

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

(Đề thi gồm 06 trang)

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$, $B(0;3;1)$. Trung điểm của AB có tọa độ là

- A. $(1;2;2)$. B. $(2;4;4)$. C. $\left(1;\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$. D. $(2;1;2)$.

Câu 2. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_1^4 f(x)dx = 5$, khi đó $\int_0^4 f(x)dx$ bằng

- A. 6. B. 10. C. 7. D. -3.

Câu 3. Cho hình nón có đường cao và đường kính đáy cùng bằng $2a$. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, diện tích thiết diện bằng

- A. $8a^2$. B. a^2 . C. $2a^2$. D. $4a^2$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó. B. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R}$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -1$, công bội $q = 2$. Giá trị của u_{20} bằng

- A. -2^{20} . B. -2^{19} . C. 2^{19} . D. 2^{20} .

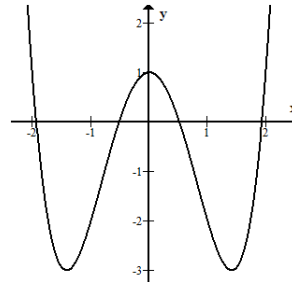
Câu 6. Cho số phức z thỏa mãn $z(2-i) + 12i = 1$. Tính mô đun của số phức z .

- A. $|z| = 29$. B. $|z| = \sqrt{29}$. C. $|z| = \frac{\sqrt{29}}{3}$. D. $|z| = \frac{5\sqrt{29}}{3}$.

Câu 7.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây

- A. $y = x^4 - x^2 + 1$. B. $y = x^4 - 4x^2 + 1$.
C. $y = -x^4 + 4x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 4x^2 - 1$.



Câu 8. Đặt $\log_3 5 = a$, khi đó $\log_3 \frac{3}{25}$ bằng

- A. $\frac{1}{2a}$. B. $1 - 2a$. C. $1 - \frac{a}{2}$. D. $1 + \frac{1}{2}a$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	2	5	-6	2			

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 5$.
 B. Hàm số có giá trị cực đại bằng -1 .
 C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
 D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -6$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$-$
y	3	$+\infty$	-2	5

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 2^x$ là

- A. $x^2 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$. B. $x^2 + 2^x \cdot \ln 2 + C$. C. $2 + 2^x \cdot \ln 2 + C$. D. $2 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2019$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y									
	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$				

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 0.

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = -4 + 5i$ có tọa độ là

- A. $(-4; 5)$. B. $(-4; -5)$. C. $(4; -5)$. D. $(5; -4)$.

Câu 14. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ cắt trục Ox , Oy lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B . Tính diện tích S của tam giác OAB .

- A. $S = 1$. B. $S = \frac{1}{2}$. C. 2. D. 4.

Câu 15. Cho đường thẳng d cố định và một số thực dương a không đổi. Tập hợp các điểm M trong không gian sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng d bằng a là

- A. Mặt cầu. B. Mặt trụ. C. Mặt nón. D. Đường tròn.

Câu 16. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A. 14. B. -9 . C. -6 . D. 7.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3z + 1 = 0$. Tìm một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

- A. $\vec{n}_1(2; 3; 1)$. B. $\vec{n}_2(2; -3; 1)$. C. $\vec{n}_3(2; 0; -3)$. D. $\vec{n}_4(2; -3; 0)$.

Câu 18. Cho phương trình $\log^2 x^3 - 10 \log x + 1 = 0$. Phương trình đã cho có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 6z - 11 = 0$. Tọa độ tâm mặt cầu (S) là $I(a; b; c)$. Tính $a + b + c$.

- A. -1. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 20. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[-3; -1]$ bằng

- A. -3. B. -4. C. 5. D. -5.

Câu 21. Trong khai triển $\left(x + \frac{8}{x^2}\right)^9$, số hạng không chứa x là

- A. 84. B. 43008. C. 4308. D. 86016.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$. Đường thẳng Δ đi qua $M(1; 2; -3)$ nhận vector $\vec{u}(-1; 2; 1)$ làm vector chỉ phương có phương có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{1}$.

Câu 23. Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là

- A. $V = \frac{1}{3}Sh$. B. $V = 3Sh$. C. $V = \frac{1}{2}Sh$. D. $V = Sh$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, đường thẳng SB tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3}{8}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 25. Tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x+1)$ là

- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = (-1; +\infty)$. C. $D = [-1; +\infty)$. D. $D = [0; +\infty)$.

Câu 26. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $BAA'C'C$.

- A. $\frac{3V}{4}$. B. $\frac{2V}{3}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{V}{4}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và D , $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45° , E là trung điểm của SD , $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACE)

A. $\frac{2a}{3}$.

B. $\frac{4a}{3}$.

C. a .

D. $\frac{3a}{4}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$. Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(1;3;2)$ có phương trình là

A. $x + y - 4 = 0$.

B. $y - 3 = 0$.

C. $3y - 1 = 0$.

D. $x - 1 = 0$.

Câu 29. Tính tích các nghiệm thực của phương trình $2^{x^2-1} = 3^{2x+3}$.

A. $-3\log_2 3$.

B. $-\log_2 54$.

C. -1 .

D. $1 - \log_2 3$.

Câu 30.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ

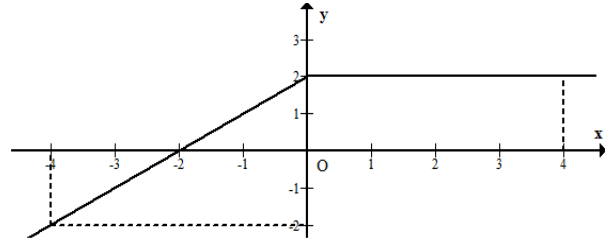
thị như hình vẽ bên. Giá trị của $\int_{-4}^4 f(x) dx$ bằng

A. 4.

B. 8.

C. 12.

D. 10.



Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$ và điểm $A(2;2;2)$. Từ A kẻ ba tiếp tuyến AB, AC, AD với B, C, D là các tiếp điểm. Viết phương trình mặt phẳng (BCD) .

A. $2x + 2y + z - 1 = 0$.

B. $2x + 2y + z - 3 = 0$.

C. $2x + 2y + z + 1 = 0$.

D. $2x + 2y + z - 5 = 0$.

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng V , hai điểm M và P lần lượt là trung điểm của AB, CD ; điểm N thuộc đoạn AD sao cho $AD = 3AN$. Tính thể tích tứ diện $BMNP$.

A. $\frac{V}{4}$.

B. $\frac{V}{12}$.

C. $\frac{V}{8}$.

D. $\frac{V}{6}$.

Câu 33. Hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = x(1-x)$ và $y = x^3 - x$ có diện tích bằng

A. $\frac{37}{12}$.

B. $\frac{5}{12}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{9}{4}$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x) = 2019^x - 2019^{-x}$. Tìm số nguyên m lớn nhất để $f(m) + f(2m+2019) < 0$.

A. -673 .

B. -674 .

C. 673 .

D. 674 .

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(m;0;0)$, $N(0;n;0)$, $P(0;0;p)$ không trùng với gốc tọa độ và thỏa mãn $m^2 + n^2 + p^2 = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của khoảng cách từ O đến mặt phẳng (MNP) .

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{1}{27}$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $g(x) = f(|x|) + m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

- A. 3. B. 10. C. 4. D. 6.

Câu 37. Số các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để phương trình $x^2 + (m+2)x + 4 = (m-1)\sqrt{x^3 + 4x}$ có nghiệm là ?

- A. 2011. B. 2012. C. 2013. D. 2014.

Câu 38. Trong các số phức z thỏa mãn $\left| \frac{(12-5i)z + 17 + 7i}{z - 2 - i} \right| = 13$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

- A. $\frac{3\sqrt{13}}{26}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 39. Biết rằng parabol $y = \frac{1}{24}x^2$ chia hình giới hạn bởi elip có phương trình $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1} = 1$ thành hai phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2 với $S_1 < S_2$. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

- A. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{8\pi - \sqrt{3}}$. B. $\frac{4\pi - \sqrt{2}}{8\pi + \sqrt{2}}$. C. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12\pi}$. D. $\frac{8\pi - \sqrt{3}}{12\pi}$.

