

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I TOÁN 11 FORM 2025*Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)*

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường tròn lượng giác là đường tròn

- A. có tâm trùng với gốc tọa độ và bán kính bằng 1.
- B. có tâm trùng với gốc tọa độ.
- C. bán kính bằng 1.
- D. có tâm trùng với gốc tọa độ và bán kính bằng 2.

Câu 2: Cho $\tan \alpha = 3$. Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$.

- A. $\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$.
- B. $\frac{3+\sqrt{3}}{1-3\sqrt{3}}$.
- C. $\frac{1-\sqrt{3}}{1+3\sqrt{3}}$.
- D. $\frac{3-\sqrt{3}}{1+3\sqrt{3}}$.

Câu 3: Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$ thì $\sin 2x$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$.
- B. $\frac{3}{8}$.
- C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- D. $-\frac{8}{9}$.

Câu 4: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2025}{\sin x}$.

- A. $D = \mathbb{R}$.
- B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
- D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 5: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung?

- A. $y = \sin x \cos 2x$.
- B. $y = \sin^5 x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.
- C. $y = \frac{\tan x}{\tan^2 x + 1}$.
- D. $y = \cos x \sin^3 x$.

Câu 6: Tất cả nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- B. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- D. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+1}{n}$. Tính u_3 .

- A. 5.
- B. $\frac{5}{4}$.
- C. $\frac{6}{5}$.
- D. $\frac{4}{3}$.

Câu 8: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d

- A. $d = \frac{11}{3}$.
- B. $d = \frac{10}{3}$.
- C. $d = \frac{3}{10}$.
- D. $d = \frac{3}{11}$.

Câu 9: Cho cấp số nhân u_n có $u_2 = \frac{1}{4}$, $u_5 = 16$. Tìm công bội q và số hạng đầu u_1 .

A. $q = \frac{1}{2}, u_1 = \frac{1}{2}$. **B.** $q = -\frac{1}{2}, u_1 = -\frac{1}{2}$. **C.** $q = -4, u_1 = -\frac{1}{16}$. **D.** $q = 4, u_1 = \frac{1}{16}$.

Câu 10: Số lượng khách hàng nữ mua bảo hiểm nhân thọ trong một ngày được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm sau:

Khoảng tuổi	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Số khách hàng nữ	3	9	6	4	2

Giá trị đại diện của nhóm [30;40) là:

A. 40. **B.** 30. **C.** 35. **D.** 9.

Câu 11: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng)

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. [7;9). **B.** [9;11). **C.** [11;13). **D.** [13;15).

Câu 12: Một thư viện thống kê số lượng sách được mượn mỗi ngày trong 3 tháng ở bảng sau:

Số sách	[16;20]	[21;25]	[26;30]	[31;35]	[36;40]	[41;45]	[46;50]
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Trong 3 tháng trên số sách được mượn mỗi ngày cao nhất gần bằng giá trị nào sau đây?

A. 32,5. **B.** 32. **C.** 33,5. **D.** 34.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho biết $\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ và $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Khi đó các mệnh đề sau đúng sai?

- a) [NB]** $\cos x > 0$
b) [TH] $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$
c) [TH] $\cos x = \frac{\sqrt{6}}{3}$
d) [VD] $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{6}-3}{8}$.

Câu 2: Cho phương trình lượng giác $2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} = 0$, khi đó các mệnh đề dưới đây đúng hay sai:

- a) [NB]** Phương trình đã cho có các nghiệm là: $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ và $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
b) [TH] Phương trình đã cho có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{\pi}{3}$.
c) [TH] Đồ thị hàm số $y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3}$ giao với trục hoành tại gốc toạ độ.
d) [VD] Số nghiệm của phương trình đã cho trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là 3 nghiệm.

Câu 3: **a) [NB]** Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng đã cho là $u_n = 1 + \frac{n}{3}$.
b) [TH] Số 5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho.

c) **[TH]** Số $\frac{15}{4}$ là một số hạng của cấp số cộng đã cho.

d) **[VD]** Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) trên bằng 2620.

Câu 4: Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A, B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (gam)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

a) **[NB]** Giá trị đại diện nhóm [150;155) bằng 152,5

b) **[TH]** Nhóm chứa một của số liệu ở lô hàng A là [155;160).

c) **[TH]** Nhóm chứa một của số liệu ở lô hàng B là [160;165).

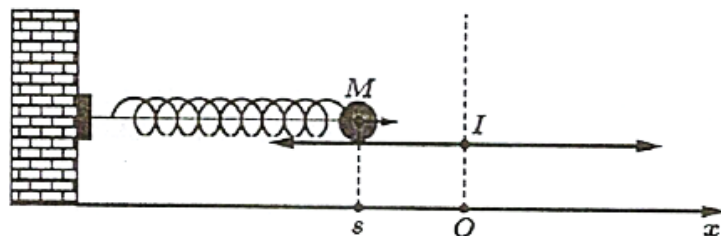
d) **[VD]** Theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Bánh xe của người đi xe đạp quay được 10 vòng trong 5 giây. Tính độ dài quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 1 phút (đơn vị tính bằng mét và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, lấy $\pi = 3,14$), biết rằng đường kính của bánh xe đạp là $0,68m$.

Câu 2: Một cái cổng vào một trung tâm thương mại có hình dạng là một phần của đồ thị hàm số $y = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 2$. Gọi A, B là hai điểm nằm trên cổng (trên đồ thị hàm số $y = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 2$) và C, D là hai điểm nằm trên mặt nền của cổng sao cho $ABCD$ là hình chữ nhật. Người quản lý trung tâm thương mại muốn lắp một cái cửa kính tự động vào hình chữ nhật $ABCD$. Tính diện tích của cái cửa cần lắp biết chiều cao của cái cửa là $AD = 3$ mét (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân, lấy $\pi = 3,14$).

Câu 3: Một vật M được gắn vào đầu lò xo và dao động quanh vị trí cân bằng I , biết rằng O là hình chiếu vuông góc của I trên trục Ox , tọa độ điểm M trên Ox tại thời điểm t (giây) là đại lượng s (đơn vị: cm) được tính bởi công thức $s = 8,6 \cos\left(8t + \frac{\pi}{2}\right)$. Tại mấy thời điểm trong khoảng 2 giây đầu tiên thì $s = 4,3 \text{ cm}$?



Câu 4: Tìm giá trị nguyên lớn nhất của m để dãy số (u_n) với $u_n = \frac{mn-1}{n+1}$ là dãy số giảm.

Câu 5: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4 và có diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích $S_3, \dots$ và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích $S_4, S_5, \dots, S_{100}$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.

Câu 6: Trong một hội thao, thời gian chạy $200m$ của một nhóm vận động viên được ghi lại trong bảng sau:

Thời gian (giây)	[21; 21,5)	[21,5; 22)	[22; 22,5)	[22,5; 23)	[23; 23,5)
Số vận động viên	5	12	32	45	30

Dựa vào bảng dữ liệu trên, ban tổ chức muốn chọn ra khoảng 50% số vận động viên chạy nhanh nhất để tiếp tục thi vòng 2. Ban tổ chức nên chọn các vận động viên có thời gian chạy không quá bao nhiêu giây? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

----- *Hết* -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	D	D	C	B	D	D	A	D	C	B	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) S	a) Đ
b) S	b) Đ	b) Đ	b) S
c) Đ	c) S	c) S	c) S
d) S	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	256	12,5	4	-2	32	22,6

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường tròn lượng giác là đường tròn

A. có tâm trùng với gốc tọa độ và bán kính bằng 1.

B. có tâm trùng với gốc tọa độ.

C. bán kính bằng 1.

D. có tâm trùng với gốc tọa độ và bán kính bằng 2.

Lời giải

Chọn A

Theo SGK trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường tròn lượng giác là đường tròn có tâm trùng với gốc tọa độ và bán kính bằng 1. Trên đường tròn này chọn điểm $A(1;0)$ làm gốc, chiều dương là chiều ngược kim đồng hồ và chiều âm là cùng chiều kim đồng hồ.

Câu 2: Cho $\tan \alpha = 3$. Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$.

B. $\frac{3+\sqrt{3}}{1-3\sqrt{3}}$.

C. $\frac{1-\sqrt{3}}{1+3\sqrt{3}}$.

D. $\frac{3-\sqrt{3}}{1+3\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\tan \alpha - \tan \frac{\pi}{3}}{1 + \tan \alpha \tan \frac{\pi}{3}} = \frac{3 - \sqrt{3}}{1 + 3\sqrt{3}}.$$

Câu 3: Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$ thì $\sin 2x$ bằng

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $-\frac{8}{9}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \sin x + \cos x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{-8}{9}$$

Câu 4: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2025}{\sin x}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vật tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 5: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung?

A. $y = \sin x \cos 2x$.

B. $y = \sin^5 x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

C. $y = \frac{\tan x}{\tan^2 x + 1}$.

D. $y = \cos x \sin^3 x$.

Lời giải

Chọn B

Ta dễ dàng kiểm tra được A, C, D là các hàm số lẻ nên có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ O .

Xét đáp án B, ta có $y = f(x) = \sin^5 x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin^5 x \cdot \sin x = \sin^6 x$. Kiểm tra được đây là hàm số chẵn nên có đồ thị đối xứng qua trục tung.

Câu 6: Tất cả nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Vì } \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 7: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+1}{n}$. Tính u_3 .

A. 5.

B. $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{6}{5}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Thay $n = 3$ vào $u_n = \frac{n+1}{n}$ ta được $u_3 = \frac{3+1}{3} = \frac{4}{3}$.

Câu 8: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d

A. $d = \frac{11}{3}$.

B. $d = \frac{10}{3}$.

C. $d = \frac{3}{10}$.

D. $d = \frac{3}{11}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 26 = \frac{1}{3} + 7d \Leftrightarrow d = \frac{11}{3}$.

Câu 9: Cho cấp số nhân u_n có $u_2 = \frac{1}{4}$, $u_5 = 16$. Tìm công bội q và số hạng đầu u_1 .

A. $q = \frac{1}{2}$, $u_1 = \frac{1}{2}$.

B. $q = -\frac{1}{2}$, $u_1 = -\frac{1}{2}$.

C. $q = -4$, $u_1 = -\frac{1}{16}$.

D. $q = 4$, $u_1 = \frac{1}{16}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có
$$\begin{cases} u_2 = \frac{1}{4} \\ u_5 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = \frac{1}{4} & (1) \\ u_1 \cdot q^4 = 16 & (2) \end{cases}$$

Chia hai vế của (2) cho (1) ta được $q^3 = 64 \Leftrightarrow q = 4 \Rightarrow u_1 = \frac{1}{16}$.

Câu 10: Số lượng khách hàng nữ mua bảo hiểm nhân thọ trong một ngày được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm sau:

Khoảng tuổi	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Số khách hàng nữ	3	9	6	4	2

Giá trị đại diện của nhóm [30;40) là:

A. 40.

B. 30.

C. 35.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có giá trị đại diện nhóm [30;40) là: $\frac{30+40}{2} = 35$.

Câu 11: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng)

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. [7;9).

B. [9;11).

C. [11;13).

D. [13;15).

Lời giải

Chọn B

Ta có bảng sau:

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

$$\text{Khi đó } \bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4.$$

Câu 12: Một thư viện thống kê số lượng sách được mượn mỗi ngày trong 3 tháng ở bảng sau:

Số sách	[16;20]	[21;25]	[26;30]	[31;35]	[36;40]	[41;45]	[46;50]
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Trong 3 tháng trên số sách được mượn mỗi ngày cao nhất gần bằng giá trị nào sau đây?

A. 32,5.

B. 32.

C. 33,5.

D. 34.

Lời giải

Chọn D

Do số sách là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại như sau:

Số sách	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)	[25,5;30,5)	[30,5;35,5)	[35,5;40,5]	[40,5;45,5]	[45,5;50,5)
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Ta có nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm $[30,5;35,5)$.

Do đó $u_m = 30,5$, $n_{m-1} = 15$, $n_m = 27$, $n_{m+1} = 22$, $u_{m+1} - u_m = 35,5 - 30,5 = 5$.

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 30,5 + \frac{27-15}{(27-15)+(27-22)} \cdot 5 = \frac{1157}{34} \approx 34$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho biết $\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ và $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Khi đó các mệnh đề sau đúng sai?

a) **[NB]** $\cos x > 0$

b) **[TH]** $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

c) **[TH]** $\cos x = \frac{\sqrt{6}}{3}$

d) **[VD]** $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{6}-3}{8}$.

Lời giải

a) **Đúng** Vì $0 < x < \frac{\pi}{2}$ nên $\cos x > 0$.

b) **Sai** Ta có: $\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$. Suy ra $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c) **Đúng** $\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

d) **Sai** $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos x \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}-3}{6}$.

Câu 2: Cho phương trình lượng giác $2 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} = 0$, khi đó các mệnh đề dưới đây đúng hay sai:

a) **[NB]** Phương trình đã cho có các nghiệm là: $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ và $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

b) **[TH]** Phương trình đã cho có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{\pi}{3}$.

c) **[TH]** Đồ thị hàm số $y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3}$ giao với trục hoành tại gốc toạ độ.

d) **[VD]** Số nghiệm của phương trình đã cho trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là 3 nghiệm.

Lời giải

a) **Đúng** Ta có: $2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{6}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là: $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ và $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

b) **Đúng** Phương trình đã cho có nghiệm là: $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ và $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. Suy Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{\pi}{3}$.

c) **Sai** Thay toạ độ $O(0;0)$ vào $y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3}$ không thoả mãn nên đồ thị hàm số $y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3}$ không đi qua gốc toạ độ.

d) **Sai** Với $x \in (-\pi; \pi)$ ta xét 2 trường hợp

* Khi $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x \in (-\pi; \pi)$, ta có: $-\pi < \frac{\pi}{3} + k2\pi < \pi, (k \in \mathbb{Z})$

$$\Leftrightarrow -1 < \frac{1}{3} + 2k < 1, (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < k < \frac{1}{3}, (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow k = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

* Khi $x = k2\pi, x \in (-\pi; \pi)$, ta có

$$-\pi < k2\pi < \pi, (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow -1 < 2k < 1, (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{1}{2}, (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow k = 0$$

$$\Rightarrow x = 0$$

Vậy số nghiệm của phương trình trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{3}$.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Khi đó các mệnh đề dưới đây đúng hay sai:

a) **[NB]** Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng đã cho là $u_n = 1 + \frac{n}{3}$.

b) **[TH]** Số 5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho.

c) **[TH]** Số $\frac{15}{4}$ là một số hạng của cấp số cộng đã cho.

d) **[VD]** Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) trên bằng 2620.

Lời giải

a) **Sai.** Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = \frac{3}{2} + (n-1) \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2} (n \in \mathbb{N}; n \geq 2)$.

b) **Đúng.** Xét $5 = 1 + \frac{n}{2} \Rightarrow n = 8 \in \mathbb{N}^*$; suy ra số 5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho.

c) **Sai.** Xét $\frac{15}{4} = 1 + \frac{n}{2} \Rightarrow n = \frac{11}{2} \notin \mathbb{N}^*$; suy ra số $\frac{15}{4}$ không là một số hạng của cấp số cộng đã cho.

d) **Sai.** Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng là:

$$S_{100} = \frac{100 \left[2 \cdot \frac{3}{2} + (100-1) \cdot \frac{1}{2} \right]}{2} = 2625.$$

Câu 4: Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A, B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (gam)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

a) **[NB]** Giá trị đại diện nhóm [150;155) bằng 152,5

b) **[TH]** Nhóm chứa một của số liệu ở lô hàng A là [155;160).

c) **[TH]** Nhóm chứa một của số liệu ở lô hàng B là [160;165).

d) **[VD]** Theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A.

