrow A(4; 1) \in d_1, \vec{u}_1 = (2; -3) \\ d_2 : 3x + 2y - 14 = 0 \Rightarrow \vec{n}_2 = (3; 2) \Rightarrow \vec{u}_2 = (2; -3) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_1 = \vec{u}_2 \\ A \in d_2 \end{cases} \Rightarrow d_1 \equiv d_2.$$

Chọn đáp án A ☐

Câu 86. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 5t \end{cases}$ và $d_2 : 5x + 2y - 14 = 0$.

A. Trùng nhau. **B**. Song song.
C. Vuông góc với nhau. **D**. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải.

$$\left.\begin{array}{l} d_1 : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 5t \end{cases} \Rightarrow A(4; 1) \in d_1, \vec{u}_1 = (2; -5) \\ d_2 : 5x + 2y - 14 = 0 \Rightarrow \vec{n}_2 = (5; 2) \Rightarrow \vec{u}_2 = (2; -5) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_1 = \vec{u}_2 \\ A \notin d_2 \end{cases} \Rightarrow d_1 || d_2.$$

Chọn đáp án B ☐

Câu 87. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2+3t \\ y = -2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2t' \\ y = -2+3t' \end{cases}$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.

C. Vuông góc với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải.

$$\left.\begin{array}{l} d_1: \begin{cases} x = 2+3t \\ y = -2t \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_1 = (3;-2) \\ d_2: \begin{cases} x = 2t' \\ y = -2+3t' \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_2 = (2;3) \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Rightarrow d_1 \perp d_2.$$

Chọn đáp án C □

Câu 88. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2+t \\ y = -3+2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 5-t_1 \\ y = -7+3t_1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. d_1 song song d_2. **B.** d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(1;3)$.

C. d_1 trùng với d_2. **D.** d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(3;1)$.

Lời giải.

Ta có

$$\left.\begin{array}{l} d_1: \begin{cases} x = 2+t \\ y = -3+2t \end{cases} \Rightarrow d_1: 2x-y-7=0 \\ d_2: \begin{cases} x = 5-t_1 \\ y = -7+3t_1 \end{cases} \Rightarrow d_2: 3x+y-8=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} d_1: 2x-y-7=0 \\ d_2: 3x+y-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

$\Rightarrow d_1 \cap d_2 = M(3;-1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 89. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 5+3t \end{cases}$ và $d_2: x-2y+1=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. d_1 song song d_2. **B.** d_2 song song với trục Ox.

C. d_2 cắt trục Oy tại $M\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** d_1 và d_2 cắt nhau tại $M\left(\dfrac{1}{8};\dfrac{3}{8}\right)$.

Lời giải.

$d_1: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 5+3t \end{cases} \Rightarrow d_1: 3x+y-8=0 \Rightarrow \begin{cases} d_1: 3x+y-8=0 \\ d_2: x-2y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{15}{7} \\ y = \dfrac{11}{7} \end{cases} \Rightarrow$A, B, D sai.

$Oy \cap d_2: x-2y+1=0 \leftrightarrow x=0 \Rightarrow y = \dfrac{1}{2} \Rightarrow d_2 \cap Oy = M\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 90. Cho bốn điểm $A(4;-3)$, $B(5;1)$, $C(2;3)$ và $D(-2;\ 2)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.

C. Vuông góc với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;4)$, $\overrightarrow{CD} = (-4;-1)$. Suy ra AB và CD cắt nhau nhưng không vuông góc.

Chọn đáp án (D) □

Câu 91. Cho bốn điểm $A\,(1;2)$, $B\,(4;0)$, $C\,(1;-3)$ và $D\,(7;-7)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.

C. Vuông góc với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải.

Vì $\overrightarrow{AB}=(3;-2)$, $\overrightarrow{CD}=(6;-4)$ và $\overrightarrow{AC}=(0;-5)$ nên $AB||CD$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 92. Các cặp đường thẳng nào sau đây vuông góc với nhau?

A. $d_1:\begin{cases}x=t\\y=-1-2t\end{cases}$ và $d_2:2x+y+1=0$. **B.** $d_1:x-2=0$ và $d_2:\begin{cases}x=t\\y=0\end{cases}$.

C. $d_1:2x-y+3=0$ và $d_2:x-2y+1=0$. **D.** $d_1:2x-y+3=0$ và $d_2:4x-2y+1=0$.

Lời giải.

(i) $\begin{cases}d_1:\begin{cases}x=t\\y=-1-2t\end{cases}\Rightarrow\vec{u}_1=(1;-2)\\d_2:2x+y1=0\Rightarrow\vec{n}_2=(2;1)\Rightarrow\vec{u}_2=(1;-2)\end{cases}\Rightarrow\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2\neq0\Rightarrow$ loại A.

(ii) $\begin{cases}d_1:x-2=0\Rightarrow\vec{n}_1=(1;0)\\d_2:d_2:\begin{cases}x=t\\y=0\end{cases}.\Rightarrow\vec{u}_2=(1;0)\Rightarrow\vec{n}_2=(0;1)\end{cases}\Rightarrow\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0\Rightarrow d_1\perp d_2$. Tương tự, kiểm tra và loại các đáp án C, D.

Chọn đáp án (D) □

Câu 93. Đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $2x+3y-1=0$?

A. $2x+3y+1=0$. **B.** $x-2y+5=0$. **C.** $2x-3y+3=0$. **D.** $4x-6y-2=0$.

Lời giải.

Xét đáp án A: $\begin{cases}d:2x+3y-1=0\\d_A:2x+3y+1=0\end{cases}\Rightarrow\dfrac{2}{2}=\dfrac{3}{3}\neq\dfrac{-1}{-1}\Rightarrow d||d_A$. Để ý rằng một đường thẳng song song với $2x+3y-1=0$ sẽ có dạng $2x+3y+c=0\,(c\neq-1)$. Do đó kiểm tra chỉ thấy có đáp án A thỏa mãn, các đáp án còn lại không thỏa mãn.

Chọn đáp án (A) □

Câu 94. Đường thẳng nào sau đây không có điểm chung với đường thẳng $x-3y+4=0$?

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=2-t\end{cases}$.

Lời giải.

Kí hiệu $d:x-3y+4=0\Rightarrow\vec{n}_d=(1;-3)$. (i) Xét đáp án A: $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=2+3t\end{cases}\Rightarrow\vec{n}_1=(1;3)\Rightarrow\vec{n}_1,\vec{n}$ không cùng phương nên loại A.

(ii) Xét đáp án B: $d_2:\begin{cases}x=1-t\\y=2+3t\end{cases}\Rightarrow\vec{n}_2=(3;1)\Rightarrow\vec{n}_2,\vec{n}$ không cùng phương nên loại B.

(iii) Xét đáp án C: $d_3:\begin{cases}x=1-3t\\y=2+t\end{cases}\Rightarrow\vec{n}_3=(1;3)\Rightarrow\vec{n}_3,\vec{n}$ không cùng phương nên loại C.

(iv) Xét đáp án D: $d_4:\begin{cases}x=1-3t\\y=2-t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}M\,(1;2)\in d_4\\\vec{n}_4=(1;-3)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{n}_4=\vec{n}\\M\notin d\end{cases}\Rightarrow d||d_4$.

Chọn đáp án D □

Câu 95. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng $4x-3y+1=0$?

A. $\begin{cases}x=4t\\y=-3-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4t\\y=-3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-4t\\y=-3-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=8t\\y=-3+t\end{cases}$.

Lời giải.

Kí hiệu $d:4x-3y+1=0\Rightarrow\vec{n}_d=(4;-3)$.

(i) Xét đáp án A: $d_1:\begin{cases}x=4t\\y=-3-3t\end{cases}\Rightarrow\vec{n}_1=(3;4)\Rightarrow\vec{n}_1\cdot\vec{n}_d=0$.

(ii) Tương tự kiểm tra và loại các đáp án B, C, D.

Chọn đáp án A □

Câu 96. Đường thẳng nào sau đây có vô số điểm chung với đường thẳng $\begin{cases}x=t\\y=-1\end{cases}$?

A. $\begin{cases}x=0\\y=-1+2018t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+2018t\\y=-1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=-1+t\end{cases}$.

Lời giải.

Hai đường thẳng có hai điểm chung thì chúng trùng nhau.

Như vậy bài toán trở thành tìm đường thẳng trùng với đường thẳng đã cho lúc đầu.

Ta có d: $\begin{cases}x=t\\y=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A(0;-1)\in d\\\vec{u}_d=(1;0).\end{cases}$

Kiểm tra đường thẳng nào chứa điểm $A(0;-1)$ và có VTCP cùng phương với $\vec{u}_d$.

Chọn đáp án C □

Câu 97. Đường thẳng nào sau đây có đúng một điểm chung với đường thẳng $\begin{cases}x=-2+3t\\y=5-7t\end{cases}$?

A. $7x+3y-1=0$. **B.** $7x+3y+1=0$.

C. $3x-7y+2018=0$. **D.** $7x+3y+2018=0$.

Lời giải.

Ta cần tìm đường thẳng cắt d: $\begin{cases}x=-2+3t\\y=5-7t\end{cases}\Rightarrow d\colon 7x+3y-1=0$.

Mà $d_1\colon 7x+3y-1=0\Rightarrow d_1\equiv d$ loại d_1.

Ta có $d_2\colon 7x+3y+1=0, d_3\colon 7x+3y+2018=0$ suy ra $d_2\parallel d$ và $d_3\parallel d$ loại d_2,d_3.

Chọn đáp án C □

Câu 98. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1\colon 3x+4y+10=0$ và $d_2\colon (2m-1)x+m^2y+10=0$ trùng nhau?

A. $m\pm 2$. **B.** $m=\pm1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases}d_2:(2m-1)x+m^2y+10=0\\d_1:3x+4y+10=0.\end{cases}$

Khi đó $d_1\equiv d_2\Leftrightarrow\dfrac{2m-1}{3}=\dfrac{m^2}{4}=\dfrac{10}{10}\Leftrightarrow\begin{cases}2m-1=3\\m^2=4\end{cases}\Leftrightarrow m=2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 99. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng có phương trình $d_1\colon mx+(m-1)y+2m=0$ và $d_2\colon 2x+y-1=0$. Nếu d_1 song song d_2 thì

A. $m=2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=1$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} d_1\colon mx+(m-1)\,y+2m=0 \\ d_2\colon 2x+y-1=0. \end{cases}$

Khi đó $d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow \dfrac{m}{2}=\dfrac{m-1}{1}\neq\dfrac{2m}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m=2m-2 \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$

Chọn đáp án (A) □

Câu 100. Tìm m để hai đường thẳng $d_1\colon 2x-3y+4=0$ và $d_2\colon \begin{cases} x=2-3t \\ y=1-4mt \end{cases}$ cắt nhau.

A. $m\neq-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m\neq 2$. **C.** $m\neq\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $d_1\colon 2x-3y+4=0$ và $d_2\colon \begin{cases} x=2-3t \\ y=1-4mt \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} \vec{n}_1=(2;-3) \\ \vec{n}_2=(4m;-3). \end{cases}$

Khi đó $d_1\cap d_2=M \Leftrightarrow \dfrac{4m}{2}\neq\dfrac{-3}{-3} \Leftrightarrow m\neq\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 101. Với giá trị nào của a thì hai đường thẳng $d_1\colon 2x-4y+1=0$ và $d_2\colon \begin{cases} x=-1+at \\ y=3-(a+1)t \end{cases}$ vuông góc với nhau?

A. $a=-2$. **B.** $a=2$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=1$.

Lời giải.

Ta có $d_1\colon 2x-4y+1=0$ và $d_2\colon \begin{cases} x=-1+at \\ y=3-(a+1)t \end{cases}$ nên $\begin{cases} \vec{n}_1=(1;-2) \\ \vec{n}_2=(a+1;a). \end{cases}$

Khi đó $d_1\perp d_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0 \Leftrightarrow a+1-2a=0 \Leftrightarrow a=1$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 102. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x=-2+2t \\ y=-3t \end{cases}$ và $d_2\colon \begin{cases} x=2+mt \\ y=-6+(1-2m)t \end{cases}$ trùng nhau?

A. $m=\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=2$. **D.** $m\neq\pm2$.

Lời giải.

Ta có

— $d_1\colon \begin{cases} x=-2+2t \\ y=-3t \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_1=(2;-3), d_1\colon 3x+2y+6=0.$

— $d_2\colon \begin{cases} x=2+mt \\ y=-6+(1-2m)t \end{cases} \Rightarrow A(2;-6)\in d_2, \vec{u}_2=(m;1-2m).$

Khi đó $d_1\equiv d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} A\in d_1 \\ \dfrac{m}{2}=\dfrac{1-2m}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\cdot2+2\cdot(-6)+6=0 \text{ (Đúng)} \\ m=2 \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$

Chọn đáp án C □

Câu 103. Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + mt \end{cases}$ và $d_2\colon 4x - 3y + m = 0$ trùng nhau?

A. $m = -3$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = \frac{4}{3}$. **D.** $m \in \varnothing$.

Lời giải.

Ta có

— $d_1\colon \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + mt \end{cases} \Rightarrow A(2; 1) \in d_1$, $\vec{u}_1 = (2; m)$.

— $d_2 : 4x - 3y + m = 0 \Rightarrow \vec{u}_2 = (3; 4)$.

Khi đó $d_1 \equiv d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} A \in d_2 \\ \frac{2}{3} = \frac{m}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 + m = 0 \\ m = \frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -5 \\ m = \frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

Chọn đáp án D □

Câu 104. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1\colon 2x + y + 4 - m = 0$ và $d_2\colon (m + 3)x + y + 2m - 1 = 0$ song song?

A. $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 3$.

Lời giải.

Với $m = 4 \Rightarrow \begin{cases} d_1 : 2x + y = 0 \\ d_2 : 7x + y + 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow d_1 \cap d_2 \neq \varnothing$. Nên loại $m = 4$.

Với $m \neq 4$ thì $\begin{cases} d_1\colon 2x + y + 4 - m = 0 \\ d_2\colon (m + 3)x + y - 2m - 1 = 0 \end{cases} \xrightarrow{d_1 || d_2} \frac{m + 3}{2} = \frac{1}{1} \neq \frac{-2m - 1}{4 - m} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m \neq -5 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$.

Chọn đáp án B □

Câu 105. Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng $\Delta_1\colon 2x - 3my + 10 = 0$ và $\Delta_2\colon mx + 4y + 1 = 0$ cắt nhau.

A. $1 < m < 10$. **B.** $m = 1$. **C.** Không có m. **D.** Với mọi m.

Lời giải.

— Với $m = 0$ ta có $\begin{cases} \Delta_1 : x + 5 = 0 \\ \Delta_2 : 4y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow m = 0$ (thoả mãn).

— Với $m \neq 0$ ta có $\Delta_1 \cap \Delta_2 = M \Leftrightarrow \frac{2}{m} \neq \frac{-3m}{4} \Leftrightarrow \forall m \neq 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 106. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $\Delta_1\colon mx + y - 19 = 0$ và $\Delta_2\colon (m - 1)x + (m + 1)y - 20 = 0$ vuông góc?

A. Với mọi m. **B.** $m = 2$. **C.** Không có m. **D.** $m = \pm 1$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \Delta_1\colon mx + y - 19 = 0 \Rightarrow \vec{n}_1 = (m; 1) \\ \Delta_2\colon (m - 1)x + (m + 1)y - 20 = 0 \Rightarrow \vec{n}_2 = (m - 1; m + 1) \end{cases}$

Khi đó $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow m(m - 1) + 1(m + 1) = 0 \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

Chọn đáp án C □

Câu 107. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1\colon 3mx + 2y + 6 = 0$ và $d_2\colon (m^2 + 2)x + 2my + 6 = 0$ cắt nhau?

A. $m \neq -1$. **B.** $m \neq 1$. **C.** $m \in \mathbb{R}$. **D.** $m \neq 1$ và $m \neq -1$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} d_1\colon 3mx + 2y + 6 = 0 \Rightarrow \vec{n}_1 = (3m; 2) \\ d_2\colon (m^2+2)x + 2my + 6 = 0 \Rightarrow \vec{n}_2 = (m^2+2; 2m). \end{cases}$

Suy ra

— $m = 0$, khi đó $\begin{cases} d_1\colon y + 3 = 0 \\ d_2\colon x + y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow m = 0$ (thoả mãn điều kiện).

— $m \neq 0$, khi đó $d_1 \cap d_2 = M \Leftrightarrow \dfrac{m^2+2}{3m} \neq \dfrac{2m}{2} \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

Chọn đáp án D □

Câu 108. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1\colon 2x - 3y - 10 = 0$ và $d_2\colon \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$ vuông góc?

A. $m = \dfrac{1}{2}$. **B.** $m = \dfrac{9}{8}$. **C.** $m = -\dfrac{9}{8}$. **D.** $m = -\dfrac{5}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} d_1\colon 2x - 3y - 10 = 0 \Rightarrow \vec{n}_1 = (2; -3) \\ d_2\colon \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_2 = (4m; -3) \end{cases}$

Khi đó $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow 2.4m + (-3)\cdot(-3) = 0 \Leftrightarrow m = -\dfrac{9}{8}$.

Chọn đáp án C □

Câu 109. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1\colon 4x - 3y + 3m = 0$ và $d_2\colon \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 + mt \end{cases}$ trùng nhau?

A. $m = -\dfrac{8}{3}$. **B.** $m = \dfrac{8}{3}$. **C.** $m = -\dfrac{4}{3}$. **D.** $m = \dfrac{4}{3}$.

Lời giải.

$\begin{cases} d_1\colon 4x - 3y + 3m = 0 \Rightarrow \vec{n}_1 = (4; -3). \\ d_2\colon \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 + mt \end{cases} \Rightarrow A(1;4) \in d_2, \vec{n}_2 = (m; -2) \end{cases}.$

Khi đó $d_1 \equiv d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} A \in d_1 \\ \vec{n}_1 \text{ cùng phương với } \vec{n}_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A \in d_1 \\ \dfrac{m}{4} = \dfrac{-2}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m - 8 = 0 \\ m = \dfrac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = \dfrac{8}{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 110. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1\colon 3mx + 2y - 6 = 0$ và $d_2\colon (m^2+2)\,x + 2my - 3 = 0$ song song?

A. $m = 1; m = -1$. **B.** $m \in \varnothing$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = -1$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} d_1\colon 3mx + 2y - 6 = 0 \Rightarrow \vec{n}_1 = (3m; 2) \\ d_2\colon \left(m^2+2\right)x + 2my - 3 = 0 \Rightarrow \vec{n}_2 = \left(m^2+2; 2m\right). \end{cases}$

— $m = 0 \Rightarrow \begin{cases} d_1\colon y - 3 = 0 \\ d_2\colon 2x + 2y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow m = 0$ không thỏa mãn.

— $m \neq 0$, khi đó $d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow \dfrac{m^2+2}{3m} = \dfrac{2m}{2} \neq \dfrac{-3}{-6} \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Chọn đáp án A □

Câu 111. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x = 8 - (m+1)t \\ y = 10 + t \end{cases}$ và $d_2\colon mx + 2y - 14 = 0$ song song?

A. $\left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -2 \end{array}\right.$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -2$. **D.** $m \in \varnothing$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} d_1\colon \begin{cases} x = 8 - (m+1)t \\ y = 10 + t \end{cases} \Rightarrow A\,(8; 10) \in d_1, \vec{n}_1 = (1; m+1) \\ d_2\colon mx + 2y - 14 = 0 \Rightarrow \vec{n}_2 = (m; 2). \end{cases}$

Khi đó $d_1 \parallel d_2$ khi và chỉ khi $\begin{cases} A \notin d_2 \\ \vec{n}_1 \text{ cùng phương với } \vec{n}_2 = (0; 2). \end{cases}$.

— Với $m = 0$ ta có $\begin{cases} A \notin d_2 \\ \vec{n}_1 = (1; 1), \vec{n}_2 = (0; 2) \end{cases}$. Suy ra $m = 0$ không thỏa mãn.

— Với $m \neq 0$ ta có $\begin{cases} A \notin d_2 \\ \dfrac{1}{m} = \dfrac{m+1}{2}. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8m + 6 \neq 0 \\ m^2 + m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -\dfrac{3}{4} \\ m = 1; m = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -2. \end{array}\right.$

Chọn đáp án A □

Câu 112. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1\colon (m-3)x + 2y + m^2 - 1 = 0$ và $d_2\colon -x + my + m^2 - 2m + 1 = 0$ cắt nhau?

A. $m \neq 1$. **B.** $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$. **C.** $m \neq 2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{array}\right.$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} d_1\colon (m-3)x + 2y + m^2 - 1 = 0 \\ d_2\colon -x + my + m^2 - 2m + 1 = 0. \end{cases}$

Khi đó $d_1 \cap d_2 = M$ khi và chỉ khi

— Với $m = 0$ ta có $\begin{cases} d_1 : -3x + 2y - 1 = 0 \\ d_2 : -x + 1 = 0 \end{cases}$ (thoả mãn).

— Với $m \neq 0$ ta có $\dfrac{m-3}{-1} \neq \dfrac{2}{m} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2. \end{cases}$

Chọn đáp án B □

Câu 113. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $\Delta_1\colon \begin{cases} x = m + 2t \\ y = 1 + (m^2+1)t \end{cases}$ và $\Delta_2\colon \begin{cases} x = 1 + mt \\ y = m + t \end{cases}$ trùng nhau?

A. Không có m. **B.** $m = \dfrac{4}{3}$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -3$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \Delta_1\colon \begin{cases} x = m + 2t \\ y = 1 + (m^2+1)t \end{cases} \Rightarrow A(m; 1) \in d_1, \vec{u}_1 = (2; m^2+1). \\ \Delta_2\colon \begin{cases} x = 1 + mt \\ y = m + t \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_2 = (m; 1). \end{cases}$

Khi đó $d_1 \equiv d_2$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} A \in d_2 \\ \dfrac{m}{2} = \dfrac{1}{m^2+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 + mt \\ 1 = m + t \\ m^3 + m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 + m(1-m) \\ (m-1)(m^2+m+2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Chọn đáp án C □

Câu 114. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta\colon 5x + 2y - 10 = 0$ và trục hoành.

A. $(0; 2)$. **B.** $(0; 5)$. **C.** $(2; 0)$. **D.** $(-2; 0)$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của đường thẳng Δ với trục hoành là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = 0 \\ 5x + 2y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0. \end{cases}$$

Chọn đáp án C □

Câu 115. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2t \\ y = -5 + 15t \end{cases}$ và trục tung.

A. $\left(\dfrac{2}{3}; 0\right)$. **B.** $(0; -5)$. **C.** $(0; 5)$. **D.** $(-5; 0)$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$ là giao điểm của đường thẳng d với trục tung.

Khi đó tọa độc của M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = -5 + 15t \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{2}{3} \\ y = 0 \\ t = \dfrac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow M\left(\dfrac{2}{3}; 0\right).$$

Chọn đáp án A □

Câu 116. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $7x - 3y + 16 = 0$ và $x + 10 = 0$.

A. $(-10; -18)$. **B.** $(10; 18)$. **C.** $(-10; 18)$. **D.** $(10; -18)$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng là nghiệm của hệ $\begin{cases} 7x - 3y + 16 = 0 \\ x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 \\ y = -18. \end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 117. Tìm toạ độ giao điểm của hai đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$ và $d_2\colon \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = 7 - 5t'. \end{cases}$

A. $(1; 7)$. **B.** $(-3; 2)$. **C.** $(2; -3)$. **D.** $(5; 1)$.

Lời giải.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} -3 + 4t = 1 + 4t' \\ 2 + 5t = 7 - 5t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - t' = 1 \\ t + t' = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 0. \end{cases}$

Thay $t = 1$ vào đường thẳng d_1 ta được $\begin{cases} x = 1 \\ y = 7. \end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 118. Cho hai đường thẳng $d_1\colon 2x + 3y - 19 = 0$ và $d_2\colon \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases}$. Tìm toạ độ giao điểm của hai đường thẳng đã cho.

A. $(2;5)$. **B.** $(10;25)$. **C.** $(-1;7)$. **D.** $(5;2)$.

Lời giải.

Gọi $M(x;y)$ là giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2.

Khi đó tọa độ giao điểm của M là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x + 3y - 19 = 0 \\ x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ t = -10 \end{cases} \Rightarrow M(2;5)$.

Chọn đáp án A □

Câu 119. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;0), B(1;4)$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = -t \\ y = 2 - t \end{cases}$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB và d.

A. $(2;0)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;-2)$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng AB có dạng $4x - 3y + 8 = 0$.

Gọi $M(x;y)$ là giao điểm của AB với d. Khi đó tọa độ của M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 4x - 3y + 8 = 0 \\ x = -t \\ y = 2 - t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow M(-2;0).$$

Chọn đáp án B □

Câu 120. Xác định a để hai đường thẳng $d_1\colon ax + 3y - 4 = 0$ và $d_2\colon \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + 3t \end{cases}$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

A. $a = 1$. **B.** $a = -1$. **C.** $a = 2$. **D.** $a = -2$.

Lời giải.

Gọi $A(x;y)$ là giao điểm của đường thẳng d_2 với trục Ox. Khi đó tọa độ của A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + 3t \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow A(-2;0).$$

Vì $A \in d_1 \Rightarrow -2a - 4 = 0 \Leftrightarrow a = -2$.

Chọn đáp án D □

Câu 121. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hai đường thẳng $d_1\colon 4x + 3my - m^2 = 0$ và $d_2\colon \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 6 + 2t \end{cases}$ cắt nhau tại một điểm thuộc trục tung.

A. $m = 0$ hoặc $m = -6$. **B.** $m = 0$ hoặc $m = 2$.

C. $m = 0$ hoặc $m = -2$. **D.** $m = 0$ hoặc $m = 6$.

Lời giải.

Gọi $A(x;y)$ là giao điểm của đường thẳng d_2 với trục Oy. khi đó tọa độ của A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = 2+t \\ y = 6+2t \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow A(0;2).$$

Vì $A \in d_1 \Rightarrow 6m - m^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 6. \end{array}\right.$

Chọn đáp án (D) □

Câu 122. Cho ba đường thẳng $d_1\colon 3x-2y+5=0$, $d_2\colon 2x+4y-7=0$, $d_3\colon 3x+4y-1=0$. Phương trình đường thẳng d đi qua giao điểm của d_1 và d_2, và song song với d_3 là

A. $24x+32y-53=0$. **B**. $24x+32y+53=0$.

C. $24x-32y+53=0$. **D**. $24x-32y-53=0$.

Lời giải.

Gọi $A(x;y)$ là giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 nên tọa độ của nó là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x-2y+5=0 \\ 2x+4y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{3}{8} \\ y = \dfrac{31}{16}. \end{cases} \Rightarrow A\left(-\dfrac{3}{8};\dfrac{31}{16}\right)$.

Đường thẳng d song song với d_3 nên $d\colon 3x+4y+c=0$. Vì $A \in d \Rightarrow -\dfrac{9}{8}+\dfrac{31}{4}+c=0 \Leftrightarrow c=-\dfrac{53}{8}$.

Vậy $d: 3x+4y-\dfrac{53}{8}=0 \Leftrightarrow d\colon 24x+32y-53=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 123. Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1\colon x+3y-1=0$, $d_2\colon x-3y-5=0$ và vuông góc với đường thẳng $d_3\colon 2x-y+7=0$.

A. $3x+6y-5=0$. **B**. $6x+12y-5=0$. **C**. $6x+12y+10=0$. **D**. $x+2y+10=0$.

Lời giải.

Gọi $A(x;y)$ là giao điểm của d_1 và d_2 nên tọa độ của nó là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x+3y-1=0 \\ x-3y-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -\dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow A\left(3;-\dfrac{2}{3}\right).$$

Đường thẳng $\Delta \perp d_3$ nên $\Delta\colon x+2y+c=0$. Vì $A \in \Delta \Rightarrow 3+2.\left(-\dfrac{2}{3}\right)+c=0 \Leftrightarrow c=-\dfrac{5}{3}$.

Vậy $\Delta\colon x+2y-\dfrac{5}{3}=0 \Leftrightarrow \Delta\colon 3x+6y-5=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 124. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1\colon 3x-4y+15=0$, $d_2\colon 5x+2y-1=0$ và $d_3\colon mx-(2m-1)\,y+9m-13=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm.

A. $m=\dfrac{1}{5}$. **B**. $m=-5$. **C**. $m=-\dfrac{1}{5}$. **D**. $m=5$.

Lời giải.

Gọi $A(x;y)$ là giao điểm của d_1 và d_2 nên tọa độ của nó là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x-4y+15=0 \\ 5x+2y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow A(-1;3).$$

Vì $A \in d_3 \Rightarrow -m - 6m + 3 + 9m - 13 = 0 \Leftrightarrow m = 5$.

Chọn đáp án D □

Câu 125. Nếu ba đường thẳng $d_1\colon 2x + y - 4 = 0$, $d_2\colon 5x - 2y + 3 = 0$ và $d_3\colon mx + 3y - 2 = 0$ đồng quy thì m nhận giá trị nào sau đây?

A. $\dfrac{12}{5}$. **B.** $-\dfrac{12}{5}$. **C.** 12. **D.** -12.

Lời giải.

Gọi $A(x; y)$ là giao điểm của d_1 và d_2 nên tọa độ của nó là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \\ 5x - 2y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{5}{9} \\ y = \dfrac{26}{9} \end{cases} \Rightarrow A\left(\dfrac{5}{9}; \dfrac{26}{9}\right).$$

Vì $A \in d_3 \Rightarrow \dfrac{5m}{9} + \dfrac{26}{3} - 2 = 0 \Leftrightarrow m = -12$.

Chọn đáp án D □

Câu 126. Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1\colon 3x - 4y + 15 = 0$, $d_2\colon 5x + 2y - 1 = 0$ và $d_3\colon mx - 4y + 15 = 0$ đồng quy?

A. $m = -5$. **B.** $m = 5$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -3$.

Lời giải.

Gọi $A(x; y)$ là giao điểm của d_1 và d_2 nên tọa độ của nó là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x - 4y + 15 = 0 \\ 5x + 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 3).$$

Vì $A \in d_3 \Rightarrow -m - 12 + 15 = 0 \Leftrightarrow m = 3$.

Chọn đáp án C □

Câu 127. Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1\colon 2x + y - 1 = 0$, $d_2\colon x + 2y + 1 = 0$ và $d_3\colon mx - y - 7 = 0$ đồng quy?

A. $m = -6$. **B.** $m = 6$. **C.** $m = -5$. **D.** $m = 5$.

Lời giải.

Gọi $A(x; y)$ là giao điểm của d_1 và d_2 nên tọa độ của nó là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 2x + y1 = 0 \\ x + 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow A(1; -1).$$

Vì $A \in d_3 \Rightarrow m + 1 - 7 = 0 \Leftrightarrow m = 6$.

Chọn đáp án B □

Câu 128. Đường thẳng $d\colon 51x - 30y + 11 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M\left(-1; -\dfrac{4}{3}\right)$. **B.** $N\left(-1; \dfrac{4}{3}\right)$. **C.** $P\left(1; \dfrac{3}{4}\right)$. **D.** $Q\left(-1; -\dfrac{3}{4}\right)$.

Lời giải.

Thử từng tọa độ của các điểm M, N, P, Q ta thấy tọa độ của M thỏa mãn.

Chọn đáp án A □

Câu 129. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$?

A. $M(2;1)$. **B**. $N(7;0)$. **C**. $P(3;5)$. **D**. $Q(3;2)$.

Lời giải.

Ta có $d\colon \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 3-t \end{cases} \Leftrightarrow x+2y-7=0$.

Thử từng tọa độ của các điểm M, N, P, Q ta thấy tọa độ của Q thỏa mãn.

Chọn đáp án D □

Câu 130. Đường thẳng $12x-7y+5=0$ không đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(1;1)$. **B**. $N(-1;-1)$. **C**. $P\left(-\frac{5}{12};0\right)$. **D**. $Q\left(1;\frac{17}{7}\right)$.

Lời giải.

Thay tọa độ của các điểm M, N, P, Q ta thấy điểm M không thuộc đường thẳng.

Chọn đáp án A □

Câu 131. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 3-5t \end{cases}$?

A. $M(-1;3)$. **B**. $N(1;-2)$. **C**. $P(3;1)$. **D**. $Q(-3;8)$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 3-5t \end{cases} \Leftrightarrow 5x+2y-1=0$.

Thay tọa độ của các điểm M, N, P, Q ta thấy điểm P không thuộc đường thẳng.

Chọn đáp án C □

Câu 132. Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1\colon 2x-y-10=0$ và $d_2\colon x-3y+9=0$

A. 30°. **B**. 45°. **C**. 60°. **D**. 135°.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} d_1\colon 2x-y-10=0 \to \vec{n}_1=(2;-1) \\ d_2\colon x-3y+9=0 \to \vec{n}_2=(1;-3) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi = \dfrac{|2\cdot 1+(-1)\cdot(-3)|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}\cdot\sqrt{1^2+(-3)^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$
$\to \varphi = 45^\circ$.

Chọn đáp án B □

Câu 133. Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1\colon 7x-3y+6=0$ và $d_2\colon 2x-5y-4=0$.

A. $\frac{\pi}{4}$. **B**. $\frac{\pi}{3}$. **C**. $\frac{2\pi}{3}$. **D**. $\frac{3\pi}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} d_1\colon 7x-3y+6=0 \to \vec{n}_1=(7;-3) \\ d_2\colon 2x-5y-4=0 \to \vec{n}_2=(2;-5) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi = \dfrac{|14+15|}{\sqrt{49+9}.\sqrt{4+25}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \to \varphi = \dfrac{\pi}{4}$.

Chọn đáp án A □

Câu 134. Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1\colon 2x+2\sqrt{3}y+5=0$ và $d_2\colon y-6=0$.

A. 30°. **B**. 45°. **C**. 60°. **D**. 90°.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} d_1\colon 2x+2\sqrt{3}y+5=0 \to \vec{n}_1=\left(1;\sqrt{3}\right) \\ d_2\colon y-6=0 \to \vec{n}_2=(0;1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi = \dfrac{\left|\sqrt{3}\right|}{\sqrt{1+3}\cdot\sqrt{0+1}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \to \varphi =$
30°.

Chọn đáp án A □

Câu 135. Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1\colon x+\sqrt{3}y=0$ và $d_2\colon x+10=0$.

A. 30°. **B**. 45°. **C**. 60°. **D**. 90°.

Lời giải.

$$\begin{cases} d_1\colon x+\sqrt{3}y=0 \to \vec{n}_1=\left(1;\sqrt{3}\right) \\ d_2\colon x+10=0 \to \vec{n}_2=(1;0) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi=\frac{|1+0|}{\sqrt{1+3}\cdot\sqrt{1+0}}=\frac{1}{2} \to \varphi=60^\circ.$$

Chọn đáp án C □

Câu 136. Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1\colon 6x-5y+15=0$ và $d_2\colon \begin{cases} x=10-6t \\ y=1+5t \end{cases}$.

A. 30°. **B**. 45°. **C**. 60°. **D**. 90°.

Lời giải.

$$\begin{cases} d_1\colon 6x-5y+15=0 \to \vec{n}_1=(6;-5) \\ d_2\colon \begin{cases} x=10-6t \\ y=1+5t \end{cases} \to \vec{n}_2=(5;6) \end{cases} \to \vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0 \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \varphi=90^\circ.$$

Chọn đáp án D □

Câu 137. Cho đường thẳng $d_1\colon x+2y-7=0$ và $d_2\colon 2x-4y+9=0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $-\frac{3}{5}$. **B**. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **C**. $\frac{3}{5}$. **D**. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

$$\begin{cases} d_1\colon x+2y-7=0 \to \vec{n}_1=(1;2) \\ d_2\colon 2x-4y+9=0 \to \vec{n}_2=(1;-2) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi=\frac{|1-4|}{\sqrt{1+4}\cdot\sqrt{1+4}}=\frac{3}{5}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 138. Cho đường thẳng $d_1\colon x+2y-2=0$ và $d_2\colon x-y=0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **B**. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C**. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D**. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$\begin{cases} d_1\colon x+2y-2=0 \to \vec{n}_1=(1;2) \\ d_2\colon x-y=0 \to \vec{n}_2=(1;-1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi=\frac{|1-2|}{\sqrt{1+4}\cdot\sqrt{1+1}}=\frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 139. Cho đường thẳng $d_1\colon 10x+5y-1=0$ và $d_2\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases}$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. **B**. $\frac{3}{5}$. **C**. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **D**. $\frac{3}{10}$.

Lời giải.

$$\begin{cases} d_1\colon 10x+5y-1=0 \to \vec{n}_1=(2;1) \\ d_2\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases} \to \vec{n}_2=(1;1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi=\frac{|2+1|}{\sqrt{4+1}\cdot\sqrt{1+1}}=\frac{3}{\sqrt{10}}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 140. Cho đường thẳng $d_1\colon 3x+4y+1=0$ và $d_2\colon \begin{cases} x=15+12t \\ y=1+5t \end{cases}$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\frac{56}{65}$. **B**. $-\frac{33}{65}$. **C**. $\frac{6}{65}$. **D**. $\frac{33}{65}$.

Lời giải.

$\begin{cases} d_1\colon 3x+4y+1=0 \to \vec{n}_1=(3;4) \\ d_2\colon \begin{cases} x=15+12t \\ y=1+5t \end{cases} \to \vec{n}_2=(5;-12) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi = \dfrac{|15-48|}{\sqrt{9+16}.\sqrt{25+144}} = \dfrac{33}{65}.$

Chọn đáp án D □

Câu 141. Cho đường thẳng $d_1\colon 2x+3y+m^2-1=0$ và $d_2\colon \begin{cases} x=2m-1+t \\ y=m^4-1+3t \end{cases}$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\dfrac{3}{\sqrt{130}}$. **B.** $\dfrac{2}{5\sqrt{5}}$. **C.** $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

$\begin{cases} d_1\colon 2x+3y+m^2-1=0 \to \vec{n}_1=(2;3) \\ d_2\colon \begin{cases} x=2m-1+t \\ y=m^4-1+3t \end{cases} \to \vec{n}_2=(3;-1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi = \dfrac{|6-3|}{\sqrt{4+9}\cdot\sqrt{9+1}} = \dfrac{3}{\sqrt{130}}.$

Chọn đáp án A □

Câu 142. Cho hai đường thẳng $d_1\colon 3x+4y+12=0$ và $d_2\colon \begin{cases} x=2+at \\ y=1-2t \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số a để d_1 và d_2 hợp với nhau một góc bằng 45^0.

A. $a=\dfrac{2}{7}$ hoặc $a=-14$. **B.** $a=\dfrac{7}{2}$ hoặc A, B.

C. $a=5$ hoặc $a=-14$. **D.** $a=\dfrac{2}{7}$ hoặc $a=5$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} d_1\colon 3x+4y+12=0 \to \vec{n}_1=(3;4) \\ d_2\colon \begin{cases} x=2+at \\ y=1-2t \end{cases} \to \vec{n}_2=(2;a) \end{cases} \to \varphi=(d_1;d_2)=45^\circ$

$\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ = \cos\varphi = \dfrac{|6+4a|}{\sqrt{25}\cdot\sqrt{a^2+4}} \Leftrightarrow 25\left(a^2+4\right) = 8\left(4a^2+12a+9\right) \Leftrightarrow 7a^2+96a-28=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-14 \\ a=\dfrac{2}{7} \end{array}\right.$.

Chọn đáp án A □

Câu 143. Đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1\colon 2x+y-3=0$ và $d_2\colon x-2y+1=0$ đồng thời tạo với đường thẳng $d_3\colon y-1=0$ một góc 45° có phương trình:

A. $\Delta\colon x+(1-\sqrt{2})y=0$ hoặc $\Delta\colon x-y-1=0$.

B. $\Delta\colon x+2y=0$ hoặc $\Delta\colon x-4y=0$.

C. $\Delta\colon x-y=0$ hoặc $\Delta\colon x+y-2=0$.

D. $\Delta\colon 2x+1=0$ hoặc $\Delta\colon y+5=0$.

Lời giải.

$\begin{cases} d_1\colon 2x+y-3=0 \\ d_2\colon x-2y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \to d_1\cap d_2 = A\left(1;1\right)\in\Delta.$

Ta có $d_3\colon y-1=0 \to \vec{n}_3=\left(0;1\right)$, gọi $\vec{n}_\Delta=\left(a;b\right), \varphi=\left(\Delta;d_3\right)$.

Khi đó $\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \cos\varphi = \dfrac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}\cdot\sqrt{0+1}} \Leftrightarrow a^2+b^2=2b^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \to a=b=1 \to \Delta\colon x+y-2=0 \\ a=-b \to a=1, b=-1 \to \Delta\colon x-y=0 \end{array}\right.$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 144. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm $A(2;0)$ và tạo với trục hoành một góc $45°$?

A. Có duy nhất. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** Không tồn tại.

Lời giải.

Cho đường thẳng d và một điểm A. Khi đó.

(i) Có duy nhất một đường thẳng đi qua A song song hoặc trùng hoặc vuông góc với d.

(ii) Có đúng hai đường thẳng đi qua A và tạo với d một góc $0° < \alpha < 90°$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 145. Đường thẳng Δ tạo với đường thẳng $d\colon x + 2y - 6 = 0$ một góc $45°$. Tìm hệ số góc k của đường thẳng Δ.

A. $k = \dfrac{1}{3}$ hoặc $k = -3$. **B.** $k = \dfrac{1}{3}$ hoặc $k = 3$.

C. $k = -\dfrac{1}{3}$ hoặc $k = -3$. **D.** $k = -\dfrac{1}{3}$ hoặc $k = 3$.

Lời giải.

$d\colon x + 2y - 6 = 0 \to \vec{n}_d = (1;2)$, gọi $\vec{n}_\Delta = (a;b) \to k_\Delta = -\dfrac{a}{b}$.

Ta có $\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45° = \dfrac{|a+2b|}{\sqrt{a^2+b^2}\cdot\sqrt{5}} \Leftrightarrow 5\left(a^2+b^2\right) = 2a^2 + 8ab + 8b^2 \Leftrightarrow 3a^2 - 8ab - 3b^2 = 0 \Leftrightarrow$
$\left[\begin{array}{l} a = -\dfrac{1}{3}b \to k_\Delta = \dfrac{1}{3} \\ a = 3b \to k_\Delta = -3 \end{array}\right.$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 146. Biết rằng có đúng hai giá trị của tham số k để đường thẳng $d\colon y = kx$ tạo với đường thẳng $\Delta\colon y = x$ một góc $60°$. Tổng hai giá trị của k bằng:

A. -8. **B.** -4. **C.** -1. **D.** -1.

Lời giải.

$\begin{cases} d\colon y = kx \to \vec{n}_d = (k;-1) \\ \Delta\colon y = x \to \vec{n}_\Delta = (1;-1) \end{cases}$

$\to \dfrac{1}{2} = \cos 60° = \dfrac{|k+1|}{\sqrt{k^2+1}\cdot\sqrt{2}} \Leftrightarrow k^2 + 1 = 2k^2 + 4k + 2 \Leftrightarrow k^2 + 4k + 1 = 0$

$\xrightarrow{sol: k=k_1, k=k_2} k_1 + k_2 = -4$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 147. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta\colon ax + by + c = 0$ và hai điểm $M(x_m;y_m)$, $N(x_n;y_n)$ không thuộc Δ. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. M, N khác phía so với Δ khi $(ax_m + by_m + c)\cdot(ax_n + by_n + c) > 0$.

B. M, N cùng phía so với Δ khi $(ax_m + by_m + c)\cdot(ax_n + by_n + c) \geq 0$.

C. M, N khác phía so với Δ khi $(ax_m + by_m + c)\cdot(ax_n + by_n + c) \leq 0$.

D. M, N cùng phía so với Δ khi $(ax_m + by_m + c)\cdot(ax_n + by_n + c) > 0$.

Lời giải.

Dựa vào tính chất

Chọn đáp án D ☐

Câu 148. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon 3x + 4y - 5 = 0$ và hai điểm $A(1;3)$, $B(2;m)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để A và B nằm cùng phía đối với d.

A. $m < 0$. **B**. $m > -\dfrac{1}{4}$. **C**. $m > -1$. **D**. $m = -\dfrac{1}{4}$.

Lời giải.

$A(1;3)$, $B(2;m)$ nằm cùng phía với $d\colon 3x+4y-5=0$ khi và chỉ khi $(3x_A+4y_A-5)(3x_B+4y_B-5) > 0 \Leftrightarrow 10(1+4m) > 0 \Leftrightarrow m > -\dfrac{1}{4}$.

Chọn đáp án B □

Câu 149. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon 4x-7y+m=0$ và hai điểm $A(1;2)$, $B(-3;4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để d và đoạn thẳng AB có điểm chung.

A. $10 \le m \le 40$. **B**. $\left[\begin{array}{l} m > 40 \\ m < 10 \end{array}\right.$. **C**. $10 < m < 40$. **D**. $m < 10$.

Lời giải.

Đoạn thẳng AB và $d\colon 4x-7y+m=0$ có điểm chung khi và chỉ khi $(4x_A-7y_A+m)(4x_B-7y_B+m) \le 0 \Leftrightarrow (m-10)(m-40) \le 0 \Leftrightarrow 10 \le m \le 40$.

Chọn đáp án A □

Câu 150. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-3t \end{cases}$ và hai điểm $A(1;2)$, $B(-2;m)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để A và B nằm cùng phía đối với d.

A. $m > 13$. **B**. $m \ge 13$. **C**. $m < 13$. **D**. $m = 13$.

Lời giải.

$d\colon \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-3t \end{cases} \xrightarrow{d}\colon 3x+y-7=0$. Khi đó điều kiện bài toán trở thành $(3x_A+y_A-7)(3x_B+y_B-7) > 0 \Leftrightarrow -2(m-13) > 0 \Leftrightarrow m < 13$.

Chọn đáp án C □

Câu 151. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = m+2t \\ y = 1-t \end{cases}$ và hai điểm $A(1;2)$, $B(-3;4)$. Tìm m để d cắt đoạn thẳngAB.

A. $m < 3$. **B**. $m = 3$. **C**. $m > 3$. **D**. Không tồn tại m.

Lời giải.

$d\colon \begin{cases} x = m+2t \\ y = 1-t \end{cases} \to d: x+2y-m-2=0$. Đoạn thẳng AB cắt d khi và chỉ khi $(x_A+2y_A-m-2)(x_B+2y_B-$ $0 \Leftrightarrow (3-m)^2 \le 0 \Leftrightarrow m = 3$.

Chọn đáp án B □

Câu 152. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;3)$, $B(-2;4)$ và $C(-1;5)$. Đường thẳng $d\colon 2x-3y+6=0$ cắt cạnh nào của tam giác đã cho?

A. Cạnh AC. **B**. Cạnh AB. **C**. Cạnh BC. **D**. Không cạnh nào.

Lời giải.

Đặt $f(x;y) = 2x-3y+6 \to \begin{cases} f(A(1;3)) = -1 < 0 \\ f(B(-2;4)) = -10 < 0 \\ f(C(-1;5)) = -11 < 0 \end{cases} \to d$không cắt cạnh nào của tam giác ABC.

Chọn đáp án D □

Câu 153. Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi hai đường thẳng $\Delta_1\colon x+2y-3=0$ và $\Delta_2\colon 2x-y+3=0$.

A. $3x + y = 0$ và $x - 3y = 0$.
B. $3x + y = 0$ và $x + 3y - 6 = 0$.
C. $3x + y = 0$ và $-x + 3y - 6 = 0$.
D. $3x + y + 6 = 0$ và $x - 3y - 6 = 0$.

Lời giải.

Điểm $M(x; y)$ thuộc đường phân giác của các góc tạo bởi $\Delta_1; \Delta_2$ khi và chỉ khi $d(M; \Delta_1) = d(M; \Delta_2) \Leftrightarrow \dfrac{|x + 2y - 3|}{\sqrt{5}} = \dfrac{|2x - y + 3|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x + y = 0 \\ x - 3y + 6 = 0 \end{array}\right.$.

Chọn đáp án C □

Câu 154. Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi đường thẳng $\Delta\colon x + y = 0$ và trục hoành.

A. $\left(1 + \sqrt{2}\right)x + y = 0$; $x - \left(1 - \sqrt{2}\right)y = 0$.
B. $\left(1 + \sqrt{2}\right)x + y = 0$; $x + \left(1 - \sqrt{2}\right)y = 0$.
C. $\left(1 + \sqrt{2}\right)x - y = 0$; $x + \left(1 - \sqrt{2}\right)y = 0$.
D. $x + \left(1 + \sqrt{2}\right)y = 0$; $x + \left(1 - \sqrt{2}\right)y = 0$.

Lời giải.

Điểm $M(x; y)$ thuộc đường phân giác của các góc tạo bởi $\Delta; Ox\colon y = 0$ khi và chỉ khi $d(M; \Delta) = d(M; Ox) \Leftrightarrow \dfrac{|x + y|}{\sqrt{2}} = \dfrac{|y|}{\sqrt{1}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + \left(1 + \sqrt{2}\right)y = 0 \\ x + \left(1 - \sqrt{2}\right)y = 0 \end{array}\right.$.

Chọn đáp án D □

Câu 155. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A\left(\dfrac{7}{4}; 3\right)$, $B(1; 2)$ và $C(-4; 3)$. Phương trình đường phân giác trong của góc A là:

A. $4x + 2y - 13 = 0$.
B. $4x - 8y + 17 = 0$.
C. $4x - 2y - 1 = 0$.
D. $4x + 8y - 31 = 0$.

Lời giải.

$\begin{cases} A\left(\dfrac{7}{4}; 3\right), B(1; 2) \to AB\colon 4x - 3y + 2 = 0 \\ A\left(\dfrac{7}{4}; 3\right), C(-4; 3) \to AC\colon y - 3 = 0 \end{cases}$. Suy ra các đường phân giác góc A là:

$$\dfrac{|4x - 3y + 2|}{5} = \dfrac{|y - 3|}{1} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x + 2y - 13 = 0 \to f(x; y) = 4x + 2y - 13 \\ 4x - 8y + 17 = 0 \end{array}\right.$$
$$\to \begin{cases} f(B(1; 2)) = -5 < 0 \\ f(C(-4; 3)) = -23 < 0 \end{cases}$$

suy ra đường phân giác trong góc A là $4x - 8y + 17 = 0$.

Chọn đáp án B □

Câu 156. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1; 5)$, $B(-4; -5)$ và $C(4; -1)$. Phương trình đường phân giác ngoài của góc A là:

A. $y + 5 = 0$.
B. $y - 5 = 0$.
C. $x + 1 = 0$.
D. $x - 1 = 0$.

Lời giải.

$\begin{cases} A(1; 5), B(-4; -5) \to AB : 2x - y + 3 = 0 \\ A(1; 5), C(4; -1) \to AC : 2x + y - 7 = 0 \end{cases}$. Suy ra các đường phân giác góc A là: $\dfrac{|2x - y + 3|}{\sqrt{5}} = \dfrac{|2x + y - 7|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 1 = 0 \to f(x; y) = x - 1 \\ y - 5 = 0 \end{array}\right. \to \begin{cases} f(B(-4; -5)) = -5 < 0 \\ f(C(4; -1)) = 3 > 0 \end{cases}$ suy ra đường phân giác trong góc A là $y - 5 = 0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 157. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1\colon 3x-4y-3=0$ và $d_2\colon 12x+5y-12=0$. Phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

A. $3x+11y-3=0$. **B**. $11x-3y-11=0$. **C**. $3x-11y-3=0$. **D**. $11x+3y-11=0$.

Lời giải.

Các đường phân giác của các góc tạo bởi $d_1\colon 3x-4y-3=0$ và $d_2\colon 12x+5y-12=0$ là: $\dfrac{|3x-4y-3|}{5}=\dfrac{|12x+5y-12|}{13}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x+11y-3=0\\11x-3y-11=0\end{array}\right.$. Gọi $I=d_1\cap d_2\to I(1;0);d\colon 3x+11y-3=0\to M(-10;3)\in d$, Gọi H là hình chiếu của M lên d_1. Ta có: $IM=\sqrt{130}$, $MH=\dfrac{|-30-12-3|}{5}=9$, suy ra $\sin MIH=\dfrac{MH}{IM}=\dfrac{9}{\sqrt{130}}\to MIH>52\to 2MIH>90$...... Suy ra $d\colon 3x+11y-3=0$ là đường phân giác góc tù, suy ra đường phân giác góc nhọn là $11x-3y-11=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 158. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $M(x_0;y_0)$ và đường thẳng $\Delta\colon ax+by+c=0$. Khoảng cách từ điểm M đến Δ được tính bằng công thức:

A. $d(M,\Delta)=\dfrac{|ax_0+by_0|}{\sqrt{a^2+b^2}}$. **B**. $d(M,\Delta)=\dfrac{ax_0+by_0}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

C. $d(M,\Delta)=\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$. **D**. $d(M,\Delta)=\dfrac{ax_0+by_0+c}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

Lời giải.

Công thức

Chọn đáp án (C) □

Câu 159. Khoảng cách từ điểm $M(-1;1)$ đến đường thẳng $\Delta\colon 3x-4y-3=0$ bằng:

A. $\dfrac{2}{5}$. **B**. 2. **C**. $\dfrac{4}{5}$. **D**. $\dfrac{4}{25}$.

Lời giải.

$d(M;\Delta)=\dfrac{|-3-4-3|}{\sqrt{9+16}}=2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 160. Khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $x-3y+4=0$ và $2x+3y-1=0$ đến đường thẳng $\Delta\colon 3x+y+4=0$ bằng:

A. $2\sqrt{10}$. **B**. $\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$. **C**. $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$. **D**. 2.

Lời giải.

$\begin{cases}x-3y+4=0\\2x+3y-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}\to A(-1;1)\to d(A;\Delta)=\dfrac{|-3+1+4|}{\sqrt{9+1}}=\dfrac{2}{\sqrt{10}}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 161. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(0;3)$ và $C(4;0)$. Chiều cao của tam giác kẻ từ đỉnh A bằng

A. $\dfrac{1}{5}$. **B**. 3. **C**. $\dfrac{1}{25}$. **D**. $\dfrac{3}{5}$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng BC là $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{3}=1\Leftrightarrow 3x+4y-12=0$.

Khi đó
$$h_A = \mathrm{d}\left(A; BC\right) = \frac{|3+8-12|}{\sqrt{9+16}} = \frac{1}{5}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 162. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A\left(3;-4\right)$,$B\left(1;5\right)$ và $C\left(3;1\right)$. Tính diện tích tam giác ABC.

A. 10. **B**. 5. **C**. $\sqrt{26}$. **D**. $2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} A\left(3;-4\right) \\ B\left(1;5\right), C\left(3;1\right) \end{cases} \to \begin{cases} A\left(3;-4\right) \\ BC = 2\sqrt{5} \\ BC\colon 2x+y-7=0 \end{cases} \to \begin{cases} BC = 2\sqrt{5} \\ h_A = \mathrm{d}\left(A; BC\right) = \sqrt{5}. \end{cases}$

Suy ra $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}2\sqrt{5}\sqrt{5} = 5$.

Chọn đáp án B □

Câu 163. Khoảng cách từ điểm $M\left(0;3\right)$ đến đường thẳng $\Delta\colon x\cos\alpha + y\sin\alpha + 3\left(2-\sin\alpha\right) = 0$ bằng

A. $\sqrt{6}$. **B**. 6. **C**. $3\sin\alpha$. **D**. $\dfrac{3}{\cos\alpha+\sin\alpha}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức ta có
$$\mathrm{d}\left(M;\Delta\right) = \frac{|3\sin\alpha + 3\left(2-\sin\alpha\right)|}{\sqrt{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}} = 6.$$

Chọn đáp án B □

Câu 164. Khoảng cách từ điểm $M\left(2;0\right)$ đến đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2+4t \end{cases}$ bằng

A. 2. **B**. $\dfrac{2}{5}$. **C**. $\dfrac{10}{\sqrt{5}}$. **D**. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

Từ $\Delta\colon \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2+4t \end{cases}$ suy ra phương trình tổng quát của $\Delta\colon 4x-3y+2=0$.

Khi đó
$$\mathrm{d}\left(M;\Delta\right) = \frac{|8+0+2|}{\sqrt{16+9}} = 2.$$

Chọn đáp án A □

Câu 165. Khoảng cách nhỏ nhất từ điểm $M\left(15;1\right)$ đến một điểm bất kì thuộc đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x = 2+3t \\ y = t \end{cases}$ bằng

A. $\sqrt{10}$. **B**. $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$. **C**. $\dfrac{16}{\sqrt{5}}$. **D**. $\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $\Delta\colon \begin{cases} x = 2+3t \\ y = t \end{cases}$ suy ra phương trình tổng quát $\Delta\colon x-3y-2=0$.

Gọi $N \in \Delta$ thì
$$MN_{\min} = \mathrm{d}\left(M;\Delta\right) = \frac{|15-3-2|}{\sqrt{1+9}} = \sqrt{10}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 166. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $A(-1;2)$ đến đường thẳng $\Delta\colon mx + y - m + 4 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.

A. $m = 2$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m = \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$. **C.** $m = -\dfrac{1}{2}$. **D.** Không tồn tại m.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \mathrm{d}(A;\Delta) = 2\sqrt{5} \\ \Leftrightarrow\ & \frac{|-m+2-m+4|}{\sqrt{m^2+1}} = 2\sqrt{5} \\ \Leftrightarrow\ & |m-3| = \sqrt{5}\cdot\sqrt{m^2+1} \\ \Leftrightarrow\ & 4m^2 + 6m - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m = \dfrac{1}{2}. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 167. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \end{cases}$ và $d_2\colon x - 2y + m = 0$ đến gốc toạ độ bằng 2.

A. $\left[\begin{array}{l} m = -4 \\ m = 2 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m = -4 \\ m = -2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = 2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = -2 \end{array}\right.$.

Lời giải.

Từ $d_1\colon \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \end{cases}$ suy ra phương trình tổng quát của $d_1\colon x + y - 2 = 0$.

Gọi M là giao điểm của d_1 và d_2 thì tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x - 2y + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - m \\ y = m - 2 \end{cases} \Rightarrow M(4-m; m-2).$$

Khi đó: $OM = 2 \Leftrightarrow (4-m)^2 + (m-2)^2 = 4 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = 4. \end{array}\right.$

Chọn đáp án (C) □

Câu 168. Đường tròn (C) có tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta\colon 8x + 6y + 100 = 0$. Bán kính R của đường tròn (C) bằng

A. $R = 4$. **B.** $R = 6$. **C.** $R = 8$. **D.** $R = 10$.

Lời giải.

Ta có $R = \mathrm{d}(O;\Delta) = \dfrac{|100|}{\sqrt{64+36}} = 10$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 169. Đường tròn (C) có tâm $I(-2;-2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta\colon 5x + 12y - 10 = 0$. Bán kính R của đường tròn (C) bằng

A. $R = \dfrac{44}{13}$. **B.** $R = \dfrac{24}{13}$. **C.** $R = 44$. **D.** $R = \dfrac{7}{13}$.

Lời giải.

Ta có $R = \mathrm{d}\left(I; \Delta\right) = \dfrac{|-10 - 24 - 10|}{\sqrt{25 + 144}} = \dfrac{44}{13}$.

Chọn đáp án A □

Câu 170. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{\sqrt{2}}{2}x - \dfrac{\sqrt{2}}{2}y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C)\colon x^2 + y^2 = 1$?

A. $m = 1$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = \sqrt{2}$. **D.** $m = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi I và R lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn (C).

Khi đó $I = O\left(0; 0\right)$ và $R = 1$.

Ta có (Δ) tiếp xúc đường tròn (C) khi và chỉ khi $\mathrm{d}\left(I; \Delta\right) = R \Leftrightarrow \dfrac{|m|}{\sqrt{1}} = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Chọn đáp án A □

Câu 171. Cho đường thẳng $d\colon 21x - 11y - 10 = 0$. Trong các điểm $M\left(21; -3\right)$, $N\left(0; 4\right)$, $P\left(-19; 5\right)$ và $Q\left(1; 5\right)$ điểm nào gần đường thẳng d nhất?

A. M. **B.** N. **C.** P. **D.** Q.

Lời giải.

Đặt $f\left(x; y\right) = |21x - 11y - 10|$.

Khi đó

$$\begin{cases} f(M) = 464 \\ f(N) = 54 \\ f(P) = 464 \\ f(Q) = 44. \end{cases}$$

Chọn đáp án D □

Câu 172. Cho đường thẳng $d\colon 7x + 10y - 15 = 0$. Trong các điểm $M\left(1; -3\right)$, $N\left(0; 4\right)$, $P\left(-19; 5\right)$ và $Q\left(1; 5\right)$ điểm nào cách xa đường thẳng d nhất?

A. M. **B.** N. **C.** P. **D.** Q.

Lời giải.

Đặt $f\left(x; y\right) = |7x + 10y - 15|$

Khi đó

$$\begin{cases} f(M) = 38 \\ f(N) = 25 \\ f(P) = 98 \\ f(Q) = 42. \end{cases}$$

Chọn đáp án C □

Câu 173. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A\left(2; 3\right)$ và $B\left(1; 4\right)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều hai điểm A và B?

