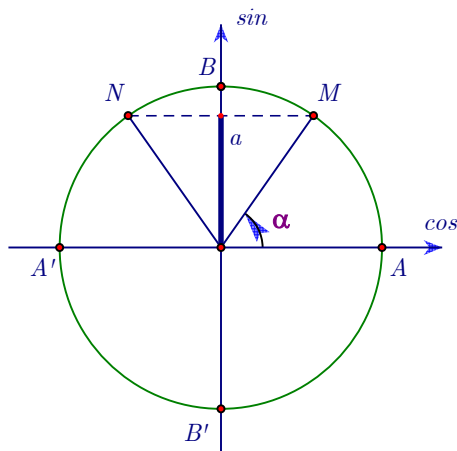
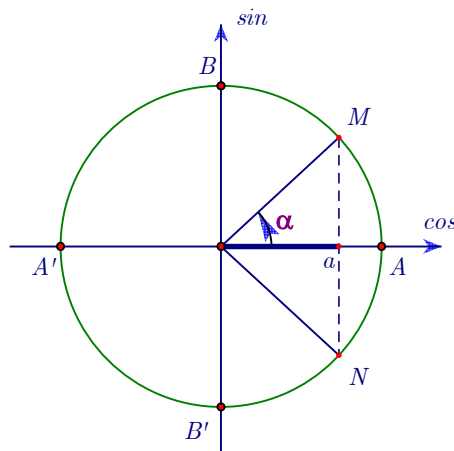


Chương I. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC**Chủ đề 01. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC**

- $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ (B)
- $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ (B')
- $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ (A, A')



- $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$; (A)
- $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$; (A')
- $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ (B, B')

Dạng toán 1. Tìm tập xác định của hàm số:

- Hàm số $y = \frac{u}{v}$: Điều kiện xác định là $v \neq 0$
- Hàm số $y = \sqrt{v}$: Điều kiện xác định là $v \geq 0$

Bài 1. Tìm tập xác định của hàm số:

- | | | |
|--|-------------------------------------|--|
| a) $y = 2\sin^2 x + 2$ | b) $y = \frac{2\sin x + 1}{\cos x}$ | c) $y = \sin x + \frac{3\cos 2x}{\cos x - 1}$ |
| d) $y = \frac{\sin x + 3}{\sin x + 1}$ | e) $y = 3 + \frac{2}{\sin x}$ | f) $y = \frac{\sqrt{3 + \cos x}}{\sin x - 1}$ |
| d) $y = \frac{2\sin x + 1}{\cos 2x}$ | e) $y = \frac{3}{\sin 3x - 1}$ | f) $y = \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\cos 2x - 1}$ |

Bài 2. Tìm tập xác định của hàm số:

- | | | |
|---|---|--------------------------|
| a) $y = \tan x$ | b) $y = \tan 2x$ | c) $y = \cot x + \sin x$ |
| d) $y = \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ | e) $y = \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ | f) $y = 3\cot 2x + 1$ |

Dạng toán 2. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:

Ghi nhớ các chặn cơ bản sau:

- $-1 \leq \sin x, \cos x \leq 1$
- $0 \leq \sin^2 x, \cos^2 x \leq 1$
- $0 \leq |\sin x|, |\cos x| \leq 1$

Bài 3. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:

- | | | |
|----------------------|----------------------|------------------------|
| a) $y = 2\sin x + 3$ | b) $y = 5\cos x - 3$ | c) $y = 3\sin^2 x + 1$ |
|----------------------|----------------------|------------------------|

d) $y = 2 - 3\cos x$

e) $y = 1 - \sqrt{3 + \cos x}$

f) $y = \frac{1 - 2\sin^2 x}{3}$

g) $y = \sqrt{2 + \cos x} - 1$

h) $y = 2|\sin 2x| + 5$

i) $y = \sqrt{4 - 4\cos^2 x} - 3$

k) $y = \sqrt{3}\sin x + \cos x$

l) $y = \sqrt{3}\cos x - \sin x + 2$

m) $y = \sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x - 1$

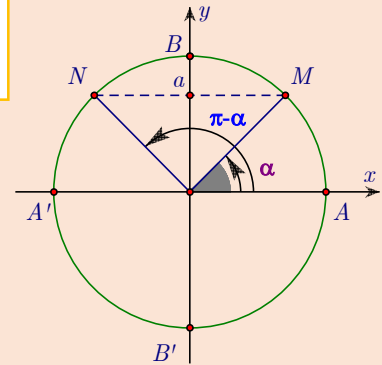
Chủ đề 02. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

❶ $\sin u = a \ (-1 \leq a \leq 1) \Leftrightarrow \begin{cases} u = \alpha + k2\pi \\ u = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z}).$

Trong đó $\alpha = \text{shift sin } a$

• $\sin A = \sin B \Leftrightarrow \begin{cases} A = B + k2\pi \\ A = \pi - B + k2\pi \end{cases}$

Lưu ý: $-\sin B = \sin(-B)$

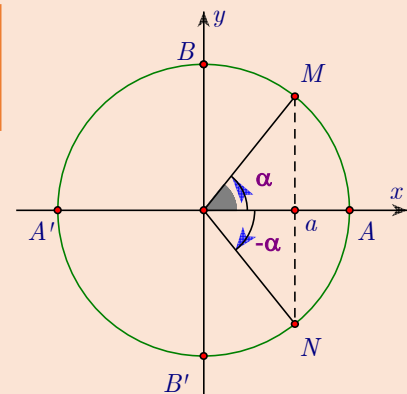


❷ $\cos u = a \ (-1 \leq a \leq 1) \Leftrightarrow \begin{cases} u = \alpha + k2\pi \\ u = -\alpha + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z}).$

Trong đó $\alpha = \text{shift cos } a$

• $\cos A = \cos B \Leftrightarrow \begin{cases} A = B + k2\pi \\ A = -B + k2\pi \end{cases}$

Lưu ý: $-\cos B = \cos(\pi - B)$



❸ $\tan u = a \Leftrightarrow u = \alpha + k\pi, \ (k \in \mathbb{Z}).$

Trong đó $\alpha = \text{shift tan } a$

* Lưu ý: Trong trường hợp α “quá xấu”, ta dùng kí hiệu: $\arcsin a$, $\arccos a$, $\arctan a$

