

PHẦN	TT	KIẾN THỨC	CÁC DẠNG TOÁN
ĐẠI SỐ	1	Chương V: Một số yếu tố thống kê và xác suất.	1. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm
			2. Biến cố hợp, biến cố giao. Biến cố độc lập Quy tắc tính xác suất
	2	Chương VI: Hàm số mũ và hàm số logarit	1. Phép tính lũy thừa
			2. Phép tính logarit
			3. Hàm số mũ và hàm số logarit
			4. Phương trình, bất phương trình mũ và logarit
	3	Chương VII: Đạo hàm	1. Đạo hàm
			2. Các qui tắc tính đạo hàm
			3. Đạo hàm cấp hai
HÌNH HỌC	4	Chương VIII: Quan hệ vuông góc trong không gian	1. Hai đường thẳng vuông góc
			2. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng
			3. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng
			4. Hai mặt phẳng vuông góc
			5. Khoảng cách

PHẦN ĐẠI SỐ
CHƯƠNG V: MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT
I. TRẮC NGHIỆM
BÀI 1: CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM
CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Dạng : Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1: Cho bảng khảo sát về khối lượng của 30 củ khoai tây thu hoạch ở một nông trường như sau:

Khối lượng (gam)	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)	[110;120)	Cộng
Số lượng	3	6	12	6	3	30

Hãy trả lời câu hỏi từ 1 đến 5

- Mẫu số liệu được ghép thành bao nhiêu nhóm?
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
- Độ dài các nhóm của mẫu số liệu bằng
A. 5 B. 10 C. 15 D. 20
- Số lượng củ khoai tây có khối lượng từ 100 gam đến dưới 110 gam là
A. 3 B. 6 C. 12 D. 30
- Nhóm nào có số lượng củ khoai tây nhiều nhất?
A. [70;80) B. [80;90) C. [100;110) D. [90;100)
- Số lượng củ khoai tây có khối lượng dưới 100 gam là
A. 3 B. 6 C. 12 D. 21

Câu 2: Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Hãy trả lời câu hỏi từ 1 đến 3

- Nhóm chứa một của mẫu số liệu này là
A. [80;100) . B. [20;40) . C. [40;60) . D. [60;80) .
- Nhóm chứa trung vị là
A. [0;20) . B. [20;40) . C. [40;60) . D. [60;80) .
- Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là
A. [0;20) . B. [20;40) . C. [40;60) . D. [60;80) .

Câu 3: Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[16;20)
Số học sinh	2	4	7	4	3

Hãy trả lời câu hỏi từ 1 đến 2

- Thời gian trung bình (phút) để hoàn thành bài tập của các em học sinh là
A. 7 . B. 11,3 . C. 10,4 . D. 12,5 .
- Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là
A. $Q_3 = 13$. B. $Q_3 = 14$. C. $Q_3 = 15$. D. $Q_3 = 12$.

Câu 4: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)
Số cây	4	6	7	5	3

Hãy trả lời câu hỏi từ 1 đến 3

1. Một của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $M_o = \frac{70}{3}$. B. $M_o = \frac{50}{3}$. C. $M_o = \frac{70}{2}$. D. $M_o = \frac{80}{3}$.

2. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $M_e = \frac{175}{7}$. B. $M_e = \frac{165}{5}$. C. $M_e = \frac{165}{7}$. D. $M_e = \frac{165}{3}$.

3. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $Q_1 = 13,5$. B. $Q_1 = 13,9$. C. $Q_1 = 15,75$. D. $Q_1 = 13,75$.

Câu 5: Cho bảng tần số ghép nhóm khi đo chiều cao(cm) của 40 học sinh nam tại một trường THPT:

Lớp	Tần số
[141;146]	6
[147;152]	4
[153;158]	2
[159;164]	6
[165;170]	10
[171;176]	12
	N = 40

Chiều cao trung bình là:

A. $\bar{x} = 162,4$ B. $\bar{x} = 160,4$ C. $\bar{x} = 162,3$ D. $\bar{x} = 161,4$

Câu 6: Điểm thi của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang điểm 100) như sau:

68 79 65 85 52 81 55 65 49 42 68 66 56 57 65 72 69 60 50 63 74 88 78 95 41 87 61 72 59 47 90 74
--

Lập bảng tần số ghép nhóm:

[40;50); [50;60); [60;70); [70;80); [80;90); [90;100)

Số điểm trung bình là:

A. $\bar{x} = 66,88$ B. $\bar{x} = 68,68$ C. $\bar{x} = 88,66$ D. $\bar{x} = 68,88$

Câu 7: Tiền lãi (nghìn đồng) trong 30 ngày được khảo sát ở một quầy bán báo:

81 37 74 65 31 63 58 82 67 77 63 46 30 53 73 51 44 52 92 93 53 85 77 47 42 57 57 85 55 64
--

Lập bảng tần số ghép nhóm:

[29.5; 40.5), [40.5; 51.5), [51.5; 62.5), [62.5; 73.5), [73.5; 84.5), [84.5; 95.5)

Số trung bình cộng là:

A. $\bar{x} = 62,33$ B. $\bar{x} = 63,23$ C. $\bar{x} = 66,23$ D. $\bar{x} = 68,88$

Câu 8: Sau một tháng gieo trồng một giống hoa, người ta thu được số liệu sau về chiều cao (đv:mm) của các cây hoa được trồng:

Nhóm	Chiều cao	Số cây đạt được
1	Từ 100 đến 199	20
2	Từ 200 đến 299	75
3	Từ 300 đến 399	70
4	Từ 400 đến 499	25
5	Từ 500 đến 599	10

Số trung bình cộng là:

A. $\bar{x} = 315$

B. $\bar{x} = 351$

C. $\bar{x} = 531$

D. $\bar{x} = 135$

Câu 9: Điều tra về chiều cao của 100 học sinh khối lớp 10, ta có kết quả sau:

Nhóm	Chiều cao(cm)	Số học sinh
1	[150;152)	5
2	[152;154)	18
3	[154;156)	40
4	[156;158)	26
5	[158;160)	8
6	[160;162)	3
		N=100

1. Giá trị đại diện của nhóm thứ 4 là

A. 156,5

B. 157

C. 157,5

D. 158

2. Số trung bình là

A. 155,46

B. 155,12

C. 154,98

D. 154,75

Câu 10: Bảng phân bố sau đây ghi lại lương cơ bản của 400 công nhân của một cơ sở sản xuất (theo sản phẩm) trong một tháng (đv: nghìn đồng)

Nhóm	Lương (trăm ngàn)	Số công nhân
1	[6;8)	10
2	[8;10)	42
3	[10;12)	86
4	[12;14)	240
5	[14;16)	12
6	[16;18)	4
7	[18;20)	6
		N=400

1. Số trung vị là

A. 12

B. 13

C. 14

D. số khác

2. Số trung bình là

A. 12,79

B. 13

C. 13,01

D. 13,12

BÀI 2: BIẾN CỐ HỢP VÀ BIẾN CỐ GIAO. BIẾN CỐ ĐỘC LẬP.

CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

- Câu 11:** Cho hai biến cố A và B . Biến cố “ A hoặc B xảy ra” được gọi là
- A. Biến cố giao của A và B . B. Biến cố đối của A .
C. Biến cố hợp của A và B . D. Biến cố đối của B .
- Câu 12:** Cho hai biến cố A và B . Biến cố “Cả A và B đều xảy ra” được gọi là
- A. Biến cố giao của A và B . B. Biến cố đối của A .
C. Biến cố hợp của A và B . D. Biến cố đối của B .
- Câu 13:** Cho hai biến cố A và B . Nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố kia thì hai biến cố A và B được gọi là
- A. Xung khắc với nhau. B. Biến cố đối của nhau.
C. Độc lập với nhau. D. Không giao với nhau.
- Câu 14:** Cho A và B là hai biến cố độc lập. Mệnh đề nào dưới đây **ĐÚNG**?
- A. Hai biến cố A và $\bar{B}$ không độc lập. B. Hai biến cố $\bar{A}$ và $\bar{B}$ không độc lập.
C. Hai biến cố $\bar{A}$ và B độc lập. D. Hai biến cố A và $A \cup B$ độc lập.
- Câu 15:** Câu lạc bộ cờ vua của một trường THPT có 20 thành viên ở ba khối, trong đó khối 10 có 3 nam và 2 nữ, khối 11 có 4 nam và 4 nữ, khối 12 có 5 nam và 2 nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một thành viên của câu lạc bộ để tham gia thi đấu giao hữu. Xét các biến cố sau:
- A : “Thành viên được chọn là học sinh khối 11”;
 B : “Thành viên được chọn là học sinh nam”.
- Khi đó biến cố $A \cup B$ là
- A. “Thành viên được chọn là học sinh khối 11 và là học sinh nam”.
B. “Thành viên được chọn là học sinh khối 11 và không là học sinh nam”.
C. “Thành viên được chọn là học sinh khối 11 hoặc là học sinh nam”.
D. “Thành viên được chọn không là học sinh khối 11 hoặc là học sinh nam”.
- Dạng : Trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a,b,c và d ở mỗi câu, học sinh chọn đúng/sai.**
- Câu 16:** Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên từ 1 đến 20. Xét các biến cố A : “Số được chọn chia hết cho 3”; B : “Số được chọn chia hết cho 4”. Khi đó biến cố $A \cap B$ là
- a. $\{3; 4; 12\}$. b. $\{3; 4; 6; 8; 9; 12; 15; 16; 18; 20\}$.
c. $\{12\}$. d. $\{3; 6; 9; 12; 15; 18\}$.
- Câu 17:** Một hộp có 30 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp. Xét các biến cố sau:
- P : “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 2”.
 Q : “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 4”.
- Khi đó biến cố $P \cap Q$ là
- a. “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 8”.
b. “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 2”.
c. “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 6”.
d. “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 4”.
- Câu 18:** Hai xạ thủ tham gia thi đấu bắn súng, mỗi người bắn vào bia của mình một viên đạn một cách độc lập với nhau. Gọi A và B lần lượt là các biến cố “Người thứ nhất bắn trúng bia”; “Người thứ hai bắn trúng bia”.

- a. Hai biến cố A và B bằng nhau. b. Hai biến cố A và B đối nhau.
 c. Hai biến cố A và B độc lập với nhau. d. Hai biến cố A và B không độc lập

Câu 19: Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xét các biến cố sau:

P : “Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo là số chẵn”;

Q : “Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo là số lẻ”;

R : “Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo khác tính chẵn lẻ”.

- a. Hai biến cố P và Q độc lập với nhau.
 b. Hai biến cố P và R không độc lập với nhau.
 c. Hai biến cố Q và R không độc lập với nhau.
 d. R là biến cố hợp của P và Q .

Câu 20: Có hai hộp đựng bi. Hộp thứ nhất có 3 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Hộp thứ hai có 5 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi. Xét các biến cố sau:

A : “Viên bi được lấy ở hộp thứ nhất có màu đỏ, ở hộp thứ hai có màu xanh”;

B : “Viên bi được lấy ở hộp thứ nhất có màu xanh, ở hộp thứ hai có màu đỏ”.

Khi đó hai biến cố A và B là

- a. Hai biến cố độc lập với nhau. b. Hai biến cố bằng nhau.
 c. Hai biến cố đối của nhau. d. Hai biến cố xung khắc.

Câu 21: Cho $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Biết A , B là hai biến cố xung khắc, thì $P(B)$ bằng

- a. $\frac{1}{8}$. b. $\frac{1}{4}$. c. $\frac{3}{4}$. d. $\frac{1}{3}$.

Câu 22: Cho A là một biến cố liên quan phép thử T .

- a. $P(A) = 0 \Leftrightarrow A = \Omega$. b. $P(A)$ là số nhỏ hơn 1.
 c. $P(A)$ là số lớn hơn 0. d. $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.

Câu 23: Cho A, B là hai biến cố. Biết $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{4}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$. Biến cố $A \cup B$ là biến cố

- a. Không thể. b. Có xác suất bằng $\frac{1}{8}$.
 c. Sơ đẳng. d. Chắc chắn.

Dạng : Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 24: Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển lấy ra có ít nhất 1 quyển là môn toán.

Đáp án:.....

Câu 25: Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn có ít nhất một nữ.

Đáp án:.....

Câu 26: Một hộp chứa sáu quả cầu trắng và bốn quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời bốn quả. Tính xác suất sao cho có ít nhất một quả màu trắng?

Đáp án:.....

Câu 27: Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là

Đáp án:.....

Câu 28: Một lô hàng có 20 sản phẩm, trong đó có 4 phế phẩm. Lấy tùy ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Hãy tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm.

Đáp án:.....

Câu 29: Một con xúc xắc không cân đối, có đặc điểm mặt sáu chấm xuất hiện nhiều gấp hai lần các mặt còn lại. Gieo con xúc xắc đó hai lần. Tính xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện trong hai lần gieo lớn hơn hoặc bằng 11.

Đáp án:.....

Câu 30: Trong nhóm 60 học sinh có 30 học sinh thích học Toán, 25 học sinh thích học Lý và 10 học sinh thích cả Toán và Lý. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh từ nhóm này. Xác suất để được học sinh này thích học ít nhất là một môn Toán hoặc Lý?

Đáp án:.....

Câu 31: Công thức nhân xác suất cho hai biến cố A và B độc lập là $P(A).P(B)$ bằng

Đáp án:.....

Câu 32: Cho A và B là hai biến cố độc lập với $P(A)=0,6; P(B)=0,3$. Tính $P(A \cup B)$.

Đáp án:.....

Câu 33: Cho A, B là hai biến độc lập với nhau, biết $P(A)=0,4; P(B)=0,3$. Khi đó $P(AB)$ bằng

Đáp án:.....

Câu 34: Một cầu thủ sút bóng vào cầu môn. Xác suất sút thành công của cầu thủ đó là $\frac{3}{7}$. Xác suất để trong 2 lần sút, cầu thủ sút thành công ít nhất 1 lần là

A. $\frac{16}{49}$.

B. $\frac{33}{49}$.

C. $\frac{12}{49}$.

D. $\frac{27}{49}$.

Câu 35: Ba xạ thủ độc lập cùng bắn vào 1 tấm bia. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu của ba người đó lần lượt là 0,7; 0,6; 0,5. Tính xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng.

Đáp án:.....

II. TỰ LUẬN

Bài 1. Số sản phẩm của mỗi công nhân làm được trong một ngày được cho như sau:

18	25	39	12	54	27	46	25	19	8	36	22	
20	19	17	44	5	18	23	28	25	34	46	27	16

Hãy chuyển mẫu số liệu sang dạng ghép nhóm với sáu nhóm có độ dài bằng nhau.

Bài 2. Thời gian ra sân (giờ) của một cự cầu thủ ở giải ngoại hạng Anh qua các thời kì được cho như sau:

653	632	609	572	565	535	516	514	508	505	504	504	503	499	496	492
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Hãy chuyển mẫu số liệu sang dạng ghép nhóm với bảy nhóm có độ dài bằng nhau.

Bài 3: Thành tích chạy 50m của học sinh lớp 10A của trường THPT B được thống kê trong bảng sau (đv: giây)

6,3	6,2	6,5	6,8	6,9	8,2	8,6
6,6	6,7	7,0	7,1	7,2	8,3	8,5
7,4	7,3	7,2	7,1	7,0	8,4	8,1
7,1	7,3	7,5	7,5	7,6	8,7	7,6
7,7	7,8	7,5	7,7	7,8		

a) Từ mẫu số liệu không ghép nhóm trên, hãy ghép các số liệu thành 6 nhóm theo các nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

b) Trong lớp 10A, có bao nhiêu học sinh chạy 50m mà khoảng thời gian dưới 8 giây.

Bài 4: Cho các số liệu thống kê ghi ở bảng sau:

Số người xem trong 60 buổi chiếu phim của một rạp chiếu phim nhỏ

4	12	18	23	29	31	37	40	46	52	5	13	19	24	30
32	38	41	47	53	6	14	21	25	32	33	39	42	48	54
9	15	20	26	32	34	32	43	49	55	8	10	21	27	32
35	40	44	50	56	11	17	22	28	30	36	41	45	51	59

a) Lập bảng tần số ghép nhóm, với các nhóm sau: $[0, 10)$; $[10, 20)$; $[20, 30)$; $[30, 40)$; $[40, 50)$; $[50, 60)$

b) Tính số trung bình, số trung vị.