A. $x - y + 2 = 0$. **B.** $x + 2y = 0$. **C.** $2x - 2y + 10 = 0$. **D.** $x - y + 100 = 0$.

Lời giải.

— Xét $\Delta\colon x-y+2=0$. Ta có $\mathrm{d}(A;\Delta)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ và $\mathrm{d}(B;\Delta)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ nên $x-y+2=0$ thỏa mãn.

— Xét $\Delta\colon x+2y=0$. Ta có $\mathrm{d}(A;\Delta)=\dfrac{8}{\sqrt{5}}$ và $\mathrm{d}(B;\Delta)=\dfrac{9}{\sqrt{5}}$ nên $x+2y=0$ không thỏa mãn.

— Xét $\Delta\colon 2x-2y+10=0$. Ta có $\mathrm{d}(A;\Delta)=\dfrac{4}{\sqrt{2}}$ và $\mathrm{d}(B;\Delta)=\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ nên $2x-2y+10=0$ không thỏa mãn.

— Xét $\Delta\colon x-y+100=0$. Ta có $\mathrm{d}(A;\Delta)=\dfrac{99}{\sqrt{2}}$ và $\mathrm{d}(B;\Delta)=\dfrac{97}{\sqrt{2}}$ nên $x-y+100=0$ không thỏa mãn.

Chọn đáp án A □

Câu 174. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A\,(0;1)\,,B\,(12;5)$ và $C\,(-3;0)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều ba điểm A,B và C.

A. $x-3y+4=0$. **B.** $-x+y+10=0$. **C.** $x+y=0$. **D.** $5x-y+1=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(12;4)$ và $\overrightarrow{AC}=(-3;-1)$ rõ ràng $\overrightarrow{AB}=-4\overrightarrow{AC}$ nên A,B,C là ba điểm thẳng hàng.

Do đó ta chỉ cần kiểm tra $\mathrm{d}(A;\Delta)=\mathrm{d}(B;\Delta)$.

— Xét $\Delta\colon x-3y+4=0$. Ta có $\mathrm{d}(A;\Delta)=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$ và $\mathrm{d}(B;\Delta)=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$ nên $x-3y+4=0$ thỏa mãn.

— Xét $\Delta\colon\ -x+y+10=0$. Ta có $\mathrm{d}(A;\Delta)=\dfrac{11}{\sqrt{2}}$ và $\mathrm{d}(B;\Delta)=\dfrac{3}{\sqrt{2}}$ nên $-x+y+10=0$ không thỏa mãn.

— Xét $\Delta\colon x+y=0$. Ta có $\mathrm{d}(A;\Delta)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ và $\mathrm{d}(B;\Delta)=\dfrac{17}{\sqrt{2}}$ nên $x+y=0$ không thỏa mãn.

— Xét $\Delta\colon 5x-y+1=0$. Ta có $\mathrm{d}(A;\Delta)=0$ và $\mathrm{d}(B;\Delta)=\dfrac{56}{\sqrt{26}}$ nên $5x-y+1=0$ không thỏa mãn.

Chọn đáp án A □

Câu 175. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A\,(1;1)$,$B\,(-2;4)$ và đường thẳng $\Delta\colon mx-y+3=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A, B.

A. $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-2\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=2\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=1\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-2\end{array}\right.$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm đoạn AB thì $I\left(\dfrac{-1}{2};\dfrac{5}{2}\right)$ và VTPT của AB là $\vec{n}=(1;1)$.

Khi đó: $\Delta\colon mx-y+3=0\,(\vec{n}_{\Delta}=(m;-1))$ cách đều A,B khi và chỉ khi

$$\left[\begin{array}{l}I\in\Delta\\\dfrac{m}{1}=\dfrac{-1}{1}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\dfrac{m}{2}-\dfrac{5}{2}+3=0\\m=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-1.\end{array}\right.$$

Chọn đáp án C □

Câu 176. Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $\Delta_1\colon 6x-8y+3=0$ và $\Delta_2\colon 3x-4y-6=0$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Lời giải.

Lấy $A\,(2;0)\in\Delta_2$ do $\Delta_1\parallel\Delta_2$ nên

$$\mathrm{d}\left(\Delta_1;\Delta_2\right)=\mathrm{d}\left(A;\Delta_1\right)=\frac{|12+3|}{\sqrt{100}}=\frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 177. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d\colon 7x + y - 3 = 0$ và $\Delta\colon \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 2 - 7t \end{cases}$.

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** 15. **C.** 9. **D.** $\dfrac{9}{\sqrt{50}}$.

Lời giải.

Từ $\Delta\colon \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 2 - 7t \end{cases}$ ta có phương trình tổng quát $\Delta\colon 7x + y + 12 = 0$. Dễ thấy $d \parallel \Delta$.

Lấy $A(-2; 2) \in \Delta$ thì

$$\mathrm{d}(d; \Delta) = \mathrm{d}(A; d) = \frac{|-14 + 2 - 3|}{\sqrt{50}} = \frac{3}{\sqrt{2}}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 178. Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $d_1\colon 6x - 8y - 101 = 0$ và $d_2\colon 3x - 4y = 0$ bằng

A. 10,1. **B.** 1,01. **C.** 101. **D.** $\sqrt{101}$.

Lời giải.

Ta có $\dfrac{6}{3} = \dfrac{-8}{-4}$ nên $d_1 \parallel d_2$.

Lấy $A(4; 3) \in d_2$ khi đó

$$\mathrm{d}(d_1; d_2) = \mathrm{d}(A; d_1) \frac{|24 - 24 - 101|}{\sqrt{100}} = \frac{101}{10} = 10{,}1.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 179. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1; 1)$, $B(4; -3)$ và đường thẳng $d\colon x - 2y - 1 = 0$. Tìm điểm M thuộc d có tọa độ nguyên và thỏa mãn khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 6.

A. $M(3; 7)$. **B.** $M(7; 3)$. **C.** $M(-43; -27)$. **D.** $M\left(3; -\dfrac{27}{11}\right)$.

Lời giải.

Ta có $M \in d\colon x - 2y - 1 = 0 \Rightarrow M(2m + 1; m), m \in \mathbb{Z}$.

Phương trình đường thẳng AB là $\dfrac{x - 1}{3} = \dfrac{y - 1}{-4} \Leftrightarrow 4x + 3y - 7 = 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} 6 = \mathrm{d}(M; AB) &\Leftrightarrow 6 = \frac{|8m + 4 + 3m - 7|}{5} \\ &\Leftrightarrow |11m - 3| = 30 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = \dfrac{27}{11}\,(l)\,. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Khi đó $M(7; 3)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 180. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(0; 1)$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$.

Tìm điểm M thuộc d và cách A một khoảng bằng 5, biết M có hoành độ âm.

A. $M(4;4)$. **B**. $\left[\begin{array}{l}M(-4;4)\\ M\left(-\frac{24}{5};-\frac{2}{5}\right)\end{array}\right.$. **C**. $M\left(-\frac{24}{5};-\frac{2}{5}\right)$. **D**. $M(-4;4)$.

Lời giải.

Vì $M \in d$ nên $M(2+2t;3+t)$ với $2+2t<0 \Leftrightarrow t<-1$. Khi đó

$$\begin{aligned}5=AM &\Leftrightarrow (2t+2)^2+(t+2)^2=25\\ &\Leftrightarrow 5t^2+12t-17=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=1(L)\\ t=-\frac{17}{5}.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Khi đó $M\left(-\frac{24}{5};-\frac{2}{5}\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 181. Biết rằng có đúng hai điểm thuộc trục hoành và cách đường thẳng $\Delta\colon 2x-y+5=0$ một khoảng bằng $2\sqrt{5}$. Tích hoành độ của hai điểm đó bằng

A. $-\frac{75}{4}$. **B**. $-\frac{25}{4}$. **C**. $-\frac{225}{4}$. **D**. Đáp số khác.

Lời giải.

Gọi $M(x;0) \in Ox$ thì hoành độ của hai điểm đó là nghiệm của phương trình

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(M;\Delta)=2\sqrt{5} &\Leftrightarrow \frac{|2x+5|}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{5}{2}=x_1\\ x=-\frac{15}{2}=x_2.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Khi đó $x_1\cdot x_2=-\frac{75}{4}$.

Chọn đáp án A □

Câu 182. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(3;-1)$ và $B(0;3)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 1.

A. $\left[\begin{array}{l}M\left(\frac{7}{2};0\right)\\ M(1;0)\end{array}\right.$. **B**. $\left[\begin{array}{l}M\left(\frac{14}{3};0\right)\\ M\left(\frac{4}{3};0\right)\end{array}\right.$. **C**. $\left[\begin{array}{l}M\left(-\frac{7}{2};0\right)\\ M(-1;0)\end{array}\right.$. **D**. $\left[\begin{array}{l}M\left(-\frac{14}{3};0\right)\\ M\left(-\frac{4}{3};0\right)\end{array}\right.$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng AB là $4x+3y-9=0$.

Giả sử $M(x;0)\in Ox$. Khi đó

$$1=\mathrm{d}(M;AB)\Leftrightarrow 1=\frac{|4x-9|}{5}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{7}{2}\to M\left(\frac{7}{2};0\right)\\ x=1\to M(1;0).\end{array}\right.$$

Chọn đáp án A □

Câu 183. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(3;0)$ và $B(0;-4)$. Tìm điểm M thuộc trục tung sao cho diện tích tam giác MAB bằng 6.

A. $\left[\begin{array}{l} M(0;0) \\ M(0;-8) \end{array}\right.$. **B.** $M(0;-8)$. **C.** $M(6;0)$. **D.** $\left[\begin{array}{l} M(0;0) \\ M(0;6) \end{array}\right.$.

Lời giải.

Ta có phương trình đường thẳng AB là $4x-3y-12=0$ và $AB=5$.

Gọi $M(0;y)\in Oy$. Khi đó

$$h_M=\mathrm{d}(M;AB)=\frac{|3y+12|}{5}.$$

Mặt khác

$$S_{\triangle MAB}=\frac{1}{2}h_M AB=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot\frac{|3y+12|}{5}=\frac{|3y+12|}{2}$$

.

Theo bài ra $S_{\triangle MAB}=6$ nên $\dfrac{|3y+12|}{2}=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} y=0\rightarrow M(0;0) \\ y=-8\rightarrow M(0;-8). \end{array}\right.$

Chọn đáp án A □

Câu 184. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon 3x-2y-6=0$ và $\Delta_2\colon 3x-2y+3=0$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho M cách đều hai đường thẳng đã cho.

A. $M\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $M\left(\frac{1}{2};0\right)$. **C.** $M\left(-\frac{1}{2};0\right)$. **D.** $M\left(\sqrt{2};0\right)$.

Lời giải.

Gọi $M(x;0)$ khi đó

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(M;\Delta_1)=\mathrm{d}(M;\Delta_2)&\Leftrightarrow\frac{|3x-6|}{\sqrt{13}}=\frac{|3x+3|}{\sqrt{13}}\\ &\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}.\end{aligned}$$

Do đó $M\left(\frac{1}{2};0\right)$.

Chọn đáp án B □

Câu 185. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-2;2)\,,B(4;-6)$ và đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=t\\ y=1+2t\end{cases}$. Tìm điểm M thuộc d sao cho M cách đều hai điểm A,B.

A. $M(3;7)$. **B.** $M(-3;-5)$. **C.** $M(2;5)$. **D.** $M(-2;-3)$.

Lời giải.

Do $M\in d$ nên $M(t;1+2t)$. Mà $MA=MB$ nên ta có

$$\begin{aligned}(t+2)^2+(2t-1)^2=(t-4)^2+(2t+7)^2&\Leftrightarrow 20t+60=0\\ &\Leftrightarrow t=-3.\end{aligned}$$

Khi đó $M(-3;-5)$.

Chọn đáp án B □

Câu 186. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-1;2)\,,B(-3;2)$ và đường thẳng $d\colon 2x-y+3=0$. Tìm điểm C thuộc d sao cho tam giác ABC cân tại C.

A. $C(-2;-1)$. **B.** $C\left(-\frac{3}{2};0\right)$. **C.** $C(-1;1)$. **D.** $C(0;3)$.

Lời giải.

Vì $C \in d$ nên gọi $C(m; 2m+3)$.

Tam giác ABC cân tại C thì $CA = CB$ nên

$$\begin{aligned}(m+1)^2 + (2m+1)^2 = (m+3)^2 + (2m+1)^2 &\Leftrightarrow 4m + 8 = 0\\ &\Leftrightarrow m = -2.\end{aligned}$$

Do đó $M(-2; -1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 187. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1; 2), B(0; 3)$ và đường thẳng $d\colon y = 2$. Tìm điểm C thuộc d sao cho tam giác ABC cân tại B.

A. $C(1; 2)$. **B**. $C(4; 2)$. **C**. $\left[\begin{array}{l}C(1;2)\\ C(-1;2)\end{array}\right.$. **D**. $C(-1; 2)$.

Lời giải.

Ta có $C \in d$ nên gọi $C(c; 2)$ và $AB = 2$.

Để tam giác ABC cân tại B thì $BA = BC$ nên $2 = c^2 + 1 \Leftrightarrow c = \pm 1$.

Do đó $C(1; 2)$ hoặc $C(-1; 2)$.

Chọn đáp án C □

Câu 188. Đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d\colon 3x - 4y + 1 = 0$ và cách d một khoảng bằng 1 có phương trình

A. $3x - 4y + 6 = 0$ hoặc $3x - 4y - 4 = 0$. **B**. $3x - 4y - 6 = 0$ hoặc $3x - 4y + 4 = 0$.

C. $3x - 4y + 6 = 0$ hoặc $3x - 4y + 4 = 0$. **D**. $3x - 4y - 6 = 0$ hoặc $3x - 4y - 4 = 0$.

Lời giải.

Do $\Delta \parallel d$ nên Δ có dạng $3x - 4y + c = 0$.

Lấy $M(1; 1) \in d$. Khi đó $1 = d(d; \Delta) = d(M; \Delta) \Leftrightarrow 1 = \dfrac{|c-1|}{5} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}c = -4\\ c = 6.\end{array}\right.$

Chọn đáp án A □

Câu 189. Tập hợp các điểm cách đường thẳng $\Delta\colon 3x - 4y + 2 = 0$ một khoảng bằng 2 là hai đường thẳng có phương trình nào sau đây?

A. $3x - 4y + 8 = 0$ hoặc $3x - 4y + 12 = 0$. **B**. $3x - 4y - 8 = 0$ hoặc $3x - 4y + 12 = 0$.

C. $3x - 4y - 8 = 0$ hoặc $3x - 4y - 12 = 0$. **D**. $3x - 4y + 8 = 0$ hoặc $3x - 4y - 12 = 0$.

Lời giải.

Giả sử $M(x; y)$ khi đó $d(M; \Delta) = 2 \Leftrightarrow \dfrac{|3x - 4y + 2|}{5} = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3x - 4y + 12 = 0\\ 3x - 4y - 8 = 0.\end{array}\right.$

Chọn đáp án B □

Câu 190. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1\colon 5x + 3y - 3 = 0$ và $d_2\colon 5x + 3y + 7 = 0$ song song nhau. Đường thẳng vừa song song và cách đều với d_1, d_2 là

A. $5x + 3y - 2 = 0$. **B**. $5x + 3y + 4 = 0$. **C**. $5x + 3y + 2 = 0$. **D**. $5x + 3y - 4 = 0$.

Lời giải.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ. Giả sử $M(x; y) \in \Delta$ thì

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(M; d_1) = \mathrm{d}(M; d_2) &\Leftrightarrow \frac{|5x + 3y - 3|}{\sqrt{34}} = \frac{|5x + 3y + 7|}{\sqrt{34}}\\ &\Leftrightarrow 5x + 3y + 2 = 0.\end{aligned}$$

Chọn đáp án C □

Câu 191. Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng $d\colon ax+by+c=0$, $(a^2+b^2\neq 0)$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng d?

A. $\vec{n}=(a;-b)$. **B.** $\vec{n}=(b;a)$. **C.** $\vec{n}=(b;-a)$. **D.** $\vec{n}=(a;b)$.

Lời giải.

Ta có một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n}=(a;b)$.

Chọn đáp án D □

Câu 192. Khoảng cách từ điểm $M(3;-4)$ đến đường thẳng $\Delta\colon 3x-4y-1=0$ bằng

A. $\frac{8}{5}$. **B.** $\frac{24}{5}$. **C.** 5. **D.** $\frac{7}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\mathrm{d}(M,\Delta)=\dfrac{|3\cdot 3-4\cdot(-4)-1|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{24}{5}$.

Chọn đáp án B □

Câu 193. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai điểm $A(3;-1)$, $B(0;3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao cho diện tích ΔMAB bằng 2.

A. $(2;0)$ và $(1;0)$. **B.** $(2;0)$ và $\left(\frac{5}{4};0\right)$. **C.** $(4;0)$ và $(2;0)$. **D.** $\left(\frac{13}{4};0\right)$ và $\left(\frac{5}{4};0\right)$.

Lời giải.

Ta có $M\in Ox\Rightarrow M(x;0)$. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3,4)$ suy ra $(AB)\colon 4x+3y-9=0$.

Yêu cầu bài toán diện tích tam giác bằng 2 khi đó

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}\mathrm{d}(M,AB)\cdot AB=2\Leftrightarrow \mathrm{d}(M,AB)=\frac{4}{5}\\ \Leftrightarrow\ &\frac{|4x-9|}{5}=\frac{4}{5}\Leftrightarrow |4x-9|=4\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l}4x-9=4\\4x-9=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{13}{4}\Rightarrow M\left(\frac{13}{4};0\right)\\ x=\frac{5}{4}\Rightarrow M\left(\frac{5}{4};0\right).\end{array}\right.\end{aligned}$$

Chọn đáp án D □

Câu 194. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC biết $A(2;0), B(0;4), C(1;3)$. Phương trình tổng quát của đường cao AH là

A. $x-y-4=0$. **B.** $x-y-3=0$. **C.** $x-y-2=0$. **D.** $x-2y-2=0$.

Lời giải.

Đường cao AH qua A nhận $\overrightarrow{BC}=(1;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình $AH\colon x-y-2=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 195. Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng $d\colon ax+by+c=0, (a^2+b^2\neq 0)$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng d?

A. $\vec{n}=(a;-b)$. **B.** $\vec{n}=(b;a)$. **C.** $\vec{n}=(b;-a)$. **D.** $\vec{n}=(a;b)$.

Lời giải.

Ta có một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n}=(a;b)$.

Chọn đáp án D □

Câu 196. Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=4+2t\\y=1-5t\end{cases}$ và $\Delta\colon 5x-2y-8=0$.

A. Trùng nhau.

B. Cắt nhau nhưng không vuông góc với nhau.

C. Vuông góc với nhau.

D. Song song với nhau.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{u}_d = (2; -5) \\ \overrightarrow{u}_\Delta = (2; 5) \end{cases} \Rightarrow d$ và Δ cắt nhau nhưng không vuông góc với nhau.

Chọn đáp án B □

Câu 197. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1; 2)$, $B(3; 1)$, $C(5; 4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao kẻ từ B của tam giác ABC?

A. $x - 2y - 7 = 0$.

B. $2x + y - 5 = 0$.

C. $2x + y - 7 = 0$.

D. $2x - y - 7 = 0$.

Lời giải.

— $\overrightarrow{AC} = (4; 2)$.

— Đường cao Δ của tam giác ABC vuông góc với AC nên

$$\Delta\colon 4(x - 3) + 2(y - 1) = 0 \Rightarrow \Delta\colon 2x + y - 7 = 0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 198. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon x - 2y + 1 = 0$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\overrightarrow{u} = (2; -1)$.

B. $\overrightarrow{u} = (2; 1)$.

C. $\overrightarrow{u} = (1; -2)$.

D. $\overrightarrow{u} = (1; 2)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n} = (1; -2)$ nên có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u} = (2; 1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 199. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $M(6; 3)$, $N(-3; 6)$. Gọi $P(x; y)$ là điểm trên trục tung sao cho ba điểm M, N, P thẳng hàng.Khi đó $x + y$ có giá trị là

A. 5.

B. -5.

C. -1.

D. 15.

Lời giải.

M và N thuộc đường thẳng có phương trình $y = ax + b$ nên ta có $\begin{cases} 6a + b = 3 \\ -3a + b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{1}{3} \\ b = 5. \end{cases}$

Đường thẳng $MN\colon y = -\dfrac{1}{3}x + 5$ cắt trục Oy tại điểm $P\,(0; 5)$. Do đó $x + y = 5$.

Chọn đáp án A □

Câu 200. Cho tam giác ABC. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác biết phương trình cạnh $BC\colon x + y - 2 = 0$; hai đường cao $BB'\colon x - 3 = 0$ và $CC'\colon 2x - 3y + 6 = 0$.

A. $A(1; -2)$, $B(3; -1)$, $C(0; 2)$.

B. $A(2; 1)$, $B(3; -1)$, $C(0; 2)$.

C. $A(1; 2)$, $B(0; 2)$, $C(3; -1)$.

D. $A(1; 2)$, $B(3; -1)$, $C(0; 2)$.

Lời giải.

Ta có $B = BC \cap BB'$ nên tọa độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - 3 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow B(3; -1)$.

Ta có $C = BC \cap CC'$ nên tọa độ C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x - 3y + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow C(0; 2)$.

AB qua B và vuông với CC' có phương trình: $3x + 2y - 7 = 0$.

AC qua C và vuông với BB' có phương trình: $y = 2$.

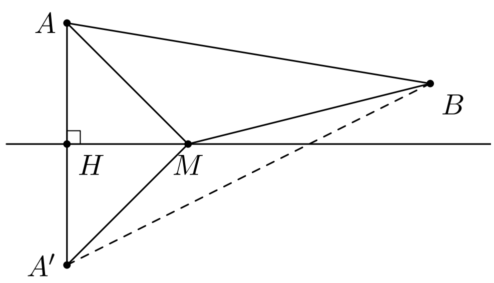
Do $A = AB \cap AC$ nên tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x + 2y - 7 = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(1; 2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 201. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta\colon x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(2; 1), B(9; 6)$. Điểm $M(a; b)$ nằm trên đường Δ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$.

A. -9. **B.** 7. **C.** -7. **D.** 9.

Lời giải.



Nhận xét: A, B nằm cùng một phía đối với đường thẳng Δ.
Gọi A' là điểm đối xứng với A qua $\Delta \Rightarrow A'(0; 3)$.
Ta có: $MA + MB = MA' + MB \geq A'B = 3\sqrt{10}$.
Do đó: $(MA + MB)_{\min} = 3\sqrt{10}$.
Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} M \in \Delta \\ A', M, B \text{ thẳng hàng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = -1 \\ 3a - 9b = -27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4. \end{cases}$$

Vậy $a + b = 7$.

Cách khác: Do $t_A = 2 - 1 + 1 = 2 > 0$, $t_B = 9 - 6 + 1 = 4 > 0$ nên A, B cùng nằm về một phía với Δ.
Phương trình đường thẳng d qua A vuông góc với Δ là
$1(x - 2) + 1(y - 1) = 0$ hay $x + y - 3 = 0$.
Gọi H là giao điểm của d và Δ nên tọa độ H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow H(1; 2).$$

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua Δ suy ra H là trung điểm AA' nên $A'(0; 3)$.
Ta có $MA + MB = MA' + MB$ nên độ dài $MA + MB$ ngắn nhất khi A', M, B thẳng hàng hay $A'B$ cắt Δ tại M.
Ta có $\overrightarrow{A'B} = (9; 3) = 3 \cdot (3; 1)$.
Phương trình đường thẳng $A'B$ đi qua A' có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -3)$ là

$$1(x - 0) - 3(y - 3) = 0 \Leftrightarrow x - 3y + 9 = 0.$$

Tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x - 3y + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow M(3; 4).$$

Suy ra $a = 3$, $b = 4$ nên $a + b = 7$.

Chọn đáp án B □

Câu 202. Hãy cho biết mệnh đề nào sau đây là **sai**? Hai đường thẳng vuông góc với nhau nếu

A. góc giữa hai véc-tơ chỉ phương của chúng là 90°.

B. góc giữa hai đường thẳng đó là 90°.

C. tích vô hướng giữa hai véc-tơ chỉ phương của chúng bằng 0.

D. góc giữa hai véc-tơ chỉ phương của chúng là 0°.

Lời giải.

Nếu góc giữa hai véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng là 0° thì chúng song song hoặc trùng nhau.

Chọn đáp án D □

Câu 203. Cho hai điểm $M(2;3)$ và $N(-2;5)$. Đường thẳng MN có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (4;2)$. **B**. $\vec{u} = (-2;-4)$. **C**. $\vec{u} = (-4;-2)$. **D**. $\vec{u} = (4;-2)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{NM} = (4;-2) \Rightarrow$ đường thẳng MN có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (4;-2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 204. Đường thẳng đi qua điểm $M(1;2)$ và song song với đường thẳng $d\colon 4x + 2y + 1 = 0$ có phương trình tổng quát là

A. $2x + y - 4 = 0$. **B**. $2x + y + 4 = 0$. **C**. $x - 2y + 3 = 0$. **D**. $4x + 2y + 3 = 0$.

Lời giải.

Gọi d' là đường thẳng cần tìm.

Do $d' \parallel d$ nên $d'\colon 4x + 2y + c = 0$ $(c \neq 1)$.

Mặt khác đường thẳng d' đi qua điểm $M(1;2)$ nên $4 + 4 + c = 0 \Leftrightarrow c = -8$ (nhận).

Vậy $d'\colon 4x + 2y - 8 = 0$ hay $d'\colon 2x + y - 4 = 0$.

Chọn đáp án A □

Câu 205. Cho hai đường thẳng song song $d_1\colon 5x - 7y + 4 = 0$ và $d_2\colon 5x - 7y + 6 = 0$. Phương trình đường thẳng song song và cách đều d_1 và d_2 là

A. $5x - 7y + 4 = 0$. **B**. $5x - 7y + 5 = 0$. **C**. $5x - 7y - 3 = 0$. **D**. $5x - 7y + 2 = 0$.

Lời giải.

d_1 và d_2 cắt trục tung tại $A\left(0;\dfrac{4}{7}\right)$ và $B\left(0;\dfrac{6}{7}\right)$, dễ thấy trung điểm của AB là $M\left(0;\dfrac{5}{7}\right)$. Đường thẳng song song và cách đều d_1 và d_2 là đường thẳng song song với d_1 và d_2 đồng thời đi qua M. Suy ra đường thẳng cần tìm là

$$5x - 7y + 5 = 0.$$

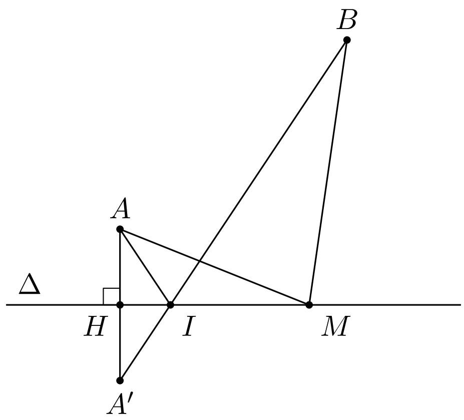
Chọn đáp án B □

Câu 206. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho $\Delta\colon x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(2;1)$, $B(9;6)$. Điểm $M(a;b)$ nằm trên Δ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$.

A. $a + b = -9$. **B**. $a + b = 9$. **C**. $a + b = -7$. **D**. $a + b = 7$.

Lời giải.

Vì $(2 - 1 + 1) \cdot (9 - 6 + 1) > 0$ nên hai điểm A, B nằm cùng phía so với đường thẳng Δ.



Gọi A' là điểm đối xứng với A qua Δ, H, I lần lượt là giao điểm của AA', BA' với Δ.
Ta có $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$.
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M trùng I.
Phương trình đường thẳng AA' đi qua A và vuông góc với Δ là $x + y - 3 = 0$.
Toạ độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ hay $H(1;2)$.
Vì H là trung điểm AA' nên toạ độ điểm A' là $A'(0;3)$.
Phương trình đường thẳng $A'B$ đi qua $A'(0;3)$ và $B(9;6)$ là $x - 3y + 9 = 0$.
Toạ độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - 3y + 9 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$ hay $I(3;4)$.
Vậy $a = 3, b = 4$ nên $a + b = 7$.
Chọn đáp án D □

Câu 207. Khoảng cách từ $I(1;-2)$ đến đường thẳng $\Delta\colon 3x - 4y - 26 = 0$ bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 5. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

Lời giải.

Ta có khoảng cách từ I đến đường thẳng Δ là

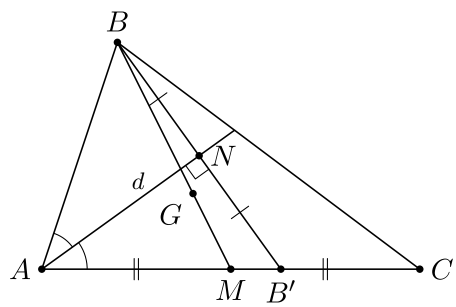
$$d(I,\Delta) = \frac{|3x_I - 4y_I - 26|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|3\cdot 1 - 4\cdot(-2) - 26|}{5} = 3.$$

Chọn đáp án A □

Câu 208. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $B(-12;1)$, đường phân giác trong góc A có phương trình $d\colon x + 2y - 5 = 0$. $G\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác ABC. Đường thẳng BC qua điểm nào sau đây?

A. $(1;0)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(4;-4)$. **D.** $(4;3)$.

Lời giải.



Gọi M là trung điểm của AC.
Ta có $\overrightarrow{BG} = \left(\dfrac{37}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$;

$\overrightarrow{BM} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{BG} \Rightarrow \begin{cases} x_M + 12 = \dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{37}{3} = \dfrac{37}{2} \\ y_M - 1 = \dfrac{3}{2}\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right) = -\dfrac{1}{2}. \end{cases}$

$\Rightarrow M\left(\dfrac{13}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Gọi B' đối xứng B qua $d \Rightarrow B' \in AC$.
$BB' \perp d$ và BB' qua $B \Rightarrow BB'\colon 2x - y + 25 = 0$.
Gọi N là giao điểm của BB' và d. Suy ra $N(-9;7) \Rightarrow B'(-6;13)$.
Đường thẳng AC qua $B'(-6;13)$, $M\left(\dfrac{13}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ nên có phương trình $AC\colon x + y - 7 = 0$.
Ta lại có A là giao điểm của AC và d nên $A(9;-2)$.
M là trung điểm AC nên $C(4;3)$.
Khi đó phương trình $BC\colon x - 8y + 20 = 0$.
Vậy đường thẳng BC đi qua điểm có tọa độ $(4;3)$.
Chọn đáp án D □

Câu 209. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng song song với trục Ox.

A. $\vec{v} = (1;0)$. **B.** $\vec{v} = (1;-1)$. **C.** $\vec{v} = (1;1)$. **D.** $\vec{v} = (0;1)$.

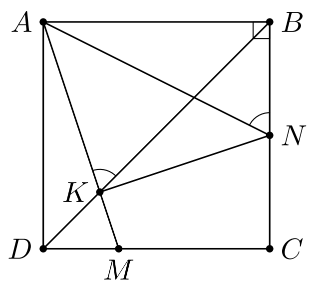
Lời giải.

Trục Ox nhận véc-tơ đơn vị $\vec{i} = (1;0)$ làm véc-tơ chỉ phương nên đường thẳng song song với trục Ox cũng nhận véc-tơ $\vec{v} = \vec{i} = (1;0)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Chọn đáp án A □

Câu 210. Trên hệ trục tọa độ Oxy. Cho hình vuông $ABCD$. Điểm M thuộc cạnh CD sao cho $\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{DM}$, $N(0;2019)$ là trung điểm của BC, K là giao điểm của hai đường thẳng AM và BD. Biết đường thẳng AM có phương trình $x - 10y + 2018 = 0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng NK bằng

A. 2019. **B.** $2019\sqrt{101}$. **C.** $\dfrac{2018}{11}$. **D.** $\dfrac{2019\sqrt{101}}{101}$.

Lời giải.



Giả sử $ABCD$ là hình vuông cạnh a.
Hai tam giác KMD, KAB đồng dạng và $MD = \dfrac{1}{3}AB$ nên $AK = \dfrac{3}{4}AM$ và $KB = \dfrac{3}{4}BD$.
Ta có

$$AM = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{10}}{3} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{10}}{4}$$

$$BD = a\sqrt{2} \Rightarrow KB = \frac{3a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\cos\widehat{AKB} = \frac{KA^2 + KB^2 - AB^2}{2\cdot KA\cdot KB} = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ và } \cos\widehat{ANB} = \frac{NB}{AN} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Suy ra $\widehat{AKB} = \widehat{ANB} \Rightarrow AKNB$ là tứ giác nội tiếp đường tròn, suy ra $\widehat{AKN} = 90^\circ$ (do $\widehat{ABN} = 90^\circ$).
Suy ra đường thẳng $KN \perp AM$, suy ra phương trình đường thẳng $KN\colon 10x + y - 2019 = 0$.
Do đó, $\mathrm{d}(O, KN) = \dfrac{|-2019|}{\sqrt{10^2+1}} = \dfrac{2019\sqrt{101}}{101}$.
Chọn đáp án D □

Câu 211. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta\colon 6x - 2y + 3 = 0$?

A. $\vec{u}(1;3)$. **B.** $\vec{u}(6;2)$. **C.** $\vec{u}(-1;3)$. **D.** $\vec{u}(3;-1)$.

Lời giải.

Một véctơ pháp tuyến của đường thẳng Δ là $\vec{n}(6;-2)$ nên véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là

$\vec{u}(1;3)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 212. Tính góc giữa hai đường thẳng $\Delta\colon x-\sqrt{3}y+2=0$ và $\Delta'\colon x+\sqrt{3}y-1=0$.

A. 90°. **B.** 120°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Lời giải.

Δ có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=\left(1;-\sqrt{3}\right)$; Δ' có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=\left(1;\sqrt{3}\right)$.

Khi đó:

$$\cos\left(\Delta,\Delta'\right)=\left|\cos(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})\right|=\frac{|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|\cdot|\overrightarrow{n_2}|}=\frac{\left|1\cdot 1+\left(-\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{3}\right|}{\sqrt{1^2+\left(-\sqrt{3}\right)^2}.\sqrt{1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}}=\frac{|-2|}{\sqrt{4}\cdot\sqrt{4}}=\frac{1}{2}.$$

Suy ra $(\Delta,\Delta')=60^\circ$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 213. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;3)$, $B(1;0)$, $C(1;2)$. Phương trình đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC là

A. $2x-y-1=0$. **B.** $x-2y+4=0$. **C.** $x+2y-8=0$. **D.** $2x+y-7=0$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC, suy ra $M(1;1)$.

Trung tuyến AM đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{AM}=(-1;-2)$ làm VTCP nên có phương trình là

$$\frac{x-2}{-1}=\frac{y-3}{-2}\Leftrightarrow 2x-y-1=0.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 214. Cho đường thẳng $(d)\colon x-7y+15=0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. (d) có hệ số góc $k=\dfrac{1}{7}$. **B.** (d) đi qua hai điểm $M\left(-\dfrac{1}{3};2\right)$ và $N(5;0)$.

C. $\vec{u}=(-7;1)$ là véc-tơ chỉ phương của d. **D.** (d) đi qua gốc tọa độ.

Lời giải.

Ta có $(d)\colon x-7y+15=0\Leftrightarrow y=\dfrac{1}{7}x+\dfrac{15}{7}$ nên (d) có hệ số góc $k=\dfrac{1}{7}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 215. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\triangle ABC$ có $A(2;1)$, đường cao BH có phương trình $x-3y-7=0$ và trung tuyến CM có phương trình $x+y+1=0$. Tìm tọa độ đỉnh C.

A. $C(-1;0)$. **B.** $C(4;-5)$. **C.** $C(1;-2)$. **D.** $C(1;4)$.

Lời giải.

AC là đường thẳng qua A vuông góc với BH nên có phương trình $3x+y-7=0$. Do đó tọa độ C là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases}3x+y=7\\x+y=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=-5.\end{cases}$$

Vậy $C(4;-5)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 216. Tìm cô-sin góc giữa hai đường thẳng $d_1\colon x+2y-7=0$ và $d_2\colon 2x-4y+9=0$.

A. $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$. **B.** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

Lời giải.

$d_1\colon x+2y-7=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(1;2)$.
$d_2\colon 2x-4y+9=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(2;-4)$.
Ta có

$$\cos(d_1,d_2)=\frac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|}=\frac{|1\cdot 2+2\cdot(-4)|}{\sqrt{1+4}\cdot\sqrt{4+16}}=\frac{3}{5}.$$

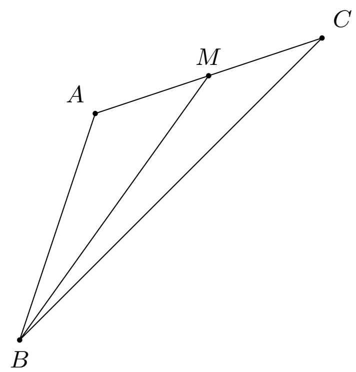
Chọn đáp án D □

Câu 217. Cho tam giác ABC với $A(1;1)$, $B(0;-2)$ và $C(4;2)$. Phương trình tổng quát của đường trung tuyến đi qua điểm B của tam giác ABC.

A. $x+y+7=0$. **B.** $5x-3y+1=0$. **C.** $3x+y-2=0$. **D.** $-7x+5y+10=0$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AC, suy ra



$$M=\left(\frac{1+4}{2};\frac{1+2}{2}\right)=\left(\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right).$$

Đường trung tuyến BM có véc-tơ chỉ phương

$$\vec{u}=\overrightarrow{BM}=\left(\frac{5}{2}-0;\frac{3}{2}+2\right)=\left(\frac{5}{2};\frac{7}{2}\right).$$

Suy ra một véc-tơ pháp tuyến của BM là $\vec{n}=(-7;5)$.
Đường thẳng BM qua $B(0;-2)$ có phương trình là

$$-7(x-0)+5(y+2)=0\Leftrightarrow -7x+5y+10=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 218. Tính góc giữa hai đường thẳng $\Delta\colon x-\sqrt{3}y+2=0$ và $\Delta'\colon x+\sqrt{3}y-1=0$.

A. 90°. **B.** 120°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Lời giải.

Đường thẳng Δ và Δ' có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}=\left(1;-\sqrt{3}\right)$, $\vec{n'}=\left(1;\sqrt{3}\right)$.

Ta có $\cos(\Delta,\Delta')=\left|\cos\left(\vec{n},\vec{n'}\right)\right|=\left|\dfrac{\vec{n}\cdot\vec{n'}}{|\vec{n}|\cdot\left|\vec{n'}\right|}\right|=\left|\dfrac{-2}{2\cdot 2}\right|=\dfrac{1}{2}$.

Vậy góc giữa Δ và Δ' bằng 60°.

Chọn đáp án C □

Câu 219. Trong hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-4x+2y-15=0$. I là tâm của (C), đường thẳng d qua $M(1;-3)$ cắt (C) tại A, B. Biết tam giác IAB có diện tích là 8. Phương trình đường thẳng d là $x+by+c=0$. Tính $b+c$.

A. 8. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 1.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(2;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{20}$.
Do $IM=\sqrt{(1-2)^2+(-3+1)^2}=\sqrt{5}<R$ nên $M(1;-3)$ nằm bên trong đường tròn.
Vì đường thẳng $d\colon x+by+c=0$ đi qua điểm M nên $1-3b+c=0$ hay $c=3b-1$. Do đó phương trình của đường thẳng d là $x+by+3b-1=0$.
Gọi H là hình chiếu của I trên đường thẳng d thì H là trung điểm của AB và $IH\le IM=\sqrt{5}$.

Theo giả thiết tam giác IAB có diện tích bằng 8 nên

$$\frac{1}{2}AB \cdot IH = 8 \Leftrightarrow AH \cdot IH = 8 \Leftrightarrow IH\sqrt{R^2 - IH^2} = 8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} IH^2 = 16 \\ IH^2 = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} IH = 4 \\ IH = 2. \end{array}\right.$$

Do $IH \leq IM$ nên $IH = 2$.

Mặt khác

$$IH = \mathrm{d}(I, d) \Leftrightarrow \frac{|2b+1|}{\sqrt{1+b^2}} = 2 \Leftrightarrow |2b+1| = 2\sqrt{1+b^2} \Leftrightarrow b = \frac{3}{4}.$$

Suy ra $c = 3 \cdot \frac{3}{4} - 1 = \frac{5}{4}$. Do đó $b + c = 2$.

Chọn đáp án B □

Câu 220. Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách từ điểm $M\,(0;4)$ đến đường thẳng $\Delta : x\cos\alpha + y\sin\alpha + 4\,(2 - \sin\alpha) = 0$ bằng

A. $\sqrt{8}$. **B.** $\sin\alpha$. **C.** $\dfrac{4}{\cos\alpha + \sin\alpha}$. **D.** 8.

Lời giải.

Ta có: $\mathrm{d}\,(M, \Delta) = \dfrac{|0 \cdot \cos\alpha + 4 \cdot \sin\alpha + 4\,(2 - \sin\alpha)|}{\sqrt{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}} = 8$.

Chọn đáp án D □

Câu 221. Khoảng cách từ điểm $A(-3;2)$ đến đường thẳng $\Delta\colon 3x - y + 1 = 0$ bằng

A. $\sqrt{10}$. **B.** $\dfrac{11\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{10\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{11}{\sqrt{10}}$.

Lời giải.

$$\mathrm{d}\,(A;\Delta) = \frac{|-3 \cdot 3 - 2 + 1|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \sqrt{10}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 222. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\triangle ABC$ có $M(2;0)$ là trung điểm AB. Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh A lần lượt có phương trình $7x - 2y - 3 = 0$ và $6x - y - 4 = 0$. Phương trình đường thẳng AC là

A. $3x - 4y - 5 = 0$. **B.** $3x + 4y + 5 = 0$. **C.** $3x - 4y + 5 = 0$. **D.** $3x + 4y - 5 = 0$.

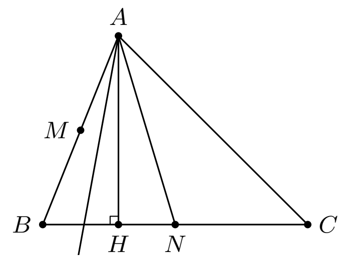
Lời giải.

Gọi AH, AN là đường cao và trung tuyến của $\triangle ABC$.

Ta có $A = AH \cap AN$ nên tọa độ A là nghiệm hệ

$$\begin{cases} 7x - 2y - 3 = 0 \\ 6x - y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(1;2).$$

Mà M là trung điểm AB nên tọa độ B là $(3;-2)$.



Đường thẳng BC qua B vuông góc với AH nên có phương trình $x+6y+9=0$. Mà $N = AN \cap BC$ nên tọa độ N là nghiệm hệ

$$\begin{cases} 7x-2y-3=0 \\ x+6y+9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow N\left(0;-\dfrac{3}{2}\right).$$

Mà N là trung điểm BC nên tọa độ C là $(-3;-1)$. Đường thẳng AC có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AC} = (-4;-3)$ nên có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n} = (3;-4)$ và phương trình là $3x-4y+5=0$.
Chọn đáp án C ☐

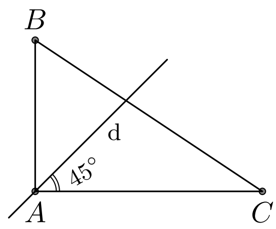
Câu 223. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A, có đỉnh là $C(-4,1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng BC, biết diện tích tam giác ABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.

A. $BC\colon 3x-4y+16=0$. **B.** $BC\colon 3x-4y-16=0$.

C. $BC\colon 3x+4y+16=0$. **D.** $BC\colon 3x+4y+8=0$.

Lời giải.

Gọi $A(a,5-a) \in d\colon x+y-5=0$, $a>0$.
Khi đó $\overrightarrow{CA} = (a+4;-a+4)$.
Đường phân giác d có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n} = (1;1)$, suy ra một véc-tơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{u} = (1;-1)$.



Từ giả thiết ta có

$$\begin{aligned} & \cos(d;AC) = \cos 45^\circ \\ \Leftrightarrow\ & |\cos(\overrightarrow{u};\overrightarrow{CA})| = \cos 45^\circ \\ \Leftrightarrow\ & \frac{|1(a+4)-1(-a+4)|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}\sqrt{(a+4)^2+(-a+4)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \Leftrightarrow\ & a^2 = 16 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} a=4 \\ a=-4 \end{array}\right. \\ \Leftrightarrow\ & a=4. \end{aligned}$$

Suy ra $A(4;1)$.
Gọi $B(x;y)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} = (x-4;y-1)$, $\overrightarrow{CA} = (8;0)$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA} = 0 \\ \dfrac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{CA}\right| = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8(x-4)=0 \\ \dfrac{1}{2}\sqrt{(x-4)^2+(y-1)^2}\sqrt{8^2+0^2} = 24. \end{cases}$$

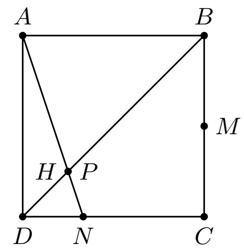
Từ đây ta giải được $\begin{cases} x=4 \\ \left[\begin{array}{l} y=7 \\ y=-5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases} \\ \begin{cases} x=4 \\ y=-5. \end{cases} \end{array}\right.$

Hơn nữa, vì B và C nằm khác phía so với d nên ta tìm được $B(4;7)$.
Do đó, $BC\colon \dfrac{x-4}{-4-4} = \dfrac{y-7}{1-7} \Leftrightarrow 3x-4y+16=0$.
Chọn đáp án A ☐

Câu 224. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Gọi $P\,(a;b)$ là giao điểm của AN và BD. Giá trị $2a + b$ bằng:

A. 6. **B**. 5. **C**. 8. **D**. 7.

Lời giải.



Hạ $MH \perp AN$ tại H. Suy ra $MH\colon 2x + 4y - 13 = 0 \Rightarrow H\left(\frac{5}{2};2\right)$.

Ta cần chứng minh $H \in BD$ khi đó H trùng với P.

Thật vậy

$$\begin{aligned}\tan\widehat{MAN} &= \cot\left(\widehat{BAM} + \widehat{DAN}\right) = \frac{1 - \tan\widehat{BAM}\cdot\tan\widehat{DAN}}{\tan\widehat{BAM} + \tan\widehat{DAN}}\\ &= \frac{1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 1.\end{aligned}$$

Suy ra $\widehat{MAN} = 45^\circ$. Mặt khác $\widehat{ABM} = \widehat{AHM} = 90^\circ$.

Suy ra tứ giác $ABMH$ nội tiếp đường tròn.

Suy ra $\widehat{MBH} = \widehat{MAH} = 45^\circ$ vì $\widehat{MAH} = \widehat{MAN}$.

Do đó $H \in BD \Rightarrow P\left(\frac{5}{2};2\right) \Rightarrow 2a + b = 7$.

Chọn đáp án D □

Câu 225. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, giả sử điểm $A(a;b)$ thuộc đường thẳng $d : x - y - 3 = 0$ và cách $\Delta : 2x - y + 1 = 0$ một khoảng bằng $\sqrt{5}$. Tính $P = ab$ biết $a > 0$.

A. 4. **B**. -2. **C**. 2. **D**. -4.

Lời giải.

$A \in d \Rightarrow a - b - 3 = 0\,(1)$.

$$\mathrm{d}(A,\Delta) = \frac{|2a - b + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |2a - b + 1| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2a - b + 1 = 5 \quad (2)\\ 2x - b + 1 = -5\ (3)\end{array}\right.$$

Xét (1) và (2) ta được $\begin{cases} a = 1\\ b = -2\end{cases}$ (nhận).

Xét (1) và (3) ta được $\begin{cases} a = -9\\ b = -12\end{cases}$ (loại). Do đó $P = ab = -2$.

Chọn đáp án B □

Câu 226. Cho hai điểm $A(-1;3)$, $B(1;1)$. Điểm $M(a;b)$ với $a \in \mathbb{N}^*$ thuộc đường thẳng $(d)\colon 2x - y + 1 = 0$ sao cho tam giác MAB vuông tại M. Tính $2a + 3b$.

A. -9. **B**. 8. **C**. 11. **D**. 13.

Lời giải.

Vì $M(a;b) \in (d)$ nên $2a - b + 1 = 0$ hay $b = 2a + 1$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (-1 - a; 2 - 2a)$, $\overrightarrow{MB} = (1 - a; -2a)$ mà tam giác MAB vuông tại M nên

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 &\Leftrightarrow (-1 - a)(1 - a) + (2 - 2a)(-2a) = 0\\ &\Leftrightarrow 5a^2 - 4a - 1 = 0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a = \dfrac{-1}{5}. \end{array}\right.\end{aligned}$$

Vì $a \in \mathbb{N}^*$ nên $a = 1$ suy ra $b = 3$ hay $2a + 3b = 11$.

Chọn đáp án C □

Câu 227. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC biết $A(-2; 3)$, $B(4; 1)$, $C(1; -2)$. Đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC có phương trình

A. $x + y - 5 = 0$. **B**. $x + 2y - 4 = 0$. **C**. $x - y + 5 = 0$. **D**. $x + y - 1 = 0$.

Lời giải.

Hạ $AH \perp BC$ suy ra đường thẳng AH nhận véc-tơ $\overrightarrow{BC}$ là véc-tơ pháp tuyến.

Mà $\overrightarrow{BC} = (-3; -3)$, khi đó phương trình AH là $(-3) \cdot (x + 2) + (-3) \cdot (y - 3) = 0 \Leftrightarrow x + y - 1 = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 228. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1; 2)$, $B(3; 1)$, $C(5; 4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao kẻ từ A của tam giác ABC?

A. $2x + 3y - 8 = 0$. **B**. $2x + 3y + 8 = 0$. **C**. $3x - 2y + 1 = 0$. **D**. $2x + 3y - 2 = 0$.

Lời giải.

Đường cao kẻ từ A của tam giác ABC đi qua điểm $A(1; 2)$ và nhận véc-tơ $\overrightarrow{BC} = (2; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$2(x - 1) + 3(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 8 = 0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 229. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình cạnh AB là $x - y - 2 = 0$, phương trình cạnh AC là $x + 2y - 5 = 0$. Biết trọng tâm của tam giác $G(3; 2)$ và phương trình đường thẳng BC có dạng $x + my + n = 0$. Tìm $m + n$.

A. 3. **B**. 2. **C**. 5. **D**. 4.

Lời giải.

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ x + 2y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(3; 1)$.

Gọi $B(b; b - 2) \in AB$ và $C(5 - 2c; c) \in AC$.

Vì $G(3; 2)$ là trọng tâm tam giác nên ta có

$\begin{cases} 3 + b + 5 - 2c = 9 \\ 1 + b - 2 + c = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 5 \\ c = 2 \end{cases}$ suy ra $B(5; 3)$ và $C(1; 2)$.

Vì B, C thuộc BC nên ta có hệ

$\begin{cases} 5 + 3m + n = 0 \\ 1 + 2m + n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ n = 7 \end{cases} \Rightarrow m + n = 3.$

Chọn đáp án A □

Câu 230. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1)$ và $B(1;5)$.

A. $3x-y+6=0$. **B.** $-x+3y+6=0$. **C.** $3x+y-8=0$. **D.** $3x-y+10=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;6)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Suy ra đường thẳng AB có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;1)$.

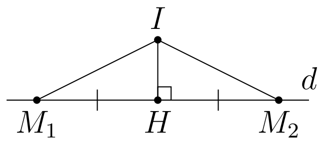
Phương trình tổng quát của AB là $3(x-3)+(y+1)=0 \Leftrightarrow 3x+y-8=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 231. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $I(1;2)$ và đường thẳng $d\colon 2x+y-5=0$. Biết rằng có hai điểm M_1, M_2 thuộc d sao cho $IM_1=IM_2=\sqrt{10}$. Tính tổng các hoành độ của các điểm M_1 và M_2.

A. 2. **B.** $\dfrac{7}{5}$. **C.** $\dfrac{14}{5}$. **D.** 5.

Lời giải.



Vì $IM_1=IM_2$ nên I nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng M_1M_2 hay I nằm trên đường thẳng vuông góc với đường thẳng d.

Gọi d' là đường thẳng đi qua $I(1;2)$ và vuông góc với d. Phương trình của đường thẳng d' là $x-2y+3=0$.

Gọi $H=d\cap d'$, ta có $H\left(\dfrac{7}{5};\dfrac{11}{5}\right)$.

Ta có H là trung điểm của M_1M_2 nên $x_{M_1}+x_{M_2}=2x_H=\dfrac{14}{5}$.

Vậy tổng các hoành độ của các điểm M_1 và M_2 bằng $\dfrac{14}{5}$.

Chọn đáp án C □

Câu 232. Cho tam giác ABC có phương trình cạnh $AB\colon 3x-4y-9=0$, cạnh $AC\colon 8x-6y+1=0$, cạnh $BC\colon x+y-5=0$. Phương trình đường phân giác trong của góc A là

A. $14x+14y-17=0$. **B.** $2x-2y-19=0$.

C. $2x+2y+19=0$. **D.** $14x-14y-17=0$.

Lời giải.

Phương trình đường phân giác của góc A là

$$\frac{|3x-4y-9|}{5}=\frac{|8x-6y+1|}{10}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2(3x-4y-9)=8x-6y+1\\2(3x-4y-9)=-8x+6y-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x+2y+19=0\\14x-14y-17=0.\end{array}\right.$$

Đường phân giác trong của góc A không song song với cạnh BC, do đó phương trình cần tìm là $14x-14y-17=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 233. Véc-tơ nào trong các véc-tơ dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng $y-2x+1=0$?

A. $(2;-1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

Lời giải.

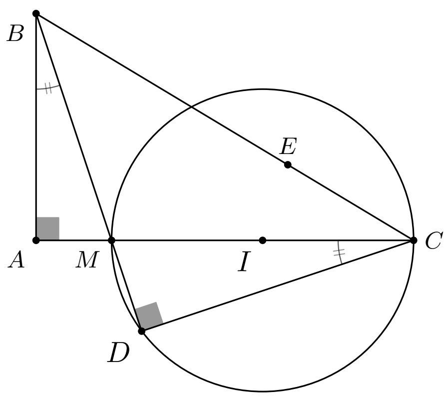
Ta có $y-2x+1=0\Leftrightarrow -2x+y+1=0$, suy ra véc-tơ $(-2;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng $y-2x+1=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 234. Cho tam giác ABC vuông tại A, điểm M thuộc cạnh AC sao cho $AB = 3AM$, đường tròn tâm I đường kính CM cắt BM tại D, đường thẳng CD có phương trình $x - 3y - 6 = 0$. Biết $I(1; -1)$, điểm $E\left(\frac{4}{3}; 0\right)$ thuộc đường thẳng BC, $x_C \in \mathbb{Z}$. Biết B có tọa độ là $(a; b)$. Khi đó

A. $a + b = 1$. **B.** $a + b = 0$. **C.** $a + b = -1$. **D.** $a + b = 2$.

Lời giải.



Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính BC, suy ra $\widehat{DCA} = \widehat{ABD}$. Mặt khác, xét tam giác BAM vuông tại A có $AM = \frac{1}{3}AB$ nên $\tan B = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$, suy ra $\cos^2 B = \frac{1}{\tan^2 B + 1} = \frac{9}{10}$. Vậy $\cos \widehat{ACD} = \frac{3}{\sqrt{10}}$.

Gọi phương trình đường thẳng AC là $ax + by - a + b = 0$ với $a^2 + b^2 \neq 0$.

Vì góc giữa hai đường thẳng CD và AC là góc $\widehat{ACD}$ nên

$$\frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{|a - 3b|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{10}} \Leftrightarrow 8a^2 + 6ab = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ 4a = -3b. \end{array}\right.$$

① Trường hợp 1: Khi $a = 0$, phương trình đường thẳng AC là $y = -1$. Khi đó, tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = -1 \\ x - 3y - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(3; -1).$$

Trường hợp này nhận vì $x_C = 3 \in \mathbb{Z}$. Suy ra tọa độ điểm $M(-1; -1)$.

② Trường hợp 2: Khi $4a = -3b$, chọn $b = -4$, $a = 3$, phương trình đường thẳng AC là $3x - 4y - 7 = 0$. Khi đó, tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - 4y - 7 = 0 \\ x - 3y - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow C\left(-\frac{3}{5}; \frac{11}{5}\right).$$

Trường hợp này loại vì $x_C = -\frac{3}{5} \notin \mathbb{Z}$.

Khi đó, phương trình đường thẳng BC là $\dfrac{x - 3}{\frac{4}{3} - 3} = \dfrac{y + 1}{0 + 1} \Leftrightarrow 3x + 5y - 4 = 0$.

Đường thẳng BM vuông góc với CD: $x - 3y - 6 = 0$ và đi qua điểm $M(-1; -1)$ nên có phương trình là $3x + y + 4 = 0$. Do đó, tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x + y + 4 = 0 \\ 3x + 5y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2. \end{cases}$$

Vậy $a = -2$, $b = 2$ nên $a + b = 0$.

Chọn đáp án B □

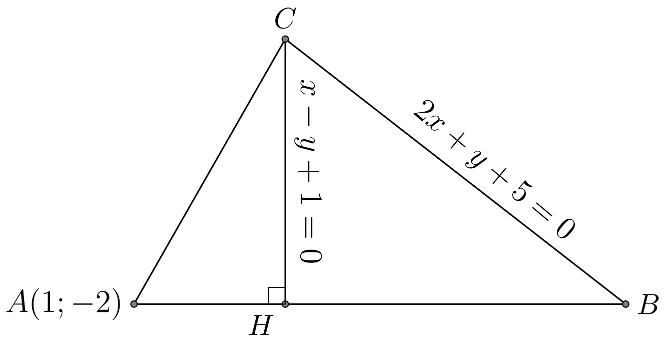
Câu 235. Cho tam giác ABC có $A(1; -2)$, đường cao $CH : x - y + 1 = 0$, đường thẳng chứa cạnh BC có phương trình $2x + y + 5 = 0$. Tọa độ điểm B là

A. $(4; 3)$. **B.** $(4; -3)$. **C.** $(-4; 3)$. **D.** $(-4; -3)$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} AB \text{ qua } A(1;-2) \\ AB \perp CH; x-y+1=0 \end{cases}$
$\Rightarrow AB: x+y+1=0$.
$B = AB \cap BC$ nên tọa độ B là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y+1=0 \\ 2x+y+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=3 \end{cases}.$$



Vậy $B(-4;3)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 236. Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách từ điểm $M(3;-4)$ đến đường thẳng $\Delta\colon 3x-4y-1=0$ là

A. $\dfrac{8}{5}$. **B.** $\dfrac{24}{5}$. **C.** $\dfrac{12}{5}$. **D.** $-\dfrac{24}{5}$.

Lời giải.

Ta có:

$$\mathrm{d}(M,\Delta) = \frac{|3\cdot 3 - 4\cdot(-4) - 1|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \frac{24}{5}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 237. Khoảng cách từ điểm $M(1;-1)$ đến đường thẳng $\Delta\colon 3x+y+4=0$ là

A. 1. **B.** $\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ là

$$\mathrm{d}(M,\Delta) = \frac{|3\cdot 1+(-1)+4|}{\sqrt{3^{+}1^2}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 238. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi 2 đường thẳng $d_1\colon 3x+4y-5=0$ và $d_2\colon 5x-12y+3=0$ có phương trình

A. $7x+56y+40=0$. **B.** $8x-8y-1=0$. **C.** $7x+56y-40=0$. **D.** $64x-8y-53=0$.

Lời giải.

Gọi $I = d_1 \cap d_2 \Rightarrow I\left(\dfrac{6}{7};\dfrac{17}{28}\right)$.
Lấy $A(5;-5)$, $B(-1;2) \in d_1$, $C(-3;-1) \in d_2$.
Ta có A, B nằm về hai phía của điểm I.
$\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IC} = \dfrac{29}{7}\cdot\dfrac{-27}{7} + \dfrac{-157}{28}\cdot\dfrac{-45}{28} = -\dfrac{5463}{784} \Rightarrow \widehat{AIC}$ là góc tù, $\widehat{BIC}$ là góc nhọn tạo bởi d_1 và d_2.

Gọi $M(x;y)$ là điểm thuộc đường phân giác của góc tạo bởi d_1 và d_2.

$$\begin{aligned}
\mathrm{d}(M,d_1)=\mathrm{d}(M,d_2) &\Leftrightarrow \frac{|3x+4y-5|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{|5x-12y+3|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}\\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}13(3x+4y-5)=5(5x-12y+3)\\13(3x+4y-5)=-5(5x-12y+3)\end{array}\right.\\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}7x+56y-40=0\\8x-y-5=0.\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Ta có $(7x_B+56y_B-40)\cdot(7x_C+56y_C-40)=[7\cdot(-1)+56\cdot2-40]\cdot[7\cdot(-3)+56\cdot(-1)-40]=-7605<0$.
Vậy phân giác của góc nhọn tạo bởi 2 đường thẳng $d_1\colon 3x+4y-5=0$ và $d_2\colon 5x-12y+3=0$ có phương trình $7x+56y-40=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 239. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-2y+3=0$. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là

A. $\vec{n}=(1;-2)$. **B.** $\vec{n}=(2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-2;3)$. **D.** $\vec{n}=(1;3)$.

