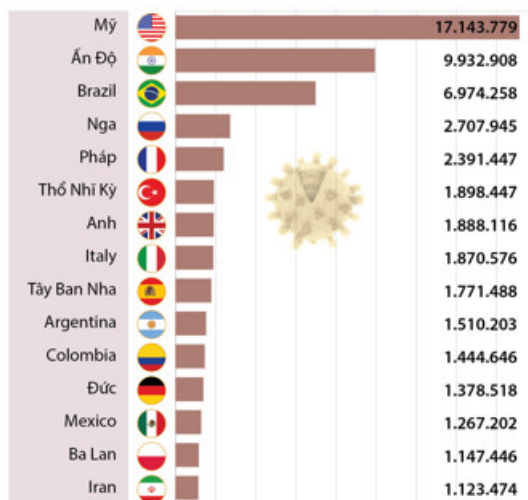


Câu 1: Ước tính đến 10 giờ 45 (giờ VN) ngày 16/12/2020 đã có 15 quốc gia ghi nhận số ca mắc COVID-19 trên 1 triệu.

15 NƯỚC CÓ TRÊN 1 TRIỆU CA MẮC COVID-19

(tính đến 10h45, ngày 16/12/2020, giờ Việt Nam)



(Nguồn: *Worldometers.info*)

Tính đến ngày 16/12/2020 Quốc gia nào có số ca mắc Covid 19 – nhiều nhất thế giới?

- A. Ấn Độ B. Trung Quốc C. Thổ Nhĩ Kỳ D. Mỹ

Câu 2: Nhà trường phát thưởng cho học sinh khá, học sinh giỏi của hai lớp 10A và 10B. Lớp 10A có 3 học sinh giỏi và 8 học sinh khá, lớp 10B có 4 học sinh giỏi và 5 học sinh khá. Số vở phát thưởng cho hai lớp 10A, 10B lần lượt là 125 quyển và 110 quyển. Hỏi mỗi học sinh khá và mỗi học sinh giỏi được thưởng bao nhiêu quyển vở? (Biết rằng phần thưởng cho mỗi học sinh khá (giỏi) ở hai lớp là như nhau).

- A. Học sinh giỏi 15 quyển, học sinh khá 10 quyển. B. Học sinh giỏi 18 quyển, học sinh khá 12 quyển.
C. Học sinh giỏi 17 quyển, học sinh khá 11 quyển. D. Học sinh giỏi 15 quyển, học sinh khá 8 quyển.

Câu 3: Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ " là

- A. " $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 < 1$ " B. " $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ "
C. " $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ " D. " $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \geq 1$ "

Câu 4: Đồ thị hàm số $y = mx^2 + (2 - 3m)x + 2m - 1$ luôn đi qua hai điểm cố định A, B với mọi m . Độ dài đoạn thẳng AB là:

- A. $\sqrt{13}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{7}$

Câu 5: Trong mặt phẳng xOy , cho ba điểm $A(1;1), B(2;0), C(3;4)$. Phương trình đường thẳng đi qua A và cách đều hai điểm B, C là:

- A. $4x - y - 3 = 0; 2x - 3y + 1 = 0$ B. $4x - y - 3 = 0; 2x + 3y + 1 = 0$
C. $4x + y - 3 = 0; 2x - 3y + 1 = 0$ D. $x - y = 0; 2x - 3y + 1 = 0$

Câu 6: Trong mặt phẳng xOy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5 = 0$. Đường thẳng d đi qua $A(3;2)$ và cắt (C) theo một dây cung ngắn nhất có phương trình là:

A. $2x - y + 2 = 0$.

B. $x - y - 1 = 0$.

C. $x + y - 1 = 0$.

D. $x - y + 1 = 0$.

Câu 7: Số nghiệm của phương trình $\sin 2x - 2\cos x = 0$ thuộc đoạn $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là:

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 2.

Câu 8: Đề thi kiểm tra 15 phút có 10 câu trắc nghiệm mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng, trả lời đúng mỗi câu được 1,0 điểm. Một thí sinh làm cả 10 câu, mỗi câu chọn một phương án. Tính xác suất để thí sinh đó đạt từ 8,0 điểm trở lên.

A. $\frac{436}{4^{10}}$.

B. $\frac{463}{4^{10}}$.

C. $\frac{436}{10^4}$.

D. $\frac{163}{10^4}$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x \leq 2 \\ ax+b & \text{khi } 2 < x < 6 \\ x+4 & \text{khi } x \geq 6 \end{cases}$. Biết hàm số $f(x)$ có giới hạn tại $x = 2$ và $x = 6$. Hệ thức

nào sau đây đúng?

A. $2a - b = 0$

B. $2a + b = 0$

C. $a - 2b = 0$

D. $a + 2b = 0$

Câu 10: Một chất điểm chuyển động có phương trình $S = 2t^4 + 6t^2 - 3t + 1$ với t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Hỏi gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 3$ (s) bằng bao nhiêu?

