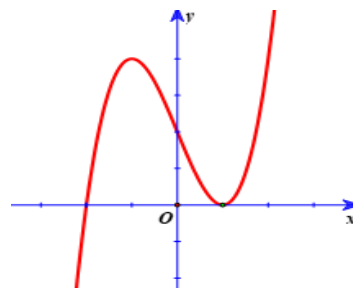


Mã đề thi 132

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Tìm hàm số đó.

- A. $y = x^3 - 3x + 2$ B. $y = x^4 - x^2 + 1$
C. $y = x^4 + x^2 + 1$ D. $y = -x^3 + 3x + 2$



Câu 2: Tính thể tích khối trụ có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4.

- A. 48π B. 12π C. 36π D. 24π

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 4 = 0$. Một vector pháp tuyến của (P) có tọa độ là:

- A. $(1; 3; 2)$ B. $(1; 2; -3)$ C. $(1; -3; 2)$ D. $(1; 2; 3)$

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x - 1) = 2$ là:

- A. $\frac{9}{2}$ B. 4 C. 5. D. 6

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Tìm kết luận đúng:

- A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0
B. Hàm số có giá trị cực đại bằng -1
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$
D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	-1	$+\infty$	3	$+\infty$	

Câu 6: Phần ảo của số phức $z = 2 + 3i$ là:

- A. 3 B. 2 C. $3i$ D. $2i$.

Câu 7: Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + i$. Điểm biểu diễn của số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. $(5; -1)$ B. $(0; 5)$ C. $(-1; 5)$ D. $(5; 0)$

Câu 8: Đường tiệm cận ngang của đồ thị $y = \frac{3x - 2}{x + 4}$ là:

- A. $x = \frac{3}{4}$ B. $x = -4$ C. $y = \frac{3}{4}$ D. $y = 3$

Câu 9: Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là

- A. $S_{xq} = 2\pi rl$. B. $S_{xq} = \pi rl$. C. $S_{xq} = 2rl$. D. $S_{xq} = rl$.

Câu 10: Thể tích khối bát diện đều cạnh bằng 2 là:

- A. $\frac{16}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{8}{3}$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2)$, $(2; +\infty)$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		0	$+\infty$		$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) - 3 = 0$ là:

- A. 3. B. 0. C. 2 D. 1.

Câu 12: Cho $\log_a b = 2$ (với $a > 0, b > 0, a \neq 1$). Tính $\log_a(ab)$.

- A. 2 B. 4 C. 5 D. 3

Câu 13: Cho cấp số nhân có $u_1 = 2, u_4 = 54$. Tính u_2 .

- A. 12 B. 6 C. 9 D. 18

Câu 14: Nguyên hàm của hàm số $y = \sin 2x$ là:

- A. $-\frac{\cos 2x}{2} + C$ B. $\cos 2x + C$ C. $-\cos 2x + C$ D. $\frac{\cos 2x}{2} + C$

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là:

- A. $(\frac{1}{2}; +\infty)$ B. $(3; +\infty)$ C. $(2; +\infty)$ D. $(\frac{1}{3}; +\infty)$

Câu 16: Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ là:

- A. $y' = x \cdot 2^{x-1}$ B. $y' = 2^x \cdot \ln 2$ C. $y' = 2^x$ D. $y' = x \cdot 2^{x-1} \cdot \ln 2$

Câu 17: Cho $\int_1^2 f(x)dx = 3, \int_1^2 g(x)dx = 5$. Tính $\int_1^2 (2f(x) - 3g(x))dx$.

- A. -9 B. -2 C. 21 D. 8

Câu 18: Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng 1.

- A. π B. $\frac{4\pi}{3}$ C. 4π D. 3π

Câu 19: Kí hiệu A_n^2 là số chỉnh hợp chập 2 của n phần tử, tìm khẳng định đúng:

- A. $A_n^2 = n(n+1)$ B. $A_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$ C. $A_n^2 = \frac{n(n+1)}{2}$ D. $A_n^2 = n(n-1)$

Câu 20: Tính thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 4 và chiều cao bằng 3.

- A. 4π B. 12 C. 4 D. 12π

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 22: Tính môđun của số phức z , biết $z + 2\bar{z} = 3 - 2i$.

- A. $\sqrt{13}$ B. $\sqrt{10}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{2}$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng

$(P): (2m+1)x - (5m-1)y - (m+1)z - 5 = 0$. Tìm m để Δ song song với (P) .

- A. $m = -1$ B. $m = -3$ C. $m = 1$ D. $\nexists m$.

Câu 24: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m + 1$ có giá trị cực tiểu bằng -1 . Tổng các phần tử thuộc S là:

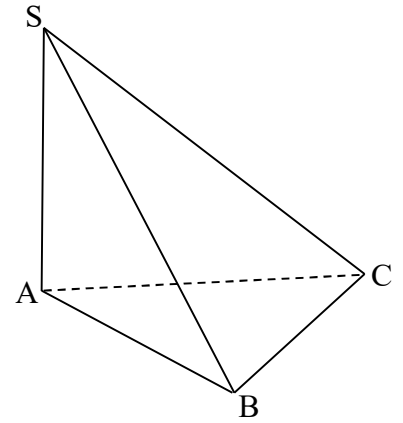
A. -2.

B. 0.

C. 1.

D. -1.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , đáy là tam giác đều, $SA = \frac{3a}{2}$, $AB = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

A. 30° B. 45° C. 60° D. 90° 

Câu 26: Tính môđun của số phức z biết $\bar{z} = (4 + 3i)(1 - i)$.

A. $|z| = 25\sqrt{2}$ B. $|z| = \sqrt{2}$ C. $|z| = 5\sqrt{2}$ D. $|z| = 7\sqrt{2}$

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 - 1)^2(x^2 - 4)^3$. Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là:

A. 3

B. 2

C. 1

D. 5

Câu 28: Cho $\log_2(3x - y) = 3$ và $5^x \cdot 125^y = 15625$. Tính $\log_5(8x + y)$.

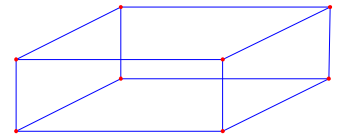
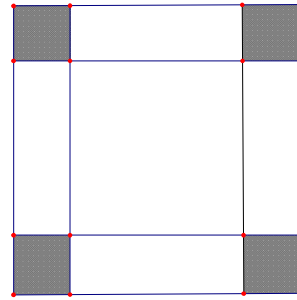
A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Câu 29: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gấp tấm nhôm lại để được một cái hộp không nắp (tham khảo hình vẽ bên). Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất (giả thiết bề dày tấm tôn không đáng kể).

A. $x = 2$ B. $x = 3$ C. $x = 4$ D. $x = 6$ 

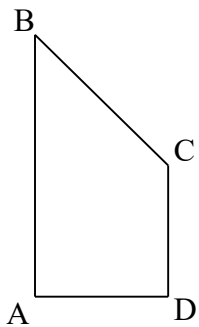
Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-2; -4; 9)$. Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$. Độ dài đoạn thẳng OM là:

A. 5

B. 3.

C. $\sqrt{17}$ D. $\sqrt{54}$.

Câu 31: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AD = CD = a$, $AB = 2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh cạnh AB , thể tích khối tròn xoay thu được là:

A. πa^3 B. $\frac{5\pi a^3}{3}$ C. $\frac{\pi a^3}{3}$ D. $\frac{4\pi a^3}{3}$ 

Câu 32: Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có một nghiệm là $1 + 2i$, tính $a + 2b$.

A. 6

B. 12

C. 8

D. 10

Câu 33: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = x^2$, $y = 2x + 3$.

A. $\frac{16}{3}$.B. $\frac{109}{6}$.C. $\frac{32}{3}$.D. $\frac{91}{6}$.

Câu 34: Bất phương trình $\log_2(-x^2 + 4x - 1) > \log_{\frac{1}{2}}(\frac{1}{x-1})$ có tập nghiệm là khoảng $(a; b)$. Tính $2b - a$.

A. 6

B. 4

C. 3

D. 5

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 25$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 12 = 0$. Tính bán kính đường tròn giao tuyến của (S) và (P) .

