

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh: .....

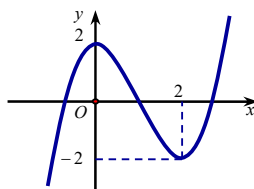
**Câu 1:** Một đội văn nghệ có 10 người gồm 6 nam và 4 nữ. Cần chọn ra một bạn nam và một bạn nữ để hát song ca. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

- A. 1. B. 24. C. 10. D.  $C_{10}^2$ .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d$  song song với đường thẳng  $(\Delta): \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{1}$ , có vectơ chỉ phương là:

- A.  $\vec{u} = (1; -2; 1)$ . B.  $\vec{u} = (-1; -3; 4)$ . C.  $\vec{u} = (-2; -1; 3)$ . D.  $\vec{u} = (0; -2; 3)$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. Hàm số có ba điểm cực trị. B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.  
C. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$ . D. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

**Câu 4:** Thể tích khối cầu bán kính  $3a$  bằng

- A.  $\frac{4\pi a^3}{3}$ . B.  $12\pi a^3$ . C.  $36\pi a^3$ . D.  $9\pi a^3$ .

**Câu 5:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = \frac{1}{4}$ ,  $d = -\frac{1}{4}$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây?

- A.  $S_5 = -\frac{9}{4}$ . B.  $S_5 = -\frac{3}{4}$ . C.  $S_5 = -\frac{15}{4}$ . D.  $S_5 = -\frac{5}{4}$ .

**Câu 6:** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên tập  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \log_2(x-1)$  B.  $y = \log_2(2^x + 1)$  C.  $y = 2^{1-3x}$  D.  $y = \log_2(x^2 + 1)$

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(2;0;0)$ ,  $N(0;-1;0)$  và  $P(0;0;2)$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  có phương trình là

- A.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$ . B.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ . C.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$ . D.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có một nguyên hàm là hàm số  $F(x)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$ . B.  $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$ .  
C.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$ . D.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ .

**Câu 9:** Cho khối chóp có chiều cao bằng  $h$  và thể tích bằng  $V$ . Khi đó diện tích đáy của khối chóp là

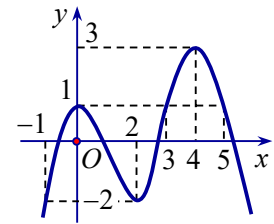
- A.  $B = \frac{1}{3}Vh$ . B.  $B = \frac{V}{h}$ . C.  $B = \frac{3V}{h}$ . D.  $B = \frac{3h}{V}$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1;5]$  và có đồ thị như hình vẽ bên.

Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên  $[-1;5]$ .

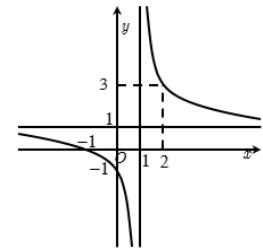
Giá trị của  $M + m$  bằng

- A. 5.                      B. 6.  
C. 3.                      D. 1.



**Câu 11:** Đồ thị trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây ?

- A.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .                      B.  $y = \frac{x}{x-1}$ .  
C.  $y = \frac{2x-3}{2x-2}$ .                      D.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .



**Câu 12:** Với  $a > 0, a \neq 1$ ,  $\log_2(2a)$  bằng

- A.  $1 + \log_2 a$ .                      B.  $1 - \log_2 a$ .                      C.  $2 \log_2 a$ .                      D.  $2 + \log_2 a$ .

**Câu 13:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;-1), B(-3;3;1)$ . Trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB$  có tọa độ là

- A.  $(-1;2;0)$ .                      B.  $(-2;4;0)$ .                      C.  $(-2;1;1)$ .                      D.  $(-4;2;2)$ .

**Câu 14:** Hàm số  $F(x) = x^2 + \sin x$  là một nguyên hàm của hàm số

- A.  $f(x) = 2x - \cos x$ .                      B.  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \cos x$ .                      C.  $f(x) = 2x + \cos x$ .                      D.  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \cos x$ .

**Câu 15:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình sau

|      |           |      |     |     |      |     |           |     |
|------|-----------|------|-----|-----|------|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ |     | $0$ |      | $2$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $0$  | $+$ | $0$       | $-$ |
| $y$  |           |      | $3$ |     | $-1$ |     | $3$       |     |

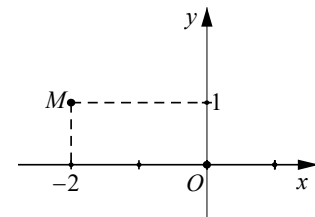
Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2;0)$ .                      B.  $(-2;+\infty)$ .                      C.  $(0;2)$ .                      D.  $(-\infty;0)$ .

**Câu 16:** Điểm  $M$  trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức  $z$ .

Khi đó mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

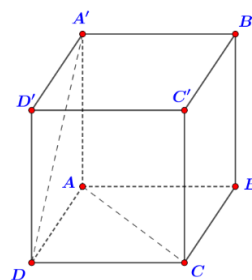
- A.  $\bar{z} = 1 + 2i$ .                      B.  $\bar{z} = 2 + i$ .  
C.  $\bar{z} = -2 + i$ .                      D.  $\bar{z} = -2 - i$ .



**Câu 17:** Biết  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) là nghiệm của phương trình  $(1 + 2i)z + (3 - 4i)\bar{z} = -42 - 54i$ . Tính tổng  $a + b$ .

- A.  $-3$ .                      B.  $27$ .                      C.  $3$ .                      D.  $-27$ .

**Câu 18:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $A'D$  bằng



- A.  $45^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , khoảng cách giữa đường thẳng  $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-2}$  và mặt phẳng  $(P): 2x + y + 2z - 3 = 0$  là:

- A. 4.                      B. 2.                      C.  $\frac{7}{3}$ .                      D. 3.

**Câu 20:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x+1) < \log_2(3-x)$  là

- A.  $S = (1; +\infty)$ .                      B.  $S = (-1; 1)$ .                      C.  $S = (-\infty; 1)$ .                      D.  $S = (1; 3]$ .

