

Họ và tên:.....	Điểm:
Lớp:.....	

Chọn đáp án đúng nhất

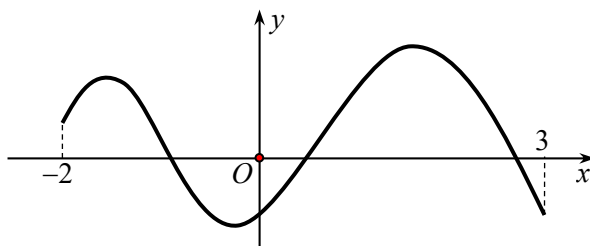
Câu 1. Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$
B. Hàm số luôn luôn đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$
C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$
D. Hàm số luôn luôn nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 2. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A.** $y = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$. **B.** $y = x^4 + 3x^2 + 1$.
C. $y = 5x + \sin 2x + \cos 2x$. **D.** $y = \sqrt{x^2 + x + 1}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 3]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$



- A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4. Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = -2(x-1)^2(x+1)$. Khi đó hàm số $f(x)$

- A.** Đạt cực đại tại điểm $x = -1$. **B.** Đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.
C. Đạt cực đại tại điểm $x = 1$. **D.** Đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 3]$. Tính giá trị $T = M + m$

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 0.

Câu 6. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

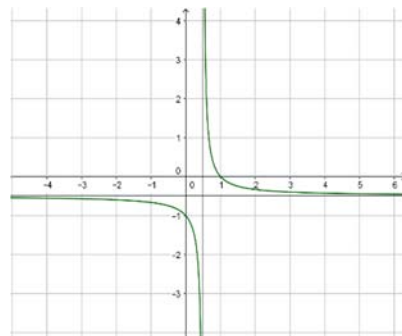
Câu 7. Đồ thị như hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{x+1}{1-2x}$.

B. $y = \frac{1-x}{2x-1}$.

C. $y = \frac{x-1}{2x-1}$.

D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.



Câu 8. Cho hàm số $f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 3x$ và $0 \leq a < b$. Khẳng định nào sau đây sai ?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. $f(b) < 0$.

B. $f(a) > f(b)$.

D. $f(a) < f(b)$.

Câu 9. Đường thẳng $y = -8$ là tiệm cận ngang của đồ thị của hàm số nào ?

A. $y = \frac{2x+7}{x^2-9}$

B. $y = \frac{16x-25}{3-2x}$

C. $y = \frac{2x^2-1}{16x-2}$

D. $y = \frac{8x-25}{1-3x}$

Câu 10. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ có tổng hoành độ và tung độ là:

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. 3.

Câu 11. Hàm số nào sau đây có 2 cực đại?

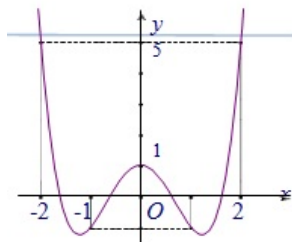
A. $y = -\frac{1}{2}x^4 + 2x^2 - 3$.

B. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

C. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - 3$.

D. $y = 2x^4 + 2x^2 - 3$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 2]$.



A. 1

B. 2

C. 5

D. 0

Câu 13. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ x_0 thỏa

$2y''(x_0) + y'(x_0) + 15 = 0$ là

A. $y = 9x + 7$.

B. $y = 9x + 6$.

C. $y = 9x$.

D. $y = 9x + 1$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $f(x) = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$0 -$	$0 +$	$0 -$	
y	$\cdot$	0	$\cdot$	0	$\cdot$

$-\infty \xrightarrow{\quad} 0 \xrightarrow{\quad} -3 \xrightarrow{\quad} 0 \xrightarrow{\quad} +\infty$

- A.** $\begin{cases} m = 0 \\ m < 3 \end{cases}$ **B.** $m < -3$. **C.** $\begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$ **D.** $m < -\frac{3}{2}$.