A. 4

B. 16

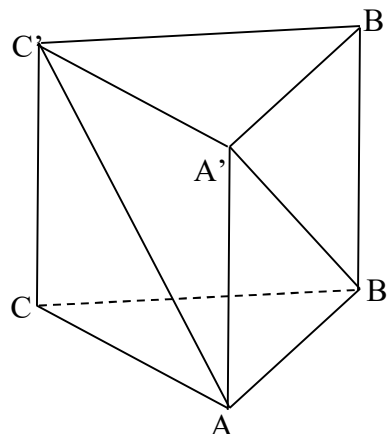
C. 9

D. 3

Câu 36: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh có độ dài bằng 2 (tham khảo hình vẽ bên). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$.

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$
C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
D. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$



Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-8x+m}$ có 3 đường tiệm cận?

A. 14

B. 8

C. 15

D. 16

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(3;3;4)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z=0$. Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên (P) . Tính độ dài đoạn thẳng $A'B'$.

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. $\sqrt{6}$

D. $\frac{3}{\sqrt{2}}$

Câu 39: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh bằng 4. Mặt phẳng (P) chứa đường kính của một mặt đáy và tạo với mặt đáy đó góc 60° . Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) .

A. 4π

B. $2\sqrt{3}\pi$

C. 8

D. $\frac{4\pi}{\sqrt{3}}$

Câu 40: Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất 3 lần. Tính xác suất để tích số chấm 3 lần gieo là chẵn.

A. $\frac{7}{8}$

B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{5}{8}$

D. $\frac{3}{8}$

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $9^x - 2 \cdot 6^{x+1} + (m-3) \cdot 4^x = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 35

B. 38

C. 34

D. 33

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-5	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+

Hàm số $g(x) = f(3-2^x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây:

A. $(3; +\infty)$

B. $(-\infty; -5)$

C. $(1; 2)$

D. $(2; 7)$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}, d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$. Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của d_1 và d_2 . Tính $a+2b+3c$.

A. 2

B. 5

C. 6

D. 3

Câu 44: Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{4a+5b+1}(16a^2+b^2+1) + \log_{8ab+1}(4a+5b+1) = 2$. Giá trị của $a+2b$ bằng:

A. $\frac{27}{4}$

B. 6

C. $\frac{20}{3}$

D. 9

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R . Biết $\int_0^1 x \cdot f'(x) dx = 10$ và $f(1) = 3$, tính $\int_0^1 f(x) dx$.

A. 30.

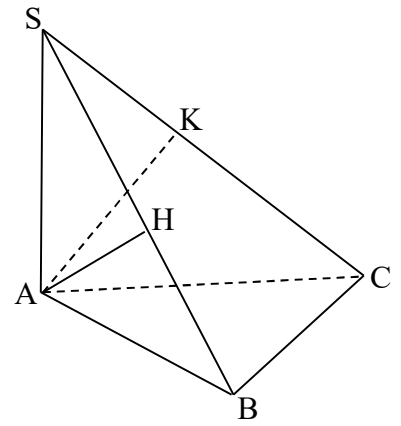
B. 7.

C. 13.

D. -7.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, đáy là tam giác đều, $SA = a\sqrt{3}$ và góc giữa đường thẳng SB và đáy bằng 60° . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm A, B, H, K .

- A. $\frac{a}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}a}{6}$
C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$



Câu 47: Cho các số thực a, b, c, d thỏa mãn $\log_{a^2+b^2+2}(4a+6b-7)=1$ và $27^c \cdot 81^d = 6c+8d+1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a-c)^2 + (b-d)^2$.

- A. $\frac{49}{25}$ B. $\frac{64}{25}$ C. $\frac{7}{5}$ D. $\frac{8}{5}$

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $(f'(x))^2 = f(x) \cdot e^x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Khi đó $f(2)$ thuộc khoảng nào sau đây:

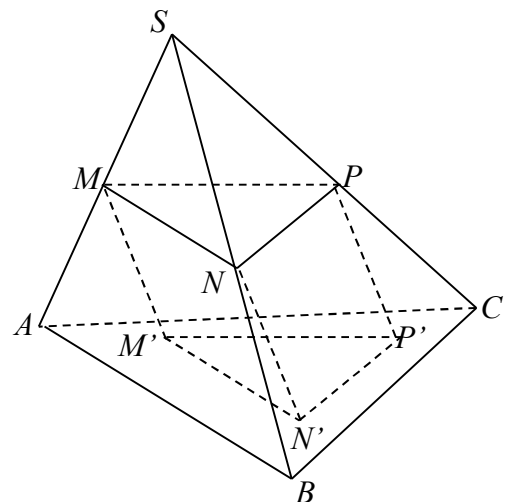
- A. $(12;13)$ B. $(9;10)$ C. $(11;12)$ D. $(13;14)$

Câu 49: Cho hàm số $f(x) = (x-1) \cdot (x-2) \cdot \dots \cdot (x-2020)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2020;2020]$ để phương trình $f'(x) = m \cdot f(x)$ có 2020 nghiệm phân biệt?

- A. 2021 B. 4040 C. 4041 D. 2020

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 1. Mặt phẳng (Q) thay đổi song song với mặt phẳng (ABC) lần lượt cắt các cạnh SA, SB, SC tại M, N, P . Qua M, N, P kẻ các đường thẳng song song với nhau lần lượt cắt mặt phẳng (ABC) tại M', N', P' . Tính giá trị lớn nhất của thể tích khối lăng trụ $MNP.M'N'P'$

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{8}{27}$

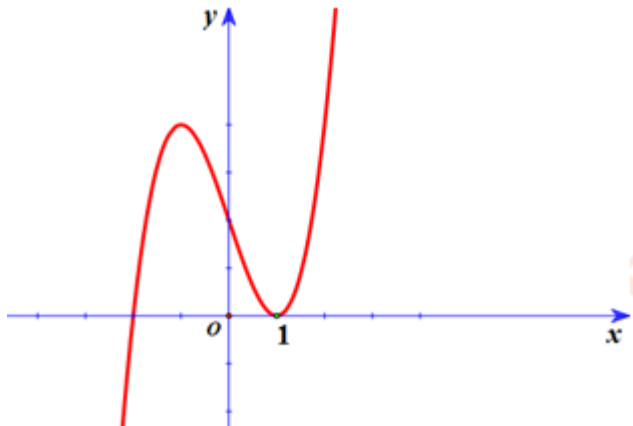


----- HẾT -----

1A	2C	3C	4C	5B	6A	7A	8D	9B	10B
11C	12D	13B	14A	15C	16B	17A	18D	19D	20B
21B	22C	23D	24B	25C	26C	27B	28A	29A	30D
31D	32C	33C	34D	35D	36A	37A	38D	39A	40A
41A	42C	43C	44A	45D	46D	47A	48B	49B	50A



Câu 1. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Tìm hàm số đó.



- A. $y = x^3 - 3x + 2$. B. $y = x^4 - x^2 + 1$. C. $y = x^4 + x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x + 2$.

Câu 2. Tính thể tích khối trụ có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4.

- A. 48π . B. 12π . C. 36π . D. 24π .

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 4 = 0$. Một vector pháp tuyến của (P) có tọa độ là:

- A. $(1; 3; 2)$. B. $(1; 2; -3)$. C. $(1; -3; 2)$. D. $(1; 2; 3)$.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x - 1) = 2$ là:

- A. $\frac{9}{2}$. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Tìm kết luận đúng:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	-1	$+\infty$	3	$+\infty$	

- A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.
B. Hàm số có giá trị cực đại bằng -1.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.
D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

Câu 6. Phần ảo của số phức $z = 2 + 3i$ là:

- A. 3. B. 2. C. $3i$. D. $2i$.

Câu 7. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + i$. Điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. $(5; -1)$. B. $(0; 5)$. C. $(-1; 5)$. D. $(5; 0)$.

Câu 8. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+4}$.