Dạng toán 1. Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác

- Bước 1: Đứng dạng $\sin u = a$; $\cos u = a$; $\tan u = a$; $\cot u = a$
- Bước 2: Bấm máy quy đổi a về α , ráp vào công thức
- Bước 3: Thu gọn tìm x

Bài 4. Giải các phương trình sau:

a) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\sin 3x = \frac{1}{2}$

c) $\sin\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right) = 1$

d) $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

e) $\sin\left(3x - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

f) $2\sin(x - 45^\circ) - 1 = 0$

Bài 5. Giải các phương trình:

a) $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\sqrt{2}\cos 2x - 1 = 0$

c) $\cos 3x(\cos x + 2) = 0$

d) $2\cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0$

e) $2\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) + 1 = 0$

f) $\cos(x - 30^\circ) + 1 = 0$

Bài 6. Giải các phương trình:

a) $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$

b) $\sqrt{3}\tan 2x - 1 = 0$

c) $\tan\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = 0$

d) $\cot(2x - 1) = \sqrt{3}$

e) $\sqrt{3}\cot 2x + 1 = 0$

f) $\cot\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Bài 7. Giải các phương trình:

a) $(\sin x + 1)(2\cos x - 1) = 0$

b) $(\cos x - 1)(2\cos x + 1) = 0$

c) $\cos x(2\sin 3x + 1) = 0$

d) $\cos^2 x - 2\cos^2 x \cdot \sin x = 0$

Bài 8. Giải các phương trình:

a) $\sin 3x = \sin 2x$

b) $\sin 2x - \sin x = 0$

c) $\sin 5x + \sin x = 0$

d) $\cos 2x - \cos x = 0$

e) $\cos 2x + \cos x = 0$

f) $\cos 2x - \sin x = 0$

Dạng toán 2. Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác.Đặt ẩn phụ $t = \{\sin x; \cos x; \tan x; \cot x\}$, giải tìm t . Sau đó thay trở lại, tìm x .

① $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$	⑤ $\sin 2x = 2\sin x \cos x$
② $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$	$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$	⑥ $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$
③ $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x}$	⑦ $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$
④ $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$	$\sin^2 x = \frac{1}{1 + \cot^2 x}$	⑧ $\tan 2x = \frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x}$

Bài 9. Giải các phương trình

a) $\sin^2 x + 3\sin x + 2 = 0$

b) $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$

c) $\sin^2 2x - 3\sin 2x = 0$

d) $2\sin^2 \frac{x}{2} - \sqrt{2}\sin \frac{x}{2} = 0$

e) $6\sin^2 2x - \sin 2x - 1 = 0$

f) $3\sin^2 3x - 4\sin 3x - 4 = 0$

Bài 10. Giải các phương trình

a) $6\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

b) $4\cos^2 2x - 4\cos 2x - 3 = 0$

c) $2\cos^2 x + 5\cos x + 3 = 0$

d) $2\cos^2 x - \sqrt{3}\cos x = 0$

e) $2\cos^2 x - \cos x - 6 = 0$

f) $\cos^2 \frac{x}{2} - 2\cos \frac{x}{2} - 1 = 0$

Bài 11. Giải các phương trình

- a) $2 \tan^2 x + 5 \tan x + 3 = 0$ b) $2 \tan^2 2x - \tan 2x - 6 = 0$ c) $\tan^2 x - \sqrt{3} \tan x = 0$
 d) $3 \cot^2 x - 4 \cot x - 4 = 0$ e) $3 \cot^2 x - 1 = 0$ f) $\cot^2 x + \cot x - 6 = 0$

Bài 12. Giải các phương trình

- a) $2 \cos^2 x + 5 \sin x - 4 = 0$ b) $2 \sin^2 x - 5 \cos x - 4 = 0$
 c) $2 \tan x + \cot x - 3 = 0$ d) $3 \cos 2x - 7 \cos x + 4 = 0$
 e) $5 \sin x - 2 = 3(1 - \sin x) \tan^2 x$ f) $\cos 2x + \cos x = 4 \sin^2 \frac{x}{2} - 1$

Dạng toán 3. Phương trình $a \sin x + b \cos x = c$

- Điều kiện có nghiệm: $a^2 + b^2 \geq c^2$
- Chia hai vế phương trình cho $\sqrt{a^2 + b^2}$

- $\sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y = \sin(x \pm y)$
- $\cos x \cdot \cos y \pm \sin x \cdot \sin y = \cos(x \mp y)$

Bài 13. Giải các phương trình

- a) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ b) $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}$ c) $\sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x = 1$
 d) $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 0$ e) $\sin 2x - \cos 2x - \sqrt{2} = 0$ f) $\cos 3x - \sin 3x = 1$

Bài 14. Giải các phương trình

- a) $\sin 2x + \cos 2x = 1$ b) $-\cos x + \sqrt{3} \sin x = 2$ c) $\sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x = 0$

Bài 15. Giải các phương trình

- a) $3 \sin x - 4 \cos x = 5$ b) $2 \cos 2x - 3 \sin 2x = \sqrt{13}$ c) $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin 2x$
 d) $\sqrt{3} \sin 2x + 2 \sin^2 x = 2$ e) $\cos 7x \cos 5x - \sqrt{3} \sin 2x = 1 - \sin 7x \sin 5x$

Dạng toán 4. Một số phương trình đưa về dạng tích số: $A \cdot B = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$

Bài 16. Giải các phương trình sau bằng cách đưa về dạng tích số.