Bài 5. Quãng đường (km) từ nhà đến nơi làm việc của 40 công nhân một nhà máy được ghi lại như sau:

5 3 10 20 25 11 13 7 12 31 19 10 12 17 18 11 32 17 16 2
7 9 7 8 3 5 12 15 18 3 12 14 2 9 6 15 15 7 6 12.

a) Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các khoảng có độ rộng bằng nhau, khoảng đầu tiên là $[0; 5)$. Tìm giá trị đại diện cho mỗi nhóm.

b) Tính số trung bình của mẫu số liệu không ghép nhóm và mẫu số liệu ghép nhóm. Giá trị nào chính xác hơn?

c) Xác định nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm thu được.

Bài 6. Trong phòng thí nghiệm, người ta chia 99 mẫu vật thành năm nhóm căn cứ trên khối lượng của chúng (đơn vị: gam) và lập bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
$[27,5; 32,5)$	16	16
$[32,5; 37,5)$	24	40
$[37,5; 42,5)$	20	60
$[42,5; 47,5)$	30	90
$[47,5; 52,5)$	9	99
	$n = 99$	

a) Nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{2} = \frac{99}{2} = 49,5$ có đúng không?

b) Tìm đầu mút trái a_3 , độ dài, tần số n_3 của nhóm 3;

c) Tính giá trị M_e

Bài 7. Tìm tứ phân vị thứ nhất Q_1 và tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm cho trong bảng sau: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Bài 8. Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp 11A

Khoảng chiều cao (cm)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Tính một của mẫu số liệu ghép nhóm này. Có thể kết luận gì từ giá trị tính được?

Bài 9. Một chiếc máy bay có 2 động cơ I, II . Xác suất để động cơ I hoạt động bình thường là 0,95. Xác suất để động cơ II bị hỏng là 0,1. Tính xác suất để

- Hai động cơ đều hoạt động bình thường.
- Hai động cơ đều bị hỏng.
- Ít nhất một động cơ hoạt động.

Bài 10. Gieo 3 đồng xu cân đối. Gọi A là biến cố có ít nhất một đồng xu lật ngửa và B là biến cố có đúng 2 đồng xu lật ngửa.

- Tính xác suất để có ít nhất một đồng xu ngửa.
- Tính $P(A \cap B)$

Bài 11. Cho $P(A) = 2/5$; $P(B) = 5/12$ và $P(AB) = 1/6$. Hỏi 2 biến cố A và B có:

- Xung khắc hay không?
- Độc lập với nhau hay không?

Bài 12. Cho hai biến cố A và B biết $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,5$ và $P(A \cap B) = 0,1$.

Tính $P(A \cup B)$, $P(\overline{A})$, $P(\overline{B})$, $P(\overline{A \cap B})$, $P(\overline{A \cup B})$.

Bài 13. Một bình đựng 2 bi xanh và 4 bi đỏ. Lần lượt lấy một bi liên tiếp 3 lần và mỗi lần trả lại bi đã lấy vào bình.

- Tính xác suất để được 3 bi xanh.
- Tính xác suất để được 3 bi đỏ.
- Tính xác suất để được 3 bi không cùng một màu.

Bài 14. Có 3 chiếc hộp. Hộp A chứa 3 bi đỏ, 5 bi trắng. Hộp B chứa 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Hộp C chứa 2 bi đỏ, 3 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một hộp rồi lấy một bi từ hộp đó. Xác suất để được một bi đỏ.

Bài 15. Một hộp chứa 8 viên bi đỏ và 10 viên bi đen có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi từ hộp. Gọi A là biến cố “3 viên bi lấy ra đều có màu đỏ”, B là biến cố “3 viên bi lấy ra đều có màu đen”.

- Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A và cả biến cố B ?
- Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.

Bài 16. Một tổ công nhân có 5 nam và 6 nữ. Cần chọn ngẫu nhiên hai công nhân đi thực hiện một nhiệm vụ mới. Tính xác suất của biến cố “Cả hai công nhân được chọn cùng giới tính”.

Bài 17. Trên kệ sách đang có 4 cuốn sách Toán và 5 cuốn sách Văn. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ba cuốn sách, tính xác suất của biến cố “Ba cuốn sách được chọn cùng loại”.

Bài 18. Trong một thùng phiếu bốc thăm trúng thưởng có 30 lá phiếu được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Người ta rút ra từ thùng phiếu một lá thăm bất kì. Tính xác suất của biến cố “Lá thăm rút được có số thứ tự chia hết cho 4 hoặc 5”

Bài 19. Giả sử từ tỉnh A đến tỉnh B có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa, tàu thủy hoặc máy bay. Mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa, 3 chuyến tàu thủy và

- 2 chuyến máy bay. Gọi A là biến cố “chọn phương tiện ô tô hoặc tàu hỏa”, B là biến cố “Chọn phương tiện tàu thủy hoặc máy bay”.
- a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A và B ?
- b) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.
- Bài 20.** Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6 người ta lập thành các số tự nhiên bé hơn 100. Gọi A là biến cố “Số lập được là số lẻ”, B là biến cố “Số lập được là số chẵn”.
- a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A và B ?
- b) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.
- c) Người ta chọn một số bất kì trong những số trên. Tính xác suất của biến cố “Số được chọn chia hết cho 5”.
- Bài 21.** Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất trên bàn. Gọi A là biến cố “Vật được chọn là cây bút”, B là biến cố “Vật được chọn là cuốn tập”.
- a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A và B ?
- b) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.
- Bài 22.** Người ta tiến hành lập các số có ba chữ số khác nhau từ các chữ số: 0; 1; 2; 3; 4; 5. Gọi A là biến cố “Số được lập là số chẵn”, B là biến cố “Số được lập là số chia hết cho 5”.
- a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A và B ?
- b) Tính xác suất của biến cố “Số được chọn chia hết cho 2 và 5”.
- Bài 23.** Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh ở khối 11 đi dự đại hội của học sinh thành phố. Gọi A là biến cố “Hai học sinh được chọn là học sinh nam”, B là biến cố “Hai học sinh được chọn là học sinh nữ”.
- a) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.
- b) Tính xác suất của biến cố $A \cup B$.
- Bài 24.** Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Người ta muốn chọn 2 hộp bút từ trong thùng.
- a) Số cách khác nhau để biến cố “Chọn được hai hộp có màu khác nhau” là?
- b) Tính xác suất để biến cố “Hai hộp được chọn có cùng màu”.
- Bài 25.** Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Tính xác suất của biến cố “Chọn được ba bông hoa có ít nhất 2 màu”?

CHƯƠNG VI: HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 1: PHÉP TÍNH LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ THỰC

Dạng : Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 36: Cho a là số thực dương, m, n tùy ý. Phát biểu nào sau đây là phát biểu **sai**?

A. $a^m + a^n = a^{m+n}$. B. $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$. C. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$. D. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.

Câu 37: Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$, với $a > 0$.

A. $P = a^5$. B. $P = a^4$. C. $P = a$. D. $P = a^3$.

Câu 38: Biểu thức $\sqrt{a\sqrt{a}}$, ($a > 0$) được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{3}{4}}$. B. $a^{\frac{3}{2}}$. C. $a^{\frac{1}{2}}$. D. $a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 39: Cho a, b là các số thực dương thỏa $a^{2b} = 5$. Tính $K = 2a^{6b} - 4$.

A. $K = 226$. B. $K = 202$. C. $K = 246$. D. $K = 242$.

Câu 40: Cho a thuộc khoảng $\left(0; \frac{2}{e}\right)$, α và β là những số thực tùy ý. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $(a^\alpha)^b = a^{\alpha \cdot b}$. B. $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$.
C. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$. D. $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

Câu 41: Cho a, b là các số thực thỏa điều kiện $\left(\frac{3}{4}\right)^a > \left(\frac{4}{5}\right)^a$ và $b^{\frac{5}{4}} > b^{\frac{4}{3}}$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

A. $a > 0$ và $b > 1$. B. $a > 0$ và $0 < b < 1$. C. $a < 0$ và $0 < b < 1$. D. $a < 0$ và $b > 1$.

Câu 42: Nếu $(7 + 4\sqrt{3})^{a-1} < 7 - 4\sqrt{3}$ thì

A. $a < 1$. B. $a > 1$. C. $a > 0$. D. $a < 0$.

Câu 43: Tập tất cả các giá trị của a để $\sqrt[2]{a^5} > \sqrt[3]{a^2}$ là

A. $a > 0$. B. $0 < a < 1$. C. $a > 1$. D. $\frac{5}{21} < a < \frac{2}{7}$.

Câu 44: Một người gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất không thay đổi là 8%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Người đó định gửi tiền trong vòng 3 năm, sau đó rút tiền ra để mua ô tô trị giá 500 triệu đồng. Hỏi số tiền ít nhất người đó phải gửi vào ngân hàng để có đủ tiền mua ô tô (kết quả làm tròn đến hàng triệu) là bao nhiêu?