A. $x = \frac{3}{4}$.

B. $x = -4$.

C. $y = \frac{3}{4}$.

D. $y = 3$.

Câu 9. Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là

A. $S_{xq} = 2\pi rl$.

B. $S_{xq} = \pi rl$.

C. $S_{xq} = 2rl$.

D. $S_{xq} = rl$.

Câu 10. Thể tích khối bát diện đều cạnh bằng 2 là:

A. $\frac{16}{3}$.

B. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2)$, $(2; +\infty)$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$		
y	$-\infty$		0		$+\infty$	2		$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) - 3 = 0$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 12. Cho $\log_a b = 2$ (với $a > 0, b > 0, a \neq 1$). Tính $\log_a(ab)$?

A. 2.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Câu 13. Cho cấp số nhân có $u_1 = 2, u_4 = 54$. Tính u_2 .

A. 12.

B. 6.

C. 9.

D. 18.

Câu 14. Nguyên hàm của hàm số $y = \sin 2x$ là:

A. $-\frac{\cos 2x}{2} + C$.

B. $\cos 2x + C$.

C. $-\cos 2x + C$.

D. $\frac{\cos 2x}{2} + C$.

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ là

A. $y' = x \cdot 2^{x-1}$.

B. $y' = 2^x \cdot \ln 2$.

C. $y' = 2^x$.

D. $y' = x \cdot 2^{x-1} \cdot \ln 2$.

Câu 17. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3, \int_1^2 g(x) dx = 5$. Tính $\int_1^2 (2f(x) - 3g(x)) dx$

A. -9.

B. -2.

C. 21.

D. 8.

Câu 18. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng 1.

A. π .

B. $\frac{4\pi}{3}$.

C. 4π .

D. 3π .

Câu 19. Kí hiệu A_n^2 là số chỉnh hợp chập 2 của n phần tử, tìm khẳng định đúng.

A. $A_n^2 = n(n+1)$.

B. $A_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$.

C. $A_n^2 = \frac{n(n+1)}{2}$.

D. $A_n^2 = n(n-1)$.

Câu 20. Tính thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 4 và chiều cao bằng 3.

A. 4π .

B. 12.

C. 4.

D. 12π .

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1		0		1		$+\infty$
f'(x)		-	0	+	0	-	0	+

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0;1)$. B. $(-1;0)$. C. $(-\infty;-1)$. D. $(-1;+\infty)$.

Câu 22. Tính môđun của số phức z , biết $z + 2\bar{z} = 3 - 2i$

- A. $\sqrt{13}$. B. $\sqrt{10}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng

$(P): (2m+1)x - (5m-1)y - (m+1)z - 5 = 0$. Tìm m để Δ song song với (P)

- A. $m = -1$. B. $m = -3$. C. $m = 1$. D. $\nexists m$.

Câu 24. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m + 1$ có giá trị cực tiểu bằng -1 . Tổng các phần tử thuộc S là:

- A. -2 . B. 0 . C. 1 . D. -1 .

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , đáy là tam giác đều,

$SA = \frac{3a}{2}$, $AB = a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 26. Tính môđun của số phức z biết $\bar{z} = (4 + 3i)(1 - i)$

- A. $|z| = 25\sqrt{2}$. B. $|z| = \sqrt{2}$. C. $|z| = 5\sqrt{2}$. D. $|z| = 7\sqrt{2}$.

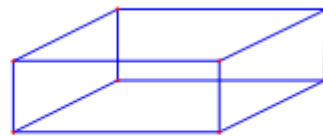
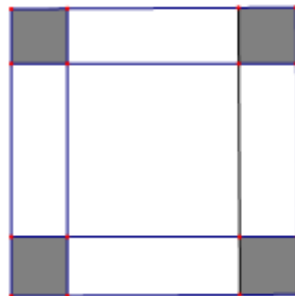
Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 - 1)^2(x^2 - 4)^3$. Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 5.

Câu 28. Cho $\log_2(3x - y) = 3$ và $5^x \cdot 125^y = 15625$. Tính $\log_5(8x + y)$.

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 29. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại để được một cái hộp không nắp (tham khảo hình vẽ bên). Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất (giả thiết bề dày tấm nhôm không đáng kể).

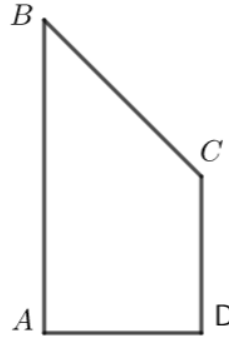


- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = 6$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-2;-4;9)$. Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$. Độ dài đoạn thẳng OM là:

- A. 5. B. 3. C. $\sqrt{17}$. D. $\sqrt{54}$.

Câu 31. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AD = CD = a$, $AB = 2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh cạnh AB , thể tích khối tròn xoay thu được là:



- A. πa^3 . B. $\frac{5\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 32. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có một nghiệm là $1 + 2i$, tính $a + 2b$.
A. 6. B. 12. C. 8. D. 10.

Câu 33. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 2x + 3$.

- A. $\frac{16}{3}$. B. $\frac{109}{6}$. C. $\frac{32}{3}$. D. $\frac{91}{6}$.

Câu 34. Bất phương trình $\log_2(-x^2 + 4x - 1) > \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x-1}\right)$ có tập nghiệm là khoảng $(a; b)$. Tính $2b - a$.

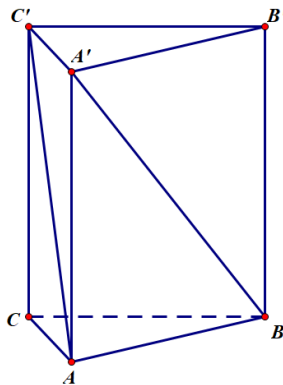
- A. 6. B. 4. C. 3. D. 5.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 25$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 12 = 0$. Tính bán kính đường tròn giao tuyến của (S) và (P) .

- A. 4. B. 16. C. 9. D. 3.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh có độ dài bằng 2 (tham khảo hình vẽ). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$.

- A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.



Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-8x+m}$ có 3 đường tiệm cận?

- A. 14. B. 8. C. 15. D. 16.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 3; 4)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z = 0$. Gọi A' , B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A , B lên (P) . Tính độ dài đoạn thẳng $A'B'$.

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. $\frac{3}{\sqrt{2}}$.

Câu 39. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh bằng 4. Mặt phẳng (P) chứa đường kính của một mặt đáy và tạo với mặt đáy đó góc 60° . Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) .

A. 4π

B. $2\sqrt{3}\pi$

C. 8

D. $\frac{4\pi}{\sqrt{3}}$

Câu 40. Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất 3 lần. Tính xác suất để tích số chấm 3 lần gieo là chẵn.

A. $\frac{7}{8}$

B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{5}{8}$

D. $\frac{3}{8}$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $9^x - 2 \cdot 6^{x+1} + (m-3) \cdot 4^x = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 35.

B. 38.

C. 34.

D. 33.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-5		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	

Hàm số $g(x) = f(3 - 2^x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây

A. $(3; +\infty)$.

B. $(-\infty; -5)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(2; 7)$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$; $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$. Gọi

$M(a; b; c)$ là giao điểm của d_1 và d_2 . Tính $a + 2b + 3c$.

A. 2.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Câu 44. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng

A. $\frac{27}{4}$.

B. 6.

C. $\frac{20}{3}$.

D. 9.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^1 x \cdot f'(x) dx = 10$ và $f(1) = 3$, tính $\int_0^1 f(x) dx$.

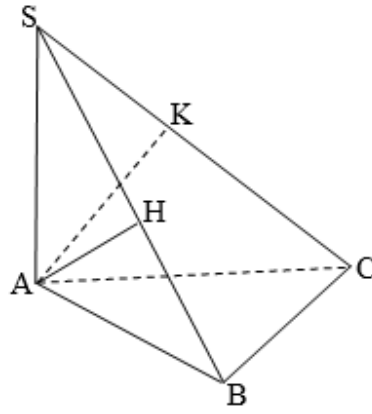
A. 30.

B. 7.

C. 13.

D. -7.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, đáy là tam giác đều, $SA = a\sqrt{3}$ và góc giữa đường thẳng SB và đáy bằng 60° . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm A, B, H, K .



A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}a}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 47. Cho các số thực a, b, c, d thỏa mãn $\log_{a^2+b^2+2}(4a+6b-7)=1$ và $27^c \cdot 81^d = 6c+8d+1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(a-c)^2+(b-d)^2$.