**Câu 21:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x \ln(x+2)$ .

- A.  $\int f(x) dx = \frac{x^2-4}{2} \ln(x+2) - \frac{x^2-4x}{4} + C$ .                      B.  $\int f(x) dx = \frac{x^2-4}{2} \ln(x+2) - \frac{x^2-4x}{2} + C$ .  
C.  $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} \ln(x+2) - \frac{x^2-4x}{2} + C$ .                      D.  $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} \ln(x+2) - \frac{x^2+4x}{4} + C$ .

**Câu 22:** Biết  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$ . Khi đó giá trị của  $z_1^2 + z_2^2$  là:

- A.  $\frac{9}{4}$ .                      B. 9.                      C. 4.                      D.  $-\frac{9}{4}$ .

**Câu 23:** Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng  $3a$ . Tính diện tích toàn phần  $S_{tp}$  của khối trụ

- A.  $S_{tp} = \frac{27\pi a^2}{2}$ .                      B.  $S_{tp} = \frac{13\pi a^2}{6}$ .                      C.  $S_{tp} = a^2\pi\sqrt{3}$ .                      D.  $S_{tp} = \frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$

**Câu 24:** Hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ , có bảng biến thiên như sau:

|      |                                      |                                |                                |                                      |           |
|------|--------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$                            | $-2$                           | $0$                            | $2$                                  | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$                                  | $-$                            | $0$                            | $+$                                  | $+$       |
| $y$  | $+\infty$<br>$\searrow$<br>$-\infty$ | $+\infty$<br>$\searrow$<br>$0$ | $0$<br>$\nearrow$<br>$+\infty$ | $+\infty$<br>$\searrow$<br>$-\infty$ | $-1$      |

Gọi  $k, l$  lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{f(x)+2019}$ . Tính

$k+l$ .

- A.  $k+l=5$ .                      B.  $k+l=4$ .                      C.  $k+l=3$ .                      D.  $k+l=2$ .

**Câu 25:** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đường cong  $y = \sqrt{2+\cos x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x=0$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?

- A.  $V = \pi - 1$ .                      B.  $V = \pi(\pi+1)$ .                      C.  $V = \pi(\pi-1)$ .                      D.  $V = \pi+1$ .

**Câu 26:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 - m = 0$  có đúng ba nghiệm thực?

- A. 0.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 1.

**Câu 27:** Tìm giá trị lớn nhất của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (8-2m)x + m + 3$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$

- A.  $m = -2$ .                      B.  $m = -4$ .                      C.  $m = 2$ .                      D.  $m = 4$ .

**Câu 28:** Đặt  $a = \log_2 3$ , khi đó  $\log_{27} 36$  bằng

- A.  $\frac{2a+1}{3}$ .                      B.  $\frac{4}{3a}$ .                      C.  $\frac{2+3a}{3a}$ .                      D.  $\frac{2+2a}{3a}$ .

**Câu 29:** Cho hình nón có đường sinh  $l = 2a$  và hợp với đáy một góc  $60^\circ$ . Diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của hình nón bằng.

- A.  $S_{xq} = 2\pi a^2$ .                      B.  $S_{xq} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ .                      C.  $S_{xq} = 2a^2$ .                      D.  $S_{xq} = a^2$ .

**Câu 30:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2(x-1)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2.                                      B. 1.                                      C. 3.                                      D. 5.

**Câu 31:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $I(2;4;-1)$  và  $A(0;2;3)$ . Phương trình mặt cầu có tâm  $I$  và đi qua điểm  $A$  là:

- A.  $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 2\sqrt{6}$                                       B.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 2\sqrt{6}$   
C.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 24$                                       D.  $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 24$

**Câu 32:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |      |      |           |     |
|------|-----------|------|------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $3$  | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $4$  | $-2$ | $+\infty$ |     |

Số nghiệm của phương trình  $2f(1-x) + 5 = 0$  là:

- A. 3.                                      B. 2.                                      C. 0.                                      D. 1.

**Câu 33:** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^{x^2-2x} < 27$  là

- A.  $(-\infty; -1)$ .                                      B.  $(3; +\infty)$ .                                      C.  $(-1; 3)$ .                                      D.  $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ .

**Câu 34:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(3;-1;2)$ ,  $B(1;1;2)$ ,  $C(1;-1;4)$ . Đường tròn  $(C)$  là giao của mặt phẳng  $(P): x + y + z - 4 = 0$  và mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6z + 10 = 0$ . Hỏi có bao nhiêu điểm  $M$  thuộc đường tròn  $(C)$  sao cho  $T = MA + MB + MC$  đạt giá trị lớn nhất?

- A. 4.                                      B. 2.                                      C. 1.                                      D. 3.

**Câu 35:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f'(x) = (x-2)(x+5)(x+1)$ . Hàm số  $y = f(x^2)$  đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 0)$ .                                      B.  $(0; 1)$ .                                      C.  $(-2; -1)$ .                                      D.  $(-1; 0)$ .

**Câu 36:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2+i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} + 1 - 2i$ . Biết tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức  $w = (3-4i)z - 1 + 2i$  là đường tròn tâm  $I$ , bán kính  $R$ . Khi đó

- A.  $I(-1; -2), R = 5$ .                                      B.  $I(1; 2), R = 5$ .                                      C.  $I(-1; 2), R = 5$ .                                      D.  $I(1; -2), R = 5$ .

**Câu 37:** Biết  $\int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x} dx = a.e + b\ln\left(\frac{e+1}{e}\right)$  trong đó  $a, b$  là các số nguyên. Khi đó tỉ số  $\frac{a}{b}$  là

- A. 2.                                      B.  $\frac{1}{2}$ .                                      C. 3.                                      D. 1.

**Câu 38:** Một người vay vốn ở một ngân hàng với số tiền là 50 triệu đồng, thời hạn 50 tháng, lãi suất 1,15% trên tháng, tính theo dư nợ, trả đúng ngày qui định. Hỏi hàng tháng, người đó phải đều đặn trả vào ngân hàng một khoản tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu để đến tháng thứ 48 thì người đó trả hết cả gốc lẫn lãi cho ngân hàng (làm tròn đến trăm đồng)?

