SỞ GD&ĐT NAM ĐỊNH TRƯỜNG THPT CHUYÊN **LÊ HỒNG PHONG**	**ĐỀ THI KSCL LỚP 12 NĂM HỌC 2019 - 2020** **Môn thi: TOÁN** *Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)* --

Câu 1: Có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh gồm cả nam và nữ từ nhóm 10 học sinh gồm 4 nam và 6 nữ?

A. C_{10}^2. **B.** A_{10}^2. **C.** $C_4^1+C_6^2$. **D.** $C_4^1.C_6^2$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công bội của cấp số nhân này bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 27. **D.** −6.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=4$ là

A. $x=2$. **B.** $x=15$. **C.** $x=9$. **D.** $x=17$.

Câu 4: Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là 2, 3, 4.

A. $V=24$. **B.** $V=9$. **C.** $V=8$. **D.** $V=12$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y=(2-x)^{\frac{1}{2}}$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $[2;+\infty)$.

Câu 6: Xét $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. $\int\left(f(x)+g(x)\right)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int\left(f(x)-g(x)\right)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x-\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\left(f(x)\right)^2\mathrm{d}x=\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)^2$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}\left(g(x)\right)=f(x)g(x)-\int g(x)\mathrm{d}\left(f(x)\right)$.

Câu 7: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=4$. Thể tích khối lăng trụ này bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** 24. **D.** 6.

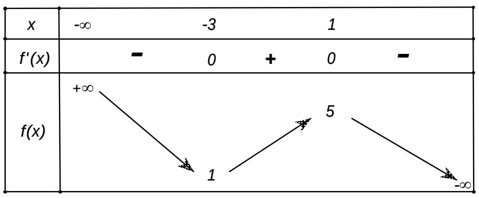
Câu 8: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=2$ và chiều cao $h=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ này bằng

A. 24π. **B.** 12π. **C.** 6π. **D.** 20π.

Câu 9: Cho khối cầu có bán kính $R=6$. Thể tích khối cầu bằng

A. 144π. **B.** 36π. **C.** 288π **D.** 48π

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$ **B.** $(-\infty;-2)$ **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;1)$

Câu 11: Với a, b là các số thực dương tùy ý, $\log\left(a^5b^{10}\right)$ bằng

A. $5\log a + 10\log b$. **B.** $\frac{1}{2}\log a + \log b$. **C.** $5\log(ab)$. **D.** $10\log(ab)$.

Câu 12: Cho khối nón có bán kính đáy là r và đường cao là h. Thể tích của khối nón bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $\pi r^2 h$. **C.** $2\pi r^2 h$. **D.** $\frac{1}{3}\pi r h^2$.

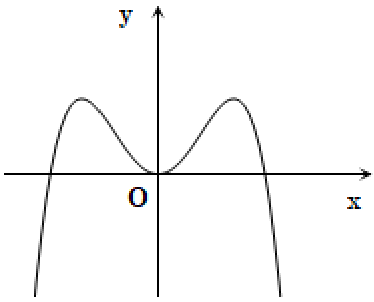
Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và dấu của đạo hàm cho ở bảng sau:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
f'(x)		+	0	−	0	+	0	+	

Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 14: Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng đường cong như hình vẽ



A. $y = x^3 + 3x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^4 - 2x^2$ **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

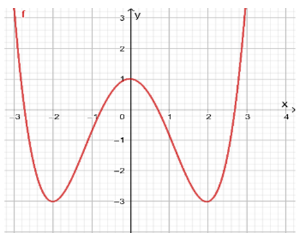
Câu 15: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ là

A. $x = 1$. **B.** $x = 0$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 0$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x+1} \le 25$

A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]$. **D.** $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 18: Cho hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $[0;2]$ và $\int_0^2 f(x)dx = 2, \int_0^2 g(x)dx = -2$. Tính $\int_0^2 [3f(x)+g(x)]dx$.

A. 4. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 19: Cho số phức $z = 2+\sqrt{3}i$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 20: Cho các số phức $z = 2+i$ và $w = 3-2i$. Phần ảo của số phức $z+2w$ bằng

A. 8. **B.** $-3i$. **C.** -4. **D.** -3.

Câu 21: Cho số phức $z = 2i+1$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng tọa độ?

A. $H(1;2)$. **B.** $G(1;-2)$. **C.** $T(2;-1)$. **D.** $K(2;1)$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;2)$ trên trục Oy là điểm

A. $E(3;0;2)$. **B.** $F(0;1;0)$. **C.** $L(0;-1;0)$. **D.** $S(-3;0;-2)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+1=0$. Tính diện tích của mặt cầu (S).

A. 4π. **B.** 64π. **C.** $\dfrac{32\pi}{3}$. **D.** 16π.

Câu 24: Trong không gian cho mặt phẳng $(P): 2x+y-z+3=0$. Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng (P)

A. $V(0;-2;1)$. **B.** $Q(2;-3;4)$. **C.** $T(1;-1;1)$. **D.** $I(5;-7;6)$.

Câu 25: Trong không gian $oxyz$ cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{-2}$ có một vecto chỉ phương $\vec{u}(-1;a;b)$. Tính giá trị của $T = a^2-2b$

A. $T=8$. **B.** $T=0$. **C.** $T=2$. **D.** $T=4$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=1$ và đáy ABC là tam giác đều với độ dài cạnh bằng 2. Tính góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC).

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^2(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. $f(x)$ có hai điểm cực trị. **B.** $f(x)$ không có cực trị.

C. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$. **D.** $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 28: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2-2x+1}{x+2}$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{4}{5}$.

Câu 29: Biết rằng $\log_3 4 = a$ và $T = \log_{12} 18$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $T=\dfrac{a+2}{2a+2}$. **B.** $T=\dfrac{a+4}{2a+2}$. **C.** $T=\dfrac{\sqrt{a}+2}{a+1}$. **D.** $T=\dfrac{\sqrt{a}-2}{a+1}$.

Câu 30: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+1$ với trục hoành là

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 0

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2(2x)+1\le\log_2\left(x^5\right)$ là

A. $(0;4]$. **B.** $(0;2]$. **C.** $[2;4]$. **D.** $[1;4]$.

Câu 32: Cho tam giác ABC đều có diện tích bằng S_1 và đường cao là AH. Quay tam giác ABC quanh đường thẳng AH ta thu được hình nón có diện tích xung quanh bằng S_2. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$.

A. $\dfrac{2\sqrt{3}}{\pi}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2\pi}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{\pi}$. **D.** $\dfrac{4}{\sqrt{3}\pi}$.

Câu 33: Xét tích phân $I=\int_0^4 e^{\sqrt{2x+1}}\mathrm{d}x$, nếu đặt $u=\sqrt{2x+1}$ thì I bằng

A. $\dfrac{1}{2}\int_1^3 ue^u\mathrm{d}u$. **B.** $\int_0^4 ue^u\mathrm{d}u$. **C.** $\int_1^3 ue^u\mathrm{d}u$. **D.** $\dfrac{1}{2}\int_1^3 e^u\mathrm{d}u$.