A. 228 m/s^2 .

B. 64 m/s^2 .

C. 88 m/s^2 .

D. 76 m/s^2 .

Câu 11: Cho hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 4x + 5$ có đồ thị là (C). Trong số các tiếp tuyến của (C) có một tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất. Hệ số góc của tiếp tuyến này bằng:

A. $-3,5$.

B. $-5,5$.

C. $-7,5$.

D. $-9,5$.

Câu 12: Một công ty thực hiện việc trả lương cho các kỹ sư theo phương thức như sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ty là 15 triệu đồng/quý và kể từ quý làm việc thứ hai mức lương sẽ được tăng thêm 1,5 triệu đồng mỗi quý. Tổng số tiền lương một kỹ sư được nhận sau 3 năm làm việc cho công ty là

A. 495 triệu đồng.

B. 279 triệu đồng.

C. 384 triệu đồng.

D. 558 triệu đồng.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = a$ và vuông góc với đáy. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với trung tuyến SI của tam giác SBC . Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi (α) với hình chóp đã cho.

A. $S = \frac{2a^2\sqrt{21}}{49}$.

B. $S = \frac{4a^2\sqrt{21}}{49}$.

C. $S = \frac{a^2\sqrt{21}}{7}$.

D. $S = \frac{2a^2\sqrt{21}}{7}$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(2; +\infty)$.

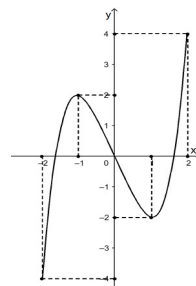
Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 1]$ lần lượt là M, m. Giá trị $M + m$ bằng

A. 2.

B. 0.

C. -2.

D. 4.



Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	0	2	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số có ba giá trị cực trị.

B. Hàm số có một điểm cực tiểu.

C. $f(-2) = f(2)$.

D. $f(-1) < f(2)$.

Câu 17: Phương trình các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là

A. $x = -2$ $y = 1$

B. $x = 1$; $y = 2$

C. $x = 2$; $y = 1$

D. $x = 2$; $y = -1$

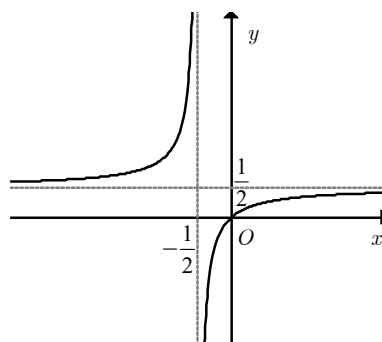
Câu 18: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{x+1}{2x+1}$.

B. $y = \frac{x+3}{2x+1}$.

C. $y = \frac{x}{2x+1}$.

D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.



Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ (với m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[2;4]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $3 < m \leq 4$.

B. $1 \leq m < 3$.

C. $m > 4$.

D. $m < -1$.

Câu 20: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt[3]{f(x)+m}) = x^3 - m$ có nghiệm thuộc đoạn $[1;2]$ biết $f(x) = x^5 + 3x^3 - 4m$.

A. 15.

B. 16.

C. 17.

D. 18.

Câu 21: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = \sqrt{x}$.

B. $P = x^{\frac{1}{3}}$.

C. $P = x^{\frac{1}{9}}$.

D. $P = x^2$.

Câu 22: Cho a là số thực dương bất kì. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.

B. $\log(3a) = 3 \log a$.

C. $\log a^3 = 3 \log a$.

D. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình vẽ dưới đây

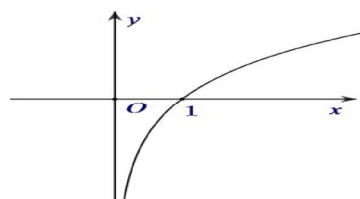
Hàm số $y = f(x)$ có thể là hàm số nào trong các hàm số sau:

A. $f(x) = e^{-x}$.

B. $f(x) = \log_2 x$.

C. $f(x) = -\ln x$.

D. $f(x) = 2^x$.



Câu 24: Xét các số thực x, y thỏa mãn $1 < x < y$ và $\log_x y + \log_y x^2 = 3$. Tìm giá trị của biểu thức

$$P = \log_{xy} \frac{x^2 + y}{2}$$

A. $P = \frac{1}{6}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 6.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 25: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-2}$ là

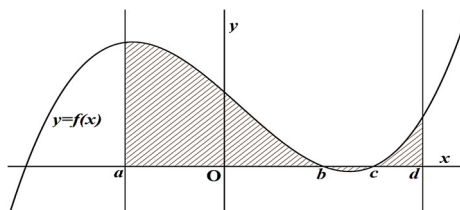
A. $\ln|x-2| + C$.

B. $\frac{1}{2}\ln|x-2| + C$.

C. $\ln(x-2) + C$.

D. $-\frac{1}{2}\ln|x-2| + C$.

Câu 26: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Tính diện tích S phần gạch chéo.