Lời giải.

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n}=(1;-2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 240. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;1)$ và $B(2;0)$. Đường thẳng đi qua hai điểm A, B tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông. Bán kính đường tròn nội tiếp r của tam giác đó là

A. $r=\sqrt{2}$. **B.** $r=2\sqrt{2}$. **C.** $r=\dfrac{1}{2+\sqrt{2}}$. **D.** $r=2-\sqrt{2}$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(2;0)$

$$d\colon \frac{x-1}{2-1}=\frac{y-1}{0-1}\Leftrightarrow x+y-2=0.$$

Đường thẳng d cắt hai trục tọa độ lần lượt tại hai điểm $B(2;0)$ và $C(0;2)$.
Tam giác OBC có diện tích $S=\dfrac{1}{2}\cdot OB\cdot OC=2$ và nữa chu vi $p=\dfrac{OB+OC+BC}{2}=2+\sqrt{2}$.
Suy ra bán kính đường tròn nội tiếp tam giác OBC là $r=\dfrac{S}{p}=\dfrac{2}{2+\sqrt{2}}=2-\sqrt{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 241. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính BD. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng BC, BD và P là giao điểm của MN, AC. Biết đường thẳng AC có phương trình $x-y-1=0$, $M(0;4)$, $N(2;2)$ và hoành độ điểm A nhỏ hơn 2. Tìm tọa độ các điểm P, A, B.

A. $P\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{2}\right)$, $A(0;-1)$, $B(4;1)$. **B.** $P\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{2}\right)$, $A(0;-1)$, $B(-1;4)$.

C. $P\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{3}{2}\right)$, $A(0;-1)$, $B(-1;4)$. **D.** $P\left(\dfrac{5}{2};-\dfrac{3}{2}\right)$, $A(-1;0)$, $B(-1;4)$.

Lời giải.

Đường thẳng MN qua hai điểm $M(0;4)$ và $N(2;2)$ nên có phương trình $x+y-4=0$.

Ta có $P = MN \cap AC \Rightarrow$ Tọa độ điểm P là nghiệm hệ $\begin{cases} x-y-1=0 \\ x+y-4=0 \end{cases} \Rightarrow P\left(\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Từ $MN\colon x+y-4=0$ và $AC\colon x-y-1=0$

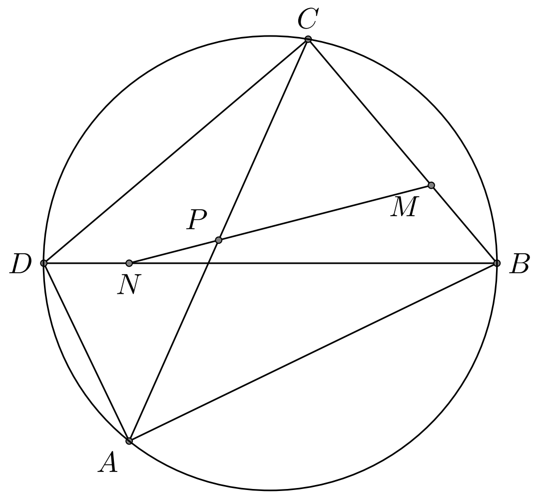
Suy ra $MN \perp AC$

Tứ giác $ABMN$ nội tiếp đường tròn đường kính AB, suy ra $\widehat{ABD} = \widehat{AMP}$.

Lại có $\widehat{ACB} = \widehat{ADB}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AB).

Mà $\widehat{AMP} = \widehat{ACB}$ (cùng phụ $\widehat{PMC}$). Do đó $\widehat{ABD} = \widehat{ADB}$. Suy ra $\triangle ABD$ vuông cân.

Nên $\widehat{ACB} = \widehat{ADB} = 45°$.



Do đó tam giác AMC vuông cân tại M, suy ra P là trung điểm AC.

Giả sử $A(a+1;a)$ $(a<1)$

Ta có $AP = PM \Rightarrow \left(a+1-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(a-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{2}. \Rightarrow \left(a-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=4 \\ a=-1 \end{array}\right.$.

Nhận $a=-1$ (do $a<1$) nên $A(0;-1)$.

Đường thẳng BC qua $M(0;4)$ và có VTPT $\overrightarrow{AM} = (0,5)$ nên có phương trình $BC\colon y=4$.

Đường thẳng BD qua $N(2;2)$ và có VTPT $\overrightarrow{AN} = (2;3)$ nên có phương trình $BD\colon 2x+3y-10=0$.

Tọa độ B là nghiệm hệ $\begin{cases} y=4 \\ 2x+3y-10=0 \end{cases} \Rightarrow B(-1;4)$.

Vậy $P\left(\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$, $A(0;-1)$, $B(-1;4)$.

Chọn đáp án A □

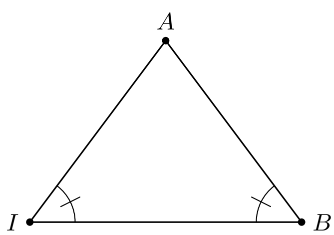
Câu 242. Trong mặt phẳng Oxy, cho $(d_1)\colon 2x-y+5=0$; $(d_2)\colon x+y-3=0$ cắt nhau tại I. Phương trình đường thẳng qua $M(-2;0)$ cắt $(d_1),(d_2)$ lần lượt tại A và B sao cho $\triangle IAB$ cân tại A có dạng $ax+by+2=0$. Tính $T=a-5b$.

A. $T=-1$. **B.** $T=9$. **C.** $T=-9$. **D.** $T=11$.

Lời giải.

Do đường thẳng d đi qua $M(-2;0)$ có dạng $ax+by+2=0$ nên $-2a+2=0 \Rightarrow a=1$.

Khi đó $d\colon x+by+2=0$. Do d cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A, B tại thành tam giác IAB cân tại A nên



$\cos\widehat{AIB} = \cos\widehat{ABI} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{|1+b|}{\sqrt{1+b^2}} \Leftrightarrow 4b^2+10b+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=-\frac{1}{2} \\ b=-2. \end{array}\right.$

Với $b = -\dfrac{1}{2}$ thì $d\colon x - \dfrac{1}{2}y + 2 = 0$ khi đó $d \parallel d_1$.
Với $b = -2$ thì $d\colon x - 2y + 2 = 0$, ta có $T = a - 5b = 11$.
Chọn đáp án D □

Câu 243. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng d cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm $A(a;0)$, $B(0;b)$ $(a \neq 0, b \neq 0)$. Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d\colon \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 0$. **B.** $d\colon \dfrac{x}{a} - \dfrac{y}{b} = 1$. **C.** $d\colon \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$. **D.** $d\colon \dfrac{x}{b} + \dfrac{y}{a} = 1$.

Lời giải.
Theo phương trình đoạn chắn, đường thẳng d có phương trình $d\colon \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$.

Chọn đáp án C □

Câu 244. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng d cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm $A(a;0)$, $B(0;b)$ $(a \neq 0, b \neq 0)$. Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d\colon \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 0$. **B.** $d\colon \dfrac{x}{a} - \dfrac{y}{b} = 1$. **C.** $d\colon \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$. **D.** $d\colon \dfrac{x}{b} + \dfrac{y}{a} = 1$.

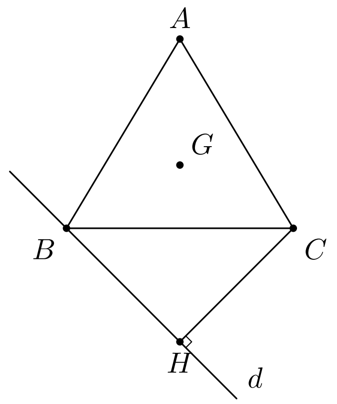
Lời giải.
Theo phương trình đoạn chắn, đường thẳng d có phương trình $d\colon \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$.

Chọn đáp án C □

Câu 245. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;4)$, trọng tâm $G\left(2;\dfrac{2}{3}\right)$. Biết rằng đỉnh B nằm trên đường thẳng $d : x + y + 2 = 0$ và đỉnh C có hình chiếu vuông góc trên d là điểm $H(2;-4)$. Giả sử $B(a;b)$, tính $T = a - 3b$.

A. $T = 4$. **B.** $T = -2$. **C.** $T = 2$. **D.** $T = 0$.

Lời giải.



Vì $B \in d$ nên $a + b + 2 = 0 \Leftrightarrow b = -a - 2$. Khi đó $B(a;-a-2)$.
Từ G là trọng tâm tam giác ABC ta có

$$\begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B = 4 - a \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B = a \end{cases} \Rightarrow C(4-a;a).$$

Ta có $\overrightarrow{HC} = (2-a;a+4)$, $\overrightarrow{HB} = (a-2;2-a)$.
Vì $HC \perp HB$ nên $\overrightarrow{HC} \cdot \overrightarrow{HB} = 0 \Leftrightarrow (2-a)(a-2) + (a+4)(2-a) = 0$

$$\Leftrightarrow (2-a)(2a+2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \\ a = 2. \end{array}\right.$$

— Với $a = 2$ thì $B(2;-4)$, $C(2;2)$. Loại vì lúc này A, B, C thẳng hàng.
— Với $a = -1$ thì $B(-1;-1)$, $C(5;-1)$.

Vậy $T = a - 3b = -1 - 3(-1) = 2$.
Chọn đáp án C □

Câu 246. Trong mặt phẳng Oxy, cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính BD. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng BC, BD và P là giao điểm của MN, AC. Biết đường thẳng AC có phương trình $x - y - 1 = 0$, $M(0;4)$, $N(2;2)$ và hoành độ điểm A nhỏ hơn 2. Tìm tọa độ các điểm P, A, B.

A. $P\left(\dfrac{5}{2};-\dfrac{3}{2}\right)$, $A(-1;0)$, $B(-1;4)$.
B. $P\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{3}{2}\right)$, $A(0;-1)$, $B(-1;4)$.
C. $P\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{2}\right)$, $A(0;-1)$, $B(4;1)$.
D. $P\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{2}\right)$, $A(0;-1)$, $B(-1;4)$.

Lời giải.

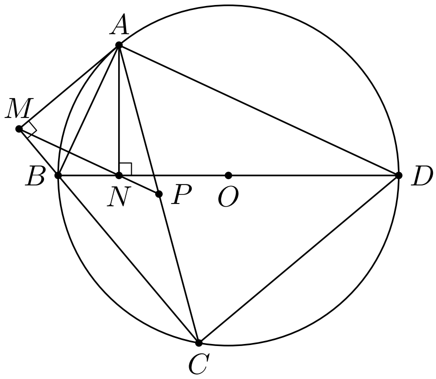
Tìm tọa độ điểm P

Ta có $MN\colon \begin{cases} \text{qua } M(0;4) \\ \text{vec-tơ pháp tuyến } \vec{n}=(2;2) \end{cases}$

$\Rightarrow MN\colon x+y-4=0$.

Ta có $P=AC\cap MN \Rightarrow P\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.

Do $\widehat{AMB}+\widehat{ANB}=180^\circ$, nên tứ giác $AMBN$ nội tiếp.



— Ta có $\widehat{PMC}=\widehat{NMB}=\widehat{NAB}$ (do $AMBN$ nội tiếp).

Mà $\begin{cases} \widehat{NAB} \text{ phụ góc } \widehat{ABN} \\ \widehat{PCM} \text{ phụ góc } \widehat{ACD} \\ \widehat{ABN}=\widehat{ACD} \text{ (do cùng chắn cung AD)} \end{cases}$

$\Rightarrow \widehat{PMC}=\widehat{PCM}$.

Vậy ΔPMC cân ở P, suy ra $PM=PC$. (1)

— Ta có $\widehat{PAM}=90^\circ-\widehat{PCM}=90^\circ-\widehat{PMC}=\widehat{PMA}$.

Vậy ΔPAM cân ở P, suy ra $PM=PA$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $PA=PC=PM$.

Ta có $P\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{2}\right)$ và $M(0;4) \Rightarrow PA=PM=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Do $A\in AC\colon x-y-1=0 \Rightarrow A(a;a-1)$.

Ta có $PA=\dfrac{5\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{\left(a-\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(a-\dfrac{5}{2}\right)^2}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=5 \end{array}\right. \Rightarrow A(0;-1)$.

Viết phương trình BD, BC:

— Ta có $BD\colon \begin{cases} \text{qua } N(2;2) \\ \text{véc-tơ pháp tuyến } \overrightarrow{AN}=(2;3) \end{cases} \Rightarrow BD\colon 2x+3y-10=0$.

— Ta có $BC\colon \begin{cases} \text{qua } M(0;4) \\ \text{véc-tơ pháp tuyến } \overrightarrow{AM}=(0;5) \end{cases} \Rightarrow BC\colon y-4=0=0$.

Do $B=BC\cap BD \Rightarrow B(-1;4)$.

Chọn đáp án D □

Câu 247. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng $y=2x-5$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ là

A. $\vec{n}=(1;2)$. **B.** $\vec{n}=(2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-2;-1)$. **D.** $\vec{n}=(2;-1)$.

Lời giải.

Ta có $y=2x-5 \Leftrightarrow 2x-y-5=0$.

Suy ra $\vec{n}=(2;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $y=2x-5$.

Chọn đáp án D □

Câu 248. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(1;2)$ và $B(5;-1)$. Phương trình đường thẳng đi qua $M(3;5)$ và cách đều A,B là $ax+by+c=0$, (a,b là số hai số dương nguyên tố cùng nhau). Tính $a+b-c$.

A. -22. **B.** 53. **C.** 35. **D.** 36.

Lời giải.

TH1. Đường thẳng này qua M và trung điểm I của AB.

Ta có $I\left(3;\dfrac{1}{2}\right)$. Do đó IM có phương trình là $x=3$ (không thỏa mãn đề bài).

TH2. Đường thẳng cần tìm là đường thẳng qua M và song song với AB.

$\overrightarrow{AB}=(4;-3)$. Suy ra véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;4)$.

Đường thẳng cần tìm có phương trình là $3(x-3)+4(y-5)=0 \Leftrightarrow 3x+4y-29=0$.

Vậy $a+b-c=36$.

Chọn đáp án D □

Câu 249. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(1;-2)$, $B(2;-3)$, $C(3;0)$. Phương trình đường phân giác ngoài góc A của tam giác ABC là

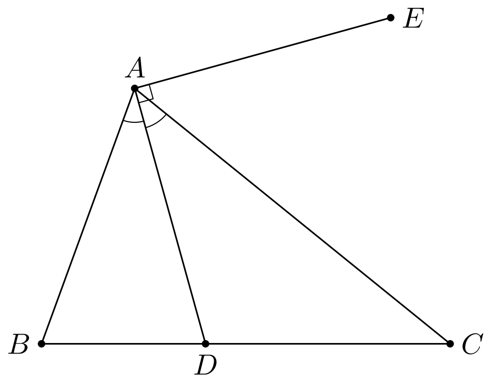
A. $x=1$. **B.** $y=-2$. **C.** $2x+y=0$. **D.** $4x+y-2=0$.

Lời giải.

Ta có véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AD là đường phân giác trong góc A là

$$\vec{u}_{AD}=\frac{\overrightarrow{AB}}{AB}+\frac{\overrightarrow{AC}}{AC}=\left(\sqrt{2};0\right).$$

Suy ra véc-tơ pháp tuyến của đường phân giác ngoài góc A là $\vec{n}=(1;0)$, qua điểm $A(1;-2)$, suy ra $AE\colon x-1=0$.



Chọn đáp án A □

Câu 250. Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $mx+y-3=0$ hợp với đường thẳng $x+y=0$ một góc 60°. Tổng m_1+m_2 bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 4. **D.** -4.

Lời giải.

Đường thẳng $mx+y-3=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(m;1)$.

Đường thẳng $x+y=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=(1;1)$.

Hai đường thẳng hợp với nhau một góc 60° nên có

$$\begin{aligned}
&\cos 60^\circ=\frac{|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|\cdot|\overrightarrow{n_2}|}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{1}{2}=\frac{|m+1|}{\sqrt{m^2+1}\cdot\sqrt{2}}\\
\Leftrightarrow\ &\sqrt{m^2+1}=\sqrt{2}\cdot|m+1|\\
\Leftrightarrow\ &m^2+4m+1=0.
\end{aligned}$$

Phương trình có hai nghiệm, theo hệ thức Vi-ét $m_1+m_2=-4$.

Chọn đáp án D □

Câu 251. Trong mặt phẳng Oxy, cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính BD. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng BC, BD và P là giao điểm của MN, AC. Biết đường thẳng AC có phương trình $x-y-1=0$, $M(0;4)$, $N(2;2)$ và hoành độ điểm A nhỏ hơn 2. Tìm tọa độ các điểm P, A, B.

A. $P\left(\frac{5}{2};-\frac{3}{2}\right)$, $A(-1;0)$, $B(-1;4)$. **B.** $P\left(\frac{5}{3};\frac{3}{2}\right)$, $A(0;-1)$, $B(-1;4)$.
C. $P\left(\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$, $A(0;-1)$, $B(4;1)$. **D.** $P\left(\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$, $A(0;-1)$, $B(-1;4)$.

Lời giải.

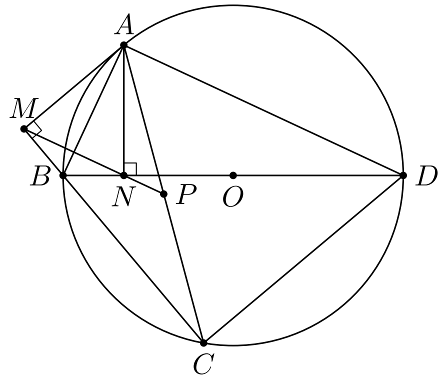
Tìm tọa độ điểm P

Ta có $MN\colon \begin{cases} \text{qua } M(0;4) \\ \text{vec-tơ pháp tuyến } \vec{n}=(2;2) \end{cases}$

$\Rightarrow MN\colon x+y-4=0$.

Ta có $P=AC\cap MN \Rightarrow P\left(\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Do $\widehat{AMB}+\widehat{ANB}=180^\circ$, nên tứ giác $AMBN$ nội tiếp.



— Ta có $\widehat{PMC}=\widehat{NMB}=\widehat{NAB}$ (do $AMBN$ nội tiếp).

Mà $\begin{cases} \widehat{NAB} \text{ phụ góc } \widehat{ABN} \\ \widehat{PCM} \text{ phụ góc } \widehat{ACD} \\ \widehat{ABN}=\widehat{ACD} \text{ (do cùng chắn cung AD)} \end{cases}$

$\Rightarrow \widehat{PMC}=\widehat{PCM}$.

Vậy ΔPMC cân ở P, suy ra $PM=PC$. (1)

— Ta có $\widehat{PAM}=90^\circ-\widehat{PCM}=90^\circ-\widehat{PMC}=\widehat{PMA}$.

Vậy ΔPAM cân ở P, suy ra $PM=PA$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $PA=PC=PM$.

Ta có $P\left(\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$ và $M(0;4) \Rightarrow PA=PM=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Do $A\in AC\colon x-y-1=0 \Rightarrow A(a;a-1)$.

Ta có $PA=\frac{5\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{\left(a-\frac{5}{2}\right)^2+\left(a-\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{5\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=5 \end{array}\right. \Rightarrow A(0;-1)$.

Viết phương trình BD, BC:

— Ta có $BD\colon \begin{cases} \text{qua } N(2;2) \\ \text{véc-tơ pháp tuyến } \overrightarrow{AN}=(2;3) \end{cases} \Rightarrow BD\colon 2x+3y-10=0$.

— Ta có $BC\colon \begin{cases} \text{qua } M(0;4) \\ \text{véc-tơ pháp tuyến } \overrightarrow{AM}=(0;5) \end{cases} \Rightarrow BC\colon y-4=0=0$.

Do $B=BC\cap BD \Rightarrow B(-1;4)$.

Chọn đáp án D □

Câu 252. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng $y=2x-5$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ là

A. $\vec{n}=(1;2)$. **B.** $\vec{n}=(2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-2;-1)$. **D.** $\vec{n}=(2;-1)$.

Lời giải.

Ta có $y=2x-5 \Leftrightarrow 2x-y-5=0$.

Suy ra $\vec{n}=(2;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $y=2x-5$.

Chọn đáp án D □

Câu 253. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(1;2)$ và $B(5;-1)$. Phương trình đường thẳng đi qua $M(3;5)$ và cách đều A,B là $ax+by+c=0$, (a,b là số hai số dương nguyên tố cùng nhau). Tính $a+b-c$.

A. -22. **B.** 53. **C.** 35. **D.** 36.

Lời giải.

TH1. Đường thẳng này qua M và trung điểm I của AB.

Ta có $I\left(3;\dfrac{1}{2}\right)$. Do đó IM có phương trình là $x=3$ (không thỏa mãn đề bài).

TH2. Đường thẳng cần tìm là đường thẳng qua M và song song với AB.

$\overrightarrow{AB}=(4;-3)$. Suy ra véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}=(3;4)$.

Đường thẳng cần tìm có phương trình là $3(x-3)+4(y-5)=0 \Leftrightarrow 3x+4y-29=0$.

Vậy $a+b-c=36$.

Chọn đáp án D □

Câu 254. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x+y-2=0$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{v}=(3;2)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. $x+y+2=0$. **B.** $x-y+2=0$. **C.** $3x+3y-2=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Lời giải.

Gọi đường thẳng thu được là d'.

Xét điểm $A(1;1)\in d$.

Gọi B là ảnh của A qua phép đối xứng tâm O và C là ảnh của B qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{v}=(3;2)$. Ta có:

— O là trung điểm AB nên $2x_O=x_A+x_B$ và $2y_O=y_A+y_B$ hay $B(-1;-1)$.

— $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{v}$ nên $x_C-x_B=3$ và $y_C-y_B=2$ hay $C(2;1)$.

Suy ra $C(2;1)$ thuộc d', mà ảnh của đường thẳng qua phép đối xứng tâm và tịnh tiến là các đường thẳng song song nên $d'\parallel d$ hay d' có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}=(1;1)$.

Vậy phương trình d' là $x+y-3=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 255. Đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$, $(a\neq 0; b\neq 0)$ đi qua điểm $M(-1;6)$ tạo với các tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S=a+2b$.

A. $S=-\dfrac{74}{3}$. **B.** $S=10$. **C.** $S=\dfrac{-5+7\sqrt{7}}{3}$. **D.** $S=6$.

Lời giải.

Ta có, đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;6)$ nên

$$\frac{-1}{a}+\frac{6}{b}=1 \Leftrightarrow 6a-b=ab. \tag{3.1}$$

Mặt khác, vì d luôn cắt hai tia Ox, Oy tại hai điểm $A(a;0)$ và $B(0;b)$ với $a,b>0$. Do đó, diện tích $\triangle ABC$ bằng 4 tương đương

$$\frac{1}{2}ab=4 \Leftrightarrow ab=8.$$

Với $ab=8$, thế vào (3.1) ta được

$$6a-\frac{8}{a}=8 \Leftrightarrow 6a^2-8a-8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2 \Rightarrow b=4 \\ a=-\dfrac{2}{3} \text{ (loại)} \end{array}\right..$$

Suy ra $S=10$.

Chọn đáp án B □

Câu 256. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $B(-1; \sqrt{3}-4)$, $C(3; \sqrt{3}+8)$ và $AB = 3AC$. Tính giá trị lớn nhất của diện tích tam giác ABC.

A. 40. **B.** 60. **C.** 20. **D.** 30.

Lời giải.

Giả sử toạ độ điểm A là $A(x, y)$.

Theo bài ra ta có

$$\begin{aligned} AB = 3AC &\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y-\sqrt{3}+4)^2} = 3\sqrt{(x-3)^2 + (y-\sqrt{3}-8)^2} \\ &\Leftrightarrow 8x^2 + 8y^2 - 56x - 16\sqrt{3}y - 152y + 152\sqrt{3} + 664 = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y - \sqrt{3} - \frac{19}{2}\right)^2 = \frac{45}{2}. \end{aligned}$$

Áp dụng BĐT Bunhia ta có

$$\left[3\left(x-\frac{7}{2}\right) - \left(y - \sqrt{3} - \frac{19}{2}\right)\right]^2 \le \left(3^2 + (-1)^2\right)\left[\left(x-\frac{7}{2}\right)^2 + \left(y-\sqrt{3}-\frac{19}{2}\right)^2\right]$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \left(3x - y + \sqrt{3} - 1\right)^2 \le 225 \\ &\Leftrightarrow |3x - y + \sqrt{3} - 1| \le 15. \end{aligned}$$

Ta có $\overrightarrow{BC} = (4; 12) = 4 \cdot (1; 3)$ nên phương trình đường thẳng BC là $3x - y + \sqrt{3} - 1 = 0$.

Khi đó $\mathrm{d}(A, BC) = \dfrac{|3x - y + \sqrt{3} - 1|}{\sqrt{10}} \le \dfrac{15}{\sqrt{10}}$.

Mà $BC = 4\sqrt{10} \Rightarrow S_{ABC} \le \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{15}{\sqrt{10}} \cdot 4\sqrt{10} = 30$.

Chọn đáp án D □

1. A	2. B	3. B	4. B	5. A	6. A	7. A	8. D	9. C	10. C
11. C	12. A	13. D	14. C	15. D	16. C	17. A	18. A	19. D	20. B
21. C	22. D	23. D	24. A	25. A	26. D	27. D	28. A	29. A	30. A
31. C	32. B	33. B	34. D	35. C	36. B	37. D	38. B	39. D	40. D
41. A	42. B	43. D	44. B	45. B	46. A	47. C	48. A	49. A	50. B
51. D	52. A	53. A	54. D	55. C	56. C	57. C	58. B	59. A	60. A
61. B	62. B	63. C	64. D	65. B	66. D	67. B	68. D	69. B	70. A
71. A	72. B	73. A	74. C	75. A	76. D	77. B	78. B	79. D	80. C
81. A	82. B	83. A	84. D	85. A	86. B	87. C	88. D	89. C	90. D
91. B	92. D	93. A	94. D	95. A	96. C	97. C	98. C	99. A	100. C
101. D	102. C	103. D	104. B	105. D	106. C	107. D	108. C	109. B	110. A
111. A	112. B	113. C	114. C	115. A	116. A	117. A	118. A	119. B	120. D
121. D	122. A	123. A	124. D	125. D	126. C	127. B	128. A	129. D	130. A
131. C	132. B	133. A	134. A	135. C	136. D	137. C	138. A	139. A	140. D
141. A	142. A	143. C	144. B	145. A	146. B	147. D	148. B	149. A	150. C
151. B	152. D	153. C	154. D	155. B	156. B	157. B	158. C	159. B	160. C
161. A	162. B	163. B	164. A	165. A	166. B	167. C	168. D	169. A	170. A
171. D	172. C	173. A	174. A	175. C	176. B	177. A	178. A	179. B	180. C
181. A	182. A	183. A	184. B	185. B	186. A	187. C	188. A	189. B	190. C
191. D	192. B	193. D	194. C	195. D	196. B	197. C	198. B	199. A	200. D

201. B	202. D	203. D	204. A	205. B	206. D	207. A	208. D	209. A	210. D
211. A	212. C	213. A	214. A	215. B	216. D	217. D	218. C	219. B	220. D
221. A	222. C	223. A	224. D	225. B	226. C	227. D	228. A	229. A	230. C
231. C	232. D	233. C	234. B	235. C	236. B	237. B	238. C	239. A	240. D
241. A	242. D	243. C	244. C	245. C	246. D	247. D	248. D	249. A	250. D
251. D	252. D	253. D	254. D	255. B	256. D				

BÀI 2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

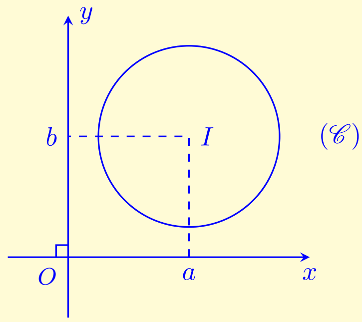
A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1 Phương trình đường tròn

Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn $(\mathscr{C})$ tâm $I(a;b)$, bán kính R có phương trình:

- $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ (1)
- $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ (2)

(2) là phương trình đường tròn: $a^2+b^2-c>0$, khi đó tâm và bán kính $I(a;b)$, $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$



2 Phương trình tiếp tuyến

Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(x_0;y_0)$ thuộc đường tròn $(\mathscr{C})\colon (x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ và $(\mathscr{C})\colon x^2+y^2-2ax-2by+c=0$

- Phương trình tiếp tuyến với $(\mathscr{C})$ tại điểm M

$$(\Delta)\colon (x_0-a)(x-a)+(y_0-b)(y-b)=R^2, \text{ (phân đôi tọa độ)}$$
$$(\Delta)\colon x.x_0+y.y_0-a(x+x_0)-b(y+y_0)+c=0$$

3 Điều kiện để đường thẳng tiếp xúc với đường tròn

Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $(\Delta)\colon Ax+By+C=0$ và đường tròn $(\mathscr{C})$ có tâm $I(a;b)$, bán kính R.

Điều kiện để đường thẳng (Δ) tiếp xúc với $(\mathscr{C})$

$$d(I,\Delta)=R \text{ hay } \frac{|A.a+B.b+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}=R.$$

Chú ý

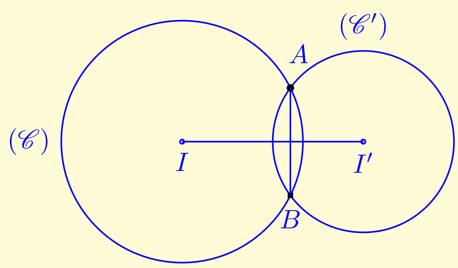
- *Nếu $d(I,\Delta)<R$ thì (Δ) cắt $(\mathscr{C})$ tại 2 điểm phân biệt.*
- *Nếu $d(I,\Delta)>R$ thì (Δ) không cắt $(\mathscr{C})$.*

4 Vị trí của hai đường tròn

Cho hai đường tròn $(\mathscr{C})$ và $(\mathscr{C}')$ lần lượt có tâm và bán kính: I, R và I', R'.

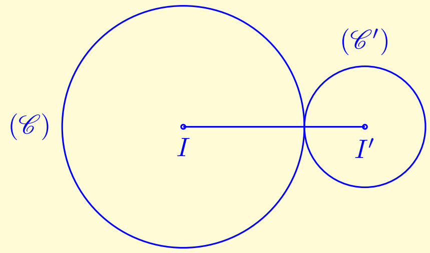
- $(\mathscr{C})$ và $(\mathscr{C}')$ cắt nhau

$$R-R'<II'<R+R'$$



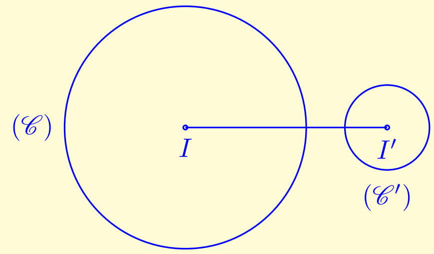
• $(\mathscr{C})$ và $(\mathscr{C}')$ tiếp xúc ngoài

$$R + R' = II'$$



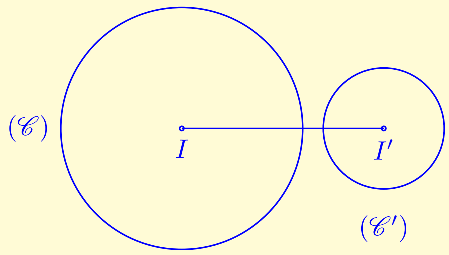
• $(\mathscr{C})$ và $(\mathscr{C}')$ tiếp xúc trong

$$R - R' = II'$$



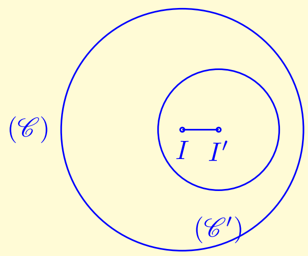
• $(\mathscr{C})$ và $(\mathscr{C}')$ ngoài nhau

$$II' > R + R'$$



• $(\mathscr{C})$ và $(\mathscr{C}')$ trong nhau

$$II' < R - R'$$



5 Phương tích của một điểm đối với đường tròn

Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(x_0; y_0)$ và đường tròn

$$(\mathscr{C}) \colon f(x,y) = x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c$$

Phương tích của điểm M đối với đường tròn $(\mathscr{C})$ là

$$\bullet \mathcal{P}/_{M/(\mathscr{C})} = MI^2 - R^2$$

$$\bullet \mathcal{P}/_{M/(\mathscr{C})} = f(x_0; y_0) = x_0^2 + y_0^2 - 2ax_0 - 2by_0 + c$$

6 Trục đẳng phương của hai đường tròn

Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường tròn

$$(\mathscr{C}) \colon f_1(x,y) = x^2 + y^2 - 2a_1x - 2b_1y + c_1$$
$$(\mathscr{C}) \colon f_2(x,y) = x^2 + y^2 - 2a_2x - 2b_2y + c_2$$

Trục đẳng phương của hai đường tròn là đường thẳng

$$2(a_1 - a_2)x + 2(b_1 - b_2)y + c_1 - c_2 = 0$$

B CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhận dạng phương trình đường tròn

① $(\mathscr{C})\colon (x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ *có tâm* $I(a;b)$, *bán kính* R.

② $(\mathscr{C})\colon x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ *là đường tròn*

$$\begin{cases} \text{hệ số của } x^2,\ y^2 \text{ bằng nhau} \\ a^2+b^2-c>0 \end{cases}.\ \text{Khi đó: } \begin{cases} \text{tâm } I(a;b) \\ \text{bán kính } R=\sqrt{a^2+b^2-c} \end{cases}$$

Ví dụ 1. Trong các phương trình sau đây, phương trình nào là phương trình đường tròn? Nếu đường tròn thì tìm tâm và bán kính?

① $x^2+y^2-4x-2y-4=0$

② $x^2+y^2+3x-2y+13=0$

③ $x^2+y^2-4x+4=0$

④ $x^2+y^2-4xy-2y-1=0$

⑤ $x^2+3y^2+8x-2y+1=0$

Lời giải.

① *Xét phương trình* $x^2+y^2-4x-2y-4=0$ (1)

Cách 1: Biến đổi (1) về dạng: $(x-2)^2+(y-1)^2=9 \Rightarrow I(2;1),\ R=3$.

Cách 2: (1) có dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ với $a=\dfrac{-4}{-2}=2,\ b=\dfrac{-2}{-2}=1,\ c=-4$

$\Delta=a^2+b^2-c=9>0$ là đường tròn có tâm $I(2;1)$, bán kính $R=3$.

② *Xét phương trình* $x^2+y^2+3x-2y+13=0$. (2)

Với $a=\dfrac{3}{-2}=-\dfrac{3}{2},\ b=\dfrac{-2}{-2}=1 \Rightarrow \Delta=a^2+b^2-c=-\dfrac{39}{4}<0$

nên (2) không phải là đường tròn.

③ Viết lại $x^2+y^2-4x+4=0 \Leftrightarrow (x-2)^2+y^2=1$ là phương trình đường tròn tâm $I(2;0)$, bán kính $R=1$.

④ $x^2+y^2-4xy-2y-1=0$ không phải là đường tròn do có chứa hạng tử $\boldsymbol{4xy}$.

⑤ $x^2+3y^2+8x-2y+1=0$ không phải là đường tròn vì hệ số $\boldsymbol{x^2,\ y^2}$ không bằng nhau.

□

Ví dụ 2. Cho đường cong $(\mathscr{C})\colon\ (m^2+1)x^2+m(m+3)y^2+2m(m+1)x-m-1=0.$ (1)
Tìm m để $(\mathscr{C})$ là đường tròn.

Lời giải.

- Điều kiện cần để $(\mathscr{C})$ là đường tròn $(m^2+1)=m(m+3) \Leftrightarrow m=\dfrac{1}{3}$.
- Khi $m=\dfrac{1}{3}$ ta có $(1) \Leftrightarrow x^2+y^2+\dfrac{8}{9}x-\dfrac{4}{3}=0$ (*)

Ta thấy (*) là phương trình đường tròn do $c=-\dfrac{6}{5}<0$. □

Dạng 2. Viết phương đường tròn

Phương pháp:

- *Tìm* $\begin{cases} \text{tâm } I(a;b) \\ \text{bán kính } R \end{cases} \Rightarrow (\mathscr{C})\colon (x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

• *Tìm* $a, b, c \Rightarrow (\mathscr{C})\colon x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

Ví dụ 3. Viết phương trình đường tròn $(\mathscr{C})$ có tâm $I(-1; 2)$ và thỏa mãn
1) bán kình $R = 7$.
2) đi qua $A(2; 5)$.
3) $\mathcal{P}/_{B/(\mathscr{C})} = 1$, trong đó $B(1; 0)$.
4) tiếp xúc với đường thẳng $(\Delta)\colon 3x + y + 101 = 0$.
5) chắn trên đường thẳng $(\Delta')\colon x + 2y + 2 = 0$ một dây cung $MN = 2$.

Lời giải.
1) Đường tròn có tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 3$ có phương trình

$$(\mathscr{C})\colon (x+1)^2 + (y-2)^2 = 49$$

2) Vì $A \in (\mathscr{C})$ nên $R = IA = \sqrt{(1+3)^2 + (5-2)^2} = 5$. Phương trình đường tròn

$$(\mathscr{C})\colon (x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$$

3) Ta có $\mathcal{P}/_{B/(\mathscr{C})} = 1 \Leftrightarrow BI^2 - R^2 = 1 \Leftrightarrow R^2 = 7$. Phương trình đường tròn

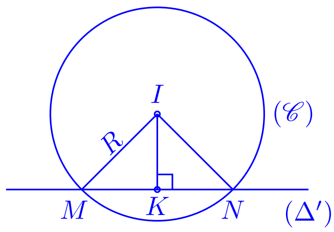
$$(\mathscr{C})\colon (x+1)^2 + (y-2)^2 = 7$$

4) Vì $(\mathscr{C})$ tiếp xúc với (Δ) nên $R = d(I; \Delta) = \dfrac{|3.(-1) + 1.2 + 101|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \sqrt{10}$. Phương trình đường tròn

$$(\mathscr{C})\colon (x+1)^2 + (y-2)^2 = 10$$

5) Gọi K là trung điểm của MM. Khoảng cách từ I đến đường thẳng (Δ') là

$$d = IK = \frac{|(-1) + 2.2 + 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \sqrt{5}.$$



Trong $\triangle IKN$ vuông tại K ta có $IN^2 = IK^2 + KN^2 = 5 + 1 = 6$, suy ra $R^2 = IN^2 = 6$. Phương trình đường tròn

$$(\mathscr{C})\colon (x+1)^2 + (y-2)^2 = 6.$$

□

Ví dụ 4. Viết phương trình đường tròn $(\mathscr{C})$ đi qua $A(1; 3)$ và

$$(\Delta_\alpha)\colon x\cos\alpha + 2y\sin\alpha - 3\cos\alpha + 4\sin\alpha = 0 \qquad (1)$$

là họ đường kính của nó.

Lời giải.
• $(1) \Leftrightarrow (x-3)\cos\alpha + 2(y+2)\sin\alpha = 0$.
Tọa độ điểm cố định của (Δ_α) là nghiệm hệ $\begin{cases} x - 3 = 0 \\ y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$

• (Δ_α) là họ đường kính, suy ra điểm cố định $I(3;-2)$ chính là tâm của đường tròn $(\mathscr{C})$.
• Phương trình đường tròn $(\mathscr{C})$ tâm $I(3;-2)$, bán kính R là

$$(x-3)^2+(y+2)^2=R^2 \qquad (*)$$

• $A \in (\mathscr{C})$ khi và chỉ khi tọa độ A thoa mãn (*)
$\Leftrightarrow (1-3)^2+(3+2)^2=R^2 \Leftrightarrow R^2=29$ thay vào (*) cho ta phương trình đường tròn

$$(\mathscr{C})\colon (x-3)^2+(y+2)^2=29.$$

□

Kỹ thuật 1. Viết phương trình đường tròn đường kính $\boldsymbol{AB}$ với $\boldsymbol{A(a_1;b_1)}$, $\boldsymbol{B(a_2;b_2)}$

Phương pháp:

Cách 1: Gọi $M(x;y)$ là điểm bất kỳ, ta có $\overrightarrow{MA}=(x-xa_1;y-b_1)$, $\overrightarrow{MB}=(x-a_2;y-b_2)$

• M là một điểm thuộc đường tròn đường kính AB.

$$\begin{aligned}&\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0 \Leftrightarrow (x-a_1)(x-a_2)+(y-b_1)(y-b_2)=0\\ &\Leftrightarrow x^2+y^2-(a_1+a_2)x-(b_1+b_2)y+a_1.a_2+b_1.b_2=0 \qquad (1)\end{aligned}$$

(1) chính là phương trình đường tròn có đường kính AB.

Cách 1: Tọa độ trung điểm I của AB là $I\left(\dfrac{a_1+a_2}{2};\dfrac{b_1+b_2}{2}\right)$.

$$AB^2=(a_2-a_1)^2+(b_2-b_1)^2$$

Rõ ràng đường tròn đường kính AB có tâm I và bán kính $R=\dfrac{AB}{2}$
Phương trình đường tròn là

$$\begin{aligned}&\left(x-\frac{a_1+a_2}{2}\right)^2+\left(y-\frac{b_1+b_2}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\left[(a_2-a_1)^2+(b_2-b_1)^2\right]\\ &x^2+y^2-(a_1+a_2)x-(b_1+b_2)y+a_1.a_2+b_1.b_2=0 \qquad (2)\end{aligned}$$

(2) chính là phương trình đường tròn có đường kính AB.

Ví dụ 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(1;0)$, $B(2;-1)$. Viết phương trình đường tròn đường kính AB.

Lời giải.
Áp dụng công thức (1) trên ta có phương trình đường tròn

$$(\mathscr{C})\colon x^2+y^2-(1+2)x-(0-1)y+1.2+0.(-1)=0 \Leftrightarrow x^2+y^2-3x+y+2=0.$$

□

Kỹ thuật 2. Viết phương trình đường tròn qua 3 điểm
Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình qua 3 điểm $A(x_A;y_A), B(x_B;y_B), C(x_C;y_C)$.
Phương pháp:

Giả sử đường tròn $(\mathscr{C})$ cần tìm có phương trình

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \tag{1}$$

Vì $A, B, C \in (\mathscr{C})$ nên tọa độ của chúng thỏa mãn (1)

$$x_A^2 + y_A^2 - 2a.x_A - 2b.y_A + c = 0 \tag{2}$$
$$x_B^2 + y_B^2 - 2a.x_B - 2b.y_B + c = 0 \tag{3}$$
$$x_C^2 + y_C^2 - 2a.x_C - 2b.y_C + c = 0 \tag{4}$$

Giải hệ 3 phương trình (2), (3), (4) tìm được a, b, c thay vào (1) được phương trình đường tròn $(\mathscr{C})$.

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường tròn qua 3 điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$.

Lời giải.

Giả sử đường tròn $(\mathscr{C})$ cần tìm có phương trình cần tìm

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 \tag{1}$$

Vì $A, B, C \in (\mathscr{C})$, tọa độ của chúng thỏa mãn (1)

$$\begin{cases} (1-a)^2 + (2-b)^2 = R^2 (2) \\ (5-a)^2 + (2-b)^2 = R^2 \quad (3) \\ (1-a)^2 + (-3-b)^2 = R^2 \quad (4) \end{cases}$$

Từ (2) và (3) suy ra $(1-a)^2 = (5-a)^2 \Leftrightarrow 6 - 2a = 0 \Leftrightarrow a = 3$

Từ (2) và (4) suy ra $(2-b)^2 = (3+b)^2 \Leftrightarrow 1 + 2b = 0 \Leftrightarrow b = -\dfrac{1}{2}$

Thay các giá trị a và b vừa tìm được vào (1) có $R^2 = \dfrac{41}{4}$

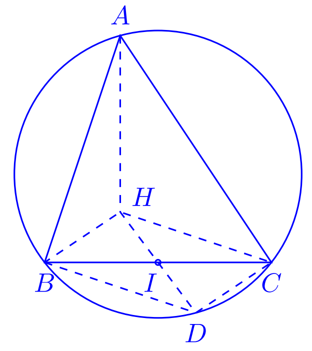
Vậy phương trình đường tròn cần tìm $(x-3)^2 + \left(y + \dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{41}{4}$. □

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác $\triangle ABC$ có $B(1;1)$, $C(3;-1)$, trực tâm $H(2;2)$. Viết phương trình đường tròn $(\mathscr{C})$ ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của BC. Lấy D đối xứng với H qua I. Suy ra $BHCD$ là bình hành, suy ra $\widehat{BHC} = \widehat{BDC}$

Mà $\widehat{BHC} + \widehat{BAC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BDC} + \widehat{BAC} = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn hay $D \in (\mathscr{C})$.



Ta có $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{HC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - x_B = x_C - x_H \\ y_D - y_B = y_C - y_H \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 1 = 3 - 2 \\ y_D - 1 = -1 - 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = -2 \end{cases}$ hay $D(2; -3)$.

Giả sử đường tròn $(\mathscr{C})$ cần tìm có phương trình là

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 \qquad (1)$$

$B, C, H \in (\mathscr{C})$ nên tọa độ của chúng đều thỏa (1)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1-a)^2 + (1-b)^2 = R^2 \\ (3-a)^2 + (-1-b)^2 = R^2 \\ (2-a)^2 + (2-b)^2 = R^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-a)^2 = R^2 - (1-b)^2 & (2) \\ (3-a)^2 = R^2 - (1+b)^2 & (3) \\ (2-a)^2 = R^2 - (2-b)^2 & (4) \end{cases}$$

Trừ vế theo vế các phương trình (2) và (3) ta có $a - b = 2$ (5)

Trừ vế theo vế các phương trình (2) và (4) ta có $a + b = 3$ (6)

Từ (5), (6) có hệ $\begin{cases} a - b = 2 \\ a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{5}{2} \\ b = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ (7)

Thay (7) vào (2) suy ra $R^2 = \dfrac{5}{2}$. Phương trình đường tròn cần tìm

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}.$$

□

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có 3 cạnh đặt trên 3 đường thẳng

$$(\Delta_1)\colon 5y = x - 2,\ (\Delta_1)\colon y = x + 2,\ (\Delta_3)\colon y = 8 - x$$

Lời giải.

Gọi $A = (\Delta_2) \cap (\Delta_3)$; $B = (\Delta_2) \cap (\Delta_1)$; $C = (\Delta_1) \cap (\Delta_2)$

Tọa độ B: $\begin{cases} y = x + 2 \\ y = 8 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow B(3; 5)$

Tọa độ C: $\begin{cases} 5y = x - 2 \\ y = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow C(-3; -1)$

Ta thấy $(\Delta_2) \perp (\Delta_3) \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A suy ra BC là đường kính của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Tọa độ trung điểm I của BC là $\begin{cases} x = \dfrac{3-3}{2} = 0 \\ y = \dfrac{5-1}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow I(0; 2)$,

Bán kính $IB^2 = (3-0)^2 + (5-2)^2 = 18$.

Phương trình đường tròn tâm I bán kính $R = IB$ là $x^2 + (y-2)^2 = 18$. □

Kỹ thuật 3. Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác $\triangle ABC$

Phương pháp:

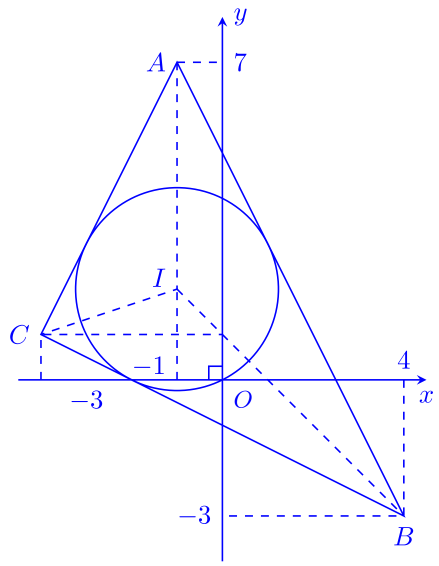
- Tâm là giao điểm của 2 đường phân giác trong.

- Bán kính bằng khoảng cách từ tâm đến 1 trong 3 cạnh hoặc dùng công thức $r = \dfrac{S_{\triangle ABC}}{p}$ với $S_{\triangle ABC}$: diện tích $\triangle ABC$; $p = \dfrac{AB + BC + CA}{2}$

Ví dụ 9. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ trong đó $A(-1;7)$, $B(4;-3)$, $C(-4;1)$.

Lời giải.

Áp dụng công thức phương trình đường thẳng qua hai điểm.



- (AB): $\dfrac{x+1}{4+1} = \dfrac{y-7}{-3-7} \Leftrightarrow 2x + y - 5 = 0$
- (BC): $\dfrac{x-4}{-4-4} = \dfrac{y+3}{1+3} \Leftrightarrow x + 2y + 2 = 0$
- (AC): $\dfrac{x+1}{-4+1} = \dfrac{y-7}{1-7} \Leftrightarrow 2x - y + 9 = 0$
- Phương trình các đường phân giác (AB) và (BC) là

$$\frac{2x+y-5}{\sqrt{5}} = \pm\frac{x+2y+2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - y - 7 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{array}\right.$$

Xét $f(x,y) = x + y - 1$, ta có $f(A).f(C) = -20 < 0$ suy ra $x + y - 1 = 0$ là đường phân giác trong của góc B.

- Phương trình các đường phân giác (AC) và (BC) là

$$\frac{2x-y+9}{\sqrt{5}} = \pm\frac{x+2y+2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 3y + 7 = 0 \\ 3x + y + 11 = 0 \end{array}\right.$$

Xét hàm số $h(x,y) = 3x + y + 7$, ta có $h(A).h(B) = 300 > 0$ suy ra $x - 3y + 7 = 0$ là phân giác trong của góc C

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$, khi đó tọa độ điểm I là nghiệm của hệ

$$I\colon \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - 3y + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow I(-1;2)$$

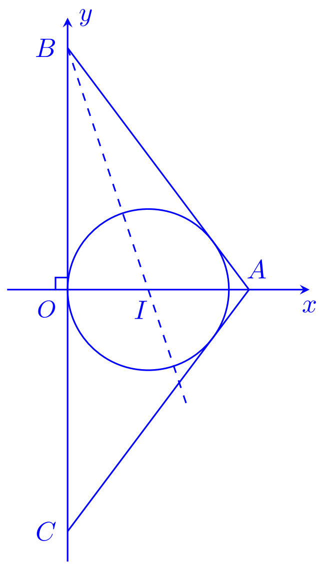
- Bán kính $r = d(I,(AB)) = \dfrac{|2.(-1) + 2 - 5|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$.

Phương trình đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ là $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$. □

Ví dụ 10. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $(\Delta_1)\colon 4x + 3y - 12 = 0$, $(\Delta_2)\colon 4x - 3y - 12 = 0$. Viết phương trình đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ biết rằng các cạnh của tam giác đặt trên trục tung và hai đường thẳng nói trên.

Lời giải.

Gọi $A = (\Delta_1) \cap (\Delta_2)$, $B = Oy \cap (\Delta_1)$, $C = Oy \cap (\Delta_2)$.



Tọa độ A: $\begin{cases}4x-3y-12=0\\4x+3y-12=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\y=0\end{cases}$. Vậy $A(3;0)$

Tọa độ B: $\begin{cases}x=0\\4x+3y-12=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\y=4\end{cases}$. Vậy $B(0;4)$

Tọa độ C: $\begin{cases}x=0\\4x-3y-12=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\y=-4\end{cases}$. Vậy $C(0;-4)$.

Ta thấy $\triangle ABC$ cân tại A nên OA là phân giác trong của góc A

Các đường phân giác của (BC) và (BA)

$$\frac{4x+3y-12}{5} \pm x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-3y+12=0\\3x+y-4=0\end{array}\right.$$

Xét $f(x,y)=x-3y+12=0$, ta có $\begin{cases}f(A)=16\\f(C)=12>0\end{cases}$

$\Rightarrow f(A).f(C)>0$ suy ra đường phân giác trong của góc B là $3x+y-4=0$

Goi I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$, khi đó tọa độ điểm I là nghiệm của hệ

$$I\colon \begin{cases}y=0\\3x+y-4=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=0\\x=\dfrac{4}{3}\end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{4}{3};0\right)$$

Bán kính r bằng khoảng cách từ I đến (BC): $r=OI=|x_I|=\dfrac{4}{3}$

Phương trình đường tròn cần tìm $(\mathscr{C})$: $\left(x-\dfrac{4}{3}\right)^2+y^2=\dfrac{16}{9}$. □

Dạng 3. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn

Kỹ thuật 4. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn tại 1 điểm

Phương pháp:

① Sử dụng cách viết đường thẳng qua 1 điểm và có vectơ pháp tuyến.

② Sử dụng công thức phân đôi tọa độ

Ví dụ 11. Trong mặt phẳng Oxy, cho $M(2;-1)$, viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn

$$(\mathscr{C})\colon x^2+y^2+2x-6y-15=0 \qquad (1)$$

tại điểm M.

Lời giải.

Đường tròn $(\mathscr{C})$ có tâm $I(-1;3)$, bán kính $R=\sqrt{(-1)^2+3^2+15}=5$

Tiếp tuyến tại M là đường thẳng qua M và nhận $\vec{n}=\overrightarrow{IM}=(4;-4)=4.(1;-1)=4.\vec{n'}$ làm vectơ pháp tuyến

$$1.(x-2)-1.(y+1)=0 \Leftrightarrow x-y-3=0.$$

□

Kỹ thuật 5. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn kẻ từ 1 điểm

Phương pháp:

Đường thẳng (Δ): $Ax + By + C = 0$ tiếp xúc với đường tròn tâm $I(a; b)$ bán kính R

$$d(I; \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|A.a + B.b + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = R.$$

Ví dụ 12. Viết phương trình tiếp tuyến kẻ từ điểm $M(3; 1)$ đến đường tròn

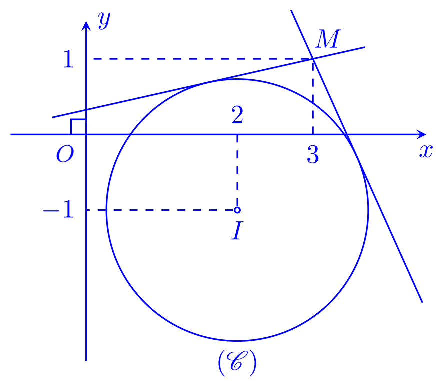
$$(\mathscr{C})\colon x^2 + y^2 - 4x + 2y + 2 = 0.$$

Lời giải.

• $(\mathscr{C})$ có tâm $I(2; -1)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.

Phương trình đường thẳng (Δ) qua M có dạng

$$a(x - 3) + b(y - 1) = 0 \ (a^2 + b^2 > 0). \qquad (2)$$



• Khoảng cách từ điểm I đến (Δ) là

$$\frac{|a.(2 - 3) + b.(-1 - 1)|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|a + 2b|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

• (Δ) tiếp xúc với $(\mathscr{C})$

$$\Leftrightarrow d = R \Leftrightarrow \frac{|a + 2b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow (a + 2b)^2 = 3(a^2 + b^2) \Leftrightarrow 2a^2 - 4ab - b^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = \dfrac{2b + b\sqrt{6}}{2} \\ a = \dfrac{2b - b\sqrt{6}}{2} \end{array}\right.$$

* Với $b = 1$, chọn $a = \dfrac{2 + \sqrt{6}}{2}$ thay vào (2) có $\dfrac{2 + \sqrt{6}}{2}(x - 3) + y - 1 = 0$

* Với $b = 1$, chọn $a = \dfrac{2 - \sqrt{6}}{2}$ thay vào (2) có $\dfrac{2 - \sqrt{6}}{2}(x - 3) + y - 1 = 0$

□

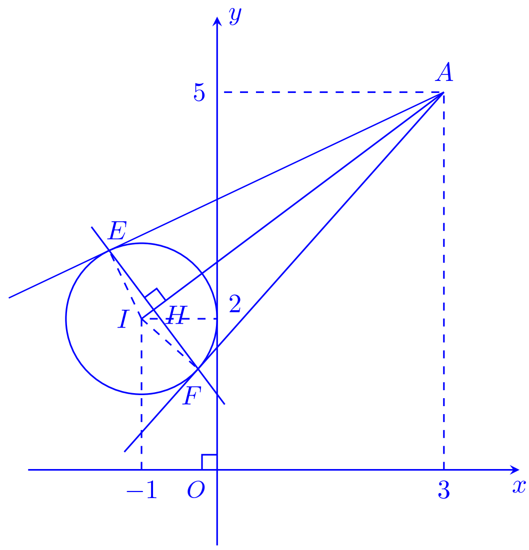
Ví dụ 13. Cho đường tròn $(\mathscr{C})$: $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2x - 4y = 4 = 0$ (1)

1) Viết phương trình tiếp tuyến của $(\mathscr{C})$ kẻ từ $A(3; 5)$.

2) Gọi F, F là các tiếp điểm của các tiếp tuyến với $(\mathscr{C})$ ở câu 1. Viết phương trình đường thẳng EF.

3) Tính độ dài đoạn thẳng EF.

Lời giải.



1) $(\mathscr{C})$ có tâm $I(-1;2)$ bán kính $R=1$ • Phương trình đường thẳng (Δ) qua A có dạng

$$a(x-3)+b(y-5)=0,\ (a^2+b^2>0) \qquad (2)$$

• Khoảng cách từ I đến (Δ)

$$d=\frac{|a.(-1-3)+b(2-5)|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|4a+3b|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

• (Δ) là tiếp tuyến của $(\mathscr{C})$

$$\Leftrightarrow d=R\Leftrightarrow \frac{|4a+3b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=1$$

$$\Leftrightarrow (4a+3b)^2=(a^2+b^2)\Leftrightarrow 15a^2+24ab+8b^2=0 \qquad (*)$$

Cho $b=-1$ ta được $(*)\Leftrightarrow 15a^2-24a+b=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=\dfrac{12-2\sqrt{6}}{15}\\ a=\dfrac{12+2\sqrt{6}}{15}\end{array}\right.$ thay vào (2) ta được 2 tiếp tuyến

$$(\Delta_1)\colon \frac{12-2\sqrt{6}}{15}(x-3)-y+5=0,\ (\Delta_2)\colon \frac{12+2\sqrt{6}}{15}(x-3)-y+5=0$$

2) Phương trình tiếp tuyến (Δ) của $(\mathscr{C})$ tại $(x_0;y_0)$ là

$$x_0.x+y_0.y+(x_0+x)-2(y_0+y)+4=0 \qquad (3)$$

Vì $A\in(\mathscr{C})$ nên tọa độ điểm A nghiệm của (3)

$$\Leftrightarrow x_0.3+y_0.5+(x_0+3)-2(y_0+5)+4=0\Leftrightarrow 4x_0+3y_0-3=0$$

hay $4x+3y-3=0$ (4)

• Hai điểm $E,\ F$ đều là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ A nên (4) là phương trình đường thẳng EF.

3) Gọi $H=EF\cap IA$, ta có $IH\perp EF$ suy ra $IH=d(I,EF)=\dfrac{|4.(-1)+3.2-3|}{5}=\dfrac{1}{5}$

Trong $\triangle IHE$ vuông tại H có $HE^2=IE^2-IH^2\Rightarrow HE^2=R^2-\dfrac{1}{25}\Rightarrow HE=\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$

Ta có $EF=2HE=\dfrac{4\sqrt{6}}{5}$ (đvd)

□

Ví dụ 14. Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn $(\mathscr{C})\colon x^2+y^2-4x+2y+4=0$, biết rằng tiếp tuyến vuông góc với đường góc $(\Delta)\colon x+2y+73=0$

Lời giải.

Tâm và bán kính của đường tròn $(\mathscr{C})$ là $I(2;-1)$, $R=1$.

Đường thẳng $(\Delta')\perp(\Delta)\Rightarrow(\Delta')\colon 2x-y+m=0$ (1)

Khoảng cách từ I đến (Δ') là $d=\dfrac{|2.2-1.(1)+m|}{\sqrt{5}}=\dfrac{|m+5|}{\sqrt{5}}$.