Câu 34: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y=2x-x^2, y=0$ trong mặt phẳng (Oxy). Quay hình (H) quanh trục hoành ta thu được một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\int_0^2\left|x^2-2x\right|\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_0^2\left|x^2-2x\right|\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int_0^2\left(x^2-2x\right)^2\mathrm{d}x$. **D.** $\int_0^2\left(x^2-2x\right)^2\mathrm{d}x$.

Câu 35: Cho số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z\left(\overline{1+2i}\right)+i=3$. Tính $T=a+b$?

A. $T=-\dfrac{6}{5}$. **B.** $T=0$. **C.** $T=2$. **D.** $T=1$.

Câu 36: Cho $z_1;z_2$ là các nghiệm phức phân biệt của phương trình $z^2-4z+13=0$. Tính $\left|z_1+i\right|^2+\left|z_2+i\right|^2$.

A. 28. **B.** $2\sqrt{5}+2\sqrt{2}$. **C.** 36. **D.** $6\sqrt{2}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;1;-2)$, $B(2;0;3)$ và $C(-2;4;1)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $x+y-2z-6=0$. **B.** $2x-2y+z+2=0$.

C. $2x+2y+z-2=0$. **D.** $x+y-2z+2=0$.

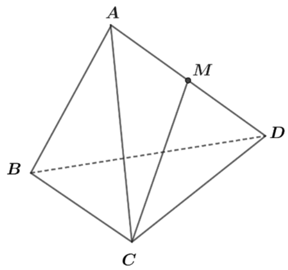
Câu 38: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;1;-2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Đường thẳng đi qua A và song song với d có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=-2-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1+t\\z=-2-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=2-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=-2-2t\end{cases}$.

Câu 39: Có 6 học sinh gồm 2 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Tính xác suất để nhóm bất kì 3 học sinh liền kề nhau trong hàng luôn có mặt học sinh của 3 lớp.

A. $\frac{1}{120}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{30}$. **D.** $\frac{1}{15}$.

Câu 40: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh a. Gọi M là trung điểm của cạnh AD (tham khảo hình vẽ dưới). Tính khoảng cách giữa AB và CM theo a.



A. $\frac{a\sqrt{33}}{11}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{33}}$. **C.** $\frac{a}{\sqrt{22}}$. **D.** $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x)=m(2020+x-2\cos x)+\text{sinx}-\text{x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 42: Biết rằng đồ thị $(H): y=\frac{x^2+2x+m}{x-2}$ (m là tham số thực) có hai điểm cực trị A, B. Hãy tính khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến đường thẳng AB.

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{3}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 43: Cho hàm số $y=\frac{ax+1}{bx+c}$ (với a,b,c là các tham số) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	||	+
$f(x)$	$1 \nearrow +\infty$	||	$-\infty \nearrow 1$

Xét bốn phát biểu sau $(1): c>1$, $(2): a+b<0$, $(3): a+b+c=0$, $(4): a>0$. Số phát biểu **đúng** trong bốn phát biểu trên là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 44: Cho hình nón đỉnh S và đáy là hình tròn tâm O. Biết rằng chiều cao hình nón bằng a và bán kính đáy của hình nón bằng $2a$. Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S và cắt đường tròn đáy nón tại hai điểm A, B mà $AB=2a\sqrt{3}$. Hãy tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối tứ diện $SOAB$.

A. $5\pi a^2$ **B.** $17\pi a^2$. **C.** $7\pi a^2$. **D.** $26\pi a^2$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $\forall x \geq -1$, thỏa mãn $f(0)=\frac{2}{3}$ và $\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}\right)f'(x)=1, \forall \geq -1$.

Biết rằng $\int\limits_0^1 f(x)dx=\frac{a\sqrt{2}+b}{15}$ trong đó a,b là nguyên. Tính $T=a+b$.

A. $T=-8$. **B.** $T=-24$. **C.** $T=24$. **D.** $T=8$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thuộc khoảng $(-\infty;\ln 2)$ của phương trình $2020f(1-e^x)-2021=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 47: Xét các số thực x,y thỏa mãn $\log_2(x-1)+\log_2(y-1)=1$. Khi biểu thức $P=2x+3y$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $3x-2y=a+b\sqrt{3}$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $T=ab$.

A. $T=9$. **B.** $T=\frac{7}{3}$. **C.** $T=\frac{5}{3}$. **D.** $T=7$.

Câu 48: Xét hàm số $f(x)=\left|\frac{mx-2\sqrt{x+4}}{2x+4}\right|$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu số nguyên của m thỏa mãn điều kiện $0<\min\limits_{[-1;1]} f(x)<1$.

A. 4. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 1.

Câu 49: Có bao nhiêu bộ số $(x;y)$ với x,y nguyên và $1\leq x,y\leq 2020$ thỏa mãn

$$(xy+2x+4y+8)\log_3\left(\frac{2y}{y+2}\right)\leq(2x+3y-xy-6)\log_2\left(\frac{2x+1}{x-3}\right)?$$

A. 2017. **B.** 4034. **C.** 2. **D.** 3017×2020.

Câu 50: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và cạnh bằng $a, \widehat{BAC}=60^0$. Gọi I,J lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', CDD'C'$. Biết $AI=\frac{a\sqrt{7}}{2}, AA'=2a$ và góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A'),(A'B'C'D')$ bằng 60^0. Tính theo a thể tích của khối tứ diện $AOIJ$.

A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{64}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{32}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{192}$.

---------------**HẾT**--------------

SỞ GD&ĐT NAM ĐỊNH TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG	ĐỀ THI KSCL LỚP 12 NĂM HỌC 2019 - 2020 Môn thi: TOÁN *Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)* --

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	D	A	B	C	A	B	C	C	A	A	B	D	A	D	D	A	B	D	A	B	D	C	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	D	B	A	C	B	C	C	C	A	B	B	D	D	C	A	C	B	D	B	C	B	B	C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh gồm cả nam và nữ từ nhóm 10 học sinh gồm 4 nam và 6 nữ?

A. C_{10}^2. **B.** A_{10}^2. **C.** $C_4^1+C_6^2$. **D.** $C_4^1.C_6^2$.

Lời giải

Chọn D

+ Chọn học sinh nam có: C_4^1 cách

+ Chọn học sinh nữ có: C_6^1 cách

Theo quy tắc nhân để chọn hai học sinh gồm cả nam và nữ có: $C_4^1.C_6^2$ cách.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công bội của cấp số nhân này bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 27. **D.** -6.