- A. 1.018.500 đồng.                                      B. 1.320.800 đồng.                                      C. 1.320.500 đồng.                                      D. 1.771.300 đồng.

**Câu 39:** Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có năm ghế. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh, gồm 5 nam và 5 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

- A.  $\frac{1}{3}$ .                                      B.  $\frac{1}{30}$ .                                      C.  $\frac{8}{63}$ .                                      D.  $\frac{8}{37}$ .

**Câu 40:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - z - 4 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$ .

Hình chiếu vuông góc của  $d$  trên  $(P)$  có phương trình là

- A.  $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 1+t \\ z = -1+t \end{cases}$  .      B.  $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 1 \\ z = -1-t \end{cases}$  .      C.  $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = 1+t \\ z = -1-t \end{cases}$  .      D.  $\begin{cases} x = 3-t \\ y = 1+2t \\ z = -1+t \end{cases}$  .

**Câu 41:** Cho khối lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy là một tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AC = AB = 2a$ , góc giữa  $AC'$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là

- A.  $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 42:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy là hình thang vuông tại  $A, D$ ,  $AB = AD = a$ ,  $CD = 2a$ . Cạnh bên  $SD$  vuông góc với đáy  $ABCD$  và  $SD = a$ . Tính khoảng cách từ  $A$  đến  $(SBC)$ .

- A.  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{6}}{12}$ .      D.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 43:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|(z+2)i+1| + |(\bar{z}-2)i-1| = 10$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $|z|$ . Tính tổng  $S = M + m$ .

- A.  $S = 9$ .      B.  $S = 8$ .      C.  $S = 2\sqrt{21}$ .      D.  $S = 2\sqrt{21} - 1$ .

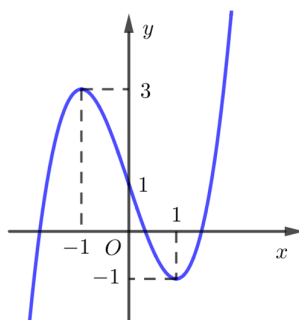
**Câu 44:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

|         |           |      |      |     |     |           |     |     |     |
|---------|-----------|------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-4$ | $-1$ | $2$ | $7$ | $+\infty$ |     |     |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$ | $-$ | $0$       | $+$ | $0$ | $-$ |

Hàm số  $y = f(2x+1) + \frac{2}{3}x^3 - 8x + 5$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -2)$ .      B.  $(1; +\infty)$ .      C.  $(-1; 7)$ .      D.  $(-1; \frac{1}{2})$ .

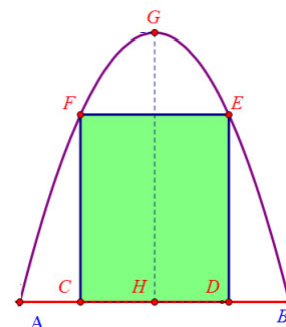
**Câu 45:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $y = f(\sin x) = 3 \sin x + m$  có nghiệm thuộc khoảng  $(0; \pi)$ . Tổng các phần tử của  $S$  bằng



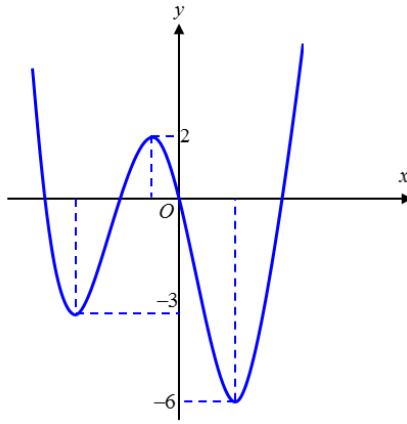
- A. -5.      B. -8.      C. -6.      D. -10.

**Câu 46:** Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao  $GH = 4m$ , chiều rộng  $AB = 4m$ ,  $AC = BD = 0,9m$ . Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật  $CDEF$  tô đậm có giá là  $1200000/m^2$ , còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là  $900000/m^2$ . Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

- A. 11445000 đồng.      B. 4077000 đồng.  
C. 7368000 đồng.      D. 11370000 đồng.



**Câu 47:** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình vẽ dưới đây:



Gọi  $S$  là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $y = \left| f(x+2018) + \frac{1}{3}m^2 \right|$  có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phân tử của tập  $S$  bằng:

- A. 6.                      B. 5.                      C. 7.                      D. 9.

**Câu 48:** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có thể tích bằng 6. Gọi  $M$ ,  $N$  và  $P$  lần lượt các điểm nằm trên cạnh  $A'B'$ ,  $B'C'$  và  $BC$  sao cho  $M$  là trung điểm của  $A'B'$ ;  $B'N = \frac{3}{4}B'C'$  và  $BP = \frac{1}{4}BC$ . Đường thẳng  $NP$  cắt đường thẳng  $BB'$  tại  $E$  và đường thẳng  $EM$  cắt đường thẳng  $AB$  tại  $Q$ . Thể tích khối đa diện lồi  $AQPCA'MNC$  bằng

- A.  $\frac{23}{3}$ .                      B.  $\frac{23}{6}$ .                      C.  $\frac{19}{3}$ .                      D.  $\frac{19}{6}$ .

**Câu 49:** Tìm tập hợp các giá trị của tham số  $m$  để phương trình (ẩn  $x$ ):  $3^{\log_2 x^2} - 2(m+3) \cdot 3^{\log_2 x} + m^2 + 3 = 0$  có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn:  $x_1 x_2 > 2$ .