A. $S = \int_b^a f(x)dx - \int_c^b f(x)dx + \int_d^c f(x)dx$.

B. $S = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx + \int_c^d f(x)dx$.

C. $S = \int_a^b f(x)dx - \int_b^c f(x)dx - \int_c^d f(x)dx$.

D. $S = \int_a^b f(x)dx - \int_b^c f(x)dx + \int_c^d f(x)dx$.

Câu 27: Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(2) = 16$, $\int_0^1 f(2x)dx = 2$. Tích phân $\int_0^2 xf'(x)dx$ bằng ?

A. 28.

B. 30.

C. 12.

D. 36.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0; +\infty)$, thỏa mãn $x + e^x \cdot f'(e^x) = f(e^x) + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 1$. Giá trị $f(4)$ thuộc khoảng nào sau đây?

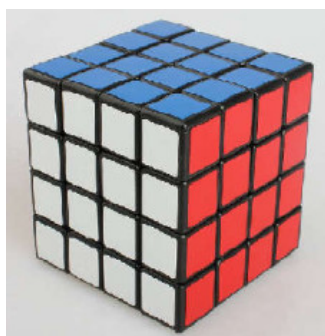
A. $(3; 4)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(4; 5)$.

D. $(5; 6)$.

Câu 29: Một khối Rubic loại 4x4x4, gồm 64 khối lập phương nhỏ ghép thành. Biết mỗi mặt của khối lập phương nhỏ là một hình vuông có chu vi bằng 8 (cm). Tính thể tích khối Rubic



A. 64 cm^3 .

B. 1728 cm^3 .

C. 512 cm^3 .

D. 216 cm^3 .

Câu 30: Cắt một khối trụ tròn xoay bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Diện tích toàn phần của khối trụ là:

A. $S_p = 4\pi a^2$.

B. $S_p = 6\pi a^2$.

C. $S_p = 8\pi a^2$.

D. $S_p = 10\pi a^2$.

Câu 31: Cho khối nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O. Điểm A là trung điểm của SO, B, C, D là ba điểm thuộc đường tròn đáy. Biết ABCD là tứ diện đều cạnh a, tính thể tích khối nón đã cho.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

B. $\frac{2\pi a^3\sqrt{6}}{27}$.

C. $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{27}$.

D. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

- A. $2x - 2y + 3z - 17 = 0$.
 B. $2x - 2y + 3z + 17 = 0$.
 C. $3x + 2y - z - 1 = 0$.
 D. $3x + 2y - z + 1 = 0$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 3z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$.

Tìm mệnh đề **đúng**?

- A. $d \parallel (\alpha)$.
 B. d cắt (α) .
 C. $d \subset (\alpha)$.
 D. $d \perp (\alpha)$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 0; -1)$, $B(1; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 5 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua A, B và vuông góc với (P) , phương trình của mặt phẳng (α) có dạng: $ax + by + z + d = 0$. Tính tổng $T = a + b + d$

- A. $T = -3$
 B. $T = 19$
 C. $T = -15$
 D. $T = 4$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$.

Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A cắt và vuông góc với đường thẳng d .

- A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.
 B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.
 C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$.
 D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 36: Góc giữa hai véc tơ $\vec{a} = (-1; 0; 1)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$ là:

Đáp án:

Câu 37: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5; 5]$ để phương trình

$$|mx + 2x - 1| = |x - 1| \text{ có đúng hai nghiệm phân biệt?}$$

Đáp án:

Câu 38: Từ ba số 1, 2, 3 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số sao cho 2 chữ số giống nhau không đứng kề nhau?

Đáp án:

Câu 39: Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $6.10^5 (m^3)$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây trong rừng là 4,5% mỗi năm. Hỏi sau 10 năm, khu rừng đó sẽ có bao nhiêu m^3 gỗ (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Đáp án:

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi φ là góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAC) .

Tính $\tan \varphi$.

Đáp án:

Câu 41: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (BDA') .

Đáp án:

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-18; 18]$ để đồ thị hàm số $y = (x-1)(x^2 + 2mx + 9)$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành?

Đáp án:

Câu 43: Cho $\int_{-1}^2 f(x)dx = 10$. Khi đó $\int_{-1}^2 [2 - 4f(x)]dx$ bằng:

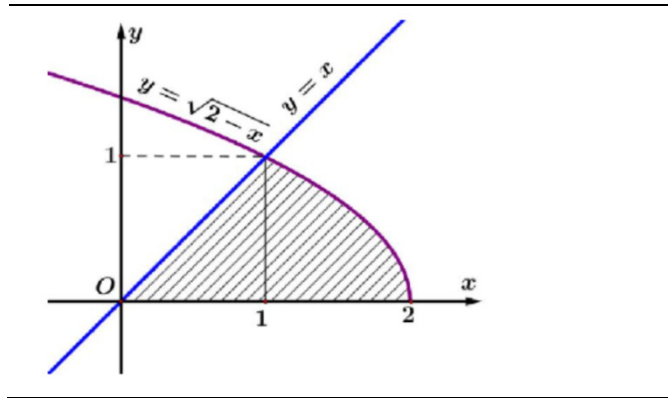
Đáp án:

Câu 44: Biết $\int_1^2 \ln x dx = a \ln 2 + b$ trong đó a, b là các số nguyên. Tính $a + b$.

