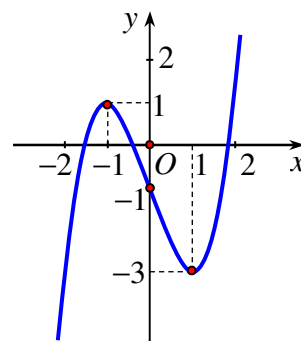


Họ, tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Câu 1: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$. Giá trị của m để phương trình $|x^3 - 3x - 1| = m$ có 3 nghiệm đôi một khác nhau là

- A. $m = 0$. B. $1 < m < 3$.
C. $-3 < m < 1$. D. $m = 0, m = 3$.



Câu 2: Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 + 2x - 3)^{\sqrt{2}}$.

- A. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$. B. $[-3; 1]$. C. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. D. $(-3; 1)$.

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, cạnh đáy $AB = 2a\sqrt{3}$, mặt bên tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

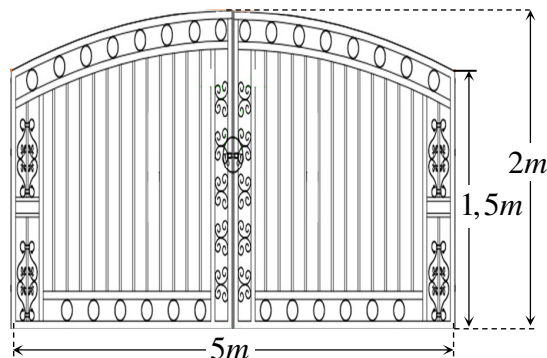
- A. $V = 8a^3$. B. $V = 12a^3$. C. $V = 9a^3$. D. $V = 12\sqrt{3}a^3$.

Câu 4: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 2$.

- A. $S = \left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$. B. $S = \left(1; \frac{5}{4}\right)$. C. $S = \left(\frac{5}{4}; +\infty\right)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Câu 5: Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá $1(m^2)$ của rào sắt là 700.000 đồng. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng phần nghìn).

- A. 6.520.000 đồng. B. 6.320.000 đồng.
C. 6.417.000 đồng. D. 6.620.000 đồng.



Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

- A. $\int_a^b |f(x)| dx$. B. $-\int_a^b f(x) dx$. C. $\int_b^a f(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) dx$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			2			1		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
B. $f(-1)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số.
C. $x_0 = 1$ được gọi là điểm cực tiểu của hàm số.
D. $M(0; 2)$ được gọi là điểm cực đại của hàm số.

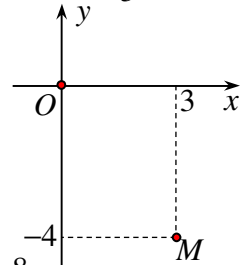
Câu 8: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình sau có nghiệm thực trong đoạn $\left[\frac{5}{4}; 4\right]$

$$(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2} + 4m - 4 = 0.$$

- A. $m < -3$. B. $-3 \leq m \leq \frac{7}{3}$. C. $m > \frac{7}{3}$. D. $-3 < m < \frac{7}{3}$.

Câu 9: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Tìm môđun của số phức z .

- A. $|z| = 3$. B. $|z| = 5$.
C. $|z| = 4$. D. $|z| = -4$.



Câu 10: Cho $1 < x < 64$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_2^4 x + 12 \log_2^2 x \cdot \log_2 \frac{8}{x}$.

- A. 64. B. 96. C. 82. D. 81.

Câu 11: Tính thể tích khối tròn xoay được tạo nên bởi phép quay xung quanh trục Ox của một hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x-1}{x}$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 1$.

- A. $\pi(2\ln 2 - 1)$. B. $-\pi$. C. $\pi(1 - 2\ln 2)$. D. 0.

Câu 12: Cho tứ diện $O.ABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = 2a$, $OB = 3b$, $OC = 8a$. M là trung điểm của OC . Tính thể tích V của khối tứ diện $O.ABM$.

- A. $V = 8a^3$. B. $V = 4a^3$. C. $V = 3a^3$. D. $V = 6a^3$.

Câu 13: Gọi z_1 , z_2 là nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. 25. B. 21. C. 20. D. 18.

Câu 14: Trong mặt phẳng cho một hình lục giác đều cạnh bằng 2. Tính diện tích của hình tròn xoay có được khi quay hình lục giác đó quanh đường thẳng đi qua hai đỉnh đối diện của nó.

- A. 2π . B. 6π . C. π . D. 8π .

Câu 15: Cho $\int_0^9 f(x) dx = 9$. Tính $\int_0^3 f(3x) dx$

- A. $\int_0^3 f(3x) dx = 1$. B. $\int_0^3 f(3x) dx = -3$.
C. $\int_0^3 f(3x) dx = 3$. D. $\int_0^3 f(3x) dx = 27$.

Câu 16: Biết rằng đường thẳng $d: y = -x + m$ luôn cắt đường cong $(C): y = \frac{2x+1}{x+2}$ tại hai điểm phân biệt A , B . Độ dài đoạn AB đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A. 4. B. $\sqrt{6}$. C. $3\sqrt{6}$. D. $2\sqrt{6}$.

Câu 17: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 2 - x^2$, $x = 0$.

- A. $-\frac{17}{12}$. B. $\frac{12}{17}$. C. 0. D. $\frac{17}{12}$.

Câu 18: Biết rằng đồ thị hàm số $y = (3a^2 - 1)x^3 - (b^3 + 1)x^2 + 3c^2x + 4d$ có hai điểm cực trị là $(1; -7)$, $(2; -8)$. Hãy xác định tổng $M = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$.

- A. 18. B. 8. C. 15. D. -18.

Câu 19: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$

- A. $\max_{[2;4]} y = 7$. B. $\max_{[2;4]} y = 6$. C. $\max_{[2;4]} y = \frac{11}{3}$. D. $\max_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$.

Câu 20: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 4x + 3}$.

- A. $x = 1$. B. $x = 1$ và $x = 3$. C. $x = 3$. D. $y = 1$.

Câu 21: Mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(3; -2; -1)$ có phương trình là

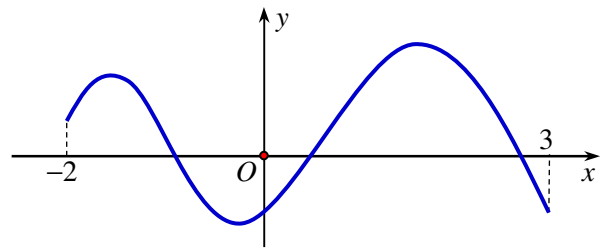
- A. $3x - 2y - z - 4 = 0$. B. $3x - 2y - z + 4 = 0$. C. $3x - 2y + z = 0$. D. $x + 2y + 3z + 4 = 0$.

Câu 22: Cho $a = \log_{25} 7$; $b = \log_2 5$. Tính $\log_5 \frac{49}{8}$ theo a, b .

- A. $\frac{5ab - 3}{b}$. B. $\frac{4ab + 3}{b}$. C. $\frac{4ab - 3}{b}$. D. $\frac{4ab - 5}{b}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 3]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$.