Câu 15. Với giá trị của tham số thực m nào thì hàm số $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx - 5$ có cực trị

- A.** $-2 < m < 1$. **B.** $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$. **C.** $-3 < m < 1$. **D.** $\begin{cases} m \neq -2 \\ -3 < m < 1 \end{cases}$.

Câu 16. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ bằng:

- A.** -1 . **B.** 1 . **C.** 3 . **D.** 7 .

Câu 17. Hỏi có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{2x-1}$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x$?

- A.** 0 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 3 .

Câu 18. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + mx$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ là

- A.** $m \leq 4$. **B.** $m \geq 4$. **C.** $m > 4$. **D.** $m \leq 0$.

Câu 19. Hàm số $y = x^3 + (m^2 + 1)x + m + 1$ đạt GTNN bằng 5 trên $[0; 1]$. Khi đó giá trị của m là

- A.** 5 . **B.** 3 . **C.** 1 . **D.** 4 .

Câu 20. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$ (1). Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$

- A.** $-\frac{1}{3} < m < 1$ và $m \neq 0$. **B.** $-\frac{1}{4} < m < 2$ và $m \neq 0$.
C. $-\frac{1}{4} < m < 1$. **D.** $-\frac{1}{4} < m < 1$ và $m \neq 0$.

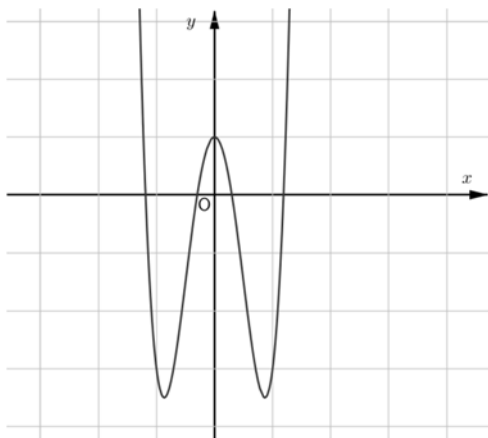
Câu 21. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

- A.** $m > 0$. **B.** $m \leq 0$. **C.** $0 < m < 1$. **D.** $m > 1$.

Câu 22. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m^4 - 3m^2 + 2017$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 32 ?

- A.** $m = 2$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 5$.

Câu 23. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?.



A. $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 4ac > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 8ac > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 4ac < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, b^2 - 8ac < 0$.

Câu 24. Một người thợ xây cần xây một bể chứa $108m^3$ nước có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông và không có nắp. Hỏi chiều dài cạnh đáy và chiều cao của lòng bể bằng bao nhiêu để số viên gạch dùng xây bể là ít nhất? Biết thành bể và đáy bể đều được xây bằng gạch, độ dày của thành bể và đáy là như nhau, các viên gạch có kích thước như nhau và số viên gạch trên một đơn vị diện tích là bằng nhau

A. $\sqrt[3]{108m}; \sqrt[3]{108m}$.

B. $6m; 3m$.

C. $3m; 12m$.

D. $2m; 27m$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Giả sử đường thẳng AB cũng đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.

A. -9 .

B. $-\frac{25}{9}$.

C. $-\frac{16}{25}$.

D. 1 .

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.D	5.A	6.A	7.B	8.C	9.B	10.D
11.A	12.C	13.B	14.D	15.C	16.C	17.C	18.A	19.D	20.D
21.B	22.D	23.A	24.B	25.B					

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$
B. Hàm số luôn luôn đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$
C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$
D. Hàm số luôn luôn nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$.

Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 2. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A.** $y = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$. **B.** $y = x^4 + 3x^2 + 1$.
C. $y = 5x + \sin 2x + \cos 2x$. **D.** $y = \sqrt{x^2 + x + 1}$.

Lời giải

Chọn C.