- A.  $(-1; +\infty) \setminus \{0\}$                       B.  $(0; +\infty)$                       C.  $\mathbb{R} \setminus [-1; 1]$                       D.  $(-1; +\infty)$

**Câu 50:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + y + z - 1 = 0$ , đường thẳng  $d: \frac{x-15}{1} = \frac{y-22}{2} = \frac{z-37}{2}$  và mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 6y + 4z + 4 = 0$ . Một đường thẳng  $(\Delta)$  thay đổi cắt mặt cầu  $(S)$  tại hai điểm  $A$ ,  $B$  sao cho  $AB = 8$ . Gọi  $A'$ ,  $B'$  là hai điểm lần lượt thuộc mặt phẳng  $(P)$  sao cho  $AA'$ ,  $BB'$  cùng song song với  $d$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $AA' + BB'$  là

- A.  $\frac{24+18\sqrt{3}}{5}$ .                      B.  $\frac{16+60\sqrt{3}}{9}$ .                      C.  $\frac{8+30\sqrt{3}}{9}$ .                      D.  $\frac{12+9\sqrt{3}}{5}$ .

----- HẾT -----

## ĐÁP ÁN

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| B  | A  | C  | C  | D  | B  | B  | D  | C  | D  |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| A  | A  | A  | B  | C  | D  | B  | C  | A  | B  |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| A  | D  | A  | B  | B  | D  | C  | D  | A  | A  |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| C  | D  | C  | D  | D  | C  | D  | B  | C  | A  |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| A  | B  | C  | D  | D  | B  | C  | B  | A  | A  |

## CÁC CÂU VẬN DỤNG

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f'(x) = (x-2)(x+5)(x+1)$ . Hàm số  $y = f(x^2)$  đồng biến trong khoảng nào dưới đây ?

A.  $(0;1)$ .

**B.  $(-1;0)$ .**

C.  $(-2;-1)$ .

D.  $(-2;0)$ .

$$\text{Ta có } y' = \left(f(x^2)\right)' = 2x \cdot f'(x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ f'(x^2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2=2 \\ x^2=-5 \\ x^2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Chọn  $x=1 \in (0;\sqrt{2})$  ta có  $y'(1) = 2 \cdot 1 \cdot f'(1^2) = 2 \cdot f'(1) < 0$ . Do đó cả khoảng  $(0;\sqrt{2})$  âm.

Từ đó ta có trục xét dấu  $y' = \left(f(x^2)\right)'$  như sau :

Vậy hàm số  $y = f(x^2)$  đồng biến trên  $(-1;0)$ .

**Câu 2:** Một người vay vốn ở một ngân hàng với số tiền là 50 triệu đồng, thời hạn 50 tháng, lãi suất 1,15% trên tháng, tính theo dư nợ, trả đúng ngày qui định. Hỏi hàng tháng, người đó phải đều đặn trả vào ngân hàng một khoản tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu để đến tháng thứ 48 thì người đó trả hết cả gốc lẫn lãi cho ngân hàng (làm tròn đến trăm đồng)?

A. 1.320.500 đồng.

B. 1.771.300 đồng.

**C. 1.320.800 đồng.**

D. 1.018.500 đồng.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi số tiền vay của người đó là N đồng, lãi suất m% trên tháng, số tháng vay là n, số tiền phải đều đặn trả vào ngân hàng hàng tháng là a đồng.

- Sau tháng thứ nhất số tiền gốc còn lại trong ngân hàng là:  $N \left(1 + \frac{m}{100}\right) - a$  đồng.

- Sau tháng thứ hai số tiền gốc còn lại trong ngân hàng là:

$$\left[ N \cdot \left(1 + \frac{m}{100}\right) - a \right] \left(1 + \frac{m}{100}\right) - a = N \cdot \left(1 + \frac{m}{100}\right)^2 - a \cdot \left[ \left(1 + \frac{m}{100}\right) + 1 \right] = N \cdot \left(1 + \frac{m}{100}\right)^2 - \frac{100a}{m} \cdot \left[ \left(1 + \frac{m}{100}\right)^2 - 1 \right]$$

- Sau tháng thứ ba số tiền gốc còn lại trong ngân hàng là:  $\left\{ N \cdot \left( 1 + \frac{m}{100} \right)^3 - \frac{100a}{m} \cdot \left[ \left( 1 + \frac{m}{100} \right)^3 - 1 \right] \right\}$  đồng

Tương tự: Số tiền gốc còn lại trong ngân hàng sau tháng thứ  $n$  là:

$$\left\{ N \cdot \left( 1 + \frac{m}{100} \right)^n - \frac{100a}{m} \cdot \left[ \left( 1 + \frac{m}{100} \right)^n - 1 \right] \right\} \text{ đồng. (**)}$$

Thay bằng số với  $N = 50\,000\,000$  đồng,  $n = 50$  tháng,  $y = 1 + \frac{m}{100} = 1,0115$

ta có:  $a = 1.320.845,616$  đồng. Chọn đáp án C.

**Câu 3:** Biết  $\int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x} dx = a \cdot e + b \ln \left( \frac{e+1}{e} \right)$  trong đó  $a, b$  là các số nguyên. Khi đó tỉ số  $\frac{a}{b}$  là

**A.**  $\frac{1}{2}$ .

**B.** 1.

**C.** 3.

**D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x} dx &= \int_1^e \frac{1+x\ln x + 1 + \ln x}{1+x\ln x} dx = \int_1^e dx + \int_1^e \frac{d(1+x\ln x)}{1+x\ln x} \\ &= x \Big|_1^e + \ln(1+x\ln x) \Big|_1^e = e - 1 + \ln(1+e) = e + \ln \frac{e+1}{e}. \end{aligned}$$

Suy ra  $a = b = 1$ . Vậy  $\frac{a}{b} = 1$ .

+ Xác định số phức

**Câu 4:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2+i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} + 1 - 2i$ . Biết tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức  $w = (3-4i)z - 1 + 2i$  là đường tròn tâm  $I$ , bán kính  $R$ . Khi đó.