A. $\frac{49}{25}$. B. $\frac{64}{25}$. C. $\frac{7}{5}$. D. $\frac{8}{5}$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $(f'(x))^2=f(x) \cdot e^x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0)=2$. Khi đó $f(2)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. (12;13). B. (9;10). C. (11;12). D. (13;14).

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=(x-1).(x-2)...(x-2020)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2020;2020]$ để phương trình $f'(x)=m.f(x)$ có 2020 nghiệm phân biệt?

A.2020. B. 4040. C. 4041. D.2020.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 1. Mặt phẳng (Q) thay đổi song song với mặt phẳng (ABC) lần lượt cắt các cạnh SA, SB, SC tại M, N, P . Qua M, N, P kẻ các đường thẳng song song với nhau lần lượt cắt mặt phẳng (ABC) tại M', N', P' . Tính giá trị lớn nhất của thể tích khối lăng trụ $MNP.M'N'P'$

A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{8}{27}$.

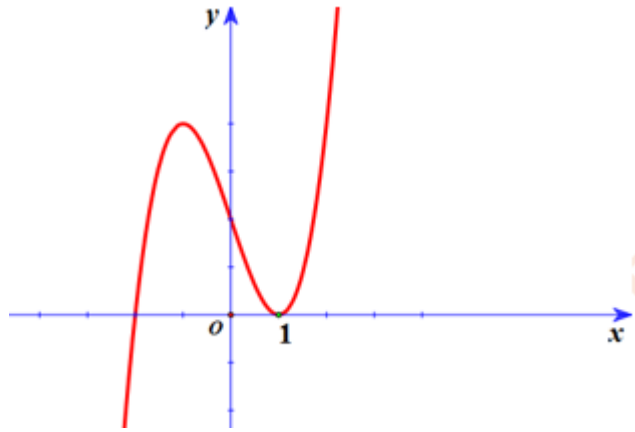
-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.C	5.B	6.A	7.A	8.D	9.B	10.B
11.C	12.D	13.B	14.A	15.C	16.B	17.A	18.D	19.D	20.B
21.B	22.C	23.D	24.B	25.C	26.C	27.B	28.A	29.A	30.D
31.D	32.C	33.C	34.D	35.D	36.A	37.A	38.D	39.A	40.A
41.A	42.C	43.C	44.A	45.D	46.D	47.A	48.B	49.B	50.A

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Tìm hàm số đó.



A. $y = x^3 - 3x + 2.$

B. $y = x^4 - x^2 + 1.$

C. $y = x^4 + x^2 + 1.$

D. $y = -x^3 + 3x + 2.$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy:

+) Đồ thị của hàm số đa thức bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) $\Rightarrow$ loại đáp án B, C.

+) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow$ Hệ số a dương. Loại đáp án D.

Hàm số ở đáp án A thỏa mãn.

Câu 2. Tính thể tích khối trụ có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4.

A. $48\pi.$

B. $12\pi.$

C. $36\pi.$

D. $24\pi.$

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết, khối trụ có bán kính đáy $r = 3$, chiều cao $h = 4$.

Thể tích khối trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 36\pi.$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 4 = 0$. Một vector pháp tuyến của (P) có tọa độ là:

A. $(1; 3; 2).$

B. $(1; 2; -3).$

C. $(1; -3; 2).$

D. $(1; 2; 3).$

Lời giải

Chọn C

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)} = (1; -3; 2).$

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x - 1) = 2$ là:

A. $\frac{9}{2}.$

B. $4.$

C. $5.$

D. $6.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \log_3(2x - 1) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ 2x - 1 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 5.$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Tìm kết luận đúng:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-1	$+\infty$	3	$+\infty$	

- A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.
 B. Hàm số có giá trị cực đại bằng -1 .
 C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.
 D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có giá trị cực đại bằng -1 .

Câu 6. Phần ảo của số phức $z = 2 + 3i$ là:

- A. 3. B. 2. C. $3i$. D. $2i$.

Lời giải

Chọn A

Phần ảo của số phức $z = 2 + 3i$ là 3.

Câu 7. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + i$. Điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. $(5; -1)$. B. $(0; 5)$. C. $(-1; 5)$. D. $(5; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1 = 2 - i \Rightarrow 2z_1 = 4 - 2i$.

$z_2 = 1 + i$.

$\Rightarrow 2z_1 + z_2 = 5 - i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ là $(5; -1)$.

Câu 8. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+4}$.

- A. $x = \frac{3}{4}$. B. $x = -4$. C. $y = \frac{3}{4}$. D. $y = 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+2}{x+4} = 3$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{x+4} = 3$.

Vậy đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+4}$ là $y = 3$.

Câu 9. Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là

A. $S_{xq} = 2\pi rl$.

B. $S_{xq} = \pi rl$.

C. $S_{xq} = 2rl$.

D. $S_{xq} = rl$.

Lời giải

Chọn B

Câu 10. Thể tích khối bát diện đều cạnh bằng 2 là:

A. $\frac{16}{3}$.

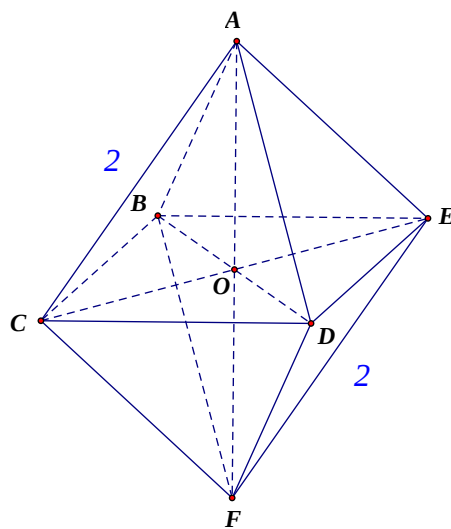
B. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Áp dụng định lý pitago cho $\triangle CDE$: $CE = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2} \Rightarrow CO = \frac{CE}{2} = \sqrt{2}$.

Áp dụng định lý pitago cho $\triangle AOC$: $AO = \sqrt{4-2} = \sqrt{2}$.

$$S_{BCDE} = BC \cdot BE = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\text{Ta có } V_{ABCDF} = V_{A.BCDE} + V_{F.BCDE} = 2V_{A.BCDE} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot AO \cdot S_{BCDE} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2} \cdot 4 = \frac{8\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2)$, $(2; +\infty)$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	0	$+\infty$	2	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) - 3 = 0$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 3$, số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 3$.

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 3$ có 2 giao điểm nên phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Vậy chọn đáp án **C**.

Câu 12. Cho $\log_a b = 2$ (với $a > 0, b > 0, a \neq 1$). Tính $\log_a(ab)$?

A. 2.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_a(ab) = \log_a a + \log_a b = 1 + 2 = 3$.

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 13. Cho cấp số nhân có $u_1 = 2, u_4 = 54$. Tính u_2 .

A. 12.

B. 6.

C. 9.

D. 18.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Leftrightarrow 54 = 2 \cdot q^3 \Leftrightarrow q = 3$.

Khi đó: $u_2 = u_1 \cdot q = 2 \cdot 3 = 6$.

Câu 14. Nguyên hàm của hàm số $y = \sin 2x$ là:

A. $-\frac{\cos 2x}{2} + C$.

B. $\cos 2x + C$.

C. $-\cos 2x + C$.

D. $\frac{\cos 2x}{2} + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình đã cho tương đương với: $3^{2x-1} > 3^3 \Leftrightarrow 2x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy, bất phương trình đã cho có tập nghiệm là: $S = (2; +\infty)$.