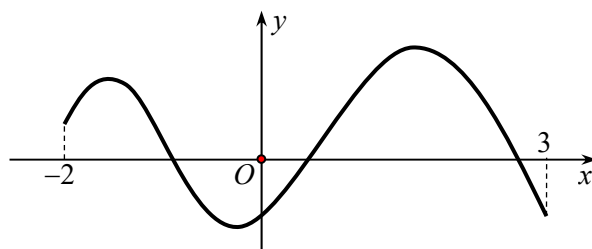
Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = (5x + \sin 2x + \cos 2x)' = 5 + 2\cos 2x - 2\sin 2x$

Do $-\sqrt{2} \leq \cos 2x - \sin 2x \leq \sqrt{2}$ nên $y' \geq 5 - 2\sqrt{2} > 0, x \in \mathbb{R}$.

Hay hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 3]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$



- A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Quan sát đồ thị hàm số, ta thấy có hai điểm cực đại thuộc đoạn $[-2; 3]$.

Câu 4. Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = -2(x-1)^2(x+1)$. Khi đó hàm số $f(x)$

A. Đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

B. Đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

C. Đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

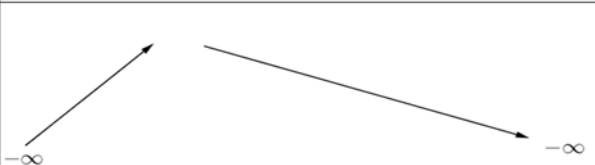
D. Đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2(x-1)^2(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$	-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$						

Suy ra hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 3]$. Tính giá trị $T = M + m$

A. 2.

B. 4.

C. 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có : } y' = 3x^2 - 6x. \text{ Khi đó } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Xét $x \in [1; 3]$: ta có $x = 0$ (loại); $x = 2$ (nhận).

$$\text{Ta có : } y(1) = 1; y(2) = -1; y(3) = 3.$$

Suy ra $M = 3; m = -1$. Do đó : $T = 2$.

Câu 6. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{TXĐ: } D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty).$$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} = \pm 1$ đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(-\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(+\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \right) = +\infty \text{ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng } x=1$$

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

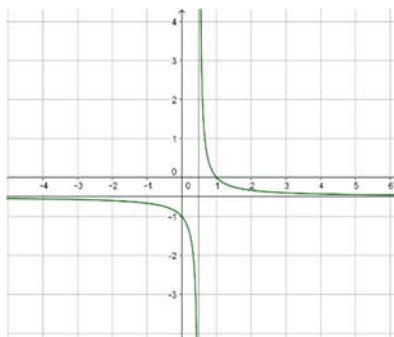
Câu 7. Đồ thị như hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{x+1}{1-2x}$.

B. $y = \frac{1-x}{2x-1}$.

C. $y = \frac{x-1}{2x-1}$.

D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.



Lời giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = \frac{1}{2}$; $y = -\frac{1}{2}$ làm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang nên loại hai

đáp án C, D

Đồ thị là đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1 nên loại đáp án A

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 3x$ và $0 \leq a < b$. Khẳng định nào sau đây sai ?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. $f(b) < 0$.

B. $f(a) > f(b)$.

D. $f(a) < f(b)$.

Lời giải

Chọn đáp án D.

Ta có : $f'(x) = -6x^2 + 6x - 3 < 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

$$0 \leq a < b \Rightarrow 0 = f(0) \geq f(a) > f(b).$$

Câu 9. Đường thẳng $y = -8$ là tiệm cận ngang của đồ thị của hàm số nào ?

A. $y = \frac{2x+7}{x^2-9}$

B. $y = \frac{16x-25}{3-2x}$

C. $y = \frac{2x^2-1}{16x-2}$

D. $y = \frac{8x-25}{1-3x}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{a}{c} (c \neq 0; ad \neq bc)$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d} (c \neq 0; ad \neq bc)$ nhận đường

thẳng $y = \frac{a}{c}$ là tiệm cận ngang. Do vậy đường thẳng $y = -8$ là tiệm ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{16x-25}{-2x+3}.$$

Câu 10. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ có tổng hoành độ và tung độ là:

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 12x + 9 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Do đó điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ có tổng hoành độ và tung độ là 3.