**A.**  $I(-1; -2), R = 5$ .

**B.**  $I(1; 2), R = 5$ .

**C.**  $I(-1; 2), R = 5$ .

**D.**  $I(1; -2), R = 5$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$(2+i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} + 1 - 2i \Leftrightarrow (2|z|-1) + (|z|+2)i = \frac{\sqrt{10}}{|z|^2} z$$

Bình phương modun của số thức bên trái và bên phải bằng nhau ta có:

$$(2|z|-1)^2 + (|z|+2)^2 = \frac{10}{|z|^2} \Leftrightarrow 5|z|^2 + 5 = \frac{10}{|z|^2} \Rightarrow |z| = 1$$

$$\text{Đặt } w = x + yi \Rightarrow w = (3-4i)z - 1 + 2i \Leftrightarrow (x+1) + (y-2)i = (3-4i)z \Rightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$$

Vậy  $I(-1; 2), R = 5$ .

**Câu 5:** Cho khối lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy là một tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AC = AB = 2a$ , góc giữa  $AC'$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là

A.  $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$ .

B.  $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ .

C.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .

D.  $\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$ .

Lời giải

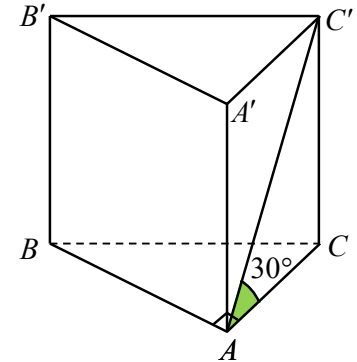
**Chọn B.**

Ta có  $AC$  là hình chiếu vuông góc của  $AC'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$

$$\Rightarrow (\widehat{AC', (ABC)}) = \widehat{CAC'} = 30^\circ$$

Tam giác  $ACC'$  vuông tại  $C$  có  $CC' = AC \cdot \tan 30^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

$$\text{Khi đó } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot CC' = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}.$$



**Câu 6:** Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có năm ghế. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh, gồm 5 nam và 5 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

A.  $\frac{8}{63}$ .

B.  $\frac{1}{3}$ .

C.  $\frac{8}{37}$ .

D.  $\frac{1}{30}$ .

Lời giải

**Chọn A**

+ Số phần tử của không gian mẫu là  $|\Omega| = 10!$ .

+ Gọi  $A$  là biến cố mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ.

|     |     |  |  |  |
|-----|-----|--|--|--|
| Nam | Nữ  |  |  |  |
| Nữ  | Nam |  |  |  |

+ Xếp 5 bạn nam vào 5 ghế, có  $10.8.6.4.2$  cách chọn.

+ Xếp 5 bạn nữ vào 5 ghế còn lại, có  $5!$  cách chọn.

+ Số phần tử của  $A$  là:  $|A| = 3840.5! = 460800$

+ Vậy xác suất cần tìm là  $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{10.8.6.4.2.5!}{10!} = \frac{8}{63}$ .

**Cách 2:**

+ Số phần tử của không gian mẫu là  $|\Omega| = 10!$ .

+ Gọi  $A$  là biến cố mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ.

|       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| $A_1$ | $B_1$ | $C_1$ | $D_1$ | $E_1$ |
| $A_2$ | $B_2$ | $C_2$ | $D_2$ | $E_2$ |

+ Xếp 5 học sinh nữ vào cùng 1 dãy ghế có  $5!$  cách.

+ Xếp 5 học sinh nam vào cùng 1 dãy ghế có  $5!$  cách.

+ Ở các cặp ghế đối diện nhau hai bạn nam và nữ có thể đổi chỗ cho nhau nên có  $2^5$  cách.

+ Số phần tử của  $A$  là:  $|A| = 5!.5!.2^5$ .

+ Vậy xác suất cần tìm là  $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{5!.5!.2^5}{10!} = \frac{8}{63}$ .

+ Khoảng cách

**Câu 7:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy là hình thang vuông tại  $A, D$ ,  $AB = AD = a$ ,  $CD = 2a$ . Cạnh bên  $SD$  vuông góc với đáy  $ABCD$  và  $SD = a$ . Tính khoảng cách từ  $A$  đến  $(SBC)$ .

A.  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .

B.  $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ .

C.  $\frac{a\sqrt{6}}{12}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

Lời giải

Chọn B

Giải:

Gọi I là trung điểm của DC. Khi đó  $AI // BC \Rightarrow AI // (SBC)$

$$\Rightarrow d(A; (SBC)) = d(I; (SBC))$$

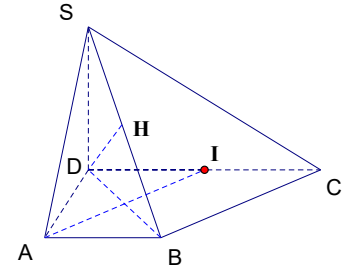
Ta có I là trung điểm của DC nên  $d(D; (SBC)) = 2d(I; (SBC)) = 2d(A; (SBC))$

Ta có  $\begin{cases} SD \perp BC \\ DB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SDB) \Rightarrow (SDB) \perp (SBC)$  theo giao tuyến SB.

Dựng  $DH \perp SB$  tại H  $\Rightarrow DH = d(D; (SBC))$

Tam giác  $DSB$  vuông tại D nên  $\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{SD^2} + \frac{1}{DB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow DH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

$$\Rightarrow d(A; (SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$



**Câu 8:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - z - 4 = 0$  và đường thẳng

$d: \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$ . Hình chiếu của  $d$  trên  $(P)$  có phương trình là

A.  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$ .

B.  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 \\ z = -1 - t \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$ .

D.  $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$ .

Lời giải

Chọn A

$d$  đi qua điểm  $M(3;1;-1)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{a} = (3;1;-1)$ .

Vì  $M \in (P)$  nên  $M = d \cap (P)$ . Do đó, hình chiếu của  $M$  trên  $(P)$  là  $M$ .

Lấy  $O(0;0;0) \in d$ . Gọi  $K$  là hình chiếu của  $O$  trên  $(P)$ .

Gọi  $\Delta$  là đường thẳng qua  $O$  vuông góc mặt phẳng  $(P)$ ,  $(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1;0;-1)$

Suy ra  $\Delta$  có vectơ chỉ phương  $\vec{a}' = \vec{n} = (1;0;-1)$ .