Lời giải

Chọn A

Do (u_n) là một cấp số nhân,gọi q là công bội của cấp số nhân ta có:

$$u_2=u_1q\Rightarrow q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{9}{3}=3.$$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=4$ là

A. $x=2$. **B.** $x=15$. **C.** $x=9$. **D.** $x=17$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2(x-1)=4\Leftrightarrow\begin{cases}x-1>0\\x-1=2^4=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x=17\end{cases}\Leftrightarrow x=17$.

Câu 4: Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là 2, 3, 4.

A. $V=24$. **B.** $V=9$. **C.** $V=8$. **D.** $V=12$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $V=2.3.4=24$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y=(2-x)^{\frac{1}{2}}$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $2-x>0 \Leftrightarrow x<2$.

Tập xác định của hàm số: $D=(-\infty;2)$.

Câu 6: Xét $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. $\int (f(x)+g(x))\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int (f(x)-g(x))\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x-\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int (f(x))^2\mathrm{d}x=\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)^2$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}(g(x))=f(x)g(x)-\int g(x)\mathrm{d}(f(x))$.

Lời giải

Chọn C

Phương án A và B là các tính chất cơ bản của nguyên hàm.

Phương án D chính là công thức tích phân từng phần.

Câu 7: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=4$. Thể tích khối lăng trụ này bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** 24. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ này là: $V_{LT}=B.h=3.4=12$.

Câu 8: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=2$ và chiều cao $h=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ này bằng

A. 24π. **B.** 12π. **C.** 6π. **D.** 20π.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ này là: $S_{xq}=2\pi.r.h=2\pi.2.3=12\pi$

Câu 9: Cho khối cầu có bán kính $R=6$. Thể tích khối cầu bằng

A. 144π. **B.** 36π. **C.** 288π **D.** 48π

Lời giải

Chọn C

$V_{kc}=\frac{4}{3}\pi R^3=288\pi$

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$ **B.** $(-\infty;-2)$ **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;1)$

Lời giải

Chọn C

Câu 11: Với a, b là các số thực dương tùy ý, $\log\left(a^5b^{10}\right)$ bằng

A. $5\log a+10\log b$. **B.** $\frac{1}{2}\log a+\log b$. **C.** $5\log(ab)$. **D.** $10\log(ab)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log\left(a^5b^{10}\right)=\log a^5+\log b^{10}=5\log a+10\log b$.

Câu 12: Cho khối nón có bán kính đáy là r và đường cao là h. Thể tích của khối nón bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** πr^2h. **C.** $2\pi r^2h$. **D.** $\frac{1}{3}\pi rh^2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và dấu của đạo hàm cho ở bảng sau:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
f'(x)		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?

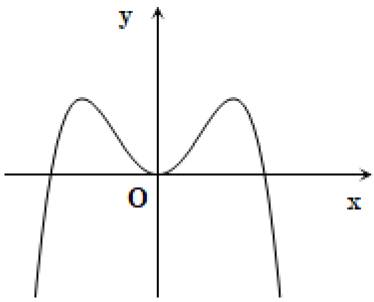
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm của hàm số $f(x)$ hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 14: Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng đường cong như hình vẽ



A. $y = x^3 + 3x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^4 - 2x^2$ **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x\to\pm\infty} y = -\infty$ do đó loại phương án **A,C**

Quan sát đồ thị hàm số có có 3 điểm cực trị nên ta loại phương án **B**

Câu 15: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{x-1}$ là

A. $x = 1$. **B.** $x = 0$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$

Có $\lim_{x\to1^-}\dfrac{x}{x-1} = -\infty$ và $\lim_{x\to1^+}\dfrac{x}{x-1} = +\infty$

Nên đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của hàm số.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x+1} \le 25$

A. $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$.

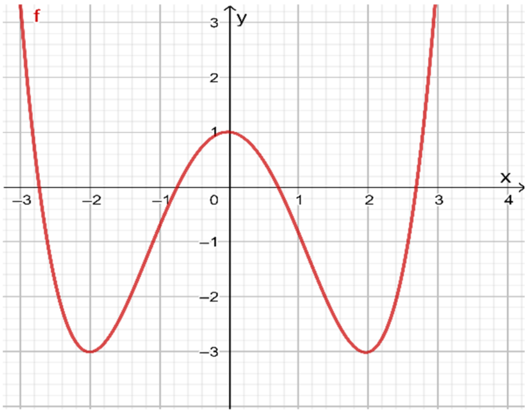
Lời giải

Chọn D

Ta có: $5^{2x+1} \le 25 \Leftrightarrow 5^{2x+1} \le 5^2 \Leftrightarrow 2x+1 \le 2 \Leftrightarrow x \le \dfrac{1}{2}$.

Nên tập nghiệm bất phương trình là $S = \left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



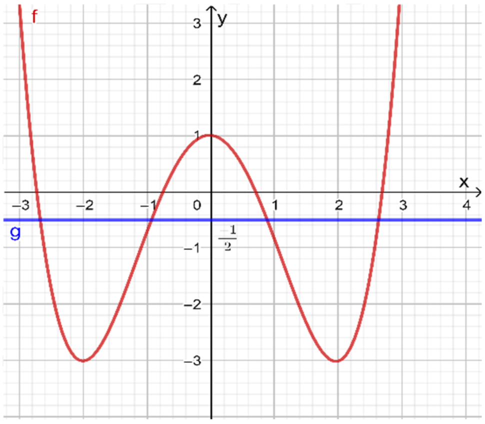
Số nghiệm của phương trình $2f(x)+1=0$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **<u>D</u>.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{-1}{2}\ (*)$. Ta có số nghiệm của phương trình $(*)$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=-\frac{1}{2}$. Vẽ đồ thị hàm số $y=-\frac{1}{2}$ và $y=f(x)$ trên cùng 1 hệ trục tọa độ ta được như sau. Từ đó ta thấy đường thẳng $y=-\frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số



$y=f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 18: Cho hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $[0;2]$ và $\int_0^2 f(x)dx=2, \int_0^2 g(x)dx=-2$. Tính $\int_0^2 [3f(x)+g(x)]dx$.

<u>A</u>. 4. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

$\int_0^2 [3f(x)+g(x)]dx = 3\int_0^2 f(x)dx + \int_0^2 g(x)dx = 6-2=4$.

Câu 19: Cho số phức $z=2+\sqrt{3}i$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $|z|=\left|2+\sqrt{3}i\right|=\sqrt{2^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{7}$.

Câu 20: Cho các số phức $z=2+i$ và $w=3-2i$. Phần ảo của số phức $z+2w$ bằng

A. 8. **B.** $-3i$. **C.** -4. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

$z+2w=2+i+2(3-2i)=8-3i$.

Phần ảo của số phức $z+2w$ bằng -3.

Câu 21: Cho số phức $z=2i+1$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng tọa độ?