Câu 40. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Xếp ngẫu nhiên các học sinh trên thành hàng ngang để chụp ảnh. Tính xác suất để không có 2 học sinh nữ nào đứng cạnh nhau.

- A. $\frac{65}{66}$. B. $\frac{1}{66}$. C. $\frac{7}{99}$. D. $\frac{1}{22}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$, thỏa mãn

$(f'(x))^2 + 4f(x) = 8x^2 + 4, \forall x \in [0; 1]$ và $f(1) = 2$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. 2. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{21}{4}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2018$ với $g(x) < 0; \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(1-x) + 2018x + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 3)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(4; +\infty)$.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $(3^{x+2} - \sqrt{3})(3^x - 2m) < 0$ chứa không quá 9 số nguyên?

- A. 3281. B. 3283. C. 3280. D. 3279.

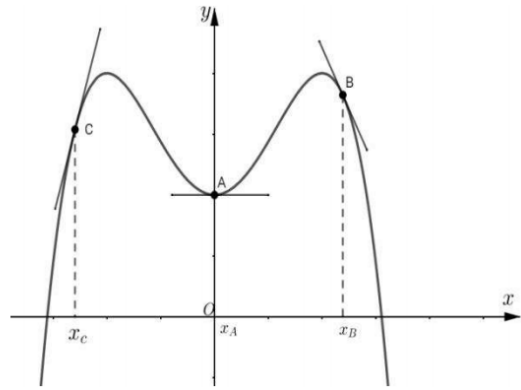
Câu 44. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \left| x^3 - 3x^2 - 9x - 5 + \frac{m}{2} \right|$ có 5 điểm cực trị?

- A. 62. B. 63. C. 64. D. 65.

Câu 45.

Cho hàm số $y = f(x)$, biết tại các điểm A, B, C đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiếp tuyến được thể hiện trên hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f'(x_C) < f'(x_A) < f'(x_B)$.
 B. $f'(x_A) < f'(x_B) < f'(x_C)$.
 C. $f'(x_A) < f'(x_C) < f'(x_B)$.
 D. $f'(x_B) < f'(x_A) < f'(x_C)$.



Câu 46. Cho tứ diện $ABCD$ có $CD = a\sqrt{2}$, ΔABC là tam giác đều cạnh a , ΔACD vuông tại A . Mặt phẳng (BCD) vuông góc với mặt phẳng (ABD) . Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\pi a^3}{6}$. C. $4\pi a^3$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$.

Câu 47. Xét các số phức w, z thỏa mãn $|w + i| = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ và $5w = (2 + i)(z - 4)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 2i| + |z - 6 - 2i|$.

- A. 7. B. $2\sqrt{53}$. C. $2\sqrt{58}$. D. $4\sqrt{13}$.

Câu 48. Cho $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $x + y \neq -1$ và $x^2 + y^2 + xy = x + y + 1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{xy}{x + y + 1}$. Tính $M + m$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$ và $(S_2): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn với tâm là $I(a; b; c)$. Tính $a + b + c$.

- A. $\frac{7}{4}$. B. $-\frac{1}{4}$. C. $\frac{10}{3}$. D. 1.

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x \log_3(x+1) = \log_9[9(x+1)^{2m}]$ có hai nghiệm thực phân biệt.

- A. $m \in (-1; 0)$. B. $m \in (-2; 0)$. C. $m \in (-1; +\infty)$. D. $m \in [-1; 0)$.

HẾT

Họ tên, chữ ký của Giám thị số 1:

Họ tên, chữ ký của Giám thị số 2:

Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án
138	1	A	289	1	C	368	1	B	491	1	A
138	2	C	289	2	B	368	2	B	491	2	C
138	3	C	289	3	C	368	3	B	491	3	B
138	4	C	289	4	A	368	4	B	491	4	A
138	5	B	289	5	C	368	5	C	491	5	B
138	6	B	289	6	A	368	6	A	491	6	B
138	7	B	289	7	B	368	7	A	491	7	C
138	8	B	289	8	C	368	8	C	491	8	B
138	9	C	289	9	B	368	9	C	491	9	C
138	10	C	289	10	C	368	10	C	491	10	C
138	11	A	289	11	B	368	11	C	491	11	C
138	12	A	289	12	A	368	12	A	491	12	B
138	13	A	289	13	A	368	13	A	491	13	A
138	14	C	289	14	B	368	14	A	491	14	A
138	15	B	289	15	A	368	15	B	491	15	A
138	16	C	289	16	C	368	16	C	491	16	C
138	17	C	289	17	C	368	17	C	491	17	A
138	18	C	289	18	A	368	18	A	491	18	C
138	19	A	289	19	C	368	19	C	491	19	B
138	20	B	289	20	B	368	20	B	491	20	C
138	21	B	289	21	C	368	21	B	491	21	C
138	22	D	289	22	B	368	22	C	491	22	B
138	23	A	289	23	D	368	23	B	491	23	D
138	24	B	289	24	B	368	24	D	491	24	B
138	25	B	289	25	B	368	25	B	491	25	B
138	26	B	289	26	B	368	26	B	491	26	B
138	27	B	289	27	B	368	27	B	491	27	B
138	28	B	289	28	B	368	28	B	491	28	B
138	29	B	289	29	B	368	29	B	491	29	B
138	30	B	289	30	D	368	30	B	491	30	B
138	31	D	289	31	B	368	31	A	491	31	B
138	32	B	289	32	B	368	32	D	491	32	A
138	33	A	289	33	C	368	33	B	491	33	B
138	34	B	289	34	A	368	34	B	491	34	B
138	35	C	289	35	D	368	35	A	491	35	C
138	36	D	289	36	C	368	36	C	491	36	C
138	37	C	289	37	B	368	37	C	491	37	D
138	38	A	289	38	A	368	38	A	491	38	D
138	39	A	289	39	A	368	39	D	491	39	A
138	40	D	289	40	D	368	40	D	491	40	D
138	41	C	289	41	D	368	41	D	491	41	D
138	42	D	289	42	B	368	42	A	491	42	C
138	43	C	289	43	A	368	43	B	491	43	D
138	44	B	289	44	C	368	44	D	491	44	C
138	45	D	289	45	D	368	45	D	491	45	C
138	46	A	289	46	C	368	46	C	491	46	B
138	47	C	289	47	C	368	47	B	491	47	A
138	48	B	289	48	C	368	48	C	491	48	D
138	49	D	289	49	D	368	49	C	491	49	A
138	50	C	289	50	B	368	50	C	491	50	C

LỚP TOÁN THẦY



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI THỬ
THPT QUỐC GIA 2019 - SỞ GD&ĐT NAM ĐỊNH

Mã đề: 368.

Câu 1. Cho số phức z thỏa mãn $z(2-i)+12i=1$. Tính mô đun của số phức z .

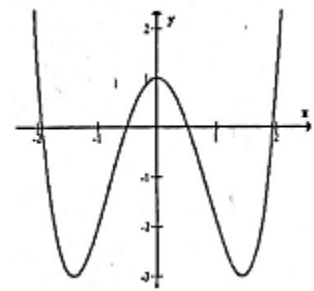
- A. $|z|=29$. B. $|z|=\sqrt{29}$. C. $|z|=29$. D. $|z|=\frac{5\sqrt{29}}{9}$.

Hướng dẫn giải. Chọn A.

$$\text{Từ } z(2-i)+12i=1 \Leftrightarrow z=\frac{1-12i}{(2-i)} \Leftrightarrow |z|=\left|\frac{1-12i}{(2-i)}\right|=\sqrt{29} \text{ H.}$$

Câu 2. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y=x^4-x^2+1$. B. $y=x^4-4x^2+1$.
C. $y=-x^4+4x^2+1$. D. $y=x^4-4x^2-1$.



Hướng dẫn giải. Chọn B.

Bên phải ngoài cùng của đồ thị đi lên nên hệ số a phải dương suy ra loại C. Ta thấy $x=0 \Rightarrow y=1$ nên loại D. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 4 điểm nên loại A (phương trình $x^4-x^2+1=0(VN)$). Chọn B.

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=-1$, công bội $q=2$. Giá trị của u_{20} bằng

- A. -2^{20} . B. -2^{19} . C. 2^{19} . D. 2^{20} .