Lời giải

a) **Đúng.** Giá trị đại diện nhóm [150;155) là $\frac{150+155}{2} = 152,5$

b) **Sai.** Nhóm chứa một của số liệu là [160;165).

c) **Sai.** Nhóm chứa một của số liệu là [165;170).

d) **Đúng.** Bảng thống kê số lượng cam theo giá trị đại diện:

Cân nặng đại diện (gam)	152,5	157,5	162,5	167,5	172,5
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô A là:

$$\bar{x}_A = \frac{152,5 \cdot 2 + 157,5 \cdot 6 + 162,5 \cdot 12 + 167,5 \cdot 4 + 172,5 \cdot 1}{25} = 161,7 \text{ (gam)}.$$

Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô B là:

$$\bar{x}_B = \frac{152,5 \cdot 1 + 157,5 \cdot 3 + 162,5 \cdot 7 + 167,5 \cdot 10 + 172,5 \cdot 4}{25} = 165,1 \text{ (gam)}.$$

Ta thấy $\bar{x}_A < \bar{x}_B$. Vậy nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Bánh xe của người đi xe đạp quay được 10 vòng trong 5 giây. Tính độ dài quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 1 phút (đơn vị tính bằng mét và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, lấy $\pi = 3,14$), biết rằng đường kính của bánh xe đạp là 0,68m.

Lời giải

Chu vi bánh xe: $C = \pi \cdot d = 3,14 \cdot 0,68(m)$

Trong 1 giây bánh xe quay được số vòng: $\frac{10}{5} = 2$,

Số vòng bánh xe quay được trong 1 phút là: $60.2 = 120$ (vòng)

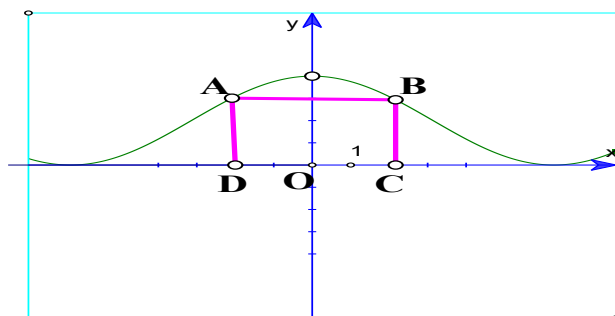
Vậy quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 1 phút là:

$$S = 3,14.0,68.120 \approx 256(m)$$

Câu 2: Một cái cổng vào một trung tâm thương mại có hình dạng là một phần của đồ thị hàm số $y = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 2$. Gọi A, B là hai điểm nằm trên cổng (trên đồ thị hàm số $y = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 2$) và C, D là hai điểm nằm trên mặt nền của cổng sao cho $ABCD$ là hình chữ nhật. Người quản lí trung tâm thương mại muốn lắp một cái cửa kính tự động vào hình chữ nhật $ABCD$. Tính diện tích của cái cửa cần lắp biết chiều cao của cái cửa là $AD = 3$ mét (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân, lấy $\pi = 3,14$).

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

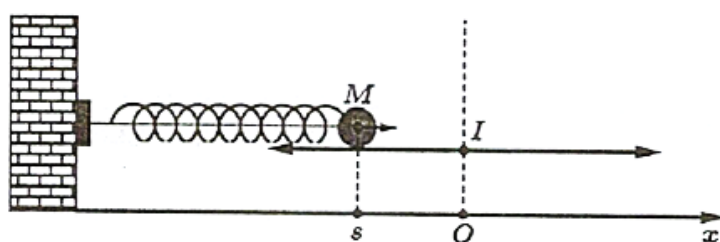


$$AD = 3 \Leftrightarrow 2 \cos \frac{x}{2} + 2 = 3 \Leftrightarrow \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k4\pi \\ x = \frac{-2\pi}{3} + k4\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Chọn : } A\left(\frac{-2\pi}{3}; 3\right); B\left(\frac{2\pi}{3}; 3\right); C\left(\frac{2\pi}{3}; 0\right); D\left(\frac{-2\pi}{3}; 0\right)$$

$$AB = \frac{4\pi}{3}; AD = 3 \Rightarrow S_{ABCD} = 4\pi(m^2)$$

Câu 3: Một vật M được gắn vào đầu lò xo và dao động quanh vị trí cân bằng I , biết rằng O là hình chiếu vuông góc của I trên trục Ox , tọa độ điểm M trên Ox tại thời điểm t (giây) là đại lượng s (đơn vị: cm) được tính bởi công thức $s = 8,6 \cos\left(8t + \frac{\pi}{2}\right)$. Tại mấy thời điểm trong khoảng 2 giây đầu tiên thì $s = 4,3$ cm ?



Lời giải

$$\text{Khi } s = 4,3 \text{ thì } 8,6 \cos\left(8t + \frac{\pi}{2}\right) = 4,3 \Rightarrow \cos\left(8t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8t + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 8t + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{\pi}{48} + k\frac{\pi}{4} \\ t = -\frac{5\pi}{48} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $t \in (0; 2)$ nên có 4 giá trị t thỏa mãn là: $t_1 \approx 0,72s; t_2 \approx 1,51s; t_3 \approx 0,46s; t_4 \approx 0,1,24s$.

Câu 4: Tìm giá trị nguyên lớn nhất của m để dãy số (u_n) với $u_n = \frac{mn-1}{n+1}$ là dãy số giảm.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Xét } u_{n+1} - u_n &= \frac{m(n+1)-1}{(n+1)+1} - \frac{mn-1}{n+1} = \frac{mn+m-1}{n+2} - \frac{mn-1}{n+1} \\ &= \frac{mn^2 + 2mn + m - n - 1 - (mn^2 + 2mn - n - 2)}{(n+2)(n+1)} = \frac{m+1}{(n+2)(n+1)} \end{aligned}$$

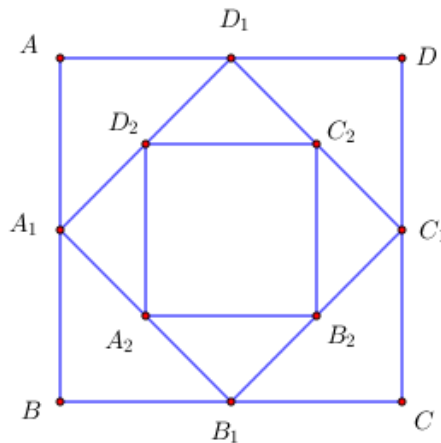
$$\text{Dãy số đã cho là dãy giảm} \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n < 0 \Leftrightarrow \frac{m+1}{(n+2)(n+1)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow m < -1$$

(do $(n+2)(n+1) > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$).

Với m là số nguyên lớn nhất và $m < -1$ suy ra $m = -2$.

Câu 5: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4 và có diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích $S_3, \dots$ và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích $S_4, S_5, \dots, S_{100}$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.

Lời giải



$$\text{Ta có } S_1 = 4^2; S_2 = \frac{1}{2}4^2 = \frac{1}{2}S_1; S_3 = \frac{1}{2}S_2, \dots$$

Do đó $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$ là cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = S_1 = 4^2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

$$\text{Suy ra } S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100} = S_1 \cdot \frac{1-q^{100}}{1-q} = \frac{4^2(2^{100}-1)}{2^{99}} = 32.$$

Câu 6: Trong một hội thao, thời gian chạy 200m của một nhóm vận động viên được ghi lại trong bảng sau:

Thời gian (giây)	[21; 21,5)	[21,5; 22)	[22; 22,5)	[22,5; 23)	[23;23,5)
Số vận động viên	5	12	32	45	30

Dựa vào bảng dữ liệu trên, ban tổ chức muốn chọn ra khoảng 50% số vận động viên chạy nhanh nhất để tiếp tục thi vòng 2. Ban tổ chức nên chọn các vận động viên có thời gian chạy không quá bao nhiêu giây? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 5 + 12 + 32 + 45 + 30 = 124$

Gọi $x_1, \dots, x_{124}$ là thời gian chạy của 124 vận động viên tham gia hội thao và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó, trung vị là $\frac{x_{62} + x_{63}}{2}$. Do hai giá trị x_{62}, x_{63} thuộc nhóm $[22,5;23)$ nên nhóm này chứa trung vị.

Suy ra $p = 4; a_4 = 22,5; m_4 = 45; m_1 + m_2 + m_3 = 5 + 12 + 32 = 49; a_5 - a_4 = 23 - 22,5 = 0,5$

Ta có trung vị $M_e = 22,5 + \frac{\frac{124}{2} - 49}{45} \cdot 0,5 \approx 22,6$.

Vậy ban tổ chức nên chọn vận động viên có thời gian chạy không quá 22,6 giây.

----- Hết -----

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 1**MÔN THI: TOÁN 11***Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)*

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho bốn cung (trên một đường tròn định hướng): $\alpha = -\frac{5\pi}{6}$, $\beta = \frac{\pi}{3}$, $\gamma = \frac{25\pi}{3}$, $\delta = \frac{19\pi}{6}$, các cung có điểm cuối trùng nhau là
A. β và γ ; α và δ . **B.** α, β, γ . **C.** β, γ, δ . **D.** α và β ; γ và δ .

Câu 2: Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

- A.** $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$. **B.** $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.
C. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$. **D.** $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.

Câu 3: Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$?

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Câu 4: Trong các hàm số cho dưới đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

- A.** $y = \tan x$. **B.** $y = x^2 + \tan x$. **C.** $y = x^2$. **D.** $y = x^2 \tan x$.

Câu 5: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?

- A.** $y = \cos x$. **B.** $y = \sin^2 x$. **C.** $y = \cot 4x$. **D.** $y = \tan x + \cos x$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

- A.** $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$. **B.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$. **C.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$. **D.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 7: Cho dãy số $(u_n): 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots; \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}; \dots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số (u_n) tăng. **B.** Dãy số (u_n) giảm.
C. Dãy số (u_n) không tăng, không giảm. **D.** Dãy số (u_n) không đổi.

Câu 8: Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A.** 1; -2; -4; -6; -8. **B.** 1; -3; -6; -9; -12.
C. 1; -3; -7; -11; -15. **D.** 1; -3; -5; -7; -9.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 12$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của cấp số nhân đã cho có giá trị bằng

- A.** -384. **B.** 2. **C.** -24. **D.** -34.

Câu 10: Cho mẫu số liệu về chiều cao (cm) của các học sinh nữ trong khối 11 của một trường như sau:

Chiều cao	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số học sinh	20	45	34	27	15	4

Mẫu số liệu trên có bao nhiêu số liệu, bao nhiêu nhóm?

- A.** 145 số liệu; 6 nhóm. **B.** 30 số liệu; 5 nhóm.
C. 6 số liệu; 145 nhóm. **D.** 5 số liệu; 30 nhóm.

Câu 11: Khảo sát thời gian chạy bộ trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Quan sát mẫu số liệu trên và cho biết mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Độ dài mỗi nhóm của mẫu số liệu trên là 25 .
- B. Mẫu số liệu đã cho gồm 5 nhóm có độ dài không bằng nhau.
- C. Nhóm có nhiều học sinh nhất là nhóm [40;60) .
- D. Nhóm có ít học sinh nhất là nhóm [80;100) .

Câu 12: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê thời gian hoàn thành (phút) một bài kiểm tra trực tuyến của 100 học sinh, ta có bảng số liệu sau:

Thời gian (phút)	[33;35)	[35;37)	[37;39)	[39;41)	[41;43)	[43;45)
Số học sinh	4	13	38	27	14	4

Thời gian trung bình để 100 học sinh hoàn thành bài kiểm tra là:

- A. 38,92 phút.
- B. 38,29 phút.
- C. 39,28 phút.
- D. 39,82 phút.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho tam giác ABC có ba góc A, B, C thỏa mãn $\sin A = \cos B + \cos C$

- a) **[NB]** Tam giác ABC có $\frac{B+C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}$.
- b) **[TH]** $\cos \frac{B+C}{2} = \cos \frac{A}{2}$
- c) **[TH]** $\sin A = \cos B + \cos C \Leftrightarrow \cos \frac{A}{2} = \cos \frac{B-C}{2}$
- d) **[VD]** Tam giác ABC là tam giác cân.

Câu 14: Cho hàm số $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ và hàm số $y = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, khi đó:

- a) **[NB]** Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho : $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
- b) **[TH]** Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho là $x = \frac{5\pi}{8} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$
- c) **[TH]** Điểm $M\left(\frac{5\pi}{8}; \sin \frac{5\pi}{8}\right)$ là một giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho trên $[0; 2\pi]$
- d) **[VD]** Khi $x \in [0; 3\pi]$ thì hai đồ thị hàm số đã cho cắt nhau tại ba điểm lần lượt A, B, C gọi I là trung điểm của AC thì $I\left(\frac{13\pi}{16}; \sin\left(\frac{13\pi}{4}\right)\right)$

Câu 15: Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu đồng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu đồng.

Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu đồng. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu đồng.

- a) **[NB]** Với *phương án 1*, tiền lương người lao động nhận được ở năm thứ hai là 138 triệu đồng.
- b) **[TH]** Với *phương án 2*, tổng số tiền lương người lao động nhận được ở năm thứ nhất là 101,4 triệu đồng.
- c) **[TH]** Với *phương án 1*, để người lao động nhận được tổng số tiền lương trên 1 tỷ đồng thì người lao động đó phải làm việc cho doanh nghiệp ít nhất 6 năm.
- d) **[VD]** Nếu người lao động kí hợp đồng với doanh nghiệp ít nhất 4 năm thì người lao động kí hợp đồng theo *phương án 2* sẽ nhận được số tiền lương nhiều hơn so với *phương án 1*.

Câu 16: Kết quả đo chiều cao (đơn vị: mét) của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4;8,6)	[8,6;8,8)	[8,8;9,0)	[9,0;9,2)	[9,2;9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

- a) **[NB]** Mẫu số liệu ghép nhóm trên có 5 nhóm số liệu.
- b) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} = 8,9(m)$.
- c) **[TH]** Số cây keo có chiều cao khoảng $9,1(m)$ là nhiều nhất.
- d) **[VD]** Hiệu giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất bằng 2,06.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó giá trị $\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2}$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 18: Số giờ có ánh sáng của thành phố T ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \cdot \sin \left[\frac{\pi}{182}(t-80) \right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Bạn An muốn đi tham quan thành phố T nhưng lại không thích ánh sáng mặt trời, vậy bạn An nên chọn đi vào ngày nào trong năm để thành phố T có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Câu 19. Một vận động viên bắn súng nằm trên mặt đất để ngắm bắn các mục tiêu khác nhau trên một bức tường thẳng đứng. Vận động viên bắn trúng một mục tiêu cách mặt đất $25(m)$ tại một góc ngắm (góc hợp bởi phương ngắm với phương ngang). Nếu giảm góc ngắm đi một nửa thì vận động viên bắn trúng mục tiêu cách mặt đất $10(m)$. Tính khoảng cách từ vận động viên đến bức tường?

Câu 20. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+2} = au_{n+1} + (1-a)u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Tìm giá trị nguyên dương của a nhỏ nhất để dãy số (u_n) tăng.

Câu 21: Bạn định mua một chiếc xe máy theo phương thức trả góp. Theo phương thức này sau một tháng kể từ khi nhận xe bạn phải trả đều đặn mỗi tháng một lượng tiền nhất định nào đó, liên tiếp trong 24 tháng. Giả sử giá xe máy thời điểm bạn mua là 16 triệu đồng và giả sử lãi suất ngân hàng là 1% một tháng. Với mức phải trả hàng tháng là bao nhiêu nghìn đồng thì việc mua trả góp là chấp nhận được? (làm tròn đến hàng nghìn)

Câu 22: Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp 11A.

Khoảng chiều cao (cm)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Số học sinh có chiều cao bao nhiêu centimet là nhiều nhất? (Làm tròn đến hàng đơn vị)

----- *Hết* -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	B	A	A	C	A	B	C	A	A	C	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) S	b) S	b) S
c) Đ	c) Đ	c) S	c) Đ
d) S	d) Đ	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	8,72	353	22,4	2	753	153

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho bốn cung (trên một đường tròn định hướng): $\alpha = -\frac{5\pi}{6}$, $\beta = \frac{\pi}{3}$, $\gamma = \frac{25\pi}{3}$, $\delta = \frac{19\pi}{6}$, các cung có điểm cuối trùng nhau là
A. β và γ ; α và δ . **B.** α, β, γ . **C.** β, γ, δ . **D.** α và β ; γ và δ .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\delta - \alpha = 4\pi \Rightarrow$ 2 cung α và δ có điểm cuối trùng nhau.