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

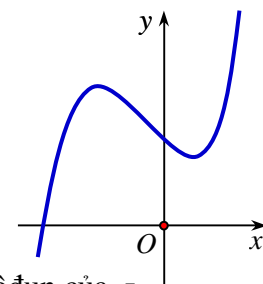


Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm $M(1; 2; 3)$ có hình chiếu vuông góc trên trục Ox là điểm:

- A. $(0; 0; 3)$. B. $(0; 0; 0)$. C. $(0; 2; 0)$. D. $(1; 0; 0)$.

Câu 25: Cho biết hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$.



Câu 26: Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i)z + 2 - 3i = (2 - i)(3 - 2i)$. Tính môđun của z .

- A. $\sqrt{10}$. B. 3. C. $\sqrt{11}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 27: Cho hàm số $y = \frac{3 - x}{x + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến với mọi $x \neq -1$.
C. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 28: Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = m \sin x + 7x - 5m + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $-7 \leq m \leq 7$. B. $m \leq -1$. C. $m \leq -7$. D. $m \geq 7$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $H(1;4;3)$. Mặt phẳng (P) qua H cắt các tia Ox , Oy , Oz tại ba điểm là ba đỉnh của một tam giác nhận H làm trực tâm. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x - 4y - 3z + 12 = 0$.

B. $x + 4y + 3z + 26 = 0$.

C. $x - 4y - 3z + 24 = 0$.

D. $x + 4y + 3z - 26 = 0$.

Câu 30: Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(\log_2 x) = 1$.

A. $x = 8$.

B. $x = 6$.

C. $x = 9$.

D. $x = 2$.

Câu 31: Biết $\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9} dx = 3 \ln \frac{a}{b} - \frac{5}{6}$, trong đó a, b nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Hãy tính ab .

A. $ab = -5$.

B. $ab = \frac{5}{4}$.

C. $ab = 12$.

D. $ab = 6$.

Câu 32: Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln \frac{x-1}{x+2}$.

A. $y' = \frac{3}{(x-1)(x+2)^2}$.

B. $y' = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$.

C. $y' = \frac{-3}{(x-1)(x+2)}$.

D. $y' = \frac{-3}{(x-1)(x+2)^2}$.

Câu 33: Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 5 + 7t \\ z = 4 + (m-3)t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 7y + 13z - 91 = 0$. Tìm giá trị của tham số m để d vuông góc với (P) .

A. 13.

B. -10.

C. -13.

D. 10.

Câu 34: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết thể tích của khối lăng trụ là $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC là

A. $\frac{4a}{3}$.

B. $\frac{3a}{4}$.

C. $\frac{2a}{3}$.

D. $\frac{3a}{2}$.

Câu 35: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , E là trung điểm của $B'C'$, CB' cắt BE tại M . Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCM$ biết $AB = 3a$, $AA' = 6a$.

A. $V = 8a^3$.

B. $V = 6\sqrt{2}a^3$.

C. $V = 6a^3$.

D. $V = 7a^3$.

Câu 36: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos 2x$, biết rằng $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi$.

A. $F(x) = \sin x + 2\pi$.

B. $F(x) = x + \sin 2x + \frac{3\pi}{2}$.

C. $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + 2\pi$.

D. $F(x) = 2x + 2\pi$.

Câu 37: Cho số phức $z = 5 - 4i$. Số phức đối của z có điểm biểu diễn là

A. $(-5; 4)$.

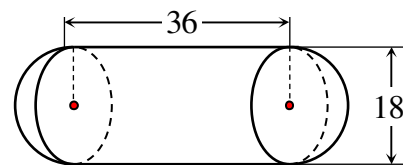
B. $(5; -4)$.

C. $(5; 4)$.

D. $(-5; -4)$.

- Câu 38:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SAB là tam giác đều mà (SAB) vuông góc với $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{7\sqrt{24}}{24}\pi a^3$. B. $V = \frac{5\sqrt{30}}{27}\pi a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. D. $V = \frac{7\sqrt{21}}{54}\pi a^3$.
- Câu 39:** Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2 + (2+i)z = (3-2i)\bar{z} + i$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức liên hợp với z .
- A. $M\left(\frac{11}{8}; -\frac{5}{8}\right)$. B. $M\left(-\frac{11}{8}; \frac{5}{8}\right)$.
C. $M\left(-\frac{11}{8}; -\frac{5}{8}\right)$. D. $M\left(\frac{11}{8}; \frac{5}{8}\right)$.
- Câu 40:** Cho hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(4;5;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $3x - 4y + 5z + 6 = 0$. Đường thẳng AB cắt (P) tại điểm M . Tính tỷ số $\frac{MB}{MA}$.
- A. 4. B. 2. C. 3. D. $\frac{1}{4}$.
- Câu 41:** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$?
- A. $y = 2$. B. $x = 2$. C. $y = 1$. D. $x = 1$.
- Câu 42:** Viết phương trình mặt phẳng qua $A(1;1;1)$, vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$, $(\beta): x - y + z - 1 = 0$.
- A. $y + z - 2 = 0$. B. $x + y + z - 3 = 0$.
C. $x - 2y + z = 0$. D. $x + z - 2 = 0$.
- Câu 43:** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0;1;2)$, $B(1;1;1)$, $C(2;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (P) sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- A. $M(1;0;2)$. B. $M(0;1;1)$.
C. $M(-1;2;0)$. D. $M(-3;1;1)$.
- Câu 44:** Gọi M là điểm biểu diễn số phức $w = \frac{z - \bar{z} + 1}{z^3}$, trong đó z là số phức thỏa mãn $(1-i)(z+2i) = 2-i+3z$. Gọi N là điểm trong mặt phẳng sao cho $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{ON}) = 2\varphi$, trong đó $\varphi = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$ là góc lượng giác tạo thành khi quay tia Ox tới vị trí tia $\overrightarrow{OM}$. Điểm N nằm trong góc phần tư nào?
- A. Góc phần tư thứ (I). B. Góc phần tư thứ (IV).
C. Góc phần tư thứ (III). D. Góc phần tư thứ (II).
- Câu 45:** Mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn này.
- A. 4. B. 3. C. 5. D. $\sqrt{34}$.

Câu 46: Một cái bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ như hình vẽ bên. Các kích thước được ghi (cùng đơn vị dm). Tính thể tích của bồn chứa.



A. $\pi \frac{4^3}{3^3}$.

B. $\pi \frac{4^2}{3^5}$.

C. $\pi 4^5 \cdot 3^2$.

D. $\pi 4^2 \cdot 3^5$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$, $x \in \mathbb{R}$ và hai số a, b thỏa mãn $a + b = 1$. Tính $f(a) + f(b)$.

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 48: Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\lg \frac{a}{b} = \frac{\lg a}{\lg b}$.

B. $\lg(ab) = \lg a + \lg b$.

C. $\lg \frac{a}{b} = \lg b - \lg a$.

D. $\lg(ab) = \lg a \cdot \lg b$.

Câu 49: Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ được bao nhiêu % mỗi tháng. Sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh tính theo công thức $M(t) = 75 - 20 \ln(t+1)$, $t \geq 0$ (đơn vị %). Hỏi sau khoảng bao lâu thì số học sinh nhớ được danh sách đó là dưới 10%.