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ là

A. $y' = x \cdot 2^{x-1}$.

B. $y' = 2^x \cdot \ln 2$.

C. $y' = 2^x$.

D. $y' = x \cdot 2^{x-1} \cdot \ln 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 2^x \cdot \ln 2$.

Câu 17. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3, \int_1^2 g(x) dx = 5$. Tính $\int_1^2 (2f(x) - 3g(x)) dx$

A. -9.

B. -2.

C. 21.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

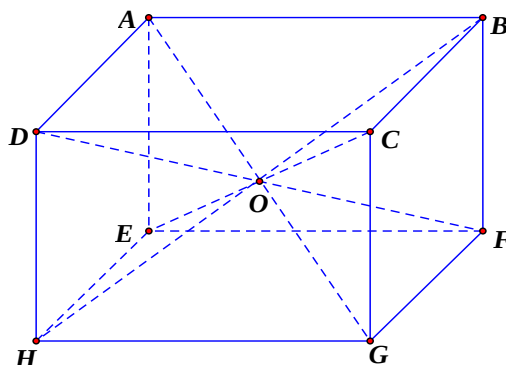
$$\int_1^2 (2f(x) - 3g(x)) dx = 2 \int_1^2 f(x) dx - 3 \int_1^2 g(x) dx = 6 - 15 = -9.$$

Câu 18. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng 1.

- A. π . B. $\frac{4\pi}{3}$. C. 4π . D. 3π .

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm hình lập phương $\Rightarrow OA = OB = OC = OD = OE = OF = OG = OH = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có bán kính $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Khi đó diện tích mặt cầu là: $4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\pi$.

Câu 19. Kí hiệu A_n^2 là số chỉnh hợp chập 2 của n phần tử, tìm khẳng định đúng.

- A. $A_n^2 = n(n+1)$. B. $A_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$. C. $A_n^2 = \frac{n(n+1)}{2}$. D. $A_n^2 = n(n-1)$.

Lời giải

Chọn D

$$A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!} = n(n-1).$$

Câu 20. Tính thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 4 và chiều cao bằng 3.

- A. 4π . B. 12. C. 4. D. 12π .

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ: $V = B.h = 4.3 = 12$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1		0		1		$+\infty$
f'(x)		-	0	+	0	-	0	+

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;1)$.

B. $(-1;0)$.

C. $(-\infty;-1)$.

D. $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu ta có $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-1;0) \\ x \in (1;+\infty) \end{cases}$ nên chọn được đáp án B.

Câu 22. Tính môđun của số phức z , biết $z + 2\bar{z} = 3 - 2i$

A. $\sqrt{13}$.

B. $\sqrt{10}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$, $i^2 = -1 \Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

$$\text{Khi đó } z + 2\bar{z} = 3 - 2i \Leftrightarrow 3a - bi = 3 - 2i \Rightarrow \begin{cases} 3a = 3 \\ -b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } z = 1 + 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{5}.$$

Câu 23. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng

$(P): (2m+1)x - (5m-1)y - (m+1)z - 5 = 0$. Tìm m để Δ song song với (P)

A. $m = -1$.

B. $m = -3$.

C. $m = 1$.

D. $\nexists m$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là: $\vec{u}_{\Delta} = (2;1;1)$

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}_P = (2m+1; 1-5m; -m-1)$.

Δ song song với (P)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_{\Delta} \perp \vec{n}_P \\ M(-1; -2; 0) \in \Delta \Rightarrow M \notin (P) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(2m+1) + 1(1-5m) + 1(-m-1) = 0 \\ -(2m+1) + 2(5m-1) - 5 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \nexists m.$$

Câu 24. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m + 1$ có giá trị cực tiểu bằng -1 . Tổng các phần tử thuộc S là: $\nexists$

A. -2 .

B. 0 .

C. 1 .

D. -1 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}$$

$$y = x^4 - 2mx^2 + m + 1$$

$$y' = 4x^3 - 4mx$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

TH1: $m \leq 0$: Khi đó: $y_{ct} = y(0) = m + 1 = -1 \Rightarrow m = -2$ (thỏa mãn).

TH2: $m > 0$: Khi đó: $y_{ct} = y(\pm\sqrt{m}) = -m^2 + m + 1 = -1 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 (l) \\ m = 2 (t/m) \end{cases}$

Vậy $S = 0$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , đáy là tam giác đều,

$SA = \frac{3a}{2}, AB = a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

A. 30° .

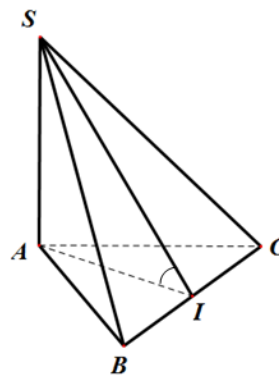
B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C



Ta có: $(SBC) \cap (ABC) = BC$ (1)

Gọi I là trung điểm của BC . Suy ra $AI \perp BC$ (2)

Ta có: $\begin{cases} AI \perp BC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SI$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc giữa hai đường thẳng SI và AI .

Xét tam giác vuông SAI có $SA = \frac{3a}{2}, AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Suy ra $\tan SIA = \frac{SA}{AI} = \frac{\frac{3a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° .

Câu 26. Tính mô đun của số phức z biết $\bar{z} = (4 + 3i)(1 - i)$

A. $|z| = 25\sqrt{2}$.

B. $|z| = \sqrt{2}$.

C. $|z| = 5\sqrt{2}$.

D. $|z| = 7\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\bar{z} = (4 + 3i)(1 - i) = 7 - i$

Suy ra $|z| = |\bar{z}| = |7 - i| = 5\sqrt{2}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 - 1)^2(x^2 - 4)^3$. Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 5.

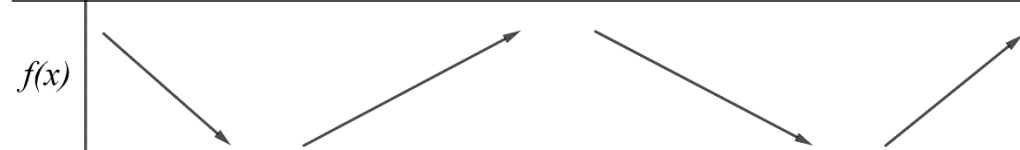
Lời giải

Chọn B

$$f'(x) = x(x^2 - 1)^2(x^2 - 4)^3 = x(x-1)^2(x+1)^2(x-2)^3(x+2)^3.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$							

Vậy số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là 2.

Câu 28. Cho $\log_2(3x - y) = 3$ và $5^x \cdot 125^y = 15625$. Tính $\log_5(8x + y)$.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

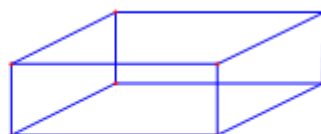
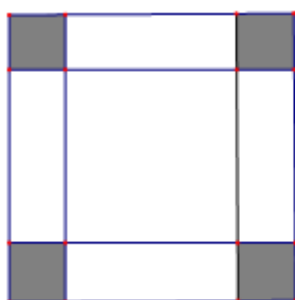
$$\text{Ta có } 5^x \cdot 125^y = 15625 \Leftrightarrow 5^{x+3y} = 5^6 \Leftrightarrow x + 3y = 6 \quad (1).$$

$$\log_2(3x - y) = 3 \Leftrightarrow 3x - y = 8 \quad (2)$$

$$\text{Giải hệ (1), (2) được } \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } \log_5(8x + y) = \log_5 25 = 2.$$

Câu 29. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại để được một cái hộp không nắp(tham khảo hình vẽ bên). Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất (giả thiết bề dày tấm tôn không đáng kể).



A. $x = 2$.

B. $x = 3$.

C. $x = 4$.

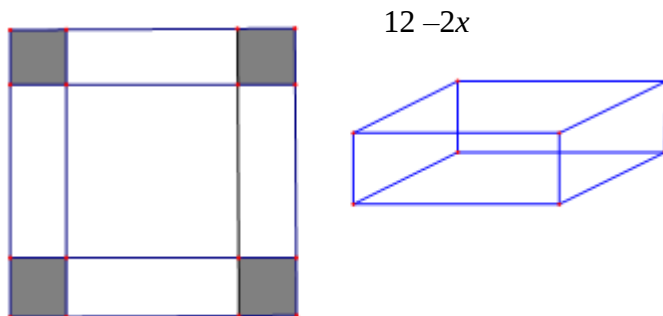
D. $x = 6$.

Lời giải

Chọn A

Hình hộp có đáy của là hình vuông cạnh bằng $12 - 2x$, chiều cao bằng x .