Phương trình tham số  $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$

Khi đó,  $K = \Delta \cap (P) \Rightarrow K \in d \Rightarrow K(t; 0; -t)$

$$K \in (P) \Rightarrow t + t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow K(2; 0; -2)$$

Hình chiếu của  $d$  trên  $(P)$  là đường thẳng  $d'$  đi qua hai điểm  $M, K \Rightarrow d'$  có vector chỉ phương  $\vec{a}_1 = \overrightarrow{MK} = (-1; -1; -1)$ . Chọn lại  $\vec{u} = (1; 1; 1)$

Phương trình tham số  $d'$ : 
$$\begin{cases} x = 3 + t' \\ y = 1 + t' \\ z = -1 + t' \end{cases}$$

**Câu 9:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(3; -1; 2)$ ,  $B(1; 1; 2)$ ,  $C(1; -1; 4)$ , đường tròn  $(C)$  là giao của mặt phẳng  $(P): x + y + z - 4 = 0$  và mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6z + 10 = 0$ . Hỏi có bao nhiêu điểm  $M$  thuộc đường tròn  $(C)$  sao cho  $T = MA + MB + MC$  đạt giá trị lớn nhất?

**A.** 3.

**B.** 2.

**C.** 4.

**D.** 1.

**Lời giải**

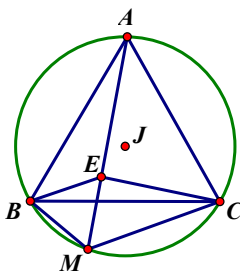
**Chọn A**

Ta có mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2; 0; 3)$  và bán kính  $R = \sqrt{3}$ .

Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua  $I$  và vuông góc với  $(P)$  ta có  $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = 3 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .

Tâm  $J$  của đường tròn giao tuyến  $(C)$  chính là giao điểm của  $\Delta$  và  $(P) \Rightarrow J\left(\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{8}{3}\right)$ .

Thấy  $A, B, C \in (P)$ ,  $JA = JB = JC = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ ,  $AB = BC = CA = 2\sqrt{2}$  nên  $A, B, C \in (C)$  và tam giác  $ABC$  đều.



**TH1:** Xét  $M$  thuộc cung nhỏ  $\widehat{BC}$ . Lấy điểm  $E$  thuộc đoạn  $AM$  sao cho  $MB = ME$  mà  $\widehat{BME} = \widehat{BCA} = 60^\circ$  suy ra tam giác  $BME$  đều.

Ta có  $\widehat{ABE} = \widehat{CBM} \Rightarrow \triangle ABE = \triangle CBM \Rightarrow MC = AE$ .

$$\Rightarrow MB + MC = ME + EA = MA$$

$\Rightarrow MA + MB + MC = 2MA$  nên  $MA + MB + MC$  đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi  $MA$  đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi  $MA$  là đường kính tức  $M$  là điểm chính giữa cung nhỏ  $\widehat{BC}$ . Vậy trong trường hợp này có một điểm  $M$  thỏa mãn.

**TH2 và TH3:** Xét  $M$  thuộc cung nhỏ  $\widehat{AC}$ ;  $\widehat{AB}$  do vai trò bình đẳng các đỉnh của tam giác đều hoàn toàn tương tự mỗi trường hợp cũng có một điểm  $M$  thỏa mãn.

Vậy có ba điểm  $M$  thuộc đường tròn  $(C)$  sao cho  $MA + MB + MC$  đạt giá trị lớn nhất.

### CÁC CÂU VẬN DỤNG

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f'(x) = (x-2)(x+5)(x+1)$ . Hàm số  $y = f(x^2)$  đồng biến trong khoảng nào dưới đây ?

A.  $(0;1)$ .

**B.  $(-1;0)$ .**

C.  $(-2;-1)$ .

D.  $(-2;0)$ .

$$\text{Ta có } y' = \left(f(x^2)\right)' = 2x \cdot f'(x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ f'(x^2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2=2 \\ x^2=-5 \\ x^2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Chọn  $x=1 \in (0;\sqrt{2})$  ta có  $y'(1) = 2 \cdot 1 \cdot f'(1^2) = 2 \cdot f'(1) < 0$ . Do đó cả khoảng  $(0;\sqrt{2})$  âm.

Từ đó ta có trực xét dấu  $y' = \left(f(x^2)\right)'$  như sau :

Vậy hàm số  $y = f(x^2)$  đồng biến trên  $(-1;0)$ .

**Câu 11:** Một người vay vốn ở một ngân hàng với số tiền là 50 triệu đồng, thời hạn 50 tháng, lãi suất 1,15% trên tháng, tính theo dư nợ, trả đúng ngày qui định. Hỏi hàng tháng, người đó phải đều đặn trả vào ngân hàng một khoản tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu để đến tháng thứ 48 thì người đó trả hết cả gốc lẫn lãi cho ngân hàng (làm tròn đến trăm đồng)?

A. 1.320.500 đồng.

B. 1.771.300 đồng.

**C. 1.320.800 đồng.**

D. 1.018.500 đồng.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi số tiền vay của người đó là  $N$  đồng, lãi suất  $m\%$  trên tháng, số tháng vay là  $n$ , số tiền phải đều đặn trả vào ngân hàng hàng tháng là  $a$  đồng.

- Sau tháng thứ nhất số tiền gốc còn lại trong ngân hàng là:  $N \left(1 + \frac{m}{100}\right) - a$  đồng.