- $\sin x + \sin 3x - \sin 2x = 0$ b) $\sin 3x + \cos 2x - \sin x = 0$ (D.13)
 c) $\sin 5x + 2 \cos^2 x = 1$ (B.13) d) $2 \sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x$
 e) $\sin x + 4 \cos x = 2 + \sin 2x$ (A.14) f) $\sqrt{2}(\sin x - 2 \cos x) = 2 - \sin 2x$ (B.14)
 g) $2 \cos^3 x + \cos 2x + \sin x = 0$ h) $\sin 2x + 2 \cos 2x = 1 + \sin x - 4 \cos x$
 i) $2(\cos 4x + \cos 2x) = \sqrt{3} + \sqrt{3} \cos 2x + \sin 2x$ k) $\cos^6 x + \sin^6 x = 2(\cos^8 x + \sin^8 x)$

Dạng toán 6. Phương trình đẳng cấp bậc hai, bậc ba

- TH1: $\cos x = 0 \Leftrightarrow \sin x = \pm 1$: Thử trực tiếp vào PT
- TH2: $\cos x \neq 0$: Chia 2 vế PT cho $\cos^2 x$ ($\cos^3 x$), đưa PT đã cho theo hàm số tan

Bài 17. Giải phương trình

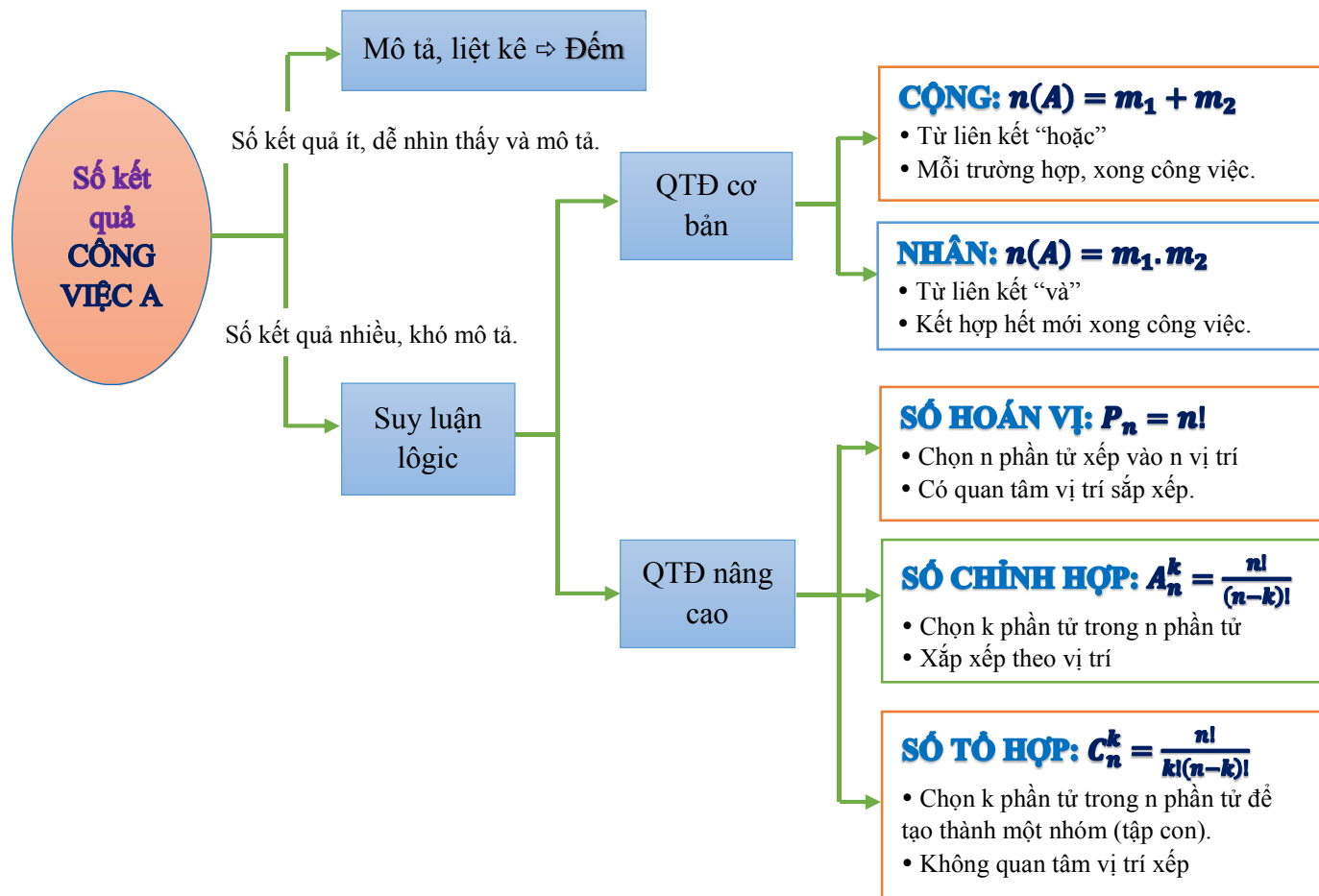
- a) $2 \cos^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x + \sin^2 x = 0$ b) $\sin^2 x - \sin 2x - 3 \cos^2 x + 2 = 0$
 c) $4 \sin^2 x + 3\sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos^2 x = 4$ d) $4 \cos^2 x + \sin 2x - 3 = 0$
 e) $\sin^3 x + 3 \cos^3 x - 3 \sin x \cdot \cos^2 x - \sin^2 x \cdot \cos x = 0$ f) $\sin 2x + 2 \tan x = 3$

Dạng toán 7. Phương trình lượng giác có so sánh điều kiện để nhận, loại nghiệm.**Bài 18.** Giải phương trình

- $5 \sin x - 2 = 3(1 - \sin x) \tan^2 x$ b) $\frac{\cos x(2 \sin x + 3\sqrt{2}) - 2 \cos^2 x - 1}{1 + \sin 2x} = 1$
 c) $\frac{\sin 2x + 2 \cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0$ d) $\frac{2(\sin^6 x + \cos^6 x) - \sin x \cos x}{\sqrt{2} - 2 \sin x} = 0$

Chương II. TỔ HỢP XÁC SUẤT VÀ NHỊ THỨC NIU TƠN

Chủ đề 1. QUY TẮC ĐẾM (QTĐ)



Dạng toán 1. Vận dụng hai quy tắc đếm cơ bản

Bài 19. Trên kệ sách có 5 sách Toán, 6 sách Lý và 7 sách Văn học.

- Có bao nhiêu cách chọn ra một quyển sách từ kệ sách
- Có bao nhiêu cách chọn ra 3 quyển sách sao cho 3 quyển được chọn có đủ cả ba loại.