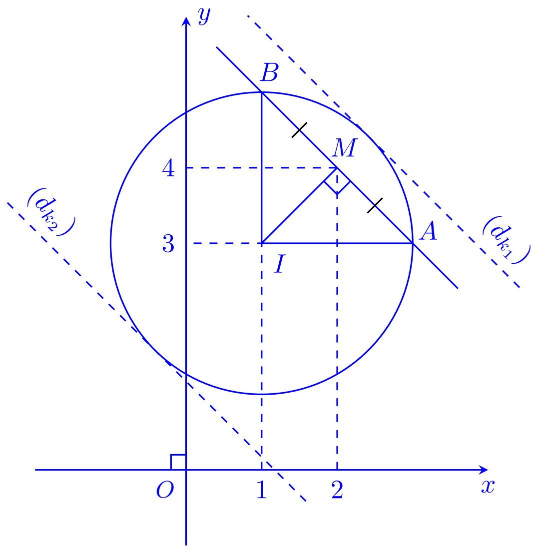
• Đường thẳng (Δ') tiếp xúc với $(\mathscr{C})\Leftrightarrow d=R\Leftrightarrow \dfrac{|m+5|}{\sqrt{5}}=1\Leftrightarrow m=-5\pm\sqrt{5}$

Thay vào (1) ta có hai tiếp tuyến $2x-y-5\pm\sqrt{5}$. □

Ví dụ 15. Cho đường tròn $(\mathscr{C})$: $(x-1)^2+(y-3)^2=4$ và điểm $M(2;4)$.

1) Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua M và cắt đường tròn $(\mathscr{C})$ tại hai điểm A, B sao cho M là trung điểm của AB.
2) Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn có hệ số góc $k=-1$.

Lời giải.



1) Tâm vá bán kình của đường tròn $(\mathscr{C})$ là $I(1;3)$, $R=2$ Ta có M là trung điểm của AB nên $IM\perp AB$. Khi đó đường thẳng (Δ) qua M và nhận $\overrightarrow{IM}=(1;1)$ làm vectơ pháp tuyến.
Phương trình đường thẳng (Δ)

$$1.(x-2)+1.(y-4)=0 \Leftrightarrow x+y-6=0$$

2) Đường thẳng (d_k) có hệ số góc $k=-1$ có dạng

$$(d_k)\colon y=-x+m \Leftrightarrow x+y-m=0 \qquad (*)$$

Đường thẳng (d_k) tiếp xúc với $(\mathscr{C})$

$$d(I,d_k)=R \Leftrightarrow \frac{|1+3-m|}{\sqrt{2}}=2 \Leftrightarrow |m-2|=2\sqrt{2}$$
$$\Leftrightarrow m=4\pm 2\sqrt{2}.$$

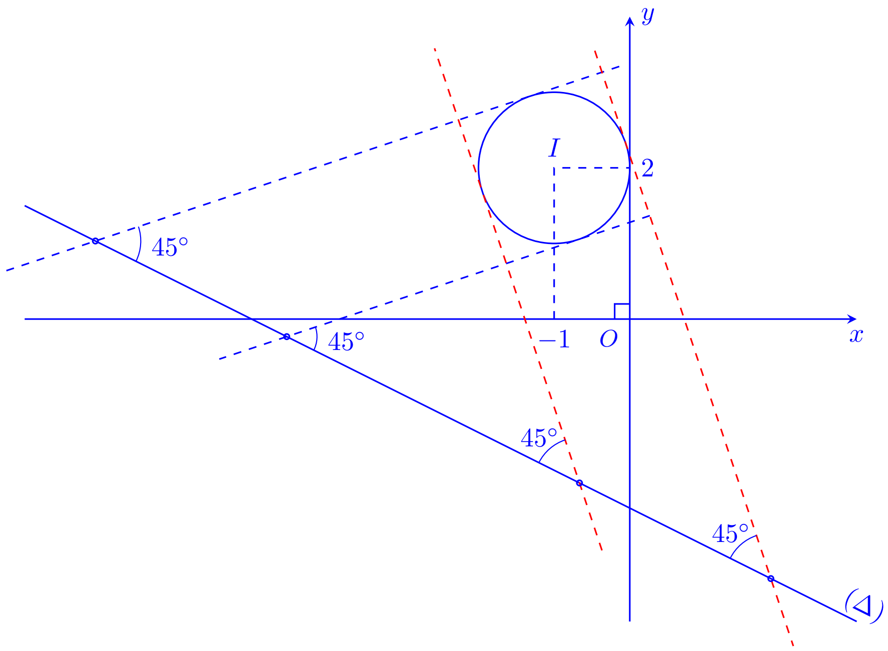
Thay vào (*) ta được 2 tiếp tuyến $(d_{k_1})\colon x+y-4+2\sqrt{2}=0$ $(d_{k_2})\colon x+y-4-2\sqrt{2}=0$

□

Ví dụ 16. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(\mathscr{C})$: $x^2+y^2+2x-4y+4=0$ Biết rằng tiếp tuyến hợp với (Δ): $x+2y+5=0$ một góc 45°.

Lời giải.

• Đường tròn $(\mathscr{C})$ có tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=1$
Gọi $(\Delta') \perp (\Delta) \Rightarrow (\Delta')\colon 2x-y=0$.
• Phương trình các đường phân giác $(l_1),(l_2)$ của góc tạo bởi hai đường thẳng (Δ) và (Δ') là $\dfrac{x+2y+5}{\sqrt{5}} = \pm\dfrac{2x-y}{\sqrt{5}}$
$\Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&(l_1)\colon x-3y-5=0\\&(l_1)\colon 3x+y=5=0\end{aligned}\right.$



• Đường thẳng (a) hợp với (Δ) một góc 45° khi và chỉ khi (a) cùng phương với một trong hai đường thẳng nói trên.
Xét phương trình $(a_1) \parallel (l_1)$ suy ra (a_1) có phương trình $(a_1)\colon x-3y+m=0$ (1)
Khoảng cách từ (I) đến (a_1) là $d=\dfrac{|-1-3.2+m|}{\sqrt{10}}=\dfrac{|m-7|}{\sqrt{10}}$
• Đường thẳng (a_1) là tiếp tuyến của $(\mathscr{C})$ khi và chỉ khi $d=R \Leftrightarrow \dfrac{|m-7|}{\sqrt{10}}=1 \Leftrightarrow m=7\pm\sqrt{10}$.
Thay vào (1) ta có hai tiếp tuyến là $x-3y+7\pm\sqrt{10}=0$.
Xét phương trình $(a_2) \parallel (l_2)$ suy ra (a_2) có phương trình $(a_2)\colon 3x+y+m'=0$ (2)
• Đường thẳng (a_2) là tiếp tuyến của $(\mathscr{C})$ khi và chỉ khi $d=R \Leftrightarrow \dfrac{|m'-1|}{\sqrt{10}}=1 \Leftrightarrow m'=1\pm\sqrt{10}$.
Thay vào (2) ta có hai tiếp tuyến là $3x=y+1\pm\sqrt{10}=0$. □

Dạng 4. Đường tròn và sự tiếp xúc

Đường tròn tiếp với đường thẳng, đường tròn tiếp xúc với đường tròn.

Ví dụ 17. Tìm điều kiện của a để đường thẳng $(\Delta)\colon x+(a-1)y+a=0$ tiếp xúc với đường tròn $(\mathscr{C})\colon x^2+y^2-2x+6y+9=0$.

Lời giải.
Tâm và bán kính đường tròn $(\mathscr{C})$ là $I(1;-3)$, $R=1$.
Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng (Δ) là

$$d=\frac{|1-3(a-1)+a|}{\sqrt{1^2+(a-1)^2}}=\frac{|2(2-a)|}{\sqrt{1^2+(a-1)^2}}$$

• (Δ) tiếp xúc với $(\mathscr{C})$ khi

$$d=R \Leftrightarrow \frac{|2(2-a)|}{\sqrt{1+(a-1)^2}}=1 \Leftrightarrow 4(2-a)^2=1+(a-1)^2$$

$$\Leftrightarrow 3a^2-14a+15=0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&a=3\\&a=\frac{5}{3}\end{aligned}\right.$$

Vậy giá trị a cần tìm $a = 3$; $a = \dfrac{5}{3}$. □

Ví dụ 18. Viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn

$$(\mathscr{C}_1)\colon x^2 + y^2 - 10x + 24y + 65 = 0;\ (\mathscr{C}_2)\colon x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$$

Lời giải.

Tâm và bán kính của $(\mathscr{C}_1)$ là $I_1(5; -12)$, $R_1 = 15$

Tâm và bán kính của $(\mathscr{C}_2)$ là $I_1(1; 2)$, $R_1 = 5$

Gọi (Δ) là tiếp tuyến có phương trình $y = ax + b \Leftrightarrow ax - y + b = 0$ (1)

- (Δ) là tiếp tuyến của $(\mathscr{C}_1)$

$$\Leftrightarrow d(I_1, \Delta) = R_1 \Leftrightarrow \frac{|5a + 12 + b|}{\sqrt{a^2+1}} = 15 \Leftrightarrow |5a + b + 12| = 15\sqrt{a^2+1}$$

- (Δ) là tiếp tuyến của $(\mathscr{C}_2)$

$$\Leftrightarrow d(I_2, \Delta) = R_2 \Leftrightarrow \frac{|a - 2 + b|}{\sqrt{a^2+1}} = 5 \Leftrightarrow |a + b - 2| = 5\sqrt{a^2+1}$$

- (Δ) là tiếp tuyến chung của $(\mathscr{C}_1)$ và $(\mathscr{C}_2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |5a + b + 12| = 15\sqrt{a^2+1} \\ |a + b - 2| = 15\sqrt{a^2+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |5a + b + 12| = 3|a + b - 2| \\ |a + b - 2| = 5\sqrt{a^2+1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 5a + b + 12 = 3(a + b - 2) \\ 5a + b + 12 = -3(a + b - 2) \end{array}\right. \\ |a + b - 2| = 5\sqrt{a^2+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{ll} b = a + 9 & (2) \\ b = -\dfrac{2a+3}{4} & (3) \end{array}\right. \\ |a + b - 2| = 5\sqrt{a^2+1} \quad (4) \end{cases}$$

Thay (2) vào (4) có

$$|2a + 7| = 5\sqrt{a^2+1} \Leftrightarrow (2a + 7)^2 = 25(a^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow 21a^2 - 28a - 24 = 0 \Leftrightarrow b = \frac{14 \pm 10\sqrt{7}}{21} \tag{5}$$

Thay (5) vào (2): $\left[\begin{array}{l} \text{với } a = \dfrac{14 + 10\sqrt{7}}{21} \Rightarrow b = \dfrac{203 + 10\sqrt{7}}{21} \\ \text{với } a = \dfrac{14 - 10\sqrt{7}}{21} \Rightarrow b = \dfrac{203 - 10\sqrt{7}}{21} \end{array}\right.$ (6)

Thay (6) vào (1) ta được 2 phương trình tiếp tuyến chung là

$$(14 + 10\sqrt{7})x - 21y + 203 + 10\sqrt{7} = 0;\ (14 - 10\sqrt{7})x - 21y + 203 - 10\sqrt{7} = 0$$

Thay (2) vào (3) có

$$\frac{|2a - 4|}{4} = 5\sqrt{a^2+1} \Leftrightarrow (2a - 3)^2 = 80(a^2 + 1)$$
$$\Leftrightarrow 76a^2 + 64a + 79 = 0 \text{ (vô nghiệm)}.$$

□

Ví dụ 19. Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm $A(2;0)$ và $B(6;4)$. Viết phương trình đường tròn $(\mathscr{C})$ tiếp xúc với trục hoành tại A và khoảng cách từ tâm của $(\mathscr{C})$ đến B bằng 5.

Lời giải.

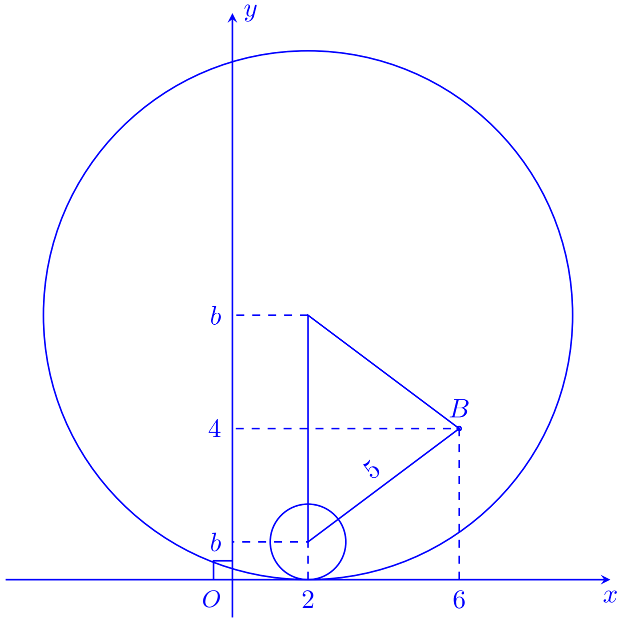
Gọi $I(a;b)$ là tâm của $(\mathscr{C})$. Ta có $(\mathscr{C})$ tiếp xúc với trục hoành tại A
$\Leftrightarrow a = 2$ và $R = |b|$ hay phương trình của $(\mathscr{C})$ có dạng

$$(x-2)^2 + (y-b)^2 = b^2 \qquad (1)$$

Ta có $IB^2 = (6-2)^2 + (4-b)^2$. Mà

$$IB = 5 \Leftrightarrow 16 + (4-b)^2 = 5^2$$
$$\Leftrightarrow (4-b)^2 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 7 \\ b = 1 \end{array}\right. \qquad (2)$$

- $b = 7$ có $(\mathscr{C}_1)$: $(x-2)^2 + (y-7)^2 = 49$
- $b = 1$ có $(\mathscr{C}_2)$: $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$



□

Ví dụ 20. Cho họ đường tròn $(\mathscr{C}_m)$: $x^2 + y^2 - (2m+5)x + (4m-1)y + 4 = 0$. (1)
1) Chứng minh $(\mathscr{C}_m)$ luôn đi qua một điểm cố định.
2) Tìm tất cả các giá trị của m để $(\mathscr{C}_m)$ tiếp xúc trục tung.

Lời giải.

1) Viết lại (1) $\Leftrightarrow 2(2y - x + 1)m + x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0$.
Tọa độ điểm cố định của $(\mathscr{C}_1)$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 2y - x + 1 = 0 \\ x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 1 \\ 5y^2 - 7y = 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 1 \\ \left[\begin{array}{l} y = 0 \\ y = \dfrac{7}{5} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1;\ y = 0 \\ x = \dfrac{19}{5};\ y = \dfrac{7}{5} \end{array}\right.$$

Vậy khi m thay đổi, họ $(\mathscr{C}_m)$ luôn đi qua hai điểm cố định $A(1;0)$, $B\left(\dfrac{19}{5};\dfrac{7}{5}\right)$.

2) Tâm và bán kính của $(\mathscr{C}_m)$ là:

$$I\left(\frac{2m+5}{2};\frac{4m-1}{2}\right),\ R = \sqrt{\frac{(2m+5)^2}{4} + \frac{(4m-1)^2}{4} + 2m - 4}$$

Khoảng cách từ I đến trục tung là $d = |x_I| = \dfrac{|2m+5|}{2}$

• $(\mathscr{C}_m)$ tiếp xúc với trục tung

$$\Leftrightarrow d = R \Leftrightarrow d^2 = R^2 \Leftrightarrow \frac{(2m+5)^2}{4} = \frac{(2m+5)^2}{4} + \frac{(4m-1)^2}{4} = 2m - 4$$

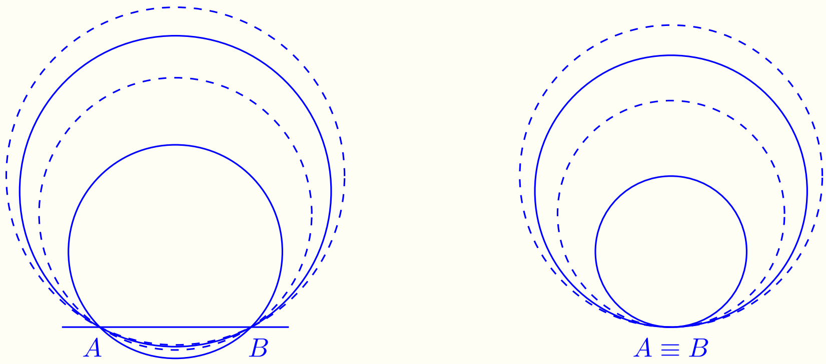
$$\Leftrightarrow 16m^2 = 15 \Leftrightarrow m = \pm\frac{\sqrt{15}}{4}$$

Vậy giá trị m cần tìm $m = \pm\frac{\sqrt{15}}{4}$ □

Dạng 5. Chùm đường tròn

Kỹ thuật 6. Viết phương đường tròn bằng phương pháp chùm

Phương pháp:



1) Phương trình của chùm đường tròn xác định bởi trục và đường tròn cơ sở

$$\begin{cases} \text{một đường tròn cơ sở } (\mathscr{C})\colon x^2+y^2-2ax-2by+c=0 \\ \text{và trục } (\Delta)\colon Ax+By+C=0 \end{cases} \text{ là}$$

$$x^2+y^2-2ax-2by+c+\lambda(Ax+By+C)=0$$

2) Phương trình của chùm đường tròn xác định bởi hai đường tròn cơ sở

$$\begin{cases} (\mathscr{C}_1)\colon x^2+y^2-2a_1x-2b_1y+c_1=0 \\ (\mathscr{C}_2)\colon x^2+y^2-2a_2x-2b_2y+c_2=0 \end{cases} \text{ là}$$

$$\lambda(x^2+y^2-2a_1x-2b_1y+c_1)+\mu(x^2+y^2-2a_2x-2b_2y+c_2)=0 \ (\lambda^2+\mu^2>0)$$

Ví dụ 21. Viết phương trình đường tròn đi qua $A(1;-2)$ và các giao điểm

$$(\mathscr{C})\colon x^2+y^2-2x+4y-20=0 \text{ và đường thẳng } (\Delta)\colon x-7y+10=0.$$

Lời giải.

• Đường tròn $(\mathscr{C})$ có tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=5$.

• Khoảng cách từ A đến (Δ) là $d = \frac{|1-7(-2)+10|}{\sqrt{50}} = \frac{5}{\sqrt{5}}$.

Ta thấy rằng $d < R$, suy ra (Δ) cắt $(\mathscr{C})$ tại 2 điểm. Khi đó tọa độ giao điểm là nghiệm của phương trình

$$x^2+y^2-2x+4y-20+\lambda(x-7y+10)=0 \quad (1)$$

• Thay tọa độ A vào (1) ta được

$$\left[1^2+(-2)^2+4.(-2)-20\right]+m\left[1-7(-2)+10\right]=0$$
$$\Leftrightarrow 3m-45=0 \Leftrightarrow m=15$$

Thay $m=15$ vào (1) có phương trình đường tròn cần tìm

$$x^2+y^2+13x-101y+130=0$$

□

Ví dụ 22. Cho hai đường $(\mathscr{C}_1)\colon x^2+y^2-2x=0$; $(\mathscr{C})\colon x^2+y^2-2y=0$.
Viết phương trình đường tròn qua giao điểm của $(\mathscr{C}_1)$ và $(\mathscr{C}_2)$ và thỏa mãn
1) Đia qua $A(-1;3)$.
2) Tiếp xúc với đường thẳng $(\Delta)\colon 2x+y+1=0$

Lời giải.

1) Tâm và bán kính của $(\mathscr{C}_1)$, $(\mathscr{C}_2)$ lần lượt là $I_1(1;0), R_1=1$, $I_2(0;1), R_2=1$
Ta có $I_1I_2=\sqrt{2}<2=R_1=R_2$ nên $(\mathscr{C}_1)$ và $(\mathscr{C}_2)$ cắt nhau.
Tọa độ giao điểm của $(\mathscr{C}_1)$ và $(\mathscr{C}_2)$ là nghiệm phương trình

$$a(x^2+y^2-2x)+b(x^2+y^2-2y)=0,\ (a^2+b^2>0,\ a+b\neq 0) \tag{1}$$

Thay tọa độ điểm A vào (1) ta được $3a=b\neq 0$.
Chọn $a=1,\ b=3$ thay vào (1) ta được $x^2+y^2-\dfrac{6}{5}x-\dfrac{2}{5}y=0$ (2)

2) Ta biến đổi (1) $\Leftrightarrow x^2+y^2-\dfrac{2ax}{a+b}-\dfrac{2by}{a+b}=0$ (3)
Với mọi $(a;b)$ thỏa mãn $a^2+b^2>0,\ a+b\neq 0$ thì (1) là phương trình đường tròn $(\mathscr{C}_{ab})$ đi qua các giao điểm của $(\mathscr{C}_1)$ và $(\mathscr{C}_2)$ có tâm $I\left(\dfrac{a}{a+b};\dfrac{b}{a+b}\right)$ và bán kính $R=\sqrt{\left(\dfrac{a}{a+b}\right)^2+\left(\dfrac{b}{a+b}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{|a+b|}$.

Khoảng cách từ I đến (Δ) là $d=\dfrac{\left|\dfrac{2a}{a+b}+\dfrac{b}{a+b}+1\right|}{\sqrt{5}}=\dfrac{|3a+2b|}{\sqrt{5}|a+b|}$

• (Δ) là tiếp tuyến của $(\mathscr{C}_{ab})$

$$d=R\Leftrightarrow \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{|a+b|}=\frac{|3a+2b|}{\sqrt{5}|a+b|}$$
$$\Leftrightarrow 5(a^2+b^2)=(3a+2b)^2\Leftrightarrow 4a^2+12ab-b^2=0 \tag{4}$$

Chọn $b=-2$ ta có (4) $\Leftrightarrow a^2-6a-1=0\Leftrightarrow a=3\pm\sqrt{10}$

Với $\begin{cases}a=3+\sqrt{10}\\ b=-2\end{cases}$ thay vào (3) ta có: $x^2+y^2+\dfrac{2(7+2\sqrt{10})}{9}x-\dfrac{4(1-\sqrt{10})}{9}=0$.

Với $\begin{cases}a=3-\sqrt{10}\\ b=-2\end{cases}$ thay vào (3) ta có: $x^2+y^2+\dfrac{2(7-2\sqrt{10})}{9}x-\dfrac{4(1+\sqrt{10})}{9}=0$.

□

C BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 1. Cho đường tròn $(\mathscr{C})\colon x^2+y^2-6x+2y+6=0$

a) Xác định tâm và bán kính của $(\mathscr{C})$

b) Viết phương trình tiếp tuyến của $(\mathscr{C}$ xuất phát từ $A(0;1)$

Bài 2. Cho đường tròn $(\mathscr{C})\colon x^2+y^2-6x-4y+4=0$ và $A(8;-1)$.

1) Viết phương trình tiếp tuyến của $(\mathscr{C}$ xuất phát từ A

2) Gọi E,F là các tiếp điểm, viết phương trình đường thẳng EF.

3) Tính độ dài EF.

Bài 3. Viết phương trình đường tròn qua góc tọa độ và tiếp xúc với 2 đường thẳng

$$(\Delta)\colon 2x+y-1=0;\ (\Delta')\colon 2x-y+2=0$$

Bài 4. Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam ABC, biết các cạnh tam giác nằm trên các đường thẳng

$$3x-4y-35=0\ x-1=0\ 3x+4y-3=0$$

Bài 5. Gọi $(\mathscr{C})$ là đường tròn có tâm $I(2;1)$ tiếp xúc với đường thẳng $(\Delta)\colon 5x-12y+15=0$. Đường thẳng $(\Delta')\colon 4x+3y-8=0$ cắt $(\mathscr{C})$ tại 2 điểm A,B. Tính diện tích $\triangle IAB$.

Bài 6. Gọi $(\mathscr{C})$ là đường tròn có đường kính AB với $A(-1;0)$, $B(5;0)$.
Viết phương trình tiếp tuyến trong các trường hợp sau:

1) Tiếp tuyến song song với đường thẳng $(\Delta_1)\colon x+y-1=0$.

2) Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $(\Delta')\colon 12x+5y-50=0$

3) Tiếp tuyến tạo một góc 45° với đường thẳng $2x+y-2=0$

Bài 7. Cho đường tròn $(\mathscr{C})\colon x^2+y^2=25$.

a) Viết phương trình tiếp tuyến với $(\mathscr{C})$ kẻ từ $A(1;7)$. Gọi E,F là các tiếp điểm.

b) Tính các góc của $\triangle AEF$.

Bài 8. Cho hai đường tròn

$$(\mathscr{C}_1)\colon x^2+y^2-2x+2y-2=0;\ (\mathscr{C}_2)\colon x^2+y^2-6y=0$$

1) Chứng minh hai đường tròn $(\mathscr{C}_1)$ và $(\mathscr{C})$ cắt nhau.

2) Viết phương trình đường tròn đi qua $M(1;1)$ và qua giao điểm của $(\mathscr{C}_1)$ và $(\mathscr{C})$.

3) Viết phương trình đường tròn qua giao điểm $(\mathscr{C}_1)$ và $(\mathscr{C})$ đồng thời tiếp xúc với đường thẳng $(\Delta)\colon x+y+1=0$

Bài 9. Viết phương trình đường tròn $(\mathscr{C})$ đi qua $A(2;-1)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ.

Đáp số: $(\mathscr{C}_1)\colon (x-1)^2+(y+1)^2=1$; $(\mathscr{C}_1)\colon (x-5)^2+(y+5)^2=23$

Bài 10. Cho các đường tròn

$$(\mathscr{C})\colon x^2+y^2=1$$
$$(\mathscr{C}_m)\colon x^2+y^2-2(m+1)+4my-5=9 \qquad (2)$$

1) Tìm quỹ tích tâm các đường tròn $(\mathscr{C}_m)$ khi m thay đổi.

2) Chứng mính rằng hai đường tròn $(\mathscr{C}_{m_1})$ và $(\mathscr{C}_{m_2})$ tiếp xúc với đường tròn $(\mathscr{C})$ ứng với m_1,m_2 của m.

3) Viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn $(\mathscr{C}_{m_1})$ và $(\mathscr{C}_{m_2})$.

Đáp số: 1) $2x+y-2=0$; 2) $(\mathscr{C}_1)\colon x^2+y^2-4y-5=0,\ (m=1)$;
$(\mathscr{C}_2)\colon x^2+y^2-\dfrac{16}{5}x+\dfrac{12}{5}y-5=0,\ (m=\dfrac{3}{5})$;
3) $2x+y-2\pm3\sqrt{5}$

Bài 11. Cho họ đườgn tròn $(\mathscr{C}_m)\colon x^2+y^2-2(m-1)x-2m^2y+m^4=0$ (1)

a) Tìm quỹ tích tâm đường tròn của $(\mathscr{C}_m)$ khi m thay đổi.

b) Hãy chứng tỏ rằng các đường tròn trong họ luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định tại điểm cố định. Tìm đường thẳng đó.

Đáp số: a) $y=x^2-2x+1,\ (x\neq0)$; b) luôn tiếp xúc trục tung

Bài 12. Viết phương trình đường tròn đi qua $A(0;1)$ và tiếp xúc với Ox. Tìm quỹ tích tâm của đường tròn đó

Đáp số: • $(x-a)^2+(y-b)^2=b^2$; • $y=\dfrac{1}{2}(x^2+1)$

Bài 13. Trong các nghiệm của bất phương trình $5x^2+5y^2-5x-15y+8\leq0$ (1)
Hãy tìm cặp nghiệm có $x+3y$ nhỏ nhất.

Đáp số: $\min\limits_{(x,y)\in\mathscr{D}}(x+3y)=2$

Bài 14. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $(\Delta)\colon 3x-2y-1=0$ và đường tròn

$$(\mathscr{C})\colon (x+1)^2+(y+2)^2=2$$

a) Xác định vị trí tương đối của (Δ) và $(\mathscr{C})$.

b) Tìm trên (Δ) điểm $(x_0;y_0)$ sao cho $x_0^2+y_0^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

c) Tìm trên $(\mathscr{C})$ điểm $(x_1;y_1)$ sao cho $x_1^2+y_1^2$ đạt giá trị nhỏ nhất, lớn nhất.

Đáp số: a) (Δ) và $(\mathscr{C})$ cắt nhau. b) $\min\limits_{(x,y)\in\Delta}(x_0^2+y_0^2)=\dfrac{1}{13}$ tại $\left(\dfrac{3}{13};-\dfrac{2}{13}\right)$
c) $\left(\dfrac{\sqrt{10}}{5};\dfrac{2(\sqrt{10}-5)}{5}\right)$; $\left(-\dfrac{\sqrt{10}}{5};-\dfrac{2(\sqrt{10}+5)}{5}\right)$

Bài 15. Tìm a để phương trình có nghiệm: $x+y+\sqrt{2x(y-1)+a}$

Đáp số: $a\geq-\dfrac{1}{2}$

Bài 16. Trong mặt phẳng Oxy cho họ đường tròn:

$$(\mathscr{C}_m)\colon x^2+y^2-(m-2)x+2my-1=0 \tag{1}$$

a) Tìm tập hợp tâm các đường tròn $(\mathscr{C}_m)$ khi m thay đổi

b) Chứng tỏ m thay đổi, các đường tròn $(\mathscr{C}_m)$ luôn đi qua 1 điểm cố định.

c) Cho $m=2$ và điểm $A(0;-1)$. Viết phương trình các tiếp tuyến của đường tròn $(\mathscr{C}_2)$ kẻ từ A.

Đáp số: a) $2x+y+2=0$; b) $(-2;-1)$ $\left(\dfrac{2}{5};\dfrac{1}{5}\right)$; c) $y=1$; $12x-5y-5=0$

Bài 17. Trong mặt phẳng Oxy, cho họ đường cong $(\mathscr{C}_m)$ có phương trình

$$(\mathscr{C}_m)\colon x^2+y^2+2(m-1)x-2(m-2)y+m^2-8m=13=0 \tag{2}$$

1) Tìm các giá trị của m để $(\mathscr{C}_m)$ là đường tròn. Tìm quỹ tích tâm I của đường tròn $(\mathscr{C}_m)$ khi m thay đổi.

2) Cho $m=4$. Viết phương trình các tiếp tuyến kẻ từ $A(1;5)$ đến $(\mathscr{C}_4)$.

Đáp số: 1) $m<-4$ hoặc $m>2$; $x+y+1=0,\ (x>5$ hoặc $x<-1)$; 2) $x=1$, $21x+72y-381=0$

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y+3)^2=16$ là

A. $I(-1;3), R=4$. **B.** $I(1;-3), R=4$. **C.** $I(1;-3), R=16$. **D.** $I(-1;3), R=16$.

Lời giải.

$$(C)\colon (x-1)^2+(y+3)^2=16 \Rightarrow I\left(1;-3\right), R=\sqrt{16}=4.$$

Chọn đáp án B □

Câu 2. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C)\colon x^2+(y+4)^2=5$ là

A. $I(0;-4), R=\sqrt{5}$. **B.** $I(0;-4), R=5$. **C.** $I(0;4), R=\sqrt{5}$. **D.** $I(0;4), R=5$.

Lời giải.

$$(C)\colon x^2+(y+4)^2=5 \Rightarrow I(0;-4), R=\sqrt{5}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 3. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C)\colon (x+1)^2+y^2=8$ là

A. $I(-1;0), R=8$. **B.** $I(-1;0), R=64$. **C.** $I(-1;0), R=2\sqrt{2}$. **D.** $I(1;0), R=2\sqrt{2}$.

Lời giải.

$(C)\colon (x+1)^2+y^2=8 \Rightarrow I(-1;0), R=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C)\colon x^2+y^2=9$ là

A. $I(0;0), R=9$. **B.** $I(0;0), R=81$. **C.** $I(1;1), R=3$. **D.** $I(0;0), R=3$.

Lời giải.

$$(C)\colon x^2+y^2=9 \Rightarrow I(0;0), R=\sqrt{9}=3.$$

Chọn đáp án D □

Câu 5. Đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-6x+2y+6=0$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(3;-1), R=4$. **B.** $I(-3;1), R=4$. **C.** $I(3;-1), R=2$. **D.** $I(-3;1), R=2$.

Lời giải.

Ta có

$$(C)\colon x^2+y^2-6x+2y+6=0 \Rightarrow a=\frac{-6}{-2}=3, b=\frac{2}{-2}=-1, c=6$$
$$\Rightarrow I\left(3;-1\right), R=\sqrt{3^2+(-1)^2-6}=2.$$

Chọn đáp án C □

Câu 6. Đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-4x+6y-12=0$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(2;-3), R=5$. **B.** $I(-2;3), R=5$. **C.** $I(-4;6), R=5$. **D.** $I(-2;3), R=1$.

Lời giải.

$$(C)\colon x^2+y^2-4x+6y-12=0 \Rightarrow a=2, b=-3, c=-12$$
$$\Rightarrow I\left(2;-3\right), R=\sqrt{4+9+12}=5.$$

Chọn đáp án A □

Câu 7. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-4x+2y-3=0$ là

A. $I(2;-1), R=2\sqrt{2}$. **B.** $I(-2;1), R=2\sqrt{2}$. **C.** $I(2;-1), R=8$. **D.** $I(-2;1), R=8$.

Lời giải.

$$(C)\colon x^2+y^2-4x+2y-3=0 \Rightarrow a=2, b=-1, c=-3$$
$$\Rightarrow I\left(2;-1\right), R=\sqrt{4+1+3}=2\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 8. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C)\colon 2x^2+2y^2-8x+4y-1=0$ là

A. $I(-2;1), R=\dfrac{\sqrt{21}}{2}$. **B.** $I(2;-1), R=\dfrac{\sqrt{22}}{2}$. **C.** $I(4;-2), R=\sqrt{21}$. **D.** $I(-4;2), R=\sqrt{19}$.

Lời giải.

Ta có:

$$(C)\colon 2x^2+2y^2-8x+4y-1=0 \Leftrightarrow x^2+y^2-4x+2y-\frac{1}{2}=0$$
$$\Rightarrow \begin{cases} a=2, b=-1 \\ c=-\dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(2;-1\right), R=\sqrt{4+1+\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{22}}{2}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 9. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C)\colon 16x^2+16y^2+16x-8y-11=0$ là

A. $I(-8;4), R=\sqrt{91}$. **B.** $I(8;-4), R=\sqrt{91}$. **C.** $I(-8;4), R=\sqrt{69}$. **D.** $I\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4}\right), R=1$.

Lời giải.

$$(C)\colon 16x^2+16y^2+16x-8y-11=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+x-\frac{1}{2}y-\frac{11}{16}=0 \Rightarrow \begin{cases} I\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4}\right) \\ R=\sqrt{\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{16}+\dfrac{11}{16}}=1. \end{cases}$$

Chọn đáp án D □

Câu 10. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-10x-11=0$ là

A. $I(-10;0), R=\sqrt{111}$. **B.** $I(-10;0), R=\sqrt{89}$.

C. $I(-5;0), R=6$. **D.** $I(5;0), R=6$.

Lời giải.

$$(C)\colon x^2+y^2-10x-11=0 \Rightarrow I\left(-5;0\right), R=\sqrt{25+0+11}=6.$$

Chọn đáp án C □

Câu 11. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-5y=0$ là

A. $I(0;5), R=5$. **B.** $I(0;-5), R=5$. **C.** $I\left(0;\dfrac{5}{2}\right), R=\dfrac{5}{2}$. **D.** $I\left(0;-\dfrac{5}{2}\right), R=\dfrac{5}{2}$.

Lời giải.

$$(C)\colon x^2+y^2-5y=0 \Rightarrow I\left(0;\frac{5}{2}\right), R=\sqrt{0+\frac{25}{4}-0}=\frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 12. Đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y+2)^2=25$ có dạng khai triển là

A. $(C)\colon x^2+y^2-2x+4y+30=0$. **B.** $(C)\colon x^2+y^2+2x-4y-20=0$.

C. $(C)\colon x^2+y^2-2x+4y-20=0$. **D.** $(C)\colon x^2+y^2+2x-4y+30=0$.

Lời giải.

$$(C)\colon (x-1)^2+(y+2)^2=25 \Leftrightarrow x^2+y^2-2x+4y-20=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 13. Đường tròn $(C)\colon x^2+y^2+12x-14y+4=0$ có dạng chính tắc là

A. $(C)\colon (x+6)^2+(y-7)^2=9$.
B. $(C)\colon (x+6)^2+(y-7)^2=81$.
C. $(C)\colon (x+6)^2+(y-7)^2=89$.
D. $(C)\colon (x+6)^2+(y-7)^2=\sqrt{89}$.

Lời giải.

$$(C)\colon x^2+y^2+12x-14y+4=0 \Rightarrow \begin{cases} I\,(-6;7) \\ R=\sqrt{36+49-4}=9 \end{cases} \Rightarrow (C)\colon (x+6)^2+(y-7)^2=81.$$

Chọn đáp án B □

Câu 14. Tâm của đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-10x+1=0$ cách trục Oy một khoảng bằng

A. -5. **B.** 0. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải.

$$(C)\colon x^2+y^2-10x+1=0 \Rightarrow I\,(5;0) \Rightarrow \mathrm{d}\,(I;Oy)=5.$$

Chọn đáp án D □

Câu 15. Cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2+5x+7y-3=0$. Tính khoảng cách từ tâm của (C) đến trục Ox.

A. 5. **B.** 7. **C.** $3{,}5$. **D.** $2{,}5$.

Lời giải.

$$(C)\colon x^2+y^2+5x+7y-3=0 \Rightarrow I\left(-\frac{5}{2};-\frac{7}{2}\right) \Rightarrow \mathrm{d}\,(I;Ox)=\left|-\frac{7}{2}\right|=\frac{7}{2}.$$

Chọn đáp án C □

Ta thường gặp một số dạng lập phương trình đường tròn

— Có tâm I và bán kính R.
— Có tâm I và đi qua điểm M.
— Có đường kính AB.
— Có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng d.
— Đi qua ba điểm A, B, C.
— Có tâm I thuộc đường thẳng d và Đi qua hai điểm A, B.
Đi qua A, tiếp xúc Δ.
Có bán kính R, tiếp xúc Δ.
Tiếp xúc với Δ_1 và Δ_2.
— Đi qua điểm A và Tiếp xúc với Δ tại M. Tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1, Δ_2.
— Đi qua hai điểm A, B có và tiếp xúc với đường thẳng d

Câu 16. Đường tròn có tâm trùng với gốc tọa độ, bán kính $R=1$ có phương trình là

A. $x^2+(y+1)^2=1$.
B. $x^2+y^2=1$.
C. $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.
D. $(x+1)^2+(y+1)^2=1$.

Lời giải.

$$(C)\colon \begin{cases} I(0;0) \\ R=1 \end{cases} \Rightarrow (C)\colon x^2+y^2=1.$$

Chọn đáp án B □

Câu 17. Đường tròn có tâm $I(1;2)$, bán kính $R = 3$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$.
B. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$.
D. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$.

Lời giải.

$$(C)\colon \begin{cases} I(1;2) \\ R = 3 \end{cases} \Rightarrow (C)\colon (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 18. Đường tròn (C) có tâm $I(1;-5)$ và đi qua $O(0;0)$ có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 26$.
B. $(x+1)^2 + (y-5)^2 = \sqrt{26}$.
C. $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 26$.
D. $(x-1)^2 + (y+5)^2 = \sqrt{26}$.

Lời giải.

$$(C)\colon \begin{cases} I(1;-5) \\ R = OI = \sqrt{26} \end{cases} \Rightarrow (C)\colon (x-1)^2 + (y+5)^2 = 26.$$

Chọn đáp án C □

Câu 19. Đường tròn (C) có tâm $I(-2;3)$ và đi qua $M(2;-3)$ có phương trình là

A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = \sqrt{52}$.
B. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 52$.
C. $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 57 = 0$.
D. $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 39 = 0$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} & (C)\colon \begin{cases} I(-2;3) \\ R = IM = \sqrt{(2+2)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{52} \end{cases} \\ \Rightarrow\ & (C)\colon (x+2)^2 + (y-3)^2 = 52 \\ \Leftrightarrow\ & (C)\colon x^2 + y^2 + 4x - 6y - 39 = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Đường tròn đường kính AB với $A(3;-1)$, $B(1;-5)$ có phương trình là

A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 5$.
B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 17$.
C. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = \sqrt{5}$.
D. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$.

Lời giải.

$$(C)\colon \begin{cases} I(2;-3) \\ R = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{1}{2}\sqrt{(1-3)^2 + (-5+1)^2} = \sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow (C)\colon (x-2)^2 + (y+3)^2 = 5.$$

Chọn đáp án D □

Câu 21. Đường tròn đường kính AB với $A(1;1)$, $B(7;5)$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$.
B. $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 12 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 12 = 0$.
D. $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 12 = 0$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} & (C)\colon \begin{cases} I(4;3) \\ R = IA = \sqrt{(4-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{13} \end{cases} \\ \Rightarrow\ & (C)\colon (x-4)^2 + (y-3)^2 = 13 \\ \Leftrightarrow\ & x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 22. Đường tròn (C) có tâm $I(2;3)$ và tiếp xúc với trục Ox có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-3)^2=9$. **B.** $(x-2)^2+(y-3)^2=4$.

C. $(x-2)^2+(y-3)^2=3$. **D.** $(x+2)^2+(y+3)^2=9$.

Lời giải.

$$(C)\colon \begin{cases} I(2;3) \\ R=\mathrm{d}\,(I;Ox)=3 \end{cases} \Rightarrow (C)\colon (x-2)^2+(y-3)^2=9.$$

Chọn đáp án A □

Câu 23. Đường tròn (C) có tâm $I(2;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là

A. $(x+2)^2+(y-3)^2=4$. **B.** $(x+2)^2+(y-3)^2=9$.

C. $(x-2)^2+(y+3)^2=4$. **D.** $(x-2)^2+(y+3)^2=9$.

Lời giải.

$$(C)\colon \begin{cases} I(2;-3) \\ R=\mathrm{d}\,(I;Oy)=2 \end{cases} \Rightarrow (C)\colon (x-2)^2+(y+3)^2=4.$$

Chọn đáp án C □

Câu 24. Đường tròn (C) có tâm $I(-2;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta\colon 3x-4y+5=0$ có phương trình là

A. $(x+2)^2+(y-1)^2=1$. **B.** $(x+2)^2+(y-1)^2=\dfrac{1}{25}$.

C. $(x-2)^2+(y+1)^2=1$. **D.** $(x+2)^2+(y-1)^2=4$.

Lời giải.

$$(C)\colon \begin{cases} I(-2;1) \\ R=\mathrm{d}\,(I;\Delta)=\dfrac{|-6-4+5|}{\sqrt{9+16}}=1 \end{cases} \Rightarrow (C)\colon (x+2)^2+(y-1)^2=1.$$

Chọn đáp án A □

Câu 25. Đường tròn (C) có tâm $I\,(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta\colon x-2y+7=0$ có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2=\dfrac{4}{25}$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2=\dfrac{4}{5}$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2=5$.

Lời giải.

$$(C)\colon \begin{cases} I(-1;2) \\ R=\mathrm{d}\,(I;\Delta)=\dfrac{|-1-4+7|}{\sqrt{1+4}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}} \end{cases} \Rightarrow (C)\colon (x+1)^2+(y-2)^2=\dfrac{4}{5}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 26. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(4;0)$.

A. $I(0;0)$. **B.** $I(1;0)$. **C.** $I(3;2)$. **D.** $I(1;1)$.

Lời giải.

$$A,B,C\in(C)\colon x^2+y^2+2ax+2by+c=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 16+8b+c=0 \\ 20+4a+8b+c=0 \\ 16+8a+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \\ c=-8 \end{cases} \Rightarrow I\,(1;1)\,.$$

Chọn đáp án D □

Câu 27. Tìm bán kính R của đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4)$, $B(3;4)$, $C(3;0)$.

A. $R=5$. **B.** $R=3$. **C.** $R=\sqrt{10}$. **D.** $R=\dfrac{5}{2}$.

Lời giải.

$$\begin{cases}\overrightarrow{BA}=(-3;0)\\ \overrightarrow{BC}=(0;-4)\end{cases}\Rightarrow BA\perp BC\Rightarrow R=\frac{AC}{2}=\frac{\sqrt{(3-0)^2+(0-4)^2}}{2}=\frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 28. Đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(-3;-1)$, $B(-1;3)$ và $C(-2;2)$ có phương trình là

A. $x^2+y^2-4x+2y-20=0$. **B.** $x^2+y^2+2x-y-20=0$.

C. $(x+2)^2+(y-1)^2=25$. **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2=20$.

Lời giải.

$$A,B,C\in(C)\colon x^2+y^2+2ax+2by+c=0\Leftrightarrow\begin{cases}10-6a-2b+c=0\\10-2a+6b+c=0\\8-4a+4b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-2\\b=1\\c=-20.\end{cases}$$

Vậy $(C)\colon x^2+y^2-4x+2y-20=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 29. Cho tam giác ABC có $A(-2;4)$, $B(5;5)$, $C(6;-2)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình là

A. $x^2+y^2-2x-y+20=0$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2=20$.

C. $x^2+y^2-4x-2y+20=0$. **D.** $x^2+y^2-4x-2y-20=0$.

Lời giải.

$$A,B,C\in(C)\colon x^2+y^2+2ax+2by+c=0\Leftrightarrow\begin{cases}20-4a+8b+c=0\\50+10a+10b+c=0\\40+12a-4b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-2\\b=-1\\c=-20.\end{cases}$$

Vậy $(C)\colon x^2+y^2-4x-2y-20=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 30. Cho tam giác ABC có $A(1;-2)$, $B(-3;0)$, $C(2;-2)$. Tam giác ABC nội tiếp đường tròn có phương trình là

A. $x^2+y^2+3x+8y+18=0$. **B.** $x^2+y^2-3x-8y-18=0$.

C. $x^2+y^2-3x-8y+18=0$. **D.** $x^2+y^2+3x+8y-18=0$.

Lời giải.

$$A,B,C\in(C)\colon x^2+y^2+2ax+2by+c=0\Leftrightarrow\begin{cases}5+2a-4b+c=0\\9-6a+c=0\\8+4a-4b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{3}{2}\\b=-4\\c=-18.\end{cases}$$

Vậy $(C)\colon x^2+y^2-3x-8y-18=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 31. Đường tròn (C) đi qua ba điểm $O(0;0)$, $A(8;0)$ và $B(0;6)$ có phương trình là

A. $(x-4)^2+(y-3)^2=25$. **B.** $(x+4)^2+(y+3)^2=25$.

C. $(x-4)^2+(y-3)^2=5$. **D.** $(x+4)^2+(y+3)^2=5$.

Lời giải.

$$O(0;0), A(8;0), B(0;6) \Rightarrow OA \perp OB \Rightarrow \begin{cases} I\left(4;3\right) \\ R = \dfrac{AB}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow (C)\colon (x-4)^2 + (y-3)^2 = 25.$$

Chọn đáp án A □

Câu 32. Đường tròn (C) đi qua ba điểm $O(0;0)$, $A(a;0)$, $B(0;b)$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 - 2ax - by = 0$.
B. $x^2 + y^2 - ax - by + xy = 0$.
C. $x^2 + y^2 - ax - by = 0$.
D. $x^2 - y^2 - ay + by = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$O\left(0;0\right), A\left(a;0\right), B\left(0;b\right) \Rightarrow OA \perp OB \Rightarrow \begin{cases} I\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{b}{2}\right) \\ R = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \ (C)\colon \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{a^2+b^2}{4} \Leftrightarrow (C)\colon x^2 + y^2 - ax - by = 0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 33. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(5;3)$ và có tâm I thuộc trục hoành có phương trình là

A. $(x+4)^2 + y^2 = 10$.
B. $(x-4)^2 + y^2 = 10$.
C. $(x-4)^2 + y^2 = \sqrt{10}$.
D. $(x+4)^2 + y^2 = \sqrt{10}$.

Lời giải.

$$I(a;0) \Rightarrow IA = IB = R \Leftrightarrow R^2 = (a-1)^2 + 1^2 = (a-5)^2 + 3^2 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ I\left(4;0\right) \\ R^2 = 10. \end{cases}$$

Vậy đường tròn cần tìm là $(x-4)^2 + y^2 = 10$.

Chọn đáp án B □

Câu 34. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(3;5)$ và có tâm I thuộc trục tung có phương trình là

A. $x^2 + y^2 - 8y + 6 = 0$.
B. $x^2 + (y-4)^2 = 6$.
C. $x^2 + (y+4)^2 = 6$.
D. $x^2 + y^2 + 4y + 6 = 0$.

Lời giải.

$$I\left(0;a\right) \Rightarrow IA = IB = R \Leftrightarrow R^2 = 1^2 + (a-1)^2 = 3^2 + (a-5)^2 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ I\left(0;4\right) \\ R^2 = 10. \end{cases}$$

Vậy đường tròn cần tìm là $x^2 + (y-4)^2 = 10$.

Chọn đáp án B □

Câu 35. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A\left(-1;2\right)$, $B\left(-2;3\right)$ và có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta : 3x - y + 10 = 0$. Phương trình của đường tròn (C) là:

A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$.
B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{5}$.
C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$.
D. $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 5$.

Lời giải.

Ta có: $I \in \Delta \Rightarrow I\left(a; 3a+10\right)$.

$$\begin{aligned} IA = IB = R &\Leftrightarrow R^2 = (a+1)^2 + (3a+8)^2 = (a+2)^2 + (3a+7)^2 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ I\left(-3; 1\right) \\ R^2 = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy đường tròn cần tìm là: $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 5$.

Chọn đáp án D □

Câu 36. Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $d: x+3y+8=0$, đi qua điểm $A\left(-2; 1\right)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x-4y+10=0$. Phương trình của đường tròn (C) là:

A. $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 25$.
B. $(x+5)^2 + (y+1)^2 = 16$.
C. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 9$.
D. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Lời giải.

Dễ thấy $A \in \Delta$ nên tâm I của đường tròn nằm trên đường thẳng qua A vuông góc với Δ là $\Delta': 4x+3y+5=0 \Rightarrow I = \Delta' \cap d: \begin{cases} 4x+3y+5=0 \\ x+3y+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I\left(1; -3\right) \\ R = IA = 5. \end{cases}$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Chọn đáp án D □

Câu 37. Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $d: x+3y-5=0$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-y-1=0$. Phương trình của đường tròn (C) là:

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 8$ hoặc $(x-5)^2 + y^2 = 8$.
B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 8$ hoặc $(x+5)^2 + y^2 = 8$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$ hoặc $(x-5)^2 + y^2 = 8$.
D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$ hoặc $(x+5)^2 + y^2 = 8$.

Lời giải.

$I \in d \Rightarrow I\left(5-3a; a\right) \Rightarrow d\left[I; \Delta\right] = R = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \dfrac{|4-4a|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = 2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} I\left(5; 0\right) \\ I\left(-1; 2\right) \end{array}\right.$.

Vậy các phương trình đường tròn là: $(x-5)^2 + y^2 = 8$ hoặc $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 8$.

Chọn đáp án A □

Câu 38. Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $d: x+2y-2=0$, bán kính $R = 5$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x-4y-11=0$. Biết tâm I có hoành độ dương. Phương trình của đường tròn (C) là:

A. $(x+8)^2 + (y-3)^2 = 25$.
B. $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 25$ hoặc $(x+8)^2 + (y-3)^2 = 25$.
C. $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 25$ hoặc $(x-8)^2 + (y+3)^2 = 25$.
D. $(x-8)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} &I \in d \Rightarrow I\left(2-2a; a\right), a < 1 \Rightarrow d\left[I; \Delta\right] = R = 5 \\ &\Leftrightarrow \frac{|10a+5|}{5} = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = \dfrac{1}{2} \\ a = -3 \end{array}\right. \Rightarrow I\left(8; -3\right). \end{aligned}$$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x-8)^2+(y+3)^2=25$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 39. Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $d: x+5y-12=0$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ có phương trình là:

A. $(x-2)^2+(y-2)^2=4$.

B. $(x-3)^2+(y+3)^2=9$.

C. $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ hoặc $(x-3)^2+(y+3)^2=9$.

D. $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ hoặc $(x+3)^2+(y-3)^2=9$.

Lời giải.

$$I \in d \Rightarrow I(12-5a;a) \Rightarrow R=d[I;Ox]=d[I;Oy]=|12-5a|=|a|$$
$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=3 \Rightarrow I(-3;3), R=3 \\ a=2 \Rightarrow I(2;2), R=2. \end{array}\right.$$

Vậy phương trình các đường tròn là : $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ hoặc $(x+3)^2+(y-3)^2=9$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 40. Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta: x=5$ và tiếp xúc với hai đường thẳng $d_1: 3x-y+3=0$, $d_2: x-3y+9=0$ có phương trình là:

A. $(x-5)^2+(y+2)^2=40$ hoặc $(x-5)^2+(y-8)^2=10$.

B. $(x-5)^2+(y+2)^2=40$.

C. $(x-5)^2+(y-8)^2=10$.

D. $(x-5)^2+(y-2)^2=40$ hoặc $(x-5)^2+(y+8)^2=10$.

Lời giải.

Ta có:

$$I \in \Delta \Rightarrow I(5;a) \Rightarrow R=d[I;d_1]=d[I;d_2]=\frac{|18-a|}{\sqrt{10}}=\frac{|14-3a|}{\sqrt{10}}$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=8 \Rightarrow I(5;8), R=\sqrt{10} \\ a=-2 \Rightarrow I(5;-2), R=2\sqrt{10}. \end{array}\right.$$

Vậy phương trình các đường tròn: $(x-5)^2+(y-8)^2=10$ hoặc $(x-5)^2+(y+2)^2=40$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 41. Đường tròn (C) đi qua điểm $A(1;-2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-y+1=0$ tại $M(1;2)$. Phương trình của đường tròn (C) là:

A. $(x-6)^2+y^2=29$. **B**. $(x-5)^2+y^2=20$. **C**. $(x-4)^2+y^2=13$. **D**. $(x-3)^2+y^2=8$.

Lời giải.

Tâm I của đường tròn nằm trên đường thẳng qua M vuông góc với Δ là $\Delta': x+y-3=0 \Rightarrow I(a;3-a)$.

Ta có: $R^2=IA^2=IM^2=(a-1)^2+(a-5)^2=(a-1)^2+(a-1)^2 \Leftrightarrow a=3 \Rightarrow \begin{cases} I(3;0) \\ R^2=8 \end{cases} \Rightarrow (C):$ $(x-3)^2+y^2=8$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 42. Đường tròn (C) đi qua điểm $M(2;1)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox, Oy có phương trình là:

A. $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ hoặc $(x-5)^2+(y-5)^2=25$.
B. $(x+1)^2+(y+1)^2=1$ hoặc $(x+5)^2+(y+5)^2=25$.
C. $(x-5)^2+(y-5)^2=25$.
D. $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

Lời giải.

Vì $M(2;1)$ thuộc góc phần tư (I) nên $A(a;a), a>0$. Khi đó: $R=a^2=IM^2=(a-2)^2+(a-1)^2$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=1\Rightarrow I(1;1), R=1\Rightarrow C:(x-1)^2+(y-1)^2=1 \\ a=5\Rightarrow I(5;5), R=5\Rightarrow C:(x-5)^2+(y-5)^2=25. \end{array}\right.$$
Chọn đáp án A □

Câu 43. Đường tròn (C) đi qua điểm $M(2;-1)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox, Oy có phương trình là:

A. $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ hoặc $(x+5)^2+(y-5)^2=25$.
B. $(x-1)^2+(y+1)^2=1$.
C. $(x-5)^2+(y+5)^2=25$.
D. $(x-1)^2+(y+1)^2=1$ hoặc $(x-5)^2+(y+5)^2=25$.

Lời giải.

Vì $M(2;-1)$ thuộc góc phần tư (IV) nên $A(a;-a), a>0$. Khi đó:
$$R=a^2=IM^2=(a-2)^2+(a-1)^2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=1\Rightarrow I(1;-1), R=1\Rightarrow C:(x-1)^2+(y+1)^2=1 \\ a=5\Rightarrow I(5;-5), R=5\Rightarrow C:(x-5)^2+(y+5)^2=25. \end{array}\right.$$
Chọn đáp án D □

Câu 44. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;2)$, $B(3,4)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x+y-3=0$. Viết phương trình đường tròn (C), biết tâm của (C) có tọa độ là những số nguyên.

A. $x^2+y^2-3x-7y+12=0$. **B**. $x^2+y^2-6x-4y+5=0$.
C. $x^2+y^2-8x-2y-10=0$. **D**. $x^2+y^2-2x-8y+20=0$.

Lời giải.

$AB: x-y+1=0$, đoạn AB có trung điểm $M(2;3)\Rightarrow$ trung trực của đoạn AB là $d: x+y-5=0\Rightarrow I(a;5-a), a\in\mathbb{Z}$.
Ta có: $R=IA=d[I;\Delta]=\sqrt{(a-1)^2+(a-3)^2}=\dfrac{|2a+2|}{\sqrt{10}}\Leftrightarrow a=4\Rightarrow I(4;1), R=\sqrt{10}$.
Vậy phương trình đường tròn là: $(x-4)^2+(y-1)^2=10\Leftrightarrow x^2+y^2-8x-2y+7=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 45. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;1), B(3;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x-4y+8=0$. Viết phương trình đường tròn (C), biết tâm của (C) có hoành độ nhỏ hơn 5.

A. $x^2+2y^2-4x-8y+1=0$. **B**. $(x+3)^2+(y-2)^2=5$.
C. $(x+5)^2+(y+2)^2=5$. **D**. $(x-5)^2+(y-2)^2=25$.

Lời giải.

$AB: x-2y+5=0$, đoạn AB có trung điểm $M(1;2)$ Phương trình đường trung trực của đoạn AB là $d: 2x+y-4=0\Rightarrow I(a;4-2a), a<5$.
Ta có $R=IA=d[I;\Delta]=\sqrt{(a+1)^2+(2a-3)^2}=\dfrac{|11a-8|}{5}\Leftrightarrow a=3\Rightarrow I(3;-2)$, $R=5$.
Vậy phương trình đường tròn là: $(x-3)^2+(y+2)^2=25$.
Chọn đáp án A □

Câu 46. Cho phương trình $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ (1). Điều kiện để (1) là phương trình đường tròn là:

A. $a^2 - b^2 > c$. **B**. $a^2 + b^2 > c$. **C**. $a^2 + b^2 < c$. **D**. $a^2 - b^2 < c$.

Lời giải.

Suy ra từ lý thuyết

Chọn đáp án B □

Câu 47. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của một đường tròn?

A. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$. **B**. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$.

C. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$. **D**. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

Lời giải.

Xét phương trình dạng : $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$, lần lượt tính các hệ số a, b, c và kiểm tra điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$.

• Xét phương trình: $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \Rightarrow a = 2, b = -3, c = -12 \Rightarrow a^2 + b^2 - c > 0$.

• Các phương trình $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0, x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$ không có dạng đã nêu nên loại.

• Phương trình $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$ không thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 48. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 9 = 0$. **B**. $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0$.

C. $2x^2 + 2y^2 - 8x - 4y - 6 = 0$. **D**. $5x^2 + 4y^2 + x - 4y + 1 = 0$.

Lời giải.

Loại các đáp án $5x^2 + 4y^2 + x - 4y + 1 = 0$ vì không có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Xét đáp án $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 9 = 0 \Rightarrow a = -1, b = 2, c = -9 \Rightarrow a^2 + b^2 - c < 0 \Rightarrow$ loại.

Xét đáp án

$x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0 \Rightarrow a = 3, b = -2, c = 13 \Rightarrow a^2 + b^2 - c < 0 \Rightarrow$ loại.

Xét đáp án

$$2x^2 + 2y^2 - 8x - 4y - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -3 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 - c > 0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 49. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - x - y + 9 = 0$. **B**. $x^2 + y^2 - x = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2xy - 1 = 0$. **D**. $x^2 - y^2 - 2x + 3y - 1 = 0$.

Lời giải.

Loại các đáp án $x^2 + y^2 - 2xy - 1 = 0$ và $x^2 - y^2 - 2x + 3y - 1 = 0$ vì không có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Xét đáp án $x^2 + y^2 - x - y + 9 = 0 \Rightarrow a = \dfrac{1}{2}, b = \dfrac{1}{2}, c = 9 \Rightarrow a^2 + b^2 - c < 0 \Rightarrow$ loại.

Xét đáp án $x^2 + y^2 - x = 0 \Rightarrow a = \dfrac{1}{2}, b = c = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 - c > 0$.

Chọn đáp án B □

Câu 50. Trong các phương trình sau, phương trình nào **không** phải là phương trình của đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0$. **B**. $x^2 + y^2 - 100y + 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 - y = 0$.

Lời giải.

Xét $x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}, c = 4 \Rightarrow a^2 + b^2 - c < 0$.

Các đáp án còn lại các hệ số a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 - c > 0$.

Chọn đáp án A □

Câu 51. Cho phương trình $x^2 + y^2 + 2mx + 2(m-1)y + 2m^2 = 0 \quad (1)$. Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình đường tròn.

A. $m < \frac{1}{2}$. **B.** $m \leq \frac{1}{2}$. **C.** $m > 1$. **D.** $m = 1$.

Lời giải.

Ta có: $x^2 + y^2 + 2mx + 2(m-1)y + 2m^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -m \\ b = 1 - m \\ c = 2m^2 \end{cases}$

$\Rightarrow a^2 + b^2 - c > 0 \Leftrightarrow -2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 52. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0 \quad (1)$. Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình đường tròn.