- Sau tháng thứ hai số tiền gốc còn lại trong ngân hàng là:

$$\left[ N \cdot \left(1 + \frac{m}{100}\right) - a \right] \left(1 + \frac{m}{100}\right) - a = N \cdot \left(1 + \frac{m}{100}\right)^2 - a \cdot \left[ \left(1 + \frac{m}{100}\right) + 1 \right] = N \cdot \left(1 + \frac{m}{100}\right)^2 - \frac{100a}{m} \cdot \left[ \left(1 + \frac{m}{100}\right)^2 - 1 \right]$$

- Sau tháng thứ ba số tiền gốc còn lại trong ngân hàng là:  $\left\{ N \cdot \left(1 + \frac{m}{100}\right)^3 - \frac{100a}{m} \cdot \left[ \left(1 + \frac{m}{100}\right)^3 - 1 \right] \right\}$  đồng

Tương tự: Số tiền gốc còn lại trong ngân hàng sau tháng thứ  $n$  là:

$$\left\{ N \cdot \left(1 + \frac{m}{100}\right)^n - \frac{100a}{m} \cdot \left[ \left(1 + \frac{m}{100}\right)^n - 1 \right] \right\} \text{ đồng. (**)}$$

Thay bằng số với  $N = 50\,000\,000$  đồng,  $n = 50$  tháng,  $y = 1 + \frac{m}{100} = 1,0115$

ta có:  $a = 1.320.845,616$  đồng. Chọn đáp án C.

**Câu 12:** Biết  $\int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x} dx = a \cdot e + b \ln\left(\frac{e+1}{e}\right)$  trong đó  $a, b$  là các số nguyên. Khi đó tỉ số  $\frac{a}{b}$  là

**A.**  $\frac{1}{2}$ .

**B.** 1.

**C.** 3.

**D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x} dx = \int_1^e \frac{1+x\ln x + 1 + \ln x}{1+x\ln x} dx = \int_1^e dx + \int_1^e \frac{d(1+x\ln x)}{1+x\ln x}$   
 $= x \Big|_1^e + \ln(1+x\ln x) \Big|_1^e = e - 1 + \ln(1+e) = e + \ln \frac{e+1}{e}.$

Suy ra  $a = b = 1$ . Vậy  $\frac{a}{b} = 1$ .

+ Xác định số phức

**Câu 13:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2+i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} + 1 - 2i$ . Biết tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức  $w = (3-4i)z - 1 + 2i$  là đường tròn tâm  $I$ , bán kính  $R$ . Khi đó.

**A.**  $I(-1; -2), R = \sqrt{5}$ .

**B.**  $I(1; 2), R = \sqrt{5}$ .

**C.**  $I(-1; 2), R = \sqrt{5}$ .

**D.**  $I(1; -2), R = \sqrt{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$(2+i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} + 1 - 2i \Leftrightarrow (2|z|-1) + (|z|+2)i = \frac{\sqrt{10}}{|z|^2} z$$

Bình phương modun của số thức bên trái và bên phải bằng nhau ta có:

$$(2|z|-1)^2 + (|z|+2)^2 = \frac{10}{|z|^2} \Leftrightarrow 5|z|^2 + 5 = \frac{10}{|z|^2} \Rightarrow |z| = 1$$

$$\text{Đặt } w = x + yi \Rightarrow w = (3-4i)z - 1 + 2i \Leftrightarrow (x+1) + (y-2)i = (3-4i)z \Rightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$$

Vậy  $I(-1; 2), R = 5$ .

**Câu 14:** Cho khối lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy là một tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AC = AB = 2a$ , góc giữa  $AC'$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là

**A.**  $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$ .

**B.**  $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**C.**  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**D.**  $\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$ .

**Lời giải**

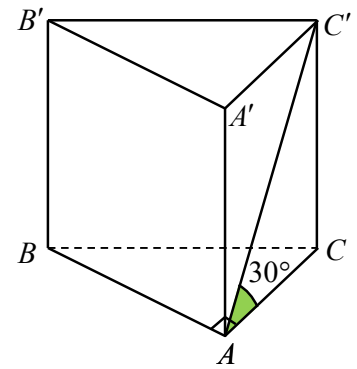
**Chọn B.**

Ta có  $AC$  là hình chiếu vuông góc của  $AC'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$

$$\Rightarrow (\widehat{AC', (ABC)}) = \widehat{CAC'} = 30^\circ$$

Tam giác  $ACC'$  vuông tại  $C$  có  $CC' = AC \cdot \tan 30^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

$$\text{Khi đó } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot CC' = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}.$$



**Câu 15:** Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có năm ghế. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh, gồm 5 nam và 5 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

**A.**  $\frac{8}{63}$ .

**B.**  $\frac{1}{3}$ .

**C.**  $\frac{8}{37}$ .

**D.**  $\frac{1}{30}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

+ Số phần tử của không gian mẫu là  $|\Omega| = 10!$ .

+ Gọi  $A$  là biến cố mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ.

|     |     |  |  |  |
|-----|-----|--|--|--|
| Nam | Nữ  |  |  |  |
| Nữ  | Nam |  |  |  |

+ Xếp 5 bạn nam vào 5 ghế, có  $10 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2$  cách chọn.

+ Xếp 5 bạn nữ vào 5 ghế còn lại, có  $5!$  cách chọn.

+ Số phần tử của  $A$  là:  $|A| = 3840 \cdot 5! = 460800$

+ Vậy xác suất cần tìm là  $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{10 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5!}{10!} = \frac{8}{63}$ .

**Cách 2:**

+ Số phần tử của không gian mẫu là  $|\Omega| = 10!$ .

+ Gọi  $A$  là biến cố mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ.

|       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| $A_1$ | $B_1$ | $C_1$ | $D_1$ | $E_1$ |
| $A_2$ | $B_2$ | $C_2$ | $D_2$ | $E_2$ |

+ Xếp 5 học sinh nữ vào cùng 1 dãy ghế có  $5!$  cách.

+ Xếp 5 học sinh nam vào cùng 1 dãy ghế có  $5!$  cách.

+ Ở các cặp ghế đối diện nhau hai bạn nam và nữ có thể đổi chỗ cho nhau nên có  $2^5$  cách.

+ Số phần tử của  $A$  là:  $|A| = 5! \cdot 5! \cdot 2^5$ .

+ Vậy xác suất cần tìm là  $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{5! \cdot 5! \cdot 2^5}{10!} = \frac{8}{63}$ .

+ Khoảng cách

**Câu 16:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy là hình thang vuông tại  $A, D$ ,  $AB = AD = a$ ,  $CD = 2a$ . Cạnh bên  $SD$  vuông góc với đáy  $ABCD$  và  $SD = a$ . Tính khoảng cách từ  $A$  đến  $(SBC)$ .