Câu 11. Hàm số nào sau đây có 2 cực đại?

A. $y = -\frac{1}{2}x^4 + 2x^2 - 3.$

B. $y = -x^4 - 2x^2 + 3.$

C. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - 3.$

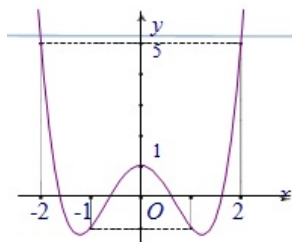
D. $y = 2x^4 + 2x^2 - 3.$

Lời giải

Chọn A

Hàm số bậc 4 trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hai cực đại khi $a < 0, b > 0$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 2]$.



A. 1

B. 2

C. 5

D. 0

Lời giải

Chọn C

Trên đoạn $[1; 2]$, giá trị lớn nhất của hàm số bằng 5 tại $x = 2$.

Câu 13. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ x_0 thỏa

$$2y''(x_0) + y'(x_0) + 15 = 0 \text{ là}$$

A. $y = 9x + 7.$

B. $y = 9x + 6.$

C. $y = 9x.$

D. $y = 9x + 1.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$ và $y'' = 6x - 6$.

Thay vào điều kiện đề bài ta có:

$$2y''(x_0) + y'(x_0) + 15 = 0 \Leftrightarrow 2(6x_0 - 6) + 3x_0^2 - 6x_0 + 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x_0^2 + 6x_0 + 3 = 0 \Leftrightarrow x_0 = -1.$$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là:

$$y = y'(-1)(x+1) + y(-1) = 9(x-1) - 3 = 9x - 6.$$

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $f(x) = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$0 -$	$0 +$	$0 -$	
y	$-\infty$	0	-3	0	$+\infty$

A. $\begin{cases} m = 0 \\ m < 3 \end{cases}$

B. $m < -3$.

C. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$

D. $m < -\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Dựa vào BBT ta thấy để phương trình $f(x) = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt thì

$$\begin{cases} 2m = 0 \\ 2m < -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Câu 15. Với giá trị của tham số thực m nào thì hàm số $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx - 5$ có cực trị

A. $-2 < m < 1$.

B. $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$.

C. $-3 < m < 1$.

D. $\begin{cases} m \neq -2 \\ -3 < m < 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $D = \mathbb{R}$, $y' = 3(m+2)x^2 + 6x + m$.

TH 1: $m = -2$.

Khi đó $y = 3x^2 - 2x - 5$ là hàm số bậc 2 nên có cực trị.

TH 2: $m \neq -2$.

Hàm số có cực trị khi và chỉ khi $\Delta' = 9 - 3(m+2)m > 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1$

Câu 16. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin x - 4\sin^3 x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ bằng:

A. -1 .

B. 1 .

C. 3 .

D. 7 .

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \sin x$, $-1 \leq t \leq 1$;

Ta có: $y' = 3t - 4t^3$;

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3t - 4t^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (nhận cả 3 nghiệm)} \\ t = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$y(1) = -1; y(-1) = 1; y(0) = 0; y\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0; y\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0;$$

Vậy $\max_{\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]} y = 1$.

Câu 17. Hỏi có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{2x-1}$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$y'(x_0) = \frac{-8}{(2x_0-1)^2} = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{3}{2} \\ x_0 = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Câu 18. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + mx$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ là

A. $m \leq 4$.

B. $m \geq 4$.

C. $m < 4$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = x^2 - mx + m$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$

$$x^2 - mx + m \geq 0 \forall x \in (1; +\infty) \Rightarrow m \leq \frac{x^2}{x-1} \forall x \in (1; +\infty)$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2}{x-1}, \forall x \in (1; +\infty)$