Đáp án:

Câu 45: Thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox là

Đáp án:



Câu 46: Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chữ nhật có ba kích thước 1, 2, 3 là:

Đáp án:

Câu 47: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh đều bằng a . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

Đáp án:

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(3; -1; 1)$ và mặt phẳng (BCD) có phương trình $x + 2y - 2z - 5 = 0$. Chiều cao AH của tứ diện $ABCD$ bằng:

Đáp án:

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y - 3z - 19 = 0$ và đường thẳng

$(d): \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$. Gọi $I(a; b; c)$ là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng (d) , tính tổng

$T = a + b + c$

Đáp án:

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x + y - z = 0$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(2; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $b > 0, c > 0$ sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng 3. Giá trị của $b - c$ bằng:

Đáp án:

HẾT

CÁCH GIẢI THAM KHẢO

Câu 1. Dựa theo bảng thống kê. **Chọn D.**

Câu 2. Gọi x, y lần lượt là số vở mỗi học sinh giỏi và khá được thưởng. Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + 8y = 125 \\ 4x + 5y = 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 10 \end{cases}$. **Chọn A**

Câu 3. Chú ý:

Trong hai ký hiệu lượng từ $\forall, \exists$ thì phủ định của ký hiệu này là ký hiệu kia.

Phủ định của mệnh đề chứa các ký hiệu trên thì đồng thời phủ định ký hiệu và phủ định biểu thức.

Ta có $P = "\exists x \in \mathbb{R}, 5x - x^2 = 1" \Rightarrow \bar{P} = "\forall x \in \mathbb{R}, 5x - x^2 \neq 1"$. **Chọn C**

Câu 4. Tìm trên đồ thị hàm số $y = mx^2 + (2 - 3m)x + 2m - 1$ hai điểm cố định A, B .

Cho $m = 0$ & $m = 1$ ta có hệ: $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x^2 - x + 1 \end{cases} \Rightarrow A(1;1) \& B(2;3)$.

Độ dài $AB = \sqrt{5}$. **Chọn B**

Câu 5. Trường hợp 1: Đường thẳng đi qua A và song song với BC . Ta có $\overrightarrow{BC} = (1;4)$ nên đường thẳng là $4(x-1) - 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow 4x - y - 3 = 0$.

Trường hợp 2: Đường thẳng đi qua A và trung điểm $I\left(\frac{5}{2}; 2\right)$ của BC . Ta có

$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(3;2)$ nên đường thẳng là $2(x-1) - 3(y-1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y + 1 = 0$.

Chọn A

Câu 6. Đường tròn $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5 = 0$ có tâm $I(2;3)$. Đường thẳng A và cắt đường tròn theo dây cung ngắn nhất nên A là trung điểm dây cung.

Ta có $\overrightarrow{IA} = (1;-1)$ nên đường thẳng là $1(x-3) - 1(y-2) = 0 \Leftrightarrow x - y - 1 = 0$. **Chọn B**

Câu 7. Phương trình $\sin 2x - 2 \cos x = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x (\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Cho $x \in \left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ thì có ba giá trị $k \in \{-2; -1; 0\}$. **Chọn A**

Câu 8. Để được 8 điểm trở lên thì học sinh đó có thể trả lời 2 câu sai, 1 câu sai hoặc 0 câu sai.

Khi đó xác suất cần tìm là $C_{10}^8 \times \left(\frac{1}{4}\right)^8 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_{10}^9 \times \left(\frac{1}{4}\right)^9 \times \left(\frac{3}{4}\right)^1 + C_{10}^{10} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \times \left(\frac{3}{4}\right)^0 = \frac{436}{4^{10}}$

Chọn C

Câu 9. Cho giới hạn tại $x = 2$ & $x = 6$ ta có hệ: $\begin{cases} 2a + b = 0 \\ 6a + b = 10 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{5}{2}, b = -5$. **Chọn B.**

Lưu ý.

Ta có thể chọn $2a + b = 0$ từ phương trình đầu mà không cần giải.

Câu 10. Theo ý nghĩa của đạo hàm cấp 2, ta có gia tốc $a = S''(t)$.

Ta có $S''(t) = 24t^2 + 12$, tại $t = 3 \Rightarrow a = 228 (m/s^2)$. **Chọn A**

Câu 11. Xét hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 4x + 5$.