A. $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. **D.** $m \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có: $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = m \\ b = 2(m-2) \\ c = 6 - m \end{cases}$

$\Rightarrow a^2 + b^2 - c > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 1 \\ m > 2. \end{array}\right.$

Chọn đáp án B □

Câu 53. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 2my + 10 = 0 \quad (1)$. Có bao nhiêu giá trị m nguyên dương không vượt quá 10 để (1) là phương trình của đường tròn?

A. Không có. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải.

Ta có: $x^2 + y^2 - 2x + 2my + 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -m \\ c = 10 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 - c > 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -3 \\ m > 3 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow m = 4; 5 \ldots; 10$.

Chọn đáp án C □

Câu 54. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 8x + 10y + m = 0 \quad (1)$. Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình đường tròn có bán kính bằng 7.

A. $m = 4$. **B.** $m = 8$. **C.** $m = 8$. **D.** $m = 4$.

Lời giải.

$$x^2 + y^2 - 8x + 10y + m = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -5 \\ c = m \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 - c = R^2 = 49 \Leftrightarrow m = -8.$$

Chọn đáp án C □

Câu 55. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2(m+1)x + 4y - 1 = 0 \quad (1)$. Với giá trị nào của m để (1) là phương trình đường tròn có bán kính nhỏ nhất?

A. $m = 2$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -2$.

Lời giải.

Ta có: $x^2 + y^2 - 2(m+1)x + 4y - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = m+1 \\ b = -2 \\ c = -1 \end{cases}$

$\Rightarrow R^2 = a^2 + b^2 - c = (m+1)^2 + 5 \Rightarrow R_{\min} = 5 \Leftrightarrow m = -1$.

Chọn đáp án B □

Câu 56. Phương trình tiếp tuyến d của đường tròn $C : (x+2)^2 + (y+2)^2 = 25$ tại điểm $M(2;1)$ là:

A. $d : -y + 1 = 0$. **B.** $d : 4x + 3y + 14 = 0$.

C. $d : 3x - 4y - 2 = 0$. **D.** $d : 4x + 3y - 11 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(-2;-2)$ nên tiếp tuyến tại M có VTPT là $\vec{n} = \overrightarrow{IM} = (4;3)$ nên có phương trình là: $4(x-2) + 3(y-1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 11 = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 57. Cho đường tròn $(C) : (x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$. Viết phương trình tiếp tuyến d của (C) tại điểm $A(3;-4)$.

A. $d : x + y + 1 = 0$. **B.** $d : x - 2y - 11 = 0$.

C. $d : x - y - 7 = 0$. **D.** $d : x - y + 7 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$ nên tiếp tuyến tại A có VTPT là $\vec{n} = \overrightarrow{IA} = (2;-2)$.

Nên có phương trình là: $1(x-3) - 1(y+4) = 0 \Leftrightarrow x - y - 7 = 0$.

Chọn đáp án C □

Câu 58. Phương trình tiếp tuyến d của đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 3x - y = 0$ tại điểm $N(1;-1)$ là:

A. $d : x + 3y - 2 = 0$. **B.** $d : x - 3y + 4 = 0$. **C.** $d : x - 3y - 4 = 0$. **D.** $d : x + 3y + 2 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ nên tiếp tuyến tại N có VTPT là $\vec{n} = \overrightarrow{IN} = \left(\frac{-1}{2}; \frac{-3}{2}\right)$.

Nên có phương trình là: $1(x-1) + 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 2 = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 59. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C) : (x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d : 2x + y + 7 = 0$.

A. $2x + y + 1 = 0$ hoặc $2x + y - 1 = 0$. **B.** $2x + y = 0$ hoặc $2x + y - 10 = 0$.

C. $2x + y + 10 = 0$ hoặc $2x + y - 10 = 0$. **D.** $2x + y = 0$ hoặc $2x + y + 10 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(3;-1)$, $R=\sqrt{5}$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: 2x+y+c=0\,(c\neq 7)$.

Ta có $R=d[I;\Delta]\Leftrightarrow \dfrac{|c+5|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}c=0\\c=-10.\end{array}\right.$

Chọn đáp án B □

Câu 60. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2+y^2+4x+4y-17=0$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 3x-4y-2018=0$.

A. $3x-4y+23=0$ hoặc $3x-4y27=0$.

B. $3x-4y+23=0$ hoặc $3x-4y+27=0$.

C. $3x-4y-23=0$ hoặc $3x-4y+27=0$.

D. $3x-4y-23=0$ hoặc $3x-4y-27=0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(-2;-2)$, $R=5$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: 3x-4y+c=0\,(c\neq -2018)$.

Ta có $R=d[I;\Delta]\Leftrightarrow \dfrac{|c+2|}{5}=5\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}c=23\\c=-27.\end{array}\right.$

Chọn đáp án A □

Câu 61. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-2)^2+(y-1)^2=25$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 4x+3y+14=0$.

A. $4x+3y+14=0$ hoặc $4x+3y-36=0$.

B. $4x+3y+14=0$.

C. $4x+3y-36=0$.

D. $4x+3y-14=0$ hoặc $4x+3y-36=0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(2;1)$, $R=5$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: 4x+3y+c=0\,(c\neq 14)$.

Ta có $R=d[I;\Delta]\Leftrightarrow \dfrac{|c+11|}{5}=5\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}c=14\\c=-36.\end{array}\right.$

Chọn đáp án C □

Câu 62. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-2)^2+(y+4)^2=25$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 3x-4y+5=0$.

A. $4x3y+5=0$ hoặc $4x3y45=0$.

B. $4x+3y+5=0$ hoặc $4x+3y+3=0$.

C. $4x+3y+29=0$.

D. $4x+3y+29=0$ hoặc $4x+3y-21=0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(2;-4)$, $R=5$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: 4x+3y+c=0$.

Ta có $R=d[I;\Delta]\Leftrightarrow \dfrac{|c-4|}{5}=5\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}c=29\\c=-21.\end{array}\right.$

Chọn đáp án D □

Câu 63. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $C: x^2+y^2+4x-2y-8=0$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 2x-3y+2018=0$.

A. $3x+2y-17=0$ hoặc $3x+2y-9=0$.

B. $3x+2y+17=0$ hoặc $3x+2y+9=0$.

C. $3x+2y+17=0$ hoặc $3x+2y-9=0$.

D. $3x+2y-17=0$ hoặc $3x+2y+9=0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(-2;1)$, $R=\sqrt{13}$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: 3x+2y+c=0$.

Ta có $R=d[I;\Delta]\Leftrightarrow \dfrac{|c-4|}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}c=17\\c=-9.\end{array}\right.$

Chọn đáp án C □

Câu 64. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2+y^2-4x-4y+4=0$, biết tiếp tuyến vuông góc với trục hoành.

A. $x=0$. **B.** $y=0$ hoặc $y-4=0$.
C. $x=0$ hoặc $x-4=0$. **D.** $y=0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(2;2)$, $R=2$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: x+c=0$.

Ta có $R=d[I;\Delta] \Leftrightarrow |c+2|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=0 \\ c=-4. \end{array}\right.$

Chọn đáp án C □

Câu 65. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn $(C): (x-1)^2+(y+2)^2=8$, biết tiếp tuyến đi qua điểm $A(5;-2)$.

A. $\Delta: x-5=0$. **B.** $\Delta: x+y-3=0$ hoặc $\Delta: x-y-7=0$.
C. $\Delta: x-5=0$ hoặc $\Delta: x+y-3=0$. **D.** $\Delta: y+2=0$ hoặc $\Delta: x-y-7=0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$, $R=2\sqrt{2}$.

Tiếp tuyến có dạng $\Delta: ax+by-5a+2b=0\,(a^2+b^2\neq 0)$.

Ta có: $d[I;\Delta]=R \Leftrightarrow \dfrac{|4a|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2\sqrt{2} \Leftrightarrow a^2-b^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \Rightarrow a=b=1 \\ a=-b \Rightarrow a=1, b=-1. \end{array}\right.$

Chọn đáp án B □

Câu 66. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn $C: x^2+y^2-4x-4y+4=0$, biết tiếp tuyến đi qua điểm $B(4;6)$.

A. $\Delta: x-4=0$ hoặc $\Delta: 3x+4y-36=0$. **B.** $\Delta: x-4=0$ hoặc $\Delta: y-6=0$.
C. $\Delta: y-6=0$ hoặc $\Delta: 3x+4y-36=0$. **D.** $\Delta: x-4=0$ hoặc $\Delta: 3x-4y+12=0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(2;2)$, $R=2$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: ax+by-4a-6b=0\,(a^2+b^2\neq 0)$.

Ta có: $d[I;\Delta]=R \Leftrightarrow \dfrac{|2a+4b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2 \Leftrightarrow b(3b+4a)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \Rightarrow a=1, b=0 \\ 3b=-4a \Rightarrow a=3, b=-4. \end{array}\right.$

Chọn đáp án D □

Câu 67. Cho đường tròn $(C): (x+1)^2+(y-1)^2=25$ và điểm $M(9;-4)$. Gọi Δ là tiếp tuyến của (C), biết Δ đi qua M và không song song với các trục tọa độ. Khi đó khoảng cách từ điểm $P(6;5)$ đến Δ bằng:

A. $\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(-1;1)$, $R=5$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: ax+by-9a+4b=0\,(ab\neq 0)$.

Ta có: $d[I;\Delta]=R \Leftrightarrow \dfrac{|10a-5b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=5 \Leftrightarrow a(3a-4b)=0 \Leftrightarrow 3a=4b \Rightarrow a=4, b=3 \Rightarrow \Delta:$ $4x+3y-24=0$. $d[P;\Delta]=\dfrac{|24+15-24|}{5}=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 68. Có bao nhiêu đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+4y-11=0$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2), R=4 \Rightarrow OI=\sqrt{5}<R \Rightarrow$không có tiếp tuyến nào của đường tròn kẻ từ O

Chọn đáp án A □

Câu 69. Cho đường tròn $(C):(x-3)^2+(y+3)^2=1$. Qua điểm $M(4;-3)$ có thể kẻ được bao nhiêu đường thẳng tiếp xúc với đường tròn (C)?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải.

Vì $M \in (C)$ nên có đúng 1 tiếp tuyến của đường tròn kẻ từ M

Chọn đáp án C □

Câu 70. Có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm $N(-2;0)$ tiếp xúc với đường tròn $(C):(x-2)^2+(y+3)^2=4$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải.

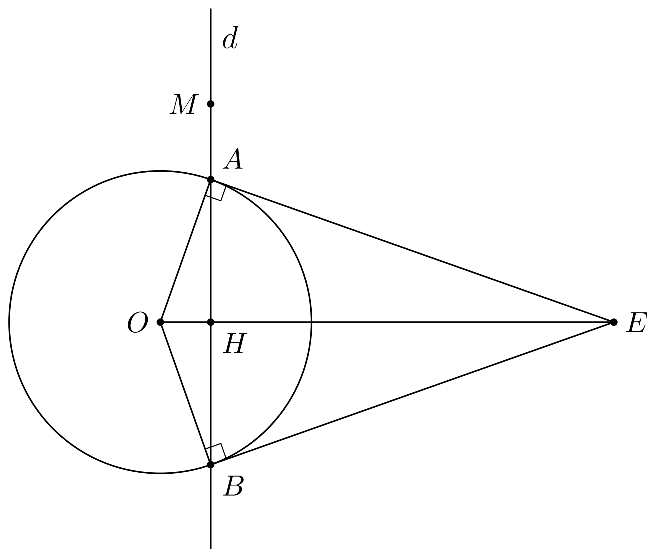
Đường tròn (C) có tâm $I(2;-3), R=2 \Rightarrow IN=\sqrt{16+9}=5>R \Rightarrow$ có đúng hai tiếp tuyến của đường tròn kẻ từ N.

Chọn đáp án C □

Câu 71. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-2x-6y+6=0$. Đường thẳng d đi qua $M(2;3)$ cắt (C) tại hai điểm A và B. Tiếp tuyến của đường tròn tại A và B cắt nhau tại E. Biết $S_{AEB}=\dfrac{32}{5}$ và phương trình đường thẳng d có dạng $ax-y+c=0$ với $a,c\in\mathbb{Z}$, $a>0$. Khi đó $a+2c$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** -4. **D.** 0.

Lời giải.



Ta có $M(2;3)\in d \Rightarrow 2a-3+c=0 \Rightarrow c=3-2a$.

$(C)\colon x^2+y^2-2x-6y+6=0$ có tâm $O(1;3)$ và bán kính $R=2$.

$OH=\mathrm{d}(O,d)=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}} \Rightarrow OE=\dfrac{OA^2}{OH}=\dfrac{4\sqrt{a^2+1}}{a}$ và $HE=\dfrac{3a^2+4}{a\sqrt{a^2+1}}$.

$AH^2=OA^2-OH^2=\dfrac{3a^2+4}{a^2+1} \Rightarrow AH=\dfrac{\sqrt{3a^2+4}}{\sqrt{a^2+1}}$.

Do $S_{AEB}=\dfrac{32}{5}$ nên

$$\begin{aligned} AH\cdot HE=\frac{32}{5} &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3a^2+4}}{\sqrt{a^2+1}}\cdot\frac{3a^2+4}{a\sqrt{a^2+1}}=\frac{32}{5}\\ &\Leftrightarrow 5\sqrt{(3a^2+4)^3}=32a\sqrt{a^2+1}\\ &\Leftrightarrow 25(3a^2+4)^3=1024a^2(a^2+1) \qquad (1)\end{aligned}$$

Đặt $t=a^2$ thì (1) $\Leftrightarrow -349t^3+652t^2+2576t+1600=0\Leftrightarrow t=4\Leftrightarrow a=2\Rightarrow c=-1$.
Vậy $a+2c=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 72. Đường tròn có phương trình: $x^2+y^2+2x-4y-4=0$ có tâm và bán kính là

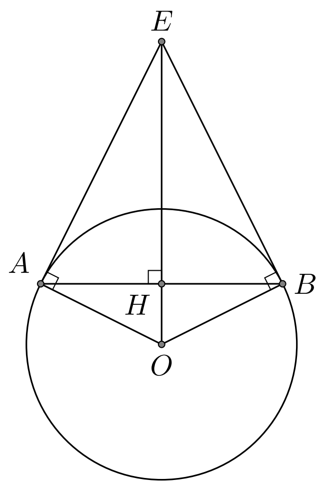
A. Tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=9$.
B. Tâm $I(2;-4)$, bán kính $R=9$.
C. Tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$.
D. Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=3$.

Lời giải.
Ta có $x^2+y^2+2x-4y-4=0\Leftrightarrow(x+1)^2+(y-2)^2=9$. Vậy tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$.
Chọn đáp án C □

Câu 73. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-2x-6y+6=0$. Đường thẳng (d) đi qua $M(2;3)$ cắt (C) tại hai điểm A và B. Tiếp tuyến của đường tròn tại A và B cắt nhau tại E. Biết $S_{AEB}=\dfrac{32}{5}$ và phương trình đường thẳng (d) có dạng $ax-y+c=0$ với $a,c\in\mathbb{Z}, a>0$. Khi đó $a+2c$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** -4. **D.** 0.

Lời giải.



Đường tròn (C) có tâm $I(1;3)$ và bán kính $R=2$.
$IM=1<R$ nên M nằm trong đường tròn và do đó d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt.
Ta có $M(2;3)\in d\Rightarrow 2a-3+c=0\Leftrightarrow c=3-2a$.
Gọi H là trung điểm của AB,
$IH=\mathrm{d}(I,d)=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}}$ (vì $a>0$).
Suy ra $IE=\dfrac{IA^2}{IH}=\dfrac{4\sqrt{a^2+1}}{a}$,
$EH=IE-IH=\dfrac{3a^2+4}{a\sqrt{a^2+1}}$.
$AH=\sqrt{IA^2-IH^2}=\dfrac{\sqrt{3a^2+4}}{\sqrt{a^2+1}}$.

$$\begin{aligned} S_{AEB}=\frac{32}{5} &\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot EH\cdot AB=\frac{32}{5}\\ &\Leftrightarrow EH\cdot AH=\frac{32}{5}\\ &\Leftrightarrow \frac{3a^2+4}{a\sqrt{a^2+1}}\cdot\frac{\sqrt{3a^2+4}}{\sqrt{a^2+1}}=\frac{32}{5}\\ &\Leftrightarrow 5\sqrt{(3a^2+4)^3}=32a(a^2+1)\Leftrightarrow 25(3a^2+4)^3=1024a^2(a^2+1)^2 \quad (*).\end{aligned}$$

Đặt $t = a^2$, ta có

$$(*) \Leftrightarrow -349t^3 + 652t^2 + 2576t + 1600 = 0 \Leftrightarrow t = 4 \Leftrightarrow a = 2 \Rightarrow c = -1.$$

Suy ra $a + 2c = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 74. Cho hai điểm $A(7;-3)$ và $B(1;7)$. Phương trình đường tròn đường kính AB là

A. $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 136$. **B.** $(x-4)^2 + (y-2)^2 = \dfrac{34}{4}$.

C. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 34$. **D.** $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 34$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB, ta được $I(4;2)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-6;10) \Rightarrow AB = 2\sqrt{34}$.

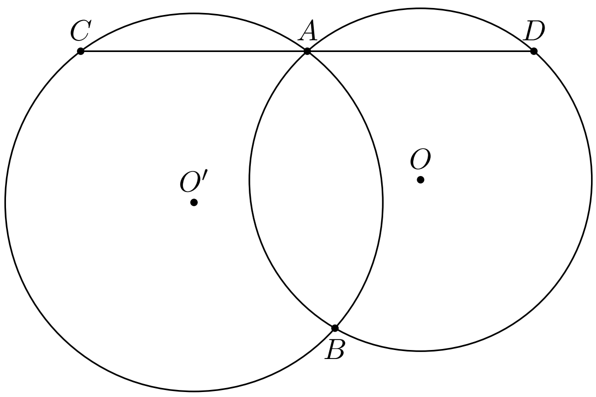
Đường tròn đường kính AB có dạng $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 34$.

Chọn đáp án C □

Câu 75. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường tròn $(C_1)\colon x^2 + y^2 = 13$ và $(C_2)\colon (x-6)^2 + y^2 = 25$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(2;3)$, B. Đường thẳng $d\colon ax + by + c = 0$ đi qua A (không qua B) và cắt (C_1), (C_2) theo hai dây cung có độ dài bằng nhau. Tính $\dfrac{2b+c}{a}$.

A. $\dfrac{2b+c}{a} = \dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2b+c}{a} = 1$. **C.** $\dfrac{2b+c}{a} = -1$. **D.** $\dfrac{2b+c}{a} = -\dfrac{1}{3}$.

Lời giải.



Gọi C, D lần lượt là giao điểm của d với (C_2) và (C_1).

Giả sử $D(m;n) \neq A(2;3)$. Vì A là trung điểm CD nên $C(4-m;6-n)$. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} m^2 + n^2 = 13 \\ (m+2)^2 + (n-6)^2 = 25 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{17}{5};\frac{6}{5}\right).$$

Từ đó ta có phương trình $AD\colon x - 3y + 7 = 0$. Vậy $\dfrac{2b+c}{a} = 1$.

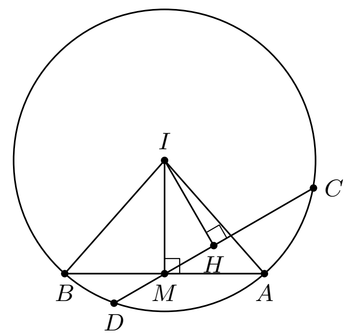
Chọn đáp án B □

Câu 76. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C)\colon x^2 + y^2 - 2x - 4y - 25 = 0$ và điểm $M(2;1)$. Dây cung của (C) đi qua M có độ dài ngắn nhất là

A. $2\sqrt{7}$. **B.** $16\sqrt{2}$. **C.** $8\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{7}$.

Lời giải.

Xét $(C)\colon x^2+y^2-2x-4y-25=0 \Rightarrow$ tâm $I(1;2)$, bán kính $R=\sqrt{30}$.
Gọi AB là dây đi qua M và vuông góc với IM, CD là một dây cung tùy ý đi qua M và $IH \perp CD$. Ta có tam giác IMH vuông tại H nên $IM \geq IH \Rightarrow AB \leq CD$, do đó trong các dây cung đi qua M thì dây AB có độ dài nhỏ nhất.
Ta có $IM=\sqrt{2}$, $MA=\sqrt{R^2-IM^2}=\sqrt{30-2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$
$\Rightarrow AB=4\sqrt{7}$.



Chọn đáp án D □

Câu 77. Cho hai điểm $A(1;1)$, $B(7;5)$. Phương trình đường tròn đường kính AB là

A. $x^2+y^2+8x+6y+12=0$. **B.** $x^2+y^2-8x-6y-12=0$.
C. $x^2+y^2+8x+6y-12=0$. **D.** $x^2+y^2-8x-6y+12=0$.

Lời giải.

Với $A(1;1)$, $B(7;5)$ ta có $I(4;3)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB và độ dài $AB=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$.
Đường tròn (C) đường kính AB có tâm I và bán kính $R=\sqrt{13}$.
Phương trình của $(C)\colon (x-4)^2+(y-3)^2=13 \Leftrightarrow x^2+y^2-8x-6y+12=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 78. Cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2+2x-6y+5=0$. Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $d: x+2y-15=0$ có phương trình là

A. $x+2y=0, x+2y-10=0$. **B.** $x+2y-1=0, x+2y-3=0$.
C. $x+2y=0, x+2y+10=0$. **D.** $x+2y-1=0, x+2y-3=0$.

Lời giải.

Ta có $(C)\colon (x+1)^2+(y-3)^2=5$, cho nên (C) có tâm $I(-1;3)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$. Đường thẳng d' song song với d có dạng $d'\colon x+2y+c=0, c\neq -15$. Theo giả thiết d' tiếp xúc với (C) suy ra

$$\mathrm{d}(I,d')=\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|5+c|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=0 \\ c=-10 \end{array}\right. .$$

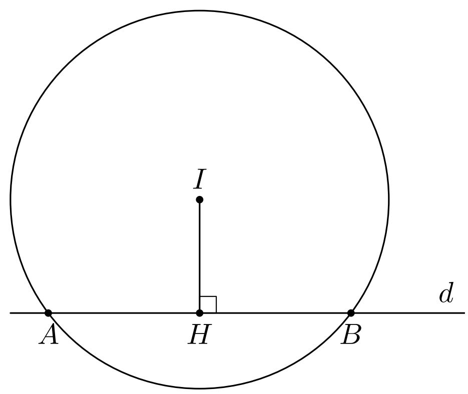
Khi đó phương trình các tiếp tuyến là $x+2y=0; x+2y-10=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 79. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có tâm $I(1;-1)$ và bán kính $R=5$. Biết rằng đường thẳng $d\colon 3x-4y+8-0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A,B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=8$. **B.** $AB=4$. **C.** $AB=3$. **D.** $AB=6$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB thì $IH \perp AB$.
Ta có $IH=\mathrm{d}(I,d)=\dfrac{|3\cdot 1-4\cdot(-1)+8|}{5}=3$.
Suy ra $HA=\sqrt{R^2-IH^2}=4 \Rightarrow AB=2HA=8$.



Chọn đáp án (A) □

Câu 80. Cho đường tròn (C): $(x+1)^2+(y-2)^2=4$ và đường thẳng (d): $4x+3y+3=0$. Gọi A, B là giao điểm của đường thẳng (d) với đường tròn (C). Tính độ dài AB.

A. 2. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

(C) có tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=2$.

Ta có (d) cắt (C) tại A, B, suy ra

$$AB = 2\sqrt{R^2 - \mathrm{d}^2(I,(d))} = 2\sqrt{3}.$$

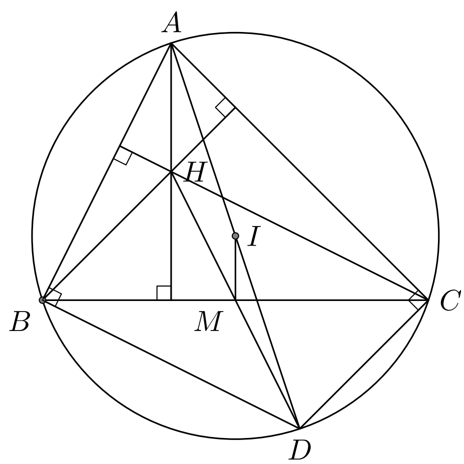
Chọn đáp án (D) □

Câu 81. Tam giác ABC có đỉnh $A(-1;2)$, trực tâm $H(3;0)$, trung điểm của BC là $M(6;1)$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Kẻ đường kính AD. Dễ thấy $BDCH$ là hình bình hành. Suy ra M cũng là trung điểm HD. Suy ra IM là đường trung bình $\triangle ADH$. Suy ra $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{IM}$. Ta có $\overrightarrow{AH} = (4;-2)$. Từ đó suy ra $I(4;2)$. Khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = IA = \sqrt{(-5)^2} = 5$.



Chọn đáp án (A) □

Câu 82. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2+(y+2)^2=4$ và đường thẳng d: $3x+4y+7=0$. Gọi A, B là các giao điểm của đường thẳng d với đường tròn (C). Tính độ dài dây cung AB.

A. $AB=\sqrt{3}$. **B.** $AB=2\sqrt{5}$. **C.** $AB=2\sqrt{3}$. **D.** $AB=4$.

Lời giải.

Đường tròn C có tâm $I(2;-2)$ bán kính $R=2$.

Ta có $\mathrm{d}(I,d) = \dfrac{|3\cdot 2+4\cdot(-2)+7|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 1 < R = 2$ nên d cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

Gọi A, B là các giao điểm của đường thẳng d với đường tròn (C), ta có

$$AB = 2\sqrt{R^2 - \mathrm{d}^2(I,d)} = 2\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 83. Trên hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ và một tiếp tuyến của nó có phương trình là $3x+4y-9=0$. Viết phương trình của đường tròn (C).

A. $(x+3)^2+(y-2)^2=2$. **B.** $(x-3)^2+(y+2)^2=2$.

C. $(x-3)^2+(y-2)^2=4$. **D**. $(x+3)^2+(y-2)^2=4$.

Lời giải.

Vì đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ và một tiếp tuyến của nó là đường thẳng Δ có phương trình là $3x+4y-9=0$ nên bán kính của đường tròn là $R=\mathrm{d}(I,\Delta)=\dfrac{|3\cdot(-3)+4\cdot 2-9|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$.

Vậy phương trình đường tròn là: $(x+3)^2+(y-2)^2=4$.

Chọn đáp án D □

Câu 84. Trên hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2+y^2-2x+6y-4=0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-1)$ và cắt đường tròn (C) theo một dây cung có độ dài lớn nhất.

A. $4x+y-1=0$. **B**. $2x-y-5=0$. **C**. $3x-4y-10=0$. **D**. $4x+3y-5=0$.

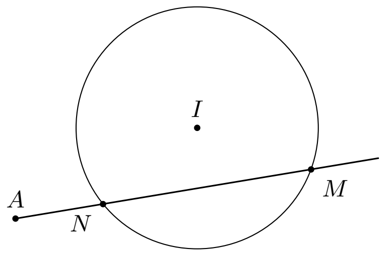
Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-3)$.

Đường thẳng d đi qua $A(2;-1)$ và cắt đường tròn theo một dây cung có độ dài lớn nhất $\Rightarrow d$ đi qua tâm I của đường tròn $\Rightarrow d$ là đường thẳng đi qua hai điểm A và I.

— $\overrightarrow{AI}=(-1;-2)\Rightarrow d$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}(2;-1)$.

— d đi qua điểm $A(2;-1)$.



Suy ra, phương trình đường thẳng d là $2(x-2)-1(y+1)=0\Leftrightarrow 2x-y-5=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 85. Trong hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-4x+2y-15=0$. Gọi I là tâm của (C), đường thẳng d qua $M(1;-3)$ cắt (C) tại A,B. Biết tam giác IAB có diện tích là 8. Phương trình đường thẳng d là $x+by+c=0$. Tính $b+c$.

A. Có vô số giá trị. **B**. 1. **C**. 2. **D**. 8.

Lời giải.

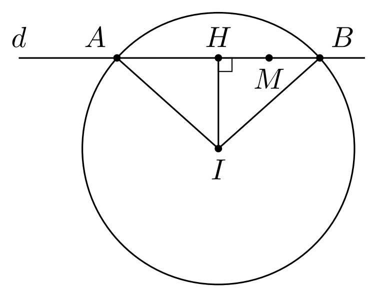
Đường tròn (C) có tâm $I(2;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{20}$.

Ta thấy điểm $M(1;-3)$ nằm trong đường tròn (C).

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;-3)$ nên $1-3b+c=0\Leftrightarrow c=3b-1$.

Phương trình đường thẳng d: $x+by+3b-1=0$.

Gọi H là hình chiếu của I trên đường thẳng d thì H là trung điểm của AB và $IH\le IM=\sqrt{5}$.



Theo giả thiết tam giác IAB có diện tích bằng 8 nên

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}AB\cdot IH=8\\ \Leftrightarrow\ &\sqrt{R^2-IH^2}\cdot IH=8\\ \Leftrightarrow\ &\sqrt{20-IH^2}\cdot IH=8.\\ \Rightarrow\ &\left[\begin{aligned}&IH^2=16\\&IH^2=4.\end{aligned}\right.\end{aligned}$$

Do $IH\le IM=\sqrt{5}$ nên $IH^2=4$.

Ta lại có $IH = d(I,d) = \dfrac{|2b+1|}{\sqrt{b^2+1}} \Rightarrow |2b+1| = 2\sqrt{b^2+1} \Leftrightarrow b = \dfrac{3}{4}$.
Với $b = \dfrac{3}{4}$ thì $c = 3 \cdot \dfrac{3}{4} - 1 = \dfrac{5}{4}$.
Vậy $b + c = \dfrac{3}{4} + \dfrac{5}{4} = 2$.

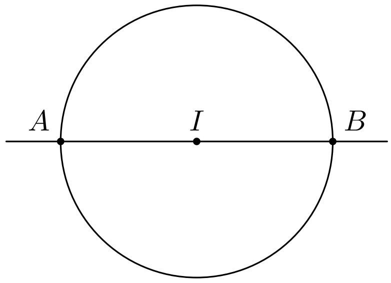
Chọn đáp án C □

Câu 86. Đường tròn $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ cắt đường thẳng $x + y - a - b = 0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $R\sqrt{2}$. **B.** $2R$. **C.** R. **D.** $\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Đường tròn $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ có tâm $I(a;b)$ và bán kính R.
Thay tọa độ điểm I vào phương trình đường thẳng $x + y - a - b = 0$ ta được $a + b - a - b = 0$ (luôn đúng) nên I thuộc đường thẳng $x + y - a - b = 0$.
Khi đó đường thẳng cắt đường tròn theo một dây cung có độ dài bằng đường kính đường tròn là $2R$.



Chọn đáp án B □

Câu 87. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của đường tròn $(C)\colon x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

A. $I(-1;2)$, $R = 4$. **B.** $I(1;-2)$, $R = 2$. **C.** $I(-1;2)$, $R = \sqrt{5}$. **D.** $I(1;-2)$, $R = 4$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 - 1} = 2$.

Chọn đáp án B □

Câu 88. Trong các đường tròn sau đây, đường tròn nào tiếp xúc với trục Ox?

A. $x^2 + y^2 = 5$. **B.** $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 10x + 1 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 - 2x + 10 = 0$.

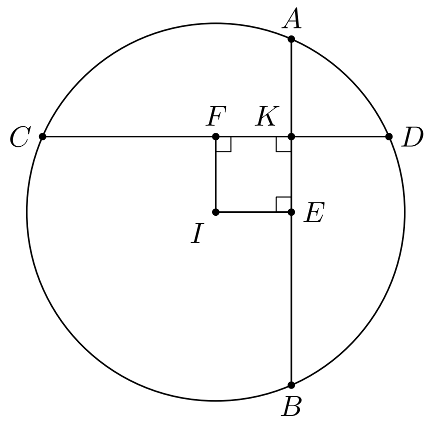
Lời giải.
Đường tròn $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ có tâm $I\,(2;1)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{2^2 + 1^2 - 4} = 1$.
Do $\mathrm{d}\,(I;Ox) = |y_I| = |1| = R \Rightarrow$ đường tròn này tiếp xúc với trục Ox.
Chọn đáp án B □

Câu 89. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C)\colon (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ và các đường thẳng $d_1\colon mx + y - m - 1 = 0$, $d_2\colon x - my + m - 1 = 0$. Tìm các giá trị của tham số m để mỗi đường thẳng d_1, d_2 cắt (C) tại hai điểm phân biệt sao cho bốn điểm đó lập thành một tứ giác có diện tích lớn nhất. Khi đó tổng các giá trị của tham số m là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải.

Xét đường tròn $(I;R)$ với các điểm như hình bên, trong đó K cố định, AB và CD vuông góc với nhau, E, F lần lượt là các trung điểm của AB và CD. Ta có



$$\begin{aligned} S_{ADBC} &= \frac{1}{2}AB\cdot CD \\ &= \frac{1}{2}\cdot 2AE\cdot 2CF \\ &= 2\sqrt{IA^2-IE^2}\sqrt{IC^2-IF^2} \\ &= 2\sqrt{R^4-(IE^2+IF^2)R^2+IE^2IF^2} \\ &= 2\sqrt{R^4-IK^2R^2+IE^2IF^2}. \end{aligned}$$

Do K cố định nên diện tích $ADBC$ lớn nhất khi $IE\cdot IF$ lớn nhất. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số không âm IE và IF, ta có

$$IE\cdot IF \le \frac{IE^2+IF^2}{2} = \frac{IK^2}{2}.$$

Ta suy ra $IE\cdot IF$ lớn nhất khi $IE = IF = \dfrac{IK}{\sqrt{2}}$.

Trở lại câu hỏi chính, (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=2$, d_1 có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(m;1)$ và d_2 có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(1;-m)$, ta dễ thấy d_1 và d_2 vuông góc, $K(1;1)$ là giao điểm của d_1 và d_2, đồng thời $IK<R$ nên K nằm trong đường tròn; E, F lần lượt là trung điểm AB và CD, ta có

$$IE = d(I,d_1) = \frac{1}{\sqrt{m^2+1}},\quad IF = d(I,d_2) = \frac{|m|}{\sqrt{m^2+1}}.$$

Từ đó ta có, diện tích của tứ giác tạo thành lớn nhất khi

$$\frac{1}{\sqrt{m^2+1}} = \frac{|m|}{\sqrt{m^2+1}} = \frac{IK}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Ta tìm được $m=1$ hoặc $m=-1$. Như vậy, tổng các giá trị của tham số m bằng 0.

Chọn đáp án A □

Câu 90. Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính bằng 3?

A. $(x-1)^2+(y+2)^2=9$. **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2=9$.

Lời giải.

Phương trình của đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính bằng 3 là $(x+1)^2+(y-2)^2=9$.

Chọn đáp án D □

Câu 91. Đường tròn $\mathscr{C}: x^2+y^2-2x-2y-23=0$ cắt đường thẳng $\Delta: x-y+2=0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. 5. **B.** $2\sqrt{23}$. **C.** 10. **D.** $5\sqrt{2}$.

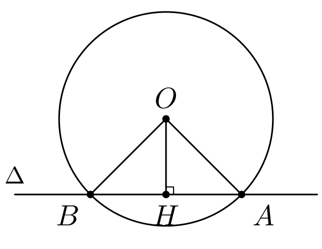
Lời giải.

Đường tròn $\mathscr{C}$ có tâm $I(1;1)$ và bán kính là $R=5$.

Ta có $\mathrm{d}(I,\Delta) = \dfrac{|1-1+2|}{\sqrt{1^1+(-1)^2}} = \sqrt{2} < R$.

Gọi A, B là hai giao điểm của $\mathscr{C}$ và Δ.

Khi đó $AB = 2\sqrt{R^2-[\mathrm{d}(I,\Delta)]^2} = 2\sqrt{23}$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 92. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(-3;1)$ và đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-2x-6y+6=0$. Gọi T_1, T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C). Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng T_1T_2.

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;3)$ và bán kính $R=2$.
Đường thẳng d qua $M(-3;1)$ có phương trình là $a(x+3)+b\,(y-1)=0$ với $a^2+b^2>0$.
d là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi

$$\mathrm{d}(I,d)=2\Leftrightarrow \frac{|4a+2b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2\Leftrightarrow |2a+b|=\sqrt{a^2+b^2}\Leftrightarrow 3a^2+4ab=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0\\ a=\dfrac{-4b}{3}.\end{array}\right.$$

TH 1. Nếu $a=0$, chọn $b=1$ thì tiếp tuyến là $d\colon y=1$.
TH 2. Nếu $a=\dfrac{-4b}{3}$, chọn $b=-3\Rightarrow a=4$;suy ra tiếp tuyến là $d'\colon 4x-3y+15=0$.
Gọi $\{T_1\}=d\cap(C)$ thì T_1 có tọa độ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y=1\\ x^2+y^2-2x-6y+6=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=1\\ y=1\end{cases}, \text{ hay } T_1(1;1).$$

Gọi $\{T_2\}=d'\cap(C)$ thì T_2 có tọa độ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 4x-3y+15=0\\ x^2+y^2-2x-6y+6=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-3}{5}\\ y=\dfrac{21}{5}\end{cases}, \text{ hay } T_2\left(\frac{-3}{5};\frac{21}{5}\right).$$

Phương trình đường thẳng T_1T_2 là: $\dfrac{x-1}{\frac{-3}{5}-1}=\dfrac{y-1}{\frac{21}{5}-1}\Leftrightarrow 2x+y-3=0$.

Vậy $\mathrm{d}(O,T_1T_2)=\dfrac{|-3|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\dfrac{3}{\sqrt{5}}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 93. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y+3)^2=16$ là

A. $I(1;-3)$, $R=16$. **B.** $I(-1;3)$, $R=4$. **C.** $I(-1;3)$, $R=16$. **D.** $I(1;-3)$, $R=4$.

Lời giải.

Ta có đường tròn (C) có tâm $I(1;-3)$, bán kính $R=4$.

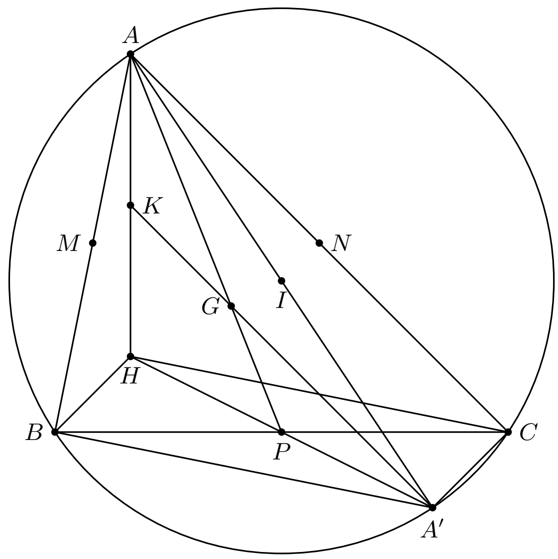
Chọn đáp án (D) □

Câu 94. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\triangle ABC$ có trực tâm H, trọng tâm $G(-1;3)$. Gọi K, M, N lần lượt là trung điểm của AH, AB, AC. Tìm phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác KMN là $(C)\colon x^2+y^2+4x-4y-17=0$.

A. $(x-1)^2+(y-5)^2=100$. **B.** $(x+1)^2+(y-5)^2=100$.
C. $(x-1)^2+(y+5)^2=100$. **D.** $(x+1)^2+(y+5)^2=100$.

Lời giải.

Ta có $(C):(x+2)^2+(y-2)^2=5^2$. Nên (C) có tâm $J(-2;2)$ và bán kính bằng $R=5$.
Do G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GB}=-2\overrightarrow{GN}$ và $\overrightarrow{GC}=-2\overrightarrow{GM}$. (1)
Gọi I là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và P là trung điểm BC. Vẽ đường kính AA'. Suy ra $\widehat{ACA'}=90^\circ$ hay $A'C\perp AC$ mà $BH\perp AC$ nên $BH\parallel A'C$. Tương tự $CH\parallel BA'$ nên $BHCA'$ là hình bình hành. Suy ra P là trung điểm HA'. Do đó G cũng là trọng tâm tam giác AHA'. Suy ra $\overrightarrow{GA'}=-2\overrightarrow{GK}$. (2)

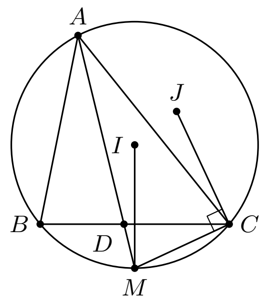


Từ (1) và (2) ta thấy tam giác CBA' là ảnh của tam giác MNK qua phép vị tự tâm G tỉ số -2 nên bán kính của đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC bằng $2R=2\cdot5=10$ và $\overrightarrow{GI}=-2\overrightarrow{GJ}$. Suy ra $\begin{cases}x_I+1=-2(-2+1)\\ y_I-3=-2(2-3)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_I=1\\ y_I=5.\end{cases}$
Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $(x-1)^2+(y-5)^2=100$.
Chọn đáp án A □

Câu 95. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn tâm $I(2;2)$, điểm D là chân đường phân giác trong của $\widehat{BAC}$. Đường thẳng AD cắt đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ tại điểm thứ hai là M (khác A). Tìm tọa độ các điểm A,B,C biết điểm $J(-2;2)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ACD$ và phương trình đường thẳng CM là $x+y-2=0$. Tổng hoành độ của các đỉnh A,B,C của tam giác ABC là

A. $\dfrac{9}{5}$. **B.** $\dfrac{12}{5}$. **C.** $\dfrac{3}{5}$. **D.** $\dfrac{6}{5}$.

Lời giải.
Ta có $\widehat{DCM}=\widehat{BAM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BM).
Mà $\widehat{BAM}=\widehat{DAC}$ (vì AM là phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$).
Nên $\widehat{DCM}=\widehat{DAC}$ suy ra CM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ACD\Rightarrow JC\perp CM$. Phương trình JC là $1(x+2)-1(y-2)=0$
$\Leftrightarrow x-y+4=0$. Vì $C=JC\cap CM\Rightarrow C(-1;3)\Rightarrow IC=\sqrt{10}$, $JC=\sqrt{2}$.
Phương trình đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là $(x-2)^2+(y-2)^2=10$.



Tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases}(x-2)^2+(y-2)^2=10\\(x+2)^2+(y-2)^2=2\\(x;y)\neq(-1;3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}\Rightarrow A(-1;1)$.

Tọa độ M là nghiệm của hệ $\begin{cases}x+y-2=0\\(x-2)^2+(y-2)^2=10\\(x;y)\neq(-1;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=-1.\end{cases}$

Ta có $\overrightarrow{IM}(1;-3)$ nên phương trình BC là $1(x+1)-3(y-3)=0\Leftrightarrow x-3y+10=0$.

Tọa độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases}x-3y+10=0\\(x-2)^2+(y-2)^2=10\\(x;y)\neq(-1;3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{19}{5}\\y=\dfrac{23}{5}\end{cases}\Rightarrow B\left(\dfrac{19}{5};\dfrac{23}{5}\right)$.

Vậy tổng hoành độ của các đỉnh A, B, C của tam giác ABC là $-1 + \dfrac{19}{5} - 1 = \dfrac{9}{5}$.

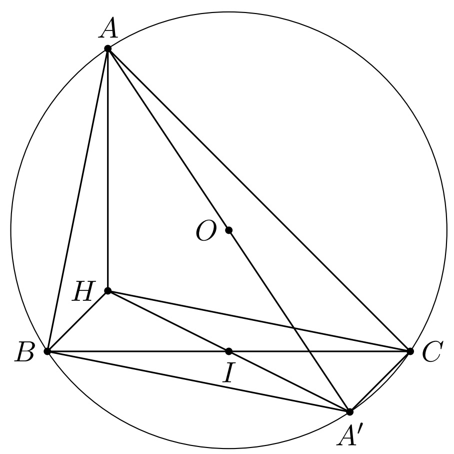
Chọn đáp án A □

Câu 96. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $A(5;5)$, trực tâm $H(-1;13)$, đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình $x^2 + y^2 = 50$. Biết toạ độ đỉnh C là $C(a;b)$, với $a < 0$. Tổng $a + b$ bằng

A. 6. **B**. -6. **C**. -8. **D**. 8.

Lời giải.

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp thì $A'(-5;-5)$, ta có tứ giác $HBA'C$ là hình bình hành nên trung điểm $I(-3;4)$ của HA' cũng chính là trung điểm của BC. Từ đó ta suy ra đường thẳng BC đi qua I và có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{OI} = (-3;4)$ nên BC có phương trình $-3x + 4y - 25 = 0$.
Giao điểm của BC và đường tròn có toạ độ là $(-7;1)$ và $(1;7)$. Theo giả thiết C có hoành độ âm nên suy ra $C(-7;1)$. Vậy $a = -7, b = 1$ nên $a + b = -6$.



Chọn đáp án B □

Câu 97. Cho tam giác ABC có $A(1;-1)$, $B(4;2)$, $C(1;5)$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $R = 4$. **B**. $R = 6$. **C**. $R = 5$. **D**. $R = 3$.

Lời giải.

Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có dạng $(C)\colon x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.
$A \in (C)$, ta có $2 - 2a + 2b + c = 0 \Leftrightarrow 2a - 2b - c = 2$. (1)
$B \in (C)$, ta có $20 - 8a - 4b + c = 0 \Leftrightarrow 8a + 4b - c = 20$. (2)
$C \in (C)$, ta có $26 - 2a - 10b + c = 0 \Leftrightarrow 2a + 10b - c = 26$. (3)
Giải hệ phương trình gồm 3 phương trình (1), (2) và (3) ta được $a = 1$, $b = 2$, $c = -4$.
Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = 3$.

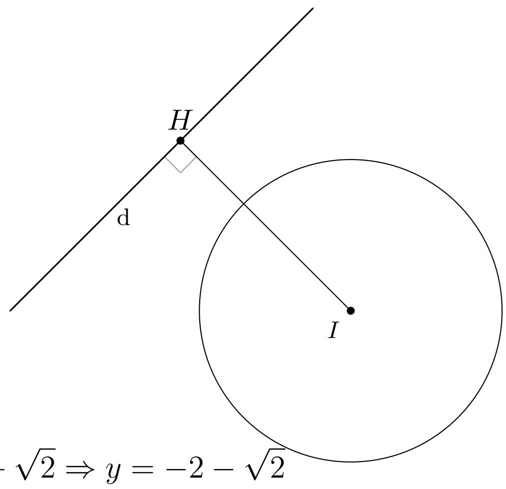
Chọn đáp án D □

Câu 98. Điểm nằm trên đường tròn $(C)\colon x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ có khoảng cách ngắn nhất đến đường thẳng $d\colon x - y + 3 = 0$ có tọa độ $M(a;b)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sqrt{2}a = -b$. **B**. $a = -b$. **C**. $\sqrt{2}a = b$. **D**. $a = b$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=2$.
Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng d là $\mathrm{d}[I,(d)] = 3\sqrt{2} > R$ nên d không cắt (C).
Điểm $M(a;b)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán khi và chỉ khi $\begin{cases} M \in (C) \\ \mathrm{d}[M,(d)] = 3\sqrt{2}-2. \end{cases}$
Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm I lên đường thẳng d, ta có $IH\colon x+y+1=0$.
Xét hệ phương trình



$$\begin{cases} x^2+y^2-2x+4y+1=0 \\ x+y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-4x-2=0 \\ y=-x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1+\sqrt{2} \Rightarrow y=-2-\sqrt{2} \\ x=1-\sqrt{2} \Rightarrow y=-2+\sqrt{2}. \end{array}\right.$$

Từ đó, suy ra $M\left(1-\sqrt{2};-2+\sqrt{2}\right)$. Vậy $a=1-\sqrt{2}$, $b=-2+\sqrt{2}$ nên $\sqrt{2}a=b$.
Chọn đáp án C □

Câu 99. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình của đường tròn có tâm là gốc tọa độ O và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta\colon x+y-2=0$ là

A. $x^2+y^2=2$. **B.** $x^2+y^2=\sqrt{2}$.
C. $(x-1)^2+(y-1)^2=\sqrt{2}$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2=2$.

Lời giải.
Bán kính đường tròn $R=\mathrm{d}\left(O;\Delta\right)=\dfrac{|1\cdot 0+1\cdot 0-2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}$.
Phương trình đường tròn cần tìm $(C)\colon x^2+y^2=2$.
Chọn đáp án A □

Câu 100. Phương trình nào sau đây là phương trình một đường tròn?

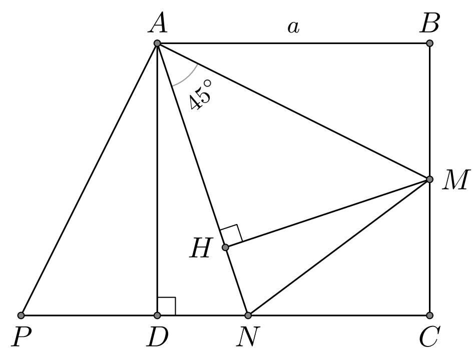
A. $x^2+y^2-4xy+2x+8y-3=0$. **B.** $x^2+2y^2-4x+5y-1=0$.
C. $x^2+y^2-14x+2y+2018=0$. **D.** $x^2+y^2-4x+5y+2=0$.

Lời giải.
Xét phương trình $x^2+y^2-4xy+2x+8y-3=0$ và $x^2+2y^2-4x+5y-1=0$: đây không phải là dạng phương trình đường tròn.
Xét phương trình $x^2+y^2-14x+2y+2018=0$ có $7^2+1^2-2018=-1968<0$ nên đây cũng không phải là phương trình đường tròn.
Xét phương trình $x^2+y^2-4x+5y+2=0 \quad (*)$.
Gọi dạng của phương trình $(*)$ là $x^2+y^2+2ax+2by+c=0$ với $a=-2$, $b=\dfrac{5}{2}$, $c=2$.
Khi đó $a^2+b^2-c=4+\dfrac{25}{4}-2=\dfrac{33}{4}>0$ nên $(*)$ là phương trình của một đường tròn.
Chọn đáp án D □

Câu 101. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN=2ND$. Giả sử $M\left(\dfrac{11}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x-y-3=0$. Tìm tọa độ điểm A.

A. $A(1;-1)$ hoặc $A(4;-5)$. **B.** $A(1;-1)$ hoặc $A(-4;-5)$.
C. $A(1;-1)$ hoặc $A(4;5)$. **D.** $A(1;1)$ hoặc $A(4;5)$.

Lời giải.



Gọi $a > 0$ là độ dài cạnh của hình vuông $ABCD$.
Trên tia đối của tia DC lấy điểm P sao cho $DP = \frac{1}{2}a$.
$\triangle MCN$ có $MN = \sqrt{MC^2 + CN^2} = \frac{5}{6}a$.
$\triangle ANP$ có $NP = ND + DP = \frac{5}{6}a$.
Vậy $\triangle AMN = \triangle APN$ (c.c.c) suy ra $\widehat{MAN} = 45°$.
Suy ra với H là hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng $\triangle AHM$ vuông cân tại H.
Tính được $H\left(\frac{5}{2}; 2\right)$, $HM = \frac{3\sqrt{5}}{2}$.
Suy ra tọa độ A là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + (y-2)^2 = \frac{45}{4} \\ 2x - y - 3 = 0.\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x = 4 \\ y = 5\end{cases} \\ \begin{cases}x = 1 \\ y = -1.\end{cases}\end{array}\right.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 102. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(2; 1)$ và $B(4; 5)$. Biết tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA = \sqrt{2}MB$ là một đường tròn, bán kính của đường tròn đó là

A. $3\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{391}$. **C.** $\sqrt{194}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Lời giải.

Giả sử $M(a; b)$, từ $MA = \sqrt{2}MB$ ta có $(a-2)^2 + (b-1)^2 = 2[(a-4)^2 + (b-5)^2]$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 12a - 18b + 77 = 0.$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 - 12x - 18y + 77 = 0$, đường tròn này có tâm $I(6; 9)$ và bán kính $R = \sqrt{6^2 + 9^2 - 77} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 103. Cho đường tròn $(T)\colon (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$ và hai điểm $A(3; -1)$, $B(6; -2)$. Viết phương trình đường thẳng cắt (T) tại hai điểm C, D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $x + 3y + 10 = 0$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x + 3y + 10 = 0 \\ x + 3y - 10 = 0.\end{array}\right.$ **C.** $x + 3y - 10 = 0$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x + 3y = 0 \\ x + 3y + 10 = 0.\end{array}\right.$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{10}$.
Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành suy ra $CD \parallel AB \Rightarrow$ véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng d đi qua hai điểm CD là $\vec{n}_d = (1; 3)$.
Suy ra phương trình đường thẳng d có dạng $d\colon x + 3y + m = 0$.
Đường tròn (T) có tâm $I(1; -2)$ bán kính $R = \sqrt{5}$. Đường thẳng d cắt (T) tại hai điểm phân biệt C, D khi và chỉ khi

$$\mathrm{d}(I, d) < R \Leftrightarrow \frac{|m-5|}{\sqrt{10}} < \sqrt{5} \Leftrightarrow 5 - 5\sqrt{2} < m < 5 + 5\sqrt{2}.$$

Hoành độ giao điểm của d và (T) là nghiệm phương trình

$$\begin{aligned}
& (x-1)^2+\left(\frac{-x-m}{3}+2\right)^2=5 \\
\Leftrightarrow\quad & 9(x-1)^2+(x+m-6)^2-45=0 \\
\Leftrightarrow\quad & 10x^2-(30-2m)x+m^2-12m=0 \quad (2)
\end{aligned}$$

Giả sử $C(x_1;y_1)$ và $D(x_2;y_2)$ vì hai điểm $C, D \in d$ suy ra $C\left(x_1;\dfrac{-x_1-m}{3}\right)$, $D\left(x_2;\dfrac{-x_2-m}{3}\right)$.
Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành suy ra

$$CD=AB=\sqrt{10}\Leftrightarrow CD^2=10\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2-9=0. \tag{3.2}$$

Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{30-2m}{10}=\dfrac{15-m}{5} \\ x_1x_2=\dfrac{m^2-12m}{10}. \end{cases}$
Thay vào (1) ta được

$$(1)\Leftrightarrow\left(\frac{15-m}{5}\right)^2-4\cdot\frac{m^2-12m}{10}-9=0\Leftrightarrow m(m-10)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=10. \end{array}\right.$$

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn đề bài là $\left[\begin{array}{l} x+3y=0 \\ x+3y+10=0. \end{array}\right.$

Chọn đáp án D □

Câu 104. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng $d_1\colon x-my+4m-2=0$, $d_2\colon mx+y-3m-1=0$, với m là tham số. Biết rằng với mỗi giá trị của m thì d_1, d_2 luôn cắt nhau tại M. Khi m thay đổi thì điểm M chạy trên đường tròn có phương trình là

A. $x^2+y^2-3x-15=0$.
B. $x^2+y^2-5x-5y+10=0$.
C. $(x-1)^2+y^2=2$.
D. $x^2+(y+3)^3$.

Lời giải.
Ta có $\begin{cases} x-my+4m-2=0 \\ mx+y-3m-1=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x-2=m(y+4) \\ y-1=m(3-x). \end{cases}$
Suy ra $(x-2)(3-x)=(y-4)(y-1)\Leftrightarrow x^2+y^2-5x-5y+10=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 105. Trong mặt phẳng Oxy cho $\triangle ABC$ có $A(1;1)$, các điểm $I(3;-1)$, $K(2;-1)$ lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp tam giác đó. Gọi x_1, x_2 là hoành độ các đỉnh B, C tương ứng. Tính giá trị của x_1+x_2.

A. $-\dfrac{18}{5}$.
B. 0.
C. $\dfrac{36}{5}$.
D. $\dfrac{18}{5}$.

Lời giải.

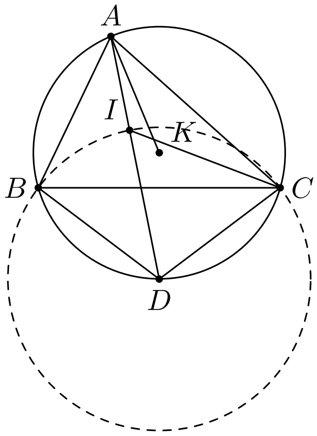
Vì $KA = \sqrt{(1-2)^2+(1+1)^2} = \sqrt{5}$ nên đường tròn (K) ngoại tiếp $\triangle ABC$ có phương trình $(x-1)^2+(y+1)^2=5$.

Đường thẳng AI có phương trình $\dfrac{x-1}{3-1} = \dfrac{y-1}{-1-1} \Leftrightarrow x+y-2=0$.

Gọi $D = AI \cap (K) \Rightarrow D(4;-2)$. Khi đó

$$\begin{cases} \widehat{DBC} = \widehat{DCB} \\ \widehat{DIC} = \widehat{DCI} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} DB = DC \\ DI = DC \end{cases} \Rightarrow DB = DC = DI.$$

Ta có $DI = \sqrt{(3-4)^2+(-1+2)^2} = \sqrt{2}$ nên đường tròn (D) ngoại tiếp $\triangle BCI$ có phương trình $(x-4)^2+(y+2)^2=2$.



Do đó B, C là giao điểm của (K) và (D) hay tọa độ của chúng là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} (x-1)^2+(y+1)^2=5 \\ (x-4)^2+(y+2)^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} & x=3,\ y=-3 \\ & x=\frac{21}{5},\ y=-\frac{3}{5}. \end{aligned}\right.$$

Vậy $x_1+x_2 = 3+\dfrac{21}{5} = \dfrac{36}{5}$.

Chọn đáp án C □

Câu 106. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ phương trình

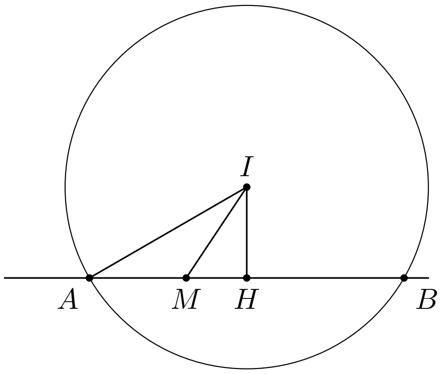
$$\begin{cases} \left(m^2+2m\right)x+\left(1-m^2\right)y+m^2-2m-2=0 \\ x^2+y^2+2x-9=0 \end{cases}$$

có hai nghiệm thực $(x_1;y_1)$, $(x_2;y_2)$ sao cho biểu thức $\left(x_1-x_2\right)^2+\left(y_1-y_2\right)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải.

$$\begin{cases} \left(m^2+2m\right)x+\left(1-m^2\right)y+m^2-2m-2=0 & (1) \\ x^2+y^2+2x-9=0. & (2) \end{cases}$$



(2) là đường tròn có tâm $I(-1;0)$, bán kính $r=\sqrt{10}$.

(1) $\Leftrightarrow (x-y+1)m^2+(2x-2)m+y-2=0$ luôn đi qua điểm $M(1;2)$ với mọi giá trị m và $IM = 2\sqrt{2} < r$ nên M trong đường tròn (2).

Do đó, đường thẳng (2) luôn cắt đường tròn (1) tại hai điểm $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$ và $AB^2 = \left(x_1-x_2\right)^2+\left(y_1-y_2\right)^2$.

Gọi H là trung điểm AB. Ta lại có $AB^2 = 4AH^2 = 4\left(r^2-IH^2\right) \geq 4\left(r^2-IM^2\right) = 8$.

Do vậy AB^2 nhỏ nhất khi và chỉ khi dấu "$=$" xảy ra. Hay $H \equiv M$.

Đường thẳng (1) có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (m^2-1;m^2+2m)$, $\overrightarrow{IM} = (2;2)$.

Do $\overrightarrow{IM} \perp \vec{u}$ nên $\overrightarrow{IM} \cdot \vec{u} = \vec{0} \Leftrightarrow 2(m^2-1)+2(m^2+2m)=0 \Leftrightarrow 2m^2+2m-1=0$. (3)

Phương trình (3) luôn có hai nghiệm phân biệt và tổng của hai nghiệm đó là $m_1+m_2=-1$.

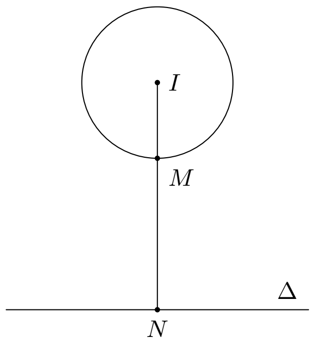
Vậy tổng tất cả các phần tử của S bằng -1.

Chọn đáp án C □

Câu 107. Cho các số thực a, b, c, d thay đổi luôn thỏa mãn $(a-3)^2+(b-6)^2=1$ và $4c+3d-5=0$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=(c-a)^2+(d-b)^2$.

A. 9. **B.** 16. **C.** 18. **D.** 15.

Lời giải.