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}. \text{ Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}. \text{ Do } x \in (1; +\infty) \Rightarrow x = 2$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'			- 0 +	
y			$\begin{array}{c} +\infty \\ \searrow \end{array}$	$\begin{array}{c} 4 \\ \nearrow \end{array}$

$$m \leq \frac{x^2}{x-1}, \forall x \in (1; +\infty) \Rightarrow m \leq \min \frac{x^2}{x-1}, \forall x \in (1; +\infty). \text{ Từ bảng biến thiên ta được } m \leq 4.$$

Câu 19. Hàm số $y = x^3 + (m^2 + 1)x + m + 1$ đạt GTNN bằng 5 trên $[0;1]$. Khi đó giá trị của m là

A. 5.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 + m^2 + 1 > 0$ với mọi $x \in [0;1]$ nên hàm số luôn đồng biến trên $[0;1]$.

Vì hàm số đã cho là hàm đa thức, liên tục trên $[0;1]$ nên $\min_{x \in [0;1]} y = y(0) = m + 1$.

Ta cho $m + 1 = 5 \Leftrightarrow m = 4$.

Vậy $m = 4$. thỏa mãn.

Câu 20. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$. Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$

A. $-\frac{1}{3} < m < 1$ và $m \neq 0$ **B.** $-\frac{1}{4} < m < 2$ và $m \neq 0$.

C. $-\frac{1}{4} < m < 1$.

D. $-\frac{1}{4} < m < 1$ và $m \neq 0$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình

$$x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m = 0 \quad (1) \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - x - m = 0 \end{cases} \quad g(x) \quad (2)$$

□ Để hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) phải có hai nghiệm phân biệt

$$\text{khác 1} \quad \begin{cases} \Delta g(x) > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 0 \end{cases} \quad (*)$$

□ Mặt khác $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$ ($x_1 = 1, x_2, x_3$ là hai nghiệm phương trình (2))

$$\Leftrightarrow x_2^2 + x_3^2 < 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 < 3 \Leftrightarrow 1 - (2-m) < 3$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2m < 3 \Leftrightarrow m < 1$$

Từ (*) và (**), ta có : $-\frac{1}{4} < m < 1$ và $m \neq 0$..

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

A. $m > 0$.

B. $m \leq 0$.

C. $0 < m < 1$.

D. $m > 1$.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Gọi tọa độ hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ lần lượt là $A(x; y), B(-x; -y)$

Vì hai điểm cùng thuộc đồ thị nên ta có:

$$\begin{cases} y = x^3 - 3x^2 + m \\ -y = -x^3 - 3x^2 + m \end{cases} \Leftrightarrow m = 3x^2 \quad (1)$$

Với $m < 0$ thì (1) vô nghiệm, không thỏa mãn

Với $m = 0$ thì (1) có nghiệm duy nhất $(0;0)$, không thỏa mãn

Với $m > 0$ thì (1) có nghiệm là $\left(\sqrt{\frac{m}{3}}; \frac{m\sqrt{m}}{27}\right)$ và $\left(-\sqrt{\frac{m}{3}}; -\frac{m\sqrt{m}}{27}\right)$ thỏa mãn.

Câu 22. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m^4 - 3m^2 + 2017$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 32 ?

A. $m = 2$.

B. $m = 3$.

C. $m = 4$.

D. $m = 5$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4(m-1)x = 4x(x^2 - m + 1), y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m - 1 \end{cases}.$$

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1(*)$.

Khi đó tọa độ ba cực trị là:

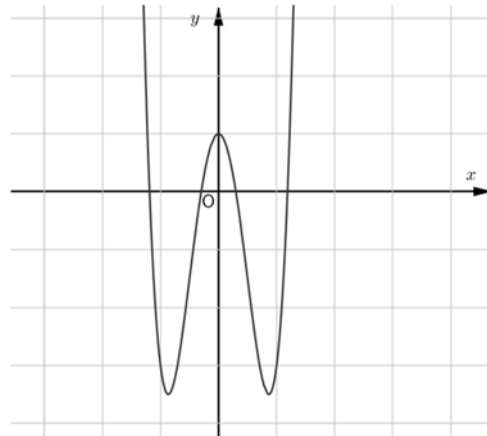
$$\begin{cases} A(0; m^4 - 3m^2 + 2017) \\ B(-\sqrt{m-1}; m^4 - 4m^2 + 2m + 2016) \\ C(\sqrt{m-1}; m^4 - 4m^2 + 2m + 2016) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB = AC = \sqrt{m-1 + (m-1)^4} \\ BC = 2\sqrt{m-1} \end{cases}$$