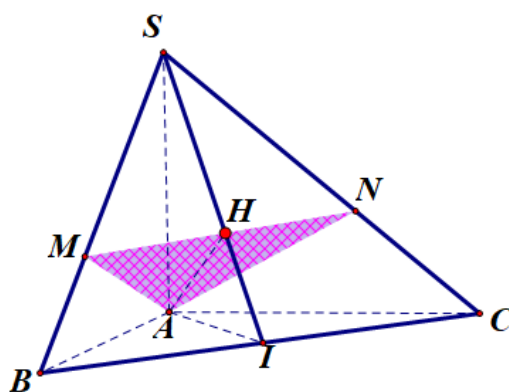
Ta có $y' = 6x^2 + 6x - 4 = 6\left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) - \frac{6}{4} - 4 = 6\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{11}{2} \geq -\frac{11}{2}$.

Vậy hệ số góc nhỏ nhất của tiếp tuyến là $k_t = -5.5$. **Chọn B**

Câu 12. Cách thức trả lương cho kỹ sư của Công ty theo cấp số cộng : Số hạng đầu là $u_1 = 15$ triệu/quý, công sai $d = 1.5$ triệu/quý. Do đó sau 3 năm (12 quý), thì tổng số tiền kỹ sư nhận được là $S_{12} = \frac{12 \times [2 \times 15 + 11 \times 1.5]}{2} = 279$ triệu. **Chọn B**

Câu 13. Gọi $MN = (\alpha) \cap (SBC)$, ta có $SI \perp MN$ & $SI \perp BC \Rightarrow MN \parallel BC$. Ta có

$$SI = \sqrt{SA^2 + AI^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2} \text{ nên } AH = \frac{SA \cdot AI}{SI} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$



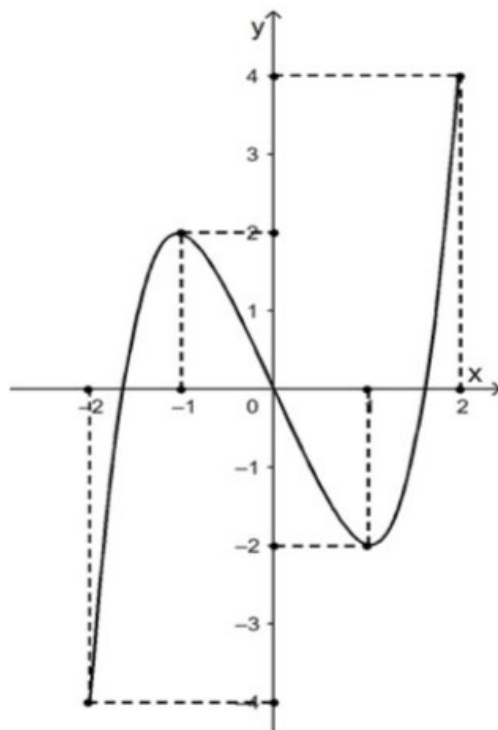
$$\text{Mà } \frac{MN}{BC} = \frac{SH}{SI} = \frac{SH \cdot SI}{SI^2} = \frac{SA^2}{SI^2} = \frac{4}{7} \Rightarrow MN = \frac{4a}{7}.$$

$$\text{Vậy } S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{7} \cdot \frac{4a}{7} = \frac{2\sqrt{21}a^2}{49}. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 14. Ta có $f'(x)$ cùng dấu với $(x-1)(2-x)$ nên $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (1; 2)$.

Chọn B

Câu 15. Đồ thị $f(x)$ trên đoạn $[-2;1]$.



Ta có $M = f(-1) = 2; m = f(1) = -2$ nên $M + m = 0$. **Chọn C**

Câu 16. Bảng biến thiên

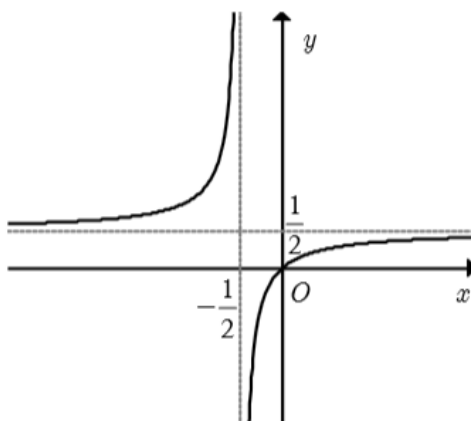
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$			2		2			
	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\searrow$	$-\infty$	

Hàm số có ba giá trị cực trị là sai, chỉ có $y_{CD} = 2; y_{CT} = 0$. **Chọn A.**

Câu 17. Đồ thị $y = \frac{x+1}{x-2}$ có tiệm cận đứng $x = 2$ và tiệm cận ngang $y = 1$.

Chọn C

Câu 18. Đồ thị



Đường cong đi qua gốc tọa độ, nên $y = \frac{x}{2x+1}$. **Chọn C**

Câu 19. Hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$, ta có điều kiện $m \neq -1$.