$\gamma - \beta = 8\pi \Rightarrow$ hai cung β và γ có điểm cuối trùng nhau.

Câu 2: Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.

C. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$.

D. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$.

Câu 3: Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$?

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 1.

D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{3}.$$

Câu 4: Trong các hàm số cho dưới đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = \tan x$.

B. $y = x^2 + \tan x$.

C. $y = x^2$.

D. $y = x^2 \tan x$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = \tan x$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Với mọi số thực x ta có $x - k\pi \in D$, $x + k\pi \in D$ và $\tan(x + k\pi) = \tan x$.

Vậy $y = \tan x$ là hàm số tuần hoàn.

Câu 5: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?

A. $y = \cos x$.

B. $y = \sin^2 x$.

C. $y = \cot 4x$.

D. $y = \tan x + \cos x$.

Lời giải

Chọn C

+ Đồ thị của hàm số lẻ đối xứng qua gốc tọa độ.

+ Trong 4 hàm số đã cho ta nhận thấy hàm số $y = \cot 4x$ là hàm số lẻ nên có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 7: Cho dãy số $(u_n): 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots; \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}; \dots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số (u_n) tăng.B. Dãy số (u_n) giảm.C. Dãy số (u_n) không tăng, không giảm.D. Dãy số (u_n) không đổi.

Lời giải

Chọn B

Dãy số (u_n) là dãy giảm.

Câu 8: Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. 1; -2; -4; -6; -8.

B. 1; -3; -6; -9; -12.

C. 1; -3; -7; -11; -15.

D. 1; -3; -5; -7; -9.

Lời giải

Chọn C

Dãy số (u_n) có tính chất $u_{n+1} = u_n + d$ thì được gọi là một cấp số cộng.

Ta thấy dãy số: 1; -3; -7; -11; -15 là một cấp số cộng có số hạng đầu là 1 và công sai bằng -4.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 12$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của cấp số nhân đã cho bằng

A. -384.

B. 2.

C. -24.

D. -34.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_6 = u_1 \cdot q^5 = 12 \cdot (-2)^5 = -384$.

Câu 10: Cho mẫu số liệu về chiều cao (cm) của các học sinh nữ trong khối 11 của một trường như sau:

Chiều cao	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số học sinh	20	45	34	27	15	4

Mẫu số liệu trên có bao nhiêu số liệu, bao nhiêu nhóm?

A. 145 số liệu; 6 nhóm.

B. 30 số liệu; 5 nhóm.

C. 6 số liệu; 145 nhóm.

D. 5 số liệu; 30 nhóm.

Lời giải

Chọn A

Mẫu số liệu (T) có:

$20 + 45 + 34 + 27 + 15 + 4 = 145$ (số liệu).

6 nhóm: [145;150); [150;155); [155;160); [160;165); [165;170); [170;175).

Câu 11: Khảo sát thời gian chạy bộ trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Quan sát mẫu số liệu trên và cho biết mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Độ dài mỗi nhóm của mẫu số liệu trên là 25.

B. Mẫu số liệu đã cho gồm 5 nhóm có độ dài không bằng nhau.

C. Nhóm có nhiều học sinh nhất là nhóm [40;60).

D. Nhóm có ít học sinh nhất là nhóm [80;100).

Lời giải

Chọn C.

Mẫu số liệu đã cho gồm 5 nhóm có độ dài là 20.

Nhóm có nhiều học sinh nhất là nhóm [40;60).

Nhóm có ít học sinh nhất là nhóm [0;20).

Câu 12: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê thời gian hoàn thành (phút) một bài kiểm tra trực tuyến của 100 học sinh, ta có bảng số liệu sau:

Thời gian (phút)	[33;35)	[35;37)	[37;39)	[39;41)	[41;43)	[43;45)
Số học sinh	4	13	38	27	14	4

Thời gian trung bình để 100 học sinh hoàn thành bài kiểm tra là:

A. 38,92 phút.

B. 38,29 phút.

C. 39,28 phút.

D. 39,82 phút.

Chọn A

Giá trị đại diện của mỗi nhóm số liệu là *trung bình cộng* của hai đầu mút.

Ta có bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện của mỗi nhóm:

Nhóm	[33;35)	[35;37)	[37;39)	[39;41)	[41;43)	[43;45)
Giá trị đại diện	34	36	38	40	42	44
Tần số	4	13	38	27	14	4

Thời gian trung bình để 100 học sinh hoàn thành bài kiểm tra là:

$$\bar{x} = \frac{4.34 + 13.36 + 38.38 + 27.40 + 14.42 + 4.44}{100} = 38,92 \text{ (phút)}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho tam giác ABC có ba góc A, B, C thỏa mãn $\sin A = \cos B + \cos C$

a) **[NB]** Tam giác ABC có $\frac{B+C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}$.

b) **[TH]** $\cos \frac{B+C}{2} = \cos \frac{A}{2}$

c) **[TH]** $\sin A = \cos B + \cos C \Leftrightarrow \cos \frac{A}{2} = \cos \frac{B-C}{2}$

d) **[VD]** Tam giác ABC là tam giác cân.

Lời giải

a) **Đúng.** Xét tam giác ABC , ta có: $A+B+C=\pi \Rightarrow \frac{A}{2} + \frac{B+C}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{B+C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}$.

b) **Sai.** Ta có $\frac{B+C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \Rightarrow \cos \frac{B+C}{2} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \right) = \sin \frac{A}{2}$

c) **Đúng.** Theo đề bài, ta có:

$$\sin A = \cos B + \cos C \Leftrightarrow 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} = 2 \cos \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2} \Leftrightarrow \cos \frac{A}{2} = \cos \frac{B-C}{2}$$

d) **Sai.**

$$\text{Vì } \cos \frac{A}{2} = \cos \frac{B-C}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} A=B-C \\ A=C-B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A+C=B \\ A+B=C \end{cases}$$

Vậy tam giác ABC vuông tại B hoặc tại C .

Câu 2: Cho hàm số $y = \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$ và hàm số $y = \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right)$, khi đó:

a) **[NB]** Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho: $\sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right)$

b) **[TH]** Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho là $x = \frac{5\pi}{8} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

c) **[TH]** Điểm $M \left(\frac{5\pi}{8}; \sin \frac{5\pi}{8} \right)$ là một giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho trên $[0; 2\pi]$

d) **[VD]** Khi $x \in [0; 3\pi]$ thì hai đồ thị hàm số đã cho cắt nhau tại ba điểm lần lượt A, B, C gọi I là trung điểm của AC thì $I\left(\frac{13\pi}{16}; \sin\left(\frac{13\pi}{4}\right)\right)$

Lời giải

a) Đúng và b) Sai. Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = x + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = \pi - x + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

c) Đúng. Vì $x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x \in \left\{\frac{5\pi}{8}; \frac{13\pi}{8}\right\}$.

d) Đúng. Với $x = \frac{5\pi}{8} \Rightarrow y = \sin \frac{5\pi}{8} \Rightarrow A\left(\frac{5\pi}{8}; \sin \frac{5\pi}{8}\right)$ với

$$x = \frac{13\pi}{8} \Rightarrow y = \sin \frac{13\pi}{8} \Rightarrow B\left(\frac{13\pi}{8}; \sin \frac{13\pi}{8}\right) \text{ với } x = \frac{21\pi}{8} \Rightarrow y = \sin \frac{21\pi}{8} \Rightarrow C\left(\frac{21\pi}{8}; \sin \frac{21\pi}{8}\right).$$

Vi I là trung điểm của AC

$$\Rightarrow I\left(\frac{13\pi}{16}; \frac{\sin\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \sin\left(\frac{21\pi}{8}\right)}{2}\right) = \left(\frac{13\pi}{16}; \frac{2 \cdot \sin\left(\frac{13\pi}{4}\right) \cdot \cos(-2\pi)}{2}\right) = \left(\frac{13\pi}{16}; \sin\left(\frac{13\pi}{4}\right)\right)$$

Câu 3: Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu đồng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu đồng.

Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu đồng. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu đồng.

a) **[NB]** Với *phương án 1*, tiền lương người lao động nhận được ở năm thứ hai là 138 triệu đồng.

b) **[TH]** Với *phương án 2*, tổng số tiền lương người lao động nhận được ở năm thứ nhất là 101,4 triệu đồng.

c) **[TH]** Với *phương án 1*, để người lao động nhận được tổng số tiền lương trên 1 tỷ đồng thì người lao động đó phải làm việc cho doanh nghiệp ít nhất 6 năm.

d) **[VD]** Nếu người lao động kí hợp đồng với doanh nghiệp ít nhất 4 năm thì người lao động kí hợp đồng theo *phương án 2* sẽ nhận được số tiền lương nhiều hơn so với *phương án 1*.

Lời giải

a) **Đúng.**

Với *phương án 1*,

- Số tiền người lao động nhận được ở năm thứ nhất là $u_1 = 120$ triệu đồng.

- Số tiền người lao động nhận được ở năm thứ hai là $u_2 = 120 + 18 = 138$ triệu đồng.

b) **Sai.**

Với phương án 2,

- Số tiền người lao động nhận được ở quý thứ nhất là $v_1 = 24$ triệu đồng.
- Số tiền người lao động nhận được ở quý thứ hai là $v_2 = 24 + 1,8$ triệu đồng.
- Số tiền người lao động nhận được ở quý thứ ba là $v_3 = 24 + 2.1,8$ triệu đồng.
- Số tiền người lao động nhận được ở quý thứ bốn là $v_4 = 24 + 3.1,8$ triệu đồng.

Vậy số tiền người lao động nhận được ở năm thứ nhất là $S_4 = 106,8$ triệu đồng.

c) **Sai.**

Với phương án 1.

Gọi u_n (triệu đồng) là số tiền người lao động nhận được ở năm thứ n ($n \in \mathbb{N}^*$).

Ta có, dãy số (u_n) là một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 120$, công sai $d = 18$.

Tổng số tiền người lao động nhận được sau 6 năm làm việc là $S_6 = \frac{6}{2}(u_1 + u_6) = 990$ triệu đồng.

d) **Đúng.**

Với phương án 2.

Gọi v_n (triệu đồng) là số tiền người lao động nhận được ở quý thứ n ($n \in \mathbb{N}^*$).

Ta có, dãy số (v_n) là một cấp số cộng có số hạng đầu $v_1 = 24$, công sai $d' = 1,8$.

Tổng số tiền người lao động nhận được sau m năm làm việc là

$$S_{4m} = \frac{4m}{2} [2v_1 + (4m-1)d'] = 2m(46,2 + 7,2m)$$

Với phương án 1.

Tổng số tiền người lao động nhận được sau m năm làm việc là

$$T_m = \frac{m}{2} [2u_1 + (m-1)d] = m(111 + 9m)$$

$$\text{Ta có } S_{4m} > T_m \Leftrightarrow m > \frac{31}{9} = 3, (4)$$

Câu 4: Kết quả đo chiều cao (đơn vị: mét) của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4;8,6)	[8,6;8,8)	[8,8;9,0)	[9,0;9,2)	[9,2;9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

- [NB]** Mẫu số liệu ghép nhóm trên có 5 nhóm số liệu.
- [TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} = 8,9(m)$.
- [TH]** Số cây keo có chiều cao khoảng $9,1(m)$ là nhiều nhất.
- [VD]** Hiệu giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất bằng $2,06$.

Lời giải

a) **Đúng.**

Mẫu số liệu ghép nhóm trên có 5 nhóm số liệu là $[8,4;8,6)$; $[8,6;8,8)$; $[8,8;9,0)$; $[9,0;9,2)$; $[9,2;9,4)$.

b) **Sai.**

Chiều cao (m)	[8,4;8,6)	[8,6;8,8)	[8,8;9,0)	[9,0;9,2)	[9,2;9,4)
Giá trị đại diện	8,5	8,7	8,9	9,1	9,3
Số cây	5	12	25	44	14

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} = \frac{8,5 \cdot 5 + 8,7 \cdot 12 + 8,9 \cdot 25 + 9,1 \cdot 44 + 9,3 \cdot 14}{100} = 9(m)$

.

c) Đúng.

Tần số lớn nhất là 44 nên nhóm chứa một là nhóm [9,0;9,2). Ta có:

$$M_o = 9,0 + \frac{44 - 25}{(44 - 25) + (44 - 14)} \cdot 0,2 \approx 9,1.$$

Số cây keo có chiều cao khoảng 9,1(m) là nhiều nhất.

d) Sai.

Cỡ mẫu $n = 100$.

Gọi $x_1, \dots, x_{100}$ là chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, Q_2 là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{25} + x_{26}}{2}$. Do x_5, x_6 đều thuộc nhóm [8,8;9,0) nên nhóm này chứa Q_1 . Do đó, $p = 3; a_3 = 8,8; a_4 = 9,0; m_1 = 5; m_2 = 12; m_3 = 25$ ta có:

$$Q_1 = 8,8 + \frac{\frac{100}{4} - (5 + 12)}{25} \cdot 0,2 = \frac{1108}{125}.$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{75} + x_{76}}{2}$. Do x_{75}, x_{76} đều thuộc nhóm [9,0;9,2) nên nhóm này chứa Q_3 . Do đó, $p = 4; a_4 = 9,0; a_5 = 9,2; m_1 = 5; m_2 = 12; m_3 = 25; m_4 = 44$ ta có:

$$Q_3 = 9,0 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (5 + 12 + 25)}{44} \cdot 0,2 = \frac{183}{20} = 9,15.$$

Hiệu giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất là $Q_3 - Q_1 = \frac{183}{20} - \frac{1108}{125} = 0,286$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó giá trị $\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2}$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + 18 = 19 \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{19} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{19}}.$$

Vì:

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{19}}.$$

$$\text{Suy ra } \tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{2}{\sin \alpha} = 2\sqrt{19} \approx 8,72.$$

Đáp án: 8,72

Câu 2: Số giờ có ánh sáng của thành phố T ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \cdot \sin \left[\frac{\pi}{182}(t-80) \right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Bạn An muốn đi tham quan thành phố T nhưng lại không thích ánh sáng mặt trời, vậy bạn An nên chọn đi vào ngày nào trong năm để thành phố T có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Lời giải

Ta có: $\sin \left[\frac{\pi}{182}(t-80) \right] \geq -1$ nên $d(t)$ nhỏ nhất khi $\sin \left[\frac{\pi}{182}(t-80) \right] = -1$.

$$\sin \left[\frac{\pi}{182}(t-80) \right] = -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t-80) = \frac{3\pi}{2} + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow t-80 = 273 + 364k$$

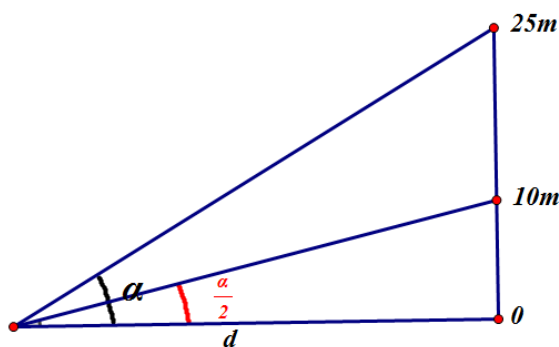
$$\Leftrightarrow t = 353 + 364k$$

Vì $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$ nên lấy $k = 0$ ta có $t = 353$.

Đáp án: 353

Câu 3. Một vận động viên bắn súng nằm trên mặt đất để ngắm bắn các mục tiêu khác nhau trên một bức tường thẳng đứng. Vận động viên bắn trúng một mục tiêu cách mặt đất $25(m)$ tại một góc ngắm (góc hợp bởi phương ngắm với phương ngang). Nếu giảm góc ngắm đi một nửa thì vận động viên bắn trúng mục tiêu cách mặt đất $10(m)$. Tính khoảng cách từ vận động viên đến bức tường?