A. Sau khoảng 24 tháng.

B. Sau khoảng 22 tháng.

C. Sau khoảng 23 tháng.

D. Sau khoảng 25 tháng.

Câu 50: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O, R) và (O', R) , $OO' = R\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là O' và đáy là hình tròn (O, R) . Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}$.

C. $\frac{S_1}{S_2} = 3$.

D. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3}$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	B	B	C	A	D	B	B	D	A	B	C	D	C	D	D	A	A	C	B	C	C	D	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	A	D	A	C	B	B	B	C	C	A	D	D	B	A	A	C	C	A	D	A	B	D	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$. Giá trị của m để phương trình $|x^3 - 3x - 1| = m$ có 3 nghiệm đôi một khác nhau là

A. $m = 0$.

B. $1 < m < 3$.

C. $-3 < m < 1$.

D. $m = 0, m = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách vẽ đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x - 1|$ (C_1) từ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 1$ (C).

+ Giữ nguyên phần đồ thị (C) phía trên trục hoành.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị (C) phía dưới trục hoành qua trục hoành và bỏ phần đồ thị phía dưới trục hoành.

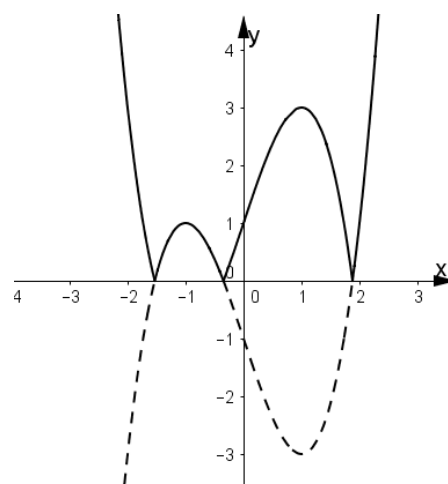
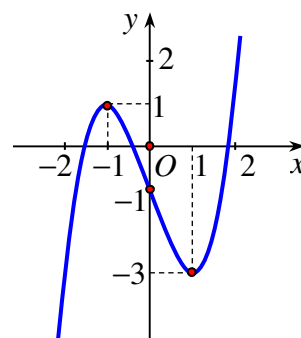
+ Hợp hai phần đồ thị trên ta được đồ thị hàm số

$y = |x^3 - 3x - 1|$ (C_1) (như hình vẽ).

Để phương trình $|x^3 - 3x - 1| = m$ có 3 nghiệm đôi một khác nhau thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số

$y = |x^3 - 3x - 1|$ (C_1) tại 3 điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$$



Câu 2: Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 + 2x - 3)^{\sqrt{2}}$.

A. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$.

B. $[-3; 1]$.

C. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

D. $(-3; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện } x^2 + 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -3 \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, cạnh đáy $AB = 2a\sqrt{3}$, mặt bên tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 8a^3$.

B. $V = 12a^3$.

C. $V = 9a^3$.

D. $V = 12\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

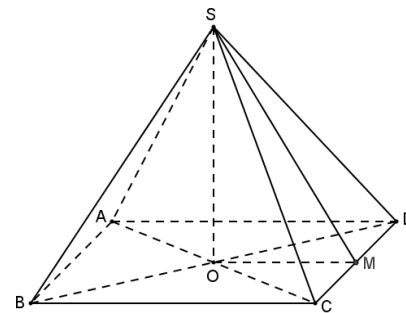
Gọi M là trung điểm của CD .

Khi đó $SM \perp CD$ và $OM \perp CD$ nên góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng góc $\widehat{SMO} = 60^\circ$.

Trong ΔSMO có

$$SO = OM \cdot \tan \widehat{SMO} = \frac{AB}{2} \cdot \tan \widehat{SMO} = 3a.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot AB^2 = 12a^3.$$



Câu 4: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 2$.

A. $S = \left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$.

B. $S = \left(1; \frac{5}{4}\right)$.

C. $S = \left(\frac{5}{4}; +\infty\right)$.

D. $S = (1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_{0,5}(x-1) > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 0,5^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{5}{4}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình là } S = \left(1; \frac{5}{4}\right).$$

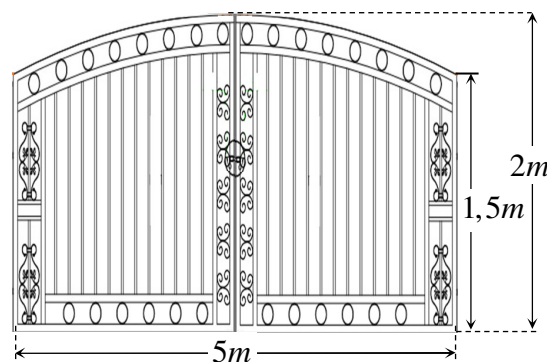
Câu 5: Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá $1(m^2)$ của rào sắt là 700.000 đồng. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng nghìn).

A. 6.520.000 đồng.

B. 6.320.000 đồng.

C. 6.417.000 đồng.

D. 6.620.000 đồng.



Hướng dẫn giải

Chọn C

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

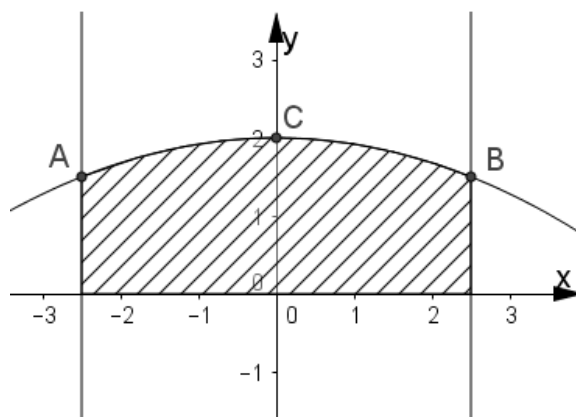
Trong đó $A(-2,5;1,5)$, $B(2,5;1,5)$, $C(0;2)$.

Giả sử đường cong phía trên là một Parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$, với $a; b; c \in \mathbb{R}$.

Do Parabol đi qua các điểm $A(-2,5;1,5)$,

$B(2,5;1,5)$, $C(0;2)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a(-2,5)^2 + b(-2,5) + c = 1,5 \\ a(2,5)^2 + b(2,5) + c = 1,5 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{25} \\ b = 0 \\ c = 2 \end{cases}.$$



Khi đó phương trình Parabol là $y = -\frac{2}{25}x^2 + 2$.