Suy ra tam giác ABC cân tại A , gọi AH đường cao hạ từ đỉnh A ta có $AH = (m-1)^2$.

$$\text{Suy ra } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = (m-1)^2 \sqrt{m-1} = 32 \Leftrightarrow (m-1)^5 = 1024 \Leftrightarrow m-1 = 4 \Leftrightarrow m = 5.$$

Kết hợp điều kiện $(*) \Rightarrow m = 5$.

Câu 23. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 4ac > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 8ac > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 4ac < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, b^2 - 8ac < 0$.

Lời giải

Chọn đáp án A.

Vì: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$.

Giao trục tung tại điểm $A(0; c)$ có tung độ dương nên $c > 0$.

Hàm số có ba cực trị nên $a.b < 0$ do đó $b < 0$.

Hàm số có ba điểm cực trị là $A(0; c), B\left(-\sqrt{\frac{-b}{2a}}; -\frac{b^2}{4a} + c\right), C\left(\sqrt{\frac{-b}{2a}}; -\frac{b^2}{4a} + c\right)$.

Từ đồ thị ta có : $-\frac{b^2}{4a} + c < 0 \Leftrightarrow b^2 - 4ac > 0$.

Câu 24. Một người thợ xây cần xây một bể chứa $108m^3$ nước có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông và không có nắp. Hỏi chiều dài cạnh đáy và chiều cao của lòng bể bằng bao nhiêu để số viên gạch dùng xây bể là ít nhất? Biết thành bể và đáy bể đều được xây bằng gạch, độ dày của thành bể và đáy là như nhau, các viên gạch có kích thước như nhau và số viên gạch trên một đơn vị diện tích là bằng nhau

- A. $\sqrt[3]{108}m; \sqrt[3]{108}m$. B. $6m; 3m$. C. $3m; 12m$. D. $2m; 27m$.

Lời giải

Chọn đáp án B.

Gọi x, h tương ứng là độ dài cạnh đáy và đường cao của hình hộp chữ nhật.

Ta có: $V = h.x^2 = 108 \Rightarrow h = \frac{108}{x^2}$.

$$S = 4S_{xq} + S_d = 4xh + x^2 = \frac{432}{x} + x^2 = \frac{216}{x} + \frac{216}{x} + x^2.$$

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM ta được $S \geq 3\sqrt[3]{216^2}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\frac{216}{x} = x^2 \Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow h = \frac{108}{6^2} = 3$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Giả sử đường thẳng AB cũng đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.

- A. -9 . B. $-\frac{25}{9}$. C. $-\frac{16}{25}$. D. 1 .

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y = x^3 + ax^2 + bx + c$; $y' = 3x^2 + 2ax + b$.

Thực hiện phép chia y cho y' , ta được $y = \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{9}a\right).y' + \left(\frac{2}{3}b - \frac{2}{9}a^2\right)x + c - \frac{1}{9}ab$.

Suy ra phương trình đường thẳng AB là: $y = \left(\frac{2}{3}b - \frac{2}{9}a^2\right)x + c - \frac{1}{9}ab$.

Do AB đi qua gốc tọa độ $O \Rightarrow c - \frac{1}{9}ab = 0 \Leftrightarrow ab = 9c$.

Ta có $P = abc + ab + c = 9c^2 + 10c = \left(3c + \frac{5}{3}\right)^2 - \frac{25}{9} \geq -\frac{25}{9}$.

$$\min_{\mathbb{R}} P = -\frac{25}{9} \text{ khi } \begin{cases} c = -\frac{5}{9} \\ ab = -5 \end{cases}.$$