Đáp số: a) 18 b) 210

Bài 20. Một đội văn nghệ chuẩn bị được 2 vở kịch, 3 điệu múa và 6 bài hát. Tại hội diễn, mỗi đội chỉ được trình diễn 1 vở kịch, 1 điệu múa và 1 bài hát. Hỏi đội văn nghệ trên có bao nhiêu cách chọn chương trình biểu diễn, biết rằng chất lượng các vở kịch, điệu múa, các bài hát là như nhau?

Đáp số: 36.

Bài 21. Một người có 7 cái áo trong đó có 3 áo trắng và 5 cái cà vạt trong đó có hai cà vạt màu vàng. Hỏi người đó có bao nhiêu cách chọn áo – cà vạt nếu:

- Chọn áo nào cũng được và cà vạt nào cũng được?
- Đã chọn áo trắng thì không chọn cà vạt màu vàng?

Đáp số: a) 35.

b) 29.

Bài 22. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên:

- a) gồm 3 chữ số
- b) gồm ba chữ số khác nhau
- c) gồm ba chữ số khác nhau và số tạo thành là số tự nhiên chẵn
- d) gồm 3 chữ số khác nhau và số tạo thành là một số tự nhiên lẻ
- e) gồm 3 chữ số khác nhau và số tạo thành luôn có mặt số 1

Đáp số: a) 216

b) 120

c) 60

d) 60

e) 60

Bài 23. Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên:

- a) gồm 3 chữ số
- b) gồm ba chữ số khác nhau
- c) gồm ba chữ số khác nhau và số tạo thành là số tự nhiên chẵn
- d) gồm 3 chữ số khác nhau và số tạo thành luôn có mặt số 1

Đáp số: a) 294

b) 180

c) 105

d) 80

Dạng toán 2. Các bài toán chọn, rút, phân chia các đối tượng trong tập hợp

* Cấu trúc : “Chọn k phần tử trong n phần tử”

• Nếu bộ k phần tử chọn ra có xếp vị trí $\Rightarrow$ Số cách: A_n^k • Nếu bộ k phần tử chọn ra chỉ đơn giản là tạo thành một nhóm $\Rightarrow$ Số cách: C_n^k **Bài 24.** Cho 7 điểm phân biệt trên một đường tròn.

- a) Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng được tạo thành
- b) Hỏi có bao nhiêu véc tơ (khác $\vec{0}$) được tạo thành
- c) Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành.

Đáp số: a) 21

b) 42

c) 35

Bài 25. Một lớp học có 34 học sinh.

- a) Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh để đi trực trường
- b) Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh để làm ban cán sự lớp gồm 1 lớp trưởng, 1 lớp phó và 1 thủ quỹ.

Đáp số: a) 5984

b) 35904

Bài 26. Một lớp học có 40 học sinh trong đó có 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Cần chọn một nhóm học sinh gồm 3 người. Hỏi có bao nhiêu cách:

- a) chọn 3 học sinh bất kì
- b) chọn 3 học sinh gồm 1 học sinh nam và 2 học sinh nữ
- c) chọn 3 học sinh trong đó có ít nhất 1 học sinh nam

Đáp số: a) 9880 cách

b) 2625 cách

c) 9425 cách

Bài 27. Một đội xây dựng gồm 10 công nhân, 3 kĩ sư. Để lập một tổ công tác cần 1 kĩ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 5 công nhân tổ viên. Hỏi có bao nhiêu cách thành lập tổ công tác

Đáp số: 3780 cách

Bài 28. Có 10 câu hỏi gồm 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập. Có bao nhiêu cách tạo ra một đề thi gồm 3 câu hỏi có đủ cả lý thuyết và bài tập.

Đáp số: 96 đề

- Bài 29.** Một hộp đựng 4 viên bi đỏ, 5 viên bi trắng và 6 viên bi vàng. Có bao nhiêu cách chọn ra 4 viên bi từ hộp sao cho:
- 4 bi được chọn có đủ đủ ba màu.
 - 4 viên bi được chọn không đủ ba màu.
- Đáp số:** a) 720 cách b) 645 cách
- Bài 30.** Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2 . Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác được tạo thành từ các điểm trên.
- Đáp số:** 5950 tam giác
- Bài 31.** Một trường tiểu học có 50 học sinh đạt danh hiệu cháu ngoan Bác Hồ, trong đó có 4 cặp sinh đôi. Cần chọn một nhóm gồm 3 học sinh trong số 50 học sinh trên để đi dự Đại hội cháu ngoan Bác Hồ sao cho trong nhóm không có cặp sinh đôi nào. Hỏi có bao nhiêu cách chọn
- Đáp số:** 19408 cách
- Bài 32.** Trong một môn học, thầy giáo có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 10 câu hỏi trung bình, 15 câu hỏi dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ ba loại câu hỏi (dễ, khó, trung bình) và số câu hỏi dễ không ít hơn 2.
- Đáp số:** 56875 đề
- Bài 33.** Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người, gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân bố đội thanh niên này về 3 tỉnh miền núi sao cho một tỉnh có 4 nam và 1 nữ
- Đáp số:** 207900 cách
- Bài 34.** Một lớp gồm có 10 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Trong buổi sinh hoạt đầu năm của lớp, giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 3 học sinh làm cán bộ lớp gồm một lớp trưởng, một lớp phó và một thủ quỹ. Giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn nếu:
- ba học sinh được chọn là tùy ý (không phân biệt nam, nữ)
 - ba học sinh được chọn thủ quỹ phải là nữ và cán bộ lớp phải có nam.
- Đáp số:** a) A_{25}^3 cách b) $C_{15}^1 (2C_{10}^1 C_{14}^1 + 2C_{10}^2) = 5550$ cách
- Bài 35.** Trong mặt phẳng cho 8 điểm phân biệt sao cho không có bất kì 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi:
- Có bao nhiêu đoạn thẳng nối liền các điểm đó
 - Có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh là các điểm đó.
 - * Nếu 8 điểm trên tạo thành một đa giác lồi thì số đường chéo của đa giác đó là bao nhiêu.
- Đáp số:** a) 28 b) 56 c) 20
- Bài 36.** Một hộp đựng 5 viên bi trắng, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng.
- Có bao nhiêu cách chọn ra một viên bi từ hộp trên
 - Có bao nhiêu cách chọn ra ba viên bi có đầy đủ ba màu
 - Có bao nhiêu cách chọn ra 4 viên bi trong đó có ít nhất 1 viên bi đỏ
- Đáp số:** a) 18 b) 210 c) 2565
- Bài 37.** Có bao nhiêu cách tặng 5 món quà cho ba người sao cho người nào cũng có quà.
- Đáp số:** 150
- Bài 38.** Có 5 cuốn sách giáo khoa giống nhau và 4 cuốn sách tham khảo đôi một khác nhau. Dem làm giải thưởng cho 8 học sinh, mỗi học sinh được một cuốn sách (còn thừa lại 1 cuốn). Hỏi có bao nhiêu cách để phát thưởng.
- Đáp số:** 3024