Lời giải



Gọi d là khoảng cách từ vận động viên đến bức tường, α là góc ngắm lúc đầu của vận động viên. Ta có $\tan \alpha = \frac{25}{d}$; $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{10}{d}$.

Công thức nhân đôi: $\tan \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \frac{25}{d} = \frac{\frac{20}{d}}{1 - \frac{100}{d^2}} \Leftrightarrow \frac{25}{d} = \frac{20d}{d^2 - 100} \Leftrightarrow d^2 = 500$

$$\Leftrightarrow d = 10\sqrt{5} \approx 22,4(m)$$

Đáp án : 22,4 m

Câu 4. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+2} = au_{n+1} + (1-a)u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Tìm giá trị nguyên dương của a nhỏ nhất để dãy số (u_n) tăng.

Lời giải

Xét hiệu: $u_{n+2} - u_{n+1} = au_{n+1} + (1-a)u_n - u_{n+1} = (a-1)u_{n+1} + (1-a)u_n = (a-1)(u_{n+1} - u_n)$

Khi đó:

$$u_3 - u_2 = (a-1)(u_2 - u_1) = (a-1)(2-1) = a-1$$

$$u_4 - u_3 = (a-1)(u_3 - u_2) = (a-1)(a-1) = (a-1)^2$$

$$u_5 - u_4 = (a-1)(u_4 - u_3) = (a-1)(a-1)^2 = (a-1)^3$$

Suy ra: $u_{n+1} - u_n = (a-1)^{n-1}$.

Để dãy số (u_n) tăng thì $a-1 > 0 \Leftrightarrow a > 1$

Mà a là giá trị nguyên dương nhỏ nhất. Vậy $a = 2$ thì dãy số (u_n) tăng.

Đáp án : $a = 2$

Câu 5: Bạn định mua một chiếc xe máy theo phương thức trả góp. Theo phương thức này sau một tháng kể từ khi nhận xe bạn phải trả đều đặn mỗi tháng một lượng tiền nhất định nào đó, liên tiếp trong 24 tháng. Giả sử giá xe máy thời điểm bạn mua là 16 triệu đồng và giả sử lãi suất ngân hàng là 1% một tháng. Với mức phải trả hàng tháng là bao nhiêu nghìn đồng thì việc mua trả góp là chấp nhận được? (làm tròn đến hàng nghìn)

Lời giải

Gọi khoản tiền phải trả hàng tháng là a đồng. Tổng giá trị hiện tại của toàn bộ khoản tiền trả góp tại thời điểm trả hết tiền là:

$$\begin{aligned} & \frac{a}{1+0,01} + \frac{a}{(1+0,01)^2} + \frac{a}{(1+0,01)^3} + \dots + \frac{a}{(1+0,01)^{24}} \\ &= a \frac{\frac{100}{101} \left[1 - \left(\frac{100}{101} \right)^{24} \right]}{1 - \frac{100}{101}} \approx 21,24a \end{aligned}$$

Như vậy, việc mua trả góp sẽ tương đương với mua trả ngay (bằng cách vay ngân hàng) nếu:

$$21,24a = 16000000 \Rightarrow a \approx 753000$$

Đáp án: 753

Câu 6: Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp 11A.

Khoảng chiều cao (cm)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Số học sinh có chiều cao bao nhiêu centimet là nhiều nhất? (Làm tròn đến hàng đơn vị)

Giải

Tần số lớn nhất là 14 nên nhóm chứa một là nhóm $[150;155)$.

Ta có, $j = 2, a_2 = 150, m_2 = 14, m_1 = 7, m_3 = 10, h = 5$. Do đó

$$M_0 = 150 + \frac{14 - 7}{(14 - 7) + (14 - 10)} \cdot 5 \approx 153.$$

Số học sinh có chiều cao khoảng 153 cm là nhiều nhất.

Đáp án: 153

----- Hết -----

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 1
MÔN THI: TOÁN 11
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Chọn khẳng định **sai**?

A. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

B. $\tan x \cdot \cot x = 1$.

C. $\sin x + \cos x = 1$.

D. $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 2: Biết $\sin \alpha = \frac{1}{5}$. Kết quả $\cos 2\alpha$ là:

A. $\frac{23}{25}$.

B. $-\frac{23}{25}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $-\frac{3}{5}$.

Câu 3: Rút gọn biểu thức $P = \cos(120^\circ + x) + \cos(120^\circ - x) - \cos x$ ta được kết quả là:

A. 0.

B. $-\cos x$.

C. $-2\cos x$.

D. $\sin x - \cos x$.

Câu 4: Chọn khẳng định **sai**. Trên các khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$ thì:

A. Hàm số $y = \sin x$ là hàm nghịch biến.

B. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số nghịch biến.

C. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số đồng biến.

D. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số đồng biến.

Câu 5: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 4\sin x + 5$. Tính $P = M - 2m^2$.

A. $P = 1$.

B. $P = 7$.

C. $P = 8$.

D. $P = 2$.

Câu 6: Phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot 5n$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $u_1 = -5$.

B. $u_2 = -10$.

C. $u_3 = -15$.

D. $u_4 = 20$.

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .

A. $d = 7$.

B. $d = 5$.

C. $d = 8$.

D. $d = 6$.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) ; $u_1 = 1, q = 2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân?

A. 11.

B. 9.

C. 8.

D. 10.

Câu 10: Thống kê chiều cao của 100 học sinh lớp 11 trường THPT được kết quả cho bởi bảng sau:

Chiều cao (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)	[180;185)
Số học sinh	5	20	35	28	7	4	1

Có bao nhiêu học sinh có chiều cao từ 155 cm đến dưới 165 cm?

A. 35.

B. 28.

C. 20.

D. 55.

Câu 11: Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình trong một khu vực tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

Công ty muốn gửi một thông báo khuyến nghị tiết kiệm nước đến 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất. Khi đó công ty nên gửi thông báo tiết kiệm nước đến các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ bao nhiêu m^3 nước trở lên?

A. $14,79m^3$.B. $6,84m^3$.C. $8,95m^3$.D. $11,79m^3$.

Câu 12: Thời gian chạy cự li 500 mét (đơn vị: giây) trong tiết học Thể dục của một nhóm học sinh được thống kê trong bảng sau:

Thời gian	[55;58)	[58;61)	[61;64)	[64;67)	[67;70)
Số học sinh	3	4	9	11	7

Trung vị của bảng số liệu trên thuộc nhóm nào trong các nhóm nào dưới đây?

A. [58;61).

B. [61;64).

C. [64;67).

D. [67;70).

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Hai điểm sáng M và N cùng dao động điều hòa trên trục Ox với phương trình lần lượt là

$$x_M = 4 \cos\left(\frac{5\pi}{3}t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{ cm và } x_N = 4 \cos\left(\frac{5\pi}{3}t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}.$$

a) **[NB]** Biên độ dao động tổng hợp của hai điểm sáng M và N là $4\sqrt{2}$.

b) **[TH]** Khoảng cách của M và N dao động với phương trình là $4\sqrt{3} \cos\left(\frac{5\pi}{3}t + \pi\right)$.

c) **[TH]** Khoảng cách lớn nhất của M và N trong quá trình chúng dao động là 4.

d) **[VD]** Kể từ $t = 0$, thời điểm M và N gặp nhau lần thứ 2025 là 1211,8 s.

Câu 2: Cho phương trình lượng giác $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3} = 0$ (*). Khi đó

a) **[NB]** Phương trình (*) tương đương $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

b) **[TH]** Nghiệm của phương trình (*) là: $x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi, x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

c) **[TH]** Phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$.

d) **[VD]** Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(-\pi; \pi)$ bằng $-\frac{\pi}{12}$.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) biết số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = -1 + 3n$.

b) **[TH]** Số 152 là số hạng thứ n của cấp số cộng (u_n) . Khi đó $n \in [45; 50]$.

c) **[TH]** Số 610 là tổng của n số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) . Khi đó $n \in [18; 22]$.

d) **[VD]** Đặt $S = u_{10} + u_{11} + \dots + u_{20} + u_{30} + u_{31} + \dots + u_{50} + u_{60} + u_{61} + \dots + u_{80}$. Khi đó $S = 7372$.

Câu 4: Khi đo mắt cho học sinh khối 10 ở một trường THPT nhân viên y tế ghi nhận lại ở bảng sau:

Thời gian	[0,25;0,75)	[0,75;1,25)	[1,25;1,75)	[1,75;2,25)	[2,25;2,75)
-----------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

Số lần	25	32	14	12	4
--------	----	----	----	----	---

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) **[NB]** Số trung bình của mẫu số liệu trên là 1,14.
b) **[TH]** Nhóm chứa một của số liệu là $[0,75;1,25)$.
c) **[TH]** Một của mẫu số liệu là $M_o = 0,89$.
d) **[VD]** Trung vị của mẫu số liệu là $M_e = 0,986$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

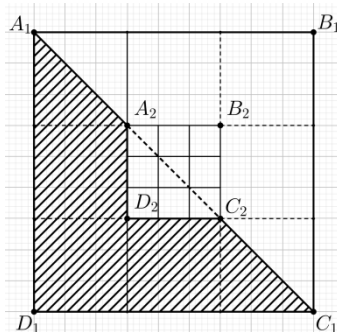
Câu 1: Cho $2 \tan a - \cot a = 1$ với $-\frac{\pi}{2} < a < 0$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\tan(6\pi - a) - 2 \cot(3\pi + a)}{3 \tan\left(\frac{3\pi}{2} + a\right)}$.

Câu 2: Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ t (ở đây t là số ngày tính từ ngày 1 tháng 1) của năm 2024 được cho bởi hàm số $f(t) = 12 + 2,83 \sin\left(\frac{\pi}{182}(t - 80)\right)$, $t \in \mathbb{N}^*$ và $0 < t \leq 366$. Hỏi vào ngày nào trong tháng 6 thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Câu 3: Giả sử một vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x = 2 \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right)$. Ở đây, thời gian t tính bằng giây và quãng đường x tính bằng centimét. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Câu 4: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+2} = au_{n+1} + (1-a)u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$.
Hãy tìm giá trị nguyên bé nhất của a để dãy số (u_n) tăng.

Câu 5: Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

Câu 22: Thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của 30 sinh viên được ghi lại ở **bảng 1** sau (đơn vị: phút).

85	195	187	198	43	223	280	71	205	277
298	142	162	89	167	122	175	168	148	253
234	187	85	193	224	233	117	81	39	85

Khi ghép nhóm dãy số liệu trên thành các khoảng có độ rộng bằng nhau, khoảng đầu tiên là $[0; 60)$ ta được **bảng 2**. Tính tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm ở **bảng 2**.

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	A	A	D	C	C	B	D	C	D	D	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) S	b) S	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) S	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	0,75	19	9	2	4	219

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Chọn khẳng định sai?

A. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

B. $\sin x + \cos x = 1$.

C. $\tan x \cdot \cot x = 1$.

D. $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Biết $\sin \alpha = \frac{1}{5}$. Kết quả $\cos 2\alpha$ là:

A. $\frac{23}{25}$.

B. $-\frac{23}{25}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $-\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{23}{25}$.

Câu 3: Rút gọn biểu thức $P = \cos(120^\circ + x) + \cos(120^\circ - x) - \cos x$ ta được kết quả là:

A. $-2\cos x$.

B. $-\cos x$.

C. 0.

D. $\sin x - \cos x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$P = \cos(120^\circ + x) + \cos(120^\circ - x) - \cos x = 2 \cos 120^\circ \cos x - \cos x = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cos x - \cos x = -2 \cos x$$

Câu 4: Chọn khẳng định **sai**. Trên các khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$ thì:

- A. Hàm số $y = \sin x$ là hàm nghịch biến.
- B. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số nghịch biến.
- C. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số đồng biến.
- D. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số đồng biến.

Lời giải

Chọn D

Vì hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên các khoảng xác định.

Câu 5: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 4 \sin x + 5$. Tính $P = M - 2m^2$.

- A. $P = 1$.
- B. $P = 7$.
- C. $P = 8$.
- D. $P = 2$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \sin x, t \in [-1; 1]$ ta được hàm số $y = t^2 - 4t + 5$

Lập BBT của hàm số trên $[-1; 1]$ ta được

x	-1	1
y	10	1

Từ BBT ta có $m = \min y = 1; M = \max y = 10$. Khi đó $P = 10 - 2.1^2 = 8$.

Câu 6: Phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- B. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- C. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn C

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$$

Câu 7: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot 5n$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $u_1 = -5$.
- B. $u_2 = -10$.
- C. $u_3 = -15$.
- D. $u_4 = 20$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } u_1 = (-1) \cdot 5 \cdot 1 = -5$$

$$u_2 = (-1)^2 \cdot 5 \cdot 2 = 10$$

$$u_3 = (-1)^3 \cdot 5 \cdot 3 = -15$$

$$u_4 = (-1)^4 \cdot 5 \cdot 4 = 20$$

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3, u_6 = 27$. Tính công sai d .

A. $d = 7$.

B. $d = 5$.

C. $d = 8$.

D. $d = 6$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_6 = u_1 + 5d \Leftrightarrow 27 = -3 + 5d \Leftrightarrow d = 6$.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) ; $u_1 = 1, q = 2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân?

A. 8.

B. 9.

C. 11.

D. 10.

Lời giải

Chọn C

Giả sử 1024 là số hạng thứ n của cấp số nhân. Ta có $u_n = 1024$

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow 1024 = 1 \cdot 2^{n-1} \Leftrightarrow 2^{n-1} = 2^{10} \Leftrightarrow n-1 = 10 \Leftrightarrow n = 11$$

Câu 10: Thống kê chiều cao của 100 học sinh lớp 11 trường THPT được kết quả cho bởi bảng sau:

Chiều cao (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)	[180;185)
Số học sinh	5	20	35	28	7	4	1

Có bao nhiêu học sinh có chiều cao từ 155 cm đến dưới 165 cm?

A. 35.

B. 28.

C. 20.

D. 55.

Lời giải

Chọn D

Quan sát bảng tần số ghép nhóm, số học sinh có chiều cao từ 155 cm đến dưới 165 cm nằm ở nhóm 2 và 3. Do đó tổng số học sinh có chiều cao từ 155 cm đến dưới 165 cm là $20 + 35 = 55$ học sinh.**Câu 11:** Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình trong một khu vực tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

Tứ phân vị thứ ba của bảng số liệu gần nhất với giá trị nào dưới đây:

A. $14,79 m^3$.

B. $6,84 m^3$.

C. $8,95 m^3$.

D. $11,79 m^3$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng tần số ghép nhóm ta có: $n = 160 \Rightarrow \frac{3n}{4} = 120$. Do đó nhóm chứa Q_3 là nhóm $[9;12)$

$$Q_3 = 9 + \frac{\frac{3 \cdot 160}{4} - (24 + 57)}{42} \cdot 3 = \frac{165}{14}$$

Câu 12: Thời gian chạy cự li 500 mét (đơn vị: giây) trong tiết học Thể dục của một nhóm học sinh được thống kê trong bảng sau:

Thời gian	[55;58)	[58;61)	[61;64)	[64;67)	[67;70)
Số học sinh	3	4	9	11	7

Trung vị của bảng số liệu trên thuộc nhóm nào trong các nhóm nào dưới đây?

A. $[58;61)$.

B. $[61;64)$.

C. $[64;67)$.

D. $[67;70)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng tần số ghép nhóm ta có $n = 34 \Rightarrow \frac{n}{2} = 17$. Nhóm chứa trung vị là nhóm $[64;67)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Hai điểm sáng M và N cùng dao động điều hòa trên trục Ox với phương trình lần lượt là

$$x_M = 4 \cos\left(\frac{5\pi}{3}t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{ cm} \text{ và } x_N = 4 \cos\left(\frac{5\pi}{3}t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}.$$

- a) **[NB]** Biên độ dao động tổng hợp của hai điểm sáng M và N là $4\sqrt{2}$.
b) **[TH]** Khoảng cách của M và N dao động với phương trình là $4\sqrt{3} \cos\left(\frac{5\pi}{3}t + \pi\right)$.
c) **[TH]** Khoảng cách lớn nhất của M và N trong quá trình chúng dao động là 4.
d) **[VD]** Kể từ $t = 0$, thời điểm M và N gặp nhau lần thứ 2025 là 1211,8 s.