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Cấp số nhân có công thức số hạng tổng quát là $u_n=u_1q^{n-1}, n \geq 2 \Rightarrow u_{20}=u_1.q^{19}=-1.2^{19}=-2^{19}$.

Câu 4. Đặt $\log_3 5=a$, khi đó $\log_3 \frac{3}{25}$ bằng

- A. $\frac{1}{2a}$. B. $1-2a$. C. $1-\frac{a}{2}$. D. $1+\frac{a}{2}$.

Hướng dẫn giải. Chọn B.

$$\text{Ta có } \log_3 \frac{3}{25} = \log_3 3 - \log_3 25 = 1 - \log_3 5^2 = 1 - 2\log_3 5 = 1 - 2a.$$

Câu 5. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_1^4 f(x)dx = 5$, khi đó $\int_0^4 f(x)dx$ bằng

- A. 6. B. 10. C. 7. D. -3.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

$$\text{Ta có } \int_0^4 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx = 2 + 5 = 7.$$

Câu 6. Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2;1;3)$, $B(0;3;1)$. Trung điểm của AB có tọa độ là

- A. $(1;2;2)$. B. $(2;4;4)$. C. $\left(1;\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$. D. $(2;1;2)$.

Hướng dẫn giải. Chọn A. Nhớ tọa độ trung điểm tương ứng cộng lại chia 2. Còn nếu trọng tâm tam giác tương ứng cộng lại chia 3.

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 2^x$ là

- A. $x^2 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$. B. $x^2 + 2^x \cdot \ln 2 + C$. C. $2 + 2^x \cdot \ln 2 + C$. D. $2 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Hướng dẫn giải. Chọn A.

$$\text{Nhớ } \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} \Rightarrow \int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} \text{ và } \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Rightarrow \int 2x dx = x^2.$$

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó. B. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R}$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Hướng dẫn giải. Chọn A.

$$\text{Ta có } y' = \frac{5}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow \text{Hàm số đồng biến trên khoảng } (-\infty; -1) \text{ và } (-1; +\infty).$$

Lời nhắn.

Từ 2007 khi dự định thi hình thức trắc nghiệm đối với môn toán đã xuất hiện những câu hỏi kiểu này

rồi. Hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ không đồng biến trên tập xác định của nó được vì bị vi phạm định nghĩa đồng

biến của hàm số. Chẳng hạn, $x_1 = -2, x_2 = 0$ đều thuộc tập xác định của hàm số đang xét và $x_1 < x_2$.

Nhưng $y(-2) = 7 > y(0) = -3$. Do đó ta chỉ có thể nói hàm số này đồng biến trên từng khoảng xác định của nó mà thôi. Phương án A sai.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y			5		-6		2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 5$.
 B. Hàm số có giá trị cực đại bằng -1 .
 C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
 D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -6$.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Câu hỏi này chỉ muốn kiểm tra khái niệm về điểm cực trị của hàm số đối với các Em thôi. Các Em cần nhớ. Điểm cực tiểu (cực đại) của hàm số là $x_0 \Rightarrow$ giá trị cực tiểu (cực đại) của hàm số là $y_0 = y(x_0)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		-		-	0	-	
y		3		$+\infty$		-2	5

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Từ bảng biến thiên ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 3 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = 5$ và $y = 3$. Và $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \Rightarrow x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả là ba đường tiệm cận.

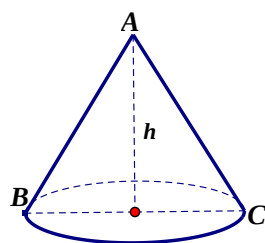
Câu 11. Cho hình nón có đường cao và đường kính đáy cùng bằng $2a$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua trục, diện tích thiết diện bằng

- A. $8a^2$. B. a^2 . C. $2a^2$. D. $4a^2$.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Xem thiết diện là tam giác ABC (như hình vẽ). Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} h.d = \frac{1}{2} . 2a.2a = 2a^2$.

Trong đó d là đường kính của đường tròn đáy.



Câu 12. Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao h là

- A. $V = \frac{1}{3}Sh$. B. $V = 3Sh$. C. $V = \frac{1}{2}Sh$. D. $V = Sh$.

Hướng dẫn giải. Chọn A.

Câu này chắc khỏi phải nói gì ngoài dòng chữ này phải không các Em!

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2019$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Từ bảng biến thiên ta thấy ngay đường thẳng $y = -2019$ cắt đồ thị của hàm số $y = f(x)$ tại 2 điểm.

Câu 14. Trong mặt phẳng Oxy , điểm biểu diễn của số phức $z = -4 + 5i$ có tọa độ là

- A. $(-4; 5)$. B. $(-4; -5)$. C. $(4; -5)$. D. $(5; -4)$.

Hướng dẫn giải. Chọn A.

Câu 15. Cho đường thẳng d cố định và một số thực dương a không đổi. Tập hợp các điểm M trong không gian sao cho khoảng cách từ điểm M đến d bằng a là

- A. mặt cầu. B. mặt trụ. C. mặt nón. D. đường tròn.

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Các Em xem đoạn trích sau:

Trích trong quyển sách **TƯ DUY GIẢI NHANH HÌNH KHÔNG GIAN** của tác giả **Trần Duy Thúc**.

“ II. Mặt trụ, hình trụ và khối trụ.

1. Khái niệm về mặt trụ

Cho hai đường thẳng Δ và l song song với nhau và cách khoảng bằng R .

Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng l đó khi quay quanh Δ được gọi là **mặt trụ tròn xoay** (hoặc đơn giản là **mặt trụ**).

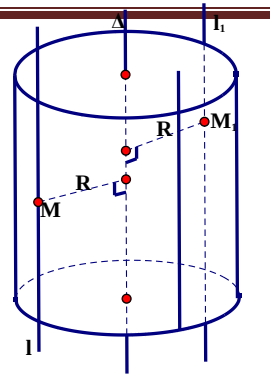
Δ gọi là trục của mặt trụ, l gọi đường sinh của mặt trụ, và R gọi là bán kính của mặt trụ.

❖ **Nhận xét.**

a) Mặt trụ nói trên là tập hợp tất cả các điểm M cách đường thẳng cố định Δ một khoảng R không đổi.

b) Với mỗi điểm M_1 thuộc mặt trụ thì đường thẳng l_1 đi qua M_1 và song song với Δ cũng nằm trên mặt trụ đó (vì mọi điểm thuộc l_1 luôn cách Δ một khoảng R). Do đó, có thể xem mặt trụ sinh bởi đường thẳng l_1 , hay nói cách khác, đường thẳng l_1 cũng là một đường sinh của mặt trụ.

c) Xét mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ . Dễ thấy giao giữa mặt phẳng (P) và mặt trụ là một đường tròn bán kính R ."



Câu 16. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A. 14. B. -9. C. -6. D. 7.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Chắc các Em sẽ bầm máy nhỉ?

Thầy thì không thích giải thế. Ta có $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1.z_2 = 2^2 - 2.5 = -6$.

Câu 17. Biết đồ thị của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ cắt trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B. Tính diện

tích S của tam giác OAB.

- A. $S = 1$. B. $S = \frac{1}{2}$. C. $S = 2$. D. $S = 4$.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Các Em có nhớ phương trình của trục Ox, Oy ? Đây $Ox: y = 0$ và $Oy: x = 0$. Đặt (C) là đồ thị của hàm

số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Khi đó, $A = (C) \cap Ox \Rightarrow A(2; 0)$ và $B = (C) \cap Oy \Rightarrow B(0; -2)$.

Tam giác OAB vuông tại O nhé các Em. Do đó, $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{1}{2}.2.2 = 2$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 6z - 11 = 0$. Tọa độ tâm của mặt

cầu (S) là $I(a; b; c)$. Tính $a + b + c$.

- A. -1. B. 1. C. 0. D. 3.

Hướng dẫn giải. Chọn A.

Từ phương trình mặt cầu ta xác định được $a=1; b=1; c=-3 \Rightarrow a+b+c=-1$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3z+1=0$. Tìm một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

- A. $\vec{n}_1(2;3;1)$. B. $\vec{n}_2(2;-3;1)$. C. $\vec{n}_3(2;0;-3)$. D. $\vec{n}_4(2;-3;0)$.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Câu 20. Trong khai triển $\left(x + \frac{8}{x^2}\right)^9$, số hạng không chứa x là

- A. 84. B. 43008. C. 4308. D. 86016.