Dạng toán 3. Các bài toán xếp vị trí

Bài 39. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh A, B, C, D, E vào 1 ghế dài sao cho

- a) C ngồi chính giữa
b) A và E ngồi ở hai đầu ghế

Đáp số: a) 24 b) 12

Bài 40. Một nhóm học sinh gồm 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ.

- a) Có bao nhiêu cách xếp 10 học sinh này thành một hàng dọc
b) Có bao nhiêu cách xếp 10 học sinh này thành hàng học sao cho 7 học sinh nam phải đứng cạnh nhau.

Đáp số: a) $10! = 3628800$ b) $4! \cdot 3! = 120960$

Bài 41. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh A, B, C, D, E vào một ghế dài 5 chỗ ngồi sao cho:

- a) 5 học sinh này ngồi tùy ý b) A, B ngồi đầu bàn
c) A, B ngồi cạnh nhau d) A, B không ngồi cạnh nhau

Đáp số: a) 120 b) 12 c) 48 d) $120 - 48 = 72$

Dạng toán 4. Các bài toán đếm số tự nhiên có k chữ số thỏa điều kiện cho trước

Gọi $\overline{abcd\dots}$ là dạng số cần lập. Khi tiến hành chọn các vị trí (hàng đơn vị, chục, trăm,...) cần quan tâm một số ý sau:

- Số cần lập các chữ số có khác nhau hay không?
- Chữ số đầu tiên phải khác 0 ($a \neq 0$)
- Thường thì ở vị trí hàng nào bị ràng buộc điều kiện thì ta ưu tiên chọn trước.
- Các dấu hiệu chia hết:

- ① Dấu hiệu chia hết cho 2: số tự nhiên có tận cùng là số chẵn
- ② Dấu hiệu chia hết cho 5: Số tự nhiên có tận cùng là số 0 hoặc 5
- ③ Dấu hiệu chia hết cho 3: Số tự nhiên có tổng các chữ số chia hết cho 3.

Bài 42. Cho các số 1, 2, 5, 7, 8. Có bao nhiêu cách lập ra một số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau (các số lấy ra từ 5 số trên) sao cho:

- a) Số tạo thành là một số chẵn
b) Số tạo thành không có chữ số 7
c) Số tạo thành nhỏ hơn 278

Đáp số: a) 24 số b) 24 số c) 20 số

Bài 43. Cho các chữ số 0, 2, 4, 5, 6, 8, 9. Từ các số trên:

- a) có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau.
b) có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau, trong đó nhất thiết phải có mặt chữ số 5.

Đáp số: a) 180 số b) 420 số.

Bài 44. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số này,

- a) có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số khác nhau.
b) có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau và chia hết cho 5.
c) có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và không bắt đầu bởi 1

Đáp số: a) 156 số b) 36 số c) 240 số

- Bài 45.** Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên chẵn, mỗi số có 5 chữ số khác nhau. **Đáp số: 1260 số**
- Bài 46.** Có 100.000 chiếc vé xổ số được đánh số từ 00.000 đến 99.999. Hỏi các vé gồm 5 chữ số khác nhau là bao nhiêu? **Đáp số: 30240 vé**
- Bài 47.** Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau, thành lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Hỏi trong các số đó có bao nhiêu số không bắt đầu bởi chữ số 1
Đáp số: 96
- Bài 48.** Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau, thành lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Hỏi trong các số đó có bao nhiêu số bắt đầu bởi chữ số 5.
Đáp số: 24
- Bài 49.** Từ 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau thỏa điều kiện số tạo thành luôn có mặt chữ số 7 và chữ số hàng ngàn là chữ số 1
Đáp số: 60
- Bài 50.** Cho 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và luôn có mặt chữ số 7 được viết từ các chữ số đã cho
Đáp số: 480
- Bài 51.** Cho các số 1, 2, 5, 7, 8. Có bao nhiêu cách lập ra một số gồm 3 chữ số khác nhau từ 5 chữ số trên thỏa điều kiện số tạo thành là 1 số chẵn
Đáp số: 24
- Bài 52.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ta có thể thành lập bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau và trong đó có chữ số 4.
Đáp số: 1560
- Bài 53.** Với các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ta có thể thành lập bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau trong đó phải có mặt chữ số 5.
Đáp số: 1560
- Bài 54.** Với các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 ta có thể thành lập ra được bao nhiêu số tự nhiên chẵn, mỗi số gồm 5 chữ số khác nhau.
Đáp số: 312
- Bài 55.** Cho các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Tìm các số tự nhiên gồm 5 chữ số lấy từ 7 chữ số trên sao cho các chữ số đều khác nhau
Đáp số: 2520
- Bài 56.** Cho tập $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lấy từ E mà chia hết cho 5?
Đáp số: 5712
- Bài 57.** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số mà các chữ số đều lớn hơn 4 và đôi một khác nhau? Tính tổng của tất cả các số tự nhiên vừa lập được.
Đáp số: Số tự nhiên: 120 số; tổng các số là: 9333240
- Bài 58.** Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và số tạo thành không chia hết cho 10

Đáp số: 1260 số

Bài 59. Có bao nhiêu số tự nhiên khác nhau nhỏ hơn 10000 được tạo thành bởi 5 số 0, 1, 2, 3, 4

Đáp số: 625 số

Bài 60. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau sao cho số cần lập có đúng 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ

Đáp số: $C_3^2 C_3^2 \cdot 4! = 216$ số

Bài 61. Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau sao cho số cần lập có đúng 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ

Đáp số: 378

Bài 62. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số có dạng $\overline{abcd}$ với $a < b < c \leq d$

Đáp số: 210

Bài 63. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm sáu chữ số khác nhau thỏa mãn điều kiện hai chữ số 1 và 6 không đứng cạnh nhau.