Diện tích S của cửa rào sắt là diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -\frac{2}{25}x^2 + 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2,5$, $x = 2,5$.

$$\text{Ta có } S = \int_{-2,5}^{2,5} \left(-\frac{2}{25}x^2 + 2 \right) dx = \left(-\frac{2}{25} \frac{x^3}{3} + 2x \right) \Big|_{-2,5}^{2,5} = \frac{55}{6}.$$

Vậy ông An phải trả số tiền để làm cái cửa sắt là

$$S \times 700000 = \frac{55}{6} \times 700000 \approx 6.417.000 \text{ (đồng)}.$$

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

A. $\int_a^b |f(x)| dx$. **B.** $-\int_a^b f(x) dx$. **C.** $\int_b^a f(x) dx$. **D.** $\int_a^b f(x) dx$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Theo định nghĩa ta có $S = \int_a^b |f(x)| dx$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		1	2	1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
B. $f(-1)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số.
C. $x_0 = 1$ được gọi là điểm cực tiểu của hàm số.
D. $M(0; 2)$ được gọi là điểm cực đại của hàm số.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Điểm $M(0; 2)$ được gọi là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Câu 8: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình sau có nghiệm thực trong đoạn $\left[\frac{5}{4}; 4 \right]$:

$$(m-1) \log_{\frac{1}{2}}^2 (x-2)^2 + 4(m-5) \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x-2} + 4m - 4 = 0.$$

- A.** $m < -3$. **B.** $-3 \leq m \leq \frac{7}{3}$. **C.** $m > \frac{7}{3}$. **D.** $-3 < m < \frac{7}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

ĐK: $x > 2$

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow 4(m-1) \log_{\frac{1}{2}}^2 (x-2) - 4(m-5) \log_{\frac{1}{2}} (x-2) + 4m - 4 = 0.$$

Dưới điều kiện $x > 2$, yêu cầu bài toán trở thành: *Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình trên có nghiệm thực trong nửa khoảng $(2; 4]$.*

Đặt $t = \log_{\frac{1}{2}}(x-2) \Rightarrow t \in [-1; +\infty)$. Phương trình trên trở thành:

$$\begin{aligned} 4(m-1)t^2 - 4(m-5)t + 4m - 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow m(t^2 - t + 1) &= t^2 - 5t + 1 \\ \Leftrightarrow m &= \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1} \end{aligned}$$

Xét hàm $f(t) = \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1}$, $t \in [-1; +\infty)$, ta có $f'(t) = \frac{4t^2 - 4}{(t^2 - t + 1)^2}$.

Từ đây $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1$. Ta có bảng biến thiên sau

t	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(t)$		+	0	-	0	+	
$f(t)$			$\frac{7}{3}$		-3		1

Phương trình $m = f(t)$ có nghiệm $t \in [-1; +\infty)$ khi và chỉ khi $-3 \leq m \leq \frac{7}{3}$.

Câu 9: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Tìm môđun của số phức z .

A. $|z| = 3$.

B. $|z| = 5$.

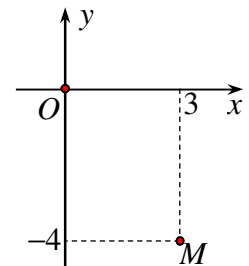
C. $|z| = 4$.

D. $|z| = -4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điểm M là điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 4i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$



Câu 10: Cho $1 < x < 64$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_2^4 x + 12 \log_2^2 x \cdot \log_2 \frac{8}{x}$.

A. 64.

B. 96.

C. 82.

D. 81.

Hướng dẫn giải

Chọn D

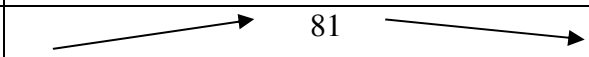
$$P = \log_2^4 x + 12 \log_2^2 x \cdot \log_2 \frac{8}{x} = \log_2^4 x + 12 \log_2^2 x (\log_2 8 - \log_2 x) = \log_2^4 x + 12 \log_2^2 x (3 - \log_2 x)$$

Đặt $t = \log_2 x$, do $1 < x < 64$ nên $0 < t < 6$

$$f(t) = t^4 + 12t^2(3-t) \text{ với } 0 < t < 6$$

$$f'(t) = 4t^3 - 36t^2 + 72t; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 3 \\ t = 6 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên sau

t	0	3	6
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$			

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức P là 81.

Câu 11: Tính thể tích khối tròn xoay được tạo nên bởi phép quay xung quanh trục Ox của một hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x-1}{x}$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 1$.

A. $\pi(2\ln 2 - 1)$.

B. $-\pi$.

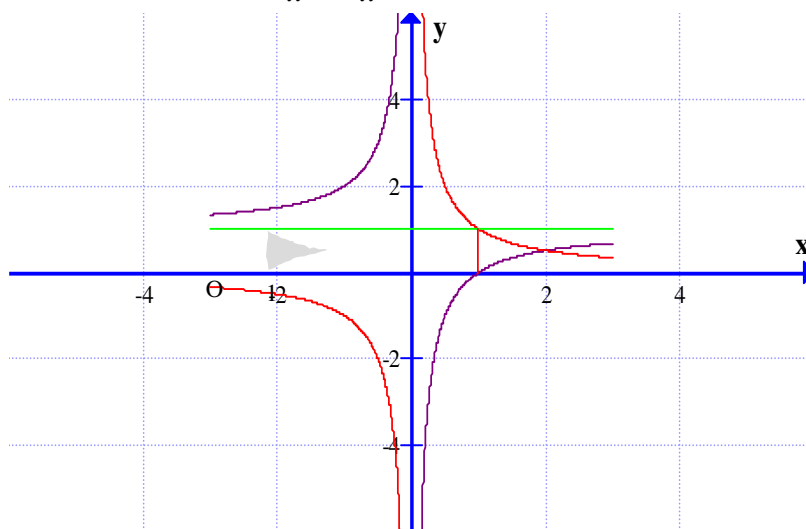
C. $\pi(1 - 2\ln 2)$.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x-1}{x} = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x = 2$



Với $1 \leq x \leq 2$, ta có $\frac{x-1}{x} \geq 0$ và $\frac{1}{x} \geq 0$. Vậy thể tích cần tìm là

$$V = \pi \int_1^2 \left| \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2 - \frac{1}{x^2} \right| dx = \pi \int_1^2 \left| 1 - \frac{2}{x} \right| dx = \pi \int_1^2 \left(1 - \frac{2}{x}\right) dx = \pi \left[(x - 2\ln|x|) \right]_1^2 = \pi(2\ln 2 - 1)$$

Câu 12: Cho tứ diện $O.ABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = 2a$, $OB = 3a$, $OC = 8a$. M là trung điểm của OC . Tính thể tích V của khối tứ diện $O.ABM$.