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Ta có số hạng tổng quát của khai triển $\left(x + \frac{8}{x^2}\right)^9$ là $T = C_9^k x^{9-k} \cdot \left(\frac{8}{x^2}\right)^k = C_9^k x^{9-3k} \cdot 8^k$.

Số hạng không chứa x khi $9-3k=0 \Leftrightarrow k=3$. Vậy số hạng không chứa x là $C_9^3 \cdot 8^3 = 43008$.

Câu 21. Tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x+1)$ là

- A. $D=(0;+\infty)$. B. $D=(-1;+\infty)$. C. $D=[-1;+\infty)$. D. $D=[0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Hàm số $y = \log_2(x+1)$ xác định khi $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1 \Rightarrow D = (-1; +\infty)$.

Câu 22. Cho phương trình $\log^2 x^3 - 10 \log x + 1 = 0$. Phương trình đã cho có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Điều kiện $x > 0$. Khi đó phương trình đã cho tương đương

$$9 \log^2 x - 10 \log x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log x = 1 \\ \log x = \frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10(n) \\ x = 10^{\frac{1}{9}}(n) \end{cases}. \text{ Vậy phương trình đang xét có 2 nghiệm thực.}$$

Câu 23. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[-3; -1]$ bằng

- A. -3. B. -4. C. 5. D. -5.

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Cách 1: Bấm máy tính đến giờ này chắc Em học lớp nào cũng biết rồi phải không!

Cách 2: Giải tay.

Ta có $y' = 1 - \frac{4}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \notin [-3; -1] \\ x = -2 \in [-3; -1] \end{cases}$.

Tính $y(-3) = \frac{-10}{3}; y(-2) = -3; y(-1) = -4 \Rightarrow$ giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[-3; -1]$ bằng -4.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$. Đường thẳng Δ đi qua $M(1; 2; -3)$ nhận vector $\vec{u}(-1; 2; 1)$ làm vector chỉ phương có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-1}$.

D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{1}$.

Hướng dẫn giải. Chọn D.

Nhắc lại.

Đường thẳng Δ đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$ nhận vector $\vec{u}(a_1; a_2; a_3)$ làm vector chỉ phương có phương trình là chính tắc có dạng $\frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3}$.

Câu 25. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, đường thẳng SB tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp S.ABC bằng

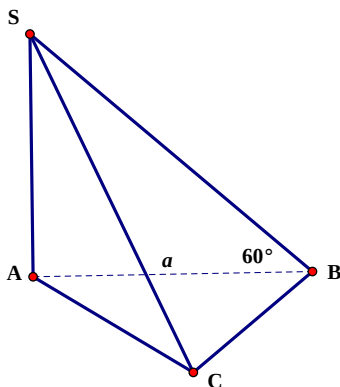
A. $\frac{a^3}{8}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải. Chọn B.



Ta có $(SB, (ABC)) = SBA = 60^\circ$. Tam giác SAB vuông tại A, ta có

$$\tan 60^\circ = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 26. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$. Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(1;3;2)$ có phương trình là

- A. $x + y - 4 = 0$. B. $y - 3 = 0$. C. $3y - 1 = 0$. D. $x - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;2)$, mặt (P) tiếp xúc với mặt cầu tại A nên có vtpt là $\overrightarrow{IA} = (0;3;0)$ có phương trình $(P): 0(x-1) + 3(y-3) + 0(z-2) = 0 \Leftrightarrow (P): y - 3 = 0$.

Câu 27. Tính tích các nghiệm thực của phương trình $2^{x^2-1} = 3^{2x+3}$ bằng

- A. $-3 \log_2 3$. B. $-\log_2 54$. C. -1 . D. $1 - \log_2 3$.

Hướng dẫn giải. Chọn A.

Bài này không thể nào đưa được về cùng cơ số rồi các Em. Bài này rơi vào dạng logarit hóa. Có thể lấy logarit theo cơ số 2 hoặc 3. Tuy nhiên các quan sát đáp án là logarit cơ số 2. Do đó ta nghĩ đến việc lấy logarit hai vế của phương trình theo cơ số 2.

$$\text{Phương trình } 2^{x^2-1} = 3^{2x+3} \Leftrightarrow \log_2(2^{x^2-1}) = \log_2(3^{2x+3}) \Leftrightarrow x^2 - 1 = (2x+3) \log_2 3$$

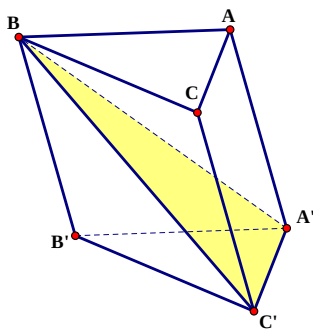
$$\Leftrightarrow x^2 - (2 \log_2 3)x - 3 \log_2 3 = 0(*). \text{ Gọi } x_1, x_2 \text{ là các nghiệm của phương trình } (*).$$

$$\text{Khi đó } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -3 \log_2 3.$$

Câu 28. Khối trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Tính thể tích của khối đa diện $BAA'C'C$.

- A. $\frac{3V}{4}$. B. $\frac{2V}{3}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{V}{4}$.

Hướng dẫn giải. Chọn B.



$$\text{Ta có } V_{BACC'A'} = V - V_{B.A'B'C'} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V.$$

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45° , E là trung điểm của SD , $AB = 2a, AD = DC = a$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACE) .

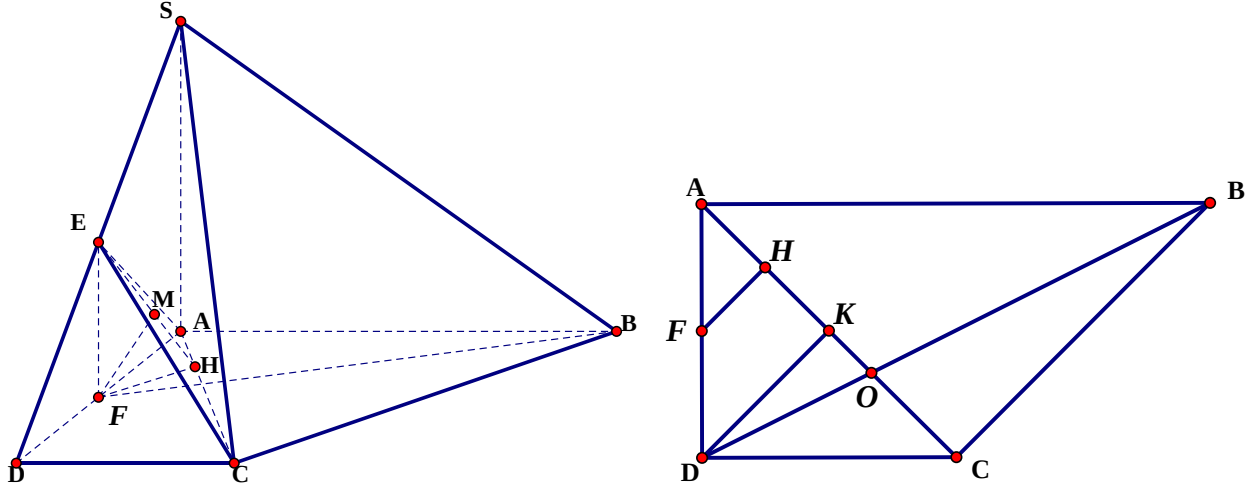
A. $\frac{2a}{3}$.

B. $\frac{4a}{3}$.

C. a .

D. $\frac{3a}{4}$.

Hướng dẫn giải. Chọn B.



Coi như $a = 1$. Ta có $(SB, (ABCD)) = SBA = 45^\circ \Rightarrow SA = AB = 2$. Gọi F là trung điểm của AD , ta có

ngay $FE \perp (ABCD), FE = \frac{SA}{2} = 1$. Rõ ràng rằng các Em muốn giải được câu khoảng cách thì các Em

phải vững về hình học không gian và phải biết cách chuyển khoảng cách về chân đường cao.