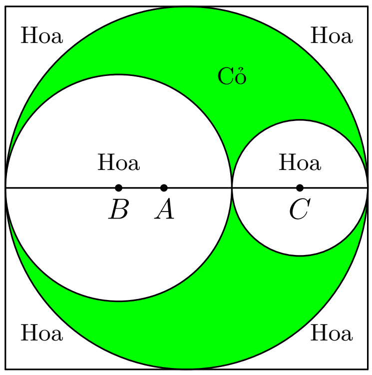
Gọi $M(a;b)$ thỏa mãn $(a-3)^2+(b-6)^2=1$, khi đó điểm M nằm trên đường tròn $(\mathscr{C})$ tâm $I(3;6)$, bán kính $R=1$.
Gọi $N(c;d)$ thỏa mãn $4c+3d-5=0$, khi đó điểm N nằm trên đường thẳng $\Delta\colon 4x+3y-5=0$.
Khoảng cách từ I đến Δ là $\mathrm{d}(I,\Delta)=\dfrac{|12+18-5|}{\sqrt{16+9}}=5$.
Ta có $T=(c-a)^2+(d-b)^2=MN^2\geq(\mathrm{d}(I,\Delta)-R)^2=16$.
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi I, M, N thẳng hàng và vuông góc với Δ.
Vậy $\min T=16$ khi $a=\dfrac{11}{5}$, $b=\dfrac{27}{5}$, $c=-1$, $d=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 108.

Để thiết kế khu vườn hình vuông cạnh 10 mét như hình vẽ. Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại trồng Hoa Hồng. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí mất 100000 đồng, mỗi mét vuông trồng hoa thì mất 300000. Tính tổng chi phí của vườn trong trường hợp diện tích trồng hoa là nhỏ nhất (làm tròn đến hàng nghìn).

A. 22146000. **B.** 20147000. **C.** 24145000. **D.** 19144000.



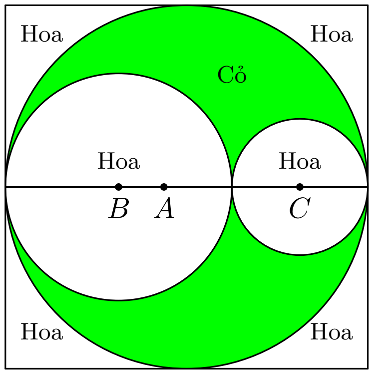
Lời giải.

Gọi R_1; R_2 lần lượt là bán kính hai đường tròn nhỏ ta có $R_1+R_2=5$ m.
Diện tích phần trồng hoa là
$S_1=100-25\pi+(R_1^2+R_2^2)\pi=100-2R_1\cdot R_2\cdot\pi\geq 100-\dfrac{(R_1+R_2)^2}{2}\cdot\pi=100-\dfrac{25}{2}\cdot\pi$.
Vậy diện tích trồng hoa nhỏ nhất là $S_1=100-\dfrac{25}{2}\cdot\pi$.
Diện tích phần trồng cỏ là $S_2=100-S_1=\dfrac{25}{2}\cdot\pi$.
Tổng chi phí là $T=100S_2+300S_1\approx 22146$ (nghìn đồng).

Chọn đáp án A □

Câu 109.

Để thiết kế khu vườn hình vuông cạnh 10 mét như hình vẽ. Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại trồng Hoa Hồng. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí mất 100000 đồng, mỗi mét vuông trồng hoa thì mất 300000. Tính tổng chi phí của vườn trong trường hợp diện tích trồng hoa là nhỏ nhất (làm tròn đến hàng nghìn).



A. 22146000. **B**. 20147000. **C**. 24145000. **D**. 19144000.

Lời giải.

Gọi R_1; R_2 lần lượt là bán kính hai đường tròn nhỏ ta có $R_1 + R_2 = 5$ m.

Diện tích phần trồng hoa là

$S_1 = 100 - 25\pi + (R_1^2 + R_2^2)\pi = 100 - 2R_1 \cdot R_2 \cdot \pi \geq 100 - \dfrac{(R_1 + R_2)^2}{2} \cdot \pi = 100 - \dfrac{25}{2} \cdot \pi.$

Vậy diện tích trồng hoa nhỏ nhất là $S_1 = 100 - \dfrac{25}{2} \cdot \pi$.

Diện tích phần trồng cỏ là $S_2 = 100 - S_1 = \dfrac{25}{2} \cdot \pi$.

Tổng chi phí là $T = 100S_2 + 300S_1 \approx 22146$ (nghìn đồng).

Chọn đáp án A □

Câu 110. Đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$. **B**. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. **D**. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$ có phương trình là $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ hay $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$.

Chọn đáp án C □

Câu 111. Cho tam giác ABC, biết $H(3; 2)$, $G\left(\dfrac{5}{3}; \dfrac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác, đường thẳng BC có phương trình $x + 2y - 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 25$. **B**. $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 25$.

C. $(x + 2)^2 + (y + 6)^2 = 25$. **D**. $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$.

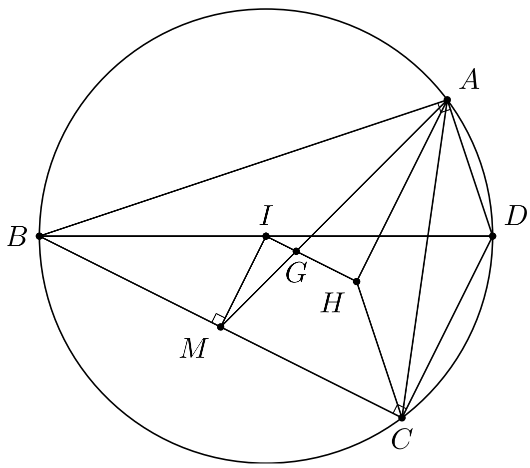
Lời giải.

Phương trình đường thẳng AH đi qua $H(3; 2)$ và vuông góc với đường thẳng BC là $2x - y - 4 = 0$.

Gọi M là trung điểm BC khi đó toạ độ A và M có dạng $A(a, 2a - 4), M(2 - 2m, m)$.

Vì $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{GM}$ nên ta có

$$\begin{cases} 2 - 2m - a = 3\left(2 - 2m - \dfrac{5}{3}\right) \\ m - (2a - 4) = 3\left(m - \dfrac{8}{3}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ m = 1. \end{cases}$$



Vậy ta có $A(5; 6), M(0, 1)$.

Gọi $I(x, y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.
Kẻ đường kính BD, ta có $AD \parallel HC$ (cùng vuông góc với AB) và $CD \parallel AH$ (cùng vuông góc với BC) nên $AHCD$ là hình bình hành.
Dẫn tới $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}$, suy ra $\overrightarrow{IH} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 3\overrightarrow{IG}$.
Khi đó ta có $\begin{cases} 3 - x = 3\left(\dfrac{5}{3} - x\right) \\ 2 - y = 3\left(\dfrac{8}{3} - y\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$ hay $I(1; 3)$.
Do $IA = 5$ nên phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$.
Chọn đáp án D □

Câu 112. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm M thuộc đường tròn $(C)\colon x^2 + y^2 - 6x + 8y + 21 = 0$. Tính độ dài nhỏ nhất của đoạn thẳng OM.

A. 4. **B**. 3. **C**. 5. **D**. 2.

Lời giải.
Đường tròn (C) có tâm $I(3; -4)$ và bán kính $R = 2$.
Vì $OI = 5 > R$ nên O nằm ngoài đường tròn (C).
Từ đó suy ra $OM \geq OI - IM = OI - R = 3$.
Dấu bằng xảy ra khi M là giao điểm của **đoạn thẳng** OI và đường tròn (C).
Chọn đáp án B □

1. B	2. A	3. C	4. D	5. C	6. A	7. A	8. B	9. D	10. C
11. C	12. C	13. B	14. D	15. C	16. B	17. A	18. C	19. D	20. D
21. A	22. A	23. C	24. A	25. B	26. D	27. D	28. A	29. D	30. B
31. A	32. C	33. B	34. B	35. D	36. D	37. A	38. D	39. D	40. A
41. D	42. A	43. D	44. D	45. A	46. B	47. D	48. C	49. B	50. A
51. A	52. B	53. C	54. C	55. B	56. D	57. C	58. D	59. B	60. A
61. C	62. D	63. C	64. C	65. B	66. D	67. B	68. A	69. C	70. C
71. D	72. C	73. D	74. C	75. B	76. D	77. D	78. A	79. A	80. D
81. A	82. C	83. D	84. B	85. C	86. B	87. B	88. B	89. A	90. D
91. B	92. C	93. D	94. A	95. A	96. B	97. D	98. C	99. A	100. D
101. C	102. D	103. D	104. B	105. C	106. C	107. B	108. A	109. A	110. C
111. D	112. B								

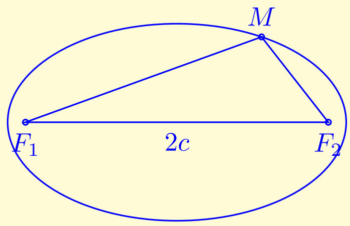
BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG ELIP

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1 Định nghĩa

Cho hai điểm cố định F_1 và F_2 với $F_1F_2 = 2c\,(c > 0)$

Đường elip là tập hợp các điểm $\boldsymbol{M}$ *sao cho* $\boldsymbol{MF_1 + MF_2 = 2a}$ *trong đó a là số không đổi và* $a > c$

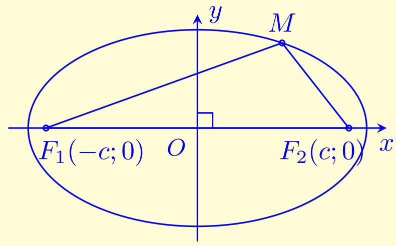


- Hai điểm F_1 và F_2 gọi là *tiêu điểm* của elip.
- Khoảng cách $2c$ giữa 2 tiêu điểm gọi là *tiêu cự* của elip.
  Nếu điểm M nằm trên elip thì các khoảng cách MF_1, MF_2 gọi là *bán kính qua tiêu điểm* của điềm M.
- Trung điểm O của F_1F_2 gọi là *tâm* của elip.

2 Phương trình chính tắc của elip

Chọn hệ trục tọa độ sao cho các tiêu điểm có tọa độ $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$. Khi đó phương trình chính tắc elip có dạng

$$(\mathrm{E})\colon \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,\ \text{với } b^2 = a^2 - c^2 \qquad (1)$$



⚠ Chú ý

① *Trong phương trình chính tắc $a > b > c$, tiêu điểm thuộc trục hoành.*

② *Công thức bán kính qua tiêu điểm*

$$MF_1 = a + \frac{cx}{a} = a + \mathrm{e}x;\, MF_2 = a - \frac{cx}{a} = a - \mathrm{e}x$$

Trong đó $\mathrm{e} = \dfrac{c}{a}$ *gọi là tâm sai của elip*

3 Hình dạng của elip

a) *Tính đối xứng*

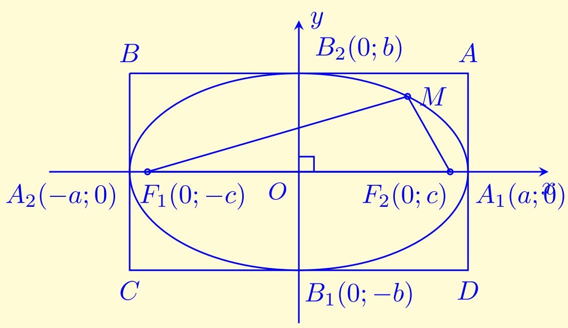
Elip (E) nhận các trục tọa độ Ox, Oy làm trục đối xứng và gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

b) *Hình chữ nhật cơ sở*

Xét elip có phương trình (1).

Elip (E) cắt trục hoành tại $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, cắt trục tung tại $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$.

Khi đó A_1, A_2, B_1, B_2 gọi là 4 đỉnh của elip (E).



- $A_1A_2 = 2a$ gọi là trục lớn.
- $B_1B_2 = 2b$ gọi là trục nhỏ.
- Các đường thẳng $y = \pm a$, $y = \pm b$.

Bốn đường thẳng đó tạo thành một hình chữ nhật $ABCD$. Gọi là hình chữ nhật cơ sở

⚠ Chú ý

- *Từ:* $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \Rightarrow \begin{cases}\dfrac{x^2}{a^2}\le 1\\ \dfrac{y^2}{b^2}\le 1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}-a\le x\le a\\ -b\le y\le b\end{cases}$, *do đó mọi điểm thuộc elip đều thuộc miền của hình chữ nhật cơ sở*
- *Tiêu điểm của elip nằm trên trục lớn.*

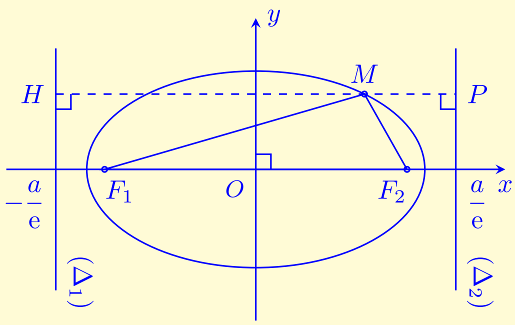
c) *Tâm sai của elip*

Tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn gọi *tâm sai* của elip và kí hiệu $\mathrm{e}=\dfrac{c}{a}$ và $0<\mathrm{e}<1$

4 Đường chuẩn của elip

Cho elip có phương trình chính tắc

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$



Các đường chuẩn của elip:

- $(\Delta_1)\colon x=-\dfrac{a}{\mathrm{e}}$ ứng với F_1
- $(\Delta_2)\colon x=\dfrac{a}{\mathrm{e}}$ ứng với F_2
- *Tỉ số khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên elip đến một tiêu điểm và đường chuẩn tương ứng bằng tâm sai của elip*

$$\frac{MF_1}{d(M,(\Delta_1))}=\mathrm{e};\ \frac{MF_2}{d(M,(\Delta_2))}=\mathrm{e}$$

Dạng 1. Xác định các yếu tố của elip

Ví dụ 1. Cho các đường cong:

$$(\mathscr{C}_1)\colon x^2+25y^2=25;\ (\mathscr{C}_2)\colon 49x^2+64y^2=1,\ (\mathscr{C}_3)\colon 9x^2+4y^2=1.$$

Nếu là elip thì xác định trục lớn, trục bé, tọa độ tiêu điểm của nó.

Lời giải.

a) Xét đường cong $(\mathscr{C}_1)\colon x^2+25y^2=25$ (1)

Ta có (1) $\Leftrightarrow \dfrac{x^2}{25}+y^2=1$. Đó là phương trình chính tắc của elip, với $a=5,\ b=1$.

- Trục lớn: $2a=10$; trục bé $2b=2$.
- Tiêu điểm $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{25-1}=2\sqrt{6}$.

  $\Rightarrow$ hai tiêu điểm $F_1(-2\sqrt{6};0),\ F_2(2\sqrt{6};0)$.

b) Xét đường cong $(\mathscr{C}_2)\colon 49x^2+64y^2=1$ (2)

Ta có (2) $\Leftrightarrow \dfrac{x^2}{\frac{1}{49}}+\dfrac{y^2}{\frac{1}{64}}=1$. Đó là phương trình chính tắc của elip, với $a=\dfrac{1}{7},\ b=\dfrac{1}{8}$.

- Trục lớn: $2a=\dfrac{2}{7}$; trục bé $2b=\dfrac{1}{4}$.

- Tiêu điểm $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{\dfrac{1}{49}-\dfrac{1}{64}}=\sqrt{\dfrac{15}{49.64}}=\dfrac{\sqrt{15}}{56}$.

  $\Rightarrow$ hai tiêu điểm là $F_1\left(-\dfrac{\sqrt{15}}{56};0\right)$, $F_2\left(\dfrac{\sqrt{15}}{56};0\right)$

c) Xét đường cong $(\mathscr{C}_3)\colon 9x^2+4y^2=1$ (3)

Ta có (3) $\Leftrightarrow \dfrac{x^2}{\frac{1}{9}}+\dfrac{y^2}{\frac{1}{4}}=1$. Đó là elip với $a=\dfrac{1}{3}$, $b=\dfrac{1}{2}$

- Trục bé: $2a=\dfrac{2}{3}$; trục lớn: $2b=1$.
- Tiêu điểm $c=\sqrt{b^2-a^2}=\sqrt{\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{9}}=\dfrac{\sqrt{5}}{6}$.

  $\Rightarrow$ hai tiêu điểm là $F_1\left(0;-\dfrac{\sqrt{5}}{6}\right)$, $F_2\left(0;\dfrac{\sqrt{5}}{6}\right)$

□

Ví dụ 2. Cho các đường elip $(\mathrm{E}_1)\colon 4x^2+9y^2=36$; $(\mathrm{E}_2)\colon (2-\sqrt{3})x^2+y^2=2+\sqrt{3}$. Tìm tâm sai và viết phương trìn các đường chuẩn của các elip.

Lời giải.

- Xét $(\mathrm{E}_1)\colon 4x^2+9y^2=36$

  Chia 2 vế cho 36 ta có $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$, với $a=3$; $b=2$

  — $c=\sqrt{9-4}=\sqrt{5}$; tâm sai $\mathrm{e}=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

  — Phương trình các đường chuẩn: $x=\pm\dfrac{a}{\mathrm{e}}=\pm\dfrac{a^2}{c}=\pm\dfrac{9}{\sqrt{5}}$

- Xét $(\mathrm{E}_2)\colon (2-\sqrt{3})x^2+y^2=2+\sqrt{3}$

  Nhân 2 vế với $2+\sqrt{3}$ ta có $x^2+(2+\sqrt{3})y^2=1 \Leftrightarrow x^2+\dfrac{y^2}{2-\sqrt{3}}=1$ với $a=1$; $b=2-\sqrt{3}$

  — $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{4\sqrt{3}-6}$.

  — Tâm sai $\mathrm{e}=\dfrac{c}{a}=\dfrac{4\sqrt{3}-6}{1}=4\sqrt{3}-6$

  — Phương trình đường chuẩn: $x=\pm\dfrac{a}{\mathrm{e}}=\dfrac{1}{4\sqrt{3}-6}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{6}$.

□

Ví dụ 3. Cho $M\left(2;\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\right)$ và elip $(\mathrm{E})\colon \dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$ (1)

a) Tính các bán kính qua các tiêu điểm của elip kẻ từ M.

b) Một đường thẳng song song với Oy đi qua tiêu điểm của elip và cắt elip tại hai điểm A, B, tính độ dài AB.

Lời giải.

a) *Tính các bán kính qua tiêu điểm*

Từ (1) suy ra $a=\sqrt{5}$, $b=2$; $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{5-4}=1$; $\mathrm{e}=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

- Bán kính qua tiêu:

$MF_1=a+\mathrm{e}x_M=\sqrt{5}+\dfrac{1}{\sqrt{5}}.2=\dfrac{7}{\sqrt{5}}$

$MF_2=a-\mathrm{e}x_M=\sqrt{5}-\dfrac{1}{\sqrt{5}}.2=\dfrac{3}{\sqrt{5}}$

b) *Tính độ dài AB*

Giả sử $AB \parallel Oy$ là dây cung qua F_1 của elip, suy ra $x_A = x_F = -1$.

Ta có $AB = 2AF_1 = 2\left[\sqrt{5} - \sqrt{5}.(-1)\right] = 4\sqrt{5}$.

□

Ví dụ 4. Tìm trên elip (E): $\dfrac{x^2}{5} + \dfrac{y^2}{1} = 1$ các điểm M trong mỗi trường sau:

a) Nhìn hai tiêu điểm của nó dưới 1 góc vuông.

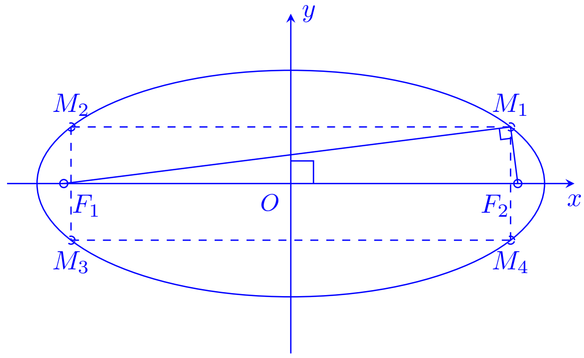
b) $2MF_1 = MF_2$ trong đó $F_1,\ F_2$ là các tiêu điểm của elip.

Lời giải.

Từ (E) suy ra $a = \sqrt{5}$; $b = 1$; $c = \sqrt{5-1} = 2$; $\mathrm{e} = \dfrac{c}{a} = \dfrac{2}{5}$. Gọi $M(x_0; y_0) \in$ (E). Ta có $MF_1 = a + \mathrm{e}x_0;\ MF_2 = a - \mathrm{e}x_0$

a) *Nhìn hai tiêu điểm của nó dưới 1 góc vuông.*

Ta có M nhìn hai tiêu điểm $F_1,\ F_2$ dưới 1 góc vuông



$MF_1 \perp MF_2 \Leftrightarrow MF_1^2 + MF_2^2 = (F_1F_2)^2$

$(a + \mathrm{e}x_0)^2 + (a - \mathrm{e}x_0)^2 = (2c)^2 \Leftrightarrow a^2 + (\mathrm{e}x_0)^2 = 2c^2$

$5 + \left(\dfrac{2x_0}{\sqrt{5}}\right)^2 = 2.2^2 \Leftrightarrow x_0^2 = \dfrac{15}{4} \Leftrightarrow x_0 = \pm\dfrac{\sqrt{15}}{2}$

Thày vào (E) ta được $y_0 = \pm\dfrac{1}{2}$.

Tóm lại có 4 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán

$$M_1\left(\frac{\sqrt{15}}{2}; \frac{1}{2}\right),\ M_2\left(-\frac{\sqrt{15}}{2}; \frac{1}{2}\right);\ M_3\left(-\frac{\sqrt{15}}{2}; -\frac{1}{2}\right);\ M_4\left(\frac{\sqrt{15}}{2}; -\frac{1}{2}\right).$$

b) $2MF_1 = MF_2$

Ta có

$$2MF_1 = MF_2 \Leftrightarrow 2(a + \mathrm{e}x_0) = a - \mathrm{e}x_0 \Leftrightarrow 3\mathrm{e}x_0 = -a$$
$$\Leftrightarrow x_0 = -\frac{a}{3\mathrm{e}} = -\frac{a^2}{3c} = -\frac{5}{6}.\ \text{Thay vào (E)}$$
$$y_0^2 = \frac{31}{36} \Rightarrow y_0 = \pm\frac{\sqrt{31}}{6}.$$

Vậy có hai điểm M thỏa yêu cầu bài toán

$$M_1\left(-\frac{5}{6}; -\frac{\sqrt{31}}{6}\right);\ M_2\left(-\frac{5}{6}; \frac{\sqrt{31}}{6}\right)$$

□

Ví dụ 5. Tìm tâm sai của elip trong mỗi trường hợp sau đây:

a) Mỗi tiêu điểm nhín trục nhỏ dưới 1 góc α.

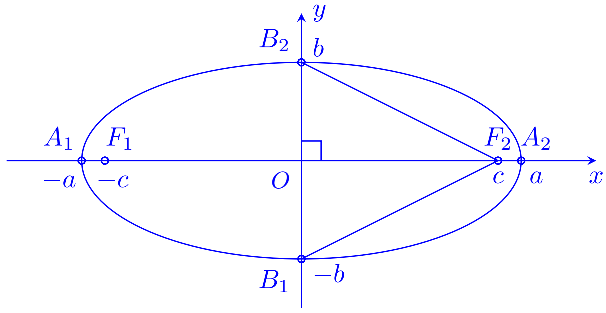
b) Khoảng cách giữa hai đỉnh trên hai trục bằng k lần tiêu cự $\left(k > \dfrac{1}{2}\right)$.

c) Khoảng cách giữa hai đường chuẩn bằng k lần tiêu cự.

Lời giải.

a) Theo giả thiết $\tan\alpha = \dfrac{b}{c}$

Suy ra



$$1+\tan^2\alpha = 1+\frac{b^2}{c^2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos^2\alpha} = \frac{b^2+c^2}{c^2}$$
$$\Leftrightarrow b^2 = c^2 = a^2\frac{1}{\cos^2\alpha} = \frac{a^2}{c^2},\ (b^2+c^2=a^2)$$
$$\Leftrightarrow \frac{c}{a}\cos\alpha \text{ hay } \mathrm{e} = \cos\alpha$$

b) Trong $\triangle A_2OB_2$ vuông tại O ta có $(A_2B_2)^2 = OA_2^2 + OB_2^2 = a^2+b^2$

Theo giả thiết ta có: $A_2B_2 = k.F_1F_2$

$$\Leftrightarrow (A_2B_2)^2 = (k2c)^2 \Leftrightarrow a^2+b^2 = 4k^2c^2$$
$$\Leftrightarrow a^2+b^2 = 4k^2c^2 \Leftrightarrow a^2+(a^2-c^2) = 4k^2c^2 \Leftrightarrow 2a^2 = (4k^2+1)c^2$$
$$\Leftrightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{2}{4k^2+1} \Leftrightarrow \mathrm{e} = \sqrt{\frac{2}{4k^2+1}}$$

c) Phương trình các đường chuẩn là $x \pm \dfrac{a}{\mathrm{e}}$, suy ra khoảng cách giữa chúng $d = \dfrac{2a}{\mathrm{e}}$.

Theo giả thiết $d = k.A_2.B_2 \Leftrightarrow \dfrac{2a}{\mathrm{e}} = k2c \Leftrightarrow \dfrac{1}{k} = \dfrac{c}{a}.\mathrm{e} \Leftrightarrow \mathrm{e}^2 = \dfrac{1}{k} \Leftrightarrow \mathrm{e} = \dfrac{1}{\sqrt{k}}$.

□

Dạng 2. Viết phương trình elip

Phương pháp:

Tìm a, b thay vào (E): $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

Ví dụ 6. Viết phương trình chính tắc của elip (E) biết rằng:

a) Độ dài trục lo7b1 bằng 6, tiêu cự bằng 4.

b) Một tiêu điểm $F_1(-2;0)$ và độ dài trục lớn bằng 10.

c) Một tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3};0)$ và điểm $M\left(1;\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) \in$ (E).

d) Đi qua hai điểm $M(1;0)$ và $N\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$.

e) Tiêu cự bằng 8, tâm sai bằng $\dfrac{4}{5}$ và tiêu điểm thuộc trục hoành.

Lời giải.

Phương trình chính tắc của elip có dạng: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2} = 1$ (với $b^2 = a^2-c^2$) (1)

a) Theo giả thiết $\begin{cases} 2a = 6 \\ 2c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow b^2 = a^2-c^2 = 5$

Thay vào (1) có phương trình chính tắc của elip (E): $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5} = 1$.

b) Theo giả thiết $\begin{cases} F_1(-2;0) \\ 2a = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -2 \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow b^2 = a^2-c^2 = 25-4 = 21 \Rightarrow b^2 = 21$.

Thay vào (1) có phương trình chính tắc của elip (E): $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{21} = 1$

c) Tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3};0) \Rightarrow \begin{cases} c=\sqrt{3} \\ b^2=a^2-c^2 \end{cases} \Rightarrow b^2=a^2-3 \Leftrightarrow a^2=b^2+2$ (2)

• Điểm $M(1;\dfrac{\sqrt{3}}{2}) \in (\mathrm{E}) \Leftrightarrow \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{3}{4b^2}=1$ (3)

Thay (2) vào (3) ta có:

$$\frac{1}{b^2+3}+\frac{3}{4b^2}=1 \Leftrightarrow 4b^2+3(b^2+3)=4b^2(b^2+3)$$
$$\Leftrightarrow 4(b^2)^2+5b^2-9=0 \Leftrightarrow b^2=1$$

Thay vào (2) có $a^2=4$ thay vào (1) có (E): $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$.

d) Vì $M,\ N \in (\mathrm{E})$ ta có: $\begin{cases} \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{0}{b^2}=1 \\ \dfrac{3}{4a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$, suy ra không có *phương trình chính tắc*.

e) Theo giả thiết $\begin{cases} 2c=8 \\ \mathrm{e}=\dfrac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=4 \\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=4 \\ a=5 \end{cases}$, mà $b^2=a^2-c^2=25-16=9$.

Phương trình chính tắc (E): $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

□

Dạng 3. Tương giao giữa elip và đường thẳng, elip và elip

Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng $(\Delta)\colon Ax+By+C=0$ *và elip* $(\mathrm{E})\colon \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$. *Khi đó*

• (E) *và* (Δ) *có điểm chung*

$$A^2.a^2+B^2.b^2 \geq C^2$$

Ví dụ 7. Xét vị trí tương đối giữa elip (E): $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$ với mỗi một đường thẳng sau

$$(d_1)\colon 2x+y=1=0;\ (d_2)\colon x+y-\sqrt{13}=0;\ (d_3)\colon x-3y+11=0$$

Lời giải.

• Xét cặp (E) và (d_1) có $C^2=1$, $A^2.a^2+B^2.b^2=4.4+1.9=25$, suy ra $A^2.a^2+B^2.b^2>C^2$ suy ra (E) và (d_1) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt.

• Xét cặp (E) và (d_2) có $C^2=13$, $A^2.a^2+B^2.b^2=4.4+1.9=13$, suy ra $A^2.a^2+B^2.b^2=C^2$ suy ra (E) và (d_1) tiếp xúc nhau.

• Xét cặp (E) và (d_3) có $C^2=121$, $A^2.a^2+B^2.b^2=4.4+1.9=103$, suy ra $A^2.a^2+B^2.b^2<C^2$ suy ra (E) và (d_1) không có điểm chung.

□

Ví dụ 8. Giả sử x và y liên hệ nhau bởi hệ thức $36x^2+16y^2=9$. Tím giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $P=2x-y+5$.

Lời giải.

Tập hợp giá trị của P là nghiệm của hệ.

$$\begin{cases} 3x^2 + 16y^2 = 9 \\ P = 2x - y + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2}{\frac{1}{4}} + \dfrac{y^2}{\frac{9}{16}} = 1 \\ 2x - y + P - 5 = 0 \end{cases} \qquad (*)$$

Xét elip (E): $\dfrac{x^2}{\frac{1}{4}} + \dfrac{y^2}{\frac{9}{16}} = 1$ và đường thẳng $(\Delta)\colon 2x - y + P - 5 = 0$

Hệ (*) có nghiệm

$$\Leftrightarrow A^2.a^2 + B^2.b^2 \geq C^2 \Leftrightarrow 4.\frac{1}{9} + 1.\frac{9}{16} \geq (P-5)^2$$
$$\Leftrightarrow (P-5)^2 \leq \frac{25}{16} \Leftrightarrow |P-5| \leq \frac{5}{4} \Leftrightarrow -\frac{5}{4} \leq P - 5 \leq \frac{5}{4} \Leftrightarrow \frac{15}{4} \leq P \leq \frac{25}{4}$$
$$\Rightarrow \left\{\min P = \frac{15}{4};\ \max P = \frac{25}{4}\right\}$$

□

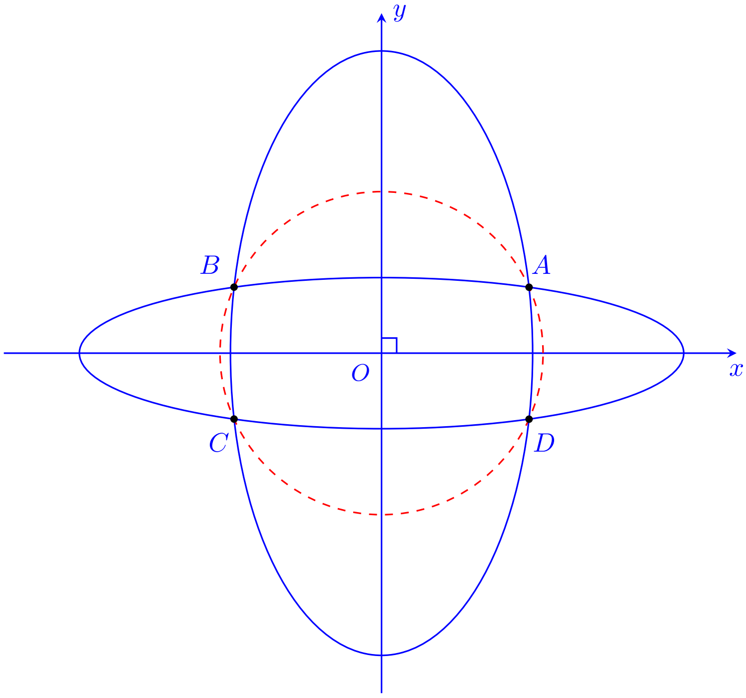
Ví dụ 9. Viết phương trình đường tròn đi qua các giao điểm của hai elip

$$(\mathrm{E}_1)\colon \frac{x^2}{16} + y^2 = 1;\ (\mathrm{E}_2)\colon \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1.$$

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của (E_1) và (E_2) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{16} + y^2 = 1 \\ \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{16} = 1 \end{cases} \qquad (\mathrm{I})$$



Xem (I) là hệ phương trình bậc nhất đối với x^2 và y^2 ta có

$$D = \begin{vmatrix} \frac{1}{16} & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{16} \end{vmatrix} = -\frac{63}{16^2};\ D_{x^2} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & \frac{1}{16} \end{vmatrix} = -\frac{15}{16}$$

$$D_{y^2} = \begin{vmatrix} \frac{1}{16} & 1 \\ \frac{1}{4} & 1 \end{vmatrix} = -\frac{3}{16}.$$

Hệ (I) có nghiệm $\begin{cases} x^2 = \dfrac{D_{x^2}}{D} = \dfrac{80}{21} \\ y^2 = \dfrac{D_{y^2}}{D} = \dfrac{16}{21} \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = \dfrac{32}{7}$ là phương trình đường tròn cần tìm. □

B BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 1. Xác định độ dài trục lớn; trục bé; tiêu cự; tiêu điểm; tâm sai của các elip sau:

① $(\mathrm{E}_1)\colon 3x^2 + 4y^2 = 5$ ② $(\mathrm{E}_2)\colon 9x^2 + 16y^2 = 1$

③ $(\mathrm{E}_3)\colon (2 - \sqrt{3})x^2 + (2 + \sqrt{3})y = 1$

Bài 2. Cho các elip $(E_1)\colon 8x^2+6y^2=48$; $(E_2)\colon \dfrac{x^2}{2}+2y^2=2$

1) Tìm tâm sai và viết phương trình các đường chuẩn của các elip nói trên.

2) Tìm các bán kính của elip kẻ từ điểm $(1;2\sqrt{2})$

Bài 3. Cho elip $(E)\colon x^2+\dfrac{y^2}{4}=1$ và đường thẳng $(\Delta)\colon x+y-3=0$.

1) Chứng minh đường thẳng (Δ) không cắt (E).

2) Tìm điểm $M\in(E)$ sao cho khoảng cách từ d từ nó đến đường thẳng (Δ) là lớn nhất, nhỏ nhất.

Bài 4. Cho elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{25}=1$. Tìm điểm $M\in(E)$ sao cho:

a) Biểu thức $Q=x+2y$ lớn nhất, nhỏ nhất.

b) Bán kính qua tiêu điểm này bằng hai lần bán kính qua tiêu điểm kia.

c) Nhìn hai tiêu điểm dưới một góc 30°.

d) Nhìn hai tiêu điểm dưới một góc 90°.

e) Nhìn hai tiêu điểm dưới một góc 120°.

Bài 5. Cho elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$ và đường thẳng $(\Delta)\colon x-y\sqrt{2}=2=0$.

a) Chứng minh (Δ) luôn cắt (E) tại hai điểm phân biệt $A,\ B$. Tính độ dài AB.

b) Tìm điểm $C\in(E)$ sao cho $\triangle ABC$ có diện tích lớn nhất.

Bài 6. Cho elip $(E)\colon 4x^2+9y^2=36$ và điểm $M(1;1)$. Viết phương trình đường thẳng qua M và cắt elip tai 2 điểm $A,\ B$ sao cho $MA=MB$.

C BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Elip $E:\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ có độ dài trục lớn bằng

A. 5. **B**. 10. **C**. 25. **D**. 50.

Lời giải.

Gọi phương trình của elip là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, có độ dài trục lớn $A_1A_2=2a$. Xét

$$E:\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1\Rightarrow\begin{cases}a^2=25\\ b^2=9\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=5\\ b=3\end{cases}\Rightarrow A_1A_2=2\cdot5=10$$

Chọn đáp án B □

Câu 2. Elip $E:4x^2+16y^2=1$ có độ dài trục lớn bằng

A. 2. **B**. 4. **C**. 1. **D**. $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi phương trình của elip là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, có độ dài trục lớn $A_1A_2=2a$ Xét

$$E:4x^2+16y^2=1\Leftrightarrow\frac{x^2}{\frac{1}{4}}+\frac{y^2}{\frac{1}{16}}=1\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=\dfrac{1}{4}\\ b^2=\dfrac{1}{16}\end{cases}\Rightarrow a=\frac{1}{2}\Rightarrow A_1A_2=2\cdot\frac{1}{2}=1$$

Chọn đáp án C □

Câu 3. Elip $E:x^2+5y^2=25$ có độ dài trục lớn bằng

A. 1. **B**. 2. **C**. 5. **D**. 10.

Lời giải.

Gọi phương trình của elip là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, có độ dài trục lớn $A_1A_2=2a$. Xét

$$E: x^2+5y^2=25 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{5}=1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=25 \\ b^2=5 \end{cases} \Rightarrow a=5 \Rightarrow A_1A_2=2\cdot 5=10.$$

Chọn đáp án D □

Câu 4. Elip $E: \dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{64}=1$ có độ dài trục bé bằng

A. 8. **B.** 10. **C.** 16. **D.** 20.

Lời giải.

Gọi phương trình của elip là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, có độ dài trục bé $B_1B_2=2b$. Xét

$$E: \dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{64}=1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=100 \\ b^2=64 \end{cases} \Rightarrow b=8 \Rightarrow B_1B_2=2\cdot 8=16.$$

Chọn đáp án C □

Câu 5. Elip $E: \dfrac{x^2}{16}+y^2=4$ có tổng độ dài trục lớn và trục bé bằng

A. 5. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 40.

Lời giải.

Gọi phương trình của elip là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, có độ dài trục lớn $A_1A_2=2a$ và độ dài trục bé là $B_1B_2=2b$. Khi đó, xét

$$E: \dfrac{x^2}{16}+y^2=4 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{4}=1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=64 \\ b^2=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow A_1A_2+B_1B_2=2\cdot 8+2\cdot 2=20.$$

Chọn đáp án C □

Câu 6. Elip $E: \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$ có tiêu cự bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 18.

Lời giải.

Gọi phương trình của elip là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, có tiêu cự là $2c$. Xét

$$E: \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=25 \\ b^2=16 \end{cases} \Rightarrow c^2=a^2-b^2=9 \Rightarrow c=3 \Rightarrow 2c=6.$$

Chọn đáp án B □

Câu 7. Elip $E: \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ có tiêu cự bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** 10. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Gọi phương trình của elip là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, có tiêu cự là $2c$. Xét

$$E: \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=9 \\ b^2=4 \end{cases} \Rightarrow c^2=a^2-b^2=5 \Rightarrow c=\sqrt{5} \Rightarrow 2c=2\sqrt{5}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 8. Elip $E: \dfrac{x^2}{p^2} + \dfrac{y^2}{q^2} = 1$, với $p > q > 0$ có tiêu cự bằng

A. $p + q$. **B.** $p - q$. **C.** $p^2 - q^2$. **D.** $2\sqrt{p^2 - q^2}$.

Lời giải.

Gọi phương trình của elip là $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, có tiêu cự là $2c$ Xét

$$E: \dfrac{x^2}{p^2} + \dfrac{y^2}{q^2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = p^2 \\ b^2 = q^2 \end{cases} \Rightarrow c^2 = p^2 - q^2 \Rightarrow c = \sqrt{p^2 - q^2} \Rightarrow 2c = 2\sqrt{p^2 - q^2}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 9. Elip $E: \dfrac{x^2}{100} + \dfrac{y^2}{36} = 1$ có một đỉnh nằm trên trục lớn là

A. $(100; 0)$. **B.** $(-100; 0)$. **C.** $(0; 10)$. **D.** $(-10; 0)$.

Lời giải.

Gọi M là điểm nằm trên trục lớn của $E \Rightarrow M \in Ox \Rightarrow M\,(m; 0)$. Mặt khác $M \in E$ suy ra

$$\dfrac{m^2}{100} = 1 \Leftrightarrow m^2 = 10^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 10 \\ m = -10 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} M\,(10; 0) \\ M\,(-10; 0) \end{array}\right. .$$

Chọn đáp án D □

Câu 10. Elip $E: \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{12} = 1$ có một đỉnh nằm trên trục bé là

A. $(4; 0)$. **B.** $(0; 12)$. **C.** $\left(0; 2\sqrt{3}\right)$. **D.** $(4; 0)$.

Lời giải.

Gọi N là điểm nằm trên trục bé của $E \Rightarrow N \in Oy \Rightarrow N\,(0; n)$ Mặt khác $N \in E$ suy ra

$$\dfrac{n^2}{12} = 1 \Leftrightarrow n^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 2\sqrt{3} \\ n = -2\sqrt{3} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} N\left(0; 2\sqrt{3}\right) \\ N\left(0; -2\sqrt{3}\right) \end{array}\right. .$$

Chọn đáp án C □

Câu 11. Elip $E: \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{6} = 1$ có một tiêu điểm là

A. $(0; 3)$. **B.** $\left(0 \;\; \sqrt{6}\right)$. **C.** $\left(-\sqrt{3}; 0\right)$. **D.** $(3; 0)$.

Lời giải.

Gọi phương trình của E là $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, có tọa độ tiêu điểm $F\,(\pm c; 0)$ Xét

$$E: \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{6} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{3}.$$

Vậy tiêu điểm của elip là $F_1\left(\sqrt{3}; 0\right), F_2\left(-\sqrt{3}; 0\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 12. Cặp điểm nào là các tiêu điểm của elip $E: \dfrac{x^2}{5} + \dfrac{y^2}{4} = 1$?

A. $F_1\,(-1; 0)$ và $F_2\,(1; 0)$. **B.** $F_1\,(-3; 0)$ và $F_2\,(3; 0)$.

C. $F_1\,(0; -1)$ và $F_2\,(0; 1)$. **D.** $F_1\,(-2; 0)$ và $F_2\,(2; 0)$.

Lời giải.

Gọi phương trình của E là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, có tọa độ tiêu điểm $F(\pm c;0)$. Xét

$$E:\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=5\\ b^2=4\end{cases}\Leftrightarrow c^2=a^2-b^2=1\Rightarrow c=1.$$

Vậy tiêu điểm của elip là $F_1(1;0), F_2(-1;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Elip $E:\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Tỉ số e của tiêu cự và độ dài trục lớn của elip bằng

A. $e=1$. **B.** $e=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$. **C.** $e=\dfrac{3}{4}$. **D.** $e=\dfrac{5}{4}$.

Lời giải.

Xét

$$E:\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=16\\ b^2=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=16\\ c^2=7\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=4\\ c=\sqrt{7}\end{cases}\Rightarrow e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{7}}{4}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 14. Elip $E:\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$. Tỉ số f của độ dài trục lớn và tiêu cự của elip bằng

A. $f=\dfrac{3}{2}$. **B.** $f=\dfrac{3}{\sqrt{5}}$. **C.** $f=\dfrac{2}{3}$. **D.** $f=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Xét $E:\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=9\\ b^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=9\\ c^2=5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=3\\ c=\sqrt{5}\end{cases}$. Vậy tỉ số f cần tính là $f=\dfrac{2a}{2c}=\dfrac{3}{\sqrt{5}}$.

Chọn đáp án B □

Câu 15. Elip $E:\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{8}=1$. Tỉ số k của tiêu cự và độ dài trục bé của elip bằng

A. $k=8$. **B.** $k=\sqrt{8}$. **C.** $k=1$. **D.** $k=-1$.

Lời giải.

Xét $E:\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{8}=1\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=16\\ b^2=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b^2=8\\ c^2=8\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=2\sqrt{2}\\ c=2\sqrt{2}\end{cases}$. Vậy tỉ số k cần tính là $k=\dfrac{2c}{2b}=\dfrac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=1$.

Chọn đáp án C □

Câu 16. Cho elip $E:\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. E có các tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và $F_2(4;0)$. **B.** E có tỉ số $\dfrac{c}{a}=\dfrac{4}{5}$.

C. E có đỉnh $A_1(-5;0)$. **D.** E có độ dài trục nhỏ bằng 3.

Lời giải.

Ta có

$$E:\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1\Leftrightarrow E:\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{3^2}=1\Rightarrow\begin{cases}a=5\\ b=3\\ c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4\end{cases}.$$

Do đó, độ dài trục nhỏ của E là 6.

Chọn đáp án D □

Câu 17. Cho Elip $E: x^2+4y^2=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Elip có tiêu cự bằng $\sqrt{3}$.

B. Elip có trục nhỏ bằng 2.

C. Elip có một tiêu điểm là $F\left(0;\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)$.

D. Elip có trục lớn bằng 4.

Lời giải.

Ta có

$$E: x^2+4y^2=1 \Leftrightarrow E: \frac{x^2}{1^2}+\frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=1 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=\dfrac{1}{2} \\ c=\sqrt{a^2-b^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}.$$

Do đó:

— E có tiêu cự $F_1F_2=2c=\sqrt{3}$.

— E có trục nhỏ bằng 1, trục lớn bằng 2.

— E có tiêu điểm là $F_1\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và $F_2\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 18. Cho elip $E: 4x^2+9y^2=36$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. E có trục lớn bằng 6.

B. E có trục nhỏ bằng 4.

C. E có tiêu cự bằng $\sqrt{5}$.

D. E có tỉ số $\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $E: 4x^2+9y^2=36 \Leftrightarrow E: \dfrac{x^2}{3^2}+\dfrac{y^2}{2^2}=1 \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=2 \\ c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{5} \end{cases}$. Do đó, E có tiêu cự bằng $2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án C □

Câu 19. Phương trình của elip E có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là

A. $9x^2+16y^2=144$.

B. $9x^2+16y^2=1$.

C. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

D. $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{36}=1$.

Lời giải.

Xét đáp án A. Ta có

$$E: 9x^2+16y^2=144 \Leftrightarrow E: \frac{x^2}{4^2}+\frac{y^2}{3^2}=1 \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases}.$$

Do đó E có độ dài trục lớn là 8, độ dài trục nhỏ là 6.

Chọn đáp án A □

Câu 20. Tìm phương trình chính tắc của elip có tiêu cự bằng 6 và trục lớn bằng 10.

A. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

B. $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{81}=1$.

C. $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}=1$.

D. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Lời giải.

Elip E có

$$\begin{cases} F_1F_2=6=2c \\ A_1A_2=10=2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=3 \\ a=5 \end{cases} \Rightarrow b=\sqrt{a^2-c^2}=4.$$

Do đó, phương trình chính tắc của elip là $E: \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 21. Elip có độ dài trục lớn là 10 và có một tiêu điểm $F(-3;0)$. Phương trình chính tắc của elip là

A. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{81}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Lời giải.

— Elip E có độ dài trục lớn là 10 $\Rightarrow 2a=10\Rightarrow a=5$.

— Elip E có một tiêu điểm $F(-3;0)\Rightarrow c=3$.

Khi đó, $b=\sqrt{a^2-c^2}=4$. Phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 22. Elip có độ dài trục nhỏ là $4\sqrt{6}$ và có một tiêu điểm $F(5;0)$. Phương trình chính tắc của elip là

A. $\dfrac{x^2}{121}+\dfrac{y^2}{96}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{101}+\dfrac{y^2}{96}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{49}+\dfrac{y^2}{24}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{29}+\dfrac{y^2}{24}=1$.

Lời giải.

— Elip E có độ dài trục nhỏ là $4\sqrt{6}\Rightarrow 2b=4\sqrt{6}\Rightarrow b=2\sqrt{6}$.

— Elip E có một tiêu điểm $F(5;0)\Rightarrow c=5$.

Khi đó, $a=\sqrt{b^2+c^2}=7$. Phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{49}+\dfrac{y^2}{24}=1$

Chọn đáp án (C) □

Câu 23. Elip có một đỉnh là $A(5;0)$ và có một tiêu điểm $F_1(-4;0)$. Phương trình chính tắc của elip là

A. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{4}=1$.

Lời giải.

— Elip E có một đỉnh là $A(5;0)\in Ox\Rightarrow a=5$.

— Elip E có một tiêu điểm $F(-4;0)\Rightarrow c=4$.

Khi đó, $b=\sqrt{a^2-c^2}=3$. Phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$

Chọn đáp án (C) □

Câu 24. Elip có hai đỉnh là $(-3;0)$; $(3;0)$ và có hai tiêu điểm là $(-1;0)$; $(1;0)$. Phương trình chính tắc của elip là

A. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{1}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{8}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{1}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Lời giải.

— Elip E có hai đỉnh là $(-3;0)\in Ox$ và $(3;0)\in Ox\Rightarrow a=3$.

— Elip E có hai tiêu điểm là $F_1(-1;0)$ và $F_2(1;0)\Rightarrow c=1$. Khi đó, $b=\sqrt{a^2-c^2}=2\sqrt{2}$.

Phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{8}=1$

Chọn đáp án (C) □

Câu 25. Tìm phương trình chính tắc của elip nếu trục lớn gấp đôi trục bé và có tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$.

A. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{24}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{24}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Lời giải.

— Elip E có trục lớn gấp đôi trục bé $\Rightarrow A_1A_2=2B_1B_2\Leftrightarrow 2a=2.2b\Leftrightarrow a=2b$.

— Elip E có tiêu cự bằng $4\sqrt{3}\Rightarrow 2c=4\sqrt{3}\Rightarrow c=2\sqrt{3}$.

Ta có $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow (2b)^2 = b^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 \Rightarrow b = 2$. Khi đó, $a = 2b = 4$. Phương trình chính tắc của elip là $E : \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{4} = 1$.

Chọn đáp án A □

Câu 26. Lập phương trình chính tắc của elip biết độ dài trục lớn hơn độ dài trục nhỏ 4 đơn vị, độ dài trục nhỏ hơn độ dài tiêu cự 4 đơn vị.

A. $\dfrac{x^2}{64} + \dfrac{y^2}{60} = 1$. **B.** $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. **C.** $\dfrac{x^2}{100} + \dfrac{y^2}{64} = 1$. **D.** $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{1} = 1$.

Lời giải.

— Elip E có độ dài trục lớn hơn độ dài trục nhỏ 4 đơn vị $\Rightarrow 2a - 2b = 4$.

— Elip E có độ dài trục nhỏ hơn độ dài tiêu cự 4 đơn vị $\Rightarrow 2b - 2c = 4$.

Ta có $\begin{cases} a - b = 2 \\ b - c = 2 \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = 2 \\ a^2 = b^2 + (b-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 2 \\ (b+2)^2 = 2b^2 - 4b + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 2 \\ b^2 - 8b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 8 \end{cases}$.

Phương trình chính tắc của elip là $E : \dfrac{x^2}{100} + \dfrac{y^2}{64} = 1$.

Chọn đáp án C □

Câu 27. Lập phương trình chính tắc của elip biết tỉ số giữa độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng $\sqrt{2}$, tổng bình phương độ dài trục lớn và tiêu cự bằng 64.

A. $\dfrac{x^2}{12} + \dfrac{y^2}{8} = 1$. **B.** $\dfrac{x^2}{8} + \dfrac{y^2}{12} = 1$. **C.** $\dfrac{x^2}{12} + \dfrac{y^2}{4} = 1$. **D.** $\dfrac{x^2}{8} + \dfrac{y^2}{4} = 1$.

Lời giải.

Elip E có tỉ số độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng $\sqrt{2} \Rightarrow \dfrac{2b}{2c} = \sqrt{2} \Rightarrow c = \dfrac{b\sqrt{2}}{2}$. Mặt khác, $(2a)^2 + (2c)^2 = 64 \Leftrightarrow a^2 + c^2 = 16$. Ta có $\begin{cases} c = \dfrac{b\sqrt{2}}{2} \\ a^2 + c^2 = 16 \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + \dfrac{1}{2}b^2 = 16 \\ a^2 - \dfrac{3}{2}b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 12 \\ b^2 = 8 \end{cases}$. Phương trình chính tắc của elip là $E : \dfrac{x^2}{12} + \dfrac{y^2}{8} = 1$.

Chọn đáp án A □

Câu 28. Elip có một tiêu điểm $F(-2; 0)$ và tích độ dài trục lớn với trục bé bằng $12\sqrt{5}$. Phương trình chính tắc của elip là

A. $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{5} = 1$. **B.** $\dfrac{x^2}{36} + \dfrac{y^2}{20} = 1$. **C.** $\dfrac{x^2}{144} + \dfrac{y^2}{5} = 1$. **D.** $\dfrac{x^2}{45} + \dfrac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải.

— Elip E có một tiêu điểm $F(-2; 0) \Rightarrow c = 2$.

— Elip E có tích độ dài trục lớn với trục bé bằng $12\sqrt{5} \Rightarrow 2a.2b = 12\sqrt{5} \Rightarrow ab = 3\sqrt{5}$.

Ta có $\begin{cases} ab = 3\sqrt{5} \\ a^2 - b^2 = c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{3\sqrt{5}}{b} \\ \left(\dfrac{3\sqrt{5}}{b}\right)^2 - b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = \sqrt{5} \end{cases}$. Phương trình chính tắc của elip là $E : \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{5} = 1$.

Chọn đáp án A □

Câu 29. Lập phương trình chính tắc của elip có độ dài trục lớn bằng 26 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\dfrac{12}{13}$.

A. $\dfrac{x^2}{26}+\dfrac{y^2}{25}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{169}+\dfrac{y^2}{25}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{52}+\dfrac{y^2}{25}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{169}+\dfrac{y^2}{5}=1$.

Lời giải.

— Elip E có độ dài trục lớn bằng 26 $\Rightarrow 2a=26\Rightarrow a=13$.

— Elip E có tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\dfrac{12}{13}\Rightarrow\dfrac{2c}{2a}=\dfrac{12}{13}\Rightarrow c=\dfrac{12}{13}a=12$.

Do đó, $b=\sqrt{a^2-c^2}=5$. Phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{169}+\dfrac{y^2}{25}=1$.

Chọn đáp án B □

Câu 30. Lập phương trình chính tắc của elip có độ dài trục lớn bằng 6 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\dfrac{1}{3}$.

A. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{8}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{5}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{3}=1$.

Lời giải.

— Elip E có độ dài trục lớn bằng 6 $\Rightarrow 2a=6\Rightarrow a=3$.

— Elip E có tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\dfrac{1}{3}\Rightarrow\dfrac{2c}{2a}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow c=\dfrac{1}{3}a=1$.

Do đó, $b=\sqrt{a^2-c^2}=2\sqrt{2}$. Phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{8}=1$

Chọn đáp án A □

Câu 31. Lập phương trình chính tắc của elip có độ dài trục nhỏ bằng 12 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\dfrac{4}{5}$.

A. $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{25}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{36}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{36}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{36}=1$.

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$.

— Độ dài trục nhỏ của elip là 12 suy ra $2b=12\Leftrightarrow b=6$.

— Tiêu cự của elip là $2c$, độ dài trục lớn là $2a$ suy ra tỉ số $\dfrac{c}{a}=\dfrac{4}{5}\Leftrightarrow c=\dfrac{4}{5}a$.

Mặt khác $a^2-b^2=c^2\Leftrightarrow a^2-6^2=\dfrac{16}{25}a^2\Leftrightarrow\dfrac{9}{25}a^2=36\Leftrightarrow a^2=100$. Vậy phương trình cần tìm là $E:\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{36}=1$.

Chọn đáp án D □

Câu 32. Elip có tổng độ dài hai trục bằng 18 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\dfrac{3}{5}$. Phương trình chính tắc của elip là

A. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$.

— Tổng độ dài hai trục của elip là $2a+2b=18\Leftrightarrow a+b=9\Leftrightarrow b=9-a$.

— Tiêu cự của elip là $2c$, độ dài trục lớn là $2a$ suy ra tỉ số $\dfrac{c}{a}=\dfrac{3}{5}\Leftrightarrow c=\dfrac{3}{5}a$.

Mà $a^2-b^2=c^2$ suy ra: $a^2-(9-a)^2=\dfrac{9}{25}a^2\Leftrightarrow a=5$ ($a=45$ loại vì $b=9-45=-36<0$). Vậy phương trình cần tìm là $E:\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$

Chọn đáp án A □

Câu 33. Elip có tổng độ dài hai trục bằng 10 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. Phương trình chính tắc của elip là

A. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$.

— Tổng độ dài hai trục của elip là $2a+2b=10\Leftrightarrow a+b=5\Leftrightarrow b=5-a>0$.

— Tiêu cự của elip là $2c$, độ dài trục lớn là $2a$ suy ra tỉ số $\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}\Leftrightarrow c=\dfrac{\sqrt{5}}{3}a$.

Mà $a^2-b^2=c^2$ suy ra $a^2-(5-a)^2=\dfrac{5}{9}a^2\Leftrightarrow a=3$ ($a=15$ loại vì $b=5-15=-10<0$). Vậy phương trình cần tìm là $E:\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$

Chọn đáp án D □

Câu 34. Lập phương trình chính tắc của elip, biết elip đi qua hai điểm $A(7;0)$ và $B(0;3)$.

A. $\dfrac{x^2}{40}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{49}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{49}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$.

— Elip đi qua điểm $A(7;0)$ suy ra $\dfrac{7^2}{a^2}=1\Leftrightarrow a^2=49$.

— Elip đi qua điểm $B(0;3)$ suy ra $\dfrac{3^2}{b^2}=1\Leftrightarrow b^2=9$.

Vậy phương trình cần tìm là $E:\dfrac{x^2}{49}+\dfrac{y^2}{9}=1$

Chọn đáp án D □

Câu 35. Elip đi qua các điểm $M(0;3)$ và $N\left(3;-\dfrac{12}{5}\right)$ có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{25}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{9}=1$.

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$.

— Elip đi qua điểm $M(0;3)$ suy ra $\dfrac{0^2}{a^2}+\dfrac{3^2}{b^2}=1\Leftrightarrow b^2=9$.

— Elip đi qua điểm $N\left(3;-\dfrac{12}{5}\right)$ suy ra $\dfrac{3^2}{a^2}+\dfrac{\left(-\dfrac{12}{5}\right)^2}{b^2}=1\Leftrightarrow\dfrac{9}{a^2}=1-\dfrac{144}{25}.\dfrac{1}{b^2}\Leftrightarrow a^2=25$.

Vậy phương trình cần tìm là $E:\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$

Chọn đáp án B □

Câu 36. Elip đi qua các điểm $A(0;1)$ và $N\left(1;\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{1}=1$.

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$.

— Elip đi qua điểm $A(0;1)$ suy ra $\dfrac{0^2}{a^2}+\dfrac{1^2}{b^2}=1\Leftrightarrow b^2=1$.

— Elip đi qua điểm $N\left(1;\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ suy ra $\dfrac{1^2}{a^2}+\dfrac{\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{b^2}=1\Leftrightarrow\dfrac{1}{a^2}=1-\dfrac{3}{4}.\dfrac{1}{b^2}\Leftrightarrow a^2=4.$

Vậy phương trình cần tìm là $E:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$

Chọn đáp án C □

Câu 37. Tìm phương trình chính tắc của elip nếu nó có trục lớn gấp đôi trục bé và đi qua điểm $M(2;-2)$.

A. $\dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{5}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{24}+\dfrac{y^2}{6}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$.

— Elip có độ dài trục lớn gấp đôi trục bé suy ra $2a=2.2b\Leftrightarrow a=2b$.

— Elip đi qua điểm $M(2;-2)$ suy ra $\dfrac{2^2}{a^2}+\dfrac{(-2)^2}{b^2}=1\Leftrightarrow\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=\dfrac{1}{4}$.

Do đó, ta có hệ phương trình $\begin{cases}a=2b\\ \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=\dfrac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=4b^2\\ \dfrac{1}{4b^2}+\dfrac{1}{b^2}=\dfrac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=20\\ b^2=5\end{cases}$. Vậy phương trình cần tìm là $E:\dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{5}=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 38. Tìm phương trình chính tắc của elip, biết elip có tiêu cự bằng 6 và đi qua $A(5;0)$.

A. $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{81}=1$.

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$.

— Elip có tiêu cự bằng 6 suy ra $2c=6\Leftrightarrow c=3\Leftrightarrow a^2-b^2=c^2=9$.

— Elip đi qua điểm $A(5;0)$ suy ra $\dfrac{5^2}{a^2}+\dfrac{0^2}{b^2}=1\Leftrightarrow a^2=25$.

Do đó, ta có hệ phương trình $\begin{cases}a^2-b^2=9\\ a^2=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=25\\ b^2=16\end{cases}$. Vậy phương trình cần tìm là $E:\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$

Chọn đáp án B □

Câu 39. Tìm phương trình chính tắc của elip, biết elip có tiêu cự bằng $2\sqrt{3}$ và đi qua $A(2;1)$.

A. $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{5}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$.

— Elip có tiêu cự bằng $2\sqrt{3}$ suy ra $2c=2\sqrt{3}\Leftrightarrow c=\sqrt{3}\Leftrightarrow a^2-b^2=c^2=31$.