Lời giải

a) **Sai.** Ta có: Dao động tổng hợp là

$$x = x_M + x_N = 4 \cos\left(\frac{5\pi}{3}t + \frac{2\pi}{3}\right) + 4 \cos\left(\frac{5\pi}{3}t + \frac{\pi}{3}\right) = 4\sqrt{3} \cos\left(\frac{5\pi}{3}t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Biên độ dao động tổng hợp của hai điểm sáng M và N là $4\sqrt{3}$.

b) **Sai.** Khoảng cách của M và N trong quá trình chúng dao động là

$$d = 4 \cos\left(\frac{5\pi}{3}t + \frac{2\pi}{3}\right) - 4 \cos\left(\frac{5\pi}{3}t + \frac{\pi}{3}\right) = -4 \sin\left(\frac{5\pi}{3}t + \frac{\pi}{2}\right) = 4 \cos\left(\frac{5\pi}{3}t + \pi\right)$$

c) **Đúng.** Khoảng cách lớn nhất của M và N trong quá trình chúng dao động là 4.

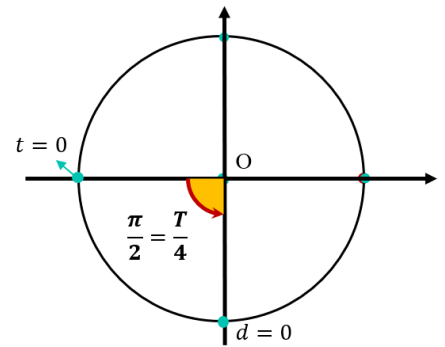
d) **Sai.** Để M, N gặp nhau khi $d = 0$.

Trong 1 chu kì, M và N gặp nhau 2 lần.

Trong 2012 chu kì đầu, 2 vật gặp nhau 2024 lần

Thời gian lần cuối hai vật gặp nhau là $\frac{T}{4}$. Vì ta có hình bên:

$$\text{Vậy sau } 2012T + \frac{T}{4} = 2012,25 \cdot \frac{6}{5} = 1214,7 \text{ (s)}$$



Câu 2: Cho phương trình lượng giác $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3} = 0$ (*). Khi đó

- a) **[NB]** Phương trình (*) tương đương $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$.
b) **[TH]** Nghiệm của phương trình (*) là: $x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi, x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
c) **[TH]** Phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$.
d) **[VD]** Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(-\pi; \pi)$ bằng $-\frac{\pi}{12}$.

Lời giải

a) **Đúng.** Ta có $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

b) **Sai.** Ta có $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$

$$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ hoặc } x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ hoặc } x = -\frac{5\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

c) Đúng.

- Với $x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\text{Vì } x \in (-\pi; \pi) \text{ nên } -\pi < -\frac{\pi}{12} + k2\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{11\pi}{12} < k2\pi < \frac{13\pi}{12} \Leftrightarrow -\frac{11}{24} < k < \frac{13}{24}$$

Do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0$. Suy ra $x_1 = -\frac{\pi}{12}$

- Với $x = -\frac{5\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\text{Vì } x \in (-\pi; \pi) \text{ nên } -\pi < -\frac{5\pi}{12} + k2\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{7\pi}{12} < k2\pi < \frac{17\pi}{12} \Leftrightarrow -\frac{7}{24} < k < \frac{17}{24}$$

Do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0$. Suy ra $x_2 = -\frac{5\pi}{12}$.

d) Sai. Ta có $S = x_1 + x_2 = -\frac{5\pi}{12} - \frac{\pi}{12} = -\frac{\pi}{2}$.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) biết số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) [NB] Số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = -1 + 3n$.

b) [TH] Số 152 là số hạng thứ n của cấp số cộng (u_n) . Khi đó $n \in [45; 50]$.

c) [TH] Số 610 là tổng của n số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) . Khi đó $n \in [18; 22]$.

d) [VD] Đặt $S = u_{10} + u_{11} + \dots + u_{20} + u_{30} + u_{31} + \dots + u_{50} + u_{60} + u_{61} + \dots + u_{80}$. Khi đó $S = 7372$.

Lời giải

a) Đúng

Ta có số hạng tổng quát của cấp số cộng là: $u_n = u_1 + (n-1)d = 2 + (n-1)3 = -1 + 3n$

b) Sai

Giả sử $u_n = 152 \Rightarrow 2 + (n-1)3 = 152 \Leftrightarrow n = 51$.

Vậy số 152 là số hạng thứ 51 của cấp số cộng

c) Đúng

Ta có: $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = 2n + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 3 = \frac{3n^2 + n}{2}$.

$$S_n = 610 \Leftrightarrow \frac{3n^2 + n}{2} = 610 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \\ n = -\frac{61}{3} \end{cases} \Rightarrow n = 20$$

Vậy số 610 là tổng của 20 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) .

d) Đúng

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } S &= u_{10} + u_{11} + \dots + u_{20} + u_{30} + u_{31} + \dots + u_{50} + u_{60} + u_{61} + \dots + u_{80} \\ &= [(u_1 + u_2 + \dots + u_{20}) - (u_1 + u_2 + \dots + u_9)] + [(u_1 + u_2 + \dots + u_{50}) - (u_1 + u_2 + \dots + u_{29})] \\ &\quad + [(u_1 + u_2 + \dots + u_{80}) - (u_1 + u_2 + \dots + u_{59})] \\ &= [S_{20} - S_9] + [S_{50} - S_{29}] + [S_{80} - S_{59}] \\ &= [610 - 126] + [3775 - 1276] + [9640 - 5251] \\ &= 7372 \end{aligned}$$

Câu 4: Khi đo mắt cho học sinh khối 10 ở một trường THPT nhân viên y tế ghi nhận lại ở bảng sau:

Thời gian	[0, 25; 0, 75)	[0, 75; 1, 25)	[1, 25; 1, 75)	[1, 75; 2, 25)	[2, 25; 2, 75)
Số lần	25	32	14	12	4

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) **[NB]** Số trung bình của mẫu số liệu trên là 1,14.
b) **[TH]** Nhóm chứa một của số liệu là [0, 75; 1, 25).
c) **[TH]** Một của mẫu số liệu là $M_o = 0,89$.
d) **[VD]** Trung vị của mẫu số liệu là $M_e = 0,986$

Lời giải

Thời gian	[0, 25; 0, 75)	[0, 75; 1, 25)	[1, 25; 1, 75)	[1, 75; 2, 25)	[2, 25; 2, 75)
Giá trị đại diện	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50
Tần số	25	32	14	12	4

a) **Đúng**

Số trung bình của mẫu số liệu trên là $\frac{0,50.25 + 1,00.32 + 1,50.14 + 2,00.12 + 2,50.4}{87} = 1,14$.

b) **Đúng**

Nhóm chứa một của số liệu là [0, 75; 1, 25).

c) **Đúng**

Mốt của mẫu số liệu là $M_o = 0,75 + \frac{32 - 25}{(32 - 25) + (32 - 14)}(1,25 - 0,75) = 0,89$.

d) **Sai**

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{87}$ lần lượt là chỉ số mắt cận của các học sinh sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, \dots, x_{25} \in [0, 25; 0, 75); x_{26}, \dots, x_{57} \in [0, 75; 1, 25)$; nên trung vị của mẫu là $x_{44} \in [0, 75; 1, 25)$.

Ta xác định được $n = 87, n_m = 32, C = 25, u_m = 0,75; u_{m+1} = 1,25$.

Nên: $M_e = 0,75 + \frac{\frac{87}{2} - 25}{32}(1,25 - 0,75) = 1,039$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $2 \tan a - \cot a = 1$ với $-\frac{\pi}{2} < a < 0$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\tan(6\pi - a) - 2 \cot(3\pi + a)}{3 \tan\left(\frac{3\pi}{2} + a\right)}$.

Lời giải

$$2 \tan a - \cot a = 1 \Leftrightarrow 2 \tan a - \frac{1}{\tan a} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan a = 1 \\ \tan a = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vì $-\frac{\pi}{2} < a < 0$ nên $\tan a < 0$, suy ra $\tan a = -\frac{1}{2}$, $\cot a = -2$.

Ta có: $\tan(6\pi - a) = -\tan a$; $\cot(3\pi + a) = \cot a$; $\tan\left(\frac{3\pi}{2} + a\right) = -\cot a$.

$$P = \frac{\tan(6\pi - a) - 2 \cot(3\pi + a)}{3 \tan\left(\frac{3\pi}{2} + a\right)} = \frac{-\tan a - 2 \cot a}{-3 \cot a} = \frac{\frac{1}{2} + 4}{6} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Đáp số: 0,75

Câu 2: Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ t (ở đây t là số ngày tính từ ngày 1 tháng 1) của năm 2024 được cho bởi hàm số $f(t) = 12 + 2,83 \sin\left(\frac{\pi}{182}(t-80)\right)$, $t \in \mathbb{N}^*$ và $0 < t \leq 366$. Hỏi vào ngày nào trong tháng 6 thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Lời giải

$$\text{Ta có: } -1 \leq \sin\left(\frac{\pi}{182}(t-80)\right) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 9,17 \leq 12 + 2,83 \sin\left(\frac{\pi}{182}(t-80)\right) \leq 14,83$$

Như vậy có thể thấy số giờ có ánh sáng mặt trời nhiều nhất là 14,83 (giờ) và xảy ra khi

$$\sin\left(\frac{\pi}{182}(t-80)\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t-80) = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow t - 80 = 91 + 366k$$

$$\Leftrightarrow t = 171 + 366k$$

$$\text{Vì } 0 < t \leq 366 \text{ nên } 0 < 171 + 366k \leq 366 \Leftrightarrow -\frac{171}{366} < k \leq \frac{195}{366} \Rightarrow k = 0 \text{ vì } k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Với } k = 0 \Rightarrow t = 171.$$

Có thể thấy năm 2024 là năm nhuận, nên với $t = 171$ thì ngày có số giờ ánh sáng mặt trời nhiều nhất là ngày 19 tháng 6.

Đáp số: 19

Câu 3: Giả sử một vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$$x = 2 \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right).$$

Ở đây, thời gian t tính bằng giây và quãng đường x tính bằng centimet. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Lời giải

Khi vật đi qua vị trí cân bằng thì $x = 0$, ta có:

$$2 \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow 5t - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow 5t = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{2\pi}{15} + \frac{k\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}.$$

Trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, ta có:

$$0 \leq \frac{2\pi}{15} + \frac{k\pi}{5} \leq 6 \Leftrightarrow \frac{-2}{3} \leq k \leq \frac{90 - 2\pi}{3\pi}$$

Vì $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$.

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 9 lần.

Đáp số: 9

Câu 4: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+2} = au_{n+1} + (1-a)u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$.

Hãy tìm giá trị nguyên bé nhất của a để dãy số (u_n) tăng.

Lời giải

Xét hiệu: $u_{n+2} - u_{n+1} = au_{n+1} + (1-a)u_n - u_{n+1} = (a-1)u_{n+1} + (1-a)u_n = (a-1)(u_{n+1} - u_n)$

Khi đó:

$$u_3 - u_2 = (a-1)(u_2 - u_1) = (a-1)(2-1) = a-1$$

$$u_4 - u_3 = (a-1)(u_3 - u_2) = (a-1)(a-1) = (a-1)^2$$

$$u_5 - u_4 = (a-1)(u_4 - u_3) = (a-1)(a-1)^2 = (a-1)^3$$

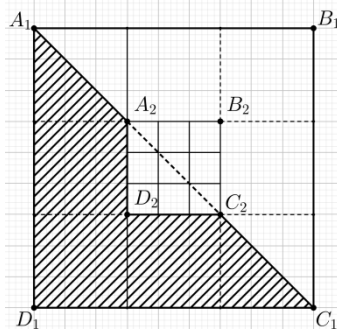
Suy ra: $u_{n+1} - u_n = (a-1)^{n-1}$.

Để dãy số (u_n) tăng thì $a-1 > 0 \Leftrightarrow a > 1$.

Do đó $a > 1$ thì dãy số (u_n) tăng. Khi đó giá trị nguyên bé nhất của a là 2.

Đáp số: 2

Câu 5: Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

Lời giải

Gọi diện tích được tô màu ở mỗi bước là $u_n, n \in \mathbb{N}^*$. Dễ thấy dãy các giá trị u_n là một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = \frac{4}{9}$ và công bội $q = \frac{1}{9}$.

Gọi S_k là tổng của k số hạng đầu trong cấp số nhân đang xét thì $S_k = \frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1}$.

Để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99% thì $\frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1} \geq 0,4999 \Leftrightarrow k \geq 3,8$.

Vậy cần ít nhất 4 bước.

Đáp số: 4

Câu 6: Thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của 30 sinh viên được ghi lại ở **bảng 1** sau (đơn vị: phút).

85	195	187	198	43	223	280	71	205	277
298	142	162	89	167	122	175	168	148	253
234	187	85	193	224	233	117	81	39	85

Khi ghép nhóm dãy số liệu trên thành các khoảng có độ rộng bằng nhau, khoảng đầu tiên là $[0; 60)$ ta được **bảng 2**. Tính tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm ở **bảng 2**.

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu như sau:

Thời gian (phút)	$[0; 60)$	$[60; 120)$	$[120; 180)$	$[180; 240)$	$[240; 300)$
Số sinh viên	2	7	7	10	4

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2 \in [0; 60); x_3, \dots, x_9 \in [60; 120); x_{10}, \dots, x_{16} \in [120; 180);$

$x_{17}, \dots, x_{26} \in [180; 240); x_{27}, \dots, x_{30} \in [240; 300).$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $x_{23} \in [180; 240)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là } Q_3 = 180 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (2 + 7 + 7)}{10} \cdot (240 - 180) = 219.$$

Đáp số: 219

----- Hết -----

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 1
MÔN THI: TOÁN 11
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Khi quy đổi 1° ra đơn vị radian, ta được kết quả là

- A. π rad. B. $\frac{180}{\pi}$ rad. C. $\frac{\pi}{180}$ rad. D. $\frac{\pi}{360}$ rad.

Câu 2: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$. B. $\cos 2a = \sin^2 a - \cos^2 a$.
C. $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$. D. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

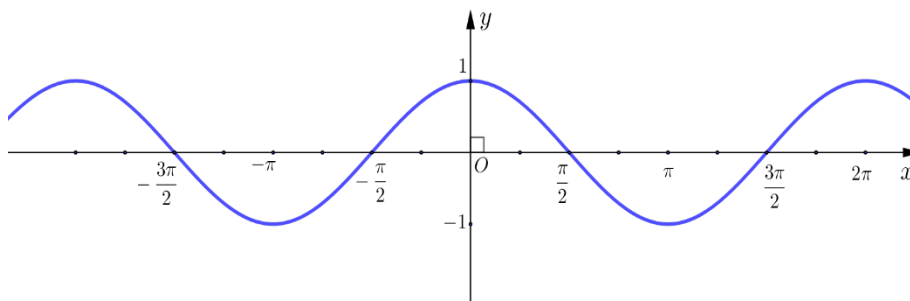
Câu 3: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Tính $\cos 2\alpha$.

- A. $\cos 2\alpha = \frac{7}{9}$. B. $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$. C. $\cos 2\alpha = -\frac{7}{9}$. D. $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$.

Câu 4: Tập giá trị của hàm số $y = \sin x$ là:

- A. $D = [-1; 1]$. B. $D = \mathbb{R}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?



- A. Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$. B. Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.
C. Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. D. Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

Câu 6: Phương trình nào sau đây có nghiệm?

- A. $\sin x = \frac{1}{2}$. B. $\sin x = -2$. C. $\sqrt{2} \sin x = 2$. D. $\cos x = 2$.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) với $u_n = (-5)^n$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $u_4 = -625$. B. $u_4 = 20$. C. $u_4 = 625$. D. $u_4 = -20$.