Các Em hãy kiểm tra:

$$d(B, (EAC)) = 2d(D, (EAC)) \text{ và } d(D, (EAC)) = 2d(F, (EAC)) \Rightarrow d(F, (EAC)) = 4d(F, (EAC)).$$

$$\text{Kẻ } FH \perp AC, FM \perp EH \Rightarrow FM = d(F, (EAC)) \text{ và } \frac{1}{FM^2} = \frac{1}{FE^2} + \frac{1}{FH^2} = 1 + \frac{1}{FH^2}.$$

$$\text{Kẻ } DK \perp AC \Rightarrow DF = 2FH \text{ mà } \frac{1}{DK^2} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} = 2 \Rightarrow DK = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow FH = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

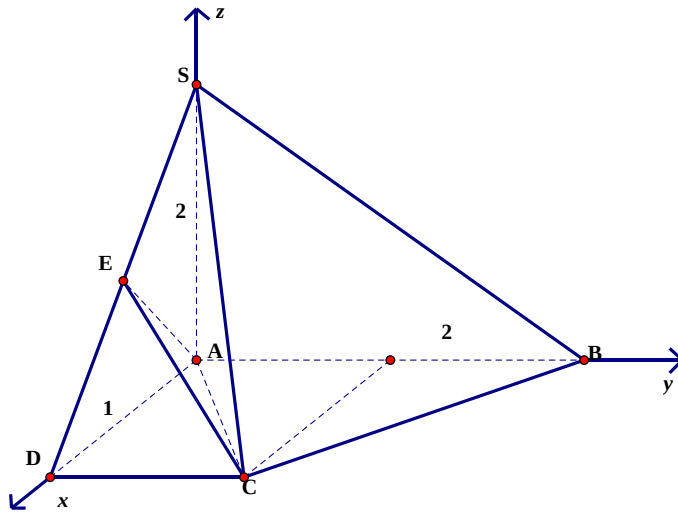
$$\text{Vậy } \frac{1}{FM^2} = 1 + 8 \Rightarrow FM = \frac{1}{3} \Rightarrow d(B, (AEC)) = \frac{4}{3}.$$

Cách 2. Tọa độ hóa.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Dễ dàng các Em sẽ tính được tọa độ các điểm

$$A(0;0;0), S(0;0;2), B(0;2;0), C(1;1;0), E\left(\frac{1}{2};0;1\right).$$

Viết phương trình mặt phẳng (ACE) và tính khoảng cách từ điểm B đến đây là xong nhé các Em.



Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị

như hình vẽ. Giá trị của $\int_{-4}^4 f(x) dx$ bằng

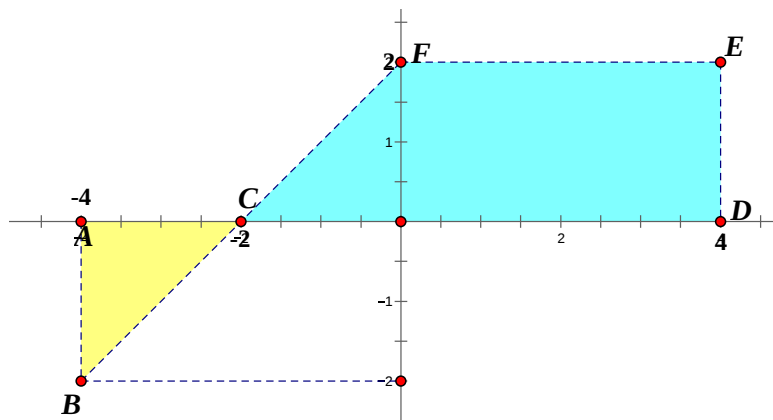
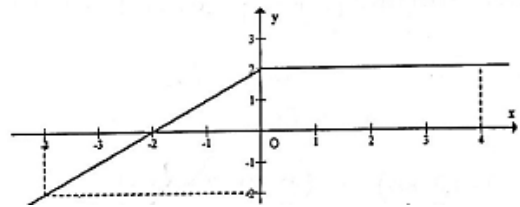
A. 4.

B. 8.

C. 12.

D. 10.

Hướng dẫn giải. **Chọn B.**



$$\text{Ta có } \int_{-4}^4 f(x) dx = \int_{-4}^{-2} f(x) dx + \int_{-2}^4 f(x) dx = -S_{\triangle ABC} + S_{CDEF} = -\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (6 + 4) = 8.$$

Câu 31. Hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = x(1-x)$ và $y = x^3 - x$ có diện tích bằng

A. $\frac{37}{12}$.

B. $\frac{5}{12}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{9}{4}$.

Hướng dẫn giải. Chọn A.

Xét phương trình $x^3 - x = x(1 - x) \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1 \vee x = -2$. Do đó

$$S = \int_{-2}^0 |x^3 + x^2 - 2x| dx + \int_0^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \frac{37}{2}.$$

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$ và điểm $A(2; 2; 1)$. Từ điểm A kẻ ba tiếp tuyến AB, AC, AD với B, C, D là các tiếp điểm. Viết phương trình mặt phẳng (BCD).

A. $2x + 2y + z - 1 = 0$.

C. $2x + 2y + z + 1 = 0$.

B. $2x + 2y + z - 3 = 0$.

D. $2x + 2y + z - 5 = 0$.

Hướng dẫn giải. Chọn D.

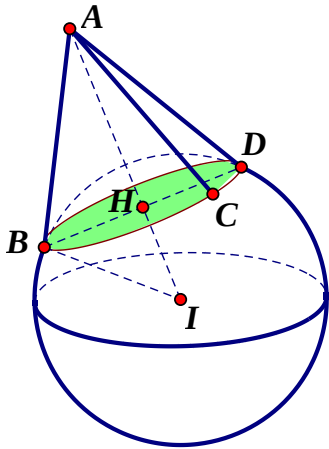
Mặt cầu có tâm $I(0; 0; 1)$ và bán kính $R = 2$. Mặt phẳng (BCD) có vtpt là vector $\overrightarrow{IA} = (2; 2; 1) \Rightarrow IA = 3$.

Gọi H là giao điểm của AH và (BCD). Khi đó $IH \cdot IA = IB^2 \Leftrightarrow IH = \frac{IB^2}{IA} = \frac{R^2}{IA} = \frac{4}{3}$

Ta có $\overrightarrow{IH} = \frac{IH}{IA} \overrightarrow{IA} = \frac{4}{9} \overrightarrow{IA} \Rightarrow H\left(\frac{8}{9}; \frac{8}{9}; \frac{13}{9}\right)$.

Khi đó $(BCD): 2\left(x - \frac{8}{9}\right) + 2\left(y - \frac{8}{9}\right) + 1\left(z - \frac{13}{9}\right) = 0$

$\Leftrightarrow (BCD): 2x + 2y + z - 5 = 0$.



Câu 33. Cho tứ diện ABCD có thể tích là V, hai điểm M và P lần lượt là trung điểm của AB, CD; điểm N thuộc AD sao cho $AD = 3AN$. Tính thể tích của tứ diện BMNP.

A. $\frac{V}{4}$.

B. $\frac{V}{12}$.

C. $\frac{V}{8}$.

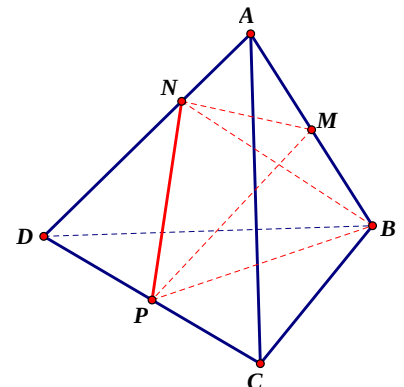
D. $\frac{V}{6}$.

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Ta có $V = V_{ABCD} = \frac{1}{3} d(C, (ABD)) \cdot S_{\Delta ABD}$ và

$$V_{PMNB} = \frac{1}{3} d(P, (ABD)) \cdot S_{\Delta MNB}.$$

Các Em sẽ thấy $d(P, (ABD)) = \frac{1}{2} d(C, (ABD)) (1)$.