Ta có $\min_{[2;4]} y = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m+2=3 \\ \frac{m+4}{3}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1(l) \\ m=5 \end{cases}$. Ta có $m=5 > 4$. **Chọn C**

Câu 20. Đặt $\sqrt[3]{f(x)+m} = u \Leftrightarrow f(x) = u^3 - m$; kết hợp phương trình đã cho suy ra hệ phương trình:
$$\begin{cases} f(u) = x^3 - m \\ f(x) = u^3 - m \end{cases}$$

Với $f(x) = x^5 + 3x^3 - 4m \Rightarrow f'(x) = 5x^4 + 9x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(x)$ đồng biến.

Nếu $u > x \Rightarrow f(u) > f(x) \Rightarrow x^3 - m > u^3 - m \Rightarrow x > u$ (mâu thuẫn); tương tự thì $u < x$ cũng dẫn đến mâu thuẫn. Vậy ta phải có $u = x \Leftrightarrow x^5 + 3x^3 - 4m = x^3 - m$.

Suy ra $3m = x^5 + 2x^3 = g(x), x \in [1;2] = D$.

Dễ thấy $g(x)$ đồng biến, nên $g(1) \leq g(x) \leq g(2) \Rightarrow 3 \leq 3m \leq 48 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 16$.

Chọn B

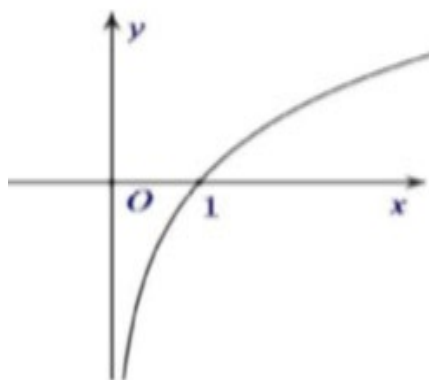
Câu 21. Ta có $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.

Chọn A

Câu 22. Ta có $\log(a^3) = 3 \log a$.

Chọn C

Câu 23. Đồ thị



Ta có $x > 0$ và hàm số đồng biến nên $y = f(x) = \log_2 x$.

Chọn B

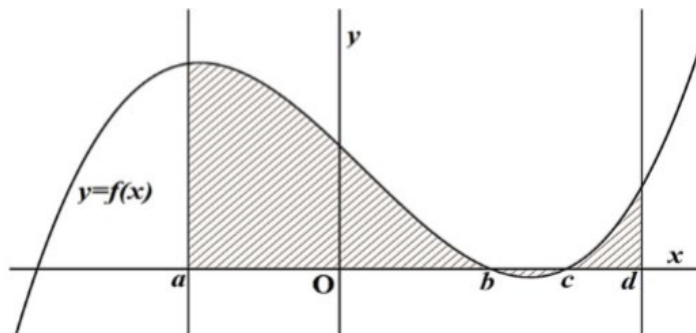
Câu 24. Từ $1 < x < y$ & $\log_x y + \log_y x^2 = 3 \Rightarrow \log_x y + \frac{2}{\log_x y} = 3 \Rightarrow \log_x y = 2 \Rightarrow y = x^2$.

Do đó $\log_{xy} \frac{x^2 + y}{2} = \log_{x^3} (x^2) = \frac{2}{3}$. **Chọn B**

Câu 25. Ta có $\int \frac{1}{x-2} dx = \ln|x-2| + C$.

Chọn A

Câu 26. Đồ thị



Ta có $S = \int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_c^b f(x) dx + \int_c^d f(x) dx$. **Chọn B**

Câu 27. Ta có: $2 = \int_0^1 f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 f(2x) d(2x) = \frac{1}{2} \int_0^2 f(u) d(u) = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) d(x)$.

Do đó $\int_0^2 f(x) d(x) = 4$ và $\int_0^2 xf'(x) dx = [xf(x)]_0^2 - \int_0^2 f(x) dx = 32 - 4 = 28$.

Chọn A

Câu 28. Từ $x + e^x f'(e^x) = f(e^x) + 1$, nhân cả hai vế với e^x ta có :

$$xe^x + e^{2x} f'(e^x) = e^x f(e^x) + e^x \Leftrightarrow e^{2x} f'(e^x) - e^x f(e^x) = e^x - xe^x.$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{f(e^x)}{e^x} \right]' = \left(\frac{x}{e^x} \right)' \Rightarrow \frac{f(e^x)}{e^x} = \frac{x}{e^x} + C \Rightarrow f(e^x) = x + Ce^x. \text{ Cho } x = 0 \Rightarrow C = f(1) = 1.$$

Vậy $f(x) = x + \ln x$ và $f(4) = 4 + \ln 4 \approx 5.386 \in (5; 6)$. **Chọn D**

Câu 29.



Ta có cạnh hình vuông nhỏ là $\frac{8}{4} = 2$. Cạnh của khối Rubic là $2 \times 4 = 8$, do đó thể tích khối Ru bic là $V = 8^3 = 512 (cm^3)$. **Chọn C**

Câu 30. Ta có chiều cao $h = 2a$, bán kính đáy là $r = a$. Diện tích toàn phần $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d$.