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là:

- A. $u_n = 3n + 2$. B. $u_n = 3n - 2$. C. $u_n = 2n - 2$. D. $u_n = 2n + 1$.

Câu 9: Trong các dãy số sau, dãy số nào **không** phải là một cấp số nhân?

A. 2; 4; 8; 16;

B. 1; -1; 1; -1;

C. 1^2 ; 2^2 ; 3^2 ; 4^2 ;

D. a ; a^3 ; a^5 ; a^7 ; ... ($a \neq 0$).

Câu 10: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Giá trị đại diện của nhóm [20; 40) là

A. 10.

B. 20.

C. 30.

D. 40.

Câu 11: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau:

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9

Có bao nhiêu nhân viên có thời gian đi từ nhà đến nơi làm việc là từ 15 phút đến dưới 20 phút?

A. 6.

B. 9.

C. 14.

D. 13.

Câu 12: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị là

A. [0; 200).

B. [20; 40).

C. [40; 60).

D. [60; 80).

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho biết $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) [NB] $\cos \alpha > 0$.

b) [TH] $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) [TH] $\sin 2\alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

d) [TH] $\cos 2\alpha = \sin \alpha$

Câu 2: Cho phương trình $\sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0$ (1)

a) [NB] Phương trình (1) $\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

b) [TH] Phương trình (1) có nghiệm $x = k2\pi; x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

c) [TH] Trên khoảng $(0; \pi)$ phương trình (1) có tập nghiệm là $S = \left\{\frac{3\pi}{4}\right\}$.

d) [VD] Tổng các nghiệm của phương trình (1) trong khoảng $(-3\pi; 3\pi)$ là 3π .

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{5}{2}$, công sai $d = 2$. Khi đó:

- a) **[NB]** Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = \frac{9}{2} - 2n$.
- b) **[TH]** $\frac{25}{2}$ là số hạng thứ 6 của cấp số cộng đã cho.
- c) **[TH]** $\frac{79}{2}$ là một số hạng của cấp số cộng đã cho.
- d) **[VD]** Tổng 50 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) nhỏ hơn 3000.

Câu 4. Khi đo mắt cho học sinh khối 10 ở một trường THPT nhân viên y tế thống kê độ cận thị (D) của các học sinh ở bảng sau:

Độ cận thị (D)	[0, 25; 0, 75)	[0, 75; 1, 25)	[1, 25; 1, 75)	[1, 75; 2, 25)	[2, 25; 2, 75)
Số học sinh	25	32	14	12	4

- a) **[NB]** Số trung bình của mẫu số liệu trên là 1,14.
- b) **[NB]** Nhóm chứa một nửa của số liệu là [0, 75; 1, 25).
- c) **[TH]** Một nửa của mẫu số liệu là $M_0 = 0,89$.
- d) **[VD]** Trung vị của mẫu số liệu là $M_e = 1,039$

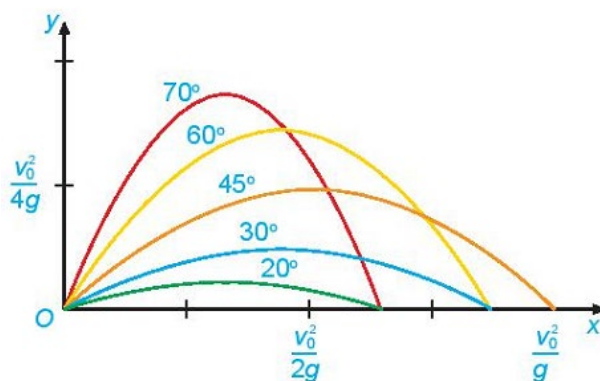
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu 1: Cho $\sin a + \cos a = \frac{1}{3}$ với $-\frac{\pi}{2} < a < 0$. Biết $A = \sin a - \cos a = -\frac{\sqrt{m}}{n}$. Tính $m + n$?

Câu 2: Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(h)$ được cho bởi công thức $h = 3 \sin\left(\frac{\pi t}{4} + \frac{\pi}{3}\right) + 14$. Thời gian ngắn nhất để mực nước của kênh cao nhất là $t = \frac{a}{b}$. Tính $a.b$?

Câu 3: Một quả đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu $v_0 = 500 \text{ m/s}$ hợp với phương ngang một góc α (đơn vị độ). Trong Vật lý, ta biết rằng, nếu bỏ qua sức cản của không khí và coi quả đạn pháo được bắn ra từ mặt đất thì quỹ đạo của quả đạn tuân theo phương trình $y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$, ở đó $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ là gia tốc trọng trường. Biết rằng, để quả đạn đạt độ cao lớn nhất thì góc bắn là α . Giá trị của α (đơn vị độ) là?



Câu 4: Chị An gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép như sau: Lần đầu chị gửi 60 triệu đồng. Sau đó, cứ hết một tháng chị lại gửi thêm vào ngân hàng 5 triệu đồng. Biết lãi suất của ngân hàng là 0,5% một tháng. Gọi P_n (triệu đồng) là số tiền chị có trong ngân hàng sau n tháng. Sau 5 tháng chị có bao nhiêu triệu đồng trong ngân hàng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 5: Một cơ sở khoan giếng có đơn giá như sau: giá của mét khoan đầu tiên là 60000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét khoan sau tăng thêm 2,5% so với giá của mét khoan ngay trước đó. Số tiền mà chủ nhà phải trả cho cơ sở khoan giếng để khoan được 55(*m*) giếng (đơn vị: đồng) (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 6: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê huyết áp của 20 người, ta có bảng số liệu sau:

Huyết áp (mmHg)	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)	[110;120)	[120;130)
Số người	4	2	3	6	3	2

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	B	C	A	D	A	C	D	C	C	A	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) Đ	a) S	a) Đ
b) S	b) S	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) S	c) Đ
d) Đ	d) S	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	20	6	90	86,8	6933	101,67

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Khi quy đổi 1° ra đơn vị radian, ta được kết quả là

- A.** π rad. **B.** $\frac{180}{\pi}$ rad. **C.** $\frac{\pi}{180}$ rad. **D.** $\frac{\pi}{360}$ rad.

Lời giải

Chọn C

Câu 2: Trong các khẳng định sau, khẳng định định nào sai?

- A.** $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$. **B.** $\cos 2a = \sin^2 a - \cos^2 a$.
C. $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$. **D.** $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

Lời giải

Chọn B

Câu 3: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Tính $\cos 2\alpha$.

- A.** $\cos 2\alpha = \frac{7}{9}$. **B.** $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$. **C.** $\cos 2\alpha = -\frac{7}{9}$. **D.** $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = -\frac{7}{9}$$

Câu 4: Tập giá trị của hàm số $y = \sin x$ là:

- A.** $D = [-1; 1]$. **B.** $D = \mathbb{R}$.

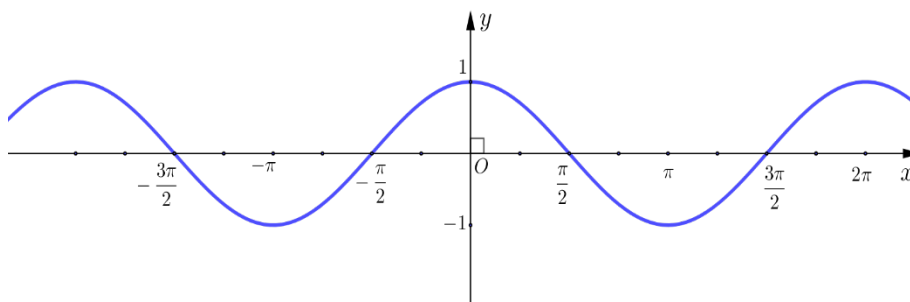
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?



A. Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 6: Phương trình nào sau đây có nghiệm?

A. $\sin x = \frac{1}{2}$.

B. $\sin x = -2$.

C. $\sqrt{2} \sin x = 2$.

D. $\cos x = 2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 7: Cho dãy số (u_n) với $u_n = (-5)^n$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $u_4 = -625$.

B. $u_4 = 20$.

C. $u_4 = 625$.

D. $u_4 = -20$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là:

A. $u_n = 3n + 2$.

B. $u_n = 3n - 2$.

C. $u_n = 2n - 2$.

D. $u_n = 2n + 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_n = 3 + (n-1) \cdot 2 = 2n + 1$.

Câu 9: Trong các dãy số sau, dãy số nào **không** phải là một cấp số nhân?

A. 2; 4; 8; 16; ...

B. 1; -1; 1; -1; ...

C. 1^2 ; 2^2 ; 3^2 ; 4^2 ; ...

D. a ; a^3 ; a^5 ; a^7 ; ... ($a \neq 0$).

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\frac{2^2}{1^2} \neq \frac{3^2}{2^2} \Rightarrow \frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_3}{u_2}$ nên dãy số 1^2 ; 2^2 ; 3^2 ; 4^2 ; ... không phải cấp số nhân.

Câu 10: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Giá trị đại diện của nhóm $[20; 40)$ là

A. 10.

B. 20.

C. 30.

D. 40.

Lời giải

Chọn C

Câu 11: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau:

Thời gian	$[15; 20)$	$[20; 25)$	$[25; 30)$	$[30; 35)$	$[35; 40)$	$[40; 45)$	$[45; 50)$
Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9

Có bao nhiêu nhân viên có thời gian đi từ nhà đến nơi làm việc là từ 15 phút đến dưới 20 phút?

A. 6.

B. 9.

C. 14.

D. 13.

Lời giải

Chọn A

Câu 12: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị là

A. $[0; 200)$.

B. $[20; 40)$.

C. $[40; 60)$.

D. $[60; 80)$.

Lời giải

Chọn C

Trung vị của nhóm số liệu là thời gian của học sinh đứng ở giữa mẫu số liệu và thuộc nhóm $[40; 60)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho biết $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) [NB] $\cos \alpha > 0$.

b) [TH] $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) [TH] $\sin 2\alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

d) [TH] $\cos 2\alpha = \sin \alpha$

Lời giải

a) Sai. Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$.

b) Sai. Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$.)

c) Đúng. Ta có $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) Đúng. $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$. Suy ra $\cos 2\alpha = \sin \alpha$.

Câu 2: Cho phương trình $\sqrt{2} \cos \left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0$ (1)

- a) **[NB]** Phương trình (1) $\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$.
- b) **[TH]** Phương trình (1) có nghiệm $x = k2\pi; x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- c) **[TH]** Trên khoảng $(0; \pi)$ phương trình (1) có tập nghiệm là $S = \left\{\frac{3\pi}{4}\right\}$.
- d) **[VD]** Tổng các nghiệm của phương trình (1) trong khoảng $(-3\pi; 3\pi)$ là 3π .

Lời giải

a) **Đúng.** $\sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$

b) **Sai.** $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

c) **Đúng.**

+ Xét nghiệm $x = k\pi$; Do $x \in (0; \pi)$ nên $0 < k\pi < \pi \Leftrightarrow 0 < k < 1$ loại do $(k \in \mathbb{Z})$

+ Xét nghiệm $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$

Do $x \in (0; \pi)$ nên $0 < -\frac{\pi}{4} + k\pi < \pi \Leftrightarrow \frac{1}{4} < k < \frac{5}{4}$, do đó $k = 1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4}$.

Vậy trên khoảng $(0; \pi)$ phương trình (1) có tập nghiệm là $S = \left\{\frac{3\pi}{4}\right\}$.

d) **Sai.**

+ Xét nghiệm $x = k\pi$

Do $x \in (-3\pi; 3\pi)$ nên $-3\pi < k\pi < 3\pi \Leftrightarrow -3 < k < 3$ do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{\pm 1; \pm 2; 0\}$

Vậy trên khoảng $(-3\pi; 3\pi)$ phương trình có các nghiệm là $\pm 2\pi; \pm \pi; 0$. Tổng các nghiệm này bằng $S_1 = 0$

+ Xét nghiệm $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$

Do $x \in (-3\pi; 3\pi)$ nên $-3\pi < -\frac{\pi}{4} + k\pi < 3\pi \Leftrightarrow -\frac{11}{4} < k < \frac{13}{4}$ do $k \in \mathbb{Z}$ nên

$k \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$

Vậy trên khoảng $(-3\pi; 3\pi)$ phương trình có các nghiệm là

$$x = -\frac{9\pi}{4}; x = -\frac{5\pi}{4}; x = -\frac{\pi}{4}; x = \frac{3\pi}{4}; x = \frac{7\pi}{4}; x = \frac{11\pi}{4}.$$

Tổng các nghiệm này $S_2 = \frac{3\pi}{2}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình (1) trong khoảng $(-3\pi; 3\pi)$ là $S = S_1 + S_2 = \frac{3\pi}{2}$.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{5}{2}$, công sai $d = 2$. Khi đó:

a) **[NB]** Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = \frac{9}{2} - 2n$.

- b) **[TH]** $\frac{25}{2}$ là số hạng thứ 6 của cấp số cộng đã cho.
- c) **[TH]** $\frac{79}{2}$ là một số hạng của cấp số cộng đã cho.
- d) **[VD]** Tổng 50 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) nhỏ hơn 3000.

Lời giải

- a) Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = \frac{5}{2} + (n-1) \cdot 2 = \frac{1}{2} + 2n$. Suy ra mệnh đề **sai**.
- b) Xét $\frac{25}{2} = \frac{1}{2} + 2n \Rightarrow n = 6 \in \mathbb{N}^*$; do đó $\frac{25}{2}$ là số hạng thứ 6 của cấp số cộng đã cho. Suy ra mệnh đề **đúng**.
- c) Xét $\frac{79}{2} = \frac{1}{2} + 2n \Rightarrow n = \frac{39}{2} \notin \mathbb{N}^*$; do đó $\frac{79}{2}$ không là một số hạng của cấp số cộng đã cho. Suy ra mệnh đề **sai**.
- d) Tổng 50 số hạng đầu của cấp số cộng là:

$$S_{50} = \frac{50 \left[2 \cdot \frac{5}{2} + (50-1) \cdot 2 \right]}{2} = 2575 < 3000. \text{ Suy ra mệnh đề đúng.}$$

Câu 4.

Khi đo mắt cho học sinh khối 10 ở một trường THPT nhân viên y tế thống kê độ cận thị (D) của các học sinh ở bảng sau:

Độ cận thị (D)	[0, 25; 0, 75)	[0, 75; 1, 25)	[1, 25; 1, 75)	[1, 75; 2, 25)	[2, 25; 2, 75)
Số học sinh	25	32	14	12	4

- a) **[NB]** Số trung bình của mẫu số liệu trên là 1,14.
- b) **[NB]** Nhóm chứa một nửa của số liệu là [0, 75; 1, 25).
- c) **[TH]** Một nửa của mẫu số liệu là $M_o = 0,89$.
- d) **[VD]** Trung vị của mẫu số liệu là $M_e = 1,039$

Lời giải

Độ cận thị (D)	[0, 25; 0, 75)	[0, 75; 1, 25)	[1, 25; 1, 75)	[1, 75; 2, 25)	[2, 25; 2, 75)
Giá trị đại diện	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50
Số học sinh	25	32	14	12	4

- a) Số trung bình của mẫu số liệu trên là $\frac{0,50 \cdot 25 + 1,00 \cdot 32 + 1,50 \cdot 14 + 2,00 \cdot 12 + 2,50 \cdot 4}{87} = 1,14$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

- b) Ta thấy nhóm [0, 75; 1, 25) có tần số lớn nhất ($n = 32$) nên nhóm chứa một nửa của số liệu là [0, 75; 1, 25). Suy ra mệnh đề **đúng**.

- c) Một nửa của mẫu số liệu là $M_o = 0,75 + \frac{32-25}{(32-25) + (32-14)}(1,25 - 0,75) = 0,89$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

- d) Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{87}$ lần lượt là độ cận của các học sinh sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, \dots, x_{25} \in [0, 25; 0, 75)$; $x_{26}, \dots, x_{57} \in [0, 75; 1, 25)$; nên trung vị của mẫu là $x_{44} \in [0, 75; 1, 25)$.