— Elip đi qua điểm $A(2;1)$ suy ra $\dfrac{2^2}{a^2}+\dfrac{1^2}{b^2}=1\Leftrightarrow\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=12$.

Từ 1, 2 suy ra $\begin{cases}a^2-b^2=3\\ \dfrac{4}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=b^2+3\\ \dfrac{4}{b^2+3}+\dfrac{1}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=b^2+3\\ b^4-2b^2-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=6\\ b^2=3\end{cases}$. Vậy phương trình cần tìm là $E:\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{3}=1$

Chọn đáp án A □

Câu 40. Tìm phương trình chính tắc của elip, biết elip có tiêu cự bằng 8 và đi qua điểm $M\left(\sqrt{15};-1\right)$.

A. $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{18}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$.

— Elip có tiêu cự bằng 8 suy ra $2c=8\Leftrightarrow c=4\Leftrightarrow a^2-b^2=c^2=161$.

— Elip đi qua điểm $M\left(\sqrt{15};-1\right)$ suy ra $\dfrac{\left(\sqrt{15}\right)^2}{a^2}+\dfrac{(-1)^2}{b^2}=1\Leftrightarrow\dfrac{15}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=12$.

Từ 1, 2 suy ra $\begin{cases}a^2-b^2=16\\ \dfrac{15}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=b^2+16\\ \dfrac{15}{b^2+16}+\dfrac{1}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=b^2+16\\ b^4=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=20\\ b^2=4\end{cases}$. Vậy phương trình cần tìm là $E:\dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Chọn đáp án D □

Câu 41. Elip qua điểm $M\left(2;\dfrac{5}{3}\right)$ và có một tiêu điểm $F(-2;0)$. Phương trình chính tắc của elip là

A. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$.

— Elip có một tiêu điểm là $F(-2;0)$ suy ra $c=2\Leftrightarrow a^2=b^2+c^2=b^2+41$.

— Elip đi qua điểm $M\left(2;\dfrac{5}{3}\right)$ suy ra $\dfrac{2^2}{a^2}+\dfrac{\left(\dfrac{5}{3}\right)^2}{b^2}=1\Leftrightarrow\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{25}{9b^2}=12$.

Từ 1, 2 suy ra $\begin{cases}a^2=b^2+4\\ \dfrac{4}{a^2}+\dfrac{25}{9b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=b^2+4\\ \dfrac{4}{b^2+4}+\dfrac{25}{9b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=9\\ b^2=5\end{cases}$. Vậy phương trình cần tìm là $E:\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 42. Phương trình chính tắc của elip có hai tiêu điểm $F_1(-2;0)$, $F_2(2;0)$ và đi qua điểm $M(2;3)$ là

A. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{8}=1$.

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$.

— Elip có hai tiêu điểm là $F_1(-2;0)$, $F_2(2;0)\Rightarrow c=2\Leftrightarrow a^2=b^2+c^2=b^2+41$.

— Elip đi qua điểm $M(2;3)$ suy ra $\dfrac{2^2}{a^2}+\dfrac{3^2}{b^2}=1\Leftrightarrow\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{9}{b^2}=12$.

Từ 1, 2 suy ra $\begin{cases}a^2=b^2+4\\ \dfrac{4}{a^2}+\dfrac{9}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=b^2+4\\ \dfrac{4}{b^2+4}+\dfrac{9}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=b^2+4\\ b^4-4b^2-36=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=16\\ b^2=12\end{cases}$. Vậy phương trình cần tìm là $E:\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$

Chọn đáp án A □

Câu 43. Tìm phương trình chính tắc của elip nếu nó đi qua điểm $A\,(6;0)$ và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\dfrac{1}{2}$.

A. $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{27}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{3}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{18}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{2}=1$.

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$.

— Elip đi qua điểm $A\,(6;0)$ suy ra $\dfrac{6^2}{a^2}+\dfrac{0^2}{b^2}=1\Leftrightarrow a^2=36$.

— Tỉ số của tiêu cực với độ dài trục lớn bằng $\dfrac{1}{2}$ suy ra $\dfrac{2c}{2a}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow c^2=\dfrac{a^2}{4}$.

Kết hợp với điều kiện $b^2=a^2-c^2$, ta được $b^2=a^2-\dfrac{a^2}{4}=\dfrac{3}{4}a^2=\dfrac{3}{4}.36=27$. Vậy phương trình cần tìm là $E:\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{27}=1$

Chọn đáp án A □

Câu 44. Tìm phương trình chính tắc của elip nếu nó đi qua điểm $N\left(2;-\dfrac{5}{3}\right)$ và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\dfrac{2}{3}$.

A. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{6}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{3}=1$.

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$.

— Elip đi qua điểm $N\left(2;-\dfrac{5}{3}\right)$ suy ra $\dfrac{2^2}{a^2}+\dfrac{\left(-\dfrac{5}{3}\right)^2}{b^2}=1\Leftrightarrow\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{25}{9b^2}=11$.

— Tỉ số của tiêu cực với độ dài trục lớn bằng $\dfrac{2}{3}$ suy ra $\dfrac{2c}{2a}=\dfrac{2}{3}\Leftrightarrow\dfrac{c}{a}=\dfrac{2}{3}\Leftrightarrow c^2=\dfrac{4}{9}a^2$.

Kết hợp với điều kiện $b^2=a^2-c^2$, ta được $b^2=a^2-\dfrac{4}{9}a^2=\dfrac{5}{9}a^2\Leftrightarrow 9b^2=5a^2$. Từ đó suy ra $\begin{cases}\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{25}{9b^2}=1\\ 9b^2=5a^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{25}{5a^2}=1\\ 9b^2=5a^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{9}{a^2}=1\\ 9b^2=5a^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=9\\ b^2=5\end{cases}$. Vậy phương trình cần tìm là $E:\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$.

Chọn đáp án B □

Câu 45. Tìm phương trình chính tắc của elip nếu nó đi qua điểm $A\left(2;\sqrt{3}\right)$ và tỉ số của độ dài trục lớn với tiêu cự bằng $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

A. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của elip là $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$.

— Elip đi qua điểm $A\left(2;\sqrt{3}\right)$ suy ra $\dfrac{2^2}{a^2}+\dfrac{\left(\sqrt{3}\right)^2}{b^2}=1\Leftrightarrow\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{3}{b^2}=11$.

— Tỉ số của độ dài trục lớn với tiêu cự bằng $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ suy ra $\dfrac{2a}{2c}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow c^2=\dfrac{3}{4}a^2$.

Kết hợp với điều kiện $b^2=a^2-c^2$, ta được $b^2=a^2-\dfrac{3}{4}a^2=\dfrac{a^2}{4}\Leftrightarrow a^2=4b^22$. Từ $1,2$ suy ra $\begin{cases}\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{3}{b^2}=1\\ a^2=4b^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{4}{4b^2}+\dfrac{3}{b^2}=1\\ a^2=4b^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{4}{b^2}=1\\ a^2=4b^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2=16\\ b^2=4\end{cases}$. Vậy phương trình cần tìm là $E: \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 46. Cho elip $E: \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ với $a>b>0$. Gọi $2c$ là tiêu cự của E. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $c^2=a^2+b^2$. **B.** $b^2=a^2+c^2$. **C.** $a^2=b^2+c^2$. **D.** $c=a+b$.

Lời giải.

Ta có $c^2=a^2-b^2 \Leftrightarrow a^2=b^2+c^2$.

Chọn đáp án C □

Câu 47. Cho elip có hai tiêu điểm F_1, F_2 và có độ dài trục lớn bằng $2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $2a=F_1F_2$. **B.** $2a>F_1F_2$. **C.** $2a<F_1F_2$. **D.** $4a=F_1F_2$.

Lời giải.

Ta có $a>c \Leftrightarrow 2a>2c \Leftrightarrow 2a>F_1F_2$

Chọn đáp án B □

Câu 48. Cho elip $E: \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Hai điểm A, B là hai đỉnh của elip lần lượt nằm trên hai trục Ox, Oy. Khi đó độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 34. **B.** $\sqrt{34}$. **C.** 5. **D.** $\sqrt{136}$.

Lời giải.

Ta có $a^2=25 \Rightarrow a=5$ và $b^2=9 \Rightarrow b=3$ Tam giác OAB vuông, có $AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{34}$.
Vậy $AB=\sqrt{34}$

Chọn đáp án B □

Câu 49. Một elip E có trục lớn dài gấp 3 lần trục nhỏ. Tỉ số e của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng

A. $e=\dfrac{1}{3}$. **B.** $e=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $e=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $e=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$A_1A_2=3B_1B_2 \Rightarrow a=3b \Rightarrow a^2=9b^2=9\left(a^2-c^2\right) \Rightarrow 9c^2=8a^2 \Rightarrow \frac{c^2}{a^2}=\frac{8}{9} \Rightarrow \frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Vậy $e=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

Chọn đáp án D □

Câu 50. Một elip E có khoảng cách giữa hai đỉnh kế tiếp nhau gấp $\dfrac{3}{2}$ lần tiêu cự của nó. Tỉ số e của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng

A. $e=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $e=\dfrac{2}{5}$. **C.** $e=\dfrac{\sqrt{3}}{5}$. **D.** $e=\dfrac{\sqrt{2}}{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} AB = \frac{3}{2}F_1F_2 &\Rightarrow \sqrt{a^2+b^2} = 3c \\ &\Rightarrow a^2+b^2 = 9c^2 \Rightarrow a^2 + \left(a^2-c^2\right) = 9c^2 \\ &\Rightarrow 2a^2 = 10c^2 \\ &\Rightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow e = \frac{\sqrt{5}}{5}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 51. Cho điểm $M\,(2;3)$ nằm trên đường elip E có phương trình chính tắc: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$. Trong các điểm sau đây điểm nào không nằm trên E:

A. $M_1\,(-2;3)$. **B**. $M_2\,(2;-3)$. **C**. $M_3\,(-2;-3)$. **D**. $M_4\,(3;2)$.

Lời giải.

Ta có điểm M đối xứng qua Ox có tọa độ là $(2;-3)$. Điểm M đối xứng qua Oy có tọa độ là $(-2;3)$. Điểm M đối xứng qua gốc tọa độ O có tọa độ là $(-2;-3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 52. Cho elip $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. E không có trục đối xứng.

B. E có một trục đối xứng là trục hoành.

C. E có hai trục đối xứng là trục hoành và trục tung.

D. E có vô số trục đối xứng.

Lời giải.

Ta có E có hai trục đối xứng là trục hoành và trục tung.

Chọn đáp án C □

Câu 53. Cho elip $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. E không có tâm đối xứng. **B**. E có đúng một tâm đối xứng.

C. E có hai tâm đối xứng. **D**. E có vô số tâm đối xứng.

Lời giải.

Ta có E có đúng một tâm đối xứng là gốc tọa độ O.

Chọn đáp án B □

Câu 54. Elip E có độ dài trục bé bằng tiêu cự. Tỉ số e của tiêu cự với độ dài trục lớn của E bằng

A. $e=1$. **B**. $e=\sqrt{2}$. **C**. $e=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D**. $e=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $B_1B_2 = F_1F_2 \Leftrightarrow b = c \Rightarrow b^2=c^2 \Rightarrow (a^2-c^2)=c^2 \Rightarrow \dfrac{c^2}{a^2}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Vậy $e=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Chọn đáp án C □

Câu 55. Elip E có hai đỉnh trên trục nhỏ cùng với hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông. Tỉ số e của tiêu cự với độ dài trục lớn của E bằng

A. $e=1$. **B**. $e=\sqrt{2}$. **C**. $e=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D**. $e=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\widehat{F_1B_1F_2} = 90^0 \Rightarrow OB_1 = \dfrac{F_1F_2}{2} \xrightarrow{b}= c \Rightarrow b^2 = c^2 \Rightarrow (a^2 - c^2) = c^2 \Rightarrow \dfrac{c^2}{a^2} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{c}{a} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Vậy $e = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Chọn đáp án C □

Câu 56. Elip E có độ dài trục lớn bằng $4\sqrt{2}$, các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm của elip cùng nằm trên một đường tròn. Độ dài trục nhỏ của E bằng

A. 2. **B**. 4. **C**. 8. **D**. 16.

Lời giải.

Ta có $A_1A_2 = 4\sqrt{2} \Rightarrow a = 2\sqrt{2}$ Và bốn điểm F_1, B_1, F_2, B_2 cùng nằm trên một đường tròn $\Rightarrow b = c \Rightarrow b^2 = c^2 \Rightarrow b^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow b = \dfrac{a}{\sqrt{2}} = 2$. Vậy độ dài trục nhỏ của E là 4.

Chọn đáp án B □

Câu 57. Cho elip $E : \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ và M là một điểm tùy ý trên E. Khi đó:

A. $3 \le OM \le 4$. **B**. $4 \le OM \le 5$. **C**. $OM \ge 5$. **D**. $OM \le 3$.

Lời giải.

Ta có $a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$ và $b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$. Mà $OB \le OM \le OA \Leftrightarrow 3 \le OM \le 4$.

Chọn đáp án A □

Câu 58. Cho elip $E : \dfrac{x^2}{169} + \dfrac{y^2}{144} = 1$ và điểm M nằm trên E. Nếu M có hoành độ bằng -13 thì khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm bằng

A. 10 và 6. **B**. 8 và 18. **C**. $13 \pm \sqrt{5}$. **D**. $13 \pm \sqrt{10}$.

Lời giải.

Ta có $a^2 = 169 \Rightarrow a = 13$, $b^2 = 144 \Rightarrow b = 12$ và $c^2 = \sqrt{a^2 - b^2} = 5$ Tọa độ hai tiêu điểm $F_1(-5;0), F_2(5;0)$ M có hoành độ bằng $-13 \Rightarrow y = 0, M(-13;0) \Rightarrow MF_1 = 8, MF_2 = 18$.

Chọn đáp án B □

Câu 59. Cho elip $E : \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{12} = 1$ và điểm M nằm trên E. Nếu M có hoành độ bằng 1 thì khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm bằng

A. $3,5$ và $4,5$. **B**. 3 và 5. **C**. $4 \pm \sqrt{2}$. **D**. $4 \pm \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$, $b^2 = 12 \Rightarrow b = 2\sqrt{3}$ và $c^2 = \sqrt{a^2 - b^2} = 2$ Tọa độ hai tiêu điểm $F_1(-2;0), F_2(2;0)$ M có hoành độ bằng $1 \Rightarrow y = \pm\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$. Do tính đối xứng của E nên chọn $M\left(1;\dfrac{3\sqrt{5}}{2}\right) \Rightarrow MF_1 = \dfrac{9}{2}, MF_2 = \dfrac{7}{2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 60. Cho elip có phương trình $16x^2 + 25y^2 = 100$. Tính tổng khoảng cách từ điểm M thuộc elip có hoành độ bằng 2 đến hai tiêu điểm.

A. $\sqrt{3}$. **B**. $2\sqrt{2}$. **C**. 5. **D**. $4\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $16x^2 + 25y^2 = 100 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{\frac{25}{4}} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ $a^2 = \dfrac{25}{4} \Rightarrow a = \dfrac{5}{2}$, $b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$ $MF_1 + MF_2 = 2a = 5$.

Chọn đáp án C □

Câu 61. Cho elip $E: \dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{36}=1$. Qua một tiêu điểm của E dựng đường thẳng song song với trục Oy và cắt E tại hai điểm M và N. Tính độ dài MN.

A. $\dfrac{64}{5}$. **B.** $\dfrac{48}{5}$. **C.** 25. **D.** $\dfrac{25}{2}$.

Lời giải.

Xét $E: \dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{36}=1 \Rightarrow \begin{cases} a^2=100 \\ b^2=36 \end{cases} \Leftrightarrow c^2=a^2-b^2=100-36=64$. Khi đó, elip có tiêu điểm là $F_1(-8;0) \Rightarrow$ đường thẳng $d \parallel Oy$ và đi qua F_1 là $x=-8$. Giao điểm của d và E là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x=-8 \\ \dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{36}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-8 \\ y=\pm\dfrac{24}{5}. \end{cases}$$

Vậy tọa độ hai điểm $M\left(-8;\dfrac{24}{5}\right), N\left(-8;-\dfrac{24}{5}\right) \Rightarrow MN=\dfrac{48}{5}$.

Chọn đáp án B □

Câu 62. Cho $E: \dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{16}=1$. Một đường thẳng đi qua điểm $A(2;2)$ và song song với trục hoành cắt E tại hai điểm phân biệt M và N. Tính độ dài MN.

A. $3\sqrt{5}$. **B.** $15\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{15}$. **D.** $5\sqrt{3}$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2;2)$ và song song trục hoành có phương trình là $y=2$. Ta có

$$d\cap E \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{16}=1 \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ \dfrac{x^2}{20}+\dfrac{2^2}{16}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x^2=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{15} \\ x=-\sqrt{15} \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\left(\sqrt{15};2\right) \\ N\left(-\sqrt{15};2\right). \end{cases}$$

Vậy độ dài đoạn thẳng $MN=2\sqrt{15}$.

Chọn đáp án C □

Câu 63. Dây cung của elip $E: \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(0<b<a)$ vuông góc với trục lớn tại tiêu điểm có độ dài bằng

A. $\dfrac{2c^2}{a}$. **B.** $\dfrac{2b^2}{a}$. **C.** $\dfrac{2a^2}{c}$. **D.** $\dfrac{a^2}{c}$.

Lời giải.

Hai tiêu điểm có tọa độ lần lượt là $F_1(-c;0), F_2(c;0)$. Đường thẳng chứa dây cung vuông góc với trục lớn (trục hoành) tại tiêu điểm F có phương trình là $\Delta: x=c$. Suy ra

$$\Delta\cap E \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \\ x=c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=c \\ \dfrac{c^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=c \\ y^2=\dfrac{b^2\left(a^2-c^2\right)}{a^2}=\dfrac{b^4}{a^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=c \\ y=\pm\dfrac{b^2}{a}. \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của Δ và E là $M\left(c;\dfrac{b^2}{a}\right), N\left(c;-\dfrac{b^2}{a}\right) \Rightarrow MN=\dfrac{2b^2}{a}$.

Chọn đáp án B □

Câu 64. Đường thẳng $d: 3x+4y-12=0$ cắt elip $E: \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$ tại hai điểm phân biệt M và N. Khi đó độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. 3. **B**. 4. **C**. 5. **D**. 25.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và E là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}3x+4y-12=0\\ \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3-\dfrac{3x}{4}\\ \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{\left(3-\dfrac{3x}{4}\right)^2}{9}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3-\dfrac{3x}{4}\\ x^2-4x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3-\dfrac{3x}{4}\\ \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=4\end{array}\right.\end{cases}.$$

Vậy tọa độ giao điểm là

$$\begin{cases}M(0;3)\\ N(4;0)\end{cases}\Rightarrow MN=5.$$

Chọn đáp án C □

Câu 65. Giá trị của m để đường thẳng $\Delta: x-2y+m=0$ cắt elip $E:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$ tại hai điểm phân biệt là

A. $m=\pm2\sqrt{2}$. **B**. $m>2\sqrt{2}$. **C**. $m<-2\sqrt{2}$. **D**. $-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$.

Lời giải.

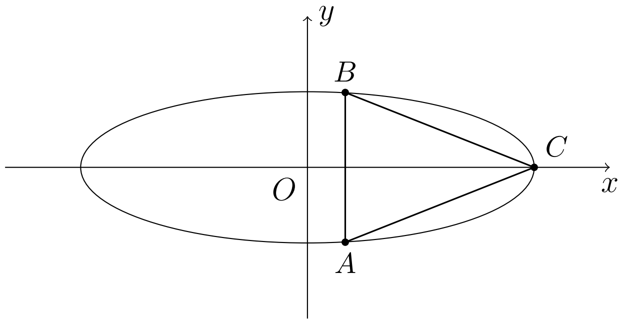
Lập luận tương tự câu trên

Chọn đáp án D □

Câu 66. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $C(3;0)$ và elip (E): $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{1}=1$. A, B là hai điểm thuộc (E) sao cho $\triangle ABC$ đều, biết tọa độ của $A\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{c\sqrt{3}}{2}\right)$ và A có tung độ âm. Khi đó $a+c$ bằng

A. 2. **B**. 0. **C**. -2. **D**. -4.

Lời giải.



Ta thấy $C(3;0)$ là đỉnh của ê-lip nên để $\triangle ABC$ đều thì A và B phải đối xứng qua trục Ox. Suy ra $B\left(\dfrac{a}{2};-\dfrac{c\sqrt{3}}{2}\right)$.

Ta có

$$A\left(\frac{a}{2};\frac{c\sqrt{3}}{2}\right)\in(E)\Leftrightarrow\frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{9}+\frac{\left(\frac{c\sqrt{3}}{2}\right)^2}{1}=1\Leftrightarrow\frac{a^2}{36}+\frac{3c^2}{4}=1.\qquad(1)$$

$\triangle ABC$ đều nên $AB^2=AC^2\Leftrightarrow 3c^2=\left(\dfrac{a}{2}-3\right)^2+\dfrac{3c^2}{4}\Leftrightarrow c^2=\dfrac{4}{9}\left(\dfrac{a}{2}-3\right)^2$, thay vào (1) ta được

$$\frac{a^2}{36}+\frac{1}{3}\left(\frac{a}{2}-3\right)^2=1\Rightarrow a=3\Rightarrow c=-1\text{ (vì } c<0).$$

Suy ra $a+c=2$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 67. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $C(3;0)$ và elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{1}=1$. A và B là hai điểm thuộc (E) sao cho tam giác ABC đều. Biết tọa độ điểm $A\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{c\sqrt{3}}{2}\right)$ và A có tung độ âm. Khi đó $a+c$ bằng

A. 2. **B**. 0. **C**. -2. **D**. -4.

Lời giải.

Ta có C là một đỉnh của elip, thuộc trục Ox. Hơn nữa $CA=CB$ nên A và B là hai điểm đối xứng nhau qua Ox, do đó $B\left(\dfrac{a}{2};-\dfrac{c\sqrt{3}}{2}\right)$. Từ $A\in(E)$ và $AB=AC$, ta có hệ

$$\begin{cases}\dfrac{a^2}{36}+\dfrac{3c^2}{4}=1\\ 3c^2=\left(3-\dfrac{a}{2}\right)^2+\dfrac{3c^2}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{a^2}{36}+\dfrac{1}{3}\left(3-\dfrac{a}{2}\right)^2=1 & (1)\\ \dfrac{3c^2}{4}=\dfrac{1}{3}\left(3-\dfrac{a}{2}\right)^2 & (2).\end{cases}$$

Từ (1) ta có $a^2-9a+18=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=3\\ a=6.\end{array}\right.$

— Với $a=3$, từ (2) ta có $\dfrac{3c^2}{4}=\dfrac{3}{4}\Leftrightarrow c=\pm1$.

— Với $a=6$, từ (2) ta có $\dfrac{3c^2}{4}=0\Leftrightarrow c=0$.

Do A có tung độ âm nên $c=-1, a=3$ thỏa mãn. Khi đó $a+c=2$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 68. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(x;y)$ thỏa mãn $\sqrt{\left(x+\sqrt{3}\right)^2+y^2}+\sqrt{\left(x-\sqrt{3}\right)^2+y^2}=4$ và $OM=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$. Khi đó, kết quả $|xy|$ là

A. 1. **B**. 4. **C**. $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$. **D**. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta thấy $OM=\dfrac{\sqrt{10}}{2}\Rightarrow M\in(\mathscr{C})\colon x^2+y^2=\dfrac{5}{2}$. (1)

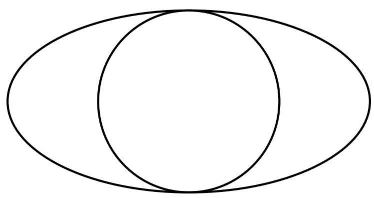
Ta thấy M thỏa mãn $\sqrt{\left(x+\sqrt{3}\right)^2+y^2}+\sqrt{\left(x-\sqrt{3}\right)^2+y^2}=4\Rightarrow M\in(E)\colon\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$. (2)

Từ (1) và (2) ta được $\begin{cases}x^2=2\\ y^2=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow|xy|=1$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 69.

Ông Hoàng có một mảnh vườn hình Elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là 60 m và 30 m. Ông chia mảnh vườn ra làm hai nửa bằng một đường tròn tiếp xúc trong với Elip để làm mục đích sử dụng khác nhau (xem hình vẽ). Nửa bên trong đường tròn ông trồng cây lâu năm, nửa bên ngoài đường tròn ông trồng hoa màu.

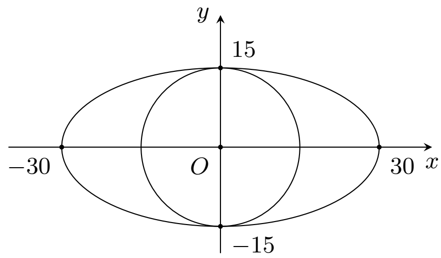


Tính tỉ số diện tích T giữa phần trồng cây lâu năm so với diện tích trồng hoa màu. Biết diện tích hình Elip được tính theo công thức $S=\pi ab$ với a, b lần lượt là nửa độ dài trục lớn và nửa độ dài trục bé. Biết độ rộng của đường Elip là không đáng kể.

A. $T = \frac{1}{2}$. **B.** $T = \frac{3}{2}$. **C.** $T = 1$. **D.** $T = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Xét hệ trục tọa độ Oxy như **hình vẽ**.



Khi đó đường tròn có bán kính là $R = 15$ và elip có nửa độ dài trục lớn là $a = 30$, nửa độ dài trục bé là $b = 15$.

Diện tích đường tròn là $S_{(C)} = \pi R^2 = \pi \cdot 15^2 = 225\pi$.

Diện tích Elip là $S_{(E)} = \pi ab = \pi 30 \cdot 15 = 450\pi$.

Diện tích nửa bên ngoài đường tròn trồng hoa màu là

$S = S_{(E)} - S_{(C)} = 450\pi - 225\pi = 225\pi$.

Vậy tỉ số diện tích $T = \frac{225\pi}{225\pi} = 1$.

Chọn đáp án C □

Câu 70. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của e-líp có trục lớn gấp đôi trục bé và có tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$.

A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Lời giải.

E-líp cần tìm có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b > 0)$. Ta có

$$\begin{cases} 2c = 4\sqrt{3} \\ a = 2b \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2\sqrt{3} \\ b^2 = 4 \\ a^2 = 16. \end{cases}$$

Vậy e-líp cần tìm là $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Chọn đáp án D □

Câu 71. Phương trình chính tắc của elip có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục bé bằng 6 là

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{6} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải.

Độ dài trục lớn bằng $2a = 8$ nên $a = 4$.

Độ dài trục bé bằng $2b = 6$ nên $b = 3$.

Phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Chọn đáp án D □

Câu 72. Cho elip (E) có độ dài trục lớn gấp hai lần độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng 6. Viết phương trình của (E)?

A. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{3} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{12} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{12} = 1$.

Lời giải.

Phương trình (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (0 < a < b)$.

Từ giả thiết, ta có $a = 2b, 2c = 6 \Rightarrow c = 3$.

Mà $a^2 - b^2 = c^2 \Rightarrow 4b^2 - b^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} b^2 = 3 \\ a^2 = 12. \end{cases}$

Vậy phương trình (E) là $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$.

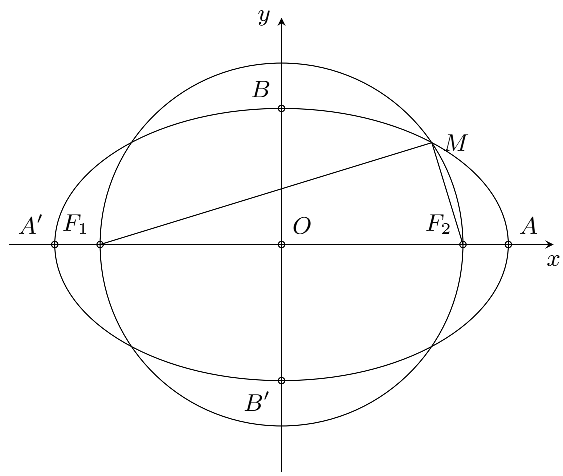
Chọn đáp án B □

Câu 73. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ê-lip $(E)\colon \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Điểm $M\in(E)$ sao cho $\widehat{F_1MF_2}=90^\circ$. Tìm bán kính đường tròn nội tiếp tam giác MF_1F_2.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có ê-líp (E) có: $a=5$, $b=3\Rightarrow c=4$, $F_1F_2=8$. Đặt $MF_1=m, MF_2=n, (m>0, n>0)$ ta có hệ:
$$\begin{cases} m+n=2a=10 \\ m^2+n^2=64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+n=10 \\ m\cdot n=18. \end{cases}$$
Chu vi tam giác MF_1F_2 là $2p=m+n+2c=18$, diện tích tam giác MF_1F_2 là $S_{\Delta MF_1F_2}=\dfrac{1}{2}m\cdot n=9$. Bán kính đường tròn nội tiếp $r=\dfrac{S}{p}=\dfrac{9}{9}=1$



Chọn đáp án C □

Câu 74. Cho elip (E) có phương trình $9x^2+25y^2=225$. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

A. (E) có tiêu cự bằng 4. **B.** (E) có trục nhỏ bằng 6.

C. (E) có các tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và $F_2(4;0)$. **D.** (E) có trục lớn bằng 10.

Lời giải.

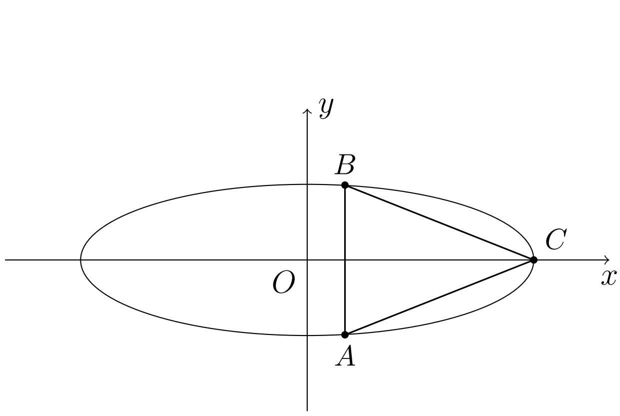
Ta có $(E)\colon 9x^2+25y^2=225\Leftrightarrow \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Ta có $a=5, b=3\Rightarrow c=\sqrt{a^2-b^2}=4$. Suy ra tiêu cự của (E) bằng $2c=8$.

Chọn đáp án A □

Câu 75. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $C(3;0)$ và elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{1}=1$. A, B là hai điểm thuộc (E) sao cho $\triangle ABC$ đều, biết tọa độ của $A\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{c\sqrt{3}}{2}\right)$ và A có tung độ âm. Khi đó $a+c$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** -2. **D.** -4.

Lời giải.



Ta thấy $C(3;0)$ là đỉnh của ê-lip nên để $\triangle ABC$ đều thì A và B phải đối xứng qua trục Ox. Suy ra $B\left(\dfrac{a}{2};-\dfrac{c\sqrt{3}}{2}\right)$.

Ta có

$$A\left(\frac{a}{2};\frac{c\sqrt{3}}{2}\right)\in(E)\Leftrightarrow\frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{9}+\frac{\left(\frac{c\sqrt{3}}{2}\right)^2}{1}=1\Leftrightarrow\frac{a^2}{36}+\frac{3c^2}{4}=1.\quad(1)$$

$\triangle ABC$ đều nên $AB^2=AC^2\Leftrightarrow 3c^2=\left(\frac{a}{2}-3\right)^2+\frac{3c^2}{4}\Leftrightarrow c^2=\frac{4}{9}\left(\frac{a}{2}-3\right)^2$, thay vào (1) ta được

$$\frac{a^2}{36}+\frac{1}{3}\left(\frac{a}{2}-3\right)^2=1\Rightarrow a=3\Rightarrow c=-1\text{ (vì } c<0).$$

Suy ra $a+c=2$.

Chọn đáp án A □

Câu 76. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $C(3;0)$ và elip $(E)\colon\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$. A và B là hai điểm thuộc (E) sao cho tam giác ABC đều. Biết tọa độ điểm $A\left(\frac{a}{2};\frac{c\sqrt{3}}{2}\right)$ và A có tung độ âm. Khi đó $a+c$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** -2. **D.** -4.

Lời giải.

Ta có C là một đỉnh của elip, thuộc trục Ox. Hơn nữa $CA=CB$ nên A và B là hai điểm đối xứng nhau qua Ox, do đó $B\left(\frac{a}{2};-\frac{c\sqrt{3}}{2}\right)$. Từ $A\in(E)$ và $AB=AC$, ta có hệ

$$\begin{cases}\frac{a^2}{36}+\frac{3c^2}{4}=1\\ 3c^2=\left(3-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{3c^2}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{a^2}{36}+\frac{1}{3}\left(3-\frac{a}{2}\right)^2=1 & (1)\\ \frac{3c^2}{4}=\frac{1}{3}\left(3-\frac{a}{2}\right)^2 & (2).\end{cases}$$

Từ (1) ta có $a^2-9a+18=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=3\\ a=6.\end{array}\right.$

— Với $a=3$, từ (2) ta có $\frac{3c^2}{4}=\frac{3}{4}\Leftrightarrow c=\pm1$.

— Với $a=6$, từ (2) ta có $\frac{3c^2}{4}=0\Leftrightarrow c=0$.

Do A có tung độ âm nên $c=-1, a=3$ thỏa mãn. Khi đó $a+c=2$.

Chọn đáp án A □

Câu 77. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(x;y)$ thỏa mãn $\sqrt{\left(x+\sqrt{3}\right)^2+y^2}+\sqrt{\left(x-\sqrt{3}\right)^2+y^2}=4$ và $OM=\frac{\sqrt{10}}{2}$. Khi đó, kết quả $|xy|$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

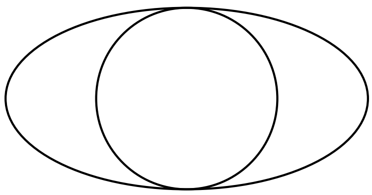
Ta thấy $OM=\frac{\sqrt{10}}{2}\Rightarrow M\in(\mathscr{C})\colon x^2+y^2=\frac{5}{2}$. (1)

Ta thấy M thỏa mãn $\sqrt{\left(x+\sqrt{3}\right)^2+y^2}+\sqrt{\left(x-\sqrt{3}\right)^2+y^2}=4\Rightarrow M\in(E)\colon\frac{x^2}{4}+y^2=1.$ (2)

Từ (1) và (2) ta được $\begin{cases}x^2=2\\ y^2=\frac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow|xy|=1.$

Chọn đáp án A □

Câu 78.
Ông Hoàng có một mảnh vườn hình Elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là 60 m và 30 m. Ông chia mảnh vườn ra làm hai nửa bằng một đường tròn tiếp xúc trong với Elip để làm mục đích sử dụng khác nhau (xem hình vẽ). Nửa bên trong đường tròn ông trồng cây lâu năm, nửa bên ngoài đường tròn ông trồng hoa màu.

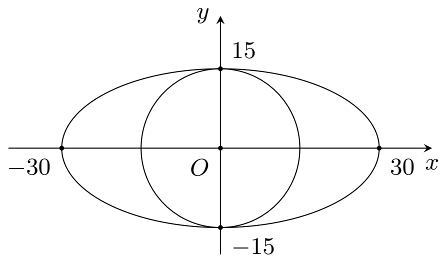


Tính tỉ số diện tích T giữa phần trồng cây lâu năm so với diện tích trồng hoa màu. Biết diện tích hình Elip được tính theo công thức $S = \pi ab$ với a, b lần lượt là nửa độ dài trục lớn và nửa độ dài trục bé. Biết độ rộng của đường Elip là không đáng kể.

A. $T = \frac{1}{2}$. **B.** $T = \frac{3}{2}$. **C.** $T = 1$. **D.** $T = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Xét hệ trục tọa độ Oxy như **hình vẽ**.



Khi đó đường tròn có bán kính là $R = 15$ và elip có nửa độ dài trục lớn là $a = 30$, nửa độ dài trục bé là $b = 15$.
Diện tích đường tròn là $S_{(C)} = \pi R^2 = \pi \cdot 15^2 = 225\pi$.
Diện tích Elip là $S_{(E)} = \pi ab = \pi 30 \cdot 15 = 450\pi$.
Diện tích nửa bên ngoài đường tròn trồng hoa màu là
$S = S_{(E)} - S_{(C)} = 450\pi - 225\pi = 225\pi$.
Vậy tỉ số diện tích $T = \frac{225\pi}{225\pi} = 1$.

Chọn đáp án C □

Câu 79. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của e-líp có trục lớn gấp đôi trục bé và có tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$.

A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Lời giải.

E-líp cần tìm có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b > 0)$. Ta có

$$\begin{cases} 2c = 4\sqrt{3} \\ a = 2b \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2\sqrt{3} \\ b^2 = 4 \\ a^2 = 16. \end{cases}$$

Vậy e-líp cần tìm là $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Chọn đáp án D □

Câu 80. Phương trình chính tắc của elip có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục bé bằng 6 là

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{6} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải.

Độ dài trục lớn bằng $2a = 8$ nên $a = 4$.
Độ dài trục bé bằng $2b = 6$ nên $b = 3$.
Phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Chọn đáp án D □

Câu 81. Cho elip (E) có độ dài trục lớn gấp hai lần độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng 6. Viết phương trình của (E)?

A. $\dfrac{x^2}{12}-\dfrac{y^2}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{3}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{12}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{48}+\dfrac{y^2}{12}=1$.

Lời giải.

Phương trình (E) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1, \quad (0<a<b)$.

Từ giả thiết, ta có $a=2b, 2c=6\Rightarrow c=3$.

Mà $a^2-b^2=c^2\Rightarrow 4b^2-b^2=9\Rightarrow \begin{cases} b^2=3\\ a^2=12.\end{cases}$

Vậy phương trình (E) là $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{3}=1$.

Chọn đáp án B □

Câu 82. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $C(2;0)$ và elip $(E):\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$. Tìm các điểm A, B thuộc (E), biết rằng 2 điểm A, B đối xứng nhau qua trục hoành và tam giác ABC là tam giác đều. Khi đó diện tích S của tam giác ABC là kết quả nào dưới đây?

A. $S=\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$. **B.** $S=\dfrac{16\sqrt{3}}{49}$. **C.** $S=\dfrac{48\sqrt{3}}{49}$. **D.** $S=\dfrac{16}{49}$.

Lời giải.

Gọi $A(x;y)$. Do A, B đối xứng nhau qua Ox nên $B(x;-y)$ và Ox là đường trung trực của BC

Có $C(2;0)\in Ox$. Suy ra $CA=CB=\sqrt{(x-2)^2+y^2}$, có $AB=2|y|$

Có $A(x;y)\in(E):\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1\Rightarrow y^2=\dfrac{1}{4}(4-x^2)$. (1)

$$\begin{aligned}
\triangle ABC \text{ đều } &\Leftrightarrow AB=AC=BC\\
&\Leftrightarrow 4y^2=(x-2)^2+y^2\\
&\Leftrightarrow 3y^2=(x-2)^2 \quad (2)\\
\text{Từ (1) và (2) ta được } & \quad \frac{3}{4}\left(4-x^2\right)=(x-2)^2\\
&\Leftrightarrow 7x^2-16x+4=0\\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2\Rightarrow y=0\,(\equiv C)\\ x=\dfrac{2}{7}\Rightarrow y=\pm\dfrac{4\sqrt{3}}{7}.\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Vậy $A\left(\dfrac{2}{7};\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\dfrac{2}{7};-\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ hay $A\left(\dfrac{2}{7};-\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right)$, $B\left(\dfrac{2}{7};\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

Khi đó $AB=\dfrac{8\sqrt{3}}{7}$, $S_{ABC}=\dfrac{AB^2.\sqrt{3}}{4}=\dfrac{48\sqrt{3}}{49}$.

Chọn đáp án C □

Câu 83 (dangvanquanggb1@gmail.com).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $C(2;0)$ và elip (E): $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$. Các điểm A, B thuộc (E) và A, B đối xứng qua trục hoành đồng thời tam giác ABC là tam giác đều. Gọi S, P, R, r lần lượt là diện tích, chu vi, bán kính đường tròn ngoại tiếp, bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\dfrac{S}{\sqrt{3}}<1$. **B.** $\dfrac{P}{\sqrt{3}}>4$. **C.** $\dfrac{S}{P}<1$. **D.** $\dfrac{S}{P}=\dfrac{R}{2}$.

Lời giải.

Gọi $A(a;b)$.

Vì A, B đối xứng với nhau qua trục hoành suy ra $B(a;-b)$.

Có $A(a;b) \in (E) \Leftrightarrow \dfrac{a^2}{4} + \dfrac{b^2}{1} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 1 - \dfrac{a^2}{4}$ (1)

Tam giác ABC cân tại C nên tam giác đều $AB = AC \Leftrightarrow 4b^2 = (a-2)^2 + b^2$ (2)

Từ (1), (2) ta có hệ

$$\begin{cases} b^2 = 1 - \dfrac{a^2}{4} \\ 4b^2 = (a-2)^2 + b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = \dfrac{2}{7} \\ b^2 = \dfrac{48}{49} \end{cases} \\ \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases} (l) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = \dfrac{2}{7} \\ b = \dfrac{4\sqrt{3}}{7} \end{cases} \\ \begin{cases} a = \dfrac{2}{7} \\ b = -\dfrac{4\sqrt{3}}{7} \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A\left(\dfrac{2}{7}; \dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right); B\left(\dfrac{2}{7}; -\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right) \\ A\left(\dfrac{2}{7}; -\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right); B\left(\dfrac{2}{7}; \dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right) \end{array}\right..$$

Khi đó $AB = \dfrac{8\sqrt{3}}{7}$; $\mathrm{d}(C, AB) = \dfrac{12}{7}$ suy ra $S = \dfrac{48\sqrt{3}}{49}$; $P = \dfrac{24\sqrt{3}}{7}$; $r = \dfrac{2}{7}$; $R = \dfrac{4}{7}$.

Chọn đáp án B □

Câu 84 (chitoannd@gmail.com). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip có phương trình $(E)\colon \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. Xét điểm M chuyển động trên tia Ox và điểm N chuyển động trên tia Oy sao cho đường thẳng MN luôn tiếp xúc với (E). Biết rằng khi tọa độ của M, N thỏa mãn đoạn MN có độ dài nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất đó thuộc khoảng nào dưới đây.

A. $(6;9)$. **B.** $\left(\sqrt{21}; 2\sqrt{7}\right)$. **C.** $(46;48)$. **D.** $(48;50)$.

Lời giải.

Giả sử $M(m;0)$, $N(0;n)$ với $m > 0$; $n > 0$ là hai điểm chuyển động trên hai tia Ox, Oy.

Phương trình của đường thẳng MN: $\dfrac{x}{m} + \dfrac{y}{n} - 1 = 0$.

Đường thẳng tiếp xúc với (E) khi và chỉ khi $16\left(\dfrac{1}{m}\right)^2 + 9\left(\dfrac{1}{n}\right)^2 = 1$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có

$$MN^2 = m^2 + n^2 = \left(m^2 + n^2\right)\left(\dfrac{16}{m^2} + \dfrac{9}{n^2}\right) = 25 + 16\dfrac{n^2}{m^2} + 9\dfrac{m^2}{n^2} \geq 25 + 2\sqrt{16 \cdot 9} = 49 \Rightarrow MN \geq 7.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: $\begin{cases} \dfrac{16n^2}{m^2} = \dfrac{9m^2}{n^2} \\ m^2 + n^2 = 49 \\ m > 0, n > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2\sqrt{7} \\ n = \sqrt{21} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\left(2\sqrt{7}; 0\right) \\ N\left(0; \sqrt{21}\right) \end{cases}.$

Chọn đáp án A □

Câu 85 (chitoannd@gmail.com). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip có phương trình: $(E)\colon \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. Xét điểm M chuyển động trên tia Ox và điểm N chuyển động trên tia Oy sao cho đường thẳng MN luôn tiếp xúc với (E). Biết rằng khi tọa độ của M, N thỏa mãn đoạn MN có độ dài nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = 2018x_M + 2019\sqrt{3}y_N$.

A. $T = 10093\sqrt{7}$. **B.** $T = -2021\sqrt{7}$. **C.** $T = 10039\sqrt{7}$. **D.** $T = 2021\sqrt{7}$.

Lời giải.

Giả sử $M(m;0)$, $N(0;n)$ với $m>0$; $n>0$ là hai điểm chuyển động trên hai tia Ox, Oy.
Phương trình của đường thẳng $MN\colon \dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}-1=0$.
Đường thẳng tiếp xúc với (E) khi và chỉ khi $16\left(\dfrac{1}{m}\right)^2+9\left(\dfrac{1}{n}\right)^2=1$.
Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có

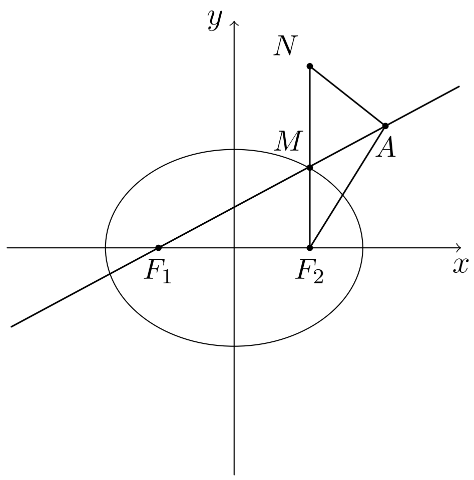
$$MN^2=m^2+n^2=\left(m^2+n^2\right)\left(\frac{16}{m^2}+\frac{9}{n^2}\right)=25+16\frac{n^2}{m^2}+9\frac{m^2}{n^2}\geq 25+2\sqrt{16\cdot 9}=49\Rightarrow MN\geq 7.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: $\begin{cases}\dfrac{16n^2}{m^2}=\dfrac{9m^2}{n^2}\\ m^2+n^2=49\\ m>0,n>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=2\sqrt{7}\\ n=\sqrt{21}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}M\left(2\sqrt{7};0\right)\\ N\left(0;\sqrt{21}\right).\end{cases}$
Suy ra $T=2018x_M+2019\sqrt{3}y_N=10093\sqrt{7}$.
Chọn đáp án A □

Câu 86 (Nguyễn Đăng Dũng-Tên FB: Dũng Nguyễn Đăng).
Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(2;\sqrt{3})$ và elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$. Gọi F_1, F_2 là các tiêu điểm của (E), (F_1 có hoành độ âm), M là giao điểm có tung độ dương của đường thẳng AF_1 với (E), N là điểm đối xứng với F_2 qua M. Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ANF_2 có độ dài là

A. $R=1$. **B.** $R=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $R=2$. **D.** $R=\sqrt{3}$.

Lời giải.



Ta có $(E)\colon \dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1\Rightarrow c^2=a^2-b^2=3-2=1$.
Do đó $F_1(-1;0)$, $F_2(1;0)$.
Phương trình đường thẳng $AF_1\colon x-\sqrt{3}y+1=0$.
M là giao điểm có tung độ dương của đường thẳng AF_1 với (E)
Suy ra tọa độ M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1\\ x-\sqrt{3}y+1=0\end{cases}\Rightarrow M\left(1;\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)$.
N là điểm đối xứng với F_2 qua M suy ra $N\left(1;\dfrac{4}{\sqrt{3}}\right)$ và $\overrightarrow{NA}=\left(1;-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$.
Mà $\overrightarrow{F_2A}=(1;\sqrt{3})\Rightarrow\overrightarrow{NA}\cdot\overrightarrow{F_2A}=0\Rightarrow\triangle ANF_2$ vuông tại A nên đường tròn ngoại tiếp tam giác này có đường kính là F_2N.

Suy ra bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ANF_2 là $R = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

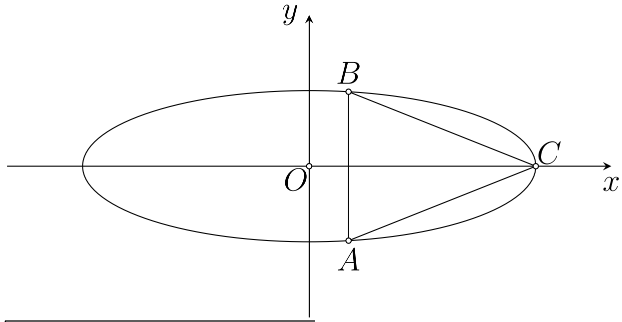
Chọn đáp án (B) □

Câu 87. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $C\,(3;0)$ và elip $(E): \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{1} = 1$. A, B là 2 điểm thuộc (E) sao cho $\triangle\, ABC$ đều, biết tọa độ của $A\left(\dfrac{a}{2}; \dfrac{c\sqrt{3}}{2}\right)$ và A có tung độ âm. Khi đó $a + c$ bằng:

A. 2. **B.** 0. **C.** -2. **D.** -4.

Lời giải.

Nhận xét: Điểm $C\,(3;0)$ là đỉnh của elip $(E) \Rightarrow$ điều kiện cần để ΔABC đều đó là A,B đối xứng với nhau qua Ox. Suy ra A,B là giao điểm của đường thẳng $\Delta : x = x_0$ và elip (E)



+ Ta có elip (E): $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{1} = 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = -\dfrac{1}{3}\sqrt{9-x^2} \\ y = \dfrac{1}{3}\sqrt{9-x^2} \end{array}\right.$

+ Theo giả thiết A có tung độ âm nên tọa độ của $A\left(x_0; -\dfrac{1}{3}\sqrt{9-{x_0}^2}\right)$ (điều kiện $x_0 < 3$ do $A \neq C$)

+ *Ta có*: $AC = \sqrt{(3-x_0)^2 + \dfrac{1}{9}\left(9-{x_0}^2\right)}$

và $d_{(C;\Delta)} = |3 - x_0|$

+ ΔABC đều $\Leftrightarrow d_{(C;\Delta)} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}AC \Leftrightarrow |3-x_0| = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{(3-x_0)^2 + \dfrac{1}{9}\left(9-{x_0}^2\right)}$

$\Leftrightarrow (3-x_0)^2 = \dfrac{3}{4}\left[(3-x_0)^2 + \dfrac{1}{9}\left(9-{x_0}^2\right)\right]$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{3}{x_0}^2 - \dfrac{3}{2}x_0 + \dfrac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = \dfrac{3}{2}\,(t/m) \\ x_0 = 3\,(R) \end{array}\right. \Rightarrow A\left(\dfrac{3}{2}; -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow a + c = 2$

Chọn đáp án (A) □

Câu 88. Cho elip (E): $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{12} = 1$ và điểm M nằm trên (E). Nếu điểm M có hoành độ bằng 1 thì các khoảng cách từ M tới 2 tiêu điểm của (E) bằng bao nhiêu?

A. 3,5 và 4,5. **B.** $4 \pm \sqrt{2}$. **C.** 3 và 5. **D.** $4 \pm \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Giả sử phương trình (E): $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$.

Ta có $\begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c^2 = a^2 - b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = 2. \end{cases}$

Gọi F_1, F_2 lần lượt là hai tiêu điểm của Elip (E), $M\,(1; y_M) \in (E)$, ta có

$$\begin{cases} MF_1 = a + \dfrac{c}{a}x_M = 4 + \dfrac{1}{2}\cdot 1 = 4{,}5 \\ MF_2 = a - \dfrac{c}{a}x_M = 4 - \dfrac{1}{2}\cdot 1 = 3{,}5. \end{cases}$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 89. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $C\,(2;0)$ và elip (E) : $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{1} = 1$. Tìm các điểm A, B thuộc (E), biết rằng 2 điểm A, B đối xứng nhau qua trục hoành và tam giác ABC là tam giác đều.

Khi đó diện tích S của tam giác ABC là kết quả nào dưới đây?

A. $S = \dfrac{4\sqrt{3}}{7}$. **B**. $S = \dfrac{16\sqrt{3}}{49}$. **C**. $S = \dfrac{48\sqrt{3}}{49}$. **D**. $S = \dfrac{16}{49}$.

Lời giải.

Gọi $A(x;y)$. Do A, B đối xứng nhau qua Ox nên $B(x;-y)$ và Ox là đường trung trực của BC

Có $C(2;0) \in Ox$. Suy ra $CA = CB = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$, có $AB = 2|y|$

Có $A(x;y) \in (E) : \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{1} = 1 \Rightarrow y^2 = \dfrac{1}{4}(4 - x^2)$. (1)

$$\begin{array}{rl} \triangle ABC \text{ đều} & \Leftrightarrow AB = AC = BC \\ & \Leftrightarrow 4y^2 = (x-2)^2 + y^2 \\ & \Leftrightarrow 3y^2 = (x-2)^2 \quad (2) \\ \text{Từ (1) và (2) ta được} & \dfrac{3}{4}(4 - x^2) = (x-2)^2 \\ & \Leftrightarrow 7x^2 - 16x + 4 = 0 \\ & \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow y = 0 \, (\equiv C) \\ x = \dfrac{2}{7} \Rightarrow y = \pm\dfrac{4\sqrt{3}}{7}. \end{array}\right. \end{array}$$

Vậy $A\left(\dfrac{2}{7}; \dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\dfrac{2}{7}; -\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ hay $A\left(\dfrac{2}{7}; -\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right)$, $B\left(\dfrac{2}{7}; \dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

Khi đó $AB = \dfrac{8\sqrt{3}}{7}$, $S_{ABC} = \dfrac{AB^2.\sqrt{3}}{4} = \dfrac{48\sqrt{3}}{49}$.

Chọn đáp án C □

Câu 90. Một hình elip có độ dài các bán trục là a, b, diện tích của hình elip được tính theo công thức πab. Hình elip tại Washington, DC có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là 1074 m , 386 m. Tính diện tích của elip.

A. 414564π m^2. **B**. 207282π m^2. **C**. 414564π m^2. **D**. 103641π m^2.

Lời giải.

Diện tích elip tại Washington, DC là $S = \pi \cdot 537 \cdot 193 = 103641\pi$.

Chọn đáp án D □

Câu 91. Một người xây một bể cá hình elip có độ dài trục lớn 3 m và độ dài trục nhỏ 2 m. Nếu elip có phương trình $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b > 0)$ thì chu vi của elip được tính theo công thức $C = \pi\left[3(a+b) - \sqrt{(3a+b)(a+3b)}\right]$. Chu vi của bể cá gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

A. 7,91 m . **B**. 7,93 m. **C**. 7,95 m. **D**. 7,97 m.

Lời giải.

Theo bài ra $a = \dfrac{3}{2}, b = 1$ nên chu vi của elip là $C = 7{,}93$ m.

Chọn đáp án B □

Câu 92. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, một chất điểm có phương trình chuyển động là $x = 5\sin t$ và $y = 2\cos t$, trong đó t có đơn vị là s; x, y có đơn vị là m. Quỹ đạo của chất điểm thuộc đường nào sau đây?

A. Một đường tròn. **B**. Một đường parabol.

C. Một đường hypebol. **D**. Một đường elip.

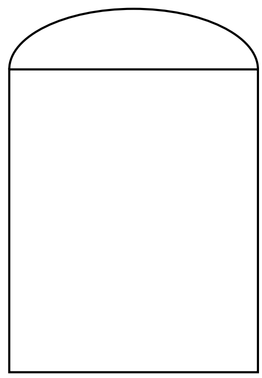
Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \dfrac{x}{5} = \sin t \\ \dfrac{y}{2} = \cos t \end{cases} \Rightarrow \dfrac{x^2}{5^2} + \dfrac{y^2}{2^2} = 1$. Nên quỹ đạo của chất điểm thuộc đường elip.

Chọn đáp án (D) □

Câu 93.

Cửa chính của ông Đặng gồm hai phần, phần trên là một nửa của elip có độ dài trục lớn, trục nhỏ lần lượt là 1,8 m và 1 m, phần bên dưới là hình chữ nhật cao 2,3 m. Biết diện tích của elip có bán trục a,b là πab, diện tích cửa nhà gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?



A. 5,554 m^2.

B. 5,078 m^2.

C. 5,73 m^2.

D. 5,78 m^2.

Lời giải.

Diện tích cửa nhà là $S = 0{,}9 \cdot 0{,}5 \cdot \pi + 1{,}8 \cdot 2{,}3 \approx 5{,}554\ \text{m}^2$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 94. Nhìn từ trên cao xuống phần rìa của sân vận động Maracana (Brazil) có hình dạng một elip với độ dài trục lớn, trục nhỏ lần lượt là 320m, 250m. Chu vi của elip này gần với giá trị nào nhất, biết elip với độ dài các bán trục là a, b có chu vi $C = \pi\left[3(a+b) - \sqrt{(3a+b)(a+3b)}\right]$.

A. $912,81$ m. **B**. $899,35$ m. **C**. $898,73$ m. **D**. $998,52$ m.

Lời giải.

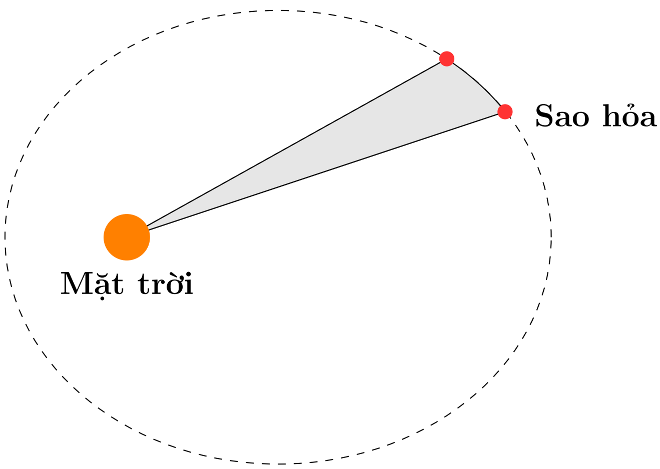
Ta có $\begin{cases} 2a = 320 \\ 2b = 250 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 160 \\ b = 125. \end{cases}$

Suy ra chu vi của sân vận động Maracana là

$$C = \pi\left[3(160+125) - \sqrt{(3\cdot 160+125)(160+3\cdot 125)}\right] \approx 898{,}73\ \text{m}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 95. Quỹ đạo của sao hỏa là elip có bán trục lớn $227,9$ triệu km, tâm sai $\text{e} = 0,0934$ và quay quanh mặt trời một vòng hết 687 ngày. Định luật Kepler thứ hai khẳng định rằng: đường nối một hành tinh với mặt trời quét qua những diện tích bằng nhau trong những khoảng thời gian bằng nhau. Biết diện tích của elip có các bán trục a, b bằng πab, tính diện tích mà đường nối sao hỏa và mặt trời quét qua trong 1 giây.



A. 2631 triệu km^2. **B**. 2737 triệu km^2 . **C**. 2832 triệu km^2. **D**. 2884 triệu km^2.

Lời giải.

Ta có $e = \frac{c}{a} \Rightarrow c = ea = 21,28586, b = \sqrt{a^2 - c^2} \approx 226,9$, diện tích của elip giới hạn bởi quỹ đạo của sao hỏa $S = \pi \cdot 227,9 \cdot 226,9 \cdot 10^{12} \approx 162453,3583 \cdot 10^{12}$.

Diện tích quét trong 1 giây là $\frac{S}{687 \cdot 24 \cdot 3600} \approx 2737$ triệu km^2.

Chọn đáp án B □

Câu 96. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip (E) có phương trình là $mx^2 + ny^2 = 1\ (n > m > 0)$. Tìm tọa độ các tiêu điểm F_1, F_2 của elip (E) (với F_1 có hoành độ âm).

A. $F_1\left(-\sqrt{n-m};0\right), F_2\left(\sqrt{n-m};0\right)$.

B. $F_1\left(-\sqrt{\frac{1}{m}-\frac{1}{n}};0\right), F_2\left(\sqrt{\frac{1}{m}-\frac{1}{n}};0\right)$.

C. $F_1\left(-\sqrt{n^2-m^2};0\right), F_2\left(\sqrt{n^2-m^2};0\right)$.

D. $F_1\left(-\sqrt{\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}};0\right), F_2\left(\sqrt{\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}};0\right)$.

Lời giải.

$mx^2 + ny^2 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{m}} + \frac{y^2}{\frac{1}{n}} = 1$.

Vậy $a = \sqrt{\frac{1}{m}}, b = \sqrt{\frac{1}{n}} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{\frac{1}{m} - \frac{1}{n}}$.

Chọn đáp án B □

Câu 97. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip (E) có phương trình là $mx^2 + ny^2 = mn\ (n > m > 0)$. Tìm tọa độ các tiêu điểm F_1, F_2 của elip (E) (với F_1 có hoành độ âm).

A. $F_1\left(-\sqrt{n-m};0\right), F_2\left(\sqrt{n-m};0\right)$.

B. $F_1(n^2-m^2;0), F_2(m^2-n^2;0)$.

C. $F_1(-n+m;0), F_2(n-m;0)$.

D. $F_1\left(-\sqrt{n^2-m^2};0\right), F_2\left(\sqrt{n^2-m^2};0\right)$.

Lời giải.