Suy ra $S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 6\pi a^2$. **Chọn B**

Câu 31. Ta có bán kính khối nón là $r = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$; $AO = \sqrt{AB^2 - r^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Chiều cao khối nón $h = 2AO = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{3a^2}{9} \cdot \frac{2a\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{6}\pi a^3}{27}$. **Chọn B**

Câu 32. Ta có mặt phẳng đi qua $M(2; -2; 3)$ và vuông góc với $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$ có phương trình $(P): 3x + 2y - z + 1 = 0$. **Chọn D**

Câu 33. Ta có $\vec{n}_\alpha = (2; 1; 3) \& \vec{u}_d = (1; -2; 0) \Rightarrow \vec{n}_\alpha \cdot \vec{u}_d = 0$.

Mà $M(-3; 2; 1) \in (\alpha)$ do đó $d \subset (\alpha)$. **Chọn C**

Câu 34. Ta có: $\vec{n}_\alpha = [\vec{BA}, \vec{n}_p] = (-7; 11; 1)$. Phương trình $(\alpha): -7x + 11y + z + 15 = 0$.

Vậy $a + b + d = 19$. **Chọn B**

Câu 35. Mặt phẳng qua $A(1; 0; 2)$ và vuông góc với d là $(\alpha): x + y + 2z - 5 = 0$.

Giao điểm $H = (\alpha) \cap d \Leftrightarrow H(2; 1; 1) \Rightarrow \vec{AH} = \vec{u}_\Delta = (1; 1; -1)$. **Chọn B**

Câu 36. Ta có $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$.

Đáp án: 120° .

Câu 37. Xét $PT \Leftrightarrow \begin{cases} mx + 2x - 1 = x - 1 \\ mx + 2x - 1 = 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, m \neq -1 \cup m = -1, x \in \mathbb{R} \\ x = \frac{2}{m+3}, m \neq -3 \end{cases}; m \in \mathbb{Z} \cap [-5; 5]$.

Đáp án: 9 giá trị nguyên của m , (loại $m = -1, m = -3$).

Câu 38. Giả sử lập số tự nhiên có 6 chữ số dạng $\overline{abcdef}$, trong đó $a, b, c, d, e, f \in \{1; 2; 3\}$ và không có hai chữ số kề nhau là giống nhau (Lặp lại).

Chọn a có 3 cách, mỗi chữ số b, c, d, e, f đều có 2 cách.

Vậy có $3 \cdot 2^5 = 96$ số.

Đáp án: 96 số.

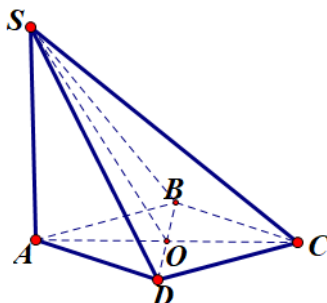
Câu 39. Trữ lượng gỗ sau 10 năm là $G_{10} = G_0 \cdot (1 + r)^{10} = 6 \times 10^5 \times 1.045^{10} \approx 931782(m^3)$.

Đáp số: $931782(m^3)$.

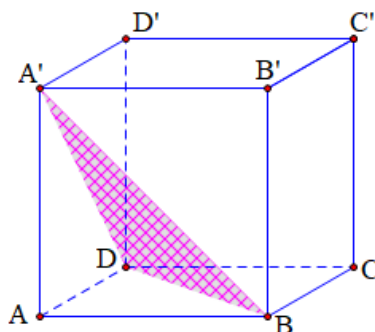
Câu 40. Gọi O là giao điểm $AC \cap BD$. Ta có $\widehat{SCA} = 45^\circ \Rightarrow SA = AC = 2a\sqrt{2}$. Mà $DB \perp (SAC)$ nên SO là hình chiếu của SD trên $mp(SAC)$. Do đó $\widehat{DSO} = \varphi$.

$$\tan \varphi = \frac{OD}{SO} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{8a^2 + 2a^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Đáp số: $\tan \varphi = \frac{\sqrt{5}}{5}$.



Câu 41. Ta có BDA' là tam giác đều cạnh bằng $\sqrt{2}$, nên có diện tích $S = \frac{(\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



Gọi khoảng cách $d(A, (BDA')) = d$, từ thể tích khối tứ diện $A.BDA'$ suy ra:

$$\frac{1}{3} \cdot S \cdot d = \frac{1}{6} \Rightarrow d = \frac{1}{2S} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Đáp số: $d = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 42. Xét hàm số $y = (x-1)(x^2 + 2mx + 9) = x^3 + (2m-1)x^2 + (9-2m)x - 9$. Ta có:

$$y' = 3x^2 + 2(2m-1)x + 9 - 2m \text{ có hai nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow (2m-1)^2 - 3(9-2m) > 0.$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 2m - 26 > 0 \Leftrightarrow m < -2.8 \cup m > 2.3 \text{ và } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \leq -3 \cup m \geq 3 \text{ (1).}$$

Theo định lý Viet, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(1-2m)}{3} \\ x_1 x_2 = \frac{9-2m}{3} \end{cases}.$$

Hai cực trị ở hai phía trục Ox khi: $(x_1 - 1)(x_2 - 1)(x_1^2 + 2mx_1 + 9)(x_2^2 + 2mx_2 + 9) < 0$.