Đáp số: 480 số

Bài 64. Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 8 chữ số, trong đó số 1 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng 1 lần

Đáp số: 5880 số

Bài 65. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau và số tạo thành luôn có hai chữ số 1 và 2.

Đáp số:

Bài 66. Tìm tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số sao cho:

a) trong mỗi số đó chữ số đứng sau lớn hơn chữ số liền trước.

b) trong mỗi số đó chữ số liền trước lớn hơn chữ số liền sau.

Đáp số: a) C_9^5 số b) C_{10}^5 số

Bài 67. Cho mười chữ số 0, 1, 2, 3, ..., 9. Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 6 chữ số khác nhau, nhỏ hơn 600000 được xây dựng từ 10 số trên.

Đáp số: 36960 số

Dạng toán 5. Giải các phương trình tổ hợp

※ Công thức:

$$\textcircled{1} P_n = n! = 1.2.3 \dots (n-2)(n-1)n \quad (n \in \mathbb{N}^*)$$

$$\textcircled{2} A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \quad (n, k \in \mathbb{N}^* \text{ và } k \leq n)$$

$$\textcircled{3} C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (n, k \in \mathbb{N}^* \text{ và } k \leq n)$$

※ Tính chất:

$$\textcircled{1} A_n^k = C_n^k \cdot k! \quad \textcircled{2} C_n^k = C_n^{n-k} \quad \textcircled{3} C_n^{k-1} + C_n^k = C_{n+1}^k$$

Bài 68. Giải các phương trình:

a) $C_n^2 = 45$

b) $A_n^3 + 2 = 506$

c) $A_n^3 + C_n^{n-2} = 14n$

d) $C_n^{n-2} + 6n + 5 = A_{n+1}^2$

e) $3C_{n+1}^1 + 8C_{n+2}^{n-2} = 3C_{n+1}^3$

f) $C_n^1 + 6(C_n^2 + C_n^3) = 9n^2 - 14n$

Đáp số: a) $n=10$

b) $n=9$

c) $n=5$

d) $n=10$

e) vô nghiệm

f) $n=7$

Bài 69. Biết $C_{n+1}^2 + 2C_{n+2}^2 + 2C_{n+3}^2 + C_{n+4}^2 = 149$, với $n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị biểu thức $M = \frac{A_{n+1}^4 + 3A_n^3}{(n+1)!}$

Đáp số: $n=5 \Rightarrow M = \frac{3}{4}$

Bài 70. Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên d_1 có 6 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 288 tam giác được tạo thành từ $n+6$ điểm trên d_1 và d_2 . Tìm n

Đáp số: $n=8$

Bài 71.a) Cho một đa giác đều n đỉnh ($n \geq 3$). Tìm n , biết rằng đa giác đã cho có 27 đường chéo.

Đáp số: $n=9$

b) Cho tập A gồm n phần tử ($n \geq 4$). Tìm n , biết rằng số tập con gồm 4 phần tử của A bằng 20 lần số tập con gồm 2 phần tử của A .

Đáp số: $n=18$

Chủ đề 2. NHỊ THỨC NIUTON

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$$

Dạng toán 1. Khai triển nhị thức**Bài 72.** Khai triển các nhị thức:

a) $(x+2)^4$

b) $(2x+1)^6$

c) $(x-2)^6$

d) $(2x-1)^5$

e) $\left(x + \frac{2}{x}\right)^7$

f) $(x+2y)^5$

g) $(2-x)^4$

h) $x(2x-1)^6$

i) $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^5$

k) $x^2(1-2x)^5$

l) $\left(2 + \frac{x}{2}\right)^6$

m) $\left(\frac{1}{2x} - 2x\right)^6$

Dạng toán 2. Tìm hệ số (số hạng) của x^k trong khai triển $P(x)$ thành đa thức**Cách 1:** Khai triển $P(x)$. Từ đó trả lời kết quả hệ số của x^k **Cách 2:** Sử dụng khai triển tổng quát $\sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$ (Nhớ xác định a, b, n cho chính xác)

- Bước 1: Xác định a, b, n và ráp vào công thức trên
- Bước 2: Thu gọn phần **hệ số** và **phần biến** trong công thức vừa lập.
- Bước 3: Đồng nhất lũy thừa của biến với yêu cầu đề. Từ đây, suy ra kết quả.

Bài mẫu 1: Tìm hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển nhị thức Niuton của $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{18}$ **Lời giải**

♥ Khai triển nhị thức Niuton ta có:

$$\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{18} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k x^{18-k} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k \cdot (-1)^k \cdot x^{18-3k}$$

♥ Chọn k thỏa mãn: $18-3k=12 \Leftrightarrow k=2$ ♥ Vậy hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển là $(-1)^2 C_{18}^2 = 153$. □**Bài mẫu 2:** Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niuton của $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{18}$ **Lời giải**

♥ Khai triển nhị thức Niuton ta có:

♥ Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $(-1)^6 C_{18}^6 = 18564$. $\square$

a) Tính a_9 .b) Tính $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{15}$.**Đáp số:** a) $C_{15}^9 2^9$ b) $S = 3^{15}$ **Bài 83.**a) Biết rằng hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ bằng 90. Tìm n.b) Trong khai triển của $(x-1)^n$, hệ số của x^{n-2} bằng 45. Tính n.**Đáp số:** a) $n = 5$ b) $n = 10$ **Bài 84.** Cho $P(x) = x^2(x+2)^5 + x(1-2x)^6$ Khai triển $P(x)$ thành đa thức.Tìm hệ số chứa x^4 trong khai triển trên.**Đáp số a)** $P(x) = 65x^7 - 182x^6 + 280x^5 - 80x^4 + 140x^3 + 20x^2 + x$ **b)** -80 **Bài 85.** Tìm hệ số của x^7 trong khai triển nhị thức Niu-ton của $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^n$, biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn $4C_{n+1}^3 + 2C_n^2 = A_n^3$.**Đáp số:** $n = 11, k = 5, C_{11}^5 (-2)^5$ **Bài 86.** Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} = C_n^3$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Niu-ton $\left(\frac{nx^2}{14} - \frac{1}{x}\right)^n$, với $x \neq 0$.**Đáp số:** $n = 2 \Rightarrow -\frac{35}{16}x^5$ **Bài 87.**a) Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, trong đó $n \in N^*$ và các hệ số $a_1, a_2, \dots, a_n$ thỏa mãn $a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$. Tìm a_8 **Đáp số:** $n = 12 \Rightarrow a_8 = 126720$ b) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $(2+x)^n$, biết:

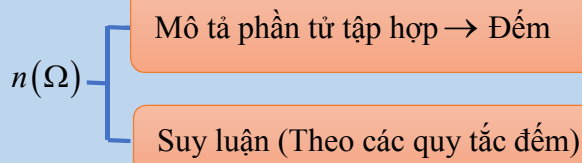
$$3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - 3^{n-3} C_n^3 + \dots + (-1)^n C_n^n = 2048$$

Đáp số: $n = 11$, Hệ số cần tìm 22

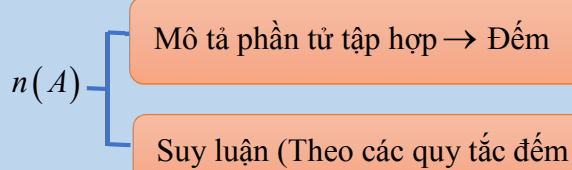
Chủ đề 3. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

* CÁC BƯỚC THỰC HIỆN

- Đếm số kết quả của tập không gian mẫu:



- Đếm số kết quả của tập biến cố A (Tập A là tập con của tập Ω)



- Xác suất cần tìm $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$

* TÍNH CHẤT:

① $0 \leq p(A) \leq 1$

② Gọi $\bar{A}$ là biến cố đối của A. Khi đó: $p(A) = 1 - p(\bar{A})$

Bài mẫu 1: Một hộp đựng 3 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 5 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất để 3 viên bi được chọn có đủ cả ba màu.

Lời giải

♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$

♥ Gọi A là biến cố: “3 viên bi được chọn có đủ cả ba màu”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $n(A) = C_3^1 C_4^1 C_5^1 = 60$

♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$ □

Bài mẫu 2: Trong một lớp học gồm có 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ.

Lời giải

♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{25}^4 = 12650$

♥ Gọi A là biến cố: “4 học sinh được gọi có cả nam và nữ”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $n(A) = C_{15}^1 C_{10}^3 + C_{15}^2 C_{10}^2 + C_{15}^3 C_{10}^1 = 11075$

♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{11075}{12650} = \frac{443}{506}$. □

Bài mẫu 3: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6. **Chọn ngẫu nhiên 1 số từ S, tính xác suất để số được chọn có mặt chữ số 6.**

Bài giải

♥ Số phần tử của **không gian mẫu** là: $n(\Omega) = A_6^4 = 360$

♥ Gọi A là biến cố: “**số được chọn có mặt chữ số 6**”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $n(A) = 4 \cdot A_5^3 = 240$

♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{240}{360} = \frac{2}{3}$. □

Bài mẫu 4: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6. **Chọn ngẫu nhiên 1 số từ S, tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 8.**

Bài giải

♥ Số phần tử của **không gian mẫu** là: $n(\Omega) = A_6^3 = 120$

♥ Gọi A là biến cố: “**số được chọn có tổng các chữ số bằng 8**”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $n(A) = 12$

♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$. □

Bài 88. Chọn một số nguyên dương nhỏ hơn 9. Tính xác suất để

a) Số được chọn là số nguyên tố

b) Số được chọn là một số chia hết cho 3

Đáp số: a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$

Bài 89. Gieo một con xúc sắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất của các biến cố

A: “Lần thứ 2 xuất hiện mặt 6 chấm”

B” Số chấm trong hai lần gieo giống nhau”

C” Tổng số chấm trong 2 lần gieo bằng 8”

D” Tổng hai lần gieo không vượt qua 10”

E” Tổng số chấm trong hai lần gieo lớn hơn 3”

Đáp số: $p(A) = \frac{1}{6}$ $p(B) = \frac{1}{6}$ $p(C) = \frac{5}{36}$ $p(D) = \frac{11}{12}$ $p(E) = \frac{11}{12}$

Bài 90. Cho 8 quả cân có trọng lượng lần lượt là 1kg, 2kg, 3kg, 4kg, 5kg, 6kg, 7kg, 8kg. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cân trong số đó. Tính xác suất để 3 quả cân được chọn có trọng lượng không vượt quá 9kg.

Đáp số: $\frac{1}{7}$

Bài 91. Một lô hàng có 10 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Lấy 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra đó có không quá một phế phẩm.

Đáp số: $\frac{2}{3}$

Bài 92. Một cái bình đựng 4 quả cầu xanh và 6 quả cầu vàng. Lấy ra 3 quả cầu từ bình. Tính xác suất để

- a) được đúng 2 quả cầu xanh ;
- b) được đủ hai màu ;
- c) được ít nhất 2 quả cầu xanh.

Đáp số: a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{1}{3}$

Bài 93. Có hai hộp đựng các viên bi. Hộp thứ nhất đựng 6 bi đen, 3 bi trắng. Hộp thứ hai đựng 7 bi đen, 5 bi trắng. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp 2 bi

- a) Tính xác suất để 4 bi được chọn có 4 bi trắng.
- b) Tính xác suất để 4 bi được chọn có đủ 2 màu.

Đáp số: a) $\frac{5}{396}$ b) $\frac{677}{792}$

Bài 94. Một hộp có 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên ra hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên hai thẻ với nhau.

- a) Tính xác suất để số nhận được là một số lẻ.
- b) Tính xác suất để số nhận được là một số chẵn.

Đáp số: a) $\frac{5}{18}$ b) $\frac{13}{18}$

Bài 95. Một lớp có 30 học sinh, gồm 8 học sinh giỏi, 15 học sinh khá và 7 học sinh trung bình. Chọn ngẫu nhiên 3 em để dự đại hội. Tính xác suất để

- a) 3 học sinh được chọn đều là học sinh giỏi ;
- b) có ít nhất một học sinh giỏi ;
- c) không có học sinh trung bình.