A. $H(1;2)$. **B.** $G(1;-2)$. **C.** $T(2;-1)$. **D.** $K(2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Vì số phức $z=2i+1$ nên phần thực là 1, phần ảo là 2.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;2)$ trên trục Oy là điểm

A. $E(3;0;2)$. **B.** $F(0;1;0)$. **C.** $L(0;-1;0)$. **D.** $S(-3;0;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+1=0$. Tính diện tích của mặt cầu (S).

A. 4π. **B.** 64π. **C.** $\dfrac{32\pi}{3}$. **D.** 16π.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có bán kính $R=\sqrt{(-1)^2+(-2)^2+0^2-1}=2$.

Diện tích của mặt cầu (S) bằng $4\pi R^2=16\pi$.

Câu 24: Trong không gian cho mặt phẳng $(P): 2x+y-z+3=0$. Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng (P)

A. $V(0;-2;1)$. **B.** $Q(2;-3;4)$. **C.** $T(1;-1;1)$. **D.** $I(5;-7;6)$.

Lời giải

Chọn C

Thay lần lượt tọa độ V,Q,T,I vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy tọa độ điểm T : $2.1-1-1+3\neq 0$. Suy ra điểm T không thuộc mặt phẳng (P).

Câu 25: Trong không gian $oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-2}$ có một vecto chỉ phương $\vec{u}(-1;a;b)$. Tính giá trị của $T=a^2-2b$

A. $T=8$. **B.** $T=0$. **C.** $T=2$. **D.** $T=4$.

Lời giải

Chọn B

Vecto chỉ phương của đường thẳng là $\vec{u}(-1;-2;2)$

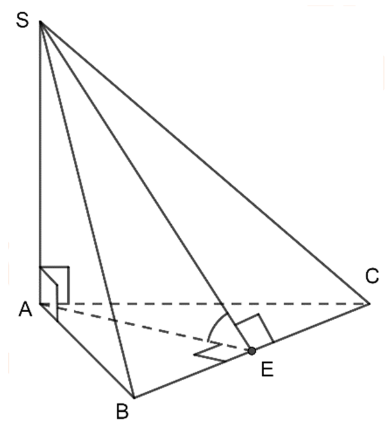
Vậy $\begin{cases} a=-2 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow T=(-2)^2-2.2=0$

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=1$ và đáy ABC là tam giác đều với độ dài cạnh bằng 2. Tính góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC).

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C



+ Gọi E là trung điểm của BC. Ta có tam giác ABC đều nên $AE\perp BC$ (1).

$SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC$ (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra $BC\perp(SAE)\Rightarrow BC\perp SE$.

+ Ta có $\left.\begin{array}{l}(SBC)\cap(ABC)=BC \\ SE\subset(SBC), SE\perp BC \\ AE\subset(ABC), AE\perp BC\end{array}\right\}$

$\Rightarrow$ Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{(AE,SE)}=\widehat{SEA}$ (do $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp AE\Rightarrow\widehat{SEA}$ nhọn).

+ Tam giác ABC đều với độ dài cạnh bằng 2, $AE\perp BC\Rightarrow AE=\dfrac{BC\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

+ Tam giác SAE vuông tại A nên $\tan\widehat{SEA}=\dfrac{SA}{AE}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\widehat{SEA}=30°$.

Vậy góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng $30°$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x^2(x-1),\forall x\in\mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. $f\left(x\right)$ có hai điểm cực trị. **B.** $f\left(x\right)$ không có cực trị.

<u>C</u>. $f\left(x\right)$ đạt cực tiểu tại $x=1$. **D.** $f\left(x\right)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $f\left(x\right)$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 28: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+1}{x+2}$ trên đoạn $\left[0;3\right]$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **<u>D</u>.** $\dfrac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\dfrac{\left(x^2-2x+1\right)'\left(x+2\right)-\left(x^2-2x+1\right)\left(x+2\right)'}{\left(x+2\right)^2}=\dfrac{x^2+4x-5}{\left(x+2\right)^2}$

Xét trên $\left(0;3\right)$ ta có $y'=0\Leftrightarrow x=1$

Mặt khác: $y\left(0\right)=\dfrac{1}{2},y\left(3\right)=\dfrac{4}{5},y\left(1\right)=0$

Vậy $\max\limits_{[0;3]}y=y\left(3\right)=\dfrac{4}{5}$.

Câu 29: Biết rằng $\log_3 4=a$ và $T=\log_{12}18$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $T=\dfrac{a+2}{2a+2}$. **<u>B</u>.** $T=\dfrac{a+4}{2a+2}$. **C.** $T=\dfrac{\sqrt{a}+2}{a+1}$. **D.** $T=\dfrac{\sqrt{a}-2}{a+1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $T=\log_{12}18=\dfrac{\log_3 18}{\log_3 12}=\dfrac{\log_3\left(\sqrt{4}.3^2\right)}{\log_3\left(4.3\right)}=\dfrac{\frac{1}{2}\log_3 4+2}{\log_3 4+1}=\dfrac{a+4}{2a+2}$.

Câu 30: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+1$ với trục hoành là

<u>A</u>. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 0

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 3x^2 + 1 = 0$

Đặt $t = x^2\left(t \ge 0\right)$ ta được phương trình: $t^2 - 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\left(>0\right)\left(TMĐK\right) \\ t = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\left(>0\right)\left(TMĐK\right) \end{array}\right.$

Vì có 2 nghiệm t dương nên chúng ta tìm được 4 nghiệm x.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2\left(2x\right) + 1 \le \log_2\left(x^5\right)$ là

A. $\left(0;4\right]$. **B.** $\left(0;2\right]$. **C.** $\left[2;4\right]$. **D.** $\left[1;4\right]$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases} 2x > 0 \\ x^5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$.

Khi đó $\log_2^2\left(2x\right) + 1 \le \log_2\left(x^5\right) \Leftrightarrow \left(\log_2 2 + \log_2 x\right)^2 + 1 \le 5\log_2 x$

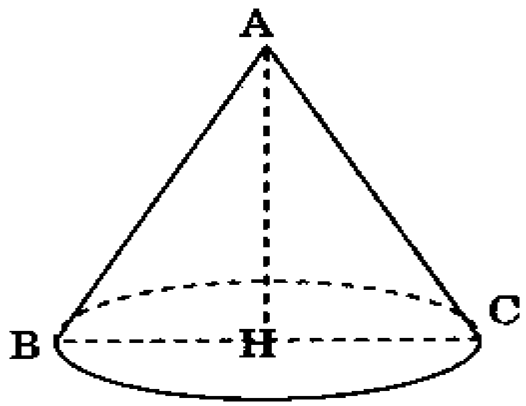
$\Leftrightarrow \log_2{}^2 x - 3\log_2 x + 2 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le \log_2 x \le 2 \Leftrightarrow 2 \le x \le 4$.