Ta xác định được $n = 87, n_m = 32, C = 25, u_m = 0,75; u_{m+1} = 1,25$.

$$\text{Nên: } M_e = 0,75 + \frac{\frac{87}{2} - 25}{32}(1,25 - 0,75) = 1,039.$$

Suy ra mệnh đề **đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu 1: Cho $\sin a + \cos a = \frac{1}{3}$ với $-\frac{\pi}{2} < a < 0$. Biết $A = \sin a - \cos a = -\frac{\sqrt{m}}{n}$. Tính $m + n$?

Lời giải

$$\text{Ta có } (\sin a + \cos a)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Leftrightarrow 1 + 2\sin a \cos a = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \sin a \cos a = -\frac{4}{9}$$

$$\text{Ta có } (\sin a - \cos a)^2 = 1 - 2\sin a \cos a = 1 + \frac{8}{9} = \frac{17}{9}$$

$$\text{Do } -\frac{\pi}{2} < a < 0 \text{ nên } \sin a < 0, \cos a > 0$$

$$\Rightarrow A = \sin a - \cos a < 0$$

$$\Rightarrow A = -\sqrt{\frac{17}{9}} = -\frac{\sqrt{17}}{3}$$

$$\text{Vậy } m + n = 17 + 3 = 20$$

Trả lời: 20

Câu 2: Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(h)$ được cho bởi công thức $h = 3\sin\left(\frac{\pi t}{4} + \frac{\pi}{3}\right) + 14$. Thời gian ngắn nhất để mực nước của kênh cao nhất là $t = \frac{a}{b}$. Tính $a.b$?

$$\text{Vì } -1 \leq \sin\left(\frac{\pi t}{4} + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \Rightarrow 11 \leq h \leq 17$$

$$\text{Do đó } \max h = 17 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi t}{4} + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{4} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow \frac{\pi t}{4} = \frac{\pi}{6} + k2\pi$$

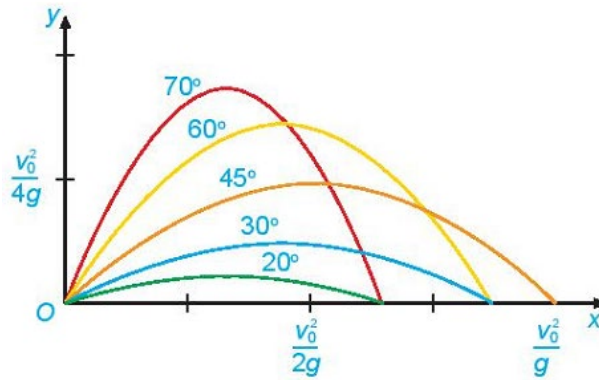
$$\Leftrightarrow t = \frac{2}{3} + 6k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Thời gian ngắn nhất để mực nước của kênh cao nhất } t = \frac{2}{3}(h)$$

$$\text{Vậy } a.b = 2.3 = 6$$

Trả lời: 6

Câu 3: Một quả đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu $v_0 = 500 \text{ m/s}$ hợp với phương ngang một góc α (đơn vị độ). Trong Vật lí, ta biết rằng, nếu bỏ qua sức cản của không khí và coi quả đạn pháo được bắn ra từ mặt đất thì quỹ đạo của quả đạn tuân theo phương trình $y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$, ở đó $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ là gia tốc trọng trường. Biết rằng, để quả đạn đạt độ cao lớn nhất thì góc bắn là α . Giá trị của α (đơn vị độ) là?



Lời giải

Hàm số $y = \frac{-49}{2500000\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$ là một hàm số bậc hai có đồ thị là parabol có tọa độ đỉnh

$I(x_I; y_I)$ nên

$$\begin{cases} x_I = \frac{-b}{2a} = \frac{1250000 \cos \alpha \sin \alpha}{49} \\ y_I = f(x_I) = \frac{625000 \sin^2 \alpha}{49} \end{cases}$$

Do đó, độ cao lớn nhất của quả đạn là $y_{\max} = \frac{625000 \sin^2 \alpha}{49}$

Mà $y_{\max} = \frac{625000 \sin^2 \alpha}{49} \leq \frac{625000}{49}$, dấu bằng xảy ra khi $\sin^2 \alpha = 1$ hay $\alpha = 90^\circ$

Vậy quả đạn pháo sẽ đạt độ cao lớn nhất khi góc bắn bằng 90° .

Trả lời: 90

Câu 4: Chị An gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép như sau: Lần đầu chị gửi 60 triệu đồng. Sau đó, cứ hết một tháng chị lại gửi thêm vào ngân hàng 5 triệu đồng. Biết lãi suất của ngân hàng là 0,5% một tháng. Gọi P_n (triệu đồng) là số tiền chị có trong ngân hàng sau n tháng. Sau 5 tháng chị có bao nhiêu triệu đồng trong ngân hàng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

a) Số tiền chị có trong ngân hàng sau 1 tháng là:

$$P_1 = 60 + 60 \cdot 0,5\% + 5 = 60,3 + 5 \text{ (triệu đồng)}.$$

Số tiền chị có trong ngân hàng sau 2 tháng là:

$$P_2 = 60,3 + 5 + (60,3 + 5) \cdot 0,5\% + 5 = (60,3 + 5)(1 + 0,5\%) + 5 = 60,3 \cdot (1 + 0,5\%) + 5 \cdot (1 + 0,5\%) + 5 \text{ (triệu đồng)}.$$

Số tiền chị có trong ngân hàng sau 3 tháng là:

$$\begin{aligned} P_3 &= (60,3 + 5)(1 + 0,5\%) + 5 + [(60,3 + 5)(1 + 0,5\%) + 5] \cdot 0,5\% + 5 \\ &= 60,3 \cdot (1 + 0,5\%)^2 + 5 \cdot (1 + 0,5\%)^2 + 5 \cdot (1 + 0,5\%) + 5 \text{ (triệu đồng)}. \end{aligned}$$

Vậy số tiền chị có trong ngân hàng sau 5 tháng là:

$$P_5 = 60,3 \cdot (1 + 0,5\%)^4 + 5 \cdot (1 + 0,5\%)^4 + 5 \cdot (1 + 0,5\%)^3 + 5 \cdot (1 + 0,5\%)^2 + 5 \cdot (1 + 0,5\%) + 5 \approx 86,8 \text{ (triệu đồng)}$$

Trả lời: 86,8

Câu 5. Một cơ sở khoan giếng có đơn giá như sau: giá của mét khoan đầu tiên là 60000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét khoan sau tăng thêm 2,5% so với giá của mét khoan ngay

trước đó. Số tiền mà chủ nhà phải trả cho cơ sở khoan giếng để khoan được $55(m)$ giếng (đơn vị: nghìn đồng) (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Đặt u_1 là giá của mét khoan đầu tiên thì $u_1 = 60\,000$ đồng.

Kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét khoan sau tăng thêm $2,5\%$ so với giá của mét khoan ngay trước đó.

Suy ra $u_2 = u_1 + u_1 \cdot 2,5\% = u_1(1 + 0,025) = 1,025u_1$.

Tương tự

$$u_3 = u_2 + u_2 \cdot 2,5\% = u_2(1 + 0,025) = 1,025u_2.$$

.....

Vậy các giá trị $u_1, u_2, \dots, u_{55}$ lập thành một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 60\,000$ và công bội $q = 1,025$.

Gọi T là tổng số tiền mà chủ nhà phải thanh toán khi khoan $55(m)$ giếng, ta có:

$$T = S_{55} = u_1 + u_2 + \dots + u_{55} = 60\,000 \cdot \frac{(1,025)^{55} - 1}{1,025 - 1} \approx 6933055 \text{ (đồng)} \approx 6933 \text{ nghìn đồng}.$$

Trả lời: 6933

Câu 6. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê huyết áp của 20 người, ta có bảng số liệu sau:

Huyết áp (mmHg)	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)	[110;120)	[120;130)
Số người	4	2	3	6	3	2

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 4 + 2 + 3 + 6 + 3 + 2 = 20$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là giá trị huyết áp của 20 người và được sắp xếp theo thứ tự **không giảm**.

Khi đó, trung vị của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là $\frac{x_{10} + x_{11}}{2}$;

Do hai giá trị x_{10}, x_{11} thuộc nhóm $[100;110)$ nên nhóm này chứa trung vị.

Ta có $p = 4; a_4 = 100; m_4 = 6; m_1 + m_2 + m_3 = 9; a_5 - a_4 = 10$

khi đó trung vị của mẫu số liệu **ghép nhóm trên** là $M_e = 100 + \frac{\frac{20}{2} - 9}{6} \cdot 10 \approx 101,67$.

Trả lời: 101,67

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 1**MÔN THI: TOÁN 11**

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Chọn khẳng định đúng.

- A. $1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^0$. B. $1 \text{ rad} = 60^0$. C. $1 \text{ rad} = 180^0$. D. $1 \text{ rad} = 1^0$.

Câu 2. Với mọi a, b , ta có $\sin(a - b)$ bằng

- A. $\sin a \sin b - \cos a \cos b$. B. $\sin b \cos a - \sin a \cos b$.
C. $\sin a \cos b - \cos a \sin b$. D. $\sin a \cos b + \cos a \sin b$.

Câu 3. Biểu thức nào sau đây bằng $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$?

- A. $\frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x$.
C. $\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x$.

Câu 4. Hàm số $y = \frac{1 - \cos 3x}{\sin x}$ xác định khi

- A. $x \neq k\pi$. B. $x \neq k2\pi$. C. $x \neq k\frac{\pi}{2}$. D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$ là.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}\right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}$.

Câu 6. Phương trình $\sin \frac{x}{2} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

- A. $m \in [-1; 1]$. B. $m \in [-2; 2]$. C. $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Câu 7. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Tìm số hạng u_5 .

- A. $u_5 = \frac{1}{4}$. B. $u_5 = \frac{7}{4}$. C. $u_5 = \frac{17}{12}$. D. $u_5 = \frac{71}{39}$.

Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

- A. 4. B. -4. C. 8. D. 3.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1; q = -\frac{1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ bao nhiêu?

- A. Số hạng thứ 103. B. Số hạng thứ 105.
C. Số hạng thứ 104. D. Đáp án khác.

Câu 10. Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11, ta được mẫu số liệu sau:

Chiều cao (cm)	Số học sinh
[150;152)	5
[152;154)	18
[154;156)	40
[156;158)	26
[158;160)	8
[160;162)	3
Tổng	$N = 100$

Hỏi có bao nhiêu học sinh có chiều cao từ 156cm trở lên?

- A. 5. B. 37. C. 7. D. 12.

Câu 11. Độ dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành được cho bằng bảng phân bố tần số ghép lớp như sau.

Số TT	Lớp của độ dài (cm)	Tần số
1	[10;20)	8
2	[20;30)	18
3	[30;40)	24
4	[40;50)	10
	Cộng	60

Hỏi số lá có chiều dài từ 30cm đến 50cm chiếm bao nhiêu phần trăm?

- A. 50%. B. 56%. C. 56,7%. D. 57%.

Câu 12. Kết quả kì thi trắc nghiệm môn Toán với thang điểm 100 của 32 học sinh được cho trong bảng sau

Điểm	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Tần số	4	6	11	6	3	2

Độ dài của nhóm [90;100) là

- A. 7. B. 8. C. 9. D. 10.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho biết $\tan x = \sqrt{2}$ và $0 < x < 90^\circ$. Khi đó:

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) **[NB]** $\cos x > 0$

b) **[TH]** $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

c) **[TH]** $\sin x = \frac{\sqrt{6}}{3}$

d) **[VD]** $\cos(x - 30^\circ) = \frac{3 - \sqrt{6}}{6}$

Câu 2. Cho hai đồ thị hàm số $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ và $y = \sin x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số: $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x$.

b) Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $x = \frac{3\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

c) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm.

d) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$$\left(\frac{5\pi}{8}; \sin \frac{5\pi}{8}\right) \text{ và } \left(\frac{7\pi}{8}; \sin \frac{7\pi}{8}\right).$$

Câu 3. Cho cấp số cộng: $-1; 2; 5; 8; 11; 14; \dots$

a) Công sai của cấp số cộng là: 3.

b) Số hạng thứ 6 của cấp số cộng là: $u_6 = 11$.

c) Số hạng tổng quát của cấp số cộng là: $u_n = 3n - 2$.

d) Tổng 50 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là: 3652.

Câu 4. Thống kê thời gian đọc sách trong một ngày của các bạn học sinh lớp 10A thu được kết quả ghép nhóm như sau:

Thời gian (phút)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Số học sinh	15	10	5	2

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 40.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 8.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 13.

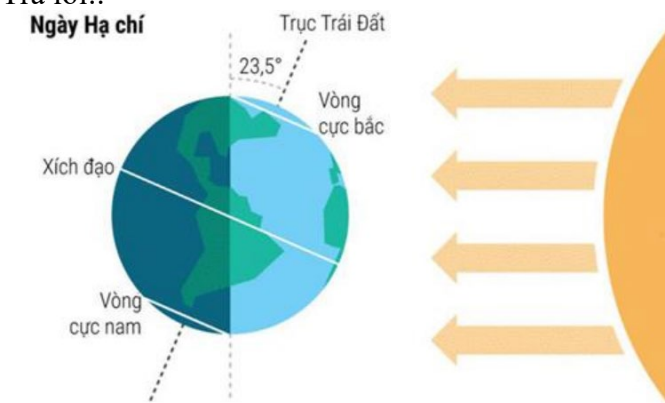
d) Phương sai của mẫu số liệu xấp xỉ bằng 86,7.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. [MĐ4] Cho $f(x) = 5^{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng: $f(1) \cdot f(2) \dots f(2024) = 5^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $m - n^2$.

Câu 2. [MĐ4] Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$ xác định trên $(2;3)$

Câu 3. [MĐ3] Ngày Hạ Chí chỉ khoảng thời gian bắt đầu mùa hè tại Bắc bán cầu và mùa đông ở Nam bán cầu. Hiện tượng này xảy ra khi một trong hai cực của Trái Đất có độ nghiêng tối đa về phía Mặt Trời. Vào ngày hạ chí, Trái Đất sẽ nhận lượng bức xạ lớn, thời gian ngày dài hơn đêm, trời lâu tối và nhanh sáng. Thậm chí, một số thành phố ở Bắc Âu còn có hiện tượng đêm trắng, tức là hoàn toàn không có ban đêm. Số giờ có ánh sáng của thành phố A trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \sin\left[\frac{\pi}{182}(t-180)+12\right]$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Bạn An đến thành phố A và được biết hôm ấy là ngày Hạ Chí, ngày có nhiều ánh sáng mặt trời nhất trong năm của thành phố đó. Hỏi An đến thành phố A vào ngày nào trong năm?
Trả lời:..



Câu 4. [MĐ3] Cho dãy số $u(n)$ xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1, n \geq 1 \end{cases}$.

Tìm các giá trị của n để $-u_n + 2024n + 2025 = 0$

Câu 5. [MĐ3] Anh Dũng kí hợp đồng lao động trong 10 năm với phương án trả lương như sau: Năm thứ nhất, tiền lương của anh Dũng là 120 triệu đồng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương của anh Dũng được tăng lên 10%. Tính tổng số tiền lương anh Dũng lĩnh được sau 10 năm đầu đi làm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị triệu đồng).

Câu 6. [MĐ3] Bảng 9 biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng năm 2011 tại Hà Nội (đơn vị: độ C) (Nguồn: Niên giám Thống kê 2011, NXB Thống kê, 2012). Số trung bình cộng của mẫu số liệu đó bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Nhóm	Tần số
[16,8;19,8)	2
[19,8;22,8)	3
[22,8;25,8)	2
[25,8;28,8)	1
[28,8;31,8)	4
	$n = 12$

Bảng 9

HẾT

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	C	C	A	C	A	B	A	C	B	C	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) S
c) Đ	c) S	c) S	c) S
d) S	d) S	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	-1	3	171	2025	1921	24,8

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Chọn khẳng định đúng.