**A.**  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .

**B.**  $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{6}}{12}$ .

**D.**  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

## Lời giải

**Chọn B**

**Giải:**

Gọi I là trung điểm của DC. Khi đó  $AI // BC \Rightarrow AI // (SBC)$

$$\Rightarrow d(A; (SBC)) = d(I; (SBC))$$

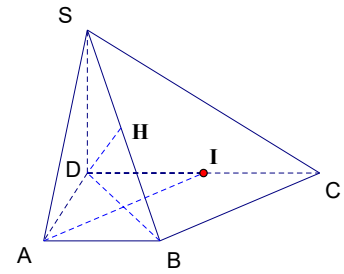
Ta có I là trung điểm của DC nên  $d(D; (SBC)) = 2d(I; (SBC)) = 2d(A; (SBC))$

Ta có  $\begin{cases} SD \perp BC \\ DB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SDB) \Rightarrow (SDB) \perp (SBC)$  theo giao tuyến SB.

Dựng  $DH \perp SB$  tại H  $\Rightarrow DH = d(D; (SBC))$

Tam giác  $DSB$  vuông tại D nên  $\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{SD^2} + \frac{1}{DB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow DH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

$$\Rightarrow d(A; (SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$



**Câu 17:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - z - 4 = 0$  và đường thẳng

$d: \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$ . Hình chiếu của  $d$  trên  $(P)$  có phương trình là

**A.**  $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 1+t \\ z = -1+t \end{cases}$

**B.**  $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 1 \\ z = -1-t \end{cases}$

**C.**  $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = 1+t \\ z = -1-t \end{cases}$

**D.**  $\begin{cases} x = 3-t \\ y = 1+2t \\ z = -1+t \end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn A**

$d$  đi qua điểm  $M(3;1;-1)$  và có vector chỉ phương  $\vec{a} = (3;1;-1)$ .

Vì  $M \in (P)$  nên  $M = d \cap (P)$ . Do đó, hình chiếu của  $M$  trên  $(P)$  là  $M$ .

Lấy  $O(0;0;0) \in d$ . Gọi  $K$  là hình chiếu của  $O$  trên  $(P)$ .

Gọi  $\Delta$  là đường thẳng qua  $O$  vuông góc mặt phẳng  $(P)$ ,  $(P)$  có vector pháp tuyến  $\vec{n} = (1;0;-1)$

Suy ra  $\Delta$  có vector chỉ phương  $\vec{a}' = \vec{n} = (1;0;-1)$ .

Phương trình tham số  $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$

Khi đó,  $K = \Delta \cap (P) \Rightarrow K \in d \Rightarrow K(t;0;-t)$

$$K \in (P) \Rightarrow t+t-4=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow K(2;0;-2)$$

Hình chiếu của  $d$  trên  $(P)$  là đường thẳng  $d'$  đi qua hai điểm  $M, K \Rightarrow d'$  có vector chỉ phương  $\vec{a}_1 = \overrightarrow{MK} = (-1; -1; -1)$ . Chọn lại  $\vec{u} = (1; 1; 1)$

$$\text{Phương trình tham số } d': \begin{cases} x=3+t' \\ y=1+t' \\ z=-1+t' \end{cases}.$$

**Câu 18:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(3; -1; 2)$ ,  $B(1; 1; 2)$ ,  $C(1; -1; 4)$ , đường tròn  $(C)$  là giao của mặt phẳng  $(P): x+y+z-4=0$  và mặt cầu  $(S): x^2+y^2+z^2-4x-6z+10=0$ . Hỏi có bao nhiêu điểm  $M$  thuộc đường tròn  $(C)$  sao cho  $T=MA+MB+MC$  đạt giá trị lớn nhất?

**A.** 3.

**B.** 2.

**C.** 4.

**D.** 1.

**Lời giải**

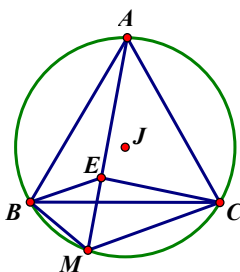
**Chọn A**

Ta có mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2; 0; 3)$  và bán kính  $R = \sqrt{3}$ .

Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua  $I$  và vuông góc với  $(P)$  ta có  $\Delta: \begin{cases} x=2+t \\ y=t \\ z=3+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .

Tâm  $J$  của đường tròn giao tuyến  $(C)$  chính là giao điểm của  $\Delta$  và  $(P) \Rightarrow J\left(\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{8}{3}\right)$ .

Thấy  $A, B, C \in (P)$ ,  $JA = JB = JC = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ ,  $AB = BC = CA = 2\sqrt{2}$  nên  $A, B, C \in (C)$  và tam giác  $ABC$  đều.



**TH1:** Xét  $M$  thuộc cung nhỏ  $\widehat{BC}$ . Lấy điểm  $E$  thuộc đoạn  $AM$  sao cho  $MB = ME$  mà  $\widehat{BME} = \widehat{BCA} = 60^\circ$  suy ra tam giác  $BME$  đều.

Ta có  $\widehat{ABE} = \widehat{CBM} \Rightarrow \triangle ABE = \triangle CBM \Rightarrow MC = AE$ .

$$\Rightarrow MB + MC = ME + EA = MA$$

$\Rightarrow MA + MB + MC = 2MA$  nên  $MA + MB + MC$  đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi  $MA$  đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi  $MA$  là đường kính tức  $M$  là điểm chính giữa cung nhỏ  $\widehat{BC}$ . Vậy trong trường hợp này có một điểm  $M$  thỏa mãn.

**TH2 và TH3:** Xét  $M$  thuộc cung nhỏ  $\widehat{AC}$ ;  $\widehat{AB}$  do vai trò bình đẳng các đỉnh của tam giác đều hoàn toàn tương tự mỗi trường hợp cũng có một điểm  $M$  thỏa mãn.

Vậy có ba điểm  $M$  thuộc đường tròn  $(C)$  sao cho  $MA + MB + MC$  đạt giá trị lớn nhất.