A. $V = 8a^3$.

B. $V = 4a^3$.

C. $V = 3a^3$.

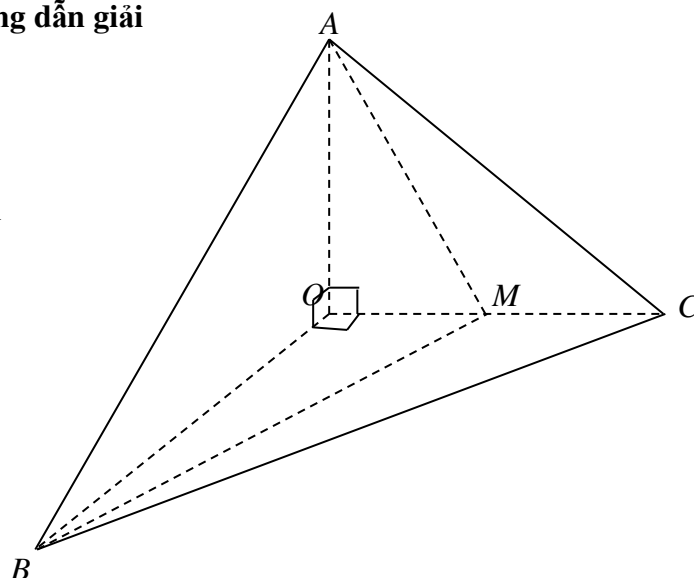
D. $V = 6a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Vì } \begin{cases} OB \perp OA \\ OB \perp OC \end{cases} \Rightarrow OB \perp (OAC)$$

$$\begin{aligned} V_{OABM} &= V_{B.AOM} = \frac{1}{3} BO \cdot S_{AOM} = \frac{1}{3} 3a \cdot \frac{1}{2} OA \cdot OM \\ &= \frac{1}{6} 3a \cdot 2a \cdot 4a = 4a^3 \end{aligned}$$



Câu 13: Gọi z_1, z_2 là nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. 25.

B. 21.

C. 20.

D. 18.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 - 3i \\ z_2 = -1 + 3i \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z_1|^2 + |z_2|^2 = |-1 - 3i|^2 + |-1 + 3i|^2 = (\sqrt{1^2 + 3^2})^2 + (\sqrt{1^2 + 3^2})^2 = 20$$

Câu 14: Trong mặt phẳng cho một hình lục giác đều cạnh bằng 2. Tính thể tích của hình tròn xoay có được khi quay hình lục giác đó quanh đường thẳng đi qua hai đỉnh đối diện của nó.

A. 2π .

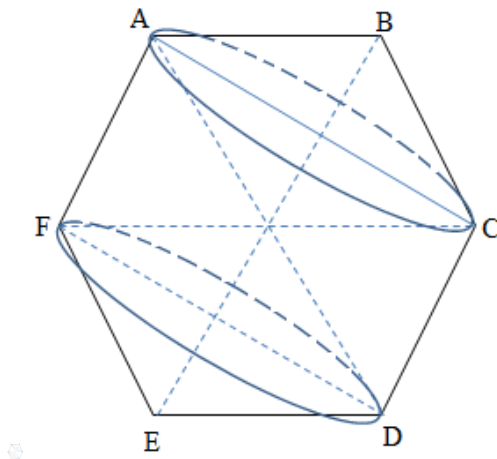
B. 6π .

C. π .

D. 8π .

Hướng dẫn giải

Chọn D



Thể tích V của hình tròn xoay bao gồm thể tích của khối trụ $ACFD$ và 2 khối nón BAC, DEF

$$\text{Bán kính đáy của các khối này là } R = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}(2\sqrt{3}) = \sqrt{3}$$

Chiều cao h của khối trụ là $h = AF = 2$.

Chiều cao h' của khối nón $h' = \frac{h}{2} = 1$

Vậy thể tích của khối tròn xoay là

$$V = \pi R^2 h + 2 \cdot \frac{1}{3} \pi R^2 h' = \pi (\sqrt{3})^2 \cdot 2 + \frac{2}{3} \pi (\sqrt{3})^2 \cdot 1 = 8\pi$$

Câu 15: Cho $\int_0^9 f(x) dx = 9$. Tính $\int_0^3 f(3x) dx$

A. $\int_0^3 f(3x) dx = 1$.

B. $\int_0^3 f(3x) dx = -3$.

C. $\int_0^3 f(3x) dx = 3$.

D. $\int_0^3 f(3x) dx = 27$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Đặt } t = 3x \Leftrightarrow dt = 3.d x \Rightarrow dx = \frac{dt}{3}$$

$$\text{Với } x = 0 \Rightarrow t = 0, \quad x = 3 \Rightarrow t = 9$$

$$\int_0^3 f(3x) dx = \int_0^9 f(t) \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \int_0^9 f(x) dx = 3.$$

- Câu 16:** Biết rằng đường thẳng $d: y = -x + m$ luôn cắt đường cong $(C): y = \frac{2x+1}{x+2}$ tại hai điểm phân biệt A, B . Độ dài đoạn AB đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?
- A. 4. B. $\sqrt{6}$. C. $3\sqrt{6}$. D. $2\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{PT H\&G\&D: } \frac{2x+1}{x+2} = -x+m \Leftrightarrow x^2 + (4-m)x + 1 - 2m = 0 \quad (*)$$

Do d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt nên $(*)$ luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Khi đó $A(x_1; -x_1 + m)$ và $B(x_2; -x_2 + m)$.

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (-x_2 + x_1)^2} = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2[(x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2]}.$$

$$\text{Theo định lý Vi - et ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = m - 4 \\ x_1 \cdot x_2 = 1 - 2m \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } AB = \sqrt{2[(m-4)^2 - 4(1-2m)]} = \sqrt{2m^2 + 24} \geq 2\sqrt{6}.$$

$$\text{Vậy } AB_{\min} = 2\sqrt{6} \Leftrightarrow m = 0.$$

- Câu 17:** Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^3, y = 2 - x^2, x = 0$.

A. $-\frac{17}{12}$. B. $\frac{12}{17}$. C. 0. D. $\frac{17}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{PT H\&G\&D: } x^3 = 2 - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$\text{Diện tích } S = \int_0^1 |x^3 + x^2 - 2| dx = \left| \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 2x \right) \right|_0^1 = \frac{17}{12}.$$

- Câu 18:** Biết rằng đồ thị hàm số $y = (3a^2 - 1)x^3 - (b^3 + 1)x^2 + 3c^2x + 4d$ có hai điểm cực trị là $(1; -7), (2; -8)$. Hãy xác định tổng $M = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$.

A. 18. B. 8. C. 15. D. -18.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Đạo hàm: } y' = 3(3a^2 - 1)x^2 - 2(b^3 + 1)x + 3c^2.$$

Theo giả thiết ta có hệ:
$$\begin{cases} y'(1) = 3(3a^2 - 1) - 2(b^3 + 1) + 3c^2 = 0 \\ y'(2) = 12(3a^2 - 1) - 4(b^3 + 1) + 3c^2 = 0 \\ y(1) = (3a^2 - 1) - (b^3 + 1) + 3c^2 + 4d = -7 \\ y(2) = 8(3a^2 - 1) - 4(b^3 + 1) + 6c^2 + 4d = -8 \end{cases}.$$

Xét hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 0 \\ 12x - 4y + z = 0 \\ x - y + z + t = -7 \\ 8x - 4y + 2z + t = -8 \end{cases} \quad \text{với} \quad \begin{cases} x = 3a^2 - 1 \\ y = b^3 + 1 \\ z = 3c^2 \\ t = 4d \end{cases}.$$

Giải hệ phương trình trên ta tìm được
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 9 \\ z = 12 \\ t = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = 4 \\ c^2 = 4 \\ d^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 18.$$

Câu 19: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$

A. $\max_{[2;4]} y = 7.$

B. $\max_{[2;4]} y = 6.$

C. $\max_{[2;4]} y = \frac{11}{3}.$

D. $\max_{[2;4]} y = \frac{19}{3}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đạo hàm: $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin (2; 4) \\ x = 3 \in (2; 4) \end{cases}.$