A. 395 triệu đồng. B. 394 triệu đồng. C. 397 triệu đồng. D. 396 triệu đồng.

Câu 45: Tích $(2017)! \left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 \dots \left(1 + \frac{1}{2017}\right)^{2017}$ được viết dưới dạng a^b , khi đó (a, b) là cặp nào trong các cặp sau?

A. (2018; 2017). B. (2019; 2018). C. (2015; 2014). D. (2016; 2015).

BÀI 2: PHÉP TÍNH LOGARIT

Câu 46: Cho các số thực a, b, m và $0 < a \neq 1, b > 0$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $\log_a b = m \Leftrightarrow a = b^m$.
B. $\log_a b = m \Leftrightarrow b = m.a$.
C. $\log_a b = m \Leftrightarrow a = mb$.
D. $\log_a b = m \Leftrightarrow b = a^m$.

Câu 47: Tính $\log_{2024} 2024^{\sqrt{3}}$.

- A. 3. B. $2024^{\sqrt{3}}$. C. $\sqrt{3}$. D. 2024^3 .

Câu 48: Tính $\log_{32} 8 - \log_{32} \frac{1}{4}$.

- A. $\frac{1}{5}$. B. $2024^{\sqrt{3}}$. C. 1. D. 2024^3 .

Câu 49: Tính $\log_{32} 128$.

- A. $\frac{7}{5}$. B. $\frac{5}{7}$. C. 35. D. 2.

Câu 50: Cho $a, b, c, d > 0$. Rút gọn biểu thức $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a}$ ta được

- A. $S = 1$. B. $S = 0$.
C. $S = \ln \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \right)$. D. $S = \ln(abcd)$.

Câu 51: Với các số thực dương a, b bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$. B. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.
C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$. D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.

Câu 52: Số thực x thỏa mãn: $\log x = \frac{1}{2}\log 3a - 2\log b + 3\log \sqrt{c}$ (a, b, c là các số thực dương).

Hãy biểu diễn x theo a, b, c .

- A. $x = \frac{\sqrt{3ac^3}}{b^2}$. B. $x = \frac{\sqrt{3a}}{b^2c^3}$. C. $x = \frac{\sqrt{3a} \cdot c^3}{b^2}$. D. $x = \frac{\sqrt{3ac}}{b^2}$.

Câu 53: Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

- A. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$ B. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$
C. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$ D. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab}$

Câu 54: Cho $\log_9 5 = a; \log_4 7 = b; \log_2 3 = c$. Biết $\log_{24} 175 = \frac{mb + nac}{pc + q}$.

Tính $A = m + 2n + 3p + 4q$.

- A. 27 B. 25 C. 23 D. 29

Câu 55: Với các số $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 6ab$, biểu thức $\log_2(a + b)$ bằng

- A. $\frac{1}{2}(3 + \log_2 a + \log_2 b)$. B. $\frac{1}{2}(1 + \log_2 a + \log_2 b)$.
C. $1 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$. D. $2 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$.

BÀI 3: HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT

Câu 56: Trong các hàm số sau, hàm số nào không phải là hàm số mũ?

- A. $y = (\sqrt{3})^x$. B. $y = 3^{-x}$. C. $y = \frac{1}{2^x}$. D. $y = x^{-3}$.

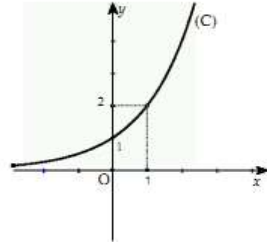
Câu 57: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số logarit có cơ số bằng 2?

- A. $y = \log_2 x$. B. $y = \ln 2x$. C. $y = x \log_2 3$. D. $y = \log_3 x^2$.

Câu 58: Tìm tập xác định D của hàm số $y = 13^x$.

- A. $D = (-\infty; 0)$. B. $D = (0; +\infty)$.
C. $D = (-\infty; +\infty)$. D. $D = (-\infty; +\infty) \setminus \{0\}$.

Câu 59: Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới đây?



- A. $y = 2x^2$. B. $y = 2^x$. C. $y = 3^x$. D. $y = 4^x$.

Câu 60: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$. B. $y = (0,5)^x$. C. $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$. D. $y = (\sqrt{3})^x$.

Câu 61: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. $y = \log_2 x$. B. $y = \log_{\sqrt{3}} x$. C. $y = \log_{\frac{e}{\pi}} x$. D. $y = \log_{\pi} x$.

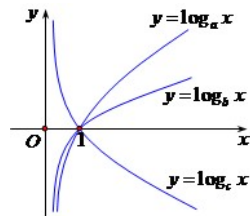
Câu 62: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log(2-x)$.

- A. $D = (2; +\infty)$. B. $D = (-\infty; 2)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $D = (-\infty; +\infty)$.

Câu 63: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log \sqrt{x^2 - x - 12}$.

- A. $D = (-3; 4)$. B. $D = [-3; 4]$.
C. $D = (-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$. D. $D = (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$.

Câu 64: Cho a, b, c là ba số thực dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **đúng**?



- A. $a < b < c$. B. $c < a < b$. C. $b < c < a$. D. $c < b < a$.

Câu 65: Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = Ae^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là số dân sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Nếu dân số vẫn tăng với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

- A. 2022. B. 2025. C. 2020. D. 2026.

BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGARIT

Dạng: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn:

Câu 66: Tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$ là

Đáp án:

Câu 67: Tập nghiệm S của phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 9$ là

Đáp án:

Câu 68: Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(x-1) = 2$ là

Đáp án:

Câu 69: Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ là

Đáp án:

Câu 70: Tập nghiệm của phương trình $4^{x-x^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

Đáp án:

Câu 71: Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

Đáp án:

Câu 72: Phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$ có tập nghiệm là

Đáp án:

Câu 73: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(\sqrt{10}-3)^{\frac{3-x}{x-1}} > (\sqrt{10}+3)^{\frac{x+1}{x+3}}$ là

Đáp án:

Câu 74: Phương trình $3^{x^2} \cdot 4^{x+1} - \frac{1}{3^x} = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $T = x_1 x_2 + x_1 + x_2$.

Đáp án:

Câu 75: Bất phương trình $\ln(2x^2 + 3) > \ln(x^2 + ax + 1)$ nghiệm đúng với mọi số thực x khi

Đáp án:

TỰ LUẬN

Bài 1. Viết các biểu thức sau dưới dạng một lũy thừa ($a > 0$):

a) $3 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[8]{3}$; b) $\sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}}$; c) $\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a}}{(\sqrt[5]{a})^3 \cdot a^{\frac{2}{5}}}$;

Bài 2. Rút gọn biểu thức sau ($a > 0, b > 0$):

a) $a^{\frac{1}{3}} a^{\frac{1}{2}} a^{\frac{7}{6}}$; b) $a^{\frac{2}{3}} a^{\frac{1}{4}} : a^{\frac{1}{6}}$; c) $\left(\frac{3}{2} a^{\frac{3}{2}} b^{\frac{1}{2}}\right) \left(-\frac{1}{3} a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{3}{2}}\right)$;

Bài 3. Với một chỉ vàng, giả sử người thợ lành nghề có thể dát mỏng thành lá vàng rộng 1m^2 và dày khoảng $1,94 \cdot 10^{-7}\text{m}$. Đồng xu 5000 đồng dày $2,2 \cdot 10^{-3}$. Cần chồng bao nhiêu lá vàng như trên để có độ dày bằng đồng xu loại 5000 đồng? Làm tròn kết quả đến chữ số hàng trăm.