+ Biến đổi: $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 = \frac{9-2m-2+4m}{3} + 1 = \frac{10+2m}{3}$.

+ Tích thứ hai $(x_1 x_2)^2 + 2mx_1 x_2 (x_1 + x_2) + 4m^2 x_1 x_2 + 9(x_1^2 + x_2^2) + 18m(x_1 + x_2) + 81$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{9-2m}{3}\right)^2 + \frac{4m(9-2m)(1-2m)}{9} + \frac{4m^2(9-2m)}{3} \\
&+ 9\left(\frac{4(1-2m)^2}{9} - \frac{18-4m}{3}\right) + \frac{36m(1-2m)}{3} + 81 \\
&= \frac{-8m^3 + 32m^2 + 81}{9} + 4(1-2m)^2 - 54 + 12m + 12m - 24m^2 + 81 \\
&= \frac{-8m^3 - 40m^2 + 72m + 360}{9}.
\end{aligned}$$

Do đó ta có bất phương trình: $(10+2m)(-8m^3 - 40m^2 + 72m + 360) < 0$

$$\Leftrightarrow (m+5)^2(3-m)(3+m) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -5 \\ m < -3 \cup m > 3 \end{cases} \quad (2).$$

Kết hợp (1) và (2) và $m \in \{-18; -17; \dots; 18\}$ ta có:

$m \in \{-4\} \cup \{-18; -17; \dots; -6\} \cup \{4; 5; \dots; 18\}$ có 29 giá trị nguyên thỏa mãn.

Đáp số: 29 giá trị.

Nhận xét. Đây là bài toán cần biến đổi nên tốn rất nhiều thời gian.

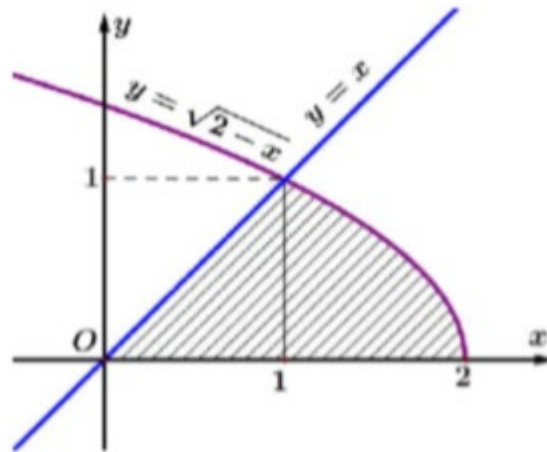
Câu 43. Ta có $\int_{-1}^2 [2 - 4f(x)] dx = 2 \int_{-1}^2 dx - 4 \int_{-1}^2 f(x) dx = 6 - 4 \cdot 10 = -34.$

Đáp số: $I = -34.$

Câu 44. Ta có $\int_1^2 \ln x dx = [x \ln x]_1^2 - \int_1^2 x \cdot \frac{1}{x} dx = 2 \ln 2 - 1 \Rightarrow a + b = 1.$

Đáp số: $a + b = 1.$

Câu 45. Xét $f(x) = x; g(x) = \sqrt{2-x}.$



Thể tích vật thể tròn xoay là $V = \pi \left[\int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 (\sqrt{2-x})^2 dx \right] = \pi \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) = \frac{5\pi}{6}.$

Đáp số: $V = \frac{5\pi}{6}$ (đvtt).

Câu 46. Bán kính khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước 1; 2; 3 là:

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \frac{\sqrt{14}}{2}. \text{ Thể tích khối cầu là: } V = \frac{4}{3} \pi \cdot \frac{14\sqrt{14}}{8} = \frac{7\sqrt{14}\pi}{3}.$$

Đáp số: $V = \frac{7\sqrt{14}\pi}{3}$ (đvtt).

Câu 47. Khối chóp $S.ABCD$ đều cạnh bằng a , diện tích $ABCD$ bằng a^2 . Gọi $O = AC \cap BD$.

Chiều cao $SO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên thể tích $V = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Đáp số: $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ (đvtt).

Câu 48. Chiều cao của tứ diện $AH = d(A, (BCD)) = 2$.

Đáp số: $AH = 2$.

Câu 49. Giao điểm của $(P): x - y - 3z - 19 = 0$ và $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$ là $I(5; 1; -5)$.

Đáp số: $T = a + b + c = 1$.

Câu 50. Phương trình $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Vì $(P) \perp (Q): 2x + y - z = 0$, suy ra:

$$\frac{2}{2} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow bc = b - c.$$

$$\text{Mà } V = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot bc = 3 \Rightarrow bc = 9.$$

Đáp số: $b - c = 9$.