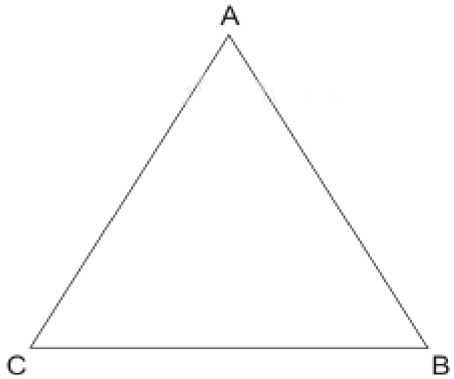
Câu 32: Cho tam giác ABC đều có diện tích bằng S_1 và đường cao là AH. Quay tam giác ABC quanh đường thẳng AH ta thu được hình nón có diện tích xung quanh bằng S_2. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$.

A. $\dfrac{2\sqrt{3}}{\pi}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2\pi}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{\pi}$. **D.** $\dfrac{4}{\sqrt{3}\pi}$.

Lời giải

Chọn B





Gọi $AB = a \Rightarrow$ diện tích tam giác ABC là $S_1 = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Khi quay tam giác ABC quanh đường thẳng AH ta thu được hình nón có bán kính đường tròn đáy là $r = \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{a}{2}$ và có độ dài đường sinh $l = AB = a$.

Diện tích xung quanh của hình nón $S_2 = \pi lr = \dfrac{\pi a^2}{2} \Rightarrow \dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2\pi}$.

Câu 33: Xét tích phân $I = \int\limits_0^4 e^{\sqrt{2x+1}}\mathrm{d}x$, nếu đặt $u = \sqrt{2x+1}$ thì I bằng

A. $\dfrac{1}{2}\int\limits_1^3 ue^u\mathrm{d}u$. **B.** $\int\limits_0^4 ue^u\mathrm{d}u$. **C.** $\int\limits_1^3 ue^u\mathrm{d}u$. **D.** $\dfrac{1}{2}\int\limits_1^3 e^u\mathrm{d}u$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \sqrt{2x+1}$ ta có $u^2 = 2x+1 \Rightarrow 2u\mathrm{d}u = 2\mathrm{d}x \Rightarrow u\mathrm{d}u = \mathrm{d}x$

Khi $x = 0$ thì $u = 1$ và $x = 4$ thì $u = 3$.

Do đó $I = \int\limits_0^4 e^{\sqrt{2x+1}}\mathrm{d}x = \int\limits_1^3 ue^u\mathrm{d}u$.

Câu 34: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = 2x - x^2$, $y = 0$ trong mặt phẳng (Oxy). Quay hình (H) quanh trục hoành ta thu được một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\int\limits_0^2 \left|x^2 - 2x\right|\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int\limits_0^2 \left|x^2 - 2x\right|\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int\limits_0^2 \left(x^2 - 2x\right)^2\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_0^2 \left(x^2 - 2x\right)^2\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Khối tròn xoay có thể tích bằng $V = \pi\int\limits_a^b \left(f(x)\right)^2\mathrm{d}x = \pi\int\limits_0^2 \left(x^2 - 2x\right)^2\mathrm{d}x$.

Câu 35: Cho số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $z\left(\overline{1+2i}\right) + i = 3$. Tính $T = a + b$?

A. $T = -\dfrac{6}{5}$. **B.** $T = 0$. **C.** $T = 2$. **D.** $T = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z\left(\overline{1+2i}\right)+i=3\Leftrightarrow z\left(1-2i\right)=3-i\Leftrightarrow z=\dfrac{3-i}{1-2i}\Leftrightarrow z=1+i=a+bi$

Suy ra: $a=b=1\Rightarrow T=a+b=2$.

Câu 36: Cho $z_1;z_2$ là các nghiệm phức phân biệt của phương trình $z^2-4z+13=0$. Tính $\left|z_1+i\right|^2+\left|z_2+i\right|^2$.

A. 28. **B.** $2\sqrt{5}+2\sqrt{2}$. **C.** 36. **D.** $6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z^2-4z+13=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=2+3i\\z=2-3i\end{array}\right.$.

Khi đó: $\left|z_1+i\right|^2+\left|z_2+i\right|^2=\left|2+4i\right|^2+\left|2+2i\right|^2=28$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$ cho $A\left(1;1;-2\right)$, $B\left(2;0;3\right)$ và $C\left(-2;4;1\right)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $x+y-2z-6=0$. **B.** $2x-2y+z+2=0$.
C. $2x+2y+z-2=0$. **D.** $x+y-2z+2=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{BC}=\left(-4;4;-2\right)$, chọn một véc-tơ phép tuyến $\vec{n}=\left(2;-2;1\right)$.

Phương trình mặt phẳng: $2\left(x-1\right)-2\left(y-1\right)+1\left(z+2\right)=0\Leftrightarrow 2x-2y+z+2=0$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A\left(1;1;-2\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Đường thẳng đi qua A và song song với d có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=-2-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1+t\\z=-2-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=2-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=-2-2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{u_d}=\left(2;1;-2\right)$. Phương trình đường thẳng cần tìm $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=1+t\\z=-2-2t\end{cases}$.

Câu 39: Có 6 học sinh gồm 2 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Tính xác suất để nhóm bất kì 3 học sinh liền kề nhau trong hàng luôn có mặt học sinh của 3 lớp.

A. $\dfrac{1}{120}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{30}$. **D.** $\dfrac{1}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Ta xét dãy gồm 6 vị trí, được đánh số từ 1 đến 6.

1	2	3	4	5	6

Vị trí 1,4 giống nhau về lớp

Vị trí 2,5 giống nhau về lớp

Vị trí 3, 6 giống nhau về lớp

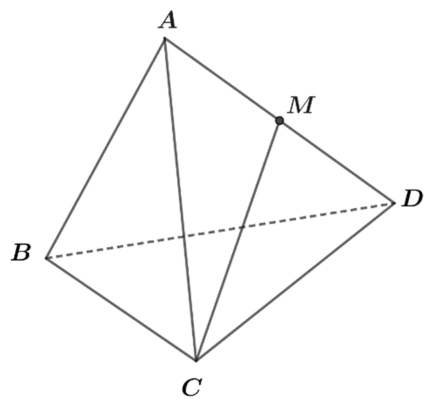
Vị trí 1,2,3 là ba học sinh của 3 lớp khác nhau

Số cách xếp thỏa yêu cầu bài toán là $3!.2^3 = 48$ (cách)