- Bài 4.** Tờ tiền mệnh giá 500 000 đ có kích thước chiều dài $1,52 \cdot 10^{-1} \text{m}$; chiều rộng $6,5 \cdot 10^{-2} \text{m}$; bề dày 10^{-4}m ; nặng 10^{-3}kg . Ngày 05/07/2023 công ty Xổ số điện toán Việt Nam thông báo ông An ở thành phố Thái Bình trúng thưởng trị giá 39 tỷ đồng. Công ty Xổ số điện toán Việt Nam đã trả thưởng cho ông An bằng tiền mặt toàn loại tiền mệnh giá 500000 đ. Hỏi ông An nhận được bao nhiêu kilogram tiền?
- Bài 5.** Tìm các giá trị của x để biểu thức sau có nghĩa:
a) $\log_2(x+3)$. b) $\log_{x^2+1} 2023$.
- Bài 6.** Tìm các giá trị của x để biểu thức sau có nghĩa:
a) $\log\left(\frac{3-x}{x+1}\right)$. b) $\log_x 1$.
- Bài 7.** Đặt $\log 2 = a$, $\log 3 = b$. Biểu thị các biểu thức sau theo a và b .
a) $\log_4 9$; b) $\log_6 12$; c) $\log_5 6$.
- Bài 8.** Đặt $\log 2 = a$, $\log 3 = b$, $\log 7 = c$. Biểu thị các biểu thức sau theo a, b, c .
a) $\log_3 14$; b) $\log_{21} 4$; c) $\log_{28} 63$.
- Bài 9.** a) Một dung dịch acid A có nồng độ H^+ là 10^{-3}mol/L .
Tính độ pH của dung dịch acid A
b) Một dung dịch B có nồng độ H^+ gấp 30 lần nồng độ H^+ của acid A. Tính độ pH của dung dịch B (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)
- Bài 10.** a. Vẽ đồ thị hàm số $y = \log_{0,5} x$. b. Vẽ đồ thị hàm số $y = (\sqrt{2})^x$.
- Bài 11.** Cho đường thẳng $d: x = m$ cắt trục Ox , đồ thị hàm số $y = \log_4 x$ và đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ tại lần lượt các điểm H, M, N . Chứng minh rằng: M là trung điểm của NH
- Bài 12.** a. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + 3^x$.
b. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2(4x - x^2)$.
- Bài 13.** Tìm tất cả giá trị của tham số m để $y = \log(x^2 - 4x - m - 3)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- Bài 14.** Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu là mmHg) suy giảm theo với độ cao x (so với mặt nước biển, đo bằng mét) theo công thức $P = P_0 \cdot e^{xi}$, trong đó $P_0 = 760 \text{mmHg}$ là áp suất ở mực nước biển ($x = 0$), i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000 m thì áp suất của không khí là 672,71 mmHg. Hỏi áp suất không khí trên đỉnh Phanxipăng ở độ cao 3143 m là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?
- Bài 15.** Trong khảo cổ, khi phân tích một mẫu cột gỗ của công trình kiến trúc, người ta đo được tỉ lệ đồng vị phóng xạ Carbon 14 còn lại trong mẫu cột gỗ đó là 68,5% so với Carbon 14 trong cây gỗ sống. Biết Carbon 14 là đồng vị phóng xạ có chu kì bán rã là $T = 5730$ năm, tức là sau 5730 năm một nửa khối lượng Carbon 14 bị phân rã thành chất khác. Lượng carbon 14 còn lại trong mẫu vật tính bởi công thức $m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ trong đó m_0 là khối lượng carbon 14 ban đầu, $m(t)$ là khối lượng carbon 14 còn lại sau t năm. Cây gỗ làm cột đó đã sống cách ngày nay bao nhiêu năm?

Bài 16. Giải phương trình:

a) $2^{2x-1} = 32$. b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x-6}$ c) $\sqrt{2}^{x^2+2x+3} = 8^x$ d) $3^{x+5} = 8$
e) $e^{x^2} = \sqrt{3}$ f) $4^{2x+5} = 2^{2-x}$ g) $10^{x+2} = 25$

Bài 17. Giải phương trình

a) $4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x = 16^x$. b) $5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}$ c) $3^x \cdot 5^{x-1} = 7$

Bài 18. Giải các phương trình sau:

a) $\log_3(3-2x) = 2$; b) $\log_2 x + \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$
c) $\log_2(2x-3) = 3$; d) $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$

Bài 19. Giải các phương trình sau:

a) $\log_{\sqrt{2}} x + \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 1$ b) $\log_2(-x^2+4x-3) - 1 = \log_2\left(\frac{5}{2}-x\right)$

Bài 20. Giải các phương trình sau:

a) $\log_2(3x-8) = 2$ b) $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3$
c) $\log(x-1) + \log(x-3) = \log(x+3)$

Bài 21. Giải các phương trình sau:

a) $\log_3(x^2-7) = 2$ b) $\log(-x+3) - 1 = \log\left(\frac{1}{2}-x\right)$
c) $3\log_3(2x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3 = 3$

Bài 22. Giải các phương trình sau:

a) $\log_3(2x-1) = 2$ b) $\log_3(x^2-6) - \log_3(x-2) = 1$
c) $\log_2(x+3) + \log_2(x-1) = \log_2 5$

Bài 23. Tìm tập nghiệm của bất phương trình

a) $4^{x+1} \leq 8^{x-2}$ b) $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ c) $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0$

Bài 24. Tìm tập nghiệm bất phương trình

a) $2^{x^2-3x} < 16$ b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4}$ c) $\left(\frac{4}{3}\right)^{x^2-4} \geq 1$

Bài 25. Giải các bất phương trình sau:

a) $\log_2(3x-1) > 3$ b) $\ln 3x < \ln(2x+6)$
c) $\log_3(x^2-2x) > 1$ d) $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) \leq \log_{\frac{1}{2}}(2x-5)$

Bài 26. Giải các bất phương trình sau:

a) $\log_2(x^2-1) \geq 3$ b) $\ln x^2 > \ln(4x-4)$
c) $\log_{\frac{1}{2}}(5x+1) < -5$ d) $\log_{\frac{2}{3}}(2x^2-x+1) < 0$

Bài 27. Giải các bất phương trình sau:

a) $\log_2 x + \log_2(x+1) > 1$ b) $2\log_3(4x-3) \leq \log_3(18x+27)$

$$\text{c) } \log_4 (x-2)^2 - 1 \leq 0$$

$$\text{d) } \log_{\frac{1}{2}} (1-x) - 1 > \log_{\frac{1}{2}} (2x+6)$$

$$\text{e) } \log (x+1)^2 - \log (2x+5) \leq 0$$

$$\text{f) } \ln (x-1) + \ln (x+1) > \ln (4x-2x^2)$$

Bài 28. Tìm các giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình sau là:

$$\text{a) } \log_{\sqrt{5}} (x+2) \leq 1$$

$$\text{b) } \log_{\frac{1}{3}} (1-x) > \log_{\frac{1}{3}} (2x+3)$$

Bài 29. Chu kì bán rã của Cacbon ^{14}C là khoảng 5730 năm. Một vật có khối lượng Cacbon ^{14}C ban đầu là m_0 thì sau khoảng thời gian t năm, khối lượng Cacbon ^{14}C còn lại

của vật đó là $m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$. Các nhà khảo cổ đã tìm được trong một mẫu đồ cổ một

lượng Cacbon và xác định được nó đã mất khoảng 25% lượng Cacbon ^{14}C ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ cổ đó có tuổi là bao nhiêu?

Bài 30. Mức cường độ âm L (đơn vị dB) được tính bằng công thức $L = 10 \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right)$, trong đó I là cường độ của âm đơn vị W / m^2 . Hãy xác định mức cường độ âm của mỗi âm sau:

a) Cuộc trò chuyện bình thường có cường độ $I = 10^{-7} \text{W} / \text{m}^2$?

b) Còi xe cứu hỏa có cường độ $I = 10^{-7} \text{W} / \text{m}^2$?

Bài 31. Cường độ một trận động đất M (richter) được cho bởi công thức $M = \log \frac{A}{A_0}$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỉ XX, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ mạnh hơn gấp 4 lần. Tính cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ.

CHƯƠNG VII: ĐẠO HÀM

BÀI 1: ĐỊNH NGHĨA ĐẠO HÀM. Ý NGHĨA HÌNH HỌC CỦA ĐẠO HÀM.

Dạng: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Câu 76: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x + x_0}$.

B. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

C. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}$.

D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow -x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Câu 77: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = -x^2 + x$ tại điểm $x = -1$.

A. $f'(-1) = -3$.

B. $f'(-1) = 3$.

C. $f'(-1) = -2$.

D. $f'(-1) = -1$.

Câu 78: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị (C) và điểm $M_0(x_0; f(x_0)) \in (C)$. Phương trình của tiếp tuyến với (C) tại M_0 là:

A. $y = f'(x_0)(x - x_0)$.

B. $y = f'(x)(x - x_0) + y_0$.

C. $y - y_0 = f'(x_0)x$.

D. $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.

Câu 79: Tìm hệ số góc k của tiếp tuyến của parabol $y = x^2$ tại điểm có hoành độ $\frac{1}{4}$.