Điều kiện $0 < x < 6$



Thể tích khối hộp là $V = (12 - 2x)^2 \cdot x = 4(6 - x)^2 \cdot x$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số dương $\sqrt[3]{(6-x)(6-x) \cdot 2x} \leq \frac{(6-x) + (6-x) + 2x}{3}$

$$\Leftrightarrow (6-x)(6-x) \cdot 2x \leq 4^3 \Leftrightarrow 4(6-x)^2 \cdot x \leq 2 \cdot 4^3 \Leftrightarrow V \leq 128 \text{ (hằng số)}.$$

Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow 6 - x = 2x \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy thể tích khối hộp lớn nhất khi $x = 2$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-2;-4;9)$. Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$. Độ dài đoạn thẳng OM là:

A. 5.

B. 3.

C. $\sqrt{17}$.

D. $\sqrt{54}$.

Lời giải

Chọn D

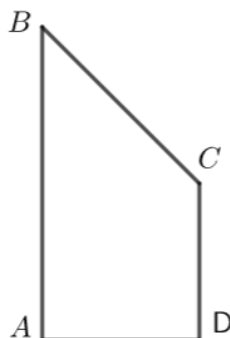
Điểm M thuộc đoạn thẳng AB và $MA = 2MB$

Nên $\vec{MA} = -2\vec{MB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = -2(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = -2(y_B - y_M) \\ z_A - z_M = -2(z_B - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_M = -2(-2 - x_M) \\ 2 - y_M = -2(-4 - y_M) \\ 3 - z_M = -2(9 - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_M = -3 \\ 3y_M = -6 \\ 3z_M = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = -2 \\ z_M = 7 \end{cases} \\ \Rightarrow M(-1; -2; 7).$$

Độ dài đoạn thẳng $OM = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 7^2} = 3\sqrt{6}$.

Câu 31. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AD = CD = a$, $AB = 2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh cạnh AB , thể tích khối tròn xoay thu được là:



A. πa^3 .

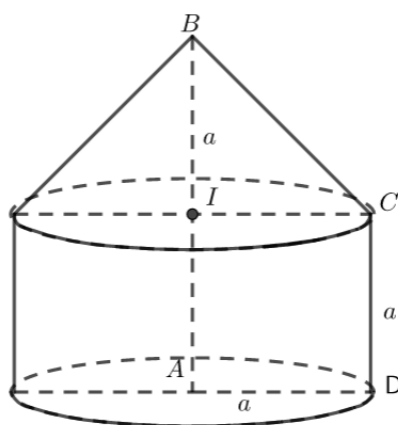
B. $\frac{5\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Quay hình thang quanh cạnh AB ta được khối tròn xoay gồm khối nón có thể tích V_N và khối trụ có thể tích V_T như hình vẽ.

$$\text{Thể tích khối tròn xoay là } V = V_T + V_N = \pi \cdot AD^2 \cdot DC + \frac{1}{3} \pi AD^2 \cdot DC = \pi a^2 \cdot a + \frac{1}{3} \pi a^2 \cdot a = \frac{4\pi a^3}{3}.$$

Câu 32. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có một nghiệm là $1 + 2i$, tính $a + 2b$.

B. 6.

B. 12.

C. 8.

D. 10.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $z^2 + az + b = 0$ có nghiệm $1 + 2i$ suy ra

$$(1 + 2i)^2 + (1 + 2i)a + b = 0$$

$$\Leftrightarrow a + b - 3 + (4 + 2a)i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b - 3 = 0 \\ 4 + 2a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}$$

Suy ra $a + 2b = 8$.

Câu 33. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 2x + 3$.

A. $\frac{16}{3}$.

B. $\frac{109}{6}$.

C. $\frac{32}{3}$.

D. $\frac{91}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đường cong $y = x^2$, $y = 2x + 3$ là:

$$x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 3.$$

Do đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 2x + 3$ là:

$$S = \int_{-1}^3 |2x + 3 - x^2| dx.$$

Vì $-x^2 + 2x + 3 \geq 0 \forall x \in [-1; 3]$ nên ta có

$$S = \int_{-1}^3 |2x + 3 - x^2| dx = \int_{-1}^3 (-x^2 + 2x + 3) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x \right) \Big|_{-1}^3 = \frac{32}{3}.$$

Câu 34. Bất phương trình $\log_2(-x^2 + 4x - 1) > \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x-1}\right)$ có tập nghiệm là khoảng $(a; b)$. Tính $2b - a$.

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\log_2(-x^2 + 4x - 1) > \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x-1}\right) \Leftrightarrow \log_2(-x^2 + 4x - 1) > -\log_2\left(\frac{1}{x-1}\right)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(-x^2 + 4x - 1) > \log_2\left(\frac{1}{x-1}\right)^{-1} \Leftrightarrow \log_2(-x^2 + 4x - 1) > \log_2(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (-x^2 + 4x - 1) > (x-1) \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 3x > 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 3.$$

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 3)$.

Vậy $2b - a = 2 \cdot 3 - 1 = 5$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 25$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 12 = 0$. Tính bán kính đường tròn giao tuyến của (S) và (P) .

A. 4.

B. 16.

C. 9.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có mặt cầu (S) có tọa độ tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính là $R = 5$.

Khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (P) là $d = \frac{|-12|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 4$.

Vì $d = 4 < 5 = R$ nên mặt cầu và mặt phẳng cắt nhau và bán kính đường tròn giao tuyến được tính theo công thức $r = \sqrt{R^2 - d^2} = 3$, từ đây chọn đáp án D.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh có độ dài bằng 2 (tham khảo hình vẽ). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$.

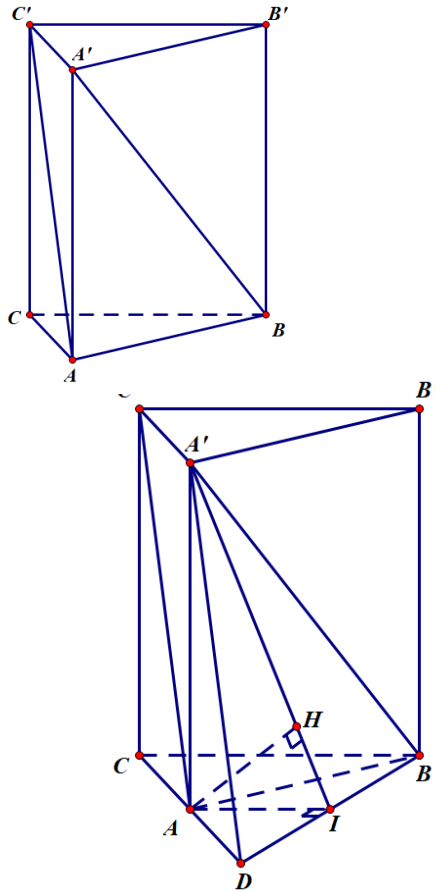
A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

Chọn A



Gọi D là điểm đối xứng của C qua A ta có tứ giác $ADA'C'$ là hình bình hành do đó $A'D \parallel AC'$, suy ra khoảng cách $d(AC', BA') = d(AC', (A'BD)) = d(A, (A'BD))$.

Theo giả thiết $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều nên $AA' \perp (ABC)$ hay $AA' \perp (ABCD)$ suy ra $AA' \perp BD$ (1).

Ta có $\triangle ABD$ có $AB = AD$ nên là tam giác cân tại A , gọi I là trung điểm BD ta có $AI \perp BD$ (2).

Xét tam giác $\triangle BCD$ có A, I lần lượt là trung điểm của DC, DB nên $AI = \frac{1}{2} BC = 1$.

Trong mặt phẳng $(A'AI)$ dựng $AH \perp A'I; H \in A'I$ (3).

Từ (1) và (2) suy ra $BD \perp (A'AI) \Rightarrow BD \perp AH$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $AH \perp (A'BD)$ do đó khoảng cách $d(A, (SBD)) = AH$.

Trong tam giác $A'AI$ vuông tại A ta có $AH = \frac{AI \cdot AA'}{\sqrt{AI^2 + (AA')^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Từ đây chọn đáp án A.

- Câu 37.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-8x+m}$ có 3 đường tiệm cận?
- A.** 14. **B.** 8. **C.** 15. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{x^2-8x+m} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x^2-8x+m} = 0$ nên hàm số có một tiệm cận ngang $y = 0$.