Xác suất để xếp 6 người mà 3 học sinh liền kề trong hàng luôn có mặt của học sinh cả 3 lớp là

$$P(A) = \frac{3!.2^3}{6!} = \frac{1}{15}$$

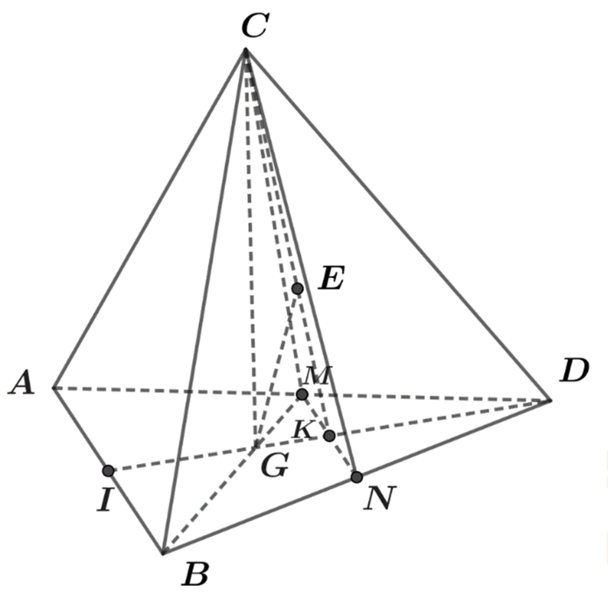
Câu 40: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh a. Gọi M là trung điểm của cạnh AD (tham khảo hình vẽ dưới). Tính khoảng cách giữa AB và CM theo a.



A. $\frac{a\sqrt{33}}{11}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{33}}$. **C.** $\frac{a}{\sqrt{22}}$. **D.** $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi G là trọng tâm ΔABD. Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên $CG \perp (ABD)$.

Gọi I, N, K lần lượt là trung điểm của $AB, BD, MN \Rightarrow MN // AB \Rightarrow MN // (CMN)$

$\Rightarrow d(AB, CM) = d(AB,(CMN)) = d(I,(CMN)) = 3d(G,(CMN))$.

Gọi E là hình chiếu của G lên CK.

Ta có $\begin{cases} MN \perp GK \\ MN \perp CG \end{cases} \Rightarrow MN \perp (CKG) \Rightarrow MN \perp GE \quad (1)$

Mà $GE \perp CK \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $GE \perp (CMN) \Rightarrow d(G,(CMN)) = GE$.

Ta có $GK = \frac{1}{6}DI = \frac{a\sqrt{3}}{12}$;

$$CG^2 = CB^2 - BG^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{2}{3}a^2.$$

Xét tam giác vuông CGK: $\frac{1}{GE^2} = \frac{1}{GC^2} + \frac{1}{GK^2} = \frac{3}{2a^2} + \frac{144}{3a^2} = \frac{99}{2a^2}$

$\Rightarrow GE = \frac{a\sqrt{2}}{3\sqrt{11}} \Rightarrow d(CM, AB) = 3.\frac{a\sqrt{2}}{3\sqrt{11}} = \frac{a\sqrt{22}}{11}$.

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x) = m(2020 + x - 2\cos x) + \sin x - x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=m(1+2\sin x)+\cos x-1$.

Vì phương trình $f'(x)=0$ nếu có nghiệm thì các nghiệm rời rạc. Do đó, hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x)\le 0 \forall x\in\mathbb{R}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(0)\le 0 \\ f'\left(-\frac{\pi}{2}\right)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1\le m\le 0. \text{ Vì } m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-1;0\}.$$

Thử lại

Với $m=0$ thỏa mãn.

Với $m=-1$ thì $f'(x)=-2-2\sin x+\cos x$, ta thấy $f'\left(-\frac{\pi}{4}\right)>0$. Do đó, $m=-1$ không thỏa mãn. Vậy có một giá trị m thỏa ycbt.

Câu 42: Biết rằng đồ thị $(H): y=\dfrac{x^2+2x+m}{x-2}$ (m là tham số thực) có hai điểm cực trị A,B. Hãy tính khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến đường thẳng AB.

A. $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng AB có phương trình là: $y=2x+2$. Vậy $d(O,AB)=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 43: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ (với a,b,c là các tham số) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	||	$+$
$f(x)$	$1 \nearrow +\infty$	||	$-\infty \nearrow 1$

Xét bốn phát biểu sau $(1): c>1$, $(2): a+b<0$, $(3): a+b+c=0$, $(4): a>0$. Số phát biểu **đúng** trong bốn phát biểu trên là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

. $\dfrac{a}{b}=1 \Rightarrow a=b \Rightarrow a-b=0$

. $x=-\dfrac{c}{b}=2 \Rightarrow c=-2b \Leftrightarrow c+2b=0$

Từ $(1),(2)$ suy ra $a+b+c=0$.

. $x=0 \Rightarrow y=\dfrac{1}{c}>1 \Rightarrow 0<c<1 \Rightarrow b<0 \Rightarrow a<0$.

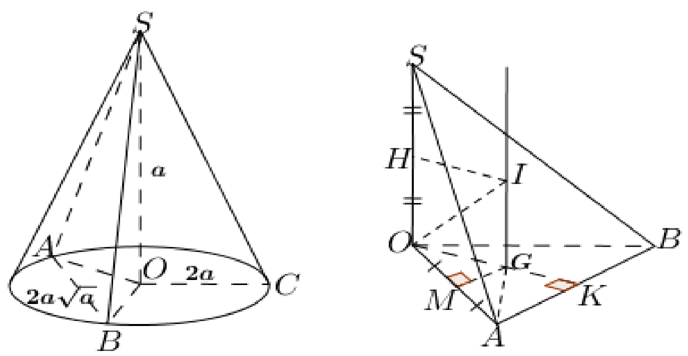
Vậy cuối cùng ta có phát biểu $(2),(3)$ là hai phát biểu đúng.

Câu 44: Cho hình nón đỉnh S và đáy là hình tròn tâm O. Biết rằng chiều cao hình nón bằng a và bán kính đáy của hình nón bằng $2a$. Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S và cắt đường tròn đáy nón tại hai điểm A, B mà $AB=2a\sqrt{3}$. Hãy tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối tứ diện $SOAB$.

A. $5\pi a^2$ **B.** $17\pi a^2$. **C.** $7\pi a^2$. **D.** $26\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi G là giao điểm ba đường trung trực của ΔOAB, suy ra G là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔOAB. Từ G dựng đường thẳng vuông góc đáy, HI là trung trực SO và cắt đường thẳng dựng từ G tại I. Khi đó ta có $R_{SOAB}=IA=IO=IB=IC$.

Ta có $OM=\dfrac{OA}{2}=a$. $\Delta OMG \sim \Delta OKB \Rightarrow \dfrac{OG}{OB}=\dfrac{OM}{OK} \Rightarrow OG=\dfrac{OM.OB}{OK}=\dfrac{a.2a}{a}=2a$.

$IG=HO=\dfrac{SO}{2}=\dfrac{a}{2} \Rightarrow IO=\sqrt{IG^2+OG^2}=\sqrt{\dfrac{a^2}{4}+4a^2}=\dfrac{a\sqrt{17}}{2}$.