$mx^2 + ny^2 = mn \Rightarrow \frac{x^2}{n} + \frac{y^2}{m} = 1$.

Vậy $a = \sqrt{n}, b = \sqrt{m} \Rightarrow c = \sqrt{n-m}$.

Chọn đáp án A □

Câu 98. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip (E) có phương trình là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\ (a > b > 0)$. Biết (E) có độ dài trục lớn gấp k lần độ dài trục nhỏ. Tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng

A. $\frac{\sqrt{k^2-1}}{k}$. **B**. $\frac{\sqrt{k^2+1}}{k}$. **C**. $\frac{k}{\sqrt{k^2-1}}$. **D**. $\frac{k}{\sqrt{k^2+1}}$.

Lời giải.

Độ dài trục lớn bằng $2a$, độ dài trục bé bằng $2b$ và tiêu cự bằng $2c$, với $c = \sqrt{a^2 - b^2}$. Ta có $2a = k2b \Leftrightarrow a = kb$, $k \neq 0$. Mà $c^2 = a^2 - b^2$ nên $c^2 = a^2 - \frac{a^2}{k^2} \Rightarrow \frac{c^2}{a^2} = 1 - \frac{1}{k^2}$.

Khi đó $\frac{2c}{2a} = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{k^2-1}}{k}$.

Chọn đáp án A □

Câu 99. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip (E) có phương trình là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\ (a > b > 0)$. Biết (E) đi qua điểm $M\left(1;\frac{2\sqrt{10}}{3}\right)$ và có tiêu cự bằng $\frac{2}{3}$ độ dài trục lớn. Độ dài trục nhỏ của (E) bằng

A. $\sqrt{3}$. **B**. $2\sqrt{3}$. **C**. $\sqrt{5}$. **D**. $2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $c = \sqrt{a^2 - b^2}$, $c = \dfrac{2}{3}a$. Vì $M \in (E)$ nên $\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{40}{9b^2} = 1$.
Mà $b^2 = a^2 - c^2 = \dfrac{5}{9}a^2$ nên ta có $\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{8}{a^2} = 1$. Do đó $a^2 = 9$. Suy ra $b = \sqrt{5}$. Độ dài trục nhỏ bằng $2\sqrt{5}$.
Chọn đáp án D □

Câu 100. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip (E) có phương trình là $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b > 0)$. Biết (E) đi qua điểm $M(8; 12)$ và $MF = 20$, với F là một tiêu điểm có hoành độ âm của (E). Độ dài trục lớn của (E) bằng

A. 8. **B.** 16. **C.** 32. **D.** 36.

Lời giải.
Gọi $F(-c; 0)$, $c > 0$. Ta có $MF = 20 \Leftrightarrow (8+c)^2 + 12^2 = 20^2 \Rightarrow c = 8$. Vì $M \in (E)$ nên $\dfrac{64}{a^2} + \dfrac{144}{b^2} = 1$.
Mà $b^2 = a^2 - c^2 = a^2 - 64$ nên ta có

$$\frac{64}{a^2} + \frac{144}{a^2 - 64} = 1 \Leftrightarrow a^4 - 272a^2 + 4096 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &a^2 = 16 \\ &a^2 = 256. \end{aligned}\right.$$

Ta có $b^2 > 0 \Rightarrow a^2 > 64$. Suy ra $a^2 = 256 \Leftrightarrow a = 16$. Khi đó độ dài trục lớn bằng 32.
Chọn đáp án C □

Câu 101. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip (E) có phương trình là $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b > 0)$. Biết rằng (E) đi qua điểm $M(2; \sqrt{14})$ và các đỉnh trên trục nhỏ nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông. Độ dài trục nhỏ của (E) bằng

A. 8. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 32.

Lời giải.
Đặt $c = \sqrt{a^2 - b^2}$. Gọi B là đỉnh trên trục nhỏ, F_1, F_2 là hai tiêu điểm.
Khi đó tam giác F_1BF_2 vuông cân tại B nên $b = \dfrac{1}{2}F_1F_2 = c$. Do đó $a^2 = b^2 + c^2 = 2b^2$.
Mặt khác $M \in (E)$ nên $\dfrac{4}{a^2} + \dfrac{14}{b^2} = 1 \Rightarrow \dfrac{4}{2b^2} + \dfrac{14}{b^2} = 1$. Từ đó suy ra $a^2 = 32$, $b^2 = 16$. Vậy $2b = 8$.
Chọn đáp án A □

Câu 102. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip (E) có phương trình là $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b > 0)$. Biết rằng (E) đi qua điểm $M(4\sqrt{3}; 2)$ và các tiêu điểm nhìn hai đỉnh trên trục nhỏ dưới một góc 60°. Tiêu cự của (E) bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{3}$.

Lời giải.
Đặt $c = \sqrt{a^2 - b^2}$. Gọi B_1, B_2 là hai đỉnh trên trục nhỏ, F là một tiêu điểm.
Khi đó tam giác FB_1B_2 đều cạnh $2b$ nên có chiều cao $c = \dfrac{2b\sqrt{3}}{2} = b\sqrt{3}$. Do đó $a^2 = b^2 + c^2 = 4b^2$.
Mặt khác $M \in (E)$ nên $\dfrac{48}{a^2} + \dfrac{4}{b^2} = 1 \Rightarrow \dfrac{48}{4b^2} + \dfrac{4}{b^2} = 1$. Từ đó suy ra $b^2 = 16$, $a^2 = 64$, $c = 4\sqrt{3}$. Vậy $2c = 8\sqrt{3}$.
Chọn đáp án D □

Câu 103. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip (E) có phương trình là $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b > 0)$. Biết rằng (E) đi qua điểm $M\left(\dfrac{5\sqrt{3}}{3}; 1\right)$ và khoảng cách từ một đỉnh nằm trên trục lớn đến một đỉnh nằm trên trục nhỏ bằng tiêu cự. Độ dài trục lớn của (E) bằng

A. $\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{14}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Lời giải.

Gọi $A(a;0)$, $B(0;b)$ là hai đỉnh. Khi đó $AB = 2c$, suy ra $a^2 + b^2 = 4c^2$.

Mà $c^2 = a^2 - b^2$ nên $3a^2 = 5b^2$.

Mặt khác $M \in (E)$ nên $\dfrac{25}{3a^2} + \dfrac{1}{b^2} = 1$. Từ đó suy ra $b^2 = 6$, $a^2 = 10$. Vậy $2a = 2\sqrt{10}$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 104. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của elip (E) biết (E) có tâm sai $e = \dfrac{2}{3}$ và đi qua điểm $M\left(2;\dfrac{5}{3}\right)$.

A. $(E)\colon \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{5} = 1$. **B.** $(E)\colon \dfrac{x^2}{3} + \dfrac{y^2}{\sqrt{5}} = 1$. **C.** $(E)\colon \dfrac{x^2}{18} + \dfrac{y^2}{10} = 1$. **D.** $(E)\colon \dfrac{x^2}{3} + \dfrac{y^2}{1} = 1$.

Lời giải.

Ta có tâm sai $e = \dfrac{c}{a}$. Lần lượt kiểm tra các đáp án ta có thể loại được 2 đáp án. Tiếp tục thay tọa độ M vào ta tìm được đáp án đúng.

Chọn đáp án A ☐

Câu 105. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của elip (E) biết (E) có bán kính qua tiêu tại $M\left(-2;\dfrac{1}{2}\right)$ là F_2M bằng 5.

A. $(E)\colon \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{4} = 1$. **B.** $(E)\colon \dfrac{x^2}{8} + \dfrac{y^2}{\frac{1}{2}} = 1$. **C.** $(E)\colon \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{3} = 1$. **D.** $(E)\colon \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{12} = 1$.

Lời giải.

Lần lượt thay tọa độ M vào các đáp án ta nhận thấy có thể loại 2 đáp án. Bên cạnh đó, bán kính qua tiêu $F_2M = a - \dfrac{c}{a}(-2) = a + \dfrac{2c}{a} = 5$. Kiểm tra 2 đáp án còn lại ta chọn được đáp án cuối cùng.

Chọn đáp án D ☐

Câu 106. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của elip (E) biết (E) có tâm sai $e = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ và đi qua điểm $N\left(\sqrt{2};\dfrac{7}{3}\right)$.

A. $(E)\colon \dfrac{x^2}{18} + \dfrac{y^2}{14} = 1$. **B.** $(E)\colon \dfrac{x^2}{36} + \dfrac{y^2}{28} = 1$. **C.** $(E)\colon \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{7} = 1$. **D.** $(E)\colon \dfrac{x^2}{27} + \dfrac{y^2}{21} = 1$.

Lời giải.

Ta có thể dễ dàng nhận ra được a, b từ 4 đáp án, từ đó kiểm tra tâm sai và thế tọa độ điểm N vào để thử xem đâu là đáp án.

Chọn đáp án C ☐

Câu 107. Trong mặt phẳng tọa độ cho đường tròn (C) tâm I có phương trình $(x+1)^2 + y^2 = 16$, điểm $A(1;0)$ và điểm M nằm trên đường tròn (C). Trung trực đoạn AM cắt IM tại K. Viết phương trình chính tắc đường cong (E) là quỹ tích của điểm K khi M di chuyển trên đường tròn (C).

A. $(E)\colon \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{1} = 1$. **B.** $(E)\colon \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{3} = 1$. **C.** $(E)\colon \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{y^2}{1} = 1$. **D.** $(E)\colon \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{y^2}{\sqrt{3}} = 1$.

Lời giải.

Theo đề bài ta có được 2 tiêu điểm là I và A do $IK + AK = IK + KM = IM = 4$. Ta suy ra $c = 1$ và $a = 2$. Từ đó tính được $b = \sqrt{3}$. Ta tìm được phương trình elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{3} = 1$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 108. Biết quỹ đạo của trái đất quay quanh mặt trời là elip và mặt trời là một trong 2 tiêu điểm, khoảng cách lớn nhất giữa trái đất và mặt trời là 152,00 triệu km, khoảng cách nhỏ nhất giữa trái đất và mặt trời là $147,00$ triệu km. Hãy viết phương trình chính tắc của elip (E) là quỹ đạo trái đất quay quanh mặt trời.

A. $(E)\colon \dfrac{x^2}{152,00^2}+\dfrac{y^2}{147,00^2}=1$.

B. $(E)\colon \dfrac{x^2}{149,50^2}+\dfrac{y^2}{149,48^2}=1$.

C. $(E)\colon \dfrac{x^2}{152,00^2}+\dfrac{y^2}{149,00}=1$.

D. $(E)\colon \dfrac{x^2}{149,00}+\dfrac{y^2}{147,00}=1$.

Lời giải.

Ta có khoảng cách xa nhất giữa mặt trời và trái đất là $a+c=152$ triệu km và khoảng cách ngắn nhất là $a-c=147$ triệu km. Từ đó, ta dễ dàng tìm được $a=149,5$ triệu km và $c=2,5$ triệu km. Từ đó, ta tính được $b=149,48$ triệu km. Ta có được phương trình $(E)\colon \dfrac{x^2}{149,50^2}+\dfrac{y^2}{149,48^2}=1$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 109. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho elip (E). Hình chữ nhật cơ sở của (E) có một cạnh nằm trên đường thẳng $d: x-\sqrt{5}=0$ và có độ dài đường chéo là 6. Viết phương trình chính tắc của (E).

A. $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{5}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{516}+\dfrac{y^2}{25}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Lời giải.

Giả sử

$$(E)\colon \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1.$$

Khi đó các cạnh của hình chữ nhật cơ sở của (E) nằm trên các đường thẳng có phương trình

$$x=\pm a; y=\pm b.$$

Suy ra $a=\sqrt{5}$.

Ta có chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật cơ sở lần lượt là $2a=2\sqrt{5}$ và $2b$.

Do độ dài đường chéo hình chữ nhật cơ sở bằng 6 nên ta có

$$(2a)^2+(2b)^2=6^2 \Leftrightarrow 20+4b^2=36 \Leftrightarrow b^2=4 \Rightarrow b=2 \quad (\text{do } b>0).$$

Vậy $(E)\colon \dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 110. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho elip (E) đi qua $M(2;3)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ nguyên. Biết (E) có một đường chuẩn có phương trình $x+8=0$. Viết phương trình chính tắc của (E).

A. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$.

B. $\dfrac{x^2}{52}+\dfrac{y^2}{\frac{39}{4}}=1$.

C. $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

D. Không tồn tại elip (E).

Lời giải.

Giả sử $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ với $0<a<b$.

Ta có $c=\sqrt{a^2-b^2}, e=\dfrac{c}{a}$ và phương trình đường chuẩn là $x\pm\dfrac{a}{e}=0$.

Suy ra $\dfrac{a}{\frac{c}{a}}=8 \Leftrightarrow \dfrac{a^2}{c}=8 \Rightarrow c=\dfrac{a^2}{8} \quad (1)$.

Do (E) đi qua $M(2;3)$ nên $\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{9}{a^2-c^2}=1 \quad (2)$.

Thế (1) và (2) ta có $\frac{4}{8c}+\frac{9}{8c-c^2}=1 \Leftrightarrow 2c^2-17c+26=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=2 \\ c=\frac{13}{2}. \end{array}\right.$

Với $c=\frac{13}{2} \Rightarrow a^2=52 \Rightarrow a=2\sqrt{13}$ (loại do a nguyên).
Với $c=2 \Rightarrow a^2=16 \Rightarrow a=4 \Rightarrow b^2=a^2-c^2=16-4=12$.
Vậy $(E)\colon \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$.
Chọn đáp án A □

Câu 111. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho elip (E) có tâm sai $\mathrm{e}=\frac{\sqrt{5}}{3}$. Biết hình chữ nhật cơ sở của (E) có chu vi bằng 20. Viết phương trình chính tắc của (E).

A. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. **D.** $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$.

Lời giải.

Gọi độ dài trục lớn và trục nhỏ của (E) là $2a, 2b$ $(a, b>0)$.
Do chu vi hình chữ nhật cơ sở là 20 nên $2(2a+2b)=20 \Leftrightarrow a+b=5 \quad (1)$.
Do $e=\frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow c=\frac{\sqrt{5}}{3}a \quad (2)$.
Mặt khác $a^2-b^2=c^2 \quad (3)$.
Từ (2) và (3) suy ra $a^2-b^2-\frac{5}{9}a^2=0 \Leftrightarrow \frac{4}{9}a^2-b^2=0 \quad (4)$.
Từ (1) và (4) suy ra

$$\frac{4}{9}a^2-(5-a)^2=0 \Leftrightarrow -\frac{5}{9}a^2+10a-25=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=3 \\ a=15. \end{array}\right.$$

Với $a=15 \Rightarrow b=-10$ (loại).
Với $a=3 \Rightarrow b=2$.
Vậy $(E)\colon \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$.

Chọn đáp án C □

Câu 112. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8. Biết giao điểm của elip (E) với đường tròn $(O): x^2+y^2=8$ tạo thành bốn đỉnh của một hình vuông. Viết phương trình chính tắc của (E).

A. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{\frac{16}{3}}=1$. **B.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

C. $\frac{x^2}{\frac{16}{3}}+\frac{y^2}{16}=1$. **D.** Không tồn tại elip (E).

Lời giải.

Do độ dài trục lớn bằng 8 nên $(E)\colon \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, $(0<b<4)$.

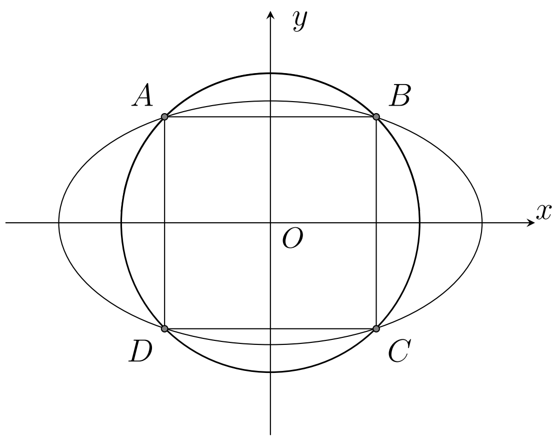
Đường tròn $(O)\colon x^2+y^2=8$ có tâm $O(0;0)$, bán kính $R=2\sqrt{2}$.

Gọi 4 giao điểm của (O) và (E) là 4 đỉnh của hình vuông $ABCD$.

Suy ra $OB=2\sqrt{2}\Rightarrow B(2;2)\in(E)$

$\Rightarrow \dfrac{4}{16}+\dfrac{4}{b^2}=1\Rightarrow b^2=\dfrac{16}{3}$.

Vậy $(E)\colon \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{\frac{16}{3}}=1$.



Chọn đáp án A □

Câu 113. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình thoi $ABCD$ có $AC=2BD$. $(C)\colon x^2+y^2=4$ là đường tròn nội tiếp hình thoi. Biết A thuộc trục hoành. Viết phương trình chính tắc của elip (E) đi qua 4 đỉnh của hình thoi.

A. $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{20}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{20}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{5}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{20}-\dfrac{y^2}{5}=1$.

Lời giải.

Do $ABCD$ là hình thoi nên $AC\perp BD$.

Vì $AC=2BD$ nên $OC=2OB\Rightarrow \tan\widehat{BCO}=\dfrac{1}{2}$.

(C) có tâm $O(0;0)$, bán kính $R=2$.

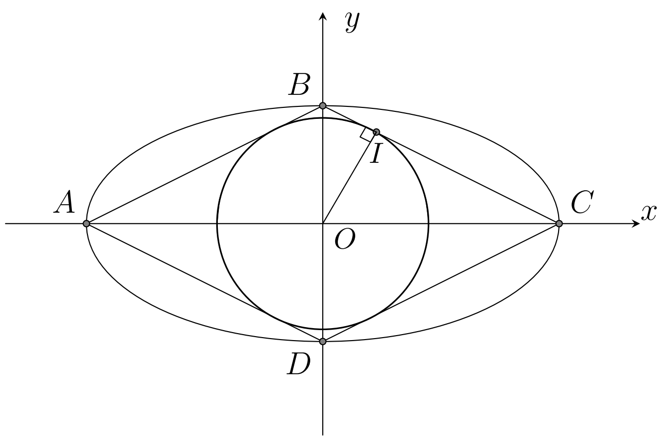
Dựng $OI\perp BC\Rightarrow OI=2$.

Ta có:

$IC=\dfrac{OI}{\tan\widehat{ICO}}=\dfrac{2}{\frac{1}{2}}=4$;

$IB=\dfrac{OI}{\tan\widehat{OBI}}=\dfrac{2}{2}=1$.

Suy ra $BC=4+1=5$.



Từ $OB^2+OC^2=BC^2\Rightarrow OB^2+4OB^2=25\Rightarrow OB^2=5\Rightarrow OB=\sqrt{5}\Rightarrow OC=2\sqrt{5}$.

Suy ra trục lớn và trục nhỏ của (E) lần lượt là $AC=2OC=4\sqrt{5}, BD=2OB=2\sqrt{5}$.

Vậy $(E)\colon \dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{5}=1$.

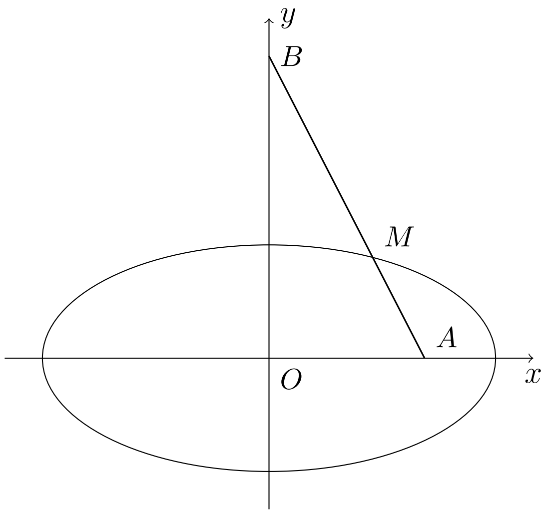
Chọn đáp án C □

Câu 114. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm A chạy trên trục Ox, điểm B chạy trên trục Oy và độ lớn đoạn $AB=9$. Tập hợp các điểm M của đoạn thẳng AB thoả mãn $MB=2MA$ là đường elip có phương trình nào dưới đây?

A. $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Lời giải.

Giả sử $A(b;0)$, $B(0;c)$. Do $AB=9$ nên $b^2+c^2=9$ (1).
Gọi $M(x;y)$ là điểm thuộc đoạn AB và thoả mãn $MB=2MA \Rightarrow \overrightarrow{MB}=-2\overrightarrow{MA}$.
Mà $\overrightarrow{MB}=(-x;c-y), \overrightarrow{MA}=(b-x;-y)$ nên
$$\begin{cases}-x=-2(b-y)\\ c-y=-2(-y)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=\dfrac{3}{2}x\\ c=3y.\end{cases} \quad (2)$$
Từ (1) và (2) ta có $\left(\dfrac{3}{2}x\right)^2+(3y)^2=9^2 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{9}=1$.



Chọn đáp án A □

Câu 115. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của e-líp (E) biết rằng (E) có tâm sai bằng $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ và chu vi hình chữ nhật cơ sở là 20.

A. $(E): \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=-1$.
B. $(E): \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$.
C. $(E): \dfrac{x^2}{225}+\dfrac{y^2}{100}=1$.
D. $(E): \dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$.

Lời giải.
Gọi phương trình chính tắc của e-líp có dạng $(E): \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$.
theo đề ta có $c=\dfrac{\sqrt{5}}{3}a$ và $a+b=5$.
mặt khác $a^2=b^2+c^2$ nên ta có $\left[\begin{array}{l}a=3\\ a=15\end{array}\right.$.
So với điều kiện $a+b=5$ thì chọn $a=3$, vậy $b=2$.
Vậy phương trình chính tắc của e-líp $(E): \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$.
Chọn đáp án A □

Câu 116. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho elip (E) có phương trình $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Gọi M, N lần lượt là các điểm di chuyển trên tia Ox, Oy sao cho MN luôn tiếp xúc với (E). Hãy tìm độ dài nhỏ nhất của MN.

A. 21. **B**. 7. **C**. 48. **D**. 49.

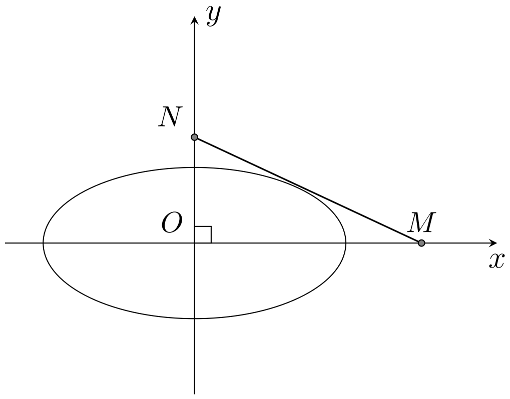
Lời giải.

Gọi $M(m;0)$, $N(0;n)$ (với $m,n>0$). Khi đó $OM=m$, $ON=n$, $MN^2=m^2+n^2$.
Phương trình đường thẳng MN có dạng $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1 \Rightarrow y=-\dfrac{n}{m}x+n$. Thay vào phương trình (E) ta có

$$\frac{x^2}{16}+\frac{\left(-\frac{n}{m}x+n\right)^2}{9}=1$$

$$\Leftrightarrow 9x^2+16\left(\frac{n^2}{m^2}x^2-\frac{2n^2}{m}x+n^2\right)=144$$

$$\Leftrightarrow \left(9+\frac{16n^2}{m^2}\right)x^2-32\frac{n^2}{m}x+16n^2-144=0.$$



$$\text{Có } \Delta=\left(32\frac{n^2}{m}\right)^2-4\left(9+\frac{16n^2}{m^2}\right)(16n^2-144)=64\left[\frac{144n^2}{m^2}+81-9n^2\right].$$

Để MN tiếp xúc (E) thì $\Delta=0 \Rightarrow \dfrac{81}{n^2}+\dfrac{144}{m^2}=9$.

Ta có $9=\dfrac{81}{n^2}+\dfrac{144}{m^2}\geq\dfrac{(9+12)^2}{m^2+n^2}=\dfrac{21^2}{MN^2}\Rightarrow MN\geq 49$. Vậy $MN_{\min}=49$.

Chọn đáp án D □

Câu 117. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, khi cho t thay đổi, điểm $M(5\sin t;3\cos t)$ di động trên đường nào sau đây?

A. Elip. **B**. Đường tròn. **C**. Đường thẳng. **D**. Parabol.

Lời giải.

Ta có $\left(\dfrac{x_M}{5}\right)^2+\left(\dfrac{y_M}{3}\right)^2=1\Leftrightarrow\dfrac{x_M^2}{25}+\dfrac{y_M^2}{9}=1$. Vậy khi t thay đổi, điểm M di động trên đường Elip.

Chọn đáp án A □

Câu 118. Một elip với bán trục lớn a và bán tiêu cự c, tỉ số e $=\dfrac{c}{a}$ được gọi là tâm sai của elip. Qũy đạo của trái đất quanh mặt trời là một elip (E) trong đó mặt trời là một trong các tiêu điểm. Biết khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất giữa mặt trời và trái đất lần lượt là 147 triệu km, 152 triệu km. Tâm sai của elip (E) gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

A. $0,0167$. **B**. $0,0168$. **C**. $0,0169$. **D**. $0,017$.

Lời giải.

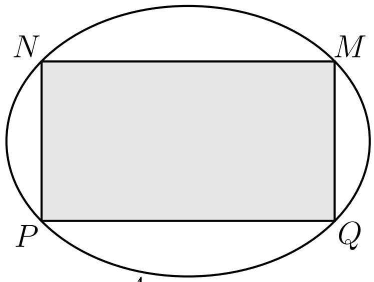
Một elip có phương trình $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, $a>b>0$, khoảng cách từ tiêu điểm đến một điểm bất kì M có hoành độ x_M là $d_M=a\pm\dfrac{c\cdot x_M}{a}$, cho nên khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ một tiêu điểm đến một điểm thuộc elip lần lượt là $a+c$ và $a-c$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}a+c=152\\a-c=147\end{cases}\Longleftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{299}{2}\\c=\dfrac{5}{2}\end{cases}$. Vậy tâm sai của (E) là e $=\dfrac{c}{a}=\dfrac{5}{299}\approx 0,0167$

Chọn đáp án A □

Câu 119.

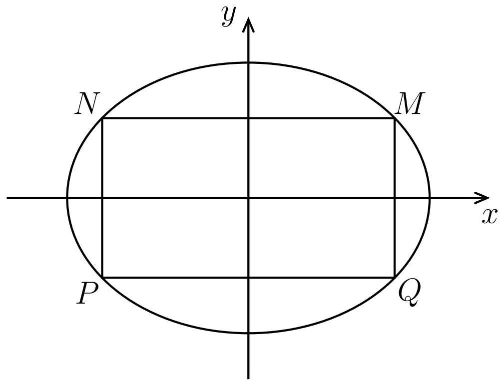
Ông Thanh có một mảnh vật liệu hình elip với trục lớn, trục nhỏ có độ dài 80 cm và 60 cm. Ông Thanh muốn cắt một hình chữ nhật có các cạnh song song với các trục của elip và các đỉnh thuộc elip. Tính tỉ số $\dfrac{MN}{MQ}$ để hình chữ nhật có diện tích lớn nhất.



A. $\dfrac{9}{16}$. **B.** $\dfrac{16}{9}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

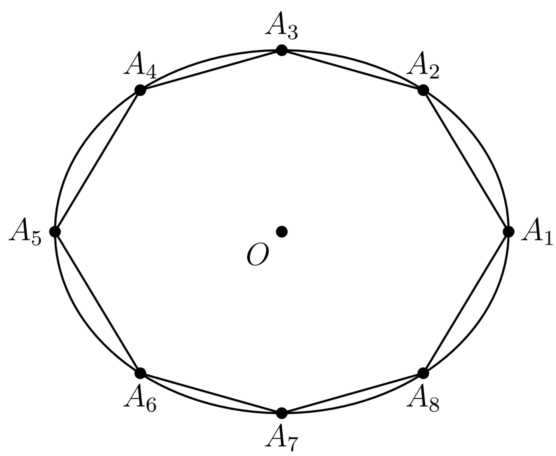


Phương trình của elip là: $\dfrac{x^2}{40^2} + \dfrac{y^2}{30^2} = 1$. Giả sử $M(x;y)$, $S_{MNPQ} = 4|xy|$, theo BĐT Cauchy ta có $\dfrac{x^2}{40^2} + \dfrac{y^2}{30^2} = 1 \geq 2\sqrt{\dfrac{x^2y^2}{40^2 \cdot 30^2}} = \dfrac{|xy|}{60}$, cho nên $S_{MNPQ} = 4|xy| \leq 240$. Dấu bằng xảy ra khi $\dfrac{|x|}{40} = \dfrac{|y|}{30} \iff \dfrac{|x|}{|y|} = \dfrac{4}{3}$

Chọn đáp án D □

Câu 120.

Minh cần mua một mảnh vật liệu hình đa giác $A_1A_2 \ldots A_8$ nội tiếp elip tâm O có độ dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là 10 m, 8 m. Đa giác có hai trục đối xứng là các trục đối xứng của elip và góc $\widehat{A_1OA_2} = 45^\circ$. Minh cần bao nhiêu tiền để mua biết giá của vật liệu 100000 đồng/m^2 (làm tròn đến hàng nghìn).



A. 11240000 đồng. **B.** 11242000 đồng. **C.** 11245000 đồng. **D.** 11248000 đồng.

Lời giải.

Phương trình của elip là $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$, A_2 giao điểm của đường thẳng $y = x$ và elip, suy ra $A_2\left(\dfrac{20\sqrt{41}}{41}; \dfrac{20\sqrt{41}}{41}\right)$.

Gọi S là diện tích của đa giác, ta có $S = 4 \cdot S_{A_1OA_3} = 4 \cdot (S_{A_1OA_2} + S_{A_2OA_3}) = 4 \cdot \dfrac{20\sqrt{41}}{41} \cdot (5+4) = \dfrac{720\sqrt{41}}{41}$.

Số tiền cần là $\dfrac{720\sqrt{41}}{41} \cdot 100000 \approx 11245000$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 121. Qũy đạo của trái đất quanh mặt trời là một elip, trong đó mặt trời là một trong các tiêu điểm. Khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất giữa mặt trời và trái đất lần lượt là $147,1$ triệu km, $152,1$ triệu km. Chu vi của một elip với các bán trục là a, b được tính gần đúng theo $C = \pi\left[3(a+b) - \sqrt{(3a+b)(a+3b)}\right]$ (công thức **Ramanujan**). Biết trái đất chuyển động quanh mặt trời một vòng hết $365,25$ ngày, vận tốc trung bình của trái đất gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

A. 29 km/s. **B**. 30 km/s. **C**. 31 km/s. **D**. 32 km/s.

Lời giải.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} a+c = 152{,}1 \\ a-c = 147{,}1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 149{,}6 \\ c = 2{,}5 \end{cases} \Rightarrow b = 149{,}08$.

$C \approx 936{,}2$ triệu km, $v_{tb} = \dfrac{936{,}2 \cdot 10^6}{365{,}25 \cdot 24 \cdot 3600} \approx 30$ km/s.

Chọn đáp án (B) □

Câu 122. Sao chổi Halley có quỹ đạo hình elip với tâm sai e $= 0{,}967$. Khoảng cách ngắn nhất tử sao chổi đến mặt trời là $0{,}587$ AU (1 AU $\approx 149{,}6$ triệu km). Tính khoảng cách xa nhất của sao chổi Halley đến mặt trời.

A. 32 AU. **B**. 33 AU. **C**. 34 AU. **D**. 35 AU.

Lời giải.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} a-c = 0{,}587 \\ \dfrac{c}{a} = 0{,}967 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \approx 17{,}8 \\ c \approx 17{,}2 \end{cases} \Rightarrow a+c \approx 35$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 123. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon 9x^2+25y^2 = 225$. Tìm tọa độ điểm $M \in (E)$ thỏa mãn $\widehat{F_1MF_2} = 90^\circ$ và $x_M > 0, y_M < 0$ (biết F_1, F_2 là các tiêu điểm của (E)).

A. $M\left(\dfrac{5\sqrt{7}}{4}; -\dfrac{9}{4}\right)$. **B**. $M\left(\dfrac{5\sqrt{3}}{2}; -\dfrac{3}{2}\right)$. **C**. $M\left(\dfrac{5\sqrt{15}}{4}; -\dfrac{3}{4}\right)$. **D**. $M\left(\dfrac{15\sqrt{7}}{8}; -\dfrac{3}{8}\right)$.

Lời giải.

Ta có

$$9x^2+25y^2 = 225 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

Elip có $a = 5$, $b = 3$ suy ra $c = 4$. Hai tiêu điểm của elip là $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$.

Giả sử $M(x;y)$,$(x>0, y<0)$ ta có $\overrightarrow{F_1M}(x+4;y)$; $\overrightarrow{F_2M}(x-4;y)$, khi đó

$$\widehat{F_1MF_2} = 90^\circ \Leftrightarrow MF_1 \perp MF_2 \Leftrightarrow \overrightarrow{F_1M} \cdot \overrightarrow{F_2M} = 0 \Leftrightarrow x^2+y^2 = 16. \qquad (1)$$

Vì $M \in (E)$ nên $9x^2+25y^2 = 225$ (2)

Từ (1) và (2) ta có

$$\begin{cases} x^2+y^2 = 16 \\ 9x^2+25y^2 = 225 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \dfrac{175}{16} \\ y^2 = \dfrac{81}{16} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{5\sqrt{7}}{4} \\ y = -\dfrac{9}{4}. \end{cases}$$

Vậy $M\left(\dfrac{5\sqrt{7}}{4}; -\dfrac{9}{4}\right)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 124. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip $(E): \dfrac{x^2}{9} + y^2 = 1$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên elip (E) sao cho M có tung độ dương thỏa mãn $MF_1 = 2MF_2$ (với F_1 là tiêu điểm có hoành độ âm, F_2 là tiêu điểm có hoành độ dương của elip (E)).

A. $\left(\dfrac{3}{2\sqrt{2}}; \dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{3}{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{3}{2\sqrt{2}}; \dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}\right)$. **D.** $\left(-\dfrac{3}{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Lời giải.

Elip có $a = 3$, $b = 1$ suy ra $c = 2\sqrt{2}$. Ta có hai tiêu điểm $F_1\left(-2\sqrt{2}; 0\right)$, $F_2\left(2\sqrt{2}; 0\right)$. Giả sử $M(x; y)$ $(x > 0)$, khi đó $F_2M = \sqrt{(x - 2\sqrt{2})^2 + y^2}$. Ta lại có

$$MF_1 + MF_2 = 6 \Rightarrow 3MF_2 = 6 \Leftrightarrow MF_2 = 2.$$

Nên suy ra $(x - 2\sqrt{2})^2 + y^2 = 4$. (1)

Do điểm M nằm trên elip nên $\dfrac{x^2}{9} + y^2 = 1$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$$\begin{cases} (x - 2\sqrt{2})^2 + y^2 = 4 \\ \dfrac{x^2}{9} + y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{8}{9}x^2 - 4\sqrt{2}x + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} x &= \frac{3\sqrt{2}}{4} \\ x &= \frac{15\sqrt{2}}{4}. \end{aligned}\right.$$

Do M có tung độ dương nên $M\left(\dfrac{3}{2\sqrt{2}}; \dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}\right)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 125. Cho elip (E) có tâm sai $e = \dfrac{1}{2}$. Gọi B_1 là đỉnh trên trục nhỏ, F_1, F_2 là hai tiêu điểm của (E). Tính $\widehat{F_1B_1F_2}$.

A. $\widehat{F_1B_1F_2} = 60^\circ$. **B.** $\widehat{F_1B_1F_2} = 120^\circ$. **C.** $\widehat{F_1B_1F_2} = 90^\circ$. **D.** $\widehat{F_1B_1F_2} = 45^\circ$.

Lời giải.

Do elip (E) có tâm sai $e = \dfrac{1}{2}$ nên $a = 2c$, suy ra $b = \sqrt{3}c$.

Trong tam giác OF_1B_2 có $\tan \widehat{OB_2F_1} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ suy ra $\widehat{OB_2F_1} = 30^\circ$, do đó $\widehat{F_1B_1F_2} = 60^\circ$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 126. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip (E): $16x^2 + 25y^2 = 100$. Tìm tất cả các giá trị của tham số b để đường thẳng $y = x + b$ có điểm chung với (E).

A. $-\dfrac{\sqrt{41}}{2} \leq b \leq \dfrac{\sqrt{41}}{2}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{41}}{2} < b < \dfrac{\sqrt{41}}{2}$.

C. $b \leq -\dfrac{\sqrt{41}}{2}$ hoặc $b \geq \dfrac{\sqrt{41}}{2}$. **D.** $b < -\dfrac{\sqrt{41}}{2}$ hoặc $b > \dfrac{\sqrt{41}}{2}$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của đường thẳng và elip là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 16x^2 + 25y^2 = 100 \\ y = x + b \end{cases} \Rightarrow 16x^2 + 25(x + b)^2 = 100 \Leftrightarrow 41x^2 + 50bx + 25b^2 - 100 = 0. \quad (*)$$

Đường thẳng có điểm chung với elip khi và chỉ khi $(*)$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow (25b)^2 - 41(25b^2 - 100) \geq 0 \Leftrightarrow b^2 \leq \frac{41}{4} \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{41}}{2} \leq b \leq \frac{\sqrt{41}}{2}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 127. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon 4x^2+9y^2=36$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d\colon x-y-2m=0$ tiếp xúc với (E).

A. $m=\pm\dfrac{\sqrt{13}}{2}$. **B.** $m=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$. **C.** $m=-\dfrac{\sqrt{13}}{2}$. **D.** $m=\pm\sqrt{13}$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của đường thẳng và elip là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}4x^2+9y^2=36\\ y=x-2m\end{cases} \Rightarrow 4x^2+9(x-2m)^2=36 \Leftrightarrow 13x^2-36mx+36m^2-36=0. \qquad (*)$$

Đường thẳng tiếp xúc với elip khi và chỉ khi $(*)$ có duy nhất 1 nghiệm

$$\Leftrightarrow (18m)^2-13(36m^2-36)=0 \Leftrightarrow m^2=\frac{13}{4} \Leftrightarrow m=\pm\frac{\sqrt{13}}{2}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 128. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$ có các tiêu điểm F_1, F_2 với F_2 có hoành độ dương. Đường thẳng d đi qua F_2 và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất cắt (E) tại A, B. Tính diện tích S của tam giác ABF_1.

A. $S=\dfrac{8}{3}$. **B.** $S=\dfrac{16}{3}$. **C.** $S=\dfrac{4}{3}$. **D.** $S=1$.

Lời giải.

Ta có $a^2=8, b^2=4 \Rightarrow c^2=a^2-b^2=4 \Rightarrow c=2$, suy ra $F_1(-2;0), F_2(2;0)$.

Phương trình đường thẳng $d\colon y=x-2$, thay vào phương trình đường Elip ta có $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{(x-2)^2}{4}=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=-2\\ x=\dfrac{8}{3}\Rightarrow y=\dfrac{2}{3}.\end{array}\right.$

Suy ra $A(0;-2), B\left(\dfrac{8}{3};\dfrac{2}{3}\right) \Rightarrow AF_1=2\sqrt{2}, BF_1=\dfrac{10\sqrt{2}}{3}, AB=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$.

Theo công thức Hê rông ta có $S=\dfrac{16}{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 129. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ và hai điểm $A(-3;0)$, $I(-1;0)$. Tìm tọa độ các điểm $B, C\in(E)$ sao cho I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, biết rằng tung độ điểm B dương.

A. $B\left(\dfrac{3}{5};\dfrac{4\sqrt{6}}{5}\right), C\left(-\dfrac{3}{5};-\dfrac{4\sqrt{6}}{5}\right)$. **B.** $B\left(-\dfrac{3}{5};\dfrac{4\sqrt{6}}{5}\right), C\left(\dfrac{3}{5};-\dfrac{4\sqrt{6}}{5}\right)$.

C. $B\left(-\dfrac{3}{5};\dfrac{4\sqrt{6}}{5}\right), C\left(-\dfrac{3}{5};\dfrac{4\sqrt{6}}{5}\right)$. **D.** $B\left(-\dfrac{3}{5};\dfrac{4\sqrt{6}}{5}\right), C\left(-\dfrac{3}{5};-\dfrac{4\sqrt{6}}{5}\right)$.

Lời giải.

Ta có $AI=2$, nên phương trình đường tròn ngoại tiếp ABC có phương trình $(x+1)^2+y^2=4$.

Tọa độ B, C $(x_B, x_C \neq -3)$ thỏa mãn hệ $\begin{cases}(x+1)^2+y^2=4\\ \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=-\dfrac{3}{5}\\ y=\dfrac{4\sqrt{6}}{5}\end{cases}\\ \begin{cases}x=-\dfrac{3}{5}\\ y=-\dfrac{4\sqrt{6}}{5}\end{cases}\end{array}\right.$.

Vì B có tung độ dương nên $B\left(-\dfrac{3}{5};\dfrac{4\sqrt{6}}{5}\right), C\left(-\dfrac{3}{5};-\dfrac{4\sqrt{6}}{5}\right)$.

Chọn đáp án D □

Câu 130. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ và điểm $M(2;1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M cắt (E) tại hai điểm A, B sao cho trung điểm của đoạn thẳng AB nằm trên đường thẳng $\Delta\colon y=2x$.

A. $y=-\dfrac{1}{2}x$ hoặc $y=-\dfrac{9}{50}x+\dfrac{34}{25}$.

B. $y=-\dfrac{1}{2}x$ hoặc $y=\dfrac{9}{50}x+\dfrac{34}{25}$.

C. $y=\dfrac{1}{2}x$ hoặc $y=-\dfrac{9}{50}x+\dfrac{34}{25}$.

D. $y=\dfrac{1}{2}x$ hoặc $y=\dfrac{9}{50}x+\dfrac{34}{25}$.

Lời giải.

Nếu d qua M và song song với Oy thì AB có trung điểm có tọa độ là $(2;0)$. Điểm này không thuộc Δ. Suy ra đường thẳng d có hệ số góc k, và d có dạng $y=k(x-2)+1$.

Hoành độ giao điểm của đường thẳng d và (E) là nghiệm phương trình

$$\begin{aligned}&\frac{x^2}{25}+\frac{(kx-2k+1)^2}{9}=1\\ \Leftrightarrow&(9+25k^2)x^2+50k(1-2k)x+25(1-2k)^2-225=0.\end{aligned}$$

Điểm M thuộc miền trong của elip (E) nên đường thẳng d luôn cắt (E) tại hai điểm phân biệt.

Gọi A, B là giao điểm của đường thẳng d và (E), khi đó $A(x_1;k(x_1-2)+1), B(x_2;k(x_2-2)+1)$.

Tọa độ trung điểm của AB là $I\left(\dfrac{25k(2k-1)}{9+25k^2};\dfrac{18-36k}{2(9+25k^2)}\right)$.

Điểm $I\in y=2x \Rightarrow 100k^2-32k-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}k=\dfrac{1}{2}\\ k=-\dfrac{9}{50}\end{array}\right.$.

Do đó $y=\dfrac{1}{2}x$ hoặc $y=-\dfrac{9}{50}x+\dfrac{34}{25}$.

Chọn đáp án C □

Câu 131. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon 3x+y-4=0$ và elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$. Viết phương trình đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d và cắt (E) tại hai điểm A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 3.

A. $\Delta\colon 2x-6y+3\sqrt{10}=0$ hoặc $\Delta\colon 2x-6y-3\sqrt{10}=0$.

B. $\Delta\colon 2x+6y+3\sqrt{10}=0$ hoặc $\Delta\colon 2x+6y-3\sqrt{10}=0$.

C. $\Delta\colon 6x-2y+3\sqrt{10}=0$ hoặc $\Delta\colon 6x-2y-3\sqrt{10}=0$.

D. $\Delta\colon 6x+2y+3\sqrt{10}=0$ hoặc $\Delta\colon 6x+2y-3\sqrt{10}=0$.

Lời giải.

Đường thẳng $\Delta\colon x-3y+c=0 \Rightarrow y=\dfrac{x+c}{3}$. Thay vào phương trình elip ta có $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{(x+c)^2}{36}=1 \Leftrightarrow 5x^2+2cx+c^2-36=0$. (1)

(1) có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt khi và chỉ khi $c^2 - 5(c^2 - 36) > 0 \Leftrightarrow c^2 < \dfrac{90}{2}$.
Gọi $A\left(x_1; \dfrac{x_1 + c}{3}\right), B\left(x_2; \dfrac{x_2 + c}{3}\right)$, khi đó x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1).
Theo định lí Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-2c}{5} \\ x_1x_2 = \dfrac{c^2 - 36}{5} \end{cases}$.
Ta có $S_{OAB} = \dfrac{1}{2}AB \cdot \mathrm{d}(O, AB) = 3 \Leftrightarrow |c|\sqrt{\dfrac{144}{5} - \dfrac{16c^2}{25}} = 18 \Leftrightarrow \dfrac{16}{25}c^4 - \dfrac{144}{5}c^2 + 324 = 0 \Leftrightarrow c^2 = \dfrac{45}{2} \Leftrightarrow c = \pm\dfrac{3\sqrt{10}}{2}$ (thỏa mãn).
Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\Delta\colon 2x - 6y + 3\sqrt{10} = 0$ hoặc $\Delta\colon 2x - 6y - 3\sqrt{10} = 0$.
Chọn đáp án A □

Câu 132. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ và điểm $I(1; 2)$. Lập phương trình đường thẳng đi qua I cắt (E) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng AB.

A. $d\colon 9x + 32y + 73 = 0$. **B**. $d\colon 9x + 32y - 73 = 0$.
C. $d\colon 9x - 32y + 73 = 0$. **D**. $d\colon 9x - 32y - 73 = 0$.

Lời giải.
+ Nhận xét trường hợp đường thẳng đi qua $I(1; 2)$ có phương trình $x = 1$ không thỏa mãn yêu cầu của bài toán.
+ Đường thẳng d qua I có hệ số góc k có phương trình $y = kx + 2 - k$.
Hoành độ A, B thỏa mãn phương trình $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{(kx + 2 - k)^2}{9} = 1 \Leftrightarrow (9 + 16k^2)x^2 + 32k(2 - k)x + 16(2 - k)^2 - 144 = 0$.
Điểm I thuộc miền trong của elip nên d luôn cắt elip tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, theo bài ra ta có

$$\begin{cases} \dfrac{x_1 + x_2}{2} = 1 \\ \dfrac{y_1 + y_2}{2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{-16k(2 - k)}{9 + 16k^2} = 1 \Leftrightarrow k = -\dfrac{9}{32}.$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm $d\colon 9x + 32y - 73 = 0$.
Chọn đáp án B □

Câu 133. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{8} + \dfrac{y^2}{2} = 1$. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng d cắt (E) tại hai điểm phân biệt có tọa độ nguyên?

A. 5. **B**. 6. **C**. 7. **D**. 8.

Lời giải.
Từ phương trình $(E) \Leftrightarrow y^2 = 2 - \dfrac{x^2}{4}$.
Vì $y^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \leq 8, x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.
+ Với $x = \pm 2 \Rightarrow y^2 = 1 \Leftrightarrow y = \pm 1$.
+ Với $x = \pm 1 \Rightarrow y^2 = \dfrac{7}{4}$(loại).
+ Với $x = 0 \Rightarrow y^2 = 2$(loại).
Vậy có tất cả 4 điểm có tọa độ nguyên trên elip, do đó số đường thẳng cắt elip tại điểm có tọa độ nguyên là 6.
Chọn đáp án B □

Câu 134. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ và điểm $M\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3}\right)$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M cắt (E) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $MA=2MB$.

A. $\Delta\colon x+2y-10=0$ hoặc $\Delta\colon x+14y-2=0$.

B. $\Delta\colon x-2y-2=0$ hoặc $\Delta\colon x-14y-10=0$.

C. $\Delta\colon x+2y-2=0$ hoặc $\Delta\colon x+14y-10=0$.

D. $\Delta\colon x-2y-10=0$ hoặc $\Delta\colon x-14y-2=0$.

Lời giải.

Nhận thấy điểm M thuộc miền trong của elip (E).

Gọi $A(x;y)$, theo bài ra ta có $\overrightarrow{MA}=-2\overrightarrow{MB}\Rightarrow B\left(1-\dfrac{x}{2};1-\dfrac{y}{2}\right)$.

Điểm A,B thuộc (E) nên ta có

$$\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+y^2=1\\ \dfrac{\left(1-\dfrac{x}{2}\right)^2}{4}+\left(1-\dfrac{y}{2}\right)^2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\dfrac{2-x}{4}\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{(2-x)^2}{16}=1\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=\dfrac{-6}{5}.\end{array}\right.$$

Với $x=2\Rightarrow A(2;0)$, phương trình đường thẳng $\Delta\colon x+2y-2=0$.

Vơi $x=-\dfrac{6}{5}\Rightarrow A\left(-\dfrac{6}{5};\dfrac{4}{5}\right)\Rightarrow\Delta\colon x+14y-10=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 135. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$ và đường thẳng $d\colon 3x+4y-12=0$. Gọi các giao điểm của đường thẳng d và elip (E) là A và B. Tìm điểm $C\in(E)$ sao cho tam giác ABC có diện tích là 6.

A. $C\left(2\sqrt{2};-\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)$ hoặc $C\left(-2\sqrt{2};\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)$.

B. $C\left(-2\sqrt{2};-\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)$ hoặc $C\left(2\sqrt{2};\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)$.

C. $C\left(\sqrt{2};-\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)$ hoặc $C\left(-\sqrt{2};\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)$.

D. $C\left(-\sqrt{2};-\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)$ hoặc $C\left(\sqrt{2};\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và (E) là nghiệm của hệ $\begin{cases}\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1\\ 3x+4y=12\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=3\\ x=4\Rightarrow y=0\end{array}\right.$.

Khi đó $AB=5$. Gọi $C(x,y)$ là điểm cần tìm, khi đó diện tích tam giác

$S_{ABC}=6\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\mathrm{d}(C,AB)\cdot AB=6\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{|3x+4y-12|}{5}\cdot5=6\Leftrightarrow|3x+4y-12|=12\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x+4y=0\\ 3x+4y=24\end{array}\right.$.

— Với $3x+4y=0\Leftrightarrow y=-\dfrac{3}{4}x$ thay vào phương trình (E) ta có $x^2=8\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\sqrt{2}\Rightarrow y=\dfrac{-3}{\sqrt{2}}\\ x=-2\sqrt{2}\Rightarrow y=\dfrac{3}{\sqrt{2}}\end{array}\right.$.

— Với $3x+4y=24\Rightarrow y=\dfrac{24-3x}{4}$ thay vào phương trình (E) ta được phương trình vô nghiệm.

Vậy $C\left(2\sqrt{2};-\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)$ hoặc $C\left(-2\sqrt{2};\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 136. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon 2x+y+3=0$ và elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{4}+y^2=1$. Viết phương trình đường thẳng Δ vuông góc với d cắt (E) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 1.

A. $\Delta\colon x+2y+2=0$ hoặc $\Delta\colon x+2y-2=0$. **B**. $\Delta\colon x-2y+2=0$ hoặc $\Delta\colon x+2y-2=0$.
C. $\Delta\colon x+2y+2=0$ hoặc $\Delta\colon x-2y-2=0$. **D**. $\Delta\colon x-2y+2=0$ hoặc $\Delta\colon x-2y-2=0$.

Lời giải.

Δ là đường thẳng vuông góc với d, khi đó phương trình đường thẳng $\Delta\colon x-2y+c=0$.

Tọa độ giao điểm của A, B là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x=2y-c \\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y-c \\ (2y-c)^2+4y^2=4 \end{cases} \Rightarrow$

$8y^2-4yc+c^2-4=0$. 1

(1) có hai nghiệm phân biệt y_1, y_2 khi và chỉ khi $4c^2-8(c^2-4)>0 \Leftrightarrow c^2<8$.

Gọi $A(2y_1-c;y_1), B(2y_2-c;y_2) \Rightarrow AB=\sqrt{5\left((y_1+y_2)^2-4y_1y_2\right)}=\sqrt{5\cdot\dfrac{8-c^2}{4}}$.

Theo bài ra $S_{OAB}=1 \Leftrightarrow \mathrm{d}(O,AB)\cdot AB=2 \Leftrightarrow c^4-8c^2+16=0 \Leftrightarrow c^2=4 \Leftrightarrow c=\pm 2$ (thỏa mãn).

Vậy $\Delta\colon x-2y+2=0$ hoặc $\Delta\colon x-2y-2=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 137. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho elip (E) có phương trình $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Hãy tìm giá trị của tham số m để đường thẳng $mx-8=0$ cắt (E) tại một điểm duy nhất.

A. $m=\pm 2$. **B**. $m=2$. **C**. $m=-2$. **D**. $m=-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Giả sử $M(x;y)$ là giao điểm của (E) và đường thẳng đã cho. Ta có

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1 \\ mx-8=0. \end{cases}$$

Nhận xét, nếu $m=0$ thì từ phương trình thứ 2 xảy ra điều vô lí. Do đó $m\neq 0$. Từ phương trình thứ 2 ta được $x=\dfrac{8}{m}$. Thế vào phương trình thứ nhất, ta được

$$9\cdot\frac{64}{m^2}+16y^2=16\cdot 9 \Leftrightarrow 36+m^2y^2=9m^2 \Leftrightarrow y^2=\frac{9m^2-36}{m^2}.$$

Đường thẳng đã cho và (E) có một điểm chung duy nhất khi và chỉ khi $9m^2-36=0 \Leftrightarrow m=\pm 2$.

Chọn đáp án A □

Câu 138. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho elip (E) có phương trình $x^2+9y^2=9$. Trong các khẳng định sau, hãy chọn khẳng định **sai**.

A. Đường thẳng đi qua đỉnh $A(-3;0)$ và vuông góc với trục lớn của (E) có phương trình là $x=-3$.

B. Đường thẳng d vuông góc với đường thẳng $x-y=0$ và cắt (E) tại một điểm có phương trình là $d: x+y\pm\sqrt{10}=0$.

C. Có duy nhất một đường thẳng đi qua điểm $M(3;-2)$ và cắt (E) tại một điểm duy nhất.

D. Có hai đường thẳng đi qua điểm $M(3;-2)$ và cắt (E) tại một điểm duy nhất.

Lời giải.

Phương trình elip đã cho được viết lại $\dfrac{x^2}{9}+y^2=1$, có dạng $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, trong đó $a=3$, $b=1$. Elip này có trục lớn nằm trên Ox và $A(-3;0)$ một đỉnh. Do đó, đường thẳng qua đỉnh $A(-3;0)$ và vuông góc với trục lớn có phương trình là $x=-3$.

Đường thẳng d vuông góc với đường thẳng $x-y=0$ có phương trình dạng $x+y+m=0$. Từ phương trình này ta được $x=-y-m$, thế vào phương trình của elip ta được

$$(y+m)^2+9y^2=9 \Leftrightarrow 10y^2+2my+m^2-9=0.$$

Elip và d có một điểm chung duy nhất khi và chỉ khi

$$m^2-10(m^2-9)=0 \Leftrightarrow -9m^2+90=0 \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{10}.$$

Thế toạ độ của $M(3;-2)$ vào vế trái của phương trình $\dfrac{x^2}{9}+y^2=1$ ta được vế trái lớn hơn vế phải. Suy ra điểm M nằm ngoài (E). Suy ra tồn tại 2 đường thẳng qua M cắt (E) tại một điểm duy nhất.

Chọn đáp án C □

Câu 139. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{9}+y^2=1$. Tìm trên (E) các điểm M sao cho $MF_1=3MF_2$.

A. $M_1\left(\dfrac{9\sqrt{2}}{8};\dfrac{\sqrt{46}}{8}\right)$, $M_2\left(\dfrac{9\sqrt{2}}{8};-\dfrac{\sqrt{46}}{8}\right)$.
B. $M_1\left(-\dfrac{9\sqrt{2}}{8};\dfrac{\sqrt{46}}{8}\right)$, $M_2\left(-\dfrac{9\sqrt{2}}{8};-\dfrac{\sqrt{46}}{8}\right)$.
C. $M_1\left(\dfrac{9\sqrt{2}}{8};\dfrac{\sqrt{46}}{8}\right)$, $M_2\left(-\dfrac{9\sqrt{2}}{8};-\dfrac{\sqrt{46}}{8}\right)$.
D. $M_1\left(\dfrac{9\sqrt{2}}{8};-\dfrac{\sqrt{46}}{8}\right)$, $M_2\left(-\dfrac{9\sqrt{2}}{8};\dfrac{\sqrt{46}}{8}\right)$.

Lời giải.

Vì $(E)\colon \dfrac{x^2}{9}+y^2=1 \Rightarrow \begin{cases} a^2=9 \\ b^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=1. \end{cases}$

Vì $a^2=b^2+c^2$ nên $c^2=a^2-b^2=9-1=8 \Rightarrow c=2\sqrt{2}$.

Gọi $M(x;y)\in(E) \Rightarrow \dfrac{x^2}{9}+y^2=1 \quad (1)$.

Ta có $MF_1=a+ex=3+\dfrac{2\sqrt{2}}{3}x$ và $MF_2=a-ex=3-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}x$.

Theo giả thiết $MF_1=3MF_2 \Leftrightarrow 3+\dfrac{2\sqrt{2}}{3}x=3\left(3-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}x\right) \Leftrightarrow x=\dfrac{9\sqrt{2}}{8}$.

Thay vào (1) $\Rightarrow \dfrac{\left(\frac{9\sqrt{2}}{8}\right)^2}{9}+y^2=1 \Leftrightarrow y=\pm\dfrac{\sqrt{46}}{8}$.

Vậy có hai điểm thỏa mãn bài là $M_1\left(\dfrac{9\sqrt{2}}{8};\dfrac{\sqrt{46}}{8}\right)$, $M_2\left(\dfrac{9\sqrt{2}}{8};-\dfrac{\sqrt{46}}{8}\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 140. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho elip $(E):\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Có tất cả bao nhiêu điểm $M\in(E)$ thỏa mãn $MF_1\cdot MF_2=\dfrac{121}{4}$?

A. 0 điểm. **B.** 2 điểm. **C.** 4 điểm. **D.** Vô số điểm.

Lời giải.

Ta có (E) có $a=5$, $b=3$, $c=4$ Gọi $M(x_0;y_0)\in(E)$ là điểm cần tìm. Khi đó
$MF_1=a+\dfrac{cx_0}{a}$, $MF_2=a-\dfrac{cx_0}{a}$.

Vậy $MF_1\cdot MF_2=\dfrac{121}{4} \Rightarrow 25-\dfrac{16x_0^2}{25}=\dfrac{121}{4} \Leftrightarrow -\dfrac{16x_0^2}{25}=\dfrac{21}{4}$ (vô nghiệm).

Vậy không có điểm M nào thoả mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A □

Câu 141. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Gọi Δ là đường thẳng qua tiêu điểm $F_2(4;0)$ và vuông góc với trục Ox, Δ cắt (E) tại hai điểm M và N. Tính độ dài đoạn MN.

A. $MN=\dfrac{18}{5}$. **B.** $MN=\dfrac{9}{5}$. **C.** $MN=\dfrac{18}{25}$. **D.** $MN=\dfrac{9}{25}$.

Lời giải.

Đường thẳng $\Delta\colon x=4$. Thay vào phương trình elip ta có

$$\frac{4^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1 \Leftrightarrow y=\pm\frac{9}{5}.$$

Vậy tọa độ M, N lần lượt là $\left(4;\frac{9}{5}\right)$ và $\left(4;-\frac{9}{5}\right)$. Vậy $MN=\frac{18}{5}$.

Chọn đáp án A □

1. B	2. C	3. D	4. C	5. C	6. B	7. D	8. D	9. D	10. C
11. C	12. A	13. B	14. B	15. C	16. D	17. A	18. C	19. A	20. D
21. D	22. C	23. C	24. C	25. A	26. C	27. A	28. A	29. B	30. A
31. D	32. A	33. D	34. D	35. B	36. C	37. A	38. B	39. A	40. D
41. A	42. A	43. A	44. B	45. A	46. C	47. B	48. B	49. D	50. A
51. D	52. C	53. B	54. C	55. C	56. B	57. A	58. B	59. A	60. C
61. B	62. C	63. B	64. C	65. D	66. A	67. A	68. A	69. C	70. D
71. D	72. B	73. C	74. A	75. A	76. A	77. A	78. C	79. D	80. D
81. B	82. C	83. B	84. A	85. A	86. B	87. A	88. A	89. C	90. D
91. B	92. D	93. A	94. C	95. B	96. B	97. A	98. A	99. D	100. C
101. A	102. D	103. B	104. A	105. D	106. C	107. B	108. B	109. C	110. A
111. C	112. A	113. C	114. A	115. A	116. D	117. A	118. A	119. D	120. C
121. B	122. D	123. A	124. A	125. A	126. A	127. A	128. B	129. D	130. C
131. A	132. B	133. B	134. C	135. A	136. D	137. A	138. C	139. A	140. A
141. A									