Hàm số có 3 đường tiệm cận khi và chỉ khi hàm số có hai đường tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 - 8x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 16 - m > 0 \\ m - 7 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 16 \\ m \neq 7 \end{cases}$.

Kết hợp với điều kiện m nguyên dương ta có $m \in \{1; 2; 3; \dots; 6; 8; \dots; 15\}$. Vậy có 14 giá trị của m thỏa mãn đề bài.

- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 3; 4)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z = 0$. Gọi A' , B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên (P) . Tính độ dài đoạn thẳng $A'B'$.

- A.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\frac{3}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $d_1; d_2$ là hai đường thẳng lần lượt qua A, B và vuông góc với (P) .

Khi đó $d_1; d_2$ nhận $\vec{n} = (1; 2; -1)$ là vector chỉ phương.

Nên phương trình đường thẳng là $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 3 + t' \\ y = 3 + 2t' \\ z = 4 - t' \end{cases}$.

$A' = d_1 \cap (P)$ nên tọa độ của A' là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \\ x + 2y - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \\ (t+1) + 2(2+2t) - (3-t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{3} \\ x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{4}{3} \\ z = \frac{10}{3} \end{cases} \Rightarrow A' \left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{10}{3} \right)$$

$B' = d_2 \cap (P)$ nên tọa độ của B' là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = 3 + t' \\ y = 3 + 2t' \\ z = 4 - t' \\ x + 2y - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + t' \\ y = 3 + 2t' \\ z = 4 - t' \\ (t'+3) + 2(3+2t') - (4-t') = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = -\frac{5}{6} \\ x = \frac{13}{6} \\ y = \frac{4}{3} \\ z = \frac{29}{6} \end{cases} \Rightarrow B' \left(\frac{13}{6}; \frac{4}{3}; \frac{29}{6} \right)$$

Khi đó $\overline{A'B'} = \left(\frac{3}{2}; 0; \frac{3}{2} \right) \Rightarrow AB = \frac{3}{\sqrt{2}}$

Câu 39. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh bằng 4. Mặt phẳng (P) chứa đường kính của một mặt đáy và tạo với mặt đáy đó góc 60° . Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) .

A. 4π

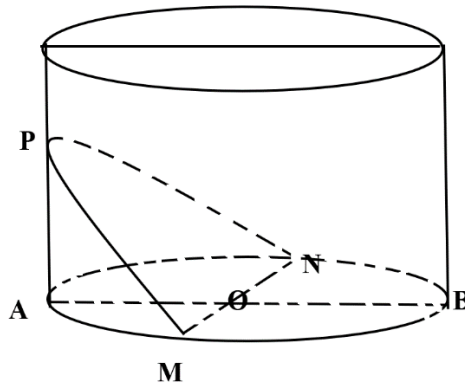
B. $2\sqrt{3}\pi$

C. 8

D. $\frac{4\pi}{\sqrt{3}}$

Lời giải

Chọn A



Theo công thức hình chiếu: $S_{PMN} = \frac{S_{AMN}}{\cos 60^\circ} = \frac{\pi R^2}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 4\pi$.

Câu 40. Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất 3 lần. Tính xác suất để tích số chấm 3 lần gieo là chẵn.

A. $\frac{7}{8}$

B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{5}{8}$

D. $\frac{3}{8}$

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu: $|\Omega| = 6^3$.

Gọi biến cố A: “tích số chấm 3 lần gieo là chẵn”.

Suy ra $\bar{A}$: “tích số chấm 3 lần gieo là lẻ”.

Để xảy ra biến cố $\bar{A}$ thì cả ba lần gieo đều xảy ra chấm lẻ $\Rightarrow |\Omega_{\bar{A}}| = 3 \cdot 3 \cdot 3 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{3^3}{6^3} = \frac{1}{8}$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{7}{8}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $9^x - 2 \cdot 6^{x+1} + (m-3) \cdot 4^x = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 35.

B. 38.

C. 34.

D. 33.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tương đương $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 12 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + (m-3) = 0$.

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, $t > 0$.

Phương trình trở thành $t^2 - 12t + (m-3) = 0$, $t > 0$ (*)

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt dương.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 39 - m > 0 \\ m - 3 > 0 \\ 12 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 39 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 39.$$

Vậy có 35 giá trị nguyên dương của tham số m .

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-5	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $g(x) = f(3-2^x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây

- A.** $(3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -5)$. **C.** $(1; 2)$. **D.** $(2; 7)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x) = -2^x \ln 2 \cdot f'(3-2^x)$.

Để $g(x) = f(3-2^x)$ đồng biến thì

$$g'(x) = -2^x \ln 2 \cdot f'(3-2^x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(3-2^x) \leq 0 \Leftrightarrow -5 \leq 3-2^x \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3.$$

Vậy hàm số đồng biến trên $(1; 2)$.

Câu 43. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$; $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$. Gọi

$M(a; b; c)$ là giao điểm của d_1 và d_2 . Tính $a+2b+3c$.

- A.** 2. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của d_1 và d_2 .

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} \frac{a}{2} = \frac{b}{-1} = \frac{c-1}{1} \\ \frac{a-3}{1} = \frac{b}{1} = \frac{c}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2b \\ c = -b+1 \\ \frac{-2b-3}{1} = \frac{b}{1} = \frac{-b+1}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = 2 \end{cases}$$

Vậy $a+2b+3c = 2+2(-1)+3 \cdot 2 = 6$.

- Câu 44.** Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng
- A.** $\frac{27}{4}$. **B.** 6. **C.** $\frac{20}{3}$. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $a > 0, b > 0$

$$\text{Nên } \begin{cases} 4a + 5b + 1 > 1 \\ 8ab + 1 > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) > 0 \\ \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) > 0 \end{cases}$$

$$P = \log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) \geq 2\sqrt{\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) \cdot \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1)}$$

$$\Leftrightarrow P \geq 2\sqrt{\log_{8ab+1}(16a^2 + b^2 + 1)}$$

Mặt khác:

$$16a^2 + b^2 + 1 \geq 2\sqrt{16a^2b^2} + 1 = 8ab + 1 \Leftrightarrow P \geq 2\sqrt{\log_{8ab+1}(8ab + 1)} = 2$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: } \begin{cases} 16a^2 = b^2 \\ 8ab + 1 = 4a + 5b + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = b \\ 2b^2 + 1 = 6b + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } a + 2b = \frac{27}{4}.$$

- Câu 45.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^1 x \cdot f'(x) dx = 10$ và $f(1) = 3$, tính $\int_0^1 f(x) dx$.
- A.** 30. **B.** 7. **C.** 13. **D.** -7.

Lời giải

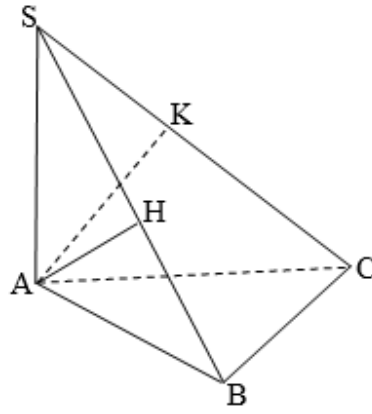
Chọn D

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } \int_0^1 x \cdot f'(x) dx = x \cdot f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 f(x) dx \Rightarrow 10 = 3 - \int_0^1 f(x) dx.$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x) dx = -7.$$

- Câu 46.** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, đáy là tam giác đều, $SA = a\sqrt{3}$ và góc giữa đường thẳng SB và đáy bằng 60° . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm A, B, H, K .



A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a}{6}$.

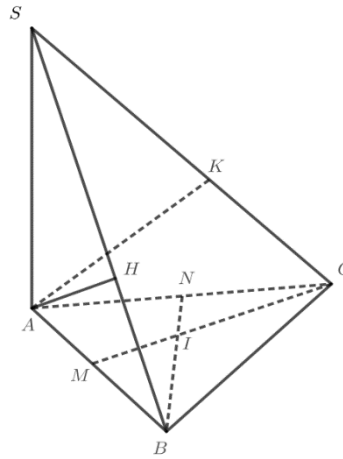
C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:



Góc giữa đường thẳng SB và đáy bằng $60^\circ \Rightarrow \angle SBA = 60^\circ \Rightarrow AB = \frac{SA}{\tan 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = a$.