Khi đó mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SOAB$ bằng $S=4\pi R^2=4\pi IO^2=4\pi.\dfrac{17a^2}{4}=17\pi a^2$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $\forall x \geq -1$, thỏa mãn $f(0)=\dfrac{2}{3}$ và $\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}\right)f'(x)=1, \forall \geq -1$.

Biết rằng $\int\limits_0^1 f(x)dx=\dfrac{a\sqrt{2}+b}{15}$ trong đó a,b là nguyên. Tính $T=a+b$.

A. $T=-8$. **B.** $T=-24$. **C.** $T=24$. **D.** $T=8$.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết ta có $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}, \forall \geq -1$.

Nên $\int f'(x)dx=\int\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)dx \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{2}{3}\left[(x+1)\sqrt{x+1}-x\sqrt{x}\right]+C$

Do $f(0)=\frac{2}{3}\Rightarrow C=0$.

Nên $\int\limits_0^1 f(x)dx=\frac{2}{3}\int\limits_0^1\left[(x+1)\sqrt{x+1}-x\sqrt{x}\right]dx=\frac{4}{15}\left[(x+1)^2\sqrt{x+1}-x^2\sqrt{x}\right]\Big|_0^1=\frac{16\sqrt{2}-8}{15}$

Vậy $a=16;b=-8\Rightarrow T=a+b=8$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thuộc khoảng $(-\infty;\ln 2)$ của phương trình $2020f(1-e^x)-2021=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x<\ln 2\Leftrightarrow e^x<2\Leftrightarrow -1<1-e^x<1$.

Đặt $t=1-e^x$. Ứng với mỗi giá trị của $t\in(-1;1)$ ta có 1 nghiệm $x\in(-\infty;\ln 2)$.

Phương trình $2020f(1-e^x)-2021=0$ trở thành: $f(t)=\frac{2021}{2020}>1$.

Dựa vào bảng biên thiên ta có: đường thẳng $y=\frac{2021}{2020}$ cắt đồ thị $y=f(t)$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ $t\in(-1;1)$.

Từ đây ta suy ra phương trình có 2 nghiệm thuộc khoảng $(-\infty;\ln 2)$.

Câu 47: Xét các số thực x,y thỏa mãn $\log_2(x-1)+\log_2(y-1)=1$. Khi biểu thức $P=2x+3y$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $3x-2y=a+b\sqrt{3}$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $T=ab$.

A. $T=9$. **B.** $T=\frac{7}{3}$. **C.** $T=\frac{5}{3}$. **D.** $T=7$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định $x,y>1$. Có $\log_2(x-1)+\log_2(y-1)=1\Rightarrow\log_2\left[(x-1)(y-1)\right]=1$

$\Rightarrow(x-1)(y-1)=2\Rightarrow y=\frac{2}{x-1}+1$.

Khi đó $P=2x+3y=2x+3\left(\frac{2}{x-1}+1\right)=2x-2+\frac{6}{x-1}+5\geq 2\sqrt{(2x-2).\frac{6}{x-1}}+5=5+4\sqrt{3}$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow 2x-2=\frac{6}{x-1}\Leftrightarrow(x-1)^2=3\Rightarrow x=\sqrt{3}+1$.

Khi đó $y=\frac{2}{x-1}+1=\frac{3+2\sqrt{3}}{3}\Rightarrow 3x-2y=1+\frac{5}{3}\sqrt{3}$. Vậy $a=1,b=\frac{5}{3}\Rightarrow T=ab=\frac{5}{3}$.

Câu 48: Xét hàm số $f\left(x\right)=\left|\dfrac{mx-2\sqrt{x+4}}{2x+4}\right|$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu số nguyên của m thỏa mãn điều kiện $0<\min\limits_{[-1;1]} f\left(x\right)<1$.

A. 4. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{mx-2\sqrt{x+4}}{2x+4}$ là hàm liên tục trên đoạn $\left[-1;1\right]$, nếu $\exists x_0\in\left[-1;1\right]$ sao cho $g\left(x_0\right)=0$ thì $\min\limits_{[-1;1]} f\left(x\right)=0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán, vậy điều kiện cần là phương trình $\dfrac{mx-2\sqrt{x+4}}{2x+4}=0\Leftrightarrow mx-2\sqrt{x+4}=0$ (1) vô nghiệm trên đoạn $\left[-1;1\right]$.

Đặt $\sqrt{x+4}=t\Rightarrow t\in\left[\sqrt{3};\sqrt{5}\right]$ khi đó $\left(1\right)\Leftrightarrow m\left(t^2-4\right)-2t=0\Leftrightarrow m=\dfrac{2t}{t^2-4}$ (Do $t=2$ không là nghiệm của phương trình)

Xét hàm số $y=\dfrac{2t}{t^2-4}$ trên $\left[\sqrt{3};\sqrt{5}\right]\backslash\left\{2\right\}$. $y'=\dfrac{-2t^2-8}{\left(t^2-4\right)^2}<0\ \ \forall t\in\left[\sqrt{3};\sqrt{5}\right]\backslash\left\{2\right\}$ nên có BBT:

t	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{5}$
$y'(t)$	$-$	‖	$-$
y	$-2\sqrt{3}\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow 2\sqrt{5}$

(1) vô nghiệm trên đoạn $\left[-1;1\right]\Leftrightarrow m=\dfrac{2t}{t^2-4}$ vô nghiệm trên $\left[\sqrt{3};\sqrt{5}\right]\Leftrightarrow -2\sqrt{3}<m<2\sqrt{5}$.

Ngược lại khi $-2\sqrt{3}<m<2\sqrt{5}$ hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{mx-2\sqrt{x+4}}{2x+4}$ luôn có $g\left(0\right)=-1$, nếu hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ thì $g'\left(0\right)=\dfrac{4m+6}{\left(2x+4\right)^2}\Rightarrow g'\left(0\right)=0\Leftrightarrow m=-\dfrac{3}{2}$ thì m không nguyên, nên khi m nguyên hàm số không đạt cực trị tại $x=0$, cùng với tính liên tục của hàm số trên đoạn $\left[-1;1\right]$ ta suy ra $\exists x_0\in\left[-1;1\right]$: $-1<g\left(x_0\right)<0\ \Rightarrow\min\limits_{[-1;1]} f\left(x\right)<1$.