Tính các giá trị: $y(2) = 7, y(3) = 6, y(4) = \frac{19}{3}.$

Vậy $\max_{[2;4]} y = y(2) = 7.$

Câu 20: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 4x + 3}.$

A. $x = 1.$

B. $x = 1$ và $x = 3.$

C. $x = 3.$

D. $y = 1.$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện: $x^2 - 4x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 3 \end{cases}.$

Khi đó $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x - 1)(x + 3)}{(x - 1)(x - 3)} = \frac{x + 3}{x - 3}.$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty$ nên $x = 3$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 21: Mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (3; -2; -1)$ có phương trình là

A. $3x - 2y - z - 4 = 0.$

B. $3x - 2y - z + 4 = 0.$

C. $3x - 2y + z = 0.$

D. $x + 2y + 3z + 4 = 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Mặt phẳng thỏa yêu cầu có phương trình là $3(x - 1) - 2(y - 2) - (z - 3) = 0$, hay $3x - 2y - z + 4 = 0$

Câu 22: Cho $a = \log_{25} 7$; $b = \log_2 5$. Tính $\log_5 \frac{49}{8}$ theo a, b .

A. $\frac{5ab-3}{b}$.

B. $\frac{4ab+3}{b}$.

C. $\frac{4ab-3}{b}$.

D. $\frac{4ab-5}{b}$.

Hướng dẫn giải

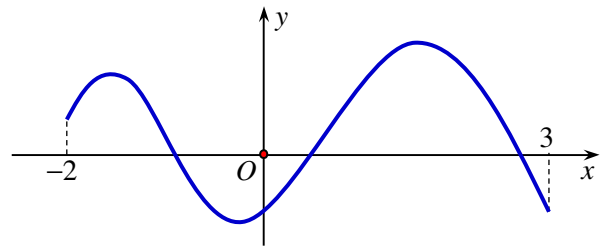
Chọn C.

$$*a = \log_{25} 7 \Leftrightarrow 2a = \log_5 7$$

$$*b = \log_2 5 \Leftrightarrow \frac{1}{b} = \log_5 2$$

$$\text{Ta có } \log_5 \frac{49}{8} = \log_5 49 - \log_5 8 = 2\log_5 7 - 3\log_5 2 = 2.2a - 3.\frac{1}{b} = \frac{4ab-3}{b}$$

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 3]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$.



A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm $M(1; 2; 3)$ có hình chiếu vuông góc trên trục Ox là điểm

A. $(0; 0; 3)$.

B. $(0; 0; 0)$.

C. $(0; 2; 0)$.

D. $(1; 0; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Nhắc lại rằng, hình chiếu của điểm $M(a; b; c)$ lên trục Ox là điểm $M'(a; 0; 0)$.

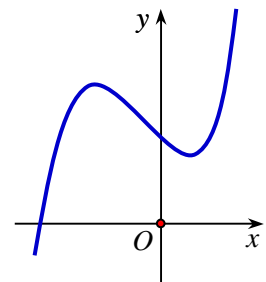
Câu 25: Cho biết hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$.



Hướng dẫn giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị ta thấy $a > 0$. Đạo hàm $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ có biệt thức $\Delta' = b^2 - 3ac$.

Mà hàm số có hai cực trị nên $\Delta' > 0$, hay $b^2 - 3ac > 0$.

Câu 26: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z + 2 - 3i = (2-i)(3-2i)$. Tính môđun của z .

A. $\sqrt{10}$.

B. 3.

C. $\sqrt{11}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } z = \frac{(2-i)(3-2i) - 2 + 3i}{1+i} = -1 - 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{10}$$

Câu 27: Cho hàm số $y = \frac{3-x}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến với mọi $x \neq 1$.
C. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } y = \frac{-x+3}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{-4}{(x+1)^2} < 0 (\forall x \neq -1)$$

Câu 28: Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = m \sin x + 7x - 5m + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $-7 \leq m \leq 7$. B. $m \leq -1$. C. $m \leq -7$. D. $m \geq 7$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } y = m \sin x + 7x - 5m + 3$$

$$y' = m \cos x + 7.$$

Hàm số $y = m \sin x + 7x - 5m + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $y' \geq 0, \forall x \Leftrightarrow m \cos x + 7 \geq 0, \forall x$

Cách 1:

$$\text{Ta có } -1 \leq \cos x \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} -m+7 \geq m \cos x + 7 \geq m+7 & \text{khi } m < 0 \\ -m+7 \leq m \cos x + 7 \leq m+7 & \text{khi } m \geq 0 \end{cases}$$

$$+\text{TH1 } m < 0 \Rightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \cos x + 7 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m+7 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -7 \leq m < 0$$

$$+\text{TH2 } m \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \cos x + 7 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ -m+7 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 7$$

Vậy $-7 \leq m \leq 7$.

Cách 2:

TH1: $m = 0$, ta có $y' = 7 > 0$ nên $\forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

TH1: $m \neq 0$. Vì $-1 \leq \cos x \leq 1$ ta phân biệt hai tình huống sau:

$$- \text{ Nếu } m < 0 \text{ thì } y' \geq 0 \Leftrightarrow \cos x \leq -\frac{7}{m} \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 1 \leq -\frac{7}{m} \Leftrightarrow m \geq -7$$

$$- \text{ Nếu } m > 0 \text{ thì } y' \geq 0 \Leftrightarrow \cos x \geq -\frac{7}{m} \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -1 \geq -\frac{7}{m} \Leftrightarrow m \leq 7.$$

Kết hợp các trường hợp trên, ta thu được $-7 \leq m \leq 7$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $H(1;4;3)$. Mặt phẳng (P) qua H cắt các tia Ox , Oy , Oz tại ba điểm là ba đỉnh của một tam giác nhận H làm trực tâm. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $x - 4y - 3z + 12 = 0$. B. $x + 4y + 3z + 26 = 0$.
C. $x - 4y - 3z + 24 = 0$. D. $x + 4y + 3z - 26 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Mặt phẳng (P) qua H cắt các tia Ox , Oy , Oz tại ba điểm là ba đỉnh của một tam giác nhận H làm trực tâm nên (P) có VTPT $\vec{n} = \overrightarrow{OH} = (1;4;3)$. Ta loại phương án A, C. Dùng điều kiện $H \in (P)$ loại phương án B. Vậy đáp án là D.

Câu 30: Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(\log_2 x) = 1$.

A. $x = 8$.

B. $x = 6$.

C. $x = 9$.

D. $x = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\log_3(\log_2 x) = 1 \Leftrightarrow \log_2 x = 3 \Leftrightarrow x = 2^3 \Leftrightarrow x = 8$

Câu 31: Biết $\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9} dx = 3 \ln \frac{a}{b} - \frac{5}{6}$, trong đó a, b nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Hãy tính ab .

