

Câu 1 (1 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

Câu 2 (1 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 3)e^x$ trên đoạn $[-2; 2]$.

Câu 3 (1 điểm).

a) Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ biết $(1 + 5i)z - 23 - 11i = 0$.

b) Giải bất phương trình $3^{1+x} + 3^{1-x} \geq 10$.

Câu 4 (1 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-1)\cos x dx$.

Câu 5 (1 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 2 = 0$ và điểm $A(1; -2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và vuông góc mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P) .

Câu 6 (1 điểm).

a) Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ và $\tan \alpha = 2$. Tính $P = \sin 2\alpha + 3\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$.

b) Một tổ có 6 nam và 4 nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật. Tìm xác suất để 3 học sinh trực nhật có cả nam và nữ.

Câu 7 (1 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC = a$, I là trung điểm của SC , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , mặt phẳng (SAB) tạo với đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) theo a .

Câu 8 (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $A(1; 4)$, tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt BC tại D , đường phân giác trong của $\widehat{ADB}$ có phương trình $x - y + 2 = 0$, điểm $M(-4; 1)$ thuộc cạnh AC . Viết phương trình đường thẳng AB .

Câu 9 (1 điểm). Giải phương trình:

$$(13 - 4x)\sqrt{2x - 3} + (4x - 3)\sqrt{5 - 2x} = 2 + 8\sqrt{16x - 4x^2 - 15}, (x \in \mathbb{R}).$$

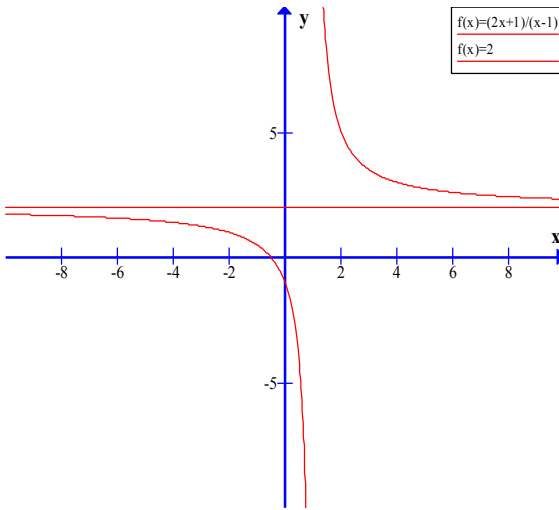
Câu 10 (1 điểm). Cho các số thực dương a, b, c đôi một khác nhau thỏa mãn $2a \leq c$ và $ab + bc = 2c^2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{a}{a-b} + \frac{b}{b-c} + \frac{c}{c-a}$.