Gọi BN, CM lần lượt là hai đường cao của tam giác ABC và I là trọng tâm của $\triangle ABC$.

Do tam giác ABC đều nên M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC .

Tam giác ABH vuông tại H nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABH ,

mặt khác $\left. \begin{array}{l} CM \perp AB \\ CM \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow CM \perp (SAB)$, ta suy ra CM là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác

ABH . Hoàn toàn tương tự ta có BN là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACK . Từ đó suy ra $IA = IB = IH = IC = IK$ hay I là tâm mặt cầu đi qua các điểm A, B, H, K bán kính mặt cầu là

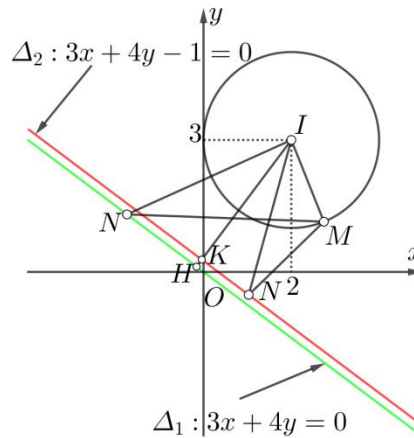
$$R = IA = \frac{2}{3} \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{AB\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } R = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Cách 2:

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , gọi điểm M có tọa độ (a, b) và điểm N có tọa độ (c, d) . Khi đó, từ (1) suy ra M thuộc đường tròn tâm $I(2; 3)$, bán kính $r = 2$ và từ (3) suy ra N thuộc đường thẳng $\Delta_1: 3x + 4y = 0$ hoặc $\Delta_2: 3x + 4y - 1 = 0$.

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a - c)^2 + (b - d)^2 = MN^2$.



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên các đường thẳng Δ_1 và Δ_2 .

Nếu N di chuyển trên đường thẳng Δ_1 thì $MN \geq IN - IM \geq IH - r$ nên $MN \geq \frac{8}{5}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $N \equiv H$ và M là giao điểm của đoạn thẳng IH với đường tròn.

Nếu N di chuyển trên đường thẳng Δ_2 thì $MN \geq IN - IM \geq IK - r$ nên $MN \geq \frac{7}{5}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $N \equiv K$ và M là giao điểm của đoạn thẳng IK với đường tròn.

Từ hai trường hợp trên, ta có giá trị nhỏ nhất của MN bằng $\frac{7}{5}$. Từ đó, giá trị nhỏ nhất của biểu

thức P bằng $\frac{49}{25}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$(f'(x))^2 = f(x) \cdot e^x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Khi đó $f(2)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. (12;13).

B. (9;10).

C. (11;12).

D. (13;14).

Lời giải

Chọn B

Vì hàm số $y = f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ đồng thời $f(0) = 2$ nên $f'(x) \geq 0$ và $f(x) > 0$ với mọi $x \in [0; +\infty)$.

Từ giả thiết $(f'(x))^2 = f(x) \cdot e^x, \forall x \in \mathbb{R}$ suy ra $f'(x) = \sqrt{f(x)} \cdot e^{\frac{x}{2}}, \forall x \in [0; +\infty)$.

Do đó, $\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}, \forall x \in [0; +\infty)$.

Lấy nguyên hàm hai vế, ta được $\sqrt{f(x)} = e^{\frac{x}{2}} + C, \forall x \in [0; +\infty)$ với C là hằng số nào đó.

Kết hợp với $f(0) = 2$, ta được $C = \sqrt{2} - 1$.

Từ đó, tính được $f(2) = (e + \sqrt{2} - 1)^2 \approx 9,81$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = (x-1)(x-2)\dots(x-2020)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn

$[-2020; 2020]$ để phương trình $f'(x) = m.f(x)$ có 2020 nghiệm phân biệt?

A.2020.

B. 4040.

C. 4041.

D.2020.

Lời giải

Chọn B

Ta có nhận xét: khi $f(x) = 0$ thì phương trình $f'(x) = m.f(x)$ vô nghiệm.

$$\text{Do đó: } f'(x) = m.f(x) \Leftrightarrow m = \frac{f'(x)}{f(x)}.$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3} + \dots + \frac{1}{x-2020}.$$

$$\text{Ta có } g'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2} + \frac{-1}{(x-2)^2} + \frac{-1}{(x-3)^2} + \dots + \frac{-1}{(x-2020)^2} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1; 2; 3; \dots; 2020\}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	3	...	2020	$+\infty$
$g'(x)$	-		-		-		-
$g(x)$	0	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$

Dựa vào BBT, phương trình $f'(x) = m.f(x)$ có 2020 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m > 0$ hoặc $m < 0$.

Kết hợp với điều kiện m là số nguyên thuộc $[-2020; 2020]$ nên

$$m \in \{n \in \mathbb{Z} \mid -2020 \leq n \leq 2020, n \neq 0\}.$$

Vậy có tất cả 4040 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 1. Mặt phẳng (Q) thay đổi song song với mặt phẳng (ABC) lần lượt cắt các cạnh SA, SB, SC tại M, N, P . Qua M, N, P kẻ các đường thẳng song song với nhau lần lượt cắt mặt phẳng (ABC) tại M', N', P' . Tính giá trị lớn nhất của thể tích khối lăng trụ $MNP.M'N'P'$

A. $\frac{4}{9}$.

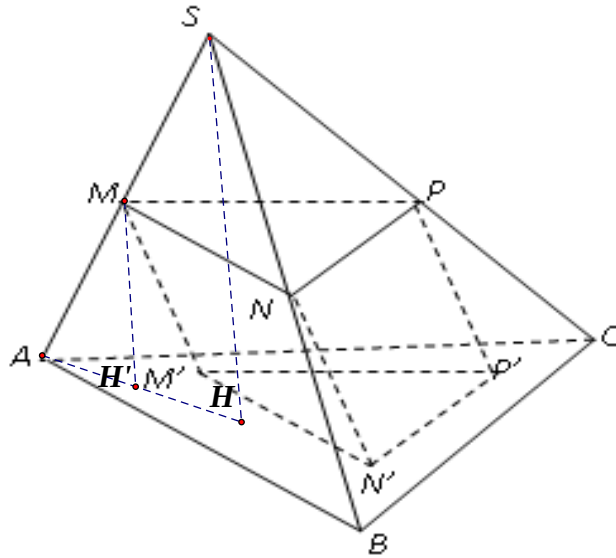
B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{8}{27}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $\frac{SM}{SA} = x (0 < x < 1) \Rightarrow \frac{SN}{SB} = x = \frac{SP}{SC}$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta MNP}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{\frac{1}{2} NM \cdot NP \cdot \sin \angle MNP}{\frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot \sin \angle ABC} = \frac{NM}{BA} \cdot \frac{NP}{BC} = x^2$$

$$\Rightarrow S_{\Delta MNP} = x^2 \cdot S_{\Delta ABC}$$

Gọi chiều cao của hình chóp là SH , chiều cao của lăng trụ là MH' :

$$\Rightarrow \frac{MH'}{SH} = \frac{AM}{AS} = 1 - x \Rightarrow MH' = (1 - x)SH$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = 1 \Leftrightarrow SH \cdot S_{\Delta ABC} = 3$$

$$\Rightarrow V_{MNP.M'N'P'} = MH' \cdot S_{\Delta MNP} = (1 - x)SH \cdot x^2 \cdot S_{\Delta ABC} = x^2 \cdot (1 - x) \cdot SH \cdot S_{\Delta ABC} = x^2 \cdot (1 - x) \cdot 3$$

Xét hàm số: $f(x) = 3x^2 - 3x^3$ với $x \in (0; 1)$

$$\Rightarrow f'(x) = 6x - 9x^2 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{2}{3}$	1
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Vậy: $\max V_{MNP.M'N'P'} = \frac{4}{9}$.

-----HẾT-----