A. $ab = -5$.

B. $ab = \frac{5}{4}$.

C. $ab = 12$.

D. $ab = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9} dx = \int_0^1 \frac{3(x+3)-10}{(x+3)^2} dx = \left(3 \ln(x+3) + \frac{10}{x+3} \right) \Big|_0^1 = \left(3 \ln 4 + \frac{5}{2} \right) - \left(3 \ln 3 + \frac{10}{3} \right) = 3 \ln \frac{4}{3} - \frac{5}{6}$$

Vậy $a = 4, b = 3$ nên $ab = 12$

Câu 32: Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln \frac{x-1}{x+2}$.

A. $y' = \frac{3}{(x-1)(x+2)^2}$.

B. $y' = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$.

C. $y' = \frac{-3}{(x-1)(x+2)}$.

D. $y' = \frac{-3}{(x-1)(x+2)^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$y = \ln \frac{x-1}{x+2} \Rightarrow y' = \frac{\left(\frac{x-1}{x+2} \right)'}{\frac{x-1}{x+2}} = \frac{3}{(x+2)(x-1)}$$

Câu 33: Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 5 + 7t \\ z = 4 + (m-3)t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 7y + 13z - 91 = 0$. Tìm giá trị của tham số m để d vuông góc với (P) .

A. 13.

B. -10.

C. -13.

D. 10.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Để đường thẳng d vuông góc mặt phẳng (P) thì hai vectơ $\vec{u}_d$ và $\vec{n}_{(P)}$ phải cùng phương, hay

$$\frac{-3}{3} = \frac{7}{-7} = \frac{m-3}{13}. \text{ Từ đây suy ra } m = -10.$$

Câu 34: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết thể tích của khối lăng trụ là

$$\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}. \text{ Khoảng cách giữa hai đường thẳng } AA' \text{ và } BC \text{ là}$$

A. $\frac{4a}{3}$.

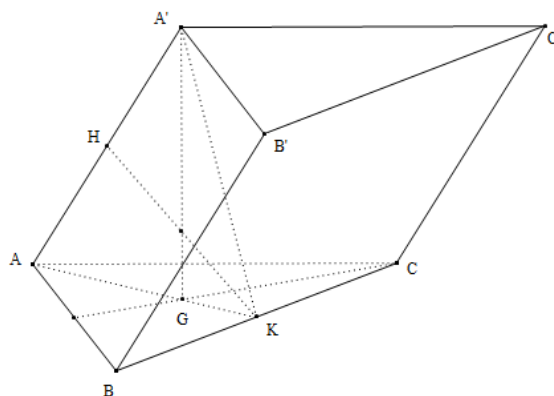
B. $\frac{3a}{4}$.

C. $\frac{2a}{3}$.

D. $\frac{3a}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



G là trọng tâm tam giác ABC

Gọi K là trung điểm BC . Ta có $\left. \begin{array}{l} BC \perp AK \\ BC \perp A'G \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (AA'K)$

Dựng $KH \perp AA'$, vì $KH \subset (AA'K) \perp BC \Rightarrow KH \perp BC$.

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC là KH .

Vì thể tích khối lăng trụ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ nên $A'G = \frac{V}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{a^3\sqrt{3}}{4}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = a$.

Tam giác $AA'G$ vuông tại G nên $AA' = \sqrt{A'G^2 + AG^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$

Trong tam giác $AA'K$ ta có $A'G \cdot AK = KH \cdot AA' \Rightarrow KH = \frac{A'G \cdot AK}{AA'} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}a} = \frac{3a}{4}$

Câu 35: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , E là trung điểm của $B'C'$, CB' cắt BE tại M . Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCM$ biết $AB = 3a$, $AA' = 6a$.

B. $V = 8a^3$.

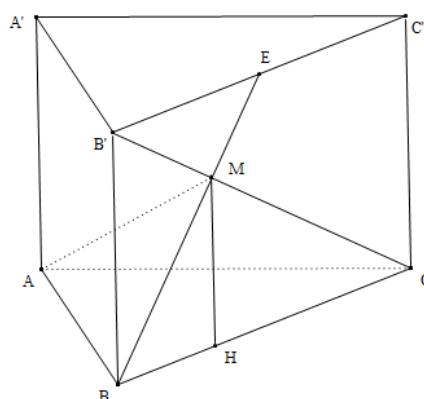
B. $V = 6\sqrt{2}a^3$.

C. $V = 6a^3$.

D. $V = 7a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Dựng $MH \perp BC$, ta có tứ diện $ABCM$ có đường cao MH , đáy là ABC

$$\text{Ta có } \frac{MH}{BB'} = \frac{CM}{CB} = \frac{2}{3} \Rightarrow MH = \frac{2}{3}BB' = 4a$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}3a.3a = \frac{9a^2}{2}$$

$$\text{Vậy } V_{MABC} = \frac{1}{3}MH.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}4a.\frac{9a^2}{2} = 6a^3$$

Câu 36: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos 2x$, biết rằng $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi$.

A. $F(x) = \sin x + 2\pi$.

B. $F(x) = x + \sin 2x + \frac{3\pi}{2}$.

C. $F(x) = \frac{1}{2}\sin 2x + 2\pi$.

D. $F(x) = 2x + 2\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \int \cos 2x dx = \frac{1}{2}\sin 2x + C.$$

$$\text{Theo đề } F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin \pi + C = 2\pi \Rightarrow C = 2\pi. \text{ Vậy } F(x) = \frac{1}{2}\sin 2x + 2\pi.$$

Câu 37: Cho số phức $z = 5 - 4i$. Số phức đối của z có điểm biểu diễn là

A. $(-5; 4)$.

B. $(5; -4)$.

C. $(5; 4)$.

D. $(-5; -4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có số phức $z = 5 - 4i$ nên số phức đối của z là $-z = -5 + 4i$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SAB là tam giác đều mà (SAB) vuông góc với $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{7\sqrt{24}}{24}\pi a^3$.

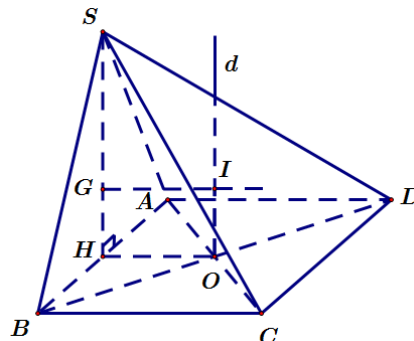
B. $V = \frac{5\sqrt{30}}{27}\pi a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.

D. $V = \frac{7\sqrt{21}}{54}\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Gọi H là trung điểm AB . Ta có $SH \perp (ABCD)$

Dựng đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng đáy tại tâm O của hình vuông $ABCD$.

Từ G là trọng tâm ΔSAB , trong mặt phẳng $(SH; d)$ kẻ đường thẳng cắt d tại I . Khi đó I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow GH = \frac{1}{3}.SH = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. Vậy $GA = \sqrt{GH^2 + AH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Khi đó $R = AI = \sqrt{GA^2 + GI^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$. Vậy $V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{21}}{6}\right)^3 = \frac{7\sqrt{21}}{54}\pi a^3$.

Câu 39: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2 + (2+i)z = (3-2i)\bar{z} + i$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức liên hợp với z .