A. $1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$. B. $1 \text{ rad} = 60^\circ$. C. $1 \text{ rad} = 180^\circ$. D. $1 \text{ rad} = 1^\circ$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2. Với mọi a, b , ta có $\sin(a-b)$ bằng

A. $\sin a \sin b - \cos a \cos b$. B. $\sin b \cos a - \sin a \cos b$.
C. $\sin a \cos b - \cos a \sin b$. D. $\sin a \cos b + \cos a \sin b$.

Câu 3. Biểu thức nào sau đây bằng $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$?

A. $\frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x$.
C. $\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos x \cos \frac{\pi}{3} + \sin x \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$

Câu 4. Hàm số $y = \frac{1 - \cos 3x}{\sin x}$ xác định khi

A. $x \neq k\pi$. B. $x \neq k2\pi$. C. $x \neq k\frac{\pi}{2}$. D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \frac{1 - \cos 3x}{\sin x}$ xác định $\Leftrightarrow \sin x \neq 0 \quad x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$ là.

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \right\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$. **C.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\pi$

Suy ra tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$.

Câu 6. Phương trình $\sin \frac{x}{2} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

- A.** $m \in [-1; 1]$. **B.** $m \in [-2; 2]$. **C.** $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right]$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $-1 \leq m \leq 1$.

Câu 7. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Tìm số hạng u_5 .

- A.** $u_5 = \frac{1}{4}$. **B.** $u_5 = \frac{7}{4}$. **C.** $u_5 = \frac{17}{12}$. **D.** $u_5 = \frac{71}{39}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$u_5 = \frac{2 \cdot 5^2 - 1}{5^2 + 3} = \frac{49}{28} = \frac{7}{4}.$$

Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

- A.** 4. **B.** -4. **C.** 8. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $d = 6 - 2 = 4$

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1; q = -\frac{1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ bao nhiêu?

- A.** Số hạng thứ 103. **B.** Số hạng thứ 105.
C. Số hạng thứ 104. **D.** Đáp án khác.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_n = u_1 q^{n-1} \Leftrightarrow \frac{1}{10^{103}} = -1 \cdot \left(\frac{-1}{10} \right)^{n-1} \Leftrightarrow \left(\frac{-1}{10} \right)^{n-1} = \left(\frac{-1}{10} \right)^{103} \Rightarrow n = 104$.

Câu 10. Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11, ta được mẫu số liệu sau:

Chiều cao (cm)	Số học sinh
[150;152)	5
[152;154)	18
[154;156)	40
[156;158)	26
[158;160)	8
[160;162)	3
Tổng	$N = 100$

Hỏi có bao nhiêu học sinh có chiều cao từ 156cm trở lên?

- A. 5. B. 37. C. 7. D. 12.

Lời giải

Chọn B

Số học sinh có chiều cao từ 156cm trở lên là: $26 + 8 + 3 = 37$ học sinh.

Câu 11. Độ dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành được cho bằng bảng phân bố tần số ghép lớp như sau.

Số TT	Lớp của độ dài (cm)	Tần số
1	[10;20)	8
2	[20;30)	18
3	[30;40)	24
4	[40;50)	10
	Cộng	60

Hỏi số lá có chiều dài từ 30cm đến 50cm chiếm bao nhiêu phần trăm?

- A. 50%. B. 56%. C. 56,7%. D. 57%.

Lời giải

Chọn C

Ta có tần suất của lớp [30;40) là $\frac{24 \times 100}{60} = 40$.

Tần suất của lớp [40;50) là $\frac{10 \times 100}{60} \approx 16,7$.

Vậy số lá có chiều dài từ 30cm đến 50cm chiếm $40\% + 16,7\% = 56,7\%$.

Câu 12. Kết quả kì thi trắc nghiệm môn Toán với thang điểm 100 của 32 học sinh được cho trong bảng sau

Điểm	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Tần số	4	6	11	6	3	2

Độ dài của nhóm [90;100) là

- A. 7. B. 8. C. 9. D. 10.

Lời giải

Chọn D

Độ dài của nhóm [90;100) là $100 - 90 = 10$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho biết $\tan x = \sqrt{2}$ và $0 < x < 90^\circ$.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\cos x > 0$

b) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

c) $\sin x = \frac{\sqrt{6}}{3}$

d) $\cos(x - 30^\circ) = \frac{3 - \sqrt{6}}{6}$

Lời giải

a) **Đúng.** Vì $0 < x < 90^\circ$ nên $\cos x > 0$.

b) **Đúng.** Ta có: $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

c) **Đúng.** Ta có: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \sin x = \tan x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

d) **Sai.**

Ta có:

$$\cos(x - 30^\circ) = \cos x \cos 30^\circ + \sin x \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 + \sqrt{6}}{6}$$

Câu 2. Cho hai đồ thị hàm số $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ và $y = \sin x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số: $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x$.

b) Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $x = \frac{3\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

c) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm.

d) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$$\left(\frac{5\pi}{8}; \sin \frac{5\pi}{8}\right) \text{ và } \left(\frac{7\pi}{8}; \sin \frac{7\pi}{8}\right).$$

Lời giải

a) **Đúng**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x$.

b) **Đúng**

Ta có

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = x + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \pi - x + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{8} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

c) **Sai**

Vì $x \in [0; 2\pi]$ nên $x \in \left\{\frac{3\pi}{8}; \frac{11\pi}{8}\right\}$.

Vậy với $x \in [0; 2\pi]$ thì hai đồ thị hàm số cắt nhau tại hai điểm.

d) **Sai**

Với $x = \frac{3\pi}{8} \Rightarrow y = \sin \frac{3\pi}{8}$.

Với $x = \frac{11\pi}{8} \Rightarrow y = \sin \frac{11\pi}{8}$.

Vậy toạ độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là $\left(\frac{3\pi}{8}; \sin \frac{3\pi}{8}\right)$ và $\left(\frac{11\pi}{8}; \sin \frac{11\pi}{8}\right)$.

Câu 3. Cho cấp số cộng: $-1; 2; 5; 8; 11; 14; \dots$

a) Công sai của cấp số cộng là: 3.

b) Số hạng thứ 6 của cấp số cộng là: $u_6 = 11$.

c) Số hạng tổng quát của cấp số cộng là: $u_n = 3n - 2$.

d) Tổng 50 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là: 3652.

Lời giải

a) **Đúng**

Đặt: $u_1 = -1; u_2 = 2; d = u_2 - u_1 = 2 - (-1) = 3$.

Vậy Công sai của cấp số cộng là: 3.

b) **Đúng**

Số hạng thứ 6 của cấp số cộng là: $u_6 = 11$.

c) **Sai**

Ta có công thức số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n-1)d = -1 + (n-1).3 = 3n - 4$.

d) **Sai**

Với $u_1 = -1, n = 50, d = 3$ thì $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{50[2(-1) + 49.3]}{2} = 3625$.

Câu 4. Thống kê thời gian đọc sách trong một ngày của các bạn học sinh lớp 10A thu được kết quả ghép nhóm như sau:

Thời gian (phút)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Số học sinh	15	10	5	2

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 40.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 8.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 13.

d) Phương sai của mẫu số liệu xấp xỉ bằng 86,7.

Lời giải

Cỡ của mẫu số liệu là: $n = 15 + 10 + 5 + 2 = 32$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{32}$ là thời gian đọc sách của 32 bạn và giả sử dãy số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

a) **Đúng**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 40 - 0 = 40$.

b) **Sai**

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_8 + x_9}{2}$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm

một $[0;10)$, nên ta có:

$$Q_1 = 0 + \left[\frac{\frac{32}{4} - 0}{15} \right] \cdot 10 \approx 5,3.$$

c) **Sai**

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{24} + x_{25}}{2}$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ hai là nhóm $[10; 20)$, nên ta có

$$Q_3 = 10 + \left[\frac{\frac{3 \cdot 32}{4} - 15}{10} \right] \cdot 10 = 19.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 19 - 5,3 = 13,7.$$

d) Sai

Ta có: $\bar{x} = \frac{5 \cdot 15 + 15 \cdot 10 + 25 \cdot 5 + 35 \cdot 2}{32} = 13,125$

$$\begin{aligned} \text{Phương sai: } s^2 &= \frac{m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + m_3(x_3 - \bar{x})^2 + m_4(x_4 - \bar{x})^2}{32} \\ &= \frac{15 \cdot (5 - 13,125)^2 + 10 \cdot (15 - 13,125)^2 + 5 \cdot (25 - 13,125)^2 + 2 \cdot (35 - 13,125)^2}{32} \approx 83,98 \end{aligned}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. [MĐ4] Cho $f(x) = 5^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng: $f(1) \cdot f(2) \dots f(2024) = 5^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $m - n^2$.

Lời giải

Đáp số: -1

$$\text{Ta có: } f(x) = 5^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}} = 5^{\sqrt{\frac{x^2(x+1)^2 + x^2 + (x+1)^2}{x^2(x+1)^2}}} = 5^{\frac{x^2 + x + 1}{x(x+1)}} = 5^{1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}}.$$

$$\text{Do đó: } f(1) \cdot f(2) \dots f(2024) = 5^{\frac{m}{n}} \Leftrightarrow 5^{\sum_{x=1}^{2024} \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right)} = 5^{\frac{m}{n}} \Leftrightarrow \sum_{x=1}^{2024} \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) = \frac{m}{n}.$$

$$\Leftrightarrow 2024 - \frac{1}{2024} = \frac{2024^2 - 1}{2024} = \frac{m}{n} \Rightarrow m = 2024^2 - 1, n = 2024.$$

$$\text{Vậy: } m - n^2 = (2024^2 - 1) - 2024^2 = -1.$$

Câu 2. [MĐ4] Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$ xác định trên $(2; 3)$

Lời giải

Đáp số: 3

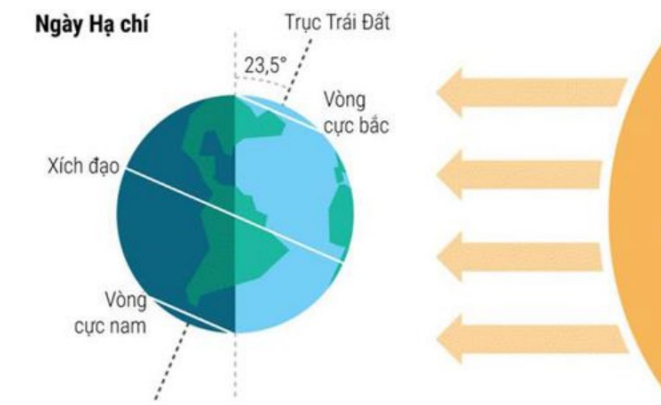
$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2m+1-x > 0 \\ x-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2m+1 \\ x > m \end{cases} \Rightarrow m < x < 2m+1 \Rightarrow m < 2m+1 \Rightarrow -1 < m.$$

Khi đó tập xác định của hàm số $D = (m; 2m+1)$.

Để hàm số xác định trên $(2;3)$ thì $\begin{cases} m \leq 2 \\ 2m+1 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2$ (thỏa mãn)

Do m là số tự nhiên nên $m = 1; m = 2$. Vậy tổng các giá trị của m thỏa mãn là 3 .

- Câu 3.** **[MĐ3]** Ngày Hạ Chí chỉ khoảng thời gian bắt đầu mùa hè tại Bắc bán cầu và mùa đông ở Nam bán cầu. Hiện tượng này xảy ra khi một trong hai cực của Trái Đất có độ nghiêng tối đa về phía Mặt Trời. Vào ngày hạ chí, Trái Đất sẽ nhận lượng bức xạ lớn, thời gian ngày dài hơn đêm, trời lâu tối và nhanh sáng. Thậm chí, một số thành phố ở Bắc Âu còn có hiện tượng đêm trắng, tức là hoàn toàn không có ban đêm. Số giờ có ánh sáng của thành phố A trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \sin\left[\frac{\pi}{182}(t-180)+12\right]$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Bạn An đến thành phố A và được biết hôm ấy là ngày Hạ Chí, ngày có nhiều ánh sáng mặt trời nhất trong năm của thành phố đó. Hỏi An đến thành phố A vào ngày nào trong năm?
Trả lời:.



Lời giải

Đáp số: 171

$$d(t)_{\max} \Leftrightarrow \sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right] = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t-80) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 171 + 364k.$$

Vì $0 < t \leq 365$ và $k \in \mathbb{Z}$. Nên $t = 171$.

Vậy An đến thành phố A vào ngày thứ 171 của năm.

- Câu 4.** **[MĐ3]** Cho dãy số $u(n)$ xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1, n \geq 1 \end{cases}$.

Tìm các giá trị của n để $-u_n + 2024n + 2025 = 0$

Lời giải

Đáp số: 2025

Ta có:

$$u_1 = 1$$

$$u_2 = u_1 + 2 \cdot 1 + 1$$

$$u_3 = u_2 + 2 \cdot 2 + 1$$

$$u_4 = u_3 + 2 \cdot 3 + 1$$

....

$$u_n = u_{n-1} + 2(n-1) + 1$$

Cộng vế với vế các đẳng thức trên ta được:

$$u_n = 2(1 + 2 + 3 + \dots + n - 1) + n = 2 \cdot \frac{(n-1+1)(n-1)}{2} + n = n^2, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$\text{Do đó: } -u_n + 2024n + 2025 = 0 \Leftrightarrow -n^2 + 2024n + 2025 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -1 \\ n = 2025 \end{cases}$$

Vậy $n = 2025$.

Câu 5. [MĐ3] Anh Dũng kí hợp đồng lao động trong 10 năm với phương án trả lương như sau: Năm thứ nhất, tiền lương của anh Dũng là 120 triệu đồng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương của anh Dũng được tăng lên 10%. Tính tổng số tiền lương anh Dũng lĩnh được sau 10 năm đầu đi làm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị triệu đồng).

Lời giải

Trả lời: 1912.

Ta có tiền lương năm thứ nhất của anh Dũng là: 120 triệu đồng.

Tiền lương năm thứ hai của anh Dũng là:

$$120 + 120 \cdot 10\% = 120(1 + 0,1) = 120 \cdot 1,1 \text{ (triệu đồng).}$$

Tiền lương năm thứ ba của anh Dũng là:

$$120 \cdot 1,1 + 120 \cdot 1,1 \cdot 10\% = 120 \cdot 1,1(1 + 0,1) = 120 \cdot 1,1^2 \text{ (triệu đồng).}$$

Do vậy, tiền lương mỗi năm của anh Dũng nhận được trong 10 năm lập thành một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = 120$ và công bội $q = 1,1$.

Khi đó tổng số tiền lương anh Dũng lĩnh được sau 10 năm đầu đi làm là:

$$S_{10} = \frac{u_1(1 - q^{10})}{1 - q} = \frac{120 \cdot [1 - (1,1)^{10}]}{1 - 1,1} \approx 1912 \text{ (triệu đồng).}$$

Câu 6. [MĐ3] Bảng 9 biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng năm 2011 tại Hà Nội (đơn vị: độ C) (Nguồn: Niên giám Thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022). Số trung bình cộng của mẫu số liệu đó bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Nhóm	Tần số
[16,8;19,8)	2
[19,8;22,8)	3
[22,8;25,8)	2
[25,8;28,8)	1
[28,8;31,8)	4
	$n = 12$

Bảng 9

Lời giải

Đáp số: 24,8.

Ta có

Nhóm	[16,8;19,8)	[19,8;22,8)	[22,8;25,8)	[25,8;28,8)	[28,8;31,8)
Giá trị đại diện	18,3	21,3	24,3	27,3	30,3
Tần số	2	3	2	1	4

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{1}{12}(2 \cdot 18,3 + 3 \cdot 21,3 + 2 \cdot 24,3 + 1 \cdot 27,3 + 4 \cdot 30,3) = 24,8.$$

Xem thêm: ĐỀ THI GIỮA HK1 TOÁN 11
<https://toanmath.com/de-thi-giua-hk1-toan-11>