Mặt khác $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}d(D, AB).AB$ và $S_{\triangle MNB} = \frac{1}{2}d(N, AB).MB$. Mà $d(N, AB) = \frac{1}{3}d(D, AB)$ và

$MB = \frac{1}{2}AB$. Do đó $S_{\triangle MNB} = \frac{1}{6}S_{\triangle ABD}$ (2). Từ (1), (2) các Em sẽ thấy được rằng $V_{PMNB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}V = \frac{V}{12}$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x) = 2019^x - 2019^{-x}$. Tìm số nguyên m lớn nhất để $f(m) + f(2m + 2019) < 0$.

A. -673.

B. -674.

C. 673.

D. 674.

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Hàm số $f(x) = 2019^x - 2019^{-x}$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$.

Ta thấy $f(-x) = 2019^{-x} - 2019^x = -(2019^x - 2019^{-x}) = -f(x) \Rightarrow f$ là hàm số lẻ.

Hơn nữa, $f'(x) = 2019^x \ln 2019 + 2019^{-x} \ln 2019 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó, bpt $f(m) + f(2m + 2019) < 0 \Leftrightarrow f(2m + 2019) < -f(m) \Leftrightarrow f(2m + 2019) < f(-m)$

$\Leftrightarrow 2m + 2019 < -m \Leftrightarrow m < -673$.

Vậy giá trị lớn nhất của m thỏa mãn bất phương trình là -674.

Câu 35. Trong các số phức z thỏa mãn $\left| \frac{(12 - 5i)z + 17 + 7i}{z - 2 - i} \right| = 13$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. $\frac{3\sqrt{13}}{26}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải. Chọn A.

Đặt $z = x + yi$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

Điều kiện của phương trình là $z \neq 2 + i \Leftrightarrow M \neq (2; 1)$. Phương trình đã cho tương đương

$$\left| 12 - 5i \right| \left| z + \frac{17 + 7i}{12 - 5i} \right| = 13 |z - 2 - i| \Leftrightarrow |z + 1 + i|^2 = |z - 2 - i|^2 \Leftrightarrow 6x + 4y - 3 = 0.$$

Do đường thẳng $d: 6x + 4y - 3 = 0$ không đi qua điểm $(2; 1)$. Nên tập hợp điểm điểm M là đường

thẳng d . Khi đó $|z|_{\min} = OM_{\min} = d(O, d) = \frac{3\sqrt{13}}{26}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(0; 0; 0), N(0; n; 0), P(0; 0; p)$ không trùng với gốc tọa độ

và thỏa mãn $m^2 + n^2 + p^2 = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (MNP) .

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{1}{27}$.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Ta có $(MNP): \frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{p} = 1$ và $d(O, (MNP)) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{p^2}}}$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhia- Copski ta có :

$$(m^2 + n^2 + p^2) \left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{p^2} \right) \geq 9 \Leftrightarrow 3 \left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{p^2} \right) \geq 9 \Leftrightarrow \frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{p^2} \geq 3$$

$$\frac{1}{\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{p^2}} \leq \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{p^2}}} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}. \text{ Vậy khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (MNP) lớn}$$

$$\text{nhất bằng } \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Câu 37. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để phương trình

$$x^2 + (m+2)x + 4 = (m-1)\sqrt{x^3 + 4x} \text{ có nghiệm là}$$

A. 2011.

B. 2012.

C. 2013.

D. 2014.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Điều kiện: $x^3 + 4x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$. Ta thấy $x = 0$ không là nghiệm của phương trình đã cho. Nên ta xét phương trình trên miền $x > 0$. Chia hai vế của phương trình cho x được:

$$x + m + 2 + \frac{4}{x} = (m-1)\sqrt{x + \frac{4}{x}} (*).$$

Đặt $t = \sqrt{x + \frac{4}{x}} \geq 2$, khi đó phương trình (*) trở thành

$$t^2 + m + 2 = (m-1)t \Leftrightarrow m = \frac{t^2 + t + 2}{t-1} = f(t), (t \geq 2).$$

Ta có $f'(t) = \frac{t^2 - 2t - 3}{(t-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1(l) \\ t = 3(n) \end{cases}$. Bảng biến thiên

x	2	3	$+\infty$
y'	-	0	+
y	8		$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy rằng phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $m \geq 7$. Mà ta đang xét m là các số nguyên thoản đoạn $[-2019; 2019]$.

Do đó các số nguyên m thỏa mãn đề bài từ 7 đến 2019 có 2013 giá trị.

Câu 38. Biết rằng parabol $y = \frac{1}{24}x^2$ chia hình phẳng giới hạn bởi elip có phương trình $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1} = 1$ thành

hai phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2 với $S_1 < S_2$. Tỉ số của $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

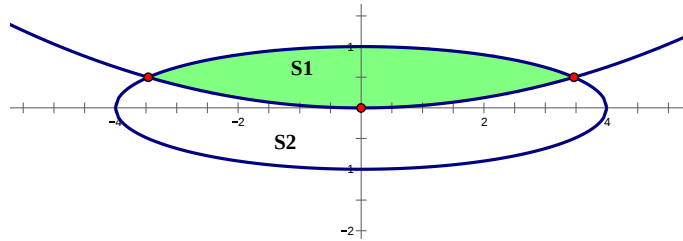
A. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{8\pi - \sqrt{3}}$.

B. $\frac{4\pi - \sqrt{2}}{8\pi + \sqrt{2}}$.

C. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12\pi}$.

D. $\frac{8\pi - \sqrt{3}}{12\pi}$.

Hướng dẫn giải. Chọn A.



Ta có $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1} = 1 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{1 - \frac{x^2}{16}}$. Phương trình hoành độ giao điểm của elip và parabol là

$$\frac{1}{24}x^2 = \sqrt{1 - \frac{x^2}{16}} \Leftrightarrow x^4 + 36x^2 - 576 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 12 \\ x^2 = -48 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{3}.$$

$$\text{Do đó } S_1 = \int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} \left(\sqrt{1 - \frac{x^2}{16}} - \frac{1}{24}x^2 \right) dx \approx 4,7661 \text{ (bấm máy tính).}$$

Diện tích S_2 bằng diện tích của elip trừ đi $S_1 \Rightarrow S_2 = \pi ab - S_1 \approx 7,8002$. Khi đó $\frac{S_1}{S_2} \approx 0,661$.

Lời bình.

Bài này các Em nên tận dụng bấm máy tính cho nhanh. Chứ giải cái tích phân đó khá tốn thời gian.

Câu 39. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Xếp ngẫu nhiên các học sinh trên để chụp ảnh. Tính xác suất không có hai bạn nữ nào đứng kề nhau.

A. $\frac{65}{66}$.

B. $\frac{1}{66}$.

C. $\frac{7}{99}$.

D. $\frac{1}{22}$.

Hướng dẫn giải. Chọn D.

Xếp ngẫu nhiên các học sinh trên thành một hàng ngang có $11!$ cách. Suy ra $n(\Omega) = 11!$.

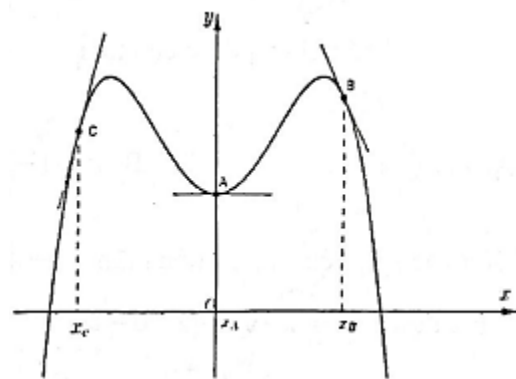
Gọi A là thỏa mãn đề bài. Xếp 6 bạn nam có $6!$ cách.

Giữa 6 bạn nam có 5 khoảng trống và thêm hai vị trí ở đầu hàng là 7. Để xếp 5 bạn nữ mà không có hai bạn nữ kề nhau ta chọn 5 trong 7 vị trí này và xếp 5 bạn nữ vào có A_7^5 .

$$\text{Suy ra } n(A) = 6! \cdot A_7^5 \Rightarrow P(A) = \frac{6! \cdot A_7^5}{11!} = \frac{1}{22}.$$

0	Nam	0	Nam	0	Nam	0	Nam	0	Nam	0	Nam	0
---	-----	---	-----	---	-----	---	-----	---	-----	---	-----	---

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$, biết tại các điểm A, B, C đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có tiếp tuyến được thể hiện như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $f'(x_C) < f'(x_A) < f'(x_B)$.
- B. $f'(x_A) < f'(x_B) < f'(x_C)$.
- C. $f'(x_A) < f'(x_C) < f'(x_B)$.
- D. $f'(x_B) < f'(x_A) < f'(x_C)$.