Vậy điều kiện cần và đủ để $0<\min\limits_{[-1;1]} f\left(x\right)<1$ là $-2\sqrt{3}<m<2\sqrt{5}$ và trên tập số nguyên thì $m\in\left\{-3;-2;-1;0;1;2;3;4\right\}$ nên có 8 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49: Có bao nhiêu bộ số $\left(x;\,y\right)$ với x,y nguyên và $1\le x,\,y\le 2020$ thỏa mãn

$$(xy+2x+4y+8)\log_3\left(\frac{2y}{y+2}\right)\le(2x+3y-xy-6)\log_2\left(\frac{2x+1}{x-3}\right)?$$

A. 2017. **B.** 4034. **C.** 2. **D.** 3017×2020.

Lời giải

Chọn B

+) Từ giả thiết của bài toán, ta có điều kiện $x>3,$ bất phương trình đã cho tương dương với

$$(x+4)(y+2)\log_3\frac{2y}{y+2}\le(2-y)(x-3)\log_2\frac{2x+1}{x-3}$$

+) Vì y nguyên dương nên ta xét các trường hợp sau:

*) TH 1: $y>2$. Khi đó $\frac{2y}{y+2}>1\Rightarrow VT>0$, để bất phương trình có nghiệm thì $\log_2\frac{2x+1}{x-3}<0\Leftrightarrow\frac{2x+1}{x-3}<1\Leftrightarrow x<-4$ vô lý. Vậy trường hợp này không xảy ra.

*) TH 2: $y=2$. Khi đó cả 2 vế đều bằng 0 nên bất phương trình luôn đúng, tức là mọi $x\in\{4;5;...;2020\}$. Ta có 2017 cặp nghiệm nguyên.

*) TH 3: $y<2\Rightarrow y=1$. Khi đó bất phương trình có dạng

$$3(x+4)\log_3\frac{2}{3}\le(x-3)\log_2\frac{2x+1}{x-3}\Leftrightarrow 3\log_3\frac{2}{3}\cdot\frac{x+4}{x-3}-\log_2\frac{2x+1}{x-3}\le 0.$$

+) Với $x\ge4\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{x+4}{x-3}\ge0\\ \log_3\dfrac{2}{3}<0\end{cases}\Rightarrow 3\log_3\frac{2}{3}\cdot\frac{x+4}{x-3}<0$ và $\log_2\frac{2x+1}{x-3}>0$. Do đó bất phương trình trên nghiệm đúng với mọi $x\in\{4;5;...;2020\}$, tức là trường hợp này cũng có 2017 cặp nghiệm.

Kết luận có 4034 cặp nghiệm.

Cách khác:

*) TH 3: $y<2\Rightarrow y=1$. Khi đó bất phương trình có dạng

$$3(x+4)\log_3\frac{2}{3}\le(x-3)\log_2\frac{2x+1}{x-3}\Leftrightarrow 3\log_3\frac{2}{3}\cdot\frac{x+4}{x-3}-\log_2\frac{2x+1}{x-3}\le 0.$$

+) Xét hàm $f(x)=3\log_3\frac{2}{3}\cdot\frac{x+4}{x-3}-\log_2\frac{2x+1}{x-3}$ trên $(3;+\infty)$ có

$$f'(x)=3\log_3\frac{2}{3}\cdot\frac{-7}{(x-3)^2}-\frac{-7(x-3)}{(x-3)^2\cdot(2x+1)\ln2}=0\Leftrightarrow 3\log_3\frac{2}{3}\cdot-\frac{(x-3)}{(2x+1)\ln2}=0$$

$$\Leftrightarrow 3\log_3\frac{2}{3}\ln2\cdot(2x+1)=x-3\Leftrightarrow x=\frac{-3-3\log_3\frac{2}{3}\cdot\ln2}{6\log_3\frac{2}{3}\cdot\ln2-1}\approx0{,}88\notin(3;+\infty).$$

+) Vậy với $x>3$ thì dấu của $f'(x)$ cùng dấu $f'(4)\approx8{,}87>0,$ nói cách khác f đồng biến trên $(3;+\infty)$, do đó $f(x)\le\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=3\log_3\frac{2}{3}-\log_2 2\approx-2{,}1<0$. Vậy mọi $x\in\{4;5;...;2020\}$ là nghiệm, tức là trường hợp này cũng có 2017 cặp nghiệm.

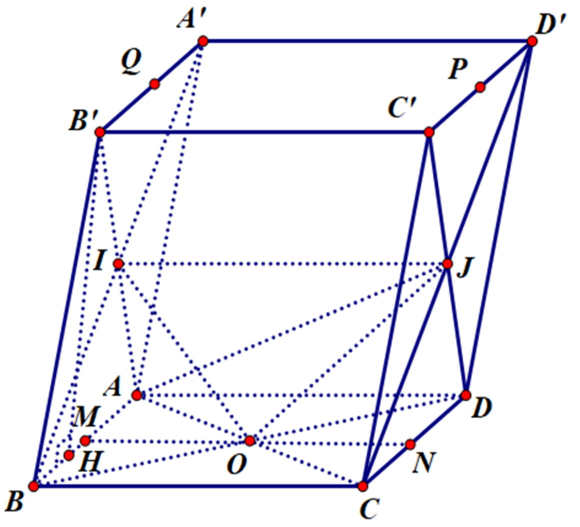
Kết luận có 4034 cặp nghiệm.

Câu 50: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và cạnh bằng $a, \widehat{BAC} = 60^0$. Gọi I, J lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', CDD'C'$. Biết $AI = \frac{a\sqrt{7}}{2}, AA' = 2a$ và góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A'), (A'B'C'D')$ bằng 60^0. Tính theo a thể tích của khối tứ diện $AOIJ$.

A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{64}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{32}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{192}$.

Lời giải

Chọn C



+)Ta có $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{BAC} = 60^0 \Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác đều

$\Rightarrow AC = a, BO = OD = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BD = a\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC.BD = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

+) $AI = \frac{a\sqrt{7}}{2} \Rightarrow AB' = a\sqrt{7} \Rightarrow \cos\widehat{BAB'} = \frac{BA^2 + (AB')^2 - (BB')^2}{2.AB.AB'} = \frac{2}{\sqrt{7}} \Rightarrow \sin\widehat{BAB'} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

+) Kẻ $B'H \perp AB$, xét $\Delta AHB'$ có $\sin\widehat{BAB'} = \frac{B'H}{AB'} \Rightarrow HB' = AB'.\sin\widehat{BAB'} = a\sqrt{3}$. Suy ra $d\left(B',(ABCD)\right) = AB'.\sin 60^0 = \frac{3a}{2}$.

+)Mà $S_{OIJ} = \frac{1}{2}S_{MNJI} = \frac{1}{4}S_{MNPQ} = \frac{1}{4}S_{BCC'B'}, d\left(A,(MNPQ)\right) = \frac{1}{2}d\left(A,(BCC'B')\right)$

Suy ra $V_{AOIJ} = \frac{1}{8}V_{ABB'C'C} = \frac{1}{24}V_{ABCD.A'B'C'D'}$ Mà $V_{ABCD.A'B'C'D'} = d\left(B',(ABCD)\right).S_{ABCD} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$

$\Rightarrow V_{AOIJ} = \frac{1}{24}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

--------------HẾT--------------