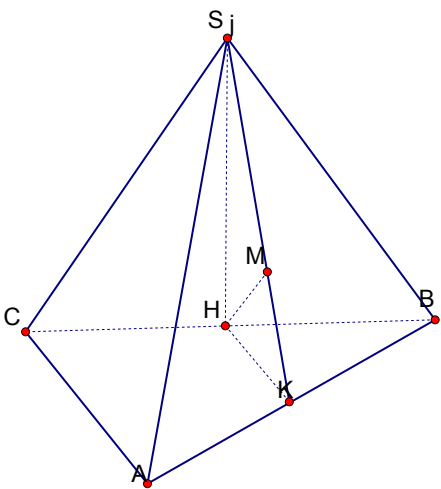
-----HẾT-----

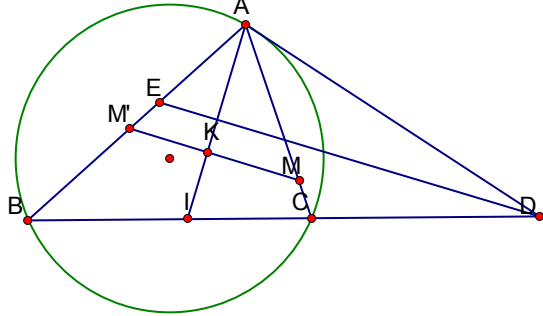
HƯỚNG DẪN CHẤM THI

I. Hướng dẫn chung

- 1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

Câu	Đáp án	Điểm												
1 (1,0 đ)	Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$. - Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$, $(1; +\infty)$	0,25												
	- Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$, suy ra tiệm cận ngang là $y = 2$. $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ suy ra tiệm cận đứng $x = 1$.	0,25												
	Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td></td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	-		-	y	2	$+\infty$	2	0,25
	x	$-\infty$	1	$+\infty$										
	y'	-		-										
y	2	$+\infty$	2											
Đồ thị 	0,25													
2 (1,0 đ)	$f'(x) = e^x (x^2 + 2x - 3)$	0,25												
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -3$.	0,25												
	Vì $x \in [-2; 2]$ nên $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$; $f(-2) = e^{-2}, f(1) = -2e, f(2) = e^2$.	0,25												
	Giá trị lớn nhất của hàm số bằng e^2 tại $x = 2$, giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $-2e$ tại $x = 1$.	0,25												
3 (1,0 đ)	a) (0,5 điểm)													
	$z = \frac{23+11i}{1+5i} = 3-4i$	0,25												
	$\bar{z} = 3+4i$. Vậy phần thực, phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là 3,4	0,25												

	b) (0,5 điểm)	
	Bất phương trình đã cho tương đương $3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 \geq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow 3^x \leq \frac{1}{3}, 3^x \geq 3 \Leftrightarrow x \leq -1, x \geq 1.$	0,25
4 (1,0 đ)	(1,0 điểm)	
	Đặt $\begin{cases} u = x - 1 \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$	0,25
	$I = (x - 1) \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$	0,25
	$I = \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) + \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}}$	0,25
	$I = \frac{\pi}{2} - 2$	0,25
5 (1,0 đ)	Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; -2; 2)$. Vì d vuông góc với mặt phẳng (P) nên vectơ chỉ phương của d là $\vec{n} = (1; -2; 2)$.	
	Phương trình chính tắc của d: $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{2}$	
	Gọi H là toạ độ hình chiếu của A trên mặt phẳng (P), $H(1+t; -2-2t; 1+2t)$	
	Vì H thuộc mặt phẳng (P) nên $t = -1 \Rightarrow H(0; 0; -1)$.	
6 (1,0 đ)	a) (0,5 điểm)	
	$\sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}, \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$	0,25
	$P = \sin \alpha (2 \cos \alpha - 3) = \frac{4}{5} + \frac{6}{\sqrt{5}}$	0,25
	b) (0,5 điểm)	
	Số phần tử của không gian mẫu $C_{10}^3 = 120$	0,25
	Xác suất cần tìm $P = \frac{C_6^1 C_4^2 + C_6^2 C_4^1}{C_{10}^3} = \frac{4}{5}$.	0,25
7 (1,0 đ)	(1,0 điểm)	
		Gọi K là trung điểm của AB $\Rightarrow HK \perp AB$ (1) Vì $SH \perp (ABC)$ nên $SH \perp AB$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\Rightarrow AB \perp SK$ Do đó góc giữa (SAB) với đáy bằng góc giữa SK và HK và bằng $\widehat{SKH} = 60^\circ$ Ta có $SH = HK \tan \widehat{SKH} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

	Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} .SH = \frac{1}{3} . \frac{1}{2} AB.AC.SH = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$	0,25	
	Vì $IH // SB$ nên $IH // (SAB)$. Do đó $d(I, (SAB)) = d(H, (SAB))$ Từ H kẻ $HM \perp SK$ tại M $\Rightarrow HM \perp (SAB) \Rightarrow d(H, (SAB)) = HM$	0,25	
	Ta có $\frac{1}{HM^2} = \frac{1}{HK^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow HM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. Vậy $d(I, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.	,25	
8 (1,0 đ)	(1,0 điểm)		
		Gọi AI là phân giác trong của $\widehat{BAC}$ Ta có : $\widehat{AID} = \widehat{ABC} + \widehat{BAI}$ $\widehat{IAD} = \widehat{CAD} + \widehat{CAI}$ Mà $\widehat{BAI} = \widehat{CAI}$, $\widehat{ABC} = \widehat{CAD}$ nên $\widehat{AID} = \widehat{IAD}$ $\Rightarrow \triangle DAI$ cân tại D $\Rightarrow DE \perp AI$	0,25
	PT đường thẳng AI là : $x + y - 5 = 0$		0,25
	Gọi M' là điểm đối xứng của M qua AI $\Rightarrow$ PT đường thẳng MM' : $x - y + 5 = 0$ Gọi $K = AI \cap MM' \Rightarrow K(0;5) \Rightarrow M'(4;9)$		0,25
	VTCP của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AM'} = (3;5) \Rightarrow$ VTPT của đường thẳng AB là $\vec{n} = (5;-3)$ Vậy PT đường thẳng AB là: $5(x-1) - 3(y-4) = 0 \Leftrightarrow 5x - 3y + 7 = 0$.		0,25
9 (1,0 đ)	(1,0 điểm)		
	Điều kiện $\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$. Đặt $\begin{cases} u = \sqrt{2x-3} \geq 0 \\ v = \sqrt{5-2x} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow u^2 + v^2 = 2$.		0,25
	Khi đó phương trình đã cho tương đương $u(7-2u^2) + v(7-2v^2) = 2 + 8uv \Leftrightarrow 7(u+v) - 2(u^3 + v^3) - 8uv - 2 = 0$ $\Leftrightarrow 7(u+v) - 2[(u+v)^3 - 3uv(u+v)] - 4[(u+v)^2 - 2] - 2 = 0$		0,25
	$\Leftrightarrow (u+v)^3 - 4(u+v)^2 + (u+v) + 6 = 0$		0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} u+v=3 \\ u+v=-1 \\ u+v=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} uv=\frac{7}{2} \\ uv=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u=1 \\ v=1 \end{cases} \Rightarrow x=2$.		0,25
10 (1,0 đ)	(1,0 điểm)		
	Theo giả thiết: $2a \leq c$ nên $\frac{a}{c} \leq \frac{1}{2}$; $ab+bc = 2c^2 \Leftrightarrow \frac{a}{c} . \frac{b}{c} + \frac{b}{c} = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{2c}{b} - 1$ Vì $\frac{a}{c} \leq \frac{1}{2}$ nên $\frac{b}{c} \geq \frac{4}{3}$. Đặt $t = \frac{c}{b}$ thì $0 < t \leq \frac{3}{4}$		0,25

	$P = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{a}{c} - \frac{b}{c}} + \frac{\frac{b}{c}}{\frac{b}{c} - 1} + \frac{1}{1 - \frac{a}{c}} = \frac{2t^2 - t}{2t^2 - t - 1} + \frac{1}{1 - t} + \frac{1}{2(1 - t)} = \frac{4t^2 - 8t - 3}{4t^2 - 2t - 2}$	0,25
	Xét hàm số $f(t) = \frac{4t^2 - 8t - 3}{4t^2 - 2t - 2}, t \in \left(0; \frac{3}{4}\right]$. Ta có: $f'(t) > 0, \forall t \in \left(0; \frac{3}{4}\right]$, do đó $f(t)$ đồng biến trên $\left(0; \frac{3}{4}\right]$.	0,25
	Do đó GTLN của hàm số đạt tại $t = \frac{3}{4}$, suy ra $\max P = \frac{27}{5}$ Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} ab + bc = 2c^2 \\ 2a = c \end{cases} \Leftrightarrow 8a = 3b = 4c$, chẳng hạn chọn được $(a, b, c) = (3, 8, 6)$.	0,25

Hết