Hướng dẫn giải. Chọn D.

Từ đồ thị ta nhận xét rằng:

Tiếp tuyến tại B có hệ số góc âm suy ra $f'(x_B) < 0$.

Tiếp tuyến tại A có hệ số góc bằng 0 suy ra $f'(x_A) = 0$.

Tiếp tuyến tại C có hệ số góc dương suy ra $f'(x_C) > 0$. Vậy $f'(x_B) < f'(x_A) < f'(x_C)$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của hàm

số $g(x) = f(|x|) + m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

- A. 3.
- B. 10.
- C. 4.
- D. 6.

Hướng dẫn giải. Chọn A.

Phương trình $f(|x|) + m = 0 \Leftrightarrow f(|x|) = -m(*)$. Phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $f(x) = -m(**)$ có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\text{có } f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2.$$

Bảng biến thiên.

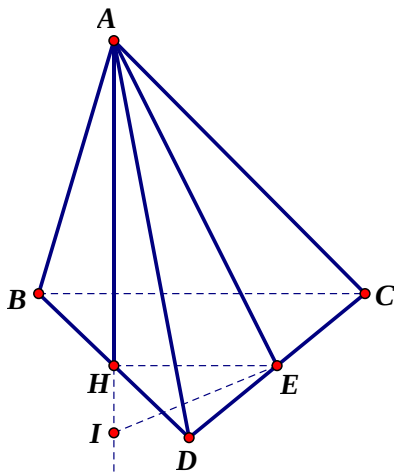
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		0		$+\infty$	
	$-\infty$		-4		

Từ bảng biến thiên ta thấy rằng phương trình (**) có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi $-4 < -m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4 \Rightarrow m \in \{1; 2; 3\}$ (do m nguyên).

Câu 42. Cho tứ diện ABCD có $CD = a\sqrt{2}$, $\triangle ABC$ là tam giác đều cạnh a , $\triangle ACD$ vuông tại A. Mặt phẳng (BCD) vuông góc với mặt phẳng (ABD). Thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD bằng

- A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\pi a^3}{6}$. C. $4\pi a^3$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải. **Chọn A.**



Coi như $a = 1$. Tam giác ACD vuông tại A nên

$AD = \sqrt{CD^2 - AC^2} = 1 = AB \Rightarrow \triangle ABD$ cân tại A và tam giác ACD vuông cân tại A. Gọi H, E lần lượt là trung điểm của BD và DC. Ta có $AH \perp (BCD)$ và $CD \perp AE$. Hơn nữa

$CD \perp AH \Rightarrow CD \perp (AHE) \Rightarrow CD \perp HE$ mà HE song song với

BC suy ra BC vuông góc với CD. H là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD, do đó AH là trục của đường tròn này. Trong tam giác AHE dựng đường thẳng qua E vuông góc AE và cắt AH tại điểm I. Do mặt phẳng (AHE) vuông góc với mặt

phẳng (ACD) nên d cũng vuông góc với (ACD). Hơn nữa E là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD suy ra I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD.

Ta có $AI \cdot AH = AE^2 \Rightarrow AI = \frac{AE^2}{AH}$. Ta có $AE = \frac{1}{2}CD = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $HK = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \Rightarrow AH = \frac{1}{2}$.

Vậy $AI = \frac{AE^2}{AH} = 1 \Rightarrow R = 1 \Rightarrow V_{mc} = \frac{4}{3}\pi$.

Câu 43. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \left| x^3 - 3x^2 - 9x - 5 + \frac{m}{2} \right|$ có 5 điểm cực trị.

- A. 62. B. 63. C. 64. D. 65.

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Đặt $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 5 + \frac{m}{2} \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 3$. Suy ra hàm số $f(x)$ có

hai điểm cực trị. Hàm số $y = \left| x^3 - 3x^2 - 9x - 5 + \frac{m}{2} \right|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x^3 - 3x^2 - 9x - 5}_{h(x)} = -\frac{m}{2} (*) \text{ có ba nghiệm phân biệt.}$$

Chúng ta lập được bảng biến thiên của $h(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$ như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$h(x)'$		+	0	-	0	+	
$h(x)$							
			0		-32		$+\infty$

Phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt $-32 < \frac{-m}{2} < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 64 \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; \dots; 63\}$. Vậy có 63 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn

$$f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2018 \text{ với } g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Hàm số}$$

$$y = f(1-x) + 2018x + 2019 \text{ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?}$$

A. $(1; +\infty)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(4; +\infty)$.

Hướng dẫn giải. Chọn D.

Chả hiểu cho cái $g(x)$ xong cho thêm $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ có ý nghĩa gì??? Ta đang thi trắc nghiệm mà!

Cho đại $g(x) = -1 \Rightarrow f'(x) = (x-1)(x+2) + 2018$.

Đặt $h(x) = f(1-x) + 2018x + 2019 \Rightarrow h'(x) = -f'(1-x) + 2018$

$$\Leftrightarrow h'(x) = -[(1-x-1)(1-x+2) + 2018] + 2018 = x(3-x).$$

Hàm số $h(x)$ nghịch biến $x(3-x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 3 \end{cases}$.

Câu 45. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$ và mặt cầu

$$(S_2): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9 \text{ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn có tâm } I(a; b; c).$$

Tính $a+b+c$.

A. $\frac{7}{4}$.

B. $\frac{-1}{4}$.

C. $\frac{10}{3}$.

D. 1.

Hướng dẫn giải. Chọn D.

Gọi $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc đường tròn (C) là giao tuyến của (S_1) và (S_2) . Khi đó

$$\begin{cases} (x_0-1)^2 + (y_0-1)^2 + (z_0-2)^2 = 16(1) \\ (x_0+1)^2 + (y_0-2)^2 + (z_0+1)^2 = 9(2) \end{cases} \text{ Trừ từng vế của (1) cho (2) được}$$

$$4x_0 - 2y_0 + 6z_0 + 7 = 0 \Rightarrow (C) \text{ thuộc mặt phẳng } (P): 4x - 2y + 6z + 7 = 0.$$

Mặt cầu (S_1) có tâm $I_1(1; 1; 2)$. Do đường tròn (C) thuộc mặt phẳng (P) nên $I(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của $I_1(1; 1; 2)$ trên (P). Công việc tiếp theo là tìm hình chiếu của $I_1(1; 1; 2)$ trên mặt phẳng

$$(P). \text{ Chắc được chứ, khi đó sẽ tìm được } I\left(\frac{-1}{2}; \frac{7}{4}; \frac{-1}{4}\right) \Rightarrow a+b+c=1.$$

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình

$$(3^{x+2} - \sqrt{3})(3^x - 2m) < 0 \text{ chứa không quá 9 số nguyên?}$$

A. 3281.

B. 3283.

C. 3280.

D. 3279.

Hướng dẫn giải. Chọn A.

$$\text{Do } m \in \mathbb{N}^* \text{ nên phương trình } (3^{x+2} - \sqrt{3})(3^x - 2m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x+2} - \sqrt{3} = 0 \\ 3^x - 2m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3}{2} \\ x = \log_3 2m > 0 \end{cases}.$$

x	$-\infty$	$\frac{-3}{2}$	$\log_3 2m$	$+\infty$	
VT	+	0	-	0	+

Vậy $x \in \left(\frac{-3}{2}; \log_3 2m\right)$. Do khoảng $\left(\frac{-3}{2}; \log_3 2m\right)$ chứa không quá 9 số nguyên suy ra

$\log_3 2m \leq 8 \Leftrightarrow 2m \leq 3^8 \Leftrightarrow m \leq \frac{3^8}{2}$ nghiệm của bất phương trình) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P).

Ta có $(Q): x + y + z - 2 = 0$. Do Δ là đường thẳng đi qua $M(0;0;2)$ và song song với mặt phẳng (P) nên Δ thuộc (Q).

Gọi H, K là hình chiếu vuông góc của A trên (Q) và đường thẳng Δ .