Đáp số: a) $\frac{2}{145}$ b) $\frac{18}{29}$ c) $\frac{253}{580}$

Bài 96. Một lớp học có 34 học sinh trong đó gồm 7 học sinh giỏi, 13 học sinh khá và 14 học sinh trung bình. Chọn ngẫu nhiên ra 3 bạn đi dự đại hội. Tính xác suất để:

- a) 3 bạn được chọn có đúng 1 học sinh giỏi
- b) 3 bạn được chọn không có học sinh trung bình

Đáp số: a) $\frac{2457}{5984}$ b) $\frac{285}{1496}$

Bài 97. Một hộp đựng 5 bi xanh, 7 bi đỏ và 9 bi vàng. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bi. Tính xác suất để:

- a) 4 viên bi được chọn có ít nhất 1 viên bi đỏ.
- b) 4 viên bi được chọn không đủ ba màu.

$$\text{Đáp số: : a) } \frac{712}{855} \quad \text{b) } \frac{10}{19}$$

Bài 98. Một hộp đựng 16 thẻ được đánh số từ 1 đến 16. Rút ngẫu nhiên từ hộp ra 7 thẻ. Tính xác suất để chọn được 3 thẻ mang số lẻ, 4 thẻ mang số chẵn và có đúng 1 thẻ chia hết cho 5.

$$\text{Đáp số: } \frac{203}{572}$$

Bài 99. Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh gồm 5 học sinh khối 10, 4 học sinh khối 11 và 3 học sinh khối 12. Chọn ngẫu nhiên ra 4 học sinh đi làm nhiệm vụ. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có không quá 2 khối.

$$\text{Đáp số: } \frac{5}{11}$$

Bài 100. (A.13) Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Xác định số phần tử của S. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn là số chẵn

$$\text{Đáp số: Số phần tử của S là 210. Xác suất: } p = \frac{3}{7}$$

Bài 101. (B.13) Có hai hộp đựng bi. Hộp thứ nhất chứa 4 bi đỏ và 3 viên bi trắng, hộp thứ hai chứa 2 viên bi đỏ và 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra một viên bi. Tính xác suất để 2 viên bi lấy được có cùng màu.

$$\text{Đáp số: } p = \frac{10}{21}$$

Bài 102. (A.14) Một hộp đựng 16 thẻ được đánh số từ 1 đến 16. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 thẻ. Tính xác suất để 4 thẻ được chọn đều đánh số chẵn

$$\text{Đáp số: } p = \frac{1}{26}$$

Bài 103. (B.14) Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ một công ty sữa, người ta đã gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Tính xác suất để 3 hộp sữa được chọn có đủ 3 loại.

$$\text{Đáp số: } p = \frac{3}{11}$$

Bài 104. (QG.15) Trong đợt ứng phó dịch MERS-CoV, Sở y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong số 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng thành phố và 20 đội của các trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Tính xác suất để có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

$$\text{Đáp số: } p = \frac{209}{230}$$

Bài 105. (QG.16) Học sinh A thiết kế bảng điều khiển tự mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào cùng ghi một số. Để mở cửa cần nhấn liên tiếp 3 nút khác nhau sao cho 3 số ghi trên 3 nút đó theo thứ tự đã nhả tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B không biết quy tắc mở cửa trên, đã

nhấn liên tiếp 3 nút khác nhau trên bảng điều khiển. Tính xác suất để B mở được cửa phòng đó.

Đáp số: $p = \frac{1}{90}$

Bài 106. Một tổ gồm 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Cần chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm 4 người đi làm 3 công việc khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chia khác nhau? Tính xác suất để khi chia ngẫu nhiên ta được mỗi nhóm có đúng 1 nữ.

Đáp số: $\frac{16}{55}$

Bài 107. Một hộp chứa 4 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc ra 4 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất sao cho 4 quả cầu được lấy ra có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả cầu màu vàng.

Đáp số: $p = \frac{740}{1820} = \frac{37}{91}$

Bài 108. Một khối lập phương có các mặt quét sơn được chia thành 1000 khối lập phương con đều nhau. Trộn kỹ chúng rồi rút hũ họa một khối. Tính xác suất rút được khối có hai mặt đã quét sơn.

Đáp số: $\frac{96}{1000}$

Bài 109. Một học sinh đi thi môn lịch sử chỉ nắm được 20 trong số 25 câu hỏi của chương trình. Mỗi phiếu thi gồm 3 câu. Tính xác suất để anh ta trả lời được cả 3 câu hỏi

Đáp số: $\frac{57}{115}$

Bài 110. Cho E là tập các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số: 0,1,2,3,4,5,6,7. Lấy ngẫu nhiên một số trong E . Tính xác suất để lấy được số chia hết cho 5.

Đáp số: $p = \frac{1560}{5880} = \frac{13}{49}$

Bài 111. Cho tập $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Viết ngẫu nhiên lên bảng hai số tự nhiên, mỗi số gồm 3 chữ số đôi một khác nhau thuộc tập E . Tính xác suất để trong hai số đó có đúng một số có chữ số 5.

Đáp số: $p = 1 - \frac{13}{25} = \frac{12}{25}$

Bài 112. Trong một kì thi, thí sinh được phép thi 3 lần. Xác suất lần đầu vượt qua kì thi là 0,9. Nếu trượt lần đầu thì xác suất vượt qua kì thi lần hai là 0,7. Nếu trượt cả hai lần thì xác suất vượt qua kì thi ở lần thứ ba là 0,3. Tính xác suất để thí sinh thi đậu.

Đáp số: $p = 0,979$.

Bài 113. Hai xạ thủ cùng bắn một phát vào bia. Xác suất trúng đích của người thứ nhất là 0,9, của người thứ hai là 0,7. Tính các xác suất sau đây:

a) Cả hai phát đều trúng. b) Ít nhất một phát trúng.

c) Chỉ một phát trúng.

Đáp số: 1) 0,63 2) 0,97 3) 0,34.

-----HẾT-----