A. $M\left(\frac{11}{8}; -\frac{5}{8}\right)$.

B. $M\left(-\frac{11}{8}; \frac{5}{8}\right)$.

C. $M\left(-\frac{11}{8}; -\frac{5}{8}\right)$.

D. $M\left(\frac{11}{8}; \frac{5}{8}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có $2 + (2+i)z = (3-2i)\bar{z} + i$

$$2 + (2+i)(x+yi) = (3-2i)(x-yi) + i \Leftrightarrow 2 + 2x + 2yi + xi - y = 3x - 3yi - 2xi - 2y + i$$

$$\Leftrightarrow x - y - 2 + (-3x - 5y + 1)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + 5y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{8} \\ y = -\frac{5}{8} \end{cases}$$

Vậy $z = \frac{11}{8} - \frac{5}{8}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{11}{8} + \frac{5}{8}i$.

Câu 40: Cho hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(4;5;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $3x - 4y + 5z + 6 = 0$.

Đường thẳng AB cắt (P) tại điểm M . Tính tỷ số $\frac{MB}{MA}$.

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 3; -3)$. Phương trình đường thẳng AB là $(d): \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = 1-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Gọi M là giao điểm của (d) và (P) , ta có hệ:

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = 1-t \\ 3x - 4y + 5z + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = 1-t \\ 3 + 3t - 8 - 4t + 5 - 5t + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 2 \\ y = 3 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(2; 3; 0).$$

Ta có $\overrightarrow{MA} = (-1; -1; 1), \overrightarrow{MB} = (2; 2; -2) \Rightarrow \overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MA}$. Vậy $\frac{MB}{MA} = 2$.

Câu 41: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$?

A. $y = 2$.

B. $x = 2$.

C. $y = 1$.

D. $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$$

$\Rightarrow$ đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 42: Viết phương trình mặt phẳng qua $A(1;1;1)$, vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$, $(\beta): x - y + z - 1 = 0$.

A. $y + z - 2 = 0$.

B. $x + y + z - 3 = 0$.

C. $x - 2y + z = 0$.

D. $x + z - 2 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Ta có $\vec{n}_P = [\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta] = (0; -2; -2)$.

Vậy (P) có phương trình $(P): y + z - 2 = 0$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0;1;2)$, $B(1;1;1)$, $C(2;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (P) sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1;0;2)$.

B. $M(0;1;1)$.

C. $M(-1;2;0)$.

D. $M(-3;1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G(1;0;2)$.

Ta có: $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = |3\vec{MG}| = 3MG$.

$|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MG$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của G lên (P) .

Đường thẳng Δ đi qua điểm G và vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = 2+t \end{cases}$. Vì M là

hình chiếu của G trên (P) nên $M \in \Delta$, hay $M(1+t; -t; 2+t)$.

Mà $M \in (P)$ nên $t = -2$, suy ra $M(-1;2;0)$.

Câu 44: Gọi M là điểm biểu diễn số phức $w = \frac{z - \bar{z} + 1}{z^2}$, trong đó z là số phức thỏa mãn $(1-i)(z+2i) = 2-i+3z$. Gọi N là điểm trong mặt phẳng sao cho $(\vec{Ox}, \vec{ON}) = 2\varphi$, trong đó $\varphi = (\vec{Ox}, \vec{OM})$ là góc lượng giác tạo thành khi quay tia Ox tới vị trí tia $\vec{OM}$. Điểm N nằm trong góc phần tư nào?

A. Góc phần tư thứ (I) .

B. Góc phần tư thứ (IV) .

C. Góc phần tư thứ (III) .

D. Góc phần tư thứ (II) .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } (1-i)(z+2i)=2-i+3z \Rightarrow z = \frac{2-i-2i(1-i)}{-2-i} = \frac{3}{5} + \frac{6}{5}i,$$

$$w = \frac{z - \bar{z} + 1}{z^2} = \frac{11}{15} - \frac{56}{45}i.$$

Ta có: $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{ON}) = 2\varphi = 2\arg(w) \approx -118^\circ \Rightarrow N$ ở góc phần tư thứ (III).

Câu 45: Mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn này.

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. $\sqrt{34}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 5$.

Khoảng cách từ I đến $(P): d[I; (P)] = 3$.

$\Rightarrow$ bán kính đường tròn giao tuyến $r = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

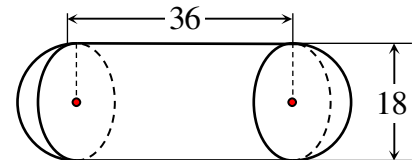
Câu 46: Một cái bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ như hình vẽ bên. Các kích thước được ghi (cùng đơn vị dm). Tính thể tích của bồn chứa.

A. $\pi \frac{4^3}{3^3}$.

B. $\pi \frac{4^2}{3^5}$.

C. $\pi 4^5 \cdot 3^2$.

D. $\pi 4^2 \cdot 3^5$.



Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi V_1 là thể tích hình trụ có đường cao 36 (dm) và bán kính đường tròn đáy 9 (dm).

V_2 là thể tích nửa hình cầu có bán kính 9 (dm).

Ta có $V_1 = \pi \cdot 9^2 \cdot 36 = 2916\pi$ (dm³) và $V_2 = \frac{2}{3}\pi \cdot 9^3 = 486\pi$ (dm³).

Do đó $V = V_1 + 2V_2 = 3888\pi$ (dm³) = $\pi 4^2 \cdot 3^5$ (dm³).

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$, $x \in \mathbb{R}$ và hai số a, b thỏa mãn $a + b = 1$. Tính $f(a) + f(b)$.

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $a + b = 1 \Leftrightarrow b = 1 - a$

$$\text{Khi đó: } f(b) = f(1-a) = \frac{9^{1-a}}{9^{1-a} + 3} = \frac{9}{9 + 3 \cdot 9^a} = \frac{3}{9^a + 3}$$

$$\text{Vậy: } f(a) + f(b) = \frac{9^a}{9^a + 3} + \frac{3}{9^a + 3} = 1$$

Câu 48: Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$.

B. $\log(ab) = \log a + \log b$.

C. $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$.

D. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Theo tính chất của lôgarit

Câu 49: Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ được bao nhiêu % mỗi tháng. Sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh tính theo công thức $M(t) = 75 - 20 \ln(t+1)$, $t \geq 0$ (đơn vị %).

Hỏi sau khoảng bao lâu thì số học sinh nhớ được danh sách đó là dưới 10%.

A. Sau khoảng 24 tháng.

B. Sau khoảng 22 tháng.

C. Sau khoảng 23 tháng.

D. Sau khoảng 25 tháng.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $75 - 20 \ln(t+1) \leq 10 \Leftrightarrow \ln(t+1) \geq 3,25 \Leftrightarrow t \geq 24,79$. Khoảng 25 tháng.

Câu 50: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O, R) và (O', R) ; $OO' = R\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là O' và đáy là hình tròn (O, R) . Gọi S_1 , S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và

hình nón. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}$.

C. $\frac{S_1}{S_2} = 3$.

D. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{2\pi R h}{\pi R l} = \frac{2OO'}{\sqrt{R^2 + OO'^2}} = \frac{2R\sqrt{3}}{2R} = \sqrt{3}$$