A. $k = \frac{1}{16}$.

B. $k = \frac{1}{2}$.

C. $k = \frac{1}{4}$.

D. $k = -\frac{1}{2}$.

Câu 80: Tính đạo hàm của hàm số $y = kx + c$ với $k; c$ là hằng số.

A. $y' = k$

B. $y' = kx$

C. $y' = c$

D. $y' = -k$

Câu 81: Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = 4x^2$ tại điểm có hoành độ bằng -1

A. $y = -8x - 4$

B. $y = -8x + 4$

C. $y = 8x + 4$

D. $y = -8x - 12$

Câu 82: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^2$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2$ giây.

A. 2m/s.

B. 3m/s.

C. 4m/s.

D. 5m/s.

Câu 83: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3$ tại điểm mà tiếp điểm có tung độ bằng -1 có phương trình là:

A. $y = 3x - 4$.

B. $y = 3x$.

C. $y = 3x + 2$.

D. $y = -3x - 4$.

Câu 84: Một viên đạn được bắn lên cao theo phương trình $s(t) = 196t - 4,9t^2$ trong đó $t > 0$, t tính bằng giây kể từ thời điểm viên đạn được bắn lên cao và $s(t)$ là khoảng cách của viên đạn so với mặt đất được tính bằng mét. Tại thời điểm vận tốc của viên đạn bằng 0 thì viên đạn cách mặt đất bao nhiêu mét?

A. 1690m.

B. 1069m.

C. 1906m.

D. 1960m.

Câu 85: Một chất điểm chuyển động có phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 + 9t + 2$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Hỏi tại thời điểm nào thì vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất?

A. $t = 1s$.

B. $t = 2s$.

C. $t = 3s$.

D. $t = 6s$.

BÀI 2: CÁC QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM

Dạng : Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 86: Cho hàm số $f(x) = -2x^2 + 3x$ xác định trên $\mathbb{R}$. Khi đó $f'(x)$ bằng

Đáp án:

Câu 87: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$ đạo hàm của hàm số tại $x = 1$ là

Đáp án:

Câu 88: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $D = [0; +\infty)$ cho bởi $f(x) = x\sqrt{x}$ có đạo hàm là

Đáp án:

Câu 89: Đạo hàm của hàm số $f(x) = (x^2 + 1)^4$ tại điểm $x = -1$ là

Đáp án:

Câu 90: Đạo hàm của hàm số $y = 5 \sin 3x - 7 \cos 4x$ là

Đáp án:

Câu 91: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \tan\left(x + \frac{5\pi}{3}\right)$ tại điểm $x = \frac{\pi}{3}$.

Đáp án:

Câu 92: Cho hàm số $f(x) = e^{2024x^2}$. Đạo hàm $f'(0)$ bằng

Đáp án:

Câu 93: Đạo hàm của hàm số $y = \log_{0,5} x^2$ ($x \neq 0$) là

Đáp án:

Câu 94: Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\cos 2x}$.

Đáp án:

Câu 95: Cho chuyển động được xác định bởi phương trình $s = 2t^3 + 6t^2 - t$, trong đó t được tính bằng giây và s được tính bằng mét. Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 3s$ là

Đáp án:

BÀI 3: ĐẠO HÀM CẤP HAI

Dạng: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Câu 96: Cho hàm số $y = x^5 - 3x^4 + x + 1$ với $x \in \mathbb{R}$. Đạo hàm y'' của hàm số là

A. $y'' = 5x^3 - 12x^2 + 1$.

B. $y'' = 5x^4 - 12x^3$.

C. $y'' = 20x^2 - 36x^3$.

D. $y'' = 20x^3 - 36x^2$.

Câu 97: Cho hàm số $y = \ln x$ với $x > 0$. Đạo hàm y'' của hàm số là

A. $y'' = \frac{1}{x}$.

B. $y'' = \frac{1}{x^2}$.

C. $y'' = -\frac{1}{x^2}$.

D. $y'' = -\frac{1}{x}$.

Câu 98: Cho hàm số $y = 2^x$ với $x \in \mathbb{R}$. Đạo hàm y'' của hàm số là

A. $y'' = 2^x \cdot \ln 2$.

B. $y'' = 2^x \ln 4$.

C. $y'' = 2^x$.

D. $y'' = 2^x \ln^2 2$.

Câu 99: Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = -3 \cos x$ tại điểm $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

A. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3$. B. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5$. C. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. D. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$.

Câu 100: Cho hàm số $f(x) = (3x-7)^5$. Tính $f''(2)$.

A. $f''(2) = 0$. B. $f''(2) = 20$. C. $f''(2) = -180$. D. $f''(2) = 30$.

Câu 101: Cho $y = \sqrt{2x-x^2}$, tính giá trị biểu thức $A = y^3 \cdot y''$.

A. 1. B. 0. C. -1. D. Đáp án khác.

Câu 102: Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{3x+1}{x+2}$ là

A. $y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$ B. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^4}$ C. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^3}$ D. $y'' = \frac{10}{(x+2)^2}$

Câu 103: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$. Phương trình $y'' = 0$ có nghiệm.

A. $x = 2$. B. $x = 4$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Câu 104: Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = t^3 + 4t^2$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động tại thời điểm mà vận tốc của chuyển động bằng 11 m/s là

A. 12 m/s^2 . B. 14 m/s^2 . C. 16 m/s^2 . D. 18 m/s^2 .

Câu 105: Cho hàm số $y = ax^3 + bx + 5$ thỏa mãn điều kiện $y'(2) = 2$, $y''(1) = -12$. Khi đó $P = a.b$ bằng

A. 50. B. -50. C. 46. D. -46.

TỰ LUẬN

Bài 1. Một chất điểm chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S(t) = t^3 - 2t^2 + 4t + 1$, trong đó t được tính bằng giây và S tính bằng mét. Tính vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 3$.

Bài 2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 1$ tại điểm có hoành độ -2 .

Bài 3. Dùng định nghĩa để tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2}$.

Bài 4. Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $7\% / \text{năm}$. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền sẽ được nhập vào vốn ban đầu (thể thức lãi kép). Để người đó lĩnh được số tiền 250 triệu đồng thì người đó cần gửi trong khoảng thời gian ít nhất bao nhiêu năm? (nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền và lãi suất không thay đổi).

Bài 5. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Tính hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành.

Bài 6. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{x-2}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = -2x + 1$.

Bài 7. Cho hàm số $y = -\frac{2x^3}{3} + x^2 + 4x - 2$, gọi đồ thị của hàm số là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) có hệ số góc lớn nhất.

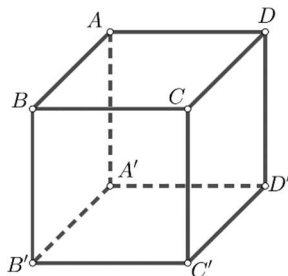
- Bài 8.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^4$ biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: y = -\frac{1}{4}x + 7$.
- Bài 9.** Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường (theo đơn vị mét (m)) đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian t (theo đơn vị giây (s)) cho bởi phương trình là $s = -t^3 + 6t^2$. Tìm thời điểm t mà tại đó vận tốc $v(m/s)$ của đoàn tàu đạt giá trị lớn nhất.
- Bài 10.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:
- a) $y = x^4 - \frac{x^3}{3} + 2\sqrt{x} - 3$; b) $y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$; c) $y = \sqrt{3x^2 - 2x + 1}$.
- Bài 11.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:
- a) $y = \cos \sqrt{2x + 3}$; b) $y = \sin^2 5x$;
c) $y = \tan^2 \frac{x}{3}$; d) $y = \frac{1}{4} \cot x^2$.
- Bài 12.** Tính đạo hàm của các hàm số sau
- a) $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$; b) $y = \log_2(2x + e^x)$; c) $y = \frac{x+1}{2^x}$.
- Bài 13.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:
- a) $y = (x^3 - 2x^2)^{2024}$; b) $y = x\sqrt{x^2 - 2x}$; c) $y = e^{2x+1} \sin 2x$.
- Bài 14.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x \cdot \cos 3x$ tại $x = \frac{\pi}{3}$.
- Bài 15.** Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số:
- a) $y = \frac{-2x^2 + 3x}{1-x}$; b) $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3}$.
- Bài 16.** Cho hàm số $y = \sin 2x$. Chứng minh $4y + y'' = 0$.
- Bài 17.** Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m+3)x^2 + 2x + m$. Xác định tất cả các giá trị của m để bất phương trình $f'(x) > 0$ có nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- Bài 18.** Một vật chuyển động thẳng không đều xác định bởi phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 - 9t + 2$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc bị triệt tiêu.
- Bài 19.** Một vật chuyển động thẳng không đều xác định bởi phương trình $s(t) = \frac{t^4}{12} - t^3 + 7t^2 + 15t$ trong đó $t > 0$ với t là thời gian tính bằng giây (s) và s tính bằng mét (m). Hỏi tại thời điểm gia tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất thì vận tốc của vật bằng bao nhiêu?
- Bài 20.** Cho hàm số $g(x) = f(x) \cdot x \cdot f(x^2)$. Biết rằng $f(x) - f(1) = x^2 - 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $g'(1)$.