Suy ra $AH \leq AK \Leftrightarrow d(A, \Delta) \geq AH$ suy ra khoảng cách từ điểm A đến Δ nhỏ nhất khi H trùng K hay

Δ đi qua H. Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc (Q) $\Rightarrow d: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$. Khi đó

$H = d \cap (Q) \Rightarrow H(4; -1; -2)$. Một vtcp của Δ là $\overrightarrow{MH} = (4; -1; -3)$.

Câu 47. Cho $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $x + y \neq -1$ và $x^2 + y^2 + xy = x + y + 1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất

và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{xy}{x + y + 1}$. Tính $M + m$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Khi $y = 0 \Rightarrow P = 0$. Xét $y \neq 0$, ta có

$$P = \frac{xy}{x + y + 1} = \frac{xy}{x^2 + y^2 + xy} = \frac{\frac{x}{y}}{\left(\frac{x}{y}\right)^2 + \frac{x}{y} + 1} = \frac{t}{t^2 + t + 1}, t = \left(\frac{x}{y}\right) \Rightarrow P' = \frac{-t^2 + 1}{(t^2 + t + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$h(x)'$	$-$	0	$+$	0	$-$
$h(x)$	0	-1	$\frac{1}{3}$	0	

Vậy $M = \frac{1}{3}, m = -1 \Rightarrow M + m = -\frac{2}{3}$.

Câu 48. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x \log_3(x + 1) = \log_9 \left[9(x + 1)^{2m} \right]$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m \in (-1; 0)$.

B. $m \in (-2; 0)$.

C. $m \in (-1; +\infty)$.

D. $m \in [-1; 0)$.

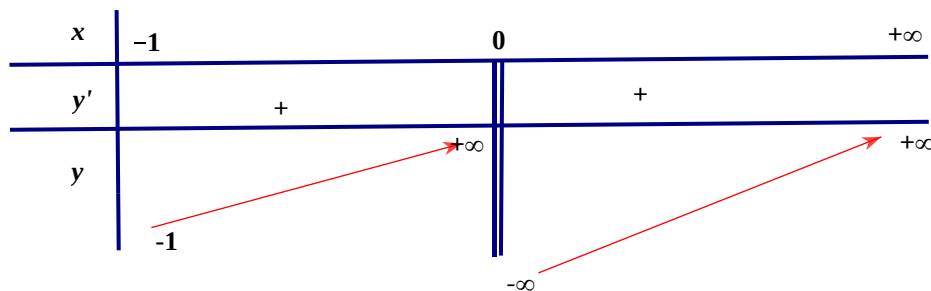
Hướng dẫn giải. Chọn B.

Điều kiện $x > -1$. Dễ thấy $x = 0$ không là nghiệm của phương trình. Do đó phương trình tương đương

$$x \log_3(x+1) = 1 + m \log_3(x+1) \Leftrightarrow m = x - \frac{1}{\log_3 x} = f(x), x > -1 \wedge x \neq 0.$$

Ta có $f'(x) = 1 + \frac{1}{(x+1)\ln 3 \cdot (\log_3(x+1))^2} > 0 \Rightarrow f(x)$ luôn đồng biến.

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta thấy rằng phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in (-1; +\infty)$.

Câu 49. Xét các số phức w, z thỏa mãn $|w+i| = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ và $5w = (2+i)(z-4)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu

thức $P = |z - 2i| + |z - 6 - 2i|$.

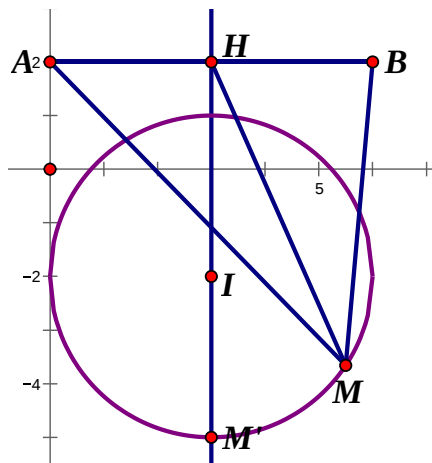
- A. 7.**

- B.** $2\sqrt{53}$.

- C. $2\sqrt{58}$.

- D.** $4\sqrt{13}$.

Hướng dẫn giải. Chọn D.


$$\text{Ta có } 5w = (2+i)(z-4) \Leftrightarrow \frac{5(w+i-i)}{2+i} = z-4 \Leftrightarrow \frac{5(w+i)}{2+i} - \frac{5i}{2+i} = z-4$$

$$\frac{5(w+i)}{2+i} = z-3+2i \Leftrightarrow |z-3+2i| = \left| \frac{5(w+i)}{2+i} \right| \Leftrightarrow |z-3+2i| = 3(*). \text{ T\`ur}$$

phương trình (*) suy ra tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z là điểm M thuộc đường tròn có tâm $I(3; -2)$ và bán kính $R = 3$.

Đặt $A(0;2), B(6;2) \Rightarrow P = MA + MB$. Đặt $H(3;2)$, dễ thấy

$IA = IB \Rightarrow IH \perp AB$. Đặt $M' = IH \cap (C)$ (như hình vẽ).

Ta có $P = MA + MB \leq \sqrt{2(MA^2 + MB^2)} = \sqrt{4MH^2 + AB^2}$. T

ừ đây ta thấy rằng $P_{\max} \Leftrightarrow MH_{\max} \Leftrightarrow M \equiv M' \Rightarrow MH_{\max} = IH + R = 7$

Khi đó $P_{\max} = 2M'A = \sqrt{M'H^2 + HA^2} = 2\sqrt{58}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$, thỏa mãn

$$(f'(x))^2 + 4f(x) = 8x^2 + 4, \forall x \in [0;1] \text{ và } f(1) = 2. \text{ Tính } \int_0^1 f(x) dx.$$

A. $\frac{1}{3}$.

B. 2.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{21}{4}$.

Hướng dẫn giải. Chọn C.

$$\text{Ta có } (f'(x))^2 + 4f(x) = 8x^2 + 4 \Rightarrow \int_0^1 [(f'(x))^2 + 4f(x)] dx = \int_0^1 (8x^2 + 4) dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 (f'(x))^2 dx + \int_0^1 4f(x) dx = \frac{20}{3} (*)$$

$$\text{Xét } I = \int_0^1 4f(x) dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = f(x) \\ dv = 4dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = 4x \end{cases} \Rightarrow I = 4xf(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 4xf'(x) dx = 8 - \int_0^1 4xf'(x) dx.$$

Do đó

$$(*) \Leftrightarrow \int_0^1 (f'(x))^2 dx + 8 - \int_0^1 4xf'(x) dx = \frac{20}{3} \Leftrightarrow \int_0^1 (f'(x))^2 dx - \int_0^1 4xf'(x) dx + \int_0^1 4x^2 dx - \frac{4}{3} = \frac{20}{3} - 8$$

$$(*) \Leftrightarrow \int_0^1 (f'(x) - 2x)^2 dx = 0 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f(x) = x^2 + C; f(1) = 2 \Rightarrow C = 1$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x^2 + 1) dx = \frac{4}{3}.$$

Lời bình.

Bài toán này rơi vào dạng đưa về hằng đẳng thức. Quen tay các Em sẽ làm rất nhanh chứ không phải ngồi nhẩm để thêm bớt gì đâu. Cứ thêm vào cho đủ và bớt ra là được. Ở trên thầy thêm vào

$$\int_0^1 4x^2 dx = \frac{4}{3} \text{ thì trừ đi } \frac{4}{3}. \text{ Chứ có vấn đề gì đâu? Thêm vậy cho vế trái nó ra hằng đẳng thức ấy mà.}$$

Lời tâm sự. Thời gian đến kì thi THPT QG 2019 không còn xa. Để có thể hỗ trợ cho học sinh tài liệu tự học Thầy biên soạn lời giải chi tiết đề thi thử giúp các em có thể tìm thấy hướng giải quyết với câu mà mình thắc mắc. Thời gian biên soạn không nhiều do đó rất khó tránh khỏi sai sót trong lời giải hoặc chưa phải là hay nhất. Rất mong các Bạn đọc thông cảm và góp ý.

Chúc các em 12 nhiều sức khỏe và sẽ thi tốt trong kỳ thi sắp tới!

Thầy Trần Duy Thúc.