PHẦN HÌNH HỌC

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

BÀI 1: HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



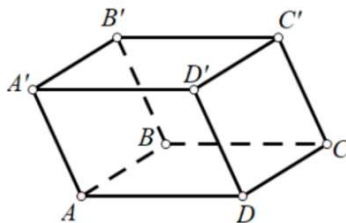
Đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng nào dưới đây?

- A. AD . B. AC' . C. AB' . D. AC .

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{CBD} = 90^\circ$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD . Khi đó MN vuông góc với:

- A. BC . B. BD . C. DC . D. AC .

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Góc giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ bằng

- A. góc giữa hai đường thẳng AB và $A'B'$. B. góc giữa hai đường thẳng AB và DC .
C. góc giữa hai đường thẳng AB và BC . D. góc giữa hai đường thẳng AB và AA' .

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng:

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Góc giữa AC và DA_1 là

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 120° .

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD . Góc (IE, JF) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp BC$. Góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng

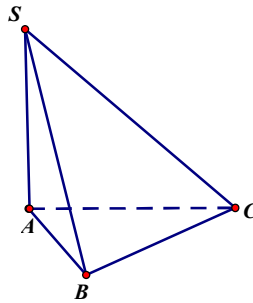
- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $BC = a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC .

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. $\arctan 2$.

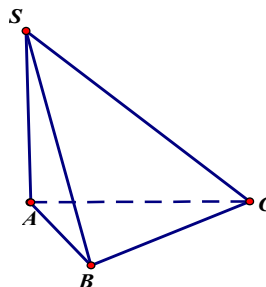
BÀI 2: ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG

- Câu 9:** Đường thẳng Δ được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu
- Δ vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) .
 - Δ vuông góc với một đường thẳng nào đó nằm trong mặt phẳng (P) .
 - Δ cắt mặt phẳng (P) .
 - Δ không cắt mặt phẳng (P) .
- Câu 10:** Cho đoạn thẳng AB . Mặt phẳng (P) được gọi là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB nếu
- (P) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB .
 - (P) đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB .
 - (P) đi qua điểm B và vuông góc với đường thẳng AB .
 - (P) đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và vuông góc với đường thẳng AB .
- Câu 11:** Điều kiện cần và đủ để đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) là
- Đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng (P) .
 - Đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng phân biệt thuộc mặt phẳng (P) .
 - Đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng song song thuộc mặt phẳng (P) .
 - Đường thẳng d vuông góc với một đường thẳng nào đó thuộc mặt phẳng (P) .
- Câu 12:** Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm A . Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng Δ ?
- 2.
 - Vô số.
 - Không có.
 - 1.
- Câu 13:** Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?



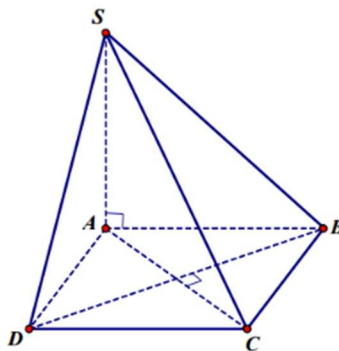
- $SA \perp AB$.
- $SA \perp AC$.
- $SA \perp SC$.
- $SA \perp BC$.

- Câu 14:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- $SA \perp (SBC)$.
- $SC \perp (ABC)$.
- $BC \perp (SAB)$.
- $AC \perp (SBC)$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây là sai?



- A. $AC \perp (SBD)$. B. $CD \perp (SAD)$. C. $BD \perp (SAC)$. D. $BC \perp (SAB)$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC, SB = SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A. $SA \perp (ABCD)$. B. $SO \perp (ABCD)$. C. $SC \perp (ABCD)$. D. $SB \perp (ABCD)$.

BÀI 3: GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG, GÓC NHỊ DIỆN.

Câu 17: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.
 B. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và đường thẳng b với b vuông góc với (P) .
 C. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) .
 D. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) thì a song song với b .

Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$ có AB, BC, BD đôi một vuông góc với nhau. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Góc giữa CD và mặt phẳng (ABD) là góc $\widehat{CBD}$.
 B. Góc giữa AC và mặt phẳng (BCD) là góc $\widehat{ACB}$.
 C. Góc giữa AD và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{ADB}$.
 D. Góc giữa AC và mặt phẳng (ABD) là góc $\widehat{CBA}$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$ có SB vuông góc (ABC) . Góc giữa SC với (ABC) là góc giữa

- A. SC và AC . B. SC và AB . C. SC và BC . D. SC và SB .

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết tam giác SBC là tam giác đều. Số đo của góc giữa SA và (ABC) .

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 75° .

- Câu 21:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a\sqrt{3}$, $AB = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B . Gọi M là trung điểm của SB . Góc giữa đường thẳng CM và mặt phẳng (SAB) bằng
- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .
- Câu 22:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi I là trung điểm của BC . Góc nhị diện $[S, BC, A]$ là
- A. $\widehat{SIA}$. B. $\widehat{SBA}$. C. $\widehat{SCA}$. D. $\widehat{ASB}$.
- Câu 23:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi $d = (SAB) \cap (SCD)$, góc nhị diện $[A, d, C]$ bằng
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .
- Câu 24:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$, gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây sai?
- A. Góc nhị diện $[S, BC, A]$ là góc $\widehat{ABS}$. B. Góc nhị diện $[S, BD, C]$ là góc $\widehat{SOA}$.
C. Góc nhị diện $[S, AD, C]$ bằng 90° . D. Góc nhị diện $[S, AB, C]$ bằng 90° .

BÀI 4: HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC

- Câu 25:** Trong các mệnh đề sau có bao nhiêu mệnh đề đúng?
- i) Cho đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) . Khi đó mọi mặt phẳng (Q) chứa a đều vuông góc với (P) .
- ii) Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) . Khi đó mọi mặt phẳng (Q) vuông góc với a sẽ vuông góc với (P) .
- iii) Nếu mặt phẳng (P) chứa đường thẳng a , mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng b và a vuông góc với b thì (P) vuông góc với (Q) .
- iv) Cho đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b . Khi đó mọi mặt phẳng (P) chứa a đều vuông góc với b .
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 26:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $(SBC) \perp (SAB)$. B. $(SAC) \perp (SAB)$. C. $(SAC) \perp (SBC)$. D. $(ABC) \perp (SBC)$.
- Câu 27:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?
- A. Nếu một đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với mặt phẳng kia thì hai mặt phẳng vuông góc nhau.
- B. Nếu hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
- C. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều vuông góc với mặt phẳng kia.
- D. Nếu hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì chúng vuông góc với nhau.

- Câu 28:** Cho hình chóp $S.ABCD$ đều. Gọi H là trung điểm của cạnh AC . Tìm mệnh đề **sai**?
A. $(SAC) \perp (SBD)$. **B.** $SH \perp (ABCD)$. **C.** $(SBD) \perp (ABCD)$. **D.** $CD \perp (SAD)$.
- Câu 29:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O và $SA = SC, SB = SD$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. $SC \perp (SBD)$. **B.** $SO \perp (ABCD)$. **C.** $(SBD) \perp (ABCD)$. **D.** $(SAC) \perp (ABCD)$.
- Câu 30:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và SB vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SBD) ?
A. (SBC) . **B.** (SAD) . **C.** (SCD) . **D.** (SAC) .

BÀI 5: KHOẢNG CÁCH

- Câu 31:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm của SC . Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng nào?
A. IO . **B.** IA . **C.** IC . **D.** IB .
- Câu 32:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a, BC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD .
A. $a\sqrt{6}$. **B.** $a\sqrt{5}$. **C.** a . **D.** $2a$.
- Câu 33:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
A. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa đường thẳng này và mặt phẳng song song với nó đồng thời chứa đường thẳng kia.
B. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song lần lượt chứa hai đường thẳng đó.
C. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.
D. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.
- Câu 34:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ S đến $(ABCD)$ bằng?
A. SB . **B.** SA . **C.** SO . **D.** SD .
- Câu 35:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $d(A; (SDC)) = AC$. **B.** $d(A; (SDC)) = d(B; (SDC))$.
C. $d(B; (SDC)) = BD$. **D.** $d(B; (SDC)) = BO$.
- Câu 36:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $d(C; (SAB)) = CA$. **B.** $d(D; (SAB)) = DS$. **C.** $d(C; (SAB)) = CB$. **D.** $d(B; (SAC)) = BD$.
- Câu 37:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC .
A. $a\sqrt{3}$. **B.** a . **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

- Câu 38:** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $AB=6$, $BC=8$, $AC=10$, $SB=9$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SA và BC .
A. $d=9$. **B.** $d=8$. **C.** $d=6$. **D.** $d=10$.
- Câu 39:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông có chiều cao $AB=a$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm AB và CD . Tính khoảng cách giữa đường thẳng IJ và (SAD) .
A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a}{3}$.
- Câu 40:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và $\hat{B}=60^\circ$. Biết $SA=2a$. Tính khoảng cách từ A đến SC .
A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{5a\sqrt{6}}{2}$.

BÀI 6: HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG. HÌNH CHÓP ĐỀU. THỂ TÍCH CỦA MỘT SỐ HÌNH KHỐI

- Câu 41:** Trong các mệnh đề sau có bao nhiêu mệnh đề đúng?
 i) Hình hộp là hình lăng trụ đứng.
 ii) Hình hộp chữ nhật là hình lăng trụ đứng.
 iii) Hình lập phương là hình lăng trụ đứng.
 iv) Hình lăng trụ tứ giác đều là lăng trụ đứng.
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 42:** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A . Gọi M là trung điểm của BC , mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. $(ABB') \perp (ACC')$. **B.** $(AC'M) \perp (ABC)$. **C.** $(AMC') \perp (BCC')$. **D.** $(ABC) \perp (ABA')$.
- Câu 43:** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Khoảng cách giữa AB' và CC' :
A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{a}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$
- Câu 44:** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $A'C'$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'N$ bằng
A. $2a$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** a . **D.** $a\sqrt{2}$.
- Câu 45:** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng
A. AC' . **B.** AB' . **C.** AD' . **D.** AA' .
- Câu 46:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính khoảng cách từ B tới đường thẳng DB'
A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

- Bài 1:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, các tam giác SAB , SAD , SAC là các giác vuông tại A . Biết $SA = a\sqrt{3}$, $AB = a$, $AD = 3a$. Tính góc giữa các đường thẳng sau:
- SD và BC .
 - SB và CD .
 - SC và BD .
- Bài 2:** Cho tứ diện $ABCD$, gọi M , N là trung điểm của BC , AD . Biết $AB = CD = 2a$, $MN = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .
- Bài 3:** Cho tứ diện $ABCD$ trong đó $AB = AC = AD = a$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{CAD} = 90^\circ$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD .
- Chứng minh rằng IJ vuông góc với cả hai đường thẳng AB và CD .
 - Tính độ dài IJ .
- Bài 4:** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$. Chứng minh rằng $SA \perp BC$, $SB \perp AC$, $SC \perp AB$.
- Bài 5:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Biết $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Hình chiếu của S xuống $(ABCD)$ là điểm H thuộc AC sao cho $CH = 3AH$; $SH = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa:
- $(SC; AB)$.
 - $(SA; BD)$.
- Bài 6:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy.
- Chứng minh rằng $BD \perp (SAC)$
 - Gọi M , N là trung điểm của SC , SD . Chứng minh $MN \perp (SAD)$
 - Cho $SA = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai đường thẳng SB và CN .
- Bài 7:** Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc. Kẻ $OH \perp (ABC)$.
- Chứng minh rằng tam giác ABC có ba góc nhọn.
 - Chứng minh $OA \perp BC$; $OB \perp AC$; $OC \perp AB$
 - Chứng minh rằng H là trực tâm của tam giác ABC .
 - Chứng minh rằng $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.
- Bài 8:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , SA vuông góc với đáy. Gọi H ; I ; K là hình chiếu vuông góc của A lên các cạnh SB , SC , SD .
- Chứng minh rằng $CD \perp (SAD)$ và $BD \perp (SAC)$
 - Chứng minh rằng $SC \perp (AHK)$ và điểm I cũng thuộc (AHK)
 - Chứng minh rằng $HK \perp (SAC)$, từ đó suy ra $HK \perp AI$.
- Bài 9:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy. Tính góc giữa
- SC và $(ABCD)$

b) SC và (SAB)

c) SB và (SAC)

Bài 10: Cho hình chóp $SABC$ đáy ABC vuông tại C , SA vuông góc (ABC) tại A ; $SA = AC = a$; $AB = 2a$. Xác định và tính góc giữa các cặp đường thẳng và mặt phẳng sau:

a) SA ; SC ; SB với (ABC) .

b) BC ; BA ; BS với (SAC) .

c) CH ; CA ; CB ; CS với (SAB) . Với CH là đường cao trong $\triangle ABC$

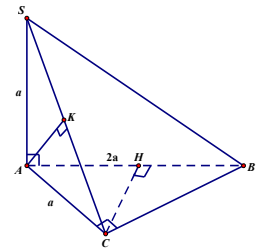
d) Biết AK là đường cao trong $\triangle SAC$, xác định và tính góc giữa AK ; AS ; AC và (SBC) .

Bài 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Cạnh SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa

a) SC và (SAB)

b) SD và (SAC)

c) AC và (SAD)



Bài 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , SAC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) . Gọi I là trung điểm SC .

a) Chứng minh $(SBC) \perp (SAC)$.

b) Chứng minh $(ABI) \perp (SBC)$.

Bài 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$. Gọi M , N lần lượt là hai điểm trên BC và DC sao cho $MB = \frac{a}{2}$, $DN = \frac{3a}{4}$.

Chứng minh rằng $(SAM) \perp (SMN)$.

Bài 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tâm O , cạnh $a\sqrt{2}$. Biết $SA = 2a$ và $SA \perp (ABCD)$. Tính khoảng cách:

a) Từ A đến (SBC) .

b) Từ A đến (SCD) .

c) Từ A đến (SBD) .

d) Gọi M là trung điểm BC , tính khoảng cách từ A đến (SCM) ; từ A đến (SDM) .

e) Gọi I là trung điểm SB , tính khoảng cách từ A đến (DIM) .

Bài 15: Cho tứ diện $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$.

a) Chứng minh $(SAB) \perp (SBC)$.

b) Tính khoảng cách từ điểm A đến (SBC) .

c) Gọi I là trung điểm của AB . Tính khoảng cách từ điểm I đến (SBC) .

d) Gọi J là trung điểm của AC . Tính khoảng cách từ điểm J đến (SBC) .

e) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tính khoảng cách từ điểm G đến (SBC) .

Bài 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và (SAB) vuông góc với $(ABCD)$. Gọi I là trung điểm của cạnh AB , E là trung điểm của cạnh BC .

a) Chứng minh $(SIC) \perp (SED)$.

b) Tính khoảng cách từ điểm I đến (SED) .

c) Tính khoảng cách từ điểm C đến (SED) .

d) Tính khoảng cách từ điểm A đến (SED) .

Bài 17: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy; $SA = a\sqrt{3}$. Tam giác ABC đều cạnh a . Tính khoảng cách

a) SA và BC

b) SB và CI với I là trung điểm của AB

c) Từ B tới mặt phẳng (SAC)

d) Từ J tới mặt phẳng (SAB) với J là trung điểm của SC

Bài 18: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$, đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Gọi I là trung điểm của BC , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc đoạn AI sao cho $AH = \frac{1}{2}HI$. Biết góc giữa SC và mặt đáy bằng 60° . Tính khoảng cách

a) Từ M đến mặt phẳng (SAI) , với M là trung điểm của SC .

b) Giữa hai đường thẳng SA và BC .

c) Giữa hai đường SB với AM , với M là trung điểm của SC .

----- HẾT -----